Universidad Nacional Autónoma de México

Facultad de Economía

División de Estudios de Posgrado

Programa de Posgrado en Economía

T e s i s

Los Efectos Macroeconómicos a través de Factores de Riesgo Sistemático en la Valoración de Activos Financieros en Ausencia de Arbitraje

Que para obtener el grado de:

Maestro en Economía

Presenta: Saúl Méndez Montaño

Tutor: Dr. Andrés Blancas Neria

México, D.F. **2008**

A Lol-be

Que los más altos ideales sean siempre tu inspiración

AGRADECIMIENTOS

El primer agradecimiento es para la Universidad Nacional Autónoma de México, por darme la oportunidad de formarme como economista, además, por ofrecerme su prestigio, aulas y los mejores docentes para realizar con éxito mi segunda maestría.

Las palabras son insuficientes para agradecer al Dr. Andrés Blancas Neria, del Instituto de Investigaciones Económicas de la UNAM, el aceptarme en su equipo de trabajo y por dirigir este proyecto a pesar de sus obligaciones docentes y de investigación. Gracias por confiar en mi, por su guía y consejos continuos, ya que sin ellos no hubiera podido concluir con éxito la presente tesis. Asimismo, le agradezco todo el protocolo que realizó para que fuera aceptado en una institución universitaria de gran prestigio en Europa, por lo que pude realizar actividades de investigación en el campo de la Economía Financiera.

A nivel institucional, las gracias le doy al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT), por el apoyo económico otorgado durante mis estudios de maestría.

Un agradecimiento exclusivo a la Dirección General de Estudios de Posgrado (DGEP) de la Universidad Nacional Autónoma de México, por la beca que me confirió para efectuar la estancia de investigación en la *Universitat Pompeu Fabra*, de Barcelona, España, durante el primer semestre del 2007, bajo el auspicio del Programa de Movilidad Internacional de Estudiantes de Posgrado de la UNAM y que tuvo como finalidad enriquecer el presente trabajo de tesis.

Muchas gracias al Director de la Facultad de Economía de la UNAM, Dr. Roberto Escalante Semerena y al Dr. Clemente Ruiz Durán, Coordinador de Estudios de Posgrado de la Facultad de Economía, por todo su apoyo para poder realizar la estancia.

Al Dr. Xavier Freixas, Director del *"Centre de Reserca en Economia Financera i Comptabilitat"* de la *Universitat Pompeu Fabra*, le agradezco su invaluable y acertada tutoría, su calidad humana y su insuperable hospitalidad.

A la *Universitat Pompeu Fabra, Campus Ciutadella,* le doy las gracias por los recursos humanos y materiales que me proporcionaron durante mi permanencia en la *Facultat de Ciències Econòmicas i Empresarials.*

También, quiero agradecer a los siguientes profesores que fungieron como sinodales por sus atinadas sugerencias, las cuales lograron un cambio positivo en la tesis (Debo aclarar que en el orden lexicográfico siguiente: El orden de los factores no altera el producto).

Dr. Alejandro Montoya Mendoza
Dr. Benjamín García Paez
Mtro. Rubén Téllez Sánchez.
Mtro. Sergio Cabrera Morales

Finalmente, deseo expresar mi gratitud y aprecio a mis familiares, amigos, compañeros universitarios, a la peña del *Museu d´Art Contemporani de Barcelona* y a todos los trabajadores administrativos universitarios, tanto de la ciudad universitaria de México como de Catalunya, por toda la ayuda moral y material. Mil gracias a todos.

Por mi Raza Hablará el Espíritu. UNAM, Grande por su Gente, Fuerte por su Espíritu, Orgullosamente UNAM.

JULIO DE 2008.

INDICE

SEGUNDA PARTE

LA EVIDENCIA EMPÍRICA PARA MÉXICO

ÍNDICE DE CUADROS

ÍNDICE DE GRÁFICAS

Und die fromme Rosablancke,
Die mit goldner Flut der Locken
Möchte alle Schuld bezahlen

Was dir bleibet, Rosablancke
Gieb den Armen, oder opfre,
Gehe hin in Gottes Namen!

Y la piadosa Rosa Blanca,
con su cascada de rizos dorados,
quiere pagar toda la culpa.

Lo que te queda, Rosa Blanca,
dalo a los pobres o sacrifícalo,
¡ve en nombre de Dios!

Del romancero español de Clemens Brentano.

Tomado del libro “La Rosa Blanca. Los estudiantes que se alzaron contra Hitler con su única arma: la palabra”, de José M. García Pelegrín

INTRODUCCION

“When Markowitz defended his dissertation at the University of Chicago, Milton Friedman gave him a hard time, arguing that Portfolio Theory was not a part of economics, and therefore that Markowitz should not receive a Ph. D. in economics. Markowitz (1991) says, “…this point I am now willing to concede: at the time I defended my dissertation, Portfolio Theory was not part of Economics. But now it is”…”

HAL VARIAN

Este es un trabajo de Economía Financiera aplicada.

Uno de los objetivos primordiales de la Economía Financiera es medir la relación existente entre riesgo y rendimiento, siendo este un principio fundamental en la teoría de valoración de activos financieros para construir carteras eficientes.

Esta teoría se ha utilizado para verificar la existencia o no de la eficiencia en los mercados financieros influyendo en la determinación de la política económica de un país. Se puede adelantar que un mercado financiero eficiente es aquel en el que toda la nueva información es comprendida rápidamente por los que participan en él y por tanto ésta es incorporada inmediatamente a los precios del mercado.

El concepto de los mercados eficientes juega un papel importante en el estudio de los mercados financieros. Implícitamente o explícitamente un supuesto sobre la eficiencia de los mercados es introducido en los análisis teóricos o empíricos de los mercados financieros.

Asimismo, la determinación correcta de los rendimientos esperados es primordial, ya que estos pueden ser usados como coeficientes de descuento cuando se evalúan proyectos de inversión o como indicadores para determinar el rendimiento justo y razonable que esperan las empresas productivas.

También el precio de los activos financieros en el corto plazo suele estar fuertemente influenciado por las expectativas del mercado, las cuales a menudo desechan los fundamentos económicos que intervienen en la formación de su valor intrínseco. En cambio, en el largo plazo los precios se establecen de manera tal que reflejan las condiciones económicas que justifican las tasas de rendimientos observados. Por lo tanto, los modelos de valoración de activos sirven para determinar las desviaciones que existen entre los valores observados en el mercado y aquellos que surgen del accionar de las variables macroeconómicas fundamentales que intervienen en su formación.

Dentro de la ciencia económica se ha establecido que con el trabajo pionero de Harry Markowitz, principia la aplicación sistemática y eficaz de la matemática en la economía financiera. Inicialmente, en 1952, Markowitz había publicado un artículo en el que exponía las bases de la teoría de selección de carteras mediante modelos de optimización, que más adelante se utilizaría en el desarrollo de la teoría de equilibrio en el mercado de capitales, y que con la aparición del trabajo de Tobin (1958) se plantearía nuevamente la elaboración de carteras de activos optimas con un mejorado enfoque matemático.

Markowitz (1952, 1959) estableció la metodología matemática para formar carteras de activos financieros haciendo uso de técnicas de optimización, en donde el problema principal era encontrar una composición óptima de instrumentos financieros que presentaran un mínimo riesgo para un máximo rendimiento y para medir el riesgo propuso utilizar la varianza o la desviación estándar de los activos óptimos respecto a su rendimiento. La mayoría de su investigación se centró en determinar que tipos de activos financieros eran los que se deberían de considerar en las carteras y, al mismo tiempo, el porcentaje a invertir en cada uno de ellos. Entonces, en su modelo propuso buscar aquellas carteras, o activos financieros, que proporcionaran el mayor rendimiento para un riesgo mínimo. Las carteras que cumplían con los requerimientos de mínima varianza y máximo rendimiento recibieron el nombre de carteras eficientes.

Sin embargo, de acuerdo con Marín y Rubio (2001) antes de los estudios de Markowitz ya existían trabajos que establecían la manera de resolver problemas financieros haciendo uso de modelos matemáticos. Por ejemplo, el matemático francés Louis Jean-Baptiste Alphonse Bachelier a inicios del siglo XX, presentó su tesis doctoral intitulada “Teoría de la Especulación” en donde sentó las bases para el posterior desarrollo de la teoría de los mercados eficientes y la valoración de opciones, además de incluir estudios sobre procesos de difusión o estocásticos que podían definir correctamente el comportamiento de las variables económicas. En términos generales, la tesis de Bachelier postulaba que los precios de los activos seguían un movimiento browniano con deriva.

Tal vez, una de las imperfecciones del modelo de Bachelier fue el supuesto de que el movimiento Browniano podía tomar valores negativos y éste pudo haber sido una de las razones para que el modelo no fuera considerado creíble. Sin embargo, durante los sesentas el economista Paul Samuelson, ganador del Nobel de Economía en 1970, propagó la idea de la exponencial del movimiento Browniano, denominado movimiento Browniano geométrico, para modelar los precios que están sujetos a determinada incertidumbre.

Después, durante la década de los setenta los estudios realizados por Merton (1973), en forma individual, y por Black junto con Scholes (1972), complementaron el marco conceptual que permitiría analizar con mayor rigor matemático a los mercados financieros modernos. En el artículo *“The pricing of Options and Corporate Liabilities*”, Black y Scholes (1973), plantean por primera vez el principio de equilibrio conocido como hipótesis de ausencia de oportunidades de arbitraje. Cabe señalar que por sus trabajos relacionados con la economía financiera, Merton y Scholes recibieron el Premio Nobel de Economía en 1997, que, sin duda, también se le pudo haber concedido a Fisher Black si no hubiera fallecido dos años antes. Asimismo, es de reconocer que tres de los economistas que también recibieron el Premio Nobel, Kenneth Arrow, Gerard Debreu y Franco Modigliani, lo obtuvieron gracias a sus contribuciones al marco teórico de lo que actualmente se entiende por economía financiera.

La línea de investigación inaugurada por Markovitz tiene su continuación en los estudios realizados por Sharpe (1964), Lintner (1965) y Treynor (1961), quienes introducen por separado la teoría del Modelo de Valoración de Activos de Capital (Capital Asset Pricing Model, CAPM), el primer modelo de equilibrio para el comportamiento de los mercados de capitales. Además, tanto el CAPM como los modelos de valoración de opciones de Black & Scholes, se encontraban relacionados con el concepto de arbitraje que estableció Stephen A. Ross, sin embargo, algunos economistas afirman que fueron Modigliani y Miller (1958) los primeros en hacer uso del concepto de arbitraje en su estudio sobre la irrelevancia de la estructura de capital y la política de dividendos.

En términos generales, el CAPM explica el comportamiento de un instrumento bursátil en función del comportamiento del mercado y a la vez se puede utilizar para proyectar el rendimiento futuro de las acciones.[1]

Sin duda, el modelo CAPM tiene diferentes aportaciones a la teoría de valoración de activos al establecer la relación lineal entre el riesgo de una acción con su retorno o rendimiento, además de demostrar que la varianza de una acción, por si misma, no es importante para determinar el retorno esperado de la acción. La utilidad práctica del modelo radica en la medición que realiza del grado de covariabilidad que tiene la acción respecto a una medida estándar de riesgo, el que corresponde al mercado. En el argot financiero esta medición es conocida como la beta (β) del mercado de la acción, la cual mide la covarianza del rendimiento de la acción respecto al rendimiento del índice de mercado, redimensionado por la varianza de ese índice.

De esta manera, en el modelo propuesto por Sharpe se establece que el rendimiento de un activo es igual a la tasa libre de riesgo, más un premio por el riesgo que tiene este instrumento medido por el coeficiente β.

Más adelante, Ross (1976) rebasa el enfoque práctico del CAPM al presentar la Teoría de Precios de Arbitraje (Arbitrage Pricing Theory, APT), con el cual sienta las bases de lo que será la moderna valoración bajo supuestos de arbitraje, supuesto básico que se transformará en una útil herramienta para la teoría de valoración de diferentes activos financieros, como bonos, acciones y derivados, al mismo tiempo que reforzará a la teoría del mercado de capitales para tratar de explicar el denominado riesgo sistemático y no sistemático del mercado.

En el APT, Ross establece que existen carteras para cada agente en el mundo real en donde se tienen diferentes fuentes de riesgo, de tal forma que el proceso

[1] Como se analizará con más detalle en capítulos posteriores, para el caso de la economía mexicana el comportamiento del mercado puede estar representando por el Índice de Precios y Cotizaciones de la Bolsa Mexicana de Valores.

de generación de rendimientos se convierte en un modelo multifactorial. Propone que los rendimientos de los activos se relacionan linealmente con las sensibilidades hacia varios factores que no pueden ser eliminados por la diversificación. La teoría propone que los precios de los activos se ajustan a medida que los inversionistas van reestructurando sus carteras en busca de utilidades de arbitraje, agotando las posibilidades de arbitrar hasta llegar al equilibrio.[2]

Asimismo, el modelo postula la existencia de diferentes factores o fuentes de riesgo sistemático que no pueden explicarse de forma exclusiva mediante la cartera de mercado. Estos factores de riesgo global, cualesquiera que sean, afectan en mayor o menor grado a todos los activos que existen en la economía ya que, por su propia definición, representan factores de riesgo sistemático o riesgos no diversificables.

En el modelo APT se parte del supuesto de que los agentes económicos tienen creencias homogéneas en cuanto al proceso estocástico generador de rendimientos, el cual es lineal y gobernado por *"k"* factores comunes, además de suponer que *k* es mucho menor que *n*, el número total de activos.

Cabe señalar, que en el modelo APT los factores de riesgo que se incorporan en el modelo se pueden seleccionar de manera teórica o estadística.

Dentro de la posición teórica se han desarrollado dos estrategias de selección. En la primera, y de acuerdo con Chen, Roll y Ross (1986), se pueden utilizar variables macroeconómicas que sean capaces de capturar los riesgos sistemáticos de la economía. En la segunda, se propone usar la especificación de ciertas características de las empresas, distintas al riesgo beta, a partir de las cuales se expliquen las diferencias en la sensibilidad de sus activos hacia el riesgo sistemático.

La metodología estadística usada en la selección de factores se caracteriza por que no es necesaria la identificación previa de los factores del modelo y se basa en la construcción de carteras, a partir del conjunto de las rentabilidades de los activos muestrales, que representan a los factores de riesgo sistemático, cualesquiera que éstos sean. Entre las técnicas utilizadas en este tipo de selección de factores se puede destacar el análisis factorial o los componentes principales y componentes principales asintóticos.

El análisis factorial es la técnica que consiste en resumir la información obtenida en una matriz de datos con *n* variables y se emplea frecuentemente para crear nuevas variables que resuman toda la información de la que podría disponerse en las variables originales. El análisis factorial también se usa para estudiar las relaciones que podrían existir entre las variables medidas en un conjunto de datos. El análisis de los componentes principales es un procedimiento matemático que

[2] Un trabajo clásico del APT multifactorial es el realizado por Chen, Roll y Ross, (1986).

transforma un conjunto de variables respuesta correlacionadas en un conjunto de variables no correlacionadas conocidas como componentes principales. El análisis de los componentes principales se puede hacer sobre una matriz de varianza-covarianza de las muestras o una matriz de correlación.

Por otra parte, los modelos multifactoriales surgen como consecuencia de la consideración de factores de riesgo adicionales al mercado con base en argumentos de arbitraje, en un contexto estático. Además, otro fundamento primordial que origina los modelos de factores múltiples se encuentra en el ámbito intertemporal. En los modelos intertemporales los nuevos factores se basan en argumentos de equilibrio y surgen para captar las variaciones en el tiempo en las oportunidades de inversión, que provocan que los individuos estén expuestos a una serie de riesgos que no aparecen en un entorno estático.

También existe una clase de modelos multifactoriales asociados a los llamados “modelos condicionales”. En este caso, la aparición de varias betas no se debe a razones de cobertura como en los modelos intertemporales, sino al hecho de que el riesgo beta, tradicionalmente constante, cambia con la nueva información disponible en cada momento de tiempo. De esta forma, en el modelo aparecen factores relacionados con las características financieras de las empresas que reflejan los cambios en el riesgo de sus activos como consecuencia de la información disponible en cada momento económico.

A partir de todos los trabajos seminales antes mencionados han aparecido nuevas investigaciones que refuerzan el marco teórico de los modelos financieros actuales, por ejemplo, en el trabajo de Harrison y Kreps (1979) se define formalmente el término de arbitraje para modelos estáticos y dinámicos, tanto en tiempo discreto como en continuo. Los modelos estáticos se caracterizan por la ausencia de arbitraje mediante los precios de estado, mientras que en los dinámicos se imponen hipótesis adecuadas para que se pueda utilizar la propiedad de martingala, surgiendo con ello el término de valoración bajo probabilidad neutral al riesgo.

En el estudio de modelos estáticos, Chamberlain y Rothschild (1983), bajo el supuesto de que los precios de los activos son elementos de un espacio de Hilbert y haciendo uso del teorema de representación de Riesz, prueban que los precios de estado se pueden sustituir por un factor de descuento estocástico, el cual es un elemento clave para el equilibrio de mercados y las carteras óptimas.[3]

En el caso de los modelos dinámicos son Hansen y Richard (1987) los que extienden el concepto de espacio de Hilbert a un marco más adecuado al

[3] En el análisis funcional del Álgebra Matricial se estudia el espacio de Hilbert y sus principales propiedades. Se puede definir un espacio de Hilbert como un espacio de producto interior que es completo con respecto a la norma definida por el producto interior. Los espacios de Hilbert se usan para explicar y generalizar el concepto de extensión de Fourier, además de algunas transformaciones lineales como la de Fourier.

problema económico al que se enfrentan y además generalizan el concepto de factor de descuento estocástico.

La valoración mediante la propiedad de martingala conocida también como valoración neutral al riesgo, es lo más habitual dentro de los modelos financieros. Con estas técnicas, en lugar de buscar la réplica del activo a valorar se calcula únicamente la probabilidad neutral al riesgo, la cual es común a todo el modelo y, por consiguiente, a todos los activos y de esta manera se reduce el problema de valoración al cálculo de esperanzas matemáticas, además, la probabilidad neutral al riesgo también permite a posteriori el reconocimiento de las carteras réplicas, lo cual es fundamental para la implementación de coberturas y arbitrajes estáticos o dinámicos.

Cabe anotar que recientes líneas de investigación también abordan variados temas, como por ejemplo, las condiciones cuando falla la propiedad de martingala, la valoración en mercados incompletos y en mercados imperfectos.

Estudios sobre el incumplimiento de la propiedad de martingala se pueden encontrar en trabajos desarrollados por Schachermayer (1992) y por Back y Pliska (1990). Dichos autores justifican la necesidad de encontrar nuevos teoremas de existencia de probabilidades riesgo neutrales y dejan abiertos muchos problemas que se pueden integrar a la agenda de investigación futura de la economía financiera.

En relación a las líneas de investigación que analizan la imperfección de los mercados, se pueden destacar los trabajos de Jouini y Kallal (1995) y de Pham y Touzi (1999). En estos trabajos se proponen distintas formas para modelar los costos de transacción, las restricciones sobre ventas al descubierto y otras imperfecciones.[4]

Asimismo, se han presentando otros trabajos pioneros que también estudian a los mercados imperfectos, a través de los denominados modelos concretos imperfectos. En esta línea de investigación están los estudios de Liu y Longstaff (2000) y de Cochrane y Saa-Requejo (2000) los cuales han introducido el concepto de good deal (buen trato) para valorar activos en mercados incompletos, además de proponer nuevas metodologías para la selección de carteras mediante la confrontación de las medidas de probabilidad real y neutral al riesgo.

Bajo este contexto, el presente trabajo de investigación se ubica en un modelo multifactorial que usa variables macroeconómicas como riesgos sistemáticos para explicar los rendimientos esperados de los activos financieros bajo el supuesto principal de ausencia de arbitraje.

[4] Una venta al descubierto equivale a mantener una ponderación negativa en algunos de los componentes de la cartera.

OBJETIVOS

El presente trabajo tiene como objetivo general analizar cuáles son los determinantes del valor intrínseco de un activo bursátil que cotiza en el Bolsa Mexicana de Valores.

Los objetivos específicos de la presente investigación son los siguientes:

1. Seleccionar los activos financieros y los índices de mercado para estimar los modelos.
2. Proponer las variables macroeconómicas fundamentales que pueden ser factores de riesgo sistemático en la valoración de los activos financieros bajo el supuesto de ausencia de arbitraje.
3. Estimar los parámetros a través de los modelos CAPM y APT, haciendo uso de las técnicas estadísticas y econométricas de series de tiempo, como los modelos con heteroscedásticidad condicional autorregresiva (ARCH) y de los modelos con heteroscedásticidad condicional autorregresiva generalizada (GARCH), los cuales logran captar la llamada *"acumulación de volatilidad"* que presentan las series financieras.
4. Verificar y validar la hipótesis en torno a la relación entre los rendimientos promedios de los activos y las variables macroeconómicas seleccionadas.
5. Realizar un estudio comparativo de los principales trabajos realizados sobre la valoración de activos en el mercado accionario español con las investigaciones empíricas realizadas en México.

HIPÓTESIS

Las variables macroeconómicas son factores de riesgo sistemático que influyen en la valoración de activos financieros. Particularmente, el tipo de cambio, la tasa de interés, la inflación, la producción, la oferta monetaria, las reservas internacionales y el costo porcentual promedio, tienen efectos diversificados que influyen en los rendimientos esperados de los activos. La determinación de estos efectos se formalizan a través de modelos multifactoriales basados en el supuesto de ausencia de arbitraje, los cuales se pueden estimar a través de técnicas estadísticas y/o econométricas.

La tesis se divide en dos partes principales. En la primera parte se describen los aspectos teóricos y conceptúales de la valoración de activos financieros y, en la segunda parte, se realiza la evidencia empírica para el mercado bursátil mexicano. Cabe señalar, que la fortaleza de la presente investigación radica en que se profundiza en el marco teórico de los modelos de valoración de activos, sin omitir aspectos teóricos que para muchas investigaciones empíricas no son importantes y, por tanto, no los explican con detalle.

En el capítulo uno se analizan a los agentes racionales y se expone el enfoque técnico de valoración de activos financieros. Se inicia la investigación examinando el supuesto de equilibrio que permite valorar activos y establecer resultados sobre el bienestar que el uso de instrumentos financieros reporta a los agentes inversionistas y el valor agregado de esta técnica permite comparar diferentes estructuras financieras en función del grado de bienestar que los inversionistas obtienen y con ello se pueden entender y evaluar medidas de política financiera, además de las actividades de diseño de títulos por parte de los individuos, intermediarios y mercados. Se determina que el ingrediente básico del supuesto de equilibrio financiero es la toma de decisiones óptimas por parte de los agentes inversionistas. De esta manera, para hacer uso de una teoría de equilibrio financiero el trabajo se inicia analizando una teoría de la toma de decisiones por parte de los inversionistas, en donde el agente inversor es un agente racional tal y como se plantea en los supuestos principales de la teoría económica. Se analiza en forma pormenorizada el planteamiento del problema de decisión de los agentes económicos racionales. Se parte del supuesto que los agentes económicos tienen unas preferencias sobre distintas alternativas a elegir y las alternativas pueden ser bienes de consumo distintos entre si (pan, leche, etc), disponibles en distintas fechas (pan hoy, pan el próximo año), disponibles en distintos lugares geográficos (pan español, pan mexicano) o disponibles en distintas contingencias futuras de la economía denominadas estados de la naturaleza, (pan en crisis, pan en bonanza). Se concluye que en una economía walrasiana de intercambio puro se tienen una serie de agentes caracterizados por unas determinadas preferencias y dotaciones iniciales. Estas dotaciones son llamadas primitivas o variables fundamentales de la economía. El equilibrio se alcanza cuando existen precios a los que los agentes intercambian bienes entre sí logrando combinaciones de consumo óptimas y los mercados se vacían. Los precios y los consumos óptimos son las variables endógenas de la economía. Sus valores de equilibrio serán función de las dotaciones primitivas de la economía.

En la parte dos del primer capítulo se presenta el marco matemático y teórico vigente de los modelos de valoración bajo el supuesto primordial de ausencia de arbitraje, los cuales se han convertido en una herramienta útil en la valoración real de instrumentos en los mercados de capitales y en la medición y control de los riesgos financieros de mercado. Se estudian los principios de la valoración de activos bajo el supuesto primordial de ausencia de arbitraje, haciendo énfasis en las dos técnicas principales para la valoración, tanto de activos seguros como inciertos. A través de la formalización con modelos matemáticos se incorpora la incertidumbre a través de los llamados estados de la naturaleza, representados en los modelos de preferencia tiempo-estado, los cuales se utilizan para definir a los mercados completos, a los activos Arrow-Debreu, a las probabilidades neutrales al riesgo y a su relación con el método de las martingalas. Asimismo, se presentan las técnicas para elaborar carteras réplicas de los pagos futuros del activo a valorar de forma que, bajo el supuesto de ausencia de arbitraje, el costo de dicha cartera tendría que ser idéntica al valor del activo cuyo precio se desea conocer.

En la tercera sección del capítulo uno se estudia el fenómeno de la *“acumulación de la volatilidad”* y se explica la metodología seguida por los modelos de heteroscedásticidad condicional autorregresiva (ARCH) y su forma generalizada, los modelos GARCH, para tratar este fenómeno. Por tanto, en presencia de heteroscedásticidad, debido a las características de alta volatilidad que presentan las series de los activos financieros, la estimación de los coeficientes principales de los modelos de valoración de activos se puede realizar por medio de esta técnica econométrica de series de tiempo, tratando de corregir el problema de la varianza cambiante en el tiempo.

El capitulo dos tiene como objetivo presentar el marco teórico de los modelos de valoración de activos financieros. En una primera parte se profundiza el marco presentando en el capítulo anterior, pero ahora en el contexto del enfoque media-varianza, suponiendo que los agentes tienen expectativas homogéneas sobre el conjunto de oportunidades de inversión a las que se enfrentan. El supuesto primordial que se toma en consideración establece que a los inversionistas, al momento de tomar decisiones entre inversiones alternativas, exclusivamente les importa la relación existente entre el rendimiento esperado, cuantificado a través de la media, y la volatilidad o riesgo, medido por la varianza de dichos rendimientos. Así, la incertidumbre se modela en forma más restringida al asociar el riesgo de la inversión con la varianza del rendimiento de la misma. El estudio de este capítulo se inicia con el análisis de los mercados eficientes. Un mercado es eficiente con relación a la información disponible si en todo momento los precios del mercado reflejan por completo toda esa información. Se describen también los conceptos principales del enfoque media-varianza propuesto por Markowitz a inicios de la década de los cincuenta. Se estudia la determinación analítica de las carteras eficientes cuando se logra un rendimiento esperado lo más alto posible dada cierta volatilidad, o bien, cuando se tiene una volatilidad lo más pequeña posible dado cierto rendimiento esperado. Se verifica la relación existente entre el rendimiento esperado y su volatilidad, en el contexto media-varianza de activos inciertos y bajo expectativas homogéneas de los agentes sobre el conjunto de oportunidades de inversión. Se evalúa la existencia de una relación lineal y positiva entre el rendimiento de cualquier activo y el coeficiente beta respecto a la cartera tangente que debe ser una cartera eficiente en el sentido media-varianza, dado que la cartera réplica está formada por la cartera tangente de activos inciertos y de un activo seguro. Se ahonda en el estudio de la cartera tangente como cartera de mercado, con el objetivo de obtener el modelo de valoración de activos con cartera de mercado, o CAPM, en donde el supuesto del vaciado del mercado permite identificar con precisión la cartera óptima para todos los individuos. Finalmente, se presenta el análisis de la línea del mercado de activos y de capitales a través de la descripción geométrica de la relación existente entre el rendimiento esperado y el riesgo.

En la segunda parte del capítulo dos se expone el modelo APT. Primero, se examina la relación existe entre la ecuación fundamental de valoración y los modelos factoriales, en donde el supuesto primordial que se propone es que el comportamiento en el proceso generador de rendimientos está dado ahora por el llamado “modelo factorial”. Después, se analiza como se generan los rendimientos de los activos financieros inciertos bajo el contexto de los modelos factoriales. En la tercera sección, se estudian las implicaciones de los modelos factoriales al momento de realizar estrategias óptimas de inversión. Se establece que la estrategia en la formación de carteras para conseguir una mayor o menor sensibilidad ante los diversos factores es parte fundamental de los modelos factoriales de generación de rendimientos. Por último, se presenta la base teórica del modelo APT, incorporando en el estudio de la teoría de precios de arbitraje el riesgo idiosincrásico y la ecuación fundamental de valoración.

La segunda parte del trabajo tiene como objetivo general presentar el análisis empírico realizado para el mercado bursátil mexicano, considerando los modelos teóricos desarrollados en los capítulos anteriores, a saber, el modelo de valoración de activos de capital y el modelo de precios de arbitraje. En la primera sección del capítulo tres se realiza el análisis del índice considerado como el más representativo del mercado en el caso de México, el Índice de Precios y Cotizaciones (IPC) elaborado por la Bolsa Mexicana de Valores (BMV), asimismo, se describen los índices bursátiles por sectores de actividad económica, los cuales representan a los activos financieros a valorar, y por último, se eligen y explican las principales variables macroeconómicas que se toman como riesgos sistemáticos. En el apartado dos se realiza la estimación del modelo de valoración de activos de capital, previa elaboración de un conjunto de carteras sectoriales generadas bajo el marco teórico desarrollado por Markowitz, estableciendo al IPC como el principal indicador del mercado y como la tasa libre de riesgo a la tasa de rendimiento de los valores gubernamentales denominados Certificados de la Tesorería (CETES) a 28 días. Después, en el apartado tres, se hace la valoración del modelo de precios de arbitraje, donde al igual que en la estimación del CAPM, se parte de las carteras ya elaboradas, pero ahora utilizando las variables macroeconómicas como riesgo sistemático y no únicamente el riesgo de mercado. En la última sección se presenta el análisis de algunos estudios empíricos de modelos factoriales realizados para los mercados financieros de México y España. Cabe mencionar, que esta sección se incluye en el trabajo, debido a que durante mi estancia en el Centro de Investigación en Economía Financiera y Contabilidad de la Universidad Pompeu Fabra, de Barcelona, España, tuve la oportunidad de revisar diversos trabajos de investigación que tenían como objetivo aplicar los modelos de múltiples factores al mercado bursátil español, como un punto de partida para el desarrollo de mi propia investigación, por lo que considero importante su inclusión.

En el capítulo cuatro se presentan las conclusiones más importantes del trabajo de tesis y se proporcionan una serie de recomendaciones.

Finalmente, se lista la bibliografía utilizada en el desarrollo de la investigación y se incorpora una sección de anexos.

PRIMERA PARTE:

ASPECTOS TEÓRICOS Y CONCEPTUALES DE LA VALORACION DE ACTIVOS FINANCIEROS

CAPÍTULO I

LOS AGENTES RACIONALES Y EL ENFOQUE TÉCNICO DE LA VALORACIÓN DE ACTIVOS FINANCIEROS

"There is only one model, and its prophet is Walras..."

SHERMAN ROBINSON

El presente capítulo proporciona una visión unificada de los aspectos teóricos y conceptúales primordiales en materia de valoración de activos financieros. En primer lugar, se formaliza el problema de decisión de una agente racional bajo el equilibrio walrasiano, considerando que todo lo importante en la ciencia económica puede estar relacionado o entendido en el contexto del planteamiento de Walras del equilibrio de intercambio puro. Después, se desarrolla el enfoque técnico de la valoración de activos financieros, en donde se describen aspectos teóricos fundamentales de la valoración como los activos Arrow-Debreu, las probabilidades neutrales al riesgo, las martingalas y los mercados completos, entre otros. Por último, debido a las características intrínsecas que presentan las series de tiempo financieras, se describe la técnica econométrica de los modelos con heteroscedásticidad condicional autorregresiva generalizada (GARCH), la cual es una herramienta que no se puede ignorar en el momento de estimar los modelos de valoración.

I.1. PREFERENCIAS DE LOS AGENTES RACIONALES Y EQUILIBRIO WALRASIANO

Uno de los objetivos principales de esta investigación es estudiar el problema de valoración de activos financieros bajo ausencia de arbitraje. Bajo este supuesto primordial los precios de los activos financieros de la economía se toman como dados y con ello se buscan las condiciones que dichos precios deben satisfacer de forma que no existan dichas oportunidades de arbitraje.

Por lo tanto, cabe señalar que en ningún momento se endógeniza la procedencia de dichos precios y tales precios pueden prevalecer en una economía donde la autoridad financiera interviene en los mercados fijando los precios de los títulos o en una economía donde los inversionistas eligen carteras óptimas en un contexto media-varianza y los mercados se vacían. La segunda opción, donde los agentes toman decisiones óptimas y los precios de los títulos garantizan el vaciado del mercado, es la que se conoce como valoración de activos financieros en equilibrio.

El modelo más sencillo de valoración en equilibrio que se analiza es el llamado modelo de valoración de activos de capital, el cual es un caso especial del modelo general de valoración en ausencia de arbitraje. Además, como en la selección de cartera por parte de los inversionistas y en la determinación de los precios de equilibrio no se dan oportunidades de arbitraje, la valoración en equilibrio se convierte en un caso particular de la valoración en ausencia de arbitraje y, en general, es función de las variables fundamentales de la economía.

El supuesto de equilibrio permite valorar activos y establecer resultados sobre el bienestar que el uso de instrumentos financieros reporta a los agentes inversionistas y el valor agregado de esta técnica permite comparar diferentes estructuras financieras en función del grado de bienestar que los inversionistas obtienen y con ello se pueden entender y evaluar medidas de política financiera, además de las actividades de diseño de títulos por parte de los individuos, intermediarios y mercados.

En resumen, bajo el supuesto de equilibrio financiero es posible:

- Elegir carteras óptimas;
- Valorar diferentes títulos, y
- Evaluar el bienestar de los agentes.

El ingrediente básico del supuesto de equilibrio financiero es la toma de decisiones óptimas por parte de los agentes inversionistas. De esta manera, para hacer uso de una teoría de equilibrio financiero es necesario iniciar la investigación analizando una teoría de la toma de decisiones por parte de los inversionistas, en donde el inversionista es un agente racional tal y como se plantea en los supuestos principales de la teoría económica[1].

Según Nicholson (1997):

> *"El economista francés Leon Walras (1831-1910), basándose en una larga tradición continental de ese tipo de análisis, sentó las bases necesarias para las investigaciones modernas de estas amplias cuestiones. Su método de representación de la economía por medio de un gran número de ecuaciones simultáneas constituye la base para comprender las interrelaciones implícitas en el análisis de equilibrio general. Walras reconoció que no es posible hablar de un único mercado por separado; lo que se necesita es un modelo que permita ver cómo afectan a unos mercados los efectos producidos por un cambio ocurrido en otros".*

En esta primera sección del capítulo se analiza en forma pormenorizada el planteamiento del problema de decisión de los agentes económicos racionales. Se parte del supuesto que los agentes económicos tienen unas preferencias sobre diferentes alternativas a elegir, en donde las alternativas pueden ser bienes de consumo distintos entre si (pan, leche, etc), disponibles en distintas fechas (pan hoy, pan el próximo año), disponibles en distintos lugares geográficos (pan español, pan mexicano) o disponibles en distintas contingencias futuras de la

[1] Para un análisis detallado de este tema se pueden consultar las siguientes referencias: Kreps (1990), Mas-Colell, Whinston y Green (1995) y Varian (1992).

economía denominadas estados de la naturaleza, (pan en crisis, pan en bonanza)[2].

Cabe señalar que el principal objeto de estudio de la economía financiera no es determinar la distribución del presupuesto familiar entre distintos bienes de consumo, sino el uso y valoración de instrumentos financieros que puedan servir para trasladar poder de compra a lo largo del tiempo, del presente al futuro o del futuro al presente, o entre estados de la naturaleza, renunciando a parte del poder adquisitivo en los estados favorables a cambio de aumentarlo en los estados menos favorables. Por lo tanto, en el análisis se supone que sólo existe un bien de consumo en cada periodo o estado de la naturaleza, al cual se le denota indistintamente, como ingreso, consumo o riqueza del agente.

I.1.1. LOS AXIOMAS DE RACIONALIDAD: PRE-ÓRDENES COMPLETOS

Una forma de representar las preferencias de los agentes económicos es a través de lo que se denomina pre-ordenes completos. Esta es la forma más general y sólo exige que el agente sea capaz de establecer una relación de preferencia entre distintas cestas de bienes, relación que debe de satisfacer una serie de axiomas o “verdades auto evidentes”, por lo que estos axiomas son el requerimiento mínimo de racionalidad que se exige.

Un agente racional es aquel que tiene unas preferencias que satisfacen dichos axiomas y una vez que se imponen determinadas restricciones se llega a una nueva representación de las preferencias por medio de las llamadas “funciones de utilidad”, en economía. Entonces, un inversionista es un agente racional que elige entre distintos objetos a su alcance (bienes de consumo, activos financieros, etc.) con el objetivo primordial de maximizar su bienestar global, es decir, desea maximizar su función de utilidad. Para el análisis de la racionalidad se parte del supuesto de que existen n bienes en la economía. Entonces, los siguientes vectores:

$$x = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$$
$$y = (y_1, y_2, \ldots, y_n)$$

son las cestas de dichos bienes, donde x_j denota la cantidad del bien j en la cesta x.

Asimismo, Z denota el conjunto de todas las posibles cestas de bienes. En este caso, un agente racional es aquel que conoce los bienes de elección y es capaz de compararlos de acuerdo a sus gustos y en economía financiera un inversionista siempre va a ser capaz de comparar estas cestas diciendo si una cualquiera de ellas le gusta más, menos o igual que cualquiera de las otras cestas en Z. En otras

[2] En este trabajo de tesis el término “estados de la naturaleza” se refiere a posibles escenarios que, bajo ciertas probabilidades, pueden ocurrir en el futuro.

palabras, un agente racional nunca puede afirmar que "no sabe si la cesta x le gusta más, menos o igual que la cesta y".

En términos matemáticos, se define a la relación binaria de preferencia con el siguiente símbolo "≥", que puede ser leído de la siguiente manera: "al menos tan bueno como". A partir de esta relación se puede derivar dos más:

> que se puede leer como "estrictamente preferido a",
≈ denota "equivalente a".

De manera formal, estas dos relaciones binarias de preferencias se definen como:

a) $x > y$ si y sólo si $x \geq y$ se cumple, además también $y \geq x$ no se cumple, donde $x \varepsilon Z$ e $y \varepsilon Z$.
b) $x \approx y$ si y sólo si $x \geq y$ se cumple, además también $y \geq x$, donde $x \varepsilon Z$ e $y \varepsilon Z$.

Cuando un agente racional sabe cuales son sus preferencias sobre distintos objetos de elección se logra formalizar esta idea bajo el supuesto de que la relación de preferencia cumpla con los siguientes axiomas.

AXIOMA 1. (≥ es completa):

Para todo par de cestas $x \varepsilon Z$ e $y \varepsilon Z$, bien $x \geq y$, o $y \geq x$, o ambas, en cuyo caso $x \approx y$.

Lo que establece este axioma es que un agente racional es capaz de comparar objetos según sus preferencias, de forma que, por ejemplo, el pan sea al menos tan bueno como la leche o que la leche sea al menos tan buena como el pan, o ambas cosas a la vez, en cuyo caso pan y leche son objetos equivalentes.

AXIOMA 2. (≥ es reflexiva):

Para toda cesta $x \varepsilon Z$, $x \geq x$.

Este axioma dice que la relación de preferencia es consistente de forma que toda cesta sea al menos tan buena como ella misma.

AXIOMA 3. (≥ es transitiva):

Para cualesquiera de las cestas $x \varepsilon Z$, $y \varepsilon Z$ y $z \varepsilon Z$, si $x \geq y$ e $y \geq z$, entonces $x \geq z$.

Cualquier relación binaria que cumpla con los tres axiomas analizados forma un pre-orden completo.

Es importante señalar que en muchas áreas de la economía estos axiomas son necesarios para poder construir teorías con predicciones suficientemente explícitas. Pero, para analizar y dar respuesta a la mayoría de las preguntas de interés en el marco de la economía financiera este método es insuficiente, por lo que es necesario imponer restricciones adicionales que permitan representar las preferencias de un agente racional por medio del estudio de las funciones ordinales de utilidad, mismas que se analizan en el siguiente apartado.

I.1.2. LAS FUNCIONES ORDINALES DE UTILIDAD

En teoría económica, una función ordinal de utilidad es una representación, en forma funcional, que asigna valores numéricos al nivel de satisfacción o de bienestar de un agente. Dichos valores adquieren un significado primordial cuando se comparan entre sí y no sólo cuando se analiza en forma aislada la magnitud de su valor numérico. Por ejemplo, un nivel de utilidad de 50 es preferido a un nivel de utilidad de 25, ya que de algún modo implica el doble de satisfacción.

Según Mas-Colell, *et.al* (1995):

> *"In economics, we often describe preference relations by means of a utility function. A utility function u(x) assigns a numerical value to each element in x, ranking the elements of x in accordance with the individual´s preferences.."*

En términos matemáticos, una función ordinal de utilidad, se puede definir sobre los elementos del conjunto Z, como $U(\cdot)$, la cual posee las propiedades siguientes:

$$U(x) > U(y) \text{ si y sólo si } x > y$$
$$U(x) = U(y) \text{ si y sólo si } x \approx y.$$

Una función de utilidad, $U(x)$, es una representación de ciertas preferencias "≥" sobre cestas de consumo x ε Z. Cabe aclarar que es el orden lo que importa, o la clasificación a que da lugar dicha función de utilidad, y no los valores que toma en sí, por lo que es fácil comprender que esta función de utilidad, $U(x)$, que representa "≥" no es única. Además, cabe aclarar que cualquier transformación estrictamente creciente de la misma da lugar a una nueva función ordinal de utilidad que representa las mismas preferencias.

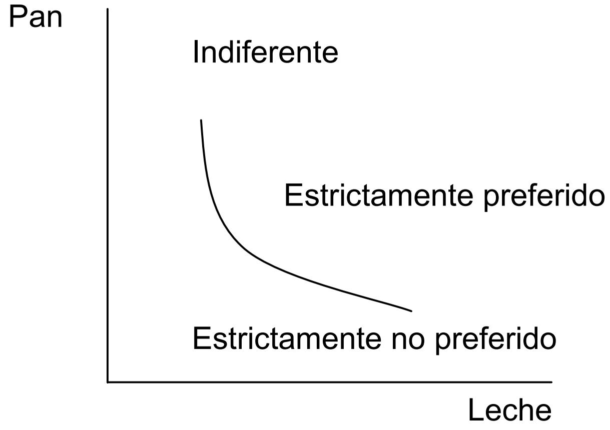
Se puede afirmar que las funciones ordinales de utilidad son una forma más restrictiva de representar las preferencias, debido a que existen pre-ordenes que no pueden ser representadas a través de una función ordinal de utilidad. El ejemplo clave de esta situación es el de las preferencias que constituyen un orden lexicográfico (ordenación de las palabras en el diccionario), en donde estas preferencias son tales que no existen dos cestas que proporcionen el mismo nivel de utilidad. Por lo tanto, es necesaria una restricción adicional que elimine este supuesto y garantice la existencia de una función ordinal de utilidad.

Esto se formaliza a través del axioma de continuidad siguiente:

AXIOMA 4. (≥ es continua):

Para toda cesta x ε Z, los dos subconjuntos de cestas estrictamente preferidas y cestas estrictamente no preferidas son abiertos.

Al analizar los pre-ordenes lexicográficos se concluye que violan la condición del axioma 4, debido a que el conjunto de las cestas estrictamente preferidas a una dada no forman un conjunto abierto. Sin embargo, cuando el axioma anterior se cumple existe un conjunto (con más de un elemento) de cestas para las que el agente es indiferente. Para el caso de dos bienes que sólo se pueden elegir en cantidades positivas, R^2, su representación se da a través de la siguiente "curva de indiferencia" (Gráfica I.1).



Gráfica I.1. Curvas de indiferencia

La gráfica anterior ejemplifica una curva de indiferencia e indica la separación entre cestas estrictamente preferidas y estrictamente no preferidas a que dan lugar. Se comprueba que el axioma de continuidad garantiza la existencia de una función ordinal de utilidad, garantizando, además, la continuidad de las funciones de utilidad.

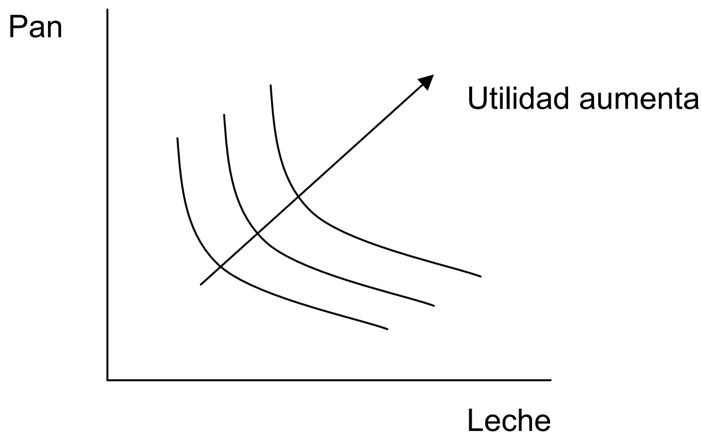
La representación de preferencias mediante funciones de utilidad queda establecida en el siguiente teorema:

TEOREMA 1. (Representación de preferencias mediante funciones de utilidad):

Para toda relación binaria, ≥, que satisfaga los axiomas 1 a 4 definida en un conjunto de cestas, Z, cerrado y convexo, existe una función ordinal de utilidad $U(x)$ que representa ≥.

Se debe señalar que en algunos casos es útil restringir un poco más el conjunto de preferencias admisibles imponiendo condiciones adicionales a la función de utilidad, o la relación binaria que define a las preferencias. Por ejemplo, se exige que la función de utilidad sea dos veces diferenciable, que tenga derivadas parciales estrictamente positivas (más es mejor) y que sea estrictamente cóncava. Entonces, cuando el conjunto de elección corresponde a algún subconjunto del espacio euclídeo, estas condiciones garantizan que las curvas de indiferencia sean estrictamente convexas y que el nivel de utilidad aumente en la dirección nordeste de dicho espacio.

En el caso concreto de $Z = R^2_+$, se tiene el caso que se representa en la Gráfica I.2.



Gráfica I.2. Preferencias "típicas".

I.1.3. LA TOMA DE DECISIONES DE LOS AGENTES ECONÓMICOS

En el apartado anterior se estableció que las preferencias de los agentes pueden ser representadas a través de las funciones de utilidad que satisfacen los cuatro axiomas analizados.

En esta sección se define el problema de decisión del agente al elegir la alternativa en *Z* que le proporciona el máximo nivel de utilidad, considerando los siguientes dos aspectos:

a) El entorno económico en el que se desenvuelve; y
b) Las restricciones económicas a las que se enfrenta.

El inciso a) se refiere al contexto concreto en el que el agente lleva a cabo su toma de decisiones. Asimismo, considerando el número de periodos en los que el agente toma decisiones, se distinguen dos entornos económicos distintos: los estáticos, donde sólo existe una fecha y los entornos multiperiodos, donde son varias las fechas y, por tanto, los periodos.

Debido a que la economía financiera tiene un mayor interés en los contextos económicos multiperiodos, no se puede hablar de una dimensión financiera de la economía a no ser que se conciba la posibilidad de trasladar poder adquisitivo intertemporalmente. Por ello, existen varios niveles de análisis de la toma de decisiones en contextos multiperiodo.

Un nivel considera el grado de conocimiento que tenga el agente respecto a la posible evolución de la economía en el futuro, distinguiendo economías con certeza, donde el agente sabe con seguridad lo que va a pasar en el futuro y economías con incertidumbre, donde son varias las posibles evoluciones de la economía en el futuro.

Otro nivel distingue entre economías de intercambio puro y las economías de la producción. En la primera, los agentes sólo deciden cómo intercambiar sus dotaciones iniciales de bienes de consumo con la finalidad de obtener nuevas asignaciones que generen un mayor grado de satisfacción. En las economías de la producción, existen agentes consumidores y empresas que utilizan recursos en determinados procesos productivos.

Un último nivel evalúa la tecnología financiera existente, en las que existen economías intermedias, con la existencia de una institución concreta, que generalmente son los bancos comerciales, que ofrecen contratos que permiten la asignación de recursos intertemporalmente, también existen las economías denominadas no intermedias o de activos financieros, que se caracterizan por la presencia de mercados donde se puede negociar una variedad de activos financieros de renta fija o de renta variable.

Considerando el anterior inciso b, la toma de decisiones de un agente suele estar sujeta a diversas limitantes, por ello, es posible que varias de las alternativas de elección en el conjunto Z sean inaccesibles o inviables para el agente principalmente por razones de presupuesto, pero también por cuestiones legales o contractuales. Entre las restricciones más importantes a las que se pueden enfrentar un agente racional y decidor se encuentran:

a) La restricción presupuestaria: Debido a esta restricción el agente económico sólo puede elegir las alternativas que son financieramente viables, o sea, aquellas que son financiables dado su ingreso y el poder de endeudamiento.
b) La restricción del entorno: Bajo esta restricción el agente se puede encontrar en contextos económicos donde hay restricciones adicionales específicas que limitan su ámbito de elección. Un tipo de restricción puede ser de índole legal, al no violar alguna ley establecida por las autoridades económicas, por ejemplo, las restricciones al endeudamiento a que se enfrentan los inversionistas institucionales (fondos de inversión y de pensiones) en muchos países o la prohibición de negociar en los mercados financieros con cierto tipo de información privilegiada. Por su parte, una restricción contractual surge por no violar una cláusula de un contrato que

el agente decidor ha establecido con otro agente, en ejemplo clásico es el caso del gestor de un fondo de pensiones que tiene instrucciones explicitas del consejo de administración en el sentido de no asumir riesgos en la inversión por arriba de un monto determinado.

Bajo las anteriores restricciones, el problema de decisión de un agente financiero condicionado a cierto entorno económico, *H*, se plantea como:

Bajo un entorno económico H, un agente racional y decidor debe resolver el siguiente problema:

$$Max_{x \varepsilon Z} U(x)$$

Sujeto a:

(1) Restricciones presupuestarias
(2) Restricciones del entorno H.

En síntesis, el problema de maximización establece que para la adecuada toma de decisiones por parte de agentes racionales se deben de considerar los dos tipos de restricciones, tanto las presupuestarias, como las del entorno de la economía.

I.1.4. ECONOMÍAS DE INTERCAMBIO PURO Y EQUILIBRIO WALRASIANO

El estudio del equilibrio a estudiar en esta sección considera un entorno estático, o sea con una única fecha, en donde existen muchos individuos con ciertas preferencias sobre el consumo de bienes y tenencia de dotaciones iniciales de los mismos. Un problema fundamental al que se enfrentan los agentes es que dichas dotaciones iniciales puede que no sean las que les proporcionen un mayor bienestar o utilidad. Por ello, es posible que mediante el intercambio de bienes entre los distintos agentes se logre un mayor nivel de utilidad para cada uno de ellos.

A manera de ejemplo, suponga una economía con sólo dos agentes, el A y el B, y dos bienes de consumo pan (bien 1) y leche (bien 2). Los dos agentes tienen las mismas preferencias, siendo la utilidad por el consumo de ambos bienes estrictamente creciente y estrictamente cóncava, estas últimas dos cuestiones significan que ambos agentes buscan consumir la mayor cantidad posible de cada uno de los bienes y unidades sucesivas del mismo bien reportan incrementos decrecientes de utilidad. Para el caso de que A tuviera todos los panes de la economía y B toda la leche, ambos estarían dispuestos en intercambiar pan por leche y viceversa. Además, como en esta economía no existen oportunidades de producción y como el problema primordial es reasignar los recursos existentes entre agentes y no entre consumir o invertir en procesos productivos, a este tipo de economía hipotética se le conoce como economía de intercambio puro.

Bajo estas condiciones se plantean tres supuestos sobre las posibilidades de intercambio:

1. Libre mercado. Para cada uno de los bienes de la economía existe un mercado abierto donde los agentes pueden libremente intercambiar dichos bienes a unos determinados precios. Por lo tanto, es en estos mercados donde se generan los precios a los que los individuos intercambian bienes entre sí.
2. Mercados perfectos. Caracterizados por la inexistencia de fricciones de cualquier tipo, se supone que no existe Gobierno, ni impuestos sobre transacciones, consumo, ingreso, etc, de la misma manera, no existen comisiones a pagar a intermediarios en las transacciones; tampoco existen costos de búsqueda de información para aprender sobre la calidad de los bienes de consumo, etc.
3. Agentes precio aceptantes. Se supone que ninguno de ellos tiene poder de mercado.

Se distingue que la economía está enmarcada en un contexto de libre mercado, con la existencia de un mercado abierto para cada uno de los bienes de la economía y donde los agentes son precio aceptantes. Bajo este contexto se consigue un equilibrio cuando los agentes seleccionan su cestas de bienes óptimas (optimalidad) y los precios son tales que la demanda de bienes en las cestas de consumo no es superior a la oferta de bienes, dada por las dotaciones iniciales (vaciado del mercado).

Con estas premisas, a continuación se analiza el equilibrio en una economía sencilla (condición de optimalidad y de vaciado de mercado), bajo los siguientes supuestos:

a) Existen sólo dos agentes que se denotan con el índice i (i = A, B);
b) Existen dos bienes de consumo que se denotan con índice j (j = A, B);
c) Cada agente dispone de determinadas dotaciones iniciales o recursos de cada uno de los bienes. Con $e = (e_{i1}, e_{i2})$ se representan las dotaciones iniciales del agente i. Así, e_{ij}, representa el número de unidades del bien j que el agente i tiene, y por tanto, puede consumir o intercambiar.
d) El vector de precios de los bienes de consumo se denota por $q = (q_1, q_2) \varepsilon R^2_{++}$.
e) Cada agente tiene determinadas preferencias sobre el consumo de dichos bienes que están determinadas por una función de utilidad, $U_i(c_i)$, donde $c_i = (c_{i1}, c_{i2})$ es la representación genérica de las diferentes cestas de consumo de dichos bienes que el agente i puede seleccionar.
f) Se supone que los agentes sólo consumen cantidades no negativas de ambos bienes, por lo que se supone que $c_i \varepsilon Z = R^2_+$

a) Condición de optimalidad

Considerando unos determinados precios de los bienes, q, cada agente selecciona sus asignaciones óptimas de consumo de entre todas aquellas que son “financiables”. En otras palabras, elige aquellas cestas que maximizan su utilidad entre todas las que satisfacen la restricción presupuestaria. A través de la restricción presupuestaria se establece que el costo o valor de las asignaciones elegidas no sea mayor a la riqueza del individuo, W_{i0}, que está dada por el valor de las dotaciones iniciales a dichos precios $q = (q_1, q_2)$. En términos formales la restricción presupuestaria del agente i se representa por:

$$q_1 c_{i1} + q_2 c_{i2} \leq q_1 e_{i1} + q_2 e_{i2} \equiv W_{i0}$$

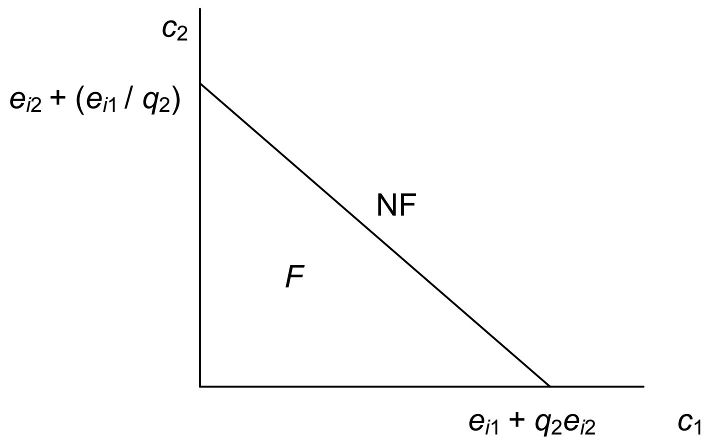
donde al conjunto de asignaciones $c_i = (c_{i1}, c_{i2})$, se le denomina conjunto de asignaciones financiables o conjunto de posibilidades de consumo y debe de satisfacer la restricción presupuestaria. Si se divide ambos lados de la desigualdad por una constante positiva, dicho conjunto no se verá alterado. O sea, se puede normalizar tomando el precio de uno de los bienes como el bien numerario de la economía. Si se toma el bien 1 como numerario y suponiendo que su precio es igual a 1, entonces, la restricción presupuestaria se puede escribir como:

[1.1] $$c_{i1} + q_2 c_{i2} \leq e_{i1} + q_2 e_{i2}$$

Bajo el supuesto de función de utilidad creciente en ambos lados de la desigualdad, la restricción presupuestaria se cumple, además de que los agentes jamás eligen no consumir recursos que sean financiables. La restricción dada en [1.1] también se puede expresar como:

[1.2] $$c_{i2} = 1/q_2 \, (e_{i1} - c_{i1}) + e_{i2}$$

La cual se representa en la Gráfica I.3:



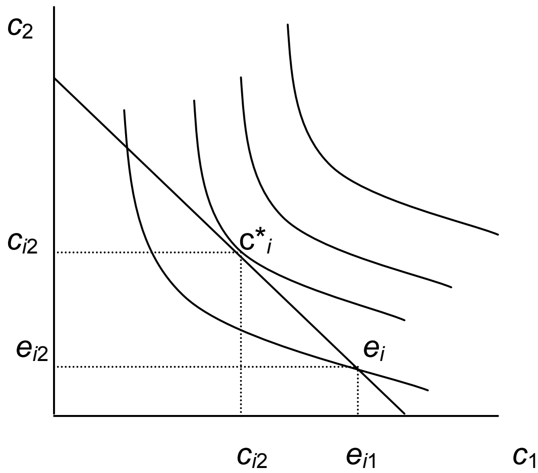
Gráfica I.3 Consumos financiables y no financiables

Según se distingue en la gráfica I.3 el conjunto de insumos financiables está dado por las asignaciones sobre y debajo de la recta que representa la restricción presupuestaria y el de los insumos no financiables por las cestas por encima de la recta. Entonces, bajo el supuesto de función de utilidad estrictamente creciente, los agentes siempre se sitúan sobre la recta presupuestaria.

Para cualquier precio dado q_2, cada agente i elegirá una cesta c^*_i que sea solución del problema de optimización siguiente:

$$\max_{c_i} U_i(c_{i1}, c_{i2}) \quad [1.3]$$
$$\text{s.a. } c_{i1} + q_2 c_{i2} = e_{i1} + q_2 e_{i2}$$
$$c_{i1} \geq 0,\ c_{i2} \geq 0.$$

Por otra parte, según lo anotado en la sección anterior, cuando se tiene una función de utilidad estrictamente creciente y estrictamente cóncava (o estrictamente cuasi-cóncava) las curvas de indiferencia son convexas y la utilidad aumenta conforme se eligen asignaciones más alejadas del origen (Gráfica I.4).



Gráfica I.4 Asignación óptima

En la gráfica I.4 se observa que la asignación óptima del agente es aquella en donde una de las curvas de indiferencia es tangente a la recta de la restricción presupuestaria. La asignación óptima c^*_i es aquella para la que la pendiente de la curva de indiferencia evaluada en c^*_i es igual a la pendiente de la restricción presupuestaria ($-1 / q_2$). Se distingue una situación donde el agente se mueve desde unas dotaciones iniciales, e_{i1}, que le ofrecen un nivel de utilidad con una cesta de consumo, c^*_i, que ofrece un nivel de utilidad mucho mayor. De esta forma, el agente venderá parte de sus tenencias del bien 1 y comprará unidades del bien de consumo 2.

Con la ayuda de la gráfica I.4 es posible encontrar la condición que caracteriza las condiciones óptimas, por lo que de la expresión [1.2] se determina la pendiente de la restricción presupuestaria siguiente:

Pendiente de la restricción presupuestaria = $-1 / q_2$

Además, es posible obtener la pendiente de la curva de indiferencia. Cabe señalar que una curva de indiferencia muestra diferentes combinaciones de consumo que dan al agente el mismo nivel de utilidad. La pendiente de las curvas de indiferencia sería, por tanto, igual a la tasa de cambio del consumo de un bien por el del otro (o relación marginal de sustitución en el consumo, RMS) manteniendo la utilidad del agente constante. Entonces, si se analizan aquellas cestas que dan un nivel de utilidad igual a U^0:

$$U_i(c_{i1,}\, c_{i2}) = U^0$$

Diferenciando ambos lados de la igualdad, se obtiene la siguiente expresión:

$$[\,\partial\, U_i\,(c_{i1,}\, c_{i2})\ /\ \partial c_{i1}\,]\, dc_{i1} + [\,\partial\, U_i\,(c_{i1,}\, c_{i2})\ /\ \partial c_{i2}\,]\, d\, c_{i2} = d\, U^{\,0} = 0$$

Entonces:

$$\mathrm{RMS}^i_{12} \equiv dc_{i2} / dc_{i1} = -\,[\,\partial\, U_i\,(c_{i1,}\, c_{i2})\ /\ \partial c_{i1}\,]\ /\ [\,\partial\, U_i\,(c_{i1,}\, c_{i2})\ /\ \partial c_{i2}\,]$$

Dado q_2, la asignación c^*_i será óptima si se satisface que:

$$\mathrm{RMS}^i_{12} = \text{Pendiente de la restricción presupuestaria} =$$

$$[1.4]\qquad = [\,\partial\, U_i\,(c^*_{i1,}\, c^*_{i2})\ /\ \partial c^*_{i1}\,]\ /\ [\,\partial\, U_i\,(c^*_{i1,}\, c^*_{i2})\ /\ \partial c^*_{i2}\,] = 1\ /\ q_2$$

El resultado de la expresión anterior también se puede encontrar de forma analítica por medio de las condiciones de primer orden del problema de optimización del agente *i*. De esta manera, manteniendo los supuestos anteriores, dichas condiciones son necesarias y suficientes para la existencia de una solución al problema.

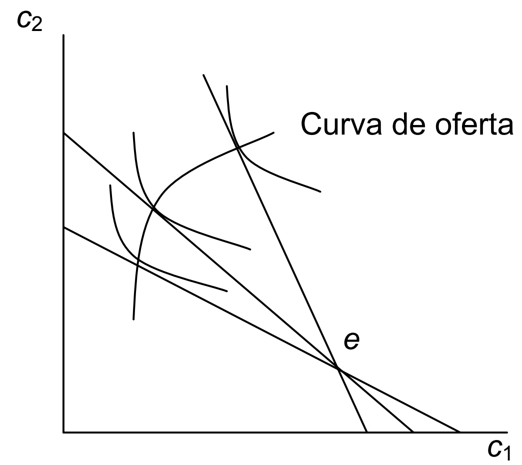
Si se denota λ como el multiplicador de Lagrange asociado a la restricción presupuestaria, entonces, para el caso de soluciones interiores, es decir aquellas en las que el agente consume cantidades estrictamente positivas de ambos bienes, se tiene:

$$\partial\, U_i\,(c^*_{i1,}\, c^*_{i2})\ /\ \partial c^*_{i1} = \lambda \qquad \text{y} \qquad \partial\, U_i\,(c^*_{i1,}\, c^*_{i2})\ /\ \partial c^*_{i2} = \lambda\, q_2$$

$$[\,\partial\, U_i\,(c^*_{i1,}\, c^*_{i2})\ /\ \partial c^*_{i1}\,]\ /\ [\,\partial\, U_i\,(c^*_{i1,}\, c^*_{i2})\ /\ \partial c^*_{i2}\,] = 1\ /\ q_2$$

Siendo el mismo resultado obtenido en la expresión [1.4].

Se puede resolver el problema de optimización del agente para distintos precios y a la curva que une las diferentes cestas óptimas asociadas a cada precio se le conoce como curva de oferta de la Gráfica I.5.



Gráfica I.5 Curva de oferta

b) Condición de vaciado del mercado

La condición de equilibrio también establece que la cantidad demandada total para cada bien sea igual a su oferta agregada. En la economía de intercambio puro, la oferta agregada es la suma de las dotaciones de todos los agentes de la economía. Entonces, el vaciado del mercado se producirá cuando:

$$c_{A1} + c_{B1} = e_{A1} + e_{B1} = \text{(vaciado del mercado del bien 1)}$$
$$c_{A2} + c_{B2} = e_{A2} + e_{B2} = \text{(vaciado del mercado del bien 2)}$$

En esta economía se debe de cumplir la Ley de Walras. Esta ley establece que el vaciado de un mercado se produce de manera automática una vez que todos los demás mercados están vacíos. De acuerdo a lo señalado por Varian (1995):

> *"La Ley de Walras dice algo bastante obvio: si cada uno de los individuos satisface su restricción presupuestaria, de tal manera que el valor de su exceso de demanda es nulo, el valor de la suma de los excesos de demanda debe ser nulo. Es importante darse cuenta de que esta ley establece que el valor del exceso de demanda es idénticamente igual a cero cualquiera que sea el precio".*

Para comprobar que dicha ley se cumple en este tipo de economía las restricciones presupuestarias de los agentes están dadas por:

$$c_{A1} + q_2 c_{A2} = e_{A1} + q_2 e_{A2}$$
$$c_{B1} + q_2 c_{B2} = e_{B1} + q_2 e_{B2}$$

Manipulando las dos ecuaciones anteriores se tiene que:

$$[(c_{A1} + c_{B2}) - (e_{A1} + e_{B1})] + q_2[(c_{A2} + c_{B2}) - (e_{A2} + e_{B2})] = 0$$

Si el mercado del bien 1 está vacío el primer término es igual a cero. Como el precio del bien 2 es distinto de cero, la anterior expresión implica que el mercado del bien 2 también estará vacío. Asimismo, el vaciado del mercado del bien 2 implica el vaciado del bien 1. Se concluye que una de las dos condiciones de vaciado del mercado es redundante.

Con lo hasta aquí desarrollado se puede definir el equilibrio walrasiano de la economía de la siguiente forma:

DEFINICIÓN 1. (Equilibrio competitivo o walrasiano en la economía 2 x 2):

$[q^*, (c^*_{A1}, c^*_{A2}), (c^*_{B1} + c^*_{B2})]$ constituyen un equilibrio walrasiano o competitivo si cumplen las siguientes condiciones:

1.- OPTIMALIDAD WALRASIANA: Dado q^*_2, para cada i, c^*_i es solución al problema siguiente:

$$\begin{gathered}\max_{c_{i1},\, c_{i2}} U_i(c_{i1}, c_{i2}) \\ \text{s.a. } c_{i1} + q_2 c_{i2} = e_{i1} + q_2 e_{i2} \\ c_{i1} \geq 0,\ c_{i2} \geq 0.\end{gathered}$$

2.- VACIADO DEL MERCADO WALRASIANO:

$$\begin{gathered}c^*_{A1} + c^*_{B1} = e_{A1} + e_{B1} \\ c^*_{A2} + c^*_{B2} = e_{A2} + e_{B2}\end{gathered}$$

Con el estudio de los agentes racionales y del equilibrio walrasiano realizado se concluye lo siguiente:

- En una economía walrasiana de intercambio puro se tienen una serie de agentes caracterizados por unas determinadas preferencias y dotaciones iniciales. Estas dotaciones son llamadas primitivas o variables fundamentales de la economía.
- El equilibrio se alcanza cuando existen precios a los que los agentes intercambian bienes entre sí logrando combinaciones de consumo óptimas y los mercados se vacían.
- Los precios y los consumos óptimos son las variables endógenas de la economía. Sus valores de equilibrio serán función de las primitivas de la economía.

Finalmente, bajo el supuesto de ausencia de arbitraje los precios se toman como dados y los precios en sí son las primitivas de la economía. Por lo tanto, se establecen relaciones entre ellos de manera que no puedan producir oportunidades de arbitraje y las variables endógenas son los precios de no arbitraje de los activos existentes y de otros cualesquiera que se introdujesen en la economía, como se verá en los siguientes capítulos.

I.2. ENFOQUE TÉCNICO DE LA VALORACIÓN DE ACTIVOS FINANCIEROS

Un campo primordial de la economía financiera actual tiene como objetivo proponer y evaluar diferentes modelos de valoración de activos financieros. En términos generales, a través de estos modelos se determina cuánto valen hoy los derechos adquiridos sobre los recursos futuros que generan las inversiones reales asociadas a dichas inversiones financieras, ajustando dicho valor por el riesgo que conlleva la inversión y el tiempo que dicha inversión tarda en recuperarse. Básicamente, se busca valorar hoy derechos adquiridos sobre recursos futuros inciertos.

Según Villalón (2006), durante mucho tiempo, los economistas que han desarrollado la teoría financiera han sido los arquitectos de los sistemas de seguridad financiera y han colaborado para mejorar las técnicas de valoración. La ciencia económico-financiera, ha hecho posible compartir cada uno de los riesgos y compensar aquellos que ocasionan pérdidas de modo que las desviaciones desfavorables no generen problemas financieros a los individuos, a las organizaciones y a la sociedad.

En la práctica, existen dos metodologías que determinan el precio y el riesgo de los activos financieros, a saber:

a) Técnicas de ausencia de arbitraje;
b) Técnicas de equilibrio.

La primera técnica, que parte de la idea de ausencia de arbitraje, consiste en replicar los pagos de un activo en cada estado de la naturaleza mediante una cartera alternativa de activos. El costo de dicho activo, y por tanto su precio, es igual al costo de la cartera utilizada. En caso contrario, es posible realizar un arbitraje. En otras palabras, esta metodología intenta replicar los pagos futuros de los activos que se quieren valorar mediante combinaciones de otros activos ya existentes, donde los precios de estos activos se toman como dados.

Como lo señalan Marín y Rubio (2001), el principio general de valoración bajo ausencia de arbitraje establece que:

> *“Si se quiere valorar un activo, construiremos una cartera formada por dos activos ya existentes, cuyos precios podemos observar y que sea autofinanciada (y posiblemente dinámica). Esta cartera autofinanciada debe construirse de manera que tenga en cada momento futuro y en cada contingencia o estado de la naturaleza futuro los mismos pagos que el activo que queremos valorar. Es decir, construiremos dicha cartera de forma que replique los pagos*

> *del activo que deseamos valorar. Para evitar que existan oportunidades de arbitraje, el costo que supone comprar dicha cartera réplica hoy debe ser igual al costo de adquirir el activo que deseamos valorar. Naturalmente, dicho costo es precisamente el precio del activo..."*

De acuerdo a la sección anterior, los modelos bajo ausencia de arbitraje no consideran a las funciones de demanda, preferencias o dotaciones de los agentes, lo único que establecen es que si un conjunto de precios prevalece en los mercados, entonces tales precios deben relacionarse de tal manera que no presenten oportunidades de arbitraje. Además. el único supuesto necesario sobre el comportamiento de los agentes es que prefieren más riqueza a menos, lo que realmente supone incorporar una mínima estructura de análisis sobre los agentes racionales.

La valoración de ausencia de arbitraje o ecuación de valoración es simplemente una expresión que nos dice que el precio de un bono o de cualquier activo financiero, es el valor actual de los flujos futuros generados por dicho bono. Valoración mediante ausencia de arbitraje y mediante cálculo del valor presente de flujos futuros son por tanto dos formas alternativas de decir exactamente lo mismo.

El enfoque basado en el supuesto de ausencia de arbitraje se ha popularizado dentro del campo de la economía financiera y sus ventajas tienen su apoyo en los escasos supuestos que resultan necesarios para alcanzar predicciones precisas sobre el comportamiento de los precios, en especial, permiten trabajar con supuestos muy básicos sobre las preferencias de los agentes, además que conducen a reglas de valoración y cobertura explícitas, lo cual tiene implicaciones muy relevantes para la asignación de los recursos en un entorno de incertidumbre.

Los siguientes ejemplos justifican el uso de la metodología apoyada en supuestos de ausencia de arbitraje:

1. Cuando existe la posibilidad de arbitraje, un mercado no podría ser eficiente desde el punto de vista informativo. Por ello se ha establecido que la eficiencia en la información sentó las bases para el posterior desarrollo de la teoría de las expectativas racionales con su gran impacto general en la ciencia económica.
2. El supuesto primordial de ausencia de arbitraje produce reglas lineales de valoración de activos que conducen a modelos sobre la relación explícita entre rendimiento esperado y riesgo. Por ello, el modelo más conocido de valoración de activos financieros, el CAPM, supone una simple relación lineal entre rendimiento esperado y riesgo.

3. El modelo de estructura de capital de Modigliani y Miller (1958) es simplemente la aplicación directa de la ausencia de arbitraje al análisis de las decisiones empresariales financieras óptimas.[3]
4. Todos los trabajos que tratan sobre la valoración de opciones o, más generalmente, con la valoración de activos o derechos contingentes, sobre los recursos generados en el futuro, tienen su base metodológica en la ausencia de arbitraje y en la idea de replicar pagos futuros de activos a través de carteras de activos existentes.
5. En la actualidad el uso de la técnica basada en el supuesto de ausencia de arbitraje se ha generalizado en los mercados financieros y su creciente popularidad se debe principalmente a la enorme utilidad práctica que se le ha encontrado.

Para Marín y Rubio (2001) los supuestos de la ausencia de arbitraje como hipótesis de trabajo transforman a la economía financiera en una materia con naturaleza propia, siendo una herramienta de trabajo muy útil que ha tenido y tendrá consecuencias muy importantes para el estudio de la economía en general.

Los modelos basados en técnicas de equilibrio tienen su soporte en el análisis económico tradicional de oferta y demanda, en el comportamiento optimizador de los agentes económicos y en el vaciado del mercado. En otras palabras, los modelos de equilibrio se basan en un conjunto de consumidores y empresas que, bajo ciertas preferencias y dotaciones, maximizan algún índice de satisfacción, además buscan un conjunto de precios en el cual la demanda de bienes se iguale a la oferta y en donde dichos precios están determinados endógenamente.

Los modelos de equilibrio presentan ventajas importantes en mercados en donde las fricciones institucionales son relevantes, en donde, además, es necesario adoptar supuestos especializados sobre la naturaleza de las preferencias de los individuos o sobre los procesos estocásticos de las variables económicas claves. De esta manera, se han propuesto un sinnúmero de modelos analíticos con predicciones certeras sobre el comportamiento de los precios con relación al riesgo de una gran variedad de activos financieros.

Para la aplicación correcta del enfoque de equilibrio en modelos de valoración es necesario conocer las demandas óptimas de los distintos agentes de tal manera que puedan agregarse. Con dicha agregación de demandas óptimas se busca el equilibrio. El funcionamiento inicia cuando los agentes económicos, dotados cada uno de unas cantidades iniciales de cada bien o activo financiero, intercambian entre sí de acuerdo con sus preferencias y de forma que lo que se desea vender de cada bien en agregado sea igual a lo que se desea comprar.

[3] La teoría de Modigliani y Miller sostiene que la política de dividendos no afecta ni el precio de las acciones ni el costo del capital y los inversionistas se muestran indiferentes ante el reparto de dividendos y las ganancias de capital.

Las proporciones en que se intercambian los bienes son unas constantes que se igualan con la tasa a que cada agente está dispuesto a intercambiar cada par de bienes. Estas constantes son los denominados precios de equilibrio, de manera de que lo que cada agente puede hacer es igual a lo que quiere hacer. Estos precios son los que los modelos de la economía financiera tratan, precisamente, de explicar. La situación de equilibrio es tal que los agentes no tienen incentivo alguno a salirse de ella al hacerse compatible dicha situación de equilibrio con los incentivos que mueven a los agentes.

Anteriormente se ha mencionado que la técnica que enlaza directamente con la idea de ausencia de arbitraje consiste en replicar los pagos de un activo en cada estado de la naturaleza mediante una cartera alternativa de activos. El costo de dicho activo, y por tanto su precio, será igual al costo de la cartera utilizada. En caso contrario, será posible realizar un arbitraje.

Esta técnica, usada y explotada al máximo por la economía financiera, es lo que le otorga un carácter especial y propio a los modelos de valoración de activos. Además, de que sus ventajas se basan en requisitos mínimos que se imponen sobre las preferencias de los agentes en el análisis, en las potentes expresiones de valoración que se obtienen y en las explícitas estrategias de cobertura que implican, con la enorme importancia de orden práctico que esto trae consigo.

Sin embargo, es valido resaltar que en el enfoque tradicional de equilibrio también se impone el supuesto de ausencia de arbitraje, ya que la no posibilidad de arbitraje es una condición necesaria para que se alcance el equilibrio pues de lo contrario los consumidores y las empresas demandarían cantidades infinitas del bien y, por lo tanto, el equilibrio no se lograría.

En las cuatro secciones siguientes se presenta el marco matemático y teórico vigente de los modelos de valoración de activos financieros bajo el supuesto de ausencia de arbitraje, los cuales se han convertido en una herramienta útil en la valoración real de instrumentos en los mercados de capitales y en la medición y control de los riesgos financieros de mercado.

I.2.1. EL MODELO DE PREFERENCIA TIEMPO-ESTADO, LOS ACTIVOS ARROW-DEBREU Y LA ECUACIÓN FUNDAMENTAL DE VALORACIÓN

En este apartado se da una introducción a la metodología general para la valoración de activos financieros con riesgo, considerando el arbitraje en un contexto de incertidumbre. Es de suma importancia destacar que el activo a valorar es contingente con el comportamiento de algún activo financiero que se negocie en los mercados financieros.

Un activo contingente se puede definir como un activo financiero cuyos pagos dependen de una función definida a priori de un suceso futuro incierto. Por ejemplo, en el mercado bursátil, un activo puede ser contingente únicamente cuando el precio de una acción supere un nivel especificado a priori en el contrato establecido entre dos agentes. Asimismo, otros activos contingentes de gran importancia en la actualidad son los instrumentos derivados como los futuros y las opciones. En estos activos sus pagos futuros inciertos se derivan de o son contingentes con el comportamiento del llamado activo subyacente, el cual es el que se negocia en los mercados y sobre el que se ha establecido el contrato del activo contingente, de esta manera, tanto el activo contingente como el subyacente están asociados a la misma fuente de incertidumbre.

Dentro de la economía financiera una manera de representar a la incertidumbre que está asociada a los mercados financieros es a través del denominado modelo de preferencia tiempo-estado. En este se describen las diversas incertidumbres que pueden presentar los activos financieros en relación a ciertos escenarios, conocidos como estados de la naturaleza. Por ejemplo, cuando los economistas tratan de pronosticar el comportamiento de alguna variable de importancia, como el Producto Interno Bruto, la inflación, el tipo de cambio o la tasa de interés, se liga la incertidumbre asociada a cada variable con posibles escenarios que, bajo determinadas probabilidades, se pueden presentar en el futuro. Estos diferentes escenarios son llamados estados de la naturaleza. En el modelo de preferencia tiempo-estado, se considera que existen un número finito de estados de la naturaleza y para que el modelo se aproxime más a la realidad solamente se van incrementado los estados que sean necesarios.

La economía financiera moderna supone que un mercado ideal es aquel en donde existan activos contingentes, llamados también activos elementales o activos Arrow-Debreu, los cuales por sus características se convierten en una herramienta imprescindible al momento de valorar activos financieros. Cabe mencionar que las finanzas prácticas que hoy en día se hacen en los mercados de capitales, se ejecutan según los mensajes y las consecuencias de estos activos. De esta manera, los mercados, contratos e instituciones que funcionan tratan de reproducir las estructuras de pagos que brindan los activos contingentes o Arrow-Debreu. Debido a la incertidumbre a la que se enfrentan los agentes en la toma de decisiones, que se ve reflejada en el desconocimiento sobre el particular estado de la naturaleza que se presentará en el futuro, se hace necesario que en mercados donde se negocien activos Arrow-Debreu, se tenga un número determinado de activos, uno por cada estado de la naturaleza, que prometen pagar una unidad monetaria si un estado de la naturaleza concreto ocurre en la realidad y cero si este estado no es el verdadero.

Por ejemplo, si se tienen dos estados de la naturaleza, deben de existir dos activos Arrow-Debreu, un activo que paga una unidad monetaria en el estado $s = 1$ y nada en el estado $s = 2$, y otro activo Arrow-Debreu que paga una unidad monetaria en el estado $s = 2$ y cero el estado $s = 1$. En términos generales, se puede denominar como ϕ_s al precio hoy del activo Arrow-Debreu que paga una unidad monetaria en el estado s y nada en caso contrario. De esta manera, se puede anticipar que los activos Arrow-Debreu deben satisfacer la siguiente relación:

$$\phi_1 + \phi_2 = b = [\ 1 / (1 + r)]$$

donde *b* es el precio del bono básico que paga una unidad monetaria en un año y *r* es el rendimiento a un año del activo seguro.

Una forma de evitar las posibilidades de arbitraje es asegurar que la siguiente ecuación se cumpla:

$$\Sigma\ \phi_s = [\ 1 / (1 + r)] \qquad [1.5]$$

Lo que la ecuación anterior expresa es que al final de periodo siempre debe ocurrir uno de los dos estados de la naturaleza. Si se mantiene un titulo de cada uno de los activos Arrow-Debreu existentes se tiene asegurado que, al final del periodo, se reciba una unidad monetaria, siendo este pago idéntico al que se recibiría por invertir en un bono básico, por lo que al formarse una cartera compuesta por una unidad de cada uno de los activos Arrow-Debreu y el bono básico, deben de tener hoy el mismo costo.

Se debe de enfatizar que una vez que se dispone de los activos Arrow-Debreu es posible valorar cualquier activo financiero, ya que estos activos reflejan lo que los inversionistas están dispuestos a pagar hoy por unidades de consumo (unidades monetarias) en cada uno de los estados de la naturaleza futuros. Además, los activos Arrow-Debreu se pueden interpretar como una especie de seguro que se contrata al recibir una determinada cantidad de dinero si un determinado estado de la naturaleza ocurre. Además, haciendo uso de los activos Arrow-Debreu es demostrable que se puede obtener una flexibilización absoluta de las preferencias sobre los patrones de consumo deseados por los individuos en los distintos estados de la naturaleza posibles.

También es evidente que cuanto mayor sea el número de activos disponibles en un mercado financiero, las funciones básicas atribuidas a dichos mercados se desarrollarán más eficazmente. Más aún, se dice que si no existiesen los mercados de capitales, los agentes se verían obligados a consumir sus dotaciones y ello influye negativamente en el entorno económico. En cambio, cuando se tienen mercados formados por activos Arrow-Debreu, estos permiten trasladar poder de compra en cualquier dirección en términos bien definidos. En este caso, sería como tener tantos activos disponibles como estados de la naturaleza o, si se prefiere, tantos activos como contingencias futuras.[4]

Sin embargo, se debe aclarar que en la realidad no existen los mercados completos, debido a que los mercados no se caracterizan por su completitud, lo

[4] En general, las operaciones y/o actividades que realizan los sistemas financieros modernos permiten: a) Facilitar el comercio, la cobertura, la diversificación de los riesgos; b) Asignar recursos; c) Supervisar la labor de los administradores y ejercer control sobre las empresas; d) Movilizar el ahorro y e) Facilitar el intercambio de bienes y servicios (Méndez, 2007).

que quiere decir que no se puede trasladar poder de compra en cualquier dirección y que, además, en las direcciones en que se puede trasladar no existe conocimiento perfecto. En otras palabras, no es posible alcanzar cualquier patrón arbitrario de consumo deseado por los agentes económicos. En una situación así, las asignaciones de los recursos y los repartos de riesgos no son óptimos por lo que inmediatamente se debe de tener la posibilidad de intervenir en los mercados. De esta manera, el sistema financiero surge analíticamente como una intervención que permite completar la estructura de mercados y, en consecuencia, disipar la falta de información y volver a generar las asignaciones óptimas de los recursos.

La anterior descripción pormenorizada del modelo de preferencia tiempo-estado y de los activos contingentes o activos Arrow-Debreu ofrecen una visión unificada de la economía financiera que se logra mediante la llamada ecuación fundamental de valoración y que se representa por:

[1.6] $$V_j = \Sigma \ \phi_s X_{js}$$

donde, en ausencia de arbitraje, el valor actual del activo *j* esta dado por la expresión [1.6], ϕ_s es el precio del activo Arrow-Debreu que paga una unidad monetaria en el estado *s* y cero en el caso contrario y X_{js} es el pago o flujo de caja en unidades monetarias del activo *j* en el estado de la naturaleza *s.*

Se debe aclarar que las probabilidades da cada estado no son necesarias para valorar activos. Solamente los precios hoy de las unidades de consumo recibidas en los estados de la naturaleza futuros, son suficientes para valorar cualquier activo financiero mediante carteras réplica siempre que existan tantos activos financieros con pagos linealmente independientes como número de contingencias o estados de la naturaleza. En otras palabras, siempre que existan tantos activos Arrow-Debreu como contingencias o estados de la naturaleza se dice que el mercado es completo.

A través de la ecuación [1.6] se puede explicar el argumento establecido de ausencia de arbitraje. Por ejemplo, si se considera que cualquier activo *j* paga X_{js} en el estado *s*, entonces los inversionistas pueden replicar dicho pago manteniendo X_{js} títulos del activo Arrow-Debreu que paga una unidad monetaria cuando ocurre el estado *s* y esta estrategia se puede continuar para todos los estados, s = 1, ..., S. Para evitar posibilidades de arbitraje, el costo de la cartera réplica de activos Arrow-Debreu se tiene que igualar al costo del activo *j*. El costo de la cartera réplica de activos Arrow-Debreu es el resultado que se obtiene de la multiplicación de cantidades (X_{js}) por precios (ϕ_s), donde el costo del activo *j* es su precio o valor de mercado, V_j.

La ecuación fundamental de valoración establece que el precio o valor de cualquier activo *j*, considerando el supuesto de ausencia de arbitraje, es igual al valor actual de sus pagos futuros, donde los valores de descuento reflejan tanto la incertidumbre de cada estado donde se generan los flujos de caja como el valor del dinero en el tiempo y vienen recogidos por los precios de los activos Arrow-Debreu. La ausencia de arbitraje garantiza que dicho factor de descuento existe y es positivo, y más aún, si el mercado es completo, entonces dicho factor de descuento es único.

Para fines prácticos se debe señalar que en el contexto de valoración bajo ausencia de arbitraje, el factor de descuento también puede tomar las siguientes denominaciones: factor de descuento estocástico, precio de los activos Arrow-Debreu, probabilidad neutral al riesgo, medida equivalente de martingala y derivada de Radon-Nikodym.

I.2.2. ARBITRAJE Y PROBABILIDADES NEUTRALES AL RIESGO

En esta sección se presenta matemáticamente la teoría formal de valoración de activos financieros, cuya introducción sintética se realizó en el numeral anterior.

Partimos de que el precio o valor de cualquier activo financiero *j,* para *j* = 1, ..., N, en un momento del tiempo *t,* es:

[1.7]
$$V = \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ . \\ . \\ V_N \end{pmatrix}$$

El conjunto de los posibles estados de la naturaleza queda expresado en el siguiente vector S-dimensional:

[1.8]
$$\Omega = \begin{pmatrix} s_1 \\ s_2 \\ . \\ . \\ s_S \end{pmatrix}$$

donde cada s_s representa un resultado que puede acontecer. Estos estados son “mutuamente excluyentes” y, al menos, está garantizado que puede acontecer uno de ellos. En general, los activos financieros tendrán valores diferentes y proporcionarán resultados diferentes en estados de la naturaleza diferentes s_s. Se supone que hay un número finito *k* de tales posibles estados.

El flujo de caja o pagos en unidades monetarias que cada activo financiero *j* genera si se presenta el estado de la naturaleza s_s, se formaliza en la siguiente matriz de pagos:

[1.9]
$$X = \begin{pmatrix} X_{11} & X_{12} & . & . & X_{1S} \\ X_{21} & X_{22} & . & . & X_{2S} \\ . & . & & & . \\ . & . & & & . \\ X_{N1} & X_{N2} & . & . & X_{NS} \end{pmatrix}$$

En esta matriz de *N x S*, cada fila representa lo que cada activo individual genera o paga en cada uno de los S_s posibles estados y cada columna lo que cada uno de los *N* activos existentes paga en un determinado estado de la naturaleza.

La rentabilidad bruta de cada activo *j* se da en la siguiente matriz *R,* que se obtiene dividiendo cada elemento de la matriz [1.9] por el precio actual de cada uno de los activos existentes que, dada la responsabilidad limitada, debe ser distinto de cero y positivo:

[1.10]
$$R = \begin{pmatrix} X_{11}/V_1 \equiv R_{11} & X_{12}/V_1 \equiv R_{12} & . & . & X_{1S}/V_1 \equiv R_{1S} \\ X_{21}/V_2 \equiv R_{21} & X_{22}/V_2 \equiv R_{22} & . & . & X_{2S}/V_2 \equiv R_{2S} \\ . & & & & \\ . & & & & \\ X_{N1}/V_N \equiv R_{N1} & X_{N2}/V_N \equiv R_{N2} & . & . & X_{NS}/V_N \equiv R_{NS} \end{pmatrix}$$

Usando las representaciones matemáticas anteriores y con la finalidad de ejemplificar se analiza un supuesto mercado financiero que está compuesto por los siguientes tres activos financieros:

a) Un activo seguro, CETES, por ejemplo, en el que se invierte una cierta cantidad de dinero, *B,* cuya rentabilidad bruta a un horizonte de un único periodo y conocida con certeza es igual a (1 + *r*). Cuando *B* es negativa significa que se ha pedido un préstamo por dicha cantidad a la tasa de interés del activo seguro. En caso contrario, si *B* fuese positiva significa que se ha prestado una cantidad igual a *B* también a la tasa de interés del activo seguro;

b) Un activo incierto, acciones en este caso, cuyo pago futuro puede ser más alto o más bajo respecto al nivel actual de su precio. Este mercado es de un único periodo y dos fechas, por lo que se puede interpretar el pago del activo incierto al final del periodo como el precio final del activo o precio al que se liquidaría la empresa. Así, en este caso pueden ocurrir dos posibles estados de la naturaleza, uno será el estado al alza en el precio de la acción y que es igual a $s_1 = u$, y el otro es el estado a la baja en el precio del activo y que se representa por $s_2 = d$;

c) Un activo derivado o activo contingente, como una opción de compra, que otorga a su poseedor el derecho, pero no la obligación, de comprar un número determinado de títulos del activo subyacente incierto al final del periodo por un precio pactado hoy igual a *K.*

De esta manera, el vector de precios es:

$$V = \begin{pmatrix} B \\ P \\ c \end{pmatrix} \qquad [1.11]$$

donde *B* es el cantidad en pesos prestada o pedida prestada a la tasa de interés del activo seguro, *P* es el precio actual del activo incierto y *c* es el precio actual de la opción de compra. Aquí, *B* no hace referencia al precio por unidad, como en el caso del activo incierto y de la opción, sino que es la cantidad total invertida a la tasa de interés *r.*

En este hipotético mercado se tienen $N = 3$ activos y $S = 2$ estados de la naturaleza y de acuerdo a la notación anterior, la matriz de pagos, *X,* sería de orden 3 x 2:

$$X = \begin{pmatrix} X_{11} \equiv (1+r)B & X_{12} \equiv (1+r)B \\ X_{21} \equiv Pu & X_{22} \equiv Pd \\ X_{31} \equiv c_u & X_{32} \equiv c_d \end{pmatrix} \qquad [1.12]$$

en esta expresión y debido a la definición de la opción de compra:[5]

$$c_u = max\ (0, P_u - K)$$
$$c_d = max\ (0, P_d - K),$$

lo que significa que el titular sólo ejercerá su derecho en el caso de que el precio del subyacente al final del periodo sea superior al valor fijado en el contrato *K,* de esta manera, el titular tiene derecho a comprar por un precio *K* un activo que tiene un valor en el mercado secundario superior a *K.* En cambio, cuando el precio del subyacente es menor que *K,* el poseedor de la opción no ejercería su derecho, ya que es mejor adquirir el activo en el mercado secundario que ejercer la opción y pagar el precio especificado hoy, que es igual a *K.*

En el contexto de los tres activos analizados, dados el vector de precios, *V,* y la matriz de pagos *X* y suponiendo que los dos estados de la naturaleza tienen probabilidad de ocurrencia, se establece que:

a) si existen dos constantes estrictamente positivas, ϕ_u y ϕ_d, tal que los precios de los activos financieros satisfacen la siguiente expresión, entonces se concluye que no existen oportunidades de arbitraje:

[5] El subíndice *u* significa precio a la alza *(up)* y el subíndice *d* significa precio a la baja *(down).*

[1.13] $$\begin{pmatrix} B \\ P \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B(1+r) & B(1+r) \\ P_u & P_d \\ c_u & c_d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_u \\ \phi_d \end{pmatrix}$$

b) Si en el mercado financiero formado por el vector de precios, *V,* y la matriz de pagos *X,* no existen oportunidades de arbitraje, entonces existen dos constantes estrictamente positivas, ϕ_u y ϕ_d, que satisfacen la expresión [1.13].

Estos valores constantes son los precios de los activos contingentes elementales o activos Arrow-Debreu, que funcionan bajo la regla señalada, o sea, que pagan una unidad monetaria si un determinado estado de la naturaleza ocurre y cero en el caso contrario.

Por lo que ya se puede definir el Primer Teorema Fundamental de la Economía Financiera, el cual establece lo siguiente:

> ***La estructura financiera (V, X) está exenta de oportunidades de arbitraje, si y sólo si, existe un vector de constantes estrictamente positivas Φ, tal que $V = X\Phi$.***

A continuación se analizan los resultados prácticos de este teorema.

Primero, si se divide la primera fila de [1.13] por B en ambos lados se obtiene:

[1.14] $$1 = (1 + r)\,\phi_u + (1 + r)\,\phi_d$$

segundo, si se definen las siguientes expresiones:

[1.15] $$\pi^*_u \equiv (1 + r)\,\phi_u$$ $$\pi^*_d \equiv (1 + r)\,\phi_d$$

y ya que los precios de los activos Arrow-Debreu son positivos y dado [1.14], se observa que π^*_u y π^*_d tienen propiedades similares a una probabilidad. Por lo que:

$$0 < \pi^*_s \leq 1;\ \ s = u,d$$

$$\pi^*_u + \pi^*_d = 1$$

Se observa que los términos π^*_s son positivos y su suma es igual a 1, por lo que pueden interpretarse como probabilidades asociadas a los estados de la naturaleza que, en este ejemplo hipotético, se denominan los estados al alza como (*u = up*) y a la baja como (*d = down*).

Se debe aclarar que estas probabilidades, conocidas como probabilidades neutrales al riesgo o probabilidades riesgo neutro, no son las originales probabilidades de ocurrencia de los distintos estados de la naturaleza, sino que las verdaderas probabilidades serán en general distintas de π^*_u y π^*_d.

Las probabilidades neutrales al riesgo existen siempre que no existan oportunidades de arbitraje en el mercado financiero y viceversa, siempre que se puedan encontrar las probabilidades neutrales al riesgo no existirán oportunidades de arbitraje en el mercado financiero. Con ello se está describiendo el Primer Teorema Fundamental de la Economía Financiera no en términos de los precios de los activos financieros, sino haciendo uso de las probabilidades neutrales al riesgo, que han sido decisivas para entender el mundo real de los mercados financieros modernos, como se demuestra a continuación.

Separando los componentes de la expresión [1.13] se obtiene:

$$\begin{aligned} 1 &= (1+r)\,\phi_u + (1+r)\,\phi_d \\ P &= \phi_u P_u + \phi_d P_d \\ c &= \phi_u c_u + \phi_d c_d \end{aligned} \qquad [1.16]$$

con este resultado se muestra una aplicación directa de la ecuación fundamental de valoración [1.5], en donde la primera de las tres ecuaciones es la ecuación [1.14]. Ahora, si se multiplica el lado derecho de las dos últimas ecuaciones de [1.16] por $(1 + r) / (1 + r)$ se obtiene:

$$\begin{aligned} P &= [\,1/(1+r)\,]\,[\,(1+r)\,\phi_u P_u + (1+r)\,\phi_d P_d\,] \\ c &= [\,1/(1+r)\,]\,[\,(1+r)\,\phi_u c_u + (1+r)\,\phi_d c_d\,] \end{aligned} \qquad [1.17]$$

y como se interpretó a $\pi^*_s = (1 + r)\phi_s$ como una probabilidad, entonces [1.17] también se puede escribir así:

$$\begin{aligned} P &= [\,1/(1+r)\,]\,[\,\pi^*_u P_u + \pi^*_d P_d\,] = [\,1/(1+r)\,]\,[\,\pi^*_u P_u + (1-\pi^*_u)P_d\,] \\ c &= [\,1/(1+r)\,]\,[\,\pi^*_u c_u + \pi^*_d c_d\,] = [\,1/(1+r)\,]\,[\,\pi^*_u c_u + (1-\pi^*_u)c_d\,] \end{aligned} \qquad [1.18]$$

entonces, para cualquier activo j cuyo precio venga dado por V_j y sus pagos por X_{js}, para un estado cualquiera s, la expresión [1.18] puede representarse en la siguiente forma generalizada:

$$V_j = [\,1/(1+r)\,]\ \Sigma\ \pi^*_s X_{js} = b\ \Sigma\ \pi^*_s X_{js} \qquad [1.19]$$

En la ecuación [1.18], tanto $[\,\pi^*_u P_u + (1 - \pi^*_u)P_d\,]$ como $[\,\pi^*_u c_u + (1 - \pi^*_u)c_d\,]$, son los valores esperados de los flujos futuros generados por ambos activos. En otras palabras, son las probabilidades neutrales al riesgo y representan una media ponderada de flujos futuros, en donde las ponderaciones son las probabilidades asociadas a cada estado y por ello son valores esperados.

Entonces se puede decir que el valor de cualquier activo se puede calcular a través del valor esperado de los flujos futuros descontados a la tasa de interés libre de riesgo, sin embargo, se debe de aclarar que lo anterior solamente es verdadero cuando las expectativas de los flujos futuros se toman respecto a la probabilidad neutral y no respecto a la verdadera probabilidad. Así, se puede definir el modelo de valoración de activos inciertos en un contexto de ausencia de arbitraje de la siguiente manera:

> **El precio de cualquier activo financiero es el valor actual (a la tasa de interés libre de riesgo) de la expectativa, bajo la probabilidad neutral al riesgo, de sus flujos futuros de caja,**

que simbólicamente se expresaría como:

[1.20] $$V_j = [\ 1 / (1 + r)\ ]\ \Sigma\ \pi^*_s X_{js} = [\ 1 / (1 + r)\ ]\ E^* [X_j]$$

siendo E^* el operador de expectativas bajo la probabilidad neutral al riesgo π^*.

Hasta aquí se ha demostrado que la valoración de activos inciertos bajo ausencia de arbitraje se puede realizar haciendo uso de los activos Arrow-Debreu o de las probabilidades neutrales al riesgo. Sin embargo, es de vital importancia entender que las probabilidades neutrales al riesgo son probabilidades que recogen el riesgo implícito en los recursos generados por las empresas o las probabilidades de los activos que se desean valorar.

Para una demostración de lo antes anotado se denomina como π_s a las verdaderas probabilidades de ocurrencia de los diferentes estados de la naturaleza, además t será la fecha actual y T la fecha futura donde se realizan los pagos futuros de los activos considerados en la ecuación [1.18], así, la expectativa de los flujos futuros para los dos activos (acciones y opción de compra), bajo la verdadera probabilidad es:

[1.21] $$\begin{aligned} E\,[P_T] &= [\ \pi_u P_u + \pi_d P_d\ ] \\ E\,[c_T] &= [\ \pi_u c_u + \pi_d c_d\ ] \end{aligned}$$

Ahora, haciendo el supuesto que el valor actual de los dos activos se obtiene descontando a la tasa de interés libre de riesgo la expectativa verdadera y expresando tales valores actuales por P^n_t y c^n_t , entonces:

$$P^n_t = [\ 1 / (1 + r)\ ]\ E[P_T]$$

[1.22]

$$c^n_t = [\ 1 / (1 + r)\ ]\ E[c_T]$$

o bien,

$$E[P_T] / P^n_t = (1 + r)$$

[1.23]

$$E[c_T] / c^n_t = (1 + r)$$

Claramente se deduce que la expresión [1.23] es falsa, ya que de ser verdadera, el rendimiento esperado de cualquier activo incierto, bajo la verdadera expectativa, tiene que ser igual a la tasa de interés libre de riesgo. Sin embargo, se sabe que ningún inversionista está dispuesto a soportar un riesgo sin recibir a cambio una compensación o prima por aceptar dicho riesgo y, por ende, nadie invertiría en activos inciertos. Por ello, los activos inciertos deben incorporar una prima por riesgo :

$$E[P_T] / P_t = (1 + r + \textit{prima de riesgo de la acción})$$

[1.24]

$$E[c_T] / c_t = (1 + r + \textit{prima de riesgo de la opción})$$

La incorporación de la prima de riesgo genera las siguientes consecuencias en los precios:

$$P_t < [\ 1 / (1 + r)\ ]\ E[P_T]$$

$$c_t < [\ 1 / (1 + r)\ ]\ E[c_T]$$

En cambio, si se considera la probabilidad neutral al riesgo y su expectativa asociada, se obtiene:

$$P_t = [\ 1 / (1 + r)\ ]\ E^*[P_T] = [\ 1 / (1 + r)\ ]\ [\ \pi^*_u P_u + (1 - \pi^*_u) P_d\ ]$$

[1.25]

$$c_t = [\ 1 / (1 + r)\ ]\ E^*[c_T] = [\ 1 / (1 + r)\ ]\ [\ \pi^*_u c_u + (1 - \pi^*_u) c_d\ ]$$

Este resultado muestra que las probabilidades neutrales al riesgo internalizan la prima de riesgo de los activos inciertos al penalizar $E^*[P_T]$ sobre $E[P_T]$ debido a que, dadas las expresiones anteriores $E^*[P_T] < E[P_T]$. Pero, ¿cuál es la utilidad práctica de este resultado?, los agentes económicos pueden valorar activos inciertos extrayendo de los precios de los activos que se negocian en los mercados financieros las probabilidades neutrales al riesgo y usarlas para la valoración, evitándose la complejidad de estimar las primas de riesgo de tales activos.

Por último, se determina porque toman el nombre de probabilidades neutrales al riesgo y para ello se considera tanto la ecuación fundamental de valoración expresada en [1.25] como la ecuación [1.13] del ejemplo hipotético, además de que ya se sabe que:

$$P_t = \phi_u P_u + \phi_d P_d$$

[1.26]

$$c_t = \phi_u c_u + \phi_d c_d$$

dividiendo ambos de la expresión anterior por el precio actual de los respectivos activos financieros y multiplicados por (1 + *r*) se obtiene:

$$[(1 + r)P_t \;/ P_t\,] \;=\; [(1 + r)\;\phi_u P_u \;/ P_t\,] \;+\; [(1 + r)\;\phi_d P_d \;/ P_t\,]$$

$$\Rightarrow\; (1 + r) = [\;(\pi^*_u P_u + \pi^*_d P_d\,) \,/\, P_t\,] \;=\; E^*[P_T] \;/\; P_t$$

[1.27]

$$[(1 + r)c_t \;/ c_t\,] \;=\; [(1 + r)\;\phi_u c_u \;/ c_t\,] \;+\; [(1 + r)\;\phi_d c_d \;/ c_t\,]$$

$$\Rightarrow\; (1 + r) = [\;(\pi^*_u c_u + \pi^*_d c_d\,) \,/\, c_t\,] \;=\; E^*[c_T] \;/\; c_t$$

Bajo la probabilidad π^*, todos lo activos financieros tienen la misma rentabilidad esperada, la cual resulta igual a la tasa de interés del activo seguro. Bajo las probabilidades originales, un resultado así sería cierto exclusivamente con agentes neutrales al riesgo, en otras palabras, con agentes que son indiferentes ante el riesgo. Es por ello que es adecuado llamarlas probabilidades neutrales al riesgo.

I.2.3. RENDIMIENTOS, MARTINGALAS Y PROBABILIDADES NEUTRALES AL RIESGO

El supuesto inicial de esta sección considera una economía con un sólo periodo, en donde la incertidumbre está representada por los estados de la naturaleza que pueden ocurrir al finalizar el periodo establecido, en donde pueden existir $s = 1$,..., S, estados de la naturaleza.[6]

Las probabilidades verdaderas asociadas a los S estados de la naturaleza se representan por π_s para $s = 1$,..., S, mientras que las probabilidades neutrales al riesgo se expresan como π^*_s.

En la sección anterior se había formulado a la ecuación fundamental de valoración, en condiciones de no arbitraje, de la siguiente manera:

$$P_j = \Sigma\;\; \phi_s X_{js}$$

[6] Como es una economía de un único periodo se tendrán dos fechas: la fecha actual (*t*) y la fecha futura (*T*). Sin embargo, con la finalidad de simplificar la notación, no se utilizarán los subíndices *t* y *T*. Pero se sabe que hoy es *t* y el final del periodo es *T*.

definiendo a ϕ_s como el valor presente de una unidad de consumo que se pagaría al finalizar el único periodo si el estado de la naturaleza *s* ocurría o cero en caso contrario, en otras palabras, es el activo Arrow-Debreu que paga una unidad de consumo cuando se presenta el estado *s.* La unidad de consumo se paga por el supuesto de que la economía es de un sólo periodo, en el cual los agentes consumirían dicha unidad monetaria, es por ello que los activos Arrow-Debreu pagan unidades de consumo.

Considerando las verdaderas probabilidades, la ecuación de valoración de no arbitraje se representa como:

[1.28] $$P_j = \Sigma\ \phi_s X_{js} = \Sigma\ \pi_s (\phi_s / \pi_s)\, X_{js}$$

en esta nueva expresión aparece una nueva variable aleatoria que se interpreta como el precio del activo Arrow-Debreu *s*-ésimo por unidad de probabilidad verdadera del propio estado *s:*

[1.29] $$M_s \cong \phi_s / \pi_s$$

de esta manera la expresión [1.28] también se puede expresar como:

[1.30] $$P_j = \Sigma\ \pi_s M_s X_{js} = E[\, M X_j\,]; \quad j = 1, \ldots, N$$

Esta ecuación indica que el precio de cualquier activo financiero *j* es el valor esperado, bajo la verdadera probabilidad π_s, de sus pagos o flujos de caja futuros ponderados por una variable agregada M_s, que no depende de cada activo individual al igual que el precio de los activos Arrow-Debreu. La variable agregada M_s, es a la vez un factor de descuento y también una variable que pondera los flujos generados por *j*, según sea el estado de la naturaleza donde se reciben.

Asimismo, la expresión [1.30], que está en términos de los precios de los activos financieros, también se representa utilizando tasas de rendimiento esperadas, para ello se divide cada lado de la expresión o también de la ecuación [1.28] y se obtiene:

[1.31] $$1 = \Sigma\phi_s R_{js} = \Sigma\, \pi_s M_s R_{js} = E[\, M R_j\,]; \quad j = 1, \ldots, N$$

donde R_{js} es el rendimiento bruto obtenido por el activo *j* si ocurre el estado *s*, en donde *j* es igual uno más la tasa porcentual del rendimiento R_j . Esta ecuación expresa que la expectativa, bajo la probabilidad verdadera, de los rendimientos esperados ponderados de todos los activos financieros inciertos debe ser constante e igual para todos ellos.

Cabe señalar, que la ecuación [1.31] no establece que los rendimientos esperados de todos los activos tienen que ser los mismos. Una interpretación es que dichos rendimientos esperados son iguales una vez ponderados por la variable agregada

M. Además, ya que *M* refleja la importancia que tiene recibir flujos de caja en uno u otro estado, y dado que los activos financieros tenderán a pagar o generar distintos flujos de caja en diferentes estados, la ponderación de los rendimientos o de los flujos de caja se convierte en la variable clave que se debe comprender, para explicar el término la valoración de activos.

Martingala es otro concepto de gran importancia para profundizar el estudio de los modelos de valoración.[7]

Para comprender el término de martingala, se parte del supuesto que en el momento t todos los inversionistas disponen de un conjunto de información relevante para su toma de decisiones que viene resumido por ξ_t y que contiene el valor actual y de todos los valores pasados de la propia variable aleatoria.

Una variable aleatoria o proceso estocástico P_t, es una martingala bajo una determinada probabilidad, π, si se cumple la siguiente condición:

[1.32] $$E[\, P_{t+\tau} \mid \xi_t] = E[\, P_{t+\tau} \mid P_t,\, P_{t-1},\, P_{t-2},\, ...] = P_t; \text{ para todo } \tau > 0$$

que también se puede expresar de la siguiente forma:

[1.33] $$E[\, P_{t+\tau} - P_t \mid P_t,\, P_{t-1},\, P_{t-2},\, ...] = 0; \text{ para todo } \tau > 0$$

Supongamos que P_t, son las ganancias acumuladas o riqueza en una fecha t resultante de una juego de azar en el cual se ha participado en cada una de las posibles fechas pasadas, de esta manera se puede definir a un juego actuarialmente neutro como un juego para el cual la ganancia esperada para el siguiente periodo es simplemente igual a la riqueza de este periodo, una vez que dicha expectativa se ha condicionado a la historia del juego [1.32]. O bien, un juego es actuarialmente neutro si las ganancias incrementadas esperadas en cualquier momento son cero, cuando dicha expectativa si ha condicionado a la historia del juego [1.33].

El mismo razonamiento se puede aplicar para el caso de inversiones en los mercados financieros para determinar si los precios de los activos son martingala, o sea, si se pueden entender como juegos o inversiones actuarialmente neutros, lo cual se demuestra a continuación.

[7] El término de martingala tiene una gran importancia en los modelos financieros propuestos por Ross (1976) y por Harrison y Kreps (1979) sobre la valoración mediante arbitraje. Ross establecía que el elemento clave de la economía es la igualdad entre la oferta y la demanda, mientras que el elemento clave del campo financiero es la ausencia de oportunidades de arbitraje. La contribución esencial de Harrison y Kreps ha consistido en demostrar que cuando los activos se pueden valorar “mediante arbitraje” el proceso del precio es una martingala con respecto a una probabilidad particular. Villalón (2006).

Se estableció en [1.30] que el precio de no arbitraje de un activo financiero *j* en cualquier momento *t* puede expresarse como la expectativa de sus pagos ponderados en cualquier fecha futura $t + 1$, todo ello teniendo en cuenta la información relevante en *t* y que en el caso de la verdadera probabilidad se expresaría como:

[1.34] $$P_{jt} = E[\, M_{t+1} X_{jt+1} \mid \xi_t]$$

En esta última ecuación los pagos futuros son iguales al precio del activo *j* en dicha fecha más todos los rendimientos obtenidos (dividendos o intereses), distribuidos entre ambos momentos del tiempo. Sin embargo, bajo el supuesto de que los rendimientos son cero, para evitar hablar de rendimientos acumulados en ambos lados de la ecuación, los precios de los activos no son martingalas bajo la verdadera probabilidad. A continuación se analiza como sólo se convierten en martingalas bajo las probabilidades neutrales al riesgo.

Si se escriben los precios de los activos en unidades del bono cupón cero sin riesgo, o sea, si se expresan los precios de los activos en unidades de activo seguro, estos se transforman en precios descontados de los activos y como el precio de un bono cupón cero que paga una unidad monetaria al final del periodo es:

[1.35] $$b = [\, 1 / (1 + r) \,] = \Sigma\ \phi_s$$

entonces el precio de cualquier activo *j* se expresa así:

[1.36] $$(P_j / b) = \Sigma\ (\phi_s / b)\, X_{js} \Rightarrow P_j = b\ \Sigma\ (\phi_s / b)\, X_{js}$$

y como la probabilidad neutral al riesgo π^*_s definida como el valor futuro del precio del activo Arrow-Debreu, entonces:

[1.37] $$\pi^*_s = (1 + r)\phi_s = (1 / b)\ \phi_s$$

de esta manera, el precio del activo financiero *j* es:

[1.38] $$P_j = b\ \Sigma\ (\phi_s / b)\, X_{js} = b\ \Sigma\, \pi^*_s X_{js} = b\, E^*[X_j] = [\, 1 / (1 + r) \,]\ E^*[X_j]$$

Con este resultado se comprueba que cualquier activo financiero es una martingala bajo la probabilidad neutral al riesgo o, en otros términos, martingala es el precio descontado de cualquier activo o precio en unidades del bono cupón sin riesgo.

Si se hace uso de los subíndices temporales, el precio de cualquier activo financiero *j* queda representado por:

[1.39] $$P_{jt} = [\, 1 / (1 + r) \,]\, E^*[\, X_{jt+1} \mid \xi_t \,]$$

Las probabilidades neutrales al riesgo que permiten que los precios de los activos financieros generen martingalas son también llamadas medidas equivalentes de martingala.

Para concluir este apartado, se vincula a la variable agregada M definida en [1.29] con las probabilidades neutrales al riesgo, partiendo de:

[1.40]
$$M_s = \phi_s / \pi_s = \pi^*_s b / \pi_s$$
$$\Rightarrow \pi^*_s = \pi_s M_s / b$$

ahora, si se usa [1.38] se obtiene el precio del activo j en función de la variable agregada M:

[1.41]
$$P_j = b\, \Sigma\, \pi^*_s X_{js} = b\, \Sigma\, (M_s \pi_s / b) X_{js} = \Sigma\, \pi_s M_s X_{js} = E[M X_j]$$

También, bajo este formato, se puede comprobar como las probabilidades neutrales al riesgo internalizan la prima por riesgo de los activos inciertos y para ello se utilizan las siguientes dos expresiones de valoración:

[1.42]
$$P_j = [\, 1 / (1 + r)\,]\, E^*[\, X_j]$$

que es el precio bajo la probabilidad neutral al riesgo, y:

[1.43]
$$P_j = E[MX_j]$$

que es el precio bajo la verdadera probabilidad.

Si se usa la definición de la covarianza entre dos variables aleatorias, M y X_j, se obtiene:

[1.44]
$$P_j = E[MX_j] = E[M]E[X_j] + cov(M, X_j)$$

donde

[1.45]
$$E[M] = \Sigma\, \pi_s M_s = \Sigma\, \pi_s (\phi_s / \pi_s) = \Sigma\, \phi_s = 1 / (1 + r)$$

por lo que, el precio del activo j es:

[1.46]
$$P_j = [\, E[X_j] / (1 + r)] + cov(M, X_j)$$

en esta última expresión la $cov(M, X_j)$ se define como una prima de riesgo.

Cuando las expectativas se toman respecto a la verdadera probabilidad, es necesario ajustar el valor actual, a una tasa libre de riesgo, de los pagos futuros por una prima de riesgo, que en este caso es la covarianza entre la variable agregada *M* y los pagos del activo *j.*

I.2.4. LOS MERCADOS COMPLETOS

En el apartado anterior se ha descrito como los precios de los activos Arrow-Debreu son suficientes para valorar cualquier activo incierto bajo ausencia de arbitraje. Sin embargo, esto sólo se cumple cuando existen en el mercado los activos financieros suficientes, o sea, solamente cuando existen el mismo número de estados de naturaleza o contingencias como activos financieros negociables.

Un mercado es completo si cada estructura imaginable de pagos futuros puede replicarse mediante los activos existentes. Los mercados completos pueden estar formados sólo por activos Arrow-Debreu o sólo por activos negociables, pero el objetivo final es obtener cualquier estructura de pagos en el futuro, o sea, que se debe de contar con los activos necesarios que produzcan los pagos deseados en cada contingencia posible en el futuro. Sin embargo, este objetivo sólo se alcanzará siempre que el mercado sea completo, en el sentido que los agentes puedan lograr cualquier pauta de consumo imaginable a través de los activos financieros existentes.

En el caso de los activos Arrow-Debreu es sabido que cada uno de ellos paga una unidad monetaria si un determinado estado ocurre, por lo que se buscaría formar carteras en la proporción deseada para obtener el pago deseado al final del periodo. De esta manera, al generar carteras se pueden alcanzar cualquier estructura de pagos, ya que existen los activos necesarios para cubrir todos los pagos y todos los estados de la naturaleza, por lo que el mercado es completo al existir un número completo de activos Arrow-Debreu. Es importante enfatizar que en la práctica real de los mercados financieros los activos Arrow-Debreu no existen, por lo que es necesario hacer uso de los verdaderos activos financieros negociables.

Se dice que el mercado es completo cuando existen tantos activos financieros negociables como estados de la naturaleza posibles y cuyos pagos son linealmente independientes. El término “linealmente independientes” significa que no se pueden combinar los activos existentes, con la finalidad de replicar los pagos de otro activo financiero. Si tal combinación se pudiera realizar, entonces estos activos no serían diferentes y se convertirían en activos redundantes.

En la actualidad, para que los mercados sean completos es necesario que existan un número importante de activos financieros, que cubran todas las contingencias o estados de la naturaleza posibles, es por ello que a través de la ingeniería financiera se pretenden generar todos los activos necesarios para que se vean completas las necesidades deseadas de consumo. En resumen, si se logran tener tantos activos financieros linealmente independientes como contingencias, entonces se pueden generar sintéticamente los Activos Arrow-Debreu necesarios y, por ende, los mercados son completos.

A continuación se analiza matemáticamente el concepto de los mercados completos.

Para ello se escribe la ecuación fundamental de valoración en términos matriciales:

$$P_j = \Sigma \ \phi_s X_{js}; \quad \text{para cualquier } j = 1, \ldots, N$$

[1.47] $$\Rightarrow P = X\Phi$$

donde:

a) P es el vector N-dimensional de precios o valores de los N activos financieros existentes en el mercado financiero y que se representa por:

[1.48] $$P = \begin{pmatrix} P_1 \\ P_2 \\ . \\ . \\ P_N \end{pmatrix}$$

b) X representa la matriz de pagos y como existen S estados de la naturaleza, el orden es de N x S:

[1.49] $$X = \begin{pmatrix} X_{11} & X_{12} & . & . & X_{1S} \\ X_{21} & X_{22} & . & . & X_{2S} \\ . & . & & & . \\ . & . & & & . \\ X_{N1} & X_{N2} & & . & X_{NS} \end{pmatrix}$$

Cada fila indica lo que cada activo individual genera o paga en cada uno de los s posibles estados; $s = 1, \ldots, S$ y cada columna representa lo que cada uno de los N activos existentes paga en un determinado estado de la naturaleza dado.

c) Por último, Φ es el vector S-dimensional de precios o valores de los S activos Arrow-Debreu:

[1.50] $$\Phi = \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ . \\ . \\ \phi_S \end{pmatrix}$$

Una forma de establecer si los mercados son completos cuando se consideran conjuntos de activos Arrow-Debreu, es obtener los precios de dichos S activos Arrow-Debreu, o sea, se busca obtener el vector de precios de la ecuación [1.47].

Mediante técnicas de álgebra matricial se llega a la siguiente expresión:

[1.51] $$\Phi = X^{-1}P$$

donde X^{-1} es la inversa de la matriz de pagos X.

Para obtener la inversa de esta matriz es necesario que se tengan tantos activos financieros linealmente independientes como contingencias, o sea, cuando el rango de la matriz X sea igual a S, estados de la naturaleza. De esta manera, en un conjunto de S activos, no se podrían replicar los pagos de los ningunos de ellos mediante los S –1. Por eso, si se añadiera un activo adicional a los ya existentes, éste último podría valorarse mediante los activos originales.

En cambio, si $S > N$, donde N es el número de activos linealmente independientes, la matriz de pagos es singular, por lo que su determinante es cero y la matriz no es invertible. En este caso el mercado sería incompleto, en otras palabras, cuando existen más estados de la naturaleza que activos financieros no se puede garantizar un único precio de los activos Arrow-Debreu, sin embargo, siempre que existan dichos precios Arrow-Debreu o probabilidades neutrales al riesgo no existirán oportunidades de arbitraje. Lo anterior formaliza el Segundo Teorema Fundamental de la Economía Financiera que dice lo siguiente:

> ***Los precios de los activos Arrow-Debreu de no arbitraje, o alternativamente, las probabilidades neutrales al riesgo son únicas si y sólo si el mercado es completo.***

Cabe señalar que también se presentan casos cuando los mercados son incompletos por lo que existen más de una probabilidad neutral al riesgo. Así, partiendo de un modelo trinomial en el que existen tres valores posibles del precio del activo al final del periodo: uP con probabilidad π_u; mP con probabilidad π_m; dP con probabilidad π_d; y donde $u > m > d$. Existe, también, un activo libre de riesgo con tasa de interés igual a r. De esta manera, bajo la valoración neutral al riesgo el precio de cualquier activo se expresa como:

[1.52] $$P = [\ 1 + (1 + r)]\ [uP\pi^*_u + mP\pi^*_m + d\,P\pi^*_d\ ]$$

en la expresión anterior, para que las tres probabilidades sean realmente probabilidades neutrales al riesgo además de ser positivas tienen que satisfacer lo siguiente:

[1.53] $$\begin{aligned}(1 + r) &= u\pi^*_u + m\pi^*_m + d\,\pi^*_d\\ 1 &= \pi^*_u + \pi^*_m + \pi^*_d\end{aligned}$$

se observa que las ecuaciones [1.53] forman un sistema de dos ecuaciones y tres incógnitas, de manera que se tendrán infinidad de soluciones, por lo que existirán infinitas probabilidades neutrales al riesgo e infinitos precios de activos Arrow-Debreu.

Se puede comprobar que el mercado no es completo sabiendo que un activo derivado con pagos X_u , X_m y X_d en los tres estados respectivamente puede replicarse mediante una cartera compuesta de Δ títulos del subyacente y *B* unidades monetarias invertidos en el bono sin riesgo si y sólo Δ y *B* resuelven el siguiente sistema de ecuaciones:

[1.54]
$$\begin{aligned} \Delta uP + B(1 + r) &= X_u \\ \Delta mP + B(1 + r) &= X_m \\ \Delta dP + B(1 + r) &= X_d \end{aligned}$$

además, si se consideran las primeras dos ecuaciones, cualquier solución al sistema debe satisfacer que:

[1.55]
$$\Delta = (X_u - X_m) \ / (uP - mP)$$

además con las últimas dos ecuaciones se sabe que:

[1.56]
$$\Delta = (X_m - X_d) \ / (mP - dP)$$

pero como los pagos son $X_u = X_m = 1$ y $X_d = 0$, entonces las soluciones de [1.55] y [1.56] se hacen inconsistentes, por lo que el mercado es incompleto, surgiendo el Tercer Teorema Fundamental de la Economía Financiera que establece que:

> ***Bajo ciertas condiciones de continuidad, la capacidad que tienen los inversores para revisar la composición de sus carteras a lo largo del tiempo puede sustituir o jugar el papel de los activos no existentes y convertir al mercado en una economía que sea equivalente al mercado completo.***

Por último, como en la economía real existen costos elevados y la imposibilidad práctica de redactar un contrato para cada posible contingencia entre los individuos, es imposible la existencia de los mercados completos. Estos es así debido a que pueden surgir desacuerdos entre los distintos participantes en el mercado en torno a la determinación y ocurrencia de los diferentes estados. Además pueden surgir hasta problemas del tipo riesgo moral, si algún participante o grupo de ellos tuviese capacidad para influir por medios no fortuitos en la probabilidad de ocurrencia de algún o algunos estados de la naturaleza. Sin embargo, a través de la ingeniería financiera es necesario decidir cuáles son los tipos de activos financieros que deben ser creados para obtener un mayor bienestar social gracias a la mejor consecución de las funciones básicas de instituciones e intermediarios financieros.

De esta manera, la innovación financiera tiene la función de suplementar los patrones de consumo deseados por los agentes económicos, con la finalidad de expandir sus oportunidades de inversión, de optimizar la asignación de los recursos y de mejorar la administración de los riesgos financieros de mercado.[8]

I.3. MODELOS CON HETEROSCEDÁSTICIDAD CONDICIONAL AUTORREGRESIVA GENERALIZADA (GARCH)[9]

Este apartado tiene como propósito presentar una técnica econométrica que ha tomado un papel importante en la estimación de los modelos de valoración, debido principalmente a que las series de tiempo financieras como los precios de las acciones, los tipos de cambio, las tasas de inflación, etc., a menudo presentan el fenómeno de la llamada *"acumulación de la volatilidad"*, es decir, existen lapsos en los que sus precios muestran grandes variaciones durante prolongados períodos y luego se dan intervalos de tiempo en los que hay una calma relativa.

Según Enders (2004):

> *"Many economic time series do not have a constant mean, and most exhibit phases of relative tranquility followed by periods of high volatility. Much of the current econometric research is concerned with extending the Box-Jenkins methodology to analyze these types of time-series variables…"*

La Gráfica I.5 ejemplifica la acumulación de la volatilidad que presenta el Índice de Precios y Cotizaciones (IPC) de la Bolsa Mexicana de Valores.

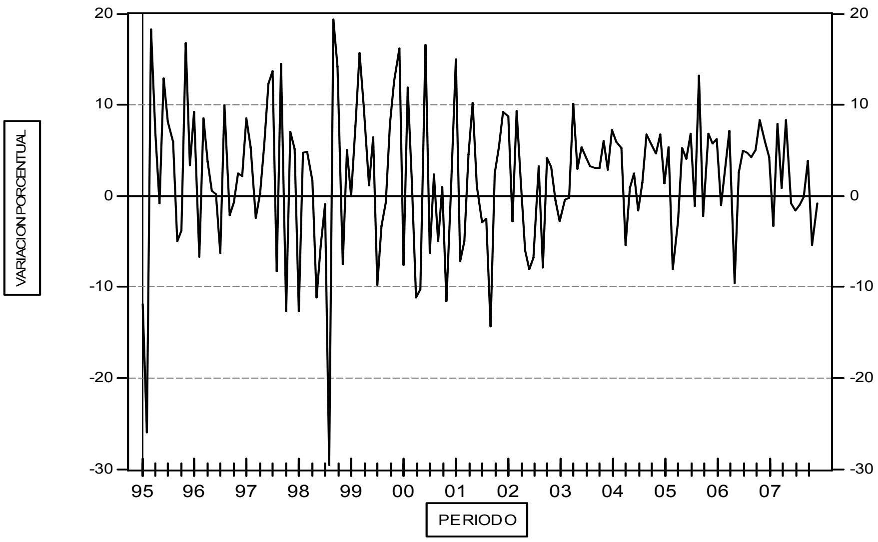
Es evidente al observar el comportamiento temporal de la volatilidad del IPC que no es lógico, ni estadísticamente correcto, suponer que la volatilidad del mercado es constante. Se distingue que la volatilidad del mercado es variable en el tiempo y, por tanto, este comportamiento es necesario considerarlo al momento de estimar los modelos de valoración de activos financieros. Evidentemente, la cuestión es saber cuál es la forma más correcta de hacerlo.

Existen otras características de las series de rendimientos de los activos financieros y, en particular del rendimiento de una cartera de mercado, que se observan como consecuencia del comportamiento temporal de la volatilidad y que deben de tomarse en cuenta. Por ejemplo, existe amplia evidencia sobre la leptocurtosis que presentan los rendimientos de los activos, lo que implica tener colas más gruesas (y ser más apuntada) que si la distribución fuese Normal. Naturalmente, esta evidencia puede deberse al comportamiento variable en el tiempo de la volatilidad y surgiría cuando la volatilidad de la volatilidad fuese más elevada. La asimetría negativa que suele presentar la cartera de mercado se debe

[8] Los riesgos financieros de mercado se clasifican en: Riesgo Tasa de Interés, Riesgo Tipo de Cambio, Riesgo de Acciones y Riesgo de *Commodities*. (Méndez, 2007).
[9] Para el desarrollo de esta sección se analizó principalmente el libro de Enders (2004).

a la correlación negativa que suele existir entre la volatilidad y el propio rendimiento del mercado.

GRÁFICA I.6
RENDIMIENTOS MENSUALES DEL IPC
ENERO 1995-DICIEMBRE 2007



FUENTE: ELABORADA CON DATOS DE LA BOLSA MEXICANA DE VALORES

Hay momentos en los que existen fuertes variaciones en los precios de los activos de cualquier signo y suelen ir seguidos de periodos con fuertes oscilaciones, mientras que periodos de poca volatilidad tienden a estar seguidos por periodos de escasa variabilidad en los precios. Ello implica que la volatilidad de los activos y, desde luego, la volatilidad del mercado está serialmente correlacionada.

Estas propiedades estadísticas que presentan las series de volatilidad necesitan ser modeladas de una manera correcta. En específico, suponga que ε_{t+1} es una innovación en una determinada serie de rendimientos como podría ser el rendimiento de la cartera de mercado. O sea, ε_{t+1} es una variable con media condicionada en la información disponible en t igual a cero. Entonces, si se establece el siguiente modelo:

$$R_{t+1} = X'_{t+1}\,\theta + \varepsilon_{t+1} \qquad [1.57]$$

donde X_{t+1} es el vector de observaciones t + 1 y θ es el vector de parámetros. Es clave destacar que se parte del supuesto que la innovación ε_{t+1} es heteroscedástica.

Si se define σ^2_t como la varianza condicional (a estar en el momento t) de la innovación ε_{t+1}, ello equivale a decir que σ^2_t es la expectativa condicional de ε^2_{t+1}.

También se debe suponer que, condicional al momento t, la innovación ε_{t+1} presenta las características de una distribución normal:

[1.58] $$\varepsilon_{t+1} \approx N(0, \sigma^2_t)$$

la innovación se puede escribir como:

[1.59] $$\varepsilon_{t+1} \approx \sigma_t \, \varepsilon \, \eta_{t+1}$$

donde:

[1.60] $$\eta_{t+1} \approx N(0, 1)$$

Bajo el supuesto de que la serie en que se está trabajando es la innovación en el rendimiento del activo, su media condicional debe ser igual a cero. Bajo este supuesto, se puede demostrar que la varianza condicional de la innovación, σ^2, es precisamente la expectativa incondicional de σ^2_t. Por tanto, en este contexto, la variabilidad de σ^2_t alrededor de su media no modifica la varianza incondicional σ^2. Sin embargo, se debe establecer que la variabilidad de σ^2_t si cambia en momentos superiores de la distribución incondicional de ε_{t+1}. En concreto, dicha variabilidad aumenta la curtosis de ε_{t+1} haciéndola mayor que 3. De este modo, efectivamente, la variabilidad de σ^2_t hace que la distribución incondicional de ε_{t+1} tenga colas más gruesas que la Normal, característica qué como se mencionó es una propiedad observable de las series financieras.

Dadas las ecuaciones [1.57] a [1.60], que representan la propiedad de las series financieras, se captura la correlación serial en la varianza de las series de rendimiento mediante los modelos de varianza condicional autorregresiva heteroscedástica (ARCH) de Engle (1982) ó su generalización, los modelos generalizados de varianza condicional autorregresiva heteroscedástica (GARCH) de Bollerslev (1986).

Un modelo tipo ARCH establece una relación funcional entre la varianza condicional y las innovaciones retardadas de la variable y se supone que la varianza condicional σ^2_t es una función lineal de las innovaciones pasadas al cuadrado:

[1.61] $$\sigma^2_t = \omega + \sum_{i=1}^{q} \alpha_i \, \varepsilon^2_{t+1-i}$$

donde los coeficientes ω y α_i ; $i = 1, \ldots, q$ deber ser no negativos para asegurar que la varianza condicional sea positiva.

Para capturar la persistencia observada en la volatilidad a través de este modelo se deben de estimar un elevado número de coeficientes, pero para evitarlo se propone el modelo GARCH, donde la varianza condicional también es función de la propia varianza condicional retardada:

[1.62] $$\sigma^2_t = \omega + \sum_{i=1}^{q} \alpha_i \varepsilon^2_{t+1-i} + \sum_{s=1}^{P} \beta_s \sigma^2_{t-s}$$

Dentro de los modelos GARCH un modelo muy popular es el GARCH (1,1) que se representa como:

[1.63] $$\sigma^2_t = \omega + \beta\sigma^2_{t-1} + \alpha\varepsilon^2_t$$

Para poder interpretar este modelo, se suma y resta $\alpha\sigma^2_{t-1}$ al lado derecho de la ecuación anterior:

[1.64] $$\sigma^2_t = \omega + (\alpha + \beta)\sigma^2_{t-1} + \alpha(\varepsilon^2_t - \sigma^2_{t-1}).$$

En esta última ecuación se distingue que el término $(\varepsilon^2_t - \sigma^2_{t-1})$ tiene media cero condicional en la información disponible en $t - 1$, por lo que el coeficiente α puede interpretarse como la respuesta de la volatilidad en el siguiente periodo ante un *shock* en la volatilidad actual. Asimismo, $\alpha + \beta$ mide la persistencia en la volatilidad o la tasa a la cual el efecto de la varianza condicional pasada sobre la varianza condicional decae en el tiempo.

El modelo GARCH(1,1), se analiza desde el enfoque tradicional de las series de tiempo sumando y restando los términos ε^2_{t+1} y $\beta\varepsilon^2_t$ a la expresión [1.64] y despejando el cuadrado de la innovación:

[1.65] $$\varepsilon^2_{t+1} = \omega + (\alpha + \beta)\,\varepsilon^2_t + (\varepsilon^2_{t+1} - \sigma^2_t) - \beta(\varepsilon^2_t - \sigma^2_{t-1})$$

Se comprueba que el GARCH(1,1) es un modelo autorregresivo de media móvil, ARMA(1,1) para el cuadrado de las innovaciones, aunque con una crucial diferencia ya que en el modelo habitual ARMA(1,1) los *shocks* son homoscedásticos, y en el GARCH(1,1), los *shocks* en volatilidad, $\varepsilon^2_{t+1} - \sigma^2_t$ son heteroscedásticos.

Otra característica fundamental de los modelos tipo GARCH(1,1) es que a través de ellos se pueden generar predicciones de volatilidad. Entonces, cuando $(\alpha + \beta) < 1$, se asegura que la covarianza del proceso sea estacionaria y la varianza incondicional de, ε_{t+1}, que es la varianza a largo plazo, sea igual a $\omega / (1 - \alpha - \beta)$.

Si se sustituye de manera recursiva en [1.63] y se hace uso de la ley de expectativas iteradas, la expectativa sobra la varianza condicional en π periodos hacia delante es:

[1.66] $$E_t[\sigma^2_{t+\pi}] = (\alpha + \beta)^{\pi} [\sigma^2_t - (\omega / (1 - \alpha - \beta))] + \omega / (1 - \alpha - \beta)$$

En [1.66] se distingue que la predicción de la volatilidad sobre múltiples periodos revierte a su media incondicional o varianza a largo plazo a una tasa ($\alpha + \beta$).

Los modelos GARCH más utilizados en los trabajos empíricos son:

[1.67] $$g(\sigma^2_t, \lambda) = [(\sigma^2_t - 1) / \lambda] = \omega_g + \alpha_g \sigma^{\lambda}_{t-1} f(\eta_t)^v + \beta_\omega [(\sigma^{\lambda}_{t-1} - 1) / \lambda]$$

donde

[1.68] $$f(\eta_t)^v = | \eta_t - b | - c (\eta_t - b)$$

Donde λ especifica si la ecuación de volatilidad se centra en la varianza condicional, $\lambda = 2$, en la desviación estándar condicional, $\lambda = 1$, o en el logaritmo de la varianza, $\lambda = 0$, mientras que los parámetros *v, b, c*, sirven para capturar formas alternativas de los efectos asimétricos mencionados anteriormente.

Dada la ecuación [1.67], los modelos GARCH más habituales, entre otros, son los siguientes:

a) GARCH(1,1): se obtiene haciendo $\lambda = v = 2$, $b = c = 0$;
b) EGARCH (GARCH exponencial) con $\lambda = b = 0$, $v = 1$;
c) GARCH asimétrico no lineal (NA-GARCH) con $\lambda = v = 2$, $c = 0$;
d) Glosten, Jagannathan y Runkle (GJR-GARCH) con $\lambda = v = 2$, $b = 0$.

Suponiendo una estructura dinámica para el rendimiento de un activo cualquiera o, alternativamente, para el rendimiento del mercado que sea un proceso autorregresivo de primer orden de la forma:

[1.69] $$R_{t+1} = \theta R_t + \sigma_t \eta_{t+1}$$

con η_{t+1} Normal (i.i.d): $E[\eta_{t+1}] = 0$; $E[\eta^2_{t+1}] = 1$ siendo $\varepsilon^2_{t+1} = \sigma_t \eta_{t+1}$

Las expresiones concretas para la varianza condicional de los cuatro modelos son:

1.- GARCH(1,1):

[1.70] $$\sigma^2_t = \omega + \beta\sigma^2_{t-1} + \alpha\varepsilon^2_t$$

2.- EGARCH(1,1):

[1.71] $$\ln\sigma^2_t = \omega + \beta ln\sigma^2_{t-1} + \alpha[| \eta_t | - E| \eta_t | - c\eta_t]$$

cuya ventaja es no tener que imponer restricción alguna en los parámetros al asegurarse la positividad de la varianza condicional al tomar exponenciales.

3.- NAGARCH(1,1):

[1.72] $$\sigma^2_t = \omega + \beta\sigma^2_{t-1} + \alpha(\varepsilon_t + b\sigma_{t-1})^2$$

y donde existe una expresión para el coeficiente de correlación entre los shocks y la varianza condicional que viene dada por:

$$\rho = \sqrt{2b} \,/\, \sqrt{1 + 2b^2}$$

4.- GJR-GARCH(1,1):

[1.73] $$\sigma^2_t = \omega + \beta\sigma^2_{t-1} + (\alpha + cD_{t-1})\varepsilon_t^2$$

donde D_t es una variable ficticia definida como:

$$D_t \equiv 1 \text{ si } \varepsilon_t < 0;\ 0 \text{ si } \varepsilon_t > 0$$

y el coeficiente de correlación es:

$$\rho = [- c \,/\, \sqrt{\pi / 2(2\alpha^2 + 2\alpha c + 5 / 4c^2} \ ]$$

por lo que un coeficiente de asimetría, c, positivo implica una correlación negativa.

CAPITULO II

LOS MODELOS DE VALORACIÓN DE ACTIVOS FINANCIEROS

“…Pedí una caña de naranja; en el vuelto me dieron el Zahir; lo miré un instante; salí a la calle, tal vez con un principio de fiebre. Pensé que no hay moneda que no sea símbolo de las monedas que sin fin resplandecen en la historia y la fábula. Pensé en el óbolo de Caronte; en el óbolo que pidió Belisario; en los treinta dineros de Judas; en las dracmas de la cortesana Laís; en la antigua moneda que ofreció uno de los durmientes de Éfeso; en las claras monedas del hechicero de las 1001 Noches, que después eran círculos de papel; en el denario inagotable de Isaac Laquedem; en las sesenta mil piezas de plata, una por cada verso de una epopeya, que Firdusi devolvió a un rey porque no eran de oro; en la onza de oro que hizo clavar Ahab en el mástil; en el florín irreversible de Leopold Bloom; en el luis cuya efigie delató, cerca de Varennes, al fugitivo Luis XVI. Como en un sueño, el pensamiento de que toda moneda permite ilustres connotaciones me pareció de vasta, aunque inexplicable, importancia....”

JORGE LUIS BORGES

En el capítulo precedente se estudiaron los principios de la valoración de activos bajo el supuesto primordial de ausencia de arbitraje, haciendo énfasis en las dos técnicas principales para la valoración, tanto de activos seguros como inciertos. A través de la formalización con modelos matemáticos se incorporó la incertidumbre a través de los llamados estados de la naturaleza, representados en los modelos de preferencia tiempo-estado, los cuales se utilizaron para definir a los mercados completos, a los activos Arrow-Debreu, a las probabilidades neutrales al riesgo y a su relación con el método de las martingalas. Asimismo, se presentaron las técnicas para elaborar carteras réplicas de los pagos futuros del activo a valorar de forma que, bajo el supuesto de ausencia de arbitraje, el costo de dicha cartera tendría que ser idéntica al valor del activo cuyo precio se deseaba conocer.

Ahora, en este capítulo se profundiza el marco anterior y se proporcionan las ideas claves de los principios teóricos de dos de los modelos que mayor influencia han tenido en los mercados financieros: el modelo de valoración de activos de capital (CAPM) y el modelo de valoración de activos financieros en ausencia de arbitraje (APT).

II.1 EL MODELO DE VALORACIÓN DE ACTIVOS DE CAPITAL (CAPM)

Este apartado se ocupa del estudio del CAPM bajo el contexto del enfoque media-varianza, suponiendo que los agentes tienen expectativas homogéneas sobre el conjunto de oportunidades de inversión a la que se enfrentan. El supuesto primordial establece que a los inversionistas, al momento de tomar decisiones entre inversiones alternativas, exclusivamente les importa la relación existente entre el rendimiento esperado, cuantificado a través de la media, y la volatilidad o riesgo, medido por la varianza de dichos rendimientos. Así, la incertidumbre se modela en forma más restringida al asociar el riesgo de la inversión con la varianza del rendimiento de la misma.

El estudio se inicia con el análisis de los mercados eficientes. Un mercado es eficiente con relación a la información disponible si en todo momento los precios del mercado reflejan por completo toda esa información.

Según Venegas (2006):

> *"Uno de los conceptos más importantes en el estudio de los mercados financieros es el de mercados eficientes, los cuales se definen a través de los procesos martingalas..."*

En un trabajo pionero sobre la hipótesis de los mercados eficientes, Maurice Kendall (1965) estudió los cambios semanales de los precios de las acciones industriales británicas y concluyó que la distribución de los rendimientos se aproximaba a una tipo distribución normal y que los precios de las acciones parecían moverse aleatoriamente, por lo que no existían patrones predecibles sobre su comportamiento.

A partir de las investigaciones de Eugene Fama en 1970, sobre los mercados de capitales eficientes, se estableció que la Bolsa de Valores era un "juego equitativo", o una martingala, como también lo propuso Paul Samuelson en 1965, con la condición de suponer la homogeneidad de las expectativas.

También ha sido usual que a la eficiencia del mercado se le vincule a la teoría de la caminata aleatoria (*Random Walk*), la cual es una hipótesis estadística que establece que los rendimientos de las acciones se mueven en forma aleatoria a través del tiempo.

El ajuste inmediato de los precios de mercado a la nueva información es el mecanismo mediante el cual el mercado se mueve hacia el equilibrio. Si los precios del mercado no responden a nueva información en tal forma que desplacen el mercado hacia el equilibrio, entonces no existe motivo alguno para especular que los mercados reales se comportan en la forma que el modelo de valoración de activos de capital implica.

Diferentes estudios han establecido la existencia de una intima relación teórica y práctica entre el CAPM y la teoría de los mercados eficientes. Dicha estrecha relación conceptual entre el CAPM y los mercados eficientes significa que en muchos casos ambos modelos no se pueden realmente comprobar en forma separada uno de otro. Las pruebas empíricas de los mercados eficientes tratan de establecer si los mecanismos procesan toda la nueva información en una forma que haga que los precios se muevan rápidamente hacia el nuevo equilibrio. Sin embargo, para valuar ese aspecto hay que tener una idea de donde se encuentra el equilibrio. Puesto que es el CAPM el que establece las especificaciones del equilibrio, se concluye que las dos teorías mantienen un vínculo muy estrecho.

Marín y Rubio (2001) establecen la hipótesis de los mercados eficientes de la siguiente manera:

> *"...En definitiva, bajo ausencia de arbitraje, dos activos que tienen los mismos pagos futuros, hoy deben tener el mismo precio. Esta es una forma elegante de pensar en el concepto de mercados eficientes. Se dice que un mercado es eficiente cuando los precios reflejan toda la información, de manera que tales precios sean precisamente los de no arbitraje y, por tanto, no permitan oportunidades de arbitraje. Una forma alternativa de enunciar este concepto es sencillamente decir que los mercados eficientes se caracterizan por valorar activos financieros de manera que el valor actualizado neto (VAN) de comprar y vender dichos activos sea sistemáticamente igual a cero."*

El CAPM explica el comportamiento de un instrumento bursátil en función del comportamiento del mercado, medido a través del índice del mercado de valores. Con el modelo se hace una medición del grado de covariabilidad que tiene la acción respecto a una medida estándar de riesgo, el que corresponde al mercado. Esta medición arroja el coeficiente beta del mercado de la acción, el cual mide la covarianza del rendimiento de la acción respecto al rendimiento del índice de mercado, redimensionado por la varianza de ese índice.

Debido a la existencia intrínseca entre el CAPM y los supuestos de los mercados eficientes, en la presente sección se estudian conjuntamente ambos temas. Fundamentalmente, el CAPM específica la norma del mercado para la relación entre el riesgo y el rendimiento esperado y los estudios de los mercados eficientes buscan situaciones en las que se viole la relación especificada.

Con la finalidad de fortalecer el marco teórico para analizar el modelo de valoración de activos de capital, se describen los conceptos principales del enfoque media-varianza propuesto por el economista Harry Markowitz a inicios de la década de los cincuenta. Se estudia la determinación analítica de las carteras eficientes cuando se logra un rendimiento esperado lo más alto posible dada cierta volatilidad, o bien, cuando se tiene una volatilidad lo más pequeña posible dado cierto rendimiento esperado. Se verifica la relación existente entre el rendimiento esperado y su volatilidad, en el contexto media-varianza de activos inciertos y bajo expectativas homogéneas de los agentes sobre el conjunto de oportunidades de inversión. Se evalúa la existencia de una relación lineal y positiva entre el rendimiento de cualquier activo y el coeficiente beta respecto a la cartera tangente que debe ser una cartera eficiente en el sentido media-varianza, dado que la cartera réplica está formada por la cartera tangente de activos inciertos y de un activo seguro. Se profundiza en el estudio de la cartera tangente como cartera de mercado, con el objetivo de obtener el modelo de valoración de activos con cartera de mercado, o CAPM, en donde el supuesto del vaciado del mercado permite identificar con precisión la cartera óptima para todos los individuos. Finalmente, se presenta el análisis de la línea del mercado de activos y de capitales a través de la descripción geométrica de la relación existente entre el rendimiento esperado y el riesgo.

II.1.1 LA HIPÓTESIS DE LOS MERCADOS EFICIENTES

De acuerdo con Eugene Fama (1965), un mercado financiero será eficiente si los precios de los activos reflejan el conjunto de toda la información disponible. De esta manera, los precios de los instrumentos que cotizan en un mercado reflejarán toda la información referente a dichos valores, logrando valorar de manera adecuada los activos que en él se negocian, de esta manera se establece una forma de guía para que los agentes económicos realicen una asignación correcta de los recursos financieros y con ello se lleven a cabo decisiones óptimas de inversión. Así, Fama establecía:

> *"An efficient market is defined as a market where there are large numbers of rational, profit-maximizers actively competing, with each trying to predict future market values of individual securities, and where important current information is almost freely available to all participants. In an efficient market, competition among the many intelligent participants leads to a situation where, at any point in time, actual prices of individual securities already reflect the effects of information based both on events that have already occurred and on events which, as of now, the market expects to take place in the future. In other words, in an efficient market at any point in time the actual price of a security will be a good estimate of its intrinsic value."*

Un mercado será eficiente cuando la competencia entre los distintos agentes racionales que intervienen en el mismo, guiados por el principio del máximo beneficio, genere una situación de equilibrio en la que el precio de mercado de cualquier activo logre una adecuada estimación de su valor teórico o intrínseco, siendo este último, el valor actual de todos los flujos de caja esperados, estimado mediante la ecuación fundamental de valoración.

Cuando los activos están valorados de manera adecuada, los agentes tendrán un rendimiento sobre su inversión de acuerdo al nivel de riesgo asumido y sin importar cuáles sean los instrumentos negociados. En otras palabras, los mercados eficientes generarán activos perfectamente valorados, en donde no existirán activos que estén por arriba o por debajo de su valor real, por lo que el valor actual neto de la inversión será nulo. Por ello, bajo el supuesto de mercados eficientes, el tiempo, el dinero y el esfuerzo invertidos por los analistas financieros para predecir el verdadero valor intrínseco, y con ello obtener ventajas sobre el resto de los agentes, serán infructuosos.

Sin embargo, ¿qué pasa cuando en el mercado se da una ineficiencia temporal?, o en otras palabras, ¿cuando se presenta una disparidad entre el precio de mercado de un activo y su valor intrínseco? Lógicamente, que esta situación sería aprovechada por los especuladores con la finalidad de obtener ganancias extraordinarias por dicha ineficiencia. Así, por ejemplo, si el activo presentara un precio sobrevalorado los especuladores lo venderían por lo que el precio del mismo disminuiría, debido a la presión de la oferta, hasta situarse en su valor teórico. En contrapartida, si el activo estuviese infravalorado dichos especuladores lo comprarían, con objeto de obtener una rápida ganancia de capital, por lo que se generaría una presión de la demanda sobre dicho activo que impulsaría su precio hacia arriba hasta situarlo en su valor intrínseco.

En los mercados financieros es difícil estimar el precio teórico de una acción cualquiera, ya que tanto las expectativas sobre los dividendos futuros, como el horizonte económico de la planificación, o las predicciones sobre la evolución del marco socioeconómico, son diferentes para cada inversionista en particular. Cuando el mercado se comporta de manera eficiente las múltiples estimaciones realizadas, por medio de la ecuación fundamental de valoración, del valor del activo financiero en cuestión deberá oscilar de manera aleatoria alrededor de su verdadero valor intrínseco. Por lo tanto, todos los agentes tienen las mismas probabilidades de ganar o perder, pero si por alguna razón un agente obtiene una mayor rentabilidad ésta será producto sólo del azar.

Un supuesto de gran importancia que se debe de considerar es que los mercados eficientes deben ser forzosamente competitivos, ya que es la única manera de que toda la información que afecta el valor intrínseco de los títulos se refleje de forma inmediata en sus precios. Suceden casos en donde un agente puede pensar que si fuese capaz de predecir cuándo va a generarse una nueva información y como afectaría a los precios de los activos, tendría cierta ventaja con respecto a los demás competidores, sin embargo, es importante señalar, que la nueva información que surge no es predecible antes de que se produzca, ya que si así fuese la predicción formaría parte de la información actual. Los cambios en los precios reflejarán precisamente lo impredecible, y ello hace que la serie de cambios en los precios sea de tipo aleatorio, por lo que se dice que siguen un camino aleatorio.[1]

Como lo señalan Aragonés y Mascareñas (1994):

> *"Estrictamente hablando, los precios de los títulos se comportan como una submartingala, lo que significa que las variaciones en los mismos suelen ser positivas debido a una compensación del valor temporal del dinero y al riesgo sistemático. Además, los rendimientos esperados pueden cambiar a lo largo del tiempo conforme lo hagan*

---

[1] Es frecuente que el concepto de la eficiencia del mercado esté vinculado a la hipótesis del camino aleatorio (Random Walk), una hipótesis estadística muy fuerte que se pudiera aplicar a cualquier variable para la cual sea posible realizar observaciones con el transcurso del tiempo. La teoría del "Random Walk" establece que las variaciones en los precios de los activos son variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas. Esto quiere decir que el conocimiento de las variaciones pasadas en los precios y en los volúmenes comercializados no contiene información que ayude al inversionista a generar en forma consistente mayores beneficios que los que tendría un agente que tenga como estrategia comprar y mantener una determinada cartera de activos. En otras palabras, con la secuencia de cambios históricos en los precios no es posible predecir el comportamiento futuro de los mismos o para evaluar la respectiva distribución de probabilidad de los variaciones. (Kolb, 1993)

> *los factores de riesgo. Un "recorrido aleatorio" es más restrictivo en el sentido de que los rendimientos de los títulos deben ser independientes y estar idénticamente distribuidos. La idea aquí utilizada es que al referirnos al "recorrido aleatorio" queremos hacer mención a que las variaciones en los precios de los títulos son impredecibles."*

Existe evidencia que los movimientos en los precios se comportan de manera aleatoria debido a que los agentes que participan en el mercado financiero son racionales, además de que actúan en un entorno de competencia. Por ello, si los precios se establecen racionalmente, únicamente la nueva información generará variaciones en los mismos y el recorrido aleatorio será el resultado natural para que los precios reflejen todo el conocimiento disponible actual para todo el mercado financiero.

Fama (1965) establecía que los precios actuales se modificarían en forma inmediata para ajustarse al nuevo valor intrínseco derivado de esa nueva información y que el tiempo (*t*) que transcurría entre dos ajustes sucesivos de precios de un mismo activo, o entre dos informaciones sucesivas, sería necesariamente una variable aleatoria independiente.

Los precios de los activos se pueden explicar haciendo uso de la teoría del recorrido aleatorio, bajo la suposición de que las variaciones en los precios de dichos instrumentos son independientes entre sí y que tienen una misma distribución de probabilidad. En otras palabras, el cambio sufrido en el precio de un activo del día t al día (t + 1), no está influida por la variación producida del día (t – 1) al día t, además el tamaño de ambas es totalmente aleatorio o impredecible. Por ello, cuando lo anterior se cumple totalmente, se dice que el mercado de valores *"no tiene memoria",* de manera que *"no recuerda"* lo que pasó en el pasado y, por ende, la variación que se pueda producir hoy en los precios no tiene nada que ver con lo que ocurrió el día de ayer.

Los estudios empíricos realizados muestran que en la práctica los mercados de valores son relativamente eficientes al reflejar la nueva información en los precios de los activos, aunque en ellos se incluyan los costos de transacción, los impuestos, etc.

De acuerdo con la definición de Harry Roberts (1967), existen tres niveles de eficiencia de los mercados financieros, que tienen como característica principal que cada nivel refleja la clase de información que es rápidamente trasladada al precio de los activos. Estos niveles son conocidos como eficiencia débil, intermedia y fuerte, mismos que se analizan a continuación.

a) LA HIPÓTESIS DEBIL

En la hipótesis de la eficiencia débil se parte del supuesto de que cada activo refleja totalmente la información contenida en la serie histórica de precios, es decir, en toda la información pasada. Es por ello, que los inversionistas no pueden obtener ganancias extraordinarias cuando sólo se analizan las series o cuando se establecen reglas de comportamiento de los precios basadas en ellas, además de que todos los agentes que intervienen en el mercado pueden aprender rápidamente a explotar las señales que las series de los precios pueden mostrar y, en consecuencia, todos tomarían decisiones óptimas de inversión.[2]

Una conclusión importante bajo la hipótesis débil establece que ningún inversionista podrá conseguir un rendimiento superior al del promedio del mercado analizando exclusivamente la información pasada, la cual está inmersa en la serie histórica de precios, y en dado caso que lo logre será sólo por azar. Por lo tanto, si el mercado se ajusta a esta hipótesis, un inversionista solo podría ganarle al mercado utilizando la información pública y privilegiada.

Cabe apuntar que los primeros trabajos sobre eficiencia se fundamentaron principalmente en la hipótesis débil, analizando el conjunto de información reflejada en la serie histórica de los precios de los activos. Una de las principales técnicas utilizadas en este análisis se apoyó en técnicas econométricas de series de tiempo, en específico, en el análisis de la autocorrelación serial de los precios o rendimientos de las acciones, utilizando como modelo de equilibrio la fijación de los precios de tal forma que los rendimientos esperados se mantuvieran constantes.

Los estudios pioneros más representativos para demostrar la hipótesis débil son los realizados por Kendall (1953), Moore (1962) y Fama (1965). En los tres estudios se analizan las primeras diferencias de los logaritmos de los precios diarios de las treinta acciones que forman el Índice Dow-Jones Industrial, concluyendo que la correlación serial obtenida no es significativa como para apoyar la existencia de dependencia lineal sustancial entre los cambios sucesivos de los precios de los activos estudiados. Por su parte, en el trabajo realizado por Aragonés (1986) se obtienen, en general, coeficientes muy bajos, sólo en nueve acciones son superiores en más de dos veces los errores estándar estimados para un retardo de una unidad, por lo que el resultado indica cierto grado de dependencia.

Se han realizado otros estudios empíricos utilizando otras técnicas propuestas como la llamada Regla de los Filtros, que parte de un modelo de equilibrio bajo el supuesto de que los precios se determinan de forma que los rendimientos

[2] Dentro del Análisis Bursátil, una forma de realizar el estudio de las series de precios es a través del denominado *"análisis técnico".* El principio básico de los defensores de este método de análisis es que los precios futuros se pueden determinar en función de la evolución histórica y de una serie de variables estadísticas que permiten matizar las trayectorias que están describiendo los precios en cada momento. En este sentido, lo principal será identificar la trayectoria que empieza a describir el precio, lo que indicaría en que momento se debe comprar o vender para obtener el máximo beneficio. Para ello se trazan una serie de gráficas que se cree que puede seguir el precio en el futuro, estudiando indicadores que proporcionan información sobre cuando van a subir y a bajar los precios. (Grandio, 1997)

esperados sean positivos. La metodología de esta prueba consiste en comparar el beneficio obtenido durante cierto periodo de análisis con la alternativa de comprar el activo al inicio del período y venderlo al final. Por ejemplo, en el estudio de Alexander (1964) se consideran distintos filtros que oscilan entre un 1% y un 50%, mientras que en el de Fama y Blume (1966) los filtros van desde un 0,5% hasta un 50%. De acuerdo con los resultados se estableció la posibilidad de "batir" al mercado mediante el empleo sistemático de la técnica para filtros pequeños, 1,0 para el estudio de Alexander y 0,5; 1,0 y 1,5 para el de Fama y Blume. Cabe anotar, que en el estudio realizado por estos dos últimos autores también se demostró que debido al gran número de operaciones que acarrea la utilización de filtros pequeños y al considerar los costos de transacción, todos los beneficios serían totalmente absorbidos.[3]

Por otra parte, a través de la Prueba de las Direcciones se ha tratado de comprobar la independencia de los cambios sucesivos en los precios de los activos. La dirección es una secuencia de cotizaciones que tienen el mismo signo, donde el aumento de los precios se representa por el signo "+" y la disminución por el signo "-". Así, haciendo uso del supuesto de independencia en el número de direcciones observado en el activo en estudio, se plantea que estas no deberían diferir significativamente del de una serie de números aleatorios. En el estudio realizado por Fama (1965) no se observan indicios de dependencia, en tanto en el de Aragonés (1986) los resultados arrojan ligeras muestras de dependencia.[4]

Una técnica adicional para probar la hipótesis débil es mediante el Índice de Fuerza Relativa con el que se ha intentado combinar información pasada en los precios de los títulos con objeto de seleccionarlos. Por ejemplo, en el estudio de Levy (1967), se utilizó una muestra de 27 semanas, definiendo a P como el precio medio de un activo determinado y P_t el precio actual de dicho título, siendo el índice igual a la proporción P_t/P. Una vez establecida la forma de calcular el índice, Levy plantea el supuesto de que los activos que se seleccionarán son el *X%* con el índice más alto en los que se deberá invertir la misma cantidad de dinero. Después si en los siguientes períodos el índice de un activo disminuye por debajo del *K%* de los títulos, se deberán vender e invertir lo recibido en los X% que presenten el mayor índice. En el estudio de Levy se toman los siguientes valores: para X = 5% y para K = 70%. En la misma línea de análisis, Jensen y Bennington (1970) calcularon el índice de Levy y otros índices de fuerza relativa y concluyeron que el rendimiento después de disminuir los costos de transacción no superaba al rendimiento promedio del mercado, es más, concluían que después de ajustar el riesgo del activo el rendimiento resultaba incluso inferior.

---

[3] Una prueba de filtro tiene la siguiente forma: si el precio de cierre diario de valor aumenta en por lo menos X%, comprar el valor y conservarlo hasta que su precio descienda en por lo menos X% después de un punto alto. En ese punto vender al descubierto el valor y mantener la posición descubierta hasta que el precio aumente por lo menos X% por encima de un previo punto bajo. (Brealey, 1983)

[4] Las corridas de prueba examinan la tendencia de que las perdidas o ganancias sean seguidas por perdidas o ganancias adicionales. (Kolb, 1993)

b) LA HIPÓTESIS INTERMEDIA

La hipótesis de eficiencia intermedia establece que los precios de los activos reflejarán, no sólo toda la información pasada, sino también toda la información de la empresa hecha pública y los posibles cambios de su entorno económico, los cuales tendrán efectos particulares sobre cada activo. Por ejemplo, la información empresarial que se puede reflejar en los precios puede surgir de los diferentes balances contables publicados, como el balance general, el estado de resultados, los anuncios de dividendos, etc. Además, los precios también podrán reflejar todos los cambios que puedan ocurrir en el entorno macroeconómico, como las variaciones del índice inflacionario o en la tasa de interés, entre otros.

Se afirma que si la eficiencia del mercado se ajusta a la hipótesis intermedia, es imposible que los agentes económicos que utilicen el análisis fundamental como herramienta de proyección logren un rendimiento superior al promedio del mercado, debido a que la cotización de los activos reflejarán exactamente su valor teórico o intrínseco. Sin embargo, sólo con el uso de información privilegiada, o por medio del azar, es como se podría alcanzar un rendimiento superior al promedio del mercado.[5]

Para comprobar empíricamente la hipótesis intermedia se han elaborado diferentes estudios y se ha podido observar la posible reacción de los precios con respecto a la información pública y a los cambios en el entorno. Un estudio fue el presentado por Ball y Brown (1968), en donde se examina el comportamiento del mercado de los Estados Unidos, ante el anuncio de los beneficios anuales de 261 empresas importantes, entre el año de 1946 y 1966. Asimismo, Fama, Fisher, Jensen y Roll (1969), analizan la posible reacción del mercado después del anuncio de un desdoblamiento de acciones o *split* para 622 empresas que realizaron 940 *splits* a lo largo del periodo de análisis. Finalmente, Scholes (1972) estudia el comportamiento de las cotizaciones bursátiles ante el anuncio de la venta de un total de 345 grandes paquetes accionarios. Las conclusiones primordiales de estos tres trabajos arrojan resultados favorables a la hipótesis de eficiencia intermedia.[6]

---

[5] El análisis fundamental persigue estimar el valor futuro de una empresa en función de las variables básicas que determinan el mismo, los fundamentales del valor. En este sentido, este tipo de análisis será una herramienta valida para estimar el recorrido potencial de los precios de una acción concreta en el largo plazo. Mientras que el análisis técnico tiene una mayor utilización para seleccionar inversiones de más corto plazo. (Grandio, 1997).

[6] Una operación Split tiene como objetivo duplicar el número de las acciones de las empresas, casi siempre en proporción de dos a uno, es decir, por cada acción que existe se emiten dos nuevas. Además, si una acción vale 100 pesos después del Split cada acción costará únicamente 50 pesos. El Split también puede ser de 3 a 1, o de 5 a 1, con su respectivo ajuste en los precios de las acciones. Una de las razones principales de las empresas para realizar operaciones tipo Split es para realizar ampliaciones de capital. Así, antes de Split se asume que si la acción vale 50 pesos, el agente que tiene una acción pasará a tener 2 de 25 pesos cada una, sin ningún cambio. Sin embargo, cuando un agente no tiene posiciones abiertas no posee acciones de la empresa y cuando compra es al 50% de su valor, por lo que la colocación de las acciones se vuelve más atractiva vía precio. (Kolb, 1993).

El modelo de valoración de activos de capital, ha servido como un soporte teórico para evaluar la eficiencia intermedia, ya que a través de este modelo se han realizado un sinnúmero de trabajos en los últimos años. Por ejemplo, haciendo uso del CAPM, Ball (1972), estudia entre 1947 y 1960, como puede reaccionar el mercado ante cambios en las prácticas contables. En tanto, Ibbotson (1975) analiza el comportamiento del mercado entre 1960 y 1969, ante nuevas ofertas públicas seleccionando al azar una cada mes. Los resultados obtenidos por ambos autores son favorables a la eficiencia intermedia. Sin embargo, en otro trabajo Ball (1978), realiza una revisión de veinte estudios sobre la publicación de los beneficios del ejercicio y concluye que los resultados no son globalmente compatibles con el CAPM, enfatizando que los beneficios alcanzados son el producto de otras variables que no se encuentran en el modelo. Asimismo, Watts (1978), realiza un trabajo similar al de Ball, en donde también se inclina por la ineficiencia del mercado.

En el análisis de Banz (1981), se examina entre 1926 y 1975 el comportamiento del mercado ante el distinto tamaño de las empresas, en donde incluyen los rendimientos mensuales de todos los títulos cotizados en el New York Stock Exchange por un mínimo de cinco años. Una de las conclusiones importantes de este trabajo es que a pesar de que la información sobre el tamaño de la empresa está disponible, las de menor tamaño parecen obtener una mayor rentabilidad una vez ajustado el riesgo, por lo que estos resultados negativos a la hipótesis intermedia, los atribuye a una mala especificación del modelo.

Charest (1978) estudia los posibles cambios en el mercado ante el anuncio de modificaciones en los dividendos entre 1947 y 1968, llegando a la conclusión que cuando se produce un aumento en el dividendo después de un período de estabilidad, que es de dos años, se logran beneficios extraordinarios entre un año antes hasta dos años después del anuncio. Asimismo, Thompson (1978) en un estudio de fondos de inversión en el periodo 1940-1975, comprueba que cuando los fondos se venden con descuento, o están infravalorados, superan la rentabilidad esperada y cuando se venden con alguna prima sucede lo contrario. Ambos estudios no se pronuncian ni por la eficiencia del mercado, ni por una mala especificación del modelo como posible explicación a los resultados obtenidos.

Por último, Basu (1977) estudió entre 1956 y 1971 una muestra de más de 500 empresas industriales, las que agrupó en cinco carteras en función de su relación precio/beneficio (PER) en donde observó que las empresas que tienen el menor PER lograban una mayor rentabilidad una vez ajustado el riesgo, por lo que con estos resultados el autor se inclina por la ineficiencia del mercado.

c) LA HIPÓTESIS FUERTE

La hipótesis de eficiencia fuerte parte del supuesto de que los precios reflejarán absolutamente toda la información sea esta pasada, pública o privada. De esta manera, en este nivel de eficiencia ningún inversionista podrá "ganarle al mercado", al menos que esto se consiga por medio del azar. Es necesario anotar que esta es una hipótesis extrema que no se puede cumplir para ningún tipo de mercado, ya que si se cumpliera implicaría que los mercados fueran perfectos y es sabido que estos no existen.

En lo referente a las investigaciones para probar la hipótesis fuerte, estas se han centrado en el análisis sobre la existencia de información privilegiada, que solo poseen exclusivamente determinados agentes que intervienen en el mercado, lo que les permite obtener rendimientos superiores que les corresponde de acuerdo al nivel de riesgo asumido. En el trabajo de Jensen (1969), se hace uso del enfoque del CAPM para analizar 115 fondos de inversión para el período 1955-1964. El estudio muestra que hay un rendimiento medio superior en un 8,9% al esperado, pero cuando se incluyen gastos de gestión y comisiones esa diferencia se ve reducida a prácticamente cero, por lo que Jensen se inclina a favor de la hipótesis conjunta.

En el trabajo de Jaffe (1974), se estudian las consecuencias que generan la compra y venta por parte de los directivos y grandes accionistas de títulos de renta variable de sus propias empresas. El resultado del estudio estableció que estos agentes al contar con cierto tipo de información privilegiada obtenían beneficios adicionales al resto del mercado. Lo anterior contradice a la hipótesis fuerte de eficiencia, en donde se establece que los precios deberán de reflejar toda la información existente, además de que también se rechaza la hipótesis intermedia, porque los ingresos extraordinarios se prolongaban aún más allá de la fecha en la que esa información era conocida por el resto de los inversionistas.

En el año de 1984, Dimson y Marsh realizaron un análisis de 4 mil previsiones de rendimientos de las acciones de 200 de las principales empresas británicas, las cuales fueron elaboradas por 35 diferentes analistas. A través de estas acciones se formó un gran fondo y se solicitó a los intermediarios financieros que estimaran el exceso de rendimiento del mismo sobre el mercado, al cual se le asignó un valor de cero. Después se correlacionó el rendimiento actual con el estimado, calculando un coeficiente de correlación medio del 0,08. Con la cantidad de información contenida en las previsiones, los resultados del fondo fueron un 2,2% mayores al rendimiento del mercado. Además, se demostró que más de la mitad de la información contenida en las previsiones era incorporada en el precio de las acciones en el primer mes siguiente a las mismas, por lo que se daba una rápida reacción a las previsiones de los analistas.

En el estudio de 1986 de Elton, Gruber y Grossman se empleó una base de datos del Bankers Trust que catalogaba a los títulos en las siguientes cinco categorías: mejores compras, compras, mantener y dos clases de ventas. La base de datos estaba formada por 10 mil clasificaciones mensuales preparadas por 720 analistas de 34 empresas de intermediación financiera. Los resultados demostraron que tanto un cambio en la clasificación como la clasificación en sí misma contenían información. Además, de que un rendimiento superior se podía conseguir comprando los títulos mejor clasificados y vendiendo los peor situados. Asimismo, los rendimientos superiores se encontraron no sólo en el mes de la previsión sino también en los dos siguientes. Por último, actuando sobre los cambios en la clasificación se podía conseguir un mayor rendimiento que actuando sobre las recomendaciones en sí mismas. O sea, era mejor seguir el consejo del promedio de los analistas del mercado que el de unos pocos analistas por muy buenos que estos fuesen sobre un período determinado.

La conclusión principal en estos dos últimos estudios es que no se puede encontrar información adicional en el consejo de un intermediario financiero de manera individual, pero sí parece encontrarse cuando se agregan los consejos de una gran parte de los intermediarios, por lo que al menos durante cortos períodos de tiempo dicha información si existe.

II.1.2 EL ENFOQUE MEDIA-VARIANZA DE CARTERAS Y EL CONJUNTO DE OPORTUNIDADES DE INVERSION

La optimización de las inversiones en el contexto media-varianza, en donde los agentes alcanzan el máximo rendimiento esperado para un nivel de riesgo dado, fue propuesta por el economista Harry Markowitz en sus trabajos desarrollados a principios de la década de los cincuentas.

Markowitz fijó su atención en la práctica tradicional de la diversificación de carteras y estableció como un inversionista puede reducir la desviación estándar de los rendimientos de una cartera eligiendo acciones que no se muevan exactamente igual. Pero, Markowitz no se detuvo aquí, perfeccionó los principios básicos de la formación de carteras. Estos principios son el fundamento de la mayor parte de lo que se ha escrito acerca de la relación entre riesgo y rendimiento.

A partir de estas investigaciones, sin duda, la teoría de la formación de carteras óptimas se convirtió en una de las herramientas con más aplicaciones en la economía financiera del mundo moderno.

Los siguientes temas a analizar son cruciales para comprender el enfoque media-varianza de carteras propuesto por Markowitz:

a) El rendimiento esperado de carteras;
b) La varianza del rendimiento de carteras; y
c) La combinación de activos inciertos.

a) EL RENDIMIENTO ESPERADO DE CARTERAS

Se parte del cálculo de la tasa porcentual de rendimiento realizada u observada de cualquier activo *j,* la cual se expresa así:

[2.1] $$R_{jt} = [P_{jt} - P_{jt-1} + D_{jt}] / [P_{jt-1}]$$

siendo P_{jt} el precio del activo financiero j en la fecha t y D_{jt} es cualquier tipo de ingreso, el cual puede ser producto de dividendos, intereses, o cualquier otro ingreso asociado a las posibles variaciones en el capital de la empresa.

Para el caso exclusivo de acciones, es conveniente separar los dos componentes del rendimiento en la parte proveniente de variaciones en precios (ganancias o pérdidas de capital) y en la asociada al reparto de dividendos, entonces la ecuación [2.1] se transforma en:

[2.2] $$R_{jt} = [P_{jt} - P_{jt-1}] / [P_{jt-1}] + [D_{jt}] / [P_{jt-1}]$$

donde el primer término recoge la rentabilidad debida a las ganancias de capital y el segundo los beneficios obtenidos por la vía de los dividendos.

Asimismo, cabe señalar que $(1 + R_{jt})$ es igual al rendimiento bruto del activo j.

Siguiendo con la forma de modelar utilizando los estados de la naturaleza, se sabe que el rendimiento esperado de un activo cualquiera j durante un determinado período de tiempo se expresa de la siguiente manera:

[2.3] $$E(R_j) = \sum_{s=1}^{S} \pi_s R_{js}$$

aquí S es el posible número de estados de la naturaleza, π_s representa la probabilidad de ocurrencia del estado s y R_{js} es el rendimiento del activo j en el estado s.

El rendimiento de una cartera se define como la media ponderada de los rendimientos de los activos individuales que la integran, entonces, la ponderación que recibe cada activo de la cartera se representará por ω_j, la cual es una fracción de la cantidad que se invierte en la cartera del activo j, y se representa como:

[2.4] ω_j = Valor en pesos en el activo j / Valor en pesos de la cartera

$$= P_j n_j \; / \sum_{j=1}^{N} P_j n_j$$

donde N es el número de activos o empresas que componen la cartera, n_j es el número de acciones de la empresa j que hay en la cartera y el producto $P_j n_j$ representa el valor de mercado de estas acciones. Se debe de apuntar que la suma de las ponderaciones debe ser igual a uno:

[2.5] $$\sum_{j=1}^{N} \omega_j = 1$$

El rendimiento realizado u observado de la cartera *c* compuesta por *N* activos se formaliza en la siguiente ecuación:

$$[2.6] \qquad R_c = \sum_{j=1}^{N} \omega_j R_j$$

El rendimiento esperado de la cartera *c* se define como la media ponderada de los rendimientos esperados de los activos componentes de la cartera, donde las ponderaciones surgen de la ecuación [2.4], y se representa por:[7]

$$[2.7] \qquad E(R_c) = E(\sum_{j=1}^{N} \omega_j R_j) = \sum_{j=1}^{N} \omega_j E(R_j)$$

Otra forma de estimar el rendimiento de un activo o cartera consiste en utilizar series de tiempo para calcular el rendimiento medio que se ha producido durante el periodo analizado y emplearlo para obtener una estimación de dicho rendimiento. Una técnica primordial para estos cálculos tiene su soporte teórico en la denominada econometría de series de tiempo.

A través de una cartera réplica es posible calcular, dadas ciertas circunstancias, el rendimiento esperado de cualquier activo incierto. La cartera de referencia puede estar integrada por una proporción ω_m de la cartera de mercado y la diferencia (1 - ω_m) en un activo libre de riesgo. Por ejemplo, para el caso de México se puede aproximar la cartera de mercado por el Índice de Precios y Cotizaciones (IPC) de la Bolsa Mexicana de Valores y el activo libre de riesgo por los CETES. Así, una cartera compuesta por el mercado (IPC) y el activo seguro (CETES) tendrá un rendimiento esperado dado por la siguiente expresión:

$$[2.8] \qquad E(R_c) = \omega_m E(R_m) + (1 - \omega_m)r$$

En esta última expresión cuanto mayor sea ω_m más alto será el rendimiento esperado de la cartera. Además, si ω_m es mayor que 1, la diferencia (1 - ω_m) tiene que menor que cero, lo que significa que se está pidiendo prestado (venta al descubierto) a la tasa de interés libre de riesgo para invertir más del 100% en renta variable.

Finalmente, para *N* activos es útil hacer uso de la notación matricial, entonces el rendimiento esperado se representa por:

---

[7] Las ponderaciones pueden ser positivas o negativas. Son negativas cuando el inversionista realiza una venta en descubierto en alguno de los activos componentes de la cartera. También una venta en descubierto puede ser una solicitud de un préstamo a través de un activo seguro que permita la financiación de una inversión. En definitiva, una venta en descubierto equivale a mantener una ponderación negativa en alguno de los componentes de la cartera. (Marín y Rubio , 2001).

[2.9] $$E(R_c) = [\omega_1 , \omega_2 \dots \omega_m] \begin{pmatrix} R_1 \\ R_2 \\ . \\ . \\ R_m \end{pmatrix}$$

Cuya representación compacta es:

[2.10] $$E(R_c) = \omega' R$$

b) LA VARIANZA DEL RENDIMIENTO DE CARTERAS

En esta sección se presenta la forma de calcular la varianza del rendimiento de una cartera formada por dos activos, la cual se puede expandir a múltiples activos.

Se define a la varianza del rendimiento de un activo individual como la dispersión de los rendimientos alrededor de la media y expresa la variabilidad que experimentan los precios de los activos, la cual se obtiene por medio de la siguiente ecuación:

[2.11] $$\sigma^2_j = E[R_j - E(R_j)]^2 = \sum_{s=1}^{S} \pi_s [R_j - E(R_j)]^2$$

La varianza muestral está dada por:

[2.12] $$\sigma^2_j = [1 / T] \sum_{t=1}^{T} [R_j - E(R_j)]^2$$

Si la ecuación anterior se divide por T – 1 en lugar de dividirla por T, se obtiene un estimador insesgado de la varianza muestral. Con esto se ajusta la pérdida de un grado de libertad al estimar la media muestral para realizar el cálculo.

Cabe mencionar que la varianza no está representada en la misma unidad de medida que la variable rendimiento, por lo que es necesario buscar una medida que tenga el mismo significado que la varianza y que esté expresada en la misma unidad de medida que el rendimiento. Esta es la desviación estándar que representa la volatilidad del rendimiento, la cual es simplemente la raíz cuadrada de la varianza.

Otra variable de gran importancia para la valoración de activos es la estimación de la prima de riesgo del mercado bursátil, la cual se expresa por:

[2.13] $$\text{Prima de riesgo} = E(R_m) - r$$

La prima de riesgo mide el grado de aversión al riesgo que soporta un determinado mercado bursátil al reflejar lo que los inversionistas exigen, en promedio, sobre la tasa de interés libre de riesgo para invertir en renta variable. Dicha prima de riesgo debe ser positiva cuando se utilizan para su cálculo largas series de tiempo, por lo que se deduce que, en promedio, los inversionistas en el mercado bursátil son compensados por soportar el riesgo asociado a la renta variable.

Para ver la importancia de la diversificación del riesgo cuando se construyen carteras, se presenta la metodología para el cálculo de la varianza del rendimiento de una cartera formada por dos activos inciertos.

En primer lugar, el rendimiento esperado de la cartera es igual a:

[2.14] $$E(R_c) = \omega_1 E(R_1) + \omega_2 E(R_2) = \omega_1 E(R_1) + (1 - \omega_1)E(R_2)$$

y en segundo lugar, la varianza esta dada por:

[2.15] $$\begin{aligned} \mathrm{Var}(R_c) \cong \sigma^2_c &= E\{\omega_1 R_1 + \omega_2 R_2 - [\omega_1 E(R_1) + \omega_2 E(R_2)]\}^2 \\ &= E\{\omega_1[R_1 - E(R_1)] + \omega_2[R_2 - E(R_2)]\}^2 \\ &= E\{\omega^2_1[R_1 - E(R_1)]^2 + 2\omega_1\omega_2[R_1-E(R_1)][R_2-E(R_2)] + \omega^2_2[R_2 - E(R_2)]^2\} \\ &= \omega^2_1\sigma^2_1 + \omega^2_2\sigma^2_2 + 2\omega_1\omega_2 E[R_1-E(R_1)][R_2-E(R_2)]\} \end{aligned}$$

En esta ecuación se puede igualar el término $E[R_1-E(R_1)][R_2-E(R_2)] = \mathrm{cov}(R_1, R_2) \cong \sigma_{12}$, por lo que también se escribe como:

[2.16] $$\sigma^2_c = \omega^2_1\sigma^2_1 + \omega^2_2\sigma^2_2 + 2\omega_1\omega_2\sigma_{12}$$

siendo σ_{12} la covarianza entre los rendimientos de dos activos. La covarianza es una medida de cómo los rendimientos de los activos tienden a variar conjuntamente. A diferencia de la varianza que nunca puede ser negativa, la covarianza puede serlo cuando los rendimientos de dos activos tienden a moverse en direcciones opuestas.

El coeficiente de correlación se obtiene de dividir la covarianza entre el producto de las desviaciones estándar de los activos, el cual se utiliza para normalizar la covarianza con la finalidad de acotar sus valores entre –1 y +1, por lo tanto, la covarianza en términos del coeficiente de correlación es:

[2.17] $$\mathrm{cov}\,(R_1,R_2) = \sigma_{12} = \rho_{12}\sigma_1\sigma_2$$

siendo ρ_{12} el coeficiente de correlación entre el rendimiento del activo uno y el activo dos, además como $-1 \leq \rho_{12} \leq +1$, se puede llegar a conocer con exactitud el grado de variación conjunta que experimentan los rendimientos de los dos activos financieros.

Se debe hacer énfasis que el papel que juega la covarianza en el principio de la diversificación es muy importante, ya que si las ponderaciones que reciben los dos activos de la cartera son positivas, la varianza de la cartera, y por lo tanto su volatilidad, será más pequeña cuanto menor sea la correlación entre los rendimientos de los activos que componen la cartera.

Cuando el número de activos se incrementa, se dificulta el cálculo de la covarianza por lo que es recomendable hace uso de la notación matricial, así, la varianza para *N* activos es:

[2.18] $$\sigma^2_c = [\omega_1 \ \ \omega_2 \dots \omega_m] \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \dots & \sigma_{1m} \\ . & & & \\ & . & & \\ . & & & \\ \sigma_{11} & \sigma_{12} & \dots & \sigma_{1m} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega_1 \\ . \\ . \\ . \\ \omega_m \end{pmatrix}$$

Definiendo a Σ como la matriz de covarianzas, la varianza del rendimiento de la cartera de la anterior ecuación puede ser escrita en forma compacta de la siguiente forma:

[2.19] $$\sigma^2_c = \omega' \Sigma \omega$$

c) LA COMBINACION DE DOS ACTIVOS INCIERTOS EN EL ENFOQUE MEDIA-VARIANZA

Se ha establecido que el rendimiento esperado de la cartera con dos activos está dado por:

[2.20] $$E(R_c) = \omega_1 E(R_1) + \omega_2 E(R_2) = \omega_1 E(R_1) + (1 - \omega_1)E(R_2)$$

donde se observa que el rendimiento esperado está formado por una combinación lineal de los rendimientos esperados de los activos individuales.

La varianza de una cartera de dos activos es:

[2.21] $$\sigma^2_c = \omega^2_1\sigma^2_1 + \omega^2_2\sigma^2_2 + 2\omega_1\omega_2\sigma_{12}$$

y la desviación estándar, que representa la volatilidad de la cartera, es:

[2.22] $$\sigma_c = [\omega^2_1\sigma^2_1 + (1 - \omega_1)^2\sigma^2_2 + 2\omega_1(1 - \omega_1)\sigma_{12}]^{½}$$

$$= [\omega^2_1\sigma^2_1 + (1 - \omega_1)^2\sigma^2_2 + 2\omega_1(1 - \omega_1)\sigma_1\sigma_2\rho_{12}]^{½}$$

Considerando las dos ecuaciones anteriores, a continuación se analizan tres casos específicos sobre los posibles movimientos comunes o correlaciones que pueden presentar los rendimientos de los dos activos:

1.- Correlación perfecta y positiva entre los rendimientos de ambos activos, por lo que ρ_{12} = +1

Cuando el coeficiente de correlación toma este valor la ecuación [2.22] se transforma en:

[2.23] $$\sigma_c = [\omega^2_1\sigma^2_1 + (1 - \omega_1)^2\sigma^2_2 + 2\omega_1(1 - \omega_1)\sigma_1\sigma_2]^{½}$$

ecuación que también se puede escribir como:

[2.24] $$\sigma_c = \{[\omega_1\sigma_1 + (1 - \omega_1)\sigma_2]^2\}^{½}$$

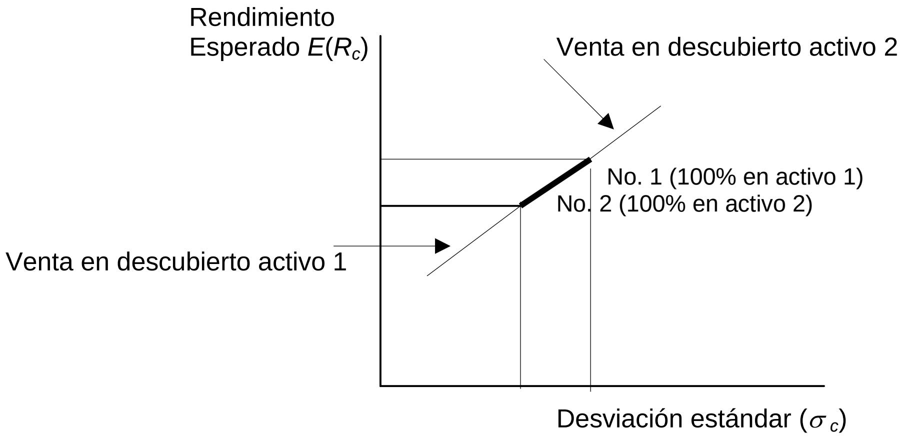
haciendo los cálculos necesarios se llega a:

[2.25] $$\sigma_c = \omega_1\sigma_1 + (1 - \omega_1)\sigma_2$$

Analizando la ecuación [2.25] se extraen las siguientes conclusiones:

1. Cuando no se admiten ventas en descubierto en ninguno de los activos se tiene que $\omega_1 > 0$ y $\omega_2 > 0$ y se concluye que la desviación estándar de una cartera de dos activos perfecta y positivamente correlacionados es la media ponderada de las desviaciones estándar de ambos activos.
2. Cuando se realizan ventas al descubierto se determina que la desviación estándar de una cartera de activos con coeficiente de correlación igual a +1, es una combinación lineal de las desviaciones estándar de ambos activos.
3. Asimismo, con ventas al descubierto, la volatilidad de una cartera es el valor absoluto del promedio ponderado de las volatilidades de ambos activos.

Tanto el rendimiento esperado como la desviación estándar son combinaciones lineales de los rendimientos y volatilidades de los activos de las carteras, por lo que todas estas combinaciones en el espacio media-varianza están ubicadas en una línea recta. Lo anterior se observa en la Gráfica II.1 en donde se muestra el conjunto de oportunidades de inversión en el espacio media-desviación estándar cuando los dos activos están perfecta y positivamente correlacionados.



Gráfica II.1 Conjunto de oportunidades de inversión

2.- Correlación perfecta y negativa entre los rendimientos de ambos activos, por lo que $\rho_{12} = -1$

Cuando el coeficiente de correlación adopta este valor, la ecuación [2.22] cambia a:

$$\sigma_c = [\omega_1^2 \sigma_1^2 + (1 - \omega_1)^2 \sigma_2^2 - 2\omega_1(1 - \omega_1)\sigma_1\sigma_2]^{½} \qquad [2.26]$$

que se expresa como:

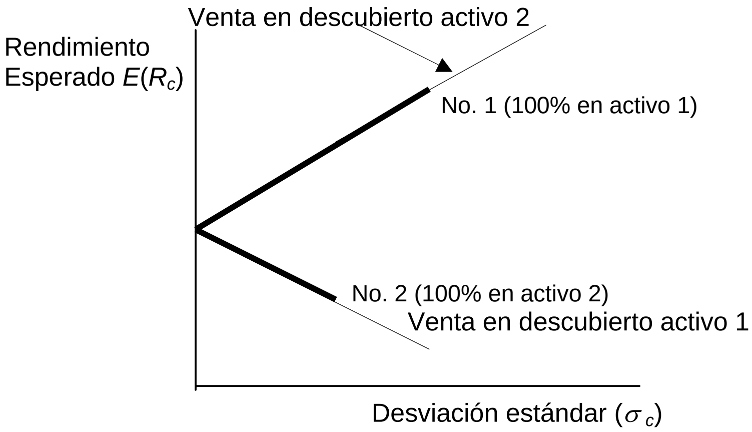
$$\begin{aligned} \sigma_c &= \{[\omega_1\sigma_1 - (1 - \omega_1)\sigma_2]^2\}^{½} \\ &= \{[-\omega_1\sigma_1 + (1 - \omega_1)\sigma_2]^2\}^{½} \end{aligned} \qquad [2.27]$$

y que a la vez es igual a:

$$\begin{aligned} \sigma_c &= \omega_1\sigma_1 - (1 - \omega_1)\sigma_2 \\ \sigma_c &= -\omega_1\sigma_1 + (1 - \omega_1)\sigma_2 \end{aligned} \qquad [2.28]$$

En este caso y debido a que la varianza tiene que ser un número no negativo, la ecuación solo es valida exclusivamente cuando su lado derecho sea no negativa, debido a que no es posible obtener la raíz cuadrada de un número negativo. Se concluye que cuando se obtiene este valor en el coeficiente de correlación, todas las posibles combinaciones entre rendimiento esperado y volatilidad estarán situadas en una línea recta que tendrá dos tramos perfectamente diferenciados, por lo que se puede situar en uno u otro tramo dependiendo del valor que tengan las ponderaciones ω_1 y ω_2.

La Gráfica II.2 muestra el conjunto de oportunidades de inversión en el espacio media-desviación estándar cuando los dos activos están perfecta y negativamente correlacionados.



Gráfica II.2 Conjunto de oportunidades de inversión en el espacio media-desviación estándar cuando los dos activos están perfecta y negativamente correlacionados.

3.- Coeficiente de correlación entre los rendimientos de ambos activos situado estrictamente entre – 1 y + 1, por lo que -1< ρ_{12} < +1

Para este caso, se parte de la siguiente ecuación:

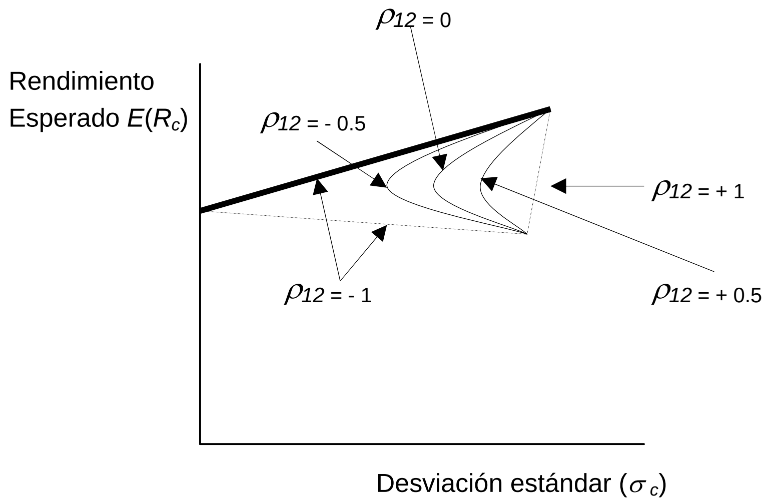
[2.29] $$\sigma_c = [\omega_1^2\sigma_1^2 + (1 - \omega_1)^2\sigma_2^2 + 2\omega_1(1 - \omega_1)\sigma_1\sigma_2\rho_{12}]^{1/2}$$

En la práctica este es el caso más general y las combinaciones posibles de rendimiento esperado y volatilidad están situadas a lo largo de una hipérbola.

En el punto 1 de esta sección se analizó que cuando el coeficiente de correlación es +1 y con ponderaciones positivas, la desviación de la cartera es el promedio ponderado de las desviaciones estándar de los dos activos que la componen. De acuerdo con la ecuación [2.16], en el caso de que la volatilidad sea menor que uno, la volatilidad será más pequeña cuanto menor sea el coeficiente de correlación. De esta manera, la desviación estándar de una cartera con dos activos y ponderaciones positivas es menor que el promedio ponderado de las dos volatilidades de los activos que la componen.

El resultado anterior genera la curvatura de la hipérbola que forma ahora el conjunto de oportunidades de inversión. El grado de curvatura de la hipérbola depende del coeficiente de correlación de los rendimientos de los dos activos, así, cuanto menor sea el coeficiente, el grado de curvatura será mayor.

En la Gráfica II.3 se observa el conjunto de oportunidades de inversión sin ventas al descubierto en el espacio media-desviación estándar cuando el coeficiente de correlación está estrictamente entre –1 y +1.



Gráfica II.3 Conjunto de oportunidades de inversión sin ventas al descubierto en el espacio media-desviación estándar cuando el coeficiente de correlación está estrictamente entre –1 y +1.

II.1.3 LA DETERMINACIÓN DE CARTERAS EFICIENTES Y EL RIESGO DE ACTIVOS

En la sección anterior se estudió el conjunto de oportunidades de inversión bajo el supuesto de la existencia de sólo dos activos inciertos. Ahora, en este apartado se generaliza el análisis al incorporar múltiples activos inciertos, bajo el supuesto de que al menos dos activos inciertos tienen rendimientos esperados y varianzas diferentes.

a) EL CONJUNTO DE OPORTUNIDADES DE INVERSIÓN CON ACTIVOS MÚLTIPLES Y LAS CARTERAS EFICIENTES EN EL ENFOQUE MEDIA-VARIANZA

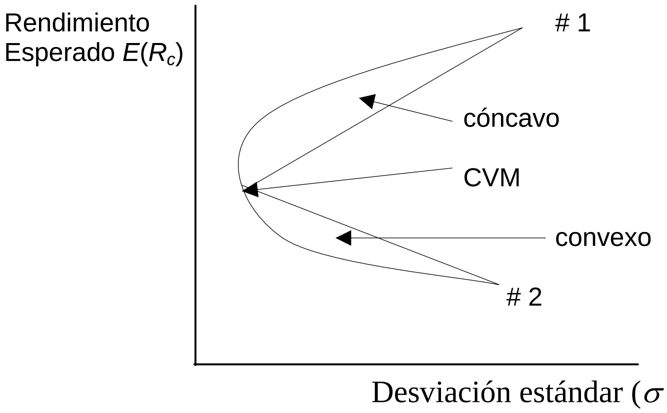
El conjunto de todos lo pares posibles son todas las posibles combinaciones de rendimiento esperado y volatilidad que pueden lograrse dado un número $N > 2$ de activos inciertos y representan el conjunto de oportunidades de inversión con múltiples activos en el entorno media-varianza. Además, se sigue suponiendo que los agentes escogen sus carteras considerando el rendimiento y el riesgo de las inversiones.

Para la determinación geométrica del conjunto de oportunidades de inversión se deben resaltar los siguientes puntos primordiales:

a) Las combinaciones de dos activos nunca pueden tener más riesgo que el obtenido cuando las combinaciones están situadas en una línea recta, debido a que el coeficiente de correlación es igual a +1.
b) La cartera de varianza mínima (CVM) está perfectamente caracterizada y, para el caso de dos activos, se obtiene mediante la siguiente expresión:

[2.30] $$\omega^{\circ}_1 = [\sigma^2_2 - \rho_{12}\sigma_1\sigma_2] / [\sigma^2_1 + \sigma^2_2 - 2\rho_{12}\sigma_1\sigma_2]$$

Estas dos premisas implican que cuando sólo existen dos activos inciertos, la porción del conjunto de oportunidades de inversión que está por encima de la cartera de varianza mínima es cóncava, mientras que la que está por debajo es convexa, como se observa en la Gráfica II.4.

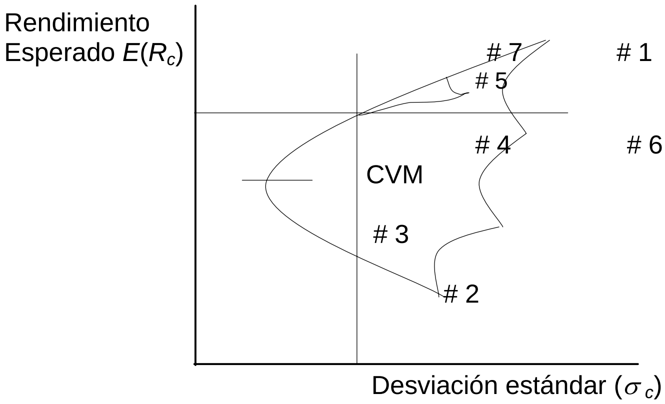


Gráfica II.4 Conjunto de oportunidades de inversión cuando sólo existen dos activos inciertos.

En la Gráfica II.4 se distingue que si el coeficiente de correlación entre la cartera de varianza mínima y el activo # 1 fuese +1, sus combinaciones estarían situadas en la línea recta de puntos con pendiente positiva. En ningún caso las combinaciones podrían situarse a la derecha de la recta debido a que el coeficiente de correlación no puede ser mayor que uno. Asimismo, las únicas combinaciones posibles entre la CVM y el activo #1, en el caso que el coeficiente de correlación fuera mayor que –1, se deben situar en la curva que los une. La curva es cóncava para que se puedan alcanzar los pares rendimiento-volatilidad factibles al cambiar las ponderaciones entre la CVM y el activo #1. En la parte inferior con pendiente negativa se observa que los pares rendimiento esperado-volatilidad factibles se situarán forzosamente a lo largo de la curva convexa que une a la CVM y al activo #2.

Por otra parte, la Gráfica II.5 muestra las posibles combinaciones de rendimiento esperado-volatilidad factibles mediante la formación de carteras con *N* activos. Cuando *N* > 2, el conjunto de oportunidades de inversión comprende no sólo la curva exterior del conjunto de combinaciones rendimiento esperado-volatilidad como en la Gráfica II.4, sino también cualquier punto interior de dicho conjunto.

La curva exterior es conocida como la frontera del conjunto de oportunidades de inversión. La frontera izquierda del conjunto de pares rendimiento esperado-riesgo factibles es el conjunto de carteras de menor varianza para un rendimiento esperado dado. Este conjunto de carteras de menor varianza viene dado por la curva frontera #1 – CVM - #2. El tramo de pendiente positiva es llamada frontera eficiente, entonces, el tramo CVM - #1 es el conjunto de carteras eficientes en el sentido media-varianza.



Gráfica II. 5 Posibles combinaciones de rendimiento esperado-volatilidad factibles mediante la formación de carteras con *N* activos.

Las carteras eficientes son aquellas que, dado un rendimiento esperado, tienen menor volatilidad y, dada una determinada volatilidad, tiene el mayor rendimiento esperado, por lo que los agentes al ser racionales, preferirán un mayor rendimiento esperado para un mismo riesgo y un menor riesgo para el mismo rendimiento esperado, en otras palabras, elegirán la mayor cartera eficiente disponible.

Por ejemplo, en la Gráfica II.5 la cartera # 4 es una cartera eficiente, ya que “domina” en el sentido media-varianza a la cartera # 3. Se observa que ambas tienen la misma volatilidad, pero la cartera # 4 tiene un rendimiento esperado mayor. También, se distingue que la cartera # 6 es dominada por la cartera # 4, debido a que ofrece el mismo rendimiento pero tiene mayor riesgo. Al analizar la Gráfica anterior se pueden extraer las siguientes conclusiones importantes:

a) Las carteras eficientes no son dominadas en media-varianza por ninguna otra cartera;
b) Cualquier cartera interior tampoco será una cartera eficiente;
c) El tramo de la frontera que comprende las carteras eficientes debe ser necesariamente cóncavo.

Respecto al inciso c), se observa en la Gráfica II.5 que no puede representarse por la curva CVM - # 4 - # 5 - # 7 - #1. Se distingue que se pueden formar carteras con # 4 y # 7 y todas las posibles combinaciones entre ellas deben situarse a la izquierda o en la línea recta que las une dependiendo de si el coeficiente de correlación, ρ_{47}, es menor o igual a 1. Además, el tramo con pendiente negativa de la frontera de carteras de menor varianza es necesariamente convexo y no eficiente. Por lo tanto, la frontera de carteras de menor varianza tiene una pendiente que cambia como máximo una vez de signo.

b) LA DETERMINACIÓN DE CARTERAS DE MENOR VARIANZA

En la sección anterior se estableció que las carteras eficientes son las que:

a) Tienen un rendimiento esperado lo más alto posible dada su volatilidad; y
b) Presentan una volatilidad más pequeña posible dado su rendimiento esperado.

Todas las carteras que cumplen con el punto b son llamadas carteras de varianza mínima, las cuales se pueden obtener al resolver el siguiente problema de optimización:

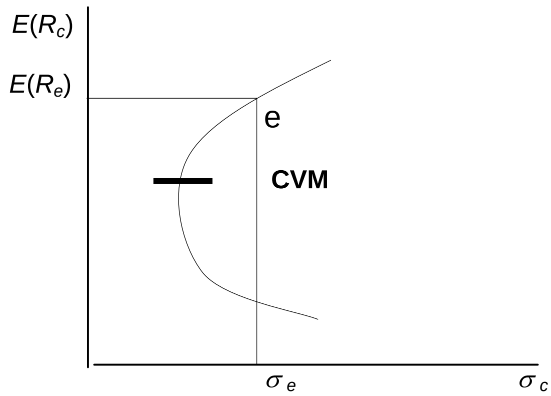
[2.31] $$\underset{\{\omega_j;\ j = 1,2,...,N\}}{\text{minimizar}}\ \sigma^2_c$$

sujeto a las siguientes restricciones:

[2.32] $$\sum_{j=1}^{N} \omega_j E(R_j) = E(R_e)$$

[2.33] $$\sum_{j=1}^{N} \omega_j = 1$$

donde σ^2_c es la varianza de la cartera, la cual será la mínima para un rendimiento esperado prefijado igual a $E(R_e)$ una vez que se resuelve el problema de optimización, y ω_j es la ponderación del activo j en la cartera de menor varianza. Las ponderaciones son las variables de elección en el problema [2.31] sujeto a las restricciones [2.32] y [2.33]. La ecuación [2.32] hace que la solución del problema sea aquella cartera de menor varianza dado el rendimiento esperado $E(R_e)$ y no otro. La Gráfica II.6 muestra como una vez resuelto el problema de minimización sólo se obtiene una cartera de menor varianza representada por el punto e.



Gráfica II.6 Cartera de menor varianza

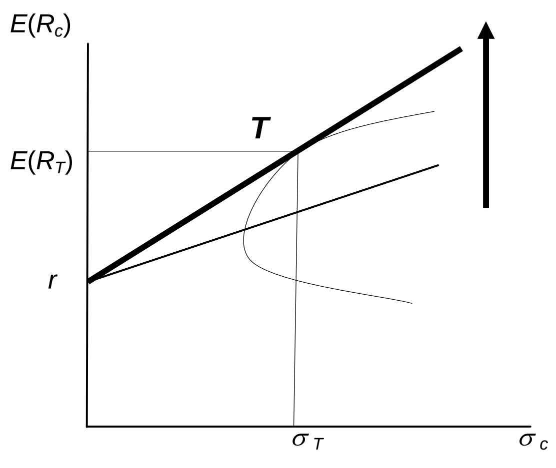
Todas las demás carteras que forman la frontera de carteras de mínima varianza se obtienen al resolver el problema de optimización de manera repetida, suponiendo un rendimiento esperado distinto para cada problema. Además, cuando se resuelve el problema se obtienen las ponderaciones óptimas que recibe cada activo en la cartera de varianza mínima, con lo cual se calcula el rendimiento esperado y la volatilidad. Asimismo, como se observa en la Gráfica II.6, el problema de optimización obtiene no sólo una cartera de mínima varianza sino también una cartera eficiente.

c) LA COMPOSICIÓN DE LA CARTERA TANGENTE DE ACTIVOS INCIERTOS

Una cartera tangente *T* es el único fondo de activos inciertos cuya composición se debe conocer para poder obtener todas las carteras eficientes en el sentido media-varianza. Cuando se ha identificado la cartera *T,* esta se debe de combinar con un activo seguro cuyo rendimiento es igual a *r* y de esta manera obtener el rendimiento esperado y la volatilidad de cualquier cartera eficiente.

En la Gráfica II.7 se determina la composición de la cartera tangente *T,* que se obtiene al situarnos en la recta de máxima pendiente en el espacio rendimiento esperado-volatilidad, considerando el conjunto de activos inciertos disponibles y un activo seguro. En la Gráfica se observa que los dos fondos que generan todo el conjunto de carteras eficientes son el activo seguro y la cartera tangente *T* de activos inciertos. Con la combinación de los dos se logra conseguir cualquier par de rendimiento esperado-varianza. Combinando *T* y el activo seguro con rendimiento *r* los inversionistas pueden situarse en cualquier punto de la recta *r-T.*

La frontera de carteras eficientes representada por la recta *r-T* se denomina línea del mercado de capitales (LMC). Por lo que, en el contexto media-varianza, bajo el supuesto de la existencia de un activo seguro, todos los agentes seleccionarán alguna cartera situada en la LMC.



Gráfica II.7 Composición de la cartera tangente *T*.

Analíticamente, la composición de la cartera tangente se puede resolver mediante el siguiente problema de maximización:

[2.34] $$\underset{\{\omega_{jT};\ j = 1,2,...,N\}}{\text{maximizar}} \quad \theta_T = [(E(R_T) - r\ ) \ /\ \sigma_T]$$

sujeto a las ponderaciones de cada activo *j* perteneciente a *T* sumen 1, o sea:

[2.35] $$\sum_{j=1}^{N} \omega_{jT} = 1$$

El rendimiento del activo seguro se puede escribir de la siguiente manera:

[2.36] $$r = 1 \text{ x } r = \{\sum_{j=1}^{N} \omega_{jT}\}\ r$$

y como el rendimiento esperado de la cartera tangente se puede escribir como:

[2.37] $$E(R_T) = \sum_{j=1}^{N} \omega_{jT}\ E(R_T)$$

entonces:

[2.38] $$E(R_T) - r = \sum_{j=1}^{N} \omega_{jT}\ [E(R_T) - r]$$

El problema de maximización [2.34] se puede representa en forma compacta de la siguiente forma:

[2.39] $$\underset{\{\omega_{jT};\ j = 1,2,...,N\}}{\text{maximizar}} \quad \theta_T = \{\Sigma\omega_{jT}\ [E(R_T) - r]\ \ /\ \sigma_T\}$$

En resumen, las carteras eficientes se diferencian en la forma en que los recursos se dividen entre el fondo seguro y el fondo tangente incierto *T*, pero todos son simplemente combinaciones de ambos fondos. La cartera tangente *T* es la única cartera eficiente compuesta de activos con varianzas estrictamente positivas, por lo tanto, *T* es la única cartera eficiente formada exclusivamente de activos inciertos.

d) EL RIESGO BETA DE ACTIVOS INDIVIDUALES

A continuación se desarrolla el concepto del coeficiente beta, el cual se puede definir como una medida del riesgo de un activo individual. Dicho coeficiente se ha convertido en una herramienta imprescindible para analizar estrategias de inversión y de costo de capital, análisis de coberturas, evaluación de carteras, entre otros temas de la economía financiera, donde es necesario establecer una medida analítica y precisa del riesgo financiero de mercado.

El riesgo de un activo individual se mide por su contribución al riesgo de la cartera bien diversificada y eficiente escogida por el inversionista y se estima por la correlación o covarianza entre el rendimiento del activo *j* y el rendimiento del resto de los activos que integran la cartera y que es igual a $\text{cov}(R_j, R_c)$. Asimismo, en una cartera bien diversificada, los términos de varianzas de los activos componentes de la cartera se eliminan reduciéndose el riesgo a los componentes covarianzas.

El riesgo de un activo individual no se mide por la volatilidad o desviación estándar de sus rendimientos, sino por su contribución a la varianza de la cartera donde se incluye el activo. La contribución depende, principalmente, del coeficiente de correlación de cada activo con el resto de los activos o, alternativamente, de la covarianza entre los rendimientos del activo y de la cartera. Cuando la cartera está perfectamente diversificada, la contribución depende exclusivamente de la covarianza entre los rendimientos del activo y de la cartera.

Con la finalidad de formalizar la idea del riesgo de activos individuales, se parte de la siguiente ecuación:

[2.40] $$\text{cov}(R_j, R_c) \equiv \sigma_{jc} = \sum_{h=1}^{N} \omega_h \sigma_{jh}$$

ecuación que muestra la covarianza entre el rendimiento de un activo individual y el rendimiento de una cartera de *N* activos inciertos que se supone debe ser eficiente.

La desviación estándar o volatilidad de la cartera *c* se puede representar como:

[2.41] $$\sigma_c = [\sum_{j=1}^{N} \sum_{h=1}^{N} \omega_j \, \omega_h \, \sigma_{jh}]^{½}$$

Para saber la contribución de cualquier activo *j* al riesgo de la cartera es necesario saber en cuanto varia σ_c al variar la cantidad del activo *j* invertida en *c,* por lo tanto:

[2.42] $$(\partial\sigma_c / \partial\omega_j) = 2 \, ½ \, [\sum_{h=1}^{N} \omega_h \sigma_{jh}] \, [\sum_{j=1}^{N} \sum_{h=1}^{N} \omega_j \, \omega_h \, \sigma_{jh}]^{-½} = [(\sum_{h=1}^{N} \omega_h \sigma_{jh}) / \sigma_c]$$

si se incorpora la ecuación [2.40], que es la covarianza entre el rendimiento de un activo individual R_j y el rendimiento de una cartera R_c, compuesta por *N* activos inciertos, en la [2.42], entonces se llega a la expresión:

[2.43] $$(\partial\sigma_c / \partial\omega_j) = [\text{cov}\,(R_j, R_c) / \sigma_c]$$

Como la contribución puede medirse en términos proporcionales, para saber cuanto supone la contribución al riesgo dada por la ecuación [2.43] sobre la volatilidad total de la cartera, entonces la contribución proporcional de *j* al riesgo de la cartera eficiente *c*, es igual a:

[2.44] $$[\text{cov}\ (R_j, R_c)\ /\ \sigma_c]\ /\ [\sigma_c] = \text{cov}\ (R_j, R_c)\ /\ \sigma^2_c = \beta_{jc}$$

La ecuación anterior establece que la medida de riesgo individual de un activo *j* es igual al cociente entre la covarianza del rendimiento del activo individual *j* y el rendimiento de la cartera eficiente *c* y la varianza de la cartera *c*. En la teoría de carteras óptimas, esta medida de riesgo es conocida como el coeficiente beta del activo *j.*[8]

Cuando existe un activo seguro y la cartera eficiente de activos inciertos seleccionada por los inversionistas es la cartera tangente *T*, el riesgo de cualquier activo individual *j,* está representado por el coeficiente beta del activo *j* con relación a la cartera tangente *T*, de la siguiente manera:

[2.45] $$\beta_{jT} = \text{cov}(R_j, R_T)\ /\ \sigma^2_T$$

Por último, la beta de una cartera cualquiera *c* con relación a la cartera tangente *T*, es el promedio ponderado de los coeficientes betas de sus activos que componen la cartera, y se representa por:

[2.46] $$\beta_{cT} = \text{cov}(R_c, R_T)\ /\ \sigma^2_T = \text{cov}(\omega_{1c}R_1 + \omega_{2c}R_2 + \ldots + \omega_{Nc}R_N\ ,\ R_T\ )\ /\ \sigma^2_T$$

$$= \omega_{1c}\ [\text{cov}(R_1, R_T)\ /\ \sigma^2_T] + \omega_{2c}\ [\text{cov}(R_2, R_T)\ /\ \sigma^2_T] + \ldots + \omega_{Nc}\ [\text{cov}(R_N, R_T)\ /\ \sigma^2_T]$$

$$= \omega_{1c}\beta_{1T} + \omega_{2c}\beta_{2T} + \ldots + \omega_{Nc}\beta_{NT}$$

que en forma compacta se representa por:

[2.47] $$\beta_{cT} = \sum_{j=1}^{N} \omega_{jc}\beta_{jT}$$

En la siguiente sección se presenta una formulación formal de la relación entre rendimiento esperado y riesgo, en particular cuando existe un activo seguro con rendimiento *r*.

[8] El coeficiente beta no es más que la pendiente de una regresión de mínimos cuadrados ordinarios entre la serie temporal de rendimientos del activo *j* y la serie temporal de rendimientos de la cartera tangente *T.*

II.1.4 EL MODELO DE VALORACIÓN DE ACTIVOS DE CAPITAL CON CARTERA DE MERCADO

En la sección anterior se estudió la relación existente entre el rendimiento esperado y su volatilidad, en el contexto media-varianza de activos inciertos bajo expectativas homogéneas de los agentes sobre el conjunto de oportunidades de inversión. Asimismo, se determinó la existencia de una relación lineal y positiva entre el rendimiento de cualquier activo y su beta respecto a la cartera tangente que debe ser una cartera eficiente en el sentido media-varianza, dado que la cartera réplica está formada por la cartera tangente de activos inciertos y el activo seguro. En este apartado se estudia con mayor rigor el concepto de cartera tangente de activos inciertos con la finalidad de incorporarla en la explicación del modelo de valoración de activos financieros con cartera de mercado y en la línea del mercado de activos y de capitales.

Ya se ha establecido la importancia de valorar activos bajo la imposibilidad de realizar estrategias de arbitraje de manera sistemática, así, bajo este supuesto primordial se establece la ecuación fundamental de valoración de activos siguiente:

$$P_j = \sum_{s=1}^{S} \phi_s X_{js} \qquad [2.48]$$

donde P_j es el precio o valor de cualquier activo financiero j, ϕ_s es el precio actual del activo Arrow-Debreu que paga una unidad monetaria si ocurre el estado s y cero si sucede lo contrario, además de que representa el factor de descuento en un contexto de incertidumbre, y por último, X_{js} es el pago que genera el activo j al final del periodo t = 1, en el estado de la naturaleza s.

En el contexto de media-varianza, la ecuación fundamental de valoración se transforma en una herramienta primordial en los mercados financieros actuales, que permite relacionar el rendimiento esperado y el riesgo para cada activo. Para hacer mejor uso de la ecuación fundamental de valoración es más útil que se exprese en términos de tasas de rendimiento en lugar de los precios de los activos. Entonces considerando los supuestos previamente establecidos, la ecuación [2.48] se transforma en:

$$E_t\,(\,M_{t+1}\;R_{jt+1}\,] = 1; \quad j = 1, \ldots, N \qquad [2.49]$$

donde M_{t+1} es una variable agregada que no depende de j y que representa una factor de descuento que pondera los flujos generados por cada activo según sea el estado de la naturaleza donde se reciben. En otros términos, esta variable representa los precios de los activos Arrow-Debreu normalizados por las probabilidades de cada estado de la naturaleza. Su realización en la fecha futura t + 1 dependerá del estado de la naturaleza que ocurra, lo que la hace ser una variable aleatoria. E_t es la expectativa condicional a la información disponible en t

de los rendimientos futuros ponderados por la variable M_{t+1}. R_{jt+1} representa el rendimiento bruto del activo *j* entre *t* y *t* +1.

Con la finalidad de simplificar la notación y tomando en cuenta que se está suponiendo un contexto estático de un único período y dos fechas, la ecuación [2.49] también puede ser escrita sin los respectivos índices temporales de la siguiente manera:

[2.50] $$E(M,R_j) = 1; \quad j = 1, \ldots, N$$

Considerando la definición de covarianza, la ecuación [2.50] se expresa de la siguiente forma:

[2.51] $$E(M R_j) = E(M)E(R_j) + \text{cov}(M,R_j) = 1$$

Por medio de esta última expresión es posible contar con la siguiente ecuación de valoración en términos del rendimiento esperado de cualquier activo incierto *j*:

[2.52] $$E(R_j) = [1 / E(M)] - [\text{cov}(M,R_j) / E(M)]$$

además, se debe de recordar que:

[2.53] $$E(M) = 1 / (1 + r)$$

siendo *r* la tasa de interés del activo libre de riesgo, por lo que el rendimiento esperado del activo incierto *j* queda expresado como:

[2.54] $$E(R_j) = [1 / E(M)] - [\text{cov}(M,R_j) / E(M)] = (1 + r) - [\text{cov}(M,R_j) / E(M)]$$

El exceso de rendimiento esperado entre el activo *j* y el activo libre de riesgo, definida como la prima de riesgo de cualquier activo incierto *j,* y tomando en cuenta la ecuación fundamental de valoración toma la siguiente forma:

[2.55] $$E(R_j - r) = [- 1 / E(M)] \ \text{cov}(M,R_j)$$

Sobre esta última ecuación se pueden hacer las siguientes dos reflexiones: a) Ahora R_j hace el papel de la tasa porcentual de rendimiento al haberse cancelado los unos asociados al rendimiento bruto del activo *j* y del activo seguro (es sabido que el rendimiento bruto es igual a 1 más la tasa porcentual de rendimiento del activo); b) También, en los términos donde aparece una covarianza y dado que la covarianza entre 1 y cualquier variable aleatoria es cero, la interpretación es indiferente.

Todo activo incierto debe de tener una prima de riesgo positiva, ya que ningún inversionista estaría dispuesto a arriesgar sus fondos en un activo incierto si se considerará un rendimiento menor que la tasa de interés que otorga el activo libre de riesgo, por lo que se concluye que $E(R_j - r) > 0$ para todo activo j incierto. De esta manera, se dice que, formalmente, cualquier activo que tenga una prima de riesgo distinta de cero es un activo incierto. Dicho de otra forma, un activo j es seguro cuando $E(R_j) = r$. Lo anterior sugiere que activos con primas negativas son también inciertos y pueden existir en el mercado y ser demandados por los inversionistas como activos que permiten cubrirse al estar negativamente correlacionados con otros activos. Por medio de la ecuación [2.55] se establece que un activo incierto será cualquier activo financiero cuando la $\text{cov}(M,R_j) < 0$.

A partir de la ecuación de valoración [2.55] dos aspectos esenciales se deben de tomar en consideración:

a) La ecuación representa la relación entre rendimiento esperado y riesgo que deben de tener todos los activos financieros de manera que no se generen oportunidades de arbitraje. Además, de que establece que la forma adecuada de medir el riesgo es a través de la covarianza y no de la desviación estándar o varianza de los rendimientos, como ya antes se había hecho mención.
b) Es de gran importancia darle contenido empírico a la variable agregada M para saber con detalle que es lo que determina la prima de riesgo de los activos financieros.

Respecto al inciso b) y tomando en cuenta los supuestos del modelo media-varianza establecidos en la sección anterior, se debe anotar que la variable M es una función lineal del rendimiento de la cartera tangente y eficiente T de activos inciertos. De manera que la relación entre el rendimiento esperado y la beta es:

[2.56] $$E(R_j) = r + [E(R_T) - r]\beta_{jT}$$

si se define a $\gamma_{1T} \equiv [E(R_T) - r]$ como la prima de riesgo de la cartera tangente T, entonces la ecuación anterior se puede expresar como:

[2.57] $$E(R_j) = r + \gamma_{1T}\beta_{jT}$$

esta última ecuación expresa la relación entre el rendimiento esperado de cualquier tipo de activo incierto y el riesgo, el cual esta representando por el coeficiente beta respecto al rendimiento de la cartera eficiente T.

También la ecuación anterior se puede escribir haciendo uso de los rendimientos brutos y se obtiene la siguiente expresión:

[2.58] $$1 + E(R_j) = 1 + r + \gamma_{1T}\beta_{jT}$$

si se incorpora la definición de riesgo beta previamente analizado se llega a lo siguiente:

[2.59] $$1 + E(R_j) - \gamma_{1T}\,[\mathrm{cov}\,(R_j,R_T)\,/\sigma^2_T] = 1 + r$$

$$\Rightarrow [1 + E(R_j)\,]\,[(1\,/\,(1 + r)] - [(\gamma_{1T}\,[\mathrm{cov}\,(R_j,R_T)])/(1 + r)\sigma^2_T] = 1$$

$$\Rightarrow [1 + E(R_j)\,]\,[(1\,/\,(1 + r)] + \mathrm{cov}\{(R_j,\,[(1\,/\,(1 + r)] - [(\gamma_{1T}\,[R_T - E(R_T)])\,/\,(1 + r)\sigma^2_T\} = 1$$

Este resultado se obtiene al considerar que la cov[R_j, (1 / (1 + r)] = 0.

Por medio de la ecuación [2.51], [2.52] y [2.53], se obtiene *M:*

[2.60] $$M \equiv (1 + r)\{1 - [(\gamma_{1T}\,[R_T - E(R_T)])\,/\,\sigma^2_T]\}$$

En la ecuación [2.60], se distingue claramente que M no depende de j, por lo que se transforma en una variable agregada que afecta a todos los activos inciertos, siendo, además, un factor de descuento, que depende de la diferencia entre el rendimiento realizado u observado de T y su rendimiento esperado.

La variable agregada M también puede ser descrita como:

[2.61] $$M = (1 + r) + [(\gamma_{1T}\,[E(R_T) - R_T]\,/\,(1 + r)\sigma^2_T]$$

$$= [(1\,/\,(1 + r)] + [(\gamma_{1T}\,[E(R_T)\,/\,(1 + r)\sigma^2_T] - [(\gamma_{1T}\,/(1 + r)\sigma^2_T)\,R_T]$$

de la ecuación anterior, haciendo $\delta_{0T} = [(\gamma_{1T}\,[E(R_T)\,/\,(1 + r)\sigma^2_T]$ y $\delta_{1T} = [(\gamma_{1T}\,/(1 + r)\sigma^2_T)$, la variable agregada M es una función lineal del rendimiento de la cartera tangente T de activos inciertos, por lo que:

[2.62] $$M = \delta_{0T} + \delta_{1T}R_T$$

Bajo los supuestos de media-varianza y con la existencia de un activo seguro, el modelo de valoración de activos presentado en [2.56] es:

[2.63] $$E[R_j(\delta_{0T} + \delta_{1T}R_T)] = 1;\ j = 1,2,...,N$$

siendo R_j el rendimiento bruto y las constantes δ_{0T} y δ_{1T}, ya se han definido previamente y donde δ_{1T} es negativa.

De acuerdo con la ecuación [2.63], se observa que los rendimientos esperados de todos los activos inciertos en el sentido media-varianza deben ser iguales a uno una vez que han sido ponderados por las constantes ($\delta_{0T} + \delta_{1T}R_T$), donde la ponderación ha permitido incorporar la influencia de recibir pagos o rendimientos en un estado u otro de la naturaleza. Se concluye que la relación lineal y positiva entre rendimiento esperado y riesgo beta respecto a la cartera tangente T es un caso especial del modelo general presentado por la ecuación fundamental de valoración [2.50] obtenida bajo el supuesto de ausencia de arbitraje.

II.1.5 EL CAPM Y LA CARTERA DE MERCADO COMO CARTERA TANGENTE CON UN ACTIVO SEGURO

Previamente se analizó la manera apropiada de medir el riesgo de un activo individual, en donde el coeficiente beta del activo *j* respecto del rendimiento de una cartera establecía la contribución del activo *j* al riesgo de la cartera eficiente. Además, con la existencia de un activo seguro, todas las carteras eficientes de los distintos agentes contenían la misma cartera de activos inciertos. De esta manera, el coeficiente beta de cada activo estaba bien definido y era idéntico para todos los agentes de la economía.

Con estas premisas, en el presente apartado se siguen usando los supuestos del enfoque media-varianza con la finalidad de identificar con mayor precisión cuál es la única cartera eficiente de activos inciertos que mantienen todos los inversionistas independientemente del supuesto de la existencia o no de un activo seguro, enfatizando que la cartera eficiente más apropiada será la denominada cartera de mercado, la cual pondera a cada activo financiero existente en el mercado de acuerdo a su capitalización bursátil.

Se puede definir a la capitalización bursátil como el producto del precio de mercado del activo por el número de acciones en circulación que tiene la empresa en el mercado. Por lo que la cartera de mercado será aquella cartera que incluya todos los activos financieros existentes en el mercado.

La ponderación de los activos se obtiene por medio de la siguiente ecuación:

[2.64] $$\omega_{jm} = [(P_j \text{ x } n_{cj}) / \sum_{j=1}^{N} (P_j \text{ x } n_{cj})]$$

donde ω_{jm} define la ponderación de cada activo *j* en la cartera de mercado, P_j es el precio del activo *j*, n_{cj} es el número de títulos en circulación que tiene la empresa del activo *j*, y *N* es el número total de activos disponibles en la economía.

El coeficiente beta más importante será aquel que es estimado por medio de la varianza entre el rendimiento del activo en estudio y el de la cartera de mercado. El coeficiente beta del activo *j* entendido como la contribución de *j* al riesgo de la cartera de mercado está dado por la siguiente expresión:

[2.65] $$\beta_{jm} = \text{cov}(R_j, R_m) / \sigma^2_m$$

donde R_m es el rendimiento de la cartera de mercado y σ^2_m su varianza.

De acuerdo con Sharpe (1964) y Lintner (1965), la cartera de mercado como cartera tangente es la cartera más eficiente para cualquier agente, cuando se supone que existe un activo seguro. Cabe anotar que ellos fueron los primeros economistas que, en forma independiente, demostraron la afirmación anterior a través de un modelo que después se conoció como el modelo de valoración de activos de capital.

Marín y Rubio (2001) establecen los siguientes supuestos principales del CAPM:

a) Es un modelo estático. Existe un único período en el que los activos se negocian o intercambian al principio del período y el consumo se lleva a cabo al final del mismo cuando los activos producen un pago o rendimiento.
b) La oferta de los activos financieros está dada y, además éstos son perfectamente divisibles.
c) Existe un activo seguro con oferta neta igual a cero y a cuyo rendimiento, *r,* se puede prestar y pedir prestada una cantidad ilimitada de recursos. La oferta neta del activo seguro debe ser igual a cero ya que la cantidad demandada de fondos por parte de los prestatarios debe ser igual a la cantidad que ofrecen los prestamistas.
d) Todos los inversores escogen sus carteras exclusivamente según el rendimiento esperado y la varianza (o volatilidad) de las mismas. Este supuesto implica que la distribución de probabilidades de los rendimientos se especifica completamente por su media y varianza. En particular, el modelo supone que los rendimientos de los activos se distribuyen como una variable Normal.
e) Las creencias o expectativas de todos los inversionistas sobre los rendimientos esperados, volatilidades y covarianzas entre los activos son las mismas. En otras palabras, todos los individuos tienen expectativas homogéneas sobre el conjunto de oportunidades de inversión al que se enfrentan.
f) Los mercados financieros son competitivos. Ningún inversionista es suficientemente importante como para influir en los precios de los activos (son precio aceptantes).
g) No existen costos de transacción, impuestos o cualquier otra fricción en los mercados financieros.
h) No existen oportunidades de arbitraje. Como el CAPM es, de hecho, un modelo de equilibrio, este supuesto, que es una condición necesaria para obtener el equilibrio, sobra formalmente.

Lo primero que se puede señalar como corolario de los anteriores supuestos es que los inversionistas siempre buscan combinar los activos inciertos en una misma proporción, debido a que todos ellos invertirían en la única cartera eficiente de activos inciertos que es la óptima dado un activo seguro. En este modelo el único activo o cartera que se demanda es la cartera tangente, la cual debe ser necesariamente la cartera de todos los activos existentes en el mercado donde, cada uno de ellos, está en proporción a su valor de mercado o capitalización.

La cartera tangente de activos inciertos debe ser necesariamente la cartera de mercado cuando existe un activo seguro, lo que implica que se produzca el vaciado de mercado, en donde la oferta total agregada de activos financieros tiene que ser igual a la demanda total agregada de dichos activos. Se debe señalar que en este modelo la oferta total agregada está determinada exógenamente. De manera que la relación entre el rendimiento esperado y el coeficiente beta de cualquier activo incierto también se representa como en la ecuación [2.56]:

[2.66] $$E(R_j) = r + [E(R_m) - r]\beta_{jm}$$

Ahora, si se sustituye la ecuación la cartera tangente T por la cartera de mercado, entonces se llega a la siguiente expresión:

[2.67] $$E(R_j) = r + [E(R_m) – r]\beta_{jm}\,;\ j = 1,2,..., N$$

Ecuación que expresa el modelo de valoración de activos con cartera de mercado (CAPM) de Sharpe y Lintner, siendo r la tasa de interés del activo libre de riesgo, el coeficiente beta de cada activo esta dado por la ecuación [2.65] y el rendimiento esperado de la cartera de mercado es igual a:

[2.68] $$E(R_m) = \sum_{j=1}^{N} \omega_{jm} E(R_j)$$

El riesgo sistemático o el riesgo de mercado es la sensibilidad de las variaciones en el precio del activo ante variaciones en el agregado económico representado por la cartera de mercado y se mide como la covarianza o como el coeficiente de correlación entre el rendimiento de cualquier activo y el rendimiento de la cartera de mercado. Es importante señalar que el riesgo sistemático es la parte del riesgo que no puede eliminarse mediante la diversificación ya que depende del comportamiento del conjunto de la economía.

Como se verá en la sección posterior el modelo de valoración de activos también representa la línea del mercado de activos (LMA), una vez que se establece el supuesto de que la cartera tangente es la cartera de mercado. Por ello, la LMA mostrará la relación entre el rendimiento esperado de un activo j y el riesgo sistemático representado por el coeficiente beta.

El CAPM indica cual debe ser rendimiento esperado o requerido por los agentes interesados en adquirir el activo *j.* Por lo que cualquier agente exige al menos la tasa de interés, r, que proporciona el activo seguro. Sin embargo, también exige una compensación adicional por hacer la inversión en el activo j, siendo esta compensación la prima de riesgo del activo *j,* denotada por la expresión:

$$[E(R_m) – r]\beta_{jm}.$$

Según esta expresión, la prima de riesgo está formada por la beta (β_{jm}) del activo j, que representa la contribución del riesgo de j al riesgo o varianza de la cartera de mercado y por la prima de riesgo del mercado $[E(R_m) – r]$, siendo una buena aproximación de la cartera de mercado, para el caso de México, el Índice de Precios y Cotizaciones emitido por la Bolsa Mexicana de Valores.

La cartera de mercado siempre es eficiente, independientemente de los valores promedio temporales que tenga, por lo que la prima de riesgo siempre es positiva. De esta manera, el CAPM establece que el rendimiento esperado de cualquier activo es una función lineal y positiva del riesgo beta respecto a la cartera de mercado.

El modelo representado por la ecuación [2.66] también se puede escribir incorporando la prima de riesgo de cualquier activo *j* como el producto del riesgo sistemático y la cantidad de riesgo en número de unidades de riesgo sistemático de mercado, por lo que se llega a:

[2.69] $$E(R_j) = r + \{[E(R_m) - r] / \sigma_m\} \rho (R_j, R_m) \sigma_j$$

donde r es la compensación valor temporal del dinero, $\{[E(R_m) - r] / \sigma_m\}$ es el precio del riesgo por unidad de riesgo del mercado y $\rho (R_j, R_m) \sigma_j$ es la cantidad de riesgo. En tanto, $\rho_{jm} \cong \rho (R_j, R_m)$, representa la correlación entre el rendimiento de j y el de la cartera de mercado, definida como el riesgo sistemático del activo j. Además, como σ_j es la cantidad total de riesgo del activo j, el producto de ambos $\rho (R_j, R_m) \sigma_j$ es el número de unidades de riesgo sistemático o cantidad de riesgo sistemático del activo j.

La línea del mercado de capitales (LMC) surge cuando se reconoce a la cartera tangente como la cartera de mercado, por lo que la relación entre rendimiento esperado y riesgo para cualquier cartera eficiente es:

[2.70] $$E(R_j) = r + [(E(R_m) - r) / \sigma_m] \sigma_c$$

donde $[(E(R_m) - r) / \sigma_m]$, que es la pendiente de la ecuación, representa el precio del riesgo del mercado.

Para concluir este apartado se debe enfatizar que el CAPM es un caso particular del modelo general de valoración presentado en la ecuación [2.50]:

$$E[M R_j] = 1; \quad j = 1, \ldots, N$$

donde el factor de descuento, representado por la variable agregada M, es una función lineal del rendimiento de la cartera de mercado:

[2.71] $$M = \delta_{0m} + \delta_{1m} R_m$$

siendo

[2.72] $$\delta_{0m} = [1 / (1 + r)] + [\gamma_{1m} E(R_m) / (1 + r) \sigma^2_m]$$

[2.73] $$\delta_{1m} = - [\gamma_{1m} / (1 + r) \sigma^2_m]; \text{ donde } \gamma_{1m} \equiv E(R_m) - r$$

II.1.6 LA LINEA DEL MERCADO DE ACTIVOS Y DE CAPITALES EN EL CONTEXTO MEDIA-VARIANZA

Se ha explicado que cuando existe la posibilidad de generar carteras eficientes es posible encontrar una expresión que relacione el rendimiento esperado de cualquier activo con su riesgo. De esta manera, con la existencia de un activo seguro con rendimiento *r*, se puede utilizar la siguiente ecuación:

[2.74] $$[(E(R_j) - r) / \text{cov}(R_j,R_T)] = [(E(R_T) - r) / \sigma^2_T]; \quad j = 1,2,...,N$$

para generar la prima de riesgo del activo *j*:

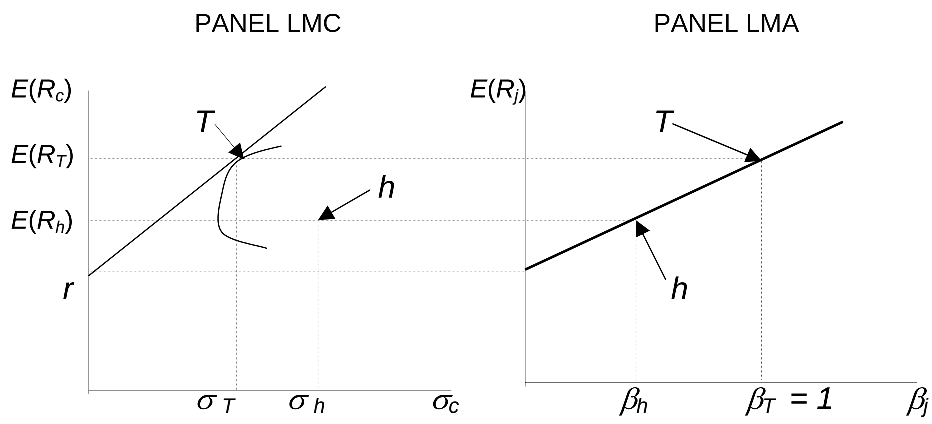
[2.75] $$E(R_j) - r = [\text{cov}(R_j,R_T) / \sigma^2_T] \, [(E(R_T) - r)]$$

además, si se incluye la definición conocida del riesgo beta, entonces la prima del activo *j*, es igual a:

[2.76] $$E(R_j) - r = [(E(R_T) - r)]\beta_{jT}; \quad j = 1,2,...,N$$

expresión que indica una relación lineal y positiva entre el rendimiento esperado y el riesgo beta, siendo el coeficiente beta la contribución del activo *j* al riesgo de la cartera tangente *T*. La ecuación anterior se ha obtenido debido a que ha sido posible identificar la cartera tangente y eficiente de activos inciertos *T.* La ecuación [2.76], una vez trasladado el rendimiento del activo seguro al lado derecho de la misma, es la expresión de una línea recta. Esta recibe el nombre de línea del mercado de activos (LMA) y relaciona el rendimiento esperado de cualquier activo (incluso los activos ineficientes en el sentido media-varianza) con el riesgo beta. En cambio, la línea del mercado de capitales (LMC) relaciona el rendimiento esperado y el riesgo volatilidad, medido por la varianza, para carteras eficientes.

Las diferencias entre ambas líneas se detallan en la Gráfica II.8.



Gráfica II.8 Línea del mercado de capitales y de activos

En gráfica anterior se observa que tanto la cartera tangente *T* como el activo seguro con rendimiento igual a *r* aparecen en ambos paneles de la Gráfica. Detrás de la LMC existe un argumento de eficiencia media-varianza, o de carteras óptimas, mientras que en el caso de la LMA sólo existe un argumento de arbitraje.

En la LMC, sólo las carteras eficientes están en la recta r – T, y en la LMA, todos los activos y carteras están en la recta r – T.

La beta de la cartera tangente *T* es igual a 1 y la beta del activo seguro es igual a cero, por lo que:

[2.77] $$\beta_T = \text{cov}\,(R_T,R_T)\,/\sigma^2{}_T = \sigma^2{}_T / \sigma^2{}_T = 1$$

Cuando se usa la LMA, el rendimiento esperado de un activo cualquiera *h* puede replicarse mediante una combinación lineal de la cartera tangente *T* de activos inciertos y el rendimiento del activo seguro, por lo que:

[2.78] $$E(R_h) = r + [(E(R_T) - r)]\beta_{hT} = \beta_{hT}\,E(R_T) + [1 - \beta_{hT})r$$

Si se interpreta el coeficiente beta del activo *h* con relación a la cartera tangente *T* como la ponderación que recibe *T* en la cartera réplica de *h,* entonces la ecuación [2.78] se transforma en:

[2.79] $$E(R_h) = \omega_T E(R_T) + (1 - \omega_T)r \text{ ; siendo } \omega_T \cong \beta_{hT}$$

Cualquier activo financiero *j,* cuyo riesgo beta sea conocido, puede replicarse mediante una cartera compuesta por la cartera tangente de activos inciertos y el activo seguro. Las ponderaciones (ω_T) de cada fondo vienen dadas por el coeficiente beta del activo a replicar. Ahora, si se quiere representar el activo *h* en la LMC, se debe de considerar que el activo forme parte del conjunto de oportunidades de inversión. Pero como se observa en la Gráfica II.8, el activo *h* si es un activo factible pero es ineficiente, ya que está situado en el interior del conjunto de posibilidades de inversión.

Cada cartera eficiente situada en algún punto de la línea del mercado de capitales del panel LMC y que se genera por unas determinadas ponderaciones de *T* y el activo seguro, se localiza en algún punto de la línea del mercado de activos en el panel LMA empleando exactamente las mismas ponderaciones de los dos fondos.

II.2 EL MODELO DE VALORACIÓN DE ACTIVOS FINANCIEROS EN AUSENCIA DE ARBITRAJE (APT)

Como ya se ha establecido en el desarrollo de este trabajo de tesis, uno de los grandes aciertos de la economía financiera moderna fue desarrollar una serie de técnicas matemáticas por medio de las cuales se ha logrado cuantificar la magnitud de la compensación que existe en el mercado de capitales entre el rendimiento esperado de un activo y su respectivo riesgo. Precisamente esa relación existente entre rendimiento y riesgo es uno de los principios fundamentales de la valoración de activos financieros y por ello es la base metodológica de la presente investigación.[9]

Asimismo, se apuntó que el primer planteamiento teórico de importancia fue el propuesto por el Nobel Harry Markowitz a inicios de la década de los cincuentas. Más tarde, otro avance teórico de relevancia fue el modelo desarrollado por separado por Sharpe (1964), Linter (1965) y Treynor (1961), conocido como CAPM. Se planteó que este modelo establecía que bajo determinadas condiciones en torno a la distribución del rendimiento de los activos, donde los inversionistas tienen expectativas homogéneas y sus carteras eran eficientes en términos de la media y la varianza, el rendimiento esperado de una acción estaba linealmente relacionado con la covarianza entre el rendimiento del activo y el rendimiento de la cartera de mercado, suponiendo que pueda prestarse y tomar prestado a una tasa de interés libre de riesgo. De forma tal que cuando el mercado estaba en equilibrio el inversionista sólo pagaba por el riesgo sistemático o no diversificable, ya que el riesgo propio del activo lo eliminaba de inmediato y sin costos a través de la diversificación de su cartera.

Sin embargo, cabe señalar que las investigaciones empíricas que se desarrollaron *a posteriori*, que usaban la estructura y la base metodológica propuesta en el CAPM demostraron que era imposible explicar en forma satisfactoria las diferencias que aparecían entre los rendimientos esperados de los distintos activos a través de la utilización de un único factor. Entonces, las conclusiones y recomendaciones de dichos estudios sugerían que era necesario introducir otros factores para explicar en forma más adecuada el comportamiento del rendimiento de los activos financieros, surgiendo de esta manera los denominados *“modelos factoriales”*.

En la década de los setentas surgieron dos modelos teóricos relacionados entre si. Por un lado, la Teoría de los Precios de Arbitraje (APT) desarrollada por Ross (1976) y por otro, el Modelo Intertemporal de los Precios de los Activos Financieros (ICAPM) planteado por Merton (1973). Entre ambos modelos la diferencia principal estriba en que el primero está basado en argumentos de arbitraje mientras que el segundo se plantea en términos de equilibrio.[10]

[9] Se mencionó que a menos que alguien cuente con información privilegiada, no es posible obtener de un activo un rendimiento superior al de otro instrumento financiero sin incurrir en un mayor nivel de riesgo.

[10] De acuerdo con Nieto (2001): *“... los modelos de múltiples betas no sólo surgen como consecuencia de la consideración de factores de riesgo adicionales al mercado basados en argumentos de arbitraje, en un contexto estático. Otro fundamento que origina modelos de factores múltiples se encuentra en el ámbito intertemporal. En los modelos intertemporales los nuevos factores se basan en argumentos de equilibrio y surgen para captar las variaciones en el tiempo en las oportunidades de inversión, que provocan que los individuos estén expuestos a una serie de riesgos que no aparecen en un entorno estático. Existen distintas versiones de modelos multifactoriales desarrollados sobre las bases del "Intertemporal Capital Asset Pricing Model" de Merton (1973)...”*

El modelo APT se desarrolla bajo los siguientes supuestos primordiales:

- Los rendimientos de los activos se generan por un proceso factorial de *K* factores de riesgo sistemático o fuentes comunes de riesgo.
- No existen oportunidades de arbitraje.
- Existe un gran número de activos individuales de forma que la diversificación permite eliminar el riesgo idiosincrásico en su totalidad.

Es necesario aclarar que el modelo del APT es completamente general y no establece exactamente cuales son los riesgos sistemáticos, o cuantos de estos riesgos existen.

Diversas investigaciones empíricas muestran que existen algunas fuentes principales de riesgo que constantemente influyen en el rendimiento de los activos financieros. Por ejemplo, Ibarreche, Vázquez y Zunino (2006) proponen que estos riesgos pueden surgir por modificaciones en los siguientes factores:

- La confianza de inversionista
- El horizonte temporal
- La inflación
- La actividad económica real
- Un índice de mercado

Estos factores afectan de diferente manera a los activos financieros o carteras. Con el patrón de los coeficientes de sensibilidad (los coeficientes beta) para un determinado activo o una cartera se conoce el perfil de la exposición al riesgo. Las exposiciones al riesgo se recompensan en el mercado con una mayor tasa de rendimiento esperado, y de esta manera, el perfil de la exposición al riesgo determina la volatilidad y el funcionamiento de una cartera bien diversificada. El perfil también indica cómo un activo o una cartera responde bajo diferentes condiciones económicas, Por ejemplo, si las actividades empresariales son mayores a lo anticipado, las acciones con gran exposición a esta variable, obtendrán mejores resultados, por ejemplo, las tiendas al menudeo, que aquellas con bajas exposiciones a actividades empresariales, por ejemplo, las empresas de servicios públicos.

De acuerdo con Navarro y Santillán (2001), las investigaciones empíricas que tomaron como base el planteamiento teórico desarrollado por Ross, tenían como objetivo básico contrastar empíricamente la teoría y encontrar un cierto número de factores tipo "*pervasive*", sin considerar su naturaleza económica.[11]

---

[11] El término en inglés "*Pervasive"*, se utiliza para referirse a los factores económicos que influyen sistemáticamente sobre los rendimientos de las acciones.

Dos trabajos pioneros son los de Ross y Roll (1980) y Cho, Elton y Gruber (1984), los cuales tenían como objetivo contrastar empíricamente el modelo APT y determinar los factores que podían explicar la variación de los precios de los activos financieros. Asimismo, los trabajos de Chamberlain y Rothschild (1983), Chen (1983), Connor y Korajczyk (1988) presentan métodos estadísticos diferentes para la estimación de los parámetros del modelo.

Por su parte, Chen, Ross y Roll (1986) proponen un modelo en el cual las variaciones en los rendimientos de las acciones están relacionadas con el comportamiento de determinadas variables macroeconómicas. En este trabajo se establecieron cinco variables macroeconómicas que afectan los rendimientos de las acciones en la Bolsa de Valores de Nueva York, durante el periodo 1958-1984.

De acuerdo con estos autores, las variables macroeconómicas que pueden afectar o bien a los flujos futuros que genere la empresa o al factor de descuento, son las variables que potencialmente pueden representar los factores de riesgo sistemático. Así, los factores especificados *a priori* fueron:

- El cambio mensual porcentual en el índice de producción industrial.
- Una medida de inflación no esperada.
- La variación mensual en la inflación esperada.
- La diferencia entre el tipo de interés de la deuda pública a largo plazo y a corto plazo, representada esta última mediante el tipo de interés de las letras del Tesoro a un mes. Este factor está asociado a los cambios en la estructura temporal de los tipos de interés.
- El diferencial de insolvencia financiera, representado por la diferencia entre el tipo de interés de la deuda empresarial a largo plazo y el tipo de interés de la deuda pública a largo plazo.

En este trabajo se utilizó por primera vez el análisis factorial y de los componentes principales para ver como las anteriores variables macroeconómicas afectaban al mercado bursátil de los Estados Unidos.

En tanto, en 1989, Freixas y Rubio, analizan la influencia de la inflación en el retorno de las acciones de mercado español, demostrando que el mercado bursátil reacciona negativamente ante innovaciones negativas en la inflación.

Otra investigación que introdujo nuevas técnicas de análisis matemático-estadístico fue el efectuado por Cheng (1995). En dicha investigación, se desarrolló un análisis de factores con muestras de activos y las principales variables macroeconómicas en el Mercado de Valores del Reino Unido para el periodo 1965-1988. Cheng seleccionó un conjunto de variables representativas de la economía inglesa: el mercado accionario (incluyendo índices de mercado), el mercado de dinero, el sector industrial, el empleo y el sector externo y, al utilizar el análisis factorial, obtuvo una agrupación en tres factores económicos independientes. Los factores extraídos se identificaron por las variables económicas que tienen los mayores pesos (“factor weights”). En un segundo paso, Cheng utiliza el denominado análisis canónico para investigar la relación existente entre las acciones y los factores macroeconómicos obtenidos y comparó los dos conjuntos buscando correlación significativa a través de técnicas de correlación canónica. En la actualidad, el utilizar el análisis factorial como herramienta explicatorio usando factores artificiales se ha convertido en una poderosa y relativamente nueva técnica que ofrece considerables potencialidades.

Koutoulas y Kryzanowski (1996), proponen una serie de variables macroeconómicas como explicativas o exógenas y, como variable endógena o dependiente, el rendimiento de los índices de mercado, con la finalidad de medir las sensibilidades con base en regresiones de mínimos cuadrados en tres etapas (OLS3). De esta manera, identifican cuáles son las variables económicas que mejor explican los rendimientos de las acciones en el mercado accionario canadiense.

En 1997 Groenewold y Fraser, también seleccionan algunas variables macroeconómicas para explicar los cambios en los precios de los activos, planteando que los rendimientos eran influenciados principalmente por los siguientes géneros de factores: a) Actividad real doméstica; b) Influencia doméstica nominal; y c) Variables externas. El resultado de su trabajo determinó que los activos en el mercado accionario australiano eran afectados principalmente por la tasa inflacionaria y por variables monetarias.

En otro trabajo, Cagnetti (2002), analizó el Mercado Italiano de Valores, en el período de enero de 1990 a junio de 2001. En dicho trabajo se determinó que el 40 por ciento de las acciones de una muestra de 30 acciones de ese mercado se encuentran normalmente distribuidos, en contraste con lo obtenido por Fama (1965). Los resultados empíricos de esta investigación muestran una relación débil entre el coeficiente beta y el rendimiento esperado en la bolsa, demostrando que el CAPM tiene un pobre poder explicatorio. En tanto, el APT presenta un mejor desempeño que el CAPM. Las acciones y las carteras son significativamente influenciadas por algunos factores macroeconómicos. En este trabajo se utilizó el análisis factorial para dejar a un lado la controversial búsqueda de factores para el APT. Sin embargo, aunque el modelo APT tiene un mejor desempeño que el CAPM, Cagnetti concluyó, que el APT explica menos del 44 por ciento de la varianza total del rendimiento de las acciones.

López y Vásquez (2002.a), llevan a cabo un análisis empírico en una muestra de activos que toman variables económicas y un modelo multifactorial para la Bolsa Mexicana de Valores. Con el método de extracción de componentes principales (ACP) seleccionan un subconjunto de variables macroeconómicas que puedan representar el riesgo sistemático de los activos mexicanos. Una vez seleccionadas las variables relevantes, analizan una muestra de 31 acciones que cotizan en la Bolsa Mexicana de Valores por medio del ajuste de un modelo EGARCH-X(1,1) que incluye las variables económicas seleccionadas por el ACP en la estimación de los parámetros de la ecuación del rendimiento y de la estructura supuesta de los residuales. Asimismo, estudian la existencia de efectos de la volatilidad pasada, *shocks* no simétricos y la presencia del efecto apalancamiento en la volatilidad de algunos activos de la muestra. La investigación concluye que durante el período analizado, dichas variables exhibieron influencia en los rendimientos, por lo que se cree son explicativas del riesgo sistemático valorado por el mercado mexicano.

De acuerdo con López (2006.a), para el caso del mercado de capitales de México son escasos los trabajos empíricos que muestran la importancia de las variables económicas para la explicación del riesgo sistemático. Algunos de ellos son los realizados por De la Calle (1990), Nava (1996), Navarro y Santillán (2001) y Al-Shanfari (2003).

Finalmente, López (2006.b) en su tesis doctoral sobre los factores macroeconómicos y riesgo sistemático, identifica y compara la contribución de variables macroeconómicas clave al riesgo sistemático de los mercados accionarios de los países que forman el área de América del Norte: México, Canadá y Estados Unidos. En su trabajo propone a las siguientes variables como explicativas: la tasa de interés, el nivel de actividad económica, el acervo de reservas internacionales, los precios del petróleo, los índices accionarios internacionales, entre otras.

Bajo los antecedentes mencionados, a continuación se desarrolla el marco teórico del modelo APT. Se inicia viendo la relación existente entre la ecuación fundamental de valoración y los modelos factoriales, en donde el supuesto primordial que se propone es que el comportamiento en el proceso generador de rendimientos está dado ahora por el llamado "*modelo factorial*". Después, se analiza como se generan los rendimientos de los activos financieros inciertos bajo el contexto de los modelos factoriales. Se estudian las implicaciones de los modelos factoriales al momento de realizar estrategias óptimas de inversión. Se establece que la estrategia en la formación de carteras para conseguir una mayor o menor sensibilidad ante los diversos factores es parte fundamental de los modelos factoriales de generación de rendimientos. Por último, se presenta la base teórica del modelo APT, incorporando en el estudio de la teoría de precios de arbitraje el riesgo idiosincrásico y la ecuación fundamental de valoración.

II.2.1 LA ECUACION FUNDAMENTAL DE VALORACION EN EL CONTEXTO DE MODELOS FACTORIALES

A partir de esta sección se especializa la ecuación fundamental de valoración, pero ahora bajo el contexto de ausencia de arbitraje puro, sin recurrir a la hipótesis del vaciado de mercado, que fue el supuesto básico del CAPM, en donde se hacia la interpretación de la cartera óptima de activos inciertos como cartera de mercado.

El supuesto primordial que ahora se maneja establece que el comportamiento en el proceso generador de rendimientos está dado por el llamado "modelo factorial".

Para ello es necesario recordar que los precios de los activos financieros deben de satisfacer la expresión [2.50]:

$$E(M, R_j) = 1; \quad j = 1, \ldots, N$$

La cual expresa que el rendimiento esperado ponderado por la variable agregada *M* es constante e igual a 1 para todos los activos financieros.

Además, mediante la ecuación anterior fue posible generar una fórmula de valoración en términos de la prima de riesgo esperada de cualquier activo incierto *j*, que se definió en la ecuación [2.55] como:

$$E(R_j - r) = [-1 / E(M)] \ \mathrm{cov}(M, R_j)$$

Cuando esta ecuación se utilizó en el contexto del CAPM, la variable agregada *M* o factor de descuento era lineal en el rendimiento de la cartera de mercado, tal como se expuso en la ecuación [2.71]:

$$M = \delta_{0m} + \delta_{1m} R_m$$

Donde los valores para δ_{0m} y δ_{1m}, bajo el supuesto de la existencia de un activo libre de riesgo, están dados por:

$$\delta_{0m} = [\ 1 / (1 + r)\ ] + [\ \gamma_{1m} E(R_m) / (1 + r)\sigma^2_m]$$

y

$$\delta_{1m} = -\ [\ \gamma_{1m} \ / (1 + r)\sigma^2_m]$$

donde $\gamma_{1m} \equiv E(R_m) - r$

En el modelo APT es necesario establecer que los inversionistas, cuando escogen a la cartera de mercado como la cartera óptima, están soportando exclusivamente el riesgo global de la economía o riesgo sistemático pero, en ningún caso, están soportando riesgos específicos o idiosincrásicos asociados a los activos individuales que componen la cartera de mercado.

Para el caso del CAPM, el vaciado del mercado justifica el modelo, por lo que los inversores están perfectamente diversificados al escoger como cartera óptima de activos inciertos la cartera de mercado. Por ello, el coeficiente beta o la contribución de cualquier activo *j* al riesgo de la cartera de mercado, es la medida ideal de riesgo individual en el contexto del CAPM. De esta manera, se incorpora exclusivamente el riesgo individual asociado al riesgo de mercado, debido a que éste es el único riesgo que se valora en el mercado al haberse eliminado cualquier riesgo propio como consecuencia de la diversificación perfecta que se incorpora en el modelo.

En contrapartida, en la teoría de precios de arbitraje se supone que existen infinidad de factores o fuentes de riesgo que no pueden internalizarse de forma exclusiva mediante la cartera de mercado. Dichos factores, afectan en menor o mayor medida a todos los activos existentes en la economía, debido a que por su propia definición, representan factores de riesgo sistemático o no diversificables.

Por lo que se puede hacer una extensión de la ecuación [2.71] al suponer que existen k factores de riesgo sistemático, en donde la nueva variable agregada M está dada por:

[2.80] $$M = \delta_{0F} + \delta_{1F}F_1 + \delta_{2F}F_2 + \ldots + \delta_{KF}F_K$$

donde δ_{0F} , $\delta_{1F}, \ldots, \delta_{KF}$ son unas constantes, y F_1 ,$F_2, \ldots, F_K$ son los factores de riesgo sistemático de la economía, de tal manera que el rendimiento esperado de todos los activos debe satisfacer la siguiente ecuación fundamental de valoración:

[2.81] $$E[R_j\,(\delta_{0F} + \delta_{1F}F_1 + \delta_{2F}F_2 + \ldots + \delta_{KF}F_K)] = 1;\ j = 1, \ldots, N$$

Esta expresión sugiere que los rendimientos esperados o primas de riesgo esperadas de los activos deben estar relacionadas con las covarianzas de sus rendimientos y con los factores de riesgo sistemático y comunes a todos los activos de la economía, mientras que en el caso del CAPM, se sugería una relación entre la covarianza del rendimiento de cualquier activo j y el rendimiento de la cartera de mercado.

II.2.2. LA GENERACIÓN DE RENDIMIENTOS DE LOS ACTIVOS FINANCIEROS EN LOS MODELOS FACTORIALES

A continuación se analiza como se generan los rendimientos de los activos financieros inciertos bajo el contexto de los modelos factoriales.

La siguiente expresión muestra los dos componentes del rendimiento observado para cualquier activo j:

[2.81] $$R_j = E(R_j) + \text{innovación en el rendimiento } j$$

donde $E(R_j)$ es el componente previamente esperado por los agentes económicos y la innovación es el componente sorpresa o no esperado del rendimiento observado.

Asimismo, el segundo componente, o sea la innovación, también se puede descomponer en dos partes:

a) Las sorpresas por nueva información de tipo económico, o por ciertos factores que afecten a las empresas en mayor o en menor medida.

Estos factores pueden ser noticias de eventos macroeconómicos que afectan directa o indirectamente al sector productivo en su conjunto, como la variación del tipo de cambio o la tasa de interés, etc. Estos eventos son conocidos como innovaciones sistemáticas, debido a que influyen de manera sistemática en todas las empresas. Se debe de establecer que el efecto siempre será diferente para cada empresa, por lo que cada una tendrá un nivel de sensibilidad distinto a las innovaciones macroeconómicas. Por ejemplo, un cambio en los precios internacionales del petróleo no tendrá un impacto igual para el grupo Modelo que para la empresa de comunicaciones Telmex. La sensibilidad se puede definir como la correlación existente entre dichas innovaciones y los rendimientos de los activos individuales. En términos estadísticos, las sensibilidades se representan por la covarianza dada por la ecuación [2.55], en donde la variable agregada M recoge las innovaciones macroeconómicas.

Cabe aclarar que no pueden existir tantas innovaciones macroeconómicas como número de activos individuales. Entonces, a través de diversas estrategias se tratará de establecer cuáles son aquellos factores macroeconómicos primordiales que son las fuentes agregadas de riesgo que afectan en menor o mayor cuantía a las empresas. En otras palabras, se tendrán K factores de riesgo agregados, con la particularidad de que K es mucho menor que N, el número de activos individuales existentes en la economía. Debe de quedar claro que este componente no se puede eliminar mediante la diversificación de las carteras, por lo que, recibe el nombre de componente no diversificable del riesgo.

b) El componente idiosincrásico de cada activo individual.

Este representa la llegada de una nueva información que afecta exclusivamente a un activo. Por lo que si se logra una adecuada combinación de activos individuales en carteras, se podrán eliminar fracciones de este componente de riesgo individual, siendo este el componente del rendimiento del activo j cuyo riesgo asociado si se logra diversificar. Con todos estos nuevos argumentos se puede establecer la siguiente ecuación analítica:

$$R_j = E(R_j) + \beta_{j1} F_1 + \beta_{j2} F_2 + \ldots + \beta_{jK} F_K + \varepsilon_j \tag{2.83}$$

en esta ecuación $[\beta_{j1} F_1 + \beta_{j2} F_2 + \ldots + \beta_{jK} F_K]$, representa la innovación sistemática o fuentes agregadas de riesgo y ε_j, es la innovación idiosincrásica o fuente de riesgo propia. La ecuación [2.83] también puede ser escrita de la siguiente forma:

$$R_j = a_j + \beta_{j1} F_1 + \beta_{j2} F_2 + \ldots + \beta_{jK} F_K + \varepsilon_j \tag{2.84}$$

donde:

- F_1 , F_2 , …, F_K son los factores de riesgo sistemático o agregados comunes a todos los activos existentes expresados como innovaciones por lo que sus valores esperados son iguales a cero y sus covarianzas entre dos factores cualesquiera son también cero.
- β_{j1}, β_{j2} ,..., β_{jK} son las sensibilidades de los rendimientos del activo *j* a los diversos (*K*) factores de riesgo sistemático de la economía. Llevan por nombre beta de los factores.
- $E(F_K) = E(\varepsilon_j F_K) = 0$, $\forall j,k$ por lo que los factores de riesgo sistemático son innovaciones y no están correlacionados con el componente idiosincrásico.
- $E(\varepsilon_j) = E(\varepsilon_j \varepsilon_h) = 0$; $\forall j$, $\forall j \neq h$ por lo que el componente idiosincrásico es también una innovación y dichos componentes no están correlacionados entre si para las diversas empresas.
- $a_j = E(R_j)$ $\forall j$ ya que los factores sistemáticos de riesgo y el componente idiosincrásico son innovaciones cuyo valor esperado es igual a cero.

La forma como se generan los rendimientos en los mercados financieros, dados por la ecuación [2.84], junto con la ausencia de arbitraje, son los supuestos claves del modelo de valoración APT. Pero, según lo expuesto hasta este momento, se debe apuntar que la ecuación [2.84] no es el modelo APT, sino que representa la manera en que se generan los rendimientos que permiten obtener el modelo APT *“exacto”*.

Suponga que los factores F_1 , F_2 , …, F_K son aproximaciones de la nueva información que llega al mercado sobre cambios en variables macroeconómicas, siendo, por lo tanto, el riesgo no diversificable para las *N* empresas. Asimismo, supongamos que las sensibilidades o betas de los factores, β_{j1}, β_{j2} ,..., β_{jK} son los coeficientes de regresión de los rendimientos del activo *j* sobre los factores o innovaciones macroeconómicas, los cuales también pueden ser definidos como la covarianza entre los rendimientos del activo *j* y los correspondientes factores de riesgo sistemático. Ahora, partiendo del supuesto que el proceso generador de rendimientos está dado por un modelo factorial de un solo factor, siendo este factor la tasa de crecimiento del PIB, el cual se definirá como F_{PIB}, entonces surge el siguiente modelo:

[2.85] $$R_j = a_j + \beta_{jPIB} F_{PIB} + \varepsilon_j$$

Si se quiere calcular la sensibilidad de la empresa *j* ante las innovaciones en la tasa de crecimiento del PIB, se calculará el coeficiente beta del factor PIB de la siguiente manera:

[2.86] $$\beta_{jPIB} = \text{cov}\,(R_j, F_{PIB}) \,/\, \text{var}(F_{PIB})$$

En la ecuación anterior, la covarianza mide el grado de reacción del rendimiento de un activo ante variaciones no esperadas en un factor de riesgo sistemático, que no es diversificable. Por lo tanto, se observa que la covarianza es una medida crucial del riesgo de cada activo individual. Con la existencia de un modelo factorial generador de rendimientos con múltiples factores, las betas de los factores serán los coeficientes de regresión múltiple y la covarianza será la forma clave para medir el riesgo o para conocer la sensibilidad de cada activo ante cualquier factor de riesgo sistemático que provenga de innovaciones macroeconómicas.

II.2.3 LOS MODELOS FACTORIALES, LAS BETAS DE LOS FACTORES Y LAS CARTERAS REPLICA

Una vez analizada la nueva ecuación fundamental de valoración y la generación de rendimientos de los activos financieros en el contexto de los modelos factoriales, en esta sección se estudian las implicaciones de dichos modelos factoriales al momento de realizar estrategias óptimas de inversión. Por lo que la estrategia en la formación de carteras para conseguir una mayor o menor sensibilidad ante los diversos factores es parte fundamental de los modelos factoriales de generación de rendimientos. Se parte de la siguiente ecuación que muestra un modelo general factorial con K factores:

[2.87] $$R_j = a_j + \beta_{j1} F_1 + \beta_{j2} F_2 + \ldots + \beta_{jK} F_K + \varepsilon_j$$

De esta ecuación se deben de satisfacer las siguientes expresiones aplicadas a la generación de carteras de activos:

$$a_c = \sum_{j=1}^{N} \omega_j a_j$$

$$\beta_{c1} = \sum_{j=1}^{N} \omega_j \beta_{j1}$$

[2.88] $$\beta_{c2} = \sum_{j=1}^{N} \omega_j \beta_{j2}$$

$$\vdots$$

$$\beta_{cK} = \sum_{j=1}^{N} \omega_j \beta_{K}$$

$$\varepsilon_c = \sum_{j=1}^{N} \omega_j \varepsilon_j$$

En todas las expresiones siempre se debe de cumplir que: $\sum_{j=1}^{N} \omega_j = 1$

Bajo el supuesto de la existencia de K factores de riesgo sistemático no correlacionados los unos con los otros y con la existencia de solo dos activos individuales *j* y *h,* los cuales generan sus rendimientos a través de las siguientes expresiones:

[2.89]
$$R_j = a_j + \beta_{j1} F_1 + \beta_{j2} F_2 + \ldots + \beta_{jK} F_K + \varepsilon_j$$
$$R_h = a_h + \beta_{h1} F_1 + \beta_{h2} F_2 + \ldots + \beta_{hK} F_K + \varepsilon_h$$

la covarianza entre el rendimiento de los activos *j* y *h* se expresa como:

[2.90]
$$\sigma_{jh} = \beta_{j1}\beta_{h1} \operatorname{var}(F_1) + \beta_{j2}\beta_{h2} \operatorname{var}(F_2) + \ldots + \beta_{jK}\beta_{hK} \operatorname{var}(F_K)$$

En esta última expresión se establece que las covarianzas entre los rendimientos de los activos se determinan a través de los coeficientes beta respecto de los factores y las varianzas de dichos factores. También se distingue que los componentes idiosincrásicos de los rendimientos no están presentes y por lo tanto, no tienen relevancia alguna en la presentación técnica de este modelo.

Cuando los factores de riesgo sistemático están correlacionados y el riesgo idiosincrásico no esté presente, entonces la ecuación [2.90] se debe modificar con la finalidad de incorporar las covarianzas entre los distintos factores de riesgo, por lo que:

[2.91]
$$\sigma_{jh} = \sum_{k=1}^{K} \sum_{\varphi=1}^{K} \beta_{jK}\beta_{h\varphi} \operatorname{cov}(F_K, F_\varphi)$$

La ecuación [2.91] es importante debido fundamentalmente a que a través de ella se pueden evaluar las diferentes correlaciones entre los rendimientos para diferentes empresas y con ello se puede demostrar como algunos factores de riesgo sistemático impactan más a ciertas empresas que a otras.

La varianza de los rendimientos de un activo individual para un modelo factorial de *K* factores cuando los factores no están correlacionados es:

[2.92]
$$\sigma_{jh} = \beta^2_{j1}\sigma^2_1 + \beta^2_{j2}\sigma^2_2 + \ldots + \beta^2_{jK}\sigma^2_K + \sigma^2_{\varepsilon j}$$

donde σ^2_1, σ^2_2, …, σ^2_K son las varianzas de los *K* factores.

II.2.4 LA RELACIÓN ENTRE MODELOS FACTORIALES Y LAS CARTERAS RÉPLICA

En la actualidad, los investigadores de la economía financiera utilizan los modelos factoriales para el diseño institucional de carteras. El objetivo es establecer una estrategia de inversión que logre alcanzar un determinado coeficiente beta (llamada beta objetivo), con relación a un factor, para que de esta forma se replique el riesgo de un activo o cartera. Además, se busca que la cartera no incorpore componentes idiosincrásicos por lo que la cartera debe estar perfectamente diversificada.

A continuación se presentan los cuatro pasos a seguir para construir una cartera réplica a través de la metodología de los modelos factoriales:

1) Determinar el número de factores de riesgo sistemático relevantes. La evidencia empírica propone como máximo cuatro o cinco factores macroeconómicos para mercados de capitales modernos.
2) Calcular las betas de los activos respecto a dichos factores, una vez identificados los factores.
3) Establecer una ecuación para cada beta objetivo con relación a cada uno de los factores existentes. Por lo tanto, se deben de igualar la beta de la cartera réplica con relación a cada uno de los factores mediante las ponderaciones necesarias con la beta objetivo del correspondiente factor.
4) Calcular las ponderaciones de forma que su suma sea igual a uno.

Por lo tanto, una vez que son seleccionados los *K* factores de riesgo sistemático y estimadas las betas correspondientes, se debe de plantear un sistema de ecuaciones, similar al siguiente, que se debe resolver bajo el supuesto de que la cartera réplica la forman *N* activos individuales:

$$
\begin{aligned}
&\omega_1\beta_{11} + \omega_2\beta_{21} + \ldots + \omega_N\beta_{N1} = \text{beta objetivo para el factor 1}\\
&\omega_1\beta_{12} + \omega_2\beta_{22} + \ldots + \omega_N\beta_{N2} = \text{beta objetivo para el factor 2}\\
&\qquad\qquad\vdots\\
&\omega_1\beta_{1K} + \omega_2\beta_{2K} + \ldots + \omega_N\beta_{NK} = \text{beta objetivo para el factor } K\\
&\omega_1 + \omega_2 + \ldots + \omega_N = 1
\end{aligned}
\qquad [2.93]
$$

Al resolver las ponderaciones del sistema de ecuaciones anterior se obtienen las ponderaciones de la cartera réplica con las betas objetivo, donde al menos $k + 1$ activos individuales serían necesarios.

Los modelos factoriales y sus propiedades posibilitan la generación de las carteras réplica de los factores, también llamadas carteras factoriales. En términos generales, las carteras factoriales son carteras de activos financieros que replican a los propios factores de riesgo sistemático, con la finalidad de obtener correlaciones igual a 1 respecto a uno de los factores de riesgo y 0 respecto al resto de los factores. Por eso, en una economía con *K* factores de riesgo agregado o sistemático, es posible generar *K* carteras réplica de factores o carteras factoriales a través de $K + 1$ activos o carteras que no presenten riesgo idiosincrásico. Para fines prácticos, es más recomendable usar $K + 1$ carteras de activos bien diversificadas que $K + 1$ activos individuales, debido a que siempre presentarán riesgo idiosincrásico.

II.2.5 LAS CARTERAS FACTORIALES Y EL ENFOQUE MEDIA-VARIANZA

Es muy importante la relación que guardan las carteras factoriales con el enfoque riesgo-rendimiento de los activos financieros, ya que es más fácil replicar una determinada inversión haciendo uso de una cartera de carteras factoriales que mediante activos tradicionales.[12]

Por ejemplo, suponiendo una economía en donde sólo existan dos factores de riesgo sistemático y donde se pretende replicar una inversión que tiene una beta de 0.75 respecto del primer factor y de 0.15 con relación al segundo factor. Entonces, la cartera de carteras factoriales que se debe construir para replicar dicha inversión debe de tener una composición de un 75% de la primera cartera factorial y de un 15% de la segunda factorial. Así que para completar el 100% de forma que las ponderaciones sumen uno, es necesario invertir el 15% restante en una cartera de activo seguro.

Ya se ha establecido que el rendimiento esperado de cualquier activo financiero puede replicarse formando una cartera del activo seguro y del mercado con ponderaciones asociadas a la beta del mercado, por lo que no debe resultar sorprendente demostrar que la beta respecto de cada factor coincide con la ponderación que recibe su cartera factorial asociada y ninguna otra.[13]

Cada valor de beta define individualmente las diferentes ponderaciones y con ellos se hace demasiado sencillo replicar una determinada inversión mediante una combinación de carteras factoriales. Con ello se observa que cualquier inversión financiera puede replicarse mediante una combinación de carteras factoriales y cualquier resultado que se pueda obtener combinando activos financieros se puede obtener combinando simplemente las pocas carteras factoriales dados los riesgos sistemáticos de la economía.

Con el supuesto de la existencia de una economía con K factores de riesgo sistemático y con la existencia de un activo libre de riesgo cuya tasa de interés sea igual a r, es posible replicar cualquier activo financiero j que no tenga riesgo idiosincrásico y cuyas betas respecto a los factores sean β_{j1}, β_{j2} ,..., β_{jK} , mediante una cartera réplica con ponderaciones en las carteras factoriales iguales a $\omega_{c1} = \beta_{j1}$, $\omega_{c2} = \beta_{j2}$, …, $\omega_{cK} = \beta_{jK}$ y ponderación en el activo seguro igual a:

[2.94] $$\left(1 - \sum_{k=1}^{K} \omega_{cK}\right) = \left(1 - \sum_{k=1}^{K} \beta_{jk}\right)$$

---

[12] Las carteras de carteras factoriales son las que replican los factores de riesgo agregado.

[13] En este caso existía una única fuente de riesgo sistemático y, por tanto, dos fondos eran suficientes para replicar cualquier activo.

Para que no exista arbitraje es necesario que el rendimiento esperado del activo *j* tiene que ser igual al rendimiento esperado de la cartera que combina las carteras factoriales y el activo seguro, cuya representación es:

[2.95] $$E(R_j) = \left(1 - \sum_{k=1}^{K} \beta_{jk}\right) r + \sum_{k=1}^{K} \beta_{jk} E[R_{cFk}]$$

$$= r + \sum_{k=1}^{K} \beta_{jk} E[R_{cF2} - r] = r + \sum_{k=1}^{K} \beta_{jk} \lambda_k$$

Según la ecuación anterior, cuando el rendimiento esperado de cualquier activo es la tasa de interés libre de riesgo más un prima de riesgo que viene dada por tantas betas como factores, multiplicadas por las primas de riesgo de las carteras que replican a dichos factores o carteras factoriales, no existirán oportunidades de arbitraje siempre que los rendimientos de los activos se generen por un modelo factorial de *K* factores sistemáticos sin riesgo idiosincrásico.

Es de resaltar la semejanza de la ecuación [2.95] con la ecuación del CAPM. Por ejemplo, si en una economía existiera un único factor de riesgo sistemático que pudiera replicarse mediante el rendimiento de la cartera de mercado, entonces, se obtendría el CAPM con la anterior ecuación. Sin embargo, ambos modelos son diferentes. La diferencia estriba en que el CAPM, la cartera de mercado es una cartera de mercado que está perfectamente diversificada sin componentes idiosincrásicos, que trabaja bajo supuestos de optimización y vaciado del mercado. En cambio, en el APT se parte del supuesto que el modelo factorial empleado no contiene componente idiosincrásico alguno, además, de que no se saben cuáles son los factores de riesgos sistemático.

Para concluir esta sección, se puede afirmar que las carteras factoriales juegan un papel primordial en la base teórica del modelo de valoración de activos bajo ausencia de arbitraje, conocido más ampliamente en el medio como el APT, el cual se desarrolla ampliamente en la próxima sección.

II.2.6 EL MODELO DE VALORACION DE ACTIVOS BAJO AUSENCIA DE ARBITRAJE O APT

Para Marín y Rubio (2001) los principales supuestos económicos del APT son:

a) Los rendimientos de los activos se generan por un proceso factorial de *K* factores de riesgo sistemático o fuentes comunes de riesgo.
b) No existen oportunidades de arbitraje.
c) Existe un gran número de activos individuales de forma que la diversificación permite eliminar el riesgo idiosincrásico en su totalidad. Este es un supuesto que se puede cuestionar. De hecho, no es válido en una economía con un número finito de activos financieros. Ya sea ha señalado que no hay ninguna justificación económica en el modelo que

permita realmente eliminar el riesgo idiosincrásico para todos los activos.

Con base en estos supuestos y con la finalidad de determinar el modelo APT *"exacto"*, se parte del siguiente modelo factorial de generación de rendimientos sin riesgo idiosincrásico, en donde se utilizan carteras que replican a los K factores representados por $R_{cF1}, R_{cF2},\ldots, R_{cFK}$:

[2.96] $$R_J = a_j + \beta_{j1}R_{cF1} + \beta_{j2}R_{cF2} +\ldots+ \beta_{jk}R_{cFK}$$

Como se observa en la ecuación anterior, el modelo no presenta riesgo idiosincrásico alguno, por lo que $\varepsilon_j = 0$.

Si se forma una cartera donde las propias betas son las ponderaciones asociadas a cada cartera factorial y la ponderación restante hasta sumar 1 en el activo libre de riesgo, como se propuso en la sección anterior, la cartera estará formada con las ponderaciones siguientes en el activo libre de riesgo y β_{j1} en la cartera factorial 1, β_{j2} en la cartera factorial 2,…, β_{jK} en la cartera factorial K:

$$\left(1 - \sum_{k=1}^{K} \beta_{jk}\right)$$

Entonces, la cartera formada tiene la siguiente tasa de rendimiento:

[2.97] $$R_c = \left(1 - \sum_{k=1}^{K} \beta_{jk}\right) r + \sum_{k=1}^{K} \beta_{jk}R_{cFk}$$

Siendo $\sum_{k=1}^{K} \beta_{jk}R_{cFk}$ el componente factorial, el cual tiene como característica principal que replica y, por tanto, coincide con el componente factorial del activo j de la ecuación [2.95].

Ahora, de esta ecuación se determina como $a_j = \left(1 - \sum_{k=1}^{K} \beta_{jk}\right) r$, ya que en el caso contrario, puede existir la posibilidad de arbitraje.

En un primer caso,

$$\text{si} \quad a_j < \left(1 - \sum_{k=1}^{K} \beta_{jk}\right) r,$$

se puede formar una cartera que invierta una unidad monetaria en la cartera c y se tenga que hacer una venta en descubierto en una unidad monetaria en el activo j.

De esta manera, la nueva cartera tendrá un costo cero y la tasa de rendimiento estará dada por:

$$\left(1 - \sum_{k=1}^{K} \beta_{jk}\right) r + \sum_{k=1}^{K} \beta_{jk} R_{cFk} - a_j - \sum_{k=1}^{K} \beta_{jk} R_{cFk} = \left(1 - \sum_{k=1}^{K} \beta_{jk}\right) r - a_j > 0$$

El resultado muestra una tasa de rendimiento positiva, por lo que se ha generado una estrategia de arbitraje.

En un segundo caso,

$$\text{si} \quad a_j > \left(1 - \sum_{k=1}^{K} \beta_{jk}\right) r,$$

se haría la operación contraria, generando nuevamente una oportunidad de arbitraje.

Se puede concluir que para que no existan las posibilidades de arbitraje se debe de cumplir que:

[2.98] $$a_j = \left(1 - \sum_{k=1}^{K} \beta_{jk}\right) r$$

Por lo tanto, la ecuación [2.96], se transforma en:

[2.99] $$R_j = \left(1 - \sum_{k=1}^{K} \beta_{jk}\right) r + \sum_{k=1}^{K} \beta_{jk} R_{cFk}$$

Si a la ecuación anterior se le toman expectativas a ambos lados, se obtiene el APT *"exacto",* en donde el principal supuesto es que $\varepsilon_j = 0$ para todo activo *j:*

[2.100] $$E(R_j) = \left(1 - \sum_{k=1}^{K} \beta_{jk}\right) r + \sum_{k=1}^{K} \beta_{jk} E(R_{cFk})$$

Además, si a la ecuación [2.21], se saca a β_{jk} como factor común la ecuación se transforma en:

[2.101] $$E(R_j) = r + \sum_{k=1}^{K} \beta_{jk} \left(E(R_{cFk}) - r\right); \quad j = 1, \ldots, N$$

donde R_{cFk} es la tasa de rendimiento de la cartera factorial que replica el factor de riesgo sistemático y que se suele definir como la cartera con sensibilidad, medida por el coeficiente beta, igual a 1 respecto al factor *k* y cero respecto al resto de los factores.

Más aún, como ya se ha expuesto con anterioridad que $\lambda_k = \left[E(R_{cFk}) - r\right]$ es la prima de riesgo asociada al factor *k,* entonces, ahora sí, el APT exacto, el cual tiene como característica principal que no tener riesgo idiosincrásico, es:

[2.102] $$E(R_j) = r + \sum_{k=1}^{K} \beta_{jk}\lambda_k \; ; \quad j = 1, \ldots, N$$

Fácilmente se distingue que este modelo es muy similar al CAPM, sin embargo, mantienen una serie de diferencias muy importantes.

Los modelos CAPM, representan una relación lineal y positiva entre rendimiento esperado y riesgo. En donde el riesgo se mide a través de las covarianzas entre las diferentes betas, respecto a los factores de riesgo sistemático k = 1,..., K, que afectan los rendimientos de todos los activos inciertos.

En cambio, en los modelos APT no se sabe con precisión cuales son los factores concretos que son valorados en el mercado, y por tanto, se desconoce el significado exacto de la prima de riesgo del factor que se representa por λ_k . Lo anterior es consecuencia de los supuestos establecidos para determinar la ecuación [2.102]. En este modelo el riesgo viene medido por la covarianzas respecto a algunos factores comunes a todos los activos que reflejan las fuentes de riesgo sistemático de la economía.

Por último, se presenta una expresión más general para el APT, el cual tiene como característica principal que no se le impone la existencia de un activo seguro, por lo que, en lugar de *r*, se tendrá el rendimiento de una cartera que tiene sensibilidades relativas a todos los factores existentes iguales a cero, entonces:

[2.103] $$E(R_j) = \lambda_0 + \beta_{j1}\lambda_1 + \beta_{j2}\lambda_2 + \ldots + \beta_{jK}\lambda_k \; ; \quad j = 1, \ldots, N$$

siendo las λ_s las primas por riesgo asociadas a los diferentes factores con relación a la cartera que representa el papel del activo seguro expresado por λ_0.

II.2.7 EL RIESGO IDIOSINCRÁSICO EN EL CONTEXTO DEL APT

Hasta este momento se ha supuesto que el componente idiosincrásico del rendimiento que forma parte de la innovación en el modelo factorial generador de rendimientos no existe y, por lo tanto, es igual a cero. Sin embargo, dentro de los planteamientos teóricos del APT no se ha propuesto ningún supuesto que establezca que, tanto el rendimiento idiosincrásico, como el riesgo idiosincrásico, no sean importantes. Además, dentro del mismo modelo no existe alguna estrategia que garantice que los agentes estén perfectamente diversificados, que permita eliminar cualquier tipo de riesgo, ya sea individual o idiosincrásico. Siendo está situación la principal diferencia entre los modelos con ausencia de arbitraje y los modelos tipo CAPM, que bajo condiciones de equilibrio garantizan que el riesgo idiosincrásico sea cero.

En el desarrollo de la ecuación [2.96] se supuso la inexistencia del componente idiosincrásico. Pero cuando el componente idiosincrásico es nulo, es necesario establecer que se deben de contar con tantos factores como activos existentes cuando se intentan explicar los rendimientos de dichos activos. Sin embargo, esto no se puede presentar en la realidad económica, por lo que es necesario explicar los rendimientos esperados o primas de riesgo de los activos inciertos contando únicamente con un número reducido de fuentes de riesgo sistemático. Por lo tanto, en la práctica para explicar un determinado porcentaje de la variabilidad de los rendimientos realizados de los activos financieros individuales, es necesario disminuir el riesgo idiosincrásico representado por el término de perturbación estocástico ε_j.

Entonces, si se utilizan las innovaciones de los factores, el proceso generador de rendimientos se especificaría de la siguiente manera:

$$R_J = a_j + \sum_{k=1}^{K} \beta_{jk} F_k + \varepsilon_j$$

$$E(\varepsilon_j) = E(\varepsilon_j \varepsilon_h) = E(\varepsilon_j F_k) = E(F_k) = E(F_q F_k) = 0 \; ; \forall j, \;\; \forall j \neq h, \; \forall j,k, \; \forall q \neq k$$

[2.104] $$E(\varepsilon_j)^2 = \sigma^2_{\varepsilon j}$$

estas ecuaciones expresan que los componentes idiosincrásicos son independientes, por lo que siempre que los inversionistas tengan una cartera muy grande podrán eliminar el riesgo idiosincrásico. Pero esto sólo se puede alcanzar en el límite, o sea, cuando el número de activos tiende a infinito. En contrapartida, usando razonamientos económicos se necesitarían otras razones de peso para ignorar el riesgo idiosincrásico.

El rendimiento de una cartera con un número infinito de activos se expresa como:

[2.105] $$R_c = \sum_{j=1}^{N\to\infty} \omega_j a_j + \sum_{k=1}^{K} \left(\sum_{j=1}^{N\to\infty} \omega_j \beta_{jk} \right) F_k + \sum_{j=1}^{N\to\infty} \omega_j \varepsilon_j$$

donde:

$$\sum_{j=1}^{N\to\infty} \omega_j a_j = a_c$$

$$\left(\sum_{j=1}^{N\to\infty} \omega_j \beta_{jk} \right) = \beta_{ck}$$

$$\sum_{j=1}^{N\to\infty} \omega_j \varepsilon_j = \varepsilon_c$$

La varianza del componente idiosincrásico de la cartera *c*, la cual se supone que está bien diversificada por lo que $\omega_1 = 1/N$, y haciendo uso de la independencia de los componentes idiosincrásicos individuales es:

$$[2.106] \quad \lim_{N\to\infty} \operatorname{var} \left(\sum_{j=1}^{N} \varepsilon_j / N \right) = \lim_{N\to\infty} \left(\sum_{j=1}^{N} \sigma^2_{\varepsilon j} / N^2 \right) = \lim_{N\to\infty} \left(\sum_{j=1}^{N} \sigma^2_{\varepsilon j} / N \right) = 0$$

Se distingue que cuando se elimina el componente idiosincrásico, se llega nuevamente al modelo APT, de la forma en que se ha presentado anteriormente. Por lo tanto, en una economía en donde existan un número infinito de activos, el modelo APT presentado en las ecuaciones [2.102] y [2.103] si se cumple.

En caso contrario, o sea, con la existencia de un número finito de activos financieros, los rendimientos esperados de los activos estarían acotados por una cantidad ξ, de la siguiente forma:

$$[2.107] \qquad r + \sum_{k=1}^{K} \beta_{jk}\lambda_k - \xi \leq E(R_j) \leq r + \sum_{k=1}^{K} \beta_{jk}\lambda_k + \xi$$

Según esta expresión, cuando mayor sea el número de activos financieros que existan en la economía, las cotas serán mas estrechas y el APT se aproximará a la habitual relación exacta de valoración.

II.2.8 EL APT Y LA ECUACIÓN FUNDAMENTAL DE VALORACIÓN

Para ver la relación existente entre el modelo APT y la ecuación fundamental de valoración ya muy comentada en el trabajo, se utiliza nuevamente la expresión de valoración dada por la ecuación [2.50]:

$$E(R_j - r) = [-1 / E(M)] \operatorname{cov}(M, R_j)$$

El proceso generador de rendimientos se obtiene a través del siguiente modelo factorial de *K* factores:

$$[2.108] \qquad R_j = a_j + \sum_{k=1}^{K} \beta_{jk}F_k + \varepsilon_j; \quad j = 1, \ldots, N$$

donde se debe cumplir lo siguiente: $E(\varepsilon_j,\varepsilon_h) = E(\varepsilon_j F_k) = E(\varepsilon_j) = E(F_k) = 0$; $\forall j, \forall j \neq h, \forall j,k$

La ecuación [2.108] define el rendimiento observado del activo j, en donde dicha expresión se compone de una parte esperada y de una innovación, como ya se ha comentado previamente. Asimismo, la innovación, a su vez, tiene un componente sistemático y un componente idiosincrásico. Entonces, si se incorpora la ecuación [2.108] en [2.50] se tiene:

$$E(R_j) = r + [\mathrm{cov}(-M, R_j) / E(M)]$$

$$E(R_j) = r + [\mathrm{cov}(-M, \beta_{j1}F_1) / E(M)] + [\mathrm{cov}(-M, \beta_{j2}F_2) / E(M)] + ... + [\mathrm{cov}(-M, \beta_{jk}F_k) / E(M)] + [\mathrm{cov}(-M, \varepsilon_j) / E(M)]$$

$$[2.109] \quad E(R_j) = r + \beta_{j1}[\mathrm{cov}(-M, F_1) / E(M)] + \beta_{j2}[\mathrm{cov}(-M, F_2) / E(M)] + ... + \beta_{jk}[\mathrm{cov}(-M, F_k) / E(M)] + [\mathrm{cov}(-M, \varepsilon_j) / E(M)]$$

Para fortalecer el planteamiento teórico del APT, se debe entender exactamente que papel que juega el último término del lado de derecho de la ecuación anterior. Se ha establecido que cuando los agentes están perfectamente diversificados, las carteras no presentarán ningún tipo de riesgo, individual o idiosincrásico, por lo que la cov(M, ε_j) = 0. Por lo tanto, para obtener un modelo APT *"exacto"*, el supuesto primordial que se debe de establecer es que la covarianza entre la variable agregada M y el rendimiento idiosincrásico del activo j tiene que ser igual a cero. Entonces, considerando este supuesto, el rendimiento esperado del activo j será:

$$[2.110] \quad E(R_j) = r + \beta_{j1}[\mathrm{cov}(-M, F_1) / E(M)] + \beta_{j2}[\mathrm{cov}(-M, F_2) / E(M)] + ... + \beta_{jk}[\mathrm{cov}(-M, F_k) / E(M)]$$

Donde:

$$[\mathrm{cov}(-M, F_1) / E(M)] = \lambda_1$$

$$[\mathrm{cov}(-M, F_2) / E(M)] = \lambda_2$$

$$[\mathrm{cov}(-M, F_k) / E(M)] = \lambda_k$$

La ecuación [2.110], se expresa de la siguiente forma:

$$[2.111] \qquad E(R_j) = r + \beta_{j1}\lambda_1 + \beta_{j2}\lambda_2 + ... + \beta_{jk}\lambda_k$$

que de manera compacta se reduce a:

$$[2.112] \qquad E(R_j) = r + \sum_{k=1}^{K} \beta_{jk}\lambda_k; \quad j = 1, \dots, N$$

Esta forma de presentar el APT es de gran utilidad cuando se analizan diferentes contrastes empíricos del modelo, debido a que permite entender los signos de las primas de riesgo asociadas a los factores macroeconómicos que se suelen imponerse en los contrastes del modelo.

Si R_{cFk} es el rendimiento de una cartera que replica al factor k, de la cartera factorial, expresado por F_K , de forma que cuente con una sensibilidad igual a 1 respecto a este factor, o sea que $\beta_1 = 1$, y cero para los demás factores, entonces:

[2.113] $E(R_{cFk}) = r + \beta_{k1}$ [cov(- M, F_1) / $E(M)$] + β_{k2} [cov(- M, F_2) / $E(M)$] + ...

... + β_{kk} [cov(- M, F_k) / $E(M)$] +... + β_{kK} [cov(- M, F_K) / $E(M)$]

ahora si:

$\beta_{k1} = 0$

[cov(- M, F_1) / $E(M)$] = λ_1

$\beta_{k2} = 0$

[cov(- M, F_2) / $E(M)$] = λ_2

$\beta_{kk} = 1$

[cov(- M, F_k) / $E(M)$] = λ_k

$\beta_{kK} = 0$

[cov(- M, F_K) / $E(M)$] = λ_K

La expresión [2.113] se reduce a:

[2.114] $$E(R_{cFk}) = r + 0\lambda_1 + 0\lambda_2 + ... + 1\lambda_k + ... + 0\lambda_K$$

donde $\lambda_k = E(R_{cFk} - r)$ es la prima de riesgo de la cartera k, donde dicha cartera replica al factor sistemático k. Por lo que se concluye que el APT puede escribirse de acuerdo con la expresión [2.112].

Por otra parte, es de resaltar que el APT se puede interpretar, usando la ecuación fundamental de valoración a partir de la definición de la variable agregada M, como una función lineal de los rendimientos de las carteras factoriales. De esta manera, si se hace la extensión natural de la ecuación [2.71], como se hizo para generar las ecuaciones [2.80] y [2.81], pero en donde se utilicen los rendimientos de la cartera factoriales que replican los K factores de riesgo sistemático. Para analizar lo anterior escribamos cualquiera de las covarianzas que aparecen en la ecuación [2.111]:

[2.115] $$\text{cov}(- M, R_{cFk}) / E(M)$$

En donde es sabido que la ecuación anterior tiene que ser igual a la prima de riesgo λ_K.

El resultado anterior debe ser consistente con el enfoque que establece a la variable M como una función lineal de los rendimientos de las carteras factoriales expresado como:

[2.116] $$M = \delta_{0F} + \delta_{1F} R_{cF1} + \delta_{2F} R_{cF2} + \ldots + \delta_{KF} R_{cFk}$$

Por lo que:

[2.117] $$E[R_j(\delta_{0F} + \delta_{1F} R_{cF1} + \delta_{2F} R_{cF2} + \ldots + \delta_{KF} R_{cFk})] = 1\,; \quad j = 1, \ldots, N$$

Siendo δ_{0F}, $\delta_{1F}, \ldots, \delta_{KF}$ unas constates iguales a:

$$\delta_{0F} = [(1 / (1 + r)] + [(\lambda_1 E(R_{cF1}) / (1 + r)\sigma^2_{cF1}] + \ldots + [(\lambda_K E(R_{cFK}) / (1 + r)\sigma^2_{cFK}]$$

[2.118] $$\delta_{1F} = -[\lambda_1 / (1 + r)\sigma^2_{cF1}]\,, \ldots, \delta_{KF} = -[\lambda_K / (1 + r)\sigma^2_{cFK}]$$

donde σ^2_{cFK} la varianza del rendimiento de la cartera factorial que replica el factor de riesgo sistemático k.

Por lo tanto, se puede comprobar que la ecuación [2.115] es realmente la prima de riesgo de la cartera factorial k, λ_k.

[2.119] $$\mathrm{cov}(-M, R_{cFk}) / E(M) = [\mathrm{cov}(\delta_{0F} + \delta_{1F} R_{cF1} + \ldots + \delta_{kF} R_{cFk} + \ldots + \delta_{KF} R_{cFK}, R_{cFk}] / [1 / 1 + r]$$

$$= -(1 + r)\delta_{kF}\,\mathrm{cov}(R_{cFk}, R_{cFk}) = -(1 + r)\sigma^2_{cFK}[-\lambda_k / (1 + r)\sigma^2_{cFK}] = \lambda_k$$

Con ello, se establece que los rendimientos de las carteras factoriales y los propios factores de riesgo sistemático tienen que ser ortogonales entre ellos.[14]

Para finalizar este apartado se debe de señalar que la idea intuitiva del APT es que los inversionistas exploren la posibilidad de formar carteras de arbitraje para conseguir incrementar el rendimiento esperado de su cartera sin modificar el riesgo. Una cartera arbitraje es una cartera que debe de cumplir lo siguiente:

a) No requiere inversión alguna por parte del inversionista;
b) No tiene sensibilidad alguna respecto a cualquiera de los factores sistemáticos

y

c) Su rendimiento esperado es distinto de cero.

[14] Dos vectores son ortogonales si su producto escalar es cero, lo que significa que están en ángulo recto.

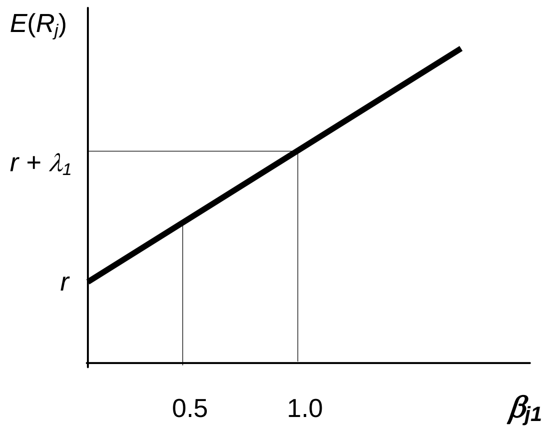
¿Pero que sucede cuando no se pueden generar dichas carteras arbitraje?

No existe la posibilidad de encontrar carteras arbitraje cuando los rendimientos esperados de todos los activos se encuentren en una línea recta, en el caso de un único factor, dada por la siguiente expresión:[15]

[2.120] $$E(R_j) = \lambda_0 + \beta_{j1}\, \lambda_k$$

La cual debe de satisfacer el modelo APT dado en la ecuación [2.103] para el caso particular de un solo factor.

En la Gráfica II.9. se detalla la relación riesgo-rendimiento bajo el APT con un solo factor y en el caso de que existe un activo seguro con rendimiento igual a *r*. Se observa la relación lineal y positiva entre el rendimiento esperado y riesgo, donde el riesgo se identifica con el coeficiente beta o la covarianza el rendimiento del activo *j* respecto al único factor que se supuso.



Gráfica II.9. Relación riesgo-rendimiento bajo el APT con un solo factor y en el caso de que existe un activo seguro con rendimiento igual a *r*.

Para que no exista una cartera arbitraje y con el supuesto de que toda cartera cumpla con lo siguiente:

[2.121] $$\omega_A + \omega_B + \omega_C = 0$$

[2.122] $$\beta_{A1}\, \omega_A + \beta_{B1}\, \omega_B + \beta_{C1}\, \omega_C = 0$$

Es necesario que:

[2.123] $$\omega_A\, E(R_A) + \omega_B\, E(R_B) + \omega_C\, E(R_C) = 0$$

[15] Es un plano para el caso de dos factores.

Si el vector de ponderaciones es ortogonal al vector de unos y al vector de betas, la ausencia de carteras arbitraje requiere que el vector de ponderaciones sea ortogonal al vector de rendimientos esperados. Cuando lo anterior ocurre, el vector de rendimientos esperados tiene que ser una combinación lineal de los vectores de unos y de las sensibilidades, o sea:

$$E(R_j) = \lambda_0 + \beta_{j1} \lambda_k$$

Concluyendo se puede decir que esta forma de expresar el APT tiene su base en un conocido resultado del álgebra lineal que, para poder aplicarse, necesita el supuesto habitual de riesgo idiosincrásico igual a cero para todos los activos financieros.

SEGUNDA PARTE:

LA EVIDENCIA EMPÍRICA PARA MÉXICO

CAPITULO III

LA ESTIMACIÓN ESTADÍSTICA Y ECONOMÉTRICA DE LOS MODELOS DE VALORACION DE ACTIVOS FINANCIEROS

"Aunque los economistas suelen estudiar cuestiones políticamente delicadas, tratan de abordarlas con la objetividad de un científico. La economía, al igual que cualquier otra ciencia, tiene sus propios instrumentos –una terminología, unos datos y una forma de pensar- que pueden parecer extraños y arcanos a los profanos. La mejor manera de familiarizarse con estos instrumentos es practicar utilizándolos..."

GREGORY MANKIW

Esta segunda parte de la investigación presenta el análisis empírico para el mercado bursátil mexicano, considerando los modelos teóricos desarrollados en los capítulos anteriores, tanto el modelo de valoración de activos de capital (CAPM) como el modelo de precios de arbitraje (APT), los cuales han sido los más representativos, los más utilizados en la academia y en las instituciones de los mercados financieros mundiales.

En primer lugar, el ejercicio empírico comienza con la selección y estudio de las variables a utilizar en la estimación de los modelos. Se hace el análisis del índice considerado como el más representativo del mercado para el caso de México, el Índice de Precios y Cotizaciones (IPC) elaborado por la Bolsa Mexicana de Valores (BMV). Asimismo, se describen los índices bursátiles por sectores de actividad económica, los cuales representan a los activos financieros a valorar, y por último, se seleccionan y explican las principales variables macroeconómicas que representan los riesgos sistemáticos de la economía.

Más adelante, en la parte dos se realiza la estimación del modelo de valoración de activos de capital, previa elaboración de un conjunto de carteras sectoriales generadas bajo el marco teórico de Markowitz, se establece al IPC como el principal indicador del mercado y como la tasa libre de riesgo a la tasa de rendimiento de los valores gubernamentales denominados Certificados de la Tesorería (CETES) a 28 días. Después, se calcula el modelo de precios de arbitraje, donde al igual que en el modelo CAPM, se consideran los índices sectoriales como activos a valorar, pero ahora se utilizan tanto las variables macroeconómicas que representan a los riesgos sistemáticos, como el riesgo de mercado, incorporado en el IPC. La sección se cierra con el contraste de los resultados de la estimación de ambos modelos.

En la parte final, se incluye un análisis comparativo de algunos estudios empíricos contemporáneos de modelos factoriales realizados para los mercados bursátiles de México y España.

III.1 SELECCIÓN DE ÍNDICES Y VARIABLES

En la primera parte de este apartado se analiza el IPC considerado como el índice más representativo del mercado bursátil en México, en la parte dos, se realiza la descripción de los índices por sector de la economía clasificados por la BMV y finalmente, se eligen y describen las principales variables macroeconómicas que son utilizadas como riesgos sistemáticos en el modelo APT.

III.1.1 ÍNDICE PRINCIPAL DEL MERCADO BURSÁTIL

Una de las ideas más relevantes de la sección II.1 de la presente tesis consistió en interpretar la covarianza entre el rendimiento de un activo *j* y el rendimiento de la cartera de mercado como medida de la contribución del activo *j* al riesgo de dicha cartera. Este concepto enfatiza la importancia del riesgo sistemático como medida de riesgo no diversificable, único riesgo remunerado en los mercados financieros, el cual puede ser interpretado como el indicador del mercado.

Dentro del mercado bursátil mexicano el principal indicador del mercado es el denominado Índice de Precios y Cotizaciones, el cual es elaborado por la Bolsa Mexicana de Valores. Dicho índice expresa el rendimiento del mercado accionario, en función de las variaciones de precios de una muestra balanceada, ponderada y representativa del conjunto de acciones cotizadas en la Bolsa.

Por lo tanto, como el IPC muestra en forma fidedigna la situación del mercado bursátil y su dinamismo operativo, se elige como el principal indicador del mercado bursátil y para abreviar se denominará "*índice de mercado*", de aquí en adelante.[1]

El Cuadro III.1 presenta las 35 emisoras que integran la muestra del IPC en abril del 2008, así como el número de acciones inscritas y su participación porcentual.

---

[1] El IPC es un índice ponderado por el valor de capitalización y se elabora tomando 1978 como año base. Se utiliza la siguiente fórmula para su cálculo:

$$I_t = I_{t-1}\left(\frac{\sum P_{it} * Q_{it}}{\sum P_{it-1} * Q_{it-1} * F_{it}}\right)$$

Donde: It = Índice en tiempo t; Pit = Precio de la emisora i el día t; Qit = Acciones de la emisora i el día t; Fi = Factor de ajuste por ex-derechos; i = 1, 2, 3, ..., n.

CUADRO III.1

MUESTRA DE ACCIONES QUE INTEGRAN EL IPC

Emisora	Serie	Acciones Inscritas	Influencia
ALFA	A	560,133,305	1.26
ALSEA	*	615,668,896	0.25
AMX	L	22,447,793,802	23.82
ARA	*	1,311,079,496	0.46
ASUR	B	277,050,000	0.54
AXTEL	CPO	1,109,655,279	0.79
BIMBO	A	1,175,800,000	2.41
CEMEX	CPO	7,840,254,236	7.07
CICSA	B-1	899,200,164	0.29
COMERCI	UBC	359,243,130	0.33
COMPART	O	427,836,876	0.63
ELEKTRA	*	244,377,778	2.33
FEMSA	UBD	2,161,177,770	3.05
GAP	B	476,850,000	0.73
GCARSO	A1	2,326,485,500	3.4
GEO	B	537,835,959	0.58
GFAMSA	A	330,357,085	0.36
GFINBUR	O	3,000,152,564	2.85
GFNORTE	O	2,018,347,548	2.93
GMEXICO	B	2,570,300,000	5.7
GMODELO	C	650,351,920	0.96
HOMEX	*	335,869,550	1.1
ICA	*	497,750,737	0.98
IDEAL	B-1	3,000,152,564	1.64
KIMBER	A	577,649,375	0.88
MEXCHEM	*	548,800,000	0.91
PEÑOLES	*	397,475,747	3.83
SIMEC	B	481,214,706	0.61
SORIANA	B	1,800,000,000	1.79
TELECOM	A1	3,486,913,100	6.19
TELMEX	L	6,036,876,617	3.84
TLEVISA	CPO	2,450,745,422	4.03
TVAZTCA	CPO	2,146,199,987	0.42
URBI	*	979,269,286	1.14
WALMEX	V	8,453,571,786	11.89

FUENTE: ELABORADO CON DATOS DE LA BOLSA MEXICANA DE VALORES.

De acuerdo con información de la BMV las emisoras que integran la muestra que forma el IPC, deben de cumplir con los siguientes criterios:

1. Se consideran las 35 series accionarias de mayor bursatilidad, para lo cual se utiliza el índice de bursatilidad que la BMV genera y publica en forma mensual. Las series seleccionadas deben haberse mantenido dentro de éste grupo los últimos 6 meses.

2. Si existen dos o mas series que presenten el mismo nivel de índice de bursatilidad en el último lugar disponible de la muestra, la selección se hace, tomando en cuenta la frecuencia en que incurren en este nivel dichas series y se considera su valor de capitalización.
3. En caso de no contar con las 35 series accionarias en la primera selección, se lleva a cabo una segunda selección considerando el valor de capitalización y la frecuencia con la cual las series se ubican en los mejores lugares del nivel de bursatilidad.

Aquellas series que por alguna causa se suspendan o exista la posibilidad concreta de ser suspendidas o retiradas del mercado. no son consideradas para la muestra. Además, si existen dos o más series de una emisora, y el acumulado de éstas suma 14 % del total del valor del IPC, sólo permanecen la(s) serie(s) más representativa(s).

La revisión de entrada y salida de series de la muestra del IPC se hace una vez al año, siempre y cuando no se presente alguna situación especial, ya que de ser así se hacen las modificaciones necesarias de acuerdo al evento que lo provoque.

Se consideran restricciones adicionales con el objeto de asegurar la continuidad y buscar la mayor replicabilidad posible del IPC, sobre todo en el caso de aquellas series que tengan algún movimiento corporativo durante su permanencia en la muestra, de presentarse éste, se busca la mayor replicabilidad posible para afectar en forma mínima los productos financieros indexados, incluyendo canastas, actualizando movimientos de capital, etc.

Al finalizar la vigencia de la muestra se normaliza la aplicación de los criterios establecidos para la selección de series en su revisión y selección para el nuevo periodo.

Por último, si por alguna razón una emisora-serie se retira del mercado por efecto de una Oferta Pública de Compra, una fusión, o algún otro evento extraordinario que conlleve la cancelación de su listado en la BMV, las acciones objeto de la oferta de adquisición se retiran de la muestra el día en que se concreta la misma en la BMV, y su lugar es ocupado por una nueva serie accionaria utilizando los mismos criterios que contienen las reglas para la selección de la muestra.

III.1.2 ÍNDICES POR SECTORES ECONÓMICOS

Para realizar la evidencia empírica del presente trabajo se seleccionan los rendimientos mensuales de los índices de los siete sectores económicos que están representados en el mercado bursátil mexicano.

Dichos índices sectoriales clasificados por la BMV, son utilizados como los activos financieros a valorar, y son la materia prima para generar carteras sectoriales eficientes y para estimar los coeficientes del modelo CAPM y del APT (Cuadro III.2).

CUADRO III.2
INDICES SECTORIALES DE ACUERDO CON LA CLASIFICACIÓN DE LA BMV

SECTOR DE LA ECONOMIA	NÚMERO DE EMPRESAS EMISORAS
INDUSTRIA EXTRACTIVA	3
TRANSFORMACIÓN	36
CONSTRUCCIÓN	17
COMERCIO	18
COMUNICACIONES Y TRANSPORTES	12
SERVICIOS	30
VARIOS	12
TOTAL DE EMPRESAS	128

FUENTE: ELABORADO CON DATOS DE LA BOLSA MEXICANA DE VALORES.

Cabe apuntar que en cada índice sectorial se integran las empresas que cotizan en la Bolsa Mexicana de Valores, que realizan determinadas actividades económicas y producen determinados productos y/o servicios. En México, las empresas buscan financiamiento a través de diversas fuentes. Una fuente de financiamiento tradicional es por medio de proveedores y con recursos propios, sin embargo, otra alternativa es el financiamiento bursátil. Este tipo de financiamiento permite a las empresas ejecutar diversos proyectos de mejora y expansión. Una empresa se puede financiar a través de la emisión de acciones u obligaciones o de títulos de deuda, sin embargo, para el caso de México, el mercado bursátil no es una fuente importante de financiamiento. [2]

El financiamiento por medio de acciones tiene como objetivo:

- Optimizar costos financieros
- Obtener liquidez inmediata
- Consolidar y liquidar pasivos
- Crecer

[2] De acuerdo con Méndez (2007), el tamaño del Mercado bursátil se mide a través del Índice de Capitalización del Mercado, el cual es igual al valor de las acciones domésticas listadas para transacciones domésticas dividido por el PIB. En México, este índice ha venido disminuyendo desde el año de 1997, en donde alcanzó su valor histórico de 0.416.

- Modernizarse
- Financiar investigación y desarrollo
- Planear proyectos de inversión y financiamiento de largo plazo

En este sentido, el financiamiento obtenido por las emisoras en el mercado de valores debe ser aplicado conforme a los criterios establecidos en el prospecto de colocación respectivo, a fin de cuidar que los recursos se destinen a proyectos que reditúen una rentabilidad a los inversionistas.

Para que una empresa pueda emitir acciones que coticen en la BMV debe contactar una casa de bolsa, que es el intermediario especializado para llevar a cabo la colocación. A partir de ahí empezará un proceso para poder contar con las autorizaciones de la Bolsa Mexicana de Valores y de la Comisión Nacional Bancaria y de Seguros.

Algunos de los principales requisitos son:

- Las empresas interesadas deberán estar inscritas en el Registro Nacional de Valores (RNV).
- Presentar una solicitud a la BMV, por medio de una casa de bolsa, anexando la información financiera, económica y legal correspondiente.
- Cumplir con lo previsto en el Reglamento Interior de la BMV.
- Cubrir los requisitos de listado y mantenimiento de inscripción en Bolsa.

Una vez alcanzado el estatuto de emisora, la empresa debe cumplir una serie de requisitos de mantenimiento de listado (como la obligación de hacer pública, en forma periódica, la información sobre sus estados financieros).

En la Bolsa Mexicana de Valores acuden los inversionistas como una opción para tratar de proteger y acrecentar su ahorro financiero, aportando los recursos que, a su vez, permiten, tanto a las empresas como a los gobiernos, financiar proyectos productivos y de desarrollo, que generan empleos y riqueza.

La Bolsa es un mercado organizado que contribuye a que la canalización de financiamiento se realice de manera libre, eficiente, competitiva, equitativa y transparente, atendiendo a ciertas reglas acordadas previamente por todos los participantes en el mercado. Asimismo, un mercado bursátil proporciona servicios financieros al influir en la adquisición de información, en el control corporativo, en el manejo del riesgo y en la movilización de ahorros.

En primer lugar, el buen funcionamiento del mercado de acciones puede estimular la adquisición y difusión de la información. En la medida que los mercados bursátiles se vuelven más grandes y más líquidos, los agentes pueden tener mayores incentivos para gastar recursos en investigar a las empresas, porque es más fácil beneficiarse de esta información al transar en mercados bursátiles grandes y líquidos. Más aún, esta información mejorada referente a las empresas debe hacer prosperar sustancialmente la asignación de recursos con las consecuencias correspondientes para el crecimiento económico. Si el buen funcionamiento del mercado de acciones facilita la ligazón de la remuneración a la administración con el desempeño del precio de las acciones, entonces esto ayuda a alinear los intereses de los administradores con los de los propietarios de las empresas.

Segundo, el buen funcionamiento del mercado de acciones facilita la diversificación del riesgo y además la capacidad para prevenir el riesgo de liquidez. Los mercados de acciones están diseñados en mejor forma para una distribución tradicional y de corte transversal, donde los individuos pueden crear un portafolio personalizado de activos. En mercados bursátiles mejor desarrollados —mercados donde es más fácil transar acciones— es más fácil para los agentes construir portafolios con un mínimo de intermediarios. Los mercados bursátiles también pueden ayudar en caso de riesgo de liquidez. Muchas inversiones rentables requieren una garantía de largo plazo del capital, pero los inversionistas a menudo son renuentes a abandonar el control de sus ahorros por largos períodos. Los mercados de acciones líquidos hacen la inversión de largo plazo más atractiva, porque permiten a los ahorristas vender acciones rápidamente y a bajo costo si necesitan usar sus ahorros. Al mismo tiempo, las compañías disfrutan de acceso permanente a capital mediante la emisión de acciones. Al facilitar inversiones de más largo plazo y más rentables, los mercados de activos líquidos mejoran la asignación de capital y de este modo ayudan al aumento de la productividad.

Tercero, los mercados de acciones bien desarrollados pueden favorecer la movilización de recursos. Movilizar los ahorros de muchos agentes heterogéneos es costoso, porque involucra (a) superar los costos de transacción asociados a recolectar ahorros de diferentes individuos y (b) superar las asimetrías de información asociadas a hacer que los ahorristas se sientan cómodos al abandonar el control sobre sus ahorros.

Bajo las consideraciones anteriores y por la importancia que revisten los sectores económicos en el mercado bursátil y en la economía en su conjunto, a continuación se presenta un estudio descriptivo de cada índice, haciendo mención de las empresas emisoras más importantes dentro de cada sector para el año de 2005 y 2006, de acuerdo con el ranking de las 500 empresas más importantes de México que considera organizaciones que puedan caracterizarse como empresas, es decir, entidades que ofrecen un bien o servicio y que reportan ingresos, ventas, independientemente de su propiedad y negocio. Cabe señalar, que en esta clasificación no se encuentran todas las empresas más importantes de México, pues se carece de información. Entre ellas se puede mencionar a las siguientes: Aerocalifornia, Autofin, Caterpillar de México, Grupo Jumex, IBM de Mèxico, LG Electronics México, Renault de Mèxico, Toyota, entre otras.

1.- INDUSTRIA EXTRACTIVA

Para empezar este análisis es importante señalar que la industria es el conjunto de actividades que tiene como finalidad la transformación y la adaptación de recursos naturales y materias primas semielaboradas en productos acabados de consumo final o intermedio, que son los bienes materiales o mercancías. Este conjunto de actividades económicas que se realiza en empresas industriales forman el sector secundario de la economía, que en la actualidad se conoce como sector industrial. Este sector se divide en dos subsectores, que son la industria extractiva y la industria de la transformación.

La industria extractiva es el conjunto de actividades que se realizan con el objeto de extraer del subsuelo recursos naturales que se utilizan en la economía, sobre todo minerales y petróleo. Al mismo tiempo que se extraen, estos productos se purifican, es decir, se eliminan los productos que vienen asociados y que no sirven. La industria extractiva se divide en minería e industria petrolera. A su vez, la minería se divide en minerales metálicos y minerales no metálicos, entre los minerales metálicos se pueden señalar a los metales preciosos, como el oro y la plata y entre los minerales no metálicos al azufre, fluorita, etc. Dentro de la industria petrolera, se pueden mencionar algunos como productos como el gas licuado, las grasas, las gasolinas y los asfaltos. En el cuadro III.3 se presentan tres de las principales empresas que pertenecen a este sector, de acuerdo con la clasificación de las 500 empresas más importantes de México.

CUADRO III.3

PRINCIPALES INDICADORES DE EMPRESAS DE LA INDUSTRIA EXTRACTIVA

EMPRESA	VENTAS			UTILIDAD NETA		EMPLEOS
	2006 (MDP)	2005 (MDP)	VAR. 05 / 06%	MILLONES DE PESOS	VAR. 05/06%	
GRUPO MÉXICO (20 Y 22)	71.244,20	57.514,90	23,90	16.523,40	137,40	18.931
MINAS PEÑOLES (127 Y 160)	11.980,00	6.842,00	75,10	nd	nd	7.536
COMPAÑÍA MINERA AUTLÁN (348 Y 289)	1.597,50	2.097,80	- 23,80	29,40	- 85,50	1.360

NOTA: LOS NÚMEROS ENTRE PARENTESIS INDICAN EL RANKING ALCANZADO PARA EL AÑO DE 2006 Y 2005.

FUENTE: LAS 500 EMPRESAS MÁS IMPORTANTES DE MÉXICO, GRUPO EDITORIAL EXPANSIÓN, 2007.

Sin duda, en el cuadro III.3 destaca Grupo México que presentó un incremento en sus ventas en 24% entre 2005 y 2006, además de que logró un aumento importante en su utilidad neta de 137% entre estos años, clasificada como la empresa número 20 de las 500 y generando casi 19 mil empleos formales para la economía mexicana.

2.- INDUSTRIA DE LA TRANSFORMACIÓN

La industria de la transformación es el conjunto de actividades económicas que se realizan con el objeto de producir bienes materiales o mercancías que han tenido algún cambio durante el proceso productivo. Esta industria está conformada por todas las ramas de la economía que se dedican a la transformación de recursos naturales y de materias primas. La industria de la transformación o industria manufacturera en México cuenta con más de cincuenta ramas, entre ellas se pueden mencionar a rama de alimentos semiindustrializados, a productos químicos, vidrios y textil, entre otras.

El sector industrial genera diferentes tipos de bienes, de acuerdo con el objetivo para el cual se producen. Estos bienes son de consumo no duradero, intermedios, de consumo duradero y de capital. Los bienes de consumo son los que ya han sufrido una transformación y que satisfacen necesidades finales de los consumidores. También se les llama bienes de demanda final. Los bienes de consumo pueden ser no duraderos y duraderos; los primeros se consumen inmediatamente o a corto plazo, los segundos duran mucho tiempo, no se consumen en una sola vez y se van desgastando poco a poco. Algunos ejemplos de bienes de consumo no duradero son los refrescos, las galletas y los zapatos, etc. En cambio, ejemplo de los bienes de consumo duradero son los televisores, automóviles, etc. Los bienes intermedios también se llaman insumos o materias primas, y son los que ya han sufrido alguna transformación por medio del trabajo humano y que son consumidos en el proceso productivo, es decir, no satisfacen necesidades finales, en el que elaboran bienes de consumo final. Algunos ejemplos son las llantas, los plaguicidas, etc. Los bienes de capital son los que sirven para producir otros bienes, también se denominan bienes de producción e incluyen la maquinaria, herramientas y equipo. Los bienes de capital constituyen la base del proceso del proceso de industrialización de cualquier país. Entre los principales bienes de capital están los generadores eléctricos, los tractocamiones, los equipos de perforación, etc.

De acuerdo con la clasificación de las 500 empresas más importantes en México, tres de las empresas más importantes de este sector se presentan en el cuadro III.4, en donde se distingue que las tres tuvieron incrementos en sus ventas entre 2005 y 2006. Entre estas destaca Grupo Bimbo al generar 85 mil empleos y con un incremento en su utilidad neta de 22% en el periodo de análisis.

CUADRO III.4
PRINCIPALES INDICADORES DE EMPRESAS DE LA INDUSTRIA DE LA TRANSFORMACIÓN

EMPRESA	VENTAS			UTILIDAD NETA		EMPLEOS
	2006 (MDP)	2005 (MDP)	VAR. 05 / 06%	MILLONES DE PESOS	VAR. 05/06%	
GRUPO BIMBO (25 Y 23)	63.632,60	56.358,60	12,90	3.498,70	22,40	85.616
COCA COLA FEMSA (27 Y 25)	57.738,00	51.893,30	11,30	4.883,30	6,80	56.682
GRUPO MODELO (28 Y 27)	56.827,60	49.550,50	14,70	11.312,00	19,00	36.911

NOTA: LOS NÚMEROS ENTRE PARENTESIS INDICAN EL RANKING ALCANZADO PARA EL AÑO DE 2006 Y 2005.

FUENTE: LAS 500 EMPRESAS MÁS IMPORTANTES DE MÉXICO, GRUPO EDITORIAL EXPANSIÓN, 2007.

3.- INDUSTRIA DE LA CONSTRUCCIÓN

El sector de la construcción se define como la combinación de materiales y servicios para la producción de bienes tangibles. Una de las características que distingue la construcción de otras industrias es su planta móvil y su producto el cual es fijo, además la construcción es importante proveedora de bienes de capital fijo, indispensables para el sano crecimiento de la economía.

La industria de la construcción es uno de los sectores más importantes y dinámicos por su estrecha vinculación con:

- La creación de infraestructura básica como puentes, carreteras, puertos, vías férreas, plantas de energía eléctrica, hidroeléctrica y termoeléctrica, así como sus correspondientes líneas de transmisión y distribución, presas, obras de irrigación, construcciones industriales y comerciales, instalaciones telefónicas y telegráficas, perforación de pozos, plantas petroquímicas e instalaciones de refinación y obras de edificación no residencial, entre otras.
- La satisfacción de necesidades humanas, entre las que destacan servicios de suministro de agua potable, instalaciones de saneamiento, drenaje, pavimentación, obras de vivienda, hospitales y escuelas.
- El fuerte impacto multiplicador, que genera en las diversas ramas industriales de la economía de un país.

Los factores anteriores hacen de la industria de la construcción el eje fundamental para el logro de objetivos económicos y sociales, así como para el mejoramiento de las condiciones de vida de la sociedad.

Las empresas de este sector mejor clasificadas en el ranking de las 500 empresas más importantes en México, se muestran en el cuadro III.5.

CUADRO III.5
PRINCIPALES INDICADORES DE EMPRESAS DE LA INDUSTRIA DE LA CONSTRUCCIÓN

EMPRESA	VENTAS			UTILIDAD NETA		EMPLEOS
	2006 (MDP)	2005 (MDP)	VAR. 05 / 06%	MILLONES DE PESOS	VAR. 05/06%	
CEMEX (5 Y 4)	197.093,10	170.475,10	15,60	25.681,60	9,30	54.635
EMPRESAS ICA (82 Y 84)	21.395,70	18.482,10	15,80	645,00	28,00	19.701
CONSORCIO ARA (157 Y 163)	8.465,50	6.773,40	25,00	1.335,40	22,50	8.970

NOTA: LOS NÚMEROS ENTRE PARENTESIS INDICAN EL RANKING ALCANZADO PARA EL AÑO DE 2006 Y 2005.

FUENTE: LAS 500 EMPRESAS MÁS IMPORTANTES DE MÉXICO, GRUPO EDITORIAL EXPANSIÓN, 2007.

A pesar de que Cemex paso de la cuarta a la quinta posición entre 2005 y 2006, sigue siendo una de las empresas más importantes del sector, ya que sus ventas y su utilidad neta presentaron incrementos considerables y el monto de empleos generados es muy importante. Destaca el comportamiento de la Empresa Consorcio Ara que subió seis niveles en el mismo periodo de análisis.

4.- COMERCIO

Otro de los sectores más importantes en el Producto Interno Bruto es el comercio de servicios, ya que aporta más de la mitad del total y da ocupación a más del 50% de la población activa. En la mayoría de las ciudades de la República Mexicana, las actividades desarrolladas en el sector terciario de la economía son, por lo general, dominantes. La multiplicidad de establecimientos pequeños y medianos distribuidos por todo el país caracteriza a la planta comercial y de otros servicios. Las grandes y modernas empresas de este sector se concentran en las principales urbes del país.

Tradicionalmente, el comercio interior mexicano se clasifica por el tipo de oferta en "mayoreo" (comercio mayorista) y "menudeo" (comercio minorista), por su sistema de distribución en tradicional y moderno y por su tamaño en micro, pequeño, mediano y grande:

- El comercio al mayoreo distribuye y desplaza elevadas cantidades de mercancías; de forma regular funciona bien como proveedor de bienes intermedios para la industria o bien como enlace entre productores e importadores con los comerciantes detallistas. El Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática (INEGI) define el comercio al mayoreo como “la reventa (venta sin transformación) de productos nuevos o usados a comerciantes al por menor, a usuarios comerciales e industriales, a instituciones o profesionales y a otros mayoristas”.[3]
- Por su parte, el comercio al menudeo es aquél que en su gran mayoría distribuye los bienes de uso final, siendo la última etapa del proceso de distribución; presenta a su vez una polaridad de forma tradicional y moderna.
- El sector moderno está conformado básicamente por los grandes establecimientos comerciales y algunos medianos, que se abastecen en su gran mayoría directamente de los productores, sistema que les permite una mejor planeación de sus márgenes de comercialización. En este tipo de comercio se encuentran las tiendas por departamentos, los supermercados, los hipermercados y los grandes negocios.
- El comercio tradicional está integrado por establecimientos micros, pequeños y algunos medianos, que, junto con los puestos de los mercados públicos, se caracterizan por el manejo de pequeños volúmenes de mercancías y poca variedad de productos, por mantener bajos niveles de productividad y por ser en su mayoría familiares.

Una empresa líder en este sector es Wal-Mart de México, que de acuerdo al ranking de las 500 empresas más importantes de México, pasó del sexto lugar al cuarto, entre 2005 y 2006, mostrando un considerable incremento en su utilidad neta e impulsando al empleo de manera importante al generar casi 142 empleos en el 2006 (Cuadro III.6).

[3] www.inegi.gob.mx.

CUADRO III.6
PRINCIPALES INDICADORES DE EMPRESAS DEL SECTOR COMERCIO

EMPRESA	VENTAS			UTILIDAD NETA		EMPLEOS
	2006 (MDP)	2005 (MDP)	VAR. 05 / 06%	MILLONES DE PESOS	VAR. 05/06%	
WAL-MART DE MÉXICO (4 Y 6)	198.244,00	164.369,10	20,60	12.424,50	31,20	141.704
ORGANIZACIÓN SORIANA (26 Y 28)	58.360,10	48.392,90	20,60	2.688,20	26,20	60.322
CONTROLADORA COMERCIAL MEXICANA (34 Y 36)	45.628,10	40.308,90	13,20	1.846,30	0,80	38.437

NOTA: LOS NÚMEROS ENTRE PARENTESIS INDICAN EL RANKING ALCANZADO PARA EL AÑO DE 2006 Y 2005.

FUENTE: LAS 500 EMPRESAS MÁS IMPORTANTES DE MÉXICO, GRUPO EDITORIAL EXPANSIÓN, 2007.

5.- COMUNICACIONES Y TRANSPORTES

También, en el sector terciario de la economía se encuentra el sector de las comunicaciones y transportes. Las comunicaciones son servicios públicos y privados que consisten en la conexión a distancia entre diferentes lugares; para ello se utilizan diversas técnicas y medios que implican transmitir palabras habladas o escritas. Los principales servicios que abarcan las comunicaciones son el correo, mensajería, paquetería, telecomunicaciones, radiocomunicaciones, servicios telegráficos y telefónicos, telefax, Internet y otras formas de comunicación como las microondas y los satélites.

En tanto, el transporte es una actividad económica que consiste en el desplazamiento físico en algún medio de transporte de personas y mercancías mediante el pago de una tarifa. El transporte puede ser terrestre, ferroviario, aéreo o marítimo; de carga o de pasajeros; también se puede clasificar en local, estatal, regional, nacional o internacional.

Cabe destacar que en este sector se encuentra la empresa América Móvil, que de acuerdo al cuadro III.1. es la que mayor contribución tiene dentro de la muestra del IPC, con su clave de cotización AMX. Además, como se distingue en el cuadro III.7, dentro de las 500 empresas más importantes en México, pasó al segundo lugar del tercero que tenia en el 2005, con una utilidad de 37% y un incremento en sus ventas en 29% en los dos años de análisis.

Asimismo, en este sector se clasifica a la empresa Teléfonos de México, que proporciona trabajo a casi 77 mil personas, considerada como la sexta mejor empresa de acuerdo al ranking de las 500 empresa más importantes en México.

CUADRO III.7
PRINCIPALES INDICADORES DE EMPRESAS DEL SECTOR COMUNICACIONES Y TRANSPORTES

EMPRESA	VENTAS			UTILIDAD NETA		EMPLEOS
	2006 (MDP)	2005 (MDP)	VAR. 05 / 06%	MILLONES DE PESOS	VAR. 05/06%	
AMERICA MOVIL (2 Y 3)	234.221,60	182.147,50	28,60	43.410,60	37,20	41.418
TELEFONOS DE MÉXICO (6 Y 5)	175.006,10	166.746,00	5,00	28.534,00	-1,10	76.861
GRUPO TELEVISA (43 Y 46)	37.931,80	32.481,00	16,80	8.586,20	40,20	16.205

NOTA: LOS NÚMEROS ENTRE PARENTESIS INDICAN EL RANKING ALCANZADO PARA EL AÑO DE 2006 Y 2005.

FUENTE: LAS 500 EMPRESAS MÁS IMPORTANTES DE MÉXICO, GRUPO EDITORIAL EXPANSIÓN, 2007.

6.- SERVICIOS

La BMV clasifica dentro del sector servicios principalmente a las empresas que proporcionan servicios financieros y seguros. Estos servicios son los que lleva a cabo algunas empresas que pertenecen al sistema financiero del país. Consisten en la intermediación profesional entre el público ahorrador e inversionista y quienes necesitan estos recursos. Por lo general, los servicios financieros se refieren al manejo del mercado de dinero (oferta y demanda de dinero) y del mercado de capitales (oferta y demanda de capitales). Cabe señalar que los servicios financieros y de seguros están integrados por el sistema bancario y por los intermediarios financieros no bancarios.

El cuadro III.8 presenta algunos indicadores para este sector, de acuerdo a la información proporcionada para las 500 mejores empresas en México. La característica principal de las tres empresas es que todas bajaron en el ranking entre 2005 y 2006. Las cifras del cuadro muestran que dos de las empresas mostraron bajas considerables en sus ventas y por lo tanto, en sus ganancias.

CUADRO III.8
PRINCIPALES INDICADORES DE EMPRESAS DEL SECTOR SERVICIOS

EMPRESA	VENTAS			UTILIDAD NETA		EMPLEOS
	2006 (MDP)	2005 (MDP)	VAR. 05 / 06%	MILLONES DE PESOS	VAR. 05/06%	
GRUPO FINANCIERO BANORTE (35 Y 33)	44.784,00	43.034,10	4,10	5.959,00	4,10	15.603
GRUPO NACIONAL PROVINCIAL (70 Y 58)	24.840,90	25.505,50	- 2,60	- 108,50	na	3.538
GRUPO FINANCIERO INBURSA (99 Y 83)	15.445,80	18.587,90	- 16,90	2.457,40	- 15,60	5.500

NOTA: LOS NÚMEROS ENTRE PARENTESIS INDICAN EL RANKING ALCANZADO PARA EL AÑO DE 2006 Y 2005.

FUENTE: LAS 500 EMPRESAS MÁS IMPORTANTES DE MÉXICO, GRUPO EDITORIAL EXPANSIÓN, 2007.

7.- VARIOS

Finalmente, la BMV clasifica algunas empresas emisoras en un sector denominado varios. La actividad económica de estas empresas es diversa. Por ejemplo, Alfa es una controladora de empresas industriales en áreas diversificadas, como petroquímicos, plásticos, fibras, alimentos refrigerados y autopartes de aluminio. Gcarso es una controladora dedicadas a diversas áreas de la actividad económica y la Corporación Interamericana de Entretenimiento es una controladora de empresas dedicadas a la industria del entretenimiento, operación de inmuebles, promoción de espectáculos, operación y administración de ferias, exposiciones y boletos de espectáculos.

De acuerdo con el ranking de las 500 mejores empresas en México, en el cuadro III.9 se muestran algunos indicadores para las empresas antes mencionadas.

La más importante de este sector es el Grupo Carso que ocupa un lugar 15 en el ranking, y con un monto importante de empleos generados, un poco más de 80 mil. Además de que entre el año de 2005 y 2006 sus ventas se incrementaron en 18%.

CUADRO III.9
PRINCIPALES INDICADORES DE EMPRESAS DEL SECTOR VARIOS

EMPRESA	VENTAS			UTILIDAD NETA		EMPLEOS
	2006 (MDP)	2005 (MDP)	VAR. 05 / 06%	MILLONES DE PESOS	VAR. 05/06%	
GRUPO CARSO (15 Y 15)	92.314,60	78.089,90	18,20	7.738,40	- 10,10	80.371
GRUPO ALFA (19 Y 18)	76.616,40	69.334,80	10,50	5.184,10	- 33,50	41.691
CORP. INTERAMERICANA DE ENTRETENIMIENTO (142 Y 139)	10.270,20	8.658,60	18,60	- 84,40	na	12.517

NOTA: LOS NÚMEROS ENTRE PARENTESIS INDICAN EL RANKING ALCANZADO PARA EL AÑO DE 2006 Y 2005.
FUENTE: LAS 500 EMPRESAS MÁS IMPORTANTES DE MÉXICO, GRUPO EDITORIAL EXPANSIÓN, 2007.

III.1.3 VARIABLES MACROECONÓMICAS

En el capítulo anterior se apuntó que en la estimación de modelos multifactoriales se parte del supuesto que existen múltiples factores o fuentes de riesgo sistemático que no pueden internalizarse de forma exclusiva mediante la cartera de mercado. Estos factores de riesgo global, cualesquiera que sean, afectarán en mayor o menor grado a todos los activos que existen en la economía ya que, por su propia definición, representan factores de riesgo sistemático o no diversificable.

Por ejemplo, si se produce una fuerte e inesperada caída en las tasas de interés las empresas pertenecientes al sector de la construcción se verán favorablemente afectadas, ya que resultará más barato financiar la compra de viviendas nuevas. Entonces, el riesgo tipo de interés puede considerarse con toda probabilidad como uno de los factores agregados de riesgo que deberían formar parte del rendimiento del mercado y es, por tanto, un riesgo no diversificable que no se puede eliminar invirtiendo en una cartera bien diversificada.

Sin embargo, en la práctica es imposible conocer exactamente cuales son estas diversas fuentes de riesgo sistemático que impactan de manera diferente a los activos financieros de una economía. Diversos trabajos empíricos establecen que en el modelo multifactorial los factores de riesgo sistemático que se incorporan en el modelo se pueden seleccionar de manera teórica o estadística.

En primer lugar, dentro de la posición teórica se han desarrollado dos estrategias de selección. En la primera, en el trabajo clásico de Chen, Roll y Ross (1986), se seleccionan *a-priori* las variables macroeconómicas que según los autores son capaces de capturar los riesgos sistemáticos de la economía. En la segunda, diversos trabajos proponen usar la especificación de ciertas características de las empresas, distintas al riesgo beta, a partir de las cuales se puedan explicar las diferencias en la sensibilidad de sus activos hacia el riesgo sistemático, como el modelo de tres factores propuesto por Fama y French (1993).

En segundo término, la metodología estadística usada en la selección de factores se caracteriza por qué no es necesario identificar previamente los factores del modelo y se basa en la construcción de carteras, a partir del conjunto de las rentabilidades de los activos muestrales, que representan a los factores de riesgo sistemático, cualesquiera que éstos sean. Entre las técnicas utilizadas en este tipo de selección de factores podemos destacar el análisis factorial o los componentes principales y componentes principales asintóticos. (López, 2006.b).

Cabe señalar, que el presente trabajo de tesis se enmarca en un modelo multifactorial en donde la selección de las variables macroeconómicas también se realiza *a priori,* las cuales representan a los diferentes riesgos sistemáticos para explicar los rendimientos esperados de los activos financieros bajo el supuesto principal de ausencia de arbitraje. Dichas variables macroeconómicas ya han sido previamente identificadas por la literatura teórica como las más importantes y también han sido usadas y evaluadas en diferentes investigaciones empíricas (Cuadro III.10).

En el cuadro III.10 se observa que dentro de las variables macroeconómicas se seleccionaron aquellas que miden el nivel de actividad real de la economía y aquellas que evalúan aspectos financieros y monetarios, además de incorporar al indicador del mercado (IPC) como una variable explicativa más, con el objetivo de contar con un parámetro de comparación entre la estimación del CAPM y APT.

CUADRO III.10 VARIABLES MACROECONOMICAS COMO RIESGO SISTEMÁTICO
NOMBRE
TIPO DE CAMBIO
INFLACIÓN
INDICE DE VOLÚMEN DE LA PRODUCCIÓN INDUSTRIAL (IVPI)
OFERTA MONETARIA (M4)
RESERVAS INTERNACIONALES
COSTO PORCENCTUAL PROMEDIO (CPP)
ÍNDICE DEL MERCADO (IPC)
FUENTE: ELABORADO CON DATOS DE LA BOLSA MEXICANA DE VAORES Y BANCO DE MÉXICO.

Sin duda, elegir el tipo de cambio como una variable explicativa es muy importante debido al papel que juega en las relaciones económicas con el resto del mundo. El tipo de cambio es la cantidad de moneda extranjera que se puede obtener por unidad de moneda local. Asimismo, se pueden distinguir dos modalidades de tipo de cambio: el real y el nominal. El tipo de cambio real se define como la relación a la que una persona puede intercambiar los bienes y servicios de un país por los de otro. El nominal, por otra parte, es la relación a la que una persona puede intercambiar la moneda de país por la de otro. Este último es el que se usa más frecuentemente y la distinción entre ambos se hace necesaria para poder apreciar el verdadero poder adquisitivo de una moneda en el extranjero.

Además, un sistema cambiario se define como un conjunto de reglas que describen el comportamiento del Banco Central en el mercado de divisas. Así, en un sistema de tipo de cambio fijo el tipo de cambio se determina rígidamente por el Banco Central, mientras que en un sistema de tipo de cambio flexible o flotante el tipo de cambio se determina por el juego de la oferta y la demanda.

Dentro de las teorías para la determinación del tipo de cambio se pueden mencionar a la teoría de la paridad del poder adquisitivo, el enfoque monetario, la teoría de la balanza de pagos y la teoría de la devaluación.

También se seleccionó a la inflación como variable exógena debido a su gran influencia en los mercados financieros nacionales e internacionales. La definición clásica de inflación es el crecimiento continuo y generalizado de los precios de los bienes y servicios y factores productivos de una economía a lo largo del tiempo. En la práctica, la evolución de la inflación se mide por la variación del Índice Nacional de Precios al Consumidor (INPC). Para comprender el fenómeno de la inflación se debe distinguir entre aumentos generalizados de precios, que se producen de una vez y para siempre, de aquellos aumentos de precios que son persistentes en el tiempo. Dentro de estos últimos se puede hacer una distinción respecto al grado de aumento. Hay países donde la inflación se encuentra controlada por debajo del 10% anual, otros con inflaciones medias que no superan el 20% anual y países en los que el crecimiento inflacionario ha superado el 100% anual. Cuando la inflación alcanza el 50% mensual se la denomina hiperinflación.[4]

La inflación, como fenómeno económico tiene causas y efectos. La identificación de sus causas no es una cuestión sencilla debido a que el aumento generalizado de los precios suele convertirse en un complejo mecanismo circular, del cuál no resulta sencillo determinar los factores que impulsan al incremento de los precios. Esta dificultad para determinar las causas de la inflación, ha sido el motor que impulsó a diversos teóricos a ensayar diferentes explicaciones sobre los procesos inflacionarios. Las teorías de la inflación suelen agruparse en tres categorías. Por una parte, están las que consideran como explicación de la inflación un exceso de demanda agregada, o sea inflación de demanda. Por otra parte, se encuentran aquellos que apuntan a la oferta agregada como causa principal del proceso inflacionario, esto es lo que se denomina inflación de costos. Por último, existe un grupo de teóricos que entienden a la inflación como el resultado de rigideces sociales, esto es lo que se denomina inflación estructural.

Los efectos de la inflación dependen en cierta medida según ésta pueda ser prevista o sorpresiva. Cualquiera que sea la forma que tome la inflación, acarrea costos y mientras mayor sea la tasa de variación de los precios mayores serán los costos. Existen costos por mantener dinero en efectivo, por lo que los agentes económicos dedican más tiempo a analizar qué harán con sus saldos monetarios. El proceso inflacionario implica, para los comerciantes, costos reales para actualizar los precios. El incremento continuo del nivel general de precios tiene efectos redistributivos a favor de los deudores, en la puja distributiva los asalariados y todos aquellos que dependan de ingresos nominales fijos verán disminuir sus ingresos reales.

Se eligió también al Índice de Volumen de la Producción Industrial (IVPI) como otra variable exógena, la cual se considera como una variable *proxy* del Producto Interno Bruto. El Indicador Mensual de la Actividad Industrial se expresa mediante un índice de cantidades de tipo Laspeyres, que tiene su base en el año de 1993, el cual refleja el volumen real de la producción obtenida en el mes. El marco conceptual y metodológico utilizado es semejante al empleado en el Sistema de Cuentas de Bienes y Servicios del Sistema de Cuentas Nacionales de México (SCNM). Se calculan índices de volumen físico para 209 subgrupos de un total de 254 que integran las 57 ramas de actividad económica incluidas en este indicador, agrupándolas primero en las 9 divisiones industriales y después, en 4 grandes divisiones: Minería, Industria Manufacturera, Construcción, y Electricidad, Gas y Agua.

[4] Otro término muy utilizado en el argot económico es la estanflación, la cual indica el momento o coyuntura económica en que, dentro de una situación altamente inflacionaria, se produce un estancamiento de la economía y el ritmo de la inflación no cede.

Otra de las variables exógenas es la oferta monetaria, la cual se define como el conjunto de medios monetarios que circulan en una economía. Es de señalar que el Banco Central y los técnicos encargados de construir la estadística monetaria han optado por producir distintos agregados monetarios, en donde parte de la definición restringida del dinero, integrada por medios totalmente líquidos e incluyen sucesivamente instrumentos de ahorro cada vez menos líquidos, emitidos tanto por el sector bancario como no bancario. De acuerdo con el Banco de México, la definición actual del agregado monetario estrecho (M1) considera a los billetes y monedas en poder del público, así como a las cuentas de cheques en monedas nacional y extranjera. Otras definiciones más amplias de los agregados monetarios incorporan al resto de los instrumentos que componen el ahorro financiero, para lo cual se hace una clasificación de los instrumentos de deuda tanto por sus emisores (bancarios y no bancarios) como por su grado de liquidez (corto y largo plazo). Así, el agregado monetario M2 incluye a M1 y a los instrumentos bancarios a plazo de hasta un año. Por su parte, el agregado monetario M3 incluye, en adición a M2, a los instrumentos no bancarios de plazo menor a un año (principalmente valores gubernamentales). Por último, el agregado monetario más amplio (M4) incluye M3, los fondos del SAR, y todos los instrumentos de plazo mayor a un año.[5]

A través de los multiplicadores bancarios se explica el mecanismo de expansión monetaria mediante la participación del sistema bancario en la creación de medios de pagos. Además la autoridad monetaria, a través del Banco Central, tiene la facultad exclusiva de crear reservas y el sistema bancario, a través de la creación o destrucción de depósitos, contribuye en forma importante a la expansión o contracción de la oferta monetaria.

Se debe resaltar que por medio de la política monetaria, que es el conjunto de acciones implementadas por el Banco Central, se influye sobre la composición de la cartera de activos de los agentes económicos. Esto significa que las acciones de política monetaria afectan el equilibrio previo de las carteras, con lo que se desatan los procesos de ajuste originado en el esfuerzo de los agentes por reestablecer el equilibrio en ellas. Para lograr sus objetivos la política monetaria cuenta con un conjunto de variables instrumentales, variables de apoyo y variables intermedias. Dentro de las variables intermedias destacan la manipulación por parte de las autoridades monetarias de la oferta monetaria, la tasa de interés, las reservas bancarias, la composición del crédito y el tipo de cambio.

El monto de las reservas internacionales se considera también como variable exógena por su característica principal de ser depósito de moneda extranjera controlado por el banco central y otras autoridades monetarias. Estos activos se componen de diversas monedas de reserva, especialmente de euro y dólar, y en menor medida de otras divisas como el yen. Estos activos se usan para dar apoyo a los pasivos, por ejemplo la moneda local emitida, las reservas depositadas por

[5] Para las definiciones de los agregados monetarios se recomienda acceder a la página del Banco de México: www.banxico.gob.mx.

los bancos privados, por el gobierno o por las instituciones financieras. Adicionalmente existen otros tipos de activos, especialmente los formados por las reservas de oro.

En un sistema de tipo de cambio flexible, las reservas internacionales permiten a un banco central comprar moneda emitida, intercambiando sus activos para reducir su pasivo. El propósito de las reservas internacionales es permitir a los bancos centrales reducir la volatilidad de la moneda emitida y de proteger al sistema monetario de ataques especulativos. La posesión de grandes reservas es generalmente visto como un indicador de la fortaleza de la moneda local, pues reflejan el apoyo que hay detrás de la moneda. En cambio unas reservas que disminuyen o son pequeñas pueden ser indicativas de un inminente pánico bancario o de default.

Se pueden identificar algunos costos y beneficios de mantener altos niveles de reservas internacionales. Por un lado, si un país desea tener un tipo de cambio influenciado por el gobierno, entonces la acumulación de grandes montos de reservas le da al país una mayor habilidad para manipular el mercado monetario. Por otro lado, la posesión de grandes niveles de divisas causan costos de oportunidad, debido a la diferencia entre los rendimientos de los activos en forma de deuda de los países emisores de la moneda de reserva y los rendimientos de la deuda del gobierno en el país del Banco Central. Además, muchos gobiernos han sufrido grandes pérdidas por la gestión de la cartera de reservas internacionales debido a la aparición de una crisis monetaria y el consecuente reducción de las divisas.

Por último, la tasa de interés es una variable de gran influencia en los mercados financieros, por lo que también fue seleccionada como riesgo sistemático, debido a que representa el rendimiento porcentual que se paga durante algún periodo contra un préstamo seguro, al que rinde cualquier forma de capital monetario en un mercado competitivo exento de riesgos, o en el que todos los riesgos están ya asegurados mediante primas adecuadas.

Existen diferentes tipos de interés. La tasa de interés real consiste en el nivel porcentual que alcanza la tasa de interés durante cierto plazo, descontando la tasa de inflación ocurrida durante el mismo lapso. La tasa de interés nominal consiste en el nivel porcentual que alcanza la tasa de interés sin descontar la tasa inflacionaria. La tasa de interés bruta es la tasa de interés que pagan los usuarios de crédito o se paga a los ahorradores, antes del pago de los impuestos correspondientes. La tasa de interés neta es la tasa de interés bruta después de descontados los impuestos. Asimismo, la tasa pasiva es el interés pagado por un monto adeudado mediante un crédito y la tasa activa es el interés ganado por un monto de dinero en específico mediante una inversión o ahorro. Para los bancos, la tasa pasiva son los intereses que pagan por concepto de ahorro y la activa la tasa que cobra por concepto de crédito.

La estructura de la tasa de interés es el abanico de tasas de interés que, a partir de la tasa pura, natural o libre de riesgo, se fija en función del plazo, riesgo, contribución fiscal y otras características de índole financiera, derivadas de cada opción de inversión o tipo de crédito.

Dentro de la ciencia económica se encuentran diversas corrientes teóricas que intentan explicar como se fija el nivel de la tasa de interés natural, dentro de estas destacan la teoría clásica o real no-monetaria, la teoría keynesiana, la teoría de los fondos prestables, el modelo IS-LM y la teoría de las expectativas racionales.

Cabe apuntar, que se toma al Costo Porcentual Promedio (CPP) como una variable *Proxy* de la tasa de interés, debido a que esta promedia el costo del dinero en el sistema financiero mexicano. Esta tasa es calculada por el Banco de México y determina cada mes cual es el costo promedio ponderado en que incurrieron las instituciones de banca múltiple que operan en el país, por la captación de recursos en moneda nacional, provenientes del público en general, en sus diversos instrumentos.

El Banco de México ha estimando el CPP desde agosto de 1975. Hasta el mes de agosto de 1977, se reporta el costo promedio de captación de sociedades financieras. De septiembre de 1977 a noviembre del mismo año se consigna el costo promedio de sociedades financieras e hipotecarias. A partir de diciembre de 1979, el dato se refiere al costo promedio del conjunto de los bancos múltiples. Durante la mayor parte del período comprendido entre agosto de1975 a octubre de 1988 dicho concepto incluyó la tasa y, en su caso, la sobretasa de interés de los pasivos en moneda nacional de instituciones de crédito privadas y mixtas, correspondientes a los depósitos a plazo y otros depósitos (con excepción de las cuentas de ahorro). A partir de noviembre de 1988, el CPP se refiere al costo porcentual promedio de la captación por concepto de tasa y, en su caso, sobretasa de los pasivos en moneda nacional a cargo de la banca múltiple mediante depósitos bancarios a plazo, pagarés con rendimiento liquidable al vencimiento y depósitos en cuenta corriente, aceptaciones bancarias y papel comercial con aval bancario. Para reflejar la existencia de nuevos instrumentos en el mercado financiero mexicano, en febrero de 1996 el Banco de México inició el cálculo y publicación del costo de captación a plazo de pasivos en moneda nacional (CCP).

En esta investigación la tasa de interés libre de riesgo está representada por la tasa de los Certificados de la Tesorería de la Federación (CETES). Estos son títulos de crédito al portador emitidos y liquidables por el Gobierno Federal a su vencimiento. Se emiten a plazos de 28, 91, 182, 360 y 782 días. Se colocan a descuento. El rendimiento que ofrecen se determina por el mercado y son amortizables en una sola exhibición. La tasa de rendimiento es la diferencia entre el precio de compra y el valor nominal. Los recursos captados a través de los CETES se destinan al financiamiento del gasto público y para el control del circulante. Los posibles adquirientes son personas físicas y morales, nacionales o extranjeras. Entonces, por su característica de deuda soberana es que se establece como la tasa libre de riesgo para el cálculo de la prima de riesgo.

III.2 ESTIMACIÓN DE LOS MODELOS DE VALORACIÓN DE ACTIVOS FINANCIEROS

En este apartado se realiza la estimación de los dos modelos teóricos más importantes para la valoración de activos financieros. En primer lugar, se estima el modelo de valoración de activos de capital, y en segundo lugar, se realiza la estimación del modelo APT.

III.2.1 ESTIMACIÓN DEL CAPM

Esta sección tiene como objetivo fundamental realizar el estudio cuantitativo del modelo CAPM, mediante la determinación del rendimiento y riesgo de una cartera eficiente de activos financieros formados por los índices sectoriales de la BMV, en donde se toma como el indicador del mercado al IPC y como la tasa libre de riesgo a los CETES a 28 días, para que en la parte final de esta sección se estime el CAPM.

La muestra está formada por los rendimientos mensuales del Índice de Precios y Cotizaciones y de los índices sectoriales desde enero de 1995 a diciembre del 2007, disponiendo de esta manera de series largas y continuas (CUADRO III.11).[6] En el cuadro III.12 se presentan los principales estadísticos descriptivos por sectores.

CUADRO III.12
PRINCIPALES ESTADÍSTICOS DESCRIPTIVOS DEL IPC Y DE LOS INDICES SECTORIALES
ENERO DE 1995-DICIEMBRE DE 2007

	IPC	EXTR.	TRANS.	CONS.	COMERCIO	COM. Y TRANS.	SERVICIOS	VARIOS
MEDIA	1.9	2.5	1.3	1.5	1.8	2.4	2.1	1.4
MEDIANA	2.9	1.8	1.8	1.6	1.3	2.7	2.1	2.0
MAXIMO	19.3	48.6	14.2	29.5	33.3	28.9	36.4	19.6
MINIMO	-29.5	-21.2	-18.5	-34.6	-23.3	-27.2	-42.2	-36.0
DESV. EST.	7.7	11.7	5.6	9.0	8.3	8.6	9.9	8.4
SESGO	-0.7	0.8	-0.5	-0.5	0.1	0.1	-0.6	-0.8
KURTOSIS	4.8	5.1	3.8	5.3	4.5	4.1	6.5	5.3

FUENTE: ELABORADO CON DATOS DE LA BOLSA MEXICANA DE VALORES.

La parte sombreada del cuadro anterior muestra los dos estadísticos clave en el presente estudio: el rendimiento promedio de los activos, medidos por la media aritmética, y el riesgo, medido por la desviación estándar de los rendimientos, mismos que se utilizan para elaborar el diagrama de dispersión de la gráfica III.1.

[6] El rendimiento mensual de cada uno de los índices se obtuvo de la siguiente manera:

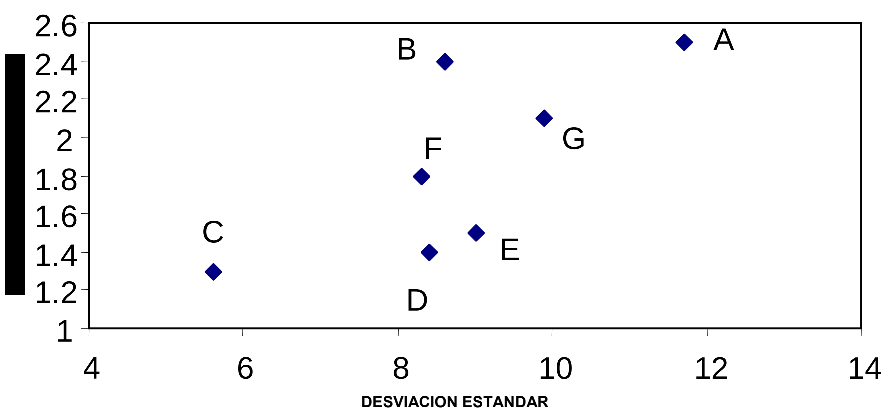
$$RD = [((P_t / P_{t-1}) – 1) * 100]$$

Donde: RD es el rendimiento mensual; P_t es el precio de cierre del índice para el mes actual y P_{t-1} es el precio de cierre del mes anterior.

En la Gráfica III.1 el activo A representa al índice de la industria extractiva, el B al sector de comunicaciones y transportes, el C a la industria de la transformación, el D a varios, el E a la industria de la construcción, el activo F al sector comercio y el G al sector servicios.

Asimismo, la gráfica permite visualizar el principio de dominancia que establece que entre todas las inversiones con un igual nivel de rendimiento esperado, la más deseable es la de menor riesgo; y entre todas las inversiones con un mismo nivel de riesgo, la más deseable es aquella con la más alta tasa de rendimiento esperada.

Gráfica III.1
Relación riesgo-rendimiento de los índices sectoriales



FUENTE: CUADRO III..12

Así, cuando se está analizando el rendimiento y el riesgo de varios activos financieros, como acciones, bonos, opciones, etc., y para decidir cuáles valores deben estar en la cartera, los inversionistas, como agentes racionales, pueden usar el principio de dominancia, seleccionando aquellos activos que dominan y descartando aquellos que son dominadas.

Según la gráfica y dado que los inversionistas prefieren un mayor rendimiento esperado y desean evitar riesgo, entonces, es racional que cualquier inversionista prefiere el activo B al activo G, ya que el B ofrece más rendimiento con un menor nivel de riesgo. Igualmente, si se compara el activo B con el activo E, es también claro que cualquier inversor preferirá el B, ya que también ofrece un mayor nivel de rendimiento con menos riesgo. Asimismo, cualquier inversionista preferirá el activo F en comparación con el E, debido a que F ofrece tanto más rendimiento esperado como menor riesgo. También queda claro que cualquier inversionista preferirá F contra D, ya que ofrece mejores resultados en términos de riesgo y rendimiento.

De acuerdo con las anteriores relaciones, que ayudan a entender el principio de dominancia, Kolb (1993) menciona:

> *"Un título domina a otro si al menos se encuentra una de las siguientes tres condiciones: 1) Si un determinado título ofrece más alto rendimiento esperado y el mismo nivel de riesgo que un segundo título, entonces el primer título domina al segundo; 2) Si un determinado título tiene el mismo rendimiento esperado pero un más bajo riesgo que un segundo título, entonces el primer título domina al segundo, y 3) Si un determinado título tiene tanto un rendimiento esperado más alto como un riesgo más bajo que un segundo título, entonces el primer título domina al segundo".*

Se observa en la Gráfica III.1 que B domina a G, a E y a D por la tercera condición y F domina a E y a D.

Por otra parte, en la construcción de la cartera formada por los índices sectoriales se seleccionan únicamente dos de los índices con más emisoras, el índice del sector de la industria de la transformación que aglutina a 36 emisoras y el índice del sector servicios formado por 30 empresas, ambos sectores representan un poco más del 50% del total de emisoras que cotizan en la BMV, por lo que se considera que es una cartera representativa de la población bursátil en México.

El cuadro III.13 muestra los principales estadísticos de ambos sectores.

CUADRO III.13
ESTADÍSTICOS DE LOS ÍNDICES QUE FORMAN LA CARTERA
ENERO DE 1995-DICIEMBRE DE 2007

CONCEPTO	INDUSTRIA DE LA TRANSFORMACIÓN	SERVICIOS
RENDIMIENTO PROMEDIO	1.28	2.07
DESVIACIÓN ESTÁNDAR	5.60	9.90
COVARIANZA	36.73	
CORRELACIÓN	0.66	

FUENTE: ELABORADO CON DATOS DE LA BOLSA MEXICANA DE VALORES.

La matriz de covarianzas entre sectores se muestra en el cuadro III.14 Como ya se ha explicado, esta es una medida de cómo los rendimientos de los activos tienden a variar conjuntamente y en su estimación se utiliza la ecuación [2.17].

CUADRO III.14
MATRIZ DE COVARIANZAS DE LOS RENDIMIENTOS DE LOS ÍNDICES SECTORIALES
ENERO DE 1995-DICIEMBRE DE 2007

	EXTR.	TRANS.	CONS.	COMERCIO	COM. Y TRANS.	SERVICIOS	VARIOS
EXTRACCION	135.42	29.26	39.07	31.87	32.54	39.69	47.04
TRANS.	29.26	31.51	38.04	34.83	33.03	36.73	38.99
CONS.	39.07	38.04	80.07	48.87	47.64	64.58	56.96
COMERCIO	31.87	34.83	48.87	69.24	49.49	56.88	52.66
COM. Y TRANS.	32.54	33.03	47.64	49.49	73.13	54.87	49.38
SERVICIOS	39.69	36.73	64.58	56.88	54.87	96.88	61.6
VARIOS	47.04	38.99	56.96	52.66	49.38	61.6	70.93

FUENTE: ELABORADO CON DATOS DE LA BOLSA MEXICANA DE VALORES.

En tanto, la matriz de correlaciones entre los siete sectores se presenta en el cuadro III.15, el coeficiente se obtiene mediante la división de la covarianza entre el producto de las desviaciones estándar de los rendimientos de los activos.

CUADRO III.15
MATRIZ DE CORRELACIONES DE LOS RENDIMIENTOS
ENERO DE 1995-DICIEMBRE DE 2007

	EXTRACCION	TRANS.	CONS.	COMERCIO	COM. Y TRANS.	SERVICIOS	VARIOS
EXTRACCION	1.00	0.45	0.38	0.33	0.33	0.35	0.48
TRANS.	0.45	1.00	0.76	0.75	0.69	0.66	0.82
CONS.	0.38	0.76	1.00	0.66	0.62	0.73	0.76
COMERCIO	0.33	0.75	0.66	1.00	0.70	0.69	0.75
COM. Y TRANS.	0.33	0.69	0.62	0.70	1.00	0.65	0.69
SERVICIOS	0.35	0.66	0.73	0.69	0.65	1.00	0.74
VARIOS	0.48	0.82	0.76	0.75	0.69	0.74	1.00

FUENTE: ELABORADO CON DATOS DE LA BOLSA MEXICANA DE VALORES.

La correlación es la medida de cómo dos activos con riesgo oscilan uno con relación a otro y puede variar entre -1 y +1.

Una correlación de -1 significa que los activos se comportan de una manera exactamente opuesta: Cuando uno sube, el otro baja en la misma proporción.

Una correlación de +1 significa que dos activos tienen el mismo comportamiento: cuando uno sube, el otro sube en la misma proporción.

Una correlación próxima a cero, significa que los comportamientos del activo no guardan relación entre sí.

De esta manera, apoyados con las cifras de los tres cuadros anteriores se proponen seis carteras diferentes con porcentajes diferentes de inversión y mediante la manipulación matemática apropiada se obtienen distintos niveles de riesgo y rendimiento en el sentido de Markowitz (Cuadro III.16).

CUADRO III.16
RIESGO Y RENDIMIENTO DE LA CARTERA
ENERO DE 1995-DICIEMBRE DE 2007

PORCENTAJE DE INVERSION		RENDIMIENTO	RIESGO
TRANS. (1)	SERVICIOS (2)	(3)	(4)
0	1	2.07	9.90
0.20	0.80	1.91	8.70
0.40	0.60	1.75	7.61
0.60	0.40	1.60	6.67
0.80	0.20	1.44	5.97
1	0	1.28	5.60

FUENTE: ELABORADO CON DATOS DE LA BOLSA MEXICANA DE VALORES.

Las columnas (1) y (2) del cuadro III.16 representan porcentajes de inversión en cada uno de los sectores y se generan haciendo uso de las ecuaciones del capítulo segundo [2.5]-[2.10]. En la primera cartera se está invirtiendo el 100% en el sector servicios y cero en el sector transformación, la segunda considera una inversión del 20% en el sector de la transformación y el 80% restante en el sector servicios y así sucesivamente.

La columna (3), que representa el rendimiento promedio de cada una de las carteras, se estima mediante la ecuación [2.14]. Como puede verse en el cuadro III.16 si se invirtiera todo el dinero disponible en el sector servicios, se obtendría un rendimiento esperado del 2.07%, mayor que el obtenido cuando se combina, en diferentes proporciones, en una cartera con el activo del sector de la transformación. Con este resultado se puede inferir que siempre el rendimiento esperado de una cartera, de dos o más activos, es menor que el rendimiento esperado del activo (o de los activos que se consideran).

La cuarta columna, que representa el riesgo o la volatilidad, se obtiene a través de la ecuación [2.22], del mismo capítulo dos. Al principio pudiera pensarse que el riesgo de la cartera es simplemente el promedio ponderado de la varianza de los títulos individuales contemplados en la cartera, lo cual no es verdad pues estaría ignorando la interrelación entre cada par de títulos en cuanto a sus rendimientos, ya que dos títulos, cuyos rendimientos esperados se mueven en sentido contrario uno a otro, al combinarse en una cartera ocasionan o contribuyen a que la varianza de la cartera sea menor que la varianza de cualquiera de los dos títulos considerados individualmente.

Con la información estimada del cuadro III.16 se puede elegir una cartera formada por la combinación de 60% del monto de la inversión en el sector de la transformación y el 40% restante en el sector servicios, generando un rendimiento de esta cartera de 1.6% con una volatilidad de 6.67 en promedio.

En sus investigaciones Markowitz enfatizó en combinaciones selectivas de activos, la cual son menos que perfectamente correlacionadas positivamente, La covarianza es positiva si tanto el rendimiento esperado del título *i* como del título *j* es superior a la media, o viceversa, por lo que dos títulos valores con una covarianza positiva tienden a moverse (en promedio) en el mismo sentido. Por el otro lado, una covarianza negativa indica que los dos títulos valores tienden a moverse en sentido contrario uno al otro y por lo tanto, el riesgo se desvanece.

El cuadro III.17 refleja la estimación de rendimiento y riesgo para distintos niveles de inversión, considerando tres valores hipotéticos del coeficiente de correlación y su valor verdadero.

CUADRO III.17
RENDIMIENTO Y RIESGO PARA DISTINTOS VALORES DEL COEFICIENTE DE CORRELACIÓN
ENERO DE 1995-DICIEMBRE DE 2007

TRANS.	SERVICIOS	RENDIMIENTO	RIESGO 1 $\rho_{12} = +1$	RIESGO 2 $\rho_{12} = -1$	RIESGO 3 $\rho_{12} = 0$	RIESGO 4 $\rho_{12} = 0.66$
0	1	2,07	9,90	9,90	9,90	9,90
0,2	0,8	1,91	9,87	6,80	8,00	8,70
0,4	0,6	1,75	9,51	3,70	6,35	7,61
0,6	0,4	1,60	8,78	0,60	5,19	6,67
0,8	0,2	1,44	7,58	2,50	4,90	5,97
1	0	1,28	5,60	5,60	5,60	5,60

FUENTE: ELABORADO CON DATOS DE LA BOLSA MEXICANA DE VALORES

La parte sombreada del cuadro III.17 muestra la aportación primordial de los estudios de Markowitz al demostrar que las carteras formadas por activos totalmente independientes reducen considerablemente el riesgo, en este caso, con la misma ponderación de 60% y 40% para los dos sectores y con un coeficiente de correlación igual a -1, se obtiene un rendimiento promedio de 1.60 logrando disminuir el riesgo hasta un valor de 0.60, muy por debajo del riesgo individual de 9.90 y de 5.60 observado en ambos sectores.

Hasta aquí se ha demostrado como una diversificación adecuada reduce de manera importante el riesgo de una cartera. Sin embargo, para conocer la contribución de cada activo al riesgo de la cartera bien diversificada, es necesario medir el riesgo de mercado, lo que equivale a medir la sensibilidad respecto a los movimientos del mercado. En el capítulo 2, ecuación [2.65], se estableció que esta sensibilidad recibe el nombre de coeficiente beta. El coeficiente beta mide la cantidad que los inversionistas esperan que varíe el precio de un activo por cada punto porcentual de variación del mercado.

Activos con betas mayores que 1 tienden a amplificar los movimientos del mercado y son muy sensible a los movimientos del mercado. Activos con beta entre 0 y 1 tienden a moverse en la misma dirección que el mercado, pero no tan lejos. Por supuesto, el mercado es la cartera de todas las acciones, en este caso es el IPC de la BMV.

El cuadro III.18 proporciona las betas estimadas de los siete sectores económicos considerados en el estudio, previa elaboración de la prueba ARCH LM de heteroscedásticidad, para decidir que método de estimación era el adecuado de acuerdo a las características de las series.

CUADRO III.18
ESTIMACIÓN DE BETAS SECTORIALES MEDIANTE EL MODELO CAPM
ENERO DE 1995-DICIEMBRE DE 2007

SECTOR DE LA ECONOMIA	MÉTODO DE ESTIMACIÓN	COEFICIENTE BETA	R^2	*d*	TEST ARCH LM p-value *	
					F-statistic	Obs*R-squared
EXTRACTIVA	MCO	**0,69**	0,209400	2,0270	0.989054	0.986666
TRANSFORMACIÓN	MCO	**0,62**	0.723276	1,6500	0.348689	0.340036
CONSTRUCCIÓN	MCO				0.017769	0.022370
CONSTRUCCIÓN	GARCH	**0,93**	0.670723	1,9870		
COMERCIO	MCO	**0,92**	0.720697	2,0760	0.318384	0.311393
COM. Y TRANS.	MCO				0.000000	0.000002
COM. Y TRANS.	GARCH	**1,05**	0.826860	1,9680		
SERVICIOS	MCO	**1,04**	0.655602	1,9340	0.090440	0.095610
VARIOS	MCO	**0,96**	0.765558	2,0980	0.095747	0.100738

FUENTE: ELABORADO CON DATOS DE LA BOLSA MEXICANA DE VALORES.

Las áreas sombreadas del cuadro III.18 indican que al aplicar la prueba ARCH LM con 12 rezagos se acepta la hipótesis nula de heteroscedásticidad, por lo que la beta se estima por medio de la metodología GARCH.

De las siete betas del cuadro III.18 el sector servicios tiene una de las mayores betas, 1.04, y el sector de la transformación está en el extremo opuesto, al presentar una beta de 0.62.

Dichos resultados se pueden interpretar de la forma siguiente: a lo largo del período de estudio, el sector servicios tuvo una beta de 1.04. Si el futuro se asemeja al pasado, esto significa que en promedio cuando el mercado crezca un 1%, el precio del activo del sector servicios crecerá en un 1.04%. Cuando el mercado caiga un 2%, el precio del activo servicios caerá en 2 x 1.04 = 2.08%. Un análisis similar se puede realizar para el sector de la transformación.

Ahora, si se hace uso de la ecuación [2.47], se puede demostrar cómo a través de la ponderación de 60% y 40% y de las betas individuales, se puede generar una nueva beta, la denominada beta de la cartera formada por ambos sectores.

Beta de cartera = [0.60 * 0.62 + 0.40 * 1.04] = 0.79

Se observa que la contribución de cada sector al riesgo de la cartera depende de su peso relativo en la cartera (en este caso 0.60 y 0.40, respectivamente) y de la medida del efecto del mercado en el activo, o sea, la beta del mercado.

Utilizando la ecuación [2.67] que representa al CAPM, se puede medir la relación entre el rendimiento esperado y el coeficiente beta de los activos sectoriales. Se había establecido que el CAPM indica cual debe ser el rendimiento esperado requerido de los agentes interesados en adquirir un activo *j*, en donde para invertir se exigiría al menos la tasa libre de riesgo que proporciona un activo seguro, CETES por ejemplo, más una compensación denominada prima de riesgo del activo, formada por el coeficiente beta, que representa la contribución del riesgo *j* al riesgo de mercado y por la prima de riesgo de mercado, que es la diferencia entre el rendimiento del mercado y el rendimiento del activo libre de riesgo.

En el cuadro III.19 se presentan las rentabilidades esperadas de los sectores, estimadas a través del modelo CAPM, considerando una prima de riesgo de 1.68%, de acuerdo a los rendimientos promedios mensuales reales observados del IPC y de CETES a 28 días.

El sector con la mayor beta es el de la industria de comunicaciones y transportes, en este caso, la rentabilidad esperada es del 1.98%, lógicamente que betas altas exigen rentabilidades altas. Para el caso de la industria de la transformación la rentabilidad mensual es de 1.26% y para el caso del sector servicios de 1.97%.

CUADRO III.19
RENTABILIDAD ESPERADA MENSUAL POR SECTORES DE ACUERDO CON LA ESTIMACIÓN DEL MODELO CAPM
ENERO DE 1995-DICIEMBRE DE 2007

SECTOR DE LA ECONOMIA	BETA	RENDIMIENTO PROMEDIO	RENTABILIDAD ESPERADA
INDUSTRIA EXTRACTIVA	0,69	2,50	1,38
TRANSFORMACION	0,62	1,30	1,26
CONSTRUCCION	0,93	1,50	1,78
COMERCIO	0,92	1,80	1,77
COMUNICACIONES Y TRANSPORTES	1,05	2,40	1,98
SERVICIOS	1,04	2,10	1,97
VARIOS	0,96	1,40	1,83

NOTA: SE CONSIDERA UN RENDIMIIENTO PROMEDIO MENSUAL DEL MERCADO DE 1.9% Y UN RENDIMIENTO PROMEDIO MENSUAL DE CETES DE 0.216032%.

FUENTE: ELABORADO CON DATOS DE LA BOLSA MEXICANA DE VALORES.

La estimación por medio del CAPM del rendimiento esperado de la cartera formada por los sectores ya especificados previamente se muestra en el cuadro III.20.

Se distingue en el cuadro III.20 que la rentabilidad real promedio mensual de la cartera, con una ponderación de 60% y 40%, es de 1.60% en el periodo. Un inversionista que estuviera dispuesto a invertir en la cartera formada por el índice del sector de la transformación y el de servicios, al menos debería de tener un rendimiento mensual de 1.55%, de acuerdo al CAPM.

El valor estimado de 1.55% por medio del CAPM determina que la prima por riesgo esperada en cada inversión es proporcional al valor de 0.79 de su beta. Esto significa que cada inversión debería estar situada sobre la línea del mercado de capitales conectando al rendimiento de los CETES y al rendimiento de la cartera de mercado.

CUADRO III.20

RENTABILIDAD ESPERADA MENSUAL DE LA CARTERA DE ACUERDO CON EL MODELO CAPM

	BETA	RENDIMIENTO PROMEDIO	RENTABILIDAD ESPERADA
CARTERA	0,79	1,60	1,55

NOTA: SE CONSIDERA UN RENDIMIIENTO PROMEDIO MENSUAL DEL MERCADO DE 1.9% Y EL RENDIMIENTO PROMEDIO MENSUAL DE CETES DE 0.216032%.

FUENTE: ELABORADO CON DATOS DE LA BOLSA MEXICANA DE VALORES.

Este resultado sugiere que los agentes pueden identificar, mediante combinaciones entre los dos índices, la cartera eficiente disponible en el espacio media-desviación estándar, además de diversificar el riesgo disminuyendo la beta de la cartera y de esta manera aproximarse al rendimiento promedio real.

III.2.2 ESTIMACIÓN DEL APT

En el capítulo 2 se abordó el modelo de precios de arbitraje, o APT por sus siglas en ingles, propuesto por Ross (1976), como una manera diferente para explicar los precios de los activos financieros con base en un grado mayor de exposición al riesgo sistemático.

En el modelo APT se parte del supuesto primordial de la existencia de diversas fuentes de riesgo sistemático derivadas del comportamiento de variables económicas y no sólo del riesgo de mercado, el cual es un supuesto básico del CAPM, como se demostró en la sección anterior.

Se señaló que en diferentes investigaciones basadas en modelos de múltiples factores de riesgo sistemático, los factores son extraídos por métodos estadísticos como el análisis factorial o el análisis de componentes principales de la matriz de varianzas-covarianzas de los rendimientos de un conjunto de acciones, o bien, especificando los factores de riesgo sistemático con base en variables derivadas de la teoría económica (Campbell, Lo y MacKinlay, 1997).

Asimismo, se estableció que en el trabajo de Chen, Roll y Ross (1986), el riesgo sistemático se obtiene mediante factores de riesgo derivados de variables macroeconómicas que influyen en el precio de los activos por sus efectos en el flujo esperado de dividendos y en los factores de descuento de dichos flujos, encontrando evidencia significativa de la influencia de la tasa de crecimiento de la producción industrial, el diferencial de rendimientos en bonos altamente calificados respecto de bonos de baja calidad crediticia, el diferencial entre los rendimientos de bonos a largo y corto plazo, así como de la inflación no esperada.

Bajo las anteriores consideraciones, en esta sección se evalúa el APT aplicado a los índices sectoriales usando como variables explicativas a los indicadores macro ya explicados en la primera sección de este capítulo, además de considerar al indicador del mercado como una variable explicativa más.

Como ya se apuntó, el conjunto de las variables económicas analizadas incluye tanto variables reales como financieras, por lo que el análisis empírico permite contar con la evidencia sobre la hipótesis de que son relevantes las variables económicas propuestas para explicar el riesgo sistemático en el mercado mexicano de capitales (Cuadro III.21).

CUADRO III.21
VARIABLES ENDÓGENAS Y EXÓGENAS PARA LA ESTIMACIÓN DEL APT
ENERO DE 1995-DICIEMBRE DE 2007

ENDOGENAS		EXOGENAS	
VARIABLE	**DESCRIPCIÓN (INDICES)**	**VARIABLE**	**DESCRIPCIÓN (VARIABLES MACROECONÓMICAS)**
Y1	EXTRACTIVA	X1	TIPO DE CAMBIO
Y2	TRANSFORMACIÓN	X2	INFLACIÓN
Y3	CONSTRUCCIÓN	X3	INDICE DE VOLÚMEN DE LA PRODUCCIÓN INDUSTRIAL (IVPI)
Y4	COMERCIO	X4	OFERTA MONETARIA (M4)
Y5	COMUNICACIONES Y TRANSPORTES	X5	RESERVAS INTERNACIONALES
Y6	SERVICOS	X6	COSTO PORCENTUAL PROMEDIO (CPP)
Y7	VARIOS	X7	ÍNDICE DEL MERCADO (IPC)

FUENTE: ELABORADO CON DATOS DE LA BOLSA MEXICANA DE VALORES Y BANCO DE MÉXICO.

En el anexo, se presenta el cuadro III.11, que proporciona los rendimientos promedios mensuales reales de los sectores económicos del mercado bursátil y en el cuadro III.22 del mismo anexo, se incluyen los valores de las variables macroeconómicas, los cuales se midieron a través de tasas de crecimiento, a excepción de la variable CETES que se obtuvo mediante la ecuación siguiente:

$$\text{CETES} = [(1+ \text{CETES1})^{1/12} - 1]$$

donde CETES1 es la tasa de los Certificados de la Tesorería a 28 días.

Entonces, a partir de los datos plasmados en los cuadros y haciendo uso de la ecuación del proceso generador de rendimientos [2.104] se puede realizar la estimación de los coeficientes del modelo.

$$R_J = a_j + \sum_{k=1}^{K} \beta_{jk} F_k + \varepsilon_j$$

En el cuadro III.23 se presentan los resultados de las regresiones efectuadas para cada sector de la economía, usando las siete variables macroeconómicas consideradas como riesgos sistemáticos.

CUADRO III.23
RESULTADOS ECONOMÉTRICOS DEL MODELO APT
ENERO DE 1995-DICIEMBRE DE 2007

VARIABLE / SECTOR	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	R^2	d
	COEFICIENTES								
Y1	0.016957	0.731923	0.219762	-0.785781	-0.008079	0.084310	0.679747	0.229	2,040
p-value	0.9548	0.3738	0.3224	0.2890	0.8994	0.3605	0.0000		
Y2	-0.167810	0.373203	-0.029766	0.508363	-0.008464	-0.008320	0.593916	0.744	1,655
p-value	0.0450	0.1038	0.6292	0.0144	0.6339	0.7451	0.0000		
Y3	-0.571512	0.619806	0.069317	0.057225	-0.016735	-0.127927	0.890822	0.738	1,994
p-value	0.0000	0.0938	0.4855	0.8629	0.5591	0.0023	0.0000		
Y4	-0.208118	0.101808	0.119460	-0.199063	-0.026008	0.079790	0.878330	0.736	2,126
p-value	0.0979	0.7672	0.1990	0.5203	0.3316	0.0397	0.0000		
Y5 *	0.369428	-0.368796	-0.026418	0.158337	0.040896	0.024732	1,1100	0.858	1,971
p-value	0.0004	0.2403	0.6096	0.4360	0.4345	0.3933	0.0000		
Y6	-0.693957	-0.120222	0.043338	-0.065491	-0.020183	-0.035157	0.965854	0.710	1,993
p-value	0.0000	0.7777	0.7061	0.8643	0.5426	0.4615	0.0000		
Y7	-0.346741	0.712869	0.154262	-0.027336	-0.018275	-0.024892	0.905286	0.788	2,043
p-value	0.0026	0.0232	0.0678	0.9223	0.4508	0.4757	0.0000		

* LA ESTIMACIÓN SE REALIZÓ MEDIANTE GARCH.

NOTA: LAS AREAS SOMBREADAS MUESTRAN LOS COEFICIENTES ESTADÍSTICAMENTE SIGNIFICATIVOS.

FUENTE: ELABORADO CON DATOS DE LA BOLSA MEXICANA DE VALORES Y BANCO DE MÉXICO.

Según la información del cuadro anterior, únicamente para el sector de comunicaciones y transportes (Y5) se utiliza la metodología GARCH para estimar los coeficientes, ya que si la estimación se hubiera realizado mediante el método de mínimos cuadrados ordinarios (MCO) tradicional, se supondría que el término de perturbación estocástica ε_j tendría varianza constante, o sea, es homoscedástico. Sin embargo, al aplicar la prueba ARCH LM para este sector se detectó heteroscedásticidad, por lo que se procedió a su estimación por medio de la técnica GARCH para solucionar este problema.

A excepción del sector de la industria de la extracción (R^2 = 0.229), en todos los sectores se presentaron altos coeficientes de determinación, lo cual es un buen indicador, en el sentido de que proporciona información de como la recta de la regresión se ajusta correctamente a la muestra utilizada y entre más cercano a uno mejor.

En todos los sectores, los resultados del estadístico Durbin-Watson (*d*) permiten rechazar la hipótesis de la existencia de correlación serial positiva o negativa en los residuos, por lo que los estimadores presentan mínima varianza o sea son MELI (Mejores Estimadores Lineales Insesgados). Al analizar conjuntamente el coeficiente de determinación y el de Durbin-Watson se concluye que la regresión realizada no presenta el fenómeno de una regresión espuria y por lo tanto, la estimación realizada es valida desde el punto de vista econométrico.[7]

Por su parte, independientemente del indicador del mercado, IPC, el cual influye en todos los sectores, la variable más importante es el tipo de cambio, debido a que tiene un impacto negativo en cuatro sectores: industria de la transformación, construcción, servicios y varios y positivo en el de comunicaciones y transportes.

Una variación del tipo de cambio tiene un impacto significativo en el precio de los activos financieros cotizados en la BMV. Se distingue que la incertidumbre cambiaria afecta a 99 emisoras de las 128 empresas que forman el mercado bursátil mexicano.

El CPP es la tercera variable de importancia ya que su riesgo sistemático tiene efectos en dos sectores importantes en la BMV, al de la construcción y al de comercio. Una variación en el CPP influye en los rendimientos esperados de 35 emisoras.

La oferta monetaria afecta básicamente a las 36 emisoras que integran el sector de la transformación. El crecimiento de la oferta monetaria incrementa los precios de los activos, lo que puede explicarse como consecuencia de la demanda de activos derivada de la expansión de la liquidez tal como se propone en la teoría económica.

La inflación es un riesgo sistemático que tienen una influencia en las 12 emisoras que forman el sector denominado varios. Este resultado corrobora que los rendimientos en el mercado bursátil mexicano son una cobertura para la inflación, además, de que el rendimiento de los activos refleja inmediatamente los cambios en el nivel general de precios.

Finalmente, las dos variables que no tienen ninguna influencia en los índices sectoriales son las reservas internacionales y el IVPI. Lo que demuestra que el mercado bursátil no se encuentra asociado al proceso productivo del país reflejado en el IVPI, siendo más bien un mercado para realizar inversiones de cartera a corto plazo y con ello obtener ganancias especulativas.

Por otra parte, en el cuadro III.24 se presenta la prima de riesgo para cada una de las variables económicas, la cual es necesaria para la estimación del APT.

[7] Según Gujarati (2003) una $R^2 > d$, es una buena regla práctica para sospechar que la regresión estimada es espuria.

CUADRO III.24 PRIMAS DE RIESGO ASOCIADAS A LAS VARIABLES MACROECONOMICAS ENERO DE 1995-DICIEMBRE DE 2007							
	TIPO DE CAMBIO	**INFLACIÓN**	**IVPI**	**M4**	**RESERVAS INTERNACIONALES**	**COSTO PORCENTUAL PROMEDIO (CPP)**	**IPC**
PROMEDIO DEL PERIODO	0,51	0,96	0,31	1,34	2,73	0,23	1,90
PRIMA DE RIESGO	0,29	0,74	0,09	1,12	2,51	0,02	1,68
NOTA: EL RENDIMIENTO PROMEDIO DEL ACTIVO LIBRE DE RIESGO (CETES) ES IGUAL A 0,216032 FUENTE: ELABORADO CON DATOS DE LA BOLSA MEXICANA DE VALORES Y BANCO DE MÉXICO.							

Esta prima de riesgo mide el grado de aversión al riesgo que soporta un determinado mercado bursátil al reflejar lo que los inversionistas exigen, en promedio, sobre la tasa libre de riesgo para invertir en este activo.

El cuadro III.25 presenta la rentabilidad esperada estimada mediante la metodología del modelo APT.

Cabe señalar que la estimación se realiza considerando a las ecuaciones [2.95] y [2.101] del capítulo dos del presente trabajo.

A manera de ejemplo, el rendimiento esperado para el sector de la transformación se calcula de la siguiente manera

$$R_{TRANS} = \text{TASA LIBRE DE RIESGO} + (-\,0.17\,F_1 + 0.51\,F_2 + 0.59\,F_3)$$

Ahora, si se sustituyen las primas de riesgo se obtiene:

$$R_{TRANS} = 0.216032 + (-\,0.17 * 0.29 + 0.51 * 1.12 + 0.59 * 1.68) = 1.73$$

CUADRO III.25 RENTABILIDAD ESPERADA MENSUAL POR SECTORES DE ACUERDO CON LA ESTIMACIÓN DEL MODELO APT ENERO DE 1995-DICIEMBRE DE 2007		
SECTOR DE LA ECONOMIA	**RENDIMIENTO PROMEDIO**	**RENTABILIDAD ESPERADA**
INDUSTRIA EXTRACTIVA	2,50	1,36
TRANSFORMACION	1,30	**1,73**
CONSTRUCCION	1,50	1,55
COMERCIO	1,80	1,70
COMUNICACIONES Y TRANSPORTES	2,40	2,19
SERVICIOS	2,10	1,64
VARIOS	1,40	1.74
FUENTE: ELABORADO CON DATOS DE LA BOLSA MEXICANA DE VALORES Y BANCO DE MÉXICO.		

La rentabilidad esperada es igual a la tasa de interés libre de riesgo (CETES) más la prima de riesgo que viene dada por tantas betas como factores de riesgo estadísticamente significativos.

Los resultados obtenidos muestran rendimientos esperados muy cercanos a los rendimientos reales observados en el periodo de estudio, por lo que, con sus debidas reservas, se puede establecer que el APT distingue con claridad los factores de riesgo que influyen en cada uno de los sectores.

A continuación, con el apoyo de la técnica explicada en la sección II.3 de la tesis, en el cuadro III.26 se presenta la rentabilidad esperada para la cartera formada por los dos sectores considerados.

CUADRO III.26

RENDIMIENTO ESPERADO DE LA CARTERA MEDIANTE LA ESTIMACIÓN REALIZADA CON EL MODELO APT
ENERO DE 1995-DICIEMBRE DE 2007

FACTOR	%	BETA POR ACTIVO	BETA DE CARTERA	SUMA DE BETAS DE CARTERA	PRIMA DE RIESGO	BETA POR PRIMA DE RIESGO
	1	2	3 = 1*2	4	5	6 = 4*5
TIPO DE CAMBIO						
TRANSFORMACION	0,6	-0,17	-0,10	-0,38	0,29	-0,11
SERVICIOS	0,4	-0,69	-0,28			
OFERTA MONETARIA						
TRANSFORMACION	0,6	0,51	0,31	0,31	1,12	0,34
SERVICIOS	0,4	0,00	0,00			
INDICE DEL MERCADO						
TRANSFORMACION	0,6	0,59	0,36	0,74	1,68	1,25
SERVICIOS	0,4	0,97	0,39			
					SUMA	**1,48**
					TASA LIBRE DE RIESGO	**0,22**
					RENDIMIENTO ESPERADO	**1,70**

FUENTE: ELABORADO CON DATOS DE LA BOLSA MEXICANA DE VALORES Y BANCO DE MÉXICO.

En la cartera se tienen los mismos dos activos: el índice del sector de la transformación y el de servicios, con una ponderación de 60% y 40% respectivamente. Asimismo, se consideran los tres factores de riesgo que resultaron estadísticamente significativos en la estimación econométrica, el tipo de cambio, la oferta monetaria y el índice de mercado en el sector de la transformación y el tipo de cambio y el índice del mercado en el sector servicios. Entonces, de acuerdo a las ecuaciones [2.87] y [2.88], el proceso generador del rendimiento de la cartera es:

$$R_c = -0.38\,F_1 + 0.31\,F_2 + 0.74\,F_3$$

Esta ecuación muestra que la cartera es especialmente sensible a las variaciones del índice del mercado en ambos sectores, poco sensible ante el factor de la oferta monetaria, debido a que sólo influye en el sector de la transformación y presenta una sensibilidad negativa para el tipo de cambio en ambos sectores. Sustituyendo los valores de las primas de riesgo para cada factor se llega al siguiente rendimiento de la cartera:

$$R_c = -0.38\,F_1 + 0.31\,F_2 + 0.74\,F_3 =$$

$$= -0.38 * 0.29 + 0.31 * 1.12 + 0.74 * 1.68 = 1.70\%$$

Este valor establece que un inversionista exigiría un rendimiento de al menos 1.70% en promedio mensual para invertir en ambos sectores, protegiéndose de esta manera de los riesgos sistemáticos reflejados en las variaciones del tipo de cambio, los cambios en la oferta monetaria y el índice del mercado.

III.2.3 CONTRASTE ENTRE EL MODELO CAPM Y APT

Se ha estudiado como en el contexto del CAPM, el rendimiento esperado de una activo se determina por su demanda agregada. Así, se debe esperar una relación entre su rendimiento esperado y la dependencia del rendimiento del activo con las diversas fuentes de incertidumbre existentes en la economía, asociado al riesgo de mercado medido por el IPC. En el APT, cuanto más elevado es el riesgo beta de un índice mayor será su reacción ante un *shock* macroeconómico adverso. Ello sugiere que el riesgo medido a través de cada coeficiente beta, incorpora efectos macroeconómicos, por lo que se espera que la beta estimada sea una buena medida del riesgo sistemático. El cuadro III.27 muestra un comparativo de las rentabilidades esperadas estimadas a través del modelo CAPM y APT para cada índice sectorial de la economía.

CUADRO III.27

RENTABILIDAD ESPERADA MENSUAL POR SECTORES DE ACUERDO CON LA ESTIMACIÓN DEL MODELO CAPM Y APT
ENERO DE 1995-DICIEMBRE DE 2007

SECTOR DE LA ECONOMIA	RENDIMIENTO PROMEDIO MENSUAL REAL	RENTABILIDAD ESPERADA CAPM	RENTABILIDAD ESPERADA APT
INDUSTRIA EXTRACTIVA	2,50	1,38	1,36
TRANSFORMACION	1,30	1,26	**1,73**
CONSTRUCCION	1,50	**1,78**	**1,55**
COMERCIO	1,80	1,77	1,70
COMUNICACIONES Y TRANSPORTES	2,40	1,98	2,19
SERVICIOS	2,10	1,97	1,64
VARIOS	1,40	**1,83**	**1.74**

FUENTE: ELABORADO CON DATOS DE LA BOLSA MEXICANA DE VALORES Y BANCO DE MÉXICO.

Los planteamientos teóricos diferentes inciden directamente sobre la forma que tienen los modelos para explicar la compensación del riesgo soportado por los agentes económicos al momento de tomar sus decisiones de inversión en carteras.

El modelo general fundamental de valoración se resume de la siguiente manera:

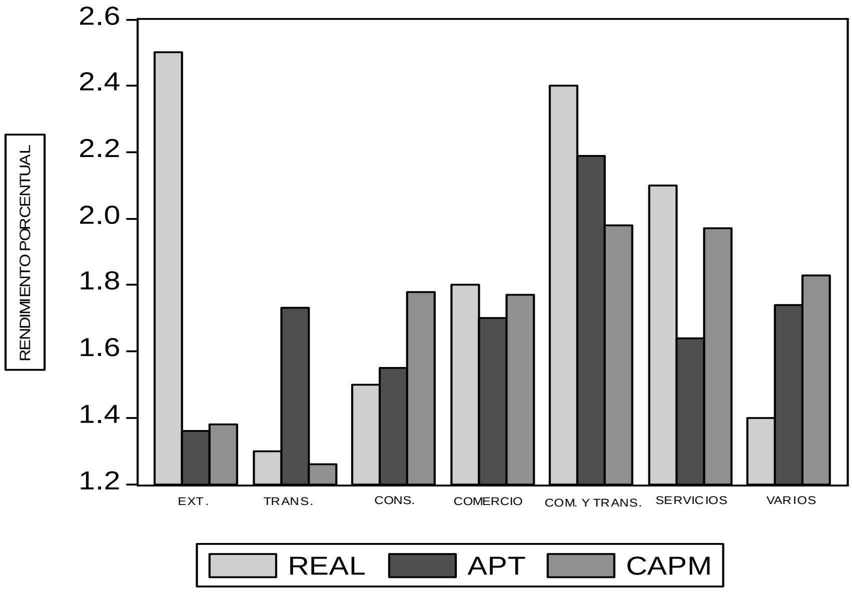
$$E\ (R_j) = \text{tasa de interés libre de riesgo + compensación por riesgo.}$$

Es precisamente la forma explícita de la compensación por riesgo la que distingue a los modelos de valoración como el CAPM y el APT.

Sin embargo, la relevancia de un modelo u otro depende de la habilidad para predecir lo más ajustadamente posible los rendimientos observados en el mercado.

Las rentabilidades esperadas estimadas por las dos metodologías se muestran en la Gráfica III.2.

GRÁFICA III.2
RENDIMIENTO REAL, CAPM Y APT



FUENTE: CUADRO III.26

Se puede apreciar que en cuatro sectores la estimación de la rentabilidad a través de los dos modelos estuvo por debajo del valor real, en otras palabras, los dos modelos presentan deficiencias en la estimación. La mayor deficiencia se presentó en el sector de la extracción. Para el sector de la transformación el APT estimó un valor por arriba del rendimiento real y el CAPM estimó un valor superior al real en el sector de la construcción y en el de varios.

El riesgo medido a través de los coeficientes beta en el modelo APT, refleja tanto el riesgo asociado a las características de las empresas que pertenecen a determinado índice sectorial como al riesgo financiero de mercado, formado por cambios en la tasa de interés, en las variaciones del tipo de cambio o la inflación. En épocas de recesión, el riesgo financiero de las empresas con mayores dificultades económicas aumentará respecto al riesgo del resto de las empresas. Al mismo tiempo, los ciclos de negocios o ciclos económicos inducidos por *shocks* tecnológicos modificarán la importancia relativa de los sectores económicos produciendo cambios en los valores de las betas estimadas de las empresas pertenecientes a los mismos.

Finalmente, en el cuadro III.28 se presenta la estimación de la rentabilidad esperada de la cartera realizada por el método clásico del CAPM y por el APT con factores macroeconómicos.

Se debe recordar que el CAPM es un modelo con una sola beta de mercado y el modelo APT incorpora diversas betas de las variables macroeconómicas que fueron significativas en los resultados econométricos.

De acuerdo a los cálculos realizados para el periodo de análisis, el modelo APT exige un rendimiento de 1.70% mensual promedio, superior al observado y el CAPM un rendimiento del 1.55%, inferior al real, por lo que se puede inferir que la estimación realizada por medio del modelo APT es más óptimo en el sentido de que en el rendimiento esperado se incorporan diversas primas de riesgo que evalúan los impactos de la economía en la valoración de activos financieros y ello permite contar con una estimación mucho más certera y no subestimada como en el caso del CAPM.

CUADRO III.28

RENTABILIDAD ESPERADA MENSUAL DE LA CARTERA ESTIMADA POR MEDIO DEL CAPM Y DEL APT
ENERO DE 1995-DICIEMBRE DE 2007

	RENDIMIENTO PROMEDIO	CAPM	APT
CARTERA	1,60	1,55	1,70

FUENTE: ELABORADO CON DATOS DE LA BOLSA MEXICANA DE VALORES Y DEL BANCO DE MÉXICO.

Dado que la cartera ofrece sólo un 1.60% de rendimiento real cuando, dadas las sensibilidades ante los riesgos sistemáticos, debería ofrecer un rendimiento esperado de 1.70%, se dispone de una oportunidad de arbitraje basada en vender la cartera y comprar una cartera réplica.

Estos resultados implican, que una vez incorporado el riesgo relacionado con los factores macroeconómicos en el modelo APT, parece ser que el riesgo del mercado no es el único que podría explicar los rendimientos correctamente y ello puede ir en contra del CAPM como modelo de valoración dominante.

Un razonamiento a favor del APT se refleja en los deseos de cobertura que tienen los agentes económicos ante posibles contingencias futuras desfavorables para sus patrones deseados de consumo. En un contexto dinámico o intertemporal pueden existir tantas betas como contingencias a las que se enfrentan los agentes como consecuencia del comportamiento estocástico del conjunto de oportunidades de inversión. En un contexto verdadero los agentes desean cubrirse ante la variedad de riesgos que no se incluyen en el modelo CAPM.

En el actual entorno cambiante, los coeficientes beta estimados y consecuentemente las primas de riesgo esperadas, cambian con la naturaleza de la información que se genera en el mercado y provocan cambios tanto en el riesgo financiero como en el riesgo de los negocios. Por tanto, la información cambia a lo largo del ciclo económico y tanto las betas como los rendimientos esperados de los activos también deben de variar.

III.3 ANÁLISIS COMPARATIVO DE LOS MODELOS FACTORIALES PARA MÉXICO Y ESPAÑA

En los últimos años se han realizado diversas investigaciones que han tenido como objetivo valorar activos financieros haciendo uso de técnicas apoyadas en los modelos multifactoriales, en donde se han utilizado diferentes variables macroeconómicas como medidas del riesgo sistemático, por ejemplo, se han propuesto el tipo de cambio, las tasas de interés a diferentes plazos, la inflación, la oferta monetaria, las importaciones y exportaciones, entre otras.

Como se ha comentado con antelación, en la selección de las variables se han utilizando desde planteamientos establecidos por la literatura teórica hasta técnicas estadísticas.

Mediante las técnicas estadísticas para la selección de factores no es necesaria la identificación previa de los factores del modelo y se basa en la construcción de carteras, a partir de un conjunto de rentabilidades de los activos muestrales, que representan a los factores de riesgo sistemático, cualesquiera que éstos sean. Entre las técnicas utilizadas en este tipo de selección de factores se puede destacar el análisis factorial o los componentes principales y los componentes principales asintóticos.

a) EL CASO DE MEXICO

Para el caso de México, previa elección de las variables adecuadas autores como Navarro y Santillán (2001), Márquez, Islas y Venegas (2003) y Al-Shanfari (2003) han establecido que la tasa de interés es un factor de riesgo importante en el mercado accionario mexicano.

En tanto, en los estudios de De la Calle (1990), Nava (1996), Navarro y Santillán (2001) y de Al-Shanfari (2003) encuentran evidencia de la influencia de la oferta monetaria en el mercado accionario mexicano.

En el trabajo de Lothian y McCarthy (2001), sobre 14 países desarrollados, determinan que las acciones son una cobertura contra la inflación sólo a muy largo plazo, pues los precios accionarios se ajustan a la inflación pero sólo después de un plazo de tiempo prolongado. Este resultado es consistente con el hallazgo de Cagan (1974), según el cual se observa un periodo prolongado, mayor a una década, en el ajuste de los mercados accionarios a la inflación.

Asimismo, De la Calle (1990), Nava (1996) y Navarro y Santillán (2001), han encontrado evidencia significativa del efecto de la inflación, de la misma forma, López y Vázquez (2002.b) muestran que los cambios en el nivel de precios contribuyen a explicar los rendimientos de varias acciones mexicanas. Navarro y Santillán (2001) encuentran que las exportaciones son significativas para explicar los rendimientos en el mercado accionario mexicano, debido a que las exportaciones contribuyen a generar empleo, lo que incide favorablemente en el ingreso, el consumo y en la producción.

Por otra parte, Bailey y Chung (1995), así como Nava (1996) y Navarro y Santillán (2001), encuentran evidencia de la importancia del riesgo cambiario en el mercado accionario mexicano.

En un trabajo de López y Ortiz (2005) incluyen el comportamiento de las exportaciones mundiales, ya que consideran que éstas dan cuenta de la actividad económica en el nivel mundial, debiendo estar significativamente relacionadas con los mercados accionarios debido a que un mayor nivel de exportaciones mundiales implica mayores niveles de ingreso, empleo y producción en el mundo, y, por tanto, su comportamiento puede indicar el estado de confianza respecto del desempeño económico. De las importaciones se espera el efecto contrario.

En México, no existe evidencia de estudios sobre el riesgo sistemático incorporando el efecto que pudiesen tener las importaciones, sin embargo, Cagnetti (2002) encuentra que las importaciones son relevantes para explicar el riesgo sistemático en el mercado accionario italiano. En dicho trabajo se establece que a pesar de que se puede esperar que las importaciones muestren un efecto contrario al de las exportaciones, por representar la parte de la demanda agregada que no es satisfecha por las empresas domésticas, las importaciones de maquinaria y equipo pueden obedecer a que existe confianza en las condiciones presentes y/o futuras para la inversión empresarial en tanto que el componente de las importaciones correspondiente al consumo de las familias podría indicar que ha aumentado el ingreso o que existen expectativas de que se incremente en el corto plazo.

Por otra parte, en muchos estudios del riesgo sistemático y de la valoración de activos financieros se incluyen variables internacionales para capturar los efectos de factores de riesgos internacionales. Así, en el estudio de De la Calle (1990) se encuentra que los cambios en el índice accionario estadounidense Standard & Poors 500 son un factor de riesgo para las acciones mexicanas, mientras que Nava (1996) establece que el índice Dow Jones representa un factor de riesgo importante.

Por su parte, Navarro y Santillán (2001) incluyen en su estudio del mercado mexicano al índice Dow Jones y la tasa de los Certificados del Tesoro, *Treasury bills*, de Estados Unidos para depósitos a plazos mayores a tres meses encontrando una relación significativa en ambos casos. Nava (1996) observa una relación significativa entre la producción industrial estadounidense y algunas acciones mexicanas.

Para finalizar con el estudio sobre mercados financieros mexicanos, en un trabajo realizado por Galindo y Guerrero (1999) se encuentra evidencia de una relación de largo plazo significativa entre el índice Dow Jones y el principal indicador bursátil del mercado accionario mexicano, el IPC. Asimismo, Al-Shanfari (2003) encuentra que el índice mundial de precios accionarios FT-S&P es un factor de riesgo importante para el mercado mexicano.

b) EL CASO DE ESPAÑA

En lo que respecta al mercado bursátil español se han realizado una gran cantidad de trabajos que han hecho uso de los modelos multifactoriales, cuya característica que los distingue es que la evidencia encontrada es diversa y no unánime.

Dentro de estos trabajos resaltan las investigaciones de Bergés (1984), Gómez-Bezares *et al.* (1994), Esteve (1996), Jordán y García (2003) y Nieto (2004), quienes consideran en sus trabajos diferentes activos, analizan distintos períodos temporales y emplean diversas metodologías, tanto estadísticas como econométricas.

En el trabajo de Bergés, se detecta que las rentabilidades bursátiles en el mercado bursátil español durante 1955-1982 se comportan de manera consistente con el modelo APT, pero no conforme con el modelo más restrictivo CAPM. Estos resultados coinciden con los encontrados en su estudio para Estados Unidos y Canadá, mientras que para el mercado bursátil de Londres no se observa ningún factor relevante.

El resultado de la investigación de Gómez-Bezares *et al.* es diferente a la detectada por Bergés; estos autores contrastan la validez del APT como modelo de valoración sobre el mercado bursátil español, analizando de forma separada el mercado de corros y el mercado continuo, para los períodos 1959-1988 y 1990-1993, respectivamente. Así, los resultados obtenidos al aplicar las metodologías clásicas de contraste, corte transversal con y sin medias, conllevan al rechazo del modelo, dado que en los únicos casos en que se podría aceptar es en una versión unibeta, es decir, sólo hay un factor de riesgo significativo, siendo dicho factor identificado con la rentabilidad de mercado. Además, en dicho estudio también se comprueba la verificación del modelo CAPM, en lugar del APT[8].

En 1989, Freixas y Rubio, analizan la influencia de la inflación en el retorno de las acciones de mercado español, demostrando que el mercado bursátil reacciona negativamente ante innovaciones negativas en la inflación.

Asimismo, en el estudio de Nieto (2004) se comparan diferentes modelos de formación de precios sobre el mercado bursátil español para el período 1982-1998. Estima el CAPM estricto, una versión condicional, una intertemporal y una dinámica, así como los modelos multifactoriales APT con factores no observables y el modelo de tres factores propuesto por Fama y French (1993). Los resultados que obtiene indican que los modelos condicionales presentan un mejor comportamiento que los modelos estáticos.

Por otro lado, en España también se ha contrastado la viabilidad de la aplicación del modelo APT para valorar los Fondos de Inversión Mobiliaria. Un primer análisis es el realizado por Esteve (1996), quien estudia los factores que influyen en la rentabilidad de los Fondos de Inversión Mobiliaria en España para el quinquenio 1990-1994, encontrando que la variable que mejor explica la rentabilidad de los fondos de inversión en activos del mercado monetario (FLAMM), de los fondos de inversión en renta fija y de los fondos que invierten un porcentaje elevado en renta variable son, respectivamente, el tipo de interés de la deuda pública, el tipo de interés de los pagarés de empresa a corto plazo y la rentabilidad de mercado. Además, dicho autor sólo obtiene una variable significativa en las diversas regresiones múltiples, a partir de la identificación de los factores extraídos del análisis factorial que realiza sobre los rendimientos de los fondos de inversión.

Jordán y García (2003) también contrastan la aplicación del modelo APT sobre los fondos de inversión, tomando el período 1990-1997 como horizonte temporal. Para ello, dividen la muestra de fondos de inversión mobiliaria en tres grupos en función de su categoría: fondos de renta variable, fondos de renta variable mixta y fondos de renta fija mixta. Los citados autores utilizan dos metodologías para contrastar el modelo: corte transversal con medias y corte transversal sin medias, obteniendo resultados dispares para cada una de ellas. Así, para la primera sólo se detectan primas por riesgo significativas para los fondos de renta variable, mientras que para el segundo método resultan primas por riesgo significativas en los fondos de renta variable, así como alguna prima relevante en los fondos de renta variable mixta y renta fija mixta. Sin embargo, para estas dos últimas categorías no se cumple la igualdad de la constante y la tasa libre de riesgo, por lo que se rechaza el cumplimiento del modelo. Asimismo, los citados autores también tratan de identificar con alguna variable económico-financiera los factores observados, identificando sólo alguno de ellos con la cartera de mercado,

[8] En el Mercado de corros los oferentes se reúnen para determinar el precio de venta de las acciones, que será el máximo posible, mientras que los demandantes de esos títulos se organizan para fijar el precio de compra, que será el mínimo posible.

aproximada a través del IBEX-35, y con los cambios no anticipados en la prima de riesgo o prima por riesgo de insolvencia. Por todo ello, dichos autores señalan la necesidad de plantear otro modelo factorial que revele la existencia de otras variables que mejoren el grado de explicación.

Hay que señalar también que se ha extendido la aplicación de los modelos de valoración multifactoriales con variables macroeconómicas a otro tipo de activos financieros tales como los fondos de inversión. En este caso, cabe resaltar el trabajo de Rodríguez (2000), quien prueba la validez de dicho modelo para el mercado de fondos de inversión de renta fija español. En este trabajo, la elección de las variables a introducir en el modelo se deriva de un análisis de correlaciones entre los factores extraídos del análisis factorial de los rendimientos de los Fondos y diversas variables de carácter macroeconómico y de mercado. Los resultados obtenidos ponen de manifiesto la relevancia, por un lado, de la prima de riesgo asociada a la variable cambios no anticipados a la estructura temporal de tipos de interés, la cual presenta un signo negativo y por otro, de la prima de rentabilidad del índice general de la bolsa sobre la rentabilidad de la deuda pública, prima que va acompañada de un signo positivo.

CAPÍTULO IV

A MANERA DE CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

"El espíritu de la especulación es anárquico, irreverente y antijerárquico. Ama la libertad, detesta el lenguaje santurrón y aborrece las restricciones. Desde los colegios de tulipanes del siglo XVII hasta los clubes de inversión de la Internet a fines del siglo XX, la especulación se ha establecido como la más popular de las actividades económicas. Aunque profundamente secular, la especulación no se centra sólo en la codicia. La esencia de la especulación sigue siendo el anhelo utópico de libertad e igualdad que equilibra el chato materialismo racionalista del moderno sistema económico, con sus inevitables desigualdades de riqueza. A través de sus muchas manifestaciones, la manía especulativa siempre ha sido, y sigue siendo, el Carnaval del Capitalismo, una fiesta de bufones"

EDWARD CHANCELLOR

El desarrollo de la Economía Financiera en los últimos treinta años ha permitido contar con infinidad de aplicaciones prácticas de gran importancia económica y social. La teoría de la valoración de activos financieros ha sido construida con fuertes principios económicos y matemáticos, lo que ha permitido contar con predicciones concretas sobre el funcionamiento de los mercados financieros, en específico, en la valoración de los activos que cotizan en bolsa.

Además, la amplia disponibilidad de datos y los avances en las técnicas estadísticas han hecho posible la verificación empírica de los diversos modelos para valuar activos financieros. Muchas veces las predicciones han resultado correctas y cuando esto no ha sido así se ha realizado una revisión a fondo del marco teórico.

De esta manera, el desarrollo de la teoría de los mercados eficientes, selección de carteras, análisis y valoración del riesgo y la teoría de la valoración de opciones, demuestra el desarrollo teórico de este campo en los últimos años. Más aún, el otorgamiento en 1990 del Premio Nobel de Economía a tres economistas que abordaron el tema financiero Harry Markowitz, Merton Miller y William Sharpe fue el evento que avaló el reconocimiento académico de esta área del conocimiento de la economía, además de que en 1997 Myron Scholes y Robert Merton recibieron el mismo premio por su contribución a la valoración de los activos derivados.

Los economistas dedicados al análisis de los temas financieros han construido modelos teóricos sobre los factores determinantes de los precios de los activos financieros basándose en el comportamiento microeconómico racional, maximización de la utilidad esperada sujeta a una determinada restricción y sobre la base de una información disponible, o, alternativamente, en planteamientos más generales que se fundamentan en la ausencia de posibilidades de arbitraje.

En específico, los campos de actuación de la Economía Financiera moderna han comprendido el estudio de:

- La determinación e interpretación de los precios de los activos financieros y la valoración del riesgo a través de la estimación de los modelos de valoración de activos financieros, activos derivados, eficiencia informacional e información asimétrica.
- La eficiente organización de la intermediación financiera y de los mercados de capitales, haciendo uso de la teoría de la intermediación y economía bancaria, regulación, teoría de la microestructura e ingeniería e innovación financiera.
- La eficiente toma de decisiones por parte de la empresa usando los modelos de decisiones óptimas de inversión, organización y financiación empresarial, modelos de agencia e incentivos.

Todas ellas conjuntadas por la teoría de selección de carteras, ampliamente analizada en este trabajo de tesis, forman parte de la propia definición de la Economía Financiera y que, además, conduce de forma natural al objetivo básico de análisis económico como es la asignación eficiente de recursos y del riesgo entre los agentes. Mediante la agregación de las demandas de activos financieros por parte de los inversionistas individuales (la selección de carteras), se han obtenido modelos teóricos que han permitido distinguir los factores más relevantes en los precios de los activos financieros.

Cabe apuntar que todos y cada uno de los objetivos específicos establecidos al inicio de la investigación se lograron con éxito.

Se seleccionaron a los índices sectoriales de la BMV como los activos financieros a valorar y se consideró al IPC como el índice de mercado más representativo en el mercado bursátil mexicano, debido a que este indicador refleja en forma fidedigna la situación del mercado bursátil mexicano y su dinamismo operativo.

Se estimó el riesgo y el rendimiento para cada uno de los índices sectoriales y se formó una cartera integrada por los rendimientos mensuales observados en el sector de la transformación y en el de servicios, concluyendo que una inversión de 60% y 40% respectivamente en ambos sectores generaría un cartera eficiente en el sentido de Markowitz.

Además, aprovechando los datos generados a través de la teoría de carteras, se estimó el coeficiente beta individual para cada sector económico, y después, se obtuvo el rendimiento esperado para cada sector por medio del modelo CAPM.

De acuerdo al modelo CAPM, un agente que decidiera invertir en el índice del sector de las comunicaciones y transportes, que tiene el coeficiente beta más alto de la muestra, aceptaría al menos un rendimiento promedio de 1.98% mensual. En este caso, el valor de 1.05 del coeficiente beta representa el riesgo sistemático, es decir, aquel riesgo que no puede ser eliminado a través de la diversificación. Como la beta es mayor que uno, implica que dicho índice es un activo muy volátil o con mayor riesgo. Mientras que la beta estimada para el índice del sector de la transformación fue de 0.62, lo que indica que este índice es un activo más seguro, con menos volatilidad o con menor riesgo y una caída abrupta del IPC no tendría repercusiones negativas en su rendimiento esperado. Estos valores permiten corroborar la máxima económica aplicada a cualquier inversionista racional: a mayor riesgo mayor rendimiento y viceversa.

Mediante el modelo CAPM, se calculó la rentabilidad esperada de la cartera formada por el 60% de inversión en el sector de la transformación y el 40% en el sector servicios, encontrando una rentabilidad de 1.55% con una beta conjunta de 0.79, logrando mediante la diversificación disminuir el riesgo sistemático de la cartera.

Más adelante, se propusieron a siete variables macroeconómicas fundamentales como factores de riesgo sistemático para valorar los activos financieros mediante la metodología APT. Una vez realizada la estimación econométrica adecuada del modelo, se encontró que la variable que tiene influencia en todos los sectores económicos es el indicador del mercado medido a través del IPC, el tipo de cambio afecta a cinco sectores (Transformación, Construcción, Comunicaciones y Transportes, Servicios y Varios), la inflación afecta al sector de Varios, la oferta monetaria solamente al sector de la Transformación, el CPP al sector de la Construcción y al sector Comercio. Asimismo, las variables que no presentaron ninguna relación con los sectores fueron el IVPI y las Reservas Internacionales. Estos resultados avalan a muchas de las investigaciones realizadas en el mercado accionario mexicano y en el español, que utilizan a los modelos multifactoriales para estimar los precios de diferentes activos.

Una vez identificadas las variables que influyen en los activos y haciendo uso de la metodología APT se estimaron las rentabilidades para cada uno de los índices sectoriales de la economía mexicana que forman el mercado bursátil, encontrando valores muy cercanos a los reales, lo que soporta la técnica del APT para estimar la rentabilidad de los activos financieros.

La rentabilidad esperada para la cartera fue de 1.70%, por lo que los inversionistas solicitarán al menos ese rendimiento para invertir en los dos índices sectoriales que forman la cartera. Con ese porcentaje de rendimiento se protegen del riesgo sistemático o no diversificable, inmerso en las tres variables que resultaron estadísticamente significativas y que influyen en el rendimiento esperado. Estas variables fueron la incertidumbre cambiaria, la oferta monetaria y el Índice de Precios y Cotizaciones considerado como el indicador principal del mercado bursátil mexicano.

Entre enero de 1995 y diciembre de 2007 el rendimiento promedio real de la cartera fue de 1.60% mensual. Al comparar este rendimiento con los resultados estimados por medio de los dos modelos de valoración, se concluye que es el APT el que arroja un mejor estimador del rendimiento, ya que una vez identificadas las variables macroeconómicas e incorporado el riesgo de las mismas, el valor estimado fue de 1.70%, rendimiento mayor al promedio real. En tanto, el rendimiento estimado a través del modelo CAPM fue de 1.55%, menor al rendimiento promedio real observado en el periodo de análisis, por lo que se puede concluir que el modelo APT supera al CAPM, considerando que la relevancia de un modelo depende de la habilidad para lograr una predicción lo más ajustadamente posible de los rendimientos de los activos financieros.

Los resultados obtenidos a través de la metodología del APT confirman la hipótesis general del presente trabajo de investigación, al demostrar que existen otros riesgos diferentes al riesgo del mercado que influyen en la valoración correcta de los activos financieros. Estos riesgos se encuentran inmersos en el comportamiento de diferentes variables macroeconómicas y tienen una influencia diferente en cada uno de los sectores de la economía. Lo más importante es identificarlos, medirlos e incorporarlos en el modelo para obtener una estimación lo más aproximada posible del rendimiento real de los activos financieros.

Es importante señalar que las mediciones estadísticas y econométricas realizadas tuvieron como objetivo rellenar el esqueleto de la teoría económica de la valoración de activos financieros y sirvieron como pruebas empíricas para comprobar la validez de los principios económicos establecidos a lo largo del presente trabajo de investigación.

A través de los modelos CAPM y APT se pudo determinar cómo distintos factores pueden afectar el precio de los activos financieros, sin embargo, se debe señalar que los supuestos, los usos y las limitaciones de dichos modelos pueden variar al considerar otros activos, otros mercados y para distintos periodos de análisis.

A MANERA DE RECOMENDACIONES

En el cierre del presente trabajo de tesis se proponen las siguientes recomendaciones, las cuales van dirigidas a todos aquellos que tengan en mente desarrollar trabajos empíricos bajo la vertiente de los modelos CAPM y APT, como dos de las teorías más influyentes en el estudio de la valoración de activos financieros.

1.- Usar el comportamiento macroeconómico racional.

Es útil construir modelos teóricos sobre los factores determinantes de los precios de los activos financieros basándose en el comportamiento macroeconómico racional, que busca la maximización de la utilidad esperada sujeta a determinadas restricciones y sobre la base de una información disponible.

2.- Saber que el modelo APT puede ser visto como un modelo por el lado de la oferta.

Ello es debido a que sus coeficientes estimados reflejan la sensibilidad del activo subyacente a los factores económicos. Así, los cambios de los factores pueden generar cambios estructurales en la tasa de rendimiento esperada del activo, o en el caso de acciones, en la rentabilidad de las empresas.

3.- Considerar que el modelo CAPM puede ser considerado como un modelo por el lado de la demanda.

Ello es así, porque sus resultados, aunque similares a los del modelo APT, surgen de un problema de maximización de la función de utilidad de cada inversionista y del equilibrio de mercado resultante.

4.- No olvidarse de los siguientes supuestos primordiales del modelo APT.

A) El APT presupone competencia perfecta en el mercado y B) nunca el número total de activos debe ser mayor al número de factores, esto con el fin de evitar problemas de singularidad en la matriz.

5.- Se recomienda el uso de la metodología APT debido a que sus supuestos son menos restrictivos que los del CAPM.

El APT asume que cada inversionista tendrá una cartera única con un vector único de betas, contrario a la cartera idéntica al mercado que sugiere el modelo CAPM. Sin embargo, no se debe de olvidar que en algunos casos se puede considerar al modelo CAPM como un caso especial del modelo APT:

6.- Todo economista dedicado a temas financieros debe saber que la predicción de los precios de los activos se apoya básicamente en los conceptos de martingala, paseo aleatorio y mercados eficientes.

Si P_t es el precio de un activo financiero en una fecha *t*, la propiedad de martingala implica que el precio esperado en el siguiente periodo, dada la historia pasada de los precios del activo, es igual al precio observado hoy. Asimismo, la idea de martingala está íntimamente ligada a la hipótesis de paseo o caminata aleatoria (*random walk*), que establece que el precio de hoy de las acciones es igual al precio de ayer, más un choque aleatorio, fortaleciendo la hipótesis de los mercados eficientes, que establece que los precios de las acciones son esencialmente aleatorios y, por tanto, no hay lugar para la especulación redituable en el mercado de valores: si se pudiese predecir el precio de las acciones del día siguiente, con base en su precio del día anterior, ***todos los economistas dedicados al estudio de las finanzas seríamos millonarios.***

BIBLIOGRAFIA

Alexander, S.S. (1961)/ *"Price Movements in Speculative Markets: Trends or Random Walks"*, Industrial Management Review, 2, mayo.

Al-Shanfari, Hatem. (2003)/ *"Testing the Arbitrage Pricing Theory in Net Oil Exporting Countries"*. Ponencia. European Applied Business Research Conference. Venice.

Aragonés J.R. y Juan Mascareñas. (1994)/ *"La Eficiencia y el Equilibrio en los Mercados de Capital*", Universidad Complutense de Madrid, Análisis Financiero, Nº 64, pp. 76-89, Madrid.

Aragonés, J.R. (1986)/ *"Análisis del Comportamiento de los Rendimientos Bursátiles",* Gestión Científica, Nº 3, Madrid.

Arrow, Kenneth, J. (1964)/ *"The Role of Securities in the Optimal Allocation of Risk Bearing",* Review of Economic Studies, Apr. (2).

Back, K. y Pliska, S. (1990)/ *"On the fundamental theorem of asset pricing with an infinite state space"*. Journal of Mathematical Economics, 20, pp.1-18.

Bailey, Warren y Chung, Y. Peter. (1995)/ "*Exchange rate fluctuations, political risk, and stock returns: some evidences from an emerging market*". Journal of Financial and Quantitative Analysis, 30 (4). 541-561.

Ball, R. (1972)/ *"Changes in Accounting Technique and Stock Prices"*, Journal of Accounting Research, (Selected Studies).

Ball, R. (1978)/ *"Anomalies in Relationships between Securities Yields and Yields Surrogates"*, Journal of Financial Economics, 2/3, junio-septiembre.

Ball, R. y Brown, P. (1968)/ *"An Empirical Evaluation of Accounting Income Numbers*", Journal of Accounting Research, 6, otoño.

Banz, R. W. (1981)/ *"The Relationship between Return and Market Value of Common Stock"*, Journal of Financial Economics, 9, marzo., pp. 3-18

Basu, S. (1977)/ *"The Investment Performance of Common Stocks in Relation to Their Price-Earning Ratio: A Test of Efficient Market Hypothesis",* Journal of Finance, 32 nº 2, junio, pp. 663-682

Bergés, A. (1984)/ "*El mercado español de capitales en un contexto internacional",* Ed. Ministerio de Economía y Hacienda, Madrid.

Black, F, Michael Jensen y Myron Scholes. (1972), "*The Capital Asset Pricing Model: Some Empirical Tests".* En Studies in the Theory of Capital Markets, New York, Praeger Publishers, pp. 79-121.

Black, F, y Myron Scholes. (1973), *"The pricing of Options and Corporate Liabilities".* Journal of Political Economy, 81, pp. 637-659

Bollerslev, T. (1986)/ *"Generalized Autorregresive Conditional Heteroscedasticity",* Journal of Econometrics, vol. 31, pp. 307-326.

Borges, Jorge Luis. (1995)./ *"El Aleph"*, Biblioteca Borges, Alianza Editorial, Madrid.

Brealey, R.A. (1983)/ *"An Introduction to Risk and Return from Common Stocks",* Mass, MIT Press, Cambridge.

Cagan, Phillip. (1974)/ *"Common stock values and inflation: The historical record of many countries*". Annual Report Supplement. NBER. New York.

Cagnetti, Arduino. (2002)/ *"Capital Asset Pricing Model and Arbitrage Pricing Theory in the Italian Stock Market: an empirical evidence*". Mimeo.

Campbell, John, Lo, Andrew W. y Mackinlay, A. Craig. (1997)/ "*The Econometrics of Financial Markets"*. Princeton University Press. Princeton, New Jersey.

Chamberlein, G. y Michael Rothschild. (1983)/ *"Arbitrage and Mean Variance Analysis on Large Asset Markets"*, Econometrica, 51, pp.1281-1304.

Chancellor, Edward. (2000)/ *"Sálvese Quien Pueda. Una Historia de la Especulación Financiera"*, Editorial Granica, Argentina.

Charest, G. (1978)/ *"Dividend Information, Stock Returns and Market Efficiency"*, Journal of Financial Economics, 2/3, junio-septiembre.

Chen, N. F. (1983)/ *"Some Empirical Tests of Arbitrage Pricing"*, Journal of Finance, Vol. 38.

Chen, N. F, Richard Roll y Stephen A. Ross. (1986), *"Economic Forces and the Stock Market",* Journal of Business, 59, pp. 383-404.

Cheng, A.C.S. (1995)/ *"The UK Stock Market and Economic Factors: a New Approach",* Journal of Business Finance and Accounting, Vol.22.

Cho, D.C, E.J. Elton and M.J. Gruber. (1984)/ *"On the Robustness of the Roll and Ross Arbitrage Pricing Theory"*. Journal of Financial and Quantitative Analysis 19.

Cochrane, John H. y Jesus Saa-Requejo. (2000)/ "*Beyond Arbitrage: Good-Deal Asset Price Bounds in Incomplete Markets"*. Journal of Political Economy, *108*(1), pp. 79-119.

Connor, G. y Robert A. Korajczyk (1988)/ *"Risk and Return in an Equilibrium APT: Application of a new Test Methodology".* Journal of Financial Economics, 21, pp. 255-290.

De la Calle, Luis F. (1990)/ *"Diversification of Macroeconomic Risk and International Integration of Capital Markets: The Case of Mexico"*, Mimeo World Bank.

Debreu, Gerard. (1959)/ "*Theory of Value*", New York, Wiley.

Dimson, E. y Marsh, P. (1984)/ *"An Analysis of Brokers' and Analysts' Unpublished Forecasts of UK Stock Returns"*, The Journal of Finance, 39 nº 5, diciembre, pp. 1257 –1292

Elton, E. Gruber, M. y Grossman, S. (1986)/ *"Discreet Expectational Data and portfolio Performance",* Journal of Finance 41 nº 3, Julio, pp. 699-712

Enders, W. (2004)/ *"Applied Econometric Time Series ",* John Wiley & Sons, Inc. USA.

Engle, R. (1982)/ *"Autorregresive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of Unites Kingdom Inflation",* Econometrica, vol. 50, núm. 1, pp. 987-1007.

Esteve, J. (1996)/ "Factores que influyen en la rentabilidad de los Fondos españoles (FIMs y FIAMMs)", IV Foro de Finanzas, Madrid.

Fama, E.F. (1965)/ *"Random Walks in Stock Markets",* Financial Analyst Journal. sept-oct. pp. 55-59

Fama, E.F. (1965)/ *"The Behavior of Stock Market Prices",* Journal of Business, 38, enero, pp. 34-105

Fama, E.F. (1970)/ *"Efficient Capital Markets: a Review of Theory and Empirical Work"*. The Journal of Finance, 25, Nº 2, mayo,.

Fama, E.F. y Blume, M. (1966)/ *"Filter Rules and Stock Market Trading Profits"*, Journal of Business, 39, enero, pp. 226-241

Fama, E.F., Fisher, L, Jensen, M. y Roll, R. (1969)/ *"The Adjustment of Stock Prices to New Information"*, International Economic Review, 10, febrero.

Fama, E.F, and K. R. French. (1995)/ *"Size and Book-to-Market Factors in Earnings and Returns "*, Journal of Finance, 50, pp. 131-155.

Freixas, X. and G. Rubio. (1989)/ *"Inflation and Stock Returns: Evidence form the Spanish Market "*, FEDEA, Documento 89-08.

Galindo, Luís M. y Guerrero, Carlos. (1999)/ "*La transmisión de las crisis financieras: la relación entre los índices de precios de las bolsas de valores de México y Estados Unidos*". Economía: Teoría y Práctica, 11. 83-95.

García, Pelegrín, J.M. (2006)/ "*La Rosa Blanca. Los estudiantes que se alzaron contra Hitler con su única arma: La Palabra*", LibrosLibres, España.

Gómez-Bezares, F, Madariaga, J. A. y Santibáñez, J. (1994)/ "*Valoración de las acciones en la Bolsa Española: Un análisis de la relación entre la rentabilidad y el riesgo"* , Ed. Desclee de Brouwer, S.A. Bilbao.

Grandio, Antonio, (Coordinador) (1997)/ *"Mercados Financieros",* Mc.Graw-Hill, Madrid.

Grupo Editorial Expansión. (2007)/ "Las 500 Empresas más Importantes de México, Julio, México.

Gujarati, D. N. (2003)/ *"Econometría",* Mc Graw-Hill, Cuarta edición, México

Hansen L.P. y S.F. Richard. (1987)/ "*The Role of Conditioning Information in Deducing Testable Restrictions Implied by Dynamic Asset Pricing Models".* Econometrica, 55, 3, pp. 587-613

Harrison, J., y D. Kreps. (1979)/ "*Martingales and Arbitrage in Multiperiod Securities Markets",* Journal of Economic Theory, 20, pp. 381-408.

Ibarreche, V. Viart Vázquez y Giancarlo Zunino. (2006)/ *"Valoración de Adrs Mexicanos por Medio del APT*". Universidad Pompeu Fabra, Instituto de Educación Continua, Junio, Barcelona, España.

Ibbotson, R. (1975)/ *"Price Performance of Common Stock New Issues",* Journal of Financial Economics, 2, septiembre.

Jaffe, J. (1974)/ *"Special Information and Insider Trading"*, Journal of Business, 47, nº 3, Julio, pp. 410-428

Jensen, M. (1969)/ *"Risk, the Pricing of Capital Assets, and the Evaluation of Investment Porfolios"*, Journal of Business, 42, abril.

Jensen, M., y Bennington, G. (1970)/ *"Random Walks and Technical Theories: Some Additional Evidence"*, Journal of Finance, 25 nº 2, mayo, pp. 469-482

Jordán, L. y García, J. (2003)/ “Estimación y contraste del modelo APT en los Fondos de Inversión Mobiliaria españoles”, *Análisis Financiero* , 89: 22-35.

Jouini, E., and Kallal, H. (1995)/ *“Martingales and Arbitrage in Securities Markets with Transaction Costs”*. Journal of Economic Theory, 66, pp. 178-197.

Kendall, M.G. (1953)/ *"The Analysis of Economic Time Series, Part I: Prices",* Journal of the Royal Statistical Society, Nº 96, pp. 11 -25.

Kreps, D, (1990)/ “A Course in Microeconomic Theory”, Princeton University Press.

Kolb, Robert, W, (1993)/ “*Inversiones*”, Limusa, Grupo Noriega Editores, México.

Koutoulas, George y Lawrence Kryzanowski. (1996)/ *“Macrofactor Conditional Volatilities, Time-Varying Risk Premia and Stock Return Behavior”*. The Financial Review, 31, No. 1, 169-195.

Levy, R. (1967)/ *"Relative Strenght as a Criterion for Investment Selection",* Journal of Finance, 22, diciembre, pp. 595-610

Lintner, J. (1965)/ "*The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets".* Review of Economics and Statistics, 47, pp. 13-37.

Liu, J., and F. A. Longstaff. (2000)/ *“Losing Money on Arbitrages: Optimal Dynamic Portfolio Choice in Markets with Arbitrage Opportunities”.* Working paper, UCLA.

López, Francisco. (2006.a)/ *“Riesgo Sistemático en el Mercado Mexicano de Capitales: un Caso de Segmentación Parcial”*. Revista de Contaduría Y Administración, FCA, UNAM. No. 219, Mayo-Agosto.

López, Francisco. (2006.b)/ *“Factores Macroeconómicos y Riesgo Sistemático: Modelos Multifactoriales de los Mercados de Capitales del TLCAN”,* Tesis de Doctorado, Facultad de Economía, UNAM.

López, Francisco y E. Ortiz. (2005)/ *“Macroeconomic Risk Sources: A Principal Component Analysis for NAFTA Stock Markets”*. Ponencia. Congreso Anual de la International Trade and Finance Association. Mayo 19, Estambul, Turquía.

López, Francisco y Fco. J. Vázquez (2002.a)/ *“Variables Económicas y un Modelo Multifactorial para la Bolsa Mexicana de Valores: Análisis Empírico Sobre una Muestra de Activos”.* Revista Latinoamericana de Administración, 29. 5-28.

López, Francisco y Fco. J. Vázquez (2002.b), *"Un Modelo de la APT en la Selección de Portafolios Accionarios en el Mercado Mexicano*". *Revista Contaduría y Administración*, FCA, UNAM, No. 206, pp. 9-30.

Lothian, James R. y McCarthy, Cornelia H. (2001)/ *"Equity returns and inflation: The puzzlingly long lags".* Working paper. Fordham University. New York.

Marín, José M. y Gonzalo Rubio. (2001)/ "*Economía Financiera"*, Antoni Bosch Editor, España.

Markowitz, H. (1952)/ *"Portfolio Selection",* Journal of finance, 7(1), pp. 77-91

Markowitz, H. (1959)/ *"Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments",* John Wiley and Sons, New York.

Márquez, Jorge Miguel, Islas Camargo, Alejandro y Venegas Martínez, Francisco. (2003)/ *"Corrientes internacionales de capital e inversión extranjera de cartera. El caso de México, 1989-1999"*. El Trimestre Económico, 70 (4). 791-833.

Mas-Colell, A. Et. Al. (1995)/ *"Microeconomic Theory"*. Oxford University Press, New Cork.

Mankiw, Gregory N. (2000)/ *"Macroeconomía"*, Antoni Bosch Editor, España.

Méndez, M. Saúl. (2007)/ *"El Mercado Bursátil y su Relación con el Crecimiento Económico de México: 1995-2005"* , Tesis para obtener el grado de maestro en Finanzas, Facultad de Contaduría y Administración, UNAM. México.

Merton, Robert. (1973)/ *"An Intertemporal Asset Pricing Model*", Econometrica, 41, pp. 867-887.

Merton, Robert y Zvi Bodie. (1995)/ "*A Conceptual Framework for Analyzing the Financial Environment",* The Global Financial System: A Functional Perspective. Ed. Dwight B. Crane et al. Boston, MA. Harvard Business School Press.

Merton, Robert. (1992)/ *"Financial Innovation and Economic Performance",* Journal of Applied Corporate Finance, Winter, 4(4), pp. 12–22.

Modigliani, F, y M.Miller (1958)/ *"The Cost of Capital, Corporation Finance and the Theory of Investment*". American Economic Review, Junio, pp. 261-297.

Moore, A. (1962)/ "*A Statistical Analysis of Common Stock Prices*", Tesis Doctoral no publicada, Graduate School of Business, Universidad de Chicago.

Nava, P. N. (1996)/. *"The Arbitrage Pricing Theory: An application for the Mexican Stock Exchange"*. Mimeo. Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey-Campus Ciudad de México. México.

Navarro, C. y R. Santillán. (2001)/ *"A Test of the APT in the Mexican Stock Market".* Ponencia. Balas Conference. University of San Diego, San Diego.

Nicholson, W. (1997)/ *"Teoría Macroeconómica, Principios Básicos y Aplicaciones"*, Mc.Graw-Hill. España.

Nieto, B. (2001)/ *"Los Modelos Multifactoriales de Valoración de Activos: Un Análisis Empírico Comparativo".* Instituto Valenciano de Investigaciones Económicas, V-3775-2001.

Nieto, B. (2004)/ "Evaluating multi-beta pricing models: an empirical analysis with Spanish market data", *Revista de Economía Financiera* , 2: 80-108.

Pham, H. y N. Touzi. (1999)/ *"The Fundamental Theorem of Asset Pricing with Cone Constraints".* Journal of Mathematical Economics 31, pp. 265-279.

Roberts, H. (1967)/ *"Statistical versus Clinical Prediction of the Stock Market".* Documento no publicado.

Robinson, S. (2003)/ *"Macro Models and Multipliers: Leontief, Stone, Keynes and CGE Models ",* IFRI, September.

Rodríguez, F. (2000)/ "Influencia de las variaciones no esperadas de variables macroeconómicas en la rentabilidad de los fondos de inversión mobiliaria de renta fija", X Congreso Nacional de ACEDE, Oviedo.

Roll, R. and S. Ross. (1980)/ *"An Empirical Investigation of the Arbitrage Pricing Theory"*. Journal of Finance, 35.

Ross, S.A. (1976)/ *"The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing",* Journal of Economy Theory, 13, pp. 341-360.

Samuelson, P.A., (1965.a)/ *"Proof that Properly Anticipated Prices fluctuate Randomly"* Industrial Management Reviews, 6, pp. 41-63.

Samuelson, P.A., (1965.b)/ *"Rational Theory of Warrant Pricing"* Industrial Management Reviews, 6, pp.13-32.

Schachermayer, W. (1992)/ *"A Hilbert space proof of the fundamental theorem of asset pricing in finite discrete time"*. Insurance: Mathematics and Economics 11, pp. 249 - 257.

Scholes, M. (1972)/ *"The Market for Securities: Substitution Versus Price Price Pressure and the Effects of Information on Share Prices",* Journal of Business, 45, abril.

Sharpe, W. (1964)/ *"Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk",* Journal of Finance, 19, pp. 425-442.

Thompson, R. (1978)/ *"The Information Contents of Discounts and Premiums on Closed-End Fund Shares"*, Journal of Financial Economics, 2/3, junio-septiembre.

Tobin, James. (1958)/ "*Liquidity preference as behaviour toward risk",* The review of Economic Studies, pp. 65-86.

Treynor, Jack L. (1961)/ *"Market value, time, and risk",* Manuscrito no publicado.

Varian, H.R. (1992)/ *"Análisis Microeconómico"* Antoni Bosch Editor, Tercera Edición, Barcelona, España.

Varian, H.R. (1993)/ *"A Portfolio of Nobel Laureates: Markowitz, Miller and Sharpe"* The Journal of Economic Perspectives, Vol. 7, No. 1, pp. 159-169. Winter.

Venegas, Francisco. (2006)/ *"Riesgos Financieros y Económicos. Productos Derivados y Decisiones Económicas Bajo Incertidumbre"* Editorial Thomson, México.

Villalón, Julio, G. / (2006) *"Bases Estadístico-Matemáticas Para Economistas Financieros"* Departamento de Economía Aplicada (Matemáticas). V Jornadas Asepuma, Universidad de Valladolid.

Watts, R. L. (1978)/ *"Systematic 'Abnormal' Returns After Quarterly Earnings Announcements",* Journal of Financial Economics, 2/3, junio-septiembre.

PAGINAS ELECTRÓNICAS

www.banxico.gob.mx
www.inegi.gob.mx
www.bmv.com.mx

A N E X O S

CUADRO III.11
RENDIMIENTOS MENSUALES DEL MERCADO Y DE LOS ÍNDICES SECTORIALES
(ENERO 1995- DICIEMBRE 2007)

PERÍODO	IPC	EXT.	TRANS.	CONS.	COMERCIO	COM. Y TRANS.	SERVICIOS	VARIOS
1995/01	-11.86	5.12	-7.24	-22.52	-19.99	-4.34	-19.21	-8.89
1995/02	-25.99	-16.83	-16.97	-30.40	-23.33	-18.21	-34.13	-25.32
1995/03	18.26	16.39	11.90	5.12	33.33	15.31	11.54	19.30
1995/04	6.97	10.26	5.90	25.54	7.71	-4.79	15.68	11.12
1995/05	-0.79	31.68	3.24	-0.18	-7.83	-4.53	-8.16	1.84
1995/06	12.90	11.43	9.39	18.32	7.36	10.07	6.91	11.00
1995/07	8.15	3.23	7.79	3.65	-1.57	10.69	21.11	14.32
1995/08	5.97	8.52	6.66	17.64	1.19	1.69	4.34	3.96
1995/09	-4.96	-3.94	-2.11	-8.80	-1.28	-2.41	-6.22	-3.62
1995/10	-3.77	3.73	-3.34	-10.27	-6.44	-3.73	-10.77	-1.53
1995/11	16.81	17.03	7.43	11.70	7.60	28.90	0.30	8.21
1995/12	3.33	-3.01	6.98	9.83	2.13	1.51	9.65	2.96
1996/01	9.22	-4.11	7.75	13.26	13.37	4.06	14.15	11.70
1996/02	-6.66	-4.87	-4.76	-9.06	-4.32	-8.25	-3.84	-6.03
1996/03	8.47	0.05	8.51	5.81	12.33	6.16	5.88	14.60
1996/04	3.74	1.95	2.90	7.13	3.95	4.64	3.89	2.23
1996/05	0.57	3.69	5.26	-2.29	10.11	-1.98	-0.40	2.40
1996/06	0.17	-9.09	1.23	-1.16	0.07	4.85	-1.78	0.96
1996/07	-6.34	-0.96	-5.66	-6.94	-3.63	-10.86	-5.14	-0.21
1996/08	9.92	0.51	8.62	14.67	12.93	7.40	9.79	12.06
1996/09	-2.09	-2.09	-0.48	0.68	-4.68	-4.34	0.08	1.04
1996/10	-0.71	-4.16	-1.44	-5.31	-6.01	-0.44	-2.69	1.56
1996/11	2.44	3.53	5.54	0.45	4.44	0.55	-5.99	8.09
1996/12	2.11	-3.56	4.46	5.64	-5.30	2.57	4.20	1.78
1997/01	8.51	12.14	4.75	3.53	4.98	12.82	-2.38	11.92
1997/02	5.31	4.36	4.89	7.93	12.05	3.12	8.13	1.97
1997/03	-2.42	3.45	-2.07	-7.35	-6.04	-0.20	-3.54	0.55
1997/04	0.23	-0.01	1.12	-7.73	8.60	4.11	-3.21	-1.18
1997/05	5.65	4.17	3.24	7.35	7.69	9.45	-0.75	2.94
1997/06	12.33	3.51	10.75	14.99	8.31	9.67	20.53	18.69
1997/07	13.68	0.59	14.08	13.37	10.42	10.45	19.00	15.53
1997/08	-8.28	-3.39	-3.94	-5.20	-0.38	-12.03	-6.41	-10.00
1997/09	14.48	5.08	14.20	5.84	20.74	12.58	7.86	16.84
1997/10	-12.66	-3.43	-11.10	-16.71	-11.68	-10.14	-22.66	-14.27
1997/11	7.03	-0.93	5.30	6.17	6.37	12.03	6.22	2.93
1997/12	5.12	0.97	2.84	4.75	17.04	8.68	16.61	-2.66
1998/01	-12.62	-9.85	-9.94	-12.25	-19.57	-9.74	-10.85	-12.96
1998/02	4.71	8.80	3.71	2.68	6.51	3.84	0.20	3.63
1998/03	4.84	-3.27	4.54	8.71	-1.94	10.78	3.58	0.38
1998/04	1.64	0.48	-0.95	10.20	-3.55	0.79	9.01	1.98
1998/05	-11.15	-3.37	-8.17	-12.58	-12.33	-9.69	-14.33	-11.99
1998/06	-5.46	-10.62	-3.99	-6.26	-0.11	-0.48	-15.05	-13.02
1998/07	-0.88	-3.28	-2.20	-3.60	1.14	0.68	-0.09	1.33
1998/08	-29.52	-18.91	-18.51	-34.59	-22.78	-27.22	-42.19	-35.98
1998/09	19.32	35.49	13.14	5.82	19.32	24.77	13.24	16.94
1998/10	14.15	-1.05	3.86	7.32	7.83	17.35	2.81	15.34
1998/11	-7.48	-2.03	-3.16	1.68	-7.06	-10.77	6.27	-5.08

CUADRO III.11
RENDIMIENTOS MENSUALES DEL MERCADO Y DE LOS ÍNDICES SECTORIALES
(ENERO 1995- DICIEMBRE 2007)

PERÍODO	IPC	EXT.	TRANS.	CONS.	COMERCIO	COM. Y TRANS.	SERVICIOS	VARIOS
1998/12	5.03	4.46	6.42	-9.05	2.07	7.43	12.26	7.47
1999/01	-0.04	1.70	-1.03	8.40	-7.33	6.09	-7.19	-8.82
1999/02	7.65	-0.35	0.98	10.74	11.04	7.99	14.97	10.03
1999/03	15.71	9.88	8.74	29.50	13.25	11.29	36.44	14.77
1999/04	9.82	9.35	2.99	8.15	18.32	8.81	8.88	15.57
1999/05	1.17	-9.62	-3.89	1.37	-6.05	10.91	-6.62	-7.47
1999/06	6.42	14.95	6.94	7.20	11.09	0.91	9.42	7.21
1999/07	-9.76	-6.09	-6.12	-15.27	-7.98	-7.48	-16.74	-11.96
1999/08	-3.30	4.32	-4.35	0.91	-6.94	-3.46	-3.39	-2.51
1999/09	-0.72	2.36	-2.56	3.00	-2.58	-0.73	-3.21	2.06
1999/10	7.92	-6.01	-4.10	-3.48	-0.03	19.40	24.27	-0.71
1999/11	12.59	7.56	10.87	11.59	17.81	9.53	20.35	10.78
1999/12	16.19	10.43	6.66	9.40	7.78	24.80	14.60	9.90
2000/01	-7.63	6.42	-13.20	-15.61	-11.19	-2.88	2.34	-11.59
2000/02	11.89	-8.63	0.48	-4.30	23.06	22.51	4.25	-5.12
2000/03	1.42	-7.86	2.76	3.94	4.23	-0.21	8.23	0.59
2000/04	-11.14	-12.07	-6.27	-2.90	-7.50	-12.16	-17.27	-12.92
2000/05	-10.23	-8.21	-2.27	-3.42	-9.17	-14.60	-6.26	-7.47
2000/06	16.56	-18.13	4.88	10.58	17.52	24.52	16.47	5.32
2000/07	-6.25	17.49	-2.02	-0.17	-6.72	-11.93	2.29	-1.68
2000/08	2.31	12.87	-0.13	-2.77	5.58	0.40	6.96	0.68
2000/09	-4.96	-11.87	-2.63	-10.02	-11.25	-1.44	-0.05	-11.24
2000/10	0.94	-8.78	-1.99	2.18	5.56	-0.67	1.11	-0.15
2000/11	-11.60	-18.73	-5.51	-6.46	-9.24	-13.56	-8.67	-12.80
2000/12	-0.01	4.94	2.26	-6.13	-3.33	-0.82	10.51	-7.22
2001/01	14.94	9.45	4.15	16.45	10.27	18.20	15.93	10.15
2001/02	-7.15	-4.55	-4.12	-0.78	-2.70	-11.19	-1.83	-12.59
2001/03	-5.04	4.70	1.01	1.19	0.38	-9.88	-4.75	-0.74
2001/04	4.53	-14.33	-1.72	1.29	-0.30	10.57	4.32	-3.37
2001/05	10.16	11.73	-4.40	14.81	7.30	4.55	25.01	10.77
2001/06	1.07	-12.44	1.88	-0.37	1.79	0.46	2.54	1.49
2001/07	-2.88	-16.14	-2.19	1.96	-3.46	-1.93	-3.67	-6.30
2001/08	-2.53	-4.15	5.25	-4.47	-3.89	-3.51	-12.91	3.43
2001/09	-14.38	-21.16	-10.70	-16.11	-12.93	-10.12	-14.03	-23.42
2001/10	2.47	-13.13	-2.35	7.01	7.15	0.12	0.51	3.58
2001/11	5.34	-3.10	0.29	8.51	1.05	5.24	6.41	11.51
2001/12	9.25	-5.72	3.90	3.90	12.49	7.84	14.08	19.61
2002/01	8.72	48.61	5.04	6.12	3.69	7.68	11.51	12.40
2002/02	-2.79	-4.64	2.38	-6.80	1.49	-4.04	-2.96	-2.87
2002/03	9.32	18.34	10.81	17.72	9.76	7.09	5.73	8.61
2002/04	1.61	16.39	3.55	9.21	5.90	-1.53	-3.39	4.45
2002/05	-6.00	14.39	-0.05	-1.95	-8.52	-6.93	-8.34	-3.35
2002/06	-8.12	-18.73	-3.68	-8.41	-4.83	-11.43	-5.11	-7.86
2002/07	-6.80	-4.64	-7.32	-6.68	-2.48	-10.43	-2.54	-0.81
2002/08	3.23	-12.46	1.33	-0.71	0.00	5.60	3.38	1.48

CUADRO III.11 RENDIMIENTOS MENSUALES DEL MERCADO Y DE LOS ÍNDICES SECTORIALES (ENERO 1995- DICIEMBRE 2007)								
PERÍODO	**IPC**	**EXT.**	**TRANS.**	**CONS.**	**COMERCIO**	**COM. Y TRANS.**	**SERVICIOS**	**VARIOS**
2002/09	-7.85	-9.28	-4.90	-8.15	-8.08	-7.64	-7.95	-6.98
2002/10	4.18	-3.66	1.83	-1.17	1.50	8.66	4.74	0.34
2002/11	3.17	10.73	0.15	10.30	-2.48	5.96	-0.38	-0.58
2002/12	-0.48	8.93	-0.11	-2.30	-3.08	0.19	3.11	1.94
2003/01	-2.82	14.29	-6.84	-6.48	0.08	-1.15	2.71	-9.20
2003/02	-0.46	-7.06	-0.48	-1.56	1.55	-1.17	0.46	3.84
2003/03	-0.22	-6.39	-1.01	-1.68	3.67	-1.15	-1.07	-0.42
2003/04	10.08	7.60	6.29	19.07	9.23	6.71	7.45	9.45
2003/05	2.91	7.92	3.41	0.28	3.11	3.49	1.02	4.77
2003/06	5.31	-2.21	3.70	4.45	4.95	7.52	3.00	1.75
2003/07	4.25	10.25	-1.57	6.81	2.03	6.42	0.25	3.18
2003/08	3.21	0.44	2.16	7.50	-3.17	5.01	1.86	3.68
2003/09	3.04	21.02	1.96	0.87	4.77	1.48	6.47	3.74
2003/10	3.10	13.74	-0.59	0.52	0.81	4.70	3.11	8.03
2003/11	6.07	3.98	5.64	6.09	5.07	7.43	4.22	4.58
2003/12	2.81	48.15	5.17	2.25	-0.55	1.84	-1.08	6.54
2004/01	7.20	5.31	6.36	11.58	5.01	5.85	7.25	9.81
2004/02	5.97	17.41	5.87	2.41	4.02	7.07	5.72	3.88
2004/03	5.26	6.40	4.43	3.82	2.98	7.19	9.25	0.14
2004/04	-5.41	-17.38	-3.29	-0.86	-2.25	-5.44	1.61	-6.49
2004/05	0.89	-5.16	-2.34	0.55	1.43	1.50	0.79	2.63
2004/06	2.45	1.93	3.49	1.68	0.74	2.32	4.57	3.28
2004/07	-1.61	4.71	-1.07	-2.68	0.49	-2.80	2.21	-1.02
2004/08	1.46	8.16	-0.08	0.28	3.74	-0.12	0.87	4.04
2004/09	6.75	13.21	4.23	1.59	6.56	7.60	11.59	2.68
2004/10	5.54	2.24	3.35	3.72	0.58	10.24	-0.20	2.13
2004/11	4.65	12.96	5.38	7.28	3.81	2.35	8.36	5.22
2004/12	6.74	3.19	9.38	10.00	0.34	9.07	2.01	6.93
2005/01	1.39	-0.51	1.12	5.00	-0.12	0.12	4.86	-0.54
2005/02	5.29	10.54	4.29	3.83	5.78	5.73	3.62	1.35
2005/03	-8.07	-7.40	-8.15	-7.94	-4.21	-9.88	-6.13	-5.28
2005/04	-2.79	-11.46	-3.97	-3.55	1.21	-3.81	1.71	-3.02
2005/05	5.20	0.65	1.86	5.07	0.56	8.70	1.48	3.12
2005/06	4.02	-0.34	4.24	8.16	5.13	3.58	-1.92	1.54
2005/07	6.85	1.76	6.25	8.47	6.14	6.30	10.39	5.20
2005/08	-1.16	-1.19	-2.83	1.43	-1.54	-0.83	-0.53	0.36
2005/09	13.18	12.65	5.06	9.46	14.07	16.12	7.36	6.52
2005/10	-2.24	-2.01	-3.36	-1.28	-3.33	-1.72	-5.78	-0.57
2005/11	6.80	13.12	2.58	5.59	7.46	7.51	-1.05	2.93
2005/12	5.77	6.69	4.39	4.25	3.20	6.76	1.67	10.10
2006/01	6.20	18.20	4.65	8.28	3.32	5.97	2.35	4.40
2006/02	-1.06	-7.31	-0.67	-3.58	0.33	0.73	-2.39	-3.34
2006/03	3.03	18.88	4.41	7.51	-3.04	2.88	0.62	-2.54
2006/04	7.13	22.96	4.65	6.37	9.35	6.25	11.17	-3.38
2006/05	-9.53	-18.64	-5.68	-11.40	-4.75	-8.98	-4.04	-8.71

CUADRO III.11 RENDIMIENTOS MENSUALES DEL MERCADO Y DE LOS ÍNDICES SECTORIALES (ENERO 1995-DICIEMBRE 2007)								
PERÍODO	**IPC**	**EXT.**	**TRANS.**	**CONS.**	**COMERCIO**	**COM. Y TRANS.**	**SERVICIOS**	**VARIOS**
2006/06	2.51	-1.11	-0.27	-0.32	2.03	4.13	3.94	7.03
2006/07	4.96	12.41	7.28	-0.58	7.99	4.52	7.79	2.79
2006/08	4.74	0.26	3.49	1.92	7.59	4.82	3.94	6.51
2006/09	4.22	-3.28	6.07	4.89	1.53	6.06	6.19	3.66
2006/10	5.06	8.02	5.34	2.83	2.42	6.28	9.25	5.66
2006/11	8.31	7.01	9.28	7.26	8.72	7.60	7.13	4.67
2006/12	5.95	-0.10	7.31	6.09	13.75	2.76	0.13	8.48
2007/01	4.21	11.80	1.51	4.59	6.12	4.13	2.29	0.12
2007/02	-3.35	6.74	-4.32	-0.77	-6.82	-2.16	-1.78	-4.40
2007/03	7.92	8.33	3.36	-0.29	7.85	12.01	10.40	9.64
2007/04	0.87	11.85	1.49	-1.29	-4.31	3.41	1.01	4.28
2007/05	8.28	5.08	5.82	11.87	-2.42	13.28	5.48	4.14
2007/06	-0.79	2.98	-0.33	-1.01	0.31	-1.71	1.49	-1.80
2007/07	-1.58	15.92	-1.61	-5.38	1.19	-5.27	8.03	2.49
2007/08	-1.02	-7.79	-2.72	-3.29	-0.78	2.93	-7.04	-2.92
2007/09	-0.17	16.52	0.30	-6.32	1.05	-1.02	-7.31	-2.59
2007/10	3.84	27.34	-1.72	-1.10	6.25	0.61	13.55	4.33
2007/11	-5.37	-14.30	-4.48	-7.28	-5.53	0.26	-2.94	-10.92
2007/12	-0.78	-10.88	9.56	-2.97	-0.96	-0.06	0.70	3.01
FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA CON DATOS DE LA BOLSA MEXICANA DE VALORES.								

CUADRO III.22 VARIABLES MACROECONÓMICAS (ENERO 2005-DICIEMBRE 2007)							
PERÍODO	**TIPO DE CAMBIO**	**INFLACION**	**IVPI**	**M4**	**RESERVAS INTERNACIONALES**	**COSTO PORCENTUAL PROMEDIO (CPP)**	**CETES**
1995/01	6.95	3.76	0.06	-0.83	-39.41	4.08	0.35
1995/02	2.50	4.24	-6.53	-1.28	164.18	20.46	0.37
1995/03	16.79	5.90	7.40	3.30	-10.90	57.92	0.43
1995/04	-15.14	7.97	-10.04	-2.53	7.84	23.65	0.43
1995/05	6.78	4.18	5.06	3.56	28.05	-17.65	0.41
1995/06	2.13	3.17	-0.95	0.91	-1.35	-19.82	0.38
1995/07	-3.50	2.04	-3.74	0.33	32.73	-10.71	0.37
1995/08	3.67	1.66	5.67	1.57	12.68	-10.43	0.35
1995/09	1.71	2.07	-2.84	0.99	-0.81	-6.71	0.34
1995/10	11.72	2.06	4.95	4.13	2.58	7.14	0.36
1995/11	6.69	2.47	1.04	3.20	7.46	28.21	0.39
1995/12	-0.12	3.26	-0.37	5.37	15.66	-2.10	0.38
1996/01	-3.29	3.59	2.43	1.33	-4.48	-13.67	0.37
1996/02	2.01	2.33	-1.49	0.74	4.78	-10.63	0.36
1996/03	0.12	2.20	4.89	2.91	-3.02	8.94	0.37
1996/04	-1.90	2.84	-3.81	2.23	-0.25	-9.99	0.35
1996/05	0.07	1.82	5.79	2.36	1.65	-16.56	0.33
1996/06	2.72	1.63	-0.73	1.10	-1.37	-7.93	0.32
1996/07	0.04	1.42	0.54	1.97	5.70	7.87	0.34
1996/08	-1.58	1.33	2.47	1.07	-5.12	-5.69	0.32
1996/09	0.59	1.60	-3.82	2.70	0.47	-9.45	0.31
1996/10	5.04	1.25	7.96	2.90	10.08	0.48	0.32
1996/11	-0.60	1.52	-2.23	1.32	-0.56	11.94	0.33
1996/12	-0.24	3.20	-1.00	4.70	7.00	-3.78	0.32
1997/01	-0.15	2.57	-0.63	0.10	7.62	-10.72	0.31
1997/02	-0.70	1.68	-2.41	1.17	8.62	-12.54	0.29
1997/03	1.36	1.24	2.54	2.85	-1.52	0.19	0.30
1997/04	0.46	1.08	7.12	1.76	7.75	-0.14	0.30
1997/05	-0.23	0.91	-0.56	2.76	3.10	-11.11	0.28
1997/06	0.62	0.89	1.18	2.12	-1.97	0.27	0.29
1997/07	-1.87	0.87	0.73	1.19	1.86	-3.89	0.28
1997/08	-0.69	0.89	-0.51	1.91	3.02	-3.93	0.28
1997/09	0.84	1.25	-0.17	1.10	4.77	-0.92	0.28
1997/10	3.62	0.80	6.80	3.14	13.81	-3.61	0.28
1997/11	1.19	1.12	-5.21	1.93	-3.20	7.13	0.29
1997/12	-1.42	1.40	-0.20	2.94	7.98	0.28	0.28
1998/01	3.43	2.18	-1.67	1.09	7.27	-4.55	0.28
1998/02	2.67	1.75	-1.62	1.80	0.60	0.29	0.28
1998/03	-0.78	1.17	10.54	1.98	2.74	2.00	0.29
1998/04	-0.41	0.94	-5.80	1.01	3.37	1.67	0.28
1998/05	4.70	0.80	3.02	3.12	2.83	-4.59	0.28
1998/06	1.81	1.18	2.26	1.20	0.49	2.31	0.29
1998/07	-1.36	0.96	-0.50	1.31	2.44	2.96	0.29
1998/08	11.69	0.96	0.31	1.53	7.23	7.32	0.30

CUADRO III.22 VARIABLES MACROECONÓMICAS (ENERO 1995-DICIEMBRE 2007)							
PERÍODO	**TIPO DE CAMBIO**	**INFLACION**	**IVPI**	**M4**	**RESERVAS INTERNACIONALES**	**COSTO PORCENTUAL PROMEDIO (CPP)**	**CETES**
1998/09	1.47	1.62	-0.18	2.22	-1.14	44.57	0.36
1998/10	0.51	1.43	2.64	1.93	1.92	6.32	0.35
1998/11	-2.14	1.77	-4.15	2.24	-2.73	-5.19	0.34
1998/12	-0.76	2.44	-0.52	4.60	3.54	2.88	0.34
1999/01	3.14	2.53	-2.71	-0.25	3.38	-0.88	0.34
1999/02	-2.35	1.34	-0.83	2.22	-1.71	-4.98	0.33
1999/03	-4.23	0.93	9.95	2.47	-5.43	-15.09	0.31
1999/04	-2.40	0.92	-3.41	-0.29	-2.40	-16.11	0.29
1999/05	4.98	0.60	2.09	2.80	4.52	-6.99	0.29
1999/06	-2.69	0.66	4.29	0.71	-2.62	4.49	0.29
1999/07	-1.10	0.66	-1.27	2.32	3.74	-2.90	0.29
1999/08	-0.01	0.56	0.35	0.91	-1.98	0.50	0.29
1999/09	-0.25	0.97	-1.08	1.79	0.76	-1.27	0.29
1999/10	3.12	0.63	1.03	1.18	1.54	-3.85	0.28
1999/11	-3.06	0.89	-0.48	2.24	-3.55	-5.74	0.27
1999/12	1.70	1.00	-1.38	1.87	2.18	-5.17	0.27
2000/01	-0.02	1.34	-1.34	0.89	3.96	-0.84	0.27
2000/02	-1.45	0.89	0.89	0.96	-1.52	-0.72	0.27
2000/03	-1.51	0.55	8.66	1.60	5.65	-9.95	0.25
2000/04	1.89	0.57	-7.16	1.15	0.59	-8.71	0.25
2000/05	1.33	0.37	7.18	1.05	-1.98	0.24	0.25
2000/06	4.42	0.59	2.33	1.37	0.67	8.15	0.26
2000/07	-5.96	0.39	-2.68	1.56	-3.26	-4.07	0.25
2000/08	-1.38	0.55	2.64	-0.13	-7.56	0.54	0.26
2000/09	1.92	0.73	-3.22	2.12	7.40	1.84	0.26
2000/10	2.50	0.69	2.15	1.22	3.70	1.66	0.27
2000/11	-2.47	0.86	-3.02	1.28	-2.99	6.88	0.28
2000/12	1.77	1.08	-6.42	0.02	6.48	-0.35	0.27
2001/01	1.01	0.55	1.76	0.12	7.55	1.88	0.28
2001/02	-0.07	-0.07	-4.35	1.82	4.36	-0.20	0.27
2001/03	-1.28	0.63	9.76	1.53	-0.23	-3.76	0.27
2001/04	-2.84	0.50	-7.69	0.58	-1.13	-5.40	0.26
2001/05	-1.96	0.23	7.06	0.92	0.02	-11.49	0.24
2001/06	-0.27	0.24	0.84	0.85	-1.61	-19.68	0.22
2001/07	1.45	-0.26	-2.35	1.16	1.19	-12.99	0.22
2001/08	-0.52	0.59	2.29	2.56	0.99	-9.59	0.20
2001/09	4.18	0.93	-4.27	1.08	4.41	0.94	0.21
2001/10	-2.98	0.45	3.43	1.00	0.04	4.92	0.20
2001/11	0.37	0.38	-2.47	2.07	-0.96	-16.60	0.19
2001/12	-1.44	0.14	-5.99	1.51	0.94	-11.70	0.18
2002/01	0.32	0.92	1.93	-1.08	1.77	-4.99	0.19
2002/02	-0.98	-0.06	-3.40	0.95	0.83	8.88	0.20
2002/03	-0.57	0.51	4.01	1.39	-1.02	-3.16	0.19
2002/04	3.21	0.55	8.27	0.07	1.86	-16.49	0.17

CUADRO III.22 VARIABLES MACROECONÓMICAS (ENERO 1995-DICIEMBRE 2007)							
PERÍODO	**TIPO DE CAMBIO**	**INFLACION**	**IVPI**	**M4**	**RESERVAS INTERNACIONALES**	**COSTO PORCENTUAL PROMEDIO (CPP)**	**CETES**
2002/05	3.15	0.20	-0.73	0.20	3.57	3.29	0.18
2002/06	4.02	0.49	-0.90	1.63	5.91	6.97	0.19
2002/07	-3.05	0.29	0.74	0.13	0.63	3.54	0.19
2002/08	2.11	0.38	0.38	-0.32	2.51	-9.17	0.19
2002/09	2.70	0.60	-4.64	0.87	5.16	2.38	0.19
2002/10	-0.07	0.44	5.29	0.76	-0.45	6.00	0.20
2002/11	-0.10	0.81	-4.63	2.29	-0.08	-2.01	0.19
2002/12	1.60	0.44	-3.73	2.97	9.13	-4.47	0.19
2003/01	6.53	0.40	1.52	0.34	7.65	4.68	0.20
2003/02	0.42	0.28	-2.98	-0.63	2.94	16.57	0.21
2003/03	-2.41	0.63	7.09	0.93	1.04	1.92	0.21
2003/04	-3.13	0.17	-1.59	-0.05	-1.33	-7.68	0.20
2003/05	-0.23	-0.32	2.27	1.63	0.07	-25.81	0.16
2003/06	0.72	0.08	0.25	0.90	0.63	-10.53	0.16
2003/07	0.07	0.14	0.11	1.96	-2.26	-8.18	0.15
2003/08	4.25	0.30	-1.11	0.17	4.43	-7.24	0.15
2003/09	-0.06	0.60	-1.42	0.68	0.91	0.30	0.16
2003/10	1.65	0.37	5.20	0.79	3.30	7.49	0.16
2003/11	2.20	0.83	-5.83	2.09	6.50	-3.06	0.16
2003/12	-1.02	0.43	0.20	3.17	2.21	12.36	0.18
2004/01	-2.86	0.62	-0.51	-0.05	0.31	-6.14	0.16
2004/02	1.64	0.60	-1.03	-0.32	1.05	-0.82	0.17
2004/03	0.55	0.34	10.94	3.08	0.86	15.11	0.18
2004/04	1.66	0.15	-4.36	-0.21	0.96	-1.67	0.18
2004/05	0.99	-0.25	0.98	-0.46	0.72	4.37	0.18
2004/06	-0.35	0.16	3.15	1.88	1.56	2.56	0.18
2004/07	0.60	0.26	-1.73	-0.12	-3.20	4.08	0.19
2004/08	-0.93	0.62	0.88	-0.21	0.49	3.92	0.19
2004/09	0.32	0.83	-1.01	1.65	-1.02	5.45	0.19
2004/10	0.89	0.69	1.12	1.86	2.24	4.57	0.20
2004/11	-2.30	0.85	-2.17	0.90	1.17	7.03	0.20
2004/12	0.16	0.21	-0.90	3.49	1.02	3.73	0.21
2005/01	0.30	0.00	-2.72	0.60	1.01	0.17	0.21
2005/02	-1.80	0.33	-1.44	0.77	-0.45	3.93	0.21
2005/03	1.79	0.45	3.93	1.37	0.09	5.10	0.22
2005/04	-1.69	0.36	5.76	0.10	-2.50	3.44	0.22
2005/05	-1.80	-0.25	-1.18	1.20	-1.80	2.57	0.22
2005/06	-0.55	-0.10	0.84	1.15	0.73	-1.03	0.22
2005/07	-1.84	0.39	-3.48	1.58	-5.47	0.15	0.22
2005/08	2.35	0.12	3.73	0.76	4.49	1.79	0.22
2005/09	-0.40	0.40	-1.64	1.85	3.13	-1.90	0.21
2005/10	0.55	0.25	2.46	1.79	3.63	-1.34	0.21
2005/11	-3.14	0.72	-1.72	1.32	0.88	-3.63	0.21
2005/12	1.99	0.61	-1.36	2.39	3.03	-7.68	0.20

CUADRO III.22
VARIABLES MACROECONÓMICAS
(ENERO 1995-DICIEMBRE 2007)

PERÍODO	TIPO DE CAMBIO	INFLACION	IVPI	M4	RESERVAS INTERNACIONALES	COSTO PORCENTUAL PROMEDIO (CPP)	CETES
2006/01	-2.95	0.59	1.03	-0.39	-3.75	-2.72	0.20
2006/02	0.16	0.15	-2.90	1.59	0.16	-2.79	0.20
2006/03	4.53	0.13	8.73	2.70	4.43	-1.26	0.19
2006/04	1.89	0.15	-4.82	1.37	6.52	-5.09	0.19
2006/05	-0.25	-0.45	5.81	-0.74	9.08	-2.49	0.19
2006/06	2.40	0.09	2.14	1.93	3.91	-0.20	0.19
2006/07	-4.39	0.27	-4.72	-0.43	-4.52	-2.56	0.19
2006/08	0.07	0.51	3.14	0.15	-15.26	0.40	0.19
2006/09	1.01	1.01	-2.25	0.84	3.02	-1.61	0.19
2006/10	-2.78	0.44	2.18	0.49	0.04	0.61	0.19
2006/11	3.14	0.52	-1.43	2.73	3.32	0.41	0.19
2006/12	-1.49	0.58	-4.34	3.21	-4.32	-2.43	0.19
2007/01	1.88	0.52	1.15	-1.17	2.29	0.21	0.19
2007/02	-0.06	0.28	-4.10	0.41	2.92	-0.21	0.19
2007/03	0.02	0.22	8.85	1.19	-0.90	2.07	0.19
2007/04	-1.35	-0.06	-3.31	-0.66	-0.50	-1.22	0.19
2007/05	-1.32	-0.49	4.68	2.12	-1.67	1.23	0.19
2007/06	0.73	0.12	1.27	0.53	1.09	1.83	0.19
2007/07	1.21	0.42	-2.89	0.86	2.96	0.40	0.19
2007/08	0.99	0.41	3.82	2.18	0.91	0.40	0.19
2007/09	-1.64	0.78	-4.79	0.13	2.05	0.59	0.19
2007/10	-1.95	0.39	5.62	0.70	1.00	1.18	0.19
2007/11	2.08	0.71	-4.07	2.32	4.33	2.33	0.19
2007/12	-0.62	0.41	-3.76	1.32	0.93	-2.47	0.19

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA CON DATOS DEL BANCO DE MEXICO Y DEL BANCO DE INFORMACIÓN ECONÓMICA DE INEGI.