



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE  
MÉXICO

**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**

---

---

**PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA**

**INSTITUTO DE INGENIERÍA**

**COMPORTAMIENTO DE MÉNSULAS EN  
EXTREMOS DE VIGAS DE CONCRETO  
REFORZADO Y PRESFORZADO**

**T E S I S**

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:

**MAESTRO EN INGENIERÍA**

INGENIERÍA CIVIL – ESTRUCTURAS  
P R E S E N T A :

**CESAR PONCE PALAFOX**

TUTOR:

**DR. ROBERTO MELI PIRALLA**



Ciudad Universitaria, MÉXICO, D.F., AGOSTO DE 2008.



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## AGRADECIMIENTOS:

A Mis Padres

*Por todo su apoyo incondicional que me brindaron para cumplir una meta más en mi vida, ya que aunque estando lejos siempre estaban conmigo.*

A Mis Hermanos

*Por su apoyo moral durante todo este tiempo.*

Al Dr. Roberto Meli

*Por su paciencia, apoyo y su valiosa asesoría en la elaboración de esta tesis.*

A mis Sinodales

*Por sus valiosos comentarios al trabajo realizado.*

Al CONACYT

*Por la beca otorgada durante el tiempo de mis estudios de maestría.*

Al Instituto de Ingeniería de la UNAM

*Por todas las facilidades otorgadas para llevar acabo este trabajo.*

Al Personal del Laboratorio

*Sr. Raymundo Mondragón, Salomón Trinidad y Agustín por su apoyo durante toda la etapa experimental.*

A mis Compañeros y Amigos

*Que me brindaron su apoyo durante esta estancia.*

A TODOS MUCHAS GRACIAS.

Dedicatoria:

A Mis Queridos Padres

*RAYMUNDO*

*Y*

*PATRICIA*

---



---

**CONTENIDO**
**RESUMEN****ABSTRACT****CONTENIDO****CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN**

1.1. PROBLEMÁTICA.....	1
1.2. OBJETIVOS DEL ESTUDIO.....	2
1.3. ESTRUCTURA DE LA TESIS .....	3

**CAPÍTULO 2. MÉNSULAS DE CONCRETO; COMPORTAMIENTO Y DISEÑO**

2.1. INTRODUCCIÓN.....	4
2.2. COMPORTAMIENTO DE MÉNSULAS DE CONCRETO REFORZADO .....	4
2.3. DISEÑO DE MÉNSULAS DE CONCRETO REFORZADO.....	5
2.3.1. Consideraciones del ACI 318-05.....	6
2.3.1.1. Refuerzo.....	7
2.3.1.2. Cortante por Fricción .....	7
2.3.1.3. Flexión y Tensión Directa .....	7
2.3.1.4. Cortante Directo Vertical.....	8
2.3.1.5. Tensión Diagonal en la Esquina Reentrante.....	8
2.3.2. Consideraciones del PCI.....	8
2.3.2.1. Refuerzo.....	8
2.3.2.2. Flexión.....	9
2.3.2.3. Cortante Directo.....	9
2.3.2.4. Tensión Diagonal que Emanada del Rincón Reentrante .....	10
2.3.2.5. Tensión Diagonal en el Fin Extremo Extendido .....	10
2.3.2.6. Tensión Diagonal en la Porción sin Ménsula .....	11
2.3.3. Método Puntal-Tensor .....	12

**CAPÍTULO 3. PROGRAMA EXPERIMENTAL**

3.1. DESCRIPCIÓN GENERAL .....	15
3.1.1. Descripción de los Especímenes.....	17
3.1.2. Materiales .....	18
3.1.3. Proceso Constructivo .....	19
3.2. PROCESO DE INSTRUMENTACIÓN .....	20
3.2.1. Instrumentación Interna .....	20
3.2.2. Instrumentación Externa.....	21
3.3. DESARROLLO DEL ENSAYE.....	23
3.3.1. Proceso de Ensaye .....	23

---

**CAPÍTULO 4. RESULTADOS EXPERIMENTALES**

4.1. RESULTADOS EXPERIMENTALES DEL MODELO ED-02 .....	25
4.2. RESULTADOS EXPERIMENTALES DEL MODELO EF-02.....	29

**CAPÍTULO 5. MODELACIÓN NUMÉRICA DE LOS ESPÉCIMENES**

5.1. MODELO ANALÍTICO DEL ESPÉCIMEN ED-02 .....	34
5.2. MODELO ANALÍTICO DEL ESPÉCIMEN EF-02 .....	39

**CAPÍTULO 6. INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS**

6.1. MODOS DE FALLA .....	43
6.1.1. Espécimen ED-02 .....	43
6.1.2. Espécimen EF-02 .....	44
6.2. COMPARACIÓN DE RESULTADOS .....	46
6.2.1. Carga Última Analítica Vs. Experimental .....	46
6.2.2. Carga de agrietamiento .....	48
6.2.3. Ancho de grieta.....	51
6.2.4. Desplazamiento.....	52

**CAPÍTULO 7. PROPUESTA DE DISEÑO DE MÉNSULAS CON PRESFUERZO**

7.1. CARACTERÍSTICAS DEL PRESFUERZO.....	54
7.2. VENTAJAS Y DESVENTAJAS .....	54
7.3. PROCEDIMIENTO DE DISEÑO DE MÉNSULAS DE ACUERDO AL PCI .....	55
7.4. MODELO ANALÍTICO .....	56
7.5. COMPARACIÓN DE RESULTADOS .....	59

**CAPÍTULO 8. CONCLUSIONES .....**

<b>REFERENCIAS .....</b>	<b>64</b>
--------------------------	-----------

## RESUMEN

Este trabajo presenta el ensaye de dos ménsulas en extremos de vigas de concreto reforzado con el objetivo principal de estudiar el control de agrietamiento en la esquina reentrante. Para el ensaye se construyeron dos especímenes que fueron sometidos a carga vertical; en los cuales se observaron dos tipos de falla: falla por cortante en la unión viga-ménsula y falla por flexión en la unión viga-dado. Los resultados experimentales se compararon con modelos analíticos usando el Modelo Puntal-Tensor y las ecuaciones de diseño de la sección 11.9 del ACI-318-05. De dicha comparación se pudo comprobar que el Modelo Puntal-Tensor es un método apropiado para determinar la carga última; además, con base en los resultados experimentales, se propone una ecuación para controlar el agrietamiento en la esquina reentrante de la unión viga-ménsula.

De los ensayos realizados se obtuvo que la grieta en la esquina reentrante se presenta a niveles de carga vertical muy pequeños, por lo que se propone usar presfuerzo para aumentar la carga con la cual se forma dicha grieta. Se presentan dos procedimientos para modelar el efecto del presfuerzo: uno aplicando una carga puntual externa sobre el espécimen en el Modelo Puntal-Tensor y otro con un método estático elástico. Se compararon los dos procedimientos se obtuvo que el método estático elástico es el más apropiado para considerar el uso del presfuerzo en ménsulas.

## ABSTRACT

This work presents the one it rehearses of two dapped-end beams of concrete reinforced with the main objective of study the cracking control in the re-entrant corner. For the one it rehearses two specimens they were built that were subjected to vertical load; in which two flaw types were observed: it fails for sharp in the union beam-bracket and flaw for flexion in the beam-given union. The experimental results were compared with analytic models using the Strut-and-Tie Models and the equations of design of the section 11.9 of the ACI-318-05. Of this comparison it could be proven that the Strut-and-Tie Models is an appropriate method to determine the last load; also, with base in the experimental results, it is intends an equation to control the cracking in the re-entrant corner of the union beam-bracket.

Of the rehearse them carried out it was obtained that the crack in the re-entrant corner is presented at very small levels of vertical load, for what intends to use prestressed to increase the load with which is formed this crack. Two procedures are presented to model the effect of the prestressed: one applying an external punctual load on the specimen in the Strut-and-Tie Models and another with an elastic static method. The two procedures were compared it was obtained that the method static elastic is the most appropriate to consider the use of the prestressed in dapped-end beam.

## CAPÍTULO 1.

### INTRODUCCIÓN

Debido a la importancia de las ménsulas para la conexión de dos o más elementos en una estructura, en este trabajo se trata el comportamiento y diseño de dichos elementos, para dar una posible solución a la problemática de su desempeño bajo condiciones de servicio.

Existen dos tipos de ménsulas muy usadas en la práctica, las que se encuentran pegadas a las columnas para un sistema de conexión entre viga-columna y las que suelen encontrarse en los extremos de vigas, para un sistema de conexión entre viga-viga. Para las primeras se tiene un gran número de estudios, con base en los cuales su comportamiento, diseño y modos de falla se encuentran definidos, así que algunos reglamentos de diseño tienen incluidos estos elementos (ACI 318-2005 American Concrete Institute y PCI, Prestressed Concrete Institute 1999). Para las segundas no son tan amplios los estudios que se tienen; al no estar las ménsulas unidas a las columnas, la fuerza de compresión del puntal diagonal no termina por incrustarse directamente sobre la columna, sino que sigue su trayectoria sobre el elemento y tiende a salirse de las vigas sin terminar en la columna. Esto se debe por lo general a que la conexión se encuentra muy lejos de la columna.

Los elementos de concreto prefabricado, tienen la característica de estar sujetos a concentración de esfuerzos en la conexión. En elementos muy cargados o aquellos que resisten fuerzas horizontales grandes, los límites de esfuerzos en el concreto pueden ser excedidos. Por lo tanto debe proporcionarse acero de refuerzo auxiliar en estos puntos, para evitar grandes anchos de grietas que lleven a la falla al elemento.

Debido a su función como conexión entre viga-columna o viga-viga, se debe garantizar que la ménsula sea más resistente que los elementos que llegan a ella.

De acuerdo con su geometría las ménsulas de concreto son elementos estructurales que están sometidas a esfuerzos que no cumplen con la hipótesis de Bernoulli (Cook y Mitchell, 1988), que establece que las secciones planas permanecen planas durante la flexión, empleada en el comportamiento de elementos de concreto.

#### **1.1. PROBLEMÁTICA**

Investigaciones previas han podido identificar diferentes tipos de fallas en ménsulas de concreto tales como: Tensión por flexión, Tensión Diagonal, Compresión Diagonal, Cortante por Fricción, Fisuración por anclaje, así como fallas debido a condiciones secundarias como la contracción o cambios volumétricos del concreto.

Es común que los diseñadores olviden el detallado de las uniones. Se deja al constructor la definición de detalles críticos que influyen en el comportamiento de la estructura. Las uniones son críticas porque aseguran la continuidad de un sistema y porque transmiten fuerzas de un elemento a otro. Así, por ejemplo las cargas y fuerzas deben transmitirse de un sistema de piso a las trabes, de ellas a las columnas, y de estas últimas a la cimentación. La transferencia de fuerzas entre los elementos depende del detallado cuidadoso de las uniones y de la supervisión minuciosa que asegure que la fabricación y la construcción sigan las instrucciones o intenciones del diseñador.



En la práctica las ménsulas están sometidas a concentración de esfuerzos en diversas zonas, las cuales, son de configuración compleja debido a cambios bruscos en las dimensiones de la sección, la presencia de cargas concentradas, o fuerzas internas en uniones viga-columna o viga-viga.

Debido a la presencia de un flujo de fuerzas en estas zonas el diseño de ménsulas puede resultar complejo de analizar, y los métodos existentes no son claros para su aplicación. Aunque para la conexión viga columna son aplicables debido a un gran número de investigaciones que se tienen. Para la conexión viga-viga no son adecuados, por lo que es necesario el uso de un procedimiento que examine los esfuerzos de tensión y compresión en el concreto.

## 1.2. OBJETIVOS DEL ESTUDIO

Debido a que el trabajo es principalmente experimental y al número pequeño de especímenes que fue posible ensayar en laboratorio, los objetivos son reducidos. Por tal motivo se dará especial atención al control de la grieta reentrante en ménsulas de extremos de vigas para la conexión viga-viga.

Los objetivos principales planteados para llevar a cabo este trabajo son:

- Comparar los resultados experimentales de esta investigación con los obtenidos de las ecuaciones propuestas en la sección 11.9 (para diseño de ménsulas y cartelas), así como los del Apéndice A (Modelos Puntal-Tensor) que propone el ACI 318-05. Con esto definir un mejor criterio sobre el diseño de estos elementos.
- Proponer un método de diseño para controlar el agrietamiento en la esquina reentrante de las ménsulas, utilizando presfuerzo, con la finalidad de evitar la falla de los elementos.
- Comparar los resultados de este estudio con los obtenidos en investigaciones previas hechas en el instituto de ingeniería.

En este trabajo se construyeron dos especímenes de concreto reforzado, los cuales se ensayaron en el laboratorio de materiales del Instituto de Ingeniería de la UNAM, y fueron sometidos a carga vertical en un extremo (ménsula), para determinar experimentalmente la capacidad y el comportamiento de ménsulas en extremos de vigas de concreto reforzado.

Los modelos forman una viga, que en un extremo tiene una ménsula, y en el otro extremo tiene un dado de concreto; la función de este último es permitir la conexión a una losa de reacción y así garantizar un adecuado empotramiento.

Los dos modelos cuentan con acero ordinario; uno fue mas reforzado que otro en la zona de cortante directo, para estudiar su eficiencia en conjunto con el acero de refuerzo secundario horizontal que propone el ACI 318-05 para reforzar el puntal de compresión; en el otro modelo se incrementó el acero en la zona de flexión en la unión viga-dado para estudiar su efectividad.

### 1.3. ESTRUCTURA DE LA TESIS

Se inicia con este capítulo de introducción donde se presentan los objetivos, una breve descripción de los elementos ménsulas, la problemática presentada en el diseño y construcción. En el segundo capítulo se exponen las teorías existentes para el diseño de ménsulas, haciendo una breve descripción de los procedimientos propuestos por el ACI 318-05 y presentando con más detalle lo propuesto por el PCI, debido a que el objetivo de este trabajo es presentar un método de diseño utilizando presfuerzo.

En el capítulo tres se describe el programa experimental, desde el diseño de los modelos, las dimensiones, las propiedades mecánicas de los materiales, el proceso constructivo, el desarrollo de la instrumentación, interna y externa y el procedimiento de ensaye. También se incluye una breve descripción de los instrumentos de medición utilizados en las pruebas.

En el capítulo cuatro se tiene la interpretación de los resultados experimentales obtenidos en los ensayos, presentando los resultados de cada uno de los modelos, correspondientes a las relaciones carga-desplazamiento del modelo y carga-deformación de las barras de acero que contenían los modelos. También se presenta la configuración de las grietas obtenidas.

En el capítulo cinco se exhiben los resultados analíticos para cada uno de los especímenes, obtenidos de modelos analíticos de Puntal-Tensor. Se presentan las fuerzas internas del sistema de armadura y en forma tabulada se tienen los esfuerzos, la demanda/capacidad y las fuerzas; éstos están por elementos y por nodos, para los dos especímenes.

La interpretación de resultados se tiene en el capítulo seis, donde se presentan los modos de falla obtenidos, con comentarios al respecto, se comparan las fallas obtenidas contra las esperadas; también se hace una comparación de resultados, con los dos especímenes ensayados y con algunos ensayos previos hechos en el Instituto de Ingeniería de la UNAM.

En el capítulo siete, se presenta una propuesta de diseño con presfuerzo, donde se explican las ventajas y desventajas que tiene esta aplicación; se muestra el método de diseño y su aplicación a ménsulas en extremos de vigas.

Por último se tienen las conclusiones y comentarios finales del estudio realizado.

## CAPÍTULO 2.

### MÉNSULAS DE CONCRETO; COMPORTAMIENTO Y DISEÑO

#### 2.1. INTRODUCCIÓN

Se llama ménsula a un elemento que se proyecta desde una columna o del extremo de una viga; cuando se encuentran a partir de un muro en lugar de una columna, se llaman más apropiadamente cornisa, aunque estos dos términos con frecuencia se intercambian. Las ménsulas se diseñan principalmente para suministrar la reacción vertical  $V_u$  en el extremo de la viga soportada; pero a menos que se tomen precauciones especiales para evitar las fuerzas horizontales que genera la retracción de fraguado restringida, el flujo plástico o los cambios de temperatura, la ménsula también debe resistir una fuerza horizontal  $N_u$ .

Es difícil evaluar explícitamente el comportamiento elástico de las ménsulas; sin embargo, los análisis con elementos finitos pueden definir las configuraciones de los esfuerzos que describen el mecanismo que genera la carga aplicada y permitir una mejor evaluación del comportamiento.

Las ménsulas como elementos estructurales de concreto reforzado no pueden escapar de tener que resistir fuerzas cortantes. Estas fuerzas rara vez actúan solas, sino en combinación con flexión, carga axial o quizás torsión. Por tal motivo, se debe identificar el efecto de las fuerzas cortantes, y además, es necesario inspeccionar las posibles interacciones con otras acciones estructurales que generen efectos distintos a los mencionados (como desconchamiento del concreto bajo la placa de apoyo, etc).

En las ménsulas como en cualquier otro elemento de concreto reforzado se debe buscar que nunca ocurra una falla frágil. Cuando se genera la fuerza cortante en la unión viga-ménsula debido a la fuerza vertical y la capacidad de soportarla depende fuertemente de la resistencia a tensión y compresión del concreto; el cual no es efectivo soportando fuerzas a tensión. Razón por la cual en el diseño debe proporcionarse refuerzo, dándole ductilidad para aumentar los niveles de desplazamiento y así evitar dicha falla

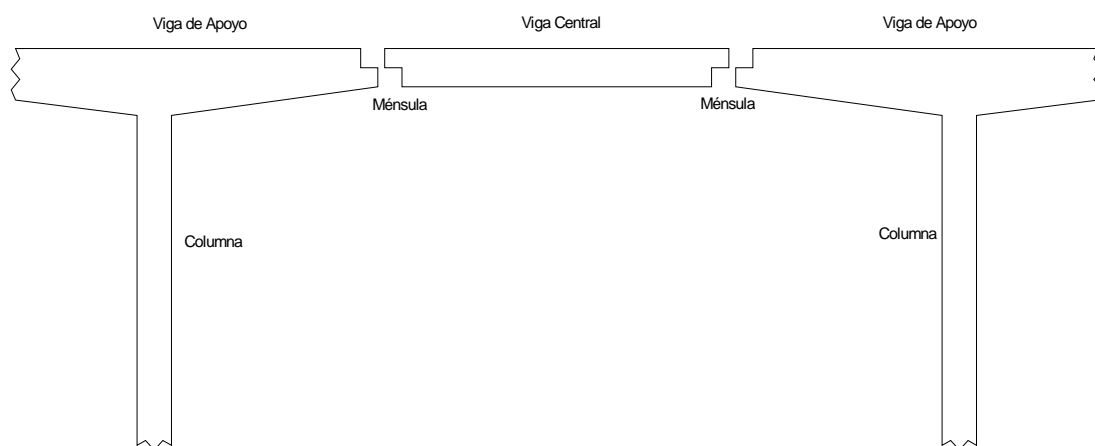
El método de análisis y diseño que contiene el ACI-318 en versiones anteriores a 2002, es una contribución importante al diseño de este tipo de uniones; con ciertas configuraciones estándar, las recomendaciones se basan principalmente en resultados ensayados por Kriz y Rath (1965). Por tal motivo deben restringirse a uniones cuyas características geométricas y de materiales coincidan con las ensayadas. Esto conduce a varias limitaciones en cuanto a apariencias geométricas, y presenta poca información para uniones que no cumplan las condiciones ahí planteadas.

#### 2.2. COMPORTAMIENTO DE MÉNSULAS DE CONCRETO REFORZADO

En la construcción de concreto reforzado y prefabricado con frecuencia se utilizan vigas de apoyo para suministrar un asiento o borde que soporte las vigas centrales que llegan hasta la viga de apoyo. En la figura 2.1 aparecen secciones comunes de vigas principales de apoyo y vigas centrales en puentes. La fuerza que se genera en el extremo de las vigas centrales introduce una gran carga concentrada en la ménsula de las vigas de apoyo, donde

se presenta una configuración compleja de esfuerzos, por el cambio brusco en el peralte total de la sección, por lo tanto, se requiere refuerzo especial en el borde sobresaliente.

El comportamiento estructural de una ménsula del tipo de conexión viga-viga, puede observarse fácilmente en el modelo puntal-tensor, que se muestra en la figura 2.2. El empuje hacia abajo de la carga vertical, sobre la placa de apoyo se equilibra por la componente vertical de la reacción generada por el puntal diagonal a compresión. El empuje hacia afuera en la parte superior del puntal se equilibra por la tensión en las barras horizontales ahí localizadas; estas también toman la fuerza de tensión generada por la fuerza  $N_u$ , cuando está presente, ya sea por la contracción y el flujo plástico del concreto, o por acciones de viento o sismo. En la parte inferior del puntal diagonal, la componente horizontal se equilibra por el empuje del puntal horizontal localizado en la parte inferior de la ménsula, y la componente vertical se equilibra con la tensión en las barras que se prolongan hasta la parte superior de la viga de apoyo. Estas barras se utilizan adicionalmente a las requeridas por cortante en la viga.



**Figura 2.1. Vigas de Apoyo que soportan vigas centrales para salvar grandes claros, para una estructura de puente.**

En un estudio realizado por Kriz y Raths (1965) por medio de ensayos de especímenes se identifican 6 principales mecanismos de falla que a continuación se describen:

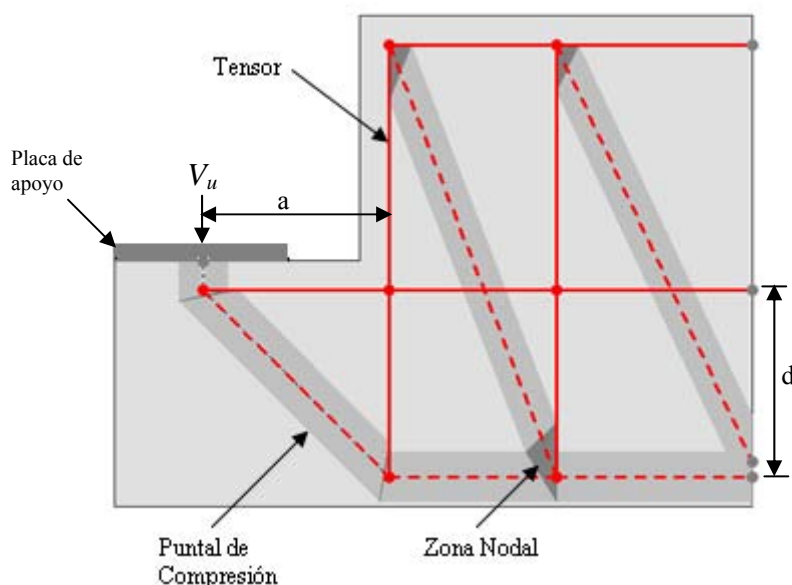
1. Falla por flexión. La cedencia excesiva del refuerzo por flexión provoca que se aplaste el concreto en el extremo inferior de la ménsula. Las grietas se ensanchan y se forman en la parte superior de la ménsula.
2. Fisuración Diagonal. Se forman grietas en el puntal diagonal de compresión, debido a la compresión por cortante. Se forman después de que se forman las grietas de flexión.
3. Falla por cortante deslizante. Se forman grietas en la unión ménsula-viga debido a cortante por fricción, que puede llevar a la separación de la ménsula con la viga.
4. Falla por fisuración a lo largo del refuerzo a flexión mal anclado, cuando la carga se aplica muy cerca al extremo libre.

5. Aplastamiento del concreto en la zona de aplicación de la carga, debido a placas de apoyo muy pequeñas o flexibles.
6. Mecanismo de tensión horizontal, cuando se presenta la fuerza horizontal en combinación con la vertical. Se forman grietas verticales bajo la carga vertical, lo que puede provocar que se desprenda el concreto en esa zona debido a la fuerza de tensión directa.

### 2.3. DISEÑO DE MÉNSULAS DE CONCRETO REFORZADO

Para el diseño de ménsulas de concreto reforzado el ACI-318-05 proponen dos métodos. Uno es con la aplicación del capítulo 11.9, y otro utilizando el Apéndice A, con el Modelo Puntal-Tensor. El primer caso está muy orientado a ménsulas que se encuentran pegadas a las columnas, y no es adecuado aplicarlo a ménsulas en extremos de viga. En el segundo caso se presenta la herramienta del modelo Puntal-Tensor el cual se utiliza para el diseño de ménsulas en estudio.

El PCI propone un procedimiento más apropiado para el diseño de estos elementos, donde se consideran fallas y geometría que corresponden a ménsulas en extremos de vigas, por lo tanto, la distribución del refuerzo es más adecuado. Este procedimiento se presenta más adelante.



**Figura 2.2. Modelo Puntal-Tensor para el comportamiento de una ménsula principal de apoyo, para conexión viga-viga.**

#### 2.3.1. Consideraciones ACI-318-05

Antes de la versión 2002, el procedimiento del capítulo 11.9 sólo era aplicable a las ménsulas en las cuales la relación entre la luz de corte  $a$  y peralte efectivo  $d$ , era menor o igual a 1.0. La versión 2002 permite utilizar los requisitos del Apéndice A, Modelo de Puntal-Tensor, para diseñar ménsulas con relaciones  $a/d$  menores que 2.0.

El procedimiento de diseño para ménsulas acepta que el comportamiento se puede estudiar como armaduras o vigas peraltadas con baja longitud de corte. El diseño busca impedir los modos de falla descritos anteriormente, y que se reducen a cuatro modos de falla potenciales:

1. Falla por cortante directo en la interfase entre la ménsula y el elemento de apoyo.
2. Fluencia de la armadura tensionada por momento y tensión directa.
3. Aplastamiento del puntal.
4. Falla por aplastamiento o por corte bajo del área cargada.

### **2.3.1.1. Refuerzo**

La sección de la cara del apoyo se considera como crítica en el diseño de ménsulas. Esta sección debe diseñarse para que resista simultáneamente un esfuerzo cortante generado por  $V_u$ , una fuerza de tensión  $N_u$  y un momento de flexión, producido por estas fuerzas.

El refuerzo que debe tener una ménsula se compone de barras de acero que en conjunto forman una armadura, en la que se deben incluir cuatro tipos de refuerzo:

1. Refuerzo Horizontal  $A_f$  — Área de acero para flexión, para resistir el Momento.
2. Refuerzo Horizontal secundario  $A_h$  — Área de acero para impedir la falla de corte directo y tensión diagonal, distribuido a 2/3 del peralte efectivo.
3. Refuerzo horizontal complementario  $A_n$  — Área de acero por tensión, para resistir la tensión directa, este acero es adicional al de flexión horizontal.
4. Refuerzo vertical principal  $A_v$  — Área de acero de corte por tensión diagonal, para evitar fallas de tensión diagonal.

### **2.3.1.2. Cortante por Fricción**

Las ménsulas deben diseñarse para efectos de flexión, cortante y tensión directa. A continuación se presenta el planteamiento del ACI-318-05, para el diseño de ménsulas.

Cuando el acero de refuerzo de cortante por fricción es perpendicular al plano de corte, la resistencia al cortante  $V_n$  debe calcularse mediante:

$$V_n = A_{vf} f_y \mu \quad (2.1)$$

Donde  $\mu$  es el coeficiente por fricción que propone el ACI en el capítulo 11.7.4.3.

### **2.3.1.3. Flexión y Tensión Directa**

El diseño de elementos sujetos a flexión debe satisfacer las condiciones de equilibrio y compatibilidad de deformaciones, así como las consideraciones dadas en las secciones

10.2.2 a la 10.2.7 del ACI-318-05. El área de acero requerida para flexión en ménsulas de extremos de vigas es:

$$A_f = \frac{V_u a_v + N_u (h - d)}{\phi f_y d} \quad (2.2)$$

y el refuerzo  $A_n$  para resistir la fuerza de tensión directa debido a  $N_u$ , debe determinarse mediante:

$$A_n = \frac{N_u}{\phi f_y} \quad (2.3)$$

El área total de acero de refuerzo para flexión y tensión directa, es igual al mayor de los valores obtenidos por las siguientes ecuaciones:

$$A_s = A_f + A_n = \frac{1}{\phi f_y} \left[ V_u \left( \frac{a}{d} \right) + N_u \left( \frac{h}{d} \right) \right] \quad (2.4 a)$$

$$A_s = \frac{2}{3} A_{vf} + A_n = \frac{1}{\phi f_y} \left[ \frac{2}{3} V_u + N_u \right] \quad (2.4 b)$$

#### 2.3.1.4. Cortante Directo Vertical

El cortante directo vertical es una de las fallas críticas de las ménsulas, por lo que debe ser evitada con refuerzo horizontal secundario, distribuido a 2/3 del peralte efectivo, adyacente al acero de flexión. Este refuerzo debe cumplir la condición:

$$A_h \geq 0.5(A_s - A_n) \quad (2.5)$$

Este acero debe ser con estribos en forma de “U” para garantizar un buen anclaje,

#### 2.3.1.5. Tensión Diagonal en la Esquina Reentrante

La grieta en la zona reentrante de las ménsulas es una de las más difíciles de evitar, debido a que la concentración de esfuerzos en la esquina tiende a producirla desde niveles de cargas muy pequeñas. Por tal motivo se necesita acero para resistir la tensión generada que el concreto no puede soportar. El refuerzo puede ser obtenido con la siguiente ecuación.

$$A_v = \frac{V_u}{\phi f_{yt}} \quad (2.6)$$

Donde  $\phi = 0.75$  y  $f_{yt}$  es el esfuerzo de fluencia del acero.

#### 2.3.2. Consideraciones del PCI

El PCI en su quinta edición, al igual que el ACI-318-05, propone un procedimiento de diseño para ménsulas en extremos de vigas. Esta propuesta considera el refuerzo únicamente con acero normal con  $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$ , y no con presfuerzo como era de

esperarse (porque este reglamento presenta recomendaciones para diseñar elementos presforzados), por lo tanto la colocación del acero es muy similar al ACI-318-05.

### 2.3.2.1. Refuerzo

El diseño de conexiones como las de ménsulas en extremos de vigas, requieren la investigación de varios modos de falla. Esto ha llevado al PCI a generar un procedimiento de diseño con todos los posibles modos de falla que puedan presentarse, esto con base en estudios experimentales.

Las principales fallas a evitar y donde es necesario colocar acero de refuerzo se describen a continuación:

1. Flexión y Tensión axial en el extremo. Agregar refuerzo de flexión,  $A_f$  más refuerzo de tensión axial  $A_n$ .
2. Cortante directo en la unión de la ménsula y el cuerpo principal del elemento. Agregar refuerzo de cortante directo compuesto por  $A_s$  más  $A_h$ .
3. Tensión diagonal que emana de la esquina reentrante. Agregar refuerzo de cortante  $A_{sh}$ .
4. Tensión diagonal en el fin extremo extendido. Agregar acero de refuerzo compuesto por  $A_v$ .
5. Tensión diagonal en la porción sin ménsula. Esta se evita con una longitud de desarrollo adecuada de  $A_s$  más adentro de la formación de la grieta (5) y un buen anclaje del refuerzo  $A_{sh}$ .

### 2.3.2.2. Flexión

La flexión y tensión axial en el extremo la resiste el refuerzo horizontal, que es determinado de una manera similar al de ménsulas pegadas a las columnas que propone el ACI-318-05. El cual consiste en la sumatoria del refuerzo por flexión más el refuerzo por tensión axial.

$$A_s = A_f + A_n \quad (2.7 \text{ a})$$

$$A_s = \frac{1}{\phi f_y} \left[ V_u \left( \frac{a}{d} \right) + N_u \left( \frac{h}{d} \right) \right] \quad (2.7 \text{ b})$$

Donde:

$$\phi = 0.85$$

$a$  = Claro de cortante (puede asumirse  $3/4 l_p$ ).

$l_p$  = Ancho de la ménsula

$h$  = Peralte total de la ménsula.

$d$  = Distancia desde la parte alta de la ménsula al centroide de  $A_s$  (peralte efectivo de la ménsula)

$f_y$  = Esfuerzo de fluencia del acero de refuerzo.



$V_u$  = Fuerza vertical factorizada aplicada.

$N_u$  = Fuerza de tensión, puede considerarse como  $0.2 V_u$ .

Este refuerzo horizontal  $A_s$  debe tener una longitud de desarrollo ( $l_d$ ) mínima pasando la grieta 5 (figura 2.3) y debe ser anclado en el extremo de la ménsula por medio de una barra o ángulos de acero, ver figura 2.4. La longitud de desarrollo  $l_d$  puede tomarse como 50 veces el diámetro de la barra de refuerzo utilizada.

### 2.3.2.3. Cortante Directo

La grieta formada por cortante directo se muestra en la figura 2.3 (2) y debe ser resistida por la combinación de  $A_s$  y  $A_h$ . Este refuerzo puede ser determinado por las siguientes ecuaciones:

$$A_s = \frac{2 V_u}{3 \phi f_y \mu_e} + A_n \quad (2.8 a)$$

$$A_n = \frac{N_u}{\phi f_y} \quad (2.8 b)$$

$A_s$  se toma el mayor valor entre las ecuaciones (2.8 a) y (2.7 b), este valor se usa en la siguiente ecuación y se determina el área de acero  $A_h$ .

$$A_h = 0.5(A_s - A_n) \quad (2.9)$$

Donde:

$$\mu_e = \frac{70.3 \lambda^2 b h \mu}{V_u} \leq \text{que los valores de la tabla 2.1. En kg. y cm}$$

$\mu$  = Coeficiente de fricción.

$\lambda$  = Factor de modificación relacionado con la densidad del concreto.

**Tabla 2.1. Coeficientes Cortantes por Fricción.**

Condición de grieta en la interfase	$\mu$ Recomendado	$\mu_e$ Máximo	Máximo $V_n = \phi V_u$
Concreto colado monolíticamente	$1.4 \lambda$	3.4	$0.30 \lambda^2 f'_c A_{cr} \leq 70.3 \lambda^2 A_{cr}$
Concreto colado sobre concreto endurecido con superficie áspera	$1.0 \lambda$	2.9	$0.25 \lambda^2 f'_c A_{cr} \leq 70.3 \lambda^2 A_{cr}$
Concreto colado sobre concreto endurecido con superficie no áspera	$0.6 \lambda$	2.2	$0.20 \lambda^2 f'_c A_{cr} \leq 56.2 \lambda^2 A_{cr}$
Concreto anclado a acero estructural	$0.7 \lambda$	2.4	$0.20 \lambda^2 f'_c A_{cr} \leq 56.2 \lambda^2 A_{cr}$

El coeficiente  $\lambda$  toma los siguientes valores:  $\lambda = 1$  para concreto de peso normal,  $\lambda = 0.85$  para concreto ligero con arena y  $\lambda = 0.75$  para concreto todo ligero.

El acero horizontal  $A_h$  que se encuentra en la parte de la ménsula debe tener una longitud de desarrollo  $l_d$  pasando la grieta 2 (figura 2.3), y anclando por ganchos ó algún otro medio de anclaje conveniente.

### 2.3.2.4. Tensión Diagonal que Emana del Rincón Reentrante

La grieta que inicia desde la esquina reentrante hacia la zona de más peralte del elemento (3 en la figura 2.3), se le conoce como tensión diagonal, el refuerzo necesario para resistirla se determina mediante la ecuación:

$$A_{sh} = \frac{V_u}{\phi f_y} \quad (2.10)$$

Para asegurar un buen desarrollo del refuerzo  $A_{sh}$ , éste puede continuar vertical hasta el fondo de la viga y estar unido a  $A'_{sh}$ , o separarlo asegurando que  $A'_{sh} \geq A_{sh}$ . El refuerzo  $A'_{sh}$  debe ser extendido desde el fondo de la viga hasta por lo menos  $l_d$  más allá de la grieta 5. El refuerzo  $A'_{sh}$  puede ser anclado en la cara de la viga por medio de una placa soldada, ángulo o barra de acero como se muestra en la figura 2.4. El refuerzo de flexión de la viga también puede usarse para asegurar el desarrollo de  $A_{sh}$  de tal manera que se proporcione un anclaje adecuado en el lado de la viga.

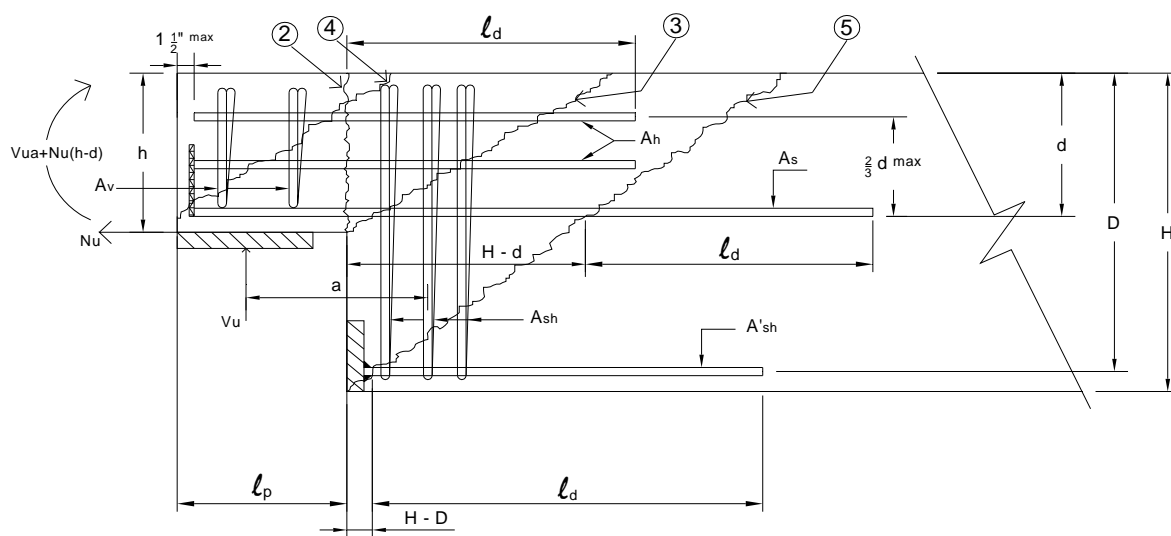


Figura 2.3. Modos de falla y refuerzo necesario para ménsulas en extremos de vigas.

### 2.3.2.5. Tensión Diagonal en el Fin Extremo Extendido

Se debe agregar refuerzo en el extremo extendido para evitar una falla frágil debido a la grieta 4 de la figura 2.3, así como también, para evitar el cortante directo en la unión ménsula-viga (interfase), y confinar el puntal de compresión. Este refuerzo se puede calcular aplicando las siguientes ecuaciones:

$$\phi V_n = \phi (A_v f_y + A_h f_y + 0.53 \lambda b d \sqrt{f'_c}) \quad (2.11)$$

Donde  $A_v$  debe determinarse como sigue:

$$A_v = \frac{1}{2 f_y} \left[ \frac{V_u}{\phi} - 0.53 \lambda b d \sqrt{f'_c} \right] \quad (2.12)$$

Por lo menos la mitad de este refuerzo debe colocarse en forma vertical, y debe ser propiamente anclado por estribos como lo recomienda el ACI-318-05. Para la aplicación de las ecuaciones anteriores las unidades debe ser kg y cm.

### 2.3.2.6. Tensión Diagonal en la Porción sin Ménsula

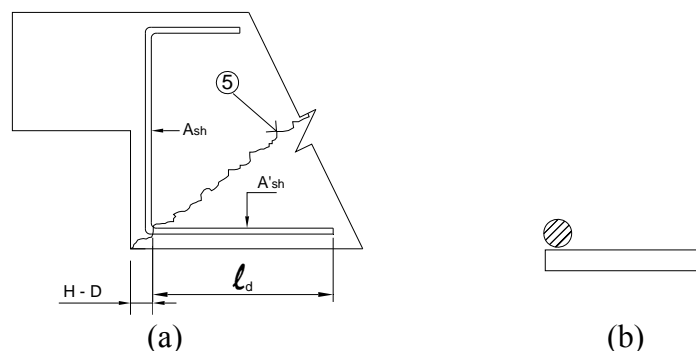
La grieta formada en la esquina superior del elemento completo (sin ménsula) debe ser impedida mediante acero de refuerzo el cual debe ser igual ó mayor al acero  $A_{sh}$ , para que se puedan formar ganchos y así garantizar un buen anclaje. Por lo tanto se debe cumplir la siguiente condición:

$$A'_{sh} \geq A_{sh} \quad (2.13)$$

El refuerzo soldado en placas o barras puede usarse como refuerzo y debe fijarse de acuerdo al ACI-318-05.

### 2.3.3. Método de Puntal y Tensor

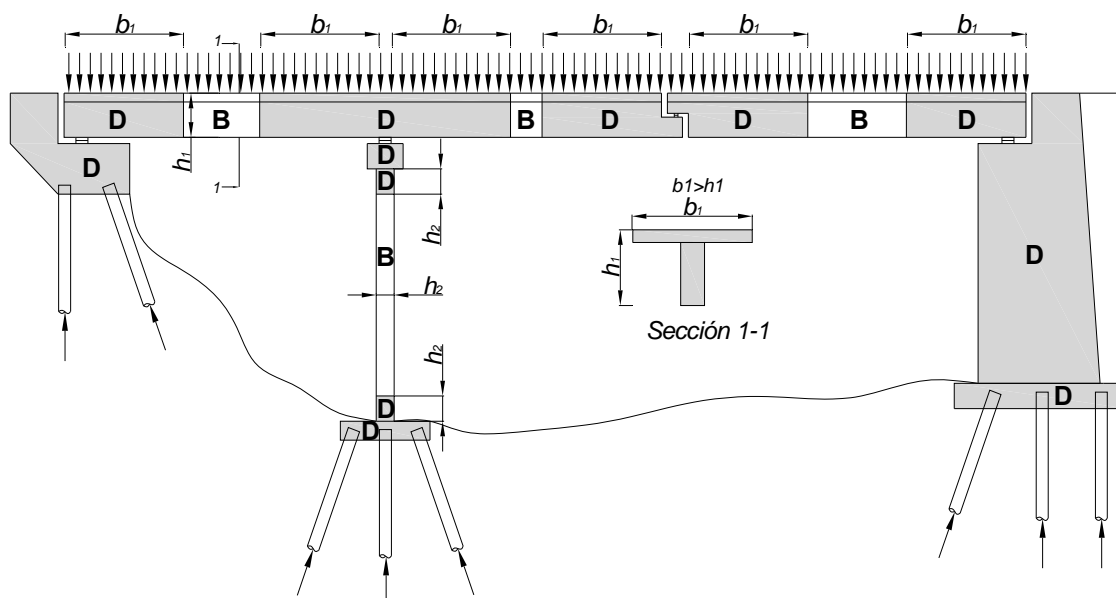
Para el diseño de elementos de concreto se han propuesto varios modelos, como por ejemplo, para determinar la resistencia a flexión de una viga, la resistencia de una columna cargada excéntricamente, pero no existen recomendaciones para estudiar el comportamiento de una unión. Es por esta razón que cada vez se le da mayor atención a un modelo Puntal–Tensor propuesto por Schlaich, et al (1987). Este modelo se justifica en el hecho de que las estructuras resisten cargas a través de un campo de esfuerzos a compresión que al distribuirse las componentes se equilibran por medio de tensores, los cuales pueden ser barras de acero o tendones de presfuerzo. Estos elementos se interconectan en uniones llamadas “nodos”.



**Figura 2.4. a) Alternativa para el anclaje de  $A_{sh}$ . b) Alternativa de anclaje por medio de una barra de acero para el refuerzo  $A_s$ .**

El método puede ser aplicado a elementos en las cuales las hipótesis de Bernoulli en la que las secciones planas permanecen planas durante la flexión no es aplicable, aunque también se puede usar en regiones donde todavía se cumpla esa hipótesis. Para saber cuando aplicar el modelo Puntal-Tensor, es necesario hacer una división en las zonas de los elementos las que llamaremos “Región B” y “Región D”. La “Región B” es aquella en la cual la hipótesis de Bernoulli es aplicable, y la “Región D” es aquella donde la distribución de esfuerzos es no lineal y ya no es aplicable la hipótesis de Bernoulli (ver figura 2.5). Los elementos que componen un modelo puntal-tensor son: un puntal de concreto sometido a compresión C, tensor de acero de refuerzo o presfuerzo T, y nodos donde se intersectan estos elementos.

Los puntales son elementos que están sometidos a esfuerzos de compresión. Su resistencia depende básicamente de la calidad del concreto y la forma del puntal. Las formas comunes son: “Prisma”, “Botella” o “Abanico”. Dependiendo de la forma el ACI-318-05 en el Apéndice A propone afectar la resistencia a compresión del concreto, por un factor de eficiencia. También en este Apéndice se presentan las ecuaciones para determinar, el ancho efectivo del puntal y su resistencia.



**Figura 2.5. Ubicación de regiones “B” y “D” de un puente de concreto**

Los tensores son elementos que están sometidos a esfuerzos de tensión; su principal función es equilibrar las fuerzas generadas de compresión en el modelo y su diseño al igual que los puntales, se encuentra en el Apéndice A del ACI 318-05, donde están las ecuaciones para determinar su ancho efectivo y su resistencia.

Los nodos son los elementos en los cuales se unen los puntales y tensores y su resistencia depende del tipo de fuerzas que concurren en ese punto y de la forma de anclaje que tenga. Su resistencia la incluye el Apéndice A del ACI-318-05.

Las suposiciones básicas para la aplicación del método puntal tensor son las siguientes:

1. La falla se debe a la formación de un mecanismo resultante de la fluencia de uno o más tensores.
2. El aplastamiento de los puntales de concreto no debe ocurrir antes de la fluencia de los tensores.
3. Solo existen fuerzas axiales en los puntales y tensores.
4. Todas las fuerzas externas se aplican en los nodos; las fuerzas de postensado y pretensado se aplican como cargas externas.
5. El detallado del refuerzo debe ser capaz de evitar fallas de tipo secundario, tales como adherencia o falla de anclaje.

Con este método simple fácilmente se visualizara el flujo de fuerzas en una unión, se confirma el cumplimiento de los requisitos de equilibrio y se enfatiza la necesidad de un anclaje adecuado de las barras. En un análisis usando el método Puntal-Tensor completo, mediante una atención apropiada a las deformaciones dentro de la unión, se asegura un buen funcionamiento con el control de agrietamiento.

## CAPÍTULO 3.

### PROGRAMA EXPERIMENTAL

#### 3.1. DESCRIPCIÓN GENERAL

El objetivo principal de este trabajo es determinar experimentalmente la capacidad y el comportamiento de ménsulas de concreto en extremos de vigas. Para llevarlo a cabo se construyeron dos especímenes con características geométricas como las que se muestran en la figura 3.1. Los modelos fueron sometidos a carga estática vertical y construidos en el laboratorio del Instituto de Ingeniería de la Universidad Nacional Autónoma de México (IIUNAM).

La cantidad de acero de las ménsulas se calculó de acuerdo al procedimiento que propone el Reglamento de las Construcciones de Concreto Reforzado del ACI-318-2005 en el apéndice A (modelo Puntal-Tensor). Haciendo una comparativa con el procedimiento del PCI (1999), se encuentra que los dos dan cantidades de refuerzo muy similares en lo correspondiente al refuerzo principal (por flexión y cortante); no se considera el detallado del acero secundario (confinamiento del puntal).

Las dimensiones de los modelos se tomaron como prototipo y fueron elegidas con el fin de tener un buen manejo de éstos en el laboratorio. Cabe mencionar que las vigas reales usadas en la construcción suelen ser de dimensiones mayores a las aquí presentadas e incluso con sección transversal más eficientes y ligeras, así como con diámetros mayores de acero. El ensayar estos modelos con dimensiones más pequeñas a las que realmente tienen estos elementos en la construcción, no afecta los resultados obtenidos para los objetivos planteados. Esto porque el agregado y el acero son de propiedades mecánicas y características geométricas reales, es decir, no están afectados por ningún factor de escala, por lo que el comportamiento de estos elementos no se ve afectado al disminuir las dimensiones.

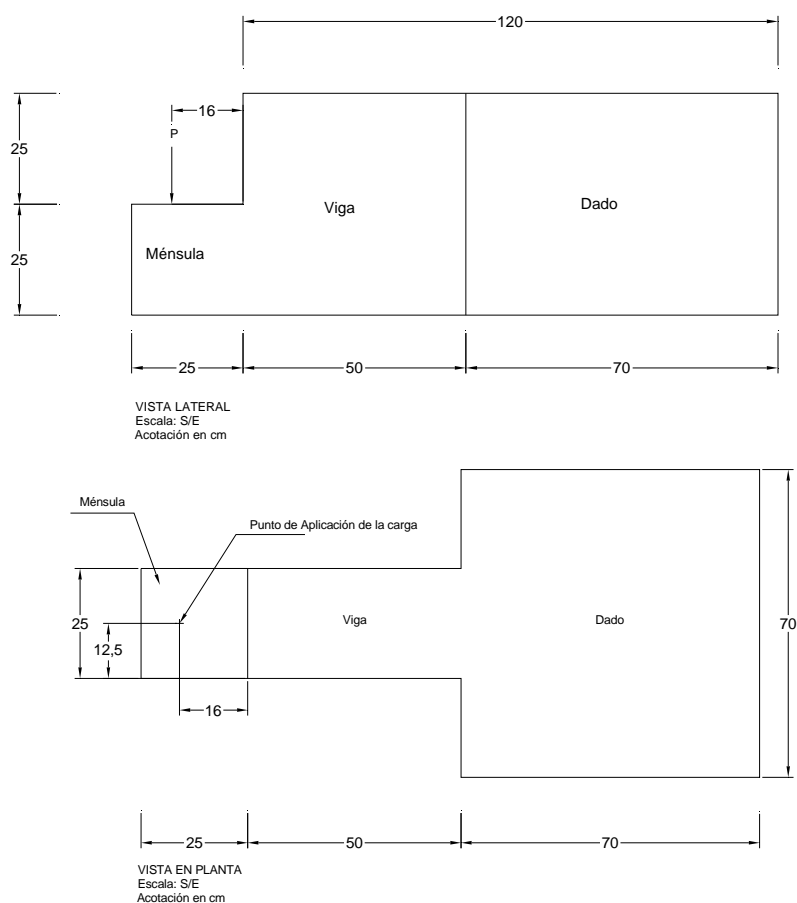
Como se mencionó anteriormente, estos modelos fueron ensayados únicamente a carga vertical en el extremo final, sobre la superficie de la ménsula, distribuyendo la carga puntual por medio de una placa de apoyo. No se aplicó la carga horizontal debido a la dificultad que implica hacerlo en laboratorio. A pesar de esta omisión, los resultados no se vieron afectados, porque el acero se determinó considerando únicamente la carga vertical.

Los modelos estudiados están formados por un dado de concreto, una viga y una ménsula en el extremo. El diseño se realizó considerando una viga corta en voladizo, simulando la forma de trabajo real de los elementos. Aunque en la construcción se considera la aplicación de presfuerzo, en el desarrollo experimental no se usó tal, porque en el laboratorio no se cuenta con gatos para hacer el tensado de los cables, así que únicamente se aplicó acero ordinario ( $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$ ) y el efecto del presfuerzo se estudió de manera analítica, como se presenta en capítulos más adelante.

Se planteó un tipo de falla diferente para cada modelo: falla por cortante en la unión viga-ménsula y falla por flexión en la unión viga-dado. Para la primer falla se busca revisar la efectividad del acero secundario para que no falle el puntal y como consecuencia la

ménsula. En la segunda falla se busca comprobar la seguridad de aplicación del procedimiento de diseño para que se cumpla la condición de tener la conexión más resistente que los elementos que se llegan a ella.

Los dos modelos, se identificaron como espécimen débil 02 (ED-02) y fuerte (EF-02). La razón de la nomenclatura, es la siguiente, en el primer caso, se le llamó débil porque la condición en una conexión es que no falle la ménsula antes que el elemento y como se sabe, en este caso fallará la ménsula por cortante en la unión viga-ménsula. El 02 es porque previamente se ensayó un espécimen semejante que se llamó ED-01 (Castillo 2008). En el segundo caso se le llamó fuerte porque se reforzó la ménsula para que no fallara, y el problema se presentara en el elemento (viga). El 02, al igual que el débil, fue porque ya se tenía un ensaye previo de un espécimen similar.



**Figura 3.1. Dimensiones de los especímenes de concreto reforzado, construidos en el laboratorio del IIUNAM**

Los ensayos previos hechos en el IIUNAM por Castillo (2008), tenían la misma geometría que los aquí presentados, pero una distribución de acero diferente. Fueron diseñados de acuerdo con el MPT sin considerar las recomendaciones el ACI-318-05, por lo que no se usó acero secundario para reforzar el puntal diagonal de la ménsula.

Debido a que no se usó acero secundario los especímenes de Castillo (2008) presentaron problemas en el puntal diagonal; al aplicar la carga vertical, el puntal diagonal del ED-01 tuvo una falla frágil y no fue posible definir qué elementos contribuían a la formación de la grieta en la esquina reentrante, mientras que el EF-01 como no se llevó a la falla no

presentó este problema, pero si la prueba se hubiera hecho completa, hubiese fallado por la misma causa, falta de acero secundario. Cabe recordar que el EF-01 se llevó a un nivel de carga tal que presentara un agrietamiento que permitiera repararlo con fibras de carbono, para después comprobar su eficiencia en ménsulas de concreto en extremos de vigas,

Debido a los problemas presentados en los especímenes ED-01 y EF-01, se buscó solucionarlos, colocando acero secundario en los dos especímenes. Así que se siguieron las recomendaciones hechas por el ACI-318-05 en el Apéndice A para comprobar su importancia y si había sido la causa de la falla de los especímenes ED-01 y EF-01. También se buscaba definir que elementos contribuían a la formación de la grieta reentrante, razón por la que se eligió la configuración de acero usada en los especímenes.

En un principio tanto el ED-02 como el EF-02 fueron planeados para llevarlos al colapso, pero se detuvo el ensaye en el momento que se encontraba la fluencia del acero que se encontraba en la zona donde se buscaba la falla (para el ED-02 la fluencia del acero por cortante y en el EF-02 la fluencia del acero por flexión en la unión viga-dado), considerando que era factible rehabilitarlos con la técnica de inyección de resina epóxica y bandas de fibras de carbono (no incluido en este trabajo), para ver la influencia y factibilidad de aplicación a este tipo de elementos.

Los objetivos de reforzar los modelos son comprobar su eficiencia y poder sustituir el acero por fibras, sirviendo también para reducir la formación de grietas en la esquina reentrante de las ménsulas bajo condiciones de servicio.

### 3.1.1. Descripción de los Especímenes

Los especímenes construidos constan de una viga de concreto reforzado con una longitud de 75cm, unida a un dado de concreto cuadrado de 70cm como se muestra en la figura 3.1. En el extremo final de la viga se tiene un cambio brusco del peralte de la sección, el cual da origen a la ménsula con una sección transversal de 25x25cm.

Como se explicó anteriormente, los modelos tienen armado diferente y su identificación hace referencia con su armado: débil y fuerte. Su cantidad de refuerzo se muestra en la tabla 3.1.

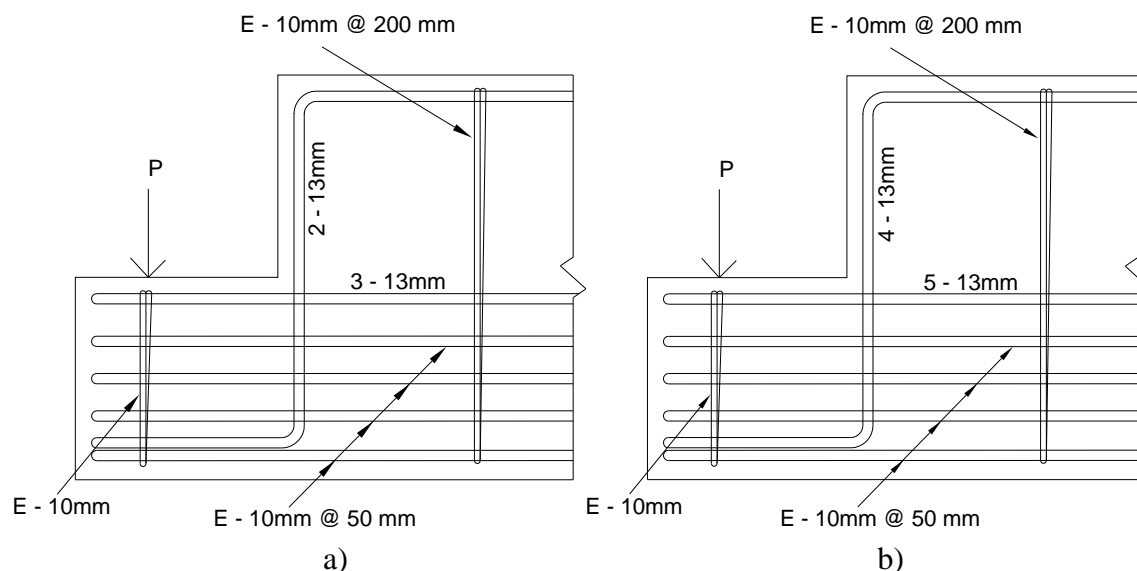
**Tabla 3.1. Cantidad de refuerzo con acero ordinario para los dos especímenes.**

Espécimen	# Barras horizontales	# Barras Verticales	# Estribos Secundarios	# Barras en Flexión Viga-Dado
ED-02	3 – 13mm	2 – 13mm	4 – 10mm	4 – 13mm
EF-02	5 – 13mm	4 - 13mm	4 – 10mm	4 – 13mm

La configuración del refuerzo se muestra en la figura 3.2, donde también puede observarse que se colocaron estribos verticales en la viga, equidistantes para evitar que se presente alguna falla por cortante debido a falta de acero. Además de los estribos en la viga se colocó un estribo vertical en la ménsula para evitar se forma la grieta a tensión diagonal y para garantizar un mejor armado. Todo el acero usado es de 1/2" (13mm), excepto los estribos verticales en la ménsula y viga que son de 3/8" (10mm).



El recubrimiento usado en los modelos es de  $2.50\text{cm}$ , así que el acero está distribuido de forma que este se garantice. El anclaje en el acero horizontal se da habilitando las barras en forma de “U”; para el acero vertical principal se hicieron dobleces para que todo el acero alcance su fluencia. El estribo vertical en la ménsula aparte de ayudar a tener un buen armado, proporciona anclaje a las barras horizontales y el acero secundario.



**Figura 3.2. Configuración del armado de acero de los especímenes de concreto reforzado. a) ED-02, b) EF-02**

### 3.1.2. Materiales

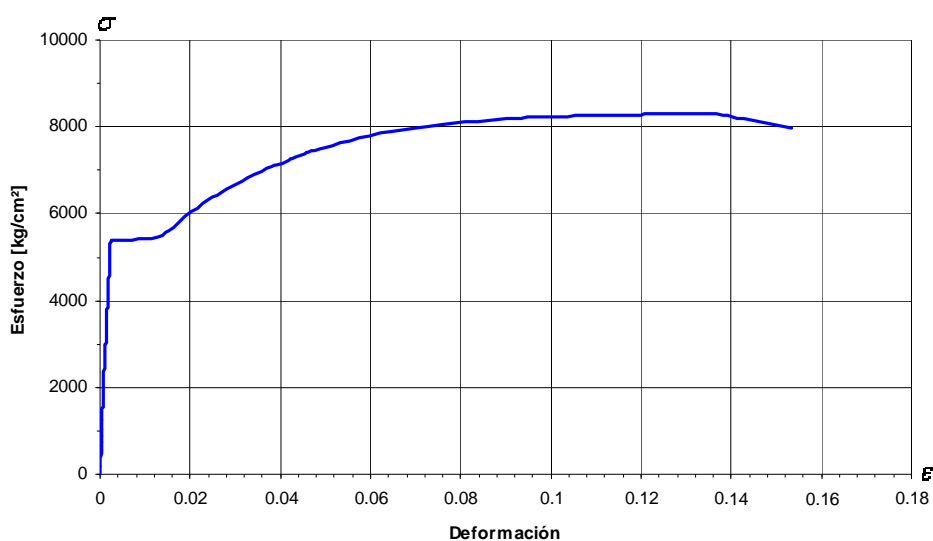
Los materiales usados en la construcción de los especímenes son: concreto y acero de refuerzo. El concreto fue diseñado y elaborado en el IIUNAM, el acero es el comúnmente usado en construcción de estructuras de concreto reforzado. Para comprobar las características que proporciona el fabricante a las barras se sometieron a pruebas de laboratorio y se desarrollaron de acuerdo a las normas correspondientes.

El concreto se diseñó para obtener una resistencia a la compresión de  $250\text{ kg/cm}^2$ . Se elaboró con agregado grueso de  $13\text{mm}$  ( $1/2''$ ) y arena gruesa; estos materiales son los usuales en la Ciudad de México. La dosificación se controló por volumen en cubetas de 20 litros y el mezclado se hizo en una revolvedora con capacidad para un saco.

Se elaboraron 6 cilindros de concreto para que se ensayaran a compresión y obtener la resistencia del concreto. Después de 28 días y teniendo un curado por 15 días igual al de los modelos, se realizó la prueba, obteniendo un  $f'c = 330\text{ kg/cm}^2$ . Cabe mencionar que los cilindros y los modelos se ensayaron el mismo día.

Para el refuerzo se utilizaron barras de acero al carbón de  $\phi 13\text{ mm}$  y  $\phi 10\text{ mm}$ , con una resistencia promedio a la fluencia de  $5300\text{ kg/cm}^2$ , de acuerdo con los resultados obtenidos de ensayos a barras sometidas a tensión. Se le realizaron las pruebas a los dos diámetros usados, y las probetas de cada uno se cortaron de un mismo tramo. La curva

esfuerzo deformación puede verse en la figura 3.3. Las barras de  $\phi 13 \text{ mm}$  fueron usadas como refuerzo principal y las de  $\phi 10 \text{ mm}$  se emplearon para los estribos verticales.



**Figura 3.3. Curva Esfuerzo-Deformación del acero**

### 3.1.3. Proceso Constructivo

Después de tener los planos del acero y geometría de los modelos se procedió a su construcción, iniciando con el habilitado del refuerzo. El doblado se hizo de forma manual, cumpliendo con las recomendaciones de anclaje del Reglamento de Construcciones del Distrito Federal (RCDF). Teniendo completas todas las barras con su configuración correcta se realizó la instrumentación interna, que se describe mas adelante. Después, se habilitó el acero garantizando que los amarres en las uniones quedasen firmes para tener el anclaje necesario para las barras.

La cimbra se formó de madera tipo “*triplay*” de primera calidad; como el piso donde se construyeron los modelos no estaba plano, se tuvo la necesidad de colocar una plataforma para tener una superficie plana para colar los modelos, la cual se elaboró también de “*triplay*” como se muestra en al figura 3.4. Su interior se humedeció con aceite automotriz, con la intención de facilitar el descimbrado cuando el concreto este endurecido.

El concreto fue colocado directamente de la revolvedora a los moldes para evitar un posible sangrado. Para tener una optima resistencia y una uniformidad del concreto dentro de la cimbra se uso un vibrador eléctrico con cabeza de  $\phi 1"$  (25.4mm), tratando de no golpear los deformímetros que ya se tenían instalados en las barras de acero. El curado se llevo a cabo por 15 días después del colado con el objetivo de evitar la pérdida de humedad del concreto durante el fraguado. Los modelos fueron pintados de blanco para una mejor apreciación del agrietamiento a la hora del ensaye.



**Figura 3.4. Proceso constructivo de los especímenes. a) Cimbra de triplay usada para el colado de los especímenes, montada sobre una plataforma. b) Deformímetros colocados en barras de refuerzo.**

### 3.2. PROCESO DE INSTRUMENTACIÓN

Antes del habilitado del refuerzo fue necesario colocar la instrumentación interna sobre las barras de acero. Esta consiste en deformímetros eléctricos que mediante cambios de resistencia y con un arreglo electrónico se obtiene la deformación unitaria sobre la superficie que se coloque, por lo que nos sirvieron para conocer la deformación y con esta el nivel de esfuerzos al que estaban sometidas las barras durante la aplicación de la carga.

Para la instrumentación externa se usaron transductores de desplazamiento mejor conocidos como potenciómetros, que al igual que los deformímetros mediante cambio de resistencia es posible tener el desplazamiento de la superficie a la que se fije. Las lecturas de estos instrumentos son enviadas a un sistema de adquisición de datos conocido como TDS (Transducer Displacement System), que transforma señales de voltaje en fuerzas, desplazamientos o deformaciones.

#### 3.2.1. Instrumentación Interna

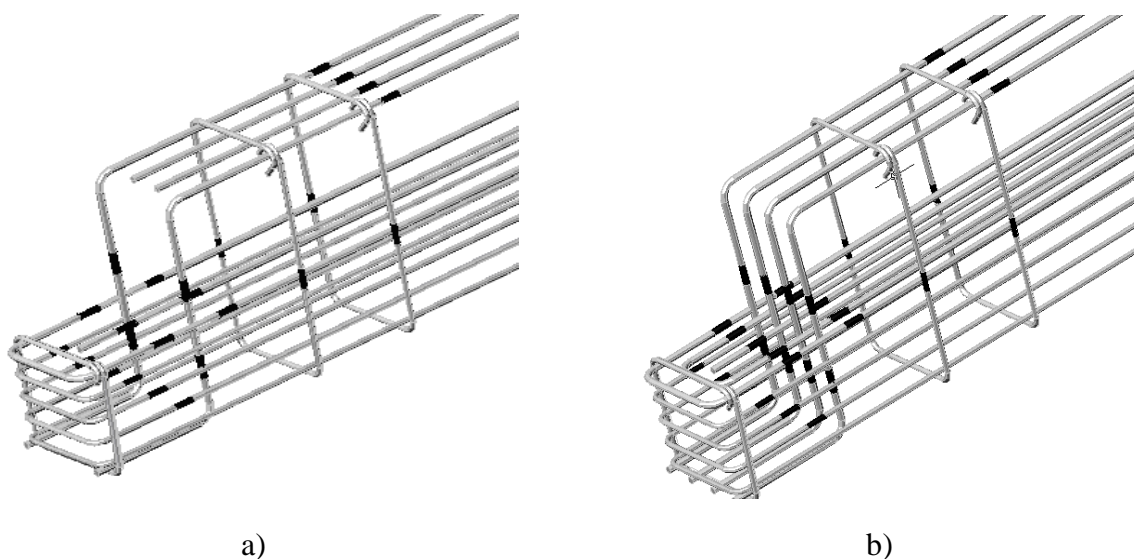
La fijación de los deformímetros se llevó a cabo siguiendo el procedimiento del fabricante (Tokio Sokki). Estas consisten en limar la superficie, lijarla hasta dejarla lisa, libre de ralladuras para un mejor contacto entre el instrumento y la barra. Para la instalación se usan dos componentes químicos un catalizador y un adhesivo especial. El catalizador sirve para acelerar el secado del adhesivo y así tenerlo fijo lo mas pronto posible y evitar alguna inclinación.

Después de pegado el deformímetro, se debe proteger mediante la colocación de una cinta “*mastique*” gruesa, para amortiguar los posibles golpes y no dañe el instrumento. La cinta no debe despegarse, así que se cubre con tela tipo gasa y esta a su vez con resina epóxica; de esta manera queda una superficie firme y térmica que los protege de la humedad y los golpes (figura 3.4 b).

Los deformímetros fueron cuidados antes y después del colado del espécimen; su resistencia electrónica fue medida después de llevar a cabo alguna etapa en el proceso de

construcción (habilitado del acero, colado del concreto, etc.) y su resistencia en todo momento se mantuvo en el rango que especifica el fabricante que es de  $120 \pm 0.5\Omega$ . La verificación se pudo realizar con un aparato de medición para dispositivos electrónicos (multímetro).

En el espécimen ED-02 se instalaron 6 deformímetros en el acero de flexión principal, 4 en la unión viga-dado, 4 en el acero por cortante, 4 en los estribos verticales y 6 en los estribos de confinamiento, sumando un total de 24, distribuidos como se muestra en la figura 3.5a.



**Figura 3.5. Distribución de los deformímetros en el acero de refuerzo de los modelos. a) ED-02, b) EF-02**

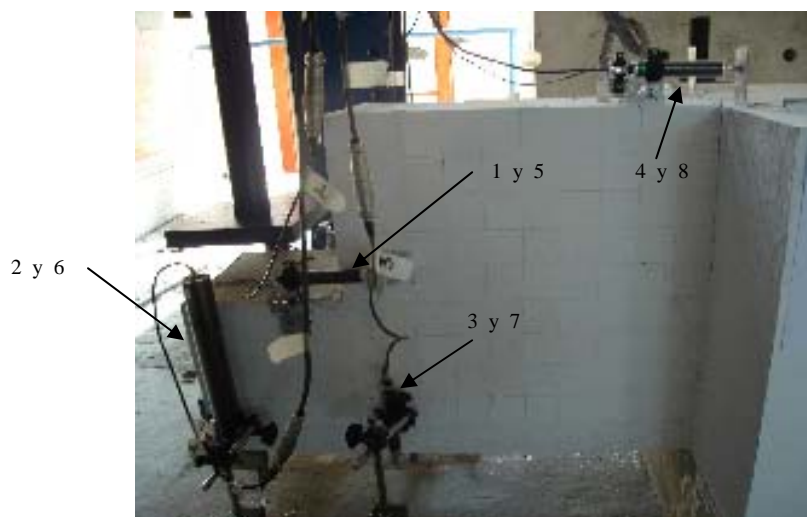
El espécimen EF-02 contenía 10 deformímetros en el acero de flexión principal, 4 en la unión viga-dado, 8 en el acero por cortante, 4 en los estribos verticales y 6 en los estribos de confinamiento sumando un total de 32, distribuidos como se presenta ver en la figura 3.5b.

La configuración antes descrita se eligió de acuerdo con los puntos importantes de medición. Como en el ED-02 se busca una falla por cortante, se consideró poner deformímetros en el acero por cortante colocándolos en la zona de la ménsula y en la viga para revisar su comportamiento. Por la misma razón se pusieron en el acero a flexión principal para tener monitoreada esa zona. Como en este modelo no debe presentarse ningún problema en el puntal de la ménsula ni en la unión viga-dado no se necesitan deformímetros, pero se decidió instrumentar esta zona para comprobar que así fuera.

Al igual que en el ED-02, la distribución de la instrumentación presentada para el EF-02 se debe a que para este modelo se busca una falla por flexión en la unión viga-dado. Los otros puntos donde hay deformímetros, son con el fin de revisar la eficiencia del acero de confinamiento en el puntal y la contribución del acero a flexión principal a la formación de grietas en la esquina reentrante, así como la participación del acero a cortante en ménsulas que se encuentran en extremos de vigas.

### 3.2.2. Instrumentación Externa

Los transductores de desplazamiento, conocidos también como potenciómetros, son dispositivos que permiten determinar el desplazamiento en puntos estratégicos. Estos trabajan en forma parecida a los deformímetros, es decir, mediante cambios de resistencia en sus resortes representan el desplazamiento mediante un arreglo electrónico. Existen varios modelos en el mercado que dependen del rango de medición del desplazamiento, para este ensaye se utilizaron dos distintos por razones que a continuación se describen.



**Figura 3.6. Potenciómetros instalados en los modelos, en la otra cara se instalaron de forma simétrica.**

La distribución de los potenciómetros sobre los especímenes fue simétrica en ambas caras del modelo: se instalaron dos de forma horizontal en la unión de la ménsula con la viga (1 y 5), dos en forma vertical en el extremo de la ménsula (2 y 6), también se colocaron dos de forma vertical en el extremo de la viga, donde inicia la ménsula (3 y 7); por último se instalaron dos en la unión de la viga con el dado (4 y 8) ver figura 3.6.

Los potenciómetros 2 y 6 en el ED-02 fueron de utilidad para conocer el desplazamiento vertical total de la ménsula, y con ayuda del 3 y 7 se llegó a obtener el desplazamiento relativo entre la ménsula y la viga, con los datos de éstos fue posible realizar la curva carga-desplazamiento y detectar el comportamiento de la curva, definiendo con claridad el punto del primer agrietamiento, la carga de fluencia y la falla si llegara a presentarse. De los potenciómetros 1 y 5 se logró tener los desplazamientos horizontales de la ménsula, y con estos datos trazar la curva carga-desplazamiento logrando detectar el valor de la carga al cual se presenta la primera grieta, así como para conocer su ancho en la parte reentrante de la ménsula. El 4 y 8 se decidió colocarlos en esa zona por si llegará a presentarse algún movimiento de la viga con respecto al dado y no dejar sin registro esa parte que pudiera darnos datos importantes, pero en este caso se presentaron desplazamientos muy pequeños, decidiendo despreciarlos en este trabajo.

Para el espécimen EF-02, el potenciómetro 2 y 6 medían los desplazamientos verticales mayores porque se esperaba la falla por flexión en la unión viga dado y debía desplazarse la ménsula. El 1 y 5 medían el ancho de grieta en la esquina reentrante y el valor de carga al que se presentaba la grieta. El 3 y 7 miden los desplazamientos verticales de la viga y sirven para conocer los desplazamientos relativos en la ménsula. A diferencia del ED-02,

en este espécimen el 4 y 8 sí fueron de utilidad ya que de acuerdo con la falla planteada se presentaron grietas importantes en esta zona.

Como en la parte de la ménsula se esperaba tener el mayor desplazamiento, en ese punto se usaron potenciómetros con un rango de medición de  $\pm 5\text{mm}$  (2 y 6). El resto de la instrumentación se colocó con rango de medición más pequeña ( $\pm 2.5\text{mm}$ ) debido a que no se esperaban grandes desplazamientos.

### 3.3. DESARROLLO DEL ENSAYE

La prueba consistió en la aplicación de una carga vertical directamente sobre la ménsula, por medio de un gato hidráulico con capacidad máxima de  $50t$ . Este último no quedó exento de una adecuada calibración, como todos los instrumentos de medición. La calibración se llevó a cabo por medio de celdas de carga sobre el actuador que envía los datos a un sistema de adquisición de datos MTS (Material Test System), del cual se obtiene un factor de calibración. El gato se encuentra sujeto a un marco de carga, el que a su vez está anclado a una losa de reacción para garantizar un buen empotramiento a la hora de realizar el ensaye.

#### 3.3.1. Proceso de Ensaye

Los dos modelos fueron ensayados en la losa de reacción del IIUNAM; el procedimiento llevado a cabo fue el mismo para los dos especímenes. El actuador está sujeto de forma vertical en el marco y tiene restringidos los desplazamientos en cualquier sentido, dejando libre únicamente el pistón que aplicará la carga al modelo.

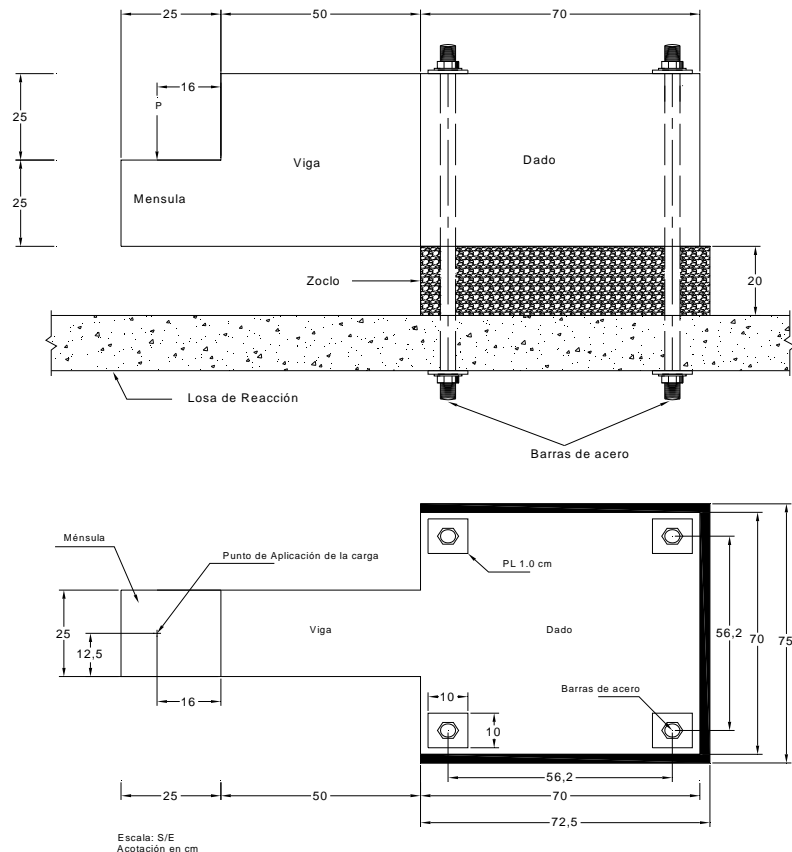


Figura 3.7. Colocación del modelo en la losa de reacción para el ensaye.

Para acercarnos lo más posible a la forma real de trabajar de los elementos, se construyó un zoclo de concreto de 20cm de espesor para que ahí sea sentado el dado, de esta manera la viga y la ménsula quedaron en voladizo. Al dado se le hicieron 4 huecos colocados de forma simétrica en las esquinas para que fuera fijado a la losa de reacción por medio de unas barras de acero de  $\phi = 38mm$  (figura 3.7).

El cabezal del actuador tiene una superficie cuadrada de 30x30cm, por lo que es más grande que el área de la ménsula, así que hubo necesidad de modificarlo para la aplicación de la carga. Se le anexó un tubo de acero macizo, en un extremo se adaptó una placa de acero de 2.54cm de espesor y con dimensiones de 20x20cm, la cual se apoya en la ménsula con el objetivo de distribuir de manera uniforme la carga. En el otro extremo se sujeta directamente al actuador.

En todo el proceso del ensaye la carga se controló por desplazamiento del actuador, así que para medir la carga que se estaba aplicando se colocó una celda de carga en el actuador, por lo que se aplicaba un desplazamiento de modo que se tuvieran incrementos de carga de 0.5t hasta que se encontró la carga de agrietamiento  $P_{cr}$  en la esquina reentrante de la ménsula. Posteriormente se incrementó a intervalos de 1.0t hasta alcanzar la fluencia de alguna de las barras y se continuó el mismo incremento hasta encontrar la carga máxima.

En la figura 3.8 se observa como se sujetó el modelo para llevar a cabo el ensaye; al fondo sobre la ménsula se ve la extensión con tubo que se adaptó para que pudiera aplicarse la carga.



**Figura 3.8. Marco de carga y espécimen sujeto a la losa de reacción durante el proceso de ensaye**

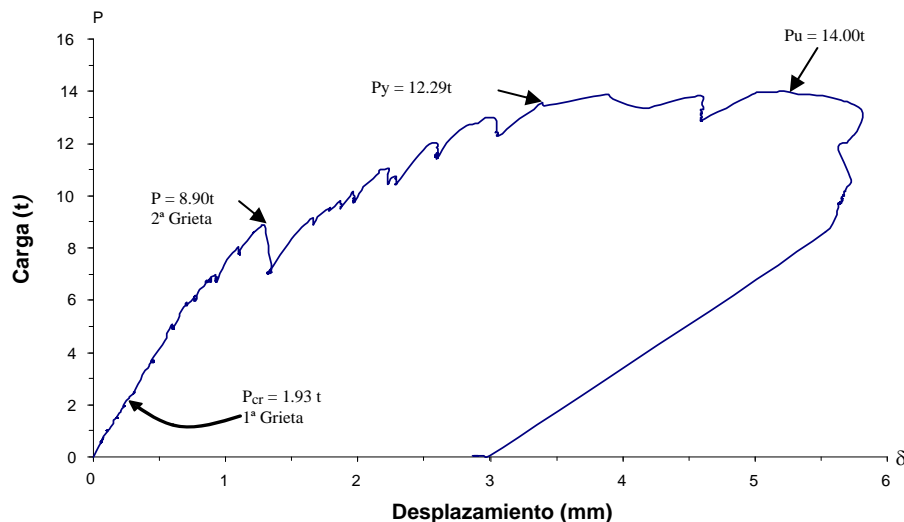
## CAPÍTULO 4.

## RESULTADOS EXPERIMENTALES

A continuación se presentan los resultados obtenidos para los dos modelos ensayados en laboratorio. Se muestran los datos correspondientes a los especímenes ED-02 y EF-02, los cuales fueron sometidos a carga monótona creciente de forma vertical, aplicada sobre la ménsula, como se explicó en el capítulo 3.

## 4.1. RESULTADO EXPERIMENTAL DEL MODELO “ED-02”

Los resultados del comportamiento de la ménsula de concreto reforzado correspondiente al espécimen ED-02, durante todo el ensaye son presentados en la figura 4.1.



**Figura 4.1. Curva carga-desplazamiento vertical de la ménsula, en el modelo ED-02**

En la figura 4.1 se muestra la curva carga-desplazamiento del espécimen ED-02; la grafica comprende el ciclo de carga completo, desde el inicio de su aplicación, la carga última, y la descarga del modelo.

Desde el inicio del ensaye, hasta la carga de agrietamiento  $P_{cr}$ , el comportamiento es elástico lineal. El valor de la carga de agrietamiento  $P_{cr}$ , fue de  $1.93 t$ ; después de la aparición de la primer grieta la curva experimenta un cambio de pendiente mínimo que se puede despreciar y considerar que no ha perdido rigidez.

En el instante que aparece la primer grieta el concreto ha perdido su capacidad de resistir tensiones, por lo que la resistencia a tensión  $f_t$  se vuelve nula y después el acero empieza a adquirir los esfuerzos a tensión. Como es característico de las ménsulas en extremos de vigas, la primer grieta inicia en la esquina reentrante y se proyecta hasta la parte inferior de la viga, a un ángulo promedio de  $50^\circ$  con respecto a la horizontal.

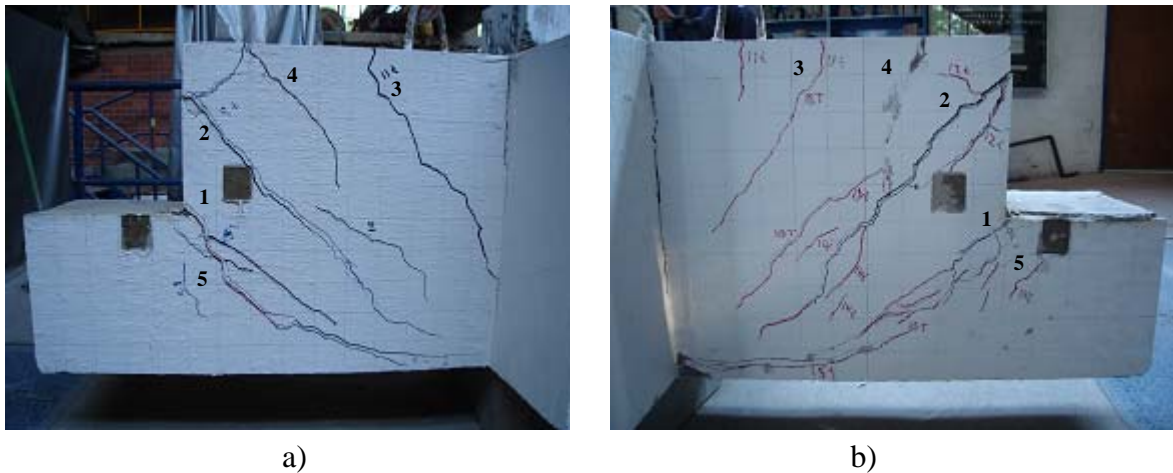


La aparición de la primera grieta se presenta a niveles de carga muy pequeños, aproximadamente al 14 % de su capacidad; a medida que aumenta la carga aumenta su ancho.

Hasta antes de  $P_{cr}$ , las deformaciones tanto en el concreto como en el acero son iguales en magnitud. Esto se debe a los efectos de adherencia entre el concreto y el acero. Después de  $P_{cr}$ , el acero sólo, absorbe por completo los esfuerzos a tensión en la ménsula.

La segunda grieta importante aparece a una carga de  $8.90t$ . En la figura 4.1 se ve una degradación de rigidez en la sección cuando llega a este punto, la cual se mantiene hasta el valor de la carga de fluencia  $P_y$  que fue de  $12.29t$ , con un desplazamiento vertical de  $3.06\text{ mm}$ . Finalmente la falla se presenta con la pérdida de capacidad del elemento, con un valor de carga última  $P_u$  de  $14.00t$ , con un desplazamiento último de  $5.22\text{ mm}$ . Posterior a esto se retiró la carga, quedando un desplazamiento permanente de  $2.99\text{ mm}$  en la ménsula con respecto a la viga.

En la figura 4.2 se tiene la secuencia de las grietas. La fisura posterior a  $P_{cr}$  se presentó en la esquina superior de la viga y conforme se incrementó la carga, fue descendiendo hasta la parte inferior. Esta se genera en una zona donde hay un puntal en la viga y se presentó en ambas caras del modelo. La trayectoria es consecuencia del sentido del momento flexionante que se provoca a la hora de aplicar la carga vertical.



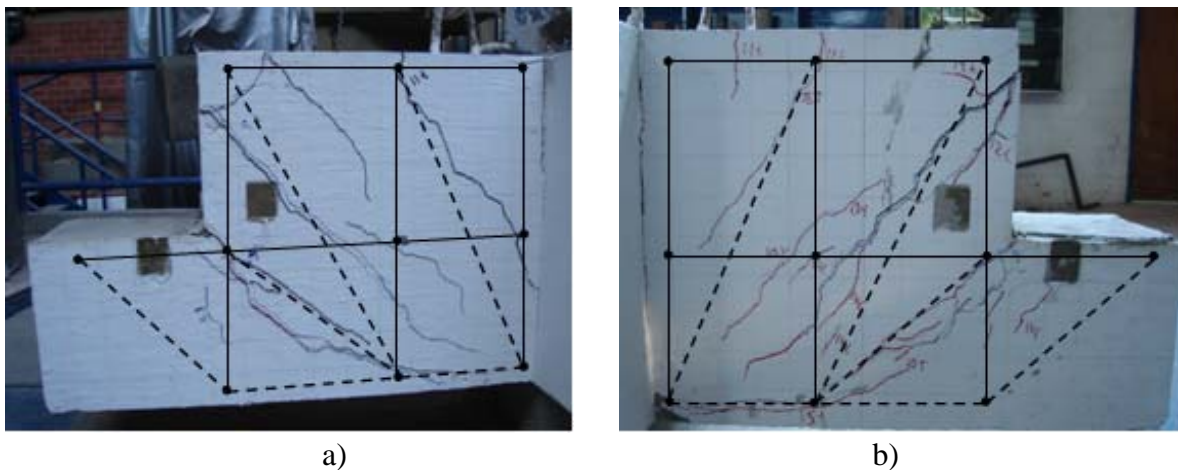
**Figura 4.2. Configuración del agrietamiento presentado en el Espécimen ED-02. a) Cara derecha, b) Cara izquierda.**

Ambas grietas se fueron midiendo a intervalos aproximados de  $1.00t$ . Al final de la aplicación de la carga en el modelo se midió el ancho y se obtuvo que la grieta en la esquina reentrante presentó una abertura de  $3.05\text{ mm}$  y la posterior a esta  $2.50\text{ mm}$ . Cabe mencionar que estas grietas se formaron en ambas caras del elemento y fueron muy similares en dimensiones y ubicación. El ancho de la primera se determinó con el potenciómetro que se tenía en ese punto y la segunda, con un grietómetro.

La tercer grieta se inicia a un valor de carga de  $11.00t$  a una distancia de  $23.00\text{ cm}$ , medidos en sentido del dado hacia la ménsula, punto de la viga donde se tiene uno de los estribos verticales. Esta define la formación del otro puntal; al igual que la segunda se

inicia desde la parte superior de la viga y baja hasta la parte inferior, incluso cruza por donde se ubica el acero longitudinal por flexión de la ménsula. La quinta grieta se forma a una carga de  $11.80t$ , siendo paralela a la primera. Estas representan las grietas comunes a la falla por cortante en la unión viga-ménsula.

En la figura 4.2 se puede ver que la cuarta grieta es paralela a la segunda y ambas definen el ancho del puntal entre el acero principal vertical y el primer estribo en la viga. En la misma figura se presenta la configuración final de agrietamiento en el modelo ED-02. En esta se observa que la ménsula no presentó ninguna grieta y que el mayor número aparecen en la esquina reentrante, seguidas de las presentadas en el primer puntal diagonal de la viga (entre el acero principal vertical y el primer estribo vertical). La viga se desplazó en forma vertical  $11.00mm$  y la deflexión total en la ménsula es de  $16.22mm$  ambas con respecto al dado. Con estos datos se obtiene que el desplazamiento relativo de la ménsula con respecto a la viga que es de  $5.22mm$ . También se puede ver que todas las grietas definen la trayectoria de los puntales en los modelos.



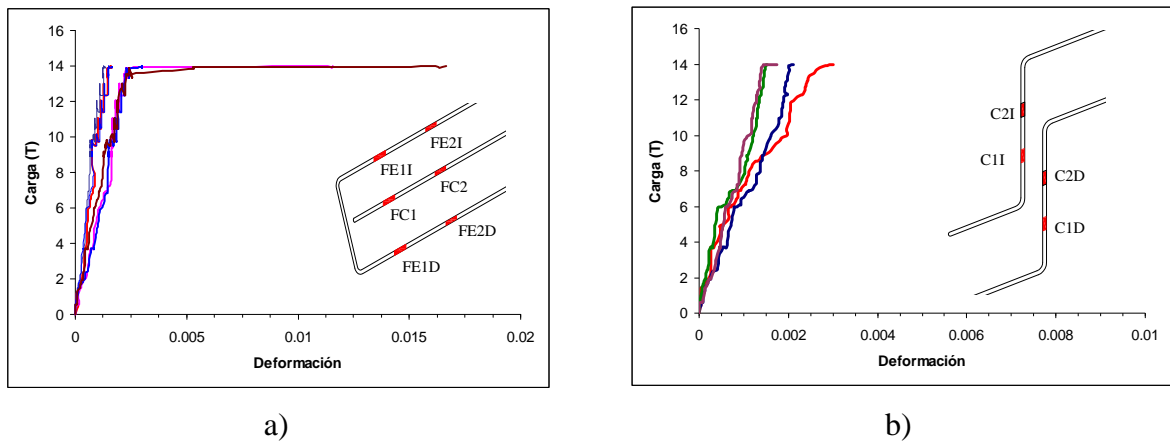
**Figura 4.3. Trazado de los modelos analíticos propuestos comparados con el agrietamiento obtenido de los ensayos, a) Cara derecha y b) Cara izquierda.**

En la figura 4.3 se pueden ver que sólo existen tres tipos de grietas principales: una en el puntal diagonal que inicia en la esquina reentrante y termina en el nodo inferior del primer estribo vertical y dos en los puntales diagonales en la sección de las vigas. También se aprecia que se alcanza a formar el puntal horizontal en la parte inferior de la viga.

Es necesario aclarar que las grietas que se muestran en las figuras anteriores no coinciden con los anchos reales obtenidos, porque fue necesario marcarlas para que pudieran apreciarse con más claridad, por lo que las presentadas aquí son más anchas de lo real. Las tres grietas diagonales atraviesan toda la sección, ya que se presentan en ambas caras del modelo; la grieta en la esquina reentrante cruza por la unión viga-ménsula, la primer diagonal en la viga (extremo de la ménsula) pasa por el frente de la sección y la otra en la parte superior de la viga.

En la figura 4.4 se tienen las curvas carga-deformación, obtenidas de los instrumentos instalados en las barras. Los deformímetros fueron identificados de acuerdo a su posición, tomando como referencia la vista de frente al espécimen, por ejemplo; el FE1D (flexión exterior 1 derecho), significa que está en el lado derecho de la ménsula en la barra de

flexión (la colocación de los deformímetros en la figura 4.4 es una vista en planta). El C1D (cortante 1 derecho), significa que esta en la zona de cortante de la unión viga ménsula.



**Figura 4.4. Curva carga-deformación, a) Barras a flexión en la ménsula, b) Barras del tensor vertical.**

Como se mencionó anteriormente, este modelo debería presentar una falla por cortante en la unión viga-ménsula. En la figura anterior se observa que en las barras del tensor principal horizontal (flexión en ménsula) alcanzan a fluir en los puntos correspondientes a los deformímetros FE2D, FC2 y FE2I. Alcanzando la fluencia únicamente en la zona donde se presenta la grieta reentrante y no así los que están en la ménsula. Esto confirma que el acero secundario contribuye a que no se presente ninguna falla en la ménsula.

Se puede comentar que la carga vertical aplicada en la ménsula provoca desplazamientos verticales en la ménsula, y debido a esta se genera la presencia de tensiones en las barras de flexión, originando la fluencia de estas, la cual se presenta a diferencias de carga muy pequeñas entre una y otra por lo que se considera que es de manera casi simultánea en todas las barras, la primera se presenta en la barra del centro (FC2) a un valor de carga de  $13.72t$  y una deformación unitaria de  $0.002356$ , las dos barras de los extremos fluyen al mismo valor de carga  $13.90t$ , aunque a deformaciones de  $0.002342$  y  $0.002396$  para las barras FE2I y FE2D respectivamente.

Los deformímetros que se encuentran en la ménsula no registraron la fluencia de las barras y alcanzan un valor máximo de deformación de  $0.001572$ ,  $0.0012$  y  $0.0014$  para FE1I, FC1 y FE1D respectivamente, al valor de carga de  $14.00t$ .

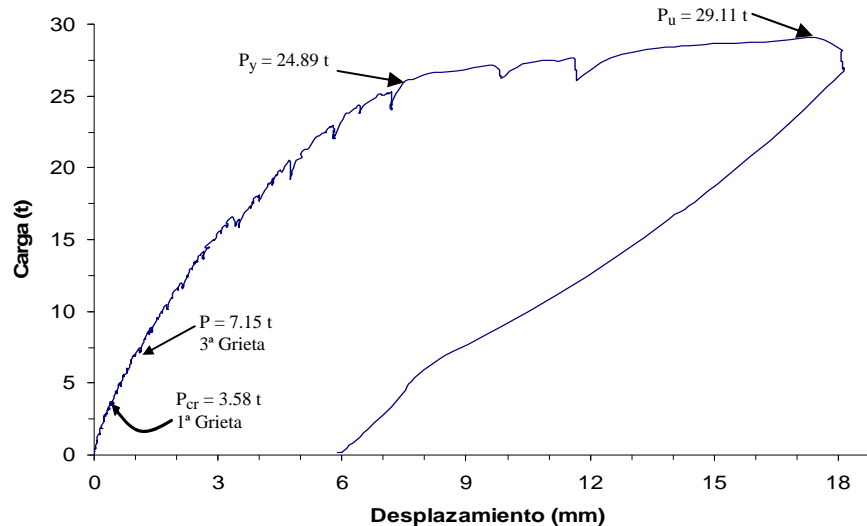
Al igual que el tensor principal horizontal (flexión), el acero cortante (tensor vertical) también alcanza a fluir en la zona donde se forma la grieta reentrante, aunque en la figura 4.4b no se alcanza apreciar la parte horizontal que representa la fluencia; esto se debe a que posiblemente a ese valor de carga se despegaron los deformímetros y no alcanzaron a medir esos valores. Pero la pendiente de la curva del C1D y C1I, se ve que empezaba a inclinarse quedando de forma horizontal, así como por el valor de la deformación obtenida ya se tenía la fluencia, porque ese es el valor de deformación que se obtuvo experimentalmente al que fluye este acero.

El punto donde se tiene el C1D fluyó a un valor de deformación de  $0.002467$  y el punto de C1I con  $0.002116$ , con valores de carga de  $13.31t$  y  $14.00t$ , respectivamente. Los

instrumentos en la parte superior registraron una deformación de 0.001533 para C2I y 0.001434 para C2D, por lo que no fluyen.

#### 4.2. RESULTADO EXPERIMENTAL DEL MODELO “EF-02”

Los resultados del comportamiento correspondiente al espécimen EF-02, durante todo el ensayo son presentados en la Figura 4.5.



**Figura 4.5. Curva Carga-Desplazamiento Vertical de la ménsula, en el modelo EF-02**

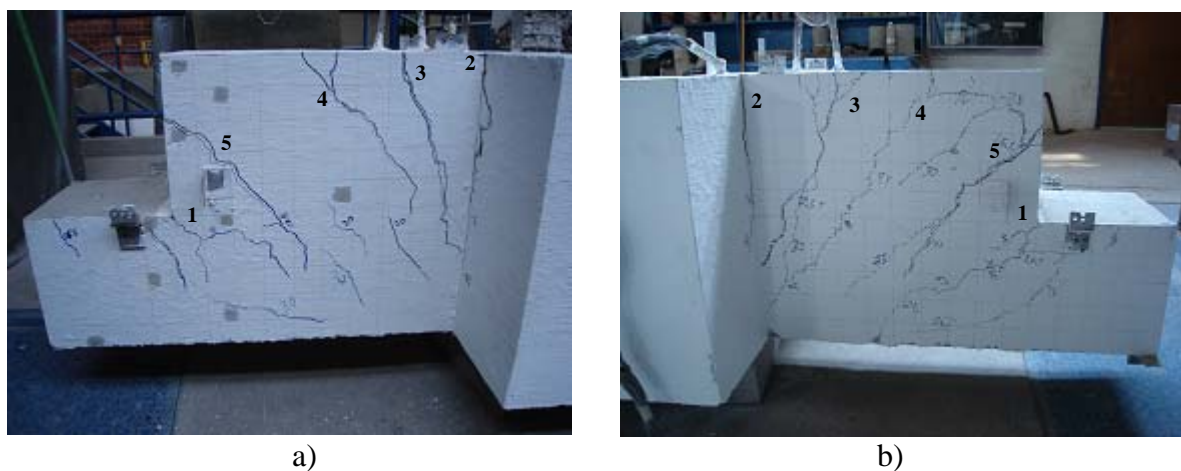
La figura 4.5 corresponde a la curva carga-desplazamiento del espécimen EF-02, la cual corresponde el ciclo de carga completo, desde el inicio de la aplicación, la carga última, y la descarga del modelo.

Este espécimen está más reforzado por cortante y no debe presentarse esta falla, aunque se espera que la grieta en la esquina reentrante se presente. Puede notarse que la carga de agrietamiento aumentó comparada con la del espécimen ED-02. Para este caso  $P_{cr}$  fue de  $3.58t$ , y hasta este punto el comportamiento es elástico lineal; después de la aparición de esta grieta la curva tiene un cambio de pendiente donde se puede ver la pérdida de rigidez conforme se aumenta la carga. La formación de la grieta se presenta a niveles de carga muy pequeños, aproximadamente 20% de la carga última.

Se forman dos grietas de manera simultánea, correspondientes a  $P_{cr}$ ; una inicia en la esquina reentrante y se proyecta hasta la parte inferior de la viga, a un ángulo promedio de  $50^\circ$  con respecto a la horizontal. Otra en la parte superior de la viga en la unión viga-dado correspondiente a una grieta por flexión. Una tercer grieta importante aparece a una carga de  $7.15t$ , donde la degradación de rigidez en la sección sigue aumentando hasta la carga de fluencia  $P_y$  que fue de  $24.89t$ , con un desplazamiento de  $7.52mm$ . Finalmente la falla se presenta con la pérdida de capacidad del elemento, con un valor de carga  $P_u$  de  $29.11t$ , y con un desplazamiento último de  $18.13mm$ . Posterior a esto, se llevó a la descarga el elemento, quedando un desplazamiento permanente de  $5.88mm$  en la ménsula.

La tercera grieta se presentó en la viga provocada por flexión a una distancia de  $12.50\text{cm}$  del dado. Conforme se incremento la carga la grieta fue descendiendo hasta la parte inferior y llegar a unirse con el dado. Esta se forma en una zona donde hay un puntal en la viga y se presenta en ambas caras del modelo. La trayectoria es consecuencia del sentido del momento flexionante debido a la aplicación de carga vertical.

Al ir aumentando la carga, la grieta de flexión (2) aumenta significativamente su ancho mientras que la de la esquina reentrante su incremento es menor. Al final del ensaye se tomaron lecturas del ancho de grietas, obteniendo que la grieta en la zona de flexión presentó un ancho de  $3.50\text{mm}$ , y en la de flexión en la ménsula (esquina reentrante)  $1.33\text{mm}$ . Ambas se fueron midiendo a intervalos aproximados de  $1.0t$  hasta llegar a esos valores al final del ensaye. Las grietas, al igual que en el modelo ED-02, se formaron en ambas caras del elemento, y fueron muy similares, en dimensiones y ubicación.



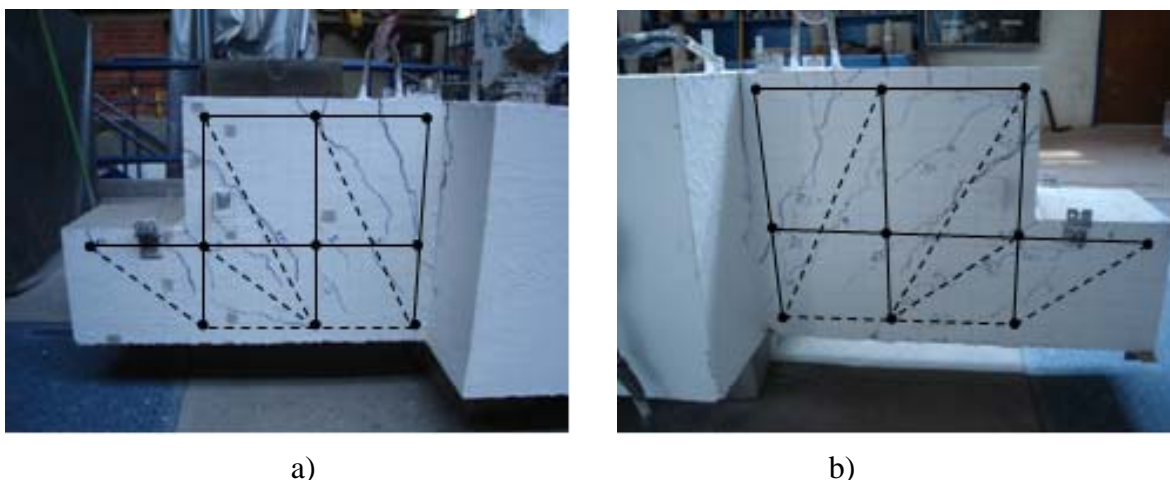
**Figura 4.6. Configuración del agrietamiento presentado en el Espécimen EF-02. a) Cara derecha, b) Cara izquierda.**

La cuarta grieta se inicia a un valor de carga de  $9.00t$  a una distancia de  $27.00\text{cm}$  medidos en sentido del dado hacia la ménsula, punto de la viga donde se tiene uno de los estribos verticales. Esta define la formación del puntal, a esta se le llamará puntal 1 en viga. Al igual que la tercer grieta la cuarta se inicia desde la parte superior de la viga y baja hasta la parte inferior, incluso cruza por donde se tiene el acero longitudinal por flexión de la ménsula. La quinta grieta se forma a una carga de  $10.50t$  y se le llamará puntal 2 en viga, iniciando en el frente de la viga a una distancia de  $10.00\text{cm}$  de arriba hacia abajo. La trayectoria corresponde a la formación del otro puntal en la viga debido a los estribos verticales colocados ahí.

Paralela a la grieta cinco se forma otra, la cual define el ancho del puntal entre el acero principal vertical y el primer estribo en la viga (figura 4.6b). En la figura 4.6 se presentan la configuración final de agrietamiento en el modelo EF-02; se observa que en la ménsula no se presentó ninguna grieta y que el mayor número aparecen en la esquina reentrante, seguidas de las presentadas en la zona de flexión en la unión viga-dado. La ménsula llegó a un valor total de desplazamiento vertical de  $31.94\text{mm}$  con respecto al dado y  $13.81\text{mm}$  de deflexión en la viga. Con estos datos se obtiene el desplazamiento relativo de la ménsula con respecto a la viga que es de  $18.13\text{mm}$ .

En resumen, se puede decir que para este modelo se presentaron 4 grietas principales las cuales se pueden ver en la figura 4.7. Una que representa el puntal diagonal que inicia en la esquina reentrante y termina en el nodo de conexión inferior de la ménsula y dos en los puntales diagonales en la sección de la viga. Así como una de flexión en la unión viga-dado. A diferencia del espécimen ED-02, en éste no se forma el puntal horizontal en la parte inferior de la viga.

Las grietas diagonales atraviesan toda la sección ya que se presentan en ambas caras del modelo; la grieta en la esquina reentrante cruza por la unión viga-ménsula, la primer diagonal en la viga (extremo de la ménsula) pasa por el frente de la sección y la de flexión aparece en la parte superior de la viga descendiendo por toda la unión viga-dado.



**Figura 4.7. Trazado de los modelos analíticos propuestos comparados con el agrietamiento obtenido de los ensayos, a) Cara derecha y b) Cara izquierda.**

En la figura 4.8 se tienen las curvas carga-deformación, obtenidas de los instrumentos instalados en las barras. Los deformímetros fueron identificados del mismo modo que en el ED-02 de acuerdo a su posición en el modelo, tomando como referencia la vista de frente al espécimen, por ejemplo; el FE1D (flexión exterior 1 derecho) significa que esta en el lado derecho de la ménsula en la barra de flexión (la figura que muestra la ubicación de los deformímetros es una vista en planta). El C1D (cortante 1 derecho), significa que esta en la zona de cortante de la unión viga-ménsula.

En la siguiente figura se observa que en las barras del tensor horizontal (flexión en ménsula) alcanzan a desarrollar su fluencia, correspondiendo a los deformímetros FE2D, FC2D, FC2, FC2I y FE2I. La fluencia se presenta primero en la parte donde se forma la grieta reentrante y después las que están dentro de la ménsula, Esto confirma que el acero secundario contribuye a que no se presente ninguna falla en la ménsula.

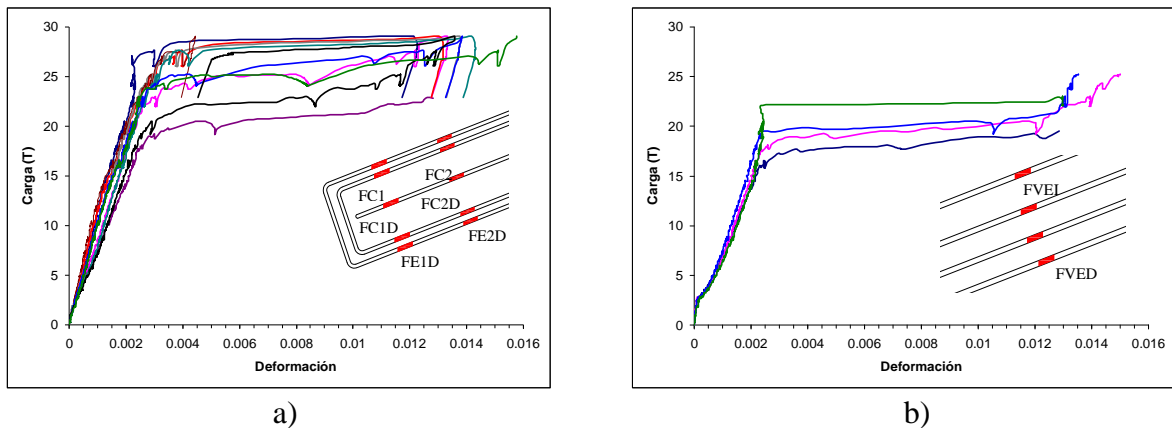
La carga vertical aplicada en la ménsula provoca la presencia de tensiones en las barras de flexión de la ménsula, ocasionando que fluyan. La cual se presenta a diferencias de carga muy pequeñas entre una barra y otra, considerando que todas fluyen de manera simultanea. En este modelo se registró la fluencia en todos los puntos instrumentados del tensor principal horizontal, debido a que se llevó a un valor de carga más grande que el de fluencia en el acero de flexión en la viga. Las primeras en alcanzar la fluencia fueron las

que están donde se forma la grieta reentrante; siguen las que están en la zona de la ménsula, esto se puede apreciar en la siguiente tabla donde están los resultados de los deformímetros instalados.

**Tabla 4.1. Valores de Carga y Deformación para la fluencia de las barras a flexión en la ménsula.**

Deformímetro	Deformación (mm/mm)	Carga (t)
FEII	0.00325	26.92
FCII	0.003029	24.84
FC1	0.0027	23.82
FC1D	0.0025	27.27
FE1D	0.0031	26.6
FE2I	0.0036	17.99
FC2I	0.0028	19.62
FC2	0.0028	16.77
FC2D	0.0029	19.95
FE2D	0.0033	22.20

Al igual que el acero del tensor horizontal, el acero de flexión en la viga también alcanza a fluir en la unión viga-dado. En la figura 4.8b se aprecian los valores de carga y deformación donde se presentó la fluencia.

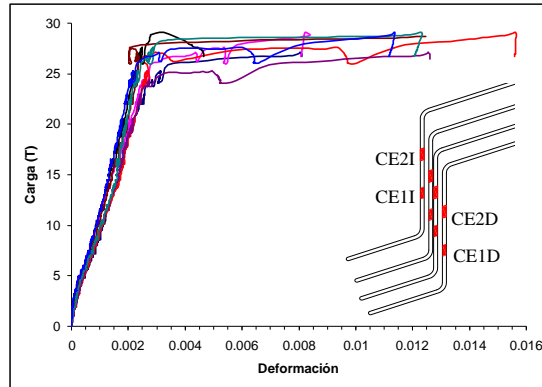


**Figura 4.8. Curva carga-deformación, a) Barras a flexión en la ménsula, b) Barras a flexión en viga.**

En la grafica 4.8a, se incluye la ubicación de los deformímetros en una vista en planta del acero; sólo se puso nomenclatura en un lado debido a que el otro es simétrico. Del mismo modo para las curvas de las barras en flexión de la viga también se presenta la ubicación de su instrumentación en una vista en planta. Al igual que los del tensor horizontal sólo se puso nomenclatura a dos barras y las otras dos son FVCD y FVCI, para el lado derecho e izquierdo respectivamente.

Los valores de carga a la fluencia para el acero a flexión en la viga son: en FVEI 16.02t , FVCI 17.17t , en FVCD 18.88t y finalmente el FVED 20.57t , todos a una deformación de 0.002364.

Para este modelo no debía fluir el acero a cortante, pero como se llegó a un valor de carga más grande que el de fluencia en el acero a flexión en la viga, también se alcanzó la fluencia en este acero. En la figura 4.9 se presentan las curvas correspondientes.



**Figura 4.9. Curvas carga-deformación para el tensor vertical**

La elección de la nomenclatura para identificar los deformímetros fue la misma que en el ED-02. La secuencia de la fluencia de estas barras se describe a continuación. El primero en fluir fue el CE1I, después le siguieron el CC1D, CC1I, CE2I, CE2D, CE1D, CC2D Y finalmente el CC2I. Sus cargas correspondientes son:  $23.93t$ ,  $24.11t$ ,  $25.90t$ ,  $25.90t$ ,  $26.22t$ ,  $27.68t$ ,  $27.68t$  y  $28.60t$ ; todos a una deformación de  $0.0024$ .

Para el acero secundario no se presentaron esfuerzos importantes en el ED-02. En cambio para el modelo EF-02 se alcanzó a presentar deformaciones del orden del 80% de la deformación de fluencia, esto para las barras que están cerca de las de flexión. Los estribos que se encuentran más abajo presentan deformaciones menores al 30% de la de fluencia.

En cuanto a los estribos verticales se presenta la fluencia en el primero (cercano a la ménsula), para los dos modelos y el otro estribo presentó un 30% menor al de fluencia.



## CAPÍTULO 5.

### MODELACIÓN NUMÉRICA DE LOS ESPÉCIMENES

En este capítulo se presentan los modelos Puntal-Tensor aplicados a los especímenes en estudio. Los requerimientos se tomaron de acuerdo al ACI 318-2005 en el apéndice A. El primer paso según este reglamento es identificar los elementos que componen el modelo Puntal-Tensor, las regiones B y D, puntales, tensores y zonas nodales, de las vigas a las que se les aplicará una carga concentrada. Una vez cumplido esto se continúa con el cálculo de las dimensiones de la sección transversal de un puntal o tensor, los cuales se determinan con base en el espesor y el ancho, ambos en forma perpendicular a los ejes del puntal o tensor.

Kuchma y Tjhin (2000) desarrollaron una herramienta de cómputo de mucha ayuda para el análisis, llamada CAST (Computer-Aided Strut-and-Tie). Esta herramienta se usó para realizar los modelos analíticos del ED-02 y el EF-02, donde el factor de reducción  $\phi$ , utilizado se tomó igual a la unidad por tratarse de desarrollo experimental, ya que los reglamentos recomiendan tomar este factor menor a uno debido a las incertidumbres de construcción y cálculo.

El MPT es una herramienta de mucha ayuda para el análisis de estructuras donde se tenga una distribución de esfuerzos compleja que se produce por el cambio brusco de geometría de un elemento o en una carga o reacción concentrada.

El esfuerzo máximo a compresión del concreto  $f'_c$  y el esfuerzo de fluencia a la tensión del acero  $f_y$  usado en los elementos del Modelo Puntal-Tensor (MPT) son los que se muestran a continuación.

- $f'_c = 330 \text{ kgf/cm}^2$  para los puntales de concreto.
- $f_y = 5300 \text{ kgf/cm}^2$  Para los tensores de acero.

#### 5.1. MODELO ANALÍTICO DEL ESPÉCIMEN ED-02

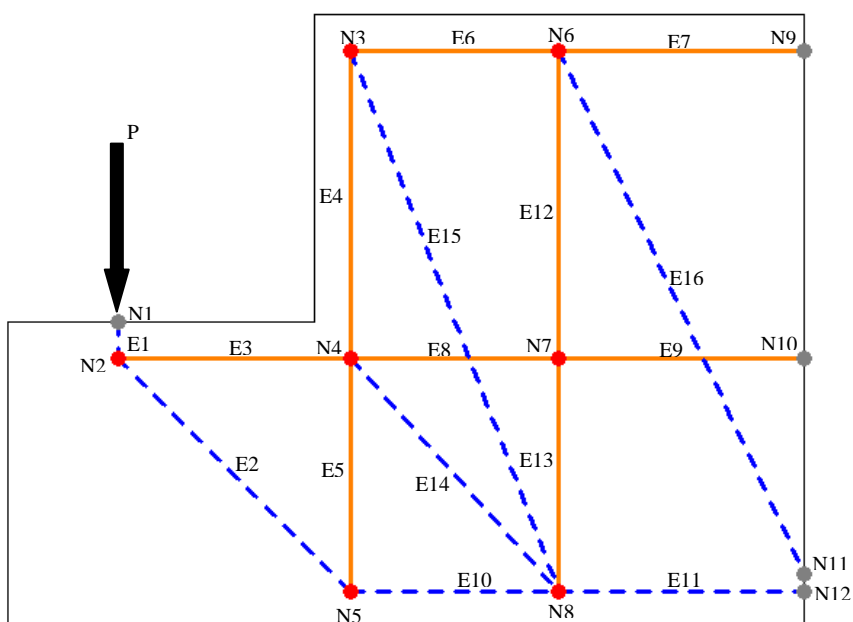
En el modelado del ED-02 se inició por definir y aislar la región D, conocer el punto exacto de aplicación de la carga y la concentración de esfuerzos a compresión en el concreto. Con esto establecido, se crean los elementos que componen el MPT: los puntales, tensores y las zonas nodales.

La geometría del MPT se presenta en la figura 5.1, donde puede verse que es posible modelarlo como sistema de armadura isostática. El modelo consta de 16 elementos entre puntales y tensores, estos se conectan entre sí mediante 12 nodos, formando una serie de nueve tensores y siete puntales.

De acuerdo con ACI-318-05 la longitud de la región D se define como una vez el peralte de cada discontinuidad; en nuestro caso se tiene un peralte de la ménsula más un peralte de la viga. Por lo tanto, la región D tiene una longitud de  $75\text{cm}$  con sus peraltes respectivos

de ménsula y viga (figura 5.1). En la sección A.1 se recomienda que para que se cumpla el equilibrio en los nodos, deben actuar al menos tres fuerzas, sin embargo lo limitan a tres, para compararlo con lo establecido a tener las siguientes combinaciones; ya sea CCC, CCT, TTC y TTT, para zona nodal donde llegan solamente puntales, zona nodal que tiene un tensor, zona nodal que presenta dos tensores y la zona que esta rodeado por puros tensores, respectivamente. Para cumplir con lo anterior la sección A.2.3 establece que cuando actúan más de tres fuerzas en una zona nodal de una estructura de dos dimensiones, es necesario reducir la cantidad de fuerzas formando pares y obteniendo la resultante de ellas, esto se repite en numero de veces que sea necesario hasta tener solo tres y así determinar el equilibrio, este es el caso de los nodos N4, N6, N7 y N8.

Por otro lado la sección A.2.4 del reglamento recomienda que los tensores pueden atravesar uno o más puntales como el caso del E8 y E9 que atraviesan los puntales E15 y E16, respectivamente. Pero en cambio los puntales deben cruzarse o superponerse sólo en los nodos, es decir, un puntal no puede atravesar a otro puntal.



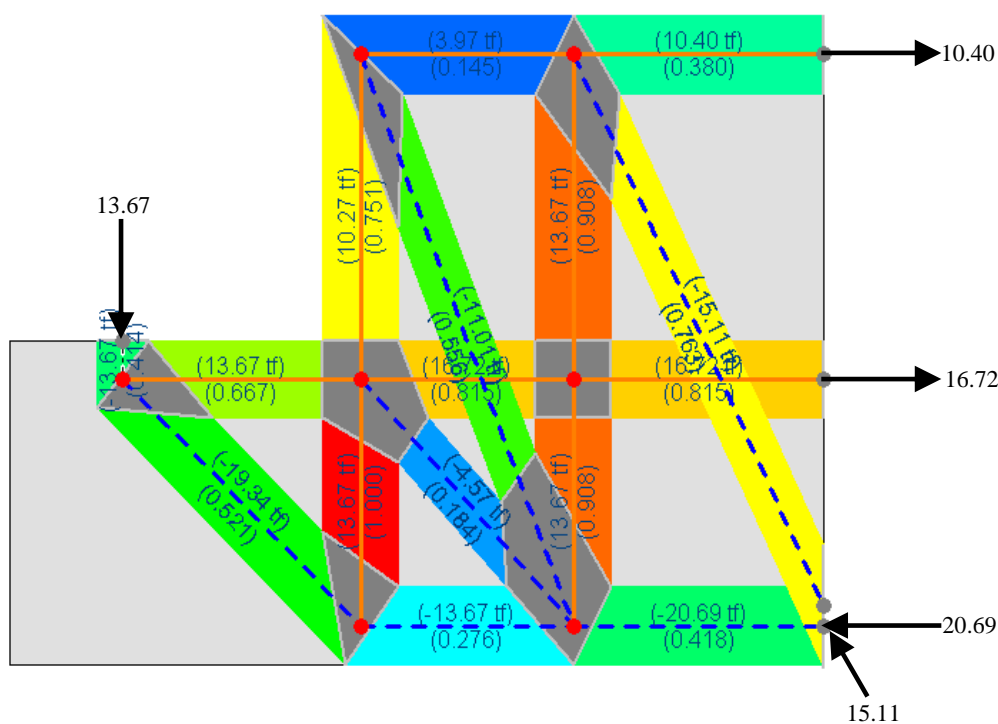
**Figura 5.1. Modelo Puntal-Tensor, correspondiente al ED-02**

Teniendo la armadura propuesta para la región D, garantizando que sea capaz de transferir todas las fuerzas hacia los apoyos o regiones B adyacentes. El siguiente paso es determinar las fuerzas que actúan en los puntales y tensores para el valor de carga que se aplicará. En la figura 5.2 se muestra el resultado de las fuerzas obtenidas en el MPT para el ED-02.

La carga  $P_u$  de acuerdo con el ACI-318-05 es de  $10.66t$  sin considerar los factores de carga y resistencia por tratarse de un ensaye experimental, mientras que el valor de análisis con el MPT fue de  $13.67t$ . El modelado se realizó en el CAST, el cual para llevar a cabo el análisis requiere una serie de datos, como el ancho efectivo de los puntales, de los tensores y de las zonas nodales, así como de la capacidad a compresión del concreto, la resistencia de los tensores y la geometría del modelo.

La resistencia a compresión de los puntales depende de su ángulo de inclinación con respecto a la horizontal. En el caso de un puntal vertical, es decir, con ángulo recto, se obtiene mayor eficiencia para resistir compresión, en cambio cuando el ángulo va disminuyendo pierde capacidad por las demandas de tensión que se generan en el concreto. En combinación con este efecto también se debe considerar la pérdida de capacidad ocasionada por la forma de los puntales, ya que un puntal en forma prismática es más eficiente que uno en forma de botella, por lo que  $f'c$  debe cambiarse por la resistencia efectiva a compresión  $f'ce$  como se indica en la sección A.3.2 del ACI-318-05.

Cuando un puntal tiene cierta inclinación es necesario que no pierda capacidad a la compresión, siendo necesario darle confinamiento por medio de estribos que cumplan con lo establecido en la sección A.3.3. El objetivo del confinamiento es resistir las fuerzas laterales debido a la expansión del puntal y así restringir la formación de fisuras, lo cual permitirá que el puntal soporte más fuerza axial y, por lo tanto, cierta redistribución de la fuerza.



**Figura 5.2. Resultado de fuerzas internas del modelo Puntal-Tensor para el espécimen ED-02.**

La resistencia de los tensores depende de la resistencia a la fluencia del acero y del área de las barras que lo componen, además del ancho efectivo. Este se puede considerar como el diámetro de las barras más dos veces el recubrimiento superficial.

Aunado a lo anterior los tensores requieren una atención especial del anclaje en los nodos. Este debe anclarse ya sea por medio de ganchos, longitud de desarrollo ó algún sistema que garantice un comportamiento adecuado (Capítulo 7 del ACI-318-05). Para el acero principal de flexión en la ménsula se recomienda colocar un ángulo de acero soldado a las barras, pero para el caso en estudio se garantizó un buen anclaje habilitando dicho acero en forma de “U”.

En el caso de los nodos su resistencia depende de la capacidad efectiva a la compresión del concreto y del área de la cara de la zona nodal en donde actúa  $F_u$ . La resistencia a la compresión del concreto debe afectarse por un factor de corrección, a menos que se coloque refuerzo de confinamiento dentro de la zona nodal. El factor de corrección depende de la limitación que tenga cada nodo. Para el caso de nodos limitados por puntales se considera la contribución total del concreto, es decir, el factor de corrección es 1. En el caso de nodos que anclan un tensor, la efectividad del nodo se reduce en un 20 %; el factor es 0.80. Por último, para nodos donde se anclan dos ó más tensores el factor es 0.60. Todas estas recomendaciones hechas por el ACI-318-05 fueron tomadas en cuenta en el MPT.

En la figura 5.2 se observa el MPT y se tiene que el elemento que está a su máxima capacidad, es el tensor E5, en el que se esta generándo exceso de tensiones, provocando cortante en la unión y por lo tanto una falla por cortante en la ménsula, que es la buscada en este espécimen. También se puede ver que el elemento menos esforzado es el E6 que corresponde al acero por flexión en la viga. El elemento E2 que corresponde al puntal diagonal de compresión en la ménsula esta demandado en un 52 %, lo que corrobora que el acero de confinamiento le da capacidad de soportar carga vertical a la ménsula.

En la tabla 5.1 se muestra el resumen de los elementos mecánicos del ED-02. En la primera columna se tiene la identificación del elemento, en la segunda el valor de la carga axial demandada a cada elemento, la tercera corresponde al esfuerzo, la demanda con respecto a capacidad se presenta en la cuarta, la quinta es la relación de esfuerzos solicitada con respecto a la resistencia a la compresión del concreto y por último se tiene una breve descripción de cada elemento.

**Tabla 5.1 Elementos mecánicos por elemento para el ED-02**

Elemento ID	Fuerza (tf)	Esfuerzo (kgf/cm <sup>2</sup> )	Demanda/Capacidad	Relación $f'c$	Descripción
E1	-13.67	136.74	0.414	0.414	Puntal Prisma
E2	-19.34	128.92	0.521	0.391	Puntal B/CR*
E3	13.67	3533.33	0.667	NA	Tensor
E4	10.27	3981.01	0.751	NA	Tensor
E5	13.67	5300.00	1.000	NA	Fluye Tensor
E6	3.97	769.06	0.145	NA	Tensor
E7	10.40	2016.12	0.380	NA	Tensor
E8	16.72	4320.10	0.815	NA	Tensor
E9	16.72	4320.10	0.815	NA	Tensor
E10	-13.67	91.16	0.276	0.276	Puntal Prisma
E11	-20.69	137.91	0.418	0.418	Puntal Prisma
E12	13.67	4814.79	0.908	NA	Tensor
E13	13.67	4814.79	0.908	NA	Tensor
E14	-4.57	45.66	0.184	0.138	Puntal B/SR*
E15	-11.01	110.11	0.556	0.334	Puntal B/SR*
E16	-15.11	151.12	0.763	0.458	Puntal B/SR*

\* Puntal B/SR = Puntal en forma de Botella sin refuerzo  
 \* Puntal B/CR = Puntal en forma de Botella con refuerzo

En la tabla 5.1 se puede corroborar lo mencionado en la figura 5.2 correspondiente a los elementos más esforzados y los menos demandados en el modelo. también la tabla muestra que los puntales en forma de prismas tienen el mismo valor de Demanda/Capacidad y Relación  $f'c$  porque su capacidad es igual a la resistencia a compresión del concreto,

debido a que el factor de corrección es 1. No así los puntales en forma de botella ya sea con o sin refuerzo, debido a que su capacidad es menor a  $f'c$  por estar afectados por un factor menor a 1. Para puntales en forma prismático se considera  $f'ce = f'c$ , para puntales en forma de botella reforzado  $f'ce = 0.75f'c$  y para puntales en forma de botella sin refuerzo se considera  $f'ce = 0.60\lambda f'c$ ; donde  $\lambda$  depende del peso unitario del concreto y se define en la sección 11.7.4.3 del ACI-318-05.

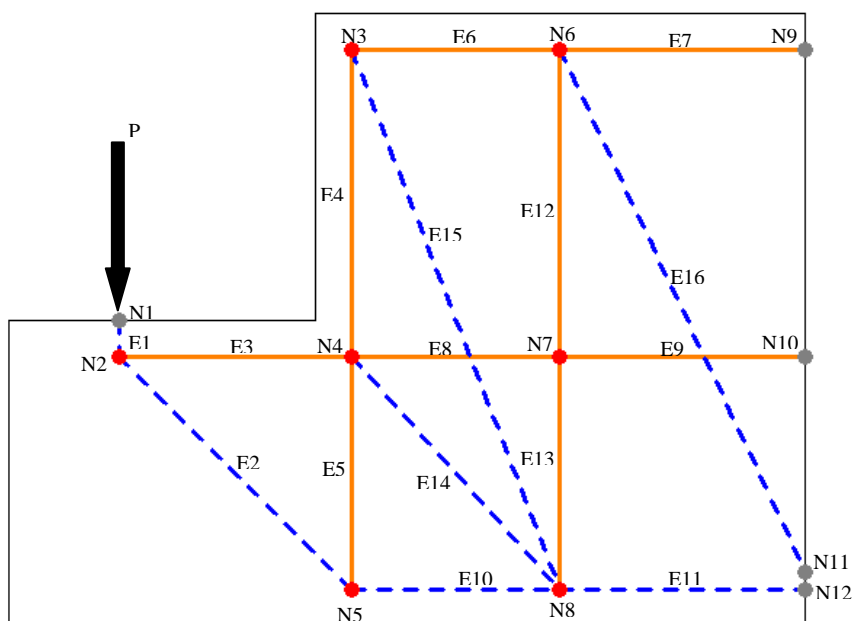
**Tabla 5.2 Elementos Mecánicos por nodo para el ED-02**

Nodo ID	Elementos que conecta	Fuerza (tf)	Esfuerzo (kgf/cm <sup>2</sup> )	Demanda/Capacidad	Relación f'c
N1	E1	-13.67	136.74	0.414	0.414
N2	E1	-13.67	136.74	0.518	0.414
	E2	-19.34	128.92	0.488	0.391
	E3	13.67	91.16	0.345	0.276
N3	E4	10.27	68.47	0.346	0.207
	E6	3.97	26.46	0.134	0.080
	E15	-11.01	110.11	0.556	0.334
N4	E3	13.67	91.16	0.460	0.276
	E4	10.27	68.47	0.346	0.207
	E5	13.67	91.16	0.460	0.276
	E8	16.72	111.46	0.563	0.338
	E14	-4.57	45.66	0.231	0.138
N5	E2	-19.34	128.92	0.488	0.391
	E5	13.67	91.16	0.345	0.276
	E10	-13.67	91.16	0.345	0.276
N6	E6	3.97	26.46	0.134	0.080
	E7	10.4	69.35	0.35	0.210
	E12	13.67	91.16	0.460	0.276
	E16	-15.11	151.12	0.763	0.458
N7	E8	16.72	111.46	0.563	0.338
	E9	16.72	111.46	0.563	0.338
	E12	13.67	91.16	0.460	0.276
	E13	13.67	91.16	0.460	0.276
N8	E10	-13.67	91.16	0.276	0.276
	E11	-20.69	137.91	0.418	0.418
	E13	13.67	91.16	0.276	0.276
	E14	-4.57	45.66	0.138	0.138
	E15	-11.01	110.11	0.334	0.334
N9	E7	10.4	69.35	0.350	0.210
N10	E9	16.72	111.46	0.563	0.338
N11	E16	-15.11	151.12	0.458	0.458
N12	E11	-20.69	137.91	0.418	0.418

En la tabla 5.2 se puede observar que el nodo más esforzado es el nodo 11 en la cara del elemento 16 y el nodo 6 en la cara del elemento 16, así como también se puede ver que los nodos menos esforzados son el nodo 3 en la cara del elemento 6 y el nodo 6 en el elemento 6, ya que el elemento 6 está sometido a menos demanda y el elemento 16 está sometido a una sollicitación mayor. Notose que en los resultados de la quinta columna los esfuerzos no pasan la capacidad de ningún nodo, lo que garantiza que no se rebase la capacidad en cada uno de los nodos.

## 5.2. MODELO ANALÍTICO DEL ESPÉCIMEN EF-02

En el modelado del espécimen EF-02, la geometría del MPT es igual al MPT del ED-02. En la figura 5.3, puede verse que los especímenes pueden modelarse como sistema de armadura isostática. El MPT del espécimen EF-02 consta de 16 elementos entre puntales y tensores, estos se conectan entre sí mediante 12 nodos, formando una serie de nueve tensores y siete puntales.



**Figura 5.3. Modelo Puntal-Tensor usado en el MPT, correspondiente al EF-02**

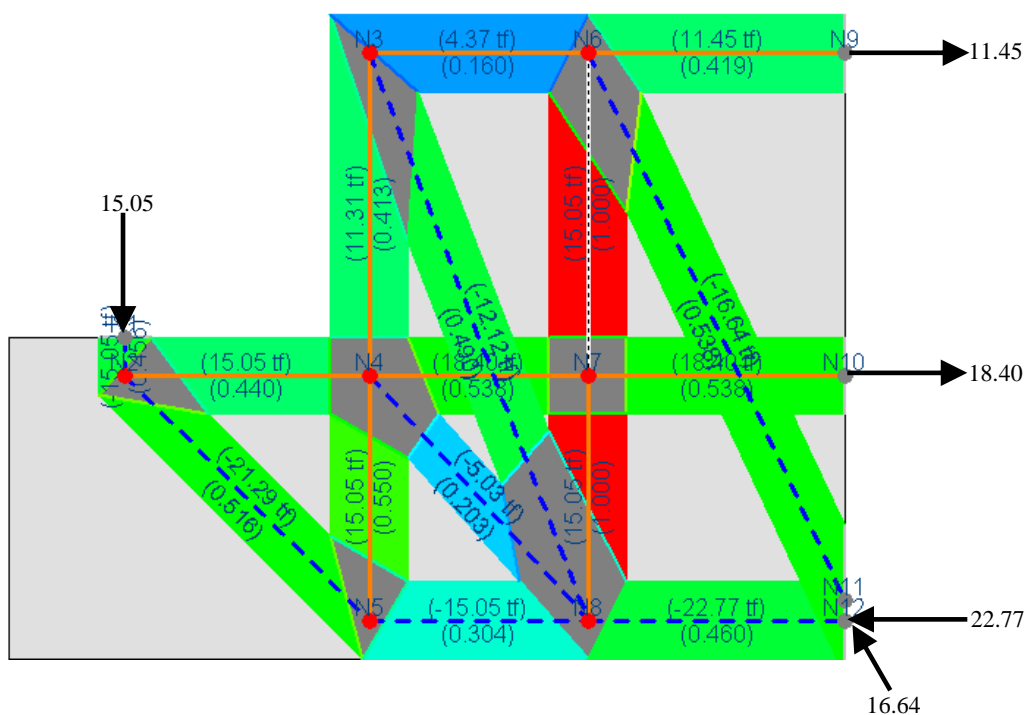
La diferencia entre este MPT y el MPT para el ED-02, está en el tensor vertical y el tensor horizontal del acero principal de la ménsula, ya que el EF-02 tiene más acero que el ED-02, mientras que el resto de la armadura permanece igual. Para el tensor vertical corresponden los elementos E4 y E5 se le agregó dos barras de acero de 13mm de diámetro, para tener cuatro barras en lugar de dos. Esto se debe a que no debe presentar problemas por cortante. Al tensor horizontal también se le agregaron dos barras de 13mm de diámetro para cambiar de tres a cinco y así evitar la falla por flexión en la ménsula. El sistema de anclaje es el mismo que para el modelo ED-02.

Existen varias propuestas para generar un MPT sobre todo en el caso de los puntales. En este trabajo se propone usar los puntales como un elemento único, esto porque existen

trabajos donde los puntales en forma de botella los modelan simulando su forma, pero tiene el inconveniente que el MPT es muy sensible a la orientación de los elementos que la componen (Castillo 2008); otro inconveniente es que se puede llegar a tener elementos que no existen o que no trabajan. Por tal situación se propone usar un sólo elemento para los puntales en el MPT, aún cuando sean en forma de botella. Con esta propuesta y usando los coeficientes de corrección que propone el ACI-318-05 en el Apéndice A, se obtienen resultados confiables.

El ACI-318-05 en la sección A.1. indica que una región B debe ser capaz de soportar las fuerzas que le transmite la región D, por lo tanto, la capacidad de resistir esas fuerzas entre los límites de estas dos regiones se encuentra determinada únicamente por la resistencia de la región B. En este modelo se tiene que el límite entre estas regiones esta acotado por la resistencia de la región B que corresponde a la unión viga-dado.

Se proporcionó acero para tener una capacidad por flexión en la unión viga-dado de  $15.00t$ , obteniendo un valor de carga teórica de  $15.42t$  con el Apéndice A del ACI-318-05. Mientras que en el ensayo experimental, la fluencia en el acero ubicado en la unión se presentó a un valor de  $16.02t$ .



**Figura 5.4. Resultado de fuerzas internas del modelo Puntal-Tensor para el espécimen EF-02.**

En el MPT de la figura 5.4 se observa que el elemento que esta a su máxima capacidad es el tensor E12 y E13, generándose una falla por tensión diagonal, así como también se puede ver que el elemento menos esforzado es el elemento E6 que corresponde al acero por flexión en la viga. El elemento E2 que corresponde al puntal de compresión de la ménsula esta demandado en un 52 %, lo que comprueba que el acero de confinamiento le da capacidad de soportar carga.

La primer fluencia debía presentarse en el acero que esta en la unión viga-dado, pero de acuerdo al resultado del MPT se presenta en el tensor E12 y E13. Aunque en los resultados experimentales no se tienen datos de que haya ocurrido dicho efecto. De acuerdo con los resultados de laboratorio las barras de 10mm instrumentadas con deformímetros de 5mm no dan buenos resultados, por lo tanto para este acero debió usarse deformímetros más pequeños.

Los datos obtenidos de los instrumentos instalados en el tensor E12 y E13 resultan en curvas que tienen forma extraña y no es posible definir algún valor de carga o deformación que sea útil para establecer si tienen esfuerzos importantes.

De acuerdo con el MPT para el espécimen ED-02, también se tiene que ese tensor están cerca de alcanzar su valor de fluencia ya que está esforzado a un 90 % de su capacidad, pero debido a que este modelo se sometió a una carga mas pequeña no se presentaron problemas en dicho elemento ya que primero cedió el tensor vertical en la ménsula, pero cabe mencionar que las curvas carga-deformación para el ED-02 tienen características similares que las del EF-02, confirmando aún mas que los deformímetros instalados no fueron los adecuados para el acero de 10mm .

**Tabla 5.3 Elementos mecánicos por elemento para el EF-02**

Elemento ID	Fuerza (tf)	Esfuerzo (kgf/cm <sup>2</sup> )	Demanda/Capacidad	Relación f'c	Descripción
E1	-15.05	150.52	0.456	0.456	Puntal Prisma
E2	-21.29	170.29	0.516	0.516	Puntal B/CR*
E3	15.05	2333.64	0.44	NA	Tensor
E4	11.31	2191.1	0.413	NA	Tensor
E5	15.05	2917.05	0.55	NA	Tensor
E6	4.37	846.56	0.16	NA	Tensor
E7	11.45	2219.29	0.419	NA	Tensor
E8	18.4	2853.28	0.538	NA	Tensor
E9	18.4	2853.28	0.538	NA	Tensor
E10	-15.05	100.35	0.304	0.304	Puntal Prisma
E11	-22.77	151.81	0.46	0.46	Puntal Prisma
E12	15.05	5300	1.000 (O/S)	NA	Fluye Tensor
E13	15.05	5300	1.000 (O/S)	NA	Fluye Tensor
E14	-5.03	50.26	0.203	0.152	Puntal B/SR*
E15	-12.12	96.96	0.49	0.294	Puntal B/SR*
E16	-16.64	133.08	0.538	0.403	Puntal B/SR*

\* Puntal B/SR = Puntal en forma de Botella sin refuerzo  
 \* Puntal B/CR = Puntal en forma de Botella con refuerzo

En la tabla 5.3 se puede corroborar lo presentado en la figura 5.4, donde es posible ver que de acuerdo al MPT debía fluir primero el tensor vertical antes que el acero a flexión de la unión viga-dado.

En la tabla 5.4 se presenta los elementos mecánicos por nodo para el EF-02; se puede ver con claridad que ningún nodo esta mas esforzado de su capacidad, garantizando la conexión de los elementos.



En la tabla 5.3 así como la 5.4 se muestra que la carga de fluencia para el EF-02 se presentó a un valor de 15.05t ; este valor corresponde a la fluencia del estribo vertical, sin embargo, para el valor de fluencia en el acero de flexión de la unión viga-dado debía presentarse a 19.72t de acuerdo con los resultados del MPT presentados por el CAST. Mientras que de forma experimental las barras alcanzan la fluencia a un estado de carga distinto, teniendo en promedio 18.11t .

Los resultados que arroja el MPT del CAST son únicamente para determinar la capacidad máxima del modelo. Si se desea aplicar un valor de carga diferente, el programa entrega el porcentaje al que está demandado con respecto a la carga máxima que puede soportar. Por tal motivo no se presentan los datos correspondientes a 19.72t . Pero se aplicó ese valor y del análisis resulta un factor de carga de 0.763, indicando que solamente puede soportar el 76.3% del valor aplicado. Como el valor de carga esta por arriba de la máxima fluye antes otro elemento en este caso el E12 y E13 a una carga de 15.05t .

Con los datos anteriores es posible llegar a que el valor de capacidad máxima del modelo es de 15.05t correspondiente al de carga de fluencia para el tensor vertical por el MPT, mientras que la primer barra fluye a 16.02t en el ensaye, consiguiéndose tener valores experimentales muy cercanos a los analíticos esperados.

**Tabla 5.4 Elementos Mecánicos por nodo para el EF-02**

Nodo ID	Elementos que conecta	Fuerza (t)	Esfuerzo (kgf/cm <sup>2</sup> )	Demanda/Capacidad	Relación f'c
N1	E1	-15.05	150.52	0.456	0.456
N2	E1	-15.05	150.52	0.57	0.456
	E2	-21.29	170.29	0.645	0.516
N3	E3	15.05	100.35	0.38	0.304
	E4	11.31	75.37	0.381	0.228
	E6	4.37	29.12	0.147	0.088
	E15	-12.12	96.96	0.49	0.294
N4	E3	15.05	100.35	0.507	0.304
	E4	11.31	75.37	0.381	0.228
	E5	15.05	100.35	0.507	0.304
	E8	18.4	122.69	0.62	0.372
N5	E14	-5.03	50.26	0.254	0.152
	E2	-21.29	170.29	0.645	0.516
	E5	15.05	100.35	0.38	0.304
N6	E10	-15.05	100.35	0.38	0.304
	E6	4.37	29.12	0.147	0.088
	E7	11.45	76.34	0.386	0.231
	E12	15.05	100.35	0.507	0.304
N7	E16	-16.64	133.08	0.672	0.403
	E8	18.4	122.69	0.62	0.372
	E9	18.4	122.69	0.62	0.372
	E12	15.05	100.35	0.507	0.304
N8	E13	15.05	100.35	0.507	0.304
	E10	-15.05	100.35	0.304	0.304
	E11	-22.77	151.81	0.46	0.46
	E13	15.05	100.35	0.304	0.304
	E14	-5.03	50.26	0.152	0.152
N9	E15	-12.12	96.96	0.294	0.294
	E7	11.45	76.34	0.386	0.231
	E9	18.4	122.69	0.62	0.372
N10	E9	18.4	122.69	0.62	0.372
N11	E16	-16.64	133.08	0.403	0.403
N12	E11	-22.77	151.81	0.46	0.46

## CAPÍTULO 6.

### INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS

#### 6.1. MODOS DE FALLA

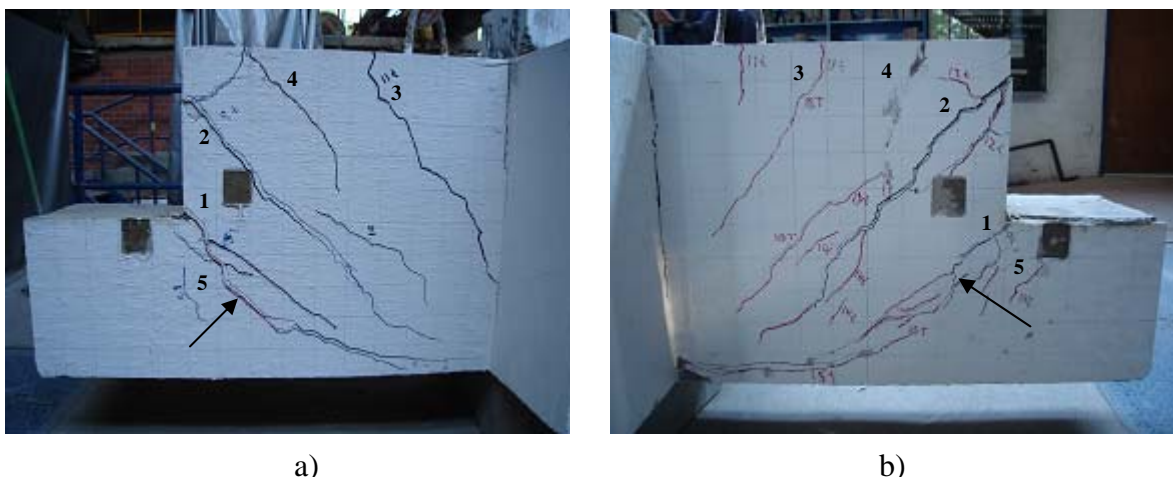
En el presente capítulo se muestran los modos de falla observados en los especímenes ensayados en el laboratorio del IIUNAM, una comparación de resultados y comparativa de lo obtenido analíticamente con lo experimental.

Cabe recordar que en los modelos se busca la falla por cortante en la unión viga-ménsula para el ED-02 y la falla por flexión en la unión viga-dado para el EF-02.

##### 6.1.1. Espécimen ED-02

Los modos de falla encontrados en los ensayos fueron establecidos desde un principio con la finalidad de establecer un procedimiento de diseño adecuado para ménsulas en extremos de vigas, así como buscar reducir la grieta en la esquina reentrante bajo condiciones de servicio para un buen comportamiento estructural.

El modo de falla que se presentó en el ED-02 es por tensión diagonal en la esquina reentrante a un valor de  $P_u = 14.00t$ . La grieta aparece a un valor de carga de  $1.93t$  correspondiente a  $P_{cr}$  y el ancho es muy pequeño en ese momento, aproximadamente  $0.15mm$ . A este valor de carga se obtuvo que las barras en flexión de la ménsula llegaron a un esfuerzo de  $450kg/cm^2$ , mientras que para el acero secundario y en el acero vertical es cero.



**Figura 6.1. Falla por tensión diagonal en la ménsula. a) Cara derecha, b) Cara Izquierda**

La grieta 1 en la figura 6.1 es generada por efectos de tensión-flexión, debido a que al aplicar la carga vertical se producen grandes tensiones en la esquina reentrante, en dicha figura es posible observar que las grietas son muy similares en las dos caras del modelo, lo

que es indicativo de que se tiene una buena distribución de carga con la placa de apoyo que se colocó. La tercera y cuarta grieta también son producto del efecto de flexión generada en la viga, debido a la carga vertical y por falta de acero horizontal en la viga.

El modo de falla en el ED-02 se presenta debido al escaso acero por cortante en el tensor vertical principal de la ménsula ya que los esfuerzos a tensión que se generan por la aplicación de la carga no los puede soportar el concreto, esto hace que se forme una grieta que aumenta su ancho muy rápido y provoca la falla. El refuerzo vertical en conjunto con el acero secundario en las ménsulas de concreto reforzado impiden la abertura de la grieta en la esquina reentrante y la ausencia del acero vertical permite una mayor apertura de la grieta.

En este espécimen se justificó que el acero secundario además de ayudar a que no se forme la grieta en la esquina reentrante también aporta una eficiencia en el confinamiento del puntal de la ménsula. Esta es la razón por la cual los reglamentos de diseño (ACI-318-05, RCDF-2004, PCI-1999) recomiendan el uso de este refuerzo, para garantizar la eficiencia a fuerzas de compresión en el puntal. Del mismo modo este refuerzo ayuda a que las ménsulas no experimenten grandes desplazamientos, también evita se formen agrietamientos importantes, impidiendo una falla por tensión diagonal o por cortante directo. El incremento en la capacidad de la ménsula usando este refuerzo pudo ser comprobado comparando los especímenes ensayados en este trabajo con los de Castillo (2008). Se notó que el uso de este acero evita la falla del puntal, ya sea frágil por compresión en el puntal, tensión diagonal e incluso por cortante directo en la unión viga-ménsula.

### 6.1.2. Especimen EF-02

El modo de falla presentado en el EF-02 fue de flexión en la unión viga-dado, para un valor de carga de  $16.02t$ . La grieta en este punto se forma de manera simultánea con la de la esquina reentrante a un valor de carga de  $3.58t$ ; la grieta formada por flexión inicia con un ancho mínimo de  $0.08mm$  y la de la esquina reentrante  $0.05mm$ .



Figura 6.2. Falla por flexión en la unión viga-dado. a) Cara derecha, b) Cara izquierda

En este modelo se busca la fluencia del acero a flexión en la unión viga-dado a una carga vertical analítica de  $15.05t$  antes de la falla en otro elemento del MPT y se obtuvo que la fluencia buscada se presentó a una carga experimental de  $16.02t$ . Ya que se había presentado el modo de falla buscado se decidió llevar el modelo a su capacidad máxima que fue de  $29.11t$  experimental. La capacidad a flexión analítica fue de  $18.89t - m$  correspondiente a un valor de carga vertical de  $28.63t$ . Como el espécimen se llevó a la falla el acero colocado en la unión viga-dado alcanzó su etapa de deformación por endurecimiento. Para el valor de  $29.11t$  no se tiene registro de la deformación a la que estaban sometidas las barras, porque los instrumentos instalados tienen el problema que se despegan al llegar el acero a la fluencia, así que sólo alcanzaron a medir el estado de deformación correspondiente a la fluencia.

Las grietas tres, cuatro y cinco son provocados por la flexión que genera la carga vertical, y la trayectoria de las tres es en diagonal y a un ángulo de  $50^\circ$ . Estas grietas se forman por falta de acero horizontal en la viga, así que, si se toman en cuenta los modos de falla que propone el PCI-1999 se debe colocar acero horizontal distribuido en el peralte de la viga para evitar anchos de grietas mayores a los permitidos, ya que este reglamento solo recomienda colocar acero en la parte inferior (ver figura 2.3). De todas estas grietas la que presentó una abertura importante es la cinco con  $1.60mm$  mientras que las otras dos son anchos pequeños.

Con los resultados de los instrumentos instalados en las barras de acero se vio que aquellas que fluyeron y que alcanzaron un estado plástico, permitieron que el elemento de concreto reforzado desarrollara anchos de grietas mayores en esos puntos, en comparación con las barras que se encuentran en el rango elástico que tienen ancho de grietas menores. Por lo antes mencionado debe garantizarse que en los elementos de concreto, el acero no alcance la deformación por endurecimiento (estado plástico) para que el ancho de grieta sea menor y con esto evitar problemas en las estructuras.

Otra observación en los ensayos es que el agrietamiento por flexión es de consideración, principalmente la de la esquina de la viga, en la figura 6.1 grieta 2 y en la figura 6.2 la 5, la cual se genera por la falta de estribos verticales paralelos al acero principal por cortante. Al generarse la flexión en la viga se provoca tensión en el concreto y como este no tiene capacidad para resistirlas se necesita acero de refuerzo para evitar la formación e incremento del ancho de las grietas.

En el ensaye se observó que a medida que aumenta la carga el ancho de la grieta debido a flexión aumenta, lo que genera la pérdida de capacidad del elemento. Por lo que debe evitarse que aparezca dicha grieta, que se prolongue y sobre todo que no aumente su abertura ya que en las construcciones esto ocasiona que el acero quede expuesto a los ataques de corrosión; fenómeno que debe cuidarse en las estructuras de concreto reforzado para evitar la disminución de áreas efectivas de acero.

El modo de falla en el espécimen (EF-02) se presentó por flexión en la unión viga-dado, confirmando nuevamente la eficiencia de usar el acero secundario, también se comprobó la importancia de un adecuado acero horizontal principal para que la ménsula no presente ningún problema. Con este modo de falla se puede decir que se cumple con el planteamiento inicial de tener la conexión más fuerte que los elementos que se unen a ella; es decir que la región D soporte las cargas aplicadas y esta a su vez sea capaz de transmitir las fuerzas resultantes a la región B.

Para tener un buen comportamiento en condiciones de servicio, es decir, evitar que la grieta en la esquina reentrante se forme a cargas muy pequeñas, que el ancho de grieta sea grande, impedir que se genere alguna falla frágil en la ménsula y que la región B sea capaz de adquirir las reacciones que le transmite la región D, se logra usando un procedimiento de diseño adecuado, así como también tener un buen criterio para colocar la cantidad de acero necesaria y en las zonas apropiadas.

## 6.2. COMPARACIÓN DE RESULTADOS

### 6.2.1. Carga Última vs Experimental

Las cargas últimas obtenidas de forma experimental fueron muy similares a las calculadas analíticamente con el MPT, por lo que se hace una comparativa de resultados con tres procedimientos distintos: el MPT propuesto en este trabajo, las ecuaciones propuestas por Russo *et al* (2006) y el ACI-318-2005 de la sección 11.9. El procedimiento de Russo *et al.* es aplicable a ménsulas que están unidas a las columnas, y es muy parecido al propuesto por el ACI-318-05 en la sección 11.9, donde se presentan las disposiciones especiales para ménsulas y cartelas. La diferencia entre estos dos procedimientos es la contribución del acero horizontal secundario, el ACI-318-05 no considera el acero secundario, mientras que Russo *et al.* (2006) si lo toma en cuenta.

En la tabla 6.1 se presenta un resumen de los resultados obtenidos experimentalmente para los modelos ED-02 y EF-02, además se incluyen los ensayados por Castillo (2008). Se realiza una comparación con los cuatro modelos. En dicha tabla se tiene la carga última experimental así como los resultados de diseño calculados con tres métodos distintos, los cuales son: el procedimiento de la sección 11.9 del ACI-318-05 para ménsulas y cartelas, las ecuaciones propuestas por Russo *et al.* (2006) y el Modelo Puntal-Tensor propuesto en este trabajo.

Para el procedimiento del ACI-318-05 se usó un factor de reducción de resistencia  $\phi = 1.0$  por tratarse de una prueba experimental. Como se usó un concreto de  $330\text{kg}/\text{cm}^2$ , fue posible aplicar la siguiente ecuación para determinar el acero secundario para el confinamiento del puntal de la ménsula, ya que de acuerdo con este reglamento se puede usar únicamente cuando  $f'_c \leq 400\text{kg}/\text{cm}^2$ .

$$\sum \frac{A_s}{b_s S} \text{sen} \alpha \geq 0.003 \quad 6.1$$

Donde  $A_s$  Es el área total del refuerzo

$S$  Distancia entre las capas de acero

$\alpha$  Ángulo entre el acero secundario y el puntal.

Como se mencionó anteriormente, el EF-01 fue ensayado dos veces, primero con las características iniciales (sin bandas de fibras de carbono) y después se reforzaría con fibras de carbono, como este modelo no se llevó a la falla con las características iguales a los modelos aquí ensayados, por lo tanto no se tienen resultados para compararlos con el ED-01, ED-02 y EF-02, así que se optó por tomar los resultados de la prueba del espécimen reforzado con fibras de carbono. Se tomó así para revisar su comportamiento con el MPT

propuesto teniendo características distintas en materiales, también considerando que para los cuatro modelos se siguió el mismo procedimiento de diseño, construcción y ensaye con la diferencia del uso de refuerzo ya mencionado.

El ACI-318-05 en su sección 11.9 propone ecuaciones para el cálculo de ménsulas, pero estas son adecuadas únicamente para aquellas que están unidas a las columnas. Si se desea hacer un diseño con estas se debe cumplir con la geometría que ahí se indica, por ejemplo, que  $a/d < 1$ . De los dos especímenes ensayados en esta investigación, se pudo comprobar que los resultados de aplicar estas ecuaciones no son conservadores, sino todo lo contrario, ya que resulta una carga mayor a la que alcanzaron los modelos experimentalmente como se puede ver en la tabla 6.1. Por lo tanto, su uso no es muy confiable para aplicarlo a ménsulas en extremos de vigas. Además, estas ecuaciones no consideran la contribución del acero de refuerzo secundario como refuerzo transversal del puntal el cual es de vital importancia por las razones ya mencionadas, y si no se toma en cuenta es difícil llegar a resultados cercanos a la carga última real porque este acero también contribuye.

**Tabla 6.1 Comparación de Resultados Analíticos contra Experimentales**

Especímen	$P_{u\ exp}$	$P_{u\ calc}$ [t]			$P_{u\ exp}/P_{u\ calc}$			Modo de falla
		Sección 11.9 ACI	Russo <i>et al.</i>	MPT propuesto	Sección 11.9 ACI	Russo <i>et al.</i>	MPT propuesto	Exp/Calc
ED-01	12.82	17.48	11.81	12.11	0.73	1.09	1.05	TD/TD
EF-01	21.60	25.74	19.15	22.88	0.84	1.13	0.94	ADH/TF
ED-02	14.00	21.61	10.66	13.67	0.64	1.31	1.02	TD/TD
EF-02	16.02	36.02	15.42	15.05	0.44	1.03	1.06	F/F
EF-02 (Falla)	29.11	36.02	15.42	15.05	0.80	1.88	1.93	F/F

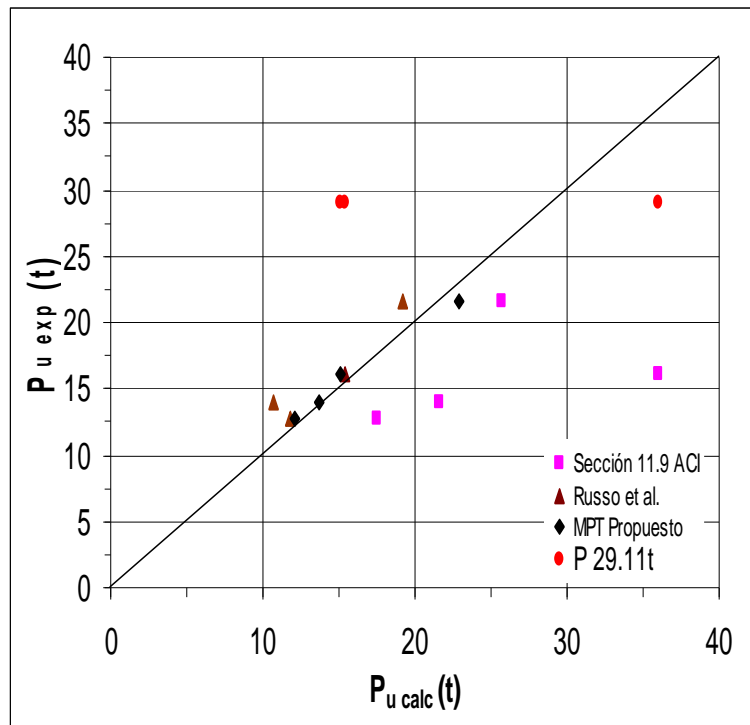
TD: Tensión Diagonal      ADH: Adherencia      F: Flexión

El procedimiento propuesto por Russo *et al* (2006). usando el modelo Puntal-Tensor para ménsulas que están unidas a las columnas es aplicable para aquellas que tengan características geométricas similares a las presentadas por el ACI en la sección 11.9 una diferencia importante entre estos dos procedimientos es que Russo *et al.* (2006) considera la contribución del acero secundario en el puntal diagonal. A pesar de que los especímenes no cumplían con las condiciones señaladas en el procedimiento, se determinó la carga de falla de los modelos y se encontró que los resultados son muy parecidos al valor de la carga última real. Usando la tabla 6.1 se puede ver que para el EF-02 <sub>falla</sub>, la carga experimental es muy alta y no corresponde a la búsqueda de acuerdo con el MPT, esto porque el modelo se llevó hasta la falla total, así que esta carga corresponde a  $P_{u\ max}$  y no a la que se buscaba que es la carga de fluencia en las barras de flexión de la unión viga-dado, esta es la causa que la relación  $P_{u\ exp} / P_{u\ calc}$  es mucho mayor a 1. Con esto queda comprobado que la fluencia en las barras no es sinónimo de colapso, pero si de falla, ya

que cuando las barras pasan esta etapa se tienen anchos de grieta muy importantes, como se mencionó anteriormente, por tal razón se debe evitar que el acero pase la fluencia.

La carga de fluencia en las barras de la unión viga-dado se presentó a una carga de 16.02t estando muy cerca de los 15.42t que corresponde al EF-02 y presenta una relación  $P_{u\text{exp}}/P_{u\text{calc}}$  de 1.03. Estos resultados indican que el modelo propuesto por Russo *et al.* puede ser usado en este tipo de ménsulas, pero el procedimiento de Puntal-Tensor es más preciso en los cálculos.

El procedimiento del Puntal-Tensor aporta resultados muy cercanos a la carga última experimental, lo cual se puede ver en la tabla 6.1 donde se tiene que para los especímenes ED-01, ED-02 y EF-02, resulta una relación de  $P_{u\text{exp}}/P_{u\text{calc}}$  muy cerca a la unidad, indicando una buena demanda-capacidad de los modelos analizados y por lo tanto una correcta eficiencia. En el caso del EF-01 se tiene una eficiencia menor porque presentó una falla inesperada por anclaje del tensor a flexión principal, pero si no hubiese sucedido esto, su eficiencia estaría del lado conservador con el modelo MPT. El EF-02<sub>falla</sub> presenta una eficiencia mayor porque fue llevado a la falla total como se explicó anteriormente.



**Figura 6.3. Carga Última Experimental contra Carga analítica**

En la figura 6.3 se muestran de forma grafica los datos de la tabla 6.1. Los puntos por encima de la línea diagonal se encuentran del lado conservador, contrario a los que están por abajo. Nótese cómo los valores obtenidos con el ACI-318-05 están muy separados de la línea y por lo tanto del lado no-conservador. Los resultados de Russo *et al.* (2006) son conservadores pero quedan un poco separados de la línea diagonal, mientras que el procedimiento del Modelo Puntal-Tensor propuesto esta del lado conservador y con la diferencia de estar muy cerca de la línea. En esta figura se puede comprobar la eficiencia del MPT.

### 6.2.2. Carga de agrietamiento

De los modelos ensayados se puede decir que la formación de la grieta en la esquina reentrante depende básicamente de la geometría de la sección y del valor de  $f'c$ . haciendo un análisis con puntales y tensores se puede considerar que depende únicamente del acero a flexión principal que se coloque. Para corroborar esto se hará una comparativa entre los dos modelos aquí ensayados y los de Castillo (2008), ya que entre los 4 modelos existen diferencias en la configuración del acero a flexión principal. En la tabla 6.2 se muestra la cantidad de acero que tenían los modelos ensayados por Castillo (2008).

**Tabla 6.2 Cantidad de acero en los modelos ensayados por Castillo (2008)**

Espécimen	# de barras horizontales	# barras verticales
ED-01	2 – 13mm	2 – 13mm + 1E – 10mm
EF-01	2 – 13mm	4 – 13mm + 1E – 10mm

En la tabla 6.3 se muestra el valor de la carga a la cual se presentó la grieta en la esquina reentrante para los cuatro modelos. Cabe recordar que el ED-02 contaba con tres barras en la zona de flexión principal y el EF-02 tenía cinco. La diferencia en la cantidad de acero es lo que contribuye a que se aumente la  $P_{cr}$ .

**Tabla 6.3 Valores de  $P_{cr}$  obtenidos experimentalmente**

Espécimen	Carga (t)
ED-01	2.72
EF-01	2.20
ED-02	1.93
EF-02	3.58

Entre el ED-02 y el EF-02 se tiene un incremento en el acero del 67% mientras que la carga de agrietamiento  $P_{cr}$  aumentó en un 85%, lo que indica que la carga de agrietamiento depende de la cantidad de acero por flexión que se coloque.

En los modelos ED-01 y EF-01 se tiene una diferencia de la carga de agrietamiento de  $0.52t$ . Para estos modelos no debería haber diferencia, porque de acuerdo con lo encontrado en los ED-02 y EF-02, solo el acero por flexión contribuye a la formación de la grieta y estos tenían la misma cantidad en esa zona. La única diferencia de acero que tenían el ED-01 y EF-01 es en el acero vertical como puede verse en la tabla 6.2. De acuerdo con los resultados obtenidos por Castillo (2008) se tiene la impresión que el acero principal vertical contribuye a la formación de la grieta, pero debido al incremento tan pequeño y lo obtenido en los modelos ensayados en este trabajo se concluye que no.

Del resultado del ensaye en el ED-02, se llegó a que la grieta se forma cuando el esfuerzo del acero de flexión en promedio es de  $450kg/cm^2$ . Pero en el EF-02 se registraron que los esfuerzos en el acero por flexión en promedio son de  $600kg/cm^2$ . Para este último espécimen las deformaciones registradas en el acero fueron muy grandes, tanto que la



deformación de fluencia corresponde a un esfuerzo de  $7100\text{kg}/\text{cm}^2$ , siendo que en el ensaye de las barras a tensión la fluencia ocurrió a  $5300\text{kg}/\text{cm}^2$ , por tal motivo no es confiable usar estos resultados. Se toma el esfuerzo de  $450\text{kg}/\text{cm}^2$  porque fue el que se obtuvo del ED-02 y porque la relación entre el esfuerzo de fluencia obtenido en el EF-02 y el medido en las barras es de 1.33 y la relación entre el esfuerzo de las barras correspondiente a la formación de la grieta del EF-02 y el del ED-02 es también 1.33. Este problema en los registros únicamente se presentó en los instrumentos instalados en el acero a flexión principal, lo cual puede ser consecuencia de la configuración de los equipos de adquisición de datos; esto porque tal configuración requiere de varios factores de calibración que puede llevar a cometer fácilmente un error. Otro factor puede ser que los cables de los instrumentos hayan estado dañados o incluso los mismos instrumentos se pudieron haber golpeado a la hora del colado.

Tomando en cuenta los resultados del ED-02 se estableció que el esfuerzo en el acero cuando se forma la grieta en la esquina reentrante es de  $450\text{kg}/\text{cm}^2$ . Con este dato y realizando un diagrama de cuerpo libre del modelo en el cual se cumpla el equilibrio, se llegó a que la  $P_{cr}$  se puede determinar mediante la siguiente expresión:

$$P_{cr} = \frac{450 A_s d'}{a} \quad 6.2$$

- Donde  $P_{cr}$  Carga a la cual se presentara la grieta en la esquina reentrante.  
 $A_s$  Área de acero que se encuentra en flexión principal para la ménsula.  
 $d'$  Distancia entre el acero horizontal superior y el acero horizontal inferior.  
 $a$  Distancia del punto de aplicación de la carga al paño de la viga.

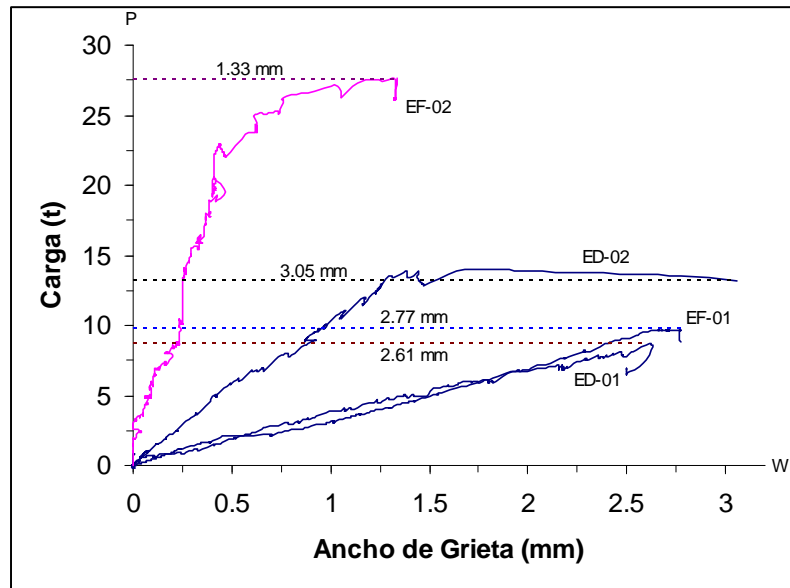
**Tabla 6.4 Valores de  $P_{cr}$  obtenidos con la ecuación 6.2**

Espécimen	$P_{cr}$ calculada (t)	$P_{cr\text{exp}} / P_{cr\text{calc}}$
ED-01	1.42	1.91
EF-01	1.42	1.55
ED-02	2.14	0.90
EF-02	3.57	1.00

Aplicando la ecuación 6.2 a los 4 especímenes, se tienen los resultados mostrados en la tabla 6.4. En los modelos ED-02 y EF-02 se observa que el valor de la carga de agrietamiento calculada es muy cerca de la obtenida del ensaye, pero no es el caso en los ED-01 y EF-01. La razón puede ser que en los especímenes ED-02 y EF-02 la carga de agrietamiento experimental se obtuvo directamente del ensaye y para los otros especímenes se tomó de la curva carga-desplazamiento. El tomar el valor de la curva resulta ser un valor mayor a la que se toma directamente del ensaye, esto porque la curva registra el cambio de pendiente hasta que el ancho de grieta es considerable y la puedan medir los instrumentos.

### 6.2.3. Ancho de grieta

En la figura 6.4 se tienen las curvas del comportamiento de la grieta diagonal principal (esquina reentrante) de los dos especímenes ensayados en este trabajo y los dos probados por Castillo (2008). Comparando las cuatro curvas se puede notar que la pendiente para los modelos ED-01 y EF-01 es igual, en cambio para los otros dos modelos es diferente, por lo tanto, se puede decir que la rigidez aumenta al estar más reforzado el espécimen (el EF-02 es el más reforzado que el ED-02). También se pudo confirmar que la formación de la grieta depende del acero horizontal que se coloque y su ancho depende de la cantidad de acero vertical que tenga la ménsula.



**Figura 6.4. Comparativa de ancho de grieta en la esquina reentrante de los especímenes en el rango elástico.**

Los anchos de grietas presentados en la figura 6.4 correspondientes a los especímenes ED-01 y EF-01, fueron modificadas de acuerdo a los resultados obtenidos directamente de los instrumentos de medición usados por Castillo (2008) por lo que existen diferencias entre los que aquí se muestran y los que presenta Castillo (2008) en su trabajo. Ahora bien, si con estas curvas comparamos los modelos, es claro que el modelo más reforzado presenta el mejor comportamiento en cuanto al ancho de grieta.

**Tabla 6.4. Anchos de grieta de los modelos en la esquina reentrante**

Especímen	$P_{\text{última}}$	Ancho de grieta (mm)
ED-01	8.67	2.61
EF-01	9.75	2.77
ED-02	14.00	3.05
EF-02	29.11	1.33

Revisando el comportamiento de los modelos, se puede tomar como referencia la carga del espécimen ED-01 correspondiente a  $8.67t$ , esto para comparar su curva con el resto. Así

que para el EF-01 que tiene el mismo acero horizontal y doble de barras de acero en el tensor vertical se nota que el ancho de grieta es prácticamente el mismo, en cambio el ED-02 que contiene el mismo acero vertical y un 50% más en el tensor horizontal se reduce en un 67%. Por último, el EF-02 tiene una disminución del 92%, con el mismo acero vertical y un incremento del 150% en el acero horizontal principal. Estos cálculos se realizaron con  $P = 8.67t$  donde se obtuvo que el ancho de grieta  $w$  fue de  $w = 2.61mm$ ,  $w = 2.41mm$ ,  $w = 0.87mm$  y  $w = 0.22mm$  para ED-01, EF-01, ED-02 y EF-02, respectivamente.

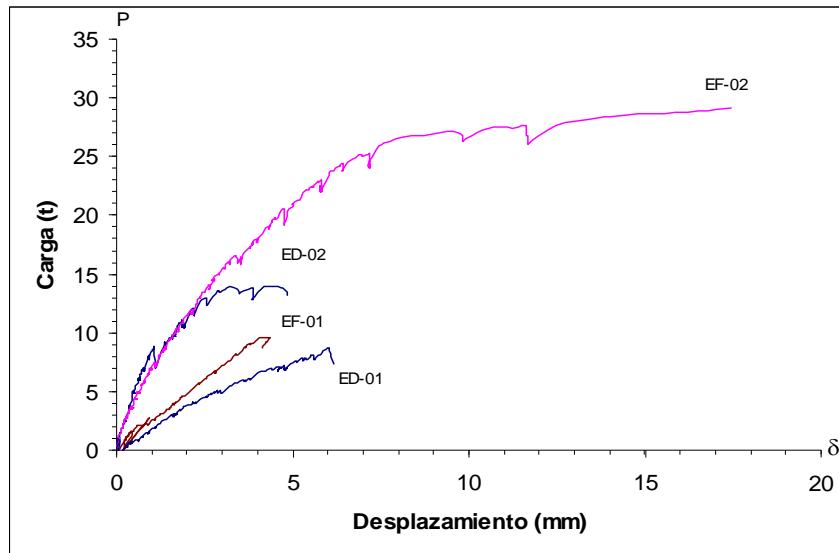
La carga de servicio se puede considerar aproximadamente igual a la mitad de la carga última, considerando todos los factores de carga y resistencia que recomiendan los reglamentos de construcción. La carga última que se obtuvo de acuerdo con el MPT para el espécimen ED-02 es de  $13.67t$  y para el EF-02 de  $15.05t$  por lo tanto la carga de servicio correspondientes son  $6.83t$  y  $7.52t$  respectivamente. Por otra parte las deformaciones en las barras para las cual se forma la grieta, corresponden a un esfuerzo de tensión de aproximadamente 10% el de fluencia, así que si se quiere controlar la grieta bajo cargas de servicio únicamente con acero ordinario se necesitaría cantidades muy grandes de refuerzo. De acuerdo con estos resultados, la grieta en la esquina reentrante se forma a cargas muy pequeñas en comparación con las de servicio.

Con los datos anteriores y con el apoyo de la figura 6.4 se puede decir que para evitar se forme e incremente el ancho la grieta en la esquina reentrante se debe colocar acero vertical y horizontal para tener un buen comportamiento bajo cargas de servicio, dichas cargas pueden ser comparadas con las resultantes de aplicar la ecuación 6.2. Otra forma de evitar la formación de la grieta, es el uso de presfuerzo en este tipo de vigas, ya que el presfuerzo en el concreto es muy efectivo para la reducción de grietas, en el siguiente capítulo se presenta el uso de presfuerzo en ménsulas.

#### 6.2.4. Desplazamiento

La capacidad de desplazamiento en las ménsulas depende de colocar o no acero secundario así como la cantidad de éste, ya que se vio que los modelos que no cuentan con este acero presentan una falla frágil en el puntal diagonal de la ménsula. Se puede observar en la figura 6.5 que los modelos que tienen acero secundario como el ED-02 y el EF-02 presentan la misma rigidez. A  $14.00t$  presentan el mismo desplazamiento, esto porque dicho acero le genera un confinamiento importante al puntal de la ménsula que no le permite se presente una falla frágil en el puntal diagonal.

En la figura 6.5 se puede comprobar que los modelos ED-01 y el EF-01 que no tienen acero secundario experimentan valores de desplazamientos pequeños y con estos se provoca una falla frágil en el puntal diagonal de la ménsula por el escaso confinamiento que se le proporciona y por lo tanto la falla de la ménsula. Mientras que el ED-02 y el EF-02 que cuentan con acero secundario presentan desplazamientos iguales e incluso mayores en comparación con los primeros sin generar una falla frágil en el puntal. Los desplazamientos para estos últimos son mayores debido a la colocación del acero secundario y no se presentó ningún problema en la ménsula teniendo aún capacidad para desplazarse. Esta es la razón por la cual debe proporcionarse este acero a las ménsulas en extremos de vigas.



**Figura 6.5. Comparación de las curvas carga-desplazamiento para los cuatro modelos.**

Es necesario aclarar que el espécimen EF-01 no fue ensayado hasta la falla sino que se llevó a una carga donde solamente presentara un agrietamiento importante para después ser reforzado con fibras de carbono. Por tal razón presenta desplazamientos menores que el ED-01, pero si fuese llevado a la falla el desplazamiento final debería ser igual y presentaría una falla en el puntal de la ménsula.

Las curvas correspondientes a los especímenes ED-01 y EF-01 de la figura 6.5, fueron modificadas de acuerdo a los resultados obtenidos directamente de los instrumentos de medición usados por Castillo (2008), por lo que existen diferencias entre las aquí se muestran y las que presenta Castillo (2008) en su trabajo.

Con todo lo presentado en este capítulo se puede concluir que el modelo Puntal-Tensor es más adecuado para el diseño de ménsulas en extremos de vigas, porque es confiable, eficiente y es sencilla su aplicación, por lo tanto, lo vuelven el más recomendable por la correcta eficiencia en su comportamiento. Además de que se puede usar para cualquier elemento que presente variaciones complejas de esfuerzos, también presenta la facilidad de modelar cualquier refuerzo en zonas discontinuas.

## CAPÍTULO 7.

### PROPUESTA DE DISEÑO DE MÉNSULAS CON PRESFUERZO

Un elemento presforzado es aquel que contiene tendones en su interior que serán presforzados ya sean adheridos o no al concreto. Entiéndase por presfuerzo como la acción de prestar el tendón y que impone esfuerzos en un elemento estructural antes de ponerlo en servicio, por medio del cual le permite tener un mejor comportamiento ante las cargas y fuerzas que se le apliquen en sus condiciones a las que está destinado, así como cumplir mejor las funciones para las que fue diseñado.

#### 7.1. CARACTERÍSTICAS DEL PRESFUERZO

El método más común para aplicar el presfuerzo es crear un estado de esfuerzos de compresión en el concreto con el fin de que se equilibren de forma total o parcial los esfuerzos de tensión que se presentan en el elemento en condiciones de servicio.

El concepto original del concreto preesforzado consistió en introducir suficiente precompresión axial en elementos de concreto para eliminar los esfuerzos de tensión que se generan en el concreto. Esta idea cada vez se ha vuelto menos restrictiva porque se pueden permitir esfuerzos de tensión en el concreto y un cierto ancho de grietas, establecido en los reglamentos de construcciones.

El presfuerzo se proporciona por medio de tendones de acero de alta resistencia, los cuales se tensan (o presfuerzan) y a continuación se anclan. Los tendones no deben estar necesariamente en el interior del concreto, sino que pueden quedar en el exterior como un tirante, también se puede dar presfuerzo por medio de una fuerza exterior.

Diseñar una ménsula en extremo de una viga para la carga última no es necesariamente una garantía de resistencia suficiente, porque la formación de la grieta en la esquina reentrante se presenta a porcentajes de carga aproximada de 14 % con respecto a la carga última y esto puede generar problemas en su comportamiento. Por ejemplo, se pueden presentar deflexiones importantes ó incluso, meterse agua a través de la grieta ocasionando la corrosión del acero y por consecuencia la pérdida de resistencia a tensión.

En base a lo expuesto anteriormente, el concreto presforzado es una opción adecuada para evitar aparezca la grieta en la esquina reentrante de las ménsulas en extremos de vigas. Por ello se estudia en este capítulo el comportamiento de las ménsulas y se desarrolla un procedimiento de diseño.

#### 7.2. VENTAJAS Y DESVENTAJAS

Cada material o método de construcción tiene su propio campo de aplicación, es por eso que el concreto presforzado tiene grandes ventajas sobre el concreto reforzado pero también tiene sus desventajas, por tal motivo se hace una comparación de las dos técnicas.

Una diferencia importante que existe entre el concreto presforzado y el concreto reforzado, es la aplicación de materiales de mayor resistencia en el concreto presforzado. El concreto de alta resistencia puede no ser económico usarlo en la construcción del concreto reforzado, pero es necesario en el concreto presforzado. El usar concreto de alta resistencia en el diseño de elementos de concreto reforzado resultarían secciones de dimensión menor, pero requiriendo más acero de refuerzo y al final terminaría con un diseño costoso.

El empleo de estructuras de concreto presforzado es más adecuado para grandes claros y para aquellos que soportan cargas altas, ya que en estas aplicaciones resultan elementos más esbeltos, no se agrietan bajo cargas de servicio y cuando pudieran aparecer grietas bajo sobrecargas, se cerraran tan pronto se retire la carga, a menos que la carga sea excesiva. Sucediendo lo contrario si se emplea concreto reforzado

La principal ventaja del uso de presfuerzo en ménsulas en extremos de vigas se halla en la formación de la grieta en la esquina reentrante bajo condiciones de servicio. La carga vertical aplicada en la ménsula genera flexión y debido a esta flexión se presentan tensiones en el concreto en la esquina reentrante que hace que este se agriete. Al colocar presfuerzo en esa zona elimina las tensiones y las convierte en compresión evitando así el agrietamiento.

En cuanto a la utilidad, un defecto del concreto presforzado es que los elementos son ligeros. Aunque en la práctica pocas veces se presentan casos donde se necesita masa en lugar de resistencia, para estos casos el concreto reforzado es más eficiente y a un costo menor. Los elementos presforzados también tienen problemas considerables en las conexiones entre si.

### **7.3. PROCEDIMIENTO DE DISEÑO DE MÉNSULAS DE ACUERDO AL PCI**

Se proporcionará acero de refuerzo al espécimen ED-02 y EF-02 de acuerdo con el procedimiento propuesto por el PCI-1999. Para esto se establece una carga  $P_u$  a cada modelo. El resultado se comparó con el MPT propuesto. A continuación se muestra el desarrollo del procedimiento del reglamento PCI-1999.

De acuerdo con el PCI-1999 descrito en el capítulo 2, el primer modo de falla que debe prevenirse es por flexión y tensión axial. Al igual que el ACI-318-05 el PCI-1999 recomienda que la ménsula debe ser capaz de resistir simultáneamente un momento flexionante y una tensión axial directa. En caso de no actuar la tensión directa sobre la ménsula se recomienda considerar una carga del 20% de la carga vertical.

El cortante directo debe ser resistido por la combinación de  $A_s$  y  $A_h$  por lo que debe colocarse estribos horizontales de acero (acero secundario). La tensión diagonal que emana de la esquina reentrante debe ser resistida por estribos verticales en la viga (colocados en la unión viga-ménsula). La tensión diagonal en extremo extendido de la ménsula, será tomada por acero vertical ó estribos en la ménsula. Por último, para resistir la tensión diagonal en la porción sin ménsula (esquina superior de la viga), se debe colocar acero horizontal.

Con los resultados obtenidos de aplicar el procedimiento de diseño del PCI-1999 y con el MPT propuesto se llegó a que son muy similares las cantidades de acero.

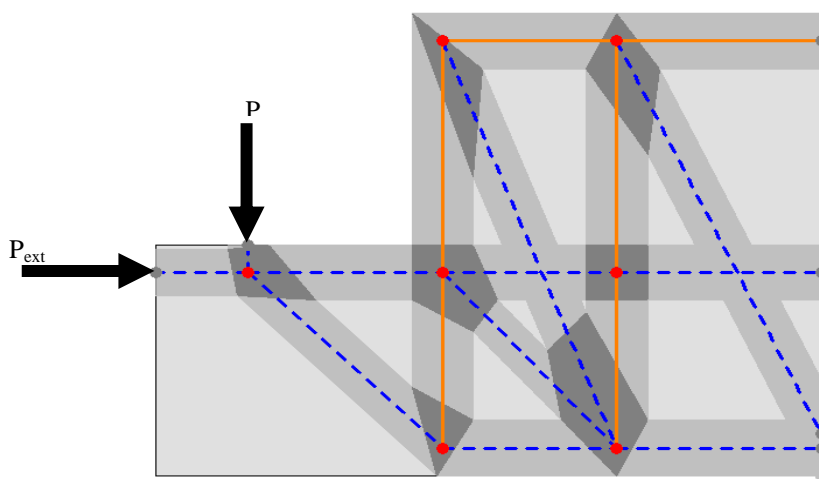
La metodología de diseño del PCI no toma en cuenta el presfuerzo en ménsulas, probablemente porque considera que las ménsulas son elementos muy cortos donde es difícil colocar los tendones, sobre todo para anclarlos y garantizar un trabajo adecuado de la pieza. Pero como en nuestro caso estos elementos están pegados a vigas donde tiene suficiente longitud para colocar y anclar el presfuerzo.

Con los resultados de los diferentes procedimientos aquí presentados para proporcionar acero a ménsulas en extremos de vigas, se puede decir que cualquiera que se use para diseñar una ménsula se tendrá una grieta en la esquina reentrante a niveles de carga muy bajos, aproximadamente 14% de la carga última. Para tratar de solucionar el problema de la presencia de agrietamiento a niveles de carga muy pequeños, se propone usar acero presforzado horizontal, este presfuerzo se colocara únicamente para evitar el agrietamiento en la esquina reentrante, y para no modificar el acero obtenido de acuerdo a flexión y tensión directa se recomienda no considerar el presfuerzo para soportar tales efectos.

#### 7.4. MODELO ANALÍTICO

En 1994, Julio Ramirez (Ramirez, 1994) hizo una propuesta de modelar un espécimen con MPT cuando existe presfuerzo en un elemento; ésta consiste en colocar una fuerza externa sobre el modelo. La fuerza externa debe ser equivalente a la que producen los tendones. La ubicación de la fuerza depende de la distribución de los tendones; si se encuentran repartidos en toda el área transversal, se tiene que distribuir esa fuerza en la armadura del MPT propuesto. Pero si estos están ubicados directamente sobre una zona específica de la ménsula, se aplicará directamente en ese punto.

En los especímenes ED-02 y EF-02 se propone usar acero de presfuerzo en la zona de flexión para evitar se forme la grieta en la esquina reentrante, por lo que la fuerza estará ubicada directamente donde están los tendones. En la figura 7.1 se puede ver más claramente esta descripción, donde  $P_{ext}$  representa la carga aplicada debido al presfuerzo y  $P$  la carga de servicio del modelo.



**Figura 7.1. Ubicación de la carga externa usando acero de presfuerzo en los modelos.**

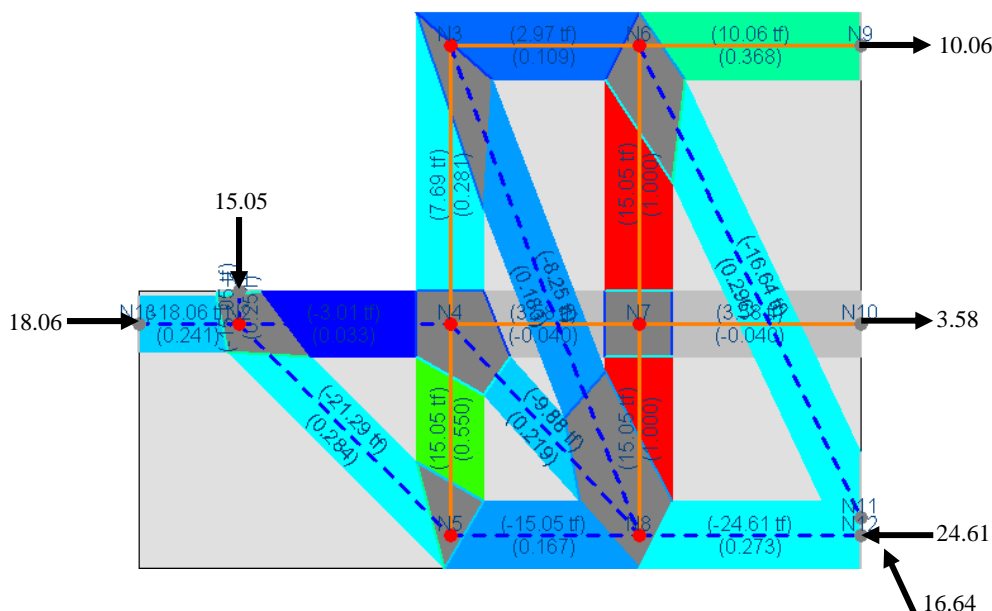
Una segunda opción para considerar el efecto cuando se usa presfuerzo, es aplicando una carga puntual en la sección y calculando los esfuerzos debido al presfuerzo con un método

estático elástico, como se hace en diseño de estructuras de este tipo. En este caso se determinan los esfuerzos de compresión que hay en la esquina reentrante y después se busca la carga vertical que genera que esos esfuerzos se inviertan a tensión. Después de esto se busca la carga que soportaría el concreto sometido a tensión y se adiciona a la anterior. Este procedimiento se describe a detalle más adelante.

A continuación se presentan las dos opciones de modelado descritas anteriormente para definir el procedimiento que presente mejores resultados, para que pueda ser usado en el análisis y diseño de ménsulas en extremos de vigas para mejorar su comportamiento bajo cargas de servicio y se pueda aumentar la capacidad de soportar carga sin que se forme la grieta en la esquina reentrante.

Una de las condiciones que tienen que tomarse en cuenta para usar presfuerzo en elementos de concreto, es el empleo de materiales de alta resistencia así como de anclaje adecuado para garantizar un buen trabajo de los tendones. A pesar de la conveniencia de usar materiales de alta resistencia, para los modelos realizados con MPT se usaran las resistencias reales del concreto y del acero que tenían los modelos y que fueron medidos en laboratorio.

En la figura 7.2 se muestra el modelo del espécimen fuerte, aplicando una fuerza externa como lo propone Ramirez (1994), la carga externa es  $P = 18057.60kg$  equivalente a usar 2 tendones de  $\frac{1}{2}$ " con  $f_y = 19000kg/cm^2$  y una área  $A_s = 0.99cm^2$ , tensados al 60% de su capacidad y considerando las perdidas debido al presfuerzo.



**Figura 7.2. Resultado de fuerzas internas del modelo Puntal-Tensor para el espécimen EF-02 tomando en cuenta el presfuerzo como carga externa.**

Las unidades usadas en la figura 7.2 son toneladas. En dicha figura se observa como la falla de este espécimen se sigue presentando a una carga  $P_u = 15.05t$ , fallando los



elementos E12 y E13, mismos que fallarían si no se usara presfuerzo, obteniéndose también al mismo valor de carga última. Pero se puede observar que el acero de presfuerzo cumple con el objetivo para el que fue puesto, reducir el esfuerzo de tensión en el elemento horizontal principal (acero horizontal), ya que este pasó de 15.05t a tensión, a 3.01t a compresión (los resultados del modelo sin presfuerzo se presentaron en el capítulo 5).

Mientras se tenga una fuerza de compresión sin sobrepasar el esfuerzo límite en el E3, no debe formarse ninguna grieta. Por lo tanto, el elemento horizontal (E3) debe tener un esfuerzo de tensión para que se forme la grieta. Ahora bien, si se aísla el nodo N2 e imponiendo un valor de esfuerzo cero al E3 se necesita una carga vertical de 18.99t para que se forme la grieta en la esquina reentrante. Así que para la carga última de 15.05t obtenida con el MPT no se presentara la grieta, asegurando un buen desempeño de la ménsula no sólo para la carga de servicio sino hasta la carga última. Si ahora para el ED-02 también se colocara la misma cantidad de tendones que al EF-02, la carga vertical a la cual se presentaría el agrietamiento en la esquina reentrante resultara 18.99t. Debido a que tendría la misma fuerza externa horizontal del presfuerzo, pero se presentaría primero la falla del elemento E5 a una carga de 13.67t, si se considera una carga de servicio de 6.83t y 7.52t para el ED-02 y EF-02, como se explico en el capítulo anterior, se garantiza un comportamiento de agrietamiento adecuado bajo estas cargas en los especímenes.

La otra forma de considerar el presfuerzo en ménsulas de extremos de vigas es aplicar una fuerza puntual en la sección, equivalente a la que producen los tendones y analizarla por medio de un método estático elástico, como se hace en diseño de estructuras prefabricadas. Lo primero que debe hacerse es determinar los esfuerzos que se generan en la sección debidos únicamente al presfuerzo, cuidando que en la zona de tensión no se sobrepase el esfuerzo resistente a tensión del concreto.

A continuación se muestra la aplicación del método estático elástico para determinar los esfuerzos debido al presfuerzo, la geometría de la sección y ubicación de los tendones se muestran en la figura 7.3. La carga  $P$  se calculó considerando un tensado del 60% de la capacidad de los cables y considerando las pérdidas debido al presfuerzo. El momento de inercia es  $I = 32552.08cm^4$  y el modulo de sección  $S = 2604.16cm^3$ .

$$P = 19000(0.99)(0.6)(0.8) = 9028.80kg$$

El estado de esfuerzos superior  $f_s$  e inferior  $f_i$  debidos únicamente a la fuerza puntual generada por el presfuerzo se obtienen de la siguiente manera:

$$f_s = \frac{P}{A} + \frac{P e}{S} = \frac{18057.60}{25(25)} + \frac{18057.60(9.5)}{2604.16} = 94.76kg / cm^2$$

$$f_i = \frac{P}{A} - \frac{P e}{S} = \frac{18057.60}{25(25)} - \frac{18057.60(9.5)}{2604.16} = -36.98kg / cm^2$$

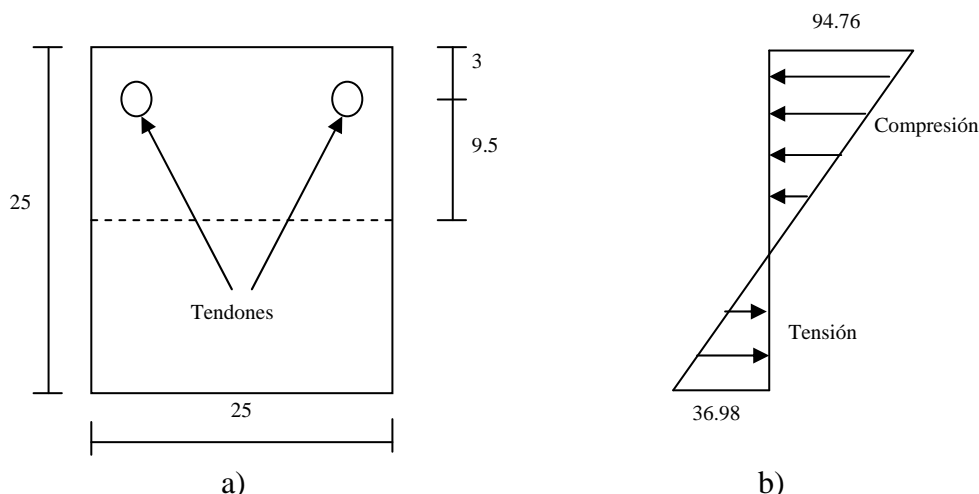
La resistencia a la tensión del concreto se determina con la siguiente ecuación:

$$2\sqrt{f'_c} = 2\sqrt{330} = 36.33kg / cm^2$$

Tensando los cables al 60% de su capacidad queda garantizado que no se agrietará la parte inferior de la sección al aplicar el presfuerzo porque el esfuerzo de tensión se considera igual a su resistencia.

Como se busca la carga vertical que genera esfuerzos de tensión en la esquina reentrante, se hará uso de la fórmula de la flexión, donde el momento que se requiere para tener esfuerzos de tensión en la parte superior de la sección es:

$$P a = \frac{f_c I}{c} \quad (7.1)$$



**Figura 7.3. a) Geometría de la sección y ubicación de los tendones, b) Distribución de esfuerzos debido al presfuerzo en la esquina reentrante**

Despejando de la ecuación 7.1, la carga necesaria para generar el momento que produce tensiones en la parte superior es:

$$P_{cr} = \frac{f_c I}{a c} \quad (7.2)$$

- Donde  $P_{cr}$  Carga a la cual se presentara la grieta en la esquina reentrante.  
 $f_c$  Es el esfuerzo a compresión de la fibra extrema superior más la resistencia a tensión del concreto.  
 $I$  Momento de inercia de la sección.  
 $a$  Distancia del punto de aplicación de la carga al paño de la viga.  
 $c$  Distancia del centroide a la fibra extrema en compresión.

Aplicando la ecuación 7.2 se tiene que la carga necesaria para que se presenten tensiones en la parte superior y por lo tanto la grieta en la esquina reentrante es de 21336.26kg .

De acuerdo con los resultados de los dos modelos analíticos presentados se debe aplicar presfuerzo de modo que los esfuerzos en cualquier punto de la sección no pasen el esfuerzo de agrietamiento del concreto para que no se forme la grieta en la esquina reentrante. En la parte superior se debe aplicar el presfuerzo de tal manera que se tenga un esfuerzo de compresión adecuado para que los esfuerzos que genere la carga de servicio no exceda la resistencia a tensión el concreto. La carga de servicio se puede comparar con el resultado de la ecuación 7.2 para ver si se tendrá formación de grieta a ese valor de carga.

## 7.5. COMPARACIÓN DE RESULTADOS

Como no se hicieron ensayos experimentales de ninguno de los modelos usando presfuerzo, únicamente se hará la comparación con dos modelos analíticos en los que se considera la contribución del presfuerzo. De acuerdo con los modelos analíticos de los especímenes se pudo observar que se tienen diferencias importantes. De los dos criterios que consideran el presfuerzo en las ménsulas, la diferencia de la carga de formación de la grieta en la esquina reentrante es de  $2346.26kg$  ya que aplicando la carga externa se tiene que  $P_{cr} = 18990kg$ , mientras que aplicando un método estático elástico se obtiene que  $P_{cr} = 21336.26kg$ , siendo más confiable el método estático elástico, por razones que se mencionarán más adelante.

El aplicar una carga externa a un modelo MPT, se pueden obtener resultados aparentemente confiables, esto porque cuando el tendón está trabajando genera un puntal de compresión en el modelo, y si se supone que el concreto tiene suficiente capacidad para resistir compresión no debe formarse la grieta en la esquina reentrante, hasta que se presenten tensiones, así que si se aplica cualquier carga externa se tendrá compresión y será difícil estimar la carga de agrietamiento. Otra razón por la que no se puede modelar con MPT es porque éste está basado en un comportamiento de carga última y para buscar el estado de agrietamiento no es aplicable.

Por otra parte, el hacer un análisis con un método estático elástico es más confiable porque se puede verificar que la fuerza del presfuerzo no genere esfuerzos de tensión en la parte inferior de la sección que sean mayores a los que puede resistir el concreto y que por consecuencia se generen grietas en la parte inferior. Porque el aplicar una fuerza de presfuerzo que genere tensiones puede provocar un problema al tratar de solucionar otro.

El modelo de aplicar una carga externa cuando se usa presfuerzo, propuesto por Ramírez 1994, fue desarrollado para estimar la carga última, por lo que no es aplicable para tratar de estimar la carga de agrietamiento en las ménsulas de extremos de vigas. Lo más recomendable para considerar el presfuerzo en una ménsula, es hacer un análisis con un método estático elástico como el presentado en este capítulo. Porque el diseñador estará más sensibilizado con el comportamiento de los esfuerzos que genera el presfuerzo. Aunque el modelar con el MPT da resultados muy cercanos al método estático elástico, pero el principio en el que está basado no es el adecuado para determinar el estado de agrietamiento; por lo tanto, es más confiable usar el método estático elástico.

Algo que se debe tener presente es que en estos cálculos no se ha considerado la fuerza horizontal de tensión directa a la que están sometidas las ménsulas debido al deslizamiento que puede presentarse en la conexión, por flujo plástico o por contracción del concreto. Tanto el ACI-318-05 como el PCI-1999, recomiendan usar un 20% de la carga vertical cuando no se tiene tensión directa horizontal, por lo que esta acción modificaría los cálculos establecidos para determinar la carga de agrietamiento en la esquina reentrante. Para considerar este efecto en las ménsulas donde no se usa presfuerzo, lo recomendable es hacer ensayos donde se aplique esta carga, ya que la tensión directa modifica considerablemente la carga vertical a la cual se forma la grieta en la esquina reentrante. En el caso de los elementos que usan presfuerzo puede restarse la fuerza de tensión a la fuerza de compresión que generan los tendones en la sección y con el valor obtenido de esta operación determinar los esfuerzos con el procedimiento del método estático elástico descrito en este capítulo.

## CONCLUSIONES

El objetivo principal de esta investigación es demostrar la metodología más adecuada para el diseño de ménsulas en extremos de vigas por medios experimentales. Para esto, se construyeron dos especímenes de concreto reforzado y se sometieron a carga monótona vertical. El diseño se llevó a cabo con uso del MPT; además se usó para determinar la capacidad y comportamiento de los modelos analíticos.

Pese al número pequeño de especímenes que se ensayaron en laboratorio, fue posible alcanzar los objetivos principales de esta investigación y de los cuales se obtuvieron las siguientes conclusiones:

**METODO DE DISEÑO.** El principal motivo de buscar un método de diseño confiable para ménsulas en extremos de vigas es porque los diferentes reglamentos existentes no son explícitos para diseñar este tipo de elementos. Aplicando el procedimiento del ACI-318-05, sección 11.9, se pudo demostrar que los resultados obtenidos analíticamente están por encima de los obtenidos en los ensayos, por lo que están por el lado no conservador a la hora de determinar la carga última. Esto es consecuencia de no cumplir con las condiciones geométricas que se especifican en ese apartado, ya que las ecuaciones son aplicables a ménsulas que están unidas a columnas y no para aquellas que están en extremos de vigas. También se debe a que este procedimiento no considera la contribución del acero secundario, el cual es de mucha importancia porque genera un confinamiento importante en el puntal diagonal de la ménsula.

Otro de los procedimientos del que se le pudo confirmar su eficiencia es el de *Russo et al.* (2006). Este procedimiento, al igual que el ACI-318-05, es aplicable a ménsulas que están unidas a columnas. La diferencia de este procedimiento y el ACI-318-05 es la contribución del acero secundario. A pesar de que los especímenes ensayados no cumplían con las características geométricas que recomiendan *Russo et al.* (2006), fue posible aplicarlo. De este método se puede decir que las ecuaciones presentan resultados más confiables, porque están del lado conservador y muy cerca del valor de la carga última, contrario al procedimiento del ACI-318-05. Aunque este procedimiento proporciona valores de carga última muy cerca de la real, no es recomendable usarlo para ménsulas en extremos de vigas porque fue desarrollado para ménsulas unidas a las columnas por lo que no cumple con la geometría establecida, ya que su comportamiento y distribución de acero es distinta.

El tercer y último método de diseño que se pudo comprobar es el Modelo Puntal-Tensor. De este procedimiento se obtuvo que los resultados analíticos son muy aproximados a los experimentales, y por lo tanto, se obtiene una buena eficiencia de demanda/capacidad. Aparte de la aproximación de la carga última experimental con la analítica, el modelo fue capaz de predecir el elemento que fallaría y el modo de falla del modelo. Este procedimiento de análisis es fácil y de rápida aplicación, dando al diseñador suficiente confianza para usarlo. Además, con este es posible modelar cualquier elemento que presente una configuración compleja de esfuerzos. Todas estas ventajas hacen que este procedimiento sea el más adecuado para analizar ménsulas de concreto reforzado en extremos de vigas.

**MODO DE FALLA.** Se observó un tipo de falla diferente en los dos modelos ensayados: falla por cortante en la unión viga-ménsula (ED-02) y falla por flexión en la unión viga-dado (EF-02). El modo de falla del ED-02 se atribuye a la ausencia de acero por cortante. Este espécimen presentó una abertura de grieta en la esquina reentrante importante, así como agrietamiento a lo largo de la unión viga-ménsula. El modo de falla del EF-02 es debido a la baja cantidad de acero por flexión que se tiene en la unión viga-dado. En este espécimen la grieta siguió una trayectoria por toda la unión viga-dado y el ancho importante se presentó en la parte superior.

De acuerdo con los modos de falla presentados se logró comprobar la importancia de colocar acero secundario. La principal contribución de este acero, es el confinamiento que da al puntal diagonal en la ménsula que evita que se presente una falla frágil, lo que proporciona capacidad de desplazamiento a la ménsula. Esto da mayor capacidad de soportar carga vertical a la ménsula.

En los dos modelos se observó que la formación de la grieta en la esquina reentrante depende únicamente del acero a flexión que se coloque y su ancho de la cantidad de acero por cortante que tenga la ménsula. La grieta en la esquina reentrante se presentó a niveles de carga muy bajos. En el ED-02 la carga fue menor que en el EF-02 porque el primero tenía menos acero por flexión. El ancho de grieta fue mayor en el ED-02 porque tenía menos acero por cortante. Esto se pudo definir de acuerdo a la instrumentación interna instalada. Dicha instrumentación también permitió conocer que antes de formarse la grieta en la esquina reentrante, que el acero que está trabajando es únicamente el de flexión en la ménsula, y después de formarse la grieta trabajan en conjunto el acero de flexión y el de cortante. Confirmando lo antes mencionado, que el acero de flexión contribuye a la formación de la grieta y el de cortante contribuye al ancho.

Los modelos presentaron varias grietas diagonales en la viga generadas por flexión, y son debidas a la ausencia de acero en esa zona. Estas pueden ser evitadas con la colocación de refuerzo horizontal adicional al de flexión y repartido entre el acero por flexión de la ménsula y el acero por flexión de la viga. Las grietas se generaron a cargas inferiores a la carga última de los modelos, y presentan anchos que no deben ser permitidas, por lo que debe tomarse las medidas necesarias para evitarlas.

**USO DE PRESFUERZO EN MÉNSULAS.** Con el uso de presfuerzo es posible obtener una ventaja importante en ménsulas que se encuentran en extremos de vigas; esta se refiere a reducir la grieta en la esquina reentrante. Se presentaron dos procedimientos para considerar el presfuerzo, uno aplicando una fuerza externa sobre los especímenes equivalente a la fuerza de los tendones ubicados en el elemento y otro determinando los esfuerzos de la sección debido a los tendones mediante un método estático elástico. Se puede decir que el hacer un modelo con MPT aplicando una carga externa presenta resultados muy cercanos a los del método elástico, pero que no permite al diseñador observar que está pasando con los esfuerzos en las fibras extremas, contrario al método estático elástico que permite al diseñador ver el estado de esfuerzos en la esquina reentrante al aplicar la carga que produce el acero de presfuerzo, esto porque el MPT está basado en un comportamiento de carga última. Por lo tanto, se pudo comprobar que la compresión que generan los tendones en el concreto aumentan la carga de formación de la grieta reentrante y el procedimiento del método estático elástico es el más adecuado para considerar su contribución.

Cabe mencionar que los resultados experimentales obtenidos en esta investigación son sin aplicar la carga horizontal de tensión. Así que para ménsulas donde actúa esta fuerza, se deben modificar los procedimientos presentados, haciendo ensayos para comprobar como afecta en la formación de la grieta en la esquina reentrante, sobre todo para elementos que no tienen presfuerzo. En el caso de los elementos que tienen presfuerzo puede restarse la fuerza de tensión a la fuerza de compresión que generan los tendones en la sección y con el valor obtenido de esta operación determinar los esfuerzos con un método estático elástico como se hace comúnmente en el diseño de concreto presforzado.

Por último, se puede mencionar que el Modelo Puntal-Tensor es muy sensible a la geometría que tengan los elementos que lo componen, así como de su orientación. Por tal razón, en este trabajo se estudió el comportamiento de los elementos que forman el MPT, sobre todo de los puntales en forma de botella. Se concluyó que el modelar un puntal en forma de botella como un solo elemento, presenta los mismo resultados que si se tratara de modelar dándole al puntal una en forma de botella con varios elementos, con la condición que deben aplicarse los factores que recomienda el Apéndice A del ACI-318-05 para este tipo de elementos. La ventaja de usar un solo elemento es que la orientación y dimensión es única, a diferencia un puntal en forma de botella que tiene varios elementos, donde sus orientaciones y geometría varían.

El MPT es una herramienta sencilla que puede ser aplicable en la ingeniería estructural para analizar elementos que tengan una compleja distribución de esfuerzos ante cualquier condición de carga, sin necesidad de usar cálculos complejos. Por lo tanto, este procedimiento es recomendable cuando se quiere obtener soluciones prácticas, sencillas y de pronta respuesta.

---

**BIBLIOGRAFÍA Y REFERENCIAS**

ACI, (2005), Committee 318: “Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI-318S-05) and commentary (ACI-318SR-05). Farmington Hills, Michigan, American concrete Institute.

Alshegeir A. and Ramirez J. A., (1992), “Strut-Tie Approach in Pretensioned Deep Beams”, ACI Structural Journal 89 (3): pp 296-304.

Brown M. D. and Oguzhan B. (2006), “ Minimum Transverse Reinforcement for Bottle-Shaped Struts”, ACI Structural Journal 103 (6): pp 813-821.

Castillo M. C. (2008), Tesis “Estudios Analíticos y Experimentales de Ménsulas en Extremos de Vigas de Concreto Reforzado”, Universidad Nacional Autónoma de México, Enero.

Chakrabarti P. R., *et al.* (1989), “Reinforced and Precompressed Concrete Corbels-An Experimental Study”, ACI Structural Journal 86 (4): pp 405-412.

Cook W. D. and Mitchell D. (1988), “Studies of Disturbed Regions near Discontinuities in Reinforced Concrete Members”, ACI Structural Journal 85 (2): pp 206-216.

Gerwick B. C. Jr. (1986), “ Construcción de Estructuras de Concreto Presforzado”, Limusa, México, pp 455.

González C. O. (2005), “Aspectos Fundamentales del Concreto Reforzado”, Limusa, cuarta edición, México, pp 804.

Hwang Shyh-Jiann., Lu Wen-Yao and Lee Hung-Jen (2000), “ Shear Strength Prediction for Reinforced Concrete Corbels”, ACI Structural Journal 97 (4): pp543-552.

Lin T. Y., (1981), “Diseño de Estructuras de Concreto Preesforzado”, C.E.C.S.A., México, pp 701.

Nawy E. G. (2006), “Prestressed Concrete: a fundamental approach. Upper Saddle River, New Jersey, Person Prentice Hall.

Nilson A. H. (2001), “Diseño de Estructuras de Concreto” Mc Graw Hill, doceava edición, México.

NMX (2002), NMX-C-083-0NNCCE, “Industria de la Construcción – Concreto - Determinación de la Resistencia a la Compresión de Cilindros de Concreto-Método de Prueba”, ONNCCE, México D.F.

NMX (1997), NMX-C-128-ONNCCE, “Industria de la Construcción – Concreto – Concreto Sometido a Compresión – Determinación del Módulo de Elasticidad Estático y Relación de Poisson”, ONNCCE, México D.F.

NMX (2001), NMX-C-407-ONNCCE, “Industria de la Construcción – Varilla Corrugada de Acero Proveniente de Lingote y Palanquilla para Refuerzo de Concreto – Especificaciones y Método de Prueba”. ONNCCE, México D.F.

NTC (2004), “Normas Tecnicas Complementarias para diseño y Construcción de Estructuras de Concreto”, Gaceta Oficial del Distrito Federal, México D.F.

Park R. and Paulay T. (1997), “Estructuras de Concreto Reforzado”, Limusa, México, pp 796.

PCI (1999), “PCI Design Handbook Precast and Prestressed Concrete”, Fifth Edition, Precast/Prestressed Concrete Institute, Chicago, Illinois.

Priestley M., *et al.* (1996), Seismic Design and Retrofit of Bridges, New York, N.Y.

Ramirez J. A., “Strut-Tie Design of Pretensioned Concrete Members”, ACI Structural Journal 91 (4): pp 572-578.

Russo G. *et al.* ((2006), “Reinforced Concrete Corbels – Shear Strength Model and Design Formula”, ACI Structural Journal 103 (1): pp 3-10.

Solanki H. and Sabnis G. M. (1986), “ Reinforced Concrete Corbels – Simplified”, ACI Structural Journal 84 (3), pp 428-432.

Tan K. H. and Naaman A.E. (1993), “Strut and Tie Model for Externally Prestressed Concrete Beams”, ACI Structural Journal 90 (6), pp 683-691.

Tjhin T. N. and Kuchma D. A. (2002), “Computer Basad Tools for Design by Strut and Tie Method: Advances and Challenges” ACI Structural Journal 99 (5), pp 586-594.

Zhu R. R. H. *et al.* (2003), “Crack Width Prediction Using Compatibility Aided Strut and Tie Model” ACI Structural Journal 100 (4), pp 413-421.