



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE
MÉXICO

UNIDAD ACADÉMICA DE LOS CICLOS PROFESIONAL Y POSGRADO DEL C.C.H.

TÍTULO: COMPARACIÓN DE PRUEBAS PARA HIPÓTESIS
NO ANIDADAS EN REGRESIÓN NO LINEAL

TESIS QUE PRESENTA:

JORGE DOMÍNGUEZ DOMÍNGUEZ

PARA OBTENER EL GRADO DE MAESTRO
EN ESTADÍSTICA E INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES

1986

BIBLIOTECA
JUAN A. ESCALANTE H.
UNIDAD ACADÉMICA DE
LOS CICLOS PROFESIONAL
Y DE POSGRADO / CCH
UNAM



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

C O N T E N I D O

	PAGINA
INTRODUCCION	1-5
CAPITULO 1 . Modelos de regresión no lineal	6-15
1.1 Introducción	6-7
1.2 Estimación de parámetros	7-9
1.3 Estimación robusta	9-11
1.4 Distribución asintótica	11-12
1.5 Método Gauss-Newton	12-15
CAPITULO 2. Hipótesis no anidadas	16-27
2.1 Antecedentes	16-17.
2.2 Estadístico de Pesaran y Deaton	17-19
2.3 Estadísticas J y P de Davidson y Mac Kinnon	19-22
2.4 Procedimiento de Aguirre y Gallant	22-27.

	PAGINA
CAPITULO 3. Modelos de crecimiento	28-43
3.1 Introducción	28-29
3.2 Diseño de los experimentos	
Monte Carlo	29-32
3.3 Resultados del experimento	32-34
3.4 Discusión de los resultados	34-42
3.5 Conclusiones	43
 CAPITULO 4. Modelos sigmoidales	 44-48
4.1 Introducción	44-45
4.2 Diseño de los experimentos	
Monte Carlo	45-46
4.3 Resultados del experimento	46-47
4.4 Discusión de los resultados	47-48
4.5 Conclusiones	48
 CAPITULO 5. Regrob (paquete)	 49-80
5.1 Introducción	49-54
5.2 Documentación	54-74
5.3 Ejemplo	75-80
 BIBLIOGRAFIA.	 81-83

T A B L A S

Capítulo 3.	PAGINA
Tabla A (Describe la distribución de los errores)	30
Tabla B (Plantea las pruebas utilizadas)	32

Tablas	Distribución de los errores.	Hipótesis mod. verdadero	*
1	$N(0,1)$	nula	
2	$N(0,1)$	alternativa	
3	$N(0,0.025)$	nula	
4	$N(0,0.025)$	alternativa	
5	$.9*N(0,0.025)+.1*C$	nula	
6	$.9*N(0,0.025)+.1*C$	alternativa	
7	$.9*N(0,.02)+.1N(0,2.25)$		
	$.9*N(0,.02)+.1t$	nula	
	$.9*n(0,.02)+.2t$		
8	$.9*N(0,.02)+.1N(0,2.25)$		
	$.9*N(0,.02)+.1t$	alternativa	
	$.9*N(0,.02)+.2t$		

Capítulo 4.

Tabla a (Describe las pruebas efectuadas y la distribución de los errores)	46
--	----

Tablas	Distribución de los errores	Hipótesis mod. verdadero.	*
1	$N(0,1)$	nula	
2	$N(0,1)$	alternativa	
3	$.9*N(0,.02)+1.*C$	nula	
		alternativa	

* Estas tablas se encuentra al final de las conclusiones de los Capítulos 3 y 4 respectivamente

RESUMEN

El presente trabajo tiene como finalidad principal realizar comparaciones entre varios estadísticos de prueba, construidos para probar hipótesis no anidadas en modelos de regresión no-lineal, haciendo uso de experimentos Monte Carlo.

En este proceso, primero se estimaron los parámetros de los modelos de regresión no-lineal, de la siguiente manera. Se dieron los valores iniciales de los parámetros, se fijaron los valores de la variable independiente. Los que se sustituyeron en el modelo, para generar los valores de la variable de respuesta, dada cierta distribución de los errores. Se consideraron distintas distribuciones de los errores. Finalmente con la pareja de valores de las variables independiente y de respuesta se estimaron los parámetros.

El siguiente paso consistió en calcular los valores de cada estadístico de prueba, dadas n observaciones; esto se repitió 500 veces, para cada una de las distribuciones de los errores consideradas. Con los resultados arrojados por los ensayos Monte Carlo para cada caso, se procedió a la comparación de los estadísticos de prueba.

I N T R O D U C C I O N

En investigación es frecuente que el problema a resolver consista en establecer la relación funcional entre las variables que intervienen en un fenómeno, de tal manera que dicha relación explique el comportamiento de éste. Se define el modelo del fenómeno como las expresiones matemáticas que describen la relación buscada .

Por otro lado, varios modelos pueden estar compitiendo con la finalidad de explicar un mismo fenómeno. En general en este trabajo nos estaremos refiriendo a un par de modelos, con la característica de que estos son no anidados (ver definición en el Capítulo 2).

Si consideramos la variable Y como respuestas observadas, y un vector X de p variables independientes, matemáticamente se puede establecer la forma funcional que describe la relación entre las variables X, Y . Esta se puede expresar por el siguiente modelo aditivo:

$$\underline{y} = f(x, \theta) + \underline{e} \quad (1)$$

Donde θ es un vector de k parámetros; \underline{e} es un **vector** aleatorio no observable, usualmente se supone que este tiene una distribución normal con media cero y varianza σ^2 ; y f es una función continua que describe al modelo.

Las funciones f pueden ser lineales o no lineales en los parámetros. En este trabajo nos avocaremos al estudio de las funciones no lineales.

Desde un punto de vista práctico, se parte de n observaciones de X, Y , a partir de las cuales se puede sugerir un modelo que describa la relación entre las variables. Considerando la ecuación (1), este modelo puede ser descrito por:

$$y_t = f(x_t, \theta) + e_t, \quad t=1, \dots, n \quad (2)$$

Se desean estimar los parámetros de θ del modelo (2), con base en las n observaciones. En el Capítulo 1, se exponen los procedimientos de mínimos cuadrados, el de máxima verosimilitud y el robusto, para estimar los parámetros de un modelo.

En general cuando un investigador desea escoger un modelo particular de entre un conjunto de modelos que tratan de explicar un mismo fenómeno, selecciona uno alternativo para probar si el modelo particular es "adecuado". Para ello se vale de una prueba de significancia. Esto es, considera la comparación de dos modelos expresados por las siguientes formas funcionales:

$$H_0: y = f(x, \theta_0) + e_0, \quad (3)$$

$$H_1: y = g(x, \theta_1) + e_1.$$

Con el objeto de probar el modelo H_0 (nulo) versus el modelo alternativo H_1 , se calcula un estadístico de prueba suponiendo que H_0 es el verdadero. Con base en los datos observados podemos decidir si se rechaza o no H_0 . Como siguiente paso dentro de este proceso se invierten los papeles de las hipótesis H_0, H_1 . Se vuelve a repetir la prueba. En consecuencia las dos pruebas producen cuatro posibles resultados, a saber, rechazar uno, el otro, ambos o ninguno.

A manera de resumen podemos decir que, entre los aspectos importantes en el análisis de los modelos de regresión, que trataremos en este trabajo, están el ajuste de un modelo a un conjunto de datos observados, y la selección de un modelo dentro de un conjunto de estos que explique el fenómeno.

Cabe observar que los econométricos se han dedicado a estudiar ampliamente el tipo de modelos lineales, no lineales, anidados y no anidados con la finalidad de explicar diferentes teorías económicas y es en este campo donde se ha profundizado en la elaboración de estadísticos que puedan discriminar entre modelos que tratan de explicar una misma teoría. Una amplia exposición de las investigaciones realizadas en las pruebas de hipótesis en modelos de regresión lineales y no anidados se muestra en Mc Aleer(1984).

El propósito de este estudio es realizar una comparación de estadísticos que se emplean para probar por pares las hipótesis H_0 y H_1 (3), donde H_0 y H_1 son no lineales y no anidadas. Esta comparación se realiza por medio de un proceso Monte Carlo. Los resultados y conclusiones de este estudio se presenta en los Capítulos 3 y 4.

Para probar H_0 contra la alternativa no anidada H_1 en modelos de regresión no lineal varios procedimientos han sido desarrollados. En este trabajo se han planteado los estadísticos de Pesaran (1978), los obtenidos por el procedimiento denominado J y P de Davidson-Mac Kinnon (1981) y el de Aguirre-Gallant(1983). Estos últimos tienen propuesta una metodología que abarca tanto la estimación por mínimos cuadrados y por el método robusto. La descripción analítica de estos estadísticos se hará en el capítulo 2.

Dos grupos de modelos son propuestos para realizar las comparaciones de los estadísticos. El primero esta compuesto por la función de Mistcherlich (M), la función cuadrática lineal (Q-L) y la función banda hiperbólica (B-H). En este grupo (Q-L) es usada para generar los datos de la función, es decir (Q-L) se considera como el modelo verdadero. Los resultados y conclusiones usando estos modelos se expondrán en el Capítulo 3.

El otro conjunto de modelos considerados en este trabajo, son los conocidos como funciones sigmoideas. Ellos son la función Gompertz (G), la función logística (L) y la función Morgan-Mercer-Flodin (MMF). Aquí los datos fueron generados usando la función logística, la discusión sobre estos modelos se presentarán en el capítulo 4.

Finalmente en el capítulo 5, se pone a disposición de los interesados la documentación de las subrutinas, para estimar los parámetros de un modelo de regresión no lineal y las que calculan los estadísticos de prueba de las estadísticas propuestas. En este mismo se presenta una guía de como usar el software que fundamenta este trabajo.

CAPITULO 1.

MODELOS DE REGRESION NO-LINEAL

1.1 Introducción

Consideremos el modelo:

$$y_t = f(x_t, \theta) + e_t, t=1, \dots, n \quad (1.0)$$

En biología este modelo se puede expresar como:

$$y_t = (\alpha + \beta x_t)^{-1} + e_t \quad (1.1)$$

donde x es la densidad de la planta (número de plantas sembradas por unidad de area), y_t es la producción por planta, los parámetros $\theta = (\alpha, \beta)$ se consideran como potenciales "geneticos" y de "medio ambiente" respectivamente.

En economía:

$$y_t = Q_t = \alpha L_t K_t + e_t = \alpha x_{1t}^\beta x_{2t}^\nu + e_t \quad (1.2)$$

con y_t la producción, $x_t = (L_t, K_t)$ trabajo, capital en el tiempo t , el vector de parámetros $\theta = (\alpha, \beta, \nu)$.

Lo que se discutirá en este Capítulo es la estimación de θ , como en el caso lineal la idea es la optimización de una función objetivo, en la sección 1.2 se considera la suma de cuadrados y la función de verosimilitud. En la sección 1.3

se mostrará el método robusto. En la sección 1.4 se indicaran las referencias sobre la distribución asintótica de los parámetros estimados. Finalmente en la última sección se presenta el algoritmo de Gauss-Newton para la estimación de parámetros.

Para una muestra de n observaciones de la variable dependiente y , se puede escribir la ecuación (1.0) usando la notación vectorial,

$$\underline{y} = \underline{f}(\underline{x}, \underline{\theta}) + \underline{e}, \quad (1.3)$$

donde $\underline{y}' = (y_1, \dots, y_n)$, $\underline{f}'(\underline{x}, \underline{\theta}) = (f(x_1, \theta), \dots, f(x_n, \theta))$ y $\underline{e}' = (e_1, \dots, e_n)$ son vectores $(n \times 1)$, $\underline{x} = (x_1, \dots, x_n)$ es una matriz de orden $(n \times p)$, $\underline{\theta}' = (\theta_1, \dots, \theta_k)$.

1.2 Estimación

1.2.1 Mínimos cuadrados.

El estimador de mínimos cuadrados de el parámetro desconocido θ en el modelo no-lineal :

$$\underline{y} = \underline{f}(\underline{x}, \underline{\theta}) + \underline{e},$$

es el vector $\hat{\theta}$ que minimiza la función objetivo:

$$S(\theta) = (\underline{y} - \underline{f}(\underline{x}, \theta))'(\underline{y} - \underline{f}(\underline{x}, \theta)). \quad (1.4)$$

De manera análoga al procedimiento lineal el objetivo es encontrar un estimador de θ con las propiedades de un

"buen estimador". En este Capítulo describiremos los resultados asintóticos del parámetro .

1.2.2 Máxima verosimilitud.

Se supone que la forma de la distribución de \underline{e} es conocida, y en este caso suponemos que $\underline{e} \sim N(0, \sigma^2 I)$. La función de verosimilitud es

$$\begin{aligned} l(\theta, \sigma^2) &= (1/(2\pi\sigma^2)^{n/2}) \exp(-((\underline{y}-f(x, \theta))'(\underline{y}-f(x, \theta)))/2\sigma^2) \\ &= (1/(2\pi\sigma^2)^{n/2}) \exp(-S(\theta)/2\sigma^2) \end{aligned} \quad (1.5)$$

Maximizar esta función es equivalente a minimizar:

$$L(\theta, \sigma^2) = -\ln l(\theta, \sigma^2) = -n \ln(2\pi\sigma^2) + S(\theta)/\sigma^2 \quad (1.6)$$

las condiciones de primer-orden para obtener un mínimo de L son las $k+1$ ecuaciones siguientes:

$$\begin{aligned} \partial L / \partial \theta_1 &= (1/\hat{\sigma}^2) \partial S / \partial \theta_1 = 0 \\ &\vdots \\ \partial L / \partial \theta_k &= (1/\hat{\sigma}^2) \partial S / \partial \theta_k = 0 \\ \partial L / \partial \sigma^2 &= (2n/2\hat{\sigma}^2) - S(\hat{\theta})/\hat{\sigma}^4 = 0 \end{aligned}$$

de la última se expresión se sigue que: $\hat{\sigma}^2 = S(\hat{\theta})/n$,

y las restantes k ecuaciones son satisfechas si $\partial S(\hat{\theta})/\partial \theta_j = 0$

para $j = 1, \dots, k$. $L(\hat{\theta}, \hat{\sigma}^2)$ toma su mínimo para el vector $\hat{\theta}$ que minimiza a $S(\hat{\theta})$. Sustituyendo σ^2 en (1.6) por $\hat{\sigma}^2$, se obtiene:

$$L(\hat{\theta}, \hat{\sigma}^2) = n \ln(2\pi S(\hat{\theta})/n) + n, \quad (1.7)$$

esta función toma su mínimo donde $S(\theta)$ es minimizada, ver Judge, Hill, Griffiths, Lutkepohl, ChaoLee (1982).

Consecuentemente se nota que los estimadores de mínimos cuadrados y de máxima verosimilitud coinciden bajo el supuesto de normalidad.

1.3 M - Estimadores en regresión.

Alrededor de los años setenta se formalizó en el estudio de estimación robusta para modelos de regresión lineal y no lineal como un método alternativo al de mínimos cuadrados. Varios investigadores se han dedicado a estudiar sobre la estimación de parámetros en regresión con este método. Entre otros podemos citar a Huber (1973,1981), Heiler (1981) (éste realizó un trabajo muy extenso usando experimentos Monte Carlo).

Retomando el modelo (1.0) y rescribiéndolo de la siguiente manera:

$$e_t = y_t - f(x_t, \theta) \quad , \quad t = 1, \dots, n$$

la meta es encontrar el estimador de θ que se obtiene minimizando una función de los e es decir

$$\sum \rho(y_t - f(x_t, \theta)) \text{ es mínimo,} \quad (1.8)$$

a los estimadores de θ generados de esta manera se les conoce como estimadores robustos. Estos se obtienen derivando y

resolviendo el sistema

$$\sum \psi(y_t - f(x_t, \theta)) (\partial f / \partial \theta) = 0, \quad (1.9)$$

así la derivada de $\rho(u)$ es denotada por $\psi(u) = (d / du) \rho(u)$.

Si multiplicamos e_t por una constante c , la solución que resulta de minimizar $\sum \rho(c e_t)$ no es en general la misma que (1.8), es decir los estimadores dados por (1.8) no son invariantes en un cambio de escala. Por lo que tienen que ser suplementados en aplicaciones por un estimador de escala auxiliar. Esto permitirá hacer (1.9) invariante de escala. Entonces lo que se propone es minimizar la expresión

$$\sum \rho(e_t / \hat{\tau}) = \sum \rho((y_t - f(x_t, \theta)) / \hat{\tau}) \quad (1.10)$$

donde $\hat{\tau}$ es un estimador del parámetro de escala. Para minimizar la función (1.10) se requiere estimar previamente τ .

Con el objeto de estimar θ a continuación se ilustra el método M-estimador de mínimos cuadrados rescalado iterativamente, expuesto en Burguete, Gallant y Souza (1981).

Consideremos el modelo:

$$\underline{y} = f(x, \theta) + \underline{e} \quad (1.11)$$

donde la distribución de \underline{e} se supone simétrica.

Un estimador de escala es obtenido minimizando:

$$(1/n) \sum \rho(y_t - f(x_t, \theta))$$

con respecto a θ para obtener $\hat{\theta}_n$.

El estimador $\hat{\tau}$ se obtiene resolviendo la ecuación

$$(1/n) \sum \psi^2((y_t - f(x_t, \theta_n)) / \tau) - \int \psi^2(e) d\Phi(e) = 0$$

con respecto a τ , finalmente se obtiene $\hat{\tau}_n$. Donde ϕ es la distribución normal estandar. Por último los parámetros del modelo son estimados minimizando:

$$(1/n) \sum \rho((y_t - f(x_t, \theta)) / \hat{\tau}_n).$$

1.4 Distribución asintótica.

Una descripción general para el estimador de λ , obtenido por cualquiera de los tres procedimientos anteriores, es el de encontrar un valor $\hat{\lambda}$ que minimice la función de la forma:

$$S_n(\lambda) = (1/n) S(y_t, x_t, \hat{\tau}_n, \lambda). \quad (1.12)$$

Una tarea importante es desarrollar una teoría asintótica para el estimador de λ , suponiendo que los datos satisfacen el modelo (1.11). Una presentación matemáticamente formal siguiendo la ec(1.12) aparece en el artículo de Burguete, Gallant y Souza (1980). La discusión para estimadores de mínimos cuadrados no lineales está contenida en Malinvaud (1966,1970) y para el caso multivariado ver Gallant (1974).

A continuación se mostraran los resultados de convergencia, obtenidos en el primero de los artículos mencionados en el párrafo anterior. Estos se exponen aquí, con el objeto de ilustrar el comportamiento asintótico de los parámetros, derivados por los procedimientos mencionados en este Capítulo.

Conviene resaltar que, la notación empleada para describir los resultados asintóticos de los parámetros, en el modelo (1.12), es nueva en el sentido de que, se pretende generalizar al parámetro estimado, ya sea por mínimos cuadrados, máxima verosimilitud o robusto. Para un mayor detalle de estos nuevos parámetros, ver su definición y notación expuestas en el primero de los artículos citados en esta sección.

Bajo una serie de condiciones de regularidad expuestas en el artículo de Burguete, Gallant y Souza (1980), se tiene para un λ_n (obtenido optimizando 1.12) los siguientes resultados

$$i) \lambda_n \text{ converge casi seguramente a } \lambda . \quad (1.3)$$

$$ii) \sqrt{n}(\lambda_n - \lambda) \text{ converge en distribución a una normal con media } \delta, \text{ con una matriz de varianza-covarianza de la forma} \quad (1.4)$$

$$J^{-1} \Sigma J^{-1}$$

Lo interesante de escribir estos resultados aquí es que (1.13) y (1.14) se tienen para estimadores obtenidos por mínimos cuadrados, máxima verosimilitud y el procedimiento robusto. Usando los parámetros λ, J, Σ , apropiados para cada caso

1.5 Procedimiento computacional para estimar los parámetros.

Las ecuaciones normales para modelos no lineales que resultan al derivar las ecuaciones (1.4) y (1.6) e igualar con cero son en general no lineales en los parámetros, por lo que resolver el sistema en general de una manera analítica no es posible, entonces una alternativa a este problema es una solución numérica.

Nos referimos aquí a los métodos para estimar los parámetros del modelo no lineal por mínimos cuadrados, los métodos más empleados para este fin son el método modificado Gauss-Newton, Hartley (1961), el algoritmo de Marquardt (1963). En otros artículos donde se puede encontrar más información sobre estos u otros métodos se tienen en Gallant (1975), Draper - Smith (1981), Kennedy and Gentle (1980).

A continuación se describe el método de Gauss-Newton. La función (1.4) es la que se desea minimizar, para obtener una estimación de θ , se expande la:

$$f(x, \theta) = f(\theta) \approx f(\theta_i) + F(\theta_i)(\theta - \theta_i), \quad F = \partial f / \partial \theta \quad \theta = \theta_i$$

donde $f(\theta) = (f_1(\theta), f_2(\theta), \dots, f_n(\theta))'$, escribimos

$y = (y_1, y_2, \dots, y_n)'$, se sigue que

$$\begin{aligned} S(\theta) &= (y - f(\theta))' (y - f(\theta)) \approx (y - f(\theta_i))' (y - f(\theta_i)) \\ &\quad - 2(y - f(\theta_i))' F(\theta_i)(\theta - \theta_i) \\ &\quad + (\theta - \theta_i)' F'(\theta_i)(\theta - \theta_i), \end{aligned}$$

derivando se obtiene

$$\partial S(\theta) / \partial \theta = -2F'(\theta_i)(y - f(\theta_i)) + 2F'(\theta_i)F(\theta_i)(\theta - \theta_i),$$

igualando con cero y reordenando los elementos tenemos que

$$\theta_{i+1} = \theta_i + (F'(\theta_i)F(\theta_i))^{-1} F'(\theta_i)(y - f(\theta_i)). \quad (1.13)$$

Para estimar θ , se parte de valores iniciales para θ en $i=0$, el proceso continúa hasta la convergencia, obteniendo el valor estimado para θ , el algoritmo se describe a continuación:

Primero se escoge θ_0 . Calculamos:

$$U_0 = (F'(\theta_0)F(\theta_0))^{-1} F'(\theta_0)(y-f(\theta_0)) \quad , \quad \text{se encuentra un}$$

valor λ_0 ($0 < \lambda_0 < 1$), tal que

$$S(\theta_0 + \lambda_0 U_0) \leq S(\theta_0)$$

segundo $\theta = \theta_0 + \lambda_1 U_0$, calculamos

$$U = (F'(\theta)F(\theta))^{-1} F'(\theta)(y-f(\theta)) \quad , \quad \text{se encuentra}$$

un valor λ_1 ($0 < \lambda_1 < 1$), tal que

$$S(\theta + \lambda_1 U) \leq S(\theta) \quad ,$$

así $\theta = \theta + \lambda_1 U$,

las iteraciones continúan hasta que se cumple que

$$|\theta_i - \theta_{i+1}| \leq e_1 (|\theta_i| + e_2) \quad \text{ó}$$

$$|S(\theta_i) - S(\theta_{i+1})| < e_1 (S(\theta_i) + e_2)$$

donde $e_1 > 0$, $e_2 > 0$ son valores de tolerancia, en la convergencia, la estimación de la matriz de varianza-covarianza asintótica es:

$$V(\theta) = \sigma^2 (F'(\theta)F(\theta))^{-1} \quad .$$

Existen varios métodos para seleccionar en cada iteración ver Hartley (1961). A continuación se enuncian cuatro condiciones y un teorema que asegura la convergencia del procedimiento iterativo de Gauss-Newton. Ver Jennrich (1969).

a) Retomando el modelo (1.3), se supone que f es una función continua en un subconjunto compacto Q (espacio de parámetros θ) y los e los errores son independientes e idénticamente distribuidos con media cero y varianza finita .

Nota. Si $(x, y)_n$ converge a un límite real su límite (x, y) se llama producto extremo de x, y . Sean dos funciones g, h evaluadas en Q . Si $(g(\alpha), h(\beta))_n$ convergen uniformemente a $(g(\alpha), h(\beta))$ para toda α, β en Q . Esta función se llama el producto extremo cruz. $(x, y)_n = n^{-1} \sum x_j y_j$

b) El producto extremo cruz de f en si mismo existe y :

$$S(\theta) = |f(\theta) - f(\theta_0)|^2 \text{ tiene un mínimo único en } \theta = \theta_0 .$$

c) Las derivadas f' y f'' existen y son continuas en Q y todos los productos extremo cruz de la forma (g, h) , donde $g, h = f, f', f''$ existen.

Nota. f', f'' son la primera y segunda derivadas de f con respecto a θ respectivamente.

d) El verdadero vector de parámetros θ_0 es un punto interior de Q y la matriz $F'(\theta)F(\theta)$ es no singular, F es la derivada de f con respecto a θ .

Teorema. Sea (θ_n) una sucesión de estimadores de mínimos cuadrados de θ_0 y supongamos que se tiene las condiciones de a) a d). Entonces existe una vecindad N de θ_0 tal que para casi todas las y hay un n tal que la iteración Gauss-Newton converge a $\theta(y)$ de cualquier valor en N siempre que $n \geq n_y$.

CAPITULO 2

HIPOTESIS NO-ANIDADAS

2.1 Antecedentes.

Comenzaremos esta parte definiendo lo que se entiende por hipótesis (modelos) no anidadas, con referencia Aguirre Gallant(1983), sean H_0 , H_1 los modelos:

$$H_0: y=f(x,\theta_0) + e_0 \quad (2.1)$$

$$H_1: y=g(x,\theta_1) + e_1 \quad (2.2)$$

H_0 y H_1 son no-anidadas si no existe una transformación $\lambda=h_0(\gamma)$ tal que $f(x,h_0(\gamma))=g(x,\gamma)$ para cada (x,γ) , $\forall \gamma \in \Gamma$ ni existe $h_1(\lambda)$ tal que $f(x,\lambda)=g(x,h_1(\lambda))$ para cada (x,λ) , $\forall \lambda \in \Lambda$.

En este capítulo llevaremos a cabo la discusión y derivación de los estadísticos de Pesaran-Deaton(1978), los de Aguirre-Gallant(1983), y los procedimientos J y P de Davidson Mac Kinnon(1981), que son comparados con base en la discriminación de los modelos H_0 , H_1 .

Los artículos pioneros en la discusión de las hipótesis separadas se deben a Cox(1961,1962), en los cuales se propone el estadístico:

$$T_0 = \hat{L}_{10} - n(\text{plim}_0 \hat{E}_{10}/n)_{\alpha_0 = \hat{\alpha}_0} \quad (2.3)$$

donde $\alpha_0 = (\theta_0, \sigma_0^2)$, $\alpha_1 = (\theta_1, \sigma_1^2)$, plim_0 denota el límite en probabilidad cuando H_0 es verdadera, $\hat{\alpha}_0, \hat{\alpha}_1$ son los estimadores de máxima verosimilitud de α_0, α_1 respectivamente, L_0 y L_1 son las funciones log de verosimilitud de H_0 y H_1 .

L_{10} se expresa por;

$$L_{10} = L_0(\hat{\alpha}) - L_1(\hat{\alpha}). \quad (2.4)$$

El valor T_0 discrimina entre las hipótesis H_0 y H_1 , el estadístico T_0 normalizado por su desviación estandar $(V(T_0))^{1/2}$ es comparado con una distribución normal estandar.

2.2 Estadístico de Pesaran y Deaton. (CPD).

La labor principal desarrollada por Pesaran y Deaton fué la de obtener expresiones para (2.3) y la varianza de T_0 , con H_0 y H_1 dadas por (2.1) y (2.2). Se supone que $e_i \sim N(0, \sigma_i^2 I)$ ($i=1,2$). El procedimiento para el cálculo de T_0 es como sigue. Primero se estiman los parámetros de H_0 y H_1 por máxima verosimilitud, esto es, los estimadores de $\theta_0, \theta_1, \sigma_0^2$ y σ_1^2 se obtienen de la manera usual para este procedimiento. En seguida se consideran los valores predichos de H_0 , es decir, $f(\hat{\theta}_0)$, estos se utilizan ahora como los valores de la variable de respuesta en la hipótesis alterna. Se hace una regresión auxiliar conciderando el modelo:

$$f(\hat{\theta}_1) = g(\theta_1) + e_1$$

La varianza estimada en esta regresión se suma a $\hat{\sigma}_{\theta_1}^2$, de esta manera se obtiene $\hat{\sigma}_{10}^2$. Esto es:

$$\hat{\sigma}_{10}^2 = \hat{\sigma}_1^2 + (1/n) (f(\theta_0) - g(\theta_{10}))^2 (f(\theta_0) - g(\theta_{10})) \quad (2.5)$$

Se puede hacer notar que, $\hat{\theta}_{10}$ es la estimación del parámetro θ_{10} haciendo la regresión auxiliar. Los valores de $\hat{\theta}_1$ se pueden considerar como los valores iniciales para la estimación de $\hat{\theta}_{10}$.

Se sustituyen las funciones de verosimilitud de los modelos de H_0, H_1 , en L_{10} obteniendo la expresión:

$$L_{10} = L_0(\hat{\alpha}_0) - L_1(\hat{\alpha}_1) = (n/2) \log(\hat{\sigma}_1^2 / \hat{\sigma}_0^2), \quad (2.6)$$

este resultado se sustituye en (2.3), además se tiene que

$\hat{\sigma}_{10}^2 = \text{plim}_0 \sigma_1^2$, se sigue:

$$T_0 = (n/2) \log(\hat{\sigma}_1^2 / \hat{\sigma}_{10}^2). \quad (2.7)$$

Para obtener el estadístico de Pesaran y Deaton es necesario ahora calcular la varianza de T_0 . El proceso por el cual se tiene la expresión para $V(T_0)$, viene desarrollado en Pesaran y Deaton (1978), aquí solo describimos su fórmula, esta es:

$$V(T_0) = \left(\frac{\sigma_0^2}{\sigma_{10}^4} \right) (f(\theta_0) - g(\theta_{10}))' (I - F_0(F_0'F_0)^{-1}F_0')^{-1} (f(\theta_0) - g(\theta_{10})). \quad (2.8)$$

Donde F_0 es la derivada parcial de f con respecto a θ_0 .

Finalmente el estadístico está dado por:

$$N_0 = T_0 / (\hat{V}(T_0))^{1/2}.$$

Donde T_0 está dada por la expresión (2.7), $\hat{V}(T_0)$ por (2.8) sustituyendo en esta última los estimadores de los parámetros.

N_0 se distribuye asintóticamente como una normal estandar $N_0 \sim N(0,1)$. Ahora para probar H_1 , se procede similarmente, invirtiendo los papeles de H_0, H_1 , se define $N_1 = T_1 / (\hat{V}(T_1))^{1/2}$ bajo la suposición de que H_1 es verdadera.

2.3 Procedimientos J y P de Davidson y Mac Kinnon.

Se presenta en esta sección dos procedimientos desarrollados por Davidson y Mac Kinnon para probar la validéz de H_0 , uno de los nominado la prueba J, la cual se basa en el modelo no lineal:

$$\underline{y} = (1-\alpha)f(x, \theta_0) + \alpha g(x, \hat{\theta}_1) + \underline{e} \quad (2.9)$$

donde $\hat{\theta}_1$ es el estimador de máxima verosimilitud de θ_1 . Si H_0 es verdadera el valor de $\hat{\theta}_1$ es cercano a cero. Donde f y g son los modelos dados por las expresiones (2.1) y (2.2), en esta situación $\hat{g} = g(x, \hat{\theta}_1)$ y $\hat{\theta}_1$ son asintóticamente independientes de \underline{e} . Además se supone que \underline{e}_0 y \underline{e}_1 en los modelos (2.1) y (2.2) se distribuyen como una normal con media cero y varianza $\sigma_i^2 I$ ($i=0,1$).

El otro procedimiento referido como la prueba P, consiste en hacer una regresión en el siguiente modelo lineal:

$$\underline{y} - f(x, \theta_0) = \alpha (g(x, \hat{\theta}_1) - f(x, \theta_0)) + \hat{F}_0 b + \underline{e} \quad (2.10)$$

donde \hat{F} es la matriz cuyos elementos son las derivadas de f con respecto a θ_0 , evaluadas en $\hat{\theta}_0$.

2.3.1 El procedimiento J (JDM).

Consideremos el modelo (2.9), este involucra una estimación conjunta de α y θ_0 , sea $\gamma = (\alpha, \theta_0)'$. El modelo se puede expresar de la forma:

$$\underline{y} = h(x, \underline{\gamma}) + \underline{e} \quad (2.11)$$

donde $h(x, \underline{\gamma}) = (1-\alpha)f(x, \theta) + \alpha g$. En este último modelo se puede obtener el estimador de mínimos cuadrados de γ , con base en los resultados obtenidos para el caso de mínimos cuadrados mencionados en el Capítulo 1, sección 4. Se tiene que: $\sqrt{n}(\hat{\underline{\gamma}} - \underline{\gamma})$ tiende en distribución a una normal con media cero y matriz de varianza-covarianza $\sigma^2 \Sigma$ donde Σ puede ser estimada por:

$$((1/n)H'(\hat{\underline{\gamma}})H(\hat{\underline{\gamma}}))^{-1}$$

donde H es la matriz cuyos renglones son las derivadas de h con respecto a $\underline{\gamma}$, σ^2 es estimada por:

$(1/(n-(k+1))) (y - h(\hat{\underline{\gamma}}))'(y - h(\hat{\underline{\gamma}}))$. De este resultado se puede concluir que el estadístico t para $\hat{\alpha}$ se distribuye $N(0,1)$ si $H_0: \alpha=0$ es cierta, t se expresa por:

$$t = \frac{\hat{\alpha}}{\sqrt{\hat{C}_{k+1, k+1} \hat{\sigma}_h^2}} \quad (2.12)$$

ahora para derivar \hat{C} y $\hat{\sigma}_h^2$ hacemos la regresión sobre el modelo (2.11), donde $\hat{C} = (H(\hat{\underline{\gamma}})H(\hat{\underline{\gamma}}))^{-1}$, donde H es la matriz definida anteriormente. Derivando $h(x, \underline{\gamma})$ con respecto a $\underline{\gamma}'$ se tiene lo si

donde Y es un vector de variables dependientes, X, Z son matrices de variables independientes, \underline{u} es un vector de errores y $M_Z = I - Z(Z'Z)^{-1}Z'$.

Entonces: los parámetros estimados c y sus varianzas son idénticos en a) y b).

Equivalentemente la expresión (2.10) se puede considerar como la del inciso a), si $X = g - \hat{f}$, $Z = \hat{F}$, de esta manera la expresión del inciso b), quedaría representada por :

$$\hat{M}_0(y - \hat{f}) = \hat{M}_0(\hat{g} - \hat{f}) + e.$$

Donde $M_0 = I - F(F'F)^{-1}F'$, como $\hat{M}_0(y - \hat{f}) = y - \hat{f}$ se sigue que:

$$y - \hat{f} = \alpha \hat{M}_0(\hat{g} - \hat{f}) + e, \quad \alpha \quad (2.13)$$

es estimada por mínimos cuadrados, así:

$$\hat{\alpha} = (g - f) M_0(y - \hat{f}) / \|M_0(g - f)\|,$$

la varianza de mínimos cuadrados de $\sqrt{n}\hat{\alpha}$ es:

$$n \hat{\sigma}^2 \|M_0(g - f)\|^{-2},$$

donde $\hat{\sigma}^2$ es:

$$\hat{\sigma}^2 = (1/(n-k-1)) \|y - \hat{f} - \hat{\alpha} \hat{M}_0(\hat{g} - \hat{f})\|^2$$

Finalmente el estadístico obtenido mediante el proceso P es:

$$t = \sqrt{n} \hat{\alpha} / V(\sqrt{n} \hat{\alpha}),$$

este se distribuye como una t asintóticamente como una normal $N(0,1)$.

2.4 Estadístico de Aguirre-Gallant.

Aguirre-Gallant (1983) proponen un estadístico de prueba asintóticamente libre de distribución que generaliza la prueba

propuesta por Cox (1961,1962), con el objeto de discriminar entre los modelos (2.1) y (2.2).

Su procedimiento consiste en normalizar la diferencia $S_0(\theta_0) - S_1(\theta_1)$ usando estimadores de $\hat{\mu}$ y \hat{v} de su media y varianza bajo el supuesto de que el modelo H_0 (2.1) es verdadero. Este proceso de normalización deriva en el estadístico dado por :

$$z = \sqrt{n}(S_0(\hat{\theta}_0) - S_1(\hat{\theta}_1) - \hat{\mu}) / \hat{v} . \quad (2.14)$$

Como Z tiende asintóticamente a una normal, la decisión será rechazar H_0 si z excede un valor crítico de la tabla normal estandar. Las condiciones de regularidad para justificar que z se distribuye asintóticamente como una normal se exponen en Aguirre-Gallant(1983). Los valores optimizandos $S_0(\hat{\theta}_0)$ y $S_1(\hat{\theta}_1)$ para la expresión (2.14) se obtienen por los métodos de mínimos cuadrados y robusto.

2.4.1 El caso de mínimos cuadrados (MAG).

Lo que se desea es minimizar la función objetivo :

$$S(\theta) = \sum \rho((y_i - f(x_i, \theta)) / \hat{\tau}) \quad , \quad i=1, \dots, n \quad (2.15)$$

con $\rho(u) = (1/2)u^2$ y $\hat{\tau} = 1$. Se optimiza la expresión (2.15) bajo el modelo (2.1) y luego bajo el modelo (2.2). Así obtenemos los valores $S_0(\theta_0), S_1(\theta_1)$, se sustituyen en (2.14); el cálculo de los valores de $\hat{\mu}, \hat{v}$ se muestran en la sección 2.4.3.

2.4.2 El caso robusto (RAG).

El procedimiento seguido en esta situación es ajustar el modelo H_0 para obtener una estimación de $\hat{\tau}_0$, luego el parámetro θ_0 es estimado, optimizando :

$$S_0(\theta_0) = (1/n) \sum \rho((y_i - f(x_i, \theta)) / \hat{\tau}_0). \quad (2.16)$$

similarmente usando el modelo H_1 , se obtienen los estimadores $\hat{\tau}_1, \hat{\theta}_1$ y el valor $S_1(\theta_1)$. Se sustituye en (2.14), así se tiene el estadístico de prueba . .

2.4.3 Cálculo de los valores $\hat{\mu}$ y \hat{V} .

En esta sección nos referiremos al artículo de Aguirre T. (1985), en el que se plantea la teoría para probar las hipótesis:

$$H_0: y_r = f_0(x, \lambda_0) + e_{0r} \quad (2.17)$$

$$H : y_r = f_i(x, \lambda_i) + e_{ir} \quad (2.18)$$

donde $r=1, \dots, n$, $i=1, \dots, M$

Para los modelos (2.1) y (2.2) tenemos que $i=1, f=f_0, g=f_1$

$$\theta_0 = \lambda_0 \text{ y } \theta_1 = \lambda_1$$

La derivación del estadístico (2.14) requiere del cálculo de $\hat{\mu}$ y \hat{V} . Aquí transcribiremos el proceso para efectuar este cálculo, para el caso robusto y de mínimos cuadrados. Usando las notaciones expuestas en las páginas 319-320 de este artículo. Estas son las siguientes:

i) para : $\hat{\mu}$

$$\hat{e}_j = q_0(y_j, x_j, \hat{\lambda}_0), \quad j=1, \dots, n$$

$$\hat{Y}_{tj} = Y_0(\hat{e}_j, x_t, \hat{\lambda}_1), \quad j, t=1, \dots, n$$

$$d(y, x, \tau, \lambda_0, \lambda_1) = S_0(y, x, \tau, \lambda_0) - S_1(y, x, \tau, \lambda_1),$$

$$d_{tj} = d(\hat{Y}_{tj}, x_t, \hat{\tau}, \hat{\lambda}_0, \hat{\lambda}_1), \quad tj=1, \dots, n$$

$$J_0 = n^{-1} \sum (\partial^2 / \partial \lambda \partial \lambda) S_0(y_t, x_t, \hat{\tau}, \hat{\lambda}_0).$$

$$\hat{\Psi} = n^{-2} \sum \sum (\partial / \partial \lambda) d'(\hat{Y}_{tj}, x_t, \hat{\tau}, \hat{\lambda}_0, \hat{\lambda}_1) \times ((\partial / \partial e) Y_0(e_j, x_t, \hat{\lambda}_0)$$

$$\times (\partial / \partial \lambda) q_0(y_t, x_t, \hat{\lambda}_0) + (\partial / \partial \lambda) Y_0(\hat{e}_j, x_t, \hat{\lambda}_0))$$

$$J_0^* = \text{plim} J_0$$

$$\Psi^* = \text{plim} \hat{\Psi}$$

Del planteamiento desarrollado en el artículo se deriva

$$\hat{\mu}_t = n^{-1} \sum d_{tj} = \bar{d}_t.$$

ii) Para \hat{V}

$$x_{tj} = d_{tj} - \hat{\Psi}[J]^{-1} (\partial/\partial \lambda) S_0(\hat{y}_{tj}, x_t, \tau, \lambda_0) - d_{.j} \quad t, j = 1, \dots, n$$

$$\bar{x}_t = n^{-1} \sum x_{tj},$$

$$V = n^{-2} \sum (x_{tj} - \bar{x}_t)^2 \quad \Sigma = \text{plim } V.$$

La expresión (2.17) la podemos escribir de la forma:

$$e_{0r} = y_r - f_0(x, \lambda_0) = g_0(\hat{y}_r, x_r, \lambda_0) \quad r = 1, \dots, n \quad (2.19)$$

$$Y_0(e_r, x_r, \lambda_0) = f_0(x, \lambda) + e \quad (2.20)$$

Usando las notaciones expuestas se pueden derivar μ , V para aplicaciones en regresión no lineal robusta y en mínimos cuadrados. En el primer caso consideraremos la función objetivo expresada por:

$$S_i(y, x, \tau, \lambda_i) = \rho((y - f_0(x, \lambda_i))/\tau_i), \quad i=0, 1 \quad (2.21)$$

Donde ρ es una función convexa no negativa dos veces continuamente diferenciable (con derivadas $\rho^{(1)}$, $\rho^{(2)}$), τ es un parámetro de escala y $\hat{\tau}$ su estimador. Sean:

$$e_t = y_t - f_i(x_t, \lambda_i) \quad y$$

$$f_{it} = f_i(x_t, \lambda_i) \quad \text{con } (f_{it}^{(1)})' = (\partial/\partial \lambda_i) f_i(x_t, \lambda_i)$$

con $i=0, 1 \quad t=1, \dots, n$.

Derivando (2.21) y usando las últimas expresiones tenemos que:

$$(\partial/\partial \lambda) S_0(y_{tj}, x_t, \tau, \lambda_0, \lambda_i) = -\tau^{-1} \rho^{(1)}(e_j/\tau_0) f_{0t}^{(1)} \quad (2.22)$$

también:

$$D_{tj} = (\partial/\partial y') d(y_{tj}, x_t, \tau, \lambda_0, \lambda_i) = \tau_0^{-1} \rho^{(1)}(e_j/\tau_0) - \tau^{-1} \rho^{(1)}((y_{tj} - f_{1t})/\tau_1) \quad \text{para } t, j = 1, \dots, n \quad (2.23)$$

sustituyendo (2.23) y las derivadas correspondientes de (2.19) y (2.20) en $\hat{\Psi}$ en la notación de $\hat{\mu}$ se tiene:

$$\hat{\Psi} = n^{-2} \sum \sum D_{tj} (f_{0j}^{(i)} - f_{0t}^{(1)}) \quad (2.24)$$

Si los errores se distribuyen simétricamente alrededor de cero, entonces \hat{J} (descrito en la notación) es asintóticamente equivalente a :

$$\tilde{J}_0 = \hat{\tau}_0^{-1} (n^{-1} \rho^{(2)} \{ \hat{e}_j / \hat{\tau}_0 \}) n^{-1} \sum f_t^{(1)} \{ f_t^{(1)} \} \quad (2.25)$$

notese que

$$d_{tj} = (\hat{e}_j / \hat{\tau}_0) - \rho \{ (\hat{Y}_{tj} - f_{1t}) / \hat{\tau}_1 \} \quad (2.26)$$

Entonces sustituyendo (2.23) y (2.24) a (2.26) en la notación de \hat{V} se tiene

$$X_{tj} = d_{tj} + \hat{\Psi}_1^{-1} (\tilde{J}_0)^{-1}$$

$\hat{\tau}$ se estima como se mencionó en la sección 1.3

El caso de mínimos cuadrados, se puede derivar siguiendo el procedimiento para el caso robusto, considerando las expresiones siguientes: $\rho_i = 1$ $i=0,1$, $\rho(u) = (1/2)u^2$, $\rho^{(1)}(u) = u$, $\rho^{(2)}(u) = 1$, así sustituyendo $\hat{\tau}_i$ ρ y sus derivadas en las expresiones (2.23) y (2.26) se obtiene que:

$$d_{tj} = -\hat{e}_j (f_{0t} - f_{1t}) - (1/2) (f_{0t} - f_{1t})^2$$

$$X_{tj} = d_{tj} - \hat{\Psi}^{-1} (\tilde{J})^{-1} \hat{e}_j f_{0t} - \bar{d}_{.j}$$

Donde $\hat{\Psi}$ y \tilde{J} se derivan de sustituir $\hat{\tau}_i$ ρ y sus derivadas en (2.23) a (2.25).

CAPITULO 3.

MODELOS DE CRECIMIENTO

3.1 Introducción.

El propósito del estudio de Monte Carlo en este trabajo es comparar los cinco estadísticos descritos en el capítulo anterior, mediante simulaciones. En esta parte se proponen tres modelos denominados de crecimiento para llevar a cabo tal fin. Nuevamente consideramos el modelo

$$y = f(x, \theta) + e \quad (3.1)$$

Las formas analíticas de la función f son las siguientes:

(1) La función de Mitcherlich (M).

$$f(x, \theta) = \theta_1(1 - \exp(\theta_2 - \theta_3 x)) \quad (3.2)$$

Esta función en (3.1) es usada en problemas de agricultura donde x es la razón de la aplicación de fertilizante, y es la producción de trigo, estudios donde se reporta el uso de esta función están los de Box, G.E.P. y Lucas H.L. (1959), Gomes (1953).

(2) La función cuadrática lineal (Q-L)

$$f(x, \beta) = \begin{cases} \beta_1 + \beta_2 x + \beta_3(\beta_4 - x)^2 & \text{si } \beta_4 > x \\ \beta_1 + \beta_2 x & \text{si } \beta_4 \leq x. \end{cases} \quad (3.3)$$

un estudio de esta función aparece en Cox (1970)

(3) La función banda hiperbólica (H-P)

$$f(x, \lambda) = \lambda_1 + \lambda_2(x - \lambda_4) + \lambda_3(\lambda_5^2 + (x - \lambda_4)^2)^{1/2} \quad (3.4)$$

varios conjuntos de datos donde esta función es aplicada (entre ellos un problema de radioactividad) se reportan en Ratkowsky(1982) .

3.2 Diseño de los experimentos Monte Carlo.

Recordemos que se desea probar estadísticamente las hipótesis $H_0: \underline{y} = f(x, \theta) + \underline{e}$, $H_1: \underline{y} = g(x, \beta) + \underline{e}$, si el estadístico calculado resulta mas grande que un valor crítico fijado en base a su distribución (asintótica) rechazamos H_0 (esto es el modelo $\underline{y} = f(x, \theta) + \underline{e}$), luego invertimos los papeles de H_0 y H_1 , volvemos a realizar el mismo procedimiento.

La estrategia del experimento la podemos describir en los siguientes cuatro pasos:

1o.) La prueba es efectuada con base en la pareja de puntos (y, x) $t=1, \dots, n$ donde los y fueron generados usando la función cuadrática lineal (Q-L). Nos referiremos a este modelo como el modelo verdadero, se emplearon once distintas distribuciones de \underline{e} , como se muestra en la tabla A, para diferentes tamaños de muestra n , los valores de x fueron generados aletoriamente entre números enteros del 1 al 72.

2o.) Se estimaron los parámetros de cada modelo por los métodos de mínimos cuadrados y robusto luego se calcularon los esta-

disticos CPD,JDM,PDM,MAG para el primer caso y el estadístico RAG en el otro caso .

=====

Distribución de los errores	No.de casos	Tamaño de muestra
=====		
Normales : $N(0,1)$	i)	20
	ii)	40
	iii)	60
Normales : $N(0,0.025)$	iv)	20
	v)	40
	vi)	60
Normal contaminada con Cauchy:		
.9*N(0,0.025)+.1*C	vii)	40
	viii)	60
Normal contaminada con normal		
.9*N(0,0.02)+.1*N(0,2.25)	ix)	60
Normal contaminada con t		
.9*N(0,0.02) + .1*t k=5	x)	40
.8*N(0,0.02) + .2*t k=5	xi)	40

Tabla A.

3o.) Se propusieron para efectuar la comparación de los estadísticos las pruebas que se muestran en la tabla B, combinadas con las once distribuciones de los errores consideradas. En cada una de estas situaciones se obtuvieron los valores de los estadísticos de prueba CPD, JDM, PDM, MAG. Para las pruebas propuestas y con la distribución de los errores ii), vii), viii), se agregó el estadístico de prueba obtenido por el método robusto, para observar si hay diferencias con los otros estadísticos cuando el modelo nulo es verdadero. Considerando también la situación en la que el modelo alternativo es verdadero, esto se presenta en las tablas (de resultados), 1, 2, 5, 6.

Por otro lado Heiler (1982) reporta en su estudio de simulación que los estimadores obtenidos por mínimos cuadrados fallan con la contaminación de Cauchy, lo que no ocurría con estimadores M-robustos. Entonces la idea es comparar los estadísticos propuestos por mínimos cuadrados con los obtenidos por el método robusto, para tener una situación similar a la mencionada por Heiler.

4o.) Se obtiene un valor de cada uno de los estadísticos para cada una de las pruebas propuestas, combinada con la distribución de los errores (no se consideró la prueba $H_0: M-H_1: Q-L$ para los casos x), xi)).

Esto consiste en una réplica del experimento, en este estudio se efectuaron 500 réplicas.

	hipótesis nula	alternativa
1a.prueba	Q-L	M
2a.prueba	Q-L	H-P
3a.prueba	M	Q-L
4a.prueba	H-P	Q-L

Tabla B

Es importante mencionar que el software externo considerado fué el paquete IMSL, usando algunas de sus subrutinas para generar aleatoriamente los valores de x , y la distribución de los errores. En el caso de x se consideró la subrutina GGUD con el objeto de generar un número aleatorio discreto entre $(1, k)$, $k=72$. Las subrutinas llamadas para generar las diferentes distribuciones de los errores consideradas en el presente trabajo son: GGNML que genera una normal $(0, 1)$. GGCA Y para la distribución de Cauchy. GGAMR genera la distribución gamma, que usada convenientemente se obtiene una distribución χ^2 . Esta última combinada con GGNML se puede derivar la distribución t .

3.3 Resultados del experimento Monte Carlo.

Con el interés de detectar diferencias significativas entre el modelo ajustado y el proceso que generó los datos usamos una

prueba de dos colas, dado que cada estadístico se distribuye asintóticamente como una normal, con media cero y varianza 1. En cada una de las 500 replicaciones obtuvimos un valor de cada uno de los cinco estadísticos (para las situaciones mencionadas), cuando se consideró la hipótesis nula verdadera, se estimaron los niveles de significancia de las pruebas calculando la proporción con la que los estadísticos de prueba exceden el 4.56 por ciento del valor crítico de z . Invirtiendo los papeles de las hipótesis nula y alternativa es decir se calcularon los estadísticos considerando la alternativa verdadera, en esta situación se estimaron las potencias de las pruebas para cada estadístico, con respecto a esto en la literatura se reporta que para pruebas en modelos no-anidados la potencia de la prueba, es tomar una decisión correcta, en este caso aceptar el modelo verdadero y rechazar el falso, por lo que se calcularon el número de veces en que de las 500 replicaciones se toma una decisión correcta.

En las tablas 1,3,5,7 se presentan los resultados cuando el modelo nulo (H_0 ; Q-L) es el verdadero. Lo que representa cada una de las columnas de estas tablas es: exp.nos indica un número que representa el resultado de un experimento (prueba combinada con una distribución de los errores). El cual lo usaremos como identificación. Muestra indica el tamaño de ésta. Hipótesis, describe los modelos que van en la nula y alternativa respectivamente. Pruebas, representa los estadísticos que se comparan. En la quinta columna pn indica si es o no significativa la prueba de normalidad (bondad

de ajuste) realizada sobre la distribución de los estadísticos obtenidos en las 500 replicaciones. Las siguientes dos columnas indican la media y la desviación estandar de los resultados de las 500 replicaciones de cada estadístico. En el parentésis se indica los valores de t para probar: si $H_0: =0$ y $H_0: =1$ respectivamente. Finalmente se muestra en la última columna el nivel de significancia .

En las tablas 2,4,6 y 8, el modelo verdadero va en la hipótesis alternativa, ahora la descripción de las primeras cuatro columnas es similar a la de las tablas mencionadas en el párrafo anterior. Luego la quinta y sexta columna representan la media y la desviación estandar de los estadísticos. La última indica la potencia de la prueba.

En las siguientes páginas se muestran las tablas de resultados producto de la simulación, así como los histogramas que muestran la distribución de los estadísticos, con base en esto en la próxima sección se lleva a cabo la discusión.

3.4 Discusión de los resultados.

Llegamos al punto donde se cumple la finalidad esencial de este trabajo, es decir la comparación de los estadísticos dentro de las situaciones planteadas en la sección 3.2. Empezaremos esta parte presentando las diferencias encontradas entre los modelos de Mitcherlisch y la banda hiperbólica, al realizar las pruebas des-

critas en la tabla B. Iniciaremos la discusión tomando en cuenta la primera y segunda prueba, esto es, cuando el modelo verdadero está en la hipótesis nula, Mitcherlich y la banda hiperbólica en la alternativa de cada prueba respectivamente.

Considerando las siguientes situaciones : i) Las Distribuciones de los errores normal estandar y la normal con varianza .025, con un tamaño de muestra igual a 20 y para el estadístico CPD ver exp 1, 2, 13 y 14. ii) La distribución de los errores la normal estandar, con $n=40$, ver exp 3 y 4. iii) Observaciones aberrantes con $n=40$ y 60, en la tabla 5. iv) Contaminaciones de la normal con la t de Student, referencia en los exp. del 35 al 38. Se observó que el nivel de significancia en la segunda prueba es significativamente mayor que en la primera prueba. Para el primer caso, y el estadístico CPD, este nivel resultó excesivamente más grande en la segunda prueba. Se puede decir que, el nivel de significancia de los estadísticos se ve afectado en estos casos por la presencia de la función hiperbólica, que resulta ser un modelo competitivo.

Para la tercera y cuarta prueba tomaremos en cuenta los siguientes casos: i) La tabla 2, en la que los errores tienen una distribución normal estandar y los distintos tamaños de muestra, es decir $n=20, 40$ y 60. ii) En los experimentos 19 y 20 donde la distribución de los errores es una normal con varianza .025. iii) La tabla 6, donde tenemos que la distribución de los errores es la

contaminación de una normal con una Cauchy. En estas tres situaciones se observó que la potencia de las pruebas es aproximadamente del 97 por ciento al 100 por ciento, cuando en la hipótesis nula esta la función de Mitcherlisch, sin embargo la potencia de las pruebas se reduce bastante si en la hipótesis nula se tiene el modelo hiperbólico. Para cada estadístico en particular resaltaremos este hecho.

Con base en los resultados anotados en los dos párrafos anteriores, haremos la comparación de los estadísticos. Para ello dividiremos la discusión considerando primero el modelo hiperbólico, que resulta ser un modelo competitivo. Luego el modelo no competitivo que en este caso es la función de Mitcherlisch.

Al examinar los resultados primero consideremos el modelo competitivo. En los experimentos pares, exceptuando el 2 y 14, y cuando en la hipótesis alterna esta el modelo hiperbólico. Se observó que los niveles de significancia entre los estadísticos es muy similar. Excluimos los exp. 2 y 14 porque ahí se observa que CPD es muy alto en su nivel de significancia. JDM resultó por debajo de 4.6% en el exp. 2. Cuando el modelo hiperbólico esta en la hipótesis nula, se tienen los siguientes resultados: i) Los experimentos 8, 10 y 12, donde los errores tienen distribución normal estandar. Se observa que para $n=20$, PDM tiene una potencia sumamente baja, En los tres experimentos citados es decir donde $n=20, 40, 60$, JDM

tuvo una pésima potencia pues esta estuvo entre 0 y 2 por ciento. CPD y MAG tienen una similar potencia en cada una de las tres muestras, aunque este último estadístico es ligeramente más bajo. Cuando n es 40 o 60 los estadísticos CPD, MAG, PDM y RAG (este para $n=40$) son muy similares en su potencia. ii) Cuando los errores se distribuyen como una normal con varianza 0.025. Se observa que en el exp. 20 hay una potencia regular en los estadísticos CPD y MAG, y pésima para los estadísticos JDM y PDM. Con $n=40,60$ ver exp 22 y 24 los estadísticos tienen una potencia del 100 por ciento, excluyendo JDM en $n=40$. iii) Con observaciones aberrantes tabla 6. los estadísticos de mínimos cuadrados son muy parecidos en su potencia excepto JDM. RAG tiene una potencia más alta, este hecho lo retomaremos adelante. Para contaminaciones más leves ver exp. 41 y 42 la potencia de los estadísticos esta entre 87 y 97 por ciento, menos JDM que tiene una potencia entre 40 y 70 por ciento.

En resumen, de lo dicho en el párrafo anterior, se nota mucha variabilidad y diferencia entre las potencias de las pruebas, esto se acentúa dependiendo de la distribución de los errores y de los tamaños de muestra.

Los experimentos 30 y 32 muestran el caso en que se tiene una contaminación Cauchy, la cual es la más severa, y se hace la prueba con un modelo competitivo en la hipótesis nula. El resultado observado es el siguiente: los estadísticos CPD, PDM y MAG tienen una potencia similar de entre 60 y 70 por ciento, el estadístico JDM tiene una potencia de entre 30 a 40 por ciento, y el estadístico RAG tuvo una potencia superior al 90 por ciento. Esta diferencia se debe al hecho de que RAG está diseñada para tratar este tipo de situaciones, no solo en la estimación, sino también en la definición del estadístico. Por otro lado de los experimentos de la tabla 5 se observa que el error tipo I se comporta de manera similar para todos los estadísticos. Por lo tanto resulta que es recomendable usar RAG para el caso en que se sospeche de la existencia de observaciones aberrantes ya que el nivel de significancia es el mismo que el de otras pruebas, pero la potencia se mejora significativamente.

Los experimentos 4 y 10 muestran situaciones en las que los errores se distribuyen como una normal. Se tiene que el modelo competitivo va en la hipótesis alternativa en el exp 4 y en la nula en el exp. 10. En esta situación se observó que los métodos robustos no dan ganancia, porque tanto en el nivel de significancia como en la potencia resultan todos los estadísticos muy similares. Exceptuando al estadístico JDM que tuvo una potencia de 1 por cien-

to, que resulta ser muy baja. Por lo que se puede decir que para estos casos cualquiera de los estadísticos puede ser usado, a reserva del JDM por su extraña potencia.

En los experimentos 2 y 8 se tiene distribución normal de los errores con varianza igual a uno, en los experimentos 14 y 20 la distribución de los errores es la misma pero con varianza igual a .025. En estos casos el tamaño de muestra es el más pequeño de los considerados, esto es $n=20$. El modelo competitivo va en la hipótesis alterna para los exp. 2 y 14, en la nula para los exp 8 y 20. Los resultados para esta situación es el siguiente: los estadísticos JDM y PDM tienen buen nivel de significancia en los exp. 2 y 14, pero una potencia de 0 y 4 por ciento respectivamente en los exp. 8 y 20 que realmente es pésima. El estadístico CPD tiene un nivel de significancia de 81 y 93 por ciento ver exp. 2 y 14, que resulta ser muy alto y una regular potencia, aproximadamente del 50 por ciento en los experimentos donde el modelo competitivo va la hipótesis nula. El estadístico MAG tiene un buen nivel de significancia y una potencia del 40 por ciento en ambas situaciones respectivamente. Esto nos indica que cuando se tiene la presencia de un modelo competitivo, un tamaño de muestra pequeño afecta el comportamiento de los estadísticos. En este caso el mejor librado fue el MAG. Por otro lado CPD no es recomendable cuando un modelo competitivo en la hipótesis alternativa ver experimentos 2 y 14. Análogamente JDM y PDM no son recomendables cuando un modelo competitivo va en la hipótesis nula y tamaño de muestra igual a 20, ver exp 8 y 20.

A continuación veremos los experimentos donde la hipótesis alternativa contiene al modelo de Mitcherlisch, los cuales están numerados con enteros impares dentro de las tablas 1,3,5 y 7. Ahí se observa que el nivel de significancia de todos los estadísticos es muy parecido, salvo el JDM que resultó con un error tipo I más alto que en los demás estadísticos en cada uno de los experimentos mencionados. Cuando el modelo no competitivo está en la hipótesis nula se muestra en los experimentos impares de las tablas 2,4,6 y 8. Aquí no se observó diferencia en ninguno de los estadísticos, ya que todos tuvieron una potencia superior al 97 por ciento.

En los experimentos 25 y 27, la distribución de los errores se contamina con la distribución Cauchy. En estos casos el modelo no competitivo va en la hipótesis alternativa. El resultado observado fue que todos los estadísticos obtenidos por mínimos cuadrados tienen un nivel de significancia muy parecido, resaltando el estadístico RAG que tuvo un nivel de significancia por debajo de 4.6 por ciento. En el experimento 29, RAG alcanzó el 100 por ciento de potencia. Sin embargo, se puede decir que cuando se tiene un modelo competitivo, no hay una diferencia marcada entre los cinco estadísticos en cuanto a su nivel de significancia y potencia considerando observaciones aberrantes.

Finalmente cabe resaltar que cuando hay normalidad en la distribución de los errores, en la hipótesis alterna va el modelo

no competitivo y un tamaño de muestra igual a 20. Se tiene que el estadístico JDM tiene un nivel de significancia más alto que los demás estadísticos considerados.

Se sabe de los resultados que presentamos en el Capítulo 2 que cada uno de los estadísticos: Se distribuye asintóticamente como una normal estandar. La prueba empleada para comprobar esta distribución esta mencionada en la sección 3.3.

Cuando se efectuó la prueba con el objeto de tener una verificación de este comportamiento, se tuvieron los resultados que describiremos en los próximos párrafos.

La tabla 1 muestra experimentos donde el modelo competitivo va en la hipótesis alternativa. La distribución de los errores

es normal con varianza 1. Se observa que los estadísticos se aproximan al resultado de normalidad, cuando n crece. Cabe destacar que en todos los casos la media fué significativamente distinta de cero. Aunque para $n=60$, se tiene que la normalidad y la varianza igual a uno ya no son significativos, exceptuando a CPD. En los experimentos 16 y 18 los estadísticos se aproximan más a la normalidad, sobre todo cuando $n=60$. Considerando para esta situación que la distribución de los errores tienen una varianza menor de uno.

Finalmente el resultado de normalidad para todos los estadísticos, se ve muy afectado cuando se tienen observaciones aberrantes y aún para $n=60$.

En el experimento 1, se tiene distribución normal en los errores. Se considera el modelo no competitivo en la hipótesis alternativa. El resultado observado fue que los estadísticos CPD, JDM, no satisfacen la normalidad. MAG se distribuye normalmente aunque con una media y varianza significativamente distinta de cero y uno respectivamente. PDM satisface la normalidad pero su media es significativamente distinta de cero. Se ve claro que cuando el tamaño de muestra aumenta los estadísticos satisfacen el resultado de normalidad. Ver experimentos 3 y 5. Por otro lado cuando la distribución de los errores es también normal pero con una varianza menor de uno, se observa lo dicho anteriormente. En el caso de observaciones aberrantes, en general se observa que todos los estadísticos satisfacen el resultado de normalidad para $n=40$ o más. En este caso JDM tuvo una varianza significativamente mayor que uno.

3.5 Conclusiones

En general se tiene que el estadístico robusto RAG tuvo un mejor comportamiento que el observado por los otros estadísticos, y precisamente en donde se deseaba ver si había diferencia entre los métodos robustos y no-robustos, es decir con la contaminación Cauchy, se palpó muy claramente. Por otro lado cuando $n=20$ (muestras pequeñas) los estadísticos CPD, JDM, PDM se vieron muy afectados ya sea en el nivel de significancia o en la potencia (como fué ya señalado), y en este caso el estadístico MAG fué el que mejor se vio, ya que tuvo un buen nivel de significancia y su potencia es aceptable.

También se puede concluir que en los casos en que n es mayor que 20 CPD, PDM, MAG tuvieron resultados muy similares y en algunas situaciones, JDM; pero en general este último estadístico tuvo variaciones muy extrañas.

DISTRIBUCIONES DE LOS ERRORES N(0,1)

exp.	muestra	hipótesis	pruebas	pn(1)	media	d.s	nivel d =0.046
1	20	Ho:Q-L Ha:M	CPD	-	.12(2.48)	1.08(2.54)	6.2
			JDM	s	-.26(-4.73)	1.23(7.28)	11.0
			PDM	ns	-.17(-3.69)	1.03(-.96)	6.6
			MAG	ns	-.18(-3.73)	1.08(2.54)	7.2
2	20	Ho:Q-L Ha:HIP	CPD	-	-	-	81.1
			JDM	s*	.44(12.45)	0.79(-6.61)	3.2
			PDM	s	.39(8.80)	0.99(-.30)	7.0
			MAG	s*	4.6(1.25)	82.10 -	11.0
3	40	Ho:Q-L Ha:M	CPD	ns	-.09(-1.28)	1.04(1.28)	6.0
			JDM	ns	.04(.82)	1.09(2.85)	6.6
			PDM	ns	.06(1.33)	1.01(.33)	5.2
			MAG	ns	.07(1.51)	1.04(1.28)	5.6
			RAG	ns	.01(.21)	1.09(2.85)	6.0
4	40	Ho:Q-L Ha:HIP	CPD	s*	-.49(-8.98)	1.22(6.97)	13.0
			JDM	s*	.62(7.22)	1.92(29.1)	12.6
			PDM	s*	.58(11.58)	1.12(3.81)	11.0
			MAG	s*	.59(11.68)	1.13(4.12)	11.2
			RAG	ns	.49(9.78)	1.12(3.81)	9.6
5	60	Ho:Q-L Ha:M	CPD	ns	-.03(-.64)	1.05(1.60)	6.4
			JDM	ns	-.01(-.21)	1.07(2.23)	7.2
			PDM	ns	.01(.22)	1.03(.96)	6.4
			MAG	ns	.01(.22)	1.04(1.28)	6.4
6	60	Ho:Q-L Ha:HIP	CPD	s	-.26(-5.43)	1.07(2.23)	6.4
			JDM	ns	.40(8.44)	1.06(1.91)	6.8
			PDM	ns	.38(8.41)	1.01(.33)	5.6
			MAG	ns	.39(8.46)	1.03(.96)	5.8

(1) =0.05
s* altamente sig.

Tabla 1

DISTRIBUCION DE LOS ERRORES N(0,1)

exp.	muestra	hipótesis	pruebas	media	d.s.	potencia
7	20	Ho:M Ha:Q-L	CPD	-25.13	4.43	100
			JDM	13.88	2.96	100
			PDM	12.42	2.64	100
			MAG	4.23	0.09	100
8	20	Ho:HIP Ha:Q-L	CPD	-	-	51.4
			JDM	.04	.09	0
			PDM	.08	.97	4.2
			MAG	-	-	41.3
9	40	Ho:M Ha:Q-L	CPD	-42.95	4.37	100
			JDM	26.75	3.58	100
			PDM	25.38	3.39	100
			MAG	6.15	0.04	100
10	40	Ho:HIP Ha:Q-L	CPD	-2.08	1.17	52.4
			JDM	1.05	.35	1.4
			PDM	1.88	1.08	43.8
			MAG	1.86	.97	46.4
			RAG	1.95	1.12	51.4
11	60	Ho:M Ha:Q-L	CPD	-56.77	4.65	100
			JDM	30.98	3.15	100
			PDM	29.93	3.04	100
			MAG	7.51	0.05	100
12	60	Ho:HIP Ha:Q-L	CPD	-2.68	1.08	74.4
			JDM	1.21	.29	2.0
			PDM	2.46	1.00	67.6
			MAG	2.40	.89	69.6

Tabla 2

BIBLIOTECA
 JUAN A. ESCALANTE H.
 UNIDAD ACADEMICA DE
 LOS CICLOS PROFESIONAL
 Y DE POSGRADO / CCH
 UNAM

DISTRIBUCION DE LOS ERRORES N(0,0.025)

exp.	muestra	hipótesis	pruebas	pn(1)	media	d.s.	nnivel s. =0.046
13	20	Ho:Q-L	CPD	-	.02(.42)	1.07(2.23)	6.8
			Ha:M	JDM	ns	-.04(-.75)	1.18(5.70)
			PDM	ns	-.03(-.65)	1.02(.65)	6.2
			MAG	ns	-.03(-.62)	1.07(2.23)	6.4
14	20	Ho:Q-L	CPD	-	-	24.52	93.6
			Ha:HIP	JDM	s*	.46(14.7)	.70(-9.46)
			PDM	s	.40(9.42)	.95(-1.56)	6.2
			MAG	s	.47(9.55)	1.10(3.17)	8.4
15	40	Ho:Q-L	CPD	ns	-.01(-.21)	1.08(2.54)	5.4
			Ha:M	JDM	ns	.00	1.13
			PDM	ns	.00	1.06	5.2
			MAG	ns	.00	1.08	5.4
16	40	Ho:Q-L	CPD	ns	-.14(-2.9)	1.09(2.54)	7.6
			Ha:HIP	JDM	ns	.12(2.42)	1.11(3.49)
			PDM	ns	.11(2.39)	1.03(.96)	6.0
			MAG	ns	.11(2.32)	1.06(1.91)	6.2
17	60	Ho:Q-L	CPD	ns	-.02(-.43)	1.04(1.28)	6.4
			Ha:M	JDM	ns	.02(.42)	1.07(2.23)
			PDM	ns	.02(.43)	1.03(.96)	6.0
			MAG	ns	.02(.43)	1.04(1.30)	6.4
18	60	Ho:Q-L	CPD	ns	-.06(-1.31)	1.02(.65)	4.6
			Ha:HIP	JDM	ns	.05(1.10)	1.02(.65)
			PDM	ns	.05(1.14)	.98(-.62)	3.2
			MAG	ns	.05(1.12)	1.0 (.02)	3.8

Tabla 3

(1) =0.05

* altamente s.

DISTRIBUCION DE LOS ERRORES $N(0,0.025)$

exp	muestra	hipótesis	pruebas	media	d.s.	potencia
19	20	Ho:M Ha:Q-L	CPD	-60.50	3.82	100
			JDM	88.03	17.84	100
			PDM	78.74	15.51	100
			MAG	4.47	.002	100
20	20	Ho:HIP Ha:Q-L	CPD	-	.01	52.0
			JDM	.01	.03	0
			PDM	.02	.92	3.8
			MAG	-	5.57	38.9
21	40	Ho:M Ha:Q-L	CPD	-93.04	3.61	100
			JDM	168.9	21.20	100
			PDM	159.87	19.96	100
			MAG	6.32	.001	100
22	40	Ho:HIP Ha:Q-L	CPD	-14.31	1.49	100
			JDM	1.51	.10	0
			PDM	12.39	1.91	100
			MAG	5.59	.17	100
23	60	Ho:M Ha:Q-L	CPD	-125.33	3.76	100
			JDM	195.87	18.85	100
			PDM	189.02	18.14	100
			MAG	7.71	.001	100
24	60	Ho:HIP Ha:Q-L	CPD	-17.56	1.40	100
			JDM	5.23	.39	100
			PDM	15.45	1.80	100
			MAG	6.97	.15	100

Tabla 4

DISTRIBUCION DE LOS ERRORES $.9*N(0,.02)+.1*C$

exp.	muestra	hipótesis	pruebas	pn(1)	media	d.s.	nivel de s
							=0.046
25	40	Ho:Q-L	CPD	ns	-.02(-.42)	1.07(2.22)	5.4
			Ha:M	JDM	ns	-.03(-.58)	1.15(4.75)
			PDM	ns	-.01(-.21)	1.05(1.60)	5.2
			MAG	ns	-.01(-.21)	1.07(2.22)	5.4
			RAG	s	.08(1.88)	.95(-1.56)	2.9
26	40	Ho:Q-L	CPD	s*	-.23(-2.45)	2.10(34.7)	11.7
			Ha:HIP	JDM	s*	.44(6.93)	1.42(13.3)
			PDM	s*	.46(7.14)	1.44(13.9)	9.7
			MAG	s*	.41(7.58)	1.21(6.65)	9.9
			RAG	s	.39(6.21)	1.44(13.9)	14.3
27	60	Ho:Q-L	CPD	ns	.06(1.29)	1.04(1.29)	5.2
			Ha:M	JDM	ns	-.09(-1.85)	1.09(2.85)
			PDM	ns	-.08(-1.74)	1.03(1.10)	5.0
			MAG	ns	-.08(-1.74)	1.05(1.60)	5.2
			RAG	ns	-.09(-1.85)	.99(-.89)	3.0
28	60	Ho:Q-L	CPD	s	-.34(-4.22)	1.80(25.29)	14.4
			Ha:HIP	JDM	s	.44(7.57)	1.30(9.49)
			PDM	s	.49(7.50)	1.46(14.13)	13.0
			MAG	s	.45(7.86)	1.28(8.86)	13.2
			RAG	s	.49(7.50)	1.12()	11.7

Tabla 5

(1) $\alpha=0.05$

* altamente s.

DISTRIBUCION DE LOS ERRORES $.9*N(0,0.02)+.1C$

exp.	muestra	hipótesis	pruebas	media	d.s	potencia
29	40	Ho:M Ha:Q-L	CPD	-52.7	24.5	98.8
			JDM	54.93	47.83	97.2
			PDM	52.07	45.25	97.6
			MAG	5.86	1.02	97.6
			RAG	8.39	.55	100
30	40	Ho:HIP Ha:Q-L	CPD	-4.91	4.46	70.2
			JDM	1.75	1.15	37.1
			PDM	3.96	3.79	64.4
			MAG	3.11	3.73	68.0
			RAG	5.35	1.55	96.7
31	60	Ho:M Ha:Q-L	CPD	-59.0	30.78	99.0
			JDM	45.14	41.29	97.0
			PDM	43.60	39.85	97.4
			MAG	6.89	1.46	97.4
32	60	Ho:HIP Ha:Q-L	CPD	-186.86	4076.75	63.9
			JDM	1.68	1.26	31.3
			PDM	3.57	3.49	60.6
			MAG	2.86	2.11	62.8
			RAG	6.58	1.54	99.2

Tabla 6

DISTRIBUCION DE LOS ERRORES $.9N(0, .02) + .1N(0, 2.25)$

esp.	muestra	hipótesis	pruebas	media	d. s.	nivel de s =0.046
33	60	Ho:Q-L	CPD	-.04(-.82)	1.09(2.85)	5.2
			JDM	.02(.41)	1.08(2.54)	5.3
		Ha:M	PDM	.03(.61)	1.08(2.54)	5.0
			MAG	.03(.62)	1.09(2.86)	5.4
34	60	Ho:Q-L	CPD	-.12(-2.44)	1.10(3.17)	7.0
			JDM	.14(2.95)	1.06(1.91)	7.2
		Ha:HIP	PDM	.16(3.44)	1.04(1.28)	6.2
			MAG	.16(3.41)	1.05(1.60)	6.2

DISTRIBUCION DE LOS ERRORES $.9N(0, .02) + .1t(k), k=5$

35	40	Ho:Q-L	CPD	-.04(-.82)	1.09(2.86)	3.2
			JDM	.01(.21)	1.05(1.60)	4.0
		Ha:M	PDM	.03(.68)	.99(-.30)	2.6
			MAG	.02(.44)	1.02(.65)	2.8
36	40	Ho:Q-L	CPD	-.32(-5.34)	1.34(10.7)	9.6
			JDM	.32(5.59)	1.28(8.9)	10.6
		Ha:HIP	PDM	.29(5.40)	1.20(6.3)	9.4
			MAG	.28(5.44)	1.15(4.7)	9.8

DISTRIBUCION DE LOS ERRORES $.8N(0, .02) + .2t(k), k=5$

37	40	Ho:Q-L	CPD	.08(1.61)	1.11(3.49)	6.8
			JDM	-.13(-2.46)	1.18(5.70)	9.6
		Ha:M	PDM	-.10(-2.03)	1.10(3.17)	7.0
			JDM	-.10(-2.00)	1.12(3.81)	7.6
38	40	Ho:Q-L	CPD	-.20(-2.76)	1.62(19.6)	10.8
			JDM	.29(5.31)	1.22(6.97)	11.2
		Ha:HIP	PDM	.28(5.49)	1.14(4.43)	9.8
			MAG	.28(5.44)	1.15(4.75)	10.4

Tabla 7

DISTRIBUCION DE LOS ERRORES $.9N(0, .02) + .1N(0, 2.25)$

exp.	muestra	hipótesis	pruebas	media	d.s.	potencia
39	60	Ho:M Ha:Q-L	CPD	-86.77	14.09	100
			JDM	75.29	32.85	100
			PDM	73.45	31.40	100
			MAG	7.69	.04	100
40	60	Ho:HIP Ha:Q-L	CPD	-7.12	3.25	99.2
			JDM	4.12	2.10	94.2
			PDM	6.06	2.77	98.4
			MAG	4.62	1.17	98.4

DISTRIBUCION DE LOS ERRORES $.9N(0, .02) + .1t(k), k=5$

41	40	Ho:HIP Ha:Q-L	CPD	-7.33	3.63	97.0
			JDM	2.58	.88	70.0
			PDM	6.11	3.18	95.8
			MAG	4.17	1.12	95.6

DISTRIBUCION DE LOS ERRORES $.8N(0, .02) + .2t(k), k=5$

42	40	Ho:HIP Ha:Q-L	CPD	-4.98	3.67	91.8
			JDM	1.87	.64	37.2
			PDM	4.08	2.01	86.8
			MAG	3.48	2.04	88.2

Tabla 8

CAPITULO 4

MODELOS SIGMOIDALES

4.1 Introducción

Con la experiencia aportada por los resultados del capítulo 3, se decidió comparar los estadísticos de prueba propuestos en este trabajo, usando otro conjunto de modelos, denominado sigmoïdales. Estos modelos son usados en biología, agricultura e ingeniería Ratkowsky (1982) presenta conjunto de datos y situaciones donde se aplican estas funciones, Draper-Smith (1981) presentan una amplia referencia de aplicaciones de estas curvas, los nombres así como la expresión simbólica de los modelos se enuncian a continuación :

1. Función Gompertz (GOM):

$$f(x, \theta) = \theta_1 \exp(-\exp(\theta_2 - \theta_3 x)).$$

2. Función Logística (LOG):

$$f(x, \alpha) = \alpha_1 / (1 + \exp(\alpha_2 - \alpha_3 x)).$$

3. Función Morgan-Mercer-Flodin (MMF):

$$f(x, \beta) = (\beta_1 \beta_3 + \beta_2 x^{\beta_4}) / (\beta_3 + x^{\beta_4}).$$

4.2 Diseño de los experimentos Monte Carlo.

Para estimar los parámetros de los modelos y con el fin de llevar acabo las pruebas de hipótesis que discriminaran entre los modelos que compiten, se generó el conjunto de datos (x, y) , donde

$y=f(x,\theta)+e$. El procedimiento es el siguiente: Un número x se obtiene seleccionando aleatoriamente un entero entre 1 y 18, luego el valor de y se obtiene sustituyendo en la función logística el valor de x y los valores iniciales de los parámetros, más el valor de e generado aleatoriamente de acuerdo a una distribución propuesta. Con estos valores de (x,y) , se estimaron los parámetros en cada uno de los modelos, enseguida se calcularon los estadísticos propuestos, para un determinado par de modelos (como se exhiben en la tabla a). Bajo estas condiciones se obtuvieron 500 réplicas de los valores de los estadísticos. Es conveniente remarcar aquí que la hipótesis que contiene al modelo logístico es la que se considera como hipótesis verdadera.

Como se mostró en el capítulo anterior, los resultados alcanzados, comparando los estadísticos obtenidos por métodos robustos y no robustos tuvieron comportamientos distintos, básicamente cuando la distribución de los errores es la contaminación con una Cauchy. Con esa experiencia se repitió la estrategia para el caso de modelos sigmoidales, las otras distribuciones de e consideradas se muestran en la tabla a.

Con referencia al software externo usado con el objeto de llevar a cabo las simulaciones, tenemos que se empleó el paquete de subrutinas IMSL, con las que se generaron aleatoriamente los valores de x , para ello se usó la subrutina GGUD, las otras subrutinas llamadas son GGNML que proporciona una normal $N(0,1)$, y la GGCA para obtener una distribución Cauchy.

	hipótesis nula	hipótesis alternativa	distribución de los errores	tamaño de muestra
LOG		GOM		
LOG		MMR	$.9N(0,0.025)+.1C$	40
MMR		LOG	$N(0,1)$	20,40
GOM		LOG		

Tabla a.

4.3 Resultados del experimento Monte Carlo

Una vez obtenidas las 500 réplicas, en la tabla 1 se muestran los resultados considerando la situación en que el modelo verdadero va en la hipótesis nula H_0 . La distribución de e como se muestra en la tabla. Todos los estadísticos de prueba se distribuyen asintóticamente como una normal $N(0,1)$ en este caso. Para probar esto se empleó una prueba de bondad de ajuste, en la columna 5 se muestra si la prueba de normalidad resultó significativa, en las siguientes dos columnas se reporta las medias y las desviaciones estandar (s.d.) de los estadísticos de prueba, en el paréntesis se tiene el valor asintótico de el estadístico t para probar la hipótesis de que la media es cero y la desviación estandar es 1.

La tabla 2, muestra los resultados cuando el modelo verdadero va en la hipótesis alternativa. En la última columna se presenta la potencia de la prueba. Finalmente en la tabla 3, se exhibe en la

parte de arriba los mismos elementos que en la tabla 1, solo que la distribución de los errores es la normal contaminada con una Cauchy.

4.4 Discusión de los resultados.

Como primera instancia tenemos que los modelos LOG y MMR resultaron ser no competitivos . Tomando esto en cuenta, observaremos si los resultados obtenidos en esta simulación, coinciden o son aproximados a los resultados observados en el Capítulo 3 cuando se estudio el modelo no competitivo.

Inicialmente consideraremos las pruebas en las que la hipótesis nula contiene al modelo con el que se generaron los datos, y en la alternativa al modelo GOM en una prueba, y al modelo MMR en la otra.

En los experimentos de la tabla 1, con distribución estandar de los errores. Se observo que los niveles de significancia cuando en la alterna esta GOM son muy similares, en general para todos los estadísticos a excepción del JDM para una muestra igual 40 y RAG para ambas muestras, ya que este resultado ser muy bajo . Cuando MMR esta en la alterna , el estadístico JDM en el exp. donde $n=40$ tuvo un error tipo I de 0. Los demás estadísticos tienen un nivel de significancia muy similar.

En la tabla 1 y considerando los histogramas de los exp. 1,2 se ve que las pruebas CPD y JDM resultaron altamente significativas con respecto a la prueba de normalidad, es decir que con tamaño de muestra $n=20$, estos estadísticos no se distribuyeron como

una normal con media cero y varianza uno. Esta misma situación se tiene para todos los estadísticos en el exp 10, es decir con observaciones aberrantes y en la hipótesis alternativa:MMR.

En general se observa de la tabla I que el signo de la media en las distribuciones de las 500 réplicas para los distintas pruebas es como sigue: Cuando CPD es negativo los demás son positivos e inversamente si es positivo los demás son negativos, salvo en tres casos para el estadístico JDM, el cual no tuvo una distribución normal en todos los casos estudiados.

Ahora considerando las pruebas en las que el modelo LOG esta en la hipótesis alternativa. Se observa de los experimentos del 5 al 8, 11 y 12 que la potencia de los estadísticos esta entre 99 y 100 por ciento. Por lo que podemos ver es que no hay diferencia de los estadísticos en cuanto a su potencia, considerando en cada prueba respectivamente a los modelos LOG y MMR.

4.5 Conclusiones

En general podemos afirmar que no se encontró una diferencia significativa en la comparación de los estadísticos para los casos estudiados. Esto resultó ser así porque los modelos GOM y MMR son no competitivos.

El estadístico JDM mostró un "buen" comportamiento cuando en la hipótesis alternativa se tiene el modelo verdadero, de lo que se desea si el modelo verdadero va en la hipótesis nula, esto se vio reflejado en su distribución.

Los estadísticos no robustos CPD, PDM, MAG, se comportaron en todas las situaciones de manera muy similar, salvo que para $n=20$ CPD no se distribuyo como una normal con media cero y varianza uno.

DISTRIBUCION DE LOS ERRORES N(0,1)

exp	muestra	hipótesis	pruebas	pn(1)	media	d.s.	nivel de s =0.046
1	20	Ho:LOG Ha:GOM	CPD	s*	-.06(-1.25)	1.07(2.23)	6.6
			JDM	s*	.35(9.43)	.83(-5.3)	4.6
			PDM	ns	.06(1.27)	1.06(1.91)	6.4
			MAG	ns	.05(1.04)	1.07(2.23)	6.4
			RAG	ns	-.03(-0.79)	.85(-4.7)	.6
2	20	Ho:LOG Ha:MMR	CPD	s*	-.02(-0.42)	1.06(1.91)	5.4
			JDM	s*	.33(8.78)	.84(-5.4)	4.4
			PDM	ns	.02(0.42)	1.05(1.60)	5.4
			MAG	ns	.01(0.21)	1.06(1.91)	5.4
			RAG	ns	.04(0.90)	.99(-.30)	4.2
3	40	Ho:LOG Ha:GOM	CPD	ns	.01(0.21)	1.07(2.23)	4.6
			JDM	-	.90(59.19)	.34(-20.8)	1.8
			PDM	ns	-.30(-.63)	1.06(1.91)	5.0
			MAG	ns	-.30(-.62)	1.07(2.23)	5.0
			RAG	ns	-.04(-1.08)	.83(-5.4)	0.4
4	40	Ho:LOG Ha:MMR	CPD	ns	-.02(-.42)	1.06(1.91)	5.6
			JDM	-	.60(60.90)	.22(-24.)	0
			PDM	ns	.01(.21)	1.60(1.60)	5.6
			MAG	ns	.01(.21)	1.05(1.60)	5.6
			RAG	ns	.01(.23)	.95(-1.5)	4.0

Tabla 1

(1) =0.05

* altamente s.

DISTRIBUCION DE LOS ERRORES $N(0,1)$

exp	muestras	hipótesis	pruebas	media	d. s.	potencia
5	20	Ho:GOM Ha:LOG	CPD	-39.54	7.30	100
			JDM	222.83	219.54	100
			PEM	292.84	135.54	100
			MAG	4.56	.01	100
			RAG	5.93	.10	100
6	20	Ho:MRR Ha:LOG	CPD	-36.90	7.24	100
			JDM	151.85	156.61	100
			PEM	225.35	106.57	100
			MAG	4.47	.01	100
			RAG	6.01	.11	100
7	40	Ho:GOM Ha:LOG	CPD	-39.01	1.49	100
			JDM	93.39	12.23	100
			PEM	94.28	11.60	100
			MAG	6.46	.003	100
			RAG	9.08	.08	100
8	40	Ho:MRR Ha:LOG	CPD	-33.67	1.48	100
			JDM	64.25	7.67	100
			PEM	61.87	7.70	100
			MAG	6.30	.01	100
			RAG	8.64	.12	100

Tabla 2

DISTRIBUCION DE LOS ERRORES .9N(0, .02)+.1C

exp	muestra	hipótesis	pruebas	pn(1)	media	s.d.	nivel de s =0.046
9	40	Ho:LOG	CPD	ns	.01(0.21)	1.08(2.54)	5.2
			JDM	s*	.85(42.3)	.45(17.4)	2.4
		Ha:GOM	PDM	ns	-.02(-.41)	1.07(2.23)	5.2
			MAG	ns	-.02(-.41)	1.09(2.85)	5.2
			RAG	s*	-.01(-.60)	.37(-19.)	.2
10	40	Ho:LOG	CPD	s	.05(1.14)	.98(-.62)	2.2
			JDM	s*	.70(24.8)	.63(-11.)	4.6
		Ha:MMR	PDM	s	-.06(-1.4)	.95(-1.6)	1.8
			MAG	s	-.06(-1.4)	.98(-.62)	1.8
			RAG	s	-.003(-.2)	.49(-16.)	.2
exp	muestra	hipótesis	pruebas	media	s.d.	potencia	
11	40	Ho:GOM	CPD	-41.69	13.78	99.4	
			JDM	195.01	178.77	99.4	
		Ha:LOG	PDM	184.97	169.56	99.4	
			MAG	6.31	.63	99.4	
			RAG	9.30	.47	100.0	
12	40	Ho:MMR	CPD	-36.53	13.29	99.2	
			JDM	125.88	115.02	99.0	
		Ha:LOG	PDM	121.01	110.61	99.2	
			MAG	6.11	.74	99.2	
			RAG	9.02	.54	100.0	

Tabla 3

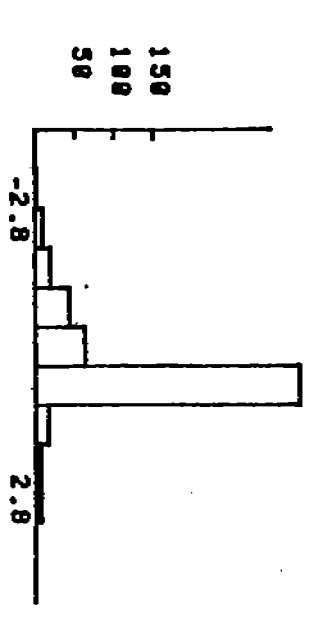
(1) =0.05

* altamente s.

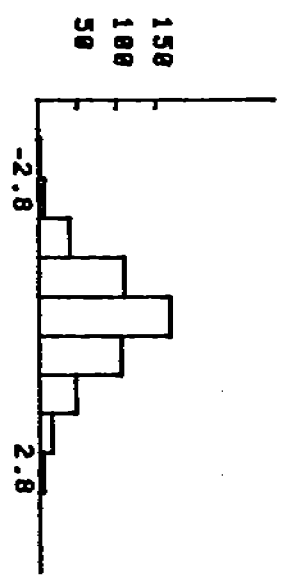
HISTOGRAMAS

E-N(0,1) N=20 REP=500

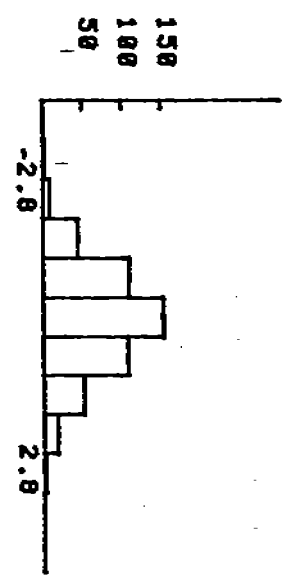
EST CPD



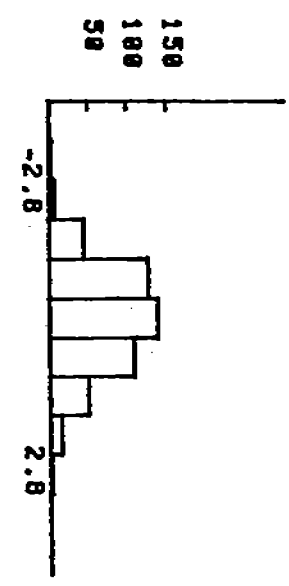
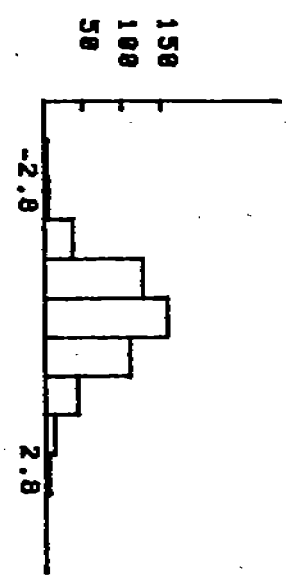
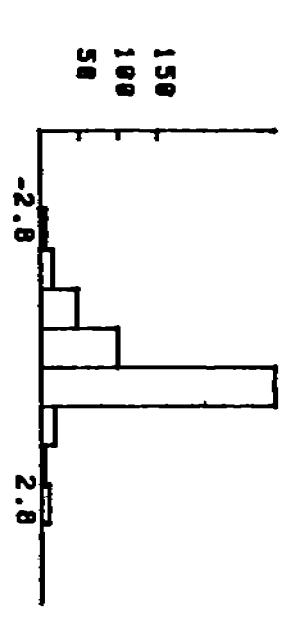
EST PDM



EST MAB



HO:1.06
HI:1.80M



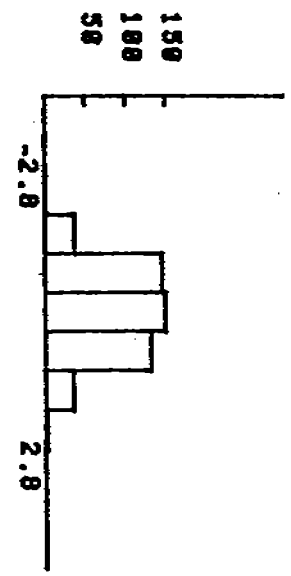
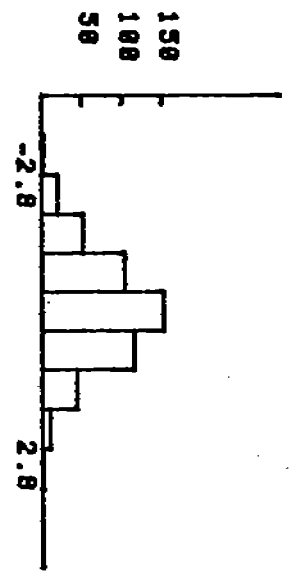
HISTOGRAMS

E-N(0.1) N=20 REP=500

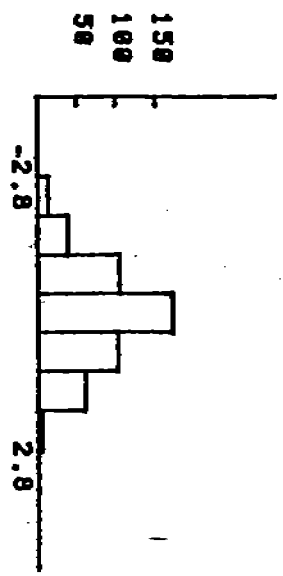
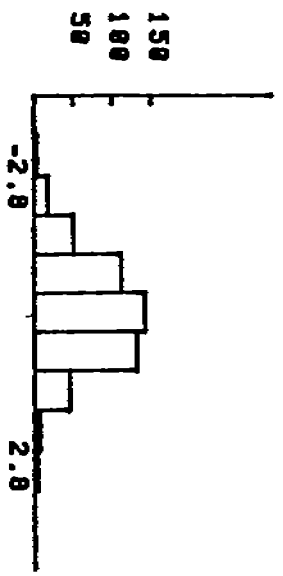
EST JDM

EST RAG

HO:LOG
H1:80M



HO:LOG
H1:100M



CAPITULO 5

PAQUETE REGROB

5.1 Introducción

Finalidad de este capítulo es la de poner a disposición el software utilizado para llevar a cabo estudios en regresión no lineal (principalmente). El cuál podría ser de utilidad a personas interesadas en los siguientes aspectos:

1) Ajustar un modelo de regresión no-lineal por los métodos de mínimos cuadrados y robusto.

2) Para realizar pruebas de hipótesis sobre los parámetros usando la prueba de Wald.

3) Se puede usar para probar la hipótesis nula que permita discriminar entre dos modelos de regresión no lineal, no anidados que esten compitiendo para explicar un fenómeno.

Esto se hace usando los estadísticos de prueba de Pesaran(1974) los procedimientos J y P de Davidson y Mac Kinnon(1981) y el procedimiento propuesto por Aguirre-Gallant(1983).

4) Finalmente se pueden usar algunas de las rutinas o funciones como auxiliares al escribir algún programa, donde se tenga la necesidad por ejemplo de invertir una matriz o calcular la covarianza entre dos variables.

Este capítulo tendrá la documentación de cada una de las funciones y subrutinas que comprende el software que realiza los aspectos mencionados al principio de este capítulo. Es importante mencionar que la mayoría de funciones y subrutinas fueron desarrolladas por V. Aguirre. En el presente trabajo se implementaron éstas para la Burroughs y se desarrollaron las subrutinas que calculan los estadísticos e Pesaran - Deaton (1974), los procedimientos J y P de Davidson - Mac Kinnon (1981), la prueba de Wald expuesta en Gallant (1975), y la que presenta un resumen estadístico de los resultados.

5.2 Funciones y subrutinas:

Este capítulo contiene las siguientes funciones y subrutinas; las que representan a las funciones de crecimiento son;

F1 : LINEAL

F2 : MITCHERLISCH

F3 : CUADRÁTICO-LINEAL.

F4 : BANDA HIPERBOLICA.

la forma analítica de cada una de las anteriores es la siguiente:

lineal $f(x, \theta) = \theta_1 + \theta_2 x$

Mitcherlisch $f(x, \theta) = \theta_1 (1 - \exp(\theta_2 - \theta_3 x))$,

cuadrática lineal $f(x, \theta) = \begin{cases} \theta_1 + \theta_2 x & \text{si } \theta_4 \leq x \\ \theta_1 + \theta_2 x + \theta_3 (\theta_4 - x)^2 & \text{si } \theta_4 > x \end{cases}$

banda hiperbólica $f(x, \theta) = \theta_1 + \theta_2 (x - \theta_4) + \theta_3 (\theta_5^2 + (x - \theta_4)^2)^{1/2}$

las que representan funciones sigmoidales.

F5 : GOMPERTZ.

F6 : LOGISTICO.

F7 : MORGAN MERCER-FLODIN.

la forma analítica de estas es :

Gompertz $f(x, \theta) = \theta_1 \exp(-\exp(\theta_2 - \theta_3 x))$

logístico $f(x, \theta) = \theta_1 / (1 + \exp(\theta_2 - \theta_3 x))$

Morgan Mercer Flodin $f(x, \theta) = (\theta_1 \theta_3 + \theta_2 x^{\theta_4}) / (\theta_3 + x^{\theta_4})$

Las que representan a las funciones de crecimiento o sigmo-
dales que tienen la forma $:(1-\alpha)f + \alpha g$ donde f es el modelo que va
en la hipótesis nula y g es el modelo (estimado) que va en la hi-
pótesis alternativa en una prueba de hipótesis estadística.

funciones de crecimiento:

FA1: f lineal g alguno de los otros modelos estimado

FA2: f Mitcherlisch g alguno de los otros modelos estimado

FA3; f cuadrático lineal g alguno de los otros modelos estimado

FA4: f banda hiperbólica g alguno de los otros modelos estimado

funciones sigmoidales

FA5: f Gompertz g alguno de los otros modelos estimado

FA6: f logístico g alguno de los otros modelos estimado

FA7: f Morgan Mercer Flodin g alguno de los otros modelos estimad

Subrutinas que calculan las derivadas parciales de cada uno
de los 14 funciones :PARF1,PARF2,PARF3,PARF4,PARF5,PARF6,PARF7,
PARFA1,PARFA2,PARFA3,PARFA4,PARFA5,PARFA6,PARFA7.

Cabe hacer la observación de que las funciones mencionadas arriba junto con sus derivadas, aparecen como argumentos de las subrutinas principales que conforman este paquete, cuando estas se describan ahí aparecerán el uso de las funciones y sus derivadas.

Luego siguen un conjunto de 6 subrutinas de utilidad para la estimación de los parámetros, y el cálculo de los estadísticos de prueba estas son:

RRWRTV : Escribe una matriz de orden $n \times m$
 RRLOC : Calcula los índices de un vector que representan los elementos de una matriz, general simétrica o diagonal
 RRCPYV : Copia un vector en otro
 LINVIP : Invierte una matriz
 VAR : Calcula la varianza

Ahora se presentan un conjunto de 7 funciones de utilidad para la estimación de los parámetros, y el cálculo de los estadísticos de prueba.

RRSNTH : Calcula la suma de una función.
 SQUARE : Auxiliar para el caso de mínimos cuadrados
 RREUCL : Calcula la distancia euclídeana
 ROBUST : Auxiliar para el caso M-robusto
 RRMEAN : Calcula la media
 RRCOV : Calcula la covarianza
 RRDIFF : Calcula la diferencia entre dos funciones

Subrutinas para estimar los parámetros por el método de Gauss-Newton.

RRMEST : Estima los parámetros
 RRSTDE : Obtiene el valor de los residuales estandarizados
 RRGNST : Algoritmo del método de Gauss-Newton

Subrutinas para estimar los parámetros por el método robusto.

RRITR : Estima los parámetros del modelo para el caso robusto
 RRTAO : Estima el parámetro de escala por un método robusto
 Función H : Encuentra la solución de una ecuación usando el método de Newton.

Subrutinas relacionadas con la prueba de Wald.

HHIP : Plantea la hipótesis nula de los parámetros a probar
 PARW : Derivada parcial de los parámetros que va en la hipótesis nula.
 RRWALD : Realiza la prueba de Wald.

Subrutina de resultados.

RREST : Resume los resultados estadísticos de la estimación de los parámetros obtenida por mínimos cuadrados y robusto

Subrutinas que calculan los estadísticos de prueba para probar las hipótesis de los modelos.

ESPESA : Calcula el estadístico de Pesaran
 ESJOTA : Calcula los estadísticos de Davidson y Mac Kinnon
 NONESR : Calcula los estadísticos de Aguirre -Gallant

5.2 Documentación de las subrutinas.

RRWRTV

Propósito: Escribe una matriz.

Uso: CALL RRWRTV (VEC, NR, NC, MS, TITUL)

Argumentos:

VEC: La matriz o vector que se desea escribir. Entrada

NR: Número de renglones. Entrada

NC: Número de columnas. Entrada

MS: Tipo de matriz MS=0 una matriz general MS=1
matriz simétrica, MS=2 matriz diagonal. Entrada

TITUL: Título que se desea dar a la matriz o vector
de salida. Salida

Precisión: Doble precisión. REAL *8 : VEC. Enteros: NR, NC.

Subrutinas requeridas: Ninguna.

Referencias: Ver programa (apéndice A).

RRLOC

Propósito: Calcula los índices de un vector que representan los
elementos de una matriz.

Uso: CALL RRLOC (I,J,NR,MS,IR).

Argumentos: I: Índice del renglón de la matriz. Entrada

J: Índice de la columna de la matriz. Entrada

NR: Número de renglones y columnas de la matriz. Entrada

MS: Tipo de matriz (MS=0 : general, MS=1 : simétrica,
MS=2 : diagonal). Entrada

IR: Índice calculado. Salida

Precisión: Sencilla. Enteros I, J, NR, IR.

Subrutinas requeridas: Ninguna.

RRCPYV

Propósito: Copia un vector en otro.

Uso: CALL RRCPYV (V1, V2, K)

Argumentos:

V1: Nuevo vector. Salida

V2: Vector que será copiado. Entrada

K: Números de elementos del vector. Entrada

Precisión: Doble precisión, REAL *8 V1, V2, Entero K.

Subrutinas requeridas: Ninguna.

LINVIP

Propósito: Invierte una matriz definida positiva.

Uso: CALL LINVIP (A, N, EPS, IER).

Argumentos:

A: Matriz semidefinida positiva NXN. Entrada y Salida

N: Número de renglones y columnas de A. Entrada

EPS: Constante, usada como una tolerancia relativa. Entrada

IER: Parámetro error codificado como sigue IER=0, no hay error, rango de A es N, IER \neq 0, A es singular, rango de A es N-IER.Salida .

Precisión: Doble precisión , REAL *8 A y EPS. Entero N, IER.

Subrutinas requeridas: Ninguna.

Referencias: SCHAZOFF, M ET. AL. (1968) EFFICIENT CALCULATION OF ALL POSSIBLE REGRESSIONS TECHNOMETRICS, 10. 769-79.

Notas de programación .Si IER \neq 0 entonces la salida es una inversa generalizada de A.

VAR

Propósito: Calcular la varianza de un conjunto de datos.

Uso: CALL VAR (E, S, N)

Argumentos:

E: Datos menos su media.Entrada

S: Valor que toma la varianza.Salida

N: Número de datos.Entrada

Precisión: Doble precisión REAL *8 E, Entero N.

Subrutinas requeridas: Ninguna.

RRZERO

Propósito: Iguala a cero los elementos de un renglón.

Uso: CALL RRZERO (VEC, N).

Argumentos:

VEC: Vector cuyos elementos se igualan a cero.Salida

N: Números de elementos del vector.Entrada

Precisión: Doble precisión, REAL *8 VEC, Entero N.

Subrutinas requeridas: Ninguna.

RREUCL

Propósito: Calcula la distancia euclideana.

Uso: RREUCE(VEC,L)

Argumentos:VEC: componente de referencia.Entrada

L: dimensión.Entrada

Precisión .Doble precisión :REAL*8 VEC,RREUCL(Salida).Entero L.

Subrutinas requeridas: Ninguna.

RRMEAN

Propósito: Calcula la media de un conjunto de datos.

Uso:RRMEAN(X,N)

Argumentos : X: conjunto de datos.Entrada

N: número de datos.Entrada

Precisión. Doble Precisión REAL*8 X,RRMEAN(Salida). Entero N.

Subrutinas requeridas: Ninguna

RRCOV

Propósito: Calcula la varianza o covarianza de un conjunto de datos.

Uso: RRCOV(X,Y,N)

Argumentos: X: conjunto de datos.Entrada
 Y: conjunto de datos.Entrada
 N: número de datos.Entrada

Precisión. Doble precisión REAL*8 X,Y,RRCOV(Salida).Entero N.

Subrutinas requeridas: Ninguna.

RRMEST

Propósito. Estimación de los parámetros por mínimos cuadrados usando métodos numéricos.

Uso: CALL RRMEST(TO,IP,X,K,N,Y,F,PARF,RO,TAO,TH,ICON,E1,E2,
 IWRITE,LIMIT).

Argumentos: TO: parámetros estimados inicialmente(IPx1).Entrada
 IP: número de parámetros de interés.Entrada
 X : matriz (KxN) cuyos elementos son los valores de la variable independiente.Entrada.
 K : dimensión de la variable independiente.Entrada
 N : tamaño de muestra.Entrada
 Y : vector de datos(Nx1).Entrada
 F : nombre del subprograma función que relaciona el modelo.Entrada

Uso F(X,T,K,IP).

Argumentos: X: vector de variables independientes(Kx1).Entrada

T: vector de parámetros de F(IPx1).
Entrada

K: dimensión de X.Entrada

IP: dimensión de T.Entrada

PARF : nombre de la subrutina que obtiene las derivadas parciales de F con respecto al parámetro. Entrada

Uso: CALL PARF(PDF,IP,X,K,T)

Argumentos: PDF: vector que contiene las derivadas parciales de F evaluadas en T. Entrada

IP : dimensión de T.Entrada

X : vector de variables independientes de F(Kx1).Entrada

K : dimensión de X.Entrada

T :vector de parámetros de F(IPx1)
Entrada

RO: nombre del subprograma función que define un criterio de optimización.Entrada (ver RRSNTH)

TAO: M-estimador del error estandar del error en el modelo F.TAO=1.DO para mínimos cuadrados Entrada.

TH : M-estimador de los parametros de F(IPx1).Salida
 ICON: parámetro de convergencia ICON=0 hay convergencia
 ICON=1 no hay convergencia,ICON=129 error.La ma
 tríz (D/DT)F es de rango incompleto.(salida)

E1: constante de tolerancia relativa,para declarar la
 convergencia un valor razonable para E1 es 1.D-10
 Entrada

E2: constante de tolerancia relativa,para declarar la
 convergencia un valor razonable para E2 es 1.D-10
 Entrada

IWRITE: parámetro de escritura IWRITE=0 evita la escri-
 tura de pasos intermedios.Entrada

LIMIT: número máximo de iteracciones, un valor razona
 ble para el limite es de 100.Entrada

Precisión.Doble precisión REAL*8 TO,X,Y,TH,F,PARF,RO,TAO,E1,E2

Enteros IP,K,N,ICON,IWRITE,LIMIT

Subrutinas requeridas: RRSTDE,RRSNTH,RRWRTV,RRCPYV,RRGNST

Referencias. Aguirre Torres,V.,Gallant,A.R.(1982)^a"On choosing bet
 ween two nonlinear models estimated robustly."Unpublished Manus
 cript.

Gallant,A.R.(1975) Nonlinear regression .The American Statistician
 Vol.29,No2.

RRITR

Propósito: Ajusta un modelo de regresión procedimiento robusto reescalado iterativamente.

Uso: CALL RRITR (TO, IP, X, K, N, Y, PARF, ELMODE, RO THAT, TAO, ICON, E1, E2, IWRITE, LIMIT)

Argumentos:

TO: valor inicial de los parámetros a estimar (IP x 1)

Entrada

IP: número de parámetros. Entrada

X: matriz (KxN) Contiene los valores de la variable independientes. Entrada

K: dimensión de la variable independiente X. Entrada

N: tamaño de muestra. Entrada

Y: vector de datos (N x 1). Entrada

F: nombre del subprograma función que describe el modelo. Entrada

Uso: F (X, T, K, IP)

Argumentos:

X: vector de variables independientes (K x 1). Entrada

T: vector de parámetros de F (IP x 1). Entrada

K: dimensión de X. Entrada

IP: dimensión de T. Entrada

Precisión: Doble precisión REAL *8 X, T. Entero K, IP.

PARF Entrada

Propósito: Nombre de la subrutina que calcula la derivada parcial de F con respecto al parámetro.

Uso: CALL PARF (PDF, IP, X, K, T).

Argumentos:

PDF: vector que contiene los derivados parciales de F evaluada en T . (IP x 1).Salida

IP: dimensión de T.Entrada

X: vector de variables independientes de F.Entrada

K: dimensión de X.Entrada

T: vector de parámetros de F (IP x 1).Entrada

Precisión: Doble precisión REAL *8 PDF, X, T, Entero IP, K.

ELMODE Entrada

Proposito: Nombre del modelo F.Variable alfanumérica

RO Entrada

Propósito: Nombre del subprograma función que define el criterio de optimización.

Uso: RO (U,I).

Argumentos:

U: escalar.Entrada

I: diferenciación del parámetro.Entrada

I=0: calcula la función RO en U.

I=1: obtiene la primera derivada de RO con respecto a U en U.

I=2: obtiene la segunda derivada de RO con respecto a U en U.

THAT: estimador robusto rescalado iterativamente de parámetro de F (IP x 1) Entrada

TAO M-estimador del error estandar del término de del error en el modelo F(1x1)^a Salida

ICON parámetro de convergencia. Salida

ICON=0 criterio de convergencia.

ICON=1 no hay convergencia.

ICON= la matriz (D/DT) F no es de rango completo.

E1: tolerancia relativa constante para declarar la convergencia. Incrementa los controles en los parámetros que serán estimados. Un valor razonable para E1 es 1.D-10. Entrada

E2: Tolerancia relativa constante para declarar la convergencia. Incrementa los controles en la función objetivo. Un valor razonable para E2 es 1.D-10. Entrada

IWRITE : escritura de parámetros. Entrada

IWRITE. EQ. 0 evita la escritura de resultados intermedios

LIMIT : Número máximo de iteraciones en cada paso. Un valor razonable para el LIMIT es 100. Entrada

Precisión: Doble precisión REAL *8 TO, X, Y, F, RO, THAT, TAO, E1, E2. Entero IP, K, N, IWRITE, LIMIT.

Alfanumérico. ELMODE

Subrutinas requeridas :RRMEST,RRSTDE,RRWRTV,RRTAO,

Referencias: Aguirre-Torres, V.Gallant, A.R. (1982) "On choosing between two nonlinear models estimated robustly". Manuscrito no publicado.

Burguete, J.F. Gallant, A.R. Souza (1981) "On unification of the asymptotic theory of nonlinear econometric models". Institute of Statistics Mineograph Series No. 1296. North Carolina State University. Raleigh. NC.

Gallant, A.R. (1982) "Nonlinear statistical models", Chapter 3. Manuscrito no publicado

RRWALD

Propósito. Prueba la hipótesis sobre los parámetros de un modelo F

Uso: CALL RRWALD(TAO,IP,X,K,N,Y,F,PARF,TH,THAT,HHIP,PARW,IQ,IEST)

Argumentos: TAO: M-estimador del error estandar del error en el modelo F (1x1). Entrada

IP: dimensión de TH. Entrada

X: matriz (KxN), sus elementos son los valores de la variable independiente. Entrada

K: dimensión de X. Entrada

N: tamaño de muestra. Entrada

Y: vector de datos (Nx1). Entrada

F: nombre del subprograma función que describe el modelo, para su uso ver (RRMEST). Entrada

PARF: subrutina que calcula la derivada parcial de F con respecto a los parámetros, su uso se describe en (RRMEST). Entrada

TH: vector de parámetros estimados (IPx1).Entrada

THAT: vector de parámetros estimados (IPx1).Entrada (usando el método robusto).

HHIP: nombre de la subrutina que establece la función de los parámetros y que va en la hipótesis nula
Entrada. Su uso: CALL HHIP(HU,TW,IP,IQ)

Argumentos:

HU: la función de los parámetros. Entrada

TW: vector de parámetros (IPx1). Entrada

IP: dimensión de TW. Entrada

IQ: número de funciones de los parámetros que van en la hipótesis nula. Entrada

Precisión. Doble precisión.REAL*8 HU,TW.

Enteros IP,IQ

PARW: nombre de la subrutina que calcula la derivada de la función que va en la hipótesis nula.

Entrada . Su uso: CALL PARW(DPW,IQ,TW,IP)

Argumentos:

PDW: matriz (IQxIP) que contiene las derivadas parciales de las funciones que van en la hipótesis nula con respecto a los parámetros.Salida

IQ: rango de la matriz PDW. Entrada

TW: vector de parámetros (IPx1).Entrada

IP: dimensión de TW. Entrada

Precisión: Doble precisión REAL*8 PDW,TW Enteros

IQ,IP

IQ: número de restricciones en la hipótesis nula.Entrada.

IEST: entero que identifica el procedimiento de estimación, IEST=0 situación robusta, IEST=1 mínimos cuadrados. Entrada.

Precisión.Doble precisión REAL*8 TAO,X,Y,F,PARF,TH,THAT,HHIP,PARW

Enteros IP,K,N,IQ,IEST

Subrutinas requeridas RRSTDE,VAR,RRCPYV,RRLOC,LINVIP,

Referencias Gallant,A.R. (1975). Nonlinear regression . The American Statistician. Vol.29,No.2

Notas de Programación:

Consideremos el modelo: $y=f(x,\theta)+e$,

las hipótesis que se desean probar son: $H_0:h(\theta^*)=0$ vs $H_a:h(\theta^*)\neq 0$

$H(\theta)$ es la matriz de derivadas parciales de $h(\theta)$.

El estadístico de la prueba de Wald:

rechazar $H_0:h(\theta)=0$

en el caso de mínimos cuadrados cuando el estadístico:

$S=h(\theta)(HCH)'\ h(\theta)/qs$ excede el valor de F (de la distribución F) , con $(q,n-p)$ grados de libertad. $C=((\partial/\partial\theta)f(x,\theta))' ((\partial/\partial\theta)f(x,\theta))$

RREST

Propósito. Resumen estadístico de los resultados de la estimación de los parámetros del modelo F. Considerando las situaciones por mínimos cuadrados y robusta.

Uso: CALL RREST(TO,IP,X,K,N,Y,F,PARF,TH,THAT,TAO,ELMODE,IEST)

Argumentos: TO,IP,X,K,N,Y,F,PARF,TH ver la subrutina RRREST.

THAT,TAO,ELMODE ver la subrutina RRITR.

IEST: número que identifica procedimiento de estimación a seguir.

Si IEST=0, se está en caso robusto.

Si IEST=1, el método es mínimos cuadrados

Subrutinas requeridas. RRITR, RRREST, RRSTDE, VAR, RRCPYV, RRLOC, LINVIP

Precisión. Doble precisión REAL*8 TO,X,Y,F,PARF,TH,THAT,TAO

Enteros IP,K,N,IEST. Alfanumérico ELMODE.

Referencias. Aguirre Torres, V., Gallant, A.R. (1982). "On choosing between two nonlinear models estimated robustly."

Manuscrito no publicado.

Gallant, A.R. (1975) Nonlinear regression. The American Statistician Vol. 29, No 2.

ESPESA Propósito. Calcula el estadístico de prueba de Pesaran y Deaton.

Uso: CALL ESPESA(Y,N,G,PARG,TEHTA,IP,F,PARF,GAMMA,IQ,HO,H1,X1,K1,X2,K2,IER,IWRITE,EST)

Argumentos(ver nota de programación):

Y: valores de la variable dependiente. Entrada

N: tamaño de la muestra. Entrada

G: función de respuesta que va en la hipótesis nula.
Entrada

PARG: nombre de la subrutina que deriva la función G.
con respecto a los parámetros. Entrada

TETHA: vector de parámetros de la función G.(IPx1).Entrada

IP: dimensión del vector TETHA. Entrada

F: función de respuesta que va en la hipótesis alterna.
Entrada

PARF: nombre de la subrutina que derivada parcialmente
la función F con respecto a sus parámetros. Entrada

GAMMA: vector de parámetros de la función F.(IQx1).Entrada

IQ: dimensión del vector GAMMA. Entrada

HO: hipótesis nula.(8 caracteres).Entrada

H1: modelo en la hipótesis alterna.(8 caracteres)Entrada

X1: matriz (K1xN) cuyos elementos son los valores de la
variable independiente de la hipótesis nula.Entrada

K1: dimensión de la variable independiente X1.Entrada

X2: matriz($K2 \times n$) cuyos elementos son los valores de la variable independiente de la hipótesis alterna. Entrada

K2: dimensión de la variable independiente X2. Entrada

IER: valor que define si la matriz $G'G$ es singular. Salida

IWRITE: IWRITE=0 no escribe el valor del estadístico,
IWRITE=1 escribe valor del estadístico. Entrada

EST: valor del estadístico de prueba. Entrada Precisión. Doble precisión REAL*8 Y, G, PARG, TETHA, TAO, F, PARF, GAMMA, TO10, RO, X, EST. Entero N, IP, IQ, KIER, IWRITE, Alfanumérico HO, H1.

Subrutinas requeridas RSTDE, VAR, RMEST, RLOC, LINVIP

Referencias. Pesaran, M.H. (1974). "on the general problem of model selection," *Review of Economic Studies*, 41, 153-171.

Pesaran, M.H., Deaton, A.S. (1978). "Testing non-nested non linear regression models." *Econometrica*, 46, 677-694.

Notas de programación. El uso de los argumentos G, PARG, F, PARF (aparecen en la subrutina RMEST)

ESJOTA

Propósito: Calcula los valores de los estadísticos, de los procedimientos J, P de Davidson y MacKinnon.

Uso: CALL ESJOTA(Y, N, FA, PARFA, IS, THI, G, TETHA, IP, F, PARF, GAMMA, IQ, X1, K1, X2, K2, IER, HO, H1, PEST, EST, IWRITE)

Argumentos: (ver nota de programación)

Y: vector de datos ($N \times 1$). Entrada

- N: tamaño de muestra. Entrada
- FA: nombre del subprograma función que calcula el modelo, y en este caso tiene la forma: $(1-\alpha)F+\alpha G$, donde F es el modelo que va en la hipótesis nula y G es modelo (estimado) que va en la hipótesis alternativa. Entrada, su uso: FA(X,T,K,IS).
- Argumentos: X: vector de variables independiente (Kx1)
 en este caso X tiene como uno de sus elementos el valor del modelo G previamente estimado. Entrada
- T: el vector de parámetros del modelo F más el parámetro α (ISx1). Entrada
- K: dimensión de X. Entrada
- IS: dimensión de T. Entrada
- PARFA: nombre del subprograma función que obtiene la derivada parcial del modelo FA con respecto a los parámetros. Entrada, (para su uso ver nota de programación)
- IS: dimensión del vector de parámetros de F, más el parámetro α . Entrada
- THI: vector cuyos elementos son los valores iniciales de los parámetros estimados. (ISx1). Entrada
- G: nombre del subprograma función que obtiene al modelo que va en la hipótesis alternativa. Entrada
- TETHA: vector de parámetros de G (IPx1). Entrada
- IP: dimensión de TETHA. Entrada

F: función de respuesta que ve en la hipótesis alterna.

Entrada

PARF: nombre de la subrutina que obtiene la derivada parcial de F con respecto a los parámetros. Entrada

GAMMA: parámetro de la función F. (IQx1)² Entrada

IQ: dimensión de GAMMA. Entrada

XF: matriz que contiene los valores de la variable independiente del modelo F. Entrada

K1: dimensión de XF. Entrada

XG: matriz que contiene los valores de la variable independiente del modelo G. Entrada

K2: dimensión de XG. Entrada

IER: parámetro de error, si IER=0, no hay error, si IER=1.

F F es singular. Salida

H0: indica el modelo que va en la hipótesis nula. 8 caracteres. Entrada

H1: indica el modelo que va en la hipótesis alternativa.

8 caracteres. Entrada.

PEST: obtiene el valor del estadístico P. Salida

EST : es el valor del estadístico J. Salida

IWRITE: parámetro de escritura; si IWRITE=0, no escribe resultados, si IWRITE=1, escribe los valores de los estadísticos. Entrada

Precision. Doble precisión REAL*8 Y,FA,PARFA,THI,G,PARG,TETHA,F,
PARF,GAMMA,RO,TAO,X,PEST,EST. Entero N,IS,IP,K,IER,IWRITE

Alfanumérico. HO,H1.

Subrutinas requeridas. RRMEST,RRSTDE,VAR,RRLOC,LINVIP

Referencias .Davidson,R.,Mackinnon,J.(1981)."Several tests for models specification in the presence of alternative hypotheses" Econometrica, Vol.49,No.3.

Notas de programación.Para el uso de las funciones F,PARF,G,PARG, PARFA,se puede referirse a él expuesto en la subrutina RRMEST,puesto que es similar; análogamente para el argumento RO ver, RRSNTH.

NONESR

Propósito: Probar dos modelos de regresión lineal o no lineal no anidados ajustados por un procedimiento robusto rescalado iterativamente o por mínimos cuadrados.

Uso: CALL NONESR (Y, N, F1, PARF1, THETA, IP, TAO1, F2, GAMMA, IQ, TAO2, RO, X1, K1, X2, K2, HO, H1, ZTEST, IER, IWRITE).

Argumentos: (ver notas de programación).

Y: vector de datos (Nx1). Entrada.

N: tamaño de muestra. Entrada.

F1: nombre del subprograma función que calcula el modelo bajo la hipótesis nula. Entrada.

PARF1: nombre de la subrutina que calcula la derivada de F1 con respecto a THETA. Entrada.

THETA: vectore de parámetros estimados de F1 (IPx1). Entrada.

IP: dimensión de THETA en F1. Entrada.

TAO1: M-estimador del error standar del error en el modelo F1 (1x1). Entrada.

F2: nombre del subprograma función que obtiene el modelo bajo la hipótesis alternativa. Entrada.

GAMMA: vector de parámetros estimados de F2 (IQx1). Entrada.

IQ: número de parámetros de F2. Entrada.

TAO2: M-estimador del error estandar del error en el modelo F2 (1x1). Entrada.

RO: nombre del subprograma función que define el criterio de optimización. Entrada.

X1: matriz (K1xN) contiene los valores de la variable independiente de F1. Entrada.

K1: dimensión de la variable independiente X1. Entrada.

X2: matriz (K2xN) contiene el valor de la variable independiente de F2. Entrada.

K2: dimensión de la variable independiente X2. Entrada.

H0: nombre del modelo 1. Entrada.

H1: nombre del modelo 2. Entrada.

ZTEST: estadístico de prueba. Rechazar si $ZTEST \geq Z_0$ donde $P(N(0,) \geq Z_0) = .05, .01$. Salida.

IER: parámetro de error (ver RRITR). Entrada.

IWRITE: parámetro de escritura, si IWRITE=1, escribe los nombres de los modelos en H0, H1 y el valor de ZTEST, y no los escribe si IWRITE=0. Entrada.

Precisión. Doble precisión: REAL *8 Y, F1, PARF1, THETA, TAO1, FZ, GAMMA, TAO2, RO, X1, X2, ZTEST. Enteros N, IP, IQ, K1, K2, IER, IW-

RITE. Alfanuméricos HO, HA.

Subrutinas requeridas: RRZERO, RRLOC, RRCPYV, LINVIP, RRCOV, RRME-
AN, RRDIF, RRWRTV.

Notas de programación. El uso de las F1, F2, PARF1, PARF2, es como el indicado en RRMEST y el de RO como en RRNSTH.

Referencias: Aguirre Torres, V. , Gallant, A.R. (1983). "The null and non null asymptotic distribution of the Cox test for multivariate nonlinear regression alternatives and a new distribution free test". Journal of Econometrics. 21, 5-33.

Aguirre Torres, V. Gallant A.R. (1982). "On choosing between two nonlinear models estimated robustly". Unpublished Manuscript.

5.3 Uso del paquete

A continuación se describe un ejemplo, para mostrar el uso de las subrutinas documentadas en este trabajo. En este ejemplo se propone un modelo usado en Gallant(1975), los datos de las variables de respuesta e independientes que usaremos, son los que aparecen en el apéndice del artículo mencionado. El modelo es:

$$y_t = \theta_1 x_1 + \theta_2 x_2 + \theta_4 e^{\theta_3 x_3} \quad (5.1)$$

Entonces para iniciar el uso del paquete, primero usted debe elaborar un programa para alguno de los tres aspectos mencionados al inicio de este Capítulo. Con el objeto de dar una idea para este propósito, describiremos un programa para estimar los parámetros del modelo (5.1), por mínimos cuadrados y el método robusto. Con ello se presenta un resumen estadístico de la estimación de estos parámetros. Además se efectúa la prueba de Wald para ambas situaciones. La hipótesis que se propone para la prueba de Wald es:

$$H_0: h(\theta) = 0 \text{ vs } H_1: h(\theta) \neq 0, \text{ con } h(\theta) = \theta_1, \text{ donde } H(\theta) = (\partial/\partial\theta)h(\theta). \quad (5.2)$$

En las siguientes cuatro páginas, se muestra un programa y su salida para la situación descrita. Conviene hacer las siguientes observaciones

Las tres primeras instrucciones que aparecen al principio del programa presentado, deben de aparecer en su programa, esto debe ser así para poder traer el paquete a su cuenta. Luego ya puede elaborar su propio programa usando las subrutinas propuestas en este Capítulo.

La función F6 y la subrutina PARF6 describen en este caso el modelo (5.1).

Las subrutinas RREST y RRWALD realizan la función descrita en la documentación. Entre los argumentos de RRWALD aparecen HHIP, PARW que son la función $h(\theta)$ y su derivada respectivamente. Para este ejemplo se usó la hipótesis que aparece en (5.2). Se pueden plantear otras hipótesis, y tanto $h(\theta)$ como su derivada deben introducirse como función y subrutina respectivamente, en el programa que se elabore.

```

100 $RESET FREE
200 $SET AUTOBIND
300 $BIND= FROM (ISJD) OBJECT/MICROB
400 FILE 5(KIND=REMOTE)
500 FILE 6(KIND=REMOTE,MAXRECSIZE=22)
600 IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
700 EXTERNAL F6,PARF6,SQUARE,HHIP,PARW
800 REAL*8 THAT(4),TD6(4),TH6(4)
900 REAL*8 Y(30),X1(30),X2(30),X3(30),Z(3,30)
1000 C
1100 C VALORES INICIALES DE LOS PARAMETROS
1200 C
1300 DATA TD6/-0.04866D0,1.038D0,-1.76D0,-0.5292D0/
1400 C
1500 C CONJUNTO DE DATOS DE LA VARIABLE DEPENDIENTE
1600 C
1700 DATA Y/.98610D0,.95482D0,1.02324D0,.96263D0,.98861D0,.98982D0
1800 1,.66768D0,.96822D0,.59759D0,1.01962D0,1.04255D0,.97526D0
1900 2,.80219D0,.95106D0,.50811D0,1.03848D0,1.04184D0,.90475D0
2000 3,1.05026D0,1.03437D0,1.01214D0,.55107D0,.98823D0,-.99418D0
2100 4,.69163D0,1.04343D0,1.04969D0,1.01046D0,.97658D0,.91840D0/
2200 C
2300 C CONJUNTO DE DATOS DE LA VARIABLE INDEPENDIENTE
2400 C
2500 DATA X1/1.D0,1.D0,1.D0,1.D0,1.D0,1.D0,1.D0,1.D0,1.D0,1.D0,1.D0
2600 1,1.D0,1.D0,1.D0,1.D0,1.D0,1.D0,0.D0,0.D0,0.D0,0.D0,0.D0,0.D0,0.D0
2700 2,0.D0,0.D0,0.D0,0.D0,0.D0,0.D0,0.D0,0.D0,0.D0,0.D0/
2800 DATA X2/1.D0,1.D0,1.D0,1.D0,1.D0,1.D0,1.D0,1.D0,1.D0,1.D0,1.D0
2900 2,1.D0,1.D0,1.D0,1.D0,1.D0,1.D0,1.D0,1.D0,1.D0,1.D0,1.D0,1.D0
3000 3,1.D0,1.D0,1.D0,1.D0,1.D0,1.D0,1.D0,1.D0,1.D0/
3100 DATA X3/6.28D0,9.11D0,8.11D0,6.58D0,6.52D0,9.86D0,.47D0
3200 1,4.07D0,.17D0,4.39D0,4.73D0,8.90D0,.77D0,4.51D0,.08D0
3300 2,9.86D0,8.43D0,1.82D0,5.02D0,3.75D0,7.31D0,.07D0,4.61D0
3400 3,6.99D0,.39D0,9.42D0,3.02D0,3.31D0,2.65D0,6.11D0/
3500 C
3600 C CONDICIONES
3700 C
3800 N=30
3900 E1=1.D-4
4000 E2=1.D-4
4100 LIMIT=40
4200 TAO=1
4300 C
4400 C
4500 C
4600 DO 25 J=1,N
4700 Z(1,J)=X1(J)
4800 Z(2,J)=X2(J)
4900 Z(3,J)=X3(J)
5000 25 CONTINUE
5100 C
5200 C CALCULA EL ESTADISTICO DE WALD
5300 C

```

```
5310 CALL RREST(T06,4,Z,3,N,Y,F6,PARF6,TH6,THAT,1.DO,ELMODE,1)
5400 CALL RRWALI(1.DO,4,Z,3,N,Y,F6,PARF6,TH6,THAT,HHIP,PARW,1,1)
5600 C
5700 C DESCRIBE DATOS ESTADISTICOS
5800 C
5900 ELMODE="PRUEBA"
6100 CALL RREST(T06,4,Z,3,N,Y,F6,PARF6,TH6,THAT,TAO,ELMODE,0)
6110 CALL RRWALI(TAO,4,Z,3,N,Y,F6,PARF6,TH6,THAT,HHIP,PARW,1,0)
6200 STOP
6300 END
6400 FUNCTION F6(X,T,K,IP)
6500 IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
6600 REAL*8 X(K),T(IP)
6700 F6=T(1)*X(1)+T(2)*X(2)+T(4)*DEXP(T(3)*X(3))
6800 RETURN
6900 END
7000 SUBROUTINE PARF6(DPF6,IP,X,K,T)
7100 IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
7200 REAL*8 X(K),T(IP),DPF6(IP)
7300 DPF6(1)=X(1)
7400 DPF6(2)=X(2)
7500 DPF6(3)=T(4)*X(3)*DEXP(T(3)*X(3))
7600 DPF6(4)=DEXP(T(3)*X(3))
7700 RETURN
7800 END
```


REGRESION MINIMOS CUADRADOS

** PARA EL MODELO **: **

*MATRIZ DE VAR-COV ASINTOTICA DE LOS PARAMETROS**

.159690E-03	-.788774E-04	-.177478E-03	-.441848E-04
-.788774E-04	.989645E-04	.608335E-03	-.185612E-05
-.177478E-03	.608335E-03	.268092E-01	.236150E-02
-.441848E-04	-.185612E-05	.236150E-02	.659668E-03

**	COEF. DE VARIACION	**	0.17981
**	COEF. DE DETERMINACION	**	0.99998
**	TAMAÑO DE LA MUESTRA	**	30
**	SUMA DE CUADRADOS DEL ERROR	**	0.030558
**	DESV ESTANDAR DEL ERROR	**	0.034283
**	MEDIA	**	0.924767

PARAMETRO	**T-STUDENT**
T(1)=-.259534107486E-01	-2.053789
T(2)= .101567132996E+01	102.097120
T(3)=-.111572890733E+01	-6.814235
T(4)=-.504843599533E+00	-19.655955

ESTIMACION MINIMOS CUADRADOS

** EL VALOR DEL ESTADISTICO DE WALD ** S= 4.218050

** S SE DISTRIBUYE COMO UNA F(1,26) **

* REGRESION M-ROBUSTA **

** PARA EL MODELO :PRUEBA**

*MATRIZ DE VAR-COV ASINTOTICA DE LOS PARAMETROS**

.131592E-03	-.651352E-04	-.149856E-03	-.366365E-04
-.651352E-04	.819238E-04	.504304E-03	-.130680E-05
-.149856E-03	.504304E-03	.216597E-01	.190880E-02
-.366365E-04	-.130680E-05	.190880E-02	.538988E-03

** COEF. DE VARIACION VAR.DEF.**	0.17981
** TAMAÑO DE LA MUESTRA **	30
** M-EST. PARAMETRO DE ESCALA **	0.034950
** MEDIA VAR. DEP. **	0.924767

PARAMETRO	**VALOR DE T**
T(1)=-.285015347070E-01	-2.484587
T(2)= .101795353977E+01	112.466403
T(3)=-.110621725806E+01	-7.516476
T(4)=-.504860188343E+00	-21.746103

** ESTIMACION ROBUSTA **

** EL VALOR DEL ESTADISTICO DE WALD ** S= 6.173170

** S SE DISTRIBUYE COMO UNA JI CUADRADA CON ,GL= 1 **

R E F E R E N C I A S

- Aguirre-Torres. V (1985). Testing several non-nested regressions simultaneously. A nonparametric approach. *Statistics and Probability Letters* ,3,317-324
- Aguirre-Torres. V, Gallant. A.R (1983) The null and non-null asymptotics distribution of the Cox test for multivariate nonlinear regression and a new distribution free Cox text, *Journal of Econometrics* 21, 5-33.
- Aguirre-Torres. V, Gallant A.R. (1983) On choosing between two nonlinear models estimated robustly. Manuscrito no publicado.
- Box, G. E. P. and Lucas, H.L.(1959). Design of experiments in non-linear situations. *Ann. Math. Statist.*
- Burguete, F., Gallant, R. y Souza, G. (1980). On unification of the asymptotic theory of nonlinear econometric models. *Institute of Statistics Mineograph Series No. 1296. North Carolina State University, Raleigh.*
- Davidson, R. and Mac Kinnon, J. (1981) Several tests for model specifications in the presence of alternative hypotheses. *Econometrica*, Vol.49 No.3 (781-793)
- Davidson, R. Mac Kinnon J, (1982) Some non nested hypotheses tests and the relations among them, por aparecer.
- Draper N. R., y Smith H. (1981) *Applied Regression Analysis*, 2o. Edición, John Wiley & Sons-Nueva York.

- Gallant, A.R. (1974). Seemingly unrelated nonlinear regressions. *Journal of Econometrics* 3, (35-50).
- Gallant, A.R. (1975). Nonlinear Regression. *The American Statistician*, Vol 29, No 2. (73-81)
- Godfrey, L. Pesaran, M. (1983) Test of non nested regression models. *Journal of econometrics* 21, 133-154.
- Gomes, F.P. (1953). The use of Mitscherlich regression law in the analysis of experiments with fertilizers. *Biometrics* 9, 498-516.
- Heiler, S. (1981) Robust estimates in linear regression a simulation approach. Ed. Buning, H. y Naeve, P. Walter de Greyter, Berlin.
- Hogg, R. (1979) An introduction to robust estimation and Robustness in statistics . Ed. Launer, R.L Wilkinson Academic Press N.Y.
- Judge, Hill, Griffiths. Lutkepohl, ChaoLee (1982). Introduction to the Theory and Practice of Econometrics, Ed. Wiley N.Y.
- Lovell, M.C. (1963). Seasonal adjustment of economic time series, *Journal of the American Statistical Association*. 58, 993-1010.
- Kennedy, W., Gentle, J. (1980). *Statistical Computing*. Dekker. New York.
- Malinvaud, E. (1966) *Statistical Methods of Econometrics*. Chicago . Rand Mc Nally and Company.
- Mc Aleer, M. (1984) Specification tests for separate models a survey. *Econometric Review*.

- Pesaran, A.H.: (1974) On the general problem of model selection. Review of Economic Studies. 41, 153-171.
- Pesaran, A.H., Deaton, A.S. (1978). Testing non-nested nonlinear regression models. Econometrica, 46, 677-694.
- Ratkowsky, D.A. (1982) Non-linear regression modeling. ed. Marcel Dekker. Inc, New York

BIBLIOTECA
JUAN A. ESCALANTE H.
UNIDAD ACADÉMICA DE
LOS CICLOS PROFESIONAL
Y DE POSGRADO / CCH
UNAM