



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA
DE MEXICO

POSGRADO EN CIENCIAS FÍSICAS

“Neurocinemática del entrenamiento mental”

T E S I S

que para obtener el título de:

Maestro en Ciencias (Física)

presenta:

Enrique Eduardo Balp Straffon

Director de tesis: Dr. Octavio Miramontes Vidal

Miembro del comité tutorial: Dr. Denis Pierre Boyer

Miembro del comité tutorial: Dr. Germinal Cocho Gil



posgrado en ciencias físicas
u n a m

MÉXICO, D.F.

2008



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Agradecimientos

La culminación de esta tesis marca simbólicamente el final de un periodo muy importante de mi vida, siete años en los que he crecido como persona y me he iniciado como científico. Yo no sería nadie sin mis padres, por lo que en primer lugar quiero dar las gracias a mi mamá Elodia y a mi papá Enrique, de quienes he recibido amor, guía y apoyo incondicional durante toda mi vida. También quiero agradecer a mi hermana Dalia pues, aunque yo la he molestado sin tregua, ella aun no enloquece totalmente y en vez de eso me quiere mucho.

Durante casi ocho años, Emiliana ha estado en primer plano en mi vida. Con ella he aprendido mucho, y he recibido un amor enorme, del que me siento afortunadísimo. Agradezco su apoyo, paciencia y cariño constantes. Gracias también a sus padres Laura y Francisco, por los momentos compartidos.

Tanta gente a influido en mí que sería imposible mencionarlos a todos, pero sepan que mi familia está en mi mente y corazón: mis abuelos, mis tías y tíos, mis primas y primos. También he sido muy afortunado al tener tantos amigos, y a todos ustedes les agradezco, por las noches de dominó, por las horas en el pulpo, por los pasitos de salsa, por las discusiones interesantes.

Mi gratitud plena hacia mis maestros, a las decenas de maestros que me han esculpido a lo largo de la vida. Lamento no poder mencionar aquí a tantas personas tan importantes para mí, pero al menos de forma simbólica quiero recordar a Javier Páez que me enseñó muchas matemáticas, a Victor Romero que me enseñó mucha física y a Marco Antonio Karam que me enseñó sobre mí mismo.

Agradezco a Octavio Miramontes, Denis Boyer y Germinal Cocho la guía que me brindaron durante la maestría, y en especial a Richard Davidson y Antoine Lutz por su confianza y apoyo en la elaboración de este proyecto de investigación.

Índice general

Agradecimientos	III
Prefacio	IV
1. Neurociencias y sistemas complejos	1
1.1. El cerebro	1
1.2. Oscilaciones del potencial	5
1.3. El cerebro como sistema dinámico	7
1.4. Invariancia de escala en el cerebro	10
1.5. Metaestabilidad	12
1.6. Correlativos neuronales de la conciencia	14
1.7. Neurofenomenología	15
1.8. Meditación	16
2. Sincronización de fase	18
2.1. Un modelo	18
2.2. Representación analítica de una oscilación	24
2.3. Oscilador de van der Pol forzado	25
2.4. Sincronización en osciladores con ruido.	27
2.5. Osciladores de Rössler acoplados.	34
3. Análisis de Recurrencia	39
3.1. Conceptos básicos	39
3.2. Sincronización Generalizada	43

4. Monjes en el laboratorio	46
4.1. El experimento y objetivos	46
4.2. Objetivos	50
4.3. Análisis básico: espectro y autocorrelación.	50
5. Dinámica del EEG	53
5.1. Recurrencia de la topografía	53
5.1.1. La topografía	53
5.1.2. Gráficas de Distancia	54
5.1.3. Gráficas de Recurrencia: primera visita.	58
5.1.4. Recurrencia debida a la amplitud: Colapso de dimen- sionalidad	65
5.1.5. Búsqueda del nuevo criterio: Porcentaje del Espacio Disponible (PED)	68
5.1.6. Gráficas de Recurrencia: segunda visita	70
5.2. Explorando la fase	75
5.2.1. Interacción entre frecuencias	78
5.2.2. Redes de sincronización	78
5.3. Discusión y conclusión	83
A. Preanálisis	85
A.1. Perspectiva	85
A.2. Examen visual de la señal	86
A.3. Análisis de Componentes Independientes	86
Referencias	94

Prefacio

La mente es un fenómeno natural y como tal accesible al estudio científico. Debido a su riqueza, no basta una sola disciplina para abarcar todos sus aspectos, y es necesaria una integración entre campos y niveles de estudio. La física de los sistemas complejos, en particular, ofrece el marco teórico adecuado para explorar la intrincada dinámica neuronal. Sin embargo, la fenomenología mental es sólo accesible de forma directa usando introspección, por lo que la mente misma es una herramienta indispensable en su estudio. En esta tesis, con el objetivo de avanzar el proyecto de “neurofenomenología” de Francisco Varela (Varela 1996) exploraremos la posibilidad de que sujetos con una atención entrenada sean capaces de percibir sutiles cambios en la dinámica neuronal.

El título de esta tesis tiene la palabra “neurocinemática” pues el tema central es una descripción de los cambios en los patrones cerebrales de gran escala. En particular, se analiza el electroencefalograma de practicantes de meditación expertos de la tradición budista tibetana. La meditación se entiende en esta tradición como un instrumento para transformar y entrenar a la mente, siendo uno de los objetivos el cultivo de una percepción más sutil y rigurosa de los fenómenos mentales.

En el capítulo uno exponemos el marco teórico en el que está insertada esta tesis, hablando de anatomía cerebral, electroencefalografía, sistemas dinámicos, correlativos neuronales de la conciencia y neurofenomenología. Los capítulos dos y tres están dedicados al desarrollo de las herramientas matemáticas que se usarán más tarde en el análisis del electroencefalograma, siendo éstas la “sincronización de fase” y el “análisis de recurrencia”. El capítulo cuatro describe el experimento y los objetivos específicos. El análisis se expone en el capítulo cinco, junto con las conclusiones.

Capítulo 1

Neurociencias y sistemas complejos

1.1. El cerebro

Aun cuando el cerebro representa sólo el 2% de la masa corporal, es responsable del 20% del consumo total de oxígeno y del 25% del consumo de glucosa. Está constituido aproximadamente por 10^{11} neuronas y 10^{12} células gliales. Éstas últimas tienen como funciones principales el proveer la estructura física de la red neuronal, proveer de nutrientes a las neuronas, y modular la sinapsis regulando su ambiente químico (Auld & Robitaille 2003). Son las neuronas, sin embargo, las células especializadas en llevar a cabo el procesamiento de información.

El cerebro se divide en tres partes principales: el *tallo cerebral*, el *cerebelo* y el *telencéfalo*. El tallo cerebral, o tronco del encéfalo, es la estructura por la que corren las conexiones con la médula espinal, al final de la cual se encuentra el *tálamo*, que es un importante centro de integración de la información proveniente de los sentidos. El cerebelo está principalmente asociado con el control fino del movimiento muscular (ver figura 1.1). El resto es el telencéfalo, que se divide en dos hemisferios unidos por el *cuerpo calloso*, un conjunto de alrededor de 10^8 axones.

La parte exterior del telencéfalo es la *corteza cerebral* (o *neocortex* en los mamíferos), una capa de 2 a 5 mm de grosor cuyas neuronas están altamente interconectadas, llegando a tener hasta 10^5 conexiones cada una. La corteza, cuyos cuatro grandes lóbulos son el frontal, parietal, occipital y temporal,

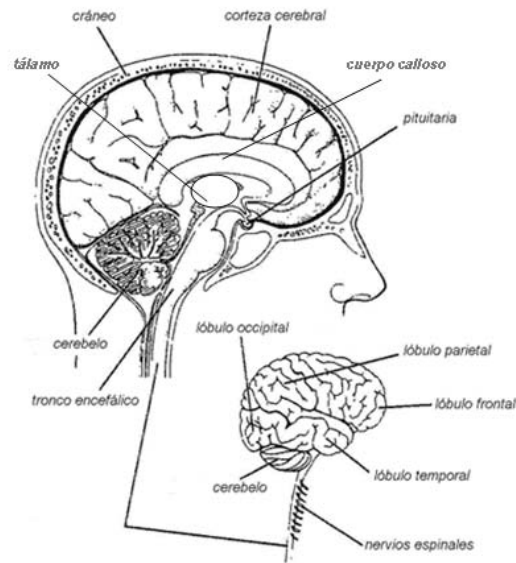


Figura 1.1: Anatomía del cerebro

juega un papel fundamental en funciones de alto nivel como la memoria, la atención, el razonamiento, el lenguaje, y la conciencia. Se divide en seis capas horizontales que se distinguen entre sí por su distribución de tipos de neuronas y arquitectura de conexión. Además, está organizada en estructuras verticales llamadas *macrocolumnas* (Buxhoeveden & Casanova 2002). En efecto, las conexiones horizontales entre neuronas de la corteza miden en su mayoría menos que 0.5 mm y son escasas comparadas a las verticales, que pueden medir varios milímetros. A su vez, una macrocolumna está formada por entre 50 y 100 *minicolumnas*. La minicolumna es una estructura de alrededor de 100 neuronas que reciben casi la misma información del resto del cerebro (ver figura 1.2). Se ha propuesto que la minicolumna es la estructura básica de organización del neocórtex. La corteza se compone de *materia gris*, así llamada por contener predominantemente cuerpos celulares que se tornan grises cuando el tejido muere, aunque cuando está vivo es rosa. Justo debajo de la materia gris se encuentra *materia blanca*, compuesta de fibras neurales (axones). Estos axones conectan regiones distantes de la corteza, (ver figura 1.3), cada centímetro cuadrado de la cual puede contener 10^7 fibras de entrada y salida con longitudes entre 1 y 15 cm. La materia blanca también

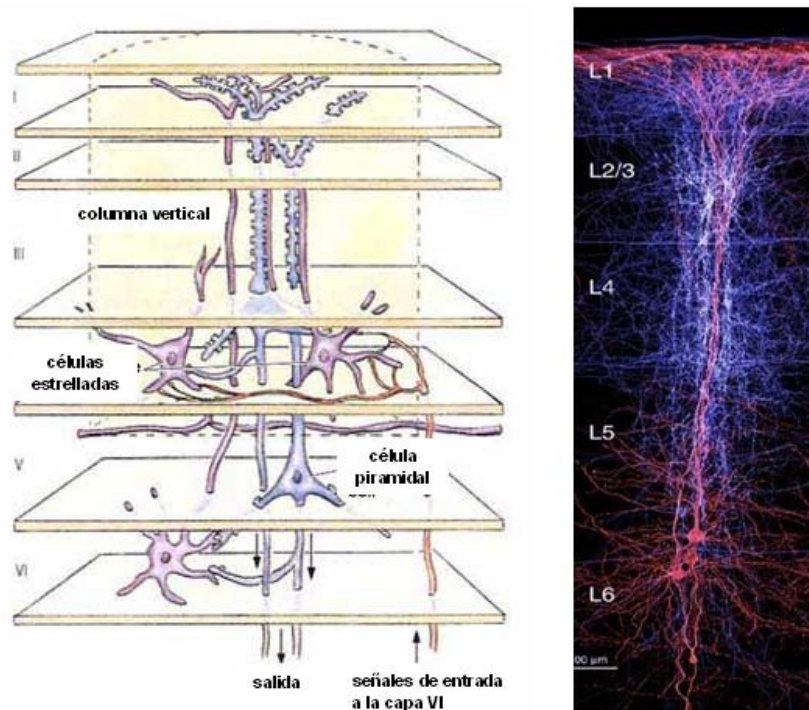


Figura 1.2: Algunas células en una minicolumna del neocórtex, y la división en seis capas.

sirve para conectar a la corteza con el tálamo y permitir el intercambio de información relevante a los sentidos.

El campo eléctrico que medimos en la superficie de la cabeza es en su mayor parte creado por las neuronas en la corteza cerebral. El electroencefalograma (EEG) utiliza un conjunto de electrodos capaces de medir diferencias de potencial de microvolts. Debido a que los axones de la corteza tienen la orientación preferencial de las minicolumnas, las corrientes extracelulares postsinápticas forman dipolos, que sumados son capaces de ser detectados fuera del cráneo. A causa de la distancia y el debilitamiento de la señal por el hueso y el cuero cabelludo, una sola macrocolumna es incapaz de crear un dipolo de suficiente intensidad para ser medido por electrodos extracraneales. De hecho, para generar un dipolo capaz de ser detectado por el electroencefalograma, alrededor de 600,000 minicolumnas (o 60 millones de neuronas)

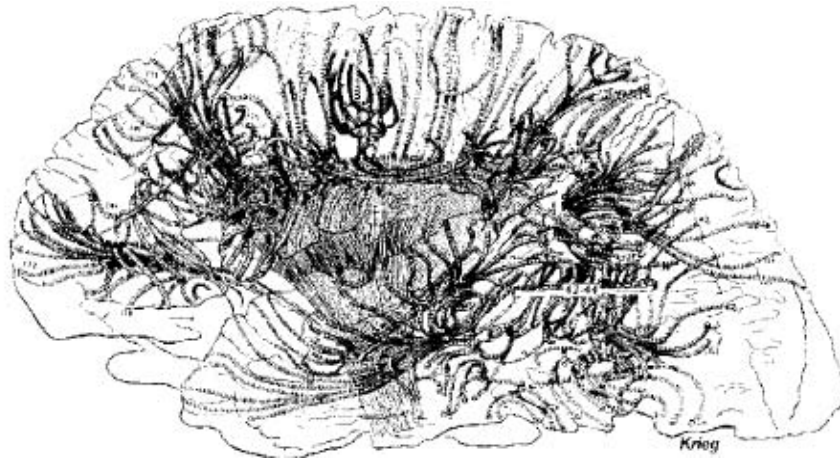


Figura 1.3: Algunas fibras corticocorticales obtenidas por disección. El cerebro tiene cerca de 10^{10} , por lo que por cada fibra que se muestra aquí, alrededor de 100 millones no se muestran. Tomado de (Nunez 2005).

deben activarse de forma sincronizada (Nunez 2005). Es por esto que la magnitud de la oscilación detectada por un electrodo es una medida indirecta del nivel de sincronización de las minicolumnas debajo de él.

Además del EEG, hay otras técnicas que permiten estudiar la actividad cerebral. Quizá la más cercana en espíritu es la magnetoencefalografía (MEG), que mide las variaciones en el campo magnético fuera de la cabeza. Debido a la geometría de las corrientes que generan estos campos magnéticos, en ocasiones el MEG provee información complementaria al EEG, aunque aun no es claro cómo relacionarlos. Otra técnica relacionada es el electrocorticograma (ECoG), que utiliza electrodos intracraniales para medir con una resolución espacial más fina el potencial eléctrico, pudiendo llegar a medir la actividad de una sola neurona, pero también usado para explorar la dinámica de un grupo local. El ECoG a menudo mide potenciales más elevados que el EEG debido a que hay menos cancelaciones de fuentes positivas y negativas. Podríamos pensar al ECoG como ver los árboles y al EEG como ver el bosque, pues proveen información de distintas escalas. Un ejemplo de esto (Nunez 2005) es que usando ECoG se reportan velocidades de propagación de milímetros por segundo, lo que es consistente con la propagación intracortical. En contraste, en estados donde se encuentra propagación robusta de ondas en el EEG (como sueño profundo) las velocidades son de varios

centímetros por segundo, lo que es congruente con la propagación a través de fibras corticocorticales. La imagenología por resonancia magnética funcional (fMRI) -que mide concentración de oxígeno en la sangre- y la tomografía por emisión de positrones (PET) -que mide concentración de distintos químicos- informan sobre la activación tridimensional del cerebro, pero con una resolución temporal muy pobre (varios segundos), lo que impide todo análisis dinámico. En comparación, el EEG, ECoG y MEG tienen una resolución temporal de milisegundos, ofreciendo información sobre los rápidos cambios que se llevan a cabo en todo proceso neuronal.

1.2. Oscilaciones del potencial

El tema central de este trabajo es la dinámica del electroencefalograma, por lo que nos enfocaremos en él. Debido a que el potencial medido oscila, es natural que el análisis clásico del EEG se base en la potencia de las distintas componentes de Fourier. Estas componentes se dividen por razones funcionales en bandas: Delta (0-4 Hz), Teta (4-8 Hz), Alfa (8-13 Hz), Beta (13-25 Hz) y Gama (25-100 Hz). Estos ritmos no aparecen aislados, y cada uno es creado por distintas redes neuronales, por lo que no deben considerarse como fenómenos independientes. Esta clasificación, sin embargo, ha servido para relacionar la actividad cerebral con distintos estados de atención y tareas cognitivas. El sueño profundo, por ejemplo, presenta actividad teta en la etapa II y delta en la III y IV. La actividad alfa ocurre en sujetos despiertos y relajados, predominantemente con ojos cerrados, y en la etapa I del sueño. Por su parte, en el sueño REM, o cuando un sujeto lleva a cabo una tarea cognitiva o está despierto y atento, la componente principal es beta. Aunque el origen de estos ritmos no está del todo entendido, corresponden a tiempos característicos de la dinámica neuronal, como pueden ser tiempos de propagación en circuitos talamocorticales (Contreras & Steriade 1995), tiempos de polarización neuronal (Schaul 1998), etc. Basados en consideraciones fisiológicas existen distintos modelos que reproducen algunas características del electroencefalograma (Freeman 1987, Nunez 2000, Rennie et al. 2002, Jirsa & Haken 1996).

En esta tesis nos enfocaremos en el ritmo gama, pero usaremos solamente el llamado “baja gama”, que definiremos como 25-45 Hz. La razón de esto es que es esta la actividad dominante que se ha encontrado en la meditación (Lutz et al. 2004). Además, la banda gama ha sido relacionada con

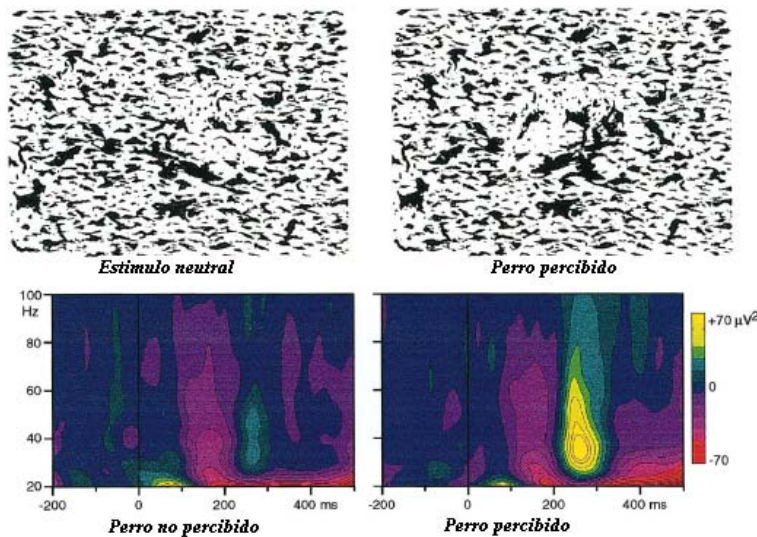


Figura 1.4: Experimento que muestra actividad en gama cuando se percibe un objeto coherente. Se presentan dos tipos de estímulos y se pide identificar si hay perro. La respuesta en gama cuando hay perro en los casos cuando es identificado y cuando no. Se obtuvo la potencia instantánea en las distintas frecuencias con el método de ondeletas (wavelets). Adaptado de (Tallon-Baudry & Bertrand 1999).

procesos cognitivos de alto nivel como la atención (Sheer 1989), decisión de actividad motora (Farmer 1998), memoria (Howard et al. 2003), aprendizaje (Miltner et al. 1999) y lenguaje (Pulvermüller et al. 1999). Hay mucha evidencia experimental para interpretar la actividad gama como el “ladrillo funcional universal” del procesamiento de información en el cerebro (Lee et al. 2003, Basar-Eroglu et al. 1996). La sincronización en la banda gama es un fuerte candidato para explicar cómo el cerebro integra la información que procesan distintas partes del cerebro (Engel et al. 2001, Womelsdorf et al. 2007).

Para establecer este papel cognitivo de la actividad y sincronización de la banda gama se ha usado tanto ECoG como EEG. Un ejemplo de este último es el trabajo de Tallon-Baudry & Bertrand (1999), en el que se muestra cómo el cerebro responde con actividad gama a estímulos visuales coherentes (ver figura 1.4). Sin embargo, resultados recientes ponen en fuerte tela de

duda el que la respuesta gama medida por el EEG sea neuronal, mostrando que el origen más probable es la electricidad muscular al mover los ojos (Yuval-Greenberg et al. 2008). Esto ha creado intensa discusión en el campo (Fries et al. 2008). En efecto, la actividad gama extracranial se ha identificado clásicamente con electricidad muscular y no neuronal, pues es producida con muy alta potencia cuando distintos músculos se tensan (ojos, lengua, mandíbula, frente, etc) (Goncharova et al. 2003). Recientemente se llevó a cabo un experimento en el que se paralizó completamente a los participantes, salvo por un dedo para responder una prueba cognitiva mientras se grababa EEG (Whitham et al. 2007). En la condición sin parálisis la potencia en gama resultó mucho mayor que con parálisis, tanto en reposo como en la tarea cognitiva, mientras que la tasa de respuestas correctas no resultó diferente y los sujetos no reportaron cambios subjetivos entre las condiciones. Además, las tareas cognitivas aumentaron la actividad gama sin parálisis, pero no lo hicieron en el caso paralizado. Esto indica que “pensar produce actividad muscular” (Whitham et al. 2008). Así, aunque no hay duda de que la banda gama es importante en la cognición gracias a estudios con electrodos intracraniales (Gray et al. 1989, Lachaux et al. 2000, Varela et al. 2001), en la comunidad de neurociencias está surgiendo recientemente una fuerte y fundada duda sobre el origen neuronal de la actividad gama grabada con electrodos extracraniales. Uno de nuestros objetivos fundamentales y más difíciles será responder la pregunta ¿cuál es el origen de la actividad gama detectada en la meditación: neuronal o muscular?

1.3. El cerebro como sistema dinámico

Aunque se sabe mucho de la estructura y atributos funcionales del cerebro, sabemos aun muy poco de sus propiedades dinámicas. El problema se puede formular dentro del marco de la teoría de los sistemas dinámicos, en donde se conceptualiza el sistema estudiado (el cerebro) con un conjunto de estados posibles (espacio fase) y una regla de evolución, que puede ser probabilística o determinista, con dependencia temporal o no. Tanto el tiempo como las variables de estado pueden conceptualizarse de forma continua o discreta, dependiendo de qué sea más conveniente para la escala espacio-temporal del fenómeno a modelar.

Supongamos que nuestro sistema dinámico es modelado con m variables reales y tiempo continuo cuya evolución es definida por m ecuaciones diferen-

ciales ordinarias autónomas. Se dice que el sistema tiene m grados de libertad, y dada una condición inicial \vec{x}_0 tendremos una trayectoria $\vec{x}(t) \in \mathbb{R}^m$. Si está acotada, el destino de esta trayectoria puede ser acercarse a un punto fijo, a una variedad (como un ciclo límite o un toro) o a un atractor caótico, que es un conjunto de puntos con estructura fractal -dimensión fraccionaria- donde la distancia entre trayectorias cercanas crece exponencialmente con el tiempo -lo que define los exponentes de Lyapunov del sistema. Así, dos de las propiedades más importantes de un atractor caótico son su dimensión fractal y su espectro de Lyapunov (Strogatz & Fox 1995, Ott & Wiesenfeld 1994, Perko 2006).

Cuando pensamos en el cerebro y sus 10^{11} neuronas con su complejísima arquitectura de conexión parece prácticamente imposible que algún día lleguemos a entenderlo, pues para modelarlo necesitaríamos al menos dos ecuaciones diferenciales no lineales por neurona (Hindmarsh & Rose 1984, Izhikevich 2004). Sin embargo, el cerebro es un perfecto ejemplo de los llamados “sistemas dinámicos complejos”, formados por una gran cantidad de componentes individuales interactuando entre sí. Una propiedad de los sistemas complejos es la emergencia de una dinámica global que disminuye de manera considerable los grados de libertad del sistema, también llamada “autoorganización”. Un ejemplo clásico son las celdas de Rayleigh-Benard que se forman en la convección de una capa horizontal de agua en presencia de un gradiente temperatura. Cuando el gradiente llega a un valor crítico, los movimientos descorrelacionados y aleatorios de 10^{20} moléculas, se sincronizan espontáneamente sin control externo, llevando a la emergencia de estructuras macroscópicas y con correlaciones de larga distancia (Nicolis et al. 1990). Surgen así los llamados “parámetros de orden” (Haken 1983), como la velocidad de la celda, que no tienen sentido en el nivel individual. Los parámetros de orden siguen una dinámica propia, emergente, que a su vez restringe la dinámica de los componentes microscópicos. A esto en ocasiones se le llama “causalidad circular”, o “principio de esclavitud”. Ninguno de estos niveles es más fundamental que el otro, solamente se distinguen en su habilidad para explicar fenómenos en distintas escalas espacio-temporales. Tanto la velocidad de la celda, como la velocidad de la molécula, son parámetros de orden emergentes de un nivel inferior y ninguno tiene una realidad independiente de nuestro modelo y conceptualización (Nagarjuna 1995).

Así, las lecciones de los sistemas complejos nos invitan a buscar comportamientos globales en la dinámica cerebral: patrones emergentes en un nivel de organización macroscópico. Podemos olvidar por un momento a las neu-

ronas y enfocarnos en la dinámica del potencial electromagnético producido por millones de ellas. El punto de partida de esta exploración no es un conjunto de ecuaciones diferenciales, sino una serie de tiempo: datos que indican la evolución de alguna variable del sistema. Existen muchas metodologías para analizar series de tiempo, pero hay una en especial que es más cercana en filosofía a la teoría de ecuaciones diferenciales: la reconstrucción del atractor.

En 1981 Floris Takens publicó un influyente trabajo (Takens 1981) en donde demostraba que a partir de una sola de las coordenadas es posible reconstruir una copia topológicamente equivalente del atractor subyacente. Esto es asombroso, pues implica que si por ejemplo tenemos la serie de tiempo de la componente x de la velocidad del fluido en un sólo punto, podremos reconstruir la dinámica completa de la celda de convección. El que la reconstrucción sea topológicamente equivalente implica que podemos medir su dimensión fractal y exponentes de Lyapunov. El método se basa en construir un vector m -dimensional con m valores consecutivos de la serie de tiempo, separados por un intervalo de tiempo τ . El parámetro τ se puede escoger con el primer mínimo de la función de información mutua (Fraser & Swinney 1986), y m puede elegirse con la técnica de falsos vecinos (Abarbanel & Kennel 1993). Una de los primeros intentos por aplicar estos conceptos a la dinámica cerebral fue hecho por Babloyantz et al. (1985), quienes reportaron que la dinámica del EEG durante sueño profundo es de baja dimensión. Sin embargo, Theiler et al. (1992) mostraron que ruido gaussiano filtrado es capaz de aparentar provenir de un proceso de baja dimensión, y propusieron la técnica de datos sucedáneos (surrogate). Se basa en construir datos con algunas características similares a los originales (como el espectro) pero con otras cambiadas (como aleatorizando las fases de las componentes de Fourier), y hacer en ellos el análisis. Si los datos surrogate no tienen una propiedad que sí tienen los originales, podemos confiar en el resultado del análisis. Usando esta técnica, se encontró que el EEG del reposo despierto presenta comportamiento no lineal, ya que al aleatorizar las fases la dimensión de correlación es mayor, pero que no es un proceso de baja dimensión (Pritchard et al. 1995). Otros intentos tempranos de explorar la dinámica cerebral con herramientas no lineales buscaron modos de activación cerebral análogos a los modos normales de un tambor (Jirsa et al. 1994, Friedrich & Uhl 1996). La existencia de caos en el cerebro está hoy bien establecida tanto en el nivel neuronal (Rabinovich et al. 2006) como en el macroscópico (Korn & Faure 2003), pero baja dimensionalidad en el EEG sólo ha sido encontrada en sueño profundo y epilepsia (Stam 2005). En particular, la dinámica no lineal ha ayudado a en-

tender mejor esta enfermedad, y a predecir ataques hasta con varios minutos de anticipación (Mormann et al. 2007, Navarro et al. 2002).

1.4. Invariancia de escala en el cerebro

En general, esta aproximación a la neurodinámica macroscópica no es la más adecuada, ya que en el teorema de Takens, los conceptos de exponentes de Lyapunov y dimensión fractal, sólo tienen sentido para sistemas que no dependen explícitamente del tiempo pues la definición de atractor se hace en términos de estabilidad y conjuntos límite. Esta suposición es muy poco realista en el caso del EEG, pues la dinámica cerebral cambia momento a momento mientras emergen nuevos pensamientos y llega información de los sentidos. Sería iluso pensar en el cerebro como un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias, a modo de una celda de convección.

Otra característica muy interesante de muchos sistemas complejos es que tienen como atractor al punto crítico de una bifurcación o una transición de fase (Bak et al. 1987, Jensen & Magnasco 1999), fenómeno que recibe el nombre de “criticalidad autoorganizada”. La importancia de este fenómeno radica en el hecho de que sin control externo y a partir de interacciones locales, el sistema muestra correlaciones a grandes distancias a la vez que tiene la capacidad de fluctuar en todas las escalas espacio-temporales (distribuciones con leyes de potencia). Como no se conoce un mejor escenario dinámico o analogía en física para explicar nuestra rica experiencia subjetiva -su coherencia, memoria, rápidas fluctuaciones y adaptabilidad-, muchos han propuesto la criticalidad autoorganizada como un marco para entender el funcionamiento cerebral (Chialvo 2006).

Beggs & Plenz (2003) reportaron avalanchas de disparo en neuronas corticales que siguen leyes de potencia, tal como se ha reportado antes con los terremotos y otros fenómenos críticos. En el nivel macroscópico de la actividad electroencefalográfica, la envolvente de las oscilaciones alfa en reposo tiene fluctuaciones que siguen leyes de potencia (Linkenkaer-Hansen et al. 2001). Este y otros estudios (Hwa & Ferree 2002, Robinson 2003, Cai et al. 2007) que muestran invariancia de escala en el EEG se llevaron a cabo con el análisis de fluctuaciones sin tendencia (Detrended Fluctuation Analysis) (Peng et al. 1994, Peng et al. 1995, Heneghan & Mcdarby 2000). Como vimos arriba, la actividad del EEG implica la sincronización de millones de neuronas bajo el electrodo en cuestión. Las fluctuaciones sin escala en la in-

tensidad de las oscilaciones, reflejan por lo tanto fluctuaciones sin escala en la sincronización de las neuronas. Stam & de Bruin (2004) y otros (Gong et al. 2003) han mostrado que también en la sincronización global cerebral -analizando acoplamiento entre distintos electrodos con técnicas similares a las que se tratan en esta tesis- se da una dinámica con fluctuaciones libres de escala. Todos estos argumentos apuntan a que la criticalidad autoorganizada está presente en todas las escalas cerebrales, desde los grupos de neuronas hasta la dinámica global de la corteza.

La conectividad en el cerebro (Sporns et al. 2004) puede estudiarse con la teoría de redes complejas (Newman 2003, Albert & Barabasi 2002, Strogatz 2001, Boccaletti et al. 2006), que trata la estructura y dinámica de diversos sistemas en términos de las conexiones entre sus elementos. Se han encontrado distintos ejemplos de redes -internet, redes tróficas, interacción entre proteínas- en donde el número de vecinos de cada nodo sigue una distribución de ley de potencia, por lo que han sido denominadas libres de escala, ya que no hay un número de vecinos característico. Estas redes cumplen además con la propiedad de ser de “mundo pequeño”, pues presentan un alto grado de integración tanto en el nivel local (la probabilidad de que vecinos de un nodo sean vecinos entre si) como en el global (distancia promedio). Con resonancia magnética funcional (fMRI) es posible encontrar qué regiones del cerebro están funcionalmente relacionadas entre sí haciendo análisis estadísticos de sus activaciones. Con este método se ha encontrado (Eguíluz et al. 2005) que las redes de conectividad funcional son libres de escala. En un nivel más local, existe también evidencia de que las redes de conectividad en la corteza cerebral son de mundo pequeño (Hilgetag et al. 2000, Sporns & Zwi 2004).

Las fluctuaciones libres de escala de la actividad cerebral han sido encontradas en estados de reposo y sueño, pero no hay reportes de este fenómeno durante tareas cognitivas determinadas. Una posible interpretación es que en reposo el cerebro está explorando todos los posibles estados, listo para reaccionar ante estímulos sensoriales relevantes y escoger el estado más adecuado (Freeman 2005). Una vez que el cerebro se engancha con una tarea, las fluctuaciones dejan de ser libres de escala y la dinámica toma características propias. Aunque estos descubrimientos sin duda permiten entender mejor la dinámica cerebral, no responden interrogantes más específicas como ¿cuál es la distinción entre un evento mental y el siguiente? o ¿qué es un pensamiento?

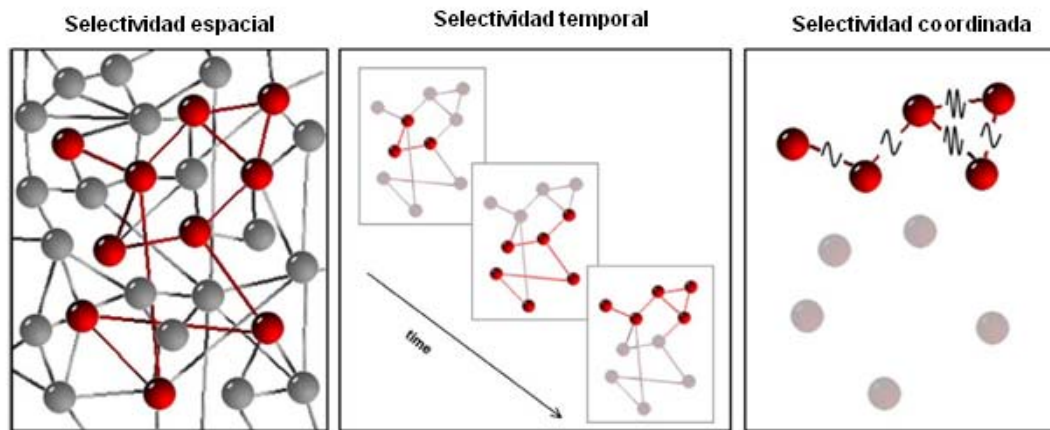


Figura 1.5: Las asambleas celulares forman patrones metaestables que definen los instantes mentales como cuadros cinematográficos. Adaptado de (Bressler & Tognoli 2006).

1.5. Metaestabilidad

El neurocientífico chileno Francisco Varela propuso (Varela 1995) que para cada acto cognitivo, o estado mental, hay una única y específica “asamblea celular” que subyace a su emergencia y operación. Por “asamblea celular” entendemos un conjunto de neuronas distribuidas en distintas regiones del cerebro que trabajan juntas por algunos instantes, creando un patrón de actividad integrado. Tononi & Edelman (1998) denominaron este proceso como el “núcleo dinámico” (*dynamic core*), enfatizando su integración y actividad siempre cambiante. Estos patrones de actividad integrada son estables por un pequeño intervalo de tiempo -del orden de 100 ms- luego del cual se desvanecen permitiendo la reorganización de sus componentes en nuevas redes funcionales. Debido a esta propiedad se les califica *metaestables*, en analogía al concepto en física (ver figura 1.5).

Otra teoría es la llamada “célula de la abuela”, que propone que para cada concepto hay una neurona. En efecto, hay evidencia de la existencia de células individuales que se activan con conceptos muy específicos (como al ver una foto de Jennifer Aniston, escuchar su nombre o pensar en ella, pero no con otras actrices) (Rees et al. 2002), pero esto es también consistente con

el núcleo dinámico, pues esta célula podría formar parte de toda una red. De hecho, en esta visión cada célula puede formar parte de distintas ensamblajes, y por lo tanto ayudar a la representación de distintos conceptos y momentos de percepción. Es importante resaltar que los patrones de actividad metaestable son resultado de un largo proceso de evolución y no son exclusivos de la dinámica neuronal en humanos o mamíferos, sino que pueden encontrarse incluso en invertebrados.

Investigaciones pioneras fueron hechas por Walter Freeman cuando analizaba el proceso de percepción de olores en conejos (Freeman 1987, Freeman 1991), donde encontró un patrón de activación específico para cada olor. Sus investigaciones han continuado en el neocórtex humano apoyando estos resultados (Freeman 2004), y ha propuesto junto con el físico Giuseppe Vitiello el uso de las matemáticas de la teoría cuántica de campos de muchos cuerpos como el marco apropiado para entender la transición entre patrones (Freeman & Vitiello 2006). Sea que esta propuesta cuántica rinda frutos o no, la teoría de las ensamblajes neuronales metaestables es la más aceptada para conceptualizar la dinámica de la cognición (Le Van Quyen 2003, Bressler & Kelso 2001, Fingelkurts & Fingelkurts 2004). La visión es que gracias a que el cerebro se autoorganiza cerca de una región crítica, usa transiciones de fase para pasar de un patrón metaestable al siguiente (Freeman & Holmes 2005, Werner 2007) siendo la sincronización en la banda gama el mecanismo más aceptado de comunicación neuronal que permite la integración de las ensamblajes (Rodríguez et al. 1999, Womelsdorf et al. 2007). Por esta razón, es necesario contar con técnicas para evaluar la conectividad funcional entre regiones (Quian et al. 2002, David et al. 2004). Existen también métodos que permiten estimar relaciones causales, como el flujo de información y la causalidad *granger*, que han servido para identificar patrones neuronales metaestables (Brovelli et al. 2004).

La impresión que tenemos de continuidad se debe a la rápida sucesión de estos patrones, a la manera de cuadros cinematográficos. Es gracias a esta rica dinámica que distintas regiones del cerebro pueden interactuar, procesando información de los sentidos, relacionándola con eventos pasados, imaginando el futuro. La integración y sincronización es tan importante como la desincronización e inestabilidad. Este, de hecho, será el punto crucial que nos permitirá distinguir más adelante entre la electricidad muscular y neuronal.

1.6. Correlativos neuronales de la conciencia

Discutir sobre funciones cognitivas de alto nivel como la atención y la conceptualización nos lleva de manera natural a hablar de la conciencia. Como dicen Francis Crick y Christof Koch, el aspecto más difícil de la conciencia es el llamado “problema duro” (Crick & Koch 2003): nadie ha producido una explicación plausible sobre como la experiencia -lo rojo del rojo- surge del cerebro. No hay duda que existe un enorme salto explicativo entre corrientes eléctricas, asambleas celulares y redes complejas por un lado, y la experiencia conciente -lo doloroso del dolor- por el otro.

La conciencia es un fenómeno natural, parte del universo como lo son las estrellas y las ranas, y por lo tanto debe ser posible estudiarla científicamente (Zelazo et al. 2007, Velmans & Schneider 2007). En la discusión científica de la conciencia se deben evitar causas sobrenaturales o fuerzas dualistas, pero quizá el electromagnetismo clásico y los sistemas complejos no constituyan un marco suficientemente amplio (Hut et al. 2000). Algunos sugieren que la física cuántica será importante en nuestra futura comprensión de la conciencia (Schwartz et al. 2005, Wallace 2007), pero esto es objeto de fuerte crítica (Koch & Hepp 2006, Rosa & Faber 2004) ya que el cerebro es un sistema a alta temperatura que interactúa fuertemente con el ambiente, lo que elimina todo efecto cuántico macroscópico. De cualquier manera, las técnicas de imagenología cerebral nos permiten hacer preguntas científicas e investigar lo que Crick y Koch prefieren llamar *correlativos neuronales de la conciencia*.

Los patrones neuronales metaestables son los correlativos neuronales de la conciencia más aceptados (Cosmelli et al. 2007), y hay experimentos muy interesantes que apoyan esto (Cosmelli et al. 2004), por ejemplo usando percepción biestable -cuando el cerebro transita entre dos maneras de percibir aun cuando el estímulo físico es constante. Algunos investigadores han propuesto teorías cuantitativas de la conciencia (Seth et al. 2006), basados en el nivel de complejidad de la red neuronal. Un ejemplo es la teoría de Giulio Tononi, que establece la cantidad de conciencia Φ con una medida de integración de la información (Tononi 2004). Esta teoría predice que la cantidad Φ disminuirá en estados inconcientes, y esto en efecto sucede en sueño (Massimini et al. 2005) y anestesia (Lee et al. 2007). Aunque la teoría es muy controversial y probablemente trivial (Seth et al. 2006), es un primer paso, como dio Tales cuando habló del agua.

1.7. Neurofenomenología

La conciencia, los pensamientos y demás fenómenos mentales sólo pueden accederse directamente a través de la percepción mental. Si sólo tuviéramos a nuestra disposición amperímetros y demás, la conciencia sería un fenómeno prácticamente inexistente. Sin embargo la conciencia está presente en cada instante de nuestras vidas, y es de hecho nuestra ventana al mundo, el instrumento con el que exploramos todos los demás fenómenos en la naturaleza.

Si vemos la conciencia como fenómeno emergente con sus propias leyes y dinámica es importante explorarla directamente y analizar el juego de los eventos mentales. Quedarnos en el nivel de disparo neuronal y de patrones electromagnéticos sería equivalente a estudiar la vida como simples configuraciones atómicas, sin reconocer que hay una fenomenología propia del nuevo nivel de organización.

William James, uno de los padres de la psicología occidental, consideraba que el estudio de la mente debía ser guiado por tres principios: el comportamiento, la anatomía y funcionamiento cerebral, y la introspección, poniendo especial énfasis en este último (James 1950, capítulo VII). En las neurociencias modernas, el comportamiento y sus correlativos anatómicos y funcionales son las únicas modalidades de estudio. La razón de esto es que la introspección es difícil y falible. Desde los inicios de la psicología occidental fue claro que la observación subjetiva de la mente hace muy difícil la reproducibilidad y universalidad requerida por el método científico. Algunos consideran, sin embargo, que un uso sistemático y confiable de la introspección no es imposible (Wallace 2006b).

A lo largo de la historia, individuos pertenecientes a distintas tradiciones contemplativas -cristianas, budistas, hinduistas, sufi, entre otras- han desarrollado con espíritu inquisitivo técnicas rigurosas de exploración mental, aunque lamentablemente con frecuencia el ala dogmática y fundamentalista de estas religiones ha suprimido este tipo de investigación. Estos individuos han entendido que para hacer observaciones rigurosas de los fenómenos mentales es crucial cultivar una atención de alta resolución estable y vívida, lo que los budistas llaman *samadhi*. Tal calidad en la atención es a la investigación introspectiva de los fenómenos mentales lo que el telescopio es a la investigación de los fenómenos celestes (Wallace 2006a).

Esta es una propuesta que por sus importantes implicaciones no debe ser descartada de tajo, sino puesta bajo riguroso escrutinio científico. Considerar de inicio que la introspección es imposible e inútil es caer en un dogmatismo

similar al que ha llevado a diversas religiones a alejarse del empirismo, y lleva a la errónea conclusión de que el fenómeno de la conciencia es del todo inaccesible a la ciencia y por lo tanto inexistente en el mundo natural.

El reconocimiento de la importancia de la introspección no es exclusivo de las tradiciones contemplativas o de la historia antigua de la psicología, pues en las neurociencias contemporáneas hay un creciente interés por aplicar estas metodologías. En particular Francisco Varela (Varela 1996) propone un programa de investigación que denomina “neurofenomenología”, inspirado por la fenomenología de Edmund Husserl (Petitot et al. 2000), que puede entenderse como “el proyecto de proveer una caracterización disciplinada de los invariantes fenoménicos de la experiencia vivida” (Lutz & Thompson 2003). La neurofenomenología propone como método el recolectar reportes de la experiencia en primera persona usando sujetos capaces de explorar los fenómenos mentales de manera disciplinada y sistemática. Estos reportes se usarían después para revelar aspectos de los datos neurofisiológicos. Así, la neurodinámica se beneficiaría mucho de estos reportes pues ofrecerían luz sobre la relevancia y significado de los patrones encontrados.

El entrenamiento sistemático de la atención y la utilización de métodos de primera persona que incrementen la sensibilidad a la propia experiencia mental en varias escalas temporales es crucial para esta empresa. La neurofenomenología tiene seguidores (Lutz 2002) y críticos (Bayne 2004). En esta tesis se explora la posibilidad de que expertos en meditación budista (ver capítulo 4) reconozcan aspectos de la dinámica cerebral con métodos introspectivos.

1.8. Meditación

En el contexto del budismo, la meditación se entiende como un instrumento para transformar a la mente, familiarizándola con distintos procesos. Existen diversos tipos de meditaciones, que tienen distintos objetivos. Algunas técnicas están diseñadas para entrenar la atención y hacer de la mente un instrumento fiable de investigación. Estas técnicas reciben el nombre de *shamata* o *atención unipuntual* (Wallace 2006a). Otras tienen como objetivo el llegar a comprender mejor el funcionamiento de la mente, cómo y por qué emergen momento a momento las distintas emociones y pensamientos (Rabten n.d.). Esta categoría de prácticas se conoce como *vipashana* o *visión especial*, y utiliza la atención unipuntual como herramienta fundamen-

tal. También hay meditaciones cuyo objetivo es tener una vida emocional sana y balanceada. En este contexto se usan metodologías para incrementar la empatía y compasión que sentimos hacia otras personas o animales (Shantideva 2006).

El estudio moderno se ha enfocado en aspectos cognitivos y emocionales, aunque también se han observado cambios fisiológicos, ya que el estado mental influye en el corporal (tensión muscular, respiración, frecuencia cardiaca, etc). Se ha reportado que la meditación tiene efectos en la calidad de la atención (Slagter et al. 2007), en el sistema inmunológico (Davidson et al. 2003), y en el grosor de la corteza cerebral (Lazar et al. 2005), indicando neuroplasticidad. Para una revisión ver (Lutz et al. 2007).

Capítulo 2

Sincronización de fase

En este capítulo comenzaremos desarrollando las herramientas matemáticas que nos permitirán analizar la dinámica del electroencefalograma. En la primera sección nos enfocaremos en un sencillo modelo teórico que muestra cómo un oscilador puede sincronizarse con una fuerza externa. La segunda sección define el concepto de representación analítica de una oscilación, usando la transformada de Hilbert, lo que permitirá extraer su fase y amplitud instantáneas. Después presentaremos un ejemplo usando un oscilador de van der Pol forzado. Extenderemos luego estos conceptos a osciladores caóticos y con ruido y aplicaremos las herramientas desarrolladas al análisis de dos osciladores de Rössler acoplados.

2.1. Un modelo

Por sincronización de fase entendemos (Rosenblum et al. 2001) el ajuste de las frecuencias de dos o más osciladores debido a interacciones débiles entre ellos. Este efecto también se conoce como *enganchamiento de fase* (*phase locking*), y encuentra aplicaciones en el estudio de una amplia gama de fenómenos en la naturaleza. El primer reporte que se tiene es de Huygens (Huygens 1673), cuando estudió el enganchamiento de fase de dos relojes de péndulo colgando de la misma pared.

Para ejemplificar, siguiendo a Pikovsky et al. (2000), veremos el caso de sincronización de un oscilador con una fuerza periódica que lo perturba. Consideremos un sistema de ecuaciones diferenciales M -dimensional ($M \geq 2$)

disipativo y autónomo

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{f}(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_M) \quad (2.1)$$

y supongamos que tiene una solución periódica estable (con periodo T_0), es decir, un ciclo límite que representa la oscilación autosostenida¹. Para describir el movimiento introducimos la fase ϕ como coordenada a lo largo del ciclo límite, definiéndola de tal forma que cumpla con

$$\frac{d\phi(\mathbf{x})}{dt} = \omega_0, \quad (2.2)$$

donde $\omega_0 = 2\pi/T_0$. Notemos que empezando por cualquier variable de fase monótonamente creciente que obedezca $d\theta/dt = \nu(\theta)$ con $\nu(\theta + 2\pi) = \nu(\theta)$, se puede introducir la fase que satisface 2.2, con el cambio de variable $\phi = \omega_0 \int_0^\theta [\nu(\sigma)]^{-1} d\sigma$, con $2\pi = \omega_0 \int_0^{2\pi} [\nu(\sigma)]^{-1} d\sigma$. Como la derivada es constante (ec. 2.2), la coordenada de fase corresponde al exponente de Lyapunov cero, pues una perturbación en esta dirección no decrece ni incrementa con el tiempo.

Ahora consideramos el efecto de una perturbación periódica pequeña. Describimos al sistema forzado con las ecuaciones

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \epsilon \mathbf{p}(\mathbf{x}, t), \quad (2.3)$$

donde la fuerza $\epsilon \mathbf{p}(\mathbf{x}, t) = \epsilon \mathbf{p}(\mathbf{x}, t + T)$ tiene periodo T y es proporcional al parámetro de acoplamiento ϵ , del cual sólo consideraremos efectos a primer orden. La fuerza externa desvía a la trayectoria del ciclo límite, pero debido a que es muy pequeña y a que el ciclo es estable, la solución permanece en una vecindad de la original $\mathbf{x}_0(t)$. Por lo tanto, el efecto de la perturbación en las direcciones transversales al ciclo es pequeño², mientras que no es así para la fase, que puede ser afectada considerablemente por la fuerza externa. Para resolver este sistema con una aproximación perturbativa, es necesario introducir la variable de fase en una vecindad del ciclo límite. Para esto (ver (Guckenheimer 1975)) consideremos el mapeo Φ definido como

$$\mathbf{x}(t) \rightarrow \mathbf{x}(t + T_0) \equiv \Phi(\mathbf{x}).$$

¹Distinta de las soluciones periódicas encontradas en sistemas conservativos, que típicamente no están aisladas ni son atractivas.

²Si el sistema es bidimensional, se podría llamar a la coordenada transversal *amplitud*. Sin embargo, para sistemas de dimensión mayor esta definición es ambigua.

Todos los puntos del ciclo límite son puntos fijos de Φ , mientras que los de la vecindad son atraídos hacia ellos. Tomemos un punto \mathbf{x}^* en el ciclo límite y consideremos aquellos en la vecindad que son atraídos a él bajo la acción de Φ . Estos forman una variedad de dimensión $M-1$ llamada *isócrona*. Podemos así extender la definición de fase a la vecindad del ciclo límite haciéndola constante en cada isócrona. Una vez hecho esto, tenemos que la fase ϕ es una función suave de las coordenadas \mathbf{x} , y usando 2.1 podemos reescribir 2.2 como

$$\omega_0 = \frac{d\phi(\mathbf{x})}{dt} = \sum_k \frac{\partial\phi}{\partial x_k} \frac{\partial x_k}{\partial t} = \sum_k \frac{\partial\phi}{\partial x_k} f_k(\mathbf{x}). \quad (2.4)$$

Utilizando esta definición ‘no perturbada’ de la fase, encontramos para el sistema perturbado 2.3

$$\frac{d\phi(\mathbf{x})}{dt} = \sum_k \frac{\partial\phi}{\partial x_k} (f_k(\mathbf{x}) + \epsilon p_k(\mathbf{x}, t)) = \omega_0 + \epsilon \sum_k \frac{\partial\phi}{\partial x_k} p_k(\mathbf{x}, t). \quad (2.5)$$

El segundo término en el lado derecho de 2.5 es pequeño y las desviaciones de \mathbf{x} del ciclo límite son también pequeñas, por lo que podemos escribir

$$\frac{d\phi(\mathbf{x})}{dt} = \omega_0 + \epsilon \sum_k \frac{\partial\phi(\mathbf{x}_0)}{\partial x_k} p_k(\mathbf{x}_0, t).$$

Con esto llegamos a una ecuación cerrada para la fase:

$$\frac{d\phi}{dt} = \omega_0 + \epsilon Q(\phi, t), \quad (2.6)$$

donde Q es una función de periodo 2π en ϕ y de periodo T en t .

$$Q(\phi, t) = \sum_k \frac{\partial\phi(\mathbf{x}_0(\phi))}{\partial x_k} p_k(\mathbf{x}_0(\phi), t).$$

En la aproximación a orden cero, cuando despreciamos la fuerza externa, la ecuación 2.6 tiene soluciones

$$\phi = \omega_0 t + \phi_0. \quad (2.7)$$

Utilizando el hecho de que Q es periódica, escribámosla en serie de Fourier

$$Q(\phi, t) = \sum_{l,k} a_{l,k} e^{ik\phi + il\omega t},$$

donde $\omega = 2\pi/T$ es la frecuencia de la fuerza externa. Sustituyendo 2.7 encontramos

$$Q(\phi, t) = \sum_{l,k} a_{l,k} e^{ik\phi_0} e^{i(k\omega_0 + l\omega)t}.$$

Vemos que los términos lentos de la función Q son aquellos que satisfacen la condición de resonancia

$$k\omega_0 + l\omega \approx 0.$$

Estos son los más importantes para la dinámica, pues los términos rápidos (comparados con la escala de tiempo $1/\epsilon$) se promediarán a cero. Para encontrar lo esencial despreciaremos los términos rápidos y nos quedaremos solamente con los resonantes. Si la relación entre la frecuencia natural del oscilador y la de la fuerza externa es

$$\omega \approx \frac{m}{n}\omega_0,$$

con m y n primos relativos, los términos resonantes tendrán la forma $e^{i(jm\omega_0 - jn\omega)t}$, por lo que su suma será

$$\sum_{l=-nj, k=mj} a_{l,k} e^{ik\phi + il\omega t} = \sum_j a_{-nj, mj} e^{ij(m\phi + n\omega t)} \equiv q(m\phi - n\omega t).$$

donde q tiene periodo 2π .

Así, la ecuación para la fase toma la forma

$$\frac{d\phi}{dt} = \omega_0 + \epsilon q(m\phi - n\omega t).$$

Al definir la diferencia (generalizada) de fases como

$$\psi = m\phi - n\omega t,$$

obtenemos

$$\frac{d\psi}{dt} = -\nu + \epsilon m q(\psi), \quad (2.8)$$

con $\nu = n\omega - m\omega_0$. La dinámica de la fase en esta aproximación ha sido así reducida a una ecuación diferencial de primer orden autónoma, por lo que estamos en posición de entender cualitativamente el régimen de sincronización. Habrá sincronización cuando la diferencia de fases ψ permanezca constante.

Debido a que q es una función continua y periódica, alcanza sus valores máximo y mínimo en el intervalo $[0, 2\pi)$, por lo que si

$$\epsilon m q_{\text{mín}} < \nu < \epsilon m q_{\text{máx}}, \quad (2.9)$$

habrá al menos un par de soluciones estacionarias para ψ , haciendo que ψ sea una constante ψ_s . En general estas soluciones estacionarias aparecerán en pares (estable e inestable) dependiendo del número de máximos y mínimos de q . Para la fase ϕ esto significa que rota con la frecuencia de la fuerza externa:

$$\phi(t) = \frac{n}{m}\omega t + \psi_s,$$

y este es precisamente el *régimen de sincronización*, que existe dentro del dominio 2.9 en el espacio de parámetros (ν, ϵ) , llamado *región de sincronización*. La figura 2.1a muestra esquemáticamente estas regiones de sincronización para distintas relaciones n:m. Debido a su forma, y en honor al matemático ruso Vladimir Arnold que las describió en el contexto del mapeo del círculo, reciben el nombre de *lenguas de Arnold*. La figura 2.1b muestra el comportamiento de $\frac{d\phi}{dt} \equiv \Omega$ para un valor fijo de ϵ .

En el tratamiento analítico de la ecuación 2.6 hemos despreciado los términos no resonantes. Con estos términos, la diferencia de fases no es exactamente constante, sino oscilante, y la condición de sincronización debe escribirse en la forma

$$|n\phi(t) - m\omega t - \delta| < \text{cte}. \quad (2.10)$$

La situación es similar cuando en lugar de tratar con un oscilador forzado tratamos con dos osciladores acoplados. En este caso la **condición de sincronización n:m** se escribe

$$|\mathbf{n}\phi_1(\mathbf{t}) - \mathbf{m}\phi_2(\mathbf{t}) - \delta| < \text{cte}, \quad (2.11)$$

con δ una fase relativa, o en términos de las frecuencias,

$$n\omega_1 = m\omega_2,$$

donde

$$\omega_{1,2} \equiv \left\langle \frac{d\phi_{1,2}}{dt} \right\rangle.$$

Enfatizamos que la diferencia de fases

$$\psi = n\phi_1(t) - m\phi_2(t) \quad (2.12)$$

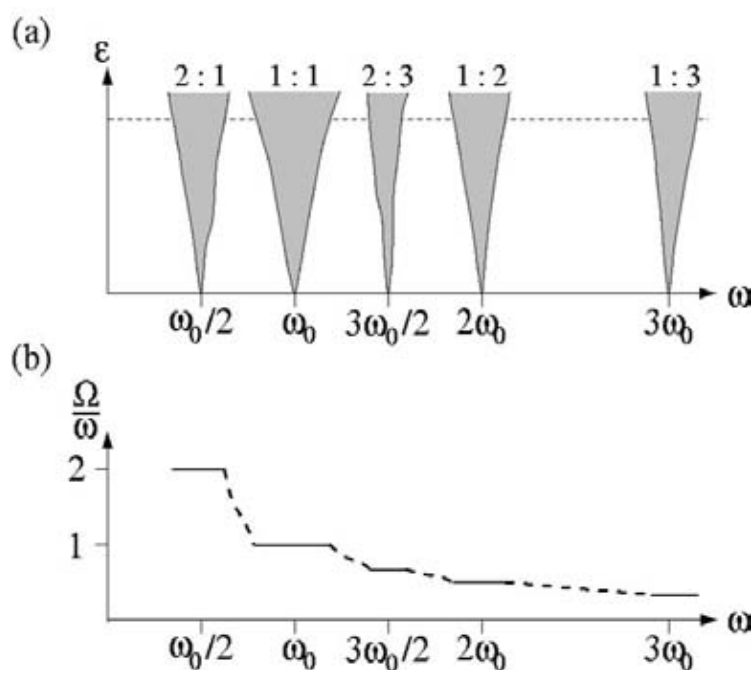


Figura 2.1: a) Algunas lenguas de Arnold en el espacio de parámetros (ϵ, ω) .
 b) Frecuencia del sistema forzado para el valor ϵ mostrado en a).

no tiene que ser constante, sino que oscila alrededor de un valor δ . En la sección 2.3 se ejemplificará con un oscilador de van der Pol forzado, y en la sección 2.5 se tratará el caso de dos osciladores de Rössler acoplados.

El análisis que hemos aquí llevado a cabo es la aproximación más sencilla al problema de la sincronización, y se hizo con la intención de introducir los conceptos relevantes. Debido a que el objetivo de esta tesis es el análisis de series de tiempo en neurociencias no proseguiremos con el análisis teórico de modelos cada vez más elaborados. Para esto referimos al lector a la bibliografía. En esta sección definimos la fase ϕ con la construcción teórica de las isócronas. Sin embargo, en datos reales esto no es trivial. La sección 2.2 tiene como objetivo aplicar estos conceptos para encontrar sincronización en datos experimentales.

2.2. Representación analítica de una oscilación

Un concepto muy útil en el estudio de oscilaciones es el de representación analítica (Pikovsky et al. 2002, Bracewell 1986), que para una señal real $x(t)$ se define como

$$s(t) \equiv x(t) + i\hat{x}(t), \quad (2.13)$$

donde \hat{x} es la transformada de Hilbert de $x(t)$, que es su convolución³ con $h(t) = -1/(\pi t)$:

$$\hat{x}(t) \equiv x * h = \int_{-\infty}^{-\infty} x(\tau) \cdot h(t - \tau) d\tau.$$

Si denotamos con \mathcal{F} al operador de transformada de Fourier, el teorema de la convolución (Bracewell 1986) establece que

$$\mathcal{F}\{\hat{x}(t)\} = \mathcal{F}\{x * h\} = \mathcal{F}\{x(t)\} \cdot \mathcal{F}\{h(t)\},$$

³Debido al núcleo, esta integral se toma en el sentido del Valor Principal de Cauchy. Puede demostrarse que si $x \in L^p(\mathbb{R}) \Rightarrow \hat{x} \in L^p(\mathbb{R})$.

por lo que calculando la transformada de Fourier de $h(t)$ encontramos

$$\begin{aligned}\mathcal{F}\{h(t), t, \omega\} &= i - 2i \text{Heaviside}(\omega) = \begin{cases} i & \text{si } \omega < 0 \\ -i & \text{si } \omega > 0 \end{cases} \\ \Rightarrow \mathcal{F}\{\hat{x}(t)\} &= \mathcal{F}\{x(t)\} \cdot \begin{cases} e^{i\frac{\pi}{2}} & \text{si } \omega < 0 \\ e^{-i\frac{\pi}{2}} & \text{si } \omega > 0 \end{cases}.\end{aligned}$$

Esto implica⁴ que $\hat{x}(t)$ es equivalente a $x(t)$ pero con todas sus componentes de Fourier desfasadas un ángulo de $\frac{\pi}{2}$ radianes. Esta propiedad permite el cálculo eficiente de la transformada de Hilbert. El ejemplo más sencillo es calcular la representación analítica de una señal sinusoidal con amplitud A :

$$\begin{aligned}x(t) &= A \cos(\omega t) = A\left(\frac{1}{2}e^{-it\omega} + \frac{1}{2}e^{it\omega}\right) \\ \Rightarrow \hat{x}(t) &= A\left(\frac{1}{2}e^{-it\omega+i\frac{\pi}{2}} + \frac{1}{2}e^{it\omega-i\frac{\pi}{2}}\right) = A \sin(\omega t) \\ \Rightarrow s(t) &= x(t) + i\hat{x}(t) = A \cos(\omega t) + iA \sin(\omega t) = Ae^{i\omega t},\end{aligned}$$

que es el círculo de radio A en el plano complejo. Con esta herramienta podemos definir la fase, la frecuencia instantánea y la amplitud de una oscilación con pequeño ancho de banda. Así, si s es la representación analítica de x , definimos la fase $\phi(t) \equiv \arctan\left(\frac{\text{Im}(s(t))}{\text{Re}(s(t))}\right)$, la frecuencia $\omega(t) \equiv \phi'(t)$ y la amplitud $A(t) \equiv |s(t)|$. La fase ϕ puede según convenga estar en el intervalo $(-\pi, \pi]$ o en la recta real guardando información sobre la historia de la oscilación. En la figura 2.2 se presenta un sencillo ejemplo con la suma de oscilaciones sinusoidales. Notamos como la amplitud instantánea (línea gruesa) es la envolvente de la oscilación y la fase aumenta linealmente en el tiempo.

2.3. Oscilador de van der Pol forzado

El primer ejemplo de sincronización que daremos será el de un oscilador de van der Pol forzado con frecuencia natural cercana a ω que obedece la

⁴La componente de frecuencia cero no influye ya que la transformada de Hilbert de una constante es cero pues la integral se toma en el sentido del valor principal de Cauchy, y $P.V. \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{x} dx = 0$.

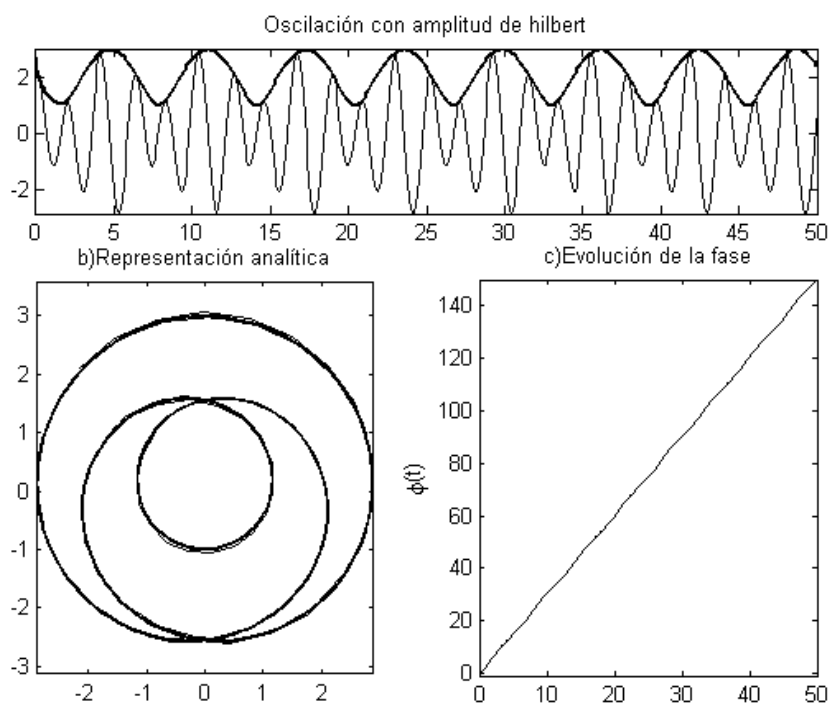


Figura 2.2: $x(t) = \text{sen}(2t) + 2 \cos(3t)$ a) La oscilación y su amplitud, b) la representación analítica en el plano complejo, c) la evolución de la fase en el tiempo sin tomar módulo 2π .

ecuación 2.14, donde ν es la frecuencia de forzamiento y ϵ el parámetro de acoplamiento. Para simplificar fijaremos los valores de ω y μ .

$$\frac{d^2}{dt^2}x - \mu(1 - x^2)\frac{d}{dt}x + (\omega - \epsilon \operatorname{sen}(\nu t))^2 x = 0 \quad (2.14)$$

$$\omega = 1; \mu = 1$$

Con el objetivo de hallar sincronización 1:3, siguiendo a Rosenblum et al. (2001), escogeremos $\nu = 0,307$. La figura 2.3 muestra el caso con $\epsilon = 0,1$, y notamos que para estos valores de los parámetros no hay sincronización en el sentido de la condición 2.10 pues la diferencia $\phi(t) - 3\nu t$ aumenta en el tiempo. Por el contrario, en la figura 2.4 observamos que aumentar el acoplamiento a $\epsilon = 0,6$ hace que $\phi(t) - 3\nu t$ permanezca acotado, lo que implica enganchamiento de fase. Notemos que debido a los términos no resonantes la diferencia de fases oscila alrededor de un valor constante.

La figura 2.5 muestra la región de sincronización de la ecuación 2.14 en el espacio de parámetros $\epsilon \in [0, 1], \nu \in [0, 1]$.

2.4. Sincronización en osciladores con ruido.

Cuando tratamos con osciladores con ruido, la condición de sincronización 2.11 no llega a cumplirse debido a los llamados “resbalones de fase” (*phase slips*). Como se ilustrará en la figura 2.7, este fenómeno se da cuando la diferencia generalizada de fases 2.12 es constante por un intervalo de tiempo, pero repentinamente los osciladores se desfasan por un ángulo de 2π . Entender esto es sencillo si modelamos la dinámica modificando la ecuación 2.8 para crear la ecuación de Langevin

$$\frac{d\psi}{dt} = -\nu + \epsilon m q(\psi) + \xi(\sigma, t) \quad (2.15)$$

donde ξ es un término de ruido de amplitud σ . Es conveniente interpretar esta ecuación como una caminata aleatoria sobreamortiguada de una partícula en un potencial unidimensional⁵. Como se muestra en la figura 2.6, la dinámica

⁵En nuestro caso podemos definir $V(\psi) = \nu\psi - \epsilon m \int q(y)dy$. Una partícula amortiguada obedece generalmente una ecuación de la forma $m \frac{d^2x}{dt^2} + \gamma \frac{dx}{dt} + \frac{dV}{dx} = 0$. Cuando $\gamma \rightarrow \infty$, el primer término puede despreciarse y si sumamos ξ , obtenemos una ecuación de la forma 2.15.

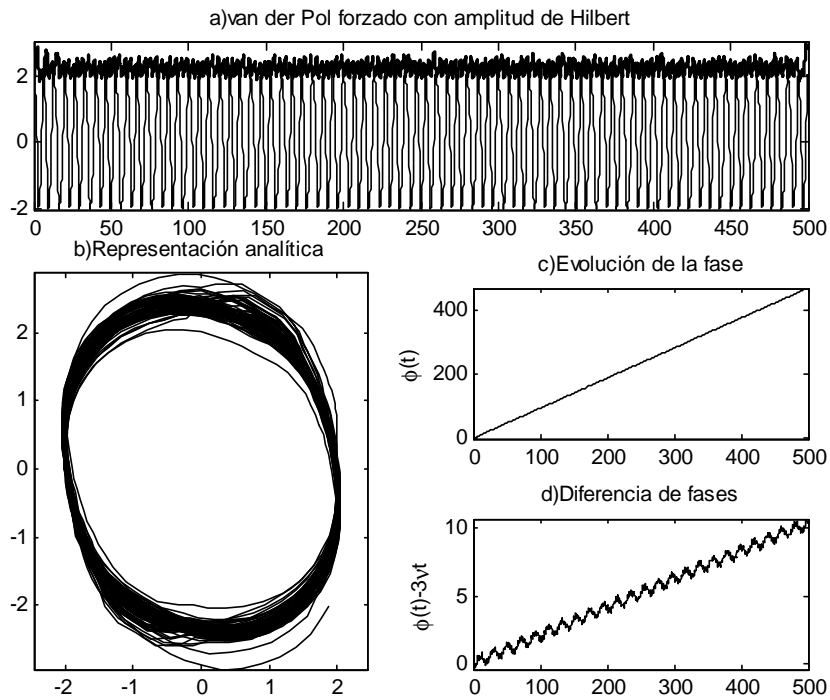


Figura 2.3: Oscilador de van der Pol forzado siguiendo la ecuación 2.14 con $\nu = 0,307$ y $\epsilon = 0,1$. a) Oscilación y amplitud, b) oscilación en el plano complejo, c) fase ϕ , y d) $\phi(t) - 3\nu t$. Concluimos que no hay sincronización 1:3 debido a que $|\phi(t) - 3\nu t| \not\approx cte$

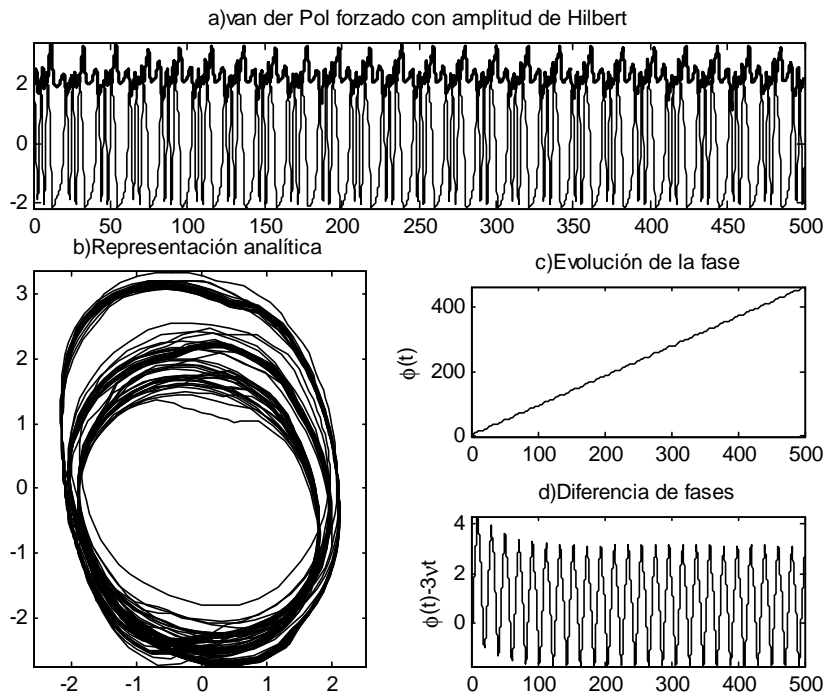


Figura 2.4: Oscilador de van der Pol forzado siguiendo la ecuación 2.14 con $\nu = 0,307$ y $\epsilon = 0,6$. a) Oscilación y amplitud, b) oscilación en el plano complejo, c) fase ϕ , y d) $\phi(t) - 3\nu t$. Concluimos que hay sincronización 1:3 debido a que $|\phi(t) - 3\nu t| < cte$

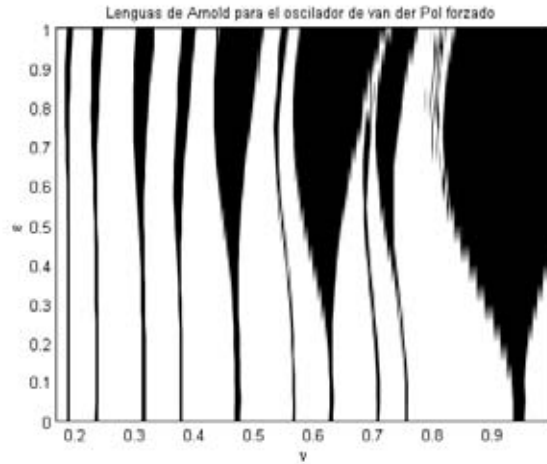


Figura 2.5: Lenguas de Arnold para el oscilador de van der Pol de la ecuación 2.14. Aparecen los regímenes $n:m$ con $n, m \leq 5$. De izquierda a derecha las lenguas corresponden a sincronización 1:5, 1:4, 1:3, 2:5, 1:2, 3:5, 2:3, 3:4, 4:5, 1:1.

puede ser tal que el potencial tenga mínimos locales, lo que implicará que la diferencia de fases permanezca constante durante cierto tiempo. Este será el régimen de sincronización, caracterizado por una distribución de ψ no uniforme en el intervalo $[-\pi, \pi]$.

La figura 2.7 muestra soluciones a la ecuación 2.15 para distintos valores de los parámetros. La curva 1 muestra la dinámica sin acoplamiento ($\epsilon = 0$), lo que resulta en una caminata aleatoria con distribución de ψ uniforme (b). En las curvas 2 y 3 encontramos resbalones de fase. El nivel de sincronización es mayor en 2 que en 3, debido que la primera se generó con ruido de menor amplitud.

Para cuantificar el nivel de sincronización debemos medir qué tan homogénea es la distribución de la diferencia generalizada $\psi \bmod(2\pi)$. Van Quyen et al. (2001) proponen tres aproximaciones a esta cuestión. La primera consiste en el módulo del promedio de los vectores $e^{i\psi(t)}$ sobre un intervalo de tiempo T , y recibe el nombre de Valor de Enganchamiento de Fase (*Phase*

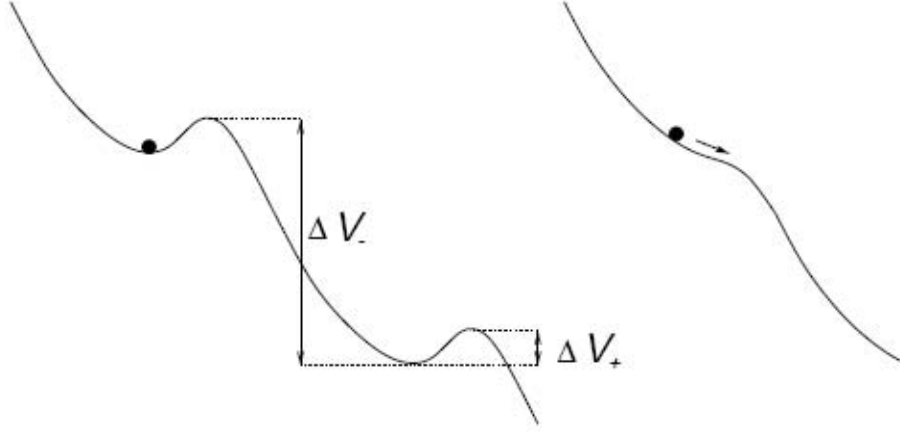


Figura 2.6: La dinámica de fase como una partícula en un potencial con ruido. a) En el régimen de sincronización el potencial tiene un mínimo y la partícula permanece ahí. b) En el régimen no sincronizado no hay estado estacionario. De (Pikovsky et al. 2000).

Locking Value):

$$PLV = \left| \frac{1}{T} \int_0^T e^{i\psi(\tau)} d\tau \right|. \quad (2.16)$$

Toma valores entre 0 (no sincronizado) y 1 (sincronización perfecta).

Una segunda opción es utilizar la entropía de Shannon (también llamada ‘información’) de la distribución de $\psi \bmod(2\pi)$. Dado un sistema con N estados posibles, se define como

$$H = - \sum_{k=1}^N p_k \ln(p_k). \quad (2.17)$$

Para medirla es entonces necesario discretizar el intervalo $[-\pi, \pi]$ en N subintervalos y crear la correspondiente distribución discreta. La entropía de Shannon H es máxima para una distribución homogénea y mínima para una Delta de Dirac, por lo que mide el grado de homogeneidad. Con esto definimos el

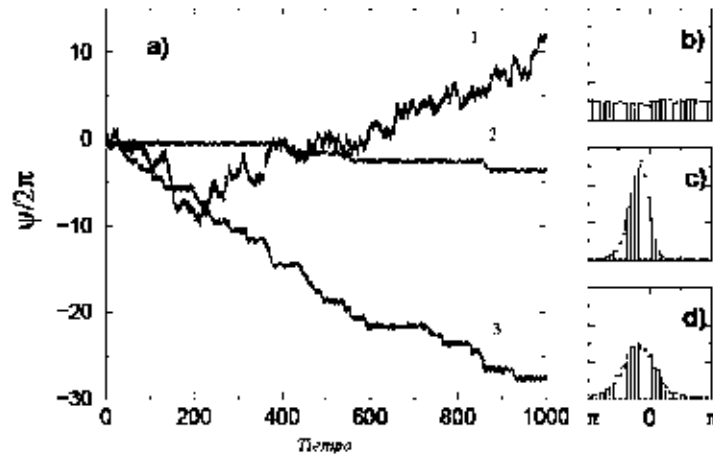


Figura 2.7: a) Dinámica de Langevin para distintos valores de σ y ν de la ecuación 2.15. Curva 1: difusión de la fase en el oscilador con ruido 'libre' ($\epsilon = 0$). Curva 2: σ y ν pequeños, los resbalones son raros. Curva 3: misma ν que en la curva 2, pero más ruido σ ., suceden más resbalones. En b)-d) se muestran los histogramas de la fase modulo 2π para las curvas 1-3 respectivamente. La difusión libre resulta en una distribución homogénea, mientras que mayor sincronización implica mayor inhomogeneidad. Adaptado de (Pikovsky et al. 2000).

índice de sincronización γ

$$\gamma = \frac{(H_{\text{máx}} - H)}{H_{\text{máx}}}, \quad (2.18)$$

que también toma valores en el $[0,1]$. Con una deducción análoga a la utilizada para encontrar la función de partición del ensamble microcanónico, a partir de la definición 2.17 se puede mostrar que H alcanza su máximo en la distribución uniforme y por lo tanto $H_{\text{máx}} = \ln(N)$. Es importante escoger N adecuadamente porque con una muy chica perderemos detalle y con una muy grande el histograma será ralo. El número de subintervalos N óptimo se estima como $N = \exp(0,626 + 0,4\ln(M - 1))$, donde M es el número de datos disponibles (Van Quyen et al. 2001).

La tercera alternativa es utilizar la información mutua entre las fases ϕ_1 y ϕ_2 . La información mutua se puede definir en términos de la entropía de Shannon como

$$I(A, B) = H(A) + H(B) - H(A, B) \quad (2.19)$$

donde $H(A, B)$ es la entropía de la distribución conjunta. Debido a que $I \leq \ln(N) = I_{\text{máx}}$ con N el número de estados en A , podemos definir el índice de sincronización ρ

$$\rho = \frac{I}{I_{\text{máx}}}, \quad (2.20)$$

donde I es la información mutua entre $\phi_1 \bmod 2\pi$ y $\phi_2 \bmod 2\pi$.

Una forma de entender intuitivamente el significado de I es la siguiente. Sean $f_1(t)$ y $f_2(t)$ señales aleatorias descorrelacionadas, entonces $I(f_1, f_2) = \ln(N) + \ln(N) - \ln(N^2) = 0$, mientras que $I(f_1, f_1) = \ln(N) + \ln(N) - \ln(N) = I_{\text{máx}}$. Así, la información mutua $I(A, B)$ se puede interpretar como la cantidad de información que obtenemos de B al hacer una medición en A . Una excelente referencia donde se discuten distintos aspectos del cálculo de la información mutua es (Steuer et al. 2002).

Utilizando simulaciones numéricas y datos de EEG intracraneal, Van Quyen et al. (2001) mostraron que estos tres índices dan prácticamente los mismos resultados. En la siguiente sección ejemplificaremos con el oscilador de Rössler comparando los índices γ y ρ (ecs. 2.18 y 2.20).

2.5. Osciladores de Rössler acoplados.

El atractor de Rössler resulta de la dinámica de las ecuaciones

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= -\omega y - z \\ \frac{dy}{dt} &= \omega x + ay \\ \frac{dz}{dt} &= b + z(x - c)\end{aligned}\tag{2.21}$$

En cierta región del espacio de parámetros la dinámica en el plano XY es como una oscilación alrededor del origen. La amplitud varía de forma caótica mientras que la fase aumenta casi linealmente con el tiempo (ver figura 2.8). En esta sección exploraremos la dinámica de dos osciladores de Rössler acoplados por la componente X siguiendo las ecuaciones

$$\begin{aligned}\frac{dx_{1,2}}{dt} &= -\omega_{1,2}y_{1,2} - z_{1,2} + \epsilon(x_{2,1} - x_{1,2}) \\ \frac{dy_{1,2}}{dt} &= \omega_{1,2}x_{1,2} + 0,15y_{1,2} \\ \frac{dz_{1,2}}{dt} &= 0,2 + z_{1,2}(x_{1,2} - 10) \\ \omega_{1,2} &= 1 \pm \Delta\omega\end{aligned}\tag{2.22}$$

La figura 2.9 muestra las representaciones analíticas de las componentes x, la evolución de las fases y la diferencia de fases para valores de ϵ y $\Delta\omega$ en los que encontramos sincronización. Notemos los resbalones de fase.

Usaremos los índices γ y ρ (ecs. 2.18 y 2.20) para explorar las lenguas de Arnold de este sistema. La figura 2.10 muestra la lengua 1:1, que se detectó examinando la diferencia de fases $\psi = \phi_1 - \phi_2$. Por otro lado, esperamos⁶ encontrar en $\Delta\omega = \frac{1}{3}$ sincronización 1:2. En efecto, en la figura 2.11 mostramos la lengua de sincronización 1:2 detectada usando la diferencia de fases $\psi = \phi_1 - 2\phi_2$.

Es natural preguntarse si las lenguas se intersectan. La figura 2.12 muestra la región en donde esto sucede comparando los índices γ y ρ para sincronización 1:1 y 1:2. Nos damos cuenta de que γ no puede detectar ambas

⁶El valor de $\Delta\omega$ donde esperaríamos encontrar sincronización 1:2 sería tal que $\omega_1 = 2\omega_2$, lo que junto con 2.22 implica $\Delta\omega = 2(\omega_1 - \omega_2) = 2\omega_2 = 2(1 - \Delta\omega) \Rightarrow \Delta\omega = \frac{1}{3}$.

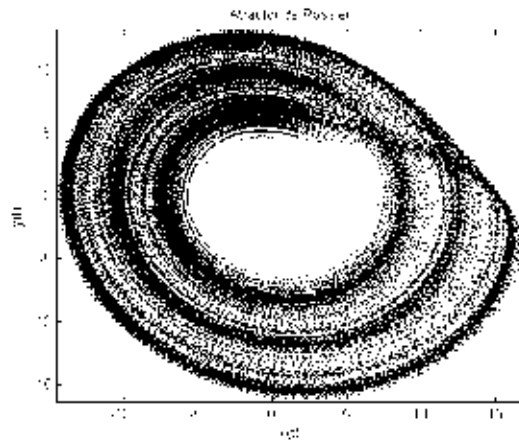


Figura 2.8: Atractor de Rössler proyectado al plano XY. Es la misma solución que el oscilador uno de la figura 2.9. Podemos ver que la representación analítica es relativamente fiel a la forma del atractor.

lenguas a la vez, mientras que ρ , que está basada en la información mutua, sí lo hace. Esto es porque γ necesita que la diferencia de fases sea prácticamente constante, mientras que la información mutua puede detectar relaciones más complejas entre las fases. Simulaciones detalladas muestran que en la frontera entre lenguas el sistema fluctúa entre estados de sincronización 1:1 y estados de sincronización 1:2.

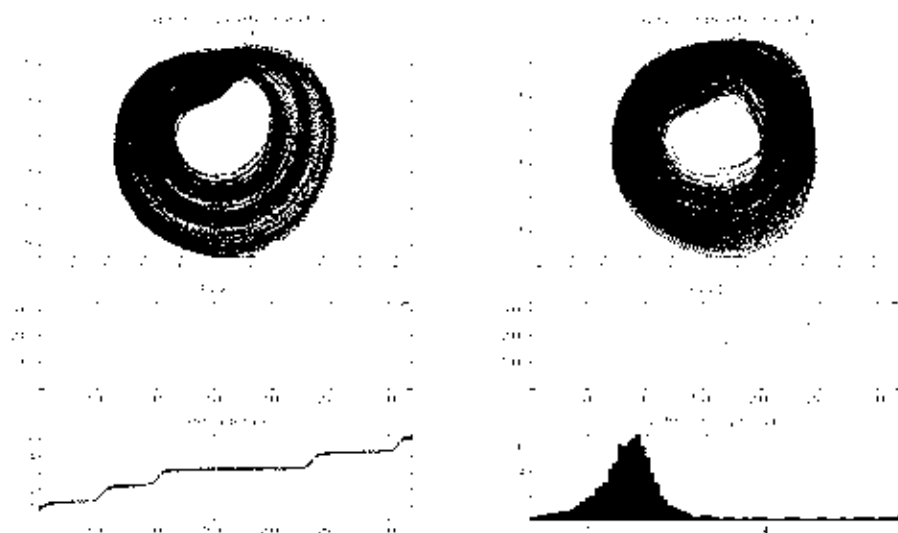


Figura 2.9: Soluciones del sistema 2.22 para valores de los parámetros $\Delta\omega = 0,015$ y $\epsilon = 0,027$. Se muestran las representaciones analíticas de las componentes x , la evolución de sus fases, la evolución de la diferencia de fases (con resbalones), y la distribución de la diferencia de fases en el intervalo $[0, 2\pi]$, haciendo evidente que se trata del régimen de sincronización.

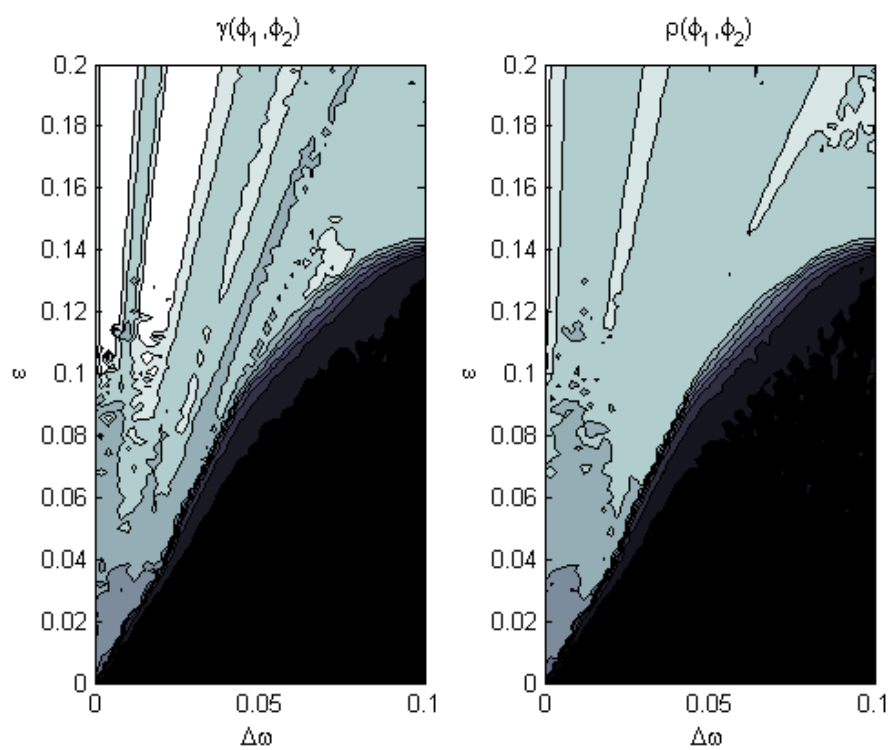


Figura 2.10: Inicio de la lengua de sincronización 1:1 para el sistema 2.22 como lo detectan las medidas γ (basada en la entropía) y ρ (basada en la información mutua).

Capítulo 3

Análisis de Recurrencia

3.1. Conceptos básicos

Una herramienta valiosa para explorar la dinámica de un sistema, y en particular para el análisis de datos experimentales, es la gráfica de recurrencia. Muchos sistemas interesantes regresan a los mismos estados (o casi) una y otra vez, y la estructura de estas recurrencias ofrece mucha información. Para definir el estado del sistema podemos utilizar la reconstrucción del atractor en el espacio fase a partir de una serie de tiempo con el método de Takens (Takens 1981) o, si los datos son multivariados, podemos simplemente codificarlos en un vector $\vec{x}_i \in \mathbb{R}^n$.

Dado un sistema dinámico $\vec{x}_i \in \mathbb{R}^n$, con $i = 1, \dots, N$ el tiempo, construimos la matriz de distancias

$$D_{ij} = \|\vec{x}_i - \vec{x}_j\|. \quad (3.1)$$

Para definirla es necesario escoger una norma apropiada. Las más utilizadas son las normas L_1 (suma de los valores absolutos de las componentes), L_2 (euclidiana) y L_∞ (máximo o supremo de los valores absolutos de las componentes). Esta matriz da información sobre la similitud de distintos estados del sistema a lo largo del tiempo. En particular arroja información sobre las recurrencias. Si entendemos una recurrencia como distar menos que ϵ de un estado anterior, podemos definir la *gráfica de recurrencia* (GR) como la matriz

$$R_{ij} = \Theta(\epsilon - D_{ij}), \quad (3.2)$$

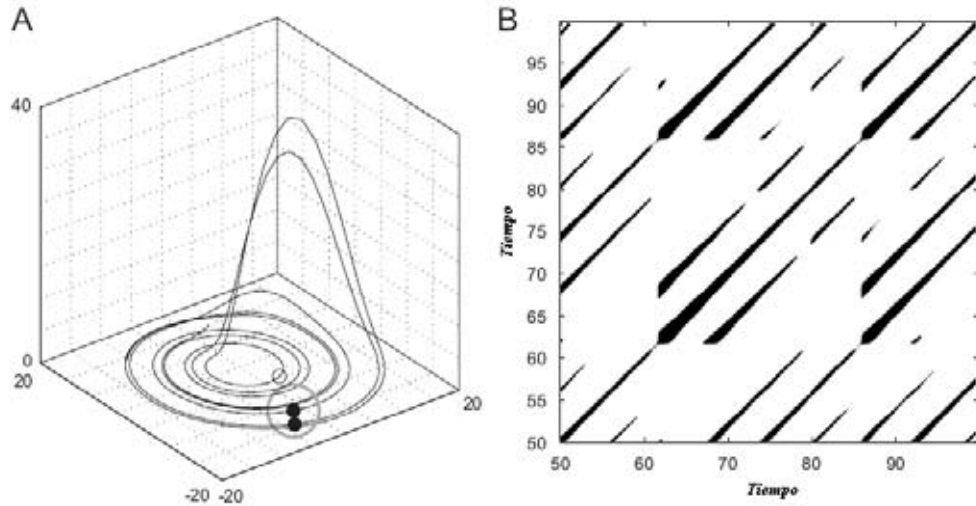


Figura 3.1: Gráfica de recurrencia para el atractor de Rössler: se da una recurrencia (punto negro) cuando la trayectoria visita una vecindad de un estado pasado. Modificado de (Marwan et al. 2007)

donde Θ es la función de Heaviside. Como D , la gráfica de recurrencia es una matriz simétrica. La figura 3.1 muestra un ejemplo de grafica de recurrencia para el atractor de Rössler. Notamos en ella líneas diagonales paralelas separadas por una distancia característica. Esta separación corresponde a la frecuencia natural del oscilador. Las líneas se cortan debido a la naturaleza caótica de la dinámica. Existen muchas modificaciones y extensiones de las gráficas de recurrencia -como las *gráficas de recurrencia cruzada* (*cross recurrence plot*) y las *gráficas de recurrencia conjunta* (*joint recurrence plot*)-, pero en este trabajo utilizaremos la definición dada arriba.

La figura 3.2 muestra la GR de algunos sistemas. Es claro que la estructura de esta matriz arroja información sobre las distintas características de los sistemas analizados.

Para cuantificar estas estructuras utilizamos las distribuciones de puntos y líneas, definiendo distintas cantidades. La medida más simple es la densidad o *tasa de recurrencia* (*recurrence rate RR*)

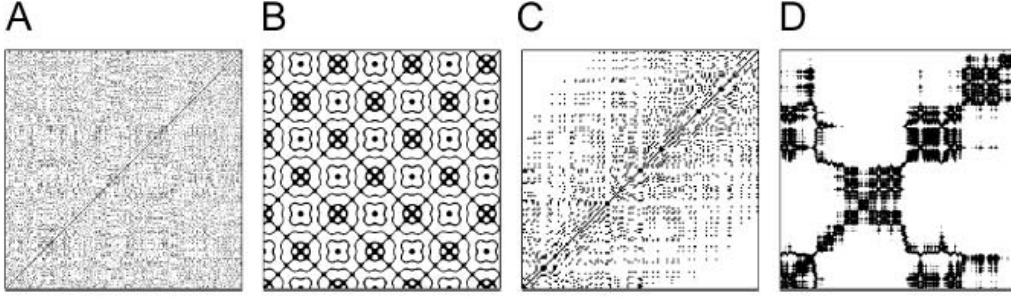


Figura 3.2: Ejemplos de graficas de recurrencia. A) Ruido blanco, B) suma de osciladores armónicos, C) logística con un término de incremento lineal $x_{i+1} = 4x_i(1 - x_i) + 0,01i$, D) movimiento browniano perturbado. Tomado de (Marwan et al. 2007).

$$RR(\epsilon) = \frac{1}{N^2} \sum_{i,j=1}^N R_{ij}(\epsilon). \quad (3.3)$$

También podemos utilizar el histograma de líneas diagonales de longitud l . Contar la cantidad de estas líneas es sencillo con la suma

$$P(\epsilon, l) = \sum_{i,j=1}^N (1 - R_{i-1,j-1}(\epsilon))(1 - R_{i+l,j+l}(\epsilon)) \prod_{k=0}^{l-1} R_{i+k,j+k}(\epsilon). \quad (3.4)$$

La ocurrencia de una línea diagonal implica que el sistema no sólo visitó la misma vecindad del espacio fase, sino que habiendo sucedido esto, evolucionó por la misma trayectoria. Así, las líneas diagonales dan una medida del *determinismo* del sistema, y podemos definir

$$DET = \frac{\sum_{l=l_{\min}}^N lP(\epsilon, l)}{\sum_{l=1}^N lP(\epsilon, l)}, \quad (3.5)$$

donde l_{\min} es la longitud de diagonal mínima que consideramos relevante. Esto es importante porque si la frecuencia de muestreo es muy alta comparada con la velocidad del sistema y con el tamaño de la vecindad, habrá líneas diagonales simplemente porque el sistema no ha salido de la vecindad, y no porque la evolución sea determinista. A este fenómeno de líneas diagonales

espurias se le llama ‘movimiento tangencial’ y también es la causa del grosor de las líneas diagonales en la gráfica de recurrencia (ver figura 3.1).

Otra cantidad útil puede ser la longitud promedio de las líneas diagonales:

$$L = \frac{\sum_{l=l_{\min}}^N lP(\epsilon, l)}{\sum_{l=l_{\min}}^N P(\epsilon, l)}, \quad (3.6)$$

como también lo es la longitud de la diagonal más larga L_{\max} . Mientras más rápido las trayectorias diverjan, más cortas serán las líneas diagonales, por lo que estas medidas están muy relacionadas con los exponentes de Lyapunov del sistema. En particular, con el histograma $P(\epsilon, l)$ se pueden estimar la dimensión de correlación (que es la dimensión fractal del atractor) y la entropía de correlación K_2 , cuya relación con los exponentes de Lyapunov λ es $K_2 \leq \sum_{\lambda_i > 0} \lambda_i$. Sin embargo, debido a la gran cantidad de puntos necesarios para tener una estimación confiable y al hecho que en electroencefalografía se cuenta con segmentos estacionarios de poca duración, no entraremos a los detalles.

La entropía de la distribución de líneas diagonales se calcula con la probabilidad $p(\epsilon, l) = P(\epsilon, l)/N_l$ de encontrar una línea diagonal de longitud exactamente l (con $N_l = \sum_{l \geq l_{\min}} P(l)$), y se define:

$$ENTR = - \sum_{l \geq l_{\min}} p(l) \ln p(l). \quad (3.7)$$

Esta medida refleja la complejidad de la GR con respecto a líneas diagonales.

De manera análoga a lo hecho con líneas diagonales, podemos definir medidas utilizando líneas verticales. Para esto definimos el histograma

$$P(\epsilon, v) = \sum_{i,j=1}^N (1 - R_{ij})(1 - R_{i,j+v}) \prod_{k=0}^{v-1} R_{i,j+k}, \quad (3.8)$$

con lo que de forma similar a la definición de determinismo, calculamos la proporción de puntos que forman estructuras verticales y el conjunto completo de puntos de recurrencia

$$LAM = \frac{\sum_{v=v_{\min}}^N vP(\epsilon, v)}{\sum_{v=1}^N vP(\epsilon, v)}, \quad (3.9)$$

y lo llamamos *laminaridad*. Podemos también definir el *tiempo de atrapamiento* (TT, *trapping time*) como

$$TT = \frac{\sum_{v=v_{\min}}^N vP(\epsilon, v)}{\sum_{v=v_{\min}}^N P(\epsilon, v)}, \quad (3.10)$$

que es una medida del tiempo promedio que el sistema permanece atrapado en alguna vecindad. El *tiempo de recurrencia de tipo 1* (T1) se define como el intervalo promedio de tiempo entre una recurrencia y otra a lo largo de las líneas verticales. T1 será importante en secciones posteriores.

Se ha mostrado que estas medidas tienen la capacidad de detectar transiciones dinámicas del estilo caos-orden o caos-caos (Marwan et al. 2007), por lo que son útiles para la exploración de series de tiempo no estacionarias como las que encontramos en sistemas biológicos. Es claro que los resultados dependerán de manera crucial en los parámetros l_{\min} , v_{\min} , N y ϵ . Los primeros dos deben ser escogidos para que no se refleje el movimiento tangencial, y el tamaño de la gráfica N debe ser tal que los datos sean estacionarios (promedio y varianza relativamente constantes).

Si ϵ se escoge muy pequeño, casi no habrá recurrencias y no podremos aprender nada. Por otro lado, si ϵ es muy grande, casi cualquier punto será vecino de cualquier otro y las recurrencias no reflejarán la estructura de la dinámica. Cuando este umbral es grande, las líneas diagonales aparecen más gruesas y largas de lo que en realidad son. Un criterio heurístico es que el valor escogido sea un porcentaje pequeño del volumen total del espacio fase visitado, algo menor que el 10%. También, con el objetivo de comparar distintos sistemas, podemos escoger ϵ de forma tal que la tasa de recurrencia sea exactamente un valor determinado. Otra estrategia común (Arnhold et al. 1999, Rieke et al. 2002) es modificar ϵ en cada tiempo para que el estado en cada instante tenga un número fijo de vecinos (fixed amount of nearest neighbors, FAN). En nuestro análisis de la dinámica del EEG discutiremos con más detalle distintos criterios para escoger ϵ justificando el utilizado.

3.2. Sincronización Generalizada

Hemos visto cómo la gráfica de recurrencia contiene información relevante y mencionamos también que es posible a partir de ella calcular la dimensión y la entropía de correlación del atractor en cuestión. Añadiendo a esto, una

característica sorprendente de las gráficas de recurrencia, es que bajo ciertas condiciones generales es posible reconstruir una copia homeomorfa del atractor subyacente a partir de la gráfica de recurrencia binaria (Marwan et al. 2007). Esto significa que toda la información topológica está contenida en la gráfica de recurrencia.

La sincronización de fase no es la única forma en que dos sistemas pueden acoplarse. De hecho es obvio que se necesitan osciladores para definir la fase. Se ha mostrado que aún en sistemas donde la fase no se puede definir o son muy distintos (por ejemplo viven en espacios de diferente dimensión y siguen dinámicas distintas), puede encontrarse un tipo de acoplamiento denominado *sincronización generalizada* (Pikovsky et al. 2002) que ocurre cuando existe una función f continua que mapea las trayectorias del atractor \vec{x} al atractor \vec{y} : $\vec{y} = f(\vec{x})$. Hay distintas técnicas para medir este tipo de sincronización (Kocarev & Parlitz 1996, Stam & van Dijk 2002), que se basan en probabilidades condicionales o generalizaciones de la información mutua, pero las gráficas de recurrencia ofrecen una manera sencilla e intuitiva de detectar este tipo de sincronización. A su vez, el concepto de sincronización generalizada nos permite entender mejor la información que ofrece el análisis de recurrencia.

El que exista tal función continua f implica que los atractores son homeomorfos y por lo tanto tendrán una gráfica de recurrencia muy parecida: una recurrencia de uno de ellos implica que sucedió una recurrencia en el otro. Para cuantificar las recurrencias conjuntas se define la *Gráfica de Recurrencia Conjunta* (GRC, o *Joint Recurrence Plot*), como la multiplicación de las gráficas de recurrencia individuales, ya que la nueva matriz tendrá una entrada uno si y sólo si ambas matrices tienen una recurrencia. Formalmente corresponde a una extensión a $\mathbb{R}^{d_x+d_y}$, donde d_x y d_y son las dimensiones del espacio fase de los correspondientes sistemas. La elección de los umbrales ϵ^x y ϵ^y puede hacerse independiente. Es intuitivo por lo tanto definir la GRC como:

$$RC_{i,j}^{x,y}(\epsilon^x, \epsilon^y) = \Theta(\epsilon^x - \|\vec{x}_i - \vec{x}_j\|)\Theta(\epsilon^y - \|\vec{y}_i - \vec{y}_j\|). \quad (3.11)$$

La tasa de recurrencia de esta gráfica se denotará $RR^{x,y}$. Si ambos sistemas son independientes, la probabilidad promedio de una recurrencia conjunta será $RR^{x,y} = RR^x RR^y$. Para cuantificar sincronización generalizada es conveniente utilizar el criterio de tasa de recurrencia fija o número de vecinos cercanos fijo (FAN). En ambos casos la tasa de recurrencia es una constante

$RR^x = RR^y = RR$. Podemos con esto definir el índice de sincronización generalizada

$$S = \frac{RR^{x,y}}{RR}, \quad (3.12)$$

que cuantifica la proporción de las recurrencias que son conjuntas.

En la aplicación que llevaremos a cabo en el capítulo 5, usaremos la tasa de recurrencia como una herramienta fundamental. Trataremos con sistemas en \mathbb{R}^N , donde N es el número de electrodos, y no en un espacio fase. Será importante tener siempre en mente la idea de que la tasa de recurrencia expresa el nivel de acoplamiento entre los electrodos.

Desde que fueron propuestas (Eckmann et al. 1987), las gráficas de recurrencia han sido utilizadas en diversos campos de la ciencia (Marwan et al. 2007). Sin embargo, no son muchas las aplicaciones en electroencefalografía. Recientemente se han reportado resultados sobre epilepsia (Thomasson et al. 2001, Li et al. 2004), anestesia (Huang et al. 2006) y sueño (Song et al. 2004). En estos trabajos se hace uso de medidas como RR y DET para distinguir entre diversos regimenes dinámicos. Sin embargo no es clara la interpretación y lo que realmente está sucediendo en el electroencefalograma. Estos reportes no comparan el análisis de recurrencia con métodos tradicionales, por lo que es posible que estos distintos regimenes dinámicos se deban a cambios transitorios en la potencia, u otros factores. Esperamos que la descripción de la dinámica e interpretación de los resultados que haremos en nuestra aplicación de una imagen clara al lector.

Capítulo 4

Monjes en el laboratorio

4.1. El experimento y objetivos

La meditación, o entrenamiento mental, se define en la tradición budista como el proceso de familiarizarse con estados mentales específicos que conduzcan a cambios cognitivos y emocionales positivos y de largo plazo. Existe mucho escepticismo sobre los efectos reales de la meditación, y muy poco se sabe sobre el tema. Como un paso previo a estudiar la meditación en principiantes, el Waisman Laboratory for Brain Imaging and Behavior de la Universidad de Wisconsin en Madison, bajo la dirección del Dr. Richard Davidson, decidió estudiar practicantes expertos pues los efectos de la meditación serían en estos más claros que en novatos. Se le pidió a un grupo de practicantes budistas avanzados que llevara a cabo una meditación generando lo que se denomina en la tradición como *compasión no referencial*, descrita como “un intenso deseo y disponibilidad de ayudar, reconociendo el sufrimiento de otros y dejando que un estado de benevolencia permee la mente”. En el año 2004 se reportó (Lutz et al. 2004) que durante esta meditación hay un incremento en la potencia gama (30-50 Hz) nunca antes visto en condiciones no patológicas. La figura 4.1 resume esquemáticamente los resultados encontrados, que son por un lado el aumento en la potencia, y por otro la correlación de este aumento con el número de horas de entrenamiento del experto a lo largo de su vida, lo que indica efectos de neuroplasticidad.

Basados en este trabajo del 2004, el estudio en el que está basada esta tesis tiene como objetivo el extender el análisis a otros tipos de meditaciones,

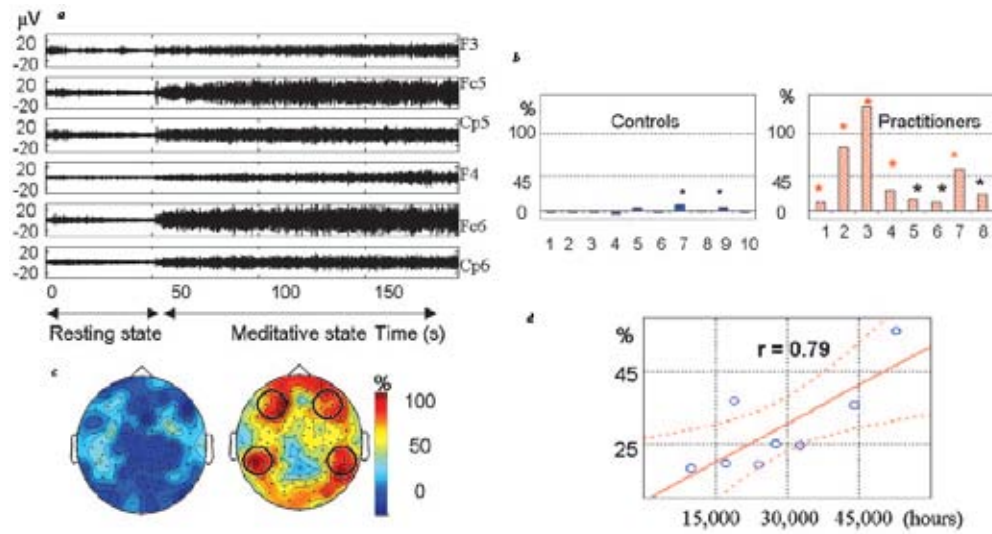


Figura 4.1: a) Electroencefalograma al momento de empezar la meditación. Es notorio el incremento de potencia. b) Incremento de la potencia en gama relativo a la de alfa para distintos controles y practicantes expertos. c) Distribución topográfica del aumento en la amplitud para controles y practicantes expertos. d) Correlación entre el aumento de gama relativo al reposo y el número de horas aproximado en las que el practicante ha meditado. Tomado de (Lutz et al. 2004).

así como analizar de manera más sólida la dinámica del EEG. Se trató con tres tipos distintos de meditación (Lutz et al. 2007). En todas ellas parte de la instrucción es la relajación y estabilidad corporal.

Atención Enfocada (FA) (Tsé-cig Ting-ngé-dzin) Se refiere a un estado en el que la mente se enfoca de manera clara y sin fluctuación sobre un objeto, también es denominada en ocasiones “atención unipuntual”. Hay distintos tipos de objetos de meditación, que pueden ser sensoriales, como un objeto táctil o algo visible en frente del meditador, o mentales como una imagen visualizada. El meditador trata de evitar los dos extremos de la excitación -que causa la distracción- y del hundimiento mental -que provoca falta de claridad-. Aún cuando hay explicaciones detalladas sobre distintas técnicas para este entrenamiento, no es nuestro objetivo extendernos al respecto. Solamente notaremos que se cultivan dos cualidades: una sólida capacidad de concentración clara y relajada, a la vez que la introspección que examina momento a momento cómo es el estado mental con el objetivo de corregirlo si se desvía hacia la excitación o el hundimiento mental.

Presencia Abierta (OP) (Rig-pa Chôg-zhag) Los practicantes de las tradiciones Nyingma y Kagyu del budismo tibetano utilizan esta técnica con el objetivo de encontrar qué es invariante y común a todas las experiencias. Más allá de las diferencias entre objetos sensoriales, se preguntan qué es aquello que permite la cognición. Describen esta característica invariante con nombres como *Rigpa*, “conciencia”, o usando la metáfora de la luz, *Selwa*, o “luminosidad”. Como la supuesta característica invariante entre todos los estados de cognición, *Rigpa* no corresponde a ninguna característica particular de un objeto o momento de percepción, como sería un color, o el estado emocional del sujeto. Así, esta técnica meditativa tiene como objetivo el acceder de forma no conceptual al hecho mismo de *conocer*.

Compasión No Referencial (CO) (Mîg-mé Nying-jé) A diferencia de la Atención Enfocada o la Presencia Abierta, la meditación de la Compasión tiene como objetivo producir un intenso estado emocional de amor bondadoso. Este estado es “no referencial” en el sentido de que no se centra en un objeto en particular, tal como una persona o grupo de personas. Esta meditación tiene la doble tarea de cultivar compasión y ‘atención sin objeto’, es decir, Presencia Abierta. Normalmente se usa

una aproximación secuencial a esta práctica, generando primero compasión y gradualmente introduciendo presencia abierta o viceversa. Las técnicas que se utilizan para generar compasión se basan en aproximaciones conceptuales y razonamientos -tales como reconocer que otro ser sufre y que desea ser feliz tan intensamente como nosotros- por lo que no se puede decir que son no conceptuales. Sin embargo, los meditadores más avanzados no necesitan estas técnicas y pueden ingresar al estado de compasión no referencial directamente.

Las sesiones consistieron en minuto y medio de reposo neutral, diez minutos de meditación, y minuto y medio de reposo al final. De cada tipo de meditación se grabaron dos bloques con esta estructura. Además se pidió a los meditadores que, mientras se medía el EEG, evaluaran en una escala del uno al nueve la “claridad” de su meditación, definida como la percepción subjetiva de la calidad de su estado meditativo. Este reporte subjetivo tiene como propósito, siguiendo las líneas de la neurofenomenología, relacionar los cambios objetivos en la dinámica del EEG con la experiencia subjetiva, para una mejor comprensión de ambos.

La principal crítica con la que el trabajo de 2004 arriba mencionado fue recibido es la posible contaminación del EEG con electricidad muscular. Esto se debe a que el espectro del potencial eléctrico extracraneal cuando el sujeto se mueve o tensa los músculos es de alta potencia en la banda gama. Además, la topografía que se encuentra en la meditación (ver figura 4.1c) puede encontrarse también durante la contracción de músculos frontales. Estas críticas se ven reforzadas por recientes investigaciones (ver sección 1.2) que ponen en tela de duda el que oscilaciones gama neuronales puedan encontrarse en el EEG extracraneal. Para contrastar estos problemas se midió la actividad eléctrica durante la contracción voluntaria de distintos músculos usando los mismos electrodos que en las meditaciones. Se pidió que manteniendo reposo mental sin meditación, fruncieran el ceño (FROWN), que apretaran la mandíbula (JAW) y que abrieran mucho los ojos (WIDE). Este último tipo de control muscular es de particular importancia debido a que estas meditaciones se llevan a cabo con los ojos abiertos. Se midieron treinta segundos de reposo seguidos de un minuto de contracción muscular y se repitieron dos bloques con esta estructura para cada tipo de músculo. Además de músculos y meditaciones se midieron dos bloques de dos minutos de reposo neutral con ojos cerrados (EC) y con ojos abiertos (EO).

4.2. Objetivos

Podemos ahora enumerar los objetivos principales del trabajo:

1. Utilizar sincronización y gráficas de recurrencia para determinar si existen diferencias en la dinámica cerebral entre los estados de reposo y meditación, independientemente del aumento en la amplitud de las oscilaciones.
2. Buscar si hay una diferencia cualitativa entre los estados de meditación y los músculos, con la intención de demostrar que la gran actividad gama encontrada es neuronal.
3. Relacionar estas características dinámicas con el reporte subjetivo de “claridad” del meditador.

4.3. Análisis básico: espectro y autocorrelación.

La figura 4.2 muestra el espectro y las topografías del reposo, las distintas meditaciones y los músculos. Vemos que en efecto el espectro de las meditaciones no es muy distinto al de fruncir el ceño o abrir los ojos. Además la distribución espacial de la potencia es frontal tanto para las meditaciones como para algunos músculos. Esto significa que necesitamos distinciones más sutiles. ¿Será posible que la dinámica de la oscilación, por ejemplo en gama, siga algún patrón reconocible a lo largo del tiempo? Una manera de contestar esta pregunta es usando la función de autocorrelación. Si denotamos con \bar{x} al promedio de $x(t)$, su función de autocorrelación se define como

$$R_x(\tau) = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} (x(t) - \bar{x})(x(t + \tau) - \bar{x})dt}{\int_{-\infty}^{\infty} (x(t) - \bar{x})^2 dt}, \quad (4.1)$$

y es una función par que alcanza su valor máximo en $R_x(0) = 1$. Las funciones periódicas tienen una función de autocorrelación periódica que alcanza el valor 1 cada periodo. Los comportamientos caóticos como el atractor de Rössler tienen funciones de autocorrelación que decrecen paulatinamente hasta un valor de cero. El ruido se caracteriza por perder las correlaciones rápidamente,

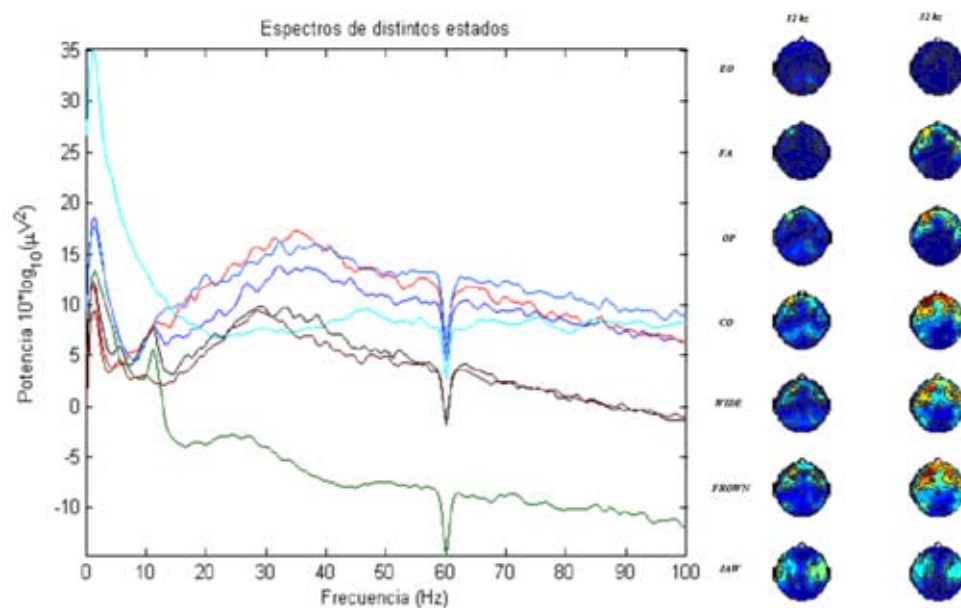


Figura 4.2: Potencia (en dB) de distintas meditaciones y músculos. En la izquierda se muestra el promedio de la potencia entre los distintos electrodos. Reposo (verde), Atención enfocada (café), Presencia abierta (negro), Compasión (rojo), Quijada (azul claro), Ceño (azul), Ojos muy abiertos (azul oscuro). En la derecha la distribución espacial de la potencia para dos frecuencias. La distinción entre músculo y meditación no es clara.

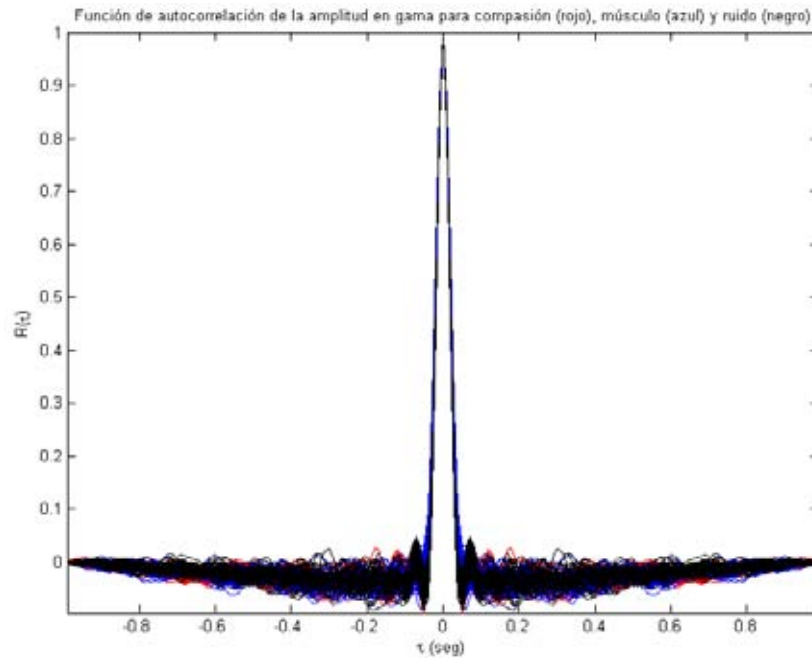


Figura 4.3: Función de autocorrelación de la amplitud en gama (25-45 hz) de compasión (rojo), ojos muy abiertos (azul) y ruido (negro). Distintas líneas son distintos electrodos. Claramente no hay mucha información pues no hay distinción entre meditación, músculos y ruido.

por lo que la función de autocorrelación cae a cero inmediatamente. La figura 4.3 muestra R para la amplitud en gama de compasión, ojos muy abiertos y ruido blanco, promediada sobre un minuto (se tomaron ventanas de 1 segundo, se calculó R para cada una, y se promedió el resultado). El hecho de que la correlación caiga a cero tan rápidamente para los tres casos indica que no hay mucha información en la variación temporal de la amplitud del EEG. En las secciones siguientes nos enfocaremos por lo tanto en relaciones entre electrodos y patrones espaciales.

Capítulo 5

Dinámica del EEG

Este capítulo está dividido en tres secciones principales. En la primera se hace análisis de recurrencia de la topografía, que se obtiene con el valor absoluto de la representación analítica del EEG. La segunda sección complementa a la primera explorando patrones de sincronización usando la fase de la representación analítica. En la tercera sección se presentan las conclusiones de la tesis.

5.1. Recurrencia de la topografía

5.1.1. La topografía

Con el objetivo de explorar la dinámica de los patrones espaciales de activación -topografía-, en esta sección trataremos con la amplitud en una banda de frecuencia determinada (principalmente gama), dejando de lado la información en otras frecuencias y en la fase de la oscilación.

La topografía se define como sigue. Si $\vec{r}(t) \in \mathbb{R}^N$, es la señal de los N electrodos tal como se registra en el experimento, aplicamos el procedimiento de preanálisis (ver apéndice A) para obtener la señal procesada $\vec{s}(t)$. Escogiendo límites de frecuencia de interés, filtramos $\vec{s}(t)$ para obtener $\vec{s}_F(t)$. Aplicamos la transformada de Hilbert (ver sección 2.2) y encontramos el módulo de la representación analítica obteniendo la amplitud $\vec{A}(t)$. Dividiremos este vector de amplitudes en dos partes: la dirección y el módulo. Así, definimos la *topografía* $\vec{x}(t)$ como

$$\vec{A}(t) = A(t) \vec{x}(t); \|\vec{x}(t)\| = 1, \quad (5.1)$$

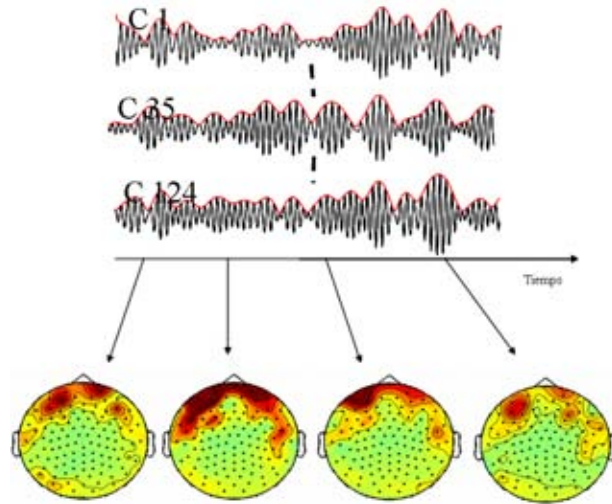


Figura 5.1: Representación esquemática de la definición de topografía instantánea: a cada instante de tiempo corresponde un patrón espacial dado por la amplitud (normalizada) de la oscilación en cada electrodo.

con $\|\bullet\|$ la norma euclidiana. La topografía $\vec{x}(t) \in S^{N-1}$ está por lo tanto sobre el cuadrante positivo de la esfera de dimensión $N-1$, y codifica el patrón espacial de activación relativa (ver figura 5.1). Puede interpretarse también como un campo escalar sobre la superficie de la cabeza cuyo cuadrado integra a uno. Una razón para hacer esta normalización es explorar la dinámica de forma independiente a la amplitud, pues músculos y meditación producen amplitudes similares.

5.1.2. Gráficas de Distancia

Realizaremos por separado el análisis dinámico en escalas temporales largas (minutos) y pequeñas (< 1 seg). Comenzaremos con el primer caso, explorando lo que variaciones lentas en la topografía nos pueden enseñar sobre la distinción entre diversos estados mentales y actividad muscular. Para esto es necesario “suavizar” la topografía para encontrar el comportamiento promedio segundo a segundo. Con esto en mente sacaremos el promedio de las topografías en un intervalo de tiempo T (típicamente un segundo). La magnitud de este vector será el índice de *microestabilidad* $ms(t)$ y con él

podremos construir la topografía suavizada $\vec{x}_S(t)$:

$$\begin{aligned}
 ms(t) &= \left\| \frac{1}{T} \int_{t-T/2}^{t+T/2} \vec{x}(\tau) d\tau \right\| \\
 \vec{x}_S(t) &= \frac{1}{ms(t) \cdot T} \int_{t-T/2}^{t+T/2} \vec{x}(\tau) d\tau \\
 A_S(t) &= \frac{1}{T} \int_{t-T/2}^{t+T/2} A(\tau) d\tau
 \end{aligned} \tag{5.2}$$

Por construcción, la topografía $\vec{x}_S(t)$ también tiene magnitud uno. La amplitud promedio en esa ventana es $A_S(t)$.

Como se explicó en el capítulo 4, las sesiones de meditación estaban compuestas de un periodo inicial (90 segundos) en reposo seguido de 10 minutos de meditación y terminando con otros 90 segundos de reposo. La figura 5.2a muestra la gráfica de distancia (ec. 3.1) para una sesión de meditación en compasión de uno de los practicantes avanzados. Lo primero que notamos es la gran distancia entre los patrones de reposo y de compasión, lo que implica la especificidad del estado mental durante la meditación. Además es notoria la estabilidad a lo largo de la sesión de meditación: la topografía en el segundo 100 es muy cercana a la del segundo 600. La figura 5.2b muestra la sesión equivalente para un control que no ha practicado esta meditación, y vemos que no hay diferencia entre reposo y meditación. La microestabilidad (ver figura 5.3a) arroja información adicional e independiente a estas gráficas de distancia, basadas en la topografía suavizada, pues expresa el nivel de estabilidad dentro de cada segundo. Vemos que en reposo la microestabilidad del control y del practicante son equivalentes, y que si bien la del primero no cambia al empezar a meditar, la microestabilidad en la topografía del practicante aumenta considerablemente. Por otro lado, es también importante notar que la microestabilidad de la meditación del practicante es mayor que la de los músculos para un valor dado de la amplitud (figura 5.3b). Esto es un primer argumento que apunta hacia la distinción dinámica entre meditación y músculos.

También nos gustaría comparar las topografías de distintas meditaciones y de distintos músculos. La figura 5.4 muestra las gráficas de distancia de

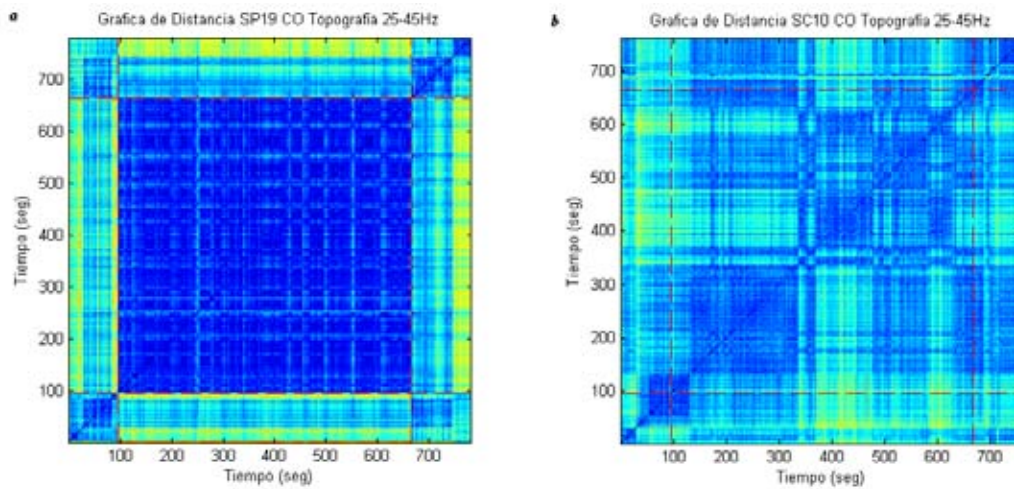


Figura 5.2: Gráfica de distancia de la topografía en 25-45 hertz de una sesión de compasión (CO) del practicante avanzado SP19 (a) y del control SC10 (b). Las líneas rojas representan la instrucción de empezar y terminar la meditación. Azul significa distancia pequeña, amarillos distancias grandes. Para el practicante avanzado es evidente la gran diferencia entre los estados de meditación y de reposo, además de la gran estabilidad durante el periodo de meditación.

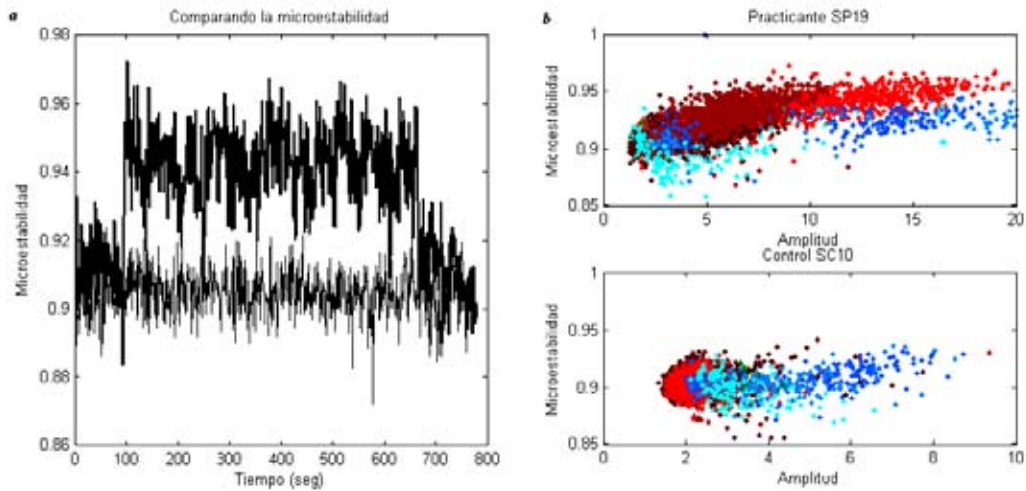


Figura 5.3: a) Microestabilidad para las sesiones de las figuras anteriores. El practicante avanzado en línea gruesa y el control en línea delgada. Para SP19 la microestabilidad aumenta durante la meditación. b) Microestabilidad vs Amplitud. Para el practicante, la microestabilidad de la meditación (negro-FA, café-OP, rojo-compasión) es mayor que la de los músculos (azules) para la misma amplitud. Este es un primer argumento que apunta hacia la distinción dinámica entre meditación y músculos.

los mismos sujetos esta vez comparando varias meditaciones y músculos. Lo primero que notamos es la gran distancia entre las distintas meditaciones (por ejemplo CO1) y los músculos (WIDE, FROWN, JAW). Este resultado es importante porque implica que la gran amplitud gama de la meditación no es debida a tener los ojos abiertos, alzar las cejas o apretar la quijada. Basados en las distancias entre topografías promedio de los distintos estados, construimos con un algoritmo de agrupamiento¹ (clustering) los dendogramas correspondientes. La figura 5.5 muestra el resultado de este proceso, haciendo evidente que la topografía de la meditación es muy distinta a las de los músculos. Para el control (SC10) las meditaciones no se distinguen del reposo. Sin embargo, para el practicante avanzado (SP19) cada meditación representa un estado cerebral característico, habiendo por ejemplo el algoritmo de agrupamiento identificado OP1 con OP2. La meditación de compasión (CO), como se explicó en la sección 4.1, tiene muchas similitudes con la de presencia abierta (OP), por lo que es natural que disten poco entre si. Este resultado es otro que apunta hacia la distinción ente músculos y meditación.

5.1.3. Gráficas de Recurrencia: primera visita.

Como se explicó en el capítulo 3, las gráficas de recurrencia nos permiten cuantificar distintas propiedades dinámicas de un sistema. Las utilizaremos ahora para analizar la dinámica de las topografías. Las fluctuaciones dinámicas en el EEG suceden en una escala temporal relativamente corta, por lo que la estrategia de utilizar la topografía \vec{x}_S no es adecuada, sino que es necesaria la información temporal completa de $\vec{x}(t)$. La aproximación más simple es escoger un umbral ϵ fijo para construir la gráfica de recurrencia (ec. 3.2). La figura 5.6 muestra la gráfica de recurrencia para la sesión de meditación de la figura 5.2. Notamos que la topografía regresa una y otra vez a los mismos estados a lo largo de los diez minutos de la sesión. También notamos que hay franjas blancas verticales (y horizontales debido a la simetría de la matriz) que implican ausencia de recurrencias. La hipótesis es que durante esas franjas el meditador se distrajo y el patrón de activación cerebral abandonó la región sobre S^{N-1} que representa a esta meditación. Para explorar

¹Un algoritmo de agrupamiento se basa en una medida de distancia entre elementos de un conjunto para construir grupos. El dendograma es una manera esquemática de representar las distancias. Para una revisión de estas técnicas, ver (Jain et al. 1999). Como distancia entre grupos (clusters) usamos la mínima distancia entre elementos de los grupos.

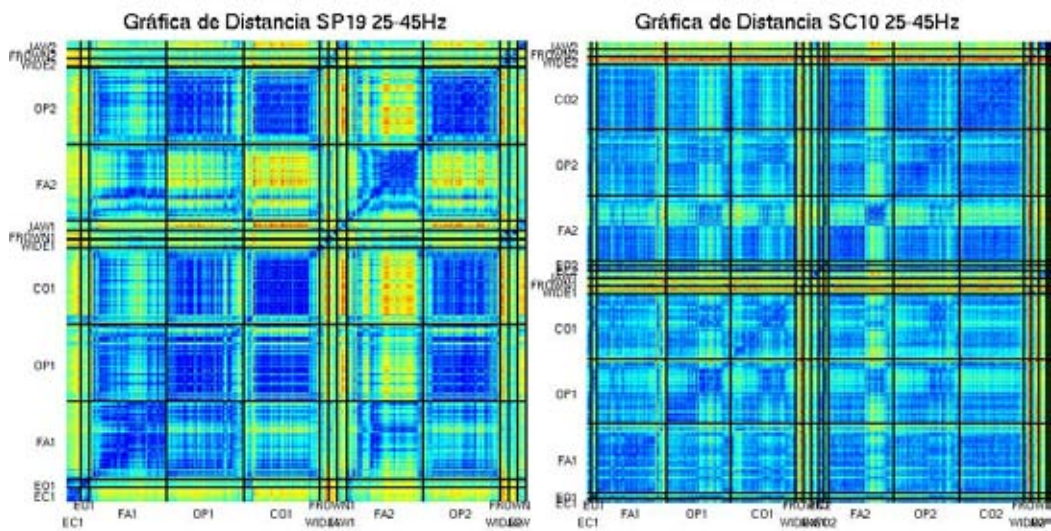


Figura 5.4: Gráfica de Distancia (25-45Hz) para el practicante SP19 y el control SC10, mostrando la distancia entre reposo (EO, EC), meditaciones (FA, OP, CO) y músculos (WIDE, FROWN, JAW). Tonos azules codifican distancias cortas y tonos amarillos y rojos significan distancias grandes.

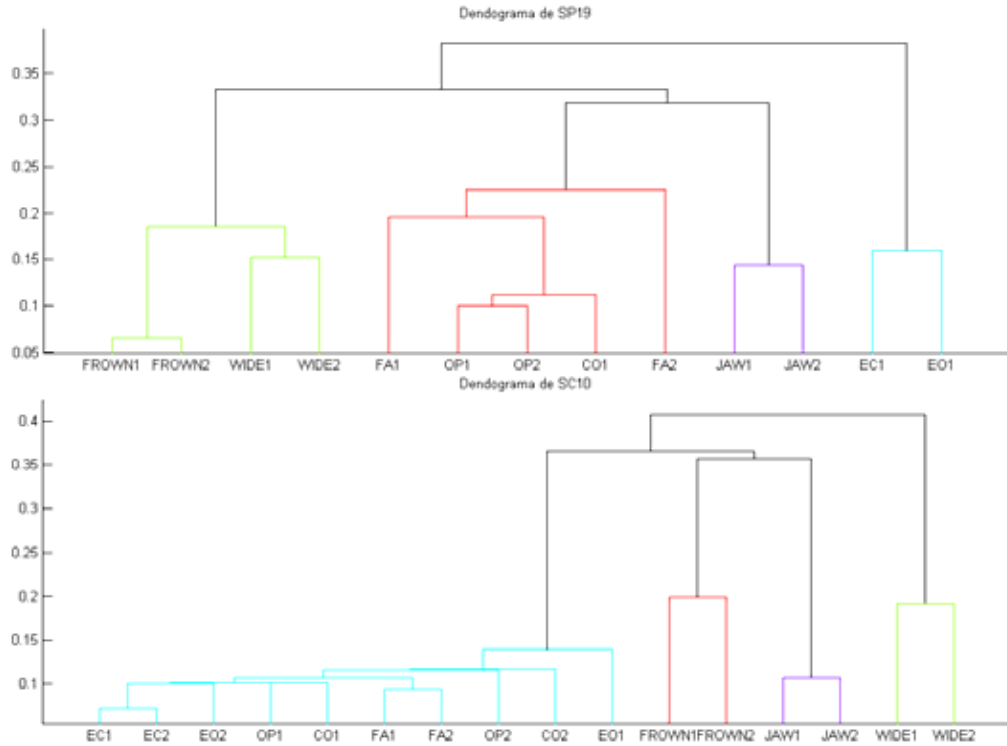


Figura 5.5: Dendrograma para el practicante (arriba) y el control (abajo) mostrando la similitud de las topografías de la figura 5.4. Los grupos (distintos colores) se definieron con un umbral de distancia igual a 0.3. En todos los casos los músculos son distintos a las meditaciones. En el caso del practicante avanzado las distintas meditaciones representan estados cerebrales característicos que difieren entre sí y del reposo (EC y EO).

esta posibilidad, y siguiendo los principios de la neurofenomenología (sección 1.7), utilizaremos el reporte subjetivo de “claridad”. Debido a la naturaleza no estacionaria del EEG, para explorar los cambios en la dinámica es necesario hacer el análisis de recurrencia en ventanas. La figura 5.7 muestra esto esquemáticamente: calcularemos la gráfica de recurrencia de cada ventana, lo que es equivalente a tomar cuadros sobre la diagonal de la gráfica en la figura 5.6.

La figura 5.8 muestra la tasa de recurrencia RR cada segundo usando para el cálculo la ventana con los 10 segundos anteriores². Sobre esta curva se grafica el reporte subjetivo del meditador. Es evidente la gran correlación entre estas variables, confirmando la hipótesis de que el meditador se da cuenta cuando su estado de activación cerebral ingresa o abandona la región característica de esta meditación. La correlación³ entre el reporte subjetivo y la tasa de recurrencia no es instantánea. Por el contrario, el reporte está retrasado unos segundos. La figura 5.9 muestra la correlación para varios retrasos del reporte subjetivo. Debido a que gran parte de la correlación se debe a la evidente diferencia entre reposo y meditación, es importante reportar la correlación restringiéndonos a los diez minutos de meditación. En este caso la correlación es de 0.42, que es muy significativa⁴ ($p < 10^{-10}$) debido al gran número de observaciones.

Para interpretar este resultado pensemos en lo que significa la tasa de recurrencia. La tasa de recurrencia (con umbral ϵ fijo) es una medida inversamente proporcional al volumen efectivo disponible, pues de ser este más pequeño habrá más recurrencias. Este volumen efectivo puede disminuir cuando la topografía es muy estable, con pequeñas fluctuaciones aleatorias alrededor de un promedio. La tasa de recurrencia también puede aumentar cuando los electrodos comparten información mutua, como se discutió en la sección 3.2, haciendo que el movimiento en el espacio fase se restrinja a una hipersuperficie de dimensión menor al total. Sin embargo, el volumen efectivo también puede disminuir si la dinámica se restringe a una sección de la esfera por alguna razón trivial. Discutiremos estas cuestiones con más detalle en la siguiente

²Las cantidades RR, DET, T1, etc. se calcularon con una adaptación del software desarrollado en la Universidad de Postdam (<http://www.agnld.unipotsdam.de/~marwan/toolbox/>).

³La correlación se define como $r = \frac{1}{n-1} \sum \left(\frac{x_i - \bar{x}}{s_x} \right) \left(\frac{y_i - \bar{y}}{s_y} \right)$, donde n es el número de datos, y s_z representa la desviación estándar de z .

⁴El valor p es usado en estadística para indicar la probabilidad de obtener un conjunto de datos cuando cumplen una hipótesis nula, que en este caso sería correlación cero.

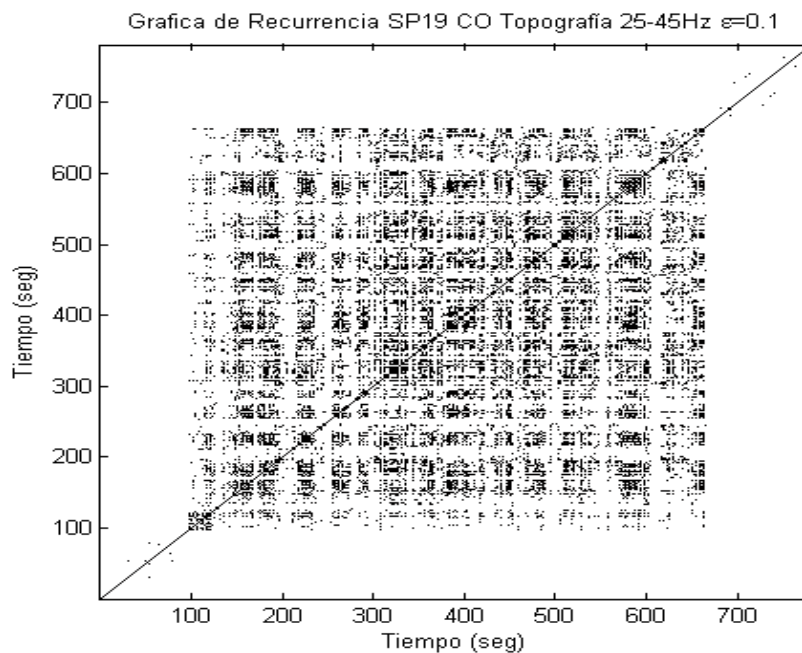


Figura 5.6: Gráfica de recurrencia para la sesión del practicante SP19 que aparece en la figura 5.2. Umbral fijo ($\epsilon = 0,1$). Notamos la ausencia de recurrencias durante el reposo, que se da en $t \in [0, 95] \cup [660, 780]s$.

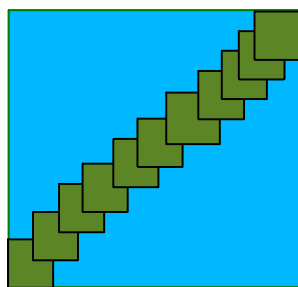


Figura 5.7: La estrategia para cuantificar los cambios a lo largo de la sesión es usar ventanas y cuantificar en ellas la gráfica de recurrencia.

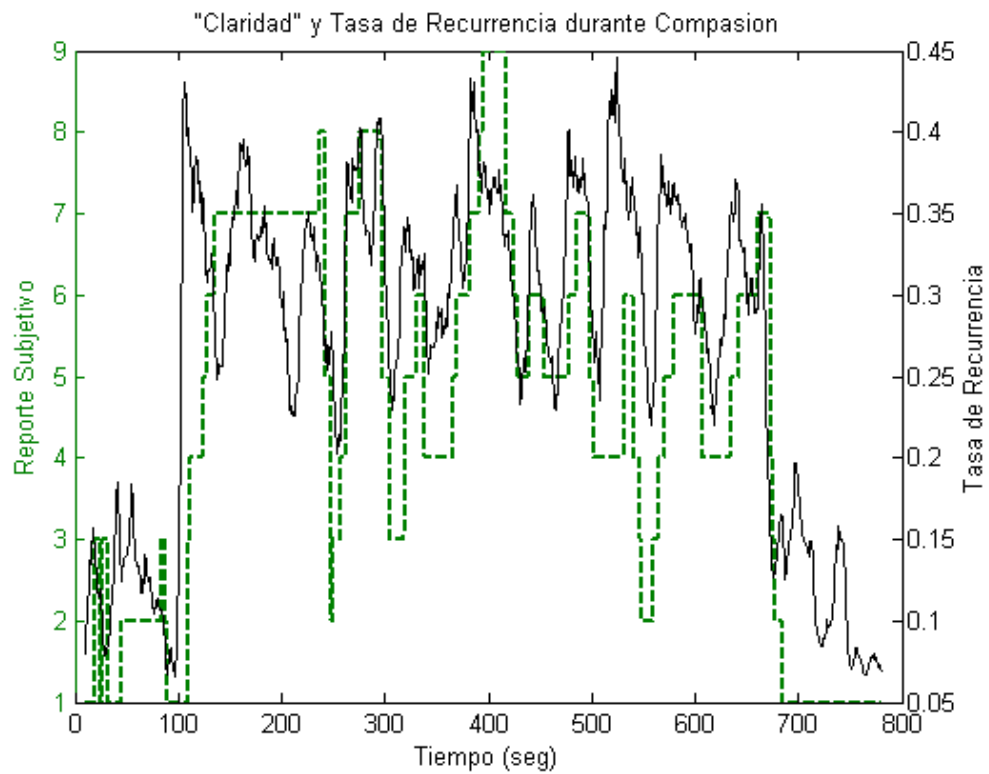


Figura 5.8: Reporte subjetivo de claridad (línea cortada) y tasa de recurrencia de la topografía a lo largo de una sesión de compasión. Es evidente que la correlación es muy alta.

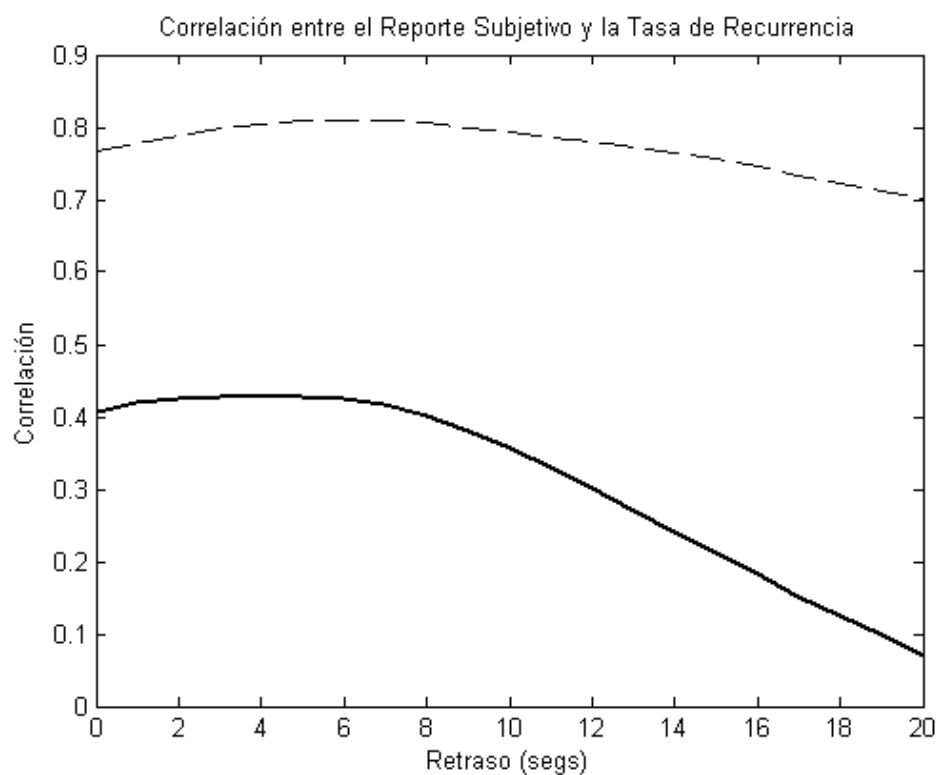


Figura 5.9: Correlación entre reporte subjetivo de claridad y tasa de recurrencia. Línea cortada: toda la sesión incluyendo reposo. Línea continua gruesa: correlación sin incluir el reposo. Se alcanza un máximo en la correlación retrasada alrededor de 5 segundos, lo que indica que el reporte subjetivo no es instantáneo. Para un valor de la correlación de 0.4 el nivel de significancia es $p < 10^{-10}$.

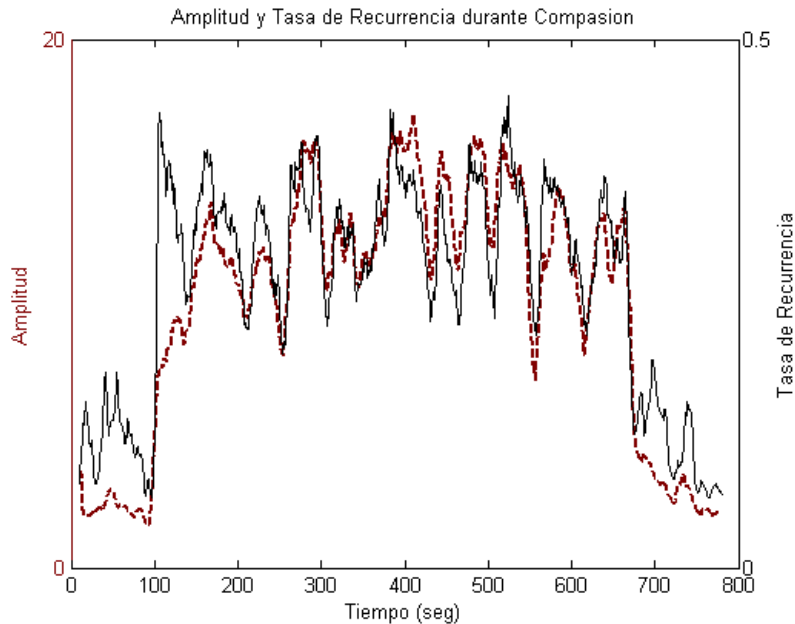


Figura 5.10: Amplitud (línea cortada) y tasa de recurrencia (línea continua). Es evidente la gran correlación entre estas medidas. ¿Qué información adicional ofrece la tasa de recurrencia?

sección, y veremos que esto es en parte lo que está sucediendo, por lo que debemos interpretar estos resultados con cuidado. La figura 5.10 muestra la tasa de recurrencia $RR(t)$ y la amplitud promedio $A_S(t)$, cuya correlación en la meditación es de 0.57. Surgen entonces las preguntas: ¿La tasa de recurrencia nos está diciendo algo independiente a la información que ya tenemos en la amplitud? Aun cuando la topografía $\vec{x}(t)$ está normalizada, ¿es posible que la recurrencia encontrada sea simplemente debida a las variaciones en la amplitud? En las secciones siguientes daremos respuesta a estas preguntas.

5.1.4. Recurrencia debida a la amplitud: Colapso de dimensionalidad

La pregunta en que nos enfocaremos es: ¿qué información sobre la dinámica ofrece el análisis de recurrencia de la topografía, complementaria a la que da la amplitud? ¿Porqué la amplitud y la tasa de recurrencia varían de forma

tan similar? En el estado de reposo tenemos N electrodos con más o menos la misma amplitud. Sin embargo, cuando empieza la meditación algunos (no todos) de estos electrodos aumentan su actividad. Al normalizar la topografía y hacerla un vector unitario esta asimetría en el aumento de potencia en algunas regiones de la cabeza hace que la topografía apunte más hacia algunas regiones de la esfera. Imaginemos por ejemplo que tenemos tres electrodos. La topografía se mueve por lo tanto en la esfera S^2 . Supongamos que dos de ellos aumentan mucho su amplitud mientras que el tercero no cambia. La topografía estará muy cerca del plano definido por los dos electrodos de amplitud grande, haciendo en términos prácticos que el sistema viva en S^1 . Debido a que la dimensión efectiva de movimiento de la topografía es menor, habrá más recurrencias. A este fenómeno, es decir, al aumento en la tasa de recurrencia debido al aumento en la amplitud de algunos electrodos, lo denominaremos *colapso de dimensionalidad*. Para confirmar este fenómeno, se hicieron simulaciones numéricas con N señales de ruido blanco en donde M aumentan mucho su amplitud y se encontró que la tasa de recurrencia en efecto cambia (ver figura 5.11). Como se observa en la figura, la tasa de recurrencia aumenta para algunas dimensiones efectivas y disminuye para otras. Esto principalmente se debe a que el hipervolumen de S^n tiene una dependencia no monotónica con n : el volumen de la esfera unitaria S^{n+1} es $V(n+1) = \frac{2\pi^{n/2}}{\Gamma(n/2)}$, y como se ve en la figura 5.12, alcanza un máximo en $n = 6$.

Hemos establecido sin dudas que el análisis de recurrencia con umbral fijo depende de las variaciones locales de la amplitud. Esto representa un doble problema. Por un lado nos gustaría dar una caracterización de la dinámica de la topografía más allá de las obvias variaciones en la amplitud. Por otro lado la principal crítica al artículo de Lutz et al. (2004) es que lo encontrado podría no ser más que actividad muscular, que también presenta una gran amplitud en la banda gama. Así, es necesario hacer el análisis de recurrencia de manera totalmente independiente de la amplitud. Es por esto que tenemos que encontrar otro criterio para la elección del umbral en la gráfica de recurrencia.

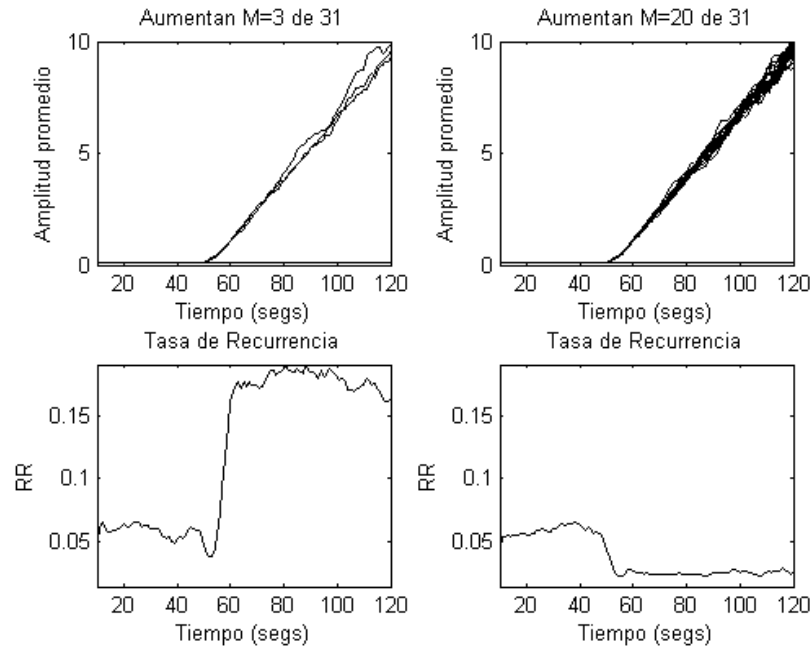


Figura 5.11: Colapso de dimensionalidad: la tasa de recurrencia depende de la dimensión efectiva. Debido al número de electrodos que dominan la topografía, en la izquierda el sistema transita debido a cambios en la amplitud de S^{30} a S^2 , mientras que en la derecha es de S^{30} a S^{19} . Vemos que en un caso la tasa de recurrencia aumenta y en el otro disminuye. La simulación se llevó a cabo filtrando ruido blanco (frecuencia de muestreo 500 Hz) en la banda 25-45 Hz y calculando la amplitud con la transformada de Hilbert. El análisis (tanto para calcular el promedio de la amplitud como la tasa de recurrencia) se hizo en ventanas de diez segundos. El umbral de recurrencia es 0.2 (norma MAX).

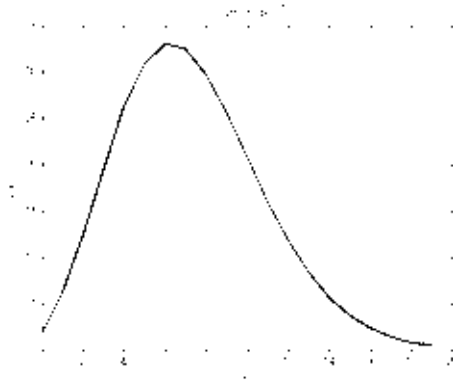


Figura 5.12: El volumen de la esfera n -dimensional, S^n , es $V(n) = \frac{2\pi^{(n+1)/2}}{\Gamma((n+1)/2)}$. Esto provoca que la tasa de recurrencia dependa de la dimensión efectiva del sistema, y por lo tanto debemos buscar un criterio para que nuestros resultados no dependan de estas variaciones.

5.1.5. Búsqueda del nuevo criterio: Porcentaje del Espacio Disponible (PED)

Una razón más por la que es deseable tener otro criterio es para poder comparar valores de RR, DET, etcétera (capítulo 3) entre distintos sujetos e incluso entre distintas bandas de frecuencia, ya que con el umbral fijo esto es imposible de conseguir. Una aproximación obvia es escoger el umbral para fijar la tasa de recurrencia. Esto en efecto será de utilidad, pero hace imposible tener una medida de la recurrencia. Como se discutió anteriormente (ver sección 3.2), la tasa de recurrencia es una medida de las interacciones entre sistemas. Si dos sistemas están sincronizados en el sentido generalizado tendrán las mismas recurrencias y por lo tanto su GR conjunta tendrá una mayor RR. Sería deseable contar con una estimación del volumen del espacio fase que sería visitado *si no hubiera correlaciones entre los distintos electrodos* y escoger el umbral para que la vecindad sea cierto porcentaje fijo de dicho volumen. Con esto en mente se exploraron varias posibilidades⁵, pero al final

⁵Por ejemplo estimando el volumen con las coordenadas tomando en cuenta la geometría de la esfera, o cambiando la geometría a un hiperplano y usando la fórmula del determinante para el volumen de un paralelepípedo, o estimando la dimensión efectiva (el colapso de dimensionalidad) con las amplitudes.

se llegó a la conclusión de que la estrategia más sencilla, general y de fácil aplicación es la siguiente.

Sea $\vec{x}(t) = (x_1(t), x_2(t), \dots, x_N(t)) \in S^{N'-1}$ la topografía con $t \in [t_0 - w, t_0]$ donde w es la duración de la ventana en la que calcularemos la gráfica de recurrencia. Sean $\{\tau_i\}_{i=1, \dots, N} \in I$ números aleatorios uniformemente distribuidos en el intervalo $I = [\tau_0, w - \tau_0]$, con $4\tau_0 < w$. Haremos un desfase cíclico de x_i por τ_i segundos, seguido de una normalización a la esfera unitaria. Definimos así

$$\begin{aligned} \tilde{x}_i(t) &= \begin{cases} x_i(t + \tau_i) & \text{si } t + \tau_i < w \\ x_i(t + \tau_i - w) & \text{si } t + \tau_i \geq w \end{cases} \\ \tilde{x}(t) &= (\tilde{x}_1(t), \tilde{x}_2(t), \dots, \tilde{x}_N(t)) \\ \hat{x}(t) &= \frac{\tilde{x}(t)}{\|\tilde{x}(t)\|} \in S^{N'-1} \end{aligned} \quad (5.3)$$

El tiempo mínimo de desfase τ_0 se escoge mayor que el tiempo de pérdida de autocorrelación (ver figura 4.3), por lo que un segundo es suficiente. Definido así, el vector $\hat{x}(t)$ estará en la misma región de la esfera que la topografía original \vec{x} , y cada electrodo tendrá la misma distribución espectral y estructura temporal (un simple desfase), pero los patrones espaciales específicos habrán cambiado. Definimos ahora el umbral ϵ de manera tal que la tasa de recurrencia de $\hat{x}(t)$ sea un valor fijo, por ejemplo 5%. Es necesario repetir este proceso varias veces y sacar el promedio de los umbrales resultantes, para asegurar que la elección no dependa de un conjunto τ_i en particular. Debido a que la autocorrelación cae a cero rápidamente, este desfase asegura que no habrá correlaciones entre las coordenadas de $\hat{x}(t)$, por lo que nos permite estimar el volumen que sería visitado *si no hubiera correlaciones entre los distintos electrodos*, manteniendo invariante la estructura temporal de cada electrodo. Bautizaremos a este criterio de selección del umbral como “porcentaje del espacio disponible”, o PED. Aunque el colapso de dimensionalidad es en si un fenómeno interesante, debido a que sucede tanto en músculos como en meditación, usaremos el criterio PED para aislar las recurrencias debido a correlaciones temporales en las amplitudes de los electrodos.

En la sección anterior hicimos notar que con un umbral fijo, la tasa de recurrencia depende de la amplitud debido al colapso de dimensionalidad. Este no es el caso para el nuevo criterio PED. La figura 5.13 muestra el resultado de utilizar el mismo modelo que la figura 5.11, y es notorio que

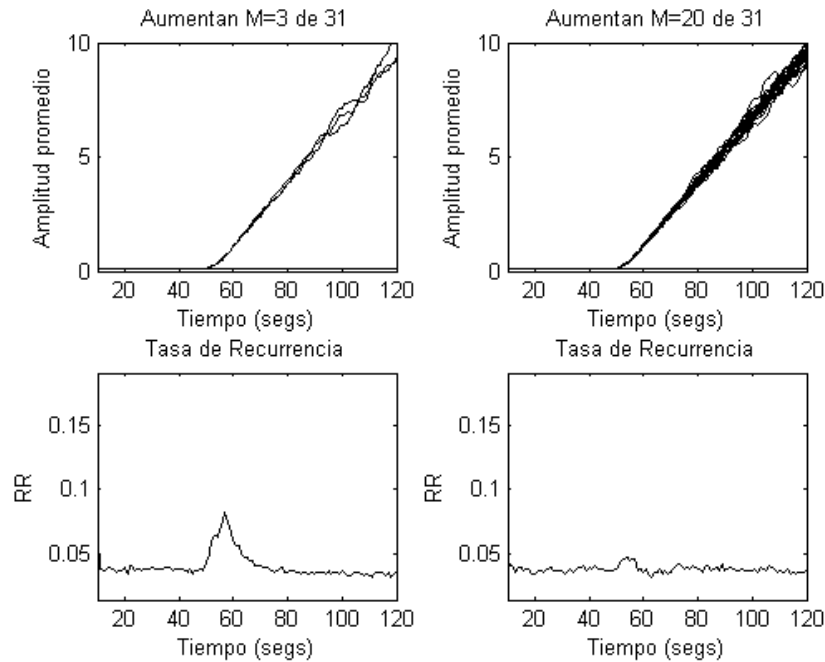


Figura 5.13: Resultado análogo al de la figura 5.11 pero usando el criterio PED. Notamos como en este caso la tasa de recurrencia permanece constante, salvo en la transición para el caso de pocos electrodos aumentando de amplitud (derecha). Esto muestra que la tasa de recurrencia con PED es independiente de la amplitud. Sin embargo, es capaz de detectar transiciones dinámicas.

salvo en la transición, la tasa de recurrencia es constante. Ahora que tenemos nuestro criterio estamos en posición de aplicarlo al EEG.

5.1.6. Gráficas de Recurrencia: segunda visita

Con el criterio PED estamos por fin en disposición de dar el primer argumento convincente de la distinción entre meditación y músculos. A partir de ahora nos enfocaremos en el meditador experto, pues el control no presenta gama de gran amplitud al meditar, por lo que la diferencia entre meditación y músculos para él es clara. La figura 5.14 muestra la tasa de recurrencia como función de la amplitud para distintos estados. Vemos que el reposo tiene

baja amplitud y baja tasa de recurrencia, mientras que los distintos músculos tienen gran amplitud y baja tasa de recurrencia. Por su parte, la meditación tiene a la vez alta amplitud y alta tasa de recurrencia. Es interesante notar la progresión gradual en esta gráfica que presentan los estados de atención concentrada y presencia abierta hasta llegar a la compasión.

Como ya se mencionó (ver sección 1.5), en las neurociencias contemporáneas se utiliza la metáfora de los *cuadros cinematográficos* para representar el proceso de la cognición. Vimos que el cerebro es capaz de sincronizarse en patrones estables por unos instantes (100 ms), y desincronizarse para dar paso a otro patrón. El cerebro necesita por lo tanto de momentos de integración y momentos de segregación. Es tan importante el formar patrones estables como el romperlos. Por el contrario, los patrones musculares tienen un nivel de estabilidad constante. Esta diferencia es la que está siendo reflejada en la figura 5.14.

Para entender mejor qué está sucediendo con la dinámica y a qué se debe esta diferencia entre cerebro y músculos, utilizaremos el criterio de tasa de recurrencia fija, dejando por un momento de lado el PED. En particular, una medida que será útil es el tiempo de recurrencia de tipo 1 (T1), definido como el intervalo de tiempo promedio entre recurrencias a lo largo de las líneas verticales. La figura 5.15 muestra T1 como función de la amplitud para distintos estados, bajo el criterio de tasa de recurrencia fija (15%). Es claro que la meditación, y en particular la compasión, tiene un valor menor que los músculos, lo que implica menos tiempo entre recurrencias. Dado que la cantidad de puntos n en la gráfica de recurrencia es la misma, esto sólo puede suceder si se dan momentos de muchas recurrencias consecutivas y momentos de ausencia de recurrencias. Vale la pena clarificar que el valor de T1 depende del parámetro usado para PED (en este caso 15%), por lo que sólo es válido para comparar distintos estados y encontrar transiciones dinámicas. Si vemos la estructura de la gráfica de recurrencia para 20 segundos de meditación (figura 5.16) notamos que en efecto las recurrencias no están distribuidas uniformemente, sino en cuadros (*¿cinematográficos?*). La topografía regresa a los mismos estados por unos cuantos milisegundos y a continuación el patrón desaparece, y de ahí las marcadas líneas verticales blancas: momentos en los que la dinámica topográfica es de segregación.

Podemos comparar a detalle 20 segundos de meditación y 20 segundos de músculo. La figura 5.17 muestra las respectivas gráficas de recurrencia en el primer renglón. El segundo par de gráficas muestra la distancia a la

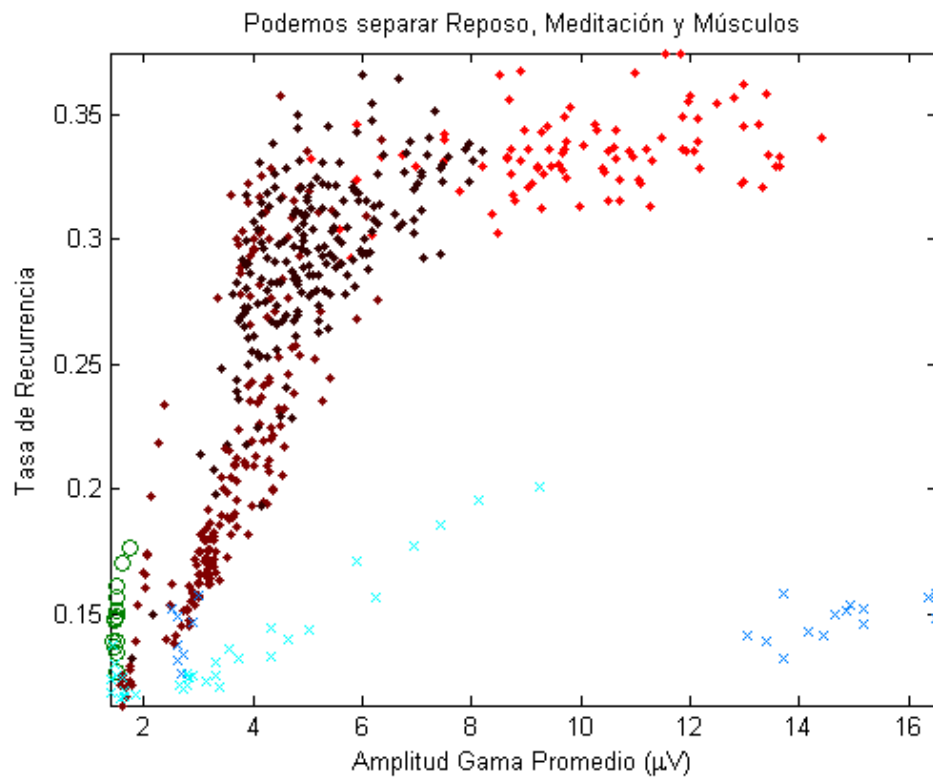


Figura 5.14: La tasa de recurrencia bajo el criterio PED ($RR(\hat{x}) = 5\%$) permite distinguir entre meditación y músculos. Cada marca corresponde a una ventana de diez segundos de reposo (círculos verdes), distintos músculos (cruces azules), atención enfocada (puntos cafés), presencia abierta (puntos negros), y compasión (puntos rojos).

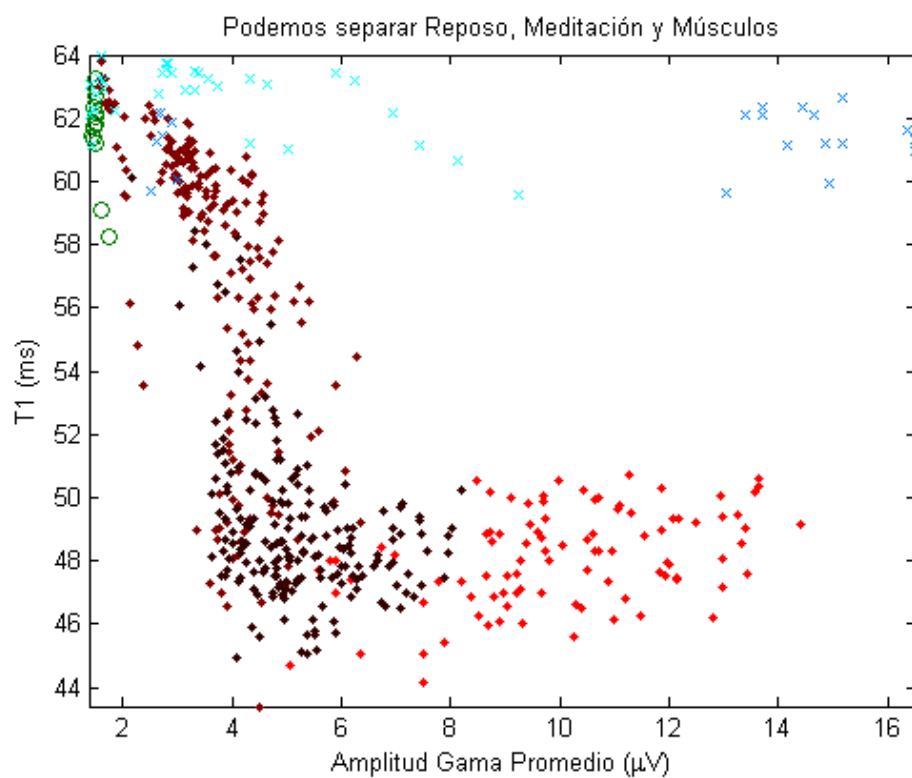


Figura 5.15: Tiempo de recurrencia de tipo 1 (T_1) como función de la amplitud promedio. Calculado con tasa de recurrencia fija en 15% (no PED). Mismo código de marcas y colores que en la figura 5.14.

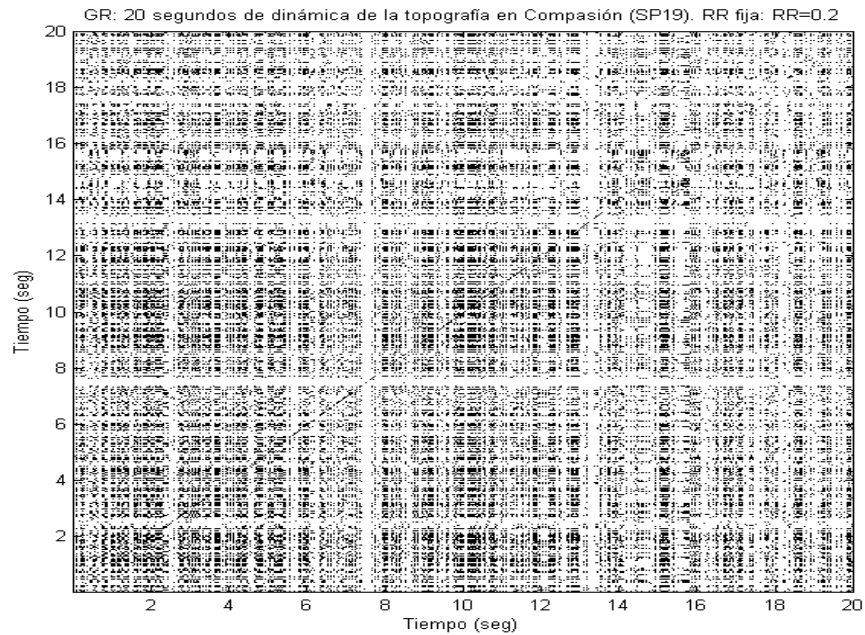


Figura 5.16: Gráfica de recurrencia representando 20 segundos de la dinámica de la topografía en gama para compasión. Vemos que tiene una estructura cuadriculada, lo que indica que hay un patrón al que se regresa una y otra vez luego de romperse por completo (líneas blancas).

topografía promedio :

$$d(t) = \left\| \vec{x}(t) - \frac{\langle \vec{x} \rangle}{\|\langle \vec{x} \rangle\|} \right\|.$$

Es muy interesante darse cuenta que mientras la distancia al promedio de los músculos es relativamente grande ($\sim 0,4$) y varía poco, la distancia al promedio en la meditación llega a valores muy pequeños ($\sim 0,2$), y varía mucho. Esto está de acuerdo con la idea de momentos cortos de gran estabilidad seguidos por intervalos de desincronización. De la misma manera, siguiendo a Freeman (Freeman 2004), calculamos la rapidez de la topografía –simplemente la distancia ente tiempos consecutivos–

$$r(t) = \|\vec{x}(t) - \vec{x}(t - \Delta t)\|,$$

y encontramos de nuevo que la meditación se caracteriza por momentos de mucha estabilidad seguidos de otros de gran inestabilidad.

Estas consideraciones nos invitan a definir un índice de estabilidad-inestabilidad EI como la desviación estándar de la rapidez dividida entre el promedio de la rapidez:

$$EI = std(r(t)) / \langle r(t) \rangle \quad (5.4)$$

La figura 5.18 muestra el valor del índice para las mismas ventanas de la figura 5.14. Debido a la similitud de esta gráfica con la anterior, podemos concluir que en efecto la tasa de recurrencia con el criterio PED es una medida de la metaestabilidad de los patrones topográficos. Todas estas consideraciones nos permiten concluir que la dinámica de la meditación es muy distinta a la muscular, y por lo tanto apunta hacia un origen neuronal.

5.2. Explorando la fase

En la sección anterior se exploró la topografía, que definimos en términos de la amplitud de las oscilaciones, obtenida con el valor absoluto de la representación analítica. La fase de esta representación provee información complementaria sobre la dinámica. En este capítulo se reportará lo encontrado sobre la dinámica de la fase del EEG, usando las medidas de sincronización presentadas en la sección 2.4.

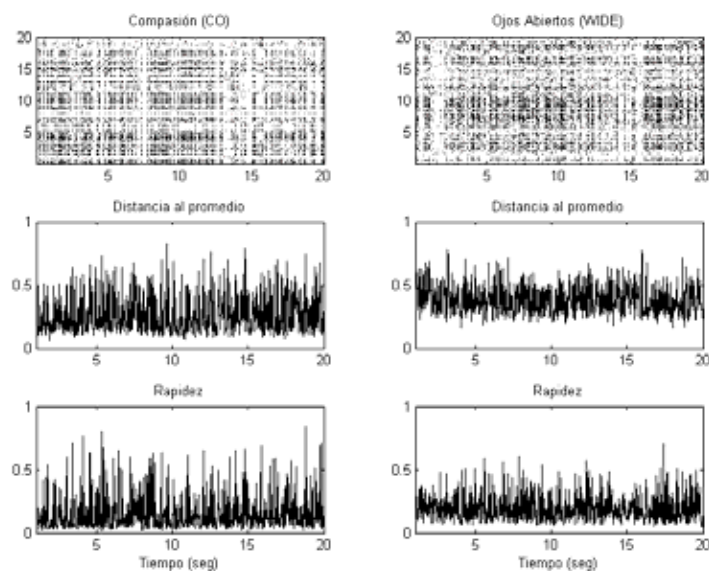


Figura 5.17: Comparación entre meditación (CO) y músculo (WIDE). Notamos que las líneas blancas son más marcadas para meditación. Las graficas del medio y abajo permiten apreciar que la distancia al patrón promedio y la rapidez de la topografía llegan a ser muy pequeñas y muy grandes para meditación, pero en el caso de los músculos el promedio es mayor y la fluctuación menor.

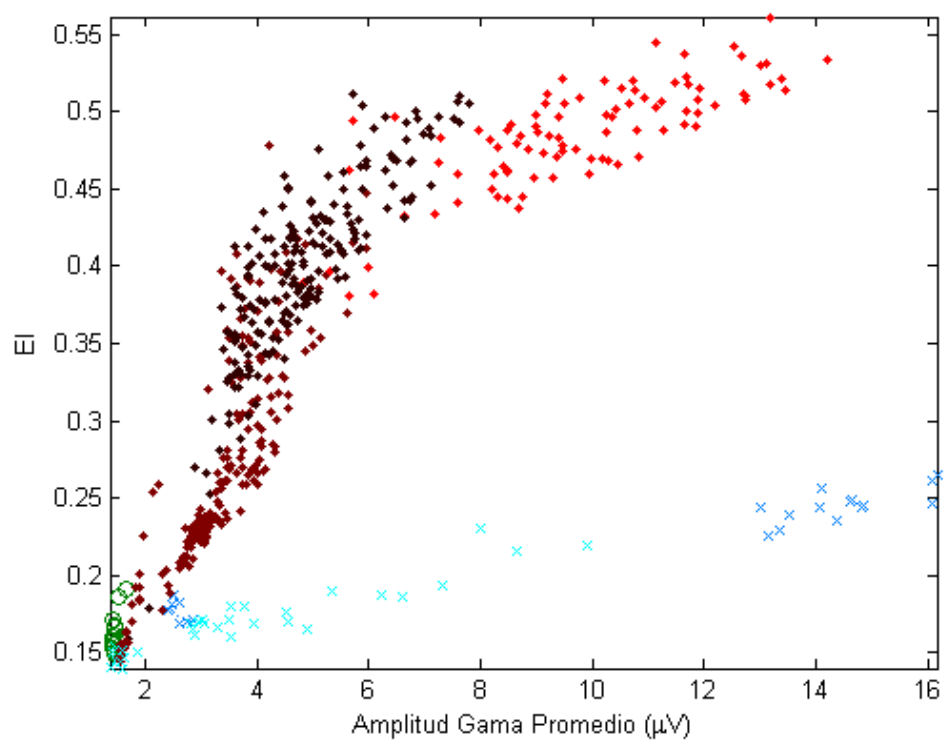


Figura 5.18: El índice EI ofrece una interpretación de la diferencia entre meditación y músculos en términos de momentos cerebrales de integración (estabilidad) y de segregación (inestabilidad). Mismos colores y marcas que en la figura 5.14.

5.2.1. Interacción entre frecuencias

Recientemente se ha mostrado que existe una interacción significativa entre las distintas bandas del electroencefalograma intracranial. Canolty et al. (2006) mostraron que la amplitud de las oscilaciones gama puede ser modulada por la fase de oscilaciones lentas ($\sim 4Hz$ delta). Por su parte, Palva et al. (2005) mostraron que en el cerebro hay sincronización 1:2 y 1:3. Inspirado en estos descubrimientos, se hipotetizó que una manera de distinguir entre electricidad neuronal y muscular serían estas interacciones entre frecuencias. en esta tesis se utilizó el índice de modulación (que cuantifica la interacción entre fase de la oscilación lenta y amplitud de la rápida (Canolty et al. 2006)), y se encontró que la fase de 4 Hz modula la amplitud de 20-30 Hz. Se exploró también la sincronización n:m entre ritmos lentos y rápidos utilizando los dos índices ρ y PLV definidos en la sección 2.4, encontrando sincronización n:m significativa en el EEG.

Sin embargo, también se encontró esta interacción en los músculos, principalmente al apretar la mandíbula. Esto puede entenderse porque la dinámica de los músculos es no lineal y por lo tanto las distintas componentes de Fourier interactúan entre sí. Debido a que este análisis de interacción entre frecuencias no permitió distinguir entre músculos y meditación, no entraremos en los detalles de los resultados. Esto no significa que esta aproximación sea inútil, sino que es necesario un análisis más detallado que el realizado aquí para entender las interacciones entre frecuencias. En su lugar, preferimos concentrarnos en redes de conectividad e integración espacial.

5.2.2. Redes de sincronización

Debido a que el acoplamiento entre distintas regiones cerebrales es importante para la integración funcional a gran escala, exploramos los niveles de sincronización de fase. Se utilizaron ventanas de 10 segundos donde se cuantificó PLV como índice de la sincronización de fase (sección 2.4) entre cada par de electrodos. La figura 5.19 muestra el promedio de la sincronización sobre los distintos pares, a lo largo del tiempo, haciendo evidente la relación con el reporte subjetivo. La correlación durante el segmento de meditación es 0.50, mayor incluso que la encontrada con la tasa de recurrencia en la sección 5.1.3. Esto indica que no solamente la topografía está relacionada con la “claridad”, sino que también lo está el nivel de sincronización, que cuantifica la relación entre las fases, y no las amplitudes de los osciladores.

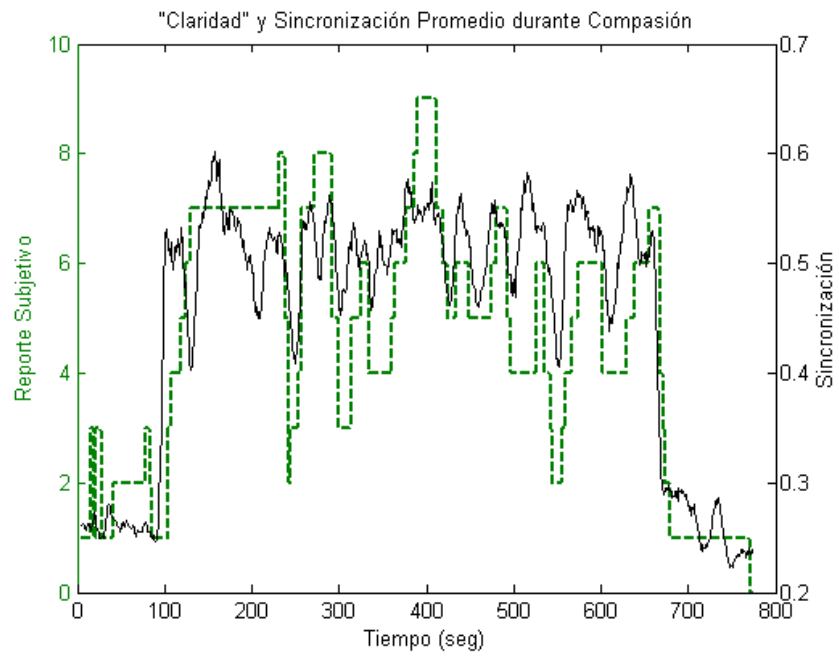


Figura 5.19: Sincronización promedio (PLV) y reporte subjetivo de claridad durante una sesión de meditación en compasión.

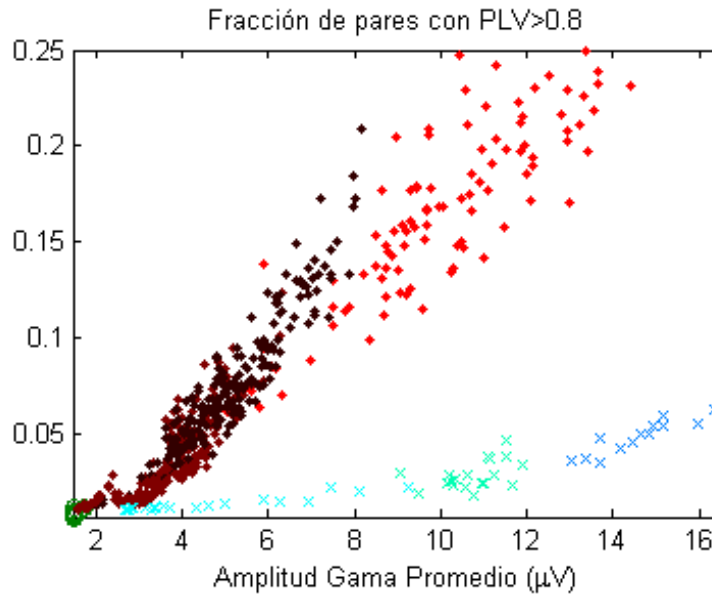


Figura 5.20: Fracción de pares de electrodos con un índice de sincronización PLV mayor que 0.8 medido en ventanas de 10 segundos. Colores y marcas como en las figuras anteriores. Vemos que esta proporción es mucho mayor para las meditaciones que para los músculos.

Es importante explorar si esto es sencillamente consecuencia de la amplitud, pues si la señal es muy intensa, esta se conduce por el cuero cabelludo y al ser detectada por varios electrodos, aparece sincronización espuria. Para esto debemos comparar meditación y músculos, pues tienen una amplitud comparable. La figura 5.20 muestra la fracción de pares de electrodos con un valor PLV mayor que 0.8, haciendo explícito que la sincronización es significativamente mayor durante meditación que durante músculos. En otras palabras, vemos que la electricidad muscular no genera señales tan sincronizadas como lo hace la meditación, lo que apunta una vez más hacia su origen neuronal.

En la sección anterior argumentamos que una distinción fundamental entre el EEG de la meditación y el de los músculos es que debido al origen neuronal del primero, los patrones topográficos son metaestables en el sentido de que se suceden intervalos de mucha estabilidad y de mucha inestabilidad. Sería interesante explorar la posibilidad de que estos patrones no sean exclusivos de la topografía, que está basada en la amplitud, sino que también sean

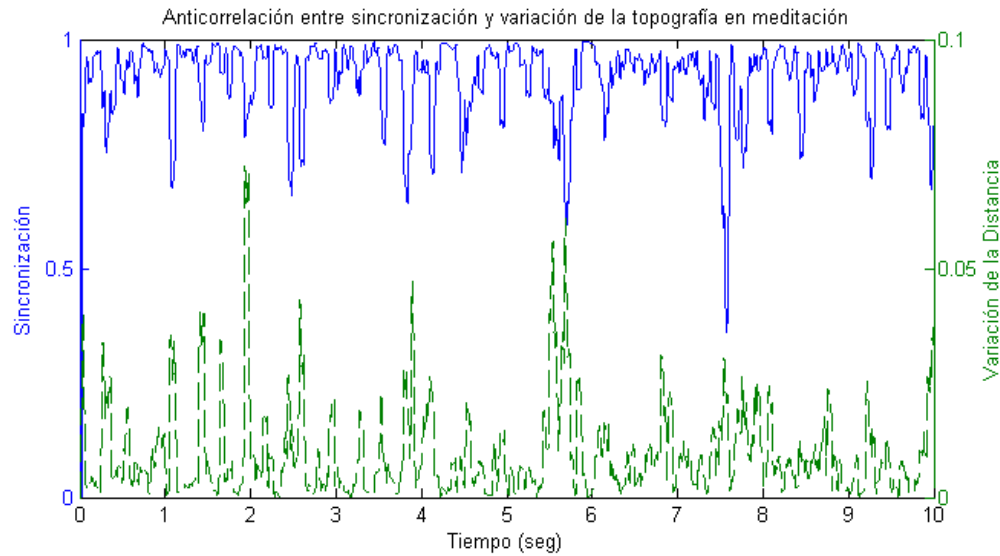


Figura 5.21: Sincronización promedio (línea continua) y varianza de la distancia a la topografía promedio en intervalos de 60 milisegundos. En esta ventana de diez segundos como ejemplo, se puede apreciar cierta anticorrelación entre estas medidas, lo que indica que los patrones metaestables topográficos son de alta sincronización.

patrones de sincronización. Para esto, calculamos la sincronización en intervalos de 60 milisegundos, lo que nos da un valor instantáneo del acoplamiento. Por otro lado, calculamos la varianza de la distancia a la topografía promedio (figura 5.17) en esa misma ventana de 60 milisegundos. En la figura 5.21 se ejemplifica el resultado en una ventana de 10 segundos, donde se puede apreciar que cuando la distancia a la topografía promedio varía poco, la sincronización es alta, y viceversa. Esto implica que los patrones metaestables que encontramos con la topografía tienen la característica adicional de ser estados de sincronización elevada. Es evidente que la correlación no es perfecta, la figura 5.22 muestra el coeficiente r^2 de la correlación para las distintas ventanas de diez segundos de las meditaciones y los músculos. Así, hemos encontrado la misma sucesión de estados metaestables usando la topografía y la sincronización, que son medidas independientes de la dinámica. Es por esto que nuestra confianza en el origen neuronal de la actividad gama de la meditación aumenta.

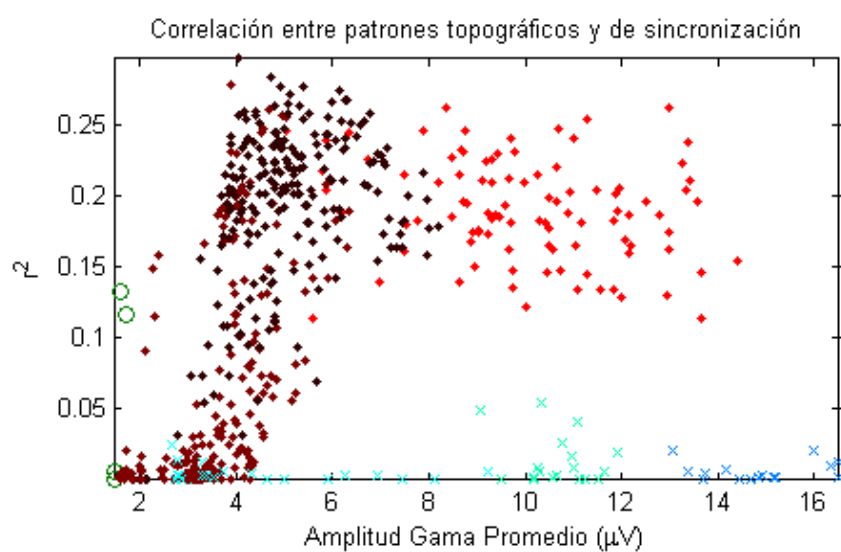


Figura 5.22: Coeficiente de correlación r^2 entre la sincronización instantánea promedio y la varianza de la distancia a la topografía promedio. Los patrones metaestables son tanto de sincronización como topográficos. Para los músculos no hay correlación.

5.3. Discusión y conclusión

El artículo del 2004 (Lutz et al. 2004), donde se reportó una gran amplitud en la banda gama en meditadores expertos, fue causa de asombro y fuerte crítica. Asombro porque no se conocía un estado mental que produjera una oscilación tan potente en el electroencefalograma extracraneal, y porque se reconocía la importancia de gama para la cognición. Crítica porque lo más probable era que el origen de esta oscilación fuera la electricidad muscular. Como vimos en la sección 1.2, recientemente se han reportado resultados que sugieren que es muy difícil detectar actividad gama neuronal fuera del cráneo. Una posible estrategia para resolver el problema sería anestesiarse e inhibir toda actividad muscular no vital, y otra solución sería usar electrodos intracraneales. Sin embargo, estas opciones son demasiado invasivas y peligrosas, y no se justifica llevarlas a cabo salvo en candidatos a cirugía por alguna patología. Por lo tanto, el análisis no lineal de series de tiempo es una herramienta muy valiosa para caracterizar la dinámica del EEG y mostrar su origen neuronal.

Una característica fundamental de la actividad cerebral es la sucesión de patrones neuronales metaestables (sección 1.5). Las asambleas celulares se forman y se disuelven. Por otro lado, es natural que la estabilidad de la electricidad muscular no cambie en el tiempo. Con la tasa de recurrencia de la topografía usando el criterio PED (figura 5.14) y con el índice de estabilidad-inestabilidad EI (figura 5.18) se mostró que, en efecto, la meditación presenta episodios metaestables mientras que los músculos no. Estos patrones metaestables no son sólo momentos en los que la topografía es muy estable, sino que se presentan con un alto grado de sincronización de fase, lo que muestra acoplamiento transitorio entre regiones cerebrales distantes. Además de que la sincronización es mayor para la meditación que para los músculos (figura 5.20), sólo en la primera los patrones metaestables de sincronización y topográficos están temporalmente correlacionados (figura 5.21).

Estos resultados muestran que para los casos estudiados hay una distinción fundamental entre el EEG de la meditación y el EEG de los músculos, y que su origen es la metaestabilidad del cerebro. La distinción entre electricidad neuronal y muscular, como se mencionó antes, no es un problema exclusivo a la meditación, por lo que este método podría servir para otros estudios. Aunque están basados en un sólo individuo y se necesita un análisis más extenso que incluya a más meditadores expertos, nos confirman que la potencia en gama en la meditación es de origen neuronal y por lo tanto tiene

implicaciones cognitivas (sección 1.2).

La gran correlación entre el reporte subjetivo de “claridad” con la tasa de recurrencia y el nivel de sincronización implica que es posible tener acceso subjetivo a distintas características de la dinámica cerebral. En particular, el meditador pudo determinar por medio de la introspección el grado de acoplamiento neuronal. Esto no es de extrañar, ya que uno de los objetivos de la meditación es entrenar a la mente para tener una percepción más sutil de sus procesos. Estas son buenas noticias para el proyecto de la neurofenomenología y para el estudio de la conciencia en general. Muestran que las neurociencias y la neurodinámica pueden ser complementadas por metodologías de investigación de la mente en primera persona y apuntan a que es posible entrenar individuos con la capacidad de hacer reportes subjetivos confiables y reproducibles.

5.3. Discusión y conclusión

El artículo del 2004 (Lutz et al. 2004), donde se reportó una gran amplitud en la banda gama en meditadores expertos, fue causa de asombro y fuerte crítica. Asombro porque no se conocía un estado mental que produjera una oscilación tan potente en el electroencefalograma extracraneal, y porque se reconocía la importancia de gama para la cognición. Crítica porque lo más probable era que el origen de esta oscilación fuera la electricidad muscular. Como vimos en la sección 1.2, recientemente se han reportado resultados que sugieren que es muy difícil detectar actividad gama neuronal fuera del cráneo. Una posible estrategia para resolver el problema sería anestesiarse e inhibir toda actividad muscular no vital, y otra solución sería usar electrodos intracraneales. Sin embargo, estas opciones son demasiado invasivas y peligrosas, y no se justifica llevarlas a cabo salvo en candidatos a cirugía por alguna patología. Por lo tanto, el análisis no lineal de series de tiempo es una herramienta muy valiosa para caracterizar la dinámica del EEG y mostrar su origen neuronal.

Una característica fundamental de la actividad cerebral es la sucesión de patrones neuronales metaestables (sección 1.5). Las asambleas celulares se forman y se disuelven. Por otro lado, es natural que la estabilidad de la electricidad muscular no cambie en el tiempo. Con la tasa de recurrencia de la topografía usando el criterio PED (figura 5.14) y con el índice de estabilidad-inestabilidad EI (figura 5.18) se mostró que, en efecto, la meditación presenta episodios metaestables mientras que los músculos no. Estos patrones metaestables no son sólo momentos en los que la topografía es muy estable, sino que se presentan con un alto grado de sincronización de fase, lo que muestra acoplamiento transitorio entre regiones cerebrales distantes. Además de que la sincronización es mayor para la meditación que para los músculos (figura 5.20), sólo en la primera los patrones metaestables de sincronización y topográficos están temporalmente correlacionados (figura 5.21).

Estos resultados muestran que para los casos estudiados hay una distinción fundamental entre el EEG de la meditación y el EEG de los músculos, y que su origen es la metaestabilidad del cerebro. La distinción entre electricidad neuronal y muscular, como se mencionó antes, no es un problema exclusivo a la meditación, por lo que este método podría servir para otros estudios. Aunque están basados en un sólo individuo y se necesita un análisis más extenso que incluya a más meditadores expertos, nos confirman que la potencia en gama en la meditación es de origen neuronal y por lo tanto tiene

implicaciones cognitivas (sección 1.2).

La gran correlación entre el reporte subjetivo de “claridad” con la tasa de recurrencia y el nivel de sincronización implica que es posible tener acceso subjetivo a distintas características de la dinámica cerebral. En particular, el meditador pudo determinar por medio de la introspección el grado de acoplamiento neuronal. Esto no es de extrañar, ya que uno de los objetivos de la meditación es entrenar a la mente para tener una percepción más sutil de sus procesos. Estas son buenas noticias para el proyecto de la neurofenomenología y para el estudio de la conciencia en general. Muestran que las neurociencias y la neurodinámica pueden ser complementadas por metodologías de investigación de la mente en primera persona y apuntan a que es posible entrenar individuos con la capacidad de hacer reportes subjetivos confiables y reproducibles.

Apéndice A

Preanálisis

A.1. Perspectiva

El potencial eléctrico en la superficie de la cabeza no solamente cambia debido a la actividad neuronal, sino que es fuertemente influido por cualquier actividad muscular. Es por esto que antes de hacer cualquier análisis de una señal electroencefalográfica es necesario procesarla para asegurarnos que los datos están lo más “limpios” posible, libres de “artefactos” musculares o de otro tipo. En el argot de la electroencefalografía, un “artefacto” es un patrón del EEG causado por una fuente que no es el cerebro. Por ejemplo, debido a la frecuencia con la que funcionan los aparatos eléctricos, siempre se encuentra un pico en el espectro exactamente en 60 Hz, que es preciso eliminar. Para eliminar esto y otras muchos tipos de artefactos, seguimos los siguientes pasos.

1. En este experimento se midió electroencefalograma usando 124 electrodos uniformemente distribuidos en la cabeza con una frecuencia de muestreo de 500 Hz. Como el EEG representa diferencia de potencial, siempre se debe especificar la referencia, el cero del potencial. El dispositivo que se usó, utiliza el electrodo central como referencia. Hay distintas técnicas para referenciar el EEG, pero en este caso usamos ‘referencia promedio’, es decir, restamos a cada canal el promedio del potencial.
2. Filtrar la señal de cada electrodo eliminando las frecuencias menores a 2 Hz y mayores a 200 Hz, además de eliminar una ventana alrededor de los 60 Hz.

3. Examinar visualmente el EEG buscando distintos artefactos para eliminar intervalos contaminados. En la sección A.2 ejemplificaremos esto con más detalle.
4. Hacer el Análisis de Componentes Independientes (ICA por sus siglas en inglés) para eliminar artefactos comunes como el pestañeo o el electrocardiograma. En la sección A.3 explicaremos esto con mayor detalle.

A.2. Examen visual de la señal

Mucha paciencia y conocimiento del electroencefalograma es indispensable para esta etapa del preanálisis. Es necesario examinar visualmente la totalidad de la sesión por ventanas de unos cuantos segundos (de 10 a 30), y con unos cuantos electrodos a la vez (de 10 a 30). Por medio de este examen, se rechazan segmentos de datos para evitar tomarlos en cuenta en el análisis posterior, ya que no representan la dinámica cerebral. Existen distintos tipos de artefactos reconocibles, algunos de los cuales se ejemplifican en la figura A.1. Debido a que son muy comunes, no rechazamos artefactos cardiacos, movimientos oculares ni pestañeos, ya que el siguiente paso en el preanálisis nos permitirá lidiar con ellos. En este paso rechazamos principalmente artefactos musculares y datos corruptos debido al mal funcionamiento ocasional de los electrodos.

A.3. Análisis de Componentes Independientes

Luego de rechazar aquellos intervalos con artefactos accidentales, aplicamos la técnica de análisis de componentes independientes (ICA) para eliminar artefactos comunes como el pestañeo y el electrocardiograma, y artefactos musculares que no fueron detectados durante la etapa anterior principalmente porque no son esporádicos, como una pequeña y constante tensión muscular.

El análisis de componentes independientes (Bell & Sejnowski 1995, Delorme et al. 2007) es una técnica diseñada para separar fuentes independientes linealmente superpuestas en un conjunto de sensores. Un ejemplo clásico es tener tres sonidos a la vez (el canto de un pájaro, una sirena de ambulancia y un hombre hablando), y tres micrófonos. A partir de los datos mezclados en los micrófonos, ICA es capaz (en principio) de recuperar los sonidos originales. Se basa en encontrar fuentes que sean máximamente independientes.

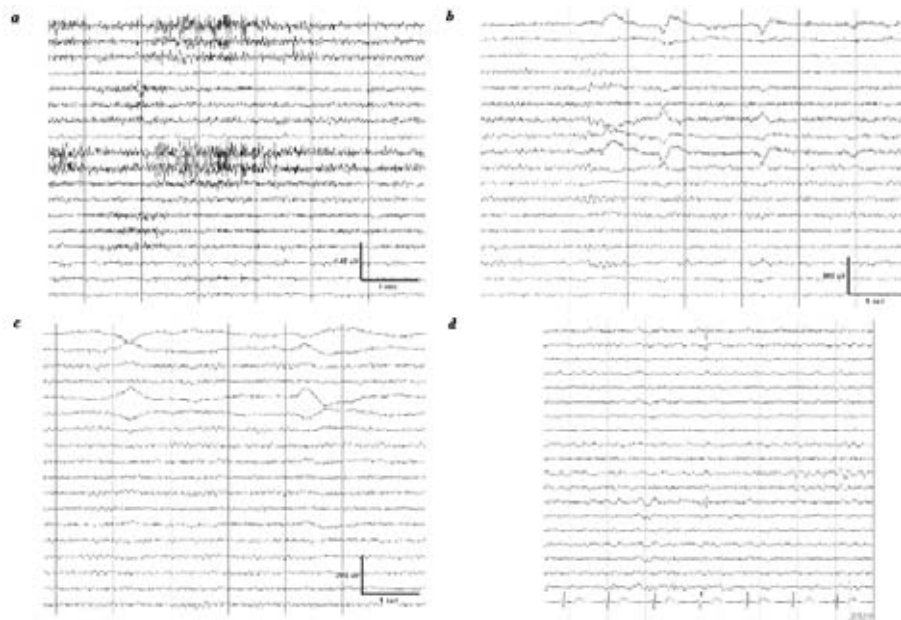


Figura A.1: Algunos artefactos comunes en el EEG. a) Actividad muscular, por ejemplo al alzar las cejas, b) artefacto debido a cambios accidentales en la impedancia de algún electrodo, c) movimiento ocular, d) contaminación por el electrocardiograma (el último canal en este caso representa la actividad cardíaca para comparación).

Esto es muy útil para el EEG, pues si los artefactos no guardan correlación con la actividad neuronal, es posible separarlos y eliminarlos.

La técnica se basa en la suposición de que el vector de datos de los sensores \vec{x} es una superposición lineal de fuentes independientes con actividad \vec{s} , de manera que tenemos

$$\vec{x} = A\vec{s},$$

y nuestra tarea es estimar A y \vec{s} . Cuando decimos que las fuentes son independientes nos referimos al sentido estadístico, donde dos variables s_1 y s_2 son independientes si cumplen

$$p(s_1, s_2) = p(s_1)p(s_2),$$

es decir, si la función de distribución conjunta es factorizable en las funciones de distribución de cada variable. La manera en que ICA estima estas fuentes s_i , es encontrando una transformación que minimiza la información mutua (ecuación 2.19) de las coordenadas¹. Así, en el caso del electroencefalograma terminamos con componentes s_i que representan activaciones máximamente independientes del tejido neural o muscular. Después de examinar las propiedades de estas componentes, en términos de distribución espacial y espectral podemos eliminar la componente a la manera de un filtro espacial (simplemente multiplicando por cero ese vector de la base).

En este estudio se utilizó el software EEGLAB para el análisis de componentes independientes (Delorme & Makeig 2004). Se siguieron los siguientes pasos:

1. Se concatenaron intervalos representativos del reposo y de cada meditación ordenándolos alfabéticamente: CO (compasión), EC (reposo ojos cerrados), EO (reposo ojos abiertos), FA (atención enfocada), OP (presencia abierta).
2. Se resta el promedio temporal de cada electrodo. Como medida para reducir el número de dimensiones, se hizo un análisis de componentes principales (PCA) y se tomaron las primeras 70 (de 124) direcciones que corresponden a la mayor cantidad de la varianza. Este análisis (también llamado descomposición de Karhunen-Loève) se realiza diagonalizando la matriz de covarianza de los electrodos y ordenando la base según el

¹No es el objetivo de este apéndice explicar con detalle el algoritmo utilizado, sino solamente presentar una idea del procedimiento que se siguió.

tamaño de los eigenvalores, tomando entonces las primeras 70 dimensiones. Este paso no es imprescindible, pero simplifica los datos y hace que el algoritmo de ICA sea más rápido y confiable.

3. Se corrió el algoritmo de ICA sobre esta concatenación y se ordenaron las componentes resultantes según la cantidad pv^2 definida

$$pv_i = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \frac{1}{T} \int_0^T (A_{ji}s_i(t))^2 dt,$$

que es la potencia total que corresponde a cada componente.

4. La interfase gráfica de EEGLAB nos ofrece información de cada componente. En la figura A.2a mostramos el mapa espacial de las primeras 14 componentes de la meditación del practicante SP19. En rojo aparecen las que rechazamos. Las figuras A.2b-e muestran en detalle la información de cada componente, que nos provee de criterios para aceptarla o rechazarla:

Mapa Da información sobre la estructura espacial de la activación de la componente. Mientras más profunda sea la fuente más extendida será la activación, como en IC13. En contraste, la componente IC10 parece ser activada en la superficie de la cabeza, sugiriendo un origen muscular. Por otra parte, el mapa nos deja sospechar por ejemplo que las componentes IC1 e IC4 tienen un origen ocular.

Activación El cuadro que aparece junto al mapa representa con colores la activación de la componente: se corta su serie de tiempo en intervalos de 800 ms y se apila uno sobre el otro. Así, la componente IC13 tuvo una activación homogénea. Por su parte, la componente IC1 tiene casi toda su activación durante el primer intervalo de la concatenación (CO) aunque también se activó durante el último (OP). Esto nos hace sospechar que IC1 juega un papel importante en la meditación. En contraste, IC4 presenta activación esporádica que confirma la sospecha de origen ocular: corresponde al pestañeo.

² pv : promedio de la varianza.

Porcentaje de la varianza explicado Usando la cantidad pv definida arriba, en el título del cuadro de activación aparece el porcentaje $\frac{100pv_i}{\sum_j pv_j}$, que es información importante ya que indica qué tan relevante es una componente. Por ejemplo, rechazar IC1 equivale a rechazar el 17% de los datos. Las primeras tres componentes en este caso suman el 36% de la varianza, por lo que son cruciales.

Distribución espectral Las componentes cerebrales típicas tienen un máximo en alfa (8-13 Hz) como IC13. Las componentes de origen muscular tienen un espectro con potencia fuerte en frecuencias altas (30-100 Hz). Como se ha discutido antes (sección 4.3), el espectro de la meditación se parece al de los músculos, por lo que las componentes asociadas con ella también tendrán potencia en frecuencias altas. Sin embargo estas componentes tienen un espectro que decae rápidamente. Así, se utilizó la pendiente d de este decaimiento (en escala logarítmica $100 \log_{10}(\mu V^2/Hz)$) como criterio objetivo para aceptar o rechazar una componente. Si el valor d es menor que $-0,1$ la componente se acepta. Así, tenemos que IC1 fue aceptada, pero no es este el caso de IC10.

Después de decidir juiciosamente qué componentes aceptar y cuales rechazar es importante usarlas sistemáticamente para todos los datos de ese sujeto. Es decir, se usaron exactamente las mismas componentes para las distintas meditaciones y los músculos, pues de otra forma la comparación no sería válida. La figura A.3 es un ejemplo para mostrar la eficacia de esta técnica, donde se eliminaron los pestañeos y la contaminación por la señal cardiaca. La figura A.4 muestra la transición de reposo a meditación, haciendo evidente el aumento en la potencia. En los datos originales aparecen pestañeos que son eliminados por ICA. Exactamente en la transición hay un artefacto muscular que es eliminado en el examen visual y por eso aparece sombreado.

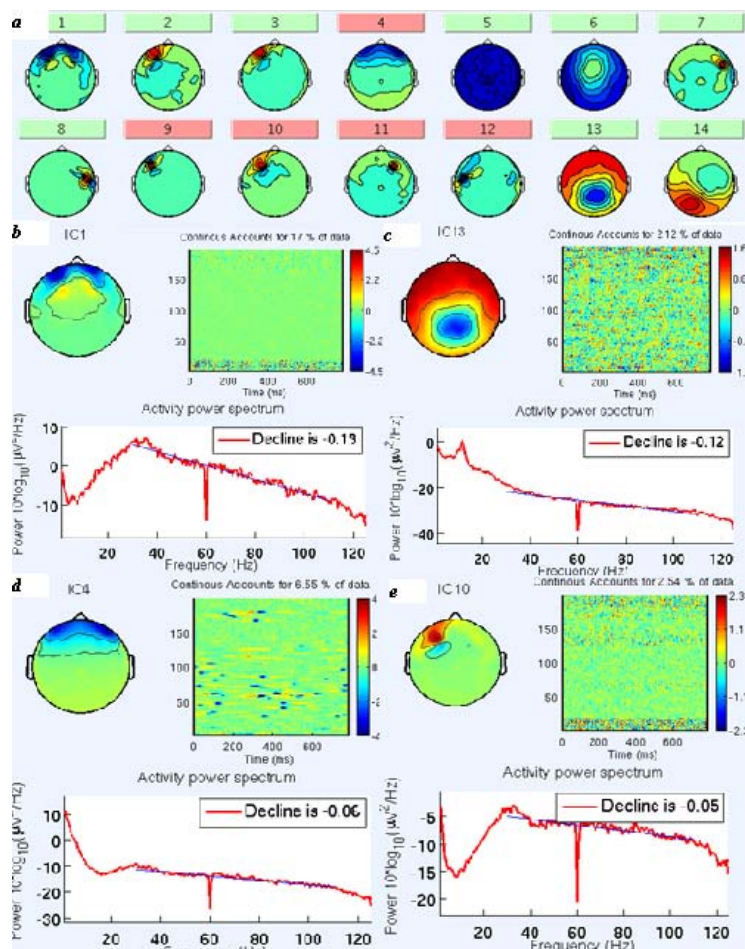


Figura A.2: a) Las primeras catorce componentes de la meditación del practicante SP19. b) IC1 (17%, $d = -0,13$), no se rechaza debido a su importancia y a que está activa principalmente durante CO. c) IC13 (2,1%), no se rechaza pues es una componente típica de actividad cerebral en reposo, con pico en la banda alfa. d) IC4 (6,5%), se rechaza pues corresponde al pestañeo. e) IC10 (2,5%, $d = -0,5$), se rechaza pues el espectro no decae rápidamente.

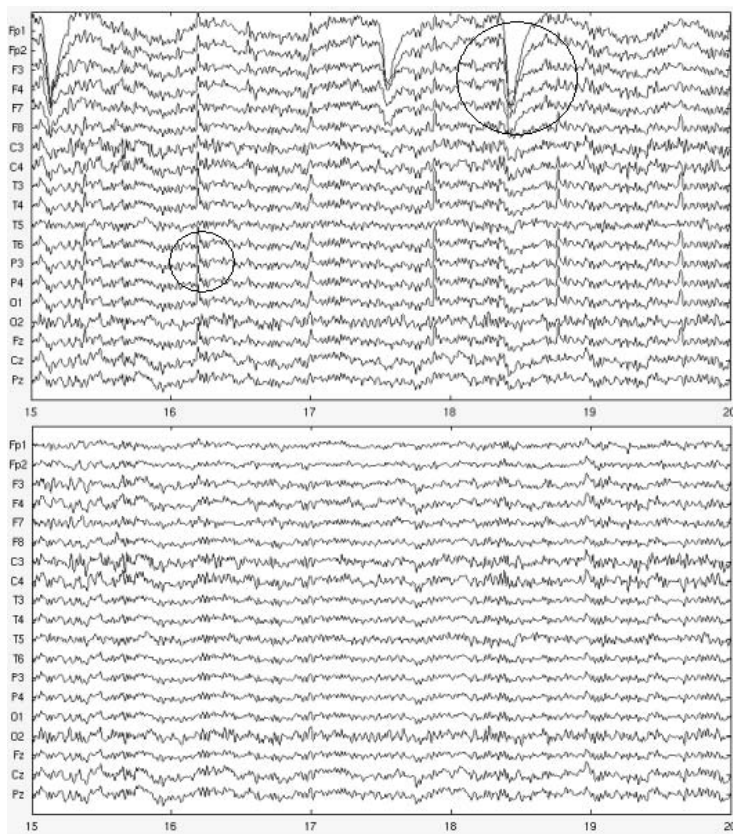


Figura A.3: Mostrando la eficacia de ICA. Arriba el EEG original. El círculo grande muestra un pestañeo, el círculo pequeño ejemplifica contaminación del electrocardiograma. Abajo el resultado después de eliminar la componente de pestañeo y la componente cardiaca.

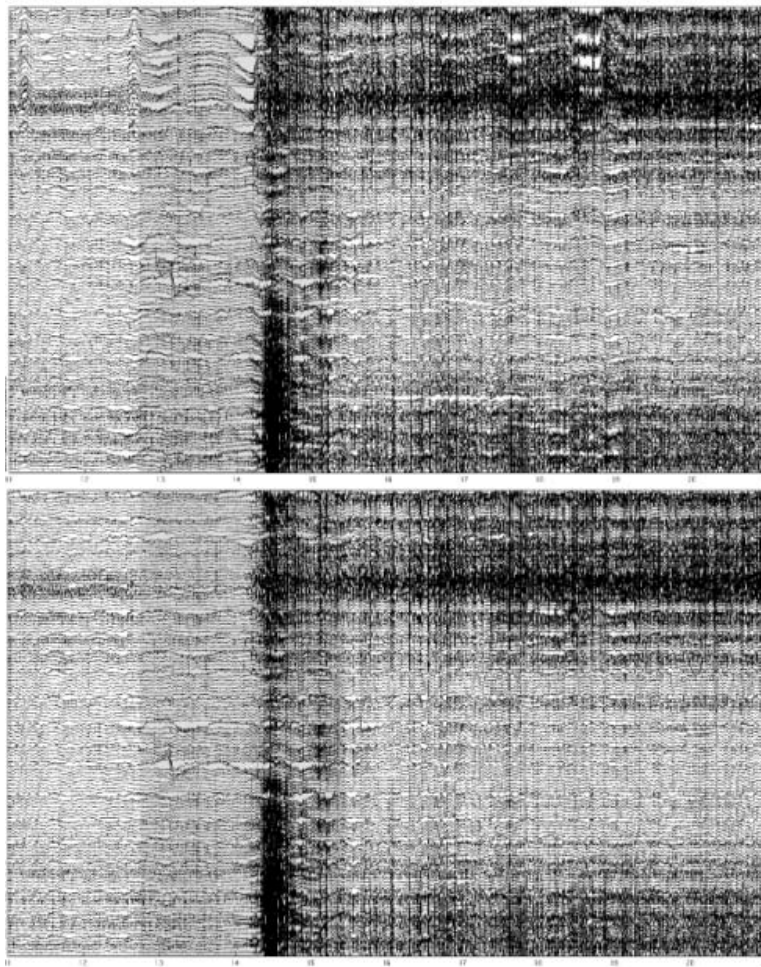


Figura A.4: Ejemplificando la corrección con ICA en la meditación. Mostramos la transición de reposo a CO, donde es evidente el aumento de potencia. Sombreado aparece un intervalo rechazado en el examen visual.

Referencias

- Abarbanel, H. D. & Kennel, M. B. (1993). Local false nearest neighbors and dynamical dimensions from observed chaotic data, *Physical Review E* **47**(5): 3057+.
- Albert, R. & Barabasi, A. L. (2002). Statistical mechanics of complex networks, *Reviews of Modern Physics* **74**(1).
- Arnhold, J., Grassberger, P., Lehnertz, K. & Elger, C. E. (1999). A robust method for detecting interdependences: application to intracranially recorded eeg, *Physica D: Nonlinear Phenomena* **134**(4): 419–430.
- Auld, D. S. & Robitaille, R. (2003). Glial cells and neurotransmission: An inclusive view of synaptic function, *Neuron* **40**(2): 389–400.
- Babloyantz, A., Salazar, J. M. & Nicolis, C. (1985). Evidence of chaotic dynamics of brain activity during the sleep cycle, *Physics Letters A* **111**(3): 152–156.
- Bak, P., Tang, C. & Wiesenfeld, K. (1987). Self-organized criticality: An explanation of the 1/f noise, *Physical Review Letters* **59**(4): 381+.
- Basar-Eroglu, C., Strüber, D., Schürmann, M., Stadler, M. & Basar, E. (1996). Gamma-band responses in the brain: a short review of psychophysiological correlates and functional significance, *International Journal of Psychophysiology* **24**(1-2): 101–112.
- Bayne, T. (2004). Closing the gap? some questions for neurophenomenology: Special issue on naturalizing phenomenology (edited by antoine lutz), *Phenomenology and the Cognitive Sciences* **3**(4): 349+.
- Beggs, J. M. & Plenz, D. (2003). Neuronal avalanches in neocortical circuits., *J Neurosci* **23**(35): 11167–11177.

- Bell, A. J. & Sejnowski, T. J. (1995). An information-maximization approach to blind separation and blind deconvolution., *Neural Comput* **7**(6): 1129–1159.
- Boccaletti, S., Latora, V., Moreno, Y., Chavez, M. & Hwang, D. U. (2006). Complex networks: Structure and dynamics, *Physics Reports* **424**(4–5): 175–308.
- Bracewell, R. (1986). *The Fourier Transform and Its Applications*, McGraw-Hill Companies.
- Bressler, S. L. & Kelso, S. J. A. (2001). Cortical coordination dynamics and cognition, *Trends in Cognitive Sciences* **5**(1): 26–36.
- Bressler, S. L. & Tognoli, E. (2006). Operational principles of neurocognitive networks., *Int J Psychophysiol* **60**(2): 139–148.
- Brovelli, A., Ding, M., Ledberg, A., Chen, Y., Nakamura, R. & Bressler, S. L. (2004). Beta oscillations in a large-scale sensorimotor cortical network: directional influences revealed by granger causality., *Proc Natl Acad Sci U S A* **101**(26): 9849–9854.
- Buxhoeveden, D. P. & Casanova, M. F. (2002). The minicolumn hypothesis in neuroscience, *Brain* **125**(5): 935–951.
- Cai, S. M., Jiang, Z. H., Zhou, T., Zhou, P. L., Yang, H. J. & Wang, B. H. (2007). Scale invariance of human electroencephalogram signals in sleep, *Physical Review E (Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics)* **76**(6).
- Canolty, R. T., Edwards, E., Dalal, S. S., Soltani, M., Nagarajan, S. S., Kirsch, H. E., Berger, M. S., Barbaro, N. M. & Knight, R. T. (2006). High gamma power is phase-locked to theta oscillations in human neocortex., *Science* **313**(5793): 1626–1628.
- Chialvo, D. R. (2006). The brain near the edge, *eprint arXiv:q-bio/0610041*.
- Contreras, D. & Steriade, M. (1995). Cellular basis of eeg slow rhythms: a study of dynamic corticothalamic relationships, *J. Neurosci.* **15**(1): 604–622.

- Cosmelli, D., David, O., Lachaux, J.-P., Martinerie, J., Garnero, L., Renault, B. & Varela, F. (2004). Waves of consciousness: ongoing cortical patterns during binocular rivalry, *NeuroImage* **23**(1): 128–140.
- Cosmelli, D., Lachaux, J.-P. & Thompson, E. (2007). Neurodynamics of consciousness, *Cambridge Handbook of Consciousness* .
- Crick, F. & Koch, C. (2003). A framework for consciousness., *Nat Neurosci* **6**(2): 119–126.
- David, O., Cosmelli, D. & Friston, K. J. (2004). Evaluation of different measures of functional connectivity using a neural mass model., *Neuroimage* **21**(2): 659–673.
- Davidson, R. J., Kabat-Zinn, J., Schumacher, J., Rosenkranz, M., Muller, D., Santorelli, S. F., Urbanowski, F., Harrington, A., Bonus, K. & Sheridan, J. F. (2003). Alterations in brain and immune function produced by mindfulness meditation., *Psychosom Med* **65**(4): 564–570.
- Daw, C. S., Finney, C. E. A. & Tracy, E. R. (2003). A review of symbolic analysis of experimental data, *Review of Scientific Instruments* **74**: 915–930.
- Delorme, A. & Makeig, S. (2004). Eeglab: an open source toolbox for analysis of single-trial eeg dynamics including independent component analysis., *J Neurosci Methods* **134**(1): 9–21.
- Delorme, A., Sejnowski, T. & Makeig, S. (2007). Enhanced detection of artifacts in eeg data using higher-order statistics and independent component analysis, *NeuroImage* **34**(4): 1443–1449.
- Eckmann, J. P., Kamphorst, O. S. & Ruelle, D. (1987). Recurrence plots of dynamical systems, *Europhysics Letters* **4**: 973+.
- Eguíluz, V. M., Chialvo, D. R., Cecchi, G. A., Baliki, M. & Apkarian, A. V. (2005). Scale-free brain functional networks., *Phys Rev Lett* **94**(1).
- Engel, A. K., Fries, P. & Singer, W. (2001). Dynamic predictions: oscillations and synchrony in top-down processing., *Nat Rev Neurosci* **2**(10): 704–716.

- Farmer, S. F. (1998). Rhythmicity, synchronization and binding in human and primate motor systems, *J Physiol* **509**(1): 3–14.
- Fingelkurts, A. A. & Fingelkurts, A. A. (2004). Making complexity simpler: multivariability and metastability in the brain., *The International journal of neuroscience* **114**(7): 843–862.
- Fraser, A. M. & Swinney, H. L. (1986). Independent coordinates for strange attractors from mutual information, *Physical Review A* **33**(2): 1134+.
- Freeman, W. (1987). Simulation of chaotic eeg patterns with a dynamic model of the olfactory system, *Biological Cybernetics* **56**(2): 139–150.
- Freeman, W. J. (1991). The physiology of perception., *Scientific American* **264**(2): 78–85.
- Freeman, W. J. (2004). Origin, structure, and role of background eeg activity. part 1. analytic amplitude, *Clinical Neurophysiology* **115**(9): 2077–2088.
- Freeman, W. J. (2005). A field-theoretic approach to understanding scale-free neocortical dynamics, *Biological Cybernetics* **92**(6): 350–359.
- Freeman, W. J. & Holmes, M. D. (2005). Metastability, instability, and state transition in neocortex, *Neural Networks* **18**(5-6): 497–504.
- Freeman, W. J. & Vitiello, G. (2006). Nonlinear brain dynamics as macroscopic manifestation of underlying many-body field dynamics, *Physics of Life Reviews* **3**(2): 93–118.
- Friedrich, R. & Uhl, C. (1996). Spatio-temporal analysis of human electroencephalograms: Petit-mal epilepsy, *Physica D: Nonlinear Phenomena* **98**(1): 171–182.
- Fries, P., Scheeringa, R. & Oostenveld, R. (2008). Finding gamma, *Neuron* **58**(3): 303–305.
- Goncharova, I. I., Mcfarland, D. J., Vaughan, T. M. & Wolpaw, J. R. (2003). Emg contamination of eeg: spectral and topographical characteristics, *Clinical Neurophysiology* **114**(9): 1580–1593.

- Gong, P., Nikolaev, A. R. & van Leeuwen, C. (2003). Scale-invariant fluctuations of the dynamical synchronization in human brain electrical activity, *Neuroscience Letters* **336**(1): 33–36.
- Gray, C. M., König, P., Engel, A. K. & Singer, W. (1989). Oscillatory responses in cat visual cortex exhibit inter-columnar synchronization which reflects global stimulus properties., *Nature* **338**(6213): 334–337.
- Guckenheimer, J. (1975). Isochrons and phaseless sets, *Journal of Mathematical Biology* **1**(3): 259–273.
- Haken, H. (1983). *Synergetics. an introduction*, Springer Series in Synergetics, Berlin: Springer, 1983, 3rd ed.
- Heneghan, C. & Mcdarby, G. (2000). Establishing the relation between detrended fluctuation analysis and power spectral density analysis for stochastic processes, *Physical Review E* **62**(5): 6103+.
- Hilgetag, C. C., Burns, G. A., O’Neill, M. A., Scannell, J. W. & Young, M. P. (2000). Anatomical connectivity defines the organization of clusters of cortical areas in the macaque monkey and the cat., *Philosophical transactions of the Royal Society of London. Series B, Biological sciences* **355**(1393): 91–110.
- Hindmarsh, J. L. & Rose, R. M. (1984). A model of neuronal bursting using three coupled first order differential equations., *Proceedings of the Royal Society of London. Series B, Containing papers of a Biological character. Royal Society (Great Britain)* **221**(1222): 87–102.
- Howard, M. W., Rizzuto, D. S., Caplan, J. B., Madsen, J. R., Lisman, J., Aschenbrenner-Scheibe, R., Schulze-Bonhage, A. & Kahana, M. J. (2003). Gamma oscillations correlate with working memory load in humans., *Cereb Cortex* **13**(12): 1369–1374.
- Huang, L., Wang, W. & Singare, S. (2006). Recurrence quantification analysis of eeg predicts responses to incision during anesthesia, *Neural Information Processing* pp. 58–65.
- Hut, P., Goodwin, B. & Kauffman, S. (2000). Complexity and functionality: a search for the where, the when, and the how, *Proceedings from*

the international conference on complex systems on Unifying themes in complex systems, Perseus Books, Cambridge, MA, USA, pp. 259–268.

Huygens, C. (1673). *Horologium oscillatorium sive de motu pendulorum ad horologia aptato demonstrationes geometricae*.

Hwa, R. C. & Ferree, T. C. (2002). Scaling properties of fluctuations in the human electroencephalogram, *Physical Review E* **66**(2): 021901+.

Izhikevich, E. M. (2004). Which model to use for cortical spiking neurons?, *IEEE Trans Neural Netw* **15**(5): 1063–1070.

Jain, A. K., Murty, M.Ñ. & Flynn, P. J. (1999). Data clustering : A review, *ACM computing surveys* **31**(3).

James, W. (1950). *The Principles of Psychology, Vol. 1*, Dover Publications.

Jensen, H. J. & Magnasco, M. O. (1999). Self-organized criticality: Emergent complex behavior in physical and biological systems, *Physics Today* **52**: 76+.

Jia, W., Kong, N., Li, F., Gao, X., Gao, S., Zhang, G., Wang, Y. & Yang, F. (2005). An epileptic seizure prediction algorithm based on second-order complexity measure., *Physiological measurement* **26**(5): 609–625.

Jirsa, V., Friedrich, R., Haken, H. & Kelso, J. (1994). A theoretical model of phase transitions in the human brain, *Biological Cybernetics* **71**(1): 27–35.

Jirsa, V. K. & Haken, H. (1996). Field theory of electromagnetic brain activity, *Physical Review Letters* **77**(5): 960+.

Kocarev, L. & Parlitz, U. (1996). Generalized synchronization, predictability, and equivalence of unidirectionally coupled dynamical systems, *Physical Review Letters* **76**(11): 1816+.

Koch, C. & Hepp, K. (2006). Quantum mechanics in the brain, *Nature* **440**(7084): 611.

Korn, H. & Faure, P. (2003). Is there chaos in the brain? ii. experimental evidence and related models, *Comptes Rendus Biologies* **326**(9): 787–840.

- Lachaux, J. P., Rodriguez, E., Martinerie, J., Adam, C., Hasboun, D. & Varela, F. J. (2000). A quantitative study of gamma-band activity in human intracranial recordings triggered by visual stimuli., *Eur J Neurosci* **12**(7): 2608–2622.
- Lazar, S. W., Kerr, C. E., Wasserman, R. H., Gray, J. R., Greve, D.Ñ., Treadway, M. T., McGarvey, M., Quinn, B. T., Dusek, J. A., Benson, H., Rauch, S. L., Moore, C. I. & Fischl, B. (2005). Meditation experience is associated with increased cortical thickness., *Neuroreport* **16**(17): 1893–1897.
- Le Van Quyen, M. (2003). Disentangling the dynamic core: a research program for a neurodynamics at the large-scale., *Biological research* **36**(1): 67–88.
- Lee, K.-H., Williams, L. M., Breakspear, M. & Gordon, E. (2003). Synchronous gamma activity: a review and contribution to an integrative neuroscience model of schizophrenia, *Brain Research Reviews* **41**(1): 57–78.
- Lee, U., Kim, S., Noh, G.-J. & Choi, B.-M. (2007). A new dynamic property of human consciousness, *Nature Precedings* .
- Li, X., Ouyang, G., Yao, X. & Guan, X. (2004). Dynamical characteristics of pre-epileptic seizures in rats with recurrence quantification analysis, *Physics Letters A* **333**(1-2): 164–171.
- Linkenkaer-Hansen, K., Nikouline, V. V., Palva, M. J. & Ilmoniemi, R. J. (2001). Long-range temporal correlations and scaling behavior in human brain oscillations, *J. Neurosci.* **21**(4): 1370–1377.
- Lutz, A. (2002). Toward a neurophenomenology as an account of generative passages: a first empirical case study, *Phenomenology and the Cognitive Sciences* **1**(2): 133–167.
- Lutz, A., Dunne, J., Davidson, R. & Thompson, E. (2007). Meditation and the neuroscience of consciousness, *Cambridge Handbook of Consciousness* .

- Lutz, A., Greischar, L. L., Rawlings, N. B., Ricard, M. & Davidson, R. J. (2004). Long-term meditators self-induce high-amplitude gamma synchrony during mental practice., *Proc Natl Acad Sci U S A* **101**(46): 16369–16373.
- Lutz, A. & Thompson, E. (2003). Neurophenomenology integrating subjective experience and brain dynamics in the neuroscience of consciousness, *Journal of Consciousness Studies* pp. 31–52.
- Marwan, N., Carmen-Romano, M., Thiel, M. & Kurths, J. (2007). Recurrence plots for the analysis of complex systems, *Physics Reports* **438**(5-6): 237–329.
- Massimini, M., Ferrarelli, F., Huber, R., Esser, S. K., Singh, H. & Tononi, G. (2005). Breakdown of cortical effective connectivity during sleep., *Science* **309**(5744): 2228–2232.
- Miltner, W. H., Braun, C., Arnold, M., Witte, H. & Taub, E. (1999). Coherence of gamma-band eeg activity as a basis for associative learning., *Nature* **397**(6718): 434–436.
- Mormann, Florian, Andrzejak, Ralph, G., Elger, Christian, E., Lehnertz & Klaus (2007). Seizure prediction: the long and winding road, *Brain* **130**(2): 314–333.
- Nagarjuna (1995). *The Fundamental Wisdom of the Middle Way: Nagarjuna's Mulamadhyamakakarika*, Oxford University Press, USA.
- Navarro, V., Martinerie, J., Le Van Quyen, M., Clemenceau, S., Adam, C., Baulac, M. & Varela, F. (2002). Seizure anticipation in human neocortical partial epilepsy., *Brain : a journal of neurology* **125**(Pt 3): 640–655.
- Newman, M. E. J. (2003). The structure and function of complex networks, *SIAM Review* **45**(2): 167–256.
- Nicolis, G., Prigogine, I. & Carruthers, P. (1990). Exploring complexity: An introduction, *Physics Today* **43**: 96+.
- Nunez, P. L. (2000). Toward a quantitative description of large-scale neocortical dynamic function and eeg, *Behavioral and Brain Sciences* **23**(03): 371–398.

- Nunez, P. L. (2005). *Electric Fields of the Brain: The Neurophysics of Eeg*, Oxford Univ Pr (Txt).
- Ott, E. & Wiesenfeld, K. (1994). Chaos in dynamical systems, *Physics Today* **47**: 45+.
- Palva, J. M., Palva, S. & Kaila, K. (2005). Phase synchrony among neuronal oscillations in the human cortex., *J Neurosci* **25**(15): 3962–3972.
- Peng, C. K., Buldyrev, S. V., Havlin, S., Simons, M., Stanley, H. E. & Goldberger, A. L. (1994). Mosaic organization of dna nucleotides, *Physical Review E* **49**(2): 1685+.
- Peng, C. K., Havlin, S., Stanley, H. E. & Goldberger, A. L. (1995). Quantification of scaling exponents and crossover phenomena in nonstationary heartbeat time series, *Chaos* **5**: 82–87.
- Perko, L. (2006). *Differential Equations and Dynamical Systems*, 3rd ed. 2001. corr. 3rd printing edn, Springer.
- Petitot, J., Varela, F., Pachoud, B. & Roy, J.-M. (eds) (2000). *Naturalizing Phenomenology: Issues in Contemporary Phenomenology and Cognitive Science*, 1 edn, Stanford University Press.
- Pikovsky, A., Rosenblum, M. & Kurths, J. (2000). Phase synchronization in regular and chaotic systems, *Int. J. Bifurcation Chaos* **10**(10): 2291–2305.
- Pikovsky, A., Rosenblum, M. & Kurths, J. (2002). *Synchronization: A Universal Concept in Nonlinear Science*, Cambridge University Press.
- Pritchard, W. S., Duke, D. W. & Kriehle, K. K. (1995). Dimensional analysis of resting human eeg. ii: Surrogate-data testing indicates nonlinearity but not low-dimensional chaos., *Psychophysiology* **32**(5): 486–491.
- Pulvermüller, F., Lutzenberger, W. & Preissl, H. (1999). Nouns and verbs in the intact brain: evidence from event-related potentials and high-frequency cortical responses., *Cerebral cortex (New York, N.Y. : 1991)* **9**(5): 497–506.

- Quian, Kraskov, A., Kreuz, T. & Grassberger, P. (2002). Performance of different synchronization measures in real data: A case study on electroencephalographic signals, *Physical Review E* **65**(4): 041903+.
- Rabinovich, M. I., Varona, P., Selverston, A. I. & Abarbanel, H. D. I. (2006). Dynamical principles in neuroscience, *Reviews of Modern Physics* **78**(4).
- Rabten, G. (n.d.). *The Mind and its Functions*, 2nd edn, Edition Rabten.
- Rees, G., Kreiman, G. & Koch, C. (2002). Neural correlates of consciousness in humans., *Nat Rev Neurosci* **3**(4): 261–270.
- Rennie, C. J., Robinson, P. A. & Wright, J. J. (2002). Unified neurophysiological model of eeg spectra and evoked potentials., *Biological cybernetics* **86**(6): 457–471.
- Rieke, C., Sternickel, K., Andrzejak, R. G., Elger, C. E., David, P. & Lehnertz, K. (2002). Measuring nonstationarity by analyzing the loss of recurrence in dynamical systems, *Physical Review Letters* **88**(24): 244102+.
- Robinson, P. A. (2003). Interpretation of scaling properties of electroencephalographic fluctuations via spectral analysis and underlying physiology, *Physical Review E* **67**(3): 032902+.
- Rodriguez, E., George, N., Lachaux, J. P., Martinerie, J., Renault, B. & Varela, F. J. (1999). Perception's shadow: long-distance synchronization of human brain activity., *Nature* **397**(6718): 430–433.
- Rosa, L. P. & Faber, J. (2004). Quantum models of the mind: Are they compatible with environment decoherence?, *Physical Review E* **70**(3): 031902+.
- Rosenblum, M., Pikovsky, A., Kurths, J., Schaefer, C. & Tass, P. (2001). Phase synchronization: from theory to data analysis.
- Rudrauf, D., Lutz, A., Cosmelli, D., Lachaux, J. P. & Le Van Quyen, M. (2003). From autopoiesis to neurophenomenology: Francisco varela's exploration of the biophysics of being., *Biol Res* **36**(1): 27–65.
- Schaul, N. (1998). The fundamental neural mechanisms of electroencephalography, *Electroencephalography and Clinical Neurophysiology* **106**(2): 101–107.

- Schwartz, J. M., Stapp, H. P. & Beauregard, M. (2005). Quantum physics in neuroscience and psychology: a neurophysical model of mind-brain interaction., *Philos Trans R Soc Lond B Biol Sci* **360**(1458): 1309–1327.
- Seth, A. K., Izhikevich, E., Reeke, G.Ñ. & Edelman, G. M. (2006). Theories and measures of consciousness: an extended framework., *Proc Natl Acad Sci U S A* **103**(28): 10799–10804.
- Shantideva (2006). *The Way of the Bodhisattva: (Bodhicaryavatara), Revised Edition (Shambhala Classics)*, revised edn, Shambhala.
- Sheer, D. E. (1989). Focused arousal and the cognitive 40-hz event-related potentials: differential diagnosis of alzheimer’s disease., *Progress in clinical and biological research* **317**: 79–94.
- Slagter, H. A., Lutz, A., Greischar, L. L., Francis, A. D., Nieuwenhuis, S., Davis, J. M. & Davidson, R. J. (2007). Mental training affects distribution of limited brain resources, *PLoS Biology* **5**(6): e138+.
- Song, I.-H., Lee, D.-S. & Kim, S. I. (2004). Recurrence quantification analysis of sleep electroencephalogram in sleep apnea syndrome in humans, *Neuroscience Letters* **366**(2): 148–153.
- Sporns, O., Chialvo, D. R., Kaiser, M. & Hilgetag, C. C. (2004). Organization, development and function of complex brain networks., *Trends Cogn Sci* **8**(9): 418–425.
- Sporns, O. & Zwi, J. D. (2004). The small world of the cerebral cortex., *Neuroinformatics* **2**(2): 145–162.
- Stam, C. J. (2005). Nonlinear dynamical analysis of eeg and meg: Review of an emerging field, *Clinical Neurophysiology* **116**(10): 2266–2301.
- Stam, C. J. & de Bruin, E. A. (2004). Scale-free dynamics of global functional connectivity in the human brain, *Human Brain Mapping* **22**(2): 97–109.
- Stam, C. J. & van Dijk, B. W. (2002). Synchronization likelihood: an unbiased measure of generalized synchronization in multivariate data sets, *Physica D: Nonlinear Phenomena* **163**(3-4): 236–251.

- Steuer, R., Kurths, J., Daub, C. O., Weise, J. & Selbig, J. (2002). The mutual information: detecting and evaluating dependencies between variables., *Bioinformatics* **18 Suppl 2**.
- Strogatz, S. H. (2001). Exploring complex networks., *Nature* **410**(6825): 268–276.
- Strogatz, S. H. & Fox, R. F. (1995). Nonlinear dynamics and chaos: With applications to physics, biology, chemistry and engineering, *Physics Today* **48**: 93+.
- Takens, F. (1981). Detecting strange attractors in turbulence, *Dynamical Systems and Turbulence* pp. 366–381.
- Tallon-Baudry, C. & Bertrand, O. (1999). Oscillatory gamma activity in humans and its role in object representation, *Trends in Cognitive Sciences* **3**(4): 151–162.
- Theiler, J., Eubank, S., Longtin, A., Galdrikian, B. & Doyne (1992). Testing for nonlinearity in time series: the method of surrogate data, *Physica D: Nonlinear Phenomena* **58**(1-4): 77–94.
- Thomasson, N., Hoepfner, T. J., Webber, C. L. & Zbilut, J. P. (2001). Recurrence quantification in epileptic eegs, *Physics Letters A* **279**(1-2): 94–101.
- Tononi, G. (2004). An information integration theory of consciousness, *BMC Neuroscience* **5**(1).
- Tononi, G. & Edelman, G. M. (1998). Consciousness and complexity., *Science* **282**(5395): 1846–1851.
- Van Quyen, L. M., Foucher, J., Lachaux, J.-P., Rodriguez, E., Lutz, A., Martinerie, J. & Varela, F. J. (2001). Comparison of hilbert transform and wavelet methods for the analysis of neuronal synchrony, *Journal of Neuroscience Methods* **111**(2): 83–98.
- Varela, F. J. (1995). Resonant cell assemblies: a new approach to cognitive functions and neuronal synchrony., *Biological research* **28**(1): 81–95.
- Varela, F. J. (1996). Neurophenomenology: a methodological remedy for the hard problem, *Journal of Consciousness Studies* pp. 330–349.

- Varela, F., Lachaux, J. P., Rodriguez, E. & Martinerie, J. (2001). The brain-web: phase synchronization and large-scale integration., *Nat Rev Neurosci* **2**(4): 229–239.
- Velmans, M. & Schneider, S. (eds) (2007). *The Blackwell Companion to Consciousness*, Wiley-Blackwell.
- Wallace, A. B. (2006a). *The Attention Revolution: Unlocking the Power of the Focused Mind*, 1st wisdom ed edn, Wisdom Publications.
- Wallace, A. B. (2006b). *Contemplative Science: Where Buddhism and Neuroscience Converge (Columbia Series in Science and Religion)*, Columbia University Press.
- Wallace, A. B. (2007). *Hidden Dimensions: The Unification of Physics and Consciousness (Columbia Series in Science and Religion)*, 1 edn, Columbia University Press.
- Werner, G. (2007). Metastability, criticality and phase transitions in brain and its models, *Biosystems* **90**(2): 496–508.
- Whitham, E. M., Lewis, T., Pope, K. J., Fitzgibbon, S. P., Clark, R. C., Loveless, S., Delosangeles, D., Wallace, A. K., Broberg, M. & Willoughby, J. O. (2008). Thinking activates emg in scalp electrical recordings, *Clinical Neurophysiology* **119**(5): 1166–1175.
- Whitham, E. M., Pope, K. J., Fitzgibbon, S. P., Lewis, T., Clark, R. C., Loveless, S., Broberg, M., Wallace, A., Delosangeles, D., Lillie, P., Hardy, A., Fronsko, R., Pulbrook, A. & Willoughby, J. O. (2007). Scalp electrical recording during paralysis: Quantitative evidence that eeg frequencies above 20Åãhz are contaminated by emg, *Clinical Neurophysiology* **118**(8): 1877–1888.
- Womelsdorf, T., Schoffelen, J.-M., Oostenveld, R., Singer, W., Desimone, R., Engel, A. K. & Fries, P. (2007). Modulation of neuronal interactions through neuronal synchronization, *Science* **316**(5831): 1609–1612.
- Yuval-Greenberg, S., Tomer, O., Keren, A. S., Nelken, I. & Deouell, L. Y. (2008). Transient induced gamma-band response in eeg as a manifestation of miniature saccades, *Neuron* **58**(3): 429–441.

Zelazo, D., Moscovitch, M. & Thompson, E. (eds) (2007). *The Cambridge Handbook of Consciousness*, 1 edn, Cambridge University Press.