



UNIVERSIDAD NACIONAL
AVENIDA DE
MEXICO

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

**PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN
INGENIERÍA**

FACULTAD DE INGENIERÍA

**DETERMINACIÓN DE LOS PARÁMETROS DEL
MODELO DE INFILTRACIÓN DE HORTON A PARTIR
DE UNA EQUIVALENCIA FUNCIONAL CON EL
MODELO DE GREEN Y AMPT**

T E S I S

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE :

MAESTRO EN INGENIERÍA

INGENIERÍA CIVIL - HIDRÁULICA

P R E S E N T A:

XÓCHITL PEÑALOZA RUEDA



TUTOR:
DR. JUAN CARLOS GARCÍA SALAS

2009



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

JURADO ASIGNADO:

Presidente: Dr. Carlos Fuentes Ruiz

Secretario: Dr. Nahun Hamed García Villanueva

Vocal: Dr. Juan Carlos García Salas

1^{er}. Suplente: M.C. Felipe Zataráin Mendoza

2^{do}. Suplente: Dr. Víctor Hugo Alcocer Yamanaka

Lugar o lugares donde se realizó la tesis:

Cuernavaca, Morelos, UNAM-Campus Morelos.

TUTOR DE TESIS:

DR. JUAN CARLOS GARCÍA SALAS

FIRMA

Dedicatorias

Dedico este trabajo a mis padres y hermanos, quienes han sido el motor de mis logros.

Agradecimientos

Agradezco a Dios por todo lo que tengo y por lo cual me siento muy afortunada. Gracias por tener la oportunidad de estudiar.

A la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM) y a CONACYT, que han hecho posible este logro.

A mi director de tesis, Dr. Juan Carlos García, por su dedicación; al Dr. Carlos Fuentes por todo su apoyo y por su aportación en este trabajo; al Dr. Víctor Alcocer por su atención, apoyo y paciencia; al M.C. Felipe Zataráin por su apoyo y participación en este trabajo y al Dr. Nahum por su apoyo.

A todos y cada uno de mis profesores de la DEPMI-Capus Morelos, por compartir sus conocimientos.

A mis compañeros y amigos, especialmente a Dante, Orlando, Marco y Jose M., y a mis amigas Lupita, Mari, Natalia, Gabi y Marle.

A todas las personas que de alguna manera me brindaron su apoyo incondicional.

CONTENIDO

Índice de Ilustraciones

Índice de Tablas

Resumen

Abstract

Introducción	1
1 Modelación y procesos del ciclo hidrológico	6
1.1 Origen y causas de error en la modelación	6
1.1.1 Las variables de entrada	7
1.1.2 Los parámetros geométricos.....	7
1.1.3 El modelo	9
1.2 Ciclo hidrológico.....	11
1.2.1. Proceso de infiltración.....	15
1.2.2 Factores que influyen en el proceso de infiltración.....	20
2 Modelación del proceso de infiltración	23
2.1 Hipótesis y condiciones límite consideradas.....	23
2.2 Clasificación de los modelos de Infiltración.....	25
2.2.1 Clasificación según el esquema de aproximación a lo real.....	26
2.2.2 Clasificación fenomenológica o funcional.....	26
2.3 Ejemplos de modelos de infiltración.....	28
3 Modelos seleccionados y estado del conocimiento	34
3.1 Modelo de Green y Ampt.....	34
3.2 Modelo de Horton	56
3.3 Comparación de modelos	64
3.3.1 Comparación del modelo de Green y Ampt y otros modelos	64
3.3.2 Comparación entre el modelo de Horton y otros modelos.....	65
3.3.3 Modelo de Green y Ampt con Horton y otros modelos	65
3.4 Métodos numéricos para la solución e implementación	66
3.4.1 Métodos numéricos	66
3.4.2 Implementación en programas de modelación en hidrología.....	67
4 Metodología	79
4.1 Análisis de sensibilidad.....	79
4.1.1 Análisis para tres suelos	82
4.1.2 Observaciones del análisis de sensibilidad.....	86

4.2	Equivalencia funcional entre los modelos seleccionados	87
4.2.1	Comportamiento en tiempos cortos.....	87
4.2.2	Comportamientos asintóticos	91
4.2.3	Forma adimensional de las ecuaciones	92
4.2.4	Comparación entre los modelos	94
4.2.5	Criterio de mínimos cuadrados	96
4.2.6	Grado de aproximación	99
5	Resultados	101
	Conclusiones	117
	Referencias bibliográficas	119
	Anexos	127
	A Clasificación de los suelos por su textura	127
	B Observación del proceso de infiltración	132
	C Resultados del análisis de sensibilidad para suelo arcilloso y limoso.....	140
	D Programas en Mathcad	144

Índice de Ilustraciones

Ilustración 1. Ejemplo de acciones antrópicas sobre una cuenca.....	1
Ilustración 2. Ejemplo de un modelo integral de una cuenca urbana y de una cuenca no urbana. Adaptado de (García-Salas, 2003). Fuente original (Willems <i>et al.</i> , 2002).....	3
Ilustración 3. Ciclo hidrológico (Modificado de Winter, 1998).	11
Ilustración 4. Ciclo hidrológico urbano (modificado de Massing <i>et al.</i> 1990).	12
Ilustración 5. Evolución de las tasas de infiltración en función de los niveles de urbanización. Adaptado de USEPA (1993).	13
Ilustración 6. Canal de filtración con presas de piedra.	13
Ilustración 7. Métodos de riego más utilizados en México. Imágenes tomadas de agrogrupo2.wordpress.com.	14
Ilustración 8. Curva de velocidad de infiltración y de infiltración acumulada.	17
Ilustración 9. Diferentes casos de casos de la infiltración en un suelo cuando se presenta una lluvia.....	18
Ilustración 10. Distribución de la humedad durante el proceso de infiltración en un suelo homogéneo.	19
Ilustración 11. Curva de retención y fenómeno de histéresis.....	20
Ilustración 12. Factores que influyen en la infiltración.....	21
Ilustración 13. Carga hidrostática sobre los poros del suelo (adaptada de Wilson, 1975).....	21
Ilustración 14. Volumen de control de una columna vertical de suelo.	35
Ilustración 15. Perfil de humedad del modelo de Green y Ampt.....	36
Ilustración 16. Presión de burbuja (ψ_b) (cm), adaptado de Rawls <i>et al.</i> (1983c).....	47
Ilustración 17. Distribución de poro (λ), adaptado de Rawls <i>et al.</i> (1983c).	48
Ilustración 18. Contenido de agua residual (θ_r), adaptado de Rawls <i>et al.</i> (1983c).....	48
Ilustración 19. Porosidad (ϕ), adaptado de Rawls <i>et al.</i> (1983c).....	49
Ilustración 20. Conductividad Hidráulica Saturada (K_s) (cm/h), adaptado de Rawls <i>et al.</i> (1983c).	49
Ilustración 21. Carga de succión (h_f) (cm), adaptado de Rawls <i>et al.</i> (1983c).....	50
Ilustración 22. Densidad del suelo seco o aparente (ρ_b) (g/cm ³), adaptado de Rawls <i>et al.</i> (1983a).	50
Ilustración 23. Conductividad hidráulica para clases texturales.	51
Ilustración 24. Efecto de la variación del coeficiente k de la fórmula de Horton (adaptado de Chow, 1988).....	58
Ilustración 25. Factores que influyen en la capacidad de infiltración (modificado de Wilson 1975).....	61
Ilustración 26. Esquema de definición.	62
Ilustración 27. Infiltración acumulada, I , calculada con la ecuación (78).	72
Ilustración 28. Infiltración acumulada, $I(t_{hr})$, calculada con la ecuación (78).	72
Ilustración 29. Calculo de ΔI	74
Ilustración 30. Regeneración de la capacidad de infiltración del modelo de Horton durante el tiempo sin lluvia.....	75

Ilustración 31. Diagrama de flujo para la modelación continua con la ecuación de infiltración de Horton (adaptado de Wallingford, 2004).....	78
Ilustración 32. k_{opt} para diferentes valores de q_o	81
Ilustración 33. El valor optimo de q_o para un t inicial (fijo).....	81
Ilustración 34. Triángulo de clases texturales de los suelos (Juarez, 2003).....	82
Ilustración 35. Curvas de Infiltración de Green-Ampt (valores medios).....	83
Ilustración 36. Valores de q_o óptimos para cada $t_{inicial}$ ajustado la curva de velocidad de infiltración, para suelo arenoso.	84
Ilustración 37. Valores de q_o óptimos para cada $t_{inicial}$ ajustado la curva de lámina infiltrada, para suelo arenoso.	85
Ilustración 38. Curvas de velocidad de infiltración de Horton y de Green y Ampt.....	95
Ilustración 39. Comparación entre las curvas adimensionales de Green y Ampt, ecuación.....	98
Ilustración 40. Comparación de los modelos de Green y Ampt y de Horton en suelo arenoso..	106
Ilustración 41. Comparación de los modelos de Green y Ampt y de Horton en suelo areno franco.....	107
Ilustración 42. Comparación de los modelos de Green y Ampt y de Horton en suelo franco arenoso.	108
Ilustración 43. Comparación de los modelos de Green y Ampt y de Horton en suelo franco. ...	109
Ilustración 44. Comparación de los modelos de Green y Ampt y de Horton en suelo franco limoso.....	110
Ilustración 45. Comparación de los modelos de Green y Ampt y de Horton en suelo franco arcillo arenoso.	111
Ilustración 46. Comparación de los modelos de Green y Ampt y de Horton en suelo franco arcilloso.....	112
Ilustración 47. Comparación de los modelos de Green y Ampt y de Horton en suelo arcillo limoso.....	113
Ilustración 48. Comparación de los modelos de Green y Ampt y de Horton en suelo arcillo arenoso.	114
Ilustración 49. Comparación de los modelos de Green y Ampt y de Horton en suelo arcillo limoso.....	115
Ilustración 50. Comparación de los modelos de Green y Ampt y de Horton en suelo arcilloso. 116	
Ilustración 51. Clasificación de los suelos por textura.....	127
Ilustración 52. Separación de partículas.....	128
Ilustración 53. Diagrama textural simplificado.....	129
Ilustración 54. Triángulo de textura de suelos, con las 12 clases mayores, y escalas de tamaño de partículas, USDA.....	130
Ilustración 55. Infiltrómetro de carga constante.....	133
Ilustración 56. Permeámetro.....	135
Ilustración 57. Bloques de Bouyoucos.....	136
Ilustración 58. Tensiómetro.....	137
Ilustración 59. Prensa de presión de Richards.....	138
Ilustración 60. Medición de la profundidad del frente húmedo.....	139
Ilustración 61. Valores de q_o óptimos para cada $t_{inicial}$ ajustado la curva de velocidad de infiltración, para suelo arcilloso.....	140

Ilustración 62. Valores de q_o óptimos para cada t inicial ajustado la curva de lámina infiltrada, para suelo arcilloso.....	141
Ilustración 63. Valores de q_o óptimos para cada t inicial ajustado la curva de velocidad de infiltración, para suelo franco limoso.....	142
Ilustración 64. Valores de q_o óptimos para cada t inicial ajustado la curva de lámina infiltrada, para suelo franco limoso.	143

Índice de Tablas

Tabla 1. Ejemplos de los modelos de infiltración	29
Tabla 2. Estimación de los parámetros de Brooks-Corey	46
Tabla 3. Parámetros de las propiedades hidráulicas de los suelos (adaptado de Rawls <i>et al.</i> , 1982).....	53
Tabla 4. Coeficientes por ecuaciones de regresión lineal para la predicción del contenido de humedad del suelo en función del potencial de presión (adaptado de Rawls <i>et al.</i> , 1982).....	54
Tabla 5. Parámetros de Green y Ampt para clases texturales y horizontes	55
Tabla 6. Valores de los parámetros de Horton por cobertura para horizontes (Wallingford, 2004).....	63
Tabla 7. Valores de los parámetros de Horton por cobertura (adaptado de Willson, 1975).	63
Tabla 8. Valores de los parámetros de Horton para texturas de suelos (adaptado de Akan & Houghtellen 2003).....	64
Tabla 9. Parámetros de Green y Ampt para clases texturales. Datos obtenidos de Rawls <i>et al.</i> 1982, 1983.....	102
Tabla 10. Valores de los parámetros de Horton para clases texturales de suelos.	103
Tabla 11. Valores de la raíz del error cuadrático medio para cada clase textural.	104
Tabla 12. Categoría definida por la proporción de las partículas de arena, limo y arcilla.	131

Resumen

La estimación de la infiltración del agua en el suelo es primordial para proyectos de gestión integral de cuencas, drenaje urbano, inundaciones, riego y drenaje agrícola, entre otros. La utilización de modelos para describir este fenómeno implica la estimación de parámetros cuya determinación puede ser costosa o bien conllevar errores que impactarán finalmente en el diseño de infraestructura hidráulica.

El modelo de infiltración de Horton (1940) es ampliamente utilizado en estudios hidrológicos. Sin embargo, no se cuenta con relaciones para estimar sus parámetros a partir de las propiedades de los suelos. Por su parte, los parámetros del modelo de Green y Ampt (1911) han sido relacionados con las características hidrodinámicas de los suelos, y éstas a su vez pueden ser estimadas a partir de las propiedades de textura, estructura y contenido de materia orgánica, con ecuaciones de regresión múltiple como las presentadas por Rawls *et al.* (1982, 1983).

Para estimar los parámetros del modelo de Horton a partir de las propiedades de los suelos, se propone una equivalencia funcional con el modelo de Green y Ampt. Ésta es obtenida mediante la minimización de la integral de los cuadrados de los errores entre las ecuaciones en escritura adimensional, para ello se han utilizado las escalas naturales de la ecuación de Green y Ampt. La bondad de la relación entre los parámetros de ambas ecuaciones es ilustrada en once suelos de diferentes texturas.

Abstract

Estimating water infiltration in soils is important in projects of integral management of watersheds, urban drainage, irrigation and agricultural drainage. Furthermore, modeling this elementary hydrologic process implies measuring or estimating parameters by traditional procedures that are tedious and time-consuming.

In hydrological studies, the use of Horton's model (1940) is common. However, there's not a simple relationship for estimating Horton's parameters with simple soils properties. Nevertheless, the parameters of Green and Ampt (1911) had been related with the hydraulic properties of soil. These properties may be estimated from easier measured soil properties such as texture, bulk density, organic matter, and clay mineralogy using regression analysis, e.g. Rawls *et al.* (1982, 1983).

In order to estimate Horton's parameters from properties of soils, this work proposes a functional equivalency with the Green and Ampt model. To obtain this equivalency, the natural scales of Green and Ampt equation are used for minimize the integral of the square errors between both dimensionless equations. The good behavior of the proposed relationship is showed with eleven different soils.

Introducción

En la actualidad, uno de los problemas más importantes radica en la intervención intensiva de las cuencas para satisfacer las necesidades crecientes de las sociedades modernas, tanto rurales como urbanas (acciones antrópicas). Esta intervención está representada por diferentes acciones que modifican las condiciones naturales. Según Winter *et al.* (1998), las principales acciones modificatorias sobre una cuenca son (ver Ilustración 1):

- Extensión de fronteras agrícolas.
- Explotación de bancos madereros.
- Extensión de zonas urbanas.
- Explotación de bancos de materiales pétreos.
- Modificación de ríos y valles por la construcción de infraestructura.

De acuerdo con la magnitud, extensión e intensidad de las acciones, los impactos ambientales asociados pueden llevar a una degradación crónica de los ecosistemas. Un aspecto fundamental radica en la modificación del ciclo hidrológico, lo cual puede provocar la generación de mayores volúmenes de escurrimiento que se presentan de manera más intempestiva, disminución del volumen de recarga hacia cuerpos de agua subterráneos, erosión y pérdida de suelo, aumento de la temperatura del suelo, modificación del régimen local de lluvias, etcétera.



Ilustración 1. Ejemplo de acciones antrópicas sobre una cuenca.

Estos impactos ambientales son la causa de problemas como inundaciones en el entorno rural o urbano y afectación de bienes y servicios, disminución de la disponibilidad de agua subterránea para consumo humano y usos consuntivos, incremento de azolves y disminución consecuente de la vida útil de infraestructura urbana y rural, contaminación de cuerpos acuáticos, pérdida de zonas para el esparcimiento, etcétera.

Para frenar o solucionar estos problemas, en la actualidad se intenta aplicar esquemas holísticos que privilegian la participación de todos los interesados para la remediación y protección de los cuerpos acuáticos de una cuenca. Este esquema comúnmente llamado Gestión Integrada de los Recursos Hídricos (GIRH), emplea tecnologías que permiten conocer los procesos hidrológicos para su óptimo aprovechamiento. Entre ellos destaca la modelación integral del ciclo hidrológico e impactos sobre el medio ambiente.

La modelación integrada de cuencas implica la representación del sistema hidrológico así como los procesos que gobiernan la calidad del agua en una cuenca (urbana o rural) considerando al mismo tiempo las interacciones de dichos procesos (ver Ilustración 2).

El objetivo fundamental de este tipo de modelación es generar información sobre la cantidad y calidad de agua en una cuenca así como los impactos sobre el medio ambiente y las actividades del hombre. Esta información es fundamental para establecer las acciones estructurales y no estructurales orientadas a la preservación o remediación del medio ambiente. En la práctica, se trata de modelar un sistema complejo (García-Salas, 2003; Rauch *et al.*, 2002) definido por parámetros geométricos (superficies, pendientes, anchos, longitudes, etcétera), por parámetros hidrológicos e hidráulicos o de control (cobertura, rugosidad, índices de infiltración, índices de evapotranspiración) y por interacciones entre subsistemas.

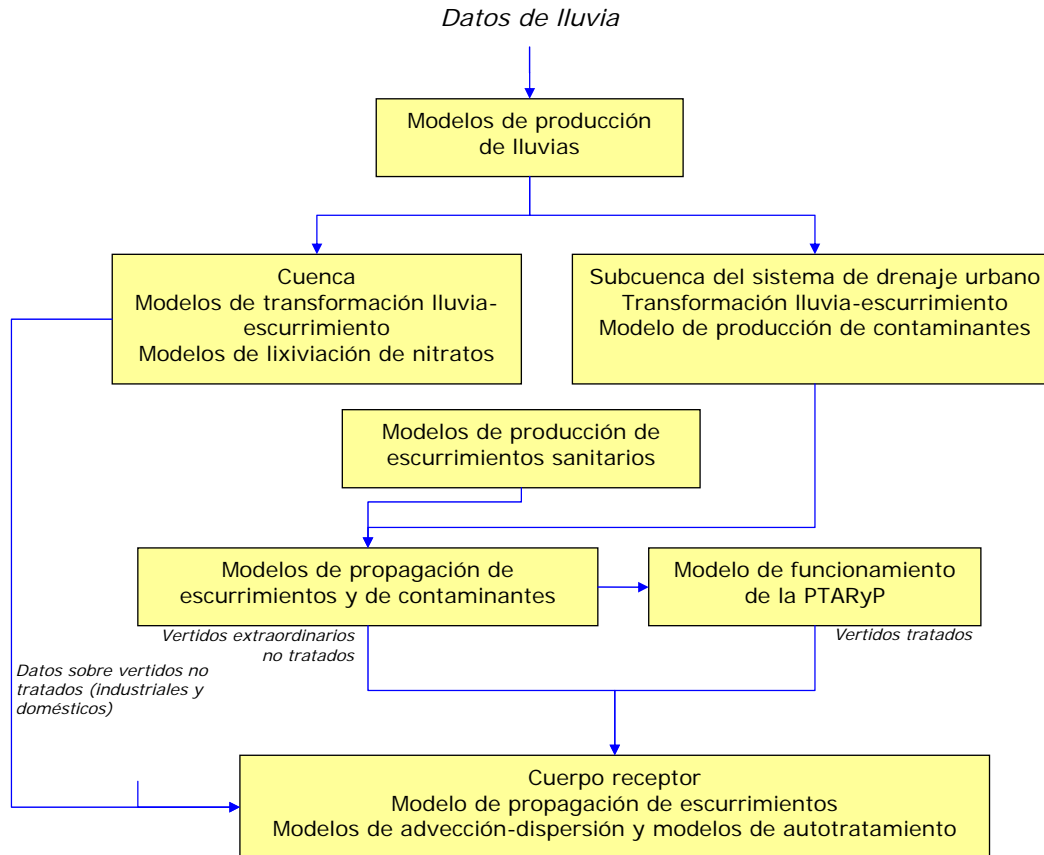


Ilustración 2. Ejemplo de un modelo integral de una cuenca urbana y de una cuenca no urbana. Adaptado de (García-Salas, 2003). Fuente original (Willems *et al.*, 2002).

Sin embargo, el empleo de modelos necesita de información medida directamente en campo para determinar a priori el valor de los parámetros de control. Por razones económicas y/o de desconocimiento de las tecnologías de medición, la determinación de estos valores frecuentemente no se realiza a través de métodos directos de observación, recurriendo de esta forma a valores tabulados obtenidos bajo diferentes condiciones. La selección de estos valores, necesita del conocimiento de información básica, por ejemplo tipo de cobertura para determinar valores de evapotranspiración, cobertura en ríos y arroyos para determinar coeficientes de rugosidad o tipo de suelo y condiciones antecedentes para determinar la capacidad de infiltración.

Por otra parte, el volumen infiltrado en una cuenca es determinante para la estimación de la cantidad de agua subterránea y superficial. Por lo tanto, la estimación de la infiltración sirve para conocer, entre otras variables hidrológicas, la disponibilidad del recurso en una cuenca o, para

estimar el volumen y forma de los escurrimientos superficiales que pueden afectar o no, las actividades humanas. La incorrecta selección de los parámetros que permiten modelar el proceso de infiltración puede conducir a errores importantes en la respuesta de los modelos integrales y, puede impactar de manera sustancial en la decisión de implementar tal o cual acción estructural dentro de la cuenca. A pesar de este hecho, la información disponible para la selección de los parámetros de los modelos mayormente utilizados dentro de las herramientas de cálculo es de difícil acceso, escasa o no adaptada a los requerimientos del modelador para fijar el valor del parámetro deseado en función de la información que dispone.

Ante el creciente uso de programas de cálculo para la modelación de los procesos hidrológicos, como herramienta de diseño, de toma de decisiones o como herramienta para establecer diagnósticos, y ante la falta de información necesaria para realizar a priori, una correcta selección de los parámetros de los modelos de infiltración mayormente utilizados dentro de los programas de cálculo (modelo de Green y Ampt, Modelo de Horton, Modelo del Número de Curva), este trabajo tiene por objetivo el siguiente:

- Estimar los parámetros del modelo de infiltración de Horton en función del valor de los parámetros del modelo Green y Ampt.

Los alcances del presente trabajo de investigación son los siguientes:

- Estimación de los parámetros del modelo de Green y Ampt y del modelo de Horton.
- Programa para el cálculo de los parámetros de Horton en función de los parámetros de Green y Ampt para futuras aplicaciones.

La metodología del presente trabajo, que es expuesta en el capítulo respectivo, consiste básicamente en dos procedimientos:

- Procedimiento empírico realizado con base en un análisis de sensibilidad bivariado que permite obtener los parámetros óptimos del modelo de Horton.
- Procedimiento con base matemática para obtener los parámetros óptimos del modelo de Horton.

El presente trabajo se divide en cinco capítulos. El primer capítulo trata sobre aspectos relacionados con la teoría de la modelación (aplicada a los procesos hidrológicos), en especial a las causas de error en un modelo. Se describen los procesos del ciclo hidrológico haciendo énfasis en el proceso de infiltración. En el segundo capítulo se presentan las consideraciones que se toman en cuenta para la modelación de la infiltración y la clasificación de los modelos de infiltración. Se presenta una recopilación de éstos. En el tercer capítulo se realiza una descripción de los modelos seleccionados. Se presentan varias referencias de comparaciones entre los modelos seleccionados y otros. En el cuarto capítulo se realiza un análisis de sensibilidad y se presenta la metodología matemática empleada para obtener los parámetros de Horton. Finalmente, en el quinto capítulo se presentan los parámetros de Horton para once clases texturales de suelo.

1 Modelación y procesos del ciclo hidrológico

Un problema fundamental en hidrología es la limitación en el conocimiento del movimiento del agua a través del suelo ya que, debido a la complejidad de este fenómeno existe un limitado rango de técnicas de medición en el tiempo y el espacio. Desde el punto de vista de la modelación del proceso precipitación-escurrimiento a escalas de interés práctico (generalmente cuencas de medianas a grandes) no es posible reproducir todos los detalles de los procesos de escurrimiento (Beven, 2002). Sin embargo, la modelación integral de los procesos hidrológicos en una cuenca es fundamental para establecer el uso sustentable del recurso hídrico. En ese sentido, y antes de abordar los conceptos básicos de este trabajo, se hace una reflexión basada en García-Salas (2008) sobre aspectos relacionados con la teoría de la modelación y, en especial con aspectos relacionados con las causas de error en la respuesta de un modelo. Aspectos que motivan la realización de este trabajo.

1.1 Origen y causas de error en la modelación

La modelación es el proceso a partir del cual la realidad es estudiada como un mundo virtual (Giré, 1987). Este mundo virtual se explica a partir de la explotación de las respuestas de un modelo. El modelo es entonces, la herramienta, el esquema, la caja, la ecuación o fórmula, que permite representar el mundo real a partir de la abstracción, la síntesis, y/o la idealización de los parámetros que la describen. Los modelos se transforman en un laboratorio virtual dentro del cual el modelador puede conducir diversas experiencias (Price, 1996). Al igual que en el campo de la experimentación física, la estimación del valor “exacto” en la modelación a través de computadoras es imposible. Por lo tanto, para una variable modelada resulta indispensable conocer su dispersión probable alrededor de su valor exacto, esto en función de los errores inducidos en las diferentes etapas de la modelación de un fenómeno en particular. Esta dispersión está caracterizada por la incertidumbre. En ese sentido, la identificación de las causas de error en los modelos es necesaria para efectos del análisis de incertidumbres (Simonovic, 2000). Para cualquier esquema de modelación (mecanicista, empírica semi-empírica, etcétera), las causas de error en un modelo se encuentran en:

- Las variables de entrada.
- Los parámetros de control.
- El transformador o modelo.

1.1.1 Las variables de entrada

En el campo de la modelación en hidrología urbana y rural, los datos o variables de entrada corresponden a aquellas que van a transformarse al interior de un sistema (ó modelo ó transformador) para producir la respuesta del modelo llamadas también variables de salida. El papel del modelo es por lo tanto el de producir dicha transformación. Por ejemplo, las principales variables que intervienen en un estudio de modelación hidrológica son entre otras, las siguientes:

- Lluvia (láminas o intensidades).
- Volúmenes de escurrimiento.
- Volúmenes de infiltración.
- Gasto (o velocidades asociadas a presiones).
- Contaminantes (tipo, causa, cantidad).

En todos los casos, estos datos son conocidos a partir de una cadena de mediciones, para el caso de modelos de pronóstico, o a partir de valores sintéticos para el caso de modelos de diagnóstico ó de diseño. La primera causa de error a tomar en cuenta se asocia por lo tanto, a la calidad de las mediciones de las variables de entrada.

1.1.2 Los parámetros geométricos

Los parámetros geométricos describen el sistema modelado así como sus fronteras. En el campo de la hidrología son entre otros, los siguientes:

- Las características fisiográficas de una cuenca; (i) las que condicionan el volumen de escurrimiento (área y tipo de suelo); (ii) las que condicionan la velocidad de respuesta (orden de corriente, la pendiente, etcétera).

- La geometría de los cauces y canales.
- Las características topográficas de cauces.
- Las dimensiones de las obras especiales.
- Red de drenaje dentro de una zona urbana.
- El volumen de regulación en un sistema de presas, depósitos de detención, etcétera.

Un error en estos parámetros de control puede tener fuertes consecuencias en el valor de las variables de salida. Por ejemplo García-Salas (2005) observó que el 75% de los errores producidos en una muestra de modelos de estructuras de vertido de redes de drenaje, corresponde a inconsistencias en la descripción de los parámetros geométricos, lo que a su vez indujo el 60% del error total en la respuesta de los modelos.

Según Clemens (2001) y Clemens *et al.* (1999), las causas de error de los parámetros geométricos se asocian a:

- Las inconsistencias estructurales o de descripción del sistema por modelar. Por ejemplo, el levantamiento incorrecto de los datos topográficos del sistema, la falta de identificación de ciertos puntos de interés, la falta de levantamiento de obras especiales, etcétera.
- Las incertidumbres de los parámetros geométricos levantados. Por ejemplo la superficie de una cuenca, la longitud y pendiente de un cauce, la longitud de una tubería, etcétera.

Sin embargo, García-Salas (2003) propone además:

- Las inconsistencias asociadas al modelador

Estas últimas relacionadas con la inadecuación entre la descripción geométrica (lo real) y el modelo (lo virtual).

1.1.3 El modelo

Es evidente que un transformador o modelo, no puede dar más que una representación simplificada de la realidad, por lo que las incertidumbres asociadas a éste deben ser consideradas, aún más cuando se trata de modelos globales que consideran la complejidad de los fenómenos y de los sistemas físicos.

Geldof (1999) desarrolla una larga reflexión sobre el “cómo” hacer para construir, calibrar y validar modelos cada vez más globales (o integrados). Para responder a ello, dicho autor realiza un análisis en dos direcciones. El primero, de tipo determinista que se fundamenta en el aumento del número de fenómenos considerados en un modelo y en las interconexiones entre ellos. El segundo, de tipo sistémico, el cual pretende que la complejidad del sistema debe ser conservada a través de modelos conceptuales.

De manera pragmática, se consideran tres aspectos que son susceptibles de ser considerados como causas de error en un modelo:

- La fineza de representación de los fenómenos. Una causa de error es inevitablemente introducida en la respuesta de un modelo si, a partir de su construcción, no fueron considerados ciertos fenómenos (Johnson, 1996). Esta reducción del espacio fenomenológico está ligada principalmente a las hipótesis teóricas a partir de las cuáles los modelos fueron construidos, a las condiciones y/o a las limitantes experimentales y a la elección de simplificaciones realizadas por el modelador.
- La capacidad del modelo para aplicarse en el caso de estudio. Emerge una causa de error en un modelo si las características del modelo no son las adecuadas para la aplicación que se desea.
- La selección de los parámetros de calibración. Si un modelo es capaz de representar de manera específica una gran cantidad de fenómenos y el objeto se define con pocos parámetros de descripción, se induce inevitablemente una causa de error.

Hoy en día la modelación emerge en muchos casos, como la “única” solución para poder estudiar el comportamiento de los sistemas complejos. Sin embargo, ella no puede dissociarse por

completo de las campañas de medición, es decir siempre será necesario establecer campañas con carácter temporal para elaborar modelos confiables (García-Salas, 2003).

Bajo esta perspectiva, durante la construcción de un modelo los especialistas deben dar respuesta a tres preguntas fundamentales: i) ¿en donde medir?, ii) ¿durante cuanto tiempo medir? y iii) ¿cómo eliminar a priori las causas de error del modelo para poder explotarlo movilizándolo a la vez la menor cantidad de recursos?

Las dos primeras preguntas, según García-Salas (2003), pueden ser respondidas de manera relativamente fácil porque se conjugan dos aspectos de suma importancia: la experiencia de los encargados del proyecto en cuestión y los recursos técnicos y económicos disponibles. Ello, sin olvidar que la modelación puede ser un elemento de gran ayuda para definir los puntos de medición, de ahí el carácter sinérgico de las dos técnicas tal como se sugiere en Korving *et al.*, 2002.

La tercera respuesta no es tan evidente, ello debido a la existencia de una gran cantidad de causas probables, que no necesariamente son del conocimiento del modelador y, que deben ser controladas durante el proceso de modelación.

En virtud de lo anterior, es necesario generar la información necesaria que permita minimizar las causas de error (o inconsistencias) en la modelación de los procesos hidrológicos, en especial los procesos que escapan a la vista del ser humano, tal es el caso de la infiltración y de la transferencia de agua en zonas saturadas y no saturadas. Para abordar este tema, a continuación se hace una recopilación de los conceptos del ciclo hidrológico haciendo énfasis en el proceso de infiltración.

1.2 Ciclo hidrológico

El ciclo hidrológico es el enfoque principal de la hidrología, éste se define como la sucesión de etapas que atraviesa el agua al pasar de la atmósfera a la tierra y volver a la atmósfera. Se puede suponer que el ciclo inicia con la evaporación del agua en los océanos, la cual es transportada y elevada hacia la atmósfera hasta que se condensa, dando origen a la precipitación en la superficie terrestre y océanos. Una parte del agua precipitada se evapora durante su caída, otra es interceptada por la vegetación, la cual retorna a la atmósfera en forma de vapor. El agua que llega a la superficie del suelo se infiltra o escurre. El agua infiltrada que llega a las zonas de recarga puede emerger y escurrir sobre la superficie sumándose al agua que se concentra en arroyos y ríos, los cuales fluyen hasta los océanos (Campos-Aranda, 1998; Chow, 1988). En la Ilustración 3 se muestra un esquema de las transferencias del agua entre continentes y océanos.

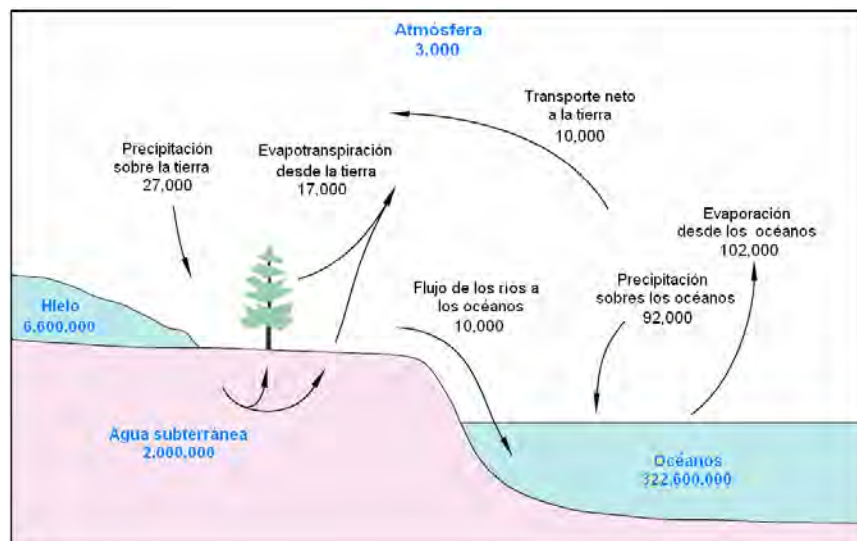


Ilustración 3. Ciclo hidrológico (Modificado de Winter, 1998).

El ciclo hidrológico es afectado esencialmente por el cambio del uso del suelo asociado al desarrollo urbano, a la extensión de fronteras agrícolas, a la deforestación, etc. Por ejemplo, en una cuenca urbana la impermeabilización conlleva a tasas de infiltración inferiores a las que se presentan en el entorno no urbanizado circundante y afecta la eficacia de los sistemas de drenaje. Un problema medioambiental importante en las áreas urbanas es, precisamente, la contaminación de los ríos y acuíferos. En la Ilustración 4 se muestra un diagrama del ciclo hidrológico en una cuenca urbanizada.

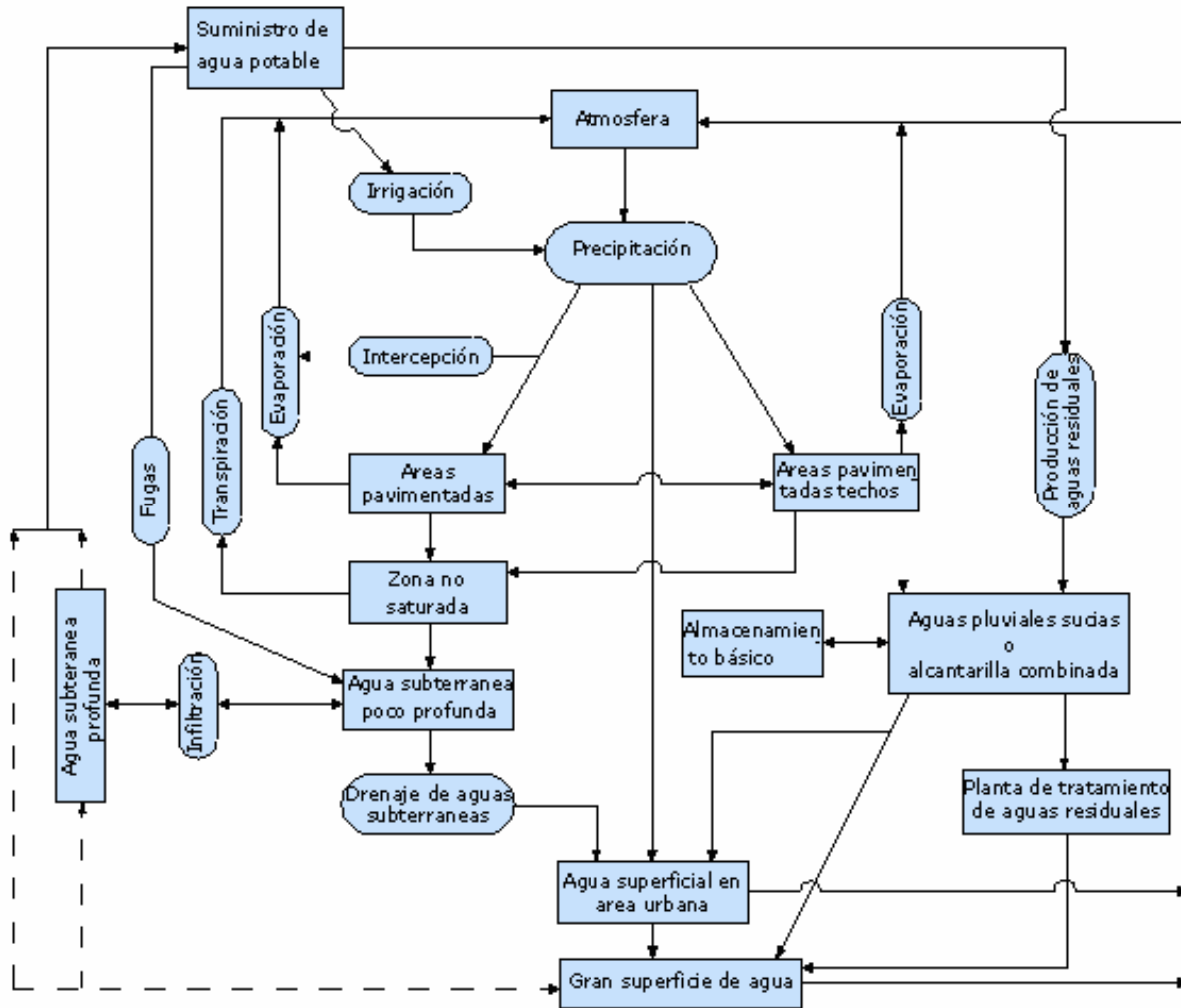


Ilustración 4. Ciclo hidrológico urbano (modificado de Massing *et al.* 1990).

Independientemente de los factores de escala, el proceso de infiltración juega un papel de primer orden en la relación precipitación-escorrentía y por lo tanto en las decisiones para el diseño de infraestructura. Por ejemplo, en un estudio realizado por la Agencia de Protección del Medio Ambiente de Estados Unidos (USEPA, 1993) se observó que puede perderse hasta 35% del volumen de infiltración cuando la superficie impermeabilizada pasa de 0% a 75% (ver Ilustración 5).

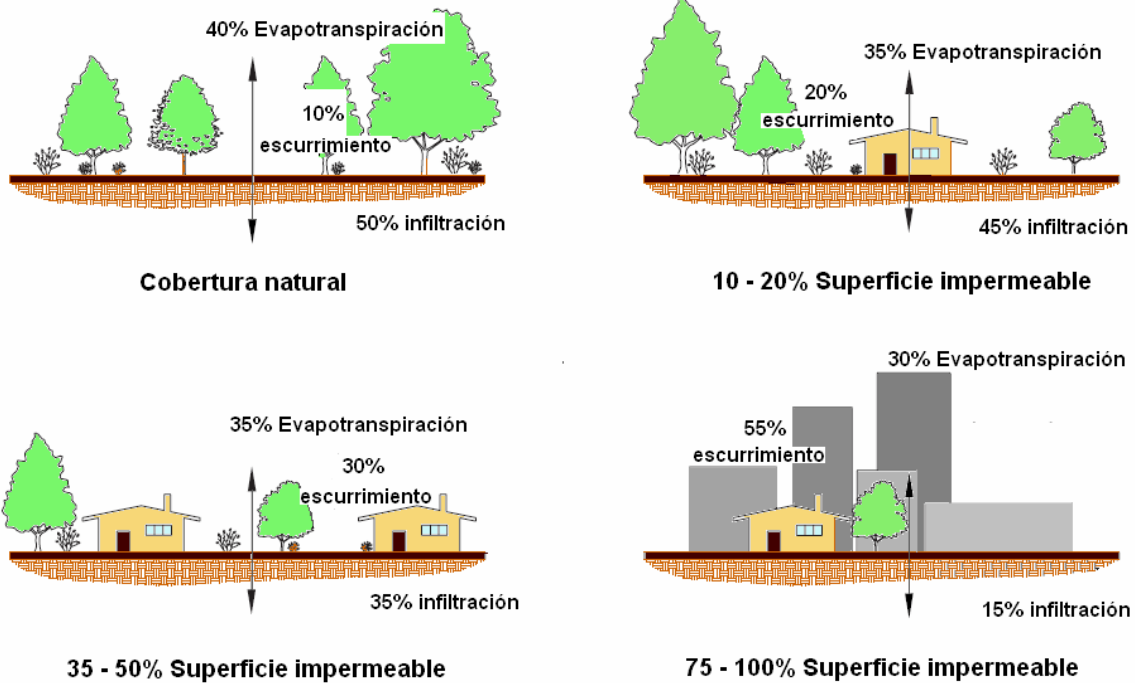


Ilustración 5. Evolución de las tasas de infiltración en función de los niveles de urbanización. Adaptado de USEPA (1993).

Debido a esta problemática, en algunas ciudades se ha optado por nuevas alternativas para el control de los escurrimientos, que suponen la recuperación de la capacidad de infiltración, permitiendo así la reducción de los volúmenes que serán evacuados por las redes de drenaje. Un ejemplo de estas soluciones alternas son los canales filtrantes, en los cuales la estimación de la infiltración es primordial para su diseño (ver Ilustración 6).



Ilustración 6. Canal de filtración con presas de piedra.

Así mismo, la infiltración es primordial en el diseño de sistemas de riego y de drenaje agrícola. En México, los métodos de riego más utilizados son por gravedad. Los métodos de riego por surcos y melgas son los más comunes en el riego parcelario por gravedad, en tanto que el goteo, la micro aspersión y la aspersión, son los que predominan en el riego parcelario presurizado (Fuentes *et al.*, 1997) (ver Ilustración 7). En el caso de sistemas de riego por gravedad, el caudal que debe utilizarse en un surco o en una melga para aplicar uniformemente la lámina de riego deseada depende esencialmente de parámetros de infiltración. Para sistemas de riego presurizado, tales como aspersión o goteo, la velocidad de infiltración del agua en el suelo es determinante en la selección de los caudales de diseño en los emisores. El diseño adecuado de estos dispositivos implica un escurrimiento superficial nulo.

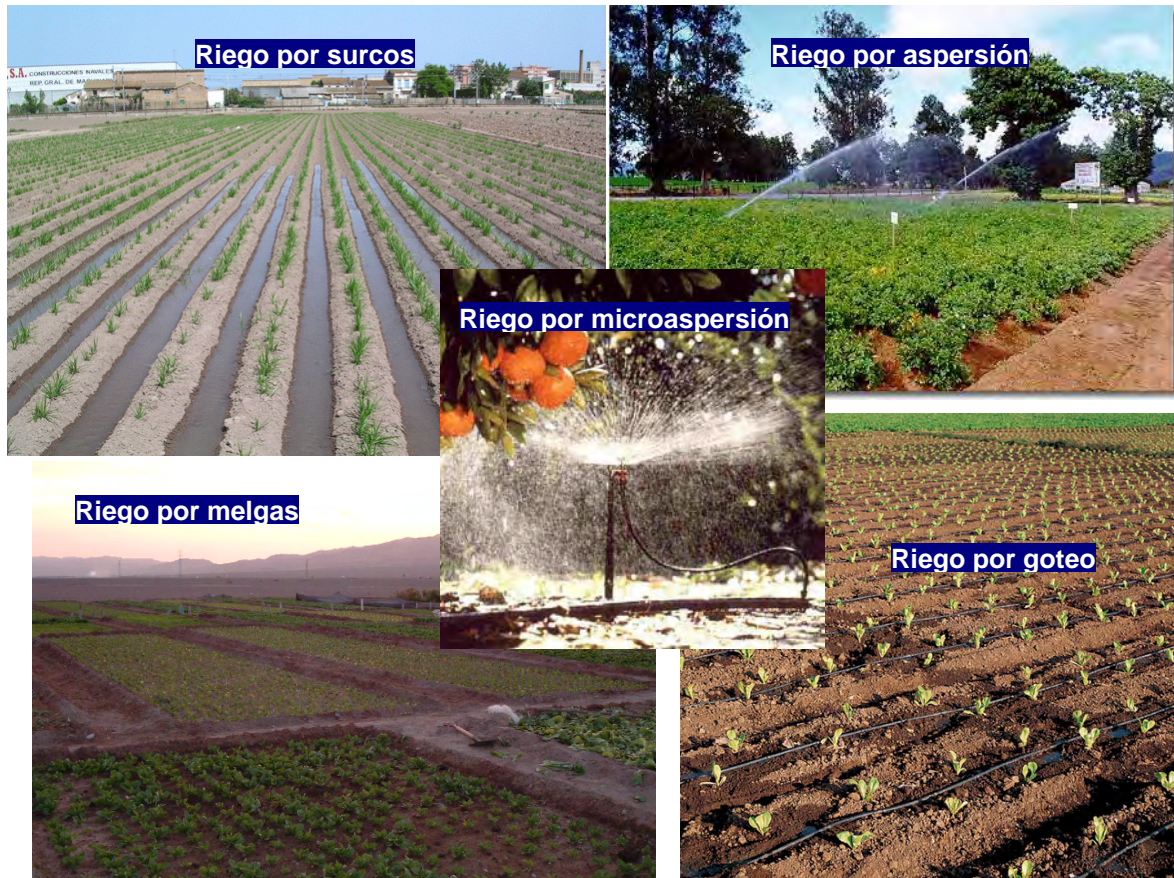


Ilustración 7. Métodos de riego más utilizados en México. Imágenes tomadas de agrogrupo2.wordpress.com.

Por otra parte, las precipitaciones importantes en cuencas con pendientes suaves y suelos poco permeables provocan problemas de estancamiento de agua en la superficie del suelo. Para que los cultivos se desarrollen en forma adecuada, se debe dar un balance entre el contenido de aire y agua en el suelo, lo cual no se presenta cuando hay excesos de agua. Cada cultivo, por su fisiología, tiene mayor o menor susceptibilidad a ser dañado cuando se inunda. Para solucionar los problemas de drenaje en las parcelas, y así proteger los cultivos, se toman en cuenta dos factores principales: i) fuente de exceso de agua y ii) la topografía del terreno (Villalobos, 2005). En ambos factores, la fenomenología de la infiltración es importante en la medida en que ésta constituye el mecanismo de entrada del agua en el suelo y una parte fundamental de los balances hidrológicos.

Debido a la importancia de la estimación de la infiltración para el diseño de infraestructura hidráulica, a continuación se presenta un análisis detallado de este proceso hidrológico.

1.2.1. Proceso de infiltración

El proceso de infiltración se define como el movimiento del agua a través de la superficie del suelo hacia el interior del mismo. Una vez que el agua está en contacto con el suelo, el agua gravitacional (agua que se desplaza libremente bajo el efecto de la gravedad) penetra hacia abajo a través de los intersticios más gruesos, mientras que los intersticios más pequeños toman agua por capilaridad. No obstante, el agua gravitacional, en su trayecto de descenso, también es interceptada por intersticios capilares. (Linsley *et al.*, 1988).

La velocidad de infiltración representa la tasa a la cual el suelo permite el paso del agua a través de la superficie y se expresa en unidades de longitud por unidad de tiempo. Horton (1933) define la capacidad de infiltración como la velocidad máxima con la cual la lluvia puede ser absorbida por un suelo en una condición dada, es decir, la capacidad de infiltración es definida como una propiedad física del suelo, la cual varía entre un valor máximo cuando el suelo está seco y un valor mínimo cuando el suelo se ha humedecido y compactado.

La velocidad de infiltración es igual a la intensidad de lluvia si ésta es menor que la capacidad de infiltración, de otra manera, la velocidad de infiltración será igual a la capacidad de infiltración, y el agua de lluvia excedente escurrirá sobre la superficie del suelo después que se llenen las depresiones superficiales (Akan, 2003). En otras palabras:

$$(1) \quad q = i \quad \text{si} \quad i < q_s$$

y

$$(2) \quad q = q_s \quad \text{si} \quad i \geq q_s$$

donde:

$$q_s = \text{capacidad de infiltración} \left[\text{LT}^{-1} \right].$$

$$q = \text{velocidad de infiltración} \left[\text{LT}^{-1} \right].$$

$$i = \text{intensidad de lluvia} \left[\text{LT}^{-1} \right].$$

El análisis presentado en este trabajo corresponde al segundo caso, es decir, cuando la velocidad de infiltración es igual a la capacidad de infiltración del suelo.

Horton (1933) define la lluvia en exceso como la fracción de la lluvia que cae con una intensidad que excede la capacidad de infiltración, es decir, la intensidad de lluvia en exceso es la intensidad de lluvia menos la capacidad de infiltración cuando $q_s < i$.

$$(3) \quad i_e = i - q_s$$

donde i_e = intensidad de lluvia en exceso.

La mayor parte de las observaciones experimentales del fenómeno de infiltración muestran que al inicio de una lluvia la velocidad de infiltración es alta y después decae en el tiempo hasta que es prácticamente constante (ver Ilustración 8). La infiltración inicial es alta debido a los efectos del potencial capilar que atrae el agua dentro del suelo seco en adición con el efecto de la gravedad.

El decaimiento de la infiltración se debe a que los poros se llenan de agua, reduciendo así la succión capilar. Por ejemplo, se ha demostrado a través de pruebas controladas que el decaimiento es más rápido y al final constante, y que estos valores son más bajos para suelos arcillosos que para suelos arenosos (Bedient & Huber, 1989; Beven, 2002).

Después de un largo periodo de lluvia intensa, el frente de humedad será recorrido a cierta distancia del suelo, el efecto del potencial capilar será pequeño, el gradiente del potencial será dominado por la gravedad y la infiltración se acercará a la conductividad hidráulica saturada del suelo (Beven, 2002). En este sentido, el volumen infiltrado I (ver Ilustración 8 y ecuación (4)), es igual al área bajo la curva de capacidad de infiltración para cualquier intervalo de tiempo y representa el tirante o lámina de agua acumulada durante dicho lapso (Campos-Aranda, 1998), es decir:

$$(4) \quad I(t) = \int_0^t q(\bar{t}) d\bar{t}$$

donde \bar{t} es una variable de integración.

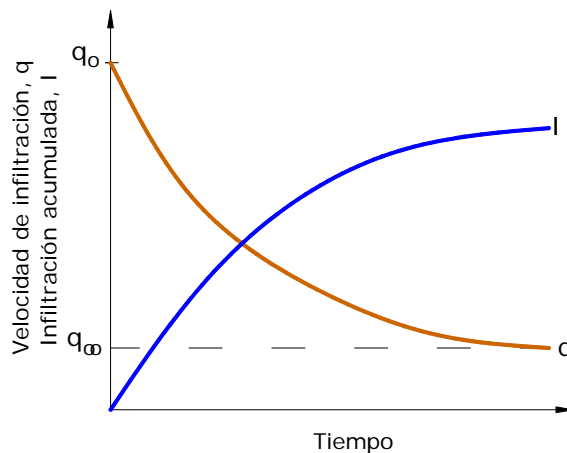


Ilustración 8. Curva de velocidad de infiltración y de infiltración acumulada.

En la infiltración, se pueden considerar tres casos o etapas cuando ocurre una lluvia de intensidad i en un suelo con conductividad hidráulica saturada K_s y capacidad de infiltración q_s (ver Ilustración 9):

1. Caso A, $i < K_s$, toda el agua de lluvia se infiltra sin generarse escurrimiento superficial.
2. Caso B, $K_s < i \leq q_s$, toda la lluvia se infiltra y el suelo húmedo se incrementa cerca de la superficie.
3. Caso C, $K_s < q_s \leq i$, se comienza a generar escurrimiento superficial como se muestra en la figura en la curva C y D.

En el caso C, la velocidad de infiltración es igual a la capacidad de infiltración y es decreciente. (Bedient & Huber, 1989; Mein & Larson, 1973)

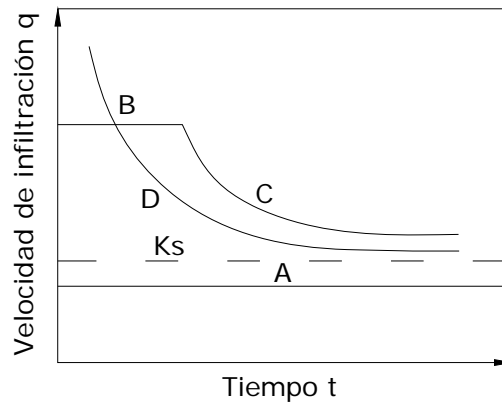


Ilustración 9. Diferentes casos de casos de la infiltración en un suelo cuando se presenta una lluvia.

Durante el proceso de infiltración, la distribución de la humedad del suelo se clasificada en cuatro zonas: i) zona saturada y Transición; ii) zona de transmisión; iii) zona de humedecimiento y iv) frente húmedo (ver Ilustración 10). La zona saturada es una región somera donde el suelo está totalmente saturado, por debajo de ella, se encuentra la zona de transición. El espesor de ambas zonas no cambia con el tiempo. Bajo estas áreas esta la zona de transmisión de un espesor que se incrementa con la duración de la infiltración y cuyo contenido de humedad es ligeramente mayor a la capacidad de campo (máxima cantidad de agua que el suelo puede retener contra la acción de la gravedad). En seguida se encuentra la zona de humedecimiento que une la zona de transmisión y el frente húmedo. En esta zona la humedad decrece con la profundidad y termina abruptamente con una frontera entre el avance del agua y el contenido de humedad del suelo. Por último, el frente húmedo es la frontera entre el avance del agua y el contenido de humedad de suelo;

separando el suelo húmedo por encima y el suelo seco por debajo. Esta descripción corresponde a la de un suelo homogéneo (no estratificado) (Campos-Aranda, 1998; Chow, 1988).

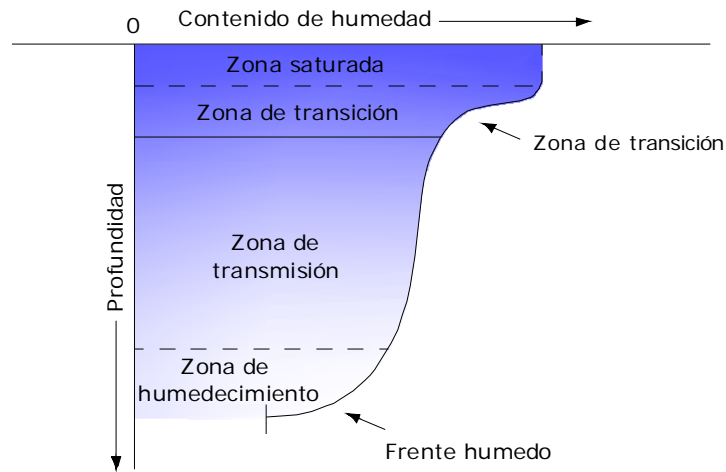


Ilustración 10. Distribución de la humedad durante el proceso de infiltración en un suelo homogéneo.

Para caracterizar los parámetros hidráulicos básicos que rigen el flujo de agua en la zona no saturada, se utilizan las denominadas curva de retención o curva de succión-humedad, y la curva de conductividad-succión.

Si se representa la evolución del contenido de humedad en función de la presión capilar en una zona no saturada se obtiene la denominada curva de retención, que es característica de cada suelo y cuya forma depende de la estructura del suelo y de la geometría y distribución de los tamaños de los poros.

En las curvas de retención se pueden diferenciar, a grandes rasgos, tres regiones: i) región de entrada de aire, que corresponde a la franja en que el suelo se encuentra saturado donde el potencial varía pero el contenido de agua no, ii) región capilar, en la que pequeños incrementos de la succión provocan el drenaje de los poros más pequeños del suelo, y el contenido de agua en el suelo disminuye rápidamente, iii) región de adsorción, en la que únicamente queda el agua adsorbida a las partículas del suelo, debido a que el agua que estaba albergada en los poros ha sido drenada; en esta última región, importantes cambios de potencial se asocian con pequeños cambios de contenido de agua (ver Ilustración 11).

Este tipo de curvas difiere para un mismo suelo en función de que esté en proceso de secado o de humedecimiento (ver Ilustración 11). Este fenómeno, denominado histéresis, se debe a que los ángulos de contacto del agua con la fase sólida son distintos en mojado y en secado. Estos efectos se acentúan con la presencia de aire atrapado y especialmente en suelos susceptibles de hinchamiento. Se han propuesto muchas funciones empíricas para representar las curvas de retención, entre ellas cabe resaltar la de Brooks y Corey (1964), la cual se describe en el capítulo 3.

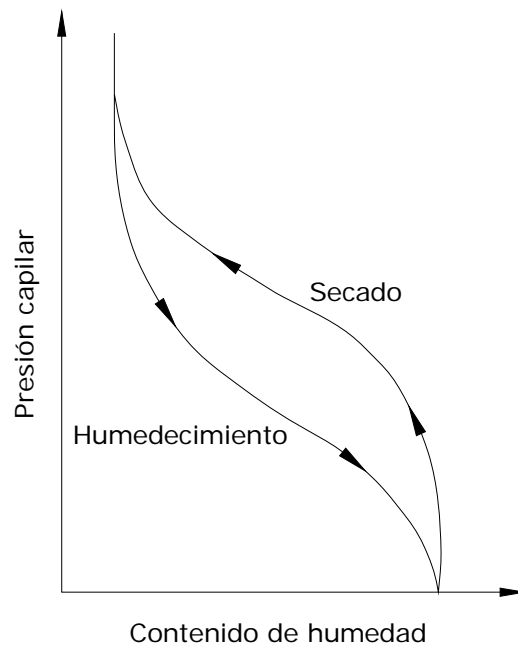


Ilustración 11. Curva de retención y fenómeno de histéresis.

1.2.2 Factores que influyen en el proceso de infiltración

Los factores que influyen en la infiltración se deben a las condiciones de la superficie, características de la subsuperficie, condiciones medioambientales y características del flujo (ver Ilustración 12). Hay factores que influyen más que otros, algunos favorecen la infiltración y otros la impiden. A continuación se presentan de manera esquemática los factores que afectan al proceso de infiltración.

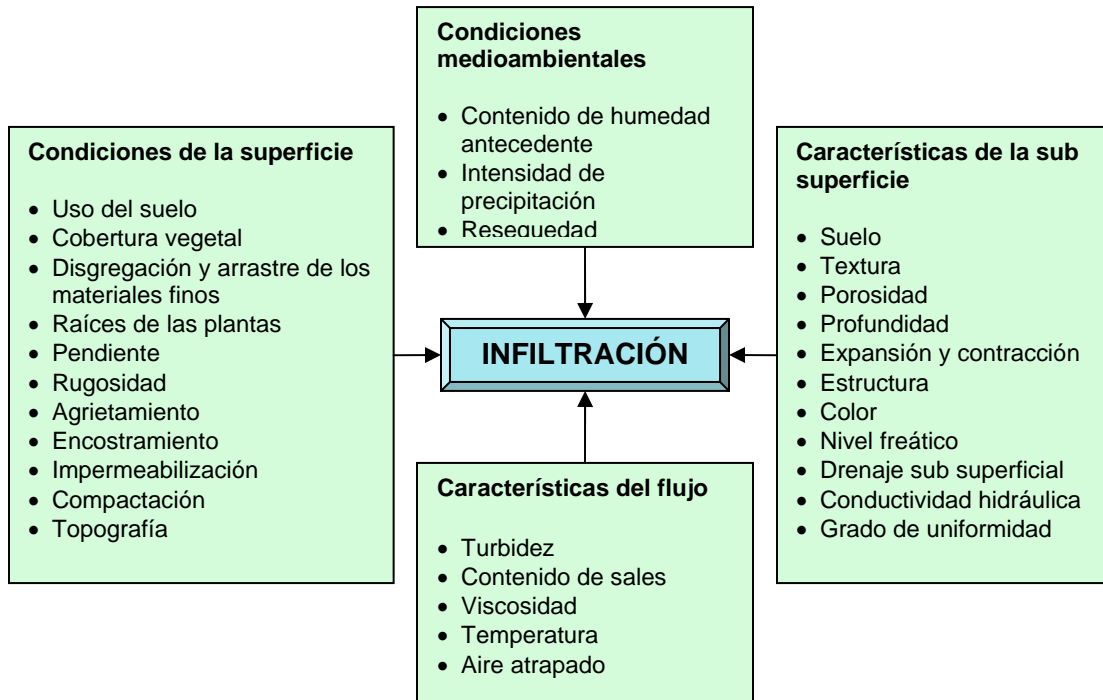


Ilustración 12. Factores que influyen en la infiltración.

La capacidad de infiltración es ampliamente controlada por los poros de la superficie. Un pequeño incremento en la carga hidrostática sobre dichos poros provoca un incremento en el flujo a través del suelo superficial (ver Ilustración 13). Ésta continúa incrementándose con la intensidad de la lluvia hasta que se alcanza un valor límite, Sin embargo, parece improbable que esta condición límite sea alcanzada en condiciones naturales. (Wilson, 1975).

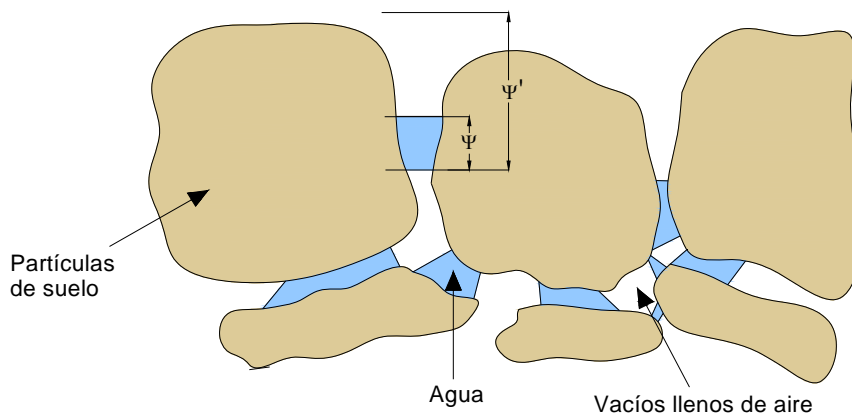


Ilustración 13. Carga hidrostática sobre los poros del suelo (adaptada de Wilson, 1975).

Finalmente, cada tipo de suelo tiene una capacidad de infiltración diferente. Por ejemplo, si llueve sobre un suelo arenoso, en el cual el radio de poro es mayor, el agua se infiltrará rápidamente y aun con lluvia constante es probable que no se produzca escurrimiento superficial. Análogamente, un suelo arcilloso pondrá resistencia a la infiltración y la superficie comenzará a cubrirse con agua incluso con una lluvia ligera. La intensidad de la lluvia, i , también influye en la infiltración y escurrimiento del agua precipitada (Wilson, 1975).

2 Modelación del proceso de infiltración

2.1 Hipótesis y condiciones límite consideradas

En virtud que los modelos matemáticos desarrollados para representar el fenómeno de infiltración se basan en diferentes hipótesis simplificadoras, es importante conocer las limitaciones y sus implicaciones.

Según Williams (1998), la modelación del proceso de infiltración presenta las siguientes hipótesis y condiciones límite:

- Perfil del contenido de agua inicial del suelo: La mayoría de los modelos de infiltración asumen un perfil constante y uniforme del contenido de agua inicial del suelo. Sin embargo, bajo condiciones de campo, el perfil del contenido de agua del suelo rara vez es constante y distribuido uniformemente.
- Perfil del suelo: Existen dos tipos de perfiles de suelo bajo condiciones de campo: (a) homogéneos y (b) no homogéneos. Los modelos de infiltración desarrollados para perfiles de suelos homogéneos no pueden ser usados para perfiles de suelos heterogéneos sin simplificar hipótesis acerca de la heterogeneidad.
- El contenido de agua en la superficie del suelo tiene un valor constante cercano a la saturación: Esta es una hipótesis común para la mayoría de los modelos y permite ignorar el gradiente inicial extremadamente grande en la superficie del suelo. La duración de una condición de humedad en la superficie no cercana a la saturación es muy pequeña en comparación con el tiempo asociado con el evento de infiltración.
- Duración del proceso de infiltración: Algunos modelos de infiltración sólo son válidos para un periodo corto de infiltración, lo cual puede limitar su utilidad en aplicaciones de campo, en donde la infiltración puede durar largos periodos de tiempo.

- Superficie encostrada e impermeabilizada: Los modelos de infiltración generalmente no consideran superficies con condiciones límite de encostrado. Estas condiciones límite son complejas y dinámicas.
- Superficies planas y alisadas: Las condiciones límite de estas superficies pueden ser incorporadas fácilmente a un modelo matemático. En caso contrario, deben considerarse nuevos parámetros dentro de la modelación.
- El flujo constante en la superficie: La velocidad de agua en la superficie del suelo puede ser constante o variable en el tiempo. Debido a su simplicidad en comparación con otras condiciones límite, la condición de flujo constante ha sido usada en la mayoría de los modelos.

Las condiciones límite permiten establecer el estado inicial en las fronteras del dominio de modelación. Estas condiciones deben ser definidas matemáticamente. Las más comunes según Williams (1998) son:

- Condición de superficie encharcada: La condición de superficie encharcada o no encharcada, depende de la intensidad de la lluvia y de la capacidad de infiltración del suelo. Cuando la intensidad de la lluvia excede la capacidad de infiltración del suelo, la superficie se encharca. El caso opuesto resultaría en condiciones de superficie no encharcada.
- Columna con longitud finita en el límite inferior: Algunos modelos de infiltración son limitados en una columna de longitud finita y otros pueden permitir una columna de longitud infinita. Los modelos de infiltración con condición de columna de longitud finita pueden limitar sus aplicaciones para infiltración de agua profundas.

2.2 Clasificación de los modelos de Infiltración

Los modelos de infiltración pueden ser clasificados según el esquema de aproximación¹ al fenómeno real. En ese sentido, los modelos se clasifican en:

- modelos de base física,
- modelos de base empírica y/o
- modelos de base semi-empírica.

La Agencia de Protección del Medioambiente (EPA, por sus siglas en inglés) presentó una clasificación fenomenológica o funcional en 1998 basada en las siguientes consideraciones

- i) Aproximación relativamente simple, fácil de usar y realista en las aplicaciones.
- ii) Capacidad para manejar varias condiciones de campo como superficie encharcada o no encharcada, intensidad de lluvia variable, escurrimiento superficial y condiciones secas o húmedas.
- iii) Aplicación para perfiles de suelos homogéneos o no homogéneos.

Para la EPA los modelos de infiltración son (Williams, 1998):

- modelo homogéneo,
- modelo no homogéneo,
- modelo de infiltración para condiciones de estancamiento y
- modelo de infiltración para condiciones de no estancamiento.

A continuación se hace una descripción de cada tipo de modelo.

¹ Según Garcia-Salas (2003), el esquema de aproximación de un modelo se define como el tipo de conexión entre el mundo virtual (modelo) y el mundo real (fenómeno).

2.2.1 Clasificación según el esquema de aproximación a lo real

- Modelos de base física (BF)

Los modelos de base física se basan en el empleo de los principios de la Mecánica Clásica (conservación de la masa y movimiento de las partículas o cuerpos a través de un medio). En el caso del fenómeno de infiltración, los medios considerados son medios porosos saturados o no. Este tipo de modelos se basan en el principio de conservación de la masa y en el principio de flujo a través de medios porosos saturados, llamada también ley de Darcy. Este tipo de modelos toman en consideración las condiciones de dimensionalidad, flujo dinámico, conductividad hidráulica, capilaridad, contenido de humedad, relación de retención, y condiciones iniciales y límites. Se han desarrollado modelos con base física con grados de complejidad diversa, por ejemplo: Green y Ampt (1911), Philip (1957), 1969), Mein & Larson (1971, 1973), Smith (1972), Smith y Parlange (1978), Fuentes *et al.* (2001), entre otros (Mishra & Tyagi, 2003).

- Modelos empíricos (E)

Los modelos empíricos generalmente relacionan el volumen o la velocidad de infiltración para un tiempo transcurrido. Los parámetros usados en este tipo de modelos son comúnmente estimados a partir de una ecuación de ajuste para medidas de infiltración acumulada en una determinada condición de suelo. Los modelos empíricos más comúnmente usados son: Kostiakov (1932), Horton (1940) y Holtan (1961), Huggins y Monke (1966), Kostiakov modificado, Collis-George (1977), SCS-CN entre otros. (Maidment, 1993; Mishra & Tyagi, 2003).

2.2.2 Clasificación fenomenológica o funcional

- Modelos homogéneos (H)

La mayoría de los modelos de infiltración han sido desarrollados para aplicaciones en suelos con porosidad media homogénea. Estos modelos son comúnmente derivados de soluciones

matemáticas bien definidas y físicamente basados en teorías de infiltración, por ejemplo, la ecuación Richards. Dado que este último modelo se deriva de la teoría del flujo del agua a través de medios porosos, la comprensión se da a través de los procesos físicos e hidráulicos que gobiernan la infiltración. Los modelos de infiltración comúnmente utilizados para perfiles de suelos homogéneos son: Green y Ampt (1911), Philip (1957), Burwer (1969) y modelo de Parlange (1978).

- Modelos no homogéneos (NH)

Los suelos naturales rara vez son homogéneos con la profundidad. Debido a la no uniformidad del perfil del suelo, las observaciones de infiltración en campo frecuentemente muestran características diferentes a los modelos basados en esquemas teóricos para un suelo uniforme. En la mayoría de los modelos de este tipo, la capacidad de infiltración es sobreestimada. Es decir, los modelos de suelo homogéneo aplicados a suelos no homogéneos sobreestiman la capacidad de infiltración. Para la conceptualización del perfil de suelo no homogéneo, usualmente es más conveniente dividir el perfil en capas horizontales homogéneas. Un ejemplo de lo anterior se presenta en la aplicación del modelo de Green y Ampt para calcular la infiltración acumulada en suelos no homogéneos. Esta técnica ha sido ampliamente estudiada por Bouwer (1969), Childs & Bybordi (1969), Fok (1970), Moore (1981) y Flerchinger *et al.* (1988).

- Modelos con almacenamiento superficial (CAS)

Cuando la intensidad de la lluvia excede la capacidad de infiltración, el agua en exceso tiende a acumularse en la superficie del suelo. Dependiendo de las irregularidades de la superficie y de la pendiente general del terreno, una parte del agua estancada comienza a escurrir, si el almacenamiento superficial comienza a llenarse. Bajo estas condiciones, la infiltración acumulada es función de las propiedades del suelo. Varios modelos de infiltración para condiciones de encharcamiento han sido desarrollados por Parlange *et al.* (1985), Haverkamp *et al.* (1990, 1994) y Salvucci & Entekhabi (1994).

- Modelos sin almacenamiento superficial (SAS)

Cuando la velocidad del suministro de agua en la superficie del suelo no excede la capacidad de infiltración del suelo, toda el agua se infiltra dentro del suelo y no ocurre el encharcamiento en la superficie. Este proceso depende de la velocidad del suministro de agua, del contenido de agua inicial del suelo y de la conductividad hidráulica saturada. Los modelos de infiltración para condiciones de no encharcamiento han sido desarrollados por varios investigadores (Philip, 1957; Childs & Bybordi, 1969; Hillel & Bardner, 1970). Probablemente la aproximación más común es la solución explícita de la ecuación de Green y Ampt.

- Modelos semi-empíricos (SE)

Este tipo de modelos han sido desarrollados con base en datos de campo y tienen poca o nula base física. La aproximación empírica para desarrollar una ecuación de infiltración de campo consiste en encontrar una función matemática cuya forma, en una función del tiempo, coincide con las características de la infiltración normal. Una vez construido el modelo se busca la explicación física del proceso. La mayoría de los procesos físicos en los modelos semi-empírico de infiltración son presentados a través de esquemas conceptuales comúnmente aceptados. Los modelos semi-empíricos de infiltración mayormente utilizados en el campo de la física de suelos e hidrología son: Kostiaikov (1932), Horton (1940) y Número de Curva.

2.3 Ejemplos de modelos de infiltración

En la tabla 1 se presenta algunos ejemplos de los modelos de infiltración. En ésta se presenta el autor del modelo, el año de publicación, se especifica el tipo de modelo según la clasificación convencional y la clasificación hecha por la EPA, la fórmula y los parámetros que emplea cada modelo.

Tabla 1. Ejemplos de los modelos de infiltración

Modelo	Año	Tipo	Fórmula	Parámetros
Green y Ampt	1911	(BF), (H)	$q(t) = K_s \left(\frac{\Lambda}{I(t)} + 1 \right)$	<p>q = velocidad de infiltración [LT^{-1}] K_s = conductividad hidráulica a saturación [LT^{-1}] Λ = factor succión-almacenamiento [L] $I(t)$ = Lámina infiltrada acumulada al tiempo t [L]</p>
Kostiakov	1932	(E)	$q = K_k t^{-\alpha}$	<p>q = velocidad de infiltración [LT^{-1}] K_k, α = constantes empíricas que dependen de las condiciones del suelo</p>
Horton	1940	(SE)	$q = q_\infty + (q_o - q_\infty) \cdot \exp^{-kt}$	<p>q = velocidad de infiltración [LT^{-1}] q_o = velocidad de infiltración inicial [LT^{-1}] q_∞ = velocidad de infiltración final [LT^{-1}] k = coeficiente de decaimiento</p>
Philip	1957	(BF), (H)	$q = \frac{1}{2} S t^{-0.5} + A$	<p>q = velocidad de infiltración [LT^{-1}] S = sorbilidad [$LT^{-1/2}$] A = constante relacionada con el segundo término integral de la serie de Philip [LT^{-1}] K_s = conductividad hidráulica a saturación [LT^{-1}] t = tiempo [T]</p>

Modelo	Año	Tipo	Fórmula	Parámetros
Holtan	1961	(SE)	$q = q_{\infty} + a(\Delta\theta - I(t))^n$	<p>q : velocidad de infiltración [LT^{-1}] q_{∞} : velocidad de infiltración final [LT^{-1}] a, n : constantes que dependen del tipo y condiciones del suelo $\Delta\theta = \phi - \theta_o$: déficit de humedad [$L^3 L^{-3}$] $I(t)$ = Lámina infiltrada acumulada al tiempo t [L]</p>
Overton	1964	(SE)	$q = q_{\infty} \sec^2 \left[(aq_{\infty})^{1/2} (t_c - t) \right]$	<p>q = velocidad de infiltración [LT^{-1}] q_{∞} = velocidad de infiltración final [LT^{-1}] a = constante que varía con la humedad antecedente t_c = parámetro de tiempo</p>
Huggins-Monke	1966	(SE)	$q = q_{\infty} + \frac{a(\Delta\theta - I)^n}{\phi^m}$	<p>q = velocidad de infiltración [LT^{-1}] q_{∞} = velocidad de infiltración final [LT^{-1}] $\Delta\theta$ = déficit de humedad [$L^3 L^{-3}$] ϕ = porosidad total [$L^3 L^{-3}$] a, m, n = constantes que dependen del tipo y condiciones del suelo</p>
Smith	1972	(BF)	$q = q_{\infty} + A(t - t_p)^{-b}$	<p>q = velocidad de infiltración [LT^{-1}] q_{∞} = velocidad de infiltración final [LT^{-1}] t = tiempo [T] A, b = parámetros que dependen del tipo de suelo, humedad inicial e intensidad de la lluvia t_p = tiempo de encharcamiento [T]</p>

Modelo	Año	Tipo	Fórmula	Parámetros
Knight	1973	(BF)	$I = K_s t + \frac{S^2 \pi}{K_s} \ln \left[1 - \operatorname{erf} \left(\frac{4K_s^2 t}{S^2 \pi} \right)^{1/2} \right]$	I = infiltración acumulada [L] K_s = conductividad hidráulica saturada [LT^{-1}] S = sorbilidad [$\text{LT}^{-1/2}$] t = tiempo [T]
Parlange	1975	(BF)	$I = K_s t + \frac{S^2}{2K_s} \left[1 - \exp \left(-\frac{2K_s t^{1/2}}{S} \right) \right]$	I = infiltración acumulada [L] K_s = conductividad hidráulica saturada [LT^{-1}] S = sorbilidad [$\text{LT}^{-1/2}$] t = tiempo [T]
Brutsaert	1977	(BF)	$I = K_s t + \frac{S^2 t^{1/2}}{S + \alpha K_s t^{1/2}}$	I = infiltración acumulada [L] K_s = conductividad hidráulica saturada [LT^{-1}] S = sorbilidad [$\text{LT}^{-1/2}$] t = tiempo [T] $\alpha = 2/3$ o 1
Collis-George	1977	(E)	$q = q_\infty + \frac{0.5i_o \left[1 - \tanh(t/t_c)^2 \right]}{\tanh(t/t_c)^{0.5}}$	q = velocidad de infiltración [LT^{-1}] q_∞ = velocidad de infiltración final [LT^{-1}] t_c = parámetro de tiempo [T] $i_o = S t_c^{1/2}$ [L] S = sorbilidad [$\text{LT}^{-1/2}$]
Smith y Parlante (no lineal)	1978	(BF)	$q = K_s \frac{\exp(IK_s / c)}{\exp[(IK_s / c) - 1]}$	q = velocidad de infiltración [LT^{-1}] K_s = conductividad hidráulica saturada [LT^{-1}] I = infiltración acumulada desde que empieza la lluvia [L] c = parámetro relacionado con la sorbilidad del suelo y varía linealmente con la humedad inicial y depende de la intensidad de la lluvia

Modelo	Año	Tipo	Fórmula	Parámetros
Morel-Seytoux	1978	(BF)	$I(t) - I_p - \left[\Lambda_f + I_p \left(1 - \frac{1}{\beta} \right) \right] \ln \left[\frac{\Lambda_f + I(t)}{\Lambda_f + I_p} \right] = \frac{K_s (t - t_p)}{\beta}$ $\Lambda_f = (\theta_s - \theta_o) h_c \left[1 - \frac{1}{3} \left(\frac{\theta_o - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right)^6 \right]$	<p>I_p = infiltración acumulada en el tiempo de encharcamiento [L] Λ_f = un factor de succión-almacenamiento [L] β = parámetro de corrección por viscosidad (igual a 1.3) t_p = tiempo de encharcamiento [LT⁻¹] K_s = conductividad hidráulica [LT⁻¹] θ_r = contenido residual de humedad [L³ L⁻³] h_c = altura capilar [L]</p>
Swartzendruber y Clague	1989	(BF)	$I = K_s t + \frac{S^2}{\alpha K_s} \left[1 - \exp \left(- \frac{\alpha K_s t^{1/2}}{S} \right) \right]$	<p>I = infiltración acumulada [L] K_s = conductividad hidráulica saturada [LT⁻¹] S = sorbilidad [LT^{-1/2}] α = constante relacionada con propiedades hidráulicas del suelo. Con $\alpha = 2$ resulta la ec. de Parlante (1975).</p>
Singh-Yu	1990	(SE)	$q(t) = q_\infty + \frac{a [\Delta\theta(t)]^m}{[\Delta\theta - \Delta\theta(t)]^n}$	<p>q = velocidad de infiltración [LT⁻¹] q_∞ = velocidad de infiltración final [LT⁻¹] $\Delta\theta(t)$ y $\Delta\theta$ = capacidad de almacenamiento disponible en el tiempo t y al inicio, respectivamente [L] a, m, n : coef. y exp. de las variables</p>
Mishra-Singh	2002	(SE)	$q = q_\infty + \frac{\Delta\theta k}{(1 + kt)^2}$	<p>q = velocidad de infiltración [LT⁻¹] q_∞ = velocidad de infiltración final [LT⁻¹] $\Delta\theta$ = potencial de retención máx. [L] k = coeficiente de decaimiento [T⁻¹]</p>

Es importante destacar que en la literatura existe esencialmente información disponible relativa a los modelos de Green y Ampt para clases texturales y Número de Curva para diferentes coberturas de suelo.

En lo que respecta al modelo de Horton poca es la información que se dispone. En algunos casos, los parámetros de Horton corresponden a suelos muy particulares lo que conlleva a que su generalización sea imposible para otro tipo de suelo.

Por esta razón la presente investigación plantea la necesidad de disponer una metodología que permita obtener fácilmente los parámetros del modelo de Horton a partir de una caracterización física del suelo. Ello permitirá para cualquier tipo de suelo y textura disponer de los parámetros del modelo arriba mencionado para evaluar tanto la velocidad de infiltración como la lámina infiltrada.

Por consiguiente, en el presente trabajo se determinan los parámetros de Horton para las clases de textura de suelos en función de los parámetros de Green y Ampt. En el siguiente capítulo se hace una descripción detallada del modelo de Horton y de Green y Ampt, así como de la metodología implementada.

3 Modelos seleccionados y estado del conocimiento

En 1911, Green y Ampt publicaron un artículo en el cual describen con una ilustración el proceso de la infiltración a partir de una condición de superficie encharcada. En 1933, Robert A. Horton, un ingeniero asesor y miembro activo del pequeño grupo iniciador de la Hydrology Section of the American Geophysical Union (AGU), publicó la valoración del rol de la infiltración en la generación de las inundaciones. En aquel entonces, ingenieros hidrólogos trataron la relación entre la precipitación y el escurrimiento con un método muy general para “la separación del hidrograma”, poniendo poca atención en los procesos dinámicos. Pocos años después, Horton (1933) define el concepto de “capacidad” para referirse al índice de infiltración que decrece exponencialmente durante una tormenta, y publicó una derivación conceptual de la ecuación de la infiltración (Horton 1940). La diferencia entre los modelos de Horton y Green y Ampt es notable. Horton estuvo preocupado con la infiltración a partir de la precipitación mientras que Green y Ampt trató la infiltración a partir de la condición de superficie inundada. Pasaron décadas antes de que la relación entre las características hidrodinámicas del suelo a partir de estas condiciones límites fueran establecidas y el potencial de la descripción matemática de estos procesos comenzarán a esclarecerse. En la segunda mitad del siglo XX se han visto grandes avances en la física de los suelos, sin embargo, los modeladores persisten en practicar métodos similares a los utilizados en los tiempos de Horton (Smith, 2002).

3.1 Modelo de Green y Ampt

W. H. Green y A. Ampt (1911) desarrollaron el primer modelo de base física con una solución analítica exacta. La ecuación de infiltración de Green y Ampt resulta de la aplicación de la ley de Darcy (1856) al suponer que el perfil de humedad tiene la forma de un pistón (ver Ilustración 14). Este modelo considera la infiltración bajo una superficie encharcada (cuando se presenta lluvia en exceso), asume un perfil de suelo homogéneo y una distribución uniforme de la humedad antecedente.

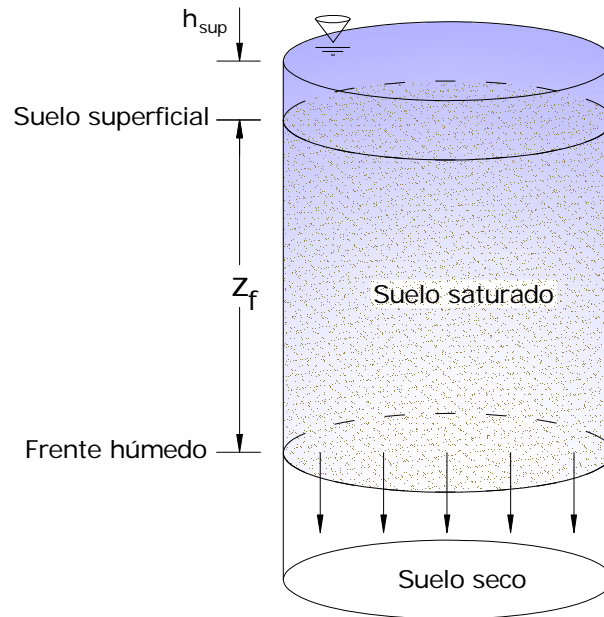


Ilustración 14. Volumen de control de una columna vertical de suelo.

En la Ilustración 15 se muestra la representación gráfica del modelo de Green Ampt. Suponiendo un suelo bajo un área permeable con un grado de saturación uniforme igual a θ_o en el tiempo inicial de la lluvia. Conforme entra el agua al suelo, el grado de saturación se incrementa. El modelo de Green y Ampt sustituye el perfil de humedad real (ver Ilustración 10) por un perfil rectangular en el cual el frente húmedo se encuentra en la parte inferior. Encima del frente húmedo el suelo se encuentra completamente saturado, y debajo de éste se mantiene el contenido de humedad inicial. La zona saturada se desarrolla a partir de la superficie del suelo poco tiempo después del comienzo de la lluvia. Esta zona incrementará su profundidad conforme entra más agua en el suelo. Se asume que la zona más seca debajo del frente húmedo tiene una profundidad ilimitada. El nivel freático o la capa rocosa están lo suficientemente profundas para no afectar el proceso de infiltración. (Akan *et al.*, 2003)

A continuación se presenta el desarrollo matemático del modelo de Green y Ampt.

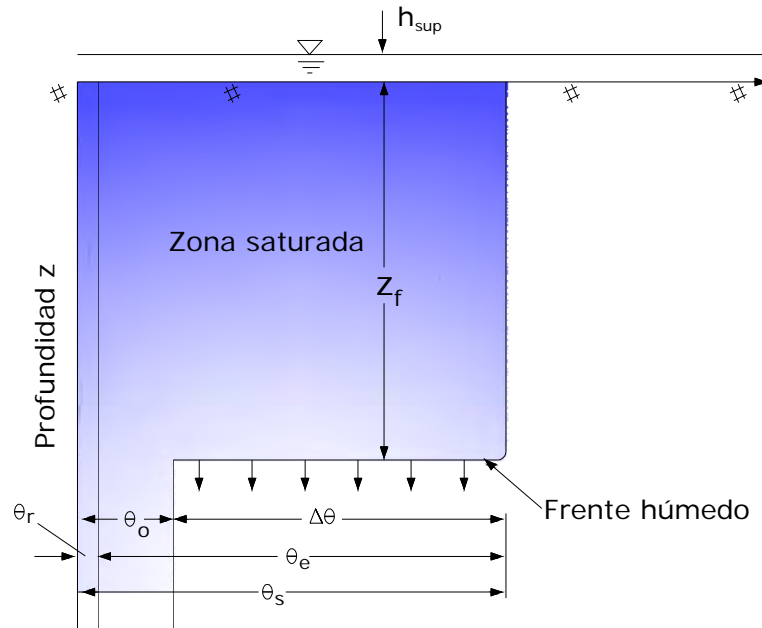


Ilustración 15. Perfil de humedad del modelo de Green y Ampt.

La ley de Darcy (para medios porosos) se expresa de la siguiente manera:

$$(5) \quad q = -K \frac{\partial H}{\partial z}$$

donde:

q = velocidad media, constante en toda la profundidad, $[LT^{-1}]$.

z = distancia recorrida por el frente húmedo, $[L]$.

K = conductividad hidráulica en condiciones de saturación, $[LT^{-1}]$.

H = potencial, $[L]$.

Por otra parte el potencial se escribe:

$$(6) \quad H = \psi - z$$

donde:

ψ = presión hidrostática, $[L]$.

Adicionalmente, la ecuación de continuidad se escribe como:

$$(7) \quad \frac{\partial \theta}{\partial t} = -\frac{\partial q}{\partial z}$$

Para $0 < z < z_f$, $\theta = \theta_s$, por lo tanto $\frac{\partial \theta}{\partial t} = 0 \Rightarrow \frac{\partial q}{\partial z} = 0$

De esta forma, se puede observar que la velocidad de infiltración en el modelo de Green y Ampt no depende de la profundidad, ésta sólo depende del tiempo.

$$q = q_s(t)$$

Por otra parte, la presión hidrostática es lineal y se puede escribir como:

$$(8) \quad \psi = a + bz$$

Para $z = 0$

$$(9) \quad \psi = h_{\text{sup}} = a$$

Para $z = z_f$

$$(10) \quad \psi = \psi_f = h_{\text{sup}} + bz_f$$

Despejando b de la ecuación (10)

$$(11) \quad b = \frac{\psi_f - h_{\text{sup}}}{z_f}$$

Puesto que la presión en el frente húmedo es $h_f = -\psi_f > 0$

$$(12) \quad b = -\frac{h_f + h_{\text{sup}}}{z_f}$$

Sustituyendo la ecuación (12) en la ecuación (10) se tiene que:

$$(13) \quad \psi = h_{\text{sup}} - \frac{h_f + h_{\text{sup}}}{z_f} z$$

Derivando la ecuación (13) se obtiene:

$$(14) \quad \frac{\partial \psi}{\partial z} = -\frac{h_f + h_{\text{sup}}}{z_f}$$

Derivando la ecuación (6)

$$(15) \quad \frac{\partial H}{\partial z} = \frac{\partial \psi}{\partial z} - 1 = - \left(1 + \frac{h_f + h_{\text{sup}}}{z_f} \right)$$

Si se considera una columna vertical de suelo con una sección transversal horizontal (ver Ilustración 14) el incremento en el agua almacenada dentro del volumen de control como un resultado de infiltración es, $I = (\theta_s - \theta_0)z_f$ por unidad de sección transversal. Esta expresión define la lámina infiltrada. La profundidad del frente húmedo es entonces:

$$(16) \quad z_f = \frac{I}{(\theta_s - \theta_0)}$$

Sustituyendo (16) en (15):

$$(17) \quad \frac{\partial H}{\partial z} = - \left[1 + \frac{(h_f + h_{\text{sup}})(\theta_s - \theta_0)}{I} \right]$$

Combinando de la ecuación (5) y (17):

$$(18) \quad q = K_s \left[1 + \frac{(h_f + h_{\text{sup}})(\theta_s - \theta_0)}{I} \right]$$

H. Morel-Seytoux definen el llamado Factor de Succión-Almacenamiento, Λ , como (Campos-Aranda, 1998):

$$(19) \quad \Lambda = (h_f + h_{\text{sup}})(\theta_s - \theta_0) = (h_f + h_{\text{sup}})\Delta\theta$$

Siendo $\Delta\theta$ el déficit de humedad, es decir la diferencia entre el contenido de humedad final y el contenido de humedad inicial. El contenido de humedad final, θ_s , puede ser considerado igual a la porosidad total del suelo, ϕ , y el contenido de humedad inicial, θ_0 , puede ser considerado igual a la capacidad de campo.

Sustituyendo la ecuación (19) en la ecuación (18) se tiene que:

$$(20) \quad q = K_s \left(1 + \frac{\Lambda}{I} \right)$$

Por otra parte, la lámina infiltrada acumulada está definida por la integral de la velocidad de infiltración, (4), lo que implica que

$$(21) \quad q(t) = \frac{dI(t)}{dt}$$

Combinando la ecuación (20) y (21) se tiene:

$$(22) \quad \frac{dI(t)}{dt} = K_s \left[1 + \frac{\Lambda}{I} \right]$$

Separando las variables

$$\left(\frac{I}{I + \Lambda} \right) dI = K dt$$

$$\left[\left(\frac{I + \Lambda}{I + \Lambda} \right) - \left(\frac{\Lambda}{I + \Lambda} \right) \right] dI = K dt$$

$$(23) \quad \int_0^{I(t)} \left(1 - \frac{\Lambda}{I + \Lambda} \right) dI = \int_0^t K dt$$

Considerando que el factor de succión-almacenamiento Λ es independiente del tiempo (es decir que la carga sobre la superficie es constante) al resolver la ecuación

(23) a lo largo del dominio de integración, se obtiene la ecuación implícita de la lámina infiltrada acumulada:

$$(24) \quad I(t) = \Lambda \left\{ \ln [I(t) + \Lambda] - \ln \Lambda \right\} = Kt$$

o bien

$$(25) \quad I(t) = K_s t + \Lambda \ln \left[1 + \frac{I(t)}{\Lambda} \right]$$

La ecuación (25) representa la infiltración acumulada de la ecuación de Green y Ampt. Una vez que I es encontrado con la ecuación (25), la velocidad de infiltración se obtiene de la ecuación (20). La ecuación (25) puede ser resuelta por iteraciones.

La ecuación (25) representa una línea recta en un papel natural, en cuyas ordenadas se representa la velocidad de infiltración q y en las abscisas, el recíproco del volumen infiltrado I . La fórmula de Green-Ampt no permite evaluar el valor de la velocidad de infiltración inicial ya que cuando $I \rightarrow 0$, $q \rightarrow \infty$.

Mein y Larson (1973) modificaron la ecuación de Green y Ampt para calcular el tiempo en que comienza a encharcarse la superficie (t_p). Chu (1978) dividió el proceso de infiltración en dos etapas, la primera considerando la superficie encharcada y la segunda sin considerarla. Chu (1978) aplicó la ecuación de Green y Ampt para determinar el tiempo que separa las dos etapas, representando así, la condición de lluvia no constante (Kipkie, 1998).

En el modelo de dos etapas se calcula el volumen del agua que se infiltra antes que la superficie llegue a saturarse. Después del punto de saturación, la velocidad de infiltración es calculada con la ecuación de Green y Ampt. Sin embargo, cuando el volumen de infiltración acumulada, para un evento particular, es menor que el volumen de infiltración acumulada requerido para causar la saturación superficial se usa la ecuación siguiente (Kipkie, 1998):

$$(26) \quad I = \frac{\Lambda}{\frac{i}{K_s} - 1}$$

para $i > K_s$

Esta ecuación se obtiene sustituyendo la intensidad de lluvia i por la velocidad de infiltración q en la ecuación de Green y Ampt (20) y despejando la lámina de infiltración I .

La ecuación (26) revela que el volumen de agua de lluvia requerido para saturar la superficie depende de la intensidad de la lluvia. Por lo tanto, en cada intervalo de tiempo, en el cual la intensidad de la lluvia es mayor que la conductividad hidráulica saturada del suelo, el valor del volumen de infiltración acumulado requerido para causar la saturación superficial es calculado y entonces comparado con el volumen de lluvia ya infiltrado por este evento. Sólo si el volumen de lluvia acumulado de un evento particular es mayor o igual al volumen de infiltración acumulada la superficie se satura y para esta condición se usa la ecuación (20). El agua se infiltra cuando llueve con intensidades menores o iguales que la conductividad hidráulica saturada (Kipkie, 1998).

Para que ocurra encharcamiento durante una lluvia constante, i tiene que ser mayor que la conductividad hidráulica saturada K_s .

$$(27) \quad i > K_s$$

Por otra parte, cuando ocurre el encharcamiento, la lámina infiltrada es:

$$(28) \quad I(t_p) = t_p i$$

Esta situación se da cuando $t = t_p$. Ahora bien, sustituyendo (28) en la ecuación de Green y Ampt, ecuación (20), se tiene:

$$(29) \quad i = K_s \left[1 + \frac{\Lambda}{t_p i} \right]$$

Despejando t_p se tiene:

$$(30) \quad t_p = \frac{K_s \Lambda}{i(i - K_s)}$$

El tiempo t_p es denominado tiempo de encharcamiento, el cual se define como el tiempo transcurrido entre el tiempo en que comienza la lluvia y el tiempo en que el agua comienza a estancarse en la superficie del suelo.

Los parámetros que se requieren para emplear la ecuación de Green y Ampt son:

- i) La conductividad hidráulica K_s .
- ii) La presión capilar o succión en el frente húmedo h_f .
- iii) El déficit de humedad inicial $\Delta\theta$.

Estos parámetros han sido relacionados con las características hidrodinámicas de los suelos, y éstas a su vez pueden ser estimadas a partir de las propiedades de los suelos. Por ejemplo, para la ecuación de Brooks y Corey (1964):

$$(31) \quad S_e = \left[\frac{\psi_b}{\psi} \right]^\lambda$$

donde:

ψ_b = presión de burbuja, [L].

ψ = presión capilar, [L].

λ = distribución de tamaño de poro, [adimensional].

S_e = saturación efectiva, [adimensional].

La saturación efectiva se define como:

$$(32) \quad S_e = \frac{\theta - \theta_r}{\phi - \theta_r}$$

donde:

$\phi - \theta_r$ es llamada la porosidad efectiva θ_e , [L³L⁻³].

ϕ = porosidad total, $[L^3L^{-3}]$.

θ_r = contenido de humedad residual, $[L^3L^{-3}]$.

θ = contenido de humedad, $[L^3L^{-3}]$.

La saturación efectiva tiene un rango entre $0 \leq S_e \leq 1.0$ puesto que $\theta_r \leq \theta \leq \phi$.

Multiplicando la ecuación (32) por θ_e y considerando la condición inicial (cuando $\theta = \theta_o$), se tiene que $\theta_o - \theta_r = S_e \theta_e$. Por lo tanto, el cambio en el contenido de humedad o déficit de humedad inicial es $\Delta\theta = \phi - \theta_o = \phi - (S_e \theta_e + \theta_r)$. De ahí que:

$$(33) \quad \Delta\theta = (1 - S_e) \theta_e$$

Bouwer (1966) a partir de un análisis de curvas experimentales de retención considerando la histéresis, demuestra que el valor de K en humedecimiento equivale al 50% de la conductividad hidráulica saturada K_s en secado. Esta relación se escribe como:

$$(34) \quad K = \frac{K_s}{2}$$

Asimismo, la conductividad hidráulica saturada, K_s , puede ser calculada a través de la fórmula de Brutsaert (1967), la cual se obtiene sustituyendo de la ecuación de Brooks y Corey en la integral de infiltración de Childs-Collis-George (1950).

$$(35) \quad K_s = a \left(\frac{\theta_e}{\psi_b} \right)^2 \frac{\lambda^2}{(\lambda + 1)(\lambda + 2)}$$

donde el coeficiente a es obtenido por calibración con valores experimentales de K_s , éste es $a = 21$ para K_s en cm/h .

Por su parte, Brakensiek (1977) estimó la presión capilar en el frente húmedo para la ecuación de Green y Ampt como:

$$(36) \quad h_f = \frac{\phi}{\phi - 1} \psi_{BC}$$

donde:

ψ_{BC} = presión capilar obtenida de la curva de retención en humedecimiento, [L].

$$\phi = 2 + 3\lambda$$

Según Bouwer (1969), ψ_{BC} equivale al 50% de ψ_b , el cual corresponde a datos de secado y es aproximadamente la presión de burbuja de Brooks y Corey. Expresando la ecuación (36) en función de los parámetros de Brooks y Corey, se tiene:

$$(37) \quad h_f = \frac{2 + 3\lambda}{1 + 3\lambda} \left(\frac{\psi_b}{2} \right)$$

Rawls y Brakensiek (1983) presentaron ecuaciones de regresión para determinar los parámetros de Brooks y Corey (1964) en función de las propiedades de los suelos (ver Tabla 2). Las ecuaciones mostradas en la Tabla 2 son válidas para porcentajes de arena entre 5% y 70% y para la arcilla de 5% a 60%. Estas ecuaciones han sido representadas en forma gráfica para suelos con 1.5% de contenido de materia orgánica (ver Ilustración 16 a Ilustración 20), donde los suelos se clasifican por clase textural (ver Anexo A), (Morel & Hubert, 1989).

En la Tabla 2 la porosidad puede ser determinada a partir de la densidad volumétrica medida en campo o calculada a través de los porcentajes de arena, arcilla y materia orgánica con la ecuación:

$$(38) \quad \phi = \frac{(2.65 - \rho_b)}{2.65}$$

donde:

ρ_b = densidad aparente o del suelo seco, $[\text{ML}^{-3}]$.

$$(39) \quad \rho_b = \frac{\% \text{materia orgánica}}{\text{Densidad aparente del material orgánico}} + \frac{100}{\text{Densidad aparente del mineral} - \% \text{materia orgánica}}$$

La densidad aparente media del material orgánico es igual a 0.224 g/cm³ y el valor de la densidad aparente del mineral se obtiene con la ayuda de la grafica mostrada en la Ilustración 22.

La densidad aparente también puede ser calculada con la ecuación mostrada a continuación:

$$(40) \quad \rho_b = 1.51 + 0.0025(S) - 0.0013(S)(OM) - 0.0006(C)(OM) - 0.0048(C)(CIC)$$

donde:

ρ_b = densidad aparente a 1/3 bar, de material < 2mm $[\text{ML}^{-3}]$.

S = % de arena.

C = % de arcilla.

OM = % de contenido de materia orgánica (1.7 % de carbón orgánico).

CIC = (Capacidad de Intercambio Catiónico de la arcilla)/(% de arcilla), (rangos de 0.1-0.9).

Es importante destacar que la porosidad debe ser corregida por el aire atrapado a partir de la siguiente ecuación:

$$(41) \quad EAC = 1.0 - \left[3.8 + 0.00019(C^2) + 0.33(S) + 0.126(CIC)(C) + OM(S/200)^2 \right] / 100$$

donde:

EAC = la fracción de porosidad que puede ser llenado con aire.

Tabla 2. Estimación de los parámetros de Brooks-Corey

<p>$\psi_b =$ Presión de burbuja (cm)</p> $\psi_b = \exp \left[5.3396738 + 0.1845038(C) - 2.48394546(\phi) - 0.00213853(C)^2 \right. \\ \left. - 0.04356349(S)(\phi) - 0.61745089(C)(\phi) + 0.00143598(S)^2(\phi^2) \right. \\ \left. - 0.00855375(C^2)(\phi^2) - 0.00001282(S^2)(C) + 0.00895359(C^2)(\phi) \right. \\ \left. - 0.00072472(S^2)(\phi) - 0.0000054(C^2)(S) + 0.50028060(\phi^2)(C) \right]$
<p>$\lambda =$ Distribución de tamaño de poro</p> $\lambda = \exp \left[-0.7842831 + 0.0177544(S) - 1.062498(\phi) - 0.00005304(S^2) \right. \\ \left. - 0.00273493(C^2) + 1.11134946(\phi^2) - 0.03088295(S)(\phi) \right. \\ \left. + 0.00026587(S^2)(\phi^2) - 0.00610522(C^2)(\phi^2) \right. \\ \left. - 0.00000235(S^2)(C) + 0.00798746(C^2)(\phi) - 0.00674491(\phi^2)(C) \right]$
<p>$\theta_r =$ Contenido de agua residual (fracción volumétrica)</p> $\theta_r = -0.0182482 + 0.00087269(S) + 0.00513488(C) + 0.02939286(\phi) \\ - 0.00015395(C^2) - 0.0010827(S)(\phi) - 0.00018233(C^2)(\phi^2) \\ + 0.00030703(C^2)(\phi) - 0.0023584(\phi^2)(C)$
<p>$K_s =$ Conductividad hidráulica saturada (cm/h)</p> $K_s = \exp \left[19.52348(\phi) - 8.96847 - 0.028212(C) + 0.00018107(S^2) \right. \\ \left. - 0.0094125(\phi) - 8.395215(\phi^2) + 0.077718(S)(\phi) - 0.00298(S^2)(\phi^2) \right. \\ \left. - 0.019492(C^2)(\phi^2) + 0.0000173(S^2)(C) + 0.02733(C^2)(\phi) \right. \\ \left. + 0.001434(S^2)(\phi) - 0.0000035(C^2)(S) \right]$

C - Porcentaje de arcilla ($5 < C < 60$): S - Porcentaje de arena ($5 < S < 70$) ϕ - Porosidad

Por otra parte, el contenido de agua residual y la conductividad hidráulica saturada se calculan con las ecuaciones de Rawls y Brakensiek (1989) siguientes:

$$(42) \quad \theta_r = \left[0.2 + 0.1(OM) + 0.25(C)(CIC)^{0.45} \right] \rho_b / 100$$

$$(43) \quad K_s = 0.00035 \frac{[\phi(EAC) - \theta_r]^3}{[1 - \phi(EAC)]^2} \left(\frac{\rho_b}{\theta_r} \right)^2 CL^2$$

donde:

$$(44) \quad CL = 0.17 + 0.181(C) - 0.00000069(S^2)(C^2) - 0.00000041(S^2)(100 + S + C)^2 \\ + 0.000118(S^2)(\rho_b^2) + 0.00069(C^2)(\rho_b^2) + 0.000049(S^2)(C) \\ - 0.00085(100 + S + C)(C^2)$$

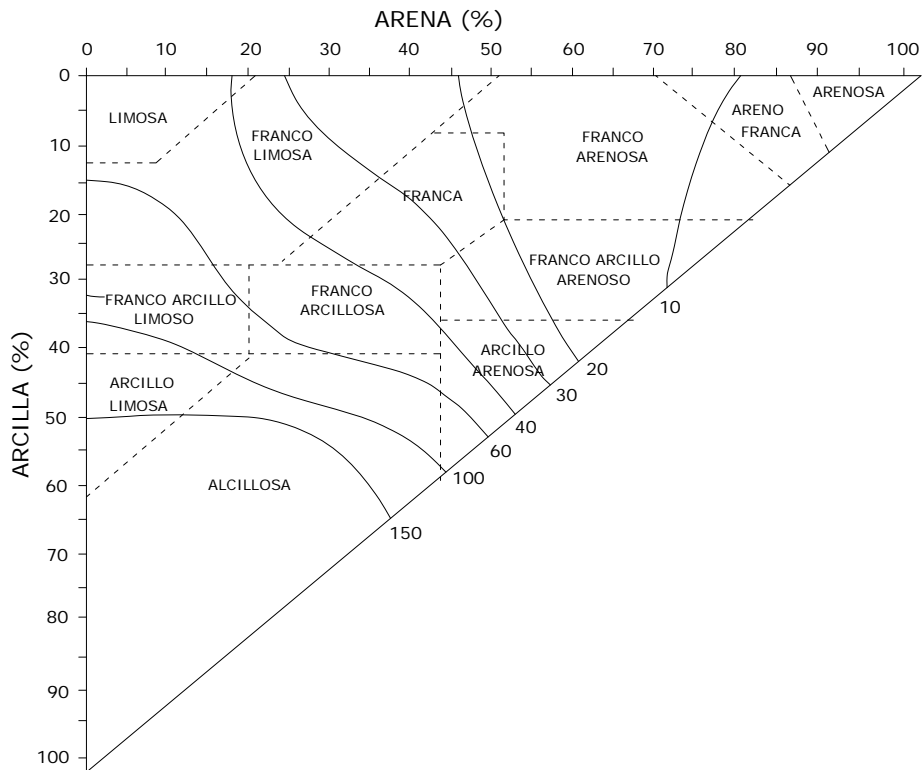


Ilustración 16. Presión de burbuja (ψ_b) (cm), adaptado de Rawls *et al.* (1983c).

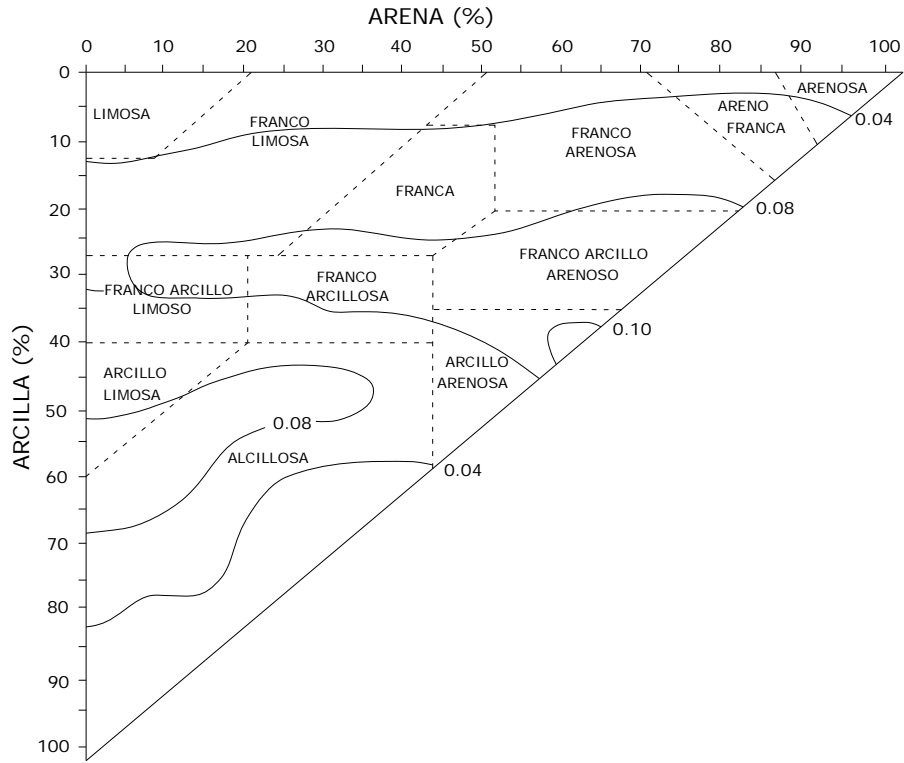


Ilustración 17. Distribución de poro (λ), adaptado de Rawls *et al.* (1983c).

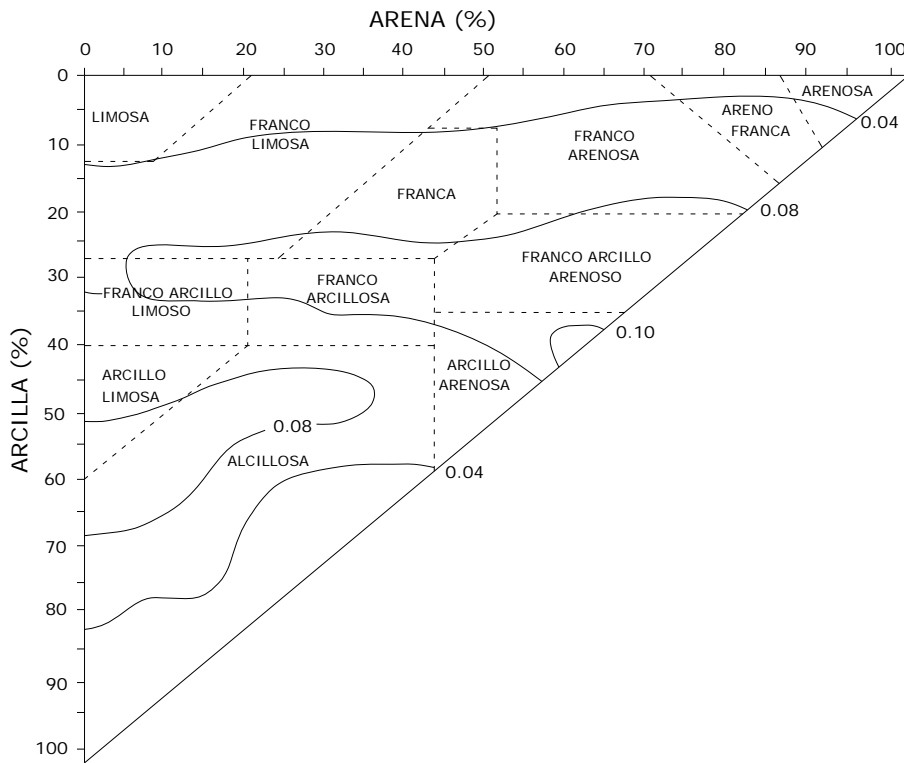


Ilustración 18. Contenido de agua residual (θ_r), adaptado de Rawls *et al.* (1983c).

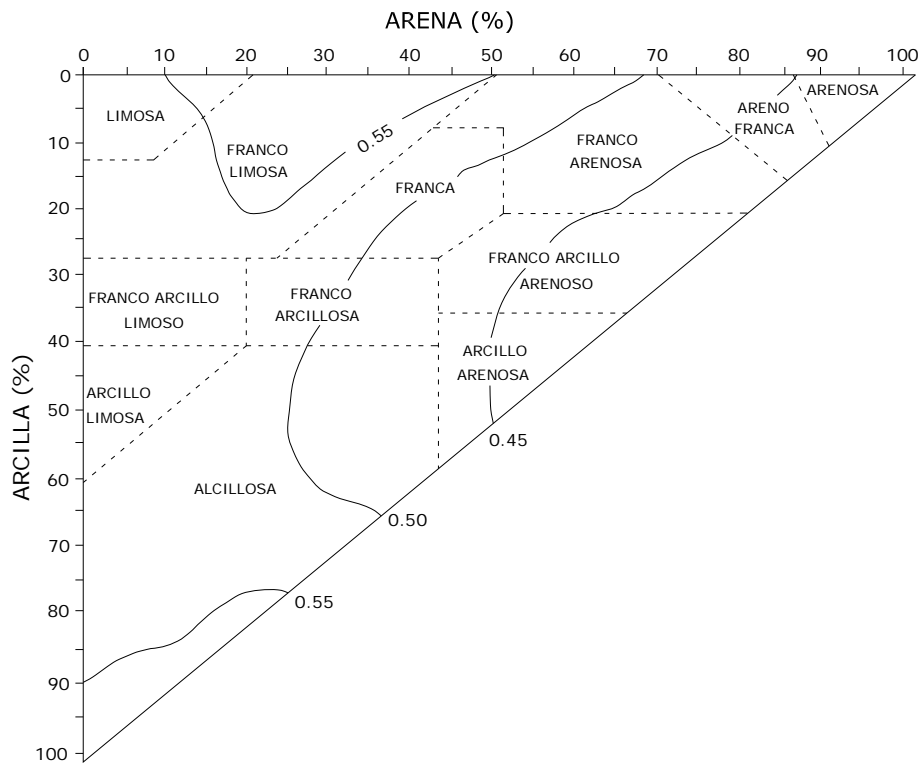


Ilustración 19. Porosidad (ϕ), adaptado de Rawls *et al.* (1983c).

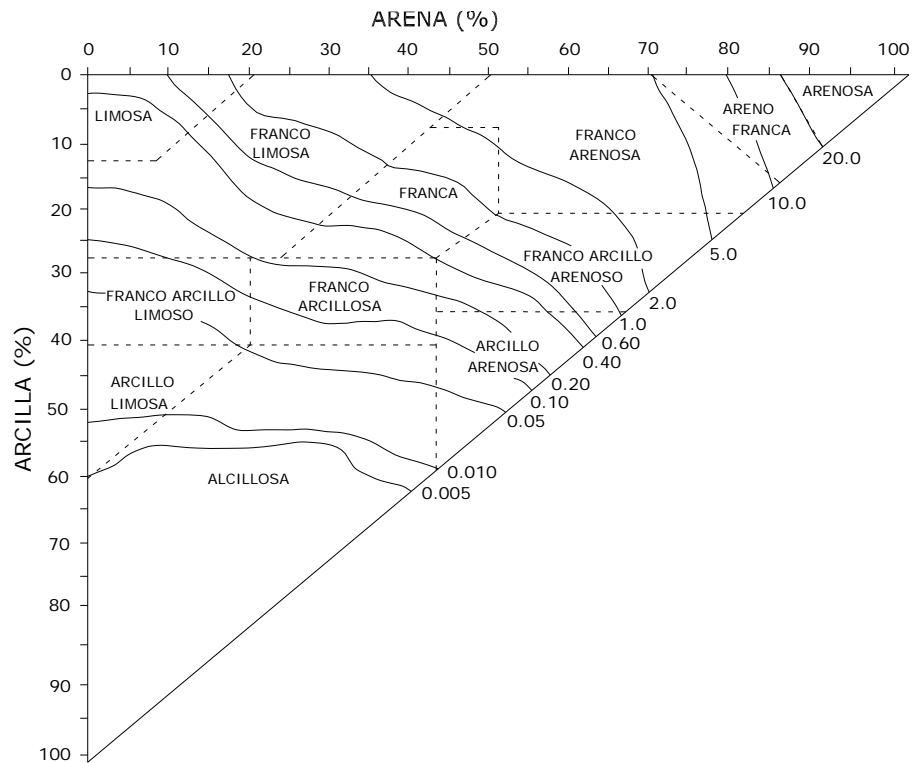


Ilustración 20. Conductividad Hidráulica Saturada (K_s) (cm/h), adaptado de Rawls *et al.* (1983c).

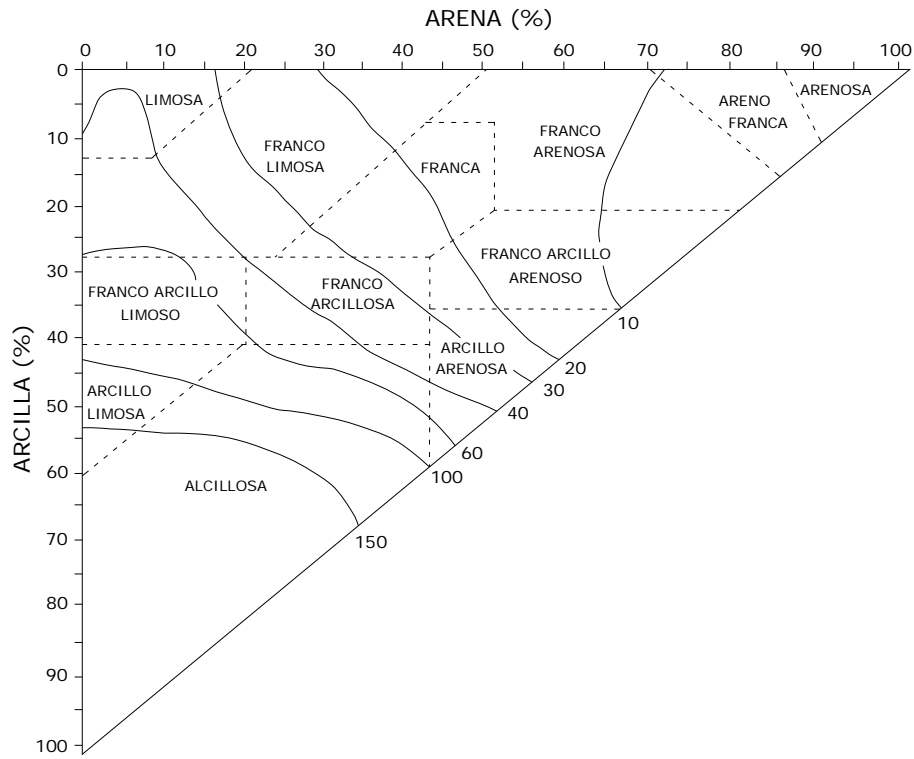


Ilustración 21. Carga de succión (h_f) (cm), adaptado de Rawls *et al.* (1983c).

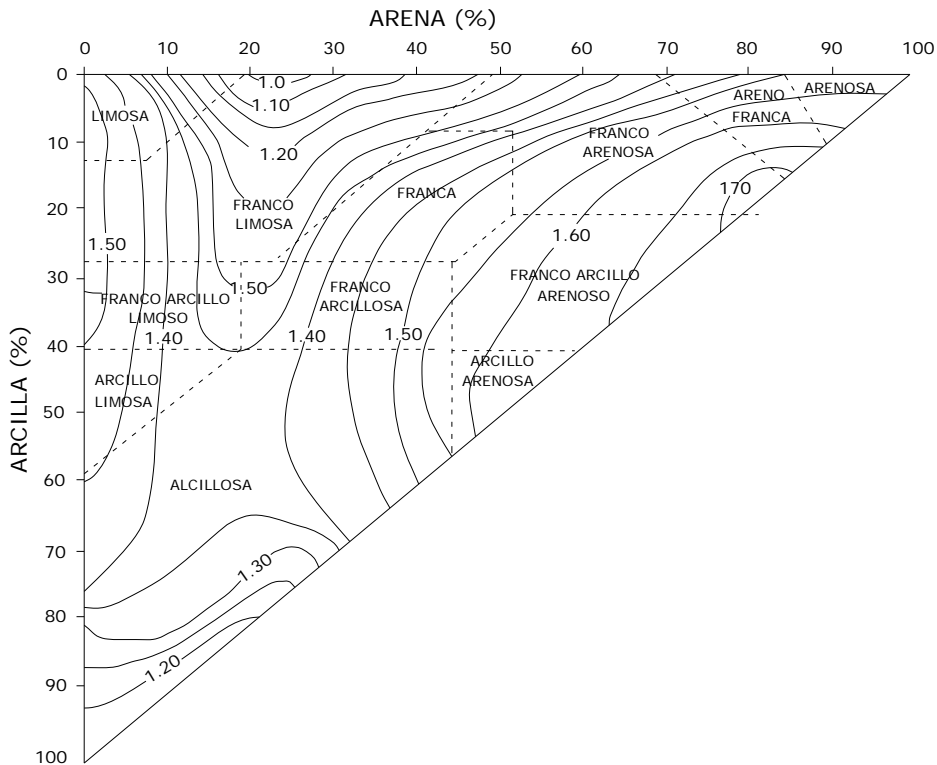


Ilustración 22. Densidad del suelo seco o aparente (ρ_b) (g/cm^3), adaptado de Rawls *et al.* (1983a).

Es importante destacar que la obtención de las propiedades consideradas en las fórmulas de la Tabla 2, requieren de procesos relativamente complejos. Por tal motivo, Rawls & Brakensiek (1982) presentan, con sus respectivos rangos de dispersión, los valores medios de los parámetros de Brooks y Corey, el agua retenida a 1/3 bar y 15 bar y la conductividad hidráulica saturada (ver Tabla 3). Para los valores de λ y ψ_b se presenta la media aritmética y geométrica. Los valores mostrados en la Tabla 2 fueron obtenidos a través de una investigación en la cual se recopilaron datos de 1,323 suelos con 5,350 horizontes aproximadamente, de 32 estados de los Estados Unidos de América.

El agua retenida a 1/3 bar y a 15 bar son la capacidad de campo y el punto de marchitamiento respectivamente. Para obtener los valores de la conductividad hidráulica saturada, elaboraron una curva para cada clase textural con los valores medios de los datos recopilados, estas curvas se muestran en la Ilustración 23 (Rawls et.al., 1982).

La retención del agua también puede obtenerse con la ecuación presentada en la Tabla 4, si se dispone de las propiedades de las texturas de suelo y la retención del agua a 1/3 bar y a 15 bar.

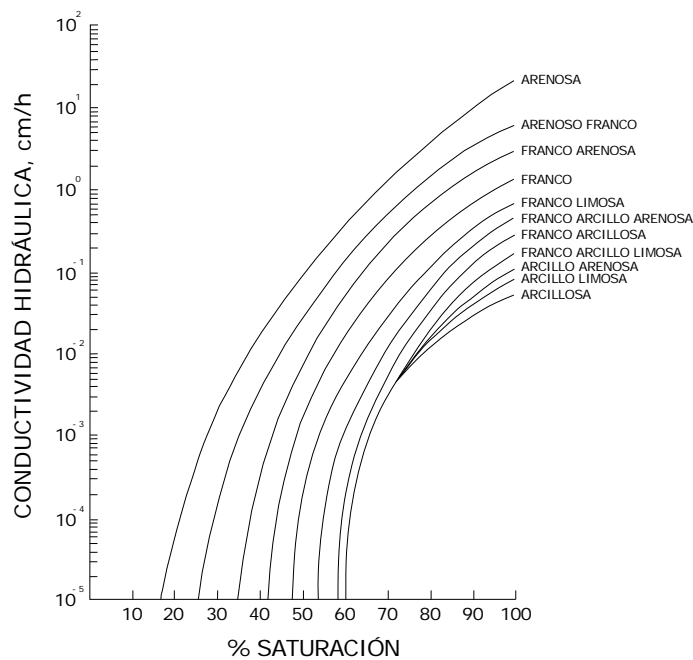


Ilustración 23. Conductividad hidráulica para clases texturales.

Rawls *et al.* (1983) estimaron los parámetros de Green y Ampt a partir de los parámetros de Brook y Corey, utilizando la información reportada en Rawls *et al.* (1982) considerando la clase textural, los horizontes y la mineralogía de los suelos analizados. La conductividad hidráulica K fue calculada con la ecuación (34) y K_s fue calculada con la ecuación (35). Por su parte, la presión capilar en el frente húmedo fue calculada con la ecuación (37) y la porosidad efectiva θ_e fue calculada como $\phi - \theta_r$. En la Tabla 5 se presentan los resultados de Rawls *et al.* (1982) con valores medios y la desviación estándar asociada.

Las propiedades de los suelos considerados en los trabajos antes mencionados son medidas a través de varias técnicas. En el anexo B se presentan algunas de estas técnicas.

Tabla 3. Parámetros de las propiedades hidráulicas de los suelos (adaptado de Rawls *et al.*, 1982).

Clase de textura	Tamaño de la muestra	Porosidad total ($\phi = \theta_s$)	Contenido de agua residual (θ_r)	Porosidad efectiva (θ_e)	Presión de burbuja (ψ_b)		Distribución de poro (λ)		Agua retenida a -300 kpa	Agua retenida a -1500 kpa	Conductividad hidráulica saturada (K_s)
		cm ³ /cm ³	cm ³ /cm ³	cm ³ /cm ³	Aritmético cm	Geométrico" cm	Aritmético	Geométrico"	cm ³ /cm ³	cm ³ /cm ³	cm/hr
Arenosa	762	0.437* (.374-0.500)	0.020 (.001-.039)	0.417 (.354-.480)	15.98 (.24-.31.72)	7.26 (1.36-38.74)	0.694 (.298-1.090)	0.592 (.334-1.051)	0.091 (0.018-0.164)	0.033 (.007-.059)	21
Areno franca	338	0.437 (0.368-0.506)	0.035 (.003-.067)	0.401 (.329-.473)	20.58 (-4.04-45.20)	8.69 (1.80-41.85)	0.553 (.234-.872)	0.474 (.271-.827)	0.125 (0.060-0.190)	0.055 (.019-.091)	6.11
Franco arenosa	666	0.453 (0.351-0.555)	0.041 (.024-.106)	0.412 (.283-.541)	30.20 (-3.61+64.01)	14.66 (3.45-62.24)	0.378 (.140-.616)	0.322 (.186-.558)	0.207 (0.126-0.288)	0.095 (.031-.159)	2.59
Franca	383	0.463 (0.375-0.551)	0.027 (.020-.074)	0.434 (.334-.524)	40.12 (-20.07-100.3)	11.15 (1.63-76.40)	0.252 (.086-.418)	0.220 (.137-.355)	0.270 (0.195-0.345)	0.117 (.069-.165)	1.32
Franco limosa	1206	0.501 (0.420-0.582)	0.015 (.028-.058)	0.486 (.394-.578)	50.87 (-7.68+109.4)	20.76 (3.58-120.4)	0.234 (.105-.363)	0.221 (-.136-.326)	0.330 (0.258-0.402)	0.133 (.078-.188)	0.68
Franco arcillo arenosa	498	0.398 (0.332-0.464)	0.068 (.001-.137)	0.330 (.235-.425)	59.41 (-4.62+123.4)	28.08 (5.57-141.5)	0.319 (.079-.889)	0.250 (.125-.502)	0.255 (0.186-0.324)	0.148 (.085-.211)	4.3
Franco arcillosa	366	0.464 (0.409-0.519)	0.075 (.024-.174)	0.390 (.279-.501)	56.43 (-11.44-124.3)	25.89 (5.80-115.7)	0.242 (.070-.414)	0.194 (.100-.377)	0.318 (0.250-0.386)	0.197 (.115-.279)	0.23
Franco arcilo-limosa	689	0.471 (0.418-0.524)	0.040 (.038-.118)	0.432 (.347-.517)	70.33 (-3.26-143.9)	32.56 (6.68-158.7)	0.177 (.039-.315)	0.151 (.090-.253)	0.366 (0.304-0.428)	0.208 (.138-.278)	0.15
Arcillo arenosa	45	0.430 (0.370-0.490)	0.109 (.013-.205)	0.321 (.201-.435)	79.48 (-20.15+179.1)	29.17 (4.96-171.6)	0.223 (.048-.398)	0.168 (.078-.364)	0.339 (0.245-0.433)	0.239 (.162-.316)	0.12
Arcillo limosa	127	0.479 (0.425-0.533)	0.56 (.024-.136)	0.423 (.334-.512)	76.54 (-6.47-159.6)	34.19 (7.04-166.2)	0.150 (.040-.260)	0.127 (.074-.219)	0.387 (0.332-0.442)	0.250 (.193-.307)	0.09
Arcillosa	291	0.475 (0.427-0.523)	0.090 (.015-.195)	0.385 (.269-.501)	85.60 (-4.92-176.1)	37.30 (7.43-187.2)	0.165 (0.31-.293)	0.131 (.068-.253)	0.396 (0.326-0.466)	0.272 (.208-.336)	0.06

Tabla 4. Coeficientes por ecuaciones de regresión lineal para la predicción del contenido de humedad del suelo en función del potencial de presión (adaptado de Rawls *et al.*, 1982).

Potencial de presión (bar)	Ordenada al origen	Arena (%)	Limo (%)	Arcilla (%)	Material orgánico (%)	Densidad aparente (g/cm ³)	Retención del agua a 0.33 bar	Retención del agua a 15 bar	Coefficiente de corrección <i>R</i>
-----Coeficientes de regresión-----									
	a	b	c	d	d	f	g	h	
-0.04	0.7899	-0.0037			0.0100	-0.1315			0.58
	0.6275	-0.0042			0.0239			-0.08	0.57
	0.1831				0.0248	-0.0376	1.89	-0.38	0.77
-0.07	0.7135	-0.003		0.0017		-0.1693			0.74
	0.4829	-0.0035			0.0263			0.25	0.74
	0.8888	-0.0003			-0.0107		1.53	-0.81	0.91
-0.10	0.4118	-0.003		0.0023	0.0317				0.81
	0.4103	0.0031			0.026			0.41	0.81
	0.0619	-0.0002			-0.0067		1.34	-0.51	0.95
-0.20	0.3121	-0.0024		0.0032	0.0314				0.86
	0.3	-0.0024			0.0235			0.61	0.89
	0.0319	-0.0002					1.01	-0.06	0.99
-0.33	0.2576	-0.002		0.0036	0.0299				0.87
	0.2391	-0.0019			0.021			0.72	0.92
-0.60	0.2065	-0.0016		0.004	0.0275				0.87
	0.1814	-0.0015			0.0178			0.8	0.94
	0.0136					-0.0091	0.66	0.39	0.99
-1.0	0.0349		0.0014	0.0055	0.0251				0.87
	0.1417	-0.0012			0.0151			0.85	0.96
	-0.0034				0.0022		0.52	0.54	0.99
-2.0	0.0281		0.0011	0.0054	0.02				0.86
	0.0986	0.0009			0.0116			0.9	0.97
	-0.0043				0.0026		0.36	0.69	0.99
-4.0	0.0238		0.0008	0.0052	0.019				0.84
	0.0649	-0.0006			0.0085			0.93	0.98
	-0.0038				0.0026		0.24	0.79	0.99
-7.0	0.0216		0.0006	0.005	0.0167				0.81
	0.0429	-0.0004			0.0062			0.94	0.98
	-0.0027				0.0024		0.16	0.86	0.99
-10.0	0.0205		0.0005	0.0049	0.0154				0.81
	0.0309	-0.0003			0.0049			0.95	0.99
	-0.0019				0.0022		0.11	0.89	0.99
-15.0	0.026			0.005	0.0158				0.8

Arena (%) + limo (%) + arcilla (%) = 100 Arena = 2.0 – 0.5 mm Limo = 0.05 – 0.002 mm Arcilla < 0.002

$O_x = a + b \times \text{arena}(\%) + c \times \text{limo}(\%) + d \times \text{arcilla}(\%) + e \times \text{material - orgánico}(\%) + f \times \text{densidad - volumétrica} (g / cm^3)$

$+ g \times 0.33 \text{bar - humedad} (cm^3 / cm^3) + h \times 15 \text{bar - humedad} (cm^3 / cm^3)$

O_x = retención de agua para un potencial de presión

a-n = coeficientes de regresión

Tabla 5. Parámetros de Green y Ampt para clases texturales y horizontes (adaptado de Rawls *et al.* 1983).

Clase de textura	Horizonte	Tamaño de la muestra	Porosidad total θ_s (cm ³ /cm ³)	Porosidad efectiva θ_e (cm ³ /cm ³)	Presión capilar en el frente húmedo h_f (cm)	Conductividad Hidráulica $(K_s/2)$ (cm/h)
Arenosa		762	0.437 0.374-0.500d	0.417 (0.354-0.480)	4.95 (0.97-25.36)	11.78
	A	370	0.452 (0.396-0.508)	0.431 (0.375-0.487)	5.34 (1.24-23.06)	
	B	185	0.440 (0.385-0.495)	0.421 (0.365-0.477)	6.38 (1.31-31.06)	
	C	127	0.424 (0.385-0.463)	0.408 (0.365-0.451)	2.07 (0.32-13.26)	
Areno franca		338	0.437 (0.363-0.506)	0.401 (0.329-0.473)	6.13 (1.35-27.94)	2.99
	A	110	0.457 (0.385-0.529)	0.424 (0.347-0.501)	6.01 (1.58-22.87)	
	B	49	0.447 (0.379-0.515)	0.412 (0.334-0.490)	4.21 (1.03-17.24)	
	C	36	0.424 (0.372-0.476)	0.385 (0.323-0.447)	5.16 (0.76-34.85)	
Franco arenosa		666	0.453 (0.351-0.555)	0.412 (0.283-0.541)	11.01 (2.67-45.47)	1.09
	A	119	0.505 (0.399-0.611)	0.469 (0.330-0.608)	15.24 (5.56-41.76)	
	B	219	0.466 (0.352-0.580)	0.428 (0.271-0.585)	8.89 (2.02-39.06)	
	C	66	0.418 (0.352-0.484)	0.389 (0.310-0.468)	6.79 (1.16-39.65)	
Franca		383	0.463 (0.375-0.551)	0.434 (0.334-0.534)	8.89 (1.33-59.38)	0.34
	A	76	0.512 (0.427-0.597)	0.476 (0.376-0.576)	10.01 (2.14-46.81)	
	B	67	0.512 (0.408-0.616)	0.498 (0.382-0.614)	6.40 (1.01-40.49)	
	C	47	0.412 (0.350-0.474)	0.382 (0.305-0.459)	9.27 (0.87-99.29)	
Franco limosa		1206	0.501 (0.420-0.582)	0.486 (0.394-0.578)	16.68 (2.92-95.39)	0.65
	A	361	0.527 (0.444-0.610)	0.514 (0.425-0.603)	10.91 (1.89-63.05)	
	B	267	0.533 (0.430-0.636)	0.515 (0.387-0.643)	7.21 (0.86-60.82)	
	C	73	0.470 (0.409-0.531)	0.460 (0.396-0.524)	12.62 (3.94-40.45)	
Franco arcillo arenosa		498	0.398 (0.332-0.464)	0.330 (0.235-0.425)	21.85 (4.42-108.0)	.015
	A					
	B	198	0.393 (0.310-0.476)	0.330 (0.223-0.437)	26.10 (4.79-142.30)	
	C	32	0.407 (0.359-0.455)	0.332 (0.251-0.413)	23.90 (5.51-103.75)	
Franco arcillosa		366	0.464 (0.409-0.519)	0.309 (0.279-0.501)	20.88 (4.79-91.10)	0.10
	A	28	0.497 (0.434-0.560)	0.430 (0.328-0.532)	27.00 (6.13-118.9)	
	B	99	0.451 (0.401-0.501)	0.397 (0.228-0.530)	18.52 (4.36-78.73)	
	C	55	0.452 (0.412-0.492)	0.400 (0.320-0.480)	15.21 (3.79-61.01)	
Franco arcillo-limosa		689	0.471 (0.418-0.524)	0.432 (0.347-0.517)	27.30 (5.67-131.5)	0.10
	A	65	0.509 (0.449-0.569)	0.477 (0.410-0.544)	13.97 (4.20-46.53)	
	B	191	0.469 (0.423-0.515)	0.441 (0.374-0.508)	18.56 (4.08-84.44)	
	C	39	0.475 (0.436-0.514)	0.451 (0.386-0.516)	21.54 (4.56-101.7)	
Arcillo arenosa		45	0.430 (0.370-0.490)	0.321 (0.207-0.435)	23.90 (4.08-140.2)	0.06
	A					
	B	23	0.435 (0.371-0.499)	0.335 (0.220-0.450)	36.74 (8.33-162.1)	
	C					
Arcillo limosa		127	0.479 (0.425-0.533)	0.423 (0.334-0.512)	29.22 (6.13-139.4)	0.05
	A					
	B	38	0.476 (0.445-0.507)	0.424 (0.345-0.503)	30.66 (7.15-131.5)	
	C	21	0.464 (0.430-0.498)	0.416 (0.346-0.486)	45.65 (18.27-114.1)	
Arcillosa		291	0.475 (0.427-0.523)	0.385 (0.296-0.501)	31.63 (6.39-156.5)	0.03
	A					
	B	70	0.470 (0.426-0.514)	0.412 (0.309-0.515)	27.72 (6.21-123.7)	
	C	23	0.483 (0.441-0.525)	0.419 (0.294-0.544)	54.65 (10.59-282.0)	

3.2 Modelo de Horton

La ecuación de R. E. Horton fue derivada con base en un modelo empírico, cuyos parámetros fueron derivados por medio de una ecuación de ajuste. En esta ecuación se considera al contenido de humedad constante en la superficie, por lo que no provee información relativa a la distribución del contenido de humedad (Ravi & Williams, 1998). Por lo tanto, este modelo se aplica cuando la intensidad de lluvia es mayor o igual a la capacidad de infiltración (ec. 2) (Linsley *et al.*, 1988).

La fórmula de Horton (1940) considera que el decaimiento en la velocidad de infiltración $-dq/dt$, es proporcional a la diferencia entre la velocidad de infiltración q y la velocidad de infiltración final q_{∞} por un factor de proporcionalidad k . La ecuación diferencial que representa dicha proporcionalidad se escribe (Campos-Aranda, 1998):

$$(45) \quad -dq/dt = k(q - q_{\infty})$$

Para resolver esta ecuación se realiza como sigue, la separación de variables:

$$\frac{dq}{(q - q_{\infty})} = -kdt$$

Integrando ambos miembros

$$\int \frac{dq}{(q - q_{\infty})} = -\int kdt$$

se obtiene

$$(46) \quad \ln(q - q_{\infty}) = -kt + C$$

Cuando $t = 0$, se tiene que $q = q_0$ y $C = \ln(q_0 - q_{\infty})$, entonces:

$$(47) \quad \ln(q - q_{\infty}) = -kt + \ln(q_o - q_{\infty})$$

Para despejar q de la ecuación (47), se aplican los antilogaritmos de la siguiente forma:

$$(48) \quad \exp[\ln(q_o - q_{\infty})] = \exp[-kt + \ln(q_o - q_{\infty})]$$

$$(49) \quad q - q_{\infty} = \exp(-kt) \cdot \exp[\ln(q_o - q_{\infty})]$$

$$(50) \quad q - q_{\infty} = \exp(-kt) \cdot (q_o - q_{\infty})$$

Finalmente la ecuación de Horton toma la siguiente forma:

$$(51) \quad q = q_{\infty} + (q_o - q_{\infty}) \exp(-kt)$$

donde:

q = velocidad de infiltración en el tiempo, $[LT^{-1}]$.

q_{∞} = velocidad de infiltración final, $[LT^{-1}]$.

q_o = velocidad de infiltración inicial cuando $t = 0$, $[LT^{-1}]$.

\exp = base de los logaritmos naturales.

k = constante de decaimiento, $[T^{-1}]$.

t = tiempo, $[T]$.

Al graficar la ecuación (51) (ver Ilustración 8), se observa que la infiltración comienza con un valor q_o y decrece exponencialmente hasta alcanzar un valor q_{∞} constante (Chow, 1988).

Con base en el análisis inspeccional de la ecuación (51) es posible afirmar lo siguiente:

$$(52) \quad q_o = \lim_{t \rightarrow 0} q(t)$$

$$(53) \quad q_\infty = \lim_{t \rightarrow \infty} q(t)$$

Por otra parte Rubin *et al.* (1963, 1964) demostraron que q_∞ es numéricamente equivalente a la conductividad hidráulica saturada K_s de Green-Ampt.

En la

Ilustración 24 se muestran los efectos de la variación del coeficiente k sobre la curva de velocidad de infiltración de Horton.

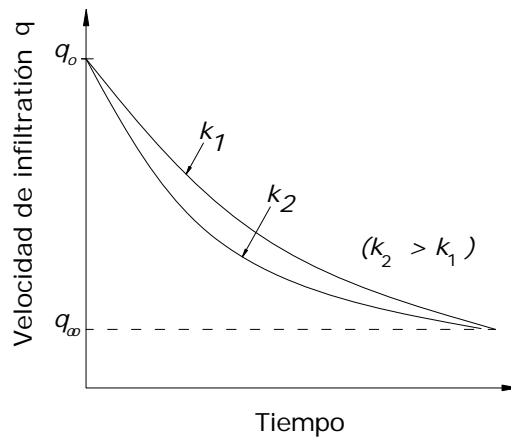


Ilustración 24. Efecto de la variación del coeficiente k de la fórmula de Horton (adaptado de Chow, 1988).

La lámina de infiltración (I) correspondiente a cualquier tiempo t se obtiene resolviendo la ecuación (4), es decir:

$$(54) \quad I = q_\infty t + \frac{(q_o - q_\infty)}{k} [1 - e(-kt)]$$

La relación entre la infiltración acumulada y la capacidad de infiltración es (Almasri, 2007):

$$(55) \quad I(t) = \left[\frac{q_{\infty}}{k} \ln(q_o - q_{\infty}) + \frac{q_o}{k} \right] - \frac{q_{\infty}}{k} \ln(q - q_{\infty}) - \frac{q}{k}$$

Adicionalmente el tiempo de encharcamiento de acuerdo con el modelo de Horton es determinado por la ecuación siguiente (Almasri, 2007):

$$(56) \quad t_p = -\frac{1}{k} \ln \left(\frac{i - q_{\infty}}{q_o - q_{\infty}} \right)$$

Al transformar la ecuación de Horton en una forma logarítmica se obtiene:

$$(57) \quad \log(q - q_{\infty}) = \log(q_o - q_{\infty}) - k \log e \cdot t$$

Lo anterior indica que la fórmula es una línea recta, al representar t contra $\log(q - q_{\infty})$ como variable x, y, donde la pendiente de la recta es:

$$(58) \quad -1 / \log e \cdot k$$

Eagleson (1971) y Raudkivi (1979) demostraron que la ecuación de Horton puede ser derivada de la ecuación de Richard's asumiendo que K y D son constantes e independientes del contenido de humedad del suelo. Bajo esta condición:

$$(59) \quad \frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(D \frac{\partial \theta}{\partial z} + K \right)$$

La ecuación (59) puede escribirse de la siguiente forma:

$$(60) \quad \frac{\partial \theta}{\partial t} = D \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2}$$

La ecuación (60) representa la forma estándar a partir de una ecuación de difusión y puede ser resuelta para obtener el contenido de humedad θ como una función del tiempo y de la profundidad. La ecuación de Horton resulta entonces de resolver la ecuación (60) para una cantidad de humedad difusiva igual a $D(\partial\theta/\partial z)$ en el suelo superficial (Chow, 1988).

La ventaja de la ecuación de Horton estriba en que para $t \rightarrow 0$ ésta es acotada, es decir que $\lim_{t \rightarrow 0} q = q_o \neq 0$ y su desventaja principal radica en que necesita tres parámetros: q_o , q_∞ y k , de los cuales q_∞ debe ser conocido o estimado inicialmente (Campos-Aranda, 1998).

Los parámetros de Horton están en función del tipo de suelo pero pueden depender también del estado antecedente del suelo (Beven, 2002). Según Wilson (1975), los factores que afectan el valor de los parámetros son (ver Ilustración 25):

- La constante de decaimiento k es función de la textura del suelo. Por ejemplo si el terreno presenta vegetación, k será pequeño. Para un suelo desnudo k tomará valores grandes.
- La velocidad de infiltración inicial y final q_o y q_∞ son función del tipo de suelo y la cobertura del mismo. Por ejemplo, para un suelo arenoso desnudo se tendrán valores altos de q_o y q_∞ y un suelo arcilloso desnudo tendrá valores bajos de q_o y q_∞ , pero ambos valores se incrementarán para ambos tipos de suelo si se tiene una cobertura de césped.
- La velocidad de infiltración final q_∞ es función de la pendiente que se incrementa hasta un valor límite (variando de 16 a 24 %) después del cual la variación es imperceptible.
- La velocidad de infiltración final q_∞ es función del contenido de humedad inicial: el suelo más seco tendrá valores de q_∞ mayores, pero la variación puede ser comparativamente pequeña.
- La velocidad de infiltración final q_∞ es función de la intensidad de la lluvia, ya que al aumentar ésta, también aumenta la carga hidrostática sobre los poros que provoca un incremento en el flujo a través de la capa superficial.

- Por tanto, si la intensidad de lluvia incrementa también incrementará q_{∞} . Este parámetro es el que tiene mayor efecto en q_{∞} .

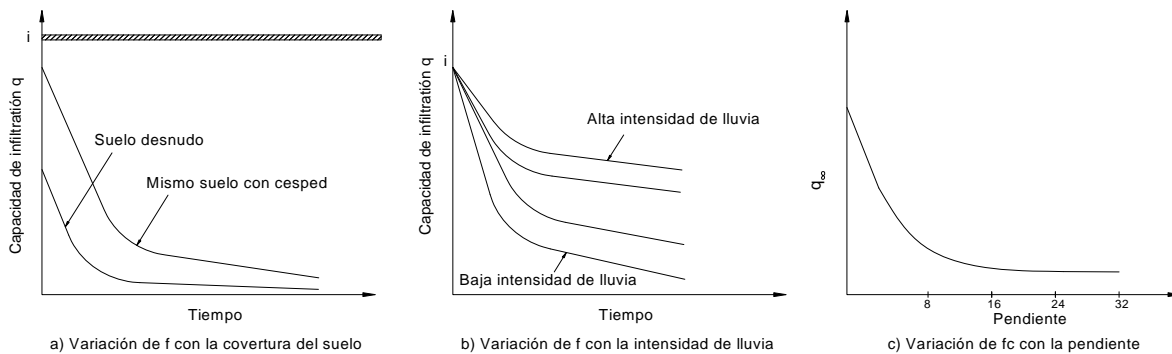


Ilustración 25. Factores que influyen en la capacidad de infiltración (modificado de Wilson 1975).

Akan (1992) indica que el mayor inconveniente de la ecuación de Horton es que, para un determinado suelo, la capacidad de infiltración depende solamente del tiempo t , y no considera la cantidad de agua que se ha infiltrado. Esto puede causar una subestimación en la capacidad de la infiltración si la proporción de lluvia es más pequeña que la capacidad de infiltración durante el proceso entre el tiempo cero y el tiempo t . Akan (1992) soluciona este problema matemáticamente manipulando la ecuación original de Horton para expresar la velocidad de infiltración como función de la cantidad de agua que ha infiltrado. Con esto, la ecuación de Horton modificada puede usarse cuando $i < q$. A continuación se describe el desarrollo matemático.

La lámina infiltrada en exceso de q_{∞} desde que inicia la lluvia hasta un tiempo t (ver (24)) se define como:

$$(61) \quad I_e = \int_0^t (q - q_{\infty}) dt$$

Integrando ambos miembros de la ecuación (61) desde $t=0$ a t y acomodando se obtiene:

$$(62) \quad I_e = \frac{1}{k} (q_0 - q_{\infty}) [1 - \exp(-kt)]$$

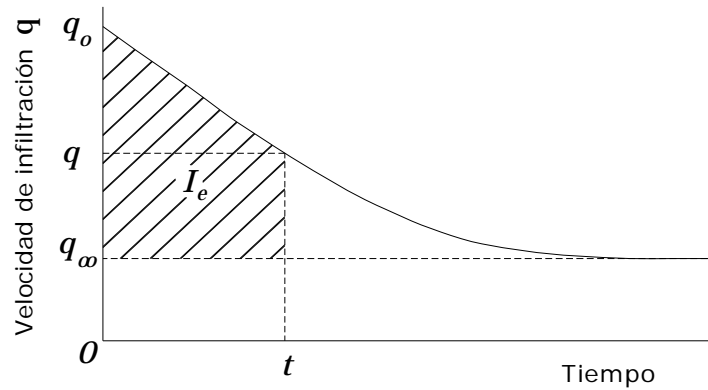


Ilustración 26. Esquema de definición.

Combinando (51) y (62) y simplificando se obtiene:

$$(63) \quad q = q_0 - kI_e$$

Un análisis inspeccional de la ecuación (63) permite afirmar que la capacidad de infiltración crece linealmente en proporción a la cantidad de agua que se infiltra en el suelo. Esta ecuación puede ser usada si la intensidad de lluvia es mayor o menor que la capacidad de infiltración.

Las ecuaciones (61) y la ecuación (63) son fácilmente incorporadas en los modelos de lluvia-infiltración-escurrimiento, en los cuales el cálculo es llevado a cabo sobre intervalos Δt . Para determinar la velocidad de infiltración en cierto tiempo $t = n\Delta t$, donde n = número de intervalos, la ecuación (61) se escribe como:

$$(64) \quad I_e = \sum (q - q_\infty) \Delta t$$

Una vez calculada I_e se puede obtener q de la ecuación (63).

La modificación de la ecuación produce valores más exactos que la ecuación original cuando la intensidad de la lluvia cae por debajo de la capacidad de infiltración durante el proceso de lluvia-infiltración. Akan (1992) usa la ecuación modificada (ecuación (63)) para derivar una expresión que define el tiempo de estancamiento, esto lo hace de manera

análoga a la obtenida para Green y Ampt. Bajo una intensidad de lluvia constante $i < q_o$ para $t < t_p$, el tiempo de estancamiento es obtenido como:

$$(65) \quad t_p = \frac{q_o - i}{k(i - q_\infty)}$$

La lámina infiltrada I_p para un t_p , es decir cuando ocurre el encharcamiento, se obtiene con la ecuación (28).

Cabe destacar que los valores de q_∞ determinados por infiltrómetros son muy variables y pueden mostrar una dispersión importante para tipos de suelos aparentemente similares. Además, la transferencia directa de los valores que se miden en las zonas rurales a las zonas urbanas no se recomienda debido a las diferencias de compactación y la vegetación asociadas con las últimas superficies (Wallingford, 2004).). A continuación se presentan algunos valores de los parámetros de Horton disponibles en la literatura.

Tabla 6. Valores de los parámetros de Horton por cobertura para horizontes (Wallingford, 2004).

SCS Grupo	q_o (mm/h)	q_∞ (mm/h)	k (h ⁻¹)
A	250	25.4	2
B	200	12.7	2
C	125	6.3	2
D	76	2.5	2

Maidment (1993) proporcionó estimaciones generalizadas de q_o variando de 210 a 900mm/h, q_∞ de 2 a 290 mm/h, y k de 0.8 a 2.0 min⁻¹ para suelos desde arcillo arenoso fino a arcilloso con vegetación.

Tabla 7. Valores de los parámetros de Horton por cobertura (adaptado de Willson, 1975).

Tipo de suelo		q_o (mm/hr)	q_∞ (mm/hr)	k (h ⁻¹)
agrícola	denudo	280	6 - 229	1.6
	con vegetación	900	20 - 290	0.8
Turba		325	2 - 20	1.8
fino arenoso	denudo	210	2 - 25	2
	con vegetación	670	10 - 30	1.4

Tabla 8. Valores de los parámetros de Horton para texturas de suelos (adaptado de Akan & Houghtellen 2003).

Tipo de Suelo	q_o (cm/hr)	q_∞ (cm/hr)	k (h^{-1})
Franco arcillosa, franco arcillo-limosa, arcillo arenosa, arcillo limosa, arcillosa	7.62	0.254	2
Franco arcillo arenosa	12.7	0.64	2
Franco limosa, franca	20.3	1.27	2
Arenosa, areno franca, franco arenosa	25.4	2.54	2

3.3 Comparación de modelos

En varias investigaciones diferentes autores han presentado comparaciones entre modelos de infiltración. Dado que los modelos seleccionados en este trabajo son el modelo de Green y Ampt y el de Horton, se considera pertinente mencionar algunos trabajos relacionados con estos modelos de infiltración.

3.3.1 Comparación del modelo de Green y Ampt y otros modelos

Wilson (1982) comparó tres versiones de la combinación del modelo de Green -Ampt y Mein-Larson para cuatro tipos de suelo diferentes a través de técnicas de laboratorio y de métodos analíticos. Los datos de infiltración observados fueron divididos en pruebas húmedas y secas. Los tres modelos fallaron para predecir satisfactoriamente las pruebas húmedas, probablemente porque las propiedades de los suelos cambiaron debido a la reconsolidación y/o a la formación de un sello superficial. En contraparte el modelo que considera al aire atrapado produjo resultados satisfactorios.

Fok (1975) mostró que el modelo de Philip puede ser derivado a partir del modelo de Green y Ampt y que para suelos similares la diferencia máxima entre ambos modelos es menor que 17%.

Rawls *et al.* (1986) compararon los escurrimientos estimados por el modelo de Green y Ampt y el Número de Curva. Este estudio se hizo en 17 cuencas pequeñas para 330 eventos de escurrimiento, las cuencas presentan suelos con un rango de texturas de franco arenoso a arcilloso. El modelo de Green y Ampt estimó los volúmenes de escurrimiento con menos sesgo y con un poco más de precisión que el Número de Curva.

3.3.2 Comparación entre el modelo de Horton y otros modelos

Gifford (1976) examinó la aplicabilidad del modelo de Horton, Kostiakov y Philip para datos de infiltración recolectados en varias cuencas semiáridas de Australia y Estados Unidos. Aproximadamente 1,100 pruebas de infiltración fueron incluidas en este análisis. Los resultados de este trabajo indican que el modelo de Horton ajusta mejor los datos de infiltración, pero solo bajo ciertas condiciones.

Singh *et al.* (1992) evaluó los modelos de Horton y Philip para determinar la pendiente óptima de bordes de control. La evaluación revela que el modelo de Philip produce valores de pendiente más cercanos a los valores de campo observados que los que produce el modelo de Horton.

3.3.3 Modelo de Green y Ampt con Horton y otros modelos

Rawls *et al.* (1976) calibraron y compararon los modelos de infiltración de Green y Ampt, Horton, Holtan, Philip y Zinder para el valle costero de Georgia. Los resultados reportan que los modelos de Horton y Zinder representaron mejor las curvas de capacidad de infiltración. Los modelos de Green y Ampt, Horton y Philip sobrestimaron considerablemente la capacidad de infiltración para tiempos cortos y la subestimaron para tiempos largos (Mishra 2003).

Innes (1980) comparó los modelos de Green y Ampt, Holtan, Horton, Mein-Larson, Philip y Número de Curva para 10 diferentes tipos de suelos variando desde arcillosa a franco arenoso a franco arcillo-limosa. Los modelos de Green y Ampt, Horton y Philip no tuvieron un buen ajuste. El modelo de Mein-Larson fue el que tuvo mejor ajuste y Número de Curva representó mejor el suelo con condiciones de húmeda deficientemente.

Idike *et al.* (1980) evaluó experimentalmente los modelos de Green y Ampt y Horton. Ambos modelos predicen los grados de infiltración satisfactoriamente durante la parte media y final del transcurso experimental. El modelo de Green y Ampt predice adecuadamente el tiempo en que comienza el escurrimiento, mientras que el modelo de Horton falló generalmente para predecir el retraso del encharcamiento.

Hsu *et al.* (2002) evaluaron tres fórmulas de infiltración basadas en un modelo de ajuste de la ecuación de Richards. Las fórmulas de capacidad de infiltración de Horton, Philip y Green y Ampt fueron evaluadas para tres tipos de suelo. Los resultados demostraron que las tres fórmulas proporcionan ajustes similares a los resultados numéricos. Para la fórmula de Horton los resultados difieren más en comparación con los otros dos modelos en términos del grado de infiltración. Por su parte, las curvas de infiltración acumulada no fueron diferenciables entre ellas, pero los resultados de las regresiones demostraron que solamente la conductividad hidráulica saturada K_s puede ser usada como un buen estimador para los parámetros k y q_∞ .

3.4 Métodos numéricos para la solución e implementación

3.4.1 Métodos numéricos

Salvucci *et al.* (1994) presentan una expresión explícita para la solución de la ecuación de Green y Ampt para calcular la velocidad de infiltración en la forma de unas series de convergencia rápida en la variable $\tau = t/(t + \chi)$. Acotando las series en cuatro términos

produce una expresión usada para $i(t)$. Esta expresión (ecuación (66)) produce menos del 2% de error y es integrada para producir la infiltración acumulada.

$$(66) \quad i' = \frac{\sqrt{2}}{3} \left(\frac{t}{t+\chi} \right)^{-1/2} + \frac{2}{3} - \frac{\sqrt{2}}{6} \left(\frac{t}{t+\chi} \right)^{-1/2} + \frac{1-\sqrt{2}}{3} \left(\frac{t}{t+\chi} \right)$$

donde:

$$(67) \quad \chi = \frac{(\theta_s - \theta_o)(-\Psi_{cr} + \Psi_s)}{K_s}$$

$$(68) \quad \tau = \frac{t}{t+\chi}$$

3.4.2 Implementación en programas de modelación en hidrología

En el programa Storm Water Management Model (SWMM), y en prácticamente todos los programas de modelación en hidrología urbana, el modelo de Green y Ampt y de Horton han sido implementados para simular la velocidad de infiltración dentro del suelo en función del tiempo. A continuación se presenta la metodología que se emplea en el programa SWMM, basado en Kipkie (1998).

3.4.2.1 Modelo de Green y Ampt

La ecuación de Green y Ampt (20) muestra que la velocidad de infiltración después de la saturación superficial es dependiente del volumen de agua infiltrada. El volumen infiltrado es a su vez dependiente de la tasa de infiltración en intervalos de tiempo anteriores. Una forma adaptada de la ecuación de Green y Ampt fue desarrollada para evitar errores numéricos sobre intervalos de tiempo largos. Para esta ecuación la velocidad de infiltración q es remplazada por dI/dt y la integración resulta:

$$(69) \quad K_s(t_2 - t_1) = I_2 - \Lambda \cdot \ln(I_2 + \Lambda) - I_1 + \Lambda \ln(I_1 + \Lambda)$$

donde:

1,2 = subíndices para el inicio y fin del intervalo de tiempo respectivamente.

La ecuación (69) se resuelve por el método de Newton-Raphson para encontrar el valor de I_2

Se pueden presentar cuatro casos diferentes cuando se calcula el volumen de infiltración:

- i) Cuando el suelo superficial no está saturado en el intervalo de tiempo $(t_2 - t_1)$, la lámina infiltrada se calcula multiplicando el intervalo $(t_2 - t_1)$ por la intensidad de lluvia i .
- ii) Si el suelo se encuentra saturado, la lámina infiltrada es calculada a partir de un cambio en la infiltración acumulada $(I_2 - I_1)$.
- iii) La saturación del suelo ocurre durante el intervalo de tiempo $(t_2 - t_1)$. En este caso la lámina de infiltración durante el intervalo de tiempo $(t_2 - t_1)$, es calculada y sumada a la vez.
- iv) En el caso en que la precipitación termina o que la intensidad de la lluvia llega a ser menor que la capacidad de infiltración, no hay agua encharcada en la superficie para infiltrarse y sumarse al volumen infiltrado acumulado.

Durante una simulación continua pueden ocurrir varios eventos hidrológicos, presentándose intervalos de tiempo en los que no llueve, lo que provoca que disminuya el contenido de humedad y se incremente la capacidad de infiltración. Por tal motivo la velocidad de infiltración debe ser restablecida. El proceso involucrado es complejo y depende de varios factores. El block de cálculo de escurrimiento en SWMM utiliza una rutina empírica en la cual se restablece la velocidad de infiltración.

La simulación del proceso de infiltración es dominada por condiciones en la capa superior del suelo. El espesor de esta capa depende del tipo de suelo. La ecuación usada para determinar el espesor de las capas es:

$$(70) \quad z_e = 4\sqrt{K_s}$$

donde:

z_e = espesor de la capa en in

Durante el intervalo de tiempo en el cual no existe infiltración se aplica el factor de reducción en la humedad del suelo. Este factor es indirectamente relacionado de nuevo para la K_s del suelo y es calculado por:

$$(71) \quad DF = \frac{z_c}{300}$$

donde:

DF = factor de reducción (t^{-1})

z_c = profundidad de la zona superior

El block de cálculo en SWMM calcula el volumen disminuido (DV) por intervalo de tiempo a partir de la ecuación:

$$(72) \quad DV = DF \cdot I_{s_{\max}} \cdot \Delta t$$

donde:

$I_{s_{\max}} = z_c \cdot \Delta\theta$ = contenido de humedad saturada en la zona superior, in

$\Delta\theta_{\max}$ = déficit de humedad inicial máxima

Δt = intervalo de tiempo

Para un intervalo de tiempo particular, se emplean las reglas siguientes:

$$(73) \quad I_c = I_c - DV \quad \text{para } I_c \geq 0$$

$$(74) \quad I = I - DV \quad \text{para } I \geq 0$$

donde:

I_c = contenido de humedad real en la zona superior

I = volumen de infiltración acumulada para este evento

Durante la simulación continua se debe calcular el intervalo de tiempo después del cual la lluvia será considerada como un evento independiente. Este tiempo para el modelo de infiltración de Green y Ampt es calculado como:

$$(75) \quad T = \frac{6}{100DF}$$

donde T es el intervalo de tiempo para un evento independiente.

Después de que ha transcurrido el tiempo T la infiltración acumulada para un evento particular es ajustado a cero, listo para el próximo evento. La humedad que permanece en la zona superior del suelo es redistribuida en cada intervalo de tiempo por las ecuaciones (73) y (74) con el fin de actualizar el déficit de humedad real ($\Delta\theta$). El déficit puede aumentar hasta un valor máximo ($\Delta\theta_{\max}$), sobre un periodo seco prolongado. El déficit de humedad será menor o igual al valor máximo y se calcula con la siguiente ecuación:

$$(76) \quad \Delta\theta = \frac{I_{c_{\max}} - I_c}{z_c}$$

Si durante el periodo de redistribución, ocurre una lluvia ligera ($i = K_s$), el programa incrementa la humedad almacenada en la zona superior por el volumen de lluvia infiltrada y el déficit de humedad es calculado con la ecuación (76).

3.4.2.2 Modelo de Horton

A continuación se presenta la implementación del modelo de Horton en el programa SWMM

Las condiciones establecidas en las ecuaciones (1) y (2) pueden ser expresadas de la manera siguiente:

$$(77) \quad q(t) = \min[q_s(t), i(t)]$$

En la ecuación (77), la velocidad de infiltración para un tiempo t será igual al valor mínimo entre la capacidad de infiltración o la intensidad de la lluvia, para el mismo tiempo t .

Los valores típicos de los parámetros q_o y q_∞ son frecuentemente mayores que las intensidades típicas de la lluvia. Si este es el caso, el volumen infiltrado real será menor que el calculado con la ecuación de Horton (54) y la velocidad de infiltración será menor que la calculada con la ecuación (51) (ver Ilustración 27). Por consiguiente la verdadera infiltración acumulada se escribe:

$$(78) \quad I(t) = \int_0^t q(\tau) d\tau$$

donde q es determinado con la ecuación (77).

Para corregir el problema, en SWMM la infiltración real acumulada determinada por la ecuación (78) es igualada al área bajo la curva de Horton (54), y la ecuación resultante es

resuelta para t_{hr} (tiempo reducido de Horton), siendo $t_{hr} \leq t$. Así, la velocidad de infiltración será mayor o igual que el determinado por la ecuación (51) (ver Ilustración 28). De esta manera, la velocidad de infiltración será una función del agua infiltrada real y no justamente una función del tiempo que ignora otros efectos. La ecuación (79) representa este procedimiento y debe ser resuelta iterativamente para encontrar t_{hr} .

$$(79) \quad I(t_{hr}) = q_{\infty} t_{hr} + \frac{(q_0 - q_{\infty})}{k} [1 - \exp(-k t_{hr})]$$

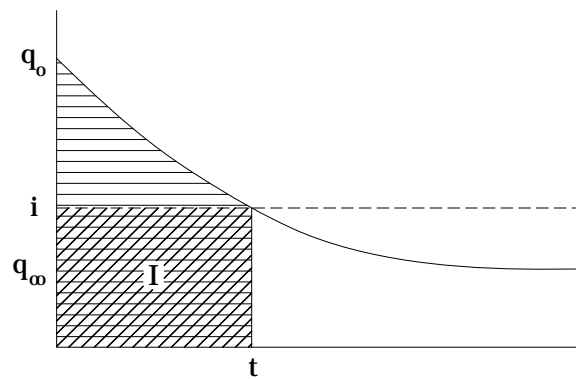


Ilustración 27. Infiltración acumulada, I , calculada con la ecuación (78).

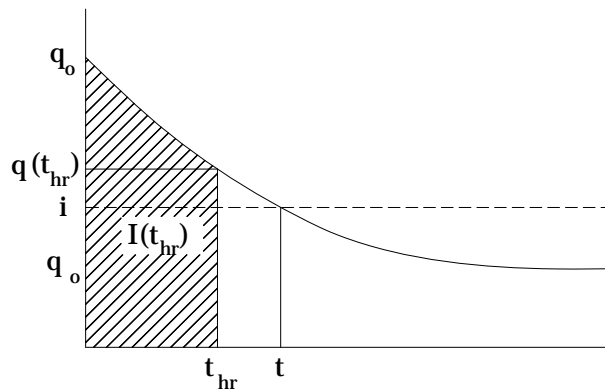


Ilustración 28. Infiltración acumulada, $I(t_{hr})$, calculada con la ecuación (78).

El uso del modelo de Horton en SWMM puede ser resumida como sigue:

1. Para cada intervalo de tiempo, el valor de q depende de la infiltración real $I(t_{hr})$. Entonces la capacidad de infiltración promedio para el siguiente intervalo de tiempo es:

$$(80) \quad \bar{q}_s = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_{hr}}^{t_1=t_{hr}+\Delta t} q dt = \frac{[I(t_1) - I(t_{hr})]}{\Delta t}$$

2. Se emplea la ecuación (77) para encontrar \bar{q} :

$$(81) \quad \begin{aligned} \bar{q} &= \bar{i} & \text{si} & \quad \bar{q}_s > \bar{i} \\ \bar{q} &= \bar{q}_s & \text{si} & \quad \bar{q}_s < \bar{i} \end{aligned}$$

donde:

\bar{q} = infiltración media durante el paso del tiempo

\bar{i} = Intensidad de lluvia media durante el paso del tiempo

3. La infiltración acumulada es entonces incrementada

$$(82) \quad I(t + \Delta t) = I(t) + \Delta I = I(t) + \bar{q}\Delta t$$

donde:

$\Delta I = \bar{q}\Delta t$ = infiltración acumulada adicional

4. Se encuentra un nuevo valor de t_{hr} , t_{hr_1} , de la ecuación (79). Si $\Delta I = \bar{q}\Delta t$, t_{hr_1} se obtiene por $t_{hr_1} = t_{hr} + \Delta t$. Sin embargo, es necesario resolver la ecuación 45 iterativamente cuando el nuevo t_{s1} es menor de $t_s + \Delta t$. Esta iteración se realiza a través del método de Newton-Raphson.

5. Si $t_s \geq \frac{16}{k}$, la curva de Horton es esencialmente horizontal y $q_s = q_\infty$. Mas allá de este punto no hay necesidad de iterar puesto que q_s será constante en q_∞ e independiente de I .

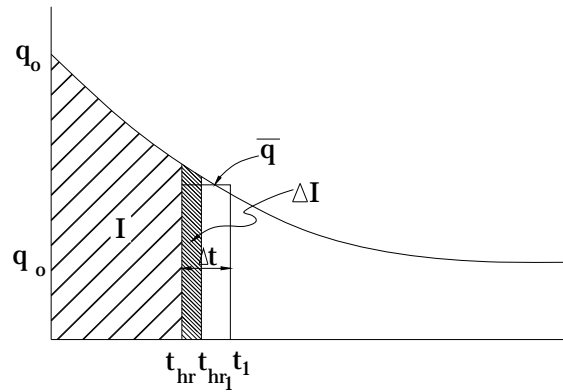


Ilustración 29. Calculo de ΔI .

Para simulación continua, la capacidad de infiltración será regenerada (recuperada) cuando existan intervalos de tiempo en los que no se presenta infiltración. Durante estos intervalos de tiempo SWMM ejecuta el siguiente procedimiento.

La velocidad de infiltración es calculada como:

$$(83) \quad q = q_o - (q_o - q_\infty) \exp[-k_d (t - t_w)]$$

donde:

k_d = coeficiente de decaimiento de la curva recuperada, seg^{-1}

t_w = tiempo teórico supuesto en el cual $q_s = q_\infty$ en la curva recuperada, seg

En la ausencia de un mejor conocimiento de k_d , se aproxima como:

$$(84) \quad k_d = Rk$$

Donde R = radio constante, probablemente $\ll 1.0$ (implicando una curva de secado mas larga que la curva de humedecimiento).

El nuevo valor de t es generado como se indica en la Ilustración 30, donde:

t_r = valor de t al comienzo de la recuperación, seg

q_r = valor correspondiente de q_s , ft/s

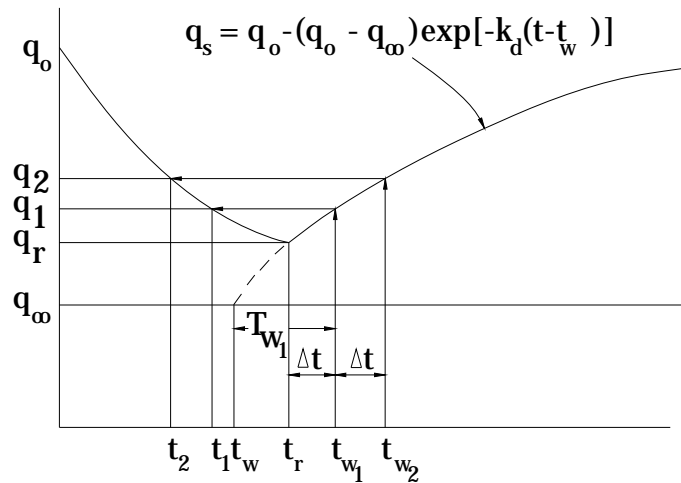


Ilustración 30. Regeneración de la capacidad de infiltración del modelo de Horton durante el tiempo sin lluvia

$$(85) \quad T_{w1} = t_{w1} - t_w, T_{w2} = t_{w2} - t_w, \text{ etc}$$

Así, a lo largo de la curva de recuperación, q es calculado como:

$$(86) \quad q_1 = q(t_{w1}) = q_o - (q_o - q_{\infty}) \exp(-k_d T_{w1})$$

Resolviendo la ecuación (86) para el tiempo inicial diferente, T_{wr}

$$(87) \quad T_{wr} = t_{pr} - t_w = \frac{1}{k_d} \ln \frac{q_o - q_{\infty}}{q_o - q_r}$$

Entonces

$$(88) \quad T_{w1} = T_{wr} + \Delta t$$

y q_1 en la Ilustración 30 se obtiene con la ecuación (86). Finalmente t_{s1} , es calculada con la ecuación (89).

$$(89) \quad t_{s1} = \frac{1}{k} \ln \frac{q_o - q_\infty}{q_1 - q_\infty}$$

El procedimiento puede ser resumido como sigue:

1. Cálculo de q con la ecuación ((51)
2. Cálculo para T_{wr} con la ecuación (87)
3. Incremento de T_{wr} según la ecuación (88)
4. Cálculo de q_1 con la ecuación (86)
5. Cálculo de t_{s1} con la ecuación (89)

Todos los pasos son combinados en:

$$(90) \quad t_{s1} = -\frac{1}{k} \ln \left\{ 1 - \left[\exp(-k_d \Delta t) \right] \left[1 - \exp(-kt_{sr}) \right] \right\}$$

En los pasos de tiempo sucesivos, t_{s1} , puede ser sustituido por t_{s1} y t_{s2} puede ser sustituido por t_{s1} , etc.

Cuando $t_s = 0$, q habrá alcanzado su máximo valor, q_o

En otros programas, para solucionar las limitaciones del modelo de Horton empleado en simulación continua, transforman la ecuación de Horton para que esta sea una función de la humedad del suelo que puede ser representada continuamente, la ecuación resultante se escribe como:

$$(91) \quad q = q_o - \theta \cdot k$$

Esta ecuación suministra un mecanismo directo para actualizar la curva de Horton durante un evento de lluvia si la intensidad de la lluvia es inferior a la velocidad de infiltración.

Una visión general de los cálculos se presenta en el diagrama de flujo mostrado en la Ilustración 31. Primero la velocidad de infiltración en el tiempo t es calculada con la ecuación (91). Este valor es comparado con la intensidad de la lluvia, i .

Si $i > q$ entonces ocurre encharcamiento y el volumen de lluvia que se pierde debido a la infiltración, es calculado directamente con la ecuación (54) para el intervalo de tiempo t .

Si $q > i$ entonces se presentan dos casos. Si q al final del intervalo de t es menor que i , entonces toda el agua de lluvia se infiltra en el suelo. Si q es mayor al final del intervalo t entonces ocurre inundación durante el intervalo t .

Se calcula un nuevo valor de la velocidad de infiltración, q' .

Si $q' > i$ entonces se calcula el tiempo de encharcamiento t_p .

Se calcula una nueva q en el t_p con la ecuación (51). El volumen infiltrado se calcula con la ecuación (54) sustituyendo $(t - t_p)$ por t .

Al final de estos cálculos un nuevo periodo de almacenamiento es calculado.

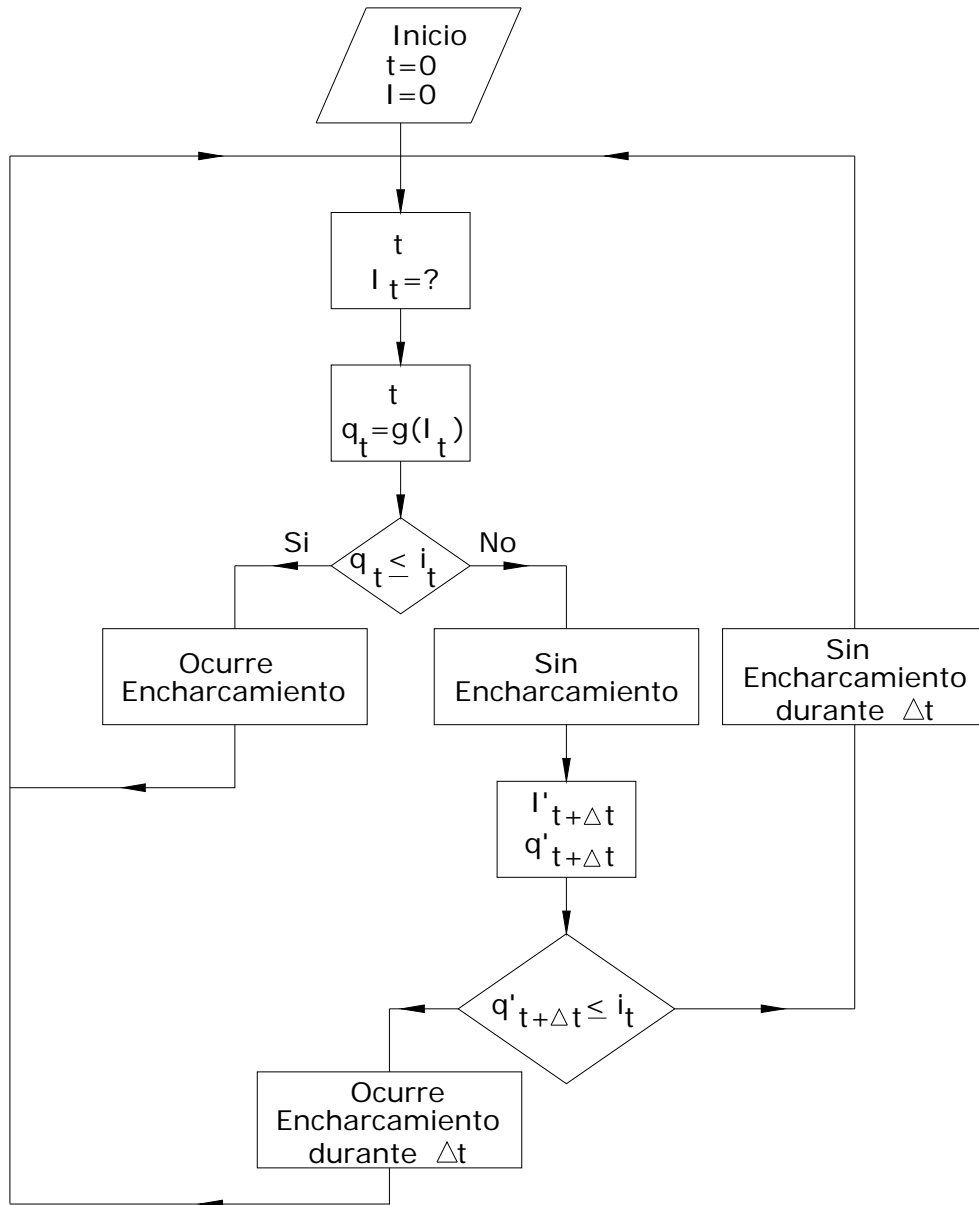


Ilustración 31. Diagrama de flujo para la modelación continua con la ecuación de infiltración de Horton (adaptado de Wallingford, 2004).

4 Metodología

Tal como se ha demostrado a lo largo de este trabajo, la selección de los parámetros de un modelo de infiltración es una tarea compleja debido a que este proceso requiere de información básica para su estimación, no necesariamente disponible en la literatura y/o de información que requiere del empleo en campo de técnicas que necesitan la movilización de importantes recursos humanos y económicos. Por ello es importante disponer de procedimientos matemáticos confiables que permitan optimizar los recursos movilizadas en estudios o proyectos que involucren el cálculo de láminas de infiltración.

Para obtener los parámetros de Horton en función de los de Green y Ampt se aproxima la curva de lámina infiltrada del primer modelo a la curva del segundo. Primeramente se hizo un análisis de sensibilidad tridimensional para el ajuste. Esto permitió elaborar la metodología matemática de la presente investigación.

4.1 Análisis de sensibilidad

Como ya se mencionó, la ecuación de Horton requiere de tres parámetros: q_o , q_∞ y k . De estos, el valor de q_∞ se considera igual a la conductividad hidráulica saturada (K_s) del modelo de Green y Ampt. Por lo tanto, los parámetros a determinar son q_o y k , esto se hace ajustando la curva del modelo de Horton a la del modelo de Green-Ampt, para el cual la literatura reporta ampliamente el valor de sus parámetros.

La función de la velocidad de infiltración del modelo de Horton y de Green y Ampt tienen un comportamiento distinto para tiempos cortos. En la ecuación de Green y Ampt $q \rightarrow \infty$ cuando $t \rightarrow 0$ y no es posible obtener el valor inicial de la velocidad de infiltración. Lo contrario ocurre con la ecuación de Horton, en la que para $t = 0$ se obtiene el valor inicial de la velocidad de infiltración q_o . El problema radica entonces en determinar el tiempo a

partir del cual se hace el ajuste. En ambas curvas $q \rightarrow K_s$ cuando $t \rightarrow \infty$, así que el ajuste se hace hasta el tiempo en que las curvas se acercan a K_s .

A continuación se explican los pasos que se llevaron a cabo para hacer el ajuste de la curva de Horton a la de Green y Ampt:

1. Se construye la curva de velocidad de infiltración de Green y Ampt.
2. Se elige el tiempo en el cual se inicia el ajuste.
3. Se busca el tiempo en el que la curva de velocidad infiltración de Green-Ampt se acerca al valor de K_s , hasta el cual se hace el ajuste.
4. Se propone un valor de q_o , se construyen curvas de la velocidad de infiltración del modelo Horton con distintos valores de k . El valor óptimo de k para el q_o fijo propuesto se obtiene con la minimización de los errores entre los resultados del modelo de Green y Ampt y el modelo de Horton. Así, se elige el valor de k con el cual se obtuvo el mínimo error (la raíz del error cuadrático medio). Este procedimiento se observa graficando los valores de k propuestos con los errores obtenidos (ver Ilustración 32).
5. El paso anterior se repite para distintos valores de q_o . El valor óptimo de q_o se obtiene de la misma manera que el valor óptimo de k , es decir, con la minimización de los errores entre los resultados de ambos modelos (ver Ilustración 33).
6. Los pasos anteriores se realizan también para ajustar la curva de lámina infiltrada, utilizando los valores de los parámetros empleados para el ajuste de la curva de velocidad de infiltración.
7. Los pasos anteriores se realizan para distintos valores del tiempo inicial en el cual comienza el ajuste.

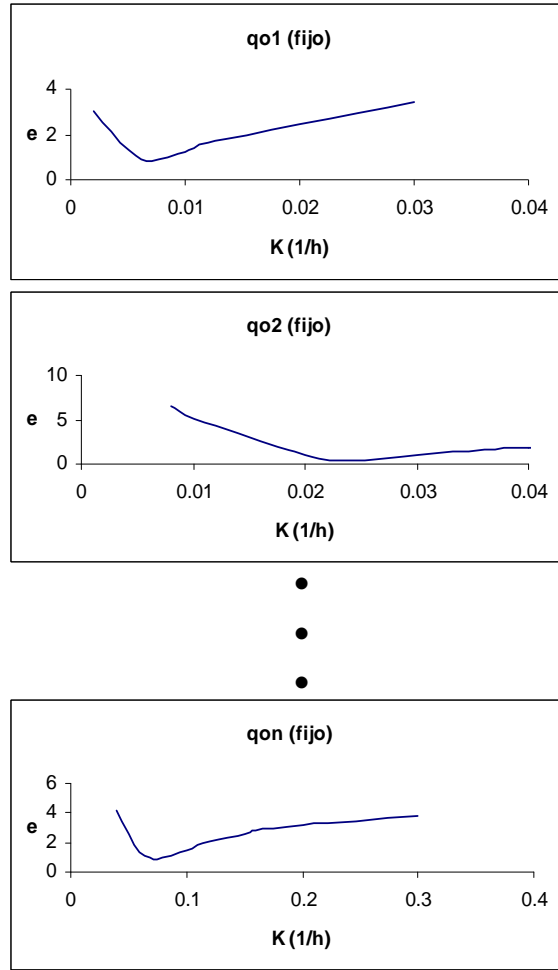


Ilustración 32. k_{opt} para diferentes valores de q_o .

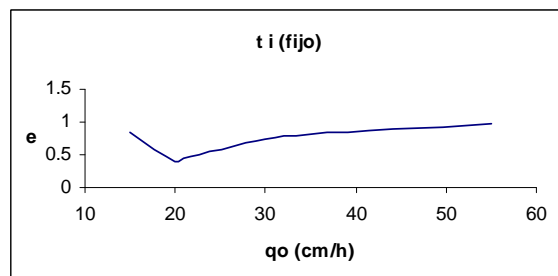


Ilustración 33. El valor óptimo de q_o para un t inicial (fijo)

4.1.1 Análisis para tres suelos

Este análisis comprende el ajuste de las curvas de Horton para los valores extremos del triángulo de texturas de suelo, en este caso para el suelo arcilloso, arenosa y franco limosa, ya que no se dispone de los parámetros de Green-Ampt para suelo limoso (ver Ilustración 34).

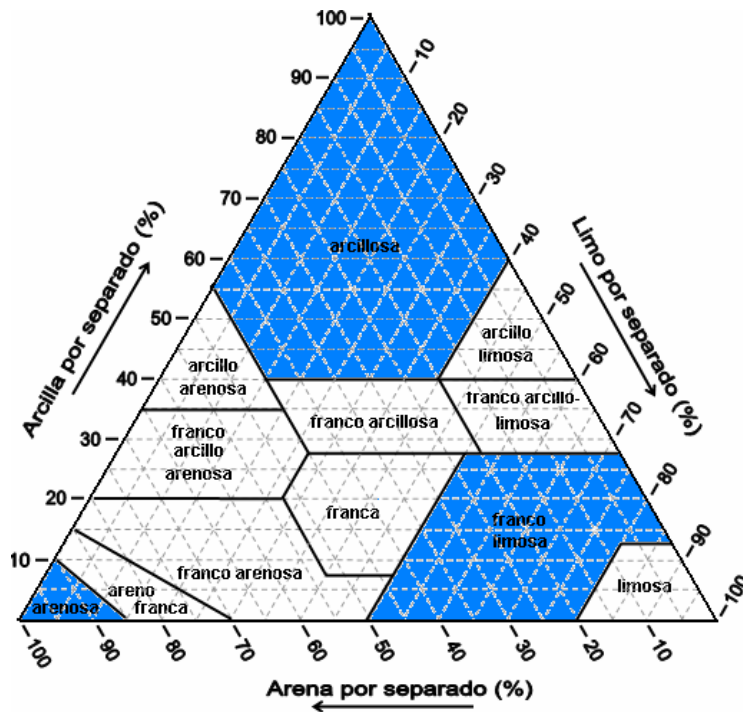


Ilustración 34. Triángulo de clases texturales de los suelos (Juarez, 2003).

Se construyen las curvas de velocidad de infiltración de Green y Ampt para los suelos arcilloso, arenoso y franco limoso (ver Ilustración 35).

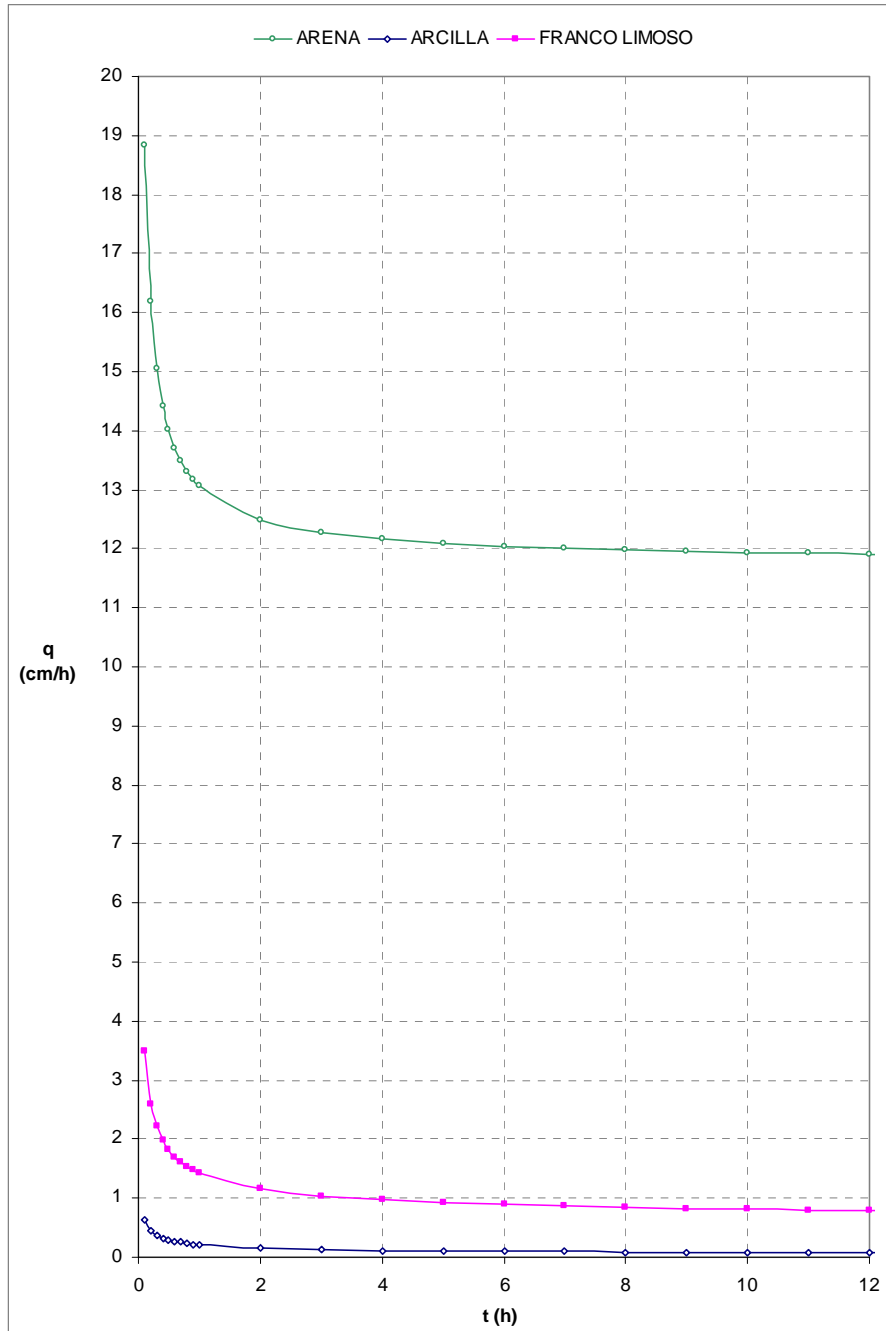


Ilustración 35. Curvas de Infiltración de Green-Ampt (valores medios)

En la Ilustración 36 y Ilustración 37 se presentan los valores óptimos de q_o para suelo arenoso, ajustando la curva de velocidad de infiltración y de lámina infiltrada para diferentes valores de t inicial.

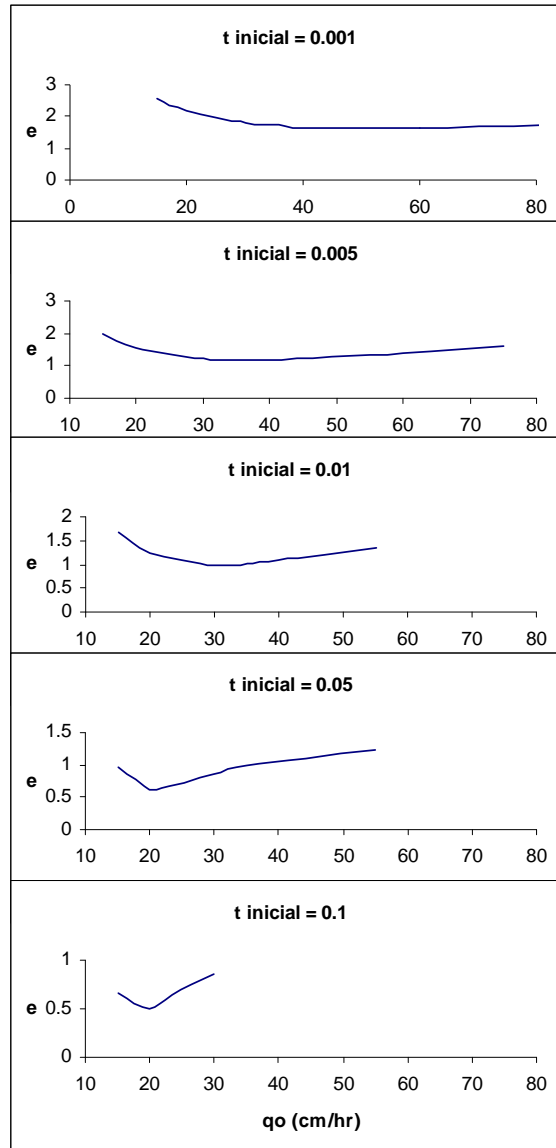


Ilustración 36. Valores de q_o óptimos para cada $t_{inicial}$ ajustado la curva de velocidad de infiltración, para suelo arenoso.

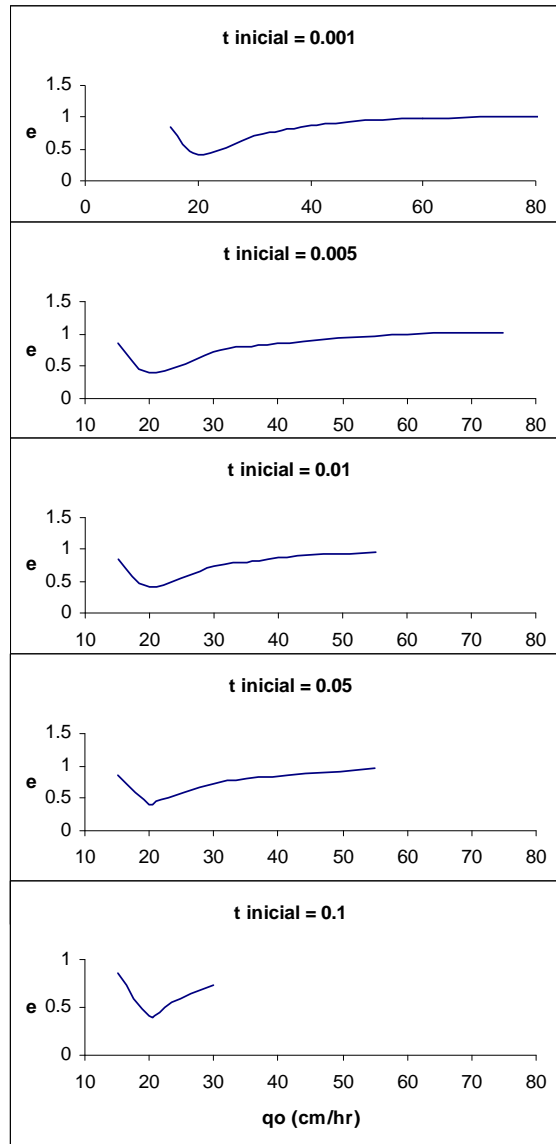


Ilustración 37. Valores de q_o óptimos para cada $t_{inicial}$ ajustado la curva de lámina infiltrada, para suelo arenoso.

Los resultados del análisis de sensibilidad para suelo arcilloso y limoso se presentan en el anexo C.

4.1.2 Observaciones del análisis de sensibilidad

EL análisis de sensibilidad permite observar lo siguiente:

- El error entre las curvas de velocidad de infiltración de Horton y Green y Ampt aumenta al disminuir el valor de t_i , debido a que ambos modelos tienen comportamientos distintos para tiempos cortos.
- Los valores de q_o óptimos que se obtienen con el ajuste de la curva de velocidad de infiltración, varían al cambiar el valor del tiempo en cual comienza el ajuste, t_i ,
- El volumen infiltrado que se obtiene ajustando la curva de infiltración de Horton es más aproximado que ajustando la curva de velocidad de infiltración.
- El valor de q_o óptimo obtenido ajustando la curva de lámina infiltrada es siempre el mismo para diferentes valores del tiempo inicial, a partir del cual se hace el análisis.
- En base al punto anterior, si se hace el ajuste con las curvas de lámina infiltrada no es necesario definir un $t_{inicial}$, por lo que el análisis de sensibilidad se considera bidimensional.

La metodología establecida mediante el análisis de sensibilidad presenta resultados con una aproximación aceptable, sin embargo consume mucho tiempo. Por esta razón, se buscó otra alternativa para cumplir con el objetivo. En el siguiente apartado se presenta una metodología matemática empleando el mismo criterio de minimizar el error entre las curvas de lámina infiltrada de los modelos seleccionados.

4.2 Equivalencia funcional entre los modelos seleccionados.

4.2.1 Comportamiento en tiempos cortos

Philip (1969) demostró el comportamiento para tiempos cortos, es decir cuando $t \rightarrow 0$, de la función de infiltración de Green y Ampt con series de Taylor en \sqrt{t} . A continuación se presenta el desarrollo de las series de Taylor.

Para tiempos cortos la ecuación de Green y Ampt (ec. 20) debe ser resuelta sujeta a la condición inicial:

$$(92) \quad t = 0 \quad ; \quad I = 0$$

Se debe observar en la ecuación ((20) que en tiempos muy cortos el término gravitacional (primer término del segundo miembro) es despreciable con respecto al término de difusión o absorción (segundo término del segundo miembro). En este caso se obtiene la ecuación diferencial que define la absorción del agua en ausencia de gradientes gravitacionales:

$$(93) \quad \frac{dI}{dt} = \frac{K_s \Lambda}{I(t)}$$

La solución de la ecuación (93) sujeta a la condición definida por la ecuación (92) es la siguiente:

$$(94) \quad I(t) = S\sqrt{t} \quad \text{con} \quad S = \sqrt{2K_s \Lambda}$$

El parámetro S es denominado la sorbilidad.

Para obtener la solución en tiempos cortos (alrededor de $t = 0$) de la ecuación (25), se generaliza la ecuación (94) de la manera siguiente:

$$(95) \quad I(t) = S_1\sqrt{t} + S_2t + S_3t^{3/2} + S_4t^2 + O(t^{5/2}) \quad ; \quad 0 \leq t < t_c$$

la cual corresponde a una serie de potencias en \sqrt{t} con coeficientes indeterminados; t_c es el radio de convergencia de la serie, también indeterminado.

Para definir los coeficientes de la serie definida por la ecuación (95), ésta debe ser sustituida en la ecuación de Green y Ampt. El cálculo se facilita si la ecuación ((20) es multiplicada por $I(t)$, a saber:

$$(96) \quad I(t) \frac{dI}{dt} = K_s \Lambda + K_s I(t)$$

La velocidad de infiltración se obtiene de la ecuación (95):

$$(97) \quad \frac{dI}{dt} = \frac{S_1}{2\sqrt{t}} + S_2 + \frac{3}{2}S_3\sqrt{t} + 2S_4t + O(t^{3/2})$$

La multiplicación de las series definidas por las ecuaciones (95) y (97) conduce a:

$$(98) \quad I(t) \frac{dI}{dt} = \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2}S_1^2 + S_1S_2\sqrt{t} + \frac{3}{2}S_1S_3t + 2S_1S_4t^{3/2} + O(t^2) \\ + \frac{1}{2}S_1S_2\sqrt{t} + S_2^2t + \frac{3}{2}S_2S_3t^{3/2} + O(t^2) \\ + \frac{1}{2}S_1S_3t + S_2S_3t^{3/2} + O(t^2) \\ + \frac{1}{2}S_1S_4t^{3/2} + O(t^2) \\ + O(t^2) \end{array} \right.$$

es decir, a:

$$(99) \quad I(t) \frac{dI}{dt} = \frac{1}{2}S_1^2 + \frac{3}{2}S_1S_2\sqrt{t} + (2S_1S_3 + S_2^2)t + \frac{5}{2}(S_1S_4 + S_2S_3)t^{3/2} + O(t^2)$$

Con la sustitución de las ecuaciones (95) y (99) en la ecuación (96) se obtiene:

$$(100) \quad \frac{1}{2}S_1^2 + \frac{3}{2}S_1S_2\sqrt{t} + (2S_1S_3 + S_2^2)t + \frac{5}{2}(S_1S_4 + S_2S_3)t^{3/2} + O(t^2) = K_s\Lambda + K_sS_1\sqrt{t} + K_sS_2t + K_sS_3t^{3/2} + O(t^2)$$

Puesto que las series de ambos miembros deben ser idénticas, la igualdad de los términos en la misma potencia de \sqrt{t} en la ecuación (96) permite deducir el sistema de ecuaciones que definen los primeros cuatro términos de la serie definida por la ecuación (95). Esto se escribe:

$$(101) \quad \frac{1}{2}S_1^2 = K_s\Lambda$$

$$(102) \quad \frac{3}{2}S_1S_2 = K_sS_1$$

$$(103) \quad 2S_1S_3 + S_2^2 = K_sS_2$$

$$(104) \quad \frac{5}{2}(S_1S_4 + S_2S_3) = K_sS_3$$

El primer término de la serie (S_1) definido por la ecuación (101) es precisamente la sorbilidad definida por la ecuación (94), a saber

$$(105) \quad S_1 \equiv S = \sqrt{2K_s\Lambda}$$

El segundo término de la serie (S_2) es el primer término difusivo-convectivo y es denotado por A , de la ecuación (102) se obtiene:

$$(106) \quad S_2 \equiv A = \frac{2}{3}K_s$$

Las expresiones en función de la sorbilidad y la conductividad hidráulica a saturación del tercer (S_3) y cuarto término (S_4) de la serie se obtienen de las ecuaciones (103) y (104), a saber:

$$(107) \quad S_3 = \frac{1}{9} \frac{K_s^2}{S}$$

$$(108) \quad S_4 = -\frac{4}{135} \frac{K_s^3}{S^2}$$

Así, la serie en potencia en \sqrt{t} de la función $I(t)$ que satisface la ecuación de infiltración de Green y Ampt es:

$$(109) \quad I(t) = S\sqrt{t} + \frac{2}{3} K_s t + \frac{1}{9} \frac{K_s^2}{S} t^{3/2} - \frac{4}{135} \frac{K_s^3}{S^2} t^2 + O(t^{5/2}); \quad 0 \leq t < t_c$$

Para la velocidad de infiltración, de la ecuación (97) se tiene que la serie de Taylor es la siguiente:

$$(110) \quad q(t) = \frac{S}{2\sqrt{t}} + A + \frac{1}{6} \frac{K_s^2}{S} \sqrt{t} - \frac{8}{135} \frac{K_s^3}{S^2} t + O(t^{3/2})$$

El radio de convergencia (t_c) de esta serie es desconocido. Philip (1959) deduce que este radio es del orden del tiempo gravitacional (t_{grav}) definido por:

$$(111) \quad t_{grav} = \left(\frac{S}{K_s} \right)^2$$

Es importante destacar que el tiempo gravitacional es el instante en el cual las fuerzas de absorción y de gravitación que rigen el proceso de infiltración son iguales (Philip, 1969).

Analizando el comportamiento de la ecuación de Horton para tiempo cortos ($t \rightarrow 0$), la serie de Taylor en t resultante para la velocidad de infiltración (ec. 51) es:

$$(112) \quad q(t) = q_o - (q_o - q_\infty)kt + O(t^2)$$

Análogamente, la serie de Taylor en t de la lámina infiltrada, dada por la ecuación (54), para tiempos cortos es:

$$(113) \quad I(t) = q_o t - \frac{1}{2}(q_o - q_\infty)kt^2 + O(t^3)$$

4.2.2 Comportamientos asintóticos

El comportamiento de las ecuaciones de Green y Ampt (20 y (25) es asintótico cuando $t \rightarrow \infty$ en ambos casos. Para la velocidad de infiltración este comportamiento es igual a:

$$(114) \quad q(t) = K_s + \frac{\Lambda}{t}$$

Por su parte, el comportamiento asintótico para la lámina infiltrada es:

$$(115) \quad I(t) = K_s t + \lambda \ln\left(\frac{K_s}{\Lambda} t\right)$$

Por otra parte, el comportamiento de las ecuaciones de Horton (51) y (54) es asintótico cuando $t \rightarrow \infty$ en ambos casos. Para la velocidad de infiltración el comportamiento es igual a:

$$(116) \quad q(t) = q_\infty$$

Para la lámina infiltrada el comportamiento asintótico es:

$$(117) \quad I(t) = q_{\infty}t + I_o,$$

donde:

$$(118) \quad I_o = \frac{q_o - q_{\infty}}{k}$$

4.2.3 Forma adimensional de las ecuaciones

Con la finalidad de tener una expresión sin dimensiones, las variables que gobiernan el proceso de infiltración a través del modelo de Green y Ampt (1911) se expresan de forma adimensional. En este sentido, las ecuaciones (20) y (25) en forma adimensional son, para el caso de la velocidad de infiltración:

$$(119) \quad q^*(t^*) = 1 + \frac{1}{I^*(t^*)}$$

La forma adimensional para la lámina infiltrada es:

$$(120) \quad I^*(t^*) = t^* + \ln[1 + I^*(t^*)]$$

donde:

$$(121) \quad I^*(t^*) = \frac{I(t)}{\Lambda}$$

$$(122) \quad q^*(t^*) = \frac{q(t)}{K_s}$$

$$(123) \quad t^* = \frac{t}{\tau}$$

La variable τ representa la relación entre el factor de succión-almacenamiento y la conductividad hidráulica, siendo igual a:

$$(124) \quad \tau = \frac{\Lambda}{K_s}$$

Para el caso de tiempos cortos el comportamiento adimensional del modelo de Green y Ampt (1911) tanto para la velocidad de infiltración como para la lámina infiltrada son:

$$(125) \quad q^*(t^*) = \frac{S^*}{2\sqrt{t^*}} + A^* + O(\sqrt{t^*})$$

$$(126) \quad I^*(t^*) = S^* \sqrt{t^*} + A^* t^* + O(t^{*3/2}),$$

$$\text{con } S^{*2} = 2, \quad A^* = \frac{2}{3}$$

Análogamente, el comportamiento asintótico (cuando $t \rightarrow \infty$), es:

$$(127) \quad q^*(t^*) = 1 + \frac{1}{t^*}$$

$$(128) \quad I^*(t^*) = t^* + \ln(t^*)$$

Considerando lo anterior, se tiene que:

$$(129) \quad \lim_{t^* \rightarrow 0} q^*(t^*) = \infty$$

$$(130) \quad \lim_{t^* \rightarrow \infty} q^*(t^*) = 1$$

Es decir

$$(131) \quad \lim_{t \rightarrow \infty} q(t) = K_s$$

Asumiendo que las variables adimensionales definidas por las ecuaciones (121), (122) y (123) se obtienen las ecuaciones adimensionales de la velocidad de infiltración y la lámina infiltrada del modelo de Horton las cuales se expresan de la siguiente forma:

$$(132) \quad q^*(t^*) = q_\infty^* + (q_o^* - q_\infty^*) \exp(-k^* t^*)$$

$$(133) \quad I^*(t^*) = q_\infty^* t^* + \frac{q_o^* - q_\infty^*}{k^*} [1 - \exp(-k^* t^*)]$$

donde:

$$(134) \quad q_o^* = \frac{q_o}{K_s}$$

$$(135) \quad q_\infty^* = \frac{q_\infty}{K_s}$$

$$(136) \quad k^* = k \frac{\Lambda}{K_s}$$

4.2.4 Comparación entre los modelos

Tal como se ha demostrado, las ecuaciones de Green y Ampt y de Horton tienen comportamientos diferentes (ver Ilustración 38). En tiempos cortos la ecuación de Green y Ampt (1911) es una serie de Taylor en \sqrt{t} mientras que la ecuación de Horton en t , de tal

suerte que la velocidad de infiltración en la primera no está acotada cuando $t \rightarrow 0$, ecuación (129), contrariamente a lo que ocurre en la segunda, ecuación ((52). En tiempos largos (comportamiento asintótico), la ecuación de Horton representa una ordenada al origen constante denominada (I_o), ecuación (118), mientras que en la ecuación de Green y Ampt esta ordenada es una función logarítmica del tiempo $I_o = \lambda \ln(K_s t / \Lambda)$. Ambas presentan un régimen permanente en $t \rightarrow \infty$, ecuaciones (131) y (53).

Dado que el régimen permanente es el mismo en ambas ecuaciones ($q_\infty = K_s$), la velocidad de infiltración adimensional cuando $t \rightarrow \infty$, es igual a la unidad ($q_\infty^* = 1$).

En este sentido, solo permanecen como incógnitas los parámetros adimensionales q_o^* y k^* , los cuales pueden ser estimados con algún criterio para minimizar las diferencias entre las curvas de las ecuaciones de Green y Ampt y de Horton para un mismo tipo de suelo.

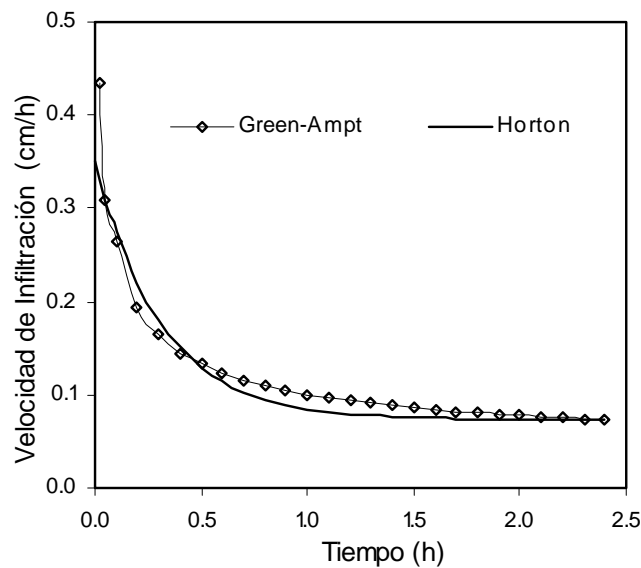


Ilustración 38. Curvas de velocidad de infiltración de Horton y de Green y Ampt.

Se determinó emplear las curvas de lámina infiltrada para efectuar la minimización entre las diferentes ecuaciones puesto que el comportamiento de la velocidad de infiltración la

ecuación de Green y Ampt (1911) para $t = 0$ está indeterminada, caso contrario ocurre para la ecuación de la lámina infiltrada la cual está determinada para ese mismo instante.

4.2.5 Criterio de mínimos cuadrados

Empleando el criterio de mínimos cuadrados, los parámetros q_o^* y k^* pueden ser estimados mediante la minimización de la siguiente función objetivo:

$$(137) \quad ICE^*(q_o^*, k^*) = \int_{t_o^*}^{t_\infty^*} [I_{GA}^*(t^*) - I_H^*(t^*; q_o^*, k^*)]^2 dt^*$$

Donde los subíndices GA y H indican respectivamente las láminas infiltradas según las ecuaciones de Green y Ampt y de Horton; t_o^* y t_∞^* son los extremos del intervalo de tiempo en donde se realiza la aproximación entre ambas ecuaciones.

El criterio de mínimos cuadrados $\partial ICE^* / \partial q_o^* = 0$ y $\partial ICE^* / \partial k^* = 0$, conduce al sistema de ecuaciones simultáneas siguiente:

$$(138) \quad \int_{t_o^*}^{t_\infty^*} [I_{GA}^*(t^*) - I_H^*(t^*; q_o^*, k^*)] \frac{\partial I_H^*(t^*; q_o^*, k^*)}{\partial q_o^*} dt^* = 0$$

$$(139) \quad \int_{t_o^*}^{t_\infty^*} [I_{GA}^*(t^*) - I_H^*(t^*; q_o^*, k^*)] \frac{\partial I_H^*(t^*; q_o^*, k^*)}{\partial k^*} dt^* = 0$$

En donde:

$$(140) \quad \frac{\partial I_H^*(t^*; q_o^*, k^*)}{\partial q_o^*} = \frac{1}{k^*} [1 - \exp(-k^* t^*)]$$

$$(141) \quad \frac{\partial I_H^*(t^*; q_o^*, k^*)}{\partial k^*} = -\frac{q_o^* - q_\infty^*}{k^{*2}} [1 - \exp(-k^* t^*)] + \frac{q_o^* - q_\infty^*}{k^*} t^* \exp(-k^* t^*)$$

Para aproximar la ecuación de Horton (1940) a la de Green y Ampt (1911) en tiempos cortos se toma $t_o^* = 0$. Para seleccionar el valor de $t_o^* = 0$ se debe considerar que cuando $t^* = 1$ se tiene $t = \tau = \Lambda / K_s$ ecuación (123).

Ahora bien, la sorbilidad en el modelo de Green y Ampt está definida por $S^2 = 2K_s \Lambda$, es decir $\tau = \frac{1}{2}(S/K_s)^2$.

Por otra parte se tiene que $\tau = \frac{1}{2} t_{grav}$, ecuación (111). Por lo tanto, cuando $t^* = 2$, es decir cuando $t = 2\tau = t_{grav}$ se tiene la igualdad entre las fuerzas de absorción y de gravitación. La aproximación de las ecuaciones deberá realizarse para $t_\infty^* > 2$, es decir para $t_\infty > t_{grav}$.

En este trabajo se selecciona $t_\infty^* = 5$ para asegurar un buen acuerdo entre las ecuaciones alrededor del tiempo gravitacional asegurando también que sus comportamientos asintóticos sean similares en $\Delta t_\infty^* = t_\infty^* - t_{grav}^* = 3$.

Una vez definido el intervalo de aproximación, se resuelve numéricamente el sistema de ecuaciones definido por las ecuaciones (138) y (139) para obtener las incógnitas de la ecuación adimensional de Horton. El sistema de ecuaciones se resolvió con el programa Mathcad (ver anexo D) cuyos resultados se muestran a continuación:

$$q_o^* \cong 2.63$$

$$k^* \cong 0.82$$

La Ilustración 39 muestra el nivel de bondad de la aproximación entre la ecuación de Green y Ampt y de Horton, considerando para esta ultima $q_\infty^* = 1$, así como los valores de

$q_o^* \cong 2.63$, $k^* \cong 0.82$ y el intervalo de tiempo $0 < t^* < 5$ calculados a partir del procedimiento arriba mostrado.

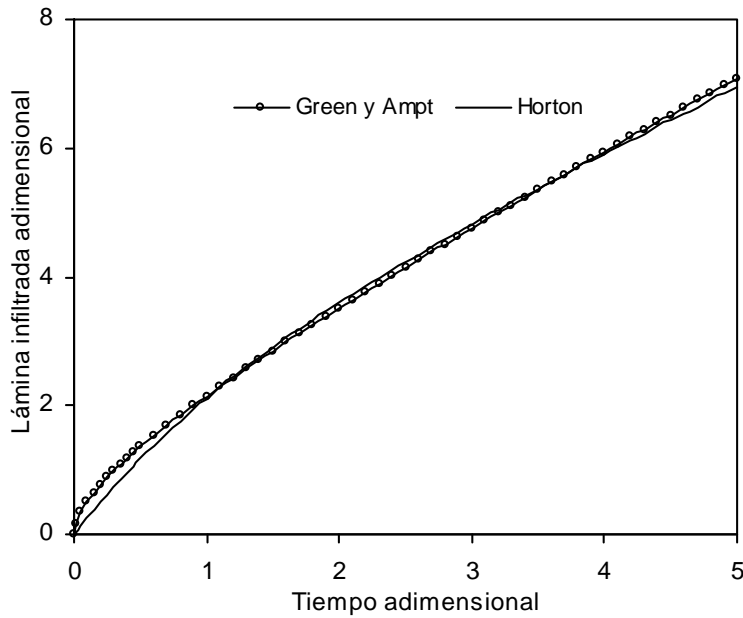


Ilustración 39. Comparación entre las curvas adimensionales de Green y Ampt, ecuación (120) y; de Horton, ecuación (133).

De esta forma, es posible conocer para cualquier tipo de suelo los parámetros de la ecuación de Horton. Así, mediante el despeje de las ecuaciones adimensionales (134), (135) y (136), con $q_o^* = 1$ y $S^2 = 2K_s\Lambda$ tenemos:

$$(142) \quad q_o = q_o^* K_s$$

$$(143) \quad q_\infty = K_s$$

$$(144) \quad k = k^* \frac{K_s}{\Lambda} \quad \text{o} \quad k = k^* \frac{2K_s^2}{S^2}$$

Sustituyendo las ecuaciones (142), (143) y (144) en la ecuación (54) se obtiene la ecuación de la lámina infiltrada de la ecuación e Horton en función de los parámetros de la ecuación de Green y Ampt, quedando como sigue:

$$(145) \quad I(t) = K_s t + i_o \frac{S^2}{2K_s} \left[1 - \exp \left(-k^* \frac{2K_s^2}{S^2} t \right) \right]$$

$$(146) \quad i_o = \frac{q_o^* - 1}{k^*} \cong 1.98, \quad k^* \cong 0.82$$

Cabe señalar que la ecuación (145) con $i_o^* = 1$ y $k^* = 1$, corresponde al comportamiento asintótico de la ecuación de Talsma y Parlange (1972) dado por la ecuación (147) y la ecuación (148).

$$(147) \quad I(t) = K_s t + \frac{S^2}{2K_s} \left\{ 1 - \exp \left[-\frac{2K_s}{S^2} I(t) \right] \right\}$$

$$(148) \quad q(t) = \frac{K_s}{1 - \exp \left[-\frac{2K_s}{S^2} I(t) \right]}$$

4.2.6 Grado de aproximación

Para determinar el grado de aproximación se emplea el coeficiente de correlación de Pearson definido tal como se muestra a continuación:

$$(149) \quad r = \sigma_{GA,H}^2 / \sigma_{GA} \sigma_H$$

donde:

$\sigma_{GA,H}^2$ = Covarianza entre las ecuaciones de Green y Ampt y de Horton

σ_{GA} = Desviación estándar de la ecuación de Green y Ampt

σ_H = Desviación estándar de la ecuación de Horton

Por su parte, la covarianza está definida por:

$$(150) \quad \sigma_{GA,H}^2 = \frac{1}{t_{\infty}^* - t_o^*} \int_{t_o^*}^{t_{\infty}^*} I_{GA}^*(t^*) I_H^*(t^*) dt^* - \frac{1}{(t_{\infty}^* - t_o^*)^2} \int_{t_o^*}^{t_{\infty}^*} I_{GA}^*(t^*) dt^* \int_{t_o^*}^{t_{\infty}^*} I_H^*(t^*) dt^*$$

Las desviaciones estándares son obtenidas de la ecuación (149) con las reglas (Zavala *et al.*, 2007):

$$(151) \quad \sigma_{GA} = \sqrt{\sigma_{GA,GA}^2} \text{ y } \sigma_H = \sqrt{\sigma_{H,H}^2} \cdot$$

El coeficiente de correlación obtenido es:

$$r \cong 0.9986$$

5 Resultados

Los valores de los parámetros de Green y Ampt para clases texturales de suelos han sido seleccionados de los trabajos realizados por Rawls *et al.* (1982, 1983). Los valores de éstos parámetros se concentran en la Tabla 9, donde el valor del contenido de humedad a saturación es igual a la porosidad volumétrica total del suelo (θ_s) de Tabla 3 o Tabla 5. El contenido de humedad inicial (θ_o) es tomado como el correspondiente a una presión del agua en el suelo de $-\frac{1}{3}bar$, generalmente tomada como la presión de referencia a capacidad de campo, tomado de la Tabla 3. El valor de la presión en el frente húmedo se selecciona de la Tabla 5. Los valores seleccionados de la Tabla 5 corresponden a las clases texturales.

De acuerdo con Philip (1969) la posibilidad de histéresis en $K(\theta)$ no puede ser descartada a priori, sin embargo, ésta es relativamente irrelevante. De cualquier manera, en este trabajo el interés se centra en flujo de infiltración únicamente y por lo tanto no se trata con flujos donde intervenga la histéresis. De acuerdo con esto el valor de la conductividad hidráulica saturada (K_s) es tomado también de la Tabla 3.

Así mismo, en la Tabla 9 se presenta también el valor de factor succión-almacenamiento (Λ), calculado con la ecuación (19), la sorbilidad (S) calculada con la ecuación (105) y el tiempo gravitacional (t_{grav}) calculado con la ecuación (111).

Los valores de los parámetros de Horton calculados con las ecuaciones (142), (143) y (144) se presentan en la Tabla 10, los cuales fueron calculados a partir de los valores presentados en la Tabla 9.

Tabla 9. Parámetros de Green y Ampt para clases texturales. Datos obtenidos de Rawls *et al.* 1982, 1983.

Clase de textura	Tamaño de la muestra	Valores	θ_s (cm ³ /cm ³)	(θ_o) (cm ³ /cm ³)	h_f (cm)	(K_s) (cm/h)	Λ (cm)	S	t_{grav} (h)
Arenosa	762	Máximo	0.5	-0.164	25.36	21.000	8.521	18.918	0.812
		Medio	0.437	0.091	4.95	21.000	1.713	8.481	0.163
		Mínimo	0.374	0.018	0.97	21.000	0.345	3.808	0.033
Areno franca	338	Máximo	0.506	0.19	27.94	6.110	8.829	10.387	2.890
		Medio	0.437	0.125	6.13	6.110	1.913	4.834	0.626
		Mínimo	0.368	0.06	1.35	6.110	0.416	2.254	0.136
Franco arenosa	666	Máximo	0.555	0.288	45.47	2.590	12.141	7.930	9.375
		Medio	0.453	0.207	11.01	2.590	2.709	3.746	2.092
		Mínimo	0.351	0.126	2.67	2.590	0.601	1.764	0.464
Franca	383	Máximo	0.551	0.345	59.38	1.320	12.232	5.683	18.534
		Medio	0.463	0.27	8.89	1.320	1.716	2.128	2.600
		Mínimo	0.375	0.195	1.33	1.320	0.239	0.795	0.363
Franco limosa	1206	Máximo	0.582	0.402	95.39	0.680	17.170	4.832	50.501
		Medio	0.501	0.33	16.68	0.680	2.852	1.970	8.389
		Mínimo	0.42	0.258	2.92	0.680	0.473	0.802	1.391
Franco arcillo arenosa	498	Máximo	0.464	0.324	108	0.430	15.120	3.606	70.326
		Medio	0.398	0.255	21.85	0.430	3.125	1.639	14.533
		Mínimo	0.332	0.186	4.42	0.430	0.645	0.745	7.504
Franco arcillosa	366	Máximo	0.519	0.386	91.1	0.230	12.116	2.361	105.359
		Medio	0.464	0.318	20.88	0.230	3.049	1.184	26.509
		Mínimo	0.409	0.25	4.79	0.230	0.762	0.592	6.623
Franco arcillo-limosa	689	Máximo	0.524	0.428	131.5	0.150	12.624	1.946	168.320
		Medio	0.471	0.366	27.30	0.150	2.867	0.927	38.220
		Mínimo	0.418	0.304	5.67	0.150	0.646	0.440	8.618
Arcillo arenosa	45	Máximo	0.49	-0.433	140.2	0.120	7.991	1.385	133.190
		Medio	0.43	0.339	23.90	0.120	2.175	0.723	36.248
		Mínimo	0.37	0.245	4.08	0.120	0.510	0.350	8.500
Arcillo limosa	127	Máximo	0.533	0.442	139.4	0.090	12.685	1.511	281.898
		Medio	0.479	0.387	29.22	0.090	2.688	0.696	59.739
		Mínimo	0.425	0.332	6.13	0.090	0.570	0.320	12.669
Arcillosa	291	Máximo	0.523	0.466	156.5	0.060	8.921	1.035	297.350
		Medio	0.475	0.396	31.63	0.060	2.499	0.548	83.292
		Mínimo	0.427	0.326	6.39	0.060	0.645	0.278	21.513

Tabla 10. Valores de los parámetros de Horton para clases texturales de suelos.

Clase de textura	Valores	q_o (cm/h)	q_∞ (cm/h)	k (1/h)
Arenosa	Máximo	55.247	21	2.03
	Medio	55.247	21	10.101
	Mínimo	55.247	21	50.099
Areno franca	Máximo	16.074	6.11	0.57
	Medio	16.074	6.11	2.632
	Mínimo	16.074	6.11	12.106
Franco arenosa	Máximo	6.814	2.59	0.176
	Medio	6.814	2.59	0.788
	Mínimo	6.814	2.59	3.551
Franca	Máximo	3.473	1.32	0.089
	Medio	3.473	1.32	0.634
	Mínimo	3.473	1.32	4.542
Franco limosa	Máximo	1.789	0.68	0.033
	Medio	1.789	0.68	0.196
	Mínimo	1.789	0.68	1.184
Franco arcillo arenosa	Máximo	1.131	0.43	0.023
	Medio	1.131	0.43	0.113
	Mínimo	1.131	0.43	0.549
Franco arcillosa	Máximo	0.605	0.23	0.016
	Medio	0.605	0.23	0.062
	Mínimo	0.605	0.23	0.249
Franco arcillo-limosa	Máximo	0.395	0.15	0.01
	Medio	0.395	0.15	0.043
	Mínimo	0.395	0.15	0.191
Arcillo arenosa	Máximo	0.316	0.12	0.012
	Medio	0.316	0.12	0.045
	Mínimo	0.316	0.12	0.194
Arcillo limosa	Máximo	0.237	0.09	0.006
	Medio	0.237	0.09	0.028
	Mínimo	0.237	0.09	0.13
Arcillosa	Máximo	0.158	0.06	0.006
	Medio	0.158	0.06	0.02
	Mínimo	0.158	0.06	0.077

Con los valores de los parámetros de Horton obtenidos para los suelos con texturas contrastantes, se construyen las curvas de velocidad de infiltración y de lámina infiltrada, las cuales se muestran en las ilustraciones 42 a la 52 donde también se presentan las curvas de Green y Ampt. Éstas fueron calculadas en Mathcad (ver anexo D) para valores máximos, medios y mínimos.

En la siguiente tabla se presenta los valores de la raíz del error cuadrático medio entre las curvas (curvas de velocidad de infiltración y de lámina infiltrada) de Green y Ampt y de Horton, para cada clase textural.

Tabla 11. Valores de la raíz del error cuadrático medio para cada clase textural.

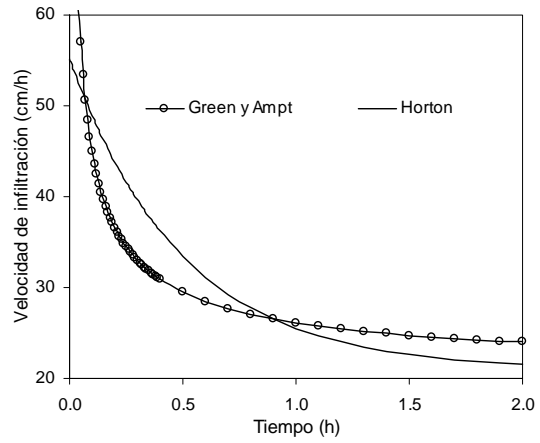
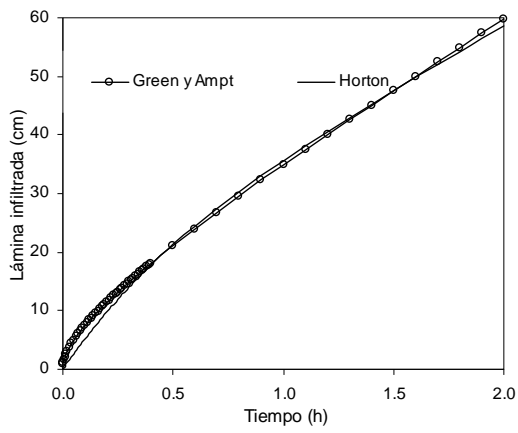
Clase de textura	Valores	$\frac{q_o}{\sqrt{ECM}}$	$\frac{I}{\sqrt{ECM}}$
Arenosa	Máximo	4.319	0.9107
	Medio	4.319	0.1831
	Mínimo	4.319	0.0369
Areno franca	Máximo	1.2566	0.9437
	Medio	1.2566	0.2044
	Mínimo	1.2566	0.0444
Franco arenosa	Máximo	0.5327	1.2976
	Medio	0.5327	0.2895
	Mínimo	0.5327	0.0642
Franca	Máximo	0.2715	1.3074
	Medio	0.2715	0.1834
	Mínimo	0.2715	0.0256
Franco limosa	Máximo	0.1399	1.8352
	Medio	0.1399	0.3049
	Mínimo	0.1399	0.0506
Franco arcillo arenosa	Máximo	0.0884	1.616
	Medio	0.0884	0.334
	Mínimo	0.0884	0.069
Franco arcillosa	Máximo	0.0383	1.2157
	Medio	0.0383	0.3059
	Mínimo	0.0383	0.0764
Franco arcillo-limosa	Máximo	0.0309	1.3493
	Medio	0.0309	0.3064
	Mínimo	0.0309	0.0691
Arcillo arenosa	Máximo	0.0247	0.8541
	Medio	0.0247	0.2325
	Mínimo	0.0247	0.0545
Arcillo limosa	Máximo	0.0185	1.3558
	Medio	0.0185	0.2873
	Mínimo	0.0185	0.0609
Arcillosa	Máximo	0.0123	0.9534
	Medio	0.0123	0.2671
	Mínimo	0.0123	0.069

Los valores de la raíz del error cuadrático medio calculados (ver tabla 11) muestran que para algunos suelos se tiene un error menor entre las curvas de velocidad de infiltración y para otros suelos es menor el error en las curvas de lámina infiltrada. Sin embargo, a lo largo de la gráfica, para distintos valores de tiempo, se presentan mejores resultados en las curvas de lámina infiltrada, como se observa en los resultados mostrados (ver ilustraciones 42 a la 52). Por lo tanto, el acuerdo entre la curvas de infiltración acumulada entre los dos modelos comparados es mejor que en las curvas de velocidad de infiltración en los respectivos suelos. Es importante señalar que el procedimiento está basado en las ecuaciones de infiltración acumulada y por tal motivo el ajuste es mejor en estas curvas.

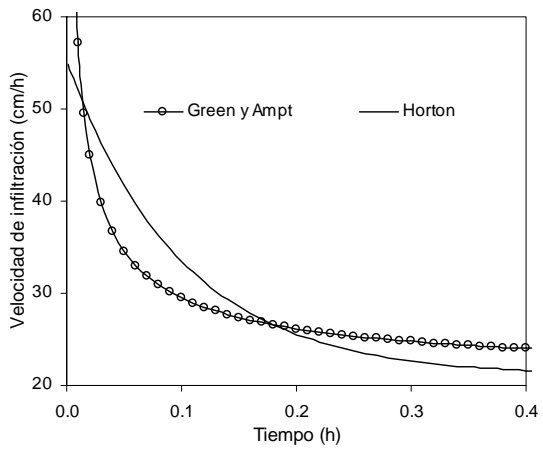
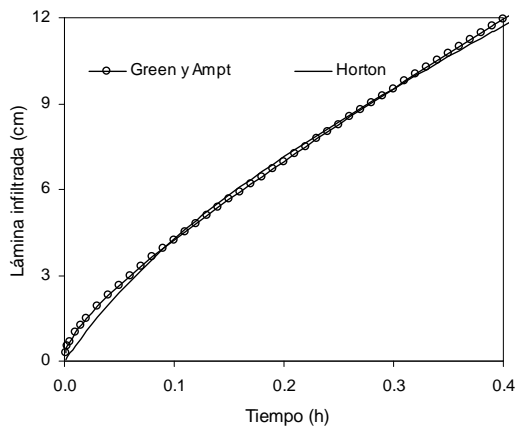
En las ilustraciones 42 a la 52 se observar que las curvas de velocidad de infiltración y de lámina infiltrada tienen un comportamiento similar para los diferentes tipos de suelo. Las curvas de lámina infiltrada del modelo de Horton y de Green y Ampt tienen el mismo comportamiento al de las curvas adimensionales mostradas en la Ilustración 39, lo cual era de esperarse de acuerdo con el análisis inspeccional realizado y con la metodología empleada.

Así mismo, en las curvas de velocidad de infiltración se puede observar que de acuerdo al análisis inspeccional, la curva de Green y Ampt no esta definida cuando $t \rightarrow 0$, mientras que la curva de Horton tiene un valor de q_o cuando $t = 0$.

Valores máximos



Valores medios



Valores mínimos

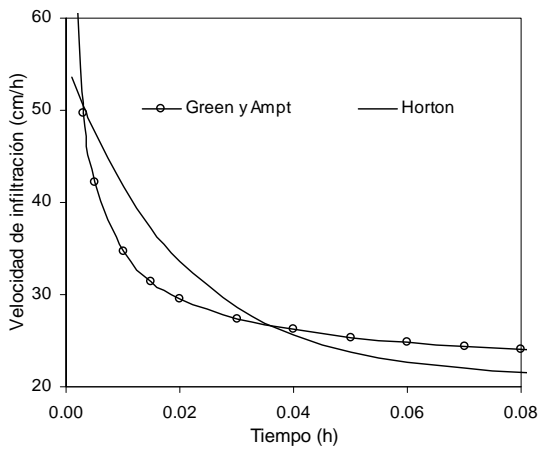
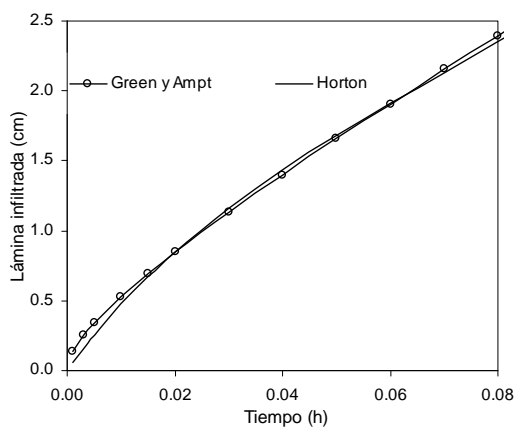
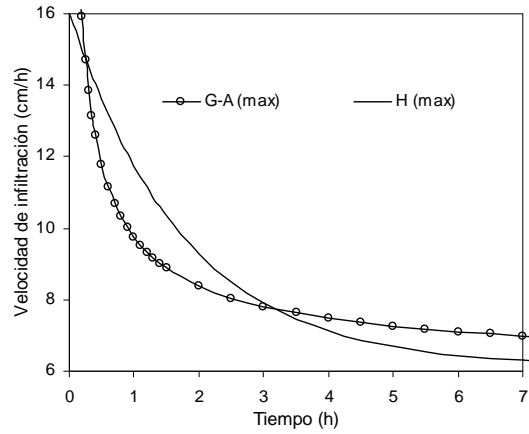
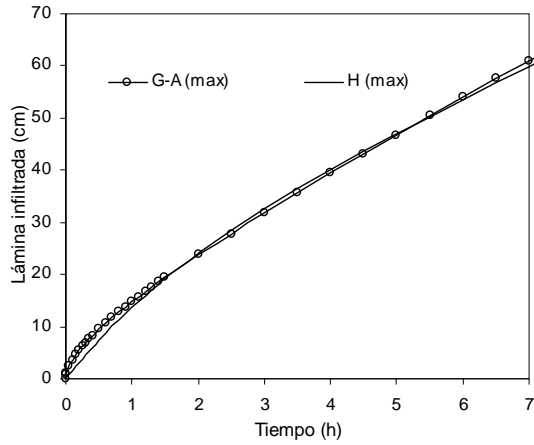
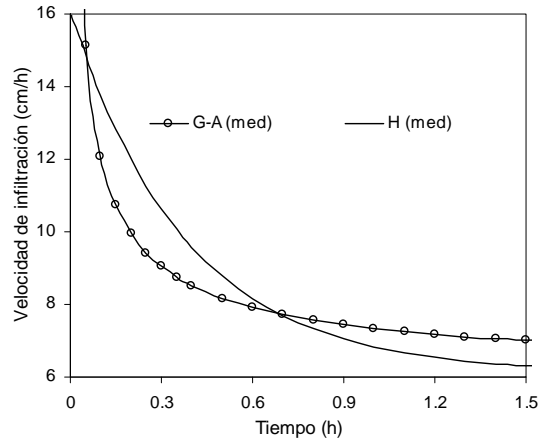
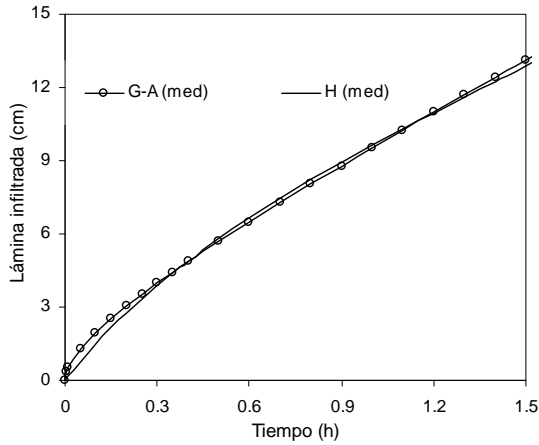


Ilustración 40. Comparación de los modelos de Green y Ampt y de Horton en suelo arenoso.

Valores máximos



Valores medios



Valores mínimos

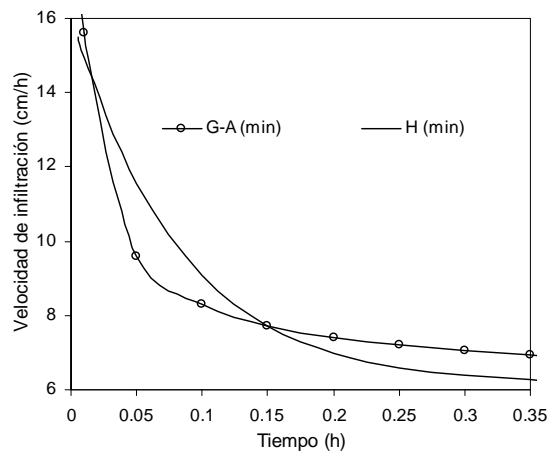
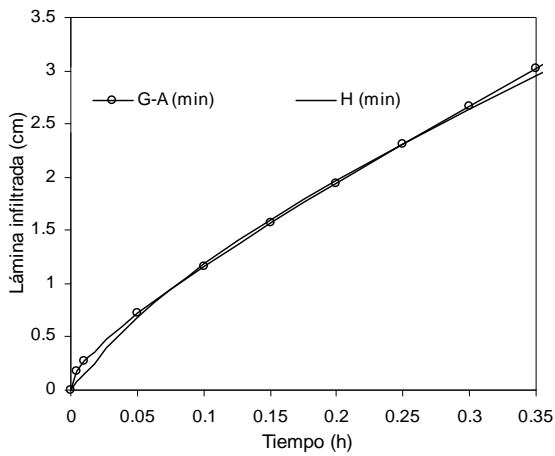
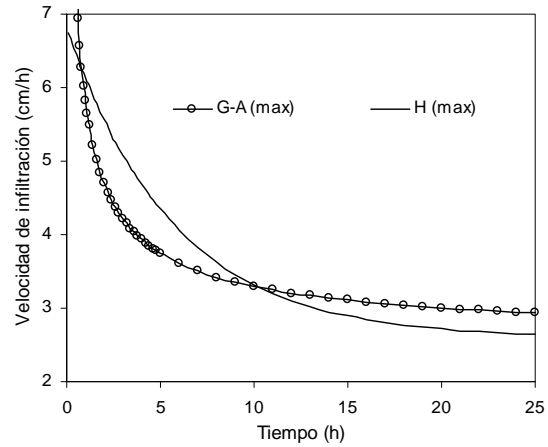
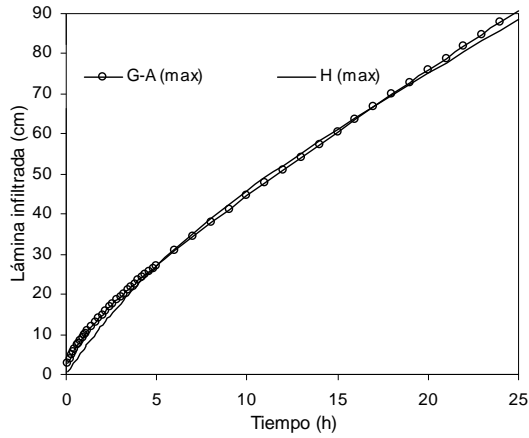
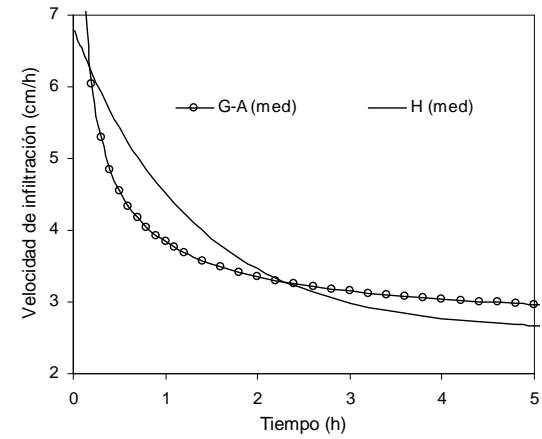
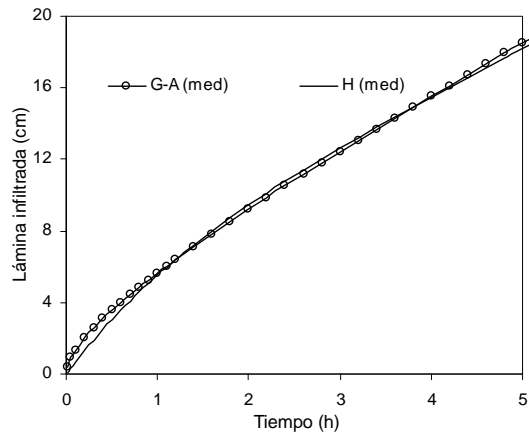


Ilustración 41. Comparación de los modelos de Green y Ampt y de Horton en suelo arenoso franco.

Valores máximos



Valores medios



Valores mínimos

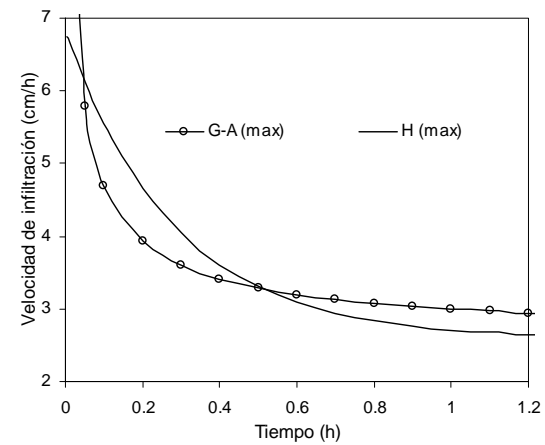
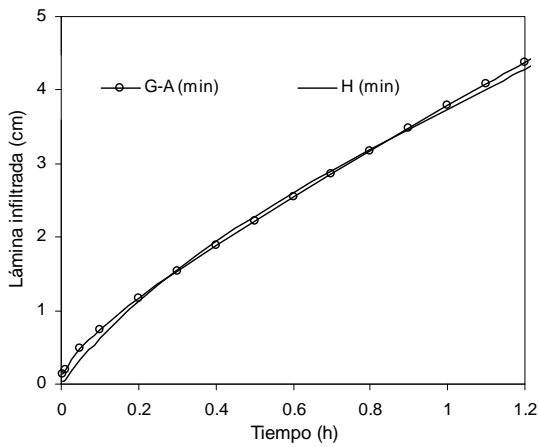
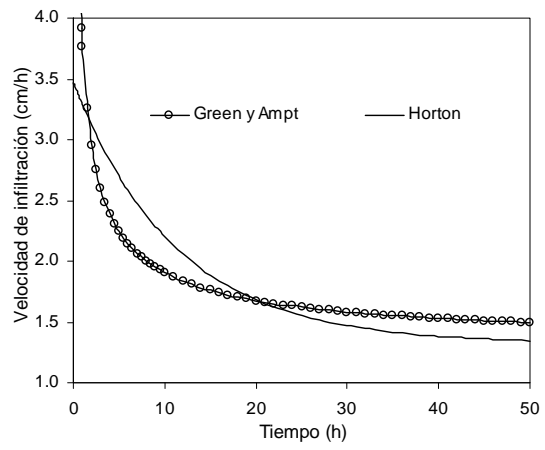
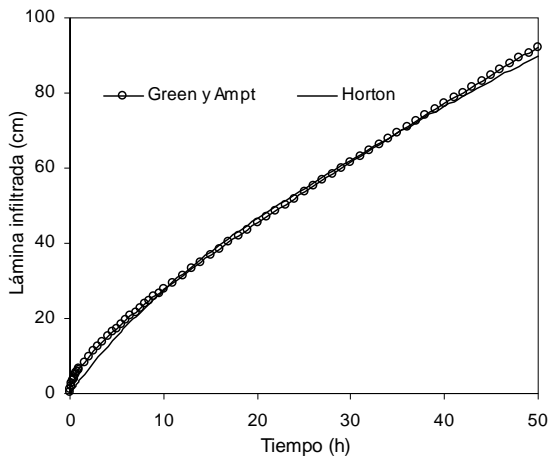
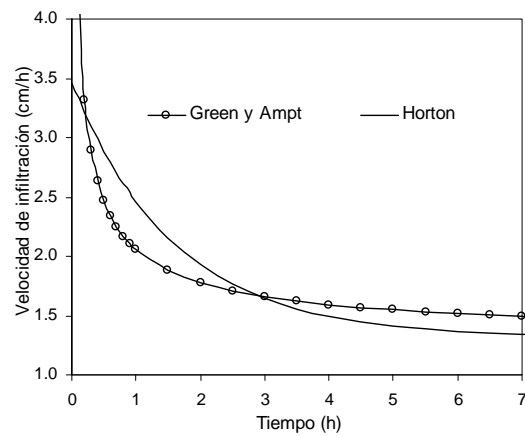
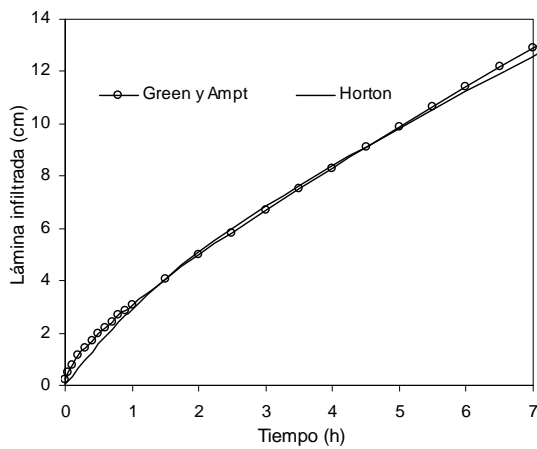


Ilustración 42. Comparación de los modelos de Green y Ampt y de Horton en suelo franco arenoso.

Valores máximos



Valores medios



Valores mínimos

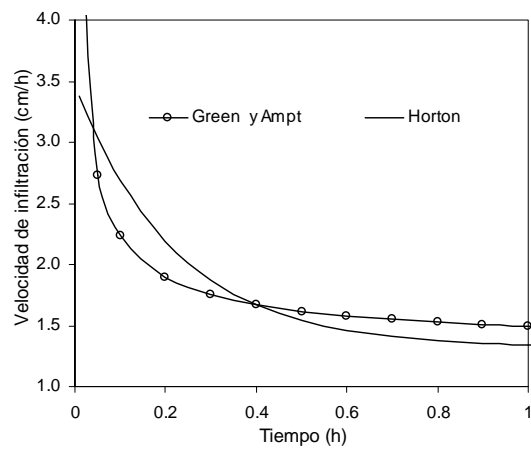
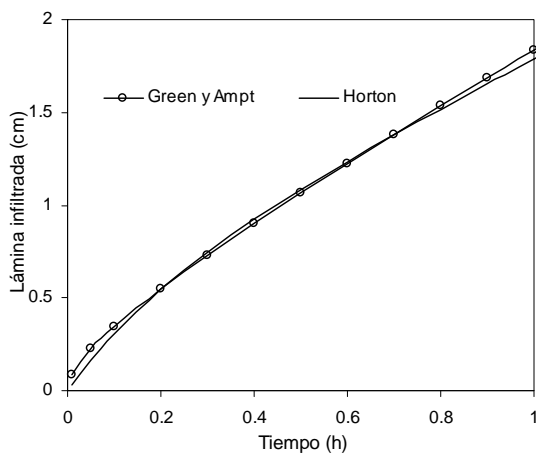
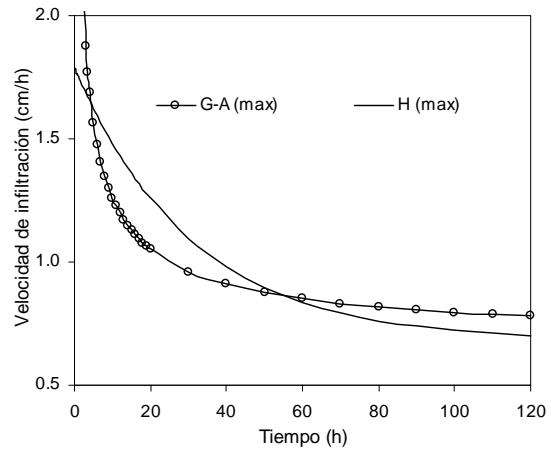
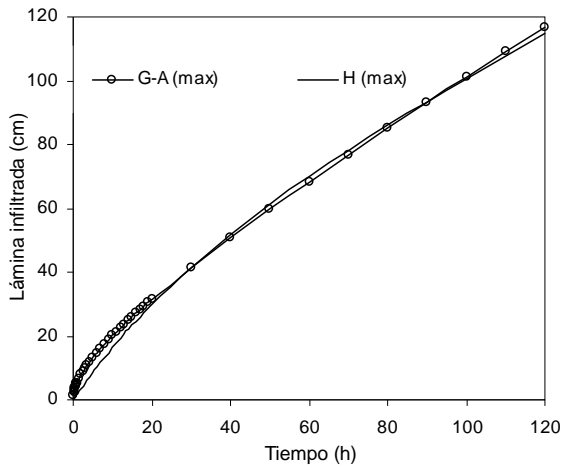
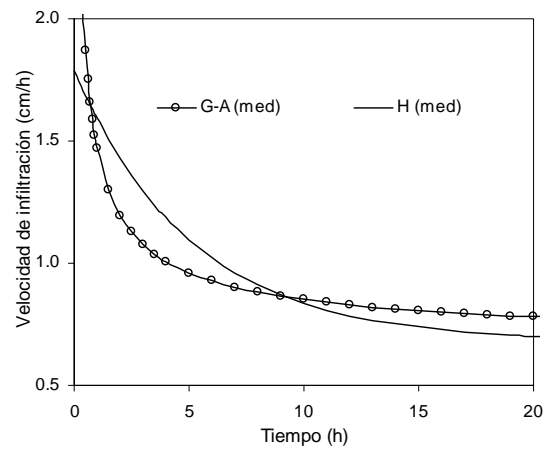
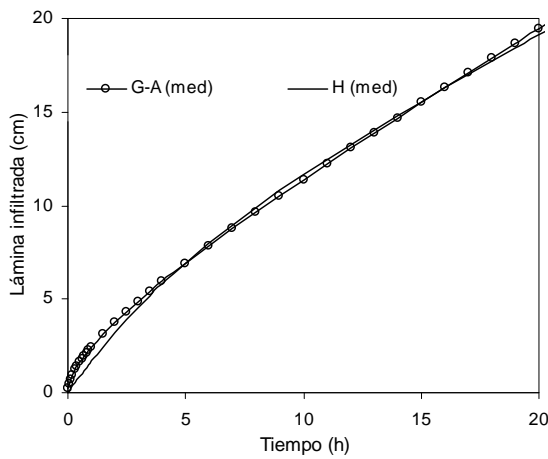


Ilustración 43. Comparación de los modelos de Green y Ampt y de Horton en suelo franco.

Valores máximos



Valores medios



Valores mínimos

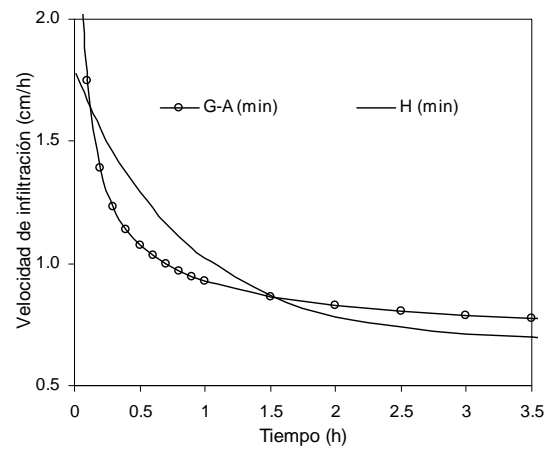
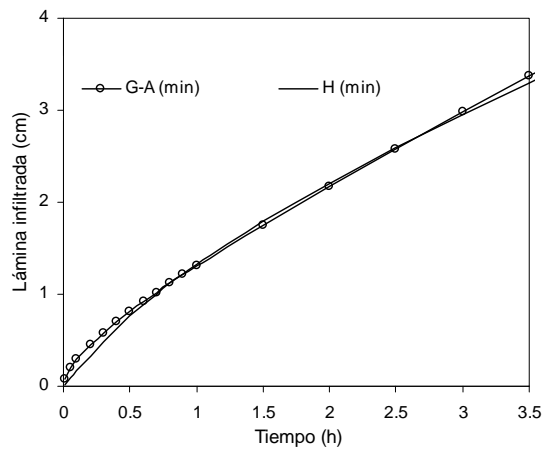
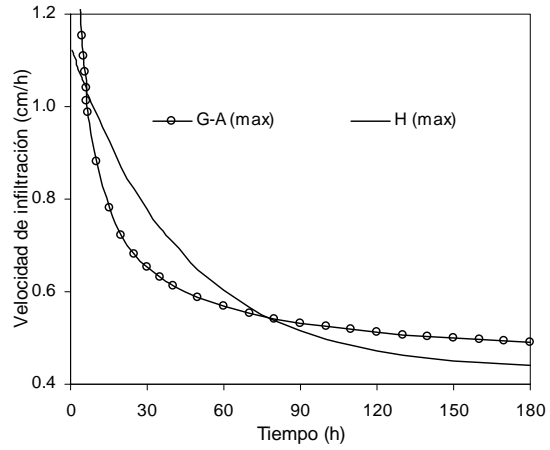
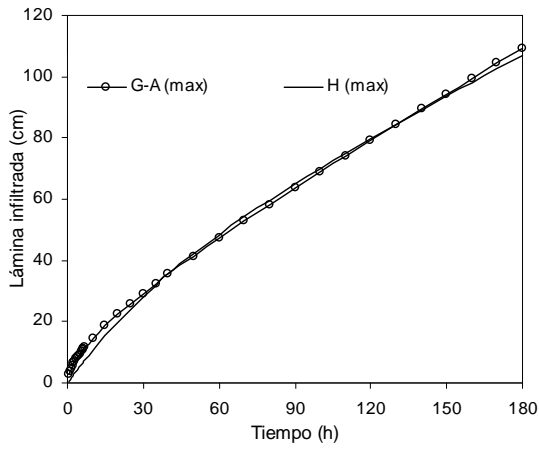
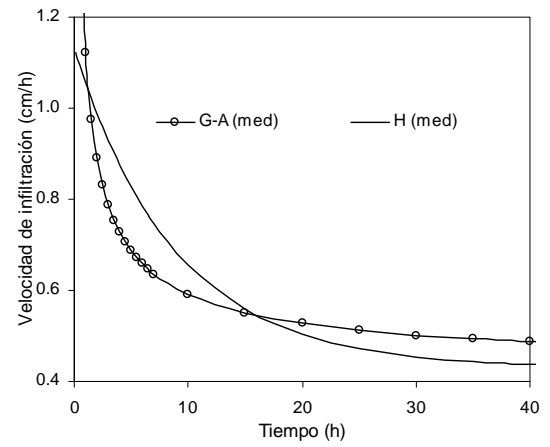
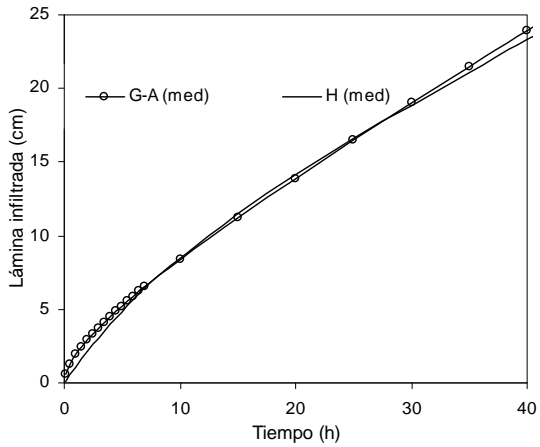


Ilustración 44. Comparación de los modelos de Green y Ampt y de Horton en suelo franco limoso.

Valores máximos



Valores medios



Valores mínimos

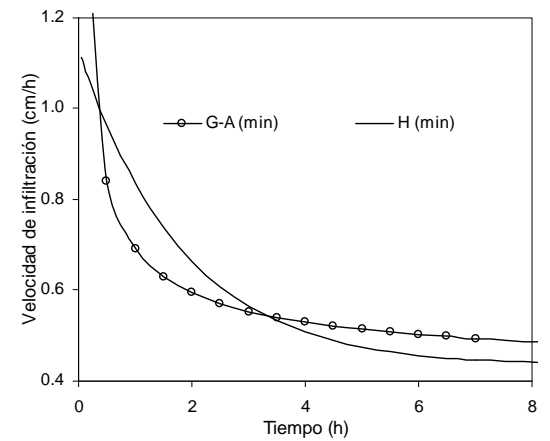
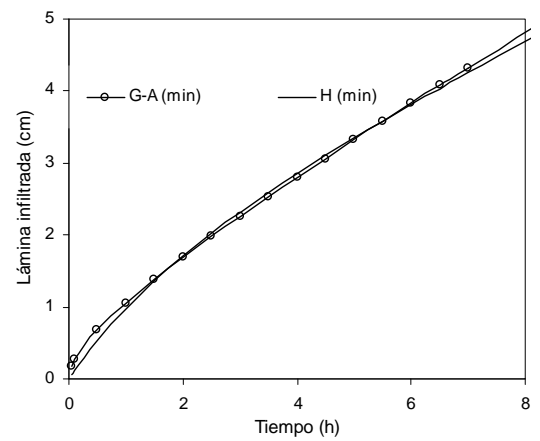
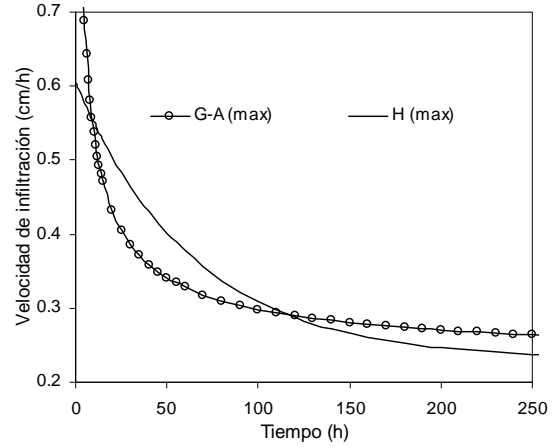
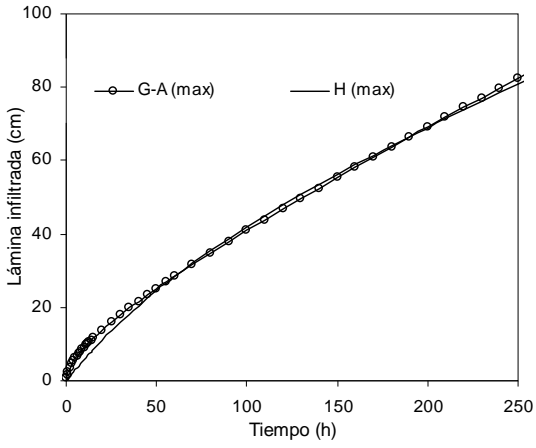
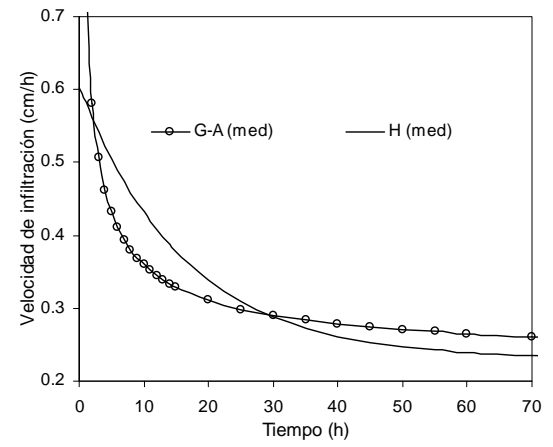
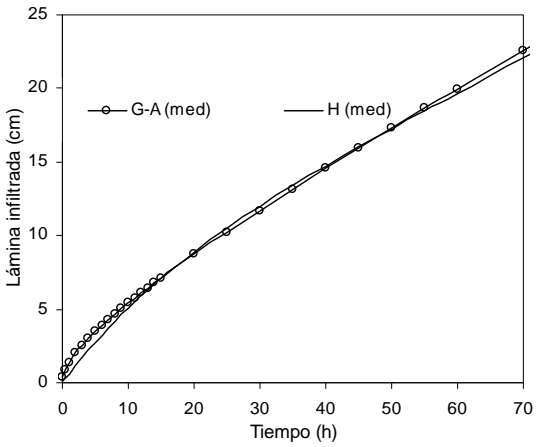


Ilustración 45. Comparación de los modelos de Green y Ampt y de Horton en suelo franco arcillo arenoso.

Valores máximos



Valores medios



Valores mínimos

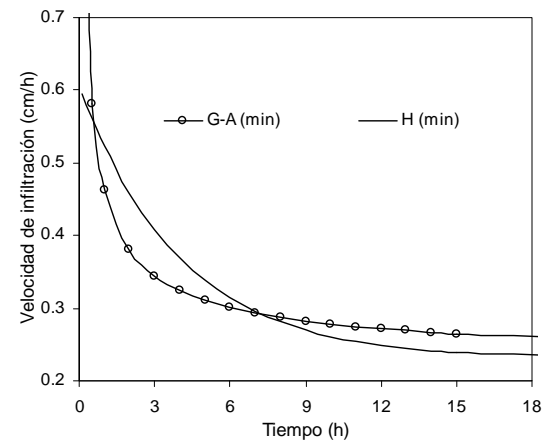
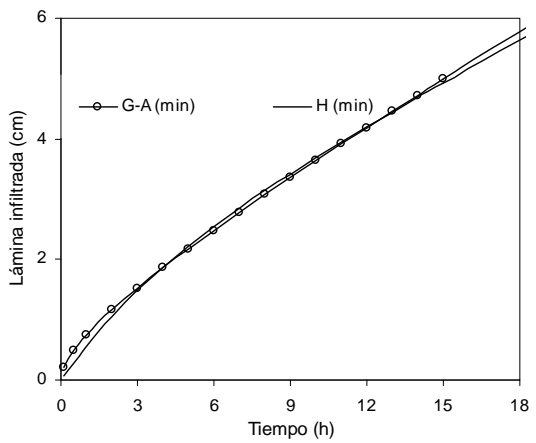
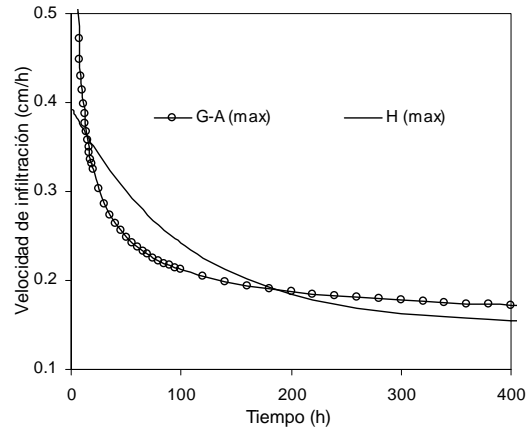
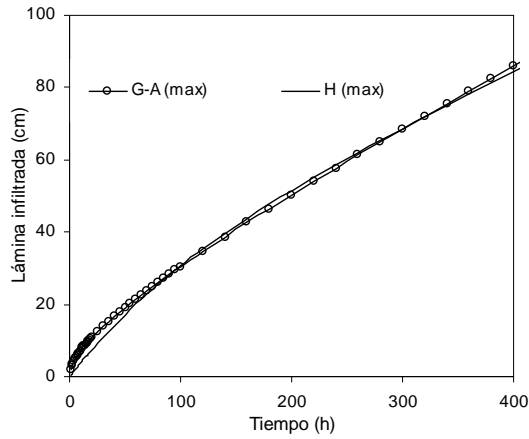
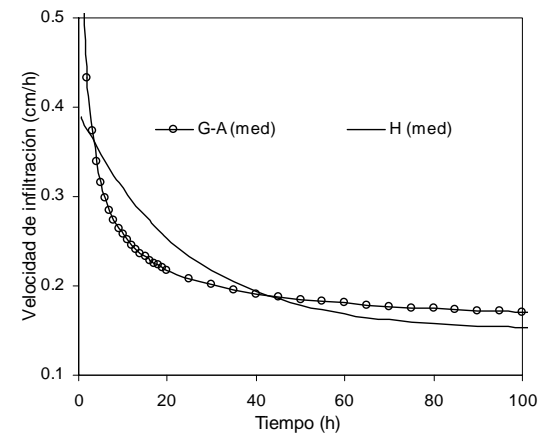
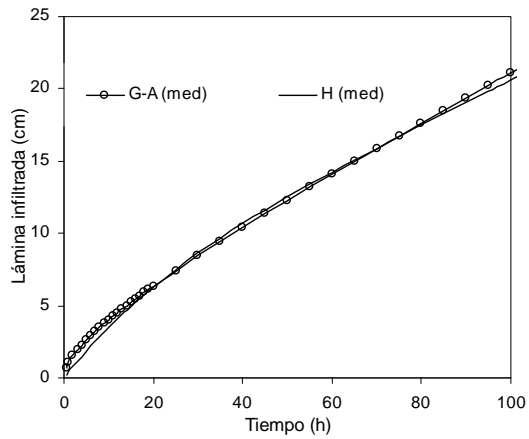


Ilustración 46. Comparación de los modelos de Green y Ampt y de Horton en suelo franco arcilloso.

Valores máximos



Valores medios



Valores mínimos

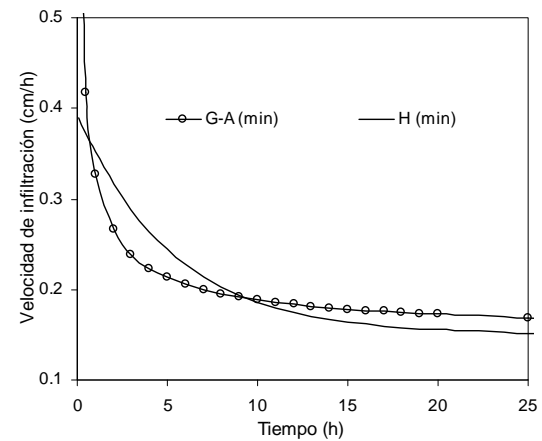
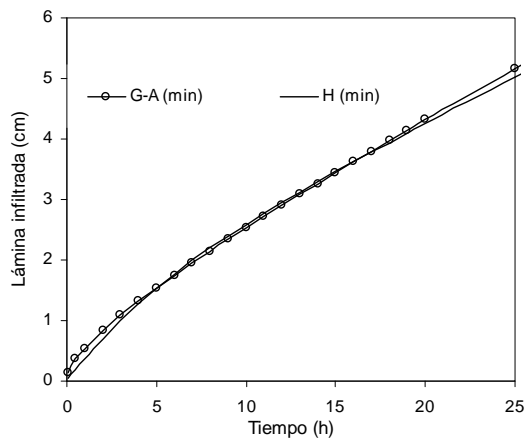
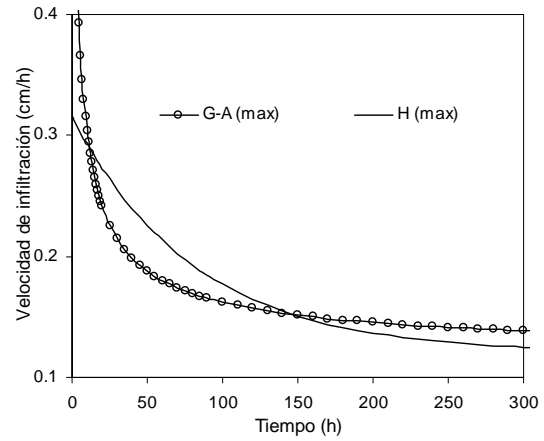
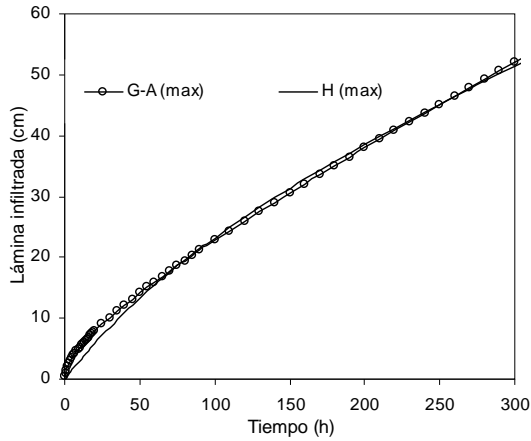
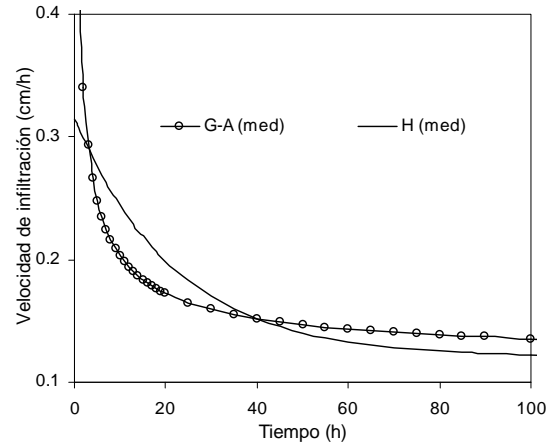
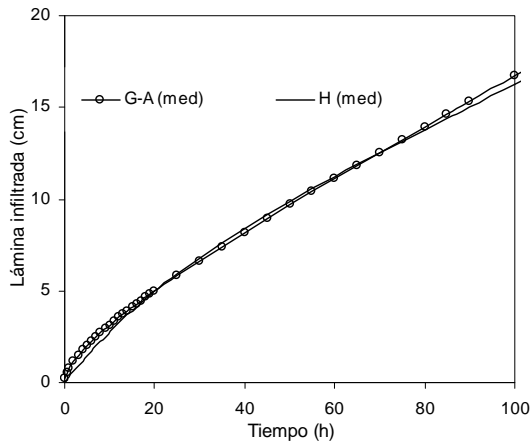


Ilustración 47. Comparación de los modelos de Green y Ampt y de Horton en suelo arcillo limoso.

Valores máximos



Valores medios



Valores mínimos

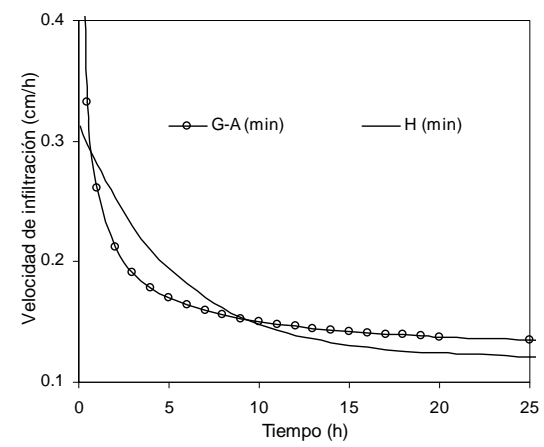
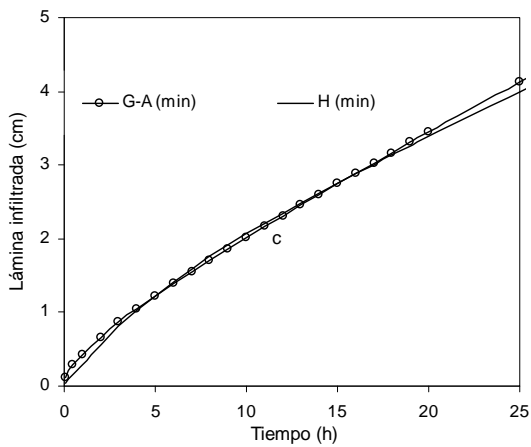
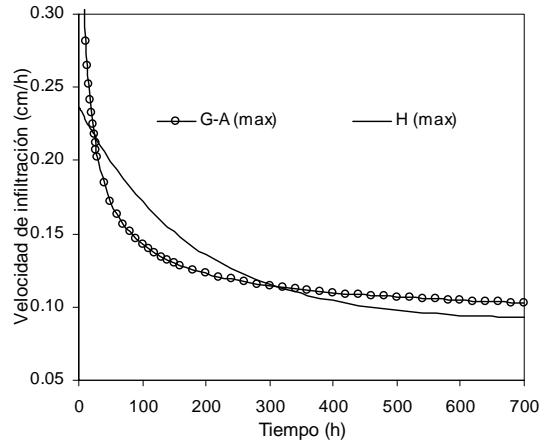
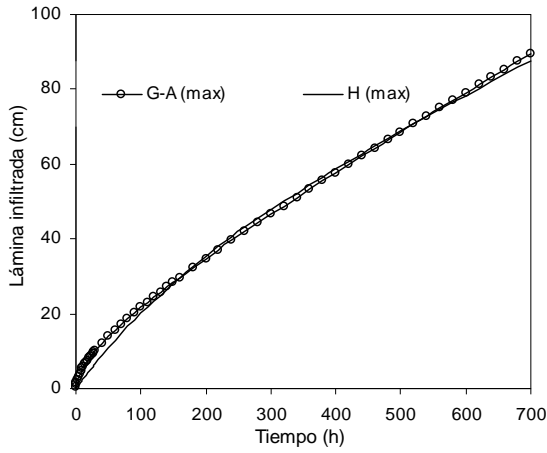
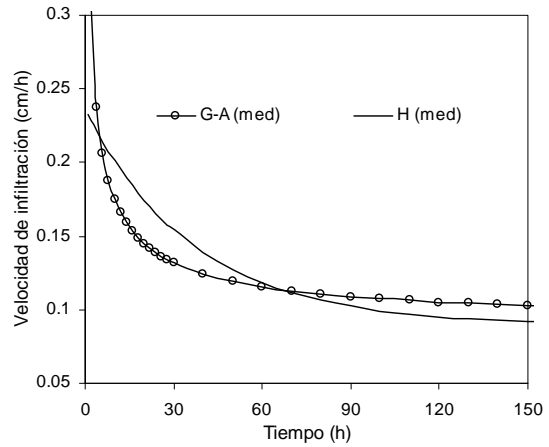
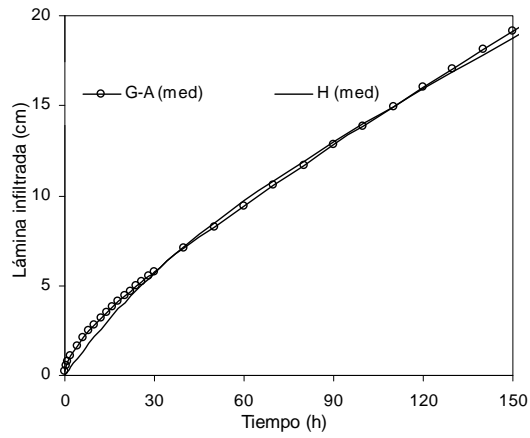


Ilustración 48. Comparación de los modelos de Green y Ampt y de Horton en suelo arcillo arenoso.

Valores máximos



Valores medios



Valores mínimos

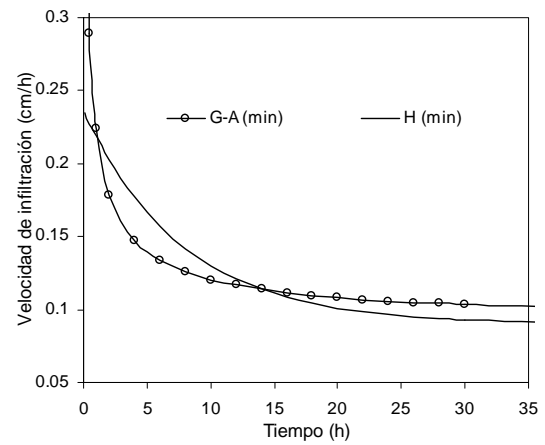
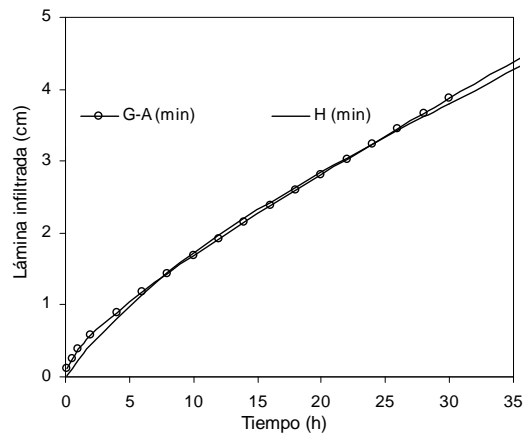
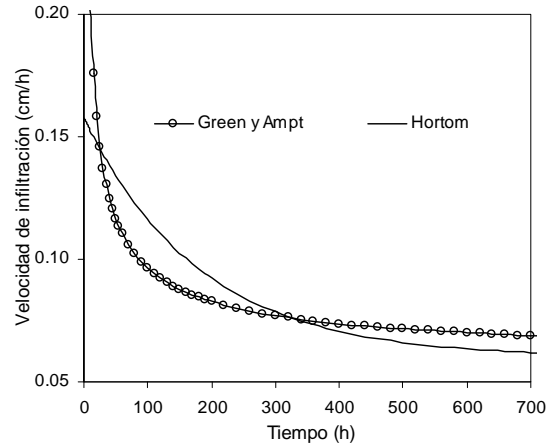
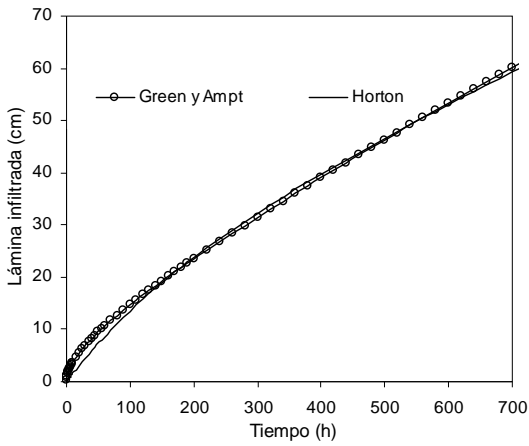
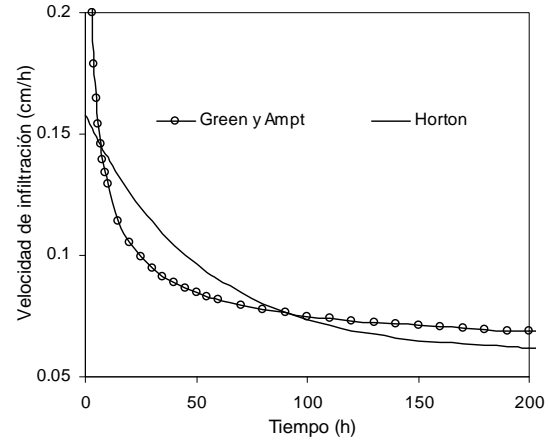
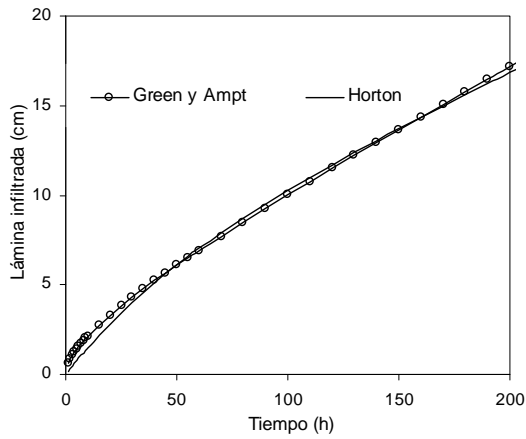


Ilustración 49. Comparación de los modelos de Green y Ampt y de Horton en suelo arcillo limoso.

Valores máximos



Valores medios



Valores mínimos

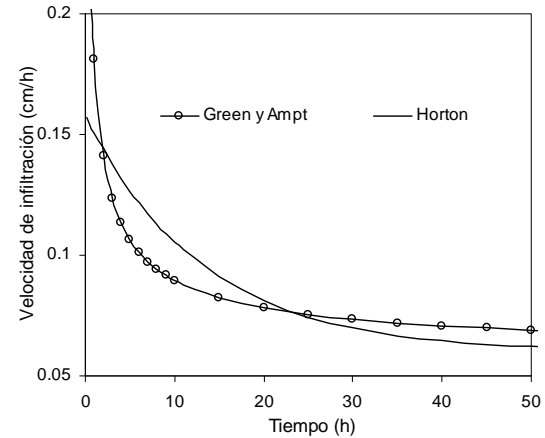
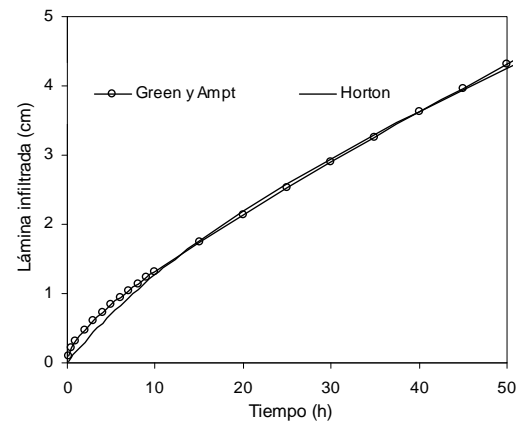


Ilustración 50. Comparación de los modelos de Green y Ampt y de Horton en suelo arcilloso.

Conclusiones

La metodología empleada para hacer una equivalencia entre la ecuación de Green y Ampt (1911) y la ecuación de Horton (1940) proporciona un mecanismo para estimar los parámetros de la última a partir de las investigaciones de la naturaleza de los parámetros de la primera. Para ello las ecuaciones han sido escritas adimensionalmente, utilizando las escalas naturales de la ecuación de Green y Ampt. La relación entre sus parámetros se obtuvo mediante la minimización de la integral de los cuadrados de los errores entre ambas ecuaciones.

La relación obtenida a través del análisis descrito es evaluada en diferentes suelos con propiedades hidrodinámicas contrastantes. Con los resultados obtenidos se muestra que existe un intervalo de tiempo, entre el inicio del proceso de infiltración y el tiempo gravitacional, aproximadamente hasta $t = \frac{1}{2}t_{grav}$, en donde el comportamiento de la lámina infiltrada del modelo de Horton está por debajo de la curva de la lámina infiltrada calculada a través del modelo de Green y Ampt. La diferencia de los comportamientos de las curvas de lámina infiltrada se explica porque el modelo de Green y Ampt varía a razón de la raíz cuadrada del tiempo. Este resultado era de esperarse en virtud del análisis inspeccional mostrado.

En tiempos largos las curvas de lámina infiltrada de ambos modelos tienden a separarse ligeramente quedando la curva del modelo de Green y Ampt por encima de la del modelo de Horton, esto es debido a que la ecuación de Horton tiene una ordenada al origen constante mientras que la ecuación de Green y Ampt presenta una ordenada que es función logarítmica del tiempo.

En las curvas de velocidad de infiltración hay un intervalo de tiempo en el cual la curva del modelo de Horton está por encima de la curva de la velocidad de infiltración del modelo de Green y Ampt. Este intervalo de tiempo comprende desde el inicio del proceso de infiltración hasta el tiempo gravitacional, donde se destaca que los valores de velocidad de infiltración de ambos modelos se acercan, esto es, cuando $t = t_{grav}$. Después del tiempo

gravitacional la curva del modelo de Horton está por debajo de la curva del modelo de Green y Ampt, sin embargo, puesto que los dos modelos presentan un régimen permanente cuando $t \rightarrow \infty$, o sea que $\lim_{t \rightarrow \infty} q(t) = K_s$, para tiempos mayores que los que se presentan en las gráficas las curvas tienden a acercarse.

Aunque los comportamientos de las ecuaciones en tiempos extremos, sobre todo en tiempos cortos, son diferentes, se ha mostrado que el grado de aproximación entre la función de Horton y la de Green y Ampt, conlleva a errores de un orden de magnitud que no afecta considerablemente los resultados en la estimación de la infiltración.

Los parámetros de Horton obtenidos pueden ser utilizados para fines prácticos en estudios donde se requiere conocer la disponibilidad del agua en una cuenca, el volumen disponible para los cultivos, conocer la forma y cantidad de los escurrimientos superficiales y sub superficiales, entre otros. La disponibilidad de estos valores es útil en cuencas que no cuentan con suficiente información para parametrizar la función de Horton. Así mismo, en caso de estudios en los que se cuanta con los recursos necesarios para medir las propiedades hidrodinámicas de suelo o que se dispone de esta información, se pueden emplear las relaciones obtenidas para estimar los parámetros de Horton.

La metodología presentada en este trabajo puede ser utilizada para analizar relaciones entre parámetros de otras funciones que representan la infiltración.

Anexos

A Clasificación de los suelos por su textura

El suelo puede dividirse apropiadamente en tres fases: sólida, líquida y gaseosa. La fase sólida constituye aproximadamente el 50% del volumen de la mayor parte de los suelos superficiales y consta y consta de una serie de partículas inorgánicas y orgánicas cuyo tamaño y forma varían considerablemente. La distribución proporcional de los diferentes tamaños de partículas minerales determina la textura de un suelo determinado. Los tamaños de las partículas minerales y la proporción relativa de los grupos por tamaños, varían considerablemente entre los suelos, pero no se alteran fácilmente en un suelo determinado. Así, la textura del suelo se considera una de las propiedades básicas.

Conocer la granulometría es esencial para cualquier estudio del suelo (ya sea desde un punto de vista genético como aplicado). Para clasificar a los constituyentes del suelo según su tamaño de partícula se han establecido muchas clasificaciones granulométricas. Básicamente todas aceptan los términos de grava, arena, limo y arcilla, pero difieren en los valores de los límites establecidos para definir cada clase. De todas estas escalas granulométricas, son la de Atterberg o Internacional (llamada así por haber sido aceptada por la Sociedad Internacional de la Ciencia del Suelo) y la americana del USDA (Departamento de Agricultura de los Estados Unidos) las más ampliamente utilizadas. Ambas clasificaciones se reproducen en la siguiente Ilustración 51.

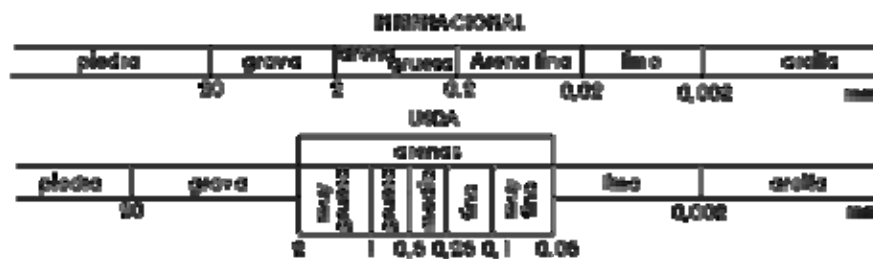


Ilustración 51. Clasificación de los suelos por textura.

Los suelos se componen de partículas cuyos tamaños y formas varían ampliamente y la distribución proporcional de las partículas minerales de diferentes tamaños determina de

manera considerable muchas de las propiedades básicas de los suelos. Los nombres de las clases de textura se utilizan para identificar grupos de suelos con mezclas parecidas de partículas minerales. Los suelos minerales pueden agruparse de manera general en tres amplias clases texturales, que son las arenas, margas y las arcillas y se utiliza una combinación de éstos nombres para indicar los grados intermedios, a continuación se hace una descripción de estas tres texturas:

- El esqueleto y la arena, representan la parte inerte del suelo y tienen por lo tanto solamente funciones mecánicas, constituyen el armazón interno sobre las cuales se apoyan las otras fracciones finas del suelo, facilitando la circulación del agua y del aire.
- El limo participa solo en forma limitada en la actividad química del suelo, con las particular de diámetro inferior, mientras que su influencia en la relación agua – suelo no es insignificante, y se incrementa con el aumento de los diámetros menores de este.
- La arcilla comprende toda la parte coloidal mineral del suelo, y representa la fracción más activa, tanto desde el punto de vista físico como del químico, participando en el intercambio iónico, y reaccionando en forma más o menos evidente a la presencia del agua, según su naturaleza. Por ejemplo las arcillas del grupo de las caolinitas tienen una capacidad de intercambio iónico bastante reducida, y se hinchan poco en presencia del agua, mientras que las arcillas pertenecientes a otros grupos tienen una elevada capacidad de intercambio iónico y elevada capacidad hidratante.

Determinación de la textura

Las partículas no están sueltas sino que forman agregados y hemos de destruir la agregación para separar las partículas individuales. Por ello antes de proceder a la extracción de las diferentes fracciones hay una fase previa de preparación de la muestra (ver Ilustración 52).



Ilustración 52. Separación de partículas.

En esta fase previa existen diversos métodos para separar a las partículas del suelo, unos son métodos físicos (trituración suave, agitación lenta, agitación rápida, ultrasonidos, lavado y cocción) y otros son técnicas químicas (oxidación de la materia orgánica con agua oxigenada, ataque ácido de los carbonatos y compuestos de Fe con ClH, dispersión de las arcillas con hexametáfosfato sódico o amoníaco). Como los agentes agregantes pueden ser muy distintos, normalmente no sirve uno sólo de estos métodos sino que se monta una cadena de tratamientos.

La extracción final de las fracciones se realiza por tamizado para las arenas, mientras que la sedimentación en fase acuosa es el método normal de separación de los limos y de las arcillas. Si se necesita subfraccionar a la fracción arcilla se ha de recurrir a la centrifugación.

Existe un método para calcular la textura de una manera aproximada en base a la plasticidad que presenta la fracción arcilla al añadirle agua. Se toma una pequeña cantidad de muestra en la palma de la mano, se le añade agua hasta saturación. Se frota las manos para hacer un cilindrito y en función de la facilidad de formar un tubito delgado y según que se pueda o no doblar se establecen las texturas arcillosas, franco-arcillosas y francas. En función de la aspereza (se frota la muestra junto al oído y se escucha el chirrido de los granos) se determina la importancia de los contenidos en arena. En La Ilustración 53. se reproduce este diagrama textural simplificado.

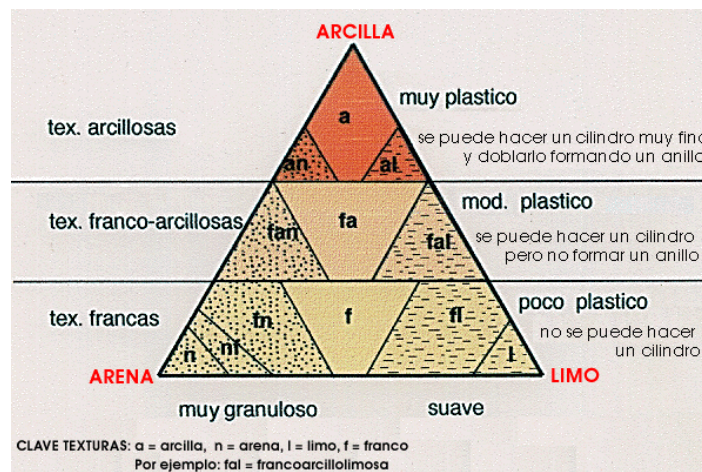


Ilustración 53. Diagrama textural simplificado.

Un método mas exacto para determinar las designaciones de clase textural es por medio del uso del triangulo de texturas. Este sistema se utiliza en la mayor parte de las regiones del mundo, pero su uso depende ante todo de la determinación de la distribución por los tamaños de las partículas. La relación entre el nombre de la clase de un suelo y la distribución por tamaños de las partículas se muestra en el diagrama de la Ilustración 54.

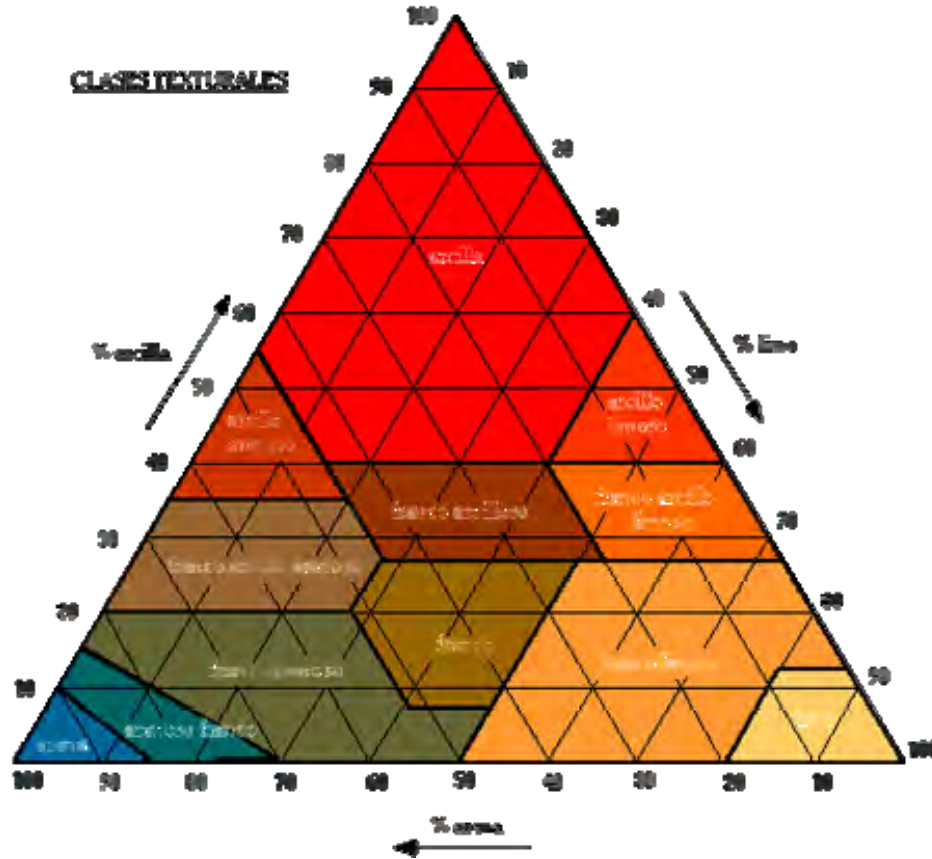


Ilustración 54. Triángulo de textura de suelos, con las 12 clases mayores, y escalas de tamaño de partículas, USDA

Los porcentajes del contenido de arcilla, limo y arena para cada clase texturas se muestran en la Tabla 12. los valores porcentuales se obtienen defiriéndose a cada una de las partículas de la muestra en el Triangulo de Clases Texturales.

Tabla 12. Categoría definida por la proporción de las partículas de arena, limo y arcilla.

Clase textura	Contenido de arcilla %	Contenido de limo %	Contenido de arena %
Arenosa	0-10	0-15	85-100
Areno franca	0-15	0-30	70-85
Franco arenosa	0-20	0-50	43-85
Franca	7-27	28-50	24-52
Franco limosa	0-27	50-88	0-50
Franco arcillo arenosa	20-35	0-28	45-80
Franco arcillosa	27-40	15-53	20-45
Franco arcillo-limosa	27-40	40-73	0-20
Arcillo arenosa	35-55	0-20	45-65
Arcillo limosa	40-60	40-60	0-20
Arcillosa	40-100	0-40	0-45
Limosa	0-12	80-100	0-20

B Observación del proceso de infiltración

En el proceso de infiltración se pueden observar diversas variables como: capacidad de infiltración, conductividad hidráulica, contenido de humedad, la succión en el frente húmedo, etc. Para poder medir estas variables se han desarrollado metodologías y prototipos de equipos de laboratorio y campo. A continuación se presentan algunas técnicas para medir estas variables.

Infiltrómetros. Estos sirven para determinar la capacidad de infiltración en pequeñas áreas cerradas, aplicando artificialmente agua al suelo.

Los infiltrómetros se usan con frecuencia en pequeñas cuencas o en áreas pequeñas o experimentales dentro de cuencas grandes. Cuando en el área se presenta gran variación en el suelo y vegetación, ésta se subdivide en subáreas relativamente uniformes, de las cuales haciendo una serie de pruebas se puede obtener información aceptable.

Siendo la infiltración un proceso complejo, es posible inferir con los infiltrómetros la capacidad de infiltración de cualquier cuenca en forma cualitativa, pero no cuantitativa. La aplicación más favorable de este equipo se obtiene en zonas experimentales, donde se puede evaluar la infiltración para diferentes tipos de suelo y contenido de humedad.

Los infiltrómetros se pueden dividir en dos grupos: de carga constante y simuladores de lluvia.

Infiltrómetros de carga constante. Permiten conocer la cantidad de agua que penetra en el suelo en un área cerrada a partir del agua que debe agregarse a dicha área para mantener un tirante constante, que generalmente es de medio centímetro (ver Ilustración 55).

Los infiltrómetros de carga constante más comunes consisten en dos aros concéntricos, o bien en un solo tubo; en el primer tipo, se usan dos aros concéntricos de 23 y 92 cm de diámetro respectivamente, los cuales se hincan en el suelo varios centímetros.



Ilustración 55. Infiltrómetro de carga constante

El agua se introduce en ambos compartimentos, los cuales deben conservar el mismo tirante. El objeto del aro exterior es evitar que el agua dentro del aro interior se expanda en una zona de penetración mayor que el área correspondiente; la capacidad de infiltración del suelo se determina a partir de la cantidad de agua que hay que agregar al aro interior para mantener su tirante constante.

El segundo tipo consiste en un tubo que se introduce en el suelo hasta una profundidad igual a la que penetra el agua durante la medición lo que evita que el agua se expanda, en este caso se mide el agua que se le agrega para mantener el nivel constante.

Aunque estos aparatos proporcionan un método simple y directo para determinar la cantidad de agua que absorbe el suelo con estas condiciones, sólo se considera la influencia del uso del suelo, vegetación y algunas variables físicas. Esta forma de medir la infiltración puede cambiar con respecto a la real porque no toma en cuenta el efecto que producen las gotas de lluvia sobre el suelo, como son la compactación y el lavado de finos. Por otra parte, tampoco considera el efecto del aire entrampado, el cual se escapa lateralmente; además, es imposible hincar los aros o el tubo sin alterar las condiciones del suelo cerca de su frontera, pudiendo ser afectado un porcentaje apreciable del área de prueba ya que ésta es muy pequeña.

Simuladores de lluvia. Con el objeto de evitar en lo posible las fallas de los infiltrómetros de carga constante, se usan los infiltrómetros que simulan la lluvia, aplicando el agua en forma constante al suelo mediante regaderas.

El área que estos simuladores cubre varía generalmente entre 0.1 y 40 m². En estos aparatos la capacidad de infiltración se deduce midiendo el escurrimiento superficial resultante de una lluvia uniforme. Existen diversos tipos de infiltrómetros de esta clase, dependiendo del sistema generador de lluvia y la forma de recoger el escurrimiento superficial del área en estudio.

La capacidad de infiltración media en la cuenca \mathcal{A} , se puede obtener con las mediciones de infiltrómetros en puntos representativos de las diferentes características del suelo de la cuenca.

$$(152) \quad q = (1/A_c)V_i A_i$$

Donde:

q = capacidad de infiltración media de la cuenca (m/s)

A_c = área total de la cuenca (m²)

V_i = velocidad de infiltración obtenida con el infiltrómetro (m/s)

A_i = área con características similares a las del punto donde se midió V_i (m²)

Conductividad Hidráulica (K). La conductividad hidráulica es una medida de la habilidad de un suelo de conducir agua bajo un gradiente de potencial hidráulico. Cuando se riega, la permeabilidad representa la facilidad de penetración del agua en el suelo y la rapidez con que avanza el frente de humectación. Sobre la permeabilidad influyen tres factores primordiales del suelo: la textura, la estructura y el contenido en materia orgánica. El instrumento utilizado para la medición de la permeabilidad se llama permeámetro (ver Ilustración 56) en el cual se debe seguir el comportamiento del nivel de agua dentro del permeámetro determinando la tasa de infiltración mediante el descenso de niveles en un

determinado intervalo de tiempo que va desde los 2 a los 15 minutos dependiendo del tipo de suelo que se esté estudiando:

- Arenas y Gravas 2-6 minutos.
- Limos y Arcillas 7-15 minutos.



Ilustración 56. Permeámetro

Contenido de agua: El contenido de agua que presenta un suelo en un momento determinado, depende de sus propiedades transmisivas y de los gradientes hidráulicos, ambos aspectos condicionados por la porosidad, asimismo posible de ser modificado por distintos factores.

En condiciones de campo, se requiere una medida directa del contenido de agua, o alternativamente, la medición de un índice del contenido de agua. El método más aceptado para determinar el contenido de agua del suelo es el muestreo y posterior secado en estufa a 105 °C. Además, los "bloques de Bouyoucos" (bloques de resistencia eléctrica) se utilizan como método indirecto de determinación (ver Ilustración 57). La conductividad eléctrica de los materiales porosos, como es el caso del suelo, varía con el contenido de agua.



Ilustración 57. Bloques de Bouyoucos.

Potencial de succión: Al conjunto de fuerzas que retienen el agua del suelo se llama potencial total de agua. Tiene un sentido negativo y es el responsable de las fuerzas de retención del agua dentro del suelo, es igual al potencial matricial más el osmótico. El Potencial matricial es debido a dos fuerzas, adsorción y capilaridad. La atracción por adsorción se origina como consecuencia de superficie de sólidos descompensados eléctricamente. Las moléculas del agua actúan como dipolos y son atraídas, por fuerzas electrostáticas, sobre la superficie de las partículas de los constituyentes del suelo. Para medir el potencial de succión existen varios métodos para utilizar en el campo o en el laboratorio.

Para la medición del potencial matricial se utilizan 2 instrumentos: el tensiómetro y la placa de presión de Richards (para ver la retención del agua en el suelo). Para medir el potencial total se usa un instrumento llamado sicómetro.

Métodos de campo. El más sencillo es el método del tensiómetro (ver Ilustración 58). Consiste en introducir en el suelo una bujía (porosa en su parte inferior, generalmente cerámica) llena de agua. La bujía está cerrada herméticamente y lleva acoplada un manómetro. Al succionar el suelo parte del agua de la bujía se produce en ella un vacío que se mide en el manómetro. Más que medir potenciales de succión refleja variaciones de este y sirve para controlar in situ la cantidad de agua retenida por el suelo y por tanto para el control de riego.

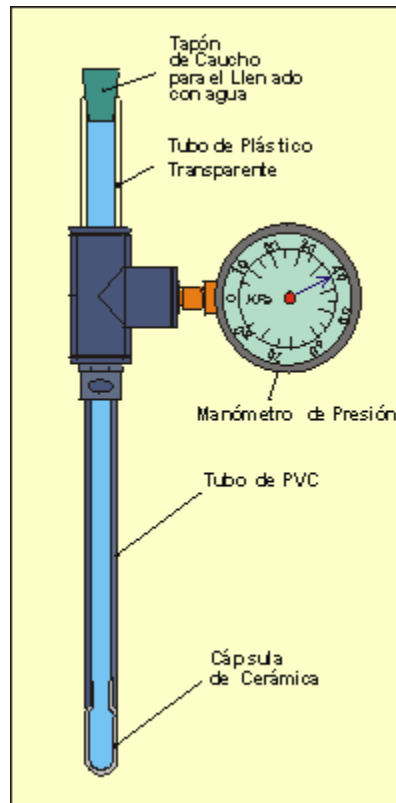


Ilustración 58. Tensiómetro.

Métodos de laboratorio. El más universal es el método la placa de presión (o membrana de Richards) (ver Ilustración 59).

Se somete a una muestra de suelo a una serie de presiones en una olla metálica conectada a un compresor. Cuando se iguala la presión que suministramos a la fuerza de succión, el agua sale del suelo.

Las medidas de fuerzas de retención del agua del suelo llegan hasta 16.000 gr/cm². Para simplificar los datos se utilizan unidades de pF que representan los valores de los logaritmos decimales de las fuerzas de succión medidas en gr/cm² (una fuerza de 1000gr/cm² equivale a un pF de 3). También son frecuentes las medidas expresadas en atmósferas.

Así, las medidas de humedad del suelo se acompañan de las fuerzas de retención correspondientes, por ejemplo, 35% de humedad a un pF de 2,5 y un 20% a un pF de 4,2.

El estudio de la humedad de un suelo es mucho más completo si calculamos la curva característica que relaciona gráficamente los valores de humedades y las fuerzas de retención correspondientes. Pero esta curva no es unívoca. Para una misma muestra de suelo la curva obtenida no es la misma en una muestra húmeda que se va desecando (desorción) con respecto a la que se obtiene si se parte de la muestra seca y la vamos humedeciendo (sorción). Este distinto comportamiento del suelo según se encuentre en un periodo de desecación o de humectación en relación con la fuerza con la que el agua está retenida, es el fenómeno de histéresis. Para un determinado contenido de humedad, cuando vamos desecando un suelo se necesita aplicar un pF mayor que cuando este se va humedeciendo. Por norma internacional las medidas de humedad y retenciones se calculan siempre desecando las muestras de suelo, previamente humedecidas.

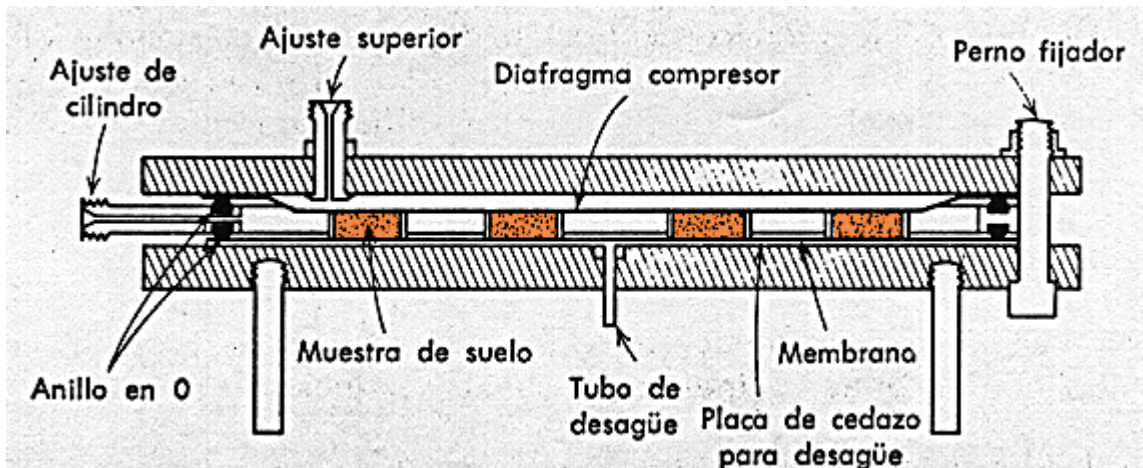
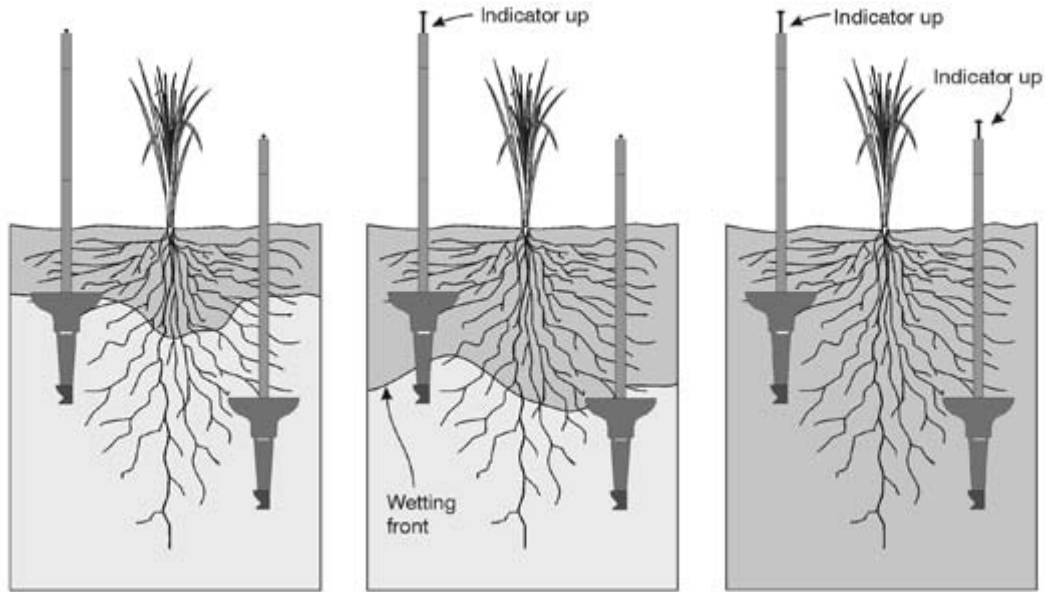


Ilustración 59. Prensa de presión de Richards.

Detector de la profundidad frente húmedo. Se usa un par de detectores de frente húmedo –uno enterrada en aproximadamente un tercio de la profundidad de la zona de la raíz y el otro a dos tercios de la profundidad de la zona de la raíz–muestran la profundidad a que el agua ha infiltrado en el suelo. Cuando el frente húmedo alcanza el detector aparece un indicador que es visible sobre la superficie del suelo (ver Ilustración 60)



Con poca agua

Si el indicador detector de la profundidad aparece rara vez, entonces el agua no está avanzando suficientemente profundo para llenar la mayoría de la zona de raíces. Por lo tanto se debe aplicar mas agua.

Aproximadamente correcto

El indicador detector de la profundidad aparece regularmente hasta después del riego. El mayor detector debe responder durante los períodos de alta demanda de agua.

Con demasiado agua

Si ambos indicadores profundos o poco profundos aparecen regularmente entonces el agua puede desperdiciarse. Por lo tanto se debe aplicar menos agua o alargar el período comprendido entre irrigaciones.

Ilustración 60. Medición de la profundidad del frente húmedo.

C Resultados del análisis de sensibilidad para suelo arcilloso y limoso.

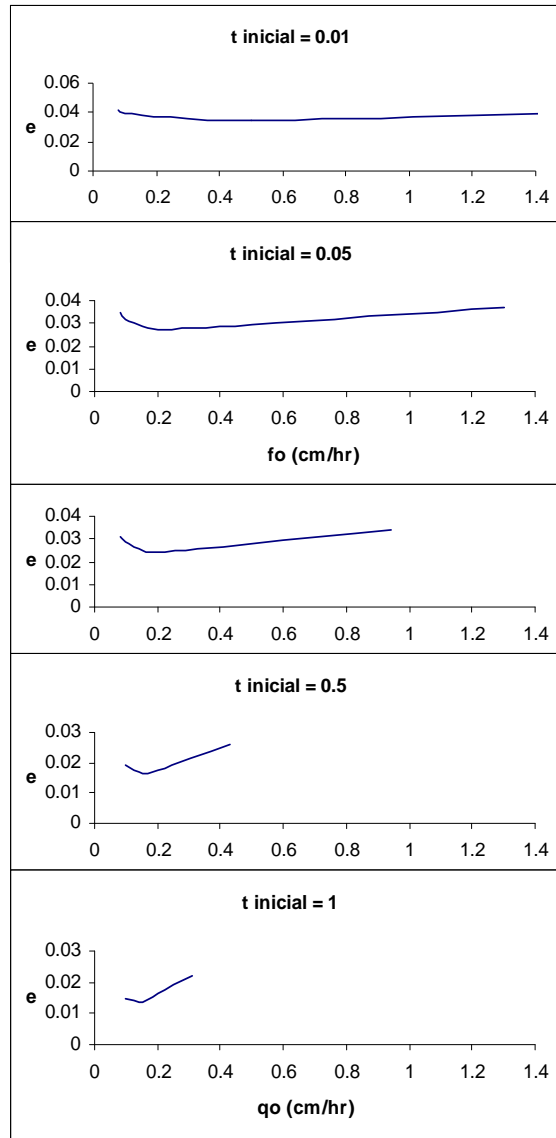


Ilustración 61 Valores de q_o óptimos para cada $t_{inicial}$ ajustado la curva de velocidad de infiltración, para suelo arcilloso.

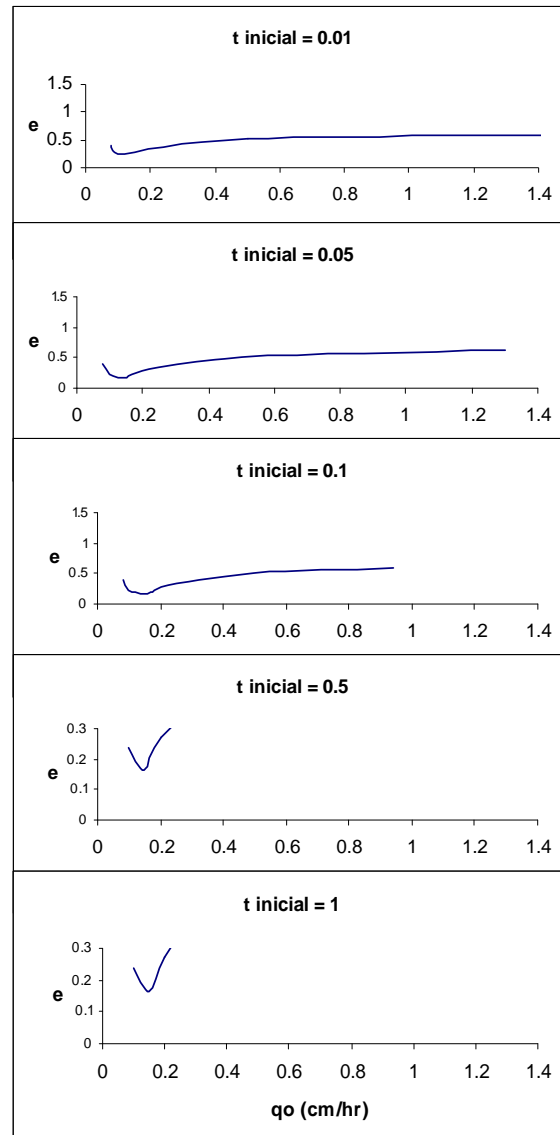


Ilustración 62. Valores de q_0 óptimos para cada $t_{inicial}$ ajustado la curva de lámina infiltrada, para suelo arcilloso.

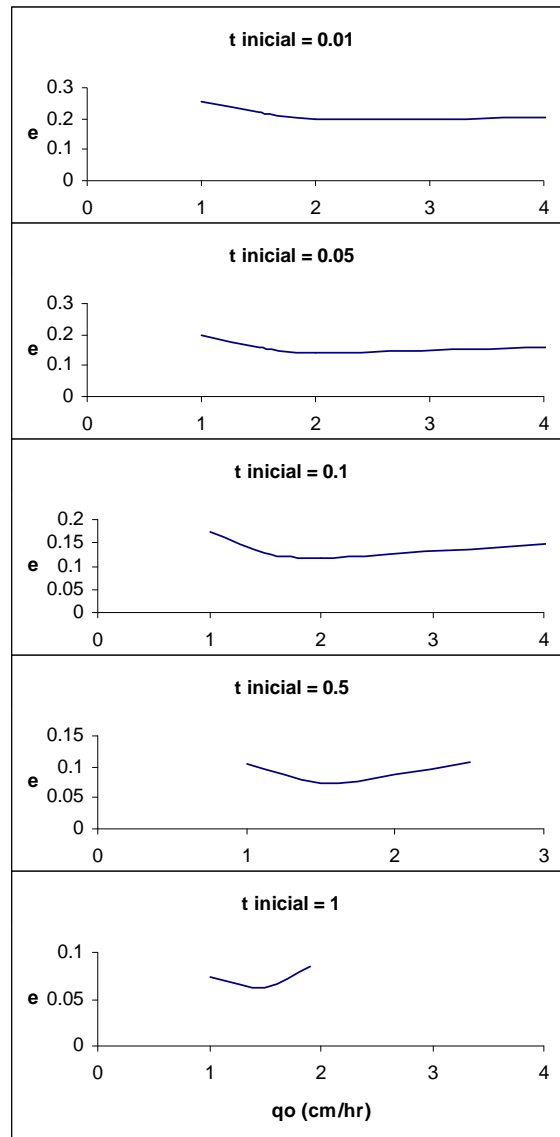


Ilustración 63. Valores de q_o óptimos para cada $t_{inicial}$ ajustado la curva de velocidad de infiltración, para suelo franco limoso.

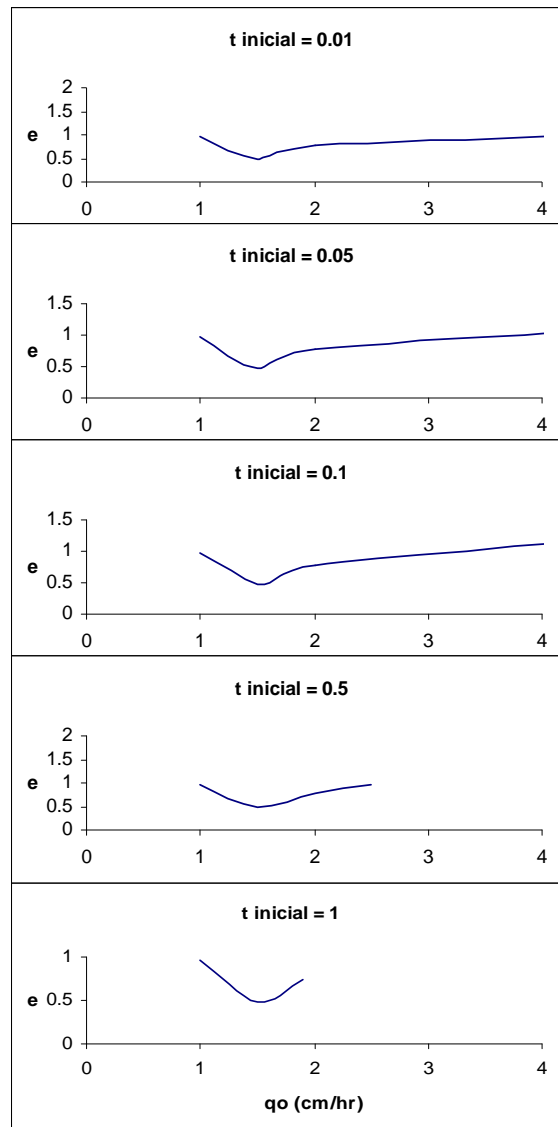


Ilustración 64. Valores de q_o óptimos para cada t inicial ajustado la curva de lámina infiltrada, para suelo franco limoso.

D Programas en Mathcad

Aproximación de la ecuación de Green y Ampt por la ecuación de Horton

$$\text{TOL} := 10^{-6}$$

$$\text{ORIGIN} := 1$$

1: Ecuación de Green y Ampt

$$S := \sqrt{2} \quad S = 1.4142 \quad t_{\text{grav}} := 2$$

$$A := \frac{2}{3} \quad A = 0.6667$$

$$q_{Ic}(t) := S \cdot \sqrt{t} + \frac{2}{3} \cdot t$$

$$q_{II}(t) := t + \ln(1 + t)$$

$$q_{Iga}(t) := \text{if}(t < t_{\text{grav}}, q_{Ic}(t), q_{II}(t))$$

$$G_{Iga}(t, I) := t + \ln(1 + I) - I$$

$$g_{Iga}(t, I) := \text{root}(G_{Iga}(t, I), I)$$

$$I_{ga}(t) := g_{Iga}(t, q_{Iga}(t))$$

2: Ecuación de Horton

$$q_{\text{inf}} := 1$$

$$q_{Ih}(t, q_0, k) := q_{\text{inf}} \cdot t + \frac{q_0 - q_{\text{inf}}}{k} \cdot (1 - \exp(-k \cdot t))$$

$$DIhqo(t, qo, k) := \frac{1}{k} \cdot (1 - \exp(-k \cdot t))$$

$$DIhk(t, qo, k) := -\frac{qo}{k^2} \cdot (1 - \exp(-k \cdot t)) + \frac{qo - qinf}{k} \cdot t \cdot \exp(-k \cdot t)$$

3: Sistema de ecuaciones

$$to := 0 \qquad \qquad \qquad tinf := 5$$

$$DICEq(qo, k) := \int_{to}^{tinf} (Iga(t) - qlh(t, qo, k)) \cdot DIhqo(t, qo, k) dt$$

$$DICEk(qo, k) := \int_{to}^{tinf} (Iga(t) - qlh(t, qo, k)) \cdot DIhk(t, qo, k) dt$$

$$qoi := 2 \qquad \qquad \qquad ki := 0.8$$

Given

$$DICEq(qoi, ki) = 0$$

$$DICEk(qoi, ki) = 0$$

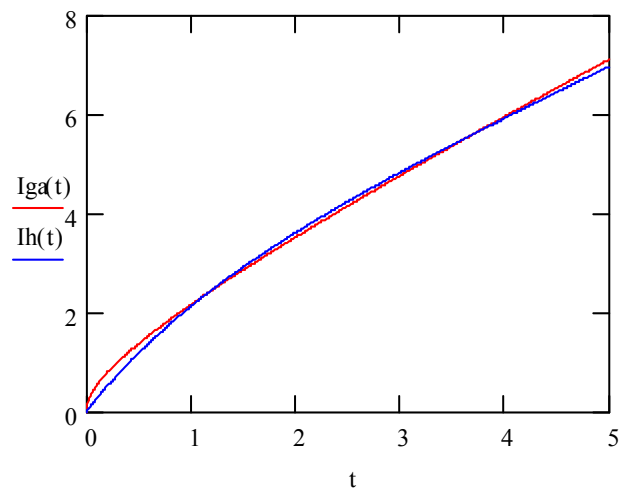
$$\begin{pmatrix} qo \\ k \end{pmatrix} := \text{Find}(qoi, ki)$$

$$qo = 2.6308 \qquad \qquad \qquad k = 0.8238$$

$$I_h(t) := q_{inf} \cdot t + \frac{q_0 - q_{inf}}{k} \cdot (1 - \exp(-k \cdot t))$$

4: Comparación gráfica

$$t := 0, 0.01..5$$



SUELO ARENOSO**ECUACIÓN DE GREEN Y AMPT**

$$\underline{\text{TOL}} := 10^{-6} \quad \underline{\text{ORIGIN}} := 1$$

Definición de variables

$tt := 0.1, 0.2.. 5$	Duración de la infiltración (h)
$Ks := 21$	Conductividad Hidráulica Saturada (cm/h)
$hf := 4.95$	Succión capilar en el Frente Humedo (cm)
$\theta_o := 0.091$	Contenido de Humedad Inicial (cm ³ /cm ³)
$\phi := 0.437$	Porosidad (cm ³ /cm ³)
$\Delta\theta := \phi - \theta_o$	Deficit de Humedad Inicial (cm ³ /cm ³)

$$\Delta\theta = 0.346$$

$t_{ini} := 0$	$t_{final} := 0.4078$	$Np := 100$	
$\Delta t := \frac{t_{final} - t_{ini}}{Np}$	$i := 1.. Np$	$t_i := t_{ini} + i \cdot \Delta t$	$\Delta t = 0.0041$

Ecuaciones

$$\underline{S} := \sqrt{2 \cdot Ks \cdot hf \cdot \Delta\theta} \quad S = 8.4814$$

$$\underline{A} := \frac{2}{3} \cdot Ks \quad A = 14$$

$$t_{grav} := \left(\frac{S}{Ks} \right)^2 \quad t_{grav} = 0.1631 \quad t_{grf} := 2.5 \cdot t_{grav}$$

$$t_{grf} = 0.4078$$

$$q_{Itc}(t) := S \cdot \sqrt{t} + A \cdot t$$

$$q_{Ita}(t) := Ks \cdot t + hf \cdot \Delta\theta \cdot \ln \left(1 + \frac{Ks}{hf \cdot \Delta\theta} \cdot t \right)$$

$$g_{li}(t) := \text{if}(t < t_{grav}, q_{Itc}(t), q_{Ita}(t))$$

Valor inicial constante para todo tiempo

$$q_{li}(t) := 1$$

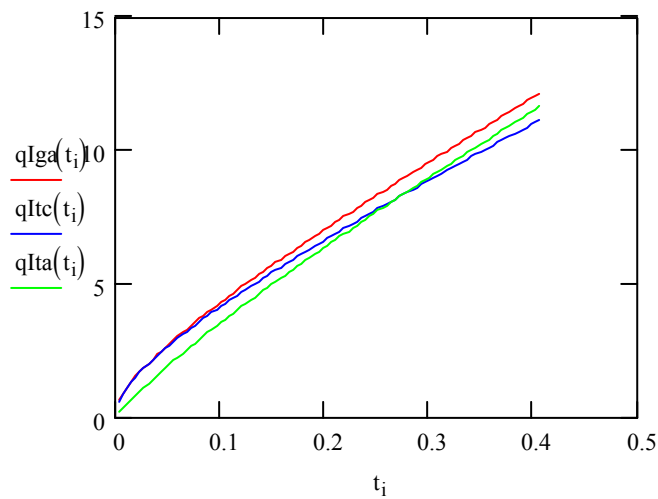
Búsqueda de la lámina infiltrada

$$g(t, I) := I - hf \cdot \Delta\theta \cdot \ln\left(1 + \frac{I}{hf \cdot \Delta\theta}\right) - Ks \cdot t$$

$$qg(t, I) := \text{root}(g(t, I), I)$$

$$qIga(t) := qg(t, qIi(t))$$

$$qga(t) := Ks \cdot \left(1 + \frac{hf \cdot \Delta\theta}{qIga(t)}\right)$$



ECUACIÓN DE HORTON

Definición de Variables

$q_0 := 2.6308 Ks$	$q_0 = 55.2468$	Velocidad de infiltración inicial
$q_{inf} := Ks$	$q_{inf} = 21$	Velocidad de infiltración final
$k := 0.8238 \frac{Ks}{(\Psi \cdot \Delta\theta)}$	$k = 10.1009$	Constante de decaimiento

Ecuaciones

$$q_h(t) := q_{inf} + (q_0 - q_{inf}) \cdot e^{-k \cdot t}$$

$$I_h(t) := q_{inf} \cdot t + \frac{(q_0 - q_{inf})}{k} \cdot (1 - e^{-k \cdot t})$$

Error cuadrático medio entre las curvas de Green y Ampt y de Horton

Curvas de velocidad de Infiltración

$$ECMq := \frac{1}{Np - 1} \cdot \sum_{i=1}^{Np} (qga(t_i) - qh(t_i))^2$$

$$RECMq := \sqrt{ECMq}$$

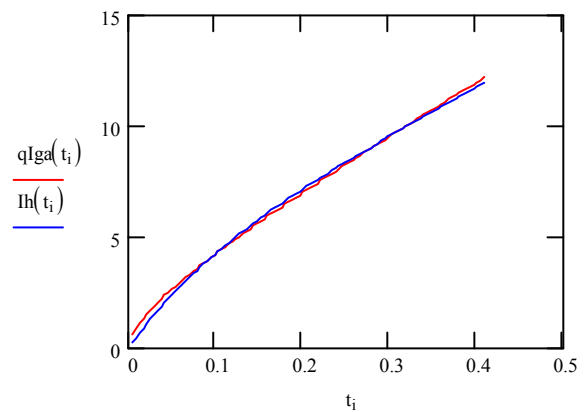
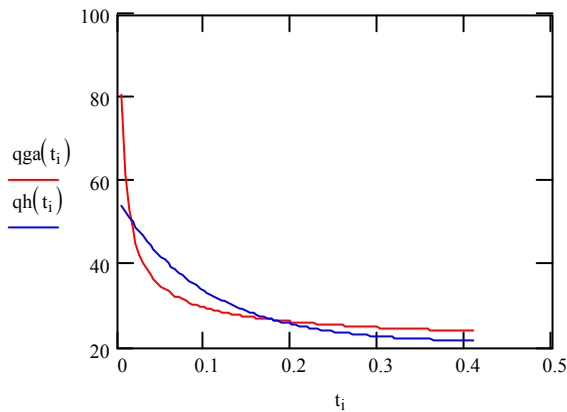
$$RECMq = 4.319$$

Curvas de lámina infiltrada

$$ECMI := \frac{1}{Np - 1} \cdot \sum_{i=1}^{Np} (qIga(t_i) - Ih(t_i))^2$$

$$RECMi := \sqrt{ECMI}$$

$$RECMi = 0.1831$$



Referencias bibliográficas

- Akan, A. O. & Houghtalen, R. J. (2003). *Urban Hydrology, Hydraulics, and Stormwater Quality: Engineering Applications and Computer Modeling*. WILEY, John Wiley & Sons, Inc. Hoboken, New Jersey, Infiltration 36–48.
- Akan, A. O. (1992). *Horton Infiltration Equation Revisited*. Journal of Irrigation and Drainage Engineering, 118(5): 828-830.
- Almasri, M. N. (2007). *Infiltration Models*.
- Bedient, P. B. and Huber, W. C. (1989). *Hydrology and Floodplain Analysis*. Addison - Wesley Publishing Company, New York, Infiltration 40-50.
- Beven, K. J. (2002). *Rainfall–Runoff Modeling. The Primer*. John Wiley & Sons Ltd, England, Estimating Infiltration Rates at the Soil Surface, 156–161.
- Bouwer, H. (1966). *Rapid field measurement of air entry value and hydraulic conductivity of soil as significant parameters of flow system analysis*. Water Resources Research, 2(4): 729-738.
- Brakensiek, D. L. (1977). *Estimating the effective capillary pressure in the Green y Ampt infiltration equation*. Water Resources Research 13(3):680-682.
- Brooks, R. H., & Corey, A. T. (1964) *Hydraulic properties of porous media*. Colorado State University Hydrology Paper No. 3, 27 pp.
- Brutsaert, W. 1977. *Vertical Infiltration in Dry Soil*. Water Resources Research 13: 363-368.
- Brutsaert, W. (1967). *Some Methods of Calculating Unsaturated Permeability*. TRANSACTIONS of the ASAE, 10(3): 400-4004.
- Campos-Aranda, D. F. (1998). *Procesos del Ciclo hidrológico*. Universidad Autónoma de San Luis Potosí, Facultad de Ingeniería Civil, San Luis Potosí, México, Infiltración, 6.1 -6.
- Chow, V. T. (1988) *Applied Hydrology*. McGraw-Hill Book Company, NJ, 99-117.
- Chu, S.T. (1978). *Infiltration During An Unsteady Rain*. Water Resources Research. Vol. 14(3): 461-466.
- Chu, S.T., 1978. *Infiltration During An Unsteady Rain*. Water Resources Research. Vol. 14(3): 461-466.

- Clemens, F. (2001). *Hydrodynamic models in urban drainage: applications and calibration*. PhD Thesis of Delft University. Delft, the Netherlands., 367 p. (publicada y distribuida por DUP Sciences).
- Clemens, F. y Heide, W. (1999). *Effects of geometrical data errors in hydrodynamic calculations in urban drainage*. In Proceedings of 8th International Conference on Urban storm Drainage, 8ICUSD. August 30 – September 3. Sydney, Australia: IAHR/IAWQ Joint Committee., 955-963.
- Childs, E. C. and N. Collis-George (1950), *The permeability of porous materials*, Proceedings of Royal Society of London Series A, 201: 392-405.
- Collis-George, N. 1977. *Infiltration Equations for Simple Soil Systems*. Water Resources Research 13: 395-403.
- Darcy, H., (1856). *Les fontaines publiques de la ville de Dijon*. Dalmont, Paris.
- Eagleson, P. S., *Dynamic Hydrology*, McGraw-Hill, New York, 1970.
- Philip, J.R., (1957). *The theory of infiltration: 1. The infiltration equation and its solutions*. Soil Sci., 83: 345-357.
- Fok YS. (1975). *Acomparision of the Green y Ampt and Philip two-term infiltration equations*. Transactions of the ASAE 18: 1073-1075.
- Fuentes, C. et al. (1997). *Manual para diseño de zonas de riego pequeñas*. IMTA.
- Fuentes, C., J.-Y. Parlange, R. Haverkamp y M. Vauclin, (2001). *La solución cuasi-lineal de la infiltración vertical*. Ingeniería Hidráulica en México, 16(4): 25-33.
- García, J. C. (2003) *Evaluation des performances, sources d'erreur et incertitudes dans les modèles de déversoirs d'orage*. Thèse de Doctorat en Génie Civil. Institut National des Sciences Appliquées de Lyon. Villeurbanne, France, pp. 395.
- García, J.C. y Chocat B (2005). *Assessment of uncertainties in the modelling of CSOs*. In CD-Proceedings of 10th International Conference on Urban Drainage, 10ICUD. 21-26 August. Copenhagen, Denmark: IAHR/IAWQ Joint Committee, pp. 8.
- García-Salas, J. C. (2008). *La modelación en el campo de la ingeniería hidráulica: reflexiones y discusión sobre las causas de error y sus consecuencias*. Revista científica Aqua-LAC del Programa Hidrológico Internacional de la UNESCO. In press.

- Geldof, G. (1999) *Complexity: the end of determinism*. In Proceedings of 8th International Conference on Urban Storm Drainage, 8ICUSD. August 30 – September 3. Sydney, Australia: IAHR/IAWQ Joint Committee., 817-824.
- Gifford GF. (1976). *Applicability of some infiltration formulae to rangeland infiltrometer data*. Journal of Agricultural Science 4: 1-24.
- Gire, A. (1987). *Modèles mathématiques de systèmes évolutifs héréditaires*. Lyon: Presses Universitaires de Lyon, 404 .
- Green, W. H.& Ampt, G. A. (1911), *Studies on Soil Physics, I. The Flow of Air and Water through Soils*. J. Agr. Sci. 4(1): 1-24.
- Haverkamp, R., J.-Y. Parlange, J.L. Starr, G. Schmitz, y C. Fuentes, (1990). *Infiltration under ponded conditions: 3. A predictive equation based on physical parameters*. Soil Sci., 149: 292-300.
- Holtan HN (1961). *A concept of infiltration estimates in watershed engineering*. ARS41-51, U.S. Department of Agricultural Service, Washington, DC.
- Hopmans J. W. *et al.* (1997). *Evaluation of Various Infiltration Models*. Scientia Agrícola Piracicaba, Braz, vol.54, no.especial.
- Horton R. E. (1933). *The role of infiltration in the hydrologic cycle*. Transactions, American Geophysical Union 14: 446–460.
- Horton, R.E., (1940). *An approach towards a physical interpretation of infiltration capacity*. Soil Sci. Soc. Am. Proc., 5: 399-417.
- Hsu Shaohua Marko, Ni Chuen-Fa y Hung Pi-Fang (2002). *Assessment of Three Infiltration Formulas based on Model Fitting on Richards Equation*. Journal of Hydrologic Engineering, 7(5): 373-379.
http://www.najah.edu/nnu_portal/file/centers/WESI/MohammadAlmasri/Teaching/Hydrology/Fall_2006/%5B7-2%5D.pdf
- Huggins LF. y Monke EJ. (1966). *The mathematical simulation o the hydrology of small watersheds*. Technical Report No. 1, Purdue Water Resources Research Centre, Lafayette.
- Idike FL., Larson CL., Slack DC., Young RA. (1980). Experimental evaluation of two infiltration models. Transactions of the ASAE 23(6): 1428-1433.

- Innes G. (1980). *Comparison of infiltration models of disturbed soils using parameter optimization*. Unpublished MS thesis, University of Tennessee, Knoxville; 83 pp.
- Johnson, P. (1996). *Uncertainty of hydraulic parameters*. Journal of Hydraulic Engineering. ASCE., 122(2): 112-114.
- Juárez Badillo R. R. (2003). *Mecánica de Suelos Tomo I Fundamentos de la mecánica de suelos*. LIMUSA
- Kipkie, C. W. (1998). *Feasibility of a Permeable Pavement Option in the Storm Water Management Model (SWMM) for Long-Term Continuous Modelling*. Proyecto para obtener el grado de Maestro en la Universidad de Guelph.
- Knight, J.H. 1973. *Solutions of the Nonlinear Diffusion Equation: Existence, Uniqueness, and Estimation*. Ph.D. Thesis. Australian National University, Canberra.
- Korving, H. y Clemens, F. (2002). *Bayesian decision analysis as a tool for defining monitoring needs in the field of effects of CSOs on receiving waters*. Water Science & Technology, 45 (3): 175-184.
- Kostiakov, A.N., (1932). *On the dynamics of the coefficient of water-percolation in soils and on the necessity of studying it from a dynamic point of view for purpose of amelioration*. Trans. Sixth Comm. Intl. Soc. Soil Sci., Part A: 17-21.
- Linsley, R. K., Kohler, M. A., Paulhus, J. L. H. (1988). *Hidrología para Ingenieros*. McGRAW – HILL, Universidad de los Andes, Bogotá Colombia. Traducción al español por: Deeb, A., Ordóñez, J. I., Castillo, F. Agua subterránea, 157 – 180.
- Maidment, D. R. (1993). *Handbook of hydrology*. McGraw-Hill, New York, Infiltration, 30-51
- Massing H, Packman J. C. y Zuidema F. C., (1990). *Hydrological processes and water management in urban areas*. Wallingford, Oxfordshire, UK :International Association of Hydrological Sciences, ISBN: 23 0947571825 9780947571825.
- Mein, R. G. & Larson, C. L. (1973). *Modeling Infiltration a Steady Rain*. Water Resouces Research, 9(2): 384-394.
- Mishra, S. K., Tyagi, J. V. y Singh V. P. (2003). *Comparison of infiltration models*. Hydrological Processes, 17(13): 2629-2652.

- Mishra S. K. and Singh V. P. (2002). *SCS-CN-based hydrologic simulation package*. In Mathematical Models in Small Watershed Hydrology, Singh V. P., Frevert D. K. (eds). Water Resources Publications, Colorado.
- Morel-Seytoux & Hubert, J. (1989). *Unsaturated flow in hydrologic modeling: Theory and practice: Proceedings of the nato advanced research workshop on unsaturated flow in hydrologic modeling*. Kluwer Academic.
- Morel-Seytoux, H. (1978). *Derivation of equations for variable rainfall infiltration*. Water Resources Research 14(4): 561-568.
- Overton, D. E. (1964). *Mathematical refinement of an infiltration equation for watershed engineering*. ARS 41-99, U.S. Department of Agricultural Service, Washington, DC.
- Parlange, J.-Y., R. Haverkamp, y J. Touma, (1985). *Infiltration under ponded conditions: I. Optimal analytical solution and comparison with experimental observations*. Soil Sci. 139: 305-311.
- Parlange, J.-Y., R.D. Braddock, I. Lisle, y R.E. Smith, (1982). *Three parameter infiltration equation*. Soil Sci., 111: 170-174.
- Parlange, J.-Y. 1975. *A Note on the Green and Ampt Equation*. Soil Science 119(6): 466-467.
- Philip, J.R., (1957). "The theory of infiltration: 1. *The infiltration equation and its solutions*. Soil Sci., 83: 345-357.
- Philip, J.R., (1969). *Theory of infiltration*. Adv. Hydrosc., 5: 215-305. Academic Press, New York.
- Price, R. (1996). *Monitoring and modelling in urban drainage*. In Proceedings of 7th International Conference on Urban Storm Drainage, 7ICUSD. September 9-13. Hannover, Germany: IAHR/IAWQ Joint Committee, 1701-1706.
- Rauch, W., Bertrand-Krajewski, J.-L. & Krebs, P. (2002). *Deterministic modelling of integrated urban drainage systems*. Water Science & Technology, 45(3): 81-94.
- Raudkivi, A. J., Hydrology, Pergamon Press, Oxford, 1979.
- Ravi, V., Willians, J. R. (1998) *Estimation of Infiltration Rate in the Vadose Zone: Compilation of Simple Mathematical Models*. EPA, Vol I.

- Rawls, W.J., Brakensiek, D.L y Savabi, R. (1989). *Infiltration parameters for rangeland soils*. Journal of Range Management 42: 139-142.
- Rawls, W. J., and Brakensiek, D. L. (1986) *Comparison between Green-Ampt and Curve Number Runoff Predictions*. Transactions of the ASAE, 29(6): 1597-1599.
- Rawls, W.J., Brakensiek, D.L. (1983a). *A proceedings to predict Green and Ampt infiltration parameters*. Proceedings of ASAE Conference on Advances in Infiltration, Chicago, IL, 102-112 pp.
- Rawls, W.J., Brakensiek, D.L. y Miller, N. (1983b). *Green-Ampt Infiltration Parameters from Soils Data*. Journal of Hydraulic Engineering ASCE 109(1): pp 62–70.
- Rawls, W.J., Brakensiek, D.L., Soni, B. (1983c). *Agricultural management effects on soil water processes: Part I Soil Water Retention and Green-Ampt parameter*. Transation ASAE, 26(6): 1747-1752.
- Rawls, W.J. (1983d). *Estimating soil bulk density from particle size analysis and organic matter content*. Soil Science 135(2): 123-125.
- Rawls, W. J., Brakensiek, D. L. y Saxton, K. E. (1982). *Estimation of Soil Water Properties*. Transactions of the ASAE, 25(5): 1316-1320.
- Rubin, J., R. Steinhardt, y P. Reiniger, (1964). *Soil Water Relations During Rain Infiltration, II: Moisture Content Profiles During Rains of Low Intensities*. Soil Sci. Soc. Amer. Proc., 28: 1-5.
- Rubin, J., y R. Steinhardt, (1963). *Soil Water Relations During Rain Infiltration, I: Theory*. Soil Sci. Soc. Amer. Proc., 27: 246-251
- Salvucci, G. D., and Enterkhabi, D. (1994). *Explicit Expressions for Green-Ampt (delta function diffusivity) Infiltration Rate and Cumulative Storage*. Water Resources Research, 30(9): 2661-2663.
- Simonovic, S. (2000). *Tools for water management*. Water International., 25(1), 76-88.
- Singh, V. P. y Yu F. X. (1990). *Derivation of infiltration equation using systems approach*. Journal of Irrigation and Drainage Engineering, ASCE 116 (6): 837-857.
- Smith, R.E. (1972). *The infiltration envelope: results from a theoretical infiltrometer*. Journal of Hydrology 17: 1-2.
- Smith, R.E. (2002). *Infiltration Theory for Hydrologic. Applications*. American Geophysical, Vol 15.

- Smith, R.E., y J.-Y. Parlange, (1978). *A parameter efficient hydrologic infiltration model*. Water Resources Res., 14: 533-538.
- Swartzendruber, D. and F.R. Clague. 1989. *An Inclusive Infiltration Equation for Downward Water Entry into Soil*. Water Resources Research 25 (4): 619-626.
- Talsma, T., y J.-Y. Parlange, (1972). *One-dimensional vertical infiltration*. Aust. J. Soil. Res., 10: 143-150.
- U.S. Environmental Protection Agency (USEPA). 1993. *Guidance Specifying Management Measures for Sources of Nonpoint Pollution in Coastal Waters*. U.S. Environmental Protection Agency, Office of Water, Washington, DC.
- Villalobos Araya, M. (2005). *Diseño de drenaje superficial*. Editorial Tecnológica de Costa Rica, ISBN 9977 66-171-5.
- Wallingford (2004). *Manual de referencia de Infoworks © versión Demo 5.5*. Wallingford Software Ltd. Documento en línea.
- Willems, P & Berlamont J. *Probabilistic emission and immersion modelling: case-study of the combined sewer –WWTP- receiving water system at Dessel (Belgium)*. Water Science & Technology. 2002, 45(3): 117-124.
- Willians, J. R., Ouyang, Y., Chen, J. S. (1998) *Estimation of Infiltration Rate in the Vadose Zone: Application of Selected Mathematical Models*. EPA, Vol II
- Wilson BN, Slack DC, Young RA.(1982). *A comparison of three infiltration models*. Transactions of the ASAE 25:349-356.
- Wilson, E. M. (1975). *Engineering Hydrology*. The Macmillan Press LTD, London, UK, 54-61.
- Winter T. C., Harvey J. W., Franke O. L. y Alley W. M. (1998). *Ground Water And Surface Water A Single Resource*. U.S. Geological Survey Circular 1139, Denver, Colorado.
- Zavala, M., C. Fuentes, y H. Saucedo, (2007). *Non-linear radiation in the Boussinesq equation of the agricultural drainage*. J. of Hydrology, 332: 374-380.

Referencias del Anexo A:

<http://hidrodinam.tripod.com>

<http://www.allsun.com.au/FullStop/FullStopIntro.html>

<http://hidrodinam.tripod.com/desa.htm>

Referencias del Anexo B:

<http://edafologia.ugr.es/introeda/tema04/text.htm>

http://es.wikipedia.org/wiki/Textura_del_suelo

<http://www.monografias.com/trabajos12/texsuel/texsuel.shtml>