

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE PSICOLOGIA

DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO
MAESTRÍA EN PSICOLOGÍA EDUCATIVA

“Análisis de las respuestas en exámenes de matemáticas en estudiantes Dependientes vs
Independientes de campo en Psicología”.

Sustentante: José Luis Sánchez Gámez

Comité de tesis:

Director de tesis: Mtro. Jorge Orlando Molina Avilés
Mtro. Gilberto González Girón
Mtra. Rocío Páez Gómez
Mtro Arturo Martínez Lara
Dr. Victor Coreno Rodríguez

2009



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Nini y Layo (+)

Gracias por darme la vida, es maravillosa.

A mis amados hermanos y sobrinos:

Que hemos crecido juntos.

A Patricia, “Yaminka”: mi inspiración.

Con mucho cariño a la Dra. Lucy Reidl

A mis profesores y sinodales:
Gracias por su apoyo y por todas sus atenciones.

A mis amigas y amigos:
Pily Haces, Alicia Curia, Jorge Domínguez, Edmundo Efraín, Rebe, Dr. Serafín, Dra.
Lolita, Alejandra, Fabian, Mary Carmen, Iris, Armando, Susy, Dr. Calvo, compañeros
del SUA y de la facultad: Gracias por acompañarme en la vida.

A Él:
Que esta presente en cada uno de estos momentos

“El de cerca y el de junto”,
Inmanente y trascendente
Emergente y fascinante
Semejante y diferente.
Experiencias del encuentro
Con la esencia de su luz.

La mies del espíritu

La mies de la palabra hace navegar
a los espíritus a cielos de ideas
concebidas en las reflexiones mutuas:
la bonanza de un nacer inquebrantable
de alas que encabalgan Tierra y Universo
con la filosofía, la ciencia y las artes.

Se construye el germen de los pensamientos
que despliega la belleza de la vida
en constelación de sueños realizados.
El conocimiento encuentra la fluidez,
cultiva la semilla prometedora,
alimento para el hallazgo del otro.

El espíritu ahonda, ordena, desvela
los misterios de la floración del caos
de un hoyo negro, o una Nova, o una Rosa:
Epifanía que honra al ser humano
al fundar las utopías inspiradas,
reveladas por Dios desde la creación.

Edmundo Efraín

ÍNDICE

Introducción

I- Los estilos cognitivos independencia de campo vs. dependencia de campo.

II- Implicaciones educativas de los estilos cognitivo.

III- Aprendizaje de la estadística y probabilidad.

IV- Análisis de errores en el aprendizaje de las matemáticas.

V- Metodología.

VI- Resultados.

VII- Conclusión y discusión.

Bibliografía.

Anexos.

Abstract

The next research boards about learning problems in mathematics, the topic is about probabilities, through a comparative study between field dependent and independent students, derived by the theory of cognitive styles of Witkin. The discoveries report that field independent students have a better performance than field dependent ones in maths learning, but its results are focused in correct answers, do not analyze wrong answers. The analysis or wrong answers and kinds of mistakes produced in some exams, this is a method, which tries to determine where the process of learning is, in which the students are in troubles, and which are the specific contents, especially for field dependent students. The hypothesis in which they were tested by themselves were: 1) field dependent students make the most serious mistakes. This study was realized with 129 students of psychology career through a contrast study among four groups in the independence - dependence dimension field with the analysis of variance and chi-square. The results corroborate that the field independent students have a better performance than the field dependent in exams of probability knowledge. The analysis of these mistakes has demonstrated that the field dependent students tend to make more mistakes and that these ones are more serious than those made by the field independent ones.

RESUMEN

La presente investigación aborda el problema del aprendizaje de las matemáticas, en el tema de Probabilidades, mediante un estudio comparativo entre alumnos dependientes e independientes de campo, derivados de la teoría de Estilos Cognitivos de Witkin. Los hallazgos reportan que los alumnos independientes de campo tienen una mejor ejecución que los dependientes de campo en el aprendizaje de matemáticas, pero sus resultados se avocan a las respuestas correctas, sin analizar las respuestas erróneas. El análisis de respuestas incorrectas y de los tipos de error producidos en los exámenes, es un método que intenta determinar en qué parte del proceso de aprendizaje los estudiantes tienen dificultades, y en qué contenidos determinados, especialmente los alumnos dependientes de campo. Las hipótesis que se pusieron a prueba fueron; 1) Los alumnos dependientes de campo cometen más errores que los independientes de campo y 2) Los alumnos dependientes de campo cometen los errores más graves. El estudio se realizó con 129 alumnos de la carrera de Psicología mediante un estudio de contraste entre cuatro grupos en la dimensión Independencia – Dependencia de campo, con el análisis de varianza y Ji cuadrada. Los resultados corroboran que los alumnos independientes de campo tienen mejor ejecución que los dependientes de campo en exámenes de conocimiento de Probabilidad. El análisis de los errores mostró que los alumnos dependientes de campo tienden a cometer más errores y que éstos son más graves que los cometidos por los independientes de campo.

INTRODUCCIÓN

El proceso de enseñanza– aprendizaje de las matemáticas tiene varias aproximaciones de análisis, por un lado se encuentran las estrategias de enseñanza, por otro las estrategias de aprendizaje, así como las características de los contenidos temáticos de enseñanza y por último las características de aprendizaje de los alumnos. De las características de los alumnos, hay una dimensión que es estable en el tiempo y que se ha observado tiene efectos importantes en el aprendizaje de las matemáticas, como lo es el Estilo Cognitivo, Dependencia-Independencia de campo, que postula la teoría de Witkin (1962). Durante la década de los 70s y 80s se realizaron investigaciones en este campo (Thornell, 1977; Buriel, 1978; McLeod y Adams 1979, a,b,c; McLeod D.; Adams M.; McCornack R.; Skvarcius R 1979; Vaidya; Chansky, 1980; Roberge J. Flexer B. 1983; Sánchez, 1985) y reportan que, generalmente los independientes de campo tienen una mejor ejecución que los dependientes de campo. Actualmente estas investigaciones se han visto reducidas, tal vez por la indagación del efecto de las nuevas tecnologías, así como en otros campos enfocados hacia las estrategias del proceso enseñanza aprendizaje; pero el autor de la presente investigación considera que es importante retomar el estudio de los Estilos Cognitivos para conocer en que aspectos la dimensión conocida Dependencia-Independencia de campo influye en el aprendizaje de las matemáticas y en cuales contenidos específicos. De aquí surgen las siguientes preguntas: ¿Qué dificultades tienen los alumnos dependientes de campo en el aprendizaje de probabilidades? ¿Las dificultades son las mismas para los independientes de campo? ¿Qué tipo de errores cometen en exámenes de conocimiento los alumnos dependientes de campo? ¿Los errores son semejantes en los independientes de campo?

El presente estudio aborda estas cuestiones para iniciar un acercamiento a la comprensión de las dificultades en el aprendizaje de la Estadística a través del análisis sobre la ejecución en los exámenes de Probabilidad, que se imparte en el segundo semestre de la Licenciatura en Psicología y que corresponde a la asignatura de Matemáticas II. Conocer estos aspectos es importante para la estructuración de la enseñanza, diseñar estrategias didácticas, desarrollar material didáctico y libros de texto, y estrategias de aprendizaje al considerar los diferentes Estilos Cognitivos de los

estudiantes. Por eso se ve necesario revalorar la dimensión Estilos Cognitivos de Witkin, e investigar sus efectos en el aprendizaje de la estadística.

Es necesario señalar la naturaleza de los contenidos temáticos al realizar estudios sobre matemáticas, porque dependiendo de las características de los temas será el esfuerzo cognitivo para comprenderlos; debido a los procesos involucrados en su aprendizaje, incluidos los didácticos, y las formas de presentar los materiales educativos (como guías, libros de texto). No es lo mismo aprender álgebra que geometría, cálculo que estadística; aunque tengan elementos comunes, cada área tiene distintas vías de aprendizaje y se enfocan a problemas diversos; en muchos casos, los procesos de enseñanza-aprendizaje son complementarios, a veces paralelos y en otros son específicos. En algunas áreas se requiere realizar razonamiento deductivo, demostraciones, derivaciones de fórmulas conjuntando una serie de reglas lógicas. La enseñanza de la estadística, y particularmente el tema de probabilidades, generalmente se enfoca a aplicar modelos y requerimientos para la descripción de características grupales e inferencias de muestras a poblaciones. Es necesario tomar en cuenta la naturaleza de los contenidos de aprendizaje para observar qué procesos realizan los alumnos, detectar en dónde tienen dificultad y cuáles problemas afrontan.

Para realizar este estudio se revisaron los fundamentos teóricos de los estilos cognitivos de Witkin en donde se muestra el desarrollo del constructo independencia-dependencia de campo, hasta concluir el capítulo uno con el enfoque articulado- global. En el capítulo dos, se analizan las implicaciones de los estilos cognitivos en la educación y en la enseñanza de las matemáticas, las diferencias en el aprendizaje y ejecución entre los estilos independientes y dependientes de campo. En el capítulo tres, se abordan los contenidos temáticos de la Estadística y Probabilidad, su naturaleza y las dificultades que presenta su aprendizaje. En el capítulo cuarto, se aborda el análisis de errores matemáticos del modelo propuesto por Movshovitz-Hadar, como una herramienta para analizar las dificultades en el aprendizaje. Y finalmente, se describe la investigación realizada, mediante los análisis de contraste entre los alumnos independientes y dependientes de campo sobre su ejecución en las evaluaciones.

CAPÍTULO I

LOS ESTILOS COGNITIVOS: INDEPENDENCIA DE CAMPO vs DEPENDENCIA DE CAMPO

1.- Diferenciación psicológica

La diferenciación psicológica es un concepto que se ha desarrollado a través de diversas investigaciones, iniciadas por la psicología de la Gestalt y que culminó en una de sus vertientes: la teoría de los Estilos Cognitivos Independencia - Dependencia de Campo.

Los primeros estudios perceptivos realizados por la psicología de la Gestalt, enfocaron su atención en ciertos fenómenos, en que había marcadas similitudes entre los sujetos, y que parecía ser una norma, a saber: figura-fondo, el movimiento aparente, tendencias hacia el cierre o clausura y la “pregnancia”; y efectos de constancia, fenómenos que son comunes a todo ser humano. A través del tratamiento cuantitativo de las características perceptivas se descubrió el fenómeno de la constancia. Tyler (1975) la define: “Constancia se refiere a la tendencia que todos tenemos a reaccionar ante los objetos del espacio en términos de su tamaño, forma y color conocidos más bien que en términos de la imagen variante que se proyecta en la retina en las diferentes situaciones” (p. 216). Una definición más sencilla está dada por Floyd, (1980 p. 531) “Constancia de objeto es la percepción de que un objeto existe continuamente como tal, a pesar de los cambios de tamaño, forma y posición de la imagen retinal”. Por su parte Sheehan (1938) determinó medidas de tres clases de constancia: brillantez, forma y tamaño, pero sólo encontró correlaciones bajas, lo que sugería que las mismas personas no tienen por qué estar necesariamente orientadas hacia objetos u orientadas hacia estímulos en diferentes situaciones. La Gestalt realizó una familia de experimentos que tuvieron la ventaja de proporcionar medidas muy precisas sobre las características perceptivas y que fueron controladas en el laboratorio. Los logros sobre las similitudes perceptivas entre los sujetos fueron muy importantes para construir la teoría perceptiva, pero contribuyeron a disminuir la importancia de las diferencias individuales.

Otros estudios empezaron a observar el efecto de las actitudes, que llamaron el efecto “*set*”, y que interviene en toda percepción, tenga o no el sujeto conciencia de ello.

Por ejemplo, proporcionar diversas instrucciones verbales, pueden cambiar las respuestas de los sujetos ante figuras ambiguas, o también los efectos del ambiente como, ver comida si tienen hambre. Gibson (1941), en varios estudios sobre el efecto “*set*”, observó que lo que se percibía, también dependía de los hábitos desarrollados en la experiencia pasada y posteriormente de las expectativas que surgen de la estructura total de la situación, de esta forma, el concepto “*set*” se fue ampliando hasta incluir todas las condiciones del perceptor. Se empezó a ver que hay determinantes personales en la experiencia perceptiva y esto encausó otro tipo de estudios enfocados en el campo de las diferencias individuales.

También desde las primeras observaciones de la Gestalt, ya se habían observado diferencias individuales. Wertheimer (1912) notó que los sujetos que veían una imagen inclinada en un cuarto tendían a identificar su propia orientación con la del cuarto. Veremos más adelante, que unas décadas posteriores, Asch y Witkin (1948) utilizando las pruebas del marco y la varilla inclinadas, y el cuarto y la silla inclinadas, descubrieron marcadas diferencias individuales en la habilidad de los sujetos para orientarse ellos mismos a la verdadera vertical y que culminaron con la teoría de la diferenciación psicológica de los estilos cognitivos.

El primer texto que abordó las diferencias individuales de los estilos cognitivos fue el texto de Leona Tyler (1975), le dedicó un capítulo y hace un buen resumen de los diferentes estilos que se fueron desarrollando en este campo. Haciendo un poco de historia, en la década de los 50 y 60 se empezó a ver que los procesos perceptivos formaban parte de un dominio más amplio y complejo de los procesos cognitivos. Vernon (1957) sugirió que la percepción supone un proceso de inferencia para dar sentido a lo que se percibe y ocurre tan rápido que no somos conscientes de ello. Para hacer esta inferencia las personas refieren la nueva situación estimulante a los esquemas que ya poseen y las pequeñas incongruencias no se tienen en cuenta; en cambio, las grandes incongruencias pueden iniciar un proceso de razonamiento a través del cual se puede lograr una confrontación satisfactoria. Considera que algunos esquemas se forman de experiencias que son comunes para todos y se reacciona de forma parecida ante situaciones perceptivas, pero hay otros esquemas que son resultado de experiencias particulares y que producen diferencias individuales en las respuestas ante las mismas situaciones.

Tyler describe como se fueron construyendo diversas tipologías contraponiendo las diferentes formas de experimentar el mundo. Entre ellas están las de: 1) Analizadores y sintetizadores, el analítico se concentra en los detalles y tiende a ver las partes separadas, el sintetizador ve el campo como un todo y puede perder por completo algunos detalles. 2) Perceptores objetivos y subjetivos, la distinción está en la consistencia rígida y precisa sobre la manera de abordar una tarea perceptiva. Tyler hace referencia a un estudio de Angyal (1948), en que las personas con tendencias obsesivas mostraban pautas de tipo objetivas, mientras que personas propensas a la histeria o sufrían de ansiedad eran más propensas a mostrar una pauta de tipo subjetiva. Otra tipología: 3) Activos y pasivos, los niños al hacerse mayores se hacen más activos y precisos en sus percepciones, mientras los menores son más pasivos e imprecisos. Una tipología más fue propuesta por Bartlett (1932): 4) La actitud de confianza y la de precaución, el confiado indica que ve todo de un solo golpe de vista señalando detalles, el precavido es dubitativo y no incluye todos los detalles. Este mismo autor también distinguió una tipología más: 5) Actitudes evaluativas y no evaluativas, Tyler menciona una tipología que considera fue una de la más completas, la propuesta por Jaensch (1938): 6) Tipo S-desintegrado y J- integrado, en el primero las percepciones son inestables, irregulares y no están sólidamente ligadas a la realidad, en el segundo las percepciones son sistemáticas, lógicas y realistas. Una tipología más, la propuesta por Eysenck (1947) referida a las diferencias entre las personas que 7) reaccionan unas a la forma y otras al color. Por último, la distinción hecha por Lowenfeld (1945): 8) entre el tipo visual que experimenta el mundo a través de sus ojos y el Háptico a través del tacto y sensaciones cinestésicas. Lo interesante de estos estudios fue encontrar que los sujetos parecen tener más éxito en las tareas perceptivas, cuando adoptan la actitud que les es más natural a su forma de percibir.

No todas las tipologías perceptivas tuvieron pruebas de significación estadística, no obstante, para los estudios de las diferencias individuales se pueden considerar que éstas son fuentes de hipótesis para investigación. La última tipología, Visual vs. cinestésico como veremos adelante, sería una de las clasificaciones que tuvieron un importante desarrollo en la generación de la teoría de la dependencia de campo de Herman Witkin (1962).

Siguiendo el desarrollo de las investigaciones sobre las diferencias humanas, Thurstone (1944) fue el primero en indagar a gran escala las diferencias individuales sobre características perceptivas. Estaba interesado en encontrar cuantas variables perceptivas fueran necesarias para explicar los procesos perceptivos y entender las diferencias básicas entre los individuos. Escogió 40 test de una amplia variedad de fenómenos perceptivos, entre ellos, el “Cubo de Necker” en el que la superficie más cercana fluctúa de adelante a atrás; el “Test de cierre” (“clausura” para Tyler) en el cual la tarea del sujeto consiste en ver una figura clara y sencilla bajo condiciones engañosas; empleó otro sobre conflictos entre color y forma. Del test de Rorschach, sólo tomó en cuenta las calificaciones “R” (número de respuestas), “W” (respuestas globales), y los tiempos de respuesta, etc. Este estudio identificó once factores, pero de ellos, sólo siete obtuvieron algunas conclusiones importantes sobre la naturaleza de los procesos perceptivos.

Uno de los factores tuvo dos puntuaciones en el Rorschach, otro factor aparece en el test de inteligencia, y otros tres parecían representar algún tipo de velocidad o rapidez: tiempo de reacción, rapidez de percepción y rapidez de juicio al tomar una decisión sobre lo percibido. Uno de los factores más interesantes que se obtuvieron en ese estudio fue el relativo a la “clausura”. El test de Gottschaldt de “Figuras ocultas”, fue el que resultó más interesante de toda la batería, ya que alcanzó saturaciones altas en dos factores: rapidez y fuerza de clausura o cierre; y un segundo factor, flexibilidad de clausura, en la manipulación de algunas configuraciones. En este test se requiere que el sujeto localice una figura simple que se le ha mostrado, y lo encuentre en una configuración compleja. Thurstone (1949) describe los factores así: “El primer factor de clausura (rapidez) parece que facilita lograr una clausura en un campo desorganizado, el segundo (flexibilidad de clausura) parece que facilita la retención de una figura en un campo confuso”. Tyler (op. cit) considera que la descripción que Yela (1949) hace sobre rapidez de clausura constituye una de las formulaciones más claras de este factor: “El sujeto destaca en esta tarea si es capaz de mantener la estructura dada como un conjunto de elementos organizados en un sistema y al mismo tiempo puede reproducirla rápidamente... o si es capaz de percibir la figura que completa una configuración inacabada. Al comienzo de la tarea los elementos se integran en configuraciones cambiantes que perturban el proceso de integración. En todos los casos se llega a la estructura final mediante el rechazo rápido de las integraciones que no conducen a la

configuración correcta y mediante la habilidad para sintetizar las unidades dadas en un todo que contenga significado” (Tyler 1975, p.222). Definido de una forma simple “cierre” o “clausura” se refiere al acto de captar y retener una estructura clara y coherente a partir de los materiales estímulo, aún cuando estos sean ambiguos.

El descubrimiento del último factor, mediante la prueba de “Figuras ocultas” de Gottschaldt, fue el que condujo más adelante al desarrollo de la prueba de “Figuras enmascaradas” de Witkin *et al* (1954, 1971) con el cual se desarrollaría, en los años posteriores, abundante investigación en diversos campos.

Algunos estudios, también citados en Tyler (op. cit.), encontraron que la flexibilidad de clausura se relaciona con la aptitud de razonamiento abstracto como en los estudios de Botsum (1951) y Pemberton (1952a). Por su parte Pemberton (1952b) también encontró que las personas que son altas en rapidez de clausura tenían las siguientes características: autocalificaciones altas en los rasgos sociales, rápidos de reacciones, artísticos, autoconfidentes, sistemáticos, claros y precisos y poco aficionados a los problemas lógicos y teóricos; por el contrario, los sujetos con baja flexibilidad de clausura, se autocalificaron como retraídos socialmente, independientes de las opiniones de los demás, analíticos, interesados en los problemas teóricos, científicos y poco partidarios de las sistematizaciones rígidas y de la rutina. Para Tyler (op. cit.) esto lo semeja con la tipología extrovertido- introvertidos, además reconoce algunas debilidades en los estudios de Pemberton; por un lado, que las puntuaciones de sus estudios no se sitúan en los polos opuestos del continuo y que las correlaciones, aunque positivas, son bajas. También menciona un estudio interesante, el realizado por White (1954) en estudiantes de *High School*, encontró altas correlaciones entre dos test, el de “Figuras ocultas” y test de “Tonos ocultos”.

Lo relevante de estos estudios fueron dos aspectos, confirmar las diferencias perceptuales entre las personas y el descubrimiento de que los individuos tienden a mantener sus posiciones relativas en la distribución de la flexibilidad de clausura en los test perceptivos.

1.2.- Categorías diferenciadas de Estilos cognitivos

Herman A. Witkin y Donald Goodenough (1981) en su revisión teórica, señalan la importancia del Movimiento *New Look* (en los cuarentas), al iniciar el desarrollo de la investigación de los Estilos cognitivos a partir de la percepción. Este movimiento fue un fuerte crítico de los modelos predominantes sobre percepción, porque no tomaban en cuenta a la persona que percibe, sus necesidades, intereses y valores. Se preguntaban dónde está el que percibe en la teoría de la percepción. Consideraban que no era suficiente con examinar un acto perceptivo, era necesario además tomar en cuenta la estructura de personalidad, sus necesidades e intereses y valores. Este enfoque prestó atención al papel adaptativo de la percepción en los actos psicológicos del individuo. También hizo críticas a la clínica que no consideraban los aspectos perceptivos. ¿Dónde está la percepción en la teoría de la personalidad? Estas inquietudes generaron bastante investigación sobre las relaciones entre percepción y personalidad, se publicaron en *Perception and Personality* Brunner y Krech (1950), en Witkin y col. (1981). Aparecieron más publicaciones, entre ellas *Perception Through Personality* de Witkin y col. (1954) con artículos que versaban sobre fenómenos como defensa perceptiva, percepción subliminal, necesidades y percepción, efectos sensorio-tónicos y diferencias individuales en percepción.

Entre los estilos cognitivos identificados por el *New Look* en un primer momento fueron: 1) Niveladores – Distinguidores, 2) equivalencia de rango, 3) tolerancia a las experiencias irreales, 4) Los escudriñadores vs. los *grosso modo*, 5) Control flexible vs. Rígido y, 6) test de color- palabra.

El grupo Menninger y Witkin (1962, 1964) trabajaron por varios años en el estudio de las diferencias individuales sobre los estilos cognitivos. Klein (1951) consideró que las percepciones de un sujeto tienen propiedades adaptativas, y “constituyen los medios de que disponemos para rechazar, escoger y admitir la estimulación del mundo exterior que con libre entrada podría confundirnos”. Pronto se hizo claro que intervenía otro proceso cognitivo, además de la percepción, y la denominaron “Principio de control cognitivo”.

Una nueva clasificación denominada por algunos, incluyendo a Witkin (1962), 7) “Estilos Cognitivos”, no se hizo para aumentar el catálogo de diferencias individuales

que se tenían registradas, sino más bien para proponer que las diferencias individuales en percepción fueran utilizadas como punto de partida en las investigaciones sobre los modos de funcionamiento personal y que habían sido concebidos como expresión de estos. La propuesta de Witkin del estilo cognitivo, fue denominado “Independencia – Dependencia de campo”, las diferencias perceptuales propuestas se verificaron en el laboratorio desde sus primeras observaciones; una consecuencia importante de esto fue que sus investigaciones se colocaron fuera del ámbito típicamente psicométrico en el estudio de las diferencias individuales.

Klein y Schlesinger (1949) hicieron una crítica al trabajo del *New Look*, porque su proyecto estaba limitado a relaciones mecánicas entre las partes, “Aprieta el botón hambre” y “aparece un efecto perceptivo” y así convertían a la persona simplemente en un lugar de tránsito para la unión del input hambre y el resultado (lo percibido). Proponían que había que asignar un papel central a la conceptualización de las relaciones percepción-personalidad, una estructura central, adaptadora y reguladora de la personalidad que trascienda todo el funcionamiento, incluido el proceso perceptivo. Witkin (op. cit. 1981) plantea que éste fue el objetivo que asumieron con su propuesta de los estilos cognitivos, Independencia de campo vs. Dependencia de campo, como una extensión de la diferenciación de la estructura psicológica del individuo.

Más adelante surgieron otras clasificaciones, 8) Reflexividad – Impulsividad; 9) Conceptualización y automatización fuerte vs. Débil y, 10) Locus de control interno vs. Externo.

De todos los estilos cognitivos identificados, el que recibió mayor atención a lo largo de los años fue el de Independencia – Dependencia de campo, por las siguientes razones: existían procedimientos efectivos para evaluarlos y a la validez de un marco teórico que unía una amplia variedad de fenómenos y funciones psicológicas.

1.3.- Estilos Cognitivos: Independencia de campo - Dependencia de campo

1.3.1.- Programa de investigación

En el programa de investigación iniciado en el Brooklyn College por Asch y Witkin (1948), descubrieron que había grandes y consistentes diferencias individuales en la aptitud de los universitarios para colocarse en una posición vertical cuando las pistas visuales eran engañosas. Su programa de investigación se inició en el laboratorio sobre la percepción de la verticalidad, pretendían determinar cómo localizan las personas la verticalidad de forma rápida y exacta. Elaboraron tres distintas situaciones experimentales: Test del ajuste corporal (*Body Adjustment Test*), el Test del marco y la varilla (*Rod and Frame Test*), en ambos se inclinan el marco de referencia y se deja a la influencia gravitacional que actúa sobre el cuerpo sin modificar. En otra situación, el Test de la Habitación Rotatoria (*Rotating Room Test*) la operación se lleva a cabo de forma opuesta, alterando la dirección de la fuerza que actúa sobre el cuerpo mientras el marco visual de referencia permanece vertical. En las tres situaciones se evalúa el ángulo de ajuste que hace el individuo para colocar la varilla en la verdadera vertical, el sillón en el cuarto inclinado y para enderezar la habitación o la silla en la sala rotatoria. Lo que lograron definir con estos experimentos fue la aptitud para mantener un objeto aislado de las fuerzas influyentes de la experiencia. También revelaron que los sujetos fueron marcadamente diferentes en la tarea de orientación y fueron autoconsistentes entre los test y en mediciones posteriores. De esta forma, encontraron que las personas tienen modos preferidos de integrar diferentes fuentes de información para localizar la verticalidad.

La consistencia de los sujetos, en la estabilidad de las puntuaciones a través de un periodo de tiempo, encontró que las correlaciones test-retest después de tres años fueron de 0.84 en el marco y la varilla, y 0.89 en la sala inclinada para un grupo de 32 hombres; para un grupo de 30 mujeres fue de 0.68 y 0.80 respectivamente (Witkin y col., 1954 en Tyler, 1975).

Las correlaciones intertest con 45 hombres y 45 mujeres fueron: en el test del marco y la varilla con sala inclinada 0.64 y 0.52; con la sala rotatoria 0.25 y 0.18, por su parte la sala inclinada con la sala rotatoria fue de 0.51 y 0.62 respectivamente (op. cit.).

Posteriormente Witkin y col. (op. cit.) investigaron si la misma característica se podía medir por otros métodos, test perceptivos que no supusieran una orientación corporal como variable básica o evaluaciones de personalidad. Para ello elaboraron el test de Figuras Enmascaradas, una variación del test de Figuras Ocultas de Gottschaldt, las correlaciones encontradas entre este test y los test visocorporales con 46 hombres y 45 mujeres fueron las siguientes:

- Marco y la varilla: Hombres 0.64; Mujeres 0.21
- Sala inclinada y silla inclinada: Hombres 0.60; Mujeres 0.51
- Sala rotatoria: Hombres 0.36; Mujeres 0.46
- Índice de orientación: Hombres 0.66; Mujeres 0.46 (Tyler, 1975).

1.3.2.- Evolución histórica del concepto Dependencia - Independencia de campo y Diferenciación Psicológica

El programa de investigación de Witkin inició en el laboratorio sobre la percepción de la verticalidad, pretendían determinar como las personas localizan de forma rápida y exacta la verticalidad, revelaron que los sujetos fueron marcadamente diferentes en la tarea de orientación; además, estas diferencias fueron autoconsistentes. De esta forma, confirmaron que personas tienen modos preferidos de integrar diferentes fuentes de información para localizar la verticalidad. Había que tomar en cuenta esos modos característicos del procesamiento de información, con los factores de campo y los sensoriales para tener una comprensión completa. El marco teórico que fue emergiendo progresivamente intentó conceptualizar esa consistencia intraindividual de las diferencias en el modo de orientación, y esas consistencias se ampliaron para incluir la estructura de personalidad y su desarrollo.

1.3.2.1.- Dependencia - Independencia de campo como tendencia a utilizar el cuerpo o el campo estimular (visual), en la percepción de la verticalidad

La primera dimensión de la cual partieron Witkin y col. (Asch y Witkin, 1948; Witkin y col., 1954; Witkin y col., 1962) fue que la dirección de la verticalidad percibida por las personas está determinada habitualmente por dos conjuntos de experiencias que actúan simultáneamente. Primero, el campo que nos rodea se ha

aprendido a través de la visión, tiene un marco de referencia cuyos ejes corresponden a las verdaderas direcciones vertical y horizontal del espacio. En segundo lugar, la dirección de la gravedad se ha aprehendido mediante sensaciones vestibulares, táctiles y quinesísticas. Dado que las dos experiencias coinciden en dirección, el resultado es el mismo ya sea que se utilice un solo determinante o los dos en combinación como referencias. Una de las estrategias de investigación fue separar experimentalmente estos dos componentes en dos situaciones: Test del Ajuste Corporal (*Body Adjustment Test*, en adelante BAT) y el Test del Marco y la Varilla (*Rod and Frame Test*, en adelante RFT). En ambos tratamientos se inclinan el marco de referencia y se deja que la influencia gravitacional actúe sobre el cuerpo sin modificarlo. Otra situación experimental se presenta en el Test de la Habitación Rotatoria (*Rotating Room Test*, en adelante RRT), en este caso la operación se lleva a cabo de forma opuesta: se altera la dirección de la fuerza que actúa sobre el cuerpo mientras el marco visual de referencia permanece vertical.

La confianza en el marco externo visual da como resultado una localización diferente de la verticalidad, que si se utiliza como referencia la vertical gravitacional. Existen diferencias individuales en la forma de percibir la verticalidad y que no son detectables en circunstancias normales. Los sujetos que alinean el cuerpo con la habitación inclinada y afirman estar sentados perfectamente derechos, utilizan el campo visual externo como referencia primaria para la percepción de la verticalidad y excluyen las sensaciones corporales. En el extremo opuesto del abanico de ejecuciones, están los sujetos que colocan su cuerpo en la verdadera vertical (gravitacional), es el cuerpo el que les sirve como referencia primaria para la percepción de la verticalidad. La mayoría de los sujetos colocan sus cuerpos en una posición intermedia con respecto a esos dos extremos. Las diferencias individuales en la ejecución del RFT, BAT, RRT se debían a que los sujetos depositaban su confianza en las sensaciones corporales o en los ejes del campo visual. La orientación se basa en el campo externo o en el cuerpo, lo que lo hace dependiente del campo o independiente del campo, respectivamente. Así se consideró que esta era la terminología apropiada para designar estos modos distintos de proceder. Estas observaciones dieron la primera conceptualización del Estilo Cognitivo que estaban investigando, Independiente del campo vs. Dependiente del campo, esta dimensión se limitó a tareas de orientación. En la medida que las puntuaciones se distribuyen de forma continua entre un extremo y otro, representan tendencias opuestas

de orientación, basarse en el cuerpo o en el campo, más que en tipos distintos de ejecución. Observaron que ningún modo de funcionamiento dependiente de campo ni uno independiente del campo es bueno o malo con respecto a sus consecuencias para la percepción de la verticalidad en el espacio, porque que estas son formas adaptativas.

1.3.2.2.- Dependencia - Independencia como superación de contextos enmascaradores en la percepción

El siguiente gran escalón conceptual en su programa de investigación en campos perceptivos fue pasar de la orientación de la verticalidad a la percepción analítica. Las tareas anteriores también involucraban la separación de un elemento (cuerpo o varilla) con respecto a un campo organizado (habitación o marco), y requerían que el sujeto desenmascarara un elemento de un campo organizado del que formaba parte; este aspecto no incluye yuxtaposición cuerpo, campo o percepción de la verticalidad, sino desenmascaramiento, y se realizó mediante el Test de Figuras Enmascaradas (*Embedded Figures Test*, en adelante EFT, Witkin 1971). En este test, una figura simple está efectivamente oculta en una figura compleja, cada componente de la figura simple es un claro subconjunto del modelo, para localizarla es necesario romper el patrón organizado de tal forma que quede a la vista dicha figura. Se encontró que las personas que tenían dificultades en separar la figura simple requerida del dibujo complejo eran aquellos que no podían mantener el cuerpo y la varilla separados de la habitación o del marco en los test de orientación y que fueron clasificados como dependientes de campo. Por el contrario, los independientes de campo encontraron fácil sobreponerse a la influencia del dibujo a la hora de localizar la figura simple que estaba allí contenida.

Estos hallazgos sugerían que la dimensión Independencia – Dependencia de campo era más general que la simple orientación. Implicaba facilidad o dificultad para separar un elemento organizado o sobreponerse a un contexto enmascarado (Witkin y col., 1954). Así la segunda dimensión de Independencia – Dependencia de campo se concibió como aptitud perceptivo–analítica manifestada en todo el funcionamiento perceptivo del individuo.

1.3.2.3.- Dependencia - Independencia como un Enfoque articulado vs. Global

En *Psychological Differentiation* Witkin y col. (1962) Siguen sus investigaciones sobre las hipótesis de diferenciación y proponen varias conceptualizaciones: el grado de articulación de la experiencia del mundo, grado de articulación de la experiencia del yo, reflejada particularmente en la naturaleza del cuerpo y extensión del desarrollo de un sentido de identidad separada; extensión del desarrollo de los controles y defensas especializados y estructurados, como se verá en este y el siguiente apartado.

La aptitud para desenmascarar, se estudió en dos temas principales: en la percepción y el funcionamiento intelectual, y por otra parte en la aptitud para estructurar. En el primero, el punto de partida era separar una parte de un contexto en el que está oculta en tareas de solución de problemas, tratar con representaciones simbólicas. Los dependientes mostraron dificultad para tomar un elemento crítico para la solución fuera del contexto en el que se presenta y reestructurar el material problema de tal forma que este elemento se use en un contexto diferente. Una mayor aptitud desenmascaradora o analítica se manifiesta a través del funcionamiento perceptivo e intelectual del individuo. En el segundo aspecto, es la tendencia a tratar con el campo de forma más activa o pasiva. Tendencia a dejar el material estimular “tal como está” o actuar sobre él, rompiendo el modelo organizado de tal forma que quede a la vista la figura oculta como en el EFT, esto es congruente con las personas que tienen que tratar con un campo que carece de organización inherente y clara. Los independientes de campo imponen una estructura a un campo estimular de esas características y lo consideran organizado. El análisis y la estructuración fueron complementarios en la articulación. Esto es, la persona que experimenta de una forma articulada puede vivenciar los elementos como separados con respecto a sus entornos cuando el campo está organizado y puede imponer estructura a un campo estimular cuando éste tiene poca estructura inherente; de esta manera la persona considera que el campo estimular está organizado. Esta dimensión fue ampliada como “enfoque articulado” en un extremo y “enfoque global” en el otro. Se trata de modos característicos de funcionamiento que las personas aportan a las situaciones que lo requieren.

1.3.2.4.- Estilos cognitivos como diferenciación psicológica

Las investigaciones posteriores incluyeron otras áreas que habitualmente son estudiadas bajo el nombre de personalidad, controles, defensas y el yo (Witkin y col. 1954, 1962). Como puede suponerse, a ellos les resultó evidente que estas áreas no podían ser acomodadas dentro de este constructo articulado-global, por lo cual tuvieron que adoptar otra concepción, así sus hallazgos los consideraron como asumir otro escalón en su modelo. La diferenciación era un constructo útil para conceptuar: 1) consistencias intraindividuales, cada uno de los elemento del cluster de estas características se encontró relacionado con otro, que mostraba un orden definido durante el desarrollo ontogenético. 2) Propiedades formales y/o de contenido de un funcionamiento psicológico, basado en distribuciones estructurales dadas. 3) Estables a lo largo del tiempo. 4) Grado de especialización de la función. 5) Otras reflejaban el grado de separación del yo con respecto al yo de los otros. De esta forma, la diferenciación se consideró como una propiedad estructural de un sistema orgánico. Sistemas más diferenciados están más complejamente organizados en el sentido de que las relaciones entre los componentes del sistema y entre el sistema y su entorno estén más elaborados.

Pero esta diferenciación, no significa que la diferenciación se relacione con la efectividad de la integración, en el sentido de que haya relaciones armónicas entre los componentes del sistema y entre el sistema y su entorno, de lo cual se pueda deducir presencia o ausencia de patología o que estén mejor o peor adaptadas (Witkin 1965). Desde esta perspectiva se puede concluir que puede haber una continuidad en los modos de funcionamiento entre las personas relativamente normales y relativamente patológicas. A partir de sus estudios, pudieron describir algunos atributos clínicos de los pacientes independientes de campo y dependientes de campo. La caracterización clínica de los pacientes más diferenciados incluía características como funcionamiento autónomo, controles desarrollados y defensas especializadas, mientras que en los menos diferenciados había mayor conexión con otros, restringida confianza en sí mismos, pobre control de la expresión de impulsos y uso de defensas no específicas. En varones independientes se encontraron ilusiones eufóricas y expansivas de grandeza que indicaban una aparente autoestima alta, arrogancia, agresión, conducta destructiva que mostraban una expresión de la agresión fuera de ellos, proyección de la culpa e intentos

por mantener su identidad masculina. Por su parte, en los dependientes de campo existía mayor frecuencia de *acting out*, descontrol de impulsos, agresión dirigida hacia dentro, lo que conlleva una baja autoestima y una conducta narcisista, deseos manifiestos de castración, diferentes formas de conducta pasiva, incluido el desamparo, llantos y dependencia.

1.3.3.- Diferenciación de estilos cognitivos de otros constructos

Witkin y col. (1981) hacen varias aclaraciones sobre la confusión o igualación del constructo Dependencia - Independencia de campo con respecto a otros constructos que conceptual y operativamente son diferentes y que también son considerados estilos, y con los que parece tener una semejanza superficial:

- Locus de Control. Witkin (op. cit., 1981) hace la observación de que numerosos estudios han demostrado, con raras excepciones, que no están relacionadas con la independencia de campo (Roodin, Broughton, y Vaught 1974; Tobacyk, Broughton y Vaught 1975). Porque la independencia de campo es una variable de proceso que representa el grado de funcionamiento autónomo en la asimilación de la información a partir del yo y del campo estimular, mientras que el locus de control es una variable aptitudinal o de creencia, que representa las expectativas de control interno o externo con respecto al refuerzo, el mayor o menor fatalismo como punto de vista con respecto a la vida.
- Extroversión – introversión. También es diferente y no se ha encontrado relación. Numerosos estudios, salvo excepciones (Caglis y Leen, 1977; Du Preez, 1967; Lester, 1976; en Witkin 1981).
- Reflexividad – impulsividad. Messer (1976, en Witkin 1981) ha observado que se relaciona, aunque en escasa medida, pero que la base de la relación no está enteramente clara. Considera que los controles menos estructurados de las personas relativamente dependientes de campo pueden jugar un papel importante en sus respuestas rápidas (impulsividad), (Witkin, Goodenough y Oltman, 1979).

1.3.4. Marco conceptual de estilos cognitivos

Witkin y col. (1981) consideran que el empleo del constructo Estilo se ajusta a la definición convencional como: “la suma total de detalles de conducta que influyen comparativamente poco en la consecución de una meta, pero que le dan una manera característica, casi una identificación, a un individuo o a una actuación particular” (Kurts, 1969; Wachtel, 1972).

La construcción del marco teórico de los estilos cognitivos, Independencia-Dependencia de campo, fue surgiendo progresivamente en las investigaciones y hubo intentos por conceptuar la consistencia intraindividual de las diferencias en el modo de orientación y la amplitud de esas consistencias.

Definir un constructo es esencial para delimitar la estructura conceptual, las tareas que abarca y sus posibles aplicaciones en una teoría. El constructo hipotético “Estilo cognitivo” se desarrolló para explicar parte de los procesos que median entre el estímulo y la respuesta, incluyendo aspectos cognitivos y no cognitivos o afectivo dinámicos. El término “Estilo cognitivo”, fue elegido por Witkin para denominar lo que inicialmente llamó “Independencia- Dependencia de campo” y posteriormente “Articulación de campo”. El empleo del término Estilo cognitivo fue porque implica un modelo habitual o una estrategia preferida para procesar información, y debido a esta consistencia, fue que dichos modos de funcionamiento fueron llamados “Estilos”. Además eligió dicho término porque fue necesario para distinguirlo de habilidades o de rasgos de personalidad (Cronbach, 1977; Witkin *et al* 1979).

Se observó que el constructo “Estilos” también tiene varias ventajas:

- Ofrece superar algunas limitaciones al concepto atomista de rasgo.
- Sirven de enlace entre aptitudes y variables afectivo-dinámicas proporcionando una concepción más completa y global de la persona.
- Debido a su capacidad de generalización y estabilidad transtemporal y transituacional, así como su forma de evaluarlos, cumplen con más exactitud que los pretendidos rasgos de personalidad.

- Su evaluación permite la manipulación controlada de la situación estimular, aspecto muy importante, porque supuso un acercamiento a una metodología experimental.

El modelo considera el desarrollo de la Dependencia - Independencia como multilíneal, porque sus características provienen de diferentes áreas, de tal forma que su funcionamiento psicológico se ha producido a lo largo de diferentes caminos y los estilos pueden ser concebidos como expresión de aptitudes; además pueden servir de medios para evaluarlos.

1.3.4.1.- Características de los estilos cognitivos

La concepción actual es una dimensión de diferencias individuales en la amplitud de la autonomía con respecto a las referencias externas, al análisis y articulación de los elementos de sus entornos, grado de separación del yo al de los otros y grado de especialización de la función. El constructo se ajusta al concepto de Estilo (forma de moverse hacia una meta) y no al concepto de Aptitud (competencia en la consecución de metas). Los Estilos son variables de proceso, trascienden el funcionamiento individual, son estables por naturaleza, y es bipolar con respecto al nivel, no en el sentido positivo-negativo, sino que tiene un valor neutral, en el sentido de que cada polo tiene cualidades que son adaptativas en circunstancias específicas. Por lo tanto, no son buenos ni malos, sino adaptativos en un contexto específico.

a) Variables de proceso

Las diferencias individuales en la forma de establecer la integración de los estímulos del medio ambiente son formas contrastantes de procesar información que pueden proceder de fuentes internas o externas. Con mayor diferenciación, se desarrollan y se encuentran más disponibles marcos de referencia internos, que pueden emplearse como guías de conducta; una menor diferenciación fomenta una seguridad en referentes externos. La tendencia a atenerse al yo como referente primario en actividades psicológicas es el estilo cognoscitivo que Witkin llama “Independencia de campo” y la tendencia a dar mayor crédito a los referentes externos es un estilo cognoscitivo que denomina “Dependencia de campo”. Los referentes internos de los

independientes de campo constituyen una fuente de mecanismos mediadores para estructurar el campo por la propia cuenta de uno “ir más allá de la información dada” (Witkin, 1979). Cuando los referentes internos están menos disponibles, como en el caso de los dependientes de campo, la persona tiende a dejarse llevar por las propiedades dominantes del campo. De esta forma, los independientes de campo son más factibles que los dependientes de campo a emplear un enfoque reestructurante a una amplia variedad de tareas perceptuales y de solución de problemas (Witkin, 1981). De acuerdo a esto, las personas prefieren, ejecutan mejor y se comportan de esa manera con mayor probabilidad de acuerdo a su estilo, en diversas áreas educativo - vocacionales, laborales en las que encaja su estilo.

b) Bipolares

El desarrollo de los referentes internos en los independientes de campo, así como el mayor uso de referentes externos en los dependientes de campo hace el estilo cognoscitivo bipolar. En cada polo se encuentran características diferentes que pueden ser útiles a la persona para adaptarse a situaciones particulares. Cada polo tiene un valor adaptativo bajo circunstancias específicas y así es como puede ser juzgado positivamente en relación a esas circunstancias. En un polo hay agrupamiento de competencias en articulación cognoscitiva, en orientación impersonal; y en el otro polo agrupamiento en orientación y habilidades sociales. Por esta razón, la dimensión dependencia-independencia de campo es neutral en su valor, pues no es inherentemente mejor o peor estar en uno u otro polo. Esta bipolaridad no implica que existan dos tipos de estados puros, sino que estas características se distribuyen a lo largo de un continuo, con una tendencia a variar en grados de fuerza hacia un modo de percibir u otro, (articulado-global), esta dimensión se ve reflejada en los puntajes de las pruebas perceptivas de “Figuras ocultas”, “Marco y la varilla”, “Ajuste del cuerpo”. Los independientes de campo también son denominados como estilo articulado o analítico y los dependientes de campo como estilo global u holístico.

c) Dimensión penetrante de funcionamiento individual

Witkin y col. (1977), señalan que los estilos cognitivos no están en forma simple restringidos a los procesos perceptuales, sino que también ejercen influencia en

actividades intelectuales y sociales, por lo que ahora se considera como teoría cognoscitiva y no sólo como teoría perceptual, involucrando áreas como la percepción, cognición afectiva y social. De esta forma, al extenderse la articulación a otros dominios que estaban subsumidos bajo la entidad de “personalidad”, ayuda a restablecer a la psique en su propio estado, como entidad holística y no compartamentalizada.

d) Estables a lo largo del tiempo

Witkin (op. cit.) plantea que no se han encontrado grandes diferencias en los estudios test-retest, entre una aplicación y otra posterior, sino que hay altas correlaciones. Esto no implica que las características de los estilos sean totalmente invariables, pues en las curvas de desarrollo que se han obtenido con las pruebas perceptuales como “*Embedded Figures Test*” (EFT), “*Body Adjustment Test*” (BAT), y “*Rod and Frame Test*” (RFT), cubriendo un periodo de 8 a 24 años se ha observado un incremento continuo en independencia de campo entre los 8 y 15 años de edad, después va disminuyendo hasta que se nivela en forma estable en el periodo adulto joven. En estudios con grupos de ancianos se observa un marcado retorno a la dependencia de campo (Witkin, Goodenough y Kart, 1967). Por otra parte, si bien el estilo cognitivo tiende a ser estable sobre el tiempo, muchas conductas que emanan de los estilos cognitivos sí pueden ser maleables (Witkin, 1977).

La característica Articulado - Global es la más elaborada en la teoría de Estilos Cognitivo incluso más amplia que Independencia - Dependencia de Campo; sin embargo, en los reportes de investigación y en la bibliografía en general se sigue empleando esta última nomenclatura. Por esta razón, se empleará en la presente investigación la terminología Independencia - dependencia de Campo para referirse a los Estilos Cognitivos.

CAPÍTULO II

IMPLICACIONES EDUCATIVAS DE LOS ESTILOS COGNITIVOS

Estilo Cognitivo se refiere a la forma en que las personas procesan la información y emplean estrategias para responder a las tareas que se enfrentan. Se denominan estilos, en vez de capacidades, porque se refiere a cómo las personas procesan la información y cómo solucionan los problemas y no a qué tan bien lo realizan. Sin embargo, cada estilo, por ser diferente, en ocasiones afecta a la calidad de su ejecución, debido a que cada estilo es útil para ejecutar ciertas tareas pero no para otras.

Los dependientes de campo, al tener dificultad para diferenciar los estímulos de los contextos en que están inmersos, sus percepciones son afectadas con facilidad por las manipulaciones del contexto circundante. Por su parte, las personas que están altas en diferenciación psicológica, o independientes de campo, perciben de manera más analítica, ellos pueden separar los estímulos del contexto, de tal forma que sus percepciones se encuentran menos afectadas cuando son introducidos cambios en los contextos (Witkin y cols., 1977).

La diferenciación psicológica se exhibe en una amplia variedad de situaciones, en donde es probable que los independientes de campo impongan su propia organización en un campo perceptivo y los dependientes de campo tiendan a adherirse a la estructura existente. Esto puede aplicarse para las percepciones sociales al igual que las percepciones del mundo físico e intelectual. Las percepciones y opiniones de las personas dependientes de campo son afectadas de manera intensa por los demás, mientras que los independientes de campo probablemente se resistan a las presiones sociales pues estructuran sus concepciones con base en sus propias percepciones. Los independientes de campo tienden a una orientación más abstracta, teórica, analítica e impersonal, lo cual hace que sean más capaces de resistir las presiones externas hacia el conformismo y, por ello, sean percibidas como frías, distantes e insensibles. Por su parte los dependientes de campo hacen uso de los marcos de referencia sociales prevalecientes, en especial cuando son ambiguas, por tanto los dependientes se encuentran más atentos y observan los rostros de los demás con mayor frecuencia, buscado indicios de lo que están pensando, atiende más a los mensajes verbales con

contenido social y se acercan más físicamente e interactúan con los demás y prefieren las situaciones sociales (Witkin y cols. 1977).

Los dos estilos son formas adaptativas, ninguno es superior en todas las situaciones: los independientes están mejor equipadas para enfrentar situaciones que exigen análisis impersonal, los dependientes para situaciones que den gran valor a la perceptividad social y habilidades interpersonales. Esto también se refleja en actividades académicas. Witkin (1977), Davis (1991) y Good (1997) han señalado la importancia de la diferenciación psicológica Independencia vs. Dependencia en el campo educativo sustentada la diversidad de investigaciones.

2.1.- Estilos cognitivos en la educación

Witkin (op. cit., 1977) en su artículo de los estilos cognoscitivos y sus implicaciones en la educación reporta hallazgos interesantes en diversas investigaciones. Por ejemplo, Fitz (1971) encuentra que el reforzamiento tiene efectos diferentes para cada uno de los estilos cognitivos e indica cómo se pueden emplear en la educación de forma diferenciada. Ferrell (1971), Paclisanu (1970), Steinfeld (1973), encuentran que niños independientes de campo tienden a aprender más que los niños dependientes de campo bajo condiciones de motivación intrínseca; pero que estas diferencias desaparecen cuando se introducen premios externos, ya sea de tipo material o de elogio. El castigo en forma de crítica verbal afecta más a la gente dependiente de campo; sin embargo, ésta tiene un efecto positivo o adverso sobre el aprendizaje, dependiendo del modo en que se administre sobre los sujetos dependientes de campo (Duvall 1970; Ferrell 1971; Fitz 1971; Konstadt y Forman 1965; Randolph 1971). Witkin considera que estos hallazgos tienen importantes implicaciones, porque conociendo qué estudiantes son dependientes o independientes de campo se puede predecir que clase de reforzamiento puede afectarlos con mayor probabilidad.

En la instrucción programada, Renzi (1974) y Schwen (1970) variando la cantidad de estructura de un texto, encontraron que los estudiantes dependientes de campo a nivel universitario tuvieron mejor ejecución cuando los textos estaban más estructurados, mientras los estudiantes independientes de campo no se vieron afectados por esto. Por otra parte, indica que los maestros describen como más provechoso para

los estudiantes dependientes de campo cuando se les provee de un plan, mientras que a los independientes no les es tan provechoso.

Goodenough (1976) encontró que en el uso de señales sobresalientes (*prompting*) en el aprendizaje de conceptos, los estudiantes dependientes de campo son particularmente más responsivos para el arreglo dominante del campo, por lo que puede ser más adecuado para aprender conceptos, los independientes de campo aprenden rápidamente, aún cuando las claves salientes son irrelevantes para la definición del concepto o cuando hay claves que presumiblemente no son sobresalientes. Tomando esto en cuenta, los maestros pueden ser más efectivos en adoptar procedimientos instruccionales adecuados según las necesidades de los diferentes estudiantes cuya aproximación al aprendizaje es distinta.

En otro estudio sobre adquisición de conceptos, los estudiantes independientes de campo jugaron un rol activo en la formulación de hipótesis, que probaron y cambiaron cuando éstas eran deficientes, lo que parece indicar que las reglas que gobiernan la secuencia de las hipótesis adoptadas son relacionadas como mediadores del aprendizaje (Brunner, Goodnow y Austin, 1956).

Koran, Snow, McDonald (1971) en un estudio sobre videomodelamiento para que los maestros adquieran habilidades de enseñanza a través de estímulos concretos, encontraron que los profesores dependientes mejoraron cuando se les proveyó de representación conductual, ya que no pudieron generarlos por sí mismos en el tratamiento de modelamiento de escritura.

Un estudio de Frank (1984) encontró que los estudiantes independientes de campo toman notas eficientes y las organizan dentro de un formato de resumen. Mientras que los estudiantes dependientes de campo parecen necesitar el resumen proporcionado por el profesor. Meng y Patty (1991) plantean que muchos estudiantes tienen dimensiones intermedias de estilo cognitivo, y encontraron que la instrucción más efectiva para estudiantes dependientes de campo se dio cuando emplearon organizadores ilustrativos avanzados, y para los estudiantes intermedios cuando emplearon organizadores ilustrativos posteriores. Los independientes de campo no fueron afectados por ningún organizador, tal vez por que generan su propia estructura.

Davis (1991) reporta que los aprendices independientes de campo son más eficientes en situaciones que tienen elevadas demandas de procesamiento de información. Frank y Keene (1993) reportan evidencia empírica de que aprendices independientes de campo procesan la información de manera más activa y tienen habilidades de reestructuración cognoscitiva más intensa, y los aprendices dependientes de campo exhiben un enfoque de espectador más pasivo del aprendizaje.

Satterly (1976) encuentra que la independencia de campo correlaciona con capacidades matemáticas y espaciales aún cuando es controlado el coeficiente intelectual. En forma general, los estudiantes tienden a aprovechar más aquellas materias que son de su preferencia, pero los estudiantes independientes de campo mejoran cuando son igualados en el estilo cognoscitivo con sus profesores (Garlinger y Frank; 1986; Witkin y cols. 1977). Good (1996) considera que aún no está claro si sería mejor igualar los estilos de alumnos y profesores en los extremos de la dimensión, porque los independientes de campo extremos tienen problemas de adaptación social y los dependientes de campo extremos son conformistas hasta el punto en que carecen de criterios propios. También considera que los estudiantes en los casos extremos se beneficiarían si aprenden a apreciar y a funcionar con más frecuencia en su orientación preferida. Sugiere que los profesores aprendan a reconocer y respetar ambas orientaciones y fomentar las ventajas de los estudiantes en cada caso, y así evitar prácticas discriminatorias o enfrentamiento de personalidades. Los educadores independientes de campo ayudarían a los estudiantes dependientes de campo, estructurando sus experiencias de aprendizaje, al proporcionar aliento y elogio, siendo objetivos cuando critican los errores y que empleen métodos de aprendizaje cooperativo. Por su parte, Los profesores dependientes de campo ayudarían a los estudiantes independientes de campo, siendo más directos en la retroalimentación crítica, que no reconocerían si no se hace de manera explícita, además de respetar su privacidad y distancia social.

Frank y Noble (1985), Marx y Winne, (1987) analizan algunas de las críticas que han cuestionado la característica bipolar libre de valor de la teoría en la investigación reciente. Por ejemplo, la tesis de que los estudiantes dependientes de campo son mejores para aprender la información social; ellos consideran que esos estudios se centraron en

la información social, en lugar del uso de la información social o en las percepciones sociales que hacen las personas.

Concluyendo, la diferenciación psicológica independencia de campo vs. dependencia de campo, o también conocido como estilo perceptivo global vs. analítico, se puede considerar una dimensión importante en el campo educativo, porque afecta la forma de aprender de los estudiantes, su preferencia por algún método de estudio y también por las formas de enseñanza de los profesores.

El cuadro de la página siguiente muestra un resumen comparativo de los estilos cognoscitivos Independencia de campo versus dependencia de campo y sus implicaciones en la educación.

	Independientes de campo	Dependientes de campo
Modos educativos de los estudiantes	Responden mejor ante las oportunidades de aprendizaje más independiente e individualizada. (Good, 1996).	Prefieren aprender en grupos y a interactuar con frecuencia con el profesor. (Good, 1996).
Formas de instrucción de los profesores	-Los profesores independientes de campo, prefieren situaciones de enseñanza impersonal y enfatizan aspectos cognoscitivos o teóricos de la enseñanza. -Usan las preguntas principalmente como herramientas de instrucción y las usan para introducir temas o inducir a los estudiantes a procesar la información. -Enfatizan sus propias normas y formulan principios cuando explican el material a los estudiantes. (Gordon y Gross, 1987).	-Los profesores prefieren la interacción frecuente con estudiantes y la discusión en clase. -Emplean las preguntas principalmente para revisar el aprendizaje de los estudiantes después de la instrucción. -Tienden a involucran a los estudiantes en la organización del contenido y a animarlos para que formulen ellos los principios. (Gordon y Gross, 1987).
Modos de revisar el aprendizaje por los profesores	Tienden a informar cuando están incorrectos y expresar desagrado por aquellos que se están desempeñando por debajo de su capacidad. (Good, 1996).	Tienden menos a criticar y están más interesados en crear y mantener actitudes positivas y buena dinámica del grupo y sólo de manera secundaria el contenido de la materia. (Good, 1996).
Percepción de los estudiantes de sus profesores	Los profesores enfatizan la aplicación de principios generales. (Good, 1996).	Los profesores enseñan hechos. (Good, 1996).
Profesión educativa de profesores	Prefieren, ciencias formales, matemáticas, ciencias y artes industriales. (Frank 1986).	Prefieren ciencias sociales y humanidades o profesores de primaria. (Frank 1986).
Preferencias educativas de los estudiantes	Prefieren y van mejor en matemáticas y en ciencias formales. (Good, 1996).	Prefieren y van mejor en humanidades y ciencias sociales. (Good, 1996)
Tipo de profesión de los estudiantes	Prefieren intereses teóricos y analíticos, las profesiones que eligen son: matemáticos, arquitectos, ingenieros, dentista, gerente de producción, carpintero, mecánico, artista, granjero, servicio forestal. (Good, 1996).	Prefieren ocupaciones que enfatizan habilidades sociales: trabajador social, ministro, consejero, profesor, vendedor, gerente de publicidad, político. (Good, 1996).

Podemos concluir que las personas responden en forma diferenciada ante la presentación, organizada o desorganizada, ante los estímulo del medio ambiente, mientras unos imponen estructura a un campo desorganizado (o lo analizan si se encuentra organizado) como los independientes, otras personas parece que se desorganizan o adoptan la estructura que se les presenta como los dependientes de campo. Estas características tienen implicaciones educativas en diversas áreas de la actividad humana por lo cual es importante retomar el estudio de los Estilos Cognitivos Dependencia –Independencia de campo en la implantación de cualquier procedimiento educativo, así como observar su interacción con las técnicas, métodos instruccionales, conductuales y pedagógicos.

2.2.- Relación de los estilos cognitivos con el aprendizaje de las matemáticas

Las características de los independientes de campo, de analizar un campo organizado e imponer estructura a uno que tiene poca organización o que carece de él, hace parecer su comportamiento como si se gobernasen por principios generales que ellos han activado abstractamente desde su experiencia y usan tales procesos como mediadores para proveer organización en su medio ambiente de aprendizaje.

Por el contrario el sistema de procesamiento de información de los dependientes de campo parece hacer menos uso de tales mediadores, teniendo mayor dificultad en aprender materiales poco estructurados, necesitando más instrucción explícita en estrategias de solución de problemas o una más exacta definición de los resultados de ejecución, en otras palabras, necesitan referentes externos.

El aprendizaje de las matemáticas requiere de representación y manejo de las relaciones simbólicas, pensamiento abstracto, solución de problemas donde se necesita analizar la situación, descomposición de elementos y reestructuración de las relaciones. Esto nos hace esperar que los estudiantes independientes de campo trabajen en forma más autónoma y que se desempeñen bien en este tipo de tareas, mientras que los estudiantes dependientes de campo tendrán dificultades, sobre todo en lo que se refiere a analizar y reestructurar los datos para llegar a la solución; sin embargo, ellos pueden tener un buen aprendizaje si reciben ayuda externa que les dé guía y estructura, pudiéndose desenvolver mejor en clases de exposición.

Las investigaciones realizadas en el área de las matemáticas, señalan las diferencias de los estilos cognitivos, encontrando que los alumnos independientes de campo obtienen un rendimiento mayor que los dependientes de campo: Buriel (1978); McLeod y Adams (1979 a, b, c); McLeod, Carpenter, Mc Cornack y Skyvarcius (1979); Vaidya (1980); Quickenton (1980); Lestch (1985); Mroska (1987). Estudios más específicos señalan que los estilos cognitivos están relacionadas con el nivel de asesoría instruccional, McLeod y Adams (1979 a y c), McLeod, Carpenter, Mc Cornack y Skyvarcius (1979), aportan evidencia en el sentido de que los independientes del campo obtienen excelentes resultados cuando el nivel de asesoría es mínimo y las oportunidades de descubrimiento son máximas, mientras que los dependientes de campo se desenvuelven mejor en clases de exposición.

Por otra parte Tornell (1977), encontró que sujetos con estilo cognoscitivo analítico (independiente de campo) tienen superior ejecución en una tarea matemática, independientemente del modo de instrucción empleado. Roberge y Flexer (1983) obtuvieron los mismos resultados en ejecución matemática.

Zerr (1986) estudió dos dimensiones de estilos, Independencia vs. Dependencia, Campo y Locus de control en relación al aprendizaje de las matemáticas, aportando evidencia de un mayor rendimiento en alumnos independientes de campo y con atribución interna de Locus de Control, que los alumnos dependientes y con atribución externa.

Hofman (1996) en sus estudios sobre métodos para aprender matemáticas encontró preferencias del método heurístico en alumnos independientes de campo y algorítmico en los dependientes de campo.

Un estudio basado en el modelo de Cronbach (1977) *Aptitude Treatment Interaction* (ATI), encontró interacciones significativas de los Estilos Independencia de campo con métodos de enseñanza, sistema autodidáctico y por exposición. Los independientes de Campo se desempeñaron mejor en un sistema de enseñanza autodidáctica, y los dependientes de campo su rendimiento fue más bajo en los dos sistemas, aunque mejoraron en el sistema por exposición Sánchez (1985).

Por lo tanto, el estilo cognitivo es una dimensión que se debe investigar en el campo de la Educación y en específico en el proceso enseñanza – aprendizaje de las matemáticas por las distintas implicaciones que se pueden desprender de ellas.

En México se han realizado pocos estudios sobre estilos cognitivos, el primero fue un estudio preliminar en escolares mexicanos (Martínez, 1969); en estudios sobre el desarrollo de la personalidad del escolar mexicano (Fernández, 1967); Chao (1969) realizó un estudio correlacional con la prueba de Sarason sobre el desarrollo de la personalidad del mexicano y Gutiérrez (1989) hizo un estudio correlacional de la independencia de campo y la habilidad viso-espacial en Ballet. Sólo existe un estudio en relación al aprendizaje de las matemáticas, (Sánchez op. cit.) a pesar de que en términos generales, el aprendizaje de las matemáticas es un área difícil en el ámbito escolar.

Hay varios campos de investigación sobre el estudio de las matemáticas como: procesos didácticos, estrategias de aprendizaje, elaboración de textos adecuados y características cognitivas de los alumnos y su desempeño en las evaluaciones. Sobre la ejecución de los alumnos no hay investigación y es importante estudiar no sólo la ejecución correcta en los exámenes, que es lo reportado en las investigaciones, sino también es importante analizar los desaciertos y los tipos de error que comenten los alumnos en los exámenes de conocimiento, como una forma de acercarse a la comprensión de las dificultades en el aprendizaje de las matemáticas.

CAPITULO III

APRENDIZAJE DE LA ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD

La asignatura de Matemáticas II, que se aborda en este estudio, se encuentra ubicada en el segundo semestre del programa Licenciatura en Psicología, y el contenido temático en el periodo en que se aplicó la presente investigación, contenía los temas de Probabilidad. Los contenidos de probabilidad en esta asignatura son requisito para la comprensión de las asignaturas posteriores cuyo contenido es de Estadística Inferencial. El dominio de los conocimientos sobre Probabilidad es necesario para una adecuada comprensión de las pruebas de hipótesis, empleo de las distribuciones de probabilidad, en la toma de decisiones, para realizar inferencias.

3.1.- Contenido temático de las asignaturas de medición en Psicología.

El área de medición en la carrera de Psicología comprende cuatro asignaturas Matemáticas I, Matemáticas II, Estadística Descriptiva y Estadística Inferencial, que se ha subtitulado Modelos Matemáticos I, II, III y IV, respectivamente, porque son diversas formas de representar matemáticamente descripciones, relaciones, funciones de eventos y fenómenos psicológicos y para representar teorías sobre el comportamiento humano.

La asignatura de Matemáticas I (Modelos Matemáticos I), contiene temas de estadística descriptiva, que ofrece métodos y modelos para medir, organizar y representar datos mediante tablas de frecuencia y representaciones gráficas, así como medidas de posición con deciles, centiles y cuartiles; medidas de tendencia central, medidas de variabilidad, y medias de forma de una distribución. Finalmente el empleo de puntuaciones estandarizadas y del modelo de la distribución normal. Sin embargo, la estadística no sólo describe conjuntos de datos, numérica y gráficamente, también nos proporciona herramientas para poder generalizar este tipo de observaciones a conjuntos de datos mucho más amplios que llamamos poblaciones, de esta manera es posible predecir y generalizar a través de lo que llamamos “Inferencia estadística”.

Para realizar esta inferencia, hacemos uso de modelos probabilísticos. La teoría de la probabilidad es el estudio de la incertidumbre que se espera cuando hacemos

predicciones, generalizaciones e inferencias, trata de valorar la proporción, en mayor o menor grado, sobre la certeza o incertidumbre que se espera en una situación dada, en procesos de investigación y cuando hacemos inferencias. Esta es la razón por la cual, la teoría de las probabilidades son necesarias para comprender las asignaturas posteriores de estadística inferencial. La teoría de probabilidades corresponde a la asignatura de Matemáticas II en el programa de medición en la carrera de Psicología (Modelos Matemáticos II).

La asignatura de Estadística Descriptiva (Modelos Matemáticos III), versa sobre los principales métodos para probar hipótesis en la inferencia estadística y ofrece modelos de asociación, predicción y contrastación. Los modelos de asociación buscan probar la posible relación entre dos variables. Los modelos de predicción, ofrecen modelos de regresión para predecir, explicar y determinar la influencia de una variable independiente sobre una variable dependiente. Por último, los modelos de contraste, buscan probar diferencias entre poblaciones o el efecto de una variable independiente sobre una variable dependiente mediante comparaciones muestrales.

La asignatura de Estadística Inferencial (Modelos Matemáticos IV), versa sobre la inferencia estadística para probar hipótesis mediante los modelos del análisis de varianza y de los modelos multivariados de análisis varianza factorial, regresión múltiple e introducción al análisis de factores. Los contenidos temáticos de las cuatro asignaturas se pueden observar en el anexo 1.

De las cuatro asignaturas mostradas, se eligió la de matemáticas II, porque en nuestra experiencia docente nos ha mostrado la dificultad que representa para los alumnos el estudio de las “Probabilidades”, porque representa uno de los contenidos más complejos y abstractos en el área de la Estadística y porque es una de las asignaturas de mayor reprobación. Siendo una asignatura esencial para la inferencia estadística, y necesaria en el desarrollo de las asignaturas posteriores, además de las razones expuestas, nace el interés de investigar, el efecto que tiene la dimensión Independencia–Dependencia de campo en el aprendizaje de probabilidades. El contenido temático se pueden observar en el anexo 2.

3.2.- Modelo tetraedro para evaluar problemas de aprendizaje de Brandsford y Jenkins

Para analizar la naturaleza de los contenidos de aprendizaje sobre Probabilidad, el modelo de Brandsford y col. (1979), parece idóneo. El modelo contiene los siguientes elementos: 1) Características de los alumnos que aprenden, 2) las actividades de aprendizaje que se llevan a cabo, 3) la naturaleza de los materiales, y 4) las tareas criterio para evaluar.

De acuerdo a este modelo, los elementos a evaluar en la presente investigación son los siguientes:

- 1) Características de los alumnos. Existen varias características del alumno que están relacionadas con el aprendizaje de las matemáticas, como el coeficiente intelectual, motivación para el aprendizaje, ansiedad a las matemáticas, estilos cognitivos, etc., Esta investigación se avocará al estudio del estilo cognitivo en su dimensión Articulación del campo, denominada Independencia–Dependencia de campo, porque se ha observado que es una característica estable en el tiempo, no se modifica significativamente en el estado adulto y del que se ha observado tiene efectos en el aprendizaje de las matemáticas.
- 2) Actividades de aprendizaje. El aprendizaje de las matemáticas y en específico cálculo de probabilidades y estadística, implica una serie de actividades específicas como: el empleo del lenguaje y símbolos de la disciplina, comprender los conceptos, definiciones, reglas y requisitos que se emplean en los modelos, el empleo adecuado de fórmulas, procedimientos de cálculo, inferencias, interpretación de resultados. El alumno ante un problema tiene que identificar las características de sus datos, de acuerdo a esto elegir el modelo estadístico adecuado, realizar los cálculos, interpretar los resultados y expresar en los hallazgos encontrados tanto en el lenguaje disciplinar como en la lengua vernácula. Estas son las actividades de aprendizaje que se van a evaluar.
- 3) Naturaleza de los materiales o contenidos. El aprendizaje de la estadística y en específico el tema de “Probabilidades”, son contenidos son complejos, en el sentido que hay una diversidad de conceptos, procedimientos, modelos para abordar

cuestiones donde hay incertidumbre, para la toma de decisiones y realizar inferencias ante diferentes tipos de problemas. La naturaleza de los contenidos son abstractos, los modelos y las distribuciones de probabilidad son teóricas, y los procedimientos de cálculo que se desprenden de ellos relativamente complejos, estos son las características de los contenidos a estudiar.

- 4) Tareas criterio. Además de evaluar las respuestas correctas, también se analizarán las respuestas incorrectas y los errores cometidos en los reactivos de examen. Este procedimiento servirá para observar en que aspectos específicos o en que secuencias de actividades tienen dificultad los alumnos, sobre todo los dependientes de campo, e indagar si son las mismas dificultades, o si difieren de los independientes de campo. Para esto, se tomará como referencia el modelo para clasificar los errores matemáticos de Movshovitz y Zaslavsky (1987), a saber: 1) errores en los datos, 2) lenguaje mal interpretado, 3) inferencias lógicas inválidas 4) distorsión de teoremas y definiciones, 5) solución inverificable y 6) errores técnicos.

3.3.- Naturaleza y dificultades en el aprendizaje de la estadística y probabilidad.

Con respecto al punto 3 del modelo de Brandsford “Análisis de la naturaleza de los materiales o contenidos” sobre el tema de Probabilidades podemos observar lo siguiente:

Batanero (1994), en su artículo “Errores y dificultades en la comprensión de los conceptos estadísticos elementales”, hace la observación de que la probabilidad y la estadística tienen un desarrollo reciente y que gran parte de sus conceptos se han originado fuera del campo estricto de la matemática. La estadística ha sido una ciencia interdisciplinaria y las grandes etapas de su progreso han estado marcadas por las aportaciones originadas a partir de la necesidad de resolver problemas en diversos campos. Esto ha llevado en sí dificultades epistemológicas y que, así como han tenido que ser superadas estas dificultades en su desarrollo histórico, estas se repiten con frecuencia en el aprendizaje del mismo por los alumnos.

3.3.1.- Análisis de las dificultades en la comprensión de algunos conceptos estadísticos elementales.

Batanero (1994), reporta algunas investigaciones y análisis acerca de las algunas dificultades y errores en la comprensión de los conceptos estadísticos elementales y que son fundamentos para los tópicos en Probabilidades. Los temas son los siguientes:

1) Representación gráfica y tabulación de datos

La representación gráfica es el punto de partida de muchos análisis, por esto es muy importante la observación sobre la destreza del alumno en la lectura crítica de datos y porque es un componente básico de la alfabetización cuantitativa. Curcio (1989), clasificó tres distintos niveles de comprensión de gráficos, mismo que es extensivo para todo tipo de datos en general:

- a) “Leer los datos”, en este nivel la comprensión es una lectura literal y no se necesita interpretación de la información contenida en el mismo.
- b) “Leer dentro de los datos” incluye interpretación e integración de los datos en el gráfico. Incluye habilidades para comparar y el uso de conceptos y destrezas matemáticas.
- c) “Leer más allá de los datos” requiere del lector realizar predicciones e inferencias a partir de los datos sobre informaciones que no se reflejan directamente en el gráfico.

Cursio (op. cit.), también plantea tres factores que son necesarios para la comprensión de las relaciones matemáticas expresadas en los gráficos:

- a) Conocimiento previo del tema al que se refiere el gráfico.
- b) Conocimiento previo del contenido matemático del gráfico (conceptos numéricos, relaciones, operaciones contenidas en el mismo).
- c) Conocimiento previo de las características del gráfico y cuándo se emplean cada uno (barras, pictográfico, histogramas).

Por su parte, Li y Shen (1992), encontraron que las principales dificultades de alumnos de secundaria en la comprensión del gráfico se relacionan con los dos últimos factores. Observan que hay un desconocimiento del modo correcto en que deben ser empleados y que los problemas de elección de gráficos, se agravan por la disponibilidad de “software”. Esta situación, también se hace extensiva al empleo de cualquier modelo matemático con el empleo del paquete estadístico SPSS, SYSTAT, etc.

De los errores técnicos que encontró, da la siguiente lista:

- * Omiten las escalas en algunos de los ejes horizontal, vertical o en ambos.
- * No especifican el origen de las coordenadas.
- * No proporcionar suficientes divisiones en las escalas de los ejes.

2) Características estadísticas sobre las medidas de tendencia central.

a) Características estadísticas de la media

Batanero observa que hay propiedades que son más fáciles de comprender como:

- a) La media es un valor comprendido entre los extremos de la distribución.
- b) El valor medio es influenciado por los valores de cada uno de los datos.
- c) La media no tiene por qué ser igual a alguno de los valores de los datos.

Pero hay propiedades que resultan más difíciles de comprender:

- d) La suma de las desviaciones de los datos respecto a la media es cero,
- e) Hay que tener en cuenta los valores nulos en el cálculo de la media.
- f) La media es un representante de los datos a partir de los que ha sido calculada.

Russell y Mokros (1991), observan que para la comprensión de la propiedad de la media como valor “Típico” o “representativo”, que se sitúa en el centro del recorrido de una distribución es adecuado, sólo si la distribución es simétrica, aspecto que dejan de lado los estudiantes. La comprensión implica tres capacidades diferentes:

- a) En un conjunto de datos, comprender la necesidad de emplear un valor central y elegir el más adecuado.
- b) Construir un conjunto de datos que tengan un promedio dado.
- c) Comprender el efecto que tiene sobre las medidas de tendencia central (media, mediana y modo) un cambio en todos los datos o en parte de ellos. Si la distribución es muy asimétrica, la media se desplaza a uno de sus extremos.

Otro aspecto que se debe tomar en cuenta en el concepto de la media, es que generalmente se enseña aislado de sus aplicaciones reales, por lo que toma un significado diferente cuando se aplica como centro de gravedad, esperanza de vida o número índice.

Por su parte, Li y Shen (1992), hacen una observación importante sobre la media ponderada, señalan que sino se tiene una clara concepción sobre la selección de los

pesos correspondientes a cada muestra, lleva al alumno a cometer errores, como darles a todas el mismo peso.

b) Estadísticos en escalas ordinales, “la mediana”

El estudio de los estadísticos de orden presenta dificultades tanto a nivel procedimental como conceptual. El cálculo de la mediana, percentiles y rango percentilar se emplean algoritmos diferentes para el caso de variables agrupadas en intervalos o no agrupadas. Schuyten (1991), observa que aún para alumnos universitarios encuentran difícil aceptar que se puedan emplear dos algoritmos para calcular la mediana, agrupando por intervalos y sin agrupar y que puedan obtenerse valores distintos para el mismo parámetro al variar la amplitud del intervalo de clase.

3) Características de la dispersión

Campbell (1974), observa que hay un error frecuente cuando se efectúan comparaciones entre dos o más muestras: ignorar la dispersión de los datos. Por su parte Loosen y cols. (1985), hacen notar que muchos libros de texto hacen mayor énfasis en la heterogeneidad que en su desviación respecto a la posición central, y que términos como variación, dispersión, diversidad, fluctuación están abiertos a diversas interpretaciones cuando se refieren a una diversidad relativa a la media o en términos absolutos. Con respecto al cálculo de la varianza Mevarech (1983), encontró que los alumnos universitarios cometen las mismas dificultades que en el cálculo de la media.

Con respecto al rango de variación sobre las puntuaciones tipificadas Z cuando se calculan a partir de una muestra finita o una distribución uniforme Huck y cols. (1986), han señalado dos concepciones erróneas:

- a) Creer que todas las puntuaciones “ z ” han de tomar un valor comprendido entre -3 a $+3$.
- b) Que no hay límite para los valores máximo y mínimo de las puntuaciones “ Z ”. Se ha aprendido que las colas de distribución normal son asintóticas a la abscisa y hacen generalización incorrecta. Estos errores están ligados a concepciones erróneas sobre la distribución normal. No se distingue entre modelos teóricos y la realidad a la que se aplica.

4) Asociación en tablas de contingencia

La idea de asociación es fundamental en muchos métodos estadísticos y permite modelar numerosos fenómenos en las diversas ciencias. El término asociación se emplea para expresar dependencia estadística entre dos variables cuantitativas. Pero esto no implica necesariamente una relación de causalidad sino meramente la existencia de covariación entre variables. Champan y Champan (1967), mostraron que hay expectativas y creencias sobre las relaciones entre variables que producen la impresión de contingencias empíricas. Jennings (1982), llama a este fenómeno “correlación ilusoria” porque los sujetos mantienen sus creencias y sobre estiman la asociación cuando piensan que existe relación causal entre dos variables.

La interpretación de las frecuencias en una tabla de contingencias también reviste dificultad, ya que a partir de la frecuencia absoluta de una celda, se pueden tener tres frecuencias relativas diferentes, la condicional a su fila ($a/(a+b)$), la condicional a su columna ($a/(a+c)$) y la frecuencia relativa doble o condicional al total ($a/(a+b+c+d)$). Además, que se puede dar toda una serie de mal interpretaciones directas o inversas, por la diferencia de frecuencias en filas, columnas o celdilla. En una toma de decisiones esto es crucial. El estudio del razonamiento sobre la asociación estadística, fue iniciado por Piaget e Inhelder (1951), quienes consideran que la idea de asociación implica las de proporción y probabilidad.

3.3.2.- Análisis de las dificultades en Probabilidades.

En particular, sobre el estudio de la probabilidad, Batanero (op. cit.) hace la observación de que, actualmente aún existe controversia sobre el significado último de probabilidad, existiendo diversas escuelas: empiristas, lógicas, subjetivistas. Por su parte, Rivadulla (1991), plantea aún que existe la polémica en la inferencia estadística, sobre si es posible o no el cálculo inductivo de la probabilidad de una hipótesis y si ello puede lograrse o no con la aproximación clásica o Bayesiana de la inferencia.

En nuestra experiencia, hemos observado que el aprendizaje de los temas de Probabilidad tiene su dificultad en varios niveles:

- 1) El manejo de los conceptos y la terminología para algunos alumnos ha resultado difícil, conceptos como Probabilidad, azar, evento aleatorio, distribuciones de

probabilidad, teorema del límite central, error estándar, esperanza matemática, estimación de parámetros, representan conceptos que no son elementos tangibles, requieren de un proceso de abstracción para manejarlos dentro de una concepción teórica como lo es el tema de probabilidades. Sólo haciendo demostraciones y ejemplificaciones concretas es posible elaborar la abstracción.

2) El manejo de la simbología, aún cuando ya cursaron un temario de estadística descriptiva y han empleado la simbología propia de la disciplina, se pueden observar dificultades en el manejo de sus significados y de las operaciones que se realizan con ellos, incluso las dificultades se encuentran desde las operaciones básicas algebraicas.

3) Otros aspectos que causan confusión son las distinciones entre varios conceptos como: a) Probabilidad clásica, probabilidad estadística (frecuentista) y probabilidad subjetiva. b) La distinción entre probabilidad de eventos independientes y excluyentes. c) La distinción entre muestreos probabilísticos y no probabilísticos. d) Las distintas concepciones de la media: la media teórica de la población (que es una constante desconocida), la media particular obtenida en su muestra, los posibles valores de las diferentes medias que se obtendrían en las diferentes muestras aleatorias de tamaño n (que es una variable aleatoria) y la media teórica de esta variable aleatoria, que coincide con la media de la población en el muestreo aleatorio. Todo esto supone una gran dificultad conceptual, pues son diferentes niveles de concreción de un mismo concepto en estadística descriptiva y estadística inferencial, ya que se cambia la unidad de análisis (Schuyten, 1991).

4) Las reglas o axiomas de probabilidad. a) Cuando los alumnos dan cifras con enteros o cifras negativas, no se comprende que los límites de la probabilidad esté comprendido entre “0” y “1”, la dificultad radica en que la probabilidad implica la idea de proporción, y ésta de los números racionales. b) Otra dificultad se encuentra en la distinción entre eventos independientes y eventos excluyentes, los alumnos invierten sus características y sus operaciones. c) Un elemento más de confusión es la aditividad de eventos no necesariamente excluyentes, la confusión se encuentra en no tomar en cuenta que los elementos de la intersección se deben restar pues se encuentran repetidos al sumar los dos eventos.

- 5) En los procesos operacionales, muchas veces las dificultades se encuentran por no entender los elementos conceptuales que les subyacen, por lo cual no se comprende las razones sobre el empleo de los diversos procedimientos, como en los siguientes casos: a) Para algunos alumnos se dificulta distinguir entre eventos independientes y eventos excluyentes. Los eventos independientes, por ser eventos que se dan de forma simultánea se multiplican y por lo tanto, sus probabilidades se reducen, por su parte, al aumentar la elección de varios eventos excluyentes, incrementan sus posibilidades, por eso se suman y aumenta su probabilidad. La falta de comprensión es causa confusión, y la consecuencia es que invierten sus procedimientos. b) En el caso de la probabilidad condicional, no se toma en cuenta que son eventos dependientes, y que la ocurrencia de un evento previo modifica la probabilidad de un segundo evento, su probabilidad se incrementa. Esto se complica en el teorema de Bayes. c) En las distribuciones de Probabilidad, se dificulta entender que se está trabajando con una variable aleatoria y que por eso se multiplican por valores de probabilidad en lugar de frecuencias, como lo realizaron en estadística descriptiva. d) Lo anterior tiene consecuencias al interpretar diversas tablas de distribución de probabilidades, no se comprende que hay una relación entre los valores una variable aleatoria y sus correspondientes valores de probabilidad asociados.

Muchas de las dificultades en el aprendizaje de la estadística y probabilidad, son por la propia naturaleza de sus contenidos, y deben ser elementos de investigación para prever las dificultades en su aprendizaje.

Batanero (op. cit.), hace la observación que la estadística es la rama de las matemáticas que ha recibido menos atención que otras áreas, y que los estudios se han llevado a cabo en situaciones experimentales en lugar de situaciones escolares, y que generalmente han sido realizadas por psicólogos en lugar de educadores matemáticos, aunque esto no tiene por que ser excluyente. También reconoce la importancia de incrementar los aspectos didácticos, porque aquí está la base un buen aprendizaje, pero también plantea que se deben estudiar las dificultades y errores que los alumnos encuentran en el aprendizaje de la estadística. Considera que los errores no se presentan de forma aleatoria e imprevisible, sino que con frecuencia es posible encontrar regularidades, ciertas asociaciones con variables propias de las tareas, de los sujetos y de las circunstancias presentes o pasadas. Menciona la propuesta del “análisis de

errores” de Radatz (1980), como una estrategia de investigación prometedora para clarificar cuestiones fundamentales del aprendizaje matemático. Movshovitz (1987) retomó ese análisis y hace una nueva propuesta de análisis de errores en matemáticas, como se verá en el siguiente capítulo.

CAPÍTULO IV

ANÁLISIS DE ERRORES EN EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS

4.1.- Áreas de investigación educativa sobre los errores en el aprendizaje de las matemáticas

El análisis de errores en el aprendizaje de las matemáticas fue abordado inicialmente por el Análisis Experimental de la Conducta Aritmética, con el artículo de Shoenfeld y col. (1976), quienes abordan los problemas del aprendizaje escolar aritmético. Iniciaron sus investigaciones en educación básica, partiendo del estudio de las conductas más simples y sencillas a partir del establecimiento de éstas estudiar y formar cadenas de conductas complejas Backoff (1980), García y Lovitt (1976), García y Rayeky (1978), García y Eugia (1983); hicieron varias aportaciones, entre ellas, establecer sus propios objetivos, es decir, revelar las condiciones necesarias para que las conductas aritméticas emerjan, determinar los componentes de las conductas que comprenden las habilidades matemáticas y desarrollar técnicas que puedan favorecer una deficiente adquisición y retención de estas habilidades. El Análisis Experimental de la Conducta Aritmética considera que el fracaso escolar se atribuye a dos orígenes: a) fallas para establecer la propia base de la conducta y b) fallas para mantener la conducta cuando ésta ha sido aprendida.

Esta aproximación procura evitar errores en la formación de nuevas conductas, ya que se requerirían procesos para desprender y luego reaprender las conductas apropiadas con las consecuentes pérdidas de tiempo, esfuerzo y sus efectos colaterales, como frustración y aversión al estudio de las matemáticas, por eso el Análisis Experimental de la Conducta Aritmética busca tener altamente estructurada la enseñanza y procura reducir al mínimo los errores del aprendizaje. Esto funciona bien en las operaciones básicas y en escolaridad de primaria, pero en niveles más complejos, el control de variables medioambientales, la historia de experiencias individuales y del proceso enseñanza aprendizaje hacen difícil de conseguirlo, además de dejar fuera otros procesos muy importantes que se dan en el aprendizaje en la comprensión de conceptos y procedimientos, así como las estrategias de monitoreo, el control de una operación y análisis de los errores, procesos que han sido claves en la solución de problemas.

Otra aproximación teórica iniciada a finales de los 70' e inicio de los 80' en lo que se ha denominado Teoría Cognoscitiva del Aprendizaje, en el área de la metacognición, aborda el problema de los errores del aprendizaje en general; y se iniciaron con los estudios de Flavell (1979) y Brown (1980), Campion J. *et al* (1979). En esta aproximación no se intenta evitar los errores al extremo, sino aprender a través del análisis de los errores que se dan de forma cotidiana en el aprendizaje. Han observado que el análisis de los errores, por parte del docente y del alumnado, favorece la formación de estrategias metacognitivas de control, monitoreo, planeación y chequeo, procesos muy importantes en el proceso de autodirección del aprendizaje. También tratan de estructurar el aprendizaje, pero cuidan de no simplificar sin límite los materiales y el proceso de enseñanza, por los riesgos de tener un aprendizaje automatizado y mecanizado, por eso interesa más la participación activa del estudiante en el proceso de aprendizaje.

En los reportes recientes no se ha observado continuidad sobre el análisis de los errores en dichos programas, pero se pueden aprovechar las aportaciones de ambas aproximaciones en la forma de tratar la enseñanza de las matemáticas. Por una parte, el Análisis Experimental de la Conducta Aritmética, nos ofrece procedimientos para especificar las secuencias de conductas necesarias para ejecutar correctamente una operación aritmética; y, por parte de las Teorías de la Cognición y la metacognición, que ofrece estrategias generales de análisis y estructuración de un contenido de aprendizaje y autoaprendizaje de un problema matemático. El Análisis Experimental de la Conducta trató tanto de prever el error, como reducirlo y si es posible evitarlo. Por su parte la teoría de la metacognición busca proporcionar estrategias para tratar el error y aprender del análisis del error. En ambas aproximaciones no se ha realizado un estudio del análisis de los errores que se cometen en el aprendizaje, en las evaluaciones, ni en las aplicaciones reales en el campo de las matemáticas. Realizar un estudio sistemático del análisis de los errores aritméticos es un primer inicio para conocer no solo la ejecución incorrecta en el aprendizaje, sino también, identificar los tipos de error que se comenten.

4.2- Modelo de Movshovitz para analizar errores matemáticos

El análisis de los errores matemáticos ha sido un área poco investigada, antes de los 80' se realizaron algunos estudios en diversos temas, que Radatz (1980), resume en un análisis histórico de todos los tópicos investigados en torno a los errores matemáticos por la comunidad de educación en matemáticas y que se focalizaron en cinco áreas:

- 1) Lista de todos los errores técnicos potenciales.
- 2) Determinar la frecuencia de la distribución de los errores a través de la edad de los grupos.
- 3) Análisis de las dificultades especiales, particularmente cuando hacen divisiones y cuando operan con cero.
- 4) Determinar la pertinencia de errores técnicos individuales.
- 5) Intentos de clasificación y agrupación de errores.

Muchos de los estudios sobre los análisis de los errores matemáticos se centraron en problemas aritméticos básicos y en escolaridad temprana, sólo más tarde, los estudios se focalizaron en tópicos más avanzados, como en la solución de ciertas ecuaciones lineales, dando paso a investigar las dificultades en matemáticas en estudiantes de escolaridad media, Davis & Cooney (1977); Hart (1981); Quintero (1983).

Radatz (1980), fue el primero en intentar una clasificación de los errores, pero su modelo buscaba proveer una clasificación de causas de error, tomando en cuenta los elementos de la teoría del proceso de la información, este modelo se estudiaría a través de seis mecanismos que pueden producir errores en tópicos de matemáticas:

- a) Errores debido a dificultades del lenguaje.
- b) Dificultades en obtener información.
- c) Errores debido a una enseñanza deficiente de habilidades de prerrequisitos.
- d) Hechos y conceptos.
- e) Errores debidos a una incorrecta asociación o rigidez de pensamiento y
- f) Errores debidos a la aplicación de reglas o estrategias.

Movshovitz-Hadar y Nitsa (1987), consideran que este modelo es inadecuado para estudiar los errores matemáticos por la dificultad que se tiene para hacer separaciones finas entre las posibles causas de los errores y porque hay interacciones entre las causas. Porque un mismo problema puede originar error de diferentes formas y

un mismo error puede surgir desde diferentes procesos de solución de problemas. El mismo Radatz reconocía estas razones y planteaba las dificultades para investigar las causas de los errores matemáticos.

Por ello Movshovitz-Hadar y Niza (op. cit.) en vez de apoyarse en el modelo del procesamiento de información, propusieron un modelo de análisis de búsqueda de operaciones sobre la naturaleza de los errores, basándose en la teoría de Skinner (1984) consideraron que investigar procesos de información “Es una dudosa metáfora sobre la vieja cuestión de cómo aprenden las personas” (p. 949). Tomando en cuenta el momento y el contexto del apogeo del conductismo, esta posición va a determinar el tipo de análisis, el proceso de investigación y el modelo de clasificación de errores que presentan estos investigadores, como se verá enseguida.

Movshovitz-Hadar y Niza (op. cit.) se propusieron realizar una clasificación de errores matemáticos y retoman de la lista de tópicos que elaboró Radatz, la última categoría: “clasificación y agrupación de errores”. Elaboraron una clasificación empírica y para ello realizaron un estudio cualitativo sobre los errores en estudiantes de educación media, preocupados por el alto porcentaje de fallas en los exámenes de graduados en matemáticas en Israel, fenómeno que no es exclusivo, sino extensivo mundialmente. Este estudio originó un modelo para estudiar sistemáticamente los errores más comunes en el aprendizaje de matemáticas. Parten de la suposición básica, de que los errores de los estudiantes de educación media no son accidentales, sino derivados de un proceso cuasi-lógico. La idea que guió su estudio fue clasificar los errores al examinar los documentos escritos sobre la ejecución de los alumnos, sin apelar a procesos mentales en los estudiantes, ya que no se podría conocer lo que sucede cuando se cometen errores.

Su estudio desarrolló un sistema de categorías con datos en estudiantes de 17 años de *High School*, en dos años sucesivos en los siguientes tópicos: Funciones lineales y cuadráticas, ecuaciones lineales y cuadráticas, potencias y logaritmos, series aritméticas y geométricas, geometría plana y sólida, elementos de estadística, probabilidad y trigonometría.

La construcción del análisis de errores fue un análisis cualitativo, y al método le llamaron “Análisis constructivo”, conducido por las siguientes cuestiones: ¿Para qué pregunta, o preguntas, la respuesta incorrecta es acertada? ¿Qué lógica puede justificar lo que en realidad hizo el alumno? Para esto, sólo se tomaron en consideración la ejecución exhibida en el documento del estudiante, y que incluye tachaduras, partes descuidadas, consideradas en su proceso. Señalan que, excluyeron cuestiones como: ¿Qué fue lo que no entendió el estudiante? ¿Por qué el estudiante no lo hizo bien? ¿El error, es un error serio y delicado? ¿Qué tan lejos está su respuesta de una solución correcta?

La formación de su primer sistema clasificatorio de los errores, tomó en cuenta los errores que se derivaron desde los errores previos y descuidos. De este estudio, identificaron cinco tipos de error que cometieron los estudiantes:

- a) Añaden o ignoran algún dato específico.
- b) Trasladan una expresión verbal dentro de una expresión matemática que tiene un significado diferente.
- c) Hacen inferencias lógicas inválidas.
- d) Aplican una versión inapropiada de una definición o teorema.
- e) Cometan errores en habilidades básicas.

Los resultados de esta primera clasificación de las categorías de error fueron revisadas para hacerlo más claro, preciso y más operacional. El modelo fue evaluado por 4 jueces codificadores, obteniendo un coeficiente de 0.91 de concordancia de Kendall. Al final, añadieron una nueva categoría llamada Solución Inverificable.

El sistema de categorías modificado les fue proporcionada en tres experiencias adicionales a los maestros de matemáticas para que la aplicaran ellos mismos y de ahí obtuvieron el modelo definitivo.

EL MODELO

El modelo final, después de la revisión del sistema primario de clasificación para categorizar los errores, incluyó todo el conjunto de ítems bajo investigación y no fue necesario añadir ninguna categoría más.

La siguiente lista, describe las seis categorías de errores que son presentadas como un modelo para clasificar los errores en matemáticas en *High school*:

- 1) Datos incorrectos.
- 2) Lenguaje mal interpretado.
- 3) Inferencia lógica inválida.
- 4) Distorsión del teorema o definición.
- 5) Solución inverificable.
- 6) Error técnico.

Ellos enfatizan que las características de los elementos no son necesariamente independientes, que estos elementos se describen en términos operacionales para evitar afirmaciones de que los errores de los estudiantes son meros supuestos o conjeturas.

A continuación se muestra el desarrollo descriptivo para cada una de las categorías y el desglose de cada una de ellas:

1) Mal uso de datos

En esta categoría se incluyen los errores que pueden ser discrepantes entre los datos que se proporcionaron en el reactivo y como el examinado los trata. Tales errores se pueden cometer, incluso, al iniciar mientras transcribe los datos, o posteriormente, mientras los procesa. Las principales características de esta categoría son las siguientes:

- a) Designar como dado un elemento de información que nunca se planteó. El estudiante añade datos ajenos.
- b) No toma en cuenta datos que son necesarios para la solución y añade información irrelevante para compensar la falta de datos.
- c) Expresar un dato como un requisito (bajo el pretexto de ser probado, encontrado o calculado), siendo que el problema no lo necesita.
- d) Asignar a un dato un significado inconsistente con el texto (usar la altura de un triángulo en la solución de un problema que tiene que ver con la mediana).
- e) Imponer un requisito que no tiene nada que ver con la información proporcionada, fuerza las propiedades.
- f) Usar un valor numérico de una variable por otra variable.
- g) Copiar de manera errónea algunos detalles de la prueba.

2) Lenguaje mal interpretado

Esta categoría incluye una incorrecta traducción de hechos matemáticos descritos en símbolos y empleados en un lenguaje con otros posibles significados. Las características elementales son las siguientes:

- a) Traduciendo una expresión del lenguaje natural a un término o ecuaciones matemáticas que representan una relación diferente a la escrita verbalmente.
- b) Designando un concepto matemático con un símbolo tradicional y operando con el símbolo en el uso convencional.
- c) Interpretación incorrecta de gráficos, símbolos como términos no matemáticos o viceversa.

3) Inferencia lógica inválida

En general esta categoría incluye errores con razonamiento falaz y no con contenidos específicos, es decir, se obtiene nueva información desde una inferencia ilógica. Las características elementales son las siguientes:

- a) Concluir desde una declaración condicional (si p entonces q) su conversión puede ser en su forma positiva desde (si q entonces p) o en su forma contrapositiva desde (si no p entonces no q).
- b) Concluir desde una declaración condicional (si p entonces q) y de su consecuente q que el antecedente p es válido; o concluyendo de su planteamiento condicional y la negación de su antecedente (no p) que la negación de su consecuente (no q) es válido.
- c) Concluir que p implica q cuando q no necesariamente sigue desde p .
- d) Usar cuantificadores lógicos como “todos”, “existe” o “al menos” en un lugar equivocado.
- e) Haciendo un salto injustificado en una inferencia lógica, esto es, planteando que q sigue de p sin proveer la secuencia necesaria del argumento que lleva de p a q , o proporcionando argumentos erróneos.

4) Distorsionando teoremas y definiciones

Esta categoría incluye errores como una distorsión de un principio específico, regla, teorema o definición identificable. Sus características son:

- a) Aplicando un teorema fuera de sus condiciones.

b) Aplicando una propiedad distributiva a una función u operaciones no distributivas.

c) Una cita imprecisa de una definición, teorema o fórmula reconocible.

5) Solución no verificada

La característica principal de los errores en esta categoría es que cada paso dado por el examinado fue correcto en sí mismo, pero el resultado final no fue la solución del problema establecido. El examinado no coteja la “solución”, contra los requisitos de la prueba y el error se pudo evitar. Debe hacerse notar que los estudiantes frecuentemente no verifican sus resultados, pero no se puede asegurar si lo hicieron o no.

6) Errores técnicos

Esta categoría incluye:

a) Errores de cálculo ($7 \times 8=54$).

b) Errores en la extracción de datos en las tablas.

c) Errores en la manipulación de símbolos y reglas algebraicas elementales (ej. $a-4.b-4$ en lugar de $(a-4)(b-4)$, pero procediendo como si el paréntesis fuera necesario, el cual es poco cuidadoso al omitir los paréntesis).

e) Otros errores en la ejecución de algoritmos generalmente ya dominados en matemáticas de escuela elemental o media.

Los resultados que obtuvieron se muestran en la Tabla 1, y presentan los porcentajes de errores que se encontraron en cada categoría en el primer y segundo año de *High School* de acuerdo a su modelo propuesto.

Tabla 1

Categoría	1er. año	2°. año
Mal uso de los datos	22%	20%
Lenguaje mal interpretado	17%	18%
Inferencias lógicas inválidas	2%	1%
Distorsión de teoremas y definiciones	34%	32%
Solución inverificable	0%	2%
Errores técnicos	25%	27%

Podemos observar que los porcentajes más altos se encuentran a nivel conceptual, al distorsionar conceptos y teoremas. Este aspecto es interesante porque es fundamental para todo empleo de modelos matemáticos, pues sin una sólida estructura teórica los demás procedimientos y aplicaciones tendrán un resultado sin sentido. También es interesante observar que la siguiente categoría en que produjeron más errores son los errores técnicos, que más bien parecerían descuidos de procedimiento, como errores de cálculo, extracción de datos de tablas, omisión de símbolos y aplicación de reglas algebraicas y de cálculo elemental. Otra categoría con alto porcentaje de errores es el mal uso de datos. Este tipo de error es más variable y habría sido interesante conocer a detalle los porcentajes que ocurrieron en cada una de las subcategorías, pues hay errores de descuido al transcribir, invención de datos, manejo incorrecto, empleo de datos de un significado inconsistente, etc.

Tres categorías recibieron un menor porcentaje, no por ello menos importantes: lenguaje mal interpretado, inferencias lógicas y, un aspecto que es importante, las soluciones inverificables, es posible que esto haya sucedido porque no hubo oportunidad para que los alumnos llegaran a producir estas categorías, porque el mayor porcentaje de errores se produjeron en los procedimientos previos.

Movshovitz-Hadar y col. Consideran que el sistema de categorías que presentan es sólo una clasificación empírica y que necesita refinamientos antes de servir como un modelo general de errores en matemáticas en escuelas de educación media, porque puede haber una variedad de problemas en tópicos matemáticos no contemplados y que puede enriquecerse de otras investigaciones. Reconocen que tiene limitaciones para plantearse como un modelo, pero que puede validarse en la práctica e incrementar el número de categorías.

Modelos descriptivos de errores matemáticos, como el de este artículo, puede servir para elaborar inventarios de clasificación de errores, con índices de frecuencias por categoría del ítem, para descubrir características comunes en grupos similares de ítems, proveer errores esperados en ítems similares y además, puede dar origen a modelos predictivos de errores en matemáticas y en la educación. Por último, con este tipo de clasificación se puede investigar si alguno de los Estilos Cognitivos, como el

propuesto por Witkin (1981), se encuentra asociado con algún tipo particular de error. ¿Los alumnos dependientes de campo son diferentes a los independientes de campo en los tipos de errores matemáticos cometidos en exámenes? ¿Hay algún tipo de error en particular que sea común a los dependientes de campo? ¿Los alumnos dependientes de campo cometen errores más graves que los alumnos independientes de campo? Estas son interrogantes que surgen de este modelo para investigar.

CAPÍTULO V

METODOLOGÍA

5.1- PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

El aprendizaje de las matemáticas es un área de conocimiento que puede ser abordado desde múltiples facetas, estrategias didácticas y pedagógicas por parte de los docentes, el diseño de textos y materiales de enseñanza, estrategias de aprendizaje y las características cognitivas de los alumnos. Del último rubro hay un aspecto que interesa a este estudio y que son las características del estilo cognitivo en las personas en su dimensión independencia–dependencia de campo, y que por los resultados de las investigaciones revisadas reportan su importancia e incidencia en el aprendizaje de las matemáticas. Además, es una característica estable en las personas, no se modifica significativamente en el periodo adulto y es posible medirlo.

Las evaluaciones académicas del rendimiento escolar, generalmente se han centrado en el número de aciertos que obtienen los alumnos para acreditar en sus unidades de aprendizaje. Los profesores en la revisión de examen, algunas veces sólo se concretan a exponer la forma correcta de la ejecución de los exámenes, y que los alumnos deduzcan o analicen el error que cometieron para luego corregirlo. En otras ocasiones, analizan de forma general el tipo de error más frecuente para retroalimentar a los alumnos, pero muchas veces se deja de lado otro tipo de errores no tan frecuentes. Atender solamente los puntajes correctos, como se ha hecho en las investigaciones revisadas sobre estilos cognitivos, deja de lado las dificultades que enfrenta el estudiante en el aprendizaje de las matemáticas. Este es el problema que pretende abordar esta investigación, descubrir las dificultades que tienen en su aprendizaje los alumnos en sus diferentes estilos cognitivos a través del análisis de las respuestas incorrectas y los tipos de error en los exámenes de probabilidades.

Los objetivos del presente estudio son: a) analizar las respuestas incorrectas y los tipos de errores que comenten los alumnos al realizar una tarea que implica el manejo de conceptos y procedimientos de probabilidades al ser evaluados en sus exámenes, y b) comparar las respuestas y los tipos de error en el estilo cognitivo de los alumnos, es decir, qué tipo de errores cometen los dependientes de campo y cuales los independientes de campo.

5.2- PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN

- 1) ¿Hay diferencias significativas entre los alumnos independientes y dependientes de campo, en la cantidad de incorrectas que comenten en los exámenes de conocimientos sobre probabilidad?
- 2) ¿Hay diferencias significativas entre los alumnos independientes y dependientes de campo, en los tipos de errores (calidad del error) que comenten en los exámenes de conocimientos sobre probabilidad?

5.3- HIPÓTESIS

- 1) Existen diferencias significativas entre los estilos cognitivos independientes y dependientes de campo, en la cantidad de incorrectas en los exámenes de conocimientos sobre probabilidad. Los alumnos dependientes de campo tienden a producir mayor cantidad de incorrectas y de errores que los alumnos independientes de campo.
- 2) Los alumnos dependientes de campo tienden a producir errores de mayor gravedad que los alumnos independientes de campo en exámenes de conocimientos sobre probabilidad.
- 3) Entre más conductas complejas requiera la solución de un reactivo, mayor será el número y el tipo de errores cometidos en los exámenes de conocimientos sobre probabilidad en ambos estilos cognitivos.

5.4- ANÁLISIS DE LAS VARIABLES

Unidades de análisis: estudiantes independientes–dependientes de campo que cursaron la asignatura de Probabilidad en la Facultad de Psicología en la UNAM.

Unidad Muestral: Conjunto de los estudiantes independientes–dependientes, en cada grupo seleccionado, cuyos errores fueron analizados en las evaluaciones de cada unidad.

- 1) Variable Independiente. Estilos cognoscitivos, independencia–dependencia de campo. Es una variable atributiva de los alumnos, con dimensión continua y estable en el tiempo. Para comparar los sujetos altos y bajos en esta dimensión se forman categorías a partir de los cuatro cuartiles. También es una variable determinística.

Definición conceptual: Independencia de campo, es el estilo cognitivo de los alumnos para emitir una conducta sin influencia del campo perceptual y que articulan el campo por ellos mismos. Dependencia de campo, es el estilo cognitivo de los alumnos cuyo campo perceptual está influenciado por el medio ambiente y su articulación depende del ambiente social o está influenciado por este.

Definición operacional: Estilo cognoscitivo, dependencia–independencia de campo, es la medida del tiempo que necesitan los alumnos para descubrir de forma correcta las figuras simples en las figuras complejas en la prueba de Witkin. Entre menos tiempo requiera para la ejecución correcta se es más independiente de campo y entre más tiempo requiera o no encuentre la figura, el alumno es más dependiente de campo. También se incluyen las mediciones del número de errores y repeticiones en su ejecución.

- 2) Variable Dependiente. Respuestas incorrectas y los errores cometidos en la ejecución del examen de probabilidades. Es una variable aleatoria, cuya dimensión es discreta.

Definición conceptual:

- 1) Cuantitativa: El número de respuestas incorrectas en la ejecución en los exámenes de conocimientos sobre Probabilidad, por los alumnos dependientes–independientes de campo.
- 2) Cualitativa: la calidad de la respuesta, es decir, la gravedad del error cometido, ya sea por el desconocimiento parcial o total del tema, la confusión de conocimientos o desatención de los alumnos dependientes–independientes de campo en los exámenes de conocimientos sobre Probabilidad.

Definición operacional:

- 3) Cuantitativa: cualquier respuesta diferente a la correcta en los exámenes de conocimientos sobre Probabilidad, cometidas por los alumnos.
- 4) Cualitativa: las respuestas incorrectas, de los alumnos, cuyo tipo de error se clasifica en categorías, desde los más simples hasta los más graves, en los exámenes de conocimientos sobre Probabilidad.

5.5- TIPO DE ESTUDIO

La presente investigación es un estudio de contraste de muestras independientes de una variable atributiva, estilos cognitivos, comparando cuatro grupos cuartilares, desde los más independientes de campo (cuartil 1), hasta los más dependientes de campo (cuartil 4), en la ejecución de los exámenes de conocimientos sobre el tema de Probabilidad.

En este estudio no se tiene, por parte del investigador, el control de la asignación aleatoria de los sujetos de la población a los grupos de estudio, pero si hay asignación aleatoria por parte de la institución educativa. No es un estudio experimental, en el sentido de manipular variables, pero sí hubo control de las variables más importantes en la investigación como son: a) Nivel de escolaridad. b) El tiempo de aplicación de los instrumentos, el curso y sus evaluaciones, que fue de forma simultánea a los grupos, con excepción de los alumnos del Sistema Abierto que fueron en cuatro semestres contiguos. c) El contenido temático. d) El curso impartido por el mismo investigador. e) Evaluados con los mismos instrumentos (estilos cognitivos con el EFT, Razonamiento Abstracto DAT, y las cuatro evaluaciones sobre conocimientos en probabilidad). f) La aplicación de los instrumentos por el mismo investigador. Las variables edad y género son representativas de la población y de cada uno de los grupos de estudio, la mayor proporción es de personal femenino 80% del género masculino 20%.

El estudio es también de tipo exploratorio, porque de los errores aritméticos cometidos en exámenes de conocimiento, se desconoce la cantidad, el tipo de errores (la cualidad y la gravedad de ellos) en temas de Probabilidad, que son de las áreas más abstractas y de mayor dificultad para los estudiantes de Psicología. Para este estudio se toma como referencia la clasificación realizada por Movshovitz y Zaslavsky (1987), se exploran nuevos tipos de errores y se jerarquizan de acuerdo a su gravedad. El estudio se realizó durante un semestre, evaluando la ejecución en cuatro exámenes, en sus unidades temáticas correspondientes, observando el tipo de errores cometidos por los alumnos en sus evaluaciones.

5.6- ANÁLISIS DE LOS INSTRUMENTOS PARA MEDIR LAS VARIABLES

1) Prueba de Figuras Enmascaradas de Witkin “Embed Figures Test” EFT, forma “A” (1971). La prueba de figuras enmascaradas mide la habilidad perceptual para descubrir figuras simples en figuras complejas. En esta prueba el alumno debe observar una figura simple, registrarla y retenerla, luego observar una imagen compleja en donde se encuentra oculta la imagen simple. Para analizarla tiene que eliminar los efectos distractores de colores, líneas y su combinación, para igualar la imagen simple y encontrarla en la figura compleja.

La capacidad de retener la imagen simple original, analizarla en la imagen compleja, observar los detalles de las líneas, descubrir y discriminar la figura original dentro de la compleja, separar los elementos no pertinentes, concentrarse en las líneas exactas de la figura simple, para integrar y articular una respuesta correcta y trazarla de forma exacta en la figura compleja, es la habilidad que se denomina independencia de campo. Las personas a quienes se les dificultan encontrarla o no lo encuentran, se les clasifica como dependientes de campo.

Esta habilidad se mide en tiempo, tres minutos tiene la persona para dar la respuesta adecuada a cada lámina y están planteados en el protocolo de aplicación del Test de Figuras Enmascaradas. Dentro de su ejecución pueden darse varios tipos de respuesta. La correcta, las incorrectas, así como número de errores y el número de repeticiones cuando la imagen simple no pudo mantenerla en la memoria inmediata.

Mediciones adicionales en la prueba de figuras enmascaradas de Witkin

a) Número de errores. Los errores al tratar de trazar las líneas de la figura simple en la compleja, pueden ser de varias formas:

- Incompleta, porque no traza todos los elementos de la figura simple.
- Distorsionada, porque no tiene el registro adecuado de la imagen simple, la modifica, ya sea por tamaño, ubicación, rotación o deformación.
- Incrementada en líneas, puede trazar la imagen simple original en la compleja, pero añade líneas que no le pertenecen.
- Trazar líneas en los espacios, fuera de las líneas.

Hipotéticamente, se supone que muchos de los errores que se cometen, son por impulsividad de dar respuestas inmediatas, sin antes examinar cual es la respuesta adecuada. También por necesidad de dar una respuesta, sin importar si está errada. Generalmente es porque no se dan cuenta que está distorsionada la imagen, los alumnos creen que están dando repuestas correctas y se sorprenden de que no sea así, a veces corrigiendo y en otras repitiendo el error. Pero es difícil discriminar en la aplicación de la prueba, la causa que ocasiona ese tipo de error, por lo cual, solamente se registra que hubo error en el trazo y se le indica al evaluado que no es correcta su ejecución.

b) Número de repeticiones. La repetición es la dificultad que tiene el alumno de mantener el registro adecuado en la memoria inmediata de la imagen simple, ya sea por olvido de algunas líneas, por distorsión o modificación, mientras el alumno observa la figura compleja. El alumno puede solicitar que se le muestre la figura simple las veces que lo requiera. Cada exposición de la figura simple es de 10" y se contabiliza el número de repeticiones necesarias para retener esa imagen.

- 3) Pruebas para evaluar las Unidades temáticas de Probabilidad. El contenido de la asignatura Matemáticas II, en el programa para todos los sistemas de enseñanza, fue el tema de Probabilidades conteniendo cuatro unidades temáticas, a saber:

UNIDAD I Cálculo de probabilidades.

UNIDAD II Procesos estocásticos finitos.

UNIDAD III Distribución binomial.

UNIDAD IV Muestreo y Teorema del Límite Central.

El temario desglosado se puede observar en el anexo 2.

3) Razonamiento Abstracto, forma "A", del "*Diferencial Aptitude Test*" (1949). El empleo de este subtest fue para tener una variable de control, de aptitudes intelectuales, de aplicación sencilla y por su relación con el aprendizaje de matemáticas, como lo reportó Sánchez (1985), y que aportó correlaciones importantes con las variables aquí estudiadas. El estudio de Botsum (1951), había reportado una relación interesante entre el Razonamiento Abstracto y el factor "Flexibilidad de cierre", elemento presente en la prueba del EFT.

El subtest de Razonamiento Abstracto evalúa la capacidad de razonamiento para encontrar la regla que organiza la secuencia adecuada de cuatro campos perceptuales, para determinar cual de las cinco figuras respuesta es la que continúa esa serie. La regla o reglas en que están organizados los campos perceptuales están basadas en un arreglo numérico que puede ser ascendente o descendente, de incremento o decremento en la cantidad de sus componentes, por el tamaño, figura abiertas o cerradas, líneas continuas o discontinuas, rotación a la izquierda o derecha, figuras geométricas y la combinación de dos o más reglas. Los reactivos van de organización sencilla a compleja. De esta forma, el alumno tiene que razonar y determinar cual es la regla que organiza la secuencia de esas figuras para encontrar la figura respuesta adecuada para esa serie.

5.7- MUESTREO

-Universo: población de los alumnos de la Facultad de Psicología de la UNAM que estudian el segundo semestre de la carrera y la asignatura de Matemáticas II. Lo constituyeron 142 alumnos, 30 hombres y 112 mujeres entre 17 y 51 años.

-Tipo de Muestreo: Cuotas, no probabilístico. La selección de estudiantes que formaron la muestra fue tomada de tres estratos del universo, dos por cada turno, Matutino y Vespertino, del sistema escolarizado y del Sistema Abierto. Se empleó este tipo de muestreo porque no se tenían las posibilidades de seleccionar los grupos de forma aleatoria de la población, sino los que la institución asignó al azar.

Puede haber la posibilidad de considerar a los tres grupos de estudio como conglomerados homogéneos, conformados por alumnos con características semejantes, pero se considera que en realidad hay diferencias entre los grupos en las variables de estudio, debido a que el turno Matutino esta formado por individuos jóvenes homogéneos, diferentes al turno vespertino, que generalmente son personas con mayor edad y que trabajan, y ambos, también diferentes a los alumnos del Sistema de Universidad Abierta que es una población mucho más heterogénea, no sólo en edad, sino en grados de estudio, estado civil, trabajo, lugar de residencia, etc. Estas características, se tomaron en cuenta para seleccionar un grupo de cada estrato como representativo de la población de estudiantes que conforman el segundo semestre de la Facultad de Psicología.

-Procedimiento de muestreo: la selección de los grupos de estudio, como ya se señaló, no fue aleatoria del universo, debido a la imposibilidad de administrar este procedimiento, que depende exclusivamente de la oficina de Servicios Escolares de la Institución. Pero la selección de los alumnos a los grupos fue de forma aleatoria por la administración escolar desde el primer semestre. Para el caso del Sistema Abierto, los alumnos también fueron asignados de forma aleatoria por la institución. Este estrato fue formado de la selección de cuatro semestres contiguos, hasta completar la cuota de 50 casos, que es el promedio de alumnos por grupo en el sistema presencial. Es necesario aclarar que la selección de los alumnos del Sistema Abierto fueron aquellos que lograron terminar la asignatura y se les pudo contactar para realizar las entrevistas y aplicar las mediciones de los instrumentos de estudio. Quedan fuera alrededor del 50% de alumnos para cada uno de los cuatro grupos de este estrato, porque hay alumnos que sólo se inscriben y no se presentan, alumnos que inician algunas unidades y luego hay alejamiento. Por esta razón, este grupo será una muestra representativa, pero sólo de aquellos alumnos que logran avanzar y concluir la asignatura de Probabilidades. Se desconocen las características de los alumnos, y el tipo de respuestas y errores de aquellos no concluyeron el curso.

-Criterios de inclusión: alumnos de la Facultad de Psicología de la UNAM de segundo semestre que cursaban la asignatura de Matemáticas II con el temario de Probabilidades, en los grupos asignados.

-Fijación de la muestra: fija de acuerdo al número de alumnos que asigna Servicios Escolares para cada grupo, generalmente de 40 a 55 alumnos por grupo.

-Selección de las unidades de muestreo: Se tomó el total de unidades que conformaron cada uno de los grupos seleccionados y se les aplicaron las mediciones de la variables de estudio -Estilos cognitivos y Razonamiento Abstracto- así como las evaluaciones para cada unidad al término de su estudio.

-Tamaño de la muestra: Fueron 142 casos, subdivididos en los grupos de la forma siguiente:

- a) Vespertino 48 alumnos, con nueve casos de pérdidas de muestra, $n_1 = 39$.
- b) Matutino 61 alumnos, con diez casos de pérdida de muestra, $n_2 = 51$.

c) Sistema Abierto 120 alumnos, con 68 casos de pérdida de muestra, $n_3 = 52$.

Total de elementos de estudio: $N = 142$

De este universo, hubo 13 casos que no fueron evaluados con la prueba de Witkin por pérdida de muestra, 6 del turno vespertino y 7 matutino, quedando finalmente el universo de estudio en 129 casos. La tabla 1 muestra la distribución de frecuencias de acuerdo al género y al grupo de la muestra final.

Tabla 1

Grupo	Género		Total
	Hombres	Mujeres	
Vespertino	10	23	33
Matutino	5	39	44
Sistema Abierto	14	38	52
Total	29	100	129

5.8- DISEÑO: CONTRASTE DE MUESTRAS INDEPENDIENTES

El estudio es un diseño de contraste entre los tipos de Estilo Cognitivo, los independientes y dependientes de campo. Para ello se conformaron cuatro grupos formados por los cuartiles de acuerdo al grado de intensidad en esta variable, desde los más altos en Independencia de campo (Cuartil 1), los independientes de campo moderados (cuartil 2), los dependientes de campo moderados (cuartil 3) y los dependientes de campo extremos (cuartil 4).

Se empleó el estudio de contraste para observar las diferencias de ejecución correcta e incorrecta en los exámenes entre los independientes de campo y los dependientes de campo. Generalmente se realizan comparaciones entre los cuartiles extremos, cuartil 1 y cuartil 4 para observar las diferencias más claras y contrastantes y se desechan los cuartiles intermedios, que en ocasiones son más semejantes. Pero aquí interesa conocer el comportamiento de los alumnos en todos los grupos cuartilares, en la cantidad y calidad de los errores cometidos en los exámenes de conocimientos sobre Probabilidad.

5.9- MATERIALES Y ESPACIOS EMPLEADOS

a) Prueba de figuras embebidas de Witkin. (EFT) (forma "A" 1971) Es una prueba perceptiva, consta de 12 láminas simples y 12 láminas complejas en donde se encuentran ensambladas las figuras simples que el sujeto tiene que identificar. Tiene un juego adicional que se administra al inicio con finalidad práctica. El puntaje se contabiliza promediando el tiempo que utiliza el sujeto para encontrar la figura simple en la compleja en cada una de las láminas. El tiempo máximo para cada una de las 12 láminas es de 180 segundos. Las figuras de ensayo son monocromáticas, las figuras prueba son cromáticas.

b) Reloj, cronómetro y lápiz o estilo para señalar y trazar las figuras en la prueba de Witkin.

c) Subtest de razonamiento abstracto del DAT. (forma A, Bennet, 1947). Consta de 50 reactivos, cada reactivo tiene 5 opciones, de las cuales sólo una es la correcta y la que completa la serie de cuatro figuras relacionadas. Se contabiliza el puntaje total de respuestas correctas. Se añade esta prueba para observar su relación con el rendimiento académico y la independencia de campo.

d) Pruebas de matemáticas de ejecución abierta. Se elaboró un examen para cada una de las unidades de la asignatura Matemáticas II con el temario sobre Probabilidades, que consta de 4 unidades: 1) Cálculo de probabilidades, 2) Procesos estocásticos finitos, 3) Distribución binomial, 4) Muestreo y teorema del límite central. En el estudio de Sánchez (1985) se había constatado la información que se pierde en exámenes de opción múltiple y por el contrario, la riqueza de información, sobre todo para el análisis de los errores que ofrece una prueba de ejecución abierta.

e) Escenario. Salón de clases con capacidad para 60 alumnos, con sus implementos escolares (pizarrón, gises, pupitres, escritorio).

5.10- PROCEDIMIENTO

El estudio se realizó una vez que la institución asignó los grupos correspondientes al autor de la investigación. Esta se llevó a cabo impartiendo clases a los grupos del Sistema de Enseñanza Presencial (Matutino y vespertino), por el método

de exposición, evaluándolos al término de cada una de las unidades temáticas con exámenes escritos de preguntas abiertas sobre probabilidad. Para los alumnos del Sistema Abierto se empleo un procedimiento de atención “Grupal”, en que se les atendía en dos horas, una vez por semana para resolver dudas y aplicar los exámenes correspondientes para cada unidad. El tiempo para resolver el examen fue de dos horas. La atención consistió en asignar 20 minutos para resolver dudas y resolver el examen. La forma de atención “Grupal” a los alumnos en el Sistema Abierto ha servido para ayudar a gran parte del alumnado en su transición de una enseñanza presencial a una autodidacta.

Para los tres grupos de estudio, la impartición de los cursos fue normal, sin conocer los alumnos que se realizaría una investigación, sólo al final del semestre se les solicitó su colaboración para contestar las dos pruebas, la prueba de Figuras Embebidas (EFT) y la Prueba de Razonamiento Abstracto (subtest del *Differentiation Aptitude Test* DAT), en la cual colaboraron de forma positiva.

a) Procedimiento para la aplicación de las pruebas

A) Prueba de Figuras Embebidas (Witkin H., 1971). La aplicación fue individual.

El protocolo de aplicación señala las siguientes instrucciones:

- 1) “Vamos a realizar un ensayo para que observe como se va a realizar la aplicación de la prueba”. “Esta es una prueba preceptiva visual, en la que se le mostrarán dos láminas, una que contiene una figura compleja, y la otra con una figura simple”, y se le muestran las dos láminas de forma secuenciada, indicando cual es la compleja y cual la figura simple, nunca se tienen a la vista las dos figuras de forma simultánea. Para el ensayo las figuras son monocromáticas.
- 2) Una vez presentadas las figuras del ensayo se les explica: “La tarea consiste en que usted encuentre la figura simple en la figura compleja, del mismo tamaño y en la misma posición o dirección. Tan pronto la descubra, usted me lo indica para parar el cronómetro y empiece a trazar las líneas que conforman la figura simple en la figura compleja”, para ello se le da un lápiz de plástico para que trace la figura simple en la compleja. Si se equivoca, se le indica que está

incorrecta y se le pregunta que si desea volver a ver la figura simple, se le muestra, hasta que realice la tarea de forma acertada. Generalmente, con la primera instrucción es suficiente para proceder la aplicación de la prueba. Una vez realizada la tarea de forma correcta, se le dan las siguientes instrucciones.

- 3) “Si se le olvida a usted como es la figura simple, me puede pedir que se la muestre las veces que sean necesarias para que usted la memorice, va a tener un tiempo para observarla. Yo voy a manejar las láminas,”. “¿Está claro como se va a proceder? “Si responde de forma afirmativa, se procede a la aplicación, sino, se vuelve a explicar y a ensayar la aplicación.

El registro de la ejecución se realiza en tres aspectos, a) el tiempo que ocupa para descubrir la figura simple, b) el número de errores que comente en su ejecución al trazar la figura, y c) el número de repeticiones que necesita observar la figura simple para memorizarla. Se contabiliza el promedio del tiempo empleado, el número de errores y repeticiones realizados en todas las láminas.

En las investigaciones que han empleado esta prueba, reportan sólo la variable tiempo, nunca el número de errores y repeticiones. En esta investigación se considera importante incluirlas porque son variables que pueden explicar y correlacionar con la ejecución de los exámenes.

- B) Prueba de Razonamiento Abstracto, subtest del *Differentiation Aptitude Test* (forma “A”, 1949). La aplicación fue de forma colectiva.

El protocolo de aplicación tiene un instructivo al inicio con dos ejemplos muestra, se solicita a los alumnos a que los lean y los resuelvan, si tienen alguna duda, se les aclara enseguida, cuando todos están listos se inicia la aplicación y se dan 30 minutos para resolverlo. El instructivo indica “Usted tiene dos ejemplos, en cada uno se tiene cuatro campos perceptuales en los cuales hay una figura en cada una de ellas, las cuatro figuras están relacionadas y tienen una secuencia, a esto se le llama figuras problema. Al lado hay cinco campos perceptuales de figuras respuesta, con una figura distinta en cada uno de ellos, usted tiene que encontrar cuál de esas figuras respuesta completaría

esa serie, una vez que identifique la figura correcta, anote la respuesta correcta en la hoja de respuestas”. Se contabiliza sumando sólo el total de respuestas correctas.

C) Pruebas para evaluar las Unidades temáticas de Probabilidad.

El contenido de la asignatura Matemáticas II, para todos los sistemas de enseñanza, fue el tema de las Probabilidades, y contiene cuatro unidades temáticas, a saber:

UNIDAD I Cálculo de probabilidades.

UNIDAD II Procesos estocásticos finitos.

UNIDAD III Distribución binomial.

UNIDAD IV Teorema del Límite Central.

El temario desglosado se puede observar en el anexo 2.

El examen (anexo 3) fue elaborado por el mismo investigador tomando en cuenta que se pudieran evaluar los conocimientos desde distintas aspectos cognitivos. La selección de las preguntas del examen fueron clasificados desde las más simples a los más complejos, como sigue: a) empleo del lenguaje y símbolos de la disciplina. b) Identificación de las características de valores, conceptos, de operaciones, de áreas, fórmulas. c) Definición conceptual. d) Listado de característica, reglas, requisitos, condiciones. e) Construcción de diagramas y tablas de valores, gráficas. f) Interpretación de gráficos, tipos de muestreo, cálculos, valores numéricos. g) Empleo adecuado de fórmulas. h) Explicación de resultados y comparaciones. i) Interpretación de resultados. j) Razonamiento argumentado. k) Procedimientos de cálculo.

Los exámenes se elaboraron abarcando la taxonomía de Bloom (1956), que contiene la siguiente clasificación: a) Conocimiento, b) Comprensión, c) Aplicación, d) Análisis, e) Síntesis, f) Evaluación. Ver anexo 3.

d) Procedimientos para elaborar el inventario de errores.

El primer paso para obtener un inventario de errores fue registrar, para cada reactivo, todos los tipos de errores que cometían los alumnos, luego hacer una categorización de esos errores para distinguir sus diferentes tipos, clasificarlos, y

ordenarlos de acuerdo a la dificultad o gravedad del error y así tenerlos jerarquizados. El siguiente paso fue agrupar los tipos de error de acuerdo al tipo de reactivo, para tener un inventario equivalente para cada uno de ellos en varios rubros: a) Definición conceptual, b) requisitos para emplear un procedimiento, c) listado de características, d) interpretación de valores, gráficos, procedimiento de muestreos, e) construcción de gráfica y tablas, f) explicación y razonamiento argumentado y g) procedimientos de cálculo. Finalmente, se elaboraron tablas de frecuencias por cada tipo de error, en cada grupo cuartilar para tener un cuadro comparativo y observar las diferencias entre los cuatro grupos de estilos cognitivos en el número de respuestas incorrectas, el tipo de error y la gravedad del error cometido. Una muestra del inventario de errores obtenido se encuentra en el anexo 4.

El modelo de Movshovitz y Zaslavsky (1987), se toma como punto de referencia para clasificar los errores matemáticos, para indagar, extender o ampliar una nueva clasificación de errores. Su modelo de clasificación es: a) errores en los datos, b) lenguaje mal interpretado, c) inferencias lógicas inválidas, d) distorsión de teoremas y definiciones, e) solución inverificable, f) errores técnicos. Se dejó abierta la posibilidad de encontrar otros tipos de error y ampliar las categorías.

5.11- PRUEBAS ESTADÍSTICAS

Para las respuestas correctas se realizó un análisis de varianza para el contraste de muestras independientes, entre los cuatro grupos cuartilares, en cada una de las unidades y el promedio final, para determinar diferencias significativas entre ellos. La hipótesis es direccional, esperando que los independientes de campo obtengan los puntajes más altos que los dependientes de campo.

Para el análisis de las respuestas incorrectas, se realizó un contraste de muestras independientes con la J_i^2 entre los cuatro grupos cuartilares. La comparación de los errores entre los grupos fue de tipo cualitativo en cada reactivo, mediante el análisis de frecuencias para cada categoría de error. Los cálculos estadísticos se realizaron utilizando el paquete estadístico SPSS.

También se realizó un análisis de correlación entre las variables de estudio para observar y corroborar los grados de asociación entre ellas.

CAPÍTULO VI

RESULTADOS

6.1- ANÁLISIS ESTADÍSTICOS CUANTITATIVOS

6.1.1.- Estadísticas descriptivas

A continuación se muestran los resultados de las estadísticas descriptivas para cada una de las variables investigadas: Figuras embebidas, número de Errores y Repeticiones en el test de Witkin (EFT), Razonamiento abstracto del (DAT), las calificaciones de cada una de las unidades, el promedio final y edad. Los resultados de las evaluaciones sobre probabilidad, en las cuatro unidades y el promedio final, fueron en los puntajes de acierto o respuestas correctas.

Tabla 1
Estadísticas descriptivas

N = 129	Witkin	Error	Repetición	DAT	UN1	UN2	UN3	UN4	Final	Edad
Mínimo	9	0	0	7	0	0	0	0	0	17
Máximo	158	30	17	49	100	100	100	100	98	51
Rango	149	30	17	42	100	100	100	100	98	34
Media	49.95	6.85	5.19	35.16	44.93	60.86	46.30	69.11	55.3	25.7
Mediana	39.00	5.00	5.00	36.0	43.86	69.09	41.18	81.36	56.39	20.0
Modo	50	3	4	38	40	96	94	85	0	18
Desviación estándar	33.465	5.799	3.283	7.857	26.71	33.738	32.319	29.07	22.14	9.48
Varianza	1119.8	33.627	10.77	61.72	713.6	1138.2	1044.5	845.0	490.1	90.0
Error estándar	2.946	.511	.289	.692	2.352	2.970	2.846	2.559	1.949	.836
Percentiles 25	24.00	3.00	3.00	31.00	20.18	31.82	17.65	61.02	41.13	18.0
50	39.00	5.00	5.00	36.00	43.86	69.09	41.18	81.36	56.39	20.0
75	67.00	9.00	7.00	40.00	67.54	92.73	80.39	88.98	71.88	29.5
Asimetría (Skewness)	1.074	1.392	.698	-.976	.102	-.595	.172	-1.13	-.263	1.36
Kurtosis	.507	2.043	.540	1.202	-1.07	-1.07	-1.471	-.087	-.529	.72

Existen varios modos, solo se muestra el valor más pequeño.

6.1.2- Análisis de correlación

A continuación se muestra en la tabla 2, la matriz de intercorrelación de las variables investigadas.

Tabla 2
Análisis de correlación

	Final Probabilidad	Witkin (EFT)	Errores en la prueba de Witkin	Repetición en la prueba de Witkin	Razonamiento. Abstracto DAT
Promedio Final en Probabilidad	1	-0.569	-0.470	-0.491	0.522
Witkin (EFT)		1	0.639	0.728	-0.534
Error			1	0.656	-0.482
Repetición				1	-0.374
Razonamiento. Abstracto (DAT)					1

Correlaciones significativas al 0.0001 (2-tailed). n = 129

Los resultados de esta matriz, corroboran la asociación de los estilos cognitivos con el rendimiento en matemáticas que fueron reportadas en el estudio de Sánchez (1985), cuyas correlaciones entre matemáticas con la prueba de EFT de Witkin fue de -0.4084, y matemáticas con Razonamiento abstracto del DAT 0.5626, finalmente, la prueba del DAT con el EFT Witkin -0.6194, significativas todas al α 0.0001, con n=108. La correlación entre la prueba de Witkin con el promedio final y la prueba de Razonamiento Abstracto del Dat son negativas, porque entre menos tiempo se ocupe en resolver la prueba del EFT se es más independiente de campo y se asocia con una mayor calificación con ambas. El alumno dependiente de campo ocupa más tiempo en el EFT, produce más errores y más repeticiones en el EFT, y se asocia con una menor calificación en Probabilidades y Razonamiento Abstracto.

También resulta interesante observar las correlaciones, aunque moderadas, del número de errores y el número de repeticiones cometidos durante la ejecución de la prueba de Witkin, con las pruebas de conocimiento en Probabilidad (-0.47) y (-0.491) respectivamente. Una observación más, son las correlaciones que se obtuvieron entre errores y repeticiones con el tiempo de trazo correcto de la prueba de Figura Enmascaradas (EFT), (0.639) y (0.728) como era de esperarse, esto lleva a pensar que

hay otros aspectos a considerar, no sólo encontrar y trazar la figura simple en la compleja, sino la necesidad de retener la imagen y la tendencia a errar en los dependientes de campo, aspectos que pueden ser investigadas más en adelante.

6.1.3- Análisis de contraste

A continuación se muestran los resultados del análisis de varianza para el contraste de los cuatro grupos cuartilares a partir de la prueba de figuras enmascaradas de Witkin (EFT). Cuartil 1, Independiente de campo alto; Cuartil 2, Independiente de campo moderado; Cuartil 3, Dependiente de campo moderado; Cuartil 4, Dependiente de campo alto.

Tabla 3
Análisis de varianza (Anova)

		Suma de Cuadrados	gl	Medias Cuadráticas	F	Sig.
DAT	Entre Grupos	1828.828	3	609.609	12.549	.0001
	Dentro de los Grupos	6072.071	125	48.577		
	Total	7900.899	128			
WITKIN	Entre Grupos	122520.406	3	40840.135	245.159	.0001
	Dentro de los Grupos	20823.315	125	166.587		
	Total	143343.721	128			
UN1	Entre Grupos	16091.632	3	5363.877	8.909	.0001
	Dentro de los Grupos	75261.462	125	602.092		
	Total	91353.094	128			
UN2	Entre Grupos	21096.709	3	7032.236	7.055	.0001
	Dentro de los Grupos	124596.366	125	996.771		
	Total	145693.075	128			
UN3	Entre Grupos	27421.173	3	9140.391	10.751	.0001
	Dentro de los Grupos	106275.944	125	850.208		
	Total	133697.117	128			
UN4	Entre Grupos	21157.075	3	7052.358	10.132	.0001
	Dentro de los Grupos	87002.880	125	696.023		
	Total	108159.956	128			
FINAL	Between Groups	20695.989	3	6898.663	20.509	.0001
	Within Groups	42046.960	125	336.376		
	Total	62742.949	128			

Como puede observarse, existen diferencias estadísticamente significativas entre los cuatro grupos cuartilares formados a partir de la variable Estilos cognitivos de Witkin. Estas diferencias se encontraron significativas al nivel de α 0.0001 en pruebas direccionales. Por lo cual se procedió a realizar el análisis *a posteriori*, con el método de Scheffe, del cual se puede observar en las siguientes tablas con sus promedios respectivos:

Unidad 1 “Cálculo de probabilidades”

Tabla 4

Q1 Independiente alto	Q2 Independiente moderado	Q3 Dependiente moderado	Q4 Dependiente alto
$\bar{X} = 59$	$\bar{X} = 50.38$	$\bar{X} = 40.84$	$\bar{X} = 29.06$

Las diferencias más significativas se encontraron entre los grupos cuartilares extremos, 1er. con 3er. (α 0.035); 1er. con 4to. (α 0.0001) y 2do. con el 4to. (α 0.009), no habiendo diferencias entre los grupos contiguos en independencia de campo, 1ro. y 2do. cuartil (α 0.572); 2do. con 3ero. (α 0.493) y 3ero. con 4to (α 0.301).

Unidad 2 “Procesos estocásticos finitos”

Tabla 5

Q1 Independiente alto	Q2 Independiente moderado	Q3 Dependiente moderado	Q4 Dependiente alto
$\bar{X} = 73.55$	$\bar{X} = 70.80$	$\bar{X} = 57.39$	$\bar{X} = 41.31$

Las diferencias significativas también se encontraron entre los grupos cuartilares extremos, 1er. con 4to. (α 0.001) y 2do. con 4to (α 0.004), no habiendo diferencias significativas entre las demás comparaciones, el 1ro. y 2do. cuartil (α 0.989); 1ro. con 3ero. (α 0.240); 2do con 3ero. (α 0.413) y 3ro con 4to. (α 0.251).

Unidad 3 “Distribución binomial”

Tabla 6

Q1 Independiente alto	Q2 Independiente moderado	Q3 Dependiente moderado	Q4 Dependiente alto
$\bar{X} = 61.91$	$\bar{X} = 56.50$	$\bar{X} = 41.97$	$\bar{X} = 24.33$

También se encontraron diferencias significativas entre los grupos cuantiles extremos, 1er. con 4to. (α 0.0001) y 2do. con el 4to. (α 0.0001), no habiendo diferencias significativas entre las comparaciones de los grupos cuantiles contiguos, entre el 1ro. y 2do. cuartil (α 0.905); 1ro. con 3ero. (α 0.060); 2do con 3ero. (α 0.270) y 3ero. y 4to. (α 0.124).

Unidad 4 “Muestreo y Teorema del Límite Central”

Tabla 7

Q1 Independiente alto	Q2 Independiente moderado	Q3 Dependiente moderado	Q4 Dependiente alto
$\bar{X} = 80.03$	$\bar{X} = 77.76$	$\bar{X} = 70.76$	$\bar{X} = 47.62$

Las diferencias significativas fueron entre el 4to. grupo cuantilar con todos los demás, con el 1ero. (α 0.0001), con el 2do. (α 0.0001) y con el 3ero. (α 0.008) no habiendo diferencias significativas entre los contrastes de los demás grupos.

Promedio final

Tabla 8

Q1 Independiente alto	Q2 Independiente moderado	Q3 Dependiente moderado	Q4 Dependiente alto
$\bar{X} = 68.06$	$\bar{X} = 64.43$	$\bar{X} = 52.74$	$\bar{X} = 35.58$

Las diferencias significativas mas altas fueron entre el 1ero. grupo cuantilar con el 4to. (α 0.0001); el 2do. con el 4to. (α 0.0001) y el 3ero. con el 4to. (α 0.004), también lo hubo entre el 1ero. grupo cuantilar con el 3ero. (α 0.012); entre el 3ero y con el 4to. (α 0.004); no hubo diferencias significativas en las demás comparaciones.

Prueba de Razonamiento Abstracto.

Tabla 9

Q1 Independiente alto	Q2 Independiente moderado	Q3 Dependiente moderado	Q4 Dependiente alto
$\bar{X} = 40.91$	$\bar{X} = 34.63$	$\bar{X} = 34.47$	$\bar{X} = 30.44$

Las diferencias más significativas se encontraron entre los grupos cuartilares extremos, 1er. con 4to. (α 0.0001); 1er. con 3er. (α 0.006), y también entre dos grupos cuartilares cercanos 1ero. con 2do. (α 0.004) y no habiendo diferencias entre el 2do y 3er cuartil (α 1.00), 2do. con 4to. (α 0.154) y 3er. con 4to. (α 0.129).

Como puede observarse hay diferencias significativa entre los cuatro grupos cuartilares en que fueron clasificados los Estilos Cognitivos, independientes de campo y dependientes de campo, en las diferentes variables de estudio, siendo estas diferencias más contrastantes entre las muestras extremas de independientes de campo y dependientes de campo (cuartil 1 y cuartil 4), como era de esperarse, no habiendo diferencias en algunas de las comparaciones entre las muestra contiguas de la variable estilo cognitivo.

Por lo tanto, los resultados apoyan las hipótesis propuestas, encontrando diferencias significativas entre los independientes de campo y dependientes de campo, y estas diferencias son direccionales, en el sentido de que los independientes tienen mejor ejecución que los dependientes de campo en exámenes de conocimiento en probabilidades. También se encuentran estas diferencias en la prueba de Razonamiento Abstracto, teniendo los independientes de campo un puntaje más alto que los dependientes.

Estos resultados confirman lo expuesto por otros investigadores Buriel (1978); McLeod y Adams (1979 a, b, c); McLeod, Carpenter, Mc Cornack y Skyvarcius (1979); Vaidya (1980), Quickenton (1980), Lestch (1985), Mrosła (1987), Roberge (1983), Sánchez (1985), en el sentido de que los independientes de campo tienden a puntuar más alto en áreas de conocimiento aritmético en relación a los dependientes de campo, pero ahora con estudiantes universitarios.

6.1.4- Análisis de Covarianza

En el análisis de ANCOVA de estilos cognitivos, entrando la variable razonamiento abstracto como covariable se puede observar que la significancia no fue afectada, siendo en ambos casos significativas al $\alpha = 0.0001$. En el análisis de varianza fue de $F = 20.509$, mientras que en el de covarianza fue de $F = 12.212$ como se

muestra en la tabla 10. Ambas determinan efectos en la variable dependiente, promedio final en Probabilidades, tanto de forma independiente como de forma conjunta y no es afectada de forma relevante al incluirse la variable razonamiento abstracto.

Los resultados del análisis de covarianza pueden consultarse en el anexo 5.

Resumen de la tabla de Anova y Ancova

Tabla 10

Variable dependiente	Anova Witkin (EFT)	Ancova Witkin (EFT)	Covariable Raz. Abs. (DAT)
Promedio final	F = 20.509 $\alpha = 0.0001$	F = 12.212 $\alpha = 0.0001$	F = 19.162 $\alpha = 0.0001$

6.2- ANÁLISIS ESTADÍSTICOS CUALITATIVOS

ANÁLISIS DE REACTIVOS POR RUBROS

A continuación se presentan las tablas de frecuencias de los reactivos para comparar las respuestas de los cuatro grupos formados a partir de la variable estilos cognitivos. Como ya se indicó, los grupos fueron clasificados por los cuartiles, desde los más independientes de campo Q1, hasta los más dependientes de campo Q4. Los reactivos se encuentran agrupados en los siguientes rubros: a) aspectos conceptuales: definiciones, requisitos, listar características, b) identificación de valores, conceptos, c) Interpretación de eventos, valores probabilísticos, graficas y procedimientos muestrales, d) argumentación y razonamiento para diferenciar, e) construcción de gráficas y tablas, f) cálculos sencillos, de dificultad regular, complejos y laboriosos, rubros que fueron planteados en la metodología.

El análisis comparativo entre los cuatro grupos se realizó con la prueba de J_i^2 en cada reactivo, tomando las frecuencias de respuestas correctas e incorrectas (en negrita), sólo se muestran los valores de la J_i^2 en donde los resultados fueron significativos, como se ejemplifica en la siguiente tabla:

Características de la Distribución Binomial

$$J_i^2 = 15.8 \quad \alpha = 0.001$$

Indp = Independiente de campo; Dep = Dependiente de campo

$J_i^2 = 15.8 \quad \alpha = 0.001$	Indp	Indp	Dep	Dep	Total
Cuartiles	Q1	Q2	Q3	Q4	
Respuestas totales	33	32	32	32	129
Aciertos totales	21	14	9	6	50
Errores totales	12	18	23	26	79
Características incompletas	11	17	19	20	67
Confunde con la normal			1		1
Características erróneas			3	2	5
No lo hizo	1	1		4	6

También se muestran en la tabla las frecuencias de los distintos tipos de error que se cometieron en cada reactivo por cada uno de los grupos. Se omite el análisis de la J_i^2 para este tipo de frecuencias por no alcanzar el mínimo de 5 casos por celdilla o por no ser significativa las diferencias.

En algunos casos se muestran con cursiva los valores de Ji^2 , en donde sus frecuencias fueron un poco menores a 5 en algunas de sus celdillas, pero se puede observar en su distribución la tendencia de los independientes de campo a obtener mayores frecuencias de respuestas correctas y los dependientes de campo, con más respuestas incorrectas en ese reactivo.

Las tablas que se muestran en las siguientes páginas corresponden a los reactivos que están agrupados en cada uno de los rubros arriba descritos, y se encuentran ordenadas por grado de dificultad, desde el reactivo que tiene menos incorrectas hasta aquel que posee la mayor cantidad de incorrectas. También se muestra internamente en cada tabla los tipos de error, el orden de gravedad del error, iniciando con los menos graves hasta el más grave. Los reactivos no contestados ocupan el último renglón.

Como podrá observarse, en la mayoría de los reactivos existe la tendencia de los independientes de campo a producir mayor cantidad de respuestas correctas y una menor cantidad de incorrectas, por el contrario los dependientes de campo tienden a producir mayor cantidad de respuestas incorrectas y menor cantidad de correctas, a excepción de tres tablas en donde, los cuatro grupos fueron muy similares.

Las siguientes siglas servirán para identificar las etiquetas en las tablas:

U = Unidad

P = Pregunta

Ejemplo: U3 p2, “Características de la distribución binomial”

La pregunta 2 de la unidad 3 es el reactivo que solicita las características de la distribución binomial.

De acuerdo a los percentiles obtenidos, el número de casos para cada cuartil fue:

Q1 = Cuartil 1 Independiente de Campo alto (Indp) $n_1 = 33$

Q2 = Cuartil 2 Independiente de Campo moderado (Indp) $n_2 = 32$

Q3 = Cuartil 3 Dependiente de Campo moderado (Dep) $n_3 = 32$

Q4 = Cuartil 4 Dependiente de Campo alto (Dep) $n_4 = 32$

$N = 129$

6.2.1.- RUBRO CONCEPTUAL

a) DEFINICIONES

TABLA 1

U2p1 Definición “Procesos estocásticos finitos”

Indp = Independiente de campo; Dep = Dependiente de campo

	Indp			Dep	Total
Cuartiles	Q1	Q2	Q3	Q4	
Respuestas totales	n ₁ = 33	n ₂ = 32	n ₃ = 32	n ₄ = 32	N=129
Aciertos totales	28	22	23	21	94
Errores totales	5	10	9	11	35
Falta concepto esencial	1	5	4	6	16
Definición incompleta	1	2			3
Da sólo un concepto		1	1	1	3
Usa términos ajenos					
Mal redactada	1		2	1	4
Otra definición	2	2	1		5
Confuso			1		1
No lo hizo				3	3

TABLA 2

U1p1 Definición “Probabilidad

	Indp			Dep	T
Cuartiles	Q1	Q2	Q3	Q4	
Respuestas totales	n ₁ = 33	n ₂ = 32	n ₃ = 32	n ₄ = 32	N=129
Respuestas totales	33	32	32	32	
Aciertos totales	25	24	20	19	88
Errores totales	8	8	12	13	41
Def. Procedimental estadística			1		1
Falta concepto esencial	5	3	4	4	17
Da sólo un concepto				2	2
Emplea términos ajenos			1		1
Otra definición	3	4	5	4	16
Incoherente		1	1	3	5

Las tablas muestran la tendencia de los Independientes de campo a cometer menos errores que los dependientes. Las diferencias se observan más definidas entre respuestas correctas e incorrectas que de forma particular en los tipos de error. La definición de procesos estocásticos finitos es más compleja, pues involucra más conceptos que la definición de probabilidad, sin embargo tuvo menos incorrectas. Esto puede deberse a que en la primera definición “Probabilidad” tuvo mayor impacto, por ser inicio de esta asignatura.

Los errores con más frecuencia en ambas definiciones fueron “Falta de un concepto esencial” en la definición y una respuesta más grave, dar “Otra definición”. Es de observarse que en la definición de “Procesos estocásticos finitos” el tipo de error, “Otra definición” disminuye de 16 casos a 5.

No hubo diferencias significativas.

b) LISTAR REQUISITOS

TABLA 3

U3p3 Requisitos para emplear la normal como aproximación a la binomial

Indp = Independiente de campo; Dep = Dependiente de campo

	Indp			Dep	Total
Cuartiles	Q1	Q2	Q3	Q4	
Respuestas totales	33	32	32	32	129
Aciertos totales	20	21	19	19	79
Errores totales	13	11	13	13	50
Incompleta	1		2	3	6
Características erróneas	1		1		2
Requisitos ajenos	2	1	2	1	6
Explicaciones fuera de lugar	5	5	5	1	16
Confuso		1		1	2
No lo hizo	4	4	3	7	18

La tabla no muestra diferencias entre los grupos al listar los requisitos. El error más frecuente fue encontrar explicaciones fuera de lugar y dejar sin contestar el reactivo. No hay diferencias significativas.

En el rubro conceptual sobre Definiciones y Requisitos, los cuatro grupos son muy semejantes, sólo se puede observar en las definiciones cierta tendencia de los Independientes de campo a tener más respuestas correctas y menos incorrectas que los dependientes de campo.

c) LISTAR CARACTERÍSTICAS

TABLA 4

U4p7 Características del Teorema del límite central

Indp = Independiente de campo; Dep = Dependiente de campo

	Indp			Dep	Total
Cuartiles	Q1	Q2	Q3	Q4	
Respuestas totales	33	32	32	32	129
Aciertos totales	15	16	14	10	55
Errores totales	18	16	18	22	74
Incompleta	3	2	2	3	10
Faltan características	12	8	9	5	34
Características ajenas		2	1	7	10
Explicación fuera de lugar		1		1	2
Confuso		1	4	1	6
No lo hizo	3	2	2	5	12

La tabla no muestra grandes diferencias en el número de respuesta incorrectas, sin embargo es interesante observar que en los tipos de error, los Independientes de campo su error sea “faltan características” y en los Dependientes de campo den “Características ajenas”.

TABLA 5

U3p2 Características de la Distribución Binomial

$$Ji^2 = 15.8 \quad \alpha = 0.001$$

Indp = Independiente de campo; Dep = Dependiente de campo

$Ji^2 = 15.8 \quad \alpha = 0.001$	Indp			Dep	Total
Cuartiles	Q1	Q2	Q3	Q4	
Respuestas totales	33	32	32	32	129
Aciertos totales	21	14	9	6	50
Errores totales	12	18	23	26	79
Características incompletas	11	17	19	20	67
Confunde con la normal			1		1
Características erróneas			3	2	5
No lo hizo	1	1		4	6

TABLA 6

U3p1 Características de la Distribución Normal

	Indp			Dep	Total
Cuartiles	Q1	Q2	Q3	Q4	
Respuestas totales	33	32	32	32	129
Aciertos totales	1	1	1	0	3
Errores totales	32	31	31	32	126
Características incompletas	26	27	27	22	102
Confunde con la binomial		1			1
Características erróneas	1			3	4
Características ajenas		2	2	1	5
Explicaciones fuera de lugar	1			1	2
No lo hizo	4	1	2	5	13

En la distribución Binomial (tabla 5) es clara la tendencia de los dependientes a fallar más que los Independientes. El tipo de error más frecuente fue olvidar que “P y Q son excluyentes”, “La suma de ambos es 1”, y que “Los valores de P y Q son siempre los mismos”. Por otra parte, lo que más se recuerda es que son “Procesos estocásticos finitos” y que “Tiene dos resultados posibles P y Q”.

Si hubo diferencias significativas.

La tabla 6 “Listar características de la distribución normal” fue el reactivo con mayor número de incorrectas de todos los exámenes. Los conceptos que más se recuerdan: “Distribución normal”, “Simétrica”, “Curva de campana” y ser “Asintótica”. El tipo de error más frecuente fue olvidar “Alguna característica” como: que es una “Distribución teórica”, “Los valores más frecuentes son los más cercanos a la media que los valores extremos”, y “La suma de las densidades de todo el universo es igual a 1”. No se encontraron diferencias significativas entre los grupos.

6.2.2 IDENTIFICACIÓN de un valor (Enjuiciar para dar un valorar)

TABLA 7

U4p9 Identificar la media por estimación puntual

Indp = Independiente de campo; Dep = Dependiente de campo

$Ji^2 = 8.68 \quad \alpha = 0.034$	Indp			Dep	Total
Cuartiles	Q1	Q2	Q3	Q4	
Respuestas totales	33	32	32	32	129
Aciertos totales	30	27	24	20	101
Errores totales	3	5	8	12	28
Error al identificarlo	0	1	3	3	7
Elementos ajenos		1			1
No lo hizo	3	3	5	9	20

Aunque son pocos los errores se puede observar la tendencia de los alumnos Independientes errar en menor frecuencia que los dependientes al identificar el valor de la media por estimación puntual.

TABLA 8

U3p10 “Nombrar áreas para el rechazo e la hipótesis nula”

	Indp			Dep	Total
Cuartiles	Q1	Q2	Q3	Q4	
Respuestas totales	33	32	32	32	129
Aciertos totales	20	19	15	11	65
Errores totales	13	13	17	21	64
Incompleta		2	3	2	7
Otro concepto	6	4	9	7	27
No lo hizo	7	7	5	12	31

TABLA 9

U2p7 Promedio variable aleatoria “X”

	Indp			Dep	Total
Cuartiles	Q1	Q2	Q3	Q4	
Respuestas totales	33	32	32	32	129
Aciertos totales	15	12	13	7	47
Errores totales	18	20	19	25	82
Sin explicación	1	1	1		3
Error acarreado		3	1	2	6
Error al identificarlo	14	13	6	10	43
Cálculos innecesarios	1		1	1	3
Elementos ajenos			5	4	9
No lo hizo	2	3	5	8	18

TABLA 10

U2p13 Promedio variable aleatoria “Y”

<i>Ji² = 7.3 α = 0.062</i>	Indp			Dep	Total
Cuartiles	Q1	Q2	Q3	Q4	
Respuestas totales	33	32	32	32	129
Aciertos totales	13	12	12	4	41
Errores totales	20	20	20	28	88
Sin explicación		1		3	4
Error acarreado	2	2		2	6
Error al identificarlo	15	8	11	3	37
Cálculos innecesarios	2		1	1	4
Elementos ajenos		3	4	6	13
No lo hizo	1	6	4	13	24

No se encontraron diferencias significativas en este rubro, pero se puede observar la tendencia de los Independientes de campo a tener mayores aciertos que los Dependientes, y la tendencia de los Dependientes de campo a cometer más errores. También es de observarse en los Dependientes de campo su tendencia a no dar respuesta cuando desconocen del tema. El error más frecuente en este rubro fue identificar otro dato de los mostrados en el problema o datos ajenos.

(La *Ji²* y su significancia en cursivas, indica que no se reúne el requisito de 5 casos en una celdilla).

6.2.3 INTERPRETACIÓN

a) Interpretación de valores de probabilidad de eventos

TABLA 11

U1p3 “Probabilidad de evento imposible”

Indp = Independiente de campo; Dep = Dependiente de campo

	Indp			Dep	Total
Cuartiles	Q1	Q2	Q3	Q4	
Respuestas totales	33	32	32	32	129
Aciertos totales	32	30	28	22	112
Errores totales	1	2	4	10	17
Explicación sin el valor de la probabilidad			1		1
Elementos ajenos	1	1	1	1	4
Confuso			1	2	3
No lo hizo	0	1	1	7	9

TABLA 12

U1p4 “Probabilidad de que se cumpla la ley de la gravedad”

$J^2 = 8.19 \quad \alpha = 0.042$	Indp			Dep	Total
Cuartiles	Q1	Q2	Q3	Q4	
Respuestas totales	33	32	32	32	129
Aciertos totales	31	26	25	21	103
Errores totales	2	6	7	11	26
Explicación sin el valor de la probabilidad	1	1	3	2	7
Elementos ajenos	1	1	1	2	5
Confuso		1	1	2	4
No lo hizo		3	2	5	10

En las dos tablas existen pocos errores pero se puede observar la tendencia de los alumnos Independientes de campo a obtener menos casos de incorrectas que los Dependientes. Pero estas diferencias no son significativas.

b) Interpretación de valores de probabilidad en tablas

TABLA 13

$$Ji^2 = 10.1 \quad \alpha = 0.018$$

U2p15 Probabilidad de 3 alumnos hombres y una mujer regulares en la tabla de probabilidades

Ji² = 10.1 α = 0.018	Indp			Dep	Total
Cuartiles	Q1	Q2	Q3	Q4	
Respuestas totales	33	32	32	32	129
Aciertos totales	21	14	13	8	56
Errores totales	12	18	19	24	73
Impreciso el punto decimal	2	2	2		6
Error acarreado	2	3	2	6	13
Dio el valor de otra celdilla	4	5	3	2	14
Hizo cálculos innecesarios	2	1	3	4	10
Elementos ajenos	1		2		3
No lo hizo	1	7	7	12	27

Identificar la probabilidad de un suceso, una vez construido la tabla de probabilidades de dos distribuciones conjuntas muestra diferencia entre los grupos. Los errores más frecuentes de los independientes fueron de imprecisión en el punto decimal y dar el valor de otra celdilla. Por su parte, los errores más frecuentes de los dependientes de campo fueron hacer cálculos innecesarios y dejar sin responder el reactivo.

Hay diferencias significativas entre los grupos, estas diferencias se observan mejor entre correctas e incorrectas

6.2.3 INTERPRETACIÓN

c) Interpretación de gráficas de distribución de probabilidades

TABLA 14

U2p5 Interpretación de la gráfica “X”

Indp = Independiente de campo; Dep = Dependiente de campo

<i>Ji² = 15.7 α = 0.001</i>	Indp			Dep	Total
Cuartiles	Q1	Q2	Q3	Q4	
Respuestas totales	33	32	32	32	129
Aciertos totales	13	16	9	2	40
Errores totales	20	16	23	30	89
Error acarreado					
Falta concepto esencial	11	8	9	10	38
Mal interpretada			2	4	6
Explicación fuera de lugar	1		4		5
No lo hizo	8	8	8	16	40

(La significancia en cursivas es porque no se reúne el requisito de 5 casos en una celdilla).

TABLA 15

U2p11 Interpretación de la gráfica “Y”

Indp = Independiente de campo; Dep = Dependiente de campo

	Indp			Dep	Total
Cuartiles	Q1	Q2	Q3	Q4	
Respuestas totales	33	32	32	32	129
Aciertos totales	11	9	9	7	36
Errores totales	22	23	23	25	93
Error acarreado	1	1			2
Falta concepto esencial	13	10	5	8	36
Mal interpretada	1	2	5	2	10
Explicación fuera de lugar			2		2
Confuso					
No lo hizo	7	10	11	15	43

Las tablas muestran la tendencia de los Independientes de campo a cometer menos errores que los dependientes aunque no sean significativas las diferencias. La diferencia está más marcada entre los cuartiles extremos. El error más frecuente fue la falta del concepto esencial. En los Dependientes de campo los distinguen por dar una interpretación errónea y su tendencia a dejar la respuesta vacía.

Rubro: INTERPRETACIÓN**d) Interpretación de procedimientos muestrales**

TABLA 16

U4p4 Muestreo intencional

Indp = Independiente de campo; Dep = Dependiente de campo

	Indp			Dep	Total
Cuartiles	Q1	Q2	Q3	Q4	
Respuestas totales	33	32	32	32	129
Aciertos totales	27	28	24	20	99
Errores totales	6	4	8	12	30
Confundió con accidental o estratificado	4	3	7	6	20
Sólo indica propiedad no probabilística	1		1	1	3
Otro concepto	1			1	2
No lo hizo		1		4	5

TABLA 17

U4p3 Muestreo por cuotas

	Indp			Dep	Total
Cuartiles	Q1	Q2	Q3	Q4	
Respuestas totales	33	32	32	32	129
Aciertos totales	22	21	20	21	84
Errores totales	11	11	12	11	45
Confundió con simple o estratificado	9	9	9	7	34
Sólo indica propiedad no probabilística	1		2		3
Otro concepto	1	2	1		4
No lo hizo				4	4

TABLA 18

U4p2 Muestreo por conglomerados

	Indp			Dep	Total
Cuartiles	Q1	Q2	Q3	Q4	
Respuestas totales	33	32	32	32	129
Aciertos totales	21	18	19	15	73
Errores totales	12	14	13	17	56
Confundió con simple o estratificado	10	13	13	12	48
Sólo indica propiedad probabilística	2	1		1	4
No lo hizo				4	4

TABLA 19

U4p5 Muestreo estratificado

	Indp			Dep	Total
Cuartiles	Q1	Q2	Q3	Q4	
Respuestas totales	33	32	32	32	129
Aciertos totales	15	18	11	10	54
Errores totales	18	14	21	22	75
Confundió con simple y conglomerados	18	13	20	17	68
Sólo indica propiedad probabilística			1	1	2
Otro concepto		1			1
No lo hizo				4	4

Las diferencias no son muy contrastantes entre Independientes y los Dependientes de campo, y no significativas. Los tipos de muestreo más fácil de identificar fue el Intencional y el de cuotas, donde fueron menores las incorrectas. Los procedimientos muestrales más difíciles de interpretar fue el de conglomerados y el estratificado, el error más frecuente fue confundirlo también con el muestreo aleatorio simple. No se encontraron diferencias significativas

6.2.4 ARGUMENTAR, Y RAZONAR PARA DIFERENCIAR Y COMPARAR

a) Diferenciar entre conceptos

TABLA 20

U4p6 Diferencia entre muestreos probabilísticos y no probabilísticos

Indp = Independiente de campo; Dep = Dependiente de campo

	Indp			Dep	Total
Cuartiles	Q1	Q2	Q3	Q4	
Respuestas totales	33	32	32	32	129
Aciertos totales	28	23	24	20	95
Errores totales	5	9	8	12	34
No diferencia, sólo enuncia		2	1	1	4
Faltan conceptos esenciales	4	5	5	3	17
Invirtió conceptos		1			1
Aplica las mismas características a ambas				1	1
Incompleta			1		1
Conceptos ajenos	1			2	3
Otras definiciones				1	1
No lo hizo	0	1	1	4	6

El error más frecuente fue la falta de un concepto esencial al diferenciar los muestreos. La frecuencia de este tipo de error no muestra diferencias entre los Independientes y Dependientes de campo. No hay diferencias significativas.

TABLA 21

U4p1 Diferencia entre muestra y población

Indp = Independiente de campo; Dep = Dependiente de campo

Ji²=10.2 α = 0.016	Indp			Dep	Total
Cuartiles	Q1	Q2	Q3	Q4	
Respuestas totales	33	32	32	32	129
Aciertos totales	19	25	14	14	72
Errores totales	14	7	18	18	57
No diferencia, sólo enuncia				1	1
Expresión Incompleta	11	6	15	8	40
Faltan: Muestra o Población	3	1	2	2	8
Otra definición				1	1
Confuso			1	2	3
No lo hizo	0	0	0	4	4

Aunque hay diferencias significativas en este reactivo, estas diferencias las marcó el grupo Independientes moderados (cuartil 2) superando al grupo de alta Independencia de campo, tanto en las respuesta correctas como en las incorrectas. El error más frecuente fue dejar incompleta la expresión al diferenciar. En general no se observan grandes diferencias entre los grupos en las dos tablas.

Hay diferencias significativas y son producidas por el grupo Independiente de campo moderado Q2.

Rubro: RAZONAR PARA COMPARAR Y DIFERENCIAR

TABLA 22

U4p8 Diferencia entre estimación puntual y por intervalo

Indp = Independiente de campo; Dep = Dependiente de campo

	Indp			Dep	Total
Cuartiles	Q1	Q2	Q3	Q4	
Respuestas totales	33	32	32	32	129
Aciertos totales	16	14	12	10	52
Errores totales	17	18	20	22	77
Faltan conceptos esenciales	15	15	16	16	62
Falta: Puntual o por Intervalo				1	1
Conceptos ajenos	1		1	1	3
Otra definición			1		1
Explicación fuera de lugar			1		1
Confuso		1			1
No lo hizo	1	1	0	4	6

TABLA 23

U1p2 Diferencia entre probabilidad clásica y estadística

Indp = Independiente de campo; Dep = Dependiente de campo

	Indp			Dep	Total
Cuartiles	Q1	Q2	Q3	Q4	
Respuestas totales	33	32	32	32	129
Aciertos totales	13	11	7	6	37
Errores totales	20	21	25	26	92
No diferencia, sólo enuncia	3	1			4
Faltan características	1	5	1	3	10
Mezcla conceptos	1		2	2	5
Aplica las mismas características a ambas			2	1	3
Expresión incompleta	4	2	4	4	14
Menciona algunos elementos	8	8	8	5	29
Características ajenas			1	2	3
Otra definición	1	1	2	4	8
Confuso	1	4	5	2	12
No lo hizo	1			3	4

Las tablas no muestra grandes diferencias en la cantidad de correctas e incorrectas entre los grupos, por lo tanto las diferencias no fueron significativas. En la última tabla (23), la cantidad de errores es grande, tal vez por ser una de las primeras preguntas del primer examen, y que requiere elementos de juicio para discriminar dos conceptos abstractos, es posible que esto explique la amplia variedad de tipos de error.

En general, en el rubro de comparar y diferenciar conceptos no se encuentran diferencias significativas entre los grupos Independientes de campo y Dependientes de campo.

b) Asignar probabilidades a dos eventos de acuerdo a juicio argumentado

TABLA 24

U3p9 ¿Cuál es la probabilidad que obtenga 35 aciertos o más por azar y la probabilidad por que conozca?

Indp = Independiente de campo; Dep = Dependiente de campo

Ji²=21.3 α = 0.001	Indp			Dep	Total
Cuartiles	Q1	Q2	Q3	Q4	
Respuestas totales	33	32	32	32	129
Aciertos totales	23	20	12	6	61
Errores totales	10	12	20	26	68
Erró en punto decimal	2			1	3
Error acarreado	1		4	3	8
Invierte razonamiento				1	1
Aplica las mismas características a ambas		1			1
Incompleta		1	3	3	7
Mal Argumentado			1	1	2
Características ajenas					
Asigna otros valores	2	2	6	4	14
No lo hizo	5	8	6	13	32

En este reactivo se observan diferencias en la tendencia de los Independientes de campo a dar respuestas correctas y los dependientes de campo respuestas incorrectas. Razonar para argumentar es una habilidad necesaria para la solución de este problema, necesita tener un conocimiento global del problema, los axiomas de probabilidad, asignar una probabilidad a un evento debido a dos posibilidades, por azar o porque tiene los conocimientos. Es emitir un juicio con argumentos. Los tipos de error no son tan contrastantes entre los grupos, pero si es posible observar la tendencia a cometer errores más graves por parte de los Dependientes de campo y el comportamiento de no dar alguna respuesta.

Si hay diferencias significativas.

TABLA 25

U1p7 Está dentro de lo esperado el resultado de la probabilidad del reactivo 6 en relación al reactivo 5

	Indp			Dep	Total
Cuartiles	Q1	Q2	Q3	Q4	
Respuestas totales	33	32	32	32	129
Aciertos totales	12	5	3	2	22
Errores totales	21	27	29	30	107
Invierte el razonamiento	3	2	1	4	10
Error acarreado	10	11	10	8	39
Aplica las mismas características a ambas			1		1
Expresión incompleta	4	2	2		8
Mal argumentado		2	4	2	8
Valores ajenos				1	1
Otros datos			1		1
Explicación que no viene al caso	1	5	2	2	10
Confuso			1	3	4
No lo hizo	3	5	7	10	25

En este reactivo se observan diferencias en la tendencia de los Independientes de campo a dar más respuestas correctas y los Dependientes de campo respuestas incorrectas. Razonar para argumentar necesita tener un conocimiento global del problema, de los axiomas de probabilidad y la aplicación a un caso concreto. Tiene que comparar una probabilidad clásica con una probabilidad estadística.

El tipo de error más frecuente fue un error acarreado de cálculos de los reactivos que le precedieron (reactivos 5 y 6). No hay diferencias entre los grupos, pero es posible observar la tendencia de los Dependientes de campo, de cometer los errores más graves y el comportamiento de dejar la respuesta vacía. No hay diferencias significativas.

6.2.5. CONSTRUCCIÓN DE GRÁFICAS Y TABLAS

TABLA 26

U2p3 Elaboración de tabla de Probabilidades de la variable aleatoria “X”

Indp = Independiente de campo; Dep = Dependiente de campo

$Ji^2=24.5 \quad \alpha = 0.001$	Indp			Dep	Total
Cuartiles	Q1	Q2	Q3	Q4	
Respuestas totales	33	32	32	32	129
Aciertos totales	32	30	24	17	103
Errores totales	1	2	8	15	26
Erró en punto decimal					
Error acarreado	1	1	5	6	13
Otros valores			2	3	5
Confuso				1	1
No lo hizo	0	1	1	5	7

TABLA 27

U2p4 Elaboración de la gráfica de Probabilidades de la variable aleatoria “X”

$Ji^2=23.5 \quad \alpha = 0.001$	Indp			Dep	Total
Cuartiles	Q1	Q2	Q3	Q4	
Respuestas totales	33	32	32	32	129
Aciertos totales	31	28	20	15	96
Errores totales	2	4	12	17	35
Erró en punto decimal			1	1	2
Error acarreado	1	1	5	7	14
Error en la construcción de la gráfica			1	1	2
Gráfica incompleta		2	1	3	6
Otra representación		1	3	1	5
No lo hizo	1	0	1	4	6

TABLA 28

U2p9 Elaboración de tabla de Probabilidades de la variable aleatoria “Y”

	Indp			Dep	Total
Cuartiles	Q1	Q2	Q3	Q4	
Respuestas totales	33	32	32	32	129
Aciertos totales	26	25	22	19	92
Errores totales	7	7	10	13	37
Error acarreado	6	5	7	7	25
Otros valores			1	2	3
No lo hizo	1	2	2	4	9

TABLA 29

U2p10 Elaboración de la gráfica de Probabilidades de la variable aleatoria “X”

$$J_i^2=8.1 \quad \alpha = 0.04$$

$J_i^2=8.1 \quad \alpha = 0.04$	Indp			Dep	Total
Cuartiles	Q1	Q2	Q3	Q4	
Respuestas totales	33	32	32	32	129
Aciertos totales	26	23	21	15	85
Errores totales	7	9	11	17	44
Error acarreado	6	5	5	6	22
Error en la construcción de la grafica			1	1	2
Gráfica incompleta		1	1	5	7
Otra representación		1	1		2
No lo hizo	1	2	3	5	11

En todas las tablas se puede observar la tendencia de los Independientes de campo a tener mas respuestas correctas que los dependientes de campo, pero sólo en la última tabla (29) se encontraron diferencias significativas. Es necesario aclarar que el número de incorrectas en la elaboración de tablas y gráficas fue por “Error acarreado” de reactivos previos, de los cálculos en la “Distribución de probabilidades”. Pero el procedimiento para construir gráficas y tablas fue correcto.

En el rubro de la construcción de gráficas se observa un ligero efecto de la Variable Estilos cognitivos en el número de errores. (La J_i^2 y su significancia en cursivas, indica que no se reúne el requisito de 5 casos en una celdilla).

6.2.6 PROCEDIMIENTOS DE CÁLCULO

a) Cálculos sencillos

TABLA 30

U3p4 Cálculo de parámetros

Indp = Independiente de campo; Dep = Dependiente de campo

	Indp			Dep	Total
Cuartiles	Q1	Q2	Q3	Q4	
Respuestas totales	33	32	32	32	129
Aciertos totales	30	32	30	21	113
Errores totales	3	0	2	11	16
Incompleto	1			1	2
Bien sin procedimientos				1	1
Datos ajenos	1		1	1	3
Otras operaciones				2	2
No lo hizo	1		1	6	8

TABLA 31

U4p10 Cálculo del error estándar

	Indp			Dep	Total
Cuartiles	Q1	Q2	Q3	Q4	
Respuestas totales	33	32	32	32	129
Aciertos totales	30	31	31	19	111
Errores totales	3	1	1	13	18
Error cálculo	2			1	3
Datos mal asignados en la fórmula				1	1
Procedimiento incompleto				4	4
Bien sin cálculos	1				1
Mal sin cálculos				1	1
No lo hizo		1	1	6	8

TABLA 32

U1p9 Probabilidad de alumno con alto CI

	Indp			Dep	Total
Cuartiles	Q1	Q2	Q3	Q4	
Respuestas totales	33	32	32	32	129
Aciertos totales	26	25	24	23	98
Errores totales	7	7	8	9	31
Bien sin cálculos				1	1
Otra operación	7	7	7	3	24
Mal sin cálculos			1	1	2
No lo hizo				4	4

TABLA 33

U1p10 Probabilidad de alumno con alto CI y alta motivación

	Indp			Dep	Total
Cuartiles	Q1	Q2	Q3	Q4	
Respuestas totales	33	32	32	32	129
Aciertos totales	27	23	22	17	89
Errores totales	6	9	10	15	40
Erró en punto decimal				1	1
Incompleto			1		1
Bien sin cálculos			1		1
Datos ajenos			1		1
Otra operación	6	8	6	11	31
Mal sin cálculos		1	1		2
No lo hizo				3	3

Las dos primeras tablas son los reactivos que obtuvieron la menor cantidad de respuestas incorrectas. El grupo más Dependiente de campo es el que se diferencia más en sus respuestas incorrectas. El error más frecuente fue realizar otra operación. Podría esperarse que en un cálculo sencillo, no habría problemas para los Independientes, pero también fallan. En el rubro de cálculos sencillos no hay diferencias significativas entre los grupos.

F) Rubro: CÁLCULOS b) Cálculos con dificultad regular

TABLA 34

U1p5 Probabilidad de hombre con alto rendimiento físico, CI brillante y alta resistencia al estrés

Indp = Independiente de campo; Dep = Dependiente de campo

$Ji^2=18.1 \quad \alpha = 0.0001$	Indp			Dep	Total
Cuartiles	Q1	Q2	Q3	Q4	
Respuestas totales	33	32	32	32	129
Aciertos totales	29	29	22	16	96
Errores totales	4	3	10	16	33
Erró en punto decimal			5	1	6
Error en cálculos	1		1	2	4
Incompleto				1	1
Erró en fórmula, sumó en vez de multiplicar	2		3	6	11
Bien sin cálculos					
Otras fórmulas				2	2
Mal sin cálculos		2	1	1	4
No lo hizo	1	1		3	5

TABLA 35

U1p6 Probabilidad del reactivo 5 bajo el principio de igualdad lógica de posibilidades.

$$Ji^2=8.3 \quad \alpha = 0.04$$

$Ji^2=8.3 \quad \alpha = 0.04$	Indp			Dep	Total
Cuartiles	Q1	Q2	Q3	Q4	
Respuestas totales	33	32	32	32	129
Aciertos totales	17	17	15	7	56
Errores totales	16	15	17	25	73
Error de cálculos		1	4	1	6
Incompleto	1	1	1		3
Erró en fórmula, sumó en vez de multiplicar		1	2	3	6
Bien planteado sin cálculos	1			1	2
Otros datos	5	3	3		11
Otras operaciones, otras fórmulas	1	3		3	7
Resultado mal sin cálculos	6	5	3	10	24
Confuso					
No lo hizo	2	1	4	7	14

En la primera tabla (34) hay menor cantidad de respuestas incorrectas porque se proporcionaron los datos en el planteamiento del problema. El error más frecuente fue en emplear una fórmula distinta, la de eventos excluyentes en lugar de eventos

independientes. La J_i^2 y su significancia en cursivas, indica que no se cumplió el requisito de 5 casos en una celdilla para obtener el cálculo de J_i^2 , pero puede observarse la tendencia de los Independientes de campo a tener mas respuestas correctas que los dependientes de campo.

En la segunda tabla (35), la operación es la misma que en el reactivo anterior, eventos independientes, pero en este reactivo se tiene que deducir la cantidad de frecuencias aplicando el principio de igualdad lógica de posibilidades. Se tiene que razonar para deducir nuevos valores no proporcionados en el planteamiento del problema. Esta dificultad hace que se incremente el número de incorrectas ante un problema similar.

Es notorio observar que hay alumnos independientes de campo que hicieron cálculos con otros datos y dar resultados mal sin haber realizado los cálculos, tal vez intentando de no dejar una respuesta vacía. Estos dos tipos de error fueron los más frecuentes en este reactivo.

En ambas tablas se puede observar la tendencia de los Dependientes a dar más respuestas incorrectas que los Independientes de campo.

En la última tabla si hay diferencias significativas.

TABLA 36

U1p12 Probabilidad de alumno con baja CI y baja motivación

$$J_i^2=17.1 \quad \alpha = 0.001$$

Indp = Independiente de campo; Dep = Dependiente de campo

$J_i^2=17.1 \quad \alpha = 0.001$	Indp			Dep	Total
Cuartiles	Q1	Q2	Q3	Q4	
Respuestas totales	33	32	32	32	129
Aciertos totales	27	17	16	10	70
Errores totales	6	15	16	22	59
Error en cálculos			1		1
Datos ajenos	1	3	1	2	7
Otra formula, otras operaciones	5	8	9	10	32
Mal sin cálculos		2	1	2	5
No lo hizo		2	4	8	14

TABLA 37

U1p11 Probabilidad de alumno con baja motivación

$J_i^2=11.2$ $\alpha = 0.011$

$J_i^2=11.2$ $\alpha = 0.011$	Indp			Dep	Total
Cuartiles	Q1	Q2	Q3	Q4	
Respuestas totales	33	32	32	32	129
Aciertos totales	22	12	12	9	55
Errores totales	11	20	20	23	74
Error en cálculos				1	1
Bien sin cálculos		1			1
Datos ajenos		2			2
Otra fórmula, otras operaciones	10	14	17	15	56
Mal sin cálculos		2	1	3	6
Confuso			1		1
No lo hizo	1	1	1	4	7

En estas tablas se puede observar muy bien el efecto de la variable Estilos Cognitivos sobre la ejecución de estos reactivos. El problema para ambos reactivos no fue de cálculo, sino de obtener los subconjuntos para los cual no se dieron datos y habría que deducirlos de los faltantes del universo. El error más frecuente para ambos, fue emplear una fórmula inadecuada o realizar otras operaciones. En este tipo de error las diferencias entre Independientes y Dependientes de campo son claras. También puede observarse la tendencia de los Dependientes de campo a dejar el reactivo sin respuesta.

En las dos tablas se encontró diferencias significativas al comparar los aciertos totales con los errores totales.

b) Cálculos para elaborar cuadros y diagramas

TABLA 38

U1p13 Tabla de probabilidades de la partición cruzada

Indp = Independiente de campo; Dep = Dependiente de campo

	Indp			Dep	Total
Cuartiles	Q1	Q2	Q3	Q4	
Respuestas totales	33	32	32	32	129
Aciertos totales	23	23	17	15	78
Errores totales	10	9	15	17	51
Error de cálculo en algunas celdillas	5	3	6	4	18
Celdillas vacías		2	3	2	7
Valores ajenos	1		1	3	5
Otra representación	2	3	3		8
No lo hizo	2	1	2	8	13

TABLA 39

U2p14 Tabla conjunta de probabilidades de "X" y "Y"

$$J_i^2=19.7 \quad \alpha = 0.0001$$

$J_i^2=19.7 \quad \alpha = 0.0001$	Indp			Dep	Total
Cuartiles	Q1	Q2	Q3	Q4	
Respuestas totales	33	32	32	32	129
Aciertos totales	24	21	18	6	69
Errores totales	9	11	14	26	60
Erró en punto decimal				2	2
Error acarreado	7	5	4	9	25
Error de cálculo			1	3	4
Celdillas vacías	1	2	4	6	13
Otra representación			2		2
Incoherente			1		1
No lo hizo	1	4	2	6	13

TABLA 40

U1p8 Diagrama de Venn Euler

$J_i^2=27. \quad \alpha = 0.0001$	Indp			Dep	Total
Cuartiles	Q1	Q2	Q3	Q4	
Respuestas totales	33	32	32	32	129
Aciertos totales	23	18	9	4	54
Errores totales	10	14	23	28	75
Error en cálculos				1	1
Incompleto faltaron (A-B), (B-A) y (C)	10	13	20	23	66
Valores ajenos		1			1
Otra representación			2	1	3
No lo hizo			1	3	4

En las tres tablas se observa muy claro la tendencia de los Independientes de campo a obtener más aciertos y a cometer menos errores que los dependientes, sobre todo al elaborar el Diagrama de Venn Euler (tabla 40), para realizar los cálculos de los subconjuntos. La elaboración del diagrama de Venn Euler tiene la dificultad, de que hay que encontrar tres subconjuntos no proporcionados en el planteamiento del problema y que había que deducir. En este reactivo se encontró diferencias significativas al nivel de .0001.

En el rubro de cálculos para obtener cuadros y diagramas se observa muy bien el efecto de la variable Estilos cognitivos, sobre la ejecución de errores y aciertos. Un puntaje alto en Independencia da menos errores que si son Dependientes de campo al producir más errores. El error más frecuente, fue no saber calcular los valores de los subconjuntos faltantes por lo que los dejaron vacíos.

La J_i^2 y su significancia en cursivas, indica que no se reúne el requisito de 5 casos en una celdilla.

b) Cálculos con dificultad regular

Cálculo de probabilidades de la densidad de área entre dos puntajes

TABLA 41

U3p8 Densidad para más de 35%

$J_i^2=21.7 \quad \alpha = 0.0001$

Indp = Independiente de campo; Dep = Dependiente de campo

$J_i^2=21.7 \quad \alpha = 0.0001$	Indp			Dep	Total
Cuartiles	Q1	Q2	Q3	Q4	
Respuestas totales	33	32	32	32	129
Aciertos totales	24	22	14	7	57
Errores totales	9	10	18	25	62
Erró en punto decimal	1		2	3	6
Error acarreado	1				1
Error al Identificar el límite real	1		3		4
Error de cálculo				1	1
Procedimiento incompleto	2	7	3	5	17
Valores ajenos	1		3	4	8
Otras operaciones	1	1	6	4	12
No lo hizo	2	2	1	8	13

Los errores más frecuentes fueron dejar el procedimiento incompleto. En los Dependientes de campo es más variable los tipos de error cometido, desde estar mal colocado el punto decimal hasta errores más graves como emplear valores ajenos a los datos y realizar otras operaciones. Por último, su tendencia a dejar sin contestar el reactivo.

TABLA 42

U3p5 Densidad entre 15 y 25

$J_i^2=16.9 \quad \alpha = 0.001$

$J_i^2=16.9 \quad \alpha = 0.001$	Indp			Dep	Total
Cuartiles	Q1	Q2	Q3	Q4	
Respuestas totales	33	32	32	32	129
Aciertos totales	21	20	15	6	62
Errores totales	12	12	17	26	67
Erró en punto decimal	1	3	1	2	7
Erró límite superior	4	1	5	6	16
Error de cálculo				1	1
Procedimiento incompleto	1	5	1	3	10
Error en operadores y áreas (fórmula)	3	2	6	4	15
Empleo valores ajenos	1		1	3	5
Otras operaciones, otras fórmulas	1	1	3		5
No lo hizo	1			7	8

Los errores más frecuentes de este reactivo fueron error para obtener el límite real superior, emplear la fórmula apropiada y dejar el procedimiento incompleto.

Los Dependientes de campo tienden a producir errores más graves, errar en la fórmula apropiada, emplear otros datos y realizar otras operaciones.

TABLA 43

U3p6 Densidad entre 10 y 18

$$Ji^2=11.6 \quad \alpha = 0.009$$

$Ji^2=11.6 \quad \alpha = 0.009$	Indp			Dep	Total
Cuartiles	Q1	Q2	Q3	Q4	
Respuestas totales	33	32	32	32	129
Aciertos totales	21	14	13	7	55
Errores totales	12	18	19	25	74
Erró en punto decimal		3	1	2	6
Error acarreado	1				1
Error al Identificar el límite real	6	2	6	5	19
Procedimiento incompleto		5	3	3	11
Error en operadores y áreas (fórmula)	2	7	6	4	19
Valores ajenos	1		1	4	6
Otras operaciones, otras fórmulas	1	1	2		4
No lo hizo	1			7	8

Los errores más frecuentes de este reactivo fueron errar para obtener el límite real superior, emplear la fórmula apropiada y dejar el procedimiento incompleto. Los alumnos más Dependientes de campo emplean datos ajenos realizan otras operaciones o dejan sin contestar el reactivo.

TABLA 44

U3p7 Densidad entre 20 y 30

$Ji^2=14.5 \quad \alpha = 0.002$	Indp			Dep	Total
Cuartiles	Q1	Q2	Q3	Q4	
Respuestas totales	33	32	32	32	129
Aciertos totales	17	15	8	4	44
Errores totales	16	17	24	28	85
Erró en punto decimal		1	1	2	4
Error acarreado			1		1
Erró límite superior	7	6	5	4	22
Error de cálculo			2	1	3
Procedimiento incompleto	4	6	5	3	18
Error en operadores y áreas (fórmula)	2	3	4	8	17
Empleo valores ajenos	1		4	3	8
Otras operaciones, otras fórmulas	1	1	2		4
No lo hizo	1			7	8

En este rubro, se observa muy claro la tendencia de los Independientes de campo a tener respuestas correctas y menos incorrectas, que los Dependientes de campo quienes obtienen más respuestas incorrectas y menos correctas. En todos los casos se encontraron diferencias significativas, excepto en la tabla 44, para la “densidad de área entre 20 y 30 casos”, porque hubo una celdilla con cuatro casos.

En general, en el rubro de cálculos para obtener las densidades de área de probabilidad se observa muy bien el efecto de la variable Estilos cognitivos sobre la

ejecución de errores y aciertos. Un puntaje alto en Independencia de campo da menos errores que si son dependientes de campo. Los errores más frecuentes fueron, obtener el límite real superior, emplear otra fórmula o dejarlo incompleto. En la última tabla (44) hubo otros errores como emplear valores ajenos y realizar otras operaciones. En todas las tablas de este rubro hubo diferencias significativas desde el .002 al .0001 las dificultades mas frecuentes fueron identificar y obtener el límite real superior.

Parece que la dificultad más frecuente para los cuatro grupos fue no tomar en cuenta el límite real superior, que por alguna razón quedó enmascarado u oculto. Los errores en las cuatro tablas (41, 42, 43, 44) no son necesariamente se encuentran en los mismos alumnos.

En el rubro de cálculo de probabilidades de la densidad de área entre dos puntajes, se encontraron diferencias significativas.

El valor de la J_i^2 y su significancia en cursivas, indica que no se reúne el requisito de 5 casos en una celda.

b) Cálculos con dificultad regular

Cálculos de probabilidades para la estimación de la media por intervalos de confianza

TABLA 45

U4p11 Estimación por intervalo al 60%

Indp = Independiente de campo; Dep = Dependiente de campo

$Ji^2=22.1 \quad \alpha = 0.001$	Indp			Dep	Total
Cuartiles	Q1	Q2	Q3	Q4	
Respuestas totales	33	32	32	32	129
Aciertos totales	29	29	26	15	99
Errores totales	4	3	6	17	30
Interpretación errónea				1	1
Erró en punto decimal			1		1
Error acarreado	3			6	9
Error de cálculo			1	1	2
Valores ajenos	1	1	4	3	9
Otra operación				1	1
No lo hizo		2		5	7

TABLA 46

U4p12 Estimación por intervalo al 80%

$Ji^2=21.2 \quad \alpha = 0.0001$	Indp			Dep	Total
Cuartiles	Q1	Q2	Q3	Q4	
Respuestas totales	33	32	32	32	129
Aciertos totales	29	29	25	15	98
Errores totales	4	3	7	17	31
Interpretación errónea				1	1
Erró en punto decimal			1		1
Error acarreado	3			6	9
Error de cálculo			1	1	2
Valores ajenos	1	1	5	3	10
Otra operación				1	1
No lo hizo		2		5	7

TABLA 47

U4p13 Estimación por intervalo al 90%

Indp = Independiente de campo; Dep = Dependiente de campo

$Ji^2=21.8 \quad \alpha = 0.0001$	Indp			Dep	Total
Cuartiles	Q1	Q2	Q3	Q4	
Respuestas totales	33	32	32	32	129
Aciertos totales	29	29	26	15	99
Errores totales	4	3	6	17	30
Interpretación errónea				1	1
Erró en punto decimal			1		1
Error acarreado	3			6	9
Error de cálculo			1	1	2
Valores ajenos	1	1	4	2	8
Otra operación				1	1
No lo hizo		2		6	8

TABLA 48

U4p14 Estimación por intervalo al 95%

Indp = Independiente de campo; Dep = Dependiente de campo

$Ji^2=20.3 \quad \alpha = 0.0001$	Indp			Dep	Total
Cuartiles	Q1	Q2	Q3	Q4	
Respuestas totales	33	32	32	32	129
Aciertos totales	28	28	25	14	95
Errores totales	5	4	7	18	34
Interpretación errónea				1	1
Erró en punto decimal	1	1	2		4
Error acarreado	3			5	8
Error de cálculo			1	2	3
Valores ajenos	1	1	4	2	8
Otra operación				1	1
No lo hizo		2		7	9

En el rubro de cálculos para estimar intervalos de confianza se observa muy bien el efecto de los Estilos cognitivos, sobre su ejecución de correctas e incorrectas. Aunque el número de incorrectas es pequeño y no se tiene valores significativos por tener celdillas menores a cinco, se puede confirmar la tendencia de los Independientes de campo a cometer menos respuestas incorrectas que los dependientes.

Los errores más frecuentes fueron errores acarreados de reactivos previos y emplear valores ajenos, estos últimos con más frecuencia en los Dependientes de campo.

Entre más alto es un alumno en Independencia da menos errores, por su parte entre más Dependiente de campo es un alumno produce más respuestas incorrectas

El valor de la Ji^2 y su significancia en cursivas, indica que no se reúne el requisito de 5 casos en una celdilla.

c) Procedimientos de cálculo para problemas complejos

TABLA 49

U1p14 Probabilidad condicional, mujer clase media si es de alto CI y alta motivación
 Indp = Independiente de campo; Dep = Dependiente de campo

	Indp			Dep	Total
Cuartiles	Q1	Q2	Q3	Q4	
Respuestas totales	33	32	32	32	129
Aciertos totales	16	18	13	10	57
Errores totales	17	14	19	22	72
Error acarreado	7	4	5	4	20
Error en cálculos	1				1
Desubicados los valores en la fórmula	4	4	2		10
Incompleto	1				1
Datos ajenos		1	2	7	10
Equivocó la fórmula	1	2	3	1	7
Mal sin cálculos				2	2
Confuso		1			1
No lo hizo	3	2	7	8	20

TABLA 50

U1p15 Probabilidad condicional, hombre, clase media si es de alto CI y alta motivación.
 Teorema de Bayes

$$J_i^2=7.4 \quad \alpha = 0.06$$

J_i²=7.4 α = 0.06	Indp			Dep	Total
Cuartiles	Q1	Q2	Q3	Q4	
Respuestas totales	33	32	32	32	129
Aciertos totales	17	16	13	7	53
Errores totales	16	16	19	25	76
Error acarreado	5	3	4	1	13
Error en cálculos				1	1
Desubicados los valores en la fórmula	1	2	0	2	5
Incompleto	3			1	4
Bien planteado sin cálculos		1			1
Resultado bien sin cálculos		1			1
Datos ajenos		1	3	5	9
Equivocó la fórmula	1	4	1	3	9
Confuso			1		1
No lo hizo	6	4	10	12	32

TABLA 51

U1p16 Probabilidad de alumno con alto o alta motivación una vez sustraído la intersección de CI y alta motivación.

$Ji^2=7.4 \quad \alpha = 0.06$	Indp			Dep	Total
Cuartiles	Q1	Q2	Q3	Q4	
Respuestas totales	33	32	32	32	129
Aciertos totales	9	2	3	1	15
Errores totales	24	30	29	31	114
Incompleto	1		1		2
Bien planteado sin cálculos				1	1
Datos ajenos			1		1
Emplea otra fórmula	14	18	14	16	62
Mal sin cálculos	1	2		2	5
Confuso		1			1
No lo hizo	8	9	13	12	42

En todas las tablas de este rubro se puede observar la tendencia de los Independientes de campo a dar más aciertos y cometer menos errores que los dependientes, aunque fue sólo en la aplicación del Teorema de Bayes en donde hubo diferencias significativas con un valor cercano al 0.05. Este fue un de los reactivos con más incorrectas de todos los exámenes. En la última tabla (51), en la prueba de Ji^2 no se cumplió con el requisito de 5 casos en cada celdilla.

Los errores más frecuentes en los independientes de campo fueron en errores acarreados, datos desubicados en la fórmula y el empleo de otra fórmula. En la última tabla, el error máximo fue el empleo de una fórmula ajena y datos ajenos. También puede observarse la tendencia general de los Dependientes de campo en todas las tablas en su comportamiento de no dar ninguna respuesta, reconocen su ignorancia.

La Ji^2 y su significancia en cursivas, indica que no se reúne el requisito de 5 casos en una celdilla). Los errores no son necesariamente en los mismos alumnos.

d) Cálculos laboriosos

TABLA 52

U2p2 Distribución de probabilidades de la variable aleatoria “X”

Indp = Independiente de campo; Dep = Dependiente de campo

	Indp			Dep	Total
Cuartiles	Q1	Q2	Q3	Q4	
Respuestas totales	33	32	32	32	129
Aciertos totales	32	30	24	20	106
Errores totales	1	2	8	12	23
Error en cálculos	1	1	1	1	4
Error al asignar valores en la fórmula			1		1
Incompleto		1		2	3
Datos ajenos			3	6	9
Mal sin cálculos					
Confuso			2	1	3
No lo hizo			1	2	3

TABLA 53

U2p8 Distribución de probabilidades de la variable aleatoria “Y”

	Indp			Dep	Total
Cuartiles	Q1	Q2	Q3	Q4	
Respuestas totales	33	32	32	32	129
Aciertos totales	26	25	22	20	93
Errores totales	7	7	10	12	36
Erró en punto decimal	1				1
Error de cálculos	2	1	1	4	8
Incompleto				1	1
Datos ajenos	3	4	6	3	16
Mal sin cálculos				1	1
Confuso			1		1
No lo hizo	1	2	2	3	8

El cálculo para obtener la distribución de probabilidades es laborioso, pero parece que no fueron reactivos difíciles pues se obtienen bastantes frecuencias de acierto. El cálculo implicó obtener la combinatoria para cada experimento, elevar a su potencia los éxitos y fracasos. Por ser un procedimiento repetitivo para todos los experimentos, parece no implicar mayor problema.

En estas tablas se observa la misma tendencia de los Independientes de campo a tener más correctas que incorrectas. En la primera tabla las frecuencias en las celdillas no cubrieron el requisito de cinco casos por celdilla y en la segunda tabla las diferencias no fueron significativas. El tipo de error más frecuente en ambas fue emplear datos ajenos y en menor cuantía errores de cálculo.

No hay diferencias significativas.

d) Cálculos laboriosos

TABLA 54

U2p6 Parámetros de la variable “X”

Indp = Independiente de campo; Dep = Dependiente de campo

$J_i^2 = 6.4 \quad \alpha = 0.093$	Indp			Dep	Total
Cuartiles	Q1	Q2	Q3	Q4	
Respuestas totales	33	32	32	32	129
Aciertos totales	21	23	16	14	74
Errores totales	12	9	16	18	55
Erró en punto decimal	2				2
Error acarreado	1	0	4	4	9
Error de cálculos	2	3		5	10
Error al asignar valores en la fórmula			1		1
Procedimiento incompleto	5	4	5	3	17
Error en la fórmula de parámetros (μ , σ , σ^2)			1	1	2
Datos ajenos			1	1	2
Otra fórmula ajena					
Mal sin cálculos				1	1
Confuso			1	1	2
No lo hizo	2	2	3	2	9

TABLA 55

U2p12 Parámetros de la variable “Y”

$J_i^2 = 17.4 \quad \alpha = 0.001$

$J_i^2 = 17.4 \quad \alpha = 0.001$	Indp			Dep	Total
Cuartiles	Q1	Q2	Q3	Q4	
Respuestas totales	33	32	32	32	129
Aciertos totales	22	19	14	6	61
Errores totales	11	13	18	26	68
Erró en punto decimal			1		1
Error acarreado	3	2	4	4	13
Error de cálculos	2	2	2	8	14
Error al asignar valores en la fórmula			1		1
Procedimiento incompleto	2	4	2	2	10
Error en la fórmula de parámetros (μ , σ , σ^2)	2	2	3	8	15
Datos ajenos				1	1
Otra fórmula ajena					
Mal sin cálculos			1		1
No lo hizo	2	3	4	3	12

En general, en los cálculos laboriosos o abundantes, se observan diferencias entre los grupos de Estilos cognitivos.

No hubo diferencias significativas en la primera tabla (54), pero si se pueden observar la misma tendencia del grupo de los Independientes de campo a dar más

respuestas correctas y menos incorrectas que los dependientes de campo. En la segunda tabla, sobre los parámetros de “Y” si se observaron diferencias significativas al .001. Para ambas los errores más frecuentes fueron errores de cálculo y dejar el procedimiento incompleto, y en los parámetros de la variable “Y” emplear una fórmula inadecuada.

Otro tipo de respuesta fueron los errores acarreados por procedimientos anteriores, estos desaciertos no se puede tomar como error, pues el procedimiento fue correcto, aunque no así el resultado, lo que se puede pensar es que no verifican sus cálculos y el resultado final.

El cálculo para obtener parámetros implica más procedimientos, tal vez sea esta la causa de dejar incompleto el problema, pero también se observa errores de cálculo y emplear otro tipo de fórmulas, sobre todo en la variable “Y”. Los errores cometidos en este último reactivo no necesariamente son de los mismos alumnos para la variable “X”.

6.2.2 ANÁLISIS DE RESULTADOS CUALITATIVOS

6.2.1 DEFINICIONES

Las definiciones se encuentran en el rubro de aspectos conceptuales. Involucran integrar conceptos y relacionarlos de categorías supraordinados con subordinados.

De acuerdo a la Teoría de los Estilos Cognitivos, la independencia de campo al tener la característica de articular los diversos componentes de un todo, los puede mantener separados y volverlos a integrar en una nueva aplicación. Esto se puede observar al adquirir nuevos conceptos, abstraer características comunes, al conceptualizar y relacionar conceptos para teorizar, explicar y comunicar los eventos.

De acuerdo a los resultados obtenidos, se puede observar que al no obtener diferencias estadísticamente significativas entre los grupos entre los estilos cognitivos, este tipo de actividad cognitiva parece no ser afectado por este factor, tal vez la demanda del reactivo exige poco esfuerzo cognitivo y puede ser ejecutado por actividades de tipo memorístico, su verdadera función se realiza cuando esos conceptos son aplicados en problemas concretos o vinculados a explicaciones teóricas.

Aunque se pueden observar ligeras tendencias de los independientes de campo a dar respuestas correctas y menos incorrectas que los dependientes de campo en las dos definiciones de este rubro, “Probabilidad” (Tabla 1) y “Procesos estocásticos finitos” (Tabla 2). Este último concepto incluye más características, más abstracciones, por eso se puede observar más clara la tendencia a cometer el error: “Falta concepto esencial”. Parece que olvidar un concepto clave puede ser por no estar comprendido o por estar enmascarado dentro de varios conceptos abstractos, sobre todo si son conceptos técnicos nuevos y que requieren un esfuerzo de raciocinio y abstracción. Dar otra definición implicó responder aunque sea de forma incorrecta para no dejar la respuesta vacía.

6.2.2 REQUISITOS

Este rubro también se encuentra en aspectos conceptuales como las definiciones. De acuerdo a la demanda del reactivo, el esfuerzo cognitivo puede ser de tipo memorístico, porque sólo se pide enunciar los requisitos que se necesitan para cumplir en un proceso. Su función está presente cuando tienen que aplicarse, pues tiene que

emitir un juicio para tomar una decisión. Como la demanda de la pregunta es sólo enunciarlas, tal vez por esto tampoco se encuentran diferencias significativas entre los grupos. Se puede observar que el reactivo de este rubro “Requisitos para emplear la distribución normal como aproximación a la binomial” (Tabla 3), la igualdad en las respuestas entre los grupos, tanto en correctas como en las incorrectas, nos hace ver que el estilo cognitivo independencia-dependencia de campo no diferenció en este reactivo.

6.2.3 LISTAR CARACTERÍSTICAS

También es un rubro que se encuentra en aspectos conceptuales y la demanda cognitiva puede ser de tipo memorístico porque basta con listar las características que se piden en cada uno de los reactivos para responder a la pregunta, sin requerir gran esfuerzo para aplicarlos. Listar características tanto del “Teorema de límite central” (Tabla 4), como de la “Distribución Normal” (Tabla 5) no se encuentran diferencias significativas entre los cuatro grupos de estilos cognitivos. En las características de la distribución normal no hubo diferencias significativas, fue el reactivo que resultó con más incorrectas de todo el universo de reactivos de las cuatro unidades, porque la mayoría de los alumnos erró al dar respuestas incompletas. La falla más frecuente fue olvidar las características: “La suma de todas las densidades de la distribución es igual 1” y “Describir que la mayoría de los datos se aglutinan en torno a la media y menos frecuentes en los extremos”.

Por el contrario en la Binomial (Tabla 6), sí se observan diferencias significativas y una clara tendencia de los independientes de campo a responder con más casos con respuestas correctas y menos incorrectas que los dependientes de campo. Este es el único reactivo de aspecto conceptual que discriminó entre los cuatro grupos cuartilares. El tipo de error que predominó fue olvidar algunas características: a) “P y Q” son excluyentes, b) sus valores son siempre los mismos en todos los experimentos y c) ambos suman uno. Aspectos esenciales en el cálculo de probabilidades y al interpretar resultados.

Por último, la explicación porque son diferentes la cantidad de correctas e incorrectas entre las respuestas en la “Distribución Normal” con la Distribución Binomial”, tal vez sea porque en la primera, fueron conceptos que se estudiaron un semestre anterior, aunque fue revisado, tal vez lo olvidaron, de ahí la diferencia.

6.2.4 IDENTIFICACIÓN (Valorar para enjuiciar)

En este rubro se puede observar, de forma general, la tendencia ya manifiesta de los independientes de campo a producir más correctas que incorrectas que los dependientes de campo, aunque estas diferencias no sean muy contrastantes, ni significativas. Identificar la media por estimación puntual (Tabla 7), nombrar la áreas bajo la curva para el rechazo de la hipótesis nula (Tabla 8), así como la esperanza matemática de las variables “X” (Tabla 9) y “Y” (Tabla 10) una vez que fueron obtenidos los parámetros de variables aleatorias; son actividades que implican conceptuar y valorar un dato después de haber realizado cálculos para, interpretar su significado.

El error más común en todos los casos fue identificar otro valor, tal vez no hubo comprensión, se realizan procedimientos y cálculos de forma mecanizada sin un significado. Pueden seguir instrucciones al calcular los parámetros, esto lo pueden realizar bien, pero no su interpretación, ni la finalidad de un cálculo. El conocimiento de reglas de cálculo no implica necesariamente la comprensión real de conceptos subyacentes, tal como lo señalan Rusel y Mokros (1991). Conceptuar es algo más complejo que seguir instrucciones, es abstraer, interpretar características no tangibles de un evento. Es curioso observar que la esperanza matemática de las variables “X” y “Y”, (Tablas 9 y 10) fue donde se encontró el mayor número de incorrectas de este rubro y sean los independientes de campo los que cometen el tipo de error de identificación. En el caso de los dependientes de campo, se encuentra la tendencia a dejar sin responder, esto sucedió en todos los reactivos de este rubro.

6.2.5 INTERPRETACIÓN

a) Interpretar en forma numérica un evento, como la probabilidad de la “Ley de la gravedad” (Tabla 12) o un “evento poco imposible” (Tabla 11), implica conocer y aplicar los axiomas de probabilidad, también, valorar y enjuiciar en que circunstancias se aplican y si corresponde a ese evento u otro. El comportamiento en forma global es similar a los otros rubros, como la tendencia a dar más respuestas correctas y menos incorrectas en los alumnos independientes de campo que los dependientes. En cuanto al tipo de error no se observan grandes diferencias, excepto por el hecho de que sean los dependientes de campo los que tienden a dejar sin respuesta la pregunta. En la última Tabla (13), sobre “la probabilidad de un evento (celdilla) en la tabla conjunta de probabilidades, sí hay diferencias significativas y es el único reactivo de este rubro que

diferenció. Los tipos de error fueron más variados como: a) dar el valor de otra celdilla, b) realizar cálculos innecesarios y c) respuesta incorrecta por errores acarreados. Lo fundamental de este rubro es la comprensión de los elementos o características del evento a identificar.

b) Interpretar gráficas, son de los reactivos que tienen gran cantidad de respuestas incorrectas. En este caso, describir una distribución de probabilidades e interpretar la forma de la distribución (Tablas 14 y 15). El tipo de error más frecuente fue la ausencia de concepto esencial, aunque los independientes tienden a describirla, no dan el concepto. Tal vez son los términos técnicos los que causan dificultad o simplemente no tienen claro su significado, como “Asimétrica negativa”, “Distribución simétrica”. A pesar de haber bastantes respuestas incorrectas, no hubo diferencias significativas entre los grupos, lo único que se puede observar es la misma tendencia de los independientes de campo de dar más correctas que incorrectas que los dependientes de campo. En la interpretación de la gráfica de la variable “Y” (Tabla 15), los independientes tienden a cometer el error de faltar el concepto esencial y por su parte, los dependientes su tendencia a dejar de responder.

c) Interpretar procedimientos muestrales, implica no sólo conocer los diferentes tipos de muestreo, sino saber discriminar sus diferencias, particularidades y razonar las características para determinar que procedimiento fue aplicado. El tipo de muestreo más fácil de interpretar y que tuvo menos incorrectas fue el muestreo no paramétrico denominado “Intencional” (Tabla 16). El tipo de error fue confundirlo con otro muestreo no paramétrico, el “Accidental” y el muestreo paramétrico “Estatificado”. Con el primero es más factible pero con el estatificado es no entender que tiene características aleatorias.

El siguiente muestreo en dificultad fue el de “Cuotas” (Tabla 17). En este tipo de muestreo es en donde los cuatro grupos tuvieron similar cantidad de respuestas correctas, lo mismo sucedió en las respuestas incorrectas. No hubo diferencias significativas, y por tanto, el estilo cognitivo no afectó a este tipo de interpretación. El error más frecuente fue confundirlo con el “Estratificado”, y con el “Aleatorio simple”.

El muestreo por “Conglomerados” (Tabla 18), aumentó el número de incorrectas sustancialmente y fue confundido en su mayoría con el muestreo “Estratificado” pero tampoco son notorias las diferencias entre los grupos por lo cual el estilo cognitivo no afectó tampoco a este tipo de interpretación.

Por último, el muestreo “Estratificado” (Tabla 19) fue el que tuvo el mayor grado de dificultad y por consiguiente el mayor número de incorrectas. El error más frecuente fue confundirlo con el de “Conglomerados” y el “Aleatorio simple”. En este reactivo, se notan ligeras tendencias a diferenciarse los grupos y en donde los independientes de campo se manifiestan con ligera tendencia a dar menos respuestas incorrectas y más correctas que los dependientes de campo.

El rubro interpretar procedimientos muestrales fue un área en el que los estilos cognitivos parece que no discrimina ni diferencia entre los cuatro grupos, como sucede en los rubros ya analizados. Tal parece que el factor estilos cognitivos no es de peso para determinar diferencias significativas, a pesar de que este tipo de reactivos implique analizar una problemática, discriminar sus características, identificar cuales son pertinentes a un procedimiento muestral, para decidir cual es el adecuado. Estas son actividades que involucran los estilos cognitivos al analizar y descubrir las características enmascaradas en el problema para integrarlas de nuevo en un concepto. Tal vez haya otro factor que pueda explicarlo mejor, como al factor Razonamiento abstracto y sea este el que si pueda discriminarlo y explicarlo. La demanda del reactivo fue interpretativa de un proceso de muestreo, tal vez sería más apropiado que el alumno elaborara ejemplos o procedimientos que en que demostrara la aplicación de sus conocimientos, podría ser más fina la evaluación en este rubro.

6.2.6 ARGUMENTAR Y RAZONAR PARA COMPARAR Y DIFERENCIAR

Los reactivos que se encuentran dentro del rubro comparar y diferenciar tienen en común que deben tener presentes los aspectos conceptuales y características de dos entidades, eventos, procedimientos, estimaciones, apreciaciones y los conceptos que los representan. También se deben distinguir sus concepciones, lo que es semejante y diferente, se deben tener criterios para decidir cuando es aplicable uno y cuando el otro. Son tareas de razonamiento pero también de articulación de campo, en donde se debe tener el conjunto completo de los elementos que constituyen un todo, tener en mente los elementos como independientes y separados, y reintegrarlos para dar respuesta a un

planteamiento (integrarlos como un todo, como un sistema). Estos son los postulados que propone la teoría de los Estilos cognitivos de Witkin para explicar las diferencias entre independientes y dependientes de campo.

a) Diferenciar entre conceptos.

En algunos reactivos de este rubro la influencia del estilo cognitivo no fueron muy notorias al diferenciar conceptos, las diferencias son ligeras entre los independientes y dependientes, en los reactivos: “Estimación puntual y por intervalo” (Tabla 22), “Probabilidad Clásica y Estadística” (Tabla 23). Las diferencias son un poco más notorias en el reactivo “Diferencias entre muestreo probabilísticas y no probabilísticas” (Tabla 20) pero aún así, no son significativas. Hay un contraste en donde sí hubo diferencias significativas, fue en al diferenciar en el reactivo entre “Muestra y población” (Tabla 21), pero lo curioso fue que las diferencias fueron más marcadas las determina el grupo cuartilar independiente moderado Q2 al tener las frecuencias mínimas de incorrectas y máxima de correctas. Resulta curioso este comportamiento y que sea más alto que el grupo de independencia de campo Q1.

b) Diferenciar entre procesos.

Dos reactivos en que no sólo se necesita comparar y diferenciar el significado, también la aplicación de principios o axiomas de probabilidad.

b1) El primer reactivo: que discriminó entre independientes y dependientes de campo fue el referido a “¿Cuál es la probabilidad de que el alumno obtenga 35 aciertos o más por azar y la probabilidad porque estudió? (Tabla 24). En este caso se tienen que asignar probabilidades a dos eventos, la probabilidad que suceda por azar y la probabilidad por conocimiento. Además de aplicar los principios del reactivo anterior debe emplear en su procedimiento la distribución normal “z” como aproximación a la binomial y la razón de hacer esto. Los procedimientos a seguir, son: calcular el valor de “z”, obtener las áreas de densidad de las tablas de distribución “z” en el área menor, determinar que valor se asigna a al azar y cual por que conoce y por último, interpretar los valores de los dos eventos. En este caso, es más compleja la actividad que debe realizar el alumno para dar una respuesta correcta.

El resultado al comparar los cuatro grupos fue significativo estadísticamente y las diferencias notorias, los independientes de campo dieron más respuestas correctas y menos incorrectas que los dependientes de campo. Se necesita no sólo conocer todas las reglas, procedimientos, ejecutar cálculos correctos, sino también, analizar, razonar y decidir que valores se van a asignar a los dos casos. Es tal vez, el único reactivo de este rubro donde se puede manifestar el efecto del estilo cognitivo evaluado con el EFT, por ser el más complejo.

b2) Otro reactivo que discriminó entre independientes y dependientes de campo fue el referido a: “Está dentro de lo esperado el resultado del reactivo 6, en relación al reactivo 5”, (Tabla 25), refiriéndose a la comparación de dos probabilidades, el primero a la probabilidad clásica (equiprobable) y el segundo a la estadística (frecuentista). En este caso, debe calcular dos procedimientos, uno con datos conocidos (estadística) y otro aplicando “El principio de igualdad lógica de posibilidades” (clásica). Para ambos, se debe tener presente todos los axiomas de probabilidad, a) que la suma de todos los eventos es igual a la unidad, b) los límites de la probabilidad que deben estar comprendidos entre “0” y “1”, c) que son eventos independientes. Este último, implica cálculos de multiplicación. Con esto debe decidir si el cálculo obtenido en la probabilidad estadística se encuentra dentro de lo esperado por azar en la probabilidad clásica. Aquí debe aplicar el principio de proporcionalidad al señalar que si rebasa en proporción el valor obtenido en relación al valor esperado teóricamente, entonces es más probable que esto no sea producto del azar, sino que hay un factor en el evento que lo hace más probable, dado que la proporcionalidad es mayor.

En este caso las diferencias entre los independientes y los dependientes de campo son notorias, sólo que no se puede obtener la significancia dado que las frecuencias de correctas en sus celdillas fueron menores a cinco. El tipo de error más frecuente en los independientes de campo fue por dejar la expresión incompleta. El comportamiento de los dependientes de campo fue más grave, dar mala argumentación, por explicaciones fuera de lugar, respuestas confusas y dejar el reactivo sin responder.

En ambos reactivos al alumno tiene que articular toda la información de varios procesos, como son: desenmascaramiento de la problemática, tener presente todos los elementos del problema, los modelos para solucionarlos, capacidad analítica para

entender la problemática, reestructuración de los elementos, organizarlos, integrar los elementos en una síntesis, la simplificación y la representación del proceso mediante símbolos y finalmente, su expresión en lengua vernácula del resultado final. También debe manejar la relación de proporcionalidad representación conceptual en símbolos, e integración de símbolos para representar relaciones conceptuales de contenidos teóricos, manejo de ecuaciones y de contenidos abstractos. En suma, analizar, separar y volver a integrar, imponer estructura como lo expresa Witkin (1981).

6.2.7 CONSTRUCCIÓN DE GRÁFICAS Y TABLAS

La construcción de tablas de distribución de probabilidades para las variables “X” (Tabla 26) y “Y” (Tabla 28), requiere de ciertos conocimientos para establecer la asociación de dos columnas, las de la variable aleatoria y sus correspondientes valores de probabilidad. La mayor frecuencia de incorrectas fue ocasionada por errores acarreados en el cálculo de los valores de probabilidad, por lo que su ejecución no implica mayor dificultad. Hay una sola operación de cálculo, la comprobación de que la suma de todas las probabilidades da la unidad.

La construcción de gráficas tampoco implica mayor dificultad, al igual que en la construcción de tablas son pocos los casos de errores en su elaboración, la mayoría de respuestas incorrectas fue por errores acarreados de reactivos previos para calcular la distribución de probabilidades en cada variable. Sólo es necesario observar que los cálculos de la variable “Y” (Tabla 27) se encontraron más incorrectas que en la variable “X” (Tabla 29).

En ambos casos, tanto en la construcción de tablas y gráficas se puede observar la tendencia de los alumnos independientes de campo a dar más respuestas correctas que incorrectas, y los dependientes de campo más incorrectas que correctas. Sólo fueron significativos los resultados al elaborar la gráfica de la variable “Y”, los resultados en las demás reactivos, sus frecuencias no cubrieron el mínimo de cinco casos para el cálculo de J_1^2 .

6.2.8 CÁLCULOS

a) Cálculos sencillos

La elaboración de cálculos sencillos implicó realizar dos a tres operaciones, por lo cual la producción de errores fue muy pequeña y no hubo diferencias significativas entre los grupos. Los reactivos en este rubro son: “Probabilidad de seleccionar un alumno con alto CI” (Tabla 32), “Probabilidad de alumno alto CI y alta motivación” (Tabla 33) de la Unidad I. En la unidad IV, “El cálculo de los parámetros” (Tabla 30) y “Su error estándar” (tabla 31). Es de notarse que entre más dependiente de campo es un alumno tiende a dar más respuestas incorrectas y el tipo de respuesta, dejar el procedimiento incompleto o dejar sin respuestas el reactivo. No se encontraron diferencias significativas en este rubro.

b) Cálculos con dificultad regular

Los procedimientos de cálculo implican comprender un problema, evaluar los elementos de conocimiento: conceptos, fórmulas, procedimientos cuales son los pertinentes al problema, realizar los procedimientos y cálculos, para interpretar su resultado.

Este rubro no sólo implicó desarrollar más de tres operaciones, sino también razonar para elegir la fórmula adecuada y realizar el procedimiento específico.

a) Dos reactivos de eventos independientes

Los reactivos de esta categorización tratan de eventos independientes, la diferencia se encuentra en que en un reactivo se le proporciona al alumno los datos (Tabla 34) y en el segundo reactivo (Tabla 35) fue necesario deducirlos ya que al desconocerlos habría que aplicar el “Principio de igualdad lógica de posibilidades”, y asignar la misma probabilidad a todos los eventos, dentro de cada variable. Aquí están en juego dos aproximaciones teóricas, la probabilidad clásica (equiprobable) y estadística (frecuentista), en una se desconocen los datos y en la otra se tienen las frecuencias de eventos. La deducción de datos depende de entender esta diferencia. Desarrollar el razonamiento para obtener los nuevos datos fue lo que implicó mayor dificultad y fue lo que hizo duplicar la cantidad de incorrectas en el segundo reactivo (Probabilidad del reactivo 5 bajo el principio de igualdad lógica de posibilidades). En el reactivo de la Tabla (34), algunos errores fueron técnicos, desatención sobre el punto decimal, otra por emplear una fórmula inadecuada. En el segundo reactivo (Tabla 35),

los errores fueron por emplear otros datos y en algunos casos por presentar un resultado mal sin cálculos. Finalmente, sólo observar que los dependientes de campo tienden a dejar el reactivo sin respuesta. Fue en el último reactivo en donde se encuentran diferencias significativas. También es necesario comentar que en el primer reactivo se observa que los independientes de campo hicieron cálculos con otros datos y en el último dieron resultados mal sin haber realizado cálculos, tal vez tratando de no dejar el reactivo sin respuesta.

b) Reactivos para deducir datos faltantes en el diagrama de Venn Euler.

En la unidad 1, también se tienen dos reactivos en el que los cálculos dependían de obtener datos que no fueron proporcionados en el problema, que los alumnos debieron deducir y calcular, se refiere a los reactivos para obtener la probabilidad de encontrar un alumno de baja motivación y bajo CI, (tabla 36), y alumno con baja motivación (tabla 37). Las actividades cognitivas de estos reactivos involucran tener presente todos los elementos del universo y sus subconjuntos, discriminar la falta de elementos en el universo, obtener los conjuntos complementarios, de los alumnos de “Alto CI”, como “Alta motivación” y de ahí deducir el faltante de alumnos de “Bajo CI y baja Motivación”. Estas actividades son congruentes con la descripción que Witkin (1981) hace sobre los Estilos cognitivos, tener presentes todos los elementos del sistema, de forma independiente, pero relacionados entre sí, encontrar los elementos faltantes enmascarados, deducirlos por razonamiento y comprobar los resultados con el total del universo. Aunque involucra actividades de tipo Razonamiento, son también actividades que se desprenden de los Estilos cognitivos.

En todos los reactivos referidos en este rubro se obtuvieron diferencias significativas, con la tendencia ya observada de los independientes de campo a dar más respuestas correctas que incorrectas en relación a los dependientes. Lo cual apoya las hipótesis propuestas y señala el área de conocimientos en donde los estilos inciden como un factor explicativo. Por consecuencia, el error más común en este tipo de reactivos fue realizar otras operaciones, esto puede ser por falta de comprensión, de razonamiento lógico o confusión con otros procedimientos, por consecuencia aplicaron otros cálculos.

c) Cálculos para elaborar tablas y diagramas

c1) Los reactivos del último párrafo están muy relacionados a la construcción del diagrama de Venn Euler (Tabla 40) éste depende de aquéllos para su solución. La dificultad de este reactivo se encuentra en que no se dieron datos de alumnos con baja motivación y bajo CI. Estas operaciones implican por parte del alumno deducir del conjunto de datos los faltantes y las operaciones de diferencia de conjuntos, así como su diferencia con el universo para obtenerlos, para luego integrar el conjunto total. Este reactivo también discriminó muy bien las diferencias de los independientes de los dependientes de campo, la tendencia de los independientes de campo a dar más correctas que incorrectas en relación a los dependientes de campo. Los resultados fueron muy significativos. La mayor parte de las incorrectas producidas fue por faltar los subconjuntos no declarados en los datos (Bajo CI y Baja motivación).

c2) En la Unidad I, se planteó la problemática de elaborar una tabla de probabilidades en la partición cruzada (Tabla 38) en donde primero tenían que identificar el subconjunto sobre el cual se realizarían los cálculos, en este caso el de la intersección de alta motivación y alto CI del diagrama de Venn Euler. De este conjunto habría que obtener los porcentajes de 50% para hombres y 50 % para mujeres en la variable género; y para la variable clase social, un tercio para clase baja y dos tercios para alumnos de clase media. Este reactivo fue de dificultad regular, habría que deducir y obtener los nuevos valores. Implicó tener todos los elementos independientes y articulados para solucionarlo. Los tipos de error más frecuente fueron de cálculo y dejar algunas celdillas vacías. No hubo diferencias significativas pero es notorio repetir lo encontrado en todos los reactivos de la tendencia los independientes de campo a dar más correctas que incorrectas en relación a los dependientes de campo. Fue de los reactivos con más incorrectas de las cuatro unidades.

c3) En la Unidad II, para construir la tabla conjunta de probabilidades de las variables “X” y “Y” (Tabla 39), habría que tener presente las dos distribuciones de probabilidad, por ser eventos independientes, calcular sus valores para obtener los valores cruzados para cada celdilla de una nueva tabla, ya que son eventos independientes que ocurren en forma conjunta. Podría pensarse que la actividad de este reactivo es laboriosa, pero su dificultad está al conceptuar como construir la tabla de probabilidades de dos

distribuciones de forma conjunta, las de género y alumno regular-irregular. En este reactivo sí hubo diferencias significativas marcando claramente la distinción entre los independientes con los dependientes de campo, con las tendencias ya descritas en los rubros analizados. Gran parte de los errores encontrados fueron por errores acarreados de los reactivos previos de las dos distribuciones de las variables “X” y “Y”, pero la mayor frecuencia fue por dejar celdillas vacías.

d) Cálculos de probabilidades en las densidades de área entre dos puntajes

En general para todos los reactivos de este rubro, se debe tener presente que existen dos límites, hacer la corrección por continuidad y que existe una densidad entre esos valores para calcular la probabilidad para ese evento. Para el procedimiento de cálculo es necesario obtener el límite real por corrección de continuidad para cada valor, calcular los valores para cada una de las “z”, obtener el área bajo la curva a partir de la media para cada uno de los valores de “z” “en las tablas, calcular la densidad de área y realizar la operación correspondiente de suma o resta de áreas, finalmente traducirlo en probabilidad y expresarlo en porcentaje. Todas estas actividades cognitivas requieren del proceso de articular los elementos constitutivos de un problema, analizarlos e integrarlos. Aunque parecen ser actividades de tipo algorítmico, requieren del razonamiento para dilucidar que operación deben realizar. No tomar en cuenta el límite real para hacer la corrección por continuidad parece que fue un elemento determinante enmascarado que condujo a la producción de errores. Omitir detalles de este tipo, parece que es donde se observa la influencia de los Estilos cognoscitivos en la ejecución de los reactivos agrupados en este rubro (Tablas 41, 42, 43, 44).

Los resultados obtenidos nos indican que una de las problemáticas más frecuentes fue obtener el límite real superior, ya que no hicieron corrección por continuidad. Otro error frecuente fue no aplicar la fórmula correcta, también se encontró emplear datos ajenos. El reactivo con mayor dificultad fue el que tenía como límite el valor de la media, en el cual no hicieron la corrección por continuidad, tal vez supusieron que la media ni implicaba corrección por continuidad (Tabla 40). También tuvo dificultad el reactivo cuyos dos puntajes se encontraban debajo de la media, el alumno tiene que restar las áreas obtenidas (Tabla 41). En general los reactivos tienen un grado de dificultad regular y sus resultados son significativos, por lo cual también

discrimina muy bien entre los alumnos independientes de campo de los dependientes con las tendencias ya mencionadas.

e) Cálculo de probabilidades para la estimación de la media por intervalos de confianza

Este conjunto de cuatro reactivos (Tablas 45, 46, 47 y 48) tienen una dificultad similar, obtener los dos límites del intervalo para estimar la media poblacional. La dificultad es de grado regular porque sólo tienen que calcular previamente el “Error estándar” para luego multiplicarlo por los valores de “z” y obtener los límites de los intervalos para obtener la probabilidad y su expresión en porcentaje en donde se encontraría la media poblacional. El grado de dificultad está en que para valores de confianza como 60, 80 y 90 % (Tablas 45, 46 y 47) habría que obtener de las tablas la densidad de área para obtener su valor “z”. Estos reactivos tuvieron pocos casos de incorrectas, no se aplicó la J_i^2 por no reunir el mínimo de cinco casos por celdilla, pero a pesar de las pocas frecuencias se puede observar la tendencia de las respuestas en los reactivos previos, los independientes de campo tienden a dar más respuestas correctas que incorrectas en relación a los dependientes de campo. Una parte de las incorrectas es por errores acarreados, otra por emplear valores ajenos y en los dependientes de campo su tendencia a dejar sin respuesta el reactivo.

f) Cálculos complejos

El conjunto de reactivos agrupados en este rubro son reactivos similares conceptualmente por ser eventos dependientes, en que se emplea la probabilidad condicional, (Tablas 49 y 50). En ambas, la dificultad es alta porque deben tener presente que la probabilidad de un evento es modificada por la ocurrencia de un evento anterior. El problema empleando el Teorema de Bayes (Tabla 50), involucra además una abundancia mayor de cálculos. Se debe tener conceptualmente que este proceso contiene dos eventos que están relacionados, secuenciados y en el cálculo se deben tomar en cuenta la totalidad del universo y cada uno de los procesos de cálculo por subconjunto en cada celdilla, por tanto, tener presente todos los elementos separados y luego integrarlos para dar una respuesta al problema.

El análisis de correctas e incorrectas sólo fue significativa para el caso del teorema de Bayes por ser más compleja su solución, involucra más cálculos y procedimientos, y es aquí donde se observan más claras las tendencias de los

independientes campo a dar más correctas que incorrectas que los dependientes de campo. Los tipos de error en las respuestas incorrectas, que tuvieron mayor frecuencia se dieron por ser un error acarreado de reactivos previos, le siguen en frecuencia tener valores desubicados en la fórmula de los datos proporcionados, emplear valores ajenos y equivocar la fórmula, finalmente por no dar respuesta. Estos reactivos dieron mayor variabilidad en los tipos de errores, con la tendencia a cometer errores más graves los dependientes de campo que los independientes. En la probabilidad condicional no se encontraron diferencias significativas.

Un reactivo muy complejo (Tabla 51) en que también es de eventos dependientes, pero no se planteó como de probabilidad condicional, este reactivo está en estrecha relación con el reactivo de construir una nueva tabla de subconjuntos, en la Unidad I, “Probabilidad de un alumno con alto CI o alta motivación una vez sustraído del universo, la intersección de los alumnos con alto CI y alta motivación”. En este reactivo se tienen que extraer los elementos de la intersección alumnos con alto CI y alta motivación, al hacer esto se modifica el universo y se tiene uno nuevo. Entonces plantear “La probabilidad de obtener un alumno con alto CI o alta motivación”, el razonamiento y el procedimiento cambia. No sólo se deben tener presentes todos los elementos separados sino también razonar para conocer los elementos de un nuevo universo para articularlos de nueva forma. Este reactivo fue de los que tuvieron una de la más alta cantidad de incorrectas y en la mayoría por no considerar el nuevo universo. Algunos alumnos comprendieron que la intersección del nuevo universo es un conjunto vacío pero no lograron integrar los elementos para obtener los demás elementos del conjunto deseado. El tipo de error más frecuente fue por emplear el universo anterior sin modificar, por lo que emplean la aditividad de eventos no necesariamente excluyentes. Otros errores se producen por emplear una fórmula inadecuada. Por último, la respuesta frecuente, parte de los dependientes de campo fue dejarlo sin contestar. No se aplicó la Ji^2 porque las celdillas contienen frecuencias menores a cinco.

g) Cálculos laboriosos

Elaborar las distribuciones de probabilidad de las variables aleatorias “X” y “Y” (Tablas 52 y 53), implica calcular las combinatorias y calcular las probabilidades de éxito y no éxito de cada experimento. Son procedimientos que llevan muchos cálculos

pero son repetitivos. Tal vez sea esta la razón por la cual hubo gran cantidad de aciertos en ambos casos. Se debe tener presente todos los elementos, de tres términos (la combinatoria, éxito y no éxito) y multiplicarlos para integrar una respuesta. Las tendencias de respuesta ya observadas entre independientes y dependientes de campo se observan mejor en la variable “X” aunque no significativa y su error más frecuente fue emplear otra fórmula. En el caso de la variable “Y” el error más frecuente fue emplear datos ajenos y errores de cálculo. No hubo diferencias significativas en ambas distribuciones por lo cual no se considera este rubro como un factor que sea afectado por el estilo cognitivo. En este reactivo se dieron más correctas que incorrectas.

Por último, en los reactivos para obtener los parámetros de las variables “X” y “Y” (Tablas 54 y 55) se incrementaron el número de incorrectas pues implica conceptualizar la variabilidad y además involucra más cálculos, tener que multiplicar los valores de probabilidad por su variable aleatoria y elevar al cuadrado para la varianza. También hubo gran variabilidad de tipos de error, pero las diferencias sólo fueron significativa en la variable “Y”. Tal vez por lo laborioso, la falla más frecuente fue dejarlos inconclusos, también hubo por errores de cálculo, finalmente, por emplear otra fórmula, esto se observa más frecuente en los dependientes de campo.

Dejar el reactivo sin responder y ser la respuesta producto de errores acarreados no se pueden designar como variedades de tipos de error, pero sí como elementos que indican la falta de conocimientos y la producción de respuestas incorrectas respectivamente.

En forma general, el comportamiento de los alumnos independientes de campo en cuanto al número de incorrectas parece que se guían por la situación de “no perder” e intentan dar una respuesta aunque esta sea errónea. Por parte de los alumnos dependientes de campo se observa un comportamiento a aceptar que desconocen el tema al dejar el reactivo sin contestar y esto se manifiesta entre más complejo sea este.

En general, no hay un tipo particular de error para los dependientes de campo y alguno en específico para los independientes de campo, en ambos estilos se puede encontrar errores similares, la diferencia está en que los dependientes de campo se dan con más frecuencia y en los errores más graves.

6.3 ANÁLISIS COMPARATIVO DE LOS ERRORES EN EL MODELO PROPUESTO POR MOVSHOVITZ-HADAR Y NITSA

Tabla comparativa de errores de acuerdo al modelo de Movshovitz-Hadar y Nitsa (1987)

Tabla 1

	Movshovitz- Hadar Nitsa		Examen de Probabilidades	
	1er año	2do año	Respuestas incorrectas	%
1 Mal uso de datos	22%	20%	173	11,3%
2 Lenguaje mal interpretado	17%	18%	563	38.1%
3 Inferencias lógicas inválidas	2%	1%	271	18.3%
4 Distorsión de teoremas definiciones	34%	32%	145	9.8%
5 Solución inverificable	0%	2%	273	18.5%
6 Errores técnicos	25%	27%	47	3.1%
			Total=1474	

La Tabla 1 muestra los resultados obtenidos por Movshovitz-Hadar y Nitsa y los obtenidos en esta investigación. Se pueden observar diferencias en la proporción de errores en ambas investigaciones, estas pueden deberse a la diferencias de contenidos y a la proporción de tipos de reactivos, sobre todo en el rubro a) “Lenguaje mal interpretado”, referido a aspectos conceptuales, pues hubo varios reactivos sobre definiciones, requisitos, lista de características, que posiblemente no empleó Movshovitz-Hadar. Con respecto al rubro b) “Inferencias lógicas inválidas” el incremento en el porcentaje en esta investigación es debido al haberse asignado a este rubro el empleo por los alumnos de fórmulas y procedimientos inadecuados. Se ignora el razonamiento que empleó el alumno para dar esa respuesta, sólo se puede concluir que su respuesta no fue correcta. En el rubro c) “Distorsión de teoremas y definiciones”, el porcentaje disminuyó, esta diferencia puede ser debido a que el contenido aquí desarrollado estaba referido más a aspectos conceptuales que a demostraciones. Otra diferencia importante puede observarse en el rubro d) “Solución inverificable” esto puede explicarse porque en esta investigación varios reactivos estaban incorrectos, por ser consecuencia de reactivos previos erróneos, pero en su desarrollo fue correcto, el rubro al que se asignaron como más apropiado fue este, por falta de verificación del alumno. También hay diferencias notorias en e) “Errores técnicos” es posible que la población universitaria sea más atento que la población de educación media, y cometa

menos errores de cálculo o descuido en las cifras, como colocar el punto decimal en lugar equivocado. Por último, el rubro f) “Mal uso de datos” la diferencia fue menor y en esta investigación se asignó aquel tipo de reactivos en que se observaron datos ajenos, también se asignaron a este rubro los reactivos que tenían resultados incorrectos, sin desarrollo ni procedimientos.

En resumen, la diferencia de población, contenido temático y forma de evaluación, puede ser las razones de estas diferencias, como se explica en seguida:

- a) La población de Movshovitz-Hadar y Nitsa fueron estudiantes de escuela media, mientras que en este estudio fue de población universitaria.
- b) Los contenidos temáticos fueron de diferentes tópicos: Funciones lineales y cuadráticas, ecuaciones lineales y cuadráticas, potencias y logaritmos, series aritméticas y geométricas, geometría plana y sólida, elementos de estadística, probabilidad y trigonometría; mientras que en este estudio el tema tratado fue sólo sobre una temática, Probabilidades.
- c) La forma de evaluación en esta asignatura trató de cubrir las categorías de la taxonomía de Bloom (1956): a) Conocimiento b) Comprensión, c) Aplicación d) Análisis e) Síntesis, f) Evaluación. También varios de los procesos cognitivos involucrados en el aprendizaje de Probabilidades: a) Definición conceptual, b) Requisitos para emplear un procedimiento, c) Listado de característica, d) Interpretación, e) Construcción, f) Explicación, y Razonamiento argumentado y g) Procedimientos de cálculo. Se desconoce si el estudio de Movshovitz-Hadar y Nitsa haya seguido un proceso de evaluación similar, es posible que sus contenidos de estudio se hayan enfocado a aspectos de demostraciones y derivaciones algebraicas.

A continuación se muestra la tabla comparativa, tomando en cuenta aquellos reactivos incorrectos, cuyos rubros no se encontraron en el modelo de Movshovitz-Hadar y Nitsa como, “Dar respuesta incompleta” y “No contestar el reactivo”.

Tabla 2

Movshovitz-	Hadar Nitsa		Examen de Probabilidades	%
	1er año	2do año	Respuestas incorrectas	
1 Mal uso de datos	22%	20%	173	6.9%
2 Lenguaje mal interpretado	17%	18%	563	22.4%
3 Inferencias lógicas inválidas	2%	1%	271	10.8%
4 Distorsión de teoremas definiciones	34%	32%	145	5.8%
5 Solución inverificable	0%	2%	273	10.8%
6 Errores técnicos	25%	27%	47	1.89%
7 Respuesta incompleta	-	-	402	16.0%
8 No lo hizo	-	-	635	25.3%
			Total=2509	

La Tabla 2 muestra los porcentajes modificados al tomar en cuenta los reactivos que tuvieron “Respuestas incompletas” y aquellas que “No fueron contestadas”. En las respuestas incompletas, puede deberse a falta de tiempo para resolver el examen u olvido de parte del proceso, mientras que en las preguntas no contestadas es el reconocimiento de desconocer la respuesta por parte del alumno.

CAPÍTULO VII

CONCLUSIONES Y DISCUSIÓN

7.- RESULTADOS CUANTITATIVOS

7.1.- Análisis de asociación

Los resultados obtenidos en la presente investigación nos hacen concluir que los estilos cognitivos dependencia–independencia de campo se encuentran asociados con el aprendizaje de las matemáticas. Las correlaciones obtenidas de la prueba de (EFT) de Witkin con el promedio final fue de $r = -0.534$ y confirman la asociación obtenida por Sánchez (1985) $r = -0.4084$, ambas correlaciones son moderadas pero significativas al nivel de $\alpha 0.0001$. En el segundo estudio consideró solamente el tema “Coeficiente de asociación Pearson”, mientras que en este, se estudio todo el curso de un semestre, con un temario sobre “Probabilidades”, la diferencia y complejidad de temas, puede explicar el incremento en el valor de la correlación.

Otro aspecto a resaltar son las correlaciones del promedio final de Probabilidades con los errores $r = -0.470$ y repeticiones $r = -0.491$ en la prueba de Witkin respectivamente. La correlación con los errores tal vez sea la relación con un factor que en otros estilos le denominan “reflexividad–impulsividad” y que Mecer (1976), los encontró asociados con los estilos cognitivos, es posible que algunos errores cometidos en los exámenes hayan sido por una falta de reflexión y razonamiento sobre una problemática. La ansiedad que produce un examen y dado que su ejecución es contra tiempo, puede ser otra explicación para encontrarlos asociados. Por su parte, la correlación encontrada con el número de repeticiones que necesitó el alumno para retener la imagen simple en el EFT, parece estar relacionada con el factor que Thurstone (1949) denominó “Flexibilidad de cierre o clausura”, la capacidad de retener una estructura clara y coherente de los estímulos, aún cuando estos sean ambiguos”. Los alumnos dependientes de campo necesitan más tiempo de exposición (repeticiones) de la figura simple en el test del EFT, en las evaluaciones sobre probabilidad, tal vez con más tiempo, podrían comprender y resolver los problemas del examen.

También es interesante considerar las correlaciones obtenidas en este estudio entre el cálculo de Probabilidades con la prueba de Razonamiento Abstracto del DAT $r = 0.522$, mientras que en el estudio de Sánchez fue de $r = 0.5626$, y la correlación de las pruebas de Witkin con Razonamiento abstracto del DAT $r = -0.534$ en este estudio, con en el estudio de Sánchez fue de $r = -0.6194$. Ya desde los estudios de Botsum (1951) y Pemberton (1952) se había descubierto la relación de la aptitud de Razonamiento abstracto con el factor que denominaron “Flexibilidad de cierre o clausura” (Thurstone (1949) y que parecen apoyados por

el presente estudio. Por último, es importante señalar las correlaciones de la prueba de Razonamiento abstracto con errores $r = -0.656$ y con repeticiones $r = -0.482$ en la prueba de Witkin respectivamente. Parece que el efecto del tiempo en la ejecución de esta prueba hace que sea mayor su asociación con los errores, más que en su aspecto retentivo del estímulo visual.

7.1.1 Análisis de contraste

En lo referente al contraste de los estilos cognitivos, independientes de campo vs. dependientes de campo, se puede confirmar el efecto de los estilos sobre el aprendizaje de las matemáticas, en el tema de probabilidades. Las hipótesis planteadas probaron las diferencias entre los independientes y dependientes de campo, y estas diferencias son direccionales, en el sentido de que los independientes tienen mejor ejecución que los dependientes de campo. Estas diferencias son más contrastantes, entre las muestras extremas, de los estilos cognitivos. Los alumnos con alta Independencia de campo obtienen los puntajes más altos en probabilidades y los alumnos más dependientes de campo obtienen en promedio puntajes más bajos. Las diferencias entre las muestra contiguas, independencia-dependencia de campo moderada, no son tan fuertes pero manifiestan esta tendencia.

Estos resultados confirman los hallazgos encontrados en otras investigaciones, en el sentido de la importancia que tienen los estilos cognitivos en el aprendizaje de las matemáticas, los independientes de campo tienden a puntuar más alto en áreas de conocimiento aritmético, en relación a los dependientes de campo. (Buriel 1978; McLeod y Adams 1979 a,b,c; McLeod, Carpenter, Mc Cornack y Skyvarcius 1979; Vaidya 1980; Quickenton 1980; Lestch 1985; Roberge 1983; Sánchez 1985; Mrosła 1987).

7.2.- RESULTADOS CUALITATIVOS

La teoría de los estilos cognitivos postulada por Witkin (1982), plantea que para explicar las diferencias entre independientes y dependientes de campo, en el proceso de articulación del campo se debe tener el conjunto completo de los elementos que constituyen un todo, tener en mente los elementos como independientes y separados, para luego relacionarlos entre sí, además, no sólo se deben tener presentes todos los elementos separados, sino también encontrar los elementos faltantes enmascarados o deducirlos por razonamiento y reintegrarlos al sistema. También se añadiría, razonar para conocer los elementos de un nuevo universo para articularlos de nueva forma, integrar los elementos para obtener el conjunto deseado, comprobar la estructura y relación del conjunto total del nuevo universo e integrados como un todo, como un sistema para dar respuesta a un problema o un planteamiento.

Teniendo estos conceptos en mente, en relación al análisis de las respuestas incorrectas y los tipos de error cometido podemos concluir lo siguiente:

7.2.1- ÁREA CONCEPTUAL

7.2.1.1 Definición

El análisis cualitativo de los resultados nos señala que en el área conceptual, las definiciones no son aspectos cognitivos afectados por los estilos, tal vez por que su aprendizaje puede adquirirse por dos vías, comprensión y memorización. La comprensión sólo puede ser evaluada en una aplicación o explicación, mientras que la memorización por ser de más fácil acceso, requiere menor esfuerzo cognitivo y puede ser repetitiva, su forma de respuesta, pero este aspecto no puede evaluarse. La falta de conceptos esenciales en las definiciones serían indicios de falta de comprensión. Respuestas incompletas o dar otras definiciones, pueden ser respuestas más claras de incomprensión. Los independientes como dependientes de campo, en los cuatro grupos, no fueron tan diferentes en sus respuestas sino más bien semejantes. Por lo tanto, el rubro de definiciones es un área de aprendizaje que los estilos cognitivos no parecen diferenciar, ni en respuestas incorrectas, ni en los tipos de error cometidos.

7.2.1.2 Requisitos

Enunciar requisitos necesarios para emplear la distribución normal como aproximación a la binomial, por ser un área conceptual, también puede ser adquirida por un aprendizaje por comprensión o memorización, y está expuesta a las mismas tipos de respuesta que en las definiciones. Por ello tampoco es un área que sea diferenciada por los estilos cognitivos. Los cuatro grupos son iguales en todos los aspectos, en la cantidad de correctas, en la cantidad de incorrectas y en los tipos de error cometido. Lo más probable es que el tipo de aprendizaje requerido y el tipo de demanda de la pregunta sea lo que explica la semejanza en las respuestas.

7.2.1.3 Listar características

Listar las características del teorema del límite central, de las distribuciones de la probabilidad binomial y normal, también se encuentran dentro de la misma naturaleza de los reactivos anteriores, requiere de comprensión de los conceptos, pero su ejecución en un examen puede ser también de tipo memorístico. El resultado fue similar a lo ya descrito excepto por la distribución binomial que fue el único reactivo que discriminó y en el que hubo diferencias significativas. El error más frecuente fue dar una lista incompleta, igual que en los otros reactivos, lo cual implica que, al alumno se le dificulta retener características abstractas. De hecho, listar las características de la distribución normal, fue el reactivo con más incorrectas y con más respuestas incompletas de todas las unidades.

Sólo en el reactivo de la distribución binomial hubo diferencias significativas, esto nos lleva a pensar que el esfuerzo cognitivo para aspectos abstractos puede ser afectado por el factor estilos cognitivos. La complejidad abstracta de los conceptos y su abundancia, tal vez sean elementos que queden enmascarados, ocultos y no comprenderse ni articularse en un sistema, por tanto, tiendan a olvidarse. Listar características, es una actividad que puede ejecutarse, manteniendo los elementos del sistema de forma separada, la articulación e integración de sus diversos componentes, sólo se puede ejecutar al aplicarlos en un proceso e interpretarlos. Aunque de forma leve, se puede observar el efecto que tiene el factor estilos cognitivos en el aprendizaje de conceptos abstractos.

En general, en el rubro conceptual, de acuerdo a la Teoría de los Estilos Cognitivos, la característica de Independencia de Campo de articular los diversos componentes de un sistema, mantenerlos como elementos independientes, separados e integrarlos en una nueva aplicación es una variable de proceso que puede estar presente en aspectos conceptuales, pero sólo si estos son complejos o incluyen una mayor cantidad de constructos abstractos. Esto puede afectar al aprendizaje de nuevos conceptos, abstraer características, relacionar conceptos para teorizar, explicar e interpretar los eventos matemáticos. En conceptos simples no se observa el efecto los estilos cognitivos.

7.2.2- INTERPRETACIÓN

7.2.2.1 Identificación de valores y conceptos

Identificar valores y conceptos puede parecer una actividad que se encuentra en el área conceptual, también, puede parecer un proceso simple de discriminar y coincidir características de un evento con las de una conceptualización teórica, pero tiene un cierto grado de complejidad, porque en realidad son actividades que implican mantener previamente un marco conceptual para valorar, enjuiciar e interpretar el significado de un evento en una aplicación. Todos estos son procesos que requieren, articular los diversos componentes de un sistema, como elementos independientes, e integrados en una nueva aplicación. Aunque no hubo diferencias significativas en los reactivos agrupados en este rubro se puede observar la diferencia entre los independientes de campo a tener más respuestas correctas que incorrectas en relación a los dependientes de campo. El error más frecuente de los independientes de campo fue dar otro valor u otro concepto dentro del universo de valores o incluso valores ajenos, lo que implicó falta de comprensión. Por su parte, los dependientes de campo la tendencia en su respuesta fue dejar el reactivo vacío, reconociendo su desconocimiento del tema. Podemos considerar que el efecto del factor estilos cognitivos en este rubro fue moderado.

7.2.2.2 Interpretación de eventos en valores de probabilidad

Interpretar un evento en valores de probabilidad implica conocer los axiomas de probabilidad, valorar y enjuiciar las circunstancias del evento para asignarle un valor. De acuerdo al planteamiento del problema, el alumno tiene que determinar las características de ese evento, discriminar cual es el valor pertinente que se adecua e interpretar en un valor numérico. De acuerdo a la teoría de los estilos cognitivos estos procesos están acordes con mantener todos los elementos del sistema como elementos independientes entre sí, articularlos e integrar sus diversos componentes, para aplicarlos en un evento e interpretar su significado. La interpretación de eventos en valores de probabilidad es una actividad que se observa afectada por los estilos cognitivos, sobre todo en reactivos complejos, obviamente también implica, como en todo proceso interpretativo, un proceso para conceptuar y abstraer habilidades acordes con la articulación del campo y el razonamiento abstracto. Los errores más relevantes en los independientes de campo fue identificar un valor de una celdilla diferente en la tabla ya elaborada y por parte de los dependientes incomprensión al hacer cálculos innecesarios o dejar la respuesta vacía.

7.2.2.3 Interpretación de gráficas

La interpretación de gráficas requiere del conocimiento de las diversas formas que puede adquirir una distribución de probabilidades, de su descripción y resumirlas en un concepto, una abstracción. Las habilidades que se desprenden de los estilos cognitivos parecen requerirse, sólo en el momento de integrar todo en un concepto. Sólo una de las gráficas, de la variable “Y”, es donde se pueden observar el efecto de los estilos cognitivos, los independientes de campo su tendencia a tener más respuestas correctas que los dependientes de campo. Los independientes tienden a describir las gráficas, pero no dan el concepto y los dependientes con su tendencia a dejar el reactivo vacío. Parece que el efecto del estilo cognitivo sólo se manifiesta en el aspecto de conceptuar.

7.2.2.4 Interpretación de procesos de muestreo

Los reactivos de este rubro, sólo demandan interpretar en un concepto, un proceso de muestreo empleado, pero dar la respuesta adecuada implica, conocer no sólo los diferentes tipos de muestreo, discriminar sus características y diferencias, analizar una problemática, discriminar sus características, razonar para determinar la correspondencia de características del problema con las características del proceso de muestreo, para determinar que procedimiento fue aplicado.

Estas son actividades que involucran procesos de análisis de los estilos cognitivos, analizar y descubrir las características enmascaradas en un problema, buscar su correspondencia de acuerdo a un modelo para integrarlas de nuevo en un concepto. Pero de acuerdo a los resultados, parece que el factor estilos cognitivos no fue de peso para determinar diferencias significativas entre los grupos, a pesar de que este tipo de reactivos implique analizar una problemática, discriminar sus características, identificar cuales le son afines a un procedimiento muestral para decidir cual es el adecuado. El error más frecuente fue confundirlo con otro tipo de muestreo, por lo tanto, no hubo comprensión en forma general en los alumnos cuya respuesta es incorrecta.

En general, en el rubro de interpretación de procesos de muestreo, los estilos cognitivos sólo manifiestan su efecto cuando estos procesos se vuelven complejos, por requerir mayor manejo de información, conceptos técnicos y de razonamiento abstracto, como lo fue muestreo estratificado.

7.2.3.- CONSTRUCCIÓN DE TABLAS Y GRÁFICAS

La construcción de gráficas requiere sólo de los conocimientos para establecer la asociación de dos columnas en un diagrama cartesiano, las de la variable aleatoria y sus correspondientes valores de probabilidad y detalles al elaborarla con intervalos iguales en las tablas y sus valores correspondientes, partir de cero, y usar su simbología adecuada, lo cual no

implica mayor dificultad, lo mismo sucede en la construcción de las tablas de distribución de probabilidades. En ambos casos, tanto en la construcción de tablas y gráficas se puede observar la tendencia de los alumnos independientes de campo a dar más respuestas correctas que incorrectas que los dependientes de campo. Sólo en la elaboración de una gráfica, de la variable “y”, los resultados fueron significativos, Por lo tanto, los estilos cognitivos sólo manifiestan su efecto de forma ligera, no es un factor determinante en la elaboración de gráficas y tablas. De las respuestas incorrectas los errores más frecuentes fueron acarreados de los cálculos de reactivos previos.

7.2.4.- ARGUMENTAR Y RAZONAR AL DIFERENCIAR Y COMPARAR

7.2.4.1 Diferencia entre conceptos

Los Estilos Cognitivos no afectan directamente el proceso de diferenciar conceptos, parece que las diferencias pueden ser explicadas por un factor de razonamiento. El error más frecuentemente observado fue por omitir algún concepto esencial, tal como sucede en el rubro de definiciones y listar características. Puede ser el manejo de términos abstractos lo que determina este tipo de error.

7.2.4.2 Argumentar la diferenciar entre procesos

Razonar y argumentar en procesos donde se tienen que emitir juicios para decidir, es la característica del rubro que aquí se analiza.

Razonar para argumentar y decidir que valores y conceptos se asignan a eventos, requiere no sólo del conocimiento de los axiomas de probabilidad, sino también de un conocimiento global del problema, de criterios para decidir su aplicación a un caso concreto e interpretarlo adecuadamente. Son tareas de razonamiento pero también de Articulación de campo, en donde se debe tener el conjunto completo de los elementos que constituyen un todo, tener en mente los elementos como independientes, encontrar los elementos clave entre ellos para articularlos de nueva forma y dar elementos explicativos como respuesta a un planteamiento.

Podemos observar que argumentar para diferenciar entre procesos requiere tener presentes las características esenciales de cada proceso, de sus categorías conceptuales para distinguir lo que es semejante y diferente, tener elementos para elaborar juicios y apreciaciones, tener criterios para decidir cuando es aplicable uno u otro y dar una interpretación final. Los procesos que se desprenden de los estilos cognitivos son congruentes con estos procesos al tener un conjunto completo de los elementos que constituyen un todo, tener en mente los elementos

como independientes y separados, y reintegrarlos en sus diferencias para dar respuesta a un planteamiento o un problema. Por lo tanto, esta es un área que si fue determinada por los estilos cognitivos.

7.2.5.- PROCESOS DE CÁLCULO

Los procedimientos de cálculo parecen ser actividades de tipo algorítmico, pero requieren de la comprensión del problema, reconocimiento y evaluación de los elementos de conocimiento relacionados con el problema como: conceptos, fórmulas, procedimientos criterios y requisitos de aplicación, para conocer que modelo puede aplicarse, cual se adecua o resuelve el problema para realizar los procedimientos de cálculo, finalmente interpretar su resultado. Todas estas actividades cognitivas requieren del proceso de articular los elementos constitutivos de un problema, analizarlos e integrarlos para dar la respuesta.

Los estilos cognitivos, como en la mayor parte de reactivos puede observarse su efecto en los problemas con cálculo, aunque en algunos reactivos sencillos no hubo diferencias significativas, en todos ellos se puede observar la tendencia de los alumnos independientes de campo a dar más respuestas correctas que incorrectas en relación a los alumnos dependientes de campo. El efecto es más claro de los estilos cognitivos en los reactivos complejos, en estos se encontraron diferencias significativas como en los siguientes:

7.2.5.1 Reactivos en donde tienen que descubrir y deducir los datos faltantes en el universo, realizar cálculos para obtener los subconjuntos, en la construcción de diagramas como el de Venn Euler, el diagrama de partición cruzada y la tabla conjunta de dos distribuciones de probabilidad. Se deben tener presentes todos los elementos del sistema, independientes y relacionados entre sí, encontrar los elementos faltantes enmascarados, deducirlos por razonamiento y hacer la comprobación al sumar todos los subconjuntos del total del universo. Todos los reactivos relacionados con este proceso de análisis y razonamiento es donde se observa el efecto de las características de los estilos cognitivos.

7.2.5.2 Reactivos en los que tenían que obtener datos no proporcionados en el problema y habría que deducir y calcular como en el “Principio de igualdad lógica de posibilidades”.

7.2.5.3 Reactivos en que había que realizar varios procesos y razonamientos para obtener la probabilidad para la densidad de área entre dos valores. Hay dos aspectos a resaltar en cuanto a los errores: a) olvidan obtener el límite real superior b) cuando el límite real es la media parecen no discriminar esto como un detalle importante, parecería que quedan ocultos o enmascaradas

por todos los procedimientos a realizar, y c) el tipo de operación a realizar cuando los dos valores son menores a la media, eligen otra operación.

7.2.5.4 Reactivos con cálculos complejos en razonamiento y en procedimientos como lo fue el cálculo de probabilidad condicional, el empleo del Teorema de Bayes y la probabilidad de un evento, donde habría que deducir los valores del nuevo universo. Comprender que las probabilidades cambian y dependen de la ocurrencia de un evento previo, requiere de más procedimientos, cálculos y procesos de razonamiento.

7.2.5.5 Reactivos con cálculos laboriosos. No se observan grandes diferencias, pues los cálculos aunque abundantes son repetitivos, aprendiendo un algoritmo, los demás pasos son similares, como elaborar las distribuciones de probabilidad, pero cuando requieren de pasos más elaborados como la obtención de los parámetros son notorias las diferencias.

Estas actividades son congruentes con la descripción que Witkin (1981) hace sobre los estilos cognitivos, tener presentes todos los elementos del sistema, independientes, pero articulados entre sí. Se agregaría encontrar los elementos faltantes enmascarados, deducirlos por razonamiento y comprobar al sumar todos los subconjuntos el total del universo. Las actividades de tipo razonamiento involucradas en estos procesos, se encuentran también subyacentes a las actividades relacionadas con los estilos cognitivos.

En resumen, los resultados apoyan las hipótesis y corroboran los resultados de las investigaciones realizadas en torno al papel que juegan los estilos cognitivos en el aprendizaje de las matemáticas.

- 1) Los alumnos independientes de campo tienen una mejor ejecución en proceso de aprendizaje de las matemáticas en relación a los alumnos dependientes de campo, quienes en general presentan dificultades, y estas se agudizan conforme más dependientes de campo es el alumno.
- 2) También se observa que hay alumnos dependientes de campo, que tienen buena ejecución en los exámenes en temas de Probabilidad, indicando que hay otros factores que tienen que ver con el aprendizaje de matemáticas, como puede ser el coeficiente intelectual, motivación para el estudio, conocimientos previos, estrategias de aprendizaje, etc.

- 3) De igual forma, se observa que hay alumnos muy independientes de campo, que tienen deficiente ejecución en los exámenes de temas de probabilidad, pueden ser debido a muchos factores, como desinterés por la materia, falta de motivación, falta de estrategias de aprendizaje, inasistencia o poco tiempo dedicado al aprendizaje, no realizar ejercicios, etc.
- 4) También es importante observar que los dependientes de campo tienden a dejar sin responder el reactivo cuando desconocen la respuesta, en cambio los independientes de campo parece que intentan no dejar el reactivo sin contestar, aunque su respuesta sea errónea, por ejemplo, un resultado incorrecto sin haber realizado ningún procedimiento.
- 5) La gravedad del error tiende a ser más frecuente entre más Dependiente de campo es el alumno, esto no excluye que los alumnos independientes de campo cometan errores graves.
- 6) Los Estilos Cognitivos discriminaron muy bien en los reactivos que fueron los más difíciles por su complejidad y fue en ellos donde mejor se pudo observar su efecto. Los alumnos independientes de campo dan más respuestas correctas y entre mayor Dependencia de campo, más respuestas incorrectas. Los rubros de estos reactivos son a) Razonamiento y argumentación al comparar y decidir, y b) Procedimientos de cálculo complejo, c) Cálculos con dificultad regular y d) Procedimientos para deducir valores faltantes no proporcionados en los datos.
- 7) Los Estilos Cognitivos discriminaron de forma regular o no discriminaron en los reactivos de los demás rubros, pero pudo observarse la tendencia de los alumnos independientes de campo a dar más respuestas correctas y los alumnos dependientes de campo con tendencia a dar más respuestas incorrectas. Estos rubros tuvieron reactivos con diverso grado de dificultad, a saber: a) Área Conceptual, (Definiciones, listar características y requisitos b) Requisitos para emplear un procedimiento, c) Interpretación de valores, gráficas, y muestreos, d) Construcción de gráficas y tablas, y e) Procedimientos de cálculo sencillo y regular.

7.3.- Los tipos de error más frecuente fueron:

- 8) En el rubro conceptual (definiciones, listar características y requisitos), los errores que más se presentaron fue la falta de algún concepto esencial, listar características incompletas y en menor frecuencia dar definiciones, conceptos y explicaciones ajenas.

- 9) En el rubro de Interpretación de valores, gráficas, y muestreos. Los errores más frecuentes fue dar un valor ajeno al identificar la probabilidad de un evento. En el caso de valores de probabilidades mayores a 1, contradice los axiomas de probabilidad. La interpretación de gráficas el error más frecuente fue la ausencia del concepto clave (simétrica, asimétrica negativa). En la interpretación de procedimientos de muestreo, el error más frecuente fue confundirlos con otros tipos de muestreo.
- 10) En el rubro de construcción de gráficas y tablas, no hubo errores, los reactivos incorrectos fueron consecuencia de reactivos previos, cuyos datos erróneos fueron acarreados.
- 11) En el rubro de, razonar para explicar, argumentar y decidir, los errores más frecuentes fueron: a) al diferenciar conceptos, sus errores fueron la falta de un concepto esencial, explicación incompleta, o sólo mencionar algunos elementos, b) argumentar al decidir y asignar probabilidades a eventos, el error más frecuente fue dejar la expresión incompleta, faltar conceptos esenciales o sólo mencionar alguno.
- 12) En el rubro Procedimientos de cálculo sencillo, dificultad regular, complejos y laboriosos, los errores más frecuentes: a) cálculos sencillos los errores más frecuentes fueron dejar el procedimiento incompleto, b) cálculos con dificultad regular, los errores fueron de varios tipos, emplear otra fórmula, dejar el procedimiento incompleto, errar en el procedimiento, en menor cuantía por emplear datos ajenos, errores de cálculo, por errores acarreados de reactivos previos y errores técnicos, como equivocar la ubicación de los datos en la fórmula y colocar el punto decimal en lugar inadecuado. c) cálculos complejos, los errores más frecuentes fueron por emplear otra fórmula, equivocar la ubicación de los datos en la fórmula, dejar el procedimiento incompleto, error de cálculo y en menor cuantía, errores acarreados de reactivos previos y emplear datos ajenos. d) cálculos para obtener datos faltantes que habría que deducir, sus tipos de error fueron, dejarlos inconclusos, errores de cálculo y errores acarreados de reactivos previos. e) cálculos laboriosos sus errores más frecuentes fueron dejarlos incompletos, emplear otra fórmula, error de cálculo y error acarreado de reactivos previos.
- 13) Hay factores que no fueron controlados y que tienen efectos en el aprendizaje del estudio de probabilidades, no fueron incluidos como variables controladas, factores como motivación, dominio de los conocimientos previos, obstinación ante metas y

retos, estrategias de aprendizaje. Factores que deben investigarse e incluso estudiarse en su interacción con los estilos cognitivos en el aprendizaje de las matemáticas.

- 14) En lo referente a la ejecución de la prueba de Figuras Enmascaradas (EFT), la cantidad de errores y repeticiones, tiende a ser mayor en los alumnos dependientes de campo que los independientes de campo. Estos aspectos también están asociados con el aprendizaje en matemáticas, obteniendo correlaciones moderadas. Los errores pueden estar relacionadas con factores de “Impulsividad-reflexividad” y las repeticiones de la figura simple con “Flexibilidad y rapidez de cierre o clausura”.

- 15) Un factor incluido en este estudio fue el Razonamiento Abstracto y obtuvo correlaciones moderadas en el aprendizaje de probabilidades, también con los estilos cognitivos tanto en el tiempo de trazo correcto como con los errores y repeticiones. El Razonamiento Abstracto es un factor que también comparte procesos de Articulación del campo. El proceso de articular el campo consiste en tener el conjunto completo de los elementos que constituyen un sistema, los elementos son independientes, pero relacionarlos entre sí, además, debe encontrar los elementos faltantes, enmascarados y reintegrarlos al sistema. La prueba de razonamiento abstracto, agrega, razonar para encontrar la regla que organiza los campos perceptuales, conocer los elementos de un nuevo universo e integrarlos de nueva forma, comprobar la estructura para dar respuesta a un problema o un planteamiento, es decir, descubrir la organización o imponer una nueva estructura. Estos son elementos del Razonamiento abstracto vinculados con los estilos cognitivos.

Finalmente, se considera que el modelo de Movshovitz, -Hadar y Nitsa (1987) para clasificar los errores, puede contribuir a la enseñanza matemática por varias razones que ellos señalan:

- a) Asignar un nivel de dificultad para un ítem de acuerdo al número de errores por la categoría que ello ocasiona.
- b) Ayudar a los maestros a prever las dificultades y obstáculos, y usar esta habilidad al planear su enseñanza, así como prevenir los errores tanto como sea posible.
- c) Identificar una tendencia persistente en los estudiantes de cometer un cierto tipo de errores a través de varios tópicos de matemáticas.
- d) Sugerir un plan de ayuda remedial específico en algún tipo de error.
- e) Proveer un inventario potencial de buenos distractores de ítems de elección múltiple.

- f) Proveer al maestro elementos para investigaciones, diagnósticos, cursos remediales, y eliminación de errores matemáticos en estudiantes.
- g) Ayudar a acumular un inventario de clasificación de errores con índice de frecuencia por categoría del ítem.
- h) Descubrir características comunes por grupos similares ítems.
- i) Proveer errores esperados de ítems similares, un proceso que pueden dar origen a modelos predictivos de errores en matemáticas y en educación.

7.4.- El presente estudio, presenta las siguientes limitaciones:

- 1) Selección de las muestras. Aunque es una limitante que el investigador no haya tenido el control de la selección aleatoria de los grupos de la población, se compensa esta limitante, por el hecho de que los sujetos de estudio si fueron asignados de forma aleatoria a cada grupo por la institución. También fue aleatoria, por parte de la institución, la asignación de los tres grupos al profesor que llevó a cabo el curso. Por lo tanto, el muestreo por cuotas empleado en este estudio para extraer las muestras de los diferentes estratos de la población, cada grupo representa por sus características a su propio estrato (matutino, vespertino y sistema abierto).
- 2) El tamaño de la muestra. Aunque el tamaño de la muestra de estudio es aceptable, habría sido ideal haberse ampliado a más grupos, para obtener una mayor cantidad de respuestas incorrectas y observar más detalladamente los tipos de error cometidos por los alumnos en sus exámenes. No obstante, estas dos limitantes, los resultados dan elementos para observar las asociaciones entre los estilos cognitivos con el rendimiento en una asignatura matemática, también da elementos para confirmar las diferencias entre los estilos independiente de campo y dependiente de campo, en este estudio, en la cantidad de respuestas correctas e incorrectas, y los diferentes tipos de error cometidos de acuerdo a las distintas categorías de preguntas.
- 3) Efectos de la historia. El estudio se realizó durante un semestre, cubriendo un curso completo, en que puede observarse el comportamiento del alumno en varias evaluaciones. Aunque no es un estudio longitudinal, propiamente dicho, al realizarse en el transcurso de un semestre, pueden presentarse efectos de invalidez por efectos de la historia, en que intervienen variables desconocidas y no controladas por el investigador. Algunas de estas variables si pueden ser observadas como, el aprendizaje por parte de los alumnos de las formas de evaluar del profesor, del tipo de reactivos que emplea en los exámenes y adaptación a los modos y estrategias de enseñanza. También se pueden agregar las estrategias de aprendizaje que el propio alumno puede ir desarrollando en el

transcurso del semestre. Esto puede observarse en el incremento en los promedios de las calificaciones en las últimas unidades.

- 4) No es un estudio experimental, en el sentido de manipular variables, pero si hubo control de las variables más importantes del estudio: a) nivel de escolaridad, b) Aplicación simultánea de las variables a los grupos, el curso y las pruebas, a excepción del Sistema Abierto que fue en cuatro semestres contiguos, c) el contenido temático, d) curso impartido por el mismo profesor, e) evaluación con los mismos instrumentos (EFT, DAT, y las cuatro evaluaciones sobre conocimientos en probabilidad), f) la aplicación de los instrumentos por el mismo investigador.
- 5) Interacción profesor-investigador con los alumnos. Se compensa al haberse realizado el análisis de errores en tiempo posterior a los cursos. Tienen la ventaja de tener validez ecológica, pues los alumnos no sesgaron el estudio al desconocer el proceso de la investigación, pues sólo resolvieron al final del curso los dos test: Prueba de Figuras Enmascaradas de Witkin y la Prueba de Razonamiento Abstracto (DAT).
- 6) Interacción de los estilos cognitivos con otros factores. Hay una serie de variables que inciden en el aprendizaje de probabilidades como: interés y motivación por el tema, obstinación ante metas y retos, estrategias de aprendizaje, estilos de aprendizaje, que no se contemplaron en el estudio y que pueden ser investigados posteriormente para conocer el efecto en el aprendizaje de las matemáticas.
- 7) En relación a los reactivos de examen. Aunque se trató de incluir toda una variedad de reactivos de acuerdo a la taxonomía de Bloom, faltó elaborar reactivos de ejemplificación por parte del alumno, donde exprese la aplicación de sus conocimientos.

Consideraciones finales

El lenguaje matemático es un lenguaje lógico formal, exacto, relativamente unambiguo (Brunner 1976), con reglas y sintaxis bien definidas, no es redundante con el cual se pueden comunicar y expresar los participantes de la comunidad matemática. Pero es un lenguaje poco accesible para gran parte de la población estudiantil, que no han tenido a oportunidad de formarse en su sintaxis por diversas causas, desde una inadecuada educación básica, poco entrenamiento en la comprensión y análisis de problemas, y fallas en el empleo del lenguaje matemático en la solución de problemas, en la formación de un pensamiento formal

matemático. Es posible, que gran parte de esa población sean alumnos dependientes de campo, quienes, por las razones expuestas, probablemente han sido los más afectados. Lo particular de los alumnos dependientes de campo, es que tienen que hacer una labor adicional, dedicar más tiempo para descubrir el entramado de una problemática, de la estructura de un contenido matemático y establecer su relación. Los elementos enmascarados y el proceso de reestructuración, son elementos que limitan y dificultan una adecuada respuesta a una problemática. Esto debe tomarse en cuenta, en el proceso Enseñanza aprendizaje.

Los alumnos con dificultades en el aprendizaje de las matemáticas, entre ellos los dependientes de campo tienen varios desafíos, como:

1) Conocer la simbología matemática, esta tiene la dificultad de que son representación de conceptos, relaciones y funciones abstractas, cuando muchos alumnos se desempeñan más fácilmente con elementos menos abstractos o representaciones concretas. Ellos deben realizar un doble esfuerzo para construir la relación entre contenidos reales y simbología específica de las matemáticas, por lo tanto, es más lento su aprendizaje y con posibilidades de cometer errores, que una vez adquirido contamina un contenido y estructura de aprendizaje.

2) Conocer la sintaxis matemática para leer y construir frases, proposiciones de reglas, axiomas, relaciones funcionales. El lenguaje y la sintaxis matemática es un medio ideal para comunicar con pocos elementos, gran cantidad de información de forma exacta y precisa. El estudiante de matemáticas debe conocer esta sintaxis para conocer la estructura lógica de los modelos. Una inadecuada o incompleta expresión de la sintaxis lleva a incorrecta expresión de proposiciones matemáticas, el error es la consecuencia.

3) Comprender una estructura conceptual de los modelos matemáticos, entender una estructura lógica de conceptos, relaciones y funciones, reglas y axiomas. El conocimiento conceptual subyacente en los modelos matemáticos, es primordial para saber emplearlos, sólo una comprensión clara puede diferenciar las condiciones, requisitos para su empleo. Una estructura conceptual establecida inadecuadamente, incompleta o con elementos que no le pertenecen lleva a inferencias lógicas inválidas.

4) Comprender la estructura de una problemática, implica entender como están los elementos relacionados o estructurados, cuales son los elementos clave de la solución, cuales son los elementos faltantes, o los elementos desarticulados en su planteamiento. Comprender la estructura del problema es necesario para emplear el modelo matemático pertinente. Empatar la

estructura del problema con la estructura de un modelo matemático adecuado que le de solución, son procesos cruciales en la aplicación de los modelos.

5) En el proceso de elaboración de los cálculos cumplir con los requisitos, reglas lógicas y operadores y seguir los procedimientos adecuados en su ejecución. Comprender la estructura de un modelo es necesaria para evitar la aplicación automatizada de un algoritmo, este se llevará a cabo si son claros los procesos particulares que realiza.

6) Por último, expresar en un lenguaje formal y lengua vernácula los resultados de su intervención, es decir traducir los resultados del modelo empleado para la comunidad. Traducir en ambos lenguajes requiere de conocer todos los elementos contingentes y realizar una adaptación para comunicar los hallazgos y resultados.

La memoria de trabajo del estudiante con dificultades, como el dependiente de campo, tiene que procesar buena cantidad de información, si falta algún elemento clave o esencial, debe emplear más tiempo que el independiente de campo para conseguirlo, reestructurarlo. En general, esto es lo que se observa en alumnos que son más lentos en su aprendizaje.

El proceso es laborioso y complicado, con posibilidad de cometer múltiples errores en el trayecto. Por eso, debe tenerse en cuenta todos los pasos del proceso para diseñar intervenciones adecuadas en la enseñanza. Un resultado incorrecto tiene las consecuencias en el alumno de sentimientos de incapacidad, devaluación, desmotivación y acumulación de aprendizajes inadecuados. El resultado es el rechazo a la adquisición de nuevo conocimiento en matemáticas.

Es necesario tomar en cuenta que hay diferencias cognitivas entre los alumnos y esto debe reflejarse en el diseño del proceso enseñanza – aprendizaje. Es necesario hacer un tratamiento diferencial en los distintos medios de intervención educativa, como en la elaboración de textos, en las estrategias pedagógicas. Los dos estilos cognitivos, independientes y dependientes de campo, pueden llegar a conseguir el aprendizaje de los mismos contenidos, pero por procedimientos distintos. A los alumnos dependientes de campo será necesario proporcionarles una enseñanza más estructurada. Aunque la mayoría de los alumnos se encuentran en la parte intermedia de la distribución, aquellos alumnos con más tendencia a la dependencia de campo se verían beneficiados con textos más inductivos. Los alumnos independientes de campo pueden seguir el lenguaje lógico- simbólico de la mayoría de los textos con un procedimiento deductivo.

No es recomendable tener una forma única de realizar la enseñanza. Debe hacerse una enseñanza diferencial, Debe plantearse otra forma de manejar estos elementos, para construir una nueva pedagogía. Actualmente se puede observar el esfuerzo constante en los libros de texto por presentar los contenidos de manera más amigable.

De acuerdo a esto, se hacen las siguientes recomendaciones:

Para ayudar a la comprensión de los contenidos teóricos, se puede auxiliar con las estrategias de enseñanza ya empleadas en muchas áreas, como los organizadores anticipados, cuadros sinópticos, y concluyendo con mapas conceptuales. Los organizadores anticipados, que introducen y presentan elementos para relacionar la información previa con los nuevos temas por aprender. Los cuadros sinópticos presentan los contenidos mediante sus conceptos más importantes, organizados desde los supraordinados incluyendo todos los subordinados y los que se desprenden de estos. Los mapas conceptuales, que relacionan la información en redes de conceptos relacionados para integrar toda la información al final de un tema, capítulo o un texto.

Elaborar materiales didáctico resolviendo las preguntas más frecuentes presentadas por los estudiantes como: ¿de qué trata el modelo es el que estoy empleando?, ¿para que sirve?, ¿cómo es el proceso de desarrollo? ¿Cómo se aplica? Preguntas que guiaran el desarrollo del aprendizaje y aplicación de los modelos aprendidos.

Los textos tradicionales han empleado el proceso deductivo en la enseñanza de las matemáticas, actualmente ha habido esfuerzos de presentar los modelos matemáticos vinculados a problemas de las distintas disciplinas en la enseñanza de la estadística de forma más intuitiva. Para el caso del estudiante dependiente de campo sería más adecuado un proceso de enseñanza inductiva, partiendo de ejemplos para formar el concepto, la regla, el principio o abstracción. Este método de aprendizaje vincularía las representaciones de situaciones reales, representaciones icónicas con los contenidos formales matemáticos, que serían más apropiados para los alumnos con dificultades como los dependientes de campo, que procesan la información con elementos concretos, para la formulación abstracta. Brunner (1964) ya había propuesto una aproximación al aprendizaje de las matemáticas mediante tres tipos de representación: enactiva, icónica y simbólica. La representación enactiva se emplea el cuerpo y se razona en base a su posición, por ejemplo en un subibaja, colocándose en cerca o lejos del punto de apoyo, un niño puede observar la posibilidad de levantar más peso que él. Este método es adecuado en niños o personas sin escolaridad. La representación icónica podría solucionarlo con analizar el mismo fenómeno en dibujos o imágenes y hacer cálculos y

proporciones con respecto a peso y distancia. Ejemplos similares a estos, puede emplear un alumno dependiente de campo, procesar la información de un problema y al plantear alternativas de solución con imágenes, vea en la necesidad de emplear símbolos para abreviar los cálculos que es el inicio y necesidad de una abstracción. La representación simbólica es el siguiente tipo en la clasificación de Brunner, y es el medio en que se desenvuelve el lenguaje matemático formal. Aquí se intentaría vincular los aspectos conceptuales y de una situación real con el lenguaje simbólico.

Entrenar a los alumnos en estrategias para el manejo de las dificultades, como una habilidad del aprendizaje dentro del aula. Llevar una bitácora de las dificultades encontradas en su proceso de aprendizaje, con una rutina de análisis, esto le hace poner atención para determinar: 1) cual es el problema, b) donde lo encontró, c) analizar si está en posibilidades de resolverlo, d) que estrategia va a seguir para solucionarlo.

En cuanto al manejo del error, se sugiere elaborar ejercicios resueltos en donde el alumno pueda cotejar sus procedimientos y detectar los errores cometidos. También es recomendable hacer una bitácora en donde pueda registrar: a) en donde cometió el error, b) analizar porque cometió el error c) como resolverlo y d) la estrategia que seguirá para solucionarlo. ¿Cómo tratarlos? Auxiliando al darles pistas, estar atentos, cotejar, monitorear su aprendizaje y estructurar el material y la docencia, sobre todo detallar en los aspectos que se observan nudos de dificultades ya detectadas por el profesor.

Para finalizar, quedan pendientes varias preguntas, que van más allá de los objetivos de este estudio como son el análisis de las respuestas en las variables razonamiento abstracto, de los grupos estudiados, matutino, vespertino y del sistema abierto, y la variable género. A manera de resumen, se encontró que la variable razonamiento abstracto aporta resultados un poco más contrastantes y significativos que los de los estilos cognitivos. Al comparar los cuatro grupos cuartilares en esta variable, se encuentran más definidas las diferencias entre ellos. Los alumnos con alto razonamiento abstracto obtienen mayor cantidad de respuestas correctas y muy pocas incorrectas, por el contrario, los alumnos con bajo razonamiento abstracto dan más incorrectas y menos correctas. De acuerdo a esto se podría concluir que la variable estilos cognitivos debería ser sustituida por la variable razonamiento abstracto en este análisis, pero habría que tomar en cuenta que, la variable razonamiento abstracto es un factor que puede ser entrenado y modificado, mientras que los estilos cognitivos es un factor estable en las personas y que no se modifica tan dramáticamente. Es importante señalar que hay reactivos en que los estilos cognitivos discriminan mejor que razonamiento abstracto como puede observarse en las tablas del el anexo 5. Estos reactivos hacen referencia a aspectos importantes como argumentar

en la comparación en la diferencia de conceptos y de la asignación de probabilidades a dos eventos, obtener el cálculo de un subconjunto que había que deducir y no se había proporcionado, y los procedimientos de cálculo para inferir la media de la población, por último, obtener la densidad de área cuando el límite es la media. En todos estos reactivos hay elementos en que se omiten detalles de un contexto y que indican el efecto de la articulación de campo sobre la ejecución en los exámenes de probabilidades.

En cuanto al análisis del comportamiento de los grupos, matutino, vespertino y del sistema abierto se encontró que este último resultó el más independiente de los tres, posiblemente este factor los diferencia, porque para desempeñarse en un sistema autodidacta se requiere de habilidades autónomas e independientes, características de los estilos independientes de campo que aquí se estudiaron. Se desconoce las características de los alumnos del sistema abierto que no concluyeron el curso, se puede plantear la hipótesis de que sean alumnos con la característica de dependencia de campo. Por su parte el grupo vespertino se encontró que fue en promedio el que obtuvo mayor dependencia de campo. El análisis de las respuestas en cada grupo siguió la misma tendencia que se encontró en los estilos cognitivos, aquí investigados. Con respecto a la variable razonamiento abstracto, se observó que el grupo del sistema abierto obtuvo los puntajes más altos y los alumnos del turno vespertino los puntajes menores, tendencia similar a los estilos cognitivos.

En lo referente al rendimiento académico, el grupo que inició con el promedio más bajo fueron los alumnos del sistema abierto, pero al final obtuvieron el promedio más alto; el turno vespertino fue más variable, de acuerdo a sus promedios, inició bajo, mejoró en la segunda unidad, volvió a bajar en la tercera unidad y por último mejoró en la cuarta unidad. Los alumnos del turno matutino su desarrollo fue más homogéneo, también inició con un promedio bajo y mejoró sucesivamente en cada unidad sin ser los más bajos, ni los más altos de los tres grupos de estudio.

Por su parte, en la variable género, no se encontraron diferencias significativas. La proporción del género femenino con respecto al masculino, 80% y 20% respectivamente, es una característica de la población estudiantil en la carrera de psicología.

Puede haber la tentación de intentar formar la independencia de campo en los niños para tener una mayor facilidad y acceso al aprendizaje de las matemáticas, pero es errónea esta apreciación, porque no todos los alumnos serán matemáticos y hay muchos factores que intervienen en el desarrollo en la formación de la independencia de campo. Además, esta característica se genera y desarrolla en la sociedad de modo natural y se distribuyen sus

dimensiones de forma normal, y sus características son necesarias en toda la gama de posibilidades en el desarrollo y funcionamiento de la misma sociedad. Más bien es tarea de los educadores e investigadores en la educación, buscar los medios adecuados para hacer accesible los contenidos de aprendizaje a toda la diversidad de diferencias cognitivas, por lo menos para los dependientes de campo, pues los independientes no se ven afectados por esto.

Son necesarios los profesionales que se dediquen a la investigación de modelos, teorías, fenómenos en un lenguaje formal matemático, como los profesionales de las matemáticas, pero también es necesario presentar los contenidos temáticos de forma accesible a otras profesiones, a otros estilos cognitivos y estilos de aprendizaje, para aplicarlos en sus distintas disciplinas.

Se puede considerar a los estilos cognitivos como un factor de fuentes de error al tener dificultad para articular un contexto, desenmascarar o perder elementos ocultos importantes en el complejo del sistema, por no estar articulados, o por no existir. Por lo cual se debe poner atención para tomar esto en cuenta en el proceso enseñanza – aprendizaje.

Es difícil que el docente común esté en condiciones de evaluar a los alumnos en los estilos cognitivos aquí tratados o en otras dimensiones psicológicas relevantes al aprendizaje de las matemáticas, pero si es común enfrentarse constantemente con las dificultades en esta temática por parte de los alumnos, es probable que buena parte de estas dificultades, este detrás las características del estilo cognitivo dependencia de campo.

Para concluir, podemos observar que existen varios factores que inciden en el aprendizaje de las matemáticas, como: la naturaleza de los materiales de estudio, estrategias docentes, estrategias de aprendizaje, características individuales del alumno, como, coeficiente intelectual, habilidades de razonamiento abstracto y numérico, estilos de aprendizaje, factores que pueden ser entrenados y modificados, y por último, los estilos cognitivos, un factor que es estable y no modificable en el corto plazo en los alumnos y que se debe tomar en cuenta al diseñar estrategias de la docencia.

Las diferencias individuales en la forma de establecer la integración de los estímulos del medio ambiente, las formas diferenciadas de procesar la información, de emplear un enfoque articulado y reestructurante a una variedad de tareas y de solución de problemas, son elementos que deben tomarse en cuenta en el proceso enseñanza aprendizaje

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- Angyal, F. (1948). The diagnosis of neuritic traits by means of a new perceptual test. *J. Psychol.*, 25, págs. 105-35.
- Asch, S.; Witkin, H. (1948). Studies in space orientation: I. Perception of the upright with displaced visual fields. *J. Exp. Psychol.*, 38, págs. 325-37.
- Backoff, E. Lovitt, T. Lazarrazolo Romano, H. (1980) Adquisición, generalización y mantenimiento de problemas de suma, resta y multiplicación. *Revista Mexicana de Análisis de la Conducta*. Junio, No. 1, V. 6, pp 39-58.
- Batanero, C.; Godino, D.; Green, P.; Holmery Vallecino A. (1994). Errores y dificultades en la comprensión de los conceptos estadísticos elementales. *International Journal of mathematics Education in sciens and technology* 25 (4) 527-547.
- Bartlett, F. (1932) *Remembering*. Cambridge University Press: Cambridge. (Citado en Tyler 1975)
- Birnbaum, L. (1982). Interpreting statistical significance. *Teaching Statistical*, 4(1), 24-27. (Citado en Batanero 1994)
- Bloom, B. Enghlehart, M. Furst, E. Hill, W. y Krathwohl, D. (1956). *Taxonomy of educational objectives: The classification of educational goals*. Handbook 1, Cognitive domain. Longmans Green: Nueva York:.
- Botzum, W. (1951). A factorial study of the reasoning and closure factors. *Psychometrika*. 16, págs. 361-86. (Citado en Tyler 1975)
- Brandford J. (1979). *Human Cognition*. Belmont, C.A. : Uadsworth, pp 1-10
- Brewer, J. K. (1986). Behavioral statistics textbooks: source of myths and misconceptions?. In R. Davidson and J. Swift (Eds.): *Proceedings of the Second International Conference on Teaching Statistics* (Voorburg, The Netherlands: International Statistical Institute, 127-131. (Citado en Batanero 1994)
- Brown, A. (1980). *Metacognitive Development and Reading*. Spiro R.; Bruce, B.; Brewer W. (Eds) *Theoretical Issues in Reading Comprehension*. Hisdale, New Jersey; Lawrence Erlbaum
- Bruner, J.S., y Krech, D. (eds.) (1950): *Perception and Personality: A Symposium*, Duke University Press, Durham, Carolina del Norte. (Citado en Witkin 1981)
- Bruner, J.S. 1964 Some theorems on instruction illustrated with referente to mathematics, *The sixty third Yearbook of the National Society for the Study of Education* (Pt. 1), 1964, 63, 306-335. (b).
- Bruner, B. (1976): Reading mathematical exposition. *Educational Research*. Jun. Vol. 18, No III pp 208-213

- Bruner, J.; Goodnow, J.; & Austin, G. (1956) *A study of thinking*. New York: Wiley. (Citado en Witkin 1977)
- Buriel R. (1978). Relationship of three field-dependence measures to the reading and math achievement of Anglo-American and Mexican American children. *Journal of education psychology* Vol. 70, No 2, 167-174.
- Campbell, S. (1974) *Flaws and flacies in statiststical thinking*. (New Jersey: Prentice-Hall). (Citado en Batanero 1994)
- Campion, J. Brown, A. Craig, B. (1979) Training self-checking Routines for Estimating test readiness: Generalization – from list learning to prose recall. *Chile Development.*, V, 50 501-512.
- Chao E. (1969) “Estudio correlacional entre la prueba de ansiedad de Sarason y la prueba de figuras ocultas de Witkin en el programa de investigaciones sobre el desarrollo de la personalidad del escolar mexicano”. Tesis Lic. UNAM
- Chapman, L. y Chapman, J. (1967). Illusory correlation as an obstacle to the use of valid psychodiagnostic signs. *Journal of Abnormal Psychology*. 74 27 1-280 (Citado en Batanero 1994)
- Cegalis, J.A.; y Leen, D. (1977): Individual differences in responses to induced perceptual conflict”. *Perceptual and motor Skill*, 44:991-998 (Citado en Witkin 1981)
- Cronbach, L. Sow, R. (1977). *Cognitive Skills, Structures; and Styles. Aptitudes and Instructional Methods*. New York, Irvington
- Curcio, F. (1989). *Developing graph comprehension*. Reston, VA: N.C.T.M. (Citado en Batanero 1994)
- Davis, J. (1991). Educational implications of field dependence-independence. En S. Wapner y J. Demick (Eds.), *Field dependence- independence: Cognitive style across the life span*. Hillsdale, NJ: Erlbaum. (Citado en Good 1996)
- Davis,E. & Cooney, T. (1977). Identifying errors in solving certain linear equations. *Two-Year College Journal*, 7,170-178. (Citado en Movshovitz- Hadar 1987)
- Dickstein, L. (1968). Field independence in concept attainment. *Perceptual and Motor Skills*, , 27, 635-642. (Citado en Witkin 1977)
- Downie, M. (1973) *Métodos estadísticos aplicados*. México, Harla
- DuPreez, P. (1976): “ Field dependence and accuracy of comparacion of time intervals”, *Perceptual and motor Skill*, 24:467- 472 (Citado en Witkin 1981)
- Duvall, N. (1970) *Field articulation and the repression-sensitization dimension in perception and memory* (Doctoral dissertation. University of North Carolina at Chapel

Hill, 1969). *Dissertation Abstracts International*, , 30, 3864B. (University Microfilms No. 70-3228). (Citado en Witkin 1977)

Estepa Castro, A. (1990). Enseñanza de la estadística basada en el uso de los ordenadores: Un estudio exploratorio Memoria de tercer ciclo. (Universidad de Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática). (Citado en Batanero 1994)

Eysenck, H. (1947). *Dimensions of personality*. London: Routledge and Kegan Paul.

Fernandez D. (1967) "La prueba de figuras ocultas de Witkin en el estudio del desarrollo de la personalidad del escolar mexicano" Tesis Lic. UNAM

Ferrell, J. (1971) The differential performance of lower class, preschool, Negro children as a function of the sex of E, sex of S, reinforcement condition, and the level of field dependence (Doctoral dissertation, University of Southern Mississippi, 1971). *Dissertation Abstract International*, 32, 3028B-3029B. (University Microfilms No. 71-28,831). (Citado en Witkin 1977)

Fitz, R. (1971) The differential effects of praise and censure on serial learning as dependent on locus of control and field dependency (Doctoral dissertation Catholic University of America, 1970). *Dissertation Abstract International*, , 31, 4310B. (University Microfilms No. 71-1457). (Citado en Witkin 1977)

Flavell J. (1979) Metacognition and Cognitive Monitoring. *American Psychologist*. Oct. V. 34 No. 20, 906-911.

Floyd, L. Philip, G. (1980) *Psicología y vida*. México, Trillas

Frank, B. (1986). Cognitive styles and teacher education: Field dependence and areas of specialization among teacher education majors. *Journal of Educational Research*, 80, 19-22. (Citado en Good 1996)

Frank, M. (1984). A comparison between an individual and group structure contingency that differed in the behavioral contingency and performance –outcome components. Unpublished doctoral dissertation, University of Minnesota, Minneapolis. (Citado en Good 1996)

Frank, B. Y Noble, J. (1985). Field independence-dependence and cognitive restructuring. *Journal of Personality and Social Psychology*. 47, 1129-35. (Citado en Good 1996)

Frank, B. Keene, D. (1993). The effect of learners' field independence, cognitive strategy instruction, and inherent word-list organization on free-recall memory and strategy use. *Journal of Experimental Education*, 62, 14-25. (Citado en Good 1996)

García V. Díaz, D. (1980). D. Análisis descriptivo de la conducta de conteo en niños preescolares. *Revista Mexicana de Análisis de la conducta*. No. 1 V. 6 59-72.

García V. Euguía S. Gomez L. Gonzalez A. (1983). Análisis experimental de la generalización de respuestas en operaciones de división. *Revista Mexicana de Análisis de la conducta*. No. 1, V.9 11-27.

García V. Lugo G. Lovitt T. (1976). Análisis experimental de la generalización de respuestas en problemas de suma. *Revista Mexicana de Análisis de la Conducta*. Ene. No 1, V. 6 39-58.

García V. Rayek E. (1978). Análisis experimental de la conducta-aritmética: componentes de dos clases de respuestas en problemas aritméticos de suma. *Revista Mexicana de Análisis de la conducta*. Jun. No.1 V. 4 41-58.

Garfled, J. y Alhgren, A. (1988). Difficulties in learning basic concepts in probability and statistics: Implications for research. *Journal for Research in Mathematics Education*, 19(1), 44-63. (Citado en Batanero 1994).

Garlinger, D. Y Frank, B. (1986). Teacher-student cognitive style and academic achievement: A review and mini-meta-analysis. *Journal of Classroom Internation*, 21(2), 2-8. (Citado en Good 1996)

Gibson, J. (1941) A critical review of the concept of set in contemporary experimental psychology *Psychol, Bull.*, 38, Pag 781-817. (Citado en Tyler 1975)

Good T.; Brophy J. (1996). *Psicología educativa*. Ed Mc Graw Hill, Mex.

Goodenough, D. (1976). The role of individual differences in field dependence as a factor in learning and memory, *Psychological Bulletin*, 83:675-694. (Citado en Witkin 1981)

Gordon, R. y Gross, R. (1978). An exploration of the interconnecting perspective of teaching style and teacher education. *Curriculum Studies*, 10, 151-157. (Citado en Good 1996)

Gutierrez L. (1989). Correlación entre el entrenamiento espacial en el ballet, la habilidad viso espacial y la dependencia/independencia del campo. Tesis Lic. UNAM

Hart, K. (1981). *Children's arithmetic: The learning process*. New York: Van Nostrand. (Citado en Movshovitz- Hadar 1987)

Hofman H. (1996). Heuristic versus algorithmic orientation as a cognitive style: effects of the individual cognitive style in solving mathematical problems. *Zeitschrift fur Pädagogische Psychologie*,/ *German Journal of Educational Psychology* Vol 10(2) Jul 77-84

Jaensch, E. (1938). *Der Gegentypus*. Leipzig: Barth. (Citado en Tyler 1975)

Kahneman, D.; Slovic, P. y Tversky, A. (1982) *Judgment under uncertainty.: Heuristics and biases*. (new York: Cambridge University Press. (Citado en Batanero 1994).

- Kirschenbaum, J. (1969). Analytic-global cognitive style and concept attainment strategies (Doctoral dissertation, Claremont Graduate School, 1968). *Dissertation Abstract International*, 29, 4868B- 4869B. (University Microfilms No. 68-18,276). (Citado en Witkin 1977)
- Klein, G. (1951). "The personal world through perception". En R. R. BLAKE y G. V. RAMSEY (Eds.), *Perception: an approach to personality*. New York: Ronald, cap. 12. (Citado en Tyler 1975)
- Klein, G. y Schlesinger, H. (1949). "Where is the perceiver in the perceptual theory?". *J. Pers.*, 18, págs. 32-47. (Citado en Witkin 1981)
- Konstadt, N. & Forman, (1965). E. Field dependence and external directedness. *Journal of Personality and Social Psychology*, 1, 490-493. (Citado en Witkin 1977).
- Koran, M. Snow, R. & McDonald, F. (1971). Teacher aptitude and observational learning of a teaching skill. *Journal of Education Psychology*, 62, 219-228. (Citado en Witkin 1977)
- Kuntzman J. (1971). ¿ A donde va la matemática? Problemas de la enseñanza y la investigación futura. México, Paidós,
- Kurts, R.M. (1969) A conceptual investigation of Witkin's notion of perceptual style, *Mind.*, 78:522-533. (Citado en Witkin 1981)
- Lestch, M. (1985). Cognitive style as a factor in the mathematics achievement of mainland Puerto Rican Children. *Journal of Educational Psychology*. Vol 45(7-A) Jan, pp2042
- Lester, D. (1976) The relationship between some dimensions of personality *Psychology*, 13;58-60. (Citado en Witkin 1981)
- Li, K. y Shen, R. (1992) Students' weaknesses in statistical projects. *Teaching Statistics*, 14 (1). 2-8. (Citado en Batanero 1994)
- Lipschutz, S. (1971). *Probabilidad*. México, Serie Schaum, Mc Graw Hill.
- Lipschutz, S. (1972) *Matemáticas finitas*. México, Serie Schaum, Mc Graw Hill.
- Lowenfeld, V. (1945). Tests for visual and haptical aptitudes. *Amer. J. Psychol.*, 58, páginas 100-11. (Citado en Tyler 1975)
- Martinez R. (1969). "Una aproximación metodológica al estudio de la dimensión "Dependencia – Independencia del campo" de Witkin. Un estudio preliminar en escolares mexicanos. Tesis Lic. UNAM, Mex.
- Marx, R. y Winne, P. (1987). Students' perception of instruction, cognitive style, and achievement. *Perceptual and Motor Skills*, 65(1), 123-134. (Citado en Good 1996)

- Mverech, Z. (1983). A Deep structure model of students satatistical misconceptions. *Educational Studies in Mathematics*, 14, 415-429. (Citado en Batanero 1994)
- Meng,K. y Patty, D. (1991). Field-dependency and contextual organizars. *Jorunal of educationalResearch*, 84, 183-189. (Citado en Good 1996)
- McLeod D.; Adams M. (1979 a). The interaction of field independence with discovery leraning in mathematics. *Journal of experimental education*. Vol. 43 No 1 32-35.
- McLeod D.; Adams M. (1979 b). The interaction of field independence with small-goup instruction in mathematics. *Journal of experimental education*. Vol. 48 No 2 118-124.
- McLeod D.; Adams M. (1979 c). Individual differences in cognitive style and discovery approaches to learning methematics. *Journal of education research*. Vol. 48 No 1 317-320.
- McLeod D.; Adams M.; McCornack R.; Skvarcius R. (1979). Cognitive style and mathematics learning, the interaction of field independence and instructional treatment in numeration systems. *Journal of research in mathematics education*. Vol. 43 No 1 32-35.
- Messer, S. (1976). Reflection- impulsivity: a review. *Psichological Bulletin*, 83:1026-1052 (Citado en Witkin 1981)
- Moses, L. (1992). The reasoning of statistical inference. In Hoaglin, D.C: and Moore, D.S. (Ed.). *Perspectives on Contemporary Statistics*. (U.S.A.: Mathematical Association of America), 107-121. (Citado en Batanero 1994)
- Movshovitz- Hadar. N.; Zaslavsky O.; Inbar S. (1987). S. An empirical classification model for errors in high school Mathematics. *Journal for research in mathematics education*. Vol. 18 No 1 3-14.
- Mrosla H; Black W. L.; Hardy C. A. (1987). Cognitive learning style end achievement in mathematics. *Journal of Educational Psychology*. Vol 14(1) Mar, 26-28
- Paclisanu, M. I. (1970). International effects of field-dependence, stimulus deprivation and two types of reinforcement upon problem-solving in elementary school children (Doctoral dissertation, Temple University, 1970). *Dissertation Abstract International*, 31, 2290B-2291B. (University Microfilms No. 70-19, 763). (Citado en Witkin 1977)
- Peskun, P. H. (1987). Constructing symmetric test of hypotheses. *Teaching Statistics*, 9 (1), 19-23. (Citado en Batanero 1994)
- Pemberton, C. (1952a). The closure factors related to other cognitive processes. *Psychometrika*, 17, págs. 267-88. (Citado en Tyler 1975)
- Pemberton, C. (1952b). The closure factors related to temperament. *J. Pers.*, 21, págs. 159-175. (Citado en Tyler 1975)

- Piaget, J. e Inhelder, B. (1951). La g nese de l' d e de hazard chez l'enfant. (Paris:Presses Universitaires de France). (Citado en Batanero 1994)
- Pollatsek, A. Lima, S. y Well, A. (1981). Concept or computation: students' understanding of the mean. *Educational Studies un Mathematics*, 12,19 1-204. (Citado en Batanero 1994)
- Quickenton A.J. (1980). Cognitive style and mathematics problem solving: An exploration of the relationship of field-dependence-independence to secondary school students' mathematics problem solving. *Journal of Educational Psychology*. Vol 40 (7-A) Jan, 3905-3906.
- Quintero, A.H. (1983). Conceptual understanding in solving two-step word problems with a ratio. *Journal for Research in Mathematics Education*, 14, 102.112. (Citado en Movshovitz- Hadar 1987)
- Radatz, H. (1980). Error analysis in mathematical learning process: A survey. *For the Learning of mathematics*, 1(1), 16-20. (Citado en Movshovitz- Hadar 1987)
- Randolph, L. (1971). A study of the effects of praise, criticism and failure on the problem solving performance of field-dependent and field-independent individuals (Doctoral dissertation, New York University, 1971) *Dissertation Abstract International*, 32, 3014B-3015B.(University Microfilms No. 71-28,555). (Citado en Witkin 1977)
- Renzi, N. (1974). A study of some effects of field dependence-independence and feedback on performance achievement (Doctoral dissertation, Hofstra, University, 1974). *Dissertation Abstract International*, 35, 2059A. (University Microfilms No. 74-21, 861) (Citado en Witkin 1977)
- Rivadulla, A. (1991). Probabilidad e inferencia científica (Barcelona: Anthropos). (Citado en Batanero 1994).
- Roberge J. Flexer B. (1983). Cognitive style operativity in mathematics education. *Journal of research in mathematics education*. (nov) Vol. 4(5) 344-353.
- Roberge J.; Flexer B. (1981). Re-examination of the covariation of field independence intelligence and achievement. *British journal of educational psychology* Vol 51 235-236
- Rodin, P.; Broughton, A. y Vaught, G. (1974). Effects of birth order, sex, and family size on field dependence and locus control. *Perceptual and motor skill*, 39: 671-676 (Citado en Witkin 1981)
- Russell, S. y Mokros, J. (1991). What's typical?: Children's ideas about average. In: D. Vere-Jones (Ed.) *Proceedings of the third International Conference on Teaching Statistics* (Voorburg, The Netherlands: International Statistical Institute), 307-3 13. (Citado en Batanero 1994)
- Sheehan, M. R. (1938). Study of individual consistency in phenomenal constancy. *Arch Psychol*, 32, Num 222. (Citado en Tyler 1975)

- Sanchez, J. (1985). Importancia del estilo cognoscitivo en la enseñanza de la matemática y su interacción con el tipo de instrucción. Tesis Lic. México: UNAM.
- Schuyten, G: (1991). Statistical thinking in psychology and education. In: D. Vere-Jones (Ed.) Proceeding of the third International Conference on Teaching Statistics (Voorburg, The Netherlands: International Statistical Institute), 486-490. (Citado en Batanero 1994)
- Shapson, S. (1973). *Hypothesis testing and cognitive style in children*. Unpublished doctoral dissertation, York University, (Citado en Witkin 1977)
- Steinfeld, S. (1973). Level of differentiation and age as predictors of reinforcer effectiveness (Doctoral dissertation, Hofstra University, 1973) *Dissertation Abstract International*, 34, 2912B-2913B. (University Microfilms No 73-25,324) (Citado en Witkin 1977)
- Shoenfeld W. Cole B. Sussman D. (1976). Observations on early Mathematical behavior among children Counting. *Revista Mexicana de Análisis de la conducta*. Julio, V. 3 176-189.
- Skinner, B.F. (1984). The shame of American education. *American Psychologist*, 39, 947-954. (Citado en Movshovitz- Hadar 1987)
- Swan, G. (1974). Machiavellianism, impulsivity, field dependence-independence, and performance on the prisoners' dilemma game (Doctoral dissertation Wayne State University, 1973). *Dissertation Abstract International*, 34, 5695B. (University Microfilms No. 74-11, 167) (Citado en Witkin 1977)
- Thurstone L. (1949). Mechanical aptitude: II. Analysis of group tests. University of Chicago Psychometric Laboratory Report, núm. 55.
- Thurstone, L. (1938). Primary mental abilities. Psychometric. Monogr., núm. 1. Chicago: University of Chicago Press.
- Thurstone, L. (1944a). *A factorial study of perception*. Chicago: University of Chicago Press. (Citado en Tyler 1975)
- Thurstone, L. (1949). *Mechanical aptitude: II. Analysis of group tests*. University of Chicago Psychometric Laboratory Report, núm. 55. (Citado en Tyler 1975)
- Thornell J. (1977). Individual differences in cognitive style and the guidance variable in instruction. *Journal of experimental education*. Vol. 45 (2) 9-12.
- Tukey, J. (1977). *Exploratory data analysis*. (Reading, Mass.: Addison – Wesley). (Citado en Batanero 1994)
- Tyler, L. (1975). Psicología de las diferencias humanas. Ed. Marova, Madrid, 215-257.

- Vaidya, S. y Chansky, N. (1980). Cognitive development and cognitive style as factor in mathematics achievement. *Journal of Educational Psychology*. Vol 72(3) Jun, 326-330
- Vernon, M. D. (1957). Cognitive inference in perceptual activity” *Brit. J. Psychol.*, 48, págs 138. (Citado en Tyler 1975)
- Wachtel, R.N. (1972). Field dependence and psychological differentiation: reexamination. *Perceptual and motor Skills*, 35:179-189. (Citado en Witkin 1981)
- White, B. (1954). Visual and auditory closure. *J. exp. Psychol.*, 48, págs. 234-240. (Citado en Tyler 1975)
- Willoughby, S. (1975) Probabilidad y estadística. México, Publicaciones Cultural.
- Witkin, H. A. (1964). Origins of cognitive style. En C. SHEERER (E.), *Cognition: theory, research, promise*. New York: Harper & Row, págs. 172-205. (Citado en Witkin 1981)
- Witkin H. (1965). Psychological differentiation and forms pathology. *Journal of Abnormal Psychology*, 70:317-336
- Witkin H.; Dyk, R.; Fateron H.; Goodenough R.; y Karp, S. (1962). *Psychological differentiation*. New York: Wiley.
- Witkin H.; Goodenough R.; (1981). *Estilos cognitivos, Naturaleza y orígenes*. Ed.pirámide, Madrid, Esp.
- Witkin, H.; Moore, C.; Goodenough, D. y Cox, P. (1977). Field-dependent and field-independent cognitive styles and their educational implications”. *Review of educational research*, 47:1-64.
- Witkin, H.; Goodenough, D. y Karp, S. (1967). Stability of cognitive from childhood to young adulthood”, *Journal of personality and social psychology*, 7: 291-300. (Citado en Witkin 1981)
- Witkin, H.; Goodenough, D. y Oltman P. (1979). Psychological differentiation: current status. *Journal of personality and social psychology*, 37: 1127-1145. (Citado en Witkin 1981)
- Witkin H.; Lewis, H.; Hertzman, M.; Machover, K.; Meissner, P. y Wapner, S. (1954). *Personality through perception*. New York: Harper & Row.
- Witkin H.; Oltman P.; Raskin E. y Karp S. (1971). *Manual for the embedded figures test*. Consulting Psychologist Press, INC Palo Alto Cal.
- White. A. (1980). Avoiding errors in educational research. En E.J. Shumway (Eds.): *Research in Mathematics Education* (Reston, Va: N.C.T.M.), 49-65. (Citado en Batanero 1994)

Zerr, Micjele A. (1986). An analysis of cognitive style and locus of control of instructors and students in individualized English and mathematics courses in rural community college. *Journal of Educational Psychology*. Vol 47(5-A) Nov, 1586

ANEXO 1 MODELOS MATEMÁTICOS EN PSICOLOGÍA

MODELOS MATEMÁTICOS I (asignatura: Matemáticas I)

UNIDAD I. - Matemáticas, Ciencia y Psicología.

UNIDAD II.- Organización Descriptiva de la Información.

UNIDAD III.- Análisis Estadístico-Descriptivo.

UNIDAD IV.- Introducción a la Inferencia Estadística.

UNIDAD V. - Introducción a la Teoría de la Incertidumbre.

MODELOS MATEMÁTICOS II (asignatura: Matemáticas II)

UNIDAD I. Cálculo de probabilidades.

UNIDAD II Procesos estocásticos finitos.

UNIDAD III Distribución binomial.

UNIDAD IV Muestreo y Teorema del Límite Central.

MODELOS MATEMÁTICOS III (asignatura: Estadística Descriptiva)

UNIDAD I Prueba de hipótesis y proceso de decisión.

UNIDAD II Fundamentos del análisis de asociación, coeficiente correlación Pearson.

UNIDAD III Análisis de asociación no paramétrico.

UNIDAD IV Análisis de regresión simple.

UNIDAD V Contraste paramétrico para muestras correlacionadas, antes - después.

UNIDAD VI Contraste paramétrico para muestras independientes.

UNIDAD VII Pruebas de contraste no paramétrico.

MODELOS MATEMÁTICOS IV (asignatura: Estadística Inferencial)

UNIDAD I Análisis de varianza paramétrico simple.

UNIDAD II Análisis de varianza no paramétrico.

UNIDAD III Análisis de varianza factorial 2 x 2.

UNIDAD IV Análisis de regresión múltiple.

UNIDAD V Análisis de factores.

ANEXO 2

Temario desglosado de MODELOS MATEMÁTICOS II (asignatura: Matemáticas II)

UNIDAD I

- 1.- Cálculo de probabilidades.
- 1.1 Conceptos de probabilidad clásica, estadística y subjetiva.
- 1.2 Axiomas de probabilidad.
- 1.3 Probabilidad de eventos excluyentes.
- 1.4 Probabilidad de eventos independientes.
- 1.5 Probabilidad de eventos no necesariamente excluyentes.
- 1.6 Probabilidad condicional.
- 1.7 Teorema de Bayes.

UNIDAD II

- 2.- Procesos estocásticos finitos.
- 2.1 Definición de Procesos estocásticos finitos.
- 2.2 Distribución de probabilidades de una variable aleatoria.
- 2.3 Parámetros de una variable aleatoria.
- 2.4 Gráfica de una variable aleatoria.
- 2.5 Esperanza matemática de una variable aleatoria.
- 2.6 Tabla de probabilidades de dos variables conjuntas.

UNIDAD III

- 3.- Distribución binomial.
- 3.1 Características de la distribución binomial.
- 3.2 Distribución binomial de probabilidades.
- 3.3 Parámetros de variable discreta binomial.
- 3.4 Cálculo de probabilidades entre valores de una distribución binomial.
- 3.5 Cálculo de probabilidades de densidades de área para una distribución normal.
- 3.6 Aproximación de la distribución normal a la distribución binomial.

UNIDAD IV

- 4.- Muestreo y Teorema del Límite Central.
- 4.1 Población y muestra.
- 4.2 Muestreos probabilísticos y no probabilísticos.
- 4.3 Teorema del Límite Central.
- 4.4 Cálculo del error estándar.
- 4.5 Estimación puntual y por intervalo.
- 4.6 Cálculo de los intervalos de confianza para la estimación de la media poblacional.

CALCULO DE PROBABILIDADES

1. De la definición conceptual de probabilidad.

R = Es el grado de confianza o de incertidumbre de que ocurra un evento.

2. ¿Cuál es la diferencia entre probabilidad clásica y estadística?

R = La probabilidad clásica, relaciona la cantidad de posibilidades de un evento con el total de posibilidades, (a favor y en contra) mientras que la probabilidad estadística relaciona el número de veces que ha ocurrido un evento en el pasado con el total de observaciones.

3. ¿Cuál es la probabilidad de un evento imposible?

R = 0.0

Por que no existe posibilidad de que ocurra.

4. ¿Cuál es la probabilidad de que se cumpla la ley de la gravedad?

R = 1.0

Porque es un evento determinístico y es completamente seguro.

Problema 1.

En el Instituto de Ciencias se encuentran candidatos para ser astronautas. Las probabilidades para ciertas características son los siguientes:

Género	Condiciones Físicas	CI	Resistencia al estrés
H. = 0.8	alto rendimiento. = 0.05	Brillante = 0.6	alto = 0.4
M. = 0.2	normal = 0.85	S.T.M. = 0.3	normal = 0.3
	bajo rendimiento. = 0.10	T. M. = 0.1	bajo = 0.3

5. ¿Cuál es la probabilidad de encontrar un astronauta hombre, de alta condición física, CI brillante y alta resistencia al estrés?

Hombre	Alto rendimiento físico	Coeficiente intelectual brillante	Alta resistencia al estrés	
P(A) X	P(B) X	P(C) X	P(D)	
0.8 X	0.05 X	0.6 X	0.4	= 0.0096

La probabilidad para encontrar un candidato astronauta con esas características en ese medio es muy baja, ya que al ser eventos independientes, su operación matemática es la multiplicación y como resultado su probabilidad conjunta disminuye, es muy difícil reunir todas esas características simultáneamente.

6. Si se desconocen los datos reales. Bajo el principio de igualdad lógica de posibilidades, ¿Cuál es la probabilidad de encontrar un candidato con las mismas características?

Hombre	Alto rendimiento físico	Coeficiente intelectual brillante	Alta resistencia al estrés	
P(A) X	P(B) X	P(C) X	P(D)	
0.5 X	0.3333 X	0.3333 X	0.3333	= 0.01851

La probabilidad para encontrar un candidato astronauta con esas características en ese medio es muy baja, por la misma razón que el reactivo anterior, son eventos independientes y al realizar la multiplicación de sus probabilidades, esta se reduce. Es muy difícil reunir todas esas características simultáneamente, además las probabilidades de cada uno de los eventos son pequeñas, multiplicadas lo hacen menos probable, pero es más probable que el reactivo anterior.

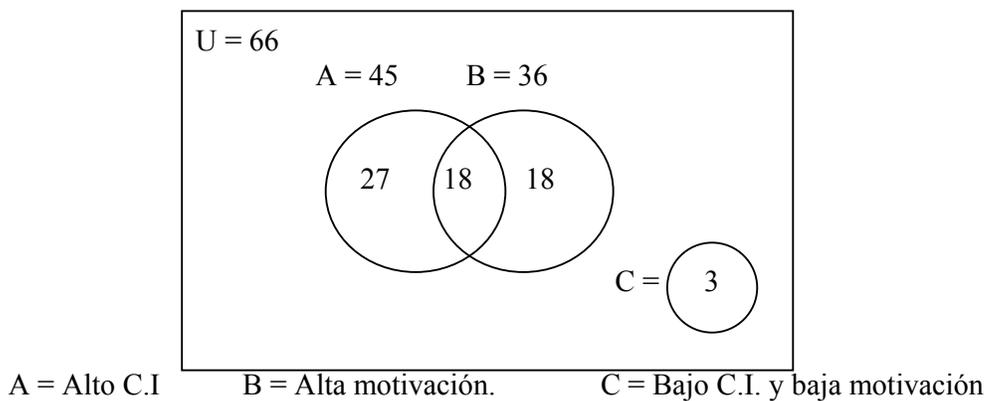
7. De acuerdo al resultado de la pregunta (6), la probabilidad del caso de la pregunta (5) está dentro de lo que se espera por azar?. Fundamente su respuesta.

R = No esta dentro de lo que se espera por azar. Si la probabilidad bajo el principio de "Igualdad lógica de posibilidades" $P = 0.01851$ es lo que se espera por azar, cualquier valor menor como el obtenido en el reactivo 5, $P = 0.0096$, rebasa el límite de lo esperado, por lo cual, es menos probable de ocurrir. Es poco probable encontrar un candidato astronauta con esas características.

Problema 2.

En un salón de clases se tienen 66 alumnos, de ellos hay 45 con alto Coeficiente Intelectual C.I., 36 con alta motivación para el estudio, y 18 alumnos con ambas características.

8. Elabore el diagrama de Venn Euler de los datos anteriores.



De acuerdo a estos datos responda a las siguientes preguntas:

Un psicólogo toma de la lista un alumno al azar.

9) ¿Cuál es la probabilidad de que ese alumno sea de alto Coeficiente Intelectual?.

$$R = P(\text{Alumno alto CI}) = P(A) = 45 / 66 = 0.6818$$

10) ¿Cuál es la probabilidad de que ese alumno sea de alto CI y alta motivación?

$$R = P(\text{Alto CI y alta motivación}) = P(A \cap B) = 18 / 66 = 0.2727$$

11) ¿Cuál es la probabilidad de que el alumno sea de baja motivación?

$$(A - B) = 45 - 18 = 27$$

$$R = P(\text{Baja motivación}) = P(B)^c = P(A - B) + P(C) = (27 / 66) + (3 / 66) = 30 / 66 = 0.4545$$

12) ¿Cuál es la probabilidad de que sea de baja motivación y bajo C.I.?

$$R = P(\text{Bajo C.I. y baja motivación}) = P(C) = 3 / 66 = 0.04545$$

Problema 3.

Tomando los datos del universo del problema 2, considerando que el género tiene la misma cantidad de hombres que mujeres, y dos terceras partes del universo son de clase media y un tercio de clase baja.

13) Elabore el diagrama de la partición cruzada para este problema centrándonos en el subconjunto de alumnos que tienen ambas características: alta motivación y alto C.I. .

		Hombres 33	Mujeres 33		
		16	(Alto CI y Alta motivación 18)	16	Clase media =44
22		6	6	22	
11		3	3	11	
		8		8	Clase baja = 22

Total = 66

14) Se selecciona un alumno al azar, quien resulta ser alto C.I. y alta motivación. ¿Cuál es la probabilidad de que sea mujer de clase media? Use la probabilidad condicional.

$$R = P(\text{Mujer de clase media una vez que resulta ser de alto C.I. y alta motivación}) = P(\text{Mj, Cl.Md /alto CI, alta Motivación})$$

$$\frac{6}{66} = \frac{1}{11}$$

$$\frac{6}{18} = 0.3333$$

15) Se selecciona un alumno al azar, quien resulta ser alto C.I. y alta motivación. ¿Cuál es la probabilidad de que sea hombre de clase media? Use el Teorema de Bayes.

$$P(A1/B) = \frac{P(A1) P(B/A1)}{P(A1) P(B/A1) + P(A2) P(B/A2) + P(A3) P(B/A3) + P(A4) P(B/A4)}$$

$$P(A|B) = \frac{(22/66)(6/22)}{(22/66)(6/22) + (22/66)(6/22) + (11/66)(3/11) + (11/66)(3/11)}$$

$$P(A|B) = \frac{6/66}{(6/66) + (6/66) + (3/66) + (3/66)} = \frac{6}{18} = 0.3333$$

$$R = 0.3333$$

Problema 4. Del problema 2, si los alumnos que tienen las dos características (de forma simultanea), alta motivación y alto C.I. fueron inscritos en otro grupo (de excelencia). Del universo restante, ¿Cuál es la probabilidad de encontrar un alumno con alto C.I. o alta motivación?

$$P(A \cup B) \text{ Una vez que, } U - (A \cap B).$$

$$U - (A \cap B) = 66 - 18 = 48; \quad A=27; \quad B=18; \quad C = 3$$

de 48 casos se constituye el nuevo universo

$$U = 48$$

A = 27	B = 18	C = 3
--------	--------	-------

$$\text{Como:} \quad P(A \cap B) = \emptyset.$$

$$R = P(A \cup B) = (27/48) + (18/48) = 45/48 = 0.9375$$

Empleando la probabilidad condicional:

$$U - (A \cap B) = 66 - 18 = 48$$

$$(A \cup B) = 27 + 18 = 45$$

$$R = P(A \cup B) = (45 / 66) / (48 / 66) = 45 / 48 = 0.9375$$

EXAMEN UNIDAD II
 PROCESOS ESTOCASTICOS FINITOS

1. Defina Proceso Estocástico.

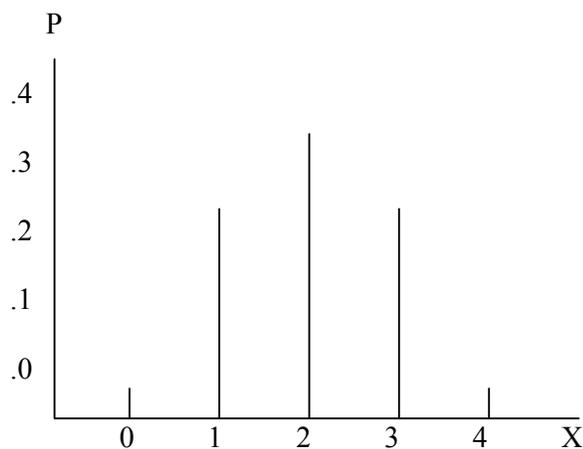
R = Son secuencias de experimentos finitos, en los cuales cada experimento tiene un número de resultados finitos y probabilidades asociadas para cada experimento.

PROBLEMA. En una escuela existe la misma cantidad de hombres y mujeres, de un total de 200 alumnos. Si se toman al azar 4 alumnos. Obtenga la distribución de probabilidades (X), para cuatro, tres, dos, una y cero alumnas.

$P(M) = (0.5)$ $P(H) = (0.5)$	X	P
$P(4) = (0.5)^4 (0.5)^0 (1) = 0.0625$	4	0.0625
$P(3) = (0.5)^3 (0.5)^1 (4) = 0.25$	3	0.25
$P(2) = (0.5)^2 (0.5)^2 (6) = 0.375$	2	0.375
$P(1) = (0.5)^1 (0.5)^3 (4) = 0.25$	1	0.25
$P(0) = (0.5)^0 (0.5)^4 (1) = 0.0625$	0	0.0625

$\Sigma = 1.00$

3. Realice la gráfica de la distribución de probabilidades.



4.- Interprete la gráfica de la distribución.

R = Tiene una distribución simétrica y la gráfica es de barras por tener valores discretos

5. Obtenga los parámetros de la distribución de la variable X.

Parámetros:

Media:

$$\mu = \sum (X_n) (P_n) = (0) (0.0625) + (1) (0.25) + (2) (0.375) + (3) (0.25) + (4) (0.0625)$$

$$\mu = 0 + 0.25 + 0.75 + 0.75 + 0.25$$

$$\mu = 2$$

Varianza:

$$\sigma^2 = (\sum (X_n)^2 (P_n)) - \mu^2$$

$$\sigma^2 = ((0)^2 (0.0625) + (1)^2 (0.25) + (2)^2 (0.375) + (3)^2 (0.25) + (4)^2 (0.0625)) - (2)^2$$

$$\sigma^2 = (0 + 0.25 + 1.5 + 0.25 + 1) - 4 = 5 - 4 = 1$$

Desviación estándar:

$$\sigma = \sqrt{1} = 1$$

6. ¿Cuál es el promedio de encontrar una mujer de cuatro alumnos?

R = El promedio de encontrar una mujer en cuatro alumnos es = 2.

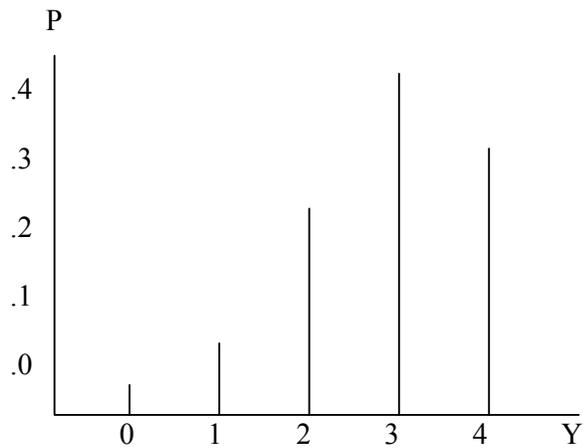
PROB LEMA. Si de la misma población 150 alumnos son regulares y 50 son irregulares:

7. Obtenga la distribución de probabilidades (Y), para cuatro, tres, dos, una y cero alumnos regulares.

$P(R) = (0.75)$ $P(l) = 0.25$	Y	P
$P(4) = (0.75)^4 (0.25)^0 (1) = 0.3164$	4	0.3164
$P(3) = (0.75)^3 (0.25)^1 (4) = 0.4218$	3	0.4218
$P(2) = (0.75)^2 (0.25)^2 (6) = 0.2109$	2	0.2109
$P(1) = (0.75)^1 (0.25)^3 (4) = 0.0468$	1	0.0468
$P(0) = (0.75)^0 (0.25)^4 (1) = 0.0039$	0	0.0039

Σ 1.0000

8. Realice la gráfica de la distribución de probabilidades.



9. Interprete la gráfica de la distribución.

R = Es asimétrica negativa, y es de barras por tener valores discretos.

10. Obtenga los parámetros de la distribución de la variable Y.

Media:

$$\mu = \sum (X_n) (P_n) = (0) (0.0039) + (1) (0.0468) + (2) (0.2109) + (3) (0.4218) + (4) (0.3164)$$

$$\mu = 0 + 0.468 + 0.4218 + 1.2654 + 1.2656$$

$$\mu = 2.9996$$

Varianza:

$$\sigma^2 = (\sum (X_n)^2 (P_n)) - \mu^2$$

$$\sigma^2 = ((0)^2 (0.0039) + (1)^2 (0.0468) + (2)^2 (0.2109) + (3)^2 (0.4218) + (4)^2 (0.3164) - (2.9996)^2)$$

$$\sigma^2 = (0 + 0.468 + 0.8416 + 3.7962 + 5.0624) - 8.9976$$

$$\sigma^2 = 9.749 - 8.9976$$

$$\sigma^2 = 0.7514$$

Desviación estándar:

$$\sigma = \sqrt{0.7514} = 0.8668$$

11. ¿Cuál es el promedio, de encontrar un alumno regular de cuatro seleccionados al azar?

R = Promedio de encontrar un alumno regular en cuatro niños por azar es 2. 9996

12. Realice la distribución conjunta de probabilidades Sexo (X) y alumno regular (Y).

		Y					
		0	1	2	3	4	
X	0	0.00024	0.00292	0.01318	0.02636	0.01977	0.0625
	1	0.00097	0.01170	0.05272	0.10545	0.07910	0.25
	2	0.00146	0.01755	0.07908	0.15817	0.11865	0.375
	3	0.00097	0.01170	0.05272	0.10545	0.07910	0.25
	4	0.00024	0.00292	0.01318	0.02636	0.01977	0.0625
		0.0039	0.0468	0.2109	0.4218	0.3164	

13. ¿Cuál es la probabilidad de encontrar tres hombres y una mujer, y los cuatro que sean regulares?

R = La probabilidad de encontrar 3 hombres y una mujer, siendo los cuatro regulares es 0.0791.

EXAMEN UNIDAD III
DISTRIBUCIÓN BINOMINAL

1. De 5 características de la distribución normal.

R: Es simétrica, asintótica, distribución con curva de campana para variables continuas, teórica, área bajo la curva = 1.

2. De 5 características de la distribución binomial.

R = Son procesos estocásticos finitos (“n” experimentos se repiten en las mismas condiciones), P Y Q son excluyentes y exhaustivos, $(P) + (Q) = 1$, los valores de P y Q son los mismos en todos los experimentos.

3. Señale los requisitos para emplear la normal como aproximación a la binomial.

R = (P) y (Q) deben ser similares o no muy diferentes, y (P) (N) o (Q) (N) deben ser iguales o mayores a 5.

Problema. Un examen de conocimientos consta de 40 reactivos de Falso y Verdadero. Si un alumno que no ha estudiado responde el examen por azar.

4. Obtenga los parámetros de la distribución binomial.

R = N = 40;

$\mu = (N)(P) = (40)(0.5) = 20$;

$\sigma = \sqrt{(N)(P)(Q)} = \sqrt{(40)(0.5)(0.5)} = \sqrt{10} = 3.16$

5 ¿Cuál es la probabilidad de que el alumno acierte por azar entre 15 y 25 reactivos? Obtener la densidad de probabilidad entre 15 y 25 reactivos acertados y expréselo en porcentaje:

$$Z = X - \mu / \sigma$$

$$Z_{15} = 14.5 - 20 / 3.16 = -5.5 / 3.16 = -1.74; \text{área desde la media} = 0.4591$$

$$Z_{25} = 25.5 - 20 / 3.16 = 5.5 / 3.16 = 1.74; \text{área desde la media} = 0.4591$$

$$R = 0.4591 + 0.4591 = 0.9182 \text{ densidad};$$

$$R = 91.82 \% \text{ de casos.}$$

6. ¿Cuál es la probabilidad de que el alumno acierte por azar entre 10 y 18 reactivos? Obtener la densidad de probabilidad entre 10 y 18 reactivos acertados y expréselo en porcentaje:

$$Z_{10} = 9.5 - 20 / 3.16 = - 10.5 / 3.16 = - 3.32; \text{ área desde la media} = 0.4995$$

$$Z_{18} = 18.5 - 20 / 3.16 = 1.5 / 3.16 = - 0.47; \text{ área desde la media} = 0.1808$$

$$R = 0.4995 - 0.1808 = 0.3187$$

$$R = 31.87 \% \text{ de casos.}$$

7. ¿Cuál es la probabilidad de que el alumno acierte por azar entre 20 y 30 reactivos? Obtener la densidad de probabilidad entre 20 y 30 reactivos acertados y expréselo en porcentaje:

$$Z_{20} = 19.5 - 20 / 3.16 = -.5 / 3.16 = -0.15; \text{ área desde la media} = 0.0596$$

$$Z_{30} = 30.5 - 20 / 3.16 = 10.5 / 3.16 = 3.32; \text{ área desde la media} = 0.4995$$

$$R = 0.0596 + 0.4995 = 0.5591$$

$$R = 55.91 \% \text{ de casos.}$$

8. ¿Cuál es la probabilidad de que el alumno acierte por azar más de 35? Obtener la densidad de probabilidad para más de 35 y expréselo en porcentaje:

$$Z_{35} = 34.5 - 20 / 3.16 = 14.5 / 3.16 = 4.58; \text{ área desde la media} = 0.4999$$

$$\text{área menor} = 0.00001$$

$$R = 0.00001$$

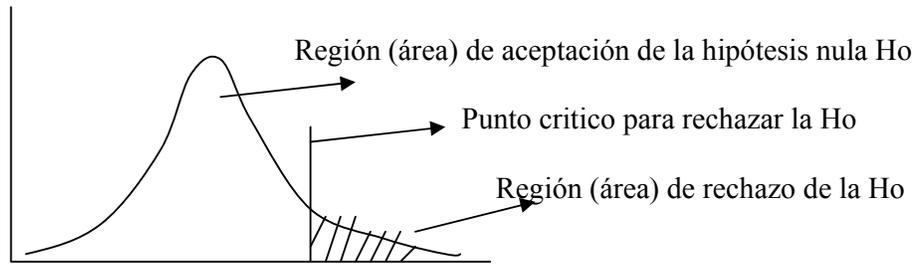
$$R = 0.001 \% \text{ de casos.}$$

9. Para este último caso, cuál es la probabilidad de que los obtenga por azar, y cuál es la probabilidad porque tiene los conocimientos?

R = La probabilidad de que acierte por azar es de $p = 0.00001$, o sea 1 en 100,000 casos, y la probabilidad de que sea porque tiene los conocimientos, es de $p = 0.9999$, o sea 99.999 %

Si alguien contesta 35 reactivos o más en un examen de 40 preguntas, la probabilidad de que conteste por azar (sin haber estudiado) va más allá de un nivel de probabilidad de 0.0001, lo que es poco probable; la confianza de que lo haya hecho por que estudió es de 0.9999.

10. Identifique los nombres del punto y de las áreas señaladas por las flechas, en relación al rechazo de la hipótesis nula (H_0).



EXAMEN UNIDAD IV

MUESTREO Y TEOREMA DEL LIMITE CENTRAL

1. ¿Cuál es la diferencia entre muestra y población?

R = Muestra es un subconjunto de mediciones de una variable correspondiente a un grupo de sujetos que pertenecen a un población.

Población = Conjunto de mediciones de una variable de un grupo de sujetos del cual pueden extraerse varias muestras. La diferencia está en que la población contiene a la muestra.

2. Una población está dividida en tres subgrupos A, B, C. Si se realiza un sorteo entre los tres, y del grupo premiado se extraen al azar los sujetos que se requieran para la muestra; la muestra obtenida en estas condiciones es:

R = Conglomerados.

3. Una población está dividida en tres subgrupos A, B, C. Si se obtiene la proporción de cada subgrupo y se toma una muestra de los tres en forma no aleatoria. Dicha muestra será del tipo:

R = Por cuotas.

4. En un hospital hay 50 psicóticos, 30 con daño cerebral, y 20 neuróticos. El Director envió 10 pacientes neuróticos a un psicólogo para su estudio, dichos pacientes constituyen una muestra del tipo:

R = Intencional.

5. Si en el mismo hospital se seleccionan 5 psicóticos, 3 con daño cerebral y dos neuróticos, mediante una tabla de números aleatorios, ¿qué tipo de muestra es?

R = Estratificado.

6. ¿Cuál es la diferencia de los muestreos probabilísticos de los no probabilísticos?

R = En los probabilísticos se emplea el procedimiento de aleatorización para que no haya sesgo en la selección y tengan todos los elementos la misma oportunidad de ser

seleccionados. Los no probabilísticos no emplean el proceso de aleatorización, por no tener las condiciones, aunque se busca que se asemejen a los muestreos probabilísticos.

7. ¿Qué nos indica el teorema del límite central?

R = Sus conceptos se derivan de la distribución muestral. Si de una población no necesariamente normal se obtienen varias muestras, entonces:

- a) La distribución muestral de medias tiende a la curva normal.
- b) La media de promedios muestrales es igual a la media poblacional.
- c) La desviación estándar de la distribución muestral de la media es igual a la desviación estándar de población dividida entre la raíz cuadrada de N.

$$S_x = \frac{S}{\sqrt{N}}$$

8. ¿Cuál es la diferencia entre estimación puntual y de intervalo?

R = La estimación puntual, es un solo valor, en este caso la media población que se estima se hace a partir de la media de la muestra; aunque es un valor exacto, se desconoce el tamaño del error que se comete al estimar.

La estimación por intervalo, aunque es imprecisa, da dos valores entre los cuales se puede encontrar la media de la población, y nos indica el grado de confianza de que la media poblacional que se encuentra entre esos valores, por lo tanto, se conoce el tamaño del error al estimar.

Problema:

La prueba de Anstey (Dominós) se aplicó a una muestra aleatoria de alumnos de primer semestre de Psicología, obteniendo los siguientes parámetros:

Se obtuvo de una muestra de $n=60$ $\bar{X} = 36$ $s = 5$

9. De acuerdo a esos datos ¿Cuál sería el valor de la Media poblacional para esos alumnos por estimación puntual?

R: $\mu = \bar{X} = 36$

10.- Calcule el error estándar.

$$N = 60; \bar{X} = 36, s = 5$$

$$S_x = \frac{S}{\sqrt{N-1}} = \frac{5}{\sqrt{60-1}} = \frac{5}{\sqrt{59}} = \frac{5}{7.68} = 0.6509$$

11. ¿Entre qué puntajes de la prueba de Anstey, se encontrará la media poblacional en la estimación por intervalo, con una confianza de 60%?

a) 60% $36 + 0.6509 (0.85) = 36.546$
 $36 - 0.6509 (0.85) = 35.454$

La media poblacional tiene una probabilidad de 60%, de encontrarse entre los puntajes 35.454 y 36.546 en la prueba de Anstey.

12. ¿Entre qué puntajes de la prueba de Anstey, se encontrará la media poblacional en la estimación por intervalo, con una confianza de 80%?

b) 80% $36 + 0.6509 (1.29) = 36.833$
 $36 - 0.6509 (1.29) = 35.167$

La media poblacional tiene una probabilidad de 80%, de encontrarse entre los puntajes 35.167 y 36.833 en la prueba de Anstey.

13. ¿Entre qué puntajes de la prueba de Anstey, se encontrará la media poblacional en la estimación por intervalo, con una confianza del 90%?

c) 90% $36 + 0.6509 (1.65) = 37.067$
 $36 - 0.6509 (1.65) = 34.933$

La media poblacional tiene una probabilidad de 90%, de encontrarse entre los puntajes 34.933 y 37.067 en la prueba de Anstey.

14. ¿Entre qué puntajes de la prueba de Anstey, se encontrará la media poblacional en la estimación por intervalo, con una confianza de 95%?

d) 95% $36 + 0.6509 (1.96) = 37.525$
 $36 - 0.6509 (1.96) = 34.725$

La media poblacional tiene una probabilidad de 95%, de encontrarse entre los puntajes 34.725 y 37.525 en la prueba de Anstey.

ANEXO 4 INVENTARIO DE ERRORES EN EXÁMENES DE PROBABILIDADES

CATEGORIZACIÓN DE REACTIVOS EN PROBABILIDADES

Las categorías de reactivos encontradas en los exámenes de Probabilidades son: a) Definición conceptual, b) Requisitos para emplear un procedimiento, c) Listado de característica, d) Interpretación, e) Construcción, f) Explicación, y Razonamiento argumentado y g) Procedimientos de cálculo.

TAXONOMÍA DE BLOOM.

El banco de reactivos de la taxonomía de Bloom (1956), que contiene la siguiente clasificación: a) Conocimiento b) Comprensión , c) Aplicación d) Análisis e) Síntesis, f) Evaluación.

El inventario de errores se elaboró de acuerdo a dos clasificaciones, la taxonomía de Bloom y la categorización de reactivos en Probabilidades. Una muestra de los tipos de error, encontrados en los exámenes, para cada categoría de reactivos, pueden observarse en los tablas del 1 al 4. Los valores asignados a los tipos de error, representan la gravedad del error, las letras para cada tipo de error, también indican la gravedad del error en su sentido ascendente progresivo, en algunos casos son equivalentes en gravedad, cuando son características faltantes.

Tabla 1

Reactivo de tipo: Definición Conceptual (Bloom, a) Conocimiento)	Reactivo de tipo: Listar características (Bloom, a) Conocimiento)
Definición conceptual de probabilidad:	Características de distribución binomial.
1) Describió la definición procedimental de probabilidad.	1) Estar incompleta, faltan alguna de las siguientes características:
2) Faltan conceptos clave en la definición.	a) Proceso estocástico finito.
a) Grado de confianza.	b) Dos resultados P y Q.
b) De un suceso o evento.	c) P y Q son excluyentes y exhaustivos.
c) Aleatorio.	d) $P + Q = 1$.
3) Definición incompleta (mitad de la definición).	e) Los valores de P y Q son siempre los mismos.
4) Sólo mencionó alguno concepto de la definición.	2) Confunde características con la distribución normal.
a) Grado de confianza.	a) Simétrica.
b) De un suceso o evento.	b) Asintótica.
c) Aleatorio.	c) Curva de campana.
d) Hay incertidumbre.	d) Distribución teórica.
5) Emplea términos ajenos.	e) Valores cercanos a la media, más frecuentes
6) Mal redactada	3) Dar características erróneas u otros conceptos.
7) Otra definición	a) Distribución típica.
a) Definió posibilidad.	b) P y Q son escursivos.
b) Definió probabilidad condicional	c) P y Q ambos son éxito.
c) Da lo definido en la definición "Grado de probabilidad"	d) Los resultados son siempre los mismos.
d) Otra definición.	e) Escolásticos.
8) Incoherente, confusa	4) Características ajenas.
9) No lo hizo.	5) Explicaciones que no vienen al caso.
	6) Confuso.
	7) No lo hizo.

Tabla 2

Reactivo de tipo: Identificación de un valor (Bloom, d) Interpretación)	Reactivo de tipo: Explicación comparativa (Bloom, d) Análisis)
<p>¿Cuál es la Probabilidad bajo el efecto de una ley?: R: $p = 1.0$</p> <p>1) Dar el valor correcto, pero sin explicación:</p> <p>2) Dar una explicación sin el valor de probabilidad.</p> <p>3) Valor acarreado, (si depende de otro reactivo).</p> <p>4) Dar un valor cercano.</p> <p>5) Hacer cálculos innecesarios, emplea otra fórmula.</p> <p>6) Dar elementos ajenos: a) Valor ajeno en decimales. b) $(P > 1)$. c) Explicación que no viene al caso.</p> <p>7) Explicación confusa.</p> <p>8) No lo hizo.</p>	<p>Diferencia entre probabilidad clásica y estadística:</p> <p>1) No diferencia, sólo las enuncia.</p> <p>2) Faltan elementos, conceptos o características: a) Cálculo de posibilidades b) Cálculo de frecuencias c) Total de posibilidades d) Total de observaciones e) Relaciones entre...</p> <p>3) Invierte características</p> <p>4) Mezcla o intercambia, conceptos a) Posibilidad por frecuencia en Prob. Esta. b) Frecuencia por posibilidad en Prob. Clásica.</p> <p>5) Aplica las mismas características a las dos definiciones.</p> <p>6) Expresión Incompleta a) En la definición de Probabilidad clásica b) En la definición de Probabilidad. Estadística c) Faltó la Probabilidad Clásica d) Faltó Probabilidad Estadística.</p> <p>7) Sólo menciona algunas características: a) Clásica o a priori y Estadística o posteriori b) Relaciona posibilidades o frecuencias. c) Clásico (no ha sucedido), estadístico (ya sucedió) d) Clásico (teórica), estadístico (real)</p> <p>8) Introduce características ajenas. a) Cambia concepto posibilidad por probabilidad. b) Definido en la definición</p> <p>9) Otras definiciones en la: a) P. Clásica. b) P. Estadística.</p> <p>10) Explicación que no viene al caso</p> <p>11) Confusa a) P. Clásica. b) P. Estadística.</p> <p>12) No lo hizo.</p>

Tabla 3

Reactivo de tipo: Interpretación de una gráfica (Bloom, b) : Interpretación)	Reactivo de tipo: Construcción de una diagrama y razonar para encontrar los valores faltantes en el problema (Bloom, c) Aplicación)
<p>11.- Interpretación de la gráfica.</p> <p>R= Asimétrica negativa.</p> <p>1) Bien, pero error acarreado de otro problema.</p> <p>2) Falta concepto clave: a) Asimétrica sin decir la dirección, “negativa”. b) “Distribución Asimétrica” c) Sólo describe las frecuencias.</p> <p>3) Mal interpretada. a) Simétrica b) Leptocúrtica c) Platocúrtica. d) Otro concepto e) Asimétrica positivo f) Contradictoria (homogénea y asimétrica negativa)</p> <p>4) Explicación que no viene al caso.</p> <p>5) Confuso.</p> <p>6) No lo hizo.</p>	<p>8.- Diagrama de Venn Euler.</p> <p>1) Decimales (vacío)</p> <p>2) No hay valores acarreados, (vacío).</p> <p>3) Calculó mal los conjuntos: a) $(A \cap B)$ b) “A” = $(A-B)$ c) “B” = $(B-A)$ d) “C”.</p> <p>4) Error en el diagrama, equivocó los datos con sus conjuntos correspondientes. a) (A) en lugar de (B) b) (B) en lugar de (A)</p> <p>5) Incompleto, no obtuvo los conjuntos: a) $(A \cap B)$ b) “A” = $(A-B)$ (sin la intersección) c) “B” = $(B-A)$ (sin la intersección) d) Conjunto (A) e) Conjunto (B) f) Falto el conjunto “C”.</p> <p>6) Emplea valores ajenos en los conjuntos. a) Añade valores de conjuntos a los establecidos en los datos del problema. b) Emplea otros valores, no planteados en el problema.</p> <p>7) Otra representación: Faltan elementos gráficos en el diagrama. a) Las líneas del Marco b) Círculos de los conjuntos c) Faltan letras o nombres a los conjuntos d) Incoherente, hizo partición cruzada</p> <p>8) Confuso.</p> <p>9) No lo hizo</p>

Tabla 4

Reactivo de tipo: Razonamiento argumentativo (Blom f) Evaluación)	Reactivo de tipo: procedimiento de Cálculo Blom, c) Aplicación; d) Análisis; e) síntesis)
<p>7.- Está dentro de lo esperado por azar el resultado del reactivo 6 (probabilidad estadística) en relación al reactivo 5 (bajo el principio de igualdad lógica de probabilidades):</p> <p>1) El punto decimal en la cifra: a) Olvidó el punto decimal en el resultado final, ($P > 1$). b) Colocado en diferente lugar. c) Faltan dígitos. d) Redondeó.</p> <p>2) Buen razonamiento, a pesar del error en la: a) Pregunta 5 b) Pregunta 6</p> <p>3) Invierte el resultado y el razonamiento.</p> <p>4) Mezcla los argumentos.</p> <p>5) Aplica las mismas probabilidades a los problemas de reactivos 5y 6.</p> <p>6) Expresión Incompleta: a) No argumenta, sólo indica los valores. b) No compara, ni explica, sólo los enuncia. c) Falta reactivo 5. d) Falta reactivo 6. e) Sólo dice "No". f) Sólo dice "Si".</p> <p>7) Mal argumentado, sin base. a) Porque no rebasa ($P > 1$). b) Se da por azar. c) Los datos están disparados, son diferentes. d) Porque ya ocurrieron y el otro no.</p> <p>8) Agrega elementos ajenos.</p> <p>9) Emplea otros datos: a) Decimales diferentes. b) Usa % ajenos c) Valores enteros ($p > 1$).</p> <p>10) Explicaciones que no vienen al caso.</p> <p>11) Explicación ilógica:</p> <p>12) No lo hizo.</p>	<p>6.- Probabilidad del reactivo 5, bajo el principio de igualdad lógica de probabilidades: R: $P = (.5) (0.333) (.333) (.333) = 0.0851$</p> <p>1) Interpretación. a) Sin interpretación. b) Interpretación errónea</p> <p>2) El punto decimal: a) Lo olvidó $P > 1$. b) Colocado en diferente lugar. c) Faltan dígitos.</p> <p>3) Error acarreado de otro reactivo. 4) Identificación de datos en tablas.</p> <p>5) Bien planteado con error de: a) Procedimientos b) Cálculos.</p> <p>6) Error al asignar el conjunto de datos en la fórmula.</p> <p>7) Bien planteado, pero el procedimiento esta incompleto faltan: a) Datos b) Cálculos</p> <p>8) Erró en la fórmula: a) Invirtió numerador y denominador ($P > 1$). b) Sumó en vez de multiplicar ($P > 1$).</p> <p>9) Bien planteado, sin cálculos. 10) Resultado bien, sin cálculos.</p> <p>11) Bien planteado pero con otros datos: a) Decimales b) Enteros ($P > 1$). c) Los mismos del problema 5.</p> <p>12) Otras operaciones. a) Agrega otros valores. b) Hace cálculos innecesarios. c) Otra fórmula. d) Otra explicación.</p> <p>13) Resultado mal: a) Sin cálculos (en decimales). b) Sin cálculos (en enteros, ($P > 1$)). c) Mal planteado. d) Todos tienen la misma probabilidad.</p> <p>14) Confuso. 15) No lo hizo.</p>

Anexo 5

Tabla del ANCOVA de la prueba de Witkin EFT y su covariación con la prueba de Razonamiento Abstracto sobre el promedio final.

Tabla 1

Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.	Partial Eta Squared
Corrected Model	26323.862(b)	4	6580.966	22.407	.0001	.420
Intercept	2172.743	1	2172.743	7.398	.007	.056
dat	5627.874	1	5627.874	19.162	.0001	.134
ind	10760.191	3	3586.730	12.212	.0001	.228
Error	36419.086	124	293.702			
Total	457247.718	129				
Corrected Total	62742.949	128				

Tabla comparativa de los valores de χ^2 en que los Estilos Cognitivos discriminaron más entre los grupos cuartilares que entre los grupos de la variable Razonamiento abstracto.

Tabla 2

Tipo de reactivo	Reactivos	Estilos Cognitivos	Razonamiento abstracto
Comparación entre conceptos, Tabla 21	U4p1 Diferencia entre muestra y población	$\chi^2 = 10.2 \alpha = 0.016$	$\chi^2 = 6.6 \alpha = 0.086$
Razonar para comparar. Tabla 24	U3p9 Probabilidad de que obtenga 35 aciertos por azar o por que tiene los conocimientos	$\chi^2 = 21.2 \alpha = 0.0001$	$\chi^2 = 19.4 \alpha = 0.0001$
Cálculos de datos faltantes. Tabla 36	U1p12 Probabilidad de que el alumno sea de bajo CI y baja motivación	$\chi^2 = 17.1 \alpha = 0.001$	$\chi^2 = 9.36 \alpha = 0.025$
Cálculos de densidad de probabilidad. Tabla 44	U3p7 Densidad de probabilidad entre 20 y 30 aciertos	$\chi^2 = 14.5 \alpha = 0.002$	$\chi^2 = 13.6 \alpha = 0.003$
Cálculos laboriosos. Tabla 52	U2p2 Distribución de probabilidades de "X".	$\chi^2 = 17.9 \alpha = 0.0001$	$\chi^2 = 7.74 \alpha = 0.051$
Cálculos de estimación de la media. Tabla 45	U4p11 Probabilidad al estimar la media poblacional al 60%	$\chi^2 = 22.1 \alpha = 0.0001$	$\chi^2 = 12.1 \alpha = 0.007$
Cálculos de estimación de la media. Tabla 46	U4p12 Probabilidad al estimar la media poblacional al 80%	$\chi^2 = 21.2 \alpha = 0.0001$	$\chi^2 = 11.5 \alpha = 0.009$
Cálculos de estimación de la media. Tabla 47	U4p13 Probabilidad al estimar la media poblacional al 90%	$\chi^2 = 21.8 \alpha = 0.0001$	$\chi^2 = 12.1 \alpha = 0.007$
Cálculos de estimación de la media. Tabla 48	U4p14 Probabilidad al estimar la media poblacional al 95%	$\chi^2 = 20.3 \alpha = 0.0001$	$\chi^2 = 12.2 \alpha = 0.007$

