



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

Facultad de Psicología
División de Estudios de Postgrado

INVESTIGACION DE ALGUNOS FACTORES QUE INTERVIENEN
EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMATICAS EN PSICOLOGIA
Y SU APLICACION A UN PROGRAMA INSTRUCCIONAL

T E S I S

Que para obtener el Título de
MAESTRO EN PSICOLOGIA

P r e s e n t a

GILBERTO GONZALEZ GIRON

1984
964

México, D. F.

1984



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

CONTENIDO

RESUMEN

INTRODUCCION.

PARTE I INVESTIGACION DE FACTORES QUE INTERVIENEN EN LA
ENSEÑANZA DE LAS MATEMATICAS.

CAPITULO 1 ALGUNAS INVESTIGACIONES EXPLORATORIAS.

CAPITULO 2 INVESTIGACIONES BIBLIOGRAFICAS DE PUBLICACIONES
ESPECIALIZADAS.

CAPITULO 3 INVESTIGACION TEORICA SOBRE EL APRENDIZAJE DE LAS
MATEMATICAS.

CAPITULO 4 INVESTIGACION EMPIRICA SOBRE LOS CONTENIDOS DEL
PROGRAMA.

PARTE II ELABORACION DE UN PROGRAMA INSTRUCCIONAL PARA
ESTUDIANTES DE PSICOLOGIA.

CAPITULO 5 DISEÑO DE UN PROGRAMA INSTRUCCIONAL PARA LA
ENSEÑANZA DE LAS MATEMATICAS

CAPITULO 6 DISCUSION

REFERENCIAS

BIBLIOGRAFIA DEL PROGRAMA

ANEXOS

RESUMEN

El trabajo desarrollado en la tesis consta de dos partes, la parte I resume un conjunto de investigaciones realizadas con el fin de detectar posibles factores que intervienen en la enseñanza de las matemáticas. En el primer capítulo se describen cuatro estudios exploratorios llevados a cabo con el objeto de captar las opiniones de maestros y alumnos en relación con el tema, revisión de programas de estudio y conocimientos generales. El capítulo 2 resume el análisis de 1764 artículos extraídos de 22 publicaciones especializadas de psicología cuyos resultados muestran el tipo y frecuencia de uso de los diversos procedimientos matemático-estadísticos. El capítulo 3 relata la investigación bibliográfica en relación a la enseñanza de las matemáticas bajo dos enfoques teóricos diferentes, el primero histórico-filosófico-matemático-lógico que pretende dar respuesta a la pregunta ¿cómo se ha desarrollado el pensamiento matemático?, mientras que el segundo es fundamentalmente psicológico y se plantea el cuestionamiento siguiente: ¿cuáles son las principales teorías en relación al aprendizaje de las matemáticas? Los datos obtenidos sirvieron de base para diseñar una investigación cuya finalidad fue recabar información sobre los tópicos de matemáticas que deberían integrar el currículum de dichas asignaturas. Para tal efecto se seleccionó una muestra de 62 profesores de psicología todos ellos con grado académico de maestría o doctorado, a los cuales se entrevistó pidiéndoles que respondieran a un cuestionario previamente estructurado con 40 temas de matemáticas, cada tema el respondiente lo clasificó como: (0) demasiado elemental, (1) repaso, (2) medular, (3) introducción, (4) demasiado elevado, (x) desconocido y (V) irrelevante para el psicólogo. Los datos fueron sometidos a un análisis de tendencia central y variabilidad que dio como resultado la opinión generalizada respecto de la inclusión o no del tema en los cursos de matemáticas.

La segunda parte del trabajo trata el diseño de un programa instruccional de enseñanza de matemáticas para estudiantes de psicología, cuya instrumentación se realizó en el Sistema de Universidad Abierta de la Facultad. El capítulo 5 describe en forma detallada la planeación de dicho programa con apoyo en las investigaciones descritas en la parte I, en el modelo de diseño de sistemas instruccionales de Gagné y Briggs y en la Teoría Estructural de Scandura.

Finalmente el capítulo 6 es una discusión general del trabajo en función de los resultados obtenidos en las diversas investigaciones realizadas. La aportación principal de la tesis es el programa instruccional de enseñanza de matemáticas desarrollado con base en dichas investigaciones y cuyas características primordiales son por un lado la interrelación de los conceptos matemáticos con los problemas psicológicos; y la utilización de un método especial de enseñanza de matemáticas basado en una teoría. La evaluación realizada para dicho programa resultó en términos generales satisfactoria, por lo que podría servir como base para la integración del currículum de enseñanza de matemáticas a estudiantes de Psicología.

*Si hay alguien que sufre para aprender
y alguien más que no logra enseñar
a ambos quiero dedicar
lo que este trabajo pretende ser.*

INTRODUCCION.

La enseñanza de las matemáticas siempre ha presentado problemas a maestros y educadores. Por diversas razones, desde la escuela primaria, un gran número de estudiantes no consiguen asimilarlas apropiadamente. La mayoría de los alumnos se sienten inseguros en esta rama del conocimiento y en términos generales la consideran difícil.

Los maestros, que a su vez fueron alumnos, presentan los mismos sesgos que sus estudiantes, transmitiéndoles su temor e inseguridad. Unos, sobre todo en la secundaria, dominan la materia, pero desconocen por completo la forma de enseñarla, por lo que sólo consiguen producir frustración y desaliento en la mayoría de los alumnos.

"La revolución de las matemáticas" o las "Matemáticas Modernas" como se les ha dado en llamar, han sido el resultado de la percepción de estos problemas y representan un intento de solución; sin embargo han creado nuevos problemas, fundamentalmente y desde mi punto de vista, por falta de conocimiento de los procesos cognoscitivos.

Los estudiantes de psicología presentan características específicas que los hacen diferentes a los de otras carreras. Los alumnos de ingeniería, diseño industrial, contaduría, física e incluso astronomía o biología, saben, antes de empezar su carrera, que tendrán que llevar cursos de matemáticas y estadística. Muchos estudiantes de psicología desconocen este hecho, o si lo conocen, no se explican por qué deberán llevar tales asignaturas. Es más, muchos se inscriben a esta carrera precisamente porque no quieren tener que lidiar con tales asignaturas, pensando quizás, que el ser humano no es susceptible de sujetarse a mediciones. Extrapolando un poco más, me atrevería a decir que la gente común y corriente tiene una percepción muy limitada de lo que el psicólogo hace en su trabajo profesional.

En cuanto a los maestros de matemáticas de la Facultad de Psicología, casi todos se quejan de que un gran porcentaje de sus alumnos tie

nen dificultades para asimilar los conocimientos que se les imparten, además de que según ellos manifiestan aversión hacia su materia.

Uno de los objetivos de este trabajo fue el explorar estas especulaciones, tratando de determinar algunos factores que intervienen en la enseñanza de las matemáticas a estudiantes de psicología. En el capítulo 1 se describen 4 estudios exploratorios realizados, el primero de ellos con el fin de captar las opiniones de los maestros en relación a los alumnos, los programas y en general el proceso de enseñanza. El segundo estudio describe las opiniones de los alumnos respecto de ellos mismos, sus maestros y cómo perciben ellos el proceso de enseñanza. El tercer estudio consistió simplemente en tomar una muestra de alumnos de primer semestre y medir sus conocimientos generales de matemáticas. Finalmente se realizó un análisis de todos los programas de estudio de la carrera de psicología de la UNAM, en relación con sus objetivos, su contenido y el uso dado a las matemáticas aplicadas a la psicología.

El segundo objetivo de esta Tesis, fue el determinar el contenido de un programa integral de matemáticas idóneo para estudiantes de psicología. Dicho programa se elaboró con base en dos fuentes principales de datos. La primera de ellas, es la frecuencia de uso de procedimientos matemáticos en publicaciones especializadas de psicología en sus diferentes especialidades. En el capítulo 2 se detalla la investigación realizada. La segunda fuente de datos es el resultado de una investigación mediante un cuestionario estructurado aplicado a una muestra de doctores y maestros en psicología de diversas especialidades, con el fin de determinar el uso que hacen de las matemáticas en su trabajo profesional y los conceptos, que según ellos, deben enseñarse a los estudiantes de licenciatura en psicología. Dicha investigación se describe en el capítulo 4 de este trabajo.

El objetivo final del trabajo fue la elaboración e instrumentación dentro de la Facultad de Psicología de un programa instruccional que to

mará en consideración los factores determinados en las investigaciones descritas. Dicho programa se integró bajo un marco teórico enfocado bajo diversos puntos de vista agrupados en dos: el primero de ellos histórico-filosófico-matemático-lógico, mientras que el segundo es fundamentalmente psicológico, aunque relacionado con la pedagogía y la computación. En el capítulo 3 se analizan estos dos enfoques teóricos.

En el capítulo 5 se describe la construcción del programa instruccional de enseñanza de matemáticas para estudiantes de psicología, con base en las investigaciones descritas en capítulos precedentes. El programa se construyó para ser implementado en el Sistema de Universidad Abierta (SUA), pero la mayor parte de él es generalizable al Sistema Escolarizado (SE). La construcción del programa se enfocó desde un marco de referencias más amplio de diseño de sistemas instruccionales, el cual involucra un análisis del SUA en su conjunto.

Finalmente, en el capítulo 6 se discute todo el trabajo y se hace un análisis crítico de las ventajas y deficiencias del programa.

Estoy consciente de que el trabajo desarrollado en esta tesis no resulta ni remotamente exhaustivo en relación a los factores que intervienen en la enseñanza de las matemáticas. Mucho menos lo son, si se considera el problema de la educación superior en México. Parece ser que los estudiantes de licenciatura no sólo tienen problemas en matemáticas sino en la mayoría de las asignaturas que cursan. La comprensión general de textos, el manejo del lenguaje escrito y la capacidad de análisis y síntesis son algunas de las habilidades que no se encuentran en el nivel requerido y que necesariamente repercuten en el aprendizaje de las matemáticas. Sin embargo, a pesar de su importancia, no fue posible abordar estos factores en el presente trabajo, pero aún con las limitaciones existentes, representa un esfuerzo inicial para la integración de un currículum sobre bases más sólidas de las que hasta ahora se han utilizado.

No me resta más que agradecer en primer lugar a mi Director de Tesis, Dr. Ely Rayek, las facilidades que me dio para la realización de este trabajo y el constante estímulo para terminarlo.

A los integrantes de mi Comité de Tesis, Doctores Luis Castro Bonilla y Serafín Mercado Domenech, sus indicaciones en la revisión del trabajo.

A todos los maestros que aportaron sus valiosas opiniones sobre lo que debemos enseñar a los alumnos en relación con las matemáticas, así como a todos aquellos estudiantes que me proporcionaron sus datos sin los cuales el presente trabajo no hubiera sido posible.

Finalmente, agradezco a Judith Martínez su meticulosidad, limpieza y empeño en la transcripción del manuscrito.

PARTE I

INVESTIGACION DE FACTORES
QUE INTERVIENEN EN LA
ENSEÑANZA DE LAS MATEMATICAS.

CAPITULO 1

ALGUNAS INVESTIGACIONES EXPLORATORIAS.

Una investigación de factores que intervienen en la enseñanza de las matemáticas que pretenda ser exhaustiva deberá contemplar por lo menos los siguientes puntos: 1) Características de los estudiantes a quienes se va a enseñar. 2) Características de los programas que se enseñan (forma y contenido). 3) Características de las personas (maestros) que enseñarán dichos programas.

La investigación desarrollada en el presente trabajo, no pretende agotar cada uno de dichos puntos pero fueron la base para realizar una serie de estudios exploratorios o sondeos, los que describiré por separado a continuación.

PRIMER ESTUDIO: OPINIONES DE LOS MAESTROS.

Este estudio tuvo como finalidad conocer las opiniones de los maestros de Matemáticas de la Facultad de Psicología de la UNAM, respecto de sus alumnos y los cursos que estaban impartiendo, a través de la aplicación de un cuestionario con preguntas a las cuales tenían que responder explicando el motivo(s) que justificaba su respuesta.

La muestra consistió de 19 maestros, que en ese entonces eran los en cargo de impartir las cátedras de Matemáticas y Estadística (2o. semestre de 1975).

Los resultados obtenidos fueron los siguientes:

- 1.- El 100% de los maestros considera que los alumnos en términos generales tienen aversión hacia las Matemáticas al ingresar a la Facultad de Psicología, dando como causas en orden de importancia por su frecuencia, las siguientes:

- 1a. Maestros incapaces en la Primaria, Secundaria y Preparatoria.
 - 2a. El uso de material didáctico inadecuado (libros de texto, cuadernos de ejercicios, etc.).
 - 3a. y 4a. Con la misma frecuencia, programas de estudio mal integrados y falta de interés de los alumnos por aprender.
- 2.- El 79% de los maestros considera que el nivel de conocimientos de los alumnos al entrar a la Facultad no es homogéneo.
- Las causas dadas más frecuentemente son:
- 1a. Sistemas de enseñanza muy diferentes en las distintas preparatorias, CCHs. y normales.
 - 2a. Los programas de estudio varían considerablemente de Preparatoria a Preparatoria.
 - 3a. La falta de un examen de selección pre-universitaria que homogenice los conocimientos de los alumnos.
- El resto de los maestros (21%) considera que los alumnos tienen conocimientos homogéneos pero de un nivel bajo.
- 3.- El 68% de los maestros de la muestra considera que las clases de Matemáticas que se están impartiendo en la Facultad no son motivantes para los alumnos por las siguientes causas:
- 1a. El maestro sabe poco de Psicología.
 - 2a. y 3a. Con la misma frecuencia, los temas incluidos en los programas de estudio no son interesantes y ... falta de un laboratorio de matemáticas.
 - 4a. y 5a. Con igual frecuencia, los libros de texto, apuntes y material utilizado, no son interesantes para los alumnos y falta de aparatos electrónicos (calculadoras y computadoras).
- 4.- El 79% de los maestros muestreados considera que las clases que se imparten actualmente no presentan suficientes aplicaciones a la Psicología.

Las causas más importantes son:

- 1a. Falta de textos aplicados.
 - 2a. y 3a. Con igual frecuencia. Falta de cuadernos de ejercicios aplicados y falta de aplicaciones dadas por el maestro.
 - 4a. Falta de prácticas aplicadas.
- 5.- El 79% de los maestros de Matemáticas considera bajo el rendimiento de los alumnos en su materia. Siendo las causas principales, por orden de importancia.
- 1a. La mayoría de los alumnos tienen aversión hacia las Matemáticas al ingresar a la Facultad de Psicología.
 - 2a. Las clases no incluyen suficientes aplicaciones.
 - 3a. El nivel de conocimientos de los alumnos es demasiado heterogéneo.
 - 4a. Las clases que se están impartiendo no logran motivar a los alumnos.

SEGUNDO ESTUDIO: OPINIONES DE LOS ALUMNOS.

Este estudio fue realizado durante el primer semestre de 1976 en la Facultad de Psicología de la UNAM; tuvo como finalidad conocer la opinión de los alumnos respecto a su actitud hacia las matemáticas, así como la motivación que sentían en las clases que estaban recibiendo y si consideraban que los conocimientos que estaban adquiriendo les iban a resultar útiles en su vida profesional. Para ello se elaboró un cuestionario en donde se les planteaban estas preguntas y se les pedía que dieran las causas de su respuesta.

La población estuvo formada por la totalidad de alumnos de primer semestre inscritos en el turno matutino de la Facultad, de ella se obtuvo una muestra calculando un promedio de los alumnos que asistía a clase en una semana y estimando el porcentaje en relación a los alumnos inscritos. El resultado fue de 80% de la población dando un total de 438 sujetos.

En este estudio colaboraron los alumnos que estaban cursando la cátedra de Estadística Descriptiva con el que escribe. Los datos fueron procesados utilizando la computadora del Centro de Servicios de Cómputo de la UNAM.

Los resultados de esta encuesta son los siguientes:

- 1.- En las tres primeras preguntas se les pedía que dijeran si habían sentido aversión o disgusto hacia las matemáticas cuando estudiaban la primaria, la secundaria o la preparatoria y en caso afirmativo, las causas a las que atribulan ese disgusto.

Los resultados están resumidos en la tabla siguiente:

Tabla 1-1

NIVEL	AVERSION	NO AVERSION	NO CONTESTARON
PRIMARIA	32%	67%	2%
SECUNDARIA	40%	58%	2%
PREPARATORIA	41%	53%	6%

Entre los alumnos que manifestaron aversión las causas más frecuentes fueron en la Primaria:

- 1a. La incapacidad para enseñar de los maestros les dificultó el aprendizaje.
- 2a. Las clases eran aburridas.
- 3a. "En la primaria nunca me interesaron las matemáticas".
- 4a. Los materiales didácticos (Libros de Texto, Apuntes y otros materiales) utilizados en clase dificultaban el aprendizaje.

En la Secundaria:

- 1a. La incapacidad para enseñar de los maestros les dificultó el aprendizaje.
- 2a. Las clases eran aburridas.
- 3a. "En la secundaria nunca me interesaron las matemáticas".
- 4a. Los materiales didácticos utilizados en clase dificultaban el aprendizaje.

En la Preparatoria:

- 1a. La incapacidad para enseñar de los maestros les dificultó el aprendizaje.
- 2a. Las clases eran aburridas.
- 3a. Los temas incluidos en los programas de estudio estaban mal organizados.
- 4a. Los materiales didácticos utilizados en clase dificultaban el aprendizaje.

Entre los alumnos que no manifestaron aversión las causas más frecuentes fueron:

Para los tres niveles.

- 1a. Maestros capaces les facilitaron el aprendizaje.
 - 2a. Las clases eran interesantes.
 - 3a. "Siempre me interesaron las Matemáticas".
 - 4a. Los materiales didácticos utilizados en clase les facilitaron el aprendizaje.
- 2.- El 32% de los alumnos considera que las clases de Matemáticas que están recibiendo no son motivantes, atribuyéndolo a las causas siguientes:
- 1a. Hacen falta aparatos electrónicos como calculadoras y computadoras.
 - 2a. Hace falta un laboratorio para prácticas de Matemáticas.
 - 3a. Hace falta material didáctico.
 - 4a. Los temas incluidos en el programa no son interesantes.
- 60% considera que las clases son motivantes y lo atribuye a:
- 1a. El maestro hace interesantes las clases.
 - 2a. Los temas incluidos en el programa del curso son interesantes.
 - 3a. El maestro asiste regularmente a clases.
 - 4a. El maestro sabe de Psicología.

- 3.- El 40% de los alumnos estima que las clases no presentan suficientes aplicaciones a la Psicología, dando como causas las siguientes:
- 1a. Hacen falta manuales de prácticas, ejercicios y textos aplicados.
 - 2a. Las prácticas y ejercicios no están relacionados con otras materias.
 - 3a. Con igual frecuencia que la anterior, el maestro no da suficientes aplicaciones..
- 4.- El 45% de los alumnos manifestó haber reprobado por lo menos una vez Matemáticas. La mayoría durante la Preparatoria. Las causas manifestadas fueron:
- 1a. Incapacidad de los maestros.
 - 2a. "Yo no estudiaba".
 - 3a. El programa abarcaba demasiados temas.
- 5.- 27% de los alumnos considera que las Matemáticas son difíciles. 22% piensa que deben sustituirlas por materias más interesantes dentro del campo de la Psicología y 6% considera que el tiempo que les ha tenido que dedicar ha sido tiempo perdido.

TERCER ESTUDIO: NIVEL DE CONOCIMIENTOS DE LOS ALUMNOS:

Este estudio tuvo como objetivo medir el grado de conocimientos matemáticos de los alumnos al entrar a la Facultad de Psicología, por lo que se tomó una muestra de 102 alumnos seleccionados al azar de cuatro grupos de clase de primer semestre de 1976. Cada alumno resolvió uno de dos tests paralelos, cada uno con 50 reactivos de opción múltiple, sobre una serie de temas tomados del "Exhibit E" (Content Specifications for College Entrance Examination Board, Mathematics Examination Myers, 1969), los cuales supuestamente representan los dominios de conocimientos matemáticos que un estudiante de preparatoria debe tener. Los resultados obtenidos en dichos tests fueron los siguientes:

Tabla 1-2

	<u>Test 1</u>	<u>Test 2</u>
Media	$\bar{X}_1 = 15.83$	$\bar{X}_2 = 15.18$
Desviación Estandar	$S_1 = 16.50$	$S_2 = 16.70$
Cantidad de sujetos	$N_1 = 53$	$N_2 = 49$
Puntuación máxima	$X_{M_1} = 30$	$X_{M_2} = 39$
Puntuación mínima	$X_{n_1} = 7$	$X_{n_2} = 3$

De estos resultados pueden derivarse las siguientes conclusiones:

- 1.- Los conocimientos generales de matemáticas de los alumnos efectivamente son bajos a juzgar por la medias y las puntuaciones máximas obtenidas en cada grupo.
- 2.- La variabilidad en conocimientos es amplia, dadas las magnitudes de las desviaciones estándar obtenidas y a juzgar por los puntajes mas altos y mas bajos de cada prueba.
- 3.- Las distribuciones de frecuencias en ambos tests son estadística-mente similares, lo que indica que a pesar de que hubo cambios en los reactivos de prueba la ejecución en ambas muestras de alumnos es estable, esto es indicativo de la seguridad de las mediciones realizadas.

CUARTO ESTUDIO: REVISIÓN DE PROGRAMAS DE ESTUDIO DE LA CARRERA DE LICENCIATURA EN PSICOLOGIA.

Al hacer un análisis de los programas de la carrera de Psicología en sus diversas áreas, pueden encontrarse algunas relaciones en-

tre las Matemáticas y otras materias en el contexto actual de la carrera de Psicología. En los semestres básicos hay materias que están íntimamente ligadas a las Matemáticas (Lógica Simbólica) o que directamente se apoyan en ellas (Teoría de la Medida, Psicometría).

Otras materias (Introducción a la Psicología Científica, Neurofisiología, Psicología Experimental, etc.,) las utilizan implícitamente en sus programas al incluir gráficas, fórmulas, cuantificaciones y evaluaciones numéricas.

Va en las áreas de especialización, se utilizan en algunas materias como son: Escalas Monodimensionales y Métodos y Técnicas de Investigación en Psicología, en el área de Social; Técnicas de Evaluación en la Educación y Tecnología de la Educación en el área Educativa.

Diagnóstico Psicométrico e Introducción a la Electrónica y a la Instrumentación, en las áreas de Psicología Clínica y Fisiología respectivamente. Administración de Empresas, Elaboración de Pruebas Industriales y Técnicas de Investigación Psicológica en la Industria, en Psicología Industrial y Método y Taller de Tecnología Educativa en el área Experimental.

En general el curriculum de Psicología no tiene un objetivo claro al cual estén enfocados todas las materias que lo componen. Mientras en algunas, la tendencia es a apoyarse en las matemáticas, en cambio en otras la intención parece ser el evitarlas completamente.

Sin embargo, desde mi punto de vista, gran parte de las asignaturas que actualmente no incluyen procedimientos matemáticos podrían estudiarse con un enfoque más amplio, si los alumnos tuvieran la preparación suficiente.

Actualmente el curriculum de Psicología contiene dos cursos de Matemáticas en los dos primeros semestres de la carrera de 4 horas a la semana. El programa para los dos incluye en términos generales una revisión de las Matemáticas desde sus conceptos más elementales, como

son Teoría de Conjuntos y Sistemas Numéricos, hasta nociones de cálculo infinitesimal, pasando por álgebra, geometría analítica, matrices y probabilidad.

Sus objetivos generales son:

- 1.- "El alumno será capaz de manejar una precisión conceptual de la Psicología como ciencia experimental, que dará como resultado una mejor comprensión de las ideas fundamentales y un mejor medio de comunicación de éstas."
- 2.- "El alumno podrá plantear y resolver problemas empíricos, analizar lógicamente un problema, evaluar la información disponible para separar lo fundamental de lo irrelevante y determinar la información faltante".

Toda la bibliografía es de tipo general y ninguno de los textos incluidos en ella es de Matemáticas aplicadas a Psicología.

Como continuación de los cursos mencionados, se imparten dos más de Estadística en los semestres 3° y 4° durante 5 horas a la semana, 3 teóricas y 2 prácticas. El primero se llama Estadística Descriptiva e incluye los temas: Distribución de Frecuencias, Medidas de Tendencia Central, Medidas de Variabilidad y Correlación. El segundo se llama Estadística Inferencial y en él se tratan los temas: Teoría del Muestreo, Teoría de la Probabilidad y Teoría de la Decisión.

El objetivo general de los cursos de Estadística es: "Proporcionar al alumno un panorama de los métodos y técnicas estadísticas, sus aplicaciones fundamentales en la Psicología, evaluar formalmente a la Estadística como un sistema de Información y un sistema de medición".

La bibliografía en estos cursos consta de cinco libros de los cuales dos únicamente son aplicados a la Psicología.

Del análisis efectuado a los programas de estudio del curriculum de Psicología pueden derivarse las siguientes conclusiones:

- 1.- No hay un objetivo claro hacia el cual deberían estar enfocadas todas las materias del curriculum.
- 2.- Como consecuencia de lo anterior, la estructura del curriculum es inconsistente. Grupos de materias apuntan en una dirección y otras lo hacen en dirección opuesta. Hay repetición de conceptos, a veces en forma contradictoria.
- 3.- Aunque los objetivos generales de las materias de Matemáticas no están correctamente establecidos, pueden extraerse de ellos algunas ideas importantes que son:
 - a) El alumno debe entender que la Psicología es una ciencia y como tal debe utilizar las Matemáticas.
 - b) El alumno debe finalmente ser capacitado para plantear, analizar y resolver lógicamente problemas de Psicología.
- 4.- Se requiere mayor integración de los programas de Matemáticas con los de otras materias de Psicología, de tal manera que formen parte de la estructura del curriculum y no aparezcan en forma desvinculada.
- 5.- Se necesita incrementar el material didáctico aplicado sobre todo en los dos primeros semestres.

CONCLUSIONES GENERALES.

A través de los estudios realizados en las tres partes que intervienen en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas en Psicología, hemos observado algunas características de cada una de ellas, las cuales resumiremos a continuación.

Según la totalidad de los maestros, la mayoría de los alumnos tienen aversión hacia las Matemáticas. Según los alumnos es aproximadamente un 40% el que manifiesta esa aversión atribuyéndola a deficiencias de enseñanza en los niveles previos.

Lo más probable es que la realidad esté entre ambos, es decir, por lo menos a un 50% del total de los alumnos les deben resultar aversivas las matemáticas.

Los maestros consideran que los conocimientos previos de los alumnos son o muy heterogéneos u homogéneos pero bajos. El resultado del estudio para medir los conocimientos de los alumnos muestra que efectivamente es heterogéneo y bajo además.

Según los mismos maestros las clases que están impartiendo son poco atractivas para los alumnos porque no se presentan suficientes aplicaciones en clase, de las matemáticas a la psicología y porque el material aplicado es escaso.

Respecto a los programas de estudio, lo que pudo observarse es que éstos no tienen una estructura consistente dentro del currículum ni están enfocados hacia un objetivo claro y definido. Consecuentemente con esto, el contenido de los programas de estudio no es el más adecuado.

CAPITULO 2.

INVESTIGACIONES BIBLIOGRAFICAS DE PUBLICACIONES ESPECIALIZADAS.

Uno de los objetivos que deben contemplarse en la formación profesional del psicólogo es que éste sea capaz de entender publicaciones especializadas de psicología con el fin de mantenerse siempre actualizado. Dichas publicaciones por regla general describen investigaciones realizadas por los autores utilizando cierta metodología experimental, asumiendo que es conocida para los lectores. Buena parte de esa metodología es el tratamiento estadístico de los datos y el ajuste de los mos a modelos teóricos que con frecuencia son expresados matemáticamente. ¿Cuáles son entonces los modelos estadísticos y matemáticos más comúnmente empleados en dichas publicaciones?

Con el fin de saber cuáles publicaciones eran las más leídas por psicólogos de diferentes especialidades, se hizo un sondeo entre ellos que dió como resultado una muestra de 20 publicaciones que fueron las siguientes:

- 1.- American Psychologist.
- 2.- British Journal of Psychology.
- 3.- Developmental Psychology.
- 4.- Journal of Abnormal Psychology.
- 5.- Journal of Applied Psychology.
- 6.- Journal of Comparative and Physiological Psychology.
- 7.- Journal of Consulting and Clinical Psychology.
- 8.- Journal of Counseling Psychology.
- 9.- Journal of Educational Psychology.
- 10.- Journal of Experimental Analysis of Behavior.
- 11.- Journal of Experimental Psychology, General.
- 12.- Journal of Experimental Psychology, Human.
- 13.- Journal of Mathematical Psychology.
- 14.- Journal of Personality and Social Psychology.

- 15.- *Journal of Social Psychology.*
- 16.- *L'anne Psychologique.*
- 17.- *Psychological Bulletin.*
- 18.- *Psychological Review.*
- 19.- *Revista Interamericana de Análisis de la Conducta.*
- 20.- *Revista Mexicana de Análisis de la Conducta.*

En un artículo de Edgington (*American Psychologist*, 1964), el autor presentó una tabla de procedimientos estadísticos utilizados en las publicaciones de la *American Psychological Association* de 1948 a 1962. Posteriormente el mismo autor (*American Psychologist*, Enero 1974), publicó una nueva tabla que incluye esta vez hasta el año de 1972.

La intención de la tabla es, según el autor, servir como guía en la elaboración de libros y cursos de Estadística para estudiantes de Psicología, ya que el estudiante debe saber entender los procedimientos estadísticos más frecuentemente usados para poder interpretar las publicaciones de Psicología, así como hacer análisis de datos.

Este estudio se tomó como base para obtener datos más recientes y que corresponden al año de 1976. Se utilizaron las mismas publicaciones en los estudios de Edgington, que son las revistas que la APA dedica a investigación empírica original.

- Journal of Abnormal Psychology.*
- Journal of Applied Psychology.*
- Journal of Comparative and Physiological Psychology.*
- Journal of Consulting and Clinical Psychology.*
- Journal of Educational Psychology.*
- Journal of Experimental Psychology.*
- Journal of Personality and Social Psychology.*

Se obtuvieron frecuencias y porcentajes para cada una de estas revistas en las pruebas estadísticas siguientes: Análisis de varianza en todos sus tipos; pruebas t o z , excluyendo las que están en conexión

con el análisis de varianza; correlación Pearson, Spearman, biserial, etc., excluyendo las correlaciones calculadas para el análisis factorial; pruebas χ^2 cuadrada; todos los métodos no paramétricos excluyendo las correlaciones y la χ^2 cuadrada, análisis factorial y se agregó además el análisis de regresión múltiple.

Se obtuvieron los porcentajes siguientes:

- 1) Porcentaje de uso de cada una de las pruebas estadísticas en relación al total de artículos que usaron estadística inferencial, para cada revista y en forma global.
- 2) Porcentaje de artículos que usaron estadística inferencial en relación al total de artículos de cada revista y en forma global.

Los porcentajes no cierran al 100% porque determinados artículos usan más de una prueba estadística.

A partir de 1974 el Journal of Experimental Psychology se dividió en cuatro publicaciones diferentes. Únicamente se incluyeron 3, ya que la cuarta (Journal of Experimental Psychology, General) no se especializa en investigación empírica original, sino que más bien publica reportes más completos, que tienden a ser teorías de interés general para la comunidad de Psicólogos.

Los resultados de esta investigación aparecen resumidas en la Tabla 2-1. Las cuatro publicaciones de la lista que no pertenecen a la American Psychological Association fueron tratadas con el mismo criterio descrito anteriormente. Dichas publicaciones son:

- 1.- Journal of Counseling Psychology.
- 2.- Journal of Experimental Analysis of Behavior.
- 3.- Journal of Social Psychology.
- 4.- Developmental Psychology.

Los datos obtenidos esta vez aparecen resumidos en la Tabla 2-2. Lo que más salta a la vista son los ceros del Journal of Experimental

Tabla 2-1

CUADRO COMPARATIVO DE METODOS ESTADISTICOS USADOS EN LAS PUBLICACIONES APA
1976

FRECUENCIAS Y PORCENTAJES.

JOURNAL OF	A.V.	t	n	(jL) ²	M.N.P.	A.F.	A.R.M.	T.A.E.I.	TOTAL
Abnormal Psychology	43 58.9%	12 16.4%	10 13.7%	14 19.2%	4 5.5%	6 8.2%	3 4.1%	73 91.2%	80
Applied Psychology	44 40.4%	17 15.6%	31 28.4%	10 9.2%	6 5.5%	16 14.7%	14 12.8%	109 92.4%	118
Comparative and Physiological Psyc.	58 55.8%	22 21.2%	15 14.4%	7 6.7%	26 25.0%	1 1.0%	3 2.9%	104 90.4%	115
Consulting and Clinical Psyc.	92 59.4%	24 15.5%	31 20.0%	22 14.2%	11 7.1%	10 6.4%	6 3.9%	155 81.6%	190
Educational Psyc.	72 66.7%	8 7.3%	4 3.7%	1 1.0%	3 2.8%	11 10.1%	12 11.0%	109 94.8%	115
Experimental Psyc. (Animal Behavior Processes)	20 69.8%	1 3.4%	3 10.3%	1 3.4%	8 27.6%	0 0.0%	0 0.0%	29 90.6%	32
Experimental Psyc. (Human Learning and Memory)	67 88.2%	1 1.3%	5 6.6%	8 10.5%	2 2.6%	0 0.0%	1 1.3%	76 91.6%	83
Experimental Psyc. (Human Perception and Performance)	38 79.2%	6 12.5%	4 8.3%	5 10.4%	3 6.2%	0 0.0%	1 2.1%	48 84.2%	57
Personality and Social Psyc.	181 78.7%	25 10.9%	35 15.2%	30 13.0%	7 3.0%	11 4.8%	6 2.6%	230 96.2%	259
GLOBAL	615 65.9%	116 12.4%	138 14.7%	98 10.5%	70 7.5%	44 4.7%	46 4.9%	933 90.7%	1029

A.V. Analisis de Varianza
t Pruebas Estadísticas t o z
n Correlación Pearson, Spearman, etc.
T.A.E.I. Total de Artículos que usaron estadística Inferencial.

M.N.P. Métodos no Paramétricos
A.F. Analisis Factorial
A.R.M. Analisis de Regresión Múltiple

Tabla 2-2

CUADRO COMPARATIVO DE METODOS ESTADISTICOS USADOS EN PUBLICACIONES
DISTINTAS A LAS DE LA A.P.A.

FRECUENCIAS Y PORCENTAJES.

PUBLICACION	A.V	\bar{x}	r	$(j.k)^2$	MNP	AF	ARM	TAEI	TOTAL DEL AÑO
Journal of Counseling Psychology	75 68.9%	17 16.0%	14 13.0%	13 12.3%	6 5.7%	2 1.9%	4 3.8%	106 94.6%	112
Journal of Experimental Analysis of Behavior.	0 0%	0 0%	0 0%	0 0%	0 0%	0 0%	0 0%	0 0%	92
Journal of Social Psychology	66 52.8%	19 15.2%	26 20.8%	31 24.8%	7 5.6%	6 4.8%	8 6.4%	125 89.3%	140
Developmental Psychology.	85 72.8%	8 7.0%	12 10.5%	19 16.7%	10 8.8%	2 1.8%	3 2.6%	114 96.6%	118
TOTAL	222	44	52	63	23	10	15	345	462
Global Excluyendo la Publicación 2.	222 60%	44 11.9%	52 14.0%	63 17.0%	23 6.2%	10 2.7%	15 4.0%	345 93.2%	370

- A.V. Analisis de Varianza.
 \bar{x} Pruebas Estadísticas t o Z
 r Correlación Pearson, Spearman, etc.
MNP Métodos no Paramétricos.
A.F. Analisis Factorial
ARM Analisis de Regresión Múltiple.
TAEI Total de Artículos que usaron Estadística Inferencial.

Analysis of Behavior, pero esto es explicable, ya que los experimentos reportados en esa revista emplean la metodología de línea base que no utiliza pruebas estadísticas.

Otro conjunto de publicaciones que se trató en la misma forma que los anteriores fue el siguiente:

- 1.- *American Psychologist*.
- 2.- *British Journal of Psychology*.
- 3.- *L'anne Psychologique*
- 4.- *Revista Interamericana de Análisis de la Conducta*.
- 5.- *Revista Mexicana de Análisis de la Conducta*.

El *American Psychologist* finalmente fue desechado ya que esta publicación es el órgano oficial de la *American Psychological Association* y publica en su mayor parte documentos de archivo de la asociación en relación con congresos, conferencias y revisiones bibliográficas. Los resultados de este análisis aparecen en la tabla 2-3.

En este grupo se trató de incluir publicaciones de otros países, fundamentalmente latinoamericanos y europeos.

Obsérvese que con la *Revista Mexicana de Análisis de la Conducta* sucedió lo mismo que con el *Journal of Experimental Analysis of Behavior*, ya que ambos utilizan la misma metodología en sus artículos.

Un cuarto grupo de análisis lo constituyeron las publicaciones siguientes:

- 1.- *Journal of Experimental Psychology General*.
- 2.- *Psychological Bulletin*.
- 3.- *Psychological Review*.

Estas tres revistas tienen la característica común de que no publican investigaciones empíricas, sino más bien artículos con una visión teórica más amplia; integración de la teoría, avance y aspectos metodológicos de la misma, por lo que el enfoque de análisis de los artículos también fue distinto al utilizado anteriormente. La clasificación hecha

Tabla 2-3

CUADRO COMPARATIVO DE METODOS ESTADISTICOS USADOS EN
PUBLICACIONES DE DIVERSOS PAISES.
(1976).

PUBLICACION	A.V	t	r	(r^2) ²	MNP	AF	ARM	TAEI	TOTAL DEL AÑO
British Journal of Psychology. Inglaterra.	22 51.2%	3 6.9%	3 6.9%	4 9.3%	15 34.9%	0 0.0%	0 0.0%	43 81.1%	53
L'anne Psychologique. Francia.	10 66.7%	1 6.7%	1 6.7%	3 20.0%	1 6.7%	0 0.0%	0 0.0%	15 50.0%	30
Revista Interamericana de Analisis de la Conducta.	3 30.0%	2 20.0%	4 40.0%	2 20.0%	0 0.0%	1 10.0%	1 10.0%	10 55.6%	18
Revista Mexicana de Analisis de la Conducta.	0 0%	0 0%	0 0%	0 0%	0 0%	0 0%	0 0%	0 0%	16
T O T A L	51.5%	8.8%	11.8%	13.2%	23.5%	1.5%	1.5%	68	117
Global excluyendo la publicación 4	35 51.5%	6 8.8%	8 11.8%	9 13.2%	16 23.5%	1 1.5%	1 1.5%	68 67.3%	101

A.V. Analisis de Varianza.
t Pruebas Estadísticas t o Z
r Correlación Pearson, Spearman, etc.
MNP Métodos no Paramétricos.
A.F. Analisis Factorial
ARM Analisis de Regresión Múltiple
TAEI Total de Artículos que usaron Estadística Inferencial.

en este caso y los datos obtenidos se muestran en la tabla 2-4

TABLA 2-4

CUADRO COMPARATIVO DE ARTICULOS EN PUBLICACIONES CON ENFOQUE A LA TEORIA.				
PUBLICACION.	FORMA DE EXPRESION DE LA TEORIA EN EL ARTICULO			
	VERBAL EXCLU SIVAMENTE.	VERBAL CON APOYO ESTA DISTICO.	MODELO MATE MATICO FOR-	TOTAL DEL ANO
1.- JOURNAL OF EXPERIMENTAL PSYCHOLOGY, GENERAL	4 20%	9 45%	7 35%	20
2.- PSYCHOLOGICAL BULLETIN	29 38.7%	24 32%	22 29.3%	75
3.- PSYCHOLOGICAL REVIEW	13 39.3%	3 9.1%	17 51.5%	33
GLOBAL	46 35.9%	36 28.1%	46 35.9%	128

Los artículos de estas publicaciones fueron clasificados como verba-
les cuando no presentaban ninguna clase de datos estadísticos o matemáti-
cos. Cuando en el artículo se hacían referencias a correlaciones o compa-
raciones entre grupos mediante pruebas F o T o cualquier otra prueba es-
tadística, dicho artículo era clasificado como verbal con apoyo estadís-
tico y finalmente se usó la tercera categoría cuando se presentaba un mo-
dulo formal para describir la teoría, ya sea que ésta fuera determinista
o probabilista.

Por último el Journal of Mathematical Psychology se incluyó no porque
fuera de las publicaciones más leídas, sino porque se consideró en rela-
ción directa con el tema. Dicha revista publica artículos en los cuales
los métodos matemáticos, estadísticos o de simulación juegan un papel muy
importante en el desarrollo de ideas psicológicas o en la interpretación

de resultados experimentales. Las áreas psicológicas en las cuales la psicología matemática ha tenido más influencia y que son las tratadas en la revista son: Procesamiento de información, estructuras lingüísticas, medición, escalamiento y psicometría, percepción y psicofísica, estructuras cognoscitivas, selección, decisión y ejecución, mecanismos de codificación sensorial en el campo visual, detección y atención, aprendizaje y técnicas potentes de análisis de datos.

Las publicaciones correspondientes al año de 1976 del *Journal of Mathematical Psychology*, se revisaron con el fin de determinar cuáles eran los métodos más generalmente usados en dichas publicaciones y cuáles son sus fundamentos matemáticos.

El resultado de tal revisión es el siguiente: El total de artículos en el año fue de 28. En todos ellos se utilizó algún modelo matemático, 20 de dichos modelos fueron de tipo probabilista y 8 de tipo determinista. Los modelos son de diversas clases, hay modelos de redes y autómatas, axiomáticos, markovianos, funcionales, de teoría de juegos, bayesianos y estocásticos. Se hizo una distribución de frecuencias de los conceptos más elementales que aparecen en estos artículos, la cual se muestra en la tabla siguiente:

TABLA 2-5

CONCEPTO	CANTIDAD	%
CONJUNTOS	12	42.8
FUNCIONES	25	82.1
VECTORES	4	14.2
MATRICES	6	21.4
ALGEBRA AXIOMATICA	6	21.4
PROBABILIDAD	20	71.4
CONCEPTOS ESTADISTICOS.	4	19.3

El resultado del análisis de los artículos publicados en el *Journal of Mathematical Psychology* muestra que para que una persona pueda captar la información dada en dicha publicación requiere los conocimientos siguientes:

- 1.- Manejo de las matemáticas elementales a nivel de secundaria.
- 2.- Conocer los conceptos básicos mostrados anteriormente en especial los conceptos de funciones y probabilidad.
- 3.- Un conocimiento metodológico más sofisticado sobre la clase de modelo matemático utilizado, por ejemplo la teoría de las redes, los procesos markovianos o la teoría de los juegos.
- 4.- Conocimientos teóricos especializados de los aspectos psicológicos que se manejan en cada artículo en particular.

ANÁLISIS GENERAL DE LOS RESULTADOS

El resultado del análisis de las publicaciones empíricas de la APA, muestra que de 1026 artículos publicados ese año en dichas revistas, 933 utilizaron algún procedimiento estadístico de análisis de datos, lo que representa un 90.7% del total. En 615 de ellos (65.9%) se utilizó algún tipo de análisis de varianza siendo con mucho la prueba estadística más utilizada.

Los métodos de análisis multivariado (análisis factorial y análisis de regresión múltiple), se utilizaron en 90 artículos (9.6%).

Los resultados en términos generales coinciden con los obtenidos por Edgington (1974), es decir un uso considerable de la estadística inferencial (sobre todo el análisis de varianza) y la recomendación de no enseñar técnicas de análisis multivariado en cursos introductorios.

El segundo grupo investigado, publicaciones de investigación empírica no pertenecientes a la APA arrojó los datos siguientes: de 462 artículos revisados 345 utilizaron algún procedimiento estadístico, lo que da un porcentaje total de 74.67%, esto es incluyendo el *Journal of Experimental Analysis of Behavior*, que como ya se mencionó de antemano se sabe que

utiliza una metodología que no emplea los métodos estadísticos, (Por lo menos hasta el año revisado). El análisis global sin incluir esta publicación, indica que en el 93.2% del total de artículos se usó estadística inferencial y que en el 60% de éstos la prueba estadística usada fue el análisis de varianza. Estos resultados también confirman los obtenidos por Edgington (1974) con las publicaciones de la APA.

El análisis de las publicaciones de diferentes países dio como resultado la revisión de 117 publicaciones, de las cuales 68 utilizaron algún método de estadística inferencial lo que representa el 58.1%. Como ya se mencionó, la Revista Mexicana de Análisis de la Conducta también utiliza metodología de análisis experimental sin estadística, por lo que no considerándola el porcentaje global de artículos que utilizan estadística inferencial es de 67.3; 35 artículos utilizaron algún tipo de análisis de varianza, lo que representa un 57.3% del total de artículos que usaron estadística inferencial. 2 artículos utilizaron algún tipo de análisis multivariado; esto representa únicamente el 2.9% del total de artículos que utilizaron estadística inferencial. Parece ser que estas publicaciones utilizan un poco menos la estadística puesto que los porcentajes son menores que los correspondientes a las revistas americanas; sin embargo mantienen la misma tendencia en cuanto al uso de las distintas pruebas estadísticas.

El análisis correspondiente a las publicaciones con enfoque teórico revela que de 128 artículos analizados, 46 expresan teorías en forma verbal lo que representa un 35.9% del total; 36 utilizaron algún tipo de apoyo estadístico en sus modelos (28.1%) y 46 utilizaron modelos matemáticos formales (35.9%) de lo que se deduce que aproximadamente 2 de cada tres teorías psicológicas de las revisadas utilizan las matemáticas en sus modelos.

Finalmente, el análisis del Journal of Mathematical Psychology revela el uso de una serie de conceptos básicos que es necesario poseer para entender dicha publicación, además de que quien se quiera dedicar a la psicología matemática deberá tener una preparación matemática mucho más especializada.

CAPITULO 3

INVESTIGACIÓN TEORICA SOBRE LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMATICAS.

Una teoría sobre la enseñanza de las matemáticas necesariamente tiene que ser multidisciplinaria, ya que por lo menos intersecta los campos de acción de las disciplinas siguientes:

Historia, Filosofía, Matemáticas, Lógica, Psicología, Lingüística, Pedagogía, Computación Electrónica (y otras de menor importancia).

Una definición general de la matemática que ha sido vigente desde los griegos hasta nuestros días, es aquella que la define por su método como la ciencia que desarrolla teorías a partir de nociones fundamentales, planteadas a priori, apoyándose únicamente en el razonamiento lógico (Kuntzmann, 1978). Esta definición implica la interrelación de la historia, la filosofía y la lógica con la matemática. En efecto, es bien conocido el hecho de que los progresos de la humanidad históricamente han sido impulsados directa e indirectamente por el desarrollo de los sistemas matemáticos.

La mecánica, la física y la astronomía tradicionalmente se han desarrollado gracias a las matemáticas. La industrialización ha sido posible merced al desarrollo de la tecnología. Todas las ingenierías: civil, mecánica, eléctrica, electrónica, química, etc., son ciencias aplicadas totalmente matematizadas.

Por otro lado las matemáticas han sido a través de la historia una forma de pensamiento humano, lo mismo que la filosofía, que utiliza métodos de razonamiento derivados de la lógica.

Son también bastante conocidas las relaciones entre disciplinas por los trabajos de Pitágoras, Platón, Aristóteles, Descartes, Leibnitz, Peano, Poincaré, Whitehead y Russell, para citar sólo algunos que se han preguntado: ¿Cuáles son las características de la ciencia matemática?

ca? y ¿Cómo es el pensamiento matemático?

Este pensamiento matemático del que hemos hablado, necesariamente se expresa mediante un lenguaje propio que es el lenguaje de la matemática y que también históricamente ha probado ser el más efectivo por dos razones: 1) Su universalidad y 2) su precisión al reducir la ambigüedad al mínimo. El estudio del lenguaje es objeto de la lingüística y en un sentido más amplio de la Psicología ya que ésta estudia los procesos generales de pensamiento y lenguaje en el ser humano.

El desarrollo tan acelerado de las computadoras electrónicas ha traido como consecuencia la creación de una nueva ciencia, la computación electrónica con un lenguaje muy especial, el lenguaje de programación, que es una especie de prosa matemática que la máquina es capaz de entender. En el futuro el desarrollo de la humanidad se verá fuertemente influenciado por las máquinas electrónicas, las que según Toffler (1980) han dado inicio a la tercera gran revolución de la humanidad siendo las dos anteriores la de la agricultura y la industrial.

Los procedimientos de cálculo y las estrategias de solución de problemas son muy diferentes en un sentido, cuando se utiliza la computadora; sin embargo el hecho de que ésta sea capaz de "pensar" y de "entender lenguajes", ha hecho que algunos científicos establezcan una analogía de pensamiento entre hombre y máquina con el fin de explicar los procesos del pensamiento humano.

En esta tesis la revisión de la bibliografía se hará mediante dos enfoques teóricos distintos, el primero de ellos será un análisis histórico-filosófico-matemático-lógico, que trata de dar respuesta a la pregunta ¿cómo es el pensamiento matemático? y el segundo análisis se hará desde el punto de vista de la psicología es decir ¿cuáles son las principales teorías de pensamiento y lenguaje en relación con las matemáticas?

Las matemáticas se han desarrollado a través de la historia como respuesta a necesidades sociales, problemas de tipo práctico tales como calcular la cantidad de material necesario para construir una casa o la cantidad de animales que un individuo posea en una sociedad primitiva. Estas matemáticas iniciales fueron utilizadas de muy diversas maneras, pero hay indicios que apoyan la idea de que la solución de problemas de matemáticas era un goce en sí. Por ejemplo, los chinos disfrutaban haciendo cuadrados mágicos sin ninguna aplicación práctica. Hacia el año 2200 A.C. el emperador Yu vio el cuadrado mágico siguiente en la concha de una tortuga, (por supuesto en diferente notación).

4	9	2
3	5	7
8	1	6

Fig. 3.1.

Este cuadrado mágico tiene las características siguientes:

1.- Utiliza cada uno de los 9 dígitos del 1 al 9 y 2.- Cualquiera de sus sumas, vertical, horizontal y diagonal es siempre 15.

Los primeros escritos matemáticos en existencia datan del año 3000 A.C. en la civilización egipcia y están grabados en la cabeza de piedra del ceremonial del rey egipcio Menes, fundador de la primera dinastía faraónica. Dichos escritos dan cuenta de una cacería de 400,000 bueyes, 1,422,000 cabras y 120,000 prisioneros. El hecho es que en esta temprana época el hombre reportaba ya números muy grandes.

Hay dos formas de estudiar el pensamiento y la cultura prehistórica 1) a través de descubrimientos de artefactos antiguos encontrados e interpretados por arqueólogos y 2) observando culturas primitivas y haciendo inferencias sobre el comportamiento de culturas prehistóricas.

Uno de los más espectaculares descubrimientos arqueológicos fue hecho por Karl Absolon en 1937 en Checoslovaquia y consiste en un hueso de lobo con una antigüedad de 30,000 años en el cual hay 55 marcas en grupos de 5 cada una, las primeras 25 separadas de las otras por una doble raya como se muestra en la fig. 3.2.



Fig. 3.2.

La más plausible explicación a esto es el hecho de que el hombre que hizo dichas marcas, estaba llevando el record de una colección de objetos tales como pieles, animales o días, lo que hace razonable suponer que hacía una marca por cada objeto que contaba. Si esta interpretación es correcta, podemos encontrar versiones rudimentarias de dos ideas matemáticas fundamentales 1.- Correspondencia uno a uno entre elementos de dos conjuntos y 2.- La idea de una base y un sistema de numeración.

Por otro lado los estudios antropológicos refuerzan la creencia de la existencia de ideas numéricas en culturas prehistóricas. Haddon en 1889 en un estudio sobre las tribus del Estrecho de Torres, reporta que una tribu que aún no habla desarrollado el lenguaje escrito podía contar en la forma siguiente: 1, "urapun"; 2, "okosa"; 3, "okosa-urapun"; 4, "okosa-okosa"; 5, "okosa-okosa-urapun"; 6, "okosa-okosa-okosa. Todo lo que fuera más grande que 6 era denominado "nas". Como puede verse, por utilizar sólo dos símbolos, se asemeja a un sistema de base 2. Si los nativos del Estrecho de Torres tuvieran la idea de sistema de numeración no usarían la palabra "nas" para todo lo que fuera más de seis.

Seidenberg (1962-1966) ha publicado una teoría sobre el origen del proceso de contar en la cual señala que el conteo con base 2 es el más antiguo que pudo detectar, lo que hace consistente la forma de contar de los nativos del Estrecho de Torres.

Estos dos tipos de ideas numéricas de la prehistoria, apareamiento y conteo, corresponden a dos enfoques diferentes en la educación moderna, uno es el llamado enfoque "cardinal", desarrollado por Georg Cantor (1845-1914) y que hace énfasis en la idea de conjunto y correspondencia uno a uno. Mientras que el otro llamado "ordinal", enfatiza la idea de conteo, siendo axiomatizado por Giuseppe Peano (1858-1932), uno de cuyos axiomas establece que cada número natural tiene un sucesor. Estos dos enfoques son equivalentes uno a otro y se ampliarán más adelante, sin embargo la razón de señalarlos aquí es para mostrar que han estado presentes a lo largo de la historia de la humanidad.

Un aspecto importante en este desarrollo es el del uso de las matemáticas en la solución de problemas prácticos. Los textos matemáticos egipcios contienen sólo problemas de naturaleza práctica tales como el cálculo de la capacidad de un granero o el número de ladrillos necesarios para construir una bodega. Aunque la mayor parte de las matemáticas usadas por los egipcios eran de carácter aritmético con aplicaciones a la medición de figuras geométricas, ya resolvían algunos problemas algebraicos como el siguiente:

$$x + \frac{1}{7}x = 19$$

Los babilonios estaban mucho más avanzados en matemáticas que los egipcios; muchas de sus tablas en escritura cuneiforme daban solución a problemas algebraicos que ahora resolvemos mediante ecuaciones de 2º grado y obtenían raíces cuadradas por el método de dividir y promediar. Una cuestión importante es que los babilonios resolvían problemas que no eran exclusivamente de aplicación práctica. Por ejemplo, el problema de calcular el radio de un círculo circunscrito en un triángulo isósceles no ocurría en la vida diaria, puesto que las ciudades en Babilonia eran cuadradas y no redondas. Si se comparan las matemáticas babilónicas con las egipcias, se puede observar que las segundas estaban más enfocadas

a problemas de tipo práctico (matemáticas aplicadas), en cambio los babilonios mostraban más un interés en los problemas teóricos (matemáticas teóricas).

Los griegos (600-200 A. C.) que eran en principio filósofos, asociaron las matemáticas con la filosofía y profundizaron en la naturaleza de las matemáticas, por ejemplo querían saber si una línea podía ser medida exactamente en términos de una unidad dada. No estaban satisfechos con obtener una medición aproximada aunque ésta fuera suficiente para fines prácticos.

Los griegos avanzaron la teoría matemática, sus grandes contribuciones fueron el desarrollo de formas explícitas de prueba y el uso de axiomas. Mientras Platón se planteó la pregunta ¿cuál es la naturaleza de los objetos matemáticos?, Aristóteles se ocupó del problema ¿qué método utiliza el razonamiento matemático? y formuló una teoría en la cual se expresa el papel que juegan los axiomas y las definiciones. De acuerdo con Aristóteles una ciencia deductiva está basada en dos clases diferentes de afirmaciones, cuya verdad es aceptada sin prueba: 1) Nociones Comunes. - verdades generales que son operativas en cada ciencia deductiva y 2) Nociones Especiales. - verdades que subyacen a cada ciencia deductiva particular. Estas son de dos clases: a) aquellas que establecen el significado de los conceptos fundamentales de dichas ciencias y b) aquellas que establecen la existencia de dichos conceptos fundamentales. El resto de los conceptos debe ser definido, lo cual se lleva a cabo asignándole ciertas propiedades (*differentiae specificae*) a un concepto que es ya conocido (*genus proximum*). Debe probarse la existencia de conceptos definidos en esta forma.

La estructura de cualquier ciencia está formada principalmente por afirmaciones, conceptos y relaciones. Aristóteles desarrolló una teoría de afirmaciones y conceptos, pero la teoría sobre relaciones no se constituyó hasta más tarde.

En nuestro tiempo las matemáticas son un sistema de axiomas, definiciones y proposiciones, lo cual es inevitable si se libera a las matemáticas de cosas materiales y figuras concretas, como Platón lo proponía. En otras palabras las proposiciones deben ser deducidas de otras proposiciones ya probadas y así regresar en última instancia hasta los axiomas. Por otro lado el significado de los conceptos nuevos debe ser dado por definiciones exactas.

Los griegos estaban convencidos de que las matemáticas eran independientes del conocimiento adquirido empíricamente.

A este sistema de proporciones matemáticas basadas en axiomas le dieron el nombre de "elementos". Los "elementos de Euclides", (300 A.C.) constituyen uno de los libros más reproducidos en la historia de la humanidad. Con más de mil ediciones, probablemente esté al lado de la Biblia entre los libros más ampliamente difundidos en la cultura occidental. Los elementos consisten de 13 libros (capítulos) y durante siglos han sido el fundamento de la educación matemática. En los primeros 6 libros se discute la geometría plana en una extensión que es equivalente a la que actualmente se enseña en secundaria, en los libros VII a IX se trata la teoría de los números. En el libro X números irracionales y del XI al XIII geometría de los sólidos.

El primero empieza con una lista de 23 definiciones como las siguientes:

- a) Un punto es tal que no tiene partes.
- b) Una línea tiene longitud pero no anchura.

Euclides basó sus elementos en 5 postulados:

- 1) Postulemos lo siguiente: Una línea recta conecta cualesquiera dos puntos.

Basándose en los requerimientos de Aristóteles de que una ciencia deductiva debe partir de nociones comunes o axiomas, Euclides también partió de nociones comunes como las siguientes:

- 1.- Las cosas que son iguales a una misma cosa son iguales a otra.
- 2.- Si iguales son sumados a iguales los totales son también iguales.

El libro I de los elementos contiene 48 proposiciones que tratan de la congruencia de los triángulos, líneas paralelas y áreas para terminar con el teorema de Pitágoras.

No es posible entrar en más detalles en esta tesis sobre cuestiones histórico-matemáticas por lo que se remite al lector a las obras de Bundt, Jones y Bedient (1976); Gittleman (1975) y Smith (1958).

La objeción principal al sistema Euclidiano es que no es puramente deductivo y que la construcción del sistema parte de conceptos que no están claramente definidos como "cosas iguales", "todo" y "parte".

Arquímedes (276-212 A.C.) y Apolonio (225 A.C.), un siglo después de Euclides y Heron (75 D.C.) y Ptolomeo (150 D.C.) más tarde, se interesaron grandemente en aplicar las matemáticas a problemas prácticos de física hidráulica, mecánica, astronomía y geografía.

La influencia griega en Europa, África y el cercano oriente, dio lugar a una serie de conquistas militares que cronológicamente fueron a manos de los romanos, los árabes y finalmente los europeos. Las culturas conquistadas eran modificadas y adoptadas por los conquistadores, siendo las matemáticas una parte de dichas culturas. La cultura griega aún con el dominio de los romanos se mantuvo hasta el año 500 D.C. en que el emperador Justiniano cerró la escuela de Atenas.

De 500 a 1300 las matemáticas se desarrollaron en Asia. Los más importantes descubrimientos matemáticos fueron: 1) El sistema hindú-árabe de numeración con 10 dígitos incluyendo el cero, bajo el sistema de posición-valor que data del año 700 cuando los árabes iniciaron sus guerras de conquista, llegando a fundar un imperio que abarcaba el norte de África, España y se extendía hasta la India. Bagdad se convirtió en el centro de la ciencia y el depositario de los manuscritos griegos e hindús traducidos al árabe. Fue allí, en ese vasto imperio, donde los numerales

ardbigos se convirtieron en uso común. 2) Mohammed iba Musa al-Khowarizmi escribió en el año 820 un libro titulado *Al-jahr-al-mugabala*, palabras que degeneraron en "álgebra y almucabala" que finalmente se abreviaron en álgebra. Esta álgebra fue de mucho agrado para los europeos quienes la utilizaron en la solución de ecuaciones cuadráticas por métodos algebráico-numéricos con numerales hindú-ardbigos.

Los árabes introdujeron este sistema de numeración en España de donde se generalizó primero a Italia, y después a Alemania, Francia e Inglaterra. Sin embargo esto no fue un proceso fácil, ya que no fue hasta el siglo XVI que el sistema se volvió de uso común en Europa. Principalmente por la poca disponibilidad de papel, resultaba más práctico hacer cálculos con el ábaco. Fue Leibnitz (1646-1716) el primero que dio un tratamiento generalizado al sistema de notación posicional.

El siglo diecisiete surgió como un período de actividad matemática; teoría de los números, probabilidad, geometría analítica y cálculo son las grandes invenciones de este tiempo que sirvieron fundamentalmente al desarrollo de la física. Fermat (1601-1665), Pascal (1623-1662) y Newton (1642-1727), son algunos de los más destacados matemáticos de aquella época.

Un hombre que contribuyó fuertemente al avance del pensamiento matemático fue Descartes (1596-1650). Su método analítico que puede delinearse en 4 pasos sirvió mucho en la solución de problemas algebráicos. En los dos primeros pasos el problema es traducido a una ecuación, el paso 3 es la resolución de la ecuación mientras que el paso 4 es la síntesis o la verificación de la solución a partir de la información dada. Descartes se interesó mucho en desarrollar un método para obtener teoremas de geometría Euclidiana. Sin embargo, la más grande influencia de su método fue en relación con el estudio de las curvas, a partir del cual se desarrolló la geometría analítica.

Newton en conjunto con Leibnitz son considerados los creadores del cálculo infinitesimal o análisis matemático. Hasta esta época la matemá-

tica estaba constituida por aritmética, álgebra y geometría; en cambio el cálculo involucra una idea más que es la de un punto aproximándose a otro, razón por la que se le ha dado en llamar las "matemáticas dinámicas". En realidad el cálculo abrió dos caminos, el de los incrementos pequeños finitos que conduce a los métodos discretos del análisis numérico y el de los incrementos infinitamente pequeños que nos lleva a las fórmulas del análisis clásico.

En los comienzos del siglo XVII, el cálculo empezó a florecer y a combinarse con descubrimientos anteriores que dieron como resultado su aplicación a la mecánica y a la física. Los hermanos suizos Bernoulli, (Jacques, 1654-1705) y Jean (1667-1748); Euler (1707-1783); Lagrange (1736-1813) y Laplace (1799-1827) se dedicaron a aplicar los métodos de cálculo a la solución de problemas prácticos de mecánica y física, fundamentalmente problemas militares y de astronomía. En los comienzos del siglo XIX prevalecía la idea de que las teorías matemáticas eran independientes de los fenómenos físicos. Esta libertad permitió a las matemáticas desarrollarse de muchas maneras imprevistas, así se crearon nuevos tipos de geometrías. Aunque la geometría Euclidiana parecía dar una interpretación correcta del mundo real, los matemáticos de aquella época crearon otras geometrías que no se ajustaban muy bien a los patrones de la realidad. Por diversas influencias, a fines del siglo XIX apareció el interés por las nociones fundamentales de las diferentes teorías clásicas. Durante mucho tiempo se pensó que el quinto postulado de Euclides podía demostrarse hasta que Lobatschewsky (1792-1856), decidió que era imposible probarlo, pero lo que sí era posible era dar otras formas de dicho postulado sobre las cuales se podían construir otras geometrías diferentes. Por ejemplo, Riemann (1826-1866) desarrolló un modelo de geometría no Euclidiana basado en el postulado siguiente: "dada una línea cualquiera y un punto fuera de ella, no existe otra línea que pase por dicho punto y que sea paralela a ella".

Una esfera puede considerarse un modelo adecuado de la geometría de Riemann; en dicho modelo la palabra línea se interpreta como un círculo

grande sobre la esfera y un círculo grande es todo aquel que su diámetro es el de la esfera. En este modelo dos líneas cualesquiera se intersectan.

El descubrimiento de otras geometrías no euclidianas dio gran libertad a las matemáticas, ya que es posible construir muchos otros sistemas consistentes y en consecuencia desarrollar sus teorías matemáticas. La cuestión es que la geometría riemanniana que aparentemente no tenía uso alguno fue utilizada por Einstein como la base de su teoría de la relatividad. El espacio real puede ser curvo en el mero sistema y no plano; después de todo, en forma similar, el hombre puede creer que el universo es plano sólo porque únicamente ha experimentado parte de él.

Esta tendencia a establecer formalmente los principios de la geometría se conoce en matemáticas como "Tendencia Axiomática" y pueden distinguirse en ella históricamente dos períodos, en el primero de ellos las consideraciones axiomáticas tenían un carácter defensivo, es decir de lo que se trataba era de consolidar el edificio de la matemática. Por ejemplo, muchas de las bases del cálculo infinitesimal de Newton y Leibnitz eran intuitivas, por lo que gran parte de los esfuerzos de los matemáticos a fines del siglo pasado y comienzos del presente, estuvieron enfocados a hacer un inventario de las riquezas ocultas en la matemática clásica.

En consecuencia, el método consistió en hacer demostraciones rigurosas desechando en la medida de lo posible la intuición. En el segundo período el método axiomático ya conscientemente se propone el estudio sistemático de los fundamentos de la geometría y la generalización a diversos conjuntos de axiomas.

La creación de la geometría no euclidiana trajo como consecuencia eventos similares en el álgebra. Se crearon sistemas algebraicos que parecían contradecir verdades absolutas. A mediados del siglo XIX los ingleses eran líderes en álgebra siendo su principal interés la abstracción de las "leyes" de la aritmética y el álgebra y emulando el enfoque axiomático de la geometría elaboraron listas de postulados, o leyes de aritmética como son las siguientes:

Ley conmutativa de la suma: $(a+b) = (b+a)$

Ley conmutativa de la multiplicación: $ab = ba$

Ley asociativa de la suma: $(a+b) + c = a + (b+c)$

Ley asociativa de la multiplicación: $(ab)c = a(bc)$

Ley distributiva: $a(b+c) = ab+ac$

Peacock (1791-1858) aplicó las leyes asociativa y conmutativa de los números al álgebra simbólica y De Morgan (1806-1871) hizo notar que las leyes mencionadas son aplicables a números, álgebra y magnitudes geométricas. Sin embargo, fue Hamilton (1805-1861) el primero que creó un sistema llamado "álgebra de cuaternios" formado por cuatro cantidades (a, b, c, d). Aunque estas cantidades pueden sumarse y multiplicarse, no siguen la ley conmutativa de la multiplicación. El punto es que el postulado de Euclides puede ser verdadero en el modelo usual de la geometría pero hay otros modelos geométricos para los cuales es falso. En la misma forma, aunque todos los modelos aritméticos y algebraicos estudiados hasta 1843 satisfacían la ley conmutativa, Hamilton descubrió un sistema que no la sigue. Más tarde en 1881 Gibbs (1839-1903) desarrolló un sistema de álgebra vectorial y Cayley (1821-1895) el del álgebra de matrices, basándose ambos en el trabajo de Hamilton.

Boole (1815-1864), formuló un álgebra de clases la cual utilizó para derivar leyes del razonamiento correcto, siendo ahora utilizada en lógica simbólica. Esta álgebra de Boole es la base del diseño lógico de los circuitos de las computadoras.

Cantor (1845-1918), representa en matemáticas el clímax de la abstracción. El partió del concepto de infinito que se tenía en la edad media dedicándose a descubrir cada vez más conjuntos infinitos. A pesar de que estos eran más y más complicados y de que algunos de ellos presentaban antinomias aparentes, Cantor siguió presionando en el estudio de dichos conjuntos y pudo mostrar cómo el total puede ponerse en correspondencia uno a uno con la parte, por ejemplo si se asocia cada número con su cuadrado.

1	2	3	4	5	6	. . .
1	4	9	16	25	36	. . .

Lo anterior es una característica propia de los conjuntos infinitos. Cantor dio un ejemplo de este tipo que se conoce como el "Conjunto de Cantor", que ilustra las dificultades de la teoría de conjuntos. Este conjunto es difícil de visualizar y tiene muchas propiedades que parecen extrañas. Para construir dicho conjunto partimos de un intervalo 0, 1; primero se quita la parte intermedia, llamémosla $(1/3, 2/3)$, (ver Fig. 3.3).



Fig. 3.3.

Después de cada una de las dos partes que quedan, quitamos el tercio medio y luego de cada una de las cuatro partes restantes quitamos también el tercio medio. Si se repite este proceso un número infinito de veces, habrá puntos que quedarán sin quitarse. Estos puntos que quedan forman el conjunto de Cantor, por ejemplo $1/3$ y $2/3$ están en dicho conjunto. Puede mostrarse utilizando series geométricas que los intervalos que se han quitado del intervalo 0, 1, tienen una longitud total de 1. En esta forma, el conjunto de Cantor tiene una longitud igual a cero. Sin embargo hay tantos en el conjunto de Cantor como en el intervalo 0, 1.

Cantor creó también un conjunto de números, que actualmente no tiene aplicación práctica, que se conoce con el nombre de "conjunto de números transfinitos". Estos números empiezan en el infinito y tienen propiedades especiales, tales como:

$$\infty + 1 = \infty$$

Pudiera ser que esta clase de números tuvieran una aplicación en el futuro, probablemente en el estudio de poblaciones infinitas.

No es posible saber hasta qué punto el grado de abstracción intelectual logrado por Cantor tiene relación con su muerte, el hecho es que murió en un hospital psiquiátrico después de una crisis nerviosa. Las matemáticas desarrolladas por él difieren mucho de las convencionales. Cantor llamó a las matemáticas "creación libre", expresión que denota la visión que se tiene en el siglo veinte de las matemáticas. La experiencia de las teorías axiomáticas específicas se está capitalizando en la actualidad en el desarrollo y estudio de la naturaleza de los sistemas axiomáticos los cuales son aplicables a muy diferentes modelos. Una teoría general puede eliminar la necesidad de varias teorías específicas, lo que representa una economía de esfuerzo.

El matemático alemán David Hilbert (1862-1943), trabajó en teoría de los números, álgebra, lógica y geometría. En su libro "Fundamentos de Geometría", que fue publicado por primera vez en 1889, presenta un sistema axiomático para la geometría totalmente libre en el cual las palabras punto, línea y plano no tienen significado, excepto el expresado por los axiomas; sin embargo, se les puede dar cualquier interpretación con tal de que los axiomas sean verdaderos. Esta aproximación axiomática formal cristalizó las ideas del siglo XIX y abrió el camino a los matemáticos del siglo XX. El dar esta interpretación a dichos conceptos permite a los matemáticos la libertad de pensar "acerca de nada". En esta forma, una teoría puede aplicarse a diversas materias con tal de que tengan estructuras similares.

La tendencia axiomática abstracta ha revolucionado la matemática al desplazar su objeto. La matemática clásica estudia entes (números, figuras), que son útiles pero que están recargados de particularidades, algunas de las cuales son inútiles. Por el contrario la matemática axiomática se interesa sólo por estructuras despojadas de todo detalle superfluo (pero que naturalmente corresponden al contenido de las teorías clásicas).

Por ejemplo la mayoría de las propiedades del álgebra clásica son válidas en un campo cualquiera y no sólo en el de los números racionales o reales. Gracias a esta revolución la matemática ha cobrado mayor coherencia, claridad y generalidad. En esta forma se ha convertido en un lenguaje o medio de expresión universal que enriquece prácticamente todas las actividades humanas. La Psicología matemática por ejemplo, está tratando de expresar teorías psicológicas utilizando el método axiomático desarrollado por la matemática.

En esta breve descripción histórica de la matemática, puede observarse un desarrollo gobernado por dos tendencias, la tendencia concreta (matemáticas aplicadas) y la tendencia abstracta (matemáticas teóricas). Estas dos tendencias se han presentado siempre como olas sucesivas de marea creciente. Los primeros hallazgos matemáticos surgieron como necesidades concretas de solución a problemas prácticos. Posteriormente los griegos extrapolaron el pensamiento matemático fuera de los límites de lo concreto, desarrollando sistemas matemáticos teóricos sin ninguna aplicación concreta en el momento de su creación, pero que sirvieron de base a otros matemáticos que posteriormente lograron darles alguna aplicación.

La razón de incluir en este trabajo una revisión histórica, es la con vicción particular de que el pensamiento matemático es una forma de pensamiento humano que ha jugado un papel importante en el desarrollo de las culturas. Siendo la psicología la ciencia que tiene entre sus principales funciones la de estudiar los procesos de pensamiento humano, debe dedicar parte de sus esfuerzos al estudio del pensamiento matemático. Paradójicamente, siendo la matemática una disciplina sistemática relativamente simple si se compara con la física, la economía o incluso la psicología, resulta difícil de dominar para mucha gente; aparentemente las dificultades provienen de a) el manejo del vocabulario matemático, b) el empleo de símbolos c) el tener que ver con abstracciones y d) el desarrollo de emociones que puedan impedir o impulsar el aprendizaje matemático. Los creadores de las teorías matemáticas han tenido que zanjar esas dificultades y existe la creencia de que el ser humano al aprender matemáticas recorre las mismas etapas que ha tenido que recorrer el hombre a lo largo de su historia.

La tendencia abstracta y la tendencia concreta son dos fuerzas poderosas que tienden, tanto la una como la otra, a gobernar el pensamiento matemático. Se oponen entre sí en la medida en que sus objetivos son claramente diferentes. Sin embargo, detrás de ambas se encuentra la matemática universal cuyos rasgos predominantes son: 1) la unidad de la matemática en la acepción más amplia del término, desde la teoría más abstracta hasta las técnicas y aplicaciones más remotas; 2) la extensión de las aplicaciones de la matemática a todas las actividades humanas; y 3) la intensificación de los intercambios entre las diversas partes de la matemática. Kuntzmann (1978) la representa mediante el diagrama siguiente:

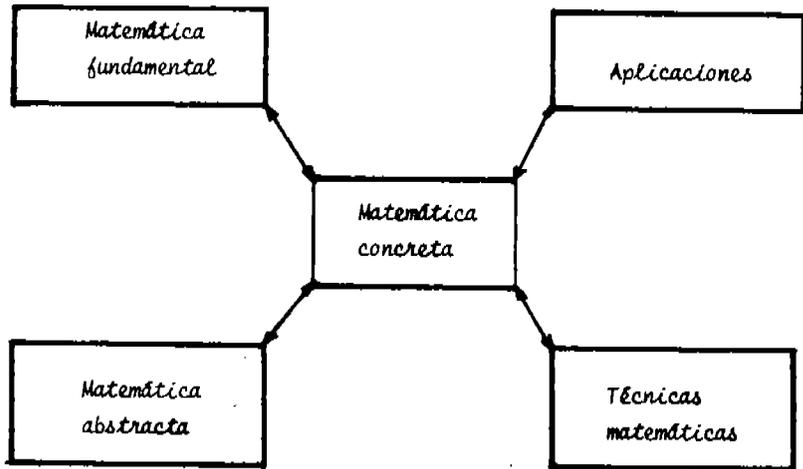


Fig. 3.4. Kuntzmann (1978)

Dado el grado de abstracción logrado por la matemática en el siglo pasado y principios del presente, es poco probable que la matemática fundamental, que abarca lo esencial de las teorías algebraica y topológica, evolucione a una forma más abstracta de la que ha cobrado en la actualidad.

En efecto, actualmente la matemática estudia estructuras abstractas; sin embargo, todo lo que sabemos del mundo exterior es su estructura. Las impresiones no se transmiten exactamente al cerebro, sino más bien sus estructuras. El aire hecho vibrar por las cuerdas de un violín produce un sonido. La estructura de dicha música queda representada en nuestro cerebro por impulsos eléctricos que viajan a través de nuestras neuronas; así, aún en medios diferentes, la estructura se conserva. Esta estructura es posible expresarla matemáticamente, por lo que no es difícil que en lo que resta de este siglo la matemática abstracta logre aplicaciones concretas en estos campos.

Uno de los grandes avances de la matemática aplicada en el siglo XX ha sido el desarrollo de las computadoras. Gracias a la aplicación del sistema de números complejos a la transmisión de la corriente alterna, la ingeniería electrónica ha logrado un desarrollo increíble y esto, aunado a la representación lógica de circuitos electrónicos mediante álgebra de Boole, han hecho posible la creación y el desarrollo de las computadoras digitales. Uno de los grandes matemáticos de nuestro siglo, John Von Neumann (1903-1957), es responsable del concepto de almacenamiento de programas en computadoras digitales. También escribió sobre teoría de conjuntos, lógica, fundamentos matemáticos de la teoría cuántica, economía matemática y teoría de los juegos. Von Neumann se mostró muy interesado en el funcionamiento del cerebro y trató de encontrar patrones de conexión para neuronas que son capaces de almacenar y transmitir información. Sus estudios sobre el cerebro y la lógica resultaron útiles en el desarrollo de la computadora. El estudio de la estructura del cerebro y su analogía con la estructura lógica de la computadora, ha traído como consecuencia la creación de un nuevo campo de estudio llamado simulación con computadora, el cual involucra por lo menos a las disciplinas siguientes:

Matemáticas, Fisiología, Lógica y Psicología. ¿Cómo funciona el cerebro? o mejor dicho ¿cuál es su estructura?, es la pregunta clave de estudio para la psicología, por lo que tanto las matemáticas como la computadora serán inseparables compañeras en los próximos años.

ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

La crisis de las matemáticas tradicionales en el siglo XIX, trajo como consecuencia la revisión de los fundamentos teóricos de la matemática prácticamente en todas sus ramas. Esta tendencia hacia la axiomatización se hizo sentir en la enseñanza de las matemáticas hasta mediados del presente siglo. En la década de los 50s se inició un movimiento de reforma curricular producto del descontento general respecto del aprendizaje de las matemáticas. El nivel de los estudiantes era más bajo que en las otras asignaturas. La aversión e incluso el terror estudiantil a las matemáticas estaban muy extendidos. Los adultos no recordaban casi nada de las matemáticas que habían aprendido y no sabían efectuar operaciones sencillas con fracciones. De hecho, no vacilaban en decir que no habían sacado nada en limpio de sus cursos de matemáticas (Kline, 1976). Estos problemas son exactamente los mismos que presentan los alumnos en la facultad de psicología, como puede observarse en los resultados obtenidos por el que escribe en los estudios exploratorios descritos en el capítulo I.

La reforma curricular se centró en el plan de estudios, a pesar de que hay diversos factores que intervienen en el resultado de la enseñanza de las matemáticas. En 1951 en la Universidad de Illinois, surgió el primer proyecto de reforma curricular producto del comité de la facultad de matemáticas de dicha universidad dirigido por el profesor Max Beberman. En un principio este plan fue concebido para la secundaria y posteriormente extendido a la primaria y hacia fines de 1960 fue probado experimentalmente; posteriormente los textos comerciales fueron extralidos de los textos experimentales (Beberman 1963). Estos textos se caracterizaban por introducir de manera informal tópicos nuevos y por su lenguaje preciso en la formulación de aspectos teóricos a través de conceptos ló-

gicos y teoría de conjuntos.

En 1955 el College Entrance Examination Board creó una comisión que se dedicó a estudiar el problema produciendo en 1959 un informe titulado "Program for College Preparatory Mathematics".

Otro grupo importante que se abocó al problema fue la American Mathematical Society, quien en 1953 creó en la Universidad de Yale bajo la dirección del profesor Begle un comité con el rubro de "School Mathematics Study Group". Este grupo que posteriormente se trasladó a Stanford, produjo textos para todos los niveles de primaria y secundaria que cubren tópicos como operaciones de conjuntos en primaria; probabilidad en primero de secundaria y álgebra de matrices al final del nivel medio superior; Begle, (1962), (1966).

El National Council of Teachers of Mathematics (1959, 1961, 1963) dio a conocer sus propias recomendaciones y publicó sus propios textos algunos de los cuales han sido traducidos al español. Suppes (1964), elaboró un proyecto en la Universidad de Stanford que fue el primero que construyó la aritmética a partir de operaciones con conjuntos y es el único proyecto que introduce la geometría constructiva formal en los niveles elementales.

Muchos otros proyectos surgieron en universidades como las de Maryland, Minnesota, Cleveland, Indiana, Missouri, Syracuse etc. Lo sorprendente fue que todos los grupos siguieron exactamente la misma línea, por lo que su obra se describió con el título de "Matemática Moderna". Este término denota claramente el rechazo de las matemáticas tradicionales (hasta el siglo XVIII); sin embargo no acierta al nombrar "modernas" a las matemáticas del siglo XIX. Incluso algunos autores "modernos" han dado rienda suelta a sus emociones utilizando expresiones peyorativas, tales como "abajo Euclides", sin ponerse a pensar que las matemáticas son acumulativas y que si conceptos y teorías han estado vigentes por cerca de 2000 años es porque las ideas que expresan son sumamente perdurables y por lo tanto joyas valiosas del pensamiento humano.

A pesar de haber estado involucrados un gran número de científicos y matemáticos de un nivel bastante alto, el movimiento ha recibido una crítica aguda por parte de otro grupo de matemáticos también de alto nivel. La crítica a los nuevos programas de estudio fue expuesta en un documento firmado por 65 matemáticos. (Ahlfors y 64 matemáticos más, 1962) y se centra en los puntos siguientes:

- 1) El plan de matemáticas a nivel bachillerato debe contribuir a la formación cultural del estudiante de las diversas ramas de las ciencias físicas, biológicas, sociales, etc., por lo que no deben enseñarse temas que sólo interesen a futuros matemáticos.
- 2) El estudiante debe ser capaz de usar el lenguaje matemático con fluidez; resolver problemas, criticar argumentos, buscar demostraciones y lo más importante, reconocer un concepto matemático en una situación concreta. Por lo tanto, no es conveniente introducir conceptos nuevos sin un fondo suficiente de hechos concretos. Las mentes críticas no aceptan una abstracción si no saben por qué es importante y cómo podría usarse.
- 3) Las matemáticas deben presentarse siempre en conexión con el resto de las ciencias para que no pierdan su interés y motivación.
- 4) El pensamiento matemático no es tan solo razonamiento deductivo sino también el extraer el concepto apropiado de una situación concreta; la generalización a partir de casos observados, los argumentos inductivos, las analogías y la intuición de conjeturas imprevistas son modos de pensamiento matemático. El objeto del rigor matemático es confirmar y legitimar las conquistas de la intuición.
- 5) Se recomienda utilizar el método genético. El mejor camino para guiar el desarrollo mental de un individuo es reconstruir el desarrollo mental de la raza.
- 6) La enseñanza en la primaria y secundaria está retrasada con respecto a los requerimientos de la actualidad y necesita mejoras esenciales, sin ningún género de dudas. Sin embargo, no debe aceptar

tarse literalmente que los temas tradicionales han quedado sobre pasados. El álgebra elemental, la geometría, la trigonometría y el cálculo son aún fundamentales como lo fueron hace 50 o 100 años.

- 7) Buscar la introducción de conceptos generales unificadores. El uso juicioso de los conjuntos y su lenguaje y de los conceptos del álgebra abstracta pueden dar más coherencia y unidad al plan de enseñanza secundaria, siempre y cuando la introducción de términos y conceptos nuevos sea precedida de una suficiente preparación concreta, seguida de aplicaciones reales y estimulantes.

Los puntos de vista de los críticos están representados con mucha mayor profundidad por tres de los 65 matemáticos que son: Kline (1959, y 1962); Wittenberg (1963a y 1963b) y Polya (1945, 1954, 1962, 1963 y 1965), cada uno de ellos conocido por sus contribuciones a la matemática como una actividad creadora que interactúa fuertemente con las ciencias y otros aspectos de la cultura humana. Por ejemplo, según Kline, "las matemáticas modernas padecen de excesiva formalidad y constituyen una colección de estructuras deductivas. El estilo de la lógica formal es una de las influencias más desvitalizadoras en la enseñanza de las matemáticas en la secundaria. La lógica no dicta cuáles son los contenidos de la matemática; el uso es lo que determina la estructura lógica. La organización lógica aparece a posteriori y en cierto sentido es tan sólo un adorno" (Kline, 1976, pag. 51). A los jóvenes se les debe llevar lentamente hacia las ideas más elevadas y a las formulaciones abstractas siguiendo en esto el mismo camino que ha seguido la raza humana para llegar al conocimiento. El sentido de la matemática es físico y sin este sentido es un puro sin sentido. Kline hace énfasis en la importancia de lo que convencionalmente se llama las aplicaciones físicas de las matemáticas.

Según Polya (1965), se debe hacer mucho más énfasis en la intuición, mucho antes de recurrir al razonamiento deductivo. Cuando se presenten demostraciones, se deben presentar más de acuerdo con la idea de Descar-

tes que con la idea de ciertos lógicos modernos. Llenar las páginas de un texto con demostraciones sin objeto, faltas de motivación y objetivos recompensantes puede dar la peor impresión a los mejores estudiantes. Una deducción matemática es para Descartes como una cadena de conclusiones, una fila de pasos sucesivos. Lo que es necesario para la validez de la deducción es una visión intuitiva en cada paso que demuestra que la conclusión alcanzada por ese paso fluye hacia adelante y se sigue innecesariamente de un conocimiento anterior (adquirido directamente por intuición o indirectamente por pasos deductivos).

Polya (1945) da una serie de reglas útiles en la solución de problemas que llama reglas heurísticas. Por regla heurística en general, debe entenderse reglas que pueden ayudar a la solución de problemas pero que no son una garantía en ese sentido, a diferencia de los algoritmos. Un ejemplo de tales reglas es:

- 1) ¿Es suficiente la condición para determinar la incógnita? ¿o es insuficiente? ¿o es redundante? ¿o es contradictoria?
- 2) Si no puede resolver el problema trate de resolver otro problema relacionado. ¿Puede imaginar un problema relacionado que sea más sencillo?
- 3) ¿Usó todos los datos? ¿usó la condición completa?
- 4) Al realizar su plan de solución compruebe cada paso. ¿Puede ver que el paso es correcto? ¿puede demostrar que es correcto?
- 5) ¿Puede comprobar el resultado? ¿puede comprobar el argumento? ¿puede derivar el resultado de otra forma? ¿puede verlo de golpe?

En vez de desarrollar todo un cuerpo de ideas matemáticas y después introducir aplicaciones físicas, Wittenberg recomienda que las aplicaciones deben aparecer de una manera natural, ya que las ideas matemáticas elementales tienen un contenido práctico y un significado práctico y esto es lo que el estudiante debe comprender.

Resumiendo, las críticas a los nuevos programas de matemáticas o "matemáticas modernas" como suelen llamarse, se centran en tres puntos que son:

- a) Excesiva formalidad y demasiado énfasis en la lógica y las demostraciones rigurosas.
- b) la necesidad de una base física para la teoría matemática.
- c) El tratamiento heurístico de los problemas.

Los reformadores responden a estas críticas en forma más bien general, aunque a veces presentan señalamientos más concretos; Beberman y Vaughn (1960, 1964) responden diciendo que a veces se dice que pedir a los estudiantes que estudien demostraciones de teoremas obvios es necesariamente embrutecedor. Por el contrario, al estudiante las demostraciones le sirven para comprobar y aceptar los principios de la lógica. De manera pragmática, el estudiante argumenta que como el uso de esos principios le permite demostrar teoremas intuitivamente válidos, los principios son probablemente válidos. Begle (1962) señala que los nuevos programas pretenden el alcance de metas objetivas, tales como el aprender a computar, pero primordialmente el mejoramiento de las bases intelectuales para entender las ideas matemáticas.

Parece ser que las dos posiciones surgen de filosofías matemáticas distintas en relación a los reglamentos de la matemática. Por un lado, una visión dogmática y formalista como la delineada por Lakatos (1962) y por otro una visión intuitiva y escéptica del conocimiento matemático. Pero aún así, las recomendaciones para los currícula escolares deben ser examinadas en términos de hipótesis psicológicas implícitas en ellas. Por ejemplo, la clase de actividades que son de más interés para los estudiantes y el tipo de actividades que mejor desarrollan la habilidad de resolver problemas.

Las distintas filosofías de una disciplina se espera que propongan criterios o creencias ideales. La instrucción en una disciplina a cualquier nivel escolar puede verse como la preparación para la apreciación de y la participación en esa disciplina y puede evaluarse por su efecto en la preparación de personas con una base sólida en tales objetivos. Sin embargo no debe esperarse que las características generales de una disciplina se encuentren en todas las instancias de instrucción, puesto

que esto es parte de los procesos de enseñanza y aprendizaje. Las hipótesis psicológicas no han sido explicitadas en la controversia entre matemáticas modernas y tradicionales. A pesar de esto, parece haber consenso en cuanto a los objetivos expresados, siendo estos el desarrollar la habilidad para resolver problemas y el preparar para la apreciación y participación en la disciplina matemática, por lo que las diferencias deben encontrarse en el nivel de hipótesis psicológicas implícitas, lo cual está abierto a investigación empírica.

Tanto los creadores de los nuevos programas de matemáticas como sus críticos han sido matemáticos capaces que se han abocado a la tarea de establecer los fundamentos de la enseñanza de las matemáticas pero desconocedores, por diversas razones, de los procesos psicológicos del aprendizaje. Más bien parece ser que cada una de las dos escuelas se ha concentrado en una etapa histórica de la humanidad. Por un lado los reformadores, excesivamente teóricos y formalistas han implantado programas con tendencia a la matemática abstracta, es decir considerando a los educandos como matemáticos en probeta olvidando, como señala Klein, que menos del uno al millar de los niños que ingresan a la primaria será matemático. Por otro lado los críticos sugieren que se suprima todo tratamiento formalista, olvidándose de las demostraciones rigoristas. Este punto de vista parece estar más de acuerdo con la concepción de las matemáticas concretas, pero impide al estudiante adquirir habilidad en los procedimientos lógicos de inferencia como lo señalan Beberman y Vaughn. Más grave aún es la incapacidad para modelar situaciones empíricas. Lo que más cuesta trabajo al estudiante es expresar sus ideas en lenguaje matemático.

Actualmente la matemática se encuentra más cerca de la tendencia abstracta, como resultado de la aplicación de los conceptos teóricos desarrollados por los matemáticos del siglo pasado Cantor, Boole, Hilbert, Riemann etc., cuyas "ideas abstractas" se están capitalizando aprovechando los beneficios de la electrónica. Es decir, hay exceso de material teórico que es necesario aplicar y de hecho se está haciendo, por ejem-

plo la aplicación de las matemáticas a las ciencias sociales.

Nótese que los periodos de tiempo entre una ola de matemática abstracta y otra de matemática concreta son cada vez más pequeñas siendo la tendencia general a una estabilización equilibrada e integral de las 2 corrientes, lo que Kuntzmann llama la "Matemática Universal". Easley (1965), propone una combinación entre las hipótesis más aceptables de los reformadores y sus críticos, partiendo de la base de que una teoría bien formulada involucra 3 niveles que a grosso modo son los siguientes:

- 1) Una adecuada teoría de inferencia, es decir, un conjunto de reglas que gobiernan la sintaxis y las cadenas de inferencia de tal manera que puedan ser aceptadas como demostraciones completas de teoremas.
- 2) La teoría propiamente dicha, es decir, un conjunto de proposiciones que influyen a los axiomas y los teoremas usualmente asociados con la teoría y otros necesarios para los huecos lógicos de las demostraciones convencionales.
- 3) Una o más interpretaciones de la teoría proporcionadas por reglas semánticas o reglas de correspondencia entre la teoría y el modelo.

Easley supone que una interpretación se relaciona pedagógicamente con su teoría, tal como la teoría se relaciona con su teoría de inferencia. En la enseñanza de proposiciones particulares de una teoría o de una teoría de inferencia, las dificultades primordiales de los estudiantes y la tarea principal del maestro están en el nivel inferior; sin embargo para desarrollar una teoría generalizable y coherente las dificultades están en el nivel superior, es decir, en la teoría de inferencia. En esta forma la tendencia a omitir el nivel inferior, como usualmente lo hacen los libros de matemática moderna, u omitir el nivel superior según las recomendaciones de los críticos, limita la habilidad de los estudiantes para resolver nuevos problemas, Por lo que la proposición es que en la instrucción escolar de las matemáticas se utilicen los

3 niveles para desarrollar de manera óptima la investigación lógica y la intuición física, apropiadas a la teoría matemática que va a enseñarse y a sus usos. Procedimientos mixtos lograrán mejores resultados. El enfoque de aspectos particulares de la estructura total del pensamiento matemático es el que puede variar de reformadores a críticos, pero ambos han hecho contribuciones a la pedagogía matemática, por lo que los conjuntos de ambas recomendaciones no son simultáneamente exclusivos.

La hipótesis pedagógica que surge es la de que la informalidad es requerida en el nivel al cual las relaciones no son familiares al estudiante para no perderlo en la relación de consecuencias, vicio por el cual son notorios los matemáticos, o confundirlo en la correspondencia entre modelo físico y teoría, problema bien conocido de los maestros.

Me adhiero al procedimiento intermedio propuesto por Easley, el cual utiliza el marco conceptual de las investigaciones formalistas pero no la epistemología formalista y en el que se preserva un principio pedagógico generalizado en los críticos y es que siempre debe haber un aspecto de la instrucción que esté abierto, que se trate informalmente, en el cual los principios se adivinan a partir de modelos familiares al alumno y en el cual pueden introducirse las reglas heurísticas para resolver problemas. Al mismo tiempo, al extender la informalidad a una teoría de inferencia y extendiendo también el uso de modelos para incluir cadenas de proposiciones y conjuntos estructurados, se pueden conservar las contribuciones de los reformadores en el sentido de aclarar la relación de consecuencia y el desarrollo de la intuición lógica. Estas ideas son parte fundamental del programa como se verá más adelante.

Ahora bien, una cosa es lo que los matemáticos piensan que debe enseñarse con relación a las matemáticas y otra bien distinta es cuáles son los procesos psicológicos que intervienen en la enseñanza de las matemáticas; esto último corresponde al psicólogo y no al matemático, quien deben encargarse de seleccionar las teorías psicológicas que en última instancia serán puestas en práctica por pedagogos y maestros. Es en cierto modo justificable que existan severas discrepancias en rela-

ción a la enseñanza de las matemáticas, si se considera que dichas discrepancias pertenecen, como se vio anteriormente, al plano psicológico. La reforma curricular de las matemáticas se inició en los años cincuenta. De ese entonces a la fecha la psicología ha realizado considerable investigación en áreas de fundamental importancia, como son: procesos cognoscitivos; solución de problemas, procesamiento humano de información; pensamiento y lenguaje y motivación para el aprendizaje, entre otras, las que seguramente incrementarán, como ya lo están haciendo, el aprovechamiento escolar en general y el de las matemáticas en particular.

Lo que en este momento cabe señalar, es el hecho de que el problema fundamental del aprendizaje de las matemáticas o "porqué Juanito no sabe sumar", como lo expresa Kline, es un problema psicológico y no matemático. Por lo que de aquí en adelante lo enfocaremos desde el punto de vista de las teorías psicológicas.

Como ya se ha visto, el objetivo fundamental en el cual coinciden tanto reformadores como críticos parece ser el desarrollar la habilidad de solución de problemas, por lo que centraremos la discusión en esta área de la Psicología.

¿Porqué algunas personas tienen éxito en resolver problemas (algebraicos, de probabilidad, numéricos etc.), mientras que a la mayoría se le dificulta tanto? Esta cuestión involucra por lo menos tres aspectos que son: 1) Competencia, ¿Cuáles son los conocimientos específicos necesarios para resolver un determinado problema? 2) Procesos cognoscitivos, ¿Cuáles son los mecanismos psicológicos que intervienen en la solución del problema?, normalmente el buen solucionador de problemas es capaz de entender el problema, identificar metas y submetas, recordar información relevante y separarla de la irrelevante y 3) Diferencias individuales en la habilidad de resolver problemas; lo que es difícil para una persona puede resultar muy fácil para otra. La cuestión es si esas diferencias son debidas a capacidades psicológicas innatas o es una cuestión de maduración física o si está implícito cierto conocimiento susceptible de

aprenderse. Probablemente los tres factores intervienen en cierto grado pero ¿en qué proporción?

Puede decirse, que la mayoría de las teorías tienden a concentrarse en uno u otro de estos tres aspectos. El primero de ellos ha sido tratado por diversos especialistas bajo cuatro enfoques diferentes, los cuales describiremos por separado a continuación:

El primero ha dado relativamente poca atención a los procesos psicológicos y se ha concentrado en los aspectos formales del sistema. Este enfoque ha sido dado principalmente por el grupo de reformadores de las matemáticas de los cuales ya hemos hablado. Beberman (1963), Beberman y Vaughn (1960, 1964), Begle (1962, 1966), Suppes (1964).

Otra teoría en relación con los aspectos de competencia vino de la lingüística (Chomsky, 1957, 1968). En la gramática generativa de lo que se trata es de formar conjuntos de reglas con las cuales es posible reconocer un lenguaje en sus aspectos fonético, sintáctico y semántico. Por ejemplo, una gramática formal simple (G) queda representada por un número finito de reglas.

$$G = \{r_1, r_2, r_3, \dots, r_n\}$$

Se dice que tal gramática constituye un lenguaje formal, si dada una entrada permisible (un axioma) y la aplicación consecutiva de reglas pertenecientes al conjunto G, se genera una oración aceptable (un teorema). Sin embargo desde el punto de vista psicológico tanto los axiomas como las reglas o los teoremas pueden no tener relevancia para el conocimiento humano, además de que no hay razón para creer que la gente arbitrariamente combina reglas como supone cualquier sistema formal.

El segundo enfoque proviene de la confluencia de la psicología con la ciencia de la computación en lo que se ha dado en llamar "Inteligencia Artificial". De lo que se trata aquí es de elaborar un programa de computadora que realice ciertas tareas de diferentes clases. El criterio principal es que el programa funcione eficientemente aunque no se relacione con la conducta humana, Minsky (1967, 1975).

El tercer enfoque en relación con la competencia es el llamado de "simulación con computadora, que puede definirse como inteligencia artificial restringida a la simulación de la conducta humana. Un programa puede reflejar la conducta por lo menos en un dominio limitado; sin embargo, según Reitman (1965), puede no tener que ver con los procesos psicológicos subyacentes o con la solución de problemas en otros dominios. Otro problema es que la mayoría de los modelos de simulación tienen que ver con la ejecución de una conducta pero no dicen nada acerca de la adquisición de nuevos procedimientos (aprendizaje) o de la definición de los problemas, por ejemplo el modelo de Newell y Simon (1972).

El cuarto enfoque está mucho más en relación con la conducta humana y tiende a ser mucho más informal por estar basado en la introspección, ya que tiene que ver con los procesos que "se sienten" necesarios para resolver clases particulares de problemas. El resultado de esto es la identificación de una serie de reglas heurísticas de solución de problemas como las de Polya (1962), o Wickelgren (1974). Este último autor elaboró una guía práctica de cómo resolver problemas de matemáticas apoyándose en el trabajo de Polya. Para él, la solución de un problema contiene las partes siguientes:

a) Especificación completa de los datos dados a partir de los cuales mediante una secuencia de operaciones permisibles se llega a la meta. b) Especificación completa del conjunto de operaciones que se usará. c) Especificación completa de las metas y d) Una sucesión ordenada de secuencias o estados del problema que se inician con el estado dado y terminan con el estado meta. Así, el problema puede representarse mediante un árbol de decisión. En estas condiciones la solución puede buscarse por uno o varios de los métodos siguientes: 1) Inferencia (caso de los problemas de insight). 2) Ensayo y error sistematizado. 3) Evaluación de estados del problema y "ascenso de montaña" (que consiste en definir funciones de evaluación y escoger acciones en un estado dado para lograr el estado siguiente con una evaluación más cercana a la meta). 4) El método de "submetas" o de análisis de un problema en subproblemas. 5) Mé-

todo de la contradicción o de reducción al absurdo y 6) "Cominar para atrás". En los métodos de contradicción y de inferencia la meta se considera parte de la información dada; aquí se parte del estado final y se trata de determinar los precedentes. Cada uno de estos métodos va acompañado de recomendaciones para usarlo según el tipo de problema. Supuestamente la práctica en el uso de estos métodos incrementará la capacidad de solución de problemas.

Estos métodos intuitivos lo que han hecho es generar investigación en el área de solución de problemas y son útiles en los casos en que bastan las reglas de tipo general, pero no son suficientes para una aplicación más sistemática, como es el caso del diseño de materiales instruccionales o el entrenamiento de maestros.

Algunos psicólogos educativos han desarrollado métodos informales de análisis de contenido que han sido ampliamente aplicados (Merrill y Gibbons, 1974. Shavelson y Geeslin, 1975) y el análisis de tareas de Gagné (1977). Este último autor por ejemplo sugiere que los procesos de aprendizaje, moldeados por las condiciones de aprendizaje internas, (habilidades previamente adquiridas y procesos que sirven para recordarlas u organizarlas en formas nuevas) o externas, (las que estimulan el recuerdo de habilidades subordinadas o dan a conocer al sujeto el objetivo de la tarea o guían el nuevo aprendizaje con preguntas o sugerencias o propician la ejercitación de la habilidad recién adquirida) van a dar como resultado capacidades que pueden ser de 5 tipos:

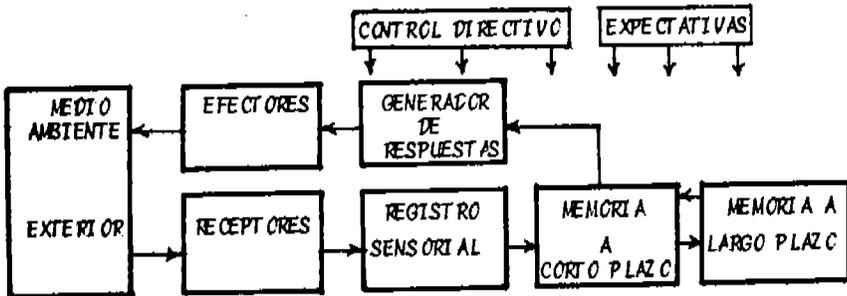
1) Habilidades intelectuales, (empleo de símbolos); 2) Información verbal, (capacidad de comunicar ideas); 3) Estrategias cognitivas, (habilidades que dirigen su aprendizaje); 4) Habilidades motoras y 5) Actitudes. Para el caso de las habilidades intelectuales, éstas están jerarquizadas en reglas de orden superior, reglas, conceptos, discriminaciones y asociaciones y cadenas.

Sin embargo, ninguno de estos métodos parece tener fundamentos teóricos sólidos. El análisis de tareas por ejemplo, tiene que ver con los procesos subyacentes en el aprendizaje jerarquizado pero es relativamente limitado en intención, ya que únicamente tiene que ver con reglas simples.

Por otro lado, el análisis de contenido es más amplio, pero carece de precisión conductual.

Las teorías psicológicas propiamente hablando, se han centrado en el aspecto cognoscitivo cuyo principal objetivo es la esencia del proceso. Sin embargo, la complejidad de la solución de problemas ha hecho que las teorías tiendan a limitarse a aspectos específicos, (memoria, discriminación, atención, etc.).

Otro grupo de teorías en relación a la solución de problemas se ha centrado en el proceso cognoscitivo. Sin embargo, por ser éste demasiado complejo, han tenido que limitarse a ciertos aspectos específicos del mismo. Estas teorías se revisarán desde el marco general de lo que se llama procesamiento humano de la información, que es el más aceptado en la actualidad porque en cierta medida incorpora los hallazgos de otras tendencias más clásicas como son la de estímulo-respuesta o la Gestalt. El modelo general de la teoría de procesamiento humano de la información es el siguiente:



(Gagné, 1977). Pág. 3.5

Este modelo (Gagné, 1977), representa el fundamento de las teorías de Anderson y Bower (1973); Atkinson y Shiffrin (1968), Rumelhart Lindsay y Norman (1972) y Greeno y Bjork (1973). En él se postula la existencia de estructuras internas en el cerebro que ejecutan ciertas funciones del proceso. El sujeto recibe del medio ambiente una estimulación que es transformada en impulsos nerviosos que entran a una estructura que se llama registro sensorial. Sperling (1960) y Crowder y Morton (1969), han demostrado que los datos de diversos sentidos son registrados en centésimas de segundo. Los componentes que duran un período más prolongado son objeto del proceso de atención o percepción selectiva y el resto simplemente desaparecen y dejan de afectar al sistema nervioso. La imagen entera archivada en el registro sensorial no persiste en fases posteriores del aprendizaje, sino que en su lugar se perciben esquemas de esa estimulación. Se sintetizan invariantes tales como bordes, texturas e indicaciones en vez de series fortuitas de estímulos (Gibson 1950). En general es la capacidad del sujeto para prestar atención a ciertos rasgos del registro sensorial ignorando otros (Lindsay y Norman, 1977; Norman, 1976; Reed, 1973 y Dodwell, 1970); Rumelhart (1977) inclusive ha desarrollado una teoría de reconocimiento de patrones en relación con la lectura.

Una variable que ha sido utilizada en varios estudios en relación con las matemáticas es el estilo cognoscitivo perceptual llamado independencia de campo (Mc Lead y Adams, 1979 a y b; Grippin y Ohnmacht, 1977). La independencia de campo es un concepto que ha recibido considerable atención en la investigación educativa, a grado tal que a la fecha se le considera un rasgo estable en relación a características de personalidad perceptivas y cognoscitivas (Cronbach y Snow 1977). Los individuos independientes del campo se espera que trabajen en forma más autónoma y que se desempeñen bien en tareas que requieran representación simbólica, razonamiento y solución de problemas, mientras que los dependientes del campo tienen dificultades en tareas de este tipo, sobre todo cuando se requiere reestructurar o reorganizar los datos para llegar a una solu-

ción. Sin embargo, estos últimos resultan ser más adaptables que los independientes de campo en situaciones de tipo social que requieran habilidades interpersonales (Witkin, Moore, Goodenough y Cox; 1977).

La información transformada en el registro sensorial se manda después a la memoria a corto plazo donde dura un período aproximado de 20 segs. y en donde se puede almacenar de dos maneras:

1) Una forma acústica en la que el sujeto escucha internamente la información y 2) una forma articularia en la que él se oye expresando la (Lindsay y Norman 1977). Sin embargo es posible que se recuerden también imágenes de escenas que se han presenciado (Palvio, 1971). Miller (1956), sugirió que la capacidad de la memoria a corto plazo es de 7 unidades más o menos dos. Estas unidades pueden ser letras, números o palabras (Klatzky 1975). El hecho es que el tipo de unidades que se utilicen puede ser importante en la solución de problemas ya que la carga en la memoria es una función de la complejidad de la tarea y varía para diferentes tareas como sumar o multiplicar, lo mismo que dentro de la tarea como sería sumar mentalmente dos o tres dígitos. Bower (1969), mostró que lo importante es el número de unidades. En términos generales la carga impuesta a la memoria por una tarea depende del procedimiento usado por el sujeto y de la tarea en sí.

Al salir los datos de la memoria a corto plazo son transformados y codificados para entrar a la memoria a largo plazo (Melton y Martin, 1972). De rasgos perceptuales son transformados a un modo conceptual o significativo. Algunas teorías modernas sobre memoria sostienen que las proposiciones dotadas de sentido son una forma básica de codificar el material aprendido (Anderson y Bower, 1973; Kintsch, 1972; Rumelhart, Lindsay y Norman, 1972). El proceso de codificación puede adoptar diversas formas pero la característica esencial para entrar a la memoria a largo plazo es su organización semántica o significativa.

En forma codificada la información se guarda en la memoria a largo plazo en donde el almacenamiento parece ser que es permanente (Adams, 1967). No obstante se vuelve inaccesible por diversos motivos, uno de

los cuales es la interferencia del material nuevo con el viejo, pero parece ser que la razón fundamental del olvido es la ineficacia de los procesos de búsqueda y recuperación del material almacenado. El proceso de recuperación exige que ciertos indicios sean proporcionados por una situación externa o por el sujeto mismo, a partir de otros recuerdos. El proceso de búsqueda consiste en un encadenamiento del material aprendido, mediante indicios o etiquetas que permiten el reconocimiento y recuperación de dicho material. Con frecuencia lo recuperado vuelve a la memoria a corto plazo convirtiéndose en memoria operante o consciente (Atkinson y Shiffrin, 1968); lo que hace que el material se vuelva fácilmente accesible al sujeto para combinarlo con nuevos datos que se almacenarán bajo codificaciones distintas o, en su caso, activar el generador de respuestas que confiere organización a actividades humanas como son escribir, tocar el piano, hablar otro idioma, obtener una raíz cuadrada con lápiz y papel o construir una gráfica.

Cuando ha pasado cierto tiempo después de haberse aprendido algún proceso (deducir una fórmula matemática), se requiere una reconstrucción de los hechos más que una mera repetición ordenada.

Por otro lado, cuando el recuerdo de lo aprendido se aplica a situaciones nuevas tenemos lo que se llama transferencia de aprendizaje. Este fenómeno que es común en la solución de problemas corresponde al empleo de procedimientos o reglas generales para la solución de problemas (Polya, 1945); sin embargo este fenómeno casi no ha sido estudiado en relación al procesamiento humano de información. El individuo que requiere aplicar sus conocimientos o habilidades a problemas nuevos deberá efectuar una búsqueda más intrincada y amplia que la que se utiliza en situaciones familiares, y es probable que los indicios que utilice para recuperar lo aprendido serán distintos de los que utiliza en el recuerdo inmediato.

Este tipo de situaciones de transferencia suponen una "interpretación" o "construcción activa" (Lindsay y Norman, 1977).

No cabe duda que la memoria juega un papel muy importante en la so-

lución de problemas como es el manejo de información en la memoria a corto plazo, el almacenamiento, codificación y recuperación de material en la memoria a largo plazo, sobre todo en lo que se refiere a procedimientos de solución de problemas. Aunque las teorías sobre memoria se han desarrollado bastante en los últimos años, presentan todavía importantes limitaciones. Por ejemplo, no hay forma de especificar precisamente cómo un sujeto procesa la información dada aun en las tareas más simples, o cuando la información está en la memoria permanente o en el procesador de información. Aun en las pruebas más simples de capacidad de memoria los procesos de recodificación y repaso son altamente dependientes de las preferencias individuales del sujeto. Por otro lado, aunque los procedimientos estuvieran completamente especificados no hay forma empírica disponible para determinar la carga de procesamiento que dichos procedimientos imponen en el sujeto. En estas condiciones resulta imposible comparar tareas (procedimientos) diferentes en relación con su carga de memoria.

El generador de respuestas es la estructura que selecciona la forma básica de reacción, es decir músculos de la boca y lengua (verbalizaciones) o músculos del brazo, manos y dedos (escritura) o cualquier otra respuesta que dependerá de la actividad a realizarse y además regula el orden y sincronización del movimiento, que finalmente será ejecutado por los músculos efectores seleccionados.

Finalmente, el proceso general está controlado por retroalimentación; gracias a esto el sujeto confirma o verifica su ejecución para ver si ha alcanzado la meta deseada. Aunque se requiere una comprobación externa al sujeto, los efectos son internos y sirven para fijar el aprendizaje mediante lo que se conoce como reforzamiento.

Todo el flujo de la información está regulado por dos procesos de control que son: 1) Los procesos de control directivo y 2) las expectativas. Los primeros son llamados así en las teorías de aprendizaje y memoria que se basan en el modelo de procesamiento humano de información.

Son conocidos con nombres diferentes en otras teorías por ejemplo Bruner (1971), las llama estrategias cognoscitivas; Rothkopf (1970), utiliza el término "actividades matemáticas" que corresponden al término "conductas de autodirección" empleado por Skinner (1968). Estos procesos influyen en la atención y en la percepción selectiva determinando cuáles rasgos del registro sensorial serán introducidos en la memoria a corto plazo; influyen en la selección de un esquema codificador y de terminan qué tipo de información ha de almacenarse en la memoria a largo plazo. También intervienen en los procesos de búsqueda y recuperación al determinar la precisión y cuantía de los recuerdos del sujeto. Tienen que ver con la manera de responder y la organización reactiva que elige el sujeto para su ejecución y, lo que es muy importante, regulan las estrategias en la generalización y solución de problemas.

Por otro lado, las expectativas son procesos de control en relación con la motivación del sujeto para lograr sus metas. Influyen en la atención, en la codificación de los datos en la memoria y en la organización de las respuestas. La expectativa es una inclinación constante orientada hacia la obtención de una meta que permite seleccionar las reacciones en cada etapa de elaboración. Todos los procesos internos se adaptarán a la finalidad que se tiene "en mente". Según Estes (1972), posee efecto reforzador la información que le comunica al sujeto si ha alcanzado su objetivo o qué tan cerca está de él. En otras palabras, la retroalimentación es útil porque confirma las expectativas del sujeto.

Aunque estos procesos de control juegan un papel importante en las teorías de procesamiento de información, el conocimiento que se tiene de ellos es muy limitado. El esquema que se ha presentado no explica satisfactoriamente estos procesos; la manera en que el sujeto dirige su atención, codifica y recupera la información y la expresa en respuestas organizadas son cuestiones que demandan una selección de estrategias. Esta selección es la función de los procesos de control directivo, incluidas las expectativas establecidas antes de iniciar el proceso. Estos procesos son los que hacen del sujeto un ser inteligente que puede

aprender a aprender y en consecuencia, ser capaz de desarrollar su autoinstrucción.

Desgraciadamente se conoce poco la manera de organizar las condiciones del aprendizaje para que se adquirieran estrategias cognoscitivas eficaces. En primer lugar, la mayoría de ellas no han sido identificadas ni descritas y en segundo lugar, aunque se conocieran, se requiere también saber como implementarlas; algunas pueden aprenderse en unas horas pero otras podrían tomar meses o años.

El tercer grupo de teorías psicológicas de solución de problemas se ha centrado en la cuestión de las diferencias individuales; desde este punto de vista lo importante es identificar medidas que correlacionen con la habilidad de resolver problemas.

La investigación en esta área se ha dedicado a buscar medidas apropiadas de memoria, razonamiento, etc., y la mayor parte ha sido conducida bajo la tradición normativa, es decir bajo la suposición de que la conducta compleja humana tiene una base genética e intelectual difusa. Guilford (1967), trató de determinar factores subyacentes de la inteligencia pero dichos factores resultaron igualmente difusos. Más recientemente Speedie, Treffinger y Feldhausen (1973), correlacionaron medidas individuales de una gran variedad de factores, varios C. I. y tests de aptitudes con medidas de solución de problemas en una amplia variedad de condiciones.

A causa de la supuesta naturaleza difusa de la inteligencia humana, los reactivos de los tests no se seleccionan porque representen la clase de problemas para los cuales se desea hacer predicciones, sino porque hacen distinciones entre individuos o grupos. Los reactivos que son contestados por la mitad de la población son los que discriminan en forma mínima.

Otro enfoque en esta línea ha sido el llamado de criterios de referencia (Glaser 1963, 1973); en él, los reactivos de los tests han sido seleccionados porque representan habilidades específicas consideradas como variables predictoras. Bajo este punto de vista, cada persona es e-

valuada respecto a su ejecución en relación a un criterio fijo. Sin embargo, queda la duda de ¿cuántos reactivos? y de ¿qué clase? se requieren para tener una adecuada medición de la maestría del sujeto, (Bloom, 1973).

Aunque cada uno de los tres agrupamientos de teorías mencionadas hace énfasis en uno u otro factor, la importancia de los tres aspectos es universalmente reconocida. Por ejemplo, los estudios de simulación con computadora sobre solución de problemas han enfatizado el contenido y los procesos cognoscitivos (Newell y Simon, 1972). En cuanto a las diferencias individuales, se refieren directamente a los procesos usados por cada individuo en clases de problemas. Esto hace que se requiera una teoría por cada individuo y la proliferación de teorías independientes plantea un dilema para una ciencia generalizada.

Al mismo tiempo las teorías sobre procesos cognoscitivos han empezado a darle importancia a la cuestión de contenido-competencia (Greeno, 1973); (Bruner, Goodnow y Austin, 1956); (Restle y Brown, 1970); (Anderson y Bower, 1973); (Kintsch 1972); (Rumelhart, Lindsay y Norman, 1972). Sin embargo esta tendencia ha llegado al extremo de confundir teorías con procesos específicos (reglas y unidades de conocimiento) de ejecución de tareas particulares.

Algunas teorías sobre todo en psicología educativa han tendido a integrar los tres aspectos contenido/competencia, procesos cognoscitivos y diferencias individuales (Ausubel, 1968); (Gagné y Briggs, 1974); sin embargo sus esfuerzos han sido más pragmáticos que teóricos. Estas teorías dicen relativamente poco en relación a las potencialidades de la conducta compleja de solución de problemas.

Otra teoría muy aparte que puede considerarse integradora de los tres aspectos es la teoría de Piaget. La teoría toma en cuenta contenido y procesos cognoscitivos, y en el sentido de desarrollo general con las diferencias individuales. Así, la teoría tiene que ver con los procesos (asimilación y acomodación) por medio de los cuales crece el conoci

miento a través de la equilibración; y con el contenido que va desde el conocimiento de cuestiones físicas y matemáticas hasta las bases de la conducta moral y social. Además la teoría enfatiza el carácter operativo del conocimiento y el pensamiento en relación con diferencias de funcionamiento en la diversas etapas del desarrollo, Piaget (1971 a y b) (1975 a y b); Piaget y Szeminska (1967); Piaget e Inhelder (1955) y Campbell (1976). Sin embargo, la teoría de Piaget está más enfocada al desarrollo infantil y a la epistemología que a la solución de problemas, por lo que la relación entre procesos cognoscitivos y conducta es obscura. Aspectos importantes de la teoría no son operacionales en un sentido científico, y la teoría por diseño trata con el "sujeto epistémico" (Furth, 1969) y no con la conducta del individuo, lo que la hace requerir una metodología de investigación también especial.

Una teoría que proporciona un marco de referencia integrador entre los aspectos de competencia (inteligencia artificial, lingüística, etc.), procesos cognoscitivos y diferencias individuales es la llamada "Teoría Estructural del Aprendizaje", (Scandura 1973, 1977 a y b). La teoría trata de relacionar estos tres aspectos del aprendizaje humano complejo y es básicamente relativista; lo que los individuos saben y lo que pueden hacer es siempre relativo a las estructuras cognoscitivas y a los procesos que subyacen algún contenido predeterminado asociado con miembros idealizados o típicos de una población de individuos. El proceso típico que hace posible que una colectividad resuelva problemas en un dominio dado se conoce en esta teoría como "reglas de competencia", y las "estructuras" son las entidades sobre las cuales operan las reglas. La teoría puede representarse esquemáticamente como sigue:

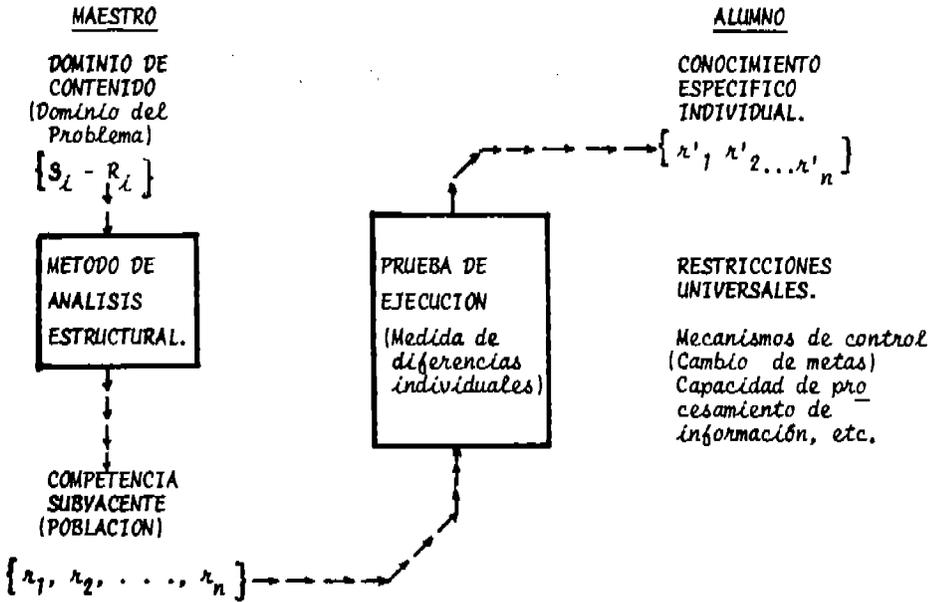


Fig. 3.6 Scandura (1977a)

En la teoría, el término "dominio del problema" se utiliza en un sentido muy amplio desde problemas simples de aritmética hasta lenguaje o conducta moral. Los problemas se definen como pares ordenados que consisten de datos dados y soluciones (estímulos S_i y Respuestas R_i); un problema sin solución no es un problema. Cada dominio del problema se supone que es de la forma: $P_1 \cup P_2 \cup \dots \cup P_n$.

En donde cada P_j es un subconjunto de problemas que satisfacen un conjunto de criterios. Por ejemplo, si el dominio es ecuaciones en general, P_1 podría ser ecuaciones de 1er. grado, P_2 ecuaciones de segundo grado, etc. Para el caso, estos subconjuntos no se requiere que sean

clases equivalentes matemáticamente hablando; sin embargo, sí tienen que ser exhaustivos y mutuamente excluyentes con respecto al dominio del problema. Su propósito es heurístico en el sentido de identificar diversos tipos de problemas, y corresponde a lo que conocemos como metas educacionales. En general puede razonablemente suponerse que el dominio del problema está formado por funciones computables y por lo tanto en la mayoría de las aplicaciones prácticas el dominio del problema tiene un procedimiento (regla de solución). Una función es computable si existe una regla / procedimiento / algoritmo (estas tres acepciones son equivalentes en la teoría), o, si en la misma forma, un "conjunto de reglas" genera la única salida (out put) asociada con cada entrada (input) en el dominio.

Sin embargo, si se incluyen soluciones correctas e incorrectas, los dominios de problemas pueden verse mejor como relaciones en las cuales hay conjuntos de reglas que relacionan dominios de problemas con soluciones.

En el diagrama los dominios de problemas son analizados por el maestro (el que sabe, el experto, etc.) para tratar de encontrar conjuntos de reglas (procedimientos) que conduzcan a soluciones. Puede suceder que tales conjuntos de reglas existan con lo cual quedarían identificados los procedimientos de solución como funciones computables, o que dichas reglas no existan como sucede en los dominios complejos de la matemática; aun así, las implicaciones conductuales son mínimas. Si todo el conocimiento se representa por reglas lo más que se puede esperar en estos casos es abarcar una porción del dominio. Puede suceder también que aunque un dominio haya sido completamente analizado, el procedimiento de solución sea extremadamente complejo; en este caso es conveniente utilizar una aproximación modular, es decir, que los procedimientos de solución se substituyen por conjuntos de reglas más simples, mediante las "leyes de interacción" (mecanismos de control en las ciencias de la computación), que determinan cómo las diferentes reglas interactúan.

El método de análisis estructural es un método más o menos sistemático de representar conjuntos de reglas de competencia asociadas con un dominio de problema dado y una población de sujetos; sin embargo, este método dentro de la teoría está todavía muy lejos de tener una aproximación algorítmica. Como actualmente se practica depende en gran parte de la perspicacia del analista y de su familiaridad con el dominio del problema y la cultura relevante (nivel de desarrollo, currícula, expectativas, etc.) de la población.

Sin embargo pueden delinearse ciertos pasos generales obligados que son:

- 1) Identificar reglas prototipo y niveles de representación que actúan de una manera atómica.
- 2) Seleccionar una muestra representativa del dominio del problema, por lo menos un problema de cada subclase del dominio.
- 3) El tercer paso es desarrollar métodos de solución de los problemas muestreados consistentes, respecto a la forma en la cual sujetos idealizados de dicha población resuelven los problemas; de esta manera, el método de solución de un problema dado servirá para resolver subclases de problemas en el dominio y no sólo para el problema muestreado. Estos métodos estarán constituidos por secuencias de reglas atómicas (r_1, r_2, r_3). Scandura (1973), llama a estos conjuntos "bases innatas".
- 4) En dominios de problemas más complejos es necesario utilizar conjuntos de reglas análogas (r'_1, r'_2, \dots, r'_n) a las iniciales pero de mayor generalidad; estas reglas son conocidas como reglas de orden superior y su identificación hace posible especificar las estructuras simples sobre las cuales operarán. Los conjuntos de reglas de solución que utilizan reglas de orden superior, son más poderosos que los que no las utilizan, ya que pueden resolver más problemas del dominio y normalmente son más simples.
- 5) El procedimiento para identificar los conjuntos de reglas solución puede aplicarse recursivamente, dando cada vez un nivel más profundo de análisis y obteniendo conjuntos de reglas más poderosas y con menos reglas atómicas.

Una vez identificadas por medio del análisis estructural, las reglas de competencia idealizada sirven como estándar contra los cuales puede controlarse el conocimiento individual. Sin embargo debe subrayarse que no es lo mismo competencia individualizada que reglas de conocimiento individual.

En la teoría se supone que lo que un individuo puede hacer y aprender depende directamente de lo que en un momento dado sabe. El procesador humano de información se supone adecuadamente caracterizado por:

- 1) Características universales del procesador y 2) conocimiento individual en relación al grado de competencia asociado a un dominio de problema dado y a la población a la que el individuo pertenece.

Por otro lado, los mecanismos de control son una de las más importantes características humanas y sirven para decirle al organismo qué procesos (reglas) usar y cuándo usarlas. Estos mecanismos son esenciales en todos los sistemas de procesamiento de información sean estos máquinas o humanos; sin embargo, aunque todas las teorías distinguen entre proceso (regla) y control, este último juega un rol secundario o está distribuido entre una variedad diferente de mecanismos de control cuya coordinación queda sin especificar.

En contraste, la teoría de Scandura postula un "mecanismo de control único de cambio de metas" que hace suposiciones mínimas sobre el procesador pero que se muestra adecuado para diferentes clases de conducta. Este mecanismo se hipotetiza que es común a todos los seres humanos y que gobierna todo el proceso cognoscitivo, independientemente del conocimiento específico que se involucre.

Capacidad de procesamiento es otra característica general que se ha tomado en cuenta en la teoría. Casi todas las teorías de procesamiento de información suponen en una forma o en otra que la memoria de trabajo tiene una capacidad limitada. En la teoría estructural del aprendizaje se supone que la memoria de trabajo guarda no sólo datos sino reglas también, por lo que aunque la capacidad se suponga fija, la carga

de memoria asociada con una tarea depende del procesamiento usado para realizar dicha tarea.

La teoría del aprendizaje estructural es una teoría global del aprendizaje que provee un marco de referencia general dentro del cual pueden ser integradas otras teorías. Por ejemplo, los dominios de problemas y sus soluciones constituyen complejas entidades observables relacionadas entre sí, las cuales en otras teorías contemporáneas sobre memoria y solución de problemas son conocidas como "redes relacionales", (Rumelhart, Lindsay y Norman, 1972); (Greeno, 1976). Las redes relacionales corresponden a unidades psicológicas internas o estructuras, también "Chunks".

Estas estructuras psicológicas internas están formadas de un número finito de conjuntos de elementos que corresponden a nodos en las redes relacionales. Las reglas y relaciones definidas en los elementos corresponden a relaciones, y las reglas de orden superior y relaciones de orden superior definidas sobre relaciones y reglas, corresponden a relaciones entre relaciones (Scandura, 1977 b).

En cierta forma estas reglas de orden superior y sus relaciones que no se toman en cuenta en las redes relacionales, corresponden a los operadores relacionales (Pask 1975) y (Hays-Roth, 1974).

Según Scandura (1971a), las habilidades generales que debe desarrollar el estudiante durante el proceso de aprendizaje de las matemáticas son las siguientes:

- 1.- La habilidad para detectar regularidades o generalidades.*
- 2.- Particularizar o ejemplificar regularidades.*
- 3.- Interpretar descripciones de ideas matemáticas.*
- 4.- Describir ideas matemáticas supuestamente aprendidas.*
- 5.- La habilidad de hacer inferencias lógicas.*
- 6.- La habilidad de axiomatizar (identificar las ideas básicas sobre las cuales puede construirse por deducción una teoría).*

La teoría de Scandura, en síntesis, presenta una serie de venta-

jas como son las siguientes: 1) Es una teoría general que comprende los tres aspectos del aprendizaje (contenido/competencia, procesos cognoscitivos y diferencias individuales). 2) Permite, como ya se mencionó anteriormente, la inclusión de otras teorías más especializadas en cada uno de dichos aspectos. 3) Es una teoría enfocada a la solución de problemas, en especial de matemáticas. 4) En donde resulta más potente es en la planeación curricular y en el diseño de material de aprendizaje. 5) A pesar de su generalidad, la teoría es altamente formalizada, lo que permite la experimentación rigurosa de sus partes componentes en forma determinista. 6) La forma algorítmica que puede utilizarse para representar los procedimientos (conjuntos de reglas), es ideal para adaptarse a la nueva tecnología educativa del aprendizaje por computadora.

Por otro lado, la teoría presenta algunas limitaciones, principalmente en el sentido de no estar suficientemente desarrollada en algunos de sus aspectos, por ejemplo el análisis estructural depende en gran parte de la perspicacia del analista; hasta ahora la teoría solamente da lineamientos muy generales. En el aspecto cognoscitivo, muchos detalles no están claros, por ejemplo los mecanismos de control propuestos aunque parecen viables su naturaleza es todavía desconocida. ¿El cambio de niveles bajos a altos de metas depende del conocimiento disponible en el procesador en un momento dado? La teoría requiere mucha mayor investigación respecto de la especificación precisa de estos mecanismos, así como los principios que gobiernan la activación y desactivación de la información en el procesador.

Un factor importante en el desarrollo del conocimiento es la secuenciación de los problemas. La habilidad de solución de problemas se desarrolla en un periodo de tiempo relativamente largo; conforme el individuo interactúa con el medio ambiente de solución de problemas, sus capacidades cambian y las nuevas capacidades adquiridas afectarán sus reacciones futuras.

La teoría requiere mayor investigación en relación a cómo se desarrolla el conocimiento? y cómo secuenciar las experiencias de solu-

ción de problemas?

En conclusión, la teoría es ampliamente aplicable a la integración de currícula instruccionales como el de universidad abierta en donde la instrucción es individualizada y el diseño de materiales de autoenseñanza es una actividad primordial. La teoría provee bases sólidas para el diseño de dicho material en función de la identificación de los procedimientos (reglas y reglas de orden superior), necesarios para la solución de dominios de problemas dados, en especial de matemáticas. Desafortunadamente esa actividad está fuera de las posibilidades del presente trabajo. La identificación de las reglas de orden superior de los diferentes dominios de problemas y la creación de los materiales de autoinstrucción necesarios para lograr la maestría de dichos procedimientos, requiere de un equipo de instructores y mucho tiempo para lograrlo.

CAPITULO 4

INVESTIGACION PARA DETERMINAR EL CONTENIDO DEL PROGRAMA INSTRUCCIONAL.

INTRODUCCION.

Durante los años 1969 a 1972, en el Centro de Investigación en Aprendizaje y Enseñanza de la Universidad de Michigan, se llevó a cabo una investigación para la American Psychological Association, con C. Alan Boneau como director del proyecto. La investigación se publicó bajo el título "Undergraduate Education in Psychology", bajo la responsabilidad de James A. Kulik y Cols. (1973). Las metas de la investigación fueron las siguientes: 1) Describir la educación en Psicología a nivel licenciatura y 2) reportar las innovaciones educativas que pudieran señalar caminos en el futuro.

La metodología utilizada también fue de dos tipos: 1) Una encuesta aplicada a una muestra de 1263 Colegios y Universidades de Psicología obtenidas de una población de un total de 2605. El objeto de la encuesta era determinar la clase de programas ofrecidos en Psicología y su representatividad en relación a todos los colegios y universidades americanas, 2) En series de estudios de caso se seleccionaron 17 escuelas de Psicología, buscando que fueran diferentes en tamaño y recursos y cuyos programas reflejan todo el rango de filosofías y metodologías que pudieran encontrarse.

Se visitaron dichas escuelas y la información se obtuvo a través de entrevistas y reuniones académicas con el staff de profesores de Psicología y los estudiantes. Se proporcionaron los lineamientos generales de los cursos, materiales publicados y no publicados sobre cursos y programas y datos evaluativos propios de cada escuela.

De particular importancia para esta tesis es el reporte que se hace en la mencionada investigación sobre la estructura de los cursos de

estadística y metodología, cuyas conclusiones más importantes resumimos a continuación:

El entrenamiento en estadística y metodología representa un problema especial en el curriculum de psicología. Los estudiantes no tienden a seleccionar estas materias en las escuelas en que dichos cursos son optativos. A menudo son catalogados como pobremente presentados y poco interesantes.

De cualquier manera, son considerados por los estudiantes como de valioso contenido. El estudio confirma las conclusiones reportadas previamente por otros autores (McKeachie y Milholland, 1961), sobre la importancia de la instrucción en estadística y metodología. Los conceptos cuantitativos básicos deben estar relacionados con la experimentación, ya sea a través de otros cursos como psicología experimental o diseño experimental o dichos conceptos deberán relacionarse con la experimentación en los cursos de estadística.

La mayoría de las escuelas de psicología, según el reporte, separan la instrucción de conceptos estadísticos de las aplicaciones metodológicas, aparentemente por la dificultad de coordinación entre estas dos áreas de enseñanza y por la falta de libros de texto que contengan ambos enfoques.

La principal preocupación en la mayoría de las escuelas es enseñar los conceptos estadísticos básicos, sin embargo, en las universidades altamente selectivas hay mucho más cercana integración de los conceptos estadísticos básicos con aplicaciones a proyectos experimentales.

Entre los métodos pedagógicos más a menudo enfatizados por los directores de las universidades, están aquellos que dan al estudiante responsabilidades importantes para conducir investigación psicológica tales como proyectos individuales, proyectos de grupo o el participar como ayudantes y aprendices en los proyectos de investigación de la Facultad. Otro método recomendado es el de dejar al estudiante a su propio paso, supervisando su estudio. Un énfasis nuevo es el de incluir programación con computadora y análisis de datos con computadora en los

cursos.

En otro estudio sobre el estado actual de la educación de posgrado en psicología en universidades americanas, Merenda (1979), utilizó un cuestionario enviado por correo a una muestra de 48 departamentos de Psicología, de los cuales 30 contestaron reportando que era requisito fundamental para todos los estudiantes de doctorado en psicología el completar exitosamente cierta cantidad de cursos obligatorios. El número y naturaleza de dichos cursos y seminarios variaba entre los departamentos. Sin embargo, dichos departamentos consideraban como las más importantes áreas de contenido las siguientes: Estadística (29), Psicología Social (12), Desarrollo Infantil (13), Aprendizaje (11), Personalidad (10) y Psicofisiología (8). Según estos datos puede verse claramente que la estadística ocupa el primer lugar en frecuencia entre lo que se enseña en posgrado.

En México, el Consejo Nacional para la Enseñanza e Investigación en Psicología (CNEIP) convocó a todos los directores de facultades de Psicología a una reunión nacional que se llamó taller de Jurica, con el fin de definir el perfil profesional del psicólogo mexicano. El perfil que se obtuvo carece de definición ya que su trazo es impreciso, difuso y muy general todavía. Se dice que el psicólogo es un profesionalista cuyas funciones son: 1) evaluar 2) planear 3) intervenir para modificar un problema 4) prevenir y 5) investigar, y que resuelve problemas en las áreas de educación, salud pública, producción y consumo, organización social y psicología, CNEIP (1978). No se da ninguna recomendación de cómo va a ser la formación del psicólogo para que pueda cumplir dichas funciones las cuales están señalando claramente una formación matemática, ya que evaluar, planear, solucionar problemas, prevenir e investigar son actividades en las que los métodos que la matemática proporciona han mostrado tener mayor efectividad.

En su trabajo de tesis profesional, Martínez (1974) muestra como algunos psicólogos han utilizado las matemáticas en la psicología y cuáles son las razones para considerarla como ciencia, y finalmente da algunas

recomendaciones en cuanto a los objetivos y contenido de los cursos de matemáticas. Sin embargo estas recomendaciones son apriorísticas, ya que no están apoyadas en estudios o investigaciones al respecto por lo que requieren cierta confirmación antes de ser utilizadas.

No se encontró más bibliografía al respecto por lo que se decidió llevar a cabo una investigación que aportara datos más precisos. El propósito de esta investigación es obtener una respuesta a la pregunta: ¿Qué se debe enseñar en relación a las matemáticas al estudiante en psicología?, y su objetivo final es obtener los lineamientos generales y los contenidos que permitan integrar un programa de enseñanza de las matemáticas más efectivo. Los detalles de la investigación se describen a continuación.

METODO

Sujetos.

Para esta investigación se seleccionó una muestra de 62 psicólogos, todos ellos con grado académico de maestría por lo menos, y con la característica de ser catedráticos de alguna asignatura de licenciatura en psicología.

INSTRUMENTO.

Con el fin de recabar información respecto a los temas que deben incluirse en los programas de estudio de los cursos de matemáticas y estadística de la licenciatura en psicología y al mismo tiempo del uso que dan los psicólogos a los métodos matemático-estadísticos en su trabajo profesional, se diseñó un cuestionario de once puntos agrupados en las cuatro partes generales siguientes: (Ver anexo I)

PARTE I Datos generales.- En esta parte del cuestionario se recabaron datos clasificatorios tales como nombre, grado académico, especialización, etc., con el fin de hacer comparaciones posteriores (Puntos I a VI del cuestionario).

PARTE 2 Contenido propuesto de los cursos.- En esta sección se trató de recabar la opinión sobre el contenido recomendado para los cursos de matemáticas y estadística (punto VII del cuestionario) Para tal efecto se construyó una escala tipo Likert, modificada por el autor, que comprende los puntos siguientes:

- (0) El tema es demasiado elemental y no debe incluirse en los cursos.
- (1) El tema es indispensable para entender otros temas. Se recomiendan breves exposiciones o repasos.
- (2) El tema es parte medular de los cursos.
- (3) El tema es elevado, se recomienda una introducción solamente.
- (4) El tema es demasiado elevado, se recomienda no incluirlo en cursos de licenciatura.

Tal como está la escala no es adecuada ya que si un sujeto desconoce el tema, su opinión no debe tomarse en cuenta en ese tema. Por ello se agregó un valor (X) en la escala que automáticamente excluye la opinión del sujeto. También puede suceder que el sujeto conozca perfectamente el tema pero que considere que no tiene relación con la psicología, por lo que no debe ser incluido. Esta opción se marcó con una (V) que indica tema irrelevante para la Psicología. En este caso la opinión del sujeto sí es tomada en cuenta en contra de la inclusión del tema.

Se seleccionaron en total 40 temas tomando como base el Exhibit "E" (Content Specifications for CEEB Mathematics Examination), Myers (1969), y complementando con temas obtenidos de National Council of Teacher of Mathematics (1973); Coombs Dawes y Tversky (1970), Bittinger y Crown (1977), Blish y Prewes (1970), Hays (1973), Mendenhall Mc Clave y Ramey (1977), Edwards (1972), (1973); Lovaglia Elmore Conway (1972); Rees y Sparks (1970). Finalmente se dejaron algunos espacios libres para que el sujeto agregara a la lista los temas que a su criterio debieran ser considerados para formar parte de los programas.

PARTE 3 Uso de los métodos matemático-estadísticos.- Con el fin de saber cuáles son los métodos de análisis de datos más frecuentemente utilizados por los psicólogos, se elaboró una escala tipo Likert con los valores siguientes: (Punto VIII del cuestionario)

- A.- No los conozco.
- B.- He oído hablar de ellos pero nunca los he usado.
- C.- Los uso con muy poca frecuencia.
- D.- Los uso con regular frecuencia.
- E.- Los uso cotidianamente.

Del análisis de publicaciones realizado por el autor descrito en el capítulo precedente y de la revisión bibliográfica de Kerlinger (1975), Hays (1973), Edwards (1972) y Walberg y Amich (1975), se obtuvo una lista de 14 métodos de análisis de datos. A cada uno de los sujetos de la muestra se le pidió que les asignara un valor de acuerdo con la escala descrita anteriormente.

PARTE 4 Conocimientos sobre psicología matemática.- Esta última parte del cuestionario es semiestructurada (Puntos IX, X y XI). Con ella se pretende que el sujeto aporte conocimientos sobre algunas teorías que se hayan expresado mediante modelos matemáticos, su opinión sobre la psicología matemática y sugerencias y comentarios en relación con el problema.

Dado que la población es muy reducida no fue posible realizar un piloto en forma del cuestionario, por lo que únicamente se realizó un sondeo con 5 sujetos y a partir de sus recomendaciones fueron modificadas las escalas y el formato de cuestionarios previos, hasta obtener finalmente el modelo que se muestra en el anexo 1 y que fue el utilizado.

Procedimiento.

En una entrevista personal con cada uno de los sujetos se les presentó el cuestionario para que lo resolvieran libremente y durante la misma se respondió a las dudas que tuvieron.

Resultados.

De los 62 psicólogos seleccionados en la muestra, únicamente se reca
baron datos de 40 de ellos los cuales describimos a continuación.

Tabla 4-1

MAESTROS	12	30%
DOCTORES	28	70%
TOTAL	40	100%

Las áreas de especialización declaradas por los sujetos fueron como
sigue:

Tabla 4-2

EXPERIMENTAL	---	16
CLINICA	---	12
EDUCATIVA	---	10
SOCIAL	---	7
INDUSTRIAL	---	6
PSICOFISIOLOGIA	---	3
TOTAL		54

El total resultó más de 40 porque las áreas no son mutuamente exclu
yentes, es decir hay intersecciones, lo que puede observarse más claramen
te en el diagrama de conjuntos mostrado en la fig. 4-1



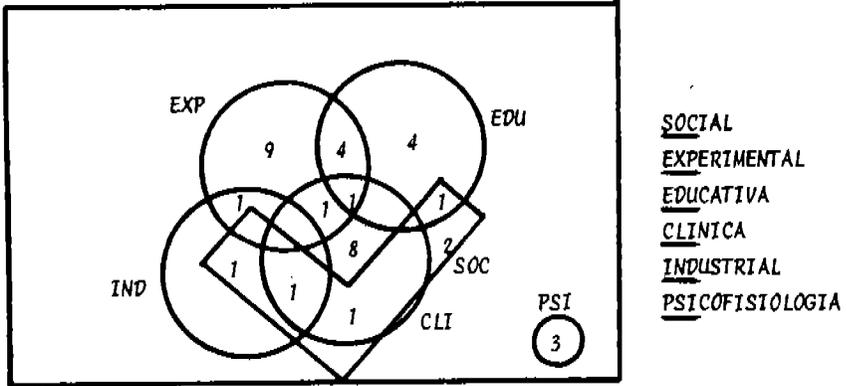


Fig. 4.1.

El porcentaje promedio de tiempo que los participantes en la muestra dedican a cada una de las diversas actividades es como sigue:

Tabla 4-3

1.- DOCENCIA _____	35.5%
2.- INVESTIGACION _____	32.9%
3.- PRACTICA PROFESIONAL _____	10.5%
4.- ADMINISTRACION Y PLANEACION. _____	22.1%
T O T A L	100.0%

Los resultados del punto VII del cuestionario (contenido propuesto de los cursos), fueron codificados en la Tabla 4-4 que aparece más adelante. La primera columna indica el número de reactivo (tema) del cuestionario, y las siguientes siete muestran la cantidad de sujetos que respondieron en cada valor de la escala. La siguiente columna es la media de cada reactivo, sin las respuestas X, Y; la subsecuente es la desviación estandar y la última es la clasificación del mismo.

El análisis se llevó a cabo por medio de la distribución de frecuencias de respuesta en cada reactivo, su media y su desviación estandar. Por ejemplo la distribución de frecuencias de los reactivos 1 y 25 se muestran en la figura 4.2.

Tabla 4-4

ANALISIS DEL PUNTO VII DEL CUESTIONARIO.

REACTIVO	CANTIDAD DE SUJETOS								\bar{X}	S	CLASIFICACION
	0	1	2	3	4	X	Y				
1	12	17	9	1	0	1	0	0.97	0.81	REPASO	
2	19	12	5	3	0	1	0	0.77	0.74	REPASO	
3	13	16	4	6	0	0	1	1.08	1.04	REPASO	
4	9	11	16	1	1	2	0	1.32	0.96	REPASO	
5	11	16	6	3	1	2	1	1.11	1.02	REPASO	
6	9	15	9	5	0	1	1	1.26	0.98	REPASO	
7	6	15	14	2	0	2	1	1.32	0.82	REPASO	
8	14	11	2	6	4	0	3	1.32	1.42	RECHAZADO	
9	16	12	0	3	3	1	5	0.97	1.29	RECHAZADO	
10	11	18	3	3	2	0	3	1.11	1.10	RECHAZADO	
11	5	10	16	3	2	3	1	1.64	1.02	MEDULAR	
12	8	6	14	2	2	6	2	1.50	1.14	MEDULAR	
13	8	6	3	6	7	9	1	1.93	1.57	RECHAZADO	
14	7	6	20	1	2	4	0	1.63	1.00	MEDULAR	
15	6	12	7	6	3	5	1	1.65	1.23	MEDULAR	
16	6	11	20	1	1	1	0	1.52	0.88	MEDULAR	
17	8	12	6	3	1	10	0	1.23	1.07	REPASO	
18	7	7	7	9	4	5	1	1.88	1.34	RECHAZADO	
19	12	9	3	8	3	4	1	1.46	1.40	RECHAZADO	
20	9	7	10	7	4	3	0	1.73	1.33	RECHAZADO	
21	8	10	6	5	3	6	2	1.53	1.29	RECHAZADO	
22	4	4	10	11	4	6	1	2.21	1.19	MEDULAR	
23	3	4	13	8	7	4	1	2.34	1.19	MEDULAR	
24	4	10	3	11	9	1	2	2.30	1.39	RECHAZADO	
25	1	0	36	3	0	0	0	2.03	0.42	MEDULAR	
26	0	4	29	6	0	1	0	2.05	0.51	MEDULAR	
27	0	1	29	4	2	4	0	2.19	0.58	MEDULAR	
28	0	2	32	5	0	1	0	2.08	0.42	MEDULAR	
29	0	1	32	6	0	1	0	2.13	0.41	MEDULAR	
30	0	3	28	4	2	3	0	2.14	0.63	MEDULAR	
31	0	0	33	4	2	1	0	2.21	0.52	MEDULAR	
32	0	1	32	5	0	2	0	2.11	0.39	MEDULAR	
33	0	1	32	4	1	2	0	2.13	0.47	MEDULAR	
34	0	0	33	4	1	2	0	2.16	0.44	MEDULAR	
35	0	3	31	3	1	2	0	2.05	0.52	MEDULAR	
36	0	3	18	5	10	4	0	2.61	0.99	INTRODUCCION	
37	0	4	17	6	10	3	0	2.59	1.01	INTRODUCCION	
38	0	4	16	7	11	2	0	2.66	1.02	INTRODUCCION	
39	0	2	14	10	8	4	2	2.71	0.91	INTRODUCCION	
40	0	4	6	11	10	9	0	2.87	1.02	INTRODUCCION	

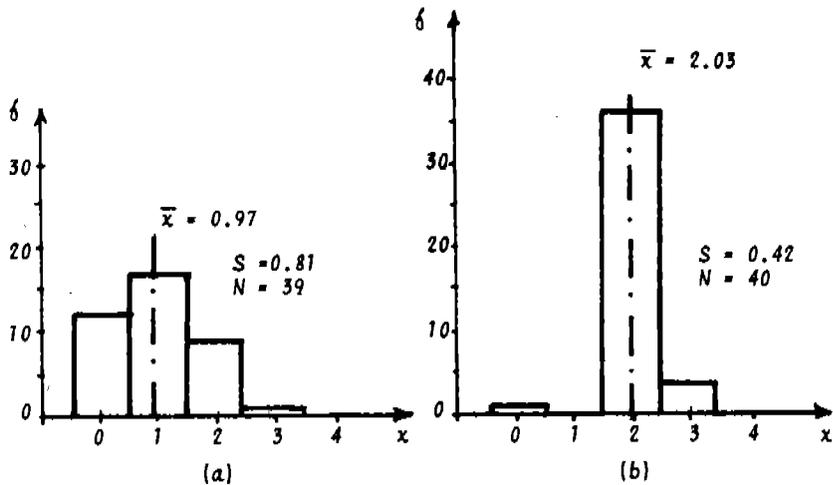


Fig. 4.2

El reactivo 1 (Fig. 4.2 a) muestra una distribución coleada positivamente con un valor medio muy cercano a 1 y una variabilidad mediana. Las respuestas claramente sugieren que dicho tema (conjuntos) debe ser repasado brevemente. En cambio el reactivo 25 (Fig. 4.2 b) muestra una distribución que tiende a ser normal con una media muy próxima a 2 y una variabilidad de opinión pequeñísima; claramente este tema (estadística descriptiva) deberá ser una parte medular del programa.

En general, el criterio que se adoptó para seleccionar o rechazar un reactivo fue el grado de acuerdo logrado por los respondientes, lo que se refleja en la variabilidad de sus respuestas.

En la figura 4.3 se ilustran las distribuciones de frecuencias de los reactivos 9 y 18.

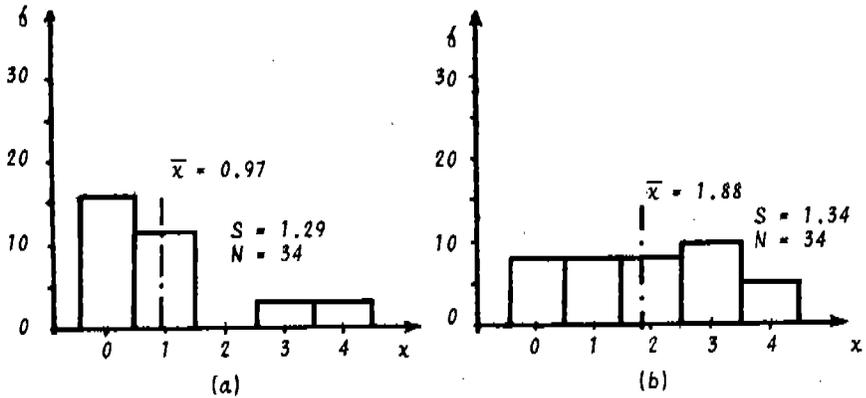


Fig. 4.3

La figura 4.3 (a) muestra la distribución de opiniones para el reactivo 9; la media obtenida es muy cercana a 1, lo que sugiere que el tema debe incluirse dándolo como conocido para el estudiante, debiendo ser únicamente repasado. Sin embargo, por otro lado hay 5 respuestas que consideran al tema como irrelevante para la psicología, por lo que este reactivo fue finalmente rechazado. El análisis de variabilidad muestra una distribución uniforme en el caso del reactivo 18, la cual puede verse en la Fig. 4.3 (b) aunque la media obtenida se aproxima al valor 2, lo que podría indicar que el tema debe ser parte medular del programa; sin embargo, la variabilidad tan grande en las respuestas de los sujetos y el hecho de haber 5 personas que desconocen el tema y una más que lo consideró irrelevante, hicieron que finalmente este tema fuera también rechazado.

Análisis similares se realizaron con cada uno de los 40 temas del cuestionario rechazándose 9 de ellos y quedando 31 para incluirse en el programa. Cabe hacer notar que ninguno de los sujetos sugirió algún te

ma adicional a los de la lista por lo que es de suponerse que ésta incluye los temas que son necesarios al psicólogo.

Las respuestas al punto VIII del cuestionario fueron tabuladas obteniéndose el promedio de respuesta para cada reactivo, de acuerdo con la escala numérica siguiente:

- A = 0
- B = 1
- C = 2
- D = 3
- E = 4

En la figura 4.4 aparecen ordenados los 14 métodos de análisis que se presentaron a cada sujeto. Los métodos más utilizados resultaron ser el análisis gráfico, el análisis de frecuencias y el análisis de tendencia central y variabilidad. Tampoco hubo sugerencias respecto de otros métodos que pudieran ser utilizados.

En el punto IX del cuestionario se le pedía al sujeto que nombrara tres teorías psicológicas que estuvieran expresadas matemáticamente. Los resultados que se obtuvieron muestran que la teoría de Hull es con mucho la más conocida por los psicólogos, siguiéndole la teoría de campo de Lewin y la teoría matemática de Estes. Muchas de las sugerencias al respecto no corresponden realmente a teorías matemáticas, por ejemplo aprendizaje social, actitudes/decisiones, construcción de tests de habilidades y psicofisiología. Quitando las teorías muy conocidas y las que no son teorías, el aporte fue más bien limitado.

Respecto del punto IX del cuestionario "¿Qué opinión tiene de la Psicología Matemática?", la mayoría de los sujetos confundieron la pregunta al responder en relación a las matemáticas dentro de la psicología y no hacia la psicología matemática como se concibe en el "Journal of Mathematical Psychology" como era la intención del autor, sin embargo esto no se especificó debidamente. Los resultados obtenidos pueden agruparse

como se muestra a continuación:

Tabla 4-5

1.- Mal interpretaron la pregunta	15
2.- Prometedora a futuro	8
3.- Manifestaron desconocerla	5
4.- No contestaron	5
5.- Debe implementarse como especialización en posgrado	3
6.- Intento de formalización aceptable.	2
7.- Pretenciosa	1
8.- Abominable	1
T o t a l	40

Finalmente en el punto XI del cuestionario se recabaron sugerencias y comentarios los cuales transcribimos sintetizadamente a continuación.

- 1.- Que el estudiante aprenda un lenguaje de programación.
- 2.- Que se muestre el uso de las matemáticas en la psicología.
- 3.- Más estadística que matemáticas.
- 4.- Que se utilicen los resultados del punto IX del cuestionario.
- 5.- Que se haga una encuesta para determinar el conocimiento que tiene cada uno de los profesores de la primera parte del cuestionario.
- 6.- Que se hagan grupos de asesoría matemática para grupos de 50. se mestre en adelante.
- 7.- Que se cambie el programa actual.
- 8.- Es importante definir cuáles herramientas matemáticas servirán al trabajo del psicólogo.
- 9.- Discriminar dónde las matemáticas son imprescindibles y dónde no.
- 10.- Integrar las matemáticas al contenido de otras cátedras.

- 11.- La investigación no es actividad distintiva de licenciatura.
- 12.- Incluir nuevos y recientes métodos.
- 13.- Plantear problemas concretos en el campo de la psicología.

Estos comentarios proporcionan lineamientos generales que deben tomarse en cuenta al elaborar el programa y que pueden quedar resumidos como sigue:

El programa debe ser dinámico en el sentido de dar al estudiante la oportunidad de servirse de los conocimientos que la matemática le brinda, incluyendo la computación electrónica, con el fin de solucionar problemas psicológicos de diversa índole. Esto implica que el contenido del programa deberá vincular fuertemente los conocimientos matemáticos con aspectos psicológicos.

PARTE II

ELABORACION DE UN PROGRAMA INSTRUCCIONAL PARA
ESTUDIANTES EN PSICOLOGIA.

CAPITULO 5

DISEÑO DE UN PROGRAMA INSTRUCCIONAL PARA LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS.

En los capítulos precedentes se describieron las investigaciones empíricas y teóricas que se realizaron para encontrar algunos factores que pudieran influenciar el proceso de enseñanza de las matemáticas en estudiantes de psicología. En el presente capítulo abordaremos el problema de la construcción de un programa instruccional de enseñanza de matemáticas que tome en cuenta dichos factores.

El programa fue diseñado para cubrir las cuatro materias de matemáticas (Matemáticas I y II, Estadística Descriptiva y Estadística Inferencial) que se imparten en la Facultad de Psicología; específicamente para el Sistema de Universidad Abierta (SUA). Sin embargo, en su gran mayoría es susceptible de generalizarse al Sistema Escolarizado (SE) de la Facultad e incluso a otras universidades.

Con el fin de enmarcar el programa dentro del contexto más amplio de un sistema instruccional, a sabiendas de que la modificación del sistema está fuera de las posibilidades de este trabajo, se utilizó el modelo de diseño instruccional de 14 puntos de Gagné y Briggs (1979). El trabajo es a nivel de lección (unidad) y curso (materia); a nivel de sistema únicamente se discutirá su estructura dentro del SUA.

Las etapas que deben seguirse en el diseño de un sistema instruccional, según Gagné y Briggs, son:

A NIVEL SISTEMA.

- 1.- Análisis de necesidades, metas y prioridades.
- 2.- Análisis de recursos, limitaciones y sistemas alternativos de distribución.
- 3.- Determinación de alcances y secuencias del currículum y los cursos.

A NIVEL CURSO.

- 4.- Determinación de los cursos, estructura y secuencia.
- 5.- Análisis de los objetivos del curso.

A NIVEL LECCION.

- 6.- Definición de los objetivos de ejecución.
- 7.- Preparación de los planes de las lecciones o módulos.
- 8.- Desarrollo y selección de los medios y materiales de instrucción.
- 9.- Supervisión del rendimiento estudiantil (medición del rendimiento académico).

A NIVEL SISTEMA.

- 10.- Preparación del maestro.
- 11.- Evaluación formativa.
- 12.- Pruebas de campo, revisión.
- 13.- Evaluación sumativa.
- 14.- Instalación y difusión.

Cada uno de estos puntos será tratado por separado a lo largo de este capítulo.

ETAPA 1: ANALISIS DE NECESIDADES METAS Y PRIORIDADES.

El 25 de febrero de 1972 se aprobó la creación del Sistema de Universidad Abierta (SUA) en cuya exposición de motivos se expresa: "La creación del Sistema de Universidad Abierta constituye un paso meditado y acumulativo de la reforma académica de la UNAM, cuya principal finalidad es extender la educación media superior y superior a un número mayor de personas en forma que aseguren un alto nivel en la calidad de enseñanza" (tomado del estatuto del sistema de universidad abierta de la UNAM).

Aunque no ha sido posible por diversas razones extender los beneficios del SUA a una población más amplia de estudiantes, el hecho es que el sistema opera y en la actualidad atiende alrededor de 400 estudiantes, la mayoría de los cuales no tiene posibilidad de asistir a clases regulares.

Por otra lado, el SUA representa una buena opción para aquellos estudiantes que provienen de preparatorias abiertas, como las del CEMPAE, ya que les proporciona una continuidad en el sistema educativo al que ya se han acostumbrado.

ETAPA 2: ANALISIS DE RECURSOS, LIMITACIONES Y SISTEMAS ALTERNATIVOS DE DISTRIBUCION.

Los recursos dentro del SUA son limitados; al sistema no se le asignan suficientes recursos como para que pudiera cumplir sus objetivos de extensión de la cultura a grandes sectores de población. Más bien constituye un sistema alternativo opcional al (SE). Por otro lado se han creado otros sistemas alternativos como son las Escuelas Nacionales de Estudios Profesionales (ENEPs), a las cuales se les han asignado mucho mayores recursos.

Aparentemente, uno de los objetivos que se pretendían era el de extender la educación a un mayor número de personas, absorbiendo en esta forma la creciente demanda de educación y por otro lado ofrecer la oportunidad de dicha educación a personas que por trabajo u otras razones se venían imposibilitadas de asistir a clase en horarios fijos.

ETAPA 3: DETERMINACION DE ALCANCES Y SECUENCIAS DEL CURRÍCULUM Y LOS CURSOS. DISEÑO DEL SISTEMA DE DISTRIBUCION.

El alcance del currículum en el SUA es idéntico al del Sistema Escolarizado (SE) como puede verse en sus estatutos:

"El Sistema de Universidad Abierta se establece como un sistema de libre opción al que existe actualmente con la idea de que uno y otro se benefician con sus recursos humanos, técnicos y con sus experiencias y no con idea de que uno sustituya al otro. Dentro del Sistema de Universidad Abierta se impartirán las asignaturas, carreras o especialidades aprobadas por los consejos técnicos de las respectivas facultades o escuelas o colegios de ciencias y humanidades y por el Consejo Universitario. Se enseñarán las mismas carreras y especialidades en nuevos sitios y con nuevos medios de transmisión, evaluación y registro de conocimientos en un esfuerzo combinado que responde a la democratización de la en

señanza, con los niveles de conocimientos más altos que pueda alcanzar nuestra Casa de Estudios para enseñar con la mayor eficiencia a más estudiantes."

En el SUA se imparten las mismas materias que en el SE y la estructura curricular es la misma con idénticos objetivos. Sin embargo, la secuencia de las materias es hasta cierto punto flexible para el estudiante del SUA, ya que este puede moverse horizontal y verticalmente. Por ejemplo, las materias que componen el grupo de matemáticas tienen que ser cursadas forzosamente de la manera siguiente:

Matemáticas I	1er. Semestre.
Matemáticas II	2o. Semestre.
Estadística Descriptiva	3er. Semestre.
Estadística Inferencial	4o. Semestre.

En cambio, en el SUA un estudiante puede aprobar estas cuatro asignaturas en menos de un semestre y puede inscribirse sólo en una o hasta en 5 materias al mismo tiempo. En general el estudiante del SUA cuenta con más alternativas para escoger que el del SE. Por otro lado, la parte administrativa está controlada por el SE, lo que impone restricciones al estudiante del SUA ya que sus actas de calificaciones no se elaboran al término de cada materia sino al fin del semestre académico del SE. De esta manera el estudiante del SUA cuenta con un plazo de 6 meses para terminar cada materia, siendo que no debería haber límite de tiempo en ese sentido, sino solamente el plazo total para terminar la carrera. El sistema adoptado por el SUA es el de instrucción personalizada de Keller (1966, 1968), en el cual supuestamente cada estudiante aprende a su propio ritmo, evaluando en su totalidad los objetivos instruccionales mediante el criterio de excelencia.

ETAPA 4: DETERMINACION DE LOS CURSOS, ESTRUCTURA Y SECUENCIA.

La estructura de los cursos dentro del SUA está completamente determinada. El estudiante del SUA se inscribe por separado a cada materia y puede hacerlo en el momento que lo desee, pero a partir de ahí comienza a correr su plazo de 6 meses para cubrir la totalidad de objetivos de la materia. En caso de no alcanzarlos totalmente en dicho plazo, tendrá de

recho a inscribirse nuevamente y a otro periodo de tiempo similar durante el cual deberá cubrir nuevamente la totalidad de los objetivos. Si de nuevo no los cumple, no le queda más remedio que cubrirlos en un examen extraordinario. Este examen se lleva a cabo una vez por semestre, en las fechas que fije el SE y consiste en cubrir la totalidad de los objetivos en un plazo de dos semanas.

Como puede verse, la estructura está controlada por el sistema escolarizado y es totalmente inadecuada para el SUA, ya que no concuerda con el modelo de instrucción personalizada de Keller. En este modelo instruccional el estudiante alcanza la excelencia académica puesto que cubre todos y cada uno de los objetivos del curso, independientemente del tiempo que se lleve en lograrlo. Esta incongruencia es debida a que el SUA depende administrativamente del SE; kardex, actas de examen e historias académicas son elaboradas por periodos semestrales.

La secuencia de los cursos también es la misma que en el sistema escolarizado; sin embargo el estudiante del SUA tiene la ventaja de que se le permite escoger libremente las materias para inscribirse, por ejemplo, puede escoger materias afines como lógica y matemáticas y estudiarlas juntas; después continuar con filosofía de la ciencia y matemáticas II, para regresar posteriormente a neuroanatomía.

En resumen, es aceptable que el estudiante pueda seleccionar en cierto grado la secuencia de aprendizaje que a él le convenga, cosa que no puede hacer el estudiante del SE. Por otro lado, es desventajoso que no haya seriación en las materias del curriculum, cosa que ocurre en ambos sistemas educativos. Instruccionalmente hablando no es posible que un alumno que no ha acreditado Matemáticas I, curse Matemáticas II. Una cuestión importante que cabe señalar en este momento es que la modificación de la estructura curricular de la carrera, como es el caso de la eliminación, adición y/o substitución de materias, son cuestiones importantes de planeación educativa que únicamente es recomendable que se realicen a través de comisiones creadas especialmente para tal efecto. Por tal motivo, el programa instruccional que aquí se propone está di

señado para cubrir las cuatro materias del bloque de matemáticas que actualmente se imparten en la facultad en ambos sistemas educativos.

Gagné y Briggs (1979), sugieren que en esta etapa del diseño instruccional se fijan los objetivos generales del programa y se haga la planeación de la secuencia de los cursos.

¿Qué se espera que el estudiante pueda hacer al término de las cuatro materias que componen el bloque de matemáticas? La respuesta a esta pregunta deberá constituir el objetivo general del programa y será como resultado de las investigaciones realizadas y descritas en los capítulos precedentes, cuyos principales considerandos son:

1. El perfil profesional del psicólogo lo define como un profesionalista capaz de evaluar, planear, intervenir para modificar situaciones, prevenir e investigar. Evidentemente la producción de un profesional con estas características sugiere una fuerte preparación en Estadística Inferencial, rama de las matemáticas que se especializa en la toma de decisiones, actividad característica de las funciones a desarrollar en el psicólogo profesional.

2. En el estudio de Merenda, descrito en el capítulo 4, puede observarse que para la mayoría de los departamentos de posgrado la estadística constituye la principal área de contenido de dichos cursos.

3. Los estudios descritos en el capítulo 2 en relación a publicaciones especializadas de psicología muestran el grado en el cual los autores hacen uso de la estadística en sus artículos. Asimismo, el análisis de las publicaciones dedicadas a integrar teorías y el Journal of Mathematical Psychology sugieren cierto tipo de preparación matemática básica.

4. Los estudios exploratorios descritos en el primer capítulo, muestran algunas características del estudiante de psicología que es necesario considerar. En términos generales, muestra aversión hacia las matemáticas como resultado de una deficiente instrucción previa; sus conocimientos tienden a ser deficientes y heterogéneos como resultado de la

variabilidad de sistemas educativos. Esto plantea la necesidad de revisión de los conceptos más elementales, dado que no existe un mecanismo oficial que garantice un mínimo de prerrequisitos de los alumnos al iniciar el programa de matemáticas.

5. La investigación realizada con una muestra de profesores de alta preparación académica, dio como resultado la opinión generalizada de que las matemáticas sean enseñadas a través de su aplicación a la solución de problemas psicológicos. De aquí el nombre que se le dio al programa: "Modelos Matemáticos en Psicología", dado que un modelo matemático vincula aspectos teóricos de la matemática con algún tipo de realidad concreta.

6. La discusión analizada en relación a la controversia entre "matemáticas tradicionales" y "matemáticas modernas", coincide en cuanto a los objetivos de la enseñanza de las matemáticas, siendo estos el desarrollar la habilidad para resolver problemas y el preparar para la apreciación y participación en la disciplina matemática.

Los anteriores considerandos sugieren dos aspectos heurísticos que es necesario incluir en la formación matemática del estudiante de psicología: 1) la actividad de solucionar problemas de diversa índole y 2) la necesidad de comprender material que utiliza procedimientos estadísticos o matemáticos. Ambos aspectos han sido vinculados e integrados en el objetivo general del programa que se presenta en la figura (5.1).

Además se sugiere que el programa esté encaminado fundamentalmente a la enseñanza de la estadística haciendo una revisión de los conceptos matemáticos básicos, por lo que tres de los cursos serán de estadística y uno de matemáticas, de acuerdo a los contenidos obtenidos en la investigación realizada. Los nombres, objetivos y contenidos generales de cada una de las materias que constituyen el programa, pueden verse también en la figura 5.1.

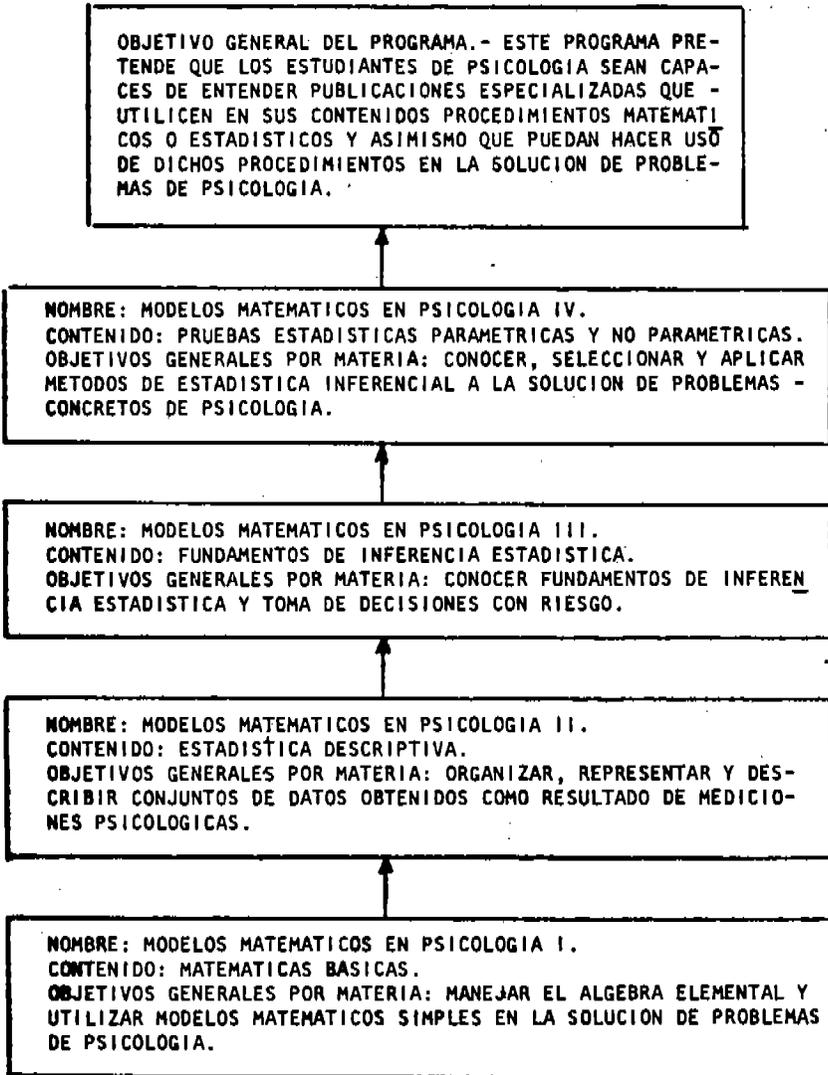


Fig. 5.1 Objetivos generales del programa y las materias que lo componen.

ETAPA 5: ANALISIS DE LOS OBJETIVOS DE LOS CURSOS.

En esta etapa de la planeación se fijará la secuencia general del programa haciéndose el diseño integral de los cursos y se definirán los objetivos de cada unidad instruccional.

Un semestre lectivo en la Facultad de Psicología tiene una duración efectiva de aproximadamente 16 semanas, lo mismo que en otras escuelas de psicología. En ese lapso de tiempo, el estudiante tipo debe cubrir 5 materias cada una de cuatro horas semanales de clase, lo que hace un total de 20 horas a la semana. Por otro lado, se considera que debe dedicarse por lo menos otras 10 horas más a la preparación y estudio de dichas materias, lo que hace un total de 30 horas semanales de trabajo que se convierten en 480 por semestre. Considerando que son 5 materias, a cada una de ellas le corresponden 96 horas por semestre. Ahora bien, si se calculan dos semanas por unidad de estudio, es decir 12 horas, el programa deberá tener 8 unidades por materia; en cambio, si la unidad requiere tres semanas de estudio (18 horas), el programa no deberá tener más de cinco unidades por materia. Resumiendo, si se quiere que el estudiante complete cinco materias por semestre estudiando un promedio de 30 horas semanales, el programa deberá contener entre 5 y 8 unidades por materia, considerando que cada unidad de estudio se lleva entre 12 y 18 horas efectivas de preparación.

Para establecer las secuencias de contenido de cada uno de los cursos, se tomaron como puntos de referencia los objetivos generales de cada uno de los cursos, tal como aparecen en la figura 5.1. Por otro lado, también se tomaron en cuenta los temas que resultaron aceptados en el cuestionario aplicado a maestros y doctores. En total se aceptaron 31 temas de los 40 propuestos, mismos que fueron ordenados tipo escalograma, de acuerdo a la puntuación promedio obtenida en el cuestionario. Cada uno de estos temas fue clasificado en el curso que estuviera más de acuerdo con el objetivo de dicho curso, por ejemplo conjuntos, ecuaciones, matrices, etc., son temas de matemáticas básicas; estadística descriptiva pertenece claramente al segundo curso; probabilidad y muestreo

al tercero y los diversos tipos de pruebas estadísticas al cuarto. Estas clasificaciones aparecen en la tabla 5-1.

En seguida se procedió a integrar los contenidos de cada uno de los cursos, empezando por el final y agrupando los temas en subgrupos componentes del objetivo general de cada curso. En esta forma se obtuvieron los trece tópicos generales que se muestran a continuación, los cuales constituyen el corazón del programa y muestran la secuencia de aprendizaje:

MODELOS MATEMATICOS EN PSICOLOGIA IV

13. Introducción a los métodos de análisis multivariado.
12. Pruebas estadísticas no paramétricas.
11. Pruebas estadísticas paramétricas.

MODELOS MATEMATICOS EN PSICOLOGIA III

10. Teoría de la decisión aplicada a la prueba de hipótesis.
9. Muestreo y estimación de parámetros (Inferencia estadística)
8. Probabilidad.

MODELOS MATEMATICOS EN PSICOLOGIA II

7. Regresión lineal y análisis de tendencia.
6. Medidas de relación entre dos variables.
5. Estadística descriptiva básica.

MODELOS MATEMATICOS EN PSICOLOGIA I

4. Álgebra de matrices.
3. Álgebra general.
2. Teoría de los números y sistemas de numeración.
1. Conjuntos.

Los treinta y un temas del cuestionario fueron asignados a cada uno de los tópicos descritos, formándose unidades de estudio de tal manera que el tiempo de preparación para cada una de ellas sea en promedio de 15 horas de estudio. Los temas y las respectivas unidades a las que fueron asignados cada uno de ellos, pueden verse en la tabla 5-2.

Tabla 5-1.

CLASIFICACION DE TEMAS DE ACUERDO AL OBJETIVO DEL CURSO.

Orden de Clasificación	Puntuación Promedio	Número del tema (En el cuestionario) Modelos Matemáticos.			
		I	II	III	IV
1	0.77	2			
2	0.97	1			
3	1.08	3			
4	1.11	5			
5	1.23	17			
6	1.26	6			
7	1.32	4			
8	1.32	7			
9	1.49	16			
10	1.50	12			
11	1.63	14			
12	1.64	11			
13	1.65	15			
14	2.03		25		
15	2.05			26	
16	2.05				35
17	2.08			28	
18	2.11				32
19	2.13				33
20	2.13			29	
21	2.44		30		
22	2.16				34
23	2.19			27	
24	2.21			22	
25	2.21				31
26	2.34			23	
27	2.59				37
28	2.61				36
29	2.66				38
30	2.71				39
31	2.87			40	

Tabla 5-2

ASIGNACION DE TEMAS A UNIDADES DE ESTUDIO.

Número de Tema	Nombre del Tema	Unidad/Curso
1	Conjuntos.	2-I
4	Funciones y relaciones.	2-I
2	Números y sistemas de numeración.	3-I
3	Estructuras algebraicas.	3-I
5	Potencias, exponentes y radicales.	4-I
7	Construcción de gráficas.	5-I
16	Funciones lineales.	5-I
6	Solución de ecuaciones lineales.	6-I
15	Ecuaciones cuadráticas.	6-I
17	Inecuaciones y desigualdades.	6-I
22	Programación lineal.	6-I
11	Vectores y matrices.	7-I
12	Series y sucesiones.	2-II
25	Estadística descriptiva.	2, 3y4-II
31	Correlación.	5-II
30	Regresión lineal.	6-II
39	Series de tiempo.	6-II
14	Permutaciones y combinaciones.	1-III
26	Probabilidad.	1, 2-III
27	Distribuciones de probabilidad.	3-III
40	Procesos estocásticos y cadenas de Markov.	3-III
23	Teoría de los juegos.	4-III
28	Muestreo y estimación de parámetros.	5-III
29	Teoría de la decisión.	6-III
32	Distribuciones Z y t .	1-IV
34	Análisis de Varianza.	2-IV
33	Distribución χ^2 cuadrada.	3-IV
35	Estadística no paramétrica	3y4-IV
36	Análisis de regresión lineal múltiple.	5-IV
37	Análisis de varianza multivariado.	5-IV
38	Análisis factorial.	5-IV

Con el fin de introducir al alumno en el estudio de las matemáticas partiendo de cuestiones que son de interés para él, deliberadamente la primera unidad de Modelos I no trata cuestiones numéricas sino de las relaciones entre ciencia, psicología y matemáticas y el concepto de modelo; la unidad de Modelos II habla de la forma en que miden los psicólogos y las maneras que tienen de obtener sus datos, mientras que la primera unidad de Modelos III trata las distinciones entre posibilidad, probabilidad, casualidad y azar necesarias para iniciar el estudio de la probabilidad. La intención es que dichas unidades justifiquen el uso de las matemáticas en la psicología y al mismo tiempo reduzcan la ansiedad que pueda producir el aprendizaje de ellas.

Uno de los comentarios más generalizados en el cuestionario aplicado a maestros y doctores, fue que el estudiante debería aprender algo de programación en computadora. Atendiendo a esta sugerencia, la última unidad del programa se diseñó como una práctica de computación por medio de la cual el alumno aprende a utilizar la computadora del Centro de Servicios de Cómputo, a través de los paquetes de programas estadísticos. Finalmente el programa quedó conformado como se muestra a continuación:

MODELOS MATEMATICOS EN PSICOLOGIA I.

UNIDAD 1

Título.- Introducción a los conceptos de ciencia, método científico y modelo.

Objetivo.- Comprender en forma general los objetivos de la ciencia y su método de conocimiento, así como las relaciones de ésta con la matemática y la psicología.

Contenido:

- 1.- Conocimiento común y conocimiento científico.
- 2.- La ciencia y sus funciones.
- 3.- Nociones de metodología científica.
- 4.- Hipótesis leyes y teorías.
- 5.- Relaciones entre ciencia, psicología y matemática.

UNIDAD 2

Título.- Modelos para representar colecciones de objetos o eventos y sus relaciones.

Objetivo.- Usar la teoría de conjuntos en la representación, análisis e interpretación de relaciones entre variables psicológicas.

Contenido:

- 1.- Definición y clasificación de conjuntos y subconjuntos.
- 2.- Operaciones con conjuntos.
- 3.- Particiones de conjuntos.
- 4.- Relaciones con conjuntos de pares ordenados, producto cartesiano.
- 5.- Reglas de correspondencia y funciones.
- 6.- Análisis e interpretación de relaciones entre variables psicológicas.

UNIDAD 3

Título.- Fundamentos de medición en psicología, modelo algebraico axiomático.

Objetivo.- Comprender los fundamentos de la medición en psicología a través del conocimiento de los sistemas numéricos y las estructuras algebraicas.

- Contenido:
- 1.- Fundamentos de medición.
 - 2.- Fundamentos de método axiomático, conjuntos, relaciones y operaciones.
 - 3.- Sistemas de números naturales, enteros, racionales y reales.
 - 4.- Campo numérico, propiedades de campo. El campo de los números reales.
 - 5.- Representación gráfica de números en psicología.

UNIDAD 4

Título.- Transformación de expresiones algebraicas potencias y radicales.

Objetivo.- Manipular expresiones algebraicas con exponentes y radicales para transformarlas en otras equivalentes.

- Contenido:
- 1.- Exponentes enteros.
 - 2.- Radicales.
 - 3.- Exponentes racionales.
 - 4.- Expresiones algebraicas.
 - 5.- Factorización.
 - 6.- Expresiones racionales enteras.
 - 7.- Derivación de fórmulas de uso en psicología.

UNIDAD 5

Título.- Modelos gráficos de funciones.

Objetivo.- Analizar un conjunto de datos relativos a un problema de psicología, a través de gráficas de funciones.

- Contenido:
- 1.- Sistema coordenado.
 - 2.- Gráficas de funciones.
 - 3.- Gráficas de ecuaciones de dos variables.
 - 4.- Función lineal.
 - 5.- Análisis de experimentos a través de valuación.

UNIDAD 6

Título.- Ecuaciones y desigualdades.

Objetivo.- Solucionar ecuaciones, desigualdades y sistemas de ecuaciones de uso común en psicología.

Contenido:

- 1.- Ecuaciones de 1er. grado en una variable.
- 2.- Ecuaciones de 2o. grado en una variable.
- 3.- Sistemas de ecuaciones lineales.
- 4.- Desigualdades.
- 5.- Sistemas de desigualdades y nociones de programación lineal.

UNIDAD 7

Título.- Modelos matriciales.

Objetivo.- Conocer fundamentos sobre vectores, matrices, determinantes y álgebra lineal así como el uso de estos modelos en psicología.

Contenido:

- 1.- Vectores.
- 2.- Matrices.
- 3.- Álgebra de matrices cuadradas.
- 4.- Matriz traspuesta.
- 5.- Determinantes de matrices.
- 6.- Uso de matrices en psicología.

MODELOS MATEMÁTICOS EN PSICOLOGÍA II.

UNIDAD 1

Título.- Introducción a los métodos de observación y compilación de datos.

Objetivo.- Conocer los métodos de observación y obtención de datos más comúnmente utilizados en psicología.

- Contenido: 1.- Entrevistas y cuadros de entrevistas.
2.- Pruebas y escalas objetivas.
3.- Pruebas proyectivas.
4.- Análisis de contenido.
5.- Observaciones de la conducta.
6.- Sociometría.

UNIDAD 2

Título.- Organización y representación de datos.

Objetivo.- Organizar y describir en términos de frecuencias, un conjunto de datos obtenidos de una medición psicológica.

- Contenido: 1.- Reglas de las sumas y notación sigma.
2.- Variables continuas y discretas.
3.- Distribuciones de frecuencias absolutas y sus gráficas.
4.- Curvas de frecuencias. Asimetría y curtosis.
5.- Distribuciones de frecuencias acumuladas y relativas y sus gráficas.
6.- Centiles, cuartiles y deciles.

UNIDAD 3

Título.- Medidas de posición y tendencia central y medidas de variabilidad o dispersión.

Objetivo.- Conocer las medidas más usuales para describir tendencia central y variabilidad de un conjunto de datos.

- Contenido: 1.- Medidas de tendencia central.
2.- Medidas de variabilidad.
3.- Empleo de las distintas medidas de tendencia central y variabilidad.

UNIDAD 4

Título.- Puntuaciones estandarizadas y modelo de distribución normal.

Objetivo.- Comprender el modelo de distribución normal y el concepto de

estandarización.

- Contenido: 1.- Puntuaciones estandarizadas tipificadas, definición y empleo.
2.- El modelo de la curva normal.
3.- Cálculo y utilización de áreas bajo la curva.
4.- Normalización de una distribución de frecuencias.

UNIDAD 5

Título.- Fundamentos de análisis de correlación.

Objetivo.- Emplear el análisis de correlación apropiado a los datos de un problema de psicología.

- Contenido: 1.- Generalidades sobre correlación.
2.- El coeficiente de Pearson.
3.- Otros coeficientes de correlación lineales.
4.- Correlación por rangos.
5.- Uso de los coeficientes de correlación en problemas de psicología.

UNIDAD 6

Título.- Modelos de regresión lineal simple e introducción a las series de tiempo y curvas de tendencia.

Objetivo.- Conocer fundamentos sobre series de tiempo, curvas de tendencia y análisis de regresión lineal.

- Contenido: 1.- Búsqueda de relaciones matemáticas continuas en la ciencia.
2.- La línea recta como modelo.
3.- Métodos de ajuste de líneas rectas.
4.- Fundamentos de predicción lineal.
5.- Análisis de regresión lineal simple.
6.- Introducción a las series de tiempo y curvas de tendencia.

MODELOS MATEMATICOS EN PSICOLOGIA III

UNIDAD 1.

Título.- Fundamentos generales de la teoría de la incertidumbre.

Objetivo.- Conocer los fundamentos generales en los que se apoya la teoría de la incertidumbre.

Contenido:

- 1.- Posibilidad, probabilidad, casualidad y azar.
- 2.- Probabilidad clásica o a priori.
- 3.- Probabilidad estadística.
- 4.- Probabilidad subjetiva.
- 5.- Diagramas de árbol.
- 6.- Permutaciones y combinaciones.

UNIDAD 2.

Título.- Fundamentos de probabilidad axiomática.

Objetivo.- Comprender los fundamentos de la probabilidad axiomática y su aplicación a los problemas de psicología.

Contenido:

- 1.- Probabilidad axiomática y evento elemental.
- 2.- Propiedades de eventos (independencia, exhaustividad, mutua exclusión).
- 3.- Eventos compuestos (unión, intersección, diferencia, y complemento).
- 4.- Probabilidad condicional.
- 5.- Probabilidad bayesiana.

UNIDAD 3

Título.- Experimentos aleatorios y funciones de probabilidad.

Objetivo.- Conocer los aspectos básicos de los experimentos aleatorios.

Contenido:

- 1.- Variables aleatorias y procesos estocásticos.
- 2.- Desarrollo binomial de probabilidad.
- 3.- Distribución binomial de probabilidad.

- 4.- Distribución normal de probabilidad.
- 5.- Experimentos binomiales en psicología.

UNIDAD 4

Título.- Teoría de los juegos.

Objetivo.- Conocer los fundamentos básicos de la teoría de los juegos.

- Contenido:
- 1.- Principios generales de la teoría de los juegos.
 - 2.- Juegos matriciales.
 - 3.- Métodos para la solución de juegos matriciales.
 - 4.- Índice del poder de voto.
 - 5.- Límites y aportaciones de la teoría de los juegos.

UNIDAD 5

Título.- El muestreo y la estimación de parámetros estadísticos.

Objetivo.- Conocer los fundamentos de la teoría del muestreo y la estimación de parámetros.

- Contenido:
- 1.- Generalidades de estadística inferencial.
 - 2.- Muestreo.
 - 3.- Distribuciones muestrales.
 - 4.- Estimación de parámetros.

UNIDAD 6

Título.- Introducción a la teoría de la decisión estadística.

Objetivo.- Conocer los fundamentos técnicos en los que se basa la prueba de hipótesis estadísticas.

- Contenido:
- 1.- Generalidades de la teoría de la decisión.
 - 2.- Planteamiento de hipótesis estadísticas.
 - 3.- Criterios de decisión en prueba de hipótesis.
 - 4.- Errores de decisión.
 - 5.- Conclusiones que pueden derivarse de una prueba de hipótesis.

MODELOS MATEMATICOS EN PSICOLOGIA IV

UNIDAD 1

Título.- Modelos de contraste paramétricos para dos muestras.

Objetivo.- Contrastar las diferencias de medias o proporciones en un problema de psicología que requiera la comparación entre dos grupos.

Contenido:

- 1.- Contraste de medias para dos muestras relacionadas.*
- 2.- Contraste de medias para dos muestras independientes.*
- 3.- Contraste de la diferencia de proporciones.*

UNIDAD 2

Título.- El modelo de análisis de varianza.

Objetivo.- Realizar un contraste de análisis de varianza simple o doble e interpretar sus resultados.

Contenido:

- 1.- Fundamentos teóricos del análisis de varianza.*
- 2.- Análisis de varianza simple.*
- 3.- Análisis de varianza factorial 2×2 .*
- 4.- Análisis de varianza de grupos correlacionados.*

UNIDADES 3 Y 4

Título.- Los modelos de contraste no paramétricos.

Objetivo.- Conocer el empleo de las pruebas estadísticas no paramétricas en la solución de problemas de psicología.

Contenido:

UNIDAD 3

- 1.- Generalidades sobre pruebas estadísticas no paramétricas.*
- 2.- Comparaciones con una sola muestra (pruebas estadísticas J_i cuadradas y Kolmogorov-Smirnov).*
- 3.- Dos muestras relacionadas (pruebas de Mc. Nemar, de los signos y Wilcoxon).*

- 4.- *K* muestras relacionadas (prueba Q de Cochran y Rangos de Friedman).

Contenido:

UNIDAD 4

- 1.- *Dos* muestras independientes para datos categóricos o no minales. (Pruebas de la probabilidad exacta de Fisher y J_i cuadradas).
- 2.- *Dos* muestras independientes para datos ordinales o de rangos (Pruebas U de Mann-Whitney, Kolmogorov-Smirnov y de la mediana).
- 3.- *K* muestras independientes (Prueba J_i cuadrada para *K* muestras independientes, extensión de la prueba de la mediana y el análisis de varianza de Kuskal-Wallis).

UNIDAD 5

Título.- Breve ojeada a los modelos de análisis multivariado.

Objetivo.- Conocer generalidades sobre técnicas de análisis multivariado.

- Contenido:
- 1.- Análisis de regresión múltiple, lineal y polinomial, análisis de rutas y correlación canónica.
 - 2.- Análisis factorial de varianza; relación entre A.R.M. y A.F.V.; análisis de covarianza y análisis discriminante.
 - 3.- Análisis factorial; factores principales; análisis rotacional y análisis confirmatorio.

UNIDAD 6

Título.- Práctica de computación.

Objetivo.- Aprender a usar la computadora del Centro de Servicios de Cómputo para generar listados de datos utilizando programas ya hechos.

Contenido:

- 1.- Obtener el listado de un directorio personal utilizan

do la computadora.

- 2.- Hacer una pequeña investigación utilizando un procedimiento estadístico y un paquete de computadora.

ETAPA 6: DETERMINACION DE LOS OBJETIVOS DE EJECUCION.

Briggs (1977), sugiere cinco tipos de diferentes objetivos a utilizarse en un programa instruccional:

- 1.- Objetivos para toda la vida.
- 2.- Objetivos de fin de curso.
- 3.- Objetivos de cada unidad de un curso.
- 4.- Objetivos de ejecución.
- 5.- Objetivos de apoyo.

Los primeros constituyen las metas del programa instruccional, tal como se establecen en el objetivo general que se muestra en la Fig. (5.1). Los objetivos del tipo 2 también ya fueron establecidos como habilidades matemáticas que el estudiante deberá adquirir en cada una de las cuatro etapas que componen el programa, y aparecen en la figura mencionada.

Como se describió anteriormente, cada curso está dividido en unidades de estudio por lo que el objetivo de cada unidad es la habilidad adquirida en el dominio de cada tema de estudio.

En esta etapa del diseño se definen los objetivos de ejecución y los objetivos facilitadores que los soportan; los primeros fueron llamados objetivos intermedios y los segundos objetivos específicos. La jerarquización de los cinco tipos diferentes de objetivos puede verse en la Fig. (5.2).

Tanto los objetivos facilitadores como los de ejecución fueron obtenidos como resultado del análisis de tareas de cada unidad de estudio siguiendo el procedimiento propuesto por Gagné (1977). Dicho procedimiento consiste en realidad de tres diferentes tipos de análisis que son:

- 1.- Análisis de procesamiento de información.- Que consiste en la identificación de la secuencia de decisiones y acciones asociadas

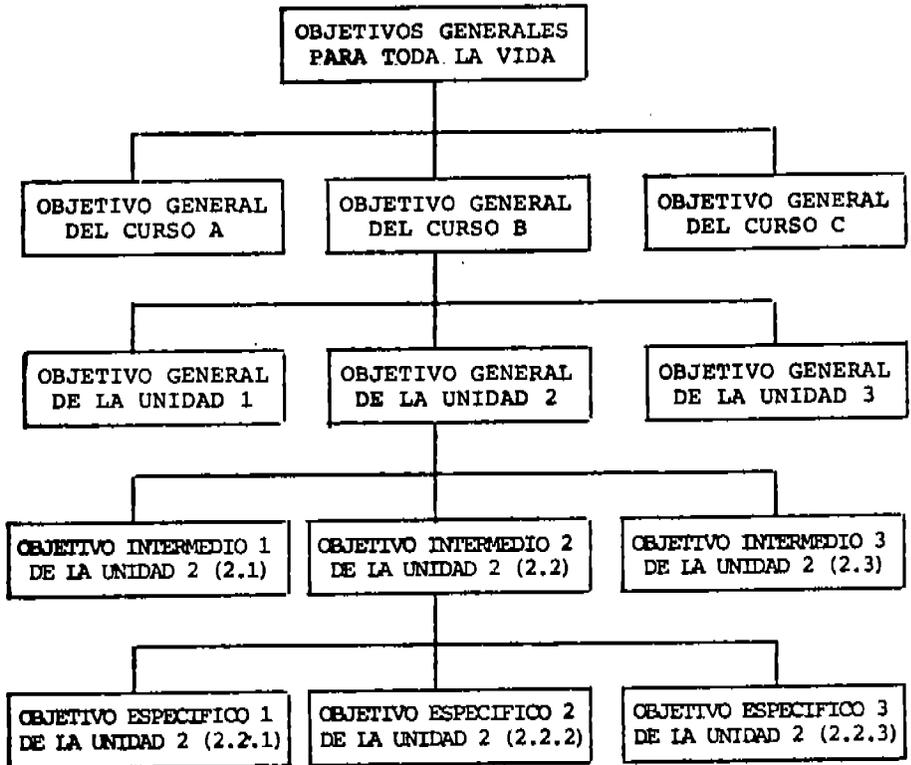


Fig. 5.2 Jerarquización de Objetivos.

que involucra la consecución del objetivo.

- 2.- *Clasificación de tareas.*- Como a) habilidades intelectuales, b) estrategias cognoscitivas, c) información, d) actitudes y e) habilidades motoras.
- 3.- *Análisis de la tarea de aprendizaje.*- Que consiste en la identificación de los prerrequisitos necesarios para lograr los objetivos generales de aprendizaje.

A manera de ejemplo, mostraremos los análisis que se hicieron para la unidad 1 de Modelos Matemáticos IV, partiendo de los datos iniciales siguientes:

Título: Modelos de contraste paramétricos para dos muestras.

Objetivo General: Contrastar las diferencias de medias o proporciones en un problema de psicología que requiera la comparación entre dos grupos.

Contenido:

- 1.- Contraste de medias para dos muestras relacionadas.
- 2.- Contraste de medias para dos muestras independientes.
- 3.- Contraste de la diferencia de proporciones.

El análisis de procesamiento de información se llevó a cabo mediante un diagrama de flujo similar a los obtenidos por Resnick (1976) y Greeno (1976), pero basándose en la teoría estructural de Scandura descrita en el capítulo precedente. Dicha teoría postula que cualquier persona que conozca las reglas (procedimientos de solución de un dominio de problemas dado, podrá solucionar cualquiera de los problemas del dominio. La cuestión es identificar cada una de las reglas necesarias para obtener la solución, para lo cual Scandura propone utilizar el método de análisis estructural que está basado en cómo personas idealizadas resuelven los problemas, para lo cual el que escribe fungió como modelo. El diagrama de flujo que se obtuvo como resultado del análisis de procesamiento de información se muestra en las Figs. (5.3 a 5.6)

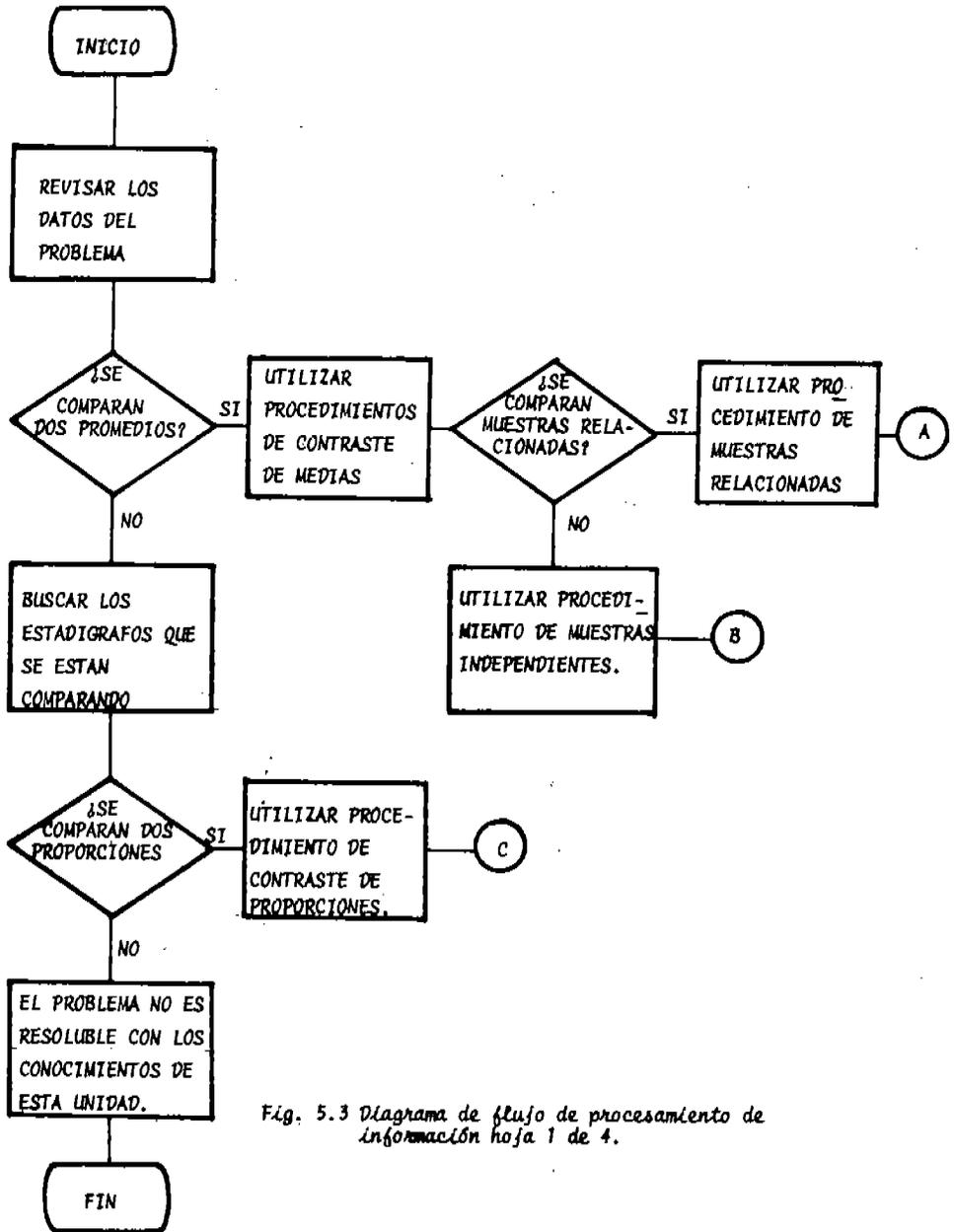


Fig. 5.3 Diagrama de flujo de procesamiento de información hoja 1 de 4.

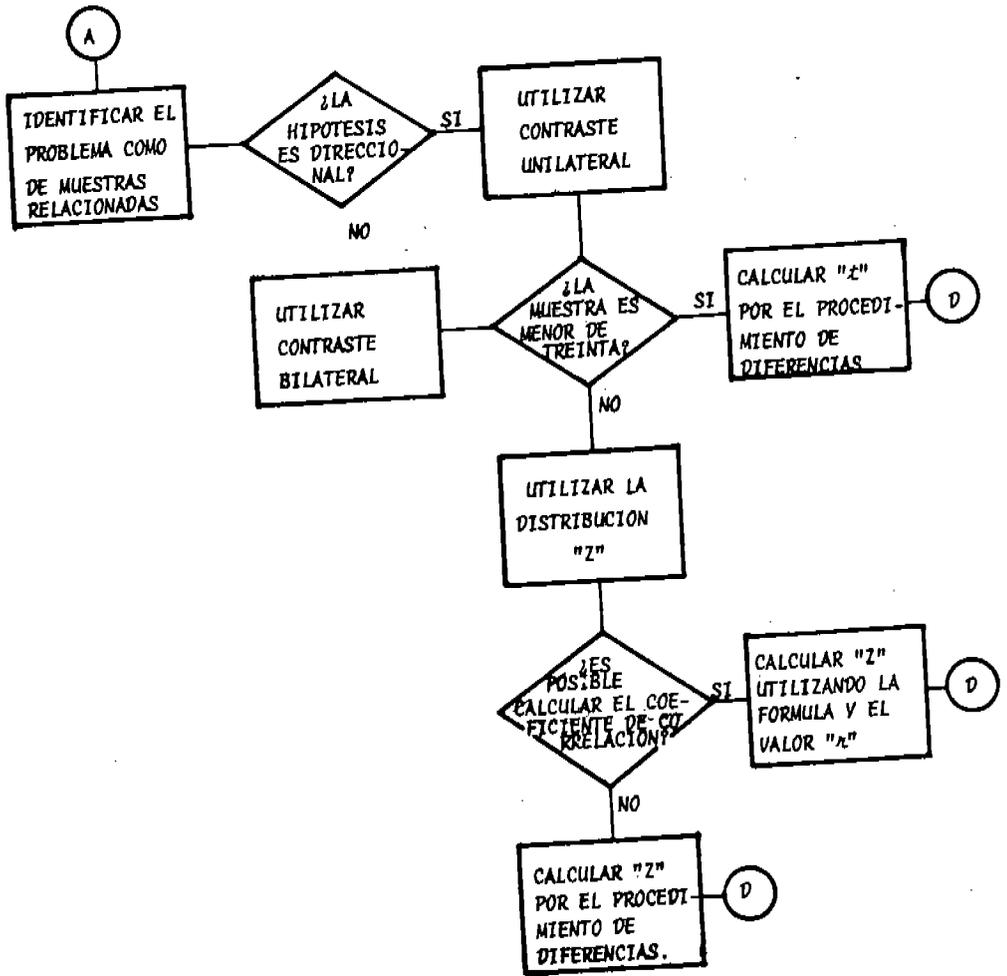


Fig. 5.4 Diagrama de flujo de procesamiento de información hoja 2 de 4.

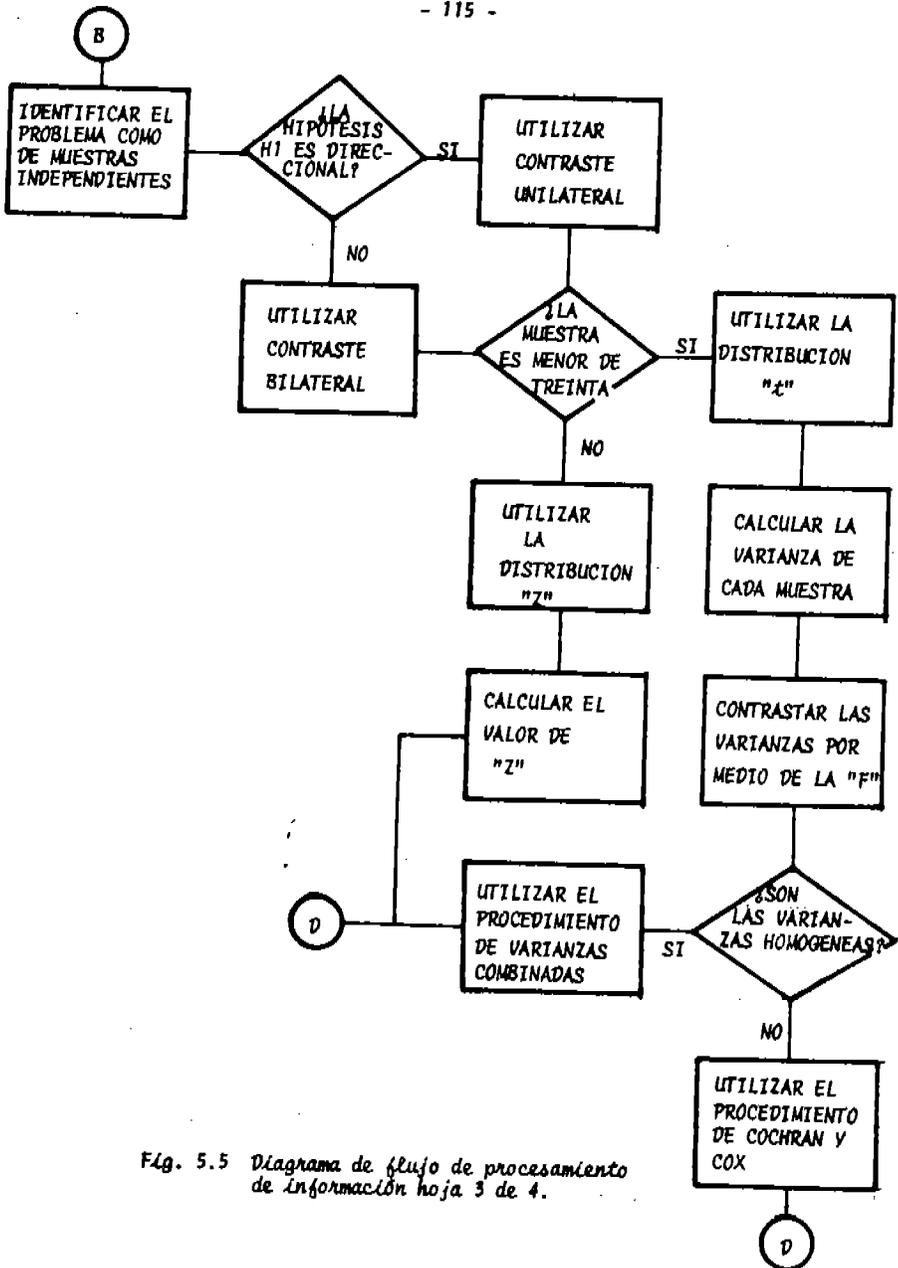


Fig. 5.5 Diagrama de flujo de procesamiento de información hoja 3 de 4.

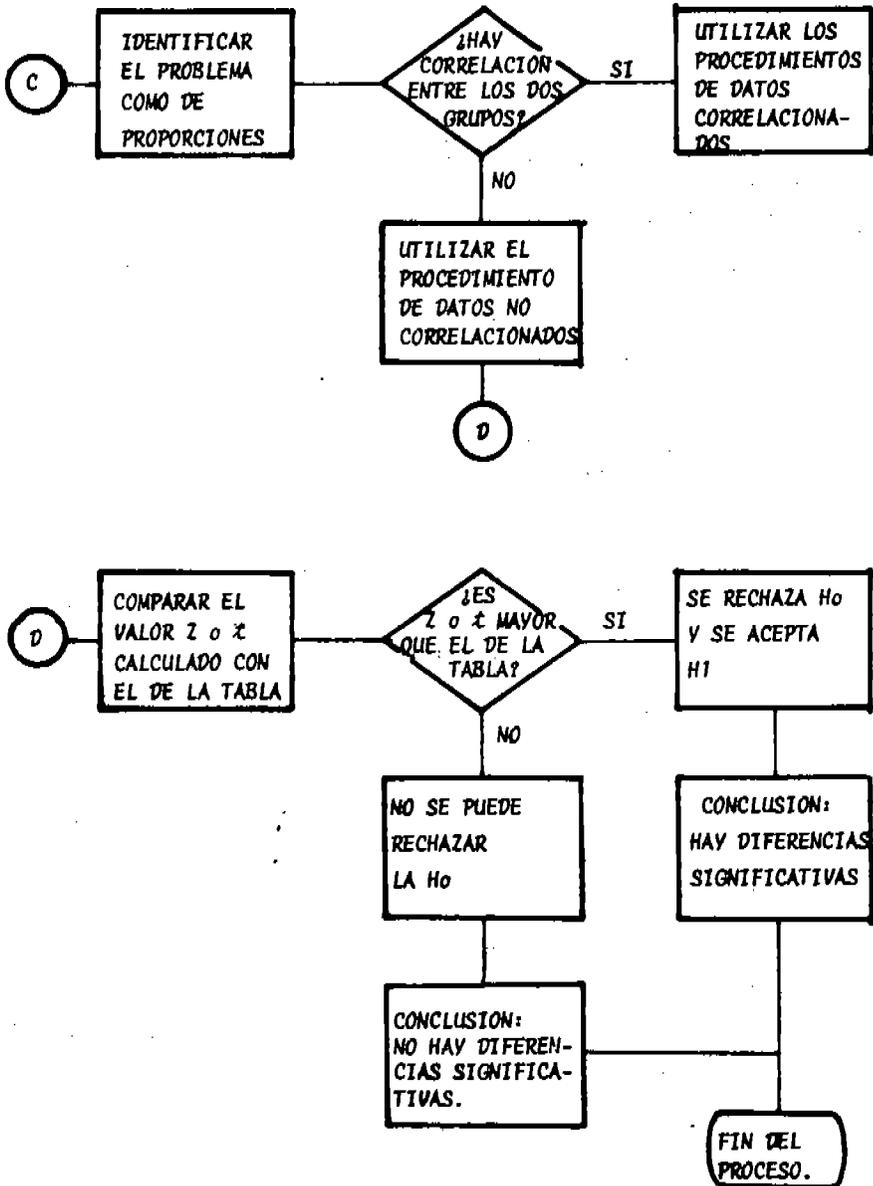


Fig. 5.6 Diagrama de flujo de procesamiento de informacn. hoja 4 de 4

Con el fin de identificar el tipo de categorías de aprendizaje que se requieren para lograr el objetivo general de la unidad, se realizó un análisis de tareas, el cual puede verse en la tabla (5-3), donde se muestran las tareas a realizar y la categoría de aprendizaje a la cual pertenece cada una de ellas.

El análisis de aprendizaje de tareas permitió la jerarquización y la identificación de los prerrequisitos de cada tarea. Dicho análisis se muestra en la figura (5.7)

Obsérvese que todos los prerrequisitos han sido cubiertos en unidades anteriores a excepción de la distribución t , la cual será cubierta en esta unidad. Dicho análisis muestra tres secuencias o caminos para llegar a la meta que representa el objetivo general de la unidad. Cada uno de estos caminos debe ser conocido por el estudiante puesto que representan diferentes subclases del dominio general del problema. La habilidad de solucionar cada una de estas subclases de problemas, puede considerarse como un objetivo intermedio del de la unidad y los objetivos específicos son las etapas que hay que recorrer en cada uno de estos caminos.

Como resultado de estos análisis se obtuvo la lista de objetivos que se muestra a continuación:

Objetivo General

1. Contrastar las diferencias de medias o proporciones en un problema de psicología que requiera la comparación entre dos grupos.

Dado un problema de psicología:

- 1.1. Contrastar estadísticamente la diferencia entre dos medias de muestras relacionadas.

- 1.1.1. Identificar el problema como de muestras relacionadas.

- 1.1.2. Escoger las hipótesis de contraste adecuadas.

- 1.1.3. Seleccionar el procedimiento de contraste, Z o t unilateral o bilateral.

Tabla 5-3

ANALISIS DE TAREAS PARA LA UNIDAD 1 DE MODELOS MATEMATICOS IV

TAREA	CATEGORIA DE APRENDIZAJE
1. <i>Identificar el tipo de problema como perteneciente a una de las categorías siguientes:</i> a) <i>Dos medias relacionadas.</i> b) <i>Dos medias independientes.</i> c) <i>Dos proporciones.</i> d) <i>Cualquier otro tipo de contraste.</i>	HABILIDAD INTELECTUAL
2. <i>Escoger las hipótesis que se van a contrastar con el fin de determinar si el contraste es unilateral o bilateral.</i>	HABILIDAD INTELECTUAL
3. <i>Seleccionar el procedimiento de contraste en relación al tamaño de la muestra (distribución Z o t).</i>	HABILIDAD INTELECTUAL
4. <i>Calcular el valor del estadígrafo a partir de los datos.</i>	HABILIDAD INTELECTUAL
5. <i>Derivar las conclusiones pertinentes como resultado del cálculo realizado.</i>	HABILIDAD INTELECTUAL

- 1.1.4. Realizar los cálculos necesarios.
- 1.1.5. Derivar las conclusiones pertinentes.
- 1.2. Contrastar estadísticamente la diferencia entre dos medias de muestras independientes.
 - 1.2.1. Identificar el problema como de muestras independientes.
 - 1.2.2. Escoger las hipótesis de contraste apropiadas.
 - 1.2.3. Seleccionar el procedimiento de contraste; pruebas Z o t con varianzas homogéneas o heterogéneas.
 - 1.2.4. Realizar los cálculos requeridos.
 - 1.2.5. Derivar las conclusiones pertinentes al problema.
- 1.3. Contrastar estadísticamente las diferencias entre dos proporciones
 - 1.3.1. Describir cómo es un contraste de proporciones.
 - 1.3.2. Escoger las hipótesis de contraste apropiadas.
 - 1.3.3. Seleccionar el procedimiento de contraste; pruebas Z o t para datos independientes o correlacionados.
 - 1.3.4. Realizar los cálculos que requiera el problema.
 - 1.3.5. Derivar las conclusiones pertinentes al problema.

Como puede observarse, el primer dígito de izquierda a derecha corresponde al objetivo general de la unidad, el segundo al intermedio y el tercero al específico. Este es el criterio adoptado para todo el material del SUA.

Finalmente, la redacción de los objetivos instruccionales se hizo siguiendo las recomendaciones de Gronlund (1971).

ETAPA 7: PREPARACION DE LOS PLANES DE LAS LECCIONES O MODULOS.

Gagné y Briggs (1979), sugieren un procedimiento para planear las lecciones que consiste en los cuatro puntos siguientes:

1. Listar los eventos instruccionales en relación con el objetivo de la lección.

2. Determinar los materiales, medios o agentes que se utilizarán para hacer cada evento posible.
3. Diseño y planeación de actividades de aprendizaje, incluyendo planes y medios a utilizarse.
4. Planeación de roles o eventos necesarios para el asesor y que acompañan a las lecciones.

Técnicamente hablando, el propósito de lo anterior es incorporar el conjunto de condiciones de aprendizaje en un plan con el fin de que los estudiantes logren el objetivo de la lección. La planeación de una buena lección requiere conocimientos acerca de los estudiantes, de las tareas involucradas en los objetivos y de estrategias de enseñanza con el fin de que los eventos instruccionales se vuelvan efectivos.

El primer punto es en relación con los eventos instruccionales, que son una serie de eventos que ocurren durante una lección y que hacen que el estudiante progrese en el aprendizaje de la lección. En otras palabras, estos eventos constituyen un conjunto de comunicaciones con el estudiante en forma oral o escrita que hacen posible su aprendizaje. Concretamente, instrucción es un conjunto de eventos externos al estudiante que se diseñan para soportar el proceso interno de aprendizaje. La mayoría de estos eventos deben ser deliberadamente arreglados por el maestro o asesor.

Los procesos involucrados en el aprendizaje son en su gran mayoría activados internamente y han sido descritos con mayor detalle en el capítulo 3, pero pueden resumirse en los puntos siguientes:

1. Atención.- Controla la naturaleza y extensión de los estímulos que se reciben.
2. Percepción selectiva.- Transforma la estimulación inicial en formas que pueden almacenarse en la memoria a corto plazo.
3. Repetición.- Mantiene y renueva el almacenamiento de material en la memoria a corto plazo.

4. *Codificación semántica.*- Proceso por medio del cual se prepara la información para ser almacenada en la memoria a largo plazo.
5. *Búsqueda y recuperación.*- Devuelve la información almacenada en la memoria.
6. *Organización de la respuesta.*- Selecciona y organiza la ejecución.
7. *Retroalimentación.*- Un evento externo que pone en marcha el proceso de reforzamiento.
8. *Procesos de control ejecutivo.*- Seleccionan estrategias cognitivas; Estas modifican uno o varios de los procesos enlistados.

Los eventos instruccionales tienen la intención de facilitar los procesos de aprendizaje; Gagné (1977) da una tabla que proporciona una serie de eventos instruccionales estrechamente relacionados con estos procesos de aprendizaje, la cual reproducimos a continuación.

Tabla 5.4

EVENTOS INSTRUCCIONALES Y SU RELACION CON LOS PROCESOS DE APRENDIZAJE	
Evento Instruccional	Proceso de aprendizaje.
1. Ganar la atención	Recepción de patrones de impulsos neurales.
2. Informar al estudiante del objetivo.	Activar el proceso de control ejecutivo.
3. Estimular el recuerdo de los prerrequisitos.	Recuperación a la memoria de trabajo.
4. Presentar el material estimulante.	Enfatizar dispositivo de percepción selectiva.
5. Proveer guías de aprendizaje.	Codificación semántica.
6. Educar la ejecución.	Activando una propuesta de organización.
7. Proveer retroalimentación acerca de la ejecución correcta.	Estableciendo reforzamiento.
8. Supervisión de la ejecución.	Activando el recuerdo; haciendo el reforzamiento posible.
9. Fortalecer la retención y la transferencia.	Proveer claves y estrategias para el recuerdo.

Estos eventos instruccionales fueron utilizados para facilitar el aprendizaje de todo el material del programa, como se describe a continuación:

- 1.- Ganar la atención del alumno.- Todas las introducciones de las guías de estudio del programa muestran al estudiante aplicaciones prácticas de modelos matemáticos a la solución de problemas de psicología, los cuales supuestamente son de mucho mayor interés para él que los simples conceptos matemáticos. Además, las primeras unidades de cada materia (a excepción de la última) tratan temas que no son de matemáticas sino en relación a la psicología (véanse los títulos, objetivos y contenidos de estas unidades en páginas precedentes).
- 2.- Informar al estudiante del objetivo.- Todos los objetivos, generales intermedios y específicos, aparecen en las guías de autoaprendizaje que el estudiante adquiere (véase el anexo 1 de este trabajo).
- 3.- Estimular el recuerdo de los prerrequisitos.- Este se lleva a cabo haciendo citas frecuentes de los prerrequisitos en cada una de las introducciones de las unidades. Por ejemplo, la unidad 1 de modelos IV que es la que se ha tomado como ejemplo (véase apéndice 1), empieza en estos términos: "En unidades previas se estudió el proceso de toma de decisiones y la forma de plantear hipótesis estadísticas. En esta unidad se estudiarán algunas formas de someter a prueba dichas hipótesis, mediante procedimientos estadísticos"... y más adelante continúa así: "Sin embargo, se requieren estas nociones junto con las de pruebas de hipótesis y teoría de la decisión para entender el análisis estadístico de experimentos"...
- 4.- Presentar el material estimulante.- Este evento es un poco difícil de realizar, dado que el material estimulante de hecho viene en la bibliografía que se propone al alumno para su estudio. Una necesidad aún no cubierta dentro del SUA es la elaboración de textos de acuerdo con los objetivos de cada una de las unidades del programa. Sin embargo, los principales conceptos que serán estudiados apa

recen ejemplificados en cada una de las introducciones de las unidades. En la unidad ejemplificada son los conceptos de "grupos correlacionados" y "grupos al azar" (véase apéndice 1).

- 5.- Proveer guías de aprendizaje.- De hecho este es el evento más importante, ya que el estudiante del SUA deberá llevar a cabo en forma autodidáctica su aprendizaje por lo que las guías de autoenseñanza de cada unidad cuentan con una serie de mecanismos para tal efecto como son:
 - a) Sugerencias de estudio, que en realidad son métodos de autoaprendizaje;
 - b) actividades que el estudiante debe realizar, ejercicios, consultas bibliográficas etc.;
 - c) sistemas de objetivos jerarquizados;
 - d) introducción de los conceptos más relevantes;
 - e) contenido temático resumido;
 - f) bibliografía básica y complementaria y
 - g) examen de autoevaluación. (Todas ellas se ilustran en el apéndice 1).
- 6.- Educar la ejecución.- Una vez que el estudiante ha llevado a cabo el aprendizaje, es necesario que lo muestre a través de la ejecución de una tarea. Para tal fin se le provee de un examen de autoevaluación en donde él mismo puede probar su ejecución en cada uno de los objetivos de la lección.
- 7.- Proveer retroalimentación acerca de la ejecución correcta.- Este evento se realiza dos veces en el curso del proceso instruccional. La primera de ellas es cuando el alumno se autoexamina y checa sus respuestas con las que se le proporcionan en la guía de autoestudio. La segunda es cuando presenta el examen de la unidad ante su asesor. Este lo califica e inmediatamente le señala sus aciertos y errores y si su ejecución es correcta en cada uno de los objetivos, se le extiende una boleta de acreditación de la unidad. En caso de fallar alguno(s) de los objetivos, además de señalarle sus errores se le dan sugerencias de cómo mejorar su aprendizaje.
- 8.- Supervisión de la ejecución.- Se lleva a cabo mediante exámenes es-

critos, aplicados por el asesor, en los cuales hay un reactivo por cada objetivo específico. El criterio que se utiliza es el de excelencia, es decir que el estudiante requiere pasar todos y cada uno de los objetivos de una unidad para poder continuar a la siguiente.

- 9.- Fortalecer la retención y la transferencia.- Para cumplir este evento se diseñó una práctica que se realiza en la última unidad de modelos IV y que consiste en hacer una pequeña investigación en la cual el estudiante puede transferir su aprendizaje, al obtener, organizar y procesar estadísticamente un conjunto de datos con la ayuda del asesor y de una computadora. Fuera de esta práctica, no existen otras en las cuales el estudiante pudiera proyectar su aprendizaje. Una vinculación adecuada de estos aspectos de la instrucción está más allá de las posibilidades de este trabajo.

ETAPA 8: DESARROLLO Y SELECCION DE LOS MEDIOS Y MATERIALES DE INSTRUCCION.

Por materiales de instrucción debe entenderse fundamentalmente material impreso o cualquier otro medio que coadyuve a implementar los eventos instruccionales.

En el modelo de diseño instruccional que se está utilizando deberían especificarse los materiales que se producirán de acuerdo a los requerimientos de los objetivos. En el caso del SUA los materiales que se producen son guías de estudio como la que se muestra en el anexo 2, las cuales constan de: introducción, contenido, objetivos, actividades, bibliografía y examen de autoevaluación.

Como puede observarse, el material de aprendizaje (bibliografía) está constituido por libros ya editados y que han sido seleccionados como más adaptables a los objetivos previamente establecidos, pero que de ninguna manera llevan las necesidades de los mismos, ya que mientras mejor establecidos estén los objetivos, mayor será la necesidad de crear textos que permitan al estudiante lograrlos.

La creación de textos de autoenseñanza en relación con los objetivos del programa y las teorías instruccionales explicitadas en este trabajo, están muy por fuera de las posibilidades de esta tesis.

ETAPA 9: SUPERVISION DEL RENDIMIENTO ESTUDIANTIL (MEDICION DEL RENDIMIENTO ACADEMICO)

La medición del rendimiento estudiantil se planeó de dos maneras; la primera de ellas como diagnóstico del estudiante al inicio de cada uno de los cursos y que consiste en un pretest sobre los objetivos de cada unidad y mediante el cual puede acreditar alguna(s) de las unidades.

La segunda medición se hace cuando el estudiante lo solicita y una vez que ha terminado de estudiar una unidad del curso.

Ambas mediciones se realizan por el método de objetivos referenciados, en el cual se intenta construir pruebas que midan directamente la ejecución de cada uno de los objetivos propuestos. Además se utiliza el criterio de "maestría del aprendizaje" propuesto por Bloom (1968), y posteriormente revisado por Bloom, Hastings y Madaus (1971), mediante el cual el 90% de los estudiantes alcanzan el dominio de los objetivos de aprendizaje, a diferencia del sistema tradicional en el cual solamente algunos estudiantes logran la maestría y en general la ejecución se distribuye normalmente, lo cual se conoce como criterio normativo.

El SUA, por ser un sistema individualizado, es ideal para evaluar al alumno mediante el criterio de maestría del aprendizaje de Bloom, ya que: a) están claramente definidos los objetivos que el estudiante debe alcanzar; b) se mide la ejecución en cada uno de ellos; c) el estudiante repite los objetivos en los cuales no alcanzó la maestría hasta que la logre. Este sistema permite la supervisión y el asesoramiento del alumno, de tal manera que es posible detectar fallas pequeñas antes de que se conviertan en grandes fallas, pudiendo el asesor tomar medidas como son: 1) recomendar más tiempo de estudio; 2) sugerir otros materiales o medios de instrucción y 3) diagnosticar qué prerrequisitos han o no han sido llenados. Finalmente el estudiante es evaluado mediante el crite-

rio de excelencia.

ETAPA 10: PREPARACION DEL MAESTRO.

Dentro del diseño de sistemas educativos, el término preparación del maestro se refiere a las habilidades que un maestro (asesor en el SUA) debe tener para operar el sistema. Lo que fundamentalmente se requiere en el caso del programa "Modelos Matemáticos en Psicología", es el conocimiento amplio del material en cuanto a objetivos, contenidos, bibliografía y reactivos de evaluación, por lo que el programa de capacitación de asesores para el SUA debe contemplar estos aspectos.

ETAPA 11: EVALUACION FORMATIVA.

La evaluación formativa consiste en revisar los materiales, los planes de las lecciones, las pruebas de ejecución y en general la operación del sistema en conjunto.

Actualmente el SUA carece de una evaluación formativa sistemática que le permita valorar el sistema instruccional en su conjunto. En el mejor de los casos, cada asesor evalúa su material de acuerdo a sus experiencias.

El programa "Modelos Matemáticos en Psicología", se evalúa de tres maneras diferentes las cuales se describen separadamente a continuación:

La primera de ellas es una evaluación abierta por parte del asesor, que se realiza cuando el estudiante solicita asesoría porque tiene dificultades en alguna unidad. Esta interacción ha permitido identificar errores de diversos tipos en el material; mecanográficos, de ambigüedad en los conceptos, de comprensión de la simbología, de dificultad de comprensión de los temas, etc., lo que permite hacer correcciones en el material periódicamente y al mismo tiempo actualizar la bibliografía.

El segundo tipo de evaluación es en relación a los objetivos del programa; se lleva un registro de las respuestas de cada estudiante por reactivo y por objetivo. Una muestra de tal registro puede observarse

en la tabla 5-5.

Tabla 5-5.

Cantidad de alumnos que respondieron en cada opción, a manera de ejemplo, de diversos reactivos de las unidades de Modelos Matemáticos en Psicología I

RESPUESTA.

REACTIVO	A	B	C	D	E	TOTAL	% que pasa	OBSERVACIONES
1.1.1.1	1			23 [Ⓒ]	1	25	92	O.K.
1.1.1.2.			12 [Ⓒ]		13	25	48	Revisar el Reactivo.
1.1.2.1.		21 [Ⓒ]	2		1	24	87.5	Se requieren datos.
1.1.2.2.	23 [Ⓒ]	1				24	95.8	O.K.
3.2.1.1.	10 [Ⓒ]	5	4	3	3	25	40	Revisar el objetivo
3.2.1.2.	1	6	5	9 [Ⓒ]	4	25	36	
7.3.1.1.	23 [Ⓒ]	2	-	-	-	25	92	O.K.
7.3.1.2.								

Respuesta correcta
 Objetivo General de la Unidad,
 Objetivo Intermedio
 Objetivo Especifico
 Número de Reactivo

Periódicamente se checan los datos con el fin de ver si hay objetivos en los cuales el estudiante sistemáticamente no logra la maestría. Esto pudiera deberse a las causas siguientes:

- 1) El reactivo utilizado para medir el objetivo es defectuoso, ya sea en su planteamiento o en alguna(s) de las opciones como en el caso del reactivo 1.1.1.2. (Hay una opción que confunde a los estudiantes). En este caso lo que hay que hacer es revisar el reactivo con el fin de cambiarlo o sustituirlo.
- 2) El objetivo específico correspondiente, por alguna razón no se logra en el 90% de los casos. En esta situación, lo que hay que revisar es el planteamiento del objetivo. Obsérvese que el objetivo 3.2.1. no está siendo alcanzado ni en el reactivo 1 ni el 2, por lo que la falla no es del reactivo.

Como se anotó anteriormente, la medición se hace en los objetivos específicos de cada unidad con el siguiente procedimiento:

- a) El estudiante solicita al asesor examen de cualquiera de las unidades del programa.
- b) El asesor acude al banco de reactivos y selecciona aleatoriamente un reactivo por cada objetivo específico de la unidad. El banco de reactivos cuenta actualmente con por lo menos dos reactivos de cada objetivo del programa y la idea es extenderlo con el tiempo, a 5 de cada uno. Actualmente se cuenta con cerca de 1000 reactivos que habrán de extenderse a más de 3500.
- c) El asesor anota en el registro las respuestas del estudiante y al mismo tiempo lo califica. Los reactivos contenidos en el banco son de dos tipos; de opción múltiple con 5 opciones y de respuesta abierta. En el primer caso se anota la opción que el estudiante respondió y en el segundo solamente si alcanzó o no el objetivo.

- d) El asesor remite al alumno a estudiar los objetivos fallados y acredita los pasados. Al mismo tiempo provee retroalimentación por medio de explicaciones, sugerencias de estudio o bibliografía adicional.
- e) Periódicamente se analizan las respuestas registradas de un conjunto de alumnos para evaluar la efectividad del programa a través de los objetivos de aprendizaje. La confiabilidad de las mediciones se verifica en cada uno de los objetivos fallados por el método de Test-retest. El problema de la validez de las mediciones se reduce considerablemente al medir cada uno de los objetivos específicos en forma directa, por ejemplo supóngase que el objetivo específico es "calcular la media aritmética de un conjunto de datos". El reactivo de medición de dicho objetivo sería:

"Calcule la media aritmética de los datos siguientes: 8, 8, 7, 9, 10". Los objetivos intermedios se evalúan a través de los objetivos específicos que los componen, así que si más del 10% de un grupo de estudiantes sistemáticamente está fallando los diversos objetivos específicos que componen un intermedio, lo más probable es que este último tenga que ser modificado.

La tercera forma de evaluación es a través de un cuestionario que el alumno llena cuando termina cada asignatura de las que componen el programa. En cada caso, a diferencia de las anteriores, no es el asesor el que valora el programa sino el estudiante.

La evaluación se está llevando a cabo en cada una de las materias del programa, pero para efectos de reporte para este trabajo, se tomaron los sujetos que estaban inscritos en 1981 y cuyo plazo para terminar la materia fue el 31 de diciembre de 1981.

La distribución de alumnos por materia es la siguiente:

Tabla 5-6

	MODELOS MATEMATICOS			
	I	II	III	IV
Alumnos inscritos	38	20	7	2
Terminaron la materia	10	10	4	2
No terminaron la materia	28	10	3	0

Como puede observarse, la deserción es mayor en los primeros semestres de la carrera y se reduce a medida que avanzan los semestres. Lo mismo sucede en el sistema escolarizado y considero que es un fenómeno que requiere un estudio aparte.

Para la evaluación del material educativo se utiliza un cuestionario propuesto por Amstrong, Denton y Savage (1980), adaptado para el caso por el que escribe (véase anexo # 3). El cuestionario consta de tres partes; la primera de ellas es una lista de 20 reactivos con afirmaciones en relación a cada una de las partes de las guías de estudio de cada unidad del programa: Introducciones, contenido, objetivos, bibliografía, actividades, dificultad del material y beneficios que suministra (en el sentido de estrategias cognoscitivas). Cada uno de estos reactivos es puntuado por el sujeto con una escala que va de 0 a 4, en donde 0 indica desacuerdo total y 4 acuerdo total.

Los resultados obtenidos para cada una de las materias fueron categorizados y aparecen resumidos en la Tabla 5-7. Como puede observarse, la aceptación del material por parte del alumno es en términos generales de un 85%.

Tabla 5-7

CONCEPTO	RESUMEN DE LA 1A. PARTE DEL CUESTIONARIO DE EVALUACION							
	MODELOS I		MODELOS II		MODELOS III		MODELOS IV	
	V	A. %	V	A. %	V	A. %	V	A. %
INTRODUCCIONES	3.10	77.5	2.90	72.5	3.13	78.1	3.50	87.5
CONTENIDO	3.45	86.3	3.60	90.0	3.75	93.8	3.50	87.5
OBJETIVOS	3.70	92.5	3.55	88.8	3.38	84.4	3.50	87.5
BIBLIOGRAFIA	3.15	78.8	3.80	95.0	3.50	87.5	3.25	81.3
ACTIVIDADES	3.35	83.8	3.45	86.3	3.63	90.6	3.50	87.5
EVALUACIONES	3.50	87.5	3.6	90.0	3.50	87.5	3.75	93.8
DIFICULTAD	3.33	83.1	3.38	84.4	3.69	92.2	3.25	81.3
BENEFICIOS	3.43	85.6	3.43	85.6	3.38	84.4	3.38	84.4
GENERAL	3.38	84.4	3.46	86.6	3.49	87.3	3.45	86.3

V = Valor promedio en la escala

A. % = Porcentaje de aceptación.

En la segunda parte del cuestionario, el sujeto evalúa el programa instruccional (con la misma escala de 0 a 4) en seis dimensiones distintas. Dichas dimensiones y los resultados obtenidos para cada una de ellas aparecen en la Tabla 5-8.

Como puede observarse, el programa fue puntuado en la mayoría de las dimensiones con valores de por lo menos un 90%. El valor más bajo se obtuvo en organización en Modelos IV (62.5%); sin embargo, los datos correspondientes a esta materia son muy poco confiables en virtud de los pocos cuestionarios que se han aplicado hasta la fecha.

La confiabilidad general de las mediciones se obtuvo correlacionando para cada sujeto el valor promedio obtenido en la primera parte del cuestionario con el de la segunda parte, obteniéndose un coeficiente $r = 0.61$ significativo al 0.001 con la muestra total de 26 sujetos.

Tabla 5-8.

DIMENSION	RESULTADOS DE LA 2A. PARTE DEL CUESTIONARIO DE EVALUACION.							
	MODELOS I		MODELOS II		MODELOS III		MODELOS IV	
	V	A.%	V	A.%	V	A.%	V	A.%
EFFECTIVIDAD	3.6	90.0	3.9	97.5	3.75	93.8	4.0	100.0
ACTIVIDAD	3.8	95.0	3.5	87.5	3.50	87.5	4.0	100.0
INTERES	3.7	92.5	3.7	92.5	4.00	100.0	3.5	87.5
VALOR	3.6	90.0	3.9	97.5	3.75	93.8	3.0	75.0
ORGANIZACION	3.8	95.0	3.8	95	3.75	93.8	2.5	62.5
RELEVANCIA	3.6	90.0	3.8	95	4.00	100.0	3.5	87.5

GENERAL 3.68 92.1 3.77 94.2 3.79 94.8 3.42 85.4

V. = Valor promedio en la escala.

A.% = Porcentaje de aceptación.

La tercera parte del cuestionario es de sugerencias y comentarios en forma abierta de los cuales reproducimos algunos de los más importantes.

Modelos I

- 1.- La parte de programación lineal es difícil y poco aplicada a psicología.
- 2.- Me parece un buen curso.
- 3.- Mejorar la claridad de las preguntas de examen.
- 4.- Dar solución al examen de autoevaluación. (Cuando se publicó por primera vez el material, las respuestas al examen de autoevaluación no aparecían; esto se subsanó publicando un anexo).
- 5.- Dar más aplicaciones a la psicología.

Modelos II

- 1.- Que los asesores den asesoría los sábados.
- 2.- Las preguntas de los exámenes que sean más claras.
- 3.- "Estoy particularmente satisfecho". Que se valore el esfuerzo del maestro Gilberto González en la creación de este material.

Modelos III

- 1.- En los exámenes las preguntas son muy fáciles en relación a lo estudiado en los ejercicios.
- 2.- "En general el material se me hizo bastante interesante pero a mí en lo particular me costó un poco de trabajo entenderlo".
- 3.- "Tuve que estudiar mucho y me parece muy bien como está".

Modelos IV

- 1.- Posiblemente no sea necesario estudiar tantas técnicas no para métricas.
- 2.- En las unidades hay materiales que se superponen.
- 3.- "Puedo hacer una comparación entre este programa y el que llevé en tradicional y decir que fue a través de este que aprendí la verdadera utilidad de las matemáticas para la psicología".

ETAPA 12: PRUEBAS DE CAMPO, REVISIÓN.

En este punto se recomienda la instalación del sistema en una o varias escuelas piloto. En el caso del SUA, el sistema tiene ocho años de haberse instalado sin pruebas de campo. Actualmente se mantiene en la Facultad como un sistema alternativo al escolarizado; sin embargo no tiene mucho apoyo financiero por lo que hay poca difusión del sistema, pocos alumnos y no se cuenta con material de autoenseñanza adicional a las guías de estudio.

En lo referente al programa de matemáticas, éste se instaló en las fechas siguientes:

MODELOS I	Enero de 1980
MODELOS II	Marzo de 1980
MODELOS III	Septiembre de 1980
MODELOS IV	Septiembre de 1981

Dado que el SUA ya estaba funcionando y la necesidad urgente del material, tampoco se hicieron pruebas de campo.

ETAPA 13: EVALUACION SUMATIVA

La evaluación de los cursos, programas instruccionales y en general el sistema educativo debe contemplar, según Gagné y Briggs, los tres aspectos siguientes:

1. ¿Hasta qué extensión se logran los objetivos?
2. ¿De qué manera y hasta qué grado es mejor que la unidad que pretende substituir?
3. ¿Qué posibles efectos adicionales está teniendo y de qué manera son mejores que la unidad que suplanta?

La evaluación sumativa se lleva a cabo cuando una unidad instruccional ha sido implantada. El propósito es obtener conclusiones de qué tan bien ha funcionado dicha unidad, (Dick 1977 b). El término sumativa se refiere a que la intención es obtener efectos sumados de un conjunto de lecciones y tiene que ver fundamentalmente con los resultados del aprendizaje. La medida de los resultados puede ser de cualquiera de los tipos siguientes:

1. Medidas que indiquen la maestría de habilidades intelectuales.
2. Medidas de la eficiencia de pensamiento de los estudiantes, como la habilidad de resolver problemas.
3. Medidas de información que permitan determinar si han aprendido hechos o generalizaciones.
4. Observaciones respecto de la adquisición de habilidades motoras, normalmente con referencia a un estándar.
5. Cuestionarios de actitudes.

Ahora bien, ¿cuáles variables y de qué tipo deben ser evaluadas, ya sea formativa o sumativamente? Dichas variables pueden ser de cuatro tipos diferentes: resultados, variables de proceso, variables de apoyo y variables de aptitud.

Las primeras son variables que reflejan el grado de capacitación humana como resultado del proceso de instrucción, mientras que el resto

son variables independientes que influyen los resultados de la educación. Las variables de proceso son factores dentro de la escuela que producen efectos en los resultados, en función de las operaciones que es necesario llevar a cabo durante el proceso de instrucción; por ejemplo, ¿qué tan comprensibles resultan las guías de autoinstrucción? o ¿qué tan acertadas son las asesorías y evaluaciones hechas por el maestro?

Las variables de apoyo y de aptitud son factores externos que indirectamente pueden influir en los resultados si no se tiene control sobre ellas. Las primeras de estas dos son las que tienen que ver con las oportunidades de aprendizaje, disponibilidad de materiales, libros de texto, lugares adecuados para estudio, etc. en relación a la escuela; dificultades familiares, actitudes de los padres o cónyuges y otras en relación al hogar, y finalmente lugar de residencia, facilidades de acceso a la escuela y si el estudiante trabaja o no, son variables relativas a la comunidad. Las variables de apoyo determinan las condiciones medioambientales en los periodos de tiempo en los cuales el proceso de instrucción tiene lugar.

Finalmente las variables de aptitud son las que mayor influencia tienen en los resultados del aprendizaje. La aptitud para el aprendizaje que en un momento dado posee un estudiante, está determinada en parte por su herencia genética y en parte por influencias medioambientales como son: tipo de alimentación, oportunidades escolares previas y en general todas las experiencias que el estudiante hasta el presente ha vivido. Según Astin y Panos (1971), las variables de aptitud deben considerarse variables de entrada que no se ven afectadas por la evaluación y que pueden ser medidas mas no manipuladas. Tales variables son la inteligencia, los hábitos de estudio, el estatus socioeconómico y una de particular interés para el SUA es la llamada independencia de campo. Esta variable ha sido estudiada por diversos autores, (Within, Moore, Goodenough y Cox, 1977); (Grippin y Ohnmacht, 1977), a grado tal que a la fecha se le considera un rasgo estable en relación a características de

personalidad, perceptivas y cognoscitivas. Se ha visto que los individuos independientes de campo tienen tendencia a trabajar aisladamente, son más reservados y tienen menos dificultad para concentrarse, en cambio los dependientes de campo se desenvuelven mejor trabajando en grupo y tienen tendencia a la extroversión; obviamente los estudiantes que presentan esta última característica se desenvolverán mejor en el sistema escolarizado, mientras que los primeros es recomendable que permanezcan en el SUA.

Con el estudio de los tipos de variables que pueden afectar el proceso instruccional, se completan los ingredientes teóricos necesarios para modelar un sistema de evaluación para el SUA, dentro del cual se enmarca nuestro programa. El modelo de evaluación se presenta a continuación en la tabla 5-9; en él pueden verse los distintos tipos de variables y la forma sugerida de medirlas.

Es recomendable que la evaluación sumativa se realice para todo el SUA en conjunto; es por esto que se propone este modelo de evaluación; sin embargo la evaluación del programa instruccional de matemáticas se lleva a cabo parcialmente en la actualidad, por ejemplo, la medición de las variables de aptitud se realiza en la forma 3; las variables de apoyo corresponden al sistema general, mientras que las variables de proceso se miden en la forma 3 mediante el cuestionario de opinión aplicado a los alumnos que terminan cada materia del programa y que puede verse en el anexo # 3. Finalmente los resultados se evalúan en la forma 1; la forma 2 se propone como un experimento comparativo a realizar fuera de este trabajo entre alumnos del SUA y alumnos del SE; ésta sería la prueba más contundente de la efectividad del programa.

ETAPA 14: INSTALACIÓN Y DIFUSIÓN.

En esta etapa final es poco lo que se puede decir en relación al programa instruccional. La instalación del SUA fue decretada el 25 de febrero de 1972 por el H. Consejo Universitario y fue una medida encaminada a resolver el problema de sobrepoblación estudiantil que la universidad venía enfrentando; la instalación fue apresurada y con la acostumbrada falta de planeación, por lo que de inicio el sistema acarrea serias deficiencias.

Tabla 5-9

MODELO DE EVALUACION PARA EL SUA.

TIPO DE VARIABLE	FORMA EN QUE SE MIDE	TIPO DE INTERPRETACION
APTITUD	1) Pruebas estandarizadas de aptitud.	FORMATIVA: Posibles cambios curriculares, con el fin de adaptar los programas a las características intrínsecas de aptitud mostradas por los alumnos.
	2) Prueba de independencia de campo de Witkin.	
	3) Pretest de conocimientos al inicio de cada curso.	SUMATIVA: Comparación de las características mostradas por alumnos del SUA en relación a los del SE. Correlación de las variables de aptitud con la cantidad de objetivos logrados y con el tiempo que les lleva terminar la carrera.
APOYO	1) Hoja de datos estadísticos que el alumno llena al inscribirse.	FORMATIVA: Rango de apoyos proporcionados al estudiante con el fin de hacer cambios que los incrementen.
	2) Cuestionarios llenados por el estudiante sobre las oportunidades con que cuenta para el aprendizaje en relación a la escuela, el hogar y la comunidad.	SUMATIVA: Comparación entre grupos que cuentan con mucho apoyo, contra grupos que no lo cuentan.
	3) Cuestionarios de opinión llenados por el maestro sobre carencias de apoyo para el aprendizaje.	
PROCESO	1) Observaciones sistemáticas sobre la regularidad del proceso instruccional.	FORMATIVA: Juicios sobre lo apropiado de materiales en proceso de implantación.
	2) Juicios de los maestros sobre lo apropiado de los programas y en general del proceso instruccional.	SUMATIVA: Indicadores indirectos de la efectividad del programa instruccional.
	3) Cuestionarios de opinión sobre el programa instruccional, llenados por el alumno al término de cada curso.	
RESULTADOS	1) Pruebas de ejecución de cada uno de los objetivos específicos.	SUMATIVA: Comparación de los logros alcanzados por el estudiante del SUA en relación a los obtenidos por el del sistema tradicional.
	2) Pruebas de ejecución comparativas al finalizar cada año lectivo.	
	3) Cuestionarios de reporte sobre efectividad profesional mostrada por el egresado del SUA.	

Por cuestiones políticas se crearon otras alternativas al SUA en los años subsecuentes, como es el caso de las ENEPs mediante las cuales se canalizó el problema de la sobrepoblación, por lo que actualmente el SUA es un sistema alternativo del SE, pero con grandes limitaciones, de tal manera que la difusión es prácticamente nula. Sin embargo, por ser un sistema que puede dar atención individualizada al alumnado, está en posibilidad de formar mejores profesionistas que el escolarizado además de que el material de autoenseñanza que se produce es susceptible de utilizarse como apoyo en el SE, a condición de que se le dé suficiente difusión.

CAPITULO 6

DISCUSION.

El trabajo realizado en esta tesis fue dividido en dos partes, la primera de ellas consistió en investigar posibles factores que pudieran intervenir en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas en estudiantes de psicología. La segunda parte del trabajo tuvo como finalidad la elaboración de un programa de enseñanza de matemáticas para dichos estudiantes. A continuación se discute cada una de estas partes por separado.

La investigación exploratoria descrita en el capítulo 1, realizada a través de cuestionarios de opinión, mostró que un buen porcentaje de la población estudiantil declara tener rechazo o aversión a las matemáticas, señalando como causas principales la incapacidad de sus maestros para enseñarles y motivarlos a aprender esta rama de conocimiento. Este factor de "aversión", parece ser el mismo o por lo menos estar relacionado con lo que Tobias, (1980) llama "ansiedad de las matemáticas", mismo que ha sido plenamente identificado. Sin embargo, considero que deben investigarse más a fondo las causas que generan tal ansiedad y que finalmente el estudiante transforma en aversión y rechazo a aprender. Incapacidad de los maestros para enseñar, clases aburridas y falta de interés por aprender, son cuestiones muy generales que no precisan el momento en el cual un estudiante empieza a sentir ansiedad al no poder comprender conceptos matemáticos.

El 45% de los alumnos de la muestra declaró haber reprobado por lo menos una vez matemáticas y más del 50% consideró que las matemáticas son difíciles y que tal vez dicha materia debiera ser substituida por otras más interesantes y en relación con la psicología. ¿Sucede lo mismo en otras carreras de las llamadas "científicas", como ciencias o ingeniería?, ¿son realmente diferentes los estudiantes que escogen carreras

"humanistas" de los que se inscriben a las "científicas"? Un factor que se mostró y que parece estar relacionado con estas cuestiones es lo que Mitkin llama "independencia de campo". Se ha encontrado considerable evidencia de diferencias en características de personalidad, perceptivas y cognoscitivas entre los individuos que son independientes de campo y los que son dependientes. Los primeros trabajan en formas más autónoma y se desempeñan bien en tareas que requieren representación simbólica y razonamiento deductivo. En cambio, los segundos son más adaptables a situaciones de tipo social las cuales requieren habilidades de relación interpersonal. Siguiendo este razonamiento pueden aventurarse las hipótesis siguientes: 1) Los estudiantes de carreras "científicas" deberán tener puntajes más altos en pruebas de independencia de campo que los de carreras "humanistas". 2) Los estudiantes independientes de campo tendrán más alto aprovechamiento en sistemas abiertos de autoenseñanza, mientras que los dependientes de campo lo harán en sistemas tradicionales.

Sobre este segundo factor se tiene una brecha de investigación sobre la que ya se ha iniciado otro trabajo para tratar de someter a prueba las hipótesis mencionadas.

Un tercer factor que pudiera estar relacionado con los dos anteriores es el bajo nivel de conocimientos generales de matemáticas que los alumnos poseen al entrar a la Facultad de Psicología. Parece ser que este es un factor generalizado, ya que a todos los niveles y en todos los países a los estudiantes se les dificulta el aprendizaje de las matemáticas. Brunner (1976), señala que aprender matemáticas es aprender un lenguaje que consiste al menos de dos lenguajes diferentes, un lenguaje natural (español) y un metalenguaje simbólico, por lo que el aprendizaje presenta problemas psicológicos intrínsecos.

La creación de la "matemática moderna" representa un intento de solución para el aprendizaje de las matemáticas; sin embargo ha generado otros problemas al hacer demasiado énfasis en la formalidad lógica y las demostraciones rigurosas, a grado tal, que el educando sigue teniendo

do igual dificultad o más que la que tenía para aprender las matemáticas tradicionales.

Las investigaciones citadas en el capítulo 4 en relación a la enseñanza de la estadística y la metodología en colegios y universidades de psicología muestra claramente que estos cursos no son del agrado de los estudiantes. La mayoría de dichas universidades, al igual que la muestra, enseñan por separado los conceptos estadísticos y los metodológicos, aparentemente por la dificultad de coordinación entre estas dos áreas de enseñanza y por la falta de libros de texto que contemplen ambos enfoques.

Con el fin de tener un indicador de la clase de procedimientos matemáticos que normalmente se utilizan en psicología, se realizó una revisión extensiva de publicaciones científicas, divididas en cinco grupos. El primero de ellos incluyó 1059 publicaciones que la APA dedicó a investigación empírica; el segundo grupo estuvo formado por cuatro publicaciones no pertenecientes a la APA pero también dedicadas a investigación empírica; el tercero agrupó cuatro publicaciones de distinta nacionalidad cada una; el cuarto grupo fueron publicaciones enfocadas a la formación de teorías y finalmente, el último grupo lo constituyó el *Journal of Mathematical Psychology* exclusivamente por su relación directa con el tema.

Los resultados de esta investigación pueden resumirse en los puntos siguientes:

- 1.- Más del 90% de los artículos utilizan algún procedimiento estadístico.
- 2.- El procedimiento estadístico más "popular" de los utilizados es el análisis de varianza (más del 60% de artículos lo emplea).
- 3.- Los métodos de análisis multivariado se utilizaron en aproximadamente el 8% de las publicaciones que emplean procedimientos estadísticos.
- 4.- Los resultados coinciden con otros obtenidos previamente en investigaciones similares (Edgington 1964, 1974).

5.- Otras publicaciones distintas a las estadounidenses también utilizan estadística inferencial aunque en menor grado; la inglesa en el 81% de sus artículos, la francesa en 50% y la iberoamericana en el 56%.

6.- Las revistas analizadas que se dedican a la publicación de teorías muestran que el 36% de sus artículos expresan teorías en forma verbal exclusivamente; el 28% utiliza algún tipo de procedimiento estadístico como apoyo y el 36% son modelos matemáticos formales.

7.- Todos los artículos muestreados en el Journal of Mathematical Psychology, emplean modelos matemáticos formales desarrollados a partir de conceptos básicos de: conjuntos, funciones, vectores, matrices, álgebra axiomática, probabilidad y estadística y algunos conceptos provenientes de las ciencias de la computación como el caso de redes o autómatas.

La conclusión que puede derivarse de todo esto, es que para que un psicólogo sea capaz de entender publicaciones especializadas de psicología o para que pueda expresar sus hallazgos o ideas en alguna de dichas publicaciones, requiere una buena cantidad de conocimientos de estadística inferencial. Desde mi punto de vista la preparación matemática del estudiante debe estar, en mayor medida, enfocada al desarrollo de habilidades en el uso de procedimientos de estadística inferencial. La maestría en procedimientos de análisis multivariado definitivamente debe dejarse para cursos de estudios superiores, lo mismo que el estudio de modelos formales como los publicados por el Journal of Mathematical Psychology, para lo cual se requiere una preparación matemática más sofisticada. Sin embargo, el estudiante al terminar su licenciatura debe poseer un nivel de conocimientos matemáticos básicos que le permita continuar en forma gradual la preparación requerida en los cursos de más alto nivel académico.

Con el fin de recabar datos concretos en relación a los temas que debiera contener el programa de matemáticas, se realizó la investigación descrita en el capítulo 4, cuyos resultados aparecen en las páginas

81 a 87 inclusive. ¿Hasta qué punto los contenidos obtenidos son los idóneos en el aprendizaje del psicólogo? Esta es una pregunta difícil de contestar. Razonablemente serán los más adecuados en la medida que los pueda utilizar en su desarrollo profesional. El Consejo Nacional para la Enseñanza e Investigación en Psicología establece que las funciones del psicólogo son: evaluar, planear, intervenir para modificar un problema, prevenir e investigar; todo esto en las áreas de educación, salud pública, producción y consumo, organización social y ecología. En cualquier especialidad, la manera más confiable de llevar a cabo estas funciones es utilizando procedimientos matemático-estadísticos.

Mientras no se tengan datos más concretos de la forma idealizada en que el psicólogo deba realizar dichas funciones, no es posible especificar los conocimientos concretos que debe poseer.

A pesar de lo anterior, considero que los temas obtenidos constituyen una base inicial sobre la cual es posible ir haciendo modificaciones conforme se avanza en la determinación de los objetivos finales de la carrera.

Con los resultados obtenidos en las investigaciones realizadas, se construyó el programa que abarca las cuatro materias que integran el curriculum de matemáticas de la carrera de psicología. La discusión se hará por separado dividiendo el trabajo en cuatro partes que serán tratadas cada una independientemente.

10. Determinación de los objetivos a largo, mediano y corto plazo.- Como se mencionó anteriormente, el perfil general del psicólogo no alcanza a definir claramente las actividades que éste va a desarrollar y que pudieran normar el conjunto de habilidades que deba poseer. Sin embargo, se consideró que hay dos actividades implícitas que cualquier profesional debe realizar. La primera y fundamental, es solucionar problemas en su área de especialización y la segunda mantenerse informado respecto del avance de los conocimientos científicos. Por lo que el objetivo a largo plazo del programa se estableció tomando como base estas dos actividades.

Los objetivos a mediano plazo (objetivos de cada curso), fueron definidos por medio del análisis y la jerarquización de los temas que se obtuvieron como resultado de la investigación de contenidos descrita en el capítulo precedente. Los temas con más baja puntuación fueron asignados al primer curso, los siguientes al segundo y así sucesivamente, hasta llegar a los de más alto porcentaje que constituyeron el contenido del último curso. Esto dio como resultado que los temas de matemáticas básicas integraran el primer curso y los de estadística inferencial quedarán hasta el final. Por último, los objetivos a corto plazo (objetivos de cada unidad de estudio) prácticamente constituyen la maestría que el estudiante debe lograr en cada uno de los temas incluidos en el programa. Un problema que se presentó en esto es el llegar a definir dicha maestría o en otras palabras, ¿en qué grado el estudiante debe dominar el tema? Por ejemplo, ¿qué tanto debe saber de conjuntos? podría dedicarse todo un curso a dicho tema. El problema se resolvió utilizando el escalograma formado con los temas seleccionados, y adoptando el criterio de que un tema determinado se estudie lo mínimo necesario para entender el siguiente. Así, conjuntos abarca lo indispensable para entender el concepto de probabilidad que es fundamental en cualquiera de las pruebas de estadística inferencial.

A pesar de todo, lo que el estudiante debe saber de cada tema es un problema que está abierto a mucha discusión y el cual creo debe ser estudiado más a fondo, lo mismo que la interrelación entre todos los temas del programa.

Una cuestión importante que cabe señalar aquí es que el programa pretende interrelacionar los conocimientos matemáticos con los de la psicología en general. Siguiendo las recomendaciones obtenidas en las investigaciones, se incluyeron unidades que no son de matemáticas, cuyo objetivo es motivar al alumno iniciándolo en el estudio de las matemáticas, partir de problemas concretos de psicología, en cuya solución dichos métodos resultan útiles; y de ahí la necesidad de aprenderlas.

20. Planeación de los módulos de enseñanza e integración de los cursos. - La planeación de los cursos se hizo para el SUA, por lo que la estructura de los módulos estaba previamente determinada; sin embargo, la composición de la misma se llevó a cabo mediante análisis de procesamiento humano de información basados en la teoría estructural del aprendizaje de Scandura y el análisis de tareas de Gagné, como se muestra en el capítulo 5 págs. 112-116 de este trabajo. En esta forma se obtuvieron los objetivos facilitadores (intermedios) y los objetivos de apoyo (específicos) de cada unidad de estudio.

Un problema en relación con lo anterior fue la identificación de reglas atómicas y reglas de orden superior que es necesario aplicar a cada uno de los dominios de problemas. Según la teoría, esto se lleva a cabo observando, como solucionadores de problemas competentes, realizar dicha tarea. En todos los casos el que escribe fungió como modelo, por lo que muchas de las reglas identificadas podrían no ser las más generalizadas o quizá no tener suficiente poder heurístico. Sería deseable que esto se pudiera mejorar en el futuro con la colaboración de otros especialistas.

Quizá el factor más limitante en el programa sea el no poder contar con material de estudio especialmente diseñado para el mismo. Ante la imposibilidad de realizar esta tarea, hubo necesidad de hacer una selección de textos que pudieran apegarse al programa, lo cual no se realizó en forma satisfactoria. Los problemas que esto ocasiona es que la simbología y metodología utilizadas en la introducción de los conceptos varía de autor a autor, entorpeciendo las secuencias de aprendizaje del estudiante.

30. Evaluación del programa. - Se planearon diferentes formas de evaluación tanto formativas como sumativas para el SUA en conjunto (ver pág. 138).

Parte de esas formas se utilizaron para evaluar el programa básicamente en lo que se refiere a variables de proceso y de resultados. La evaluación por objetivos instruccionales es parte del programa, y para llevarla a cabo fue necesario constituir un banco de cerca de mil reactivos,

el cual se ha estado depurando y actualizando, mismo que se utiliza para probar la maestría del sujeto.

La evaluación del material educativo realizada a través de un cuestionario llenado por el estudiante al completar los objetivos de cada curso, resultó satisfactoria con un puntaje superior al 90% del ideal. Sin embargo, existe un punto obscuro en esto ya que no se cuenta con datos relativos a los alumnos que no completaron los objetivos de un curso.

Con el fin de tener una valoración más precisa de la calidad del programa, se requiere completar la evaluación sumativa planeada por medio de comparaciones entre los resultados obtenidos por estudiantes que han seguido este programa y los del sistema tradicional. ¿Qué es lo que unos y otros pueden hacer al terminar cada curso y al término del programa? y cómo utilizan los conocimientos adquiridos extraescolarmente y en su vida profesional? son algunas de las interrogantes que hasta la fecha siguen sin respuesta.

REFERENCIAS .

- ADAMS, J.A. *Human Memory*. N. Y.: Mc Graw Hill, 1967.
- AHLFORS, V.L. y 64 MATEMATICOS MAS. *On the Mathematics Curriculum of the High School*. *American Mathematical Monthly*, 69, 189-193, 1962.
- AMSTRONG, G. D.; DENTON, J.J. y SAVAGE, V.T. *Instructional Skills Handbook*. Englewood Cliffs, New Jersey: Educational Technology Publications Inc., 1978.
- ANDERSON J.R. y BOWER, G.H. *Human Associative Memory*. Washington, D.C.: Winston and Sons, 1973.
- ASTIN, A.W. y PANOS, R.J. *The Evaluation of Educational Programs*. En R.H. Thorndike (Ed) *Educational Measurement American Council on Education*, 1971.
- ATKINSON, R.C. y SHIFFRIN, R.M. *The Control of Short-Term Memory*. *Scientific American* 225 (2), 82-90, 1968.
- AUSUBEL, D.P. *Educational Psychology: A Cognitive View*. N.Y.: Holt Rinehart and Winston, 1968.
- BEBERMAN, M. *Searching for Patterns in Mathematics Today; a Guide for Teachers*. Paris: Howard F. Fehr (Ed.) *Organization for Economic Cooperation and Development*, 1963.
- BEBERMAN, M y VAUGHN, E. *High School Mathematics*. Urbana, Ill.: *Teacher's Edition*, University of Ill. Press, 1960.
- BEBERMAN, M. y VAUGHN, E. *High School Mathematics*, Boston, Mass.: *Teacher's Edition*, Heath Co., 1964.
- BEGLE, G.E. *Open Letter to the Mathematical Community*. *Science*, (151), 632, 1966.
- BEGLE, G.E. *Some Remarks on "On the Mathematics Curriculum of the High School"*. *The Mathematics Teacher* 55, 165-196, 1962.

- BISHIR W.J. y PREWES, W.D. *Mathematics in the Behavioral and Social sciences*. USA: Harcourt, Brace & World Inc., 1970.
- BITTINGER, L.M. y CROWN, J.C. *Finite Mathematics. A modeling Approach*. USA: Addison-Wesley Publishing Co., 1977.
- BLOOM, B.S. *Learning for Mastery*. *Evaluation Comment*, (2), 1968.
- BLOOM, B.S. *Recent Developments in Mastery Learning*. *Educational Psychology*, (10), 53-57, 1973.
- BLOOM, B.S.; HASTINGS, J.T. y MADAUS, G.F. *Handbook of Formative and Summative Evaluation of Student Learning*. N.Y.: Mc. Graw Hill, 1971.
- BOWER, G.H. *Mental Imagery and Associative Learning*. En L. Gregg (Ed.) *Cognition in Learning and Memory*. N.Y.: Wiley, 1969.
- BRIGGS, L.J. *Instructional Design: Principles and Applications*. Englewood Cliffs, N.J. Educational Technology Publications, 1977.
- BRUNER, J.S. *The Relevance of Education*. N.Y.: Norton, 1971.
- BRUNER, J.S.; GOODNOW, J.J. y AUSTIN, G.A. *A Study of Thinking*. N.Y.: Wiley, 1956.
- BUNDT, N.L.; JONES, S.P. y BEDIANT, D.J. *The Historical Roots of Elementary Mathematics*. USA: Prentice Hall, 1976.
- CAMPBELL, F.S. *Piaget Sampler. An Introduction to Piaget Through his own words*. USA: John Wiley & Sons Inc., 1976.
- CNEIP (CONSEJO NACIONAL PARA LA ENSEÑANZA E INVESTIGACION EN PSICOLOGIA) *Definición del Perfil Profesional del Psicólogo Mexicano*. *Jurica, Qro.: Enseñanza e Investigación en Psicología*. Vol. IV No. 1 (7) Ene-Jun., 6-9, 1978.
- COLEGIO DE PROFESORES DE LA DIVISION DE UNIVERSIDAD ABIERTA, FACULTAD DE PSICOLOGIA. *El Sistema de Universidad Abierta; Facultad de Psicología*. México: Boletín Informativo Mimeógrafo Interno. UNAM, 1979.

- COOMBS, H.C.; DAWES, M.R. y TVERSKY, A. *Mathematical Psychology. An Elementary Introduction*. USA: Prentice Hall Inc., 1970.
- CRONBACH, L.J. y SNOW, R.E. *Aptitudes and Instructional Methods*. N. Y.: Irvington, 1977.
- CROWDER, R.G. y MORTON, J. *Pre-categoric Acoustic Storage (PAS) Perception and Psychophysics*, 5, 365-373, 1969.
- CHOMSKY, N. *Language and Mind*. N.Y.: Harcourt Brace & World Inc., 1968.
- CHOMSKY, N. *Syntactic Structures*. The Hague: Mouton, 1957.
- DICK, W. *Summative Evaluation*. En L.J. Briggs (Ed.) *Instructional Design. Principles and Applications*. Englewood Cliffs, N.J.: Educational Technology Publication, 1977.
- DODWELL, P.C. *Visual Pattern Recognition*. N.J.: Holt Rinehart & Winston, 1970.
- EASLEY, A.J. *Lógica y Heurística en la Reforma Curricular de las Matemáticas*. Versión de Telma Castro y Carlos Imaz. México: Revista de Divulgación de la Sociedad Matemática Mexicana, 1965.
- EDGINGTON, E.S. *A new Tabulation of Statistical Procedures used in APA Journals*. *American Psychologist*, En, 25-26, 1974.
- EDGINGTON, E.S. *A tabulation of Inferential Statistics used in Psychology Journals*. *American Psychologist*, 19, 202-203, 1964.
- EDWARDS, L.A. *Experimental Design in Psychological Research*. USA: Holt Rinehart and Winston, 1972.
- EDWARDS, L.A. *Statistical Methods*. USA: Holt Rinehart and Winston, 1973.

- ESTES, W.K. *Reinforcement in Human Behavior. American Scientist*, 60, 723-729, 1972.
- FURTH, H.G. *Piaget and Knowledge: Theoretical Foundations. Englewood Cliffs, N.J.: Prentice Hall, 1969.*
- GAGNE, M.R. *The Condition of Learning. N.Y.: Holt Rinehart & Winston, 1977.*
- GAGNE, M.R. y BRIGGS, J.L. *Principles of Instructional Design. USA: Holt Rinehart & Winston, 1979.*
- GIBSON, J.J. *The Perception of the Visual World Boston: Houghton, 1950.*
- GITTLEMAN, A. *History of Mathematics. USA: Charles E. Merrill Pub. Co., 1975.*
- GLASER, R. *Educational Psychology and Education. American Psychologist*, 28, 557-566, 1973.
- GLASER, R. *Instructional Technology and Measurement of Learning Outcomes: Some Questions. American Psychologist*, 18, 519-521, 1963.
- GREENO, J.G. *Cognitive Objectives of Instruction: Theory of Knowledge for Solving Problems and Answering Questions. En D. Klahr (Ed.) Cognition and Instruction. Hilledale, N.J.: Erlbaum, Ass., 1976.*
- GREENO, J.G. *Indefinite Goals in Well-Structured Problems. Psychological Review*, 83, 479-491, 1976.
- GREENO, J.G. *The Structure of Memory and the Process of Solving Problems. En R. Solso (Ed.) Contemporary Issues in Cognitive Psychology. Washington, D.C.: The Loyola Symposium, 1973.*
- GREENO, J.G. y BJORK, A. *Mathematical Learning Theory and the New Mental Forestry. Annual Review of Psychology*, 24, 81-116, 1973.
- GRIPPIN, C.P. y OHNMACHT, W.F. *Field Inpedance and Dogmatism as Mediators of Performance on a Programed Learning Task with and without strong Prompts. Journal of Experimental Education, Vol. 45, 45 (4), 13-15, 1977.*

- GRONLUND, E.N. *Stating Behavioral Objectives for Classroom Instruction.* USA: Collier- Mc Millan, 1971.
- GUILFORD, J.P. *The Nature of Human Intelligence.* N.Y.: Mc. Graw-Hill, 1967.
- HAYS, L.W. *Statistics for the Social Sciences.* USA: Holt Rinehart and Winston Inc., 1973.
- HAYS, L.W., ROTH, F. *Representation, Abstraction and Recognition of Structured Events.* En J.M. Scandura, J.H. Durnin y W.H. Wulfeck II, *Proceedings, Technical Report, Merge Research Institute, 1974.*
- KELLER, F.S. *A Personal Course in Psychology.* En A. Ulrich, R. Stochnik y J. Mabry (Ed.) *The Control of Behavior.* Glenview, Ill.: Scott, Foresman, 1966.
- KELLER, F.S. "Good bye, Teacher". *Journal of Applied Behavioral Analysis*, 1, 79-89, 1968.
- KERLINGER, F.N. *Investigación del Comportamiento; Técnicas y Metodología.* México: Nueva Editorial Interamericana, 1975.
- KINTSCH, W. *Notes on the Structure of Semantic Memory.* En E. Tulving y W. Donaldson (Eds.) *Organization of Memory.* N.Y.: Academic Press, 1972.
- KLATZKY, R.L. *Human Memory: Structures and Processes.* San Francisco: Freeman, 1975.
- KLINE, M. *El Fracaso de la Matemática Moderna. ¿Porqué Juanito no sabe sumar?* México: Siglo XXI, 1976.
- KLINE, M. *A Cultural Approach.* Mass.: Addison-Wesley Publishing Co., 1962.
- KLINE, M. *Mathematics and the Physical World.* N.Y.: T.V. Crowell Co., 1959.
- KULIK, A.J. y Col. *Undergraduate Education in Psychology.* USA: APA, 1973.
- KUNTZMANN, J. *¿A dónde va la Matemática?* México: Siglo XXI, 1978.

- LAKATOS, I. *Infinite Regress and the Foundations of Mathematics*. The Aristotelian Society, Supplementary Vol. 36, 155-184, 1962.
- LINDSAY, H.P. y NORMAN, A.D. *Human Information Processing. An Introduction to Psychology*. N.Y.: Academic Press, 1977.
- LOVAGLIA, F.; ELMORE, M. y CONWAY, D. *Álgebra*. México: Harla, 1972.
- MARTINEZ, J.M. *La Importancia de la Matemática en la Psicología*. México: Tesis de Licenciatura, UNAM, 1974.
- MC KEACHIE, W.J. y MILLHOLLAND, J.E. *Undergraduate Curricula in Psychology*. Chicago.: Scott Foresman, 1961.
- MC LEOD, D.B. y ADAMS, M.V. *The Interaction of Field Independence with Discovery Learning in Mathematics*. *Journal of Experimental Education*, Vol. 48 (1), 32-35, 1979(a).
- MC LEOD, D.B. y ADAMS, M.V. *The Interaction of Field Independence with Small-Group Instruction in Mathematics*. *Journal of Experimental Education*, Vol. 48 (2), 118-124, 1979(b)
- MELTON, A.W. y MARTIN, E. *Coding Processes in Human Memory*. Washington, D.C.: V.H. Winston, 1972.
- MENDENHALL, W.; MAC CLAVE, T.J. y RANEY, M. *Statistics for Psychology*. USA: Duxbury Press, 1977.
- MERENDA, F.P. *Current Status of Graduate Education in Psychology* *American Psychologist*, Agosto, 627-631, 1974.
- MERRILL, M.D. y GIBBONS, A. *Heterarchies and their Relationship to Behavioral Heterarchies for Sequencing Content in Instruction*. USA: J.M. Scandura, J.H. Dornning y W.H. Wulfbeck II (Eds.), 1974.

- MILLER, G.A. *The Magical Number Seven, Plus or Minus Two: Some Limits on our Capacity for Processing Information.* *Psychological Review*, 63, 81-97, 1956.
- MINSKY, M.L. *A Framework for Representing Knowledge.* In P. Winston (Ed.) *The Psychology of Computer Vision.* N.Y.: Mc. Graw-Hill, 1975.
- MINSKY, M.L. *Computation: Finite and Infinite Machines* Englewood Cliffs, N.J.: Prentice Hall, 1967.
- MYERS, S.S. *The Analysis of Test Domains with Particular Reference to Mathematics.* Memorandum to Members of the Workshop Comitee on New Cooperative Mathematics Texts. (Exhibit "E"). ETS; Xerox, 1969.
- NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. *An Analysis of New Mathematics Program.* Washington, D.C.: National Council of Teachers of Mathematics, 1963.
- NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. *Temas de Matematicas México: Trillas, 1973.*
- NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. *The Revolution in School Mathematics.* Washington, D.C.: National Council of Teachers of Mathematics, 1961.
- NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. *The Secondary Mathematics Curriculum.* *The Mathematics Teacher*, 52, Mayo, 389-417, 1959.
- NEDELL, A.V. y SIMON, H.A. *Human Problem Solving.* Englewood Cliffs, N.J.: Prentice Hall, 1972.
- NORMAN, A.D. *Memory and Attention: An Introduction to Human Information Processing.* N.Y.: Wiley, 1976.
- PAIVIO, A. *Imagery and Verbal Processes.* N.Y.: Holt, 1971.
- PASK, G. *Conversation, Cognition and Learning.* Amsterdam: Elsevier, 1975.
- PIAGET, J. *Biología y Conocimiento.* México: Siglo XXI, 1975 (b).

- PIAGET, J. *El Estructuralismo*. Buenos Aires: Proteo, 1971(b).
- PIAGET, J. *Introducción a la Epistemología Genética*. Vol. I *Pensamiento Matemático*. Buenos Aires: Paidós, 1975(a).
- PIAGET, J. e INHELDER, B. *De la Lógica del Niño a la Lógica del Adolescente*. Argentina: Paidós, 1955.
- PIAGET, J. y OTROS. *La Enseñanza de las Matemáticas*. Barcelona: Aguilar, 1971(a)
- PIAGET, J. y SZEMINSKA, A. *Génesis del Número en el Niño*. Argentina: Biblioteca Pedagógica. 1967.
- POLYA, G. *How to Solve It*. Princeton, N.J.: University Press, 1945.
- POLYA, G. *Mathematical Discovery*. N.Y.: John Wiley & Sons Inc., 1962.
- POLYA, G. *Mathematical Discovery. On Understanding Learning and Teaching Problem Solving*, Vol. II. N.Y.: John Wiley & Sons Inc., 1965
- POLYA, G. *Mathematical Methods in Science* (Leon Bowden Ed.), Vol. XI of *Studies in Mathematics*. Stanford, Cal.: School Mathematics Study Group, 1963.
- POLYA, G. *Mathematics and Plausible Reasoning*. Princeton, N.J.: Princeton University Press, 1954.
- REED, S.K. *Psychological Processes in Pattern Recognition*. N.Y. Academic Press, 1973.
- REES, P.K. y SPARKS, F.W. *Algebra*. México: Reverté, 1970.
- REITMAN, W.R. *Cognition and Thought: An Information Processing Approach*. N.Y.: Wiley, 1965.
- RESNIK, L.G. *Task Analysis in Instructional Design: Some Cases from Mathematics*. En D. Klahr (Ed.) *Cognition and Instruction*. Hillsdale, N.J.: Erlbaum Ass., 1976.

- RESTLE, F. y BROWN, E. *Organization of Serial Pattern Learning.*
In G.H. Bower (Ed.) *The Psychology of Learning and Motivation: Advances in Research and Theory* (Vol. 4). N.Y.: Academic Press, 1970.
- ROTHKOPF, E.Z. *The Concept of Mathemagenic Activities. Review of Educational Research* 40, 325-336, 1970.
- RUMELHART, D.E. *An Introduction to Human Information Processing.*
N.Y.: Wiley, 1977.
- RUMELHART, D.E.; LINDSAY, H.P. y NORMAN, A.D. *A Process Model for Long-Term Memory.* En E. Tulving & W. Donaldson (Eds.) *Organization of Memory.* N.Y.: Academic Press, 1972.
- SCANDURA, M.J. *Mathematics: Concrete Behavioral Foundations.*
N.Y.: Harper & Row, 1971.
- SCANDURA, M.J. *Problem Solving.* USA: Academic Press, 1977(b)
- SCANDURA, M.J. *Structural Approach to Instructional Problems.*
American Psychologist. Vol. 32 No. 1, Enero 1977(a).
- SCANDURA, M.J. *Structural Learning I: Theory and Research.* N.Y.: Gordon & Breach, 1973.
- SHAVELSON, R.J. y GEESLIN, W.E. *A Method for Examining Subject Matter Structure in Instructional Material.*
Journal of Structural Learning 4, 199-218, 1975.
- SKINNER, B.F. *The Technology of Teaching.* N.Y.: Appleton Century-Crofts, 1968.
- SMITH, E.D. *History of Mathematics.* Vol. I y II, USA: Dover Publication: 1958.
- SPEEDIE, S.M.; TREFFINGER, D.J. y FELDHAUSEN, J.F. *Teaching Problem Solving Skills: Development of an Instructional Model Based on Human Abilities Related to Efficient Problem Solving.* USA: Purdue University, 1973.

- SPERLING, G. *The information Available in Brief Visual Presentations*. Psychological Monographs 74 (11), 1960
- SUPPES, P. *First Course in Mathematical Logic*. N.Y.: Blaisdell Publishing Co., 1964.
- TOBIAS, S. *Overcoming Math Anxiety*. USA: W.W. Norton, 1980.
- TOFFLER, A. *La Tercera Ola*. México: Edivisión Cla. Editorial, 1981.
- WALBERG, J.H. y AMICH, J.D. *Introductory Multivariate Analysis*. For Educational, Psychological and Social Research. USA: Mc Cutchen Pub. Co., 1975.
- WIKELGREN, W.A. *How to Solve Problems: Elements of a Theory of Problems and Problem Solving*. San Francisco: Freeman, 1974.
- WITKIN, H.A.; MORE, C.A.; GOODENOUGH, D.R. y COX, P.W. *Field Dependant and Field Independant Cognitive Styles and Their Educational Implications*. Review of Educational Research 47, I-64, 1977.
- WITTENBERG, A. *An Unusual Course of Future Teachers of Mathematics*. American Mathematical Monthly 70, 1091-1097, 1963(b).
- WITTENBERG, A. *Sampling a Mathematical Sample Text*. American Mathematical Monthly 70, Abril, 452-459, 1963(a).

BIBLIOGRAFIA DEL PROGRAMA.

- AGUILAR, V.J. *Introducción a la Prueba de Hipótesis Estadísticas. Adaptado por Gilberto González Girón. México: Xerox, División de Universidad Abierta, Facultad de Psicología, UNAM, 1980.*
- AMICK, J.D. y WALBERG, J.H. (Eds.) *Introductory Multivariate Analysis. For Educational, Psychological and Social Research. USA: Mc Cutchan Pub. Co., 1975.*
- ANASTASI, A. *Psicología Diferencial. España: Aguilar, 1971.*
- ARECHIGA, R., CORCHADO, J. ROSALES, A. y GONZALEZ, S. *Fundamentos de Computación. México: Limusa, 1978.*
- BENNET, S. y BOWERS, D. *An Introduction To Multivariate Techniques for Social and Behavioral Sciences. Great Britain: Mc Millan, 1976.*
- BISHOP, W.J., PREWES, W.D. *Mathematics in the Behavioral and Social Sciences. USA: Harcourt, Brace & World Inc. 1970.*
- BITTINGER, M., CROWN, C. *Finite Mathematics. A Modeling Approach. USA: Addison Wesley Pub. Co., 1977.*
- BUNGE, M. *La Investigación Científica. México: Ariel, 1975.*
- CARNAP, R., MORGERNSTERN, O., WIERNER, N. y OTROS. *Matemáticas en las Ciencias del Comportamiento. Madrid: Alianza Editorial, 1974.*
- COLEMAN, J. *Introduction to Mathematical Sociology. New York: Free Press, 1964.*
- COOMBS, H.C., DAWES, M.R. y TVERSKY, A. *Mathematical Psychology. An Elementary Introduction. USA: Prentice Hall, 1970.*
- CRONBACH, J.L. *Fundamentos de la Exploración Psicológica. Madrid: Biblioteca Nueva, 1972.*
- DOWNIE, M.N. y HEAT, W.R. *Métodos Estadísticos Aplicados. México: Harla, 1973.*
- DUBOIS, H.P. *Psychological Statistics. USA: Harper & Row.*

- DUNCAN, R. *Games and Decisions*. New York: John Wiley & Sons, 1968.
- EARL, B.H. *Artificial Intelligence*. USA: Academic Press, 1975.
- EDWARDS, L.A. *An Introduction to Lineal Regression and Correlation*. USA: Holt Rinehart & Winston, 1976.
- EDWARDS, L.A. *Statistical Methods*. USA: Holt Rinehart & Winston, 1973.
- EDWARDS, L.A. *Experimental Design in Psychological Research*. USA: Holt Rinehart & Winston, 1972.
- GLASS, V.G. y STANLEY, J. *Métodos Estadísticos Aplicados a las Ciencias Sociales*. España: Prentice Hall, 1974.
- GNURMAN, E.V. *Problemas de la Teoría de las Probabilidades y de Estadística Matemática*. URSS: Editorial Mir, 1975.
- GONZALEZ, G.G. *¿Qué es y para qué se utiliza el Análisis Multivariado?* México: Xerox, División de Universidad Abierta, Facultad de Psicología, UNAM, 1981.
- HARMAN, H.H. *Modern Factor Analysis*. Chicago: University of Chicago Press, 1967.
- HAYS, L.W. *Statistics for the Social Sciences*. USA: Holt International Editions, 1977.
- HOLGUIN, Q.F. y HAYASHI, M.L. *Elementos de Muestreo y Correlación*. México: Textos Universitarios, UNAM, 1977.
- HOLLANDER, E.P. *Principios y Métodos en Psicología Social*. Buenos Aires: Amorrortu, 1974.
- HUDSON, H.F. y ADLONG, W.D. *Introduction to Mathematics*. USA: Addison Wesley, 1970.
- JAY, C.W. *Practical Non Parametric Statistics*. USA: Wiley, 1970.
- JOHNSON, R. *Estadística Elemental*. México: Trillas, 1976.
- KERLINGER, F.N. *Investigación del Comportamiento, Técnicas y Metodología*. México: Nueva Editorial Interamericana, 1975.

- KERLINGER, F.N. y PEDHAZUR, E. *Multiple Regression In Behavioral Research*. USA: Holt Rinehart and Winston, 1973.
- KEZEMIER, B.H. y VUYSTE, D. *The Concept and the Role of the Model in Mathematics and Natural and Social Sciences*. USA: 1977.
- KOLMOGOROV, N.A. *Foundations of the Theory of Probability*. New York: Chilsed Publishing CO., 1956.
- LEHMAN, H. *Algebra*. México: Limusa-Wiley, 1970.
- LEVIN, J. *Fundamentos de Estadística en la Investigación Social*. México: Harla, 1970.
- LIPSCHUTZ, S. *Matemáticas Finitas*. México: Mc Graw Hill, 1972.
- LOVAGLIA, F., ELMORE, M. y CONWAY, D. *Algebra*. México; Harla, 1972.
- MAGNUSSON, D. *Teoría de los Tests*. México; Trillas, 1972.
- MARASCUILO, A.L. y MC SWEENEY, M. *Non Parametric and Distribution-Free Methods for the Social Sciences*. USA: Brooks & Cole Pub. Co., 1977.
- MC GUIGAN, J.F. *Psicología Experimental*. México: Trillas, 1971.
- MENDENHALL, W., MAC CLAVE, T.J. y RAMEY, M. *Statistics for Psychology*. USA: Duxburg Press, 1977.
- MINIUM, W.E. *Statistical Reasoning in Psychology and Education*. USA: John Wiley & Sons Inc. 1970.
- MORA Y ARAUJO, M. *Medición y Construcción de Índices*. Cuadernos de Investigación Social. Argentina: Nueva Visión, 1971.
- NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. *Temas de Matemáticas, Tema 1, Conjuntos*. México: 1973.
- NIE, H.N., BENT, H.D., HULL, H.C. *Statistical Package for the Social Sciences*. USA: Mc Graw Hill, 1970.
- NUNNALLY, C. *Introducción a la Medición Psicológica*. Argentina: Paidós, 1970.
- PETERSON y HASHINSKY. *Teoría de la Aritmética*. México: Limusa Wiley, 1969.

- PLUTCHIK, R. *Fundamentos de Investigación Experimental, México: Harla, 1975.*
- RAPHAEL, B. *The Thinking Computer. Mind Inside Matter, USA: Freeman, 1976.*
- REES, P.K. y SPARKS, F.W. *Algebra. México: Reverte, 1970.*
- RLINYOUN, A.B. y HABER, A.B. *Descriptive Statistics. USA: Mc Millan, 1977.*
- SAVAGE, J.L. *Foundations of Statistics. New York: John Wiley & Sons, 1954.*
- STEGEL, S. *Estadística no Paramétrica. México: Trillas, 1972.*
- SKEMP, R. *The Psychology of Learning Mathematics, England: Penguin Books Ltd., 1973.*
- SPATZ, C. y JOHNSTON, O.S. *Basic Statistics: Tails of Distribution. USA: Brooks & Cole Pub. Co., 1976.*
- SPRINGER, HERLIHY y BEGGS. *Métodos Avanzados y Modelos. México: Uteha, 1972.*
- STEVENS, S.S. *Mathematics, Measurement and Psychophysics. En Handbook of Experimental Psychology. USA: John Wiley & Sons, 1962.*
- SWOKOWSKI, E. *Álgebra Universitaria. México: CECSA, 1975.*
- SWOKOWSKI, E. *Functions and Graphs. USA: Prindle, Weber & Smith, 1977.*
- TATSUOKA, M. *Multivariate Analysis: Techniques for Educational and Psychological Research. New York: Wiley, 1971.*
- WEIZENBAUM, J. *Computer Power and Human Reason. From Judgment to Calculation. USA: Academic Press, 1975.*
- WHITE, J.D. *Teoría de la Decisión. Madrid: Alianza Editorial, 1972.*
- WILLERDING, E. *Mathematics, the Alphabet of Science. USA: John Wiley and Sons, 1977.*

- WILLIAMS, D.J. *The Complete Strategist*. New York: Mc Graw-Hill, 1960.
- WILLOUGHBY, S. *Probabilidad y Estadística*. México: Publicaciones Cultural, 1975.
- WOLMAN, B. NAGEL, E. *Scientific Psychology*. USA: Basic Books, 1965.
- YAMANE, T. *Estadística*. México: Harla, 1975.
- YUREN, C.M. *Leyes, Teorías y Modelos*. México: ANUIES, 1975.
- ZUWAYLIF, H.F. *General Applied Statistics*. USA: Addison-Wesley Pu. Co. 1970.

Sr. Profesor:

El presente cuestionario tiene como objetivo obtener información respecto de la frecuencia de empleo de métodos matemáticos y estadísticos en la investigación y práctica profesional de la psicología.

Los resultados que se obtengan serán utilizados para mejorar los métodos y programas de estudio de la Licenciatura de Psicología.

I. NOMBRE _____

II. GRADO ACADÉMICO ALCANZADO:

1. - MAESTRIA _____

2. - DOCTORADO _____

III. PUESTO QUE OCUPA EN LA UNIVERSIDAD: _____

IV. ESPECIALIZACION PROFESIONAL DENTRO DEL CAMPO DE LA PSICOLOGIA:

1. - EDUCATIVA _____

2. - EXPERIMENTAL _____

3. - INDUSTRIAL _____

4. - CLINICA _____

5. - SOCIAL _____

6. - OTRAS (Especificar) _____

V. SUBESPECIALIZACION DENTRO DE LA PSICOLOGIA (Desarrollo infantil, Psicoterapia, aprendizaje animal, entrenamiento de supervisores, desarrollo de comunidades marginadas, etc.) _____

VI. ¿QUE PORCENTAJE DE TIEMPO DEDICA UD. A LAS SIGUIENTES ACTIVIDADES DENTRO DE LA PSICOLOGIA?

1. - DOCENCIA _____

2. - INVESTIGACION _____

3. - PRACTICA PROFESIONAL _____

4. - OTRAS _____

VII. EN ESTE PUNTO NOS INTERESA CONOCER SU OPINION RESPECTO A LOS TEMAS QUE DERAN CUBRIR LOS PROGRAMAS DE MATEMATICAS Y ESTADISTICA PARA ESTUDIANTES DE LICENCIATURA EN PSICOLOGIA. SUPLICAMOS A UD. QUE A CADA TEMA DADO A CONTINUACION LE ASIGNE UN VALOR DE 0 A 4 DE ACUERDO CON LA ESCALA DE CONOCIMIENTO SIGUIENTE:

- (0) En caso de que el tema sea demasiado elemental para ser enseñado a nivel universitario; o si supuestamente es ya bastante conocido por los alumnos en cursos preuniversitarios y por lo tanto no debe ser incluido.
- (1) Cuando el tema en su opinión sea elemental, pero necesario incluirlo por ser indispensable para entender otros temas mas elevados. En otras palabras breves exposiciones o repases.
- (2) Cuando se piensa que el tema debe ser parte medular del programa de Licenciatura. Es lo que el estudiante debe llegar a dominar en su formación profesional.
- (3) Cuando el tema deba ser tratado pero sin profundizar demasiado en él. El alumno conocerá el tema en forma general, pero no llegará a dominarlo.
- (4) Cuando el tema se considere demasiado elevado para enseñarse en Licenciatura pudiendo ser tema de maestría y doctorado. Este tema no será incluido en programas de Licenciatura.
- (X) No conozco el tema.

TEMAS.

- 1.- Conjuntos y operaciones fundamentales con conjuntos.
- 2.- Manejo de números y sistemas de numeración. Números naturales, enteros, racionales y reales. Propiedades y manejo.
- 3.- Estructuras algebraicas. "Clases" de conjuntos, axiomas fundamentales, transformación de expresiones algebraicas.
- 4.- Funciones y relaciones. Conceptos generales. Par ordenado y producto cartesiano. Isomorfismo.
- 5.- Potencias exponentes y radicales. Propiedades y manejo.
- 6.- Solución de ecuaciones lineales de una y dos incógnitas. Sistemas de ecuaciones lineales.
- 7.- Construcción de gráficas bidimensionales en el plano cartesiano.
- 8.- Geometría plana y del espacio. Superficies y volúmenes.
- 9.- Trigonometría.
- 10.- Logaritmos.
- 11.- Vectores y Matrices.
- 12.- Series y sucesiones finitas
- 13.- Topología
- 14.- Permutaciones y combinaciones
- 15.- Ecuaciones cuadráticas y polinomiales.

- 0 -
- 16.- Funciones lineales. Ecuación de la línea recta.
 - 17.- Inecuaciones y desigualdades.
 - 18.- Funciones parabólicas, elípticas e hiperbólicas.
 - 19.- Funciones trigonométricas.
 - 20.- Funciones exponenciales y logarítmicas.
 - 21.- Números complejos. Propiedades y manejo.
 - 22.- Programación lineal.
 - 23.- Teoría de Juegos.
 - 24.- Cálculo diferencial e integral.
 - 25.- Estadística Descriptiva. Organización y presentación de datos. Frecuencias y porcentajes. Medidas de tendencia central y variabilidad. Puntuaciones estandarizadas.
 - 26.- Probabilidad, axiomas fundamentales. Probabilidad condicional.
 - 27.- Distribuciones discretas y continuas de probabilidad. Binomial de Poisson, Normal, etc.
 - 28.- Muestreo y estimación de parámetros.
 - 29.- Teoría de la decisión y prueba de hipótesis.
 - 30.- Regresión lineal. Predicción a partir de una variable independiente. Método de mínimos cuadrados.
 - 31.- Correlación bivariada. Coeficientes de correlación.
 - 32.- Comparaciones de dos grupos a través de su media. Distribución t de Student.
 - 33.- Bondad del ajuste. Distribución ji cuadrada (χ^2). Tablas de contingencia.
 - 34.- Fundamentos de análisis de varianza. Análisis de varianza simple.
 - 35.- Pruebas estadísticas no paramétricas U de Mann-Whitney, Kruskal-Wallis Kolmogorov-Smirnov.
 - 36.- Análisis de regresión lineal múltiple.
 - 37.- Análisis de varianza multivariado.
 - 38.- Análisis factorial.
 - 39.- Series de tiempo, variaciones cíclicas y estacionales.
 - 40.- Procesos Markovianos. Cadenas de Markov.
 - 41.- Otros:
-
-
-

IX. NOMBRE TRES TEORIAS PSICOLOGICAS QUE CONOZCA EN SU CAMPO PROFESIONAL, QUE SE HAYAN EXPRESADO EN FORMA MATEMATICA.

1. _____

2. _____

3. _____

X. ¿QUE OPINION TIENE DE LA PSICOLOGIA MATEMATICA? _____

XI. SUGERENCIAS Y COMENTARIOS: _____

MODELOS MATEMÁTICOS EN PSICOLOGÍA IVMODELOS DE CONTRASTE PARAMÉTRICOS PARA DOS MUESTRAS.INTRODUCCIÓN.

En unidades previas se estudió el proceso de toma de decisiones y la forma de plantear hipótesis estadísticas. En esta unidad se estudiarán algunas formas de someter a prueba dichas hipótesis, mediante procedimientos estadísticos que faciliten la toma de decisiones a través de comparación de dos muestras extraídas de sus correspondientes poblaciones.

Las hipótesis se someten a prueba mediante experimentos.

El objeto de los experimentos es tomar muestras de poblaciones y compararlas. - Antes de llevar a cabo los experimentos es necesario considerar y planear su diseño. Los diseños experimentales varían ampliamente de los extremadamente simples a los sumamente complejos. Los objetos sobre los cuales se toman las mediciones se llaman unidades experimentales y lo que hace que las unidades experimentales difieran de una población a otra se llama tratamiento.

Para ilustrar lo anterior supongase que se quisieran comparar las diferencias en movimientos oculares de niños sordos y niños normales obtenidos de sus correspondientes poblaciones. En este caso las unidades experimentales son niños; la variable dependiente o respuesta podría ser la tasa de movimientos oculares y los tratamientos son: niños sordos y niños que oyen.

Cuando el objetivo del experimento es comparar dos poblaciones con diferentes tratamientos, el problema es cómo deben asignarse los tratamientos a las unidades experimentales? Fundamentalmente hay dos maneras de diseñar el experimento, la primera de ellas se conoce como diseño de dos grupos al azar y -- consiste en seleccionar dos muestras totalmente independientes mediante un procedimiento aleatorio.

En este caso la correlación que pueda existir entre los dos grupos es teóricamente cero pues no existe relación alguna entre las dos muestras. En cambio, el diseño llamado de grupos apareados consiste en seleccionar las unidades experi-

mentales por pares, siendo cada par lo más homogéneo posible.

Entonces el experimentador aleatoriamente escoge una unidad experimental del par y la asigna al tratamiento 1 mientras que la otra es asignada al dos. En esta forma las muestras no son independientes, ya que los pares se escogen de tal manera que sus elementos sean lo más similares posibles. En otras palabras, la respuesta en una unidad experimental de cada par estará relacionada con la otra unidad del par y la correlación entre las dos muestras tenderá a ser de 1.00. Es decir que lo que se analiza es la diferencia entre las respuestas para cada par de unidades experimentales.

Como ejemplo, supongase que se quiere comparar un nuevo método de enseñanza de lectura en niños de primaria, para lo cual podría seleccionarse aleatoriamente una muestra de 10 niños de 6 años al empezar la escuela. Esta muestra se dividiría aleatoriamente en dos grupos de 5 niños cada uno. Uno de los grupos sería enseñado a leer mediante el procedimiento convencional mientras que el otro sería enseñado con el nuevo método de lectura.

Al final los dos grupos serían evaluados con el mismo instrumento y se observarían las diferencias que se obtuvieran.

En el caso del diseño de grupos apareados, se seleccionarían los 10 niños también en forma aleatoria y a todos se les aplicaría una prueba de inteligencia para determinar su cociente intelectual. Una vez hecho esto se formarían 5 pares de niños cada uno con similar cociente intelectual, de tal manera que un niño de cada par sería asignado al azar al método de enseñanza convencional o al método nuevo. Al final del entrenamiento los dos grupos serían evaluados en la misma forma.

Lo que se ha descrito en los párrafos anteriores es una rama de la psicología experimental que se conoce como "Diseño Experimental" y que será estudiada en otras asignaturas, por lo que no se abundará más sobre este tema. Sin embargo, se requieren estas nociones junto con las de prueba de hipótesis y teoría de la decisión, para entender el análisis estadístico de experimentos que es lo que interesa aquí. ¿Cómo se hace un detalle dicho análisis? varía según que el diseño sea aleatoria o de grupos apareados. En el primer caso la correlación entre los dos grupos tiende a cero y se utiliza el estadístico Z porque la distribución tiende a ser normal cuando el tamaño de las muestras es mayor de 30. En cambio, si el tamaño de las muestras es de 30 ó menos, debe utilizarse la distribución t de student. En el caso de las muestras apareadas también hay los dos casos (Z ó t) pero el procedimiento varía, ya que lo que se requiere analizar es la diferencia entre pares de mediciones.

En esta unidad se estudiarán los diferentes procedimientos de contraste - de medias y proporciones para datos independientes y correlacionados en el caso de muestras grandes y muestras pequeñas.

CONTENIDO.

- 1.- CONTRASTE DE MEDIAS PARA DOS MUESTRAS RELACIONADAS.
- 2.- CONTRASTE DE MEDIAS PARA DOS MUESTRAS INDEPENDIENTES.
- 3.- CONTRASTE DE LA DIFERENCIA DE PROPORCIONES.

OBJETIVO GENERAL.

1. Contrastar las diferencias de medias o proporciones en un problema de - Psicología que requiera la comparación entre dos grupos.

OBJETIVOS INTERMEDIOS Y ESPECIFICOS.

- 1.1. Contrastar estadísticamente la diferencia entre dos medias de muestras relacionadas, dado un problema de Psicología:
 - 1.1.1. Identificar el problema como de muestras relacionadas.
 - 1.1.2. Escoger las hipótesis de contraste adecuadas.
 - 1.1.3. Seleccionar el procedimiento de contraste, Z o t unilateral o bilateral.
 - 1.1.4. Realizar los cálculos necesarios.
 - 1.1.5. Derivar las conclusiones pertinentes.
- 1.2. Contrastar estadísticamente la diferencia entre dos medias de muestra in dependientes.
 - 1.2.1. Identificar el problema como de muestras independientes.
 - 1.2.2. Escoger las hipótesis de contraste apropiadas.
 - 1.2.3. Seleccionar el procedimiento de contraste; prueba Z ó t con varianzas ho mogéneas o heterogéneas.
 - 1.2.4. Realizar los cálculos requeridos.
 - 1.2.5. Derivar las conclusiones pertinentes al problema.
- 1.3. Contrastar estadísticamente las diferencias entre dos proporciones. Dado un problema de Psicología que requiera la comparación entre dos proporciones:
 - 1.3.1. Describir como es un contraste de proporciones.
 - 1.3.2. Escoger las hipótesis de contraste apropiadas.
 - 1.3.3. Seleccionar el procedimiento de contraste; pruebas Z ó t para datos inde pendientes o correlacionados.
 - 1.3.4. Realizar los cálculos que requiera el problema.
 - 1.3.5. Derivar las conclusiones pertinentes al problema.

BIBLIOGRAFIA BASICA.

- 1.- Downie M.N. y Heath W.R. Métodos Estadísticos Aplicados. México 1973 Harla S.A. C.U. Caps. 12 y 13, Págs. 182 a 203.
- 2.- Mc Guigan Psicología Experimental. México 1971. Editorial Trillas. Caps. 5 y 8 Págs. 120 a 146 y 198 a 233.

BIBLIOGRAFIA COMPLEMENTARIA.

- 3.- Levin J. Fundamentos de Estadística en Investigación Social.
México D.F. 1979. Harla S.A. de C.V.
- 4.- Mandenhall W.; Mc Clave T. J.; Ramsey M. Statistics for Psychology.
USA. 1977. Duxbury Press.
- 5.- Edwards L.A.; Statistical Methods. USA 1973. Holt Rinehart & Winston.

ACTIVIDADES.

- 1.1.0.1. Resolver los ejercicios 2, 3 y 5 del Cap. 12 de la referencia (1); --
Págs. 201-202 y los problemas 1, 2 y 3 del Cap. 9 de la referencia --
(2); Págs. 231-233.
- 1.1.0.2. Resolver los ejercicios 1, 4, 6 y 7 del Cap. 12 de la referencia (1);
Págs. 201 a 203 y los problemas 1 a 8 del Cap. 5 de la referencia (2);
Págs. 144 a 146.
- 1.1.0.3. Hacer ejercicios 1 a 7 del Cap. 13 de la referencia (1); Págs. 210-211.

EXAMEN DE AUTOEVALUACION.

PROBLEMA.-

Janis y Astracan estudiaron el tiempo de reacción a preguntas verbales de enfermos mentales antes y después de un tratamiento con electroshocks.
Los datos que obtuvieron se muestran a continuación.
¿El tratamiento produjo diferencias significativas?

TIEMPO EN SEG.

PACIENTE	ANTES DEL SHOCK	DESPUES DEL SHOCK.
1	12.8	23.7
2	8.2	7.5
3	3.6	13.0
4	9.1	12.6
5	6.2	14.1
6	8.2	9.9
7	7.1	8.9
8	4.5	6.3
9	6.1	5.4

- 1.1.1.1. En este problema se están comparando dos muestras correlacionadas. - Explique por qué.
- 1.1.2.1. Plantée estadísticamente las hipótesis de contraste para este problema.
- 1.1.3.1. Seleccione el procedimiento de contraste pruebas t ó z unilateral o bilateral.
- 1.1.4.1. Realice los cálculos necesarios.
- 1.1.5.1. De los resultados obtenidos, derive las conclusiones pertinentes.

PROBLEMA.

Un psicólogo desea evaluar el efecto de una droga en la curación de pacientes - psicóticos maniaco-depresivos. Para lo cual toma un grupo de 18 pacientes psicóticos y lo divide al azar en dos grupos de 9 cada uno. Selecciona al azar uno de los grupos y le administra una dosis 2.5 mg de la droga, mientras que al otro grupo únicamente le proporciona un placebo.

Como medida de variable independiente se utilizó una escala de depresión de 10 puntos, en la cual 10 indica un paciente totalmente deprimido y cero ausencia total de estado depresivo. Uno de los pacientes que recibieron droga presentó pérdida de la consciencia por lo que no fue posible aplicarle la escala. Los resultados del experimento se muestran a continuación.

MEDIDA DE DEPRESION.

PACIENTES CON PLACEBO	PACIENTES CON DROGA:
4	2
6	3
6	3
7	6
6	5
9	4
8	8
8	1
2	

- 1.2.1.1. Justifique el problema como de dos muestras independientes.
- 1.2.2.1. Plantée las hipótesis de contraste apropiadas.
- 1.2.3.1. Seleccione el procedimiento de contraste, pruebas z ó t con varianzas homogéneas o heterogéneas.
- 1.2.4.1. Haga los cálculos que requiera el contraste.
- 1.2.5.1. Derive las conclusiones pertinentes al problema.

PROBLEMA.

Un factor importante en la investigación social y de desarrollo ha sido la posición ordinal y orden de nacimiento.

Se ha encontrado que una alta proporción de primogénitos llegan a la universidad Warren (1966), en un estudio sobre posición ordinal y éxito escolar encontró que 126 de una muestra de 180 personas recibidas era primogénitos. En otra muestra - de 100 adultos sin carrera, pero de la misma edad y status socioeconómico encontró 54 primogénitos. Contrastar la diferencia de proporciones para las dos poblaciones.

- 1.2.1.1. Describa el procedimiento de contraste de proporciones.
- 1.3.2.1. Plantée las hipótesis de contraste del problema.
- 1.3.3.1. Seleccione el procedimiento de contraste pruebas z ó t para datos independientes o correlacionados.
- 1.3.4.1. Haga los cálculos que requiera el contraste.
- 1.3.5. Derive las conclusiones pertinentes al problema.

ANEXO 3 CUESTIONARIO DE EVALUACION

El presente cuestionario podrá ser llenado por cualquier estudiante que haya cursado totalmente cualquier asignatura del programa "Modelos Matemáticos en Psicología".

La información que Ud. nos proporcione servirá para mejorar la estructura y contenido del programa.

Agradecemos de antemano su colaboración al contestar este cuestionario.

Parte del programa que se va a evaluar:

En la sección siguiente aparecen un conjunto de afirmaciones. Marque con "X" el número que mejor refleje su manera de pensar o sentir respecto de cada una de ellas, utilizando la escala siguientes:

- 4 Totalmente de acuerdo
- 3 De acuerdo
- 2 Neutral
- 1 En desacuerdo
- 0 Totalmente en desacuerdo

1. Tengo una idea clara de la utilidad de las Matemáticas en la psicología.	0	1	2	3	4
2. Siento que he mejorado substancialmente en razonamiento lógico.	0	1	2	3	4
3. Los objetivos de las unidades me sirvieron de guía para el estudio de las mismas.	0	1	2	3	4
4. Tengo la sensación de haber perdido el tiempo estudiando esto.	0	1	2	3	4
5. En las unidades se insiste demasiado en demostraciones matemáticas innecesarias.	0	1	2	3	4
6. Verdaderamente creo haber logrado los objetivos de cada unidad.	0	1	2	3	4

1.	La bibliografía básica no tiene relación con la psicología.	0	1	2	3	4
2.	Las actividades sugeridas en cada una de las unidades (ejercicios, prácticos, etc.) me ayudaron a lograr los objetivos.	0	1	2	3	4
3.	La bibliografía recomendada es insuficiente	0	1	2	3	4
10.	Las introducciones de las unidades en términos generales me parecieron interesantes.	0	1	2	3	4
11.	Hay una falta mayor cantidad de aplicaciones de las matemáticas a la psicología dentro del programa.	0	1	2	3	4
12.	Las evaluaciones de cada unidad nunca estuvieron de acuerdo con los objetivos.	0	1	2	3	4
13.	El contenido de la asignatura me parece irrelevante para mi formación como psicólogo.	0	1	2	3	4
14.	El contenido general del programa me pareció interesante.	0	1	2	3	4
15.	En términos generales me era posible entender un tema nuevo basándome en los anteriores.	0	1	2	3	4
16.	El tiempo que tuve para dedicar a cada una de las unidades me pareció excesivo.	0	1	2	3	4
17.	Las actividades sugeridas en las unidades son en términos generales insuficientes.	0	1	2	3	4
18.	El programa utiliza simbología complicada.	0	1	2	3	4
19.	Estoy satisfecho de lo que logré cursando este programa.	0	1	2	3	4
20.	Pienso que el programa requiere cambios radicales.	0	1	2	3	4

En la sección siguiente, evalúa el programa marcando con una "X" en cada una de las dimensiones siguientes:

1. INEFECTIVO	_____	_____	_____	_____	_____	EFFECTIVO
2. ACTIVO	_____	_____	_____	_____	_____	PASIVO
3. ABUNDANTE	_____	_____	_____	_____	_____	INTERMEDIO
4. VALIOSO	_____	_____	_____	_____	_____	SIN VALOR
5. ORGANIZADO	_____	_____	_____	_____	_____	DESORGANIZADO
6. IRRELEVANTE (Para el psicólogo)	_____	_____	_____	_____	_____	RELEVANTE

SUGERENCIAS Y COMENTARIOS:

THE AGE WHEN MARRY'D MUST HAD BEEN,
JUST FORTY-FIVE; THE WIFE'S FIFTEEN.

