



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA
DE MEXICO

POSGRADO EN CIENCIAS FÍSICAS

**“COMPRESIÓN DE PULSOS ULTRACORTOS
USANDO PRISMAS”**

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE
MAESTRA EN CIENCIAS (FÍSICA)

P R E S E N T A :

CRISTTEL YOLOXOCHITL RAMÍREZ CORRAL

DIRECTORA DE TESIS: DRA. MARTHA ROSETE AGUILAR

COMITE TUTORAL: DR. NEIL CHARLES BRUCE DAVIDSON
DR. JESÚS GARDUÑO MEJÍA



posgrado en ciencias físicas
u n a m

MÉXICO, D.F.

2008



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Agradecimientos

Agradezco a la UNAM por permitirme formar parte de la mejor universidad de México y darme el conocimiento necesario para alcanzar mis metas.

Agradezco al CONACYT por el apoyo económico que me brindo para realizar mis estudios de maestría.

A mi comité tutorial: Dra. Martha Rosete Aguilar, Dr. Neil Bruce Davidson y el Dr. Jesús Garduño Mejía por guiarme y apoyarme en mis materias y en este proyecto de tesis, el cual pude mostrar en un congreso internacional.

A mis sinodales: Dra. Rocío Jáuregui Renaud, Dr. Luis Fernando Magaña Solís y Dr. Miguel García por revisar y mejorar mi trabajo de tesis con sus conocimientos.

A mis padres y mis hermanos quienes siempre están conmigo no importando la distancia que nos separe.

A mis amigas Laura y Leonor que me ayudaron y han estado conmigo desde el momento en que decidí estudiar la maestría.

A mis amigos de la UNAM y los que están lejos y aun así me han apoyado todo este tiempo (Kike, Cesar, Meche, Nacho, Vasthi, Jonathan, Selene, Julio, Hugo). Y a mis compañeros del equipo de atletismo que siempre me dan ánimo para seguir adelante (Miguel, Paola, Chucho, Jorge, Diana, Anaid).

Índice

RESUMEN	2
INTRODUCCIÓN	3
1. TEORÍA DE PULSOS	6
1.1 CARACTERÍSTICAS DE LOS PULSOS	6
1.2 VELOCIDAD E ÍNDICE DE GRUPO	8
1.3 PULSOS CON CHIRP	13
1.4 GENERACIÓN DE PULSOS	16
1.4.1 Q-switching	17
1.4.2 Gain-switching	18
1.4.3 Mode-locking	19
1.5 COMPRESIÓN DE PULSOS	24
1.5.1 El efecto Kerr	25
1.5.2 Self Mode-locking	27
2. DISPERSIÓN ANGULAR	29
2.1 DISPERSIÓN DE LA VELOCIDAD DE GRUPO GVD	35
3. COMPRESIÓN DE PULSOS	58
3.1 CALCULO DEL GVD PARA UN PRISMA RECTANGULAR	58
3.2 COMPRESIÓN DE PULSOS EN PARES DE PRISMAS	67
3.3 COMPRESIÓN DE PULSOS POR UN PAR DE PRISMAS RECTANGULARES	73
3.4 COMPRESIÓN DE PULSOS POR PRISMAS ISÓSCELES	77
3.5 COMPRESIÓN DE PULSOS CON CHIRP	83
CONCLUSIONES	87
REFERENCIAS	89
APENDICE A	91

Resumen

Los elementos dispersivos como los prismas, pueden modificar las características temporales de los pulsos ultracortos. En los prismas, el principal efecto que modifica sus características temporales es la dispersión de la velocidad de grupo (GVD), la cual puede ser interpretada como resultado de la dispersión angular de cada una de las ondas electromagnéticas que componen el pulso y la dispersión de la velocidad de grupo introducida por el tipo de vidrio del que están hechos los prismas. En este trabajo se presenta un modelo para la compresión de pulsos ultracortos usando un arreglo de prismas, dicha compresión dependerá de la cantidad de chirp del pulso que incide en el arreglo. El término chirp se refiere a la variación de la frecuencia con el tiempo de la onda portadora. El modelo muestra como obtener una buena configuración para comprimir pulsos dependiendo del material de los prismas. Con ayuda de este modelo se presentan dos casos: el primero usando solo un prisma y en el segundo se muestran ejemplos de arreglos de dos tipos de prismas para comprimir pulsos usando diferentes clases de vidrios como son: SF10, SF14 Cuarzo y Silica Fundida, para los cuales se muestran arreglos de prismas rectos y de prismas isósceles, los cuales están diseñados al ángulo de Brewster.

En el modelo que se presenta se utiliza el número de onda k en su forma finita y aproximada, es decir en una expansión en serie de Taylor. Para el caso aproximado se obtiene la segunda derivada de la fase con respecto a la frecuencia para comprimir los pulsos. Comparando ambos casos se observa que la segunda derivada da una buena aproximación para pulsos con una duración mayor a 30 femtosegundos en materiales de alta dispersión como el SF14 y el SF10, y con una duración mayor a 15 femtosegundos en materiales de baja dispersión como la Silica Fundida y el cuarzo. En ambos casos para pulsos de duración mas corta es necesario utilizar la derivada de tercer orden. Además para el caso donde se utiliza un prisma se muestra que para lograr la compresión de un pulso limitado por ancho de banda, la superficie de referencia debe ser una curva.

Introducción

El pulso ultracorto es un paquete de energía láser con una duración extremadamente corta (menor a 200 femtosegundos). De hecho, su duración es tan pequeña que no existe ningún otro fenómeno generado por el ser humano que lo supere. Está claro que si con un simple osciloscopio, también fabricado por el hombre, pudiéramos medirlos directamente, entonces significaría que los pulsos no son realmente tan cortos.

Ha habido un gran progreso en los últimos tiempos en la generación de pulsos ultracortos. Desde que se generaron los primeros pulsos hasta nuestros días la duración de estos no se ha podido determinar por medio de métodos electrónicos, aunque parezca absurdo, los pulsos en estos tiempos son generados y medidos por medio de los mismos. Es por esto que se han desarrollado varios métodos para poder generar pulsos mas cortos a longitudes de onda desde el ultravioleta hasta el infrarrojo [1].

Los pulsos mas cortos, es decir de menor duración, se han obtenido por medio de una técnica basada en un efecto no lineal [2], el cual produce modulación de fase en conjunto con ensanchamiento espectral. Dentro de la cavidad de un laser se produce modulación de fase, generándose un barrido de frecuencias o chirp. La automodulación de fase (chirp) y dispersión sufrida por el paso en el medio es compensada al pasar por un aparato compresor del tipo dispersivo que no cambia el contenido espectral de la luz transmitida, entonces se logra comprimir los pulsos, los cuales tienen una duración del orden del inverso del ancho de banda.

Este tipo de técnicas dispersivas de compresión de pulsos son una herramienta practica para producir pulsos con anchos temporales mínimos en gran variedad de longitudes de onda y para distintas aplicaciones [3]. Es por eso que la compresión de pulsos se ha comercializado en las ultimas décadas.

Algunas de las aplicaciones en las que se utilizan los pulsos ultracortos son, por ejemplo, investigaciones espectroscópicas de procesos físicos, químicos y biológicos, el decaimiento de vibraciones moleculares, procesos de relajación electrónica en moléculas y sólidos, transferencia de carga, isomerización, además la tecnología de femtosegundos hace posible la manipulación de procesos fotofísicos y fotoquímicos, entre los que se encuentran las transiciones de fase. Esta tecnología también permite modular aparatos electrónicos y optoelectrónicos, y su respuesta se puede medir con una resolución muy alta.

El propósito de cada aplicación, determina los valores deseados de los parámetros del pulso que se van a aplicar, como la longitud de onda, duración del pulso, forma y modulación de la frecuencia. La compensación del chirp junto con la modificación de la forma del pulso y la compresión del mismo son aplicados dentro y fuera de la cavidad para obtener distintos requerimientos.

La alta intensidad de los pulsos también los hace ideales para la ablación de materiales con una precisión de menos de una micra. Si los pulsos son demasiado largos, la región de interacción (enfoque) se verá fuertemente afectada debido a la conducción del calor. Para evitar precisamente esto se utilizan pulsos de duración ultracorta.

Pero no sólo la intensidad y duración de los pulsos es importante en la interacción de la luz con la materia sino también la cantidad de chirp. Por ejemplo, se ha demostrado que es posible seleccionar el estado cuántico de una molécula utilizando pulsos con chirp positivo, o bien negativo [4]. De aquí la necesidad de conocer exactamente tanto la intensidad temporal y espectral como la fase del pulso.

Como ya se mencionó antes, la compresión de pulsos se logra por varias técnicas, en una de las cuales se envía un pulso por una muestra óptica lineal que compensa la modulación de fase mientras que el ancho de banda permanece constante. Existen varios elementos ópticos que se usan para compensar la modulación de fase para comprimir pulsos, los que

se usan comúnmente son las rejillas o los prismas. En esta tesis nos enfocaremos principalmente a la compresión de pulsos usando arreglos de prismas.

Sin embargo, para poder estudiar la compresión con prismas es necesario conocer primero las propiedades dispersivas de los prismas, ya que con estas propiedades es que se logra la modulación de fase para comprimir los pulsos. Las dos propiedades más importantes en este proceso son la dispersión angular de cada onda que forma el pulso en cada interfase, y la dispersión de la velocidad de grupo o GVD dentro del material.

En esta tesis se muestra un análisis de la dispersión angular y del GVD en una interfase, en un prisma y en un arreglo de prismas, para diferentes tipos de materiales, es decir, para vidrios altamente dispersivos y para vidrios de baja dispersión. Además se muestra un modelo teórico con ejemplos numéricos para la compresión de pulsos sin chirp en arreglos de dos tipos de prismas (rectos e isósceles) y se muestran los esquemas a escala de los mismos. Por último se muestra la compresión de pulsos con chirp en los arreglos anteriores.

Capítulo 1

Teoría de pulsos

El objetivo de este capítulo es conocer lo que es un pulso, además de sus características y el método para generarlos. Se introducirán los conceptos de pulso con chirp, velocidad e índice de grupo. La última sección hace referencia a las técnicas utilizadas para generar pulsos entre las que se encuentran la técnica mode-locking o amarre de modos con la que se generan los pulsos ultracortos.

1.1 Características de los pulsos

A diferencia de lo que ocurre en el funcionamiento usual de un láser, donde se tiene una onda continua de luz casi monocromática, los láseres de pulsos ultracortos generan una secuencia de pulsos con un ancho de banda asociado de algunos nanómetros. Esto significa un ancho de banda enorme, teniendo en cuenta que estamos tratando con frecuencias ópticas. Si además suponemos que la duración de cada uno de ellos es del orden de femtosegundos (10^{-15} seg), entonces la potencia pico de cada pulso será del orden de cien mil veces la potencia media a la salida del láser.

Por esto es necesario que conozcamos mejor sus características y cómo se generan. Los pulsos ultracortos son paquetes de ondas electromagnéticas, y por ello están bien definidos por el campo eléctrico en el espacio y tiempo. Entonces el pulso puede ser caracterizado por cantidades relacionadas con el campo eléctrico. El campo eléctrico asociado a un pulso ultracorto se puede expresar matemáticamente como

$$E(t) = E_0(t)e^{i\varphi(t)}e^{i\omega_0 t} \quad (1.1)$$

donde $E_0(t)$ representa la envolvente del campo eléctrico, $\varphi(t)$ la variación de fase a lo largo del pulso y ω_0 la frecuencia portadora. La envolvente de los pulsos con los que vamos a trabajar a lo largo de esta tesis se puede escribir por su parte real, resultando

$$E_0(t) = E_0 \cos(-2\omega t) \quad (1.2)$$

donde E_0 es la amplitud real del campo eléctrico.

Entonces la forma o perfil de intensidad del pulso (Figura 1.1) se obtiene directamente a partir de

$$I(t) \propto |E_0(t)|^2 \quad (1.3)$$

Ahora podemos definir la duración del pulso τ_p , como el grosor total a la mitad del máximo (Full Width at Half Maximum, FWHM) del perfil de la intensidad [5].

$$\tau_p = \left(\frac{2\ell n 2}{\alpha} \right)^{1/2} \quad (1.4)$$

Donde α es una constante. Como los pulsos tienen forma de pico pueden ser modelados por una secante hiperbólica, por una gaussiana o por otros perfiles. La figura 1.1 muestra un ejemplo de uno de estos pulsos, comparado con el perfil de intensidad de un pulso gaussiano de la misma duración.

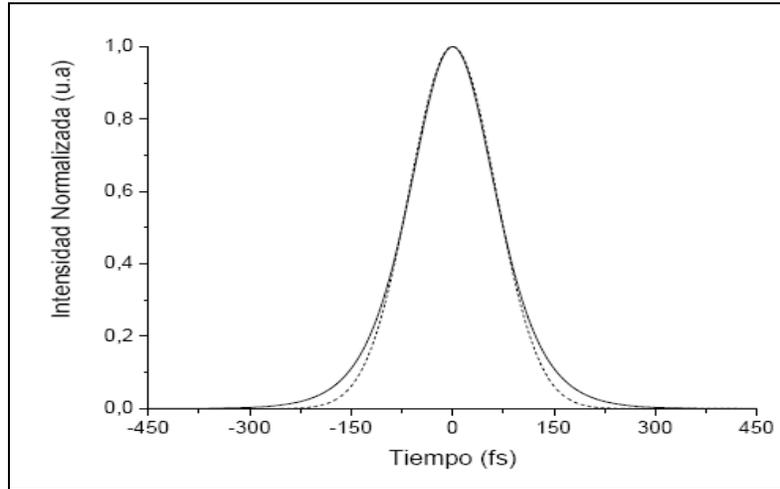


Figura 1.1. Perfil de intensidad de un pulso $\text{sech}^2(t)$ (línea continua), comparado con el de un pulso gaussiano de la misma duración (línea discontinua).

Existen dos razones que justifican dicha comparación. Por una parte, esto nos permite apreciar el gran parecido entre los dos tipos de pulso, aunque el motivo principal se debe a que, por lo general, el análisis matemático cuando se trabaja con pulsos gaussianos es más sencillo, por este motivo en este trabajo se manejarán este tipo de pulsos.

1.1 Velocidad e índice de grupo

Cuando se superponen dos o más ondas que tienen la misma frecuencia y que viajan en la misma dirección se obtiene una onda armónica de la misma frecuencia y con una amplitud dada, además esta onda estará en interferencia constructiva o destructiva dependiendo de las ondas que la forman [6]. Sin embargo en la realidad, las perturbaciones están formadas por ondas de distintas frecuencias, estas ondas al sumarse o superponerse dan lugar a una onda modulada o pulso, el cual tendrá un ancho de banda dependiendo de la fuente que se utilice.

Si consideramos una perturbación generada por dos ondas Ψ_1 y Ψ_2 de la forma:

$$E_1(x,t) = E_{01} \cos(k_1x - \omega_1t) \quad (1.5)$$

$$E_2(x,t) = E_{02} \cos(k_2x - \omega_2t) \quad (1.6)$$

Con amplitudes iguales y ángulo de desfase igual a cero, entonces la onda resultante será

$$\begin{aligned} E(x,t) &= E_1(x,t) + E_2(x,t) = E_{01} \cos(k_1x - \omega_1t) + E_{02} \cos(k_2x - \omega_2t) \\ &= E_0 [\cos(k_1x - \omega_1t) + \cos(k_2x - \omega_2t)] \end{aligned} \quad (1.7)$$

Usando la identidad: $\cos a + \cos b = 2 \cos 1/2(a+b) \cos 1/2(a-b)$ podemos describir la ecuación anterior como:

$$\begin{aligned} E(x,t) &= 2E_0 [\cos 1/2(k_1x - \omega_1t + k_2x - \omega_2t) \cos 1/2(k_1x - \omega_1t - k_2x + \omega_2t)] \\ &= 2E_0 [\cos 1/2((k_1 + k_2)x - (\omega_1 + \omega_2)t) \cos 1/2((k_1 - k_2)x - (\omega_1 - \omega_2)t)] \end{aligned} \quad (1.8)$$

Definiendo las cantidades entre paréntesis en la ecuación (1.8) como la frecuencia angular y número de propagación promedio $(\bar{\omega}, \bar{k})$ y de modulación (ω_m, k_m) respectivamente como:

$$\begin{aligned} \bar{\omega} &= \frac{1}{2}(\omega_1 + \omega_2) & \omega_m &= \frac{1}{2}(\omega_1 - \omega_2) \\ \bar{k} &= \frac{1}{2}(k_1 + k_2) & k_m &= \frac{1}{2}(k_1 - k_2) \end{aligned} \quad (1.9)$$

Con estas definiciones obtenemos la onda resultante dada por:

$$E(x,t) = 2E_0 [\cos(\bar{k}x - \bar{\omega}t) \cos(k_mx - \omega_mt)] \quad (1.10)$$

La cual podemos escribir en términos de sus componentes como:

$$E_0(x,t) = 2E_0 [\cos(k_mx - \omega_mt)] \quad (1.11)$$

Que es la componente de la envolvente de modulación y

$$E(x,t) = E_0(x,t) \left[\cos(\bar{k}x - \bar{\omega}t) \right] \quad (1.12)$$

Que representa la perturbación de la onda portadora.

En forma esquemática decimos que la onda portadora es la onda resultante de la suma de las dos ondas con amplitud variable y diferente frecuencia a las originales, como se muestra en la figura 1.2, y la envolvente de modulación es la onda que se forma de la curva que limita a la onda portadora.

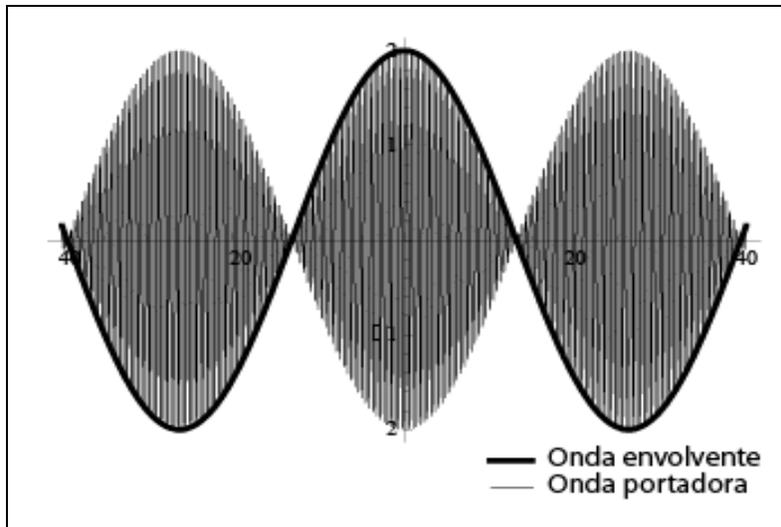


Figura 1.2. Componentes de un pulso

Normalmente usamos una relación que nos permite obtener la velocidad de fase v en función de la frecuencia ω y el vector de propagación k , en un medio no dispersivo (vacío) la velocidad de la luz está dada por: $v = \omega/k$, es decir que todas las ondas se desplazan con la misma velocidad de fase, sin embargo en un medio dispersivo, la velocidad de propagación depende de su frecuencia. En una perturbación formada por varias ondas, la envolvente de modulación viaja a una velocidad distinta a la de las ondas que la forman, a esta velocidad se le llama velocidad de grupo.

Para una onda armónica simple, la función de onda es $\Psi(x,t) = A \sin(kx - \omega t)$, donde $\varphi = (kx - \omega t)$ representa la fase de la onda. Si $t = x = 0 \Rightarrow \Psi(x,t) = 0$

$$\text{Sean } \omega = \left. \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right|_x \text{ y } k = \left. \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right|_t$$

Como ya se vio la onda portadora esta dada por la ecuación 1.12 la cual tiene una frecuencia ω alta comparada con la de la onda envolvente ω_m y también $E_0(x,t)$ varia mas lento que $E(x,t)$. Suponiendo que la onda portadora tuviera una amplitud E_0 constante, entonces viajará con una velocidad de fase

$$v = \frac{\partial x}{\partial \varphi} \frac{\partial \varphi}{\partial t} = - \frac{\partial \varphi / \partial t}{\partial \varphi / \partial x}$$

$$\Rightarrow v = \left. \frac{\omega}{k} = \frac{\partial x}{\partial t} \right|_{\varphi} \quad (1.13)$$

Cuando tenemos una perturbación compuesta por ondas de distinta frecuencia, la envolvente de modulación se desplaza a una velocidad distinta a la onda portadora, a esta velocidad se le conoce como velocidad de grupo v_g , y puede ser menor, mayor o igual a la velocidad de fase, la cual siempre es menor o igual a c , normalmente cuando hay dispersión normal $v_f > v_g$, cuando hay dispersión anómala $v_f < v_g$, y en medios no dispersivos $v_f = v_g$.

Ahora, utilizando la expresión para la envolvente de modulación y con la ecuación (1.9) se puede ver que dicha modulación se propaga con la velocidad de grupo dada como:

$$v_g = \frac{\omega_m}{k_m} = \frac{\omega_1 - \omega_2}{k_1 - k_2} = \frac{\Delta \omega}{\Delta k} \quad (1.14)$$

En donde ω varía con el número de propagación k . Como la frecuencia esta dada por la relación de dispersión $\omega = \omega(k)$, cuando $\Delta \omega$ es pequeña entonces $\Delta \omega / \Delta k$ se puede escribir como la derivada de la relación de dispersión y por lo tanto la velocidad de grupo puede tomarse como [7]:

$$v_g = \left(\frac{d\omega}{dk} \right)_{\bar{\omega}} \quad (1.15)$$

Esta expresión es válida siempre y cuando se tenga una superposición de ondas de un rango de frecuencias $\Delta\omega$ estrecho. Como ω también se escribe de la forma $\omega = kv$ entonces

$$v_g = \frac{d(kv)}{dk} \Big|_{\bar{\omega}} = v + k \frac{dv}{dk} \Big|_{\bar{\omega}} \quad (1.16)$$

Por lo tanto, en medios no dispersivos, donde v es independiente de λ , $\frac{dv}{d\lambda} = 0$ y $\therefore v_g = v$

Por otra parte en medios dispersivos, y en términos de la longitud de onda λ , la velocidad de grupo es [8]:

$$v_g = v + k \frac{dv}{dk} \Big|_{\bar{\omega}} = v + \frac{dv}{d\lambda} \frac{d\lambda}{dk}$$

$$\text{si } \lambda = \frac{2\pi}{k}$$

$$\Rightarrow v_g = v + \frac{dv}{d\lambda} \frac{d(2\pi/k)}{dk} = v - \frac{2\pi}{k} \frac{dv}{d\lambda} = v - \lambda_m \frac{dv}{d\lambda_m} \quad (1.17)$$

donde $\lambda_m = \frac{\lambda}{n}$ es la longitud de onda en el medio, y λ es la longitud de onda en el vacío.

En regiones de dispersión normal, el índice de refracción aumenta con la frecuencia, por lo tanto $v_g < v$. Ahora si $n = \frac{c}{v} \Rightarrow n_g = \frac{c}{v_g}$ es el índice de refracción de grupo.

Tomando la expresión para la velocidad de grupo tenemos que:

$$n_g = \frac{c}{v - \lambda_m \frac{dv}{d\lambda_m}} = \frac{c}{\frac{c}{n} - \lambda_m \frac{d c/n}{d\lambda_m}} = \frac{1}{\frac{1}{n} - \lambda_m \frac{d 1/n}{d\lambda_m}} = \frac{1}{\frac{1}{n} - \frac{\lambda}{n} \frac{d 1/n}{d \lambda/n}} \quad (1.18)$$

$$\text{Sean } d\left(\frac{1}{n}\right) = -\frac{dn}{n^2}$$

$$\text{y } d\left(\frac{\lambda}{n}\right) = \frac{nd\lambda - \lambda dn}{n^2}$$

$$\Rightarrow \frac{d 1/n}{d \lambda/n} = \frac{-dn}{nd\lambda - \lambda dn} = \frac{-dn}{d\lambda \left(n - \lambda \frac{dn}{d\lambda}\right)}$$

$$n_g = \frac{1}{\frac{1}{n} \left(1 + \lambda \frac{dn}{d\lambda} \left(\frac{1}{n - \lambda \frac{dn}{d\lambda}}\right)\right)} = \frac{n}{\left(n - \lambda \frac{dn}{d\lambda} + \lambda \frac{dn}{d\lambda}\right) / \left(n - \lambda \frac{dn}{d\lambda}\right)} \quad (1.19)$$

$$= n - \lambda \frac{dn}{d\lambda}$$

1.3 Pulsos con chirp

En un pulso sin chirp, la frecuencia instantánea es una constante a lo largo del tiempo, de valor igual a la frecuencia portadora del pulso ω_0 [5]. Un pulso con chirp se define como aquel pulso cuya frecuencia instantánea cambia a lo largo del tiempo (fig. 1.3). Para entender mejor el concepto de chirp procedamos a calcular la frecuencia instantánea de un pulso que se propaga en un material dispersivo que no modifica el espectro del pulso, pero produce una modulación cuadrática en la fase en la frecuencia.

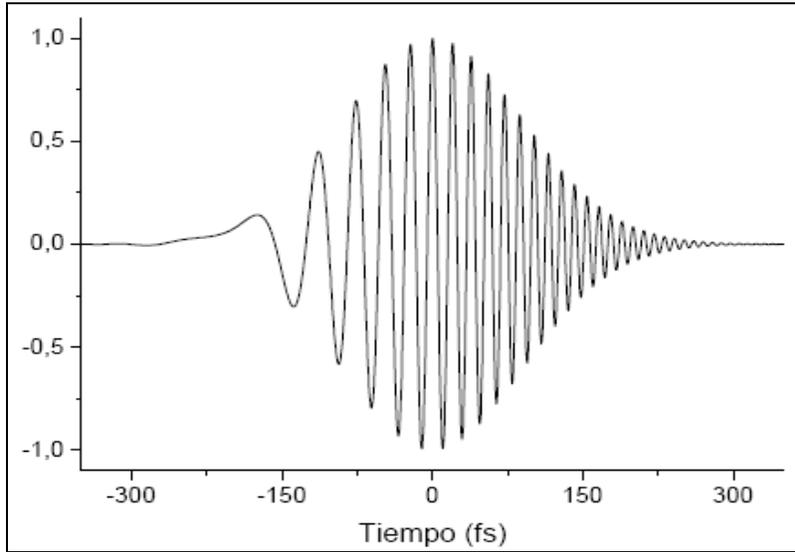


Figura 1.3. Pulso gaussiano con chirp lineal positivo.

$$E(t) = e^{-at^2} e^{i(\omega_0 t + bt^2)} \quad (1.20)$$

donde el parámetro b está relacionado con el chirp del pulso. En este caso, la fase tiene un término que varía de forma cuadrática con el tiempo. La fase total del pulso viene dado por

$$\phi_{tot}(t) = \omega_0 t + bt^2 \quad (1.21)$$

Entonces, a partir de la definición de frecuencia instantánea,

$$\omega_i(t) = \frac{d\phi_{tot}(t)}{dt} \quad (1.22)$$

obtenemos que

$$\omega_i(t) = \frac{d}{dt}(\omega_0 t + bt^2) = \omega_0 + 2bt \quad (1.23)$$

Como se puede apreciar, una variación cuadrática de la fase debida al término bt^2 ha supuesto una variación lineal de la frecuencia instantánea de la forma $2bt$. Por lo general b será el parámetro para medir la cantidad de chirp.

En este caso (ec. 1.23) se trata de chirp lineal aunque es posible extender el término a chirp cuadrático ó cúbico para variaciones cuadráticas ó cúbicas de la frecuencia instantánea. Una modulación de fase cuadrática es importante en la propagación de pulsos, ya que el imprimir este tipo de modulación en el tiempo puede llevarnos a la compresión o ensanchamiento del pulso después de propagarse por un medio dispersivo.

Cuando el término b es igual a cero la expresión matemática que describe el pulso resulta ser

$$E(t) = e^{-at^2} e^{i(\omega_0 t)} \quad (1.24)$$

Si calculamos su frecuencia instantánea en radianes por segundo, también a partir de la definición (ec. 1.22), se obtiene que

$$\omega_i(t) = \frac{d}{dt}(\omega_0 t) = \omega_0 \quad (1.25)$$

de donde vemos que la frecuencia instantánea es constante a lo largo del tiempo e igual a la frecuencia portadora ω_0 . En este caso se habla de que el pulso (ec. 1.24) no tiene chirp.

Analicemos un último caso para variaciones lineales de fase como la del siguiente pulso

$$E(t) = e^{-at^2} e^{i(\omega_0 t + bt)} \quad (1.26)$$

Su frecuencia instantánea es

$$\omega_i(t) = \frac{d}{dt}(\omega_0 t + bt) = \omega_0 + b \quad (1.27)$$

En consecuencia un pulso con una variación lineal de fase tampoco tiene chirp. Finalmente en la figura 1.3 vemos lo que podría ser la representación de un pulso gaussiano con chirp lineal positivo.

En este caso la frecuencia instantánea aumenta linealmente respecto ω_0 para valores positivos del tiempo, debido a que b es un valor positivo.

1.4 Generación de pulsos

Ahora analizaremos algunas cavidades de laser que han sido desarrolladas para dar propiedades únicas al haz del laser. Para que el láser del laboratorio funcione en modo pulsado, en vez de producir la típica onda continua de luz casi monocromática, se utilizan varias técnicas que utilizan este tipo de cavidades para producir pulsos, entre las cuales se encuentran: Q-switching; que permite la producción de pulsos cortos con una potencia por pulso mucho mayor a la obtenida por un estado estable con el mismo medio de ganancia, Gain switching, y Mode-locking; la cual es una técnica que produce pulsos ultracortos de alta intensidad en un laser que opera continuamente.

1.4.1 Q-switching

Pulsos de mucha potencia pueden ser obtenidos introduciendo en la cavidad pérdidas que dependan de la irradiancia o de la variación en el tiempo [9]. Si inicialmente hay una gran pérdida en la cavidad, la ganancia de la inversión de población puede alcanzar un gran valor antes de que la oscilación en el laser comience. La oscilación en el laser se obstaculiza por las pérdidas, mientras que la energía es bombeada al estado excitado del medio activo. Cuando se alcanza una gran inversión de población, las pérdidas en el láser se reducen rápidamente. Entonces el umbral de ganancia decrece inmediatamente, sin embargo la ganancia actual permanece alta debido a la gran cantidad de población en el estado excitado. Debido a la gran diferencia entre la ganancia y su umbral, la radiación del láser crece rápidamente y toda la energía disponible es emitida en forma de un pulso grande. Este pulso hace que la población del estado excitado se reduzca muy rápido, de tal forma que la ganancia se hace menor que el umbral y se detiene la acción del láser. A esta técnica se le conoce como Q-switching debido a que la cavidad es cambiada rápidamente de un baja Q a una alta, donde Q esta definida como el factor de calidad, es decir la razón entre la energía almacenada y la energía disipada dentro de la cavidad.

Esta técnica es usada en varios tipos de láseres de estado sólido comerciales y láseres de CO₂ para obtener pulsos de alta potencia. En el modo pulsado normal, la salida de un láser de rubí consiste en varios picos de aproximadamente un microsegundo de duración, y una separación entre picos de un microsegundo. Si se utiliza el mismo láser pero con la técnica Q-switching, el resultado es solo un pulso de gran potencia con una duración menor que cientos de nanosegundos. Para obtener esta técnica se utilizan varios métodos, como son: rotación de espejos, disparador electro-óptico, disparador acusto-óptico y el absorbedor saturable.

Cuando el medio de ganancia de estado sólido es operado dentro de la cavidad, la salida del laser alcanza la intensidad de saturación mucho antes que el nivel superior de densidad de población haya alcanzado su máximo potencial. En tales casos el laser opera esencialmente con una ganancia que es mas baja que la que podría alcanzar si el medio de

ganancia fuera bombeado sin la cavidad. Si fuera posible bombear el medio de estado sólido para una duración del nivel excitado sin la cavidad y luego poner la cavidad en su lugar rápidamente, sería posible operar el laser con la máxima ganancia y por lo tanto obtener una mayor energía de salida. Sin embargo esto solo sería temporal, el haz de salida sería un pulso gigantesco, ya que la ganancia está muy arriba de las condiciones de estado estable de ganancia en una cavidad y serían reducidas rápidamente por emisión estimulada.

1.4.2 Gain switching

En una situación de estabilidad la ganancia debe ser igual a las pérdidas de la cavidad y el amplificador. En este caso la ganancia nunca es mayor a las pérdidas y por tanto está sujeta al valor de umbral, esto es debido a que la emisión estimulada producida por el flujo de fotones convierte los electrones en el nivel más alto en fotones tan rápido como son producidos por el flujo de bombeo. Sin embargo, en ciertos láseres es posible bombear un medio de ganancia al mismo tiempo, con un flujo de bombeo que excede el valor de estabilidad. Esto nos lleva a un efecto conocido como gain-switching, que se produce primordialmente en láseres semiconductores. Este efecto ocurre cuando la inversión de población dentro de la región de ganancia crece mucho más rápido que la densidad de fotones en la cavidad. Entonces el coeficiente de ganancia g se incrementa a un valor por arriba del valor de umbral antes de que la intensidad del laser comience a crecer. En otras palabras el flujo de fotones que comienza a crecer antes en el pulso es confrontado con una enorme cantidad de ganancia lo que lo lleva a un crecimiento extremadamente rápido de intensidad en la cavidad del laser. Debido a este incremento rápido, la población es reducida muy rápido, causando que la intensidad decaiga al reducirse la población, el resultado es un estallido de fotones corto.

Esto es particularmente útil para producir pulsos extremadamente cortos en una base repetitiva en láseres semiconductores. Estos láseres operan a corrientes relativamente

bajas ya que están restringidos por el calor generado dentro de la capa activa, la cual destruiría el material si se excede el valor crítico. Sin embargo, la disipación de calor es el promedio de el calor disipado, entonces puede estar a una corriente estable produciendo una salida continua, o puede ser un pulso de baja corriente a una corriente mas alta que produce una gran ganancia requerida para el gain-switching [9].

1.4.3 Mode-locking

Hay muchos usos para los pulsos de muy corta duración en el campo de las comunicaciones digitales, diagnósticos de procesos ultrarrápidos, y ablación de materiales sin causar mucho calentamiento al material. Consecuentemente, se ha dedicado mucho al desarrollo de técnicas para generar pulsos cortos, como los mencionados anteriormente [3]. Sin embargo, esas técnicas están limitadas a pulsos del orden de nanosegundos. Otra técnica que ha permitido pulsos más cortos, del orden de femtosegundos, es la que se conoce como amarre de modos, mode-locking en inglés.

El mode-locking se logra combinando en fase un número de modos longitudinales distintos, los cuales tienen distinta frecuencia. Cuando los modos de ondas electromagnéticas de diferentes frecuencias pero en fase se suman, producen una distribución, salida promedio de campo eléctrico e intensidad en el dominio de tiempo. Elevando ese campo al cuadrado se obtiene la variación de la intensidad con el tiempo. Cuando las mismas frecuencias en fase son sumadas, es decir cuando su fase es cero a la misma posición espacial, se combinan para producir un campo total de amplitud y una intensidad de salida que tiene una característica repetitiva de pulso. Por lo tanto, el obtener esta técnica se ha convertido en un método poderoso para generar pulsos ultracortos.

La separación de modos longitudinales en una cavidad laser se define como: $\Delta\nu = \frac{c}{2nd}$,

donde c/n es la velocidad del haz del laser en un medio con índice de refracción n y d es

la separación entre los espejos de la cavidad. Si la ganancia del ancho de banda, la cual esta asociada con el ancho de línea de emisión de la transición del laser, es mayor que su modo de separación, es posible tener más de un modo longitudinal oscilando simultáneamente. Normalmente, cada uno de los modos oscilan independientemente de los otros modos. En principio la fase entre los modos que pueden oscilar en una cavidad láser es totalmente aleatoria. La condición de resonancia

$$L = \frac{n\lambda}{2} \quad (1.28)$$

así como el ancho de banda de emisión del medio láser determinan qué modos pueden propagarse. Para que todos ellos estén en fase es necesario introducir algún tipo de modulación. En tal caso tendremos un pulso $E(t)$ formado por N modos según

$$E(t) = \sum_{n=-N/2}^{N/2} e^{i(\omega_0 + n\Delta\omega)t} \quad (1.29)$$

donde ω_0 es la pulsación central y $\Delta\omega$ la separación entre modos. Además para simplificar los cálculos hemos supuesto que la ganancia es igual en todo el ancho de banda de emisión. En ese caso podemos escribir $E(t)$ como un sumatorio de cosenos en la forma

$$E(t) = e^{i\omega_0 t} \left[1 + 2 \sum_{n=1}^{N/2} \cos(n\Delta\omega t) \right] \quad (1.30)$$

Tomando su módulo llegamos a una expresión final de $E(t)$ como

$$|E(t)| = 1 + 2 \sum_{n=1}^{N/2} \cos(n\Delta\omega t) = \frac{\text{sen} \left[\frac{(N+1)\Delta\omega t}{2} \right]}{\text{sen} \left[\frac{\Delta\omega t}{2} \right]} \quad (1.31)$$

La altura del pulso resultante es proporcional a N mientras que su anchura es proporcional a N^{-1} , llegando a la conclusión de que cuanto mayor sea el ancho de banda, tendremos más modos y en consecuencia, los pulsos serán más cortos.

Dentro de la cavidad se tiene un solo pulso que, en cada pasada o viaje redondo, transmite parte de la potencia al exterior. A la salida tendremos un tren de pulsos cuyo tiempo de separación viene determinado por

$$\Delta t_{sep} = \frac{2nL}{c} \quad (1.32)$$

donde nL es la longitud efectiva de la cavidad. En efecto este es el tiempo que el pulso tarda en recorrer la cavidad en ambos sentidos.

Hay muchas formas de producir pulsos por mode-locking, entre las que se encuentran [1]:

Mode-locking Activo:

Si la modulación que fuerza el funcionamiento pulsado se introduce por medio de una fuente externa hablaremos de mode-locking activo. La frecuencia de la modulación deberá ser un múltiplo de la frecuencia de repetición de los pulsos de modo que, cada vez que el pulso pase por el modulador, la ganancia o transmisión del dispositivo sea máxima. Los métodos y/o dispositivos que se utilizan a la práctica son básicamente la modulación de la ganancia, el bombeo síncrono y los moduladores acústico y electro-ópticos.

Mode-locking Pasivo:

Si por el contrario el elemento que introduce la modulación es un dispositivo pasivo hablaremos de mode-locking pasivo. Esta técnica es más efectiva y permite obtener pulsos más cortos que en mode-locking activo. Utilizando un elemento no lineal con unas pérdidas que dependan de la intensidad conseguiremos que las componentes más intensas del campo eléctrico experimenten mayor ganancia neta y se vean favorecidas sobre el modo continuo [2].

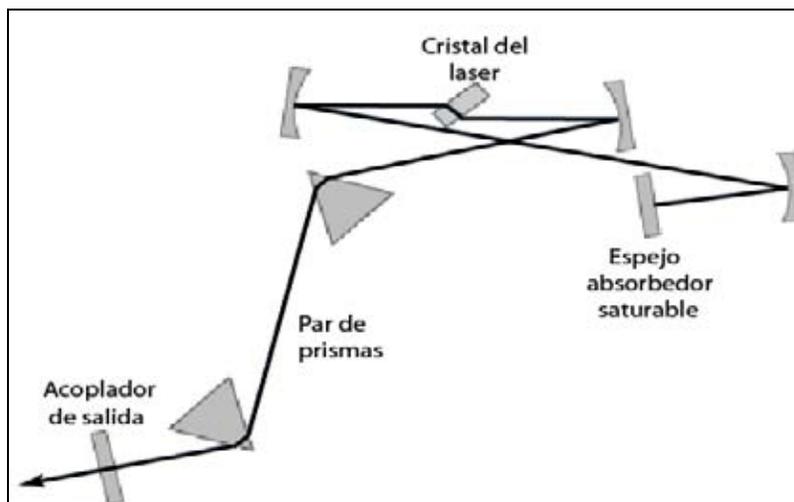


Figura 1.4: Arreglo de un láser típico de estado sólido que utiliza mode-locking. El medio de ganancia es un cristal, donde el par de prismas se utiliza para compensación por dispersión.

Esta es la forma más simple de mode-locking, la cual es obtenida operando el láser continuamente en una cavidad estable de dos espejos, como se muestra en la figura 1.4. La ganancia de ancho de banda de la transición del láser determina la mínima duración del pulso. El tener los modos en fase se logra al poner un disparador óptico en un lado de la cavidad junto a uno de los espejos. Cuando el disparador es abierto temporalmente, los campos eléctricos de todos los modos están maximizados simultáneamente y por ende en fase. Entonces al desarrollarse cada modo, genera bandas a los lados que llevan modos

adyacentes en fase si la longitud de la cavidad se ajusta apropiadamente tal que el viaje redondo es igual a dt_{sep} . El disparador tiene que ser muy rápido para permitir pasar solo a un pulso corto, que llegue al espejo, y lo refleje dentro de la cavidad. El disparador puede ser un disparador activo, que se abre cuando el pulso llega. Un disparador activo debe estar diseñado para abrir exactamente cuando el pulso pasa, a un intervalo de tiempo dt_{sep} . Un disparador pasivo se abre automáticamente al tiempo exacto, ya que es abierto por el pulso al llegar a él. Este disparador puede requerir una pequeña perturbación de la cavidad para iniciar el pulso, esto para compensar la pérdida inicial del absorbedor cuando el haz está a baja intensidad al inicio.

Las técnicas con disparadores pasivos más comunes son la de mode-locking por colisión de pulsos (Colliding Pulse Mode-locking), la cual es producida por la intersección de dos pulsos propagándose en direcciones opuestas en un absorbedor saturable colocado dentro de una cavidad láser en anillo. Otra técnica es la de mode-locking por suma de pulsos (Additive Pulse Mode-locking), en esta técnica un láser con mode-locking puede ser diseñado de tal forma que parte de su salida sea enviada a través de una fibra óptica, si se coloca un espejo al final de la fibra para regresar el haz a la cavidad, entonces la porción del haz que viaja por la fibra será reinsertada en la cavidad. La porción del haz que pasa por la fibra experimenta una modulación en semi-fase [10]. Por último se usa la técnica de mode-locking por lente Kerr (Kerr Lens Mode-locking), el cual es un proceso que se basa en el efecto no lineal de auto-enfocamiento, es decir produce un cambio dependiente de la intensidad en el índice de refracción del material, entonces para un haz gaussiano que pasa a través de un material con el haz más intenso en el centro que en las orillas, el índice de refracción del material será mayor en el centro que en las orillas del haz, creando un lente efectivo que enfoca el haz dentro del material y una modulación en la ganancia que puede ser reforzada con el uso de rendijas dentro de la cavidad.

1.5 Compresión de pulsos

Cuando trabajamos a escalas muy pequeñas, muchas de las interacciones dependen de la forma temporal del frente de onda que se aplica. Para muchas aplicaciones es necesario modificar las características temporales de los pulsos. Si se comprime el perfil de intensidad se pueden obtener pulsos más cortos y de mayor potencia.

Hay varios métodos para comprimir temporalmente los pulsos (figura 1.4), para llegar a ordenes de picosegundos y hasta femtosegundos. Estos métodos utilizan dos tipos de elementos.

El primero utiliza elementos lineales, en este método la duración del pulso se puede reducir al quitar o disminuir el chirp del pulso, lo cual se logra al hacer pasar un pulso a través de un elemento óptico el cual puede compensar el chirp por dispersión, este elemento puede ser un par de rejillas de difracción, un par de prismas, una fibra óptica, etc. En este método el pulso que incide en el elemento óptico esta formado por la suma de ondas que están a diferente frecuencia, como ya se había mencionado antes, las cuales están en fase, además el pulso tendrá una polarización lineal P . Este método es en el que se trabajará en esta tesis.

En el otro método se utilizan elementos no lineales como en el medio activo láser, en este caso el ancho de banda del pulso se incrementa por la automodulación de fase (SFM). Entonces se obtienen pulsos con chirp con una duración mayor al pulso original, los cuales son recomprimidos por elementos lineales. La compresión con elementos no lineales se puede hacer con diferentes configuraciones de los elementos ópticos, y con métodos que se basan en diferentes principios físicos, como son: compresión con solitones de orden superior y compresión por self-mode-locking .

1.5.1 El Efecto Kerr

Como ya se ha dicho anteriormente, cuando la intensidad de un pulso es muy alta, se manifiestan fenómenos no lineales, entonces la respuesta del material deja de depender linealmente con el campo eléctrico en ese caso la polarización inducida en el material se da en términos de la susceptibilidad de segundo orden y la susceptibilidad de tercer orden χ_3 .

$$P(t) = \chi_1 E(t) + \chi_2 E^2(t) + \chi_3 E^3(t) + \dots \quad (1.33)$$

La cual es responsable de una serie de efectos no lineales de tercer orden en la susceptibilidad, entre ellos el de generación de tercer armónico (THG) y el efecto Kerr. Este último es el que da lugar a dos fenómenos muy interesantes en el contexto de la generación de pulsos ultracortos: Auto enfoque y Self-Phase Modulation (SPM) [11]. Cuando se tienen altas intensidades en un medio, el índice de refracción dependerá de una parte lineal y de otra no-lineal según

$$n(t) = n_0 + n_{21} I(t) \quad (1.34)$$

donde n_{21} es el coeficiente Kerr, que depende únicamente de las propiedades del material. En tal caso el índice de refracción en un medio láser cambiará en función de la intensidad del pulso que se propaga, es decir en función del campo al cuadrado. Asumiendo que n_{21} es un valor positivo, la parte central del haz experimentará un índice de refracción mayor que en los extremos, donde la intensidad es menor. El resultado es que el haz tenderá a enfocarse en la dirección transversal a medida que se propaga por el material. Este es el primero de los efectos interesantes que hemos presentado como auto enfoque. Si además asumimos que el efecto Kerr óptico es instantáneo, el índice de refracción cambiará a su vez con el perfil de intensidad del pulso, siendo máximo en la parte central de éste. La

variación del camino óptico $\Delta n(t)L$ da lugar a un cambio de fase que a su vez da lugar a ensanchamiento espectral del pulso. Esto es lo que se conoce como Self-Phase Modulation (SPM). El incremento de la frecuencia instantánea que resulta de SPM se puede escribir como

$$\Delta\omega(t) = -\frac{2\pi L n_{21}}{\lambda} \left[\frac{dI(t)}{dt} \right] \quad (1.35)$$

En la figura 1.5 se muestra la representación gráfica de $\Delta\omega(t)$ y $\Delta\phi(t)$ para un pulso gaussiano.

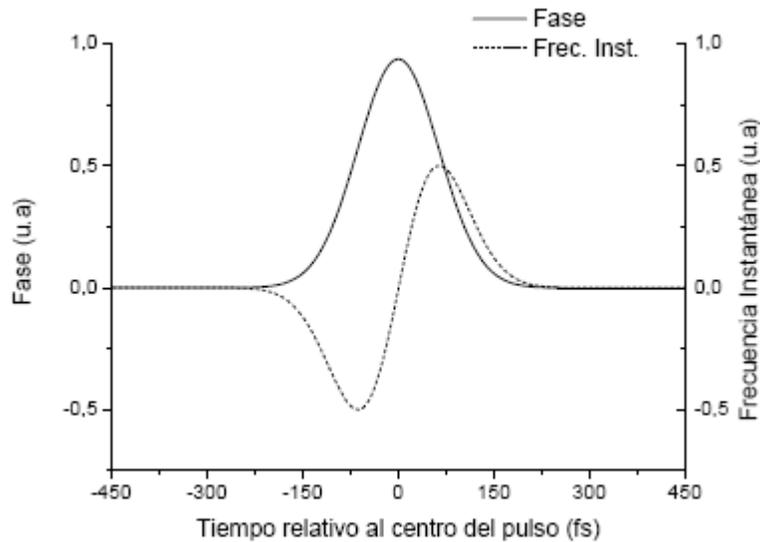


Figura 1.5. Variación de la fase (línea continua) y de la frecuencia instantánea (línea discontinua) debida a SPM.

Para compensar aproximadamente la SPM deberemos tratarla como un efecto dispersivo equivalente a chirp lineal positivo en la posición central del pulso.

1.5.2 Self-Modelocking

Veamos ahora el mecanismo por el cual el láser funciona en modo pulsado. En primer lugar hemos visto que en el medio se produce una modulación espacial del perfil de intensidad transversal del haz debida al efecto Kerr. Ajustando la cavidad correctamente el haz sufrirá más ganancia cuanto mayor sea el auto enfoque, favoreciendo así las componentes de ruido más intensas. Con auto enfoque aseguramos que el haz pulsado queda adentro del haz de bombeo. Después de algunas pasadas un pico de ruido será más intenso y descargará más el medio que los demás. También se enfocará más y experimentará mayor ganancia. Finalmente se convertirá en un pulso ultracorto cuya duración final dependerá del ancho de banda y de la dispersión total dentro de la cavidad.

Self-Phase Modulation (SPM) es otro efecto fundamental en Self-Modelocking [11]. Al aumentar el ancho de banda hace posible que pulsos más cortos puedan oscilar en la cavidad, mientras que un par de prismas aportan la dispersión negativa necesaria para compensar la dispersión introducida por el material y la SPM. En nuestro caso, aunque es correcto asumir que la SPM aumenta el ancho de banda de los pulsos, el principal promotor del largo ancho de banda es que el espectro de emisión es muy grande.

Si añadimos una rendija, en determinada posición de la cavidad, mordiendo el haz en su periferia se eliminan las componentes de baja intensidad, favoreciendo así el modo pulsado.

Auto enfoque y SPM son los dos fenómenos que dan nombre a Self-Modelocking. Podemos incluir esta técnica de generación de pulsos ultracortos dentro de mode-locking pasivo y a su vez dentro de absorbedores saturables rápidos. Utilizar un efecto no lineal instantáneo para modular en amplitud es equivalente utilizar un absorbedor saturable rápido.

En esta última sección se explicó la técnica de generación de pulsos ultracortos (self-modelocking). También vimos la modulación de amplitud que tiene lugar en el medio láser, debida al auto enfoque, que hace posible el funcionamiento pulsado, y que aunque la SPM aumenta el ancho de banda, el principal promotor del largo ancho de banda y por tanto, de pulsos más cortos, es el gran espectro de emisión del medio activo.

Más adelante haremos un análisis más exhaustivo de los parámetros del láser. En particular, estaremos interesados en conocer con exactitud la forma (perfil de intensidad) y la fase de los pulsos para poder modularla con materiales dispersivos como los prismas. En los capítulos siguientes se describirán las técnicas de compresión por prismas y se darán ejemplos.

Capítulo 2

Dispersión Angular

Existen varios componentes ópticos con los cuales se puede modificar las características temporales de pulsos ultracortos cambiando sus características espaciales de propagación. Un ejemplo de estos componentes puede ser un prisma. Si se tiene un haz paralelo de pulsos que inciden en un prisma y se difractan un ángulo β como se muestra en la figura 2.1, en el caso de pulsos muy cortos o luz blanca esta difracción es combinada con una difracción espectral debido a que al incidir la luz en el prisma se separa en sus diferentes frecuencias, y las diferentes componentes espectrales serán difractadas con un ángulo β diferente [12]. Esto produce un ensanchamiento que proviene de la distribución de los ángulos de difracción en el espectro finito del pulso, dado por $\Delta\beta = \left. \frac{d\beta}{d\Omega} \right|_{\omega_\ell} \Delta\omega$ después de una distancia L al salir del prisma, donde ω_ℓ es la frecuencia central del espectro.

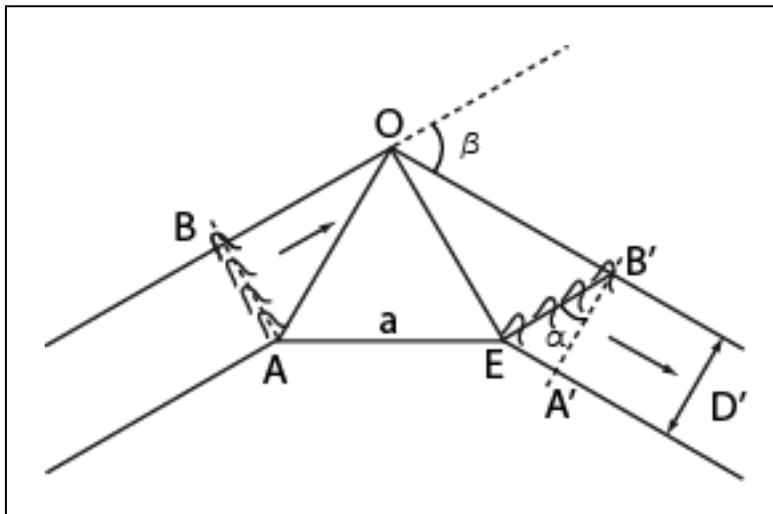


Figura 2.1. Inclinación del frente de onda por un prisma

Al utilizar un prisma, este introduce una inclinación del frente del pulso con respecto al frente de fase, de la misma forma que los lentes, esto es debido a la diferencia entre las velocidades de fase y de grupo. De acuerdo al principio de Fermat, el prisma transforma el frente de fase \overline{AB} en el frente $\overline{A'B'}$, el tiempo que tarda el frente de fase y el de grupo a través del rayo marginal es el mismo. Por otra parte el pulso es retrasado con respecto a la fase en cualquier parte del camino recorrido dentro del vidrio, lo cual nos lleva a un aumento en el retraso a través del rayo que es caracterizado por el ángulo α , a esto se le conoce como *dispersión angular*.

La dispersión angular ha sido utilizada exitosamente por mucho tiempo en la resolución de distintos espectros y en otras aplicaciones, al analizar el espaciamiento de las diferentes componentes de frecuencia al pasar por un material dispersivo como un vidrio, un prisma etc.

Una manera general de estudiar la dispersión angular de los frentes de pulsos planos inclinados es introduciendo un elemento óptico en el camino óptico del haz el cual retarda el frente del pulso como función de la coordenada transversal a la dirección del pulso, como se muestra en la figura 2.2. Supongamos que el frente de onda \overline{AB} es transformado en el frente de onda $\overline{A'B'}$, por el principio de Fermat se sigue que el camino óptico P_{OL} entre los puntos correspondientes a los frentes de onda debe ser igual.

$$P_{OL}(BB') = P_{OL}(PP') = P_{OL}(AA')$$

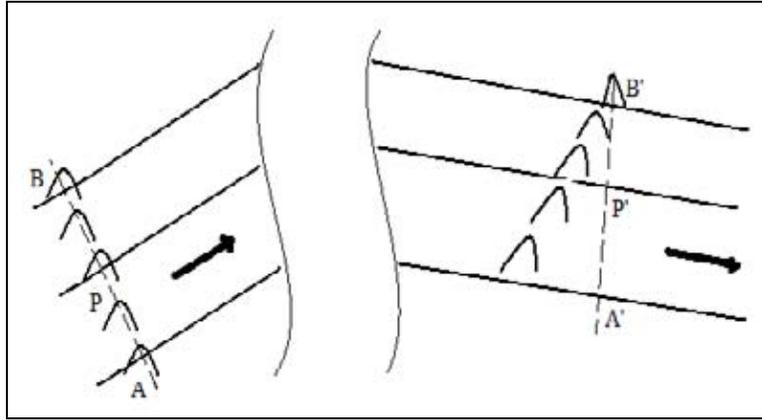


Figura 2.2: Retraso del frente del pulso con respecto al frente de fase.

Como el camino óptico corresponde a un cambio de fase $\Delta\Phi = 2\pi P_{OL} / \lambda$, el tiempo de propagación de los frentes de onda se puede escribir como $T_{fase} = \Delta\Phi / \omega_\ell$, refiriéndose a la frecuencia central del pulso. El cambio de fase esta dado por:

$$\Delta\Phi = \int_P^{P'} k(s) ds = \frac{\omega_\ell}{c} \int_P^{P'} n(s) ds = \omega_\ell \int_P^{P'} \frac{ds}{v_f(s)} \quad (2.1)$$

donde s es la coordenada en la dirección del haz. Entonces el tiempo de propagación del pulso en términos de la velocidad de fase es:

$$T_{fase} = \int_P^{P'} \frac{ds}{v_f(s)} \quad (2.2)$$

Sin embargo el tiempo de propagación de los frentes del pulso es determinado por la velocidad de grupo:

$$T_{grupo} = \int_P^{P'} \frac{ds}{v_g(s)} = \int_P^{P'} \left| \frac{dk}{d\Omega} \right|_{\omega_\ell} ds. \quad (2.3)$$

El trayecto de B a B' es por un material no dispersivo por lo tanto el frente de fase y el frente del pulso coinciden en B' . Por otra parte el frente de fase y el frente de pulso se propagan diferentes distancias en el tiempo T_{fase} en el medio y por lo tanto el frente de pulso es retrasado con respecto del frente de fase, este retraso esta dado por:

$$\tan \alpha = \frac{\overline{EA'}}{D'} \quad (2.6)$$

donde $\overline{EA'}$ se puede obtener de la figura 2.3 como:

$$\overline{EA'} = \left(\frac{c}{n} - v_g \right) T_{fase} = \left(\frac{c}{n} - v_g \right) \frac{D \tan \gamma}{c} \quad (2.7)$$

y de la misma forma sean $\cos \gamma = \frac{D}{h}$ y $\cos \gamma' = \frac{D'}{h} \Rightarrow h = \frac{D}{\cos \gamma} = \frac{D'}{\cos \gamma'}$

$$\therefore D' = \frac{D \cos \gamma'}{\cos \gamma} \quad (2.8)$$

Por otra parte, por ley de Snell $\text{sen} \gamma = n \text{sen} \gamma'$

$$\begin{aligned} \Rightarrow -\text{sen}^2 \gamma &= -n^2 \text{sen}^2 \gamma' \\ \therefore \cos \gamma' &= \sqrt{n^2 - \text{sen}^2 \gamma} / n \end{aligned}$$

$$\Rightarrow D' = \frac{D \sqrt{n^2 - \text{sen}^2 \gamma}}{n \cos \gamma} \quad (2.9)$$

$$\Rightarrow \tan \alpha = \frac{\left(\frac{c}{n} - v_g\right) \frac{D \tan \gamma}{c}}{D \sqrt{n^2 - \text{sen}^2 \gamma}} = \frac{\left(\frac{c}{n} - v_g\right) n D \tan \gamma \cos \gamma}{c D \sqrt{n^2 - \text{sen}^2 \gamma}} = \frac{n \left(\frac{c}{n} - v_g\right)}{c} \frac{\text{sen} \gamma}{\sqrt{n^2 - \text{sen}^2 \gamma}} \quad (2.10)$$

$n \cos \gamma$

de la ecuación (1.15) tenemos que si $k = \frac{\omega_\ell n}{c} \Rightarrow \left. \frac{dk}{d\Omega} \right|_{\omega_\ell} = \frac{\omega_\ell n'(\omega_\ell) + n(\omega_\ell)}{c} = \frac{1}{v_g}$ (2.11)

Entonces sustituyendo (2.11) en (2.10) podemos escribir:

$$\begin{aligned} \tan \alpha &= \frac{n \left(\frac{c}{n} - \frac{c}{\omega_\ell n'(\omega_\ell) + n(\omega_\ell)} \right) \frac{\text{sen} \gamma}{\sqrt{n^2 - \text{sen}^2 \gamma}}}{\frac{\omega_\ell n'(\omega_\ell) + n(\omega_\ell) - n(\omega_\ell)}{\omega_\ell n'(\omega_\ell) + n(\omega_\ell)} \frac{\text{sen} \gamma}{\sqrt{n^2 - \text{sen}^2 \gamma}}} = \left(1 - \frac{n(\omega_\ell)}{\omega_\ell n'(\omega_\ell) + n(\omega_\ell)} \right) \frac{\text{sen} \gamma}{\sqrt{n^2 - \text{sen}^2 \gamma}} \\ &= \frac{\omega_\ell n'(\omega_\ell) + n(\omega_\ell) - n(\omega_\ell)}{\omega_\ell n'(\omega_\ell) + n(\omega_\ell)} \frac{\text{sen} \gamma}{\sqrt{n^2 - \text{sen}^2 \gamma}} = \frac{\omega_\ell n'(\omega_\ell)}{\omega_\ell n'(\omega_\ell) + n(\omega_\ell)} \frac{\text{sen} \gamma}{\sqrt{n^2 - \text{sen}^2 \gamma}} \end{aligned} \quad (2.12)$$

Análogamente se puede analizar el frente del pulso a la salida del prisma (fig.2.1), donde ahora la distancia $\overline{EA'}$ es la longitud de camino óptico adicional que ha viajado el frente de fase comparado con el frente del pulso. En este caso tenemos que:

$$\begin{aligned} \overline{EA'} &= v_f \left(\frac{a}{v_g} - \frac{a}{v_f} \right) = \frac{c}{n(\omega_\ell)} \left[\frac{a(\omega_\ell n'(\omega_\ell) + n(\omega_\ell))}{c} - \frac{an(\omega_\ell)}{c} \right] = \frac{a(\omega_\ell n'(\omega_\ell) + an(\omega_\ell) - an(\omega_\ell))}{n(\omega_\ell)} \\ &= \frac{a\omega_\ell n'(\omega_\ell)}{n(\omega_\ell)} \end{aligned} \quad (2.13)$$

Rescribiéndola como:

$$\overline{EA'} = v_f \left(\frac{a}{v_g} - \frac{a}{v_f} \right) = a \left(\frac{v_f}{v_g} - 1 \right)$$

Sean $v_f = \frac{c}{n}$ y $v_g = \frac{c}{n_g}$ con $n_g = n - \lambda \frac{dn}{d\lambda}$

$$\Rightarrow \overline{EA'} = a \left(\frac{c \left(n - \lambda \frac{dn}{d\lambda} \right)}{nc} - 1 \right) = a \left(1 - \frac{\lambda}{n} \frac{dn}{d\lambda} - 1 \right) = -a \frac{\lambda}{n} \frac{dn}{d\lambda} \quad (2.14)$$

Si tomamos $D' = b$ entonces nos queda que:

$$\tan \alpha = \frac{a \omega_\ell n'(\omega_\ell)}{bn(\omega_\ell)} = - \frac{a \lambda}{bn} \frac{dn}{d\lambda} \quad (2.15)$$

$$\Rightarrow |\tan \alpha| = \frac{\lambda}{n} \left| \frac{d\beta}{d\lambda} \right| \quad \text{donde} \quad \frac{d\beta}{d\lambda} = \frac{a}{b} \frac{dn}{d\lambda}$$

2.1 Dispersión de la velocidad de grupo GVD

Con la dispersión angular se introduce un nuevo concepto que es conocido como dispersión de la velocidad de grupo GVD (Group Velocity Dispersion), como se dijo

anteriormente $v_g = \left(\frac{dk}{d\Omega} \Big|_{\omega_\ell} \right)^{-1}$ (1.15), y derivando esta ecuación se obtiene:

$$\frac{d^2 k}{d\Omega^2} = - \frac{1}{v_g} \frac{dv_g}{d\Omega} \Big|_{\omega_\ell} \quad (2.16)$$

La cual representa la dispersión de la velocidad de grupo GVD. Normalmente el GVD esta dado por la derivada de v_g con respecto a λ (en el vacío), para lo cual se utilizan las siguientes relaciones (ver apéndice A):

$$\begin{aligned}\frac{d}{d\Omega} &= -\frac{\lambda^2}{2\pi c} \frac{d}{d\lambda} \\ \frac{d^2}{d\Omega^2} &= \frac{\lambda^2}{(2\pi c)^2} \left(\lambda^2 \frac{d^2}{d\lambda^2} + 2\lambda \frac{d}{d\lambda} \right) \\ \frac{d^3}{d\Omega^3} &= -\frac{\lambda^3}{(2\pi c)^3} \left(\lambda^3 \frac{d^3}{d\lambda^3} + 6\lambda^2 \frac{d^2}{d\lambda^2} + 6\lambda \frac{d}{d\lambda} \right)\end{aligned}\tag{2.17}$$

En el caso cuando se tiene un GVD igual a 0, la envolvente del pulso no cambia en un sistema de coordenadas que se desplaza con la velocidad de grupo. Sin embargo cuando el GVD es distinto de cero se puede resolver el problema utilizando la frecuencia, ya que la dispersión del material se puede obtener de la dependencia tanto en la frecuencia como en la longitud de onda del índice de refracción, entonces podemos obtener GVD en función de $n(\lambda)$ como:

$$\frac{d^2 k}{d\Omega^2} = \frac{1}{c} \left(\frac{\lambda}{2\pi c} \right) \left(\lambda^2 \frac{d^2 n}{d\lambda^2} \right)\tag{2.18}$$

Esta ecuación que define el GVD es la derivada de $1/v_g$ con respecto a la frecuencia, si es multiplicada por la distancia de propagación para la frecuencia central L , describe la dependencia en la frecuencia de retraso de grupo. Entonces un GVD positivo corresponde a $\frac{d^2 \Psi}{d\Omega^2} > 0$.

Utilizando diseños ópticos basados en dispersión angular se puede sintonizar un GVD continuo [13], esto fue usado por primera vez para la compresión de pulsos con chirp con rejillas de difracción, y después generalizado para prismas y secuencias de prismas. Este problema se puede tratar haciendo un análisis en secuencia de los elementos ópticos a través de técnicas de trazo de rayos y calculando el camino óptico P como función de Ω .

Si la respuesta de un elemento lineal esta dada por $R(\Omega)e^{-i\Psi(\Omega)}$ con $\Psi = k_\ell L$ el retraso de fase relacionada con la longitud de camino óptico P_{OL} será de:

$$\Psi(\Omega) = \frac{\Omega}{c} P_{OL}(\Omega) \quad (2.19)$$

$$\Rightarrow \frac{d\Psi}{d\Omega} = \frac{\Omega}{c} \frac{dP_{OL}(\Omega)}{d\Omega} + \frac{P_{OL}(\Omega)}{c} \quad (2.20)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2\Psi}{d\Omega^2} &= \frac{\Omega}{c} \frac{d^2 P_{OL}(\Omega)}{d\Omega^2} + \frac{1}{c} \frac{dP_{OL}(\Omega)}{d\Omega} + \frac{1}{c} \frac{dP_{OL}(\Omega)}{d\Omega} = \frac{1}{c} \left(2 \frac{dP_{OL}(\Omega)}{d\Omega} + \Omega \frac{d^2 P_{OL}(\Omega)}{d\Omega^2} \right) \\ &= \frac{\lambda^3}{2\pi c^2} \frac{d^2 P_{OL}(\Omega)}{d\lambda^2} \end{aligned} \quad (2.21)$$

donde los términos de orden $n \geq 2$ están relacionados con del parámetro GVD.

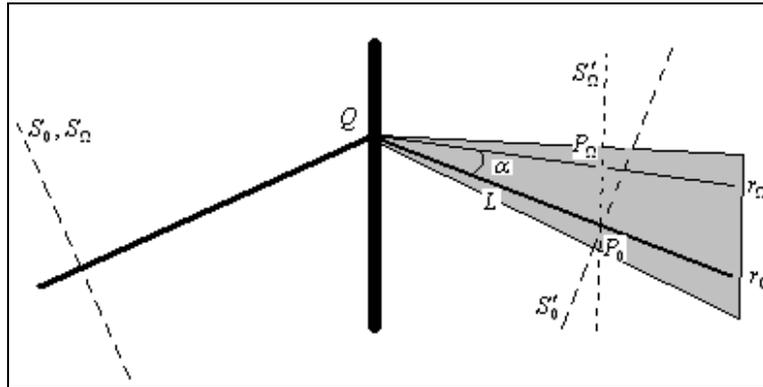


Figura 2.4: GVD causado por dispersión angular.

Considerando nuevamente un haz que pasa de un medio a otro, podemos encontrar la relación para el GVD [12]. Tomando como referencia la figura 2.4, podemos analizar un rayo que pasa a través de una superficie por el punto Q , la cual causa una dispersión angular en el rayo, entonces se generaran diferentes componentes espectrales a diferentes

ángulos dentro de un cono de luz, mostrado en gris, tomando dos rayos correspondientes a la frecuencia central ω_ℓ del espectro y a una frecuencia arbitraria Ω , los frentes de onda respectivos están señalados por los subíndices o y ω respectivamente, donde los planos S_0, S_Ω y S'_0, S'_Ω perpendiculares a la dirección del rayo representan los frentes de onda incidente y difractado.

Sea $\overline{QP_0} = L$ entonces se la figura 4 tenemos que

$$\cos \alpha = \frac{\overline{QP_0}}{L} = \overline{QP_\Omega} = L \cos \alpha = P_{OL}(\Omega) \quad (2.22)$$

Entonces las ecuaciones (2.19), (2.20) y (2.21) se transforman en:

$$\Rightarrow \Psi(\Omega) = \frac{\Omega}{c} L \cos \alpha \quad (2.23)$$

$$\Rightarrow \left. \frac{d\Psi}{d\Omega} \right|_{\omega_\ell} = -\frac{L}{c} \Omega \operatorname{sen} \alpha \frac{d\alpha}{d\Omega} + \frac{L}{c} \cos \alpha \Big|_{\omega_\ell} \quad (2.24)$$

$$\begin{aligned} \left. \frac{d^2\Psi}{d\Omega^2} \right|_{\omega_\ell} &= -\frac{L}{c} \Omega \left[\operatorname{sen} \alpha \frac{d^2\alpha}{d\Omega^2} + \cos \alpha \left(\frac{d\alpha}{d\Omega} \right)^2 \right] - \frac{L}{c} \operatorname{sen} \alpha \frac{d\alpha}{d\Omega} - \frac{L}{c} \operatorname{sen} \alpha \frac{d\alpha}{d\Omega} \Big|_{\omega_\ell} \\ &= -\frac{L}{c} \left[\operatorname{sen} \alpha \left(2 \frac{d\alpha}{d\Omega} + \Omega \frac{d^2\alpha}{d\Omega^2} \right) + \Omega \cos \alpha \left(\frac{d\alpha}{d\Omega} \right)^2 \right] \Big|_{\omega_\ell} \\ &\approx -\frac{L}{c} \omega_\ell \left(\frac{d\alpha}{d\Omega} \Big|_{\omega_\ell} \right)^2 \end{aligned} \quad (2.25)$$

donde $\operatorname{sen} \alpha \approx 0$, $\cos \alpha \approx 1$ y $\Omega = \omega_\ell$

Para el siguiente orden de dispersión se obtiene que:

$$\begin{aligned}
 \left. \frac{d^3\Psi}{d\Omega^3} \right|_{\omega_t} &= -\frac{L}{c} \left[\operatorname{sen}\alpha \left(2 \frac{d^2\alpha}{d\Omega^2} + \Omega \frac{d^3\alpha}{d\Omega^3} + \frac{d^2\alpha}{d\Omega^2} \right) + \cos\alpha \frac{d\alpha}{d\Omega} \left(2 \frac{d\alpha}{d\Omega} + \Omega \frac{d^2\alpha}{d\Omega^2} \right) + \cos\alpha \left(\frac{d\alpha}{d\Omega} \right)^2 \right. \\
 &\quad \left. + \Omega \left(\operatorname{sen}\alpha \frac{d\alpha}{d\Omega} \left(\frac{d\alpha}{d\Omega} \right)^2 + 2 \cos\alpha \frac{d\alpha}{d\Omega} \frac{d^2\alpha}{d\Omega^2} \right) \right] \Big|_{\omega_t} \quad (2.26) \\
 &\approx -\frac{3L}{c} \left[\left(\frac{d\alpha}{d\Omega} \right)^2 + \Omega \frac{d^2\alpha}{d\Omega^2} \frac{d\alpha}{d\Omega} \right] \Big|_{\omega_t}
 \end{aligned}$$

Hay que tomar en cuenta que la cantidad $(d\alpha/d\Omega)|_{\omega_t}$ es una característica del diseño óptico que tiene que ser considerada y la cual es responsable de la dispersión angular, como se puede observar la dispersión siempre resulta una cantidad negativa y aumenta con la distancia a partir del punto de difracción, por lo tanto la dispersión negativa siempre resulta en un GVD negativo.

Para observar el cambio del GVD de un pulso al pasar por una interfase, se toma una interfase de un pulso que viaja de un vidrio a aire, para esto ocupamos tres vidrios diferentes: SF14, Cuarzo y Silica Fundida, en cada uno de estos vidrios se hace incidir un pulso a un cierto ángulo y se calcula el cambio en el GVD a la salida del vidrio debido a la dispersión angular. Para hacer un mejor análisis de esto se hace incidir pulsos de 20fs, 50fs, 100fs y 200fs y se grafica la intensidad del pulso total al salir del vidrio a diferentes distancias.

Como ya vimos anteriormente el camino óptico P varia con el ángulo por la dispersión angular como: $P = L \cos \alpha$ donde L es la distancia recorrida afuera del vidrio y el ángulo α se calcula a partir de la ley de Snell como: $\alpha = \arcsen(n \operatorname{sen} \theta)$ con n el índice de refracción del vidrio utilizado, y θ el ángulo de incidencia que para este caso será de 30° .

Entonces la derivada de α queda como:

$$\frac{d\alpha}{d\Omega} = -\frac{\text{sen}\theta}{\sqrt{1-(n\text{sen}\theta)^2}} \frac{dn}{d\Omega} = -\frac{\lambda^2 \text{sen}\theta}{2\pi c \sqrt{1-(n\text{sen}\theta)^2}} \frac{dn}{d\lambda} \quad (2.27)$$

En un medio dispersivo la constante de propagación $k(\omega)$ se puede desarrollar en serie de potencias como

$$k(\omega) = k(\omega_0) + k'(\omega - \omega_0) + \frac{1}{2}k''(\omega - \omega_0)^2 + \dots \quad (2.28)$$

Si ω_0 es la frecuencia central en radianes por segundo de una señal pulsada, entonces los términos k , k' y k'' , de la serie de potencias de $k(\omega)$, son responsables de la velocidad de fase $v_f(\omega_0)$, de la velocidad de grupo $v_g(\omega_0)$ y de la dispersión de la velocidad de grupo respectivamente [1]. La relación con cada uno de los términos de la serie es la siguiente:

$$k \equiv k(\omega) \Big|_{\omega_0} = \frac{\omega_0}{v_f(\omega_0)} = \frac{\omega_0}{\text{velocidad de fase}}$$

$$k' \equiv \frac{dk}{d\omega} \Big|_{\omega_0} = \frac{1}{v_g(\omega_0)} = \frac{1}{\text{velocidad de grupo}} \quad (2.29)$$

$$k'' \equiv \frac{d^2k}{d\omega^2} \Big|_{\omega_0} = \frac{d}{d\omega} \left(\frac{1}{v_g(\omega_0)} \right) = \text{dispersión de la velocidad de grupo}$$

La envolvente del pulso viajará a una velocidad v_g evaluada a la frecuencia central ω_0 , mientras que las oscilaciones de la luz dentro del pulso se moverán hacia delante a una velocidad de fase v_f . La forma del pulso también cambiará (fig 2.5) debido a la dispersión

de la velocidad de grupo k'' o dispersión del material. En tal caso la velocidad de grupo será una función de la frecuencia o longitud de onda.

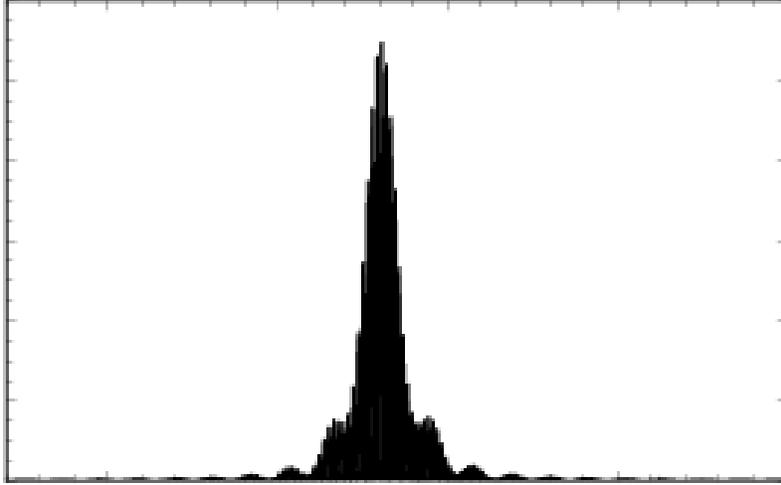


Figura 2.5. Perfil de intensidad de un pulso en un medio dispersivo

Como en el pulso mostrado en la figura 2.5 no es posible tomar la mitad del máximo debido a su distribución, para calcular el ancho temporal del pulso al pasar por la interfase se modula el pulso por una gaussiana para que los mínimos del pulso lleguen a cero con lo cual se puede determinar dicho ancho. Si la gaussiana es de la forma:

$$E(z, t) = e^{(-bt^2 + i\omega_0 t)} \quad (2.30)$$

En donde $z = 0$, y la constante b se obtiene de la siguiente expresión como:

$b = 2 \ln 2 / \tau_0^2$. Rescribiendo (2.30) en términos de la integral de Fourier queda como:

$$E(z, t) = e^{(i\omega_0 t)} \int_{-\infty}^{\infty} f(\Omega) e^{i\Omega t} d\Omega \quad (2.31)$$

Para la cual se obtiene la transformada de Fourier, que es:

$$f(\Omega) = \frac{1}{4b} e^{\left(-\frac{\Omega^2}{4b}\right)} \quad (2.32)$$

Entonces para obtener el campo de la onda envolvente se multiplica cada factor de la gaussiana por su fase e^{-ikz} , obteniendo:

$$E(z, t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\Omega) e^{i(\Omega t - k(\Omega)z)} d\Omega \quad (2.33)$$

Se calcula entonces el GVD para los tres vidrios pero de forma finita y de forma aproximada, es decir tomando la forma de k (vector de propagación) de forma finita como $k = 2\pi/\lambda$ y de forma aproximada haciendo una expansión en serie de Taylor de k alrededor de la frecuencia central ω_0 de la siguiente forma:

$$k = k_0 + \frac{dk}{d\Omega} \Delta\Omega + \frac{d^2k}{d\Omega^2} (\Delta\Omega)^2 + \dots \quad (2.34)$$

Despreciando los términos superiores y sustituyendo las ecuaciones 2.26 y 2.27 de las derivadas se escribe como:

$$k = \frac{\omega_0}{c} + \frac{1}{c} (\omega - \omega_0) - \frac{\omega_0}{2c} \frac{d^2\alpha}{d\Omega^2} (\omega - \omega_0)^2 \quad (2.35)$$

Entonces en este caso, sustituyendo en la ecuación (2.33) y sumando solo la parte real de la integral el campo queda como sigue:

$$E(z, t) = \sum_1^N f_N(\Omega) \cos(\Omega_N t - k_N(\Omega)z) \quad (2.36)$$

Donde N es el número de frecuencias que forman parte del pulso. Entonces podemos graficar la intensidad del pulso dada por el cuadrado del campo $E(z,t)$.

Utilizando la k finita y aproximada se obtienen las siguientes graficas (fig.2.6-2.13) de la intensidad del pulso con respecto al tiempo al viajar por tres tipos de vidrios diferentes: SF14, Cuarzo [10] y Silica Fundida, es decir contra la distancia recorrida entre la velocidad de grupo, para las distancias de $0mm$, $100mm$, $300mm$, $600mm$ y $1000mm$ a partir de la interfase, en las cuales se puede observar el ensanchamiento del pulso, que es mayor conforme aumenta la distancia recorrida.

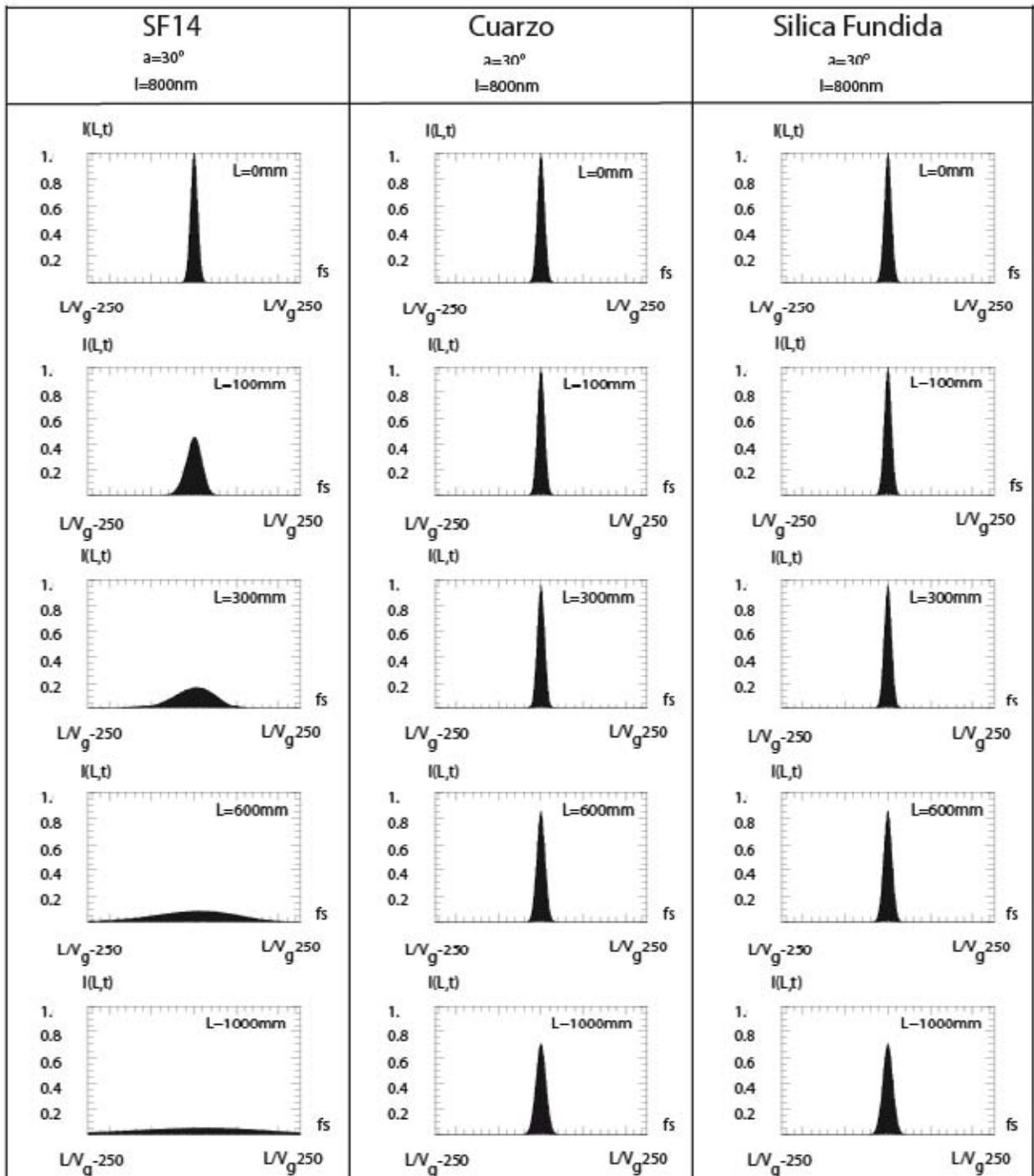


Figura 2.6. Gráficas de la intensidad de un pulso de 20fs con una k finita.

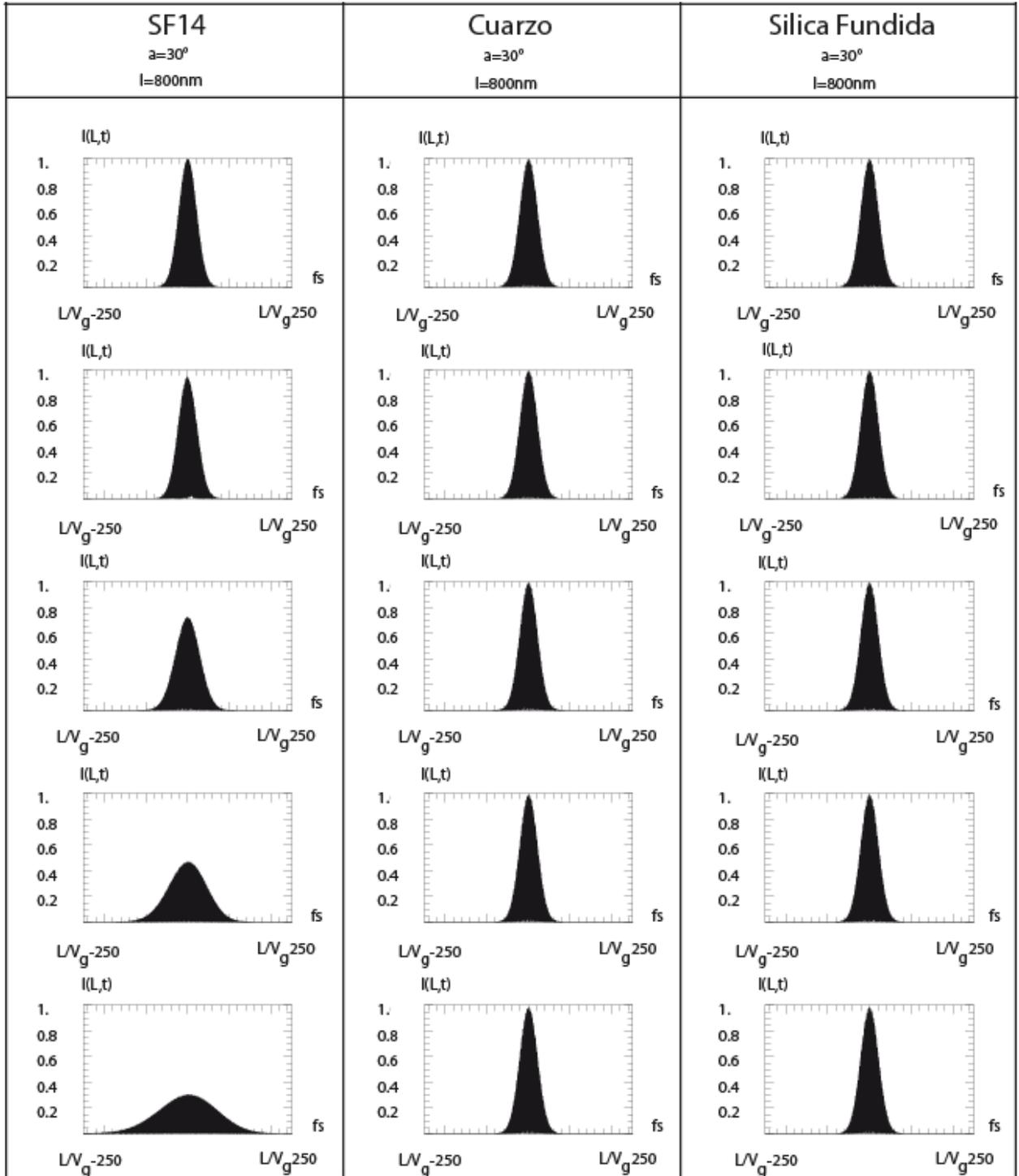


Figura 2.7. Gráficas de la intensidad de un pulso de 50fs con una k finita.

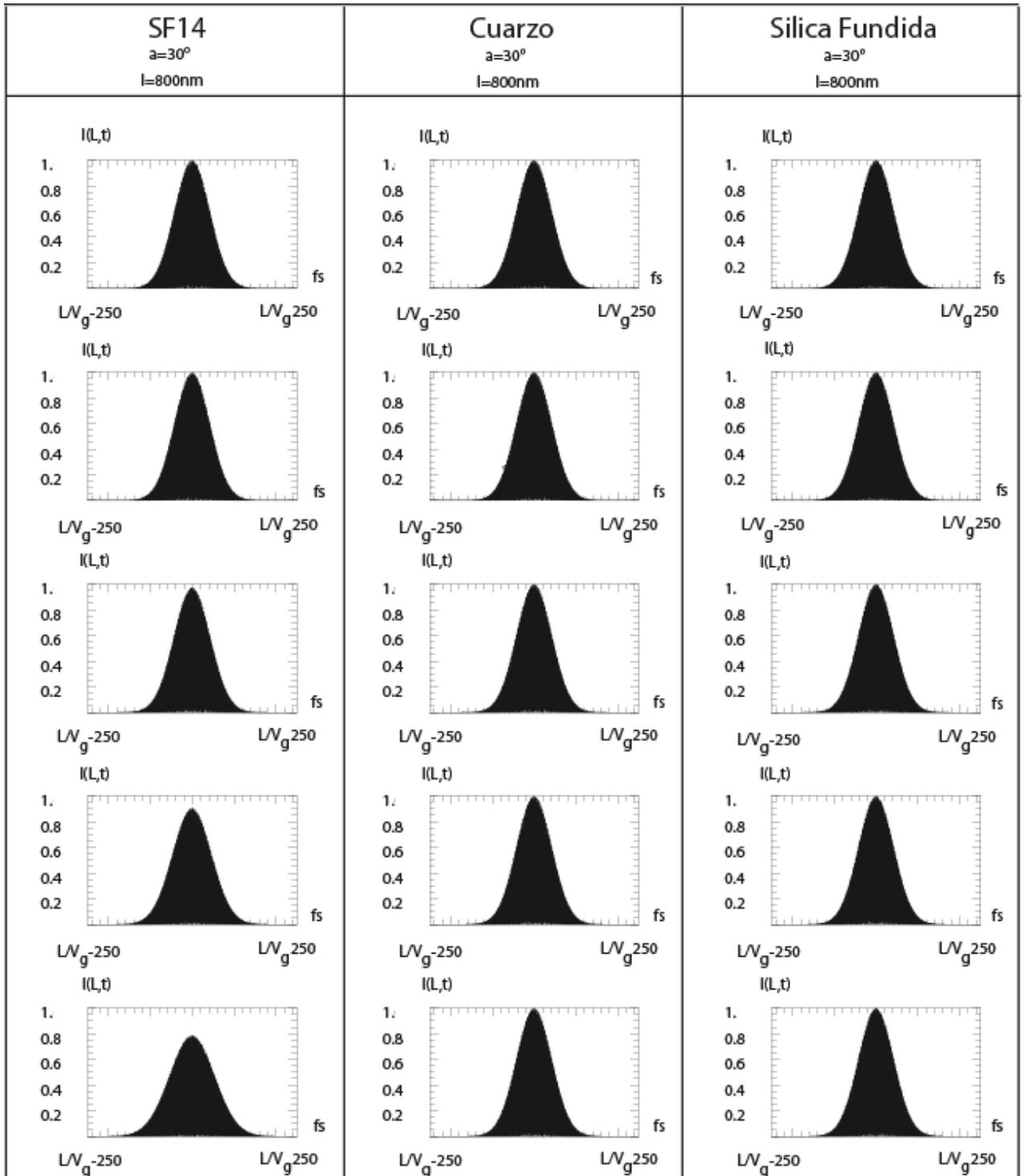


Figura 2.8. Gráficas de la intensidad de un pulso de 100fs con una k finita.

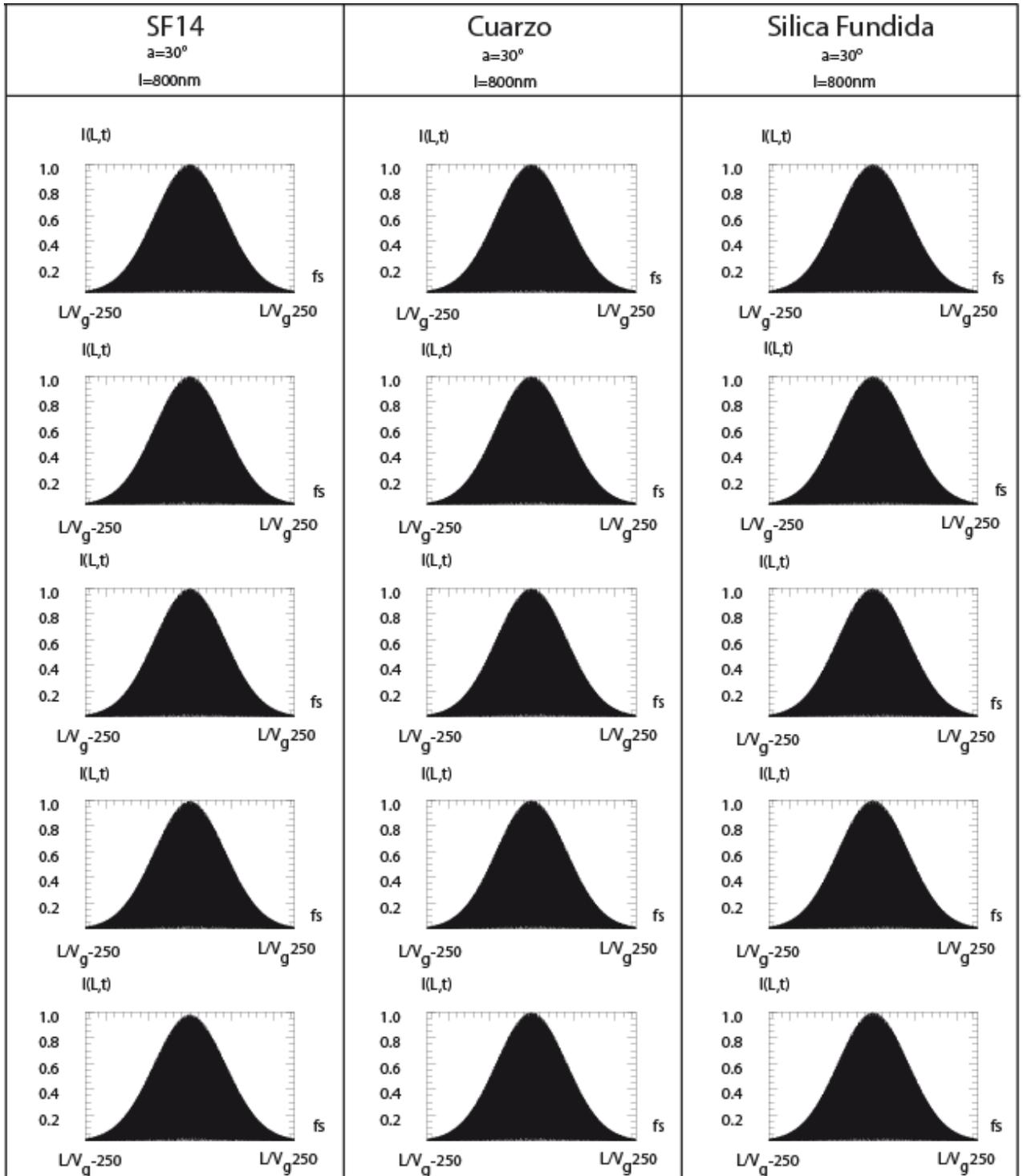


Figura 2.9. Gráficas de la intensidad de un pulso de 200fs con una k finita

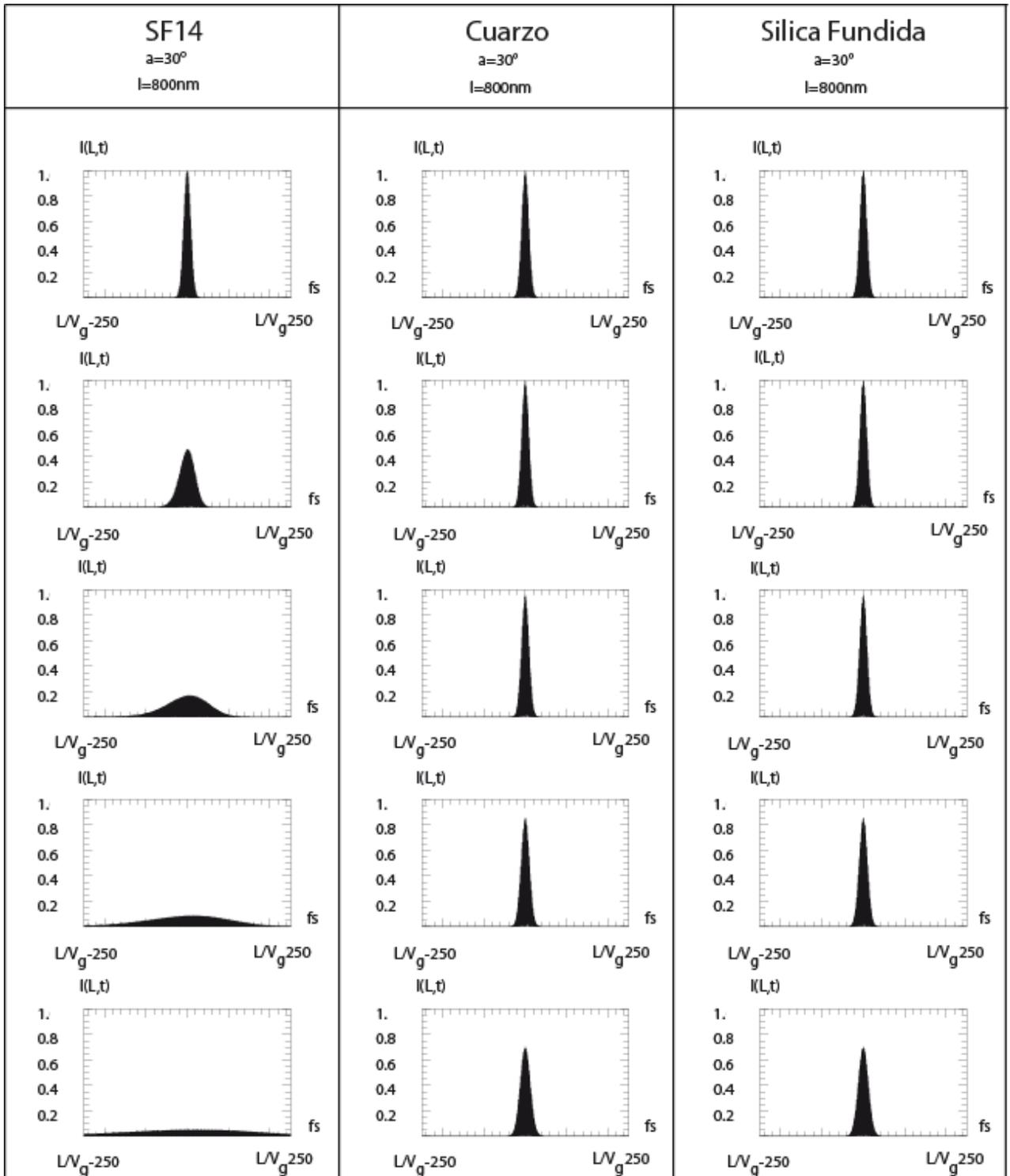


Figura 2.10. Gráficas de la intensidad de un pulso de 20fs con una k aproximada.

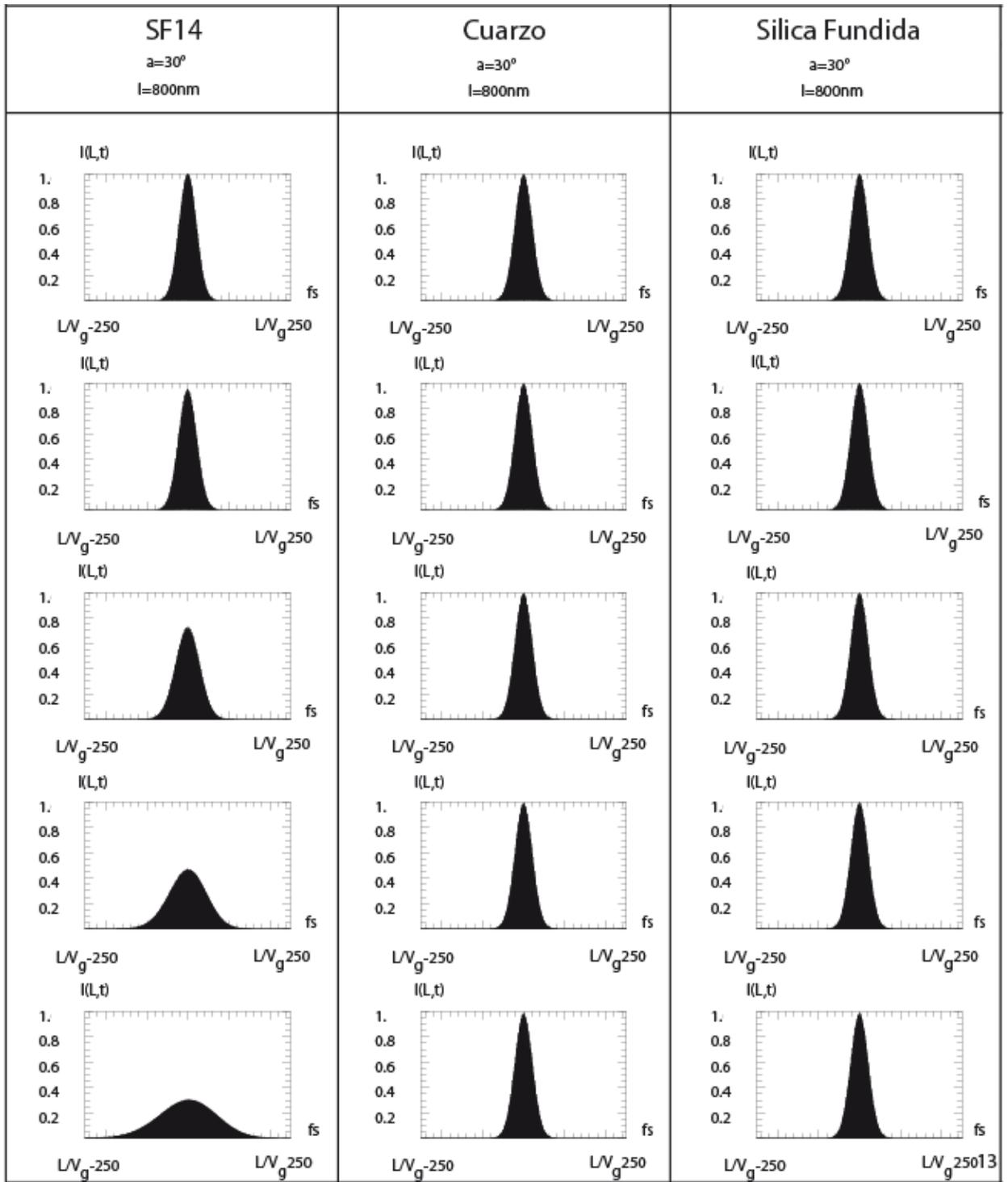


Figura 2.11. Gráficas de la intensidad de un pulso de 50fs con una k aproximada.

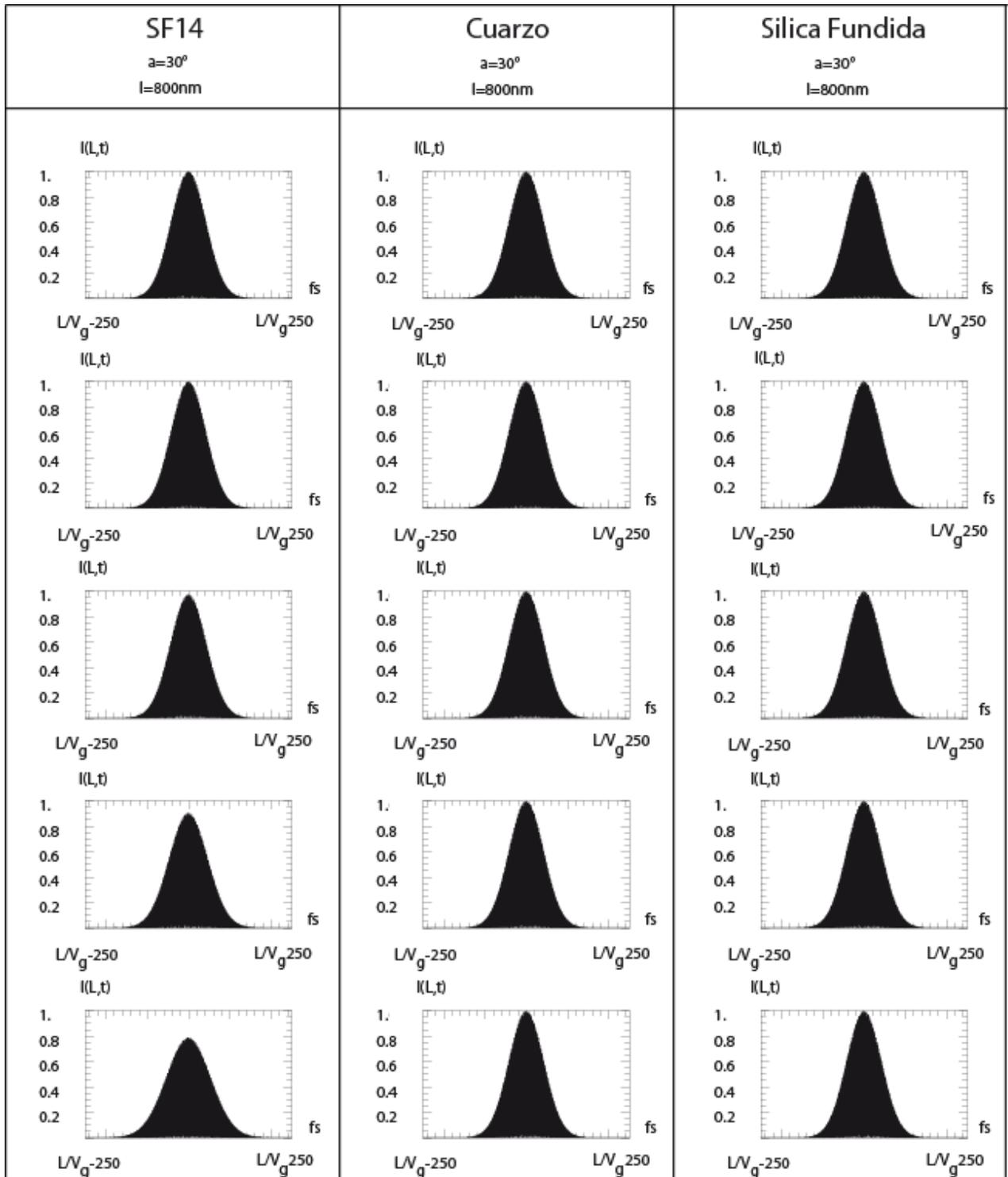


Figura 2.12. Gráficas de la intensidad de un pulso de 100fs con una k aproximada.

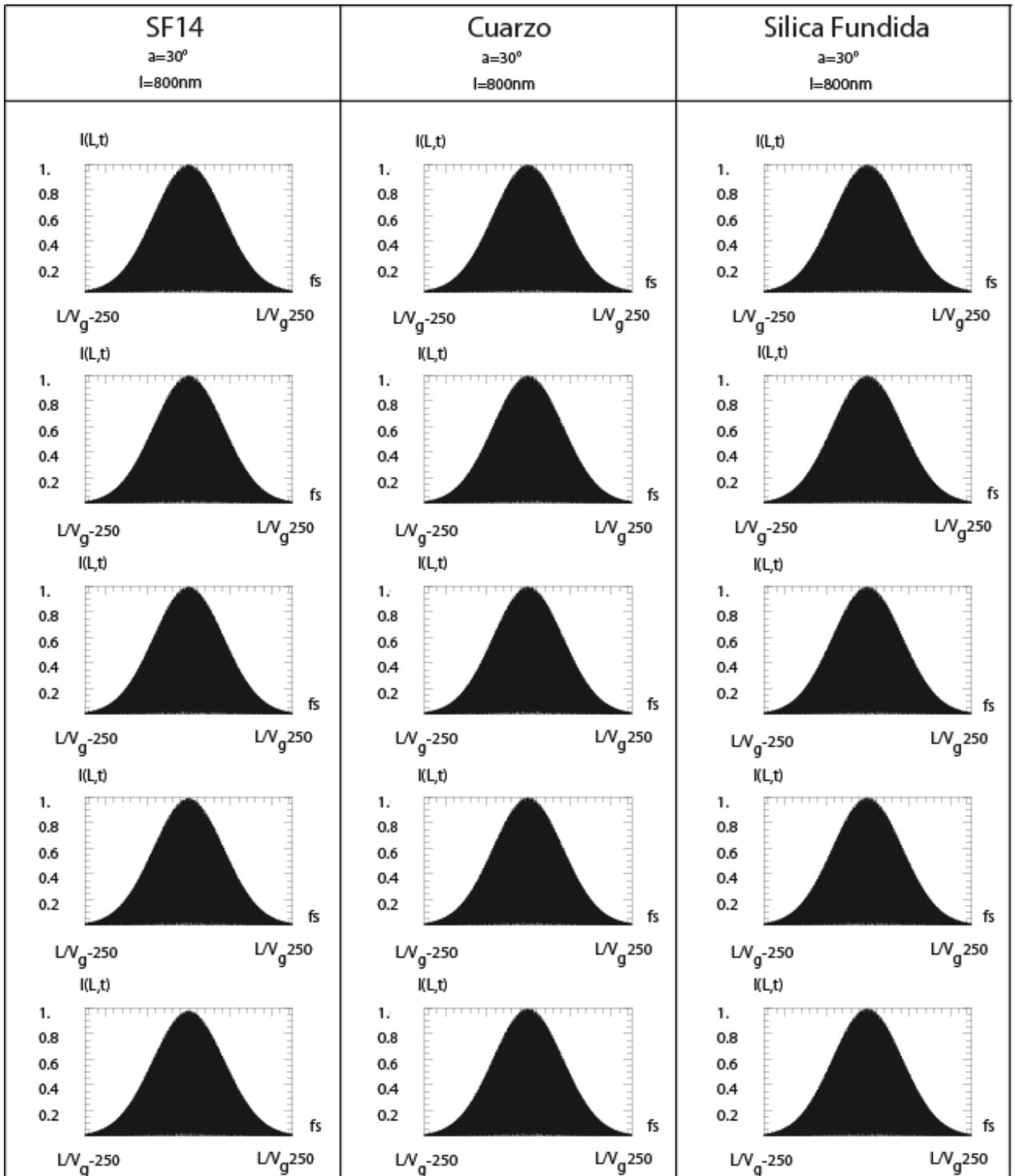


Figura 2.13. Gráficas de la intensidad de un pulso de 200fs con una k aproximada.

Para estos pulsos se tiene que la velocidad de grupo en cada caso es igual a la velocidad de la luz c , ya que el análisis anterior es para un pulso que pasa de un vidrio al vacío, por lo tanto fuera del vidrio la velocidad de grupo es igual a la velocidad de fase.

Para hacer una comparación de los anchos de los pulsos se hace un cálculo teórico del ancho a partir de la siguiente expresión:

$$\tau(L) = \tau_0 \sqrt{1 + \left(\frac{8aL \ln 2}{\tau_0^2} \right)^2} \quad (2.37)$$

Donde τ_0 es el ancho temporal inicial del pulso sin chirp y el parámetro a se define como:

$$a = \left. \frac{1}{2} \frac{d^2 k}{d\Omega^2} \right|_{\omega_0} \quad (2.38)$$

Usando la ecuación 2.37 se obtienen los siguientes resultados (tablas 2.1-2.4) para cada pulso:

Tabla 2.1. Pulso de $\tau_0 = 20 \text{ fs}$

L (mm)	Vidrio SF14 $\tau(L) \text{ fs}$	Cuarzo $\tau(L) \text{ fs}$	Silica Fundida $\tau(L) \text{ fs}$
0	20	20	20
100	43.91	20.10	20.10
300	118.98	20.87	20.88
600	235.43	23.28	23.28
1000	391.48	28.19	28.18

Tabla 2.2. Pulso de $\tau_0 = 50 fs$

L (mm)	Vidrio SF14 $\tau(L) fs$	Cuarzo $\tau(L) fs$	Silica Fundida $\tau(L) fs$
0	50	50	50
100	52.39	50.01	50.01
300	68.56	50.06	50.06
600	106.32	50.23	50.23
1000	164.19	50.63	50.63

Tabla 2.3. Pulso de $\tau_0 = 100 fs$

L (mm)	Vidrio SF14 $\tau(L) fs$	Cuarzo $\tau(L) fs$	Silica Fundida $\tau(L) fs$
0	100	100	100
100	100.30	100	100
300	102.71	100	100
600	110.46	100.03	100.03
1000	126.94	100.08	100.08

Tabla 2.4. Pulso de $\tau_0 = 200 fs$

L (mm)	Vidrio SF14 $\tau(L) fs$	Cuarzo $\tau(L) fs$	Silica Fundida $\tau(L) fs$
0	200	200	200
100	200.04	200	200
300	200.34	200	200
600	200.37	200	200
1000	203.79	200.01	200.01

De las gráficas anteriores se hace una medición a mano de los anchos de los pulsos en femto segundos, por definición el ancho de la mitad del máximo del pulso, de donde se obtienen las tablas 2.5-2.8 para el caso de los pulsos con la k finita y las tablas 2.9-2.12 para el caso de la k aproximada:

Medición del ancho temporal con k finita.

Tabla 2.5. Pulso de $\tau_0 = 20\text{ fs}$

L (mm)	Vidrio SF14 $\tau(L)\text{ fs}$	Cuarzo $\tau(L)\text{ fs}$	Silica Fundida $\tau(L)\text{ fs}$
0	20.23±0.2	20.84±1.1	21±0.2
100	42.74±0.3	20.86±0.7	20.96±0.3
300	115.78±5.7	20.14±1.1	21.03±0.3
600	231.64±2.1	23.01±1.1	23.58±0.3
1000	343.07±6.5	29.45±0.8	29.36±0.8

Tabla 2.6. Pulso de $\tau_0 = 50\text{ fs}$

L (mm)	Vidrio SF14 $\tau(L)\text{ fs}$	Cuarzo $\tau(L)\text{ fs}$	Silica Fundida $\tau(L)\text{ fs}$
0	49.75±0.3	50.52±0.3	49.65±0.3
100	53.41±0.7	50.72±0.3	50.11±0.8
300	68.34±0.4	50.52±0.3	50.84±0.3
600	105.6±0.5	50.31±0.5	50.65±0.3
1000	161.55±0.8	50.72±0.3	50.29±0.5

Tabla 2.7. Pulso de $\tau_0 = 100\text{ fs}$

L (mm)	Vidrio SF14 $\tau(L)\text{ fs}$	Cuarzo $\tau(L)\text{ fs}$	Silica Fundida $\tau(L)\text{ fs}$
0	99.81±0.5	100.58±1.0	100.06±1.8
100	100.58±1.0	100.04±1.7	100.99±1.8
300	102.04±1.0	100.61±1.0	100.17±0.6
600	109.12±1.5	100.65±1.3	101.08±0.3
1000	126.62±2.3	100.51±1.0	100.54±1.0

Tabla 2.8. Pulso de $\tau_0 = 200\text{ fs}$

L (mm)	Vidrio SF14 $\tau(L)\text{ fs}$	Cuarzo $\tau(L)\text{ fs}$	Silica Fundida $\tau(L)\text{ fs}$
0	199.66±0.5	200.8±0.8	200.41±1.2
100	200.53±0.3	200.98±1.4	201.02±2.0
300	200.98±0.5	200.69±0.8	200.4±0.3
600	200.78±0.7	200.56±0.5	200.86±0.7
1000	202.26±1.0	200.12±0.8	200.93±0.5

Medición del ancho temporal con k aproximada.

Tabla 2.9. Pulso de $\tau_0 = 20\text{ fs}$

L (mm)	Vidrio SF14 $\tau(L)\text{ fs}$	Cuarzo $\tau(L)\text{ fs}$	Silica Fundida $\tau(L)\text{ fs}$
0	20.23±0.2	20.84±1.1	21±0.2
100	43.33±0.5	21.42±0.5	20.42±0.1
300	112.65±1.2	20.83±0.7	21.33±0.2
600	216.29±2.2	23.86±0.8	23.38±0.5
1000	344.82±7.2	29.29±1.0	28.91±0.3

Tabla 2.10. Pulso de $\tau_0 = 50\text{ fs}$

L (mm)	Vidrio SF14 $\tau(L)\text{ fs}$	Cuarzo $\tau(L)\text{ fs}$	Silica Fundida $\tau(L)\text{ fs}$
0	49.75±0.3	50.52±0.3	49.65±0.3
100	52.22±0.8	49.88±0.4	49.97±0.5
300	67.73±1.0	50.51±0.3	50.49±0.6
600	105.3±0.8	50.85±0.6	50.9±0.5
1000	157.89±0.6	50.47±0.5	50.88±0.9

Tabla 2.11. Pulso de $\tau_0 = 100\text{ fs}$

L (mm)	Vidrio SF14 $\tau(L)\text{ fs}$	Cuarzo $\tau(L)\text{ fs}$	Silica Fundida $\tau(L)\text{ fs}$
0	99.81±0.5	100.58±1.0	100.06±1.8
100	101.19±0.5	100.81±0.1	101.03±0.2
300	102.42±0.9	100.98±0.3	100.5±0.5
600	110.31±0.6	101.07±0.3	100.98±0.3
1000	126.71±2.3	101.03±0.3	101.26±1.0

Tabla 2.12. Pulso de $\tau_0 = 200\text{ fs}$

L (mm)	Vidrio SF14 $\tau(L)\text{ fs}$	Cuarzo $\tau(L)\text{ fs}$	Silica Fundida $\tau(L)\text{ fs}$
0	199.66±0.5	200.8±0.8	200.41±1.2
100	200.53±0.5	201.65±0.2	200.53±1.0
300	200.33±0.3	200.62±0.5	200.35±0.6
600	200.85±0.5	200.53±0.5	200.67±0.8
1000	202.78±2.0	200.99±1.0	200.92±1.3

De las tablas anteriores podemos observar que el ensanchamiento de la intensidad del pulso se hace mas evidente en los pulsos mas cortos como el de 20fs y es menos notorio en los mas grandes como el de 200fs, además como el cambio en el ángulo depende de el índice de refracción del vidrio, es decir será distinto para cada frecuencia del pulso, entonces entre mas dispersivo sea el vidrio se ensancha mas el pulso al salir de el, por lo tanto como se puede ver en las graficas, el vidrio mas dispersivo es el SF14 en el cual se observa el mayor ensanchamiento lo que provoca que su intensidad disminuya en mayor cantidad que con los otros vidrios, los cuales tienen un índice de refracción muy parecido entre ellos.

Los resultados obtenidos al hacer la medición de las graficas son comparables a los obtenidos al hacer el calculo teórico del ancho temporal del pulso, es decir la medición de estos tiene un error muy pequeño comparada con los resultados exactos.

Capitulo 3

Compresión de pulsos

Como ya se menciona anteriormente la compresión de pulsos puede hacerse a través de distintos medios como vidrios, prismas, rejillas, etc. En este trabajo solo se discutirá la compresión por un prisma y por arreglos de varios prismas.

3.1 Calculo de GVD para un prisma rectangular.

Los elementos que se utilizan comúnmente para dispersión angular son los prismas y las rejillas [14], pero para poder determinar la dispersión que estos introducen, hay que determinar no solo la cantidad $\alpha(\Omega)$ sino también las superficies por las cuales esta siendo calculado el camino óptico.

La dispersión de de un elemento solo tiene sentido cuando se le asocia a superficies de referencia, como en el caso de una cavidad, por otra parte cuando se tiene mas de un elemento se puede compensar la dispersión, en este caso la superficie de referencia será normal al haz de luz.

Controlar la dispersión es de gran ayuda para el desarrollo de fuentes en femto segundos, un ejemplo de esto es la cavidad que se muestra en la figura 3.1 que contiene un elemento con dispersión angular, normalmente un GVD negativo es asociado a la dispersión angular, y un GVD positivo a la propagación a través del prisma, por lo tanto se pensaría que es posible modificar el GVD de esta cavidad de positivo a negativo [12], [15].

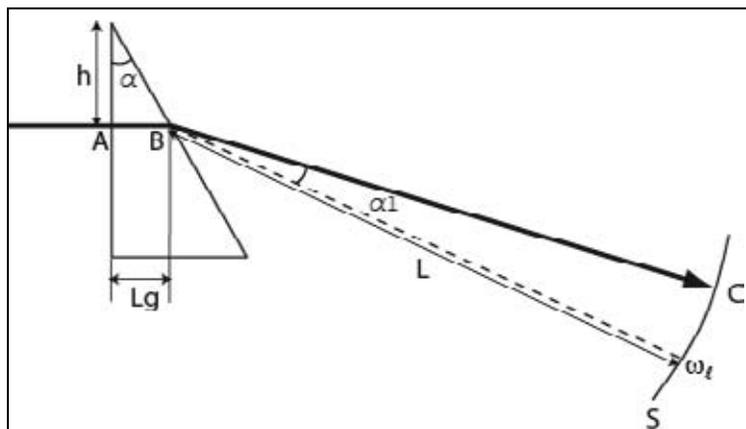


Figura 3.1: Ejemplo de una cavidad con un prisma de ángulo recto.

Supongamos que tenemos este arreglo en una cavidad, el cual consiste de un prisma rectangular, es decir un prisma por el cual el pulso incide normal a una de las superficies y sale desviado por otra superficie, para este caso tomaremos el GVD dentro del vidrio y fuera del vidrio, el caso cuando sale del vidrio es análogo a la interfase estudiada en el capítulo anterior por lo tanto tendremos que fijarnos solo en la parte del vidrio y unirlo con las ecuaciones obtenidas anteriormente, la distancia fuera del prisma para la frecuencia central ω_l es L y h es la altura por la que entra el haz a partir del ápex α del prisma, de tal forma que el camino óptico a través del vidrio se puede escribir como:

$$L_g = h \tan \alpha$$

$$\text{Ahora definimos } a = \frac{h \tan \alpha}{c} \quad (3.1)$$

$$y - \Psi_{AB}(\Omega) = -k(\Omega)L_g$$

$$\Rightarrow \Psi_{AB}(\Omega) = \frac{\Omega n}{c} L_g = \frac{\Omega n}{c} ac = \Omega na \quad (3.2)$$

$$\Rightarrow \frac{d\Psi_{AB}}{d\Omega} = na + \Omega a \frac{dn}{d\Omega} = a \left(n + \Omega \frac{dn}{d\Omega} \right) \quad (3.3)$$

$$\therefore \frac{d^2\Psi_{AB}}{d\Omega^2} = a \frac{dn}{d\Omega} + a \frac{dn}{d\Omega} + \Omega a \frac{d^2n}{d\Omega^2} = a \left(2 \frac{dn}{d\Omega} + \Omega \frac{d^2n}{d\Omega^2} \right) \quad (3.4)$$

Pero por otra parte también tenemos que:

$$\Psi_{AB}(\Omega) = \Psi_0 + \left. \frac{d\Psi}{d\Omega} \right|_{\omega_\ell} \Delta\Omega + \frac{1}{2} \left. \frac{d^2\Psi}{d\Omega^2} \right|_{\omega_\ell} (\Delta\Omega)^2 + \dots \quad (3.5)$$

$$\Rightarrow \Psi_{AB}(\Omega) = \Psi_0 + a \left[\Omega \frac{dn}{d\Omega} + n \right]_{\omega_\ell} \Delta\Omega + \frac{a}{2} \left[2 \frac{dn}{d\Omega} + \Omega \frac{d^2\Psi}{d\Omega^2} \right] (\Delta\Omega)^2 + \dots \quad (3.5a)$$

donde $\Delta\Omega = \Omega - \omega_\ell$

Y para la parte en aire tenemos que $-\Psi_{BC}(\Omega) = -k(\Omega)\overline{BC}$

$$\text{con } \Psi_{BC}(\Omega) = \frac{\Omega}{c} L \cos \alpha \quad (3.6)$$

donde α es la salida del ángulo de dispersión con respecto al ángulo de difracción a ω_ℓ .

Para obtener el GVD calculamos las derivadas de $\Psi_{AB}(\Omega)$ y de $\Psi_{BC}(\Omega)$ usando que

$\omega_\ell = \frac{2\pi c}{\lambda}$ obteniendo:

$$\frac{d^2\Psi_{AB}}{d\Omega^2} = a \left(2 \frac{dn}{d\Omega} + \Omega \frac{d^2n}{d\Omega^2} \right) = a \left(-2 \frac{\lambda^2}{2\pi c} \frac{dn}{d\lambda} + \Omega \frac{\lambda^2}{(2\pi c)^2} \left(\lambda^2 \frac{d^2n}{d\lambda^2} + 2\lambda \frac{dn}{d\lambda} \right) \right) = \left. \frac{L_g \lambda^3}{2\pi c^2} \frac{d^2n}{d\lambda^2} \right|_{\omega_\ell} \quad (3.7)$$

$$\frac{d\Psi_{BC}}{d\Omega} = -\frac{L}{c} \Omega \operatorname{sen} \alpha \frac{d\alpha}{d\Omega} + \frac{L}{c} \cos \alpha \Big|_{\omega_\ell} = \frac{L}{c} \quad (3.8)$$

$$\frac{d^2\Psi_{BC}}{d\Omega^2} = -\frac{L}{c} \left[\operatorname{sen} \alpha \left(2 \frac{d\alpha}{d\Omega} + \Omega \frac{d^2\alpha}{d\Omega^2} \right) + \Omega \cos \alpha \left(\frac{d\alpha}{d\Omega} \right)^2 \right] \Big|_{\omega_\ell} = -\frac{L}{c} \omega_\ell \left(\frac{d\alpha}{d\Omega} \Big|_{\omega_\ell} \right)^2 \quad (3.9)$$

Evaluando en ω_ℓ , tenemos

$$\frac{d^2\Psi_{AB}}{d\Omega^2} \Big|_{\omega_\ell} = \frac{L_g \lambda^3}{2\pi c^2} \frac{d^2 n}{d\lambda^2} \Big|_{\omega_\ell} \quad (3.10)$$

$$\text{y } \frac{d^2\Psi_{BC}}{d\Omega^2} \Big|_{\omega_\ell} = -\frac{L\omega_\ell}{c} \left(\frac{d\alpha}{d\Omega} \Big|_{\omega_\ell} \right)^2 \quad (3.11)$$

A partir de las ecuaciones (3.10) y (3.11) se obtiene el GVD total

$$\frac{d^2\Psi}{d\Omega^2} \Big|_{\omega_\ell} = \frac{d^2\Psi_{AB}}{d\Omega^2} \Big|_{\omega_\ell} + \frac{d^2\Psi_{BC}}{d\Omega^2} \Big|_{\omega_\ell} = \frac{L_g \lambda^3}{2\pi c^2} \frac{d^2 n}{d\lambda^2} \Big|_{\omega_\ell} - \frac{L\omega_\ell}{c} \left(\frac{d\alpha}{d\Omega} \Big|_{\omega_\ell} \right)^2 \quad (3.12)$$

Ahora usando la dependencia del índice de refracción y tomando en cuenta que para el prisma el ángulo de Brewster es: $\tan \alpha = 1/n(\omega_\ell)$, entonces por la ecuación (3.1)

$$\Rightarrow a = \frac{h \tan \alpha}{c} = \frac{h}{nc} \quad (3.13)$$

Sustituyendo la ecuación (3.13) en (3.12) tenemos que el GVD será

$$\left. \frac{d^2\Psi}{d\Omega^2} \right|_{\omega_\ell} = \frac{h\lambda^3}{2\pi mc^2} \left. \frac{d^2n}{d\lambda^2} \right|_{\omega_\ell} - \frac{L\omega_\ell}{c} \left(\left. \frac{d\alpha}{d\Omega} \right|_{\omega_\ell} \right)^2 \quad (3.14)$$

Al entrar el pulso en el vidrio, se genera un GVD provocado por el índice de refracción del material ensanchando el pulso, por lo tanto el pulso llega a la segunda interfase con un chirp positivo, al salir del vidrio como se vio en el capítulo anterior, la dispersión angular genera un chirp negativo que al combinarse con el chirp positivo comprime el pulso a su tamaño original.

Sin embargo esto solo sucede a cierta distancia al salir del vidrio (Tablas 3.1 y 3.2), es decir a la distancia necesaria para compensar la dispersión angular con el retraso de fase en el vidrio como se muestra en la figura 3.2.

Para encontrar la distancia a la que se comprime el pulso se iguala a cero la segunda derivada de Ψ con respecto a la frecuencia y se despeja L , tomando una longitud Lg dentro del vidrio dada. Si tomamos $h = 15\text{mm}$, entonces $Lg = 8.66\text{mm}$, con estos valores obtenemos que para los tres vidrios utilizados anteriormente en el capítulo 2, las distancias a las que se comprimen los pulsos son:

Tabla 3.1: Ancho final de un pulso inicial de 50fs a diferentes distancias.

SF14		Cuarzo		Silica Fundida	
$Vg = 1.67904 \times 10^8 \text{m/s}$		$Vg = 2.04479 \times 10^8 \text{m/s}$		$Vg = 2.04483 \times 10^8 \text{m/s}$	
$a = 8.77259 \times 10^{-29}$		$a = 1.79843 \times 10^{-29}$		$a = 1.79998 \times 10^{-29}$	
$L(\text{mm})$	$\tau(\text{fs})$	$L(\text{mm})$	$\tau(\text{fs})$	$L(\text{mm})$	$\tau(\text{fs})$
547.43	50	2182.69	50	2185.75	50
447	52.41	182	52.47	185	52.46
647	52.37	4182	52.46	4185	52.46

Compresión de pulsos

Tabla 3.2: Ancho final de un pulso inicial de 20fs a diferentes distancias.

SF14		Cuarzo		Silica Fundida	
$V_g = 1.67904 \times 10^8 \text{ m/s}$		$V_g = 2.04479 \times 10^8 \text{ m/s}$		$V_g = 2.04483 \times 10^8 \text{ m/s}$	
$a = 8.77259 \times 10^{-29}$		$a = 1.79843 \times 10^{-29}$		$a = 1.79998 \times 10^{-29}$	
$L(\text{mm})$	$\tau(\text{fs})$	$L(\text{mm})$	$\tau(\text{fs})$	$L(\text{mm})$	$\tau(\text{fs})$
547.43	20	2182.69	20	2185.75	20
447	44.06	1182	28.20	1185	28.19
647	43.77	3182	28.18	3185	28.17

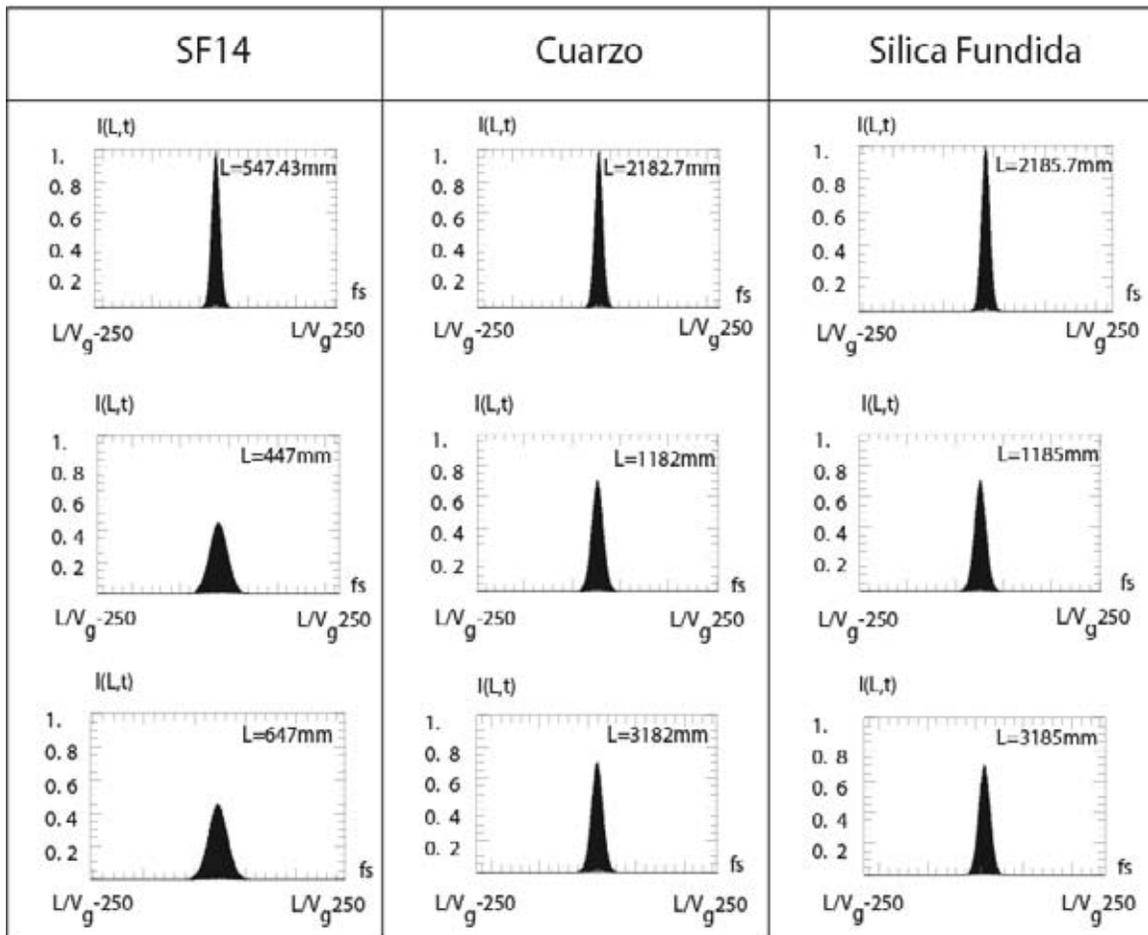


Figura 3.2: Intensidad de un pulso de 20fs a la distancia en que se comprime, una distancia menor y una mayor.

Como se puede observar en las tablas 3.1 y 3.2, la distancia a las que se comprimen los pulsos no depende del ancho del pulso que incide en el prisma.

En el visible muchos de los vidrios tienen una dispersión GVD positiva, por lo tanto en esta cavidad con un solo prisma la dispersión de velocidad de grupo se puede ajustar a través del parámetro h [16]. Como podemos observar en este caso, la dispersión total no solo viene de la propagación del pulso a través del medio, si no también hay una contribución de la dispersión angular en conjunto con la cavidad.

Sin embargo, cuando se trabaja con pulsos menores de 20 femtosegundos la aproximación de segundo orden ya no es buena, entonces en estos casos es mejor utilizar la aproximación de tercer orden, es decir derivando la ecuación 3.7 y utilizando la ecuación 2.26 obtenemos la tercera derivada como:

$$\left. \frac{d^3\Psi_{AB}}{d\Omega^3} \right|_{\omega_\ell} = a \left(3 \frac{d^2n}{d\Omega^2} + \Omega \frac{d^3n}{d\Omega^3} \right) = \frac{Lg}{c(2\pi c)^2} \left(-3\lambda^2 \frac{d^2n}{d\kappa^2} - \lambda^5 \frac{d^3n}{d\lambda^3} \right) \Bigg|_{\omega_\ell} \quad (3.15)$$

$$\left. \frac{d^3\Psi}{d\Omega^3} \right|_{\omega_\ell} = \frac{Lg}{c(2\pi c)^2} \left(-3\lambda^2 \frac{d^2n}{d\kappa^2} - \lambda^5 \frac{d^3n}{d\lambda^3} \right) \Bigg|_{\omega_\ell} - \frac{3L}{c} \left(\left(\frac{d\alpha}{d\Omega} \right)^2 + \Omega \frac{d^2\alpha}{d\Omega^2} \frac{d\alpha}{d\Omega} \right) \Bigg|_{\omega_\ell} \quad (3.16)$$

Si graficamos los pulsos utilizando la forma finita de k (fig. 3.3) y su forma aproximada de segundo orden (fig. 3.4) se puede ver que la forma del pulso ya no es la misma para ambos casos, por lo tanto se utiliza la aproximación de tercer orden, la cual nos da los mismos pulsos que los obtenidos usando la forma finita.

Los pulsos de femtosegundos se han obtenido al ajustar el GVD en una cavidad de un láser de estado sólido con un prisma, En este caso, el rango espectral que se tendría normalmente por la dispersión angular es eliminado al poner el ápex del prisma al centro

del resonador, en tal caso, el ajuste de la dispersión positiva puede comprimir los pulsos debido al chirp negativo introducido por la absorción saturable en la resonancia.

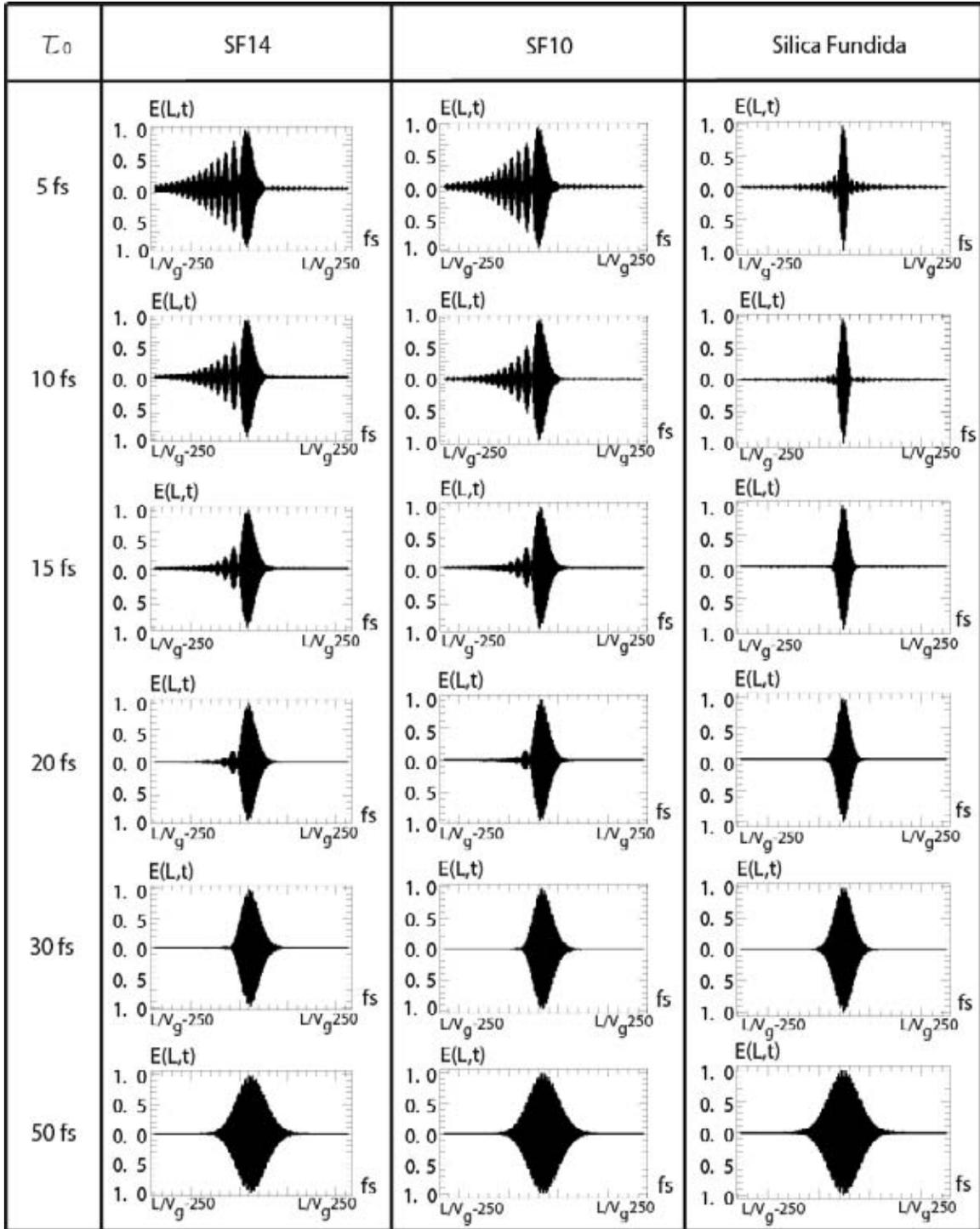


Figura 3.3: Pulso obtenido con la k finita para distintos pulsos incidentes.

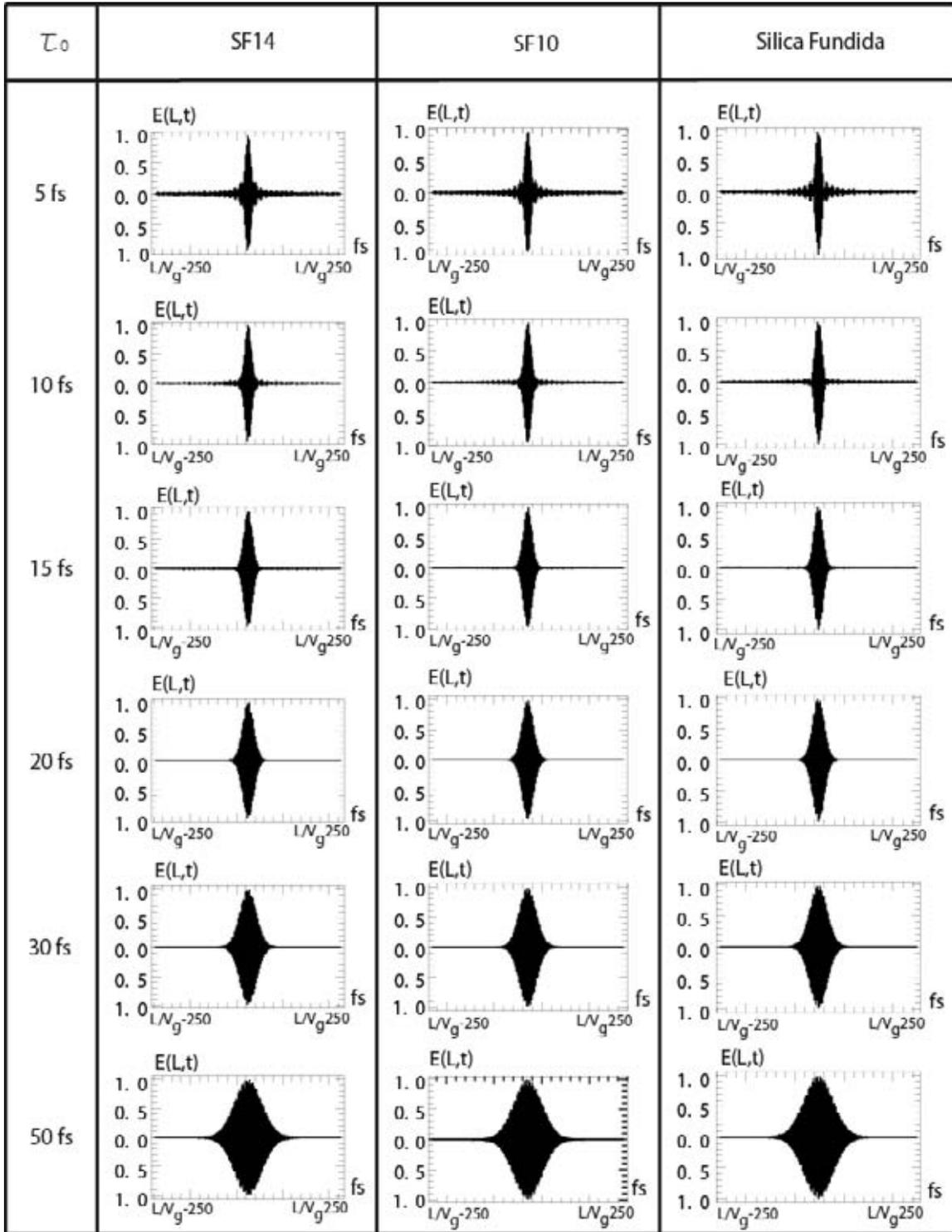


Figura 3.4: Pulso obtenido con la aproximación de segundo orden de k para distintos pulsos incidentes.

3.2 Compresión de pulsos en pares de prismas

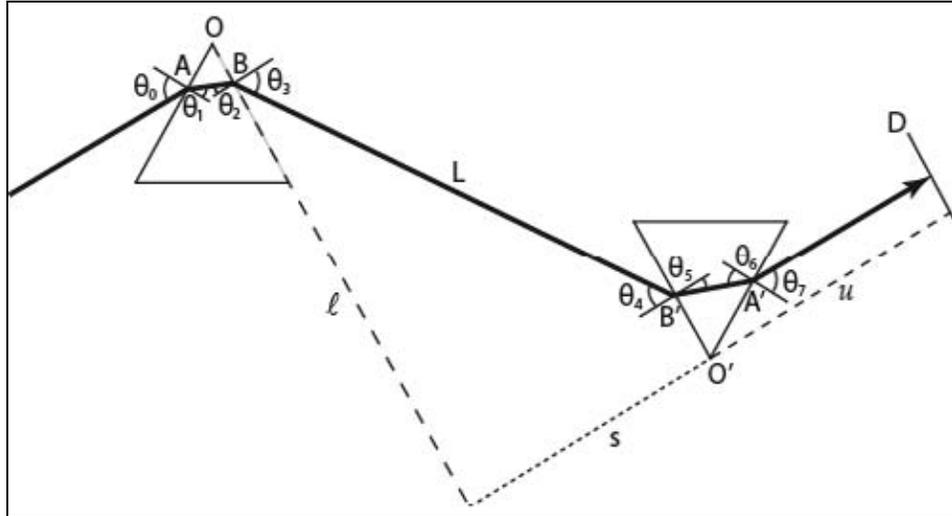


Figura 3.5: Arreglo de dos prismas en una cavidad.

En muchos casos prácticos el uso de otro elemento dentro de una cavidad es de mucha ayuda para poder compensar los efectos ocasionados por el primer elemento, en tales casos se utilizan pares de prismas o rejillas, e incluso arreglos más de dos elementos [17]. Uno de los casos más comunes es un arreglo de prismas isósceles [18]. Si tenemos un par de prismas isósceles y tomamos un pulso sin chirp y suponiendo que todas las ondas que lo conforman viajan en la misma dirección, lo hacemos incidir en un arreglo de prismas, en el cual los prismas están orientados en dirección opuesta, es decir con caras paralelas contrarias, esto para compensar la dispersión angular, además de que los prismas son idénticos y del mismo material, por lo que tienen el mismo ángulo α . El pulso incide en el primer prisma a un ángulo θ_0 , entonces el pulso viajara a través de dicho prisma y saldrá con una cantidad de chirp por el GVD producido por el prisma, además al pasar del primer prisma al segundo, se sumará el GVD por la dispersión angular, y por ultimo se tendrá también GVD por el segundo prisma y por dispersión angular al salir del segundo prisma. Para obtener el camino óptico del pulso a través de los prismas lo hacemos para la frecuencia central ω_ℓ , donde los ángulos de incidencia y refracción en las respectivas

superficies son: $\theta_0, \theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5, \theta_6$ y θ_7 , las cuales cumplen que para cualquier frecuencia $\theta_0 = \theta_7, \theta_1 = \theta_6, \theta_2 = \theta_5, \theta_3 = \theta_4$ y $\alpha = \theta_1 + \theta_2$ [7]. Para hacer el cálculo del GVD de una forma más sencilla tomamos t como la distancia entre las puntas de los prismas, s la distancia entre las caras paralelas de los prismas, Lg la distancia que viaja el pulso dentro de los dos prismas y L la distancia que recorre entre ambos prismas.

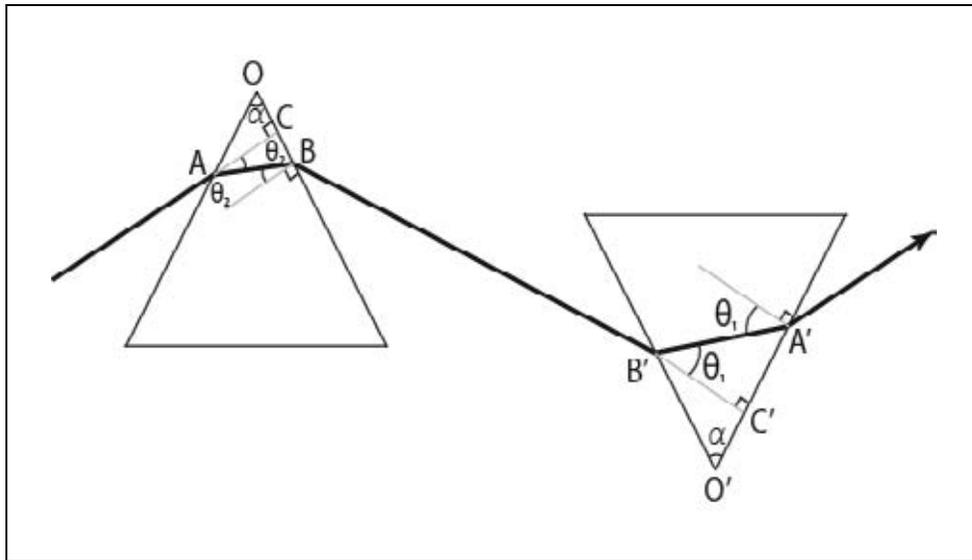


Figura 3.6: Camino óptico de un pulso al atravesar un par de prismas.

Si dividimos el camino óptico por partes, es decir separamos cada parte del recorrido para obtener la fase en cada uno, entonces tomando en cuenta el camino óptico que recorre solamente dentro de los prismas, es decir el trayecto entre los puntos AB y B'A', se obtiene por geometría que:

$$AB = \frac{AC}{\cos \theta_2} = OA \frac{\text{sen} \alpha}{\cos \theta_2} \quad (3.17)$$

$$B'A' = \frac{B'C'}{\cos \theta_1} = O'B' \frac{\text{sen} \alpha}{\cos \theta_1} \quad (3.18)$$

donde: $O' B' = t - s \tan \theta_3 - OB$

con $OB = OC + CB = OA \cos \alpha + OA \tan \alpha \tan \theta_2$

$$\therefore B' A' = (t - s \tan \theta_3 - OA(\cos \alpha + \tan \alpha \tan \theta_2)) \frac{\sin \alpha}{\cos \theta_1} \quad (3.19)$$

Sean $OA = a$ y Lg la distancia que viaja dentro de los dos prismas, tenemos que:

$$\begin{aligned} Lg &= AB + B' A' = a \frac{\sin \alpha}{\cos \theta_2} + (t - s \tan \theta_3 - a(\cos \alpha + \tan \alpha \tan \theta_2)) \frac{\sin \alpha}{\cos \theta_1} \\ &= (t - s \tan \theta_3) \frac{\sin \alpha}{\cos \theta_1} + a \frac{\sin \alpha}{\cos \theta_2} - a \left(\frac{\cos \alpha \sin \alpha + \tan^2 \alpha \tan \theta_2}{\cos(\alpha - \theta_2)} \right) \\ &= (t - s \tan \theta_3) \frac{\sin \alpha}{\cos \theta_1} \end{aligned} \quad (3.20)$$

Entonces la fase para la parte dentro de los prismas esta dada por:

$$\Psi_1 = kL = \frac{\Omega}{c} nLg \quad (3.21)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\Psi_1}{d\Omega} &= \frac{nLg}{c} + \frac{\Omega Lg}{c} \frac{dn}{d\Omega} + \frac{\Omega n}{c} \frac{dLg}{d\Omega} \\ &= \frac{Lg}{c} \left(n + \Omega \frac{dn}{d\Omega} \right) + \frac{\Omega n}{c} \left(Lg \tan \theta_1 \frac{d\theta_1}{d\Omega} - \frac{s}{\cos^2 \theta_3} \frac{\sin \alpha}{\cos \theta_1} \frac{d\theta_3}{d\Omega} \right) \end{aligned} \quad (3.22)$$

$$\text{donde } \frac{dLg}{d\Omega} = Lg \tan \theta_1 \frac{d\theta_1}{d\Omega} - \frac{s}{\cos^2 \theta_3} \frac{\sin \alpha}{\cos \theta_1} \frac{d\theta_3}{d\Omega} \quad (3.23)$$

En la ecuación 3.20 el primer término se debe a la dispersión por el material, el segundo al cambio en la distancia dentro de los prismas por la dispersión angular, y el último se debe a la reducción del camino en el segundo prisma por la dispersión angular al salir del primer prisma.

Para la parte en el aire, tomamos en cuenta primero el camino que se encuentra entre los dos prismas, en el cual el cambio en el camino óptico se calcula por la dispersión angular al salir del primer prisma, si tomamos $L = s/\cos \theta_3$ se tendrá que la fase es:

$$\Psi_2 = BB' \frac{\Omega}{c} = L \frac{\Omega}{c} \quad (3.24)$$

$$\frac{d\Psi_2}{d\Omega} = \frac{\Omega}{c} L \tan \theta_3 \frac{d\theta_3}{d\Omega} + \frac{L}{c} \quad (3.25)$$

Por último se toma en cuenta la desviación angular al salir del segundo prisma el cual encontramos por la figura 3.3 como:

$$\Psi_3 = \frac{\Omega}{c} (u - O'A' \text{sen} \theta_0) \quad (3.26)$$

$$\begin{aligned} \text{Donde } O'A' &= O'C' + C'A' = O'B' \cos \alpha + O'B' \text{sen} \alpha \tan(\alpha - \theta_2) \\ &= (t - s \tan \theta_3 - a(\cos \alpha + \text{sen} \alpha \tan \theta_2))(\cos \alpha + \text{sen} \alpha \tan(\alpha - \theta_2)) \\ &= (t - s \tan \theta_3)(\cos \alpha + \text{sen} \alpha \tan \theta_1) - a \end{aligned} \quad (3.27)$$

Como u es una constante arbitraria, se puede tomar igual a cero, entonces la derivada de la fase queda como

$$\begin{aligned} \frac{d\Psi_3}{d\Omega} &= -\frac{O'A' \text{sen} \theta_0}{c} - \frac{\Omega \text{sen} \theta_0}{c} \frac{dO'A'}{d\Omega} \\ &= -\frac{O'A' \text{sen} \theta_0}{c} + \frac{s\Omega \text{sen} \theta_0}{c \cos^2 \theta_3} (\cos \alpha + \text{sen} \alpha \tan \theta_1) \frac{d\theta_3}{d\Omega} - \frac{\Omega}{c} (t - s \tan \theta_3) \frac{\text{sen} \theta_0 \text{sen} \alpha}{\cos^2 \theta_1} \frac{d\theta_1}{d\Omega} \\ &= -\frac{O'A' \text{sen} \theta_0}{c} + \frac{\Omega s n}{c \cos^2 \theta_3} \left(\cos \alpha \text{sen} \theta_1 + \text{sen} \alpha \frac{\text{sen}^2 \theta_1}{\cos \theta_1} \right) \frac{d\theta_3}{d\Omega} - \frac{\Omega n}{c} (t - s \tan \theta_3) \frac{\text{sen} \alpha}{\cos^2 \theta_1} \text{sen} \theta_1 \frac{d\theta_1}{d\Omega} \end{aligned} \quad (3.28)$$

$$\text{con } \frac{dO'A'}{d\Omega} = (t - s \tan \theta_3) \frac{\text{sen} \alpha}{\cos^2 \theta_1} \frac{d\theta_1}{d\Omega} - (\cos \alpha + \text{sen} \alpha \tan \theta_1) \frac{s}{\cos^2 \theta_3} \frac{d\theta_3}{d\Omega} \quad (3.29)$$

Por lo tanto la fase en aire y en el vidrio se obtiene cuando sumamos todas las contribuciones, entonces la fase total y su primera derivada estarán dadas como:

$$\Psi = \frac{\Omega}{c} nLg + \frac{\Omega}{c} L - \frac{\Omega}{c} (O' A' \text{sen}\theta_0) \quad (3.30)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\Psi}{d\Omega} &= \frac{Lg}{c} \left(n + \Omega \frac{dn}{d\Omega} \right) + \frac{\Omega n}{c} \left(Lg \tan \theta_1 \frac{d\theta_1}{d\Omega} - \frac{s}{\cos^2 \theta_3} \frac{\text{sen}\alpha}{\cos \theta_1} \frac{d\theta_3}{d\Omega} \right) + \frac{\Omega}{c} L \tan \theta_3 \frac{d\theta_3}{d\Omega} + \frac{L}{c} - \frac{O' A' \text{sen}\theta_0}{c} \\ &+ \frac{\Omega s n}{c \cos^2 \theta_3} \left(\cos \alpha \text{sen}\theta_1 + \text{sen}\alpha \frac{\text{sen}^2 \theta_1}{\cos \theta_1} \right) \frac{d\theta_3}{d\Omega} - \frac{\Omega n}{c} (t - s \tan \theta_3) \frac{\text{sen}\alpha}{\cos^2 \theta_1} \text{sen}\theta_1 \frac{d\theta_1}{d\Omega} \\ &= \frac{nLg}{c} + \frac{L}{c} - \frac{O' A' \text{sen}\theta_0}{c} + \frac{Lg\Omega}{c} \frac{dn}{d\Omega} + \left(\frac{\Omega n Lg}{c} \tan \theta_1 - \frac{\Omega n Lg}{c} \tan \theta_1 \right) \frac{d\theta_1}{d\Omega} \\ &+ \left(\frac{\Omega}{c} L \tan \theta_3 + \frac{\Omega L n}{c \cos \theta_3} \left(-\frac{\text{sen}\alpha}{\cos \theta_1} + \cos \alpha \text{sen}\theta_1 + \frac{\text{sen}\alpha}{\cos \theta_1} - \text{sen}\alpha \cos \theta_1 \right) \right) \frac{d\theta_3}{d\Omega} \\ &= \frac{nLg}{c} + \frac{L}{c} - \frac{O' A' \text{sen}\theta_0}{c} + \frac{Lg\Omega}{c} \frac{dn}{d\Omega} + \left(\frac{\Omega}{c} L \tan \theta_3 - \frac{\Omega L n}{c \cos \theta_3} \text{sen}\theta_2 \right) \frac{d\theta_3}{d\Omega} \\ &= \frac{nLg}{c} + L - \frac{O' A' \text{sen}\theta_0}{c} + \frac{Lg\Omega}{c} \frac{dn}{d\Omega} \end{aligned} \quad (3.31)$$

y la segunda derivada queda como:

$$\frac{d^2\Psi}{d\Omega^2} = \frac{n}{c} \frac{dLg}{d\Omega} + \frac{Lg}{c} \frac{dn}{d\Omega} - \frac{L \text{sen}\theta_3}{c \cos \theta_3} \frac{d\theta_3}{d\Omega} - \frac{\text{sen}\theta_0}{c} \frac{dO' A'}{d\Omega} + \frac{Lg}{c} \frac{dn}{d\Omega} + \frac{\Omega}{c} \frac{dLg}{d\Omega} \frac{dn}{d\Omega} + \frac{Lg\Omega}{c} \frac{d^2 n}{d\Omega^2} \quad (3.32)$$

Sea $\frac{dO' A'}{d\Omega} = \frac{Lg}{\cos \theta_1} \frac{d\theta_1}{d\Omega} - \frac{s}{\cos^2 \theta_3} \frac{d\theta_3}{d\Omega} (\cos \alpha + \text{sen}\alpha \tan \theta_1)$ y utilizando la ecuación 3.23,

entonces

$$\begin{aligned}
 \frac{d^2\Psi}{d\Omega^2} &= \frac{Lg}{c} \left[2 \frac{dn}{d\Omega} + \Omega \frac{d^2n}{d\Omega^2} \right] + \frac{Lgn}{c} \tan \theta_1 \frac{d\theta_1}{d\Omega} - \frac{sn}{c \cos^2 \theta_3} \frac{\text{sen} \alpha}{\cos \theta_1} \frac{d\theta_3}{d\Omega} - \frac{L \text{sen} \theta_3}{c \cos \theta_3} \frac{d\theta_3}{d\Omega} - \frac{Lgn}{c} \tan \theta_1 \frac{d\theta_1}{d\Omega} \\
 &+ \frac{\text{nsen} \theta_1}{c \cos^2 \theta_3} (\cos \alpha + \text{sen} \alpha \tan \theta_1) \frac{d\theta_3}{d\Omega} + \frac{Lg\Omega}{c} \tan \theta_1 \frac{d\theta_1}{d\Omega} \frac{dn}{d\Omega} - \frac{s\Omega}{c \cos^2 \theta_3} \frac{\text{sen} \alpha}{\cos \theta_1} \frac{d\theta_3}{d\Omega} \frac{dn}{d\Omega} \\
 &= \frac{Lg}{c} \left[2 \frac{dn}{d\Omega} + \Omega \frac{d^2n}{d\Omega^2} \right] + \frac{Lg\Omega}{c} \tan \theta_1 \frac{d\theta_1}{d\Omega} \frac{dn}{d\Omega} \\
 &+ \left[\frac{L}{c \cos \theta_3} \left(-\frac{\text{nsen} \alpha}{\cos \theta_1} - \text{sen} \theta_3 + \text{nsen} \theta_1 (\cos \alpha + \text{sen} \alpha \tan \theta_1) - \Omega \frac{\text{sen} \alpha}{\cos \theta_1} \frac{dn}{d\Omega} \right) \right] \frac{d\theta_3}{d\Omega} \\
 &= \frac{Lg}{c} \left[2 \frac{dn}{d\Omega} + \Omega \frac{d^2n}{d\Omega^2} \right] + \frac{Lg\Omega}{c} \tan \theta_1 \frac{d\theta_1}{d\Omega} \frac{dn}{d\Omega} - \frac{L\Omega}{c \cos \theta_3} \frac{\text{sen} \alpha}{\cos \theta_1} \frac{d\theta_3}{d\Omega} \frac{dn}{d\Omega}
 \end{aligned} \tag{3.33}$$

donde $-\frac{\text{nsen} \alpha}{\cos \theta_1} - \text{sen} \theta_3 + \text{nsen} \theta_1 (\cos \alpha + \text{sen} \alpha \tan \theta_1) = 0$

Ahora de la primera interfase tenemos que $\text{sen} \theta_0 = \text{nsen} \theta_1$, entonces $d\theta_1 = -\frac{\tan \theta_1}{n} dn$,

análogamente de la segunda interfase tenemos que $\text{nsen} \theta_3 = \text{sen} \theta_3$, entonces

$$\cos \theta_3 d\theta_3 = \frac{\text{sen} \alpha}{\cos \theta_1} dn.$$

$$\therefore \frac{d^2\Psi}{d\Omega^2} = \frac{Lg}{c} \left[2 \frac{dn}{d\Omega} + \Omega \frac{d^2n}{d\Omega^2} \right] - \frac{Lgn\Omega}{c} \left(\frac{d\theta_1}{d\Omega} \right)^2 - \frac{s\Omega}{c \cos \theta_3} \left(\frac{d\theta_3}{d\Omega} \right)^2 \tag{3.34}$$

Si el arreglo esta al ángulo de desviación mínima entonces $\theta_0 = \theta_3 = \theta_4 = \theta_7$, y si aparte

se utilizan prismas de ángulo de Brewster entonces se tiene que: $\tan \theta_1 = 1/n$, $\frac{d\theta_1}{dn} = -\frac{1}{n^2}$

y $\frac{d\theta_3}{dn} = 2$, también se tiene $\text{sen} \theta_0 = \cos \vartheta_1 = \frac{n}{\sqrt{1+n^2}}$, $\cos \theta_0 = \text{sen} \vartheta_1 = \frac{1}{\sqrt{1+n^2}}$ y

$$\text{sen} \alpha = \frac{2n}{1+n^2}$$

Por lo tanto, la segunda derivada de la fase queda como:

$$\begin{aligned} \frac{d^2\Psi}{d\Omega^2} &= \frac{Lg}{c} \left[2 \frac{dn}{d\Omega} + \Omega \frac{d^2n}{d\Omega^2} \right] - \frac{Lgn\Omega}{cn^4} \left(\frac{dn}{d\Omega} \right)^2 - \frac{4\Omega L}{c} \left(\frac{dn}{d\Omega} \right)^2 \\ &= \frac{\lambda^3}{2\pi c^2} \left[Lg \frac{d^2n}{d\Omega^2} - \left(4L + \frac{Lg}{n^3} \right) \left(\frac{dn}{d\lambda} \right)^2 \right] \end{aligned} \quad (3.35)$$

En la mayoría de los casos es mejor utilizar la ecuación 3.34 la cual usa las derivadas de los ángulos ya que en la práctica es lo que se varia comúnmente en un arreglo, en ese caso las derivadas de los ángulos serán:

$$\frac{d\theta_1}{d\Omega} = - \frac{\text{sen}\theta_0}{n^2 \sqrt{1 - (\text{sen}\theta_0/n)^2}} \frac{dn}{d\Omega} = \frac{\lambda^2}{2\pi c} \frac{\text{sen}\theta_0}{n^2 \sqrt{1 - (\text{sen}\theta_0/n)^2}} \frac{dn}{d\lambda} \quad (3.36)$$

$$\frac{d\theta_3}{d\Omega} = \frac{\text{sen}\theta_2}{\sqrt{1 - (n\text{sen}\theta)^2}} \frac{dn}{d\Omega} - \frac{n \cos\theta_2}{\sqrt{1 - (n\text{sen}\theta)^2}} \frac{d\theta_1}{d\Omega} = - \frac{\lambda^2}{2\pi c} \frac{\text{sen}\theta_2}{\sqrt{1 - (n\text{sen}\theta)^2}} \frac{dn}{d\lambda} - \frac{n \cos\theta_2}{\sqrt{1 - (n\text{sen}\theta)^2}} \frac{d\theta_1}{d\Omega} \quad (3.37)$$

3.3 Compresión de pulsos por un par de prismas rectangulares

Para este caso se utilizo como base los datos de prismas que se encuentran a la venta en internet como son el SF10, SF14, y Silica Fundida. Aplicando ley de Snell en cada superficie, se hace un modelo de la compresión de un pulso al atravesar el arreglo de prismas. En este caso la primera superficie se toma normal al rayo de incidencia, por lo tanto $\theta_0 = \theta_1 = 0$ y $\theta_6 = \theta_7 = 0$ entonces de las ecuaciones 3.30, 3.31 y 3.34 tendremos que la fase total para este arreglo y sus derivadas serán.

$$\Psi = \frac{\Omega}{c} nLg + \frac{\Omega}{c} L \quad (3.38)$$

$$\frac{d\Psi}{d\Omega} = \frac{1}{c}nLg + \frac{L}{c} - \frac{L\Omega}{c} \frac{\lambda^2}{2\pi c} \frac{dn}{d\lambda} \quad (3.39)$$

$$\frac{d^2\Psi}{d\Omega^2} = \frac{Lg}{c} \left(\frac{\lambda^3}{2\pi c} \frac{d^2n}{d\lambda^2} \right) - \frac{L\Omega}{c} \left(\frac{d\theta_3}{d\lambda} \right)^2 \quad (3.40)$$

Utilizando estas ecuaciones y haciendo un análisis similar al del caso de un prisma, es decir, igualando la ecuación 3.40 a cero se puede comprimir el pulso a su ancho original, si damos una t y resolvemos para s y tomando un pulso de 20fs se obtienen los siguientes datos al comprimir el pulso.

Tabla 3.3: Acho final de un pulso inicial de 20fs a diferentes distancias.

variable	Silica Fundida	SF10	SF14
α	30°	30°	30°
θ_2	30°	30°	30°
θ_3	46.61°	58.83°	60.63°
$d\theta_3$ (s)	-4.27004x10 ⁻¹⁸	-1.62999x10 ⁻¹⁷	-1.89496x10 ⁻¹⁷
t(mm)	600	300	300
s(mm)	561.157	176.091	162.92
L(mm)	816.806	340.203	332.185
Lg(mm)	3.236	4.458	5.255
h1 (mm)	3	3	3
h2 (mm)	2.605	4.722	6.102
AB(mm)	1.732	1.732	1.732
B'A'(mm)	1.504	2.726	3.523
Ψ	6.45212x10 ⁶	2.73186x10 ⁶	2.68092x10 ⁶
$d\Psi$ (s)	2.73851x10 ⁻⁹	1.16003x10 ⁻⁹	1.13858x10 ⁻⁹
$d^2\Psi$ (s ²)	0	0	0

Compresión de pulsos

τ_0 (fs)	20	20	20
τ (fs)	20	20	20
a (s ² /mm)	1.79998×10^{-29}	7.85757×10^{-29}	8.77259×10^{-29}
ng	1.46711	1.751	1.78674
Vg (mm/s)	2.045×10^{11}	1.713×10^{11}	1.679×10^{11}

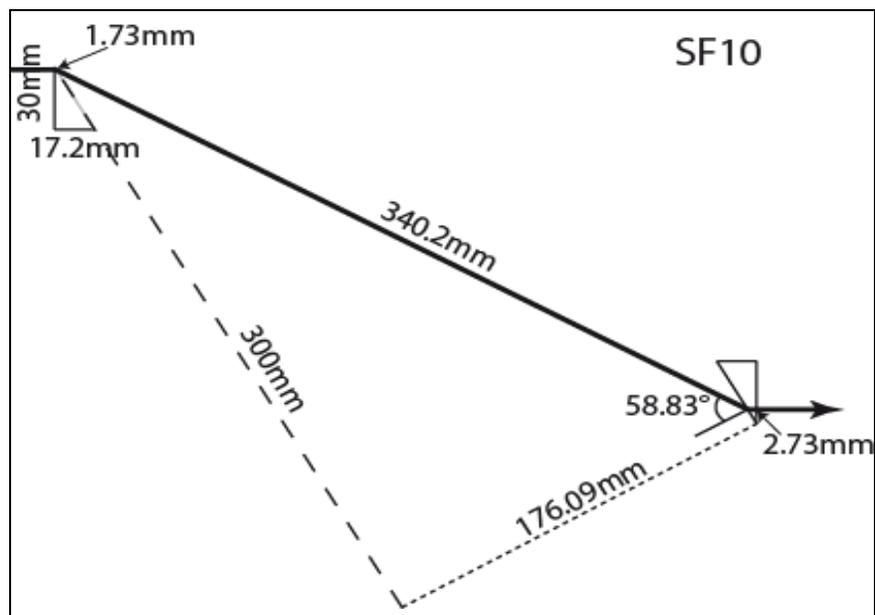


Figura 3.7: Pulso de 20fs al pasar por un par de prismas rectos de SF10.

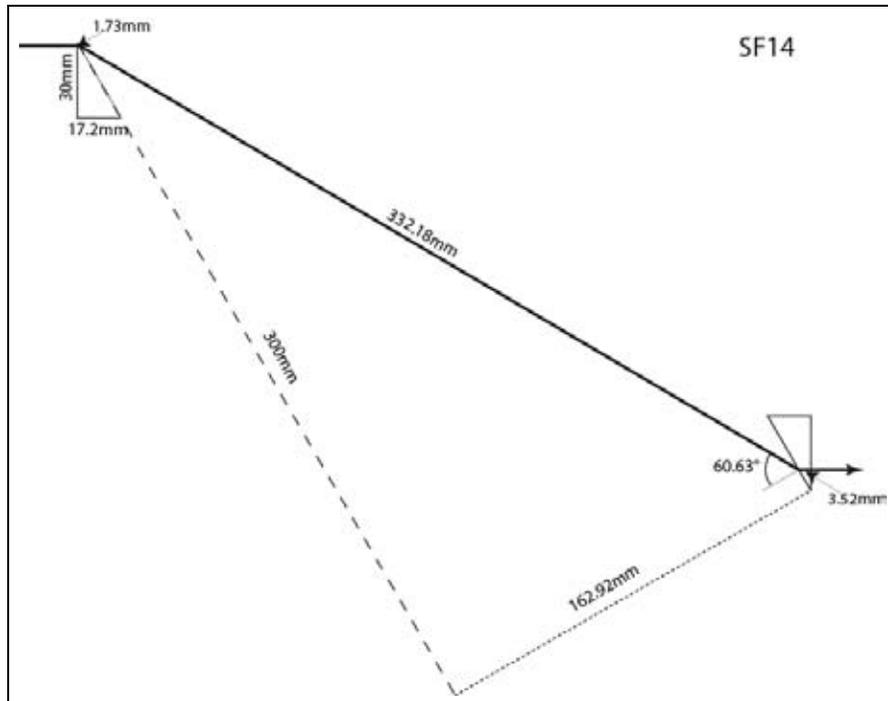


Figura 3.8: Pulso de 20fs al pasar por un par de prismas rectos de SF14.

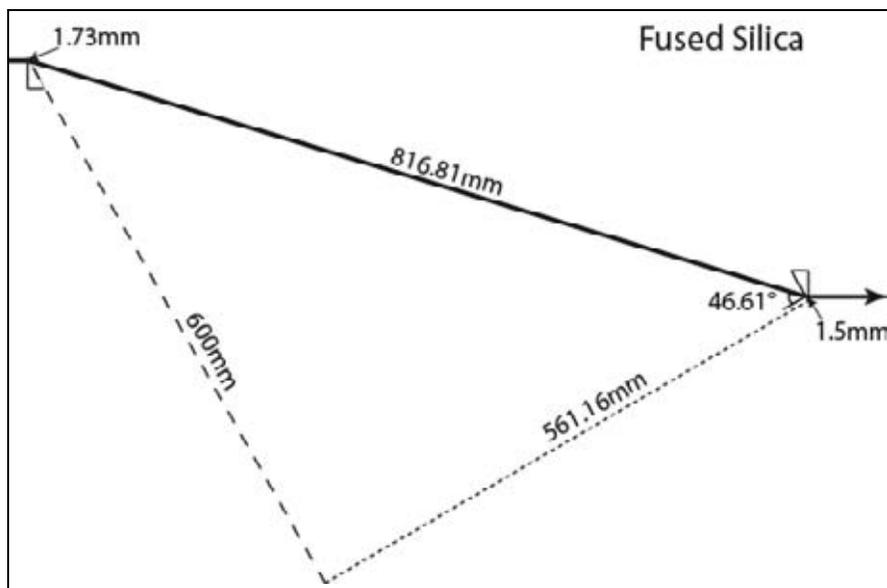


Figura 3.9: Pulso de 20fs al pasar por un par de prismas rectos de Silica Fundida.

Como se puede observar en las figuras 3.7, 3.8 y 3.9 si damos una t de 300mm, y hacemos que el haz pase por la punta de ambos prismas para tener menor GVD dentro de ellos (con $AB = 0.577\text{mm}$ y $B'A' < 5\text{mm}$), la distancia L para los vidrios SF14 Y SF10

será menor que para el vidrio de Silica Fundida ya que estos vidrios son mas dispersivos, por lo tanto el ángulo al que el pulso es dispersado es mayor haciendo que la distancia entre los prismas sea menor.

3.4 Compresión de pulsos por prismas isósceles

Tomando como ejemplo los prismas analizados anteriormente se hizo el modelo de una compresión de pulsos por un par de prismas de Silica Fundida, SF10 y SF14, los cuales además están diseñados al ángulo de Brewster, y tienen las siguientes características: el ápex de cada prisma es α , y sus dimensiones son: para el de Silica Fundida 15mm de ambos lados y 17mm de base y en los prismas de SF10 y SF14 los lados son de 15mm y la base de 15.1mm. Utilizando las ecuaciones 3.30, 3.31 y 3.35 y con las ecuaciones 3.36 y 3.37

$$\Psi = \frac{\Omega}{c} nLg + \frac{\Omega}{c} L - \frac{\Omega}{c} (O' A' \text{sen}\theta_0) \quad (3.30)$$

$$\frac{d\Psi}{d\Omega} = \frac{nLg}{c} + L - \frac{O' A' \text{sen}\theta_0}{c} + \frac{Lg\Omega}{c} \frac{dn}{d\Omega} \quad (3.31)$$

$$\frac{d^2\Psi}{d\Omega^2} = \frac{Lg}{c} \left[2 \frac{dn}{d\Omega} + \Omega \frac{d^2n}{d\Omega^2} \right] - \frac{Lgn\Omega}{c} \left(\frac{d\theta_1}{d\Omega} \right)^2 - \frac{s\Omega}{c \cos \theta_3} \left(\frac{d\theta_3}{d\Omega} \right)^2 \quad (3.34)$$

$$\frac{d^2\Psi}{d\Omega^2} = \frac{\lambda^3}{2\pi c^2} \left[Lg \frac{d^2n}{d\Omega^2} - \left(4L + \frac{Lg}{n^3} \right) \left(\frac{dn}{d\lambda} \right)^2 \right] \quad (3.35)$$

Haciendo el cálculo para los prismas seleccionados se obtienen los siguientes resultados para la compresión de un pulso de 20fs que incide en un arreglo de dos prismas.

Compresión de pulsos

Tabla 3.4: Ancho final de un pulso inicial de 20fs a diferentes distancias.

variable	Silica Fundida	SF10	SF14
α	69.1°	60.6°	60.6°
θ_0	55.51°	59.7°	61.56°
θ_1	34.55°	30.3°	30.3°
$d\theta_1$ (s)	-2.780x10 ⁻¹⁸	-5.762x10 ⁻¹⁸	-6.232x10 ⁻¹⁸
$d\theta_3$ (s)	1.175x10 ⁻¹⁸	3.374x10 ⁻¹⁷	3.939x10 ⁻¹⁷
t (mm)	50	50	50
s (mm)	33.284	27.447	25.132
L (mm)	58.774	54.396	52.781
Lg (mm)	1.768	3.064	3.619
AB (mm)	1.134	1.01	1.01
B'A' (mm)	0.634	2.055	2.61
O'A' (mm)	0.559	2.036	2.586
Ψ	478173	454595	446217
$d\Psi$ (s)	2.03x10 ⁻¹⁰	1.933x10 ⁻¹⁰	1.899x10 ⁻¹⁰
$d^2\Psi$ (s ²)	0	0	0
τ_0 (fs)	20	20	20
τ (fs)	20	20	20
a (s ² /mm)	3.497x10 ⁻²⁹	1.498x10 ⁻²⁸	1.655x10 ⁻²⁸
ng	1.46711	1.751	1.78674
Vg (mm/s)	2.045x10 ¹¹	1.713x10 ¹¹	1.679x10 ¹¹

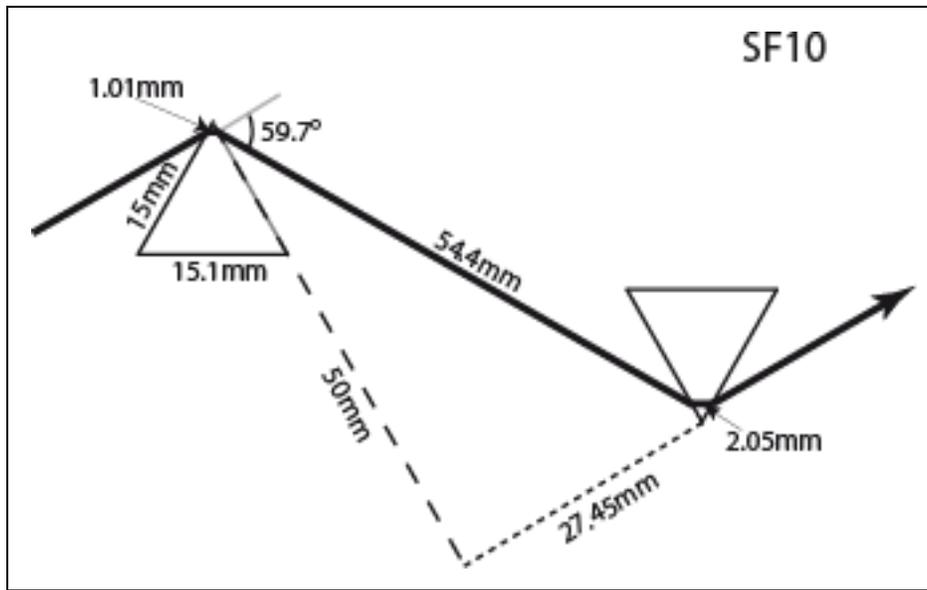


Figura 3.10: Pulso de 20fs al pasar por un par de prismas isósceles de SF10.

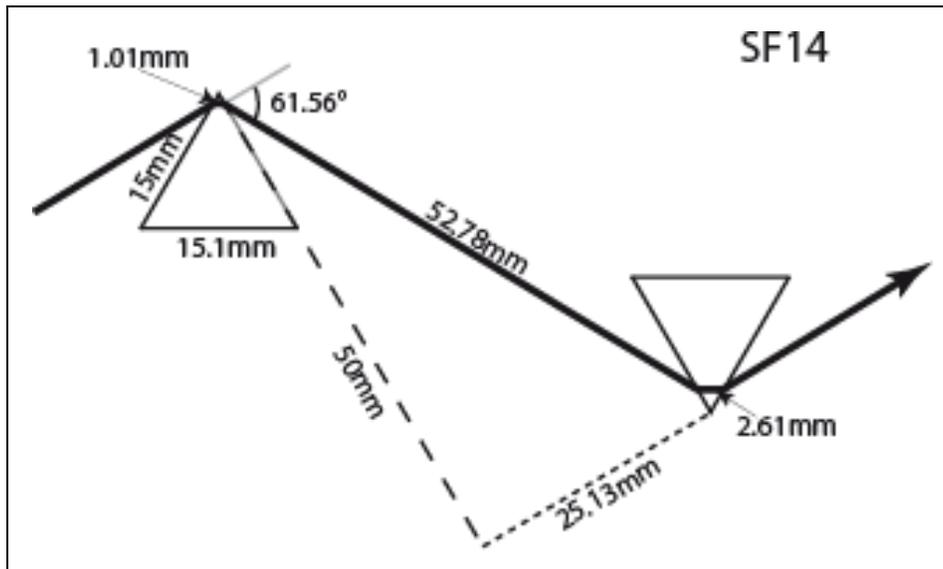


Figura 3.11: Pulso de 20fs al pasar por un par de prismas isósceles de SF14.

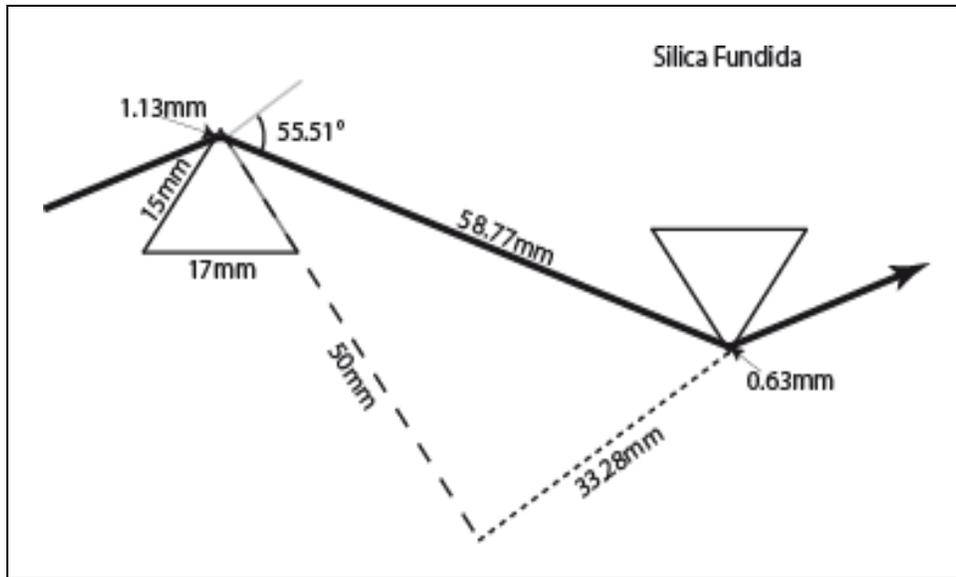


Figura 3.12: Pulso de 20fs al pasar por un par de prismas isósceles de Silica Fundida.

Como se puede observar en las figuras 3.10, 3.11 y 3.12 el arreglo de prismas de materiales mas dispersivos, como el SF10 y SF14 requieren de una distancia menor entre ellos para poder comprimir el pulso, es por eso que son los que mas se utilizan. En este caso para que el pulso pase por la punta de los prismas se requiere menor distancia que en el caso en el que se usan prismas rectos.

Con el análisis anterior es posible determinar cuál es el arreglo y cuales prismas son los mas adecuados dependiendo el grado de compresión que se requiera, ya que este análisis es solo para pulsos sin chirp, sin embargo si se hace incidir un pulso con chirp se puede utilizar un arreglo de tal manera que se pueda comprimir un pulso a un ancho menor al que entra.

Experimentalmente lo mas común es que el arreglo dentro de la cavidad sea de dos prismas y al final un espejo en el cual el pulso sea reflejado, o poner un arreglo de cuatro prismas dentro de la cavidad, en cualquiera de los dos casos el GVD total en la ecuación 3.34 se duplica.

Compresión de pulsos

Tabla 3.5: Acho final de un pulso inicial de 20fs a diferentes distancias.

variable	Silica Fundida	SF10	SF14
α	69.1°	60.6°	60.6°
θ_0	55.51°	59.7°	61.56°
θ_1	34.55°	30.3°	30.3°
$d\theta_1$ (s)	-2.780x10 ⁻¹⁸	-5.762x10 ⁻¹⁸	-6.232x10 ⁻¹⁸
$d\theta_3$ (s)	1.175x10 ⁻¹⁸	3.374x10 ⁻¹⁷	3.939x10 ⁻¹⁷
t (mm)	200	100	100
s (mm)	133.136	54.894	50.264
L (mm)	235.096	108.792	105.562
Lg (mm)	7.072	6.127	7.237
OA (mm)	3	3	3
AB (mm)	3.403	3.027	3.027
B'A' (mm)	3.669	3.1	4.210
O'A' (mm)	3.235	3.072	4.173
Ψ	1.906x10 ⁶	915971	899341
$d\Psi$ (s)	8.093x10 ⁻¹⁰	3.896x10 ⁻¹⁰	3.827x10 ⁻¹⁰
$d^2\Psi$ (s ²)	0	0	0
τ_0 (fs)	20	20	20
τ (fs)	20	20	20
a (s ² /mm)	3.497x10 ⁻²⁹	1.498x10 ⁻²⁸	1.655x10 ⁻²⁸
ng	1.46711	1.751	1.78674
Vg (mm/s)	2.045x10 ¹¹	1.713x10 ¹¹	1.679x10 ¹¹

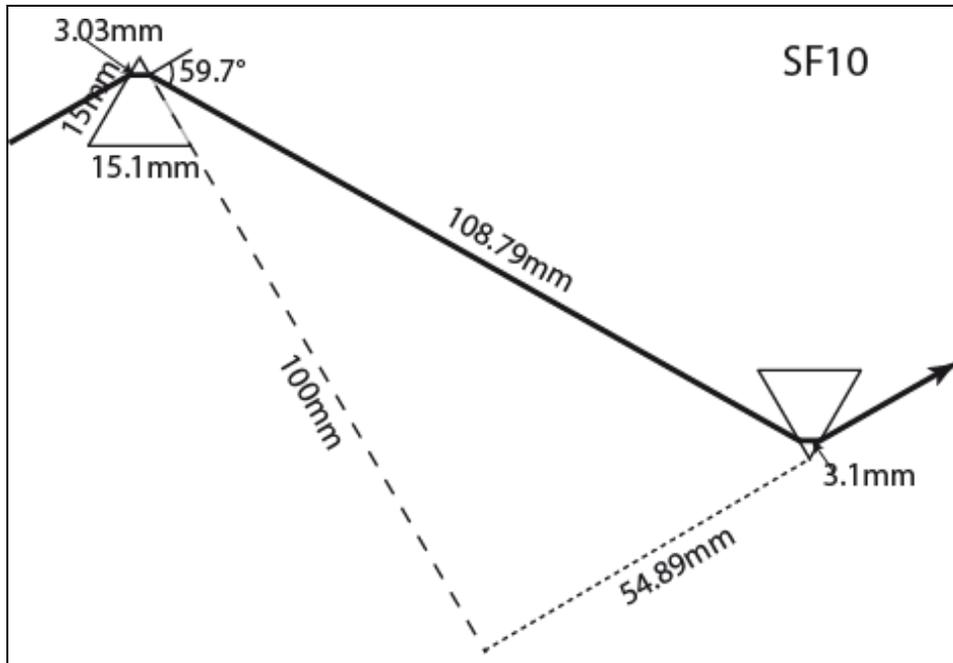


Figura 3.13: Pulso de 20fs al pasar por un par de prismas isósceles de SF10 a una altura inicial de 3mm.

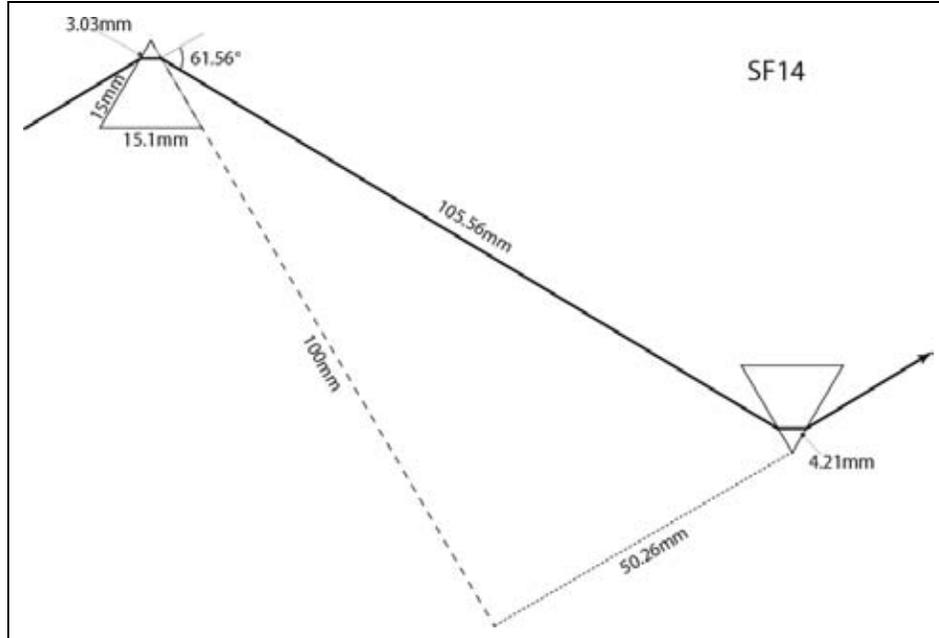


Figura 3.14: Pulso de 20fs al pasar por un par de prismas isósceles de SF14 a una altura inicial de 3mm.

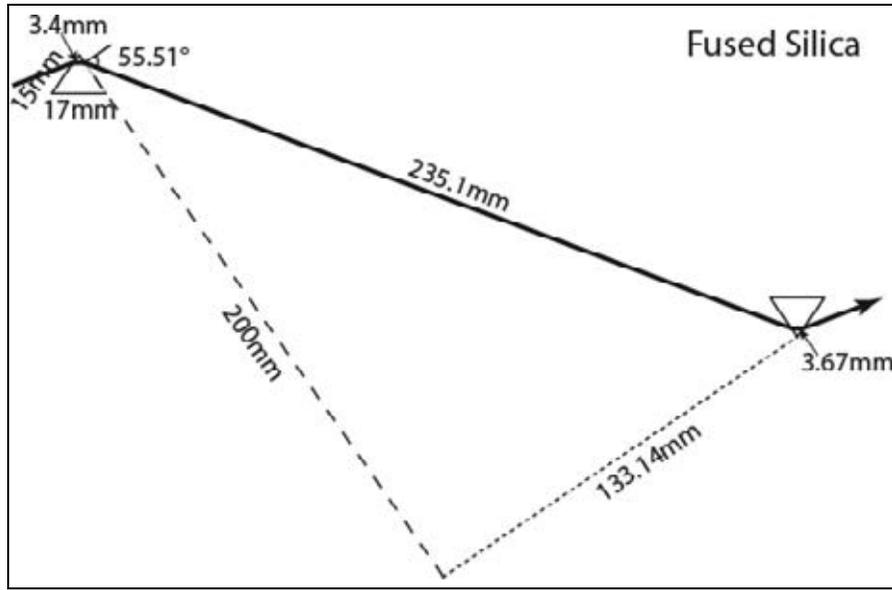


Figura 3.15: Pulso de 20fs al pasar por un par de prismas isósceles de Silica Fundida a una altura inicial de 3mm.

3.5 Compresión de un pulso con chirp

Utilizando nuevamente los prismas de la sección anterior, se modelo nuevamente la compresión de un pulso de 20fs pero ahora tomando un pulso que incide con una cantidad de chirp, obteniendo los siguientes resultados para el arreglo de dos prismas isósceles. La cantidad de chirp que tiene el pulso se obtiene al hacer incidir el pulso ortogonalmente en un vidrio del mismo material de los prismas utilizados, antes de pasar por el arreglo de prismas, el cual tiene un espesor de 5mm.

Tabla 3.6: Acho final de un pulso inicial de 20fs con chirp a diferentes distancias.

variable	Silica Fundida	SF10	SF14
α	69.1°	60.6°	60.6°
θ_0	55.51°	59.7°	61.56°
θ_1	34.55°	30.3°	30.3°
$d\theta_1$ (s)	-2.780×10^{-18}	-5.762×10^{-18}	-6.232×10^{-18}
$d\theta_3$ (s)	1.175×10^{-18}	3.374×10^{-17}	3.939×10^{-17}
t (mm)	400	200	200

Compresión de pulsos

s (mm)	269.213	112.516	103.026
L (mm)	475.386	222.991	216.371
Lg (mm)	9.288	7.545	9.82
OA (mm)	3	3	3
AB (mm)	3.403	3.027	3.027
B'A' (mm)	5.885	4.518	6.793
O'A' (mm)	5.189	4.477	6.732
Ψ	3.942×10^6	1.968×10^6	1.934×10^6
$d\Psi$ (s)	1.673×10^{-10}	8.37×10^{-10}	8.231×10^{-10}
$d^2\Psi$ (s ²)	0	0	0
τ_0 (fs)	20	20	20
τ (fs)	20	20	20
a (s ² /mm)	7.111×10^{-29}	3.091×10^{-28}	3.438×10^{-28}
ng	1.46711	1.751	1.78674
Vg (mm/s)	2.045×10^{11}	1.713×10^{11}	1.679×10^{11}

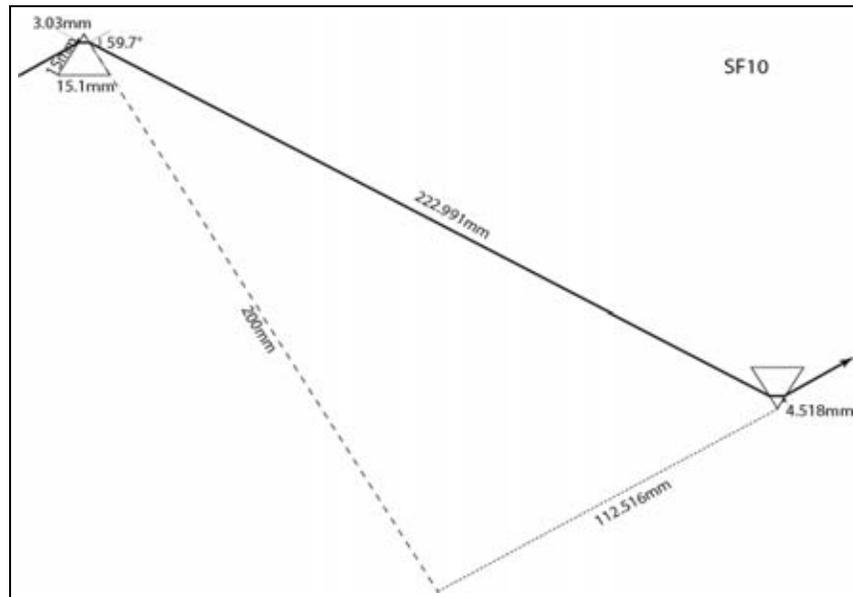


Figura 3.16: Pulso de 20fs con chirp al pasar por un par de prismas isósceles de SF10.

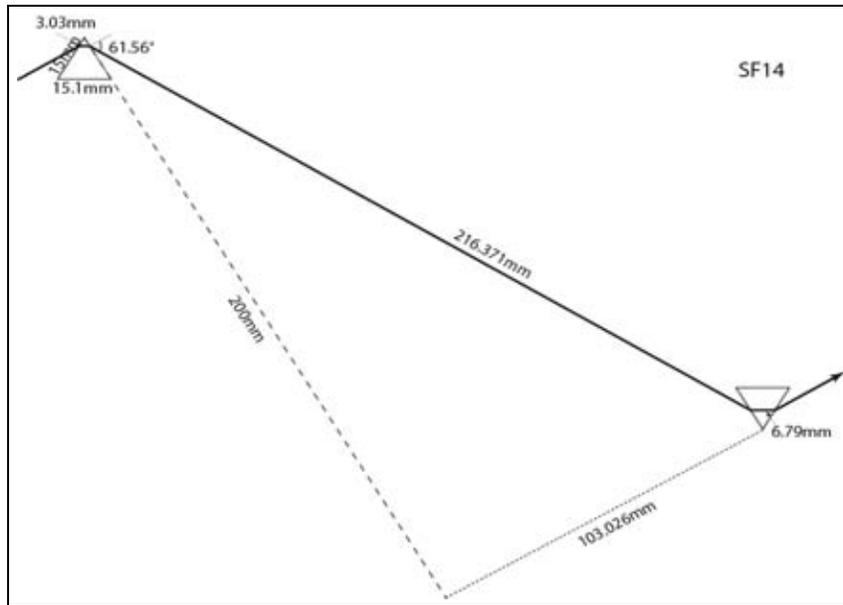


Figura 3.17: Pulso de 20fs con chirp al pasar por un par de prismas isósceles de SF14.

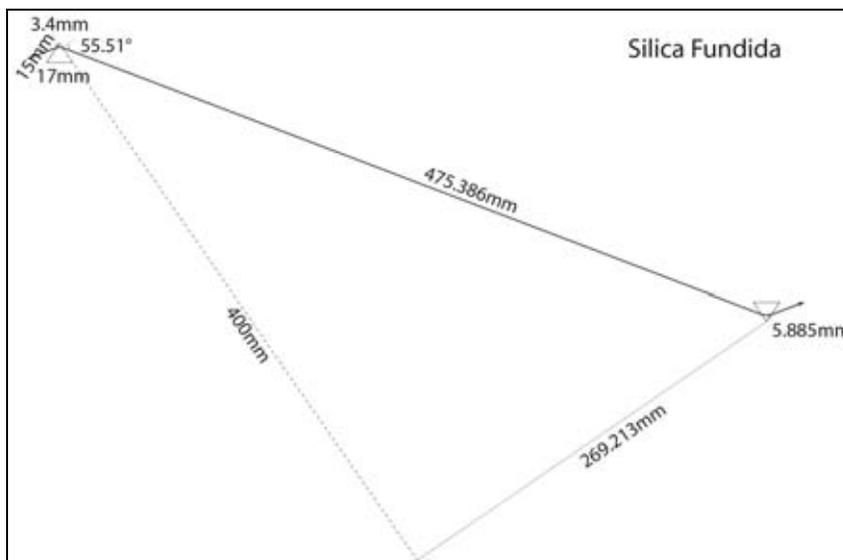


Figura 3.18: Pulso de 20fs con chirp al pasar por un par de prismas isósceles de Silica Fundida.

Como se puede observar en las figuras 3.17-1.18 cuando el pulso incide con chirp positivo, ya que incide en un vidrio antes de entrar al arreglo de prismas, es necesaria una mayor separación entre los prismas para que el arreglo utilizado pueda compensar esa cantidad de chirp con la que incide el pulso, además de lo generado por la dispersión de la velocidad de grupo y la dispersión angular en el arreglo.

De el análisis hecho en este capítulo para la compresión de pulsos usando prismas se puede conocer que configuración es la mas apropiada para el experimento que se este realizando, es decir que tipo de material es mejor y que distancias son necesarias según lo que se requiera en el laboratorio, esto basados en el modelo teórico que se propone en este capítulo. Además como se esperaba se puede concluir que cuando se cuenta con un espacio pequeño para comprimir pulsos es mejor utilizar vidrios altamente dispersivos, sin embargo cuando los pulsos inciden con chirp, será necesario saber la cantidad de chirp para comprimir los pulsos.

Conclusiones

En esta tesis se ha introducido el concepto de pulso ultracorto, hemos visto que su forma en el vacío es la de una gaussiana, las unidades más apropiadas para dar su duración son (fs), y también tiene una gran intensidad pico. Todas estas características que los hacen tan especiales pueden ser aprovechadas por un gran número de distintas aplicaciones.

Muchas de las aplicaciones en las que se utilizan los pulsos, requieren que la duración de estos sea más corta, es por eso que en la actualidad se han desarrollado muchas técnicas de compresión de pulsos. Una de las técnicas más comunes y la que se ha estudiado en esta tesis es la compresión de pulsos usando arreglos de prismas, en la cual se utilizan las propiedades de dispersión de la velocidad de grupo para compensar la modulación de fase y así obtener un pulso comprimido.

En el análisis para el arreglo con prismas se obtuvo que la dispersión de la velocidad de grupo es compensada por tres componentes, la primera se obtiene de la dispersión de la velocidad de grupo producida por el material, la segunda, de la dispersión angular al salir de cada prisma, y la tercera de la dispersión angular dentro de cada prisma. En el caso para la compresión por un solo prisma se obtienen solo dos componentes: la GVD producida por el material la cual es positiva, y la dispersión angular fuera del prisma que es negativa, con lo que es posible compensar la GVD total para poder recomprimir el pulso a su tamaño original a una distancia L después del prisma, ya que a cualquier otra distancia se tendrá un pulso más ancho y de menor intensidad, sin embargo esto solo se obtiene para una superficie de referencia curva, como se muestra en el capítulo 2. Dicha distancia de compresión se obtiene al igualar a cero el GVD total, es decir tomando la segunda derivada de k con respecto a la frecuencia igual a cero y resolviendo la ecuación, sin embargo cuando se tiene un material de alta dispersión como el SF10 y SF14 la aproximación de la segunda derivada solamente es buena para pulsos de duración mayor

a 30 femtosegundos, y cuando se tiene un material de baja dispersión como Silica Fundida y Cuarzo la aproximación a la segunda derivada es buena para pulsos mayores a 15 femtosegundos. Para pulsos menores, en ambos casos es necesario utilizar la aproximación a la derivada de tercer orden.

Para el caso del arreglo de dos prismas se mostraron dos ejemplos numéricos utilizando dos tipos de prismas con tres diferentes clases de vidrios, los datos de los vidrios fueron tomados de vidrios comerciales, estos ejemplos se obtuvieron usando un modelo teórico de la compresión de pulsos por dispersión de la velocidad de grupo en el arreglo, donde se obtuvo que para materiales con alta dispersión se necesita una menor separación entre los prismas para poder comprimir los pulsos que si se utilizan materiales de baja dispersión como la silica fundida. Además esta distancia es menor cuando se utilizan prismas isósceles que cuando se utilizan los prismas rectangulares, esto es debido a que en el caso de los prismas isósceles se tiene la dispersión angular dentro de los prismas y por lo tanto se puede trabajar con prismas al ángulo de Brewster para la compensación y así reducir las pérdidas por reflexión, por otro lado en el caso de los prismas rectangulares, como el pulso incide ortogonal a la primera superficie del primer prisma no se tiene dispersión angular dentro del prisma haciendo que el arreglo necesite una mayor separación para comprimir el pulso. En estos casos como el pulso que entra al arreglo de prismas no tiene chirp, al hacer la compresión se obtiene un pulso de duración igual a la que tenía antes de entrar al arreglo.

Por último en el caso cuando se tiene un pulso incidente con chirp positivo se mostro que el arreglo de dos prismas requiere de una mayor separación entre ellos para comprimir el pulso, esto se debe a que no solo se tienen que compensar los efectos producidos por los prismas si no que también se tiene que compensar la cantidad de chirp con la que incide el pulso. En este caso es posible comprimir el pulso a una duración menor a la del pulso que incide en el arreglo.

Referencias

[1] M. Kempe and W. Rudolph, “Femtosecond pulses in the focal region of lenses”, *Phys. Rev. A.* **48**, 4721-4729 (1993).

[2] O.E. Martinez, R.L. Fork and J.P. Gordon, “Theory of passively mode-locked lasers including self-phase modulation and group-velocity dispersion”, *Opt. Lett.* **9**, 156-158 (1984).

[3] W. Dietel, J.J. Fontaine and J.C. Diels, “Intracavity pulse compression with glass: a new method of generating pulses shorter than 60 fsec.”, *Opt. Lett.* **8**, 4-6 (1983).

[4] B. Kohler, V. V. Yakovlev, J. W. Che, J. L. Krause, M. Messina, K. R. Wilson, N. Schwentner, R. M. Whitnell, and Y. J. Yan, “Quantum control of wave-packed evolution with tailored femtosecond pulses”, *Physical Review Lett.* **74**, 3360 – 3363 (1995).

[5] Siegman, A. E., [Lasers], University Science Books, California, 331-354 (1986).

[6] Hecht, E. y Zajac, A., [Óptica], Addison Wesley, Madrid, 289-303 (2000).

[7] Yariv A. and Yeh P., [Photonics], Oxford University Press, 6th edition, 13-18 (2007).

[8] Jenkins, F. A. and White, H. E., [Fundamentals of Optics], McGraw-Hill, USA, 102 (1976).

[9] Silfvast, W. T., [Laser Fundamentals], Cambridge University Press, USA, 438-468 (2004).

[10] D. Marcuse, “Pulse distortion in single-mode fibers”, *Appl. Opt.* **19**, 1653-1660 (1980).

[11] Siegman, A. E., [Lasers], University Science Books, California, 358-382 (1986).

[12] Diels, J. C. and Rudolph, W., [Ultrashort Laser Pulse Phenomena], Elsevier, USA, 94-117 (2006).

[13] Rudolph, W. Wilhelmi, B. and Schiller, F., [Light Pulse Compression], Harwood Academic Publishers, Chur, Switzerland, 16-28 (1989).

[14] Martinez O. E., “Grating and prism compressors in the case of finite beam size.”, *JOSA B.* **3(7)**, 929-934 (1986).

- [15] Martinez, O. E., Gordon, J. P. and Fork, R. L., “Negative group-velocity dispersion using refraction”, *JOSA A*, 1(10), 1003-1006 (1984).
- [16] Gordon, J. P. and Fork, R. L., “Optical resonator with negative dispersion”, *Opt. Lett.*, 9(5), 153-155 (1984).
- [17] Duarte F. J., “Generalized multiple-prism dispersion theory for pulse compression in ultrafast dye lasers.”, *Opt. Quantum Elect.* **19**, 223-229 (1987).
- [18] R.L. Fork, O.E. Martinez and J.P. Gordon, “Negative dispersion using pairs of prisms”. *Opt. Lett.*, **9**, 150-152 (1984).

Apéndice A

Derivadas dependientes de la frecuencia Ω .

$$\text{Sea } \Omega = \frac{2\pi c}{\lambda} \quad (\text{A1})$$

Entonces la derivada de un elemento dispersivo con respecto a la frecuencia puede darse también con respecto a la longitud de onda λ como:

$$\frac{d}{d\Omega} = \frac{d}{d\left(\frac{2\pi c}{\lambda}\right)} = \frac{d}{\frac{-2\pi c}{\lambda^2} d\lambda} = \frac{-\lambda^2}{2\pi c} \frac{d}{d\lambda} \quad (\text{A2})$$

Del mismo modo se obtiene la segunda derivada

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{d\Omega^2} &= \frac{d}{d\Omega} \left(\frac{d}{d\Omega} \right) = \frac{d}{d\Omega} \left(\frac{-\lambda^2}{2\pi c} \frac{d}{d\lambda} \right) = \frac{1}{2\pi c} \frac{d\left(-\lambda^2 \frac{d}{d\lambda}\right)}{d\left(\frac{2\pi c}{\lambda}\right)} = \frac{1}{2\pi c} \frac{-2\lambda \frac{d}{d\lambda} d\lambda - \lambda^2 \frac{d^2}{d\lambda^2} d\lambda}{\frac{-2\pi c}{\lambda^2} d\lambda} \\ &= \frac{1}{2\pi c} \frac{2\lambda^3 \frac{d}{d\lambda} + \lambda^4 \frac{d^2}{d\lambda^2}}{2\pi c} = \frac{\lambda^2}{(2\pi c)^2} \left(\lambda^2 \frac{d^2}{d\lambda^2} + 2\lambda^2 \frac{d}{d\lambda} \right) \end{aligned} \quad (\text{A3})$$

Y la tercera derivada.

$$\begin{aligned}
 \frac{d^3}{d\Omega^3} &= \frac{d}{d\Omega} \left(\frac{d}{d\Omega} \left(\frac{d}{d\Omega} \right) \right) = \frac{d}{d\Omega} \left(\frac{\lambda^4}{(2\pi c)^2} \frac{d^2}{d\lambda^2} + \frac{2\lambda^3}{(2\pi c)^2} \frac{d}{d\lambda} \right) = \frac{1}{(2\pi c)^2} \frac{d \left(\lambda^4 \frac{d^2}{d\lambda^2} + 2\lambda^3 \frac{d}{d\lambda} \right)}{d \left(\frac{2\pi c}{\lambda} \right)} \\
 &= \frac{1}{(2\pi c)^2} \frac{4\lambda^3 \frac{d^2}{d\lambda^2} d\lambda + \lambda^4 \frac{d^3}{d\lambda^3} d\lambda + 6\lambda^2 \frac{d}{d\lambda} d\lambda + 2\lambda^3 \frac{d^2}{d\lambda^2} d\lambda}{-\frac{2\pi c}{\lambda^2} d\lambda} \\
 &= -\frac{\lambda^2}{(2\pi c)^2} \left(\lambda^3 \frac{d^3}{d\lambda^3} + 6\lambda^2 \frac{d^2}{d\lambda^2} + 6\lambda \frac{d}{d\lambda} \right)
 \end{aligned} \tag{A4}$$