UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES ZARAGOZA

MODELACIÓN MATEMÁTICA EN BIOLOGÍA. DESARROLLO DE UN ENTORNO VIRTUAL PARA SU APLICACIÓN

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE

BIÓLOGO

P R E S E N T A

AZAHARIEL RAMÍREZ GARCÍA

La excelencia a través de la integración

DIRECTOR DE TESIS: M. EN C. ARMANDO CERVANTES SANDOVAL

FEBRERO 2009

México es un país megadiverso

Toledo, 1994

Dios le da pan al que no tiene dientes...

Agradecimientos

A mis padres, Ricardo y Alejandrina. Por todo lo que me han dado, por el apoyo incondicional. Por esa capacidad de negación de mi madre y el estoicismo de mi padre. Gracias.

A mis sinodales:

> Al M. en C. Armando Cervantes. Por todos estoy años de productividad. Empecé la carrera con él, y también me despido de la carrera con él. Por facilitarme las instalaciones del Laboratorio, sus recursos y espacio.
>
> A la M. en C. Patricia Rivera. Por sus ayuda brindada para realizar esta tesis y su apoyo en el Laboratorio.
>
> Al Dr. Isaías Salgado. Por sus consejos brindados, además de hacer que todo parezca sencillo.
>
> Al Dr. Antonio Valencia. Por no desesperar hasta que todo este trabajo terminó y ser paciente con las observaciones.
>
> Al I.Q. Enrique Laguna. Porque si hay que integrar, hay que consultarlo a él. No es fácil hacer parecer que las matemáticas son cosas sencillas.

A todos los profesores que han contribuido en gran medida a mi formación: Salvador Hernández, Eloy Solano, Carlos Castillejos, Efraín Ángeles, Eloisa Guerra, Mario Altamirano, Elia Roldán. Todos ellos han formado e influenciado un pedazo del biólogo que soy ahora.

Y pues… a una persona que no ayudó de mucho, nunca me pasó las respuestas, no hacia el trabajo por mi, no me pasaba trabajos de semestres adelantados, ni siquiera me sacó libros de la biblioteca, pero siempre estuvo para los guamazos, casi mi compadre: Beto (Jorge Alberto Gutiérrez).

A Ais. Todos estos años de idas y vueltas y sigues estando ahí. Porque me has cambiado la forma de ver el mundo. Eres mi Service Pack, para que funcione bien. Si hay que formatearme, tendrían que volver a instalarte al sistema operativo.

Índice General

ÍNDICE DE CUADROS

ÍNDICE DE FIGURAS

RESUMEN

En el presente trabajo se desarrolló un sitio *Web* que trata sobre Biomatemáticas, titulado "Biomat". El sitio contiene cuatro grandes rubros: 1) Inicio, donde se da una pequeña bienvenida al sitio y una breve introducción a la temática del mismo; 2) Guías y Tutoriales, que contiene documentos electrónicos de guías sobre el uso de programas que se utilizan en la modelación matemática; 3) Cursos en línea, aquí se encuentran enlaces a cursos impartidos vía Internet que tratan sobre la modelación matemática de sistemas biológicos; y 4) Saber +, con enlaces a otras páginas de temas relacionados a las biomatemáticas y modelación.

También se realizó un curso en línea titulado "Modelación matemática de sistemas biológicos". El curso se aloja en la plataforma gestora de aprendizaje Moodle, la cual fue seleccionada por ser una plataforma de uso libre. El curso se desarrollo en su totalidad en código HTML, para después ser montado en Moodle. Trata sobre la modelación matemática de los sistemas biológicos, y se da al usuario una idea clara de la modelación, su campo de aplicación, ecuaciones importantes de la modelación en biología, diseño y desarrollo de modelos, ejercicios de modelado, y el conocimiento suficiente para modelar en cualquier campo de estudio.

Para los modelos biológicos se utilizó el programa de modelación dinámica Stella, él cual tiene un amplio reconocimiento y uso en instituciones de educación superior, además de manejar una interface gráfica que facilita su uso.

El curso consta de 7 capítulos: 1) Aspectos básicos, términos y conceptos, 2) Representación de energía y materia, 3) Pasos prácticos para construir un modelo, 4) Elementos matemáticos en la modelación, 5) Stella, aspectos generales, 6) Modelos más comunes con Stella, y 7) Más modelos y aspectos generales de la modelación dinámica. En total se tienen 91 pantallas, 7 foros de discusión, 4 actividades y 2 *Chat*.

De los resultados se concluyó que la educación en línea es una potente herramienta para dar a conocer de una manera más rápida y a la vez eficiente, las nuevas técnicas o métodos usados en la investigación biológica de vanguardia. Además de que la modelación matemática y computacional emerge como una técnica de estudio del comportamiento de los sistemas biológicos complejos. Actualmente la modelación es una herramienta fundamental para la formación del biólogo, ya que es un apoyo invaluable en el manejo y administración de los recursos naturales.

1. INTRODUCCIÓN

Generalmente, existen dos formas de crear un producto científico: el proceso teórico y el experimental. En los últimos 30 años se ha dado un tercer tipo, la modelación matemática, la cual se puede colocar entre las dos anteriores. Además de los estudios teóricos y experimentales, un nuevo tipo de análisis —estudio de sistemas *in silico*— emerge en la Biología. El término "estudio *in silico*" se aplica para la modelación matemática y computacional, de experimentos realizados en el "sílice", que es, la computadora (McCulloch y Huber, 2003). En realidad, la modelación *in silico* corresponde a un método de investigación teórica, aunque formalmente se desarrolla en el campo experimental. El término *in silico*, se usa de manera similar a los términos generales *in vivo* e *in vitro*, que hacen alusión a la obtención de los datos, ya sea por observaciones de organismos vivos o por ensayos en el laboratorio.

La caracterización de los sistemas biológicos ha alcanzado un nivel sin precedentes de detalle. Para organizar este detalle y llegar a un mejor nivel de comprensión, es imperativo que herramientas conceptuales de las ciencias físicas y matemáticas se apliquen a problemas biológicos, ya que todas las facetas de la Biología: poblacional, ambiental, celular y molecular, se han vuelto más accesibles a enfoques químicos, físicos y matemáticos.

La modelación matemática es una herramienta importante para el estudio de los sistemas biológicos, basta una revisión de bibliografía para darse cuenta de esto. Gran número de libros, se han publicado recientemente, que proporcionan una excelente ayuda sobre el diseño, construcción, uso y dinámica de modelos matemáticos aplicados sistemas biológicos (Gurney y Nisbet, 1998; Haefner, 2005).

Computadoras más rápidas y programas visuales, han ayudado a superar lo laborioso de crear modelos. Existen varias razones de por qué los biólogos deberían considerar a la modelación como un componente del conocimiento biológico. Los modelos proporcionan una oportunidad para explorar las ideas acerca de los sistemas biológicos que en muchos casos no son posibles de probar, ya sea por razones logísticas o financieras. El proceso de formulación de un modelo biológico resulta extremadamente útil para organizar el pensamiento, aclarar ideas e identificar datos importantes. Más aún, muchos científicos desean hacer algo con la modelación, pero no están muy seguros de cómo o por dónde empezar. Es aquí donde se ubica este trabajo; dando el inicio de lo qué es la modelación y una simple mirada de en dónde y cómo se puede aplicar, mediante la propuesta de un curso en línea sobre la modelación matemática.

Se dan las herramientas y el conocimiento para que se tenga una idea clara de la modelación, su campo de aplicación, ecuaciones importantes en la modelación biológica, diseño y desarrollo de modelos, ejercicios de modelado, y el conocimiento suficiente para modelar en cualquier campo de estudio.

¿Por qué un curso en línea? Cualquier persona que se encuentre conectada a la Internet por medio de una computadora podrá acceder al contenido que el curso ofrece. Sin importar horario o lugar desde donde se tome, gracias al Internet se han pasado barreras como tiempo y lugar. El grado de avance en el curso es responsabilidad y comodidad de quien lo toma. Las evaluaciones y actividades son responsabilidad de quien lo desarrolla. Más aún, las evaluaciones se convierten en autoevaluaciones que orientan al alumno en el aprendizaje, y las actividades se convierten en acciones que refuerzan el conocimiento adquirido.

Además, los cursos en línea según Corona y Zatarain (2002), están basados en una enseñanza enriquecida, donde los estudiantes interactúan gracias a la tecnología y los docentes la usan como apoyo a la docencia, en espacios educativos (aulas, bibliotecas, laboratorios) y la educación a distancia, donde los medios tienen un papel preponderante en la elaboración de materiales de estudio y en el establecimiento de una relación adecuada con los alumnos, que normalmente no está en una aula y que transforma todos los elementos del proceso educativo, a través de educación por correspondencia, radio, televisión, videoconferencias y múltiples medios. Universidades y corporaciones, han reconocido en la educación en línea, el poder para desarrollar a las personas, en lo referente a su desempeño, conocimientos y habilidades en su campo de trabajo. De tal forma que han gastado en presupuesto hasta 10 veces más de lo que lo hacían en 1999 (Henry, 2001).

Así pues, para cubrir con los objetivos, se tiene el presente trabajo, él cual consta de:

- **Justificación.** En ella se da la importancia que el uso de la computadora tiene en la Biología. Se conjuntan dos herramientas que la utilizan: la modelación y la educación en línea. Y de aquí se parte para generar el curso en línea.

- **Material y Método.** Donde se aborda:
    - El equipo de cómputo utilizado para generar los productos.
    - Los programas de cómputo utilizados para el desarrollo de los productos.
    - La selección de material y texto para el contenido del curso en línea (CeL) y el sitio *Web*.
    - El diseño del CeL, que permite la facilidad de uso y comprensión de contenidos. Además del diseño del sitio *Web*, amigable y sencilla.
    - Desarrollo del sitio Web y el CeL, donde se muestra el aprendizaje y uso de los programas para cumplir con los objetivos.
- **Resultados.** se muestran las pantallas que muestran el trabajo realizado.
- **Discusión de Resultados.** Se aborda la problemática para la realización del sitio *Web* y el CeL. La infraestructura necesaria, y con la que se contó, así como el recurso humano necesario y la forma en cómo fue solucionado.
- **Conclusiones.** Se muestran las ideas y conceptos a los que se llegó al término del trabajo, como son: diseño y desarrollo de un sitio Web, planeación y desarrollo de un curso en línea, la educación en línea como herramienta, todo esto en conjunto para mostrar la modelación matemática en Biología.

2. Marco Teórico

2.1. Educación en Línea

En todas las disciplinas científicas, incluyendo la Biología, una alternativa para estudiantes que no pueden asistir a un salón de clases, personas que viajan mucho, o para gente en diferentes regiones del mundo (con zonas horarias diferentes o sin acceso a enlaces satelitales), es diseñar cursos que se puedan impartir completamente en línea, con base en la tecnología de Internet.

La educación en línea se define como una educación interactiva, donde el contenido se encuentra disponible a cualquier hora, y proporciona una retroalimentación automática a los estudiantes. Kaplan–Leiserson (2007) la definen como la educación que abarca un gran paquete de aplicaciones y procesos, tales como el Aprendizaje Basado en la *Web*, Aprendizaje Basado en la Computadora, Aulas Virtuales y Colaboración Digital. Incluye la entrega de sus contenidos via Internet, Intranet y/o Extranet (LAN/WAN), cintas de audio o video, transmisión satelital, televisión interactiva, o CD-ROM/DVD.

El potencial de la educación en línea para ayudar a extender y renovar las posibilidades de la interacción con el estudiante fuera de las aulas se está explorando alrededor del mundo. De cualquier forma, la brecha digital también tiene sus efectos en este contexto. La infraestructura y el conocimiento en las universidades de los países en vías de desarrollo usualmente se quedan cortos. Sin embargo, se está empezando a hacer un gran esfuerzo para cerrar esa brecha, y acercar a esas universidades a Internet. El esfuerzo se dirige principalmente a proveer infraestructura y recursos para conexiones de Internet. Digitalizarse es más que tener acceso, esto requiere cambios tanto en prácticas administrativas como en la estructura y dirección de cursos en línea.

Así, la educación en línea que ocupa Internet, incluyendo toda la gama de aplicaciones que tiene éste, se conoce como *e-learning* o *e-aprendizaje*, definiéndose como: la apropiada aplicación del Internet para soportar la entrega de educación, habilidades y conocimiento, en una aproximación holística sin límite en cursos, tecnología o infraestructura. Los principales componentes del *e-learning* son el contenido, la tecnología y el servicio (Henry, 2001).

Esto representa una gran oportunidad para difundir el conocimiento biológico, tan atractivo en colores y sonidos naturales. Además, los estudiantes que deciden tomar cursos en línea, de preferencia con orientaciones hacia el aprendizaje autodirigido, pueden eligir la posibilidad de estudiar de manera eficiente y más autónoma, aspecto que ofrece este tipo de cursos (Jones y Martínez, 2001).

El diseño pedagógico de una clase en línea comienza de la misma forma que una clase normal. La principal diferencia estriba en que la clase en línea no se puede apoyar en discusiones simultáneas que podrían ocurrir si los estudiantes se reunieran regularmente (ya sea en forma presencial o por videoconferencia) en un salón de clases. Adicionalmente, la clase presencial permite una cierta “flexibilidad”, en tanto que la clase en línea requiere la preparación de las actividades de aprendizaje y los espacios de interacción por adelantado.

Las técnicas de evaluación se deben basar en el trabajo independiente del alumno, incluir elementos del trabajo en clase, artículos presentados y exámenes que no requieran supervisión. La técnica de evaluación es muy similar, si no es que completamente igual, a la forma de evaluar tradicional en un curso normal en aula. Más no así la preparación de los contenidos del curso (Alanís, 2004).

2.1.1. Ventajas de la educación en línea.

Posibilidad de actualización de contenidos de forma rápida.

La forma de comunicación de los estudiantes con sus compañeros, con sus profesores y viceversa hace posible que tanto el docente como el alumno puedan navegar en la red y acceder a las nuevas corrientes de pensamiento, a las nuevas ideas y a los acontecimientos de forma casi inmediata a su aparición. Ya no hace falta que un medio impreso publique los últimos avances en una materia o las últimas novedades, para que el docente y el alumno puedan reflexionar sobre ellas.

Interactividad.

Nunca antes se ha podido interactuar de la forma que hoy es posible, y no sólo se trata de una interacción enlatada con la máquina y el contenido, sino con los compañeros y docentes; el correo electrónico, los chats y foros de Internet, propician esta interacción de intercambio de ideas, de conocimientos y de experiencias. Los alumnos demandan cada vez más que su profesor y compañeros pongan a disposición de todos, sus correos electrónicos, ser usuario de algún chat, y los más avanzados su dirección de página web.

Visual.

La sociedad está muy expuesta a la reproducción visual de fenómenos que antes nunca hubiera sido posible imaginar (en Biología, las imágenes del fondo del océano o del espacio son ya comunes, pero más aún las imágenes de elementos diminutos como micropartículas), esto hace que sea posible trabajar con estos elementos aún sin tener contacto físico con ellos. Ya no es posible captar la atención y el asombro de los estudiantes con imágenes desactualizadas y poco representativas de la realidad.

Auditiva.

La tecnología propicia que los contenidos enmarcados en textos se vean enriquecidos con guías verbales, que los discursos grabados apoyen el argumento, y esta posibilidad de enriquecer el texto con el audio y también video se da de forma muy propicia en el Internet, aunque las condiciones de acceso por conexión y precio pueden ser una limitante, cada vez son más superadas.

Infinidad de recursos.

Las posibilidades de acceder a la información se han vuelto exponenciales, diariamente se almacenan miles de datos en el Internet que se ponen a disposición de la humanidad, todos los acontecimientos pasados y presentes, descubrimientos, tendencias, se pueden acceder en esta gran red.

Dinamismo.

La forma tan dinámica en que se maneja el Internet hace que todos los días haya información actualizada, los temas más novedosos. Las discusiones epistemológicas más profundas y de mayor relevancia tienen su espacio en el Internet.

Sin límites de tiempo y espacio.

El espacio para aprender e interactuar con compañeros y profesores ya no se limita al espacio físico de una aula una vez a la semana, o una vez al mes. El aula virtual se concibe como un espacio continuo, donde se traspasa las limitaciones de un lapso de tiempo o área definida.

2.1.2. Desventajas de la educación en línea.

Moda y medio para lucrar.

La moda de tener sito web también ha tenido sus efectos en la educación, todos los días se promocionan en la red cursos y carreras virtuales como una forma rápida, de menor tiempo y esfuerzo para obtener un certificado. No es raro ver que se ofrecen carreras por la mitad del tiempo de lo que normalmente se entregan. Cuando se piensa en la educación en línea se debe pensar en procesos serios y planificados, con metodologías propias que garantizan el alcance de los objetivos de aprendizaje.

Traslado del texto del libro a la pantalla.

Es fácil observar como aparecen cursos con textos o contenidos que han sido digitalizados, pero que no han recibido ningún tratamiento, no se aprovecha la red para insertar vínculos y sitios web de referencia o para integrar otros medios además del texto. Las opciones de la digitalización (enlaces, audio, video, animación) y de Internet se deben ver reflejadas en la pantalla, de lo contrario la rigidez del texto seguirá inalterada.

Información vs. educación.

Cargar un curso de información no garantiza que esta sea de calidad o que se dé el proceso de construcción de conocimiento. La información que se ponga a disposición en los cursos debe ser bien revisada según sus fuentes y según las referencias a otras fuentes que esta disponga, es importante que el docente y el alumno tengan medios para discernir la veracidad y calidad de esta.

Costo inicial y de mantenimiento.

Cualquier intento de digitalizar la educación debe ser bien pensado. La inversión en equipo, licencias o acceso garantizado, puede tener un costo inicial alto. Sólo un presupuesto bien planificado puede garantizar el éxito de esa inversión. En algunos casos se utilizan licencias para software o programas que ya son de acceso libre, un claro ejemplo de ello es las licencias para aulas virtuales.

Tiempo para preparar e impartir cursos.

El costo de preparar cursos o carreras virtuales o en línea es bastante alto, pues la parte del diseño del curso incluye una serie de actividades en las que se involucra a todo un equipo: diseñadores gráficos, informáticos, expertos en educación, expertos en contenido, hasta expertos en comunicación, soporte para la administración del aula virtual y hasta filólogos. Se debe tener claro que si el curso ha de impartirse en línea tiene que tener un diseño de calidad que garantice la menor cantidad de contratiempos en la fase de desarrollo del curso. Además cuando ya el curso está en desarrollo es necesario cuidar los detalles; la atención en línea debe ser siempre clara y oportuna, y eso se logra solo con profesionales comprometidos y preparados para este tipo de retos.

Expectativas que se generan en los estudiantes.

Cuando las posibilidades de comunicación son tan altas, los estudiantes esperan que el profesor este al otro lado de la máquina cada vez que accede al curso o trabaja en este, los correos con preguntas se hacen diarios y nadie quiere, en un medio que se caracteriza por la rapidez, esperar por una respuesta, para evitar malas experiencias es ideal organizar todo el curso en la etapa de diseño. Inclusive es de mucha ayuda sistematizar la atención en el aula virtual, explicar por medio de una guía los tiempos de respuesta es una buena idea.

Sin llegar a utilizar los recursos que proporciona la educación en línea, el uso de la computadora como un apoyo docente en Biología es actualmente indispensable. Experiencias con el uso de la computadora en Biología se dan todos los días. Un registro importante de esto se da en la Facultad de Ciencias de la UNAM, según el Biólogo Jorge Moreno (2002), desde el 1996 se creó el Aula de Computo para la Carrera de Biología:

> "Las actividades en el Aula de Cómputo han permitido que se consolide como una importante instancia de apoyo al proceso enseñanza-aprendizaje de la Biología, ha promovido la actualización de profesores en las nuevas metodologías de enseñanza, ha generado nuevas dinámicas en la enseñanza y el aprendizaje de la biología, se ha tenido una ganancia de tiempo en el desarrollo de algunos temas de los diferentes programas, así como en tiempo de uso del equipo de cómputo y de navegación en Internet. También se han podido conocer algunos requerimientos didácticos de algunos temas de las diferentes asignaturas lo que puede promover el desarrollo de software educativo, más especifico lo que permitiría diseñar e implementar lecciones, laboratorios y libros virtuales entre otros, para apoyar estos problemas detectados."

El uso del Internet ha sido exitoso en lo referente a la educación, al grado que instancias de educación superior como la Universidad Michoacana San Nicolás de Hidalgo en conjunto con el Gobierno del Distrito Federal, desarrollan no sólo cursos para “preparatoria abierta”, en la que los alumnos toman asesorías que deben ser presenciales, también se incluyen cursos en línea, formando el Bachillerato Virtual Gratuito, donde por ser educación media superior, presenta contenidos de Biología, Matemáticas y Química (Gómez Alcaraz y Pérez Martínez, 2000).

En lo referente al uso de la educación en línea para temas relacionados con la Biología, se encuentran trabajos como el de Mancinas (1999), donde reporta una mejoría significativa en el aprendizaje utilizando un programa que trata el ciclo del agua. Lo anterior lo atribuye a dos principales razones: la primera es tener un sustento pedagógico que sirva de marco de referencia, y la segunda es la inclusión de elementos novedosos para los alumnos y profesores, haciendo más amigable un curso.

Hay una variedad de entornos virtuales de aprendizaje (EVA) o plataformas gestoras del aprendizaje que podrían sostener cursos en línea. Algunos de ellos con licencias comerciales (tal como el Web-CT o Blackboard), otros son desarrollados por las universidades para llenar sus necesidades (como el caso del PUEL en la UNAM). Finalmente, otros son desarrollados usando software libre, como Moodle, Sakai y Bodington. Aunque parece ser un proceso de convergencia, donde los desarrolladores de EVAs siguen a sus competidores y proporcionan algunas funciones comunes (foros de discusión, *Chat*, carga de documentos y facilidades de comunicación, entre otros), las plataformas se basan aún en diferentes enfoques pedagógicos. Idealmente las universidades deben escoger un EVA que se ajuste a su modelo pedagógico y sus necesidades de crecimiento (Zurita, 2006). El criterio de desarrollo para seleccionar el EVA es, por lo tanto, un proceso importante que requiere consideraciones cuidadosas.

Para el diseño y desarrollo del curso en línea (CeL) se utilizó la plataforma Moodle, por su facilidad de uso, además de contener todas las herramientas que proporcionan la interacción profesor-estudiante, foros de discusión, *Chat* y mensajes. Además de proporcionar tablas y estadísticas sobre el avance de los alumnos, lo que permite darle seguimiento a su aprendizaje.

2.1.3. Moodle

Su principal característica es su licencia Pública GNU, conocida como de “software de uso libre”. Esto significa que Moodle no tiene ningún costo por su adquisición, y que sus derechos de autor permiten su copia, uso o modificación, además de proporcionar el código fuente del programa.

Moodle es un acrónimo de *Modular Object-Oriented Dynamic Learning Environment* (Entorno Modular de Aprendizaje Dinámico Orientado a Objetos), así que resulta útil para programadores y teóricos de la educación. Además de proporcionar un ambiente amigable para trabajar con él. Por lo tanto no es necesario tener grandes conocimientos de la programación o diseño para su utilización.

Moodle, es una plataforma gestora del aprendizaje, de software libre, basada en principios pedagógicos del constructivismo y del construccionismo, según los cuales el alumno es el responsable de su propio aprendizaje, y el profesor deja de ser el transmisor de conocimientos para convertirse en el guía del alumno en este proceso, todo ello dentro de un entorno que facilita la comunicación de todos los participantes (Guardeño Navarro y Enríquez Borja, 2007).

Moodle es una buena herramienta de apoyo en la educación, ya que permite mayor facilidad de acceso a él en cuestiones de costos comparado con otras plataformas educativas que resultan muy costosas. Por otro lado, resulta muy útil disponer de su código fuente, lo que implica que se le pueden hacer modificaciones para adecuarlo a ciertas necesidades específicas de quien lo utiliza, contribuyendo a la vez a mejorar el desarrollo de esta nueva tecnología. Al ser un sistema de código abierto con una acogida espectacular en el sector educativo, más de 200.000 usuarios en 150 países, 70 idiomas y 12,000 sitios registrados (Burgos y Corbalan, 2006), las ampliaciones y módulos de extensión se suceden con gran rapidez, pudiendo personalizarse ampliamente.

Esta plataforma cumple varias funciones a la vez, las cuales ayudan al docente en su trabajo, ya que puede utilizarse como una base de datos para almacenar las calificaciones de los alumnos en diferentes tareas y exámenes, también sirve como un medio de comunicación en línea con los alumnos, ya que permite programar actividades como chat, consulta, diario, encuesta, foro, glosario, taller, tareas y lecciones, así como también poner a disposición de los alumnos recursos enlazados como archivos de texto, páginas web, directorios y etiquetas. Con lo anterior se hace hincapié en la utilidad que tiene Moodle como herramienta de apoyo en la impartición de cursos en línea o híbridos (Rodríguez Carbajal, *et al*., 2002).

Aunado a lo anterior, hay una infinidad de estudios comparativos que han llevado a gran diversidad de instituciones a considerar Moodle como la mejor opción, como son la La Universitat Jaume I de Castellón (Francia), la Universidad de Las Palmas de Gran Canaria (España), la Open University (Reino Unido), Institute of Technology Sligo (Irlanda), la Università Cattolica del Sacro Cuore de Milan (Italia), la Technical University of Ostrava (República Checa), Universidad Pedagógica José Martí de Camagüey (Cuba), entre otras. (López y Sein-Echaluce, 2006).

Una de las áreas de mayor abstracción y complejidad es la aplicación de conceptos y herramientas matemáticas a la modelación de procesos biológicos, por lo que el uso de Moodle puede ampliar las posibilidades de estudio, comprensión y adquisición de aprendizaje significativo en la investigación biológica.

2.2. Modelación

Un modelo matemático de un fenómeno o situación problema es un conjunto de símbolos y relaciones matemáticas que representa, de alguna manera, el fenómeno en cuestión. El modelo no sólo permite obtener una solución particular, sino que también sirve de soporte para otras aplicaciones o teorías. En la práctica, el conjunto de símbolos y relaciones puede estar vinculado a cualquier rama de las matemáticas, en particular, a los instrumentos fundamentales de las aplicaciones matemáticas (Biembengut, 1999).

Los científicos modelan por diversas razones. Hall y Day (1977) consideran tres usos principales de la modelación: comprensión, aproximación y optimización. Los modelos pueden ser utilizados para generar una imagen conceptual de cómo un sistema de interés podría trabajar. En la mayoría de los casos, los modelos son generados antes de cualquier estudio de laboratorio o campo, y su principal propósito es examinar qué características son las más críticas en el comportamiento de un sistema dado. Dado lo anterior, después de las mediciones tomadas al sistema, los modelos se pueden usar para hacer aproximaciones al sistema. Finalmente, mediante la modelación que prediga el comportamiento de un sistema, los científicos podrían saber qué condiciones conducen a un estado óptimo en el sistema.

La modelación es una de las más importantes actividades durante el proceso de análisis, síntesis, control, simulación y diseño, de sistemas. Su objetivo es producir un modelo que contenga las ecuaciones (con evaluación numérica) y que proporcione la idea del comportamiento de un proceso dado. El modelo se comprende como el mapeo de la relación entre las variables físicas a estructuras matemáticas, como son las ecuaciones diferenciales.

El modelador debe tener dos cualidades al momento de diseñar modelos: un buen conocimiento del fenómeno y la habilidad de trasladar el fenómeno y su estructura a la notación matemática. Varios procedimientos se han propuesto para formalizar y definir la metodología de construir modelos, sin embargo, la mayoría termina en recomendaciones basadas en reglas no muy definidas del “sentido común”.

Además del manejo masivo de datos y cálculo de relaciones entre ellos, otro importante uso de las computadoras es la modelación, usada para describir la dinámica de los procesos biológicos y probar las suposiciones hechas. Así, la computadora juega un papel importante en la definición de fenómeno y la generación de modelos metemáticos. En el diseño, la representación simplifica la descomposición del sistema en varias partes, obteniendo subsistemas que se pueden modelar por separado.

La modelación en general, en los últimos años ha sufrido un vuelco, debido a la existencia de herramientas de mayor capacidad para modelar sistemas complejos. Estas herramientas van desde un sustento teórico más amplio, mejores algoritmos matemáticos para la modelación y mayor capacidad de procesamiento de información debido a los avances de la computación (Fernández Quiroga, 2005). La biología, botánica y otras ciencias afines no han estado ajenas a esto, uniéndose a la tendencia mundial de manejar modelos más complejos que permitan experimentar en “laboratorios virtuales” el desarrollo de los fenómenos en estudio.

En Biología, la modelación es necesaria para entender los procesos naturales, ya que su complejidad es generalmente abrumadora. Por lo que los modelos generados se deben revisar frecuentemente y comparar con las condiciones del mundo real, para asegurar que su representación es adecuada, o al menos para tener evidencia de que la forma en que se está abordando no es la adecuada.

2.2.1. Modelación en la Ciencia

El método científico en las ciencias naturales, en general, se desarrolla con los siguientes pasos: observación, hipótesis, predicción y experimentación. Es en la hipótesis, donde se plantean las ideas a contrastar y que se expondrán en un modelo. Así pues, las salidas que genera el modelo se validarán mediante la experimentación u observación (Grimm, 1994). En la Figura 1 se muestra lo anterior, reforzando una idea principal: los modelos producen predicciones que pueden ser probadas, y su campo de acción es tan grande como las actividades que la ciencia realice.

Según Haefner (2005), existen tres principales usos de los modelos en la ciencia:

Comprensión – de un sistema cualquiera, ya sea sistema físico o lógico, cómo alguna teoría científica.

Predicción – del futuro, o de algún estado que actualmente es desconocido.

Control – para forzar o manipular un sistema para producir una condición deseable.

Un sistema se puede considerar como una caja negra (objeto de estudio, **S**) con una entrada (estímulo, **E**) y una salida (respuesta, **R**)(Figura 2). Una estructura adicional en la forma de los objetos y relaciones se podría dar dentro de la caja, pero la idea en general es considerar solamente un simple objeto de estudio. La salida se produce por la reacción del sistema a la entrada. Por ejemplo, el sistema **S** puede ser una planta, el estímulo **E** es la cantidad de fertilizante adicionado al suelo, y la respuesta **R** es la cantidad de nuevo crecimiento.

Este mismo esquema enlaza a los tres principales usos de los modelos, con los tres problemas generales que el científico presenta, sea cual sea su área de estudio:

Síntesis – Usa el conocimiento de entradas y salidas para inferir las características del sistema.

Análisis – Usa el conocimiento de las partes del sistema y sus entradas (estímulos) para explicar las respuestas observadas.

Instrumentación – Usa el conocimiento de las partes del sistema y sus salidas (respuestas) para explicar cuáles fueron sus entradas (estímulos).

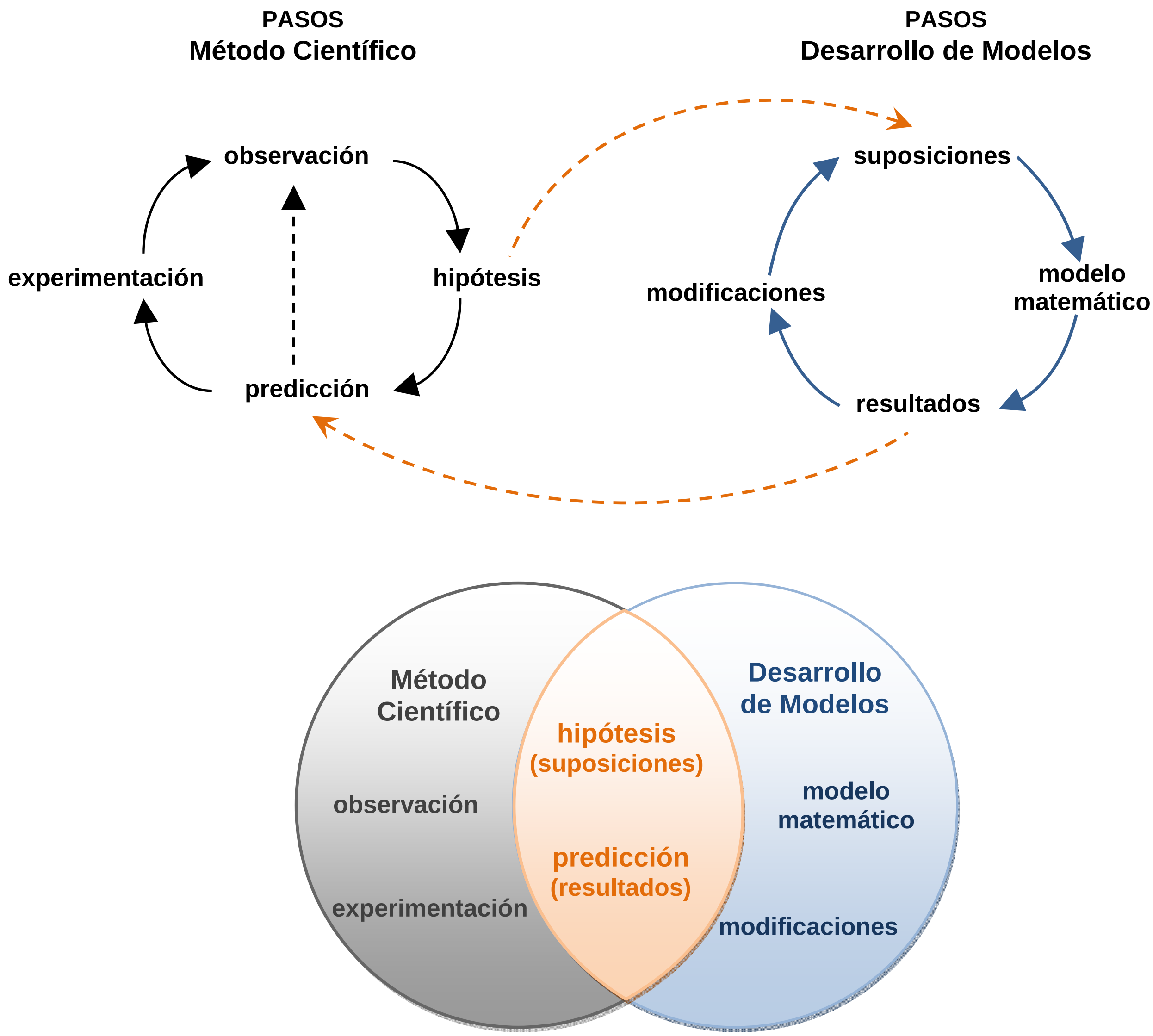


Figura 1. Relación entre el método científico y el desarrollo de modelos. Arriba: se muestran los pasos del método científico y los pasos para desarrollar modelos; las flechas con línea punteada muestran la relación que existe entre "hacer ciencia" y "hacer modelación". Abajo: Mostrado en un diagrama de Venn-Euler, como "hacer ciencia" y "hacer modelación" están ligados mediante las hipótesis-suposiciones y las predicciones-resultados. Tomado y modificado de Grimm (1994).

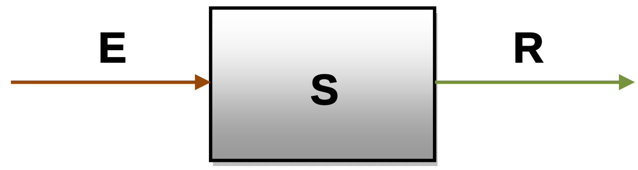


Figura 2. Representación de un sistema (S) como una simple caja negra, con entradas (estímulo, E) y salidas (respuestas, R).

Cuadro 1. Conocimiento necesario para los diferentes usos de los modelos.

Tipo de Problema	**Conocimiento**	**Para encontrar**	**Uso del modelo**
Síntesis	E y R	S	Comprensión
Análisis	E y S	R	Predicción
Instrumentación	S y R	E	Control

Además, Harmand *et al*. (2004), menciona los principales usos de la modelación en Biología:

1. *Diseño*. La tendencia (al menos en los países industrializados) apunta hacia la concepción de procesos intensivos más que extensivos bajo fuertes restricciones económicas y ambientales. En este marco, es claro que las matemáticas y la informática juegan un papel fundamental en los problemas de dimensionamiento e integración de sistemas. Así pues, se pasa de una concepción a partir de reglas empíricas a una concepción realmente científica —y justificada en el plano matemático— de los procesos.

2. *Adquisición de conocimiento y simulación.* El punto anterior pone en evidencia la necesidad de disponer de modelos para describir correctamente las dinámicas de nuevos procesos. En numerosos problemas de modelación intervienen la descripción y caracterización de los ecosistemas involucrados, introducción de una o más dimensiones espaciales y la caracterización de las relaciones entre

componentes. Estas áreas de investigación requieren del análisis matemático para establecer las propiedades genéricas de los procesos descritos por los modelos desarrollados.

3. *Estimación.* Este punto lleva a recordar una realidad: la falta crucial de conocimiento para su aplicación a un problema de modelación, de control o de caracterización de un proceso biológico En este contexto, el desarrollo de algoritmos de estimación de variables está más de moda que nunca.
4. *Supervisión y el diagnóstico.* En algunos ensayos de laboratorio, se requiere de la continua supervisión para la obtención de resultados. Esto puede animar a investigadores a desarrollar y probar nuevas técnicas de detección y localización de efectos, llevando a la reconfiguración y supervisión del sistema de estudio.

Con el modelo en computadora de un sistema biológico, se puede aprender de sus características experimentando con él. Así, se pueden cambiar las condiciones iniciales y observar los efectos. Se puede encontrar que con el software de modelación dinámica visual es relativamente fácil experimentar, para preguntarse: *qué pasa si le cambio esto o lo otro* y fácilmente ver los resultados. El software permite construir modelos creando diagramas, esquemas o representaciones visuales de un sistema, para entonces asignarle los valores apropiados y funciones a los componentes.

Más aún, los modelos deben de tener ciertas propiedades para poder representar a nuestro sistema de estudio (Orzack y Sober, 1993):

Realismo. Grado con el cual la estructura del modelo semeja al mundo real. En los modelos teóricos, las ecuaciones aparecen correctas y se ve reflejado en la respuesta del modelo. En los modelos físicos (cómo modelos a escala), el detalle físico se encuentra a un nivel muy alto. “Si un modelo toma en cuenta más variables independientes conocidas para explicar un efecto, entonces los resultados esperados describirán mejor la realidad.”

Precisión. Es la veracidad de las predicciones del modelo (respuestas, salidas). Las salidas del modelo se encuentran a escala de las que ocurren en el mundo real. Por ejemplo: el flujo de aire en un modelo de un avión a escala es exactamente igual al flujo de aire en un avión real. “Si un modelo genera predicciones puntuales en los parámetros de salida, entonces es más preciso.”

Generalidad. Es el número de sistemas o situaciones en las cuales el modelo se aplica correctamente. Es mejor que un modelo se pueda aplicar tanto a sistemas sencillos como a sistemas complicados. "Si un modelo se puede aplicar a más sistemas del mundo real que otro, entonces es más general."

2.2.2. Modelación en Biología

Existen, al menos, cuatro áreas en la Biología donde la modelación juega un papel importante (NSF, 1996).

Ecología y evolución.

Los principales retos que enfrentan los ecólogos y biólogos evolutivos se relacionan con las amenazas de pérdida de la biodiversidad, cambio climático, así como investigación en sustentabilidad. La modelación ayuda a resolver preguntas del tipo: cómo son las interacciones entre especies, desde la interdependencia de un hospedero y parásito hasta conexiones tan difusas como una especie de planta y un bosque, manifestando sus patrones coevolucionarios y su vida en escala evolutiva; cómo son las relaciones entre especies tan cercanas, en términos de su historia filogenética; cuál es la influencia humana por el uso de antibióticos y pesticidas, la pesca y explotación de la tierra; cuáles son los patrones de cambio climático, la influencia en la dinámica evolutiva de las especies y patrones de colonización; hasta qué punto puede una perspectiva evolutiva ayudar al ser humano a prepararse para el futuro, en términos del conocimiento de qué especie estará mejor preparada a nuevos ambientes.

Biología celular y molecular.

El estudio de cómo el ADN se puede replicar y almacenar la información, es uno de los principales objetivos dentro de la modelación. Una estructura tridimensional mostraría cuáles son las moléculas funcionales, por lo tanto, las matemáticas, la química y la física juegan un papel importante para dilucidar las relaciones estructura-función en la biología. Las metodologías para la simulación primero fueron diseñadas por físicos y químicos, así se pasó a la simulación de moléculas de interés biológico. Es claro, que la naturaleza de la síntesis biológica es muy compleja y envuelve a bastantes círculos de retroalimentación, así como a mecanismos de seguridad contra fallas. Las herramientas matemáticas son esenciales para comprender todo lo anterior.

Biología de los organismos.

El área central de este tipo de modelos es la célula cómo sistema, cómo es su comportamiento y función, respecto a los niveles de organización; cómo es su estructura e interacciones entre componentes. Aunque algunos componentes celulares tienen un papel molecular, en algunos modelos, el objetivo no es la estructura de las moléculas, sino la actividad que desempeñan en funciones celulares y multicelurales.

Educación.

Dado que las técnicas de modelación matemática juegan un papel importante en diversas áreas de la biología, existe una clara necesidad para aprender cómputo y matemáticas, tanto como biología teórica. Mecanismos convenientes y prácticos para alentar la educación en cómputo biológico deben incluir:

Programas que garanticen temas experimentales y computacionales.

1. Comunidades que animen a matemáticos y programadores para realizar investigaciones en biología, y así facilitar a los biólogos la adquisición de habilidades computacionales y de modelación.
2. Cursos que ayuden a practicar a biólogos, matemáticos y programadores, para empezar a acortar las diferencias entre disciplinas bastante diversas.

2.2.3. Stella

Existen gran variedad de programas para la modelación. Las principales tendencias son la calidad del modelo conceptual y el código generado en la computadora. Se presentan “paquetes” de programación que pueden ayudar a convertir un modelo conceptual a un modelo que se ejecute en una computadora.

Dado lo anterior, en un extremo se encuentran los lenguajes de programación que se pueden se usar para trasladar cualquier concepto y conocimiento a un código computacional. Por otro lado, existen implementaciones de modelos particulares que son satisfactorios en los sistemas y condiciones individuales para las cuales fueron diseñados.

En un punto medio, están los programas de modelación dinámica visual. Los cuales son paquetes de programa que no permiten adiciones al código y métodos ya provistos.

Stella es uno de los primeros sistemas de modelación dinámica en alcanzar amplio reconocimiento y uso, debido en gran parte a una interface gráfica amigable. Las ecuaciones diferenciales lineales se generan automáticamente. La sensibilidad a las condiciones iniciales o a los valores de los parámetros pueden ser calculadas con análisis de varias “corridas” del modelo (Hannon y Matthias, 1994). El comportamiento estocástico se puede introducir mediante valores de parámetros aleatorios, aunque la evolución probabilística de un modelo no es fácilmente calculable (Goel, *et al*., 1997).

Stella es un programa fácil de usar con una interface iconográfica para facilitar la construcción de modelos de sistemas dinámicos. Incluye un lenguaje de programación útil para ver y analizar las ecuaciones que son creadas como resultado de la manipulación de los iconos. Las características esenciales del sistema a tratar están definidas en términos de acumuladores (stocks) (variables de estado), flujos (entradas y salidas de las variables de estado), variables auxiliares (otras relaciones algebraicas o gráficas, o parámetros fijos), y flujos de información. Matemáticamente, el sistema conduce a la formulación de modelos como sistemas de ecuaciones diferenciales ordinarias y se resuelven numéricamente como ecuaciones de diferencias. El usuario coloca iconos por cada acumulador en el área de modelación y entonces los conecta mediante flujos de relaciones de materia o información. Después el usuario establece las relaciones funcionales que correspondan a esos flujos. Estas relaciones pueden ser matemáticas, lógicas, gráficas o numéricas, permitiendo el programa bastante flexibilidad en este aspecto.

Así, el usuario puede generar una estructura completa, algo parecida al diagrama que se muestra en la Figura 3.

Los acumuladores representan reservorios de materia, tales como población, biomasa, nutrientes o dinero. Los flujos de materia entre acumuladores, o dentro y fuera de fuentes no definidas, están representadas por las nubes al final de las estructuras de flujo. Los flujos son afectados por variables auxiliares, acumuladores y otros flujos por el uso de vectores de información. Las variables auxiliares pueden tomar la forma de constantes, funciones matemáticas o gráficas y grupos de datos. Una vez creados, los acumuladores y las variables se pueden duplicar con fantasmas y usar en otra parte del modelo, evitando así, la mezcla de vectores de información en el modelo (que hace parecer como espagueti o tripas de gato el área de modelación). Un gran modelo se puede fraccionar en porciones más pequeñas, que corran independientemente o simultáneamente para facilitar su corrección.

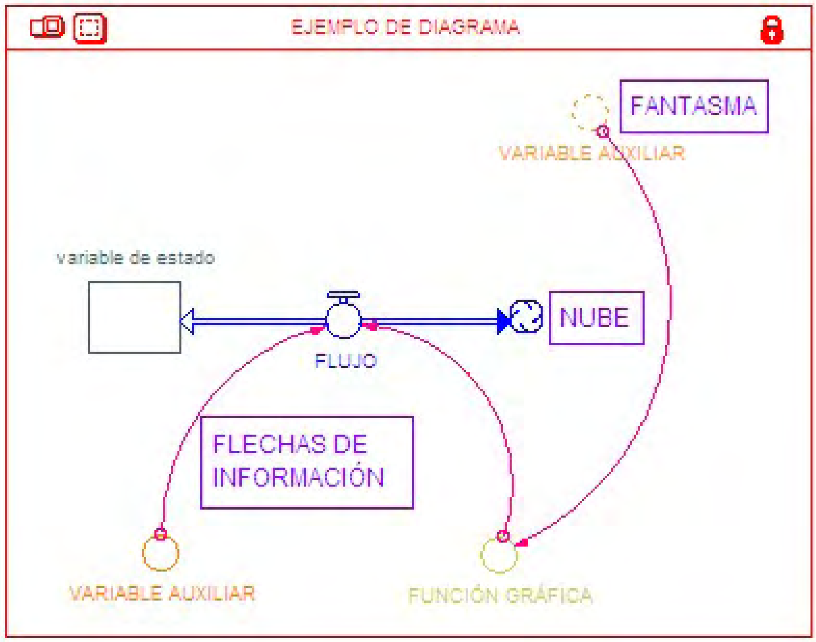


Figura 3. Ejemplo de un modelo de Stella mostrando los símbolos más usados.

3. Justificación

Los modelos proporcionan una oportunidad para explorar ideas referentes a los sistemas biológicos que no se pueden probar en campo, ya sea por razones logísticas, políticas o financieras. El uso de modelos matemáticos para describir procesos biológicos, son una importante herramienta para la comprensión de su funcionamiento: explicación de datos, formulación de hipótesis o predicciones.

La educación en línea presenta la ventaja de poner a disposición, de una gran cantidad de personas, los conocimientos generados. Adicionalmente, se generan aulas y entornos virtuales que facilitan el aprendizaje, reforzando así el conocimiento obtenido.

La conjunción de estos dos elementos, educación en línea y modelación matemática, con la computación como un medio en común. Permite generar entornos virtuales de enseñanza-aprendizaje que permitan poner a disposición de profesores y estudiantes, los conocimientos básicos y la enorme gama de aplicaciones que puede tener la modelación en Biología.

4. Objetivo General

Desarrollar un prototipo de entorno virtual para el entendimiento y aplicación de la modelación matemática en Biología.

5. Objetivos Particulares

Diseñar y desarrollar un sitio *Web* sobre Biomatemáticas.

Conceptualizar, diseñar y desarrollar un curso en línea sobre la Modelación Matemática en Biología.

Generar un entorno virtual sobre la modelación matemática de procesos biológicos y el uso de herramientas de Modelación Dinámica.

6. Material y Método

6.1. Equipo (Hardware)

El principal equipo utilizado para el diseño y desarrollo del entorno virtual (EV)y el curso en línea (CeL) fue: computadora de escritorio con procesador Intel® Core™2 Duo E6550 @2.33 GHz, 2 Gb en memoria RAM, disco duro de 320 Gb, monitor con profundidad de color de 34 bits y resolución de 1152 x 864 pixeles.

6.2. Programas (Software)

Sistema operativo: Windows XP Home (5.1.2600) Service Pack 2.

Editor HTML: Dreamweaver 8.

Editor de imágenes: Corel PHOTO-PAINT X3.

Editor de animaciones: Flash Professional 8.

Plataforma de Aprendizaje: Moodle 1.7.4.

6.3. Contenido

Para la búsqueda, selección y síntesis del contenido e información del EV y CeL se realizó una exhaustiva revisión tanto de trabajos publicados, publicaciones electrónicas y memorias (congresos, seminarios, jornadas). La revisión bibliográfica comprendió el ámbito de la educación en línea, modelación, modelación en biología y el uso de Stella como programa de modelación.

La información encontrada y utilizada en este documento se dividió en dos áreas:

La utilizada en el EV (programas de modelación dinámica, matemáticos y/o estadísticos), tales como guías y tutoriales de modelación, páginas de internet con información de interés, y cursos en línea enfocados al área de estudio.

La utilizada en el CeL, la cual se agrupó en aspectos básicos y conceptos de modelación, desarrollo de un modelo, matemáticas en la modelación, Stella y su uso, ejemplos de modelos con Stella.

6.4. DISEÑO

Tanto el EV como el CeL se diseñaron pensando en la facilidad para acceder y navegar entre las páginas por parte del usuario. Páginas simples y reducidas en texto hacen que la comprensión sea rápida y eficaz. En el caso del texto en el CeL se hizo con tipografía que permitiera la fácil lectura; algunos diagramas y gráficas se realizaron con animación para hacerlos más llamativos y así apoyar el proceso de enseñanza-aprendizaje.

6.5. DESARROLLO

6.5.1. Aprendiendo Dreamweaver

Para la creación del EV y del CeL se utilizó Dreamweaver 8. Para lo cual se realizaron lecturas de libros y guías sobre el uso de Dreamweaver, así como el seguimiento del tutorial de “Primeros Pasos con Dreamweaver” proporcionado por el mismo programa.

6.5.2. Usando Dreamweaver

Las páginas del EV y del CeL están desarrolladas en código XHTML, también se empleó una pequeña hoja de estilos (CSS) para agregar efectos en los enlaces y dar formato al texto.

Ambos *sitios Web* fueron creados como si el servidor fuera la computadora en la que se trabaja directamente (servidor local).

En lo referente al CeL, cada capítulo es una carpeta, teniendo así 7 carpetas.

Las imágenes utilizadas se encuentran en una carpeta diferente llamada “img”, localizada en el directorio raíz.

Las fórmulas se escribieron en Word con ayuda de MathType. Éstas a su vez se pasaron a imagen tipo JPG para agregarlas a las *hojas Web*.

Se tiene un archivo de hoja de estilos llamado “principal”, localizado en el directorio raíz.

6.5.3. Subir el sitio Web “Biomat”

Para poner en Internet el sitio Web se transportaron los archivos al servidor. El programa utilizado como servidor *Web* es Apache, él cual asigna una dirección IP a nuestra carpeta que contiene los archivos (páginas, imágenes y css). Después se le asigna una DNS, para que se acceda a Biomat desde cualquier parte del mundo via Internet.

6.5.4. Aprendiendo Moodle

Para a manejar la plataforma de aprendizaje Moodle se tomó el curso introductorio "Curso Básico de Moodle para Docentes", alojado en la misma plataforma. También se consultó la documentación oficial de Moodle, tomada de la página http://docs.moodle.org/es/Acerca_de_Moodle, en donde existe una pequeña introducción para el área de trabajo de Moodle.

6.5.5. Subir el Curso en Línea a Moodle

Cada carpeta del curso, junto con la carpeta de imágenes se comprimieron en formato ZIP y se "subieron al directorio del curso en línea". Después se descomprimieron para así tener los archivos tal y como se tenían en la computadora donde se realizaron.

Ya en Moodle se utilizó la herramienta "Enlazar a un archivo o una Web". Donde enlazamos todas las *páginas Web* (de entrada) que contiene nuestro curso. Quedando de esta manera todos los temas y subtemas dentro del contenido del curso.

Cabe aclarar que la carpeta en Moodle, donde alojamos todo el CeL, es idéntica a la carpeta localizada en la computadora donde se desarrolló. Esto implica que todos los enlaces a páginas subsecuentes, el origen de las imágenes y el origen de archivos de animación se conservaron idénticos. Y funcionan de igual manera tanto en la computadora en donde se desarrollo, como en cualquier computadora que tenga abierto el curso en Moodle y lo tome en línea.

A cada capítulo del CeL se le agregó un foro de discusión, referente al capítulo.

6.5.6. Prueba del Curso en línea

Se realizó una prueba piloto, donde una parte muy importante del CeL fueron las actividades y evaluaciones para el curso. Se tuvieron 3 actividades y una evaluación por semana.

También se tomó en cuenta la participación en tiempo real en el curso, organizando un Chat por semana en dos horarios diferentes, por la mañana y por la tarde.

6.5.6.1. Duración

2 semanas, del 14 al 25 de enero de 2008. Pensado en que se le dedicará al menos 2 horas diarias.

6.5.6.2. Tipo de usuarios

5 profesores de la carrera de Biología, 1 profesor externo, 2 estudiante de maestría, 2 tesistas, 2 alumnos de la carrera de Biología.

6.5.6.3. Objetivos

Encontrar enlaces rotos o falta de algún archivo.

Observar la respuesta al curso, impresiones y dudas.

Observar el tipo de avance en el curso. Si el curso es rápido o tiene un avance lento.

Registrar posibles modificaciones al curso para su mejor funcionamiento.

7. RESULTADOS

7.1. ENTORNO VIRTUAL.

Se desarrolló un sitio en Internet que consta de cuatro páginas:

Página de Bienvenida: Se da una pequeña introducción sobre la temática del sitio, donde la premisa principal es la modelación matemática de procesos biológicos.

Página de Guías y tutoriales: Enlaces para descargar algunas guías sobre modelación, matemáticas y estadística.

Página de Cursos impartidos en línea: Enlaces hacia cursos que se imparten vía Internet, dando una breve descripción del curso.

Página para Saber más: Enlaces hacia páginas de interés, sus temas también son la modelación, matemáticas y/o estadística.

Al ser pocas las páginas, su navegación es sencilla, de tipo no lineal, donde no hay jerarquización de páginas o una vía determinada.

El sitio se encuentra en la dirección http://enlinea.zaragoza.unam.mx/biomat.

7.2. CURSO EN LÍNEA.

Consta de 7 capítulos:

1. **Aspectos básicos, términos y conceptos.** Aspectos básicos sobre sistema, modelo y modelos dinámicos. Construcción de un modelo. Modelos por computadoras. Modelos determinísticos y estocásticos.
2. **Representación de energía y materia.** Representación gráfica de elementos tales como: fuentes, pozos de calor, almacenaje, consumidores, productores, compuertas de trabajo, módulos de flujo-control. Integración en diagramas de éstos elementos. Representación gráfica de procesos biológicos.
3. **Pasos prácticos para construir un modelo.** Objetivos. Estructura y construcción. Análisis de sensibilidad. Validación de modelos.
4. **Elementos matemáticos en la modelación.** Representación matemática para agregaciones, tasas de flujo, tasas de cambio, flujo de energía y materia. Algunas

ecuaciones predictivas de tasas de flujo en el tiempo. Sistema de ecuaciones Lotka-Volterra. Técnicas de solución y soluciones cerradas más comunes. Ejemplo con un modelo de ecosistema acuático.

5. **Stella. Aspectos generales.** El entorno de trabajo en Stella. Uso de los principales iconos. Introducción de ecuaciones y relaciones algebráicas. Realización de gráficas y tablas.

6. **Modelos más comunes con Stella.** Ejemplos de modelos exponencial, logístico, estímulo-respuesta, auto-referencia, buscando objetivo y *goal-setting*. Algunas funciones avanzadas de Stella.

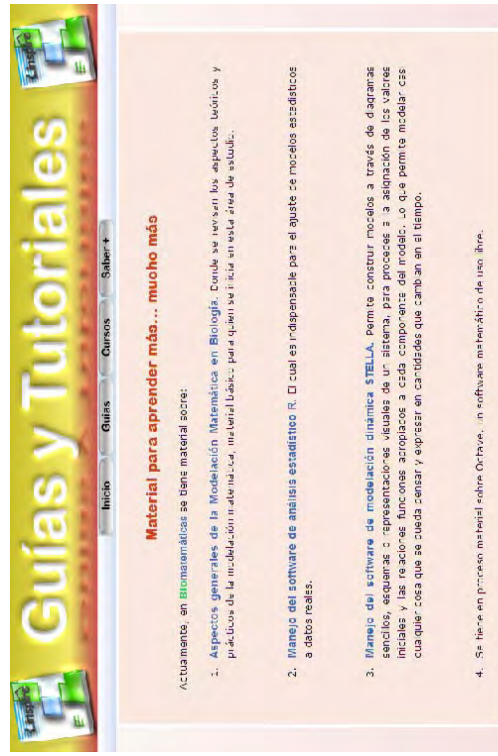
7. **Más modelos y aspectos generales de la modelación dinámica.** Conjunto dirección. Puntos fijos y sus tipos. Sistemas de dos dimensiones. Aprovechamiento de Stella.

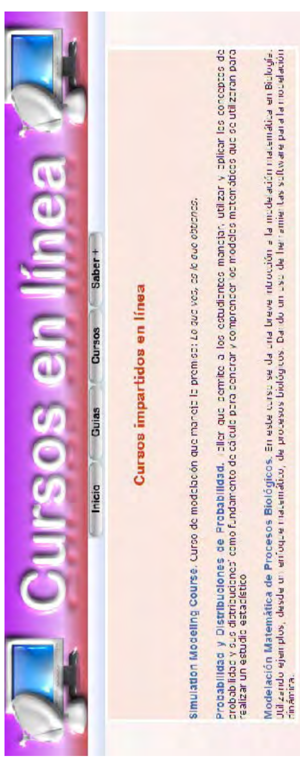
Cada capítulo contiene un foro de discusión sobre un tema en particular. Se organizaron cuatro chats, dos cada semana. También se incluyeron pequeñas evaluaciones semanales.

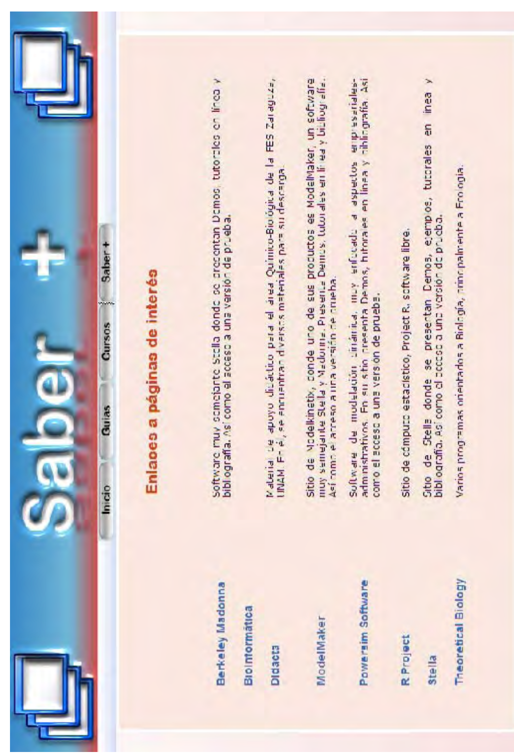
El CeL se encuentra en la dirección

http://132.248.60.231/moodle18/course/category.php?id=4 con el título "Modelación Matemática de Procesos Biológicos". Dar clic en el enlace para acceder a él.

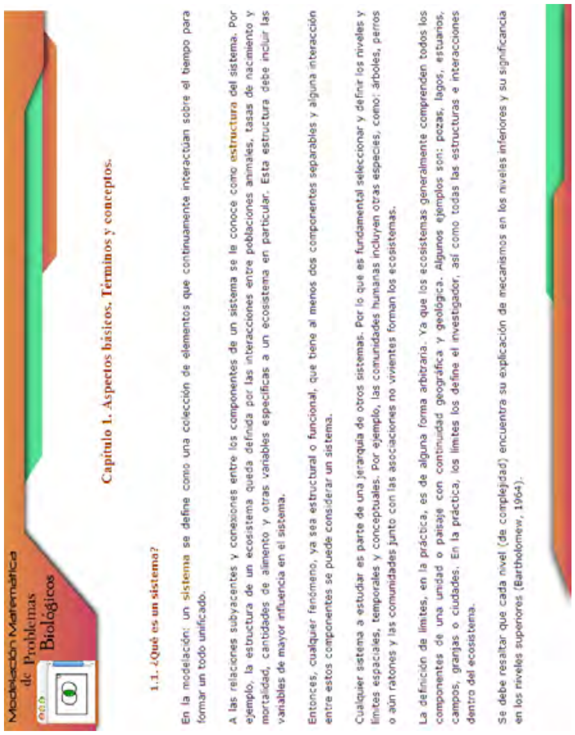
Pantallas del sitio de Biomatemáticas.

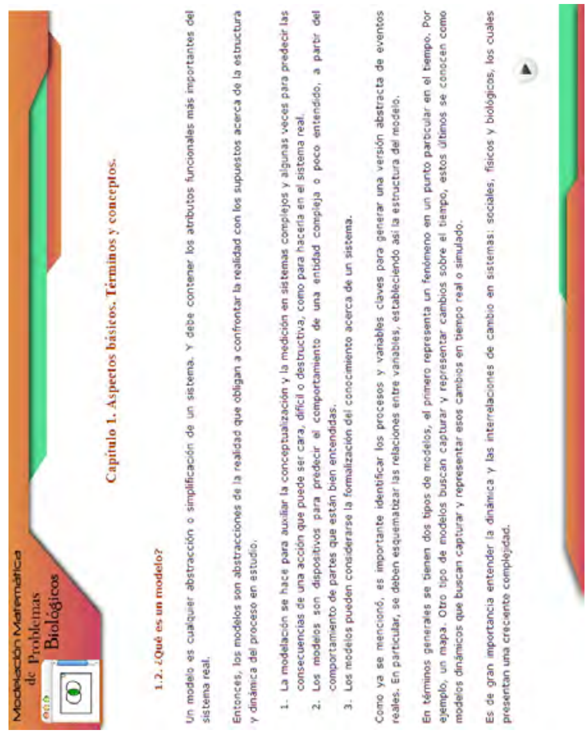


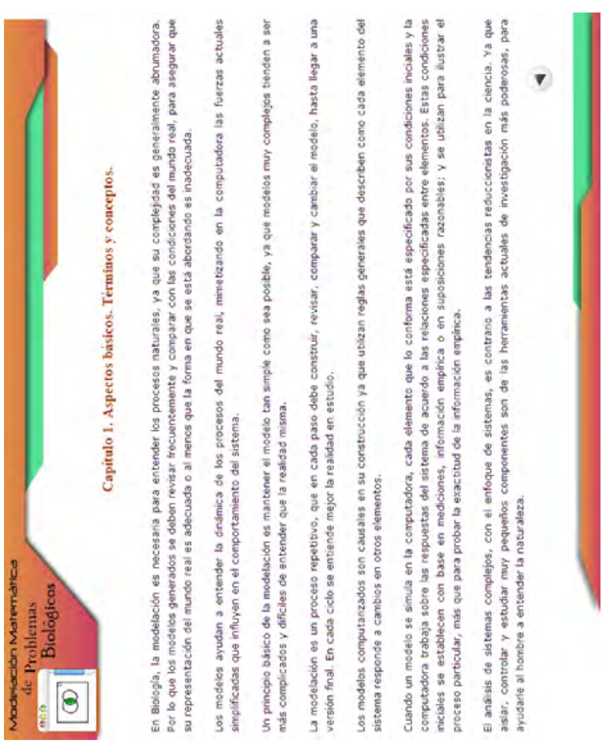


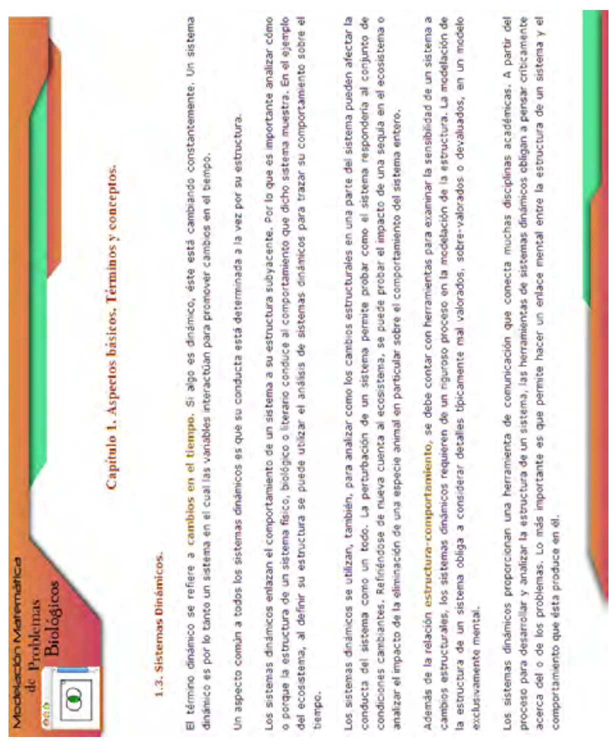


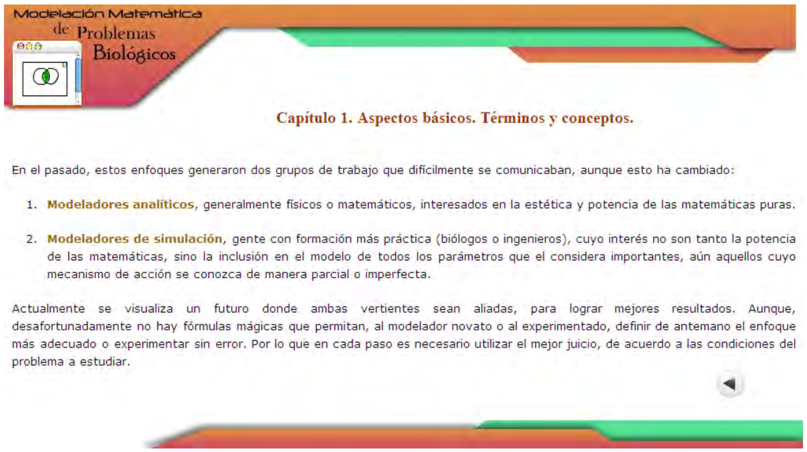
Pantallas del Capítulo 1. Aspectos básicos. Términos y conceptos.

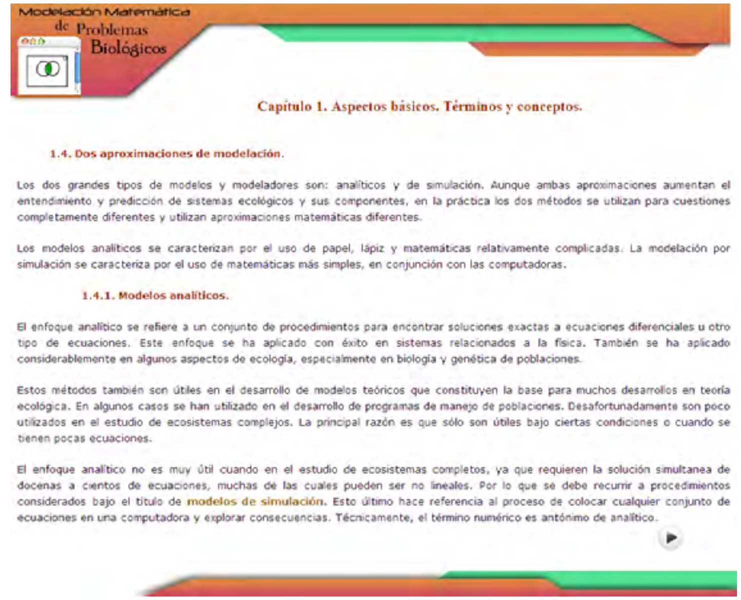


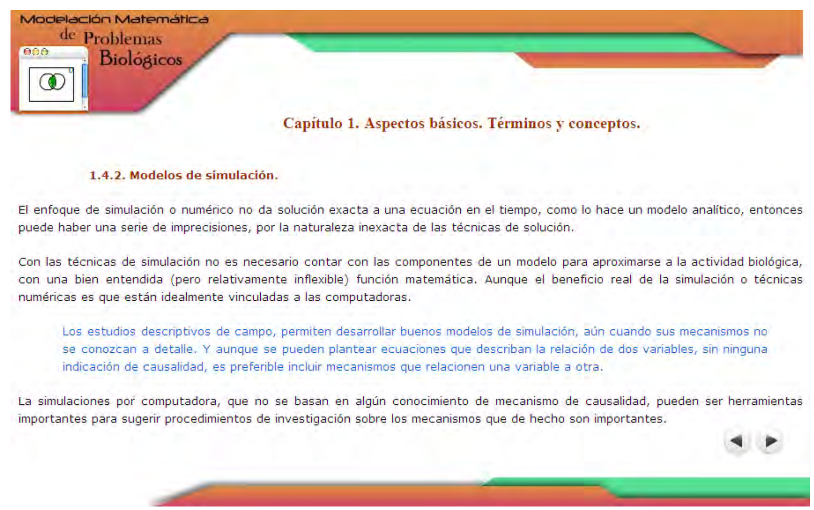


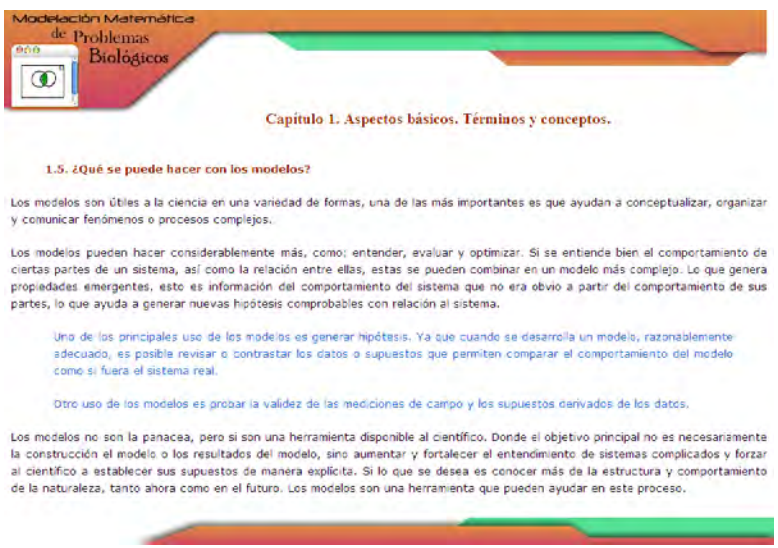


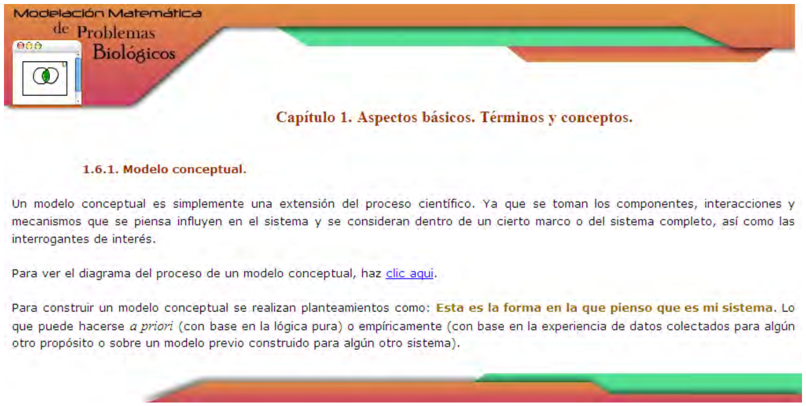


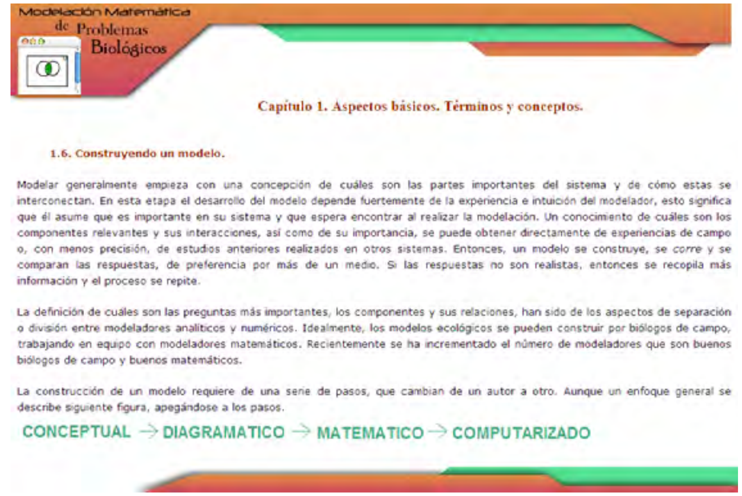

Modelación Matemática de Problemas Biológicos
Capítulo 1. Aspectos básicos. Términos y conceptos.
En el pasado, estos enfoques generaron dos grupos de trabajo que difícilmente se comunicaban, aunque esto ha cambiado:
1. Modeladores analíticos, generalmente físicos o matemáticos, interesados en la estética y potencia de las matemáticas puras.
2. Modeladores de simulación, gente con formación más práctica (biólogos o ingenieros), cuyo interés no son tanto la potencia de las matemáticas, sino la inclusión en el modelo de todos los parámetros que el considera importantes, aún aquellos cuyo mecanismo de acción se conozca de manera parcial o imperfecta.
Actualmente se visualiza un futuro donde ambas vertientes sean aliadas, para lograr mejores resultados. Aunque, desafortunadamente no hay fórmulas mágicas que permitan, al modelador novato o al experimentado, definir de antemano el enfoque más adecuado o experimentar sin error. Por lo que en cada paso es necesario utilizar el mejor juicio, de acuerdo a las condiciones del problema a estudiar.

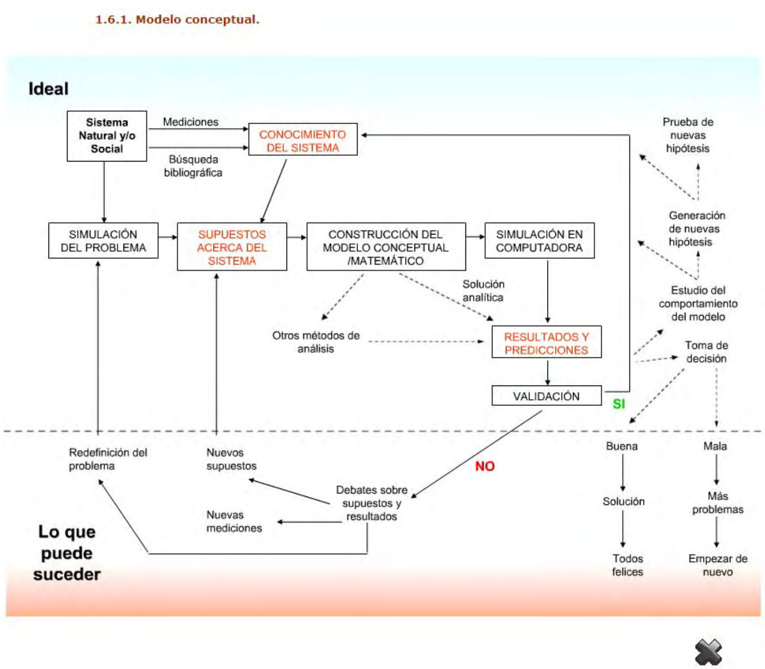

Modelación Matemática de Problemas Biológicos
Capítulo 1. Aspectos básicos. Términos y conceptos.
1.4. Dos aproximaciones de modelación.
Los dos grandes tipos de modelos y modeladores son: analíticos y de simulación. Aunque ambas aproximaciones aumentan el entendimiento y predicción de sistemas ecológicos y sus componentes, en la práctica los dos métodos se utilizan para cuestiones completamente diferentes y utilizan aproximaciones matemáticas diferentes.
Los modelos analíticos se caracterizan por el uso de papel, lápiz y matemáticas relativamente complicadas. La modelación por simulación se caracteriza por el uso de matemáticas más simples, en conjunción con las computadoras.
1.4.1. Modelos analíticos.
El enfoque analítico se refiere a un conjunto de procedimientos para encontrar soluciones exactas a ecuaciones diferenciales u otro tipo de ecuaciones. Este enfoque se ha aplicado con éxito en sistemas relacionados a la física. También se ha aplicado considerablemente en algunos aspectos de ecología, especialmente en biología y genética de poblaciones.
Estos métodos también son útiles en el desarrollo de modelos teóricos que constituyen la base para muchos desarrollos en teoría ecológica. En algunos casos se han utilizado en el desarrollo de programas de manejo de poblaciones. Desafortunadamente son poco utilizados en el estudio de ecosistemas complejos. La principal razón es que sólo son útiles bajo ciertas condiciones o cuando se tienen pocas ecuaciones.
El enfoque analítico no es muy útil cuando en el estudio de ecosistemas completos, ya que requieren la solución simultanea de docenas a cientos de ecuaciones, muchas de las cuales pueden ser no lineales. Por lo que se debe recurrir a procedimientos considerados bajo el título de modelos de simulación. Esto último hace referencia al proceso de colocar cualquier conjunto de ecuaciones en una computadora y explorar consecuencias. Técnicamente, el término numérico es antónimo de analítico.


Modelación Matemática de Problemas Biológicos
Capítulo 1. Aspectos básicos. Términos y conceptos.
1.4.2. Modelos de simulación.
El enfoque de simulación o numérico no da solución exacta a una ecuación en el tiempo, como lo hace un modelo analítico, entonces puede haber una serie de imprecisiones, por la naturaleza inexacta de las técnicas de solución.
Con las técnicas de simulación no es necesario contar con las componentes de un modelo para aproximarse a la actividad biológica, con una bien entendida (pero relativamente inflexible) función matemática. Aunque el beneficio real de la simulación o técnicas numéricas es que están idealmente vinculadas a las computadoras.
Los estudios descriptivos de campo, permiten desarrollar buenos modelos de simulación, aún cuando sus mecanismos no se conozcan a detalle. Y aunque se pueden plantear ecuaciones que describan la relación de dos variables, sin ninguna indicación de causalidad, es preferible incluir mecanismos que relacionen una variable a otra.
La simulaciones por computadora, que no se basan en algún conocimiento de mecanismo de causalidad, pueden ser herramientas importantes para sugerir procedimientos de investigación sobre los mecanismos que de hecho son importantes.


Modelación Matemática de Problemas Biológicos
Capítulo 1. Aspectos básicos. Términos y conceptos.
1.5. ¿Qué se puede hacer con los modelos?
Los modelos son útiles a la ciencia en una variedad de formas, una de las más importantes es que ayudan a conceptualizar, organizar y comunicar fenómenos o procesos complejos.
Los modelos pueden hacer considerablemente más, como: entender, evaluar y optimizar. Si se entiende bien el comportamiento de ciertas partes de un sistema, así como la relación entre ellas, estas se pueden combinar en un modelo más complejo. Lo que genera propiedades emergentes, esto es información del comportamiento del sistema que no era obvio a partir del comportamiento de sus partes, lo que ayuda a generar nuevas hipótesis comprobables con relación al sistema.
Uno de los principales uso de los modelos es generar hipótesis. Ya que cuando se desarrolla un modelo, razonablemente adecuado, es posible revisar o contrastar los datos o supuestos que permiten comparar el comportamiento del modelo como si fuera el sistema real.
Otro uso de los modelos es probar la validez de las mediciones de campo y los supuestos derivados de los datos.
Los modelos no son la panacea, pero si son una herramienta disponible al científico. Donde el objetivo principal no es necesariamente la construcción del modelo o los resultados del modelo, sino aumentar y fortalecer el entendimiento de sistemas complicados y forzar al científico a establecer sus supuestos de manera explícita. Si lo que se desea es conocer más de la estructura y comportamiento de la naturaleza, tanto ahora como en el futuro. Los modelos son una herramienta que pueden ayudar en este proceso.


Modelación Matemática de Problemas Biológicos
Capítulo 1. Aspectos básicos. Términos y conceptos.
1.6.1. Modelo conceptual.
Un modelo conceptual es simplemente una extensión del proceso científico. Ya que se toman los componentes, interacciones y mecanismos que se piensa influyen en el sistema y se consideran dentro de un cierto marco o del sistema completo, así como las interrogantes de interés.
Para ver el diagrama del proceso de un modelo conceptual, haz clic aquí.
Para construir un modelo conceptual se realizan planteamientos como: Esta es la forma en la que pienso que es mi sistema. Lo que puede hacerse a priori (con base en la lógica pura) o empíricamente (con base en la experiencia de datos colectados para algún otro propósito o sobre un modelo previo construido para algún otro sistema).


Modelación Matemática de Problemas Biológicos
Capítulo 1. Aspectos básicos. Términos y conceptos.
1.6. Construyendo un modelo.
Modelar generalmente empieza con una concepción de cuáles son las partes importantes del sistema y de cómo estas se interconectan. En esta etapa el desarrollo del modelo depende fuertemente de la experiencia e intuición del modelador, esto significa que él asume que es importante en su sistema y que espera encontrar al realizar la modelación. Un conocimiento de cuáles son los componentes relevantes y sus interacciones, así como de su importancia, se puede obtener directamente de experiencias de campo o, con menos precisión, de estudios anteriores realizados en otros sistemas. Entonces, un modelo se construye, se corre y se comparan las respuestas, de preferencia por más de un medio. Si las respuestas no son realistas, entonces se recopila más información y el proceso se repite.
La definición de cuáles son las preguntas más importantes, los componentes y sus relaciones, han sido de los aspectos de separación o división entre modeladores analíticos y numéricos. Idealmente, los modelos ecológicos se pueden construir por biólogos de campo, trabajando en equipo con modeladores matemáticos. Recientemente se ha incrementado el número de modeladores que son buenos biólogos de campo y buenos matemáticos.
La construcción de un modelo requiere de una serie de pasos, que cambian de un autor a otro. Aunque un enfoque general se describe siguiente figura, apegándose a los pasos.
CONCEPTUAL → DIAGRAMATICO → MATEMATICO → COMPUTARIZADO


1.6.1. Modelo conceptual.
Ideal
Sistema Natural y/o Social
Mediciones
Búsqueda bibliográfica
CONOCIMIENTO DEL SISTEMA
Prueba de nuevas hipótesis
SIMULACIÓN DEL PROBLEMA
SUPUESTOS ACERCA DEL SISTEMA
CONSTRUCCIÓN DEL MODELO CONCEPTUAL /MATEMÁTICO
SIMULACIÓN EN COMPUTADORA
Generación de nuevas hipótesis
Solución analítica
Estudio del comportamiento del modelo
Otros métodos de análisis
RESULTADOS Y PREDICCIONES
Toma de decisión
VALIDACIÓN
SI
NO
Redefinición del problema
Nuevos supuestos
Debates sobre supuestos y resultados
Nuevas mediciones
Buena
Solución
Todos felices
Mala
Más problemas
Empezar de nuevo
Lo que puede suceder


Modelación Matemática de Problemas Biológicos
Capítulo 1. Aspectos básicos. Términos y conceptos.
1.6.2. Modelo diagramático.
Con frecuencia, al modelo conceptual le sigue un modelo diagramático que se traza en papel o elaborado con alguna herramienta software específica para este proceso. Los modelos diagramáticos también representan abstracciones de la naturaleza y son útiles para entender y expresar la esencia de un sistema, de la misma forma en que lo hace el modelo del átomo.
Un tipo de diagrama, simple y de gran utilidad, es el de compartimiento o de caja-flecha.
Daphnia
atún Aleta azul
Es común que un problema complejo se divida en compartimientos, considerando solamente la entrada y salida de cada compartimiento. En este ejemplo, la flecha representa el movimiento o flujo de energía o materiales, de Daphnia al atún Aleta azul durante la alimentación. Las entradas a un compartimiento desde el exterior del sistema en estudio se conocen como funciones forzantes, variables de manejo o variables exógenas. De la misma forma las variables internas se llaman variables endógenas.
La complejidad de los sistemas del mundo real se simplifica por la agregación de componentes y procesos que son similares, en grupos funcionales, tales como niveles tróficos (de alimentación), tamaño de partícula, grupos funcionales, etc.
Es común que muchos procesos ecológicos no se conozcan a detalle, es más se desconozca su importancia, por lo que se deben hacer supuestos con la esperanza de que el grueso de la observaciones empíricas incluyan sus efectos a una escala menor de la que se conoce.
En la construcción de cualquier modelo se debe decidir que tan simple o complicado debe ser. Si es muy simple puede que no describa adecuadamente al sistema, si es muy complejo se corre el riesgo de perderse en los detalles o generar un modelo que sea tan complejo o más que el sistema real que se está modelando.

Capítulo 1. Aspectos básicos. Términos y conceptos.

Ejemplo:

Para construir un modelo matemático sencillo de la transferencia de energía alimenticia de Daphnia al Aleta azul, se tiene la ecuación.

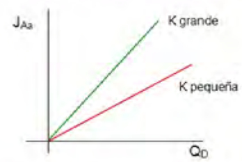
$$J_{Aa} = kQ_D \ldots\ldots (1)$$

unidades: $\frac{Cal}{(m^2)(hr)}$

> Si el flujo de energía de la presa al depredador es una función solamente de la presa, se llama una interacción *donador-controlada*, ya que la tasa de flujo depende solo del donador, de la fuente o del material transferido.

Donde **Q** es una variable de estado, **J** es un flujo y **k** es un coeficiente

La ecuación (1) dice que la cantidad de energía consumida por el aleta azul durante el intervalo de tiempo, t, es igual a k, el coeficiente de alimentación, veces la concentración de Daphnia en el estanque. Modelo que se representa mediante una línea recta.



Si el número de Daphnias comidas depende no sólo de la biomasa de Daphnias, sino también de la biomasa de Aleta azul, entonces se re-escribe la ecuación (**1**), como:

$$J_{Aa} = kQ_DQ_{Aa} \ldots\ldots (2)$$

> Cuando tanto el donador, como el receptor están involucrados, se dice que es una interacción *donador-receptor-controlada*.

Ahora se tiene la incertidumbre de cuál de las fórmulas anteriores representa mejor lo ocurre en la naturaleza. Aunque también se puede agregar un término adicional que muestre las relaciones de alimentación entre las dos especies, para representar efectos como el de saciedad por parte del depredador.

Modelación Matemática de Problemas Biológicos

Capítulo 1. Aspectos básicos. Términos y conceptos.

Ejemplo (cont.):

En general, es mucho más difícil modelar adecuadamente interacciones entre organismos que relacionar funciones forzantes y organismos.

La siguiente pregunta es: ¿cómo medir los coeficientes para las ecuaciones de interacción? Si se considera la relación de la ecuación (**1**), esta ecuación se puede arreglar como $k = \frac{J}{Q}$, lo que mide la cantidad del donador y la tasa de flujo, y permite resolver para el coeficiente de transferencia.

Por el momento se asume que no se conoce el mecanismo del proceso que se quiere modelar y que se quiere encontrar una curva que represente adecuadamente el proceso de interés. Dar click para ver algunas ecuaciones particularmente útiles en el proceso de modelación.

Una vez que se tiene una ecuación, que representa la relación a modelar, es necesario determinar los coeficientes que hagan que la curva se aproxime lo más posible a los datos del mundo real. Esto se hace mejor mediante métodos empíricos, por observación o experimentación. Aunque también se pueden utilizar datos de la literatura. Se tiene dos métodos empíricos a utilizar: **aislamiento** y **correlación.** El aislamiento consiste en aislar la trayectoria o interrelación de estudio, en el laboratorio y bajo condiciones cuidadosamente controladas.

Siempre hay problemas cuando se ejerce demasiado control en el laboratorio, ya que se pierde realismo, al controlar variables que influyen en condiciones naturales. Una forma de eliminar la artificialidad del laboratorio es aplicar el segundo método, el de correlación de campo, para examinar hasta donde las variables en la naturaleza varían conjuntamente de manera lineal en el tiempo y el espacio.

Las técnicas de correlación ayudan a decidir que procesos están ocurriendo conjuntamente. Ya que si dos variables muestran alta correlación, se puede cuantificar esta relación, para propósitos de modelación, mediante **técnicas de regresión**.

Modelación Matemática de Problemas Biológicos

Capítulo 1. Aspectos básicos. Términos y conceptos.

Ejemplo:

Si se tiene interés en el modelo de la cantidad total de fotosíntesis en un pequeño estanque. Se tienen algunas ecuaciones algebraicas que describen adecuadamente la tasa de fotosíntesis (**P**) como una función de la luz (**L**), claridad del agua (**C**) y contenido de clorofila (**Chl**) en el estanque.

$$P = f(L, C, Chl)$$

Cuya representación en diagrama es:

Este diagrama muestra un modelo con un alto grado de agregación: ya que muchas especies diferentes, profundidades de agua y microzonas están aglutinadas en una variable de estado. Si se cuenta con información que indica que la fotosíntesis fue uniforme en los metros superficiales del lago, pero que en las secciones más profundas se presentó una fotosíntesis diferente. Entonces se puede realizar un modelo menos agregado.

El nivel de agregación de un modelo generalmente depende de la información disponible. Entonces, el nivel de agregación es un aspecto secundario, es más importante decidir cuales son los componentes funcionales e interacciones que se deben incluir en el modelo.

Una forma de determinar el mejor nivel de agregación es que el modelador utilice su intuición, y vea si sus colegas o críticos pueden sugerir algo mejor. Otra opción es construir diferentes niveles de agregación en diferentes modelos del mismo sistema y ver si las salidas de los modelos son diferentes con respecto a las preguntas que se están planteando.

En general, el nivel de agregación depende de las preguntas que se quieran resolver y de los recursos disponibles para contestarlas.

Modelación Matemática de Problemas Biológicos

Capítulo 1. Aspectos básicos. Términos y conceptos.

1.6.3. Construcción de modelos matemáticos: relaciones entre variables de estado.

Los modelos, ya sean analíticos o de simulación, se basan en relaciones entre funciones forzantes y variables de estado, relaciones entre variables de estado o relaciones entre ellas y el comportamiento de las variables de estado. Por ejemplo, el nivel de incidencia de la luz solar (una función forzante) y la fotosíntesis (un comportamiento de una variable de estado) en un pequeño estanque están relacionadas. Además, cuando la salida de un sistema siempre varía de manera semejante o regular a cuando una entrada del sistema cambia, entonces se dice que la salida es una función de la entrada. En la figura anterior (contenido de clorofila en el fitoplancton), se dice que la fotosíntesis es función de la luz, de la cantidad de clorofila y claridad del agua.

Una vez que se decide cuales funciones y variables de estado son importantes para incluirlas en el modelo, se debe determinar:

1. Los valores iniciales de todas las variables de estado
2. Las funciones forzantes que afectan y cambian las variables de estado
3. Las relaciones funcionales entre las variables de estado

Después de elaborar un **modelo conceptual** y trazar el **modelo diagramático**, el siguiente paso es generar un **modelo matemático** (normalmente algebraico).

Modelación Matemática de Problemas Biológicos

Capítulo 1. Aspectos básicos. Términos y conceptos.

1.6.3.1. Arreglos.

Si se considera que los ecosistemas se componen de variables de estado lógicamente similares (por ejemplo, diferentes especies de plantas o diferentes subregiones de un ecosistema) conviene considerar a estos grupos en alguna forma organizada, entonces, los arreglos son muy útiles para este fin. El proceso iterativo (repetitivo), en conjunto con arreglos, son una herramienta básica para la modelación por computadora. Por ejemplo, se puede calcular la energía de alimento total transferido entre depredadores y presas.

1.6.3.2. Ecuaciones en diferencias.

Una vez que ya se cuenta con el modelo conceptual, funciones forzantes, variables de estado y coeficientes arreglados en vectores, la herramienta matemática más común son las ecuaciones de diferencias, como la que se presenta a continuación.

$$Q_{t2} = Q_{t1} + \sum_{i=1}^{k} J_i$$

Donde la cantidad al tiempo t_2 es igual a la cantidad del tiempo t_1 más o menos todos los flujos durante el intervalo de tiempo.

Esta ecuación expresa un cambio (una diferencia) que ocurre durante una unidad de tiempo bajo ciertas condiciones, por ejemplo, la ecuación anterior puede representar el cambio en la biomasa de una población de Aleta azul que está comiendo Daphnia.

Las ecuaciones en diferencias son convenientes ya que pueden medir fácilmente cambios que están ocurriendo sobre una unidad discreta de tiempo o bajo ciertas condiciones. Entonces, se puede sumar o integrar estos cambios sobre un largo periodo de tiempo o bajo un conjunto más complicado de condiciones para dar resultados que de otra forma son difíciles de alcanzar.

Otra función de un modelo es simplificar un proceso dependiente de condiciones. Lo que en la práctica significa medir funciones complicadas, cada una a la vez, asumiendo que la relación encontrada para cada una se conserva igual cuando se trabajan simultáneamente varias de ellas.

Modelación Matemática de Problemas Biológicos

Capítulo 1. Aspectos básicos. Términos y conceptos.

1.6.4. Modelos computarizados.

Después de escribir una serie de ecuaciones de diferencias que adecuadamente describen el sistema en estudio, se puede construir un modelo de computadora.

Un paso final en el proceso de modelación es determinar hasta donde el modelo "mimetiza" al mundo real, a lo que se le llama **validación**. Hay varias formas de hacer esto, y el proceso se puede considerar iterativo. Esto se hace por simulación y comparación. Dadas las mismas entradas, ¿al hacer los sistemas más grandes (extrapolar) el modelo da los mismos resultados? (por partes o el sistema completo).

> Si el modelo y el sistema natural no concuerdan, el modelo no está obligadamente mal. La diferencia puede ser porque es un modelo incompleto o porque mide inadecuadamente el sistema natural.

El modelo puede indicar cuáles son las mediciones incompletas o erróneas. Para esto se han desarrollado una serie de procedimientos más formales para validar los componentes de un modelo (Caswel, 1976: Caswel, H., 1976, The validation problem in B.C. Pattern (Ed.). System analysis and simulation in eclogy, Vol. 4. Academic, New York, pp. 313-325.)

Otra forma de comprobar lo adecuado de un modelo es por predicción experimental. Si hay un razonable conjunto de condiciones que pueden ocurrir en el sistema natural que aún no se han observado, las condiciones pueden ser programadas por el modelo y los resultados registrados. Si estas condiciones ocurren, o se hace que ocurran, en un sistema más grande y se encuentran resultados similares, eso garantiza alguna confianza en la **validación del modelo**.

Una tercera forma de verificar la validez de un modelo es exponerlo a la crítica. Aspecto poco mencionado en la literatura, pero frecuente en la práctica.

El análisis de sensibilidad es un medio para determinar la importancia de los diferentes componentes del modelo y los coeficientes que están en las salidas del modelo, y ayudan al investigador a entender cuáles componentes se deben medir más cuidadosamente. En la práctica, el **análisis de sensibilidad** consiste en realizar una *serie de corridas o de corridas parciales* de un modelo computarizado en el cual se varían algunas estructuras o coeficientes sobre rangos esperados o posibles, y notando la importancia de cada resultado.

Modelación Matemática de Problemas Biológicos

Capítulo 1. Aspectos básicos. Términos y conceptos.

1.7. Algunos términos y conceptos adicionales.

Los modelos que dan una única salida a un conjunto dado de entradas se conocen como **determinísticos**.

Si se agregan al modelo cierta incertidumbre, (si se utilizan funciones forzantes con algoritmos que producen números aleatorios con una distribución estadística, por ejemplo) se dice que es **estocástico**, y las salidas de un análisis pueden ser diferentes de uno a otro.

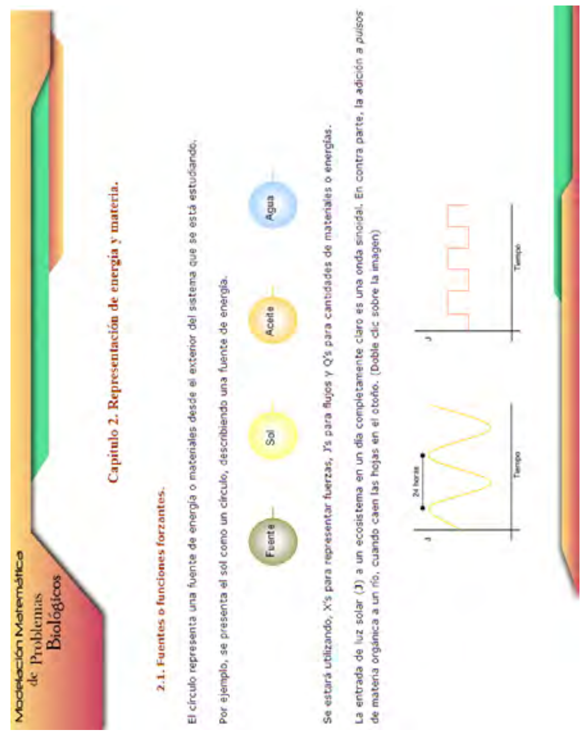
Por regla general, los modelos determinísticos se usan cuando son más baratos y simples de construir. Pero cuando es importante explorar todos los posibles estados futuros de un sistema, se requieren modelos estocásticos.

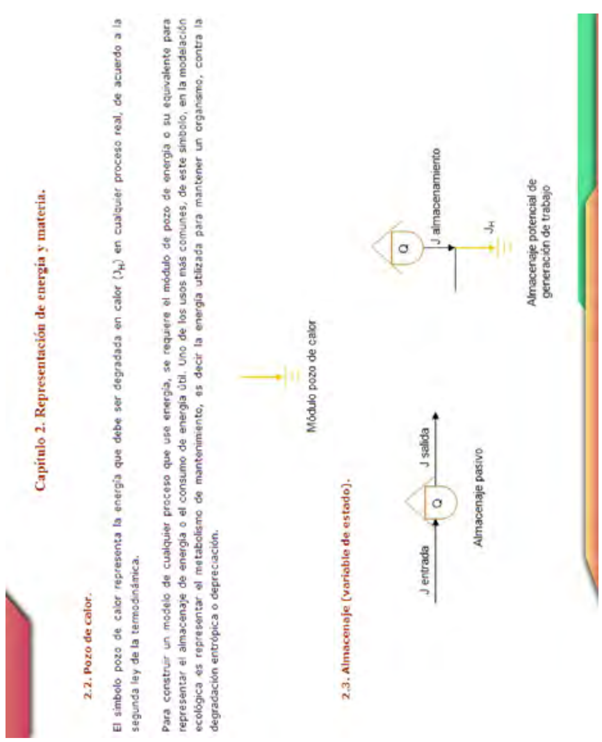
Levins en 1996 (Levins, R., 1966. The strategy of model building in population biology. Amer, Sci., 54:421-431) caracteriza los modelos por su respectivo grado de **precisión**, **generalidad** y **realismo**. Aspectos que se logran a expensas de los otros. Por ejemplo, los modelos que se construyen de manera que sean representaciones muy precisas de un cierto sistema tienden a perder su generalidad, lo que impide efectividad para representar un amplio rango de sistemas similares. Los modelos que mimetizan ciertas variables muy cercanamente se consideran precisos y aquellos que consideran todas las variables y relaciones relevantes son realistas. Por otro lado, a las conclusiones que no son particularmente sensitivas a la estructura del modelo se les conoce como robustas.

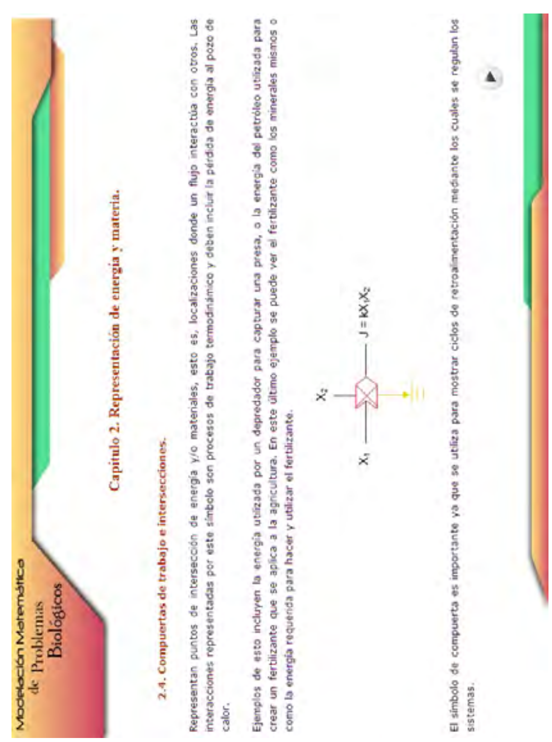
Finalmente, no hay fórmulas mágicas para que indiquen cuales son las características más adecuadas para un estudio dado. Aunque es importante no confundir **precisión**, cantidad de significancia, con **adecuación**, la extensión en la cual una medición o simulación refleja la realidad.

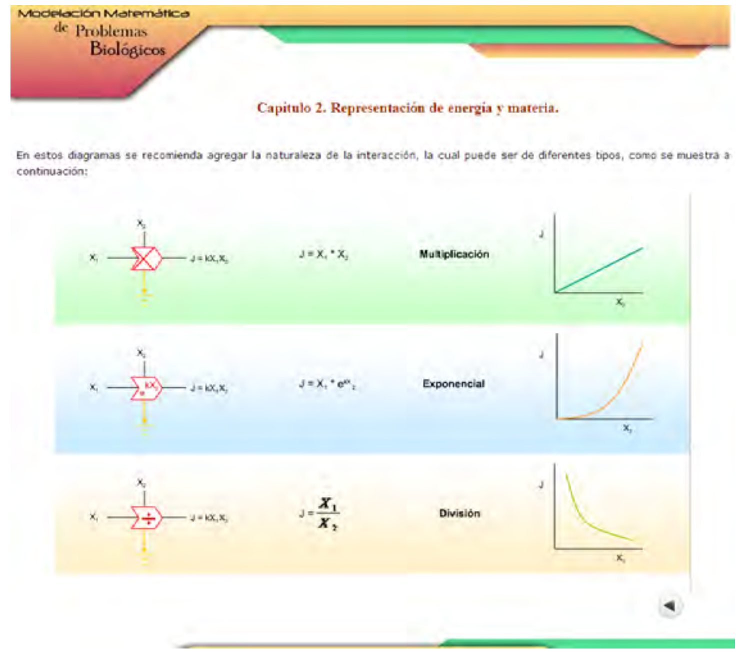
Es importante comprender que la idea de la construcción mecánica de un modelo es algo relativamente fácil, particularmente cuando se compara con la complejidad de determinar los atributos importantes y relaciones de un ecosistema.

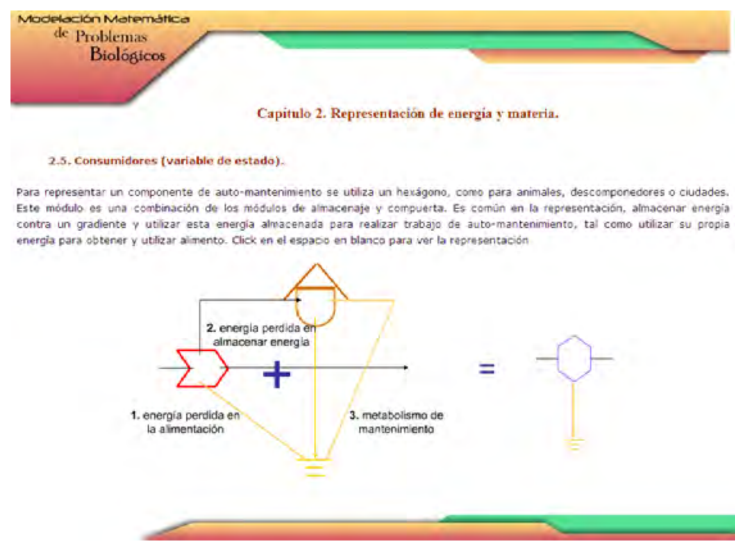
Pantallas del Capítulo 2. Representación de energía y materia.

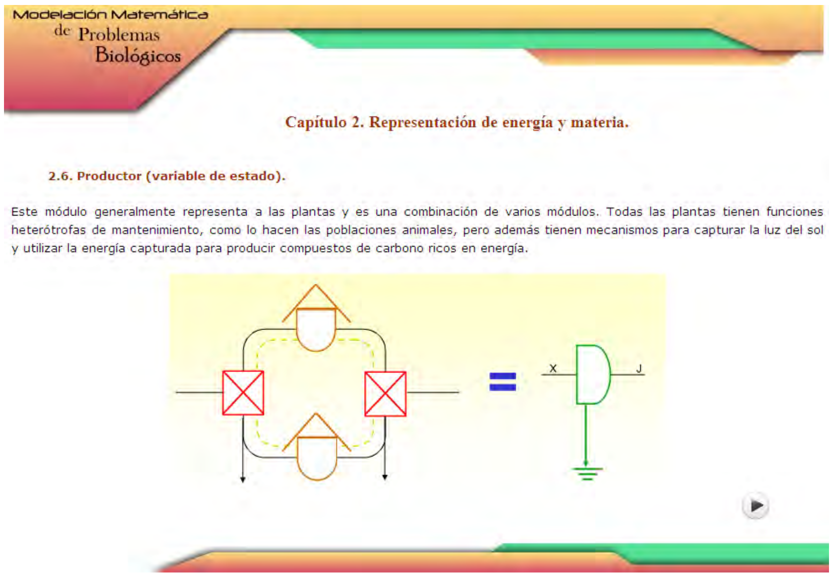


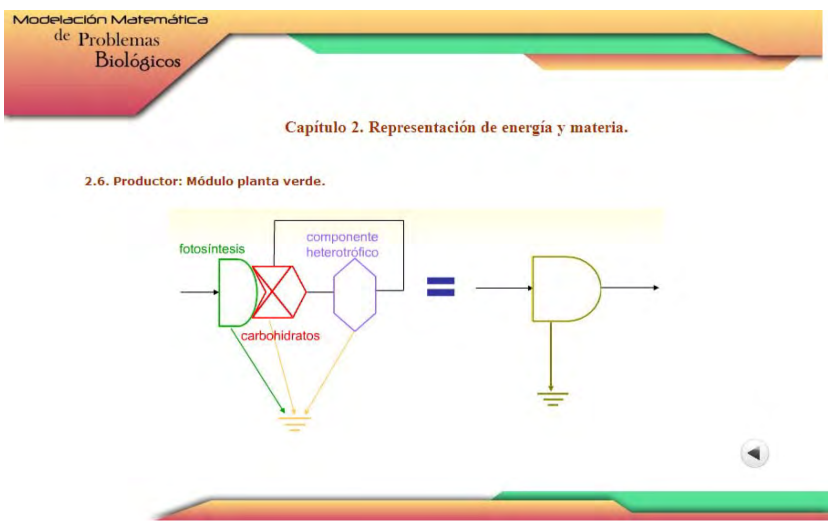





Modelación Matemática de Problemas Biológicos
Capítulo 2. Representación de energía y materia.
En estos diagramas se recomienda agregar la naturaleza de la interacción, la cual puede ser de diferentes tipos, como se muestra a continuación:
Multiplicación
Exponencial
División


Modelación Matemática de Problemas Biológicos
Capítulo 2. Representación de energía y materia.
2.5. Consumidores (variable de estado).
Para representar un componente de auto-mantenimiento se utiliza un hexágono, como para animales, descomponedores o ciudades. Este módulo es una combinación de los módulos de almacenaje y compuerta. Es común en la representación, almacenar energía contra un gradiente y utilizar esta energía almacenada para realizar trabajo de auto-mantenimiento, tal como utilizar su propia energía para obtener y utilizar alimento. Click en el espacio en blanco para ver la representación
2. energía perdida en almacenar energía
1. energía perdida en la alimentación
3. metabolismo de mantenimiento


Modelación Matemática de Problemas Biológicos
Capítulo 2. Representación de energía y materia.
2.6. Productor (variable de estado).
Este módulo generalmente representa a las plantas y es una combinación de varios módulos. Todas las plantas tienen funciones heterótrofas de mantenimiento, como lo hacen las poblaciones animales, pero además tienen mecanismos para capturar la luz del sol y utilizar la energía capturada para producir compuestos de carbono ricos en energía.
X
J

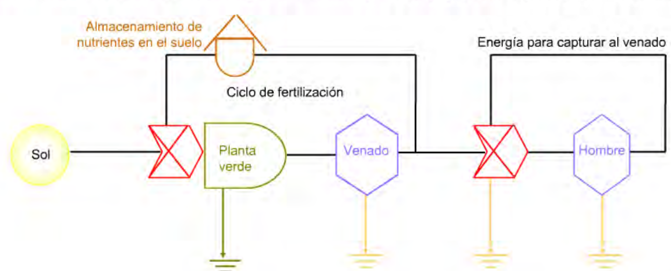

Modelación Matemática de Problemas Biológicos
Capítulo 2. Representación de energía y materia.
2.6. Productor: Módulo planta verde.
fotosíntesis
componente heterotrófico
carbohidratos

Modelación Matemática de Problemas Biológicos

Capítulo 2. Representación de energía y materia.

2.8. Integración (ejemplo).

Estos símbolos muestran su utilidad cuando se integran en circuitos simples o complejos, como el que se presenta a continuación.



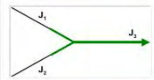
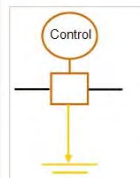
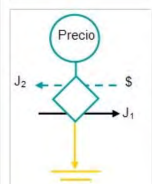
Después de construir el diagrama conceptual, se pueden insertar más flujos y almacenamientos, hasta representar el sistema los más adecuadamente posible. Entonces, se pueden agregar las ecuaciones diferenciales o en diferencias para representar cambios en las variables de estado como función de los flujos de entrada y salida. El paso final es desarrollar un modelo computacional, a partir de estas ecuaciones y correr simulaciones.

Se debe aclarar que estos diagramas y modelos, no son mejores que la concepción, supuestos y números que contienen. Pero si sirven para describir sistemas muy complejos y dar representaciones adecuadas de la naturaleza.

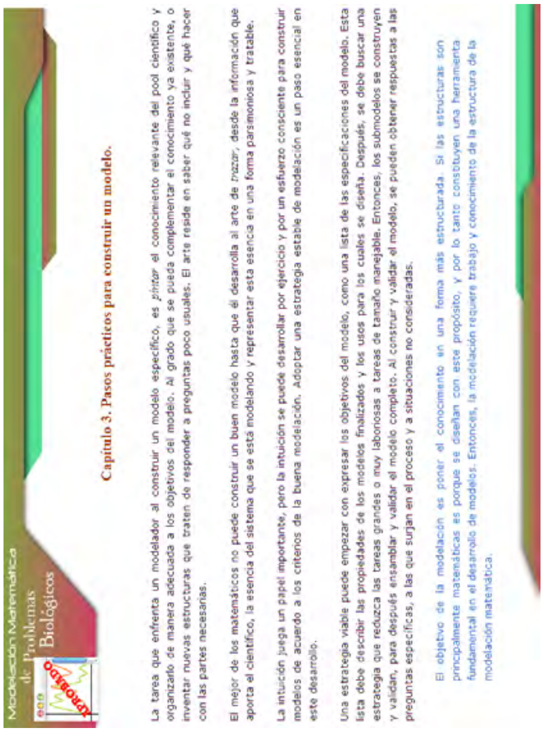
Estos diagramas son una representación heredada de los primeros modeladores de sistemas ecológicos, que es común encontrar en la literatura. Aunque están siendo desplazados por la representación específica de software como Stella© o Madonna©.

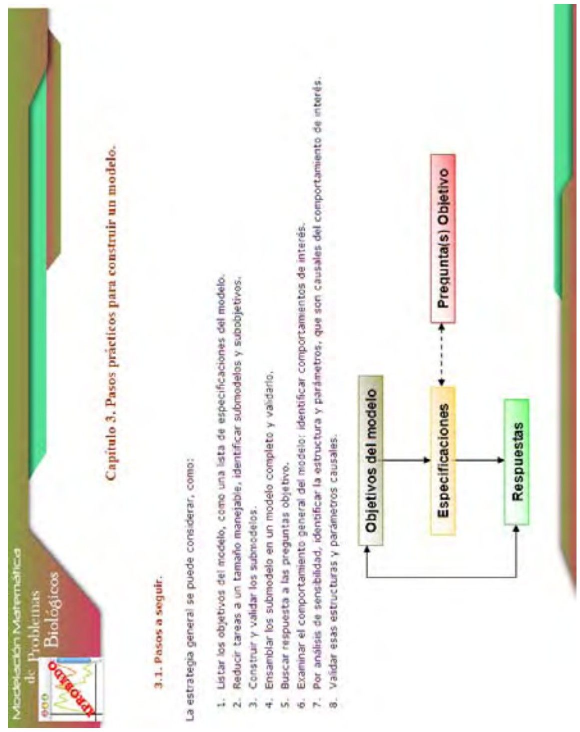
Capítulo 2. Representación de energía y materia.

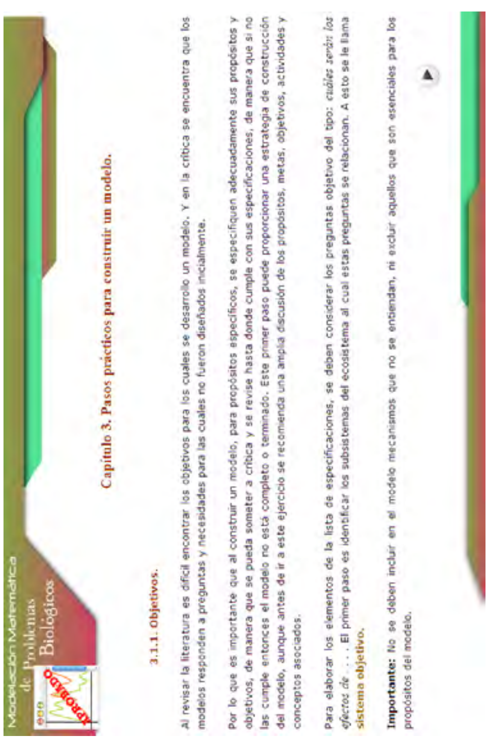
2.7. Módulos de flujo - control.

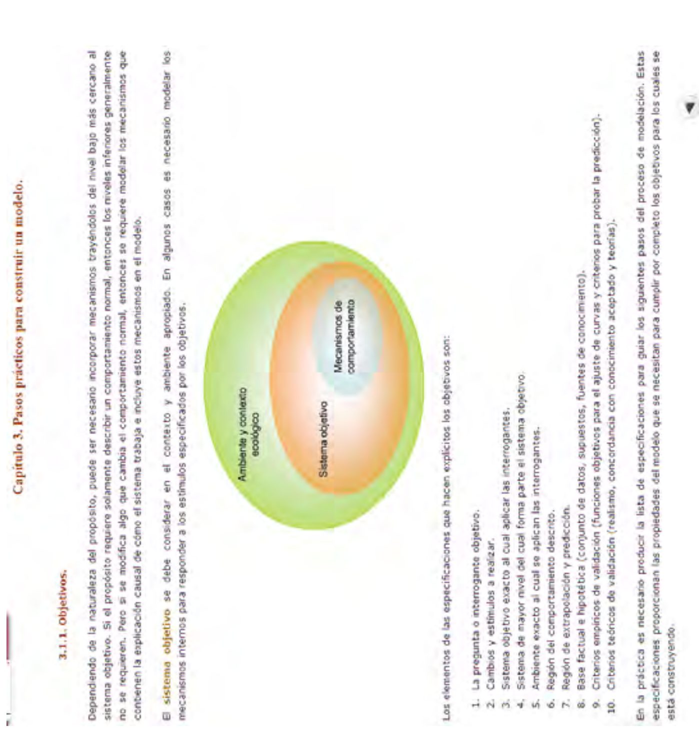
	Camino o trayectoria donde no hay fuerzas contrarias. Ejemplo: la descarga de un tinaco de agua.
	Trayectoria con una fuerza contraria. Ejemplo: un tinaco llenando otro tinaco.
	Switch de control cuando dos flujos se agregan a uno solo.
	Válvula de una vía, indica que el flujo se dá en una sola dirección. Ejemplo: descarga de una pipa de agua en una pendiente, sin bombeo.
	Switch de control que se utiliza cuando los flujos tienen una sola condición de encendido o apagado. Ejemplos: migración, reproducción estacional.
	Módulo de transacción monetaria, se utiliza cuando el dinero, así como la energía, está fluyendo. Se debe notar que el flujo de dinero es opuesto al flujo de energía o materiales, como cuando se compra cualquier producto.

Pantallas del Capítulo 3. Pasos prácticos para construir un modelo.









Modelación Matemática de Problemas Biológicos

Capítulo 3. Pasos prácticos para construir un modelo.

3.2. Estructura de subsistemas.

La razón más práctica para identificar subsistemas es reducir el problema de modelación a proporciones manejables. Aunque se ha encontrado en la teoría que los sistemas reales son jerárquico-modulares, de manera que se justifica realizar una división en módulos.

La palabra **estructura** se utiliza en varias formas, en este caso se considera como identificar los subsistemas y sus acoplamientos, tanto en su forma matemática como en su relación entre variables. Se debe hacer distinción entre estructura de subsistemas y estructura relacional.

Si el sistema a modelar se define por los objetivos del modelo, entonces los submodelos también se deben definir por objetivos y sub-objetivos implicados en cada sub-modelo, lo que conduce a una perspectiva interesante en la estrategia de modelación.

Cada módulo puede requerir herramientas diferentes para cumplir sus objetivos por completo. Por ejemplo, alguno puede operar en un tiempo continuo, otros en tiempos discreto. Una parte puede requerir un modelo de flujo de energía, otra un modelo de población estadístico. La descomposición en partes permite que a cada una de ellas se le modele de la manera más adecuada para cumplir los objetivos. La integración en un todo está definido en las reglas de composición y descomposición.

Modelación Matemática de Problemas Biológicos

Capítulo 3. Pasos prácticos para construir un modelo.

3.3. Construcción y validadicón.

El proceso general de modelación se puede visualizar como un algoritmo iterativo, del tipo:

1. Construir un modelo y generar resultados, *ir a* **3**
2. Revisar el modelo y generar resultados, *ir a* **3**
3. Probar contra los criterios de validez, *parar o regresar a* **2**

Esto significa que la actividad cesa cuando el modelo alcanza los estándares de validación o cuando se admita que no hay forma de alcanzar dichos estándares. Cuando el modelo pasa las pruebas de validación, está listo para los propósitos para los cuales se construyó.

La validación está muy relacionada a la prueba de hipótesis y al ajuste de curvas, considerando que la validación está asociada al concepto de adecuación. Aquí se debe notar que la relación lineal es poco real en la biología, pero han sido de gran utilidad en el desarrollo de sistemas, sobretodo para la comunicación de ideas.

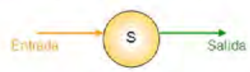
Es importante aclarar que la validación de la capacidad de extrapolación es un aspecto teórico, mientras que la validación del comportamiento sobre la región en la cual se ha observado el sistema es un aspecto empírico.

Modelación Matemática de Problemas Biológicos

Capítulo 3. Pasos prácticos para construir un modelo.

3.4. Estructura del modelo.

Todos los sistemas generales tienen una relación que se interpreta como una función entre dos conjuntos de variables. La conceptualización más simple es el sistema (**S**) como una función de entradas y salidas.



Entonces el modelo es cualquier regla que genera salidas a partir de entradas. En esta representación se dice que la estructura del modelo la proporciona la regla (esto es la función o más generalmente la relación). Así pues, de esta regla se deberán encontrar sus parámetros.

La forma en la cual las salidas están determinadas por completo por las entradas es de poco interés en la modelación de procesos biológicos. Los sistemas de mayor interés son los llamados determinados por el estado o secuenciales, en éstos, las salidas están en función de valores anteriores de entradas y salidas, así como de las entradas actuales. Para realizar esto se deben identificar las variables de estado que conceptualmente se puedan medir, así como sus valores actuales. Aquí *correr* un modelo es simplemente generar salidas de acuerdo a las reglas, sobre un conjunto especificado de tiempos. Lo anterior, dados un conjunto particular de estados iniciales y un conjunto particular de entradas, sobre el conjunto de tiempos.

Al definir un sistema, el **comportamiento** está relacionado a la naturaleza del sistema y la **estructura** a la interacción de las partes, es decir al entendimiento de cómo el sistema trabaja.

Modelación Matemática de Problemas Biológicos

Capítulo 3. Pasos prácticos para construir un modelo.

3.5. Análisis de sensibilidad y estudio del comportamiento del sistema.

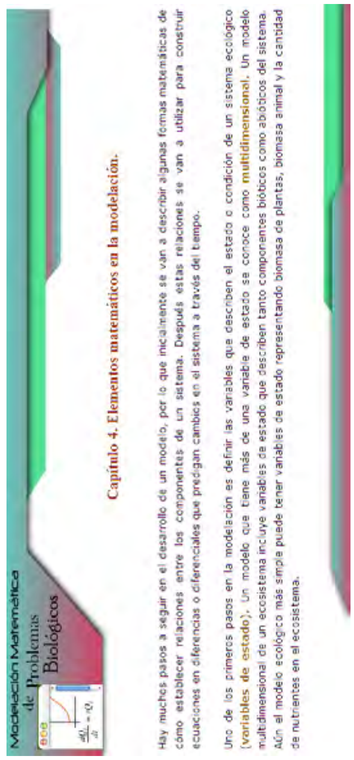
Al modelar se requiere el análisis de sensibilidad o de cómo cambia el comportamiento por efecto de una perturbación. Cambios en los parámetros o cambios estructurales se requiere para cumplir por completo con esta actividad.

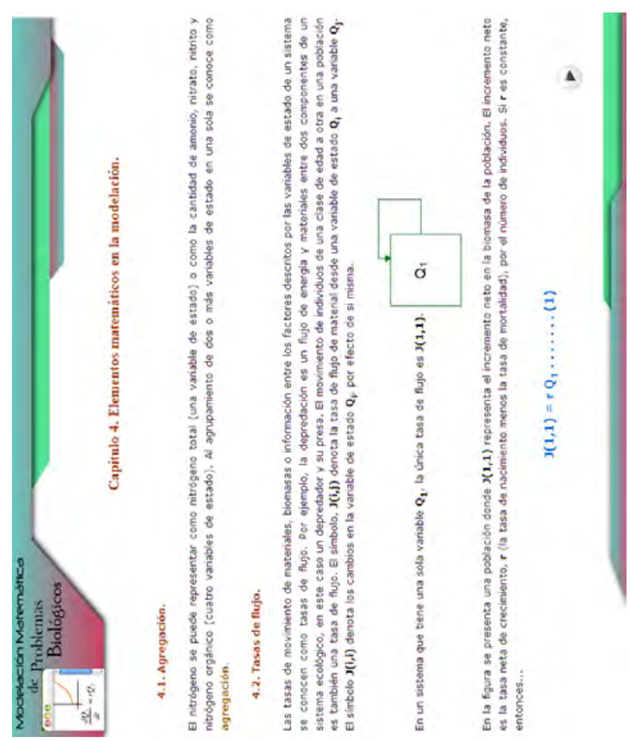
La primera clase de actividad involucra cambios en los resultados por variaciones en los valores iniciales de las variables del sistema. Esto se tipifica por el gráfico de fases, se estudia por determinar la dirección de cambio desde diferentes posiciones. Los aspectos a identificar son: isoclinas, puntos de equilibrio y algunos otros aspectos que ayuden a resumir el comportamiento. El análisis de estabilidad tiene lugar en este espacio, relacionando el comportamiento del sistema en la vecindad de aspectos como equilibrios y ciclos.

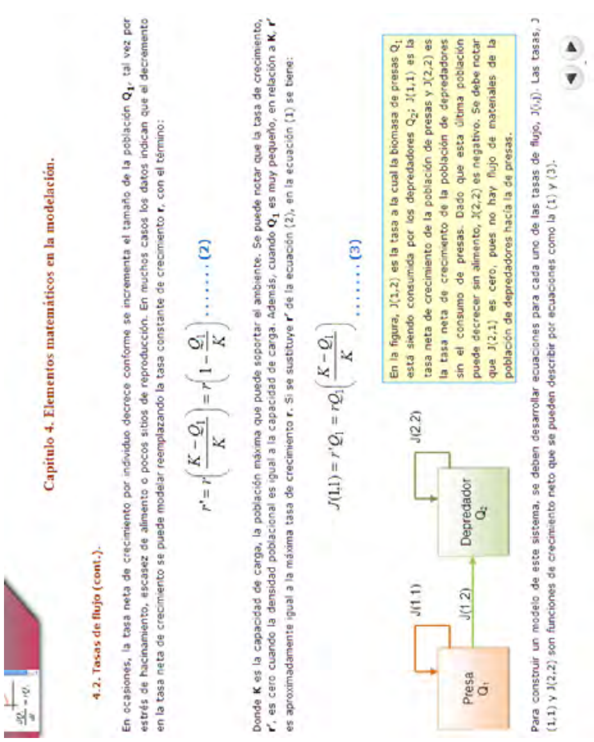
3.6. Validación y estructura causal.

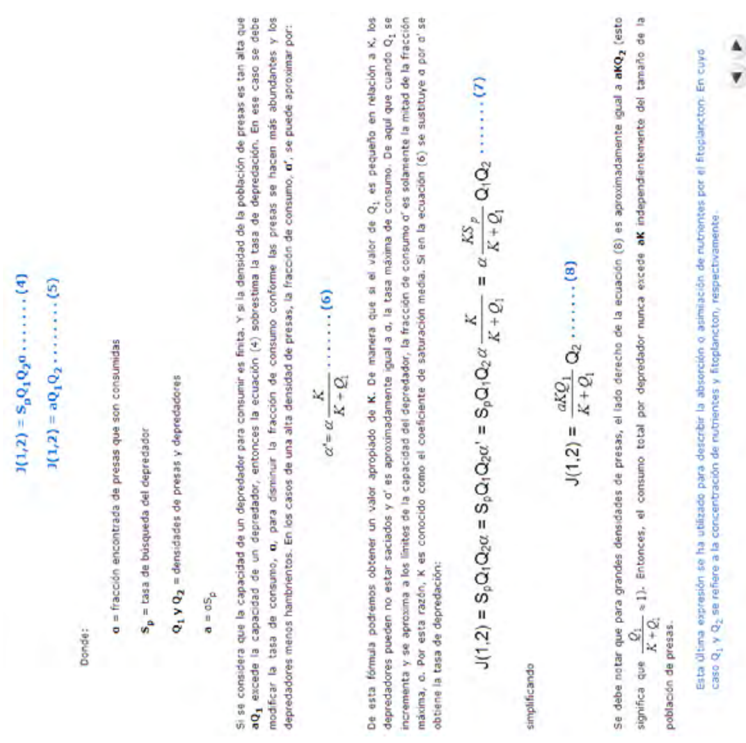
Después de descubrir comportamientos interesantes del modelo y la identificación de estructura causal por análisis de sensibilidad, uno se enfrenta con el problema de validación de la estructura. Idealmente, un subsistema se puede aislar y el comportamiento de interés es identificado como un comportamiento del subsistema. Entonces se procede a validar el subsistema por verificación de la concordancia con el conocimiento existente, la teoría y conjuntos de datos. Lo que puede hacer necesario construir nuevos experimentos de campo. También es común que las variables internas no sean representadas por un conjunto de datos, ya que a veces no se pueden medir directamente, de manera que se deben relacionar las interrogantes a mediciones indirectas o estimaciones.

Pantallas del Capítulo 4. Elementos matemáticos en la modelación.









Las tasas de flujo también pueden ser influenciadas por factores fuera del sistema que afectan el comportamiento del sistema, pero que no son afectadas por el sistema o por variables de decisión. A las variables que describen tales factores se les llama **variables exógenas**. Temperatura, precipitación y radiación solar son ejemplos de este tipo de variables y tienen una influencia muy importante sobre muchas tasas de flujo, incluyendo productividad neta y absorción de nutrientes.

Frecuentemente, las tasas que dependen de varios factores se representan matemáticamente por la multiplicación conjunta del efecto de todos los factores que actúan independientemente unos de otros. Por ejemplo, la tasa de absorción de un nutriente, Q_1, por el fitoplancton se puede representar como:

$$J(1,2) = MG_1(Q_1)G_2(W_2)G_3(W_3)Q_2 \ldots\ldots (9)$$

Donde G_1, G_2 y G_3 describen los efectos de la concentración de los nutrientes, Q_1, y las variables exógenas temperatura, W_2, y radiación solar, W_3, sobre la absorción de nutrientes por la población de fitoplancton Q_2. El efecto de la concentración de nutrientes frecuentemente tienen la forma, $G_1(Q_1) = \alpha' Q_1$, donde α' está dado en la ecuación (6).

Una forma más general de la relación mutiplicativa es:

$$J(i,j) = M \prod_{m=1}^{N} G_m(X_m) \ldots\ldots (10)$$

Donde Π representa el producto y X_m se refiere a todas la variables del modelo (estado, decisión y exógenas) que afectan a $J(i,j)$. Cada una de las funciones $G_m(X_m)$, se mide manteniendo las otras variables constantes y calculando el cambio fraccional en $J(i,j)$ conforme X_m cambia. Si $Y = (y_1, y_2, \ldots, y_N)$ es el conjunto base de valores en el cual las otras variables se mantienen constantes, entonces M es el valor de la tasa de flujo cuando todas las variables X_m, son iguales a sus valores base y_m. Usualmente los valores base se seleccionan de manera que maximicen $J(i,j)$.

De manera más precisa...

$$M = J(i,j \mid y_1, y_2, \ldots, y_N) \ldots\ldots (11)$$

$$G_m(X_m) = \frac{J(i,j \mid y_1, y_2 \ldots y_{m-1}, X, y_{m+1}, \ldots, y_N)}{J(i,j \mid y_1, \ldots, y_N)} \ldots\ldots (12)$$

Donde...

$Y = y_1, y_2, \ldots, y_N$ = conjunto de valores base de las variables del modelo utilizadas para comparación.

$J(i,j \mid y_1, y_2, \ldots, y_N)$ = el valor de la tasa de flujo, $J(i,j)$, dado que las variables del modelo tienen los valores $(y_1, y_2, \ldots, y_N)$.

La cantidad de datos requeridos se puede reducir significativamente si se supone que los efectos de las diferentes variables sobre las tasas de flujo, $J(i,j)$ se pueden representar por una relación multiplicativa.

Modelación Matemática de Problemas Biológicos

Capítulo 4. Elementos matemáticos en la modelación.

4.2. Tasas de flujo (cont.).

Es importante entender los supuestos para que sea válida la ecuación (10) al describir una tasa de flujo. La relación multiplicativa es adecuada solamente si los efectos de cambio en algunas variables es igual al producto de los efectos debidos a cambios en los valores uno a la vez. Por ejemplo, para cualesquiera dos valores de x_1 y x_2:

$$J(i,j \mid x_1, x_2, y_3, \ldots, y_n) = \frac{J(i,j \mid x_1, y_2, \ldots, y_m) J(i,j \mid y_1, x_2, y_3, \ldots, y_n)}{M} \ldots\ldots (13)$$

Se puede notar que en general los valores de $G_m(X)$ no siempre son los mismos, si se miden en diferentes valores base $(y_1, y_2, \ldots, y_N)$. Por esta razón las mediciones usualmente se basan en los valores de y que maximizan el valor de $J(i,j)$. Por ejemplo, si $J(i,j)$ es una tasa de crecimiento, los valores base de las y's pueden representar los valores óptimos de radiación solar, temperatura, concentración de nutrientes y así por el estilo.

En la práctica, las variables usualmente tienen efectos de interdependencia que afectan las tasas de flujo. Esto significa que la ecuación (13) no se aplica a todos los valores de x_1 y x_2. Aunque la aproximación multiplicativa es adecuada para muchos propósitos. Una estimación del error resultante de los supuestos se puede obtener midiendo la tasa $G_m(X)$, para diferentes conjuntos de valores base Y. Usualmente el error decrece al reducir el rango de los x_i's, de manera que $X - Y = \Sigma |x_m - y_m|$ sea suficientemente pequeño (aunque se debe definir el concepto de suficientemente pequeño).

Modelación Matemática de Problemas Biológicos

Capítulo 4. Elementos matemáticos en la modelación.

4.3. Tasas de cambio.

La cantidad total de las tasas de cambio de una variable de estado Q_i, es la suma de los flujos de entrada a Q_i desde otras variables, menos los flujos de salida de Q_i. De manera que:

$$F_i = \sum_{j=1}^{N} \alpha_{ji} J(j,i) - \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^{N} J(i,k) \ldots\ldots (14)$$

lo que entra a Q_i, menos lo que sale de Q_i

Donde:

F_i = tasa total de cambio de Q_i

α_{ji} = razón de conversión del material Q_j al material Q_i

$\sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^{N} J(i,k)$ = la suma para k = 1, 2, . . . ,i − 1, i + 1, . . . ,N

$J(j,k)$ = tasa de flujo de Q_j a Q_k

La importancia de las tasas de cambio F_i, consiste en que son la base de las ecuaciones diferenciales, y de diferencias que describen y predicen el comportamiento de un sistema ecológico.

Es necesario incluir las constantes α_{ji}, en las tasas de cambio de la ecuación (14), ya que al transferir $J(i,j)$ unidades de la variable Q_j no necesariamente resulta en el mismo número de unidades de variable Q_i. Por ejemplo, si la cantidad a transferir está medida en calorías de biomasa de Q_j, solamente una fracción (alrededor del 10%) de $J(i,j)$ será transformada en calorías de biomasa Q_i, ya que la digestión nunca es 100% eficiente.

Si el flujo es entre dos variables con unidades semejantes (por ejemplo, calorías de biomasa), entonces α_{ji} es adimensional. Si el flujo es entre variables con diferentes unidades, α_{ji} incorpora los cambios en unidades. Ejemplo: si Q_1 es la concentración de nitrógeno en miligramos por litro y Q_2 es la biomasa de fitoplancton en miligramos por litro, entonces α_{21}, es la fracción de la biomasa de fitoplancton que es nitrógeno, y está en unidades de gramos de nitrógeno por gramo de carbono.

Modelación Matemática de Problemas Biológicos

Capítulo 4. Elementos matemáticos en la modelación.

4.3. Tasas de cambio (cont.).

Para el caso unidimensional (una sola variable) de la Figura 1, la tasa de cambio F_1, a partir de la ecuación (14) es simplemente:

$$F_1 = J(1,1) \ldots\ldots (15)$$

El término $J(1,1)$ puede tener una de las formas listadas en las ecuaciones (1) y (2), es decir que para el crecimiento independiente de la densidad...

$$F_1 = rQ_1 \ldots\ldots (16)$$

Y para el crecimiento que se limita conforme la densidad se aproxima a la capacidad de carga K, se tiene...

$$F_1 = rQ_1\left(\frac{K - Q_1}{K}\right) \ldots\ldots (17)$$

Capítulo 4. Elementos matemáticos en la modelación.

4.3. Tasas de cambio (cont.).

Las tasas de cambio de sistemas dos-dimensionales se pueden construir de forma similar. Para el sistema planta-herbívoro o presa-depredador, ilustrado en la Figura 2, $J(2,1) = 0$ y $N = 2$. De la ecuación (14)...

$$F_1 = J(1,1) - J(1,2) \ldots\ldots\ (18)$$

$$F_2 = a_{12}J(1,2) + J(2,2) \ldots\ldots\ (19)$$

Dado que la población del depredador Q_2, disminuye sin un aporte de alimento Q_1, entonces $J(2,2)$ es negativo, por eso el signo de + en la ecuación.

Si las tasas de crecimiento y muerte de las poblaciones de presas y depredadores son dependientes de la densidad, y la tasa de consumo del depredador es proporcional a la densidad de la presas, entonces $J(1,2)$ tiene la forma dada en la ecuación (5), entonces $J(1,1)$ y $J(2,2)$ tienen la forma correspondiente a la ecuación (1). De tal forma que las tasas de cambio de Q_1 y Q_2 de las ecuaciones (18) y (19) son:

$$F_1 = r_1Q_1 - a_1Q_1Q_2 \ldots\ldots\ (20)$$

$$F_2 = r_2Q_2 - a_2Q_1Q_2 \ldots\ldots\ (21)$$

Donde:

$a_2 = a_{12}a_1$

$r_1 > 0$

$J(2,2) < 0$, entonces $r_2 < 0$

Si el crecimiento de la población de presas $J(1,1)$, es dependiente de la densidad, ecuación (2), entonces las tasas de cambio son:

$$F_1 = r_1Q_1\left(\frac{K-Q_1}{K}\right) - a_1Q_1Q_2 \ldots\ldots\ (22)$$

$$F_2 = r_2Q_2 - a_2Q_1Q_2 \ldots\ldots\ (23)$$

Capítulo 4. Elementos matemáticos en la modelación.

4.4. Ecuaciones predictivas.

Las ecuaciones predictivas convierten las tasas de cambio F_i, en ecuaciones que predicen los valores de las variables de estado $Q_i(t)$, a través del tiempo. Si el tiempo se divide en unidades discretas tales como días, generaciones o años, el valor de la variable de estado Q_i, al tiempo $t + \Delta t$, es el valor de la variable de estado Q_i al tiempo t, más la tasa de cambio F_i, multiplicado por Δt, el número de unidades de tiempo que han transcurrido. La representación matemática de esta relación es:

$$Q_i(t + \Delta t) = Q_i(t) + F_i(t)*\Delta t \ldots\ldots\ (24)$$

La ecuación (24) se conoce como una ecuación en diferencias. Usualmente, las unidades de t se seleccionan de manera que Δt sea igual a uno. En cuyo caso, la ecuación de diferencias queda como:

$$Q_i(t + 1) = Q_i(t) + F_i(t) \ldots\ldots\ (25)$$

Sustituyendo la ecuación (14), que expresa la tasa de cambio F_i, como una función de las tasas de flujo $J(i,j)$, en la ecuación (25), se obtiene:

$$Q_i(t + 1) = Q_i(t) + \sum_{j=1}^{N} a_{ji}J(j,i) - \sum_{\substack{k=1\\k\neq i}}^{N} J(i,k) \ldots\ldots\ (26)$$

Las ecuaciones que tienen la forma de la ecuación (26) predicen cambios en unidades discretas de tiempo.

Capítulo 4. Elementos matemáticos en la modelación.

4.4. Ecuaciones predictivas (cont.).

Las ecuaciones predictivas que describen la dinámica de un sistema de manera continua a través del tiempo se llaman ecuaciones diferenciales. Este tipo de ecuaciones se basan en la derivada de $Q_i(t)$, la tasa instantánea de cambio de $Q_i(t)$ y que se representa por el símbolo $\frac{dQ_i(t)}{dt}$ o $\dot{Q}$. La derivada está definida por:

$$\frac{dQ_i}{dt} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{Q_i(t+\Delta t)-Q_i(t)}{\Delta t} = L \ldots\ldots\ (27)$$

Esto quiere decir que el cociente se acerca a L, cuando Δt se acerca a cero. El requerimiento matemático para que L sea un límite, es que para algún número positivo ε, seleccionando otro número positivo δ, se cumpla lo siguiente:

$$-\varepsilon < \left(L - \frac{Q_i(t+\Delta t)-Q_i(t)}{\Delta t}\right) < \varepsilon \quad \text{si} \quad -\delta < \Delta t < \delta \ldots\ldots\ (28)$$

Si existe un valor de L que cumpla con la ecuación (28), entonces la derivada existe y se dice que $Q_i(t)$ es diferenciable en el punto t.

Para relacionar la ecuación (27) a las tasas de cambio F_i, la ecuación (24) se puede re-escribir como:

$$\frac{Q_i(t+\Delta t)-Q_i(t)}{\Delta t} = F_i(t) \ldots\ldots\ (29)$$

De las ecuaciones (27) y (29) se tiene...

$$\frac{dQ_i}{dt} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{Q_i(t+\Delta t)-Q_i(t)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t\to 0}F_i(t) = F_i(t) \ldots\ldots\ (30)$$

En esta última ecuación $F_i(t)$ no depende de Δt, así que la derivada es igual a la tasa de cambio F_i, definida en la ecuación (14), esto es:

$$\frac{dQ_i}{dt} = F_i(t) = \sum_{j=1}^{N} a_{ji}J(j,i) - \sum_{\substack{k=1\\k\neq i}}^{N} J(i,k) \ldots\ldots\ (31)$$

Los dos modelos más utilizados para describir el crecimiento de una sola especie se obtienen al sustituir las ecuaciones (16) y (17) en la ecuación (31), para obtener:

$$\frac{dQ}{dt} = F = rQ \ldots\ldots\ (32)$$

$$\frac{dQ}{dt} = F = rQ\left(\frac{K-Q}{K}\right) \ldots\ldots\ (33)$$

La ecuación (32) representa el crecimiento exponencial (diferencial) y la ecuación (33) el crecimiento logístico (diferencial). Mientras que la forma de estos modelos en ecuaciones en diferencias es:

$$Q(t + 1) = Q(t) + rQ(t) \ldots\ldots\ (34)$$

y

$$Q(t+1) = Q(t) + rQ(t)\left(\frac{K-Q(t)}{K}\right) \ldots\ldots\ (35)$$

Que se obtienen al sustituir las ecuaciones (16) y (17) en la ecuación (25).

Los modelos que predicen el comportamiento de dos especies interaccionando se pueden construir de manera similar. La derivada $\frac{dQ_i}{dt}$, de cada variable de estado se calcula sustituyendo las tasas de flujo, $J(j,i)$, en la ecuación (31). Ejemplo: la dinámica de las poblaciones de presas y depredadores cuyas interacciones las describen las ecuaciones (20) y (21) se pueden predecir de la ecuación (31), por las siguientes ecuaciones diferenciales:

$$\frac{dQ_1}{dt} = F_1 = r_1Q_1 - a_1Q_1Q_2 \ldots\ldots\ (36)$$

$$\frac{dQ_2}{dt} = F_2 = r_2Q_2 + a_2Q_1Q_2 \ldots\ldots\ (37)$$

Este sistema de ecuaciones se conoce como Lotka-Volterra.

Donde:

r_1, a_1, y $a_2 > 0$

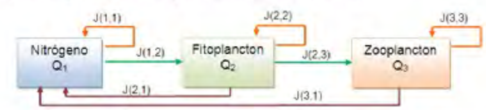
$r_2 < 0$

Si la población de presas tiene una tasa de crecimiento que decrece cuando crece la densidad de presas, el conjunto de ecuaciones diferenciales se sustituye por las tasa de cambio F_1 y F_2 definidas en las ecuaciones (22) y (23), las cuales son un modelo más adecuado.

4.5. Modelos de ecosistemas acuáticos.

A continuación se presenta y analiza el modelo presentado por Di Toro y colaboradores en 1971, para predecir la respuesta de la población del fitoplancton a los nutrientes liberados en el río San Joaquín por fuentes industriales y municipales. Este ejemplo muestra la aplicación del método discutido hasta el momento, y es importante porque se ha utilizado como base para el desarrollo de modelos posteriores.

El modelo de Di Toro consiste de una población de Zooplancton (Q_3), una población de fitoplancton (Q_2) y un nutriente (Q_1). El zooplancton se alimenta del fitoplancton que a su vez absorbe nutrientes. A través de la excreción y muerte, las poblaciones de zooplancton y fitoplancton regresan nutrientes al agua. Como se ilustra en la siguiente figura.



El primer paso para construir un modelo del ecosistema descrito en la figura, consiste en desarrollar ecuaciones para cada una de las tasas de flujo, J(i,j). Aún cuando alguno de estos flujos sea cero. Por ejemplo, el zooplancton no absorbe nutrientes directamente, de manera que J(1,3) es cero. De manera semejante, el fitoplancton no come zooplancton, entonces J(3,2) es cero también.

Un término que no es cero es J(2,3), la tasa de pastoreo que hace el zooplancton sobre el fitoplancton. El zooplancton pastorea el fitoplancton por filtración del agua. La cantidad de agua filtrada por cada zooplancton se multiplica por la cantidad de fitoplancton en el agua filtrada, para obtener la cantidad de fitoplancton ingerido por cada zooplancton. Al multiplicar esta cantidad por el número de zooplancton se obtiene la cantidad total de fitoplancton consumida por el zooplancton, esto es:

$$\mathbf{J(2,3) = tasa\ de\ filtración * concentración\ de\ fitoplancton * número\ de\ zooplancton}$$

$$J(2,3) = C_g * \left(\frac{Q_2}{V}\right) * Q_3 \cdots\cdots (38)$$

O simplemente...

$$J(2,3) = aQ_2Q_3 \cdots\cdots (39)$$

Donde:

V = volumen

$\mathbf{C_g}$ = tasa de filtración

$\mathbf{a} = \dfrac{C_g}{V}$

$\mathbf{Q_2, Q_3}$ son el número de fitoplancton y zooplancton respectivamente

4.5. Modelos de ecosistemas acuáticos (cont.).

La tasa J(1,2) es la cantidad de nutrientes consumidos por la población de fitoplancton por unidad de tiempo: esta tasa es directamente proporcional a la tasa de crecimiento de la población de fitoplancton, la cual depende de la temperatura, radiación solar y la cantidad de nutrientes disponibles. Suponiendo que los efectos de diferentes factores se puede representar por una relación multiplicativa, como en la ecuación (9) Di Toro y colaboradores describen la tasa de absorción de nutrientes como:

$$J(1,2) = G_T(X_T) * G_S(X_S)\frac{a_1K_1Q_1Q_2}{K_1+Q_1} * M \cdots\cdots (40)$$

Donde $G_T(X_T)$ y $G_S(X_S)$ son funciones que describen los efectos de la temperatura X_T y la radiación solar X_S sobre el crecimiento del fitoplancton. Se toman valores estimados de estas funciones de la literatura. La forma exacta de estas funciones G_T y G_S, se dan en la Tabla 1.

En un ecosistema acuático, los nutrientes se retornan al agua por las excreciones y muerte de fitoplancton y zooplancton. EL flujo de este material, desde la población de fitoplancton se representa por:

$$J(2,1) = Q_2G_T^P(X_T) \cdots\cdots (41)$$

donde la función $G_T^P(X_T)$ describe el efecto de la temperatura X_T, sobre J(2,1) y está dado en la Tabla 1.

Di Toro y colaboradores suponen que la tasa a la cual el nitrógeno se regresa al agua debido a la muerte de zooplancton y respiración es directamente proporcional al tamaño de la población de zooplancton, esta es de la forma K_3Q_3, para una constate dada K_3. Además, el zooplancton también retorna nutrientes al agua por excreción de materiales de fitoplancton que el zooplancton no asimila. Datos publicados indican que la cantidad de fitoplancton asimilada por zooplancton se pueden estimar por una ecuación del tipo de la ecuación (8), es decir que la cantidad de fitoplancton asimilada es igual a...

$$\frac{a_2K_2Q_2Q_3}{K_2+Q_2} \cdots\cdots (42)$$

Así la cantidad de la biomasa de fitoplancton que no se asimila es la cantidad total ingerida (aQ_2Q_3 de la ecuación 39) menos el termino (ecuación 42):

$$aQ_2Q_3 - \frac{a_2K_2Q_2Q_3}{K_2+Q_2} = \left[a - \frac{a_2K_2}{K_2+Q_2}\right]Q_2Q_3 \cdots\cdots (43)$$

Capítulo 4. Elementos matemáticos en la modelación.

4.5. Modelos de ecosistemas acuáticos (cont.).

El flujo total de nutrientes desde la población de zooplancton Q_3 al pool de nutrientes Q_1, es la tasa K_3Q_3, de la muerte y respiración, más la tasa de excreción de fitoplancton sin asimilar (ecuación 43). De aquí que...

$$J(3,1) = K_3Q_3 + \alpha_{23}\left[a - \frac{a_2K_2}{K_2+Q_2}\right]Q_2Q_3 \cdots\cdots (44)$$

Es necesario multiplicar el último término por α_{23} para convertir unidades de biomasa de fitoplancton en unidades de biomasa de zooplancton.

En un sistema acuático, también hay cambios en las concentraciones de nitrógeno, fitoplancton y zooplancton, que resultan de las entradas y salidas de agua al sistema. Este cambio se agrega en **J(i,i)**, que define los cambios en la variable $\mathbf{Q_i}$ independientemente de las demás variables. La tasa **J(i,i)** es igual a la cantidad de variable $\mathbf{Q_i}$ que entra al sistema por ingreso de agua, menos la cantidad de variable $\mathbf{Q_i}$ removida por la salida de agua. Si **q** es la tasa a la cual el agua entra y sale del sistema, entonces **q** multiplicada por la concentración $\frac{Q_i}{V}$ (V = volumen) da la tasa a la cual se remueve la sustancia $\mathbf{Q_i}$. De igual forma, si $\mathbf{c_i}$ es la concentración de sustancia **i** en la entrada de agua, entonces $\mathbf{q*c_i}$ es la tasa a la cual la sustancia **i** está entrando al sistema. Entonces:

$$J(i,i) = qc_i - q\frac{Q_i}{V} \cdots\cdots (45)$$

En los modelos utilizados para evaluar la relación entre la carga de nutrientes y la eutrofización, la cantidad de nutrientes entrando al sistema es dependiente de la decisión con respecto al manejo de los alrededores de las áreas de drenaje, decisiones como el nivel de tratamiento de los desechos industriales y municipales, y el uso del suelo permitido. Así la concentración de nutrientes entrantes se puede representar como una función de la variable de decisión $\mathbf{c_1 = D_1(V)}$. Entonces:

$$J(1,1) = qD_1(V) - q\frac{Q_i}{V} \cdots\cdots (46)$$

Las ecuaciones para todas las tasas de flujo J(i,k) se resumen en la Tabla 2. De estas ecuaciones, las tasas de cambio F_i, se pueden calcular como la suma de todos los flujos de entrada en el compartimiento de la variable de estado i, menos los flujos de salida. Sustituyendo las ecuaciones de la Tabla 2 en la ecuación (31) se obtiene:

$$\frac{dQ_1}{dt} = qD_1(v) - q\frac{Q_1}{V} + \alpha_{21}Q_2G_T^P(X_T) + \alpha_{31}\left[K_3Q_3 + \alpha_{23}\left(a - \frac{a_2K_2}{K_2+Q_2}\right)Q_2Q_3\right] - \frac{a_1K_1Q_1Q_2}{K_1+Q_1}G_T(X_T)G_S(X_S) \cdots\cdots (47)$$

$$\frac{dQ_2}{dt} = F_2 = J(2,2) + \alpha_{12}J(1,2) - J(2,1) - J(2,3)$$

$$\frac{dQ_2}{dt} = qc_2 - q\frac{Q_2}{V} + \alpha_{12}\frac{a_1K_1Q_1Q_2}{K_1+Q_1}G_T(X_T)G_S(X_S) - Q_2G_T^P(X_T) - aQ_2Q_3 \cdots\cdots (48)$$

Además...

$$\frac{dQ_3}{dt} = F_3 = J(3,3) + \alpha_{23}J(2,3) - J(3,1)$$

$$\frac{dQ_3}{dt} = qc_3 - q\frac{Q_3}{V} + \alpha_{23}aQ_2Q_3 - \left[K_3Q_3 + \alpha_{23}\left(a - \frac{a_2K_2}{K_2+Q_2}\right)Q_2Q_3\right] \cdots\cdots (49)$$

El modelo completo se obtiene sustituyendo los valores de los parámetros y las relaciones funcionales de la Tabla 1 y 1.1, en las ecuaciones 47, 48 y 49.

$$J(i,i) = qc_i - q\frac{Q_i}{V} \cdots\cdots (50)$$

En los modelos utilizados para evaluar la relación entre la carga de nutrientes y la eutrofización, la cantidad de nutrientes entrando al sistema es dependiente de la decisión con respecto al manejo de los alrededores de las áreas de drenaje, decisiones como el nivel de tratamiento de los desechos industriales y municipales, y el uso del suelo permitido. Así la concentración de nutrientes entrantes se puede representar como una función de la variable de decisión $\mathbf{c_1 = D_1(V)}$. Entonces:

El desarrollo de la ecuaciones 47, 48 y 49 ilustra el método por el cual un modelo relativamente complicado se construye por una serie de pasos simples:

1. Definir las variables de estado, variables exógenas y las variables de decisión.
2. Matemáticamente describir los flujos de materiales entre variables. Las tasas de cambio F_i se determinan para cada variable como una función de las tasas de flujo (ecuación 14). Las tasas de cambio se usan entonces, para construir ecuaciones que predigan el comportamiento del sistema.

Una aproximación similar se ha utilizado para desarrollar modelos más complejos y detallados de ecosistemas acuáticos. Tales modelos tienen variables de estado adicionales para describir subclases de poblaciones y nutrientes y para incluir sustancias adicionales y poblaciones. Por ejemplo, los grupos de fitoplancton y zooplancton se pueden categorizar por tamaños de especies. También se pueden incluir niveles tróficos mayores, como los peces. Los componentes de los nutrientes se pueden expandir para que incluyan no sólo diferentes nutrientes, como fósforo y silice, así como el nitrógeno en sus diferentes formas de nutrientes (nitrógeno orgánico, amonio y nitratos).

Capítulo 4. Elementos matemáticos en la modelación.

Tabla 1. Valores de parámetros utilizados en el modelo.

Descripción del parámetro	Símbolo	Valor
Factores de conversión		
Nitrógeno a Fitoplancton	a_{12}	5.88 g C/g N
Fitoplancton a Zooplancton	a_{23}	0.6 g C/g C
Zooplancton a Nitrógeno	a_{31}	0.28 g N/g C
Fitoplancton a Nitrógeno	a_{21}	0.17 g N/g C
Coeficientes de saturación media		
Asimilación de Nitrógeno por el Fitoplancton	K_1	0.025 mg N/l-día
Asimilación de Fitoplancton por el Zooplancton	K_2	3 mg C/l-día
Decaimiento de Zooplancton (muerte y excreción)	K_3	0.075/día
Tasa de pastoreo del Zooplancton/volumen	a	0.013/V(litros)/día-g C
Tasa de crecimiento máximo saturada	M	3 día-1 C-1
Intensidad de saturación de luz	I_s	300 Iy/día

Cerrar

Capítulo 4. Elementos matemáticos en la modelación.

Tabla 1.1. Relaciones funcionales en el modelo.

Efectos de variables exógenas	Relación funcional
T°C XT sobre la respiración del fitoplancton	a_{12}
T°C XT sobre el crecimiento de fitoplancton	a_{23}
Intensidad de luz $I(X_s)$ sobre el crecimiento de fitoplancton	a_{31}
Radiación solar X_s y profundidad z sobre la intensidad de luz	a_{21}

Cerrar

Capítulo 4. Elementos matemáticos en la modelación.

Tabla 2. Tasas de flujo en el modelo.

$J(1{,}1) = qD_1(v) - q\dfrac{Q_1}{V}$
$J(1{,}2) = \dfrac{a_1 K_1 Q_1 Q_2}{K_1 + Q_1} G_T(X_T) G_S(X_S)$
$J(2{,}1) = Q_2 G_T^p(X_T)$
$J(2{,}2) = qc_2 - q\dfrac{Q_2}{V}$
$J(2{,}3) = aQ_2Q_3$
$J(3{,}1) = K_3Q_3 - \alpha_{23}\left[a - \dfrac{a_2 K_2}{K_2 + Q_2}\right]Q_2Q_3$
$J(3{,}3) = qc_3 - q\dfrac{Q_3}{V}$

Cerrar

Capítulo 4. Elementos matemáticos en la modelación.

4.6. Técnicas de solución.

El propósito de las ecuaciones predictivas es determinar el valor de Q_i en cada punto del tiempo t. Una expresión que da los valores de $Q_i(t)$ se le conoce como la **solución** de las ecuaciones predictivas.

Si una solución se puede establecer explícitamente por una expresión matemática, ésta es llamada **solución de forma cerrada** o **solución analítica**. Por ejemplo, la ecuación exponencial:

$$\frac{dQ}{dt} = rQ \quad Q(t_0) = c$$

tiene solución cerrada...

$$Q(t) = ce^{r(t-t_0)} \;\ldots\ldots\; (50)$$

Una lista de las soluciones cerradas más comunes se presenta en la Tabla 3. Aunque se debe aclarar que las soluciones cerradas o analíticas están asociadas a modelos muy simples o que tienen una forma especial. Por la complejidad de los sistemas ecológicos, la mayoría de los modelos que buscan ser realistas no tienen soluciones de forma cerrada y se deben resolver numéricamente.

Para resolver numéricamente las ecuaciones de diferencias, los valores de las variables de estado $Q_i(t)$ se calculan recursivamente; esto es, los valores de las variables al tiempo se toman en cuenta para calcular los valores al tiempo $t + 1$, los cuales a su vez se utilizan para calcular los valores de $t + 2$ y así sucesivamente. Este proceso inicia con $t = t_0$, para lo que se requiere el valor inicial $Q_i(t_0)$. Por ejemplo, si se consideran un modelo de ecuaciones en diferencias de las poblaciones de presas y depredadores cuyas tasas de cambio se definieron en las ecuaciones (20) y (21). Entonces, de la ecuación (25)...

$$Q_1(t+1) = Q_1(t) + r_1Q_1(t) - a_1Q_1(t)Q_2(t) \;\ldots\ldots\; (51)$$

$$Q_2(t+1) = Q_2(t) + r_2Q_2(t) - a_2Q_1(t)Q_2(t) \;\ldots\ldots\; (52)$$

Capítulo 4. Elementos matemáticos en la modelación.

4.7. Métodos numéricos de solución.

Existen varios métodos para el cálculo numérico de la solución de ecuaciones diferenciales. Algunos de ellos se basan en la expansión de una serie de Taylor de la función Q(t). Por el teorema de Taylor: una función finita con valores reales Q(t), para la cual existe una derivada finita $\frac{dQ}{dt}$ en el intervalo $t \le s \le t + \Delta t$, se puede representar como:

$$Q(t+\Delta t) = Q(t) + \frac{dQ(t)}{dt}\Delta t + \ldots + \frac{d^m Q(t)}{dt^m}\frac{(\Delta t)^m}{m!} + \varepsilon(\Delta t^{m+1}) \cdots\cdots (55)$$

Donde **m** es un entero mayor de cero y es un termino del error. Si **Δt < 1**, el error se hace muy pequeño conforme m aumenta. Si **m = 1**, la ecuación (55) se transforma en:

$$Q(t+\Delta t) = Q(t) + \frac{dQ(t)}{dt}\Delta t + \varepsilon(\Delta t^2) \cdots\cdots (56)$$

Una de las técnicas más simples, para la solución de ecuaciones diferenciales, es el método de Euler, que se basa en la ecuación (56). Con este método el valor de la variable **Q**, al tiempo **t + Δt**, se calcula de la ecuación...

$$Q(t+\Delta t) = Q(t) + \frac{dQ(t)}{dt}\Delta t \cdots\cdots (57)$$

$$Q(t+\Delta t) = Q(t) + F(Q,t)\Delta t \cdots\cdots (58)$$

Donde **F(Q,t)** es la tasa de cambio (como en la ecuación 14). Se puede ver en una comparación con la ecuación (56) que el error en esta aproximación es $\varepsilon(\Delta t^2)$, el cual es pequeño si **Δt** es menor de 1. La ecuación (58) es una ecuación en diferencias que se puede resolver recursivamente para calcular los valores de **Q(t)** en $t_0 \le t \le T$, si **Q(t)** es diferenciable en $t_0 \le t \le T$.

Para resolver la ecuación (58) para $t_0 \le t \le T$, se deben hacer recursivamente al menos $\frac{(T-t_0)}{\Delta t}$ cálculos. Si **Δt** es pequeño, este número puede ser muy grande. De manera que aunque el error en cada paso del método de Euler es pequeño, del orden de **$(\Delta t)^2$**, su acumulación en muchos pasos puede tener un efecto significativo sobre lo adecuado del resultado final.

4.7. Métodos numéricos de solución (cont.).

Hay métodos que tienen un error más pequeño que $\varepsilon(\Delta t^2)$ en cada paso. Uno de éstos es el método de Runge-Kutta, que se basa en una aproximación de diferencias de la forma:

$$Q(t+\Delta t) = Q(t) + \sum_{i=1}^{N} C_i F(Q(t) + a_i t + b_i) + \varepsilon(\Delta t)^{N+1} \cdots\cdots (59)$$

Donde C_i, a_i, y b_i se seleccionan de forma que la ecuación (59) es igual a la expansión de la serie de Taylor, ecuación (55). Hay muchas formas de seleccionar los valores de C_i, a_i, y b_i, de manera que satisfagan estos requerimientos. Por ejemplo, para N = 4, una aproximación de Runge-Kutta es:

$$Q(t+\Delta t) = Q(t) + \frac{1}{6}(m_1 + 2m_2 + 2m_3 + m_4)\Delta t \cdots\cdots (60)$$

Donde...

$\mathbf{m_1}$ = F(Q(t),t)

$\mathbf{m_2} = F(Q(t) + \frac{1}{2}m_1\Delta t,\ t + \frac{1}{2}\Delta t)$

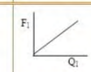
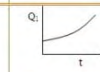
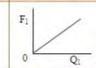
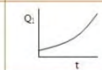
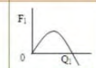
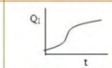
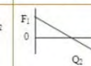
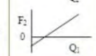
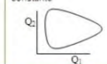
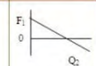
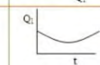
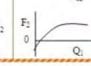
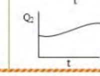
$\mathbf{m_3} = F(Q(t) + \frac{1}{2}m_2\Delta t,\ t + \frac{1}{2}\Delta t)$

$\mathbf{m_4} = F(Q(t) + \frac{1}{2}m_3\Delta t,\ t + \frac{1}{2}\Delta t)$

La ecuación (60) es una ecuación de diferencias que se puede resolver recursivamente. El error en cada paso es del orden de $(\Delta t)^5$, el cual es mucho más pequeño que el error del método de Euler $(\Delta t)^2$ (para Δt < 1). Actualmente existe software que incluye este tipo de rutinas.

Capítulo 4. Elementos matemáticos en la modelación.

Tabla 3. Soluciones cerradas más comunes.

Nombre	Tasa de cambio	Gráfica de F_i	Ecuación de predicción	Solución cerrada	Soluciones de equilibrio	Gráfica de $Q_i(t)$
Crecimiento exponencial (ecuación diferencial)	$F_1 = rQ_1$		$\frac{dQ_1}{dt} = rQ_1$	$Q_1(t) = Q_1(0)e^{rt}$	$Q_1^* = 0$ (no estable)	
Crecimiento exponencial (ecuación diferencial)	$F_1 = rQ_1$		$Q_1(t+1) = (1+r)Q_1(t)$	$Q_1(t) = (1+r)^t Q_1(0)$	$Q_1^* = 0$ (no estable)	
Crecimiento logístico	$F_1 = rQ_1\left[\frac{K-Q}{K}\right]$		$\frac{dQ_1}{dt} = rQ_1\left[\frac{K-Q_1}{K}\right]$	$Q_1(t) = \frac{K}{1+ce^{-rt}}$ $c = \frac{K}{Q_1(0)} - 1$	$Q_1^* = 0$ (no estable) $Q_1^* = K$ (estable)	
Lotka Volterra	$F_1 = r_1Q_1 - a_1Q_1Q_2$		$\frac{dQ_1}{dt} = r_1Q_1 - a_1Q_1Q_2$	No hay forma cerrada	$(Q_1^*, Q_2^*) = (0,0)$ (no estable)	$-r_2LnQ_1 + a_2Q_1$ $+r_1LnQ_2 + a_1Q_2$ constante
	$F_2 = r_2Q_2 + a_2Q_1Q_2$		$\frac{dQ_2}{dt} = r_2Q_2 + a_2Q_1Q_2$		$(Q_1^*, Q_2^*) = \left(\frac{r_2}{a_2}, \frac{r_1}{a_1}\right)$ (no estable)	
Michaelis Menten	$F_1 = I - \frac{\mu Q_1Q_2}{K_1+Q_1}$		$\frac{dQ_1}{dt} = I - \frac{\mu Q_1Q_2}{K_1+Q_1}$	No hay forma cerrada	$Q_1^* = \frac{K_1K_2}{\mu+K_2}$	
	$F_1 = \frac{\mu Q_1Q_2}{K_1+Q_1} - K_2Q_2$		$\frac{dQ_2}{dt} = \frac{\mu Q_1Q_2}{K_1+Q_1} - K_2Q_2$		$Q_2^* = I\left[\frac{\mu - K_2}{\mu K_2} + \frac{1}{\mu}\right]$	

Cerrar

4.6. Técnicas de solución (cont.).

Para resolver estas ecuaciones, se especifican los valores de los parámetros y se definen los valores iniciales de las variables de estado. De manera que:

$r_1 = 0.5$, $a_1 = a_2 = 0.001$ y $r_2 = -1$

Con $Q_1(0) = 1000$ y $Q_2(0) = 400$

Sustituyendo estos valores en las ecuaciones (51) y (52) se tiene...

$Q_1(1) = Q_1(0) + 0.5Q_1(0) - (0.001)Q_1(0)Q_2(0)$ ... (53)

$= 1000 + (0.5)(1000) - (0.001)(1000)(400)$

$= 1000 + 500 - 400 = 1100$

$Q_2(1) = Q_2(0) - 1Q_2(0) + (0.001)Q_1(0)Q_2(0)$ ... (54)

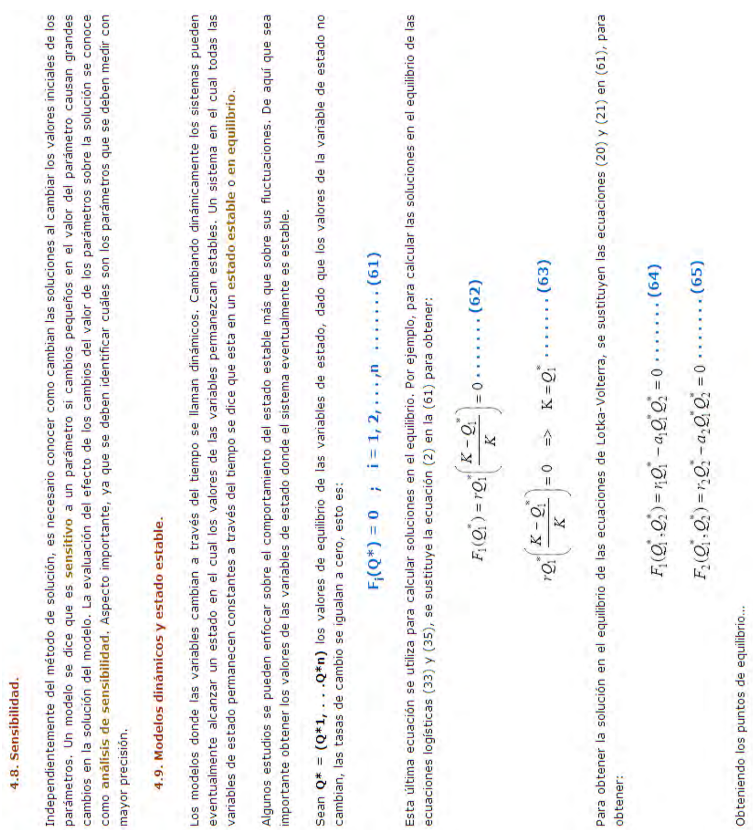
$= 400 - 400 + (0.001)(1000)(400)$

$= 400 - 400 + 400 = 400$

Los resultados, hasta el tiempo 10 se presentan en la siguiente tabla:

tiempo	Q_1	Q_2
0	1000.00	400.00
1	1100.00	400.00
2	1210.00	440.00
3	1282.60	532.40
4	1241.04	682.86
5	1014.11	847.45
6	661.75	859.41
7	423.91	568.72
8	394.78	241.09
9	496.99	95.18
10	698.19	47.30

Al hablar de individuos los decimales carecen sentido, por lo que estos resultados se aproximan al número entero más cercano.



4.8. Sensibilidad.

Independientemente del método de solución, es necesario conocer como cambian las soluciones al cambiar los valores iniciales de los parámetros. Un modelo se dice que es **sensitivo** a un parámetro si cambios pequeños en el valor del parámetro causan grandes cambios en la solución del modelo. La evaluación del efecto de los cambios del valor de los parámetros sobre la solución se conoce como **análisis de sensibilidad**. Aspecto importante, ya que se deben identificar cuáles son los parámetros que se deben medir con mayor precisión.

4.9. Modelos dinámicos y estado estable.

Los modelos donde las variables cambian a través del tiempo se llaman dinámicos. Cambiando dinámicamente los sistemas pueden eventualmente alcanzar un estado en el cual los valores de las variables permanezcan estables. Un sistema en el cual todas las variables de estado permanecen constantes a través del tiempo se dice que esta en un **estado estable** o **en equilibrio**.

Algunos estudios se pueden enfocar sobre el comportamiento del estado estable más que sobre sus fluctuaciones. De aquí que sea importante obtener los valores de las variables de estado donde el sistema eventualmente es estable.

Sean **Q* = (Q*1, . . .Q*n)** los valores de equilibrio de las variables de estado, dado que los valores de la variable de estado no cambian, las tasas de cambio se igualan a cero, esto es:

$$F_i(Q^*) = 0 \quad ; \quad i = 1, 2, \ldots, n \quad \ldots\ldots\ldots (61)$$

Esta última ecuación se utiliza para calcular soluciones en el equilibrio. Por ejemplo, para calcular las soluciones en el equilibrio de las ecuaciones logísticas (33) y (35), se sustituye la ecuación (2) en la (61) para obtener:

$$F_1(Q_1^*) = rQ_1^*\left(\frac{K - Q_1^*}{K}\right) = 0 \ \ldots\ldots\ldots (62)$$

$$rQ_1^*\left(\frac{K - Q_1^*}{K}\right) = 0 \quad \Rightarrow \quad K = Q_1^* \ \ldots\ldots\ldots (63)$$

Para obtener la solución en el equilibrio de las ecuaciones de Lotka-Volterra, se sustituyen las ecuaciones (20) y (21) en (61), para obtener:

$$F_1(Q_1^*, Q_2^*) = r_1 Q_1^* - a_1 Q_1^* Q_2^* = 0 \ \ldots\ldots\ldots (64)$$

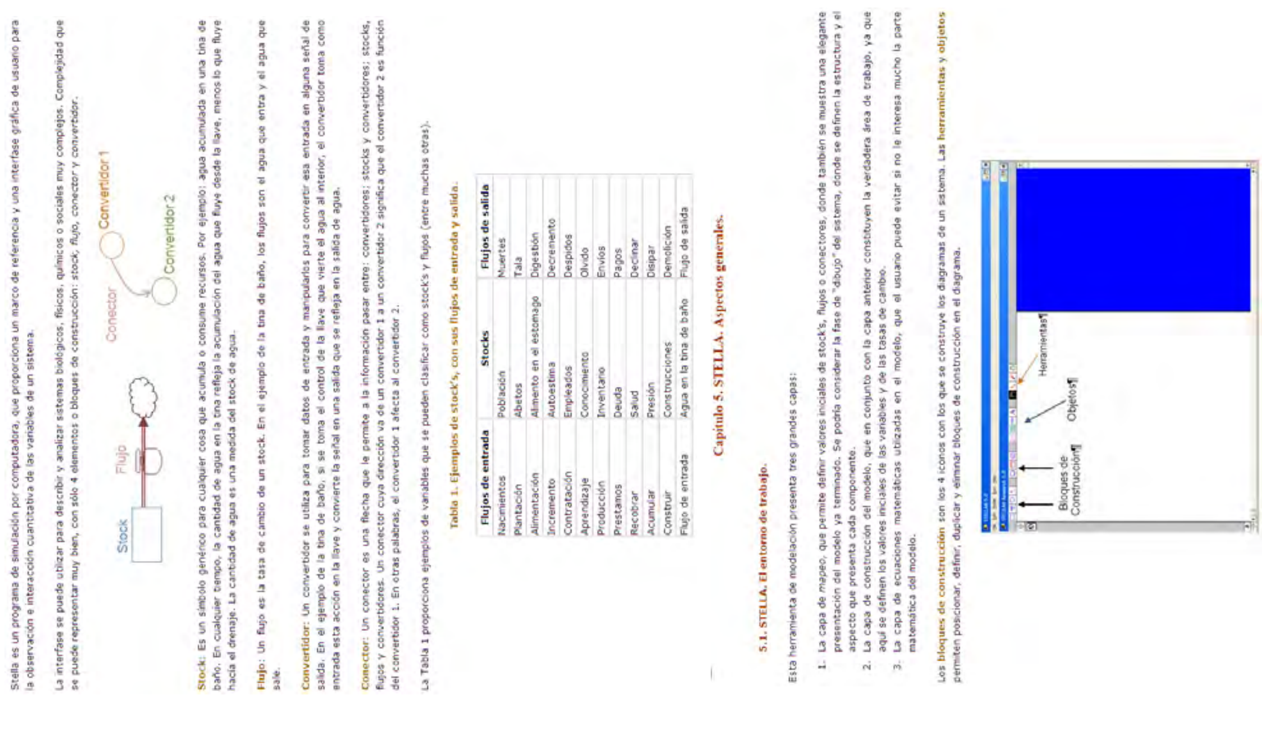
$$F_2(Q_1^*, Q_2^*) = r_2 Q_2^* - a_2 Q_1^* Q_2^* = 0 \ \ldots\ldots\ldots (65)$$

Obteniendo los puntos de equilibrio...

$$Q_2^* = \frac{r_1}{a_1} \ \ldots\ldots\ldots (66)$$

$$Q_1^* = \frac{r_2}{a_2} \ \ldots\ldots\ldots (67)$$

Pantallas del Capítulo 5. STELLA. Aspectos generales.



Stella es un programa de simulación por computadora, que proporciona un marco de referencia y una interfase gráfica de usuario para la observación e interacción cuantitativa de las variables de un sistema.

La interfase se puede utilizar para describir y analizar sistemas biológicos, físicos, químicos o sociales muy complejos. Complejidad que se puede representar muy bien, con sólo 4 elementos o bloques de construcción: *stock, flujo, conector* y *convertidor*.

Stock: Es un símbolo genérico para cualquier cosa que acumula o consume recursos. Por ejemplo: agua acumulada en una tina de baño. En cualquier tiempo, la cantidad de agua en la tina refleja la acumulación del agua que fluye desde la llave, menos lo que fluye hacia el drenaje. La cantidad de agua es una medida del stock de agua.

Flujo: Un flujo es la tasa de cambio de un stock. En el ejemplo de la tina de baño, los flujos son el agua que entra y el agua que sale.

Convertidor: Un convertidor se utiliza para tomar datos de entrada y manipularlos para convertir esa entrada en alguna señal de salida. En el ejemplo de la tina de baño, si se toma el control de la llave que vierte el agua al interior, el convertidor toma como entrada esta acción en la llave y convierte la señal en una salida que se refleja en la salida de agua.

Conector: Un conector es una flecha que le permite a la información pasar entre: convertidores; stocks y convertidores; stocks, flujos y convertidores. Un conector cuya dirección va de un convertidor 1 a un convertidor 2 significa que el convertidor 2 es función del convertidor 1. En otras palabras, el convertidor 1 afecta al convertidor 2.

La Tabla 1 proporciona ejemplos de variables que se pueden clasificar como stock's y flujos (entre muchas otras).

Tabla 1. Ejemplos de stock's, con sus flujos de entrada y salida.

Flujos de entrada	Stocks	Flujos de salida
Nacimientos	Población	Muertes
Plantación	Abetos	Tala
Alimentación	Alimento en el estomago	Digestión
Incremento	Autoestima	Decremento
Contratación	Empleados	Despidos
Aprendizaje	Conocimiento	Olvido
Producción	Inventario	Envíos
Prestamos	Deuda	Pagos
Recobrar	Salud	Declinar
Acumular	Presión	Disipar
Construir	Construcciones	Demolición
Flujo de entrada	Agua en la tina de baño	Flujo de salida

Capitulo 5. STELLA. Aspectos generales.

5.1. STELLA. El entorno de trabajo.

Esta herramienta de modelación presenta tres grandes capas:

1. La capa de *mapeo*, que permite definir valores iniciales de stock's, flujos o conectores, donde también se muestra una elegante presentación del modelo ya terminado. Se podría considerar la fase de "dibujo" del sistema, donde se definen la estructura y el aspecto que presenta cada componente.
2. La capa de construcción del modelo, que en conjunto con la capa anterior constituyen la verdadera área de trabajo, ya que aquí se definen los valores iniciales de las variables y de las tasas de cambio.
3. La capa de ecuaciones matemáticas utilizadas en el modelo, que el usuario puede evitar si no le interesa mucho la parte matemática del modelo.

Los **bloques de construcción** son los 4 iconos con los que se construye los diagramas de un sistema. Las **herramientas** y **objetos** permiten posicionar, definir, duplicar y eliminar bloques de construcción en el diagrama.

Modelación Matemática de Problemas Biológicos

Capítulo 5. STELLA. Aspectos generales.

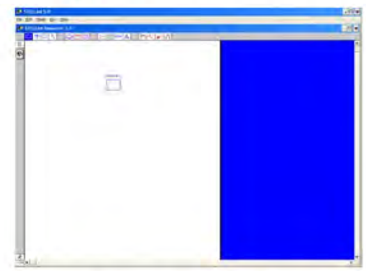
5.2. Manejo de Stella.

Para mostrar como se trabaja en el entorno Stella: *navegar* entre las diferentes capas y el uso de cada una de ellas, se desarrollará un ejemplo de ecología.

5.2.1. Bloque de *stock*.

Representar la variable población, mediante un bloque de construcción *stock*. Este tipo de variables representa cualquier cosa que se acumula o declina y que puede ser física o conceptual.

Para esto, seleccionar el icono de stock ( ) y hacer un arrastre hacia el centro de la pantalla.



El bloque stock tiene el nombre **Noname 1**, el cual se puede cambiar al dar un clic sobre el nombre y cambiar el nombre población. En este momento la población no cambia, ya que no presenta flujos de entrada o salida.

5.2.2. Entradas y salidas de un *stock*.

Agregar un bloque de flujo, en este caso de entrada. Seleccionar el icono de flujo ( ) dando un clic sobre él. Colocar el *mouse* a la izquierda del bloque que ya se tiene y hacer un arrastre hasta hacer contacto con dicho bloque (asegurarse que el bloque de flujo tome el mismo color que el bloque de población). Nombrar a este flujo como **nacimientos**.

El bloque de flujo consiste en un tubo hueco con una flecha en un extremo y una nube en el otro. El tubo es para representar el acarreo del flujo de materia o de información, estos son regulados por las pequeñas espitas en la parte superior de cada tubo (simbolizado por una estructura en forma de "T"). El círculo colgado al fondo de la espita es el receptáculo para especificar la lógica que deberá regular la posición de la espita y de ahí el volumen del flujo. De manera conjunta, el círculo y la espita controlan la tasa de flujo. Con respecto a las nubes que se presentan, estas se utilizan para indicar que nada viene o va a parar a las nubes, es una forma de indicarle al modelador que debe **cuidar los orígenes o destinos del flujo**. También sirven para delimitar las fronteras del sistema.

Faltan dos bloques de construcción, el círculo al que se le llama **convertidor**, ya que comúnmente se utiliza para "convertir" cosas que van a entrar de alguna forma, dependiendo de la señal generada por el convertidor, una espita se puede abrir o cerrar; el otro bloque es el **conector**.Se abordarán conforme aparezcan en la modelación.

Nota importante: Si llegaran a quedar los dos bloques (el de flujo y población) desconectados, se recomienda eliminar el flujo con la herramienta "cartucho de dinamita". Para esto dar un clic sobre esta herramienta (la tercera), después ir al centro del bloque a eliminar, y dar un clic, presionado el mouse hasta que desaparezca.

Modelación Matemática de Problemas Biológicos

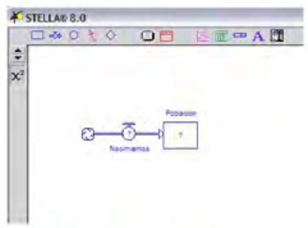
Capítulo 5. STELLA. Aspectos generales.

5.2. Manejo de Stella (cont.).

5.2.3. Definición de las relaciones algebraicas del modelo.

Como ya se dijo, en STELLA hay dos formas de visualizar un modelo: el modo de mapeo (dibujo) y el de datos. Para cambiar de modo basta con dar un clic sobre el "globo" ( ) o sobre la χ^2. Arriba de estos símbolos se encuentran unas flechas (hacia arriba y hacia abajo), que permiten "navegar" entre las diferentes capas o niveles de Stella.

Al dar clic sobre el globo aparece la siguiente pantalla...



Se debe notar el signo **?** en el stock y en el flujo. Esto indica que no se han dado valores iniciales o que no se han definido las correspondientes relaciones matemáticas. Para esto se debe establecer el escenario a modelar. Para este ejemplo se propone una pequeña ciudad con 5000 habitantes, donde cada año, por lo menos en los últimos años, nacen unos 150 niños al año. La tarea es estimar que le sucede a esta población en los siguientes años.

Dar un doble-clic sobre el flujo **Nacimientos**, con lo que aparece la siguiente caja de diálogo...

En la esquina superior izquierda se tiene el **nombre del flujo**, después aparece la opción para hacer el flujo bidireccional (de forma predeterminada estos son unidireccionales). Algunos autores consideran buena práctica manejar todos los flujos como bidireccionales, lo que garantiza que no se tomen valores negativos en el flujo (en este ejemplo, es absurdo pensar en nacimientos negativos).

En el lado izquierdo al centro se tiene una lista titulada **Required Inputs**. Que contiene una lista de los elementos que se pueden utilizar en la ecuación (en esta caso todavía esta vacía). Al centro se tiene una calculadora que permite ingresar números u operadores aritméticos para generar ecuaciones, aunque también se puede hacer con el teclado. A la derecha de la calculadora se tiene una lista de funciones (simples o complejas), **Builtins**, que se pueden utilizar en la definición de ecuaciones.

Debajo de lo anterior se tiene una caja de diálogo para **definir la ecuación** de este flujo. En este ejemplo se "teclea" el valor de 150.

Dar un clic sobre el botón **Document**, para que aparezca un campo texto donde se puede documentar el flujo, de manera que otros puedan seguir la lógica de modelación. Aquí también se podrán poner las observaciones pertinentes.

Dal click en OK. Después de hacer esto desaparece el signo de interrogación, lo que indica que la variable o flujo están definidos.

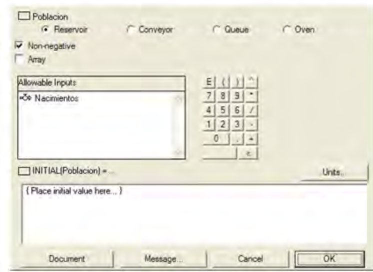
Modelación Matemática de Problemas Biológicos

Capítulo 5. STELLA. Aspectos generales.

5.2. Manejo de Stella (cont.).

5.2.3. Definición de las relaciones algebraicas del modelo (cont.).

Considerar ahora, la variable **Población**, para esto dar un doble clic sobre ella, para que aparezca la siguiente pantalla…



Es importante notar la diferencia con relación al diálogo del flujo. En la parte superior hay una lista de los posibles **tipos de stock**, los tres últimos son variaciones del primer tipo. La opción **Non-negative** obliga a que la variable tome valores positivos o cero. Luego se tiene la lista **Allowable Inputs** que lista las variables que se pueden o no utilizar, en la definición de los valores iniciales del stock.

Debajo se tiene una caja de diálogo que solicita el valor inicial del stock (no se pide una ecuación como en el flujo). Los valores de los stocks solo pueden cambiar mediante el uso de flujos de entrada o salida. En este ejemplo se tiene un valor inicial de 5000. Entonces hay que dar el valor de 5000, también se puede (o se debe) documentar la definición dando un clic sobre el **Document**.

Ahora habrá que generar un bloque donde se "vean" los resultados. En este caso seleccionar el icono de gráficos ( )y "ponerlo" en el área de trabajo.

Una vez que se tiene el gráfico dar un doble clic sobre él para editar sus opciones, apareciendo la siguiente pantalla…

En la caja de la izquierda aparece una lista de todas las variables en el modelo. La caja de la derecha contiene todas las variables que se hayan seleccionado para incluir en el gráfico. Las variables se pueden mover fácilmente de **Allowable** a **Selected**, ya sea con un doble clic o seleccionando la variable y dando un clic sobre el botón de las flechas de dirección. También se le puede dar un título al gráfico, en la caja **Title**.

Modelación Matemática de Problemas Biológicos

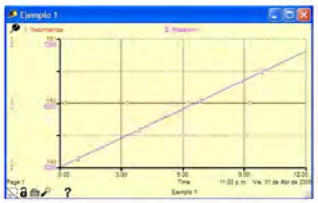
Capítulo 5. STELLA. Aspectos generales.

5.2. Manejo de Stella (cont.).

5.2.4. Correr el modelo.

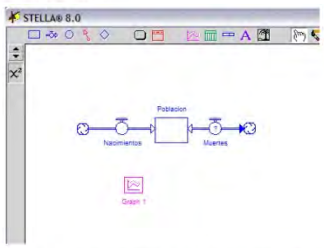
El modelo ahora está listo para *correr*. Para esto, dar un clic sobre el "corredor" de la esquina inferior izquierda de la ventana de trabajo ( )y luego seleccionar el botón *play*.

Como resultado aparece la siguiente gráfica:



Se observa que **Nacimientos**, identificado por el número 1 es constante, en un valor de 150, mientras que la población crece de manera aritmética, aparentemente sin límite. Entonces, hace falta una variable de salida, para lo cual se le agrega al modelo un flujo que salga del stock **Población**.

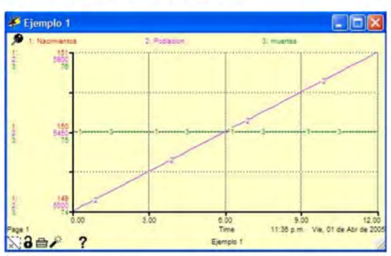
El modelo queda como se muestra en la siguiente figura…



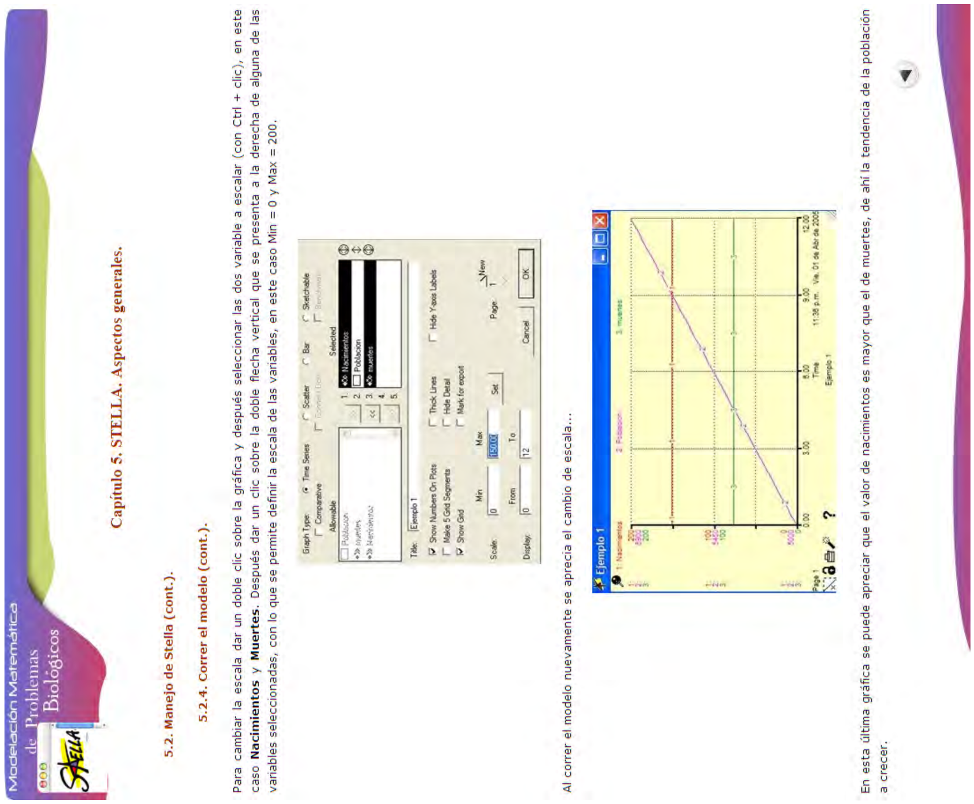
Se debe notar el signo **?** en el flujo Muertes. Pero se tiene el dato de que 75 personas (principalmente ancianos) mueren cada año.

En las propiedades del flujo definirlo como **biflow** y en la caja de ecuación teclear el valor 75, además de documentar la variable con la opción **Document**.

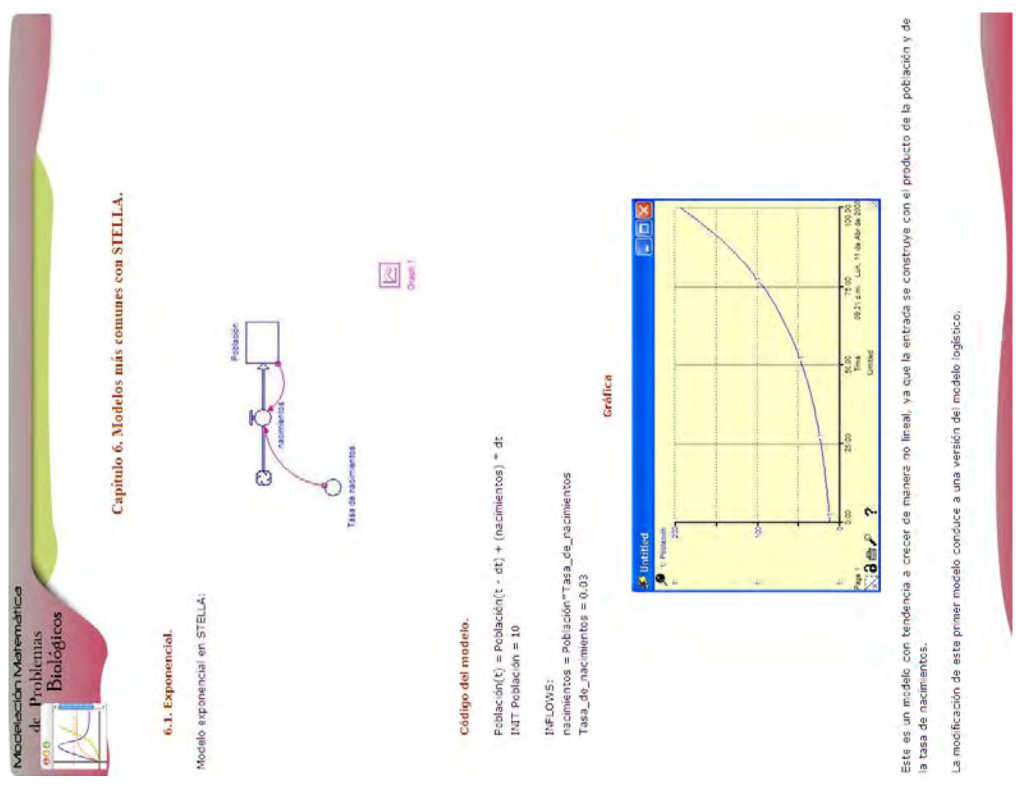
El siguiente paso es dar un doble clic sobre el gráfico para agregarle la variable muertes. Entonces se tiene un gráfico con 3 variables, cada una identificada por un color diferente y con su propia escala.



Es importante notar que por cuestiones de escala no se diferencian los nacimientos de las muertes, por lo que se recomienda cambiar la escala.



Pantallas del Capítulo 6. Modelos más comunes con STELLA.

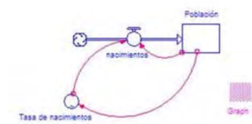


Modelación Matemática de Problemas Biológicos

Capítulo 6. Modelos más comunes con STELLA.

6.2. Logístico.

Modelo logístico en STELLA:

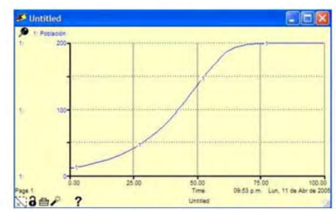


Código del modelo.

```
Población(t) = Población(t - dt) + (nacimientos) * dt
INIT Población = 10

INFLOWS:
nacimientos = Población*Tasa_de_nacimientos
Tasa_de_nacimientos = GRAPH(Población)
(2.00, 0.06), (21.8, 0.0573), (41.6, 0.0549), (61.4, 0.0534), (81.2, 0.0507), (101, 0.0468), (121, 0.0423), (141, 0.036),
(160, 0.0273), (180, 0.0198), (200, 0.00)
```

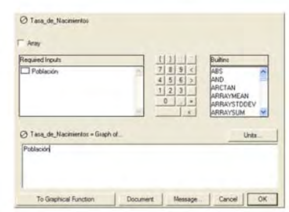
Gráfica



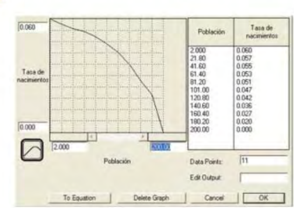
En este modelo hay un autocontrol del crecimiento, por efecto del mismo tamaño poblacional, cuyo comportamiento se aprecia en su gráfica.

Ejemplo como ampliar el valor del tiempo de 12 a 100:

En los valores de **Tasa_de_Nacimiento** habrá que seleccionar la variable **Población** y después dar un clic en el botón **To Graphical Function**.



Cuando aparece el diálogo del gráfico se definen los límites de población de 2 a 200 y la tasa de 0 a 0.06. Se puede hacer un "arrastre" desde la esquina superior izquierda a la esquina inferior derecha, o teclear los valores directamente. Es importante considerar el valor de **Data Points**.

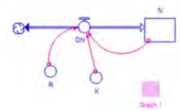


6.3. Otra versión del modelo logístico.

Se obtiene a partir de su definición:

$$\Delta N = R*N*(1 - \frac{N}{K})$$

Segunda versión del modelo logístico en STELLA:



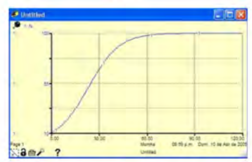
Código del modelo.

```
N(t) = N(t - dt) + (DN) * dt
INIT N = 10

INFLOWS:
DN = R*N*(1-N/K)

K = 100
R = 0.1
```

Gráfica



Nótese la escala del eje X, que va de 0 a 120. Esto se logra con **Run**. Dar clic en **Run Specs...**(especificaciones de corrida).

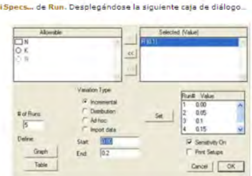
La opción **Run Specs...** despliega una caja de diálogo que permite modificar los 12 meses, que por omisión se ejecutan.

Opciones de por omisión de la *corrida*. Notar los valores de **From**, **To** y **DT**. Para este caso en específico se tienen los valores **From**: 0, **To**: 120 y **DT** =1.

También se pueden comparar diferentes valores de las variables incluidas en el modelo. En este caso diferentes valores de **R** (0, 0.5, 1.0, 1.5 y 2.0).

La siguiente gráfica muestra el resultado de 5 *corridas* a la vez.

Esto se logra con la opción **Sensi Specs...** de **Run**. Desplegándose la siguiente caja de diálogo...



Es importante seleccionar las variables a trabajar, definir el # de *corridas* (**# of Runs**), el tipo de variación (**Variation Type**), definir el valor inicial (**Start**) y el final (**End**), y asegurarse de dar un clic en el botón **Set**. Para "ver" los resultados es importante mandarlos a una gráfica (**Graph**) o a un cuadro (**Table**).

Modelación Matemática de Problemas Biológicos

Capítulo 6. Modelos más comunes con STELLA.

6.4. Cuatro modelos básicos, en la modelación dinámica.

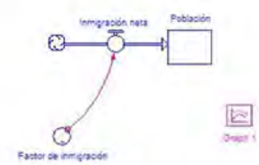
Estos modelos se repiten constantemente en diversos procesos de áreas tan diferentes como la ingeniería, biología e incluso en ciencias sociales. De ahí la importancia de revisarlos a detalle.

6.4.1. Modelo estímulo-respuesta.

En este caso, un flujo de entrada proporciona un estímulo para el cambio en el stock. En el ejemplo, la variable de estado **Población** tiene un flujo de entrada: **Inmigración neta**, que no depende de ninguna de ninguna variable de estado.

La **Población** se mide en número de individuos. La **Inmigración neta** es una medida del número de personas por período de tiempo. Las unidades del factor de inmigración aquí son iguales a los de **Inmigración neta**.

Modelo estímulo-respuesta en STELLA:

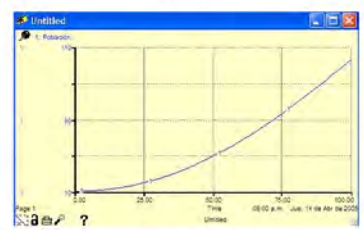


Código del modelo.

```
Población(t) = Población(t - dt) + (Inmigración_neta) * dt
INIT Población = 10

INFLOWS:
Inmigración_neta = Factor_de_inmigración
Factor_de_inmigración = GRAPH(time)
(0.00, 0.00), (8.33, 0.16), (16.7, 0.328), (25.0, 0.496), (33.3, 0.672), (41.7, 0.84), (50.0, 0.976), (58.3, 1.12), (66.7, 1.27), (75.0, 1.38), (83.3, 1.47), (91.7, 1.53), (100.0, 1.59)
```

Gráfica



Nota importante: La variable tiempo es una variable del sistema que se puede teclear directamente, al definir el conjunto de valores de la variable **Inmigración_neta**.

Un aspecto interesante es revisar la consistencia de las unidades en el modelo. De la ecuación: Población(t) = Población(t - dt) + (Inmigración_neta) * dt , y considerando que las unidades de **Inmigración_neta** son iguales a las del **Factor_de_inmigración** se tiene entonces:

Población = número de individuos + numero de individuos / periodo de tiempo * periodo de tiempo
= número de individuos + número de individuos
= número de individuos

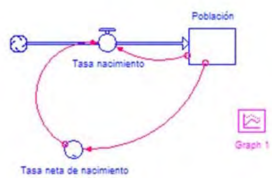
Modelación Matemática de Problemas Biológicos

Capítulo 6. Modelos más comunes con STELLA.

6.4.2. Modelo auto-referencia.

En este modelo el stock influye en su propio flujo de entrada.

Modelo auto-referencia en STELLA:

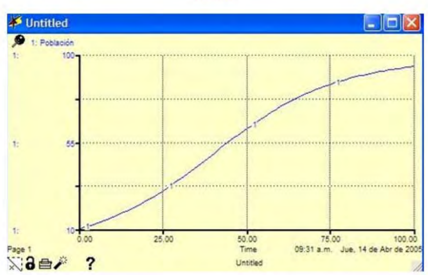


Código del modelo.

```
Población(t) = Población(t - dt) + (Tasa_nacimiento) * dt
INIT Población = 10

INFLOWS:
Tasa_nacimiento = Población*Tasa_neta_de_nacimiento
Tasa_neta_de_nacimiento = GRAPH(Población)
(0.00, 0.06), (8.33, 0.053), (16.7, 0.045), (25.0, 0.04), (33.3, 0.037), (41.7, 0.032), (50.0, 0.027), (58.3, 0.021), (66.7, 0.018), (75.0, 0.012), (83.3, 0.008), (91.7, 0.003), (100.0, 0.00)
```

Gráfica



Modelación Matemática de Problemas Biológicos

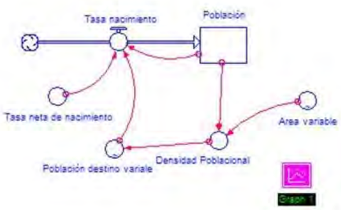
Capítulo 6. Modelos más comunes con STELLA.

6.4.4. Modelo Goal-Setting.

Este es el más sofisticado de los cuatro modelos básicos. Aquí la variable de estado **Población** se involucra en la definición de la densidad poblacional, junto con otras fuerzas externas. Donde la **Densidad Poblacional** se calcula simplemente como el cociente de número de individuos por área.

Densidad poblacional = Población / Área variable

Modelo Goal-Setting en STELLA:

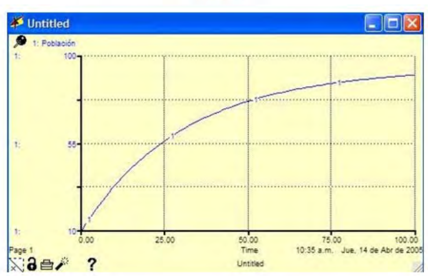


Código del modelo.

Población(t) = Población(t - dt) + (Tasa_nacimiento) * dt
INIT Población = 10

INFLOWS:
Tasa_nacimiento = Tasa_neta_de_nacimiento*(Población_destino_variale-Población)
Densidad_Poblacional = Población/Area_variable
Tasa_neta_de_nacimiento = 0.03
Area_variable = GRAPH(time)
(0.00, 42.9), (8.33, 43.1), (16.7, 43.5), (25.0, 44.4), (33.3, 45.5), (41.7, 46.7), (50.0, 48.1), (58.3, 49.9), (66.7, 51.7), (75.0, 53.3), (83.3, 55.5), (91.7, 58.0), (100.0, 60.0)
Población_destino_variale = GRAPH(Densidad_Poblacional)
(0.00, 99.5), (0.833, 96.5), (1.67, 93.5), (2.50, 90.0), (3.33, 86.5), (4.17, 82.0), (5.00, 77.5), (5.83, 68.5), (6.67, 59.0), (7.50, 50.0), (8.33, 37.0), (9.17, 21.0), (10.0, 0.00)

Gráfica



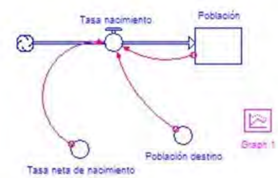
Modelación Matemática de Problemas Biológicos

Capítulo 6. Modelos más comunes con STELLA.

6.4.3. Modelo buscando objetivo.

En este caso, una población destino es el objetivo, y la diferencia entre la población actual y la destino conduce a la población hacia el destino. Aquí explícitamente se busca llegar a un valor predefinido. Por ejemplo, el decaimiento de una sustancia radioactiva (el destino es radiación cero), el enfriamiento de un tabique caliente (el destino es la temperatura ambiente) o la difusión de un gas concentrado (el destino es la concentración de un cuarto, para controlar el escape del gas de su contenedor).

Modelo buscando objetivo en STELLA:

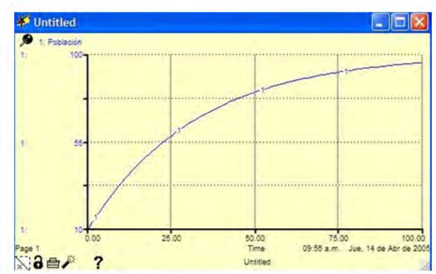


Código del modelo.

Población(t) = Población(t - dt) + (Tasa_nacimiento) * dt
INIT Población = 10

INFLOWS:
Tasa_nacimiento = Tasa_neta_de_nacimiento*(Población_destino-Población)
Población_destino = 100
Tasa_neta_de_nacimiento = 0.03

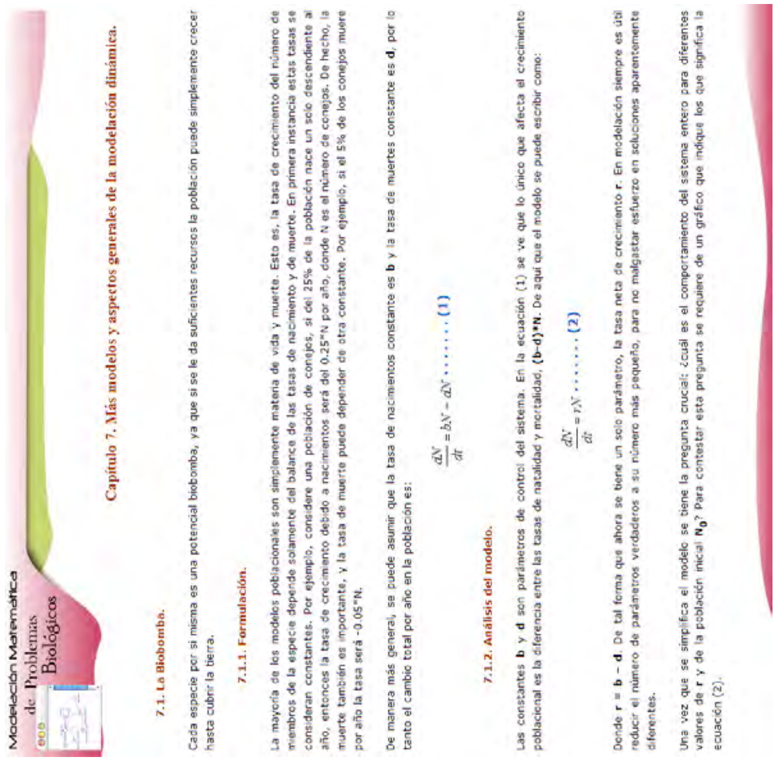
Gráfica



Aquí el flujo de entrada depende no sólo del stock sino también de la población destino definida exógenamente. En este modelo, conforme la población crece, la diferencia entre la población y la destino se aproxima a cero.

Cuidar la congruencia de las unidades de medida.

Pantallas del Capítulo 7.



Modelación Matemática de Problemas Biológicos

Capítulo 7. Más modelos y aspectos generales de la modelación dinámica.

7.1. La Biobomba.

Cada especie por si misma es una potencial biobomba, ya que si se le da suficientes recursos la población puede simplemente crecer hasta cubrir la tierra.

7.1.1. Formulación.

La mayoría de los modelos poblacionales son simplemente materia de vida y muerte. Esto es, la tasa de crecimiento del número de miembros de la especie depende solamente del balance de las tasas de nacimiento y de muerte. En primera instancia estas tasas se consideran constantes. Por ejemplo, considere una población de conejos, si del 25% de la población nace un solo descendiente al año, entonces la tasa de crecimiento debido a nacimientos será del 0.25*N por año, donde N es el número de conejos. De hecho, la muerte también es importante, y la tasa de muerte puede depender de otra constante. Por ejemplo, si el 5% de los conejos muere por año la tasa será -0.05*N.

De manera más general, se puede asumir que la tasa de nacimientos constante es **b** y la tasa de muertes constante es **d**, por lo tanto el cambio total por año en la población es:

$$\frac{dN}{dt} = bN - dN \cdots\cdots\cdots (1)$$

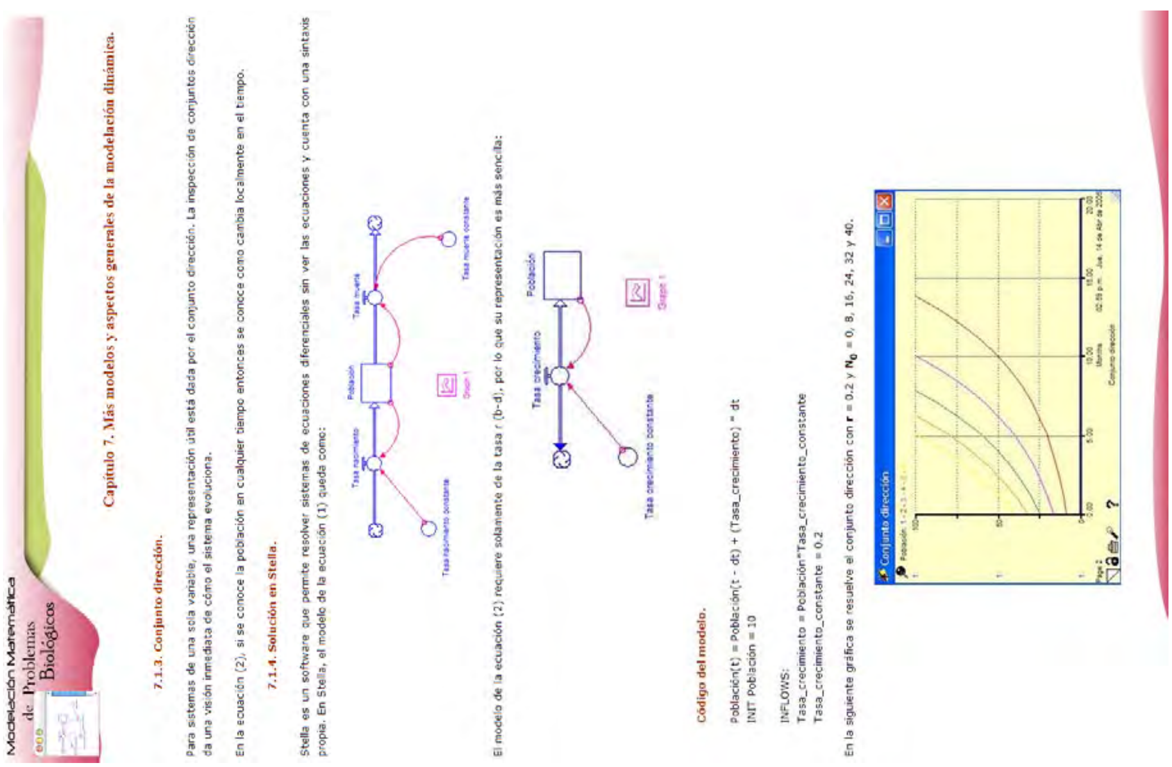
7.1.2. Análisis del modelo.

Las constantes **b** y **d** son parámetros de control del sistema. En la ecuación (1) se ve que lo único que afecta el crecimiento poblacional es la diferencia entre las tasas de natalidad y mortalidad, **(b-d)*N**. De aquí que el modelo se puede escribir como:

$$\frac{dN}{dt} = rN \cdots\cdots\cdots (2)$$

Donde **r = b − d**. De tal forma que ahora se tiene un solo parámetro, la tasa neta de crecimiento **r**. En modelación siempre es útil reducir el número de parámetros verdaderos a su número más pequeño, para no malgastar esfuerzo en soluciones aparentemente diferentes.

Una vez que se simplifica el modelo se tiene la pregunta crucial: ¿cuál es el comportamiento del sistema entero para diferentes valores de **r** y de la población inicial N_0? Para contestar esta pregunta se requiere de un gráfico que indique los que significa la ecuación (2).



Modelación Matemática de Problemas Biológicos

Capítulo 7. Más modelos y aspectos generales de la modelación dinámica.

7.1.3. Conjunto dirección.

Para sistemas de una sola variable, una representación útil está dada por el conjunto dirección. La inspección de conjuntos dirección da una visión inmediata de cómo el sistema evoluciona.

En la ecuación (2), si se conoce la población en cualquier tiempo entonces se conoce como cambia localmente en el tiempo.

7.1.4. Solución en Stella.

Stella es un software que permite resolver sistemas de ecuaciones diferenciales sin ver las ecuaciones y cuenta con una sintaxis propia. En Stella, el modelo de la ecuación (1) queda como:

El modelo de la ecuación (2) requiere solamente de la tasa r (b-d), por lo que su representación es más sencilla:

Código del modelo.

```
Población(t) = Población(t - dt) + (Tasa_crecimiento) * dt
INIT Población = 10

INFLOWS:
Tasa_crecimiento = Población*Tasa_crecimiento_constante
Tasa_crecimiento_constante = 0.2
```

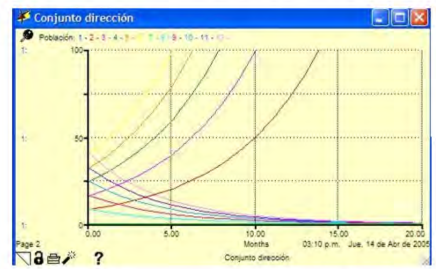
En la siguiente gráfica se resuelve el conjunto dirección con **r** = 0.2 y N_0 = 0, 8, 16, 24, 32 y 40.

7.1.5. Puntos fijos.

Otra forma de visualizar este problema es a través de puntos fijos (los valores de N donde todas las ecuaciones se igualan a cero) y estabilidad. Un punto interesante es $N_0 = 0$, ya que no se genera nada (en otras palabras, no se puede sacar algo de la nada). Habrá que encontrar hasta dónde el punto fijo es estable o no, la estabilidad se aprecia cambiando un poco las condiciones iniciales: 1) se regresa al punto fijo (estable) o 2) se aleja del punto fijo (inestable). Así que la forma de investigar estos sistemas consiste en primero encontrar todos los puntos fijos en el problema y entonces se investiga su estabilidad.

Para el sistema de la biobomba es claro que $N_0 = 0$ es un punto fijo inestable cuando la tasa r es positiva, pero estable si la tasa de crecimiento es negativa. Para los problemas de decaimiento todas las soluciones terminan en N = 0 sin importar donde inicien.

Para ilustrar lo anterior se muestra el modelo con r = -0.2, r = 0.2 y N_0 = 0, 8, 16, 24, 32 y 40.



7.2. Límites al crecimiento: la ecuación logística.

7.2.1. Formulación del modelo.

En una población real se puede esperar que la población se incremente hasta un valor de capacidad de carga, donde la tasa de crecimiento se hace más lenta y la tasa de mortalidad se empareja a la tasa de nacimientos, ¿cómo sucede esto?, no es muy claro, pero sucede. Una forma simple de modelar esto es modificar la tasa de crecimiento, quedando como:

$$r(N) = r_0(1 - \frac{N}{K})$$

Donde:

r_0 = tasa que se puede esperar para poblaciones pequeñas

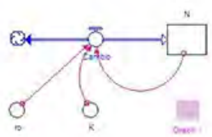
K = capacidad de carga

Complicando un poco más el modelo se tiene…

$$\frac{dN}{dt} = r_0(1 - \frac{K}{N})N$$

Donde se nota que la tasa de crecimiento depende tanto de la población como del cuadrado de la población. Este es ya un problema no-lineal y más difícil de resolver analíticamente.

La solución es STELLA se presenta a continuación…



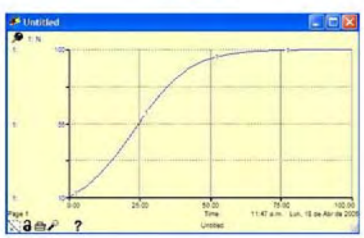
7.2.1. Formulación del modelo (cont.).

Código del modelo.

```
N(t) = N(t - dt) + (Cambio) * dt
INIT N = 10

INFLOWS:
Cambio = r0*(1-N/K)*N
K = 100
r0 = 0.1
```

Gráfica



Biológicos

Capítulo 7. Más modelos y aspectos generales de la modelación dinámica.

7.3. Vida en la fase plana.

Al extender los problemas a sistemas donde interactúan dos variables, por ejemplo: problemas presa-depredador, competencia de dos especies, modelos epidemiológicos, osciladores no-lineales, láser's y encuentros amorosos; se pueden agregar uno o más grados de libertad generando más comportamientos.

7.3.1. Introducción a los sistemas 2-D. Conceptos básicos.

En un sistema 2-D se consideran sistemas dinámicos que se observan como:

$$\frac{dx}{dt} = f_1(x, y)$$
$$\frac{dy}{dt} = f_2(x, y)$$

Donde x e y son las dos variables de interés. Los ejemplos pueden incluir: conejos-hierba; huéspedes-parásitos o pueden ser Romeo y Julieta. Los conceptos más importantes a entender, con respecto a los sistemas 2-D (y los sistemas dinámicos en general), son:

- La fase plana
- Flujo(s) sobre la fase plana
- "Retratos" de fase
- Puntos fijos
- Estabilidad

La **fase plana** es un gráfico donde los ejes son justo las variables x e y, de manera que en vez de hacer gráficos de conejos o hierbas contra el tiempo, es más importante ver el comportamiento de conejos vs hierba. Si se tienen 3 variables, el volumen a obtener se conoce como un **espacio fase**. El flujo sobre la fase plana es exactamente la misma idea de la construcción de conjuntos dirección. Las soluciones individuales simplemente trazan trayectorias en el espacio fase.

En general, donde las funciones de cambio no son cero el sistema evoluciona en el tiempo sobre varias trayectorias, aspecto más interesante que el comportamiento alrededor de los puntos fijos donde las cosas no cambian. En un punto fijo el aspecto más interesante es ver que sucede si al empezar cerca de éste se pueden tener atractores estables o repeledores inestables, en problemas 2-D se puede analizar aspectos como los que se presentan en las siguientes reglas básicas:

1. Formular un problema 2-D interesante
2. Encontrar los puntos fijos y categorizar su estabilidad
3. Esquematizar una imagen de fase
4. Usar Stella para resolver para unas pocas trayectorias cruciales

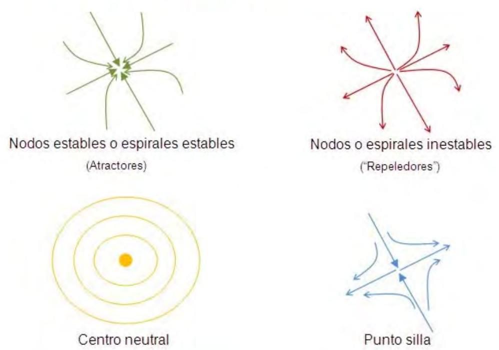
Cuando se hace lo anterior, se cuenta con un gran guía que dice exactamente como el sistema entero evoluciona en el tiempo. Muchas veces se puede conjeturar qué sucedía aún sin resolver las ecuaciones.

Modelación Matemática de Problemas Biológicos

Capítulo 7. Más modelos y aspectos generales de la modelación dinámica.

7.4. Una miscelánea de puntos fijos.

En general hay cuatro comportamientos cualitativos diferentes, estos son:



Modelación Matemática de Problemas Biológicos

Capítulo 7. Más modelos y aspectos generales de la modelación dinámica.

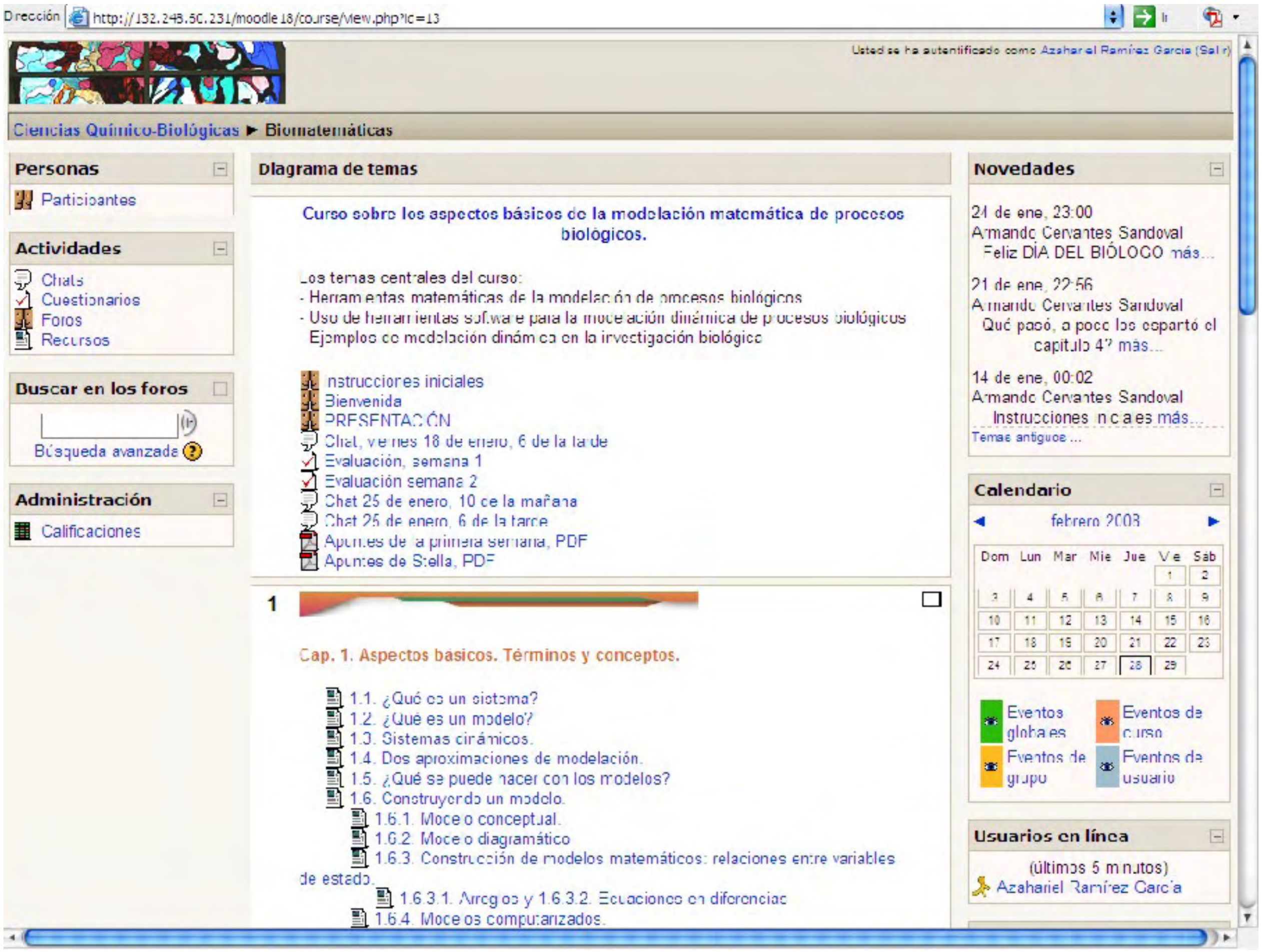
7.5. Aprovechamiento de STELLA.

Es una herramienta de modelación por computadora, que permite casi a cualquier persona desarrollar sistemas complejos, para efectivamente comunicar diferentes supuestos entre todos los participantes.

Además, ayuda a transladar modelos mentales en rigurosos modelos computacionales, que atraigan al modelador y a otros en el proceso de aprendizaje. Este proceso es dinámico también en el intercambio de datos e información entre el grupo de modelación y los usuarios.

Con el incremento en la experiencia del modelador, para una amplia gama de problemas, la semejanzas entre estructuras de diferentes sistemas pueden ser aparentes al modelador. Por ejemplo, muchos modelos exitosos de la dispersión de enfermedades se han desarrollado utilizado analogías con la química. Entonces, el uso de analogías puede reducir el esfuerzo para desarrollar modelos. Para esto se identifica la estructura de un problema y se compara con la estructura de otros sistemas, notando sus diferencias y semejanzas.

Pantalla principal del curso en línea en plataforma Moodle.



Foros del CeL.

Foro del capítulo 1
de Armando Cervantes Sandoval - lunes, 14 de enero de 2008, 13:05

Un ejemplo clásico de un modelo dinámica es una tina de baño, donde la tina es un reservorio o "stock", la llave del agua es un flujo de entrada y el drene de la tina es un flujo de salida.

Si "dibujamos" la tina con su llave de entrada y su drene de salida, este sería un modelo conceptual.

Entonces este es el sistema a modelar, donde la variable de estado es el volumen de la tina, que está en función de la tasa de llenado y de la tasa de vaciado.

Un modelo simple de este sistema es una derivada del volumen con respecto al tiempo, cuyo resultado depende del flujo de llenado menos el flujo de vaciado. Como este modelo ya considera el tiempo, entonces es un modelo dinámico.

NOTA: Una dervada se considera como una razón de cambio, en este caso el cambio de volumen con respecto al tiempo.

Con base en lo que han leido en este capítulo:

1. De forma análoga a este ejemplo: explique cómo se conceptualizaría el modelo de crecimiento de una población.

2. Plantee un modelo simple dentro de su área de trabajo.

Esperamos su participación.

Responder

Foro capítulo 3
de Armando Cervantes Sandoval - miércoles, 16 de enero de 2008, 03:51

Siguiendo con el ejemplo de su área de estudio, definan

1. Los objetivos de su posible modelo

2. La fuente de datos (datos de la literatura, trabajo de campo, experimentos, etc.)

3. Explique en que consiste la parametrización de un modelo, el análisis de sensibilidad y la validación.

4. Agarren aire para el capítulo 4, el cual vamos a revisar en dos días (jueves y viernes)

Responder

Foro capítulo 4, jueves
de Armando Cervantes Sandoval - jueves, 17 de enero de 2008, 10:15

A todos los internautas del curso: Este capítulo es más difícil en su lectura que en su aplicación, así que con la promesa de que los próximos capítulos son mucho más fáciles diviértanse con el foro de hoy y el de mañana

1. Explicar con sus propias palabras la diferencia entre la J(1,1) de la ecuación (1) y la ecuación (3).

2. Explicar de manera breve cómo se relacionan las ecuaciones (5), (7) y (8)

3. Describir con sus propias palabras la ecuación (10).

4. Explique de manera breve y con sus propias palabras la sección 4.4.

P.D. No se olviden del chat de mañana viernes.

Responder

Foro del capítulo 6
de Armando Cervantes Sandoval - martes, 22 de enero de 2008, 00:05

Rehacer cada uno de los ejemplos en Stella, agregar los gráficos que se muestran en las notas del curso y agregar tablas que muestren los resultados de manera numérica.

Compartan sus dudas y logros con el resto de los participantes.

Responder

Foro miércoles
de Armando Cervantes Sandoval - lunes, 21 de enero de 2008, 23:50

1. Revisar la siguiente dirección y describir con sus propias palabras el modelo que ahí se presenta. Se vale generar discusión y análisis con el grupo.

http://www.uantof.cl/facultades/csbasicas/Matematicas/academicos/emartinez/Dinamica/cazador/cazador.htm

Responder

Actividades propuestas en el CeL.

1
Puntos: --/1

Explique con sus propias palabras la sección 1.6.2 y 1.6.3, sin pasar a la 1.6.3.1.

Respuesta: Trebuchet | 1 (8 pt) | Idioma

Ruta:

Enviar

Escribir las respuestas en un archivo word y enviar a través del foro del día viernes.

I. Con base en la revisión del modelo tiburón-peces (foro del miércoles), explicar

1. ¿Cómo se lee la expresión dF/dt = g(F,S)?

2. ¿Qué significa que g(F,0) = aF o g(F,0) = aF - bF^2 ?

3. ¿Por qué el signo negativo en la expresión dS/dt = -kS?

4. En el digrama del modelo, ¿dónde se está representando la interacción entre las dos poblaciones?

5. ¿Cuáles son los valores iniciales de cada componente del modelo?

II. En el mismo foro del viernes, enviar al menos 3 archivos en Stella (*.stm), de los ejemplos del capítulo 6.

Tiempo restante
0:01:36

Escriba sus dudas y comparta sus opiniones en el foro del capítulo 1

Pregunta

1. Describa de manera breve y con sus propias palabras: ¿qué es un sistema y qué es un modelo?

Comentario:

Definir un sistema es relativamente fácil, lo que se dificulta en la práctica es establecer sus límites o cotas, lo cual generalmente responde a las necesidades y requerimientos del investigador. Lo que si es importante es definir las variables de estado, como un primer avance hacía desarrollar un modelo (ecuación o conjunto de ecuaciones).

Escribir las respuestas en un archivo word y enviar a través del foro del día viernes.

I. Con base en la revisión del modelo tiburón-peces (foro del miércoles), explicar

1. ¿Cómo se lee la expresión dF/dt = g(F,S)?

2. ¿Qué significa que g(F,0) = aF o g(F,0) = aF - bF^2 ?

3. ¿Por qué el signo negativo en la expresión dS/dt = -kS?

4. En el digrama del modelo, ¿dónde se está representando la interacción entre las dos poblaciones?

5. ¿Cuáles son los valores iniciales de cada componente del modelo?

II. En el mismo foro del viernes, enviar al menos 3 archivos en Stella (*.stm), de los ejemplos del capítulo 6.

Pregunta:

3. Casí al final de la sección 1.2 se dice que los modelos computarizados son causales en su construcción, ya que utilizan reglas generales que describen cómo cada elemento del sistema responde a cambios en otros elementos.

Tiempo restante
0:00:56

l es su opinión al respecto?

ntario:

Todos los modelos computarizados requieren de relaciones funcionales para su "programación", aunque el software actual permite "meter" datos al modelo y el software ayuda a establecer esta relación funcional (podríamos decir que ayuda a generar las ecuaciones).

Pregunta:

4. Explique la diferencia entre modelación análitica y la modelación por simulación (o numérica).

Comentario:

La modelación analítica es una de las herramientas preferidas de los matemáticos, ya que implica generar y resolver ecuaciones que generalmente son igual de complejas que el sistema a modelar. Mientras que para la mayoría de los mortales se cuenta con herramientas software de modelación visual que no requieren de muchos conocimientos de matemáticas.

Pregunta:

2. Describa cuál es la característica que hace que un modelo sea o no dinámico.

Comentario:

Se consideran dinámicos a todos aquellos modelos que consideran cambios en el tiempo. Lo que genera expresiones matemáticas que se derivan con respecto al tiempo o ecuaciones diferenciales con respecto al tiempo, cuya solución numérica considera ecuaciones en diferencias. Aspectos que no debe preocuparnos mucho, ya que el software actual resuelve casí todos los aspectos de cálculo numérico.

8. Discusión de Resultados

Para reunir la información vertida en el CeL, en la tesis o en el sitio Web se realizó una búsqueda con temas que pocas veces se conjuntan, es decir, se buscaban resultados para la educación en línea, para la modelación en general, para el uso del Internet como herramienta de aprendizaje y para el desarrollo de modelos matemáticos. Pero como se ve, estos temas son algo distantes. Aprender a enseñar no es tarea fácil; aprender a enseñar mediante un curso en línea, lo complica un poco más; aprender a enseñar a modelar mediante un curso en línea es un reto; y aprender a enseñar a modelar sistemas biológicos mediante un curso en línea, además de generar un sitio Web que trate de esto, es un buen tema de tesis. Lo importante fue hacer esta conjunción de información, que permitiera tener un marco de referencia en español y redactado de forma accesible a los estudiantes de la carrera de Biología.

Tomando en cuenta lo importante de la modelación cómo herramienta, en cualquier área de la ciencia, y centrándonos en el gran apoyo que da en los sistemas biológicos, resulta necesario aplicarla para la mejor comprensión de éstos. Aunado a esto, se tiene el inconveniente de que existe poca información en español sobre el desarrollo de modelos matemáticos (ya no importando si son de sistemas biológicos). Así pues, es necesario dar a conocer esta herramienta, y es precisamente en nuestro curso en línea donde se cumple a cabalidad este objetivo.

El uso de los programas que ayudaron a realizar el sitio Web y el CeL, no presentó mayor problema. Todo tiene que ver con el ensayo y error (siempre existe un “Ctrl + Z” para deshacer cambios). Todos los programas tienen un curso introductorio y un tutorial que ayudan a dar los primeros pasos en su uso. Al finalizar esta tesis, el autor no se considera experto en Dreamweaver, Moodle o Stella, pero si un usuario avanzado que puede ayudar a generar conocimiento a través de estos programas.

El sitio *Web* desarrollado tiene la gran ventaja de ser simple, cuatro pantallas que contienen la información necesaria para iniciar con la teoría de la modelación matemática. Sólo se necesitan a lo más 3 clics para acceder a la información, mejor aún, ya sea que se descargue de nuestro sitio o se consulte todas las veces que se quiera, las 24 horas al día los 365 días del año. Aunque se necesitará un equipo de trabajo para darle el mantenimiento debido. La actualización del sitio debe ser una tarea imprescindible, ya sea en contenido y en forma, o en su diseño y desarrollo. Ya existen programas en el mercado que ayudan a gestionar los contenidos de un sitio *Web*, basta con descargarlos y aplicarlos en la forma más conveniente para que la información fluya, y así el sitio presente más dinamismo.

Para desarrollar un curso en línea debería de tener un equipo de trabajo que contenga como mínimo (Alanís, 2004):

- **Diseñador gráfico:** para desarrollar materiales visualmente atractivos y profesionales.
- **Diseñador de páginas de Internet y familiarizado con las plataformas de gestionamiento de cursos**, tal como Moodle: para el montaje y diseño del curso en línea.
- **Productor de audio y video:** dado que algunos materiales pueden incluir pequeños clips de video o clips de voz para acompañar las presentaciones multimedia.
- **Profesor editor de los contenidos y personal de apoyo a la docencia:** ayuda a la recopilación de materiales, edición del contenido del curso y algunos asuntos relacionados con los alumnos.
- **Experto en pedagogía:** el profesor experto en la temática no es por lo general un experto en educación y menos en educación virtual, se necesita a un especialista que ayude en la construcción de guías metodológicas y estrategias didácticas.

Para el desarrollo de este trabajo no se contó con todo este equipo de personas, así que fue necesario aprender todos estos roles de una manera satisfactoria para poder desempeñar todas las tareas.

La parte del diseño (gráfico y de páginas de Internet) se subsanó principalmente mediante los cursos tutoriales de los programas usados y libros manuales de éstos mismos programas. Como diseñador se aprendió a editar imágenes, usando el programa Corel PHOTO-PAINT, realización de ilustraciones y dibujos con el programa CorelDRAW, las animaciones se realizaron utilizando el programa Flash de Adobe; de esta manera se conjuntó el material para ser utilizado en *hojas Web*, que fueron desarrolladas con el programa Dreamwever.

En el CeL se prefirió no abordar una gran producción de audio y video. Toda vez que no se contaba con los paquetes de programa necesarios. Sin embargo, esto no desanimó los intereses de entrega multimedia, ya que se incluyeron animaciones que contienen clips de audio, comentarios sobre los diagramas y su representación. Además, en la realización de videos es necesario que se cuente con un guión, así se asegura que el video tiene un propósito al realizarse. Lo anterior indica una “pre-producción del video”, haciéndolo más costoso en tiempo y dinero.

En lo referente al profesor especialista en el tema y editor de los contenidos del CeL, es obvio que los especialistas son en este caso el tesista y el director de tesis. Tarea ardua, pues de aquí se desprende el curso: recopilación de información, su síntesis, puesta a disposición, formación del contenido, estructura del curso, desarrollo de actividades y ejemplos.

Por último queda el experto en pedagogía. Está fue un área nueva, ya que al ser biólogos no se está relacionado con pedagogos o psicólogos. La realización de las actividades y la metodología del curso, para no tenerlas “antipedagógicas”, se basó en cursos ya probados en Internet, se tomó como ejemplo algunos cursos en línea, además de consultar bibliografía referente a técnicas y metodologías aplicadas a la educación en línea.

La tarea del diseño del curso no fue fácil. Se necesitó de la capacidad de síntesis de la información, de conformarla en capítulos que fueran entendidos fácilmente, para un mejor aprovechamiento. Después de tener el contenido del curso y sus ejemplos, vienen las actividades. Las actividades fueron pensadas para foros de discusión, para así tener un mejor aprovechamiento de las ideas vertidas en el foro, teniendo también una interacción entre los alumnos del curso. Es por eso que cada capítulo tiene un foro, esto ayuda al reforzamiento del aprendizaje, y a tener una idea de su aplicación en el campo biológico, compartiendo las ideas con los demás biólogos.

Los cuestionarios agregados al curso ayudaron a tener los conceptos importantes frescos y muy claros. Si bien la modelación es un proceso abstracto donde el modelador contrasta sus hipótesis, es importante tener los conceptos homogeneizados, para tener todos la misma información.

En la Biología se modela. Existe una gran cantidad de modelos aplicados a ramas como la Endocrinología, Biología Molecular, Ecología, Parasitología, Fisiología, Limnología, Acuacultura. El principal problema es que no menciona, paso a paso, cómo es que se llego a tener un modelo de tales o cuales magnitudes.

Existe información para desarrollar modelos matemáticos, aunque se encontró un tanto dispersa. Más aún, el desarrollo de modelos matemáticos aplicados a la Biología parece ser una práctica común, pero la revisión de la bibliografía sigue siendo algo tediosa, sumándole la revisión de las matemáticas implicadas, da como resultado el poco incentivo que se tiene para recurrir a la modelación.

Resuelto el problema de la búsqueda y síntesis de información, ahora se necesitaba plasmar en algún documento sencillo la mejor manera de modelar. Así pues, se desarrolló el curso en línea, tomándose la plataforma Moodle para realizarlo. Obligándose a manejarlo de una manera más que satisfactoria para realizar un curso que estuviera totalmente disponible, con actividades, bibliografía de apoyo, ejemplos y una fuerte relación profesor-alumno.

La modelación matemática y computacional emerge como una técnica de estudio del comportamiento de los sistemas biológicos complejos. Actualmente la modelación es una herramienta fundamental para la formación del biólogo, ya que es un apoyo invaluable en el manejo y administración de los recursos naturales. Es por esto que nuestro principal objetivo fue enseñar a modelar, a ofrecer una herramienta para dar el siguiente paso, ya se vio que la modelación no sólo indica qué va a pasar a futuro con un sistema, también da una idea del estado actual de éste, más aún, pone de manifiesto características o parámetros no estudiados pero indispensables para su comprensión. De tal forma, que se seleccionó el desarrollo de modelos para hacer una contribución al trabajo que se hace en Biología, más que para hacer una contribución a la Biología pura.

En este trabajo la principal herramienta para la modelación fue la computadora, utilizando el programa Stella. Él cual fue seleccionado por su fácil uso, gracias a que el modelo se “dibuja” mediante iconos, y la parte matemática es fácil de manejar, debido a que el programa ya trabaja con ecuaciones en diferencias. Habrá que indicar que Stella no es un programa de licencia libre, ni de código abierto, haciéndolo poco accesible, debido principalmente a su precio. Sin embargo, existen gran cantidad de instituciones educativas que lo manejan, brindando un respaldo con respecto a su uso.

Aunado a lo anterior, existen gran variedad de programas de modelación: Netlogo, Octave, EcoNet, PowerSim, Simulink, Model Maker, por mencionar sólo algunos. Se descartaron algunos de estos programas porque no utilizaban diagramas de Forrester, que son una representación simbólica de las variables del sistema y constituyen un paso intermedio entre el diagrama causal y el sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden (ISA, 2006), muy difundidos en el área de modelación en Biología; dicho diagrama no es más que un modelo diagramático que muestra con toda claridad los flujos, reservorios y convertidores del sistema de estudio. Después se pasa al costo, encontrándose de primera instancia los *muy caros*, *los caros* y los de *uso libre*, jamás hubo uno *barato*. No se seleccionó uno de *uso libre* por algo muy simple: puede ser que el programa de *uso libre* ofrezca las mismas ventajas que el programa comercial, aunque el comercial le lleva una de más, el respaldo al usuario, sea éste una institución, una empresa o un particular. No todos los programas de uso libre ofrecen ayuda o respaldo a sus usuarios, y de ofrecerlo, pocas veces es en el idioma español. También hay que añadir que normalmente la interface del programa de *uso libre* normalmente es algo confusa o poco amigable, lo que con un programa comercial pocas veces ocurre (tiene que ser vistoso para vender). Así que se seleccionó un programa comercial: Stella. Ya se comentó todas las ventajas del programa, una más: algunos programas de *uso libre* tienen un apartado o una interface especial que permite trabajar con ellos como si estuviera trabajando con Stella, demostrando que el programa que se utilizó es líder en el área.

Para comprender el proceso de la modelación fue necesario tener modelos ya terminados, para utilizarlos como ejemplo. Para esto también fue necesaria la revisión de bibliografía que incluyera modelos matemáticos realizados en Stella, con su desglose del desarrollo y aplicación del modelo, además de contar con el archivo que pudiera ser revisado. El tener archivos que ejemplifiquen de manera sencilla un sistema, ayuda a estudiar de una manera más precisa las partes que componen el desarrollo del modelo. Poder “quitar o poner” datos o funciones permite observar la dinámica de de un sistema dado, y mejorar el entendimiento de los pasos a seguir.

También se agregó un *Chat* al curso, esto para ayudar a una mejor comprensión. Contestando preguntas en línea y en tiempo real, se tiene la sensación de una personalización de las dudas, tal y como sucede en un salón de clases. Teniendo acceso al profesor del curso, que orienta de manera directa, con el beneficio de que el alumno ya tiene una base, que son las lecturas, las actividades y materiales dados. Las dudas o comentarios expuestos en el *Chat* son lo más cercano a una clase presencial, lo que indica la importancia de dicha actividad, una forma muy tangible de la interacción profesor-alumno.

La respuesta de los alumnos hacia nuestro CeL fue totalmente satisfactoria, se puede observar en los foros el interés mostrado en éllos. Las actividades siempre fueron de la mano con el contenido, tratando de resolver las dudas conforme el curso avanzaba. Mención especial debe de tener el Capítulo 4: Elementos matemáticos en la modelación, pues al contener la base matemática para desarrollar diferentes tipos de ecuaciones de crecimiento, de flujo energético y de materia, la respuesta fue de “bloqueo”, pues parece ser que se tiene una mala predisposición a las matemáticas. Es por lo anterior, que en nuestro CeL no se trató de memorizar las ecuaciones, sino comprenderlas, saber su origen y desarrollo; la memorización de las ecuaciones podría ser por su repetido uso, no por una imposición “sin sentido”.

El curso en línea realizado para esta tesis no es un trabajo nuevo en el área, pero si ofrece un primer acercamiento para aquellos investigadores y estudiantes que pretender ir más allá con el manejo de sus datos. Para encontrar más información sobre el uso de guías para la modelación de sistemas dinámicos puede consultar la página http://sysdyn.clexchange.org/road-maps/rm-toc.html, donde se ofrece una guía en línea, para el autoaprendizaje, desarrollada por Jay Forrester, profesor del MIT.

9. Conclusiones

El desarrollo del sitio *Web* y del CeL requirió de una ardua labor de síntesis, dado que los materiales que se pudieran usar en una clase presencial y que podrían irse recabando a lo largo del curso, en nuestro CeL se recabaron y aplicaron desde el desarrollo del mismo.

Sitios como Biomat son necesarios, en primera instancia porque hay pocos en español, pero más allá del idioma, el sitio puede ser “la punta del Iceberg” para inmiscuirse en el gran mundo del desarrollo de modelos matemáticos. Se tiene en Biomat un buen principio: los documentos teóricos, los documentos que lo llevan paso a paso, y ejemplos de modelos ya usados y probados para su aprendizaje. Si bien no toda la información está en español, si se tiene un compendio importante, que favorece al aprendizaje y búsqueda, sin tener que perderse entre páginas de Internet.

El sitio *Web* contiene información acerca de la modelación, guías y otros cursos en línea. Su principal atractivo es la facilidad con la que el usuario puede consultarla, basta un solo clic para descargar los archivos. Los cursos en línea ahí mostrados son de instituciones con amplio estudio en modelación de sistemas dinámicos. Además de servirnos como página de difusión de nuestro CeL, el material que ésta contiene ha sido revisado por expertos en la materia, sin embargo los enlaces externos que contiene no son de nuestra responsabilidad, lo que puede ocasionar enlaces rotos, cambio de dirección o poco mantenimiento de los servidores donde estos se localizan. Aún así, la información que se contiene es de primera mano y siempre dinámica, asegurando contenidos de calidad y recientes.

El CeL se presenta atractivo, con actividades, tareas, foros de discusión y *Chat’s*. Todo esto dirige al alumno, o mejor dicho es un aprendizaje autodirigido; donde el alumno puede consultar los temas las veces necesarias, al tiempo que él decida, discutir en el foro o *Chat* los temas que él considere pertinentes, y al término el fin es el mismo: el aprendizaje del desarrollo de modelos matemáticos aplicados a sistemas biológicos.

La educación en línea es una potente herramienta para dar a conocer de una manera más rápida y a la vez eficiente, las nuevas técnicas o métodos usados en la investigación biológica de vanguardia. La educación en línea no reemplazará a la educación tradicional, la hemos tomado como una alternativa para el proceso de enseñanza-aprendizaje. Se apoya en ella para llevar a más personas los conocimientos generados, se ha puesto de manifiesto la solidez que presenta, al tener resultados satisfactorios a lo largo de la impartición de un curso.

Una razón muy importante para modelar es el por qué se va a modelar, el punto de partida. Muchos modeladores consideran al propio sistema como un buen punto de partida, esperando tener la habilidad para reproducir su sistema en una computadora, que a todas luces es irrealizable, y así poder diseñar experimentos para mayor comprensión. Lo mejor sería formularse preguntas, preguntas generales o en específico, y éstas ubicarlas como punto de partida, y así, formular hipótesis, respuestas a las preguntas. Lo anterior ayudará mucho para el diseño y desarrollo de un modelo. De esta manera, cada pregunta que formulásemos, tendrá varias respuestas, pero cada respuesta estará sustentada con alguna salida de nuestro modelos, tomando así, la respuesta que “mejor se ajuste” a lo observado en el mundo real.

La modelación ofrece la posibilidad de la exploración de ideas que no son fácilmente probadas en el campo experimental o en los estudios de laboratorio. Los ecólogos por ejemplo, usan los modelos para simular los sistemas de estudio, y así investigar sobre algunas teorías que indiquen como operan dichos sistemas. Más aun, la simulación de sistemas, con ayuda de los modelos, permite identificar datos necesarios para el conocimiento de los sistemas.

Es evidente que la modelación matemática en Biología es más que una nueva herramienta, ya que se utiliza desde la década de los 80’s. En este contexto, aprender a “hacer modelación”, debe ser entendido como un paso más para la comprensión de los sistemas biológicos.

Finalmente, la tesis presenta un tema actual: la modelación de sistemas biológicos. El trabajo realizado no es un trabajo de campo, de laboratorio o teórico; es un trabajo de enseñanza. Es una contribución para mejorar nuestra manera de “hacer Biología”, es la enseñanza para aprender a usar una herramienta que incrementa nuestro conocimiento de los sistemas biológicos.

10. Bibliografía Citada

Alanís M. **2004**. Preparando cursos en línea para ser impartidos por Internet. Ponencia en: Primer Congreso Virtual Latinoamericano de Educación a Distancia. Línea temática 3: Tecnología Educativa. LatinEduca2004.com

Biembengut M. S. **1999**. Modelagem matematica & implicaçoes no ensino-aprendizagem de matemática. Blumenau. Editora de FURB.

Burgos D. y Corbalan G. **2006**. Modelado y uso de escenarios de aprendizaje en entornos e-learning desde la práctica educativa. III Jornadas Campus Virtual. Madrid, España. Universidad Complutense de Madrid.

Corona Frutos M. y Zatarain de Losada. **2002**. El curso en línea ¿Recurso o modalidad alternativa? Coordinación General de sistema para la Innovación del Aprendizaje (INNOVA). Universidad de Guadalajara. México.

Fernández Quiroga M. P. **2005**. Estado del arte en modelación funcional-estructural de plantas. Bosque (Valdivia). 26(2):71-79.

Goel P. K., Peruggia M. y Baoshe A. **1997**. Computer-aided teaching of probabilistic modeling for biological phenomena. The American Statistician. 51(2):164-169.

Gómez Alcaraz G y Pérez Martínez R. **2000**. Bachillerato Único Virtual Gratuito. Memorias del XVI Simposio de la Sociedad Mexicana de Computación en Educación. México.

Guardeño Navarro G. y Enríquez Borja M. I. **2007**. Moodle: una herramienta libre para la formación de usuarios virtual en la biblioteca de la Universidad de Málaga. 2a Jornada Internacional de Software Libre para Bibliotecas. Barcelona, España.

Grimm V. **1994**. Mathematicals models and understanding in ecology. Ecological Modeling. 75/76:641-651.

Gurney W. S. C. y Nisbet W. R. **1998**. Ecological dynamics. Oxford University Press. 335 pp.

Haefner J. W. **2005**. Modeling biological systems: principles and applications. 2a. edición. Ed. Springer. 480 pp.

Hall C. A. S. y Day J . W. Jr. **1977**. Systems and models: terms and basic principles. En: Hall C. A. S. y Day J. W. Jr. (Editores.). Ecosystem modeling in theory and practice: An Introduction with case histories. New York. 6-36.

Hannon B. y Matthias R. **1994**. Dynamic modeling. Ed. Springer-Verlag. New York.

Harmand J., Lobry C y Rapaport A. **2004**. Modelación y problemas matemáticos para la descontaminación biológica. Memorias del Taller Mathematics for the management of renewable resources. Centro de Modelamiento Matemático. Universidad de Chile.

Henry P. **2001**. E-learning technology, content and services. Education + Training. 43(3). 249-255.

Hernández Pereira R. **2001**. Educación en línea, definición y discusión: educación mediada por computador. ELAC. Universidad Nacional de Costa Rica.

Jackson L. J., Trebitz A. S. y Cottingham K. L. **2000**. An introduction to the practice of ecological modeling. BioScience. 50(8):694-706.

Jones E. y Martínez M. **2001**. Learning orientations in university web-based courses. En: Lawrence-Fowler W. y Hasebrook J.(Editores). Proceedings of WebNet 2001. Norfolk, Va: AACE.

López García P. y Sein-Echaluce Lacleta M. L. **2006**. Moodle: difusión y funcionalidades. Jornadas: Innovación docente, Tecnologías de la Información y la Comunicación e Investigación Educativa en la Universidad de Zaragoza. Caminando hacia Europa. Bloque III: Tecnologías de la Información y la Comunicación. Universidad de Zaragoza. España.

Mancinas A. **1999**. Modelo y simulación de procesos: una estrategia para el estudio del ciclo del agua en la escuela primaria. Memorias electrónicas del V Congreso Nacional de Investigación Educativa. Área 2C. Consejo Mexicano de Investigación Educativa. México.

McCulloch A. y Huber G. **2003**. *In silico* simulation of biological processes. Wiley. New York.

Moreno Hernández J. A. **2002**. Aulas de cómputo en la enseñanza de la Biología. Memorias del XVIII Simposio de la Sociedad Mexicana de Computación en Educación. México.

Orzack S. H. y Sober E. **1993**. A critical assessment of Levins's The strategy of model building in Population Biology (1966). The Quarterly Review of Biology. 68(4):533-546.

Rodríguez Carbajal R. A., Sánchez Schmitz G. G. A., Pérez Soltero A., Barceló Valenzuela M., López Navarro I. R. y Pérez Pérez D. **2002**. Experiencias en la estandarización de cursos en una Institución de Educación Superior de México utilizando una plataforma educativa de software libre.

Zurita L. **2006**. Una contribución a la evaluación de entornos virtuales de aprendizaje. III Conferencia Internacional ELAC. Costa Rica.

Kaplan–Leiserson E. **2007**. *E-Learning Glossary*. En: http://www.learningcircuits.org/glossary.html

NSF (Nacional Science Foundation). **1996**. Modeling of biological systems. En: http://www.nsf.gov/bio/pubs/reports/mobs/mobs.htm

11. Bibliografía Consultada

Barrera Rodríguez S. **2002**. Piloteo de alumnos 100% en línea, junto con alumnos presenciales apoyados en línea a nivel licenciatura. Sociedad Mexicana de Computación en Educación (SOMECE). XVIII Simposio Internacional. México.

Campollo Rivas O. **1994**. Modelos matemáticos en medicina y biología. Revista de Investigación Clínica. 46(4):307-321.

Cisneros Hernández L. **2007**. Factores de interacción persona-computador que generan satisfacción o frustración de los estudiantes de posgrado en un curso en línea. IX Congreso Nacional de Investigación Educativa, Área 7: Entornos virtuales de aprendizaje. México.

Chris E., Nicola J. G., Kavita S. y Darren K. G. **2004**. Virtual learning in the biological sciences: pitfalls of simply ‘‘putting notes on the web’’. Computers & Education. 43:49–61.

Costanza R. y Gottlieb S. **2001**. Modeling ecological and economic systems with STELLA: Part III. Ecological Modelling. 143:1–7.

Delgado K. **2005**. Las plataformas en la educación a distancia. Revista Iberoamericana de Educación. 37:1-5.

Di Leva A., Berchi R, Pescarmona G. P. y Sonnessa M. **2005**. Analysis and prototyping of biological systems: the abstract biological process model. International Journal of Information Technology. 2(3):216-224.

García-Barrios L. E., Speelman E. N. y Pimm M. S. **2008**. An educational simulation tool for negotiating sustainable natural resource management strategies among stakeholders with conflicting interests. Ecological Modelling. 210:115–126.

Jørgensen S. E. **1999**. State-of-the-art of ecological modelling with emphasis on development of structural dynamic models. Ecological Modelling. 120:75–96.

Kazancı C. **2007**. EcoNet: A new software for ecological modeling, simulation and network analysis. Ecological Modelling. 208:3–8.

Moreno Hernández J. A. **2002**. Propuesta para el desarrollo de un Centro Virtual de Enseñanza de la Biología (CEVIENBI). Sociedad Mexicana de Computación en Educación (SOMECE). XVIII Simposio Internacional. México.

Novosel'tsev V. N. **2006**. Mathematical modeling in Biology: systems capable to live and die. Automation and Remote Control. 6(67):835–855.

Pérez Fragoso C., Tinajero Villavicencio G. y López Bonilla G. **2007**. El aprendizaje en entornos virtuales: La voz de los estudiantes. IX Congreso Nacional de Investigación Educativa, Área 7: Entornos virtuales de aprendizaje. México.

Vázquez-Roman R., King J. M. P. y Bañares-Alcántara R. **1996**. Computers chem. Engng. 20(Suppl):S309-S314.

Zongkai Y. y Qingtang L. **2007**. Research and development of web-based virtual online classroom. Computers & Education. 48:171–184.

Germán Amaya F. **2005**. Los entornos virtuales de simulación de la realidad, espacios vistos como ejes que permiten situar el aprendizaje dentro de un contexto institucionalizado de educación. En: http://www3.usal.es/~teoriaeducacion/rev_numero_07/n7_art_gaf.htm

ISA (Departamento de Ingeniería de Sistemas y Automática de la Universidad de Málaga). **2006**. Modelado en dinámica de sistemas. http://www.isa.uma.es/C17/Presentaciones%20de%20Clase%20(ppt)/Document%20 Library/SEMINARIO_dinamica_sistemas.pdf

Morten F. P. **2002**. Online Education Systems: Discussion and definition of terms. NKI Distance Education. http://nettskolen.nki.no/forskning/Definition%20of%20Terms.pdf