UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES ACATLAN

MAESTRIA EN EDUCACION MEDIA SUPERIOR

ALGORITMO DE LAS OPERACIONES ARITMETICAS APLICADAS A LOS CODIGOS BINARIO, OCTAL Y HEXADECIMAL CON SUS RESPECTIVAS CONVERSIONES.

T E S I S

PARA OBTENER EL GRADO DE:

MAESTRO EN EDUCACION MEDIA SUPERIOR.

PRESENTADO POR:

LIC. EN C.I. ROBERTO SILICEO CORTE.

TUTOR Y ASESOR: MTRO. JUAN B. RECIO ZUBIETA.

FES ACATLAN **NOVIEMBRE 2008**

Dedicatoria de mi tesis.

Esta tesis la dedico a mi esposa y a mis hijos como muestra del cariño que les tengo.

También la dedico de una manera muy especial a mis padres que ya murieron y a todos mis hermanos.

A mi tutor y asesor Juan B. Recio Zubieta por la ayuda que me brindó para la elaboración de la misma.

A mis sinodales, maestros y compañeros de grupo.

Noviembre del 2008.

Pensamiento:

Nunca es tarde en realizar una meta, cuando se tienen ganas y entusiasmo en la vida y se tenga un objetivo, hacer que México avance en la Educación.

I N D I C E

CAPITULOS. **PAGINAS**

I N D I C E

I N T R O D U C C I Ó N.

Se debe hacer entender algo de matemáticas
y también algo de la manera de razonar del
matamático a alguien que haya cursado mal
que bien, los estudios básicos [...].
(Emma Castelnuovo).

La razón de esta tesis surge a raíz del problema que existe para hacer operaciones aritméticas de suma, resta, multiplicación y división en los códigos binario, octal y hexadecimal, por usarse en computación.

Por otro lado al hacer uso de los dispositivos mecánicos y electrónicos (calculadoras) para sumar, restar, multiplicar o dividir cada vez nos alejamos más de llevar a cabo las operaciones aritméticas razonándolas con su algoritmo, a pesar de que son los elementos básicos de las matemáticas, ya que sin ellas no se podrían llevar a cabo los demás cálculos.

Esto me motivó para desarrollar y poner en práctica el razonamiento del algoritmo decimal de las operaciones aritméticas de suma, resta, multiplicación y división, aplicándolo a los códigos, binario, octal y hexadecimal (usados en computación) y así poder sumar, restar, multiplicar y dividir en dichos códigos y en cualquier otro código como se hace en decimal.

Objetivo general: Se explicará el algoritmo decimal de las operaciones aritméticas de suma, resta, multiplicación y división, para operarlo en las bases: 2, 8 y 16, así como en cualquier otra base respectivamente, tomando en cuenta la posición (2^0, 2^1, 2^2, etc,) y acarreo de los números, básico en dichas operaciones aritméticas.

Fundamento teórico: Esta tesis se encuentra enmarcada en la escuela de pensamiento pedagógico con un aprendizaje significativo el cual está basado en la teoría de asimilación contenida en “The Psychology of Meaningful Verbal Learning” (Ausubel, 1963). Los fundamentos teóricos que se toman en cuenta para el aprendizaje significativo del algoritmo de las operaciones aritméticas de los códigos binario, octal y hexadecimal con sus respectivas conversiones, son los conceptos de la base del código, la posición del número que está dado por la base, como en binario es: 2^0 primera posición, 2^1 segunda posición, 2^2 tercera posición, 2^3 cuarta posición, etc., y en decimal sería: 10^0 unidades o primera posición, 10^1 decenas, 10^2 centenas, 10^3 millares, etc. y los acarreos entre las posiciones de los números.

El capítulo 1 se refiere al marco teórico, en el que se trata la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, ¿cómo debemos enseñar las matemáticas de tal manera que se puedan entender?.

Tomando en consideración el programa de estudios de la materia de cibernética y computación 1 del área de matemáticas, en donde se tratan los sistemas de numeración, explico "**El algoritmo de las operaciones aritméticas de suma, resta, multiplicación y división aplicadas a los códigos binario, octal y hexadecimal, y sus conversiones,** así como los demás códigos. Al aplicar mi tesis basada en la teoría de la asimilación de Ausubel, trato de que el alumno entienda mejor las operaciones aritméticas y se interese más por las matemáticas y las entienda mejor.

En el capítulo 2 .se presentan los lineamientos que llevo a cabo en la metodología que son: Un objetivo general y tres objetivos secundarios basados en tres hipótesis que se argumentan con diez sesiones para lograrlo, así también elaboro un cuestionario como referencia cualitativa a profesores de matemáticas para saber su punto de vista en la lógica de esta tesis.

En el capítulo 3 se presentan los resultados obtenidos al aplicárseles un examen, donde se puede observar como el alumno en base al conocimiento previo entiende mejor el nuevo conocimiento, de donde se deduce que la teoría de asimilación de Ausubel es conveniente para aplicarla en las matemáticas.

En el capítulo 4, se presentan las conclusiones, aportando sugerencias, mostrando las limitaciones y las implicaciones para la enseñanza de esta disciplina. .

En el capítulo 5, se presenta la bibliografía de los autores que hablan de la enseñanza – aprendizaje en general y de la didáctica matemática...

En el capítulo 6 se encuentran nueve anexos, en ellos se muestran las operaciones aritméticas usando el algoritmo decimal para aplicarlo en los códigos binario, octal y hexadecimal de suma, resta, multiplicación y división, tomando el código decimal como conocimiento previo y así adquirir un conocimiento significativo que es lo que nos enseña la teoría de asimilación de David P. Ausubel. Por otro lado en el anexo 8 de este capítulo se da la forma en la que en una computadora se manejan los caracteres de los datos, y se muestra la aplicación del código hexadecimal relacionándolo con el decimal al hacer las conversiones entre ambos. Y por último en el anexo 9 doy una tabla donde obtengo el resultado deseado, que es el que me entendieran, el porque de los acarreos y las posiciones en el manejo de los números.

ANTECEDENTES

Para la elaboración de mi tesis busqué información sobre las operaciones aritméticas tanto en binario, octal como hexadecimal y encontré solamente suma, resta, multiplicación y división en aritmética binaria, sin embargo en octal y hexadecimal no pude encontrar, ya que son códigos que solamente se aplican para la traducción del binario y en otros códigos como el ascci en la computación.

Buscando información adicional se elaboró una encuesta que se aplicó a un grupo de profesores (5) con el fin de ver como aplicando la teoría de asimilación de Ausubel se pueden mejor entender las matemáticas.

1.- ¿ Es posible que una persona resuelva un problema de sumas por escrito, si nunca se le ha enseñado como se hacen ?.

2.- ¿ Conociendo algorítmicamente la suma decimal y conociendo también todos los elementos que intervienen en ella, una persona pueda hacer una suma binaria ?.

3.- ¿Es posible que si un profesor les enseña a sus alumnos las operaciones aritméticas de una forma algorítmica, las entiendan mejor?.

4.- ¿Si una persona tiene los conocimientos base para desarrollar una operación aritmética, la podrá hacer?.

5.- ¿Si se enseñan algorítmicamente las matemáticas y haciendo énfasis en todos sus elementos, se entenderán mejor?.

El propósito de esta encuesta que se aplicó (las respuestas se encuentran en el capítulo III los resultados) fue para darle énfasis al objetivo que se persigue en esta tesis.

En realidad son pocas preguntas las que se hacen en esta encuesta, si la comparamos con las encuestas que se llevan a cabo para otros fines, sin embargo, para el objetivo que pretendo son más que suficientes ya que solo pretendo llevar a cabo la explicación del algoritmo decimal de las operaciones aritméticas de suma, resta, multiplicación y división, en los demás códigos.

Capítulo I

MARCO TEÓRICO

Para la enseñanza de las matemáticas, a parte de lomar en cuenta esta teoría de la asimilación, (Ausubel,1983), también es necesario tomar en cuenta la representación, ya que las matemáticas son abstractas y la representación ayuda a su aprendizaje.

1.1.- La enseñanza.

La enseñanza de las matemáticas debe estar acompañada de referencias gráficas, para una mejor comprensión, ya que de otra manera, es difícil, que ellos entiendan los conceptos abstractos.

Es importante ver la historia y entender el interés por la enseñanza de las matemáticas, así vemos que desde 1908, se sintió la necesidad de coordinar los trabajos y esfuerzos de varias naciones poniendo en confrontación, programas y métodos, por lo cual fue creada, en el seno del IV Congreso Internacional de Matemáticos, la *Comisión Internacional de Enseñanza Matemática.* Esta Comisión, surgida a iniciativa del matemático norteamericano David Eugenia Smith, proponía, por una parte, llevar a cabo una investigación sobre las tendencias de la enseñanza matemática en varias naciones, y por otra, examinar los métodos de enseñanza de esta disciplina a la luz de las modernas ideas culturales, pedagógicas y psicológicas.

Los matemáticos como Castelnuovo y otros, dieron en pocos años una marcada fisonomía a este organismo trazándole una línea determinada de acción, y ejerciendo así una notable influencia sobre los maestros de cada país. Dada la gran mentalidad de los hombres que la presidían, la Comisión, aunque formada solamente por matemáticos, no se limitaba únicamente a un rígido examen específico, sino que llevaba a discusión en los congresos en su revista "*La enseñanza de las matemáticas",* órgano de la misma Comisión, muchas de aquellas interrogantes de carácter social, pedagógico y psicológico y que a distancia de más de cincuenta años, son todavía de actualidad (Duval, 1990).

Después de la interrupción de actividades, durante la última guerra, la *Comisión Internacional de Enseñanza de las Matemáticas* que había nacido en el seno de un congreso matemático, pero que se había desligado de la asociación de los matemáticos en busca de una mayor autonomía y libertad, se convirtió en 1952, en una sección de la Unión Matemática Internacional. En cada congreso que realizaba esta institución existía un grupo que se ocupa particularmente de cuestiones didácticas, históricas, filosóficas, y que estaba constituido exclusivamente por matemáticos.

En 1950 nace la *Comisión Internacional para el Estudio y Mejoramiento de la Enseñanza de las Matemáticas,* y da testimonio del espíritu de ampliación que deseaban para la Comisión misma. Ésta comisión organizaba anualmente convenciones en diversos países, con objeto de coordinar los estudios, las relaciones y las experiencias, aunque fuesen hechas por el más modesto profesor. Mencionaremos algunos de los temas de discusión para que se pueda tener una idea de los problemas que se trataban: "Relaciones entre el programa de matemáticas en la escuela secundaria y el desarrollo de las capacidades intelectuales del adolescente"; "Estructuras matemáticas y estructuras mentales". "El alumno frente a las matemáticas"; "Una pedagogía que libera"; "La función de lo concreto en matemáticas"; y "Actitudes experimentales y axiomáticas en la enseñanza de las matemáticas" (Duval, 1990).

Debemos enseñar razonando con las personas, llámense: joven, adolescente, adulto e inclusive adulto de la tercera edad, tomándose el tiempo necesario para que se asimile el conocimiento de lo que se les está enseñando, de tal manera que no queden dudas y las entiendan, además utilizando la planeación estratégica para el proceso didáctico que retome el aprendizaje del alumno orientándolo para la acción.

1.1.1.- Planeación de la enseñaza:

De un proceso intelectual almacenado en la memoria Gagné está presentando las llamadas habilidades intelectuales. De acuerdo con los principios generales del proceso intelectual que el discente tiene se debe de tomar en cuenta y hacerle comprender el porqué de los procesos matemáticos como son la posición, el corrimiento, la numeración obtenida o cantidades y otros muchos que intervienen en dichos procesos, para llegar a los resultados deseados.

Robert Gagné distingue dos momentos diferentes, el primero denominado Instrucción (condiciones externas), donde el docente planea y organiza los elementos a fin de que actúen óptimamente facilitando al sujeto su aprendizaje (que este sería el segundo momento).

El aprendizaje sería el resultado de la planeación docente mediante la contigüidad, el reforzamiento y la retroalimentación correctiva.

Para Robert Gagné (Duval, 1990) las variables internas del alumno son determinantes en el proceso de aprendizaje, toda vez que, sino se tienen conocimientos previos necesarios, no se logrará el aprendizaje, aunque el profesor organice un programa motivador y adecuado para la adquisición de las nuevas capacidades. Robert Gagné hace mucho hincapié en que para aprender siempre deben cubrirse los requisitos previos para garantizar éxito en el aprendizaje.

1.2.- El Aprendizaje.

El aprendizaje sería el resultado de la planeación, mediante la contigüidad, el reforzamiento y la retroalimentación correctiva.

Robert Gagné hace mucho hincapié en que para aprender algo, siempre deben cubrirse los requisitos previos para garantizar éxito en el aprendizaje; y ¿Cuáles son esos requisitos previos?, en el siguiente cuadro se sigue un algoritmo donde se toman todos los elementos que intervienen en la adquisición del nuevo aprendizaje como sigue:

1.2.1.-Requisitos previos para cinco tipos de resultados del aprendizaje con ejemplos:

Tipo de resultado	Ejemplo	Requisitos previos
Habilidad intelectual	Hacer la conversión de un binario a decimal	Habilidades intelectuales subordinadas: Sumar, exponentes y multiplicar
Estrategia cognoscitiva	Desarrollar el algoritmo de las operaciones aritméticas del decimal al binario.	Sujetarse a las reglas de las operaciones aritméticas.
Información	En las operaciones aritméticas intervienen los conceptos de posición, acarreo.	Las reglas de posición del número están dadas por la base del código elevada al exponente 0, si son unidades y así sucesivamente, 1,2,etc.
Habilidad motora	Llevar a cabo la operación aritmética de derecha a izquierda.	Desarrollar la operación de suma, como ejemplo de derecha a izquierda, haciendo los acarreos en dicha suma, cuando se pasan de la base.
Actitud	Sumar la primera columna de los números de derecha a izquierda.	Al sumar la primera columna de los números, si se pasan de la base, entonces existe un acarreo con valor a las veces que se pasa.

Dentro de los requisitos previos podemos tomar uno de ellos, el de habilidad intelectual, el ejemplo es la conversión de binario a decimal y los requisitos previos son los conocimientos en el manejo de exponentes, posición y acarreos en la suma, multiplicación etc.

1.2.2.- Elaboración del diseño instruccional. La elaboración de este diseño instruccional está basado en al algoritmo de la tesis relacionándolo con las fases de aprendizaje y describiéndolo en el cuadro siguiente:

Fases del Aprendizaje | | Etapas de la instrucción

1.- Fase de motivación	La Expectativa es:	Activar la motivación con el algoritmo
2.- Fase de Aprehensión	La atención como percepción selectiva	Dar a conocer al alumno el algoritmo.
3.- Fase de adquisición:	Codificación, entrada y almacenamiento:	Dirigir la atención a las operaciones aritméticas.
4.- Fase de retención.	Almacenamiento en la memoria.	Estimular los conceptos que ya saben.
5.-Fase de recordación.	Recuperación.	Tomar los conocimientos anteriores en el aprendizaje.
6.- Fase de generalización	Transferencia.	Aumentar la retención del aprendizaje.
7.- Fase de ejecución.	Emisión de la respuesta	Operar el algoritmo de transferencia en el aprendizaje.
8.- Fase de retroalimentación.	Refuerzo.	Suscitar la ejecución del algoritmo para su retroalimentación.

A través de los hábitos, el aprendizaje actúa sobre la memoria y el condicionamiento. Los estudios acerca del condicionamiento han proporcionado a las investigaciones sobre el aprendizaje procesos experimentales simples y un esquema explicativo de fácil generalización.

1.2.3.- La Teoría de la Asimilación.

La adquisición de información nueva depende en alto grado de las ideas pertinentes que ya existen en la estructura cognoscitiva y que el aprendizaje significativo de los seres humanos ocurre a través de una interacción de la nueva información con las ideas previas. El resultado de la interacción que tiene lugar entre el nuevo material que se va a aprender y la estructura cognoscitiva existente constituye una asimilación de significados nuevos y antiguos para formar una estructura cognoscitiva más altamente diferenciada.

Para Ausubel la esencia del proceso del aprendizaje significativo reside en que ideas expresadas simbólicamente son relacionadas de modo no arbitrario y sustancial, con lo que el alumno ya sabe

En el siguiente cuadro se muestran los aprendizajes por recepción y por descubrimiento en donde se relacionan con el aprendizaje significativo y por repetición, como sigue:

Aprendizaje Significativo	Clarificación De las relaciones Entre los conceptos	Enseñanza audiotutelar bien diseñada	Investigación Científica (desde un punto de vista algorítmico).
	Conferencia o Presentaciones de la Mayor parte de los libros de texto	Trabajo escolar en el laboratorio	Investigación más rutinaria o producción intelectual.
Aprendizaje por repetición	Operaciones Aritméticas Suma, resta, Multiplicación y División.	Aplicación de fórmulas para Resolver problemas	Soluciones a rompecabezas por ensayo y error.
Aprendizaje por:	-Recepción.	-Descubrimiento guiado.	-Descubrimiento autónomo

Para (Ausbel, en Psicología educativa, 1961), existen tres tipos de aprendizaje significativo:

El aprendizaje de representaciones, que es el más cercano al aprendizaje por repetición.

El aprendizaje de proposiciones, que puede ser subordinado (inclusivo) y el superordinado o conbinatorio.

El aprendizaje significativo por recepción que usa el mecanismo humano por excelencia que se utiliza para adquirir y almacenar la vasta cantidad de ideas e información representada por cualquier campo del conocimiento y este aprendizaje está enfocado a la teoría de la asimilación.

El aprendizaje significativo hace que el alumno manifieste una actitud de aprendizaje; es decir, una disposición para relacionar sustancial y no arbitrariamente el nuevo material con su estructura cognoscitiva. Como el material que aprende es potencialmente significativo para él, es decir, lo relaciona con su estructura de conocimiento sobre una base no arbitraria y no al pie de la letra. Así pues, independientemente de cuánto significado potencial sea inherente a la proposición particular, si la intención del alumno consiste en memorizar arbitraria y literalmente, como una serie de palabras relacionadas caprichosamente, tanto el proceso de aprendizaje como los resultados del mismo serán mecánicos y carentes de significado. Y, a la inversa, sin importar lo significativa que sea la actitud del alumno, ni el proceso ni el resultado del aprendizaje serán posiblemente significativos si la tarea de aprendizaje no lo es potencialmente, y si tampoco se relaciona con la intención substancial de su estructura cognoscitiva.

Esto lo ilustra la memorización mecánica de definiciones de conceptos o proposiciones sin el reconocimiento del significado de las palabras de la definición. Un estudiante podría aprender la ley de Ohm, la cual indica que la corriente en un circuito es directamente proporcional al voltaje. Sin embargo esta proposición no será significativamente aprendida a menos que el estudiante ya sepa los significados de los conceptos corriente, voltaje, resistencia, proposiciones directa e inversa, y a menos que trate de relacionar estos significados como lo estipula la ley de Ohm (Ausubel, 1961).

Así también el estudiante en las operaciones aritméticas con diferentes códigos, no podrá hacer una suma en Hexadecimal, sino ha entendido perfectamente en el código que aprendió (el decimal) el porque se acarrea un uno a la izquierda, el porque de los conceptos de unidades, decenas, centenas, millares etc.

Las relaciones del aprendizaje significativo, significatividad potencial, significatividad lógica y significado psicológico, se muestran en el siguiente cuadro:

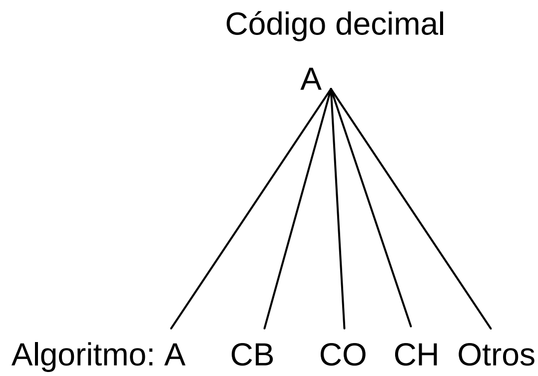
A. Aprendizaje significativo o Adquisición de significados	Requiere de	(1) Material potencialmente significativo, Operaciones.	Y	(2) Actitud de aprendizaje significativo.
B. Significatividad potencial.	depende de	(1) significatividad lógica (la relacionabilidad intencionada y sustancial del material de aprendizaje con las correspondientes ideas pertinentes que se hallan al alcance de la capacidad de aprendizaje humano.	Y	(2) La disponibilidad de tales ideas pertinentes en la estructura cognoscitiva del alumno en particular.
C. Significado psicológico (significado fenomenológico idiosincrásico).	Es producto del	Aprendizaje significativo.	O de	La significatividad potencial y la actitud de aprendizaje significativo.

El trabajo que aquí se presenta se fundamenta básicamente a esta teoría de asimilación, ya que está tomando los conocimientos que trae consigo el alumno, o sea, los conocimientos que se le han venido enseñando desde sus primeros años de estudio, y con esto se le puede explicar de una manera lógica el porqué de las operaciones.

En el siguiente cuadro se dan las formas de aprendizaje significativo según la teoría de asimilación:

1.- Aprendizaje subordinado:

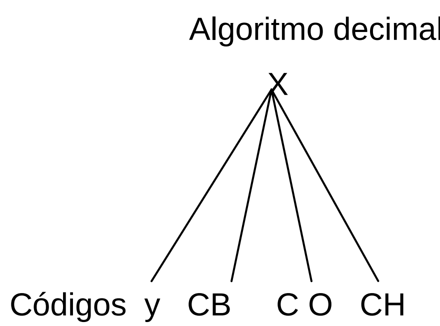
A. Inclusión derivativa



A = Algoritmo.
CB = Código binario.
CO = Código Octal.
CH = Código Hexadecimal

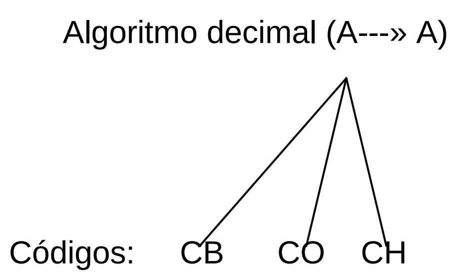
En la inclusión derivativa, la nueva información (CB, CO, CH, otros) , es vinculada a la idea superordinada A y representa otro caso o extensión de A. No se cambian los atributos de criterio del concepto A, pero se reconocen nuevos ejemplos como relevantes.

B. Inclusión correlativa



En la inclusión correlativa, la nueva información (Códigos binario, Octal y Hexadecimal) es vinculada a la idea X, pero es una extensión, modificación o limitación de X. Los atributos de criterio del concepto incluido pueden ser extendidos o modificados con la nueva inclusión correlativa.

2. Aprendizaje superordinado:



En el aprendizaje superordinado, las ideas establecidas CB; CO Y CH se reconocen como ejemplos más específicos de la idea nueva A. La idea superordinada A se define mediante un conjunto nuevo de atributos de criterio que abarcan las ideas subordinadas.

3. Aprendizaje combinatorio:

Algoritmo decimal A----» B, C, D

Algoritmos B (Binario), C (Octal) y D (Hexadecimal).

En el aprendizaje combinatorio, la idea nueva A es vista en relación con las existentes B, C y D, pero no es más inclusiva ni más específica que las ideas B, C y D. En este caso, se considera que la idea nueva A tiene algunos atributos de criterio en común con las preexistentes.

La nueva información es vinculada a los aspectos relevantes y preexistentes en la estructura cognoscitiva, y en el proceso se modifican la información recientemente adquirida y la estructura preexistente. Todas las formas anteriores de aprendizaje son los ejemplos de asimilación. En esencia, la mayor parte del aprendizaje significativo consiste en la asimilación de nueva información.

Toda esta concepción de conocimientos es fundamental usarla para lograr un aprendizaje significativo en los alumnos que por su situación social y económica les cuesta más trabajo asimilar los conocimientos, ya que tienen muchos factores que los distraen y que obstaculizan el aprendizaje deseado en el tiempo requerido.

1.2.4.- La representación

Hay que tener en cuenta que en el aprendizaje la “representación” es una de las causas por las que el alumno no capta la información que el docente le transmite. Esto implica meternos a otros campos como son el de la representación semiótica y la representación mental.

No es posible estudiar los fenómenos relativos al conocimiento sin recurrir a la noción de representación. Luego de Descartes y de Kant, la representación ha sido el centro de toda reflexión que se preocupa por las cuestiones que tienen que ver con la posibilidad y la constitución de un conocimiento cierto. Y esto, porque no hay conocimiento que un sujeto pueda movilizar sin una actividad de representación. Esta noción de representación se ha presentado en tres ocasiones distintas, cada una con una determinación totalmente diferente del fenómeno designado.

La primera vez, hacia los años 1924-1926, como representación mental en el estudio de Piaget sobre *La representación del mundo en el niño*, relativo a las creencias y las explicaciones de los niños pequeños sobre los fenómenos naturales y físicos. El método empleado para el estudio de las representaciones mentales fue esencialmente la entrevista, en las que lo que puede parecer un error es considerado indicador de una visión distinta de las cosas o de otra lógica. En *el nacimiento de la inteligencia en el niño* (1937), Piaget recurre a la noción de representación como “evocación de los objetos ausentes” para caracterizar la novedad del último de los estadios de la inteligencia sensomotriz. De otro lado, se puede decir que la teoría piagetiana del desarrollo de la inteligencia se articula en torno a la oposición entre el plano de la acción y el de la representación. Como testimonio de esta declaración, entre miles, veamos lo que se dice en 1965 en la conferencia *Educación e Instrucción:*

Hace falta tiempo para interiorizar las acciones en pensamiento pues es mucho más difícil representarse el desencadenamiento de una acción y de sus resultados en términos de pensamiento, que limitarse a su ejecución material... La interiorización de las acciones supone también su reconstrucción sobre un nuevo plano; esta reconstrucción puede pasar por las mismas fases, pero con un desfase mayor que la reconstrucción anterior de la acción misma... (Piaget, 1969, p. 52)

La segunda vez, a partir de 1955-1960, como representación interna o computacional con las teorías que privilegian el tratamiento, por un sistema, de las informaciones recibidas de modo tal que produzcan una respuesta adaptada. Se plantean dos preguntas fundamentales.

1.- ¿Bajo qué forma las informaciones provenientes del exterior pueden entrar en el sistema, es decir, cuál descripción hecha con la ayuda de símbolos, susceptibles de ser utilizados por el sistema, permite captar las informaciones dadas por el exterior?

2.- ¿Cualquiera que sean las reglas que van a permitir la transformación de las informaciones al interior del sistema, esta transformación de entrada puede ser de tipo cálculo?

La noción de representación se hace entonces esencial en tanto que una información puede ser descrita y tomada en cuenta en un sistema de tratamiento. Así pues, esto no tiene nada que ver con una "creencia", con una "evocación de objetos ausentes" que remitan a la conciencia vívida de un sujeto. Por el contrario, se trata de una "codificación de la información". Por tanto, aquí el método empleado debe ser totalmente otro; es el de los tiempos de reacción.

Los estudios cronométricos precisos han mostrado que incluso una experiencia aparentemente tan elemental como la aprehensión visual de una sola letra, requiere un conjunto de códigos internos muy diferentes, los cuales pueden ser aislados experimentalmente. *Por código entiendo la forma como una información está representada...* Según este punto de vista, existen varias codificaciones diferenciables para la entrada de una sola información. Estas codificaciones están suficientemente separadas para que su desarrollo temporal pueda ser manipulado experimentalmente.

En psicología cognitiva hay mucho interés por la primera de las dos preguntas. Clark parece ser uno de los primeros en haber avanzado en la idea de que esta representación interna tendría una naturaleza proposicional (Clark, 1974). La psicolingüística y las investigaciones sobre la memoria semántica son los dominios que han contribuido ampliamente a generalizar esta aproximación de la representación como fenómeno de naturaleza proposicional y puramente computacional.

Las modelizaciones efectuadas en inteligencia artificial privilegian la segunda pregunta, es decir, el tratamiento de la información "(Newell & Simón, 1972; Clark & Chase, 1972; Anderson, 1976; Pylyshyn, 1973, 1983; Fodor, 1975, 1986)" (Duval, 1990). Pero si allí la noción de representación interna es fundamental, su forma puede cambiar según el nivel de tratamiento considerado.

Y la tercera vez, desde hace unos diez años, como representación semiótica en el marco de los trabajos sobre la adquisición de los conocimientos matemáticos y sobre los considerables problemas que su aprendizaje suscita. La especificidad de las representaciones semióticas consiste en que son relativas a un sistema particular de signos: el lenguaje, la escritura algebraica o los gráficos cartesianos, y en que pueden ser convertidas en representaciones "equivalentes" en otro sistema semiótico, pero pudiendo tomar significaciones diferentes para el sujeto que las utiliza. La noción de representación semiótica presupone, pues, la consideración de sistemas semióticos diferentes y una operación cognitiva de conversión de las representaciones de un sistema semiótico a otro. Esta operación ha de ser descrita en primer lugar como un "cambio de forma". Trazar la curva correspondiente a una ecuación de segundo grado, o pasar del enunciado de una relación a la escritura literal de esta relación, habrá de considerarse como el "cambio de la forma en que un conocimiento está representado". Así, algunos trabajos de psicología cognitiva y otros de didáctica, han subrayado la importancia de las representaciones

Existen dos oposiciones clásicas: la oposición interno/externo y la oposición consciente/no-consciente.

La oposición consciente/no-consciente es la oposición entre lo que aparece a un sujeto, que observa de una parte, y lo que se le escapa y no puede observar, de otra. En este sentido, la conciencia se caracteriza por la mirada de "alguna cosa" que toma *ipso facto* el status del objeto para el sujeto que efectúa esta mirada. El pasaje de lo no-consciente a la conciencia, corresponde a un proceso de objetivación para el sujeto que toma conciencia. La objetivación corresponde al descubrimiento por el sujeto mismo de aquello que hasta entonces no sospechaba, incluso si otros se lo hubieran explicado. Las representaciones conscientes son aquellas que presentan este carácter intencional y que cumplen una función de objetivación.

Este carácter intencional de las representaciones concientes es esencial desde el punto de vista cognitivo, pues permite tener en cuenta el papel fundamental de la significación en la determinación de los objetos que pueden ser observados por un sujeto. En efecto, es siempre a través de una significación que se hace la aprehensión perceptiva o conceptual de un objeto. La aprehensión de los colores o de las figuras geométricas son ejemplos típicos muy elementales.

Cuando la determinación de un objeto presupone la aprehensión de una multiplicidad de datos, cuya cantidad y variedad exceden la capacidad de aprehensión simultánea, *la aprehensión de esta multiplicidad como una unidad simple sólo puede hacerse bajo el modo de significación.* O cuando un objeto aparece como una unidad simple, la discriminación de uno u otro de sus elementos constitutivos sólo puede hacerse si ese elemento a su turno se hace objeto susceptible de ser observado, es decir, de que tome una significación propia. Significación y status de “objeto susceptible de ser visto o aprehendido por alguien”, son los dos aspectos recíprocos de toda representación consciente. La significación es la condición necesaria de la objetivación para el sujeto, es decir, la posibilidad de tomar conciencia.

La oposición externo/interno es la oposición entre lo que de un individuo, de un organismo o de un sistema es directamente visible y observable y lo que, al contrario, no lo es. Esta oposición permite dividir el dominio de las representaciones mediante dos precisiones suplementarias.

La primera es que: *todas las representaciones llamadas “externas” son representaciones producidas como tales por un sujeto o por un sistema,* no son síntomas, como por ejemplo la expresión de las emociones que se percibe en la cara.

La segunda es que *la producción de una representación externa sólo puede efectuarse a través de la aplicación de un sistema semiótico.* Las representaciones externas son, por naturaleza, representaciones semióticas. Estas representaciones están por tanto estrechamente ligadas a un estado de desarrollo y de dominio de un sistema semiótico. Son accesibles a todos los sujetos que han aprehendido el sistema semiótico utilizado. Las representaciones internas son las representaciones que pertenecen a un sujeto y que no son comunicadas a otro por la producción de una representación externa.

Las representaciones externas cumplen pues una función de comunicación. Pero igualmente cumplen otras dos funciones cognitivas: la función de objetivación, como todas las representaciones conscientes, y la función de tratamiento.

La función de objetivación (para sí) es casi siempre asimilada a la de expresión (para otro), a pesar de que es independiente. Pues no es la misma cosa, para un sujeto, decir a otro lo que él ya ha tenido la ocasión de hacer consciente, o tratar de decirse a él mismo aquello sobre lo cual aún no llega a tomar conciencia. En el primer caso, él debe tener en cuenta las restricciones semióticas y las exigencias sociales de la expresión producida; en el otro caso, esto no sólo no es necesario sino que puede ser un handicap. La producción de una representación externa con frecuencia puede responder sólo a una de estas dos funciones.

Las representaciones externas son esenciales para la función de tratamiento. Las actividades de tratamiento están directamente ligadas a la utilización de un sistema semiótico

Se ve entonces, que estas dos oposiciones no pueden asimilarse la una a la otra. "Una representación interna puede ser consciente o no-consciente, mientras que una representación consciente puede ser exteriorizada o no", (Duval, 1990).

El aprendizaje de las matemáticas constituye, evidentemente, un campo de estudio privilegiado para el análisis de actividades cognitivas fundamentales como la conceptualización, el razonamiento, la resolución de problemas, e incluso, la comprensión de textos. La particularidad del aprendizaje de las matemáticas hace que estas actividades cognitivas requieran de la utilización de sistemas de expresión y de representación distintos a los del lenguaje natural o de las imágenes: variados sistemas de escritura para los números, notaciones simbólicas para los objetos, escrituras algebraicas y lógicas que toman el status de lenguajes paralelos al lenguaje natural para expresar las relaciones y las operaciones, figuras geométricas, representaciones en perspectiva, gráficos cartesianos, redes, diagramas, esquemas, etc...
Hay dos argumentos muy potentes:

El primer argumento para decir que no puede haber comprensión en matemáticas si no se distingue un objeto de su representación. Desde esta perspectiva, es esencial no confundir jamás los objetos matemáticos, es decir, los números, las funciones, las rectas, etc., con sus representaciones, es decir, las escrituras decimales o fraccionarias, los símbolos, los gráficos, los trazados de las figuras... pues un mismo objeto matemático puede darse a través de representaciones muy diferentes. Y esta posibilidad es tan importante, que los autores de los manuales no han vacilado en hacer de esta distinción el tema recurrente en los textos dirigidos a los alumnos: es el objeto representado lo que importa y no sus diversas representaciones semióticas posibles. Toda confusión entre el objeto y su representación provoca, en un plazo más o menos amplio, una pérdida en la comprensión Los conocimientos adquiridos se hacen rápidamente inutilizables por fuera de su contexto de aprendizaje, sea por no recordarlos, o porque permanecen como representaciones "inertes" que no sugieren ningún tratamiento productor. En virtud de su pluralidad potencial, las diversas representaciones semióticas de los objetos matemáticos serían pues secundarias y extrínsecas a la aprehensión conceptual de los objetos. Parecería entonces evidente admitir que la *noesis* es independiente de la *semiosis* o, por lo menos, que la comanda. Muchos de los trabajos psicológicos y didácticos se basan implícitamente en esta evidencia.

Se llama semiosis la aprehensión o la producción de una representación semiótica, (signo, marca distintiva): acción de marcar de un signo.

Noesis es el acto cognitivo como la aprehensión conceptual de un objeto, la discriminación de una diferencia o la comprensión de una inferencia, intelección. Platón emplea este término para evocar las cosas propias para despertar *el acto de concebir por el pensamiento.* Este término no debe confundirse con pensamiento. Aristóteles lo emplea igualmente para designar el acto de comprensión conceptual: "la intelección de los indivisibles (de las nociones simples y primeras) se relaciona con todo lo que excluye el riesgo de error. Aquí hemos evitado a propósito el término de comprensión, que cubre las dos formas de aprehensión o bien de fusión. También evitaremos el de "abstracción" porque toda semiosis puede ser considerada como una abstracción de la misma manera que la noesis. Para ciertos aspectos, podría aceptarse el término “conceptualización”. Pero su acepción dominante está más ligada a la formación y a la adquisición de un concepto que a su movilización en un paso del pensamiento.

El segundo argumento es global y psicológico. Se basa en la existencia de representaciones mentales, es decir, de todo aquel conjunto de imágenes y de concepciones que un individuo puede tener sobre un objeto, sobre una situación y sobre aquello que les está asociado. Las representaciones semióticas, es decir, aquellas producciones constituidas por el empleo de signos (enunciado en lenguaje natural, fórmula algebraica, gráfico, figura geométrica...) no parecen ser más que el medio del cual dispone un individuo para exteriorizar sus representaciones mentales, es decir, para hacerlas visibles o accesibles a los otros. Las representaciones semióticas estarían pues enteramente subordinadas a las representaciones mentales y no cumplirían más que funciones de comunicación (Duval, 1990).

En primer lugar, en matemáticas, las representaciones semióticas no sólo son indispensables para fines de comunicación, sino que también son necesarias para el desarrollo de la actividad matemática misma. En efecto, la posibilidad de efectuar tratamientos sobre los objetos matemáticos depende directamente del sistema de representación semiótico utilizado. Es suficiente con considerar el caso del cálculo numérico para convencerse de ello. Los procedimientos, y su costo, dependen del sistema de escritura escogido: escritura binaria, escritura decimal, escritura fraccionaria. Los tratamientos matemáticos no pueden efectuarse independientemente de un sistema semiótico de representación. Y esta función de tratamiento sólo puede ser cumplida por las representaciones semióticas y no por las representaciones mentales. La utilización de representaciones semióticas es primordial para la actividad matemática y parece serle intrínseca.

De manera más global, se puede constatar que el progreso de los conocimientos se acompaña siempre de la creación y del desarrollo de sistemas semióticos nuevos y específicos que más o menos coexisten con el primero de ellos, el de la lengua natural. Así, la formación del pensamiento científico es inseparable del desarrollo de simbolismos específicos para representar los objetos y sus relaciones (Granger, 1979, p. 21-47), en Duval). Las Matemáticas son el dominio en el cual este fenómeno es más antiguo, más espectacular y, quizá también, más indispensable. La matematización de otras disciplinas se caracteriza quizá menos por la introducción de métodos de medida y de tratamientos puramente cuantitativos, que por el recurso a sistemas semióticos diferentes al del lenguaje natural (gráficas, lenguajes formales, tablas, figuras...).

Capítulo II

METODOLOGIA

2.1 Metodología general:

Utilicé una metodología de corte etnográfico, es decir, observé a los alumnos en clase dándome cuenta que no entendían el algoritmo de las operaciones aritméticas de suma, resta, multiplicación y división en el código decimal, es decir, el porqué de las operaciones, esto me motivó para comenzar explicándoles el desarrollo del algoritmo junto con los elementos que entran en él . A continuación describo el proceso que llevé a cabo para lograrlo.

Primero me planteé el objetivo general: El alumno logrará hacer operaciones aritméticas de suma, resta, multiplicación y división, en los códigos, binario, octal y hexadecimal (usados computación), basándose en el algoritmo de las operaciones aritméticas del código decimal y haciendo hincapié en los conceptos de posición y base del código que se trate.

Me enfoco a los tres códigos, binario, octal y hexadecimal, por ser usados en las computadoras, ya que el código binario se relaciona con la electricidad que tiene dos polos, negativo y positivo, y el binario dos valores ceros y unos, pues su base es dos, y el octal y hexadecimal se usan para traducir el binario (0000 hasta 1111 = hexadecimal, que en decimal sería del 0 al 15 y 000 hasta 111 = octal, que sería del 0 al 7).

Para lograr esto, usé los siguientes **objetivos secundarios**:

- 1º Objetivo: El Alumno analizará y comprenderá el algoritmo de las operaciones aritméticas de suma, resta, multiplicación y división en decimal.
- 2º Objetivo: El alumno entenderá los conceptos que intervienen en las operaciones aritméticas, como es la base del código y la

posición de los dígitos del número y el acarreo de los mismos entre sus posiciones.

- 3º Objetivo: El alumno podrá hacer operaciones aritméticas de suma, resta, multiplicación y división en los códigos binario, octal y hexadecimal principalmente y además en cualquiera.

Para llegar a estos objetivos se plantearon las siguientes hipótesis que se describen a continuación:

1ª hipótesis: **La enseñanza** por medio de la analogía del algoritmo de las operaciones aritméticas en decimal **permite el aprendizaje** de los códigos binario, octal, hexadecimal y otros.

2ª hipótesis: **La enseñanza** con la explicación de todos los conceptos que intervienen en el algoritmo de las operaciones aritméticas logra un aprendizaje claro y completo de la suma, resta, multiplicación y división de las mismas.

3ª hipótesis: Se logra un aprendizaje de las operaciones aritméticas de suma, resta, multiplicación y división de los códigos binario, octal y hexadecimal, haciendo ejercicios para reafirmar conceptos.

Estas hipótesis se fundamentan en:

1º La analogía que se tiene en los algoritmos de cualquier código, ya que las operaciones aritméticas llevan los mismos procesos, por ejemplo la suma de 1 + 0 = 1 en cualquier código.

2º Existen los mismos conceptos en las operaciones aritméticas de cualquier código, por ejemplo la posición, el acarreo, etc.

3º Las bases de los diferentes códigos deben de tomarse en cuenta básicamente ya que de ellas dependen los acarreos para poder desarrollar cualquier operación aritmética, ejemplo base 2, 8, 10, 16, etc.

Una vez tomadas en cuenta estas hipótesis y sus observaciones en las operaciones aritméticas de suma, resta, multiplicación y división para lograr el objetivo general se hizo lo siguiente:

Se llevaron a cabo diez sesiones de 45 minutos cada una, en las que se les plantearon a los alumnos de nivel medio superior la manera de cómo se pueden aprehender dichas operaciones aritméticas, basadas en el algoritmo del código decimal, así como de tomar en cuenta la base para poder explicar el porque de los acarreos y el valor de la posición del número. Esto se llevo a cabo con los demás códigos arriba descritos.

Estas clases fueron piloteadas con un grupo de cuatro alumnos a fin de detectar posibles fallas: problemas de redacción, claridad en los planteamientos, graduación en los ejercicios. Por último se elaboró un plan para cada clase

2.2.- Metodología particular del trabajo: Desarrollo de las clases.

El procedimiento que se llevo a cabo para el desarrollo de las clases fue el siguiente:

Componentes:

- Una población de 22 alumnos.
- Un laboratorio de computación.
- Una computadora para cada alumno.

Actividades:

- Examen **diagnóstico.**
- Examen **formativo** de 20 minutos, con cinco preguntas fundamentales de lo que se había visto.
- Examen **sumativo.**

Este procedimiento se basó en 3 fases.

1ª Fase consistió en las sesiones 1ª, 2ª, 3ª, y 4ª sesiones de 45 minutos cada una, abarcando dos clases de dos horas cada una y la media hora que quedaba en cada clase se usó para examen diagnóstico y ejercicios.

2ª Fase abarcó, las sesiones 5ª, 6ª, 7ª y 8ª de 45 minutos cada una abarcando dos clases de dos horas cada una, la media hora, que restaba en cada clase se tomó para examen formativo y ejercicios.

3ª Fase del mismo modo que las anteriores, se utilizaron dos clases de dos horas cada una, usando la 9ª sesión (90 minutos) y los 30 minutos restantes para darles un repaso en general. Por último la 10ª sesión (120 minutos) para evaluarlos, el examen sumativo.

Por tanto **cinco clases con dos sesiones cada clase** bastaron para obtener el aprendizaje de los sistemas de numeración que pertenecen al capítulo I del programa de estudios de la materia de Cibernética y Computación 1,

2.2.2.- Desarrollo de las diez sesiones:

1ª.- Sesión.

En esta primera sesión sensibilicé a los alumnos para que entendieran a lo que vienen a la escuela, en donde van a aprender, por tanto les expuse las reglas que íbamos a seguir durante todo el semestre, la forma de calificarlos y el programa de estudio que íbamos a seguir, como íbamos a trabajar. Les hice hincapié en los sistemas de numeración, y la analogía entre la enseñanza que tienen sin algoritmo y la propuesta por mi con el algoritmo (anexo 1).

2ª.- Sesión.

Se comenzó a trabajar y analizar el ***Algorítmico de las operaciones aritméticas del código decimal***: suma, resta, multiplicación y división de varias cantidades para poder explicar el porqué de todos los elementos que intervienen en ellas, como son las posiciones, los acarreos y el manejo de los mismos. Luego, al final se les pusieron varios ejercicios con el objetivo de reforzar su aprendizaje, para de esta manera lograr el objetivo que perseguía. (Anexo 2).

3ª.- Sesión.

Se vio el **álgebra booleana, aritmética binaria y un comparativo entre códigos decimal – binario** (anexo 3).

4ª.- Sesión.

Se vio **algoritmo para convertir de decimal a binario y de binario a decimal,** con sus respectivos ejemplos y ejercicios (tareas), (anexo 4).

5ª.- Sesión.

En esta sesión se vio **la suma, resta, *multiplicación y la división en código binario***, con sus ejemplos y ejercicios de tarea (Anexo 5).

6ª.- Sesión.

Se dio un repaso de la suma, resta, multiplicación y de la división binaria, junto con la conversión de binario a decimal y decimal a binario**,** desarrollando una serie de ejercicios (Anexos 4 y 5).

7ª.- Sesión.

En esta sesión se comenzó con **las conversiones de octal a decimal y de decimal a octal, y *la suma, resta, multiplicación y división en código octal***, dejando ejercicios y para reforzar la enseñanza.(Anexo 6).

8ª.- Sesión.

Se llevó a cabo ***las conversiones de hexadecimal a decimal y viceversa, así como las operaciones aritméticas de suma, resta, multiplicación y división en hexadecimal,*** (Anexo 7).

9ª.- Sesión.

Se explicó como se pueden **representar y manejar los caracteres en la computadora,** dando una pequeña descripción de su evolución en su representación (Anexo 8).

10ª.- Sesión.

En esta última sesión se llevo a cabo un repaso general de dudas y se hizo una ***evaluación de la forma como se enseñó***, para saber si se había logrado el objetivo. (Anexos 9).

Capítulo III.

RESULTADOS

Los resultados los plasmo en tres de los elementos más importantes en la educación de los alumnos, que son el conocimiento, las habilidades y las actitudes y muestro dos de los resultados de ellos por medio de un examen en donde se llevaron acabo las operaciones aritméticas aplicándose dentro del conocimiento y mostrando la eficiencia que se tiene al llevar a cabo la enseñanza matemática por medio de algoritmos.

Finalmente refuerzo esta tesis con la aplicación de un cuestionario a un grupo de profesores dando también buenos puntos de vista de los mismos con excelentes aportaciones.

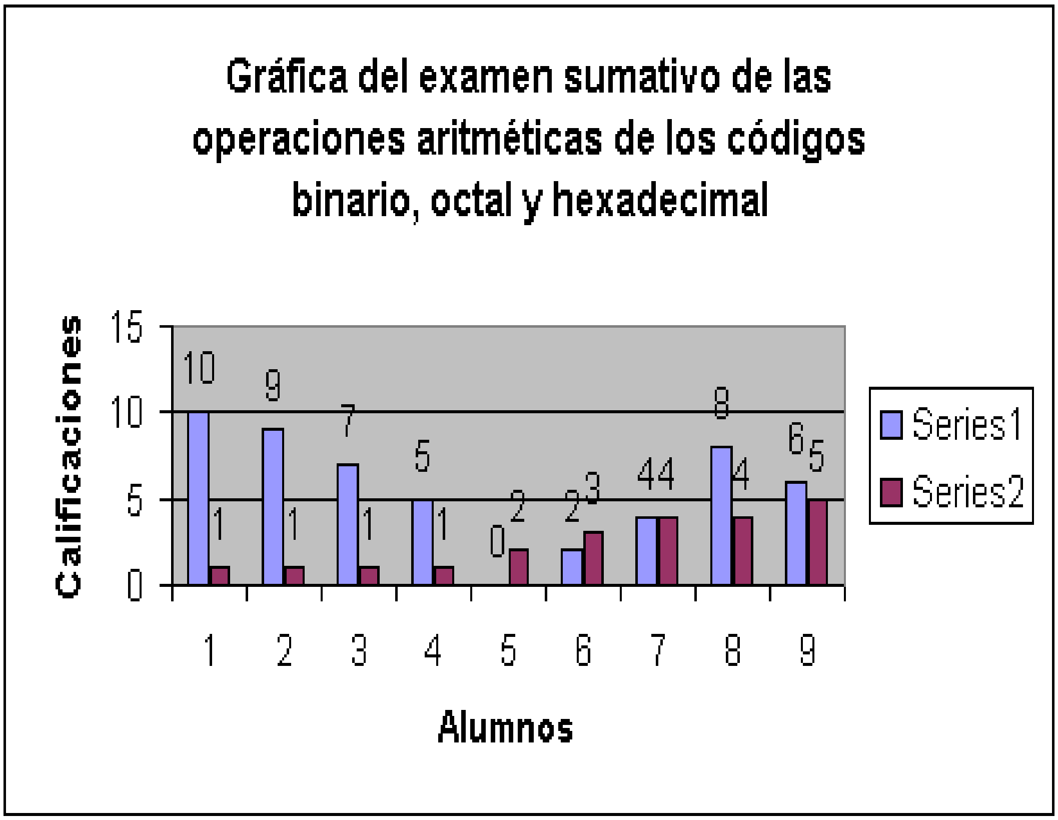
3.1.- Conocimientos.

El propósito de la propuesta que se planteó fue satisfactorio, pues se logró el objetivo que se buscaba. Los alumnos con los antecedentes que traían de las operaciones aritméticas y con la explicación del algoritmo decimal y los elementos que intervinieron en él, se logró que sumaran, restaran, multiplicaran y dividieran en los códigos binario, octal y hexadecimal. Para esto se les aplicó al 100% de los alumnos el examen sumativo, cuyo contenido fue: la suma, resta, multiplicación y división en los tres códigos binarios, octal y hexadecimal con sus conversiones.

Finalmente se muestra por medio de una gráfica los resultados que se obtuvieron del examen sumativo como sigue:

Gráfica del examen sumativo:

Calificaciones	Alumnos
10	1
9	1
7	1
5	1
.5	2
2	3
4	4
8	4
6	5



Explicación de la tabla arriba expuesta:

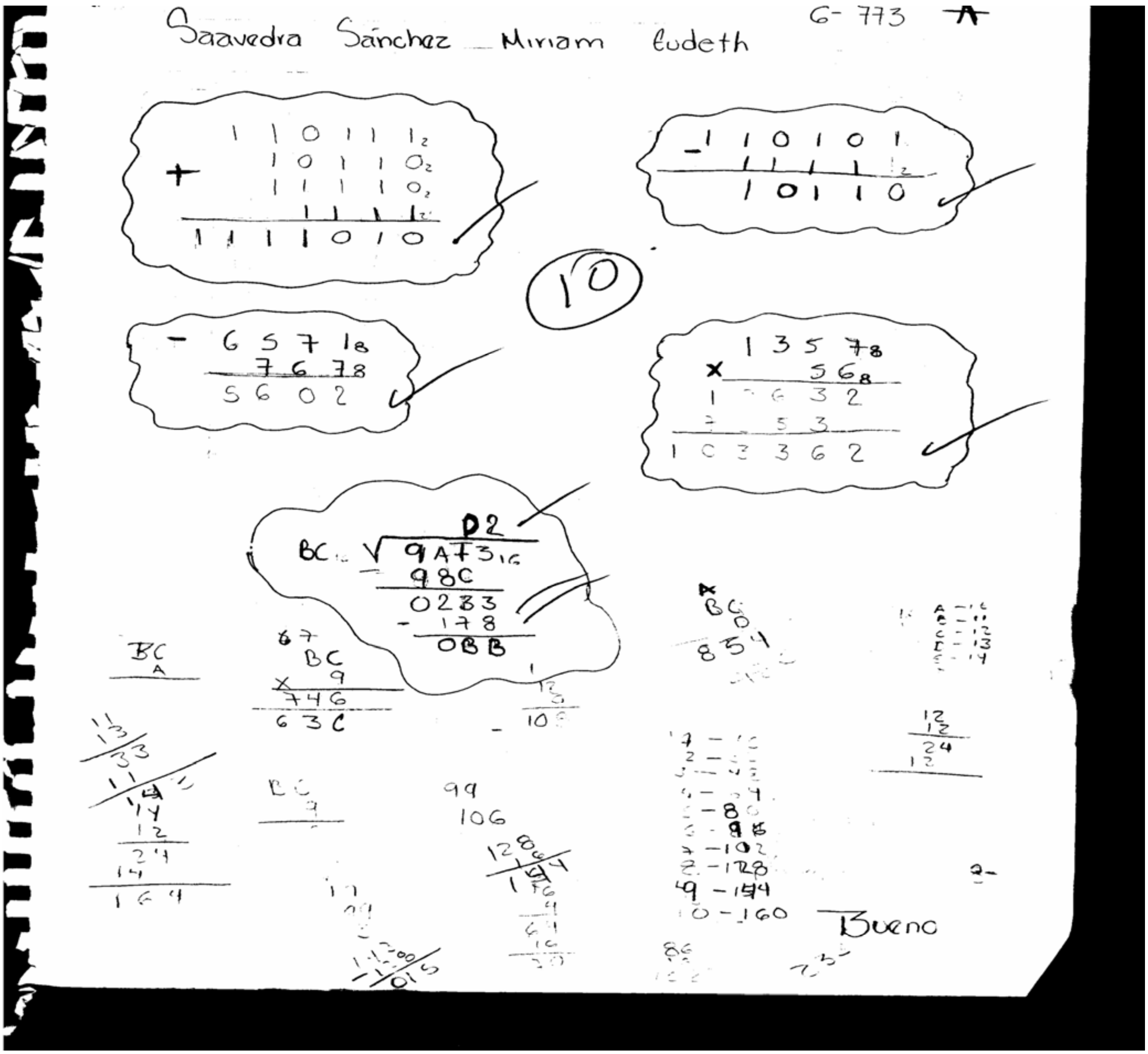
1º La barra roja significa la cantidad de alumnos.

2º La barra azul significa la calificación.

3º La cantidad de alumnos que se está evaluando son 22.

4º De 22 alumnos, 12 son aprobatorios, y 10 son reprobatorios.

A continuación se muestran 2 de los exámenes de aquellos alumnos que obtuvieron las calificaciones buenas y óptimas.



[illegible] Rojas Leroy Gpo: 773

26-Sept 2006

Sistema Binario

8

[illegible]11
[illegible]110
−1[illegible]10
[illegible]111
11[illegible]10

110101
− 11111
010110

10110

Octal

6571
− 767
5602

1357
× 56
10632
+7203
102662

105362

Hexadecimal

BC | 9AF3 = D2
−98C
0233
178
0BB

El examen me parecio bueno

3.2.- Habilidades.

- Se nota por los resultados de los exámenes, que si se entendió el tema, de tal manera que la hipótesis planteada si funciona.
- El hecho de que hubiese personas ajenas en calidad de observadores- no les afectó
- No fue necesario hacer controles de disciplina
- Aunque existe gran temor a cometer errores, calificaron la estrategia como "dinámica motivante y facilitadora del aprendizaje"
- El diseño de las tres actividades para la clase, permitió que todos los estudiantes estuvieran en labor académica permanente durante los 90 minutos y mostró que ellos pueden autocontrolar su disciplina y su trabajo
- A través de la experiencia tuvieron la oportunidad de realizar el trabajo utilizando diferentes recursos y diferentes metodologías en las clases.

3.3.- Actitudes.

- La actitud de los alumnos fue positiva
- Aceptaron con gran entusiasmo el trabajo en clase.
- Entraban con entusiasmo a la clase.
- Había confianza en preguntar cuando teníian dudas.
- Les gustaba mucho preguntar en las clases y participar en las preguntas que hacían sus compañeros.
- Proponían que se les dejarán tareas de lo que se estaba viendo y que se les dejaran ejercicios.
- Pedían bibliografía en donde apoyarse para mejorar más lo que se estaba aprendiendo.

3.4.- Cuestionarios para profesores.

Estas fueron las respuestas a los cuestionarios que se les proporcionaron a los profesores (anteriormente mencionados en la parte de los antecedentes de la introducción):

Pregunta	**Respuesta**
1.- ¿Es posible que una persona resuelva un problema de sumas por escrito, si nunca aprendió como se hacen	1.- El 100% contestó “No”.
2.- Conociendo la suma algorítmicamente y conociendo también todos los elementos que intervienen en ella, ¿Puede una persona hacer una suma binaria?	2.- El 80% contesto “si”.y el 20% “no”.
3.- ¿Es posible que si un profesor les enseña a sus alumnos las operaciones aritméticas de una forma algorítmica, las puedan entender mejor?.	3.- El 78% contestó “si”, el 20% “no”, y el 2% contestó “quien sabe”.
4.- Si una persona tiene los conocimientos base para desarrollar una operación aritmética, ¿la podrá hacer?.	4.- El 50% contestó “si”, el 35% dijo “no” y el 15% dijo “quien sabe”
5.- Si se enseñan algorítmicamente las operaciones aritméticas y teniendo todos los conocimientos previos para el tema que se este tratando, ¿es posible que se entiendan mejor?.	5.- El 70% contestó “si”, el 25% dijo “no” y el 5% dijo “quien sabe?.

Capítulo IV. Conclusiones

4.1.- Análisis y reflexión:

Las aportaciones de esta tesis en cuanto a la enseñanza de las matemáticas, son los algoritmos y todos los elementos base que intervienen en el desarrollo del tema repasándolos indirectamente al momento de enseñar el tema, logrando con esto un buen aprendizaje y reafirmando el mismo.

El trabajo interdisciplinario y en equipo enriquece la producción pedagógica y académica tomando algunas **limitantes** como son el número de alumnos que componen cada equipo y también los conocimientos que tienen cada uno de los alumnos que los forman. Con este tipo de estructura se pueden diseñar lecciones para salvar dificultades y obstáculos en el aprendizaje de la matemática, que ya han sido desarrolladas por investigadores en la materia y que son automáticamente ayuda para los profesores.

Como una **sugerencia** se puede pensar en la posibilidad de diseñar unidades de lecciones apropiadas para nuestra realidad, tomando en cuenta el tiempo y la dedicación, comparando los resultados y la posibilidad de mejorar con menor esfuerzo.

Se debe de tender a quitar el **mito** que se tiene de las matemáticas, **de que son muy difíciles por ser abstractas** y que no se puede con ellas y otras tantas cosas que se dicen de ellas. *No así que siendo una ciencia tan exquisita, donde uno se puede* ***recrear, quedar satisfecho, decir " lo logré "****, inclusive darse ánimos para poder hacer cualquier otra cosa: como meterse a la música, a los bemoles, a cualquier cosa. Es estimulante y recreativo aprender matemáticas.*
Todo esto **implica una total dedicación por parte del estudiante para estar dispuesto a poner atención** a lo que los maestros tratan de enseñar.

Capítulo V. Bibliografía.

Ausubel David P. , Psicología educativa, editorial Trillas, México, 1993.

Castelnuovo Emma, Didáctica de la matemática moderna, Editorial Trillas, México, 1983

Clark, K.L., S.- A. Tarnlud, Logia Programming, New Cork, Academia Press 1982.

De La Torre, S., *Educar en la creatividad, Editorial,* Madrid: Narcea, España, 1987.

De Zubiría, M. & De Zubiria, J., *Biografía del pensamiento*. Editorial Antropos, Bogotá, 1992.

Donald T Campbell Amorrortu y Julian C. y Stanley, Diseños experimentales y cuasiexperimentales en la investigación social, Buenos Aires, 1996

Duval, Raymond. Gráficas y ecuaciones: la articulación de dos registros. Antología en matemáticas México 1992.

Ferreira Cortés Gonzalo, Informática para cursos de bachillerato, Editorial Alfaomega, México, 2000

.Kemmis S. & Mc Taggart R., *Cómo planificar* la investigación*, laertes, España,1992.*

Maley y Heilweil, Introduction to digital computers, Prentice-Hall, USA, 1968.
.

Maley y Heilwei, Introducción a las computadoras digitales, Editorial Limusa, México, 1970.

Mc Cllough, Teaching and Learning with Computer: A School-Wide Approach *The Computing Teacher* N. T., USA,1992.

Morris Mano M., Ingeniería computacional diseño del hardware, Prentice Hall hispanoamericana, S. A., USA, 1991.

Numbers, The Mathematics, *Teacher.* Vol. 86, No. 7, USA, 1993.

Osborne, Roger. & Frevberg, Peter, *El aprendizaje de las ciencias*, Editorial Madrid: Narcea, 1991.

Páez Montalbán R., El conductismo en educación, reflexiones sobre uno de sus alcances y limitaciones, Revista perfiles educativos, UNAM CISE, México, 2007.

Peter Woods, La escuela por dentro, Editorial Paidós / M:E:C:, México, 1987.

Polea G., Como plantear y resolver problemas, Editorial Trillas, México

Raymond Duval, Semiosis y pensamiento humano, Educación matemática, México, 1995.

Ríbnikov K., Historia de las matemáticas, Mir Moscú, Rusia, 2003

Scott, Patrick, Introducción a la Investigación y evaluación educativa, Educación matemática, México, 1990.

Scott, Patrick B, Las computadoras y la enseñanza de las matemáticas Educación matemática, 1990.

Terry Godfrey J., Lenguaje ensamblador para microcomputadoras IBM, Editorial Prentice hall, México, 2004

Valencia de Abadía, Multipatrones, *educación matemática, Editorial* María Vol. 3, No 1, España, 1991.

Vonder Embse Charles, Graphing Powers and Roots of Complex

Capítulo VI. ANEXOS

Anexo 1.

Analogía entre ambas formas de enseñar las operaciones aritméticas en el Código Decimal.

En las escuelas primarias, y en algunos kindergarten, la enseñanza de las operaciones aritméticas se empieza con la suma, y esta a su vez se comienza con la suma de un dígito en la posición de las unidades sin que se pase de 10 y esto se lleva a cabo tanto en el Kindergarten como en el primer año de primaria, como sigue:

$$\begin{array}{r} 3 \\ +\ 2 \\ \hline 5 \end{array}$$

Esta suma las maestras se apoyan en todo lo que se les ocurre, como serían manzanas, pesos, palitos, etc..

Cuando la suma de los números se pasa de diez, entonces hacen lo siguiente:

$$\begin{array}{rr} {\scriptstyle 1} & \\ 2 & 8 \\ + & 7 \\ \hline 3 & 5 \end{array}$$

el uno que se lleva al sumar 8 + 7 en las unidades lo colocan en la parte de arriba de las decenas y se lo suman a las mismas decenas.

En cuanto a las restas se tiene la manera de pedir prestado cuando es menor el minuendo que el substraendo, por ejemplo en la siguiente resta:

$$\begin{array}{rr} 1 & 7 \\ - & 8 \\ \hline & 9 \end{array}$$

Se dice 8 para 7 no se puede, entonces se pide un a la posición de las decenas y luego el 7 se convierte en 17 y ahora de esta manera se puede llevar la resta, que sería 9 y se dice llevo 1 que se resta con el 1 del 17 en el minuendo, dando 0.

En la Multiplicación se opera de la misma manera que en las operaciones anteriores, por ejemplo en la siguiente multiplicación:

$$\begin{array}{r} 13 \\ \times\ \ 5 \\ \hline 65 \end{array}$$

se lee de esta manera la multiplicación, 5 por 3 =15, 5 y llevo 1, luego 5 por 1 igual a 5, más el uno que llevaba me da 6, que es el que coloco del lado izquierdo del resultado 5, quedando como 65 que es el resultado de 13 por 5.

En la división tenemos ciertos modos de llevar a cabo la operación de la misma, desarrollando su descripción de la siguiente forma:

$$\begin{array}{r|l} & \ \ 2 \\ \hline 5 & 12 \\ & -10 \\ \cline{2-2} & \ \ \ 2 \end{array}$$

Se lee de la siguiente forma: 12 entre 5 toca a 2, es decir cabe 2 veces el 5 en el 12, se coloca en el lugar del cociente el 2 y luego se multiplica este 2 por el 5 del divisor que será 10 y se le resta al 12 del dividendo quedando 2 de residuo

Esta es la forma más o menos que se les enseña a los alumnos de primaria.

Anexo 2.

Operaciones aritméticas en código decimal.

Para comprender los números binarios, primero debemos estudiar cuidadosamente el sistema de números decimales que nos es más familiar. De aquí la razón que se analice el algoritmo del código de los números decimales en las operaciones aritméticas de suma, resta, multiplicación y división.

Este código cuenta con diez dígitos (base 10), que van del 0 al 9, de ahí su nombre decimal. Desde que comenzamos la escuela nos empiezan a enseñar a contar con los primeros números de dicho código y nos sentimos muy orgullosos cuando nuestros hijos ya saben contar del uno al diez, lo presumimos con nuestras amistades, sin embargo más adelante, cuando pasa el tiempo se le pregunta a un alumno de nivel medio, ¿Cuántos dígitos tiene el código decimal?, y sus respuestas son: nueve (ni siquiera lo relacionan con la palabra DIEZ), otros no saben.

Con sólo estos diez dígitos formamos toda la numeración, desde luego tenemos que ir aprendiendo en el transcurso de su formación otros conceptos en donde nos basaremos para dicha formación y es precisamente aquí donde debemos de poner atención para que esto que se va conociendo se vaya entendiendo de una manera completa, ya que depende mucho de estos conceptos para posteriormente al entrar en otros campos de las matemáticas se comprenda lo que se les vaya dando nuevo.

Los números del código decimal son los siguientes:

DECIMAL.

0

1

2

3

4

5

6

7

8

9

SUMA DECIMAL.

En el algoritmo de la suma se tienen varios conceptos que intervienen en dicha operación, como son el número al que se suma, el número que suma, la posición, el acarreo y el concepto fundamental que es la base del código.

El sumando es el número al que se le va a sumar otro número.

El sumando es el número que se va a sumar a otro.

La posición es el lugar que ocupa un número y este lugar puede ser: unidad (del 0 al 9), decena (del 10 al 99), centena (del 100 al 999), unidad de millar (del 1000 al 9999), decena de millar (del 10000 al 99999), centena de millar (del 100000 al 999999), unidad de millón (de 1000000 a 99000000), etc.

Acarreo significa el corrimiento que se hace hacía el lado izquierdo, cuando se pasa del código que se esta usando, que en el caso del decimal sería el 10, ya que los diez dígitos que ocupa el decimal son del 0 al 9.

El código, es la base de números que se usan para formar cualquier número, que en el caso concreto del decimal es del 0 al 9.

Para mejor entender esta serie de conceptos nada mejor que utilizar ejemplos en donde se sumen dos, tres o más números, se dice dos, porque es la mínima expresión de entender el concepto de suma, ya que uno implica con quien se va a añadir.

Sumar dos números de un dígito, sin acarreo:

$$\begin{array}{r} 8 \\ +\ \ 1 \\ \hline 9 \end{array}$$

Sumar dos números de un dígito con acarreo:

$$\begin{array}{r} 9 \\ +\ \ 8 \\ \hline 17 \end{array}$$

Reforzando los conceptos al usar el ejemplo anterior, se hace uno las siguientes preguntas:

¿Qué se entiende por acarreo?.

Acarreo quiere decir correr las cifras que se pasen de diez hacia la izquierda de los números que se están sumando en la misma columna.

Aquí se les explica la razón del algoritmo, es decir, como se pasa de 10, que es la base del código (que está compuesto por diez dígitos del , 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9), entonces vamos a recorrer una posición a la izquierda que es la posición de las decenas, y poner el valor del código, que es el " 1 " puesto que se pasó solamente una vez, y en la posición de las unidades queda lo que se pasó del código, que es el " 7 ".

En este momento se les explica lo que está pasando en el algoritmo de suma, y se les da una regla basada en la operación que están haciendo:

Al sumar dos números o más de cualquier base y estos se pasan del código, que se este usando, entonces se recorrerá una posición a la izquierda y se pondrá el número que represente las veces que se pasó de la base, ejemplo:

```
            29
             9
+          183
           929
--------------------
          1150
```

El número 1150 es el resultado de la suma de 4 números, que son el 29, 9, 183 y 929 y se explica como sigue:

La suma de 9 + 9 + 3 + 9, que son los números que se encuentran en la columna que es la posición de las unidades de los cuatro números, es 30, y en 30 cabe 3 veces el 10, que es la base del código (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9) que se está tratando, por tanto en las unidades queda un cero y se recorre una posición a la izquierda, quedando en la posición de las decenas y aquí se pone el número 3, que representa las tres veces que entró el diez en el 30. Al poner el número 3 en la posición de las decenas, entonces este número automáticamente se suma con los que se encuentran en esta posición, que son: 3 + 2 + 8 + 2, esta suma nos da 15, aquí solamente se entra una vez el 10 y quedan 5, por tanto dejamos el 5, que es lo que se pasa de diez, que es la base y se recorre otra posición a la izquierda, que es la de las centenas y las veces que entró, que en este caso es uno, entonces se suma con los números que se encuentran en esta posición que es la de las centenas: 1 + 1 + 9, dándonos un resultado de 11, como este número es mayor que diez, que es la base, pasándose uno, entonces se recorre otra posición que es la de las milésimas, dejando en las centenas el uno que se pasó y en las milésimas se deja el número que representa las veces que se pasó, que en este caso es 1, y como ya no hay más números en esta posición que es la de las milésimas, se deja el 1, quedando el número finalmente 1150, que es el resultado de los cuatro números dados para sumar.

Ejercicios de sumas, explicándolos:

1) Hágase las siguiente suma de los números: 125797, 35572, 98756, 12345, explicando el porque de los acarreos y su colocación (posicionamiento).

2) Súmese los siguientes números explicando el acarreo de cada posición si es que lo hay, y si no lo hubiese que pasa: 934, 729, 900, 818.

3) Diga qué sucede en la posición de las unidades y decenas al sumar los siguientes números: 2513, 9522, 3711, 9532, 2321.

RESTA DECIMAL.

Ahora bien, la operación que trataremos será la de la resta, que es la inversa a la suma, y aplicaremos el algoritmo de la resta que sería el siguiente:

1º Solamente se pueden usar dos números en la Resta, llamados minuendo y sustraendo.

- Minuendo, es la cantidad a la que se le va a restar otra.
- Sustraendo es la cantidad que hay que restar a otra.

2º Se restará columna por columna de derecha a izquierda, es decir, unidades, decenas, centenas, unidad de millar, etc., Aquí en lugar de aumentar, se disminuye.

3º Se trabajará con el código decimal, es decir, 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9, el número 10 será la base.

4º Se toman las unidades y si el minuendo es mayor solo se le quitará el valor del sustraendo y se pasa a la siguiente posición que son las decenas, pero si es menor, entonces se tomará una unidad de la izquierda (que por ser base diez, entonces son 10 lo que se le suma al minuendo y así se hace mayor que el sustraendo), de esta manera se continúa normalmente.

Ejemplo: Restar un número de otro, sin que haya acarreo. Los números a restar son:

$$
\begin{array}{r}
2\,5\,6\,8 \\
-\quad 2\,3\,5 \\
\hline
2\,3\,3\,3
\end{array}
$$

Ahora se restará un número de otro con acarreo:

$$
\begin{array}{r}
2\,5\,6\,8 \\
-\quad 6\,8\,9 \\
\hline
1\,8\,7\,9
\end{array}
$$

Ejercicios de Restas explicándolos:

1) Explique el desarrollo de la siguiente resta, haciendo énfasis en los movimientos de posición de los mismos: 2473199 menos 128829.

2) Desarrolle la siguiente resta, haciendo énfasis en los ceros del minuendo con respecto a los números del substraendo: 231006 menos 83227.

3) Reste los siguientes números explicando paso a paso lo que va sucediendo en cada una de las posiciones del minuendo: 403000 menos 38789.

MULTIPLICACION DECIMAL.

En el algoritmo de la multiplicación debemos observar la posición, el acarreo, el corrimiento y finalmente la suma como se describió anteriormente, a parte de las tablas de multiplicar.

1º Posición es la columna a la que pertenece el número y son: las unidades, decenas, centenas, etc..

2º El acarreo se lleva a cabo cuando se pasa la cantidad de la base del código que se esté trabajando, por ejemplo si se suman dos números en decimal 8 + 5 = 13, el 1 del 13 es el que se corre, ya que el 3 queda en la posición de las unidades y el 1 queda en la posición de las centenas.

3º El corrimiento es la posición que se lleva a cabo cuando ocurre el acarreo en una operación que se está llevando a cabo.

Ejemplo de una multiplicación. Multiplicar el número 234 por el número 18:

$$
\begin{array}{r}
234 \\
\times \quad 18 \\
\hline
1872 \\
234 \\
\hline
4212
\end{array}
$$

La pregunta en está multiplicación sería, ¿ por qué cuando se multiplica el 1 del multiplicador por el número 234 del multiplicando, se recorre una posición y un renglón, para que al final se sumen verticalmente?.

Para responder esta pregunta, primero debemos de saber qué es multiplicando y que es multiplicador:

1º Multiplicando es el número que va hacer multiplicado por otro.

2º Multiplicador es el número que indica las veces que se va a multiplicar el multiplicando.

Una vez entendido este concepto, entonces la respuesta a la pregunta anterior es de que el 1 del número 18 son las decenas del mismo y por tanto el resultado de multiplicar 1 por 4 se pone en la posición de las decenas y así sucesivamente se van recorriendo hacia la izquierda, y el renglón es como en cualquier suma, para facilitar la suma de los números, ya que al estar por columnas se facilitan tener las unidades, decenas, centenas, etc. y luego sumar todas las columnas obtenidas de dichas operaciones de haber multiplicado los dos números 234 por 18, obteniendo el resultado de 4212.

Ejercicios de Multiplicaciones explicándolos:

1) Desarrolle las siguiente multiplicación explicando los acarreos y corrimientos de las posiciones en la misma.

2) Explique el corrimiento de los renglones al multiplicar los números del multiplicador por el multiplicando: 245672 por 230004.

3) ¿ Qué se podría hacer al multiplicar 29784399 por 20000 ?.

DIVISION DECIMAL.

En el algoritmo de la división intervienen el concepto divisor, dividendo, cociente y residuo, posición, acarreo, corrimiento, multiplicación y finalmente el de la resta como se describieron anteriormente, a parte el de las tablas de dividir.

Para entender lo anterior, llevemos a cabo una sencilla división como sigue:

$$
\begin{array}{r|l}
 & 3\,0 \\ \hline
8 & 2\,4\,3 \\
 & 0\,3 \\
 & \,3
\end{array}
$$

Como podemos observar al dividir 243 como dividendo entre 8 como divisor, el resultado o cociente es 30, con un residuo de 3. Esto se puede explicar con el algoritmo de la división, de la siguiente manera:

1º Se toma el dígito más significativo del dividendo es decir el del lado izquierdo, si éste es más chico que el número del divisor, entonces se toma otro dígito del dividendo para formar un número mayor y así poder dividir entre el divisor, como en el caso que se está tratando, es decir, 24 entre 8, el resultado, que es 3, se coloca en la parte superior de la figura de la división.

2º Se multiplica el 3 por 8 (divisor), que es 24, y este número se resta de los dos primeros dígitos del lado izquierdo (24) del dividendo, que en este caso dará cero.

3º Se baja el siguiente número del dividendo y se forma con el resultado de la resta que se hizo anteriormente, para que de esta manera se forme otro número que en este caso es 03, que consecuentemente es 3.

4º El número obtenido anteriormente que es 3 se divide entre el 8 del divisor, que consecuentemente es cero, ya que es mayor el 8 divisor del 3 residuo y se coloca del lado derecho del 3 cociente en la parte superior de la figura de la división formándose el número 30.

5º El cero del número 30 se multiplica por el 8 del divisor, dando cero y este cero se le resta al residuo que se tenía que era 3, dando como resultado 3, que finalmente queda como residuo 3.

En este caso específico de dividir 243 entre 8, se obtiene un resultado o cociente de 30 y queda un residuo de 3.

Ejercicios de división explicándolos:

1) Dividir los siguientes números explicando las posiciones de los mismos: 234 entre 2.

2) Divida los siguientes números explicando lo que sucede tanto en la multiplicación como en las restas de los mismos: 400238 entre 9.

3) Explique la posición del resultado, como el corrimiento de las posiciones del dividendo y su residuo de los siguientes números: 45239 entre 95.

Anexo 3.

Álgebra booleana, aritmética binaria y comparativo entre códigos decimal - binario.

El código binario consta de dos dígitos, como su nombre lo indica, solamente existen el 0 y el 1, no se conoce otro número, con él se pueden desarrollar la suma, resta, multiplicación y división y todo lo relacionado con las matemáticas como cualquier otro código.

El álgebra booleana se basa en el concepto de cantidades que solamente pueden tener dos valores. Se perfeccionó originalmente para usarse con la lógica deductiva en la que la verdad o la falsedad de las afirmaciones son los dos valores que interesan. En nuestra aplicación actual los dos valores interesantes son los niveles de voltaje y empleamos el álgebra booleana para describir, analizar y simplificar los circuitos que funcionan en esos dos niveles.

Álgebra booleana.

El álgebra booleana solo acepta dos constantes, que llamaremos 0 y 1, para representar los dos niveles de voltaje binario. Una variable booleana es una cantidad que en diferentes ocasiones puede ser igual a cualquiera de las dos constantes booleanas. Se usará la variable booleana para representar el nivel de voltaje de un alambre que puede estar en cualquiera de ambos niveles. Por ejemplo, cuando el alambre A está en el nivel 0, la variable A será igual a 0, pero cuando el alambre A está en el nivel 1, entonces la variable A será igual a 1.

Una diferencia importante entre el álgebra booleana y el álgebra ordinaria es que, en esta última una variable puede tener muchos valores, mientras que una variable booleana solo puede tener dos valores. En su aplicación más común una variable ordinaria representa cualquier número y en consecuencia puede tener realmente una variedad infinita de valores. No hay que considerar que la variable booleana represente un número, porque si así fuera solo habría dos valores permitidos para ese número. En vez de ello una variable booleana representa el nivel de voltaje binario de un alambre.

Aritmética binaria.

Arriba mencioné que el empleo de voltajes binarios permite el diseño de circuitos sencillos y seguros. Esto significa que un dígito decimal que tiene diez valores posibles no puede representarse con un solo alambre que solo tiene dos valores posibles, 0 y 1 (aunque un número binario requiere más dígitos que su equivalente decimal). Otra característica de los números binarios es que las reglas para la suma, resta, multiplicación y división son mucho más sencillas que las reglas de la aritmética decimal. Esos factores hacen que el sistema de números binarios sea ideal para el manejo de los circuitos de las computadoras.

Comparativo entre el código decimal y el código binario.

Esta sesión sirvió para dar un repaso a todo lo que se vio del algoritmo de las operaciones aritméticas de suma, resta, multiplicación y división tanto del código decimal como del binario, haciendo una relación por medio del algoritmo de ambos códigos.

SUMA

DECIMAL	BINARIO
29	1 1 1 0 1
9	1 0 0 1
+ 83	1 0 1 0 0 1 1
39	+ 1 0 0 1 1 1
--------------------	---------------------------------
1 6 0	1 0 1 0 0 0 0 0

RESTA

DECIMAL	BINARIO
2 5 6 8	1 1 0 0 1 0 0
- 6 8 9	- 1 1 1 0 0 1
1 8 7 9	1 0 1 0 1 1

MULTIPLICACION

2 3 4	1 0
x 1 8	X 1 0
1 8 7 2	0 0
2 3 4	1 0
4 2 1 2	1 0 0

DIVISION

$$
\begin{array}{r|l}
 & \;\;3\,0 \\ \hline
8 & 2\,4\,3 \\
 & \;\;\;0\,3 \\
 & \;\;\;\;\;3
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{r|l}
 & \;\;\;1\,0 \\ \hline
1\,0 & 1\,0\,0 \\
 & -1\,0 \\
 & \text{------} \\
 & \;\;\;0\,0 \\
 & \;\;\;\;\;0
\end{array}
$$

Anexo 4.

Algoritmo para convertir de Decimal a Binario.

Y binario a decimal.

Este Algoritmo consiste en convertir un número dado en código decimal a código binario, es decir manejar los números de base diez, y convertirlos a base dos.

Los pasos a seguir para pasar de un número de base diez a un número de base dos son los siguientes:

1.- Se divide el número decimal entre dos que es la base del código al que se quiere convertir el número dado decimal, y el residuo obtenido de dicha división será el primer dígito binario del extremo derecho.

2.- Se vuelve a dividir el residuo del decimal entre dos, que es la base binaria y se obtiene otro residuo, que se colocará al lado izquierdo del anterior, para que de esta manera se vaya formando dicho número binario.

3.- Así sucesivamente se va llevando a cabo el algoritmo de conversión hasta obtener el número binario completo.

4.- El último número que formará el binario será el cociente de la división.

Ejemplo de una conversión de un número decimal a un número binario.

21
2 | 42_{10}
-4
0 2
-2

1 0
2 | 21_{10}
-2
0 1

5
2 | 10_{10}
-1 0
0

2
2 | 5_{10}
- 4
1

1
2 | 2_{10}
- 2
0

Para formar el número binario que resulta se sigue el siguiente orden: Se comienza con el último resultado que es el cociente 1 y a partir de este hacia la derecha se van colocando los residuos obtenidos de tal manera que nos queda finalmente el número $1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0_2$

Algoritmo de conversión de Binario a Decimal.

Este Algoritmo cosiste en convertir un número dado en código Binario a código decimal, es decir manejar los números de base dos, y convertirlos a base diez.

Los pasos a seguir para pasar de un número de base dos a un número de base diez son los siguientes:

1.- Se da un número en binario, es decir ceros y unos, con base dos.

2.- Se toma la posición menos significativa, es decir la del extremo derecho del número binario (las unidades), y se multiplica este número por dos, que es la base del binario, a la cero potencia (2^0), como sigue:. $1\ 0\ 1_2 = 1 \times 2^0 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^2$.

5.- Así sucesivamente se van siguiendo con los demás números si existiesen hasta terminar con el número que se haya dado.

6.- Finalmente se suman todos los números obtenidos, dando el número decimal buscado en dicha conversión, como sigue:

$$1\ 0\ 1_2 = 1 \times 2^0 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^2 .$$

$$1\ 0\ 1_2 = 1 + 0 + 4 = 5_{10} .$$

Anexo 5.

SUMA BINARIA

Una vez explicado el algoritmo de la suma, resta, multiplicación y división en código decimal, se llevará a cabo este mismo algoritmo al Código Binario:

Para poder llevar a cabo tendremos en cuenta las siguientes reglas basadas en las reglas de la suma en general:

Si sumamos:

	0	0	1	1
	+ 0	+ 1	+ 0	+ 1
	-------------	----------	------------	--------
Tendríamos:	0	1	1	(1)0

En estas sumas en Binario, notamos que las tres primeras no se pasan de la base, que tiene el código, y que es de dos dígitos (0 y 1), por tanto no hay corrimiento y el resultado queda ya sea con 0 ó con 1. Mientras que en la cuarta operación vemos que es igual a la base que es dos, por tanto queda un cero y se recorre una posición a la izquierda, que es la de las decenas, y se coloca el número que representa las veces que cabe o se pasa de la base, y que en este caso es 1, por eso queda 10 el resultado de 1 + 1.

Posteriormente una vez que los alumnos han comprendido el algoritmo de la adición, se le ponen otros ejemplos pero con mayor grado de dificultad, como son operaciones de adición con más cantidades grandes de números, como por ejemplo:

$$
\begin{array}{lr}
 & 1\,0\,0\,1_2 \\
 & 1\,1\,1_2 \\
 & 1\,0\,0\,1_2 \\
+ & 1\,1_2 \\
\hline
 & 111\,0\,0_2
\end{array}
$$

Al sumar el 1 en las unidades de la suma anterior vemos que nos da 4, en dicho número cabe la base 2 del binario dos veces, por tanto decimos 0 y recorremos el 2 de las dos veces hacia la siguiente posición de la izquierda y lo sumamos con los números que están en esta posición y así sucesivamente hasta terminar la suma de dichas cantidades.

En esta adición en binario de varias cantidades grandes, es fácil poder llevar a cabo el algoritmo de suma, con un resultado satisfactorio y comprobable en las operaciones que se llevan a cabo en base al conocimiento adquirido por el alumno, usando la comprensión de algo que saben, pero que no se les había enseñado de esta manera, que es la real y lógica, quedando satisfechos con sus ejercicios, que es lo que se pretende en Matemáticas, que los alumnos les gusten, y esto lo van hacer cuando comprendan el por qué de las operaciones y por qué se desarrollan de esta manera, lo que para mi gusto, es que ya no recuerdan ciertos elementos, ni como se desarrollan los mismos, como podría ser una fracción (o sea el quebrado), un exponente negativo, una fracción con denominador cero.

Ejercicios en Código Binario explicándolos.

1) Haga la siguiente suma binaria explicando los acarreos que haya en la misma, así como las posiciones de los siguientes números: 10101011, 100111, 11111.

2) Haga la siguiente suma binaria de los números: 1100111, 1000111, 111, 10101.

3) Desarrolle la suma binaria de los siguientes números enfatizando los acarreos que haya en sus posiciones: 101101111, 101010, 110110111, 11011111.

RESTA BINARIA.

Ahora veamos que pasa en las operaciones de restas, que son lo contrario a las sumas. Para esto tomemos las reglas de la resta:

1	1	0	0
-1	-0	-1	-0
--------	--------	-------	-------
0	1	NO	0

Debemos recordar que en la resta solamente dos números intervienen en ella, no como en la suma que se pueden sumar varios números a la vez.

Todo es igual como en cualquier resta decimal, observando que cuando el minuendo es menor que el substraendo, entonces tomamos la base que se esta tratando, y le restamos el substraendo, recorriendo la unidad de base 2 a la siguiente posición, aquí las posiciones son 2^0, 2^1, 2^2, etc.

En el siguiente ejemplo restemos los siguientes números, donde el minuendo es menor que el substraendo:

```
  1 0
-   1
______
 (0)1
```

En esta pequeña resta se observa en la posición de las unidades que el minuendo 0 es menor que el substraendo 1, y al restarle a 0 un 1, nos vemos en la necesidad de tomar de la posición de 2^1, la cantidad que representa, que en este caso específico es 2, luego le restamos el uno del minuendo al substraendo que ya es 2 y nos queda 1, quedándose en 0 la posición de $2^{1,}$ que tenía 1 originalmente.

El siguiente ejemplo ya se hará con números binarios más grandes, como sigue:

$$\begin{array}{r} 100 \\ -\ 1 \\ \hline 11 \end{array}$$

En la operación anterior de la resta entre los números binarios de 100 menos 1 el resultado que se obtiene es 11, ¿ por qué ?, la razón es la siguiente:

En las unidades 2^0 del número 100 del minuendo existe un 0, que es menor que el 1 de las unidades del substraendo, luego se recorre el número 1 de la posición 2^2 del minuendo (100), que en este caso como se esta trabajando en binario es base 2, este se recorre a la posición 2^1, del minuendo que es 0 sumándosele 0 + 2 = 2, entonces se toma este 2 de la posición 2^1, quedando 0 en dicha posición y en la posición 2^0 que son las unidades se suma el 2 + 0 = 2, de esta forma se le resta el 1 del substraendo al 2 del minuendo, dando por resultado 1 y se recorre el 1 que sobra en la resta de 2 – 1 = 1 a la posición de 2^1 , como en este momento en el minuendo tenemos 0 se le suma el 1 que se recorrió a esta posición, este solo se baja y el último número del minuendo de la posición 2^2, como se convirtió en 0, por recorrerse a la posición 2^1 se pierde.

Ejercicios de las restas binarias, explicándolas.

1) Haga la siguiente resta binaria de los siguientes números: 101000 menos 101.

2) Hacer la siguiente resta binaria explicando sus acarreos: 1110100 menos 1001.

3) Hacer la siguiente resta binaria explicando los acarreos en las posiciones de los mismos de los siguientes números: 110000 menos 1111.

MULTIPLICACION BINARIA

El algoritmo de la multiplicación binaria es como el de la multiplicación decimal, nada más que en lugar de trabajar con base 10 ahora se trabaja con base 2, por tanto los acarreos se harán en base 2 y lo mismo los corrimientos, es decir que cuando se pase de una posición a otra se hará con base 2.

```
     0         0         1         1
   x 0       x 1       x 0       x 1
--------   ------    ------    ------
     0         0         0         1
```

Ejemplo de una multiplicación binaria:

```
     1 0
  X  1 0
 _______
     0 0
   1 0
 ________
   1 0 0
```

Este ejemplo muestra el corrimiento de las columnas en los dos renglones en donde cuando multiplicamos la posición decimal del multiplicando 10, es decir el 1, entonces colocamos el resultado en la posición 2^1 y de ahí continuamos hacia la izquierda, para que finalmente sumemos columna por columna obteniendo el resultado que en este caso es 100, que es el cuatro binario, ya que según la posición que se encuentre el 1 binario es el valor que le corresponde, comenzando con las unidades que es 2^0, 2^1 es 2, 2^2 es 4, 2^3 es 8 y así sucesivamente.

Ejercicios de la multiplicación binaria, explicándolos:

Al hacer las multiplicaciones binarias es importante que se tome en cuenta la base del código binario, al hacer los acarreos y corrimientos del los renglones, que está sucediendo con la posición de los mismos y el porque se toma en cuenta cuando se multiplica el número del multiplicando por cada uno de los números del multiplicador en cuanto a la posición de los mismos y como los renglones generados por estas multiplicaciones se van recorriendo una posición a la izquierda.

1) Haga la siguiente multiplicación binaria explicándola en sus corrimientos, en sus renglones generados al multiplicar los números del multiplicador por cada uno del multiplicando de los siguientes números: 1011011 por 1001.

2) Multiplique los números binarios 1010101 por 100 y observe su resultado de inmediato y porque del aumento de los ceros del multiplicador en el multiplicando.

3) Desarrolle la multiplicación binaria de las siguientes castidades 11111 por 1111 y explique la suma que se hace para obtener el resultado final.

DIVISION BINARIA.

El algoritmo de la división binaria es el mismo que el de división decimal y tiene una serie de operaciones consigo, como es el de la multiplicación del cociente por el del divisor, así como la resta, que es el resultado del cociente por el divisor, restando este resultado al número formado del dividendo para obtener el cociente. De igual manera los corrimientos y los acarreos en dichas operaciones, como también el residuo, que no es otra cosa que lo que falta al obtener el resultado del cociente por el divisor, es decir, se le suma al resultado de dicha multiplicación.

Las reglas a las que está sujeta la división son las siguientes:

$$\frac{0}{0} = \text{error}, \quad \frac{1}{0} = \text{error}, \quad \frac{0}{1} = 0, \quad \frac{1}{1} = 1$$

Para mejor entender dicha división binaria se usarán algunos ejemplos explicándolos.

Ejemplo dividir el número binario 1110 entre 11 binario:

```
        1 0 0
     ┌────────
 1 1 │ 1 1 1 0
      -1 1
     ─────
        0 1
      - 0 0
      ─────
          1 0
        - 0 0
        ──────
           1 0
```

Explicación de la división:

1) Se toma el 1 del extremo izquierdo del dividendo, y se ve cuantas veces cabe el 11 del divisor en él, se nota que no es posible, pues es más grande el divisor, entonces se recorre una posición en el dividendo hacia

la derecha y se toma otro dígito del dividendo, formando un 11 en el dividendo y se vuelve a ver, cuantas veces cabe el divisor en el dividendo y se nota que este si es igual que el 11 del divisor y se ve cuantas veces cabe el 11 binario del divisor entre el 11 binario del dividendo y se nota que una sola vez cabe, , por tanto este uno se coloca en la segunda posición de izquierda a derecha en el cociente y ahora sigue:

2) Se va a multiplicar el 1 del cociente por el 11 del divisor, que dicha multiplicación: 11 x 1 = 11 y este número 11 se colocará abajo del 11 del dividendo de izquierda a derecha, quedándonos un residuo 0, ahora bien se baja el 1 del dividendo y se coloca al lado derecho del 0 residuo quedando el número 01, este es menor que el 11 del divisor, por tanto se pone un 0 a la derecha del 1 del cociente y se ve que no puede ser dividido entre el 11 del divisor y por tanto se coloca otro 0 en el cociente quedando finalmente el número 100 en el cociente y un residuo 10.

3) Para comprobar si la división que se llevo a cabo está bien se multiplica el cociente por el divisor y se le suma el residuo.

Ejemplo 2. Como ejercicio sigue los pasos en la siguiente división ya hecha, para reforzar el conocimiento del algoritmo de la división:

```
            1 0
      ┌─────────────
1 1 1 │ 1 0 0 0 0
      │ -  1 1 1
      ──────────
        0 0 0 1 0
            0 0 0
     ────────────
            0 1 0
```

Para ver si dicha división es correcta, multiplica a 10000 X 111 y súmale el residuo 10, nos da 10000.

Anexo 6.

OPERACIONES ARITMETICAS EN CODIGO OCTALY SUS CONVERSIONES.

Como explicación a la aplicación de los algoritmos en la enseñanza – aprendizaje se llevaron a cabo la aplicación de los otros dos códigos que intervienen de una manera básica en el manejo de la cibernética y computación, luego se llevaron a cabo las operaciones aritméticas junto con sus conversiones, que son el título de esta tesis.

CODIGO OCTAL

Tengamos en cuenta que los dígitos que entran en el código octal son del 0 al 7, que si los contamos son solamente ocho, de ahí el nombre de octal, analogándolo con el código decimal veríamos que ya no entran en el código octal el 8 y el 9 de la base decimal:

Esta descripción de los números del código octal, relacionándolos con los que contiene el código decimal serán los siguientes, en donde podemos observar que los del octal solamente llegan hasta el siete, ya que del cero al siete son ocho los números que podemos contar como se dijo arriba. Y son los siguientes:

OCTAL

0 → 1

1 → 2

2 → 3

3 → 4

4 → 5

5 → 6

6 → 7

Hasta aquí son 8 7 → 8

Pregunta natural: ¿Cómo se escribe 8 en octal?, Es $7_8 + 1_8 = 10_8$, al sumar 7 + 1 da 8, como la base es 8, se dice 8 – 8 = 0 y se arrastra el 1 a la izquierda, por tanto queda 10_8 .

Algoritmo de conversión de Decimal a Octal.

Para convertir un número decimal a un número octal se siguen los mismos pasos que se llevaron a cabo en la conversión del decimal al binario, es decir, se divide el número decimal entre 8, que son los ocho dígitos que se compone el código octal, y los residuos de dicha división son los que van formando el número octal, desde luego comenzando con el último resultado y luego le siguen los residuos, desde el último que apareció hasta llegar al primero.

En el siguiente ejemplo queremos convertir un número decimal dado a un número octal, por tanto hacemos lo siguiente:

```
     1 5 4              1 9              2
8 | 1 2 3 2        8 | 1 5 4       8 | 1 9
   - 8                - 8             -1 6
     4 3                7 4              3
   - 4 0              - 7 2
       3 2                2
     - 3 2
         0
```

El resultado de esta conversión de decimal a octal es : $2\,3\,2\,0_8$

Algoritmo de conversión de Octal a Decimal.

Para llevar a cabo la conversión de un número octal a decimal:

1º Se escribe el número octal.

2º Se toma el primer dígito menos significativa del número octal, o sea el del extremo derecho y se multiplica por 8^0, luego el resultado se le suma al siguiente dígito por 8^1, y así sucesivamente hasta llegar al último, es decir al más significativo del número dado en octal.

3º Finalmente se ya sumados todos los números obtenidos se obtiene el número decimal buscado.

El siguiente ejemplo nos esclarecerá lo explicado aquí. Tomemos el número obtenido anteriormente en la conversión de decimal a octal para comprobar que lo que se está haciendo es lo correcto:

$2\ 3\ 2\ 0_8 = 0 \times 8^0 + 2 \times 8^1 + 3 \times 8^2 + 2 \times 8^3 = 0 + 16 + 192 + 1024 = 1\ 2\ 3\ 2_{10}$

Siendo este el resultado de convertir un número octal a decimal.

SUMA OCTAL

De la misma manera podemos hacer una suma en octal, tanto con números pequeños, como con números grandes, ya sean pocos números o muchos los que se vayan a sumar, desde luego siguiendo el mismo algoritmo, por ejemplo:

Sumar los números 125_8 más 36_8 y luego 27_8 más 7_8 .

	1 2 5		2 7
+	3 6	+	7
	----------------------		---------
	163		36

En estas dos sumas en octal podemos observar la aplicación de las reglas del algoritmo, dándonos el resultado de una manera real, pero a la vez rara, pues no estamos acostumbrados al procedimiento, ya que no tenemos en cuenta la base con que estamos trabajando y su aplicación al procedimiento.

En la primera suma tenemos que al sumar $5_8 + 6_8$ nos da 11_8 , tomando en cuenta la base ocho, se nota que en el 11_8 cabe solo una vez el ocho, por tanto dejamos la diferencia que es 3 en dicha posición y se recorre una posición a la izquierda y se le suma un 1, que es la veces que entró el ocho, a los números que se encuentran en esta posición que son el 2 y el 3, dándonos 6 como resultado, dejando seis en dicha posición, ya que no se pasa de ocho, que es la base y posteriormente nos pasamos a la siguiente posición a la izquierda y ponemos el número que ahí se encuentra, que es el 1, dando como resultado de dicha suma octal el número del 163_8 .

La siguiente operación de los números 27 + 7, vemos que al sumar 7 + 7 obtenemos 14, este número se pasa en 6 unidades a la base 8, por tanto dejamos el 6 en las unidades y nos recorremos una posición a la izquierda y sumamos un 1 a los números que se encuentran en dicha posición, que solo es un 2, por tanto tenemos 2 + 1 es igual a 3 y lo dejamos ahí, obteniendo como resultado 36_8.

De la misma manera podemos hacer una suma en Octal con números grandes y muchos los que se vayan a sumar, desde luego siguiendo el mismo algoritmo, por ejemplo:

$$\begin{array}{lr} & 2\ 1\ 4\ 6\ 5\ 7\ 3\ 7\ 3_8 \\ & 2\ 3\ 4\ 5\ 1\ 6\ 2_8 \\ + & 7\ 6\ 5\ 4\ 3\ 2\ 1\ 4\ 3_8 \\ & 1\ 0\ 1\ 0\ 2\ 0\ 1\ 5_8 \\ \hline & 1\ 2\ 1\ 4\ 7\ 6\ 0\ 7\ 3\ 5_8 \end{array}$$

En esta operación de suma de varios números grandes, al aplicar el algoritmo de la suma se notará y se tomará muy en cuenta la base octal, por consiguiente se ve que en la segunda posición de izquierda a derecha, se están acarreando dos unidades que representan las veces que el 8 cupo en la suma de los números 7, 6, 4, 1 y el uno del acarreo de la suma de la posición de la derecha, que suman en total 19, dejamos el 3, que es la diferencia de 19 y 16 (suma de 8 + 8), y acarreamos 2 hacia la izquierda, y así sucesivamente hasta terminar la suma de todos los números en octal. Esto se deja al lector como ejercicio hasta terminarlo.

RESTA OCTAL.

La resta octal es lo contrario a la suma octal, aquí se tomará en cuenta que cuando el minuendo sea menor que el substraendo en una posición, entonces se tomará una unidad de la posición de la izquierda, que equivaldrá a ocho y se le sumará a dicho minuendo menor. Para entender mejor lo dicho arriba, nada mejor que un ejemplo:

$$
\begin{array}{r}
2\ 5\ 7\ 3\ 1_8 \\
-\quad 6\ 7\ 4\ 2_8 \\
\hline
1\ 6\ 7\ 6\ 7_8
\end{array}
$$

Como se podrá observar, se da uno cuenta como cuando el minuendo de la resta en x posición es más pequeño que el substraendo se toma un 1 de la posición izquierda inmediata, que se convierte en 8, que es el valor de la base del código octal, y se le suma a dicho minuendo menor, dejando la cantidad de la posición que se tomó en una unidad menos, por ejemplo en los números 31 – 2, el 1 es menor que el 2, por tanto se toma una unidad del 3, convirtiéndose el 1 en 9 ya que 1 + 8 = 9, y al 3 se le resta esa unidad que en dicha posición es 1, quedando como 2, ya que 3 – 1 = 2, y así sucesivamente hasta terminar. Nótese que al pasar de una posición de derecha a izquierda se toma la cantidad como 8, que es la base del código octal.

MULTIPLICACION OCTAL

En la multiplicación octal se trabajan los mismos conceptos de los códigos decimal y binario, hay corrimiento hacia la izquierda en los renglones cuando se multiplica un número del multiplicador por todos los del multiplicando, tomando en cuenta la posición del multiplicador (si son unidades en unidades, si es la posición inmediata del lado izquierdo, en esa posición), para recorrer el renglón que se está generando al hacer la multiplicación de dichos números.

En el siguiente ejemplo se entenderá mejor lo descrito anteriormente:

```
        3 2 6 5 4₈
X           2 1 4₈
----------------------
      1 5 3 2 6 0
      3 2 6 5 4
  6 5 5 3 0
-----------------------
    7 2 5 5 0 2 0₈
```

En esta multiplicación en octal se observa la importancia de tomar en cuenta la base del código que se usa, ya que al estar acostumbrados al decimal, se hace raro decir 2 x 5 = 10, cero y se lleva 1, cuando trabajamos el código octal, decimos 2 x 5 = 10, 2 y se lleva 1.

Ejercicios en código octal, explicándolos:

1) Multiplicar los siguientes números en octal: 45123_8 por 450_8.

2) Multiplicar 10002_8 por 707_8, explicando que se puede hacer cuando se multiplica por 0.

DIVISION OCTAL.

La división en código octal no tiene ninguna dificultad, siempre y cuando se tome en cuenta la base del código octal que es el número 8. El algoritmo es el mismo que se usa en el código decimal y en el código binario.

Con el siguiente ejemplo se entenderá mejor siempre y cuando se expliquen los pasos que se siguen y el porque de lo que se está haciendo tanto con las posiciones, como con las operaciones que se llevan a cabo.

Dividir los números octales siguientes: 710342_8 entre 73_8.

```
            7 5 7 0(8)
        ┌─────────────
7 3(8)  │ 7 1 0 3 4 2(8)
         -6 3 5
         ──────
          0 5 3 3
         -  4 4 7
         ────────
            0 6 4 4
           - 6 3 5
           ───────
              0 0 7 2
            -     0 0
            ─────────
                  7 2(8)
```

1) Como se puede ver se tiene un divisor 73_8 el cual es mayor tanto del 7_8, que se encuentra en la 6ª posición hacia la izquierda del número 710342_8, como del 71_8 que se forma con las dos últimas posiciones de izquierda del número 710342_8 antes mencionado y que sigue siendo menor, por tanto se debe recorrer otra posición hacia la derecha formándose el número 701_8, que ahora si ya es mayor que el 73_8 del divisor. El divisor 73_8 cabe 7 veces en el dividendo 701_8.

2) Ahora bien siguiendo el algoritmo de la división multiplicamos el cociente 7_8 por el divisor 73_8 obteniendo un resultado de 635_8 y este número octal se le resta al dividendo 701_8 , se debe tener en cuenta que

todas las operaciones que se llevan son en base 8 del código octal, por tanto dicha resta da un resultado de 53_8

3) Ahora se baja el siguiente número del dividendo que es 3_8 y se junta con el 53_8 formándose el número 533_8 . Ahora se repite lo mismo que se hizo con el 701_8 y el 73_8, de ver cuantas veces cabe el 73_8 en el 533_8 octalmente, y se ve que cabe 5 veces.

4) Siguiente paso, se multiplica 5_8 por 73_8 obteniendo un resultado de 447_8 , este se le resta al número 533_8 y se tiene un resultado de 64_8 , luego se compara el 73_8 con el 64_8 y se ve que es más grande el 73_8 por tanto se baja el siguiente número que es 4_8 del dividendo formándose el número 644_8, que ahora si es mayor que el 73_8 y se nota que el 73 cabe 7_8 veces en el 644_8.

5) Paso siguiente se multiplica el 7_8 por el 73_8 obteniendo un resultado de 635_8, este número se le resta al 644_8 obteniendo un resultado de 7_8, se baja el siguiente número del dividendo, que es el último, formándose el número 72_8 y como es más chico que el 73_8 del divisor, en el cociente se pone 0, ya que no cupo el 73_8 en el 72_8, y luego se multiplica el 0 del dividendo por el 73_8 del divisor, obteniendo un resultado de 0 en el residuo, se le resta al 72_8 del residuo, obteniendo finalmente en esta división octal un residuo de 72_8, con un resultado de 7570_8.

Anexo 7.

Operaciones aritméticas en código hexadecimal y sus conversiones.

De la misma manera podemos hacer una suma en hexadecimal, tanto con números pequeños, como con números grandes, ya sean pocos números o muchos los que se vayan a sumar, desde luego siguiendo el mismo algoritmo.

De la misma manera, tengamos en cuenta que los dígitos que entran en el código hexadecimal son del 0 a la letra F, que si los contamos son solamente dieciseis, de ahí el nombre de hexadecimal.

Decimos del 0 a la F, porque ya no existe otro número después del 9 que no se repita, pues los que tenemos en el decimal son del cero al nueve, ya que el diez está formado por el 0 y el 1, por tanto tendremos que hacer uso de las letras, comenzando por la A, que será el diez, la B será el once y así sucesivamente hasta el quince que será la F, quedando nuestra numeración como sigue, comparándola con el código decimal, nos daremos cuenta que al llegar al número diez en el código Hexadecimal notaremos que ya aquí es donde se comienza con el abecedario, que corresponderá: la A del hexadecimal, con el 10 del decimal, la B hexadecimal con el 11 decimal y así sucesivamente hasta llegar con la F en hexadecimal corresponderá con el 15.

Observemos que el código decimal tiene solamente del 0 al 9, como números básicos, o sea que no se repiten, por esta razón se les llama de base 10, así que en la correspondencia que se está haciendo con el Hexadecimal si se están tomando toda la numeración en general para este efecto, y es como sigue:

.

HEXADECIMAL	DECIMAL
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9
A	10
B	11
C	12
D	13
E	14
F	15

Como podemos observar en la numeración hexadecimal cuando se llega al 10 decimal, el hexadecimal comienza con A, ya que no hay más números, pues se repetirían 1 y 0, por tanto se usaron las primeras letras del abecedario para formar del 10 al 15 con letras que son: A; B; C; D; E; F, siendo F o sea 15 el último número en hexadecimal y se forman los 16 números de los que consta el hexadecimal.

:

Algoritmo de conversión de Decimal a Hexadecimal.

Para convertir un número decimal a hexadecimal, se deben seguir los mismos pasos que en cualquier otro código, es decir, el número decimal que se va a convertir a hexadecimal se va a tener que dividir entre 16 hasta agotar todas las posibles divisiones que se puedan hacer sobre el mismo. Dicho de otra forma:

1º Se divide el número entre 16, y el resultado obtenido se vuelve a dividir entre 16, mientras que su residuo va hacer el último dígito del número Hexadecimal al que se está convirtiendo.

2º Una vez terminadas las divisiones, entonces se saca el número Hexadecimal, que estará formado por el último resultado, que ya no se puede dividir entre 16 y luego le seguirán los residuos, que tendrán el orden del último residuo obtenido hasta el primero, todo esto será llevado de izquierda a derecha.

```
       1 2 8
    ┌─────────
16  │ 2 0 4 8               8
    │                  ┌──────
    - 1 6           16 │ 1 2 8
    ─────               - 1 2 8
       4 4             ────────
     - 3 2                  0
     ──────
       1  2 8
     -  1 2 8
    ──────────
            0
```

El número hexadecimal que se ha obtenido en esta serie de divisiones, en base a lo explicado arriba para formarlo es: 8 0 0_{16}, para formarlo:

1. Se toma el último resultado obtenido de la última división.
2. Luego se toma el último residuo obtenido y se coloca al lado derecho del número.
3. Así sucesivamente se van tomando solamente los residuos de las divisiones y colocándose hacia la derecha de los demás, hasta el último

Algoritmo de conversión de Hexadecimal a Decimal.

Para llevar a cabo la conversión de un número hexadecimal a decimal:

1º Se escribe el número hexadecimal.

2º Se toma el primer dígito menos significativa del número hexadecimal, o sea el del extremo derecho y se multiplica por 16^0, luego el resultado se le suma al siguiente dígito por 16^1, y así sucesivamente hasta llegar al último, es decir al más significativo del número dado en hexadecimal.

3º Finalmente ya sumados todos los números obtenidos se obtiene el número decimal buscado.

El siguiente ejemplo nos esclarecerá lo explicado aquí. Tomemos el número obtenido anteriormente en la conversión de decimal a hexadecimal para comprobar que lo que se está haciendo es lo correcto:

$$8\ 0\ 0_{16} = 0 \times 16^0 + 0 \times 16^1 + 8 \times 16^2 = 0 + 0 + 8 \times 2\ 5\ 6 = 2048^{10}$$

De esta manera se comprueba que lo dicho en las conversiones es lo correcto.

SUMA HEXADECIMAL.

La suma hexadecimal es como cualquier suma de los demás códigos, a pesar que aquí se toman las primeras letras del alfabeto para continuar con los valores de 10, 11, 12, 13, 14 y 15, que le corresponden las letras A, B, C, D, E y F respectivamente. En el siguiente ejemplo de suma Hexadecimal se puede observar como se trabaja con los números a pesar de haber letras, ya que estas tienen su valor correspondiente:

$$
\begin{array}{rr}
 & 2\,A\,5\,7\,9_{16} \\
 & 9\,F\,8\,C\,1_{16} \\
+ & 3\,8\,2\,1_{16} \\
\hline
 & C\,D\,6\,5\,B_{16}
\end{array}
$$

Con este ejemplo en hexadecimal notamos que el algoritmo es el mismo que el de los demás códigos con la diferencia que aquí la base es 16 y por tanto cuando se pasa de ella si acarreará una unidad por la posición, ya sea de unidades, o sea $16^{0,}$ como $16^{1,}$ $16^{2,}$ $16^{3,}$ y así sucesivamente.

En el ejemplo anterior en donde se están sumando los números: $2A579_{16}$ más $9F8C1_{16}$, más 3821_{16}, se obtiene un resultado de $CD65B_{16}$.

1) Al sumar la columna de las unidades se ve que el número obtenido es de 11 que equivale en Hexadecimal a una B_{16}, que pertenece a los números básicos del código hexadecimal. Por tanto no hay arrastre alguno.

2) Al sumar la posición siguiente hacia la izquierda, se observa que la suma da un resultado de 21, que este número si se pasa en 5 unidades

del 16 base del código, por tanto se dice 5 y arrastro una unidad a la posición inmediata de la izquierda, que es la posición de 16^2 y se le suma a esta columna, que tiene los números 5, 8, 8, a ellos se les suma dicha unidad, por tanto nos da un total de 22, el cual se pasa de la base 16 en 6 y se dice 6 y se acarrea una unidad a la izquierda, que es la posición de 16^3 , Ahora se suma con dicha columna, o sea con los números AF3, dando como resultado D y acarreamos una unidad a la columna de la izquierda inmediata, que es la posición 16^4 , dando como resultado C, que es 2 más 9, y más 1, que este último número es la unidad del acarreo de la suma de la columna anterior. Quedando finalmente el resultado de $CD65B_{16}$ Sumas en Hexadecimal de los siguientes números, explicando los pasos:

F 6 7 A B	4 6 F E 4	5 F 7 D E 6
.+ A 9 B C	7 7 9 A B	6 8 A B C
1 D 5 B E	+ 6 F F 3	+ 1 3 E 5 9 0
9 F F 8 C	F F E D	7 D E C 3 B
A B C D	----------------------	7 E B 9 8
---------------------		----------------------

RESTA HEXADECIMAL.

La resta hexadecimal tiene la característica de que en lugar de acarrear se toman unidades de la posición de la izquierda para poder hacer mayor el minuendo, cuando el substraendo es mayor, en el siguiente ejemplo se puede entender mejor lo dicho anteriormente, recuérdese que solamente intervienen dos cantidades:

```
      F C 6 9 A 2 1
  -   A F 6 A B 5 2
-------------------------
       4 C F E E C F
```

En el ejemplo anterior se puede observar que las cantidades del minuendo son mas pequeñas que las del substraendo hasta la última del minuendo que es F y es mayor que la A del substraendo, por tanto la operación se lleva a cabo por medio de estar usando el corrimiento de una unidad del minuendo hasta llegar a la última que solamente se le reta la A que se tiene en el substraendo, para quedar el resultado con la cantidad de $4CFEECF_{16}$.

1) Al restarle 2 del substraendo a 1 del minuendo se observa que no se puede luego se toma una unidad de la posición de la izquierda es decir de 16^1 , de tal manera que el 2 que se encuentra ahí se reduce a 1, mientras que a la posición que se le añade no es en una unidad, sino en el valor de la base del código que es 16, y nos queda 16 + 1 = 17, a este 17 se le

resta el 2 del substraendo, quedando F y se pasa a la siguiente posición de la izquierda.

2) Aquí se ve que en el minuendo se tiene solo 1 ya que anteriormente se le había quitado 1, por tanto el 1 del minuendo es menor que el 5 del substraendo, por tanto se hace lo mismo que en la operación anterior, se toma 1 de la A, quedando esta en 9 y ahora se tiene 1 + 16 = 17, a este 17 se le restan los 5 del substraendo quedando una C en el resultado y se pasa a la posición siguiente de la izquierda.

3) Ahora se ve que el minuendo es 9 y se le va a restar B del substraendo, se ve que no es posible y se repite lo mismo, se toma una unidad de la izquierda que es 16 y se le suma a 9, dando un resultado de 25, al que se le resta B, quedando como resultado E, y se pasa a la siguiente posición.

4) En esta posición se tiene 8 en al minuendo, pues se le quito una unidad en el paso anterior, como 8 es menor que A se toma una unidad de la posición de la izquierda que es 6 y al hacerlo se convierte en 5, pero la unidad que se tomo toma el valor de la base del código Hexadecimal que es 16 y se le suma al 8 dando como resultado 24, al que se le resta la A, dando como resultado E y se pasa a la siguiente posición.

5) En esta posición se tiene en el minuendo 5, por habérsele quitado una unidad y a este se le va a restar 6, pero no se puede, por ser más chico el minuendo, por tanto se hace lo mismo, se toma una unidad de la posición inmediata de la izquierda, quedando esta en B, y ahora se tiene 5 + 16 = 21, al que se le resta 6 dando como resultado F y se pasa a la siguiente posición.

6) En esta penúltima posición tenemos en el minuendo B y en el substraendo F, por tanto se repite lo mismo, se toma una unidad de la última posición, que es F, quedando en E, y se le suma a la B el valor de

la base que es 16, dando como resultado 27, al cual se le quita el valor de F, que vale 15, quedando como resultado C y se pasa a la siguiente posición.

7) En esta última posición se tiene en el minuendo E y en el substraendo A, por tanto al restarle A a E, se tiene 4 y aquí se termina la resta.

Desarrolle las siguientes restas explicando paso a paso lo que va sucediendo, tal y como se ha venido explicando:

1)

```
   E E B 6 9 C
-    F 9 8 A 5
--------------
```

2)

```
   2 5 E 9 A 6
-  1 4 F A 8 9
--------------
```

3)

```
   F 5 0 0 A 0 0
-  A 7 2 4 B 5 8
----------------
```

MULTIPLICACION HEXADECIMAL.

El algoritmo de la multiplicación hexadecimal es lo mismo en cuanto al corrimiento de los renglones cuando se multiplica cada dígito de multiplicador, por el renglón del multiplicando.

Hacer la siguiente multiplicación en hexadecimal de los números $95F6_{16}$ por AB_{16} .

$$
\begin{array}{r}
9\ 5\ F\ 6_{16} \\
\times \quad A\ 9_{16} \\
\hline
5\ 4\ 5\ A\ 6 \\
5\ D\ B\ 9\ C \\
\hline
6\ 2\ F\ F\ 6\ 6_{16}
\end{array}
$$

La explicación de la multiplicación hexadecimal anterior es como sigue:

1) Se multiplica el 9 del multiplicador por todo el multiplicando, siguiendo los rebases de la base del código hexadecimal para ver cuantas unidades se deben de acarrear a la posición inmediata de la izquierda, o también a la posición de la base elevada a la potencia siguiente, es decir, si se está en las unidades, o sea 16^0 , entonces se pasa a la posición 16^1 y así sucesivamente desde luego sabiendo cuantas veces se paso, es decir, se

divide en decimal el resultado de la multiplicación entre 16, que es la base, y el cociente son las unidades que se acarrean y el residuo el número que se deja en la posición que se está. Por ejemplo al multiplicar 6 x 9 = 54, este 54 se divide entre 16 dándonos como cociente o resultado 3 y de residuo 6, el 6 se queda en la posición en que se esta y el 3 es el que se acarrea a la posición inmediata de la izquierda.

2) Ahora ya que se multiplicaron todos los números del multiplicando por la unidad del multiplicador, se sigue con la siguiente posición, o sea la de 16^1 , que en este caso es la A, aquí se recorre una posición a la izquierda para ir poniendo los nuevos resultados, ya que es la segunda posición del multiplicador, siendo está la razón del corrimiento pues es la de 16^1 , ya que dentro de las columnas que se están generando esta es la 2ª posición.

3) Ya terminada toda la multiplicación ahora se suman columna a columna, como en cualquier suma hexadecimal, y finalmente se obtiene el resultado de la multiplicación.

DIVISION HEXADECIMAL.

El algoritmo de la división hexadecimal es igual que el del decimal y del binario y del octal, la diferencia está en las operaciones que se llevan a cabo con las letras, ya que son valores arriba del 9, es decir, 10, 11, 12, etc.

Para comprender mejor el algoritmo de la división con la numeración tomemos en cuenta las operaciones de de resta, multiplicación y formación de números cuando no cabe el divisor entre el número que se está tratando.

Ejemplo de una división en hexadecimal de los siguientes números: 48FA entre F.

```
            4 D D16
       ┌──────────
F16    │ 4 8 F A16
       │
   - 3 C
  ---------
     0 C F
    -  C 3
   ----------
         C A
       -  C 3
      -----------
             716
```

1) En esta división se debe notar, que al decir 4 entre F, no cabe la F en el 4, por tanto se le añade el siguiente número formándose el 48 y se ve cuantas veces cabe la F en el 48 y se nota que cabe 4 veces, pues al multiplicar 4 por F nos da 3C y este número se le resta a 48 obteniendo un resultado de C.

2) Ahora se baja el siguiente número del dividendo que es la F, formándose el número CF, y se ve cuantas veces cabe la F en CF y se ve

que cabe D veces, que al multiplicar D por F nos da C3, que se lo restamos a CF, dándonos un resultado de C.

3) Se baja el siguiente y último número del dividendo formándose el número CA, aquí se ve cuantas veces cabe la F en CA y se nota que cabe D veces, este se coloca en el cociente y luego se multiplica por F, dando C3, que se le resta a CA dando un resultado de 7_{16}, que será el residuo de esta división, con un cociente de $4DD_{16}$.

Hacer las siguientes divisiones de los siguientes números:

1) $A\,2_{16} \overline{\big)\, F\,5\,A\,A_{16}}$

2) $A\,3_{16} \overline{\big)\, D\,5\,0\,0_{16}}$

3) $A\,C\,A_{16} \overline{\big)\, F\,E\,A_{16}}$

Por otra parte debe entenderse que el profesor que va a enseñar debe saber todo el proceso que debe de seguir y la manera como lo va a seguir, es decir, debe saber con que cuenta matemáticamente el alumno al que se le va a enseñar, para que sepa como debe de enseñársele, ya que de aquí depende su aprendizaje nuevo.

Anexo 8.

Manejo de los caracteres en la Computadora.

El manejo de los datos o caracteres en la computadora ha surgido desde que a un personaje llamado Herman Hollerith se le ocurrió llevarlo a cabo con el fin de ayudarle a su padre en el manejo de las cartas, ya que su papá trabajaba en el correo, y de esta manera nace el código hollerith, que después se cambia por el binario en la evolución vertiginosa que llevamos en el campo de la computación.

El código hollerith abarca cuatro zonas, tres para las letras y una para los números como sigue:

Zona		Número	Letras	Posición o sitio
12	más del	1 al 9	A – I	Primer línea superior
11	más del	1 al 9	J - R	Segunda línea
0	más del	2 al 9	S – Z	Tercer línea.
		1 al 9		Las 9 líneas restantes.

Estos elementos se llevaban a cabo en una tarjeta rectangular del tamaño de un dólar de la década de los cuarenta. En la figura siguiente se muestra como quedaba una letra, un número y un carácter especial:

	A	J	S	1	2	3	4	5	6	7	8	9	*
12	*												
11		*											
0													
1	*	*		*									
2			*		*								
3						*							
4							*						
5								*					
6									*				
7										*			*
8											*		*
9												*	*

Luego para entender el cambio de hollerith a binario se usó el código decimal binario y para la representación de los caracteres se usaron seis posiciones de derecha a izquierda, comenzando con 1 (2^0), 2 (2^1), 4 (2^2), 8(2^3), estas cuatro eran para los números y las dos siguientes, es decir, 16 (2^4) y 32 (2^5), eran para las zonas; esto haciendo referencia con el código hollerith como sigue:

0 1 0 0 0 1 = A
1 0 0 0 0 1 = J
1 1 0 0 1 0 = S
0 0 0 0 0 1 = 1
0 0 0 0 1 0 = 2
0 0 0 0 1 1 = 3
0 0 0 1 0 0 = 4
0 0 0 1 0 1 = 5
0 0 0 1 1 0 = 6
0 0 0 1 1 1 = 7
0 0 1 0 0 0 = 8
0 0 1 0 0 1 = 9

En la actualidad se usa el código ASCII con el que podemos representar todos los caracteres, y precisamente en estas representaciones es donde se vienen a usar las conversiones que anteriormente se enseñaron. Ejemplo para esclarecer lo dicho anteriormente:

La letra “A” en ASCII se representa en hexadecimal con el número 41_{16} que convirtiéndolo a decimal es el 65_{10} , pues $41_{16} = 1 \times 16^0 + 4 \times 16^1 = 1 + 64 = 65_{10,}$ y este número 65_{10} para comprobarlo que es la representación de la letra A, presionamos la tecla ALT del teclado, sosteniéndola apretamos las teclas 6 y 5 de la parte numérica y se nos presenta en el monitor la letra A.

Ahora veamos el número 8 en ASCII es 38_{16} que convertido a decimal es el 56_{10} , para comprobarlo basta con apretar la tecla ALT en el tablero de una computadora sostenerla y digitar el número 56 y veremos que en la pantalla aparece el número 8.

Finalmente pongamos un carácter especial por ejemplo “(“ en ASCII que en hexadecimal es el número 28_{16} y convertido a decimal es el número 40_{10} para comprobarlo basta con apretar la tecla ALT en el tablero de una computadora sostenerla y digitar el número 40 y veremos que en la pantalla aparece el número “(“.

Anexo 9.

Examen sumativo.

Observaciones

Se llevo a cabo un examen final o sumativo en el que se observó la eficacia del método algorítmico utilizado para enseñar las operaciones aritméticas de suma, resta, multiplicación y división en los códigos binario, octal, y hexadecimal resultados satisfactorios y que al lado aparecen.

En estos resultados se encuentran alumnos de diferentes capacidades de captación ya que mientras se encuentra el que obtuvo 10, hay otro que obtuvo .5. esto nos dice que el método algoritmico usado dio resultados.

Alumnos	Calificaciones	Contenido
1	.5	+, -, *, / en bin, oct, hex
2	.5	+, -, *, / en bin, oct, hex
3	2	+, -, *, / en bin, oct, hex
4	2	+, -, *, / en bin, oct, hex
5	2	+, -, *, / en bin, oct, hex
6	4	+, -, *, / en bin, oct, hex
7	4	+, -, *, / en bin, oct, hex
8	4	+, -, *, / en bin, oct, hex
9	4	+, -, *, / en bin, oct, hex
10	4.5	+, -, *, / en bin, oct, hex
11	6	+, -, *, / en bin, oct, hex
12	6	+, -, *, / en bin, oct, hex
13	6	+, -, *, / en bin, oct, hex
14	6	+, -, *, / en bin, oct, hex
15	6	+, -, *, / en bin, oct, hex
16	6.5	+, -, *, / en bin, oct, hex
17	8	+, -, *, / en bin, oct, hex
18	8	+, -, *, / en bin, oct, hex
19	8	+, -, *, / en bin, oct, hex
20	8	+, -, *, / en bin, oct, hex
21	8.5	+, -, *, / en bin, oct, hex
22	10	+, -, *, / en bin, oct, hex
Promedio		