



# UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

---

---

**PROGRAMA DE POSGRADO EN CIENCIAS DE LA TIERRA**

**ANÁLISIS DE TIEMPO INTEREVENTO EN SECUENCIAS  
DE RÉPLICAS PARA LA IDENTIFICACIÓN DE ESTADOS  
DE RELAJACIÓN DEL ESFUERZO**

**T E S I S**

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:  
MAESTRO EN CIENCIAS DE LA TIERRA  
(SISMOLOGÍA ESTADÍSTICA)

P R E S E N T A

LIC. EN FÍS. ANGEL GREGORIO FIGUEROA SOTO

JURADO EXAMINADOR

DR. FCO. RAMÓN ZÚÑIGA DÁVILA MADRID (DIRECTOR DE TESIS)  
DR. VLADIMIR KOSTOGLODOV (PRESIDENTE)  
DRA. XYOLI PÉREZ CAMPOS (VOCAL)  
DR. CARLOS MENDOZA (SUPLENTE)  
DR. LUIS MARIANO CERCA MARTÍNEZ (SUPLENTE)



AGOSTO DE 2009



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## **AGRADECIMIENTOS**

A mi familia, por su apoyo y motivación incondicional para seguir adelante en el camino de la ciencia.

Al Dr. Ramón Zúñiga por brindarme su confianza y estímulo constante, por su valioso apoyo en este proceso de enseñanza aprendizaje así como por la dirección durante el desarrollo de esta tesis.

A la UNAM, por darme la oportunidad de crecer tanto científica como humanamente durante los estudios de posgrado. Al CONACYT por su apoyo con la beca con registro 232084 para la realización de los estudios de Maestría en Ciencias. A la Coordinación de Estudios del Posgrado en ciencias de la tierra por el apoyo otorgado para la emisión de esta tesis. A los profesores del Centro de Geociencias por compartir sus conocimientos, consejos y actividades, en especial al Dr. Román Pérez, al Dr. Juan Martín Gómez, al Dr. Mariano Cerca y al Dr. José López Cruz-Abeyro.

Al personal del Centro de Geociencias, del Centro Académico Cultural y de la biblioteca del Campus Juriquilla de la UNAM por brindarme un espacio para crecer tanto en el aspecto cultural como científico.

Un agradecimiento especial a aquellos compañeros que me apoyaron con ideas y discusiones para desarrollar no solo este trabajo de investigación, sino todo el trabajo desarrollado en el transcurso de los estudios de Maestría.

Al comportamiento complejo de la naturaleza, en particular a la relacionada a la actividad sísmica, que permite que indagemos una gran diversidad de fenómenos.

Gracias

# CONTENIDO

<b>Resumen</b>	1
<b>1 Marco Teórico</b>	3
<b>1.1</b> Introducción.	3
<b>1.2</b> Procesos Tipo Poisson.	7
1.2.1 La Distribución y el Proceso de Poisson	7
<b>1.3</b> Revisión de los modelos estadísticos usados en Sismología.	9
1.3.1 Ley de Gutenberg-Richter/Ishimoto-Ida	10
1.3.2 Ley de Omori - Utsu (Ley modificada de Omori).	13
<b>1.4</b> Definición de sismicidad de fondo o sismicidad Umbral.	15
1.4.1 Definición de Tasa de sismicidad de fondo	16
1.4.2 Quietud Sísmica	16
<b>1.5</b> Propiedades Fractales de las réplicas.	17
<b>1.6</b> Trabajos previos sobre análisis de tiempo interevento.	19
1.6.1 Distribución de tiempos interevento.	19
1.6.2 Estimando la sismicidad de Fondo.	22
<b>1.7</b> Sistemas complejos como teoría no lineal.	22
1.7.1 Exponente de Hurst.	23
<b>1.8</b> Objetivos y Metodología.	27
<b>2</b> Modelo matemático propuesto para el análisis de tiempo interevento.	28
<b>2.1</b> Justificación del Modelo	28
<b>2.2</b> Variación del exponente de Hurst y su delimitación usando la prueba de valor Z (estadística $t$ - Student)	34
<b>2.3</b> Aplicando el análisis de rango escalado al modelo teórico	36
<b>3</b> Selección y Análisis de secuencias de réplicas.	39
<b>3.1</b> Secuencia de réplicas para el sismo de Alaska (AKaft1).	40
<b>3.2</b> Secuencia de réplicas para los sismos de Nueva Zelandia (NZaft2, NZaft3).	45
<b>3.3</b> Secuencia de réplicas para el sismo en Nueva Zelandia (NZaft1) que incluye tres sismos principales.	50
<b>3.4</b> Secuencia de réplicas para el sismo de Guerrero, México (MXaft).	54
<b>4</b> Discusión de los resultados.	56
<b>5</b> Conclusiones.	61
<b>Referencias</b>	82
<b>Apéndice A.</b> Programa gráfico para calcular el modelo de tiempo interevento y el criterio de variación usando la estadística Z o $t$ -Student.	64
<b>Apéndice B.</b> Análisis para las secuencias de réplicas para los eventos NZaft2 y NZaft.	67
<b>Apéndice C.</b> Análisis para las secuencias de réplicas para el evento NZaft1.	72
<b>Apéndice D.</b> Análisis para las secuencias de réplicas para el evento MXaft.	77
<b>Apéndice E.</b> Catálogos utilizados y posibles Errores en las localizaciones.	78

## FIGURAS

- |       |   |    |
|-------|---|----|
| i.    | <p><b>Fig. 1.1</b> Ejemplificación del proceso tipo Poisson. <b>a)</b> Proceso definido en el intervalo <math>(S, T)</math> en el cuál solo puede ocurrir un arribo en un diferencial de tiempo <math>dt</math>. <b>b)</b> En un intervalo de longitud <math>t</math> el número de eventos sigue una distribución de Poisson. <b>c)</b> La distribución de tiempos interevento obedecen una distribución exponencial.</p>                           | 8  |
| ii.   | <p><b>Fig. 1.2</b> Análisis de la relación GR para la zona de subducción de la placa de Cocos en el estado de Oaxaca. (Región SUB3, zona de fuerte acoplamiento entre la placa subducida y la placa de Norte América, profundidades de 0 a 40Km). Se observa la desviación de la auto similitud para eventos de magnitudes desde 5.5 a 6.5 (círculo en rojo), lo que nos indicaría áreas de con preferencia a la ruptura como el primer modelo.</p> | 8  |
| iii.  | <p><b>Fig. 1.3.</b> Análisis de la relación GR para el catálogo de Italia (magnitudes mb, obtenido del Catalogo Internacional de Sismicidad). La pendiente de la recta GR muestra un ajuste que indica una auto similitud tal como lo propone el segundo modelo.</p>  | 12 |
| iv.   | <p><b>Fig. 1.3.1.</b> Modelo de Zöller (2008) para los dos modelos de frecuencia magnitud para sismos. Se muestra también la extrapolación de la recta de la ley de Gutenberg-Richter hacia mayores magnitudes.</p>   | 12 |
| v.    | <p><b>Fig. 1.4.</b> Tiempos interevento para las réplicas del sismo de Hyogo-ken Nanbu. (Tomado de Goltz, 2008)</p>   | 13 |
| vi.   | <p><b>Fig. 1.5.</b> La distribución <math>P_{S,L}(\Delta t_i)</math> de tiempo interevento con magnitudes <math>m</math> mayores que <math>\log(S)</math>. Magnitudes mayores a 2(círculos), 3(cuadrados) y 4(triángulos), y para diferentes valores <math>L</math> (0.25° negro, 0.5° rojo, 1° verde, 2° azul y 4° naranja). Modificado de Bak <i>et al.</i>, (2002).</p>  | 18 |
| vii.  | <p><b>Fig. 1.6.</b> Ley unificada para sismos. Los mismos datos de la figura 1.3 usando la parametrización <math>x = \Delta t_i S^{-b} L^{d_f}</math>, <math>y = (\Delta t_i)^{-p} P_{S,L}(\Delta t_i)</math> utilizando los valores <math>p = 1</math>, <math>d_f = 1.2</math>, <math>c = 10^{-4}</math> y <math>b = 1</math>. El círculo en rojo indica el colapso descrito por Bak. Modificado Bak <i>et al.</i>, (2002).</p>                    | 20 |
| viii. | <p><b>Fig. 2.1.</b> Gráfica ilustrativa donde se muestran el tiempo interevento para dos replicas consecutivas. Se han considerado los parámetros de la secuencia de réplicas para el sismo de Tokachi, 1952. (Ogata, 1983).</p>  | 21 |
| ix.   | <p><b>Fig. 2.2.</b> Simulación que ilustra la forma de la función propuesta (Ec. 2.5) para el análisis de tiempo interevento considerando 2000 réplicas.</p>  | 29 |
| x.    | <p><b>Fig. 2.3.</b> Simulación numérica donde se ilustra el número de réplicas para una distribución normal de probabilidad.</p>  | 31 |
| xi.   | <p><b>Fig. 2.4.</b> Simulación para la función propuesta de tiempo interevento. Se ilustra el análisis de tiempo interevento para la distribución normal temporal para los datos mostrados en la gráfica 2.3.</p>   | 32 |
| xii.  | <p><b>Fig. 2.5.</b> Simulación numérica donde se ilustra el número de réplicas para una distribución exponencial de probabilidad.</p>   | 32 |
| xiii. | <p><b>Fig. 2.6.</b> Simulación de la función propuesta de tiempo interevento para la distribución exponencial temporal para los datos mostrados en la figura 2.5.</p>   | 33 |
| xiv.  | <p><b>Fig. 2.7.</b> Cálculo del exponente de Hurst para la distribución normal de tiempos interevento de la figura 2.4. El exponente de Hurst se ha delimitado cuando existe un cambio significativo en la prueba estadística de valor <math>Z</math>.</p>  | 33 |
|       |   | 36 |

xv.	<b>Fig. 2.8.</b> Cálculo del exponente de Hurst para la distribución exponencial de tiempos interevento de la figura 2.6. El exponente de Hurst (línea azul) se ha delimitado cuando existe un cambio significativo en la prueba estadística de valor Z (puntos rojos y línea amarilla).	37
xvi.	<b>Fig. 2.9.</b> Izquierda. Simulación que muestra el comportamiento de la función propuesta para dos regímenes propuestos por Vinogradov (2008). Se han correlacionado la sismicidad umbral y el decaimiento de réplicas. Izquierda. Función propuesta para las réplicas de la secuencia denominada AKaft1.	38
xvii.	<b>Fig. 3.1.</b> Orientación de los ángulos strike, dip y slip. Modificado de Stein y Wyession, 2005. Nótese el valor y sentido del vector de deslizamiento (Slip angle o rake).	40
xviii.	<b>Fig. 3.2</b> Distribución de epicentros (mapa) e hipocentros (paneles de la derecha) para el evento principal y las réplicas posteriores en el período de 1238 días. Se muestra el mecanismo focal para el evento principal denominado AKaft1.	41
xix.	<b>Fig. 3.3.</b> Ajuste de la ley de Utsu-Omori (izquierda) y Análisis de tiempo interevento (derecha) en la secuencia de réplicas AKaft1, mostrando los principales cambios en el exponente de Hurst utilizando la estadística Z.	42
xx.	<b>Fig. 3.4.</b> Resultado del análisis de Rango escalado para la primera variación significativa para la estadística Z.	42
xxi.	<b>Fig. 3.5.</b> Resultado del análisis de Rango escalado para la segunda variación significativa para la estadística Z.	43
xxii.	<b>Fig. 3.6.</b> Resultado del análisis de Rango escalado para la tercera variación significativa para la estadística Z.	43
xxiii.	<b>Fig. 3.7.</b> Resultado del análisis de Rango escalado para la cuarta y última variación significativa para la estadística Z.	44
xxiv.	<b>Fig. 3.7.1.</b> Distribución de tiempos interevento para la secuencia AKaft1 graficadas para diferentes magnitudes. En rojo el efecto predicho por Bak.	44
xxv.	<b>Fig. 3.8.</b> Epicentros de los eventos relacionados a cada intervalo de tiempo mostrado en la figura 3.3 en la serie temporal para el evento AKaft1.	45
xxvi.	<b>Fig. 3.9.</b> Epicentros de las réplicas posteriores a los eventos NZaft2 y NZaft3 con algunos mecanismos publicados por Global CMT para las réplicas (color negro) y para los eventos principales (color rojo).	46
xxvii.	<b>Fig. 3.9.1.</b> Ajuste de ley de Utsu-Omori para la secuencia de réplicas NZaft2 (izquierda), así como la distribución de tiempos interevento (derecha) graficado para diferentes magnitudes, donde no se define el colapso propuesto por Bak.	46
xxviii.	<b>Fig. 3.10.</b> Epicentros de las réplicas posteriores al evento NZaft2 con algunos mecanismos publicados por Global CMT para las réplicas (izquierda), así como el análisis de tiempo interevento mostrando los exponentes de Hurst obtenidos (derecha).	47
xxix.	<b>Fig. 3.10.1.</b> Ajuste de ley de Utsu-Omori para la secuencia de réplicas NZaft3 (izquierda), así como la distribución de tiempos interevento (derecha) graficado para diferentes magnitudes.	48
xxx.	<b>Fig. 3.11.</b> Epicentros de las réplicas posteriores al evento NZaft3 con algunos mecanismos publicados por Global CMT para las réplicas (izquierda), así como el análisis de tiempo interevento mostrando los exponentes de Hurst obtenidos (derecha).	49

xxxi.	<b>Fig. 3.12.</b> Epicentros e hipocentros de las réplicas y de los eventos principales para las secuencias de réplicas NZaft1 (mecanismo del evento principal en color rojo, solución de Global CMT).	51
xxxii.	<b>Fig. 3.13.</b> Reconocimiento de cuatro sismos principales en la serie temporal de tiempo interevento para la secuencia de Guerrero.	52
xxxiii.	<b>Fig. 3.14.</b> Intervalos de tiempo y su correspondiente valor promedio para el exponente de Hurst. Secuencia de réplicas NZaft1.	52
xxxiv.	<b>Fig. 3.15.</b> Epicentros relacionados a cada uno de los intervalos de tiempo definidos en la figura 3.16 para la secuencia de réplicas NZaft1.	53
xxxv.	<b>Fig. 3.16.</b> Ajuste de la ley de Utsu-Omori para la secuencia de réplicas MXaft (izquierda), así como la distribución de tiempos interevento (derecha) graficado para diferentes magnitudes.	54
xxxvi.	<b>Fig. 3.17.</b> Epicentros de las réplicas posteriores al evento MXaft (izquierda). Se muestran en colores las réplicas que corresponden a cada uno de los dos regimenes auto afines en la serie temporal (derecha).	55

## Resumen

La serie de tiempo interevento para sismos ha sido considerada desde una ley universal para sismicidad hasta una metodología para intentar indagar la naturaleza de la sismicidad o en particular para indagar el decaimiento temporal de las réplicas. Considerando que detrás del proceso de réplicas debe de existir un sistema dinámico disipador de energía que cambiaría el estado de esfuerzos después del evento principal, se pretenden resolver las preguntas: ¿las réplicas siguen un proceso auto organizado de manera única?, ¿es posible identificar cambios durante la duración del tiempo de aparición de las réplicas? Así como indagar cómo estos cambios indican la transferencia de esfuerzos durante el proceso de aparición de réplicas después de un sismo y el cese en el proceso de réplicas que nos lleva a definir la sismicidad umbral o sismicidad de fondo.

Para esto se han considerado catálogos sísmicos de donde se han extraído secuencias de réplicas para eventos en Guerrero, Nueva Zelanda (3) y Alaska, para las cuáles el decaimiento del número de réplicas con el tiempo está descrito por la ley de Omori-Utsu (1961). Para éstas secuencias de réplicas se ha considerado el tiempo interevento para definir cambios en el régimen dinámico del proceso de réplicas y para este fin, se propone un modelo para analizar el tiempo interevento para las réplicas y a partir de esto se deducen tendencias auto afines usando el exponente de Hurst con el fin de identificar cambios en el estado de esfuerzos después del evento principal así como la incorporación a la sismicidad umbral. Dentro de los principales resultados, se discute una manera de identificar la sismicidad de fondo y se obtiene que el proceso de réplicas es un proceso multifractal. Adicionalmente se discuten diferentes posibilidades en el proceso de difusión.

## **Abstract**

The waiting times for earthquakes has been considered to be a universal law for seismicity, as a methodology to investigate his nature, or to investigate the behavior of the aftershocks in time. In this work we examines the waiting times for aftershocks, we believe that behind the aftershocks processes should exist a dynamic system that dissipates energy and change the stress state after a major earthquake, and from this, we intend to solve the questions: Are aftershocks behaving as a self-organized process in an only way?, Is it possible to identify changes in the time of aftershocks occurrence? And also to investigate changes that indicate the stress transfer during the aftershocks time after an earthquake and cessation process of aftershocks that leads us to define the background seismic activity.

We have considered international seismic catalogs, where aftershocks sequences have been extracted for earthquakes in Guerrero, New Zealand (3 events) and Alaska. For all this events, the decay in the number of aftershocks is described by the Omori-Utsu law (1961). We consider the waiting times to define changes in the dynamic regime of the aftershocks processes.

We propose a model to analyze the waiting times for aftershocks after a major earthquake to define trends self-affine using the Hurst exponent, in order to identify changes in the stress state and the start of the background seismic activity. We obtain that aftershock processes are multifractal and they are related to a different possibilities in the process of diffusion. This method provides a way of defining the background seismic activity. Additionally different possibilities in the process of stress diffusion are discussed.

## CAPÍTULO 1

### *Marco Teórico*

*“Es un milagro que a pesar de la sorprendente complejidad del mundo, podemos descubrir en sus fenómenos determinada regularidad”.*  
E. Schrödinger

#### *1.1 Introducción*

El ser humano tiende a indagar una explicación sobre los fenómenos naturales. Fenómenos que van desde el movimiento de los astros hasta las interacciones de las partículas subatómicas han sido analizados para tratar de explicar los mecanismos que los producen. Sin embargo durante el análisis de dichos fenómenos, nos damos cuenta de la complejidad que los caracteriza al depender de un gran número de variables que son o aparentan ser independientes.

Los modelos deterministas en la mecánica llegan a un límite al intentar simular sistemas complejos, como lo es la tasa de sismicidad en cierta región, principalmente porque dichos sistemas dependen de un gran número de variables y es imposible hacer una predicción de su comportamiento. Es aquí cuando se recurre a la modelación de sistemas no lineales o caóticos, que con la ayuda de la estadística o la teoría de sistemas complejos, pretende ahondar en la comprensión de los fenómenos para analizar la interacción entre las variables que lo definen.

Mediante la estadística es posible analizar de manera objetiva un sistema y se recurre a esta herramienta, no porque se considere que dicho sistema se comporte de manera azarosa, sino porque se desconoce subjetivamente el curso que tomarán las variables del sistema en estudio. Cada una de las variables del sistema puede tener un comportamiento diferente en el tiempo y/o en espacio, lo que hace imposible conocerlas de manera independiente; Por otra parte, analizar un sistema dinámico caótico implica

que el sistema presenta un desacoplamiento entre las variables que lo conforman, como pueden ser el tiempo origen, magnitud, localización hipocentral o el plano de falla para el caso de sismos o mas específicamente en este trabajo, para las réplicas.

Tradicionalmente se han clasificado a los eventos sísmicos en premonitores, eventos principales y réplicas (Shcherbakov *et al.*, 2005), los cuáles nos proveen de información acerca de la física detrás del proceso de acumulación y posterior liberación de energía. Scholz (2002) consideró que la física que gobierna al proceso de generación de los sismos debería ser la misma y no sería necesaria una clasificación, sin embargo muchas observaciones no favorecen esta consideración dado que es posible considerar a las réplicas como un proceso de relajación o como eventos dependientes del evento principal (e. g. Goltz, 1998).

Teóricamente, cualquier sismo de cualquier magnitud es susceptible de generar secuencias de réplicas; sin embargo, las dificultades instrumentales tales como la existencia de un límite de detección así como el ruido natural impiden verificar esta idea. Empíricamente los sismos de magnitudes mayores a 4 o 5 son detonadores de secuencias de réplicas (Savage, 1975), las cuáles son usualmente difíciles de definir de manera completa ya que es necesario hacer suposiciones espaciales y temporales para identificarlas (Molchan y Dmitrieva 1992). La distribución y el proceso de generación de réplicas no son bien conocidos y se han considerado varias explicaciones para justificar su ocurrencia; se ha supuesto que grandes rupturas perturban el campo de esfuerzos local en la vecindad del evento principal proporcionando condiciones propicias para generar otras rupturas más pequeñas (Mendoza y Hartzell, 1988; Felzer y Brodsky, 2006; Figueroa Soto *et al.*, 2008) o que las réplicas son efecto de deformaciones secundarias en fallas preexistentes (King *et al.* 1985).

Las réplicas han sido consideradas como evidencia de procesos de relajación de esfuerzos asumiendo que dicha relajación ocurre en un proceso sometido a un esfuerzo constante (Vinogradov, 2008). También Katok (1967) y Riznichenko (1985) consideran que las secuencias de réplicas son una clara evidencia del proceso físico de relajación de esfuerzos que se sobreviene posteriormente a un evento principal. Muchos estudios sugieren que las secuencias de réplicas son desencadenadas a partir de cambios en los esfuerzos estáticos, lo que implica una fuerte limitación, ya que el esfuerzo dinámico

puede jugar un papel importante en el proceso de réplicas (Vinogradov, 2008; Felzer y Brodsky, 2006)

Wiemer y Katsumata (1999), consideran que las réplicas son disipadas debido a un cambio en los campos transitorio y estático de esfuerzo lo que implicaría un esfuerzo dinámico. Shcherbakov *et al.* (2005) consideran que las réplicas ocurren después de un tiempo a partir del evento principal y pueden continuar por días, meses o incluso años (Nava, 1987; Utsu *et al.*, 1995).

Considerando al proceso de réplicas como una relajación dinámica, se han realizado estudios de energía liberada por las réplicas mediante la magnitud de las mismas (Vinogradov, 2008) obteniéndose funciones para analizar la variación de la energía de réplicas como una función de la distancia de aparición medida desde el evento principal, esto principalmente para indagar sus implicaciones en el proceso de relajación. Vinogradov (2008) también indaga que los procesos de relajación pueden ser el reflejo del flujo de energía, lo que implica un esfuerzo no constante. Por otro lado y como un primer intento de interpretación de la física del proceso de réplicas, Miller (2009) desarrolla un proceso no lineal de difusión asociado con la liberación co-sísmica de fluidos a altas presiones y a profundidad, con el fin de explicar el proceso de réplicas, ya que el decaimiento marcado por la ley de Utsu-Omori, aun no tiene una explicación mecánica.

La distribución espacial de las réplicas podría reflejar una continuación del deslizamiento en las regiones internas de máximo desplazamiento co-sísmico o la activación de fallas contiguas dentro del volumen que encierra al evento principal (Mendoza y Hartzell, 1988). También se considera que el área de réplicas está relacionada con el área de ruptura (Chatain *et al.*, 1983) y Goltz (1998) considera que las réplicas corresponden a un diferente estado en el ciclo sísmico o a otra “fase” o “estado” de sismicidad, dicho “estado” estaría relacionado con el campo de energía disipada en la corteza durante el proceso de réplicas que puede medirse cualitativamente con la densidad espacial de epicentros.

Para algunos análisis, como el análisis estadístico de réplicas o de riesgo sísmico, es necesario hacer una distinción entre los sismos dependientes (como enjambres sísmicos

o réplicas) y los eventos independientes o por otro lado hacer una extracción de réplicas del catálogo.

Para reconocer réplicas de un catálogo sísmico se recurre a diferentes métodos físico - estadísticos, dentro de los cuáles podemos mencionar el análisis de número acumulado de sismos contra el tiempo (Wyss, 1986); el algoritmo ETAS (Epidemic Type Aftershock Sequence) propuesto y desarrollado por Ogata (Ogata, 1988, Ogata y Zhuang, 2006, Ogata, 1998) que describe las secuencias de réplicas como la mezcla de dos componentes: uno es el evento de fondo y el otro es el evento desencadenado por el primero, esto con el fin de determinar la actividad sísmica normal en la región de interés (sismicidad umbral o de fondo); también se han investigado los cambios en el patrón de réplicas usando una distribución de probabilidad Poisson (curso GFZ, 2008) así como un modelo para el área de aparición de las réplicas (Kagan, 2002) donde se propone que las réplicas ocurren preferencialmente en un área circular máxima definida por:

$$r = 20 \times 10^{\frac{m-6}{2}}, \quad (1.1)$$

donde  $m$  es la magnitud de momento del evento principal y  $r$  está dado en kilómetros. Sin embargo en muchos de los análisis de extracción de réplicas aún queda indeterminado cuáles de los eventos dentro del área seleccionada corresponden a la secuencia de réplicas y cuáles a la sismicidad umbral (curso GFZ, 2008).

Dado que el proceso físico generador de sismos (y por lo tanto de réplicas) no es bien conocido, Shcherbakov *et al.* (2005) consideran que las réplicas son el reflejo de una liberación de esfuerzos a nivel regional que se acumularon antes y durante el evento principal. Esta concentración del campo de esfuerzos durante todas las etapas del proceso sísmico es sin duda muy compleja y sería el resultado del vencimiento de “barreras” que contribuirían a la generación de réplicas en la vecindad de la ruptura del evento principal (Scholz, 2002). También se considera que las réplicas son consecuencia de subsecuentes deslizamientos en posibles asperezas de una superficie de falla, dicha aspereza estaría obstruyendo el avance del deslizamiento sobre el plano de falla, en este caso la actividad de réplicas estaría confinada al interior de una zona de ruptura principal. Por otro lado, las réplicas posiblemente son causadas por una coalescencia catastrófica de fracturas cercanas pequeñas, que están en la vecindad de la

superficie de fractura del evento principal, por lo que la actividad de réplicas se circunscribiría a la frontera exterior de la zona de ruptura del evento principal (Yamashita y Knopoff, 1987) en intervalos de tiempo relativamente cortos (Utsu, 1970).

A pesar de la variabilidad estadística de las secuencias de réplicas, se observa que su comportamiento satisface las relaciones empírico-estadísticas clásicas como la ley de Gutenberg-Richter/Ishimoto-Ida (Gutenberg y Richter, 1944; Ishimoto e Iida, 1939) y la ley de Omori- Utsu (Utsu *et al.*, 1995, Utsu, 1961). Por otro lado, usando procesos tipo Poisson así como distribuciones de probabilidad exponencial y normal, se ha intentado modelar el comportamiento de la sismicidad, estas herramientas se comenta a continuación.

## 1.2 *Procesos tipo Poisson.*

La teoría matemática más usada para analizar procesos de punto en sismología esta en términos de la distribución de frecuencias uni-dimensional. El modelo más simple para una serie de tiempo aleatoria para la cual existe una pequeña probabilidad de ocurrencia individual, es el proceso de Poisson que se describe a continuación.

### 1.2.1 *La Distribución y el Proceso de Poisson*

Para eventos aleatorios que siguen una distribución de Poisson en el tiempo, los intervalos de recurrencia entre eventos sucesivos ( $t_2 - t_1, t_3 - t_2, \dots$ ) son independientes y exponencialmente distribuidos como variables aleatorias con una función de distribución acumulativa:

$$F(t) = 1 - e^{-\lambda t}, \quad (1.2)$$

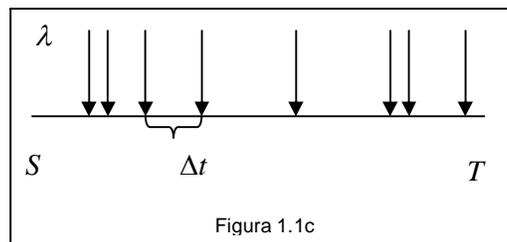
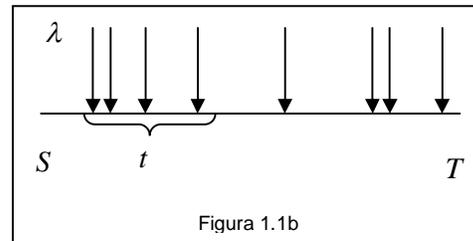
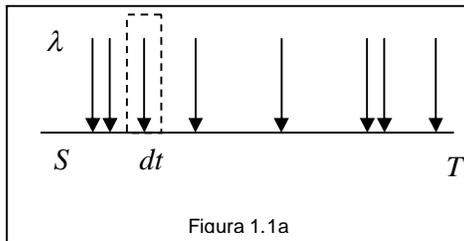
donde  $\lambda$  es el número promedio de eventos por unidad de tiempo (tasa promedio). Una propiedad del proceso de Poisson es su aditividad. Esto es porque la suma de  $n$  procesos independientes de Poisson con tasas  $\lambda_i$  es otro proceso de Poisson con

parámetro  $\lambda_s = \sum_{i=1}^n \lambda_i$  (Parsen, 1962).

El proceso de Poisson no estacionario ( $\lambda_i = \lambda_i(t)$ ) se define en un intervalo de tiempo  $(S, T)$ , donde en un subintervalo diferencial  $dt$  sólo podrá ocurrir un arribo y tendría una probabilidad (denotada por:  $\lambda dt$ ) independiente de arribos fuera del sub intervalo (Fig. 1.1a).

El número de eventos  $n(t)$  en un intervalo de tiempo finito de longitud  $t$  obedece la distribución de Poisson  $P\{n(t) = N\} = \frac{(\lambda t)^n}{n!} e^{-\lambda t}$  (Fig. 1.1b).

También los tiempos interevento son independientes y obedecen la distribución exponencial  $P\{T_{\text{int\_arr}} > t\} = e^{-\lambda \cdot \Delta t}$  (Fig. 1.1c)



**Fig. 1.1.** Ejemplificación del proceso tipo Poisson. **a)** Proceso definido en el intervalo  $(S, T)$  en el cuál solo puede ocurrir un arribo en un diferencial de tiempo  $dt$ . **b)** En un intervalo de longitud  $t$  el número de eventos sigue una distribución de Poisson. **c)** La distribución de tiempos interevento obedecen una distribución exponencial.

Para utilizar modelos probabilísticos usando una distribución de Poisson, es necesario considerar los axiomas que forman la base de dicho proceso y que en el caso de una serie de tiempo de arribos de réplicas tendríamos:

1. No hay una relación causal entre los sismos en una serie de tiempo  $n(t)$ .

2. La probabilidad de ocurrencia de un sismo en un intervalo de tiempo dado es mayor a cero y es igual al producto de la tasa de ocurrencia de sismos y la duración del intervalo de tiempo ( $\lambda dt$ )
3. No es posible que los sismos ocurran simultáneamente.
4. La distribución de sismos es estacionaria con respecto del tiempo.

Usando procesos tipo Poisson, se han estudiado patrones de series de tiempo de sismos con el objetivo de descubrir procesos causales. En particular se considera que el análisis de sismos como un fenómeno causado por algún proceso físico está marcado con incertidumbres debido a relaciones que pueden contener conexiones causales o correlaciones falsas causadas por dependencias estadísticas internas dentro del sismo considerado.

### 1.3 Revisión de los modelos estadísticos en Sismología.

Inouye (1937) sugirió que todos los sismos ocurren independientemente unos de otros y que los patrones de series de tiempo pueden descomponerse en distribuciones consecutivas de Poisson con diferentes tasas de ocurrencia  $\lambda$ .

Lomnitz (1966), Lomnitz y Nava (1983), y Utsu (1972) asumen que no hay interacción entre los tiempos de ocurrencia de réplicas, es decir, el tiempo de ocurrencia entre un evento  $t_i$  y el consecutivo  $t_{i+1}$  son independientes. Esta condición implicaría que podemos tratar la secuencia de tiempo de réplicas como un proceso de Poisson no estacionario.

Vere-Jones (1975) sugirió que esta condición de independencia es debida principalmente al análisis de Jeffreys (1938), en el cuál el número diario de réplicas del sismo de Tango de 1927 ( $M_s = 7.6$ ) fueron usados para probar la estadística  $\chi^2$  (chi-cuadrada) y estabilizar la independencia de números de ocurrencia; un resultado similar fue obtenido por Lomnitz y Hax (1966). Por otro lado Ogata (1988) argumenta que estos análisis no estabilizan realmente la independencia de los tiempos de ocurrencia de réplicas. Por otro lado Utsu (1970) analiza las llamadas *réplicas secundarias*, o réplicas de una réplica, las cuáles no están explicadas por tales modelos de dependencia, efecto

que utilizó Ogata (Ogata, 1988, Ogata y Zhuang, 2006, Ogata, 1998) para formular el modelo ETAS (Epidemic Type Aftershock Sequences) que describe los enjambres de réplicas y consiste en dos componentes: el primero está constituido por los eventos de fondo (eventos independientes) y el segundo por eventos desencadenados (eventos dependientes) por alguno de los anteriores.

Para el sismo de Tango, Ogata (1983) encontró al menos dos secuencias de réplicas secundarias. Estos análisis sugieren que existe una interdependencia entre las réplicas, que han sido investigadas con métodos estadísticos por Utsu (1970).

### 1.3.1 Ley de Gutenberg-Richter/Ishimoto-Ida

La estadística de frecuencia-magnitud para sismos está dada por la relación propuesta por Ishimoto e Ida (1939) así como por Gutenberg y Richter (1944, 1954) mediante:

$$\log N(\geq m) = a - bm, \quad (1.3)$$

donde  $N(\geq m)$  es el número acumulado de eventos en una región y ventana de tiempo específicos, con magnitudes mayores o iguales a  $m$ . La constante  $b$  o “valor  $b$ ” varía de región en región ( e.g. Kossobokov y Keilis-Borok, 2000), es considerada como una medida del esfuerzo promedio en la región considerada (Wiemer y Wyss, 2002) y se ha observado en el laboratorio que tiene una fuerte relación con el esfuerzo en el volumen a considerar (Scholz, 1968). Existe una relación inversa entre el valor  $b$  y el nivel de esfuerzo, dado que un menor valor de  $b$  implica una menor pendiente en la relación Gutenberg-Richter, que a su vez estaría relacionado con un número mayor de eventos de magnitudes grandes con relación a la cantidad de eventos menores, esto implica una concentración de esfuerzos mayor en la zona; de la misma forma valores  $b$  grandes implican una concentración de esfuerzo menor (e.g. Zúñiga y Wyss, 2001; Wiemer y Wyss 1997; Wiemer y Wyss, 2002).

El valor  $a$  es una medida del nivel de sismicidad regional o productividad sísmica (Kossobokov y Keilis-Borok, 2000), matemáticamente expresa el logaritmo del número de sismos con magnitudes mayor a cero, es decir, el total esperado de eventos en la región si se extrapola la relación hasta las magnitudes más pequeñas.

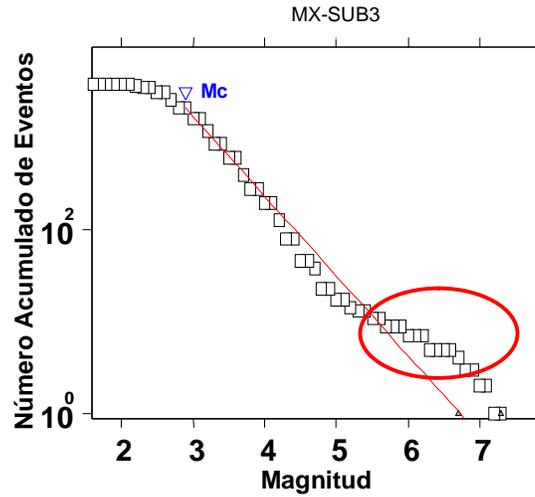
La validez de esta relación está relacionada con un escalamiento fractal entre el número de sismos mayor a determinada magnitud y las áreas de ruptura de los mismos determinada a través de la magnitud de momento sísmico. Si esto es así, la ley de escalamiento Gutenberg-Richter está relacionada mediante una ley de potencias con el área de ruptura (Turcotte, 1997; Shcherbakov *et al.*, 2005) de la forma expresada por la ecuación:

$$N(\geq A) \propto A^{-\frac{D_r}{2}}, \quad (1.4)$$

donde  $N(\geq A)$  es el número de eventos con área de ruptura mayor o igual a  $A$  y  $D_r$  es la dimensión fractal expresada por  $D_r = 2b$  para sismos de magnitud intermedia, o como  $D_r = b$  para eventos grandes (Legrand, 2002). El parámetro  $b$  generalmente se encuentra cercano a 1 (e.g. Zúñiga y Wyss 2001) y puede pensarse como una forma de cuantificar el “tamaño” promedio de las rupturas, al ser una ley de potencias para las magnitudes y por lo tanto para el área de ruptura promedio.

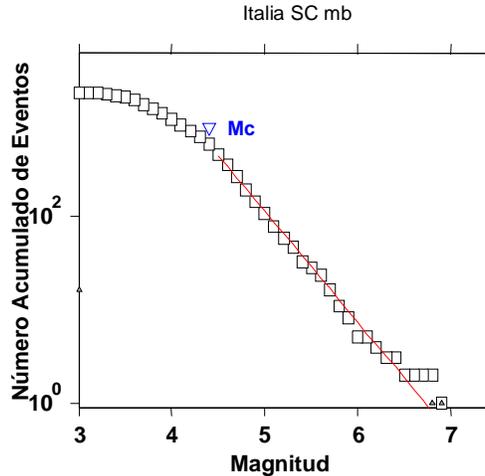
Se han propuesto dos modelos principales para explicar las distribuciones de frecuencia-magnitud. El primer modelo (e.g. Aki, 1982; Wesnousky, 1994; Zúñiga *et al.*, 2009) considera que algunas fallas tiene asociada una ocurrencia preferencial de eventos de ciertas dimensiones (Fig. 1.2) y el segundo (e.g. Kagan, 1993; Wesnousky, 1994; Turcotte, 1997), que hay una distribución en ley de potencias de la relación frecuencia-magnitud (Ecuación 1.3, Fig. 1.3). De esta forma en el primer escenario algunas fallas tiene sismos de recurrencia característicos, esto es, que la relación Gutenberg-Richter no se cumple en todo el rango de magnitudes rompiendo con la auto similaridad para las magnitudes consideradas. Un ejemplo claro para el primer modelo es la zona sismogénica correspondiente a la subducción de la placa de cocos en la costa del estado de Oaxaca (SUB3 de acuerdo a la regionalización de Zúñiga *et al.*, 2009; Fig. 1.2), donde la auto similaridad (línea recta de la relación Gutenberg-Richter) no se cumple al tener pocos eventos entre las magnitudes  $5.5 \leq M \leq 6.5$ , lo que implicaría un área con preferencia a ciertas rupturas sobre otras. Por otro lado otras observaciones favorecen el segundo modelo (e.g. Turcotte, 1997) donde la universalidad de la relación Gutenberg-Richter implica un comportamiento fractal de sismicidad (como en la Fig.

1.3) y puede ser asociado con un comportamiento caótico y de auto organización crítica (Kossobokov y Keilis-Borok, 2000) fenómeno discutido mas adelante.



Valor  $b = 0.87 \pm 0.05$ , Valor  $a = 5.84$ , valor  $a$  (anual) = 4.55  
Magnitud de Completitud =  $2.9 \pm 0.1$

**Fig. 1.2.** Relación Gutenberg-Richter para la región SUB3, zona de transición en la convergencia de las placas Cocos y Norte América, profundidades de 0 a 40Km. Se observa la desviación de la auto similitud para eventos de magnitudes desde 5.5 a 6.5 (círculo en rojo), lo que nos indicaría áreas de con preferencia a la ruptura como el primer modelo. Modificado de Zúñiga *et al.* (2009).

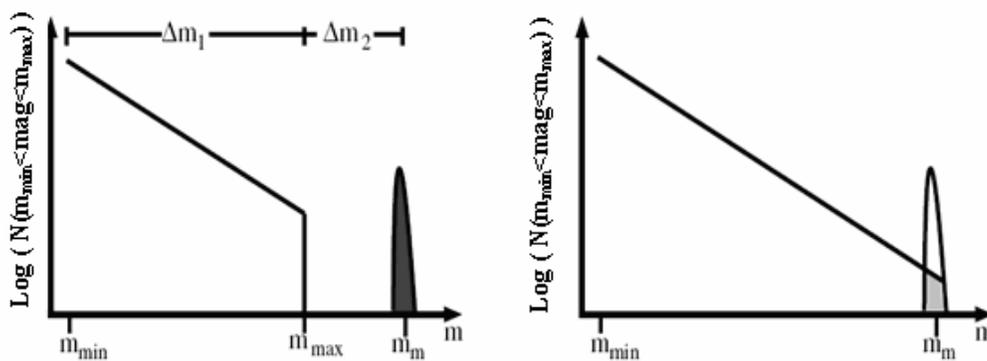


Valor  $b = 1.2 \pm 0.08$ , valor  $b = 8.04$ , valor  $a$  (anual) = 6.41  
Magnitud de Completitud =  $4.4 \pm 0.08$

**Fig. 1.3.** Análisis de la relación Gutenberg-Richter para el catálogo de Italia (magnitudes mb, obtenido del Catalogo Internacional de Sismicidad). La pendiente de la recta GR muestra un ajuste que indica una auto similitud tal como lo propone el segundo modelo.

Recientemente Zöller *et al.* (2008) propone un modelo renovado para sismicidad que se fundamenta en la idea de que los eventos de magnitud mayor están relacionados al umbral dinámico del proceso de generación de sismos (sismos característicos) y los de

menor magnitud estarían relacionados a un proceso estocástico. De esta forma este modelo usa un escalamiento marcado por la relación Gutenberg-Richter para los sismos de magnitudes que van de intermedia a baja ( $m_{\min} < mag < m_{\max}$  en la figura 1.3.1) y el régimen de eventos de magnitudes grandes (sismos característicos, ejemplificados como  $m_m$  en la figura 1.3.1) se ajusta a la estadística haciendo una extrapolación de la recta de escalamiento (ley de Gutenberg-Richter). En la figura 1.3.1 se muestra el régimen que está bien representado por la ley de Gutenberg-Richter y el régimen que corresponde al umbral dinámico (sismos característicos).



**Fig. 1.3.1.** Modelo de Zöller (2008) para los dos modelos de frecuencia magnitud para sismos. Se muestra también la extrapolación de la recta de la ley de Gutenberg-Richter hacia mayores magnitudes.

Zöller *et al.* (2008) también simula el umbral dinámico relacionado a sismos característicos como un sistema físico tal como podrían ser las interacciones con fallas vecinas o procesos a sísmicos.

### 1.3.2 Ley de Omori-Utsu (Ley modificada de Omori)

En 1894, Omori observó que el número de réplicas del sismo de Nobi de 1891 en Japón ( $M=8.4$ ) decreció con el tiempo. Posteriores investigaciones experimentales en fracturas de rocas por Utsu (1957) y Utsu *et al.*, (1995) dieron lugar a una expresión general para el número de réplicas ocurriendo en un intervalo de tiempo unitario (Utsu, 1961) dada por:

$$n(t) = \frac{K}{(t+c)^p}, \quad (1.5)$$

donde  $n(t)$  denota la frecuencia de réplicas por unidad de tiempo que decrece con una tasa en ley de potencias,  $t$  es el tiempo después del evento principal,  $K$  depende del límite inferior de magnitudes de las réplicas consideradas en  $n(t)$ .  $p$  y  $c$  son constantes independientes de esta elección del límite inferior en la magnitud. La relación (1.5) es conocida como la ley modificada de Omori, o relación Omori-Utsu (Utsu et. al., 1995; Utsu, 1961) e implica una propiedad de escalamiento entre el evento principal y sus posteriores réplicas (Ogata, 1988). El valor  $p$  es la tasa de decaimiento de las réplicas para el que relativamente bajos valores, implica un decaimiento lento de réplicas y viceversa (Wiemer y Katsumara, 1999). Wang y Wang (1983) analizaron secuencias de réplicas y consideraron que valores bajos de  $p$  son los correspondientes a  $p \in (0.56, 0.99)$ , por otro lado, Mogi (1967) habla de valores altos para  $p \geq 1.3$ . Cabe mencionar que el parámetro  $p$  depende de las condiciones tectónicas, de la magnitud del sismo y de la temperatura cortical (Utsu *et al.*, 1995; Mogi, 1967).

Los valores  $K$ ,  $c$  y  $p$  se obtienen a partir de una gráfica *log-log* de la frecuencia de ocurrencia  $n(t)$  contra el lapso de tiempo desde el evento principal (Ogata, 1988), los cuáles varían espacialmente y son considerados como un reflejo de algún efecto dinámico (Utsu, 1969).

Ogata (1988) propuso un método de probabilidad máxima para estimar los parámetros de la ley modificada de Omori partiendo del tiempo origen de la ocurrencia de réplicas asumiendo un proceso de Poisson no estacionario con una tasa de decaimiento  $\lambda_\theta(t) = n(t)$  expresada en (1.5), lo cual lleva a una función logarítmica de probabilidad:

$$\ln L(\theta) = \sum_{i=1}^N \ln \lambda_\theta(t_i) - \int_S^T \lambda_\theta(t) dt, \quad (1.6)$$

donde  $\{t_i\}_{i=1,2,\dots,N}$  son los tiempos de ocurrencia de eventos en un intervalo de tiempo  $[S, T]$  y  $\theta$  es una función que depende de los parámetros:  $(K, c, p)$ . De aquí Ogata (1988) obtuvo el máximo de la ecuación 1.6 respecto a  $\theta$  para obtener la máxima probabilidad estimada de  $\theta = (K, c, p)$  y obtener los parámetros  $(K, c, p)$  simultáneamente.

Para analizar el comportamiento de las réplicas Ogata (1988) analizó secuencias de réplicas ínter placa e intraplaca, usando una gráfica del número acumulado de sismos *versus* el logaritmo del tiempo de ocurrencia de cada réplica, por ejemplo, para el sismo de Nobi ( $M=8.4$ , 1891, intraplaca), Ogata graficó el numero acumulado de sismos versus el logaritmo del lapso de tiempo transformado (Ecuación 1.7). Consideró 56 réplicas del catálogo compilado por la Agencia Meteorológica de Japón (JMA por sus siglas en inglés). Esta ecuación pretende definir un tiempo  $\tau$  mediante la integración de la ley de Omori-Utsu (1.5) sobre el tiempo de la duración de réplicas.

$$\tau = \int_0^t \lambda(t) dt = \int_0^t \frac{K}{(t+c)} dt = K \ln \frac{(t+c)}{c} \quad (1.7)$$

Usando esta relación, Ogata (1988) realiza un análisis de detección de sismicidad de fondo o sismicidad umbral y a partir de esto deduce que la actividad sísmica de fondo es generada por un proceso estacionario de Poisson con una tasa de sismicidad constante.

#### 1.4 Definición de Sismicidad de Fondo o nivel de Sismicidad umbral.

Las tasas de ocurrencia de sismos ( $\lambda(t)$ ) no son constantes en el tiempo, como es posible observar durante el proceso de réplicas. El comportamiento temporal de la tasa de sismicidad de fondo es un tema interesante ya que por medio de este fenómeno, es posible indagar las relaciones entre los niveles de esfuerzo en la corteza (King *et al.* 1994). Tsukakoshi y Shimazaki (2006) definen el término “*evento de fondo*” como *un sismo que no fue desencadenado por eventos previos*. Un cambio en la sismicidad de fondo indica, por lo tanto, el área y el tiempo de posibles cambios en el nivel de esfuerzo en la corteza de la tierra. También la sismicidad de fondo ha sido considerada como el nivel final de decaimiento del proceso de réplicas (Lomnitz, 1982; Lomnitz, *et al.*, 1983; Ogata, 1988)

En la corteza superior muchos estudios previos reportan enjambres de sismos y la dificultad inherente para removerlos de los catálogos, indicando que eventos

desencadenados pueden ser tratados propiamente en un análisis de variación en la tasa de sismicidad de fondo.

*1.4.1 Definición de Tasa de sismicidad de fondo* (Tsukakoshi y Shimazaki, 2006).

Ya que un catálogo sísmico es una mezcla de eventos de fondo y réplicas, para evaluar solo la tasa de sismicidad de fondo han sido adoptados procesos de punto espacio-temporal auto-excitado (e.g., Ogata, 1998; Musmeci y Vere-Jones, 1992; Rathbum, 1993). Este tipo de procesos está descrito por la siguiente función de intensidad:

$$\lambda(x, y, t) = \mu(x, y, t) + v(x, y, t) \quad (1.8)$$

$$v(x, y, t) = \sum_{t_i < t} f(x - x_i, y - y_i, t - t_i | M_i), \quad (1.9)$$

donde la función  $\mu(x, y, t)$  representa la intensidad (o tasa total de sismicidad) de la sismicidad de fondo en el área de estudio considerada; la función  $v(x, y, t)$  representa la tasa de sismicidad relacionada a la actividad de réplicas, para la cuál se ha considerado que la intensidad de la sismicidad de fondo es independiente de la actividad sísmica previa. Las constantes  $x_i$ ,  $y_i$  y  $t_i$  denotan las coordenadas del epicentro y el tiempo origen del  $i$ -ésimo evento. Podemos observar que la función 1.8 (denotada por  $\lambda(x, y, t)$ ) depende de la sismicidad previa y es una función de los epicentros de los eventos previos.

Para buscar las anomalías en la actividad de fondo, Tsukakoshi (2006) analizó una función  $\mu$  para la ecuación descrita en 1.8 y logró identificar anomalías en la tasa de sismicidad así como cierto nivel de quietud sísmica previa a un sismo.

#### *1.4.2 Quietud Sísmica.*

Para analizar la probabilidad de ocurrencia de un sismo Ogata (1988) analiza el concepto de la quietud sísmica donde se considera empíricamente que:

1. Algún tiempo después del evento principal y de sus réplicas, la sismicidad de fondo supera la actividad de réplicas.
2. Antes del evento principal se espera una quietud sísmica (decremento de la tasa de sismicidad) y premonitores en la región focal (Mogui, 1968b).
3. No es fácil discriminar los posibles premonitores antes del evento ya que son menos numerosos que las réplicas.

Con estas consideraciones, Wiemer y Wyss (1994) encontraron una quietud sísmica antes del sismo de Landers en un área de  $100 \text{ Km}^2$  y propusieron que la quietud sísmica precursora podría mejorar la estimación dependiente del tiempo para el cálculo del riesgo sísmico, sin embargo, en general la determinación de quietud sísmica es de difícil reconocimiento.

Habermann y Wyss (1984) desarrollaron una prueba estadística para detectar quietud sísmica donde previamente fueron removidas las réplicas para diferenciar entre una tasa de sismicidad normal y tasas anómalas de sismicidad, tomando en cuenta los efectos de operación de la red. Lomnitz y Nava (1983) definieron la quietud sísmica solo como una consecuencia del decaimiento en la actividad de réplicas sin embargo hay algunos reportes (Ogata, 1988) que discuten la presencia de quietud sísmica con observaciones cuantitativas de frecuencias de sismos.

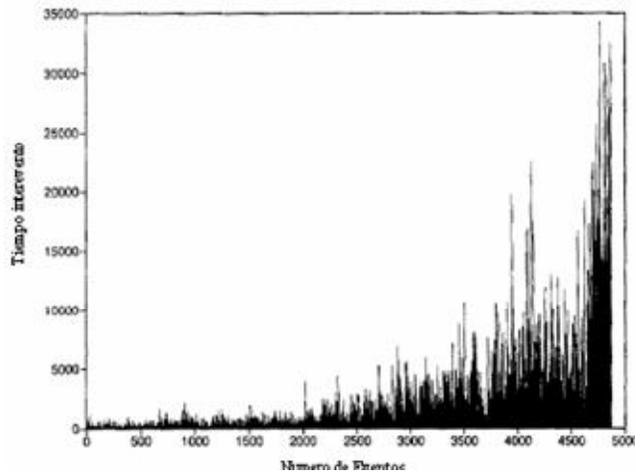
El reconocimiento del nivel de la sismicidad de fondo (o sismicidad umbral) y de la quietud sísmica también puede ser importante para estudiar el proceso de generación de réplicas así como del cese de las mismas. Un estudio llevado a cabo por Molchan (2005) sugiere utilizar distribuciones de probabilidad para tiempos interevento de secuencias de réplicas para analizar el decaimiento de las mismas así como sus propiedades fractales.

### *1.5 Propiedades fractales de las réplicas*

Teóricamente el valor  $b$  de la relación Gutenberg-Richter se ha relacionado con la dimensión fractal de la distribución del tamaño de fractura respecto a la distribución del número de sismos (Aki, 1981), de la misma forma la ley de Omori-Utsu implica una

propiedad de escalamiento entre el evento principal y sus posteriores réplicas (Ogata, 1988). Se han investigado las propiedades fractales de secuencias de réplicas de manera independiente, tanto para los hipocentros  $(x_i, y_i, z_i)$  como temporalmente (mediante el conjunto de tiempo origen  $t_i$  para las réplicas), esto se debe principalmente a que un análisis tetra-dimensional  $(x_i, y_i, z_i, t_i)$  no es factible de realizar (Goltz, 2008).

Las distribuciones temporales de réplicas se han estudiado utilizando análisis de tiempos interevento (número acumulado de evento vs. tiempo interevento) mostrando una gráfica con forma de ley de Omori inversa (Godano y Caruso, 1995) (Fig. 1.4).



**Fig. 1.4.** Tiempos interevento para las réplicas del sismo de Hyogo-ken Nanbu. (Tomado de Goltz, 2008)

Usando herramientas estadísticas como teoría fractal, histogramas y análisis espectral, Lee *et al.* (2006) analizaron la secuencia de réplicas para el sismo de Chi-Chi (Taiwan), encontrando, al menos para este evento, características *multifractales* que pueden ser interpretadas como cascadas multiplicativas de procesos de esfuerzo en la corteza de la tierra. En esta misma línea, Vinogradov (2008) encuentra al menos dos regímenes en series de tiempo para secuencias de réplicas, uno que denomina altamente correlacionado y el no correlacionado lo cual es congruente con la ocurrencia de dos tipos de eventos, las réplicas y los eventos de fondo.

## 1.6 Trabajos previos sobre análisis de tiempo interevento.

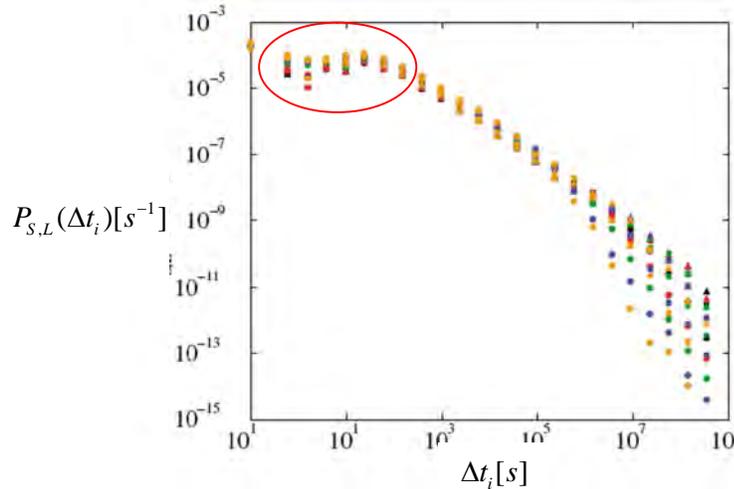
### 1.6.1 Distribución de tiempos interevento.

El tiempo interevento definido por  $\Delta t_i = t_i - t_{i-1}$  es calculado a partir de los tiempos de ocurrencia  $t_i$  de los sismos y para el caso específico de estudio, de las réplicas. Normalmente es normalizado a la tasa total de sismos  $\lambda = N/T$ , donde  $T$  es el tiempo de duración del catálogo en estudio (Hainzl *et al.*, 2006).

Bak (2002) propone que la distribución de tiempos interevento que ocurrieron en una zona que denominó “California” obedecen una ley simple válida desde cientos de segundos a decenas de años, de forma que no habría forma de distinguir entre eventos principales, réplicas o premonitores. Dicha ley unificada depende críticamente del valor  $b$ , de la relación Gutenberg-Richter (Ecuación 1.3), del valor  $p$  de la ley de Omori (Ecuación 1.5) y de la dimensión fractal  $d_f$ , de esta forma la distribución para el tiempo interevento está denotada por:

$$P_{S,L}(\Delta t_i), \quad (1.10)$$

donde  $m = \log(S)$  es la magnitud y  $L^2$  es el área de subdivisión del área de estudio. Es posible graficar esta distribución variando  $S$  y  $L$  (rango) o fijando  $L$  y variando  $S$  (o la magnitud  $m$ ) que muestra un régimen lineal seguido por un rápido decaimiento exponencial indicando una distribución en ley de potencias como se muestra en la figura 1.5.

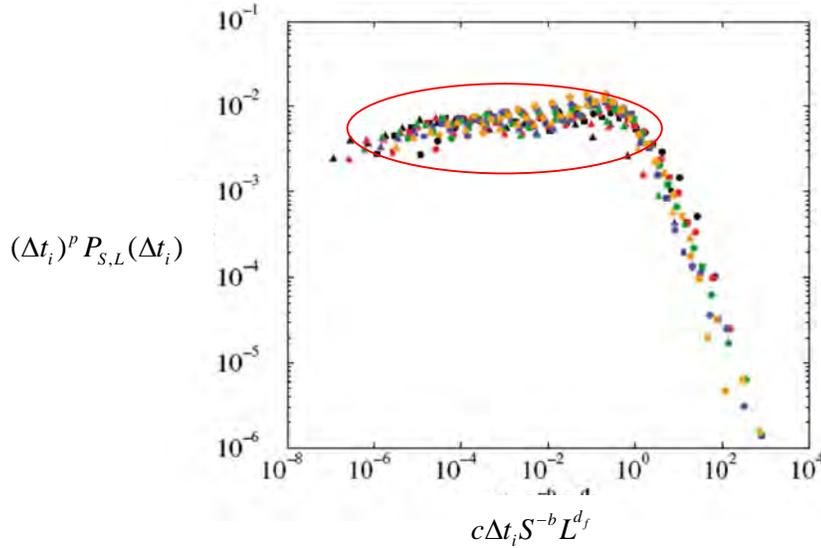


**Fig. 1.5.** La distribución  $P_{S,L}(\Delta t_i)$  de tiempo interevento con magnitudes  $m$  mayores que  $\log(S)$ . Magnitudes mayores a 2(círculos), 3(cuadrados) y 4(triángulos), y para diferentes valores  $L$  (0.25° negro, 0.5° rojo, 1° verde, 2° azul y 4° naranja). Modificado de Bak *et al.*, (2002).

Este análisis pretende mostrar que existe un colapso en la gráfica (por colapso nos referimos a la desviación del gráfico, independientemente de la magnitud, lo cuál ocurre para  $\Delta t_i [s] \approx 10^1$ , círculo en color rojo) lo que demuestra que no hay un mecanismo de relajación para réplicas. (Bak, 1996; Bak *et. al.*, 2002). Este análisis se refiere a la tendencia espontánea de un sistema a “escoger” un punto crítico o un estado crítico (Solé y Manrubia, 2001) y aplicando este escalamiento a eventos “independientes” se pretende mostrar un mismo proceso simple para todo tipo de eventos. Dicho colapso indicaría que habría un límite para el tiempo interevento (Bak *et. al.*, 2002) e implica que la distribución de los tiempos interevento se comporta como un proceso Críticamente Auto Organizado (*SOC* en inglés).

La hipótesis de la Auto Organización Crítica intenta unir los diversos fenómenos complejos observados en la naturaleza en una ley física simple (gobernada por una ley de potencias) y es una teoría acerca de las interacciones internas de un sistema dependiente de gran cantidad de variables (Bak *et. al.*, 2002).

Bak *et. al.* (2002) hacen un re-escalamiento utilizando una parametrización en la función mostrada en la figura 1.5, que estaría dada por:  $x = \Delta t_i S^{-b} L^{d_f}$ ,  $y = (\Delta t_i)^{-p} P_{S,L}(\Delta t_i)$  para identificar el colapso en los datos (Fig. 1.6) a lo que definen como la ley unificada para sismos.



**Fig. 1.6.** Ley unificada para sismos. Los mismos datos de la figura 1.3 usando la parametrización  $x = \Delta t_i S^{-b} L^{d_f}$ ,  $y = (\Delta t_i)^{-p} P_{S,L}(\Delta t_i)$ , utilizando los valores  $p = 1$ ,  $d_f = 1.2$ ,  $c = 10^{-4}$  y  $b = 1$ . El círculo en rojo indica el colapso descrito por Bak. Modificado Bak *et al.*, (2002).

Bak *et al.* (2002) asocian el proceso de actividad sísmica con un proceso asociado a cambios en la dinámica de fractura en segmentos de las fallas.

Sin embargo, el área de estudio escogida por Bak y colaboradores en su análisis, aún cuando la denominan “California”, engloba diferentes regímenes tectónicos como fallas transformantes, zonas de divergencia e incluso un segmento de subducción, lo cual puede ser el motivo de que se observara un solo tipo de relajación.

Molchan (2005), por otra parte, propone un análisis para la función de densidad de probabilidad para los tiempos interevento  $p_{\Delta t_i}(t)$  para eventos consecutivos en un proceso estacionario, motivado principalmente por los resultados obtenidos por Bak *et al.* (2002) y Corral (2003a), obteniendo que la ley de unificación para sismos no puede existir simultáneamente en una misma área sismogénica y la distribución de tiempos interevento debe de ser una distribución exponencial. Otra contribución importante de Molchan es que la población de distribuciones de tiempos interevento provee información sobre la naturaleza multifractal de la sismicidad.

### 1.6.2 *Estimando la sismicidad de fondo*

Como se ha discutido, se ha intentado estimar la sismicidad de fondo usando las funciones de densidad de probabilidad por medio de simulaciones con tasas de sismicidad con distribución de probabilidad tipo Poisson (e.g. Ogata, 1988) e incorporando la actividad de réplicas por medio de la ley de Omori-Utsu (Ecuación 1.5). Lo anterior fue logrado ajustando la forma de la distribución usando la función gamma ( $\Gamma$ ) y simulaciones estocásticas (Hainzl *et al.*, 2005), estudio que dio pauta para definir que la distribución de tiempos interevento está definida por la suma de dos procesos, la ley de Omori-Utsu para las réplicas y por la actividad de fondo con distribución de probabilidad tipo Poisson, esto para cada zona en particular y por lo tanto no sería adecuada una ley de escalamiento universal como lo propone Bak *et al.* (2002).

Saichev y Sornete (2006) demuestran, usando los argumentos de Molchan (2005) y el modelo ETAS (Ogata, 1988), que las llamadas leyes de escalamiento universal de tiempos interevento (que usan las funciones de densidad de probabilidad) no revelan mas información que las ya descritas por las leyes de Gutenberg-Ritcher y Omori-Utsu (Ecuaciones 1.3 y 1.5). Sin embargo consideran que la estadística empírica de tiempos interevento es resultado de procesos sutiles más que de leyes de escalamiento asintóticas.

Es por esto que es necesario utilizar una generalización a funciones de densidad de probabilidad condicional y estadística de orden superior o en su caso el empleo de la teoría no lineal (Saichev y Sornete, 2006).

### 1.7 *Sistemas Complejos como Teoría no Lineal.*

El término “Caos Determinista” representa una irregular e impredecible evolución en el tiempo de muchos sistemas dinámicos, caracterizados por un acoplamiento no lineal entre las variables que lo conforman (Ivancevic e Ivancevic, 2008) a pesar de esto, muchos modelos y métodos de análisis están basados en dos “dogmas” científicos:

- 1.- Los sistemas naturales tienen memoria a corto plazo, los efectos de perturbaciones aleatorias de determinada duración  $\tau$  están correlacionados con una función exponencial  $e^{-t/\tau}$  (al considerar un proceso aleatorio tipo Poisson)
- 2.- Perturbaciones aleatorias pequeñas causan cambios predecibles en el futuro comportamiento del sistema.

Sin embargo en geociencias muchos sistemas presentan correlaciones en un tiempo grande (memoria a largo plazo o persistencia a largo plazo) así como extrema sensibilidad a perturbaciones iniciales. Este efecto es conocido como fenómeno Hurst y es debido a una dinámica no lineal (Goltz, 1998).

### 1.7.1 Exponente de Hurst

Algunas series de tiempo pueden exhibir variedades de estructuras de auto correlación, cuya fuerza, nos da idea acerca de la “memoria” inherente del sistema en análisis. Los exponentes de auto-afinidad para datos de series de tiempo, como es el caso del exponente de Hurst, permiten una caracterización de su comportamiento dinámico; en particular cuantifica la persistencia estadística en una serie de tiempo (Miramontes y Rohani, 2002).

Los sistemas auto-afines unidimensionales, tienen propiedades estadísticas caracterizadas por un exponente. Asumamos una función  $W(t)$  (función de una sola variable), donde  $t$  es el tiempo y  $W$  la variable dependiente, el tiempo interevento para nuestro caso. La auto afinidad está definida a través de la invarianza estadística bajo la transformación:

$$\begin{aligned} x &\rightarrow \lambda x, \\ W &\rightarrow \lambda^H W. \end{aligned} \tag{1.11}$$

donde  $H$  es el exponente de Hurst. Para el caso de superficies auto afines (función de más de una variable) se construye lo que se conoce como grupo afín.

Una forma alternativa para expresar la invarianza de 1.11 es:

$$W(t) \approx \lambda^{-H} W(\lambda t). \quad (1.12)$$

El re escalamiento dictado por las relaciones 1.11 y 1.12 indican que se puede reescalar el tiempo con la finalidad de tener una invarianza estadística, es por esto que una serie de tiempo auto afín, es una serie anisótropa en el tiempo, excepto cuando  $H=1$  que es cuando tenemos una auto-similaridad. (Simonsen *et al.*, 1998).

Un modelo estadístico usado para estimar el exponente de Hurst es el Análisis de Rango Escalado (Hurst, 1951; Pallikari, 1999; Korvin, 1992). Esta metodología estadística es usada para detectar la presencia o ausencia de tendencias en series de tiempo por medio del cálculo del exponente de Hurst.

Consideremos una serie de tiempo definida por:

$$W(t_1), W(t_2), W(t_3), W(t_4), \dots, W(t_i), \dots, W(t_n), \quad (1.13)$$

para la cuál, la media o promedio está expresado por:

$$\bar{W} = \frac{1}{n} \sum_{t_i=t_1}^{t_n} W(t_i),$$

donde  $1 \leq t \leq n$ . La desviación estándar denotada por:

$$s = \left[ \sum_{t_i=t_1}^{t_n} \frac{(W(t_i) - \bar{W})^2}{n} \right]^{1/2}, \quad (1.14)$$

El análisis de Rango Escalado consiste en calcular las desviaciones de la media  $\bar{W}$  de cada uno de los elementos de la serie de tiempo:

$$x_{t_i} = W(t_i) - \bar{W} \quad (1.15)$$

y posteriormente hacer las sumas acumuladas para formar otro vector  $y_i$ :

$$\begin{aligned}
y_1 &= x(t_1) \\
y_2 &= x(t_1) + x(t_2) \\
y_3 &= x(t_1) + x(t_2) + x(t_3) \\
&\dots \\
y_n &= x(t_1) + x(t_2) + x(t_3) + \dots + x(t_n) \\
y_n &= \sum_{t_i=t_1}^{t_n} x(t_i).
\end{aligned}
\tag{1.16}$$

Se define el rango R (Connife, 2000) como:

$$R = \text{Max} \left[ \sum_{t_i=t_1}^{t_n} (W(t_i) - \bar{W}) \right] - \text{Min} \left[ \sum_{t_i=t_1}^{t_n} (W(t_i) - \bar{W}) \right],
\tag{1.17}$$

expresión que se puede escribir como la diferencia entre el máximo y el mínimo de la serie  $y_i$  usando las ecuaciones 1.16:

$$R = \text{Max} \{ y_i \} - \text{Min} \{ y_i \}.
\tag{1.18}$$

Para una muestra de tamaño  $n$ , la estadística de rango escalado (o estadística R/s) (Hurst, 1951; Pallikari, 1999; Korvin, 1992) está descrita por:

$$R/s = \frac{1}{s} \left[ \text{max} \{ y_i \} - \text{min} \{ y_i \} \right].
\tag{1.19}$$

Esta estadística, introducida por Hurst, es útil para cuantificar la variabilidad de una serie de tiempo. Con esta herramienta Hurst pudo comparar varios tipos de fenómenos naturales y encontró que dichos fenómenos seguían la relación empírica:

$$R/s = (kn)^H,
\tag{1.20}$$

donde  $H$  es el llamado exponente de Hurst,  $n$  es el tamaño de la muestra y  $k$  es una constante.

Mediante simulaciones para procesos aleatorios (proceso tipo Poisson o con distribución normal de probabilidad), Hurst reproduce la relación empírica 1.20 para la

que obtiene un valor de  $H = 0.5$  y un valor de  $k = \frac{\pi}{2}$  expresados en la relación 1.21 (Pallikari, 1999):

$$R/s = \left( \frac{\pi}{2} n \right)^{\frac{1}{2}} . \quad (1.21)$$

El exponente de Hurst expresa la tendencia de la diferencial de  $W$  a cambiar de signo, donde  $dW$  se obtiene a partir de la relación 1.12,  $dW = [dW(t)/dt]dt$  (Simonsen *et al.*, 1998).

Para evaluar el exponente de Hurst, Mandelbrot (Mandelbrot y Van Ness, 1968; Mandelbrot, 1982) introduce una forma generalizada para analizar un modelo de una partícula con un movimiento Browniano denominado movimiento Browniano Fraccional, en el que hay una correlación de eventos en distintas escalas de tiempo. Mandelbrot y Simonsen *et al.* (1998) definen para el exponente de Hurst que:

- Si  $0.5 < H < 1$ , implica una serie de tiempo persistente, lo que implica que los incrementos en la persistencia se mantiene por largos periodos de tiempo, esto es, se trata de una serie temporal periódica. En este caso el signo de  $dW$  tiende a permanecer constante e implica una serie fractal, ya que puede ser descrita como un movimiento Browniano Fraccional.
- Si  $0 < H < 0.5$  implica una anti persistencia de la serie temporal. Esto indica una serie de tiempo que tiende a regresar o difuminarse más lento de lo normal en el movimiento Browniano. Hay una tendencia en el signo de  $dW$  a cambiar (auto correlación).
- Un valor de  $H$  cercano a 0.5 indica una serie de tiempo aleatoria con una distribución de probabilidad de tipo Poisson, lo que correspondería a un proceso típico de movimiento Browniano. Es decir, el signo de  $dW$  cambia de manera aleatoria lo que implica que no hay una correlación espacial.

En otras palabras, si  $H$  es diferente de 0.5 estamos frente a observaciones que no son independientes, es decir, cada observación posee memoria del evento que le precede y

en este caso las observaciones exhiben ser el resultado de un gran flujo de sucesos interconectados, de forma que lo que sucede en el presente influenciará a los sucesos futuros.

Partiendo de la ecuación 1.20 es posible estimar el exponente de Hurst a partir de la pendiente de la línea recta definida al graficar  $\log(R/S)$  contra  $\log(n)$  según la ecuación 1.22:

$$\log(R/s) = \log(k) + H \log(n_\nu) \quad (1.22)$$

Para usar la estadística de rango escalado, primeramente se divide el conjunto  $n$  en subconjuntos  $\nu$  de forma que cada subconjunto tendrá  $n_\nu = n/\nu$  con  $1 \leq \nu \leq n$ . La cantidad  $R/s$  es calculada para cada subgrupo y graficado el promedio  $\overline{R/s}$  contra  $\nu$  en una gráfica  $\log - \log$ .

### 1.8 *Objetivos y Metodología.*

Este trabajo intenta resolver las preguntas: ¿Qué nos revela físicamente el tiempo interevento asociado a la ocurrencia de réplicas?, ¿Las réplicas tienen a un proceso Críticamente Autoorganizado de manera única? y ¿cuando finaliza el proceso de réplicas e inicia la sismicidad umbral?

Todo esto, bajo la consideración de que los tiempos interevento para sismos son independientes cuando hablamos de sismicidad umbral y pueden mostrarnos su dependencia para el caso de las réplicas.

En las secciones subsecuentes se propone una función logarítmica para el análisis de la serie de tiempo interevento, delimitando la forma de la función teórica y visualizando su comportamiento para el caso de distribuciones de probabilidad normal y exponencial para el tiempo de aparición de réplicas. Se utiliza el exponente de Hurst como medida de la persistencia de la serie de tiempo interevento para algunas secuencias de réplicas, ya que de esta forma podemos caracterizar el comportamiento dinámico del decaimiento de réplicas que esta relacionado con los procesos de difusión de esfuerzos detrás de la generación de este tipo de eventos.

## CAPÍTULO 2

### *Modelo para el análisis de tiempo interevento de secuencias de réplicas.*

*“A través de las funciones podemos modelar matemáticamente un fenómeno de la vida real, describir y analizar relaciones de hechos sin necesidad de hacer a cada momento una descripción verbal o un cálculo complicado de cada uno de los sucesos que estamos describiendo”.*  
Fernando Hitt.

En estudios recientes, la serie de tiempo interevento ha sido utilizado para estudiar las propiedades fractales de la sismicidad y para este fin se han analizado distribuciones de frecuencia como las descritas en el capítulo anterior (Bak *et al.* 2002; Molchan, 2005; Hainzl *et al.* 2006). Sin embargo, hasta ahora no se han contemplado las posibles variaciones de dicha distribución de tiempo interevento con respecto al tiempo específicamente para réplicas. Con este fin, se propone una función logarítmica para cuantificar el tiempo interevento en secuencias de réplicas,  $\Delta t = t_i - t_{i-1}$ , donde  $t_i$  es el tiempo de aparición de la  $i$ -ésima réplica y  $t_{i-1}$  el tiempo de aparición de la réplica  $(i-1)$ -ésima, a fin de evaluar el comportamiento de dichas secuencias y su relación con el estado de esfuerzo. De esta forma, la función propuesta dependería del intervalo de tiempo interevento de la siguiente forma:

$$f(t_i) = \log(t_i - t_{i-1}), \quad (2.1)$$

definida en  $(t_0, t_i)$  donde  $t_0$  corresponde al tiempo de aparición del evento principal y  $t_i$  el tiempo de aparición del  $i$ -ésimo evento.

#### 2.1 *Análisis y Justificación del Modelo Propuesto.*

Analicemos la ley de Omori – Utsu (Ecuación 1.4) para el decaimiento teórico del número de réplicas en el tiempo, dada por la relación:

$$n(t) = \frac{K}{(t+c)^p},$$

esto con la finalidad de analizar la forma de la gráfica de la función propuesta. Si despejamos el tiempo de ocurrencia de  $n$  réplicas, obtenemos que:

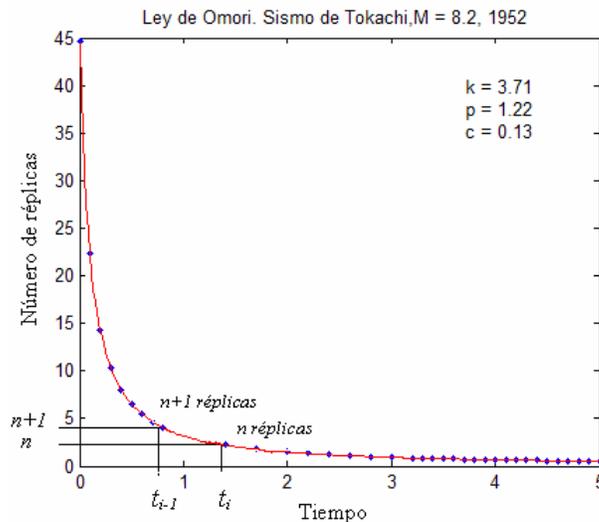
$$(t + c)^p = \frac{K}{n},$$

$$t_i = \left[ \frac{K}{n} \right]^{1/p} - c,$$

función que nos representa el tiempo que ha transcurrido a partir del evento principal y donde han ocurrido  $n$  réplicas después del mismo. Considerando esta última expresión definimos el tiempo para las réplicas  $i$ -ésima y la  $(i-1)$ ésima como:

$$t_i = \left[ \frac{K}{n} \right]^{1/p} - c \quad t_{i-1} = \left[ \frac{K}{n+1} \right]^{1/p} - c \quad (2.2)$$

donde  $n$  nos indica el número de réplicas al tiempo  $t_i$  y  $n+1$  el número de réplicas al tiempo de la réplica anterior  $t_{i-1}$  (de esta forma  $i$  es creciente y el número de réplicas es decreciente con el tiempo). Observemos aquí que para el tiempo de la réplica anterior  $(t-1)$  tenemos una réplica más ( $n+1$ ), porque analizamos el tiempo entre réplicas consecutivas según el decaimiento marcado por la ley de Omori-Utsu. (Fig. 2.1)



**Fig. 2.1.** Gráfica ilustrativa donde se muestran el tiempo interevento para dos réplicas consecutivas. Se han considerado los parámetros de la secuencia de réplicas para el sismo de Tokachi, 1952 (Ogata, 1983).

De la forma de la función para el tiempo de aparición de la n-ésima réplica (Ecuación 2.2) podemos reconocer el decaimiento exponencial de la ley de Omori-Utsu en función del número de réplicas.

A partir de la función propuesta, el tiempo interevento estaría dado por:

$$\Delta t = t_i - t_{i-1} = \left[ \left[ \frac{K}{n} \right]^{1/p} - c \right] - \left[ \left[ \frac{K}{n+1} \right]^{1/p} - c \right] \quad (2.3)$$

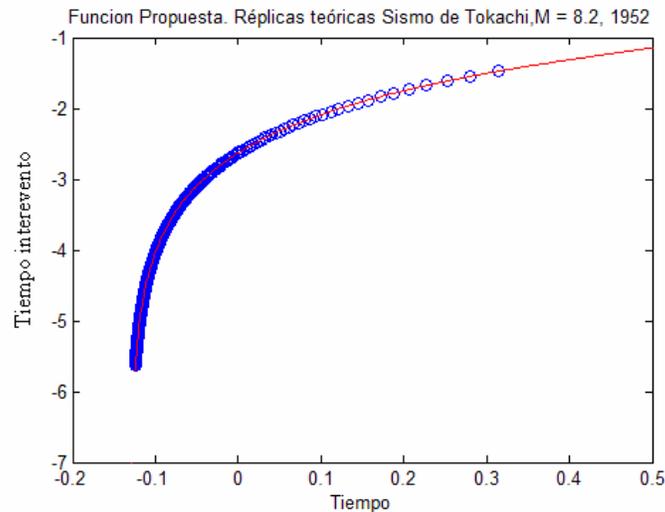
$$\Delta t = \left[ \frac{K}{n} \right]^{1/p} - \left[ \frac{K}{n+1} \right]^{1/p}. \quad (2.4)$$

De esta forma, podemos ver que el tiempo interevento no depende del parámetro  $c$ , sino únicamente de  $K$  y del llamado valor  $p$ . Sustituyendo (2.4) en (2.1) tenemos una función que relaciona el tiempo interevento con el número de réplicas, ecuación (2.5):

$$\log(\Delta t) = \log \left\{ \left[ \frac{K}{n} \right]^{1/p} - \left[ \frac{K}{n+1} \right]^{1/p} \right\} \quad (2.5)$$

En la Función (2.5) reconocemos la relación propuesta como función del número de réplicas  $n$ . En este análisis de réplicas podemos observar que mientras menor sea el tiempo a partir del evento principal tendremos un número mayor de réplicas (Ley de Omori-Utsu) lo que implica un tiempo interevento menor. Estos valores de menor tiempo se ven reflejados en los valores negativos de la función logarítmica, debido a las propiedades de la misma.

En la gráfica 2.5 se muestra la forma de la función continua definida en (2.5) considerando 2000 réplicas, donde es posible distinguir la forma de la función teórica propuesta para el posterior análisis de tiempo interevento en las secuencias de réplicas seleccionadas.

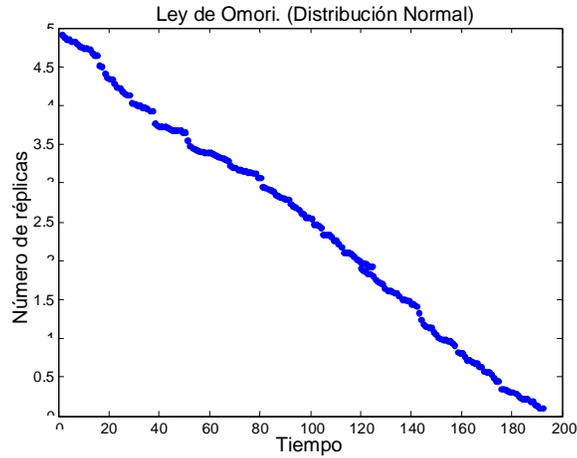


**Fig.2.2.** Simulación que ilustra la forma de la función propuesta (Ec. 2.5) para el análisis de tiempo interevento considerando 2000 réplicas.

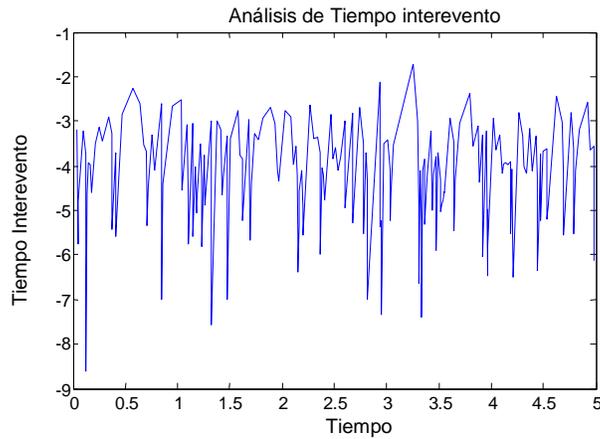
Se han realizado dos simulaciones estocásticas, con la finalidad de hacer evidente esta tendencia general para la función propuesta (Ecuación 2.5). Para los dos casos se ha escogido de forma arbitraria el sismo de Tokachi ( $M = 8.2$ , 1952) analizado por Ogata (1983) cuyos parámetros de la ley de Omori se han usado para la figura 2.1.

Estas simulaciones consistieron en generar de manera aleatoria los tiempos de aparición de réplicas primero para una distribución normal y después para una distribución exponencial de probabilidad para posteriormente construir la serie de tiempo interevento según el modelo propuesto (Ecuación 2.5); simulando los dos principales regimenes definidos por Vinogradov (2008).

En la figura 2.3 se han generado y graficado 200 réplicas (normalizadas) considerando que éstas tuvieran una distribución de probabilidad normal, principalmente para simular una tasa de sismicidad de tipo Poisson. Para esta simulación con distribución de probabilidad normal el análisis de tiempo interevento se muestra en la gráfica 2.4.

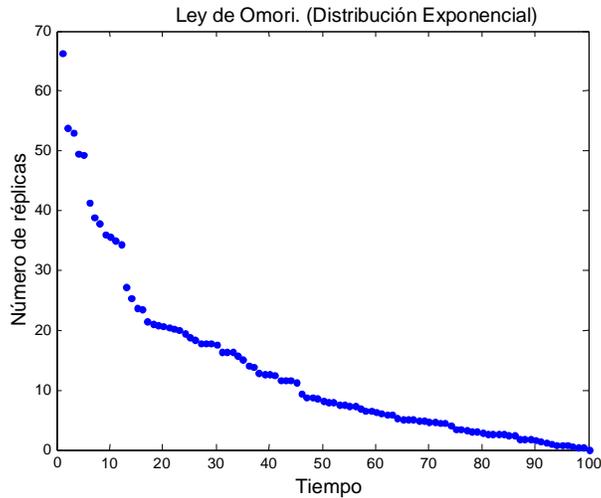


**Fig. 2.3.** Simulación numérica donde se ilustra el numero de replicas para una distribución normal de probabilidad.

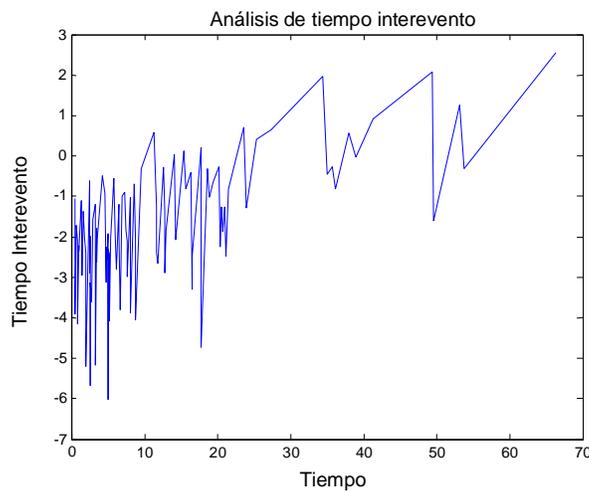


**Fig. 2.4.** Simulación para la función propuesta de tiempo interevento. Se ilustra el análisis de tiempo interevento para la distribución normal de probabilidad temporal para los datos mostrados en la grafica 2.3

Para el caso de una distribución de probabilidad exponencial se ha generado una secuencia de 100 réplicas (Fig. 2.5) simulando el decaimiento marcado por la ley de Omori-Utsu. En la gráfica 2.6 se ha realizado el análisis de tiempo interevento para esta distribución de réplicas mostrando una tendencia como la descrita en la gráfica del modelo teórico (Fig. 2.2).



**Fig. 2.5.** Simulación numérica donde se ilustra el número de réplicas para una distribución exponencial de probabilidad.



**Fig. 2.6.** Simulación de la función propuesta de tiempo interevento para la distribución de probabilidad exponencial temporal para los datos mostrados en la gráfica 2.5

Es importante notar que en el caso de la distribución normal de probabilidad, la tendencia observada teóricamente en la figura 2.2 no está presente debido a que los tiempos de cada réplica no están asociados al decaimiento dictado por la ley de Omori-Utsu, fenómeno que aparece de manera natural en la gráfica 2.6.

De acuerdo a lo anterior y siguiendo la idea de Lee *et al.* (2006) sobre la posible existencia de características multi fractales en las secuencia de réplicas, se utilizó el exponente de Hurst como un índice para encontrar una auto afinidad en las series de

tiempo interevento definidas por el modelo propuesto, esto con la finalidad de discernir entre dos (Vinogradov, 2008) o mas procesos de relajación de esfuerzo durante el tiempo de duración de las réplicas. Esta idea está justificada dado que cada exponente de escalamiento permite caracterizar el comportamiento dinámico del proceso (Miramontes y Rohani, 2002). La delimitación de cada régimen se ha realizado analizando la variación del exponente de Hurst en la serie temporal usando la estadística Z (o prueba Z) descrita a continuación.

## 2.2 Variación del exponente de Hurst y su delimitación usando la prueba de valor Z (estadística t - Student)

La idea básica del siguiente análisis es para delimitar los cambios en el exponente de Hurst con el objetivo de definir intervalos auto afines que estarían asociados a cambios dinámicos del esfuerzo en el proceso de relajación.

Para el análisis de variación del exponente de Hurst se consideran los cambios en la pendiente definida en la ecuación 1.22 usando la relación 2.6:

$$H_i = \frac{\log(R/s)_i - \log(R/s)_0}{\log(v_i) - \log(v_0)}. \quad (2.6)$$

La variación en la pendiente se ha definido mediante la prueba de diferencia de medias (valor  $z$ ), que se basa en la hipótesis de que si tenemos dos muestras con medias aritméticas  $H_i$  y  $H_{i+1}$  de tamaño  $N_i$  y  $N_{i+1}$  y desviaciones estándar  $S_i$  y  $S_{i+1}$  entonces la diferencia  $H_{i+1} - H_i$  es una variable aleatoria con distribución normal, media 0 y desviación estándar dada por la ecuación 2.7 (Zúñiga, et. al. 1995).

$$S = \sqrt{\frac{S_i^2}{N_i} + \frac{S_{i+1}^2}{N_{i+1}}}. \quad (2.7)$$

La estadística Z o t-Student (Gosset, 1908) para la variable  $H_{i+1} - H_i$  tendría la forma expresada en la ecuación 2.8

$$z = \frac{M_i - M_{i+1}}{\sqrt{\frac{S_i^2}{N_i} + \frac{S_{i+1}^2}{N_{i+1}}}}. \quad (2.8)$$

Para estimar las desviaciones estándar  $S_i$  y  $S_{i+1}$  se ha realizado un ajuste polinomial de primer orden definido por  $p_i = p((R/s)_i, v_i)$  entre las variables  $(R/s)_i$  y  $v_i$ . Se evalúa el polinomio para la ventana de tiempo correspondiente  $q_i = p(v_i)$  y definimos la desviación estándar de acuerdo a la ecuación 2.9:

$$S_i^2 = \frac{(q_i - v_i)^2}{v_i}, \quad (2.9)$$

donde  $v_i$  es el número de elementos del  $i$ -ésimo subconjunto.

Ya que la ecuación 2.8 puede representar una estadística  $t$  – Student (Gossete, 1908) o  $Z$  normal estándar, consideramos como un rango crítico para no rechazo de la hipótesis nula a  $-2.35 \leq z \leq 2.35$  que corresponde a una prueba  $t$  para 5 grados de libertad y un 95% de confianza, que es equivalente a 99% de confianza en una prueba  $Z$  normal estándar (que se usaría en el caso de que la muestra tenga más de 30 datos).

Para aplicar el análisis del exponente de Hurst y la estadística  $Z$  se han desarrollado los programas descritos en el *apéndice A*. En resumen, el programa sigue el siguiente procedimiento:

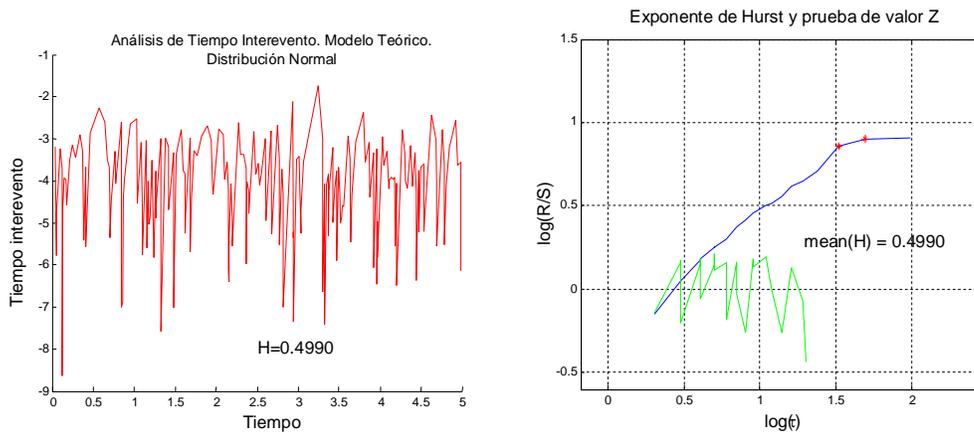
- 1.- Leer el sub catálogo de réplicas.
- 2.- Construir la serie de tiempo interevento para cada secuencia de réplicas.
- 4.- El programa permite seleccionar gráficamente la ventana de tiempo para calcular el exponente de Hurst para esa ventana, así como la evaluación de los cambios significativos de dicho exponente usando la prueba estadística  $Z$ .
- 5.- Los cambios significativos y el exponente de Hurst se muestra en otra gráfica y se decide si es un valor aceptable con base en la variación calculada por la prueba estadística  $Z$ , ya que el programa coloca una marca (asterisco en color rojo) sobre la

gráfica donde encuentre variaciones significativas para la prueba estadística Z (línea de color verde en la gráfica).

6.- Si se detectan más de tres cambios significativos (asteriscos), se procede a elegir una nueva ventana de tiempo en la gráfica de tiempo interevento. En uno de los casos no fue posible determinar un valor promedio para el exponente de Hurst, en una ventana (secuencia NZaft2), lo cual se puede deber a la existencia de más regímenes o por el contrario de una limitante en el análisis de rango escalado.

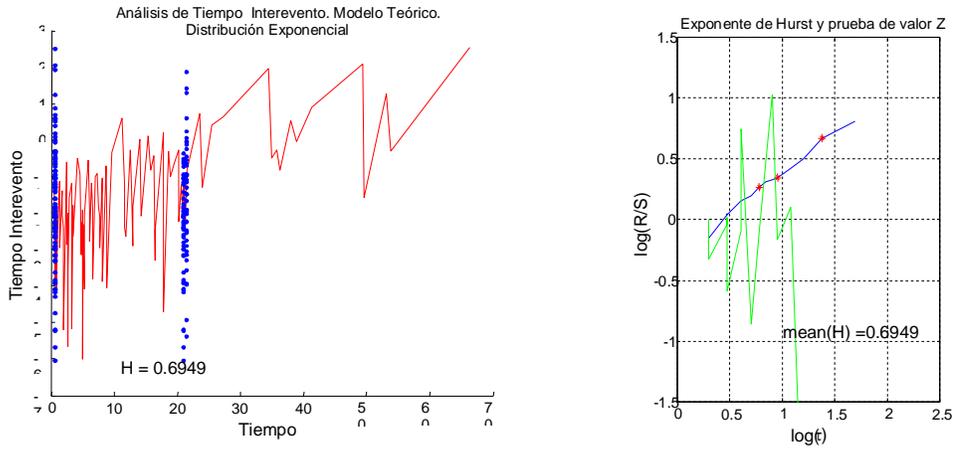
### 2.3 Aplicación del análisis de rango escalado al modelo teórico.

Para el caso de una distribución de probabilidad normal, el cálculo del exponente de Hurst se muestra en la figura 2.7, se obtiene un valor de 0.4990 que corresponde a una serie de tiempo aleatoria con una distribución de probabilidad tipo Poisson.



**Fig. 2.7.** Cálculo del exponente de Hurst para la distribución de probabilidad normal para tiempos interevento de la figura 2.4. El exponente de Hurst se ha delimitado cuando existe un cambio significativo en la prueba estadística de valor Z.

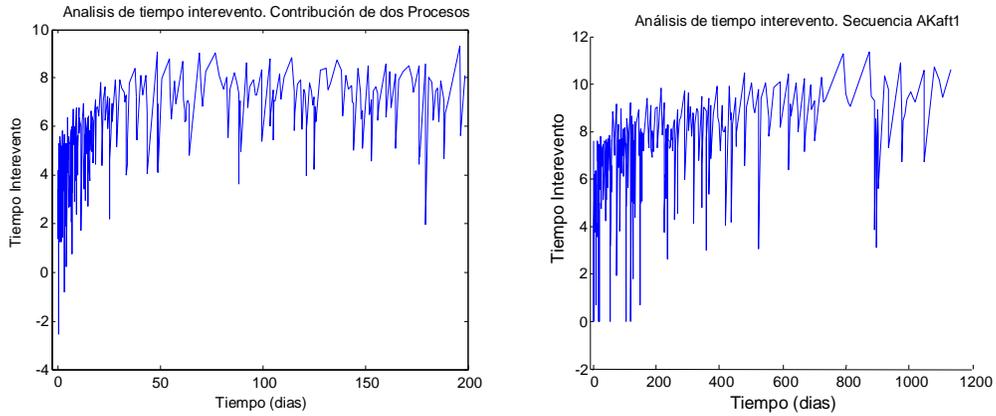
Para el caso de una distribución de probabilidad exponencial (Fig. 2.6) obtenemos al menos tres valores significativos para la estadística Z, dando en promedio un exponente de Hurst de 0.6949 mediante un ajuste por mínimos cuadrados. Este valor correspondería a una serie de tiempo persistente o periódica (Fig. 2.8).



**Fig. 2.8.** Cálculo del exponente de Hurst para la distribución de probabilidad exponencial de tiempos interevento de la figura 2.6. El exponente de Hurst (línea azul) se ha delimitado cuando existe un cambio significativo en la prueba estadística de valor Z (puntos rojos y línea verde).

Para una distribución de probabilidad Normal es posible corroborar que el valor del exponente de Hurst tiene un valor muy aproximado a 0.5 que estaría asociado con una actividad de sismicidad con distribución normal, que puede equipararse a la sismicidad de fondo. Para la distribución exponencial temporal el valor del exponente de Hurst es variable y por lo regular se encuentra como representativo de una serie persistente o periódica.

Para mostrar los dos regímenes principales propuestos por Vinogradov (2008), correspondientes a la sismicidad de fondo y la sismicidad umbral, en la figura 2.9 podemos observar el comportamiento de una simulación para la función propuesta comparada con una secuencia de réplicas para un sismo en Alaska denominada AKaft1 y discutida en el siguiente capítulo.



**Fig. 2.9.** Izquierda. Simulación que muestra el comportamiento de la función propuesta para dos regímenes propuestos por Vinogradov (2008). Se han correlacionado la sismicidad umbral y el decaimiento de réplicas. Izquierda. Función propuesta para las réplicas de la secuencia denominada AKaft1.

Como es posible observar en las figuras 2.7, 2.8 y 2.9, al aplicar este modelo teórico a secuencias de réplicas reales, se han encontrado variaciones significativas en la estadística  $Z$  para determinar el exponente de Hurst. Estos resultados así como las secuencias de réplicas analizadas son discutidos en el siguiente capítulo.

## CAPÍTULO 3

### *Selección y análisis de las secuencias de réplicas*

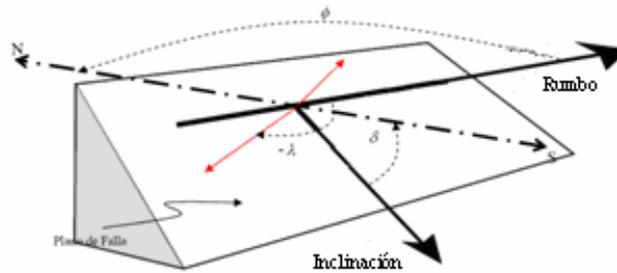
*“Investigar es ver lo que todo el mundo ha visto y pensar lo que nadie más ha pensado”.*  
*Albert Szent-Györgi*

En este capítulo se describen los principales resultados al aplicar el modelo teórico a las secuencias de réplicas seleccionadas. Se hace una descripción del sismo principal, así como de las características espacio-temporales de las secuencias de réplicas. Dichas secuencias de réplicas fueron escogidas para sismos en Alaska, Nueva Zelandia y México, intentando considerar secuencias de réplicas de dimensiones y ambiente tectónico lo más similar posible (tabla 1), excepto para la secuencia de NZaft1 que es un conjunto de tres sismos principales y de mayor profundidad.

Las áreas de aparición de las réplicas para cada evento fueron definidas utilizando el método de radio máximo (Kagan, 2002) y el tiempo considerado fue definido visualmente a partir de la forma de la función de tiempo interevento ya que uno de los objetivos de el presente trabajo es el definir el cese de las réplicas.

Para el análisis de los tiempos interevento explicado en el capítulo 2, se desarrolló un programa interactivo (*Ver Apéndice A*), que permite leer el sub catálogo de réplicas, seleccionar la serie de tiempo y evaluar los cambios en la estadística  $Z$  para definir un valor significativo para el exponente de Hurst con el objetivo de delimitar regímenes auto afines que corresponden a tiempos de aparición de réplicas generadas por una misma dinámica. En cada caso, se muestra también la distribución de tiempos interevento para las secuencias analizadas, haciendo una distribución para diferentes magnitudes propuesta por Bak (Bak, 1996; Bak *et. al.*, 2002) con el fin de comparar ambas aproximaciones y evaluar si es posible encontrar una unicidad en el proceso.

En la tabla 1 se muestran las principales características de los sismos analizados. Los parámetros para el mecanismo focal se han definido como se muestran en la figura 3.1, siguiendo la convención de una geometría de falla como una superficie plana sobre la cual ocurrió el deslizamiento (Stein y Wysession, 2005).



**Fig. 3.1.** Orientación de los ángulos Rumbo (strike), Inclinación (dip) y Deslizamiento (slip). Modificado de Stein y Wysession, 2005. Nótese el valor y sentido del vector de deslizamiento (Slip angle o rake).

Las soluciones del mecanismo focal asociado a cada evento principal (y algunas réplicas) han sido tomadas del catálogo CMT (Centroid Moment-Tensor Project, <http://www.seismology.harvard.edu/projects/CMT/>), estas soluciones son el resultado de inversiones simultáneas de las formas de onda que son ajustadas por medio de un análisis de mínimos cuadrados entre los sismogramas reales y los sintéticos (Dziewonski y Woodhouse, 1983). El catálogo CMT contiene las soluciones para eventos fuertes ( $M_w > 5.5$ ) desde 1976 al presente.

Secuencia	Magnitud Ms	Profundidad	Tipo de falla	Número de réplicas	Duración del sub catálogo(días)	Valor p
AKaft1	6.2	9.1Km	Falla de Rumbo	618	1238	$0.89 \pm 0.02$
NZaft2	6.7	4.3Km	Inversa con componente de falla de Rumbo	12966	550	$1.06 \pm 0.01$
NZaft3	6.2	5Km	Inversa	1725	680	$0.83 \pm 0.02$
NZaft1	6.3, 6.2, 6.4	33.8Km, 30Km, 41.7Km	Normal y de Rumbo	5905	900	-
MXaft1	5.4	4Km	Normal con componente de Rumbo	827	590	$0.87 \pm 0.12$

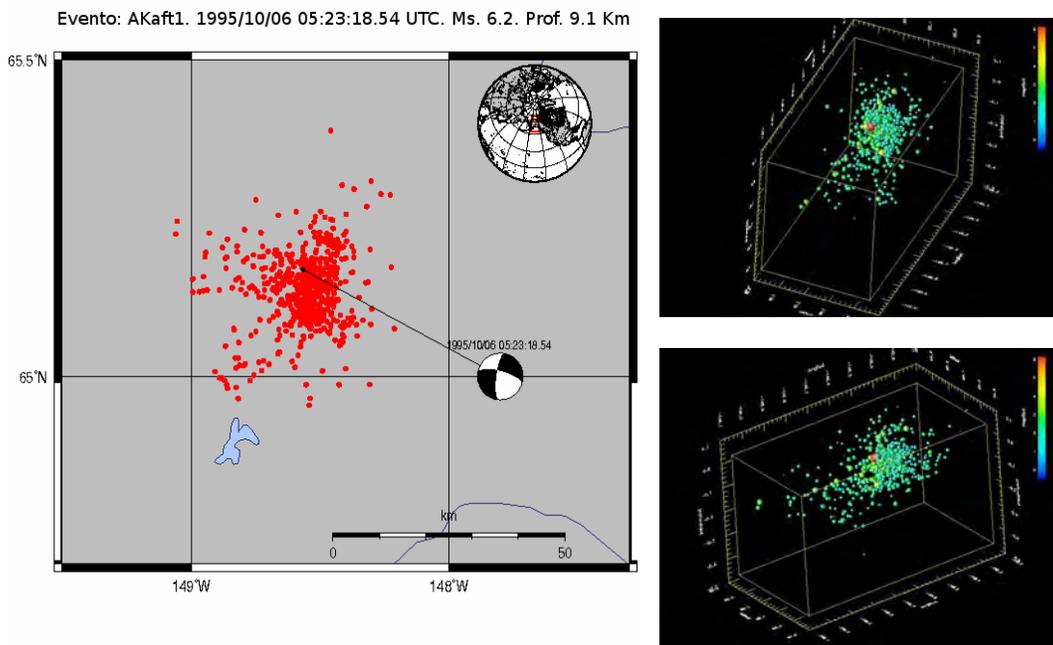
**Tabla 1.** Comparación de las secuencias de réplicas analizadas. La secuencia NZaft1 es un caso especial ya que contiene 3 eventos principales y es mas profundo comparado con las otras secuencias analizadas. Para este caso no se calculó el valor p de la relación de Omori.

### 3.1 Secuencia de réplicas para el sismo de Alaska (AKaft1).

El primer evento analizado es el sismo de Alaska (AKaft1) del día 6 de octubre de 1995, con tiempo origen 05:23:18.54 UTC, magnitud  $M_w = 6.2$  y con una profundidad de 9.1Km cuyo epicentro fue localizado a  $148.565^\circ$  de longitud Oeste y  $65.17^\circ$  de latitud Norte; este evento es conocido como el sismo del río Tatalina y estaría relacionado a un sistema de fallas con orientación NW-SE (Zúñiga y Wiemer, 1999),

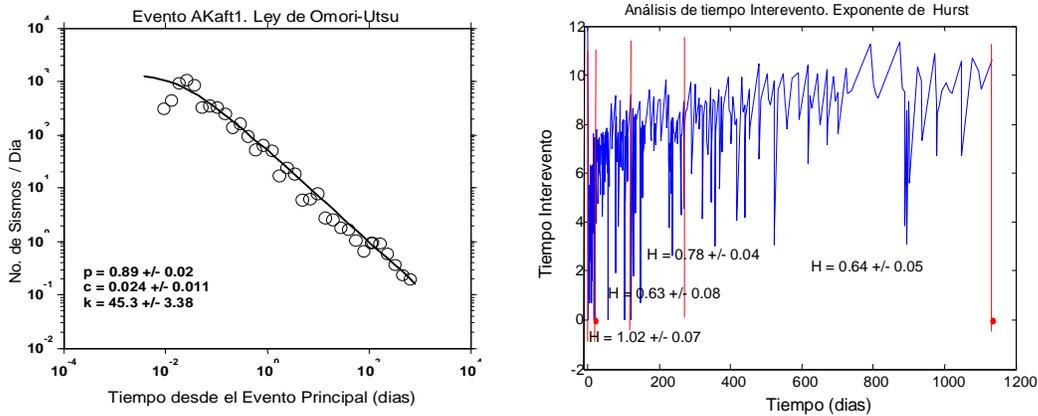
por lo que posiblemente el mecanismo sea principalmente de falla lateral izquierda con plano de falla definido por un rumbo (strike) de  $\phi = 284$ , inclinación (dip):  $\delta = 70$  y un ángulo de deslizamiento (slip angle o rake) de  $\lambda = -164$  (según la solución de Global CMT).

Se consideraron 1238 días de actividad sísmica posteriores a este evento principal para realizar el análisis de tiempo interevento, en donde ocurrieron en total 618 sismos tomados del catálogo del Alaska Earthquake Information Center (AEIC) (*Ver apéndice E*). La distribución de los epicentros, hipocentros y el mecanismo principal se muestran en la figura 3.2.



**Fig. 3.2** Distribución de epicentros (mapa) e hipocentros (derecha) para el evento principal y las réplicas posteriores en el período de 1238 días. Se muestra el mecanismo focal para el evento principal denominado *AKaft1*.

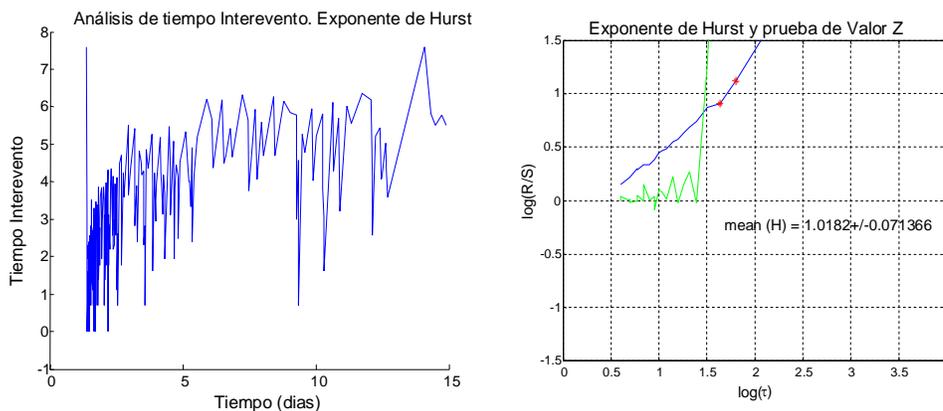
El ajuste para obtener los parámetros de la ley de Utsu-Omori (Ecuación 1.4) se ha realizado usando el software Zmap (Wiemer *et al.*, 2001), obteniendo los valores mostrados en la figura 3.3. También se muestra el resultado final después de aplicar el modelo propuesto a la secuencia de réplicas (figura 3.3).



**Fig. 3.3.** Ajuste de la ley de Utsu-Omori (izquierda) y Análisis de tiempo interevento (derecha) en la secuencia de réplicas AKaft1, mostrando los principales cambios en el exponente de Hurst utilizando la estadística Z.

Para el análisis del exponente de Hurst en esta secuencia de réplicas, se detectaron al menos 4 cambios significativos en la estadística Z (Figura 3.3) que corresponden a cuatro intervalos diferentes de tiempo, el proceso para la obtención de estos regímenes se muestran en las figuras 3.4, 3.5, 3.6 y 3.7 y son descritas a continuación.

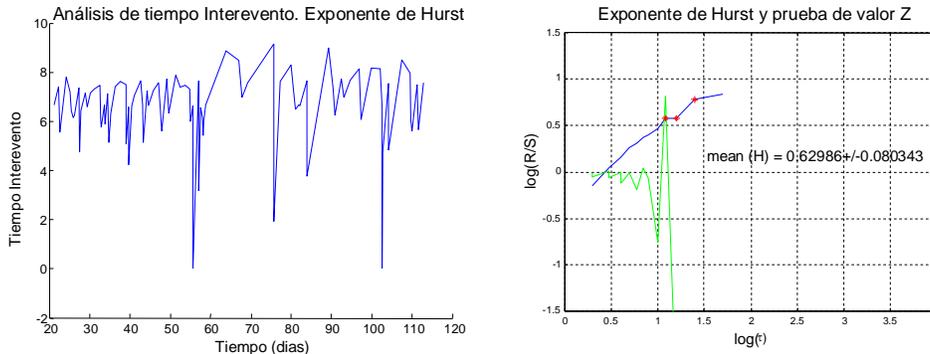
En la figura 3.4 se muestra la primera variación significativa para la estadística Z. Con el uso del programa, se eligió la ventana de tiempo manualmente, hasta observar la mínima variación significativa (como se explicó en el capítulo 2) y calcular del exponente de Hurst. Esta variación está marcada en color rojo en la gráfica. En este caso, el exponente de Hurst tiene un valor de  $H = 1.02 \pm 0.07$  para las réplicas que aparecen en un período de 15 días posteriores al evento principal.



**Fig. 3.4.** Resultado del análisis de Rango escalado para la primera variación significativa para la estadística Z.

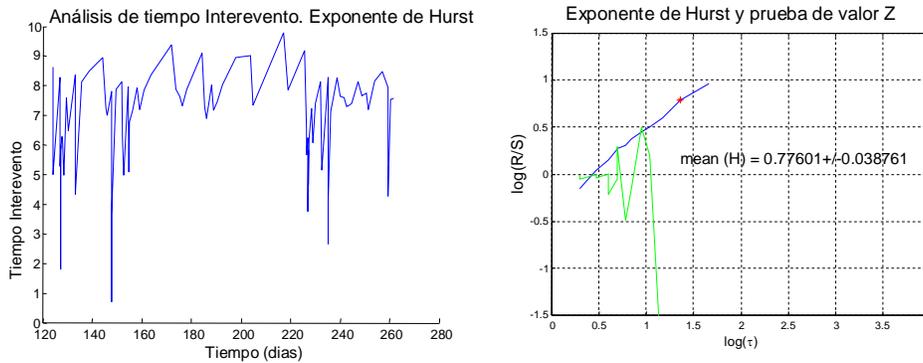
En la figura 3.5 se muestra el resultado del análisis de rango escalado para la segunda variación significativa para la estadística Z. En este caso, el exponente de Hurst tiene un

valor de  $H = 0.63 \pm 0.08$  para las réplicas que aparecen en un período entre 15 y 110 días posteriores al evento principal.



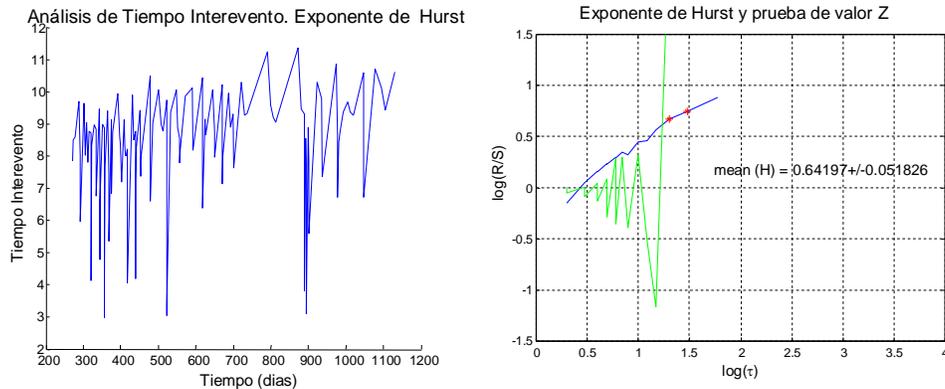
**Fig. 3.5.** Resultado del análisis de Rango escalado para la segunda variación significativa para la estadística Z.

En la figura 3.6 se muestra el resultado del análisis de Rango escalado para la tercera variación significativa para la estadística Z. En este caso, el exponente de Hurst tiene un valor de  $H = 0.78 \pm 0.04$  para las réplicas que aparecen en un período entre 120 y 260 días posteriores al evento principal.



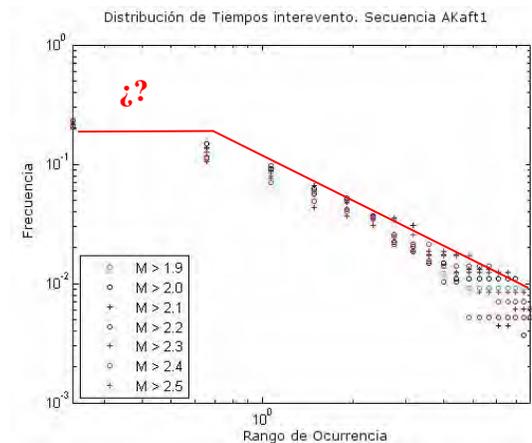
**Fig. 3.6.** Resultado del análisis de Rango escalado para la tercera variación significativa para la estadística Z.

En la figura 3.7 se muestra el resultado del análisis de Rango escalado para la cuarta y última variación significativa para la estadística Z. En este caso, el exponente de Hurst tiene un valor de  $H = 0.64 \pm 0.05$  para las réplicas que aparecen en un período entre 260 y 1100 días posteriores al evento principal.



**Fig. 3.7.** Resultado del análisis de Rango escalado para la cuarta y última variación significativa para la estadística Z.

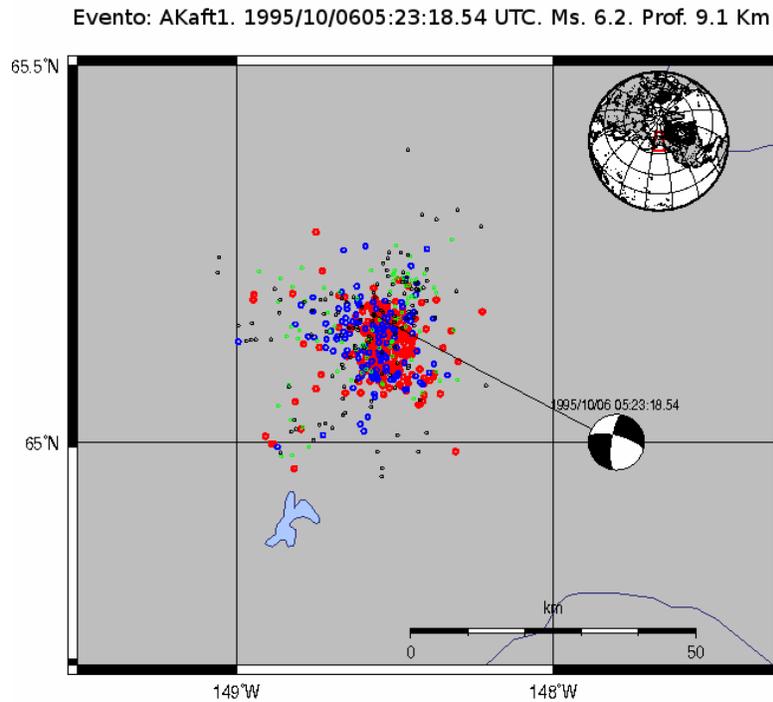
El análisis de la distribución de tiempos interevento normalizadas para la secuencia AKaft1 graficadas para diferentes magnitudes, es mostrada para indagar un posible colapso de los datos según Bak (Bak, 1996; Bak *et. al.*, 2002) (Fig. 3.7.1). Como se ve en la figura, no es posible observar el efecto descrito por Bak para esta secuencia de réplicas.



**Fig. 3.7.1.** Distribución de tiempos interevento para la secuencia AKaft1 graficadas para diferentes magnitudes. En rojo el efecto predicho por Bak.

Los epicentros se muestran en la figura 3.8 en colores según su correspondencia con los intervalos de tiempos definidos en la fig. 3.3, para las réplicas en color rojo se obtuvo un valor de  $H = 1.02 \pm 0.07$  para el exponente de Hurst, en azul se obtuvo un valor de  $H = 0.63 \pm 0.08$ , el color verde corresponde a un valor de  $H = 0.78 \pm 0.04$  y para el color negro un valor de  $H = 0.64 \pm 0.05$ . Se muestra una clara distribución de los

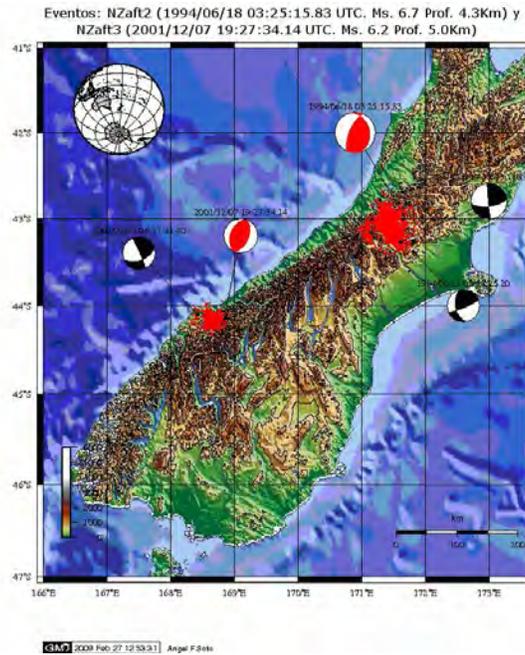
epicentros, que migra desde la zona más próxima al evento principal hacia el exterior (ver figura 3.8) como está descrito por Yamashita y Knopoff, (1987).



GM 2009 Jun 29 17:48:07 Angel F.Soto  
**Fig. 3.8.** Epicentros de los eventos relacionados a cada intervalo de tiempo mostrado en la figura 3.3 en la serie temporal para el evento AKaft1.

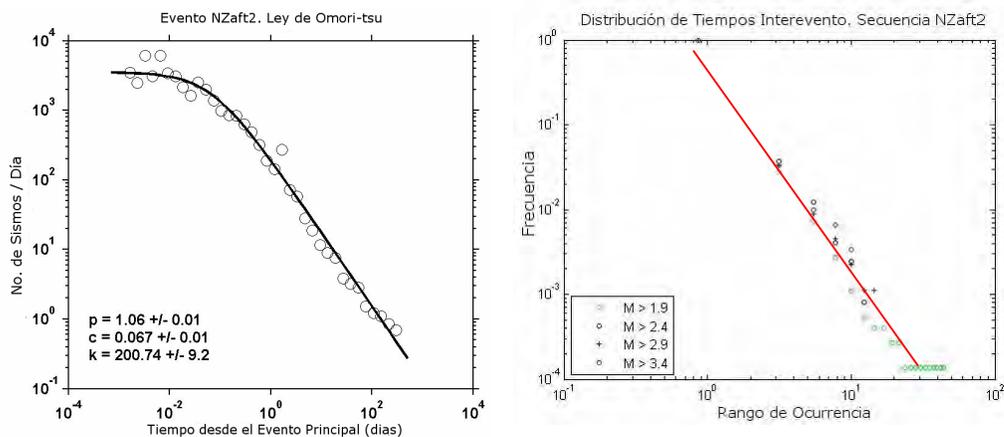
### 3.2 *Secuencia de réplicas para los sismos de Nueva Zelandia (secuencias NZaft2 y NZaft3).*

Para el caso de Nueva Zelandia se analizaron primeramente dos eventos (nombrados como NZaft2, NZaft3) representados en la figura 3.9.



**Fig. 3.9.** Epicentros de las réplicas posteriores a los eventos NZaft2 y NZaft3 con algunos mecanismos publicados por Global CMT para las réplicas (color negro) y para los eventos principales (color rojo).

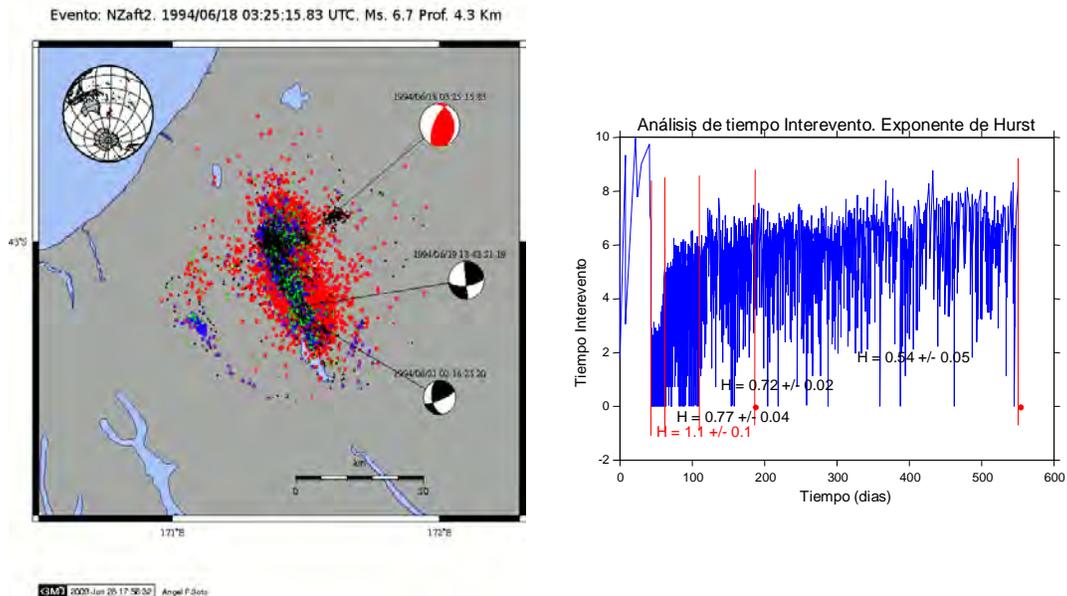
El primer evento (NZaft2) ocurrió el día 18 de junio de 1994, con tiempo origen 03:25:15.83 UTC, magnitud  $M_s = 6.7$  y con una profundidad de 4.3Km cuyo epicentro fue  $171.66^\circ$  de longitud Este y  $42.97^\circ$  de latitud Sur; el mecanismo podría es principalmente de falla inversa con una componente lateral derecha con plano de falla definido por un rumbo (strike) de  $\phi = 346^\circ (204^\circ)$ , inclinación (dip):  $\delta = 29^\circ (66^\circ)$  y un ángulo de deslizamiento (slip angle o rake) de  $\lambda = 56^\circ (108^\circ)$  (según la solución de Global CMT).



**Fig. 3.9.1.** Ajuste de ley de Utsu-Omori para la secuencia de réplicas NZaft2 (izquierda), así como la distribución de tiempos interevento (derecha) graficado para diferentes magnitudes, donde no se define el colapso propuesto por Bak.

En la figura 3.9.1 se muestran los valores  $K$ ,  $p$  y  $c$  para el mejor ajuste de la ley de Utsu-Omori para la secuencia de réplicas NZaft2, así como la distribución de tiempos interevento, graficadas para diferentes magnitudes según lo propuesto por Bak (2002) donde se observa que tampoco es posible reconocer un colapso en la gráfica.

En la figura 3.10 se muestran los epicentros de las réplicas posteriores al evento NZaft2 (mecanismo focal del evento principal en color rojo) con dos mecanismos focales publicados por Global CMT para dos de las réplicas. Se muestran en colores las réplicas que corresponden a cada uno de los cuatro regimenes auto afines en la serie temporal, en color rojo se muestran las réplicas que corresponden al primer intervalo  $r$  de tiempo para el que no fue posible obtener una auto afinidad, para el color azul se obtuvo un valor de  $H = 0.78 \pm 0.04$  para el exponente de Hurst, para el color verde se obtuvo un valor de  $H = 0.70 \pm 0.02$  y para el color negro un valor de  $H = 0.54 \pm 0.05$ . (Ver apéndice B para el desarrollo completo)



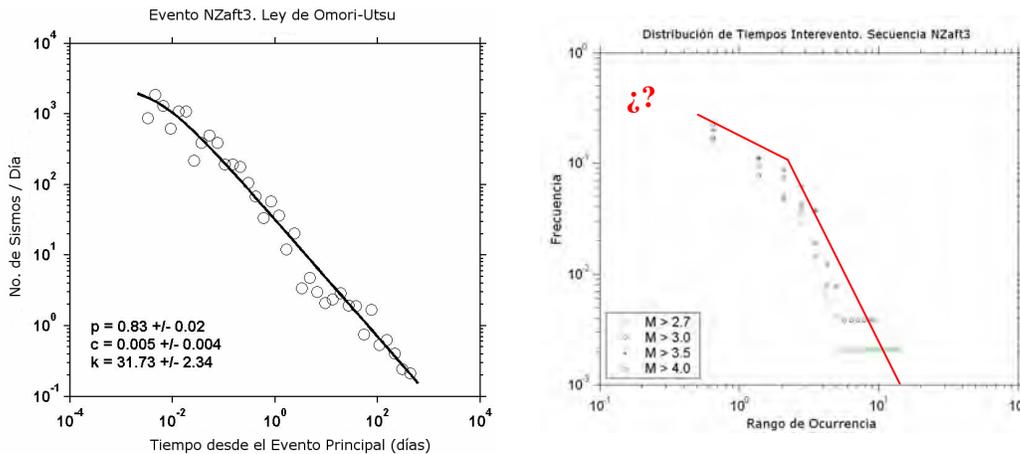
**Fig. 3.10.** Epicentros de las réplicas posteriores al evento NZaft2 con algunos mecanismos publicados por Global CMT para las réplicas (izquierda), así como el análisis de tiempo interevento mostrando los exponentes de Hurst obtenidos (derecha).

En este evento es posible observar que los epicentros de las réplicas aparecen desde una vecindad alrededor del evento principal y conforme e tiempo pasa tienden a acercarse al centro de la región, de forma contraria al evento anterior (AKaft1).

El segundo evento (NZaft3) ocurrió el día 7 de diciembre de 2001, con tiempo origen 19:27:34.14 UTC, magnitud  $M_s = 6.2$  y con una profundidad de 5Km cuyo epicentro fue  $168.82^\circ$  de longitud Este y  $44.22^\circ$  de latitud Sur; El mecanismo es principalmente de falla inversa con plano de falla definido por un rumbo (strike) de  $\phi = 201^\circ (22^\circ)$ , inclinación (rake):  $\delta = 39^\circ (51^\circ)$  y un ángulo de deslizamiento (slip angle o rake) de  $\lambda = 89^\circ (91^\circ)$  (según la solución de Global CMT) mostrado en la figura 3.11.

Es importante hacer notar que posterior a este evento, ocurrió otro el día 24 de febrero de 2002, con una magnitud de 5.6  $M_s$  y profundidad de 5 Km a las 6:37:41.4 UTC con mecanismo focal principalmente de falla lateral izquierda con una componente de falla inversa. El plano de falla está definido por un rumbo (strike) de  $\phi = 69^\circ (336^\circ)$ , inclinación (dip):  $\delta = 53^\circ (86^\circ)$  y un ángulo de deslizamiento (slip angle o rake) de  $\lambda = -175^\circ (-37^\circ)$  (según la solución de Global CMT).

Los datos de localización para las réplicas fueron obtenidos del Catálogo de GeoNet, que es la institución encargada del monitoreo y registro de sismicidad en Nueva Zelanda y que depende del Instituto de Ciencias Geológicas y Nucleares (GNS Ltd.) (*Ver apéndice E*).

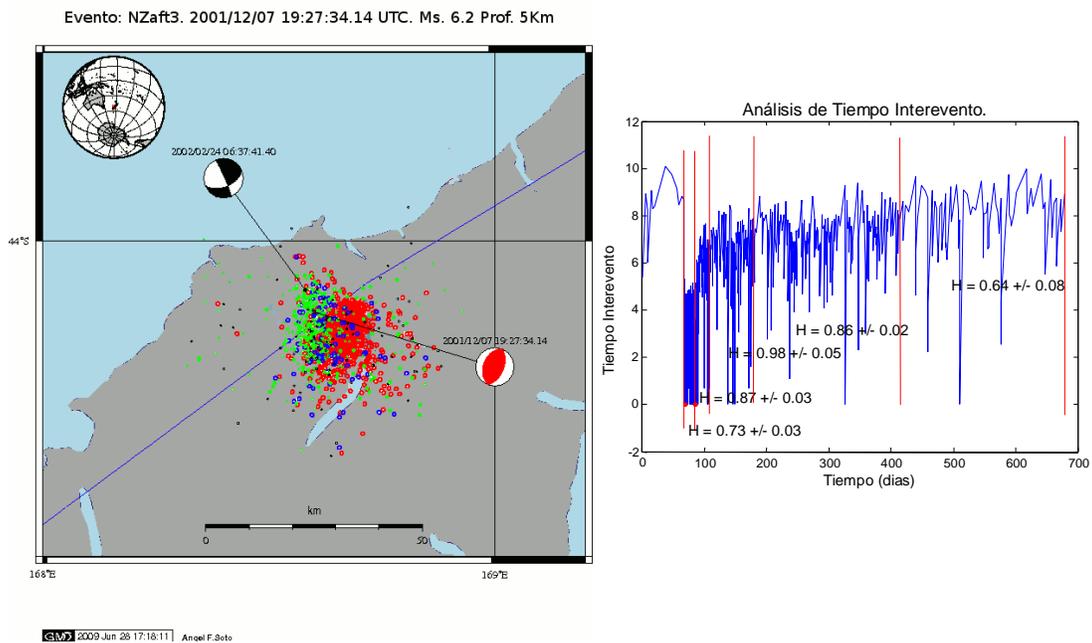


**Fig. 3.10.1.** Ajuste de ley de Utsu-Omori para la secuencia de réplicas NZaft3 (izquierda), así como la distribución de tiempos interevento (derecha) graficado para diferentes magnitudes.

En la figura 3.10.1 se muestran los valores  $K$ ,  $p$  y  $c$  del mejor ajuste de la ley de Utsu-Omori para la secuencia de réplicas NZaft3, así como la distribución de tiempos

interevento para la secuencia, graficadas para diferentes magnitudes según lo propuesto por Bak (2002) donde se observa que no es posible reconocer un colapso en la gráfica.

En la figura 3.11 se muestra la distribución de epicentros de las réplicas posteriores al evento NZaft3 (mecanismo del evento principal en color rojo) con algunos mecanismos publicados por Global CMT para las réplicas. Se muestran en colores las réplicas que corresponden a cada uno de los cuatro regimenes auto afines en la serie temporal, se muestra en colores azul los regimenes 2, 3 y 4 del análisis de tiempo interevento. El color Rojo corresponde a un valor de  $H = 0.73 \pm 0.03$  para el exponente de Hurst; el régimen con un exponente de  $H = 0.87 \pm 0.03$  se muestra en color azul; los correspondientes a  $H = 0.98 \pm 0.05$  y  $H = 0.86 \pm 0.02$  se muestran en color verde y de color negro el régimen con un valor de  $H = 0.64 \pm 0.08$  para el exponente de Hurst. (*Ver apéndice B para el desarrollo completo*).



**Fig. 3.11.** Epicentros de las réplicas posteriores al evento NZaft3 con algunos mecanismos publicados por Global CMT para las réplicas (izquierda), así como el análisis de tiempo interevento mostrando los exponentes de Hurst obtenidos (derecha).

Para este evento es posible observar que los epicentros de las réplicas aparecen primeramente rodeando el área de daño para posteriormente formar dos lóbulos diferenciados por la falla lateral mostrada en el mapa.

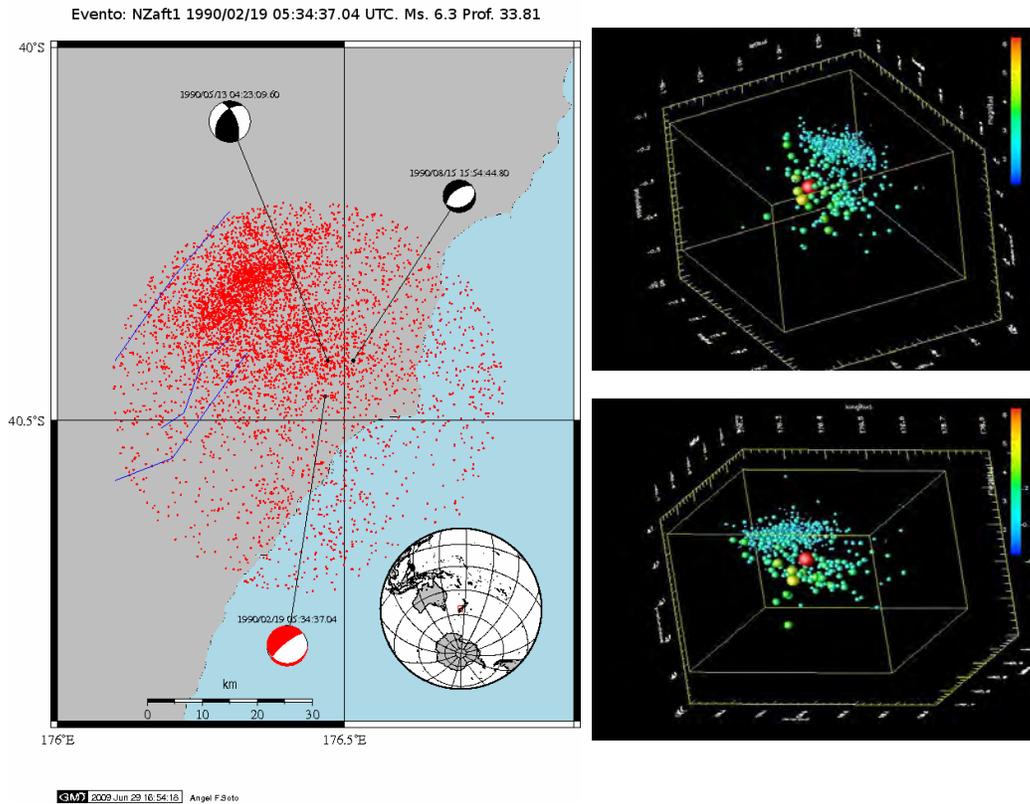
### 3.3 Réplicas de la secuencia de Nueva Zelanda NZaft1 que incluye tres sismos principales.

La secuencia NZaft1, es un caso especial pues está compuesta por tres eventos de magnitud 6.3, 6.2 y 6.4 ocurridos en los meses de febrero, mayo y agosto respectivamente (Figura 3.12).

El primer evento ocurrió el día 19 de febrero de 1990 a las 5:34:37.04 UTC, con una profundidad de 33.8Km y un mecanismo focal principalmente de falla normal con una componente lateral, con plano de falla definido por un rumbo (strike) de  $\phi = 91^\circ (231^\circ)$ , inclinación (rake):  $\delta = 16^\circ (77^\circ)$  y un ángulo de deslizamiento (slip angle o rake) de  $\lambda = -51^\circ (-100^\circ)$  (según la solución del CMT).

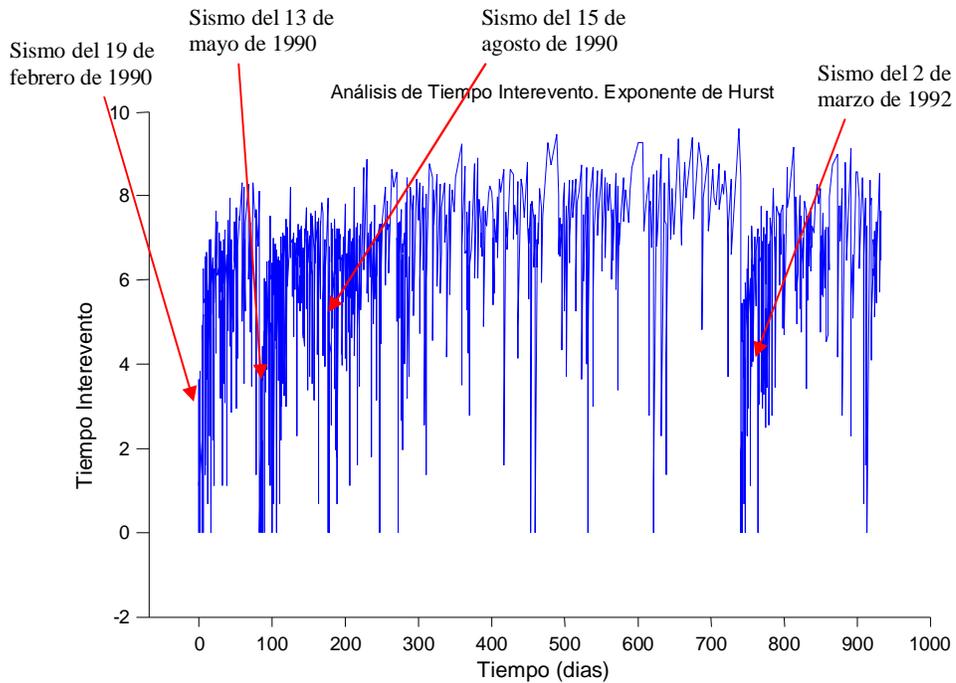
El segundo evento ocurrió el 13 de mayo de 1990 a las 4:23:09.6 con una profundidad de 30Km y magnitud 6.2 Ms. Su mecanismo focal fue principalmente de falla lateral con una componente de falla inversa, con plano de falla definido por un rumbo (strike) de  $\phi = 220^\circ (337^\circ)$ , inclinación (dip):  $\delta = 48^\circ (63^\circ)$  y un ángulo de deslizamiento (slip angle o rake) de  $\lambda = 143^\circ (49^\circ)$  (según la solución del CMT).

El tercer evento ocurrió el 15 de agosto de 1990 a las 15:54:44.8 con una profundidad de 41.7Km y magnitud 5.4 Ms. Su mecanismo focal fue principalmente de falla lateral con una componente de falla normal, con plano de falla definido por un rumbo (strike) de  $\phi = 72^\circ (233^\circ)$ , inclinación (rake):  $\delta = 35^\circ (56^\circ)$  y un ángulo de deslizamiento (slip angle o rake) de  $\lambda = -75^\circ (-101^\circ)$  (según la solución del CMT). Los datos de las réplicas fueron obtenidos del Catálogo de GeoNet, que es la institución encargada del monitoreo y registro de sismicidad en Nueva Zelanda y que depende del Instituto de Ciencias Geológicas y Nucleares (GNS Ltd.) (*Ver apéndice E*).



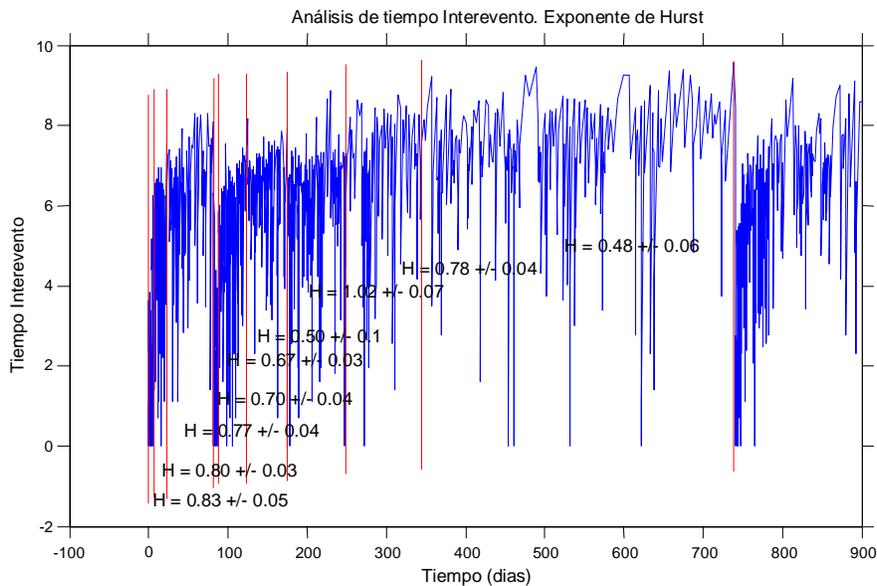
**Fig. 3.12.** Epicentros e hipocentros de las réplicas y de los eventos principales para las secuencias de réplicas NZaft1 (mecanismo del evento principal en color rojo, solución de Global CMT).

Se han separado las imágenes para las distribuciones epicentrales, a partir del análisis de la secuencia de tiempo, para analizar los cambios en el exponente de Hurst reconociendo la forma de la función que se ve reflejada para cada uno de los tres eventos de este análisis (Fig. 2.6 y ecuación 2.5). Es posible identificar los tres eventos descritos anteriormente (Fig. 3.13) así como un sismo más el día 2 de marzo de 1992 y magnitud  $M_s = 5.7$  (que no se analiza en este estudio), siguiendo la forma de la función para tiempo interevento (Fig. 2.6).

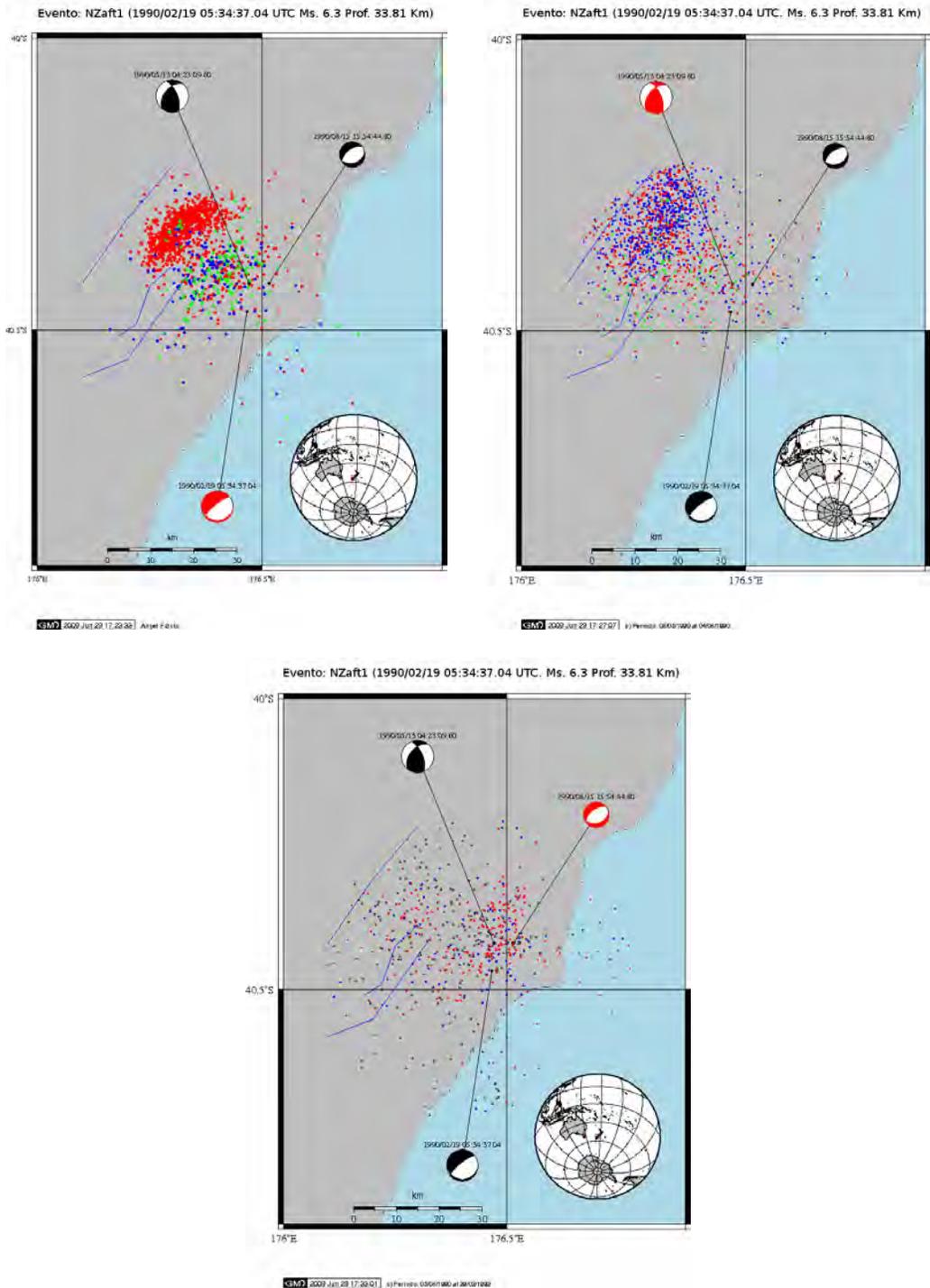


**Fig. 3.13.** Reconocimiento de cuatro sismos principales en la serie temporal de tiempo interevento para la secuencia de réplicas NZaft1.

Usando el análisis propuesto (*Ver Apéndice C para la deducción completa*) se obtuvieron los intervalos de tiempo y valores para exponente de Hurst mostrados en la figura 3.14 donde se muestran 9 intervalos significativos para la prueba estadística Z, así como las zonas epicentrales marcadas en colores en los mapas de la figura 3.15.



**Fig. 3.14.** Intervalos de tiempo y su correspondiente valor promedio para el exponente de Hurst. Secuencia de réplicas NZaft1.



**Fig. 3.15.** Epicentros relacionados a cada uno de los intervalos de tiempo definidos en la figura 3.16 para la secuencia de réplicas NZaft1.

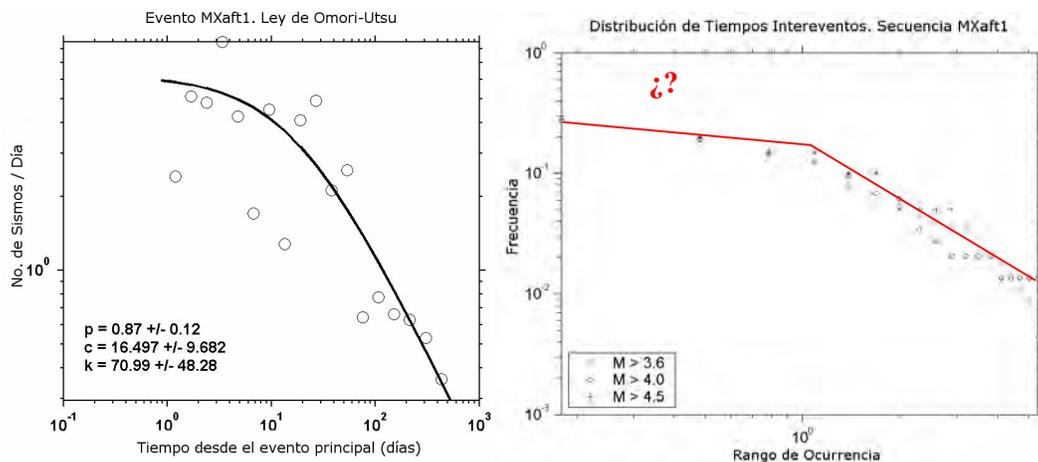
En la figura 3.15 se han graficado en color rojo los eventos correspondientes a los intervalos 1, 4 y 7 de la gráfica 3.14. En azul los eventos correspondientes a los intervalos 2, 5 y 8 de la grafica 3.14. Los eventos correspondientes a los intervalos 3 y 6

de la gráfica 3.14 se muestran en color verde y finalmente en negro los correspondientes al noveno intervalo.

Es importante notar que para esta secuencia, es claramente visible que las primeras réplicas para cada evento principal están localizadas en la vecindad de dos fallas cartografiadas previamente y finalmente el proceso decae a un nivel donde las réplicas se distribuyen alrededor de la zona del evento principal.

### 3.4 Secuencia de réplicas para el sismo de Guerrero, México (MXaft)

El evento principal (MXaft) ocurrió del día 8 de octubre de 2001, con tiempo origen 03:39:17.98 UTC, magnitud  $M_s = 5.4$  y con una profundidad de 4 Km. cuyo epicentro fue  $100.14^\circ$  de longitud Oeste y  $16.94^\circ$  de latitud Norte; este evento es conocido como el sismo de Coyuca de Benítez, el mecanismo es principalmente de falla normal con un rumbo paralelo a la trinchera (Información del Servicio Sismológico Nacional, SSN), así como con una componente lateral izquierda por lo que el plano de falla estaría preferentemente definido por un rumbo (strike) de  $\phi = 281^\circ$ , inclinación (dip):  $\delta = 57^\circ$  y un ángulo de deslizamiento (slip angle o rake) de  $\lambda = -85^\circ$ . Los datos hipocentrales de las réplicas fueron obtenidos del Catálogo del SSN (*Ver apéndice E*).

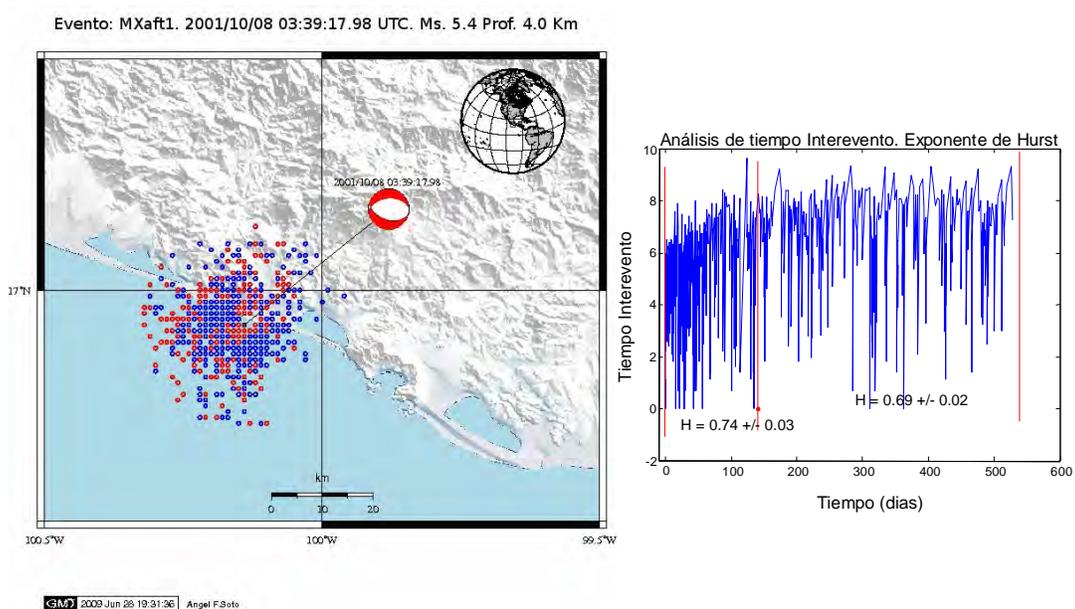


**Fig. 3.16.** Ajuste de la ley de Utsu-Omori para la secuencia de réplicas MXaft (izquierda), así como la distribución de tiempos interevento (derecha) graficado para diferentes magnitudes.

En la figura 3.16 se muestran los valores  $K$ ,  $p$  y  $c$  del mejor ajuste de la ley de Utsu-Omori para la secuencia de réplicas MXaft, así como la distribución de tiempos

interevento para la secuencia MXaft, graficadas para diferentes magnitudes según lo propuesto por Bak (2002) donde probablemente exista un colapso, pero no está definido cualitativamente en la gráfica.

Los epicentros de las réplicas posteriores al evento MXaft son mostradas en la figura 3.17, el mecanismo focal del evento principal en color rojo. En esta figura se muestran en colores las réplicas que corresponden a cada uno de los dos regimenes auto afines definidos en el análisis para la serie temporal. En color rojo se muestra el régimen al que le corresponde un valor de  $H = 0.74 \pm 0.03$  para el exponente de Hurst y en color azul, el régimen con un valor de  $H = 0.69 \pm 0.02$ . (*Ver Apéndice D para el desarrollo completo*).



**Fig. 3.17.** Epicentros de las réplicas posteriores al evento MXaft (izquierda). Se muestran en colores las réplicas que corresponden a cada uno de los dos regimenes auto afines en la serie temporal (derecha).

Esta secuencia de réplicas presenta una distribución epicentral alrededor del evento principal sin alguna preferencia marcada por el análisis fractal.

En general se puede observar que cada uno de los regimenes definidos por el análisis fractal tiene una fuerte relación con la distribución espacial de aparición de las réplicas y el proceso estaría definido como multifractal al encontrar varios exponentes de escalamiento, hecho que se discute en el siguiente capítulo.

## CAPÍTULO 4

### *Discusión de los resultados.*

*“La ignorancia afirma o niega rotundamente; la ciencia duda”  
Francois Marie Arouet, Voltaire.*

Se ha visto que la ley modificada de Omori-Utsu describe la dependencia de la intensidad de la tasa de producción de eventos en muchas secuencias de réplicas así como en experimentos de laboratorio, sin embargo aún no hay una explicación mecánica de dicho comportamiento (e.g. Shcherbakov *et al.*, 2005; Miller, 2009) ya que esta ley no toma en cuenta la energía (Vinogradov, 2008).

Si consideramos que la acumulación y posterior liberación de energía después de un sismo causa que el sistema se desequilibre, la aparición y posterior decaimiento de las réplicas, dictada por la ley de Omori-Utsu, indica que éstas reflejan un proceso de relajación, lo que se puede interpretar como un flujo de energía con una función exponencial temporal describiendo su comportamiento.

Como se ha expuesto, se ha sugerido que los sismos, en particular las réplicas, ocurren independientemente unos de otros (e.g. Inouye, 1937) y que los patrones de series de tiempo pueden descomponerse en distribuciones consecutivas de Poisson con diferentes tasas de ocurrencia  $\lambda$ , sin embargo existe una interdependencia entre las réplicas que han sido investigadas con métodos estadísticos por Utsu (1970) y se hablan de diferentes tasas de sismicidad para réplicas y eventos de fondo (e.g. Hainzl *et al.*, 2005). Esta interdependencia de réplicas puede ser correlacionada con cada régimen auto afín delimitado para en la serie temporal para cada secuencia de réplicas.

Bak, (2002) ha propuesto que las réplicas tienden hacia un proceso Críticamente Auto organizado, sin embargo se demostró que esto es un efecto de considerar una amplia zona sismotectónica (Touati *et al.*, 2009), además encontraron que el comportamiento reportado por Bak es el reflejo de la mezcla de diferentes regímenes, a pesar de esto Vinogradov (2008) explica la existencia de dos regímenes en el proceso de difusión

durante el tiempo de réplicas, sin embargo el análisis propuesto en esta tesis se han logrado reconocer más de dos regímenes en las secuencias de réplicas estudiadas.

Estos regímenes son el efecto tanto de procesos multifractales, considerados por Bak *et al.* (2002) y Corral (2003a) así como sus características globales, como la sismicidad de fondo. Cuando hablamos de un proceso multifractal, nos referimos a sistemas que no exhiben un comportamiento simple de escalamiento (e.g. monofractal) definido por un único exponente de escala, es decir, se requieren diferentes exponentes de escalamiento para diferentes ventanas de tiempo de la serie (Kantelhardt, *et al.*, 2002). Dicho comportamiento multifractal puede considerarse a primer orden y define regímenes en el proceso de réplicas que están relacionados a diferentes procesos dinámicos del mismo (Miramontes y Rohani, 2002) así como a estados de relajación del esfuerzo por el hecho de estar englobados en el decaimiento exponencial de las réplicas.

Podemos considerar que las secuencias seleccionadas son similares, dado que los valores  $p$  son bajos indicando un lento decaimiento temporal para las réplicas. Todos los eventos tienen profundidades comparables (excepto la secuencia NZaft1) y podemos considerarlos como sismos corticales para los que suponemos que las réplicas aparecerán en una vecindad alrededor del hipocentro evento principal en zonas de debilidades preexistentes. En particular la secuencia NZaft1 se seleccionó como un ejemplo para indagar los diferentes procesos de difusión para una secuencia de 3 sismos principales.

El modelo propuesto para analizar el tiempo interevento (Ecuación 2.1) permite identificar cambios en el comportamiento del proceso de réplicas. Este análisis cuantitativo (mediante el exponente de escalamiento) permite definir más de dos regímenes en la serie temporal, los cuales se asocian con la distribución espacial de los eventos, obteniendo un proceso característico para cada evento y que está describiendo los diferentes procesos dinámicos que actúan en la vecindad del hipocentro del evento principal; esto está justificado porque distribución espacial de los epicentros son un indicador de la difusión de la energía durante el proceso de réplicas (Goltz, 1998). Dichos procesos dinámicos, al estar dentro del proceso general de decaimiento de réplicas, están relacionados a diferentes procesos de relajación y que son el resultado de los esfuerzos dinámicos actuando durante la relajación del sistema, ya que varios

autores han sugerido que los esfuerzos dinámicos son los disparadores de las réplicas para ese rango (Felzer y Brodsky, 2006).

Es posible observar que los valores del exponente de Hurst no son constantes y disminuyen hasta un valor de 0.5 durante el proceso de réplicas y tiene un valor máximo al inicio del proceso, esto indica una tendencia del sistema al proceso de sismicidad de fondo.

Cada uno de los exponentes encontrados para la serie de tiempo indica una diferente dinámica en el proceso y por lo tanto están relacionados principalmente con esfuerzos dinámicos durante el proceso de réplicas, desde la ocurrencia del evento principal hasta que cesa el proceso de réplicas donde el sistema se incorpora a su nivel de sismicidad umbral.

A continuación se hace un breve resumen de las principales observaciones para cada secuencia estudiada.

Para la secuencia *AKaft1*, en Alaska (Fig. 3.8), se obtiene la serie para el exponente de Hurst:  $\{1.02 \pm 0.07, 0.63 \pm 0.08, 0.78 \pm 0.04, 0.64 \pm 0.05\}$  lo que define a un proceso fractal. Es evidente un decrecimiento para el exponente de Hurst con el tiempo. En el mapa de epicentros, es posible identificar la migración de los epicentros hacia el exterior, es decir, la actividad inicial de réplicas está más próxima al evento principal, como lo proponen Yamashita y Knopoff, (1987).

Para la secuencia *NZaft2*, de Nueva Zelanda, se obtiene la serie:  $\{1.1 \pm 0.01, 0.77 \pm 0.04, 0.72 \pm 0.02, 0.54 \pm 0.05\}$ . En rojo se ha marcado el valor promedio para el primer régimen, ya que no fue posible obtener un valor con menor variación, esto puede deberse posiblemente a la existencia de otros regímenes que la estadística no es capaz de distinguir. En esta serie obtenida para el exponente de Hurst, se observa también una variación que va desde un proceso probablemente fractal para el hasta un régimen que correspondería a un proceso tipo Poisson ( $H = 0.54 \pm 0.05$ ). Debido a esta variación y al valor para el último régimen proponemos que la actividad de réplicas he llegado a su nivel de sismicidad de fondo. La distribución epicentral de las réplicas (Fig. 3.10) es inversa que en la secuencia *AKaft1* ya que la primera actividad

de réplicas se distribuye en un área máxima y las posteriores réplicas se van concentrando hacia el centro de la región definida por la primera actividad. Esta observación no concuerda con lo expuesto por Yamashita y Knopoff, (1987) sin embargo estaría reflejando el proceso de relajación dinámica para esta secuencia.

Para la secuencia *NZaft3*, de Nueva Zelandia, se obtiene la serie:  $\{0.73 \pm 0.03, 0.87 \pm 0.03, 0.98 \pm 0.05, 0.86 \pm 0.02, 0.64 \pm 0.08\}$ . En esta serie se observa el mismo decrecimiento temporal para el exponente de escalamiento. También es posible observar que los epicentros (Fig. 3.11) se distribuyen alrededor de la falla de rumbo cartografiada en el mapa. La primer actividad de réplicas se distribuye alrededor de un área máxima (epicentros en color rojo) y los posteriores regímenes se agrupan en dos lóbulos uno a cada lado de la falla. El segundo mecanismo (que corresponde a una réplica) corresponde a la cinemática de la falla, al ser una falla lateral izquierda, este hecho da soporte a la correspondencia entre los regímenes definidos y los esfuerzos dinámicos de relajación.

Para la secuencia *NZaft1*, en Nueva Zelandia, se obtiene la serie:  $\{0.83 \pm 0.05, 0.80 \pm 0.03, 0.77 \pm 0.04, 0.70 \pm 0.04, 0.67 \pm 0.03, 0.50 \pm 0.01, 1.02 \pm 0.07, \dots, 0.78 \pm 0.04, 0.48 \pm 0.06\}$ . Se han marcado a propósito en color los valores correspondientes a los tres regímenes encontrados para cada uno de los tres eventos analizados. Para las tres secuencias de réplicas se observa un decaimiento en el valor del exponente de escalamiento. Para los dos últimos eventos podemos correlacionar el último régimen con una distribución de probabilidad tipo Poisson lo que indicaría que el sistema ha llegado a su nivel de sismicidad umbral.

La distribución epicentral para estos tres eventos (Fig. 3.15) se ha dibujado en colores dependiendo del régimen delimitados para cada uno de los tres sismos principales.

En los primeros regímenes para cada uno de los tres sismos (en color rojo) se distribuyen en la región delimitada por tres fallas cartografiadas. Para los epicentros que corresponden a los siguientes regímenes (en color azul y verde) es posible identificar una migración de estos hacia la misma región delimitada por las fallas cartografiadas, indicando posiblemente el efecto de esfuerzos dinámicos actuando en estos regímenes para los cuales los correspondientes valores para los exponentes de Hurst

({...,  $0.80 \pm 0.03$ ,  $0.77 \pm 0.04$ , ...,  $0.67 \pm 0.03$ , ..., ...,  $0.78 \pm 0.4$ }) indican un proceso persistente o periódico.

Finalmente, el último régimen corresponde a epicentros que se distribuyen alrededor del área y se muestran en color negro con un valor para el exponente de Hurst de  $0.48 \pm 0.06$  que indicaría un régimen de sismicidad umbral.

Para la secuencia MXaft, en Guerrero, México, se obtienen la serie:  $\{0.74 \pm 0.03, 0.69 \pm 0.02\}$ . Sólo se obtuvieron dos regímenes en esta serie de tiempo que está representando un proceso persistente o periódico. La distribución epicentral de las réplicas para este evento (Fig. 3.17) no muestra claramente una tendencia como en los demás casos, probablemente debido a un error mayor en la localización epicentral o a algún proceso común a los dos regímenes.

## CAPÍTULO 5

### *Conclusiones.*

*“La ciencia es la progresiva aproximación del hombre al mundo real”.*  
*Max Planck*

Para las secuencias analizadas el decaimiento de réplicas es relativamente lento, dado que los valores de  $p$  son relativamente bajos (Wiemer y Katsumata, 1999).

Aunque Vinogradov (2008) habla sólo de dos regímenes en secuencias de réplicas, se han identificado más procesos mediante el análisis en el comportamiento temporal de tiempo interevento, debido a que se trabaja directamente con los datos de tiempo más que con distribuciones de probabilidad ajustadas previamente.

Podemos definir el proceso de réplicas como un fenómeno multifractal, ya que se requiere un conjunto de exponentes de escalamiento para analizar la serie temporal. Cada uno de los exponentes de escalamiento está relacionado con una dinámica diferente en el proceso de réplicas, es decir, con mecanismos diferentes de difusión. El hecho de que algunos investigadores (e.g. Bak, 1996; Bak *et al.*, 2002; Molchan, 2005; Corral, 2003a) hayan encontrado que las distribuciones de tiempo interevento pueden “colapsarse” en una ley universal, sólo es el resultado de mezclar diferentes procesos como lo han demostrado recientemente Touati *et al.* (2009). Algo similar podemos ver en este trabajo, donde se demuestra que existen diferentes procesos que entran en acción o dominan a diferentes tiempos.

Para todos los casos analizados, se observa un decremento en el exponente de Hurst, esto es un indicador de que el proceso de réplicas después de ser completamente un proceso persistente que tiende a decaer hacia un proceso tipo Poisson que podemos identificar con la sismicidad umbral. Dicha variación del exponente de escalamiento, es un indicador de los procesos dinámicos del decaimiento de réplicas y esta aseveración está validada con el análisis epicentral de las réplicas (Goltz, 1998) que muestran regímenes relacionados a cada dinámica o estado de relajación del proceso. Éstas relaciones espacio-temporales indican la dependencia de las variaciones fractales en la serie de tiempo, con el ambiente tectónico.

Los ejemplos analizados muestran que no podemos generalizar el hecho de que el proceso inicial está contenido dentro de una región más próxima al evento principal como lo expone Yamashita y Knopoff, (1987), debido a la existencia de procesos independientes de relajación del esfuerzo que se activan incluso a distancias no tan cortas. Tampoco se puede relacionar espacialmente clusters cerrados con tiempos interevento cortos.

Uno de los objetivos de este trabajo es el intentar definir el cese en el proceso de réplicas o su incorporación al nivel umbral. Hainzl *et al.* (2005) utilizan un modelo Poissoniano para reproducir las distribuciones de tiempo interevento y de esta manera simular la sismicidad umbral. Debido a que el nivel de sismicidad umbral se relaciona con un proceso tipo Poisson, los regímenes con un exponente de Hurst igual a 0.5 corresponden a niveles de sismicidad umbral, tal como se observa en la figura 2.7 para la simulación para una distribución de probabilidad de tipo Poisson. De acuerdo a nuestros resultados podemos definir que para los eventos de Nueva Zelandia (*NZaft1*) y (*NZaft2*) el proceso ha entrado a su nivel de sismicidad umbral o sismicidad de fondo.

Dado que este trabajo pretende esbozar el proceso dinámico de difusión de esfuerzo mediante el cálculo del exponente de escalamiento utilizando la técnica de Rango Escalado, podemos considerar este análisis como preliminar, ya que al demostrar que el proceso de réplicas un proceso multifractal es más conveniente utilizar un Análisis Multifractal de Fluctuaciones sin Tendencias (Multifractal Detrended Fluctuation Analysis, MF - DFA) (Kanterlhardt *et al.*, 2002). El método MF-DFA permitiría determinar de una manera fiable el comportamiento temporal del exponente de escalamiento (en este caso el exponente de Hurst) en la serie de tiempo interevento, para determinar posibles regímenes no mostrados con la técnica usada en este análisis.

Por otro lado también es conveniente realizar una correlación espacial, modelando el deslizamiento de la falla para el evento principal y buscar la relación con la distribución espacial de los hipocentros de las réplicas que están relacionadas con cada régimen delimitado anteriormente, esto se puede lograr proponiendo un modelo físico generador de réplicas que explique los diferentes estados de relajación encontrados en este trabajo.

## Apéndice A.

### *Programa gráfico para calcular el modelo de tiempo interevento y el criterio de cambio usando la estadística Z o t-Student.*

```
%% Programa en matlab para el cálculo del exponente de Hurst
% en las series de tiempo interevento usando la estadística
% de rango escalado.
% A. Figueroa Soto y F.R. Zúñiga
% Última Modificación: 10/02/09
%
%% Análisis de datos partiendo del catálogo original en Zmap.
clc
xtt =[]; wt=[]; lwt = []; xtd = []; yi = []; yif = [];
minpyr = 365*24*60;      % minutos por año
minpdy = 24*60;         % minutos por día
wlength = 10;          % no. de puntos para el promedio corrido
xty = a(:,3);          % tiempos de ocurrencia de cada evento en
segundos
sizext = length(a(:,3));
wt(2:sizext) = diff(a(:,3))*minpyr; % check
l = wt < 0.5;
wt(l) = [];           % eliminar los casos de wt < a medio minuto
sizext = length(wt);
xtt = cumsum(wt)/minpdy; % tiempo en días
lwt = log(wt);
dtt=(xtt(sizext)-xtt(1))/(sizext-1) ; % si ya esta en minutos

% análisis desde cero días.
T = xtt;
T = T - min(T);
s = lwt;
%% Figura de tiempo interevento
figure
plot(T,s)
xlabel('time(days)', 'FontSize',12)
ylabel('Wtimes', 'FontSize',12)
title('InterEvent time Analysis. Hurst Exponent')

% Ventana para seleccionar el intervalo donde calcular el exponente de
Hurst y la variación del mismo mediante la estadística Z.
hold on
seti = uicontrol('BackgroundColor','c','Units','normal',...
                'Position',[.6 .01 .2 .05],'String','Select Time1 ');

M1b = [];
M1b= ginput(1);
t1= M1b(1);
plot(M1b(1),0, 'r', 'era', 'back');
set(seti, 'String', 'Select Time2');
M2b = [];
set(gcf, 'Pointer', 'cross')
M2b = ginput(1);
plot(M2b(1),0, 'r', 'era', 'back')
t2= M2b(1);
delete(seti)
if t1>t2 % if start and end time are switched
    t3=t2;
    t2=t1;
    t1=t3;
end
end
```

```

l=find(T>t1 & T<t2);
T2 = T(l);
s2 = s(l);

% Gráfico con la ventana de tiempo seleccionada y llamada a la función
HURST_EXP(x,y).

figure
hold on
plot(T2,s2)
xlabel('time (days)','FontSize',12)
ylabel('Wtimes','FontSize',12)
title('InterEvent time Analysis. Hurst Exponent')

option = uimenu('Label','ZTools','BackgroundColor','y');
option1F = uimenu(option,'Label','New Analysis ...
','Callback','SELECT_WINDOW;');

seti = uicontrol('BackgroundColor','c','Units','normal',...
'Position',[.6 .01 .2 .05],'String','New Analysis
','Callback','SELECT_WINDOW;');

% Se llama a la función para cálculo del exponente de Hurst.
HURST_EXP(T2,s2)

```

***Función para el cálculo de Exponente de Hurst y valoración de la variación del mismo con la prueba estadística Z.***

```

% Modificado del programa publicado por el Dr. Román Pérez.
% Última modificación: 01 de 2009.
function [H] = HURST_EXP(t,SR)

t(1)=[];
SR(1)=[];

% El análisis R/S consiste en escoger un cierto número de escalas
(ventanas), obtener la media del vector, calcular las diferencias de
cada valor con respecto a la media y hacer una suma acumulativa de
ellas. El rango es la diferencia entre el valor máximo y el valor
mínimo de esta suma. Al dividir entre la desviación standard se
obtiene R/S la cual, según Hurst, es proporcional a  $ct^H$ , donde c es
una constante (0.5) y t es la escala en cuestión. Así que al graficar
log(R/S) vs t, la pendiente de la recta es H.
N = length(SR);
for i = 1:30; % numero de sub intervalos de tiempo
    nv = N/(2*i);
    for j = 1:i;
        nv = floor(nv); % Divisiones del intervalo de tiempo total.
        Floor reduce nv al numero entero menor (N contiene el máximo de
        Wtimes)
        r = SR(1+(j-1)*nv:j*nv); % r contiene el
        subconjunto de WTIMES desde 1 hasta nv ( MODIFICACION DR. ROMAN PEREZ)
        M = mean(r); % promedio del subconjunto
        x = (r-M); % diferencia entre cada valor respecto a
        la media
        Y = cumsum(x); % suma acumulativa
        R(j) = max(Y)-min(Y); % RANGO
        S(j) = std(r); % DESV. ESTANDAR de Wtimes
    end
end

```

```

        tau(i) = nv;                % vector de los subconjuntos desde 1:nv
        RS(i)= mean(R./S);
    end

    lRS = log10(RS);
    ltau = log10(tau);
% Figura de variación para el exponente de Hurst
    figure;
    axis equal
    plot(ltau,lRS)
    xlabel('log(\tau)', 'FontSize',12)
    ylabel('log(R/S)', 'FontSize',12)
    hold on
    grid on

%% Análisis con la estadística t-Student o prueba de valor Z.
% Cálculo de exponentes de Hurst para cada punto partiendo de cero.
    for i = 1:length(lRS);
        H(i) = ( lRS(i) - lRS(1) ) ./ ( ltau(i) - ltau(1) );
    end
    stand(1)=0;
% Cálculo de la desviación estándar según la ecuación 2.8 del capítulo
2
    for i = 2:length(lRS);
        p = polyfit(ltau(1:i),lRS(1:i),1);
        q = polyval(p,ltau(i));
        stand(i) = ( (q - lRS(i)).*(q - lRS(i)) ) ./ ltau(i);
    end
% Análisis de valor z. (Ecuación 2.9 del capítulo 3)
    for i = 1:length(H)-1;
        z(i) = ( H(i) - H(i+1) ) ./ sqrt( stand(i+1)./ltau(i+1) +
stand(i)./ltau(i) );
    end

    timetau=ltau;
    timetau(1)=[];
    axis equal
    plot(timetau,0 + z/2,'g')
    set (gca,'XLim',[-1.0 4.0])
    set (gca,'YLim',[-2.5 2.5])
    title('Hurst Exponent and Z-value probe');

    H(1:3)=[];
    k = isnan(H);
    H(k) = [];
    text(2.0,0.2,['mean (H) = ' num2str( mean(H) ) '+/-' num2str( std(H) )
], 'FontSize',8)
    axis equal
%% Valoración del valor z obtenido en el paso anterior.
    j=1;
    for i = 1:length(z);
        if(z(i) > 2.35 | z(i) < -2.35 );
            plot(timetau(i-1),0+lRS(i), '*red')
            points(j)=timetau(i-1);        % puntos de inflexión en el
espacio (R/S) - (tau)
            j = j+1;
        end
    end
    hold off
end

```

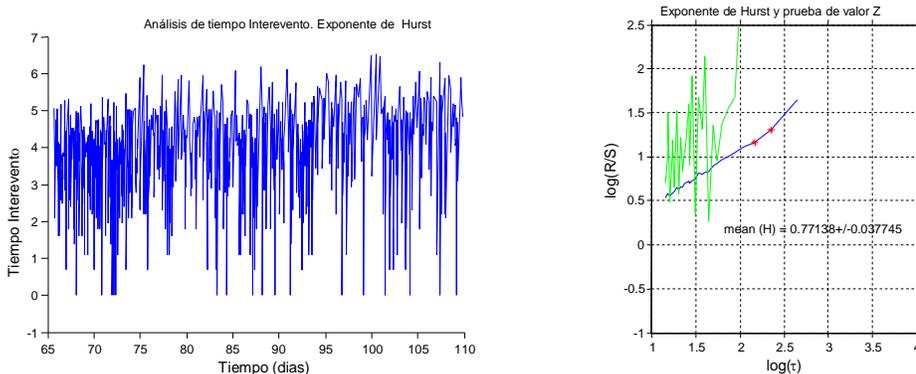
## Apéndice B.

### Análisis para las secuencias de réplicas para los eventos NZaft2 y NZaft3.

**NZaft2.** Sismo del día 18 de junio de 1994, con tiempo origen 03:25:15.83 UTC, magnitud  $M_s = 6.7$  y profundidad de 24 Km.

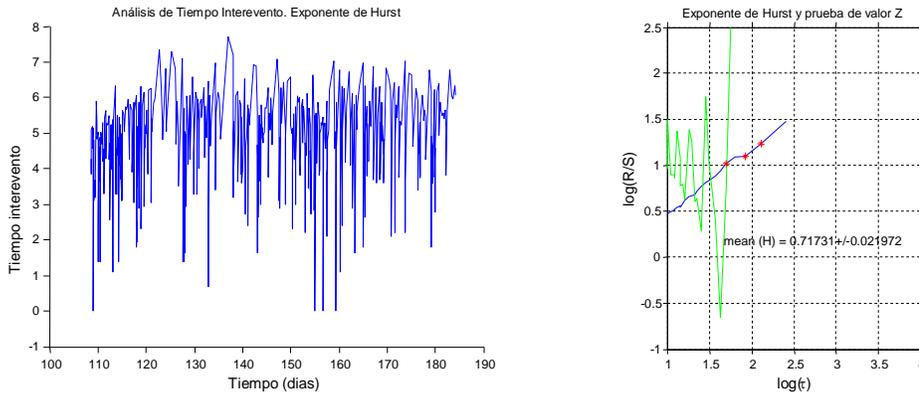
No fue posible obtener un valor para el exponente de Hurst, debido a que la estadística Z muestra grandes cambios significativos que indican cambios drásticos en este primer régimen dinámico del proceso de réplicas. Sin embargo este primer régimen abarca desde el evento principal hasta 21 días posteriores al evento principal.

La segunda variación significativa para el exponente de Hurst corresponde al intervalo de tiempo entre 65 y 110 días (45 días posteriores al primer intervalo, figura 1-B), donde es posible obtener un valor de  $H = 0.78 \pm 0.04$ .



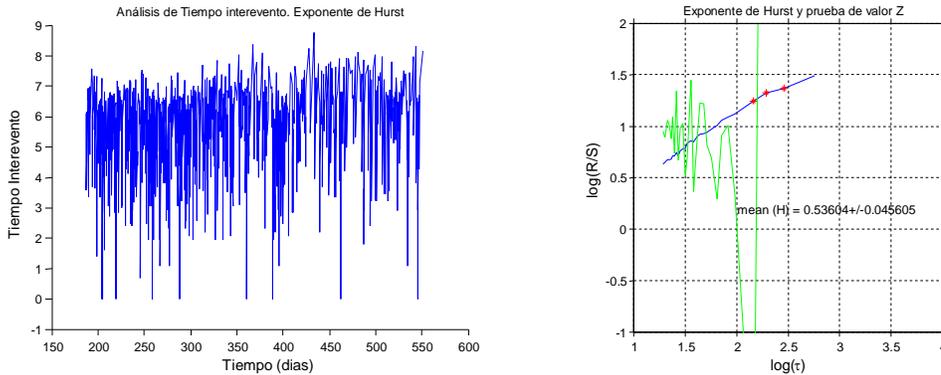
**Fig. 1-B.** Segunda variación significativa que define el segundo régimen temporal en la secuencia NZaft2.

En la tercera variación significativa para el exponente de Hurst (figura 2-B) es posible obtener un valor de  $H = 0.70 \pm 0.02$  para el exponente de Hurst, que corresponde al intervalo de tiempo de 110 a 190 días (80 días posteriores al segundo intervalo).



**Fig. 2-B.** Tercera variación significativa que define el tercer régimen temporal en la secuencia NZaft2.

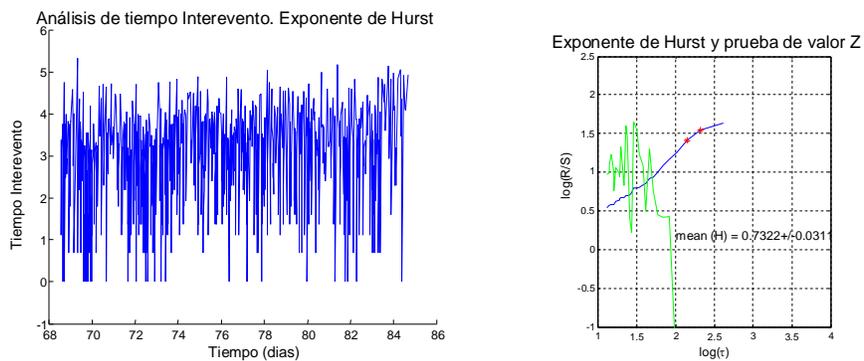
La cuarta variación significativa para el exponente de Hurst (figura 3-B) corresponde al intervalo de tiempo de 190 a 550 días posteriores (360 días posteriores al quinto intervalo de tiempo) y donde es posible obtener un valor de  $H = 0.54 \pm 0.05$  para el exponente de Hurst.



**Fig. 3-B.** Cuarta variación significativa que define el cuarto régimen temporal en la secuencia NZaft2.

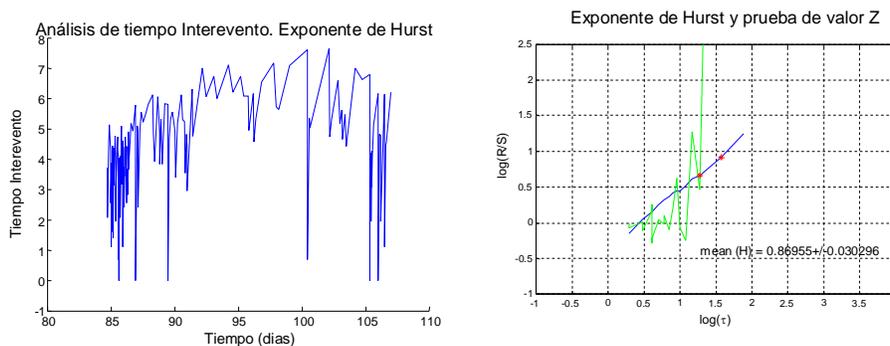
**NZaft3.** Sismo del día 7 de diciembre de 2001, con tiempo origen 19:27:34.14 UTC, magnitud  $M_s = 5.7$  y con una profundidad de 7Km.

La primera variación significativa para el exponente de Hurst corresponde al tiempo entre 65 y 84 días (que corresponde a 19 días posteriores al evento principal, figura 4-B) con un valor promedio de  $H = 0.73 \pm 0.03$  para el exponente de Hurst.



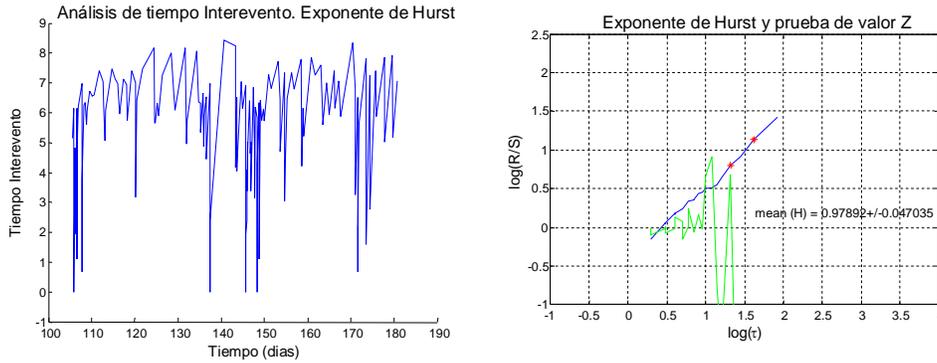
**Fig. 4-B.** Primera variación significativa que define el primer régimen temporal en la secuencia NZaft3.

La segunda variación significativa para el exponente de Hurst corresponde al tiempo entre 85 y 108 días (que corresponde a 23 días posteriores al primer intervalo, figura 5-B) con un valor promedio de  $H = 0.87 \pm 0.03$  para el exponente de Hurst.



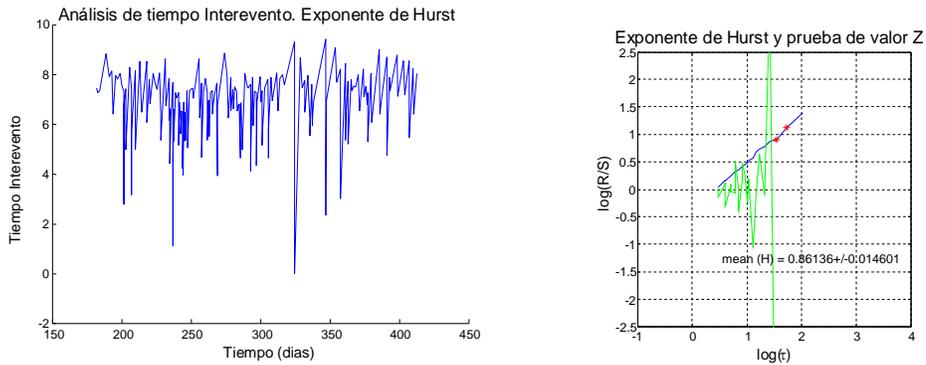
**Fig. 5-B.** Segunda variación significativa que define el segundo régimen temporal en la secuencia NZaft3.

La tercera variación significativa para el exponente de Hurst corresponde al tiempo entre 109 y 183 días (que corresponde a 74 días posteriores al segundo intervalo, figura 6-B) con un valor promedio de  $H = 0.98 \pm 0.04$  para el exponente de Hurst.



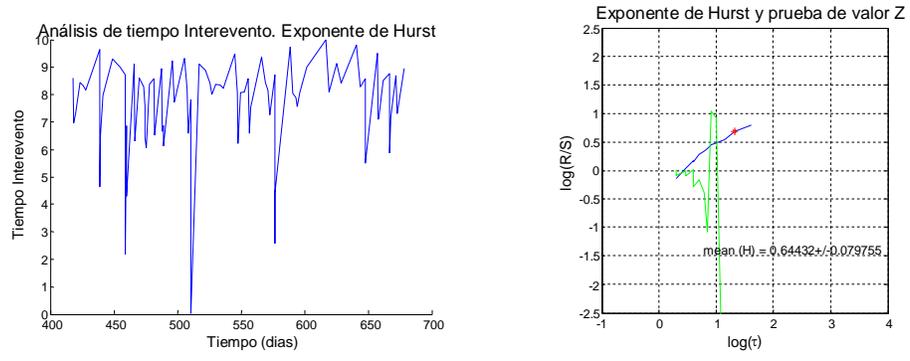
**Fig. 6-B.** Tercera variación significativa que define el tercer régimen temporal en la secuencia NZaft3.

La cuarta variación significativa para el exponente de Hurst corresponde al tiempo entre 184 y 420 días (que corresponde a 236 días posteriores al tercer intervalo de tiempo, figura 7-B) con un valor promedio de  $H = 0.86 \pm 0.02$  para el exponente de Hurst.



**Fig. 7-B.** Cuarta variación significativa que define el cuarto régimen temporal en la secuencia NZaft3.

La quinta variación significativa para el exponente de Hurst corresponde al tiempo entre 421 y 670 días (que corresponde a 249 días posteriores al cuarto intervalo de tiempo, figura 8-B) con un valor promedio de  $H = 0.64 \pm 0.08$  para el exponente de Hurst.



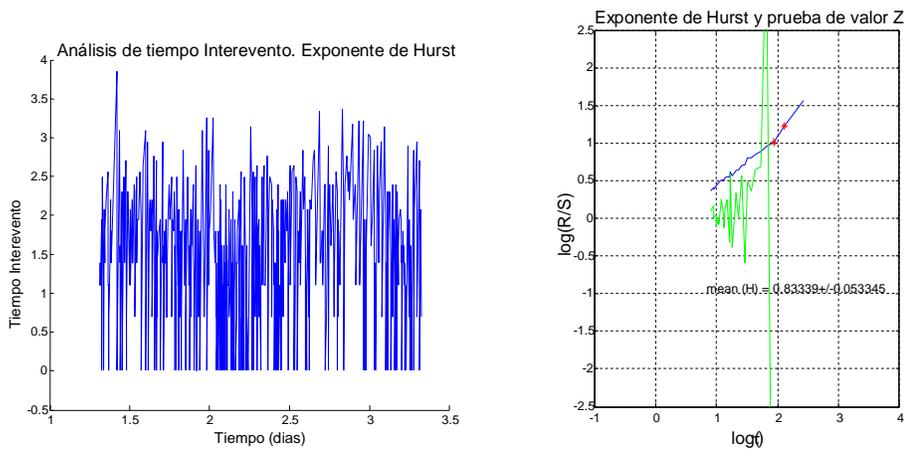
**Fig. 8-B.** Quinta variación significativa que define el quinto régimen temporal en la secuencia NZaft3.

## Apéndice C.

### *Análisis para las secuencias de réplicas para el evento NZaft1.*

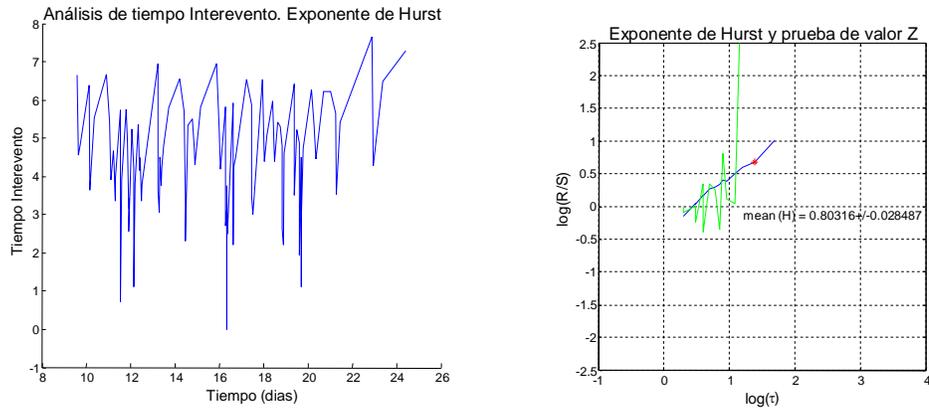
Sismo principal del día 19 de febrero de 1990, con tiempo origen 03:39:17.98 UTC, magnitud  $M_s = 6.3$  y profundidad de 20Km. Además de este evento se analizan dos sismos posteriores y se usó el sismo del día 2 de marzo de 1992 para delimitar temporalmente el estudio para esta secuencia de réplicas.

La primera variación significativa para el exponente de Hurst corresponde al intervalo de tiempo entre 0 y 4 días posteriores al evento principal (figura 1-C), donde se obtuvo un valor de  $H = 0.83 \pm 0.05$  para el exponente de Hurst.



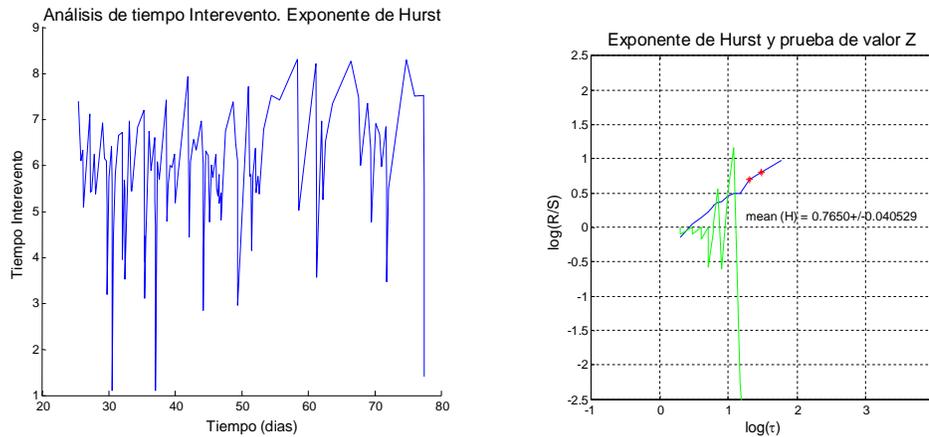
**Fig. 1-C.** Primera variación significativa que define el primer régimen temporal en la secuencia NZaft1.

La segunda variación significativa para el exponente de Hurst corresponde al intervalo de tiempo entre los 8 y 24 días posteriores al evento principal (figura 2-C), donde se obtuvo un valor de  $H = 0.80 \pm 0.03$  para el exponente de Hurst.



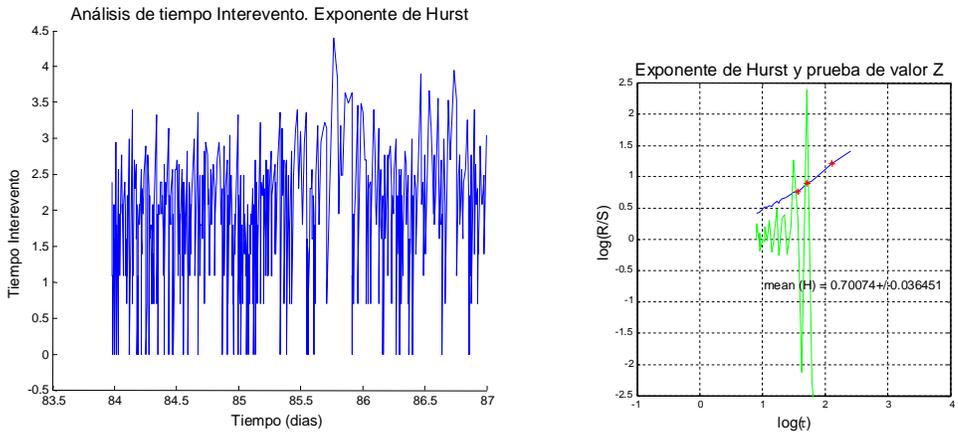
**Fig. 2-C.** Segunda variación significativa que define el segundo régimen temporal en la secuencia NZaft1.

La tercera variación significativa para el exponente de Hurst corresponde al intervalo de tiempo entre 25 y 80 días posteriores al evento principal (figura 3-C), donde se obtuvo un valor de  $H = 0.77 \pm 0.04$  para el exponente de Hurst.



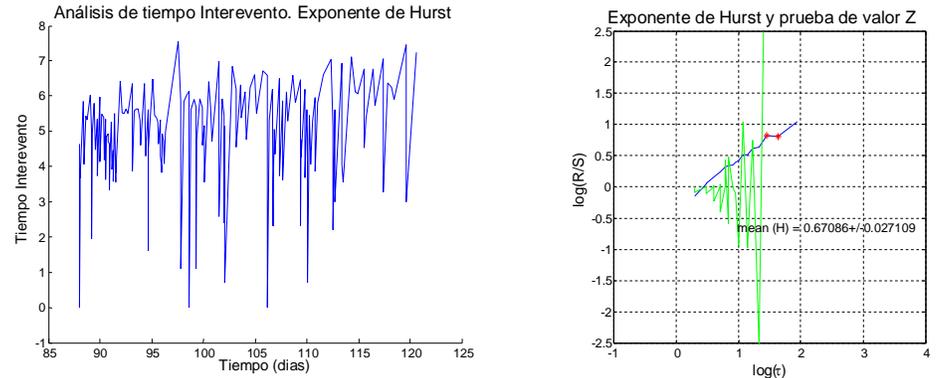
**Fig. 3-C.** Tercera variación significativa que define el tercer régimen temporal en la secuencia NZaft1.

La cuarta variación significativa para el exponente de Hurst corresponde al intervalo de tiempo entre 81 y 87 días posteriores al evento principal (figura 4-C), donde se obtuvo un valor de  $H = 0.70 \pm 0.04$  para el exponente de Hurst.



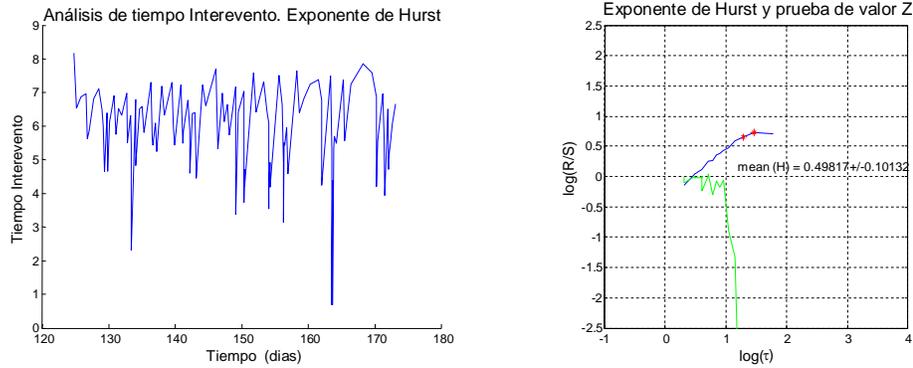
**Fig. 4-C.** Cuarta variación significativa que define el cuarto régimen temporal en la secuencia NZaft1.

La quinta variación significativa para el exponente de Hurst corresponde al intervalo de tiempo entre 90 y 120 días posteriores al evento principal (figura 5-C), donde se obtuvo un valor de  $H = 0.67 \pm 0.03$  para el exponente de Hurst.



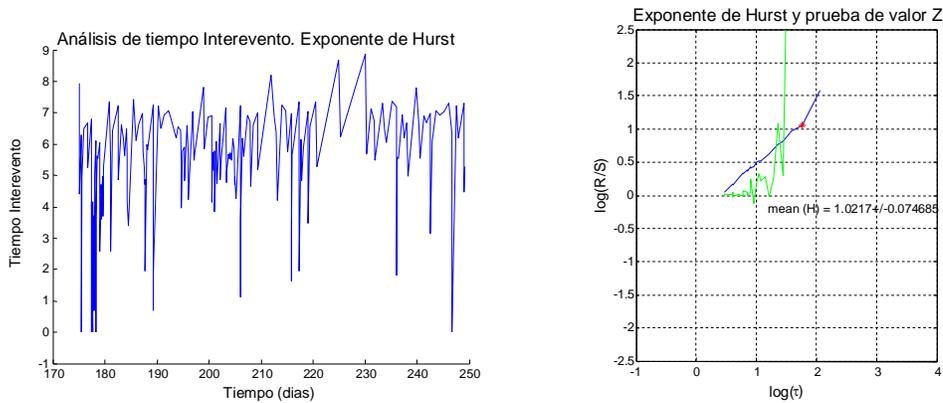
**Fig. 5-C.** Quinta variación significativa que define el quinto régimen temporal en la secuencia NZaft1.

La sexta variación significativa para el exponente de Hurst corresponde al intervalo de tiempo entre 125 y 175 días posteriores al evento principal (figura 6-C), donde se obtuvo un valor de  $H = 0.50 \pm 0.1$  para el exponente de Hurst.



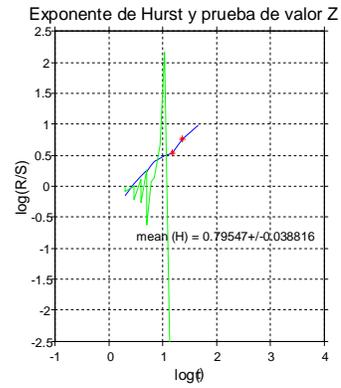
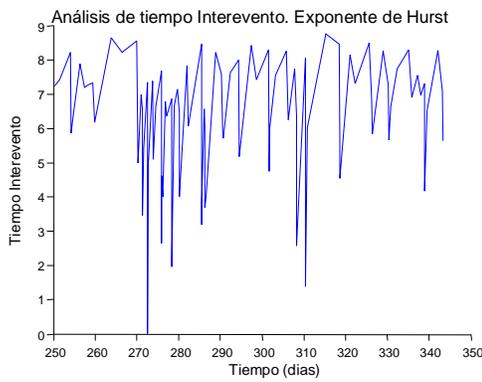
**Fig. 6-C.** Sexta variación significativa que define el sexto régimen temporal en la secuencia NZaft1.

La séptima variación significativa para el exponente de Hurst corresponde al intervalo de tiempo entre 176 y 250 días posteriores al evento principal (figura 7-C), donde se obtuvo un valor de  $H = 1.02 \pm 0.07$  para el exponente de Hurst.



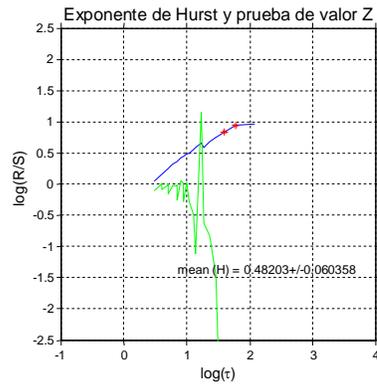
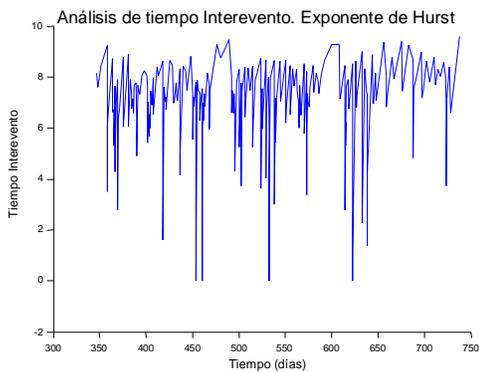
**Fig. 7-C.** Séptima variación significativa que define el séptimo régimen temporal en la secuencia NZaft1.

La octava variación significativa para el exponente de Hurst corresponde al intervalo de tiempo entre 251 y 350 días posteriores al evento principal (figura 8-C), donde se obtuvo un valor de  $H = 0.78 \pm 0.04$  para el exponente de Hurst.



**Fig. 8-C.** Octava variación significativa que define el octavo régimen temporal en la secuencia NZaft1.

La novena variación significativa para el exponente de Hurst corresponde al intervalo de tiempo entre 351 y 750 días posteriores al evento principal (figura 9-C), donde es posible obtener un valor de  $H = 0.48 \pm 0.06$ .



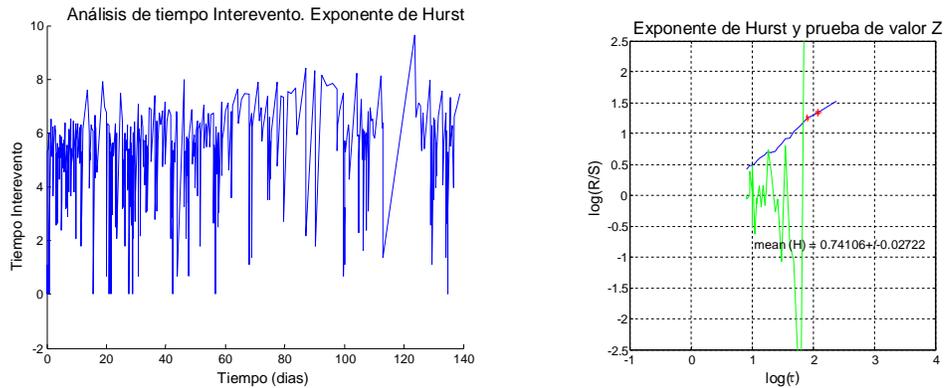
**Fig. 9-C.** Novena variación significativa que define el noveno régimen temporal en la secuencia NZaft1.

## Apéndice D.

### Análisis para las secuencias de réplicas para el evento MXaft.

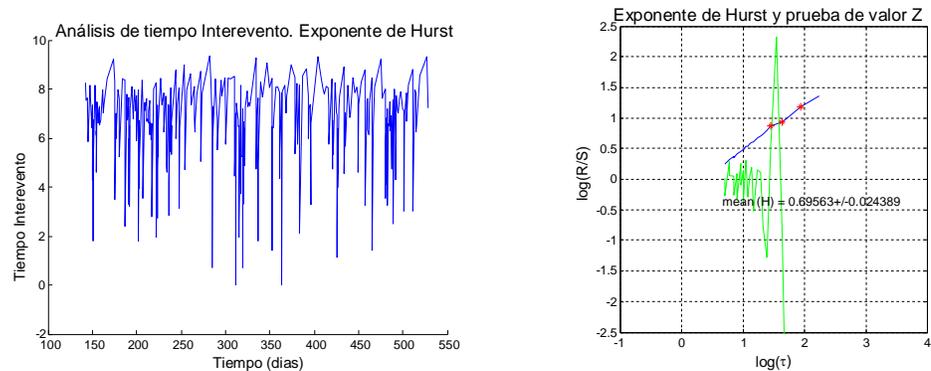
Sismo del día 8 de octubre de 2001, con tiempo origen 03:39:17.98 UTC, magnitud  $M_s = 5.4$  y profundidad de 4Km.

La primera variación significativa para el exponente de Hurst corresponde al intervalo de tiempo entre 0 y 140 días posteriores al evento principal (figura 1-D), donde se obtuvo un valor de  $H = 0.74 \pm 0.03$  para el exponente de Hurst.



**Fig. 1-D.** Primera variación significativa que define el primer régimen temporal en la secuencia MXaft1.

La segunda variación significativa para el exponente de Hurst corresponde al intervalo de tiempo entre 150 y 550 días posteriores al evento principal (figura 2-D), donde es posible obtener un valor de  $H = 0.69 \pm 0.02$ .



**Fig. 2-D.** Segunda variación significativa que define el segundo régimen temporal en la secuencia MXaft1.

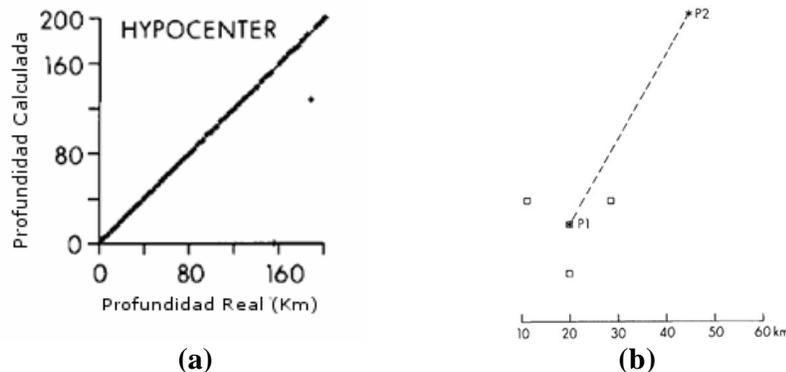
## Apéndice E.

### *Catálogos utilizados y posibles errores en las localizaciones.*

En sismología, para determinar los hipocentros se recurre a la lectura en tiempo de las fases *P* y *S* en las diferentes estaciones (Manual de IASPEI, 2002). Dado que la localización se hace por medio de tiempos de arribo de las fases *P* y *S*, que de entrada tienen una incertidumbre, se tienen errores tanto en la ubicación hipocentral como en el tiempo origen (Stein y Wysession, 2005).

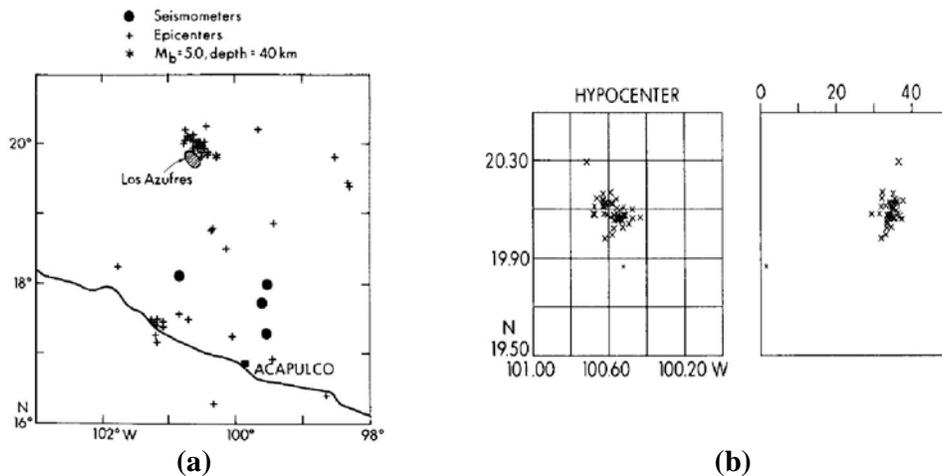
Adicional al problema de localización, se tiene la incertidumbre dada por la configuración de la red de estaciones sísmicas. La literatura habla de arreglos de estaciones para mejorar la localización, dos de ellas se comentan a continuación.

El primero arreglo analizado para localización se denomina NET1 (Lienert *et al.*, 1986), con al menos tres estaciones espaciadas a 10Km en un arreglo circular (lo más posible) y una estación en el centro. En este caso se tiene una buena localización hasta para eventos localizados sobre una línea hasta a 60Km de distancia radial (Fig. 1-D).



**Fig. 1-D. Arreglo NET1.** (a) La relación entre la profundidad calculada y la real para hipocentros sintéticos es casi lineal utilizando el arreglo NET1. (b) El arreglo teórico de estaciones es de manera equidistante en un radio de 10Km y eventos distanciados a 50Km a lo largo de la línea P1 – P2. (Tomado de Lienert *et al.*, 1986)

Por otro lado, el arreglo NET3 (Novelo-Casanova *et al.*, 1984) considera estaciones solo en tierra, como el caso del arreglo Petatlán, para analizar las localizaciones para un sismo cercano a “Los Azufres”, en Puebla (Fig. 2-D). Es de esperarse que las localizaciones usando este arreglo, tengan un error mayor, dado que la cobertura azimutal no es la mejor (Ling, *et al.*, 2006).



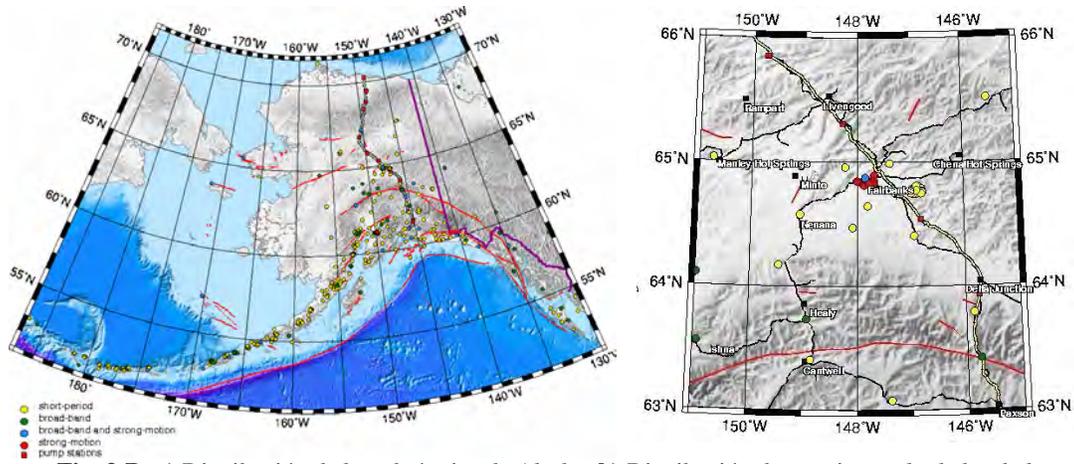
**Fig. 2-D. Arreglo Petatlán.** (a) Arreglo de estaciones Petatlán, (b) Localizaciones utilizando el método Hypocenter. (Tomado de Lienert *et al.*, 1986)

De esta forma si asumimos que las fases han sido marcadas de forma que la incertidumbre es aceptable, el error en la localización depende principalmente de la densidad de estaciones y el arreglo de la red (cobertura azimutal).

A continuación se enuncian los catálogos sísmicos utilizados en este trabajo de investigación y se comentan los posibles errores en la localización como función del arreglo utilizado.

### *Alaska*

Los datos hipocentrales para las réplicas del sismo de Alaska fueron tomados del catálogo del Centro de Información Sísmica de Alaska (AEIC por sus siglas en inglés) disponible en la dirección: <http://www.aeic.alaska.edu/>. Es posible obtener la localización con su correspondiente error hipocentral para los eventos. Para esta secuencia podemos considerar un arreglo de estaciones del tipo NET1 dada la buena cobertura azimutal en la región de la secuencia de réplicas (fig. 3-D (b)) y la distancia máxima de los epicentros de las réplicas.



**Fig. 3-D.** a) Distribución de la red sísmica de Alaska. b) Distribución de estaciones alrededor de la secuencia analizada.

(Tomado de [http://www.aeic.alaska.edu/maps/map\\_of\\_stations.html](http://www.aeic.alaska.edu/maps/map_of_stations.html), 2009)

### Nueva Zelandia

Para Nueva Zelandia, el arreglo de la red sísmica se muestra en la figura 4-D. La red cuenta principalmente con sismómetros de banda ancha Guralp CMG en algunos y STS2 en otros, así como un sensor *Episensor Kinematics* cada uno. Los datos de localización para las réplicas fueron obtenidos del Catálogo de GeoNet, que es la institución encargada del monitoreo y registro de sismicidad en Nueva Zelandia y que depende del Instituto de Ciencias Geológicas y Nucleares (GNS Ltd.), esta información esta disponible en la dirección: <http://magma.geonet.org.nz/resources/quakesearch/>, donde también es posible obtener los errores en las localizaciones hipocentrales. Podemos considerar el arreglo de estaciones puede considerarse del tipo NET1 o al menos con una buena cobertura azimutal.



**Fig. 4-D.** Distribución de la red sísmica de Nueva Zelandia. Sitios en rojo estaciones existentes y los azules son estaciones planeadas. (Tomado de Patterson *et al.*, 2007).

*Guerrero, México.*

Para el caso de los datos obtenidos para el sismo de Guerrero, los datos están disponibles en la página del Servicio Sismológico Nacional ([www.ssn.unam.mx](http://www.ssn.unam.mx)). La red de banda ancha consta 36 estaciones principalmente de sismómetros STS2 (Fig. 5-D) sin embargo en 2001 solo se contaba a lo más con 24 estaciones.



**Fig. 5-D.** Distribución de la red sísmica de México. (Tomado de [www.ssn.unam.mx](http://www.ssn.unam.mx), 2009).

Debido a que no es posible obtener los errores hipocentrales y que podemos considerar un arreglo de tipo NET3 por la cobertura azimutal de la red, es posible la existencia de errores en las localizaciones calculadas por el servicio sismológico. Comparando localizaciones con una red temporal más densa en Jalisco (Proyecto MARS) con sismómetros de banda ancha, aunque permite observar poca variación epicentral respecto a los reportados por el SSN (del orden de 3 Km) es posible obtener variaciones en profundidad, respecto a las localizaciones del SSN, hasta del orden de 5 Km (Martínez, L R., 2009; Avendaño, I. I., 2008).

Este es el principal limitante del análisis espacial para el evento de Guerrero analizado en este trabajo, sin embargo el análisis temporal indica regímenes de relajación utilizando el tiempo origen de las réplicas.

## **Referencias**

Aki K., 1981. *A probabilistic synthesis of precursory phenomena*. D.W. Simpson and P.G. Richards, editors. *Earthquake Prediction: An International Review*. 4. 566.

Aki K., 1984. *Asperities, Barriers, Characteristic Earthquakes and Strong Motion Prediction*. *Journal of Geophysical Research*. 89. No.B7. 5867-5872.

Avendaño Ibarra, I. 2008. *Estudio de Sismicidad y Mecanismos Focales en el bloque de Jalisco usando datos de banda muy ancha de la red temporal MARS*. Tesis de Licenciatura. Linares, N.L. México

Avram, F. and Taqqu, M., 2000. *Robustness of the R=S Statistic for Fractional Stable Noises*. *Statistical Inference for Stochastic Processes*. 3. 69-83.

Bak, P., 1996. *How Nature Works: The Science of Self Organized Criticality*. Springer-Verlag. Pag. 212.

Bak, P., 2002. *Unified Scaling Law for Earthquakes*. *Physical Review Letters*. 8(17).

Bormann, P., 2002. *New Manual of Seismological Observatory Practice (New Manual of Seismological Observatory Practice)*. Volume 1 and 2. International Association of Seismology and Physics of the Earth's Interior. GeoForschungsZentrum Potsdam.

Chatain, Jean-Luc., Cardwell, R. K., Isacks, Bryan L., 1983. *Expansion of the aftershock zone following the Vanuatu (New Hebrides) earthquake on 15 July 1981*. *Geophysical Research Letters*. 10. No. 5. 385-388.

Choy, G.L. and Boatwright, J.L., 1995. *Global patterns of radiated seismic energy and apparent stress*. *Journal of Geophysical Research*. 100, B9. 18,205-18,228.

Conniffe, D., 2000. *Approximating the Distribution of the R/s Statistic*. *The Economic and Social Review*. 31. No. 3. 237-248.

Dziewonski, A.M. and Woodhouse, J.H. 1983. *An Experiment in Systematic Study of Global Seismicity: Centroid-Moment Tensor Solutions for 201 Moderate and Large Earthquakes of 1981*. *Journal of Geophysical Research*. 88. No. B4. 3247-3271.

Corral, A., 2003a. *Local Distributions and Rate Fluctuations in a Unified Scaling Law for Earthquakes*. *Physical Review E*. 68.

Felzer, K.R., and Brodsky, E.E., 2006. *Decay of aftershock density with distance indicates triggering by dynamic stress*. *Nature*. 441. 735-738.

Figueroa Soto A., Cerca M. M., Zúñiga F.R., 2008. *Propagación de Fractura: una breve revisión teórica y un modelo experimental*. Sociedad Mexicana de Mecánica de Suelos. Aguascalientes, México.

GFZ. GeoForschungsZentrum Potsdam. International Training Course on Seismology, Seismic Data Analysis, Hazard Assessment and Risk Mitigation. 2008. *Lecture: Earthquake Hazard Assessment by R. Wahlström and M. Sörensen.* Heredia, Costa Rica.

GFZ. GeoForschungsZentrum Potsdam. International Training Course on Seismology, Seismic Data Analysis, Hazard Assessment and Risk Mitigation. 2008. *Lecture: Seismic sources and Source Parameters by P. Bormann.* Heredia, Costa Rica.

Gardner, J. K. and Knopoff, L., 1974. *Is the Sequence of Earthquakes in Southern California, with aftershocks removed, Poissonian?* Bulletin of the Seismological Society of America. 64. No. 5.

Giraitis, L., Kokoszka, P., Leipus, R., and Teysiere, G., 2003. *On the Power of R/S-Type Tests under Contiguous and Semi-Long Memory Alternatives.* Acta Applicandae Mathematicae 78. 285-299.

Godano, C., and Caruso, V., 1995. *Multifractal analysis of earthquake catalogues.* Geophysical Journal International. 121.

Goltz, C., 1998. *Fractal and Chaotic properties of Earthquakes.* Springer Ed.

Gosset, W. S. 1908. The probable error of a mean. Biometrika. 6. 1-25.

Gutenberg, B., and Richter, C. F., 1942. "Earthquake magnitude, intensity, energy and acceleration". Bulletin of the Seismological Society of America. 32. No. 3. 163-191.

Gutenberg, R., and C. F. Richter, 1944. *Frequency of earthquakes in California.* Bulletin of the Seismological Society of America. 34. 185–188.

Gutenberg, B., and Richter, C. F., 1954. *Seismicity of the Earth (and associated phenomena).* Princeton University Press, Princeton, NJ, EUA.

Habermann, R.E. and Wyss, M., 1984. *Background seismicity rates and precursory seismic quiescence: Imperial Valley, California.* Bulletin of the Seismological Society of America. 74. No. 5. 1743-1755.

Hainzl, S., Scherbam, F., and Beauval, C., 2006. *Estimating Background Activity based on Inter event time Distribution.* Bulletin of the Seismological Society of America. 96. No. 1. 131-320.

Havskov, J. and Ottemöller, L., 2005. *SEISAN Version 8.1 – Introductory training course.* Bergen University. Norway.

Hurst, H. E. 1951. *Long-term storage capacity of reservoirs.* Transactions of the American Society of Civil Engineers. 116. 770-880.

Inouye, W., 1937. *Statistic Investigations of Earthquake Frequencies.* Earthquake Research Institute. Tokyo University.

Ishimoto, M., and K. Iida, 1939. *Observations of earthquakes registered with the microseismograph constructed recently*. Bulletin of the Earthquake Research Institute. 17. 443–478.

Ivancevic, V., and Ivancevic, T., 2008. *Complex Non Linearity, Chaos, Phase Transitions, topology Change and Path Integrals*. Springer Ed.

Jeffreys, H., 1938. *Aftershocks and Periodicity in Earthquake*. Gerland's Beitrage für Geophysick. 53. 11-139.

Kagan, Y.Y. 1993. Statistics of characteristic earthquakes. Bulletin of the Seismological Society of America. 83. No. 1. 7-24.

Kagan, Y. Y., 2002. *Aftershock Zone Scaling*. Bulletin of the Seismological Society of America. 92. No. 2. 641-655.

Kantelhardt, J.W., Zschiegner, S.A., Koscielny-Bunde, E., Havlin, S., Bunde, A. and Stanley, E., 2002. *Multifractal detrended fluctuation analysis of nonstationary time series*. Physica A. 316. 87-114.

Katok, A.P., 1967. *Some Problems of Analysis of the Tajikistan Seismic Regime, Doctoral Dissertation*, Moscow: Inst. Phys. Earth, Academy of Sciences of the USSR.

King, G.C.P., Ouyang, Z. X., Papadimitriou, P., Deschamps, A., Gagnepain, J., Houseman, G., Jackson, J. A., Soufleris, C. and Virieux, J. 1985. *The evolution of the Gulf of Corinth (Greece): an aftershock study of the 1981 earthquakes*. Geophysical Journal International. 80. No. 3. 677-693.

King, G.C.P., Stein, R.S. and Lin, J., 1994. *Static stress changes and the triggering of earthquakes*. Bulletin of the Seismological Society of America. 84. No. 3. 935-953.

Korvin, G. 1992. *Fractal Models in the Earth Sciences*. Amsterdam: Elsevier Ed.

Kossobokov, V.G. and Keilis-Borok, V.I., 2000. *Implications of a Statistical Physics Approach for Earthquake Hazard Assessment and Forecasting*. Pure and Applied Geophysics, 157. No. 11. 2323-2349.

Landau and Lifshitz, 1965. *Theory of Elasticity*. Nauka, Moscow.

Lee, C. K., Chin, Y.C., Cai, W. C., Der, H. R. and Kuen Y.G., 2006. *Scaling Characteristics in Aftershocks Sequence of Earthquake*. Physica. 371. 692 – 702.

Legrand, D. 2002. *Fractal Dimensions of Small, Intermediate, and Large Earthquakes*. Bulletin of the Seismological Society of America. 92. 3318-3320.

Lehman, E.L., 1999. *“Student” and Small-Sample Theory*. Statistical Science. Vol 14. No. 4. 418-426.

Lienert, B. R., Berg, E. and Frazer, N. L., 1986. *Hypocenter: an Earthquake location method using centered, scaled, and adaptively damped least squares*. BSSA. 76(3) 771-783.

Ling B., Ichiro K., Tianzhong Z. and Yuzo I. 2006. *An improved double-difference earthquake location algorithm using sP phases: application to the foreshock and aftershock sequences of the 2004 earthquake offshore of the Kii peninsula, Japan (Mw=7.5)*. Earth Planets Space. 58. 823-830.

Lomnitz, C., 1966. *Magnitude Stability in Earthquake Sequences*. Bulletin of the Seismological Society of America. 56. 247-249.

Lomnitz, C, 1982. *What is a gap?*. Bulletin of the Seismological Society of America. 72. 1411-1413.

Lomnitz, C. and Hax, A., 1966. *Clustering in Aftershock Sequences*. American Geophysical Union. Monograph. 10. 502-508.

Lomnitz C., y Nava. F.A., 1983. *The predictive value of seismic gaps*. Bulletin of the Seismological Society of America. 73. 1815-1824.

Mandelbrot, 1982. *The fractal Geometry of Nature*. W.H. Freeman and Company.

Mandelbrot B., and Van Ness, J., 1968. *Fractional Brownian Motions, Fractional noises and Applications*. Society for Industrial and Applied Mathematics. 10. No. 4.

Martínez López, R. 2009. *Estudio sismotectónico en el bloque de Jalisco*. Tesis de Maestría. UNAM. México. *En Proceso*.

Mendoza, C. and Hartzell, S.H., 1988. *Aftershock patterns and main shock faulting*. Bulletin of the Seismological Society of America. 78. No. 4. 1438-1449.

Miller, S., 2009. *A fluid-driven earthquake cycle: Percolation, 1/f noise, tremor and aftershocks*. 6th International Workshop on Statistical Seismology. Lake Tahoe, Ca.

Miramontes O., and Rohani, P., 2002. *Estimating 1/f scaling from short time-series*. Physica D. 166. 147-154.

Mogi, K., 1967. *Earthquakes and Fractures*. Tectonophysics. 5. 25-55.

Mogi, K., 1968. *Source locations of Elastic Shocks in the Fracturing Process in Rocks*. Bulletin of the Earthquake Research Institute. 46. 1103-1125.

Mogi, K., 1968. *Sequential occurrences or recent great earthquakes*. Journal of Physics of the Earth. 16. 30-36.

Molchan, G., 2005. *Interevent Time Distribution in Seismicity: A Theoretical Approach*. Pure and Applied Geophysics. 162. 1135 - 1150

Molchan, G.M. and Dmitrieva, O.E., 1992. *Aftershock identification: methods and new approaches*. Geophysical Journal International. 109. No. 3. 501-516.

Musmeci, F. and Vere-Jones, D., 1992. *A space- time clustering model for historical earthquakes*. Annals of the Institute of Statistical Mathematics. 44. 1-11.

Nava, A., 1987. "Terremotos". Fondo de Cultura Económica, La ciencia desde México. México. 34. 157p.

Novelo-Casanova, D.A., V. Hsu, E. Berg., C.E. Helsey and J.F. Gettrust. 1984. *Aftershock activity of the Pentatlan earthquake: the first 48 hours*. Bull. Seism. Soc. Am. 74. 2451-2461.

Ogata, Y., 1998. *Space-Time Point-Process Models for Earthquake Occurrences*. Annals of the Institute of Statistical Mathematics. 50. No. 2. 379-402.

Ogata, Y., 1988. *Statistical Models for Earthquake Occurrences and Residual Analysis for Point Processes*. Journal of the American Statistical Association. 83. No. 401. 9-27.

Ogata, Y. and Zhuang, J., 2006. *Space-time ETAS models and an improved extension*. Tectonophysics. 413. 13-23.

Ogata, Y., 1983. *Estimation of the parameters in the Modified Omori Formula for Aftershocks frequencies by the maximum Likelihood Procedure*. Journal of Physics of the Earth, 31. 115-124.

Pallikari, F. and Boller, E., 1999. *A Rescaled Range Analysis of Random Events*. Journal of Scientific Exploration. Vol. 13. No. 1., 25-40

Parsen, E., 1962. *Stochastic Processes*. Holden Day. San Francisco.

Patterson, N., Gledhill, K. and Chadwick, M. 2007. *Report of the Federation of Digital Seismograph Networks Meeting*. GNS, Science. Wellington, New Zealand.

Rathbum, S.L., 1993. *Modeling marked spatio-temporal point patterns*. Bulletin of the International Statistical Institute. 55. No. 2. 379-396.

Riznichenko, Y. V., 1985. *Problems of Seismology: Selected Works*. Nauka, Moscow.

Saichev A. and Sornette D., 2006. *Theory of Earthquake recurrence times*. Journal of Geophysical Research. 112.

Saichev A. and Sornette D., 2006. *Universal Distribution of Inter-Earthquake Times Explained*. Phys Rev. Letts. 97.

Savage, W. U., 1975. *Earthquake Probability Models: Recurrence Curves, Aftershocks and Clusters*. University of Nevada. PhD. Thesis.

Stein, S., and Wysession M., 2005. *An Introduction to Seismology, earthquakes and Earth Structure*. Blackwell Publishing. 217-221.

Scholz, C., 2002. *The Mechanics of Earthquakes and Faulting*. 2<sup>nd</sup>. Ed. Cambridge University Press.

Scholz, C.H., 1968. *The frequency-magnitude relation of microfracturing in rock and its relation to earthquakes*. Bulletin of the Seismological Society of America. 58. No.1. 399-415.

Schifter, I., 1996. *La Ciencia del Caos*. Fondo de Cultura Económica.

Shcherbakov, R., Turcotte, D., Rundle, J. B., 2005. *Aftershock Statistics*. Pure and Applied Geophysics. 162. 1051 – 1076.

Simonsen, I., Hansen, A. and Magnar, O., 1998. *Determination of the Hurst Exponent by use of wavelet transform*. Physical Review E. 58. No.3.

Solé, E.P. y Manrubia, S.C., 2001. *Orden y caos en sistemas complejos*. Barcelona.

Touati, S., M. Naylor y I.G. Main. 2009. *The origin and non-universality of the earthquake inter-event time distribution*, 6<sup>th</sup> Workshop on Statistical Seismology.

Tsukakoshi, Y. and Shimazaki, K., 2006. *Temporal behavior of the background seismicity rate in central Japan, 1998 to mid-2003*. Tectonophysics. 417. 155-168.

Turcotte D.L., 1999. *Seismicity and Self-organized criticality*. Physics of the Earth and Planetary Interiors. 111. 175 – 293.

Turcotte, D.L. 1997. *Fractal and Chaos in Geology and Geophysics*. 2<sup>nd</sup>. Ed. Cambridge University Press.

Utsu, T., 1961. *A Statistical study on the occurrence of aftershocks*. Geophysical Magazine. 30. 521–605.

Utsu, T., 1969. *Aftershocks and Earthquake Statistics (II) Some Parameters which characterize an Aftershock sequence and their interaction*. Journal of the Faculty of Science. Hokkaido University. VII(3). 129-195.

Utsu, T., 1970. *Aftershocks and Earthquake Statistics (II) Further Investigation of Aftershocks and other earthquake Sequences Based on a new classification of Earthquake Sequences*. Journal of the Faculty of Science. Hokkaido University. VII(3). 197-266.

Utsu, T., 1957. *Magnitude of earthquake and occurrence of their aftershocks*. Journal of the Seismological Society of Japan. 10. 34-15.

Utsu, T., 1972. *Large earthquakes near near Hokkaido and the expectancy of the occurrence of a large earthquake off Nemuro*. Report of the Coordinating Committee for Earthquake Prediction. 7. 1-13.

Utsu, T., Ogata, Y. and Matsúura, R.S., 1995. *The Centenary of the Omori Formula for Decay law of Aftershock Activity*. Journal Physics of the Earth. 43. No. 1. 1-33.

Vere-Jones, D., 1975. *Stochastic Models for Earthquake Sequences*. Geophysical Journal International. 42. No. 2. 811-826.

Vinogradov, S., 2008. *Aftershock sequences as evidence for relaxation processes in a region containing an earthquake source*. Izvestiya Physics of the Solid Earth. 44. No. 2. 138-141.

Wang, B.Q. and Wang C.Z., 1983. *Temporal and Spatial features of aftershock sequences*. Acta Seismological Sinica. 5. 383-396.

Wesnousky, S.G., 1994. *The Gutenberg-Richter or characteristic earthquake distribution, wich is it?*. Bulletin of the Seismological Society of America. 84. No. 6. 1940-1959.

Wessel, P. and W. H. F. Smith., 1998. *New, improved version of the Generic Mapping Tools released*. EOS Transaction American Geophysical Union. 79 No. 579.

Wiemer, S. and Katsumata, K., 1999. *Spatial variability of seismicity parameters in aftershock zones*. Journal of Geophysical Research. 104, 13135-13152.

Wiemer, S. and Wyss, M., 1994. *Seismic quiescence before the Llanders ( $M = 7.5$ ) and big bear ( $M = 6.5$ ) 1992 earthquakes*. Bulletin of the Seismological Society of America. 84. No. 3. 900-916.

Wiemer, S. and Wyss, M., 1997. *Mapping the frequency-magnitude distribution in asperities: An improved technique to calculate recurrence times?*. Journal of Geophysical Research B: Solid Earth, 102(B7), 15115-15128.

Wiemer, S. and Wyss, M., 2002. *Mapping spatial variability of the frequency-magnitude distribution of earthquakes*. Advances in Geophysics. 45. 259–302.

Wiemer, S., Wyss, M. and Zúñiga, F.R., 2001. *ZMAP, A Tool for Analyses of Seismicity Patterns, Typical Applications and Uses: A Cookbook*. Internet distribution (<http://www.earthquake.ethz.ch/software/zmap>)

Winslow, N., 1997. *Introduction to Self-Organized Criticality and Earthquakes. Discussion Paper. Departament of Geological Sciences. University of Michigan*.

Wyss, M., 1986. *Seismic quiescence precursor to the 1983 Kaoiki ( $M_S = 6.6$ ), Hawaii, earthquake*. Bulletin of the Seismological Society of America. 76. No.3. 785-800.

Yamashita, T. and Knopoff, L., 1987. *Models of aftershock occurrence*. Geophysical Journal International. 91. No. 1. 13-26.

Yu, Z-G and Wang, B., 2001. *A time series model of CDS sequences in complete genome*. Chaos, Solitons and Fractals. 12. 519-526.

Zöller, G., Hainzl, S. and Holschneider, M., 2008. Recurrent Large Earthquake in a Fault Region: What Can Be the Inferred from Small and Intermediate Events?. Bulletin of the Seismological Society of America. 98. No. 6. 2641-2651.

Zúñiga, F.R. and Wiemer S., 1999. Sismicity Patterns: Are they Always Related to Natural Causes?. Pure and Applied Geophysics. 155. 713-726.

Zúñiga, F.R. and Wiemer S., 1995. *Variaciones Artificiales de Sismicidad y su evaluación. Algunos ejemplos en México*. Monografías No. 2. Unión Geofísica Mexicana.

Zúñiga, F.R. and Wyss, M., 2001. *Most- and Least-Likely Locations of Large to Great Earthquakes along the Pacific Coast of Mexico Estimated from Local Recurrence Times Based on b-Values*. Bulletin of the Seismological Society of America. 91. No. 6. 1717-1728.

Zúñiga F.R., Suárez G., Figueroa Soto A., 2009, *A Seismotectonic Regionalization of Mexico for Engineering Purposes*. In process.

