



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE  
MÉXICO

**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**

---

---

**PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA**

**FACULTAD DE INGENIERÍA**

**EVALUACIÓN DE MODELOS GEODINÁMICOS**

**T E S I S**

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:

**MAESTRO EN INGENIERÍA**

INGENIERÍA CIVIL – GEOTECNIA

P R E S E N T A :

**ERIKA ELAINE BERNAL DAUBEN**

TUTOR:

**M. I. AGUSTÍN DEMÉNEGHI COLINA**

MÉXICO, D.F. OCTUBRE DE 2008





Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

**JURADO ASIGNADO:**

Presidente: DR. RIGOBERTO RIVERA CONSTANTINO  
Secretario: DR. SALVADOR MARÍN CÓRDOVA  
Vocal: M.I. AGUSTÍN DEMENEGHI COLINA  
1<sup>er</sup>. Suplente: M.I. ROBERTO MAGAÑA DEL TORO  
2<sup>do</sup>. Suplente: M.I. JORGE EFRAÍN CASTILLA CAMACHO

Lugar donde se realizó la tesis:  
FACULTAD DE INGENIERÍA, UNAM.

**TUTOR DE TESIS:**

---

M.I. AGUSTÍN DEMENEGHI COLINA

## **Agradecimientos:**

*A Dios por darme la vida y llenarme de bendiciones.*

*A mi Madre porque su fuerza y su amor siguen conmigo.*

*A mi Padre por escuchar mis pensamientos, comprender mis sueños, darme todo su amor  
y siempre estar cuando te necesito.*

*A mi hermano Alex porque eres el ángel que Dios envió para llenar mi corazón del más  
sincero amor.*

*A mi hermano Diego porque cambió mi vida y eres una nueva luz en mi vida, deseo que  
seamos los mejores e inseparables amigos.*

*A María Elena por comprenderme, compartir conmigo mis alegrías y tristezas y por todos  
tus consejos.*

*A Iván por entrar en mi vida, llenarla de amor y de objetivos para iniciar nuestro camino  
juntos.*

*A todos mis compañeros de generación, especialmente a Karina por tu apoyo y amistad  
desde el primer día.*

*A M.I. Agustín Deméneghi por la dirección y apoyo en la elaboración y conclusión del  
presente trabajo.*

*A Dr. Rigoberto Rivera, Dr. Salvador Marín, M.I. Roberto Magaña, M.I. Jorge Castilla y al  
Dr. Alberto Jaime por sus enseñanzas y tiempo dedicado a la elaboración del trabajo de  
tesis.*

*Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología, por brindarme el apoyo económico para  
realizar mis estudios de posgrado.*

*A la Universidad Nacional Autónoma de México; por darme una educación de calidad y  
regalarme los mejores recuerdos de mi juventud.*

**“POR MI RAZA HABLARÁ EL ESPIRITU”**

## CONTENIDO

NOMENCLATURA .....	4
RESUMEN .....	7
CAPITULO 1 .....	8
INTRODUCCIÓN .....	8
1.1 Objetivos.....	8
1.2 Alcances .....	8
1.3 Planteamiento del Problema.....	8
CAPÍTULO 2 .....	10
ANÁLISIS DE LA RESPUESTA DEL SUELO .....	10
2.1 Introducción .....	10
2.2 Análisis de respuesta unidimensional.....	10
2.3 Ecuación de movimiento para un sistema de un grado de libertad.....	12
2.4 Sistemas de vibración.....	15
2.5 Sistemas de un grado de libertad (SIGLA) .....	18
2.5.1 Vibraciones libres – Sin amortiguamiento .....	19
2.5.2 Vibraciones libres con amortiguamiento.....	20
2.5.3 Vibraciones forzadas – Sin amortiguamiento .....	24
2.5.4 Vibraciones forzadas – Con amortiguamiento.....	26
2.5.5 Vibraciones estacionarias .....	30
2.6 Propagación de ondas en un medio elástico .....	33
2.6.1 Ondas de Cuerpo.....	33
2.6.2. Ondas de Superficie.....	35
CAPÍTULO 3 .....	39
COMPORTAMIENTO DINÁMICO DE SUELOS .....	39
3.1 Introducción .....	39
3.2 Definición de las Propiedades Dinámicas.....	40
3.3 Determinación de Propiedades Dinámicas. ....	42
3.3.1 Ensayes de Laboratorio .....	42
3.3.2 Ensayes de Campo.....	52
3.3.3 Ensayes de campo mediante los cuales se pueden correlacionar las propiedades dinámicas del suelo. ....	67
3.4. Relaciones Empíricas para obtener el Módulo de Rigidez.....	72
CAPITULO 4 .....	76
REVISIÓN DE LA METODOLOGÍA DE CÁLCULO .....	76
4.1 Introducción .....	76
4.2 Ilustración de la Interacción Suelo-Estructura.....	76
4.3 Metodologías propuestas en el Manual de Diseño de Obras Civiles de la Comisión Federal de Electricidad, 1993 .....	78
4.3.1 Clasificación de Terrenos de Cimentación .....	78
4.3.2 Caracterización del Sitio.....	80
4.3.3 Función de Transferencia del Sitio.....	83
4.3.4 Efectos de sitio.....	84
4.3.5 Efectos No lineales.....	85

## Evaluación de Modelos Geodinámicos

4.3.6 Espectros para Diseño Sísmico .....	90
4.3.7 Interacción Suelo Estructura en Edificios .....	92
4.3.8 Análisis Sísmico en Muros de Retención .....	97
4.3.9 Análisis Estático .....	97
4.3.10 Coeficiente Sísmico.....	98
4.3.11 Estado activo de la presión de tierras. ....	98
4.3.12 Estado pasivo de la presión de tierras. ....	99
4.3.13 Muros con desplazamiento Limitado. ....	100
4.3.14 Análisis Dinámico.....	100
4.3.15 Presiones Hidrodinámicas.....	101
4.3.16 Revisión de la Estabilidad .....	101
4.4 Metodología del Programa Quake/W.....	102
4.4.1 Modelado del comportamiento del suelo.....	102
4.4.2 Generación de Malla .....	103
4.4.3 Análisis Dinámico.....	104
CAPITULO 5 .....	107
EVALUACIÓN DE DISEÑOS GEODINÁMICOS .....	107
5.1 Planteamiento del Problema: Muro de Retención.....	107
5.1.1. Solución por la metodología propuesta en el Manual de Diseño de Obras Civiles. Diseño por sismo (1993), para un muro de retención.....	108
5.1.2 Solución por el Programa Quake/W.....	117
5.1.3 Comparación de Resultados .....	128
5.2 Planteamiento del problema: Edificio ubicado en el norte de la Ciudad de México .....	129
5.2.1 Solución de 1985.....	130
5.2.2 Solución mediante el programa Quake/W.....	132
5.2.3 Comparación de Resultados .....	143
CONCLUSIONES .....	144
ANEXO 1.....	145
ESFUERZOS EN UNA MASA DE SUELO.....	145
A.1.1 Concepto de esfuerzos en un sistema de partículas .....	145
A.1.2 Esfuerzos geoestáticos .....	147
A.1.3 Esfuerzos producidos por cargas aplicadas .....	148
A.1.4 Esfuerzos principales y circulo de Mohr .....	162
A.1.5 Diagramas p-q.....	162
A.1.6 Trayectoria de esfuerzos .....	163
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	165

## NOMENCLATURA

<b>2 A</b>	, desplazamiento pico a pico.
<b>A</b>	, Amplitud del movimiento.
<b>A</b>	, coeficiente de aceleración en el terreno.
<b>B</b>	, ancho del talón de la zapata en el muro.
<b>B</b>	, ancho de la zapata.
<b>B'</b>	, ancho efectivo.
<b>Bd</b>	, factor de amplificación.
<b>C</b>	, coeficiente de amortiguamiento viscoso.
<b>C</b>	, fuerza de cohesión.
<b>c<sub>c</sub></b>	, coeficiente crítico de amortiguamiento viscoso.
<b>Cn</b>	, constante de integración.
<b>c<sub>s</sub></b>	, coeficiente sísmico.
<b>Df</b>	, profundidad de desplante.
<b>E</b>	, relación de vacíos.
<b>Ed</b>	, empuje pseudoestático activo.
<b>Ee</b>	, empuje estático horizontal.
<b>e<sub>e</sub></b>	, excentricidad.
<b>F</b>	, frecuencia de vibración.
<b>f<sub>1</sub></b>	, fuerza inercial.
<b>Fa</b>	, fuerza de adherencia en la interfaz muro-suelo.
<b>φ<sub>b</sub></b>	, ángulo de fricción entre dos superficies.
<b>f<sub>D</sub></b>	, fuerza del amortiguamiento viscoso.
<b>f<sub>S</sub></b>	, fuerza elástica del resorte.
<b>Fd</b>	, fuerza deslizante.
<b>Fh</b>	, fuerza horizontal.
<b>f<sub>n</sub></b>	, frecuencia natural no amortiguada.
<b>f<sub>m</sub></b>	, frecuencia de vibración de máxima amplitud.
<b>Fr</b>	, fuerza horizontal resistente.
<b>FS</b>	, factor de seguridad.
<b>Fs</b>	, fuerza elástica del resorte.
<b>Fv</b>	, fuerza vertical.
<b>γ</b>	, deformación angular al corte.
<b>G</b>	, aceleración de la gravedad.
<b>G</b>	, módulo de rigidez.
<b>γ<sub>c</sub></b>	, peso volumétrico del concreto.
<b>G<sub>máx</sub></b>	, módulo de rigidez al corte máximo.
<b>Gn</b>	, módulo de rigidez tangente inicial.
<b>γ<sub>s</sub></b>	, peso volumétrico del suelo.

<b>H</b>	, espesor de cada subestrato.
<b>h<sub>e</sub></b>	, altura efectiva de entrepiso.
<b>H</b>	, espesor total del estrato blando.
<b>He</b>	, altura efectiva.
$\varphi$	, ángulo de fase.
<b>K</b>	, Constante de rigidez.
<b>K</b>	, matriz de rigidez.
<b>Ke</b>	, rigidez efectiva.
$\lambda$	, longitud de onda.
<b>Lh</b>	, distancia horizontal.
<b>lv</b>	, distancia vertical.
<b>M</b>	, matriz de masa del depósito de suelo.
<b>M</b>	, masa.
<b>Ma</b>	, factor de amplificación de la aceleración.
<b>Md</b>	, factor de magnificación.
<b>Me</b>	, masa efectiva.
<b>M<sub>h</sub></b>	, momento horizontal.
<b>M<sub>v</sub></b>	, momento vertical.
<b>MV</b>	, momento de volteo.
$\nu$	, relación de Poisson.
<b>Pn</b>	, presión de tierras máxima.
<b>Q(t)</b>	, fuerza excitadora.
<b>q<sub>max</sub></b>	, capacidad de carga máxima.
<b>Qo</b>	, vector de fuerza excitadora.
<b>Qs</b>	, factor de comportamiento sísmico.
$\sigma'_h$	, esfuerzo horizontal efectivo.
$\sigma_{max}$	, esfuerzos de contacto máximos.
<b>Sn</b>	, respuesta modal máxima.
$\sigma_o$	, esfuerzo confinante.
$\sigma'_v$	, esfuerzo vertical efectivo.
$\sigma_y$	, esfuerzo normal en dirección <b>y</b> en el terreno.
<b>T</b>	, periodo de vibración.
<b>T</b>	, tiempo.
<b>T<sub>1</sub></b>	, periodo de vibración de la base.
<b>Tc</b>	, periodo fundamental característico de vibración.
<b>Td</b>	, periodo dominante de vibración.
<b>Te</b>	, periodo efectivo de vibración.
<b>V</b>	, fuerza cortante.
<b>v<sub>p</sub></b>	, velocidad de propagación de la onda P o longitudinales.
<b>v<sub>s</sub></b>	, velocidad de propagación de la onda S o transversales.



- $v_{sm}$  , velocidad de propagación de la onda s del m-ésimo estrato.
- $\omega$  , frecuencia circular.
- $\Omega$  , Frecuencia circular estacionaria.
- $W$  , peso.
- $\omega_d$  , frecuencia circular natural amortiguada.
- $\omega_n$  , frecuencia circular de vibración no amortiguada.
- $X$  , eje horizontal.
- $Y$  , eje vertical.
- $Z$  , desplazamientos.
- $z_g$  , desplazamiento de la masa.
- $\zeta$  , relación de amortiguamiento.
- $Z$  , eje horizontal (perpendicular a  $\mathbf{x}$ ).
- $\zeta_e$  , relación de amortiguamiento efectiva.
- $z_n$  , desplazamientos modales.

### **RESUMEN**

En el capítulo 1, se plantean se plantean los objetivos, alcances del presente trabajo y se describen los problemas a resolver así como las metodologías empleadas.

En el capítulo 2, se presenta una recopilación de información sobre los siguientes temas: análisis de respuesta del suelo, determinación de la ecuación de movimiento, sistemas de vibración, sistemas de un grado de libertad y tipos de onda, para entender el alcance y las simplificaciones implícitas en las metodologías estudiadas.

En el capítulo 3, se tiene una recopilación de los principales métodos experimentales para la determinación de las propiedades dinámicas requeridas en las metodologías.

En el capítulo 4, se revisa la metodología de cálculo para interacción suelo-estructura dinámica en edificios, muros de retención y estructuras industriales propuesta en el Manual de Obras Civiles de Comisión Federal de Electricidad 1993. También se revisa la metodología de cálculo que utiliza el programa QUAKE/W versión 2004; y se comparan para observar similitudes, diferencias a fin de evaluar su aplicabilidad a un caso específico.

En el capítulo 5, se resuelven dos problemas de la práctica profesional mediante los dos métodos, evaluando los resultados y las implicaciones del caso.

En el Anexo I, se presentan algunos métodos para determinar los esfuerzos de contacto producidos por una estructura en una masa de suelo.

### **1.1 Objetivos**

El presente trabajo tiene como principal objetivo analizar la respuesta del suelo ante solicitaciones sísmicas, las cuales desarrollan fuerzas de inercia que se representan mediante ecuaciones; cuya solución nos proporciona la distribución de esfuerzos y deformaciones en el depósito son ecuaciones de onda.

Se revisan dos alternativas: la metodología de cálculo propuesta en el Manual de Diseño por Sismo de la Comisión Federal de Electricidad (CFE) de 1993; así como la metodología tradicional con el apoyo de un programa de cómputo.

### **1.2 Alcances**

Se plantean dos ejemplos de la práctica profesional, con una evaluación breve de cuando menos una alternativa de cálculo de interacción suelo-estructura dinámica. Para ello es necesario revisar los modelos clásicos y sus ecuaciones.

Se realiza la revisión y síntesis de los procedimientos experimentales para determinar las propiedades dinámicas que requieren las metodologías.

### **1.3 Planteamiento del Problema**

El primer problema consiste en determinar las acciones mecánicas para el diseño sísmico y revisar la estabilidad de un muro tipo voladizo. La función de éste es confinar un relleno

sobre el que se apoya el pavimento de concreto hidráulico de un patio de maniobras para tractocamiones.

El problema inicialmente se resuelve utilizando el método aproximado propuesto en el manual de CFE, el cual considera la interacción suelo-estructura. Inicialmente, se obtiene la velocidad efectiva de propagación de onda cortante,  $v_s$ , simplificando el problema a un sólo estrato, posteriormente se obtendrá la matriz de rigidez y la matriz de masa, con la finalidad de determinar los desplazamientos en la base de la estructura.

En la solución del problema mediante el programa de cómputo, se recurre al estrato idealizado obtenido por el método CFE. El acelerograma que alimenta el programa será equivalente al coeficiente sísmico utilizado en el primer análisis.

El segundo problema trata de un edificio que se encuentra ubicado en la zona norte de la Ciudad de México, y como consecuencia de los sismos de 1985 se inclino  $3^\circ$  con respecto a la vertical. Por lo que se busca determinar si la resultante de cargas estáticas y la reacción del terreno coinciden.

Inicialmente, se calculan los esfuerzos estáticos, y posteriormente se aplica el momento sísmico para obtener la variación de los esfuerzos debidos a la presencia del sismo. En el programa de cómputo se simula la presencia del edificio mediante dos cargas que corresponden a las descargas de las columnas del edificio, se obtiene el diagrama de esfuerzos verticales estáticos en el suelo, y el diagrama de esfuerzos verticales dinámicos debido a la presencia de un sismo de 0.20 g.

## ANÁLISIS DE LA RESPUESTA DEL SUELO **CAPÍTULO 2**

Ante la ocurrencia de un sismo, los análisis de la respuesta del suelo en un sitio de interés se utilizan en la predicción de los movimientos de la superficie del terreno, en el desarrollo del espectro de respuesta del sistema geotécnico y estructural y en la evaluación de las deformaciones inducidas por las cargas cíclicas; lo cual permite cuantificar los efectos de un sismo en términos de sollicitaciones para diseño geotécnico.

### **2.2 Análisis de respuesta unidimensional**

Cuando en una falla tectónica ocurre un movimiento telúrico, las ondas sísmicas viajan por la corteza terrestre a partir del hipocentro en todas direcciones, y cuando alcanzan los contactos geológicos del subsuelo, son refractadas y reflejadas (ver figura 2.1). La velocidad de propagación de onda de los materiales poco profundos es generalmente menor que la de los materiales debajo de ellos.

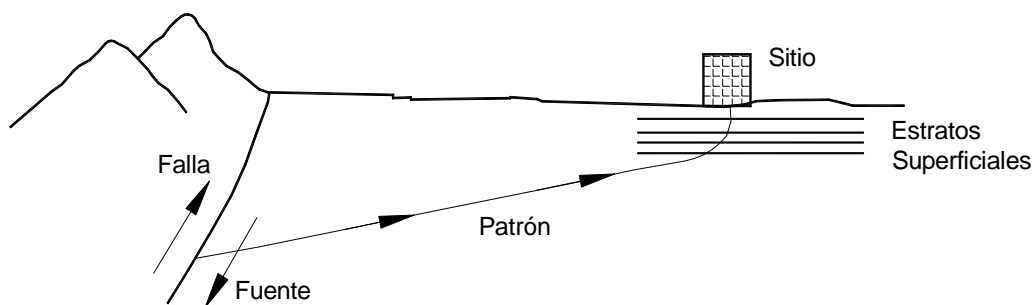


Figura 2.1 El proceso de refracción produce la propagación de las ondas cerca de la superficie del terreno.

Las ondas de cortante ocasionan los movimientos horizontales más intensos de la superficie del terreno, máxime cuando su propagación a través del subsuelo es en sentido ascendente; por ello, por razones de importancia y simplicidad suele recurrirse al análisis

unidimensional (en dirección vertical) para efectuar el cálculo de la respuesta sísmica del subsuelo.

Los análisis de respuesta unidimensional se basan en las siguientes hipótesis:

- las fronteras de los estratos son horizontales
- el medio es continuo, pero estratificado horizontalmente, en cuanto a densidad, rigidez y amortiguamiento.

En la Figura 2.2 se describen los tipos de movimiento que pueden presentarse en un depósito de suelo. El movimiento en la superficie del depósito de suelo (figura 2a) se conoce como *movimiento libre* y el movimiento en la base del depósito de suelo o en la superficie de la roca se le conoce como *movimiento de roca*. El movimiento producido en el lugar en donde la roca esta expuesta a la superficie del terreno se conoce como *movimiento del afloramiento de la roca*. En el caso de no existir depósito de suelo como se muestra en la figura 2.2.b, el movimiento se conoce como *movimiento del afloramiento de la roca*. Éstos movimientos corresponden a lo que se conoce como *movimiento de campo libre*; en el Manual de Obras Civiles (1993) se especifica el rango de valores de los parámetros dinámicos para identificar el tipo de movimiento de la roca y del suelo.

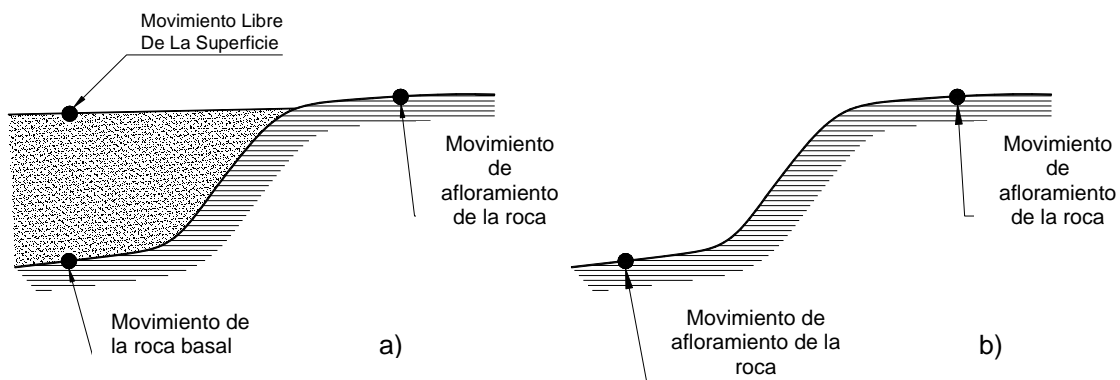


Figura 2.2 Nomenclatura de respuesta: (a) suelo sobre la roca basal; (b) no existe suelo sobre la roca basal. (Kramer, 1996).

Para identificar los rasgos relevantes del movimientos de un continuo como lo es la representación de un depósito de suelo, a continuación se revisan los parámetros que

caracterizan el movimiento de un sistema de un grado de libertad, como base para, posteriormente, entender el movimiento del continuo y tener elementos para valorar y aplicar los resultados de los análisis.

### 2.3 Ecuación de movimiento para un sistema de un grado de libertad

La respuesta dinámica de los sistemas de un grado de libertad como el que se ilustra en la figura 2.3, se gobierna por la *ecuación de movimiento*.

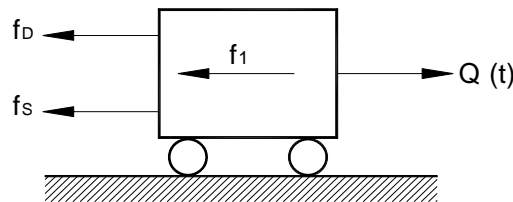


Figura 2.3 Fuerzas dinámicas actuando sobre una masa.

Cuando una carga dinámica es aplicada en la masa de un sistema de un grado de libertad, la tendencia al movimiento es soportada por las fuerzas que se generan en el amortiguador y en el resorte. Entonces a la carga externa  $Q(t)$ , actuando en la dirección positiva  $x$ , se le oponen tres fuerzas, como se indica en la figura 2.3, que actúan en la dirección negativa  $x$ : la fuerza inercial,  $f_1 (m \ddot{u}(t))$ , la fuerza del amortiguamiento viscoso,  $f_D (c \dot{u}(t))$ , y la fuerza elástica en el resorte,  $f_s (k u(t))$ . La ecuación del movimiento puede expresarse en términos del equilibrio dinámico:

$$m \ddot{u}(t) + c \dot{u}(t) + k u(t) = Q(t) \dots (2.1)$$

Esta ecuación diferencial de segundo orden es utilizada para describir el comportamiento de los sistemas de oscilación a partir de los modelos mecánicos considerados en la ingeniería sísmica.

La ecuación diferencial de movimiento es lineal. La linealidad permite soluciones cerradas, y el principio de superposición. Cuando los coeficientes no son constantes, el

comportamiento es no lineal y su solución es compleja. En muchos casos, la respuesta de sistemas no lineales se evalúa numéricamente. La solución a esta ecuación es matricial.

Si la ecuación 2.1, se encuentra en equilibrio dinámico, obtenemos

$$m\ddot{u}(t) + c\dot{u}(t) + ku(t) = 0 \dots (2.2)$$

Si se considera que el sistema esta sujeto a una vibración armónica, su solución es función de la relación de amortiguamiento,  $\zeta$ , la cual se define en el apartado 2.5.2.

Si  $\zeta < 1$ , la ecuación de movimiento es la siguiente:

$$\delta = e_N^{-\zeta\omega_n t} [A \operatorname{sen}\omega_d t + B \operatorname{cos}\omega_d t] \dots (2.3)$$

En donde,  $\omega_d$  es la frecuencia circular natural amortiguada,

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2} \dots (2.4)$$

Si  $\zeta = 1$ , significa que no existe movimiento vibratorio. Si la masa se desplaza de su estado de equilibrio, ésta regresará a su posición inicial sin oscilar.

Para Si  $\zeta > 1$ , la vibración será amortiguada con amplitudes máximas, obteniendo

$$\delta = A e_N^{-\zeta\omega_n(nT_d)} \dots (2.5)$$

donde,  $T_d$  es el periodo amortiguado, la relación entre las amplitudes sucesivas es

$$\frac{\delta_n}{\delta_{n+1}} = \frac{e_N^{-\zeta\omega_n(nT_d)}}{e_N^{-\zeta\omega_n(n+1)T_d}} = e_N^{\zeta\omega_n T_d} \dots (2.6)$$

pero  $T_d/T_n = 1/\sqrt{1-\zeta^2}$ , entonces

$$\frac{\delta_n}{\delta_{n+1}} = e_N^{\frac{2\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}} \dots (2.7)$$



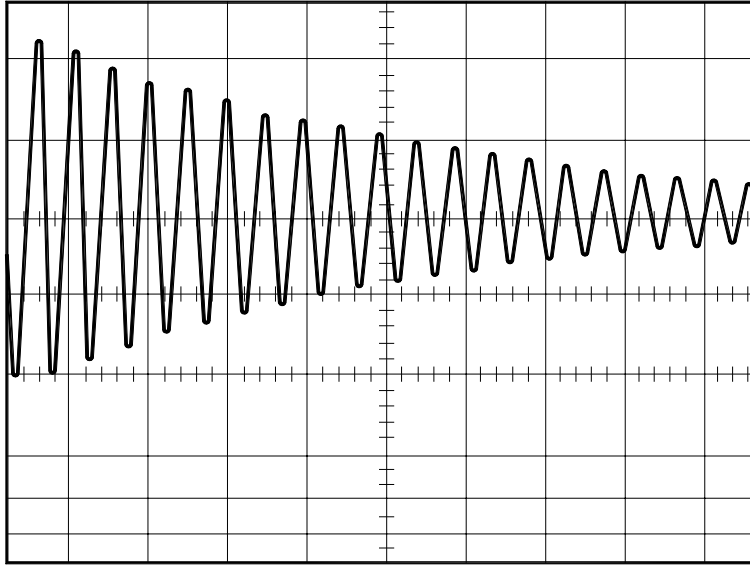


Figura 2.4 Decremento Logarítmico. (Richard, Hall y Woods, 1970).

El desarrollo anterior se debe a Richard, Hall y Woods (1970); considera que la fuerza excitadora es una función armónica; sin embargo, los sismos son una función transitoria, ver figura 2.5.

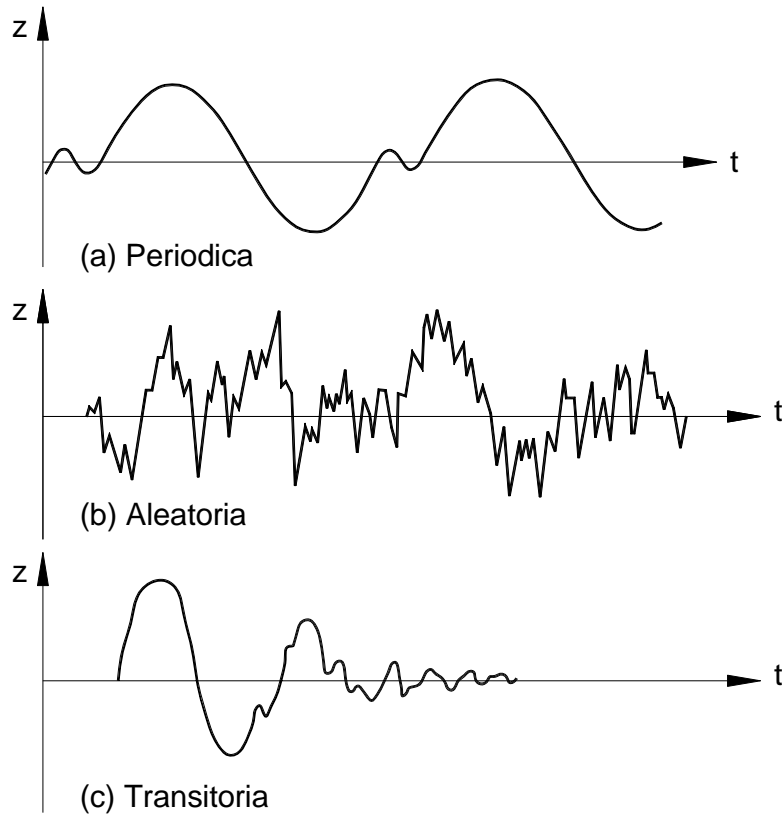


Figura 2.5 Movimiento periódico, aleatorio y transitorio. (Richard, Hall y Woods, 1970).

## 2.4 Sistemas de vibración

Los sistemas de vibración se dividen en dos categorías: *sistemas rígidos* y *sistemas complejos*. En un sistema rígido no ocurren deformaciones. Todos los puntos dentro del sistema rígido se mueven en la misma fase. En los sistemas complejos, los puntos dentro de éste sistema se mueven en forma diferente (fuera de fase) uno con respecto al otro.

Los sistemas complejos se caracterizan por la distribución de su masa. Los *sistemas discretos* son aquellos en los que la masa está concentrada en un número finito de sitios, cuando la masa es un *sistema continuo* ésta está distribuida en todo el sistema. El número de variables independientes requeridas para describir la posición de todas las masas significantes en el sistema es el *número dinámico de grados de libertad* en el

sistema. La figura 2.6, ilustra los sistemas más comunes con diferentes grados de libertad (GDL).

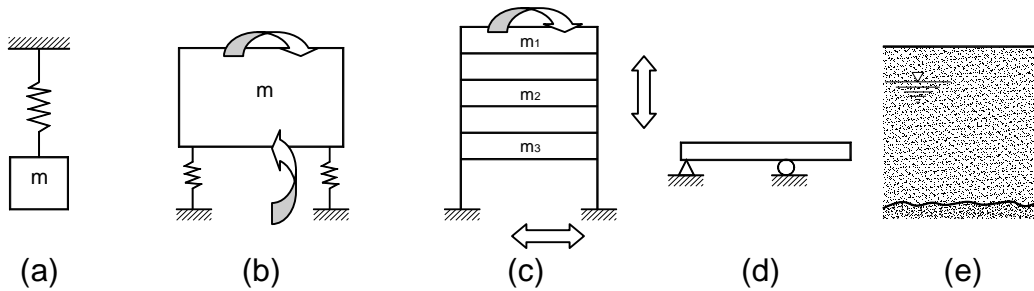


Figura 2.6 Sistemas de vibración con varios grados de libertad: (a) un GDL, (b) dos GDL, translación vertical y balanceo, (c) tres GDL, translación horizontal, (d) GDL infinito, (e) GDL infinito. (Kramer 1996).

El movimiento armónico o senoidal es la forma más simple de un movimiento vibratorio y puede ser descrita matemáticamente por la ecuación:

$$z = A \sin(\omega t - \varphi) \dots (2.8)$$

La cual se representa en la figura 2.7, graficada en función del tiempo, La cantidad **A**, representa la amplitud del desplazamiento a partir de la posición media, es conocida como la amplitud simple.

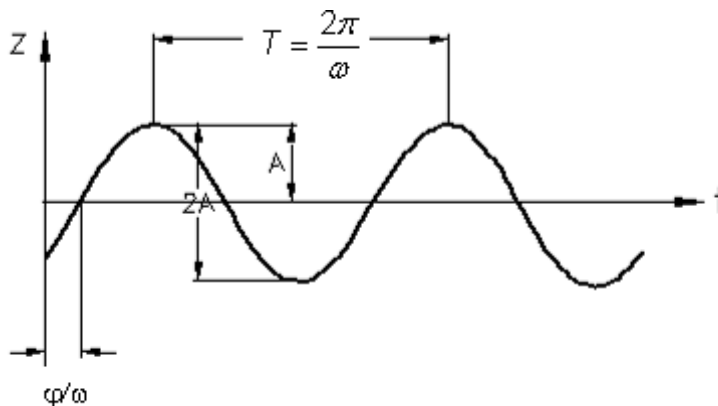


Figura 2.7 Cantidades que describen el movimiento armónico simple.

La distancia **2A** representa el desplazamiento pico a pico, se conoce como la amplitud doble, y es la cantidad que se mide con mayor frecuencia en los registros de vibración. La

frecuencia circular  $\omega$ , define la proporción de oscilaciones en términos de radianes por unidad de tiempo,  $2\pi$ . La frecuencia de oscilación en términos de ciclos por unidad de tiempo, esta dada por:

$$f = \frac{\omega}{2\pi} \dots (2.9)$$

El tiempo requerido para que el movimiento se repita se conoce como periodo y está dado por:

$$T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega} \dots (2.10)$$

Para definir físicamente el movimiento armónico se requiere de dos variables independientes: amplitud y frecuencia, como se observa en la figura 2.7. En algunas ocasiones una tercera cantidad es involucrada, el ángulo de fase  $\phi$ , el cual se requiere para especificar la relación del tiempo entre dos cantidades que tienen la misma frecuencia cuando sus valores picos no ocurren simultáneamente. El ángulo de fase es el corrimiento al tiempo de origen. El movimiento de algún punto de referencia en el sistema de movimiento armónico, puede ser expresado por:

$$z_1 = A_1 \text{sen } \omega t \dots (2.11)$$

El movimiento en cualquier otro punto en el sistema debe expresarse como:

$$z_i = A_i \text{sen } (\omega t - \phi_i) \dots (2.12)$$

para  $\pi \geq \phi \geq -\pi$

El movimiento de los cuerpos vibrantes no es armónico. En la figura 2.5, se muestran 3 tipos de movimiento. El movimiento periódico (figura 2.5a) es en el que la relaciones desplazamiento – tiempo se auto repite; un movimiento aleatorio (figura 2.5b) el patrón de desplazamiento-tiempo nunca se repite. En la figura 2.5c se muestra el tipo transitorio, el cual es asociado con sistemas con amortiguamiento en donde son aplicadas distorsiones sobre pequeños intervalos de tiempo.

## 2.5 Sistemas de un grado de libertad (SIGLA)

Se conoce como un sistema de un grado de libertad (SIGLA) a un sistema discreto en el cual, su posición puede ser descrita completamente por una sola variable. Este sistema puede ser representado por el desplazamiento translacional como se ilustra en las figuras 2.8a-c, o por el desplazamiento rotacional o por cabeceo, como en el caso del péndulo ilustrado en las figuras 2.8d y 2.8e respectivamente.

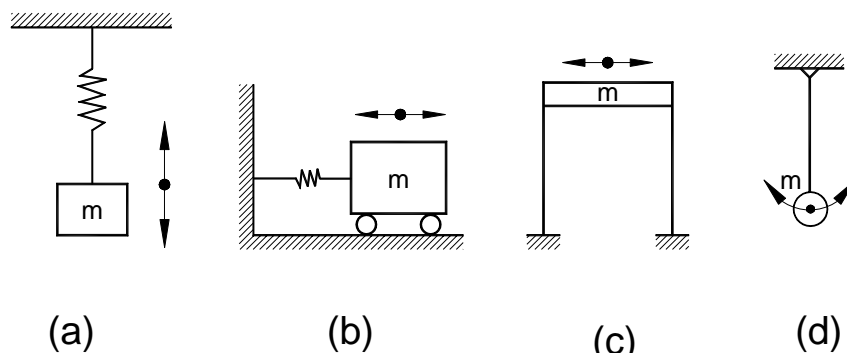


Figura 2.8 Diversos sistemas de un grado de libertad. Los grados de libertad son: (a) translación vertical, (b) y (c) translación horizontal, y (d) rotación. (Kramer, 1996).

Un sistema típico de un grado de libertad es en el que una masa rígida,  $m$ , está conectada en paralelo a un resorte de rigidez,  $k$ , y a un amortiguador de coeficiente viscoso de amortiguamiento,  $c$ , y sujetos a una carga externa,  $Q(t)$ , como se indica en la figura 2.8b. El resorte y el amortiguador se asumen sin masa y el origen del desplazamiento coincide con la posición del equilibrio estático.

Los sistemas de un grado de libertad pueden ser descritos por una sola variable en cualquier instante del tiempo.

## 2.5.1 Vibraciones libres – Sin amortiguamiento

El sistema mostrado en la figura 2.9a, consiste de un resorte lineal con una constante del resorte  $k$  y peso  $W$ , que tiene una masa  $m=W/g$ . La constante del resorte se define como el cambio de fuerza por unidad de cambio de longitud del resorte. El peso esta restringido a moverse en la dirección vertical sin rotación. La solución de este problema se simplifica midiendo el desplazamiento  $z$  hasta la posición  $z_s$  debajo del punto en el cual la fuerza del resorte era igual a cero. La distancia representa la deflexión estática y está dada por:

$$z_s = \frac{W}{k} \dots (2.13)$$

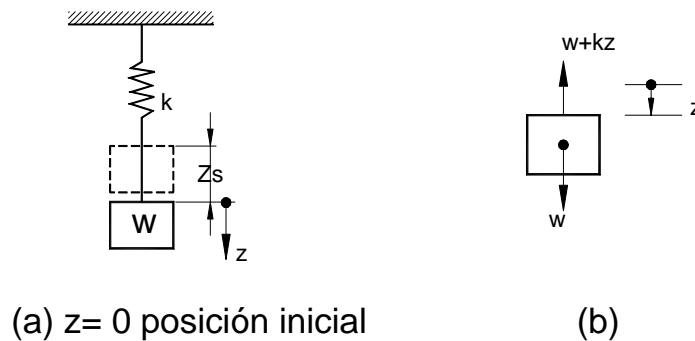


Figura 2.9 Sistema masa-resorte sin amortiguamiento. (Richard, Hall y Woods, 1970).

La ecuación diferencial de movimiento se obtiene de la segunda ley de movimiento de Newton, la cual establece que la fuerza neta desbalanceadora en un sistema de masa constante es igual a la masa del sistema multiplicada por su aceleración. Si el sistema mostrado en la figura 2.9a se desplaza una distancia  $z$  desde su posición de reposo, la fuerza en el resorte será igual a  $(W+kz)$ , como se muestra en la figura 2.9 b. Entonces la segunda ley de Newton,

$$W - (W - kz) = \frac{W}{g} \ddot{z} = m\ddot{z} \dots (2.14)$$

la cual se reduce a

$$m\ddot{z} + kz = 0 \dots (2.15)$$

La solución de esta ecuación es:

$$z = C_1 \text{sen} \sqrt{\frac{k}{m}} t + C_2 \text{sen} \sqrt{\frac{k}{m}} t \dots (2.16)$$

En donde, las constantes de integración  $C_1$  y  $C_2$  se evalúan con las condiciones iniciales del sistema, la cantidad  $\sqrt{k/m}$  es la frecuencia circular natural no amortiguada,  $\omega_n$ , designada como:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \text{ rad / tiempo} \dots (2.17a)$$

y la frecuencia natural no amortiguada,  $f_n$ , es

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \text{ ciclos / tiempo} \dots (2.17b)$$

## 2.5.2 Vibraciones libres con amortiguamiento

Si se agrega un elemento al sistema masa-resorte con la finalidad de disipar energía, el sistema obtenido se asemeja a los sistemas reales. El elemento matemático para el amortiguamiento viscoso es el amortiguador mostrado esquemáticamente en la figura 2.10a. La fuerza en el amortiguador es directamente proporcional a la velocidad  $\dot{z}$  y su valor calculado para el coeficiente de amortiguamiento viscoso  $c$ , tienen unidades de masa / (longitud/tiempo). El amortiguador ejerce una fuerza que se opone al movimiento de la masa.

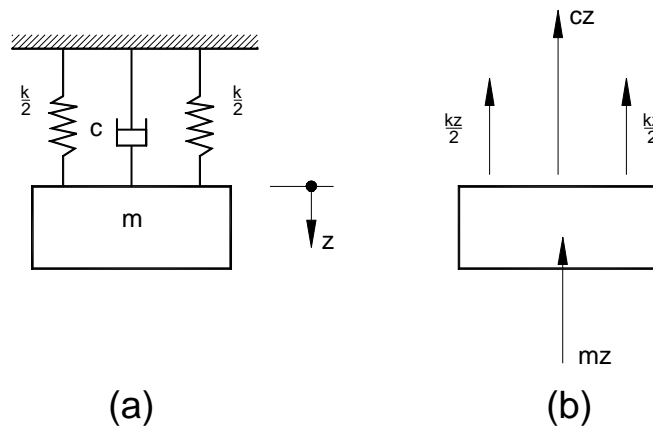


Figura 2.10 Sistema de un grado de libertad con amortiguamiento viscoso. (Richard, Hall y Woods, 1970).

Para el sistema indicado en la figura 2.10a, es posible determinar la ecuación diferencial de movimiento haciendo uso de la segunda ley de Newton y midiendo el desplazamiento desde la posición de reposo. Un desplazamiento positivo producirá una fuerza en el resorte actuando en la masa en la dirección negativa (fuerza restauradora) y una velocidad positiva, la cual produce la fuerza de amortiguamiento actuando en la dirección negativa, como se indica en la figura 2.9b. Sumando las fuerzas verticales se tiene:

$$m\ddot{z} + c\dot{z} + kz = 0 \dots (2.18a)$$

para vibraciones libres. Si hacemos  $z = \exp(\beta t)$

$$m\beta^2 + c\beta + k = 0 \dots (2.18b)$$

La cual tiene las siguientes soluciones para  $\beta$ :

$$\beta_1 = \frac{1}{2m} \left[ -c + \sqrt{c^2 - 4km} \right] \dots (2.19a)$$

$$\beta_2 = \frac{1}{2m} \left[ -c - \sqrt{c^2 - 4km} \right] \dots (2.19b)$$

Existen tres posibles casos que se deben de considerar, en función de si las raíces son reales, complejas o iguales.



Caso I.  $c^2 > 4km$ . Para este caso las dos raíces de la ecuación 2.18, son reales o bien negativas y la solución de la ecuación 2.11 es

$$z = C_1 \exp(\beta_1 t) + C_2 \exp(\beta_2 t) \dots (2.20)$$

Si  $\beta_1$  y  $\beta_2$  son negativas,  $z$  decrecerá exponencialmente sin cambio de signo como se muestra en la figura 2.11a. En estos casos no ocurrirán oscilaciones y se dice que el sistema está sobre amortiguado.

Caso II.  $c^2 = 4km$ . Esta condición sólo tiene significado matemático, y se le conoce como el caso super-amortiguado, la igualdad debe ser realizada en función de las raíces de la ecuación 2.11. La solución es

$$z = (C_1 + C_2 t) \exp\left(-\frac{ct}{2m}\right) \dots (2.21)$$

Este caso es similar al sobre amortiguado excepto que es posible que el signo de  $z$  cambie, como se muestra en la figura 2.11b. El valor del amortiguamiento,  $c$ , requerido para satisfacer esta condición se conoce como coeficiente crítico de amortiguamiento,  $c_c$  y se define como:

$$c_c = 2\sqrt{km} \dots (2.22)$$

La relación de amortiguamiento,  $\zeta$ , estará definida por

$$\zeta = \frac{c}{c_c} \dots (2.23)$$

Caso III.  $c^2 < 4km$ . Para sistemas con amortiguamiento menor al crítico, las raíces de la ecuación 2.11 son complejos conjugados. Introduciendo la relación de  $c_c$  las raíces

$$\beta_1 \text{ y } \beta_2 \text{ serán } \beta_1 = \omega_n(-D + i\sqrt{1-D^2}) \dots (2.24a)$$

$$\beta_2 = \omega_n(-D - i\sqrt{1-D^2}) \dots (2.24b)$$

Sustituyendo las ecuaciones 2.24 en la ecuación 2.19 y convirtiéndola a su forma trigonométrica con la ayuda de la fórmula de Euler,  $\exp i\theta = \cos \theta + i \operatorname{sen} \theta$ , obtenemos

$$z = \exp(-\omega_n Dt) (C_3 \operatorname{sen} \omega_n t \sqrt{1-D^2} + C_4 \operatorname{sen} \omega_n t \sqrt{1-D^2} \dots (2.25)$$

En donde  $C_3$  y  $C_4$  son constantes arbitrarias. La ecuación 2.24 significa que el movimiento será oscilatorio y que la amplitud decae con el tiempo y será proporcional a  $\exp(-\omega_n Dt)$ , como se muestra en las líneas punteadas de la figura 2.11c. Examinando la ecuación anterior, muestra que la frecuencia de las vibraciones libres es menor que la frecuencia circular natural no amortiguada y que esta  $D \rightarrow 1$ , la frecuencia se aproxima a cero. La frecuencia circular para oscilaciones amortiguadas en términos de la frecuencia natural no amortiguada está dada por

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1-D^2} \dots (2.26)$$

y será conocida como la frecuencia circular natural amortiguada.

El desarrollo anterior se debe a Richard, Hall y Woods (1970).

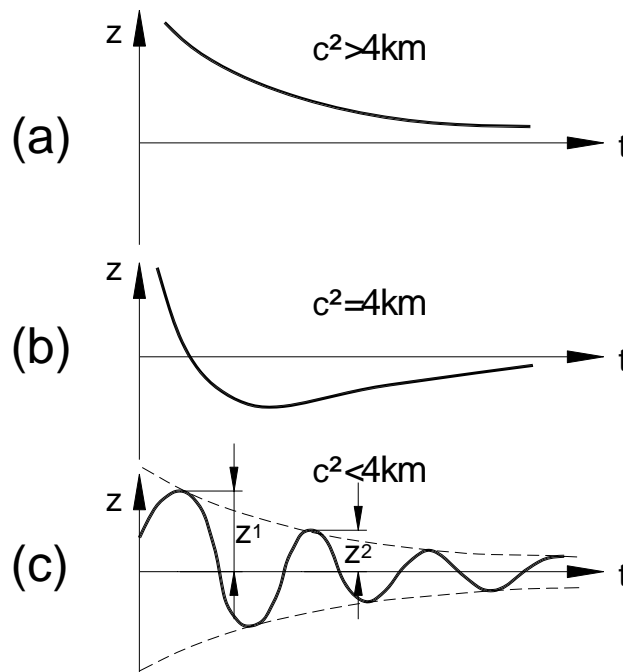


Figura 2.11 Vibraciones libres de un sistema viscoso amortiguado, a) sobre amortiguado, b) Amortiguamiento crítico, c) bajo amortiguamiento. (Richard, Hall y Woods, 1970).

## 2.5.3 Vibraciones forzadas – Sin amortiguamiento

La respuesta del sistema resorte-masa a la aplicación de una fuerza armónica  $Q$  de amplitud  $Q_0$ , como se muestra en la figura 2.12a. Usando la segunda ley de Newton, encontramos que la ecuación diferencial de movimiento es:

$$m\ddot{z} + kz = Q_0 \sin \omega t \dots (2.27)$$

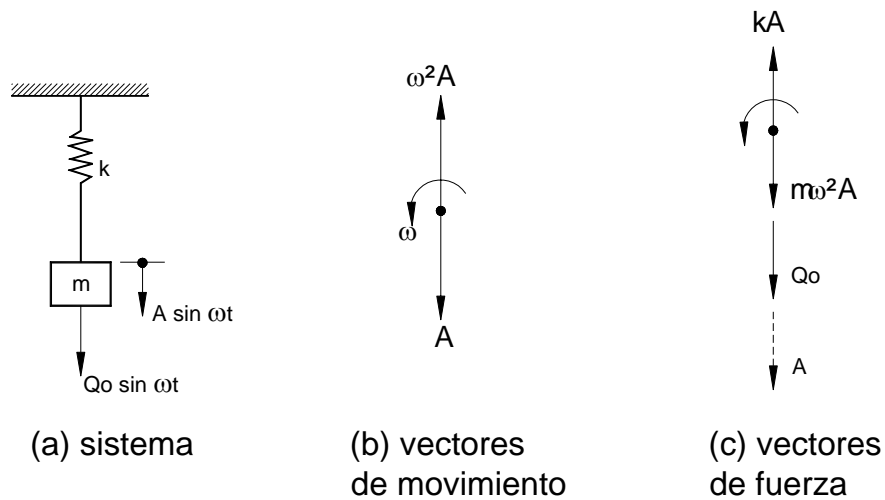


Figura 2.12 Vibraciones forzadas para un sistema de un grado de libertad sin amortiguamiento. (Richard, Hall y Woods, 1970)

La solución de la ecuación incluye la solución para vibraciones libres, con ésta se satisface el lado derecho de la ecuación 2.27. Cuando se aplica una la fuerza armónica, se asume que la fuerza interna del resorte es también armónica. Entonces, el movimiento del sistema será de la forma

$$z = A \sin \omega t \dots (2.28)$$

El cual se representa gráficamente en la figura 2.12b. Las fuerzas actuando en la masa se indican en la figura 2.12c. La fuerza del resorte se opone al desplazamiento y la fuerza de inercia actúa oponiéndose a la dirección de aceleración. El vector de la fuerza excitadora

de amplitud  $Q_o$  es mostrada actuando en fase con el vector de desplazamiento. Entonces, de los requerimientos de equilibrio,

$$Q_o + m\omega^2 A - kA = 0 \dots (2.29)$$

Obteniendo

$$A = \frac{Q_o}{k - m\omega^2} = \frac{\frac{Q_o}{k}}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2} \dots (2.30)$$

La solución completa de la ecuación 2.30 es

$$z = \frac{\frac{Q_o}{k}}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2} \text{sen}\omega t + C_1 \text{sen}\omega_n t + C_2 \text{sen}\omega_n t \dots (2.31)$$

Para un sistema real, las vibraciones están asociadas con los dos últimos términos de la ecuación 2.31, desaparecen debido al amortiguamiento, obteniendo la ecuación conocida como la solución de estado estable

$$z = \frac{\frac{Q_o}{k}}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2} \text{sen}\omega t \dots (2.32)$$

Investigaciones sobre la ecuación 2.29, demuestran que para  $\omega < \omega_n$ ,  $A$  es positiva y que para  $\omega > \omega_n$ ,  $A$  es negativa. Sin embargo, destacando que  $-A \text{sen}\omega t = A \text{sen}(\omega t - \pi)$ , la amplitud del movimiento puede siempre tomar valores positivos, introduciendo el ángulo de fase entre la fuerza y el desplazamiento. Si la amplitud  $A$  se divide entre el desplazamiento estático producido por una fuerza de amplitud  $Q_o$ , el factor dinámico de magnificación  $M$  se obtiene como:

$$M = \frac{A}{\frac{Q_0}{k}} = \frac{1}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2} \dots (2.26)$$

En la figura 2.13, se gráfica la relación del ángulo de fase entre la fuerza y el desplazamiento. El factor de magnificación tiende a infinito cuando  $\omega = \omega_n$ , por que el sistema entra en resonancia. Cuando se tienen que  $\omega < \omega_n$ , se dice que la fuerza excitante esta en fase con el desplazamiento y se opone a la fuerza del resorte. Para  $\omega > \omega_n$ , la fuerza excitante se encuentra  $180^\circ$  fuera de fase con el desplazamiento y se opone a la fuerza inercial.

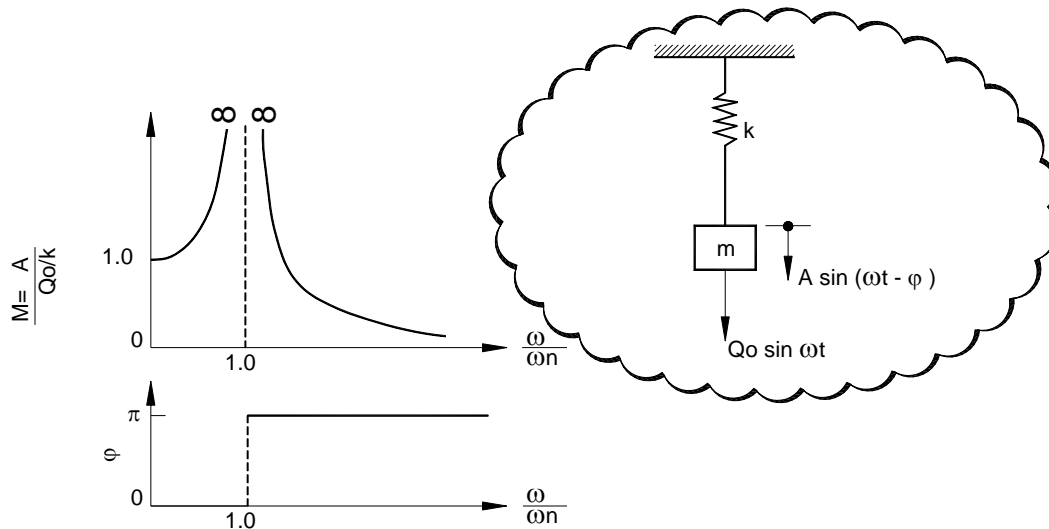


Figura 2.13 Factor de magnificación dinámica y ángulo de fase entre la fuerza y el desplazamiento de un sistema de un grado de libertad sin amortiguamiento. (Richard, Hall y Woods, 1970).

## 2.5.4 Vibraciones forzadas – Con amortiguamiento

En la figura 2.14a, se muestra el sistema que se analizará, utilizando el razonamiento descrito para el caso no amortiguado, la solución particular de la ecuación diferencial, es:

$$m\ddot{z} + c\dot{z} + kz = Q_0 \text{sen} \omega t \dots (2.27)$$

Puede ser obtenida utilizando el concepto de vectores rotantes. Los vectores de desplazamiento, velocidad y aceleración se muestran en la figura 2.14b. En este problema el desplazamiento se asume como

$$z = A \sin(\omega t - \varphi) \dots (2.28)$$

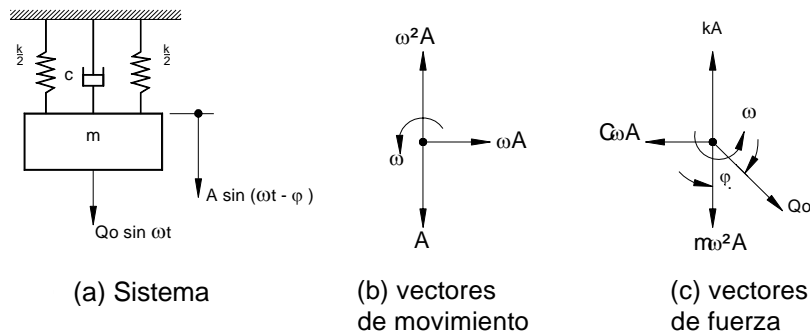


Figura 2.14 Vibraciones forzadas de un sistema de un grado de libertad con amortiguamiento viscoso. (Richard, Hall y Woods, 1970).

Cuando los vectores son dibujados como en la figura 2.14c, la fuerza excitante tendrá un ángulo de fase,  $\varphi$ , de avance sobre el vector de desplazamiento. En estos casos la existencia del ángulo de fase es aparente, ya que la fuerza de amortiguamiento  $c\omega A$  es  $90^\circ$  fuera de fase con las fuerzas del resorte y la de inercia. Sumando estos vectores en las direcciones horizontales y verticales, se obtienen dos ecuaciones con  $A$  y  $\varphi$  como variables desconocidas:

$$kA - m\omega^2 A - Q_0 \cos\varphi = 0 \dots (2.28 a)$$

$$c\omega A - Q_0 \sin\varphi = 0 \dots (2.28 b)$$

Resolviendo para  $A$  y  $\varphi$  se obtiene

$$A = \frac{Q_0}{\sqrt{(k - m\omega^2)^2 + c^2 \omega^2}} \dots (2.29)$$

$$\tan \varphi = \frac{c\omega}{k - m\omega^2} \dots (2.30)$$

Sustituyendo la relación de amortiguamiento  $\zeta$  y la frecuencia circular natural  $\omega_n$ , y reordenando se obtiene,

$$M_d = \frac{A}{\frac{Q_o}{k}} = \frac{1}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right]^2 + \left[2\zeta \frac{\omega}{\omega_n}\right]^2}} \dots (2.31)$$

$$\tan \varphi = \frac{2D \frac{\omega}{\omega_n}}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2} \dots (2.32)$$

el factor de magnificación dinámico y el ángulo de fase entre la fuerza y el desplazamiento para el estado estable de vibración. Estas ecuaciones están graficadas en la figura 2.15 para varios valores de  $\zeta$  y serán referenciadas como curvas de respuestas para fuerzas de excitación de amplitud constante. Que las fuerzas sean constantes implica que  $Q_o$  es independiente de  $\omega$ .

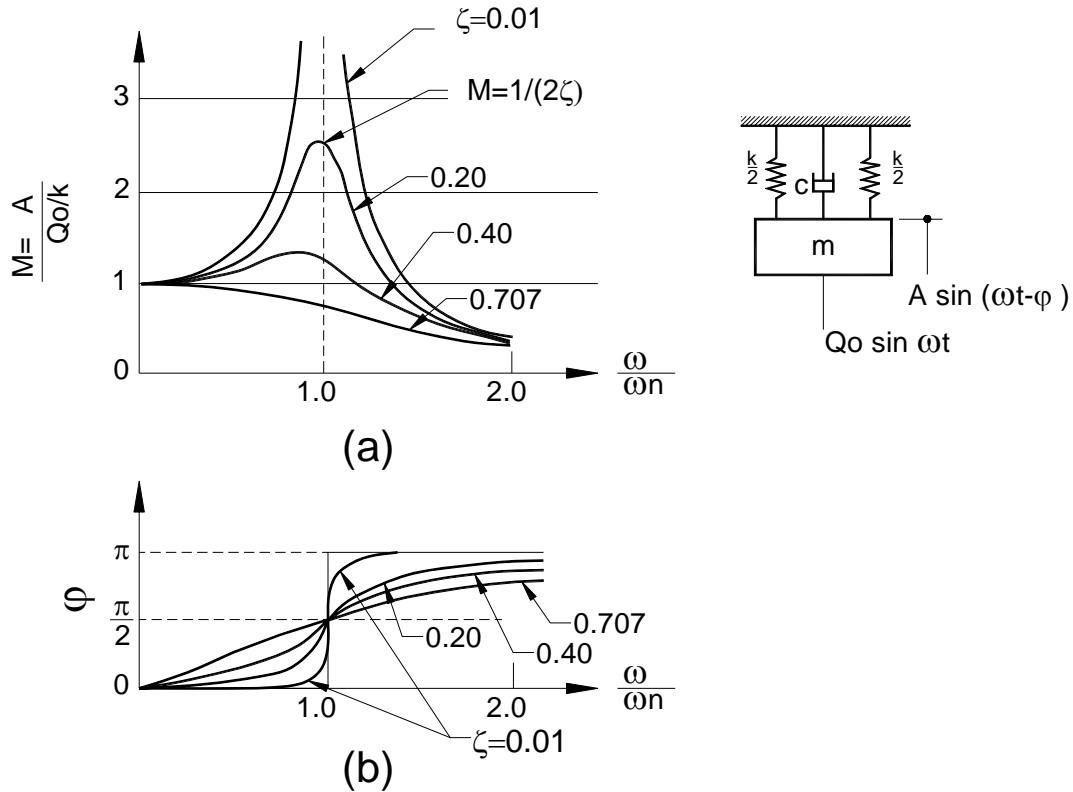


Figura 2.15 Curvas de respuesta para el amortiguamiento viscoso de un sistema de un grado de libertad. (Richard, Hall y Woods, 1970).

La frecuencia a la cual ocurre la máxima amplitud es un poco menor que  $\omega_n$ . La frecuencia de la máxima amplitud,  $f_m$ , que se conoce como frecuencia resonante esta dada por la expresión:

$$f_m = f_n \sqrt{1 - 2\zeta^2} \dots (2.33)$$

El valor de  $M_d$  en esta frecuencia esta dado por

$$M_{dmax} = \frac{1}{2\zeta \sqrt{1 - \zeta^2}} \dots (2.34)$$

Inspeccionando ambas ecuaciones se observa que para  $\zeta = 1/\sqrt{2}$ ,  $f_m=0$  y que la máxima respuesta es la respuesta estática. Las curvas muestran la variación de  $\phi$  con  $\omega/\omega_n$  tienen



la propiedad de que en el punto máximo de curvatura ocurre en la frecuencia resonante y todas las curvas tienen un valor de  $\pi/2$  para  $\omega=\omega_n$ .

## 2.5.5 Vibraciones estacionarias

Se conocen como vibraciones estacionarias a aquellos movimientos en que la acción sobre el sistema es de tipo armónico.

### a) Vibraciones forzadas

La ecuación de movimiento del sistema mostrado en la figura 2.16 a la aplicación de una fuerza estacionaria, está dada por la ecuación 2.53

$$m\ddot{z} + c\dot{z} + kz = Q_0 \text{sen}\Omega t \dots (2.53)$$

Cuando se disipa el movimiento libre amortiguado, la respuesta del sistema está dada por

$$z = \frac{Q_0}{k} \frac{\text{sen}(\Omega t - \varphi)}{\sqrt{(1 - \Omega^2 / \omega^2)^2 + (2\zeta\Omega / \omega)^2}} \dots (2.54)$$

$$\varphi = \tan^{-1} \left( \frac{2\zeta\Omega / \omega}{1 - (\Omega / \omega)^2} \right) \dots (2.55)$$

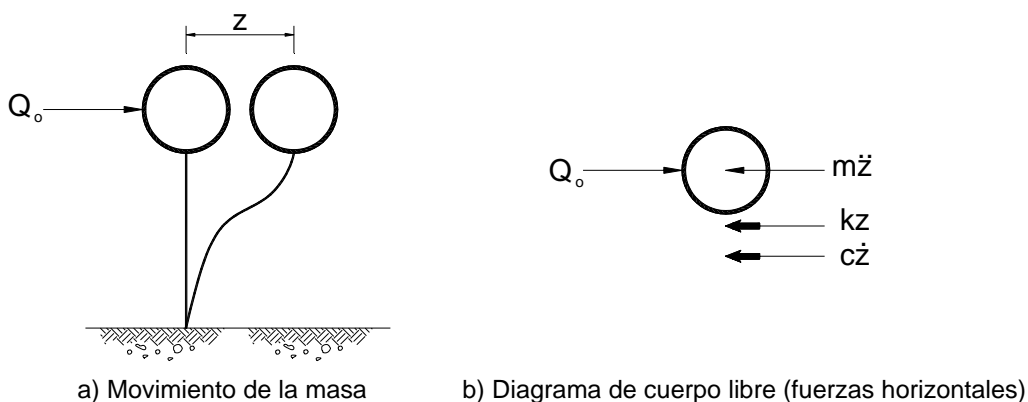


Figura 2.16 Vibraciones estacionarias forzadas de un sistema de un grado de libertad con amortiguamiento. (Deméneghi et al, 2003).

b) *Movimiento estacionario de la base*

La base del sistema mostrado en la figura 2.17, se someterá a un movimiento el cual esta dado por la ecuación 2.56.

$$z_b = A \operatorname{sen} \Omega t \dots (2.56)$$

La velocidad y la aceleración de la base son

$$\dot{z}_b = A \Omega \cos \Omega t \dots (2.57)$$

$$\ddot{z}_b = -A \Omega^2 \operatorname{sen} \Omega t \dots (2.58)$$

La ecuación de movimiento está dada por

$$m \ddot{z}_g + c \dot{z}_g + k z_g = 0 \dots (2.59)$$

De la figura 2.17 se tiene que  $z_g = z_b + z$

$$m(\ddot{z}_b + \ddot{z}) + c \dot{z} + k z = 0 \dots (2.60)$$

$$m \ddot{z} + c \dot{z} + k z = m \ddot{z}_b \dots (2.61)$$

Sustituyendo ecuación (2.58) en (2.61), tenemos

$$m \ddot{z} + c \dot{z} + k z = -A \Omega^2 m \operatorname{sen} \Omega t \dots (2.62)$$

Se aprecia que es similar a la ecuación (2.53), en consecuencia se puede emplear la misma solución, haciendo

$$Q_0 \operatorname{sen} \Omega t = -A \Omega^2 m \operatorname{sen} \Omega t$$

Con este cambio de variable, la respuesta de la masa está dada por los siguientes movimientos relativos:

$$z = A B_g \operatorname{sen}(\Omega t - \varphi) \dots (2.63)$$

$$\dot{z} = A\Omega B_d \cos(\Omega t - \varphi) \dots (2.64)$$

$$\ddot{z} = A\Omega^2 B_d \text{sen}(\Omega t - \varphi) \dots (2.65)$$

En las expresiones anteriores

$$B_d = \frac{1}{\sqrt{(1 - \omega^2 / \Omega^2)^2 + (2\zeta\omega / \Omega)^2}} \dots (2.66)$$

$$\varphi = \tan^{-1} \frac{2\zeta\Omega / \omega}{1 - (\Omega / \omega)^2} \dots (2.67)$$

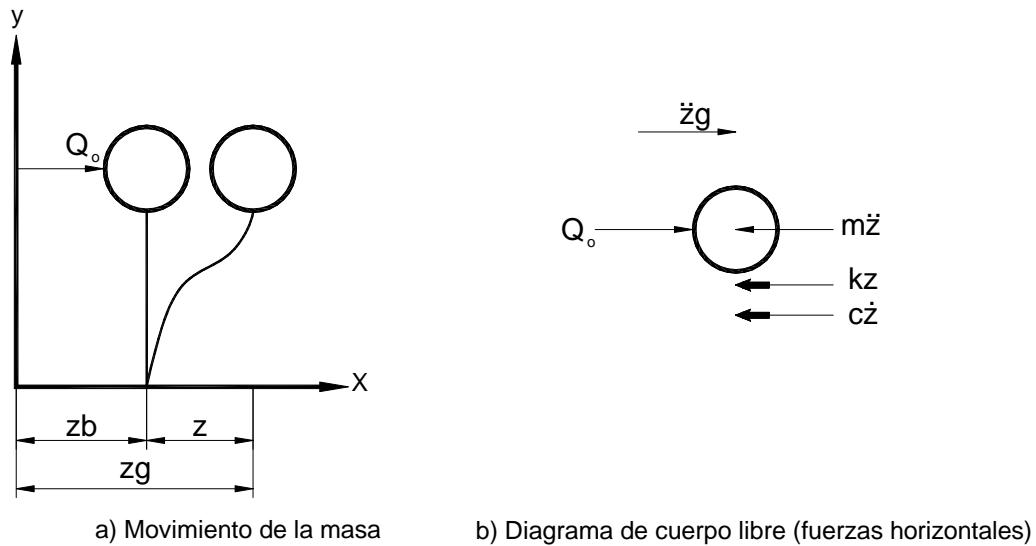


Figura 2.17 Movimiento estacionario de un sistema de un grado de libertad con amortiguamiento. (Deméneghi et al, 2003).

Los movimientos absolutos (movimientos generales) están dados por

$$Z_g = Z_b + Z \dots (2.68)$$

$$\dot{Z}_g = \dot{Z}_b + \dot{Z} \dots (2.69)$$

$$\ddot{Z}_g = \ddot{Z}_b + \ddot{Z} \dots (2.70)$$

Definiendo el factor de amplificación de la aceleración como el cociente del valor absoluto de la máxima aceleración general entre el valor absoluto de la máxima aceleración de la base.

$$M_a = \frac{\max|z_g|}{\max|z_b|} \dots (2.71)$$

$$M_a = \max|\sin\Omega t + B_0 \sin(\Omega t - \varphi)| \dots (2.72)$$

## 2.6 Propagación de ondas en un medio elástico

### 2.6.1 Ondas de Cuerpo

#### Ondas longitudinales (Ondas P).

Las ondas P son ondas longitudinales u ondas compresionales, inducen deformaciones volumétricas pero no deformaciones cortantes en los materiales. La dirección de movimiento de la partícula causada por las ondas P es paralela a la dirección en la cual la onda viaja.

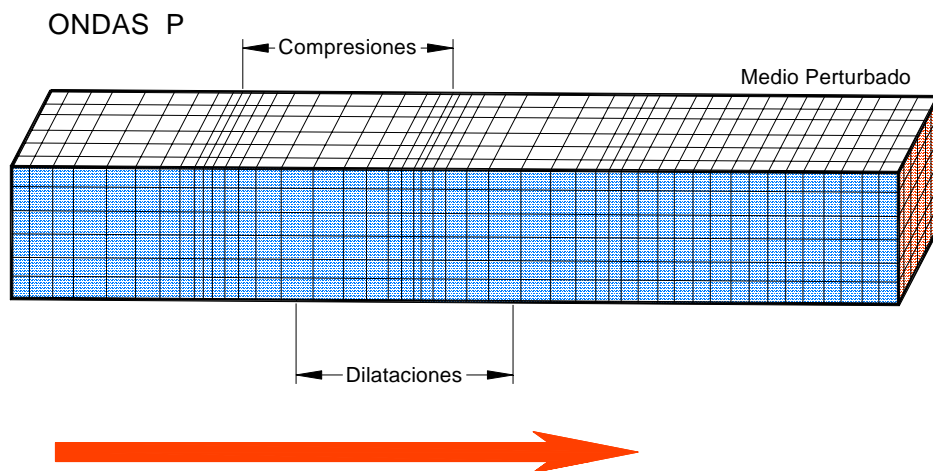


Figura 2.19 Propagación de ondas Longitudinales u ondas P.

La velocidad de propagación de la Onda P,  $v_p$ , se define como:

$$v_p = \sqrt{M/\rho} \dots (2.73)$$

En donde, M es la masa y  $\rho$  la densidad.

La velocidad de una partícula, es la velocidad en la que un simple punto dentro del elemento puede moverse cuando las ondas la atraviesan. Sabiendo que  $\partial u = \varepsilon_x / \partial x$ ,

$\varepsilon_x = \sigma_x / M$  y  $\partial x = v_p / \partial t$ , la velocidad de la partícula  $\dot{u}$  se define como:

$$u = \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\varepsilon_x \partial x}{\partial t} = \frac{\sigma_x v_p \partial t}{M \partial t} = \frac{\sigma_x}{M} v_p = \frac{\sigma_x}{\rho v_p^2} v_p = \frac{\sigma_x}{\rho v_p} \dots (2.74)$$

El coeficiente de proporcionalidad  $\rho v_p$ , es llamado impedancia específica del material.

Las velocidades de propagación de onda y la velocidad de la partícula, tienen la misma dirección cuando se aplican esfuerzos de compresión y opuesta cuando se aplican esfuerzos de tensión. Otra consideración importante es que la velocidad de la partícula depende de la intensidad del esfuerzo, pero la velocidad de propagación es sólo función de las propiedades del material.

### Ondas Transversales (Ondas S)

Las ondas transversales, son conocidas como ondas S o como ondas de cortante, involucran deformaciones cortantes no volumétricas. El paso de una onda S causa el movimiento de la partícula perpendicular a la dirección en que viaja la onda. Éste tipo de ondas sólo viajan a través de sólidos debido a que los líquidos no pueden soportar esfuerzos de corte.

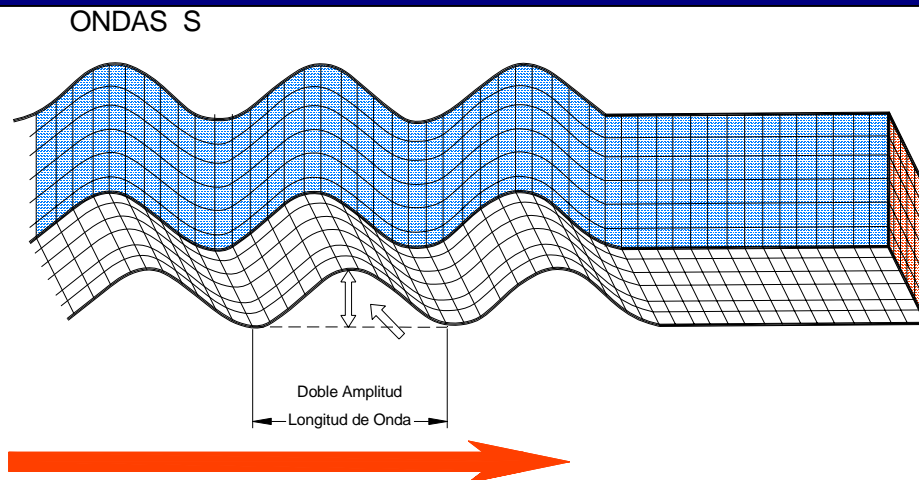


Figura 2.20. Propagación de Ondas Transversales u Ondas S.

La velocidad de propagación de la onda S, se define como:

$$v_s = \sqrt{G/\rho} \dots (2.75)$$

En donde G, es el módulo de Rigidez y  $\rho$  la densidad.

## 2.6.2. Ondas de Superficie

En los problemas de ingeniería la superficie cercana de la tierra es idealizada como un cuerpo semiinfinito con una superficie plana libre (se desprecia la curvatura de la tierra).

La interacción de ondas de cuerpo inclinadas con superficies libres de esfuerzos en la tierra produce las ondas de superficie. El movimiento producido por las ondas de superficie se concentra en zonas poco superficiales cerca de la superficie.

Se distinguen principalmente dos tipos de ondas: la onda Rayleigh, la cual puede existir en un medio espacio homogéneo y elástico; y la onda Love, que requiere de un estrato superficial de baja velocidad de onda S, subyacente al medio espacio.

## Ondas Rayleigh

Las ondas Rayleigh son el tipo más importante de éste tipo de ondas. Estas ondas producen el movimiento vertical y horizontal de partículas en un patrón elíptico.

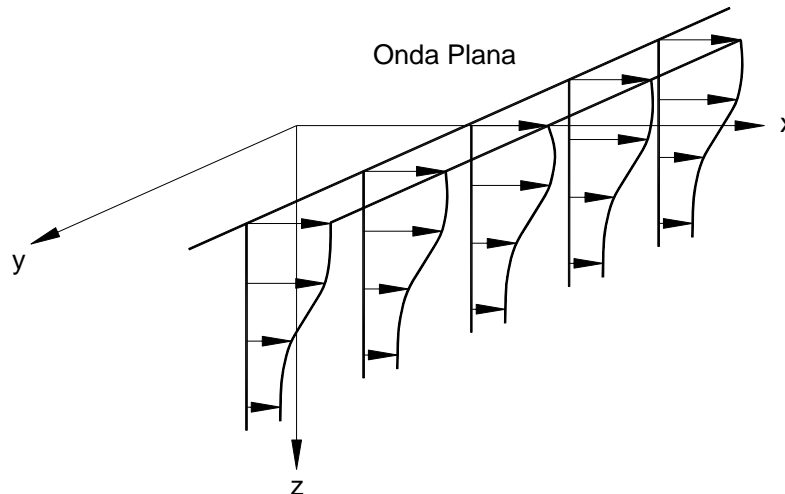


Figura 2.21. Movimiento inducido por una onda plana típica que se propaga en la dirección x. El movimiento de la onda no varía en la dirección y.

Para describir las ondas Rayleigh, considere una onda plana (figura 2.21) que viaja en la dirección x, con cero desplazamiento de partícula en la dirección y ( $v=0$ ). La dirección z, toma descensos positivos, por lo que el movimiento de las partículas ocurre en el plano x-z.

Las ondas Rayleigh son a menudo generadas mecánicamente (ensayos sísmicos) y sus velocidades medidas en campo para investigar la rigidez de los suelos superficiales.

La figura 2.22, muestra que las ondas Rayleigh viajan un poco más despacio que las ondas S; sin embargo, para casos prácticos se consideran iguales.

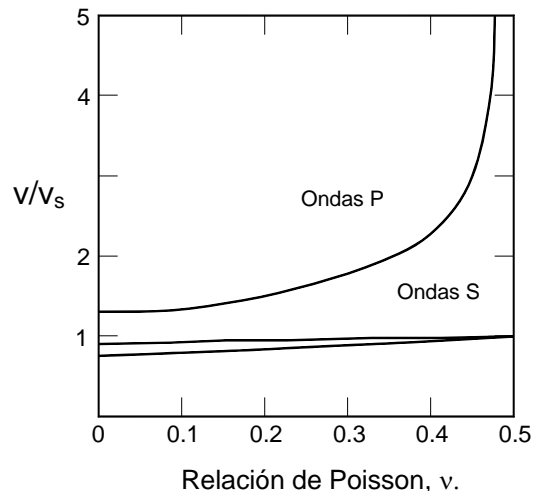


Figura 2.22. Variación de propagación velocidad de la onda Rayleigh y de las ondas de cuerpo con la relación de Poisson.

En la figura 2.23, se muestran varias amplitudes de desplazamientos horizontales y verticales, para diversos valores de la relación de Poisson. Cuando el desplazamiento horizontal es cero entonces se desarrolla el máximo desplazamiento vertical, y viceversa.

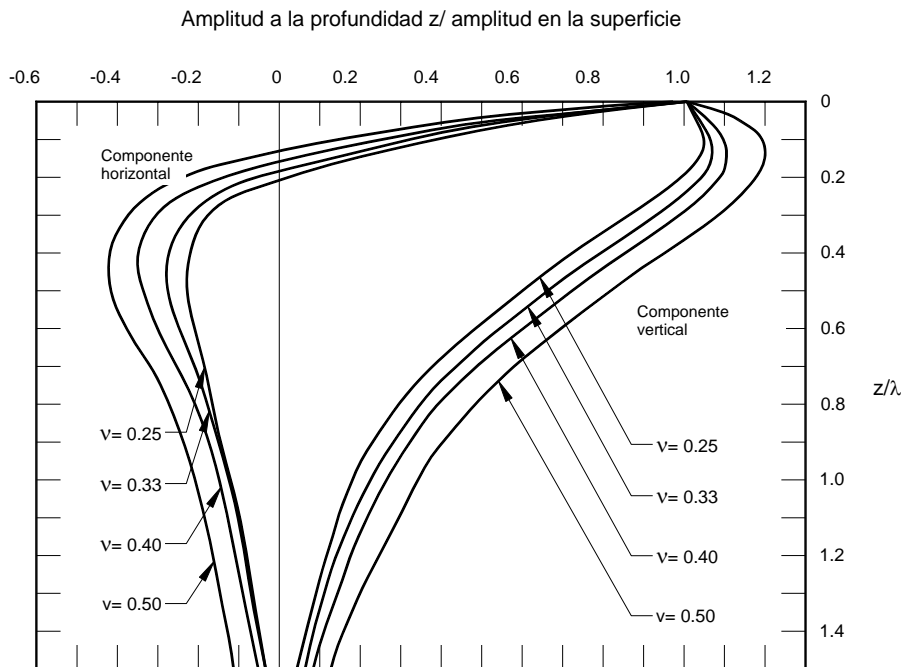




Figura 2.23. Movimiento Horizontal y Vertical de ondas Rayleigh. Una amplitud negativa indica que el desplazamiento es en la dirección opuesta del desplazamiento de la superficie. (Kramer, 1996).

## Ondas Love

En un semiespacio, cubierto por un estrato de menor velocidad de onda de cuerpo, se desarrollan las ondas Love. Estas consisten esencialmente de ondas S que son atrapadas por las múltiples reflexiones del estrato superior. Considerando el caso de una capa homogénea superficial de espesor  $H$  sobre un semiespacio como se indica en la figura 2.24.

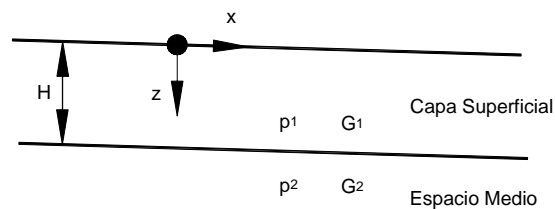


Figura 2.24. Ilustración esquemática de un estrato superficial suave.

En la figura 2.25, se ilustra como la amplitud de la onda de desplazamiento varía sinusoidalmente con la profundidad en el estrato superficial y decae exponencialmente con la profundidad en el semiespacio.

La velocidad de las ondas Love, está en el rango de las ondas S en el semiespacio (en frecuencias bajas) a velocidades de onda S en el estrato superficial (de alta frecuencia).

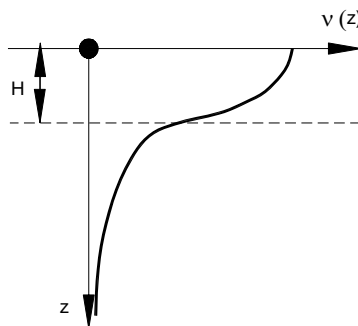


Figura 2.25. Variación de amplitud del desplazamiento de la partícula con la profundidad para Ondas Love.

## **COMPORTAMIENTO DINÁMICO DE SUELOS**

### ***3.1 Introducción***

La dinámica de suelos trata de responder algunas preguntas como lo son: ¿Qué efecto tiene el tipo de suelo en el comportamiento dinámico de una estructura?, ¿Cómo diseñar la cimentación de una maquinaria?, ¿Cuáles son los efectos que produce en el suelo de cimentación una excitación cíclica inducida por viento u oleaje?, entre otras.

Los modelos teóricos y numéricos para el análisis del comportamiento de suelos y estructuras suelo, se alimentan con las propiedades dinámicas del material. Estas últimas se determinan en laboratorio o en campo, tratando de simular la acción dinámica a la que será sometido el suelo.

La respuesta dinámica de un suelo depende de las condiciones de carga y de la distribución de deformaciones desarrolladas en la masa de suelo.

La medición de las propiedades dinámicas en campo y en laboratorio se presentará en las secciones siguientes. Algunas de estas pruebas fueron desarrolladas específicamente para medir las propiedades dinámicas de los suelos; otras son versiones modificadas de ensayos comúnmente utilizados para medir el comportamiento del suelo bajo condiciones monótonas de carga.

Cualquier investigación de las propiedades dinámicas de los suelos debe de realizarse con el reconocimiento de la inevitable incertidumbre en la medición de las propiedades. Las fuentes de incertidumbre incluyen la inherente variabilidad del suelo (resultado del ambiente geológico en el cual fueron depositados), la anisotropía (como función del arreglo geométrico), anisotropía inducida (causada por las condiciones de esfuerzos aniso

trópicos), alteraciones producidas por la perforación y muestreo, limitaciones en el equipo de campo y/o laboratorio, errores en el ensaye y errores de interpretación

### **3.2 Definición de las Propiedades Dinámicas.**

En los casos en que la excitación dinámica (sismo, maquinaria, explosiones, etc.) no induzca al suelo deformaciones residuales de consideración, la respuesta de éste está gobernada principalmente por el módulo de cortante dinámico, **G**, y el porcentaje de amortiguamiento crítico del suelo,  $\zeta$ . Otros parámetros de menor importancia son el módulo de compresibilidad volumétrica, B, la relación de Poisson,  $\nu$ , la resistencia al corte estática de arcillas y la compacidad de suelos granulares.

**Módulo de Cortante, G.** La mayoría de los suelos exhiben relaciones esfuerzo-deformación curvilíneas. Por esta razón el módulo G se determina en el laboratorio como el módulo secante.

#### **Relación de Amortiguamiento, $\zeta$ .**

El amortiguamiento histerético que corresponde a la pérdida de energía debido al deslizamiento en los contactos de las partículas, que genera la creación o pérdida de contactos, cuando la partícula es reacomodada, y b) amortiguamiento viscoso, se debe a la pérdida de viscosidad debido al movimiento relativo entre el líquido y la partícula.

Lanzo y Vucetic (1999) y Vucetic (1998) mostraron que para un material viscoso como la arcilla y uno de menor viscosidad como la arena, sujetos a pequeñas deformaciones cíclicas cortantes, el amortiguamiento viscoso equivalente de la arcilla es mayor que el de la arena, mientras que para grandes deformaciones cíclicas cortantes el amortiguamiento viscoso cortante es mayor en la arena que en la arcilla.

La relación  $\zeta$  es proporcional al área limitada por la curva histórica c-c' (área sombreada en figura 3.1), y por tanto es una medida de la capacidad de disipación de energía del material y se expresa como:

$$\zeta = \frac{\text{área de la curva}}{4\pi(\text{área OCD})} \dots (3.1)$$

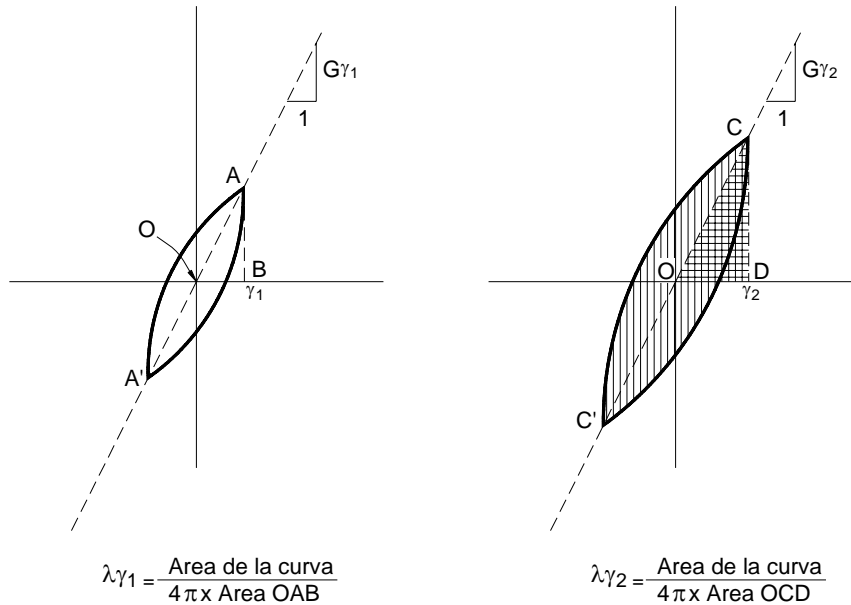


Figura. 3.1 Determinación del módulo de cortante y de la relación de amortiguamiento.

**Relación de Poisson,  $\nu$ .** Aún cuando este valor se puede determinar, usualmente se estima. Este varía de valores cercanos a 0.5 para arcillas saturadas a 0.30 a 0.35 para suelos granulares.

**Módulo de deformación volumétrico,  $B$ .** describe los esfuerzos hidrostáticos para la deformación volumétrica. Normalmente se estima a partir del módulo  $G$  y de  $\nu$  por medio de la expresión:

$$B = \frac{1}{3} \frac{2(1+\nu)}{1-2\nu} G \dots (3.2)$$

**Resistencia Estática.** La resistencia no drenada de arcillas es de interés por que permite normalizar la variación del módulo  $G$  en función de la deformación.

**Compacidad Relativa.** Se ha observado que para suelos granulares, su grado de compacidad in situ tiene una influencia muy significativa en su comportamiento dinámico.

Los principales factores que afectan los valores  $G$  y  $\zeta$  son: la magnitud de la deformación angular,  $\gamma$ ; el esfuerzo principal efectivo promedio,  $\sigma'_m$ ; la relación de vacíos,  $e$ ; el número de ciclos de carga,  $N$ ; la historia de esfuerzos e historia de vibración,  $H$ ; el grado de saturación,  $S$ ; la frecuencia de vibración,  $f$ ; la estructura del suelo,  $\rho$ ; la temperatura incluyendo el congelamiento,  $T$ .

### ***3.3 Determinación de Propiedades Dinámicas.***

#### ***3.3.1 Ensayes de Laboratorio***

Estas pruebas se realizan en pequeñas muestras de suelo, las cuales se suponen son representativas de la masa del suelo.

La confiabilidad de los resultados de los ensayos de laboratorio son función de la habilidad para reproducir las condiciones iniciales y condiciones de carga del problema de interés. Ninguna prueba de laboratorio es capaz representar todas las características de deformación y rigidez.

#### ***Muestreo.***

Los ensayos pueden ser efectuados en muestras no alteradas o reconstituidas. Las propiedades dinámicas del suelo son influenciadas por muchos factores, como lo es la densidad, deformación, estructura del suelo, edad, historia de esfuerzos y etapa de consolidación; sin embargo, éstos no son reproducibles en laboratorio con fidelidad. Para que las pruebas de laboratorio reflejen la conducta del suelo in situ, se deben obtener muestras de alta calidad sin alteración.

Para los suelos cohesivos, se utilizan muestreadores de pared delgada. La utilización de muestreadores de pared delgada en arenas finas puede causar alteraciones significantes, al causar densificación de la arena suelta y dilatación en arenas densas. El uso de congelamiento ha sido efectivo cuando la presión de confinamiento es constante y existe drenaje en el frente congelado.

## Ensayes de Baja Deformación.

Los ensayos de baja deformación operan a niveles de deformación que no inducen un comportamiento no lineal de esfuerzo-deformación en el suelo, típicamente las deformaciones cortantes son del orden de 0.001%.

### a) Ensaye de Columna Resonante

El ensaye consiste en someter a un espécimen cilíndrico de suelo a un estado de vibración forzada longitudinal o torsional, variando la frecuencia de excitación hasta lograr la resonancia del espécimen. Ver figura 3.2.

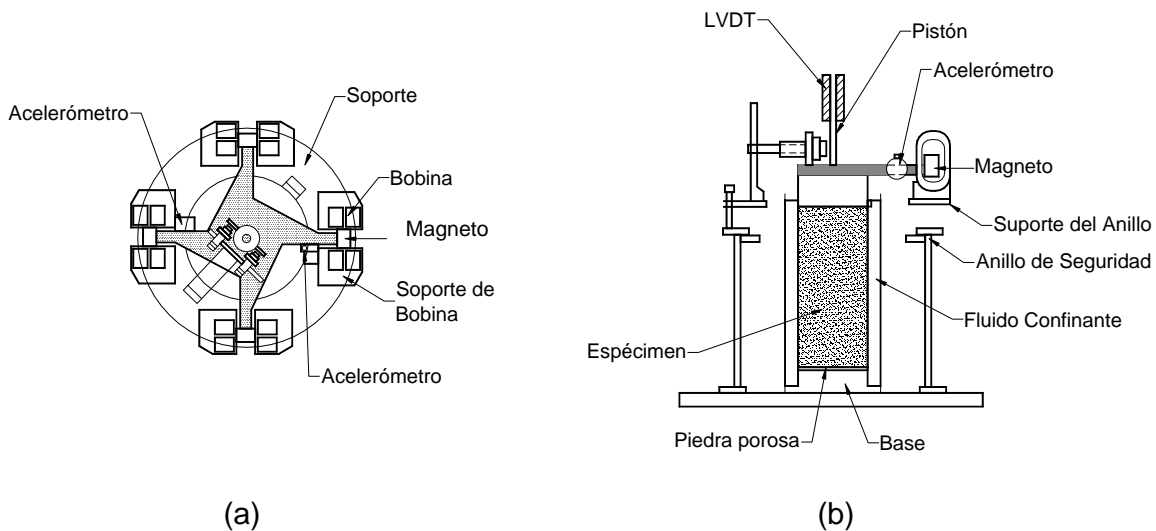


Figura 3.2. Aparato de Columna resonante. a) vista superior del sistema de carga y, b) sistema de carga y muestra de suelo. (Kramer, 1996)

Éste ensaye se inicia con frecuencias bajas y ésta se aumenta gradualmente hasta que la respuesta de deformación alcanza un máximo. La más baja frecuencia en la que la respuesta es maximizada es la frecuencia fundamental del espécimen.

Wilson y Dietrich (1960) describieron un aparato en el cual la columna del suelo se encuentra unida a una base vibradora a la cual se le impone la frecuencia vibradora, mediante generadores de vibraciones electromagnéticos. Estos generadores de vibración aplican vibraciones longitudinales y con la combinación de dos generadores es posible aplicar vibraciones torsionales al espécimen.

Existe una gama de aparatos de columna resonante, cuya principal diferencia son las condiciones de empotramiento del espécimen, ya sea fija-libre (Wilson y Dietrich, 1960) ó libre-libre (Hall y Richard, 1963).

Para determinar la respuesta del suelo, se colocan acelerómetros en el espécimen, cuya respuesta es registrada por un osciloscopio.

Se utilizan muestras huecas, con la finalidad de producir deformaciones uniformes en el espécimen, sin embargo, esto conduce a un manipuleo excesivo de la muestra. Por lo que se han desarrollado teorías que consideran las variaciones de deformaciones en especímenes sólidos.

En éste ensaye es posible determinar los efectos de la presión efectiva, amplitud de deformación y el tiempo; no obstante, la medición de la presión de poro es difícil.

Los principales factores que afectan los resultados de la prueba son: amplitud de deformación angular,  $\gamma$ , la presión de confinamiento,  $\sigma_c$ , y la relación de vacíos,  $e$ .

### *b) Ensaye de Pulso Ultrasónico*

El ensaye consiste en generar mediante cristales piezoeléctricos ondas ultrasónicas ya sean longitudinales o torsionales, se mide el tiempo,  $t$ , necesario para la propagación del pulso elástico generado, a través del espécimen de suelo de longitud  $l$ . Lo que permite determinar la velocidad de propagación del pulso generado en el espécimen del suelo.

Los materiales piezoeléctricos, presentan deformaciones cuando son sujetos a voltaje a través de sus caras. Un pulso eléctrico de alta potencia aplicado al transmisor provoca

una distorsión rápida y produce una onda de tensión que viaja a través del espécimen hacia el receptor. Cuando la onda de tensión llega al receptor, genera una deformación producida por el pulso de voltaje. La distancia entre el transmisor y el receptor se divide entre el tiempo de diferencia entre el pulso de voltaje y se obtiene la velocidad de propagación de la onda.

La prueba de pulso ultrasónico es utilizada particularmente en materiales muy suaves como sedimentos marinos, debido a que se utilizan mientras se encuentran en el tubo de muestra.

### ***Ensayes de Alta Deformación***

En éste tipo de ensayos, los suelos presentan cambios de volumen. Bajo condiciones drenadas, se manifiesta como deformación volumétrica, pero bajo condiciones no drenadas resulta en cambios en la presión de poro.

#### *a) Ensaye Triaxial cíclico*

Tiene la finalidad de investigar el comportamiento esfuerzo deformación y resistencia al esfuerzo cortante de un espécimen cilíndrico de suelo, sometido a cargas axiales cíclicas. Ver figura 3.3.



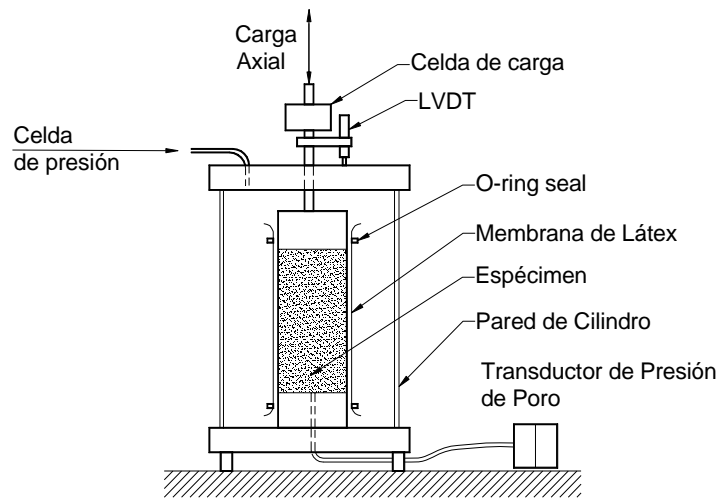


Figura 3.3. Equipo Triaxial Cíclico. (Kramer, 1996)

En los ensayos triaxiales cíclicos se utilizan especímenes cilíndricos sólidos, colocados entre piedras porosas y cubiertos por una membrana de látex. Se aplican esfuerzos radiales al espécimen, éstos son aplicados neumáticamente. Resultado de estas condiciones de frontera, los esfuerzos principales en el espécimen son siempre verticales y horizontales.

La diferencia entre el esfuerzo axial y el esfuerzo radial se conoce como esfuerzo desviador. En los ensayos triaxiales cíclicos, el esfuerzo desviador se aplica cíclicamente, bajo condiciones de esfuerzo controlado o por carga controlada.

El ensayo triaxial cíclico, puede realizarse en condiciones de consolidación isotrópica o anisotrópica.

Cargas menores a la carga de falla pueden ser aplicadas varias veces antes de que una deformación acumulativa se desarrolle. El número de aplicaciones de carga, que puede resistir un suelo en particular depende de la magnitud, tipo de carga y de las características de deformación del suelo.

Los efectos acumulativos del reordenamiento de las partículas del suelo en los puntos de contacto muestran un incremento gradual en la deformación axial conforme el número de

ciclos aumenta. La frecuencia de aplicación de carga es un factor que debe ser considerado cuando se ensayan éstos tipos de materiales.

En la figura 3.4, se muestran las condiciones de esfuerzo de un ensaye triaxial cíclico para un espécimen anisotrópicamente consolidado (TC-AC). En éste ensaye el espécimen se consolida a una presión isotrópica,  $\sigma_{3c}$ , y posteriormente se aplica un esfuerzo axial estático adicional bajo condiciones drenadas punto A en la figura 3.4 b. A partir de la consolidación anisotrópica se le aplica al espécimen de suelo un esfuerzo triaxial cíclico,  $\pm \sigma_d$ , y se obtiene un registro continuo de las variables en estudio. Es complicado realizar ensayes isotrópicamente consolidados ya que se debe sincronizar la presión de confinamiento y la carga axial para que varíen en forma cíclica.

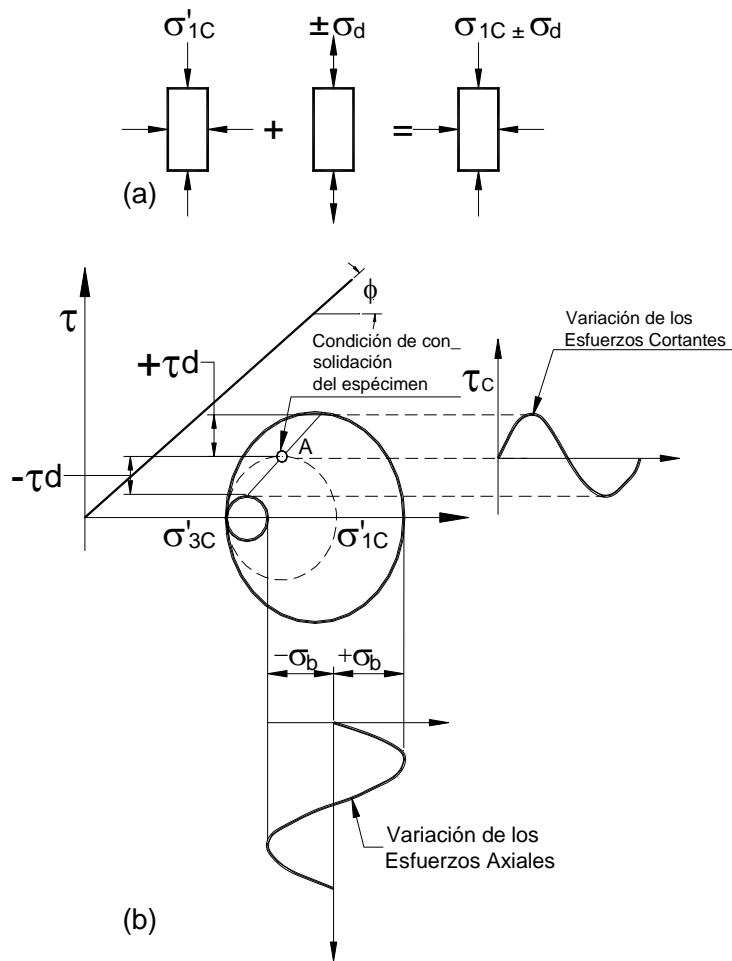


Figura. 3.4. Esquema del ensayo triaxial cíclico convencional para un espécimen anisotrópicamente consolidado (TC-AC) (Díaz, 2006)

## b) Ensayo de Corte Simple Cíclico

El ensayo de corte simple cíclico es capaz de reproducir las condiciones de esfuerzos durante un sismo. Se utiliza un espécimen cilíndrico o prismático, de pequeña longitud, el cual se encuentra restringido a la expansión lateral por unas placas (desarrollo tipo Cambrige), por una membrana reforzada con alambre de acero en espiral (desarrollo NGI) o por una serie de anillos apilados (desarrollo SGI). En la parte superior o inferior del espécimen es posible aplicar esfuerzos cortantes  $\sigma$  horizontales, los que producen una deformación horizontal en el espécimen (Figura 3.5) tal como ocurriría en un elemento de suelo sujeto a la propagación de ondas S.

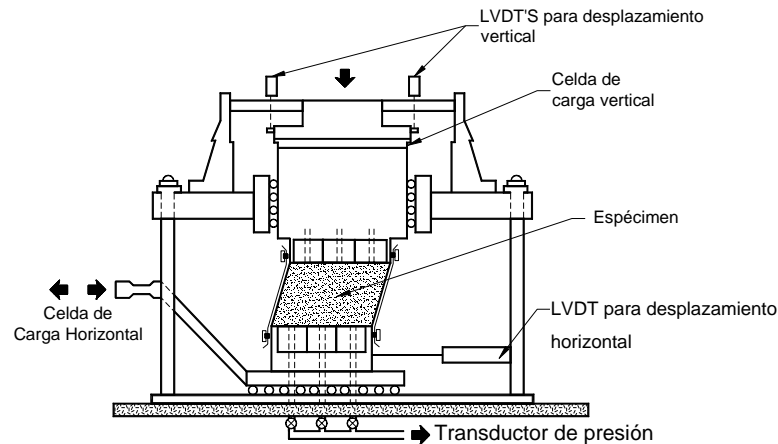


Figura 3.5 Aparato de Corte Simple de Noruegan Geotechnical Institute (NGI). El espécimen de suelo se encuentra en una membrana de acero en espiral. (Antes de Aires y Word, 1987)

Recientes avances en éste equipo permiten controlar independientemente los esfuerzos verticales y horizontales.

Las condiciones de corte simple cíclico teóricas que debe cumplir un elemento de suelo se resumen en: a) simular el estado de esfuerzos iniciales, y b) imponer condiciones de corte simple.

### *c) Ensaye de Torsión Cíclica*

Los ensayos cíclicos torsionales permiten aplicar condiciones de esfuerzos iniciales isotrópicos o anisotrópicos, así como esfuerzos cíclicos cortantes en planos horizontales con la rotación continua de los ejes de los esfuerzos principales. Es útil para medir las características del módulo de Rigidez y amortiguamiento en un amplio rango de niveles de deformación.

Al igual que la columna resonante, se utilizan especímenes cilíndricos huecos, con la finalidad de obtener uniformidad y controlar las condiciones de esfuerzos y drenajes. La

preparación de estos especímenes no es sencilla y se requiere de equipo especializado.  
Ver figura 3.6

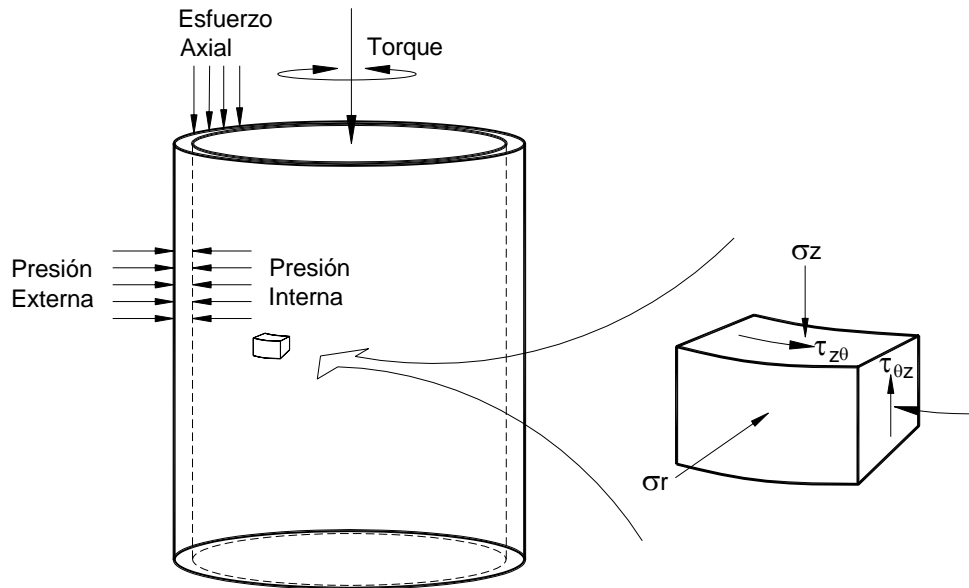


Figura 3.6 Aparato para ensayar cilindros huecos. El espécimen se rodea por una membrana interna y externa, sobre la cual pueden aplicarse presiones internas y externas independientemente. Se aplica par cíclico lo que produce esfuerzos cortantes sobre los planos horizontales. (Kramer, 1996)

Tabla 3.1 Ventajas y Limitaciones de los métodos de Laboratorio

Método	Ventajas	Limitaciones
Pulsos Ultrasónicos	Es un ensaye no destructivo,	La energía que transmite es muy pequeña Sólo proporciona el valor de $G_{máx}$ .
Ensaye de Columna Resonante	Ensaye no destructivo, se controla la frecuencia de vibración. Es posible obtener la curva de respuesta a la frecuencia.	El manipuleo del espécimen es excesivo. Sólo proporciona el valor de $G_{máx}$ , para una $\gamma$ del $10^{-2}\%$ .
Triaxial Cíclico	Se obtienen registros continuos de la variación de la carga axial aplicada, de la deformación axial producida y de la presión de poro generada durante la aplicación de la carga cíclica.	El efecto de la membrana sobre muestras de arenas puede variar la relación de vacíos. No reproduce las condiciones de un sismo.
Corte Cíclico	Reproducen las condiciones de esfuerzos durante un sismo.	No es posible imponer esfuerzos iniciales diferentes a la condición de esfuerzos verticales igual a los esfuerzos horizontales.
Torsión Cíclica	Supera muchas de las dificultades de los ensayes triaxiales cíclicos y de corte directo cíclico, mediante la aplicación de la carga cíclica en torsión.	La preparación de los especímenes es complicada y genera un manipuleo excesivo en la muestra.

## 3.3.2 Ensayes de Campo

Los ensayos de campo permiten medir las propiedades del suelo in situ (con el estado en que los efectos complejos de esfuerzos existentes, condiciones químicas, termales y estructurales son reflejadas en la medición en el sitio). Algunos ensayos de campo se inducen deformaciones al suelo similares a las del problema de interés, particularmente para la propagación de onda y problemas de diseño de cimentaciones. Estos ensayos son particularmente útiles en aquellos materiales en que la perforación, muestreo y penetración es complicada.

### *Ensayes de baja deformación*

Éstos ensayos se basan en la teoría de propagación de ondas en materiales lineales. Involucran la medición de las velocidades de ondas de cuerpo o de las ondas estacionarias.

Los ensayos sísmicos geofísicos involucran la creación de ondas de esfuerzo transitorio o continuo y la interpretación de su comportamiento a partir de las mediciones hechas en uno o más sitio. En la mayoría de los ensayos sísmicos, existe una fuente que produce un pulso de ondas, y se mide el tiempo de llegada a los receptores. La fuente, puede ser desde un golpe de un martillo en la superficie hasta una carga explosiva enterrada, las cuales generalmente producen ondas P, ondas S, y ondas de superficie. Las fuentes explosivas y fuentes de impacto verticales se muestran en la figura 3.7.

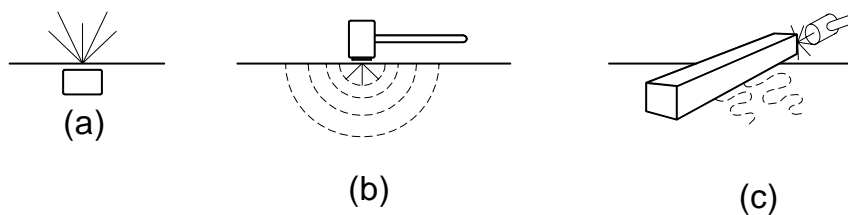


Figura 3.7. Métodos diferentes de creación de impulsos distorsionantes para ensayos sísmicos geofísicos:  
a) explosivos poco profundos, b) impacto vertical, c) Impacto horizontal.

Las ondas P viajan más rápido que las ondas S, por lo que su llegada a los receptores se detecta fácilmente. La resolución de las ondas S puede ser detectada al identificar la polaridad inversa del impulso.

En suelos blandos y saturados las ondas P se propagan a altas velocidades, la velocidad no es indicativa de la rigidez del esqueleto del suelo. Una falla en la consideración de los efectos del agua puede resultar en una significativa sobreestimación de la rigidez del suelo. El problema del agua en el suelo puede ser ampliamente resuelto utilizando las ondas S, las cuales no se propagan en el agua.

## a) Ensaye de Reflexión

Los ensayos de reflexión sísmica permiten la propagación de ondas en estratos superficiales, se utiliza para investigar la estratigrafía profunda. Es poco utilizada para delimitar estratos superficiales.

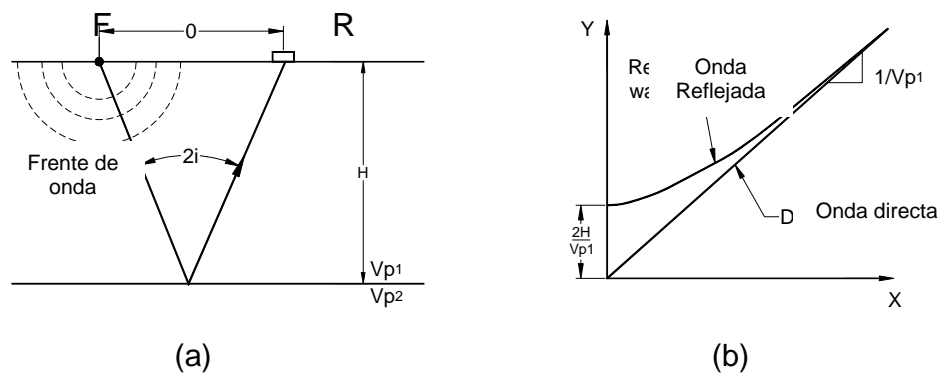


Figura 3.8. a) Trayectoria del rayo incidente de la onda p y reflejado por el limite del estrato horizontal; b) Variación del tiempo de recorrido de las ondas directas y reflejadas. La dificultad de resolución se incrementa al incrementarse la separación entre la fuente y receptor.



Con base en la figura 3.8, se observa que el ensaye se realiza produciendo un impulso (comúnmente rico en ondas P) en la fuente, F, y se mide el tiempo de llegada al receptor, R. El impulso produce ondas de esfuerzo que se radian a partir de la fuente en todas direcciones con un frente de ondas semiesférico.

Las características de estratos más profundos se evalúa utilizando flexiones desde interfaces profundas. La interpretación de los resultados para estratos de baja velocidad es difícil.

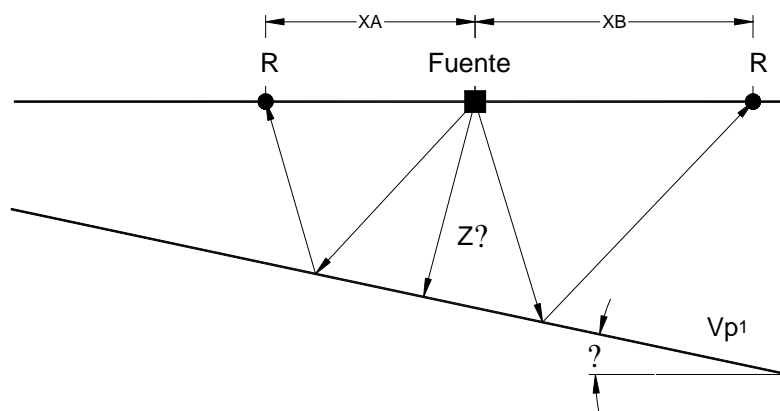


Figura 3.9. Acomodo de Fuente y Receptor para el ensayo de reflexión para estratos inclinados.

### b) Ensayo de Refracción Sísmica

Los Ensayos de Refracción Sísmica eliminan las limitaciones más importantes de los ensayos de reflexión sísmica, ya que utilizan el tiempo de arribo de las primeras ondas sin considerar el tipo. El ensayo involucra la medición del tiempo de recorrido de las ondas P u ondas S, desde la fuente del impulso al arreglo de receptores a lo largo de la superficie a diferentes distancias de la fuente.

Un arreglo típico de este ensayo se muestra en la figura 3.10. Una fuente de energía impulsiva, la cual puede ser mecánica o explosiva, se localiza en o cerca de la superficie. Una serie de receptores, usualmente geófonos, son colocados en arreglos lineales. Un receptor es colocado en la fuente. La salida de datos de todos los receptores es grabada cuando el impulso es disparado. De éstas grabaciones de tiempo de recorrido de las

primeras ondas recibidas por cada receptor se puede determinar y graficar una función de distancia fuente – receptor, como se muestra en la figura 3.10. Si todos los receptores son excitados por una onda simple de esfuerzo la cual viaja a lo largo de la superficie a una velocidad constante,  $v$  (el ensaye puede interpretar las ondas P y ondas S, también  $v$ , puede ser  $v_P$  o  $v_S$ ), la gráfica de tiempo – distancia puede ser una línea recta con pendiente  $1/v$  la cual pasa por el origen. La figura 3.10, muestra éste caso.

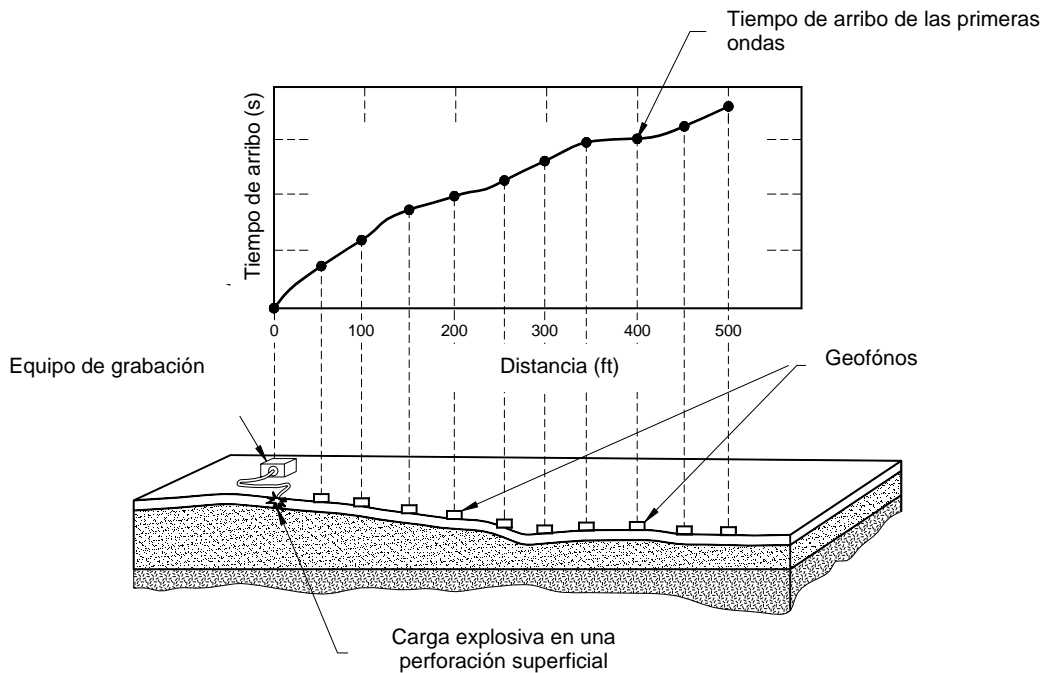


Figura 3.10 Acomodo de geófonos en un ensaye de Refracción Sísmica. (Kramer, 1996)

## 1. Estratos Horizontales

Asumiendo que el ensayo de refracción sísmica es realizado en la superficie de un semiespacio, elástico y de dos estratos, como el que se muestra en la figura 3.11. El impulso produce ondas de esfuerzo que viajan desde la fuente en todas direcciones en un frente semiesférico. Parte de la energía viaja directamente desde la fuente hasta los receptores en la forma de una onda directa.

En la frontera entre dos estratos, las ondas son reflejadas y refractadas, con las direcciones determinadas por la Ley de Shell. De acuerdo al principio de Huygen's y a la ley de Snell, la onda crítica refractada producirá un frente de ondas en el primer material, la que viajará a una velocidad  $v_1$  en una dirección inclinada ( $90-i_c$ ) a la frontera. El frente de ondas resultante puede tener una porción controlada por la onda directa y una porción controlada por la onda inicial, como se ilustra en la figura 3.11. Es importante destacar que la propagación de las ondas directas que producen el primer registro en los receptores colocados a pequeñas distancias, son las ondas que iniciales y las ondas del frente de onda se registran en los receptores colocados en distancias mayores a la distancia crítica,  $x_c$ .

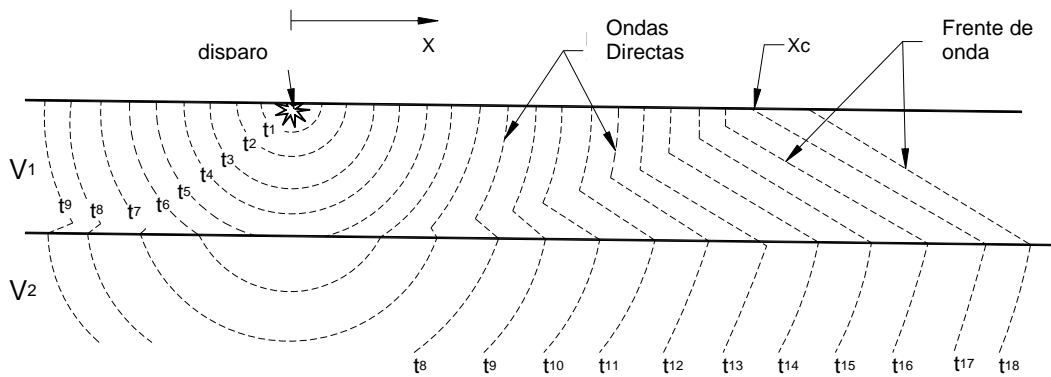


Figura 3.11. Frentes de onda para los primeros arribos en el estudio de refracción sísmica.

A distancias mayores que,  $x_c$ , el rayo desciende a una velocidad  $v_1$  a través del material 1, es críticamente refractado para viajar en el material 2 a la velocidad  $v_2$  y es entonces críticamente refractado de regreso al material 1 a la velocidad  $v_1$ , la cual registrará el receptor a una velocidad mayor que un rayo que viaja a lo largo de una trayectoria corta a la velocidad  $v_1$ , como se ilustra en la figura 3.12.

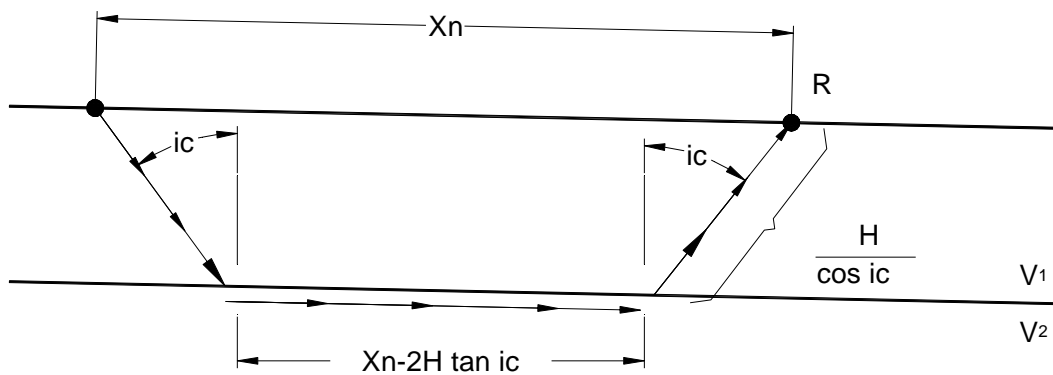


Figura 3.12. Trayectoria de recorrido para el primer arribo

Otras ondas descienden hacia la frontera entre el material 1 y 2. En ésta los rayos son reflejados y refractados en las direcciones determinadas por la ley de Snell. Esto es, en el ángulo crítico de incidencia,  $i_c$ , el rayo refractado viaja paralelo a la frontera.

De acuerdo con el principio de Huygens (que dice que cualquier punto sobre la onda de propagación actúa como fuente de una nueva perturbación) y con la ley de Snell, esta onda crítica refractada producirá un frente de onda en el material 1 que viajará en una dirección inclinada de  $90^\circ - i_c$ , hacia la frontera del material 1 y el 2. El frente de onda resultante puede tener una porción controlada por el “cabezal de onda” y otra por la “onda directa”. La onda directa producirá el primer tiempo de arribo (distancia más corta entre la fuente-receptor). El frente de onda llega antes que la onda directa a distancias mayores que la distancia crítica  $X_c$ . Ver figura 3.12.

Para el caso de múltiples estratos horizontales, el diagrama de recorrido tiempo-distancia o dromocrónica, exhibirá más de un cambio de pendiente, como se ilustra en la figura 3.13. Las distancias correspondientes a estos cambios de pendientes, determinan el espesor de los estratos más profundos.

Un estrato de baja velocidad subyacente a un estrato de velocidad más alta no aparecerá como un segmento adicional en la dromocrónica. Esto causará, que las profundidades calculadas de los límites del estrato sean mayores que la profundidad real. Existen, *zonas ciegas*, en donde el estrato existe pero no es detectado por la dromocrónica, lo cual es

consecuencia de un espesor insuficiente del estrato o insuficiente contraste de velocidad. En tales casos, el frente de onda de un estrato más profundo puede rebasar el frente de onda de un estrato intermedio antes de que este alcance la superficie de la tierra. En casos donde la velocidad aumenta con la profundidad (arenas, gravas, arcillas normalmente consolidadas), la trayectoria de las ondas serán curvas más que rectas. Para los casos donde la velocidad es proporcional a la profundidad, la trayectoria de las ondas se convertirá en arcos circulares. Las curvas de tiempo-velocidad resultantes, pueden ser transformadas en curvas de velocidad contra profundidad. Figura 3.13.

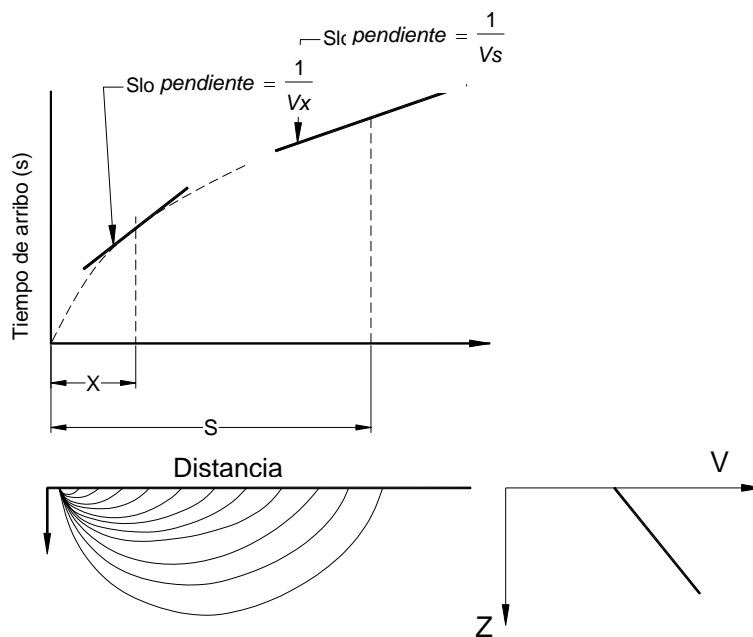


Figura 3.13. Gráfica de recorrido de tiempo-distancia y trayectoria de ondas.

## 2) Estratos inclinados o irregulares

Cuando las fronteras entre los estratos no son paralelas, la dromocrónica no proporciona las velocidades de los estratos directamente, dado que la “velocidad aparente” está influenciada por la pendiente de las fronteras de los estratos y el ángulo crítico de incidencia.

Para el caso en que la velocidad aparente de una prueba de refracción sísmica con pendiente descendiente,  $V_{2D}$ , es más baja que la velocidad aparente,  $V_{2u}$ , con pendiente ascendente, es posible determinar el “ángulo aparente de inclinación”, mediante la ley de Snell, ver figura 3.14.

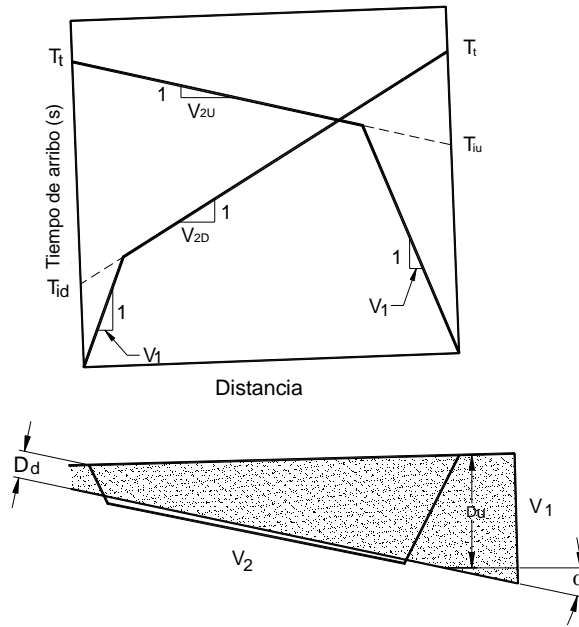


Figura 3.14. Perfil Reversible usado para identificar interfaces irregulares o inclinadas. El concepto de velocidad aparente del estrato inferior está también ilustrado.

El ángulo aparente de inclinación es igual al ángulo verdadero cuando el vector de inclinación se encuentra dentro del plano del arreglo de los receptores. En otros casos, se puede utilizar un arreglo no paralelo de los receptores para determinar la verdadera inclinación. Para determinar la inclinación real es necesario conocer el espesor del estrato superior.

El procedimiento general para determinar el espesor del estrato se ilustra en la figura 3.15. Cuando existen ondas desde dos fuentes  $SP_1$  y  $SP_2$  las cuales arriban a un receptor en el punto  $D$  con tiempo de arribo  $T_{D1}$  y  $T_{D2}$  respectivamente, en donde  $Z_1$  y  $Z_2$  son el espesor del estrato superficial a  $SP_1$  y  $SP_2$ , respectivamente.

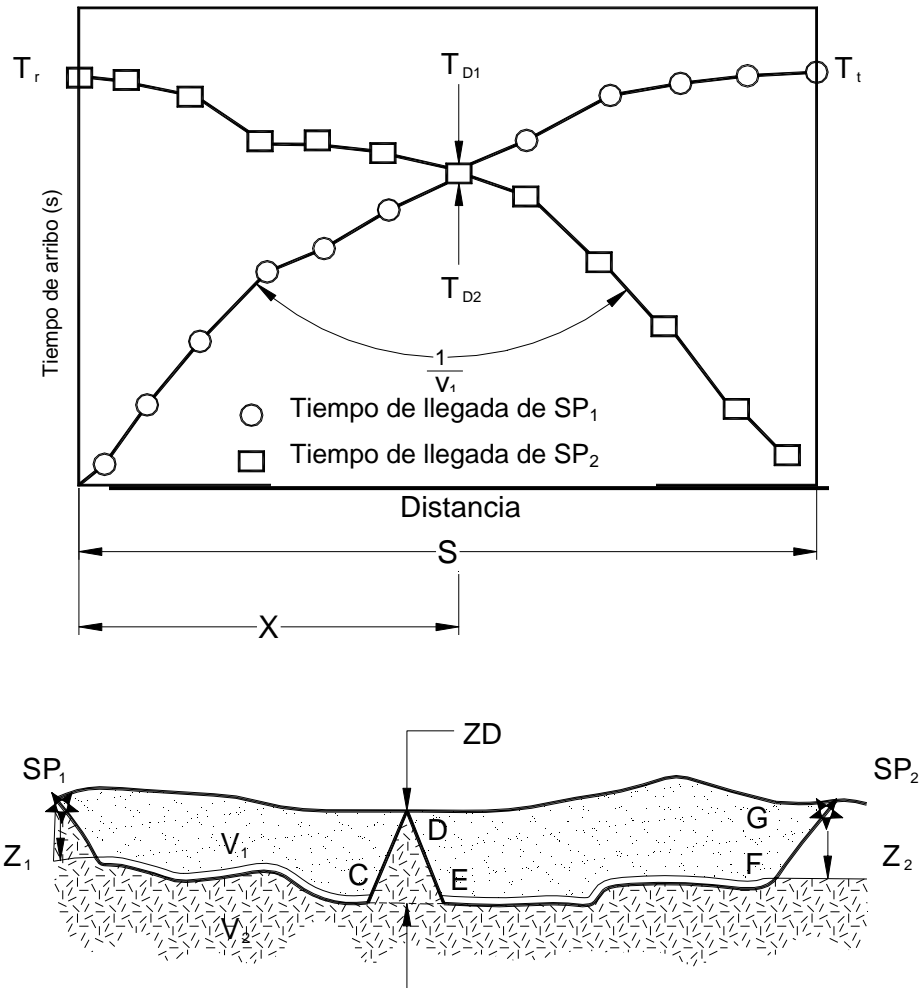


Figura 3.15. Perfiles hacia delante y en reversa de un estrato de espesor irregular. (Kramer, 1996)

La velocidad del estrato más bajo,  $V_2$ , es inversamente proporcional a la diferencia entre los tiempos de llegada de los perfiles de suelo hacia delante y en reversa.

La variación del espesor del estrato superficial puede ser determinada cambiando la posición del receptor o utilizando varios geófonos. Esto, bajo el supuesto que las primeras llegadas son el frente de onda del mismo estrato más que por ondas directas.

### *c) Ensaye de Suspensión.*

El ensaye de suspensión es empleado en la exploración petrolera, aunque su uso sea extrapolado a los problemas de la ingeniería geotécnica. Consiste en introducir una sonda de 5 o 6 metros de largo, en una perforación previa, la cual contiene agua o fluido estabilizador (bentonita). La sonda tiene implementado un selenoide horizontal con polaridad reversible que produce una onda de presión impulsiva en el fluido de perforación. Cuando ésta alcanza la pared de la perforación, la onda de presión produce tanto ondas P como ondas S en el suelo aledaño. Estas ondas viajan a través del suelo y transmiten su energía a través del fluido de perforación a dos geófonos biaxiales localizados a un metro de la parte superior de la sonda. Para la identificación de las llegadas de las ondas P y S, el procedimiento se repite con un impulso con la polaridad opuesta.

La prueba de suspensión mide la velocidad de propagación de ondas S, pero sólo de aquellas que tienen una frecuencia de vibración 500 a 2,000 Hz y para las ondas P de 1,000 a 3,000 Hz.

La prueba de suspensión es efectiva a grandes profundidades (hasta 2 KM), para obtener resoluciones menores de un metro se sobreponen puntos de medición. Este tipo de ensaye es útil para estratos delgados o suelos blandos.

### *d) Ensaye de vibración forzada (RAYLEIGH WAVE).*

El problema para detectar los arribos de las ondas y medición del tiempo de llegada, se elimina con pruebas que interpretan las propiedades de las características de las vibraciones de "condición constante". Las ondas Rayleigh (que consideran tanto el desplazamiento vertical como horizontal de las partículas) producen desplazamientos



superficiales del suelo adyacente a una cimentación circular por vibración vertical de frecuencia constante.

Colocando un receptor en el centro de la zapata y moviendo otro receptor a puntos de diferentes distancias del emisor, las localizaciones de los puntos vibratorios interconectados pueden ser determinadas.

La rigidez del suelo varía con la profundidad, por lo tanto la dispersión causará que la fase de la onda Rayleigh varíe con la frecuencia, figura 3.16.

La prueba con vibraciones de “condición constante” son útiles para determinar la velocidad de onda cerca de la superficie pero no provee una resolución detallada para perfiles para velocidades altamente variables. Para aplicaciones de ingeniería geotécnica, este método ha sido suplantado por la prueba del análisis espectral.

Esta prueba puede ser usada para generar una curva de dispersión, repitiendo la prueba con diferentes cargas de frecuencias, pero consume mucho tiempo en el campo.

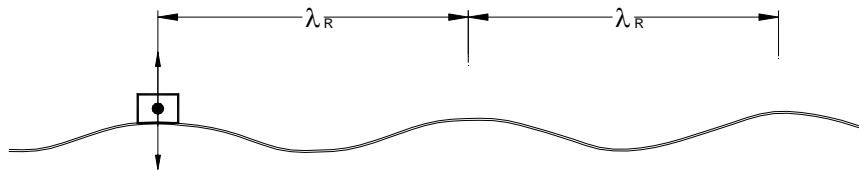


Figura 3.16. Deformación de la superficie del suelo de una onda inducida Rayleigh adyacente a una zapata por vibración vertical.

### e) Análisis Espectral de ondas superficiales.

El ensaye del análisis espectral de ondas superficiales se conoce por sus siglas en inglés como SASW. Es un método no destructivo, que provee la evaluación de la variación de la velocidad de onda cortante con la profundidad.

Con el uso de equipo digital y de un procesador de señales, se puede construir una curva de dispersión producto de una carga de ruido impulsivo o al azar.

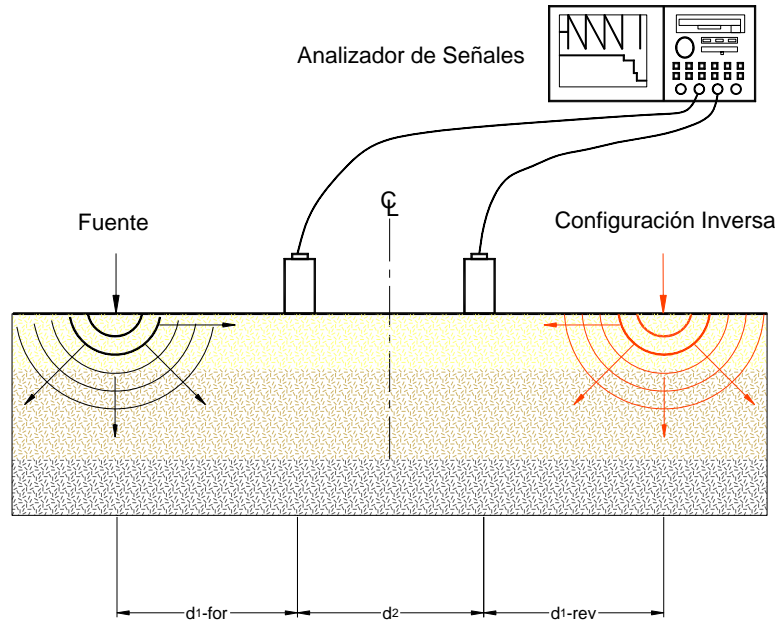


Figura 3.17. Arreglo Típico de un ensayo SASW.

Este ensayo consiste en colocar dos receptores verticales sobre la superficie en línea con una fuente de ruido impulsivo o al azar. La información recibida en los dos receptores es grabada y transformada al espacio de la frecuencia mediante una transformación rápida de Fourier. Después de la transformación, la diferencia de fase, se calcula para cada frecuencia el recorrido de tiempo entre los receptores.

Dado que se conocen las distancias entre receptores, la velocidad de fase de la onda de Rayleigh y su longitud de onda se calculan como funciones de frecuencia.

Estos cálculos, se realizan en el campo en tiempo real. Con esta prueba se puede obtener una curva de dispersión. En teoría la prueba presenta buenos resultados para un solo receptor en el espacio.

La identificación del espesor y la velocidad de la onda de un estrato del subsuelo implican la confrontación reiterada de una curva de dispersión teórica con una curva de dispersión experimental. En la figura 3.18, se ilustra el proceso de ensayo.

Comparaciones del perfil de velocidad de onda, obtenidas en pruebas SASW con pruebas de "cross hole" han mostrado un buen comportamiento.

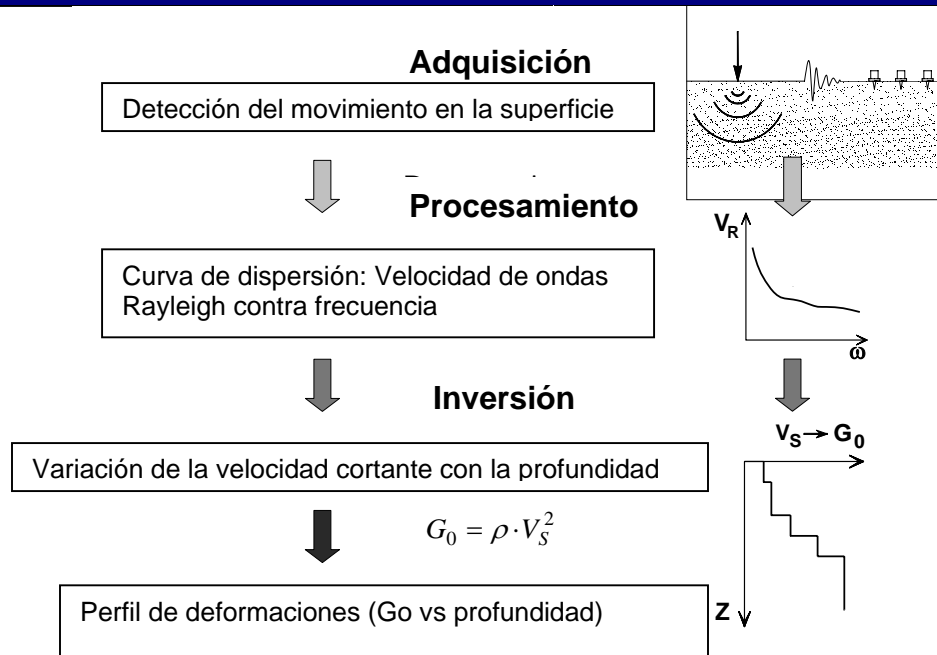


Figura. 3.18. Prueba de SASW. Configuración de la fuente y los receptores.

## f) Ensaye Cross-Hole

Este ensaye utiliza dos o más perforaciones para medir la velocidad de la onda de propagación en sentido horizontal. En una de las perforaciones se coloca una fuente de impulso de energía y en la otra un receptor. Fijando a la misma profundidad la fuente y el receptor, la velocidad de propagación de la onda entre las dos perforaciones es medida.

Para minimizar la variación en los resultados por los efectos del disparo, en la medición del tiempo, el revoque, el material puesto entre el revoque y la pared del barreno y el emplazamiento de la anisotropía se realizan más perforaciones y se colocan receptores. Las velocidades de la propagación de la onda se determinan por diferencias en el tiempo de llegada. Los tiempos de arribo se determinan usando puntos de fase común (primera llegada, primer pico, etc.) o bien a través de técnicas de correlación cruzada.

Debido a que las fuentes de impulso son colocadas dentro del barreno, existe variación entre ondas P y ondas S.

## g) Ensaye Down Hole, Up Hole

El ensaye de “perforación descendente” o “ascendente”, pueden ser realizadas con un solo barreno. En la prueba down hole, la fuente impulsora se localiza sobre la superficie adyacente al barreno. El receptor se coloca en diferentes profundidades; o bien, se colocan varios receptores, los cuales se fijan contra las paredes de la perforación. Ver figura 3.19.

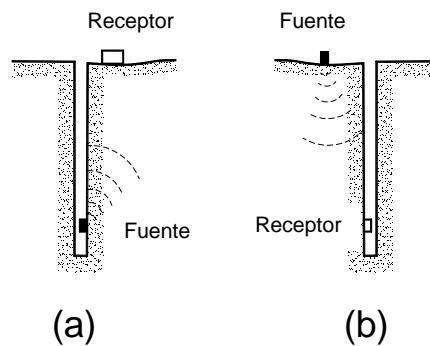


Figura 3.19 a) prueba sísmica de up-hole, b) Prueba sísmica down-hole.

El objetivo de la prueba down-hole (o up-hole), es medir el tiempo de arribo de las ondas P y ondas S, de la fuente al receptor. Localizando apropiadamente la posición de los receptores se puede trazar el tiempo de arribo contra profundidad. La pendiente de la curva recorrido-tiempo representa la velocidad de la onda de propagación en relación a la profundidad.

Una modificación al ensaye down hole, es conocida como ensaye del cono sísmico, el cual tiene la ventaja de no requerir de una perforación previa. Esta prueba consiste en un “penetrómetro cónico sísmico” equipado con un geófono o acelerómetro montado justo arriba de la manga de fricción. A diferentes etapas de la penetración del “cono”, se detiene la penetración el tiempo suficiente para generar impulsos a la superficie del suelo. Las

## *Evaluación de Modelos Geodinámicos*

curvas del recorrido tiempo-profundidad se pueden generar e interpretar de la misma manera que en los ensayos down-hole.

Tabla 3.2. Ventajas y Limitaciones de los métodos de campo.

<b>Método</b>	<b>Ventajas</b>	<b>Limitaciones</b>
Ensaye de reflexión	El procedimiento de ensaye e interpretación es simple.	La interpretación de resultados para estratos de baja velocidad es difícil.
Refracción Sísmica	Utiliza el tiempo de arribo de las primeras ondas, sin importar el tipo.  Detecta estratos horizontales e inclinados.	La velocidad del estrato superior debe ser menor que la del inferior.  Se necesitan grandes contrastes de velocidad.
Ensaye de Suspensión	Es útil para detectar estratos delgados o suelos blandos.	Sólo determina la velocidad de propagación de ondas S para frecuencias de vibración de 500 a 2,000 Hz y de 1,000 a 3,000 Hz para ondas P.
Ensaye de vibración forzada	Interpretan las características de las vibraciones de "condición constante".	No provee una resolución detallada para perfiles con velocidades altamente variables.
Análisis Espectral de ondas superficiales	Puede ser realizada rápidamente.  No requieren de barrenación.  Detecta estratos de baja velocidad.  Pueden ser utilizadas a grandes profundidades (>100m)  Proporciona buenos resultados en materiales tales como gravas y depósito de escombros y rellenos.	Su aplicabilidad se limita a estratos horizontales.  Requiere de instrumentación especializada y personal experimentado.

Método	Ventajas	Limitaciones
Ensaye Cross Hole	<p>Detecta estratos que pueden perderse en las investigaciones sísmicas de refracción.</p> <p>Si se usan fuentes mecánicas de impulso ofrecen información confiable de 30 o 60 metros y a profundidades mayores con fuentes explosivas.</p>	<p>La sensibilidad de las velocidades medidas, requiere investigaciones de la desviación del barreno, particularmente en perforaciones mayores a 15 o 20 metros.</p> <p>Las velocidades pueden no ser la velocidad verdadera cuando estratos de alta velocidad existen cerca.</p>
Ensaye Down Hole y Up Hole	<p>Las ondas S se generan fácilmente en la prueba del down-hole que en el up-hole. Es posible medir velocidades de ondas que son similares a las de los sismos en la superficie del suelo.</p> <p>La combinación de ensayos de down-hole y uphole, permite detectar estratos escondidos.</p>	<p>En la interpretación de resultados se debe considerar las alteraciones producidas al suelo durante la perforación, por el recubrimiento de la perforación y los líquidos para barrenar; y los efectos ocasionados por el uso excesivo o insuficiente intensidad de las fuentes de energía, efectos del ruido subterráneos y de agua subterránea.</p>

### ***3.3.3 Ensayes de campo mediante los cuales se pueden correlacionar las propiedades dinámicas del suelo.***

En éste tipo de ensayos de campo las propiedades dinámicas específicas del suelo no son medidas directamente, pero pueden ser determinadas indirectamente, por análisis teóricos o correlaciones empíricas.

## a) Ensaye de Penetración Estándar (SPT).

El SPT consiste en un muestreador partido (ver figura 3.19), que se introduce en el suelo mediante golpes (30 o 40 golpes por minuto) de un martillo de 140 libras (63.6 Kgs.), el cual es liberado desde una altura de 76 cm. El SPT tiene un diámetro interior constante; cuando la camisa del cilindro (revestimiento) no está en su lugar, se puede subestimar la resistencia de penetración por un 10 a 20 por ciento.

El valor de la resistencia de penetración,  $N$ , es una función del tipo de suelo, presión de confinamiento, densidad del suelo y está influenciada por el equipo de prueba y el procedimiento.

Es común normalizar el valor de  $N$  con una presión de sobrecarga de 1 ton / pie<sup>2</sup> (100 KPa) y corregir la relación de energía al 60%.

La resistencia de penetración estándar,  $(N_1)_{60}$ , ha sido correlacionada con muchas propiedades de los suelos.

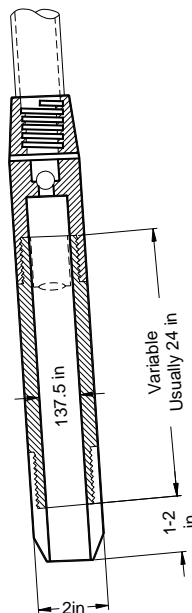


Figura 3.19. Muestreador SPT

## b) Ensaye de Penetración del Cono (CPT)

El uso del CPT se ha incrementado en la práctica profesional. El CPT incluye la “penetración constante” de un “penetrómetro cónico estándar” dentro del suelo.

El penetrómetro cónico tiene una punta cónica con un área de  $10 \text{ cm}^3$  y un ángulo en el vértice de  $60^\circ$  e inmediatamente abajo una funda de fricción cilíndrica de  $150 \text{ cm}^2$  de área. El penetrómetro es introducido en el suelo a una velocidad constante de  $2 \text{ cm/s}$ . La punta y la funda de fricción son conectadas a las “celdas de carga” que miden la resistencia en la punta,  $q_c$ , y la resistencia a la funda,  $f_c$ , durante la penetración. (Figura 3.20)

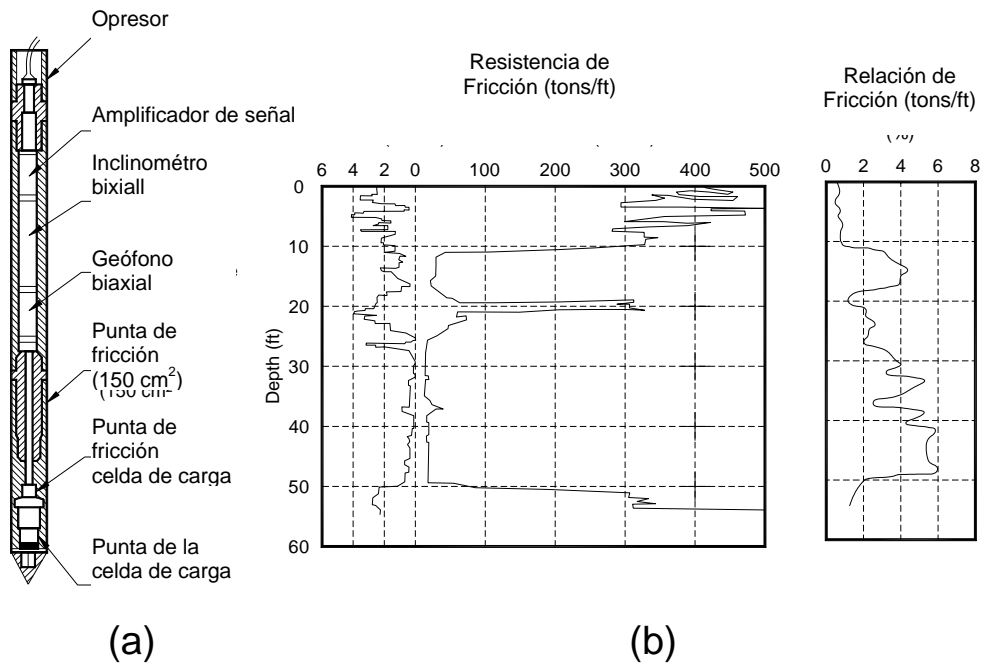


Figura 3.20. Ensaye de Penetración de Cono CPT.



## c) Prueba del Dilatómetro, DMT

El dilatómetro plano, consta de una navaja de acero inoxidable, con una membrana de acero fina, circular y expandible en un lado (ver figura 3.21). El dilatómetro se ajusta en el terreno fijando la superficie de la membrana a nivel con la superficie de la navaja. A intervalos de 10 a 20 cm la penetración se detiene y la membrana se llena con gas presurizado. La presión a la que la membrana lateral se mueve 0.05 mm ( $p_0$ ) y la presión a la cual su centro se mueve 1.1 mm son grabados, corregidos y utilizados con la presión hidrostática,  $u_0$ , para calcular varios índices con los cuales las propiedades del suelo pueden ser correlacionadas. El uso más común de estos índices, son el "Índice de material,  $I_D$ , el índice de esfuerzo horizontal,  $K_{Dy}$ , y el módulo del dilatómetro,  $E_D$ .

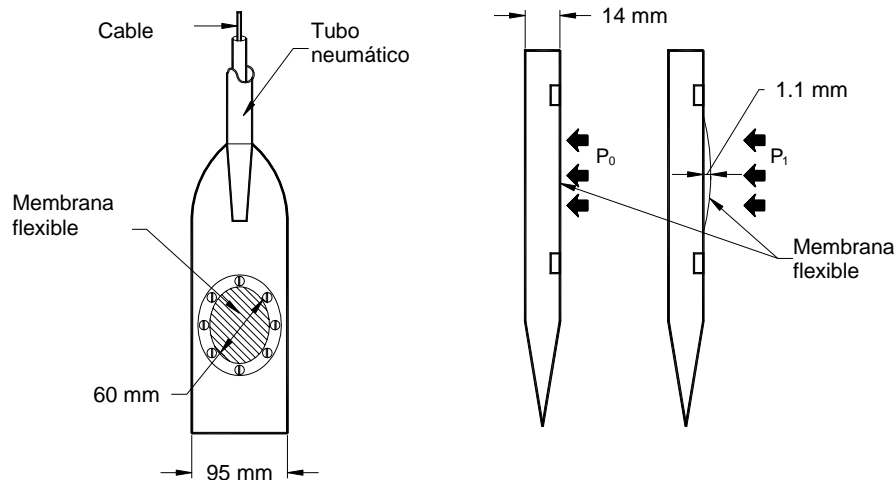


Figura 3.21. Esquema frontal y lateral de un dilatómetro plano.

## d) Prueba del Presiómetro PMT

Es la única prueba in situ capaz de medir las características de esfuerzo y resistencia. El presiómetro es un artefacto cilíndrico que utiliza membranas flexibles para aplicar una presión uniforme a las paredes de una perforación. La deformación del suelo se mide por

el volumen de fluido aplicado dentro de la membrana flexible, o por brazos calibrados para presiómetro que usan gas comprimido.

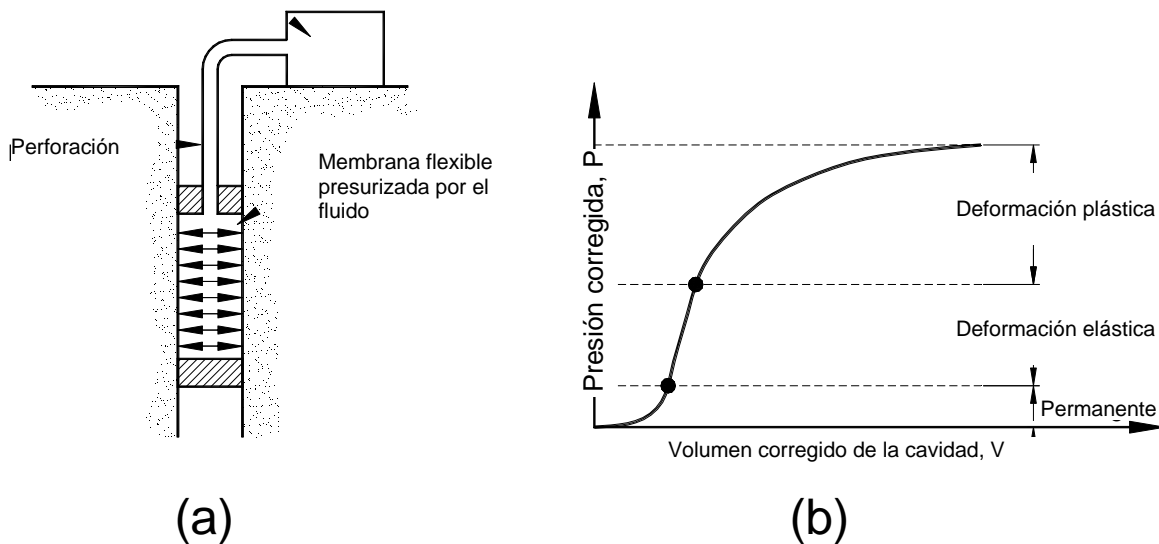


Figura 3.22. Ensayo del Presiómetro. A) Configuración del ensayo. B) Curva típica de presiómetro.

Después de corregir la presión medida y los cambios de volumen en el sistema, se pueden desarrollar las diferencias de elevación, los efectos en la membrana y la curva de presión – volumen.

Utilizando la teoría de la expansión de la cavidad, la curva de presión – volumen se puede utilizar para medir el comportamiento de presión-volumen.

Se han desarrollado presiómetro auto-perforadores, para minimizar la perturbación de los suelos y otros de tipo “push-in”, para penetrar suelos blandos rápidamente.

### e) Otras Pruebas en suelos

El concepto de geotomografía se ha tomado del campo médico. Utilizando una cantidad de receptores y fuentes de energía, se puede obtener una matriz de fuente-receptor del tiempo de recorrido y se pueden medir y comparar con las predicciones de un modelo de traza de rayos que toma en cuenta las refracciones y reflexiones de la frontera del

material entre las fuentes y los receptores. El número, la posición e inclinación de las fronteras del material son ajustadas hasta que la matriz de tiempos de recorridos se adecua a la matriz observada. Aunque la geotomografía todavía esta en la infancia, ofrece un potencial rápido para obtener resoluciones detalladas de estructuras del subsuelo en dos y tres dimensiones.

Tabla 3.3. Rango de deformación de los principales equipos. (Isihara)

Ensayo	Rango de Frecuencia f (hertz)	Rango de deformación angular $\gamma$ (%)
Triaxial Cíclico	0.2 - 5	$10^{-2} - 5$
Corte Simple Cíclico	0.2 - 5	$10^{-2} - 5$
Torsión Cíclica	0.2 - 5	$10^{-2} - 5$
Columna Resonante	50 - 100	$2 \times 10^{-4} - 8 \times 10^{-2}$
Refracción sísmica	20 -100	$10^{-4} - 10^{-3}$
Cross-hole, Down-hole y Up-hole	20 -100	$10^{-4} - 10^{-3}$

### ***3.4. Relaciones Empíricas para obtener el Módulo de Rigidez.***

El módulo de cortante máximo  $G_{m\acute{a}x}$ , puede ser estimado a partir de los parámetros obtenidos en ensayos in situ. Se han desarrollado un gran número de relaciones empíricas para estimar el valor de  $G_{m\acute{a}x}$ , tanto para arenas como para arcillas. En la tabla 3.4. se presenta una recopilación de éstas; no obstante es importante señalar que deben de usarse a discreción y siempre verificando las condiciones de aplicabilidad.

Con la finalidad de corroborar la veracidad de dichas correlaciones en la quinta columna de la tabla se muestran los resultados obtenidos de sustituir los valores que se indican en la cuarta columna. Para el caso de arenas podemos observar que los resultados obtenidos por las diversas correlaciones son semejantes; no así para el caso de las arcillas. En el apartado de arcillas de la tabla, puede observarse que para el mismo esfuerzo de confinamiento y relación de vacíos, los resultados presentan cambios significativos al utilizar diferentes correlaciones.

# Evaluación de Modelos Geodinámicos

Tabla 3.4 Relaciones empíricas para estimar el valor de  $G_{máx}$ .

Ensaye In Situ	Relación Empírica	Tipo de Suelo	Valores Utilizados	$G_{máx}$ Calculada	Ref.	Comentarios
	$G_{máx} = 2630 \frac{(2.17 - e)^2}{1 + e} (\bar{\sigma}_o)^{0.25}$	Arena redonda	$\sigma_o = 35.55$ $e = 0.40$	14,372 lb/in <sup>2</sup> 2,069,424 lb/ft <sup>2</sup>	Hardin y Richart (1963)	$G_{máx}$ y $\bar{\sigma}_o$ (Presión Confinante) en lb/in <sup>2</sup> y $e < 0.80$
	$G_{máx} = 1230 \frac{(2.97 - e)^2}{1 + e} (\bar{\sigma}_o)^{0.5}$	Arena angulosa	$\sigma_o = 35.55$ $e = 0.40$	34,603 lb/in <sup>2</sup> 4,982,976 lb/ft <sup>2</sup>	Hardin y Richart (1963)	$G_{máx}$ y $\bar{\sigma}_o$ (Presión Confinante) en lb/in <sup>2</sup>
	$G_{máx} = 1,000 K (\sigma'_m)^{0.5}$	Arena	$\sigma'_m = 5,120$  $K = 70$	5,008,792 lb/ft <sup>2</sup>	Seed and Idriss (1970)	$G_{máx}$ y $\sigma'_m$ en lb/ft <sup>2</sup> . K es el coeficiente que depende de la densidad relativa de la arena $30 < K < 75$ (suelta a densa)
SPT	$G_{máx} = 20,000 (N_1)_{60}^{0.333} (\sigma'_m)^{0.5}$	Arena	$\sigma'_m = 5,120$ $N_{1,60} = 45.36$	5,039,263 lb/ft <sup>2</sup>	Ohta y Goto (1976) Seed et al. (1986)	$G_{máx}$ y $\sigma'_m$ en lb/ft <sup>2</sup> .
	$G_{máx} = 325 N_{60}^{0.68}$	Arena	-	-	Imai y Tonouchi (1982)	$G_{máx}$ en kips/ft <sup>2</sup> .
CPT	$G_{máx} = 1634 (q_c)^{0.25} (\sigma'_v)^{0.375}$	Cuarzo Arena	$\sigma'_v = 245$ kPa $q_c = 3,500$ kPa $q_c = 35$ kg/cm <sup>2</sup>	98,902 kPa 4,735,428 lb/ft <sup>2</sup>	Rix y Stokoe (1991)	$G_{máx}$ , $q_c$ y $\sigma'_v$ en kPa; se basa en ensayos de campo realizados en Italia y en las calibraciones de ensayos chamber.
	Figura 3.23	Arena Silica	-	-	Balde et al (1986)	$G_{máx}$ , $q_c$ y $\sigma'_v$ en kPa, se basa en ensayos de campo realizados en Italia.
	$G_{máx} = 46 (q_c)^{0.66} e^{-1.10}$	Arcilla	$q_c = 490$ kPa $q_c = 5.0$ kg/cm <sup>2</sup> $e = 5$	2,618 kPa	Mayne y Rix	$G_{máx}$ , $q_c$ y $\sigma'_v$ en kPa, basado en ensayos de campo en varios lugares alrededor del mundo.

# Evaluación de Modelos Geodinámicos

Ensaye In Situ	Relación Empírica	Tipo de Suelo	Valores Utilizados	G <sub>máx</sub> Calculada	Ref.	Comentarios
RCT	$G_{máx} = 1230 \frac{(2.973 - e)^2}{1 + e} (OCR)^a (\bar{\sigma}_m)^{1/2}$	Arena y arcilla	-	-	Hardin y Dneovich (1972)	$G_{máx}$ y $\frac{\bar{\sigma}_m}{\sigma'_v} = \frac{(1 + 2k_0)\bar{\sigma}_v}{3}$ en lb/ft <sup>2</sup> , ko es el coeficiente de empuje de tierras en reposo, a depende del índice plástico (IP) del suelo, varía entre desde cero para suelos granulares a 0.5 para arcillas con IP 100 y ≈ es el esfuerzo vertical efectivo.
	$G_{máx} = (102 - 5.58e^{-3})\sigma_c$	Arcilla	$\sigma_c = 2.0 \text{ kg/cm}^2$ $e = 4$	$q_c = 203 \text{ kg/cm}^2$ $q_c = 19,907 \text{ kPa}$	Jaime (1987)	Con base en ensayos de laboratorio, válido para $3 < e < 8$ y $0.2 < \sigma_c < 2.2 \text{ kg/cm}^2$ , para el lago de Texcoco preconsolidado.
	$G_{máx} = (95.18 - 9.39e^{-3})\sigma_c$	Arcilla	$\sigma_c = 2.0 \text{ kg/cm}^2$ $e = 4$	$q_c = 190 \text{ kg/cm}^2$ $q_c = 18,632 \text{ kPa}$	Jaime (1987)	Con base en ensayos de laboratorio, válido para $3 < e < 8$ y $0.2 < \sigma_c < 2.2 \text{ kg/cm}^2$ , para el lago de Texcoco preconsolidado.
	$G_{máx} = (94.34 - 3.35e^{-2})\sigma_c$	Arcilla	$\sigma_c = 2.0 \text{ kg/cm}^2$ $e = 4$	$q_c = 188 \text{ kg/cm}^2$ $q_c = 18,436 \text{ kPa}$	Jaime (1987)	Con base en ensayos de laboratorio, válido para $3 < e < 8$ y $0.2 < \sigma_c < 2.2 \text{ kg/cm}^2$ , para el lago de Texcoco preconsolidado.
	$G_{máx} = 724 e^{-1.3} p_a^{0.55} (p')^{0.45}$	Arena	-	-	Lo Presti (1989)	El valor de pa es el de la presión atmosférica y p' es la presión isotrópica efectiva de confinamiento. Con base en ensayos de laboratorio para arenas de Toyura (cuarzo-arenas). Esta ecuación es válida para $0.5 < e < 1.3$
DHSS	$G_{máx} = A(1 + e)^{-2.4} \sigma_r^{0.5} \sigma_v^{0.5}$	Arcilla	-	-	Shibuya, Hwang y Mitachi (1997)	Los valores de las constantes se muestran en la tabla 1. Esta ecuación es válida para arcillas y arenas que satisfacen las siguientes condiciones: estado de consolidación normal, Ko es una constante, su ley de compresión se caracteriza por una relación lineal entre el volumen específico $v = 1 + e$ y $\sigma'_v$ , IP de 20 a 55.
DHSS	$G_{máx} = S_{vh} f(e) \sigma_r^{(1-nv-nh)} \sigma_v^{nv} \sigma_h^{nh}$	Granuloso arcilloso	-	-	Jamiolkowski (1994)	$S_{vh}$ es la constante que refleja la estructura del suelo, $\sigma'_v$ es el esfuerzo vertical efectivo, $\sigma'_h$ es el esfuerzo horizontal efectivo, y nv y nh exponentes indicados en la tabla 1.
RCT y CTT	$G_{máx} = 122 p_a \left( \frac{1}{PI - I_r} \right)^{(PI - I_r)} \left( \frac{p'_0}{p_a} \right)^{0.82}$	Arcilla	-	-	Ovando Shelley et al (2007)	El valor de $p_a$ es el de la presión atmosférica y $p'_0$ es la presión isotrópica efectiva in situ, PI es el índice plástico, $I_r$ es la consistencia relativa. Válida para las arcillas depositadas en fondo del ex lago de la cuenca del Valle de México.

SPT, Ensaye de Penetración Estándar.

CPT, Ensaye de Penetración de Cono.

DMT, Ensaye de Dilatómetro.

PMT, Ensaye del Presiómetro.

RCT, Ensaye de Columna Resonante.

DHSS, Ensaye Sísmico Down Hole.

CTT, Ensaye Cíclico Triaxial.

PI, es el Índice Plástico y se define como  $IP = LL - LP$ , en arcillas de la Cuenca del Valle de México puede alcanzar valores de 500.

$I_r$ , es la consistencia relativa

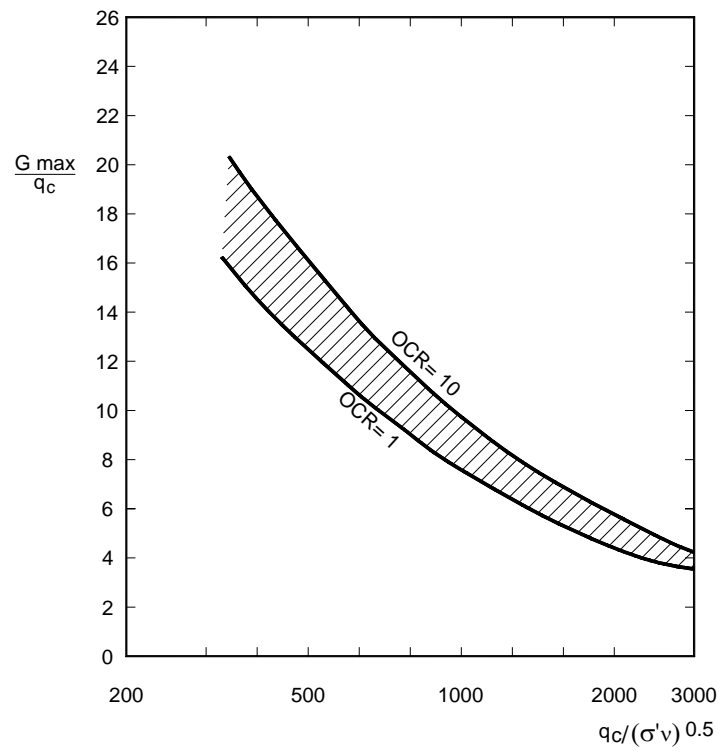


Figura 3.23. Estimación de  $G_{max}$  para una arena sílica no cementada a partir de ensayos CPT

## REVISIÓN DE LA METODOLOGÍA DE CÁLCULO **CAPÍTULO 4**

### REVISIÓN DE LA METODOLOGÍA DE CÁLCULO

#### **4.1 Introducción**

Los movimientos del terreno que no son influenciados por la presencia de estructuras se conocen como *movimiento de campo libre*, y las estructuras cimentadas y empotradas sobre un manto de roca sólida se consideran como estructuras *fijas en la base*.

La respuesta dinámica de un edificio es afectada por el tipo del suelo sobre el que se encuentra cimentado.

El fenómeno en el cual la rigidez y las deformaciones de la estructura afectan el movimiento y deformación del suelo; y la rigidez y deformaciones del suelo afectan los desplazamientos, deformaciones y esfuerzos internos de la estructura con base en la ecuación dinámica entre ambos, se conoce como *interacción dinámica suelo estructura*.

Conociendo las envolventes de esfuerzos cortantes y momentos flexionantes a lo largo y ancho de los elementos estructurales de la cimentación, es posible valorar si éstos tienen un comportamiento adecuado con base a los criterios ingenieriles o reglamentos aplicables considerando el movimiento conjunto del suelo y la subestructura ante una perturbación sísmica.

#### **4.2 Ilustración de la Interacción Suelo-Estructura**

Para describir el problema de interacción suelo-estructura en un forma simple, consideremos el caso de un Sistema de un Grado de Libertad (SIGLA), el cual se encuentra sobre una cimentación rígida, sin masa, y forma en L (ver figura 4.1 a)

soportada en un depósito de suelo elástico. La estructura se caracteriza por su masa,  $m$ , rigidez,  $k$ , y coeficiente de amortiguamiento,  $c$ .

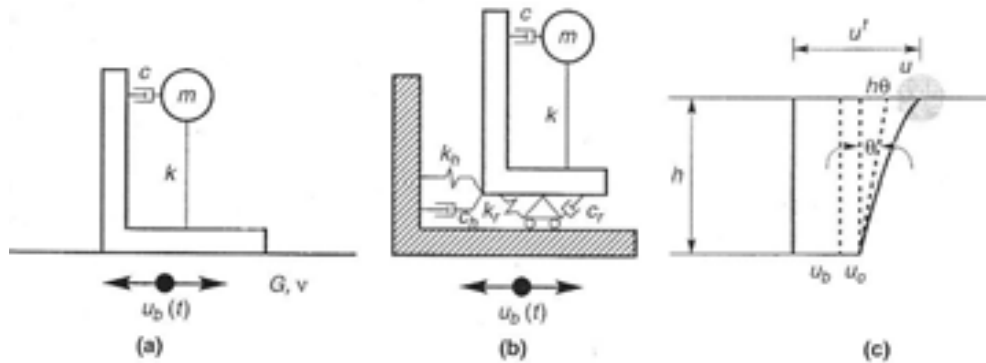


Figura 4.1 Modelo base para un Sistema de un Grado de Libertad: a) Se muestra un SIGLA en un depósito de suelo elástico; b) Sistema discreto idealizado, en la base se representan los resortes y amortiguadores traslacionales y rotacionales; c) Componentes de movimiento en la base y masa. (Kramer, 1996)

Es posible que la cimentación pueda rotar o trasladarse sobre el suelo de apoyo. Las características de rigidez y amortiguamiento se ejemplifican en la figura 4.1 b. En ésta se muestran dos tipos de amortiguamiento: amortiguamiento del material causado por el comportamiento inelástico del suelo de soporte de la cimentación y el amortiguamiento por radiación el cual ocurre cuando las fuerzas dinámicas de la estructura causan la deformación de la cimentación. La cantidad de amortiguamiento depende del nivel de deformación inducido en el suelo, si la deformación es alta, el amortiguamiento del material será significativo.

El desplazamiento total de la masa y de la base de la estructura puede ser dividido en sus componentes individuales como se ilustra en la figura 4.1 c.



## 4.3 Metodologías propuestas en el Manual de Diseño de Obras Civiles de la Comisión Federal de Electricidad, 1993

### 4.3.1 Clasificación de Terrenos de Cimentación

En función de la respuesta del sitio ante excitación sísmica se adopta una clasificación del terreno de cimentación según su estratigrafía, que es función del periodo dominante de vibración y de la velocidad de propagación ondas cortantes en el sitio. Así, para clasificar un terreno se procede de la siguiente forma:

- a) Se localiza el nivel de terreno firme bajo el cual todos los estratos posean velocidades de propagación de onda cortante,  $v_s \geq 700$  m/s o módulos de rigidez dinámica  $G \geq 85000$  t/m<sup>2</sup>.
- b) Para los estratos comprendidos entre el nivel de terreno firme y la superficie, se calcula el periodo fundamental de vibración  $T$  y la velocidad efectiva de propagación  $v_o = (G/\rho)^{1/2}$  del sitio.

En donde,  $G$  y  $\rho$  son el módulo de rigidez y la densidad relativa, respetivamente.

- c) Se determinan las velocidades características  $v_c$  y el periodo fundamental característico  $T_c$ , dependiendo de la zona sísmica del país; los valores de estos parámetros característicos se indican en la siguiente tabla:

Tabla 4.1 Valores de  $v_c$  y  $T_c$ . (CFE, 1993)

Zona Sísmica	$v_c$ (m/s)	$T_c$ (s)
A	400	5.3
B	400	5.3
C	500	4.7
D	500	2.5

Conocidos los parámetros dinámicos del sitio; así como los parámetros característicos de la zona sísmica, se utiliza la carta de microzonificación sísmica que se presenta en la figura 4.2, según lo cual el terreno de cimentación se clasifica en:

## Evaluación de Modelos Geodinámicos

TIPO I. *Terreno Firme*: Depósitos de suelo formados solamente por estratos con velocidades de propagación de  $v_s \geq 700$  m/s o módulos de rigidez de  $G \geq 85000$  t/m<sup>2</sup>.

TIPO II. *Terreno Intermedio*: Depósitos de suelo con periodo fundamental de vibración y velocidad efectiva de propagación tales que se cumple la relación:

$$v_c T_c + v_s T \geq v_c T_c$$

TIPO III. *Terreno Blando*: Depósitos de suelo con periodo fundamental de vibración y velocidad efectiva de propagación tal que se cumple la relación:

$$v_c T + v_s T_c < v_c T_c$$

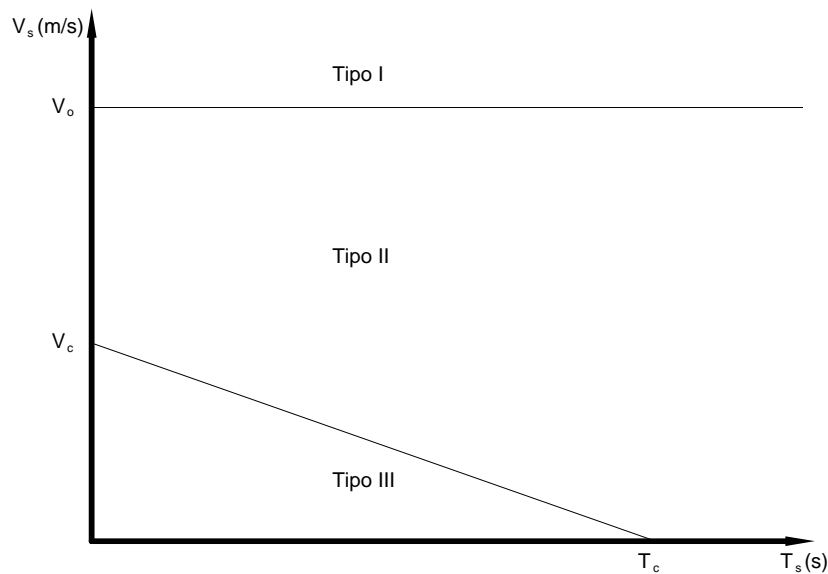


Figura 4.2 Microzonificación sísmica, atendiendo a  $T_s$  y  $v_s$ , según CFE (1993)

Se realizaron estudios de riesgo sísmico en todo el país; concluyéndose que para fines de diseño sísmico la República Mexicana se considera dividida en cuatro zonas, como se indica en la figura 4.3.

Las fronteras entre zonas coinciden con curvas de igual aceleración máxima del terreno; la zona A es la de menor actividad sísmica, mientras que la mayor es la zona D.



Figura 4.3 Regionalización sísmica de la República Mexicana. (CFE,1993)

### 4.3.2 Caracterización del Sitio

Existen dos formas para determinar el periodo dominante de vibración y la velocidad efectiva de propagación del sitio: las técnicas aproximadas y las técnicas rigurosas, las cuales a continuación se revisan dado que se utilizan complementariamente en las metodologías analizadas en éste documento de tesis.

a) Técnicas aproximadas.

Para obtener la velocidad efectiva de propagación del depósito estratificado se utiliza el concepto de velocidad y lentitud promedio, definiéndose como lentitud al recíproco de la velocidad.

La velocidad efectiva de propagación se determina suponiendo que el tiempo que tarda una onda cortante en recorrer un estrato uniforme de espesor  $H_s$  con una velocidad  $v_s$  es

el mismo para atravesar el depósito estratificado. Debe destacarse que el tiempo requerido por una onda de cortante para propagarse desde la base hasta la superficie del estrato equivalente es igual a  $H_s/v_s$ , en tanto que el tiempo requerido para atravesar verticalmente el depósito estratificado es igual a  $\sum_m h_m/v_{sm}$ , siendo  $h_m$  y  $v_{sm}$  el espesor y velocidad de propagación de onda cortante en el  $m$ -ésimo estrato, respectivamente. Igualando ambos tiempos se obtiene que la velocidad efectiva de propagación vale

$$v_s = \frac{H_s}{\sum_{m=1}^M \frac{h_m}{v_{sm}}} \dots (4.1)$$

Cuando las variaciones en velocidad no son muy pronunciadas, la velocidad efectiva de propagación también se puede determinar integrando el perfil de velocidades y dividiéndolo entre la profundidad del depósito para tener su valor medio, de tal forma que

$$v_s = \frac{\sum_{m=1}^M h_m v_{sm}}{H_s} \dots (4.2)$$

Conocida la velocidad efectiva de propagación, el periodo fundamental de vibración del depósito estratificado se puede inferir como una buena aproximación a partir de la solución de un estrato adherido a un semiespacio

$$T_s = \frac{4H_s}{v_s} \dots (4.3)$$

Los resultados obtenidos con éstas expresiones proporcionan buenas aproximaciones en la práctica; si los contrastes de las velocidades de propagación entre estratos no son significativos.

b) Técnicas rigurosas.

Los periodos y modos naturales de vibración de un depósito de suelo se pueden calcular recurriendo al método del elemento finito. Dicho método consiste en discretizar cada

estrato del subsuelo en subestratos donde se supone que la variación es lineal. Los espesores de los subestratos en que se divide un estrato dado se deben escoger mucho más pequeños que la longitud de onda de cortante de ese estrato. Si el depósito real con  $M$  estratos se divide en  $N$  subestratos en los cuales se emplean funciones de interpolación lineal, es posible generar un problema de valores característicos algebraico de orden  $N$  definido por la ecuación matricial homogénea

$$[K - \omega_n^2 M] z_n = 0 \dots (4.4)$$

la que conduce a la siguiente ecuación

$$|[K - \omega_n^2 M]| = 0 \dots (4.5)$$

En donde  $\omega_n$ , es la frecuencia natural de vibración del depósito del suelo,  $z_n$  es un eigenvector de orden  $N$ , que se define como:

$$z_n = \begin{Bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_n \end{Bmatrix} \dots (4.6)$$

En donde  $z_1, z_2, \dots, z_n$  son los desplazamientos modales de los nodos.  $\mathbf{K}$  y  $\mathbf{M}$  representan las matrices de rigidez y masa del depósito del suelo, respectivamente, las cuales son tridiagonales

$$K, M = \begin{bmatrix} K^1 M^1 & & & & \\ & K^2 M^2 & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & K^{N-1} M^{N-1} & \\ & & & & K^N M^N \end{bmatrix} \dots (4.7)$$

En donde  $K$  y  $M$  son las matrices de rigidez y masa del  $n$ -ésimo estrato, respectivamente, las cuales se construyen de la siguiente forma:

$$K = \frac{G_n}{h_n} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \dots (4.8)$$

$$M = \rho_n h_n \begin{bmatrix} 1/3 & 1/6 \\ 1/6 & 1/3 \end{bmatrix} \dots (4.9)$$

En donde  $G_n$ ,  $\rho_n$  y  $h_n$  son el módulo de rigidez, la densidad y el espesor del n-ésimo estrato respectivamente.

Los elementos de las matrices K y M que se traslapan deben sumarse, los que se localizan fuera de los bloques son cero y los que caen fuera de la matriz no se consideran ya que el desplazamiento de la base rígida del depósito de suelo está prescrito como nulo.

Como ya se mencionó en el capítulo anterior, el periodo dominante de vibración se obtiene con la relación  $T = 2\pi/\omega_1$ , por lo que la velocidad de propagación de las ondas s, se calcula con la expresión  $v_s = 4H_s/T$ .

Para formaciones de suelos complejas, el periodo dominante de vibración y la velocidad efectiva de propagación se pueden determinar a partir de la información geotécnica y el registro de microtemblores del sitio, calibrados con los parámetros dinámicos inferidos del análisis de datos de temblores fuertes.

### 4.3.3 Función de Transferencia del Sitio

La función de transferencia es un parámetro de movimiento del sitio. Ésta es un filtro que convierte una señal entrada en una de salida; por ejemplo, en nuestro caso la propagación de las ondas sísmicas del manto rocoso a los estratos de suelo blando sufre múltiples modificaciones a lo largo de su trayectoria, los cuales son descritos por la señal de transferencia del sitio. Las irregulares topográficas y geológicas de dimensiones comprendidas en un intervalo de 0.1 y 3.0 km/s tienen influencia considerable en las ondas sísmicas.

### **4.3.4 Efectos de sitio**

Los efectos de las condiciones locales pueden afectar considerablemente el movimiento del terreno y con ello la respuesta sísmica de estructuras. La influencia de la geología superficial puede provocar un aumento de la amplitud del movimiento. Se ha observado que si una onda viaja de un medio de módulo de elasticidad grande hacia otro medio de módulo de elasticidad pequeño, los desplazamientos y aceleraciones se amplifican.

La evidencia experimental ha mostrado, por ejemplo, que los depósitos granulares sueltos tienden a compactarse por las vibraciones del terreno inducidas por el sismo, produciendo grandes asentamientos y movimientos diferenciales en la superficie del terreno.

En caso de que el suelo este formado por materiales granulares saturados sueltos, la tendencia a compactarse puede producir presiones hidrostáticas excesivas que pueden causar la licuación del suelo, causando asentamientos y desplome de estructuras.

La combinación de esfuerzos dinámicos y de presiones de poro excesivas en depósitos de arcilla blanda y arenas puede originar grandes deslizamientos.

Es importante destacar que se han realizado estudios que corroboran la relación directa entre el daño estructural de edificios y el espesor de los suelos subyacentes (Seed y Alonso, 1974), lo cual está directamente relacionado con la tendencia natural a oscilar del suelo ante un sismo.

La función de transferencia del sitio, se puede determinar experimentalmente, mediante el cociente espectral del movimiento en la superficie del terreno entre el movimiento en la base de la formación del suelo. Para ello se utilizan los espectros de Fourier de ambos movimientos. En ausencia de registros sísmicos, la función de transferencia se determina con el modelo unidimensional de propagación de ondas; sólo en casos especiales se recurre a modelos de mayor complejidad.

## 4.3.5 Efectos No lineales

Se ha observado que los suelos suelen presentar comportamiento no lineal en sus propiedades dinámicas para los niveles de deformación inducidos por sismos.

La velocidad de propagación de ondas de cortante y el amortiguamiento dependen notablemente del nivel de deformación al corte a que sea sometido el suelo; en el comportamiento no lineal el módulo de rigidez se reduce y el amortiguamiento crece con la deformación. La velocidad de propagación de onda cortante se mide para deformaciones del orden de  $10^{-3}$  por ciento; sin embargo, durante temblores intensos las deformaciones alcanzan deformaciones del orden de  $10^{-1}$  por ciento o más. Por lo que es necesario conocer las propiedades mecánicas del suelo asociadas al los niveles de deformación asociados al temblor.

Cuando se requiere considerar el comportamiento inelástico del subsuelo, se recurre a obtener la velocidad efectiva de propagación,  $v_s$ , en condiciones elásticas, ante un nivel de deformación del orden de  $10^{-3}$  por ciento o menos, la cual se multiplica por el factor de comportamiento no lineal del sitio cuyos valores aparecen en la tabla 4.2, a fin de reducirla a la velocidad efectiva de propagación,  $v'_s$ , que se tendría en condiciones inelásticas, ante un nivel de deformación correspondiente al temblor de diseño esperado en el sitio de interés.

Tabla 4.2 Factores de comportamiento no lineal del sitio. (CFE,1993)

Deformación al corte (%)	$v'_s / v_s$
$\gamma \leq 10^{-3}$	1.0
$10^{-3} < \gamma < 10^{-2}$	0.95
$10^{-2} < \gamma < 10^{-1}$	0.90
$\gamma \geq 10^{-1}$	0.85

Para evaluar el factor de comportamiento no lineal del sitio se requiere conocer la máxima deformación al corte del terreno, la cual se puede estimar con la expresión



$$\gamma = \frac{V_o}{V_s} \dots (4.10)$$

En donde  $V_o$ , representa la velocidad efectiva de propagación de la onda cortante en el terreno para el sismo de diseño, la cual se obtiene de la tabla 4.3.

Tabla 4.3 Velocidades Máximas del terreno. (CFE,1993)

Zona Sísmica	Tipo de Suelo	$V_o$ (cm/s)
A	I	1.3
	II	4.4
	III	7.8
B	I	2.2
	II	8.1
	III	14.8
C	I	4.2
	II	15.0
	III	21.2
D	I	4.9
	II	16.8
	III	23.5

Para el amortiguamiento no se dispone de resultados confiables ni criterios sencillos que permitan incorporar aproximadamente el comportamiento no lineal del suelo.

Otra forma para incluir la no linealidad del suelo es prescribir las relaciones cíclicas esfuerzo deformación con base en las evidencias experimentales. Para ello es necesario introducir dos conceptos: curva esqueleto y criterio de carga de descarga-recarga. La curva esqueleto es la relación esfuerzo deformación que se obtiene durante la carga inicial. Para deformaciones infinitesimales debe reflejar el comportamiento lineal del suelo. Con el criterio de descarga-recarga se describen las trayectorias esfuerzo deformación que deben seguirse durante la descarga y la recarga.

Existen varios modelos para caracterizar el comportamiento de una masa de suelo sometida a carga dinámica, y que representan el comportamiento esfuerzo-deformación y

amortiguamiento de los suelos. Los modelos comúnmente utilizados son el modelo bilineal (Thiers y Seed, 1968), el modelo Ramberg-Osgood (1943) y el modelo de Hardin y Drnevich (1972).

Uno de los modelos de descarga y recarga más aceptado se debe a Masing (1926), el cual establece las siguientes reglas:

1. El módulo al esfuerzo cortante,  $G$ , para el inicio de cada inversión de carga es igual al módulo tangente inicial,  $G_1$ .
2. La forma de la curva de descarga y de recarga es igual a la curva inicial de carga (esqueleto) excepto que la escala es amplificada por un factor de 2.
3. Las curvas de descarga y de recarga deben continuar la curva esqueleto, si la deformación cortante máxima previa se excede.

En la figura 4.4 se ilustra las relaciones cíclicas esfuerzo-deformación del comportamiento de material, obtenida por el modelo de Masing.

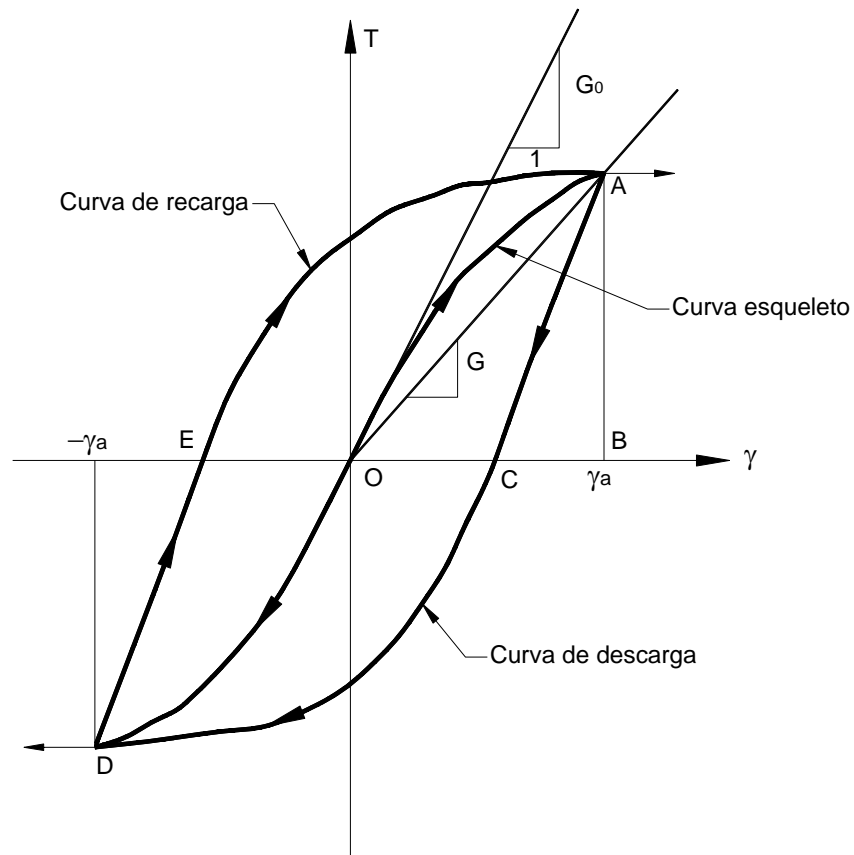


Figura 4.4 Curva Esqueleto y criterio de descarga y recarga para comportamiento de material tipo Masing (Díaz-Rodríguez, 2006).

Las variaciones típicas de la no linealidad en el módulo de rigidez y el amortiguamiento interno pueden expresarse directamente como función de la deformación cíclica en cortante. El método lineal equivalente (Seed e Idriss, 1969) establece que el modelo de respuesta lineal es aplicable para comportamiento no lineal del suelo si el módulo de rigidez se aproxima como el módulo secante al origen en la curva esqueleto. Por otro lado, la relación de amortiguamiento se considera como el área del ciclo de histéresis idealizado. En la figura 4.5 se muestra que el módulo de rigidez y la relación de amortiguamiento son función de la magnitud de la deformación del suelo; la rigidez disminuye y el amortiguamiento aumenta con dicho parámetro.

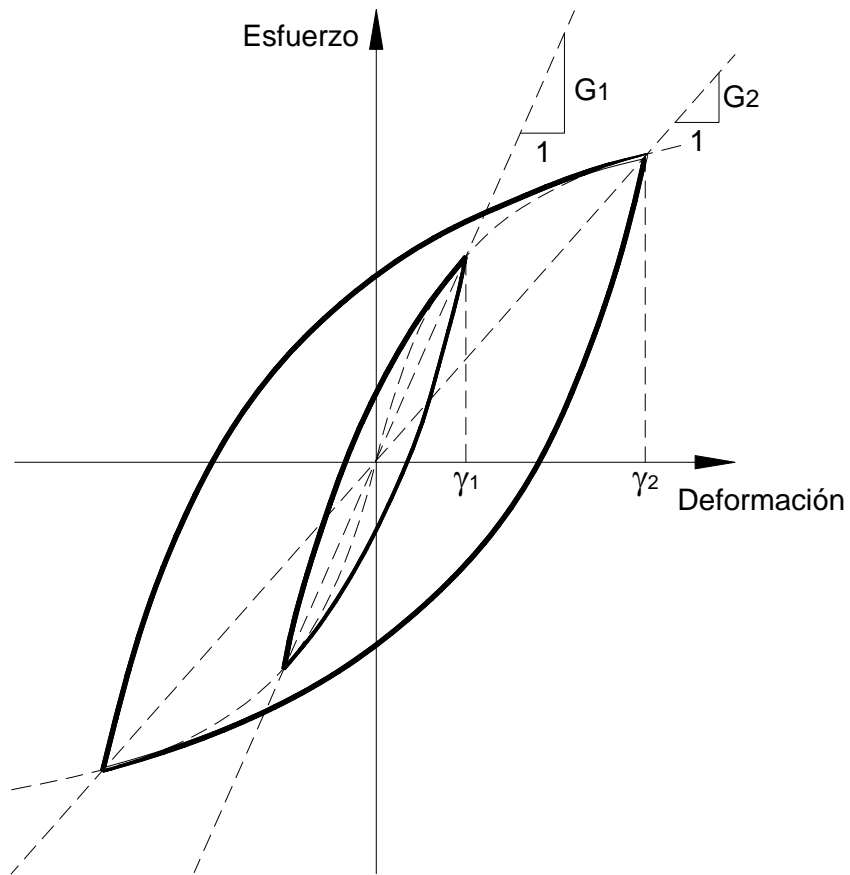


Figura. 4.5 Comportamiento esfuerzo-deformación idealizado para dos niveles de deformación del suelo.  
(Díaz-Rodríguez, 2006)

Los valores del módulo de rigidez y la relación de amortiguamiento para la deformación bajo consideración se pueden estimar con las fórmulas de Hardin y Drnevich (1972)

$$\frac{G_c}{G_{\max}} = \frac{1}{1 + \gamma_c / \gamma_r} \dots (4.11)$$

$$\zeta_c = \zeta_{\max} \left( 1 - \frac{G_c}{G_{\max}} \right) \dots (4.12)$$

En donde  $G_c$  y  $\zeta_c$ , son el módulo de rigidez y relación de amortiguamiento, respectivamente para la deformación cíclica  $\gamma_c$ .  $G_{max}$  y  $\zeta_{max}$  son el módulo de rigidez máximos y relación de amortiguamiento máxima respectivamente, para grandes deformaciones  $\gamma_r = \tau_{max} / G_{max}$ .

De la ecuación 4.12 puede interpretarse que el amortiguamiento surge por efectos no lineales, puesto que para deformaciones infinitesimales  $G_{max} = G_c$  y por consiguiente  $\zeta_{max} = 0$ .

### 4.3.6 Espectros para Diseño Sísmico

Las ordenadas del espectro de aceleraciones para diseño sísmico,  $a$ , expresadas como fracción de la aceleración de la gravedad, están dadas por las siguientes expresiones, CFE (1993):

$$a = a_o + (c - a_o) \frac{T}{T_a}; \text{ si } T < T_a$$

$$a = c; \text{ si } T_a \leq T \leq T_b$$

$$a = c \left[ \frac{T_b}{T} \right]^r; \text{ si } T > T_b$$

En donde  $a_o$  es el coeficiente de aceleración del terreno;  $c$ , el coeficiente sísmico y  $T$  el periodo natural de interés;  $T_a$  y  $T_b$  son dos tipos de periodos característicos que limitan la meseta y  $r$  un exponente que define parte de la curva del espectro de diseño. Los valores de éstos parámetros se muestran en la tabla 4.4.

Los espectros de diseño especificados en dicha tabla son aplicables a estructuras del grupo B (estructuras que requieren un grado de seguridad intermedio). Para estructuras del grupo A (estructuras que requieren un alto grado de seguridad), los valores de las

ordenadas espectrales se deberán multiplicar por 1.5 a fin de considerar la importancia de la estructura.

En sitios donde se conozca el periodo del suelo  $T$ , se permiten modificaciones en las ordenadas espectrales. Para el terreno tipo I no se admiten modificaciones; tratándose de terrenos tipo II y III se podrán modificar los periodos característicos del espectro de diseño como se indica a continuación:

### Terreno tipo II.

$$\text{Zonas sísmicas A y B } \begin{cases} T_a = 0.64T \\ T_b = 1.2T ; 0.6 < T_b < 1.5 \text{ s} \end{cases}$$

$$\text{Zona sísmica C } \{ T_b = 1.2 T_s ; 0.6 < T_b < 1.4 \text{ s}$$

$$\text{Zona sísmica D } \{ T_b = 1.2 T_s ; 0.6 < T_b < 1.2 \text{ s}$$

### Terreno tipo III

$$\text{Zonas sísmicas A y B } \begin{cases} T_a = 0.35T \\ T_b = 1.2T ; 0.8 < T_b < 2.9 \text{ s} \end{cases}$$

$$\text{Zona sísmica C } \{ T_b = 1.2 T_s ; 0.8 < T_b < 1.9 \text{ s}$$

$$\text{Zona sísmica D } \{ T_b = 1.2 T_s ; 0.8 < T_b < 1.7 \text{ s}$$

Tabla 4.4 Espectro de diseño para estructuras del grupo B.

<b>Zona Sísmica</b>	<b>Tipo de Suelo</b>	<b><math>a_0</math></b>	<b><math>c</math></b>	<b><math>T_a</math> (s)</b>	<b><math>T_b</math> (s)</b>	<b><math>r</math></b>
<b>A</b>	I	0.02	0.08	0.2	0.6	1/2
	II	0.04	0.16	0.3	1.5	2/3
	III	0.05	0.20	0.6	2.9	1
<b>B</b>	I	0.04	0.14	0.2	0.6	1/2
	II	0.08	0.30	0.3	1.5	2/3
	III	0.10	0.36	0.6	2.9	1
<b>C</b>	I	0.36	0.36	0.0	0.6	1/2
	II	0.64	0.64	0.0	1.4	2/3
	III	0.64	0.64	0.0	1.9	1
<b>D</b>	I	0.50	0.50	0.0	0.6	1/2
	II	0.86	0.86	0.0	1.2	2/3
	III	0.86	0.86	0.0	1.7	1

### 4.3.7 Interacción Suelo Estructura en Edificios

A continuación se indica textualmente el método implícito en CFE, 1993, para el diseño de la interacción dinámica suelo estructura en edificios.

Para edificios ubicados en terrenos tipo II o III es recomendable considerar los efectos de la interacción entre el suelo y la estructura.

Estas recomendaciones son empleadas para incorporar los efectos de la interacción inercial en la determinación de las fuerzas sísmicas y los desplazamientos de diseño de la estructura. Los efectos inerciales considerados son el alargamiento del periodo fundamental de vibración y el aumento del amortiguamiento de la estructura, con respecto a los valores que tendrían suponiendo que la estructura se apoya rígidamente en su base.

Se justifica considerar los efectos de la interacción dinámica suelo estructura cuando se verifique la siguiente relación:

$$\frac{v_s T_e}{H_e} > 20 \dots (4.13)$$

En donde  $v_s$  es la velocidad efectiva de propagación del depósito de suelo,  $T_e$  y  $H_e$  son el periodo fundamental de vibración y altura efectiva, respectivamente, de la estructura de interés supuesta con base rígida.

### **Caracterización del sistema suelo estructura**

Para estructuras de varios grados de libertad y depósitos de suelo estratificados, el sistema suelo estructura se puede idealizar como se muestra en la figura 4.6. Se trata de una estructura con  $N$  grados de libertad en traslación horizontal que se apoya sobre una cimentación superficial, circular e infinitamente rígida con dos grados de libertad, uno en traslación horizontal y otro de rotación. La cimentación se desplanta en un depósito de suelo con base indeformable y estratificado con  $M$  estratos. Los grados de libertad correspondientes a la cimentación se desprecian, a pesar de que pueden ser muy importantes en el caso de sistemas flexibles.

Si la estructura con varios grados de libertad responde esencialmente como un oscilador de un grado de libertad en su condición de base rígida y el depósito de suelo estratificado se comporta fundamentalmente como un manto homogéneo, el sistema suelo-estructura se puede reemplazar por el sistema equivalente que se indica en la figura 4.7, en donde la estructura y el estrato representan elementos equivalentes a la estructura con varios grados de libertad y el depósito de suelo estratificado, respectivamente, son los que obtienen igual respuesta ante una perturbación dada. Para ello, la estructura real se caracteriza mediante el periodo fundamental, la masa y la altura efectivas; mientras que el depósito original se caracterizará a través del periodo dominante y la velocidad efectiva.



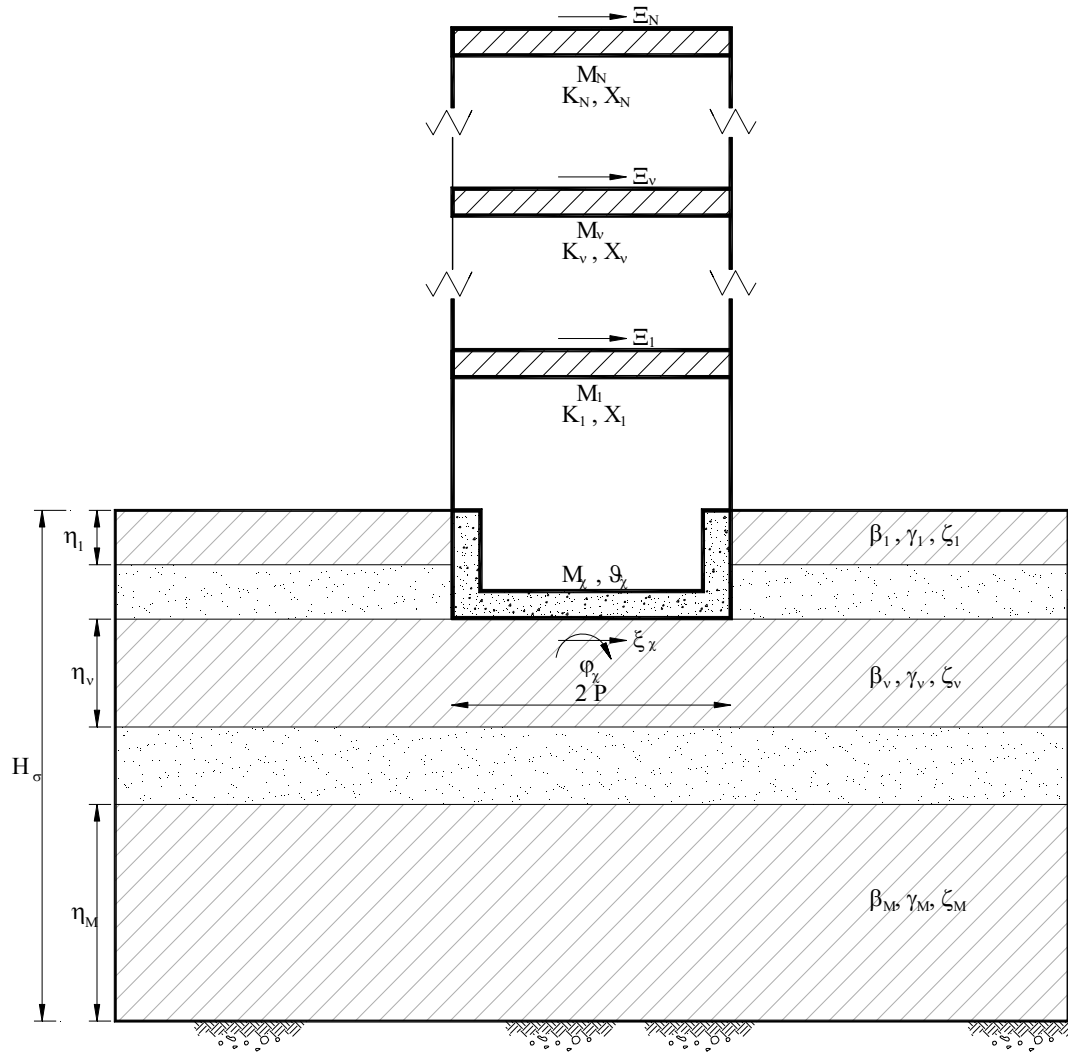


Figura 4.6 Sistema suelo estructura completa.  $\gamma_M, \gamma_M, \zeta_M$

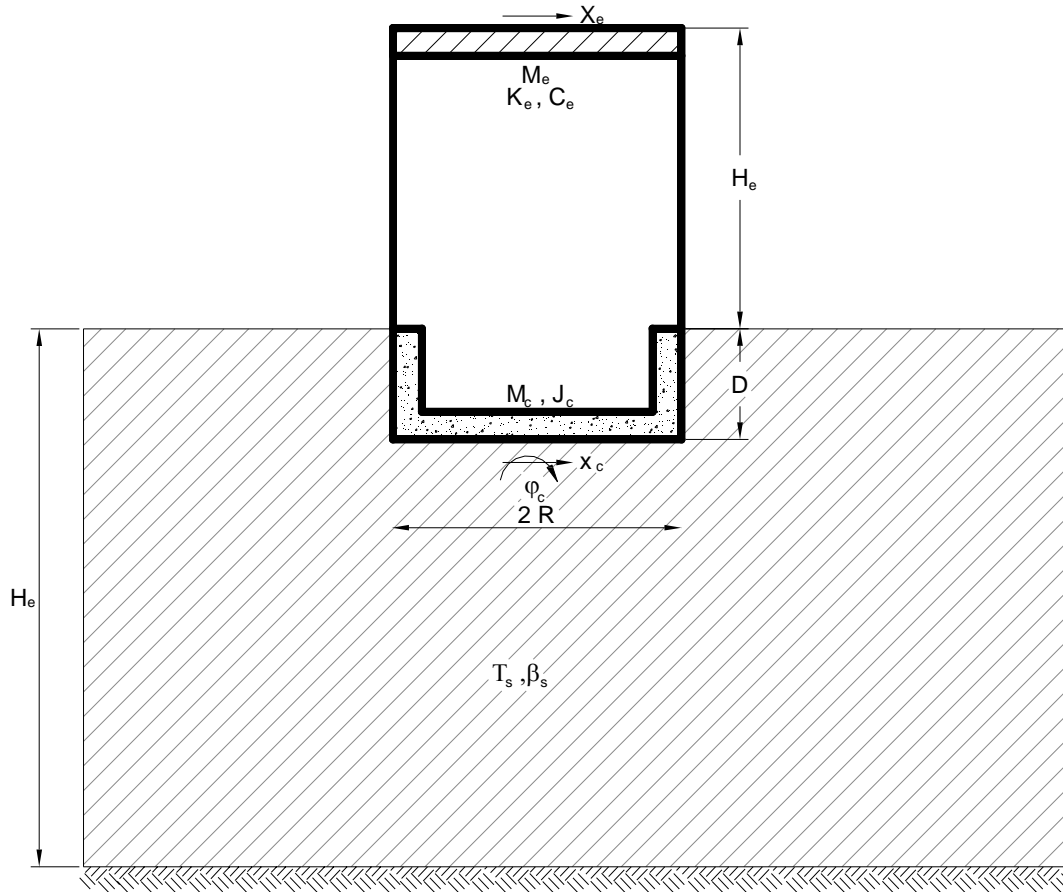


Figura 4.7 Sistema suelo estructura equivalente

Este modelo de interacción suelo estructura se puede aplicar como una aproximación unimodal, reemplazando la masa, la rigidez, el amortiguamiento y la altura del oscilador por parámetros modales equivalentes de la estructura. En consecuencia,  $M_e$ ,  $K_e$  y  $C_e$  se deben interpretar respectivamente como la masa, la rigidez y el amortiguamiento efectivos de la estructura supuesta con base indeformable vibrando en su modo fundamental, y  $H_e$  como la altura del centroide de las fuerzas de inercia correspondientes.

Las expresiones que definen los parámetros modales del oscilador elemental se obtienen a partir del periodo y el amortiguamiento del modo fundamental de la estructura con el cortante basal, y el momento de volteo del modo fundamental de la estructura con el cortante basal y el momento de volteo del oscilador, lo que conduce a:

$$M_e = \frac{(z_1^T M_e J)^2}{z_1^T M_e z_1} \dots (4.13)$$

$$K_e = 4\pi^2 \frac{M_e}{T_e^2} \dots (4.14)$$

$$C_e = 4\pi\zeta_e \frac{M_e}{T_e} \dots (4.15)$$

$$H_e = \frac{z_1^T M_e H}{z_1^T M_e J} \dots (4.16)$$

En donde  $T_e$  y  $\zeta_e$  son el periodo y amortiguamiento, respectivamente, del modo fundamental de la estructura supuesta con base rígida;  $J$  es un vector unitario y  $H$  un vector que tiene las componentes de las alturas de desplante de cada nivel, es decir  $H = \{h_1, h_2, \dots, h_N\}^T$ .

Cuando el análisis sísmico de una estructura se realiza con el método estático no se requiere de su modo fundamental. En este caso, la masa y altura efectivas se pueden aproximar razonablemente de acuerdo con las siguientes expresiones:

$$M_e = \frac{(x_1^T M_e J)^2}{x_1^T M_e x} \dots (4.17)$$

$$H_e = \frac{x_1^T M_e H}{x_1^T M_e J} \dots (4.18)$$

Donde  $x$ , es un vector formado con los desplazamientos de la estructura con base indeformable correspondientes a las fuerzas sísmicas calculadas según el método estático. La masa y la altura efectivas así calculadas en ningún caso se tomarán menores que 0.7 veces la masa y la altura de la construcción respectivamente.

El periodo y amortiguamiento del modo fundamental del sistema equivalente con tres grados de libertad representan el periodo y el amortiguamiento efectivos  $\bar{T}_e$  y  $\bar{\zeta}_e$  del modo fundamental de la estructura interactuando con el suelo.

Los efectos de interacción en los modos superiores resultan despreciables cuando el modo fundamental que tendría la estructura con base rígida se parece a una recta que pasa por su base.

### **4.3.8 Análisis Sísmico en Muros de Retención**

Textualmente el Manual de Diseño de Obras Civiles, indica que para el análisis sísmico de muros de retención se puede recurrir a dos métodos de análisis: estático y dinámico. El método estático, se aplica cuando la función del muro no sea del todo determinante para la estabilidad de la construcción principal. En caso contrario, o cuando la altura del muro sea superior a 6.0 m, se justificará emplear el método dinámico.

Independientemente del método empleado, se supondrá que se trata de un problema plano, por lo que el análisis sísmico se efectuará por unidad de longitud del muro.

### **4.3.9 Análisis Estático**

Para el análisis estático de estructuras de retención, los efectos dinámicos producidos por el sismo se simulan mediante empujes de tierra debidos al relleno y fuerzas de inercia debidas a la masa del muro, del cimiento y del relleno con sobrecargas.

Las fuerzas de inercia se determinarán teniendo en cuenta las masas de tierra y sobrecargas apoyadas directamente sobre el respaldo del muro y su cimiento, en adición a las masas propias de la estructura de retención.

El empuje sísmico generado por el relleno depende del nivel de desplazamiento que experimente el muro. Se considera estado activo, si el desplazamiento resultante permitirá el desarrollo de la resistencia al corte del relleno; en cambio, si el desplazamiento de su corona está restringido, el empuje sísmico se calcula adoptando la condición de reposo. El estado pasivo de presión de tierras sólo puede generarse cuando el muro tenga tendencia a moverse hacia el relleno y el desplazamiento sea importante.

Los empujes de tierra debidos a las condiciones activa y pasiva se determinarán considerando el equilibrio limite de una parte del relleno limitada por la superficie libre, el muro y una superficie de falla sobre la que desliza como cuerpo rígido. Para la condición de tierras en reposo, el relleno se supondrá como un medio semiinfinito.

### 4.3.10 Coeficiente Sísmico

Los muros de retención se analizarán ante la acción del componente horizontal del movimiento del terreno normal al eje del muro, Para muros de retención localizados en las zonas sísmicas C y D, adicionalmente se considerará la acción del componente vertical, que se tomará como 2/3 de la horizontal.

El coeficiente sísmico  $a$  se determinará multiplicando el coeficiente de aceleración del terreno  $a_0 = c/4$  por un factor de amplificación que se tomará igual a 1.33 si  $v_s T / H \geq 10$  o igual a 2 si  $v_s T / H \leq 3$ , en donde las variables ya han sido definidas, del sitio donde se ubicará el muro de altura  $H$ . Para casos intermedios se interpolará entre esos valores.

### 4.3.11 Estado activo de la presión de tierras.

El empuje de tierras activo producido por la cuña de suelo que obra sobre el muro, como se ilustra en la figura 4.8, se determina mediante la expresión

$$E_d = \frac{W(\operatorname{sen}\psi + \tan(\chi - \phi)\operatorname{cos}\psi) - C(\operatorname{cos}\chi + \tan(\chi - \phi)\operatorname{sen}\chi) - Fa(\tan(\chi - \phi)\operatorname{cos}\theta - \operatorname{sen}\theta)}{\operatorname{cos}(\delta + \theta) + \operatorname{sen}(\delta + \theta)\tan(\chi - \phi)} \quad \dots (4. 19)$$

en donde  $\mathbf{W}$  representa la resultante de las fuerzas de la cuña del suelo;  $\psi$  es el ángulo que forma  $\mathbf{W}$  con la vertical,  $\chi$  el ángulo que forma el plano de falla con la horizontal, que será el que maximice el empuje activo,  $\phi$  el ángulo de fricción interna del suelo a lo largo del plano de falla,  $0 \leq \delta \leq \phi/2$  el ángulo de la interfaz muro-suelo,  $\theta$  el ángulo que forma el respaldo del muro con la vertical,  $\mathbf{C}$  la fuerza de cohesión desarrollada en el plano de falla

y  $F_a$  la fuerza de adherencia desarrollada en la interfaz muro-suelo, la cual no debe tomarse mayor que el 40% de la cohesión del suelo.

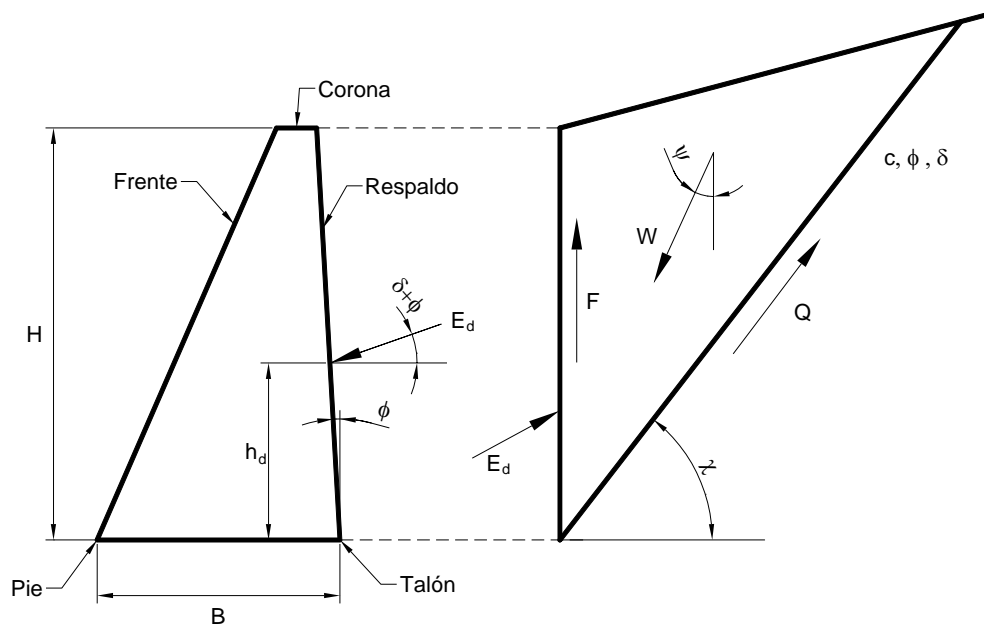


Figura 4.8 Diagrama de fuerzas que intervienen en el cálculo del empuje activo.

### 4.3.12 Estado pasivo de la presión de tierras.

El empuje de tierras pasivo producido por la cuña de suelo que actúa sobre el muro se determina mediante la expresión:

$$E_d = \frac{W(\tan(\chi + \phi)\cos\psi - \text{sen}\psi) + C(\cos\chi + \tan(\chi + \phi)\text{sen}\chi) + F_a(\tan(\chi + \phi)\cos\theta - \text{sen}\theta)}{\cos(\delta - \theta) + \text{sen}(\delta - \theta)\tan(\chi + \phi)}$$

...(4.20)

En donde el ángulo  $\chi$  es el que maximiza el empuje pasivo; el significado de los demás parámetros ha sido ya definido.

## 4.3.13 Muros con desplazamiento Limitado.

El desplazamiento del muro se considera limitado cuando su magnitud no sea suficiente para desarrollar la condición activa o pasiva de presión de tierras. En tal caso, el empuje sísmico se calcula suponiendo un relleno semiinfinito y utilizando el concepto de coeficiente de tierras en reposo.

Conocidas las presiones del suelo que actúan sobre el muro, el empuje sísmico se podrá determinar mediante la integración del diagrama de dichas presiones.

## 4.3.14 Análisis Dinámico

Para el análisis dinámico de muros de retención es necesario determinar las respuestas modales del relleno. Para ello, se supondrá que el suelo se comporta esencialmente en el intervalo elástico y que el muro es infinitamente rígido. En estas condiciones, los desplazamientos de la estructura de retención serán limitados, lo cual se traducirá en empujes de tierra conservadores.

De acuerdo al análisis modal, la presión de tierras máxima en el  $n$ -ésimo modo natural de vibración ejercida sobre un muro vertical sometido a excitación normal a su eje, es igual a

$$p_n(z) = \frac{8\gamma v_p}{\pi^2 g v_s} \frac{1}{(2n-1)^2} B[\omega_n, \zeta] \text{sen} \left[ \frac{\omega_n z}{v_o} \right] \dots (4.21)$$

En donde  $g$ , es la aceleración de la gravedad,  $v_p$  y  $v_s$ , son las velocidades de propagación de las ondas **P** y ondas **S**, respectivamente, y  $\omega_n$  es la frecuencia del  $n$ -ésimo modo de cortante del relleno. Esto es,

$$\omega_n = \frac{(2n-1)\pi v_s}{2H} \dots (4.22)$$

Además,  $B[\omega_n, \zeta]$  es el espectro de Bessel amortiguado que representa la curva de aceleraciones máximas del relleno para las frecuencias  $\omega_n$  y el amortiguamiento  $\zeta$  dado en un temblor.

La fuerza de cortante basal máxima y el momento de volteo basal máximo, en el enésimo modo se obtienen mediante la integración del diagrama de presión de tierras correspondiente.

Las respuestas de diseño se calculan mediante la combinación de las respuestas modales máximas, de acuerdo con el siguiente criterio

$$S = [\sum_{n=1}^N S_n^2]^{1/2} \dots (4.23)$$

En donde  $S_n$  representa la respuesta modal máxima. Tentativamente, se toman los cinco primeros modos.

Finalmente durante un sismo se generan también fuerzas inerciales debidas a la masa del muro, que deberán sumarse a los empujes de tierra con su signo más desfavorable. Estas se obtienen al analizar el muro como una viga de cortante, aplicando los criterios de análisis dinámico estipulado para estructuras de edificios.

### **4.3.15 Presiones Hidrodinámicas.**

Debe evitarse la generación de presiones hidrostáticas e hidrodinámicas en los muros de retención.

Cuando se tenga una masa de agua libre, como en el caso de muros marginales de muelles, los efectos debidos a las presiones hidrodinámicas se suman si son desfavorables para la estabilidad del muro. En tal caso, las presiones, las fuerzas cortantes y los momentos de volteo inducidos por el movimiento del agua se determinan aplicando los criterios correspondientes especificados para presas.

### **4.3.16 Revisión de la Estabilidad**

Al revisar la estabilidad de un muro de retención se verifica que se cumpla con los factores de seguridad siguientes.

- a) Falla por volteo.
- b) Falla por deslizamiento



- c) Falla por capacidad de carga
- d) Falla generalizada.

### **4.4 Metodología del Programa Quake/W**

Quake/W es un módulo del programa GeoStudio, los demás módulos que lo integran son: Slope/W, Seep/W, Sigma/W. Éste programa mediante elemento finito, analiza estructuras sujetas a sismos o a un fuerte impacto. Tiene la capacidad para analizar más de mil elementos.

a respuesta y comportamiento de las estructuras sujetas a sismos son altamente complejas y multifacéticas, generalmente, estos son los temas de interés:

- El movimiento y las fuerzas inerciales que se producen durante la excitación.
- La generación del exceso de la presión de poro.
- La reducción de la resistencia al esfuerzo cortante.
- El efecto en la estabilidad de las fuerzas inerciales y del exceso de presión de poro.
- La redistribución de las presiones de poro y la posible deformación por amortiguamiento del suelo al término del sismo.

El programa utilizado en este análisis solamente revisa los tres primeros temas expuestos.

#### **4.4.1 Modelado del comportamiento del suelo**

Con el Quake/W, se convierte un proceso físico real a un modelo numérico. La modelación numérica es puramente matemática. Es importante conocer las ecuaciones constitutivas que utiliza el programa, ya que fueron desarrollados para analizar condiciones específicas.

El comportamiento del suelo, se describe mediante resultados obtenidos en los ensayos de laboratorio, ensayos in situ y mediciones en campo. El perfil estratigráfico básicamente involucra la caracterización del sitio: la definición y descripción de las condiciones del sitio.

Los modelos constitutivos del programa son: el modelo elástico-lineal y el modelo equivalente lineal.

En el modelo elástico-lineal, el esfuerzo,  $\sigma$ , es proporcional a la deformación,  $\varepsilon$ , y la constante de proporcionalidad es el modulo de Young,  $E$  ( $\sigma = E\varepsilon$ ). En este modelo no son necesarios los procedimientos iterativos. Sin embargo, las relaciones esfuerzo-deformación del suelo son no lineales, pero los resultados obtenidos son útiles para el aprendizaje, prueba y verificación. Éste fue el modelo utilizado en el análisis.

El modelo equivalente lineal, es similar al elástico lineal. En éste modelo se inicia el análisis con la rigidez del suelo especificada. A través del registro del sismo e identificando el esfuerzo deformación pico, el módulo de cortante se modifica, en función de la reducción del módulo de rigidez,  $G$ , y este proceso es iterativo.

En ambos modelos, es posible definir las características de amortiguamiento del suelo. La relación de amortiguamiento se utiliza en la formación del término de amortiguamiento en la ecuación de movimiento de elemento finito, esta relación es afectada por el esfuerzo cortante cíclico.

### **4.4.2 Generación de Malla**

Los métodos numéricos basados en el elemento finito, dividen al continuo en pequeñas partes, a éste proceso se le conoce como discretización o mallado. El programa Quake/W incluye un algoritmo para la generación de la malla, la cual puede ser 'no estructuradas' o triangular y 'estructurada' o rectangular. El rendimiento numérico de las mallas regulares (estructuradas) es mejor que las 'no estructuradas', debido a la facilidad de interpolación.

El generador de malla necesita de un modelo geométrico compuesto por puntos, líneas y dominios; estos últimos (zonas encerradas por líneas) son automáticamente generados durante la creación del modelo geométrico.

### 4.4.3 Análisis Dinámico

La ecuación de movimiento para la respuesta dinámica de un sistema de elementos finitos, se expresa de la siguiente forma:

$$M\ddot{u} + c\dot{u} + Ku = [Q] \dots (4.24)$$

En donde **M**, es la matriz de masas, que incluye peso del suelo, del agua y de alguna estructura colocada en la superficie del terreno.

**c**, es la matriz de amortiguamiento, para éste cálculo es necesario introducir información adicional, como lo son los coeficientes de amortiguamiento de Rayleigh, ya que esta se calcula como una combinación lineal de la matriz de masa y de la matriz de rigidez.

$$c = \alpha_R M + \beta_R K \dots (4.25)$$

en donde  $\alpha_R$  y  $\beta_R$  son escalares. Éstos se relacionan con la relación de amortiguamiento mediante la expresión

$$\zeta = \frac{\alpha_R + \beta_R \omega^2}{2\omega} \dots (4.26)$$

Los dos últimos términos de la ecuación 4.24, la matriz de rigidez **K** y **Q** el vector de cargas, se obtienen del cálculo estático.

### **Ecuaciones del modelo elástico lineal**

Los esfuerzos y deformaciones se obtienen de la ecuación:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \dots (4.27)$$

Para los análisis planos de deformaciones  $\varepsilon_z = 0$ .

Es importante destacar que cuando  $\nu$  tiende a 0.5, el término  $\frac{1-2\nu}{2}$  tiende a cero, y el término  $(1-\nu)$  tiende a  $\nu$ . Lo que significa que los esfuerzos y deformaciones se relacionan mediante una constante, lo que es representativo de una deformación puramente volumétrica. Razón por la cual el programa no admite valores de  $\nu$  iguales a 0.5.

### ***Ecuaciones del modelo equivalente lineal***

El módulo secante de los suelos decrece cuando se incrementa la amplitud cíclica de deformación. El programa Quake/W utiliza la siguiente relación empírica entre  $G_{m\acute{a}x}$  y el esfuerzo principal medio,  $\sigma'_m$ .

$$G_{m\acute{a}x} = k_{el} (\sigma'_m)^n \dots (4.28)$$

En donde  $k_{el}$  y  $n$  son constantes. Para obtener un esfuerzo independiente de  $G_{m\acute{a}x}$ , se supone al exponente  $n$  igual a cero;  $k_{el}$  tiene unidades de esfuerzo y esta relacionada con las condiciones in situ del suelo.

### ***Ecuaciones de velocidad de onda***

La velocidad de onda se incrementa con el incremento de la rigidez del material y con la disminución de la densidad y el programa las calcula mediante las siguientes expresiones:

Las expresiones utilizadas para el cálculo de la velocidad de onda de compresión son:

$$V_p = \sqrt{\frac{m}{\rho}} \text{ donde } \rho = \frac{\gamma_m}{g} \dots (4.29)$$

Las expresiones utilizadas para el cálculo de la velocidad de onda cortante son:

$$V_s = \sqrt{\frac{G}{\rho}} \text{ donde } G = \frac{E}{2(1+\nu)} \dots (4.30)$$

# CAPÍTULO 5

## EVALUACIÓN DE DISEÑOS GEODINÁMICOS

### EVALUACIÓN DE DISEÑOS GEODINÁMICOS

#### 5.1 Planteamiento del Problema: Muro de Retención

El ejemplo que se describe a continuación fue tomado del manual de diseño por sismo de la Comisión Federal de Electricidad, 1993. En la figura 5.1 se muestra un muro de retención tipo voladizo cuya función es confinar un relleno sobre el que se apoya el pavimento de concreto hidráulico de un patio de maniobras para tractocamiones. La estructura se ubica en la zona C, de acuerdo con la regionalización sísmica del país (CFE, 1993). El estrato equivalente del subsuelo tiene una velocidad de propagación de onda cortante de  $v_s = 280$  m/s y un periodo dominante  $T = 0.314$  s. Se trata de determinar las acciones mecánicas para el diseño sísmico y revisar su estabilidad ante mecanismos de falla.

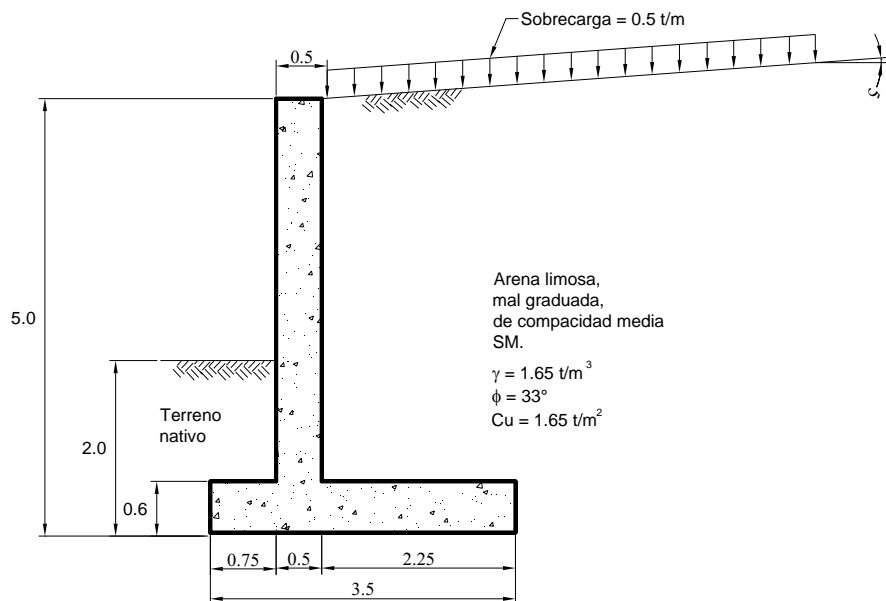


Figura 5.1. Datos generales del muro de retención del problema a resolver. (Acotaciones en m)

La estructura de retención es de concreto reforzado. El tablero del muro tiene un espesor de 0.5 m y una altura de 4.4 m; la cimentación consiste de una zapata corrida de 3.50 m de ancho y de 0.6 m de espesor, desplantada a 2.0 m de profundidad por lo que la altura del muro para análisis es  $H = 4.4 + 0.6 = 5.0$  m. La figura 5.1 indica las dimensiones del muro.

El relleno está constituido por una arena con pocos finos plásticos y de compacidad media.

No se esperan presiones debidas al agua dado que el nivel freático en el sitio se encuentra a una profundidad de 15 m, y tanto el muro como el relleno cuentan con un sistema de drenaje.

La superficie libre del relleno tiene una pendiente uniforme de  $5^\circ$  hacia el muro y la sobrecarga que representa el patio de maniobras se estima, para fines de diseño, en 0.5 t/m por longitud de muro.

### **5.1.1. Solución por la metodología propuesta en el Manual de Diseño de Obras Civiles. Diseño por sismo (1993), para un muro de retención.**

Inicialmente de la tabla 3.1 se obtiene la velocidad característica,  $v_c$ , y periodo característico,  $T_c$ . Para la zona sísmica C, se obtiene  $v_c = 500$  m/s y  $T_c = 4.7$  s. Con estos valores se verifica en la carta de microzonificación sísmica el tipo de suelo, que en este caso es tipo III debido a que se cumple:

$$v_c T + v_s T_c < v_c T_c$$

$$(500)(0.314) + (280)(4.7) < (500)(4.7)$$

$$1,473 \text{ m} < 2,350 \text{ m}$$

Ahora bien, para la zona C y terreno tipo III, de la tabla 3.4 se obtiene el valor del coeficiente sísmico,  $c_s$ , de 0.64.

Para determinar el coeficiente sísmico es necesario verificar, la siguiente desigualdad:

$$v_s T / H \geq 10$$

$$(280)(0.314)/5.0 \geq 10$$

$$17.58 \geq 10$$

Por lo que el factor de amplificación se considera de 1.33. Entonces, el coeficiente sísmico,  $a$ , a considerar en el análisis se calcula como:

$$a = 1.33 \frac{c}{4} = 1.33 \frac{0.64}{4} = 0.213$$

Como se mencionó en el capítulo 3, es necesario considerar una aceleración vertical igual a 2/3 de la aceleración horizontal,  $a$ , revisando primeramente el empuje  $E_d$  sobre el muro cuando la aceleración vertical actúa en sentido ascendente, y posteriormente, para sentido descendente eligiendo el resultado más desfavorable para analizar la estabilidad del muro. Los efectos debidos a este componente se combinan multiplicándolos por un

factor de 0.5, quedando  $0.5 \left( \frac{2}{3} a \right)$

Para determinar cual acción del sismo (hacia abajo o hacia arriba) es más desfavorable se recurre al análisis del factor de seguridad, apoyándose en la figura 5.2.

A la componente normal del sismo la llamamos  $V_N$ , a la tangencial  $V_T$ , la componente tangencial del peso,  $T$  y a la normal del peso  $N$ .



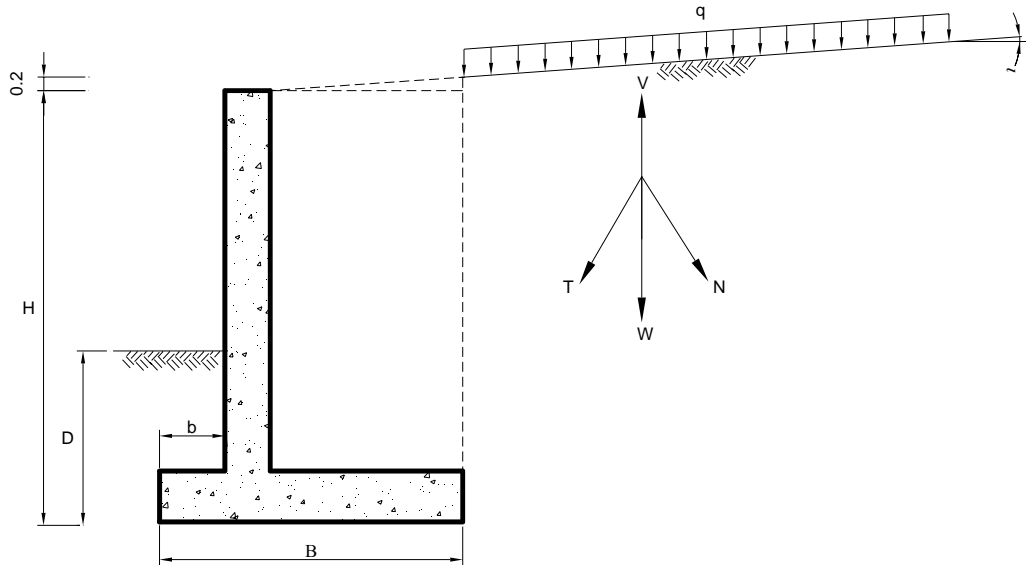


Figura 5.2 Diagrama de cuerpo libre, para la determinación de la acción más desfavorable del sismo. En éste diagrama se ilustra cuando el sismo tiene sentido ascendente.

El factor de seguridad se define como el cociente de las fuerzas resistentes y de las fuerzas actuantes.

$$FS = \frac{\Sigma \text{Fuerzas Resistentes}}{\Sigma \text{Fuerzas Actuantes}}$$

Cuando el sismo viaja hacia arriba, las componentes  $V_N$  y  $V_T$ , tienen signo positivo, por lo que sus acciones se restan a las originales, como se ilustra en la tabla 5.1

Tabla 5.1 Fuerzas resultantes debido a la acción del sismo

Sentido de la aceleración	Tipo de fuerza	Antes del sismo	Después del sismo	Suma de acciones
Hacia Arriba	Actuantes	T	- $V_N$	T - $V_N$
	Resistentes	N	- $V_T$	N - $V_T$
Hacia Abajo	Actuantes	T	+ $V_N$	T + $V_N$
	Resistentes	N	+ $V_T$	N + $V_T$

Se observa que cuando la aceleración va hacia arriba tanto las fuerzas actuantes como las resistentes disminuyen, por lo que se considera que la acción más desfavorable es cuando el sismo va hacia arriba, lo que coincide con que en ese sentido no existe confinamiento, y como es sabido a mayor confinamiento mayor resistencia.

## Determinación del Empuje Sísmico de Tierras

Para evaluar el empuje debido a la presión de tierras sobre el respaldo del muro se considera la condición del estado activo, debido a que se trata de una estructura flexible desplazada sobre un espesor de suelo relativamente importante. Por ser un muro tipo voladizo el empuje se calcula a partir del siguiente diagrama de cuerpo libre

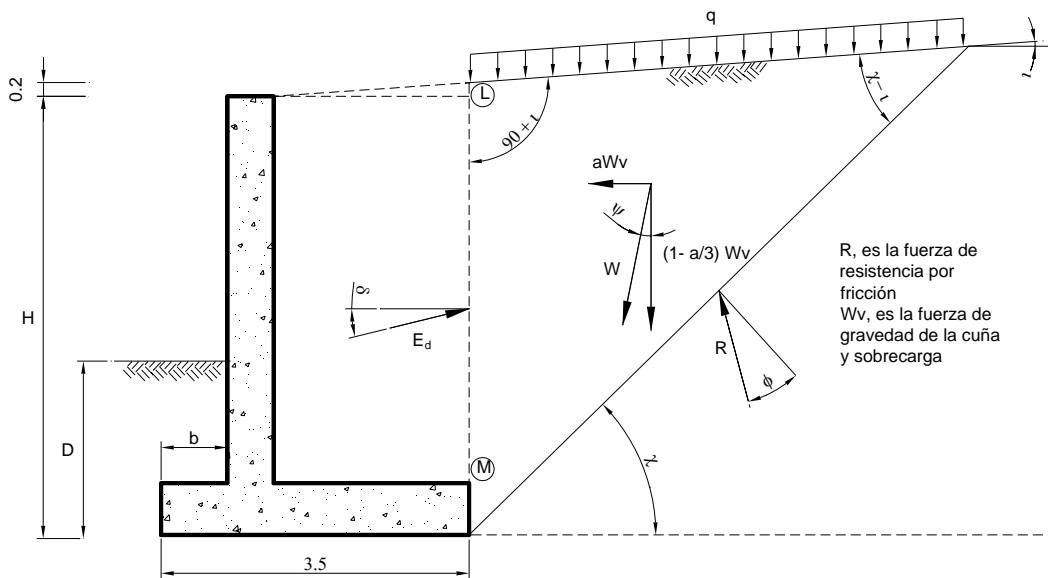


Figura 5.3 Diagrama de fuerzas que intervienen en el equilibrio de la cuña en estado limite de falla activo.

Para calcular este empuje se emplea la ecuación 3.19; sustituyendo valores se obtiene

$$E_d = \frac{W(\text{sen}\psi + \tan(\chi - \phi)\cos\psi)}{\cos(\delta + \theta) + \text{sen}(\delta + \theta)\tan(\chi - \phi)} = \frac{W(\text{sen}\psi + \tan(\chi - 33)\cos\psi)}{\cos(16.5) + \text{sen}(16.5)\tan(\chi - 33)}$$

## Evaluación de Modelos Geodinámicos

El ángulo,  $\psi$ , que forma,  $\mathbf{W}$ , con la vertical se calcula considerando los efectos del componente horizontal y 0.5 del componente vertical de la aceleración, mediante

$$\psi = \tan^{-1}\left(\frac{a}{1 \pm 0.5(2a/3)}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{0.213}{1 \pm 0.5 \times 0.67 \times 0.213}\right)$$

Si el componente vertical de la aceleración actúa hacia arriba se tendrá  $\psi = 12.924^\circ$ .

Para la geometría mostrada en la figura anterior, se tiene que la resultante de fuerzas inerciales de la cuña,  $\mathbf{W}$ , puede calcularse a partir de la resultante de fuerzas gravitacionales,  $\mathbf{W}_v$ , como:

$$W = a \csc \psi W_v = a \csc \psi \left( 0.5 \gamma H^2 \frac{\cos \chi \cos i}{\operatorname{sen}(\chi - i)} + qH \frac{\operatorname{sen}(90 - \chi)}{\operatorname{sen}(\chi - i)} \right)$$

$$W = \frac{0.213}{\operatorname{sen}(12.914)} \left( 0.5 \times 1.65 \times 5^2 \frac{\cos \chi \cos 5}{\operatorname{sen}(\chi - 5)} + 0.5 \times 5 \frac{\operatorname{sen}(90 - \chi)}{\operatorname{sen}(\chi - 5)} \right)$$

$$W = 0.953 \left( 20.547 \frac{\cos \chi}{\operatorname{sen}(\chi - 5)} + 2.50 \frac{\operatorname{sen}(90 - \chi)}{\operatorname{sen}(\chi - 5)} \right)$$

Los empujes de tierra obtenidos fueron:  $E_d = 10.227$  ton con  $\chi = 43.48^\circ$  si la aceleración vertical actúa hacia arriba; y,  $E_d = 10.97$  t con  $\chi = 45.67^\circ$ , cuando la aceleración vertical actúa hacia abajo. Después de realizar el análisis completo del muro, los efectos más desfavorables se obtuvieron al considerar a la aceleración vertical actuando hacia arriba, por ello solo se presenta la sustitución de los valores en las expresiones anteriores.

La altura  $h_d$  donde actúa el empuje  $E_d$  se calcula de la siguiente forma:

$$h_d = \frac{h_e E_e + 0.55H |E_e - E_d|}{E_d}$$

El empuje estático  $E_e$  se calculó empleando la misma ecuación 3.19, pero considerando que en este caso el ángulo  $\psi$  y el coeficiente sísmico valen cero; se obtuvo un valor para



## Evaluación de Modelos Geodinámicos

El área y centroide con respecto al pie del muro para las secciones consideradas se indican en la tabla 5.2.

Tabla 5.2. Características geométricas de las secciones del muro.

<b>Sección</b>	<b>Área (m<sup>2</sup>)</b>	<b><i>I<sub>v</sub></i> (m)</b>	<b><i>I<sub>h</sub></i> (m)</b>
<b>1</b>	2.20	2.80	1.00
<b>2</b>	2.10	0.30	1.75
<b>3</b>	10.12	2.85	2.38

En donde, *I<sub>v</sub>* y *I<sub>h</sub>*, es la distancia vertical y horizontal, respectivamente al pie del muro.

Las fuerzas inerciales en cada sección se calculan en términos de sus componentes horizontal y vertical, así como los momentos de volteo actuantes asociados a ellas, con respecto al pie del muro y por metro de longitud de éste. Los componentes de la fuerza inercial, horizontal y vertical en la n-ésima sección, con peso volumétrico,  $\gamma_s$ , y área,  $A_n$ , son:

$$\text{Componente horizontal} = a \gamma_n A_n = 0.213 \gamma_n A_n = F_h$$

$$\text{Componente vertical} = \left( 1 - 0.5 \left( \frac{2}{3} a \right) \right) \gamma_n A_n = 0.929 \gamma_n A_n = F_v$$

En la tabla 5.3 se presentan las fuerzas resultantes horizontales y verticales; así como el momento inducido. Para el relleno se considera el peso de la sobrecarga sin modificar la altura y longitud. Las fuerzas y momentos de volteo se calculan por metro de longitud de muro.

Tabla 5.3 Fuerzas y momentos volteo por el efecto sísmico sobre la masa del muro.

<b>Sección</b>	<b>Fuerza Horizontal (t)</b>	<b><i>I<sub>v</sub></i> (m)</b>	<b>Momento <i>M<sub>h</sub></i> (t-m)</b>	<b>Fuerza Vertical (t)</b>	<b><i>I<sub>h</sub></i> (m)</b>	<b>Momento <i>M<sub>v</sub></i> (t-m)</b>
<b>1</b>	1.125	2.80	3.15	4.90	1.00	4.90
<b>2</b>	1.074	0.30	0.32	4.68	1.75	8.19
<b>3</b>	3.796	2.85	10.82	16.55	2.38	39.45
<b>SUMA</b>	5.99		14.29	26.14		52.55

## Revisión de la Estabilidad del Muro

El momento de volteo,  $M_v$ , se debe a la acción de las fuerzas horizontales que actúan sobre el muro:

$$M_v = M_h + h_d E_d \cos \delta = (14.29) + (2.04)(10.22)(\cos(16.50)) = 34.36 \text{ t-m}$$

El momento resistente,  $M_r$ , corresponde a la suma de momentos producidos por el efecto de las fuerzas verticales:

$$M_r = M_v + B E_d \sin \delta = (52.55) + (3.5)(10.22)(\sin(16.50)) = 62.72 \text{ t-m}$$

El factor de seguridad ante volteo del muro es

$$FS = \frac{M_r}{M_v} = \frac{62.72}{34.36} = 1.82$$

## Revisión por deslizamiento

Para valuar la fuerza horizontal que se opone al deslizamiento del cimiento, se proporciona el ángulo de fricción suelo-cimiento igual  $\phi_b = 25^\circ$  y  $\gamma_s = 1.65 \text{ t/m}^3$ ; así mismo, se considera que el terreno en el frente del muro está cubierto por un pavimento asfáltico. Se considera el 67% del empuje pasivo resultante del criterio de Rankine ( $k_p = 2.27$ ). Conocida la profundidad de desplante  $D_f$ , la fuerza horizontal resistente,  $F_r$ , puede calcularse como:

$$F_r = \sum F_h \tan \phi_b + \gamma (D_f - 0.6) b \tan \phi_b + 0.5 k_p \gamma D_f^2 \cos \delta$$

$$F_r = 26.142 \tan(25) + 1.65 (2 - 0.6)(0.75) \tan(25) + 0.5 (2.27)(1.65)(2^2)(\cos(16.5)) = 20.181 \text{ t}$$

La fuerza deslizante,  $F_d$ , que actúa sobre el cimiento se calculó como

$$F_d = \sum F_h + E_d \cos \delta = 5.99 + 10.22 \cos(16.50) = 15.80 \text{ t}$$

## Evaluación de Modelos Geodinámicos

Se observa que  $F_r = 20.18 \text{ t} > F_d = 15.8 \text{ t}$ , por lo cual no hay deslizamiento del muro, considerando actuando la fuerza sísmica, y el factor de seguridad resultante es de:

$$FS = \frac{F_r}{F_d} = \frac{20.18}{15.80} = 1.27$$

Al ser mayor que 1.2, CFE considera que el muro es seguro ante deslizamiento.

### **Falla por capacidad de carga**

Se considera la totalidad de las fuerzas gravitacionales, incrementadas por los efectos de las fuerzas sísmicas. Para ello se considera el empuje de tierras  $E_d = 10.97 \text{ ton}$  con  $h_d = 2.09 \text{ m}$ ; las fuerzas verticales debidas al muro, indicadas como  $F_v$ , se recalculan a partir de los valores consignados en la tabla 5.2 para cada sección, considerando también el volumen de tierra apoyado en el frente del muro, y empleando la siguiente expresión

$$F_v = \frac{(1 + 0.5 \frac{2}{3} a)}{(1 - 0.5 \frac{2}{3} a)} F_v = 1.15 F_v$$

Para la estimación del factor de seguridad ante falla por capacidad de carga del suelo que soporta el cimiento, se calculan los esfuerzos de contacto, tomando en cuenta los momentos de volteo respecto al centro del cimiento; en la tabla 5.4 se resumen los esfuerzos de contacto máximos obtenidos para los dos sentidos del componente vertical del movimiento del terreno.

Tabla 5.4 Fuerza, momento de volteo y esfuerzo normal de contacto sobre el cimiento para el muro de retención.

<b>Coefficiente sísmico vertical</b>	<b>B/6</b>	$\sum F_v$ (t)	$\sum M_o$ (t-m)	$e_e$ (m)	<b>B'</b> (m)	$\sigma_{m\acute{a}x}$ (t/m <sup>2</sup> )
$(1 - 0.5 \frac{2}{3} a)$	0.58	27.75	-24.69	-0.89	1.72	21.5
$(1 + 0.5 \frac{2}{3} a)$	0.58	31.99	-25.58	-0.80	1.90	22.5

Se reporta que la capacidad de carga máxima del suelo es de  $55 \text{ t/m}^2$ , por lo que el factor de seguridad es

$$FS = \frac{q_{m\acute{a}x}}{\sigma_{m\acute{a}x}} = \frac{55.00}{22.50} = 2.44$$

Para CFE, siendo mayor a 2.0 se considera seguro.

### 5.1.2 Solución por el Programa Quake/W

Como el muro tiene una sección transversal uniforme a lo largo de todo el fondo horizontal en el eje **z**, con dimensión mucho mayor que los correspondientes ejes **x** e **y** entonces puede suponerse razonablemente que los estados de esfuerzos y de cargas son uniformes a lo largo de una determinada longitud perpendicular en el eje **z**. Los desplazamientos y deformaciones en la dirección, **z**, se consideran despreciables o nulos. Sin embargo, el programa considera los esfuerzos en la dirección **z**.

Para simular el comportamiento del muro se utilizan los elementos conocidos como placas, a los cuales se les asigna su módulo de elasticidad y momento de inercia, es importante mencionar que para el programa éstos elementos no tienen peso. El modelo geométrico del muro tipo voladizo se ilustra en la figura 5.4. En el eje horizontal (eje **x**) se tienen restringidos los movimientos en ambos sentidos; sin embargo, puede desplazarse en el eje vertical (eje **y**).

Para simular que la geometría del problema es un medio semiinfinito, se especificó una relación de amortiguamiento de 0.05, esto permitirá que las ondas que sean reflejadas, decrecienten su velocidad de propagación.



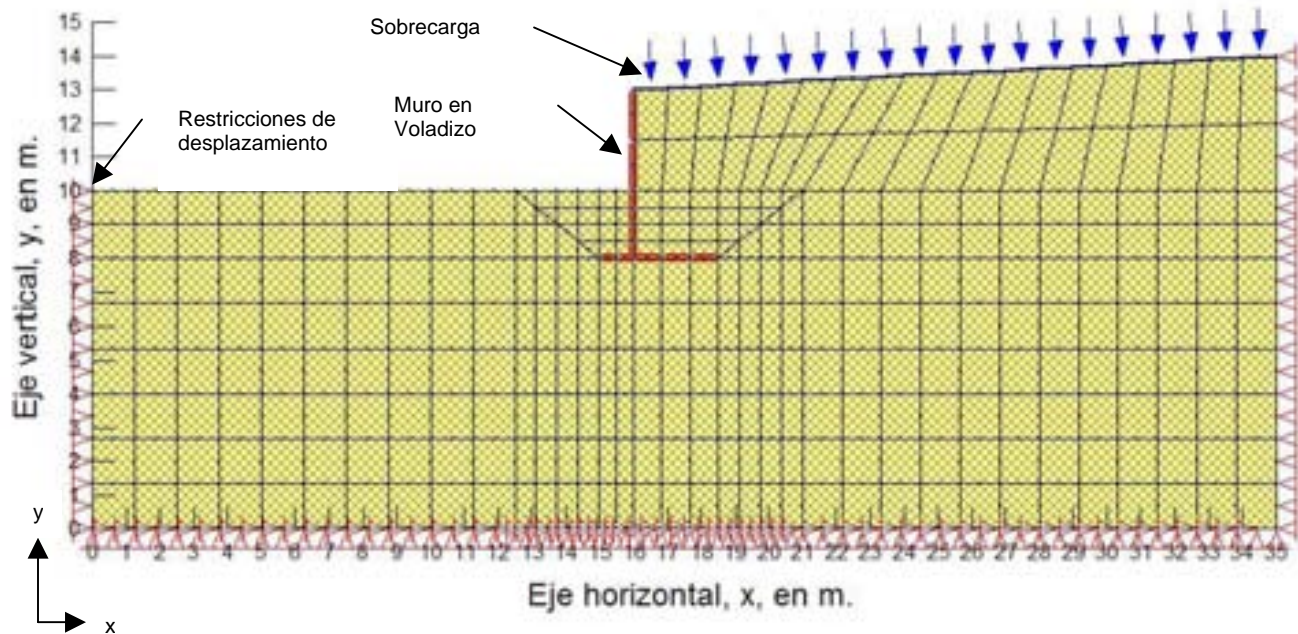


Figura 5.4 Modelo geométrico del problema para uso del programa Quake/W.

En la figura 5.4 se señala la sobrecarga, el muro en voladizo, y las restricciones de movimiento.

El modelo de comportamiento mecánico de suelo utilizado es el elástico; se supone que no existe nivel de aguas freáticas.

Una vez definida la geometría y las propiedades del suelo y de la placa; la geometría se divide manualmente en elementos finitos y se especifica mayor refinamiento de la malla en la zona en que el terreno rodea el muro en voladizo.

Antes de iniciar los cálculos es necesario definir el estado de esfuerzos iniciales y la configuración inicial de la geometría del medio. En este caso, se considera que no existe el muro tipo voladizo, ni el relleno, ni la sobrecarga, por lo cual la región del medio que se utiliza para el cálculo de las condiciones iniciales del estado de esfuerzos es la delimitada por los puntos 1,2,3 y 4, indicada en la figura 5.5.

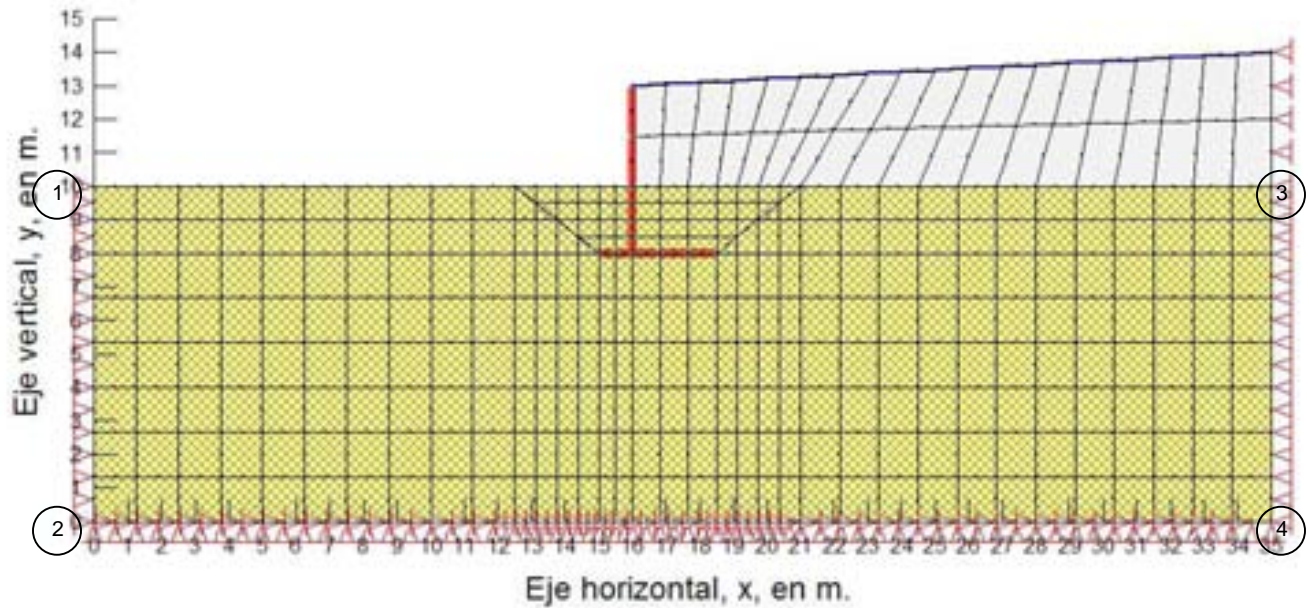


Figura 5.5. Esquema de condiciones iniciales.

La distribución de esfuerzos inicial, en  $\text{kN/m}^2$ , se indica en la figura 5.6, recordando que  $\gamma_s = 16.5 \text{ kN/m}^3$  y la profundidad máxima es de 6.5 m, por lo que el esfuerzo vertical máximo,  $\sigma_y$ , es de  $165 \text{ kN/m}^2$ , lo cual es congruente con lo calculado por el programa.

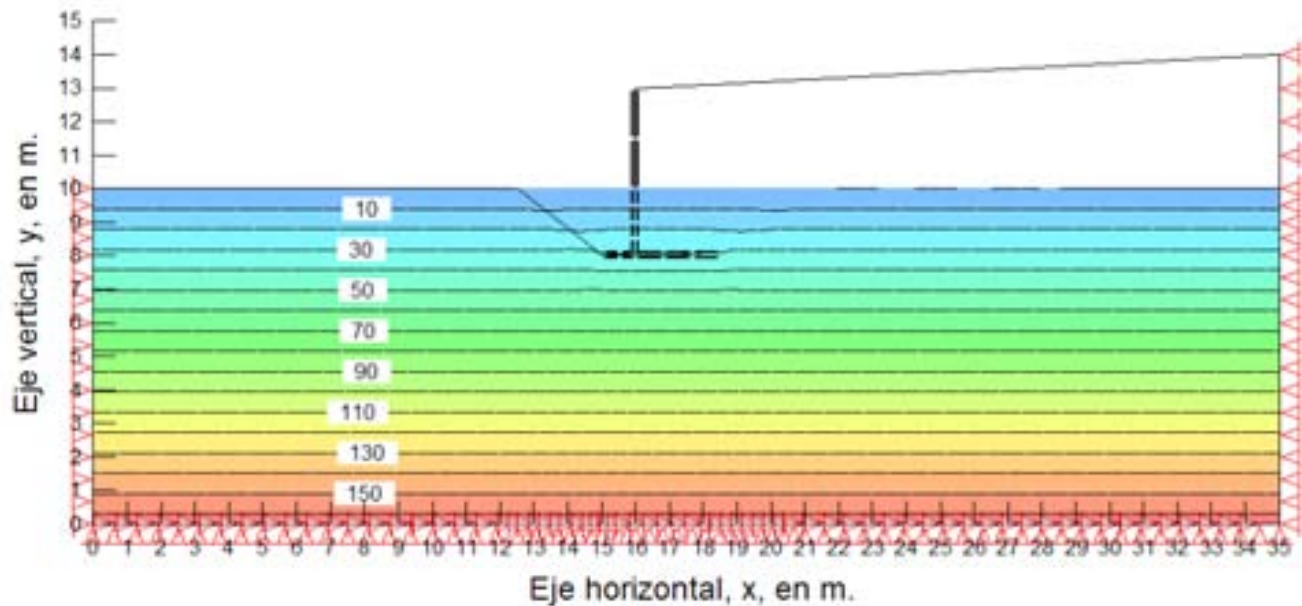


Figura 5.6 Esquema de esfuerzos verticales,  $\sigma_y$ , iniciales, en  $\text{kN/m}^2$

Para el cálculo, se analizan tres situaciones: a) estabilidad de la excavación, b) construcción del muro, colocación del relleno y aplicación de la sobrecarga y, c) el efecto del sismo. El acelerograma utilizado se presenta en la figura 5.7; la aceleración pico es de 0.213 g.

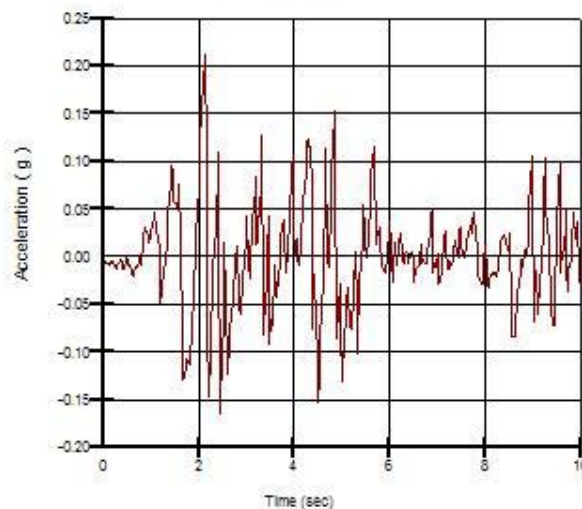


Figura 5.7 Acelerograma utilizado para el análisis dinámico del muro de retención.

Para el caso **a) estabilidad de la excavación**, en la figura 5.8 se ilustra la superficie de falla, calculada por el método de Bishop, para el talud con una inclinación de  $45^\circ$ , es decir 1:1 (h:v), se observa que el menor factor de seguridad corresponde a un desconchamiento; sin embargo, si se analizan las envolventes de factores de seguridad (figura 5.9) se aprecia que son mayores a 1.5 por lo que se puede considerar estable para la etapa constructiva.

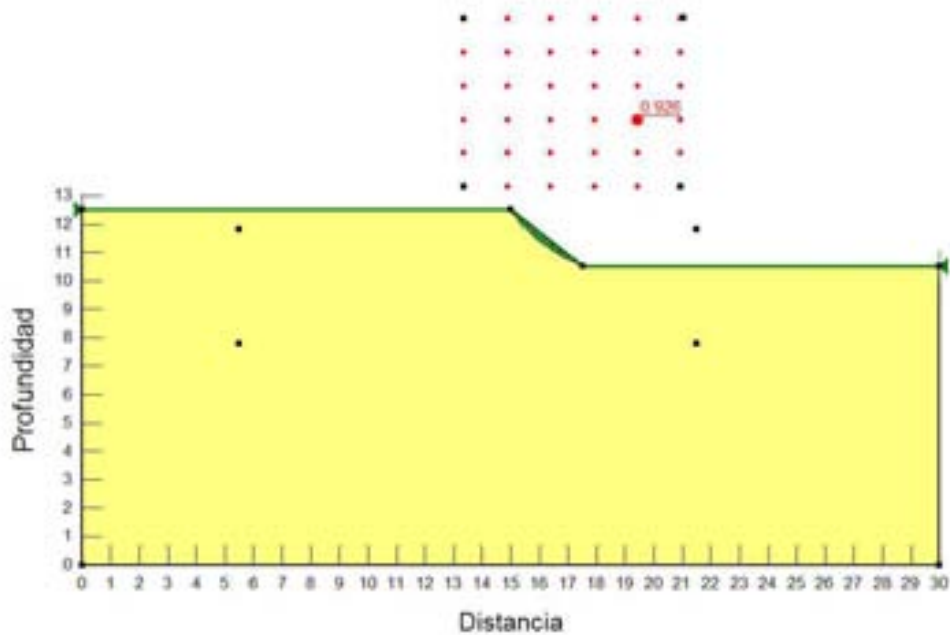


Figura 5.8 Superficie de falla estática, calculada por el método de Bishop.

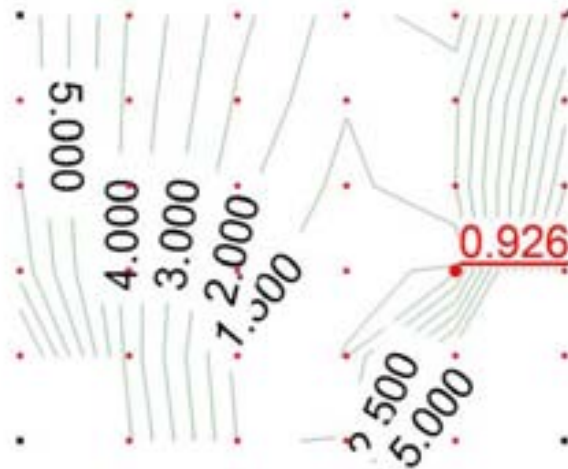
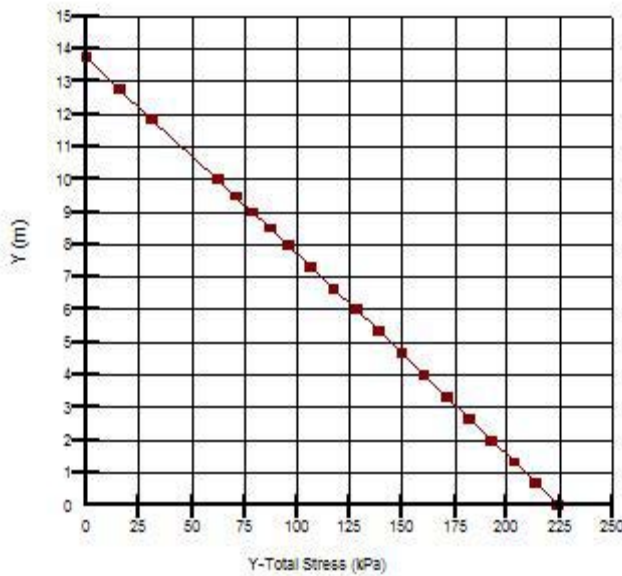
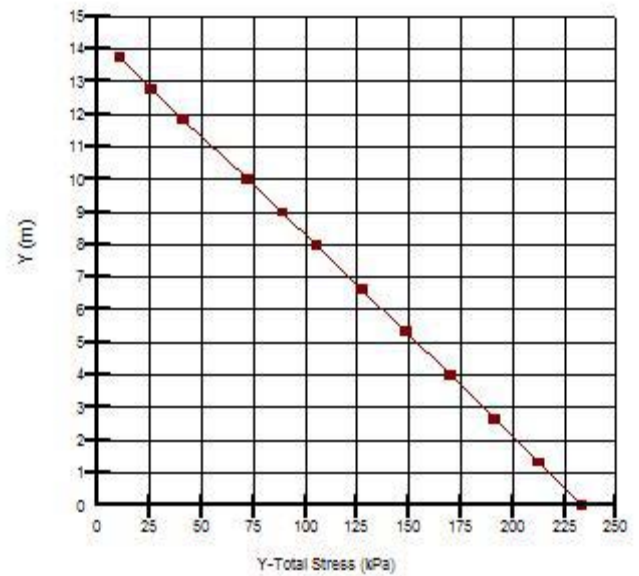


Figura 5.9 Envolvente de factores de seguridad, calculados por el método de Bishop.

Para el **caso b**, que corresponde a la colocación del muro, relleno y sobrecarga se presenta en la figura 5.10, el cambio en la distribución de esfuerzos. La nueva distribución de esfuerzos,  $\sigma_y$ , se ilustra en la figura 5.11.



Caso a. Sin sobrecarga.



Caso B. Con sobrecarga.

Figura 5.10 Distribución de esfuerzos,  $\sigma_y$ , sobre el eje AA que se indica en la figura 5.11. En el caso a) no existe la sobrecarga y en el b) ya se colocó la sobrecarga de 5 kPa.

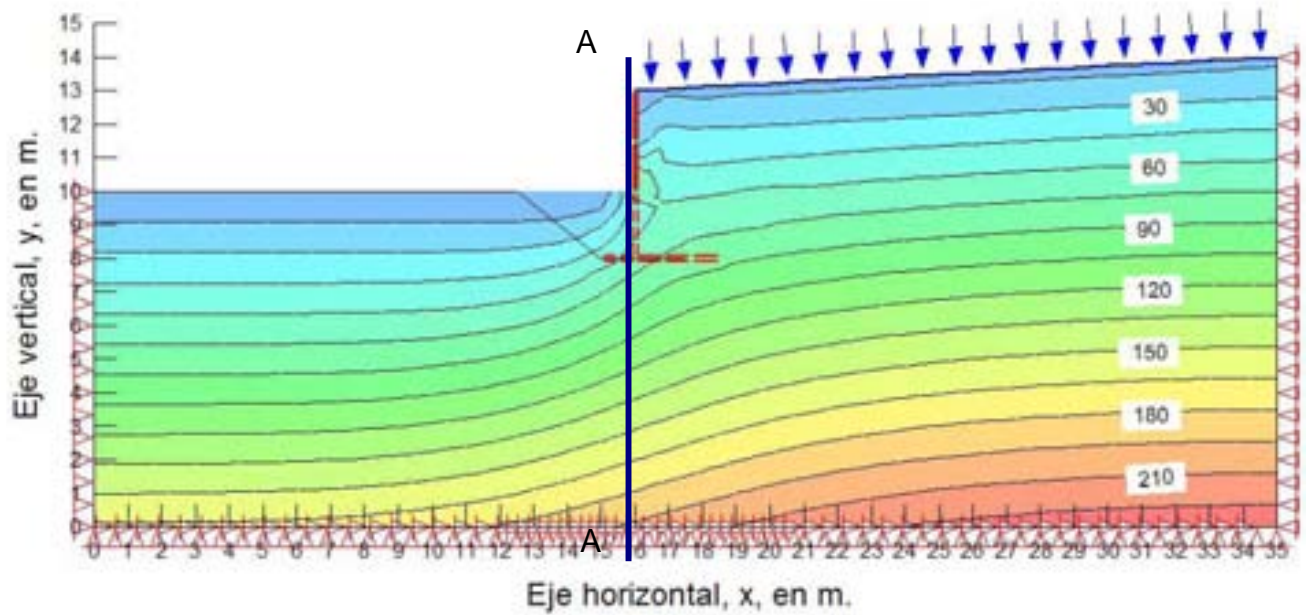


Figura 5.11. Cambio en el estado de esfuerzos  $\sigma_y$ , debido a la aplicación de la sobrecarga.

Los elementos mecánicos que actúan sobre el muro, se presentan en la figura 5.14, con la finalidad de compararlos con los obtenidos dinámicamente.

Cuando imponemos el sismo al problema en estudio (caso c) se obtiene el siguiente diagrama de aceleraciones pico. (figura 5.12).

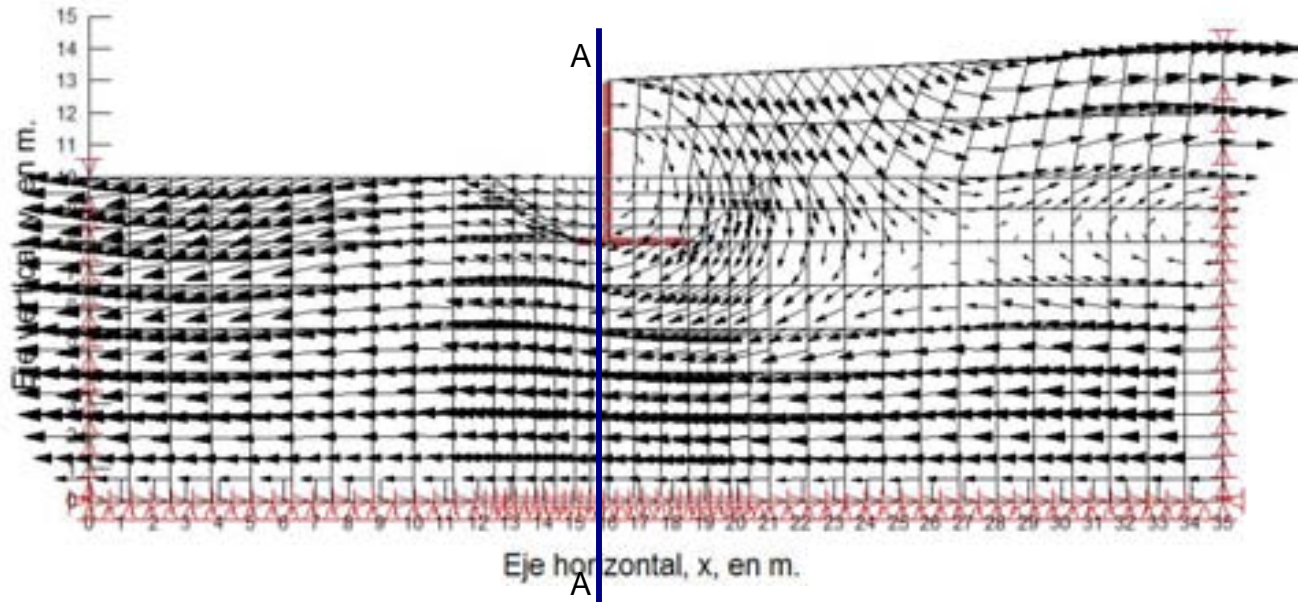


Figura 5.12. Diagrama de aceleraciones pico, para el problema en análisis.

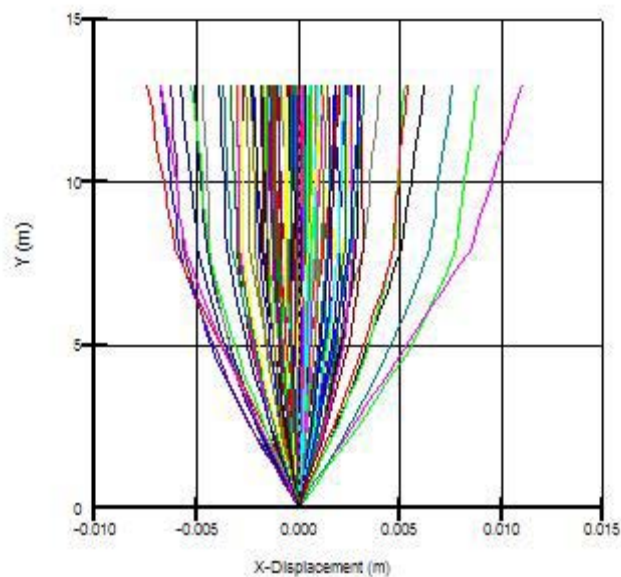
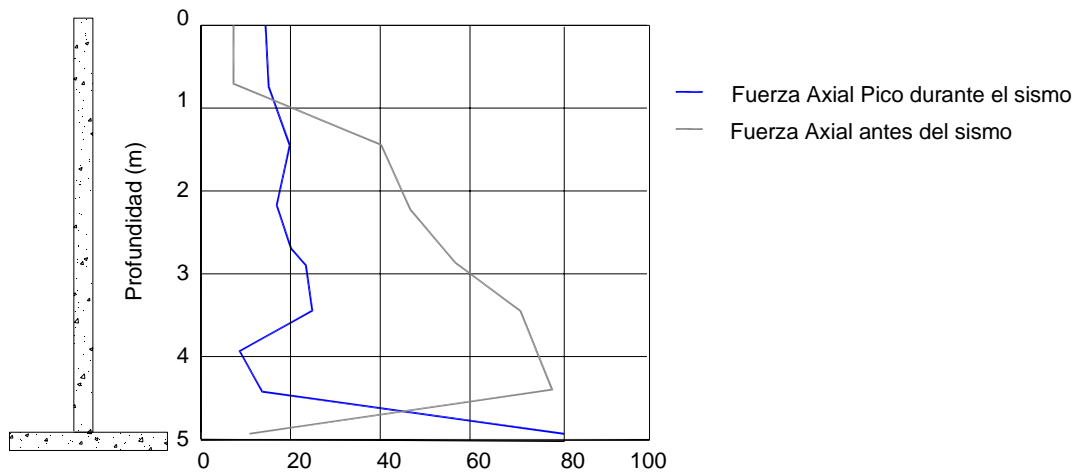


Figura 5.13. Diagrama de desplazamientos de la línea AA

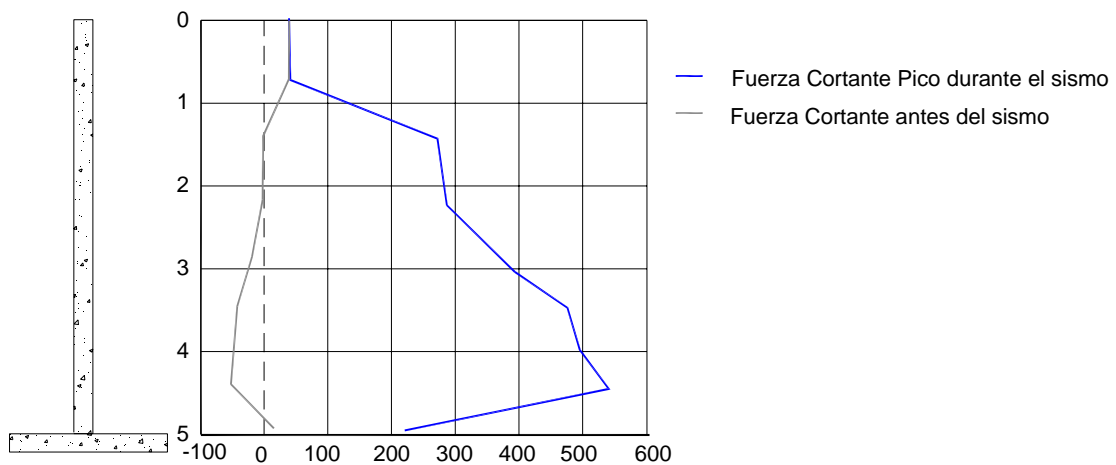
Los desplazamientos producidos por la presencia del sismo, de la línea AA de la figura 5.12, se ilustran en la figura 5.13; el cambio de pendiente en la trayectoria de desplazamiento corresponde al inicio del muro, se observa que éste disminuye el desplazamiento. El máximo desplazamiento es de 0.012 m.

# Evaluación de Modelos Geodinámicos

En la figura 5.14 se muestran el máximo diagrama de fuerza axial, cortante y momento de volteos estáticos y los debidos a la acción sísmica, que actúan sobre el muro y en la figura 5.15 los que actúan en la zapata.



Diagramas de Fuerza Axial antes del sismo y durante el pico del sismo (kN)



Diagramas de Fuerza Cortante antes del sismo y durante el pico del sismo (kN)

Figura 5.14 a. Diagramas de fuerza axial, cortante y momento de volteo máximo durante el pico del sismo y estático que actúan sobre el muro.



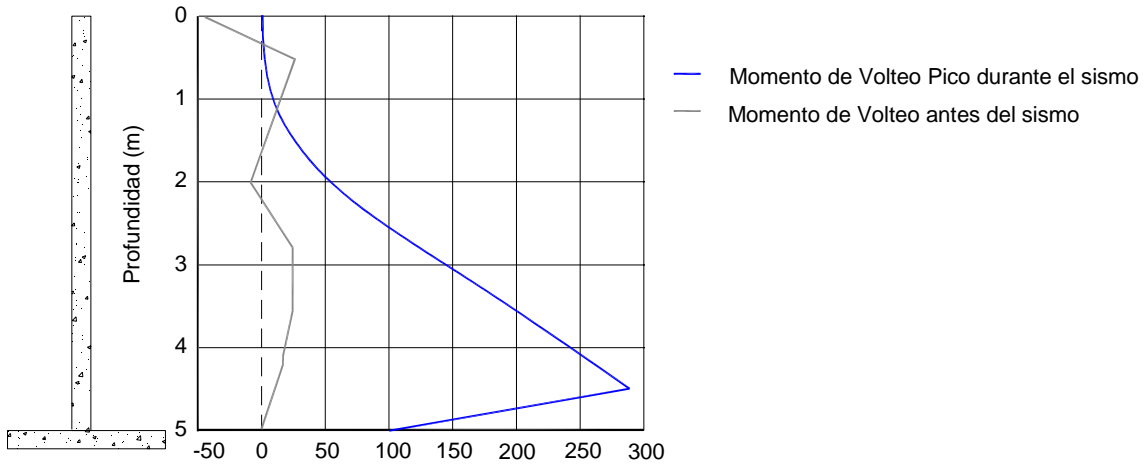


Figura 5.14b. Diagramas de fuerza axial, cortante y momento de volteo máximo durante el pico del sismo y estático que actúan sobre el muro.

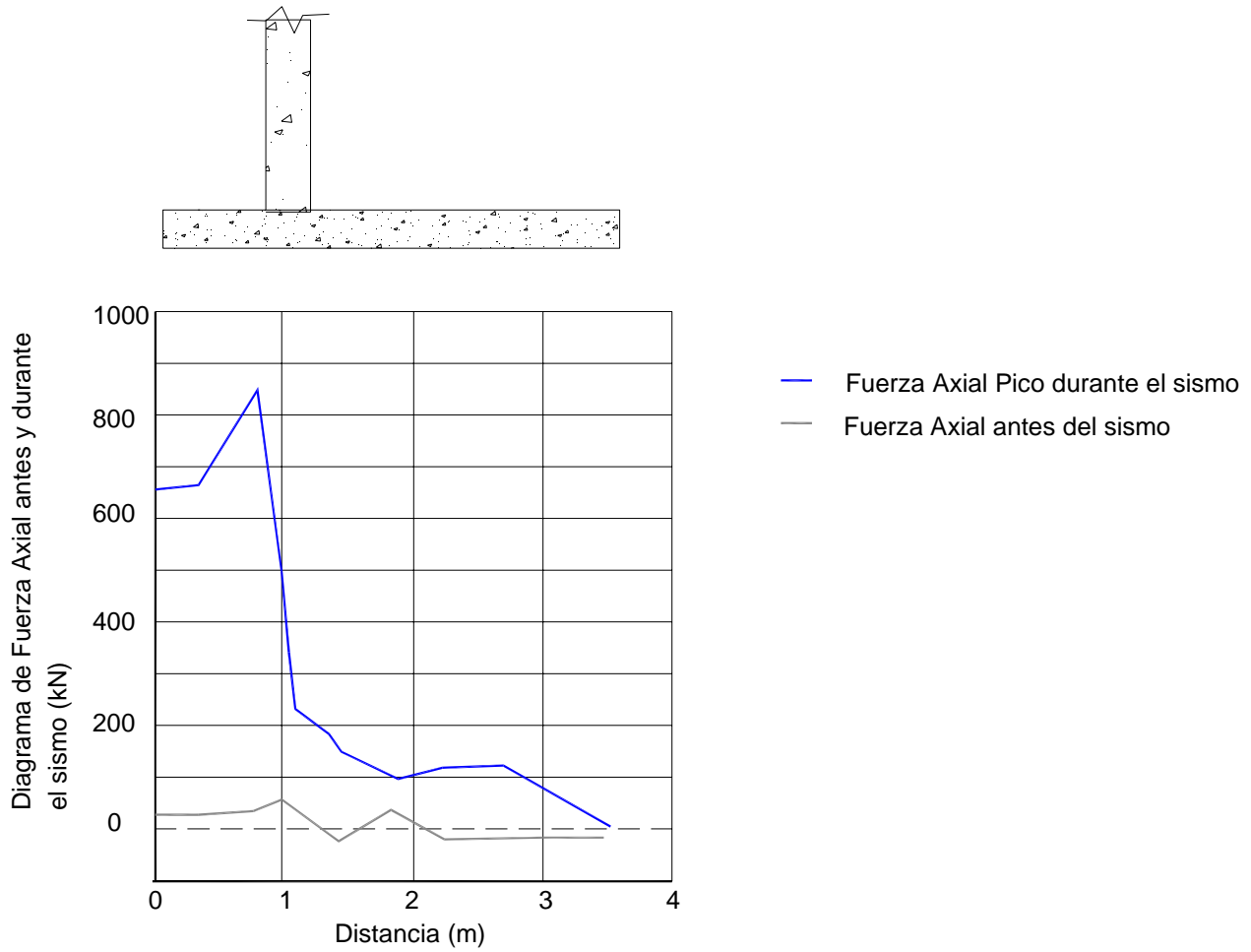


Figura 5.15 a. Diagramas de fuerza axial durante el pico del sismo y estáticos que actúan sobre la zapata.

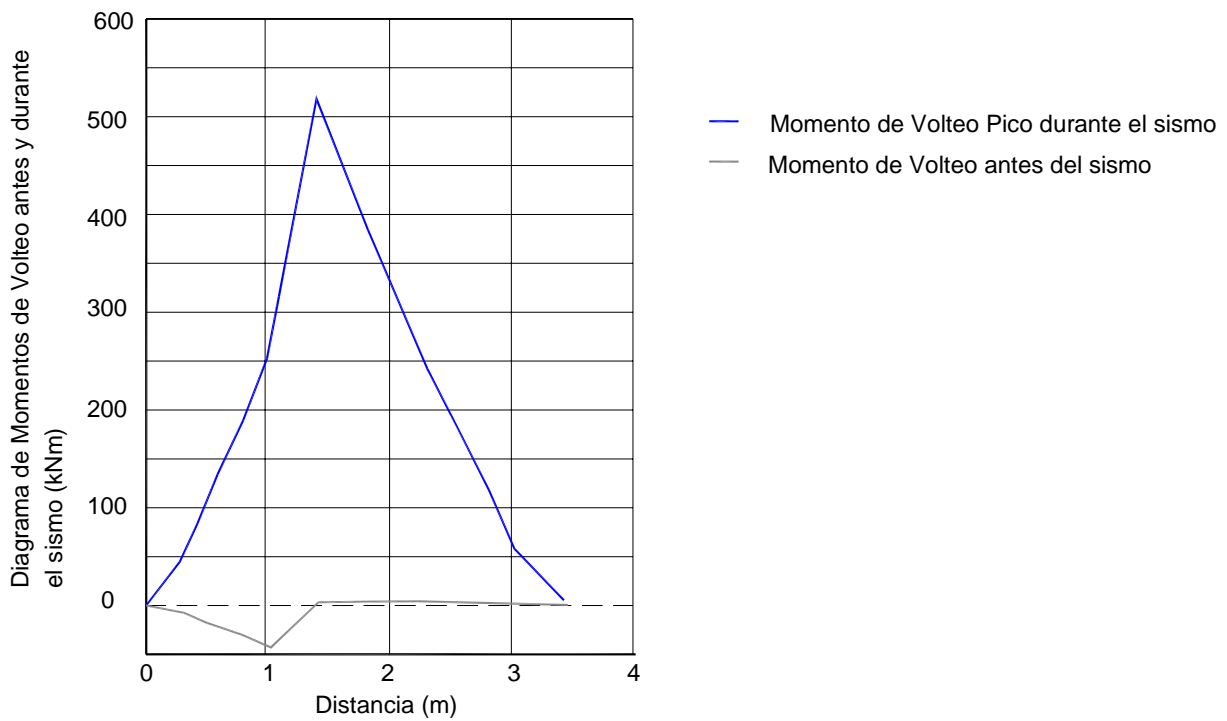
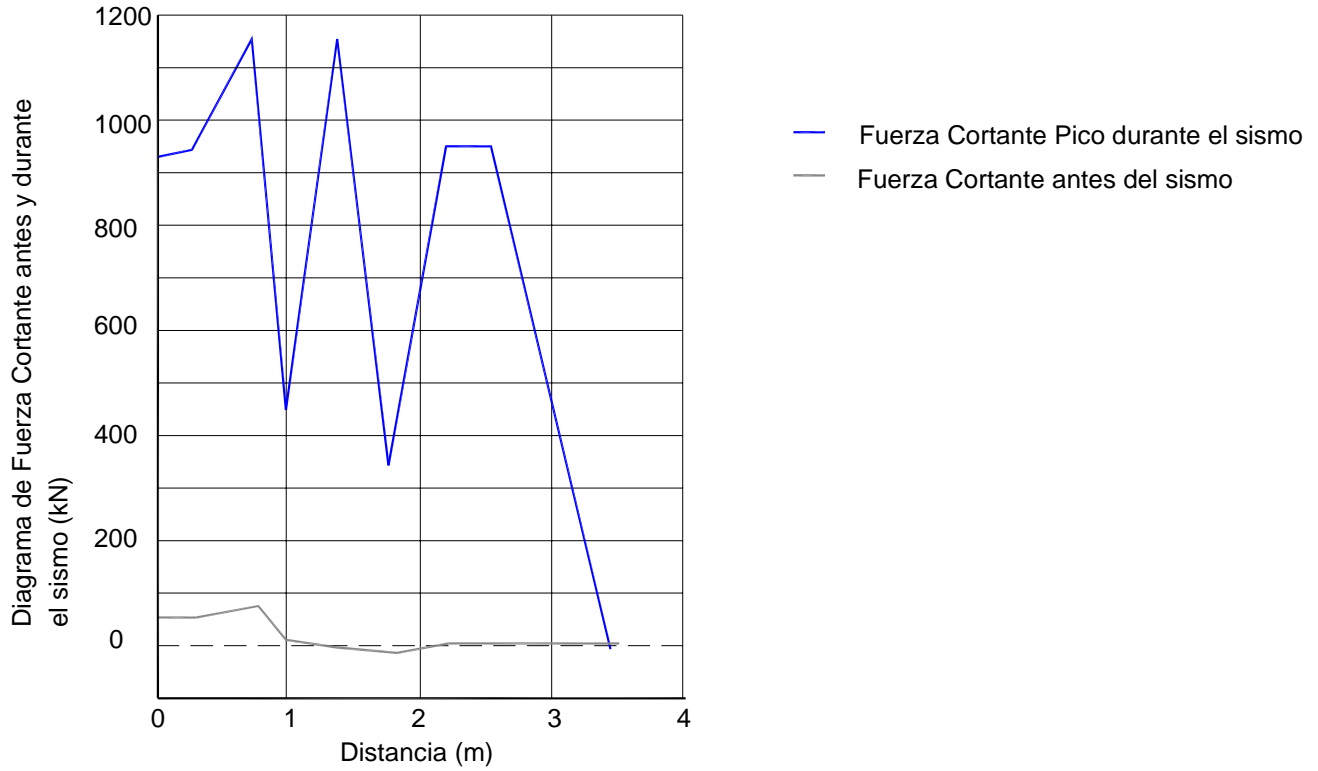


Figura 5.15 b Diagramas de fuerza cortante y momento de vuelco máximos durante el pico del sismo y estáticos que actúan sobre la zapata.

## 5.1.3 Comparación de Resultados

Es importante mencionar que el muro de retención se simuló mediante dos placas, a las cuales se les otorgaron las características de rigidez e inercia; sin embargo, no fue posible unir el muro con la zapata. Ahora bien, los diagramas obtenidos bajo condiciones estáticas corroboran que la parte inferior del muro se desliza, por lo que en éste punto se abaten los diagramas.

En la tabla 5.5, se muestran los resultados obtenidos con los dos métodos analizados en éste trabajo, es importante señalar que el factor de seguridad ante volteo del muro obtenido con ambos métodos es el mismo.

La diferencia entre los valores obtenidos para el momento de volteo y el momento resistente es de aproximadamente de 8.7%, por lo cual podemos considerar que el método propuesto en el Manual de Obras Civiles, Diseño por Sismo, arroja valores muy cercanos a los obtenidos por el método de elemento finito.

Tabla 5.5 Comparación de Resultados: Revisión por volteo.

Método	Momento de Volteo, $M_v$	Momento Resistente, $M_r$	FS = $M_r/M_v$
Propuesto por CFE	34.36 t-m	62.716 t-m	1.825
Elemento Finito	292.53 kN-m = 29.82 t-m	535.29 kN-m = 54.56 t-m	1.83

En cuanto a la revisión de falla por deslizamiento, el programa indica que el máximo desplazamiento del muro es de 0.012 m, por lo que se puede considerar que el muro es seguro ante la falla por deslizamiento, lo que coincide con lo obtenido en el manual.

El programa no proporciona la capacidad de carga del terreno; sin embargo, en el análisis de los resultados, se observa que no ocurre una falla por punzonamiento y se puede considerar que la capacidad de carga del terreno es adecuada.

Es posible concluir que los resultados arrojados por ambos métodos son compatibles y válidos.

### **5.2 Planteamiento del problema: Edificio ubicado en el norte de la Ciudad de México**

En 1986, el Dr. Alberto Jaime, presentó en el Simposio: Los sismos del 1985: Casos de Mecánica de Suelos; el caso correspondiente a un edificio ubicado en el norte de la Ciudad de México, el cual se inclinó  $3^\circ$  con respecto a la vertical a raíz de los sismos de septiembre de 1985.

En este trabajo de tesis se pretende comparar los resultados elaborados originalmente contra los obtenidos con la ayuda del programa de cómputo Quake/W.

En la memoria del simposio, se indica que el predio en estudio se localiza en zona del lago del Valle de México (zona III). Además, se proporciona la información obtenida del sondeo mixto realizado, la cual se describe a continuación:

La estratigrafía del sitio consiste en una secuencia de arcillas blandas con intercalaciones de arena volcánica hasta los 23.0 m de profundidad, posteriormente una capa rígida de 5.0 m y finalmente un estrato de arcilla de consistencia firme hasta la profundidad máxima explorada de 40 m. El nivel de aguas freáticas se detectó a 1.80 m de profundidad. Con base en lo anterior y con ayuda de las correlaciones empíricas, indicadas en el capítulo 3, se estimaron los parámetros dinámicos utilizados en el cálculo.

De la figura 5.18, se aprecia que el edificio tiene cuatro niveles de construcción con losa nervada y columnas de concreto. Tiene planta rectangular de 48.7 x 11.5 m. La cimentación consiste en un cajón de concreto desplantado a 2.30 m de profundidad. Se trata de una cimentación parcialmente compensada. El cajón se encontraba inundado con un tirante de 0.5 m.

Como consecuencia del sismo del 19 de septiembre de 1985, el edificio se desplomó hacia la parte posterior (oriente) aproximadamente  $3^\circ$  (5.2%) con un asentamiento diferencial de 0.35 m. En la parte de enfrente del edificio aparecieron grietas, y un ligero abultamiento del terreno. Estos son datos indicativos de una falla por capacidad de carga de una cimentación tipo superficial (cajón).

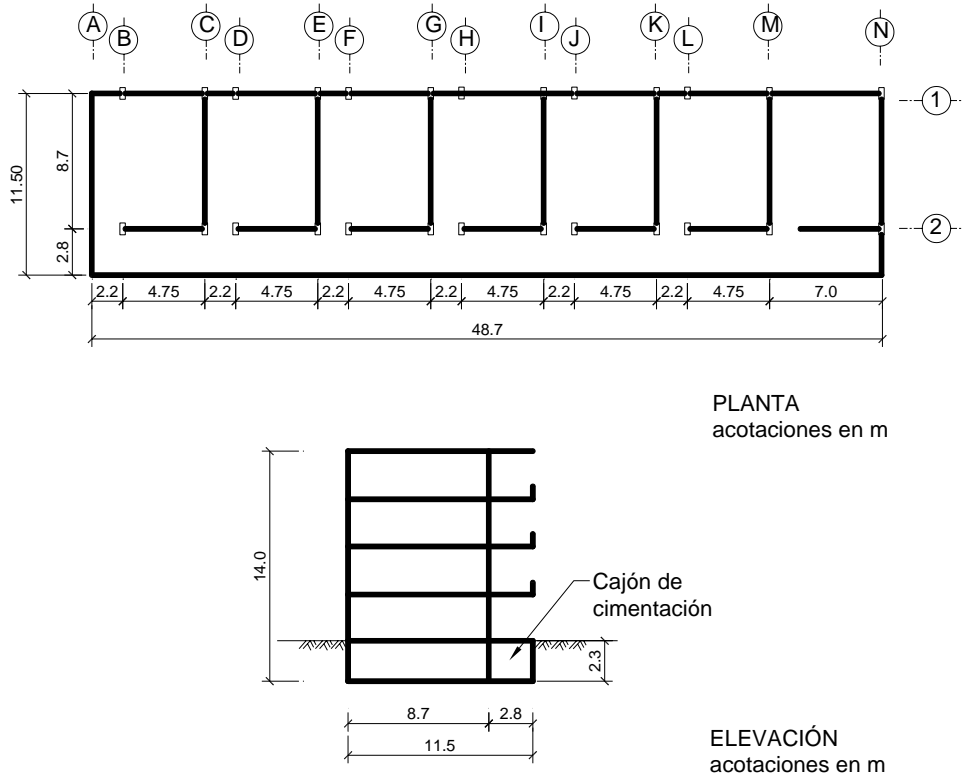


Figura 5.18. Planta y elevación del edificio.

## 5.2.1 Solución de 1985

Para verificar si la resultante de las cargas estáticas y la reacción del terreno no coincidían se llevó a cabo un análisis de estabilidad dividiendo al cajón en bandas correspondientes a los ejes A a N.

Como se observa en la figura 5.19, la presión de contacto es mayor hacia la parte posterior del edificio (oriente) y menor en la zona de enfrente. Esto debe haber provocado un ligero asentamiento diferencial estático en la estructura antes del sismo.

Según Terzaghi y Peck (1967) los esfuerzos de contacto máximos probables en las orillas del edificio son aquellos para los cuales el material pasa de un comportamiento “elástico” a uno de estado “plástico”, en el que el suelo llega a la falla, en este momento se produce una redistribución de esfuerzos en el material hacia la zona con esfuerzos menores.

## Evaluación de Modelos Geodinámicos

Los esfuerzos estimados en la orilla más cargada del edificio varían entre 4.52 y 8.72 ton/m<sup>2</sup> (figura 5.19, eje A y B, D, F, H, J, L; respectivamente), sin considerar el incremento causado por momento de volteo sísmico. En el cálculo se consideró que la aceleración máxima registrada del sismo del 19 de septiembre de 1985 fue de 0.20g, y haciendo las mismas consideraciones anotadas antes, estos esfuerzos se incrementan en 2.5 ton/m<sup>2</sup> variando los máximos entre 7.0 y 11.2 ton/m<sup>2</sup> (figura 5.19, eje A y B, D, F, H, J, L; respectivamente).

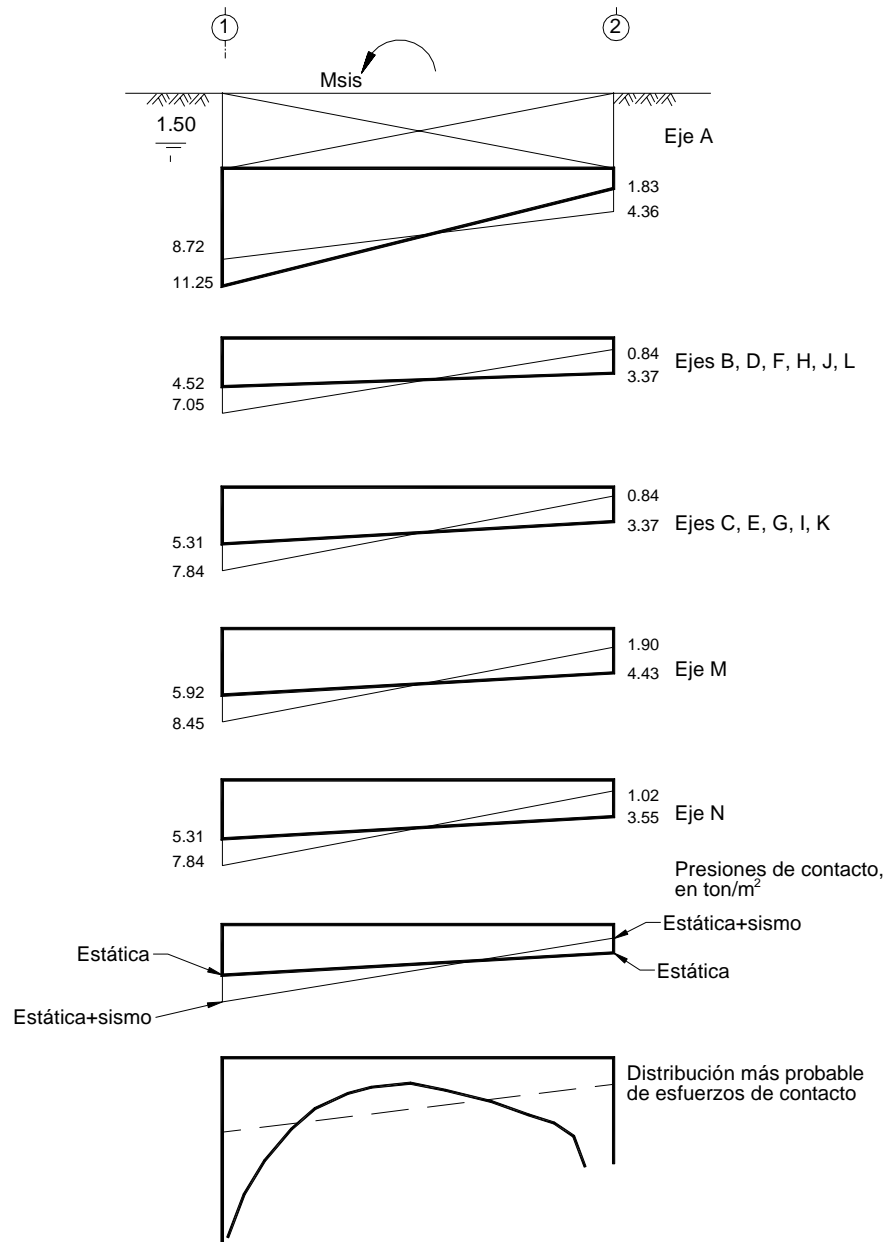


Figura 5.19 Distribución de Esfuerzos de Contacto.

En el artículo, se comparan los esfuerzos de contacto (mostrados en la tabla 5.6) en la orilla más cargada del edificio con las capacidades de carga última obtenidas con la expresión:

$$q_u = cNc + \gamma_s D_f \dots (5.1)$$

En donde,  $q_u$  es la capacidad de carga última,  $Nc$  el factor de capacidad de carga,  $\gamma_s$  el peso volumétrico y  $D_f$  la profundidad de desplante.

Tabla 5.6. Comparación entre esfuerzos de contacto y capacidad de carga última para el marco C.

Enfoque	$q_u$ ton/m <sup>2</sup>	Distribución Estática		Distribución Estática más sismo	
		$\frac{qu}{\sigma_c _{\max}}$	$\frac{qu}{\sigma_c _{\min}}$	$\frac{qu}{\sigma_c _{\max}}$	$\frac{qu}{\sigma_c _{\min}}$
<b>Falla general</b>	16.2	3.05	19.29	2.07	4.81
<b>Falla Local (Terzaghi)</b>	11.9	2.24	14.16	1.51	3.53
<b>Falla Local (Sowers)</b>	8.8	1.65	10.48	1.12	2.61

Como se ve en la tabla, si los esfuerzos de contacto fueran uniformes, la capacidad de carga última sería aceptable. Sin embargo, la excentricidad de la carga y la reacción provocó una distribución asimétrica que en la orilla más cargada.

Los esfuerzos estáticos más la acción sísmica se encuentra en el límite de la capacidad de carga última de la arcilla.

### 5.2.2 Solución mediante el programa *Quake/W*

Desafortunadamente no se dispuso de las cargas utilizadas en los cálculos originales, para lo cual éstas se estimaron con base en lo señalado en el Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal, 2004.

Con la finalidad de corroborar que las cargas estimadas fueran similares a las utilizadas en el cálculo original, se calcularon los esfuerzos de contacto para el marco del eje C, debido a que se puede considerar como “tipo” de la estructura.

Para el análisis dinámico es necesario conocer el período de vibración de la estructura, y para su determinación puede hacerse la siguiente estimación:

Si la rigidez de carga es proporcionada por marcos rígidos de concreto y acero, es posible emplear la siguiente expresión:

$$T = c_T H^{0.75} \dots (5.2)$$

En donde, T es el periodo de vibración de la estructura; H, es la altura total de la estructura y  $c_T$  es un coeficiente que para marcos de concreto vale 0.08.

Sustituyendo, tenemos:

$$T = (0.08)(14)^{0.75} = 0.58s$$

Con base en el inciso 4.3.1 y tabla 4.1, el suelo tiene  $v_c = 500$  m/s y  $T_c = 4.7s$ .

Para el cálculo de  $v_s$  y  $T_s$ , se realizó la tabla 5.7, y mediante las expresiones 4.1 y 4.3 obtenemos,  $v_s = 164.19$  m/s y  $T_s = 0.974$ . Por lo que, según la microzonificación sísmica, el suelo se clasifica como tipo III.

Tabla 5.7. Determinación de  $v_s$  y  $T_s$ .

Estrato	h <sub>m</sub> (m)	v <sub>m</sub> (m/s)	h <sub>m</sub> /v <sub>m</sub>
1	23.0	145	0.1586
2	5	200	0.0250
3	12	200	0.0600
Σ	<b>40</b>	Σ	<b>0.2436</b>

El edificio analizado se trata de una estructura tipo B; entonces, de la tabla 4.4,

$$a_0 = 0.1; \quad c = 0.36; \quad T_a = 0.6 \text{ s}; \quad T_b = 2.9 \text{ y } r = 1.$$



Como  $T < T_a$ ;  $a = a_o + (c - a_o) \frac{T}{T_a} = 0.35$

El factor de comportamiento sísmico a utilizar es  $Q_s = 2$ , debido a que la resistencia a fuerzas laterales es suministrada por losas planas con columnas de concreto. Por lo que el coeficiente sísmico a utilizar es de 0.18.

Tabla 5.8. Determinación de fuerzas sísmicas.

Nivel	W (ton)	h <sub>e</sub> (m)	W h <sub>e</sub> (ton m)	V (ton)
1	560	11.72	6563.2	179.2
2	560	8.79	4922.4	134.4
3	560	5.86	3281.6	89.6
4	560	2.93	1640.8	44.8
	<b>2240</b>		<b>16408</b>	<b>448</b>

El momento sísmico en la losa de cimentación es de 3,544 ton m.

Para determinar los esfuerzos de contacto, se aplica la fórmula de la escuadría.

$$\sigma = \frac{Q}{A} \pm \frac{M_v c}{I}$$

El área, A, del edificio es 560 m<sup>2</sup>; el peso total del edificio, Q, es de 2,240 ton; el momento sísmico M<sub>v</sub> es de 3,544 ton m; la distancia al centroide c; el momento de inercia, I<sub>x</sub>, en el sentido largo, I<sub>y</sub>, es de 5,434 m<sup>4</sup> y en el corto es de 107,844m<sup>4</sup>.

$$\frac{Q}{A} = \frac{2,240}{560} = 4 \text{ ton/m}^2$$

$$\frac{M_v c}{I_y} = \frac{(3,544)(5.75)}{5,434} = 3.75 \text{ ton/m}^2$$

$$\frac{M_v c}{I_x} = \frac{(3,544)(24.35)}{107,844} = 0.8 \text{ ton/m}^2$$

Para el cálculo de los esfuerzos máximos se considera la combinación de esfuerzos en ambos sentidos; esto es, en la dirección de análisis se considera el 100% de los efectos y el 30% de la otra dirección.

$$\sigma_{\max 1} = 4 + 3.75 + 0.3(0.8) = 7.99 \text{ ton/m}^2$$

$$\sigma_{\max 2} = 4 + (0.3)3.75 + 0.8 = 5.93 \text{ ton/m}^2$$

El esfuerzo máximo obtenido originalmente para el mismo marco fue de 7.84 ton/m<sup>2</sup>, que representa una diferencia del 2% respecto a las nuevas cargas estimadas, por lo que se consideró que la aproximación es adecuada.

Con toda la información reunida, se analiza la distribución de esfuerzos y deformaciones antes de la excavación, las producidas por la excavación, construcción del edificio y finalmente por la acción sísmica.

### **a) Excavación**

En la figura 5.20 se presenta el esquema de distribución de esfuerzos efectivos,  $\sigma'_y$ , y en la figura 5.21 se presentan la gráfica de esfuerzos totales,  $\sigma_y$ ; y la de esfuerzos efectivos,  $\sigma'_y$ , en la sección B-B. Se observa que el máximo esfuerzo total es de 315 kPa, considerando que el peso volumétrico del suelo,  $\gamma_s$ , es de 15.5 kN/m<sup>3</sup> y la profundidad de estudio es de 20 m, obtenemos,  $\sigma_y = (15.5)(20) = 310$  kPa, lo cual se considera aceptable. El Nivel de Aguas Freáticas, por simplicidad lo consideramos a 2.0 m de profundidad y  $\gamma_w \cong 10$  kN/m<sup>3</sup>; por lo que  $\sigma_w = 18(10) = 180$  kPa; entonces,  $\sigma'_y = 310 - 180 = 130$  kPa, valores similares a los obtenidos en el programa.

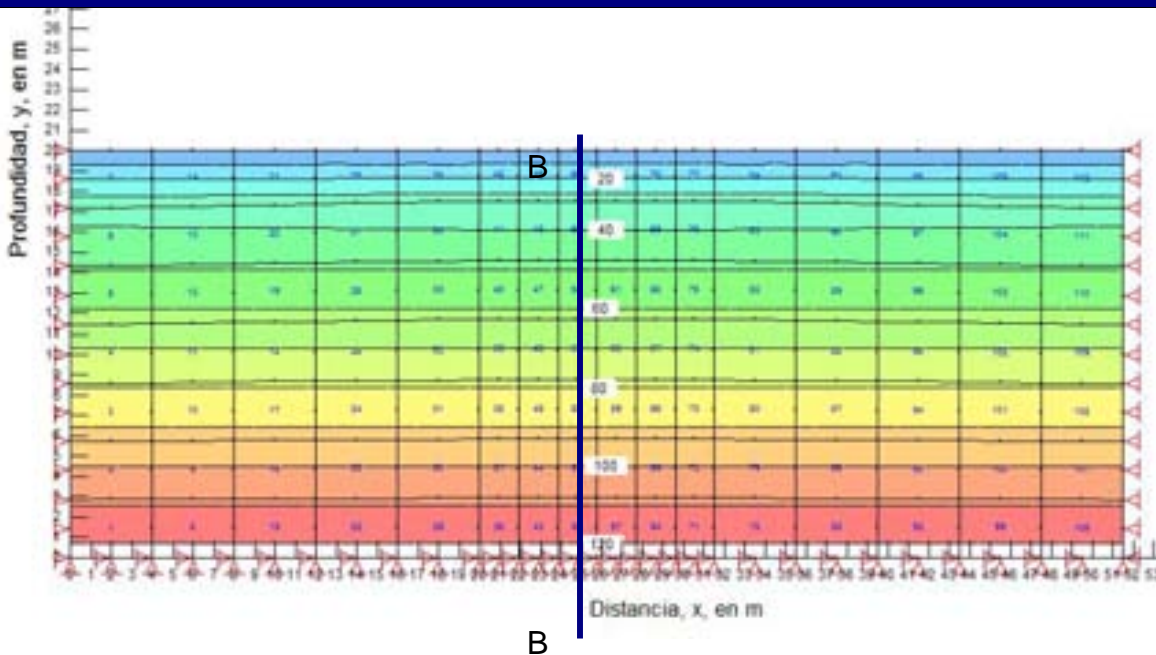
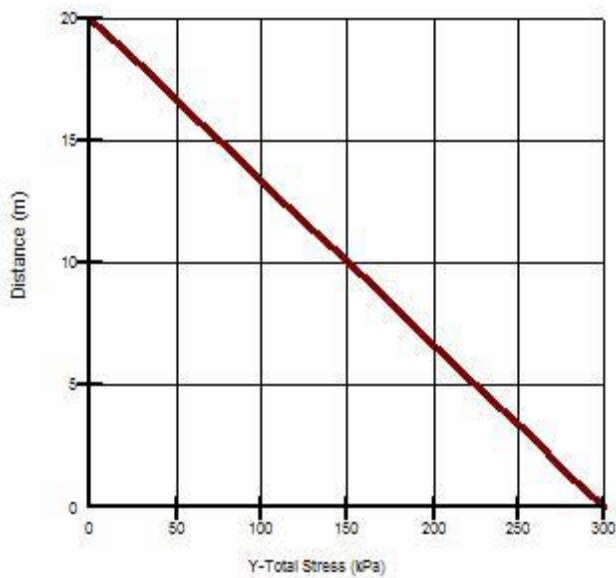
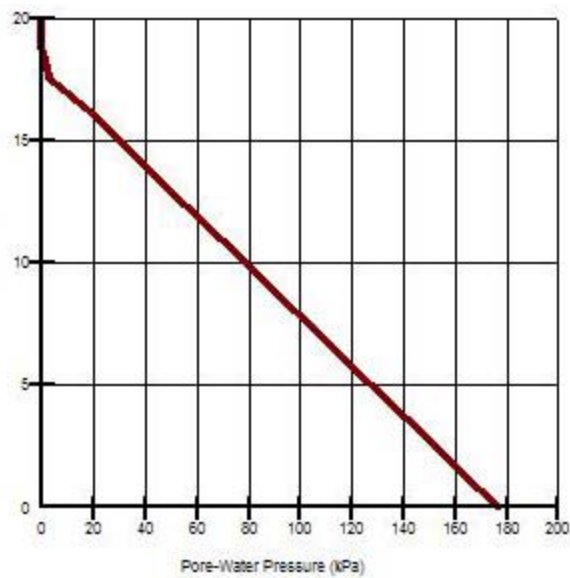


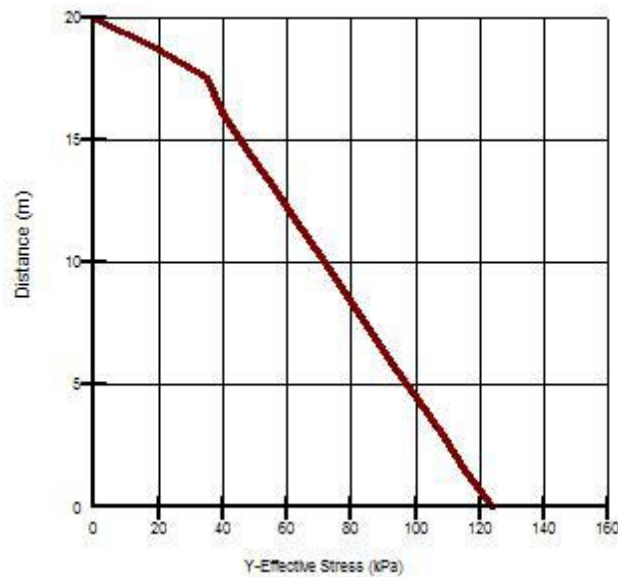
Figura 5.20. Distribución de esfuerzos efectivos,  $\sigma'_y$ , antes de la excavación, en  $\text{kN/m}^2$ , obtenidos mediante el programa de cómputo.



a) Diagrama de esfuerzos totales,  $\sigma_y$ .



b) Diagrama de presión de poro, u.



c) Diagrama de esfuerzos efectivos,  $\sigma'_y$ .

Figura 5.21 Distribución de esfuerzos totales,  $\sigma_y$ , presión de poro,  $u$ , y esfuerzos efectivos,  $\sigma'_y$ , antes de la excavación, obtenidos mediante el programa de cómputo.

La variación de esfuerzos efectivos,  $\sigma'_y$ , después de la excavación de ilustra en la figura 5.22, como era de esperarse se observa una concentración de esfuerzos en las orillas de la excavación, punto A.

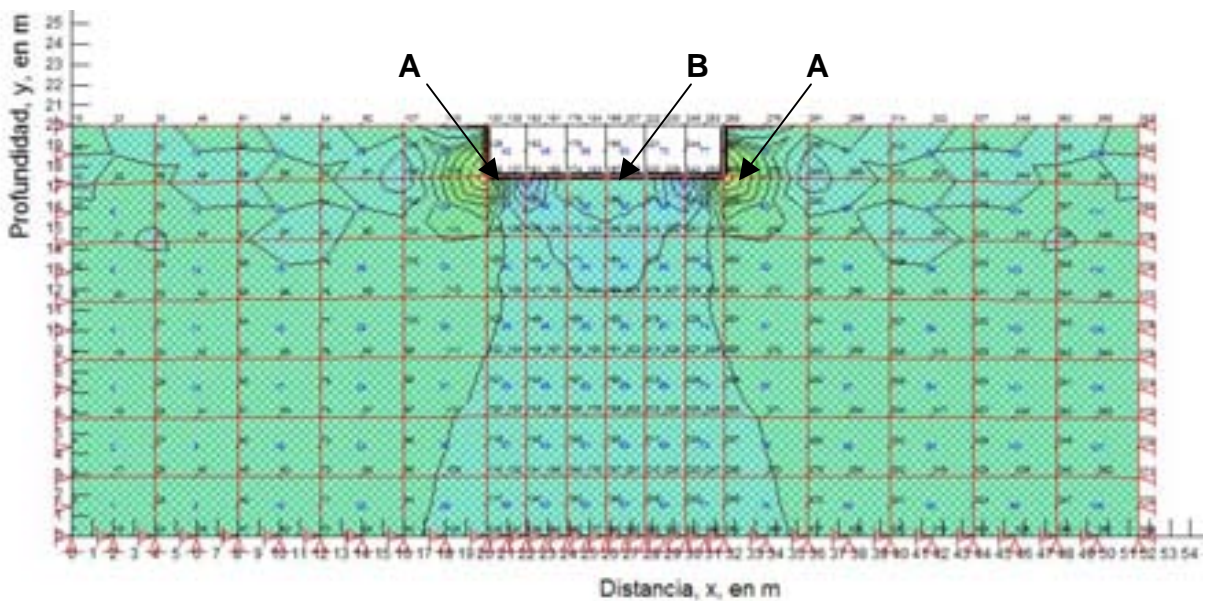


Figura 5.22 Distribución de esfuerzos efectivo,  $\sigma'_y$ , después de la excavación, en kN/m<sup>2</sup>.

El incremento de esfuerzos efectivos,  $\Delta\sigma'_y$ , en el punto A es de 12 kPa y en el punto B es de -1.15 kPa.

Las deformaciones en el plano XY, producidas por la excavación se ilustran en la figura 5.23.

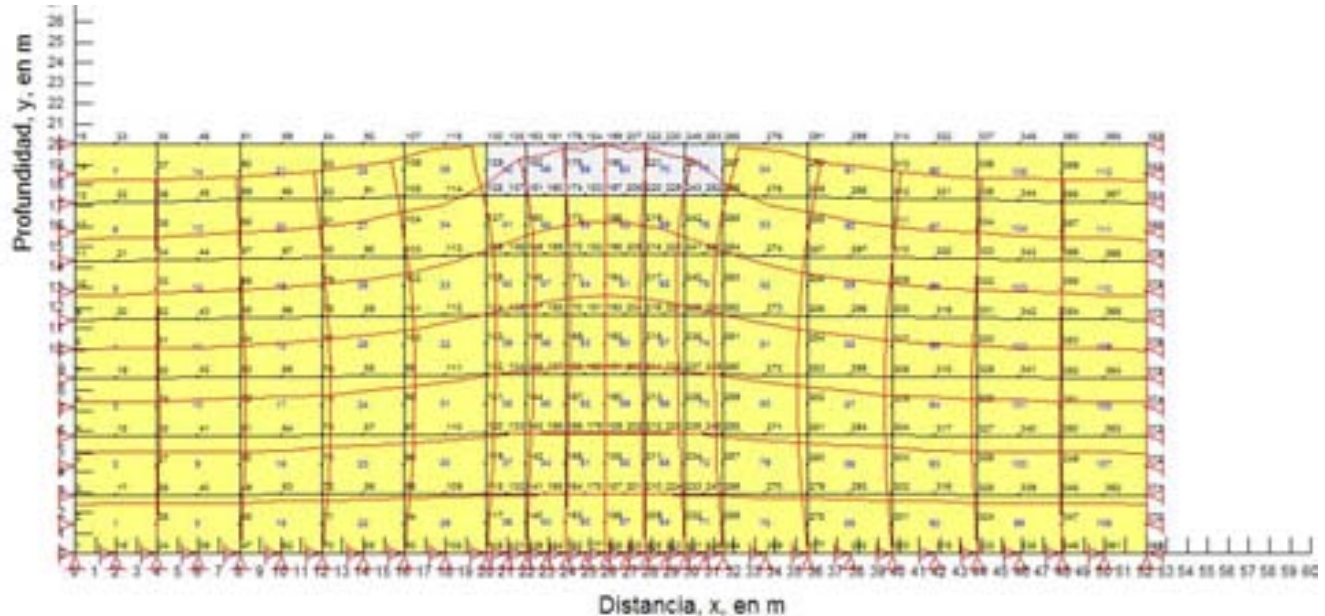


Figura 5.23 Deformaciones producidas por la excavación en el plano XY. La máxima deformación en el sentido Y es de 0.0104 m y en el sentido X es de 0.0062 m; la escala de visualización de deformaciones esta ampliada 10 veces.

### **b) Construcción del edificio**

Para simular el cajón de cimentación se utilizan los elementos conocidos como placas, a los cuales se les asigna su módulo de elasticidad y momento de inercia, es importante mencionar que para el programa estos elementos no tienen peso. En la figura 5.24 se observa la disminución del desplazamiento vertical de 0.01042 m a 0.0068 m.

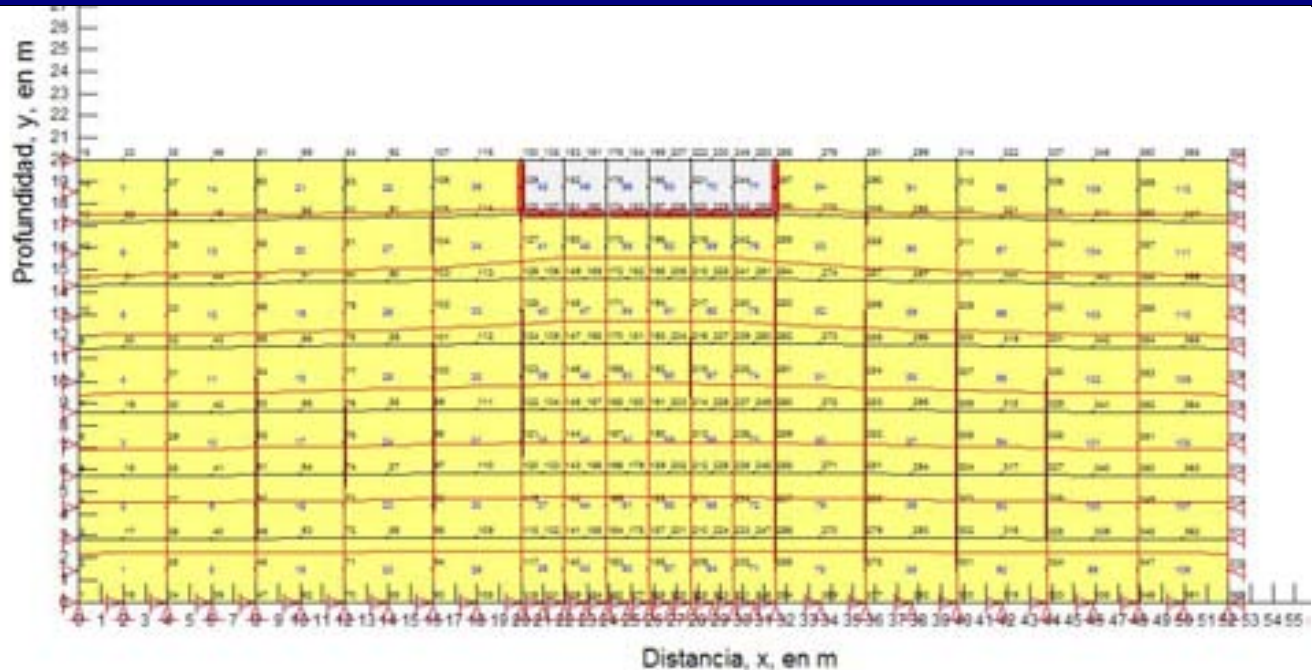


Figura 5.24 Reducción de deformaciones en el eje Y, debido a la colocación del cajón. La máxima deformación es de 0.0068 m; la escala de visualización de deformaciones esta amplificada 10 veces.

La presencia del edificio se modela colocando dos cargas concentradas, las cuales corresponden a la descarga en las columnas 1 y 2, que se ilustran en la figura 5.25, de la carga muerta y carga viva máxima de cada nivel. La carga de la columna 1 es de 8.16 kN y la de la columna 2 es de 14.10 kN, en la figura 5.25 se presenta la geometría de cálculo.

Los esfuerzos de contacto que se obtienen en condición estática, se ilustran en la figura 5.26. El máximo esfuerzo (punto A de la figura 5.26) es de aproximadamente  $5.95 \text{ ton/m}^2$  y en la del punto B de  $0.2 \text{ ton/m}^2$ , lo que representa una diferencia del 11% respecto a los valores calculados en 1985.

# Evaluación de Modelos Geodinámicos

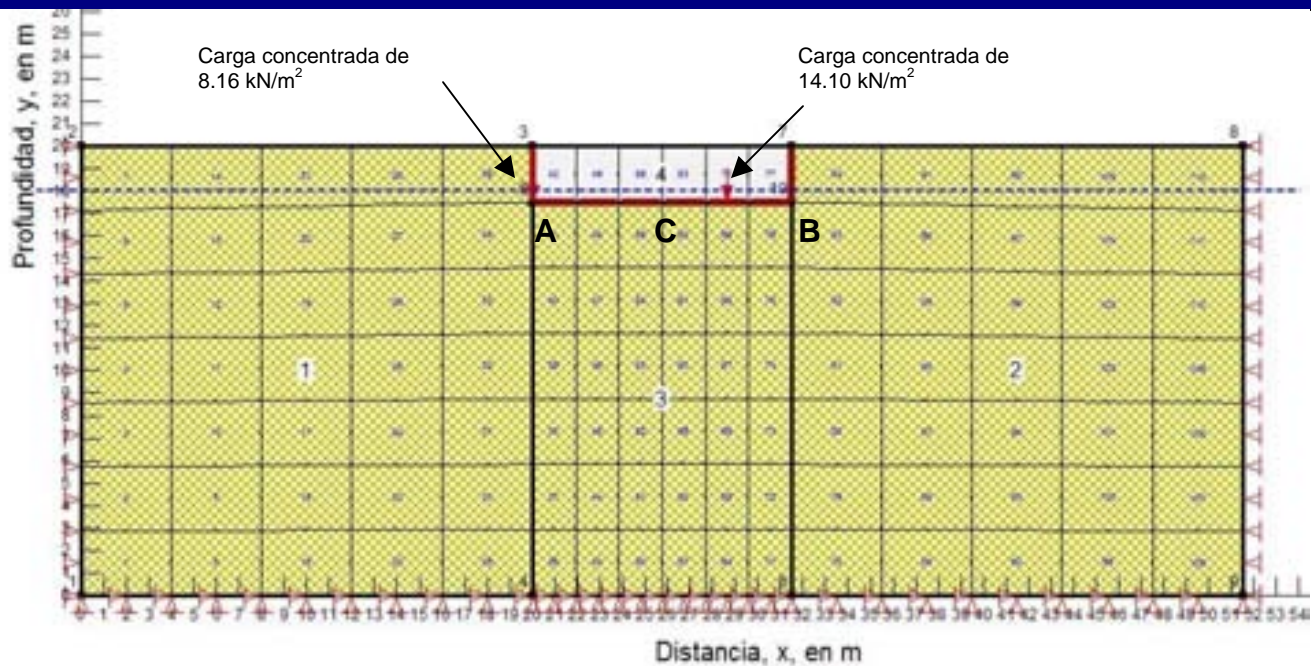


Figura 5.25 Geometría de análisis del problema de interés.

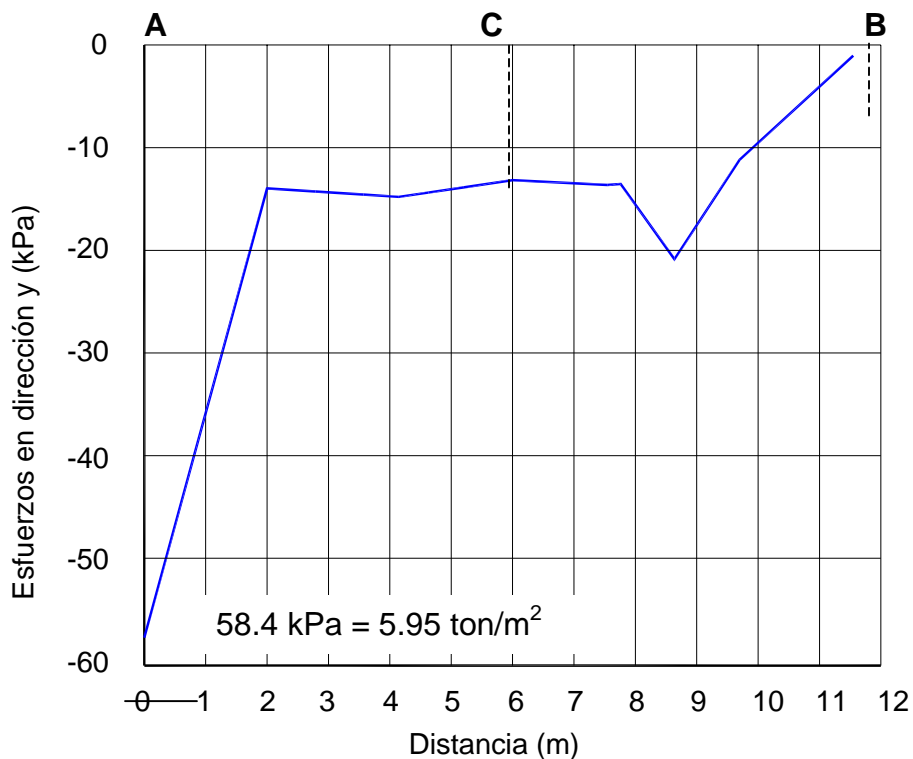


Figura 5.26 Esfuerzos de contacto máximos en la dirección Y, en el análisis estático.

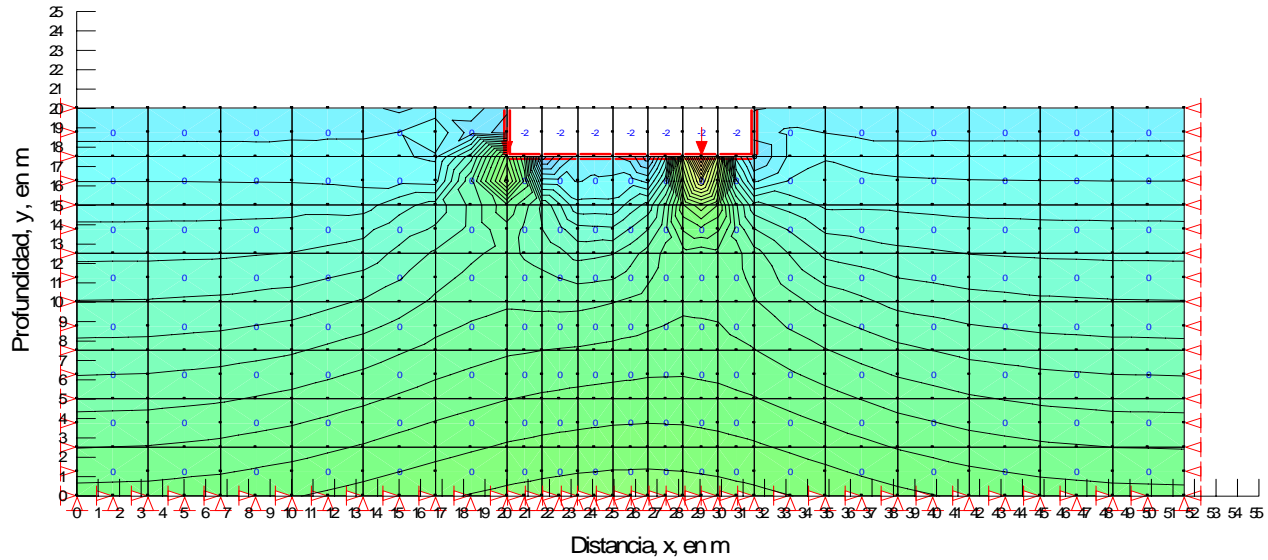


Figura 5.27 Esfuerzos de contacto estáticos, producidos por la aplicación de las cargas sobre la losa, en la dirección del eje Y.

## c) Acción sísmica

Ahora, bien si sometemos al modelo representado en la figura 5.25 al acelerograma que se ilustra en la figura 5.28; cuya aceleración máxima es de 0.37 g; obtenemos la variación de esfuerzos ilustrada en la figura 5.29.

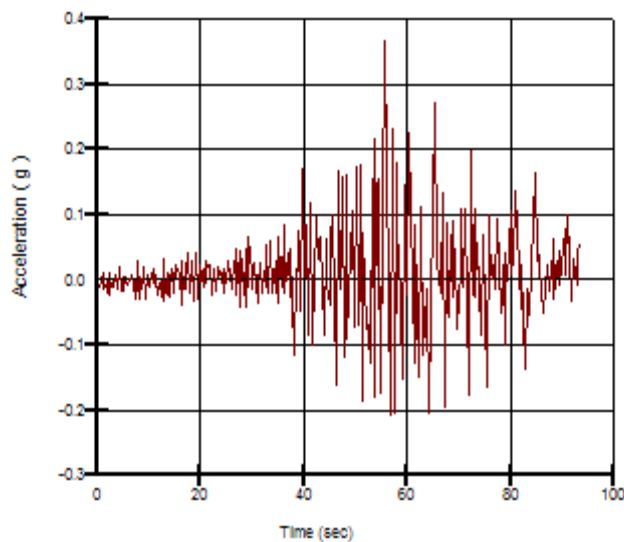


Figura 5.28 Acelerograma utilizado para el análisis dinámico del edificio. (Observatorio sismológico de Tacubaya, 19 de septiembre 1985).



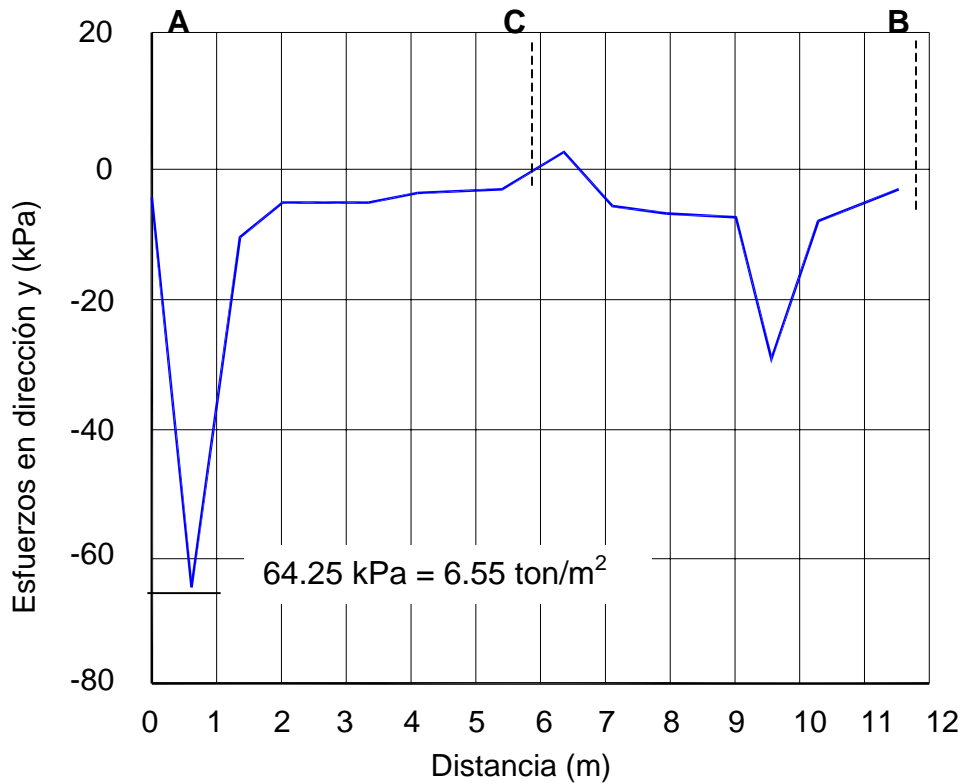


Figura 5.29 Esfuerzos de contacto pico en la dirección Y. El valor máximo presentado es de 64.25 kPa.

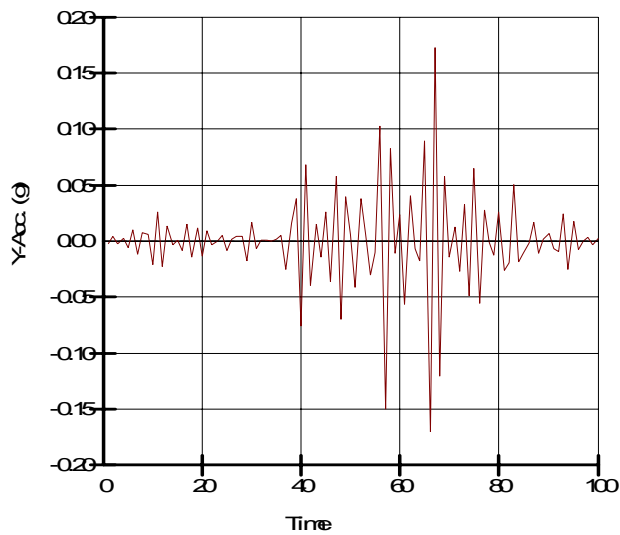


Figura 5.30 Registro de las aceleraciones que se presentan en el punto C, de la figura 5.25.

En la figura 5.30 se grafican las aceleraciones que se presentan en el punto C de la figura 5.25, es importante recordar que el sismo se aplica en la máxima profundidad de análisis. Si comparamos las figuras 5.28 y 5.30 se observa una reducción de 46% en la aceleración pico.

El cortante pico es de 3,652.26 kPa y el momento pico es de 29,700 kNm, los cuales son valores inferiores a los calculados con el Manual de diseño por Sismo de la Comisión de Federal de Electricidad.

### 5.2.3 Comparación de Resultados

En la tabla 5.9 se muestra una comparativa de los resultados obtenidos por el método tradicional y el obtenido por el método de elemento finito.

Tabla 5.9. Comparación de resultados

Concepto	Método tradicional	Elemento Finito	Diferencia
Esfuerzo estático	4.72* ton/m <sup>2</sup>	5.95 ton/m <sup>2</sup>	21.00%
Esfuerzo bajo la acción del sismo	7.84 * ton/m <sup>2</sup>	6.55 ton/m <sup>2</sup>	16.45 %
Momento sísmico	3,455 ton m	3,027 ton m	12.40%
Fuerza cortante	448 ton	372.30 ton	16.90%

\* valores calculados en 1985.

Como se observa en la tabla anterior, los valores obtenidos por el método de elemento finito son menores que los estimados por los métodos tradicionales, excepto en el caso del esfuerzo estático, esto debido a que no se utilizaron exactamente las mismas cargas en el análisis.

Es importante señalar que los resultados obtenidos por el método del elemento finito corroboran la existencia de la excentricidad de la carga, y la distribución asimétrica de esfuerzos, por lo que la capacidad de carga última estimada no es aceptable.

### CONCLUSIONES

1. El programa QUAKE/W permite obtener: diagramas de fuerzas cortantes y momentos flexionantes, determinación de factores de seguridad, desplazamientos y determinar el cambio en el estado de esfuerzos, por lo que permite obtener un eficiente diseño dinámico de una estructura geotécnica; sin embargo, la veracidad de los resultados son función directa de los parámetros del suelo asignados y de la capacidad de abstracción del ingeniero de un problema real a uno numérico.
2. Para evaluar la representividad de los resultados arrojados por el programa QUAKE/W, respecto a la solución analítica del problema en estudio, es necesario conocer que se trata de un programa basado en el análisis plano de deformaciones, que discretiza la región de interés mediante el uso del elemento finito; por lo cual el grado de refinamiento usado, en términos de malleo juega un papel importante.
3. Los resultados obtenidos mediante el método de elemento finito son inferiores en un rango de 5 a 12%, en comparación a los obtenidos mediante el Manual de Diseño de Obras Civiles, Diseño por Sismo, CFE (1993), por lo que los cálculos realizados con éste manual son adecuados para lograr diseños confiables.
4. No hay que olvidar que una de las labores más complicadas del ingeniero especialista en Mecánica de Suelos, es la modelación del comportamiento del suelo. Para lo cual se realizan ensayos de laboratorio y de campo; o se aplican correlaciones empíricas, como las mostradas en la tabla 3.4. Para el caso de arenas podemos observar que los resultados obtenidos por las diversas correlaciones son semejantes; no así para el caso de las arcillas ya que los resultados obtenidos por diferentes correlaciones presentan cambios significativos.

ANEXO 1  
ESFUERZOS EN UNA MASA DE SUELO

En un suelo real, es imposible estudiar las fuerzas existentes en cada punto de contacto. Es necesario emplear el concepto de esfuerzo.

**A.1.1 Concepto de esfuerzos en un sistema de partículas**

La figura A.1.1, muestra una pequeña celda de medición hipotética (elemento A) enterrada en una masa de suelo. Imaginemos que esta celda se ha colocado de tal forma que las partículas del suelo no se han desplazado. Los diagramas b y c, de la figura A.1.1, representan las caras horizontal y vertical del elemento A, y las partículas de suelo que cargan esas caras. Estas partículas ejercen fuerzas normales y tangenciales. Si cada cara es cuadrada, de largo,  $l$ , podemos definir los esfuerzos que actúan sobre la celda por

$$\sigma_v = \frac{N_v}{a^2} \quad \sigma_h = \frac{N_h}{a^2} \quad \tau_v = \frac{T_v}{a^2} \quad \tau_h = \frac{T_h}{a^2} \quad \dots(A.1.1)$$

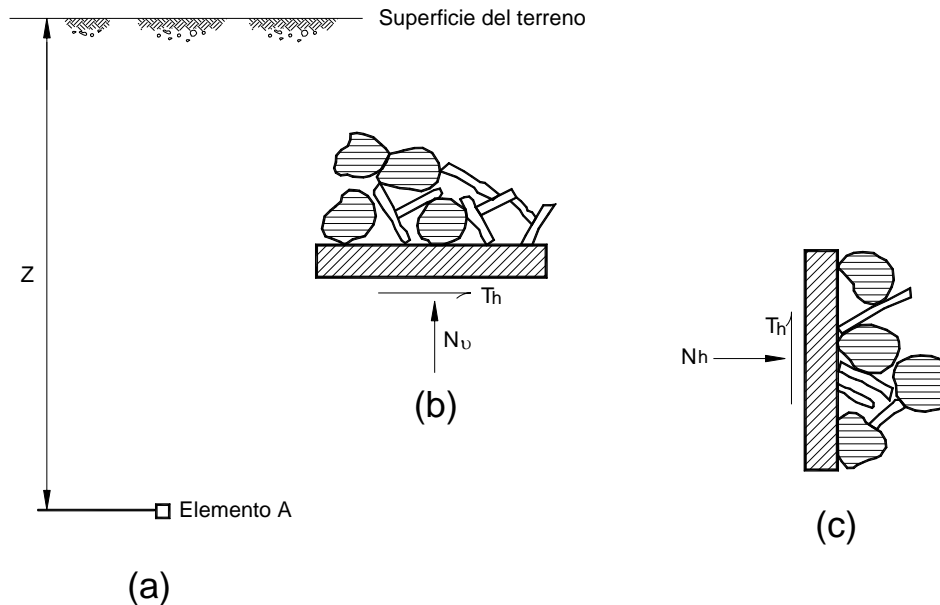


Figura A.1.1. Explicación del concepto de esfuerzo, a) Perfil del terreno, b) y c) fuerzas

Donde  $N_v$  y  $N_h$  representan respectivamente las fuerzas normales en direcciones vertical y horizontal;  $T_v$  y  $T_h$  son respectivamente las fuerzas tangenciales en direcciones verticales y horizontales; y  $\sigma_v$ ,  $\sigma_h$ ,  $\tau_v$  y  $\tau_h$  representan los esfuerzos correspondientes, se supondrá que la presión en la fase intersticial del suelo es nula. De aquí que las fuerzas son transmitidas a través del esqueleto mineral. En un suelo seco, el esfuerzo puede imaginarse como la fuerza existente en el esqueleto mineral por unidad de área de suelo, es bastante difícil medir con precisión los esfuerzos existentes en el interior de un suelo, podemos hacer pasar un plano imaginario a través del suelo, como se indica en la Figura A.1.2. Este plano atravesará los granos minerales y los espacios intersticiales.

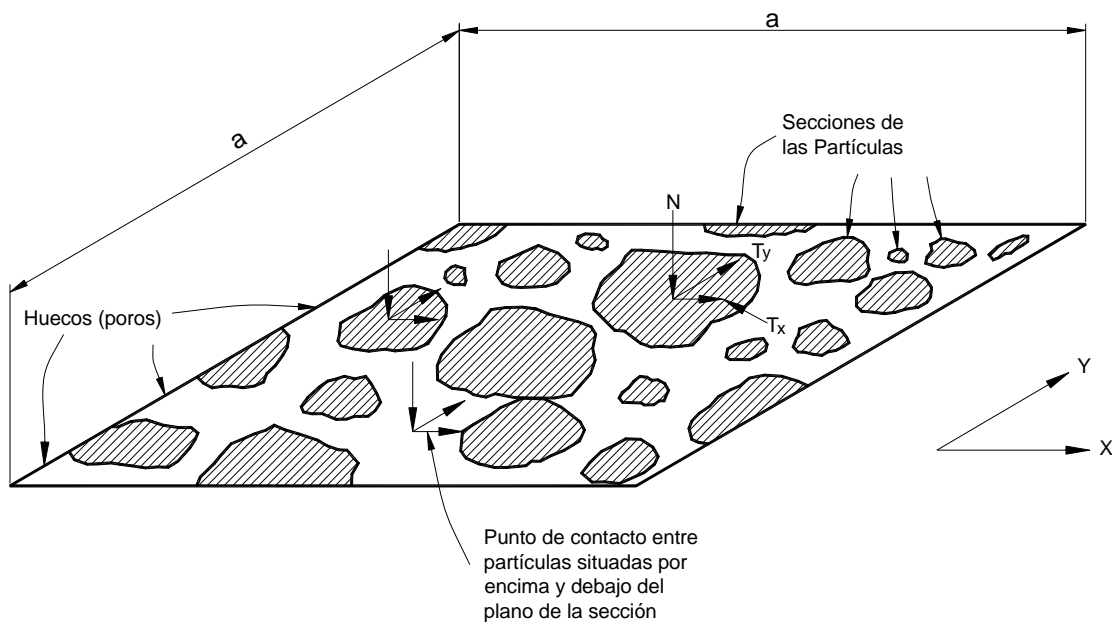


Figura A.1.2. Definición de los esfuerzos en un sistema de partículas

En cada punto en que el plano atraviesa materia mineral, la fuerza transmitida a través del esqueleto mineral puede descomponerse en fuerzas normales y tangenciales al plano. Las componentes tangenciales pueden a su vez descomponerse según un par de ejes coordenados. Estas diversas componentes se han presentado en la figura A.1.2.

La suma de las componentes normales al plano de todas las fuerzas, dividida por el área del plano es el esfuerzo normal  $\sigma$  que actúa sobre dicho plano. Análogamente, la suma de todos los componentes tangenciales sobre el plano en la dirección  $x$ , por ejemplo, dividida por el área de este plano es el esfuerzo tangencial o cortante  $\tau_x$  en la dirección  $x$ . El concepto de esfuerzo está estrechamente asociado con el medio continuo. Así pues, imaginamos las fuerzas que actúan sobre las caras de un cubo infinitamente pequeño compuesto de un cierto material homogéneo.

### **A.1.2 Esfuerzos geoestáticos**

Los esfuerzos en el interior de un suelo están producidos por las cargas exteriores aplicadas al mismo y por el peso del propio suelo. El sistema de esfuerzos debido a las cargas aplicadas suele ser bastante complicado. El sistema de esfuerzos correspondiente al peso propio del suelo también puede ser complicado. Sin embargo, existe un caso habitual en el que el peso del suelo da lugar a un sistema de esfuerzos muy sencillo: cuando la superficie del terreno es horizontal y cuando la naturaleza del suelo varía muy poco en dirección horizontal. Este caso se presenta frecuentemente, en especial en suelos sedimentarios, en tal caso, los esfuerzos se denominan geostáticos.

#### **Esfuerzos geostáticos verticales.**

El esfuerzo vertical geostático a cualquier profundidad puede calcularse simplemente considerando el peso de suelo por encima de dicha profundidad. Así pues, si el peso específico del suelo es constante con la profundidad

$$\sigma_v = \gamma_m z \dots (A.1.2)$$

En donde,  $z$  es la profundidad y  $\gamma_m$  es el peso específico total del suelo. En este caso, el esfuerzo vertical variará linealmente con la profundidad.

### **Esfuerzos geostáticos horizontales.**

La relación entre los esfuerzos horizontales y verticales se expresa por un coeficiente denominado coeficiente de esfuerzo lateral o de presión lateral y se designa por el símbolo  $K$ :

$$K = \frac{\sigma_h}{\sigma_v} \dots (A.1.3)$$

Frecuentemente tiene interés la magnitud del esfuerzo geostático horizontal en el caso especial en el que no se haya producido deformación lateral en el terreno. En este caso se habla del coeficiente de presión lateral en reposo y se designa por el símbolo  $k_0$ .

### **A.1.3 Esfuerzos producidos por cargas aplicadas**

Los resultados de la teoría de la elasticidad se emplean frecuentemente para calcular los esfuerzos producidos en una masa de suelo por las cargas externas. Esta teoría parte de la hipótesis de que el esfuerzo es proporcional la deformación. La mayoría de las soluciones más útiles de esta teoría suponen también que el suelo es homogéneo (sus propiedades no varían de un punto a otro) e isótropo (sus propiedades son las mismas cualquiera que sea la dirección que se considere a partir del punto).

El suelo rara vez se ajusta exactamente a estas hipótesis, y muy a menudo no las cumple en absoluto. Sin embargo, la Mecánica de Suelos no ha sido capaz de desarrollar sus propias soluciones más adaptadas a sus realidades, por lo cual resulta imprescindible recurrir aún a las teorías elásticas.

### ***El problema de Boussinesq.***

Los esfuerzos que una sola carga vertical concentrada actuante en la superficie horizontal de un medio semiinfinito, homogéneo, isótropo y linealmente elástico, induce en los puntos de cualquier vertical trazada en el medio, fueron calculados por vez primera por Boussinesq.

En la figura A.1.3,  $P$  representa la carga concentrada actuante según la vertical;  $(x, y, z)$  son las coordenadas del punto en que se calculan los esfuerzos, referidas a un sistema cartesiano ortogonal cuyo origen coincide con el punto de aplicación de  $P$ . Si  $r$  es la distancia radial de  $A'$  a  $O$  y  $\Psi$  el ángulo entre el vector posición de  $A$  ( $R$ ) y el eje  $Z$ , los esfuerzos en el punto  $A$  pueden escribirse.

$$\sigma_z = \frac{3P \cos^5 \Psi}{2\pi r^2} = \frac{3P z^3}{2\pi R^5} \dots (A.1.4)$$

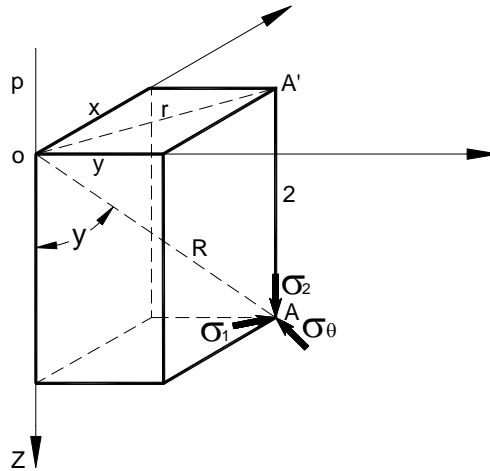


Figura A.1.3 Distribución de esfuerzos con carga lineal de longitud finita.

### **Extensión de la fórmula de Boussinesq a otras condiciones de carga comunes.**

Otras condiciones de carga muy comunes se presentan a continuación. En la figura A.1.4 aparece una carga lineal, uniformemente distribuida en la longitud  $y$ , de  $p$  unidades de carga, por unidad de longitud. El valor de  $\sigma_z$  en un punto de la masa bajo  $O$  puede obtenerse fácilmente con la expresión A.1.5

$$\sigma_z = \frac{p}{2\pi} \frac{yz^3}{(x^2 + z^2)^2} \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \left( \frac{1}{x^2 + y^2 + z^2} + \frac{2}{x^2 + z^2} \right) \dots (A.1.5)$$



La expresión A.1.5 puede ponerse en forma a dimensional introduciendo los parámetros

$$m_B = \frac{x}{z}, \quad n_B = \frac{y}{z}$$

En función de tales parámetros, la ecuación A.1.5 resulta

$$\sigma_z \frac{z}{p} = \frac{1}{2\pi} \frac{n_B}{(m_B^2 + 1)\sqrt{m_B^2 + n_B^2 + 1}} \left( \frac{1}{m_B^2 + n_B^2 + 1} + \frac{2}{m_B^2 + 1} \right) \dots (A.1.6)$$

Lo cual puede expresarse como

$$\sigma_z \frac{z}{p} = p_o \dots (A.1.7)$$

En donde  $p_o$  es el segundo miembro de la expresión A.1.7. El valor de  $p_o$  fue tabulado para diferentes valores de  $m_B$  y  $n_B$  por R. E. Fayum. Así, para encontrar el valor de un esfuerzo  $\sigma_z$ , en cualquier punto  $A$  debido a una carga lineal de longitud finita, basta medir las distancias  $x$  y  $y$ , tal como se definen en la figura A.1.4 y dividir estas distancias entre la profundidad  $z$  para obtener los valores de  $m_B$  y  $n_B$ .

$$\sigma_z = \frac{p}{z} p_o \dots (A.1.8)$$

Si se desea calcular el valor de  $\sigma_z$  bajo un punto  $0'$ , diferente de  $0$ , podría considerarse que la carga lineal tiene la longitud  $y + y'$  y proceder a calcular así el  $\sigma_z''$ ; después habrá de calcularse el esfuerzo correspondiente a una longitud  $y'$  ( $\sigma_z'''$ ). el  $\sigma_z'$  deseado será, evidentemente  $\sigma_z' = \sigma_z'' - \sigma_z'''$ . Si se usa la gráfica propuesta, el sistema coordenado ortogonal de referencia debe escogerse de modo que el eje  $y$  sea paralelo a la carga lineal y el eje  $x$ , normal a ella, por su extremo.

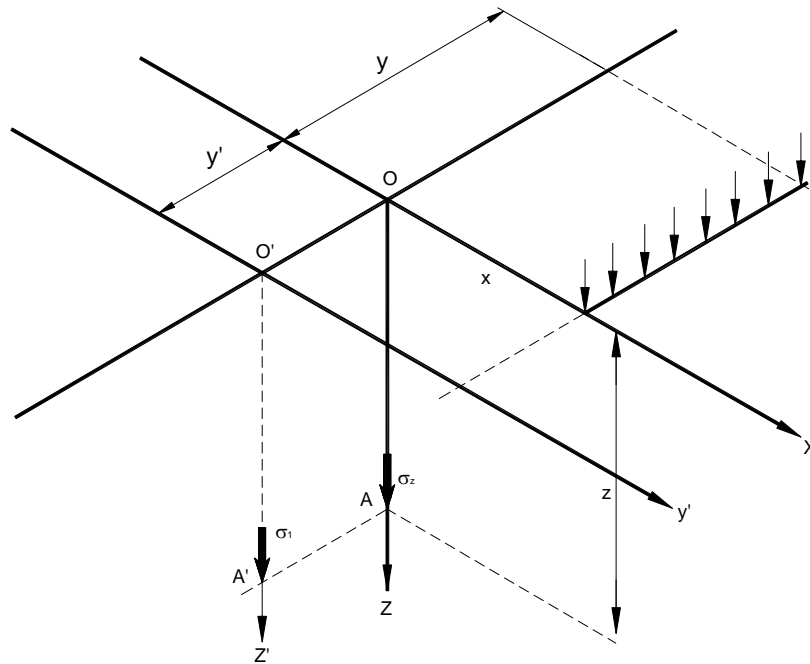


Figura A.1.4 Distribución de esfuerzos bajo una superficie rectangular uniformemente cargada.

Un caso especial de gran importancia práctica es el que corresponde al cálculo de esfuerzos a lo largo de una normal por el centro de un área circular uniformemente cargada ( $w$  = presión uniforme). El caso aparece en la figura A.1.5. El esfuerzo  $\sigma_z$  en cualquier punto de la vertical bajada por el centro del círculo cargado puede obtenerse integrando el área circular, como se describe a continuación.

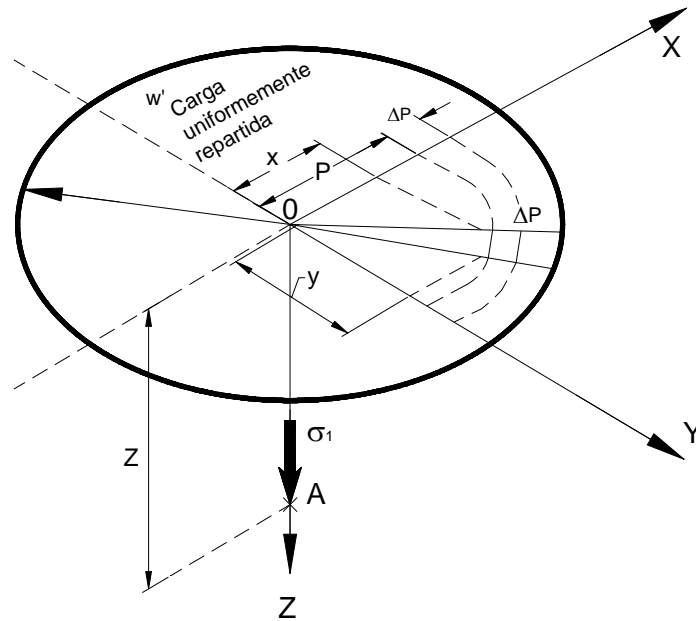


Figura A.1.5. Distribución de esfuerzos bajo el centro de una superficie circular uniforme cargada.

Definiendo un  $\Delta A$  cómo se muestra en la figura citada se tiene

$$\Delta A = p \Delta p \Delta \theta \dots (A.1.9)$$

En esa área obrará una carga  $\Delta P$

$$\Delta P = w p \Delta p \Delta \theta \dots (A.1.10)$$

Esa carga, se produce a una profundidad  $z$ , en un punto como él  $A$ , un esfuerzo vertical  $\Delta \sigma_z$ . El esfuerzo  $\sigma_z$  correspondiente a toda el área resultará de llevar a la expresión anterior al límite y de aplicar la definición usual de integral de superficie.

En muchos casos se han de cimentar estructuras sobre suelos comprensibles que contienen finos estratos de arena o limo alternados con otros de arcilla (arcillas finamente estratificadas). El Dr. A. Casagrande hizo notar que, en estos suelos, las láminas de arena o limo actúan como refuerzos del conjunto que restringen la deformación horizontal

# Evaluación de Modelos Geodinámicos

de la arcilla. H.M. Westergaard obtuvo una solución de este problema para el caso extremo en que las deformaciones horizontales fueran nulas.

Análogamente al caso de las soluciones obtenidas a partir de la de Boussinesq, se cuenta en la actual literatura con ecuaciones y gráficas que permiten extender la solución de Westergaard a otras condiciones de carga

## Algunas otras condiciones de carga con interés práctico.

L. Jürgenson presenta una solución más general, que permite calcular los esfuerzos verticales y los cortantes máximos en cualquier punto del medio semiinfinito. En la figura A.1.6, aparece una gráfica en que se vacía la solución antes mencionada.

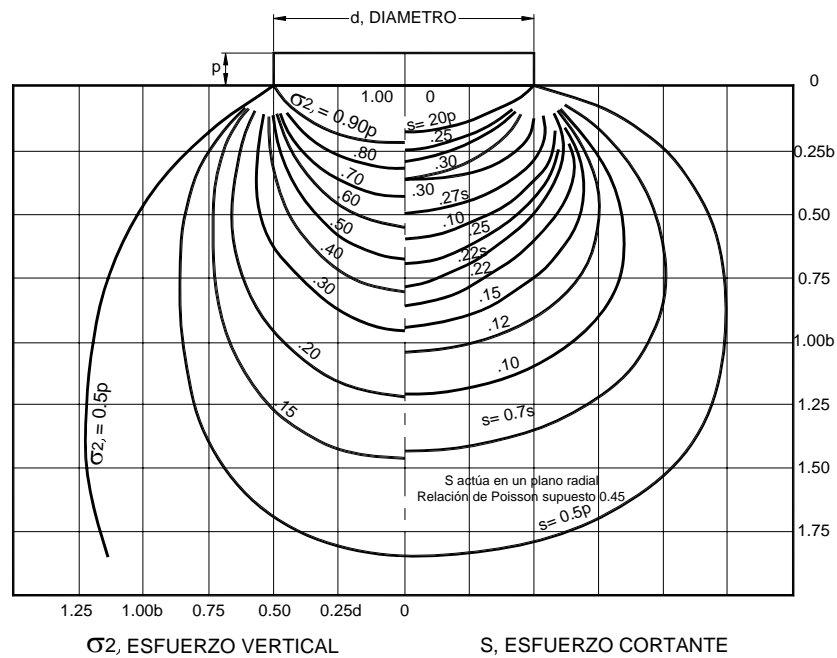


Figura A.1.6 Distribución de esfuerzos verticales y cortantes máximos bajo un área circular uniforme cargada.

## Carga rectangular de longitud infinita.

Este caso, figura A.1.7, ha sido resuelto por Terzaghi y Carothers, quienes dieron las fórmulas que proporcionan los distintos esfuerzos.

Estas fórmulas son

$$\sigma_z = \frac{P}{\pi} [\alpha + \text{sen } \alpha \cos 2\beta]$$

$$\sigma_x = \frac{P}{\pi} [\alpha - \text{sen } \alpha \cos 2\beta] \dots \text{(A.1.11)}$$

$$\tau_{xz} = \sigma_z = \frac{P}{\pi} \text{sen } \alpha \text{ sen } 2\beta$$

Los esfuerzos principales y el cortante máximo están dados por

$$\sigma_1 = \frac{P}{\pi} [\alpha + \text{sen } \alpha]$$

$$\sigma_3 = \frac{P}{\pi} [\alpha - \text{sen } \alpha] \dots \text{(A.1.12)}$$

$$\tau_{xz} = \sigma_z = \frac{P}{\pi} \text{sen } \alpha$$

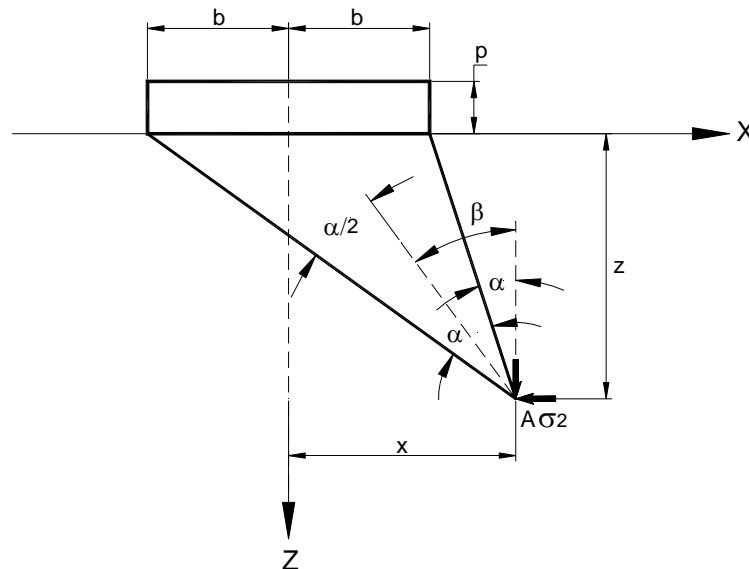


Figura A.1.7 Distribución de esfuerzos bajo una carga rectangular de longitud infinita.

## Evaluación de Modelos Geodinámicos

La dirección en que actúa el esfuerzo principal mayor,  $\sigma_1$ , es la de la bisectriz del ángulo  $\alpha$ . El esfuerzo  $\tau_{\text{máx.}}$  actúa, naturalmente, a  $45^\circ$  respecto a la anterior dirección. En la figura A.1.7 aparece una gráfica que da los valores de  $\sigma_z$  y de  $\tau_{\text{máx.}}$  en los distintos puntos del medio semiinfinito.

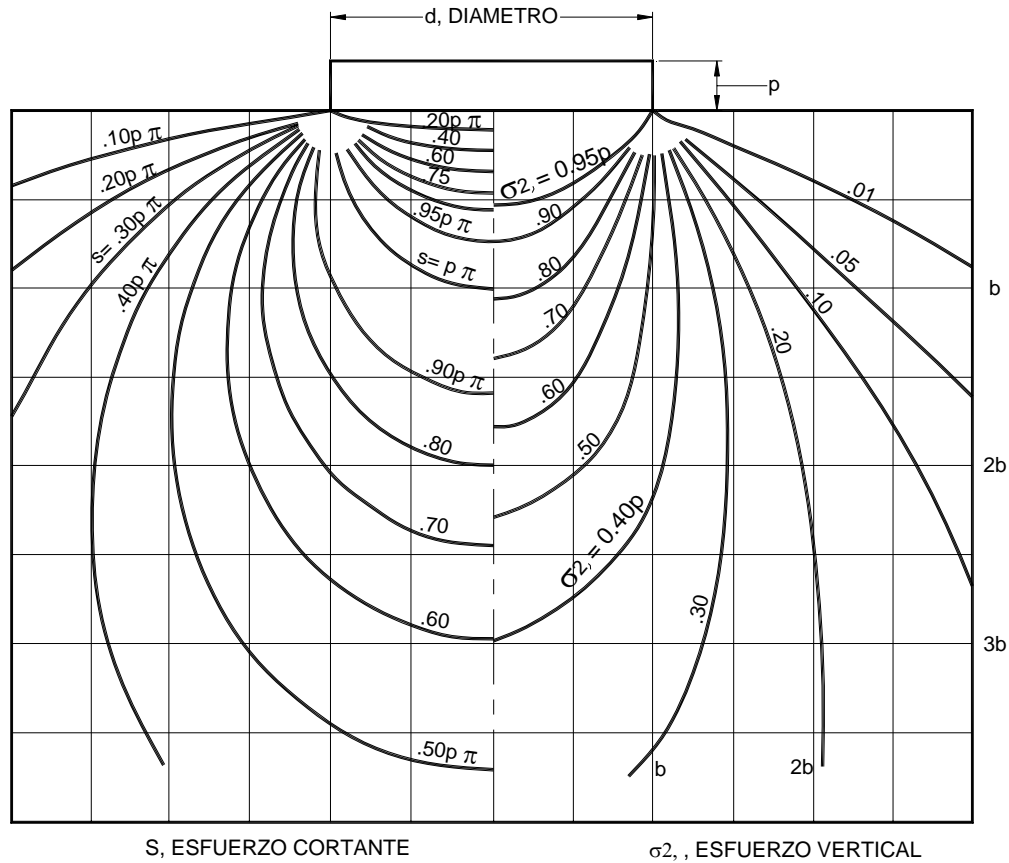


Figura A.1.7. Distribución de esfuerzos verticales y cortantes máximos bajo una carga rectangular de longitud infinita.

### Carga triangular de longitud infinita. (Triángulo isósceles)

La solución para este caso fue propuesta por Carithers y se refiere a la fig. II-8

$$\sigma_z = \frac{p}{\pi} \left[ \alpha_1 + \alpha_2 + \frac{x}{b} (\alpha_1 - \alpha_2) \right]$$

$$\sigma_x = \frac{p}{\pi} \left[ \alpha_1 + \alpha_2 + \frac{x}{b} (\alpha_1 - \alpha_2) - \frac{2z}{b} \ln \frac{r_1 r_2}{r_0^2} \right] \dots (A.1.13)$$

$$\tau_{xz} = \frac{p}{\pi} \frac{z}{b} (\alpha_1 - \alpha_2)$$

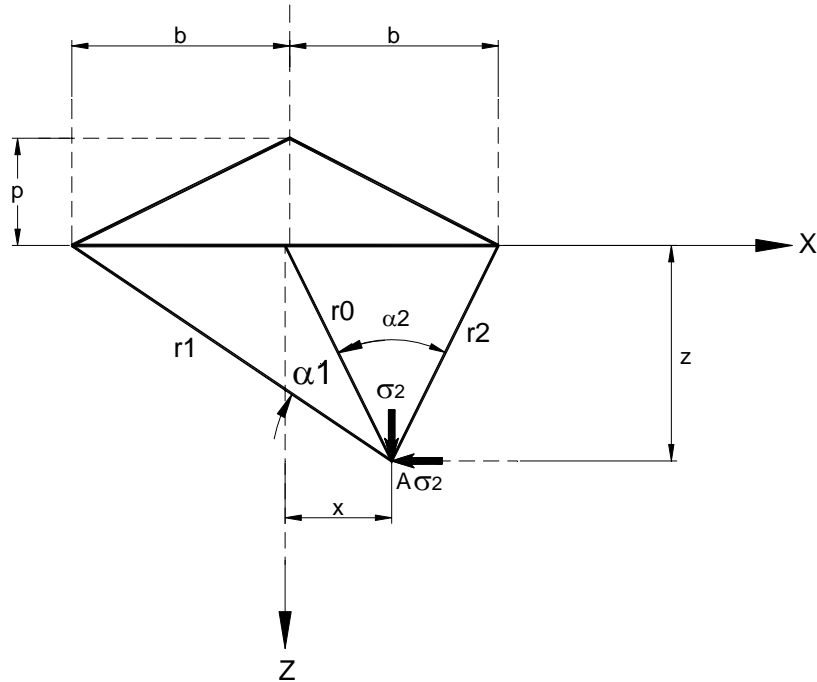


Figura A.1.8. Distribución de esfuerzos bajo una carga triangular de longitud infinita.

En la figura A.1.9 aparece la solución gráfica de las ecuaciones anteriores para los valores de  $\sigma_z$  y  $\tau_{\text{máx}}$ . Este caso reviste importancia práctica especial por su aplicación a presas de tierra.

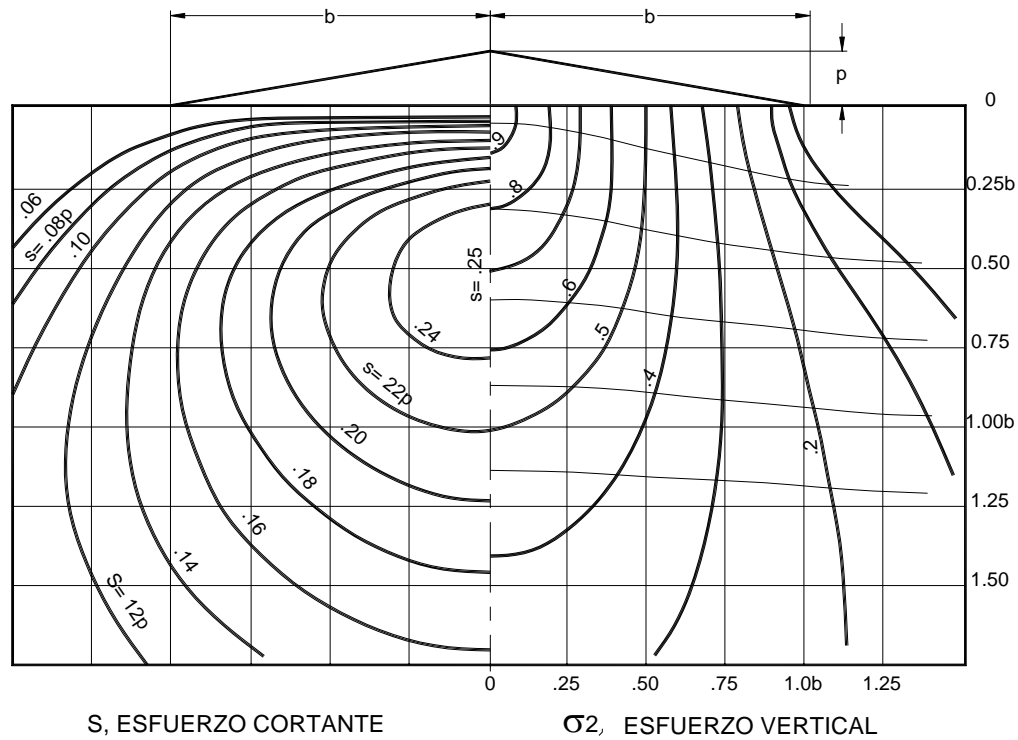


Figura A.1.9 Distribución de esfuerzos verticales y cortantes máximos bajo una carga triangular de longitud infinita.

***Integración de las superficies de Boussinesq, Westergaard y Frölich, sobre superficies poligonales de cualquier forma, cargadas con fuerzas verticales uniformemente repartidas.***

Las ecuaciones más usadas para resolver el esfuerzo producido por una fuerza concentrada vertical aplicada en la superficie del suelo son las de Boussinesq, Westergaard y Frölich.

Para obtener el esfuerzo producido por un área con carga vertical uniforme, se necesario integrar las soluciones obtenidas para una fuerza concentrada.

Existen soluciones exactas para la esquina de áreas rectangulares y soluciones aproximadas para áreas de cualquier forma, como las sugeridas por Poulos que utiliza en llamado método del sector o las famosas cartas de Newmark.

No existe una solución exacta para un polígono de forma cualquiera, con carga uniforme vertical. Este es el tema de este trabajo.



## Integración de Polígonos de forma cualquiera

Considerando el polígono de la figura A.1.10, se desea obtener el esfuerzo  $\sigma_z$  en un punto que se encuentra a una profundidad  $z$  bajo el punto "O".

Si conocemos la integral de  $\sigma_z$  sobre un triángulo de forma cualquiera, para un punto situado a una profundidad  $z$ , bajo uno de sus vértices, podemos conocer la integral sobre el polígono, ya que será la suma algebraica de las contribuciones de cada uno de los triángulos.

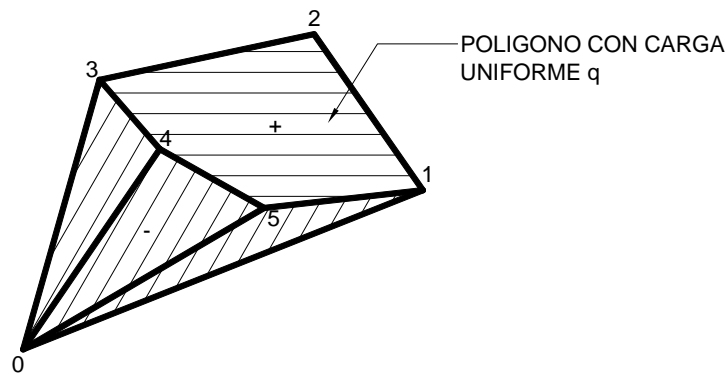


Figura A.1.10. Polígono con carga uniforme  $q$ .

Obsérvese que la numeración de los nodos debe seguir el sentido antihorario.

A continuación se describen las 10 etapas previas de cálculo para obtener la contribución de cada triángulo (Ver figura A.1.11).

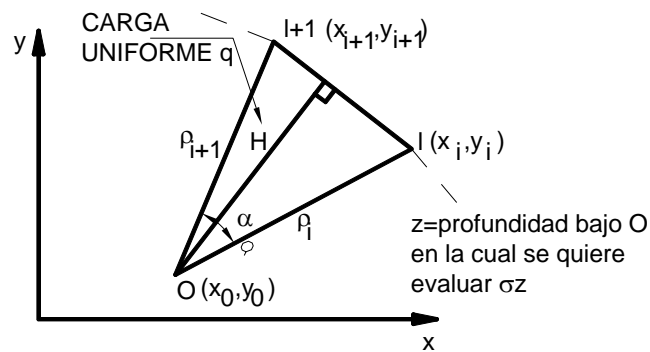
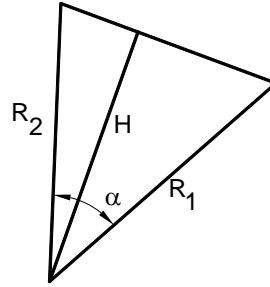
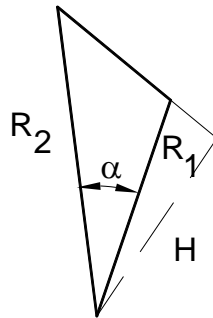


Figura A.1.11. Polígono con carga uniforme  $q$

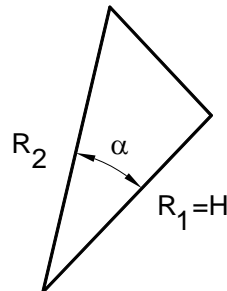
1.  $x'_j = x_j - x_0; y'_j = y_j - y_0$  ( $j = i, i+1$ )
2.  $F = x'_i y'_{i+1} - x'_{i+1} y'_i$  (El valor absoluto de F es el doble del área)
  - a) Si  $F = 0$ , se trata de un triángulo de área nula, que no contribuye a la integración.
  - b) Si  $F > 0$  entonces:  $S=+1$  (el triángulo contribuye positivamente a la integral).
  - c) Si  $F < 0$  entonces:  $S=-1$  (contribución negativa del triángulo).
3.  $C = x'_i x'_{i+1} - y'_i y'_{i+1}$
4.  $\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{|F|}{C}\right)$ 
  - a) Si  $C = 0$ , entonces  $\alpha = \pi/2$
  - b) Si  $C > 0$ , entonces  $0 < \alpha < \pi/2$
  - c) Si  $C < 0$ , entonces  $\pi/2 < \alpha < \pi$
5.  $\rho_j = \sqrt{x_j'^2 + y_j'^2}$ , ( $j = i, i+1$ )
6.  $L = \sqrt{(x'_{i+1} - x'_i)^2 + (y'_{i+1} - y'_i)^2}$
7.  $H = \frac{\pi(\pi + 1)\text{sen } \alpha}{L}$ , altura del triángulo
8.  $A = z / H$
9. a)  $R_1 = \text{Menor } (\rho'_i, \rho'_{i+1})$   
b)  $R_2 = \text{Mayor } (\rho'_i, \rho'_{i+1})$   
Evidentemente que:  $R_1 \leq R_2$
10.  $D = R_1 - R_2 \cos \alpha$ 
  - a) Si  $D > 0$ , entonces  $S' = +1$  (Contribución positiva de  $R_1$ )



b) Si  $D < 0$ , entonces  $S' = -1$  (Contribución negativa de  $R_1$ )



c) Si  $D = 0$ , entonces  $S' = 0$  ( $R_1 = H$ )



## Integración sobre un triángulo cualquiera

Una vez ejecutadas las diez etapas previas de cálculo, se aplican las siguientes fórmulas, según la ecuación básica que se haya usado; la notación es la misma para todas las fórmulas:

$$A = z / H$$

$$R_i = R_i / z, (i = 1, 2)$$

$$q_i = R_i / H, (i = 1, 2)$$

## 1. Ecuación de Boussinesq

$$\sigma_z = \frac{Sq}{2\pi} \left\{ \alpha - S' \tan^{-1}(B_1) - \tan^{-1}(B_2) + \frac{(S'B_1 + B_2)}{(A^2 + 1)} \right\}$$

donde

$$B_i = \sqrt{\frac{q_i^2 - 1}{r_i^2 + 1}}, \quad (i = 1, 2)$$

## 2. Ecuación de Westergard

$$\sigma_z = \frac{Sq}{2\pi} \{ \alpha - S' \tan^{-1}(W_1) - \tan^{-1}(W_2) \}$$

$$W_i = k \sqrt{\frac{q_i^2 - 1}{k^2 + r_i^2}}, \quad (i = 1, 2)$$

k = constante

## 3. Ecuación de Frölich

a)  $\chi = 2$

$$\sigma_z = \frac{Sq}{2\pi} \left( \frac{1}{\sqrt{A^2 + 1}} \right) \left\{ S' \tan^{-1} \left( \frac{E_1}{\sqrt{A^2 + 1}} \right) + \tan^{-1} \left( \frac{E_2}{\sqrt{A^2 + 1}} \right) \right\}$$

b)  $\chi = 4$

$$\sigma_z = \frac{Sq}{2\pi} \left( \frac{1}{\sqrt{A^2 + 1}} \right) \{ S' G_1 + G_2 \}$$

donde

$$G_i = \left( \frac{3A^2 + 2}{\sqrt{A^2 + 1}} \right) \tan^{-1} \left( \frac{\sqrt{q_i^2 - 1}}{\sqrt{A^2 + 1}} \right) + \frac{\sqrt{q_i^2 - 1}}{r_i^2 + 1}, \quad (i = 1, 2)$$

## A.1.4 Esfuerzos principales y círculo de Mohr

Como en cualquier otro material, el esfuerzo normal en un punto situado en el interior de una masa de suelo suele ser una función de la orientación del plano elegido para definir dicho esfuerzo. Carece de significado hablar del esfuerzo normal o del esfuerzo tangencial en un punto. Por esta razón generalmente se añaden subíndices a los símbolos  $\sigma$  y  $\tau$  para especificar la forma en que se definen estos esfuerzos. Con la mayor generalidad, por supuesto, deberíamos hablar del tensor de esfuerzos que proporciona una descripción completa del estado de esfuerzos en un punto.

### Esfuerzos principales.

En cualquier punto sometido a esfuerzos existen 3 planos ortogonales (es decir, perpendiculares entre sí) en los cuales los esfuerzos tangenciales son nulos. Estos planos se denominan planos principales. Los esfuerzos normales que actúan sobre estos tres planos se denominan esfuerzos principales. El más grande estos esfuerzos principales se denomina esfuerzo principal mayor  $\sigma_1$ ; el más pequeño es el esfuerzo principal menor  $\sigma_3$  y el tercero es el esfuerzo principal intermedio  $\sigma_2$ .

### Círculo de Mohr.

El estado de esfuerzos en el plano correspondiente a los esfuerzos principales mayor y menor,  $\sigma_1$  y  $\sigma_3$ . Los esfuerzos se consideran positivos cuando sean de compresión. La magnitud  $(\sigma_1 - \sigma_3)$  se denomina esfuerzo desviador o diferencia de esfuerzos. Cualquier punto del círculo, como el A de la figura 10 a, representa los esfuerzos sobre un plano cuya normal forma de ángulo  $\theta$  con la dirección del esfuerzo principal mayor. Esta representación gráfica del estado de esfuerzos se conoce como círculo de Mohr.

## A.1.5 Diagramas p-q

En muchos problemas conviene representar, sobre un diagrama único, muchos estados de esfuerzos para una determinada muestra de suelo. Otro método para dibujar el estado

de esfuerzos puede ser adoptar un punto representativo de los esfuerzos cuyas coordenadas son

$$p = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}$$

+Si  $\sigma_1$  forma un ángulo igual o menor de  $\pm 45^\circ$  con la vertical.

$$q = \pm \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$$

- Si  $\sigma_1$  forma un ángulo menor de  $\pm$  de  $45^\circ$  con la horizontal.

En la mayoría de los casos en los que se utiliza la representación puntual, los esfuerzos principales actúan sobre planos verticales y horizontales. En este caso la ecuación (8.8) se reduce a

$$p = \frac{\sigma_v + \sigma_h}{2}, \quad q = \frac{\sigma_v - \sigma_h}{2} \quad \dots(A.1.14)$$

Numéricamente,  $q$  equivale a la mitad del esfuerzo desviador. Conociendo los valores de  $p-q$  para un cierto estado de esfuerzos, se posee toda la información necesaria para dibujar el círculo de Mohr correspondiente. Sin embargo, el empleo de un diagrama  $p-q$  no exime de utilizar el círculo de Mohr para determinar la magnitud de los esfuerzos principales a partir de un determinado estado de esfuerzos.

### A.1.6 Trayectoria de esfuerzos

Frecuentemente se desea representar los sucesivos estados de esfuerzos que existen en una muestra de suelo al cargarla. Una forma de hacer esto es trazar una serie de círculo de Mohr. Sin embargo, un diagrama con muchos círculo puede resultar bastante confuso. Un método más satisfactorio consiste en representar una serie de puntos ( $p-q$ ) uniéndolos mediante una curva (Figura A.1.12b). Esta línea se denomina trayectoria de

esfuerzos, un trayectoria de esfuerzos proporciona una representación continua de sucesivos estados de esfuerzos

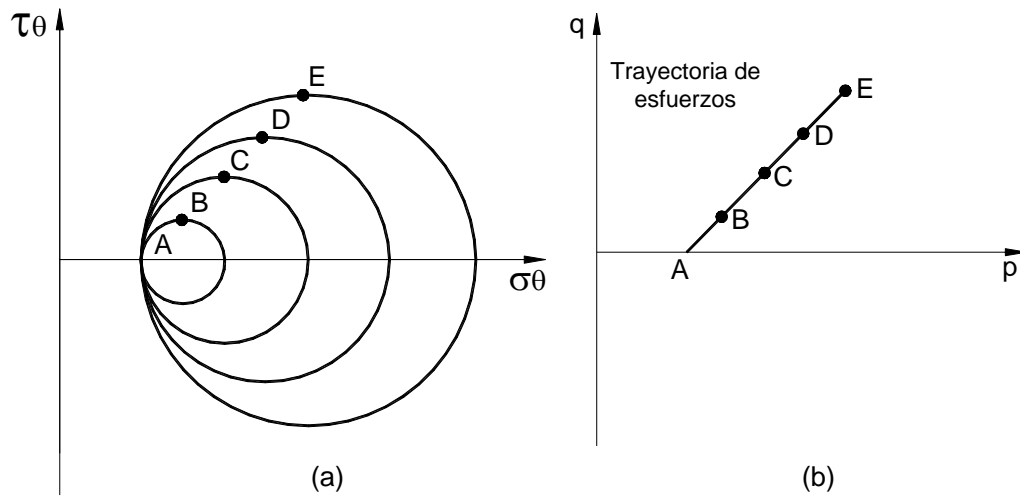


Figura A.1.12. Representación de sucesivos estados de esfuerzos al aumentar  $\sigma_1$  manteniendo constante  $\sigma_3$ . Los puntos A,B, etc., representan idénticos estados en ambos diagramas. a) Círculos de Mohr. b) Diagrama p-q.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. Delfoss, Djeran, Cabrillac. "SHEAR MODULOS AND DAMPING RATIO OF GROUTED SAND". SOIL DYNAMICS AND EARTHQUAKE ENGINEERING. Febrero 2004 (461-471).
2. Jaime Paredes. "COMPORTAMIENTO DINÁMICO DE SUELOS". X Reunión Nacional de Mecánica de Suelos, Morelia, México, 1980. Pp 92-168
3. Ovando-Shelley, Ossa, Romo. "THE SINKING OF MEXICO CITY: ITS EFFECTS ON SOIL PROPERTIES AND SEISMIC RESPONSE". SOIL DYNAMICS AND EARTHQUAKE ENGINEERING. No.27 pp 333-343.
4. Lo Presti, Jamiolkowski, et al. "SHEAR MODULUS AND DAMPING OF SOILS". GEOTECHNIQUE 47, No. 3 pp. 603-617.
5. Shibuya, Hwang & Mitachi, "ELASTIC SHEAR MODULUS OF SOFT CLAYS FROM SHEAR WAVE VELOCITY MEASUREMENT". GEOTECHNIQUE 47, No. 3 pp. 593-601.
6. Hardin y Kalinski. "ESTIMATING THE SHEAR MODULUS OF GRAVELLY SOILS". JOURNAL OF GEOTECHNICAL AND GEOENVIRONMENTAL ENGINEERING, ASCE. July 2005 (867-875).
7. Richard, Hall, Woods. "VIBRATIONS OF SOILS AND FOUNDATIONS". Prentice Hall, USA, 1970.
8. Kramer, Steven. "GEOTECHNICAL EARTHQUAKE ENGINEERING". Ed. Prentice Hall. USA 1996.
9. Alberto Jaime, Mario Jasso, Carlos Soto. "INCLINACIÓN DE UN EDIFICIO DE LA CIUDAD DE MÉXICO PROVOCADA POR LOS SISMOS DE SEPTIEMBRE, 1985". Memorias del Simposio Los sismos del 1985: Casos de Mecánica de Suelos. Sociedad Mexicana de Mecánica de Suelos. Septiembre, 1986. pp 359-365.



10. Lambe, Whitman. “MECÁNICA DE SUELOS”. Ed. Limusa. 1era edición, México 1991. pp 111.121.
11. Juárez, Rico. “MECÁNICA DE SUELOS, TOMO II”. Ed. Limusa, 2da edición, México 1996. pp 19-26.
12. Seed. “INFLUENCIA DE LAS CONDICIONES LOCALES DEL SUELO EN MOVIMIENTOS DEL TERRENO Y EN DAÑOS A EDIFICIOS DURANTE SISMOS”. Octava conferencia Nabor Carrillo. Sociedad Mexicana de Mecánica de Suelos. Noviembre 22, 1986.
13. Deméneghi, Puebla, Sanguines. “ANÁLISIS Y DISEÑO DE CIMENTACIONES”. Apuntes de la Facultad de Ingeniería, Tomo I. 2003. pp IV 74-75.
14. National Bureau of Standards. “TENTATIVE FOR THE DEVELOPMENT OF SEISMIC REGULATION FOR BUILDINGS”. Applied Technology Council (ATC-3), NBS SP-510. Washington, USA. 1978.
15. Terzaghi, Peck, Mesri. “SOIL MECHANICS IN ENGINEERING PRACTICE”. Ed. Wiley Intersciencie, tercera edición. USA. 1995. pp 243-246.
16. Varios. “Manual de Obras Civiles, Diseño por Sismo”. Comisión Federal de Electricidad 1993