UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

DIRECCIÓN GENERAL DE DIVULGACIÓN DE LA CIENCIA
FACULTAD DE CIENCIAS
FACULTAD DE FILOSOFÍA Y LETRAS
INSTITUTO DE INVESTIGACIONES FILOSÓFICAS

EL HUSO DEL SIGNIFICADO, EL SIGNIFICADO COMO USO: HACIA UNA TEORÍA DEL SIGNIFICADO INFERENCIALISTA PARA EL LENGUAJE MATEMÁTICO

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE :

MAESTRO EN FILOSOFÍA DE LA CIENCIA

P R E S E N T A :

M A U R I C I O T O R R E S V I L L A

DIRECTOR DE TESIS: DR. AXEL ARTURO BARCELÓ ASPEITIA

I I F
U N A M

MÉXICO, D.F. SEPTIEMBRE DE 2008

A mis padres, Jaime y Yolanda,

por todo lo recibido les dedico este breve escrito,
retribución en proporción,
cercana a nada.

Agradecimientos

Quiero agradecer a mi sensei, Axel, por haber enriquecido mis creencias en la filosofía de las matemáticas y por haber fortalecido mi fé en ellas; a Max y Silvio, por su entusiasmo y dedicación al revisar este ensayo; a Carlos Alvarez por aportar su amplio conocimiento histórico en la crítica de este texto y a Carlos Torres por su desinteresado apoyo y múltiples enseñanzas que me ha obsequiado desde hace ya algún tiempo.

Este trabajo fue realizado con el respaldo económico otorgado por el CONACYT mediante una beca mensual para mis estudios de maestría percibida desde agosto de 2006 hasta agosto de 2008; por lo que a todos aquellos que pagan impuestos no puedo dejar de darles mis gracias.

ÍNDICE

Resumen: En el presente trabajo confeccionaré una teoría-del-significado de corte inferencialista para el lenguaje matemático inspirada mayoritariamente en algunas de las tendencias marcadas por Robert Brandom y por Michael Dummett. Las costuras principales de la teoría son las siguientes:

1. El significado de una expresión lingüística procede de su uso.

1.2 El significado de una expresión lingüística está circunscrito a un contexto.

1.3 Las oraciones son minimales respecto a los contextos del significado.

2. Las axiomatizaciones brindan las definiciones de diccionario de los términos matemáticos.

Para vender mi producto promuevo la adopción del “uso”, en lugar de la “verdad” como concepto semántico fundamental dada la mayor claridad en el tono de su explicación. Más aún, mi estrategia mercadotécnica trata de desacreditar a sus competidoras, en particular, el conjunto de verdad y teoría del significado es criticado por no formar una armoniosa combinación. Mi campaña de desprestigio divulga la incompatibilidad de la concepción metafísica de la verdad con el dinámico desarrollo de los significados de los vocablos matemáticos. Además, se alega que la más depurada concepción de la verdad facilitada por una semántica Tarskiana brinda un vistoso análisis de los significados salvo el del término matemático esencial para realizar tal esclarecimiento, a saber, el de conjunto. Finalmente hilvanaré una sobria explicación sobre la imagen de estabilidad proyectada por el conocimiento matemático, encontrando su origen en la estrecha relación entre lenguaje y conocimiento hallada en las prácticas de esa colorida disciplina.

0. INTRODUCCIÓN

Antes de contestar una pregunta responde por tus intenciones detrás de ella. Al menos, si has decidido espantar al recelo hacia tu respuesta por medio del disfraz de la honestidad intelectual. La pregunta “¿Cuál es el significado de las oraciones matemáticas?” es el aliciente inquisidor del presente ensayo, esclarecer algunas de mis motivaciones del interés hacia ella es el objetivo de esta sección previa a la formulación de la clase de respuesta por mí aceptada y más adelante bosquejada. El resultado espero sea un ejercicio de crítica capaz de fortalecer a la respuesta con respecto a la clase de objeciones dispuesta a confrontar y apto para tonificar su postura indicando el tipo de respaldo fomentado. Dicho sea de paso, este apartado contiene el mayor número de dispersas intromisiones a diversas discusiones filosóficas pero dado lo sobado de algunas de ellas y la escasa originalidad de mi manera de abordarlas, reconozco de antemano su escaso peso filosófico. Las confesiones mientras más honestas y anticipadas son más aburridas y antipáticas, lo confieso; al menos, las mías.

Desde aquí me declaro enfermo de una actitud cientificista. Quine no me inoculó el virus por lo que no la padezco por una cepa naturalista, sin embargo como todo buen médico, elaboró una llamativa et(i)ología de mi mal y preparó unas llamativas pastillas para gustosamente pasar del febril delirio metafísico de la fundamentación al práctico aturdimiento empirista de la comprensión. En un orden epistémico la filosofía *a veces no debe* preceder a la “ciencia” porque en ciertas áreas la “ciencia” es nuestra mejor expendedora de creencias fidedignas. El anterior enunciado resume mi cientificismo, a continuación me propongo glosarlo haciendo hincapié en algunas de las razones detrás de mi renuencia hacia sus exageraciones, en especial, hacia sus hipérboles naturalistas.

Con el incluyente término “ciencia” englobo tanto a las disciplinas comúnmente rotuladas con la etiqueta de “naturales” (físicas, …) como a aquéllas más formales (matemáticas,…) tras haber dado muestras de su maduración epistémica. Es decir, los campos de estudio en donde se han sembrado preguntas bien planteadas, en donde se han cosechado respuestas fiables y en donde se han templado herramientas de justificación paradigmáticas son aquellos que llamaré científicos. El criterio de demarcación es demasiado blando en cuanto piedra de toque, pero es penetrantemente flexible en cuanto piedra angular de mi relajado cientificismo. Dudo con plenitud sobre la existencia de un criterio definitivo para reconocer cuándo una disciplina es lo suficientemente madura para considerarse como científica, en particular, no encuentro viabilidad alguna en el proyecto de la efectiva delimitación del conjunto de métodos de investigación intrínsecos a toda disciplina científica. Mi escepticismo en nada afecta a la labor de defender y desembrollar caso por caso a los candidatos y a sus métodos, exhibiendo de esta manera algunos campos de estudio cabalmente cualificados para portar el epíteto de científicos, v.gr. algunas disciplinas de la física y en general todas las áreas de las matemáticas. Repito, mi cientificismo equivale a afirmar que ciertas clases de preguntas son exclusivamente bien respondidas en determinado tiempo por sus respectivas ciencias con sus correspondientes métodos. La acotación temporal resuena en armonía con mi pirronismo sobre la existencia del Método Científico, el cambio suele ser un constante sonido en los fenómenos apreciados por las ciencias mientras que las transformaciones se mantienen latentes en el desarrollo de las partituras científicas.

Una actitud positiva con respecto a los métodos de las ciencias es un síntoma usual de los afectados de un cientificismo. El éxito de un método científico alienta a su adopción en otras áreas de estudio, incluso en las no claramente científicas. El melódico buen acoplamiento de algunas incorporaciones, v.gr. algunos métodos matemáticos en la física, no tiene la potencia para sostener a la armonía universal entre todo cuerpo de creencias digno de ser escuchado con algún modo de proceder científico. Redundantemente enfatizo: algunas clases de preguntas han sido fiablemente contestadas por ciertos métodos científicos, desgraciadamente la extensión de tales métodos no está garantizada por lo que no debe ser forzadamente exigida para todo campo de estudio. Sin embargo una actitud positiva moderada puede prescindir de los vicios dictatoriales y no conformarse simplemente con la asimilación de los resultados de las ciencias sino también buscar integrar sus métodos, ya sea modificando las preguntas a responder o ajustando dichos métodos a las investigaciones perseguidas.

Una actitud negativa contra la metafísica es un síntoma habitual del cientificismo. Las ciencias “naturales” exigen remitirnos a la experiencia (sensible) en nuestros procesos de adquisición, justificación y utilización de creencias. Si bien las teorías científicas “naturales” frecuentemente tienen componentes más allá de la experiencia directa, dichos componentes deben tener una vinculación por más rebuscada que sea con ella. Así entonces los cientificismos de corte naturalista tienden a expeler a la metafísica pues sus pronunciamientos típicos tajantemente desconectan o veladamente indeterminan sus lazos con la experiencia. Proposiciones como “existe una realidad ajena a las apariencias”, “la verdad de una proposición es independiente a nuestras maneras de aprehenderla” o “el significado de una proposición son sus condiciones de verdad” son expulsadas por los naturalismos tiránicos indispuestos a tolerar modos alienígenos al tribunal de la experiencia. Desgraciadamente para los naturalistas a ultranza la proposición “la experiencia es la única fuente o fluente ratificador y desembocadura de acción de un conjunto de creencias fidedignas” tampoco se puede corroborar por los medios de las ciencias naturales, de donde se evidencia el requisito metafísico para aceptar al credo naturalista radical. Y aunque se puede argumentar prestando caso omiso a la circularidad que nuestro registro histórico muestra el éxito de ciertas disciplinas apegadas a la experiencia sensible, tal evidencia “empírica” puede revertirse en contra del naturalismo extremo cuando llamamos al estrado a las matemáticas y a su notable registro de logros.

La reivindicación de las ciencias formales por su indispensable empleo en las ciencias naturales me parece una irónica manifestación de las coincidencias de los extremos. Los naturalismos radicales al demandar la imprescindible intervención de la experiencia alcanzan una posición metafísica incompatible con su ideal de pureza de las ciencias empíricas. Es un hecho el recíproco impulso entre el desarrollo de las ciencias formales y el de las ciencias naturales, es un hecho que la formalización de algunas ciencias naturales (v.gr. su escritura en un lenguaje matemático) parece irreversible, pero también es un hecho que varias áreas de las ciencias formales en principio no tienen relación con las ciencias naturales y sus dominios de la experiencia. Es un vicio metafísico (vicio en cuanto es penado por el propio naturalismo) obligar a toda ciencia a responder a preguntas indefinidamente ajenas a sus inquisiciones.

En general una táctica de los naturalismos duros para desestimar a los pronunciamientos dignos de su desdén es acusarlos de ser retrógradamente acientíficos. Sin llegar a los excesos del positivismo lógico y su denuncia de falta del significado, tales posturas suelen confinar a la irrelevancia epistémica a no pocas arraigadas declaraciones filosóficas. En particular me interesa retomar al delito epistémico atribuido por el naturalismo contra las pandillas realistas cuyo territorio son las matemáticas, su ontología, epistemología y en especial sus teorías del significado. Atender esta denuncia me permitirá enunciar cómo no debe ser interpretada la teoría inferencialista del significado más adelante delineada. Brevemente analizaré la construcción del crimen epistemológico articulada en el clásico "Mathematical Truth" de Paul Benacerraf. Si bien su exposición del delito no la encuentro condenatoria, si creo que sus insinuaciones apuntan hacia un foco rojo de inestabilidad de las posiciones realistas.

De acuerdo a Benacerraf (1973) la filosofía de las matemáticas se enfrenta ante el dilema de no contar con una teoría del significado afín a la del resto de nuestros lenguajes (dejando en el misterio a la verdad de las proposiciones matemáticas) o a vivir con la ausencia de una explicación *aceptable* del conocimiento matemático. En otras palabras, las perspectivas realistas pueden brindar teorías del significado globales (aquellas en donde las condiciones de verdad son esenciales) pero carecen de una explicación del conocimiento en matemáticas, mientras que las teorías epistemológicas adecuadas para las matemáticas (aquellas en donde las demostraciones son cruciales) les faltan el vínculo con la verdad estipulado en el análisis semántico (realista) de otros lenguajes.

La acusación epistemológica desprendida del dilema se concentra en las peculiaridades de los objetos matemáticos. Para los realismos clásicos los objetos matemáticos son abstractos y dada la negativa caracterización estándar de lo abstracto, tales objetos están desprovistos de propiedades espacio-temporales y en consecuencia, de nexos empíricos con nosotros. A partir de lo anterior la intrusión naturalista radical termina por sembrar las evidencias contra el realismo clásico pues ¿cómo conocemos a tan curiosos objetos si los únicos medios válidos son los de las ciencias naturales? La equiparación entre la observación y la intuición matemática indicada por algunos realistas (v.gr. Gödel) es caracterizada (o caricaturizada) por los naturalistas como un ojo místico en donde no incide la luz de la experiencia sensible al conocimiento auténtico. Debido a que la negación del conocimiento matemático sería funesta también para el naturalismo pues algunas de sus ciencias consentidas han sido infestadas por teorías matemáticas, así entonces, sus vertientes intransigentes mejor instan a recluir al realismo clásico en una (acausal) cadena perpetua.

Poca sorpresa producirá mi rechazo ante las imposturas cientificistas del naturalismo extremo. Una manera frontal de deshacer el caso epistemológico contra el realismo es denostando a su discriminatoria componente naturalista. Las ciencias formales son el testigo estelar contra la inexistencia de otros métodos capaces de producir creencias falibles, es más, creencias mucho más estables que las maquiladas por las ciencias naturales. Más aún, el naturalista que insista en pedir una explicación de cómo es posible el conocimiento de las entidades abstractas tiene (si se lo permite su ánimo segregacionista) a su alcance algunas alternativas de respuesta como la epistemología racionalista de J. Katz (1998). Sin embargo, mi cientificismo me impele a creer en la debilidad epistemológica del realismo clásico en los rubros semánticos a pesar del fallido caso montado por el naturalismo radical. Aunado a mi deslindamiento del naturalismo extremo y sin importar mis inclinaciones antirealistas, desde aquí me desentiendo de las discusiones entre realistas y antirealistas en matemáticas; así entonces la teoría del significado por mi defendida no tiene la intención de inclinar la balanza ontológica. Si he de reconocer un contrincante a la postura por mí acogida entonces para mí lo son las teorías de significado denotativas-veritativas y lo son no nada más porque tengan un rancio linaje realista sino porque me parecen poco apegadas a nuestras dinámicas maneras de hacer matemáticas y muy alejadas de cómo nos hemos comunicado en su lenguaje.

En las matemáticas se calcula, se conjetura, se modela, se juega, se demuestra. El significado de un término en la práctica matemática no invoca a un objeto con tales o cuales características ontológicas sino convoca a sus diversos usos; por ejemplo, como indicador operacional en una secuencia de cálculos; por ejemplo, formando parte de un enunciado eslabón de una serie de inferencias. Así como en los Elementos de Euclides la definición de punto como aquello que no tiene partes pertenece a ninguna de sus construcciones ni deducciones, la misma oclusión acontece para la propiedad de ser abstractos en las interpretaciones de los términos del lenguaje matemático. Las teorías del significado que invocan a una independiente realidad donde pululan los objetos a los cuales disparamos y a veces atinamos con nuestras palabras tienen que apuntar también al cuándo y al cómo se acierta. Y si en los lenguajes naturales y de las ciencias naturales es un tiro nada sencillo, en los lenguajes matemáticos simplemente me parece una labor además de incierta también incorrecta.

Las inspiradoras ideas de Frege alentaron la esperanza en algunos filósofos analíticos en por fin dirimir la cuestión realista en el análisis del lenguaje matemático con el apoyo de la lógica clásica renovada por tan notable matemático antisemita. En lugar de pelear a favor del realismo en las ciénagas metafísicas, Frege predispuso al campo más sólido del lenguaje lógicamente depurado para allí librar la batalla. Las expectativas por el triunfo de la verdad eran altas, verdad cuyo territorio ganado sería también el de la semántica. En la gloria de la victoria resonaría el himno del significado en función de las condiciones de verdad. Desgraciadamente el propio avance de la lógica observado por la filosofía de la lógica atisbó a la ausencia de neutralidad metafísica de la lógica clásica, la diversificación de la lógica posibilitó al revelado de (difuminados) compromisos metafísicos en distintos tipos de lógica. Por ejemplo, el principio del tercero excluido es un precepto anclado en el realismo semántico: toda proposición es falsa o verdadera independientemente de que sepamos si es falsa o verdadera. La vía de Frege por más atractiva que sea no conduce al realismo a menos que hayamos partido del realismo.

Es mi cientificismo el motor que me impulsa hacia la cercanía de los fenómenos estudiados. Si mi pregunta a contestar es "¿Cuál es el significado de las oraciones matemáticas?" entonces creo pertinente atestiguar cómo es que emplean los matemáticos las oraciones en sus prácticas comunicativas. Tal aproximación me obliga a reconocer la importancia del hábito con frecuencia epistemológicamente despreciado de la intuición matemática, a la cual siguiendo a Pólya (1954), prefiero entender como razonamiento plausible. Y es este respeto por la práctica matemática el motivo material de mi rechazo de la noción metafísica de la verdad y por consiguiente, de una teoría del significado basada en ella.

Actualmente afirmar correctamente una proposición en matemáticas equivale a contar con una demostración de ella en una teoría presumiblemente coherente. La intuición matemática no es el acto de vislumbrar la verdad metafísica de una proposición sino un proceso heurístico para elaborar conjeturas plausibles y para trazar soluciones viables; mientras que las condiciones de corrección de una proposición no tienen por que aludir a la fabulosa amalgama entre el lenguaje y una realidad rebosante de objetos abstractos. La verdad en matemáticas es el disfraz mágico de la demostración portado por el cuerpo de la intuición matemática. Gustoso acepto la astada queja de Benacerraf, la verdad (metafísica) de las proposiciones matemáticas para mí no es más que un misterio.

En suma una teoría del significado basada en las condiciones de verdad independientes de nuestras maneras de justificación puede apuntar a un maravilloso realismo clásico sin apuntalarlo pues carece de contacto con nuestras prácticas matemáticas, prácticas que no se limitan a formular y demostrar conjeturas. La idea central de la teoría del significado a la cual me adscribo se concentra en la máxima de Wittgenstein del significado como uso acuñada en su etapa acientificista e inscrita en sus Investigaciones Filosóficas. En la siguiente sección me propongo delinear una "teoría" en consonancia con su máxima para después confrontarla contra sus aviesas y avezadas rivales de naturaleza denotativa-veritativa. De nuevo recalco que mi intención no es pronunciarme a favor del antirrealismo, simplemente me interesa abogar por una teoría del significado desde mi perspectiva cientificista más verosímil que sus contrincantes.

Como he avisado en el anterior párrafo, en el capítulo uno después de algunas consideraciones preliminares se localizará el corazón de este trabajo, desplegado mediante cuatro puntos arteriales donde fluye la teoría del significado inferencialista promovida. Los cuatro principios tendrán como meta al lenguaje matemático. A grandes rasgos la teoría tiene una naturaleza utilitaria (el uso es su concepto semántico fundamental), normativo-contextual (los usos aceptables dependen de un contexto pragmático), holista moderada molecularmente (las oraciones son los elementos básicos para construir los contextos de significado) y depurativa-contextual (los contextos de significado son diccionarios donde se clarifican los contenidos inferenciales de sus vocablos). Debido a su papel constitutivo de la teoría, a cada uno de los cuatro postulados le dedicaré un amplio espacio del capítulo. Por último, la teoría es careada contra otra clase de inferencialismos para resaltar su carácter holista y separarla de sus atractivos parientes moleculares.

Si en el capítulo uno la labor es más constructiva, en el siguiente empezará por ser consolidativa para luego tornar en destructiva. A través de un ejemplo histórico propiciado por los Elementos de Euclides y los Fundamentos de Hilbert se verificará en la marcha al accionar de la teoría con el fin de despejar dudas sobre su funcionamiento. Además por medio de ese ejemplo se hará patente al comportamiento dinámico de los significados en matemáticas, lo cual servirá de punto de partida para criticar a las tiesas teorías del significado denotativas basadas en una noción metafísica de la verdad. El ataque a tan inestable tipo de teorías tendrá también el propósito de sacar al campo de batalla a otra clase de teorías basadas en una caracterización de la verdad mucho más flexible, teorías capaces de seguir a los cambios del significado con la salvedad de que dejan sin explicar qué es lo que están explicando: el significado de los vocablos matemáticos. En específico, asaltaré al núcleo de las teorías que adoptan como concepto fundamental a la verdad Tarskiana, denunciando su falta de suministro de un significado nítido de “conjunto”, ausencia devastadora pues del significado de conjunto se desprende el de las demás expresiones matemáticas según dicha clase de teorías.

Al final se encuentra algo llamado conclusión. En la tesis se expone una teoría del significado inferencialista enfocada al lenguaje matemático, bien o mal definida, mal o bien defendida, no es más que una propuesta. Aunque se argumenta que es más efectiva en algunos aspectos (v.gr. la parte dinámica del significado) que otras candidatas, sólo la vanidad estaría detrás de la conclusión de que es la mejor. Por lo que prefiero allí dar una explicación del fenómeno de la estabilidad del conocimiento matemático en consonancia con la teoría, pues tal estabilidad contrasta con el dinamismo de los significados abiertamente reconocido por ella. Insisto, la teoría fomentada es mejorable, criticable, quizás para algunos desechable, pero siempre que sea útil jamás será concluyente. El bautizo de la sección final es puramente nominal.

1. HACIA UNA TEORÍA DEL SIGNIFICADO INFERENCIALISTA PARA EL LENGUAJE MATEMÁTICO

PRELIMINARES

A pesar de la renuencia y de las denuncias del Wittgenstein tardío, creo en el camino de la teorización pues fomenta una exploración sistemática de las áreas estudiadas. Mi actitud cientificista me impele a aprovechar cuanto recurso esté a nuestra disposición para realizar nuestras indagaciones, a expensas de aceptar las simplificaciones requeridas para el empleo adecuado de algunas herramientas formales. La descripción es importante, pero no tanto como para eclipsar la relevancia de la explicación. Advierto la carencia en el tipo de explicación por mí aludida del halo metafísico emitido por el descubrimiento del sustrato de los fenómenos y reconozco en ella al engranaje de éstos en pos de la comprensión de su comportamiento; más aún, aprecio la formalidad (lógica-matemática) en la dentadura de algunas ruedas. La teoría inferencialista del significado más adelante expuesta puede tolerar críticas por ser rudimentariamente simplista, mal intencionadamente incompleta, irrespetuosamente plagiaria pero no creo pertinente su descalificación por ser o pretender ser una teoría.

La comparación imparcial ampara a nuestra parcialidad. El choque entre teorías científicas recuerda que meramente para apreciar el sonido de la lucha debemos interrumpir la atenuación del ruido realizada por el ideal de la neutralidad. Las confrontaciones entre teorías científicas son tan razonables como cualquier pelea puede serlo, a sabiendas de que hay racionalidad en la violencia y de que hay violencia en la racionalidad. Las nuevas predicciones, el ajuste conservativo a hechos ya conocidos, los aportes tecnológicos, el poder explicativo, suelen reivindicar *al final* de la batalla la validez del triunfo de la teoría científica ganadora (si es que hay una sola sobreviviente). El especular trofeo en donde brilla el reflejo de la mecánica *objetividad*, es decir, la bruñida independencia de la mancha subjetiva de los contrincantes supuestamente apreciable en los destellos de las predicciones certeras o en la sombra de fenómenos recalcitrantes, no está al alcance de los competidores filosóficos *qua* teorías filosóficas. Si lo anterior es el caso, entonces, ¿en qué sentido puedo atreverme a proclamar como mejor a una teoría inferencialista del significado con respecto a una de estilo denotativo-veritativo?

Mañosamente acudí a mi voto cientificista en la sección anterior para desdeñar a la verdad y sus irrupciones en los significados de las expresiones matemáticas. Por otro lado acabo de reconocer que la concordancia con los fenómenos apreciables en la experiencia a lo sumo en filosofía siempre será una incestuosa sugerencia. Más aún, tampoco ofrecí razones para sopesar el desacato de las teorías denotativas-veritativas del significado a la recomendación previa. Para colmo, ni siquiera me he tomado la molestia de exponer qué entiendo por teoría del significado. Es momento de atender a mis deudas.

Defiendo la supremacía de la perspectiva inferencialista propuesta porque ofrece una explicación más plausible de los fenómenos del significado. En especial, con respeto a nuestras prácticas lingüísticas sitúa su percepción del significado con respecto a qué hacemos con él. Tras la consecución de las gracias explicativas, el espíritu inferencialista debe encarnarse en una teoría que al menos atienda a algunas instancias del qué y del cómo del significado de las expresiones lingüísticas: ¿qué es? ¿cómo especificarlo? ¿qué importancia tiene? Con rectitud circular recalco su particular interés en el siguiente par de cuestionamientos: ¿qué usos tiene? y ¿cómo lo usamos?; pues al reconocer ese énfasis se clarifica (más no ratifica) a la clase de respuestas expelida por la corriente inferencialista. En contraste, las teorías denotativas-veritativas son para mí repelentes pues identifico en sus motivaciones inquisitorias un origen de otra índole, a mi juicio, *ya no* tan significativo; a saber y a ignorar, la fundamentación epistémica. Ahora me corresponde extender los planteamientos de este párrafo.

Michael Dummett en su *Base Lógica de la Metafísica* (1991) distinguió entre una teoría del significado (*theory of meaning*) y una teoría-del-significado (*meaning-theory*): mientras que la última se conforma con dar cuenta de los significados de un lenguaje en particular (compendio semántico) la primera busca elucidar qué es el significado en general, qué cosas están involucradas en el entendimiento y el uso de los significados por parte de los parlantes de los lenguajes (comprensión semántica en una dimensión pragmática). Ambos tipos teóricos se influyen mutuamente: una teoría del significado puede guiar el desarrollo de ciertas teorías-del-significado mientras que algunas teorías-del-significado sirven como datos de estudio y de inspiración de algunas teorías del significado. La teoría inferencialista eventualmente trenzada está más cercana a ser una teoría-del-significado que a una sin guiones, por su estirpe pragmática, se le reconoce su ascendencia hacia una teoría del significado empero. La proximidad hacia el estatuto de teoría-del-significado se debe a su focalización en el lenguaje matemático, mientras que la proyección del uso de los términos en su significado da indicios de estar supeditada a una teoría del significado. En la jerga de Wittgenstein, la susodicha teoría-del-significado estipula algunas reglas para explicar el juego del lenguaje matemático pero precisamente al reverenciar mediante su empleo a la metáfora del lenguaje como juego y al admitir la insuficiencia de las reglas para entenderlo, se convierte en consanguínea de una teoría del significado.

¡No pienses, sino mira! Pero una vez que miras, ¿por qué no has de pensar? Las descripciones constituyen un buen sitio de excavación para el medio de la explicación, al nivel descriptivo es un fin al que nos remite una explicación *plausible*. La explicación hilvana vínculos entre los fenómenos descritos, amplia los horizontes del dominio estudiado pero también lo profundiza. Con frecuencia se asocia a la explicación con el insidioso "por qué". No obstante, si la explicación se dedica a atender al "qué" y al "cómo" entonces navegamos en aguas menos turbias (desde una perspectiva filosófica) pero no por eso menos ricas (desde un punto de vista cientificista). La verdad no es un requisito indispensable para la funcionalidad de las explicaciones; la ratificación al nivel descriptivo, la exitosa dirección en nuestras acciones y la coherencia son indicadoras positivas de la plausibilidad de una explicación más no necesariamente de la verdad detrás de ella. Insisto en la invitación a la evasión del vicio naturalista: no toda explicación debe remitirnos a la experiencia para ser admisible. Sin embargo, hacerlo cuando se pueda, el cientificismo así lo recomienda.

Mediante la teorización podemos obtener explicaciones *plausibles* ya que nos impele a articular formalmente las relaciones entre los fenómenos investigados eliminando a los lastres de las descripciones obsesivamente meticulosas; erradicación acaecida en los procesos de abstracción acontecidos en su elaboración. Al proponer principios básicos se proyectan modos de enlace primarios entre los fenómenos estudiados; más aún, al hacerlos explícitos facilitamos la crítica de nuestra teoría. Desde aquí remarco e insisto en que la enunciación de principios básicos no tiene como objetivo único a la fundamentación de una teoría, por lo que los juicios acerca la verdad de tales principios, si de antemano se reconocen finalidades menos ambiciosas, v.gr. una explicación no sólo posible sino también plausible, tienen un sentido criticable mas no crítico. Así entonces, el estatuto de principio básico aquí será otorgado gracias a su funcionalidad metodológica y no por la gracia de su verdad. Si se ha de emitir una opinión sustentable acerca de los principios postulados, ha de hacerse de manera global, con respecto a su participación en la teoría a la cual pertenecen. Sobre la calidad de las explicaciones ofrecidas por la teoría y con base a su nivel de colaboración en ellas deben evaluarse a los principios formulados.

La máxima del significado como uso es el primer principio de la teoría del significado patrona de la teoría-del-significado por mí defendida. Si denominamos como inferencialistas a aquellas teorías(-)del(-)significado que de algún modo bailan al son de la máxima de Wittgenstein, entonces fácilmente podemos percatarnos sobre el considerable número y variedad de los bailarines en la escena filosófica reciente. Neil Tennant satisfaciendo el morbo taxonómico típico de los filósofos, ofrece en “Inferentialism, Logicism, Harmony and a Counterpoint” (2007) una serie de criterios para identificar al tipo de inferencialismo con el cual más gustosos los interesados danzamos[1]. En la literatura filosófica relativamente actual resaltan en especial dos escuelas de baile: la encabezada por la dupla de Dummett-Prawitz y aquella dirigida por el barbudo de Robert Brandom. Confieso mi atracción por algunos de los pasos enseñados por cada una de ellas, por ejemplo la insistencia en los aspectos intencionales-normativos del segundo y la estirpe formal con una prosapia epistemológica del primero. Bajo el tabulador de extensión de Tennant, el inferencialismo de Brandom es fuerte mientras que el de Dummett-Prawitz es

[1] Por ejemplo: su extensión (¿qué partes del lenguaje abarca?), su grado de complejidad en el sistema de inferencias (¿holista o atomista?) o su marco lógico (¿clásico o intuicionista?).

moderado[2]; traducción: el primero delinea una teoría del significado aplicable al lenguaje en general mientras que el segundo describe una teoría-del-significado de los operadores lógicos cuya ampliación inmediata son los términos matemáticos. Así entonces dado el objetivo de la presente tesis, aunque me agrade mucho la práctica de baile de salón dirigida por Brandom no puedo dejar de prestar atención a las rítmicas enseñanzas de la dupla sueco-inglesa.

La multiplicad de inferencialismos no hace sino resaltar la vaguedad de la máxima por lo que conviene desmenuzarla y ahora eso me propongo hacer. Por otro lado al enfocarme en una teoría-del-significado del lenguaje matemático ignoro muchas otras cuestiones que harían falta para cabalmente proponer una teoría del significado, aunque aprovechando la inercia de la clarificación de la máxima, expongo a continuación algunos postulados a mi parecer imprescindibles para la clarificación de su aplicación.

UNA TEORÍA DEL SIGNIFICADO CON Y SIN GUIONES

Desde el comienzo de este escrito se señaló que serían cuatro los principios que conformarían a la teoría del significado aquí acogida. Atendiendo a lo prometido ahora he de desplegarlos.

1. El significado de una expresión lingüística procede de su uso.

La anterior no es sino una de las múltiples formulaciones que puede tener la máxima Wittgensteniana. Por ejemplo, Gilbert Harman en su Semántica del Rol Conceptual[3] también la retoma y la sazona a su gusto. Si menciono a Harman es con la excusa de citar su

[2] El mismo Brandom reconoce su tipo fuerte de inferencialismo y a su vez también lo gradúa: *The strong inferentialist thesis is that broadly inferential articulation is sufficient for specifically conceptual contentfullness-that is, thath there is nothing more to conceptual content than its broadly inferential articulation…For strong inferentialism as it is worked out in the rest of this project is not committed to the hyperinferentialtilist thesis,which maintains that narrowly inferential articulation is sufficient for conceptual contentfulness of all sorts…under such a restriction, it is impossible to reconstruct the contents of actual concepts, except perhaps in some regions of mathematics* .[Brandom, 1994:131-2]

[3] Conceptual role semantics (CRS) is the view that the meanings of expressions of a language (or other symbol system) or the contents of mental states are determined or explained by the role of the expressions or mental states in thinking. [Harman y Greenberg 2006:295]

vigoroso rechazo del sentido inverso, pues a través de esta renuencia se exhibe a la idea nuclear del principio primordial:

> ... el significado y el contenido derivan del uso, no al revés[4]. (Harman y Greenberg, 2005:1)

En el sentido percibido estriba la discordia y se manifiesta el sello de la familia acogida: o bien podemos (en la explicación) derivar el uso a partir del significado o mejor aun podemos obtener al significado a partir del uso. En la elección del concepto primitivo a partir del cual se explica al significado se asienta nuestra postura. Si bien podemos asumir que el significado es un concepto no reducible a otro(s), entonces al hacerlo contravendríamos a las explicaciones tradicionales cuya pretensión es trabajar con nociones más básicas/sencillas/confiables/globales/claras/anteriores que lo explicado. Aunque no niegue la posibilidad de construir una teoría del significado en donde el significado sea un concepto primitivo, los intereses inquisitivos de este ensayo (¿qué es y cómo hacemos uso del significado?) me conminan a hacer caso omiso de esta opción. Bajo esta tónica, quienes instan por separar a la pragmática de la semántica entonces suelen escudriñar en otros conceptos la caracterización del significado, por ejemplo, limitándose a la parte asertiva del lenguaje y ateniéndose a nociones involucradas con la representación como el sentido, la referencia o la verdad.

El señalar al uso como concepto primigenio obedece a variopintas razones alimentadas por el interés en nuestras prácticas de comunicación: desde el proceso del aprendizaje del habla hasta las refinadas interacciones semánticas realizadas en lenguajes tan depurados como el de las matemáticas. En la vastedad y diversidad de nuestras prácticas lingüísticas, en donde aquellas relacionadas con la representación no son sino una mera porción, la consigna de explicar el significado a partir del uso se ve respaldada. En la inmersión de las prácticas lingüísticas en un trasfondo social como <u>condición de posibilidad y como factor de regulación</u>, la consigna de explicar al significado a partir del uso se ve respaldada. En la indisposición de escindir a la pragmática de la semántica, evidenciada en

[4]… meaning and content derive from use, not the other way round. [Harman y Greenberg, 2006:295]

mi reiterado empleo en este párrafo del término “prácticas lingüísticas”, mi apego a la consigna de antemano se hace manifiesto.

El nombre de “inferencialismo” nada tiene de fortuito. Si nos limitamos a los elementos asertivos de los lenguajes, aquellos cuya función es afirmar que tal o cual es el caso, podemos tildar a su uso principal como de carácter inferencial en el sentido de que permiten generar vínculos con otros miembros asertivos del lenguaje, elementos cuyo origen o cuyo destino pueden pertenecer el estrato de la experiencia. Comprender el significado de “el fuego quema” conlleva la extracción de sus consecuencias, las cuales entre otras tienen como meta orientar a nuestras acciones evitando a las quemaduras del error. Ya que uno de los medios predilectos para establecer tales conexiones son los operadores lógicos, el delinear su papel inferencial y por ende su componente semántico ha sido uno de los objetivos predilectos de los inferencialismos y el fracaso de tal empresa no es sino uno de sus peores miedos.

Sin embargo, el epíteto de “inferencial” puede insinuar la restricción a las prácticas lingüísticas relacionadas con el razonamiento o la argumentación o explicación o la demostración o la predicción...; prácticas cuya realización es propia/de y propicia/en la zona asertiva del lenguaje, mientras que los usos de las expresiones lingüísticas parecen no presentarse nada más en esa región. Tratar de reducir todos los usos (y por ende los significados) a la previa canalización de lo inferencial me parece una mal augurada labor análoga a la desatinada reducción de lo intencional a lo extensional; más aún, al hacerlo renunciamos a uno de los atractivos de la máxima de Wittgenstein vehementemente pregonado por él en sus Investigaciones Filosóficas: el apreciar la biodiversidad en nuestros lenguajes. Por ejemplo, además de afirmar preguntamos y convivimos a través de nuestros lenguajes (¿Qué afirma un “Hola, ¿cómo estas?”). Decir que la única sección (o la básica) de los lenguajes provista de significados se encuentra en su región asertiva es decir muy poco o en el mejor de los casos equivale a con muy poco decir mucho más no todo. Por lo que o bien aceptamos una caracterización débil de lo inferencial o bien cambiamos de nombre a la familia para evitar malentendidos, por ejemplo, Semántica de Rol

Conceptual (à la Harman) o la Concepción del Lenguaje como Cálculo.[5] Opto yo por lo primero debido a que en el lenguaje matemático los efectos restrictivos suscitados por el nombre de "inferencialismo" no resultan tan limitantes, aunque aprovecho el momento para confesar mi actitud favorable hacia la interpretación de las matemáticas (y de la lógica) como cálculo empero.

En consecuencia, la máxima postula que el significado de una expresión matemática se conforma a partir de su potencial uso inferencial; el adjetivo de "potencial" lo empleo para respetar el dinamismo semántico de los lenguajes en general mientras que con "uso inferencial" simplemente me remito al carácter operacional de tales expresiones sin ninguna clase de manipulación en particular. Ahora bien, en matemáticas la utilización normalmente nos remite al menos a alguna de las siguientes actividades: el conjeturar, el modelar, el demostrar, ... Por lo que con "uso inferencial" de una expresión aludo a su empleo en cualquiera de las antecedentes tareas. Así entonces en una primera instancia, las preguntas sobre el significado de un término en matemáticas según la máxima tienen que ser respondidas enlistando sus diversas disposiciones utilitarias en las prácticas matemáticas. Qué significa x equivale a preguntarme acerca de qué puedo hacer inferencialmente con x. Por otro lado, postular que los usos estén sujetos a una práctica (el demostrar, el modelar...) tiene como finalidad el apreciar y el solventar a la dimensión normativa del significado. Los usos no son tan arbitrarios, están supeditados a un contexto intencional, están regulados por un contexto pragmático. Creo que es el momento adecuado de enunciar el siguiente postulado de la abigarrada teoría presente del significado.

[5] Jakko Hintikka en "El lugar de C.S. Peirce en la historia de la teoría lógica" hace una división afín a la realizada en este ensayo, estimando en dos a las interpretaciones primarias del lenguaje: la universal y la calculista. *Alguien que cree en la universalidad del lenguaje lo considera...como un mediador indispensable entre la persona y el mundo...no se puede expresar en el lenguaje sus relaciones semánticas con el mundo...La concepción del lenguaje como cálculo implica que podemos discutir la semántica de un lenguaje en ese mismo lenguaje...no sostiene que el lenguaje sea como un cálculo no interpretado, sino sólo que es reinterpretable como un cálculo.* [Hintikka, 1998: 217]

1.2 El significado de una expresión lingüística está circunscrito a un contexto.

En la lógica, una de las funciones fundamentales de la semántica es el establecimiento de criterios de corrección en los argumentos, pruebas o reglas de inferencia. Por ejemplo, una regla es correcta si las fórmulas derivadas heredan cierta propiedad semántica (tradicionalmente la verdad) de sus progenitoras. Ahora bien, en los lenguajes en general el significado también posee una componente normativa: comprender el significado de una expresión se manifiesta en su correcta utilización dentro de un contexto determinado. Así entonces, el significado no nos remite a cualquier uso sino a aquellos aceptados bajo ciertos parámetros intencionales instituidos en las prácticas lingüísticas.

La metáfora lúdica de Wittgenstein puede ayudar a esclarecer este postulado. Las expresiones lingüísticas son usadas conforme a un contexto al que siguiendo al ingenioso ingeniero podemos entenderlo como un juego del lenguaje. Los participantes (i.e. los parlantes) forman parte del juego siempre y cuando respeten sus lineamientos elementales, v.gr. patear la pelota con el pie en el fútbol o parlar secuencialmente en una conversación. La práctica es la fuente de regulación de las acciones permisibles de los jugadores y por otro lado, al explicitar a sus reglas se avanza hacia la consolidación de la práctica, v.gr. elaborando un reglamento para el fútbol o redactando una gramática para el idioma español. La completa especificación de las acciones válidas de una práctica en un conjunto de reglas fue evaluada como inviable tanto por Wittgenstein como por sus seguidores, pues tal labor conlleva una recursión que se carcome a sí misma ya que tras el ideal de la precisa formulación se tendrían que especificar reglas para interpretar a las reglas para interpretar a las reglas... interpretar a las reglas para interpretar a las reglas. Además, las reglas únicamente capturan un rango permisible de acciones y no la gama total de ellas: quien lea el reglamento oficial de la NBA no jugará como Tim Duncan ni quien lea un tratado gramatical de inglés escribirá como Derek Walcott. El movimiento se demuestra andando, lo permisible y lo posible en las prácticas se muestra al ejecutarlas y el significado de una expresión se manifiesta usándola adecuada o creativamente. En palabras de Brandom:

La conclusión del argumento regresivo es que se requiere una concepción pragmatista de las normas- una noción de corrección primitiva implícita en la ejecución de una práctica que precede a y es presupuesta por su formulación explícita en reglas y principios.[6] [Brandom, 1994:21]

La metáfora lúdica aunque sea cautivante también puede ser molestamente ambigua, irónicamente algo de su atractivo quizás se desprenda de su vaguedad. Con celo cientificista podemos (y debemos) cuestionarnos acerca de su precisión y sobre su nitidez. Por ejemplo, en algunos juegos existen al menos un par de estados notables: el triunfo y la derrota (incluso en muchos existe el tercero y nauseabundo estado intermedio del empate). Así entonces, ¿acaso vale preguntarse en el juego del lenguaje cuándo se gana o cuándo se pierde? Más aún, la concatenación de elementos comprensibles no está libre de confusión; si bien puedo entender la práctica de un juego (como el mundano y sacrosanto fútbol), ¿qué debo comprender por una práctica lingüística? La importancia asumida por la práctica lingüística como implícito regulador semántico incita a dedicársele más palabras cuyo significado aglutinado con suerte, hará menos densa a la niebla metafórica.

Los juegos del lenguaje realizados en las ligas de la comunicación tienen dentro de sus objetivos a la transmisión de información, así entonces podemos decir que en ese caso el agente X gana si logra comunicar "aquello" que fue motivo de su participación en la práctica lingüística a quienes le interesaba hacérselo saber. Nótese que en la patidifusa caracterización del triunfo en estos juegos lingüísticos sobresale su incriminación con la intencionalidad y se sospecha en el misterioso "aquello" su envolvimiento con el significado. Más aún, para que los receptores XX capten lo que el agente X quiere comunicar ellos deben ser partícipes del mismo juego, una pelota de béisbol debe ser atrapada con una mano o una manopla, una definición ostensiva con los ojos y con un signo en la memoria. En lugar de decir que en el significado se ubica la información del "aquello" transmitido, donde ese "aquello" no es sino un conjunto de miembros del lenguaje manifestados de tal o cual manera, prefiero declarar que el significado codifica una serie de herramientas inferenciales: "aquello" forma parte del juego no tanto por lo que me dice

[6] The conclusion of the regress argument is that there is a need for a pragmatist conception of norms- a notion of primitive correctnesses of performance implicit in practice that precede and are presupposed by their explicit formulation in rules and principles. [Brandom, 1994: 21].

sino por lo que me permite y me insta o no a hacer. Para que las intenciones del emisor sean colmadas, entonces los receptores deben formar parte de su práctica lingüística. La derrota por default puede suscitarse cuando los receptores no actúan conforme a la práctica lingüística pertinente. El fracaso también puede ocurrir aun si los receptores respetan los lineamientos generales del juego cuando se pasman ante una desconocida jugada, i.e. cuando no están familiarizados con el contenido inferencial (intencionado) de algunas de las expresiones lanzadas, en resumidas cuentas, cuando ignoran algunos de los significados manejados por el transmisor. Sobra decir que no es lo mismo ganar que saberse ganador[7]. El empate podría ajustarse mejor a la última situación descrita, cuando se comprende a medias por no estar familiarizados con algunos significados aunque se pertenezca a la práctica en cuestión. De nuevo, el papel de la práctica lingüística en la elucidación de la metáfora destaca en su protagonismo y me obliga a intentar desembrollar su amalgama.

Con respeto a los experimentados en las cabriolas del giro pragmatista, con el término de práctica ingenua y redundantemente comprendo al marco social donde se implementa el ejercicio de ciertas actividades. La característica saliente de las prácticas para la visión encontrada en este ensayo es el papel regulativo del aludido marco en cuya estructura de interacciones no he de ahondar. De este modo admito la existencia de otras caracterizaciones mucho mejores[8], pero acudo a la elegante salida filosófica de esconder mi

---

[7] Una análoga situación a la posteriormente descrita apareció en un capítulo del “Conde Pátula”. Imaginemos que una agradable patita habitante de un exótico país fue bautizada con el nombre de “Jeloujuatsyourneim” y que por azares del destino sus padres le enseñaron a hablar inglés. El buen mozo del Conde se transportó de vacaciones a aquel país y tuvo la suerte de encontrar solitaria a la pechugona damisela, por lo que parando su pecho se le acercó y comenzó el siguiente diálogo en el idioma universal de las transacciones (incluidas las amorosas) con la esperanza de ser entendido:

Conde Pátula: Hello, What’s your name?

Jeloujuatsyourneim: Jeloujuatsyourneim.

¿Triunfó en el juego del lenguaje de las presentaciones el Conde? ¿Sabe que triunfó? Al menos sabemos cuáles eran las intenciones del Conde, qué empleo le daba a sus palabras y qué uso esperaba darle a la patita, para aquellos que todavía dudan sobre la primacía del uso en los accionares semánticos del lenguaje.

[8] Por ejemplo el trabajo clásico de Lewis sobre convenciones [1969] brinda un depurado bastidor teórico para describir a las prácticas, de hecho él mismo lo aplica para las prácticas lingüísticas. A mí me resulta atractivo porque al incorporar al fenómeno del conocimiento común levanta el telón para la introducción de otras llamativas herramientas como las de la lógica epistémica-dinámica. Sin embargo tal clase de teorías padece el inconveniente de hacer algunas asunciones controvertidas para el giro pragmatista, v.gr. la existencia de una perfecta e inherente racionalidad **en cada uno de** los agentes. Si puede haber conciliación entre tales posturas es algo que me gustaría saber.

incompetencia con la exclusión temática del asunto por motivos espacio-temporales. Así entonces una práctica lingüística es aquella relacionada con los usos y las actividades del habla. Ya que tanto circunloquio genera vértigo y nauseas, acudo al ejemplo para disipar a los mareos provocados por tanta palabrería vacía. Fijémonos en el ostensivo juego bíblico de lo veo, lo nombro, existe. En primer lugar tal juego no se realiza en solitario, desde nuestros peninos en él algún jugador más avezado (v.gr. nuestros progenitores) entrena a nuestros detectores de objetos con la salida lingüística correcta. La masa de carbono quien no sólo te condenó a la vida sino que además con saña oscurece al amanecer de tus días con su incesante presencia se regocija al domesticar a tu balbuceo moldeándolo en una denominación de tu verdugo. En segundo lugar, el contemplativo demiurgo no es el objetivo inmediato del juego. El niño aprende a nombrar a la mamá-mamá porque es el medio para conseguir sinusoidal alimento o para solicitar la remoción de escombros fecales, por ejemplo. El uso desde el principio está presente, la denotación desde entonces está sujeta a un uso. La veo, la nombro, la uso, provecho.

Nuestra inmersión en el océano de las prácticas lingüísticas puede dificultar la emersión para reconocerlas y reconocernos partícipes de ellas. Al momento de tratar de identificar una práctica es cuando adquiere mayor interés el recuento explícito de sus reglas, principios normativos que la instituyen y delinean a su membresía. Al ejercitarse la conciencia en las prácticas aparecen otras de sus peculiaridades como la retroalimentación entre ellas y sus reglas: si bien un conjunto de reglas modula al rango de acciones y estados permisibles con base a aquellos aceptados por los miembros de su práctica, tal amplitud de variación no está perenne ni definitivamente delimitado por sus reglas explicitadas empero. Las prácticas pueden modificarse con respecto a los convenios que alcancen sus participantes por muy diversos motivos y estos cambios repercuten en la elaboración de sus reglas constitutivas.

Consideremos a una de las prácticas lingüísticas predilectas por los filósofos: el juego de dar y pedir razones (*the linguistic game of giving and asking for reasons*[9]). El factible

[9] Tanto que es un slogan de los revoltosos con ascendencia pragmatista como Rorty y Brandom en pos de la defensa de cierta clase de racionalidad. De hecho para Brandom tal juego es EL juego del lenguaje, todos los demás de alguna u otra manera deben apelar a éste. La dominancia de la parte asertiva del lenguaje no deja de

origen de su fascinación puede hallarse en su vinculación con la zona asertiva del lenguaje, manantial de varios filosóficos rumores (los clamores ontológicos y los epistemológicos han sido de lo más bullicioso). Las reglas principales de dicha práctica versan sobre la clase de razones correctas dependiendo del tipo de pregunta efectuada. Ejemplos: ¿Cuándo una proposición matemática puede ser afirmada? ¿Cuándo una hipótesis científica se puede dar por confirmada? ¿Cuándo una explicación es satisfactoria? Así entonces sus respuestas tratarán de brindar un reglamento para los usos inferenciales admisibles de las expresiones lingüísticas concernientes a los lenguajes trastocados por la pregunta en cuestión.

En matemáticas la región asertiva tradicional y exclusivamente se ha sujetado a la práctica deductiva de la demostración. En esta tónica la declaración de que p es el caso equivale a contar con una justificación deductiva de p, donde tal justificación tiene una íntima relación con el significado de p bajo nuestra estrella inferencialista. Sin embargo tal concepción aunque sea acertada no deja de ser insípidamente parva. Hay otras prácticas matemáticas envueltas en las declaraciones, por citar una, aquella de donde surge lo afirmado: el conjeturar. En tal actividad está inmiscuida la mitificada o mistificada facultad de la intuición matemática pues el conjeturar no se reduce a la mera generación espontánea sea o no inspirada por la instantánea percepción de lo eterno. Insisto en mi afinidad con Polya y su razonamiento plausible como medio para materializar a tan idealizada facultad: la intuición matemática puede verse mejor (pues al menos ya puede apreciarse) como una actividad que se ejercita con pero sobretodo en una práctica, a saber, la de hacer conjeturas plausibles. He de admitir el amplio sentido por mí otorgado a tal práctica pues no creo que consista nada más en la enunciación de proposiciones sensatas sino también en la elaboración de prometedores planos matemáticos para la construcción de soluciones a problemas o planes de demostración para una hipótesis, por ejemplo. La plausibilidad de

---

provocarme recelo y a lo sumo concuerdo con su predominancia. Cuando a un niño se le enseña el algoritmo de la multiplicación con ayuda de la memorización de las tablas dudo que sea relevante el factor asertivo, el infante está más enfocado en dominar la manipulación simbólica de los factores para no reprobar en los tediosos exámenes. Y si postulamos que el significado se desprende del uso resultaría anodino desproveer de significado al aritmético accionar mecánico de los párvulos calculistas. ¿Qué tanto afirma un escuincle cuando hace la operación de 1999*233? ¿Sólo lo que se asevera puede acertar o en su caso ser corregido? ¿Cuándo en mi calculadora oprimo sus teclas para endilgarle el cálculo mi electrónica esclava afirma que el resultado es 465767?

sus productos se sustenta no únicamente de manera deductiva (v.gr. creando vínculos con otras proposiciones[10]) sino también de manera inductiva (v.gr. con un respaldo enumerativo[11]), acercando así a las matemáticas a las ciencias "físicas" para el gusto de los naturalistas moderados y el resabio de los racionalistas duros.

Incautamente confieso mi desconfianza en las preguntas de tajante corte discriminatorio. La búsqueda de criterios últimos de identificación ultimadamente me parece una pérdida de criterio. Las cuestiones del cómo caracterizar absolutamente a toda práctica matemática, a toda expresión lingüística matemática, a todo objeto matemático,...creo que logran la distinción más de nuestra ambición que la del objetivo de la caracterización. Si bien la actitud cientificista fomenta la determinación de los atributos de las cosas investigadas también nos impele a reconocer (valorando) lo aproximativo y falible de nuestras propuestas. Por otro lado dependiendo de nuestras metas a veces basta con la solvencia de la extensión obtenida mediante la enumeración de los elementos discernibles de la clase de cosas investigada. Ya que nuestra atención ha sido centrada en el uso de las expresiones lingüísticas pues lo hemos postulado como brindador de su significado y hemos de enfocarnos en el lenguaje matemático, entonces resulta necesario pero también suficiente nombrar algunas de las prácticas matemáticas en donde se realiza la explotación utilitaria de los miembros del lenguaje matemático. Ya he mencionado un par de ellas partícipes de las manifestaciones asertivas: la demostración y la práctica de hacer conjeturas. También escuetamente hice una insinuación acerca de su interrelación y ahora la convierto en algo tanto extensivo como explícito: las prácticas matemáticas están entrelazadas y su comprensión no puede alcanzarse por aislado. Otra práctica cuya omisión sería gravemente notoria en la faceta declarativa del lenguaje es la modelación, pues en ella se explotan las capacidades de representación de las teorías matemáticas. A tal práctica le

[10] Por ejemplo la Hipótesis Generalizada de Riemman se hace más plausible mientras sus implicaciones deductivas (ver la nota siguiente) también lo sean y viceversa.

[11] Por ejemplo la Conjetura Débil de Goldbach, la cual afirma que todo número impar mayor que cinco puede expresarse como la suma de tres primos, para todos los impares revisados hasta ahora ha sido corroborada, aumentando de este modo (inductivo) su plausibilidad. Por otro lado, la Hipótesis Generalizada de Riemann implica que todo numero impar mayor que 10^{20} satisface a la Conjetura (Zinoviev). Para reivindicar la importancia en las matemáticas de la verificación enumerativa Deshouillers et al [1997] con base al Teorema de Zinoviev y con la ayuda de asistentes computacionales para la verificación de la satisfacción individual terminaron por demostrar que la Hipótesis implica a la Conjetura.

concierne la confección de modelos matemáticos para la resolución de problemas o siendo más pretenciosos, tal práctica se dedica a realizar representaciones de muy diversa índole cuyas finalidades entre otras es la predicción o la explicación de lo representado. So pena de ser tullidamente incompleta una teoría del significado de las expresiones matemáticas debe incorporar también a su frecuente inserción en el discurso de otras disciplinas de estudio tan ricas como lo ha sido la física. Así entonces el empleo (inferencial) de las expresiones matemáticas en otras áreas también debe formar parte de su significado y es mediante la práctica de la modelación como sugiero que se realiza la inclusión requerida. Y si en el conjeturar era la plausibilidad el parámetro regulativo, en la modelación se ejercen estándares más severos como la atinada predicción de los fenómenos. He mentado a las tres prácticas a mi juicio más importantes para el proyecto de una teoría-del-significado que al menos cubra a las locuciones asertivas del lenguaje matemático, por lo que espero evitar sus descalificaciones basadas en el total descuido de las protagónicas prácticas lingüísticas en donde se implementan los usos inferenciales que posibilitan la excreción de afirmaciones.

Desde la perspectiva asumida en este ensayo la precedencia del uso con respecto al significado es afín a la de las prácticas con respecto a las teorías. Así entonces según esta visión la conformación de una teoría matemática se efectúa mediante la labor conjunta de algunas de las prácticas mentadas. De este modo el carácter intencional del contexto en esta sección postulado se extiende desde la intencionalidad encontrada en la parte normativa de las prácticas (para seguir sus reglas) hasta la intencionalidad requerida en la delimitación semántica del dominio de las teorías (para seguir sus significados pretendidos). Al momento de explicitar las reglas de una práctica asumimos un compromiso intencional con la interpretación de ellas, pues atendiendo a la conclusión del argumento de Wittgenstein fortalecido por Kripke sobre la indeterminación de una regla, la expresión de éstas no basta para asegurar su consanguinidad con su práctica madre. Existe un sinnúmero de acciones compatibles con cualquier regla pero sólo nos interesan aquellas hijas legítimas de la práctica madre: por ejemplo el esquema del Modus Ponens no sólo codifica una inferencia típica de nuestra práctica demostrativa sino una cantidad innoble de transformaciones a cualquier cosa que se relacione con los garabatos del esquema. Desprovistas de restricciones prácticas de la intencionalidad, las reglas no pueden ser los representantes explícitos de los látigos normativos de las prácticas; así entonces si no hay una familiaridad previa con la práctica la comprensión de la interpretación intencionada de sus reglas divaga a la deriva.

En el otro extremo, las teorías matemáticas constituyen un contexto intencional para la constricción del significado de sus elementos. Las preguntas acerca del significado de cualquier expresión deben estar acompañadas del marco teórico en donde quieras usarla para poder ser respondidas correctamente. La potencial multiplicidad y la posible pérdida de compatibilidad de los usos inferenciales de cada expresión matemática exige una constricción teórica para esbozar su significado. Por ejemplo el significado de "paralela" varía dependiendo el tipo de geometría en la cual te interesa explotarla inferencialmente ya que sus consecuencias extraíbles pueden ser disímiles e incluso mutuamente contradictorias con respecto a la teoría geométrica elegida (v.gr. en una euclidiana es declarable su unicidad mientras que en una no euclidiana no siempre). En este párrafo hago manifiesto mi rechazo a la acción de equipar directamente a una teoría con una práctica lingüística para poder realizar la distinción y confinación de los contextos del significado de una expresión. No es la estrategia pragmática para atrapar a la intencionalidad mi fuente de recelo sino lo es la precipitada táctica de disparar rótulos a discreción con la leyenda de "ser una práctica" para matar a la molestia de elaborar una más cuidadosa elucidación de los blancos. He aquí un símil: a pesar de los escollos presentes al delinear mediante reglas la práctica de la escritura de novelas su nivel de esclarecimiento presumiblemente es mayor que el de la postulación de una práctica para cada novela en particular. La anticipada moraleja de la analogía aconsejaría no agregar más de lo que necesitas pues terminarás necesitando más para lidiar con todo lo que agregues.

Repito mi credo pragmático: una teoría matemática se construye a partir de la concomitancia de diversas prácticas entre las cuales podemos mentar a la del demostrar, el conjeturar y la del modelar. Cabe señalar que el calcular es un vital verbo conjugado en todas ellas (sobretodo en la primera y la tercera), donde por calcular llanamente entiendo a la manipulación de signos. Mediante el cálculo suele introducírsenos en el manejo del lenguaje matemático, por ejemplo el aprendizaje de las operaciones aritméticas con peras y manzanas nos enseña un tierno significado de la suma o la resta (finita) tanto como la repetición hasta el cansancio de "mi mama me mima me mima mi mamá" nos revela un incipiente significado de esas palabras del español. Si insisto en desmenuzar a las prácticas lingüísticas en las matemáticas es para entender su control ejercido desde la conformación hasta la interpretación de su producto más preciado: las teorías. Postular la dependencia de los significados a un contexto carecería de plausibilidad si ni siquiera se hace un esbozo de cómo se suscita tal supeditación[12]. Una cascada de garabatos se despliega ante una persona no entrenada en el lenguaje de una teoría cuando ojea un artículo de ella. Que las cosas garrapateadas puedan convertirse en las portadoras de los significados intencionados por los creadores de esos trazos aquí es explicado con base a su uso inferencial regulado en las prácticas involucradas en la constitución de la teoría pretendida. Otro ejemplo con esperanza aclaratoria: las expresiones de los axiomas de grupo[13] definen una estructura con una operación cerrada, asociativa, con un elemento de identidad e invertible siempre y cuando el manejo inferencial que haga de ellos se atengan a los estatutos de una práctica lingüística matemática como la demostración o la modelación. Así entonces comprender el significado de los axiomas reside en poder calcular deductivamente la unicidad del elemento identidad o poder reconocer la estructura de grupo en el conjunto de matrices de nxn con entradas reales y con su operación de suma estándar.

[12] Incluso a quienes quizás por condescendencia o pereza concedan algo de validez a los postulados con sus razones detrás y enfrente de ellos tengan conflictos ante la completa ausencia de una explicación de cómo se originan las fantásticas prácticas lingüísticas y peor aún cómo en ellas se lleva a cabo la maravillosa regulación de los usos de las palabras. Con mucha saña se puede revertir nuestro discurso utilitario al no conformarse sólo con promesas de funcionalidad clamando por descripciones de su funcionamiento si en verdad hemos de dotar de un significado significativo a las prácticas lingüísticas. Con todo el aplomo filosófico relego este punto a una nota de pie de página. Las respuestas a estas inquietudes han fluido y pueden hacerlo desde una actitud naturalista hasta una más racionalista. Ejemplo de la primera es endosarle a la sociología la labor de dar cuenta de la génesis y desarrollo de las prácticas lingüísticas. Ejemplo de la segunda es hacer uso del conocimiento común para modelar las situaciones regulativas de las prácticas lingüísticas. Mientras que las primeras suelen contentarse con las regularidades (ya sea en la forma de hábitos) acaecidas en las prácticas las segundas instan por fincar su faceta normativa en ciertos atributos duros como la racionalidad de los hablantes. La calidad de las propuestas aquí no es mi ocupación aunque sí una latente preocupación.

[13] 0. Si $a,b \in G$ entonces $a \bullet b \in G$.

1. Si $a,b,c \in G$ entonces $(a \bullet b) \bullet c = a \bullet (b \bullet c)$.

2. Existe $e \in G$ tal que para todo $a \in G$ se cumple $a \bullet e = e \bullet a = a$.

3. Para cualquier $a \in G$ existe $a^{-1} \in G$ tal que $a \bullet a^{-1} = e$ y $a^{-1} \bullet a = e$

El primer par de postulados habilita las transiciones de la secuencia de ¿Qué significa la expresión x? a ¿Cómo utilizo a x? a ¿Cómo empleo correctamente a x? a ¿Cómo uso adecuadamente a x con respecto al contexto Y? Más aun, el interés por una teoría-del-significado para el lenguaje matemático orienta a la última pregunta hacia ¿Cuál es correcto uso inferencial de la expresión x con respecto a la teoría Z? Si apreciamos a los axiomas de la teoría Z como las expresiones más acabadas de las reglas sobre la utilización de sus elementos endémicos, entonces éstos parecen adquirir su significado por medio de las relaciones (inferenciales) con el resto de los términos de la teoría Z. Debido a que mediante oraciones es como expresamos tales relaciones, entonces el recipiente del significado aparentemente no puede ser más pequeño que éstas. Es el momento de enunciar al siguiente postulado.

1.3 Las oraciones son minimales respecto a los contextos del significado.

Previo a mi intento de elucidación del postulado prefiero de una vez confinar a la elección de la noción primordial para nuestra teoría del significado a un plano secundario en las discordias provocadas por éste. Por ejemplo, una teoría cuya noción estelar sea la verdad y no el uso inferencial puede (más no debe) aceptar algo similar a lo postulado ya que los términos aislados carecen de condiciones de verdad y son las “proposiciones” las receptoras de tales cargas de significado. Sin embargo sí hay una sensible variabilidad en la formulación, consecuencias y respaldos por lo que me corresponde ahora hacer la interpretación bajo una pauta inferencialista de lo afirmado en este apartado.

Una observación temeraria sería negar el uso de las palabras por aislado o sin tanto temor a la desdicha dichosa y dicharachera de los contraejemplos, tenuemente afirmemos que si las palabras significan algo es en la medida de su pertenencia a un conjunto (puede ser unitario) de términos con sentido que es conferido por su uso reconocido en alguna práctica lingüística. Prestemos atención al desenvolvimiento de la práctica de dar y pedir razones. En la zona asertiva es común la predicación sobre las propiedades de los objetos, es frecuente la descripción de las acciones de los sujetos, es rutinaria la declaración de tal o cual hecho. Todos estos empleos del lenguaje requieren para su realización de una estructura gramatical cuya instancia usual asume la forma de una oración. No obstante la acumulación de evidencia positiva no basta para instaurar el régimen de exclusión del significado promovido aparentemente por el postulado. Tras bambalinas irrumpe el problema de la composición y en su escenario montado se presentan los trasiegos del holismo.

Si el postulado niega la existencia de significados de los términos particulares entonces no entiendo como comprendo la oración del postulado. Es un hecho habitual pero nada trivial que las oraciones estén compuestas por palabras. Si las palabras están henchidas de la ausencia de significado, entonces sería un verdadero milagro que su unión sí estuviera provista de uno(s)[14]. Negar la existencia de los significados de los términos individuales equivale a imposibilitar nuestra comunicación mediante oraciones. El postulado nada más apunta a que el significado de cada palabra no está ni puede estar **completamente** aislado del resto del lenguaje. Agarra un diccionario. Busca "árbol". ¿Aparece la foto de una acacia? Vuelve al diccionario. Busca "acacia". ¿Qué aparece? Abre el libro de tu memoria. Recuerda algún episodio donde hayas aprendido alguna definición ostensiva. Mira Pepito, esto es un árbol. Pero mami, ¿cuál es el significado de esto? Y si esto es un árbol, ¿nada más esto es un árbol? ¿Por qué no es esto un palo? ¿La única oración que puedo hacer con esto es "esto es un árbol"?... El juego de la ostensión requiere de una holgada provisión de palabras para su comprensión pero sobretodo, una práctica lingüística que lo modere y posibilite su elucidación. En la búsqueda de su significado las palabras desfallecen cuando solas la emprenden, el significado de la nostalgia sólo aprenden mientras añoran hallarlo encontrándose con otras, con alguien.

Cuando identificamos las partes de un todo, normalmente sospechamos que podemos explicar algunas de sus propiedades a partir de las de sus componentes. Obedeciendo a tal intuición, el Principio de Composición nos pide aceptar que el significado del todo está

[14] Este argumento puede ser imputado de ser una falacia. Las palabras están conformadas de letras y no por eso concluimos que las letras tienen significado. En general algunas de las partes que conforman un todo tienen algunas de sus propiedades. Yo estoy vivo, algunas de mis células están vivas, pero mis átomos carecen de esa propiedad. Como más adelante en el cuerpo del ensayo se enunciará, para esta perspectiva inferencialista las palabras tienen significado porque pueden ser usadas por aislado en algunos de nuestros procesos comunicativos. De hecho, son las palabras por separado las que primero aprendemos a usar, como "mamá". Así aunque el argumento esté mal, no lo es por la razón aquí discutida.

constituido (de algún modo) por el de sus partes. Las oraciones están conformadas por palabras. Entonces, ¿por qué no hemos de suponer que el significado de una oración se deriva de los significados de sus elementos? El todo también puede ser una oración compuesta, sus partes, oraciones simples usualmente adheridas mediante conectivos. El todo puede ser un párrafo, un capítulo, un ensayo, una teoría... El Principio nos azuza por obtener sus significados a través del significado de cada uno de los bloques empleados en la edificación del todo seleccionado. Ahora es preciso preguntarnos, ¿qué tan conflictivo es el Principio con el presente postulado?

Con base a la elección de los bloques del significado, el Principio de Composición puede ser adoptado por disímiles teorías del significado. Supongamos que nuestra teoría estuviera supeditada a la referencia. En consecuencia, el significado de una expresión no sería sino el medio para la determinación de lo referido. Dentro de esta caricaturizada teoría los receptores mínimos de significado serían los términos singulares pues ellos son los recursos esenciales para denotar a los objetos. Entonces la situación a la que refiera una oración sería precisada por los medios de referencia de sus términos singulares según el Principio de Composición. En contraste, en una teoría del significado con tintes más holistas donde el bloque mínimo del significado sea la oración, el Principio de Composición es ejercido para un todo construido a partir de ellas, v.gr. una oración compuesta. Así entonces es en el dominio de aplicación donde parece residir o reincidir el apuro del Principio con respecto al tipo de teoría de significado de nuestra predilección y es en la delimitación de ese dominio donde la relación entre el Principio y el Postulado parcialmente se manifiesta. El otro ingrediente de la relación se presenta hurgando hacia abajo en donde la extensión del Principio sea su fin.

Esto no es una novela policíaca por lo que no he de postergar la revelación de las asociaciones delictivas del postulado bajo una lupa inferencialista: él es un esbirro del holismo. Él pretende revertir el sentido del Principio de Composición trastocándolo en un Principio de Descomposición. Si los bloques minimales del significado son las oraciones, entonces alguna parte del significado de las palabras se desprenderá de su pertenencia a tales bloques. Si es a todos, o es a algunos, dependerá del nivel de holismo de nuestra teoría del significado. El autor intelectual detrás del reviraje delatado por Brandom [1994:95] *para sorpresa de la tradición inferencialista es alguien normalmente considerado el padre de la contemporánea explicación* [del contenido conceptual] *donde se privilegia a la representación:* Frege. Y el papá Noel de los pollitos inferencialistas cita a declarar a las siguientes palabras de tan admirado y criticado[15] alemán:

> Empiezo desde los juicios y sus contenidos, no desde conceptos. Solo permito la formación de conceptos que procedan desde juicios... [Frege en Brandom 1994:95]

Hace algunos párrafos indique que cuando andamos tras el significado de una palabra solemos toparnos con las huellas de otras, él no camina en solitario. Llamo <u>elemento minimal</u> a una <u>oración</u> debido a que <u>no existe un elemento lingüístico menos complejo que ella capaz de contener significados por sí mismo dentro de un contexto de significado.</u> En consonancia con las ideas de Frege emanadas de su *Begriffsschrift,* el significado de las palabras procede de su envolvimiento con las oraciones, puesto que *las oraciones son las únicas expresiones cuyo pronunciamiento puede hacer un movimiento en los juegos del lenguaje* [Brandom 1994:82]. En la sección anterior señalé a la práctica lingüística como el sustrato de la metáfora Wittgensteniana del juego del lenguaje. De ahí surge a primera vista la insinuación de acotar al actual postulado: las oraciones son minimales con respecto a un contexto dado por una práctica lingüística. La restricción enunciada por el postulado de un contexto de significado revela al alcance del holismo en este ensayo permitido y a su vez respeta la elección del concepto semántico fundamental para esta teoría del significado, a recordar, su uso inferencial. Antes de ahondar en estos menesteres, es mi deber solventar la viabilidad del allanamiento y demolición de los individuales nichos semánticos de las palabras con la mira en una teoría-del-significado para el lenguaje matemático.

---

[15] Dummett ha sido uno de los más asiduos estudiosos de Frege pero también es famosa en la filosofía de la lógica su filosa queja contra los cambios de gustos de Gottlieb, quién "abandonó" a la amada inferencia por la malvada referencia: "The representation of logic as concerned with a characteristic of sentences, truth, rather than of transitions from sentences to sentences had highly deleterious effects both in logic and in philosophy" [Dummett 1973: 233-34]

Las oraciones establecen una cota inferior de las expresiones lingüísticas utilizables para algunas prácticas lingüísticas. En particular, la práctica de dar y pedir razones parece una en donde razonablemente se puede sostener a la precedente afirmación. No obstante con un leve esfuerzo pueden enunciarse candidatos a contraejemplos. Imagina a una pareja de sedientos filósofos deambulando en el desierto. Uno de ellos atisba un oasis y sin prestar atención a sus tendencias antirealistas frenéticamente grita "¡Agua!". ¿Ese grito nada significa por estar formado por un solo vocablo? Si bien su significado parece remitirnos a más de una palabra, v.gr. mi sed me impele a creer en el realismo y en la existencia de un oasis en donde puedo hallar al vital líquido, es un hecho que con una sola palabra el deshidratado filósofo está aseverando algo. Más aun, puede haber lenguajes (y de hecho los hay[16]) con algunas palabras cuyo explícito significado sean oraciones completas, v.gr. un lenguaje con ideogramas, o puede haber lenguajes cuya gramática obligue al elaborar una afirmación en lugar de la ampliación mediante palabras hacia una oración la aglutinación centrada alrededor de un vocablo, v.gr. a través de la anexión de desinencias.

Mi cientificismo me impele a valorar los límites de validez de cualquier afirmación. Sin la aceptación plena del error considero como hipócrita cualquier ostentación de lo correcto de una declaración. Si nuestra curiosidad cientificista nos conmina a fungir como lingüistas de campo de antemano podemos esperar encontrar evidencia tanto a favor como en contra de la afirmación de que en cualquier acto de comunicación entre humanos la emisión de más de una palabra ocurre. La plausibilidad es nuestro consuelo y de ese suelo no pasamos. La mayor proporción de casos positivos contra negativos aumenta la plausibilidad de una aseveración, como aquí parece ser el caso. Si aducimos a otras razones no enumerativas hemos de mejorar la sustentación de la afirmación. Con suerte podemos esperar que de la reflexión se refracten justificaciones con apariencia de ser convincentes. O mejor aún, con perseverancia podemos intentar comprender porqué falla lo afirmado para mejorarlo a través de sucesivas reformulaciones.

[16] Por ejemplo en el idioma purépecha cualquiera de los filósofos pudo haber pronunciado "**aparhikuarhini**" cuyo significado según el Vocabulario del Idioma Purépecha de Maxwell Lathrop (2007) es "hace calor".

Cuando usamos un vocablo aunque normalmente lo hagamos concatenándolo con otros para formar una oración, a veces podemos emplearlo por separado como en el caso de la aseverativa “¡Agua!” del sediento filósofo. Es más, hay palabras con un corriente comportamiento solitario como el cortante “Adiós”. Si el significado proviene del uso y si algunas palabras podemos usarlas por aislado, entonces la congruencia nos obliga a concederles algún significado a ellas. No obstante cuando pensamos acerca de los significados de cualquier término lingüístico brotan las palabras en cauces de oraciones. Reflexionemos. ¿Qué significa “abierto”? ¿ Qué significa “abierto de tenis”? ¿Qué significa “concepto abierto”? ¿Y qué significa el “complemento de un conjunto abierto”? ¿Están todos los significados anteriores relacionados? La introspección parece arrojar un respaldo sobre el estatuto minimal de las oraciones con respecto a los contextos del significado. Si el inferencialismo le da primacía al uso entonces el saber cómo debe anteceder al saber qué. Tras el significado de una expresión lingüística primero debo saber cómo usarla para poder saber qué significa y no al revés. Parto de una teoría del significado hacia una teoría-del-significado y es en esta última donde ubico a los <u>contextos del significado</u>, que no sin sino <u>tramas que tratan de hacer explícitos a los usos inferenciales de un conjunto de expresiones lingüísticas de un lenguaje dado.</u> Es en esta clase de estructuras donde el postulado aboga por la minimalidad de las oraciones y en donde la introspección parece apoyarlo.

Desgraciadamente cuando pensamos acerca de cualquier cosa, si tenemos éxito al hacerlo, emergen profusamente cual hongos las palabras hermanadas en oraciones. Por ejemplo, aparte de su significado, ¿qué otras cosas debo conocer para emplear correctamente a la palabra “conexo”? ¿Cuál es el origen de tal adjetivo? ¿Por qué nunca he sabido cómo “conectar” bien los párrafos? El pensar en significados no es lo único que nos conmina a llevarlo a cabo mediante oraciones. Debemos refinar al apoyo introspectivo. Las aulladoras afirmaciones punzantes suelen revestirse con una mullida y apagada trivialidad. Libero al primer lanudo lobo: Pensamos mediante palabras agrupadas en oraciones. Aúlla mediante hipnóticos balidos el segundo: si lo hacemos es porque comprendemos el significado de ellas. Brincan numerables lobos para alcanzar al somnífero convencimiento: si el pensar acerca de cualquier cosa nos insta a hacerlo mediante oraciones, es porque son éstas las receptoras básicas del significado. Una acolchonada mordida se efectúa a destiempo: el contenido de tales pensamientos esta dado por el significado de las oraciones que lo constituyen y tales significados no son más que sus usos inferenciales.

A quienes les agrada esquilar argumentos ovejunos, vuelvo al respaldo dado por la contingencia. Es un hecho que ante una palabra desconocida sea común la petición de verla usada en algunas oraciones para comprender su significado. Usualmente mantenemos abiertas las oportunidades de explotar viejos y nuevos vocablos. La capacitación suele llevarse a cabo mediante el entrenamiento del manejo de oraciones en donde se involucre la veta semántica a minar. Si quieres que aprenda una nueva palabra entonces debes enseñarme a usarla, tienes que proporcionarme oraciones de ejemplo para eventualmente entenderla. Nuestro aprendizaje de los significados de los vocablos ofrece otra garantía sobre la afirmación defendida. Bien no pueden interesarte los procesos cognitivos, pero el rechazo de toda vinculación de tales procesos con los significados de las expresiones lingüísticas a cualquiera con la mínima actitud cientificista debe parecerle inaudito. Por ejemplo, bienvenido sea tu escepticismo acerca del fisicalismo; buen viaje te deseo si niegas cualquier ligazón entre el pensamiento y el circo en nuestros cerebros, empero.

Si nos atenemos a los términos matemáticos, la ruta holista da la impresión de ser menos escarpada. Desgastado está el dicho de que las apariencias engañan. Tampoco son las oraciones las únicas expresiones correctamente empleadas en toda comunicación en ese lenguaje. Aunque comúnmente así suceda, sobretodo en aquellas conversaciones entre hablantes más experimentados en sus prácticas lingüísticas, lo anterior no siempre pasa. Voy a propasarme con un aspirante a contraejemplo para también desestimar a la presunta falta de ostensión en el aprendizaje de significados de los términos matemáticos. Mi interés en la denuncia secundaria es obstruir la abusiva táctica de allanar al camino del holismo a través de su supuesta ausencia.

Cuando de infantes nos enseñan a emplear números, ya sea para contar o para realizar operaciones aritméticas sencillas, la ostensión es un medio palpable para hacerlo. La miss saca de su bolsa mágica cinco vistosas tizas de colores. Ya lleva rato importunándonos con esa rara actividad de contar por lo que ya no tiene reparos para reprendernos si con una mirada de estulticia le respondemos a la pregunta de cuantas tizas hay enfrente de ella sobre su escritorio. Contestamos en disparejo unísono: “cinco”. Luego guarda dos tizas y repite la pregunta. Clamamos en coro “tres”. Después regresa a la plancha una de las tizas ocultas y vuelve a realizar el cuestionamiento. Algunos mugimos un “cuuuuuuuatro”. Pepito, el cegatón con cuatro ojos, se equivoca con un “dos” y la maestra con su puntería de francotirador le atina con uno de los gises en su ancha frente. Repite la pregunta una y otra y otra vez. Quienes obstinadamente respondan mal han de aprender a contar a los cocazos recibidos en las sesiones intensivas de despeje cerebral. A través de tantos latosos ejercicios estamos empezando a comprender alguna noción de unidad y de suma pues la rasa memorización tiene una tasa de éxitos amenazadoramente decreciente conforme aumenta el número y complejidad de las dinámicas de tortura didáctica. Cuando nuestra prístina bestialidad está cediendo ante el reiterativo tormento, las complicaciones pueden ir en aumento: ya no solo se nos puede mostrar ostensivamente cómo realizar las más sencillas operaciones aritméticas (como la suma) sino también nos enseñan algunas de sus propiedades (como la conmutatividad de la suma).

En la medida de que nos instruyen en el manejo (inferencial) de los elementales términos aritméticos estamos aprendiendo sus significados primigenios, aquellos que dada su temprana manifestación y curiosa apariencia de omnipresente satisfacción eventualmente se enraízan en el núcleo de nuestra intuición sobre ellos. De nuevo, primero llega el cómo y luego viene el qué. Se nos introduce normalmente a las prácticas matemáticas entrenándonos en la acción fundamental del cálculo. Las respuestas monolíticas de los escuincles realizan movimientos completos y corregibles en tal accionar. Bienaventurados sean los obstinados pues de ellos será el reino de la razón con o sin ella. Con algo de terquedad se puede adjudicar a las respuestas de los chamacos oraciones íntegras, así entonces sus jugadas simplificadas son válidas en cuento nos remitan a ellas, v.gr. “cinco” con “hay cinco tizas de colores en el escritorio de la maestra”. Incluso las expresiones interrogativas de la maestra pueden llevarse a los rubros de la aserción difuminada con el aura de una conjetura. Necedades a un lado, la cuestión a exhibir fue que en las conversaciones matemáticas tampoco son siempre necesarias las oraciones enteras y así fue hecho. También con el rústico ejemplo fue mostrado el papel de la ostensión al menos en el elemental aprendizaje de algunos significados primigenios y si tomamos en serio al inferencialismo, no podemos ni debemos relegarla al advenedizo olvido.

No es la ausencia de la ostensión[17] sino la conspicua abundancia de las definiciones "verbales" lo que parece inclinar la balanza al darle mayor peso al alegato holista sobre las oraciones como límite semántico dentro de un contexto lingüístico matemático. En los libros, en los artículos, en las clases de nivel superior, en suma, en cualquier forma de comunicación relativamente avanzada, los términos empleados acostumbran la compañía de sus definiciones ya sean explícitas o bien desglosadas en axiomas o reglas de cálculo. En las prácticas lingüísticas de las matemáticas no es tan difícil corroborar que los significados de los términos se depositan en oraciones; en las relativas a la demostración resalta la explicitud de este hecho. Sin embargo, más que la copiosidad es la densidad de cada caso el factor determinante en la ponderación positiva de la aseveración holista en conjunción con su inflexión inferencialista puesto que es en las definiciones donde se vierte el contenido inferencial de los términos. Cualquier otro contenido atribuible es irrelevante para el contexto de su definición, para la familiarización de su significado mediante el entrenamiento de su manejo pueden ser importantes otros señalamientos **inferenciales** empero.

La lectura entre líneas del anterior párrafo puede sugerir la improcedencia del postulado en el lenguaje matemático. Una observación precisa acerca de las definiciones axiomáticas indica que su rango semántico abarca más que la del elemento pretendidamente especificado. Puesto que los axiomas suelen establecer relaciones entre los elementos de una teoría, entonces en masa es como determinan al contenido inferencial de sus términos

[17] Quizás alguien juicioso hubiera exigido que escribiera "la ausencia de definiciones ostensivas" en lugar de la desnuda "ostensión". Al final de cuentas fui yo quien alentó tal petición cuando relaté toscamente nuestro aprendizaje escolarizado de las nociones aritméticas básicas al señalar que los significados primigenios de tales nociones son adquiridos muchas veces mediante la asistencia de "objetos" de la experiencia (manzanas, peras, piedras,...). Acepto tal demanda en la medida de que aceptes bajo el manto de una teoría inferencialista la atenuación de la diferencia en las definiciones ostensivas entre los "objetos" empíricos y los "objetos" abstractos, puesto que en ambos casos simplemente aprendemos parte del contenido inferencial de los términos envueltos y envoltorios en tal definición. Cuando la ostensión puede involucrarse en la enseñanza del significado de una palabra entonces desde el comienzo están marcados en su espectro semántico algunos de los colores de la experiencia, i.e. sus usos inferenciales pueden tener como entradas o salidas cuestiones relacionadas con el entorno, v.gr. las acciones. (Contra)Ejemplo supino: este ensayo debe medir entre 25 y 60 cuartillas.

dentro de su contexto teórico. Los axiomas constituyen sistemas, no elementos aislados. ¿Por qué entonces no son las teorías los bloques semánticos básicos? Transcribo el postulado para empezar a disipar a las sospechas en torno a su plausibilidad: las oraciones son minimales respecto a los contextos del significado. En la formulación del postulado de antemano establezco el nivel del holismo aceptado, proyectando los dominios de la Composición y de la Descomposición de los significados.

Son las oraciones las que se entrelazan inferencialmente en la conformación de las teorías o de los modelos matemáticos, así entonces, son los bloques básicos a partir de los cuales se ejecuta el Principio de Composición de significados. Ir en el sentido inverso del Principio nos orilla hacia el límite superior del holismo tolerado. Para desgranar los significados de los términos o bien podemos segar todo el campo del lenguaje en donde florezcan en oraciones las palabras de nuestro interés o únicamente hemos de recolectarlos en algunas donde ellas broten. El holismo irrestricto es aquel que eleva la cuota para el conocimiento de los significados de cualquier palabra hasta nuestro conocimiento total del lenguaje al cual pertenezca. A tal tipo de holismo comúnmente se le acusa de erosionar la comprensión de nuestros procesos de comunicación. Por ejemplo, una queja típica contra él versa sobre su aparente conducción a un callejón desprovisto de la conexión para el intercambio exitoso de información entre cualquier par de parlantes de un lenguaje dado debido a la potencialmente abismal disparidad entre sus conocimientos globales acerca de él. Aunque no comparto la inmediata descalificación de tal tipo de holismo, sí admito mi ignorancia disimulada en desgana sobre cómo hacerlo maleable para lograr insertarlo en una teoría del significado medianamente plausible. Confío en que una versión más débil de holismo tenga mayor agilidad para escapar de algunos de los problemas que acechan a su variante irrestricta.

En el caso del lenguaje matemático encuentro factible el establecimiento de un contexto de delimitación del holismo no tan esotéricamente vasto ni tan delimitadamente premeditado salvo su hechura a la medida de tal ámbito lingüístico. Por enésima vez podría invocar a la mágica “práctica” con la esperanza de que de la chistera emergiera claridad sobre el asunto. Sin embargo, evaluó con una mayor calidad explicativa a la alusión del producto más acabado de las prácticas matemáticas, sus teorías, para estipular a la deseada cota. Es en este sentido que las oraciones son elementos minimales dentro de un contexto **teórico**: puede haber teorías conformadas por una sola oración pero no axiomas integrados por una sola palabra. Al hacerlo de esta manera respeto y extiendo la observación sobre el rango de las definiciones implícitas: todo significado explícito se adscribe a un contexto cuya articulación más refinada en las matemáticas tiene la forma de teorías. Dicho lo anterior, me siento forzado a proporcionarle una explicación e insuflarlo con la grandilocuencia de un postulado. Así entonces me propongo enunciar al último de ellos, el cual funge como puente entre la teoría del significado inferencialista a trompicones delineada (y ya proyectada hacia las matemáticas) con la teoría-del-significado aquí defendida.

2 Las axiomatizaciones brindan las definiciones de diccionario de los términos matemáticos.

Quizás pueda desconcertar la aparición de la palabra de "diccionario" en la oración del postulado. Algunas de las gracias de los diccionarios son su liberadora carencia de completud y su rebosante inutilidad para aquellos desprovistos de adiestramiento en el lenguaje de su escritura. Tales virtudes están en consonancia con el protagonismo de las prácticas lingüísticas pregonado desde hace bastantes líneas. Si he de señalar una razón detrás de la inserción de tales compendios en el postulado, lo es el evitar toda propuesta indecorosa de reducción. El deseo de fundamentar es bastante llamativo, mi templanza cientificista me invita a no hacerle caso, empero.

A través de las axiomatizaciones se han planteado algunas empresas cimentadoras del conocimiento. Si los axiomas son apodícticos/indudables /evidentes/... y el funcionamiento del sistema lógico donde se montan también es incuestionablemente correcto/coherente/..., entonces hemos de erradicar toda insinuación de duda de nuestras teorías. Algo como lo anterior[18] ha sido promovido por quienes a través de la vía axiomática

[18] Este no es un trabajo de historia por lo que no he de tomarme la molestia de romper la armonía de mi caracterización simplista con ejemplos que evidencien las discrepancias entre los proyectos de fundamentos de

han querido fundamentar alguna disciplina de estudio, en particular, a las matemáticas. Tal apuntalamiento incita a la reducción del espectro del conocimiento hacia las sólidas bases elegidas. Aquí no es el lugar para exhibir por enésima vez el ““fracaso”” de tales empresas. Sin embargo sí es el sitio para desligar al postulado de una posible vinculación con alguna clase fundamentalista de reducción semántica. No creo que el conocimiento deba estar libre de dudas y tampoco creo que el significado deba estarlo de ambigüedad. El cambio para bien o para mal necesita de la inestabilidad. Más aún, el postulado no insta a la total reducción de los significados de un conjunto de expresiones lingüísticas a una axiomatización de ellos en exclusiva. En el anterior par de ideas ahora he de ahondar un poco.

En las prácticas lingüísticas se moldean los significados de las expresiones al desarrollarse sus diversos usos. Algunos de ellos se hacen explícitos cuando se elabora un diccionario. Las entradas son vocablos, las salidas oraciones que indican sus vínculos inferenciales con otros términos. La unicidad no es la marca de la conciencia lingüística, en contraste, sí da ella señales de autoridad. Para cada idioma puede existir una multiplicidad de diccionarios, no todos son reconocidos igual de buenos empero[19]. Para cada teoría matemática pueden haber innumerables sistemas axiomáticos, por diversas razones[20] no todos son de la misma calidad. Los diccionarios son asistentes reglamentarios para el desenvolvimiento de las prácticas lingüísticas. Y mientras mejor sea su confección, mayor claridad brindará sobre los significados en un instante dado de los vocablos contenidos en él. Pero un diccionario es un registro estático de los andares de nuestras prácticas lingüísticas. No podemos ni debemos esperar que una sola imagen por más nítida que sea

---

las matemáticas. Más aún, disto mucho de ser experto en el tema. Sin embargo, si he leído lo suficiente para reconocer que la historia es una veta inagotable de contraejemplos y por eso me tome la molestia de agregar esta nota vacía de contenido y llena de temor; esta vacua aprensión se hace manifiesta mediante puntos suspensivos en el enunciado que la originó.

[19] Aquellas comunidades linguísticas con solvencia económica pueden mantener academias de su lengua conformadas por expertos estudiosos de ella. Así entonces, los productos reglamentarios maquilados en tales academias son lo que gozan del mayor prestigio más no tienen la última palabra: las prácticas (lingüísticas) aunque se instituyan mediante el explicitar de sus reglas no puede ser domesticadas enteramente por las expresiones de ellas.

[20] Por ejemplo un par de criterios de calificación a veces en contra sentido son la ahorratividad económica y la afabilidad cognitiva del sistema: la primera busca disminuir los recursos requeridos para su construcción (v.gr. minimizando el número de axiomas) mientras que la segunda intenta mejorar su presentación para ayudar a su lectura y comprensión (v.gr. aumentando el número de definiciones explícitas).

capte al movimiento. De antemano no tiene sentido exigir la unicidad en las trazas del significado. Incluso en aquel dominio lingüístico de aparente estabilidad, las matemáticas, las modificaciones también acontecen: cambian los usos inferenciales de sus vocablos viejos, emergen los usos de otros nuevos e incluso se transforman los medios para establecer a las inferencias. Las axiomatizaciones poseen el carácter estático de los diccionarios, así entonces la unicidad en ellas también es una aspiración fútil.

Las dudas no son coaguladas por lo afirmado, al contrario, cada aseveración libera mas flujos de inquietudes. Intentaré bloquear un par de cursos inquisitorios confluentes. Elige al más avalado de los diccionarios de un idioma y congela al tiempo. ¿Están ahí cifrados todos los significados de las palabras allí incluidas? Mientras más rico sea el lenguaje, menos probable es una respuesta afirmativa. Mientras mayor peso le demos a las prácticas lingüísticas, menos plausible es una contestación positiva. Pero inclusive si ignoramos nuestros escrúpulos y le concedemos el sí a la cuestión, ¿acaso ese diccionario sería la única manera correcta para codificarlos? Cualquier libro puede tener múltiples interpretaciones. Un diccionario no es la excepción. Cada definición puede ser parafraseada, reordenando las conexiones inferenciales entre los vocablos. Sin embargo, el capricho no da la impresión de regir a tales reestructuraciones, al contrario, la estirpe normativa de los significados parece imponer restricciones en las reconexiones inferenciales. Entonces, ¿hay algo externo que fija al rango de las lecturas correctas del diccionario? Lo que nos lleva a la segunda corriente de recelos, a saber, ¿Cómo determinar que un par de estructuras del significado son equivalentes? Dados dos diccionarios de una misma lengua, ¿cómo saber que el título de ambos es verosímil? Es decir, ¿cómo averiguar si codifican usos inferenciales afines de sus palabras comunes?

La respuesta a las anteriores cuestiones nada tiene de original por lo que sus complicaciones tampoco son novedosas. De hecho, es más fácil implementarla en el menos abstruso panorama inferencial de las teorías matemáticas. Dos axiomatizaciones son equivalentes si sus teorías lo son. Es decir, lo que puedo inferir en una lo puedo hacer en la otra y viceversa. No se requiere la apelación a una realidad externa para anclar a los significados y de esta manera validar a las posibles axiomatizaciones. Es más, se facilita la determinación de la equivalencia cuando el marco lógico de las axiomatizaciones es el mismo[21]. Es decir, en las axiomatizaciones son tan determinantes sus axiomas como los medios para construir los puentes inferenciales entre sus oraciones, por eso se vuelve más sencilla la obra comparativa cuando las axiomatizaciones utilizan las mismas herramientas lógicas. El uso es el concepto semántico fundamental de los inferencialismo, uso acotado aquí a un contexto, empero. Así entonces, cuando hacemos cotejos semánticos, v.gr. intentando descubrir sinonimias, no es el uso aislado sino el acoplado a un contexto el parámetro determinante de esos juicios.

En el caso de los idiomas considero viable el seguimiento de una táctica análoga, a sabiendas de que el inferencialismo puede desligarse del antirealismo extremo. En un principio el inferencialismo no niega la existencia de objetos externos, ni tampoco desprecia como fantasiosa a toda representación de ellos surgida en una práctica lingüística. El inferencialismo lucha por la primacía del uso inferencial en la explicación de los significados de las expresiones lingüísticas pero no pugna irremediablemente por disolver cualquier asociación entre el significado y el mundo. Repito y recalco: las inferencias pueden tener como entradas o salidas elementos vinculados con la experiencia, un paradigmático caso lo es la representación. Para indagar si dos estructuras semánticas

---

[21] Es una pena que relegue este punto a una nota de pie de página pero el temor anda en letras pequeñitas. A sistemas lógicos distintos, v.gr. uno clásico con respecto a uno intuicionista, comúnmente se les asocia la atribución de significados distintos a las cosas que codifiquen. Una supuesta manera de corroborar las disonancias semánticas es identificando sus discrepancias entre sus reglas estructurales (permutación, contracción,...) o entre las reglas operacionales de sus constantes lógicas (como la negación). Por lo que una axiomatización montada respectivamente en un par de sistemas lógicos disímiles, v.gr. la aritmética, parecería establecer significados diferentes en cada uno de los marcos elegidos (aritmética clásica vs aritmética intuicionista). No obstante, las traducciones entre ambos sistemas muchas veces ya ha sido establecida (como la de Gödel) mostrando cierto nivel de equivalencia entre ellos ($\vdash p \rightarrow \text{traduc}(p)$ ó $\vdash \text{traduc}(p) \rightarrow p$ ...). Tales traducciones nos conminan a la cautela y a evitar hacer afirmaciones precipitadas sobre la existencia de precipicios semánticos no escalables entre dispares sistemas. Mi aprensión nace de los intereses reformistas del algunos inferencialistas, v.gr. Michael Dummett, quienes han propuesto a alguna clase de lógica como la única correcta en el análisis del significado, v.gr. la intuicionista. Ya que en el quehacer matemático indiscutiblemente reina la lógica clásica, el choque entre los inferencialismos detractores de esa lógica con la práctica matemática estándar resulta inminente. Concuerdo con Dummett en considerar con mayor capacidad explicativa para los fenómenos del significado a un marco intuicionista debida a los motivos epistemológicos por él expuestos, pues si reconocemos la interrelación entre el conocimiento del significado de una expresión lingüística y su uso correcto en una práctica comunicativa entonces brota directamente nuestro desdén hacia algunos preceptos metafísicos incrustados en la lógica clásica como lo es el principio del tercero excluido irrestricto. Sin embargo creo que debe evitarse la mezcla entre las teorías matemáticas con la metateoría del significado de ellas. Las primeras pueden asumir un marco lógico clásico mientras que las segundas uno intuicionista, estableciendo los puentes entre ellas mediante las traducciones mentadas.

están emparentadas a parte de compartir el alfabeto y sintaxis, lo hacemos comparando su contenido inferencial. La parte más primitiva y menos comprometida con cada una de sus estructuras lo son las inferencias relacionadas con la experiencia por lo que ahí es un buen lugar para empezar la evaluación; de hecho, es ahí donde comienza nuestro primer entrenamiento en el manejo del lenguaje. Reconozco la desconcertante sencillez de la tarea comparativa en el caso de las axiomatizaciones matemáticas cuando se contrasta con la carga de trabajo requerida para hacerlo en lenguajes más complejos cuando de antemano en nuestra teoría del significado damos al holismo cabida. En la primera basta con demostrar la interderivabilidad entre dos grupos de axiomas y mostrar la igualdad de la potencia de sus respectivos medios de conexión inferencial para solventar la equivalencia mientras que en el segundo la evaluación conjunta puede ser interminablemente tediosa si no acotamos de alguna manera el alcance del holismo. Una manera de hacerlo es restringiéndose a ciertas prácticas lingüísticas, por ejemplo, las aseverativas relacionadas con la representación. De nuevo, expreso mi confianza en el rescate de las sendas de la aporía llevado a cabo por la noción de práctica, curiosamente, esa confianza cada vez adquiere más el rostro de la fe parecido al encontrado en los practicantes de otras religiones, por ejemplo, aquellos adeptos a la verdad. Sin embargo en mi caso, la fe no precede a los milagros: la noción de práctica tiene mayor solvencia científica, al menos así yo lo creo.

Alguien entrenado en la lógica puede insistir en la falta del componente semántico en la teoría-del-significado propuesta. El inconforme puede denunciar la sobreexplotación de la parte sintáctica y la omisión de su contraparte semántica. Es probable que apele a una semántica Tarskiana para recordarnos que la derivación “inferencial” no abarca a la semántica de un sistema formal. Me contesto. En primer lugar ni siquiera he restringido la validez de las inferencias a las pruebas formales. Las axiomatizaciones con mayor depuración formal no son las únicas promovidas por el postulado. De hecho, ya que no son tan comúnmente empleadas en las comunicaciones entre matemáticos, las considero más como tratados gramaticales elaborados en la lógica matemática que versan sobre las características de los diccionarios axiomáticos. Expresado con parvedad: son más manuales para la elaboración de diccionarios que diccionarios mismos.

Segundo, soy un ferviente admirador de la semántica Tarskiana, pero lo soy por su riqueza inferencial. La semántica de Tarski permite el crecimiento de lazos inferenciales entre sistemas formales y estructuras conjuntistas, de ahí surge su valor y no de su subempleo para preparar una astringente teoría del significado. Dicho en brevedad: la semántica de Tarski sirve más para apostillar que para apuntalar sobre ella una teoría-del-significado. Más aún, no es la única herramienta con un desarrollo lógico sustentable disponible para las digresiones semánticas formales: al alance del interesado está la semántica teórica-de-pruebas[22] (*proof-theoretic semantics*) que dicho sea de paso, es el pariente con más rigurosa prosapia de las teorías del significado inferencialistas y más adelante será sucintamente abordada.

Tercero, intuyo que la noción de inferencia material de Brandom debe ser tomada más en serio en las matemáticas. En la filosofía de las matemáticas frecuentemente se escucha la trillada equiparación de las demostraciones típicas producidas por los matemáticos de carne y hueso con las pruebas incompletas de un refinado sistema formal. Es un hecho que los matemáticos acostumbran saltarse pasos derivativos en sus cotidianos comunicados deductivos con respecto a los pedidos por los mecánicos sistemas formales para el trenzado de sus pruebas correctas. Que los agujeros "puedan" ser llenados es un manido consuelo para los filósofos con gustos más antisépticos, i.e. aquellos con repulsión a la incertidumbre. Si no he malentendido por completo lo que he leído de Brandom al respecto, sospecho que tales hoyos no tienen por qué ser llenados. La comprensión del significado de los términos matemáticos inmiscuidos en una demostración precisamente es lo que posibilita y valida a sus brincos inferenciales; i.e. es el contenido conceptual de las expresiones matemáticas el generador y ratificador de los trancos inferenciales. En suma concisión: es el uso inferencial el concepto fundamental de la actual teoría del significado, uso que no se reduce a las deducciones formales.

[22] Proof-theoretic semantics proceeds… assigning proofs or deductions an autonomous semantic role from the very onset, rather than explaining this role in terms of truth transmission. In proof-theoretic semantics, proofs are not merely treated as syntactic objects as in Hilbert's formalist philosophy of mathematics, but as entities in terms of which meaning and logical consequence can be explained.[Kahle, Schroeder-Heister 2006:503]

Otra característica ya expuesta de la presente teoría del significado reacciona positivamente a la presencia de la palabra “diccionario” en el postulado. A menudo es advertida la vertiginosidad de las trayectorias semánticas cerradas halladas en los diccionarios al ser holladas con mareos en su lectura. Tras el significado de algún vocablo es común arribar a otro que condescendientemente nos remite a la palabra origen cuando andamos transitando en sus respectivas definiciones. La longitud de las trayectorias cerradas es propensa al crecimiento, uniendo las puntas de los cabos semánticos para conjuntos de vocablos cada vez más grandes. En el panorama afable de las matemáticas, lo anterior puede verse más fácilmente reflejando en la distribución de los axiomas de una teoría en grupos mutuamente independientes[23], v.gr. la axiomatización de la Geometría de Hilbert. El potencial incremento del número y del tamaño de los conjuntos de palabras entrelazadas semánticamente es un síntoma del holismo inherente a los lenguajes de acuerdo a la actual teoría del significado. La activa propagación de las adherencias semánticas sugiere como más provechoso incorporar al holismo en lugar de removerlo para tratar de ampliar la cobertura de la explicación, a expensas quizás de la simplicidad o de la maniobrabilidad inferencial de la teoría.

Antes de luchar contra lo opuesto, hay que lidiar con lo afín. Mencioné al pariente más formal del inferencialismo hace algunos párrafos y ahora he de abordarlo, ya que mediante su confrontación espero fortalecer al miembro de esa familia aquí promovido con la meta de librar mejor la batalla contra los verídicos bárbaros denotativos.

---

[23] Sea Γ un conjunto de axiomas, φ es un axioma independiente de Γ sii $\Gamma\cup\{\varphi\}$ es consistente y $\Gamma\cup\{\neg\varphi\}$ es consistente.

DUELO FRATICIDA: LUCHA POR EL HOLISMO

La variedad de inferencialismos en esta sección discutidos está inspirada en las Investigaciones sobre la Deducción Natural de Gentzen y su saliente discrepancia con respecto a la clase aquí adscrita es su aparente dilución del holismo. Tal programa ha sido impulsado principalmente por Michael Dummett respaldado fuertemente por Dag Prawitz. De acuerdo a la mentada clasificación de Tennant, este tipo de inferencialismo en lugar de holista es molecular:

> ...un inferencialismo molecular sostiene que los patrones de inferencia dadores de significado (donde se aplican) son razonablemente específicos para cada operador[24]

Cuando explicitamos el significado de las constantes lógicas, la sugerencia dada por Gentzen es que lo hagamos mediante alguna de sus reglas operacionales, en particular, él señaló a la reglas de introducción como las otorgadoras de definición de las constantes (aunque con los debidos ajustes pueden ser otra clase de reglas, v.gr. las de eliminación). El uso de nuevo es la clave para obtener el significado, sin embargo ahora el uso está focalizado en una sola expresión. Por ejemplo, el significado de la conjunción estaría proporcionado por el siguiente patrón de introducción:

$$\frac{A \qquad B}{A \wedge B}$$

Esta sugestiva idea fue seminal en el desarrollo de la semántica teórica-de-pruebas, avasallante título del familiar inferencialista ahora molestado. El curioso nombre apela a las técnicas incorporadas de la teoría de pruebas para establecer la validez de las definiciones, de las reglas de inferencia, de las pruebas. Por ejemplo, no cualquier conjunto de reglas operacionales define a una constante lógica como el famoso conectivo Tonk[25] de Prior se ha encargado de mostrarlo. Así entonces, para depurar a las definiciones operacionales se ha

[24] Molecularist inferentialism maintains that the meaning-determining patterns of inference (where they apply) are reasonably operator-specific. [Tennant, 2007:5]

[25] $\frac{A}{A \text{ Tonk } B}$ (Introducción) $\frac{A \text{ Tonk } B}{A}$ $\frac{A \text{ Tonk } B}{B}$ (Eliminaciones)

El problema con Tonk es que hace trivial al sistema lógico que lo adopte.

intentado balancear a las condiciones cuando puedo afirmar lo definido (reglas de introducción de una constante lógica) con las consecuencias que puedo extraer de su definición (reglas de eliminación) por medio de algunas nociones de la teoría de pruebas[26]. Mi desvío para otear en este fértil panorama molecular se debe a mi interés para contrastarlo con la visión abiertamente holista aquí seleccionada. Si me importa hacerlo es porque esta clase de teorías inferencialistas del significado dada la estrecha relación de las matemáticas con la lógica luce bastante prometedora para engendrar una teoría-del-significado para el lenguaje matemático; es más, ya ha sido hecho, al menos para una parte de él (v.gr. su sección "constructiva":[Tennant 2006],[Tait 2006]) . ¿Por qué entonces no me apegué más a los rigurosos lineamientos generales planteados por esta versión en lugar de seguir más a las atractivas ideas esquivas del barba gris de Brandom?

En primer lugar nótese el apelativo de molecular de esta clase de inferencialismo. Haberla llamado atómica parecería mejor opción para manifestar el rompimiento irreversible con el conflictivo holismo. Es más, si el significado de las constantes lógicas pudiera ser especificado únicamente mediante esquemas de reglas donde nadie además de la constante definida apareciera (claro, más las variables proposicionales), entonces ese aislamiento de su significado invitaría al epíteto "atómico" más que "molecular" para hacerle sombra a este tipo de inferencialismo. El adjetivo elegido hace sospechar que ni la lógica puede escapar de su fusca figura holista.

A Gentzen no nada más se le agradece su enorme contribución para el viraje semántico hacia la inferencia sino también su avasallante colaboración para la consolidación del enfoque estructural para la clasificación de los sistemas lógicos. En sus Investigaciones además de reglas operacionales Gentzen expone reglas estructurales para sus sistemas de secuentes[27]. El enfoque estructural predica que la taxonomía de las distintas

[26] La encarnaciones teóricas de la armonía han sido principalmente tres: la armonía-como-conservatividad [Belnap, Dummett], armonía-como-reducción [Prawitz, Schroeder-Heister], armonía-como-equilibrio deductivo [Tennant]. En Tennant (2007) se explican las tres, sobretodo, la última.

[27] Un secuente está conformado por un par de secuencias de fórmulas (pueden tener otra estructura en lugar de secuencias, v.gr multiconjuntos) separadas por un signo notable (" $\vdash$") . Un secuente puede ser interpretado del siguiente modo: el consecuente (secuencia de fórmulas después de $\vdash$) se sigue del antecedente (secuencia de fórmulas antes de $\vdash$). Ejemplo: $\alpha,\beta,\chi \vdash \delta,\varepsilon,\phi,\gamma$, donde $\alpha,\beta,\chi\delta,\varepsilon,\phi,\gamma$ son fórmulas de un lenguaje dado. Las

familias de sistemas lógicos (clásica, intuicionista, lineal,...) se realiza identificando las modificaciones de las reglas estructurales requeridas para transitar del marco lógico clásico (el cual satisface todas las reglas estructurales) hacia alguna de sus variaciones subestructurales. Por lo tanto, aunque un par de sistemas compartan las mismas constantes con sus correspondientes idénticas reglas operacionales, si sus reglas estructurales son distintas entonces pueden divergir en sus vínculos inferenciales y por consiguiente, los significados de sus constantes no resulta claramente el mismo. Un ejemplo es la transición de un sistema de primer orden clásico a uno intuicionista propuesta por el mismo Gentzen: no altera las reglas operacionales de las constantes[28] sino drásticamente restringe a uno el número de fórmulas en el consecuente de cada secuente. El mismo efecto puede lograrse cancelando la regla estructural del debilitamiento por la derecha. Aunque las reglas operacionales se dejen intactas, las consecuencias de su aplicación difieren: mientras que en un sistema con múltiples conclusiones, i.e. uno clásico, se puede demostrar la ley del tercero excluso, en uno intuicionista, i.e. uno de conclusiones singulares, no puede ser demostrada tal ley. Cambios estructurales implican cambios inferenciales y en consecuencia, alteraciones en el significado[29].

Ahora bien, si por alguna exótica conjunción de gustos alguien obedece a la recomendación semántica de Gentzen y al mismo tiempo desdeña su concepción estructural de la lógica, entonces tampoco al holismo el camino ha cerrado. La incorporación de nuevas constantes (con sus correspondientes reglas operacionales) a un sistema lógico puede

---

reglas estructurales presentadas por Gentzen en sus Investigaciones son la Permutación (izquierda, derecha), Contracción (izquierda, derecha), Debilitamiento (izquierdo, derecho) y Corte :

$\dfrac{\Delta,\alpha,\beta \vdash \Phi}{\Delta,\beta,\alpha \vdash \Phi}$ Perm. Izq. $\qquad \dfrac{\Delta \vdash \Phi,\alpha,\alpha}{\Delta \vdash \Phi,\alpha}$ Contr. Der. $\qquad \dfrac{\Delta \vdash \Phi}{\Delta,\alpha \vdash \Phi}$ Deb. Izq. $\qquad \dfrac{\alpha,\Delta \vdash \Phi \quad \Gamma \vdash \alpha,\Theta}{\Delta,\Gamma \vdash \Phi,\Theta}$ Corte

Donde Δ,Φ,Γ y Θ son secuencias de fórmulas y β,α fórmulas de un lenguaje dado.

[28] Por ejemplo las reglas de la negación serían:

$\dfrac{\Delta \vdash \alpha,\Theta}{\Delta,\neg\alpha \vdash \Theta} \qquad \dfrac{\Delta,\neg\alpha \vdash \Theta}{\Delta \vdash \alpha, \Theta}$ Para un sistema intuicionista, $\Theta=\varnothing$

[29] Ha habido algunos intentos para tapar esta filtración del holismo, por ejemplo Paoli (2003) distingue el significado operacional de una constante lógica de su significado global: mientras el primero está dado por sus reglas operacionales el segundo está dado por todos los secuentes derivables en un sistema lógico dado que contengan a dicha constante. Paoli argumenta que el significado de las constantes lógicas debe ser identificado con su significado operacional y no con el global. Sin embargo, como lo señala Ole Thomassen Hjortland (2007), está táctica es contraria al espíritu del inferencialismo y carece de una razón teórica de peso, al menos, de una que yo conozca.

también infiltrar cambios en las conexiones inferenciales de las constantes originarias del sistema. Por ejemplo, en la parte positiva de la lógica proposicional, i.e. aquella poseedora de los conectivos usuales –disyunción, conjunción e implicación- salvo la negación, la ley de Peirce, $((P\rightarrow Q)\rightarrow P)\rightarrow P$, no es un teorema aunque pueda expresarse en el lenguaje de ese sistema. Si a la lógica proposicional positiva le agregamos reglas operacionales para la negación clásica, entonces la ley de Peirce se convierte en un teorema del sistema[30]. Otra vez, el holismo en el inerte ostracismo no se queda aun si desterramos al enfoque estructural.

La marca del holismo en el inferencialismo luce imborrable y dudo si sea muy lúcido estigmatizarla. Si bien su presencia señala complicaciones, fingir su ausencia nos arrastra hacia la paralizante simplificación del rechazo. Si mediante una teoría tratamos de capturar a las cuestiones del significado, parece inevitable que al holismo hemos de lazarlo o de incesantemente torearlo pero no podemos simplemente ignorarlo. Varía de acuerdo a la teoría su protagonismo conferido, pero si ni siquiera es un actor de reparto entonces la teoría del significado no es más que una autocomplaciente farsa. Los seguidores de la versión molecular pueden hallar su señal incluso en el más limpio dominio de la lógica como anteriormente fue mostrado. Y quienes busquen extender su reino hacia el promisorio terreno del lenguaje matemático, de antemano podemos pronosticarles que allí también pueden descubrirlo aparte de que ya lo vayan arrastrando desde la lógica. Por ejemplo, cuando Tennant lo expande hacia la aritmética concentrándose en los términos numéricos recurre a tres funciones (proyección izquierda, derecha y constructora de pares ordenados) que son interdependientes, *en el sentido que las reglas de introducción y eliminación de cualquiera de ellas involucra al otro par de nociones*[31]. En realidad no tenemos que

[30] Al anexar a la negación clásica podemos probar la ley del tercero excluido, que a su vez es equivalente a la ley de Peirce.

[31] Como buen filósofo Tennant tiene la manía de clasificar y divide a las expresiones definidas por reglas operacionales mediante su "grado de logicidad" tasando inversamente a su nivel de holismo:

The highest grade is that enjoyed by the most readily understandable logical operators, …These are governed by rules that deal with them one at a time, in isolation from all other operators. The second grade of logicality is that occupied by the quantifiers in free logic, and the logical predicate of existence. These are governed by introduction and elimination rules in whose formulation one is allowed to use an earlier logical operator, already independently introduced with its own rules. The third grade of logicality is occupied by those notions, like orderly pairing and its associated projections, that are coeval,in the sense that they interanimate, as it were, in their introduction and elimination rules. [Tennant 2007: 13] adentrarnos en los avances de la semántica teórica-de-pruebas hacia el lenguaje matemático para sospechar sobre la irrupción holista, basta con fijarnos en las definiciones elaboradas por los matemáticos donde siempre (o casi[n] siempre) se vinculan al menos dos términos para predecir su inminente y constante manifestación.

El inferencialismo molecular resultó ser más gregario y menos individualista que lo estipulado por Tennant, así entonces está más próximo a la variedad de inferencialismo abiertamente holista promovida en este ensayo. Podemos conservar su nombre con el propósito de acercarlo todavía más a la familia de inferencialismo aquí acogida, estrechando su vínculo con el tercer postulado. Si prestamos atención al objetivo lingüístico inmediato de la semántica teórica-de-pruebas, las constantes lógicas, apreciaremos que los átomos a partir de los cuales se conforman las moléculas enlazados por ellas y hacia donde se desintegran son fórmulas correctamente formadas dentro de un sistema lógico. Es perfectamente compatible asumir que esas fórmulas son oraciones dentro de un determinado lenguaje, de donde se sigue que son las oraciones las componentes mínimas sobre las cuales se puede aplicar el Principio de Composición. Desgraciadamente, sería un exceso tratar de juntarlo más al tercer postulado imputándole un contexto regulador del holismo. De hecho, ésta vicisitud provocó mi alejamiento de tan interesante estirpe de inferencialismo. Mi mayor preocupación con respecto a su aceptación es su posible enredo con el verificacionismo cuando al mismo tiempo soy un devoto del holismo y sobretodo del uso inferencial como concepto semántico esencial. Otra causa de mi alejamiento es de carácter más oportunista pero respetuosa al desarrollo de los lenguajes matemáticos. Sucintamente he de explicar el par de motivos detrás de mi desprecio a tan agradable propuesta para dar por concluida esta sección.

Dag Prawitz expresa en cristalinas palabras la fuente de mi turbia aprensión hacia la versión molecular del inferencialismo:

> La idea básica del verificacionismo como es interpretada aquí es que el significado de una oración está dado por aquello que se pueda considerar una verificación directa de él. La sugerencia de Gentzen acerca de que los significados de las constantes lógicas están determinados por sus reglas de introducción puede entonces apreciarse como un caso especial de la idea verificacionista. Para adecuarse mejor a esta manera de expresar la

idea general del verificacionismo, la sugerencia debe sutilmente ser reformulada para que diga, primeramente, que el significado de un enunciado compuesto en el lenguaje de la lógica de predicados de primer orden está dado por aquello que pueda considerarse una verificación directa de él, y segundamente, que las formas de estas verificaciones directas están dadas por sus reglas de introducción, es decir, una verificación directa tiene la forma de un argumento cuyo último paso es una introducción.[32] [Prawitz, 2006: 520]

El significado de "El número dos es primo y es el único par primo" entonces estaría dado según la regla de introducción de la conjunción por aquello que verifique directamente a "El número dos es primo" y aquello que verifique directamente a "El número dos es el único par primo". Ahora bien, las verificaciones en matemáticas nos remiten a demostraciones o a cálculos. Que las demostraciones o cálculos formen parte del significado de las oraciones no sólo lo tolero sino lo sostengo porque hacen explícitas sus relaciones inferenciales. Sin embargo que sean los únicos medios correctos que les provean significado no lo puedo admitir inmediatamente porque esta instancia del verificacionismo a través de su inflexible compromiso formal con el contexto con hipocresía aparenta desligarse del holismo. Si bien una verificación matemática depende de un contexto teórico dado por una axiomatización, al conferirle la exclusividad semántica a los elementos empleados para llevarla a cabo vanamente intenta desentenderse del holista régimen contextual al cual quiera o no está adscrito. Ni la armonía entre la verificación y la extracción de consecuencias puede dispensar al significado de sus obligaciones holistas. Siendo congruente con lo exigido, es mi deber aclarar esta queja.

El cuento ideal de la semántica teórica-de-pruebas narra que las reglas de introducción especifican los medios de verificación mientras que las de eliminación determinan a los de generación de consecuencias. Luego una página adelante relata alguna manera de lograr la estabilidad entre estas reglas. Por ejemplo, deben mantener una armonía

[32] The basic idea of verificationism as construed here is thus that the meaning of a sentence is given by what counts as a direct verification of it. Gentzen's suggestion that the meanings of the logical constants are determined by their introduction rules can be seen as a special case of this verificationist idea. So as to conform better to this way of expressing the general verificationist idea, the suggestion may be slightly reformulated as saying, firstly, that the meaning of a compound sentence in the language of first order predicate logic is given by what counts as a direct verification of it, and, secondly, that the forms of these direct verifications are given by the introduction rules, i.e., a direct verification has the form of an argument whose last step is an introduction.

conservativa, i.e. aquello que pueda ser derivado mediante las reglas de eliminación también ha de poder hacerse directamente a través de las reglas de introducción. Supongamos el arribo a B utilizando la regla de la eliminación de la conjunción:

$$\frac{A \wedge B}{B}$$

Entonces, gracias al significado de la conjunción $A \wedge B$ dado por su regla de introducción ya tenía a mi disposición una verificación directa de ambos conyuntos, en particular, ya poseo una verificación directa de B por lo que la regla de eliminación no agrega nada fuera del alcance de mi significado especificado por la regla de introducción de la conjunción. Así entonces, la armonía ratifica al compromiso de la verificación con un contexto teórico pues en él debe ella sustentar a su equilibrio inferencial.

Ahora supón que tienes la demostración de una oración, v.gr. de un enunciado de la teoría de números. Lo primero que sale a relucir son los recursos inferenciales con los que lograste la demostración, los cuales pueden circunscribirse a diversas teorías. Por ejemplo, las primeras demostraciones del teorema de los números primos[33] se hicieron mediante la asistencia del análisis matemático dándole auge a la teoría analítica de números. Aunque el teorema trate sobre la distribución de los números primos y por ende pueda plantearse en la teoría de números elemental, para verificarlo se importaron algunas cuestiones del análisis complejo como la teoría de funciones integrales de Hadamard aplicada a la función zeta de Riemann. Durante mucho tiempo fue un reto para los matemáticos maquilar una demostración del teorema dentro de la teoría de números elemental y el desafío fue finalmente superado por el vagabundo de Ërdós y por Selberg en 1948. En este caso contamos con distintas verificaciones para una oración plasmada con los mismos caracteres en diferentes marcos teóricos. Así entonces, ¿cuál de todas ellas es la buena que le otorga el

[33] Para cada entero positivo x, $\pi(x)$ calcula el número de primos menores o iguales a x. El teorema de los números primos afirma que la densidad de los primos $\pi(x)/x$ en los enteros positivos es asintótica a $1/\ln x$, i.e. $\lim_{x\to\infty} \pi(x) \ln x/x = 1$. Las primeras demostraciones fueron independientemente proporcionadas por Hadamard y de la Vallée Poussin en 1896.

significado al teorema? Peor aún, si nos interesa el balance entre la verificación y la consecuencia con tal de no perder a la armonía, debemos adscribirnos a un marco teórico para intentar delimitar a las consecuencias que tengan que equilibrarse: lo que puedo derivar en una teoría de números que incluya al análisis matemático es más (más no necesariamente más) de lo que puedo hacer con una sin él. El enriquecimiento de un sistema axiomático, v.gr. al unirlo con otro compatible, implica la adopción de nuevos medios de verificación y por consecuencia para el verificacionismo, la aparición de nuevos significados posiblemente también para los viejos términos. Si el verificacionismo toma la mala decisión de convertirse en fundamentalista admitiendo como correctos únicamente a determinados modos de verificación (v.gr. los de la teoría de números elemental para el Teorema de los Números Primos) entonces la inflexibilidad escogida lo vuelve inoperante ante el desarrollo de las teorías matemáticas. El cuento de la verificación se convierte en uno mitológico sin la intervención de un contexto teórico en pos de la identificación de los medios, v.gr. lógicos, recurridos para llevarlas a cabo. Por consiguiente en lugar de dejarle la tarea a un complaciente lector prefiero en la teoría delineada hacer explícita la dependencia del significado hacia un contexto.

Donde la narración verificacionista palmariamente se extravía es en el interior del contexto. Un cuestionamiento inmediato a la sugerencia de Gentzen se instala en el por qué de la elección de las reglas de introducción como depositarias del significado. La duda puede ser prestamente expandida: ¿Por qué han de ser las verificaciones y no otras o todas las relaciones inferenciales las agraciadas con el don del significado? Si bien al otro candidato natural lo constituyen las vinculaciones de consecuencia, su postulación no basta para la democratización limitada del contexto ni para el derrocamiento del régimen holista. El meollo del asunto radica en que una misma teoría matemática puede admitir un sinnúmero de axiomatizaciones distintas, reconfigurando las relaciones y los estatus inferenciales de sus componentes. Dejando a los medios de conexión inferencial fuera de nuestro morbo reconstructor, podemos volcar nuestra creatividad en la mudanza de la posición de algunas oraciones dentro una teoría convirtiendo a algunos de sus axiomas en teoremas y viceversa. De este manera indefinidamente se pueden drásticamente replantear los modos de verificación de los miembros de una teoría y por consiguiente, el aura semántica del grupo elegido para ostentar el significado languidece. La selección de los axiomas puede estar influenciada por razones epistemológicas (si crees que gozan de alguna clase especial de justificación), lógicas (si te sirven para demostrar alguna propiedad del sistema) o pragmáticas (si son más manejables para nuestras capacidades cognitivas) pero adjudicarle además motivos semánticos es incurrir en un abuso. Si es el miedo al compromiso total con el holismo englobado por el contexto teórico el aliciente para adquirir obligaciones a medias con el contexto, yo lo desconozco. Lo que sí se es que los compromisos a medias, suelen acarrear completos fracasos.

Quienes se resistan al holismo con vehemencia pueden intentar sancionar una falta en mi previa jugada argumentativa al invocar al Principio Primero. Tratarán de evidenciar la discrepancia entre el uso inferencial de un axioma y de un teorema, para revertir mi manera de descalificar al verificacionismo contra mi modalidad de inferencialismo. Me concederán que una teoría matemática puede erigirse sobre un número infinito de axiomatizaciones diferentes para luego recalcar la disimilitud de sus estructuras inferenciales a partir de las cuales se monta a la misma teoría. Luego denunciarán que la conformación de distintas estructuras es provocada por los dispares usos inferenciales de sus componentes. Finalmente concluirán que el máximo delito imputable al verificacionismo también es achacable a mi inferencialismo, a saber, una exagerada relativización de los significados.

En defensa de mi cría inferencialista sin remordimientos he de declararla culpable del ominoso e imperdonable pecado relativista si los fiscales logran demostrar una diferencia no nada más nominal sino también inferencial de los usos de algunos elementos de dos axiomatizaciones distintas. En primer lugar, ni siquiera es necesaria la reubicación axiomática para percatarse que dentro de un sistema un mismo teorema puede ser apuntalado de muchas diversas maneras y a su vez puede tener muchas variadas relaciones con otras oraciones para engendrar consecuencias. Por lo que la denuncia sobre el uso distinto de una oración en dos distintos despliegues axiomáticos si se atiene exclusivamente a los casos particulares, v.gr. en el desarrollo axiomático A se utiliza a la fórmula x en la demostración de la fórmula z mientras que en el B se emplea a x para la demostración de z*, entonces la delación pesa tanto como un chisme localista. Es el uso general, el de ser un enlace entre oraciones, la fuente del significado para ellas. Sin embargo el acusador puede replicar que un axioma a diferencia de los teoremas es un eslabón inicial de donde se sigue que su uso con respecto al de los teoremas sí diverge. Por lo tanto, si en el sistema axiomático C la fórmula x es un axioma mientras en el D funge x como un teorema, entonces x goza de significados diferentes de acuerdo al sistema donde resida. Tal imputación me arrastra al siguiente ordinal.

Segundo, un diccionario es un compendio de definiciones de los términos de un lenguaje. El presente postulado indica que la definición de un término de una teoría matemática está presente en cualquier axiomatización correcta de esa teoría. Así entonces a mi inferencialista infante le parece aburridamente irrelevante si una oración funge como axioma o como teorema dentro de disímiles axiomatizaciones de una teoría puesto que sus diversiones semánticas giran alrededor de los términos. Además, reitero, el nombramiento de axioma a una oración es apreciado desde su párvulo punto de vista semántico como un evento casual. Bien hizo en recordar el fiscal a la máxima escrita en el primer Principio, es el uso nuestro parámetro semántico fundamental. Con obediencia a ella mi niño declama que si dos axiomatizaciones pueden ser usadas para construir a la misma teoría entonces entre sus términos teóricos hay sinonimia. Si su nombre es inferencialista, el apellido de la criatura es holista: en toda la teoría los significados de sus términos a sus anchas se sienten. Sí es relativista, pero lo es en torno a los contextos teóricos. Y ese crimen ya había sido confesado desde su segundo Principio.

Por otro lado admito la injerencia del oportunismo para escoger al tipo de inferencialismo aquí gustado, oportunismo interpretable de diversas positivas maneras. La primera utilizada hasta el cansancio en este trabajo es erguirme como un fanático creyente del cientificismo. Los matemáticos a ciertos irregulares intervalos se obsesionan con la clarificación de los términos por ellos utilizados. También por motivos didácticos para facilitar a la comunicación frecuentemente espulgan y depuran a sus teorías. Las explicaciones acerca del brote de desenfrenados deseos por el esclarecimiento de sus conceptos pueden ser históricas, matemáticas, filosóficas; las razones de su constante refinación pueden ser psicológicas, sociológicas, pedagógicas. Sean cuales fueren las causas, les da por escribir diccionarios de sus términos. Aprovechémoslos. La segunda, más sutil y servil, está emparentada con la primera. No estoy intentando imponer una teoría metafísica del significado ni es mi intención corregir los significados de las expresiones manejados por los matemáticos al hacer matemáticas y decir que el significado de sus términos en realidad es tal o cual cosa excéntrica que se me ocurra. Es sensato suponer que los expertos de un área lingüística son los más capacitados para redactar sus diccionarios. Empleémoslos, expliquémoslos.

El uso inferencial es el concepto semántico fundamental. El uso inferencial requiere de un contexto para delimitar su carácter intencional y para sustentar a su normatividad, ese contexto lo procuran las prácticas lingüísticas. Al hacer explícitos los usos inferenciales, emergen los contextos de significado que son entramados constituidos por oraciones inferencialmente interdependientes. En las prácticas lingüísticas matemáticas los contextos de significado son las teorías, las cuales pueden ser organizadas y clarificadas conceptualmente mediante sus axiomatizaciones. Así entonces, las axiomatizaciones son los diccionarios para los vocablos matemáticos. Después de pelearme con una teoría hermana, estoy preparado para confrontar al otro, a lo denotativo, a lo veritativo.

2. DENOTACIÓN VS UTILIZACIÓN

PREÁMBULO HISTÓRICO

En la exposición de la sección anterior sobre la teoría del significado preferida, su desenvolvimiento vibró entre dos niveles distintos pudiendo provocar ofuscamiento mi desatención a la limpia escisión. Los tres primeros postulados son principios metodológicos para poner en marcha una teoría-del-significado para el lenguaje matemático en conjunción con el cuarto principio. Sin reparos repito que si bien creo en la plausibilidad de su globalidad, me he enfocado más en su aplicabilidad para la teoría-del-significado favorecida. Su oscilación entre la generalidad y la particularidad es la causa del comportamiento bipolar de los tres primeros postulados. Cuando se acercan hacia la pluralidad de una teoría del significado emerge la preponderancia de la práctica, mientras que cuando se aproximan a la singularidad de una teoría-del-significado el influjo paulatinamente es ejercido por las teorías.

Los tres primeros postulados fueron recubiertos en su formulación con la suficiente indeterminación para facilitar su expansión hacia una teoría del significado. Sin embargo admito que a través de su explicación los encarrilé hacia una teoría-del-significado, pudiendo hacerlo desde su enunciación. Por ejemplo, en el primero pude haber sustituido al "uso" por "uso dentro de un lenguaje" mientras que en los otros dos al "contexto" pude haberlo hecho acompañar por "teórico". Sin embargo, si así lo hubiera hecho, a parte de renunciar a la generalidad hubiera paralizado al componente dinámico de su explicación, lo cual, en nada me conviene pues en este apartado he de volcar mi repulsión precisamente hacia las chirriantes articulaciones estáticas de las teorías del significado denotativa-veritativas con ascensiones, asunciones, aserciones acepciones,... metafísicas. De dónde vienen y a dónde van en las matemáticas sus palabras con sus usos, son preguntas cuya búsqueda de su respuesta debe iniciar según mi necio cientificismo en nuestras prácticas donde se lleva a cabo esa actividad. Así entonces el último postulado debe ser leído supeditándose al mayor protagonismo de las prácticas conferido desde el primero: Si bien las axiomatizaciones instituyen a los significados de sus términos depurándolo según un contexto teórico, ultimadamente es en la práctica donde se originan y regulan los usos inferenciales que son hechos explícitos en las axiomatizaciones. Otra vez en la redundancia incido: escribí “diccionario” en el cuarto postulado porque la relación de retroalimentación pero también de sujeción entre los diccionarios y sus lenguas en acción es la que promuevo entre la teoría-del-significado presuntamente definida con las prácticas lingüísticas matemáticas. Reitero, un diccionario es solo un cuadro del accionar de los lenguajes.

Mediante el ejemplo histórico predicaré a favor del inferencialismo por mí acogido poniéndolo a prueba. Hurgar dentro de la historia de las matemáticas también tiene como objetivo preparar mi denuncia sobre la rigidez de las teorías del significado articuladas por medio de una chirriante noción metafísica de la verdad. La obra clásica de los Elementos de Euclides servirá a mi primer propósito, su comparación con los Fundamentos de Hilbert lo secundará y también obedecerá al último. Sea entonces fijada nuestra atención en el Libro I de los Elementos, pues al hacerlo se gozan las ventajas de la familiaridad del sistema axiomático más famoso de todos (el de la geometría Euclidiana) y la del carecimiento de la limpieza lógica de los modernos sistemas formales, ausencia parecida a la encontrada en las teorías matemáticas cotidianas. Tal libro contiene 23 definiciones, cinco nociones comunes, 5 postulados geométricos, 48 proposiciones con sus respectivas demostraciones y dependiendo de la edición un número indeterminado de notas.

Demos inicio al fogueo en el pasado de la presente teoría inferencialista del significado. De acuerdo a su Principio 2, aquél de las axiomatizaciones como diccionarios, los significados de los términos mentados en ese libro deben estar en algún lugar de él cifrados. Quizás nuestra más límpida sospecha nos sugiera su localización en la sección de definiciones. Sopesémosla ensuciándola. La primera definición enunciada en los Elementos es la de punto, “aquello que no tiene partes”. Si inspeccionamos al resto del Libro I para verificar cuándo esta caracterización de punto es empleada o citada (fuera de las apuntillas) hemos de hallarnos con la contundente ausencia de su utilización. En cambio el primer postulado geométrico, entre dos puntos distintos se puede trazar una línea recta, es usado desde la primera proposición para construir un triángulo equilátero dado un segmento de línea recta. La definición de punto no es usada inferencialmente mientras que el Primer

Postulado incluyente de tal término es utilizado reiteradamente en las demostraciones de las proposiciones del Libro I. Además, el primero no es el único de los postulados con la presencia inferencial del término “punto”. Por ejemplo, el tercero me permite construir un círculo si me especificas su centro y la magnitud de su radio. Antes de formular ese postulado Euclides se tomó la molestia en las definiciones 15 y 16 de indicar que el centro es un punto con ciertas propiedades. Así entonces, los puntos también sirven para manipular círculos.

No hemos avanzado mucho en la lectura del Libro I y ya hemos percibido vínculos inferenciales entre algunos de sus términos: “línea recta”, “punto”, “círculo”. El Principio 1.2 de la teoría-del-significado insta a reconocer esa interdependencia semántica entre los términos para al mismo tiempo acotarla en un contexto teórico, a saber, el delimitado por la axiomatización elaborada por Euclides. Lo cual conlleva, según el Principio 1, el identificar cuáles de los elementos (postulados, definiciones,...) de su axiomatización sí son usados inferencialmente para conferirles un valor semántico (dentro del contexto Eucilidiano) a diferencia de aquellos cuya presencia está ausente en el entretejido de dicha teoría geométrica, v.gr. la de la desdeñada definición de punto.

En el anterior análisis simplificado ya destaca otra labor para el estudio inferencialista del significado brevemente mencionado en el Principio 2: identificar y explicar los medios para establecer los vínculos inferenciales dentro de una axiomatización dada, pues son los medios los que posibilitan los fines utilitarios. Su exégesis ha de empezar en las prácticas matemáticas de acuerdo al Principio 1.2 de la teoría del significado, en particular en las demostrativas, pues es allí donde ultimadamente se desarrollan y validan a estos medios. El antiguo interés por el rigor latente en las prácticas matemáticas ha contado con el apoyo y ha propiciado el desarrollo de la lógica, disciplina especialmente fructífera en la investigación de las inferencias deductivas. Así entonces, explotar a la lógica en la extracción de información sobre los medios de enlace inferenciales no es una mera sugerencia sino una obligación si queremos otorgarle solidez a nuestro estudio. Por ejemplo, podemos identificar por vez primera en los Elementos a la reducción al absurdo en la demostración de la Proposición 6 en el Libro I[1]. Si bien impresiona toda la información sobre las inferencias (sobretodo deductivas) facilitada por la lógica, tampoco es tanta como para cubrir directamente a todas las maneras en que los matemáticos establecen los vínculos inferenciales (nótese que es incapaz de caracterizar a todas las demostraciones aceptadas en determinado momento por la comunidad matemática). De hecho, la lógica se ha nutrido de la observación de los medios inferenciales empleados en las ciencias, siendo las matemáticas la máxima exponente de esta fructífera interacción.

Si la lógica, el árbitro más estricto de los métodos de enlace inferencial, admite para su crecimiento a los cambios en esos medios, entonces en nuestro marco inferencialista las alteraciones en los significados serán cuando menos comunes y a lo sumo corrientes. Las modificaciones de los usos inferenciales de las expresiones matemáticas son palpables en las prácticas y verificables en el registro histórico, por lo que según el corazón utilitario de la presente teoría del significado, los significados en las matemáticas también tienen una importante componente dinámica. Más aún, de acuerdo al principio 1.2 ubicado en el nivel de una teoría-del-significado, el desarrollo de las prácticas matemáticas al propiciar a la diversidad de contextos teóricos también promueve a la variedad de significados de los vocablos matemáticos. Por lo tanto, al escudriñar en las maneras en las que se establecen las inferencias en determinado contexto teórico-histórico también nos permite escrutar a la componente dinámica de los significados de los vocablos matemáticos.

Debido al interés por seguir a los movimientos semánticos aunado a mis impulsos discriminatorios contra el agarrotamiento de algunas teorías del significado rivales, considero pertinente retomar a los Elementos para ahora reparar en la curiosidad despertada en la lógica (y en otras áreas cercanas como las ciencias de la computación) por sus conexiones inferenciales generadas a partir de diagramas, en particular, geométricos. Las reacciones suscitadas han sido tanto positivas como negativas, las primeras han acuciado al

[1] Si en un triángulo dos ángulos son iguales, entonces los lados opuestos a los ángulos iguales también son iguales uno al otro. En la demostración de esta proposición Euclides asume que los lados no son iguales y por obra y gracia de una noción común NO enunciada (ley de tricotomía) deriva una contradicción.

desarrollo de sistemas de inferencias mediante diagramas[2] mientras las últimas prefieren traducirlas a las más ortodoxas y supuestamente más confiables representaciones algebraico-lingüísticas de los sistemas lógicos usuales. Es la segunda reacción la acaparadora de mi atención hacia este paréntesis histórico por una agresiva conveniencia; el ánimo por diezmar a los contrincantes aunque sea atroz no deja de funcionar como un motor y si mantenemos la marcha, quizás hallemos un sentido menos destructivo, al menos, en el movimiento.

Empujados por la actitud negativa previamente confesada adelantemos a las agujas del tiempo hasta los Fundamentos de la Geometría escritos por el influyente David Hilbert. En ellos hemos de ubicar un sistema idóneo para contrastar a la axiomatización de la geometría dada por Euclides con una que reprende algunos malos modales inferenciales del griego. Sin embargo en una anodina interpretación de tal obra del notable matemático alemán incurriríamos si la juzgáramos como una mera rectificación del sistema axiomático elaborado por Euclides. Esta comparación sería tan sustancial como aquella que considera correctiva a una traducción al español contemporáneo del Quijote con respecto al texto original de Cervantes. Si bien para los estándares matemáticos actuales (y para los de Hilbert quien dicho sea de paso ayudó a fincar los modernos criterios de rigor) el sistema de Euclides tiene algunas deficiencias, éstas ni son lo suficientemente graves para descalificarlo por completo ni tampoco debemos vanagloriarnos de la certeza sempiterna de los parámetros de corrección vigentes. El error no radica en inspeccionar lo viejo a través de lo actual, sino en creer que lo último es lo único. Es el respeto al cambio uno de los sellos del inferencialismo defendido y una de sus virtudes en contra de una teoría del significado denotativa-veritativa con metafísicas pulsiones cimentadoras. Es por eso que a colación he sacado a los Elementos junto con los Fundamentos, combinación empleada para cerrar algunos resquicios de confusión sobre la versión inferencialista expuesta y para abrir mi

[2] En el área de la Inteligencia Artificial de hecho es un tópico de investigación. Así, el computólogo Chandrasekaran distingue tres usos distintos de la información diagramática incluidos en el término general de "razonamiento diagramático": (1) la extracción y proyección de predicados –de y hacia diagramas respectivamente- (2) el desarrollo de sistemas confiables/correctos de transformaciones inferenciales entre diagramas (3) la simulación, en especial en problemas de predicción. [Chandresekaran, 1997]. Son los dos primeros usos los reconocibles en las inferencias diagramáticas realizadas por Euclides.

crítica contra la tiesura de las teorías del significado denostadas. Ahora corresponde indagar que tanto podemos aprender y aprovechar de los supuestos yerros de Euclides.

Uno de los pasos inferenciales en falso más notorio y notificado del Libro I está presente en su Proposición IV, el primer teorema de congruencia entre triángulos. El trabalenguas IV afirma que si dos triángulos tienen dos lados respectivamente iguales y tienen los ángulos comprendidos iguales, entonces también tendrán las bases iguales, y los triángulos serán iguales, y los ángulos restantes serán iguales, concretamente los opuestos a los lados iguales. En la demostración de esta proposición Euclides aplica una inferencia diagramática, superpone un triángulo sobre el otro para luego invocar a la Noción Común 4: Las cosas que coinciden entre sí son iguales entre sí. La queja trilladamente estándar acerca del traspié de esa demostración recae sobre la falta de justificación de la traslación efectuada; en primer lugar, no es el resultado de una regla de inferencia lógica ni tampoco está explicitada en los postulados geométricos. En segundo lugar, si se apela a la Noción Cuarta como apoyo a la “superposición” entonces la molestia se dirige hacia su extraña colocación en el marco axiomático, puesto que las nociones comunes se les considera normalmente como axiomas de una teoría de la magnitud, sobretodo a las tres primeras[3]. Del modo de empleo de la Cuarta Noción en la citada demostración se percibe su disimilitud con las tres primeras nociones pues a través de la incidencia entre un par de objetos geométricos (los vértices –puntos- de un triángulo) se deriva no solo la igualdad de una magnitud sino la unicidad de un objeto geométrico (la base -línea recta- del triángulo). Es decir, si combináramos a la Cuarta Noción con el Primer Postulado tendríamos que dos puntos determinan a una única línea recta. Así entonces, con base a su contenido inferencial parece más pertinente transferir a la Cuarta Noción o alguna parte de su **significado** a los postulados geométricos en lugar de formar parte del grupo de axiomas de magnitud nombrados maliciosamente por Euclides como Nociones Comunes. Otra extremista alternativa acogida por aquellos quienes sólo a su lógico desagrado antiséptico se atienen, consiste en renegar de la validez de la Cuarta Noción y calificarla como un truculento parche en la susodicha demostración.

---

[3] NC1: Cosas iguales a una tercera son iguales entre sí. NC2: Si a cosas iguales se añaden cosas iguales, los totales son iguales también. NC3: Si a cosas iguales se quitan cosas iguales, los restos son iguales también.

David Hilbert en sus Fundamentos de la Geometría se yergue con una postura **“**negativa**”** hacia las inferencias diagramáticas y las evita robusteciendo a su sistema axiomático para la geometría Euclidiana. Por ejemplo, introduce un Grupo de Axiomas de Orden con tal de hacer explícitas a las relaciones espaciales del estar “entre”, v.gr. si A, B, C son tres puntos que inciden en una línea, sólo uno de ellos está entre los otros dos (II,3). De análoga manera trata Hilbert a la inferencia diagramática de la “superposición” pues la codifica, clasifica y desglosa en el Grupo de Axiomas de Congruencia. Así entonces, el último de esta clase de axiomas indica que si dos de triángulos tiene un par de lados congruentes y si los ángulos comprendidos respectivamente por ellos también lo son, entonces los otros dos ángulos del par de triángulos serán respectivamente congruentes (IV,6). Aquellos quienes pugnaban por descartar a la Cuarta Noción por su utilización ad hoc en la demostración de Euclides de la Cuarta Proposición debieron desilusionarse con la intensidad de la “corrección” de los Fundamentos puesto que también incluye un postulado cuya razón de ser es el primer teorema de congruencia de triángulos. Euclides, para sorpresa de algunos, no estaba del todo equivocado según la revisión proporcionada por los Fundamentos: el primer teorema de congruencia está más cercano a ser un postulado que un teorema por lo que la ausencia de su demostración a nuestros ojos válida no puede estimarse como un craso error[4]. Sin embargo en el caso estudiado sí hay una modificación en los medios de establecimiento de inferencias y en la catalogación del contenido inferencial: Hilbert separa a los Axiomas de Congruencia de aquellos contenidos en su primer grupo de axiomas enunciado, los de Incidencia[5], mientras que la Cuarta Noción Común de Euclides entremezcla a la congruencia con la incidencia.

Si continuáramos contrastando a los Elementos con los Fundamentos aumentaríamos la evidencia sobre la disparidad en los medios para establecer los vínculos inferenciales y sobre la disimilitud de sus redes de conexiones inferenciales. Al evaluar a dichas

[4] Es más, siendo mucho más condescendientes podríamos no contemplarlo como un error. Hilbert muestra en la sección 11 de sus Fundamentos que el Axioma de Congruencia IV,6 *no puede ser deducido del resto de sus axiomas*, fortaleciendo el estatus de postulado del primer teorema de congruencia entre triángulos y empequeñeciendo la ausencia de una demostración para nosotros correcta en el primer libro de los Elementos.
[5] Los Axiomas de Incidencia son también llamados de Conexión pues conectan [inferencialmente] a los elementos de la geometria: puntos, líneas rectas y planos. Ejemplo: Dos puntos distintos A,B determinan por completo a una línea recta a (I,1).

discrepancias solamente como errores simplemente revelaríamos cuánto sobrevaluamos a los estándares de corrección más actuales. De nuevo podríamos estar tentados en emitir abruptos juicios y afirmar que Hilbert nada más explicitó algunas lagunas inferenciales implícitas en la obra de Euclides. Si así fuese el caso, entonces, ¿podríamos sostener que ambas axiomatizaciones abarcan a una misma teoría, a saber, la de la Geometría Euclidiana? La pregunta incide en un caso límite del análisis de la presente teoría del significado, por lo que dicha inquisitiva comparación ha de servir para calibrarla. Si asevero que el significado más depurado de un término, v.gr. punto, está dado por su uso inferencial dentro de un contexto teórico, v.gr. la Geometría Euclidiana, y si al mismo tiempo por mor del argumento le confiero el sí a la antecedente pregunta, entonces, ¿acaso no debería aceptar la sinonimia de los vocablos respectivamente presentes en ambas axiomatizaciones? Incluso si los medios de enlace inferencial y la estructura de las conexiones[6] son distintos, como sucede en el caso de los Elementos con respecto a los Fundamentos, si compartieran una "misma" teoría aparentemente se superpondrían los significados codificadas en ambas axiomatizaciones puesto que los conjuntos de enunciados derivables inferencialmente en cada uno de ellas por hipótesis serían iguales. Desgraciadamente la asunción positiva aparte del amor al argumento no posee otro medio para sostenerse por lo que procedo a sustentar su negación.

La igualdad del contexto teórico de los Fundamentos y de los Elementos es más una imposición que una suposición. Si bien bajo nuestras limitaciones cognitivas el parangón entre las dos teorías pudiera quedar establecido en la igualdad de un par de conjuntos finitos, i.e. los elementos producidos hasta el momento por cada una de las axiomatizaciones, el dominio de lo inferencialmente posible puede finiquitar a la mortal equivalencia. La relación de semejanza no se asienta mediante inducción: la corroboración de la mutua pertenencia en un número finito de casos no implica que todos los elementos producibles por una de las axiomatizaciones puedan ser maquilados por la otra. Además, la

[6] Tienen una red inferencial diferente aunque aparentemente tejan la misma teoría. Por ejemplo el invariante de la Geometría Euclidiana, el ángulo recto, es propuesto como tal por Euclides en el Postulado 4 (todos los ángulos rectos son **iguales** entre sí) mientras que Hilbert cree necesario demostrar su constancia y así lo hace en su teorema 15 (todos los ángulos rectos son **congruentes** entre sí). Mientras que para el sistema Euclidiano la unicidad de la magnitud del ángulo recto forma parte de su significado explícito en el Postulado, en Hilbert es derivada de algunos axiomas de congruencia.

lógica matemática nos ha enseñado que para un sistema axiomático redactado en un lenguaje de orden mayor o igual al primero en duda estará su capacidad de manufacturar un conjunto de teoremas cuya pertenencia a él sea mecánicamente determinable[7]. Debido a que la mayoría de las axiomatizaciones matemáticas puede ser escritas en lenguajes de primer orden, el previo resultado negativo de la lógica mina la viabilidad de la comparación exhaustiva entre teorías, en particular, entre las teorías adscritas a las axiomatizaciones discutidas.

Ante las penurias sufridas al tratar de carear directamente a un par de contextos teóricos, el papel de los enunciados como ladrillos semánticos resalta y salta al rescate de la comparación. En alguna parte del desarrollo del Principio 2 brevemente sugerí que para determinar si las teorías asociadas a un par de sistemas axiomáticos son equivalentes podemos verificar que se cumpla lo siguiente: (1) los axiomas de uno se pueden derivar en el otro y viceversa (2) los métodos inferenciales de uno pueden ser aplicados o simulados en el otro y viceversa. Cuando (2) se satisface desde el principio, v.gr. cuando las axiomatizaciones están montadas sobre el mismo sistema lógico, entonces es más sencillo decidir si (1) también se cumple.

Leamos al previo criterio de comparación en acción. Sea un sistema axiomático alternativo al Euclidiano con la única modificación de que en lugar del Quinto Postulado[8] se tenga a la siguiente famosa afirmación[9]: Por un punto exterior a una recta sólo cabe trazar

---

[7] Sea A un conjunto, entonces A es decidible sii existe un método efectivamente computable (algorítmico) para determinar la pertenencia de sus elementos. Por ejemplo, el conjunto de números pares es decidible ya que para averiguar si un **número** forma parte de él basta con dividirlo entre dos y corroborar que el residuo sea cero. Un sistema axiomático montado sobre el cálculo de predicados no genera una teoría decidible, puesto que para ese marco lógico no existe un método para revisar si cualquier fórmula bien formada en él es un teorema (en realidad el cálculo de predicados es semidecidible pues si existen métodos para contestar correctamente cuando una fórmula sí es un teorema, el problema radica cuando no lo es debido a que los parciales métodos correctos contestan más un “no sé” que un “no”). La indecisión del cálculo de predicados se va arrastrando hacia los lenguajes de orden superior.

[8] Y que si una recta al incidir sobre dos rectas hace los ángulos internos del mismo lado menores que los rectos, las dos rectas prolongadas indefinidamente se encontrarán en el lado en el que están los [ángulos] menores que dos rectos.

[9] La cual dicho sea de paso y con la conveniente reformulación, es la empleada por Hilbert para enunciar a su Axioma de Euclides, el axioma de las paralelas: III. In a plane α there can be drawn through any point A, lying outside of a straight line a, one and only one straight line which does not intersect the line a. This straight line is called the parallel to a through the given point A.

una línea que no interseque con ella”. Actuando conforme a las maneras inferenciales de Euclides podemos demostrar la equivalencia entre los dos postulados de paralelas en ambos sistemas y en consecuencia bajo la presente teoría inferencialista, la sinonimia del significado de “paralelas” en los dos contextos que no son sino el de la geometría Euclidiana. Es decir, en el sistema original puedo derivar su reformulación y en el sistema alternativo puedo deducir al Quinto Postulado. Aunque no faltará quien reniegue de la equivalencia semántica dado que los dos postulados parecen enunciar distintas cosas, tal disparidad no es disparatada sólo cuando se saca de su contexto teórico a los postulados en la pretendida contraposición, lo cual para la presente teoría del significado, no tiene mucho sentido a menos que se proporcione otro contexto en donde no se cumpla su equivalencia. Y si me das distintos contextos inferencialmente incompatibles, entonces tu discriminación de la sinonimia será deferente con la ociosidad pues de antemano me estás proporcionando significados diferentes.

Asumir que los Fundamentos y los Elementos codifican a la misma teoría Geométrica por lo previamente expuesto es recurrir a un fraude para mantener a la suposición de la igualdad. Lo cual era esperable debido al distinto estado del desarrollo de las matemáticas en el tiempo de Euclides y en el de Hilbert. Pues aunque Hilbert se haya fincado como objetivo a la reconstrucción de la axiomatización Euclidiana y por ende el del contexto de la geometría Euclidiana en un sistema conceptualmente más depurado según nuestros parámetros vigentes, obviamente Euclides carecía de los criterios y recursos inferenciales poseídos por Hilbert por lo que trivialmente su axiomatización no puede rendir cuentas de la del alemán. No se le puede exigir a los Elementos de Euclides algo fuera de su tiempo, aún cuando sean una obra clásica. Así entonces es insensato intentar derivar en el sistema de Euclides (con sus definiciones, postulados, nociones comunes y métodos inferenciales no tan bien delineados) a todos los axiomas dados por Hilbert. De donde se sigue una <u>relación asimétrica,</u> a saber, que <u>los Fundamentos hacen para nuestros estándares más nítido al significado de los términos geométricos euclidianos, aunque el precio pagado para hacerlo sea el de su cambio</u>.

El nivel superior del inferencialismo promocionado, el de la teoría del significado, entra en ejecución para enfocar y posibilitar en la comparación histórica la observación de las mutaciones semánticas. Allí se puede atisbar a la génesis de los significados de los Fundamentos en los dispuestos por la axiomatización de los Elementos, allí se pueden revisar las alteraciones en los estándares de rigor de las prácticas demostrativas acaecidas en el lapso entre Euclides y David Hilbert. En contraste, el acercamiento proporcionado por la teoría-del-significado puede congelar en una estática toma al dinamismo de los significados. Su estudio arrojará que las axiomatizaciones contrapuestas aunque en apariencia compartan algunas oraciones determinan a distintas teorías y por ende, codifican diferentes significados. Ante la aproximación diferencial hace falta alejarse un poco para distinguir en una el origen de los significados inscritos en la otra. Los guiones complementan a la teoría del significado y viceversa.

Afirmé al final del párrafo anterior que la suposición igualitaria no sólo es truculenta sino también resulta errónea. Las axiomatizaciones de Euclides y de Hilbert especifican a teorías distintas. Ahora he de reforzar a tal aseveración. En particular, el contenido inferencial de la "línea recta" en los Fundamentos a diferencia del cifrado en los Elementos de Euclides conlleva su constitución por puntos en correspondencia con los números reales, la cual es posibilitada por Hilbert mediante la enunciación del axioma de Arquímedes[10] . Que en los Elementos se lea entre líneas que las líneas rectas estén constituidas por puntos resulta una interpretación cargadamente arriesgada, pero que a su vez puedan ponerse en correspondencia con algo llamado "número real" es forzar mediante nuestro marco conceptual mañosamente a la lectura. Hay un concepto cuya pertenencia al cuerpo de conocimiento matemático es requerida para realizar tal proeza exegética y

[10] V. Let A1 be any point upon a straight line between the arbitrarily chosen points A and B. Take the points A2, A3, A4, . . . so that A1 lies between A and A2, A2 between A1 and A3, A3 between A2 and A4 etc. Moreover, let the segments
AA1, A1A2, A2A3, A3A4, . . .
be equal to one another. Then, among this series of points, there always exists a certain point An such that B lies between A and An.
En la sección 17 de los Fundamentos titulada "Ecuaciones de las líneas rectas y de los planos" Hilbert exhibe a la susodicha correspondencia establecida mediante el Axioma de Arquímedes.

desgraciadamente no estaba a disposición de Euclides, a saber, el de conjunto[11]. En suma para la presente perspectiva inferencialista, las axiomatizaciones de Euclides y de Hilbert no confieren los mismos significados para sus términos geométricos porque ellos tienen contenidos inferenciales desemejantes. A pesar de que los Fundamentos sirvan para esclarecer a los Elementos, al modernizarlo transforman irreversiblemente a su contenido. Me valgo del ejemplo para indicar mi ponderación favorable hacia la formalización de las matemáticas, i.e. la axiomatización en sistemas formales de sus teorías, obtenida por su función en la clarificación semántica y no por su subempleo epistémico para tratar de fundamentar al conocimiento matemático.

En el interior del paréntesis histórico se desprende el principio de mi ruta crítica contra las teorías del significado denotativas-veritativas con aires fundamentalistas. Al recorrerla un poco eventualmente llegaré a un punto a partir del cual dirigiré mi invectiva sobre una variedad más formal de ellas basada en la noción de verdad de Tarski y desprovista de la rigidez denunciada en sus parientes metafísicas. Por lo tanto, es momento de dar por terminado el recorrido histórico de este apartado. Sus objetivos me parecen ya fueron colmados, a saber, evidenciar el poder explicativo de la actual teoría inferencialista con respecto al comportamiento dinámico de los significados de las expresiones matemáticas y la de montar el escenario para el desprestigio de sus adversarios cuya representación del significado sea la verdad de su fracaso.

[11] Cabe decir que el conjunto los números reales ha sido el más arduamente construido de todos, albañiles de la talla de Dedekind, Cantor,... han puesto de su empeño para hacerlo. Por otro lado sobra recordar la novela del rompimiento en la matemática clásica entre las magnitudes geométricas y numéricas ocasionada por la funesta aparición de los inconmensurables, conocidos ahora por nosotros con el mote de números irracionales. Aun si no hubiera emergido la irracionalidad en la trama, el concepto de biyección para su aplicación requiere al de conjunto. Además, para pasar del continuo geométrico al continuo en los reales hacen falta nociones del análisis matemático, v.gr. la idea de límite.

CONTRA LA VERDAD

Esta sección se desenvolverá a partir de la afirmación respaldada por la historia y por la práctica de las matemáticas acerca de la mutabilidad de los usos inferenciales de las expresiones matemáticas. De acuerdo a la teoría del significado en este ensayo desenmarañada, los cambios de los usos inferenciales implican modificaciones en los significados de sus elementos lingüísticos asociados. En contra del inferencialismo promocionado, si una teoría postula que los significados preceden a los usos, al menos en el sentido de que los últimos proceden de los primeros, entonces dicha teoría del significado tiene la obligación de brindar una explicación acerca de la variación de los usos a partir de su concepto semántico fundamental. En este apartado se argumentará sobre la falta de flexibilidad y de claridad de la verdad como concepto semántico para una teoría del significado interesada en cumplir con el previo deber explicativo. En particular, se descalificarán a dos de sus caracterizaciones usuales, la metafísica y la Tarskiana, como prospectos no aptos de seguir al dinamismo de los significados matemáticos. Si existe otra acepción de la verdad capaz de moverse al ritmo de los cambios mentados, en verdad me resultaría difícil reconocerla como portadora de ese nombre debido a la visión utilitaria de quien escribe esto.

Los significados se alteran en las matemáticas pues su desarrollo fomenta al crecimiento de los vínculos inferenciales pero también incita al podado de algunos. Si bien la oración antecedente es más admisible para los seguidores del credo inferencialista, incluso quienes profesen una diferente fe semántica difícilmente renegarán sobre la emergencia de cambios de los significados evidenciada en la aparición de nuevos usos inferenciales de los vocablos matemáticos. Decidí escoger en la sección anterior un ejemplo crítico porque a primera vista parece no tan evidente su desemejanza semántica, al fin y al cabo, los Elementos y los Fundamentos versan aparentemente sobre la "misma" geometría, la Euclidiana. Pude haber elegido otros ejemplos más extremistas cuyas transmutaciones semánticas fueran distinguibles a través de la estridente contradicción. Por ejemplo, la evolución del significado de "número" es una máquina dispensadora de propiedades perdidas. Los números renunciaron a su conmensurabilidad para adquirir a su irracionalidad, impulsaron a su imaginación abandonando su actitud positiva al elevarse a una potencia par, aumentaron su complejidad aboliendo a su bipolar discriminación por signos, desecharon su paridad al superar la barrera de la finitud[12]. A primera vista parece que la verdad, la referencia, en sus concepciones tradicionales, distan de ser muy armoniosos con la mutabilidad, con las variaciones. La verdad, la referencia, en sus acepciones metafísicas son anclas externas hacia el fondo de una realidad para resistir los embates internos de las transformaciones, áncoras para soportar a los vientos del cambio de parecer de los sujetos, de sus comunidades. Si las opiniones bastaran en la filosofía, sería una actividad más pasajera, quizás más pasable, mas no más aceptable. Me corresponde visitar al fondo de mi primera vista en busca de un argumento que la mantenga.

Al favorecer una actitud pragmatista, resulta predecible el cuestionamiento acerca de la utilidad de la "verdad" o la "referencia" para una teoría del significado. ¿Qué ganamos en la explicación al incorporarlas? A parte de las pretensiones epistemológicas fundamentalistas, las cuales evidentemente desprecio, no hallo otro motivo relevante (puede ser problema del buscador) para adicionar a sus ascendentes metafísicos a una teoría del significado. Peor aún, su presencia revierte el sentido de cómo es más factible que sucedan los fenómenos estudiados en pos de la consecución de sus ambiciones, dándole prioridad a los ardides metafísicos sobre la epistemología de campo. En lugar de empezar la indagación en cómo conocemos, en cómo conocemos el significado de expresiones lingüísticas, en cómo hacemos uso de ellas, inicia postulando a algo que debe ser conocido, a algo que debe ser referido, a algo que debe tener correspondencia con nuestras expresiones del lenguaje. En esta tónica, el significado debe ser un enlace entre el mundo (universo, realidad) con nuestros lenguajes, cuando la observación de nuestro manejo de ellos parece indicar que el lenguaje es un medio para interrelacionarnos con nosotros y a veces, también con ese mundo. Es obvio que el juicio emitido se hace desde una perspectiva falible, pero a diferencia de la criticada, con la capacidad de errar y por consecuencia más corregible.

---

[12] Hasta los racionales todo número podía expresarse como una división de enteros ($2^{1/2} \neq p/q$ para todo $p,q \in Z$). Hasta los reales todo número elevado a una potencia par daba como rresultado un número mayor o igual a cero ($i^2=-1$). Hasta los imaginarios todo número era positivo o negativo (1-2i). Hasta los ordinales finitos todo número excluyentemente era o no era divisible entre dos ($\omega=2\omega$, $\omega=2\omega+1$).

Canalicemos el desagrado pragmatista hacia la verdad metafísica, a sabiendas de su falta de equivalencia con la referencia pero reconociendo su íntima relación con ella pues la verdad es una relación entre el lenguaje con algo referido por él. Fijémonos en el concepto de verdad en su hábitat habitual, el conocimiento. En particular, en sus caracterizaciones que incluyen dentro de sus componentes a la verdad, v.gr. la clásica de creencia justificada verdadera. ¿Por qué no hemos de conformarnos con los procesos de justificación avalados por la comunidad de especialistas de determinado tema para darle peso a nuestras aseveraciones? En primer lugar, la verdad solitaria es un bien para los místicos. Quienes apelan a la verdad en lugar de a sus procesos de justificación de sus creencias, conocen a su iluminación más no iluminan a su conocimiento. Así entonces, ¿Qué nos ofrece la anexión de la verdad a nuestras creencias justificadas? Aparte de su pretendido y no requerido asentamiento, la verdad parece brindar nada al análisis del conocimiento. La invocación de la verdad es un intento para estabilizar a nuestras creencias justificadas declarando la independencia de lo creído de nuestros procesos cognitivos. Lo anterior desde mi punto de vista cientificista no es admisible, no es admitido. Si examinamos nuestros medios de obtención de conocimiento hemos de percatarnos que no podemos desligar nuestra participación de lo aprendido. Para conocer alteramos, excitamos, creamos...la neutralidad es un bonito cuento para dormir a nuestros recelos y celar a nuestros cambios inquisitivos. Sin embargo nada he de obtener luchando contra el realismo metafísico por separado, así entonces en su descalificación no prosigo, además desde la introducción de este trabajo indique que no era mi objetivo. Tampoco conseguiré mucho al atacarlo cuando se alíe con una teoría del significado, porque irónicamente no es una dupla muy estable. Al confrontarlo gano tiempo contra el verdadero enemigo.

Al trasladar a la verdad metafísica hacia una teoría del significado transferimos también sus lastres. Al asociar al significado con las condiciones de verdad importamos los conflictos de su rigidez ante la dinámica semántica presente en nuestros lenguajes, en particular, en el de las matemáticas. Los significados se crean, se destruyen, se transforman y de acuerdo a la postura apoyada, se debe a que los usos y métodos inferenciales se inventan, se diluyen, se modifican en las prácticas matemáticas. Si atendemos al slogan de las teorías del significado basadas en la verdad, entonces los cambios de significado, v.gr.

de la expresión “más grande”, deben implicar un cambio en las condiciones de verdad, v.gr. de la oración “El todo es más grande que sus partes”. Pero, ¿qué es una alteración de las condiciones de verdad de una afirmación? O es una transfiguración de su valor de verdad original o es un cambio en su método de verificación. La primera opción inhibe a los poderes fijadores de nuestro conocimiento atribuidos a la verdad metafísica, mientras que la segunda promueve a la postura inferencialista en este escrito acogida.

La modificación de las condiciones de verdad de una afirmación puede deberse a la ruptura de la conexión original entre la realidad, en particular la matemática, con alguna parte del lenguaje matemático a donde pertenezca dicha afirmación. Si la interrupción es provocada por alguna transformación de esa realidad, entonces al aceptar esa causa catastrófica también se renuncia a las propiedades comúnmente asociadas a la realidad matemática útiles para el papel cimentador de la verdad metafísica. Arraigado está en el credo realista la inalterabilidad de los objetos matemáticos pues de ella se pueden desprender importantes consecuencias metafísicas como la necesidad de las verdades matemáticas. En este dominio es más notable lo poco atractivo que resulta considerar a la trascendencia de la verdad como un enganche hacia una realidad mutable. Pues acaso, ¿no era tarea de la verdad el liberar al lenguaje y al conocimiento de nuestros caprichos subjetivos mas no contagiar a la realidad con nuestra contingente volubilidad?

Por otro lado, si los cambios en las condiciones de verdad se deben a las modificaciones de nuestros métodos de verificación, entonces la verdad cede su primacía a la justificación. Lo cual es una enorme sorpresa, pues acaso, ¿no estaban a nuestra disposición otras mil maravillosas maneras para revestir a nuestras afirmaciones con la deslumbrante propiedad de ser verdaderas además de nuestros prosaicos métodos de justificación? El rigor deductivo exigido para aseverar que algo es el caso ha variado a lo largo de la historia de las matemáticas, desde su ausencia (v.gr. la matemática previa a la del período clásico griego) hasta el extremo de pureza lógica de las pruebas de los sistemas formales. Ante la hegemonía de la justificación, orientar a la explicación del significado hacia ella es más que una simple opción. Si la verdad ha sido relegada, es de esperarse que la exégesis del significado que brinde sea rezagada. En conclusión, la verdad y el significado no forman una pareja capaz de aguantar a los cambios.

El ejemplo del "Todo es más grande que sus partes" lo seleccioné con dolo. Es la última noción común enunciada por Euclides y ya que había mencionado a las otras cuatro, por cortesía también a ella maliciosamente la exhibo. Aquellos interesados en descalificar al trabajo de Euclides acostumbran llamarla al estrado para extraerle una confesión paradójica. Los fiscales la obligan a confesar su vinculación delictiva con un todo infinito, v.gr. el conjunto de los números naturales, y con una de sus partes, v.gr. el conjunto de los naturales pares. Después exhiben su contradicción mediante una biyección entre este par de conjuntos, demostrando su declaración contradictoria. Algunos acusadores incluso le imputarán la pérdida de la verdad a la vilipendiada noción. Sin embargo, los hostigadores de la Quinta Noción Común están engañando al respetable jurado porque están apelando a un significado distinto al del contexto Euclidiano. Recordando lo anteriormente mencionado, la interpretación más viable de las nociones comunes es aquella que las considera axiomas de una teoría de la magnitud (geométrica) para el contexto teórico de la geometría Euclidiana. En ese contexto la noción calumniada se puede interpretar de la siguiente manera: si la magnitud A forma parte de la magnitud B, entonces A es menor que B. La última noción común dentro de ese contexto, aunque sea extraño para sus fustigadores[13], no tiene problemas contradictorios en su uso inferencial. En el contexto relevante, el significado de "más grande" equivale al de "mayor que" para magnitudes, no al de la comparación de cardinalidades entre conjuntos. Los usos inferenciales están sujetos a un contexto teórico y juzgarlos fuera de él además de injusto, es incorrecto. La verdad metafísica no tiene cupo en el conocimiento ni tampoco ha de encontrarlo en el significado: no tiene sentido decir que la Noción Quinta perdió su virginal verdad con la erección de la teoría de conjuntos, ni que su significado estaba adscrito a sus condiciones de verdad a

[13] Hilbert clarifica a la "magnitud geométrica" con su grupo de axiomas de congruencia. Por ejemplo, abruptamente me permite decir que dos segmentos de líneas rectas tienen la misma magnitud si puedo trasladar uno sobre el otro de tal manera que coincidan sus puntos extremos. Ahora bien, mediante los axiomas de orden tenemos que dados tres puntos A,B,C en una línea recta *a* tenemos que uno y solo uno de ellos, s.p.g. B, está entre los otros dos A,C. Entonces la noción común 5 mediante el axioma 2 de congruencia puede interpretarse como AC es mayor que AB pues si AC es congruente con un segmento A'C' de cualquier línea *a'* y BC es congruente con B'C' entonces AC es congruente con A'C'.

menos que esas condiciones no sean otra cosa aparte de sus medios para justificarla. Los significados varían, los métodos inferenciales se alteran, mientras nuestros lenguajes y nuestras empresas cognitivas estén vivas, que no se les exija la inmutabilidad de las fallecidas.

Al final dejo lo mejor, lo más difícil, siempre es un inicio. Ya asaeté con algunas líneas de argumentación al rival más débil y ahora le aventará algunas al más fuerte. Hasta el momento he centrado mi ataque a las encarnaciones metafísicas de los conceptos semánticos (en particular a la verdad) fundamentales para las teorías del significado contrincantes, las teorías denotativo-veritativas. Prudentemente (o mezquinamente) he evitado confrontar de lleno a aquellas con una concepción de la verdad más rigurosa y menos etérea, a saber, la de la verdad según una semántica de Tarski. La ventaja de la concepción Tarskiana es la de materializar en una articulación formal y deductivamente manipulable a la verdad, desprendiéndose del peso de ser una ancla al volverla relativa a una estructura de interpretación. Ahora las relaciones semánticas son establecidas entre lenguajes y estructuras conjuntistas, estructuras tan mutables como lo sean los significados de un lenguaje. Más aún, la semántica Tarskiana en un principio no tiene compromisos ontológicos por lo que parece inmune a las virulentas descalificaciones diseñadas para vacunarnos contra la metafísica, pues la existencia de los conjuntos es irrelevante para su funcionamiento. Como instrumento formal para el análisis semántico de los lenguajes que se puedan redactar en el cálculo de predicados es impecablemente potente. Sin embargo, al servicio de una teoría del significado denotativa-veritativa su funcionalidad se estropea, así lo creo y trataré de justificarlo.

En la recta final del primer capítulo, en específico en su sector del Principio 2, mediante elogios traté de apagar los amoríos entre una teoría del significado denotativa con la semántica de Tarski. Confesé mi amor a su riqueza inferencial y mis celos hacia su utilización por una ingrata teoría del significado. Ahora me corresponde ahondar en mis recelos. La más obvia limitación de la semántica Tarskiana en una teoría del significado es la implantación de su dominio a la parte del lenguaje expresable en la lógica de primer orden. Como las teorías matemáticas aunque estén escritas en un lenguaje de orden superior pueden ser redactadas en uno de primer orden, v.gr. mediante el lenguaje de la teoría de conjuntos Zermelo-Fraenkel, entonces tal restricción no afecta directamente al desempeño de una teoría del significado que acople a la herramienta Tarskiana y tenga como única meta al lenguaje matemático. Luego entonces debo fijar otra mira para disparar mi ataque contra esa clase de teorías del significado.

La condescendencia y la consecuencia guiarán mi argumento contra la familia de teorías criticadas, por lo que no repararé en sus respuestas del cómo y he de concentrar mi protesta en su contestación del qué. Me conformaré en tratar de denostar a su respuesta de qué es el significado, ignorando por completo si atiende al cómo es que hacemos uso de él, pues hipotéticamente una teoría inferencialista desde su nacimiento tiene más desarrollado al cómo y en consecuencia de antemano debiera satisfacer mejor a esa duda. He de denunciar que la equiparación del significado con condiciones de verdad cuyo dominio de interpretación sean estructuras conjuntistas con sorna es aplastada por los problemas provocados por su mismo ánimo de apachurrar a los significados en esas estructuras. Ahora trataré de respaldar a mi acusación.

El meollo del conflicto se ubica en la respuesta sobre cuál es el significado del vocablo matemático “conjunto”. Las relaciones entre conjuntos con las que se construyen las estructuras conjuntistas a donde apuntan las expresiones de un lenguaje (matemático) según una semántica Tarskiana a su vez son conjuntos. Es decir, las estructuras conjuntistas invocadas por esa semántica también son conjuntos. Así entonces, la pregunta acerca de qué es el significado me remite irremediablemente a eso llamado “conjunto” de acuerdo a una teoría denotativa sintonizada con una semántica Tarskiana. Y la inquietud puede brotar alrededor del “eso” con lo que relacionamos al lenguaje de una teoría matemática, “eso” que en este caso curiosamente también es algo del ámbito matemático. En lugar de la misteriosa pregunta sobre qué es eso la misma teoría del significado objetada nos permite preguntar acerca del significado de “eso”. Es decir, el significado de “conjunto” es una cuestión perteneciente a su rango inquisitorio.

Agarra la teoría de conjuntos de tu predilección y pídele a la teoría criticada que especifique las condiciones de verdad de sus enunciados para dar por comenzado el festín del significado devorando al significado. Por ejemplo, las condiciones de verdad para el axioma "Existe un conjunto vacío" de la teoría de conjuntos Zermelo-Frankel es la existencia de un conjunto en donde exista un conjunto vacío. Las relaciones semánticas de "conjunto" hacen implosión en sí mismas. La misma teoría conduce a un callejón semántico sin salida, pues a menos que especifique el significado de conjunto, no puede hacer uso de él para fincar los significados del resto de los términos matemáticos. Y mi reproche precisamente gira alrededor de su respuesta de disco rayado.

Se puede evitar a la corrosiva circularidad mediante la adopción de compromisos ontológicos, librando al remolino de Caribdis para caer en alguna de las mitológicas fauces colmilludas de Esquila. Para evitar que una cabeza lingüística de "conjunto" se coma a su referenciada cola de conjuntos, tienes que ponerle como bozal a una explicación sobre la existencia de esas cosas llamadas "conjuntos" y sobre nuestras interacciones cognitivas con ellas. Por respeto a la fabulosa imaginación de la los realistas en matemáticas y sobretodo a la paciencia (probablemente ya agotada) de lector, aquí no arremeteré contra sus veneradas leyendas platónicas. Solo aviso que su explicación si en *verdad* quiere ser tal no puede recurrir a nuestros medios actuales para obtener conocimiento en matemáticas porque ellos tienen nada que ver con cuestiones preternaturales.

En suma, una teoría del significado cuyo concepto semántico sea la verdad si se encomienda a una concepción metafísica de ella no puede dar cuenta de los cambios del significado ocurridos y por acontecer en nuestras lenguas no muertas. Mientras que si se arrima a la semántica de Tarski además de limitada su núcleo conjuntista estará vacío pues el significado de conjunto se habrá comido a sí mismo. Y como desconozco otra concepción de la verdad significativa, mi ignorancia me conmina a rechazar a las teorías del significado cuyo concepto semántico fundamental sea la verdad. Más aún, mi flojera a sopesar mi renuencia me invita a extender mi desprecio a todas sus parientes, bautizadas por mí como teorías del significado denotativo-veritativas.

Para terminar, he de admitir sino la exageración entonces la nula ponderación histórica de la fuerza de mi crítica hacia la catatónica verdad metafísica. Si bien sostengo que los cambios en los significados de las expresiones de algunos lenguajes y en particular en el matemático han pasado y seguirán sucediendo si nuestro desarrollo de ellos se conserva en marcha, qué tan seguido se susciten las alteraciones ni siquiera lo he planteado. Desgraciadamente este no es un trabajo cabal en la historia de las matemáticas, por lo que la medición en el pasado de la fuerza de mi crítica quedará en vilo. Mi desatención histórica es una excusa para mentar a la estabilidad, pues es lo último acerca de lo que he de comentar, en especial, sobre su aparente presencia en nuestro conocimiento matemático. Aprovecho mi curiosidad postrera sobre la estabilidad para empujar en este ensayo a su sección final, grandilocuentemente bautizada como conclusión.

3. CONCLUSIÓN

He abogado a favor una teoría del significado cuyo concepto fundamental es el uso inferencial con el objetivo de desprender de ella una teoría-del-significado para el lenguaje matemático. Fue delineada a través de la postulación de cuatro principios metodológicos, confrontada en lucha fraticida contra un inferencialismo de diferente tipo para marcar una sana distancia con sus familiares y clarificada mediante su aplicación en un ejemplo histórico construido a partir de los Elementos de Euclides y los Fundamentos de Hilbert. A su vez el cotejo histórico entre ambas famosas axiomatizaciones sirvió para mostrar al fenómeno del cambio en los significados del lenguaje matemático; exhibido con la finalidad de promocionar a la virtud explicativa de la teoría con respecto a tal comportamiento dinámico y con el objetivo de iniciar la arremetida contra la rigidez de las teorías del significado basadas en una noción metafísica de la verdad. Finalmente se dio la acometida contra una más flexible clase de teorías denotativas cuyo concepto fundamental sea la verdad al estilo de Tarski; familia embestida con la exposición de la indeterminación del significado conforme a su concepto semántico del elemento matemático medular para esas teorías, a rememorar, el conjunto.

A través de la lectura de este ensayo se percibe el papel estelar del cambio en su desarrollo. Curiosamente, ese término no es de uso común para la concepción ortodoxa de las matemáticas, pues normalmente a tal área del conocimiento se le ha adjudicado la cualidad de ser muy estable, se le ha conferido la característica de poseer un sistema de creencias notablemente conservativo. Y si inspeccionamos superficialmente en la historia de las matemáticas, podemos percatarnos de que ciertamente un considerable número de creencias parecen casi con su formulación original mantenerse. Lo cual sugeriría que el pronunciamiento por el cambio exhibido en este escrito es cuando menos un poco extremista. Y ciertamente me ganaría con justicia ese epíteto sino le dedicara algunas palabras a esta cuestión.

Es una consecuencia vital de la presente teoría-del-significado que de la similitud de los recipientes lingüísticos no se infiere la igualdad de su contenido inferencial y por ende, no se deriva su sinonimia. Por lo que aunque ciertos enunciados desde ancestrales tiempos hayan tenido y todavía tengan para cierto contexto teórico/práctico una correcta justificación, los medios inferenciales para establecerlas probablemente no sean los mismos y más aún, las consecuencias extraíbles de tales enunciados pueden no coincidir. De manera concisa, los contextos pueden cambiar y por consiguiente de acuerdo a la visión holista aquí asumida, los significados de los vocablos pueden discrepar. Recuerdo y enfatizo, la geometría euclidiana de Euclides semánticamente no es la misma que la geometría euclidiana de Hilbert, sin importar que muchos de sus enunciados se traslapen. Si bien es un hecho que en nuestras matemáticas se atesoren teoremas muy antiguos, como el de Pitágoras, su cualidad de teorema depende de un contexto propenso al cambio o al menos uno que no lo inhibe por completo. Como el conocimiento matemático se cifra en un contexto teórico, entonces, la estabilidad no es una propiedad automática de él según la presente perspectiva inferencialista. Más aún, para cualquier teoría del significado que tenga el valor de reconocer las variaciones de los significados de los vocablos matemáticos, no puede aceptar como un precepto a la estabilidad de ese conocimiento sino tiene que ofrecer una explicación de ella.

El adjetivo de extremista sobradamente puedo ganarme si niego por completo a la estabilidad del conocimiento en matemáticas. Por ejemplo, decir que los Fundamentos codifican algo completamente distinto al contenido inferencial compilado en los Elementos no sólo me ubicaría en el borde del precipicio sino en el fondo del error. El cambio preconizado no equivale a la destrucción de lo anterior; al contrario, se han conservado algunos usos y medios inferenciales a través del desarrollo de las prácticas matemáticas. En la comparación histórica del previo capítulo fue sugerido que la revisión de la continuidad debe iniciar al nivel de la teoría del significado, en conformidad con su máxima acerca de la primacía de la práctica sobre la teoría. Sin embargo también al nivel de la teoría-del-significado las semejanzas y coincidencias pueden apreciarse de manera parcial, v.gr. mediante el análisis facilitado por las herramientas lógicas actuales sobre los sistemas comparados. Atendiendo a mi propia recomendación, es en el nivel de la teoría del significado en donde trataré de abordar al fenómeno de la estabilidad.

Si los significados de las expresiones lingüísticas en donde codificamos al conocimiento matemático se modifican porque los usos y medios inferenciales en las prácticas matemáticas varían, entonces, cabe preguntarnos ¿qué tan fija es su constancia atribuida? Mi respuesta a más de alguno le provocará molestias pero me disgustaría más a mí no plantearla: la estabilidad en el conocimiento matemático es intermitente y se debe a su ceñido acoplamiento con el lenguaje matemático. Es por eso que no me ha cansado de escribir tantas veces la expresión de "lenguaje matemático", porque mi concepción sobre las matemáticas es plenamente lingüística. Si en las matemáticas no han habido tantas reformas ni innovaciones de los usos o medios inferenciales como las acontecidas en otros lenguajes, es porque[1] se han entrelazado un conocimiento y un lenguaje dentro de una práctica acostumbrada a fijar estándares de calidad muy exigentes (v.gr. los de la lógica deductiva) y porque la interacción con el mundo *físico* ha sido siempre positiva (i.e. el mundo es una fuente de inspiración, quizás de ratificación, más no de contraejemplos[2]). De hecho, mi inclinación hacia el inferencialismo fue en parte impulsada porque en esta teoría del significado la relación entre conocimiento y significado es más franca, es más estrecha. Si el significado está dado por los usos inferenciales y el conocimiento por los medios inferenciales avalados dentro de las práctica para elaborar justificaciones y extraer consecuencias, entonces en un lenguaje en donde ambos estén tan ligados se puede anticipar la emergencia de una estabilidad equilibrada entre el significado y el conocimiento. En lugar de fundamentar al conocimiento adhiriendo al lenguaje al afuera como lo llames (realidad, universo, país de las matemáticas,...) con el pegamento de la verdad, considero

---

[1] Se pueden atribuir otras razones, como el escaso número de hablantes o con sarcasmo, por la escasa creatividad de los matemáticos. Por otro lado debo señalar que los lenguajes por su carácter convencional de antemano tienden a ser conservativos. Sin embargo, conforme mayor sea su número de hablantes y más intensas sean sus interacciones con los mundos físicos y culturales, mayor serán las tasas de cambio, de nacimiento y de defunción de significados de un lenguaje.

[2] Los problemas involucrados con el mundo pueden promover el desarrollo de herramientas matemáticas para resolverlos. Por ejemplo, la física ha proveído de muchos retos a las matemáticas. Ya había señalado la importancia de nuestras primeras **experiencias** aritméticas para reforzar nuestra confianza en el cumplimiento de algunas de sus leyes básicas. Por otro lado, privarse de medios físicos (hojas, tizas, computadoras,...) para realizar los cálculos (inferenciales) limitaría enormemente al desarrollo del lenguaje matemático. En suma, la experiencia en la práctica no es prescindible, en particular, no lo es para los procesos de ratificación. Por último, no hay mayor libertad que saberse inmune a las vicisitudes del mundo, si mañana deja de salir el sol, no cesará el brillo de las oraciones matemáticas justificadas, a menos que el sol a la oscuridad también nos lleve.

más fidedigno a nuestro desenvolvimiento matemático tratar de explicar sus pautas conservativas a través de la fundición de su conocimiento con los significados de su lenguaje. A diferencia de los adoradores de la metafísica verdad, no temo a errar en mi previa aseveración porque sé que la puedo enmendar hasta donde mi ingenio me lo faculte modulando a su contenido inferencial.

Abogué por una teoría del significado que sirviera como huso para hilvanar al contenido del lenguaje matemático, hilando a sus significados como usos. Los hilos son útiles cuando son cortados, ahora me dispongo a hacer lo mismo con este ensayo albergando cierta esperanza de que haya sido para algo o para alguien provechoso.

BIBLIOGRAFÍA

Avigad, Donnelly, Gray, Raff. (2005). "A formally verified proof of the prime number theorem". *e-print cs. AI/0509025* en ArXiv (http://arxiv.org/).

Benacerraf, Paul. (1973), "Mathematical Truth", *Journal of Philosophy 70*, 661-679

Brandom, Robert. (1994), *Making It Explicit: Reasoning, Representing, and Discursive Commitment*, Harvard University Press

Chandrasekaran,B. (1997), “Diagrammatic Representation and Reasoning: Some Distinctions”, en AAAI Fall 97 Symposium Series, http://www.cse.ohio-state.edu/~chandra/dr-II.pdf

Deshouillers, Effinger, Te Riele y Zinoviev. (1997), "A complete Vinogradov 3-primes theorem under the Riemann hypothesis", *Electronic Research Announcements of the American Mathematical Society*, Vol 3, pp. 99-104

Dummett, Michael (1973). *Frege: Philosophy of Language*, Duckworth

Dummett, Michael. (1991), *The Logical Basis of Metaphysics*, Harvard University Press

Euclides. *Elementos*, Libro I, http://www.euclides.org/

Gentzen, G. (1934), “Investigations into logical deduction”, en M. E. Szabo (ed.), *The Collected Papers of Gerhard Gentzen*, 1969, North-Holland

Greenberg, M., and Harman, G. (2006), “Conceptual Role Semantics”, en B. Smith (Ed.) *Oxford Handbook of the Philosophy of Language*, Oxford University Press,295-322.

Hilbert, D., *The Foundations of Geometry*, traducción de E. J. Townsend, http://www.gutenberg.org/files/17384/17384-pdf.pdf

Hintikka, Jaakko. (1998), *El viaje filosófico más largo: de Aristóteles a Virginia Woolf*, Gedisa.

Hjortland, Ole. (2007), “Proof-theoretic Harmony and Structural Assumptions”, http://olethhjortland.googlepages.com/cambridge.pdf

Kahle, R. y Schroeder-Heister, P. (2006),”Introduction”, *Proof-Theoretic Semantics*, edición especial de *Synthese 148*, 503-506.

Katz, J.J. (1998), *Realistic Rationalism*, MIT Press.

Lewis, D.K. (1969), *Convention: A Philosophical Study*, Harvard University Press

Nagata, S. y Tosiyuki Tugué. (1968), “A remark on Peirce’s law”, *Nagoya Math Journal 33*, 1-5. Disponible en projecteuclid.org

Paoli, F. (2003). “Quine and Slater on paraconsistency and deviance”, *Journal of Philosophical Logic 32*, 531-548.

Pólya, G. (1954), *Mathematics and plausible reasoning*, vol. I, Princeton University Press

Prawitz, D. (2006), “Meaning Approached Via Proofs”, en en Kahle, R. y Schroeder-Heister, P. (eds.), *Proof-Theoretic Semantics*, edición especial *Synthese 148*, 507-524

Tait, W. (2006), “Proof-theoretic Semantics for Classical Mathematics”, en Kahle, R. y Schroeder-Heister, P. (eds.), *Proof-Theoretic Semantics*, edición especial *Synthese 148*,603-622

Tennant, N. (2006), 'Natural Logicism via the Logic of Orderly Pairing', en Sten Lindström, Erik Palmgren, Krister Segerberg and Viggo Stoltenberg-Hansen (eds.), *Logicism, Intuitionism, Formalism: What has become of them?*, Synthese Library, Springer Verlag, también en http://people.cohums.ohio-state.edu/tennant9/lop_sten.pdf

Tennant, N. (2007). “Inferentialism, logicism, harmony, and a counterpoint”, en A. Miller (Ed.), *Essays for crispin wright: Logic, language, and mathematics*, vol. 2, Oxford University Press, también en http://people.cohums.ohio-state.edu/tennant9/crispin_rev.pdf

Wittgenstein, Ludwig. (1988), *Investigaciones filosóficas*, México: Instituto de Investigaciones Filosóficas UNAM