



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO

POSGRADO EN CIENCIAS FÍSICAS

“MODELOS DE INFLUENCIA SOCIAL CON MEZCLA Y
REPULSIÓN”

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:

MAESTRO EN CIENCIAS (FÍSICA)

PRESENTA:

Alejandro Radillo Díaz

DIRECTOR DE TESIS: Dr. Luis Antonio Pérez López

MIEMBRO DE COMITÉ TUTORAL: Dr. Gerardo García Naumis

MIEMBRO DE COMITÉ TUTORAL: Dr. Ignacio Luis Garzón Sosa



posgrado en ciencias físicas
u n a m

MÉXICO, D.F.

2009



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

DEDICATORIA

A mis padres, Irene Díaz Marsch y Juan José Radillo Avilés.

A mis hermanos, Pablo, Yrene, Juan, y Carlos.

A mis tías y tíos: Marta, Susana, Isabel, Carlos y Mary.

A mi abuela, Irene Marsch.

A mis amigos, Víctor Zapata, Diana Arce, Paco Rodríguez, José Barrios, Juan Carlos Cajas, Roberto Romero, Heinrich Fidencio Terborg, Gustavo Armendáriz, Juan Salas, Yaxk'In Coronado, y Ata Kraemer.

A Gaby Saldaña, quien me apoyó mucho durante la maestría.

A la UNAM, esa maravillosa y única institución, y dentro de ella, al Instituto de Física.

AGRADECIMIENTOS

Agradezco a mi familia directa, por siempre apoyarme en mis decisiones, así como por siempre proporcionarme buenos consejos.

Agradezco a mis hermanos por ayudarme siempre, estando lejos o cerca, por medio del ejemplo de su profesionalismo.

Agradezco a mi tutor y amigo, el Dr. Luis Antonio Pérez López, por haber dirigido este trabajo y por siempre estar ahí para ayudarme en cualquier duda y apoyarme en cualquier problema.

Agradezco a mis sinodales, el Dr. Gerardo García Naumis, Dr. Adrián Huerta, la Dra. Natalia Mantilla, y el Dr. David Sanders, ya que gracias a sus observaciones y correcciones fue posible darle su forma última al presente trabajo. Agradezco también a los miembros del comité tutorial y al Dr. Marcelo del Castillo por sus sugerencias durante la realización del trabajo.

Agradezco al Instituto de Física, dentro del cual, además de aprender, pude vivir muchos momentos buenos que recordaré por siempre.

Agradezco al Departamento de Supercómputo de la Dirección General de Servicios de Cómputo Académico (DGSCA-UNAM) por permitir el uso de la computadora Bakliz y KanBalam, donde se realizaron la gran mayoría de los cálculos de mi trabajo de investigación, así como el apoyo del proyecto DGAPA-UNAM IN113008.

Agradezco a CONACyT por el apoyo económico brindado durante la duración de la maestría (CONACYT-00-001-A), sin el cual me hubiera sido muy difícil concluirla.

Agradezco a la UNAM por siempre ser un recinto para el libre pensamiento.

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN.....	2
<i>CAPÍTULO 1. ANTECEDENTES</i>	4
1.1 Los sistemas complejos.....	4
1.2 La sociofísica.....	5
<i>CAPÍTULO 2. MODELOS PREVIOS DE INFLUENCIA SOCIAL</i>	11
2.1 El modelo de Axelrod.....	11
2.2 Variantes del modelo de Axelrod.....	16
2.2.1 Modelos con campo externo.....	16
2.2.2 Modelos con ruido.....	17
2.2.3 El modelo de Castellano y colaboradores.....	18
<i>CAPÍTULO 3. NUEVOS MODELOS DE INFLUENCIA SOCIAL</i>	23
3.1 El modelo con hibridación.....	23
3.2 El modelo con repulsión.....	25
3.3 El modelo con una fracción de agentes repulsivos	27
<i>CAPÍTULO 4. RESULTADOS</i>	28
4.1 Resultados para el modelo con hibridación	28
4.2 Resultados para el modelo con repulsión.....	37
4.3 Resultados para el modelo con una fracción de agentes repulsivos	43
4.4 Resultados nuevos para el modelo de Axelrod.	48
<i>CAPÍTULO 5. CONCLUSIONES</i>	49
<i>APÉNDICES</i>	52
A Código para el modelo con hibridación	52
B Código para el modelo con repulsión.....	58
C Código para el modelo con una fracción de agentes repulsivos	65
D Tabla descriptiva de los nuevos modelos.....	73
<i>BIBLIOGRAFÍA</i>	74

RESUMEN

En el pasado se han desarrollado modelos de influencia social que presentan comportamiento emergente, así como diversas analogías con sistemas magnéticos, en particular con el modelo de Ising. Estos modelos son el modelo de Axelrod, así como algunas variantes como el modelo de Castellano y colaboradores. En dichos modelos, la dinámica de los agentes interactuantes se basa en el copiado de sus características, afectando a uno de ellos y no a los dos.

El objetivo de la presente tesis consiste en desarrollar modelos que involucren aspectos más realistas de la interacción entre agentes sociales. Para ello se proponen tres nuevos modelos y se estudian sus características principales. El primero es un *modelo con hibridación* en el cual alguna característica de los dos agentes interactuantes puede cambiar simultáneamente y, adicionalmente, adoptar un valor intermedio a los dos valores discretos originales, es decir, después de la interacción las características de los agentes se mezclan. El segundo trata de un *modelo con repulsión* en el cual la interacción entre agentes puede ser repulsiva, aumentando las diferencias entre ellos. El tercero consiste en un *modelo con una fracción de agentes repulsivos* en el que sólo una fracción de los agentes de la red son capaces de repeler. Por último, se realizó el estudio del comportamiento de la distribución acumulativa de tamaños como función del tamaño para el modelo original de Axelrod.

Para el modelo con hibridación se observa que las transiciones de fase entre una sociedad homogénea y una fragmentada, para sistemas con una *tolerancia* muy pequeña y sólo dos características por agente, presentan una meseta cuando se grafica el tamaño promedio del cúmulo más grande como función de la variabilidad cultural. Dicha meseta debe su existencia a que, en el límite de percolación, el cúmulo dominante, compuesto por regiones pequeñas interconectadas, solamente adelgaza las conexiones entre dichas regiones antes de fragmentarse en su totalidad. Por otra parte, las transiciones de fase para valores grandes de la tolerancia son suaves. Esto se debe a que, en sociedades más tolerantes, individuos más dispares pueden pertenecer a un mismo grupo. Además, los agentes en una sociedad más tolerante pueden interactuar con mayor facilidad.

El modelo con repulsión presenta transiciones de fase muy abruptas. Dichas transiciones ocurren para valores pequeños de la variabilidad cultural. Se utiliza un nuevo parámetro representativo del *desagrado* o repulsión entre agentes. Se observa que al reducir dicho desagrado, las transiciones ocurren para valores mayores de la variabilidad cultural, además de que cesan de ser tan abruptas. Adicionalmente, se presenta un comportamiento semejante a una segunda transición de fase, mismo que se analiza con mayor detalle en el modelo con una fracción de agentes repulsivos.

Para el modelo con una fracción de agentes repulsivos, se observan dos transiciones de fase en el tamaño promedio del cúmulo máximo como función de la variabilidad cultural. La primera es similar a la del modelo con repulsión, mientras que la segunda es semejante a la del modelo original de Axelrod.

Para todos los modelos mencionados previamente, se analiza el comportamiento de la entropía asociada al sistema como función de la variabilidad cultural.

INTRODUCCIÓN

Como nos recuerda Philip Ball en su libro *Critical Mass* [Ball, P., 2004], Sir William Petty sugirió en 1687 que tanto la sociedad como la economía se pueden estudiar más adecuadamente mediante manipulación numérica y no bajo estricto entendimiento de la sociedad. En uno de sus textos, Petty pretende dar las razones por las cuales La Gran Bretaña podía fácilmente tanto igualar como superar a Francia y Holanda en dominio marítimo. Dichas aseveraciones las justifica de forma numérica en su libro *Political Arithmetick*, en el cual pretende tratar a la política como una ciencia.

Aunque la idea de Petty de poder desarrollar una especie de “mecánica Newtoniana social” pueda parecer ahora algo ingenua, no se pueden negar las repercusiones que ha tenido en la física contemporánea. En la actualidad, la física aplica exitosamente herramientas originalmente diseñadas para entender la forma en que el Universo funciona a campos de conocimiento de las ciencias sociales. Como se verá más adelante, la física social ha adoptado diversas herramientas de varias ramas del conocimiento. Por ejemplo, la teoría del caos ha sido utilizada en ocasiones para explicar distintos aspectos de sistemas sociales y económicos. Esta aplicación se describe de forma introductoria en el libro *An Introduction to Economic Dynamics* por Ronald Shone [Shone, R., 2001] y se aborda de forma más exhaustiva en el texto *Nonlinear Dynamics and Chaos Theory in Economics: a Historical Perspective* por Artem Prokhorov [Prokhorov, A. B., 2008]. No obstante, el concepto central a tener en mente es la *emergencia* (ya sea complejidad o simplicidad emergente, situaciones que se describirán con mayor detalle más adelante). Así pues, existen algunas preguntas a responder tales como: ¿cómo es posible que surja orden y estabilidad en sistemas de muchos componentes que interactúan de acuerdo a ciertas reglas? ¿Cómo se justifican el planteamiento de modelos en los que los individuos que nada tienen en común presentan patrones de comportamiento colectivo? ¿Cómo se justifica el despreciar elementos inherentes a los individuos que componen la sociedad tales como *opinión, pasiones*, y de forma general, *libre albedrío*?

La física social, o sociofísica, en la actualidad toma de Petty la necesidad de realizar cálculos numéricos. Adicionalmente toma en consideración, al igual que Thomas Hobbes, la necesidad de entender también el mecanismo de funcionamiento de la sociedad (esto es, no sólo cómo sucede un fenómeno, sino por qué). Hasta la época actual, ciertas ramas de la física se han utilizado para realizar modelos de la sociedad que nos permitan entender mejor ciertas facetas de su funcionamiento. No obstante, aún no es posible aplicarlos como una herramienta para la predicción exacta de la evolución de un sistema social. Los logros de la sociofísica hasta la actualidad se limitan a la descripción de cómo la gente tiende a moverse, a tomar decisiones, a formar alianzas, etc., mientras su capacidad predictiva como tal es mínima.

Más adelante se discutirán con profundidad los distintos campos en que la sociofísica ha incursionado. Sin embargo, podemos ahora mencionar brevemente que uno de los campos en que ha trabajado es en la modelación de la influencia cultural entre individuos. Sin duda, el pionero en dicho tipo de modelación fue Robert Axelrod [Axelrod, R., 1997]. Posterior a su modelo han surgido una gran cantidad de variaciones con el objeto de simular más

aspectos obviados de la sociedad. Uno de ellos es el de Castellano y colaboradores [Castellano, C. *et al.*, 2000].

El objeto del presente trabajo es presentar una serie de modelos que permitan una reproducción más fidedigna de la sociedad, involucrando un mayor número de aspectos de la interacción entre individuos. Los modelos que se utilizan son (i) un modelo con hibridación en el que la transmisión de un valor cultural no es necesariamente discreta ni unidireccional; (ii) un modelo con repulsión que pretende incluir el comportamiento de rechazo entre ciertos grupos, en vez de un comportamiento puramente atractivo; y (iii) un modelo con una fracción de agentes repulsivos en el que participan individuos cuya acción puede ser puramente atractiva, así como atractiva y repulsiva. Hasta donde tenemos conocimiento, este tipo de modelos no han sido propuestos previamente.

Este trabajo se encuentra organizado de la siguiente manera:

En el primer capítulo se hace una revisión de los antecedentes de la sociofísica. Para ello es importante tomar en consideración a los sistemas complejos, área a la que pertenece la sociofísica.

En el segundo capítulo se hace una revisión de los modelos previos de influencia cultural, con énfasis especial en el modelo de Axelrod y el de Castellano y colaboradores.

En el tercer capítulo se explican las características que tienen los modelos involucrados en el presente trabajo (modelo con hibridación, con repulsión, y con una fracción de agentes repulsivos).

En el cuarto capítulo se presentan los resultados obtenidos para los modelos involucrados en la presente tesis.

Finalmente, en el quinto capítulo se resumen las principales conclusiones de la presente investigación y se sugieren extensiones a los modelos aquí propuestos.

CAPÍTULO I. ANTECEDENTES

1.1 Los sistemas complejos

Recientemente ha cobrado importancia una rama de la física conocida como *sociofísica*. La sociofísica puede ubicarse dentro del ámbito de los sistemas complejos, por lo que conviene primero hacer mención de éstos.

Los sistemas complejos son sistemas que se encuentran constituidos por elementos que interactúan entre sí mediante un conjunto de reglas, y cuyo comportamiento colectivo es emergente, como se explica más adelante. Los sistemas complejos han sido ampliamente estudiados en los últimos años debido a que este tipo de comportamiento emergente es ubicuo en la naturaleza. Esto es, se observa en casi cualquier situación, desde el comportamiento de un sistema de objetos gravitacionales interactuantes hasta cristales de espines. El término *emergente* se refiere a que las propiedades exhibidas por el sistema no pueden deducirse solamente a partir de las propiedades individuales de los elementos. Las propiedades del sistema dependen también de las interacciones entre sus elementos. Existen dos tipos de comportamiento emergente, a saber: *complejidad emergente* (en la cual se presenta un comportamiento complejo inherente completamente a las interacciones aún cuando los elementos son simples); y *simplicidad emergente* (el caso opuesto, en el cual se presenta un comportamiento simple a pesar de que el comportamiento individual de los elementos es complejo) [Bar-Yam, Y., 1997]. De esta forma es posible notar que los elementos no necesariamente deben ser complejos para conformar un sistema complejo. Otra forma de decirlo es que, a pesar de que el comportamiento individual resulta ser complicado, el comportamiento colectivo puede ser muy simple [Ball, P., 2003]. La complejidad del sistema como tal se mide a partir de la cantidad de información necesaria para poder describirlo, y no dependerá tanto de la naturaleza de sus partes como de las interacciones entre ellas.

Por otra parte, algunos sistemas dentro de los sistemas complejos suelen ser altamente sensibles a perturbaciones. Ellos son los sistemas caóticos. Esta sensibilidad se traduce en una gran dificultad para poder rastrear el comportamiento que seguiría uno de estos sistemas bajo una perturbación, lo que a su vez se traduce en una limitación para poder hacer predicciones a largo alcance. En este punto cabe hacer mención que existen modelos de comportamiento social que, por el contrario, son prácticamente insensibles a perturbaciones. La teoría del caos ha permitido explicar, hasta cierto punto, la naturaleza de estos modelos. De hecho, ha sido utilizada para este tipo de sistemas debido a su concepto de *atractor*, que permite entender por qué algunos modelos de organización social resultan inmunes a pequeñas perturbaciones [Ball, P., 2004].

Los sistemas complejos recientemente han cobrado gran importancia en diversas áreas de la física. Pero entonces surge la pregunta de cuál debe ser la forma de abordarlos para su estudio. Esto es, se debe definir qué rama de la física es la más apta para estudiar dichos sistemas. Debido a que la física estadística es una disciplina que intrínsecamente estudia fenómenos en los que existe interacción de una gran cantidad de elementos, ella ha sido la más utilizada para abordar a dichos sistemas [Chakraborti, B. K. *et al.*, 2006].

No obstante, como nos recuerda Galam en su testimonio [Galam, S., 2004], el uso de la estadística para describir a la sociedad se ha enfrentado con un gran rechazo tanto por sociólogos como físicos y, de hecho, se ha argumentado que realmente debiera ser la biología evolutiva quien lo hiciera [Laland, K. *et al.*, 2002]. Sin embargo, la naturaleza de la sociedad debe sus características precisamente a la interacción de sus elementos. La física estadística es una rama de la física que ha desarrollado herramientas para tratar sistemas con interacción, por lo que resulta especialmente útil para el estudio de la sociedad. Un ejemplo de cómo las interacciones son las que generan el comportamiento de un sistema es un gas confinado.

El modelo del gas ideal ignora la contribución a la energía potencial dada por la interacción entre las partículas. Un modelo más desarrollado para un gas sí considera dicha interacción, como lo hace el modelo de van der Waals. No es hasta el advenimiento del modelo de van der Waals que se observan puntos críticos, transiciones de fase, fluctuaciones, universalidad, etc.

La intrusión de los sistemas complejos en diversas áreas de la física y otras ciencias se debe principalmente a que representan la mejor manera de describir los comportamientos de los sistemas en cuestión. Ejemplos de dichos sistemas son ciertas formas de organización de animales, como enjambres de abejas, parvadas, cardúmenes, etc. [Reynolds, C. W., 1987]. De hecho, simulaciones realizadas por Reynolds con reglas considerablemente sencillas han podido reproducir el comportamiento de estos sistemas. Por ejemplo, gran parte del comportamiento de parvadas puede reproducirse numéricamente considerando una regla básica: cada pájaro busca solamente mantenerse cerca del centro de masa compuesto por los vecinos dentro de una esfera local alrededor del individuo. De esta forma, la *percepción local* de cada ave es la que determina el comportamiento de todo el sistema. Este ejemplo es, además, ilustrativo de comportamiento emergente. En él se observa como el comportamiento de parvada emerge espontáneamente del comportamiento de cada ave individual. En ninguna parte se encuentra programado como ha de comportarse todo el sistema, ya que las reglas especifican sólo el movimiento individual.

Algunos sistemas complejos presentan, adicionalmente, auto-organización (como es el caso de algunos sistemas económicos, los terremotos, etc.). Estos suelen presentar comportamiento fractal y caótico [Chakraborti, B. K. *et al.*, 2006; Turcotte, D. L. *et al.*, 2002]. Como se puede observar, es una gran gama de problemas la que se puede abordar mediante el uso apropiado de las herramientas de los sistemas complejos.

1.2 La sociofísica

El objeto de estudio de la física son los fenómenos que ocurren en la naturaleza. El área de principal dedicación de la física ha sido, hasta hace unos cuantos años, el estudio del comportamiento de la materia y la energía. Por otra parte, el objeto de estudio de las ciencias sociales son los fenómenos que suceden en la sociedad. La gran diferencia entre ambas es la posibilidad de predecir fenómenos. En la física, los fenómenos se pueden hasta cierto punto predecir, debido a que existen métodos que nos dan a conocer las probabilidades de que un determinado fenómeno ocurra. Ello no es posible en las ciencias

sociales, pues no se tiene un modelo que permita conocer cómo va a evolucionar un sistema en la sociedad. Una crítica realizada a la sociofísica es que no se sabe a ciencia cierta si existen leyes que realmente gobiernen a los sistemas sociales. En caso de existir, no se sabe hasta dónde podrían utilizarse para fines de predicción. Otra forma de expresar esto es decir que no se sabe qué aspectos relacionados a la evolución de un sistema social se pueden considerar inevitables y cuáles sólo se pueden ver en términos de probabilidad.

Otra objeción que se le hace a la sociofísica es que “ignora” el libre albedrío [Chakraborti, B. K. *et al.*, 2006; Ball, P., 2003]. Esto es, algunos ven a la sociofísica como *tiránicamente imponiendo* leyes a los individuos (que se supone son humanos) y, así, coartando sus decisiones. Este no es el caso, debido a que la sociofísica simplemente modela las interacciones a partir de las reglas impuestas por la sociedad misma. Así, es realmente la sociedad (mediante legislaciones u otros métodos) quienes reducen el libre albedrío. A manera de ejemplo, al conducir hay que respetar reglas de tránsito que nos impiden, por ejemplo, pasarnos una señal de alto. Dicha regla sería, en todo caso si así quisiera verse, la que coarta el libre albedrío. Mejor dicho, nadie cuestiona el libre albedrío de los conductores simplemente porque siguen las reglas de tránsito. A pesar de que algunos individuos pueden decidir romper las reglas, la individualidad de los conductores se encuentra enteramente sumergida en el comportamiento del conductor promedio. Este resultado se obtiene, por ejemplo, del modelo del matemático Michael James Lighthill quien, con Gerald Whitham propuso que el comportamiento del tráfico es semejante al de un líquido dentro de una tubería, y que es conocido como el modelo de Lighthill-Whitham [Lighthill, M. J., *et al.*, 1955; Ball, P., 2004].

Un ejemplo interesante de la posibilidad de modelar exitosamente un comportamiento social es la ley de Zipf para la distribución de tamaño de las ciudades [Zipf, G. K., 1949]. George Kingsley Zipf encontró empíricamente que el rango R de una ciudad como función del tamaño m en la misma obedece la ley $R=1/m^\gamma$, con $\gamma \approx 1$. El rango R de una ciudad es simplemente la posición que ésta ocupa al ordenar las ciudades de la más grande a la más chica y enumerarlas. El tamaño de la ciudad se refiere al número de habitantes en la misma. La ley de Zipf resulta ser válida para sociedades distintas y en tiempos históricos distintos. La única excepción que se ha encontrado para dicha regla son algunas ciudades pertenecientes al bloque socialista [Andrienko, Y. *et al.*, 2005]. Más recientemente, Marsili y Zhang [Marsili, M. *et al.*, 1998] realizaron un estudio que consistió en modelar las interacciones de individuos por pares (el modelo más simple). A grandes rasgos, el modelo consiste en individuos migrando entre ciudades. Para correr el modelo, es necesario asignar las tasas de transición que representan la probabilidad por ciudad de que se le agregue o se le vaya un individuo, así como la probabilidad de que un individuo funde una nueva ciudad. En el modelo lineal, las tasas siguen un comportamiento lineal respecto al número de habitantes de la ciudad, donde la pendiente está relacionada con las probabilidades puestas como condiciones iniciales. Los autores se percataron de que este modelo corresponde a un caso sin interacción individual. El siguiente modelo en simplicidad después del lineal es el cuadrático, donde las tasas ahora se encuentran en función del cuadrado del número de individuos en la ciudad. Este modelo, que corresponde a interacción por pares, pudo reproducir de forma más rigurosa los resultados originalmente empíricos de Zipf. Este trabajo constituye un ejemplo de un modelado exitoso de la sociedad. Asimismo, la ley de Zipf demuestra que la sociedad

sigue reglas que pueden ser modeladas mediante leyes, independientemente del libre albedrío de cada individuo.

Otra aclaración que cabe hacer en este momento es que la sociofísica no pretende guiarnos hacia un bienestar social. Éste fue el abordaje inicial que Thomas Hobbes [Hobbes, T., 1651] utilizó en el siglo XVII para encontrar la mejor forma de gobernar un país. El *Leviathan* de Hobbes constituye, asimismo, un ejemplo de una situación a evitar. A pesar de que fue *deducido* mediante la lógica y raciocinio, muchas de las conclusiones que alcanza poseen cierto grado de subjetividad (es decir, es altamente probable que las conclusiones hubiesen sido distintas si Hobbes hubiese vivido en otra situación política). A la sociofísica actual le compete, además de estudiar sistemáticamente ciertas conductas de la sociedad, detectar si un fenómeno puede llegar a ser predecible si se conocen ciertas condiciones iniciales.

A pesar de los avances recientes en la sociofísica y sistemas complejos, conviene enfatizar que los conceptos que motivaron el nacimiento de la sociofísica son relativamente antiguos, como se menciona en el artículo de Philip Ball [Ball, P., 2003]. Sus inicios se pueden trazar hasta Cicerón y Platón, quienes consideraron posible la existencia de leyes que gobernasen el quehacer tanto individual como de las naciones. Un enfoque más directo fue sugerido por Auguste Comte (Comte, A., 1842) en el siglo XIX. Él propuso que era posible contar con una ciencia física de la sociedad que se pudiera colocar a la par con la física celeste, terrestre y mecánica. Cabe mencionar que en esa época se desarrolló una admiración a la utilidad de la física desarrollada por Galileo y Newton. Sus teorías permitieron explicar de forma rigurosamente matemática fenómenos previamente descritos, mas no entendidos, tales como el movimiento de los astros. Es también importante recordar que las leyes de Newton reverberaron no sólo en la física, sino en diversos temas de la filosofía. En particular, la predictibilidad de los fenómenos físicos llevó a formular la teoría de que, si finalmente todo responde a sistemas físicos de diversas dimensiones, entonces conocidas todas las condiciones iniciales, así como las reglas que rigen el sistema, sería posible conocer el estado de éste en cualquier momento del futuro. El *determinismo* sacudió el concepto de libre albedrío, pues implica que la sociedad y los individuos realmente no deciden sobre su destino; éste se encuentra determinado, y cualquier acción del individuo puede ser predicha. Así pues, según Comte, existían leyes que gobernaban el comportamiento humano como sociedad, y debía ser posible encontrar dichas leyes.

Antes de continuar, conviene mencionar algunas diferencias fundamentales entre la física y la sociología. La física estudia fenómenos en la naturaleza mediante la formulación de leyes basadas en una abstracción de la realidad. La sociología estudia los fenómenos en la sociedad. Por otra parte, la física nos permite conocer la probabilidad de ocurrencia de algún fenómeno en particular a través de las leyes mencionadas y que generalmente son conocidas dentro de cierto rango de aplicabilidad. Esto constituye una diferencia fundamental, debido a que ello no es plausible en la sociología, es decir, en la sociología no existen leyes que, como en la física, permitan predecir cómo una persona interactuará con otra en una sociedad. Debido a la ausencia de dichas leyes, la sociofísica pretende extrapolar las leyes de la física para estudiar los efectos sociales y de ahí dar interpretaciones a ciertos fenómenos. Cabe introducir un ejemplo. En una interacción

entre dos partículas, se cuenta con las leyes que permiten conocer la evolución temporal de ambas. En el caso de dos individuos no es así. No obstante, es posible extrapolar tendencias a partir del comportamiento de individuos en la colectividad. A partir de estas tendencias se puede generar un modelo con reglas sencillas para cada par de individuos interactuantes, mediante el cual se pretende abordar el comportamiento de una sociedad compuesta de una gran cantidad de individuos. Ello se debe a que, como se mencionó anteriormente, en la colectividad el comportamiento de un individuo puede simplificarse a un comportamiento “promedio” que obedece “leyes” sencillas y que permite abordarlo desde una perspectiva más física.

Es ahora pertinente determinar la forma de estudio de un modelo en sociofísica. Al generar un modelo físico, éste suele ser más exacto mientras más variables se involucren. Así pues, se podría pensar que para modelar el sistema social sería necesario involucrar una gran cantidad de variables, situación que complicaría el problema considerablemente. No obstante, existe una alternativa. En el pasado se han desarrollado diversas herramientas en física estadística expresamente para el estudio de sistemas complejos. La forma en que se desarrollan los fenómenos sociales es inherentemente muy compleja, situación que sugiere la posible aplicación de métodos de la física estadística a fenómenos sociales. Además, a pesar de que en la sociedad cada individuo posee (valga la redundancia) individualidad, el comportamiento de una sociedad es similar al de un sistema físico. Esto se ha hecho evidente, por ejemplo, en los modelos de opinión, en los que el comportamiento del grupo es semejante al de una transición de fase en un sistema físico [Hołyst, J. A. *et al.*, 2000]. Esto se debe a que las personas cambian de opinión de forma constante guiadas por una idea global, lo que favorece un cambio simultáneo en varias personas de una opinión hacia otra. Como éste, existen varios otros ejemplos de similitud entre el comportamiento físico de un sistema y el comportamiento de la sociedad. Por ejemplo, en modelos de tránsito automovilístico o peatonal, la personalidad de los individuos no se toma en cuenta, suponiendo que se comportan cual partículas cuya interacción consiste en evitar choques entre ellas (comportamiento semejante al de esferas duras) [Ball, P., 2003]. Entonces, su interacción puede describirse, por ejemplo, en función de la aceleración en una dirección escogida, la distancia a mantener de otros individuos, y un término que permite modelar la atracción [Helbing, D. *et al.*, 1995]. Dicho modelo permite observar diversos efectos colectivos del comportamiento real de los peatones. Todos estos modelos son, como ya se ha mencionado, independientes de la naturaleza individual de los entes. De esta forma, el trabajo de Helbing y colaboradores constituye un ejemplo de cómo las personas tienden a “comportarse como partículas” cuando se considera a la sociedad como un conjunto. Así, las peculiaridades y caprichos que pudiera tener un individuo se ven ahogadas en el comportamiento conjunto de la sociedad.

Como se verá a continuación, los modelos sociales comparten características con ciertos modelos físicos. Considérense dos ejemplos: el modelo de un ferromagneto y el modelo de un líquido cuyas temperaturas se aumentan gradualmente. En el caso del ferromagneto, para temperaturas bajas, los momentos magnéticos se encontrarán alineados en un dominio produciendo un momento magnético neto distinto de cero. Al aumentar la temperatura por encima de la temperatura de Curie, los momentos magnéticos se orientan aleatoriamente, cancelándose entre sí y generando un momento

magnético neto igual a cero. En este caso se tiene una transición de fase de segundo orden. En una transición de este tipo, la propiedad característica del sistema, que en este ejemplo es la magnetización, cae *gradualmente* a cero conforme se varía el parámetro de control, que en este ejemplo es la temperatura. En el caso del líquido lo que se mide es la densidad y se observa que, al rebasar la temperatura correspondiente al punto de ebullición, la densidad del sistema cambia abruptamente. Este caso corresponde a una transición de primer orden. En una transición de primer orden, la propiedad del sistema (en el ejemplo de la evaporación sería la densidad) cambia *abruptamente* en el punto de transición (punto de ebullición en este ejemplo). Resulta ser que, en sociofísica se presentan transiciones de ambos órdenes [Ball, P., 2004]. La razón de la similitud entre el comportamiento de algunos modelos sociales y los modelos físicos mencionados es que pertenecen a una misma clase de universalidad, una clase en la cual los modelos siguen un mismo comportamiento independientemente de las diferencias finas entre ellos [Lübeck, S., 2004].

La justificación formal para aplicar métodos estadísticos a un sistema social surge del estudio de las transiciones de fase en la teoría del grupo de renormalización. La teoría del grupo de renormalización fue desarrollada en 1971 por Ken Wilson [Wilson, K. G., 1975] y se basa en considerar todas las escalas de longitud, renormalizadas, para poder hacer una descripción acertada de un fenómeno. Esto es especialmente útil en las transiciones de fase, en las que las fluctuaciones divergen [Schroeder, M., 1991]. Las fluctuaciones típicamente consisten en el valor de una desviación estándar dentro de los promedios realizados en la cuantificación de algún parámetro (por ejemplo, la magnetización en el ejemplo del ferromagneto), y se expresan en las gráficas como una barra de error. A pesar de que las fluctuaciones de mayor tamaño tendrán más peso, se debe seguir considerando las fluctuaciones de menor tamaño, y es con ese propósito que se desarrolló dicha teoría. Aunque la renormalización es válida para muchos modelos en sociofísica, todavía se cuestiona su aplicabilidad a sistemas modelados por redes [Kesten, H., 2006].

Otros ámbitos en los que la sociofísica se ha extendido es en la modelado de alianzas económicas [Axelrod, R., 1995] y militares [Naumis, G. *et al.*, 2007], competencia por recursos [Naumis, G. *et al.*, 2006a; Naumis, G. *et al.*, 2006b], y otros escenarios más [Galam, S., 2008]. El advenimiento de computadoras cada vez más veloces y poderosas ha hecho posible correr algoritmos cada vez más complejos con rapidez creciente. Es también por ello que la sociofísica toma nuevo auge hasta sólo hace algunos años, trazando sus inicios a la década de 1970 [Galam, S., 2004].

Antes de continuar con la exposición de los modelos sociofísicos de influencia social, es conveniente conocer brevemente como la sociología aborda el problema de la influencia social. Uno de los trabajos más importantes al respecto es el libro *The Presentation of Self in Everyday Life* de Erving Goffman [Goffman, E., 1959]. Él fue uno de los primeros sociólogos en enfocarse en las interacciones sociales entre individuos al abordar problemas sociales, en vez de tratar de entender el nivel macrosociológico. En su libro hace una analogía en la que pone a la vida social a la par con una obra de teatro. El autor justifica este abordaje argumentando que nuestra identidad social está determinada por nuestros estatus y roles sociales, mismos que ejercemos como personajes de la obra. Al desenvolvemos en la obra de teatro, estamos en presencia de otros personajes, y el

papel que jugamos está determinado por nuestras relaciones con ellos. Además, su teoría incluye dos tipos de regiones, las cuales son determinantes en la forma en que nos hemos de desenvolver. La primera es el escenario y corresponde a aquellas situaciones y lugares en que nuestra conducta será juzgada por la audiencia. La otra es aquella tras bambalinas, donde realizamos actividades muchas veces desconocidas a los demás. La región tras bambalinas puede servir para relajar la tensión involucrada en la actuación. Nuestra actuación se da en ambas regiones, y la forma en que actuamos en cada una (que depende mucho de las barreras que colocamos entre las regiones), aunada a nuestro deseo de complacer a la audiencia, son factores determinantes de la forma de las interacciones entre personas. Por ejemplo, son determinantes en la formación de equipos de trabajo. Es de esta forma que Goffman explica la formación de grupos sociales y, hasta cierto punto, la fragmentación de los mismos.

Los modelos sociofísicos de influencia social, lejos de buscar superar a los sociológicos tales como el de Goffman, pretenden más bien generar información complementaria con la cual sea posible perfeccionarlos.

A continuación se realizará una breve revisión de varios modelos en sociofísica relacionados a influencia social.

CAPÍTULO 2. MODELOS PREVIOS DE INFLUENCIA SOCIAL

Como se mencionó en el capítulo 1, existe una gran diversidad de modelos en sociofísica. Se pueden citar a manera de ejemplo la formación de alianzas, el comportamiento pedestre en situaciones normales y de pánico, el comportamiento del tránsito, el modelado de competencia por recursos, y muchos más. Dentro de la sociofísica se encuentran los modelos de influencia social. El modelado de la influencia social pretende entender la forma en que se ejerce dicha influencia en términos de cómo cambia la cultura de las personas. La cultura en este sentido se entiende como un término genérico que representa los aspectos de un individuo sobre los cuales otro individuo puede ejercer influencia.

Como se verá en este capítulo, los modelos de influencia social típicamente consisten en redes donde cada vértice representa un individuo. Los agentes corresponden a las personas en una sociedad, por lo que cada uno tiene diferentes características que lo definen (su propia “cultura”), y misma que puede cambiar en caso de interacción.

En este capítulo se revisan las ideas y alcances de modelos de influencia social estudiados en la literatura, con objeto de proponer mejoras a dichos modelos en el presente trabajo.

2.1 El modelo de Axelrod

Robert Axelrod desarrolló su modelo de influencia social en 1997 [Axelrod, R., 1997]. El autor hace énfasis en que el objeto de su modelo no es competir con otros modelos propuestos por sociólogos, sino complementar brindando información adicional. La motivación de este modelo es responder a la siguiente pregunta. Si el efecto de las interacciones entre personas es hacerlas que se parezcan más entre ellas, ¿cómo es posible que las diferencias entre ellas no desaparezcan eventualmente? Al interactuar, las características de los individuos cambian. Si una característica ha de cambiar es mediante copiar la característica de otro individuo. En este sentido, se entiende que el modelo es *atractivo*. Así pues, Axelrod buscó si mediante un modelo de este tipo era posible reproducir una sociedad con características culturales heterogéneas.

La dinámica del modelo de Axelrod [Axelrod, R., 1997] es como sigue. Se considera una red donde en cada vértice habita un individuo. La red es, así pues, un conjunto de vértices unidos por nodos. Típicamente, la red es de forma cuadrada y tiene condiciones periódicas a la frontera, de tal suerte que, topológicamente, la red puede verse como un toroide. Cada individuo puede describirse mediante F características, que pueden adoptar valores enteros aleatorios tomados de una distribución discreta uniforme entre 1 y q . El parámetro q es conocido como la *variabilidad cultural*. Las características de cada individuo podrían ser, por ejemplo, el lenguaje, la religión, los pasatiempos, etc. Los individuos interactúan copiándose unos a otros de la siguiente forma. Se escoge un individuo al azar. Se escoge posteriormente uno de sus cuatro primeros vecinos también al azar. Supóngase que comparten J características de las F totales. Entonces, existirá una probabilidad $p=J/F$ (donde J es conocido como el *traslape*) de que el individuo copie a su vecino o viceversa. La decisión de quién copia a quién será también aleatoria

(manteniendo la condición de que el copiado sólo habrá de ocurrir entre primeros vecinos), al igual que la característica escogida entre las F - J que ha de copiarse.

Éste fue el primer modelo que trata a las características de los individuos de manera simultánea. El modelo de Axelrod ilustró que, a pesar de involucrar solamente copiado entre individuos, se puede caer en estados absorbentes heterogéneos. Por *estado absorbente* (o, en inglés, *frozen state*) se entiende un estado en que la probabilidad de modificación de la red es cero, ya sea porque todos los individuos de la red son iguales a sus primeros vecinos en todas sus características, o porque son distintos a ellos en todas sus características. Así pues, aunque la actividad neta de los individuos sea copiarse, se puede terminar en un estado fragmentado o polarizado. Esto se explicó considerando que la convergencia local genera polarización global (los individuos convergen por bloques a grupos cuyas características son iguales, pero una vez formados los bloques, sucede que entre ellos ya no hay posibilidad de interacción). Otro resultado interesante del trabajo de Axelrod fue que el número de regiones homogéneas disminuye al aumentar la cantidad de características F , y aumenta al incrementar el número de rasgos o valores que puede adoptar cada característica, conocido también como variabilidad cultural (el valor de q).

Ahora que se ha definido al estado absorbente, conviene hacer la observación de que en una sociedad por lo general no se llega a tal estado. La razón principal de esto es que los individuos en una sociedad cambian, después de cierto tiempo, a los individuos con quienes interactúan. En este sentido, en la sociedad no existe una geometría fija como la impuesta en estos modelos.

Cabe mencionar que el modelo de Axelrod podría verse como una generalización del modelo de Potts [Potts, R. B., 1952]. En el modelo de Potts se considera una red cristalina en donde a cada sitio se le asocia un espín. El valor del espín puede adoptar valores distribuidos uniformemente entre 1 y q , donde estos valores se encuentran uniformemente distribuidos a lo largo del círculo. Es por ello que a este modelo se le conoce también como el modelo del reloj. En el límite $q \rightarrow \infty$ se obtiene el modelo XY . Así pues, el modelo de Potts puede verse como un caso particular del modelo de Axelrod en el que el número de características F es 1.

El modelo de Axelrod fue revisado en el trabajo de González-Avella y colaboradores [González-Avella, J. C. *et al.*, 2006]. El hecho de que los individuos se copien con una probabilidad p como se describe arriba queda justificado debido a que se copiarán con mayor facilidad aquellos que inicialmente compartan un número mayor de características (mismo comportamiento que se espera en la sociedad). Más adelante se discuten con mayor profundidad las innovaciones del trabajo de González-Avella y colaboradores.

Para obtener resultados con validez estadística en el estudio de estos modelos, se simulan dinámicas en la red un cierto número de veces (usualmente unas 30 veces) para cada valor de q , y las cantidades que caracterizan el estado absorbente se obtienen a partir de los promedios, como se verá más adelante. El realizar 30 simulaciones es suficiente para disminuir alteraciones por parte de anomalías individuales, además de que no es particularmente prohibitivo en cuanto a recursos de tiempo de cómputo.

Con el objeto de describir el sistema, en trabajos previos sobre redes sociales se miden dos cantidades de interés equivalentes, una vez alcanzado el estado absorbente.

La primera de ellas es el promedio del tamaño del cúmulo de individuos iguales más grande ($\langle S_{\max} \rangle$) para cada valor de q . Por *tamaño del cúmulo de individuos* se entiende el número de individuos en dicho cúmulo. Usualmente se reporta el valor de $\langle S_{\max} \rangle$ dividido por L^2 , el número de individuos en una red cuadrada de lado L , con el fin de normalizar. Por simplicidad, de ahora en adelante se utilizará $\langle s_{\max} \rangle$ para denotar el tamaño promedio del cúmulo máximo normalizado. Esto es, $\langle s_{\max} \rangle = \langle S_{\max} \rangle / L^2$.

La otra cantidad mencionada es la fracción promedio de dominios culturales $g = \langle N_g \rangle / L^2$, donde N_g es el número de dominios formados en el estado final del sistema para una realización de condiciones iniciales. Por dominios o cúmulos se entienden agrupaciones de individuos que son idénticos.

Como se mencionó previamente, se recorre el valor de q desde valores pequeños, comenzando con $q=1$. Para valores pequeños de la variabilidad cultural q , los individuos comienzan con características semejantes entre ellos. Posteriormente, el copiado hará que se vuelvan aún más homogéneos. En este caso, se forma un cúmulo de individuos con características iguales comparable con el tamaño total de la red. Si el valor de q es muy grande, se espera una diversidad inicial mayor en las características de los individuos. Ello se debe a que se les asignarán valores iniciales entre 1 y q para un valor de q grande, pudiendo así adoptar una mayor gama de valores. Todos los individuos empiezan con probabilidades menores de copiado, lo que conduce a un estado absorbente final heterogéneo. Cabe mencionar que las probabilidades de copiado cambian a lo largo del tiempo, de tal forma que los individuos se vuelven similares por regiones donde originalmente iniciaron siendo más similares. Pero pueden haber varias de estas regiones que son distintas y compiten entre sí. En la Fig. 1 se presentan, a manera de ejemplo, los valores de una de las características de la red de agentes para un sistema con $L=40$ y $F=5$ una vez alcanzado el estado absorbente. Para generar esta figura se utilizó el valor crítico de q correspondiente a la transición de una sociedad culturalmente homogénea a una heterogénea observada posteriormente en la Fig. 2. Esto es, se utilizó $q_c=25$.

Al aumentar el valor de q , se esperaría que $\langle s_{\max} \rangle$ disminuyese, habiendo comenzado en un valor cercano a uno para valores pequeños de q . Se esperaría que para valores mayores de q , el valor de $\langle s_{\max} \rangle$ tendiera a cero. Si en vez de utilizar $\langle s_{\max} \rangle$ se utiliza g , el comportamiento sería opuesto. Esto es, para valores pequeños de q se esperaría que g fuese también pequeña, mientras que para valores grandes de q se esperaría que g fuera cercana a uno. Las dos cantidades mencionadas son análogas en el sentido de que la transición entre 0 y 1 ocurre para un mismo valor de q .

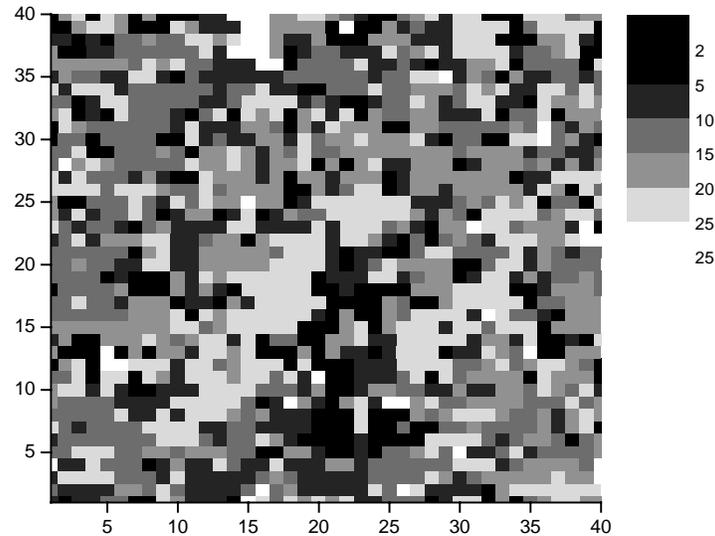


Fig. 1. Valores de los agentes para una de las características en un sistema con $L=40$ y $F=5$ en el estado absorbente dentro de la transición ($q_c=25$) para el modelo de Axelrod.

En el presente trabajo se utilizó $\langle s_{\max} \rangle$ para caracterizar el estado absorbente. Cabe mencionar que el escoger el individuo al azar en la red o recorrer la red de forma ordenada no altera los resultados, como lo muestra la Fig. 2 para una red con $L=40$ y $F=5$. En la elección aleatoria, todos los individuos tienen igual probabilidad de ser elegidos. Una vez que se elige un individuo y se realiza la interacción con alguno de sus cuatro primeros vecinos, también elegido aleatoriamente, se elige otro en la red pudiendo repetirse individuos. Para un número grande de interacciones, todos los individuos tienen una alta probabilidad de haber sido elegidos al menos una vez para interacción, además de que habrán sido elegidos un número similar de veces dado que la distribución de probabilidad de elección es uniforme. Existe, además, una compensación para aquellos que pudieron no haber sido elegidos para interacción con igual frecuencia que los demás. Un individuo puede haber interactuado, a pesar de no haber sido elegido originalmente, a través de haber sido elegido como el vecino con el cual el individuo original interactúa. El fundamento de poder recorrer la red de forma ordenada es precisamente que, en el límite de un gran número de iteraciones, todos los individuos habrán sido elegidos para interactuar un número similar de veces. El recorrer la red con orden simplemente hace lo mismo desde el principio. Como el proceso de recorrer la red en forma ordenada es, además, más rápido, se utilizó este método en lo subsiguiente. Se observa en la Fig. 2 que los resultados son cualitativamente equivalentes. Es decir, a pesar de que hay variaciones leves, la transición de un estado homocultural a un heterocultural ocurre para valores semejantes de q . Asimismo, la forma de las curvas son semejantes. De esta forma se justifica el uso posterior de barrido ordenado de la red como criterio de elección de individuos a interactuar.

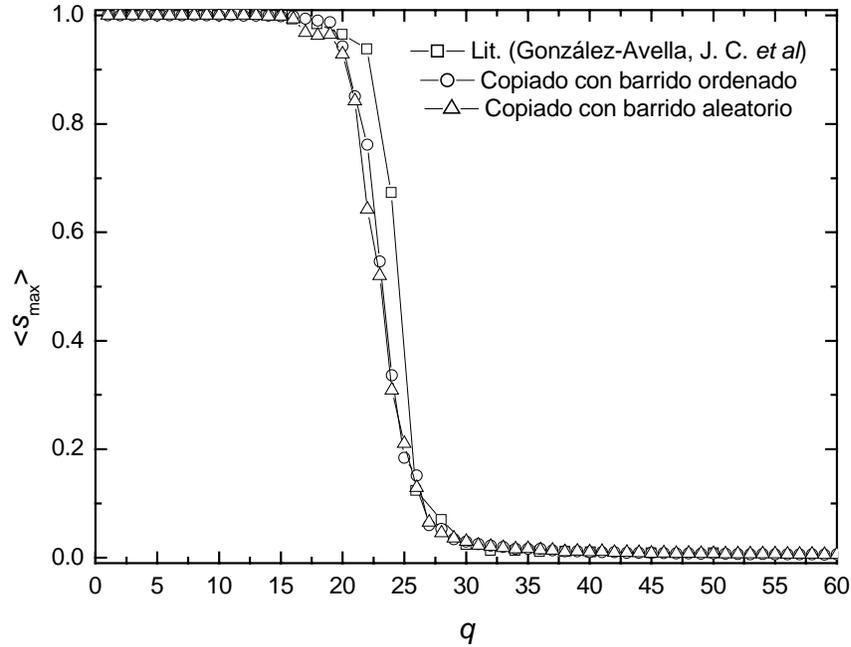


Fig. 2. Tamaño promedio normalizado del cúmulo más grande ($\langle S_{max} \rangle$) como función de q para una red cuadrada de lado $L=40$ y número de características $F=5$. Se incluyen los resultados obtenidos en [González-Avella, J. C. *et al.*, 2006], así como los resultados para barrido ordenado de la red y barrido aleatorio de la misma.

Cabe mencionar que uno de los resultados observados en el modelo de Axelrod es que la transición se vuelve más abrupta al aumentar el valor de L . De esta forma se puede hacer una analogía con una transición de fase en el límite termodinámico.

También se ha estudiado la entropía con el objeto de caracterizar el grado de orden de la red [Villegas-Febres, J. C. *et al.*, 2008]. Dicha entropía se define de la siguiente manera.

$$\mathfrak{S} = -k_B \sum_{m=1}^{L^2} \mathcal{P}_m \ln \mathcal{P}_m$$

Para evitar confusión con el número de individuos en un cúmulo (S), se utiliza el símbolo \mathfrak{S} para la entropía. \mathcal{P}_m está definido de la siguiente forma: $\mathcal{P}_m = N_m/L^2$, donde N_m es el número de agentes pertenecientes a dominios (o cúmulos) de tamaño m presentes en el estado absorbente. Así pues, \mathcal{P}_m se puede entender como la probabilidad de que un agente pertenezca a un dominio de tamaño m . k_B es la constante de Boltzmann. Aunque en el trabajo de Villegas-Febres y colaboradores, del cual proviene la Fig. 3 (a), no se menciona explícitamente, lo que se grafica realmente es $\frac{\mathfrak{S}}{k_B} = -\sum_{m=1}^{L^2} \mathcal{P}_m \ln \mathcal{P}_m$, que simplemente

constituye un reescalamiento de la entropía del ensamble canónico. En el trabajo de Villegas-Febres y colaboradores se estudió el comportamiento de la entropía para el modelo original de Axelrod. A continuación se presentan, en la Fig. 3, los resultados que se obtuvieron para sistemas de lado $L=20, 40$, y con 5 características; así como las dos cantidades utilizadas para caracterizar el sistema mencionadas utilizadas en el trabajo de González-Avella y colaboradores [González-Avella, J. C. *et al.*, 2006].

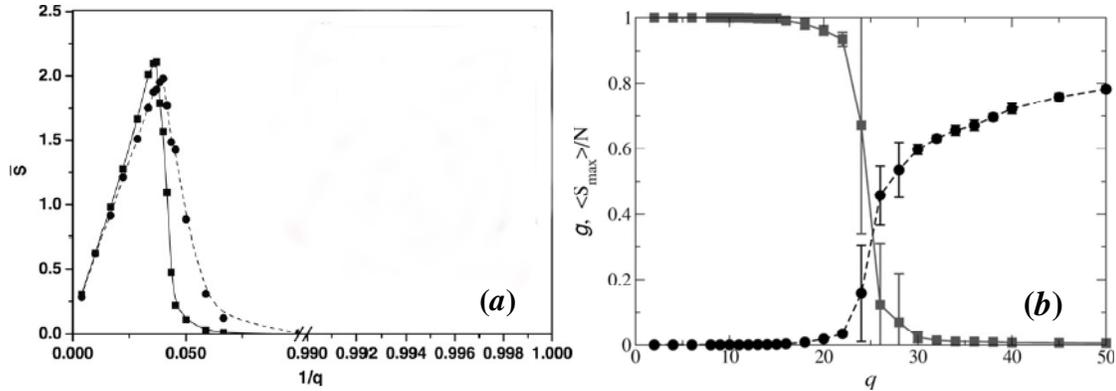


Fig. 3. (a) S/k_B como función de la probabilidad de ocupación de un valor dentro de la variabilidad cultural ($1/q$) para el modelo original de Axelrod. Los sistemas considerados tienen $L=40$ (cuadrados) y $L=20$ (círculos) [Villegas-Febres, J. C. *et al.*, 2008]. (b) Tamaño promedio normalizado del cúmulo más grande (cuadrados); y fracción promedio de dominios culturales (círculos) como función de q para un sistema con $L=40$ y $F=5$ [González-Avella, J. C. *et al.*, 2006].

En la Fig. 3 (a) se puede observar un máximo en la entropía en $1/q=0.04$. En la Fig. 3 (b) se puede observar que $q_c=25$ coincide con el valor de q para la entropía máxima del sistema en (a) para un sistema con lado $L=40$.

Villegas-Febres y colaboradores graficaron la entropía como función de $1/q$ dado que éste último término representa, en el modelo original de Axelrod, la probabilidad de ocupación de alguna característica dentro de la diversidad cultural.

Más adelante, en la sección dedicada al modelo de Castellano y colaboradores [Castellano, C. *et al.*, 2000], en la sección 2.2.3, se menciona un fenómeno estudiado sólo para dicho modelo. Dicho fenómeno consiste en que la distribución acumulativa de tamaños se comporta, al considerarla como función del tamaño, como una ley de potencias. A nuestro conocimiento, no se ha realizado un estudio similar para el modelo de Axelrod original. Por ello, se decidió considerarlo en la presente tesis.

2.2 Variantes del modelo de Axelrod

Existen algunas variantes del modelo de Axelrod. A continuación se discuten algunas de las más conocidas.

2.2.1 Modelos con campo externo

Una variante del modelo de Axelrod se puede encontrar en el trabajo de González-Avella y colaboradores [González-Avella, J. C. *et al.*, 2006], donde se incluye el concepto de campo externo. El campo externo pretende capturar la influencia de los medios masivos de comunicación. Todos los individuos, además de interactuar con sus primeros vecinos, interactúan con el campo externo, que puede ser distinto a la opinión original de la población. Las diferencias entre las interacciones entre individuos y campo externo corresponden a diversos ejemplos de medios de comunicación masiva.

Dependiendo del modelo de medios de comunicación que se desea modelar, la interacción puede ser unidireccional o bidireccional. Por ejemplo, para modelar propaganda se utilizó un campo neto externo que no varía ni en el tiempo ni en el espacio. Para modelar un campo global, usaron un campo externo que cambia en el tiempo adoptando, característica por característica, el valor más frecuente encontrado en los individuos para la característica en cuestión. Este campo varía en el tiempo pero no en el espacio, y puede ser interpretado como medios de comunicación globales que se asume son constantes independientemente de la región, y que se ajustan de acuerdo a las tendencias culturales del momento. Para modelar un campo local, se usó la misma idea de campo global, pero donde ahora el campo adopta el valor más frecuente de la característica en cuestión por cada vecindad (es decir, por cada individuo central y sus cuatro primeros vecinos). Así pues, este campo es variable tanto en tiempo como espacio, y puede interpretarse como un medio de comunicación local que se encarga de acarrear las tendencias culturales locales a otros elementos en el sistema social.

El trabajo de González-Avella y colaboradores generó varios resultados que contradicen la intuición. Por ejemplo, se observó que un posible efecto del campo fue desordenar el sistema mediante favorecer el desarrollo hacia una configuración heterogénea. Esto es, a partir de que la probabilidad de cada agente de interactuar con el campo externo supera un valor crítico, un sistema que de otra forma hubiera sido homogéneo se vuelve heterogéneo (situación no intuitiva debido a que se podría pensar que el campo externo ayuda siempre a homogenizar la red). Los autores atribuyen este comportamiento a una competencia entre las dos tendencias que rigen el comportamiento de los agentes. Una de ellas es la tendencia de los agentes a volverse similares entre sí debida a las interacciones locales entre ellos. La otra es la tendencia a volverse semejantes al campo. La competencia entre estas dos tendencias es la responsable de la formación de más dominios de los que habría si no se considerase la presencia de un campo externo. Otro resultado interesante que encontraron es que sistemas previamente desordenados (en ausencia del campo externo) pueden ordenarse en presencia de un campo externo débil. Así, el campo externo débil se puede ver como una perturbación que favorece el ordenamiento en sistemas desordenados que previamente no estaban influenciados por el campo externo.

2.2.2 Modelos con ruido

Existen ejemplos de modelos unidimensionales del tipo del de Axelrod, como el presentado en el trabajo de Klemm y colaboradores [Klemm, K. *et al.*, 2005]. En un sistema unidimensional, el número de primeros vecinos se reduce a sólo dos. El comportamiento se mantiene cualitativamente semejante al de una red bidimensional. En el trabajo de Klemm y colaboradores se incluye también un término que modela la *deriva cultural*, que se representa por medio de ruido (perturbaciones aleatorias que afectan los valores de las características de los agentes). La tasa del ruido r refleja la frecuencia de las perturbaciones. Esto es, en cada iteración, se realiza una perturbación aleatoria con probabilidad r que generará un valor nuevo entre 1 y q para una de las características elegida al azar de uno de los individuos también elegido al azar. En el mismo trabajo, los autores previamente discuten un modelo en el que las perturbaciones se realizan sólo si el sistema ya se ha relajado. La implementación de la tasa de ruido r

no permite relajación, situación que ellos describen como más realista. La tasa r resulta ser una variable de la cual también depende la transición de fase entre un estado monocultural y uno polarizado (los autores usaron $\langle s_{\max} \rangle$ para identificar el estado final del sistema). Como es de esperarse, para una razón pequeña el sistema se establece en un estado monocultural, mientras que para una tasa de ruido mayor que un valor crítico, dependiente del tamaño de la red, existe polarización (en este último caso, el ruido domina la dinámica del sistema desordenándolo). Dicho efecto está presente para un rango de tamaños. La transición dependiente del valor de r resulta ser, a su vez, altamente sensible al número de individuos que integran la red, y débilmente sensible a la variabilidad cultural q . No obstante, mediante un reescalamiento apropiado del ruido ($R=rN^2$, donde N es el número de individuos), todas las curvas de transición se pueden hacer coincidir. Este resultado implica una relación cuadrática entre el tiempo de relajación tras introducir una perturbación y el número de individuos. Como lo mencionan los autores, esta implicación corrobora la conjetura de que la perturbación puede verse como un cúmulo dañado flanqueado por un cúmulo sin dañar, y que el daño se difunde como una caminata aleatoria sobre la red hasta que se recupera una red homogénea. Adicionalmente, los autores concluyen que el ruido, a pesar de favorecer la transición hacia un atractor monocultural, también puede favorecer la fragmentación del sistema hacia uno heterocultural cuando el ruido es lo suficientemente grande.

El análisis del efecto del ruido en la dinámica para sistemas bidimensionales se estudió en otros dos artículos del mismo grupo [Klemm, K. *et al.*, 2003a; Klemm, K. *et al.*, 2003b]. Como en el caso unidimensional, encontraron que las configuraciones multiculturales en el estado absorbente no son estables. Una forma de entender esto es que una perturbación leve las puede llevar a estados monoculturales. Adicionalmente, la dinámica se encuentra regida por el tiempo promedio T que toma el sistema en relajarse tras una perturbación. Los autores encontraron que una tasa de ruido menor a un valor crítico $1/T$ induce configuraciones monoculturales, en tanto que una razón mayor a dicho valor crítico genera configuraciones multiculturales.

2.2.3 El modelo de Castellano y colaboradores

Otra variante del modelo de Axelrod es el modelo de Castellano y colaboradores [Castellano, C. *et al.*, 2000]. En este trabajo no se utiliza el *traslape* para generar una probabilidad de copiado. En su lugar, una vez escogidos los vecinos que se habrán de copiar, se escoge una característica al azar de las F . En caso de ser iguales los individuos en esa característica, se escogerá otra característica al azar (pudiéndose escoger la misma) y, nuevamente al azar, un individuo copiará al otro. En caso de no haber sido iguales los individuos en la característica escogida en el inicio, no se realiza acción alguna y se pasa al siguiente vecino hasta recorrer a todos los agentes de la red. Otra diferencia entre el modelo de Castellano y colaboradores y el original de Axelrod es que en el primero se utiliza una distribución discreta de Poisson en vez de una distribución aleatoria uniforme para asignar valores iniciales a las características. Es decir, en el modelo original se extraen los valores de una distribución discreta uniforme entre 1 y q , mientras que en el modelo de Castellano y colaboradores se extraen los valores discretos de una distribución de Poisson con media q , de tal forma que la probabilidad de extraer un valor k está dada por $P=q^k e^{-q}/k!$. De esta forma, los valores

generados serán discretos y positivos, pero dispuestos en una distribución de Poisson con media q . Así pues, el parámetro q puede ser visto nuevamente como una medida de la variabilidad cultural inicial del sistema (una q cercana a cero hará que la mayoría de los valores estén situados cercanos al 0, mientras que una q grande será la responsable de generar una gama de valores distintos). La distribución poissoniana inicial de valores puede verse más realista que una distribución uniforme debido a que, en especial para valores grandes de q , la distribución asemeja mejor a una distribución gaussiana. La distribución gaussiana es la que, de acuerdo con el teorema del límite central, describe la distribución de los valores para características provenientes de una gran variedad de cantidades aleatorias que definen cada característica, como sucede en la sociedad.

El modelo de Axelrod, así como de la variante de Castellano *et al.*, presentan una transición de fase entre un estado homogéneo y uno heterogéneo visible en la relación de $\langle s_{\max} \rangle$ como función de q . Esto es, a partir de un valor de q particular se presenta una caída abrupta en el valor de $\langle s_{\max} \rangle$. Posterior a la caída se presentan valores de $\langle s_{\max} \rangle$ pequeños cercanos a 0 [Axelrod, R., 1997; Castellano, C. *et al.*, 2000]. Al igual que en el modelo de Axelrod, se ha observado que la caída es más brusca mientras más grande es el tamaño de la red. Así, en el límite termodinámico en que L tiende a infinito se espera que se presente una transición de fase en forma de escalón. La q para la que ocurre la transición de fase suele llamarse q crítica y denotarse por q_c . Cabe hacer mención que el criterio utilizado para obtener q_c en el trabajo de Castellano *et al.* es puramente visual [Castellano, C. *et al.*, 2000; Castellano, C., 2008].

Es importante indicar que la probabilidad de copiado del modelo de Axelrod y la variante de Castellano presenta una diferencia. Entendemos por copiado aquella interacción en la que alguno de los individuos cambiará el valor de alguna de sus características. Sea P_A la probabilidad de copiado para cada agente o individuo en el modelo de Axelrod, donde el traslape está denotado por la letra J . Sea P_C la probabilidad de copiado en la variante de Castellano, manteniendo J nuevamente como el número de características compartidas. La probabilidad de copiado por agente en el modelo de Axelrod, en el cual se toma en cuenta el traslape, estará definida por $P_A = J/F$. Por otra parte, la probabilidad de copiado en la variante de Castellano estará dada por $P_C = \frac{J}{F} \cdot \frac{F-J}{F} = \frac{J}{F} - \left(\frac{J}{F}\right)^2 = P_A - P_A^2$. De esta forma, obtenemos que $P_C < P_A$ para todos los J en $\{1, \dots, F-1\}$. A manera de ejemplo, se incluye en la Fig. 4 el resultado de $\langle s_{\max} \rangle$ para un sistema con $L=40$ y $F=5$.

Como se observa en la Fig. 4, la q_c es mayor para el modelo de Castellano en comparación al de Axelrod, efecto que se debe a la naturaleza de la distribución inicial para el modelo de Castellano. Es notorio que la transición en el caso de Castellano resulta más suave que la del modelo de Axelrod.

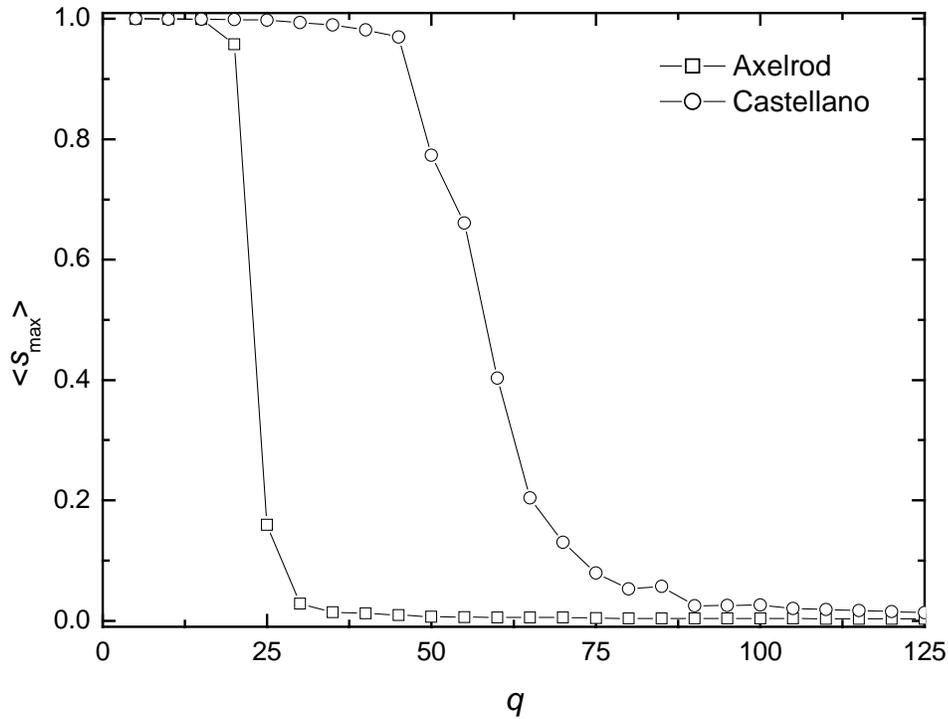


Fig. 4. Tamaño promedio normalizado del cúmulo más grande como función de q , para un sistema con $L=40$ y $F=5$. Se incluyen el comportamiento para el modelo de Axelrod y la variante de Castellano y colaboradores.

Castellano y colaboradores también estudiaron el comportamiento de la distribución acumulativa del tamaño cuando $q=q_c$, encontrando que sigue una ley de potencias. Esto es, considérese que $P_L(s,q)$ es la distribución de probabilidad de encontrar un cúmulo de tamaño s en una red de lado L para una distribución discreta de valores iniciales de Poisson con medias en q . La distribución acumulativa del tamaño (conocida también como CSD por sus siglas en inglés) es, entonces,

$$U_L(s,q) = \sum_{s'=s}^{\infty} P_L(s',q)$$

Esta distribución acumulativa es, entonces, la fracción de regiones de tamaño igual o mayor que s . Castellano *et al.* encontraron que $U_L(s,q_c)$ se ajusta a una ley de potencias como función de s , es decir, $U_L(s,q) \approx s^{-\chi}$, donde $\chi \approx 1.6$ para $F=2$ y $\chi \approx 2.6$ para $F>2$. Ello es interesante debido a que nos sugiere que, independientemente de la escala utilizada, siempre encontraremos que dentro de dicha escala la distribución de tamaños seguirá la misma regla. Si analizamos solamente una fracción de dicha red, el comportamiento de los tamaños de los cúmulos dentro de la misma será el mismo que si tomamos otra escala diferente. Esta invariancia de escala es sugerente de un comportamiento de autosimilitud de la red dentro de la transición. Dicho análisis es particularmente aplicable a redes de tamaño considerable, debido a que sólo en el límite de una red infinita se podrá observar la misma ley de potencias a cualquier escala.

En la Fig. 5 se presentan los resultados de Castellano y colaboradores para la distribución acumulativa de tamaños de un sistema con $L=100$.

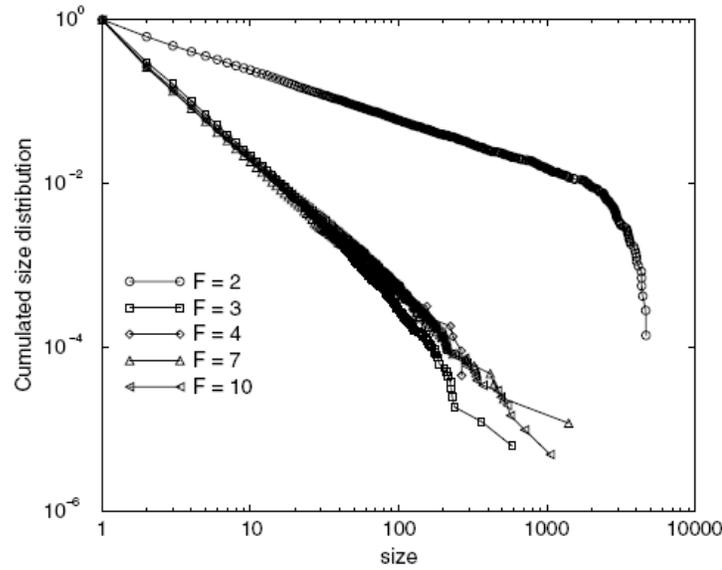


Fig. 5. Distribución acumulativa de tamaños como función del tamaño para un sistema con $L=100$ y diversos números de características [Castellano, C. *et al.*]

En un trabajo del grupo de Klemm y colaboradores [Klemm, K. *et al.*, 2003a] se presenta nuevamente el cálculo de la distribución acumulativa de tamaños para $L=100$ y $F=10$. Ésta también sigue una ley de potencias con exponente -1.85 correspondiente a un valor $\chi = 2.85$. Así pues, los resultados de ambos grupos son consistentes. Asimismo, para un modelo unidimensional de 10,000 individuos y nuevamente con $F=10$, Klemm y colaboradores encontraron que el exponente correspondiente a la ley de potencias era -0.4 . Cabe mencionar que en este mismo trabajo, los autores hacen uso de un método novedoso para caracterizar el estado absorbente. Como ya se mencionó, el estado absorbente corresponde al caso en que todos los enlaces están *inactivos*. El que estén *inactivos* puede deberse a dos razones: ya sea que los elementos en cuestión comparten todas las características, o ninguna. A fin de caracterizar si el tipo de estado absorbente corresponde a una configuración homogénea o no, los autores incluyeron un parámetro \mathcal{L} que modela el orden:

$$\mathcal{L} = 2(z \cdot n \cdot F)^{-1} \sum_{\text{enlaces}(i,j)} (F - l(i,j)).$$

En esta ecuación, z corresponde al número de coordinación (dependiente de la dimensión de la red), n corresponde al número de elementos en la red, F al número de características, y $l(i,j)$ al traslape entre el individuo i y el j . El parámetro \mathcal{L} adopta valores en $[0,1]$. El valor mínimo (cero) se obtiene para configuraciones completamente homogéneas. En este tipo de configuración, todos los enlaces son *inactivos* y pertenecen a aquel caso en que todos los individuos comparten todas las características. En estados absorbentes en que hay fronteras entre cúmulos de agentes con características distintas, existirán enlaces *inactivos* del tipo en el cual los vecinos no comparten característica alguna. Para este caso, \mathcal{L} será mayor que cero. De esta forma, la dinámica siempre tenderá, por lo menos para el presente caso unidimensional, a disminuir el valor de \mathcal{L} . Así pues, el efecto de la dinámica en redes unidimensionales es disminuir el valor de \mathcal{L} . En otro trabajo por el mismo grupo [Klemm, K. *et al.*, 2008] se hace la comprobación

de que \mathcal{L} es una función de Lyapunov. En este trabajo se usa dicha función de Lyapunov para garantizar que el estado homogéneo es un mínimo global (el estado óptimo), mientras que los estados heterogéneos constituyen mínimos locales que bajo perturbación pueden alcanzar el estado óptimo. Como se mencionó en la sección correspondiente a los modelos con ruido (sección 2.2.2), el ruido moderado puede actuar como la perturbación precisa para asentar a la red en un estado homogéneo.

CAPÍTULO 3. NUEVOS MODELOS DE INFLUENCIA SOCIAL

Los modelos que se proponen en este capítulo pretenden generalizar el modelo de Axelrod para incluir fenómenos sociales tales como la formación de comunidades en las que los diferentes valores culturales de los individuos pueden llegar a mezclarse para formar una sociedad diferente. Asimismo, también pretendemos describir los efectos que tendrá el considerar sociedades en las que se toma en cuenta tanto el deseo de los individuos a pertenecer a un grupo dominante, como el deseo de ser diferente.

A continuación se presentan los nuevos modelos desarrollados en el presente trabajo. Un resumen de las características que distinguen a cada modelo se incluye en forma de una tabla en el apéndice D.

3.1 El modelo con hibridación

Hasta donde sabemos, a la fecha no hay un modelo en el que ambos individuos puedan cambiar al interactuar. El resultado del copiado simultáneo es la asignación del promedio de los valores que tenía cada uno antes de la interacción. En dicho modelo, los individuos acaban con un valor híbrido que entrecruza sus valores iniciales, por lo que al modelo se le bautizó como *modelo con hibridación*. Este modelo se aproxima más a la realidad puesto que las interacciones entre individuos no suelen ser unidireccionales, sino que ambos individuos cambian tras una interacción. Adicionalmente, los valores de las características de los agentes ahora pueden adoptar toda una gama de valores, y no solamente enteros.

Las condiciones de asignación de valores para este modelo se tomaron como las de Castellano y colaboradores. Esto es, los valores originales para las características son números naturales tomados de una distribución de Poisson con media q y copiado sin traslape, como en el modelo de Castellano y colaboradores. El parámetro q está dentro de los reales positivos y representa la variabilidad cultural para este modelo. Recordamos que la q para el modelo de Axelrod consiste en el entero máximo que puede escogerse dentro del conjunto $\{1, \dots, q\}$. Así pues, es conveniente resaltar que una diferencia crucial entre las condiciones asignadas a las características de los agentes en este modelo es que en principio es posible tener cualquier valor sin importar cuan grande es. No obstante, es preciso recordar que mientras más se aleje este valor del valor de q , la probabilidad de que este número sea elegido será castigada de acuerdo con la curva de Poisson.

El criterio para que dos agentes puedan interactuar difiere del de Castellano debido a que éste restringiría considerablemente la interacción entre individuos para el presente modelo. Dado que los individuos pueden adoptar valores en los reales, la probabilidad de que sean exactamente iguales se reduce considerablemente. Así pues, éste se relajó de la siguiente forma: dos agentes interactúan si los valores de los individuos para una misma característica tomada al azar difieren en menos de un cierto valor dado por un parámetro llamado *tolerancia* y denotado por τ . Esto es, si denotamos con $\{\sigma_{i,f}\}$ al conjunto de F variables correspondientes a las características de los individuos, dos individuos i y j interactuarán si, para alguna característica f en $\{1, \dots, F\}$ escogida al azar, se cumple que

$|\sigma_{i,f} - \sigma_{j,f}| \leq \tau$. El parámetro τ se bautizó *tolerancia*, debido a que representa el grado de diferencia que pueden tener dos agentes para interactuar. La tolerancia, además, se utilizó como criterio de pertenencia de un agente a un cúmulo una vez alcanzado el estado absorbente. Es decir, dos individuos i y j pertenecerán a un mismo cúmulo si se cumple que $|\sigma_{i,f} - \sigma_{j,f}| \leq \tau$ para toda f en $\{1, \dots, F\}$. Los valores considerados de τ se tomaron en el intervalo $(0,1]$. Vale la pena resaltar que el valor de τ también es crucial en la determinación del cúmulo más grande a considerar. Por ejemplo, un conjunto de agentes adyacentes pueden no pertenecer a un mismo cúmulo si τ tiene un valor muy bajo, pero pertenecer al mismo cúmulo en el caso contrario. Esto a su vez se traduce en un valor $\langle s_{\max} \rangle$ pequeño o grande.

Es preciso hacer notar que un cúmulo en este modelo puede involucrar agentes con valores considerablemente dispares en alguna característica. Por ejemplo, un mismo cúmulo puede contener agentes que difieren en $k\tau$ para una misma característica (y, de hecho, k puede ser mayor a 1), siempre y cuando se encuentren conectados por un mínimo de $k-1$ agentes intermedios, y la diferencia entre agentes adyacentes sea menor o igual a τ .

Por último, cabe hacer mención de un detalle relacionado con la forma de correr las simulaciones. Es necesario realizar chequeos para verificar si el sistema se encuentra o no en el estado absorbente, con el objeto de detener la dinámica al momento de alcanzarlo. No obstante, no es conveniente realizar dicho chequeo en cada barrida de la red, debido a que representaría un gasto de tiempo y esfuerzo de cómputo considerables. Por ello, se decidió realizar el chequeo cada 10,000 barridas, especialmente para valores de L cercanos a 100 (sistemas grandes). Este abordaje se utilizó para todos los modelos en el presente trabajo.

A continuación se presentan los pasos efectivos a seguir para la dinámica de este modelo.

- 1) Se recorre la red de forma ordenada. Para el agente en cuestión, se escoge uno de sus cuatro primeros vecinos al azar.
- 2) Una vez elegidos los agentes a interactuar, se elige una característica al azar dentro de las F disponibles y se comparan los valores de dicha característica para ambos agentes. Como se expuso previamente, se continuará con el siguiente paso sólo si el agente i y el j cumplen con la condición $|\sigma_{i,f} - \sigma_{j,f}| \leq \tau$, donde f es la característica elegida a comparar y τ es la tolerancia.
- 3) Se elige al azar una característica de la F disponibles. El nuevo valor de dicha característica para los dos agentes será el promedio aritmético de los valores previos de dicha característica de los agentes, de tal suerte que $\sigma_{i,f}^* = (\sigma_{i,f} + \sigma_{j,f})/2$, y $\sigma_{j,f}^* = (\sigma_{i,f} + \sigma_{j,f})/2$, donde el $*$ denota el *nuevo* valor tras la interacción.

3.2 El modelo con repulsión

Otro modelo que hasta donde tenemos información no se ha propuesto es uno donde, además de una interacción atractiva, se tenga también una de carácter repulsivo. Por “atractivo” se entiende que el copiado tenderá a hacer que los individuos se parezcan más entre ellos. Sin embargo, ésta no es la única forma de interacción posible. Los individuos en una red social pueden también diferir más como resultado de su interacción, por lo que a este modelo se le bautizó con el nombre de *modelo con repulsión*. En la sociedad existen grupos contraculturales de comportamiento repulsivo. Se podría dar como ejemplo a la juventud. Casi cualquier joven pasa (tal vez variando ligeramente con la edad) por una etapa de rebeldía, durante la cual desea ir en contra de cualquier tendencia social.

Los valores originales para las características de los individuos se toman de una distribución uniforme con valores entre 1 y q . Por tanto, la variabilidad cultural en este caso es del mismo estilo que para el modelo de Axelrod. Los valores de las características a lo largo de las interacciones se mantendrán en los naturales entre 1 y q .

En este modelo, todos los individuos de la red tienen capacidad de repeler, pero la repulsión se dará sólo cuando los individuos compartan menos características que las establecidas por un cierto parámetro denotado por $\gamma \in [0,1]$. El parámetro γ representa un porcentaje de las F características de la red en cuestión. Por ejemplo, si dos agentes vecinos interactuantes comparten 7 características de 10, y $\gamma=0.6$, ambos agentes interactuarán mediante atracción, mientras que si $\gamma < 0.6$, interactuarán mediante repulsión.

Cabe mencionar que existen combinaciones particulares de los valores de γ y F para las cuales no se presenta repulsión. Por ejemplo, para el caso $\gamma = 0.1$ y $F=10$, el modelo no involucra estrictamente repulsión. Sabemos que para que haya interacción, los agentes involucrados deben compartir mínimo una característica. Pero con $\gamma = 0.1$ y $F=10$, el compartir una característica o más implicará comportamiento atractivo, por lo que no es posible tener repulsión bajo estas condiciones. El caso $\gamma=0.1$ y $F=20$ ya puede tener repulsión, aunque la probabilidad de que los agentes se comporten de forma repulsiva es baja (5%). De forma general, el caso $\gamma = 1/F$ nunca presentará repulsión.

El parámetro γ es una forma de representar el grado de repulsión entre agentes. El símil social de este rasgo del modelo es que dos individuos tendrán más oportunidad de parecerse entre sí si tienen un mínimo de características en común antes de la interacción. Mientras más difieran en sus características antes de la interacción, es más probable que tiendan a aumentar sus diferencias durante la misma. De esta forma, γ puede considerarse una representación del “agrado” entre agentes. Un valor bajo para γ corresponde a un agrado mayor entre agentes, debido a que no necesitarán compartir una gran cantidad de características para poder interactuar con naturaleza atractiva. Es así que γ también puede verse como una especie de tolerancia social. Nótese que γ y τ (en el modelo híbrido) presentan un comportamiento inverso uno respecto del otro, ya que valores pequeños de γ se relacionan con sistemas tolerantes en el modelo con repulsión, mientras que valores grandes de τ son los que representan tolerancia en el modelo híbrido.

El proceso de atracción en este modelo sigue las mismas reglas que el modelo de Axelrod, con la salvedad de que en este modelo no hay posibilidad de no interactuar. Esto es, o hay atracción o hay repulsión, pero siempre habrá interacción. En caso de cumplirse la condición para una interacción atractiva, se elegirá uno de los dos agentes interactuantes aleatoriamente y éste copiará del otro alguna característica, elegida al azar, de las que previamente no compartían. Esto se hizo con el fin de amortiguar la dominancia del comportamiento repulsivo observado en primeras simulaciones, en las que el valor de $\langle s_{\max} \rangle$ invariablemente tendió a cero a partir de $q=2$. Como se verá más adelante, el modelo con una fracción de agentes repulsivos hereda esta misma regla de interacción. Por otra parte, el proceso de repulsión para el modelo con repulsión consiste en reasignar un valor aleatorio tomado de una distribución uniforme entre 1 y q a una de las características que compartían los agentes, elegida aleatoriamente, de tal suerte que no compartan más dicha característica. El individuo que sufrirá el cambio es, también, elegido al azar.

Un aspecto que dificulta el análisis de este modelo es que, en muchos casos, el estado absorbente no se alcanza. Recordemos brevemente que el estado absorbente se alcanza cuando la probabilidad de interacción entre agentes es cero, ya sea porque no comparten características, o porque son completamente iguales. Debido a la naturaleza repulsiva del modelo, algunos agentes que recientemente habían experimentado repulsión con algún vecino, tienen siempre una probabilidad distinta de cero de retornar sus valores a los del ese vecino mediante interacciones de naturaleza atractiva. Así pues, algunos sistemas nunca alcanzaron el estado absorbente. Esto ocurrió para valores de la variabilidad cultural q cercanos a una transición atípica que se describirá en la sección de resultados. Por lo mismo, fue necesario implementar otro criterio para considerar que la red ya se encontraba cerca del estado absorbente, a saber, si para una cierta corrida, el tamaño normalizado del cúmulo más grande ($\langle s_{\max} \rangle$) no cambia más de 0.05 en el transcurso de 100,000 iteraciones, entonces se considera que la red ya no presentará cambios considerables. Esto es, cada 1000 iteraciones se obtiene el valor de $\langle s_{\max} \rangle$, en 100 ocasiones, y se observa el cambio máximo en dicho valor. Si el cambio corresponde a menos del 5% del tamaño total del sistema, entonces es probable que los cambios observados provengan de los individuos en las fronteras entre cúmulos dominantes. Dichos individuos son los que presentan aún repulsión y, por lo tanto, cambian su pertenencia de un cúmulo dominante a otro. Además, son los responsables de que no se alcance el estado absorbente como tal. Cuando esto sucede, se procede a realizar el análisis de la red. Cabe hacer notar que el segundo criterio sólo se implementó en caso de que, para un número muy alto de iteraciones, el primer criterio no se hubiese cumplido.

A continuación se presentan los pasos a seguir para la dinámica del modelo con repulsión.

- 1) Se recorre la red de forma ordenada. Para el agente en turno, se elige aleatoriamente un primer vecino al azar.
- 2) Se determina, para los dos agentes interactuantes, el grado de similitud mediante el conteo de las características que comparten, y se normaliza respecto al número total de características F .

- 3) Se compara el grado de similitud con el grado de repulsión γ . En caso de ser menor, se adopta la dinámica repulsiva. De lo contrario, se adopta la dinámica atractiva.
- 4) En caso de ocurrir repulsión, se escoge una característica f al azar que previamente compartían. Al azar, uno de los agentes modifica el valor de dicha característica adoptando un *nuevo* valor entre los q posibles. Así pues, si el individuo a modificarse es el i -ésimo, el valor para su característica f será $\sigma_{i,f}^* = \{1, \dots, q\} - \{u\}$, si su valor previo era $\sigma_{i,f} = u$. Recordamos que el $*$ representa el nuevo valor.
- 5) En caso de ocurrir atracción, se elija aleatoriamente una característica f en que previamente diferían los agentes. Se elige al azar de entre los dos agentes interactuantes a aquél que copiará. Si el agente elegido es el i -ésimo, $\sigma_{i,f} = \sigma_{j,f}$

3.3 El modelo con una fracción de agentes repulsivos

El modelo con una fracción de agentes repulsivos es una generalización del modelo con repulsión. La asignación de valores a las características es exactamente igual a la del modelo con repulsión. En él, no todos los individuos de la red son capaces de repeler. La motivación social es que no todos los individuos tienen el mismo tipo de interacciones repulsivas. Esto se expresa en el modelo con una fracción de agentes repulsivos limitando las interacciones repulsivas a que aparezcan con una fracción $\phi \in [0,1]$ dentro del total de individuos en la red. Por ejemplo, el caso $\phi=0.5$ genera una red en la que la mitad de los individuos tienen la capacidad de repeler. Los agentes con habilidad de repulsión son elegidos al azar. El modelo con repulsión es así un caso particular del modelo con una fracción de agentes repulsivos para $\phi=1$. El caso $\phi=0$ es parecido al modelo de Axelrod. La única diferencia que presenta el modelo con una fracción de agentes repulsivos con el de Axelrod es que el copiado (en caso de elegirse copiado) ocurre con probabilidad 1 y no con la probabilidad correspondiente al traslape.

Debido a que el presente modelo aún conserva cierta naturaleza de repulsión, en ocasiones fue necesario implementar el segundo criterio para determinar el estado absorbente, mismo que se describe en la sección 3.2.

A continuación se presentan los pasos a seguir para la dinámica del modelo con una fracción de agentes repulsivos.

- 1) Se eligen al azar $\phi \cdot L^2$ agentes al azar que tendrán la opción de repeler.
- 2) Se recorre la red de forma ordenada para tomar agentes a interactuar. Una vez tomado el i -ésimo agente, se elige un primer vecino al azar.
- 3) En caso que uno de los agentes tenga la opción de repeler, la dinámica a seguir será la de repulsión (véase el paso 3 a 5 del algoritmo de la sección 3.2).
- 4) En caso que ninguno de los agentes tenga la opción de repeler, la dinámica a seguir será copiado con probabilidad 1 (véase el paso 5 del algoritmo de la sección 3.2).

CAPÍTULO 4. RESULTADOS

En este capítulo se discuten los resultados obtenidos para los diferentes modelos planteados en el capítulo anterior.

4.1 Resultados para el modelo con hibridación

El valor de la variabilidad cultural q para el cual ocurre la transición fue mayor considerando valores de τ grandes. Esto se puede interpretar como que la transición para una sociedad más *tolerante* se presenta para un valor de una variabilidad cultural mayor que aquél correspondiente a la transición para una sociedad menos tolerante. Ello era de esperarse considerando que una sociedad más tolerante permite la pertenencia de agentes con cierto grado de diferencia (en este caso proporcional a una mayor variabilidad cultural) a un mismo grupo. Es decir, q_c es típicamente mayor para sistemas con valores considerables de la tolerancia τ , en comparación con sistemas con valores bajos de τ . Ello se debe a que en una sociedad más tolerante los agentes tienen más probabilidad de interactuar. Adicionalmente, si se incrementa la tolerancia τ para los sistemas, el efecto es un incremento del tamaño normalizado del cúmulo más grande, debido a que más agentes con valores cada vez más distintos para las características pueden pertenecer a este cúmulo. Como se mencionó en la descripción previa de este modelo, agentes con valores muy dispares para una determinada característica pueden terminar perteneciendo a un mismo cúmulo si el valor de τ es considerable, siempre y cuando se encuentren conectados mediante enlaces adyacentes intermedios que no difieren en más de la tolerancia. Por estas razones, sistemas valores altos de τ requerirán también valores elevados de variabilidad cultural antes de que se fragmente el cúmulo monocultural y se llegue a la transición, situación que explica que sistemas con tolerancias grandes presentan valores de q_c mayores. Por otra parte, como se puede observar en varias de las gráficas siguientes, el comportamiento de los sistemas resultó ser altamente sensible a variaciones pequeñas de τ .

En la Fig. 6 se muestra el comportamiento obtenido para un sistema de lado $L=50$ con 2 características ($F=2$).

Las fluctuaciones correspondieron, como se menciona en el capítulo de antecedentes, a la desviación estándar de los 30 promedios del tamaño del cúmulo máximo normalizado.

En la Fig. 6 (a) se puede observar una transición de fase de un sistema culturalmente homogéneo a uno heterogéneo. Dentro de la transición aparece una meseta particularmente evidente para valores bajos de la tolerancia τ . Este comportamiento se observó también para un sistema de mayor tamaño (con lado $L=100$), como puede observarse en la Fig. 7.

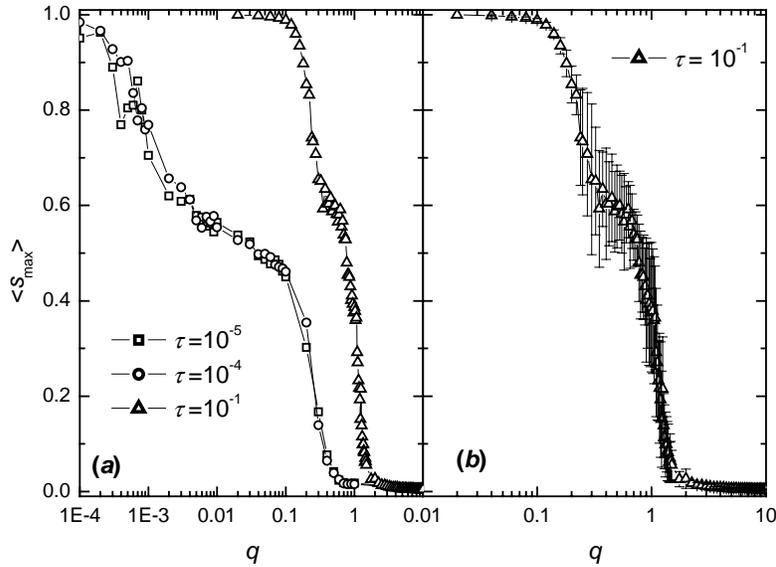


Fig. 6. Tamaño promedio normalizado del cúmulo más grande como función de q , para un sistema con $L=50$ y $F=2$, para valores (a) $\tau=10^{-5}$, 10^{-4} y 10^{-1} , y para (b) el valor de $\tau=10^{-1}$, incluyendo las fluctuaciones. En general para la presente tesis, a menos que se indique lo contrario, las fluctuaciones siempre se comportaron como en (b), divergiendo en la transición y siendo despreciables fuera de ella. En lo restante del presente trabajo, y con el objeto de que los gráficos sean más claros, las fluctuaciones no se incluyen a menos que presenten algún comportamiento atípico.

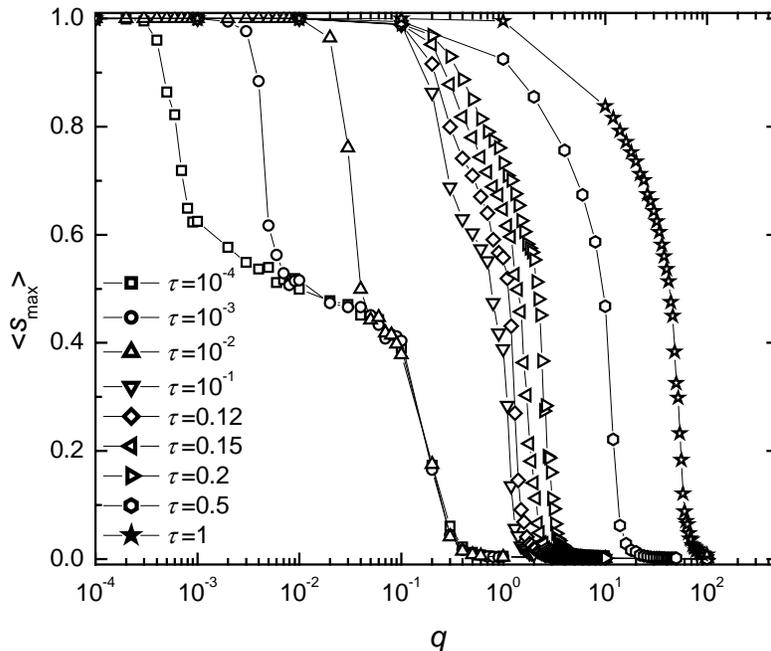


Fig. 7. Tamaño promedio normalizado del cúmulo más grande como función de q , para un sistema con $L=100$ y $F=2$, para diversos valores de τ .

En la Fig. 7 puede observarse una meseta en las curvas correspondientes a valores pequeños de τ . Por ejemplo, para $\tau=10^{-4}$, la meseta se encuentra aproximadamente entre los valores de $q=10^{-3}$ y $q=10^{-1}$. Además, en la Fig. 7 también se puede ver que la transición de un sistema culturalmente homogéneo a uno heterogéneo es

considerablemente suave para valores grandes de τ (considérese que la escala para q es logarítmica). Ello se debe a que varios cúmulos de tamaños diferentes coexisten para una extensa gama de valores de la variabilidad cultural q , lo que es de esperarse para una sociedad tolerante.

Para poder entender mejor la razón de la aparición de la meseta, se tomó un valor de q en el rango de valores en que ocurre la meseta para uno de los sistemas que la presentaron y se graficó la red real una vez alcanzado el estado absorbente (Fig. 8).

Los cúmulos observados en la Fig. 8 no necesariamente corresponden a los cúmulos reales detectados por el programa, puesto que existe la posibilidad de que algunos cúmulos estén formados por agentes con valores muy distintos (con una diferencia absoluta mayor que la tolerancia τ) conectados entre sí por agentes intermedios que difieren entre primeros vecinos menos que la tolerancia. No obstante, y como se menciona más adelante al discutirse el *límite asintótico*, los valores correspondientes a los presentados en la Fig. 8 no difieren considerablemente en el valor de la característica mostrada. De hecho, fue posible notar que los valores de las diferencias entre agentes de un mismo cúmulo en la figura rebasaron la tolerancia involucrada sólo pocas veces. Así pues, a pesar de que los cúmulos observados en la Fig. 8 no son precisamente los cúmulos encontrados por el algoritmo, dicha figura proporciona información útil sobre la forma de los cúmulos. En la parte correspondiente a la Fig. 8 (b), las regiones representadas por color blanco con un patrón de “x” en su interior pueden corresponder a varios valores, dado que el criterio selecciona aquellos agentes cuya característica analizada tiene valores mayores a 0.016. No obstante, el hecho de que los agentes representados con el patrón de “x” puedan o no pertenecer a un mismo cúmulo no tiene consecuencias visibles en los resultados debido a que, como se puede observar en la red, estos agentes no conforman al cúmulo de mayor tamaño.

En la Fig. 8 (a) se observan cúmulos interconectados por *brazos* delgados (en la mayoría de los cúmulos. Los brazos tienen más de un individuo de grosor). Dichos cúmulos forman parte de un cúmulo del orden del número de individuos en la red. Es probable que aumentos leves en el valor de q adelgacen los brazos sin llegar a romper el cúmulo. Eso es precisamente lo que se observa en la Fig. 8 (b). Esto podría explicar la presencia de la meseta. Es decir, nos encontramos en presencia del límite de percolación, mismo que se extiende a costa de adelgazar, conforme se aumenta el valor de q , las uniones que se extienden a lo largo de la red, lo que da lugar a la meseta. Aumentando aún más el valor de la tolerancia τ , las conexiones entre cúmulos no podrán adelgazarse más y al romperse dichas conexiones, el cúmulo principal se fragmentará, concluyendo la transición.

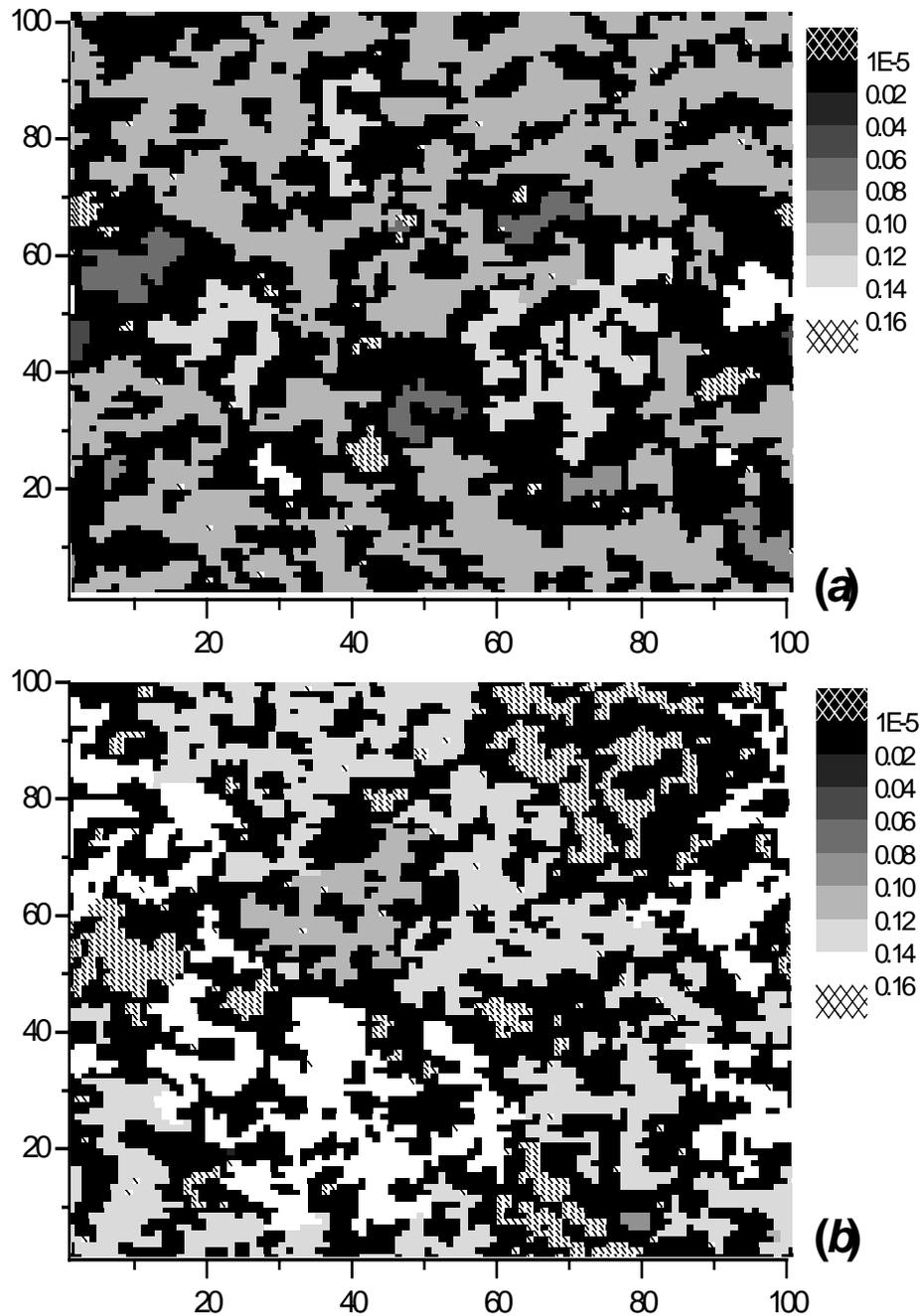


Fig. 8. Valores de los individuos en la red para una de las características en un sistema con lado $L=100$, $F=2$, y $\tau=0.01$ en el estado absorbente para (a) $q=0.06$, y (b) $q=0.08$. Los valores de q se encuentran en el rango que genera la meseta. La escala de grises a la derecha relaciona el valor de la característica mostrada con el tono de grises.

Es preciso enfatizar el efecto que tiene un aumento del valor de la variabilidad cultural q en relación con el comportamiento del cúmulo máximo que se extiende a lo largo de la red. La fragmentación observada al aumentar el valor de q , de uno anterior a la transición a uno posterior a la misma, no corresponde a una fragmentación del cúmulo máximo en cúmulos menores que conservan las características del máximo, pero que están

desconectados unos de otros. Más bien, el utilizar una q cuyo valor es posterior a la transición se traduce en generar una nueva red para la dinámica. Una vez realizada la dinámica en esta nueva red, se observa que junto con el cúmulo máximo hay varios otros cúmulos, que pueden o no ser comparables en tamaño, pero cuyos individuos no son necesariamente semejantes en sus características a los del cúmulo máximo. De esta forma, se puede considerar que el estado absorbente para una red con un valor de q previo a la transición presenta un cúmulo máximo cuyas ramificaciones abarcan casi toda la red. Por el contrario, el estado absorbente para una red usando un valor de q posterior a la transición se manifiesta por una red compuesta de cúmulos de individuos de características distintas, y ninguno de ellos abarca una fracción considerable de la red.

A continuación se presentan figuras con el análisis de los resultados para valores de F mayores a dos.

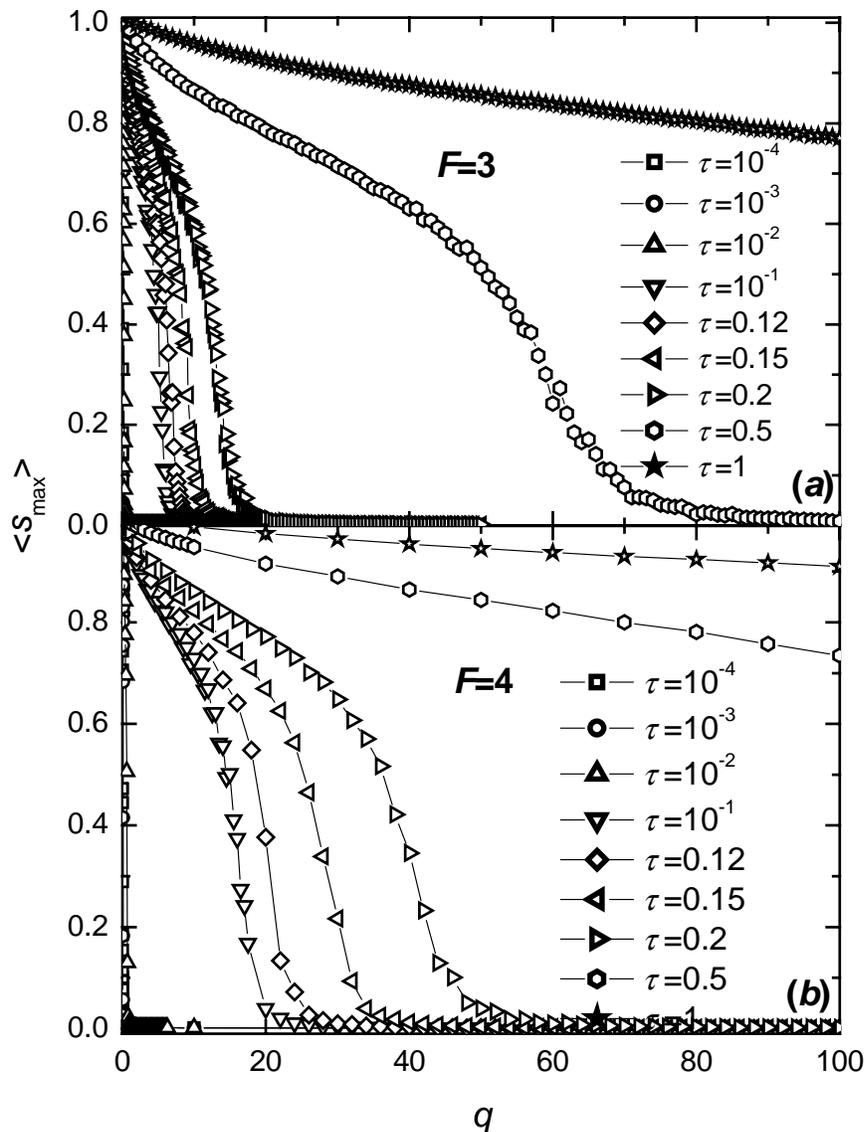


Fig. 9. Tamaño promedio normalizado del cúmulo más grande para sistemas con $L=100$ y (a) $F=3$, (b) $F=4$, y diversos valores de τ .

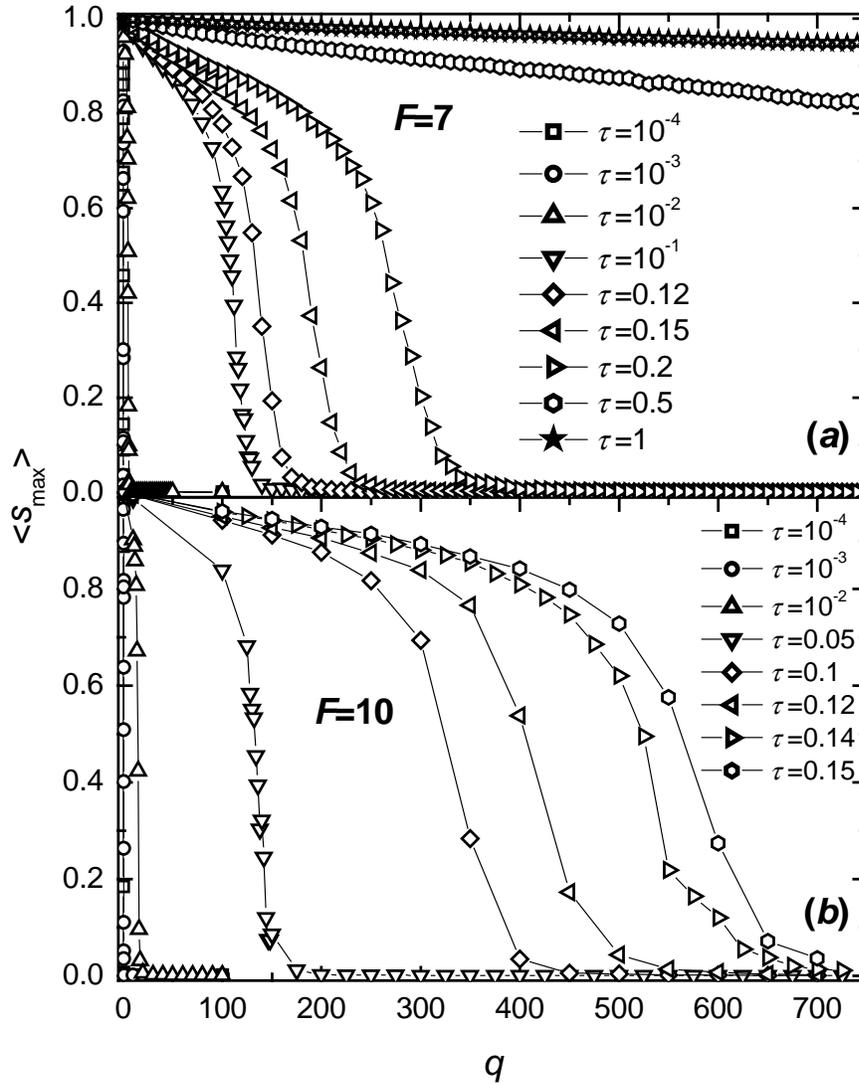


Fig. 10. Tamaño promedio normalizado del cúmulo más grande para sistemas con $L=100$ y (a) $F=7$, (b) $F=10$, y diversos valores de τ .

Se puede notar en la Fig. 9 y Fig. 10 que la meseta ya no aparece. Esto es, dicho comportamiento sólo ocurre para $F=2$. La probabilidad de copiado para el caso $F=2$ y el caso $F>2$ puede aclarar el hecho de que la meseta sólo se presente para $F=2$. La probabilidad de copiado en este modelo está dada por $P = \frac{J}{F} \cdot \frac{F-J}{F}$, con F el número total

de características y J el número de características compartidas por los individuos interactuantes. P presenta su máximo en $J=F/2$. La probabilidad de copiado entre individuos interactuantes para un sistema con $F=2$ siempre caerá en el caso del máximo, mientras que para sistemas con $F>2$ existen otros valores posibles para J . El hecho de que la probabilidad de copiado para agentes que sólo comparten una característica en un sistema con un total de dos características ($F=2$) sea siempre mayor o igual que aquella para un sistema con $F>2$ puede ser el responsable de que la meseta sólo esté presente para $F=2$. Es decir, para valores de F mayores a 2, la probabilidad de que dos agentes interactúen atrayendo los valores de una característica entre sí disminuye, no permitiendo

el adelgazamiento de los brazos de interconexión del cúmulo principal presente para $F=2$, anulando así la presencia de la meseta.

Se estudió también si el comportamiento de la distribución acumulativa de tamaños seguía, al igual que en el modelo de Castellano y colaboradores, una ley de potencias dependiente del tamaño de cúmulo. Para ello, se probó una gama de valores de q cerca de la posible transición, tomando un mínimo de cuatro valores de q elegidos a distancias iguales entre sí para analizar si cercano a alguno de los valores hubo un comportamiento similar a una ley de potencias. Ello se hizo pues, debido a la suavidad inherente a la transición en este modelo, no se pudo discernir de forma inmediata el valor de q_c para cada caso. No se observó un comportamiento de ley de potencias para ninguno de los valores de q estudiados.

A manera de ejemplo, se presenta en la Fig. 11 la distribución acumulativa de tamaños para un sistema con $L=100$ y 10 características culturales. Se utilizaron cuatro valores de la variabilidad cultural q debido a que no resulta inmediato ubicar el valor crítico de q en este modelo. Así pues, se tomaron cuatro valores separados encontrados dentro de la transición. No obstante, ninguno de dichos valores para q_c generó un comportamiento tipo ley de potencias para la distribución acumulativa de tamaños.

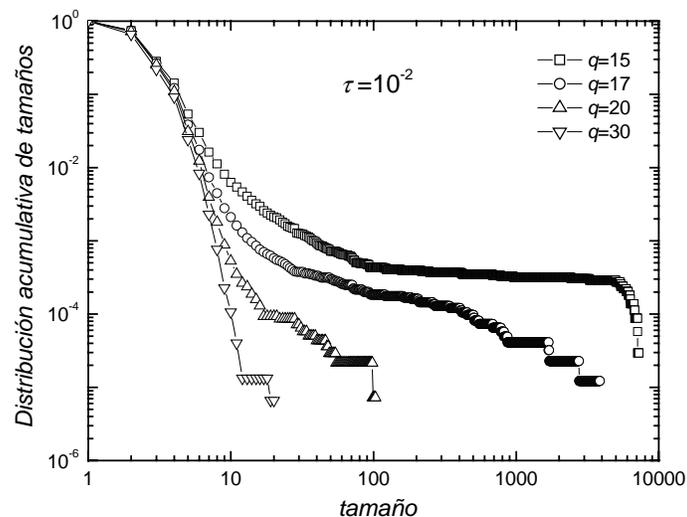


Fig. 11. Distribución acumulativa de tamaño como función del tamaño para un sistema con $L=100$ y $F=10$.

Previamente se mencionó en la sección 3.1 que se revisaba si la red ya había alcanzado el estado absorbente cada 10,000 recorridos de la red. Cabe hacer notar que el utilizar dicho intervalo de muestreo en el modelo con hibridación tiene consecuencias interesantes. Resulta ser que las redes en este modelo alcanzan el estado absorbente para un número de recorridos de la misma considerablemente inferior a 10,000. Sin embargo, para este modelo particular, el alcanzar el estado absorbente no es sinónimo de que la red ya no pueda presentar cambios sucesivos. Dos vecinos con características distintas pueden pertenecer a un mismo cúmulo al alcanzar el estado absorbente. No obstante, si se continuase la dinámica, dichos individuos podrían modificar sus valores aún más al continuar adoptando como valor de una característica el promedio de las que tenían antes de la interacción. Así pues, para este modelo en particular, llamaremos *estado absorbente*

a aquél que se alcanza al cumplirse por primera vez la condición descrita para el modelo con hibridación, y finalmente *estado asintótico* a aquél que se registra considerando un número de iteraciones suficiente para que las diferencias absolutas de los valores de los individuos en un mismo cúmulo tiendan a cero. A continuación se presenta una figura comparativa de los estados *absorbente* y *asintótico*. Para sistemas con $L \leq 40$ se observó que el estado asintótico se alcanza con 10,000 iteraciones.

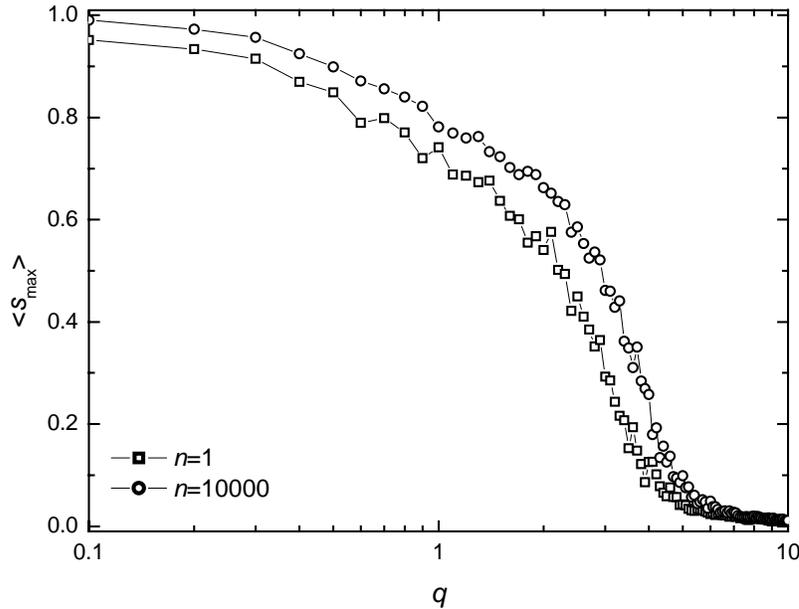


Fig. 12. Tamaño promedio normalizado $\langle s_{\max} \rangle$ del cúmulo más grande como función de q para un sistema con $L=40$ y $F=2$. El valor de n indicado corresponde al número de recorridos de la red que deben transcurrir antes de verificar si se alcanzó el *frozen state*.

En la Fig. 12 se observa que, a pesar de presentar diferencias sutiles, el comportamiento de $\langle s_{\max} \rangle$ respecto a q para uno u otro valor de n es similar. La transición, de hecho, ocurre prácticamente para el mismo valor de q . Los valores mayores para el tamaño promedio normalizado del cúmulo más grande provienen de que la red cuenta con más tiempo para relajarse y, así, incorporar más individuos al cúmulo más grande. De hecho, los cúmulos generados utilizando el estado *asintótico* están constituidos por agentes cuyos valores para una determinada característica fueron casi siempre el mismo. La desviación estándar del valor de una determinada característica para un mismo cúmulo siempre tendió a cero en el límite asintótico para sistemas con $L \leq 40$. Es decir, los cúmulos estuvieron, de forma general, constituidos por agentes *idénticos* (por lo menos considerando hasta la quinta cifra decimal) a pesar de que los valores que podían adoptar las características pertenecían a un intervalo subconjunto de los reales. A pesar de que para sistemas de lado $L=100$ y $F=2$ no se alcanza el límite asintótico con 10,000 iteraciones, ellas son suficientes para reducir considerablemente la diferencia entre individuos de un mismo cúmulo. Aunque los cúmulos mostrados en la Fig. 8 no corresponden exactamente a los cúmulos reales registrados por el algoritmo, sirven para mostrar una tendencia del comportamiento de la red. Es preciso hacer notar que el estado *asintótico* es un criterio más fuerte que el simple estado *absorbente*. Ello se debe a que para alcanzar el estado asintótico se realizarán un número considerablemente mayor de

ciclos de interacción entre agentes que el número requerido para alcanzar el estado absorbente. Cabe señalar que para alcanzar el estado asintótico en sistemas de tamaño $L=100$ sería necesario realizar un número de iteraciones por arriba de 10^6 por promedio realizado, lo que se traduce en un tiempo muy largo de cómputo, y por ello para estas redes no se utilizó este criterio. Por otra parte, el utilizar el estado asintótico para sistemas con $L \leq 40$ agiliza el cómputo al reducir el número de veces que el algoritmo ha de revisar si la red no puede cambiar aún más de forma considerable. Por estas razones se utilizó el estado asintótico en todas las simulaciones para el modelo con hibridación, con excepción del sistema con lado $L=100$.

Ahora veremos el comportamiento de la entropía para el modelo híbrido. Como se mencionó anteriormente en la descripción del modelo de Axelrod en la sección 2.1, Villegas-Febres y colaboradores [Villegas-Febres, J. C. *et al.*, 2008] graficaron la entropía como función de $1/q$ para así usar un parámetro que represente la probabilidad de ocupación de un valor de una característica. No obstante, en el modelo híbrido q es precisamente el valor más probable para una distribución de probabilidad de Poisson, por lo que se consideró mejor graficar respecto a q . En la Fig. 13 se presenta la estimación de la entropía para un sistema con lado $L=100$ y cinco distintos valores de F . En la gráfica superior (Fig. 13 (a)) se considera un valor pequeño de tolerancia ($\tau=0.01$), mientras que en la inferior (Fig. 13 (b)) se consideran valores mayores para la tolerancia ($\tau=0.14, 0.2$, y 0.5).

Puede observarse en la Fig. 13 la presencia de máximos en la entropía como función de q , mismos que concuerdan con los valores correspondientes de q_c observados en la Fig. 7, Fig. 9, y Fig. 10. Se observa en la Fig. 13(a) entre los valores $q=0.05$ y $q=0.1$ un comportamiento atípico para la entropía como función de q para $F=2$ y $\tau=0.01$, mismo caso en que se presentó la meseta al graficar $\langle s_{\max} \rangle$ como función de q . A diferencia de los demás casos, dicha curva tiene una meseta. Los máximos de las curvas no están constituidos por picos delgados, sino por valores que crecen lentamente hasta un máximo y decaen lentamente también. Esto ocurre porque en el modelo con hibridación, la transición es más suave y ocurre a lo largo de un intervalo considerable de valores de q , especialmente en sistemas con alta tolerancia. Se puede observar que los máximos de la entropía siguen un aparente comportamiento lineal dentro de la escala semilogarítmica como función de q , considerando las curvas correspondientes a $\tau=0.5$. Los máximos para $\tau=0.5$ y $F=2, 3$, y 4 parecen respetar un comportamiento $y=3.20927-0.50411\log_{10}(q)$ con un buen ajuste ($R^2=0.9972$). Este comportamiento no parece estar presente para valores pequeños de τ , como se puede observar en el caso $\tau=0.01$.

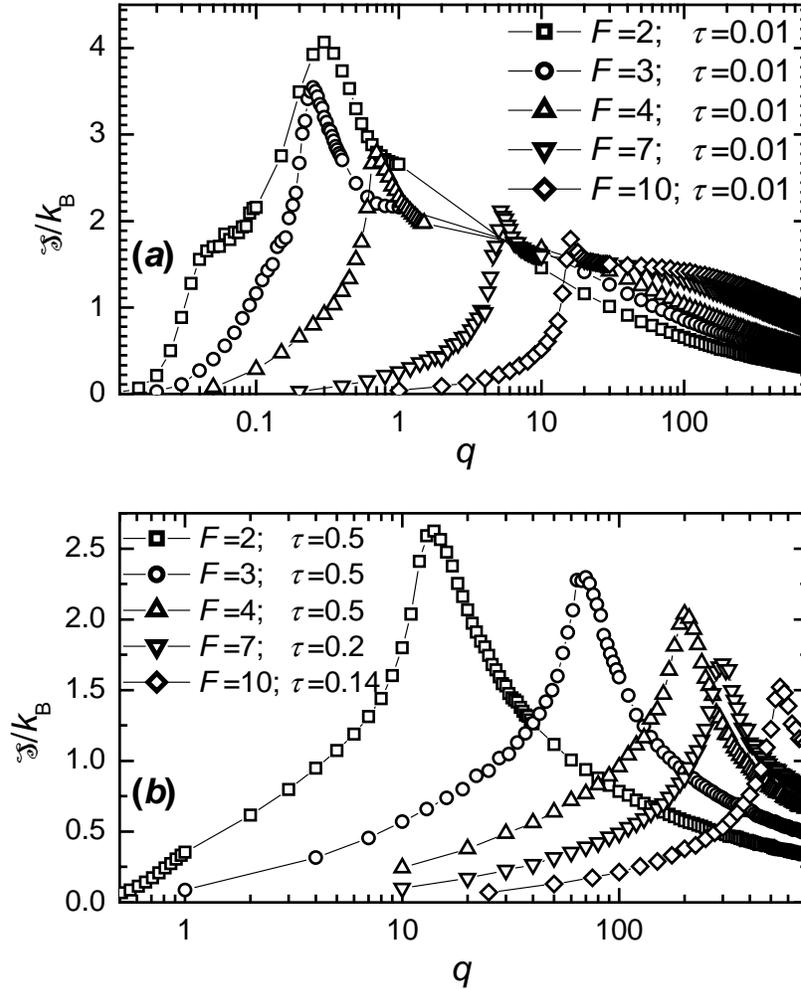


Fig. 13. S/k_B como función de q para un sistema con $L=100$ y $F=2, 3, 4, 7$, y 10 . a) $\tau=0.01$; b) $\tau=0.5$ para todos los valores de F , a excepción de $F=7, 10$ en los que la transición ocurrió posterior a $q=740$.

4.2 Resultados para el modelo con repulsión

Como ya se mencionó, en el modelo repulsivo los valores de q están restringidos a números naturales. Este modelo presenta transiciones de fase muy abruptas. Esto es, para un determinado valor i de la variabilidad q se cuenta con un estado monocultural, mientras que para el $i+1$ ya se cuenta con un estado completamente fragmentado. A continuación se presenta en la Fig. 14 el valor de $\langle s_{\max} \rangle$ como función de la variabilidad cultural q para sistemas con cinco valores distintos para el lado L y con 10 características cada uno.

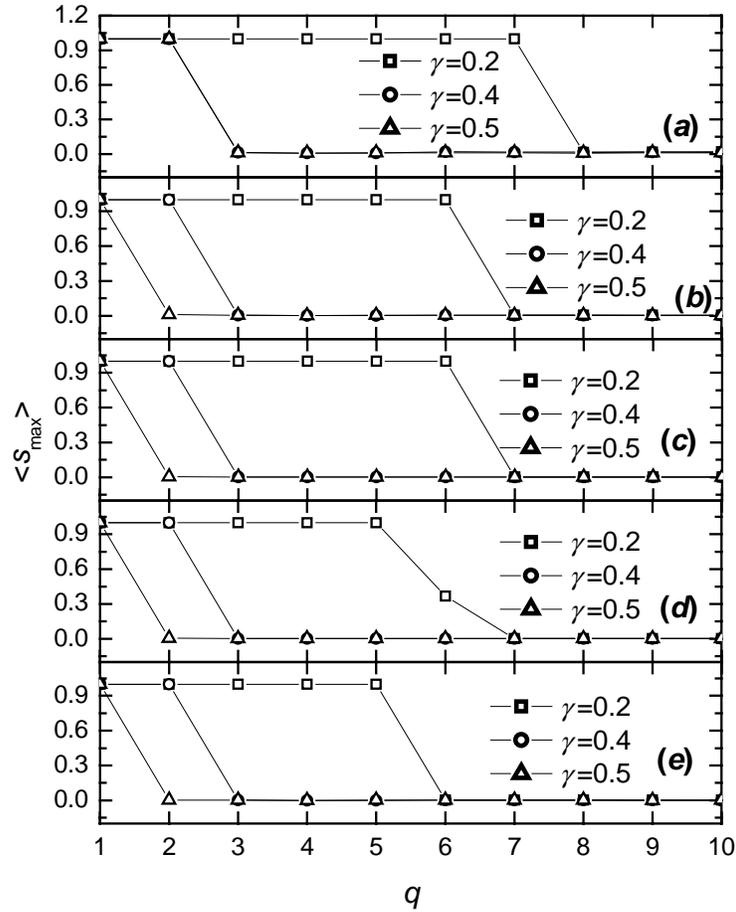


Fig. 14. Tamaño promedio normalizado del cúmulo más grande como función de q para un sistema con $F=10$, y (a) $L=10$, (b) $L=20$, (c) $L=30$, (d) $L=40$, (e) $L=50$.

En la Fig. 14 se puede notar también que las transiciones entre sistemas culturalmente homogéneos y heterogéneos ocurren para valores pequeños de q , a pesar de que los sistemas involucrados tienen 10 características. En contraste, en los modelos vistos discutidos en el capítulo 2, las transiciones suelen aparecer para valores de q por encima de 10 para sistemas con $F=10$. Conforme más crece el valor del parámetro γ , el modelo repulsivo se aleja más del de Axelrod al presentar transiciones más y más abruptas.

Cabe señalar que algunos comportamientos de los modelos previos también se observaron en éste. Por ejemplo, para γ fija, conforme aumenta L , disminuye q_c . Las fluctuaciones fueron máximas dentro de la transición, y sólo visibles en los casos en que la transición no fue tan brusca y hubieron valores intermedios entre 0 y 1 para $\langle S_{\max} \rangle$. Fuera de la transición no se observaron fluctuaciones.

El sistema con menor grado de repulsión (aquel de menor γ) presentó su transición para un valor de q mayor al correspondiente para valores mayores de γ . Dicho comportamiento era previsible debido a que, para valores pequeños de γ , el copiado predomina ante la repulsión, facilitando la creación de similitudes entre individuos, que a su vez incrementa el número de interacciones atractivas y eventualmente crea un cúmulo de tamaño

comparable con el de la red. Al aumentar el valor de γ , el sistema se torna más sensible a la variabilidad cultural, fragmentándose para valores menores de q .

En este modelo, los valores de γ se encuentran restringidos al número de características. Por lo tanto, si se desea conocer el comportamiento para valores de γ menores a 0.2, es necesario considerar sistemas con un número de características mayor a 10. Para 10 características, el modelo con menor repulsión que se puede construir es uno con $\gamma=0.2$, ya que $\gamma=0.1$ es puramente atractivo. Pero en sistemas con $F=20$ es posible utilizar un valor mínimo para γ de 0.1 (es decir, los individuos en estos sistemas mínimo deben compartir 2 características para decidirse por usar dinámica atractiva). Se desea conocer el comportamiento del tamaño del cúmulo máximo como función de q para valores pequeños de γ con el objeto de observar si existe un comportamiento más semejante al modelo de Axelrod. Los resultados de dichas simulaciones se presentan en la Fig. 15.

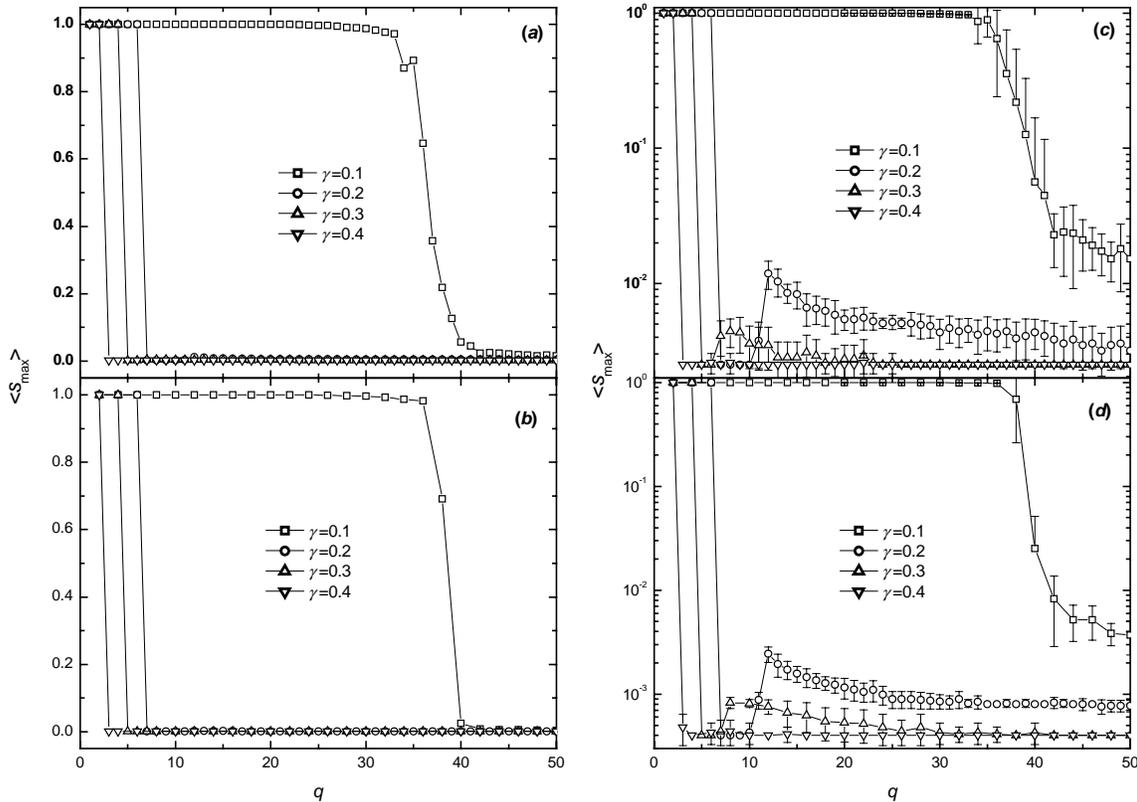


Fig. 15. Tamaño promedio normalizado del cúmulo más grande para un sistema con $F=20$, y (a) $L=20$ con escala vertical lineal, (b) $L=50$ con escala vertical lineal, (c) $L=20$ con escala vertical logarítmica, y (d) $L=50$ con escala vertical logarítmica. Los valores de γ considerados fueron 0.1, 0.2, 0.3, y 0.4.

A continuación se muestra en la Fig. 16, a manera de ejemplo, los valores para una característica de los agentes en una red con tamaño $L=50$, número de características $F=20$ y grado de repulsión $\gamma=0.2$. Se utilizó el valor de variabilidad cultural $q=12$ que corresponde al máximo de $\langle s_{\max} \rangle$ para $\gamma=0.2$ en la segunda transición en la Fig. 15 (d).

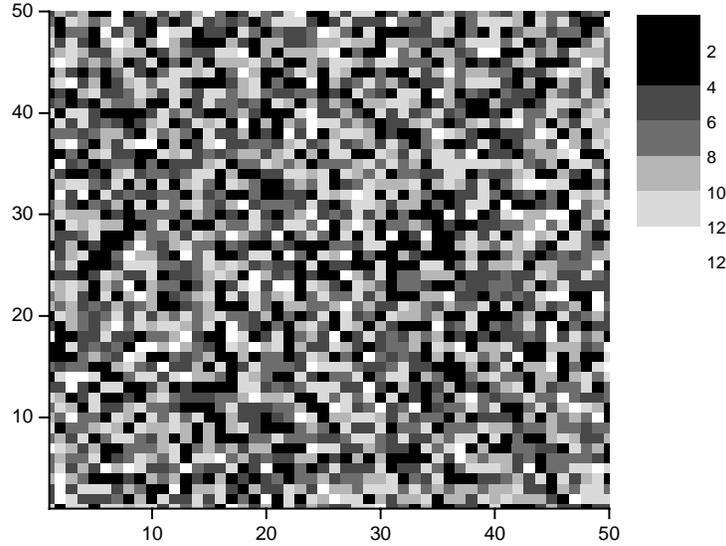


Fig. 16. Valores para una de las características de los agentes en una red de un sistema con $L=40$, $F=20$ y $q=12$.

Es interesante observar de la Fig. 15 que, para un mismo valor de γ , el valor de q para el cual ocurre la transición es prácticamente constante y no depende del tamaño del sistema. Asimismo, para el sistema menos grado de repulsión considerado ($\gamma=0.1$), la transición mostró ser menos abrupta en los sistemas tanto con lado $L=20$ como $L=50$. Adicionalmente, para los sistemas con $\gamma=0.1$, aquél con $L=50$ presentó una transición más abrupta que aquél con $L=20$, debido a que el primero es una mejor aproximación del límite termodinámico. El comportamiento de las fluctuaciones fue el mismo que el descrito para la Fig. 14. Cabe notar que, para $\gamma=0.1$, el valor de q_c se recorre considerablemente a la derecha en comparación con $\gamma=0.2$. Originalmente se graficó $\langle s_{\max} \rangle$ sólo en escala lineal, observándose solamente la transición abrupta. No obstante, como se verá más adelante, el máximo en la entropía asociada no correspondió al valor de q_c , sino a valores de q ligeramente mayores. Por esto, se realizaron observaciones más cuidadosas y se observó que existe un aumento transitorio prácticamente despreciable en el valor de $\langle s_{\max} \rangle$ posterior a la transición abrupta. Es por ello que se incluyen las gráficas en la Fig. 15 (c) y (d), en las cuales se muestra el eje vertical en escala logarítmica. El comportamiento es semejante a una segunda transición, y su estudio detallado se incluye en la sección correspondiente al modelo con una fracción de agentes repulsivos. Cabe hacer notar que las fluctuaciones en esta nueva transición, mismas que en escala lineal no son evidentes, en escala logarítmica fueron observables a lo largo de todos los valores de q posteriores a ésta nueva transición. Este comportamiento atípico sólo estuvo presente para los valores menores de γ . Esto es, la transición mostrada para $\gamma=0.1$ fue la única presente.

Debido a lo abrupto de la transición, nos interesó estudiar el comportamiento de la entropía. Sin embargo, ahora sí se estudió como función de $1/q$ (la probabilidad de ocupación de algún valor de la variabilidad cultural) debido a que la distribución de valores es análoga al modelo original de Axelrod. Así pues, en la Fig. 17 se presenta una entropía escalada (\mathcal{S}/k_B) como función de $1/q$.

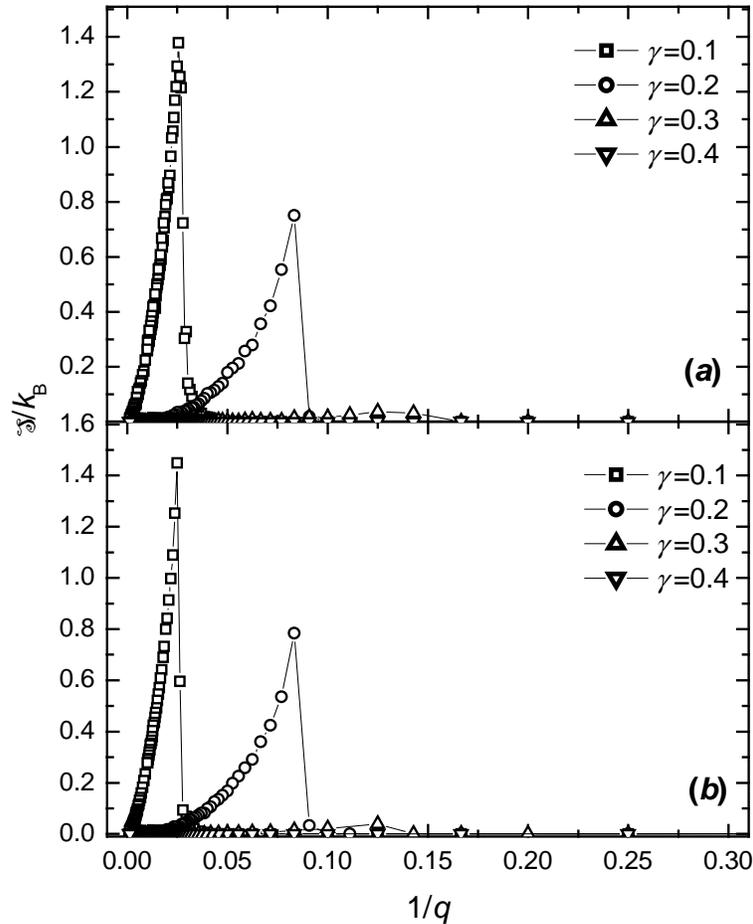


Fig. 17. \mathcal{S}/k_B como función de $1/q$ para sistemas con $F=20$ y (a) $L=20$, (b) $L=50$; para $\gamma=0.1, 0.2, 0.3$, y 0.4 .

En este modelo, la entropía presentó un máximo agudo que decae abruptamente al aumentar la probabilidad de ocupación de una característica ($1/q$), a diferencia del que se observa en el modelo original de Axelrod [Villegas-Febres, J. C. *et al.*, 2008], donde el máximo es suave. Asimismo, es importante notar que, para los valores de γ más grandes en que se observan las transiciones más abruptas, el máximo fue casi imperceptible. Los dos valores de γ más pequeños son los que presentan un máximo visible. Dichos valores de γ corresponden a sistemas más tolerantes que permiten la coexistencia de sociedades parcialmente fragmentadas dentro de la transición. Estas sociedades fragmentadas no son posibles en modelos con valores grandes de γ puesto que sólo pueden existir sociedades completamente homogéneas o completamente heterogéneas. El máximo para $\gamma=0.1$ corresponde a la q_c de la Fig. 15 (p. ej., para $L=50$ el máximo de la entropía corresponde a $q=40$). En contraste, para el caso $\gamma=0.2$ ya no hay tal correspondencia. El máximo para $L=50$ corresponde a $q=12$, que no es el valor de q_c observado en la Fig. 15 (c) y (d). Observando la Fig. 15 (c) y (d), es posible notar un aumento muy pequeño en el valor de $\langle s_{\max} \rangle$ para $q=12$. Este aumento es semejante a una nueva transición. El máximo de la entropía para estos casos corresponde precisamente al valor de q para esta nueva transición. Todo este nuevo comportamiento relacionado con la presencia de dos

transiciones se acentúa en el modelo con una fracción de agentes repulsivos, mismo que se discute a continuación.

En los modelos en que se estudió la entropía como función de la variabilidad cultural q , la transición de fase en que la entropía es continua se podría interpretar como una transición de segundo orden, mientras que aquella para la cual la entropía es discontinua podría interpretarse como de primer orden. Es importante recalcar que este abordaje no es precisamente riguroso debido a que en los presentes modelos nos encontramos aún lejos del límite termodinámico. Pero de querer usarse este criterio, la transición más abrupta en el modelo con repulsión correspondería a una de primer orden, mientras que la segunda transición de este modelo, así como las transiciones en el modelo con hibridación, corresponderían a transiciones de segundo orden. No obstante, se puede usar la entropía sugerida para “cuantificar” el grado de desorden en el sistema y tal vez eventualmente usarla también como un criterio para poder ubicar el valor crítico de la variabilidad cultural para el cual ocurre la transición.

Cabe señalar que, en el modelo con repulsión, la distribución acumulativa de tamaños no presenta el comportamiento tipo ley de potencias encontrado en otros modelos [Castellano, C. *et al.*, 2000]. A continuación se muestra en la Fig. 18, a manera de ejemplo, el comportamiento de la distribución acumulativa de tamaños para un sistema con $L=50$ y tres valores de F .

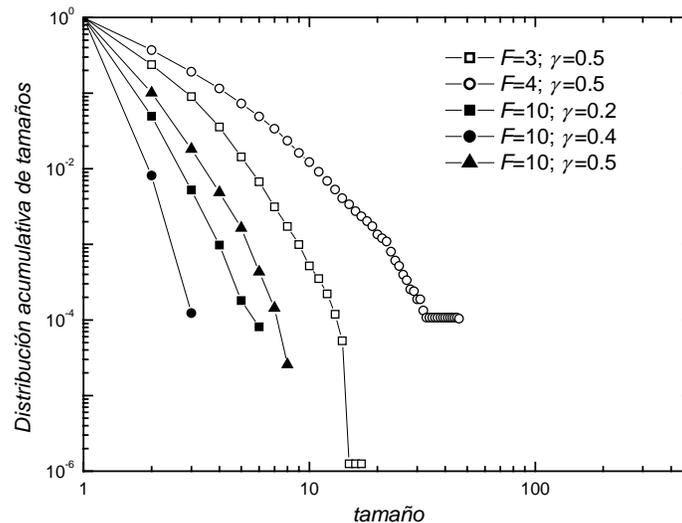


Fig. 18. Distribución acumulativa de tamaño como función del tamaño para un sistema con $L=50$ y diversos valores de F . Los símbolos rellenos corresponden todos a sistemas con 10 características, pero con diversos valores de γ .

Se puede observar en la Fig. 18 que el comportamiento no es el de una ley de potencias. El comportamiento observado en la Fig. 18 estuvo presente independiente de cambios en el tamaño de la red o el número de características.

Generalmente, después de un tamaño pequeño en comparación al tamaño máximo de la red (L^2), el valor de la distribución acumulativa de tamaños cae a cero, lo que se debe

también a la naturaleza abrupta de las transiciones (nuevamente, los parámetros previenen la coexistencia de cúmulos de diversos tamaños para la transición).

4.3 Resultados para el modelo con una fracción de agentes repulsivos

El modelo con una fracción de agentes repulsivos arrojó, al igual que el modelo con repulsión, dos transiciones de fase de un sistema culturalmente homogéneo a uno heterogéneo. La primera transición (para un valor bajo de q) es de naturaleza muy similar a la del modelo con repulsión, mientras que la segunda (para un valor más elevado de q) tuvo una naturaleza más similar al modelo original de Axelrod. Se observó, asimismo, que cuando el parámetro ϕ es igual a 1, se obtiene el modelo repulsivo. Recordamos que ϕ representa la proporción de individuos asignados aleatoriamente que, dentro de un total de L^2 , tienen la habilidad de repeler, mientras que γ indica la proporción mínima de características que dos individuos han de compartir para presentar dinámica de atracción. A continuación se presentan, en la Fig. 19 y Fig. 20, el comportamiento para un sistema con $L=40$ y $L=100$ respectivamente.

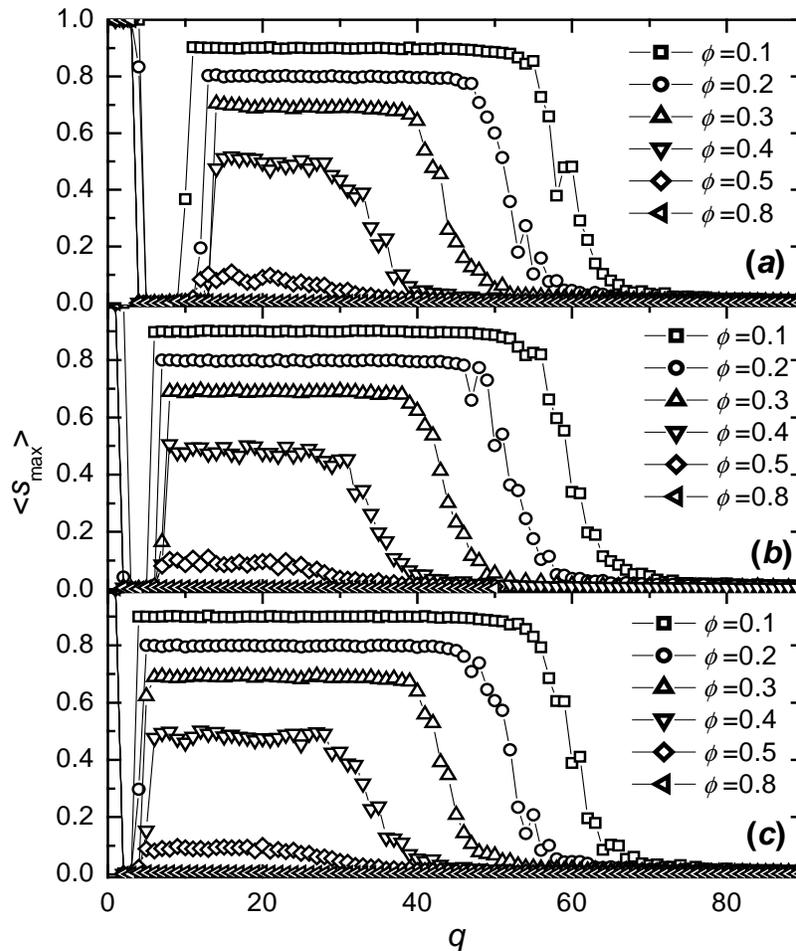


Fig. 19. Tamaño promedio normalizado del cúmulo más grande como función de q para un sistema con $L=40$ y $F=10$ para los casos (a) $\gamma=0.25$, (b) $\gamma=0.5$, y (c) $\gamma=0.75$, con diversos valores de ϕ .

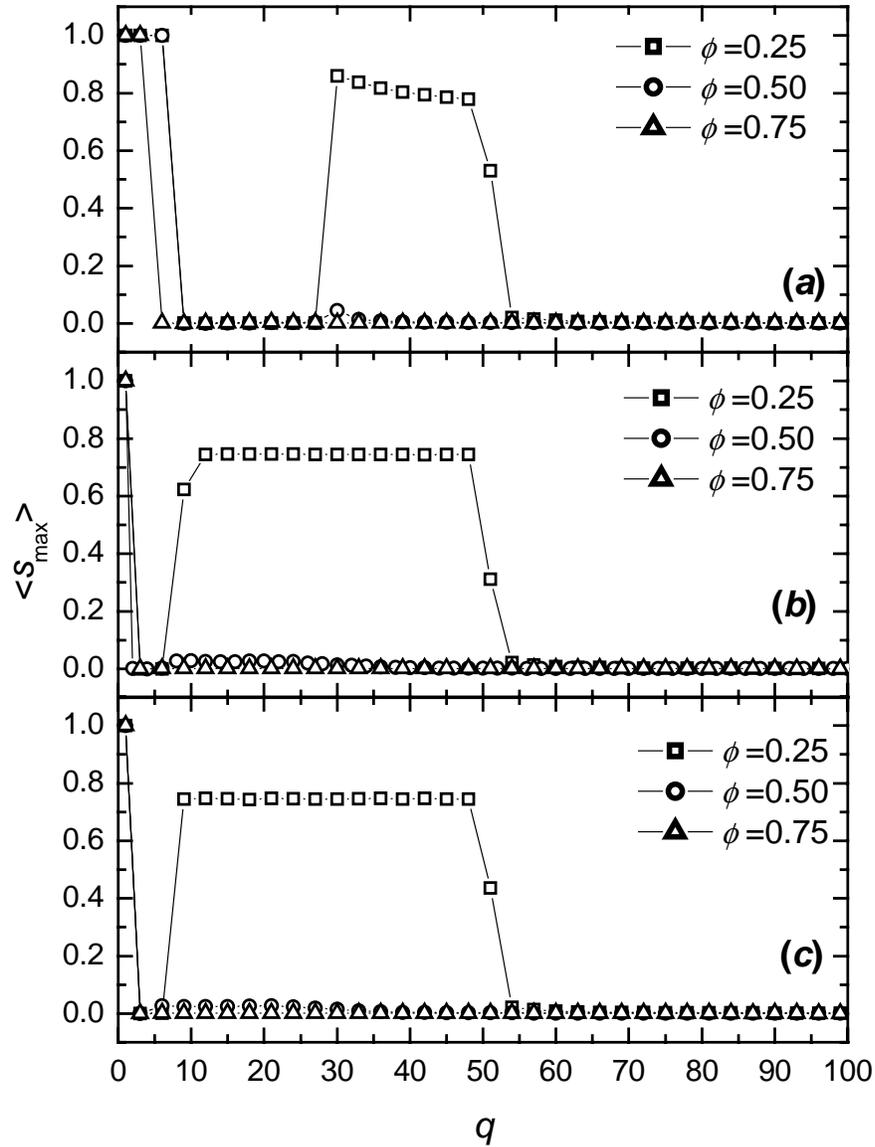


Fig. 20. Tamaño promedio normalizado del cúmulo más grande como función de q para un sistema con $L=100$ y $F=10$, para los casos (a) $\gamma=0.2$, (b) $\gamma=0.5$, y (c) $\gamma=0.8$, con diversos valores de ϕ .

En la Fig. 19 y Fig. 20 se pueden observar ambas transiciones. En la Fig. 20 se observa que las segundas transiciones para sistemas con lado $L=100$ son más abruptas que para el sistema con $L=40$, nuevamente correspondiendo al hecho de que el sistema en cuestión es una mejor aproximación al límite termodinámico. Es interesante notar que la primera transición ocurre en valores mayores de q conforme γ disminuye. Al igual que en el modelo con repulsión puro, esta primera transición sucede para valores pequeños de q , por lo que es probable que su origen esté en las interacciones repulsivas. Las fluctuaciones nuevamente divergieron dentro de las transiciones. Este comportamiento para las fluctuaciones también se presentó en los casos en que antes de la segunda transición $\langle S_{\max} \rangle$ presentó valores intermedios (por ejemplo, en la Fig. 20, $\gamma=0.5$ y $\phi=0.25$). En ambas figuras es posible notar la tendencia al límite $\phi=1$, en que sólo se presenta una transición.

Según se reportó en la sección de resultados para el modelo con repulsión, para valores de γ mayores a 0.1, el máximo en la entropía no corresponde al valor de q_c , sino a un valor para q un poco mayor. También se mencionó que cercano a este valor existe un aumento casi imperceptible de $\langle s_{\max} \rangle$. Así pues, es probable que el aumento en la entropía se deba a una segunda transición igualmente imperceptible, que corresponde a la observada en la Fig. 19 y Fig. 20. Esta transición cobra ahora mayor importancia debido a que el modelo con una fracción de agentes repulsivos no involucra repulsión en su totalidad.

Un detalle importante a considerar para la segunda transición de fase es que el valor inicial de $\langle s_{\max} \rangle$ para la segunda transición es distinto de 1. De hecho, el valor desde el que comienza a caer parece, por lo menos para valores pequeños de ϕ , corresponder a $1-\phi$. Ello se puede observar tanto en la Fig. 21 como en la Fig. 22. Sin embargo, para valores de ϕ más cercanos a 1, parece ya no respetarse dicha tendencia lineal. Para observar con más detalle este comportamiento respecto a ϕ , se realizaron simulaciones particulares. Para estas simulaciones se calculó el valor de $\langle s_{\max} \rangle$, ahora como función de ϕ y manteniendo constante el valor de q . El valor de q se seleccionó dentro del rango en que se observa en la meseta a $\langle s_{\max} \rangle$ y antes de la segunda transición para cada valor de γ . En la Fig. 21 y Fig. 22 se presentan los resultados para sistemas con $F=10$ y lado $L=40, 100$ respectivamente.

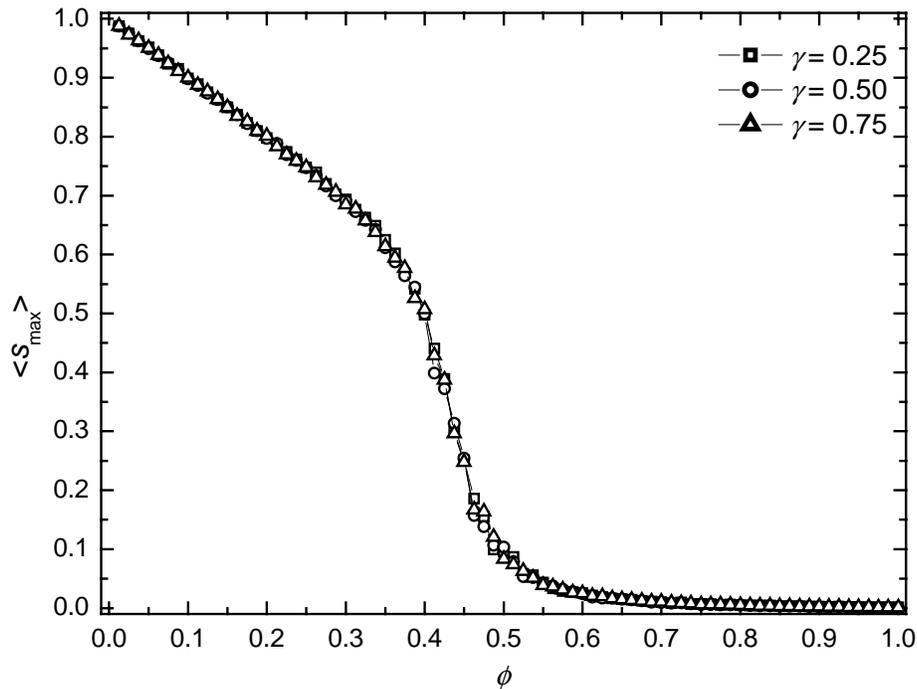


Fig. 21. Tamaño promedio normalizado del cúmulo más grande como función de ϕ para un sistema con $L=40, F=10$ y $q=20$, para los casos $\gamma=0.25, \gamma=0.5, \text{ y } \gamma=0.75$.

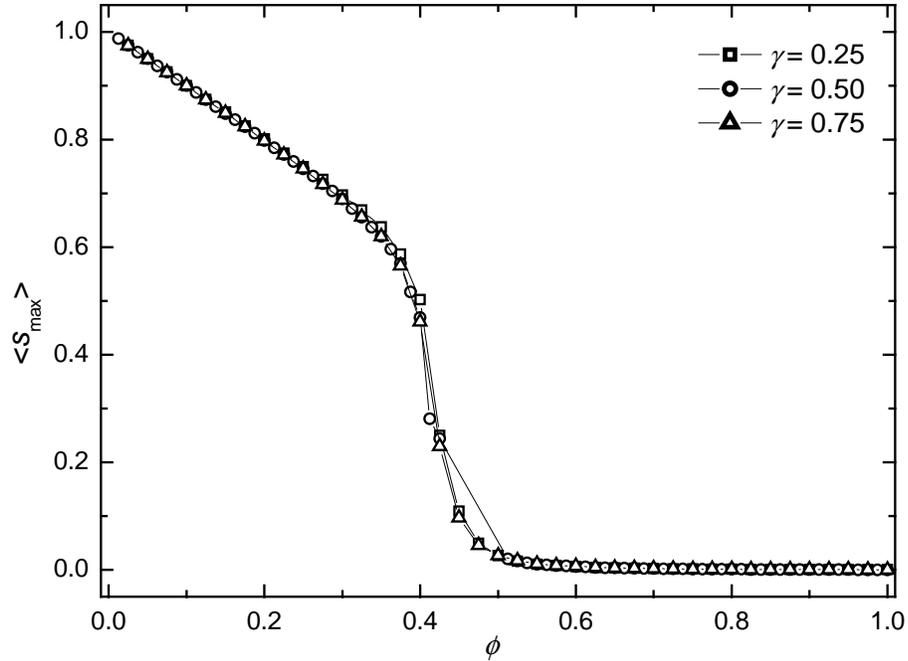


Fig. 22. Tamaño promedio normalizado del cúmulo más grande como función de ϕ para un sistema con $L=100$, $F=10$ y $q=40$, para los casos $\gamma=0.2$, $\gamma=0.5$, y $\gamma=0.8$.

De la Fig. 21 y Fig. 22 se puede comprobar que, efectivamente, el comportamiento de $\langle S_{\max} \rangle$ como función de ϕ es el de $1-\phi$ para los valores iniciales de ϕ . Para la Fig. 21, se obtuvo un comportamiento de $\langle S_{\max} \rangle = 1.00221 - 1.02143\phi$ para los puntos anteriores a $\phi=0.3$, con un coeficiente de correlación $R^2=0.9994$. Para la Fig. 22, el comportamiento fue $\langle S_{\max} \rangle = 1.00088 - 1.00569\phi$, con un coeficiente de correlación $R^2=0.9998$. Independientemente del tamaño de la red, en un valor de ϕ cercano a 0.4 se observa una caída más abrupta hasta que el tamaño promedio normalizado del cúmulo más grande tiende a cero. Dos rasgos indican que nuevamente se trata de una especie de transición de fase: por un lado, el número de iteraciones para llegar al estado absorbente aumenta cerca de $\phi=0.4$ y, por otro, las fluctuaciones divergen solamente en la caída brusca, mientras que son despreciables para $\phi \in [0, 0.4]$ y después de la caída. Adicionalmente, el comportamiento de $\langle S_{\max} \rangle$ como función de ϕ es esencialmente el mismo independientemente del valor de L y de γ .

Si el comportamiento mencionado anteriormente efectivamente corresponde a una transición de fase, entonces la entropía debe también presentar un máximo. La entropía ahora se grafica como función de ϕ . La Fig. 23 muestra el comportamiento de la entropía para $L=40$ y dos valores de F .

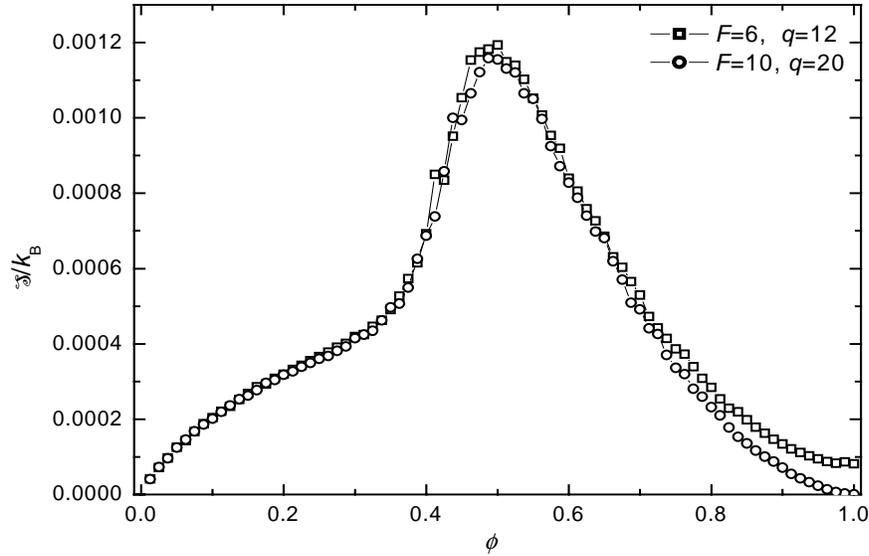


Fig. 23. \mathcal{S}/k_B como función de ϕ para un sistema con $L=40$ y $F=6, 10$. Los valores utilizados para q aseguran una posición en la meseta previa a la segunda transición.

En la Fig. 23 se observa que la entropía efectivamente presenta un máximo cerca de la ϕ para la que se observa la transición. Así pues, estos resultados son consistentes con la existencia de una nueva transición de fase. El comportamiento de la entropía resultó ser independiente del valor de F .

Se analizó si la distribución acumulativa de tamaños presenta comportamiento tipo ley de potencias para la segunda transición de fase para un sistema con $L=100$, $F=10$, y $\phi=0.25$. Se escogió éste valor para ϕ dado que es el único que presenta una segunda transición de fase notoria. El resultado para este análisis se presenta en la Fig. 24.

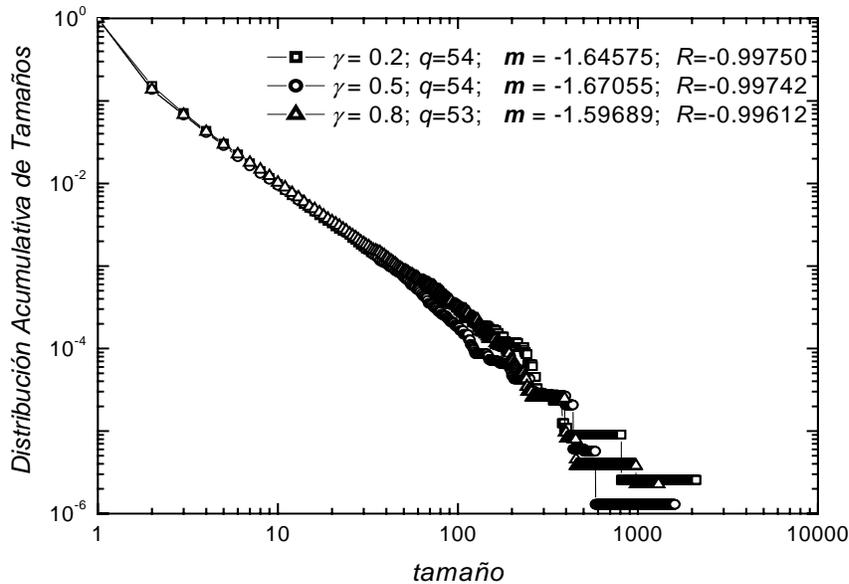


Fig. 24. Distribución acumulativa de tamaños como función del tamaño para un sistema con $L=100$, $F=10$ y $\phi=0.25$. El valor correspondiente a m es el exponente de la ley de potencias.

Los valores de q que se muestran en la Fig. 24 corresponden a la segunda transición de fase. Se seleccionaron los que tuvieron mejor ajuste para la ley de potencias. Es interesante ver que tanto el valor de q_c para la segunda transición como la pendiente en la ley de potencias parecen ser universales e independientes del valor de γ utilizado.

4.4 Resultados nuevos para el modelo de Axelrod.

El estudio del comportamiento de la distribución acumulativa de tamaños se realizó en sistemas de lado $L=40$, en consistencia con las simulaciones previas realizadas para este modelo. Cabe hacer mención que el utilizar sistemas con mayor valor para L se traduciría en un comportamiento igual para la ley de potencias. Es decir, a pesar de que se generarían más datos antes de caer el valor de la distribución acumulativa de tamaños (mismo que es un efecto de borde), el exponente seguiría comportándose igual. El comportamiento de la distribución acumulativa de tamaños respecto al tamaño también se conforma a una ley de potencias, como se observa en la Fig. 25.

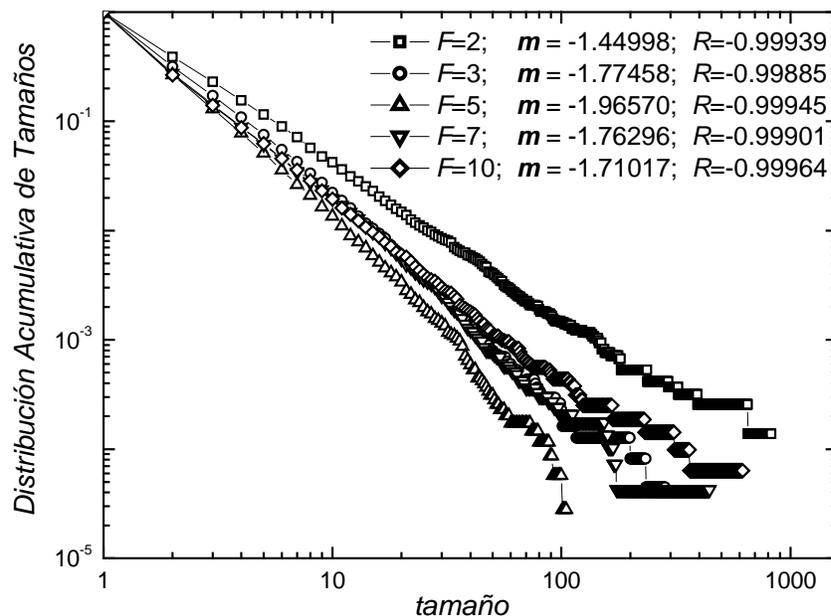


Fig. 25. Distribución acumulativa de tamaños como función del tamaño para un sistema con $L=40$ y $F=2, 3, 5, 7, \text{ y } 10$. El valor correspondiente a m es el exponente de la ley de potencias.

Como se observa en la fig. 20, el exponente de la ley de potencias no es claramente universal como en el caso del modelo de Castellano y colaboradores [Castellano, C. *et al.*, 2000]. Se puede observar una diferencia ligeramente mayor entre el exponente para $F=2$ respecto a los demás valores de F , lo que sí sucede en el modelo de Castellano. El criterio para escoger el valor de q en cada caso fue la calidad del ajuste de la ley de potencias. Esto es, no se utilizó un criterio visual para ubicar el valor de q , sino un numérico. De hecho, al reproducir los resultados de Castellano y colaboradores y utilizar este criterio, tampoco se obtuvo una universalidad de los exponentes para $F \neq 2$.

CAPÍTULO 5. CONCLUSIONES

En este trabajo de investigación se realizó el estudio de tres nuevos modelos de influencia social, denominados: *modelo con hibridación*, *modelo con repulsión*, y *modelo con una fracción de agentes repulsivos*, que son extensiones del modelo de Axelrod. Estos modelos involucran aspectos de la sociedad no considerados en trabajos previos y que son importantes para la interacción entre individuos en una sociedad. Por un lado, en el modelo híbrido los individuos interactuantes pueden cambiar simultáneamente sus características para adoptar el valor promedio de sus características originales. Por otra parte, en el *modelo con repulsión* y el *modelo con una fracción de agentes repulsivos*, los individuos pueden volverse más distintos entre ellos como resultado de su interacción, en vez de sólo tender a parecerse.

Las principales conclusiones de esta investigación son las siguientes:

La transición suave entre el estado homogéneo y el estado fragmentado en el modelo con hibridación proviene de la coexistencia de comunidades de diferente tamaño en un intervalo grande de valores de variabilidad cultural (q). La presencia de una meseta dentro de la transición de fase para tolerancias pequeñas proviene de la robustez del cúmulo dominante en el límite de percolación. Los sistemas que se encuentran en esta meseta presentan un adelgazamiento gradual de las conexiones entre las regiones menores que componen al cúmulo dominante. La entropía en el modelo con hibridación presenta un máximo que corresponde a la transición de fase. Más aún, en el sistema en que se observa la meseta dentro de la transición de fase, también se observa una meseta al considerar la entropía como función q . La entropía como función de q en el modelo con hibridación presentó máximos con decaimiento lento debido a la naturaleza suave de las transiciones de fase, efecto particularmente acentuado para valores grandes de τ . La coexistencia de cúmulos de diversos tamaños compuestos de individuos disímiles para todo un intervalo de valores de q se puede percibir como un estado desordenado. Por lo tanto, en todo ese intervalo de q se tendrá el máximo en la entropía, siendo éste un máximo suave.

Por otra parte, en el modelo con repulsión, la repulsión tiende a polarizar la dinámica de la red, generando estados monoculturales o completamente fragmentados. Dicha polarización se manifiesta también como un máximo agudo en la entropía, que coincide con la transición de fase, misma que corresponde a un intervalo pequeño en el cual se observa variabilidad cultural.

En el modelo con una fracción de agentes repulsivos, la variabilidad cultural baja da lugar a una transición inicial abrupta al restringir el copiado. Al aumentar el valor de q , se le otorga más peso a la naturaleza atractiva de los individuos, permitiendo un aumento del tamaño del cúmulo máximo normalizado $\langle s_{\max} \rangle$ y una nueva transición semejante a la del modelo de Axelrod. El comportamiento de $\langle s_{\max} \rangle$ como función de la proporción de agentes capaces de repeler (ϕ) fue $\langle s_{\max} \rangle = 1 - \phi$ para valores de q antes de la segunda transición. Este comportamiento se debe al aislacionismo de los agentes con capacidad de repeler. Al aumentar el valor de ϕ , aumenta la probabilidad de que estén enlazados y de que fragmenten al cúmulo máximo. Esto explica la transición observada al graficar $\langle s_{\max} \rangle$ como función de ϕ . Al graficar la entropía asociada como función de ϕ , se observa también

un máximo suave cuyo valor correspondió al de ϕ para la transición. Este fue el único de los tres modelos nuevos que presentó un comportamiento tipo ley de potencias al considerar la distribución acumulativa de tamaño como función del tamaño. Tanto el valor crítico de la variabilidad cultural como la pendiente para la ley de potencias resultaron independientes del valor de γ considerado.

El comportamiento de la distribución acumulativa de tamaños para el modelo original de Axelrod siguió una ley de potencia como función del tamaño. Los exponentes dependen del valor de F .

Es posible que el modelo más realista de los tres presentados sea el modelo con hibridación, ya que la variabilidad cultural en la sociedad es tan amplia que no puede ser descrita simplemente por unos cuantos valores definidos, sino por un intervalo continuo de valores. Aunque en este modelo no existe repulsión de forma explícita, hay fragmentación al igual que en el modelo de Axelrod, debido a la distinta atracción local entre agentes de la red. En contraste, la transición abrupta en el modelo con repulsión se debe exclusivamente al comportamiento repulsivo entre agentes.

Por otra parte, los modelos que podrían corroborarse experimentalmente con mayor facilidad serían el modelo con repulsión y aquél con una fracción de agentes repulsivos, ya que éstos pueden aplicarse a comunidades “localizadas” en un intervalo de edades y en un espacio determinado, como ocurre en los grupos escolares. Por ejemplo, estos modelos podrían confirmarse experimentalmente en un grupo escolar donde existan jóvenes rebeldes capaces de renunciar a sus creencias si el resto del grupo comienza a compartirlas, simplemente con el objeto de mantenerse distintos. La proporción de estos jóvenes en un grupo de personas “no rebeldes” correspondería al valor de ϕ . Aunque es difícil que, como en el modelo, todos tengan el mismo grado de repulsión (γ), podría medirse la formación de grupos para buscar correspondencia con los resultados del modelo.

Los modelos presentados en este trabajo se pueden extender de diversas formas. Se pueden considerar modelos con redes en las que la interacción entre agentes se encuentre restringida. Es decir, se pueden asignar barreras dentro de la red que bloqueen las interacciones, y estudiar las dependencias de la transición entre una sociedad homogénea y una fragmentada como función de dichas barreras, tanto considerando variaciones en su topología como en su tamaño. La motivación para hacer un modelo así es que las personas en la sociedad pueden encontrarse dispuestas en geometrías en las cuales diversos grupos están en contacto entre ellos no a través de toda una frontera de individuos, sino a través de sólo unos cuantos individuos. Las barreras sirven, así pues, como una restricción geográfica para la interacción. Otra extensión interesante al presente trabajo sería la inclusión de agentes que nunca alteren los valores de sus características, aunque puedan transferir estos valores a sus vecinos. Estos agentes pueden ser vistos como *fanáticos*, debido a su resistencia a cambiar. Se pueden estudiar diversos aspectos del comportamiento de la red como función de la proporción de fanáticos respecto a los agentes totales. También resultaría interesante estudiar un modelo compuesto de una combinación entre el modelo con hibridación y el modelo con repulsión. No obstante, para que la repulsión tenga sentido social, en este caso se deberá considerar a la repulsión en términos de “alejar” los valores de los agentes una cierta “distancia” (esto es, separar los valores un determinado valor) en

lugar de solamente reasignar el valor a uno de los individuos. A pesar de que resultaría difícil de estudiar por el número de parámetros involucrados, dicho modelo sería más realista al involucrar dos de los comportamientos más importantes de las interacciones entre individuos.

APÉNDICES

Los códigos de los programas para la presente tesis fueron escritos en lenguaje Fortran 90. A continuación se incluyen dichos códigos.

De forma general para todos los programas, L corresponde al lado de la red, NF al número de características, y NQ al valor de diversidad cultural involucrado (ya sea como la media de una distribución en el caso del modelo con hibridación, o como el tamaño del intervalo a extraer los valores dentro de una distribución uniforme para el modelo con repulsión y el modelo con una fracción de agentes repulsivos). El generador de aleatorios involucra funciones y subrutinas incluidas en otro código. Dichas son *zufalli*, *fische*, y *ZBQLU01*. Dichas subrutinas pueden encontrarse en los siguientes sitios: <http://www.netlib.org/random/zufall.f> y <http://www.homepages.ucl.ac.uk/~ucakarc/work/software/randgen.f>. La subrutina *ZBQLU01* genera números aleatorios con distribución uniforme, mismos que sirven de semilla para la generación de la distribución de Poisson a partir de las subrutinas *zufalli* y *fische*. El arreglo M contiene los valores de las características de los individuos. La primera entrada en los argumentos de M corresponde a la posición del agente en las abscisas, la segunda a las ordenadas y la tercera al número de característica. El archivo con la etiqueta 7 guarda los datos correspondientes a $\langle S_{\max} \rangle$ normalizado (cuyos valores se guardan en la variable y) como función de q , con sus correspondientes fluctuaciones (cuyos valores se encuentran guardados en la variable σ). El archivo con etiqueta 18 guarda los valores de la entropía asociada (\mathcal{S}/k_B , y cuyo valor se guarda en la variable $entrp$) como función de q . Las principales diferencias entre los programas de los diversos modelos se encuentran en las subrutinas de copiado. En el caso del modelo con hibridación, no hay tal subrutina, debido a que el algoritmo de copiado se encuentra incluido en el programa principal.

A Código para el modelo con hibridación

Para el caso particular del modelo con hibridación, tol corresponde a τ y $media$ corresponde a la media de la distribución de Poisson de donde se toman los valores iniciales. El arreglo q considerado guarda el conjunto de valores de la distribución de Poisson con media $media$. La subrutina *cuenta* se encarga de contar los agentes pertenecientes a cada cúmulo. La subrutina *compara* determina si dos agentes en cuestión pertenecen a un mismo cúmulo dado un valor para τ . La subrutina *compara2* se utiliza para determinar si existe algún enlace activo entre agentes con el fin de determinar si se ha alcanzado el estado absorbente. Las subrutinas *nn*, *ns*, *ne*, y *nw* encuentran el vecino al norte, sur, este u oeste respectivamente, para algún agente, tomando en cuenta las condiciones periódicas a la frontera.

```

program L100F2T0p01a
  common L,NF,tol
  double precision numero,media,ZBQLU01
  real, allocatable :: M(:, :, :)
  integer, allocatable :: Mv(:, :)
  integer, allocatable :: q(:)
  integer, allocatable :: Nclsfrq(:)
  real, allocatable :: Clsfrq(:)

```

```

integer semilla
call ZBQLINI (0)
open (4,file='trckHL100F2T0p01a.dat',status='replace')
open (7,file='HL100F2T0p01a.dat',status='replace')
open (18,file='entHL100F2T0p01a.dat',status='replace')
L=100
Lsq=L*L
NF=2
npi=NF*L*L
npromedio=30
tol=0.01 !tolerancia para que haya copiado

allocate (M(L,L,NF))
allocate (Mv(L,L))
allocate (q(npi))
allocate (Nclsfrq(Lsq))
allocate (Clsfrq(Lsq))

do NQ=5,100,5

media=0.001*NQ

y=0.
nsuma=0
nprom=0
numerr=0
s2max=0.
sigma=0.
entrp=0.

do iniclsfrq=1,Lsq
  Clsfrq(iniclsfrq)=0.
end do

do while (nprom.lt.npromedio)
ncmpfrzn=0
nprom=nprom+1
if (nprom.eq.1) write (4,*)'media=',media
write (4,*)'  promedio=',nprom
open (12,file='actualHL100F2T0p01a.dat',status='replace')
write (12,*)'media=',media
write (12,*)'promedio=',nprom
close (12)
nquenta=1
semilla=nint(31328*ZBQLU01(1.5D0))
call zufalli(semilla)
call fische(npi,media,q)
ncuenta=0
ncuentamemoria=0
do i2=1,L
  do j2=1,L
    Mv(i2,j2)=0
  end do
end do
do iniclsfrq=1,Lsq
  Nclsfrq(iniclsfrq)=0
end do

```

```

do i=1,L
  do j=1,L
    do k=1,NF
      M(i,j,k)=1.*(1+q(nquenta))
      nquenta=nquenta+1
    end do
  end do
end do

ncontador=0
nerror=0
do while (ncmpfrzn.eq.0)
ncontador=ncontador+1
do i3=1,L
  do j3=1,L
    numero=ZBQLU01(1.5D0)
    nescvec=1+nint(numero*3.)

    select case (nescvec)
    case (1)
      call nn(i3,j3,nni3,nnj3)
      numero=ZBQLU01(1.5D0)
      ncarac1=1+nint(numero*(NF-1.))
      if (abs(M(i3,j3,ncarac1)-M(nni3,nnj3,ncarac1)).le.tol) then
        numero=ZBQLU01(1.5D0)
        ncarac2=1+nint(numero*(NF-1.))
        M(i3,j3,ncarac2)=0.5*(M(i3,j3,ncarac2)+M(nni3,nnj3,ncarac2))
        M(nni3,nnj3,ncarac2)=M(i3,j3,ncarac2)
      end if
    case (2)
      call ns(i3,j3,nsi3,nsj3)
      numero=ZBQLU01(1.5D0)
      ncarac1=1+nint(numero*(NF-1.))
      if (abs(M(i3,j3,ncarac1)-M(nsi3,nsj3,ncarac1)).le.tol) then
        numero=ZBQLU01(1.5D0)
        ncarac2=1+nint(numero*(NF-1.))
        M(i3,j3,ncarac2)=0.5*(M(i3,j3,ncarac2)+M(nsi3,nsj3,ncarac2))
        M(nsi3,nsj3,ncarac2)=M(i3,j3,ncarac2)
      end if
    case (3)
      call ne(i3,j3,nei3,nej3)
      numero=ZBQLU01(1.5D0)
      ncarac1=1+nint(numero*(NF-1.))
      if (abs(M(i3,j3,ncarac1)-M(nei3,nej3,ncarac1)).le.tol) then
        numero=ZBQLU01(1.5D0)
        ncarac2=1+nint(numero*(NF-1.))
        M(i3,j3,ncarac2)=0.5*(M(i3,j3,ncarac2)+M(nei3,nej3,ncarac2))
        M(nei3,nej3,ncarac2)=M(i3,j3,ncarac2)
      end if
    case (4)
      call nw(i3,j3,nwi3,nwj3)
      numero=ZBQLU01(1.5D0)
      ncarac1=1+nint(numero*(NF-1.))
      if (abs(M(i3,j3,ncarac1)-M(nwi3,nwj3,ncarac1)).le.tol) then
        numero=ZBQLU01(1.5D0)
        ncarac2=1+nint(numero*(NF-1.))

```

```

        M(i3,j3,ncarac2)=0.5*(M(i3,j3,ncarac2)+M(nwi3,nwj3,ncarac2))
        M(nwi3,nwj3,ncarac2)=M(i3,j3,ncarac2)
    end if
end select
end do
end do

if (mod(ncontador,10000).eq.0) then
open (16,file='contacHL100F2T0p01a.dat',status='replace')
write(16,*)'media=',media
write(16,*)'promedio=',nprom
write(16,*)'contador=',ncontador
close (16)
do i=1,L
do j=1,L
do nvc=1,4
select case (nvc)
case (1)
call nn(i,j,nni,nnj)
call compara2(i,j,nni,nnj,ncmpfrzn,M)
if (ncmpfrzn.eq.0) goto 54
case (2)
call ns(i,j,nsi,nsj)
call compara2(i,j,nsi,nsj,ncmpfrzn,M)
if (ncmpfrzn.eq.0) goto 54
case (3)
call ne(i,j,nei,nej)
call compara2(i,j,nei,nej,ncmpfrzn,M)
if (ncmpfrzn.eq.0) goto 54
case (4)
call nw(i,j,nwi,nwj)
call compara2(i,j,nwi,nwj,ncmpfrzn,M)
if (ncmpfrzn.eq.0) goto 54
end select
end do
end do
end do
end if
54 continue
end do !del contador
write (4,*)ncontador
if (ncontadormax.lt.ncontador) then
ncontadormax=ncontador
end if

do k1=1,L
do k2=1,L
ncuenta=0
if (Mv(k1,k2).ne.1) then
call cuenta(k1,k2,ncuenta,M,Mv)
Nclsfrq(ncuenta+1)=Nclsfrq(ncuenta+1)+1
end if
if (ncuentamemoria.lt.ncuenta) then
ncuentamemoria=ncuenta
end if
end do
end do
end do

```

```

ncuentamemoria=ncuentamemoria+1
pm=0.
do ncls=1,Lsq
  pm=(Nclsfrq(ncls)*ncls*1.)/(Lsq*1.)
  if(pm.eq.0.)pm=1E-37
  entrp=entrp+(pm*log(pm))
end do
nsuma=nsuma+ncuentamemoria
s2max=s2max+((ncuentamemoria/(L*L*1.))**2.)
56 continue
end do !del promedio
entrp=-entrp/(1.*npromedio)
write(4,*)'contador maximo =',ncontadormax
y=((nsuma*1.)/(npromedio*1.))/(L*L*1.)
s2max=s2max/(npromedio*1.)
sigma=sqrt(s2max-(y**2.))
write (7,*)media,y,sigma
write (18,*)media,entrp
57 end do !del NQ
close(7)
close(4)
close(18)
end

recursive subroutine cuenta(k11,k12,ncuenta,M,Mv)
  common L,NF
  integer Mv(L,L)
  real M(L,L,NF)
  call nn(k11,k12,nni,nnj)
  call ns(k11,k12,nsi,nsj)
  call ne(k11,k12,nei,nej)
  call nw(k11,k12,nwi,nwj)
  Mv(k11,k12)=1
  call compara(k11,k12,nni,nnj,ncompn,M)
  call compara(k11,k12,nsi,nsj,ncomps,M)
  call compara(k11,k12,nei,nej,ncompe,M)
  call compara(k11,k12,nwi,nwj,ncompw,M)
  if ((ncompn.eq.1).and.(Mv(nni,nnj).ne.1)) then
    ncuenta=ncuenta+1
    call cuenta(nni,nnj,ncuenta,M,Mv)
  end if
  if ((ncomps.eq.1).and.(Mv(nsi,nsj).ne.1)) then
    ncuenta=ncuenta+1
    call cuenta(nsi,nsj,ncuenta,M,Mv)
  end if
  if ((ncompe.eq.1).and.(Mv(nei,nej).ne.1)) then
    ncuenta=ncuenta+1
    call cuenta(nei,nej,ncuenta,M,Mv)
  end if
  if ((ncompw.eq.1).and.(Mv(nwi,nwj).ne.1)) then
    ncuenta=ncuenta+1
    call cuenta(nwi,nwj,ncuenta,M,Mv)
  end if
end

subroutine nn(i1,j1,nni1,nnj1)
  common L

```

```

    nn1=i1-1+(L*int((L+1-i1)/L))
    nj1=j1
end

subroutine ns(i1,j1,nsi1,nsj1)
    common L
    nsi1=i1+1-(L*int(i1/L))
    nsj1=j1
end

subroutine ne(i1,j1,nei1,nej1)
    common L
    nei1=i1
    nej1=j1+1-(L*int(j1/L))
end

subroutine nw(i1,j1,nwi1,nwj1)
    common L
    nwi1=i1
    nwj1=j1-1+(L*int((L+1-j1)/L))
end

subroutine compara2(k11bis,k12bis,ni,nj,nboole,M)
    common L,NF,tol
    real M(L,L,NF)
    nboole=0
    do ll=1,NF
        if (abs(M(k11bis,k12bis,ll)-M(ni,nj,ll)).le.tol) then
            nbliguales=1
        else
            nbliguales=0
            goto 52
        end if
    end do
52  do ll=1,NF
        if (abs(M(k11bis,k12bis,ll)-M(ni,nj,ll)).gt.tol) then
            nbldistintos=1
        else
            nbldistintos=0
            goto 53
        end if
    end do
53  if ((nbliguales.eq.1).or.(nbldistintos.eq.1)) then
        nboole=1
    end if
end

subroutine compara(k11bis,k12bis,ni,nj,nboole,M)
    common L,NF,tol
    real M(L,L,NF)
    nboole=0
    do ll=1,NF
        if (abs(M(k11bis,k12bis,ll)-M(ni,nj,ll)).le.tol) then
            nboole=1
        else
            nboole=0
            goto 51
        end if
    end do
51

```

```

        end if
    end do
51  end

```

B Código para el modelo con repulsión

En este ejemplo de programa se incluyen, adicionalmente, líneas de código correspondientes al cálculo de la distribución acumulativa de tamaño de cúmulos (*CSD*), razón por la cual sólo se calcula para un valor de q (o NQ en el código). La variable relacionada con γ es *nfrnt*, aunque en el código no se encuentra previamente normalizada, sino que puede adoptar valores entre 1 y NF . Existe un nuevo archivo con la etiqueta 14 que corresponde a la distribución acumulativa de tamaños. Se incluye, asimismo, el segundo criterio para el estado absorbente. La subrutina *volado* decide qué agente de un par de ellos interactuará con el otro. La subrutina *copiado* incluye las instrucciones para determinar si la interacción entre agentes será repulsiva o atractiva, así como las acciones a tomar en cada caso.

```

program L50F10DUnfr0p2CSD
common L,NF,nfrnt,NQ
double precision numero,media,ZBQLU01
integer, allocatable :: M(:,:,:)
integer, allocatable :: Mv(:,:)
integer, allocatable :: Mvet(:,:)
integer, allocatable :: q(:)
integer, allocatable :: Smem(:)
integer, allocatable :: Nclsfrq(:)
real, allocatable :: Clsfrq(:)
integer semilla
call ZBQLINI (0)
open (4,file='trckRL50F10DUnfr0p2.dat',status='replace')
open (7,file='RL50F10DUnfr0p2.dat',status='replace')
open (14,file='csdRL50F10DUnfr0p2.dat',status='replace')
L=50
Lsq=L*L
NF=10
npi=NF*L*L
npromedio=30
nmem=100
ntolfrzn=nint(0.02*(L*L))
ntolmax=15E5
NCORRMAX=1E6

allocate (M(L,L,NF))
allocate (Mv(L,L))
allocate (Mvet(L,L))
allocate (q(npi))
allocate (Smem(nmem))
allocate (Clsfrq(Lsq))
allocate (Nclsfrq(Lsq))

nfrnt=nint(NF/5.)

do NNQ=6,6

```

```

NQ=NNQ

y=0.
nsuma=0
nprom=0
numerr=0
s2max=0.
sigma=0.

do iniclsfrq=1,Lsq
  Clsfrq(iniclsfrq)=0.
end do

do while (nprom.lt.npromedio)
ncmpfrzn=0
nprom=nprom+1
open (15,file='actualRL50F10DUnfr0p2.dat',status='replace')
write (15,*)'NQ=',NQ
write (15,*)'promedio=',nprom
close (15)
if ((nprom.eq.1).and.(numerr.eq.0)) write (4,*)'NQ=',NQ
write (4,*)'   promedio=',nprom
ncuenta=0
ncuentamemoria=0
do i2=1,L
  do j2=1,L
    Mv(i2,j2)=0
  end do
end do

do i=1,L
  do j=1,L
    do k=1,NF
      numero=ZBQLU01(1.5D0)
      M(i,j,k)=1+nint(numero*(NQ-1.))
    end do
  end do
end do

ncontador=0
imem=0
do inismem=1,nmem
  Smem(inismem)=0
end do
do while (ncmpfrzn.eq.0)
ncontador=ncontador+1
do i3=1,L
  do j3=1,L
    numero=ZBQLU01(1.5D0)
    nescvec=1+nint(numero*3.)
    select case (nescvec)
    case (1)
      call nn(i3,j3,nni3,nnj3)
      call copiado(i3,j3,nni3,nnj3,M)
    case (2)
      call ns(i3,j3,nsi3,nsj3)
      call copiado(i3,j3,nsi3,nsj3,M)

```

```

    case (3)
      call ne(i3,j3,nei3,nej3)
      call copiado(i3,j3,nei3,nej3,M)
    case (4)
      call nw(i3,j3,nwi3,nwj3)
      call copiado(i3,j3,nwi3,nwj3,M)
    end select
  end do
end do

if (mod(ncontador,10000).eq.0) then
open (16,file='contacRL50F10DUnfr0p2.dat',status='replace')
write (16,*)'NQ=',NQ
write (16,*)'promedio=',nprom
write (16,*)'contador=',ncontador
close (16)
do i=1,L
  do j=1,L
    do nvc=1,4
      select case (nvc)
        case (1)
          call nn(i,j,nni,nnj)
          call compara2(i,j,nni,nnj,ncmpfrzn,M)
          if (ncmpfrzn.eq.0) goto 54
        case (2)
          call ns(i,j,nsi,nsj)
          call compara2(i,j,nsi,nsj,ncmpfrzn,M)
          if (ncmpfrzn.eq.0) goto 54
        case (3)
          call ne(i,j,nei,nej)
          call compara2(i,j,nei,nej,ncmpfrzn,M)
          if (ncmpfrzn.eq.0) goto 54
        case (4)
          call nw(i,j,nwi,nwj)
          call compara2(i,j,nwi,nwj,ncmpfrzn,M)
          if (ncmpfrzn.eq.0) goto 54
      end select
    end do
  end do
end do
end if
54 continue
if((ncmpfrzn.eq.0).and.(ncontador.ge.NCORRMAX).and.(mod(ncontador,1000).eq.0))then
imem=imem+1
do k1=1,L
  do k2=1,L
    Mvet(k1,k2)=0
  end do
end do
ncntmem=0
do k1=1,L
  do k2=1,L
    ncnt=0
    if (Mvet(k1,k2).ne.1) then
      call cuenta(k1,k2,ncnt,M,Mvet)
    end if
    if (ncntmem.lt.ncnt) then

```

```

        ncntmem=ncnt
    end if
end do
end do
ncntmem=ncntmem+1
Smem(imem)=Smem(imem)+ncntmem
if (imem.eq.nmem) then
    open(17,file='crit2RL50F10DUnfr0p2.dat',status='replace')
    do iiismem=1,nmem
        write (17,*)iiismem,Smem(iiismem)
    enddo
    imem=0
    if(((maxval(Smem))-(minval(Smem))).le.ntolfrzn)then
        write(17,*)'Dif max encontrada:',maxval(Smem)-minval(Smem)
        write(17,*)'Criterio 2 alcanzado, se continua con sig prom:',nprom+1
        write(17,*)'ncontador=',ncontador
        write(4,*)'Criterio 2 alcanzado'
        write(4,*)ncontador
        nsuma=nsuma+ncntmem
        do icinco=1,nmem
            Smem(icinco)=0
        end do
        goto 59
    else
        write(17,*)'Dif max encontrada:',maxval(Smem)-minval(Smem)
        write(17,*)'Criterio 2 no alcanzado aun, se sigue corriendo nprom:',nprom
        do icinco=1,nmem
            Smem(icinco)=0
        end do
        if(ncontador.gt.ntolmax)then
            write(17,*)'Criterio 2 no alcanzado tras nextremo, se reinicia promedio=',nprom
            write(4,*)'se repite promedio=',nprom
            nprom=nprom-1
            goto 56
        end if
    end if
end if
end if !del 2o criterio
end do !del contador
write (4,*)ncontador
write (4,*)'criterio 1 alcanzado'
if (ncontadormax.lt.ncontador) then
    ncontadormax=ncontador
end if
59 continue
do k1=1,L
    do k2=1,L
        ncuenta=0
        if (Mv(k1,k2).ne.1) then
            call cuenta(k1,k2,ncuenta,M,Mv)
            Nclsfrq(ncuenta+1)=Nclsfrq(ncuenta+1)+1
        end if
        if (ncuentamemoria.lt.ncuenta) then
            ncuentamemoria=ncuenta
        end if
    end do
end do
end do

```

```

ncuentamemoria=ncuentamemoria+1
Nclscont=0
do ncls=1,Lsq
  Nclscont=Nclscont+Nclsfrq(ncls)
end do
do ncls=1,Lsq
  Clsfrq(ncls)=Clsfrq(ncls)+(Nclsfrq(ncls)*1.)/(Nclscont*1.)
end do
nsuma=nsuma+ncuentamemoria
s2max=s2max+((ncuentamemoria/(L*L*1.))**2.)
56 end do !del promedio

do ncsd=1,Lsq
  Clsfrq(ncsd)=Clsfrq(ncsd)/(npromedio*1.)
end do

do ncsd2=1,Lsq
  cntcsd=0.
  do ncsd3=ncsd2,Lsq
    cntcsd=cntcsd+Clsfrq(ncsd3)
  end do
  write (14,*)ncsd2,cntcsd
end do

write(4,*)'contador maximo =',ncontadormax
y=((nsuma*1.)/(npromedio*1.))/(L*L*1.)
s2max=s2max/(npromedio*1.)
sigma=sqrt(s2max-(y**2.))
write (7,*)NQ,y,sigma
57 end do !del NNQ
9 format(i4,f12.8)
close(7)
close(4)
close(14)
end

recursive subroutine cuenta(k11,k12,ncuenta,M,Mv)
  common L,NF
  integer M(L,L,NF)
  integer Mv(L,L)
  call nn(k11,k12,nni,nnj)
  call ns(k11,k12,nsi,nsj)
  call ne(k11,k12,nei,nej)
  call nw(k11,k12,nwi,nwj)
  Mv(k11,k12)=1
  call compara(k11,k12,nni,nnj,ncompn,M)
  call compara(k11,k12,nsi,nsj,ncomps,M)
  call compara(k11,k12,nei,nej,ncompe,M)
  call compara(k11,k12,nwi,nwj,ncompw,M)
  if ((ncompn.eq.1).and.(Mv(nni,nnj).ne.1)) then
    ncuenta=ncuenta+1
    call cuenta(nni,nnj,ncuenta,M,Mv)
  end if
  if ((ncomps.eq.1).and.(Mv(nsi,nsj).ne.1)) then
    ncuenta=ncuenta+1
    call cuenta(nsi,nsj,ncuenta,M,Mv)
  end if
end if

```

```

    if ((ncompe.eq.1).and.(Mv(nei,nej).ne.1)) then
        ncuenta=ncuenta+1
        call cuenta(nei,nej,ncuenta,M,Mv)
    end if
    if ((ncompw.eq.1).and.(Mv(nwi,nwj).ne.1)) then
        ncuenta=ncuenta+1
        call cuenta(nwi,nwj,ncuenta,M,Mv)
    end if
end

subroutine nn(i1,j1,nni1,nnj1)
    common L
    nni1=i1-1+(L*int((L+1-i1)/L))
    nnj1=j1
end

subroutine ns(i1,j1,nsi1,nsj1)
    common L
    nsi1=i1+1-(L*int(i1/L))
    nsj1=j1
end

subroutine ne(i1,j1,nei1,nej1)
    common L
    nei1=i1
    nej1=j1+1-(L*int(j1/L))
end

subroutine nw(i1,j1,nwi1,nwj1)
    common L
    nwi1=i1
    nwj1=j1-1+(L*int((L+1-j1)/L))
end

subroutine volado(lcar1,lcar2)
    double precision ZBQLU01
    numero=ZBQLU01(1.5D0)
    num4=nint(1.*numero)
    if (num4.eq.0) then
        lcar1=lcar2
    else
        lcar2=lcar1
    end if
end

subroutine compara2(k11bis,k12bis,ni,nj,nboole,M)
    common L,NF
    integer M(L,L,NF)
    nboole=0
    do ll=1,NF
        if (M(k11bis,k12bis,ll).eq.M(ni,nj,ll)) then
            nbliguales=1
        else
            nbliguales=0
            goto 52
        end if
    end do
end

```

```

52      do ll=1,NF
          if (M(k11bis,k12bis,ll).ne.M(ni,nj,ll)) then
              nbldistintos=1
          else
              nbldistintos=0
              goto 53
          end if
        end do
53      if ((nbliguales.eq.1).or.(nbldistintos.eq.1)) then
          nboole=1
        end if
      end

      subroutine compara(k11bis,k12bis,ni,nj,nboole,M)
        common L,NF
        integer M(L,L,NF)
        nboole=0
        memtemp=0
        do ll=1,NF
            memtemp=memtemp+abs(M(k11bis,k12bis,ll)-M(ni,nj,ll))
        end do
        if (memtemp.eq.0) nboole=1
51      end

      subroutine copiado(iind,jind,ivec,jvec,M)
        common L,NF,nfrnt,NQ
        double precision numero,ZBQLU01
        integer M(L,L,NF)
        ncrsignales=0
        marca1=0
        ncarac1=0
        do ifrnt=1,NF
            if (M(iind,jind,ifrnt).eq.M(ivec,jvec,ifrnt)) then
                ncrsignales=ncrsignales+1
            end if
        end do
        if ((ncrsignales.eq.NF).or.(ncrsignales.eq.0)) goto 32
        if (ncrsignales.ge.nfrnt) then
            numero=ZBQLU01(1.5D0)
            ncarac1=1+nint(numero*(NF-ncrsignales-1.))
            do ifrnt=1,NF
                if(M(iind,jind,ifrnt).ne.M(ivec,jvec,ifrnt))marca1=marca1+1
                if (marca1.eq.ncarac1) then
                    numero=ZBQLU01(1.5D0)
                    if (numero.le.0.5) then
                        M(iind,jind,ifrnt)=M(ivec,jvec,ifrnt)
                    else
                        M(ivec,jvec,ifrnt)=M(iind,jind,ifrnt)
                    end if
                    goto 32
                end if
            end do
        else
            numero=ZBQLU01(1.5D0)
            ncarac1=1+nint(numero*(ncrsignales-1.))
            do ifrnt=1,NF
                if(M(iind,jind,ifrnt).eq.M(ivec,jvec,ifrnt))marca1=marca1+1

```

```

    if (marca1.eq.ncaracl) then
      numero=ZBQLU01(1.5D0)
      if (numero.le.0.5) then
        numero=ZBQLU01(1.5D0)
        ncambio=1+nint(numero*(NQ-2.))
        if (ncambio.ge.M(iind,jind,ifrnt)) then
          M(iind,jind,ifrnt)=ncambio+1
        else
          M(iind,jind,ifrnt)=ncambio
        end if
      else
        numero=ZBQLU01(1.5D0)
        ncambio=1+nint(numero*(NQ-2.))
        if (ncambio.ge.M(ivec,jvec,ifrnt)) then
          M(ivec,jvec,ifrnt)=ncambio+1
        else
          M(ivec,jvec,ifrnt)=ncambio
        end if
      end if
    end if
  end do
end if
32 end

```

C Código para el modelo con una fracción de agentes repulsivos

Para el caso particular del modelo con una fracción de agentes repulsivos se incluye la variable *parc*, que representa la proporción de agentes capaces de repeler respecto al total (1). Las posiciones de agentes capaces de repeler se asigna aleatoriamente en el arreglo *Mparc*. La subrutina *copnorm* involucra el copiado normal entre dos individuos en donde ninguno es capaz de repeler. La subrutina *copposibrep* involucra la interacción a ocurrir si uno de los agentes tiene la capacidad de repeler (copiado o repulsión, dependiendo del número de características compartidas entre ambos).

```

program L100F10DUnfr0p2parc0p2a
common L,NF,nfrnt,NQ
double precision numero,media,ZBQLU01,parc
integer, allocatable :: M(:, :, :)
integer, allocatable :: Mv(:, :)
integer, allocatable :: Mparc(:, :)
integer, allocatable :: Mvet(:, :)
integer, allocatable :: q(:)
integer, allocatable :: Smem(:)
integer semilla
call ZBQLINI (0)
open (4,file='trckRL100F10CDUSOnfr0p2parc0p2a.dat',status='replace')
open (7,file='RL100F10CDUSOnfr0p2parc0p2a.dat',status='replace')
L=100
Lsq=L*L
NF=10
npi=NF*L*L
npromedio=30
nmem=100
ntolfrzn=nint(0.02*(L*L))
ntolmax=2E6

```

```

NCORRMAX=5E5

allocate (M(L,L,NF))
allocate (Mv(L,L))
allocate (Mparc(L,L))
allocate (Mvet(L,L))
allocate (q(npi))
allocate (Smem(nmem))

nfrnt=nint(NF*0.2)
parc=0.2

do NNQ=1,100

  NQ=NNQ

  y=0.
  nsuma=0
  nprom=0
  numerr=0
  s2max=0.
  sigma=0.

  do while (nprom.lt.npromedio)
    ncmpfrzn=0
    nprom=nprom+1
    do iparc=1,L
      do jparc=1,L
        numero=ZBQLU01(1.5D0)
        if (numero.le.parc) then
          Mparc(iparc,jparc)=1
        else
          Mparc(iparc,jparc)=0
        end if
      end do
    end do
    open (15,file='actualRL100F10CDUSOnfr0p2parc0p2a.dat',status='replace')
    write (15,*)'NQ=',NQ
    write (15,*)'promedio=',nprom
    close (15)
    if ((nprom.eq.1).and.(numerr.eq.0)) write (4,*)'NQ=',NQ
    write (4,*)'      promedio=',nprom
    nquenta=1
    ncuenta=0
    ncuentamemoria=0
    do i2=1,L
      do j2=1,L
        Mv(i2,j2)=0
      end do
    end do

    do i=1,L
      do j=1,L
        do k=1,NF
          numero=ZBQLU01(1.5D0)
          M(i,j,k)=1+nint(numero*(NQ-1.))
        end do
      end do
    end do
  end do
end do

```

```

    end do
end do

ncontador=0
imem=0
do inismem=1,nmem
  Smem(inismem)=0
end do
do while (ncmpfrzn.eq.0)
ncontador=ncontador+1
do i3=1,L
  do j3=1,L
    numero=ZBQLU01(1.5D0)
    nescvec=1+nint(numero*3.)
    select case (nescvec)
    case (1)
      call nn(i3,j3,nni3,nnj3)
      if((Mparc(i3,j3).eq.1).or.(Mparc(nni3,nnj3).eq.1))then
        call copposibrep(i3,j3,nni3,nnj3,M)
      else
        call copnorm(i3,j3,nni3,nnj3,M)
      end if
    case (2)
      call ns(i3,j3,nsi3,nsj3)
      if((Mparc(i3,j3).eq.1).or.(Mparc(nsi3,nsj3).eq.1))then
        call copposibrep(i3,j3,nsi3,nsj3,M)
      else
        call copnorm(i3,j3,nsi3,nsj3,M)
      end if
    case (3)
      call ne(i3,j3,nei3,nej3)
      if((Mparc(i3,j3).eq.1).or.(Mparc(nei3,nej3).eq.1))then
        call copposibrep(i3,j3,nei3,nej3,M)
      else
        call copnorm(i3,j3,nei3,nej3,M)
      end if
    case (4)
      call nw(i3,j3,nwi3,nwj3)
      if((Mparc(i3,j3).eq.1).or.(Mparc(nwi3,nwj3).eq.1))then
        call copposibrep(i3,j3,nwi3,nwj3,M)
      else
        call copnorm(i3,j3,nwi3,nwj3,M)
      end if
    end select
  end do
end do

if (mod(ncontador,10000).eq.0) then
open (16,file='contacRL100F10CDUSOnfr0p2parc0p2a.dat',status='replace')
write (16,*)'NQ=',NQ
write (16,*)'promedio=',nprom
write (16,*)'contador=',ncontador
close (16)

do i=1,L
  do j=1,L
    do nvc=1,4

```

```

select case (nvc)
case (1)
  call nn(i,j,nni,nnj)
  call compara2(i,j,nni,nnj,ncmpfrzn,M)
  if (ncmpfrzn.eq.0) goto 54
case (2)
  call ns(i,j,nsi,nsj)
  call compara2(i,j,nsi,nsj,ncmpfrzn,M)
  if (ncmpfrzn.eq.0) goto 54
case (3)
  call ne(i,j,nei,nej)
  call compara2(i,j,nei,nej,ncmpfrzn,M)
  if (ncmpfrzn.eq.0) goto 54
case (4)
  call nw(i,j,nwi,nwj)
  call compara2(i,j,nwi,nwj,ncmpfrzn,M)
  if (ncmpfrzn.eq.0) goto 54
end select
end do
end do
end do
end if
54 continue
if ((ncmpfrzn.eq.0).and.(ncontador.ge.NCORRMAX).and.(mod(ncontador,1000).eq.0)) then
imem=imem+1
do k1=1,L
  do k2=1,L
    Mvet(k1,k2)=0
  end do
end do
ncntmem=0
do k1=1,L
  do k2=1,L
    ncnt=0
    if (Mvet(k1,k2).ne.1) then
      call cuenta(k1,k2,ncnt,M,Mvet)
    end if
    if (ncntmem.lt.ncnt) then
      ncntmem=ncnt
    end if
  end do
end do
ncntmem=ncntmem+1
Smem(imem)=Smem(imem)+ncntmem
if (imem.eq.nmem) then
  imem=0
  if (((maxval(Smem)) - (minval(Smem))) .le. ntolfrzn) then
    write(4,*) 'Criterio 2 alcanzado'
    write(4,*) ncontador
    do icinco=1,nmem
      Smem(icinco)=0
    end do
    goto 59
  else
    do icinco=1,nmem
      Smem(icinco)=0
    end do
  end if
end do

```

```

        if (ncontador.gt.ntolmax) then
            write(4,*)'se repite promedio=',nprom
            nprom=nprom-1
            goto 56
        end if
    end if
end if
end do !del 2o criterio
end do !del contador
write (4,*)ncontador
write (4,*)'criterio 1 alcanzado'
if (ncontadormax.lt.ncontador) then
    ncontadormax=ncontador
end if

59  continue
do k1=1,L
    do k2=1,L
        ncuenta=0
        if (Mv(k1,k2).ne.1) then
            call cuenta(k1,k2,ncuenta,M,Mv)
        end if
        if (ncuentamemoria.lt.ncuenta) then
            ncuentamemoria=ncuenta
        end if
    end do
end do
ncuentamemoria=ncuentamemoria+1
nsuma=nsuma+ncuentamemoria
s2max=s2max+((ncuentamemoria/(L*L*1.))**2.)
56  end do !del promedio
write(4,*)'contador maximo =',ncontadormax
y=((nsuma*1.)/(npromedio*1.))/(L*L*1.)
s2max=s2max/(npromedio*1.)
sigma=sqrt(s2max-(y**2.))
write (7,*)NQ,y,sigma
57  end do !del NNQ
9   format (i4,f12.8)
close(7)
close(4)
end

recursive subroutine cuenta(k11,k12,ncuenta,M,Mv)
    common L,NF
    integer M(L,L,NF)
    integer Mv(L,L)
    call nn(k11,k12,nni,nnj)
    call ns(k11,k12,nsi,nsj)
    call ne(k11,k12,nei,nej)
    call nw(k11,k12,nwi,nwj)
    Mv(k11,k12)=1
    call compara(k11,k12,nni,nnj,ncompn,M)
    call compara(k11,k12,nsi,nsj,ncomps,M)
    call compara(k11,k12,nei,nej,ncompe,M)
    call compara(k11,k12,nwi,nwj,ncompw,M)
    if ((ncompn.eq.1).and.(Mv(nni,nnj).ne.1)) then
        ncuenta=ncuenta+1
    end if
end subroutine cuenta

```

```

    call cuenta(nni,nnj,ncuenta,M,Mv)
end if
if((ncomps.eq.1).and.(Mv(nsi,nsj).ne.1)) then
    ncuenta=ncuenta+1
    call cuenta(nsi,nsj,ncuenta,M,Mv)
end if
if((ncompe.eq.1).and.(Mv(nei,nej).ne.1)) then
    ncuenta=ncuenta+1
    call cuenta(nei,nej,ncuenta,M,Mv)
end if
if((ncompw.eq.1).and.(Mv(nwi,nwj).ne.1)) then
    ncuenta=ncuenta+1
    call cuenta(nwi,nwj,ncuenta,M,Mv)
end if
end

subroutine nn(i1,j1,nni1,nnj1)
    common L
    nni1=i1-1+(L*int((L+1-i1)/L))
    nnj1=j1
end

subroutine ns(i1,j1,nsi1,nsj1)
    common L
    nsi1=i1+1-(L*int(i1/L))
    nsj1=j1
end

subroutine ne(i1,j1,nei1,nej1)
    common L
    nei1=i1
    nej1=j1+1-(L*int(j1/L))
end

subroutine nw(i1,j1,nwi1,nwj1)
    common L
    nwi1=i1
    nwj1=j1-1+(L*int((L+1-j1)/L))
end

subroutine volado(lcar1,lcar2)
    double precision ZBQLU01
    numero=ZBQLU01(1.5D0)
    num4=nint(1.*numero)
    if (num4.eq.0) then
        lcar1=lcar2
    else
        lcar2=lcar1
    end if
end

subroutine compara2(k11bis,k12bis,ni,nj,nboole,M)
    common L,NF
    integer M(L,L,NF)
    nboole=0
    do ll=1,NF
        if (M(k11bis,k12bis,ll).eq.M(ni,nj,ll)) then

```

```

        nbliguales=1
    else
        nbliguales=0
        goto 52
    end if
end do
52 do ll=1,NF
    if (M(k11bis,k12bis,ll).ne.M(ni,nj,ll)) then
        nbldistintos=1
    else
        nbldistintos=0
        goto 53
    end if
end do
53 if ((nbliguales.eq.1).or.(nbldistintos.eq.1)) then
    nboole=1
end if
end

subroutine compara(k11bis,k12bis,ni,nj,nboole,M)
    common L,NF
    integer M(L,L,NF)
    nboole=0
    memtemp=0
    do ll=1,NF
        memtemp=memtemp+abs(M(k11bis,k12bis,ll)-M(ni,nj,ll))
    end do
    if (memtemp.eq.0) nboole=1
51 end

subroutine copposibrep(iind,jind,ivec,jvec,M)
    common L,NF,nfrnt,NQ
    double precision numero,ZBQLU01
    integer M(L,L,NF)
    ncrsiguales=0
    marca1=0
    ncarac1=0
    do ifrnt=1,NF
        if (M(iind,jind,ifrnt).eq.M(ivec,jvec,ifrnt)) then
            ncrsiguales=ncrsiguales+1
        end if
    end do
    if ((ncrsiguales.eq.NF).or.(ncrsiguales.eq.0))goto 32
    if (ncrsiguales.ge.nfrnt) then
        numero=ZBQLU01(1.5D0)
        ncarac1=1+nint(numero*(NF-ncrsiguales-1.))
        do ifrnt=1,NF
            if(M(iind,jind,ifrnt).ne.M(ivec,jvec,ifrnt))marca1=marca1+1
            if (marca1.eq.ncarac1) then
                numero=ZBQLU01(1.5D0)
                if (numero.le.0.5) then
                    M(iind,jind,ifrnt)=M(ivec,jvec,ifrnt)
                else
                    M(ivec,jvec,ifrnt)=M(iind,jind,ifrnt)
                end if
            end if
            goto 32
        end if
    end if
end if

```

```

    end do
  else
    numero=ZBQLU01(1.5D0)
    ncarac1=1+nint(numero*(ncrcsiguales-1.))
    do ifrnt=1,NF
      if(M(iind,jind,ifrnt).eq.M(ivec,jvec,ifrnt))marca1=marca1+1
      if(marca1.eq.ncarac1)then
        numero=ZBQLU01(1.5D0)
        if(numero.le.0.5)then
          numero=ZBQLU01(1.5D0)
          ncambio=1+nint(numero*(NQ-2.))
          if(ncambio.ge.M(iind,jind,ifrnt))then
            M(iind,jind,ifrnt)=ncambio+1
          else
            M(iind,jind,ifrnt)=ncambio
          end if
        else
          numero=ZBQLU01(1.5D0)
          ncambio=1+nint(numero*(NQ-2.))
          if(ncambio.ge.M(ivec,jvec,ifrnt))then
            M(ivec,jvec,ifrnt)=ncambio+1
          else
            M(ivec,jvec,ifrnt)=ncambio
          end if
        end if
      end if
    end do
  end if
end
32

```

```

subroutine copnorm(iind,jind,ivec,jvec,M)
  common L,NF,nfrnt,NQ
  double precision numero,ZBQLU01
  integer M(L,L,NF)
  ncrsiguales=0
  marca1=0
  ncarac1=0
  do ifrnt=1,NF
    if(M(iind,jind,ifrnt).eq.M(ivec,jvec,ifrnt)) then
      ncrsiguales=ncrcsiguales+1
    end if
  end do
  if((ncrcsiguales.eq.NF).or.(ncrcsiguales.eq.0))goto 33
  numero=ZBQLU01(1.5D0)
  ncarac1=1+nint(numero*(NF-ncrcsiguales-1.))
  do ifrnt=1,NF
    if(M(iind,jind,ifrnt).ne.M(ivec,jvec,ifrnt))marca1=marca1+1
    if(marca1.eq.ncarac1) then
      numero=ZBQLU01(1.5D0)
      if(numero.le.0.5) then
        M(iind,jind,ifrnt)=M(ivec,jvec,ifrnt)
      else
        M(ivec,jvec,ifrnt)=M(iind,jind,ifrnt)
      end if
    end if
  end do
end
33

```

D Tabla descriptiva de los nuevos modelos

MODELO	PARÁMETROS	PROBABILIDAD DE CAMBIO EN UN AGENTE	TIPO DE COMPORTAMIENTO	VALORES USADOS PARA LOS PARÁMETROS
Modelo con hibridación	<ul style="list-style-type: none"> Tolerancia: τ No. características por agente: F No. de agentes: L^2 	$P = \frac{J}{F} \cdot \frac{F - J}{F}$	Atractivo (promedio de los valores)	$\tau = \{10^{-4}, 10^{-3}, 10^{-2}, 10^{-1}, 0.12, 0.15, 0.2, 0.5, 1\}$ $F = \{2, 3, 4, 7, 10\}$ $L = \{40, 50, 100\}$
Modelo con repulsión	<ul style="list-style-type: none"> Grado de repulsión: γ No. características por agente: F No. de agentes: L^2 	$P=1$	Atractivo si $J/F \geq \gamma$	$\gamma = \{0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5\}$ $F = \{3, 4, 10, 20\}$ $L = \{10, 20, 30, 40, 50\}$
			Repulsivo si $J/F < \gamma$	
Modelo con una fracción de agentes repulsivos	<ul style="list-style-type: none"> Grado de repulsión: γ Fracción de individuos capaces de repeler: ϕ No. características por agente: F No. de agentes: L^2 	$P=1$	ϕL^2 individuos: Atractivo si $J/F \geq \gamma$ Repulsivo si $J/F < \gamma$	$\gamma = \{0.2, 0.25, 0.5, 0.75\}$ $\phi = \{0.1, 0.2, 0.25, 0.3, 0.4, 0.5, 0.75, 0.8\}$ $F = \{6, 10\}$ $L = \{40, 100\}$
			$(1-\phi)L^2$ individuos: Atractivo	

BIBLIOGRAFÍA

Andrienko, Y. S. Guriev; 2005. Understanding Migration in Russia. CEFIR Policy Paper Series.

Axelrod, R.; 1995, *Management Science*, 41(9), 1493.

Axelrod, R.; 1997, *Journal of Conflict Resolution*, **41**(2), 203.

Ball, P.; 2003, *Physics World*, 29.
<http://physicsworld.com/cws/article/print/18278>

Ball, P.; 2004. Critical Mass. Farrar, Strauss and Giroux. E. U. A.

Bar – Yam Y.; 1997. Dynamics of Complex Systems. Perseus Books, E. U. A.

Castellano, C., M. Marsili, A. Vespignani; 2000, *Phys. Rev. Lett.*, **85**, 3536.

Castellano, C.; 2008. *Comunicación personal*.

Chakraborti, B. K., A. Chatterjee; 2006. Econophysics and Sociophysics: Trends and Perspectives. WILEY-VCH Verlag. Alemania.

Comte, A.; 1842. Cours de Philosophie Positive.

Galam, S.; 2008. Sociophysics: A Review Of Galam Models. arXiv:0803.1800v1. Francia.

Galam, S.; 2004, *Physica A*, **336**, 49.

Goffman, E.; 1959. The Presentation of Self in Everyday Life. University of Edinburgh Social Sciences Research Centre. Gran Bretaña.

González-Avella, J. C., V. M. Erguíluz, M. G. Cosenza, K. Klemm, J. L. Herrera, M. San Miguel; 2006, *Phys. Rev. E*, **73**, 046119-1.

Helbing, D., P. Mólnar; 1995, *Phys. Rev. E.*, **51** (5), 4282.

Hobbes, T.; 1651. Leviathan. McMaster University Archive of the History of Economic Thought. Canadá.

Hołyst, J. A., K. Kacperski, F. Schweitzer; 2000, *Physica A*, **285**, 199.

Kesten, H.; 2006, *Notices of the AMS*, **53**(5), 572.

Klemm, K., V. M. Erguíluz, R. Toral, M. San Miguel; 2003a, *Physica A*, **327**, 1.

Klemm, K., V. M. Erguíluz, R. Toral, M. San Miguel; 2003b, *Phys. Rev. E*, **67**, 045101-1.

- Klemm, K., V. M. Erguíluz, R. Toral, M. San Miguel; 2005, *Journal of Economic Dynamics and Control*, **29**, 321.
- Klemm, K., V. M. Erguíluz, R. Toral, M. San Miguel; 2008, cond-mat/0210173.
- Laland, K., G. Brown; 2002. *Sense and Nonsense: Evolutionary Perspectives on Human Behaviour*. Oxford University Press. E. U. A.
- Lighthill, M. J., G. B. Whitham; 1955, *Proceedings of the Royal Society of London*, **A229**(1178), 317.
- Lübeck, S.; 2004. *Universal Scaling Behavior of Non-Equilibrium Phase Transitions*. arXiv:cond-mat/0501259v1. Alemania.
- Marsili, M., Y. Zhang; 1998, *Phys. Rev. Lett.*, **80**, 2741.
- Naumis, G., F. de Samaniego-Steta, M. del Castillo-Mussot, G. Vázquez; 2007, *Physica A*, **379**, 226.
- Naumis, G., M. del Castillo-Mussot, L. A. Pérez, G. J. Vázquez; 2006a, *International Journal of Modern Physics C*, **17**(3), 403.
- Naumis, G., M. del Castillo-Mussot, L. A. Pérez, G. J. Vázquez; 2006b, *Physica A*, **369**, 789.
- Prokhorov, A. B.; 2008, *Quantile*, **4**, 79.
- Potts, R. B.; 1952, *Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, **48**, 106.
- Reynolds, C. W.; 1987, *SIGGRAPH '87 Conference Proceedings*, **21**(4), 25.
- Schroeder, M; 1991. *Fractals, Chaos, Power Laws*. W. H. Freeman and Company. E. U. A.
- Shone, R.; 2001. *An Introduction to Economic Dynamics*. Cambridge University Press. E. U. A.
- Turcotte, D. L., J. Rundle; 2002, *National Academy of Sciences*, **99**, 2463.
- Villegas-Febres, J. C., W Olivares-Rivas; 2008, *Physica A*, **387**, 3701.
- Wilson, K. G.; 1975, *Rev. Mod. Phys.*, **47**(4), 773.
- Zipf, G. K.; 1949. *Human Behavior and the Principle of Least Effort*. Addison-Wesley. Gran Bretaña.