



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**

---

**POSGRADO EN CIENCIAS DE LA TIERRA  
CENTRO DE CIENCIAS DE LA ATMÓSFERA**

**UN MODELO ESPACIO-TEMPORAL PARA LA  
PREDICTIBILIDAD DE LA PRECIPITACIÓN EN EL  
ESTADO DE VERACRUZ.**

**T E S I S**

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE  
**MAESTRO EN CIENCIAS**  
**(FÍSICA DE LA ATMÓSFERA)**

P R E S E N T A

**Lorena Cruz Rivas**

Director de tesis:  
Dr. Walter Ritter Ortíz



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## **Agradecimientos**

Eternamente agradecida con el Dr. Walter Ritter, por su gran apoyo en la dirección de mi tesis, entusiasmo y confianza.

Al Dr. Victor Mendoza, M, en C. René Garduño, Dr. Carlos Gay y Dr. Ernesto Jáuregui por su gran apoyo al mejoramiento de este trabajo.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por la beca de maestría.

## Dedicatoria

A mis padres por su gran amor y confianza., porque a pasar de la distancia me han impulsado a ser una mejor persona.

Mis hermanos Paty, Hugo y Elsa. . . los quiero mucho y los extraño.

Por su comprensión y humanidad, Rita y Daniel mis papás adoptivos, les agradezco a ayudarme a ser una mejor persona, aunque no lo han logrado del todo.

Mis amigos y antes vecinos Berenice, Lizbeth, Diana, Rafa y gordito, por su apoyo en las buenas y las malas. Además de las buenas experiencias, aventuras y los malos ratos.

Sin duda, mis amigos desde la facultad y otros agregados culturales por su compañía, consejos, buenos momentos y comprensión.

Dany Cruz  
Matías Pérez  
Sergio Abarca  
Irais Márquez  
Alonso Ugalde  
Erika López  
Gerardo Utrera  
Alex Zitácuaro  
Nato Cervantes

Yoja Nava  
Dayis Rguez.  
Francisco Hdez.  
Lalo García  
Laura Hoyos  
Inés Monsalvo  
Azalia Mesa

# Índice

## Capítulo I. Introducción

1.1.	Los modelos de pronóstico y su problemática.	.....	1
1.2.	Formación de la lluvia	.....	3
1.3.	Sistemas dinámicos no-lineales	.....	6
1.4.	Índices de predictibilidad	.....	10
1.5.	Objetivos	.....	14
1.6.	Hipótesis	.....	15

## Capítulo II. Zona de Estudio

2.1.	Extensión territorial	.....	16
a)	Ubicación	.....	16
b)	Características Climáticas	.....	16
c)	Datos	.....	20

## Capítulo III. Metodología

3.1.	Espacios de fases multidimensional	.....	22
3.2.	Ecuación logística	.....	25

<b>Capítulo IV.</b>	<b>Resultados</b>	
4.1.	Zona Norte	..... 29
4.2.	Zona Centro	..... 39
4.3.	Zona Sur	..... 47
4.4.	El viento como un desestabilizante	..... 55
<b>Capítulo V.</b>	<b>Conclusiones</b>	
5.1.	Resumen	..... 57
5.2.	Conclusiones	..... 59
<b>Anexo A</b>	Diferentes soluciones para la ecuación logística	..... 62
<b>Anexo B</b>		..... 65
<b>Anexo C</b>		..... 72
<b>Referencias</b>		..... 76

## **Capítulo I.                    Introducción**

### **1.1. Los modelos de pronóstico y su problemática.**

El estudio de la meteorología, como en otras ciencias, requiere de construir modelos basados sobre consideraciones teóricas, utilizando datos medidos como entrada de información inicial. Por lo tanto, la construcción de modelos a partir de principios teóricos y leyes fundamentales, ha sido y continúa siendo un área primordial de la investigación.

Hoy en día la modelación para el pronóstico del tiempo atmosférico (así como para la predicción de la variabilidad del clima), es un proceso de solución a sistemas de ecuaciones diferenciales, describiendo un problema de dinámica de fluidos. Mientras tanto, las dificultades aumentan cuando se incorporan los datos medidos y son usados como datos de entrada en los modelos, esto se debe a que las mediciones rutinarias en amplias localizaciones proveen de un solo estado inicial discreto, y las especificaciones correctas demandan condiciones iniciales en un volumen tridimensional (Elsner y Sonics, 1992).

El problema de pronosticar el estado del tiempo, se debe a que no es un sistema periódico, y los valores iniciales continuos solo representan el estado actual de la atmósfera. El recurrir a la modelación de sistemas dinámicos, se sacrifica la precisión en aras de la simplicidad y la economía estructural (Smith, 1998).

Se puede considerar que los métodos lineales presentan limitación en el área predictiva, dada a su inhabilidad para modelar dinámicas de retroalimentación en el tiempo atmosférico, y sistemas climáticos (Farmer y Sidorowich, 1987). Por lo tanto, una alternativa es la construcción de modelos directamente a partir de los datos disponibles. Para estos métodos, los datos son usados como series de tiempo,

considerados como realizaciones únicas de procesos determinísticos y aleatorios continuos (e.g., Pandit y Yu, 1983).

A partir de estas consideraciones, se utiliza la dinámica de sistemas, la cual puede ser descrita en términos geométricos y las variables dependientes como coordenadas en un espacio multidimensional (Lorenz, 1984). En consecuencia, la teoría del caos se transforma en una herramienta con gran potencial para obtener información acerca de las estructuras formadas directamente desde los datos medidos, en lugar de a partir de los modelos.

Recientes trabajos han dado la posibilidad de usar ciertas ideas de la teoría de sistemas dinámicos no lineales, para el estudio del tiempo atmosférico y clima (Nicollis y Nicollis, 1984; Fraedrich, 1986; Sharifi *et al.*, 1990; Elsner y Tsonics, 1992; Hastings, 1993; Porporato y Ridolfi, 1997), sugiriendo que el conocimiento de la dinámica de sistemas, junto a las estructuras de los atractores (dimensiones y exponentes de Lyapunov) pueden presentar potencialidades en las predicciones de corto plazo. Por lo tanto, de conceptos y herramientas a partir del estudio del caos, podrán obtenerse nuevas aproximaciones a la comprensión sobre el estado del tiempo y el clima, lo cual podría conducir a un pronóstico mejorado en el futuro.

La variabilidad climática es la manifestación de una dinámica caótica descrita por un atractor de dimensión fractal, que puede ser analizada por las metodologías modernas de la dinámica de sistemas. Por lo que hoy en día, la teoría del caos aplicada al estudio de la dinámica de la atmósfera, se ha convertido en una técnica controversial, al proponer una nueva forma de pronóstico a partir de atractores, los cuales son conceptos matemáticos simples aplicados a sistemas físicos y que siguen algún tipo de patrón reconocible, aún siendo sistemas muy complicados y aleatorios.

Para comprender el comportamiento de la atmósfera, incluyendo sus variaciones, es necesario analizarla e interpretarla en su carácter histórico, ya que



interactúa como un sistema homeostático que presenta procesos de retroalimentación; donde sus manifestaciones coevolutivas catastróficas han tenido una influencia en el clima y la evolución de los seres vivientes (Ritter *et al.*, 2005).

En la antigüedad, como hasta nuestros días, el clima ha sido un factor determinante en el desarrollo del hombre, ya que éste depende fuertemente de la productividad en la agricultura, ganadería, pesca, etc. En consecuencia, las pérdidas económicas pueden ser cuantiosas y atribuidas a la falta de conocimiento de la variabilidad del clima. No obstante, la producción también es influenciada por otros factores como son los biológicos, económicos, sociales y hasta políticos.

Por lo tanto, la precipitación se ha convertido en una variable atmosférica muy importante en el desarrollo de la agricultura en México, la cual debe de ser analizada desde su base y a partir de las condiciones regionales (Ritter *et al.*, 1998); considerando que su comportamiento es muy variable, lo que lo hace muy difícil de conocer y predecir debido a que los procesos físicos de su formación son complicados.

## **1.2. Formación de la lluvia.**

Los procesos físicos que producen lluvia son complejos, así como consecuentes a la formación de nubes a causa de la condensación, nucleación y evaporación del agua en la superficie de la tierra y la convección de masas de aire. Además, dependen de factores como la orografía y fenómenos atmosféricos (Häckel, 2006).

El agua líquida y sólida que se encuentra cerca de la superficie suele transformarse en estado gaseoso para más tarde formar nubes, debido a factores como (Summer, 1988):

- *Convección.* El aire que está en contacto con una superficie calentada por el sol, se calienta por conducción ascendiendo a la atmósfera y enfriándose, donde su capacidad para mantenerse como vapor de agua decrece, así que algo del vapor se condensa para formar nubes.
- *Barrera montañosa.* El aire más ligero y cálido cercano a la superficie es forzado a ascender sobre el aire más frío y denso, produciendo condensación de vapor de agua y por lo tanto formación de nubes.
- *Turbulencia.* Sobre una superficie rugosa, se forman pequeños torbellinos, causando un cambio de aire más cálido en la superficie con aire más frío. No obstante, circulaciones de gran escala como los huracanes, también originan turbulencia y nubosidad de gran crecimiento vertical.
- *Diferencia de densidades.* Cuando se encuentran una masa de aire frío y una masa de aire caliente (sistemas frontales), debido a la diferencia de densidades y a que por lo general no se mezclan, la masa de aire caliente se desliza por encima del aire frío; lo cual produce movimiento vertical y asociado al enfriamiento, produce nubes (Summer, 1988).

Dentro de las nubes de desarrollo vertical imperan corrientes ascendentes intensas teniendo temperaturas muy frías mientras más alta sea la nube, implicando que el vapor de agua se condense. En tanto, que cuando más rápido desciende la temperatura de la atmósfera más se desarrollan las nubes, y viceversa (Häckel, 2006). La cubierta de nubes es de alrededor del 60% de la superficie de la tierra, donde la ocurrencia de las nubes se debe a una variación geográfica restringida a los primeros 4 ó 6 km de la troposfera (Llayre, 1976).

La lluvia resulta de la ascensión y el enfriamiento del aire húmedo, ya que a menos temperatura no puede retener su vapor de agua, parte del cual se condensa rápidamente por los factores expuestos anteriormente, formándose lluvia por convección, orografía y sistemas frontales o ciclónicos (Llayre, 1976).

El tamaño de las gotitas de agua en la atmósfera varía, aumentando su tamaño desde  $1\ \mu\text{m}^1$  hasta  $200\ \mu\text{m}$  por la adhesión de aerosoles<sup>2</sup> en nubes de gran desarrollo vertical; por lo tanto, las nubes son más que acumulaciones gigantescas de minúsculas gotitas de agua condensada (vapor de agua enfriado por el aire) o cristales de hielo (Häckel, 2006).

Las nubes se forman y evaporan rápidamente, sólo una pequeña fracción (alrededor del 10%) de las nubes que se forman actualmente genera gotas de lluvia que lleguen a la superficie. Hasta en casos donde la precipitación se desarrolla, la lluvia frecuentemente se evapora en el transcurso aire-suelo, así que gran parte de las gotas no alcanzan la superficie (Llayre, 1976).

En cuanto el vapor de agua no es constante tiende a secarse el ambiente, aunque en algunas áreas hay variaciones anuales y decadales en la lluvia, esto aparece actualmente en una tendencia incrementando la sequía (Faure y Gac, 1981).

El principal problema es que para sobrevivir el viaje de la base de la nube al suelo o al mar depende del tamaño de la gota, ya que se evapora en un medio no saturado. La escala y complejidad en la atmósfera para el desarrollo de una gota es casi imposible para observarse a detalle, e igualmente difícil de modelar (Summer, 1988).

---

<sup>1</sup>  $\mu\text{m}$ . Equivale a una millonésima parte de un metro. Se abrevia  $\mu\text{m}$ .

<sup>2</sup> Aerosoles. Partículas suspendidas desde  $1\ \mu\text{m}$ , su tamaño y concentración varía. Fundamentalmente son partículas de polvo, líquidas, polen, sal del mar y contaminantes industriales.

### 1.3. Sistemas dinámicos no-lineales.

La teoría del caos forma parte del estudio general de los sistemas dinámicos, los cuales son todos aquellos que tienen movimiento y variación en el tiempo (sistemas no lineales), estos pueden ser explicados por medio de métodos estadísticos de series de tiempo, ecuaciones dinámicas y estructuras matemáticas (atractores); o bien, pueden ser representados como trayectorias en espacios de fases caracterizados por su capacidad de percibir la evolución del sistema en el tiempo (Smith, 1998).

Donde, los atractores son oscilaciones dinámicas que eventualmente se encuentran en equilibrio (Vandermeer, 1981), así mismo representan sistemas caóticos, que se definen como puntos aleatorios generados por la simple dinámica de los sistemas determinísticos, que permiten ver el orden en los procesos que parecen ser totalmente aleatorios (Tsonics y Elsner, 1989).

La no-linearidad es una característica de la evolución de los fenómenos naturales, como es la precipitación, donde largos periodos de estabilidad son intercalados con oscilaciones aparentemente aleatorias en épocas de inestabilidad. Presentándose bifurcaciones catastróficas que resultan en súbitas apariciones y desapariciones de atractores estáticos, ya sean periódicos o caóticos, y son la clase de transformaciones que mantienen los sistemas en evolución, incluyendo especies biológicas, sistemas ecológicos y climáticos (Ritter *et al.*, 2000).

Mientras que cuando la linealidad es muy marcada, se presentan puntos de equilibrio estable donde se exhiben procesos de bifurcaciones, así como puntos estables donde los valores oscilan en ciclos y periodicidades fácilmente identificables (May, 1976). En tanto, cuando las razones de crecimiento del sistema rebasan cierto límite, los ciclos estables entran en situaciones de comportamiento caótico. En este caso, la dinámica observada del sistema puede ser pronosticable

por medio del modelo logístico, que presenta descripciones más exactas del proceso, incluso sobre bases probabilísticas, o estocásticas (Ritter *et al.*, 2000).

Los sistemas dinámicos pueden ser utilizados para seguir trayectorias de corto plazo, donde además se puede extraer información de largo plazo sobre el comportamiento general de las trayectorias, según sus giros en torno a los atractores. Por lo tanto, los modelos caóticos pueden presentar situaciones deseables en los sistemas predictivos (Smith, 1998).

Estas nuevas metodologías de pronóstico estadístico no-lineal utilizan series de tiempo, y construyen los modelos directamente de los datos disponibles, donde las series de tiempo son consideradas como realizaciones únicas de procesos aleatorios continuos (Nicollis y Nicollis, 1984); siendo la aleatoriedad un resultado de interacciones complejas participando muchas variables o muchos grados de libertad, así como los espacios de fases (fig. 1.1).

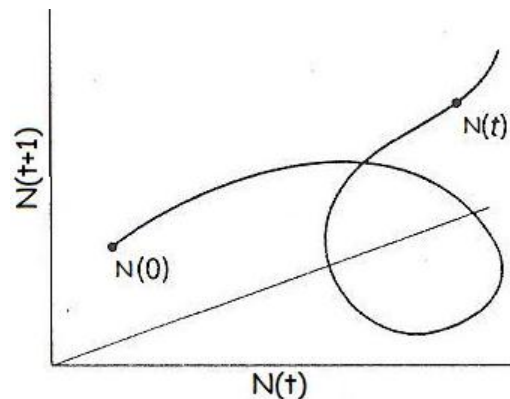


Figura 1.1. Espacio de fases (adaptada de Smith, 1998).

La trayectoria del espacio de fases es representación de una variable en el tiempo  $N_{(t)}$  y el valor consecutivo de la misma serie  $N_{(t+1)}$ , lo cual describe una dinámica determinística de un sistema con un grado de libertad. Los sistemas dinámicos, como la precipitación, son caracterizados por la atracción de sus trayectorias hacia un objeto geométrico llamado atractor, el cual ocupa una

reducida porción del espacio de fases (Rodríguez-Iturbe *et. al.*, 1989) y, al mismo tiempo, está formada por un conjunto de puntos que forman trayectorias que eventualmente convergen y permanecen sobre el espacio total disponible.

En tanto, cuando un atractor muestra una dimensión de un número fraccional es llamado "atractor extraño", el cual es altamente sensible a las condiciones iniciales y tiene la propiedad de que el sistema decae o es atraído a un estado final, de hecho es extremadamente complejo, caótico y pseudoaleatorio; de tal forma que es la solución de un conjunto de ecuaciones determinísticas (Suárez, 2004). Debido a su gran sensibilidad a las condiciones iniciales, puede llevar a patrones completamente diferentes al sistema con tan solo pequeñas perturbaciones, derivándose así grandes efectos, este suceso es conocido como efecto mariposa (Lorenz, 1963). En la figura 1.2 se muestra el atractor de Lorenz, derivado de un modelo de convección en la atmósfera.

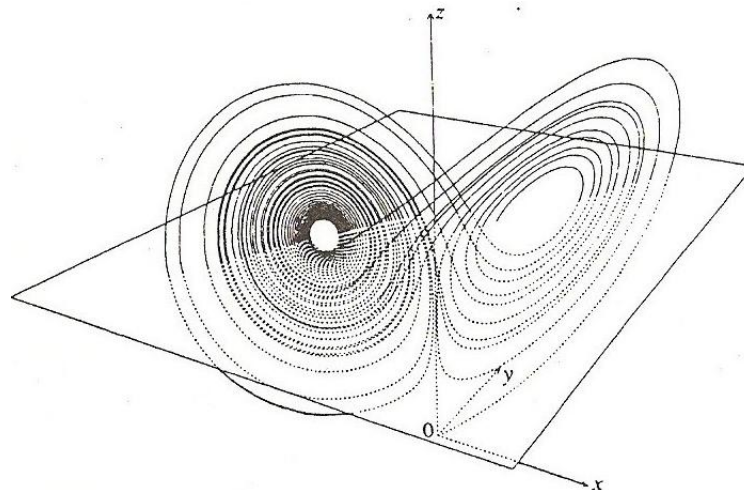


Figura 1.2. El atractor de Lorenz.

Los atractores extraños también son llamados sistemas caóticos, sus trayectorias nunca se repiten (Elsner y Tsonics, 1992), pero una vez que ha sido identificado, puede ser cuantificado al calcular varias medidas o parámetros como la de su dimensión y su exponente de Lyapunov (Ritter, *et al.*, 1998). Mostrando

múltiples invariantes y frecuentemente baja dimensionalidad (entre 4 y 5), sobre todo para atractores climáticos (Fraedrich, 1986).

La estabilidad de un sistema puede ser determinada por las oscilaciones en la trayectoria en el espacio de fases, en donde las oscilaciones estables presentan un decrecimiento en su amplitud hasta localizarse en un punto de equilibrio y en las oscilaciones inestables se presentan oscilaciones que se alejan cada vez más del punto de equilibrio, es decir, producen trayectorias que nunca regresan a un ciclo permanente (Vandermeer, 1981).

Un sistema dinámico puede desestabilizarse por perturbaciones o influencias estocásticas iniciadas desde el medio externo, sin generar caos (Deissler y Doyné, 1992). Aunque, en ocasiones las inestabilidades locales causan fluctuaciones temporalmente amplificadas en el espacio de fases (May, 1976; May y Oster, 1976).

En la actualidad, es sabido que los procesos estocásticos, como los determinísticos son difíciles de identificar en la información histórica de cualquier sistema dinámico, como la precipitación. Sin embargo, la precipitación exhibe movimientos parecidos a sistemas estocásticos, aún siendo un sistema determinístico. No obstante, los procesos estocásticos son los que proporcionan la incertidumbre de los valores por medio de los eventos de probabilidad (Schifter, 1996). Teniendo que el sistema por sí mismo y las perturbaciones externas, pueden contribuir a la impredecibilidad del sistema (Sugihara y May, 1990).

Entonces, existen problemas en la ciencia para identificar y separar el caos determinístico del estocástico. Sin embargo, el caos determinístico es derivable desde su misma fuente de valores.(Ritter et. al., 1997).

## Índices de Predictibilidad.

El análisis de sistemas dinámicos por medio de los sistemas caóticos, sistemas disipativos, conjuntos de fractales, atractores extraños, etc., representa una óptima alternativa para el pronóstico. Otro método reciente se basa en la bifurcación y ruta al caos, pronosticada por modelos matemáticos donde si existe la dinámica caótica se puede reproducir la ruta al caos y donde la mezcla de no linealidad y estocasticidad producen un nivel de complejidad que no puede ser solo observada por el estudio de los atractores determinísticos.

El conjunto de estas teorías son necesarias para describir, desarrollar metodologías y modelos para la incorporación simultanea de factores determinísticos y estocásticos en los modelos climáticos y ecológicos.

El primer paso es la construcción de los espacios de fases para analizar las series de tiempo y obtener la mayoría de sus propiedades. Estas estructuras formadas por puntos forman trayectorias, crean oscilaciones en forma de espiral en torno a un atractor, mostrando su dinámica en el tiempo. De esta forma, se puede recurrir a parámetros como: *el exponente de Lyapunov, la dimensión de capacidad y los eigenvalores*; los cuales representan una medida de la caosidad del sistema.

El *exponente de Lyapunov (L)*, proporciona el promedio de divergencia de las trayectorias en el espacio de fases de un atractor (es la velocidad con que se separan o comprimen las trayectorias). Demostrando que, el *límite de predictibilidad (1/L)* de la precipitación a largo plazo, es dado por el *inverso del exponente de Lyapunov* (Nicolis, 1987; Rodríguez-Iturbe *et al.*, 1989). También es una medida de sensibilidad a cambios de las condiciones iniciales del sistema (Rodríguez-Iturbe *et al.*, 1989). Dado por la siguiente ecuación (Smith, 1998):

$$|\delta N(t)| = |\delta N_0| e^{\lambda t} \quad \text{donde } \lambda > 0$$



Si el exponente de Lyapunov es negativo, las trayectorias poco separadas tenderán a converger y la evolución no será caótica. Por el contrario, si el exponente es positivo, las trayectorias divergen y la evolución es sensible a las condiciones iniciales, es caótica (Schifter, 1996). Entonces, cualquier sistema que contenga al menos un exponente de Lyapunov positivo se define como caótico. En tanto, ordenando los exponentes de menor a mayor se pueden conocer las características del atractor (Poveda, 1997):

- Si un exponente es menor que cero, el atractor es un punto.
- Si el exponente es igual a 0, el atractor es un ciclo limite estable.
- Si los dos primeros exponentes son iguales a cero y los demás negativos, el atractor es un toroide bidimensional.
- Si al menos un exponente es positivo, el atractor es extraño, indicando una divergencia exponencial de las trayectorias en el atractor, lo cual genera una extrema sensibilidad a las condiciones iniciales.

La presencia de exponentes de Lyapunov positivos, implican una dinámica caótica. Aunque, también se involucran en la amplificación del ruido e incremento de pequeñas fluctuaciones externas (Deissler y Doyne, 1992); donde, puede ser confundido con caos determinístico (Hastings *et al.*, 1993).

En tanto, la *dimensión*, es una medida de la complejidad de la trayectoria del espacio de fases, obteniéndose del envolvimiento de un espacio de dimensión de al menos  $2d + 1$ , donde "d" es la dimensión integral que contiene el atractor. La forma más simple de llamar la dimensión es la "*dimensión de capacidad*" (*d*), la cual describe la geometría de la dimensión del atractor (Ritter, *et al.*, 1998). La cual esta dada por la ecuación de Hausdorff (Fraedrich, 1986):

$$d = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln N_L}{\ln (L_0/L)}$$

Donde:  $N_L$  = Número de puntos dentro de un área.  
 $L_0, L$  = Longitud del área.

La dimensión del atractor refleja la dinámica del sistema. Cuando  $d=1$  las oscilaciones son autoexcitadas y periódicas; si  $d=2$  son oscilaciones cuasiperiódicas; mientras que, si  $d>2$  entonces el sistema presenta oscilaciones de comportamiento caótico (Ritter, *et al.*, 1998). Si la dimensión es un número fraccional, indica que el atractor es un fractal (Tsonics y Elsner, 1989). Por lo tanto, la determinación de la dimensión, fractal o no, indica el número de variables y ecuaciones que debería de satisfacer un modelo para predecir la evolución de un sistema.

El hecho de que las dimensiones sean variables para diferentes escalas de tiempo, puede indicar que los atractores y su predictibilidad son diferentes a través del tiempo, y solo muestran una parte de un atractor mayor (Tsonics y Elsner, 1988). De tal modo, se considera que el atractor no es de baja dimensión, sino que la atmósfera es un sistema complementado de subsistemas de baja dimensión (Lorenz, 1991).

La baja dimensionalidad implica mayor predictibilidad del sistema (Pool, 1989). En diversos trabajos, se estiman dimensiones fractales del tiempo atmosférico, en los que su magnitud se encuentra entre 3 y 4, en el caso de que la variabilidad interanual y los cambios estacionales sean eliminados (Elsner y Tsonics, 1987; Essex *et al.*, 1987); mientras que la variabilidad del clima revela dimensiones entre 4 y 5, en el atractor climático (Nicolis y Nicolis, 1984; Fraedrich, 1986).

Y por último, los *eigenvalores* son la proyección de las raíces medias cuadráticas de las coordenadas  $n$ -dimensionales de los vectores, y representan un método natural de resolver valores puntuales en un espacio dimensional (Wilks, 1995); es decir, describen la variabilidad o dinámica del sistema, a partir de los vectores que se forman en el espacio de fases (fig. 1.3), por  $\lambda = \tan \theta$ .

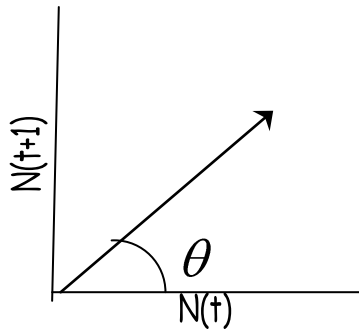


Figura. 1.3. Valores de  $\lambda$  en un espacio de fases

A su vez  $\lambda = e^{r'}$ ,  $r'$  es la razón intrínseca de crecimiento, la cual es una constante múltiple que marca la dinámica de un sistema y da el gradiente de crecimiento de las bifurcaciones en la figura 1.4, donde se incrementan los valores de  $r'$ , originando saturación de puntos a partir de 3.57 y mostrando que las soluciones se vuelven infinitas por la mezcla de no linealidad y estocasticidad, llamado ruta al caos.

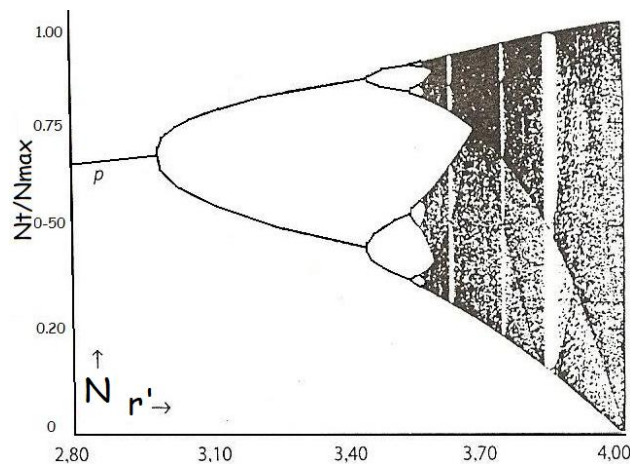


Figura. 1.4. Mapa logístico de ruta al caos

Los comportamientos dinámicos se pueden determinar a partir de las trayectorias de los espacios de fases, y al mismo tiempo, por su dimensión. Así mismo, se emplean para seguir trayectorias a corto plazo, y deducir información a largo plazo sobre el comportamiento general de las trayectorias, según éstas giren en torno a los atractores (Smith, 1998). De lo cual, se pueden obtener diferentes conductas dinámicas, establecidas por el equilibrio del sistema como:

- *Ciclo límite.* si la trayectoria se coloca dentro de varios puntos, indicando movimiento periódico y predictibilidad.
- *Cuasi-periódico.* resulta cuando el período de las oscilaciones es irregular y la solución nunca se repite, así las trayectorias forman una elipse o toro.
- *Caótico.* Indica la formación de un atractor extraño, y por lo tanto, revela dinámica caótica, mostrando una elipse alargada e inclinada.

Las razones de que un sistema se convierta en irregular, aperiódico o ruidoso es por su caos determinístico, lo cual genera ruido directamente desde su dinámica interna, sin necesidad de perturbaciones externas, y la otra opción es el comportamiento estocástico (Deissler y Doyne, 1992).

## 1.6. Objetivos

Los modelos de predicción numérica aplicados a la precipitación representan una posible alternativa dirigida a su comportamiento en un futuro, existe la incertidumbre de que sean efectivos; ya que aún no es posible incluir todos los factores físicos relacionados a la función espacio-temporal de la precipitación; por lo tanto, se propone un análisis de sistemas complejos dinámicos no-lineales a partir de datos registrados tratando de encontrar los elementos que intervienen en dicho comportamiento.

Por lo que en este análisis se podrá simular tanto la tendencia, como la magnitud de la precipitación, con base en una dinámica caótica.

Así mismo, conseguir un patrón o estructura derivada de la ecuación logística capaz de simular el comportamiento de la precipitación observada, para finalmente aplicarlo en un pronóstico de lluvia a corto plazo.

No obstante, es de suma importancia aclarar que para este trabajo se considera un año como un período de corto plazo debido a que se trata de una base de datos anuales.

### 1.7. Hipótesis

En ecología, la estabilidad o inestabilidad de un sistema, es determinada por el balance entre su potencial de recuperación y la magnitud del efecto desestabilizante de las fluctuaciones del ambiente. Por lo tanto, el comportamiento de la precipitación depende fuertemente de la magnitud de las perturbaciones internas y externas indirectas del medio que producen variabilidad (la orografía, otros elementos climáticos, la deforestación o el cambio de uso de suelo, etc).

Entonces de acuerdo a factores climáticos y ecológicos, en el sur de la región de estudio (estado de Veracruz) se contempla un comportamiento estable, debido a que las perturbaciones externas son de bajo impacto o amortiguadas, ya que es una zona de intensa precipitación y altamente productiva, teniendo potencial para un diagnóstico más confiable. Mientras que en el norte del estado, por ser una zona menos lluviosa, se espera un comportamiento más inestable; aunque esto no significa que el sistema sea impredecible, no obstante su diagnóstico puede ser menos preciso.

## **Capítulo II.**

## **Zona de Estudio**

### **2.1. Extensión territorial.**

El estado de Veracruz posee una gran extensión territorial a lo largo de la República Mexicana, donde su población se dedica a una gama de actividades (por ejemplo, la pesquería, ganadería y agricultura), que dependen fuertemente de la variabilidad de la lluvia.

#### **a) Ubicación.**

El estado de Veracruz ocupa 72,815 Km<sup>2</sup> limitados al poniente por la Sierra Madre Oriental y al Este por el Golfo de México (figura 2.1), se encuentra limitado entre 22°28' de latitud norte, 17°09' al sur; 93°36' de longitud este y 98°39' al oeste. Colinda al norte con Tamaulipas y el Golfo de México; al este con el Golfo de México, Tabasco y Chiapas; al sur con Chiapas y Oaxaca; al oeste con Puebla, Hidalgo y San Luis Potosí (INEGI, 2006). Se encuentra dividido en 210 municipios. Debido a que es atravesado por la Sierra Madre Oriental se tienen diferentes elevaciones desde el nivel de mar hasta 5,610 msnm, altura que tiene el volcán Citlaltépetl (Pico de Orizaba) como parte del eje Neovolcánico.

#### **b) Características Climáticas.**

La República Mexicana es fuertemente influenciada por los factores permanentes de latitud, orografía, distribución de tierra y agua, así como la celda semipermanente anticiclónica del Pacífico y del Atlántico, la zona de convergencia intertropical y el cinturón de altas presiones, los cuales han provocado que los fenómenos atmosféricos adquieran ciertas características peculiares (Cervantes,

1993) e influyan fuertemente en los patrones de precipitación. Entre los cuales se proponen los siguientes:

- Sistemas tropicales
  - ondas del este
  - ciclones tropicales
- Frentes fríos (Corriente de Chorro)
- Cubierta vegetal o cambio de uso del suelo
- Corriente marítima del Golfo de México
- Orografía

El estado de Veracruz, debido a que tiene una gran extensión territorial que abarca parte del norte, hasta el sur de la República Mexicana, posee características tropicales y una gran variedad de climas debido a la influencia de la Sierra Madre Oriental (centro-oeste) y el eje Neovolcánico. Por lo tanto, debido a la presencia de factores permanentes (la orografía y la latitud), la distribución de la precipitación en verano predomina en gran parte de la región.

Los sistemas de circulación atmosférica también juegan un papel importante en la determinación de la precipitación; como la presencia de aire polar que acontece de octubre a mayo, se asocia con el paso de frentes fríos los cuales se relacionan a su vez con "nortes"; este efecto consiste en fuertes vientos de componente norte debido al desprendimiento de la masa polar en la Sierra Madre Oriental, por el norte del Golfo de México, lo cual origina un descenso de la temperatura en superficie asociado con nublados y lluvias ligeras. En mayo se nota aún la presencia de los "nortes", aunque poco profundos y poco severos, pero en junio el aire tropical es predominante, en donde se da la llegada de vientos alisios los cuales soplan del Golfo de México al continente, provocando lluvias orográficas (Tejeda *et al.*, 1989). Esto se debe a que las ondas del este que viajan en la

corriente de los alisios, se asocian con el inicio de cada serie de días lluviosos. En conjunto, todos estos factores determinan el clima en el estado de Veracruz.

Por lo general, el clima es de lluvioso a muy lluvioso, dado que las lluvias se generan por la interacción de aire húmedo con la orografía, la temporada de lluvias es en verano. Aunque, el mes más lluvioso no es el mismo para todas las regiones del estado; de hecho septiembre, es el mes más lluvioso para el norte y sur debido a la presencia de tormentas tropicales y ondas del este, respectivamente; mientras tanto, que para el centro del estado en julio llueve más. Por otro lado, los meses menos lluviosos varían, en invierno en zonas montañosas y en primavera para la llanura costera (Tejeda *et al.*, 1989).

En la figura 2.1 se encuentran los diferentes tipos de climas en los que se divide el estado de Veracruz (CONABIO, 2006), los climas predominantes son los cálidos húmedo y subhúmedo; mientras que en la zona montañosa central hay mayor variabilidad (semicálidos, templados, semifríos y semisecos). De acuerdo al régimen de lluvia, se encuentran 7 tipos de climas y 31 subdivisiones climáticas dentro de la región de estudio.

Los meses en que se presenta mayores cantidades de precipitación varían a lo largo del estado de julio a septiembre en la mayoría de los casos; así como los meses menos lluviosos y sólo se estima el porcentaje de lluvia invernal debido a que es menor al 10% de la lluvia total anual (tabla 2.1), excepto en algunos lugares del norte de Veracruz; por lo que en este trabajo se dispone a utilizar la precipitación anual para toda la región.



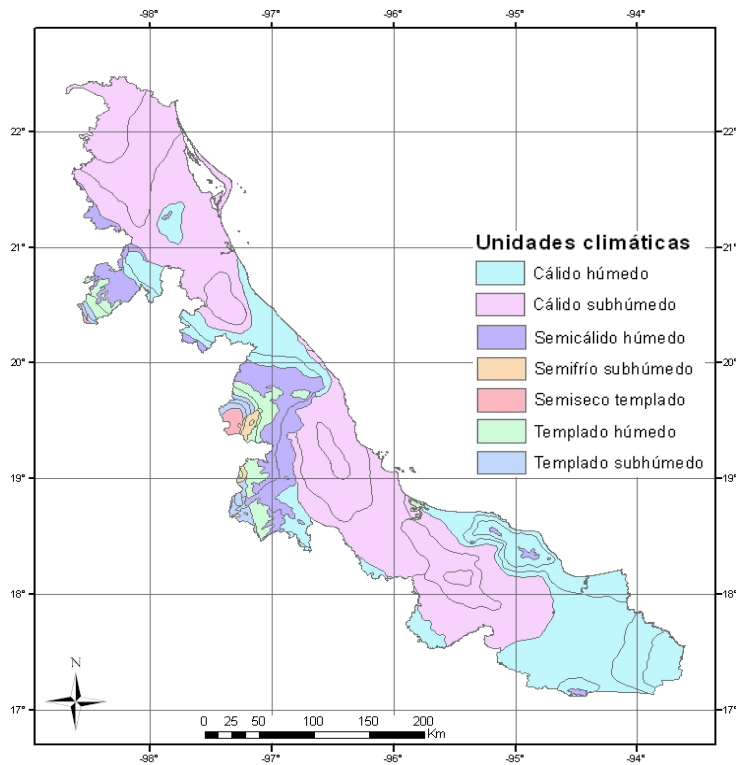
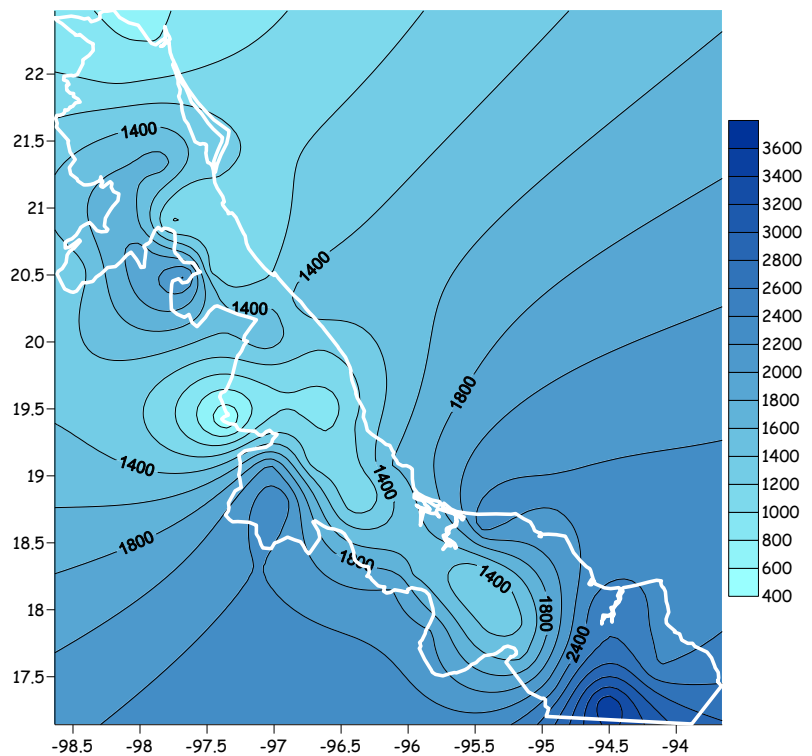


Figura 2.1. Unidades climáticas del estado de Veracruz.

Figura 2.2. Isoyetas de precipitación media anual (mm) en el estado de Veracruz.



En la figura 2.2 se muestran una interpolación de los valores de precipitación media anual, donde se observa que en el sur del estado se encuentran los valores

más altos de lluvia (>2000 mm/año); mientras que la región con menor cantidad se localiza en la región montañosa al centro del estado (hasta 600 mm/año) y en la zona Norte hay precipitaciones alrededor de 1400 mm/año.

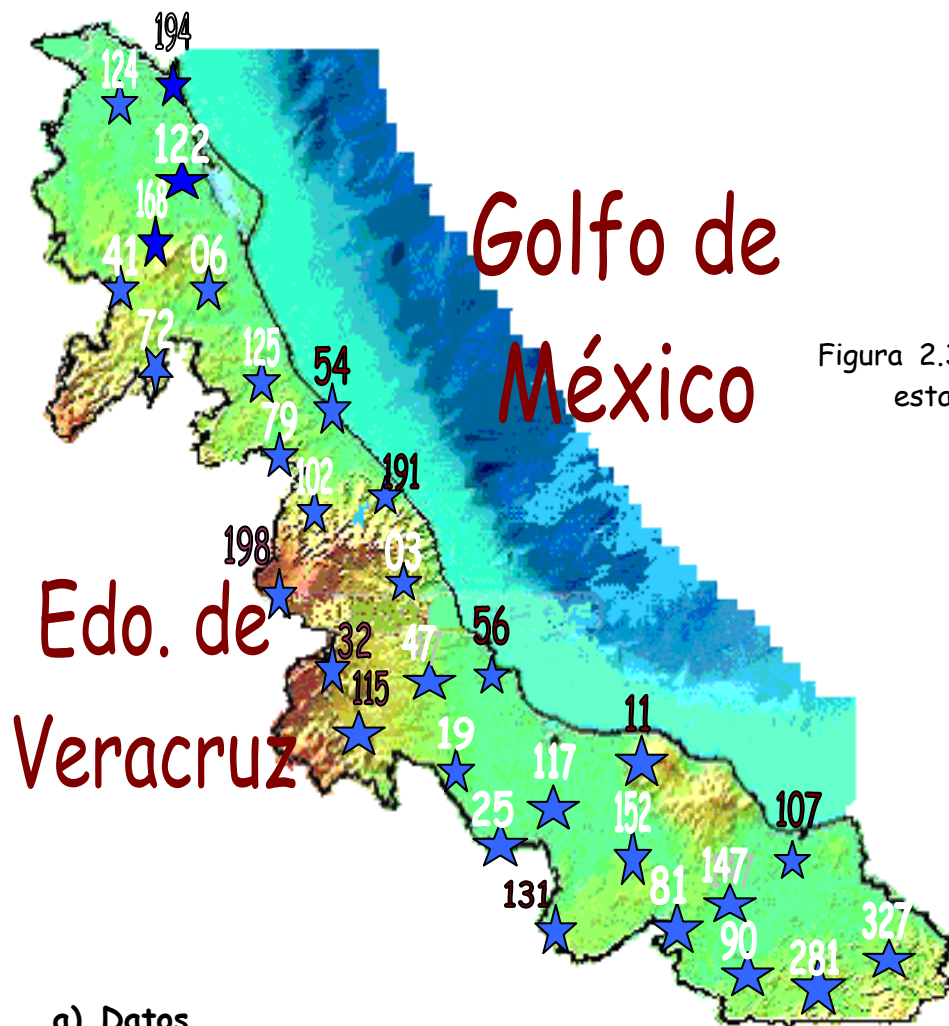


Figura 2.3. Localización de las estaciones utilizadas.

**a) Datos.**

Los datos de precipitación se obtuvieron del sistema computarizado CLICOM (CNA y CFE, 1999). De esta forma, se extrajeron 30 estaciones meteorológicas a lo largo del estado de Veracruz (Fig. 2.3), las cuales tuvieron registros superiores a 30 años de información de forma continua, con menos datos faltantes y procurando una distribución regular en todo el área; mientras tanto, el periodo de datos para cada estación varía entre 30 y 50 años, con la mayoría hasta el 2002 mostrado en la

tabla 2.1, además del porcentaje promedio de la lluvia invernal en cada una de las estaciones.

Tabla 2.1. Estaciones utilizadas por número registrado.

Número de Estación	Estaciones	Número de Años	Periodo (años)	Mes más lluvioso	Lluvia invernal %
03	Actopan	49	1952-2002	Julio	3.9
06	Alamo	35	1966-2002	Septiembre	9.1
11	Angel R. Cabada	44	1957-2002	Septiembre	7.4
19	Cotaxtla	39	1962-2002	Julio	2.9
25	Cosamaloapan	49	1952-2002	Julio	4.2
32	Coscomatepec	53	1948-2002	Agosto	7.3
41	Chicontepepec	53	1949-2002	Septiembre	11.7
47	Comapa	37	1964-2002	Julio	7
54	Nautla	40	1961-2002	Septiembre	13.3
56	Medellín	40	1961-2002	Julio	2.8
72	Ixhuatlán del Café	52	1946-2002	Junio	7.3
79	Joloapan	40	1961-2002	Septiembre	12.1
81	La Florencia	44	1954-2002	Julio	6.1
90	J. Carranza	37	1962-2002	Agosto	8.5
102	Martínez de la Torre	46	1955-2002	Septiembre	13.7
107	Minatitlán	32	1967-2000	Octubre	8.3
115	Fortín de las Flores	39	1959-2002	Julio	8
117	Paraíso Novillero	48	1953-2002	Julio	4.6
122	Ozuluama	49	1926-1976	Septiembre	6.5
124	Pánuco	50	1943-1997	Septiembre	6.1
125	Papantla	40	1961-2002	Septiembre	12.1
131	Playa Vicente	38	1961-2002	Agosto	4.8
147	S Juan Evangelista	30	1971-2002	Julio	4.5
152	Isla	40	1961-2002	Septiembre	6.4
168	Tantima	43	1944-1988	Septiembre	10.5
191	Vega de Alatorre	45	1956-2002	Septiembre	11
194	Villa Cuauhtémoc	38	1948-1987	Septiembre	
198	Zalayeta, Perote	33	1966-2002	Junio	7.2
281	Hidalgotitlán	24	1975-2002	Agosto	12
327	Tierra Morada	23	1978-2002	Septiembre	10.9

## Capítulo III.

## Metodología

### 3.1. Espacio de Fases Multidimensional.

Utilizando un análisis estadístico, se analiza la precipitación anual en cada estación, construyéndose así gráficas de espacio de fases multidimensional. Para obtener un análisis gráfico del comportamiento de los sistemas dinámicos, se presenta la precipitación en el eje de las abcisas y su valor sucesivo en el eje de las ordenadas [ $N_{(t)}$ ,  $N_{(t+1)}$ ] (tabla y gráfica 3.1), formándose oscilaciones en el sistema (en este caso, la precipitación), y se analizan los puntos de intersección con respecto a una línea recta de  $45^\circ$ , que representa los valores de equilibrio o puntos de saturación de precipitación logística (Ritter *et al.*, 2004).

Años	$N_{(t)}$ (mm)	$N_{(t+1)}$ (mm)
		332.5
1990	332.5	586.8
1991	586.8	651.2
1992	651.2	481.7
1993	481.7	359.1
1994	359.1	208.6
1995	208.6	806.3
1996	806.3	612.5
1997	612.5	463.8
1998	463.8	

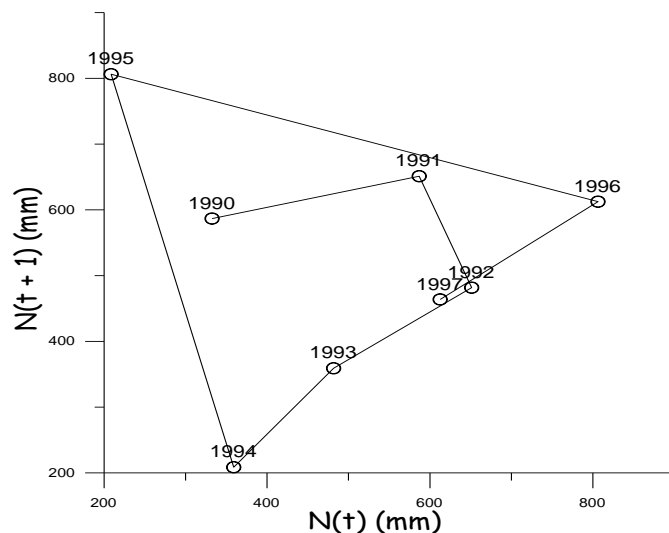
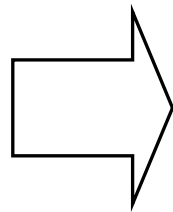


Tabla y gráfica 3.1. Ejemplo de la formación de una gráfica de espacio de fases.

Como se muestra en la gráfica 3.1, un vector está determinado por la línea que une 2 puntos dentro del espacio de fases. Ahora, para determinar el valor de los eigenvalores ( $\lambda$ ) y por lo tanto el comportamiento de la lluvia, se calcula el ángulo que define el espacio de fases para después obtener  $\lambda = \tan \theta$ , como se muestra en la figura 3.1 y tabla 3.2.

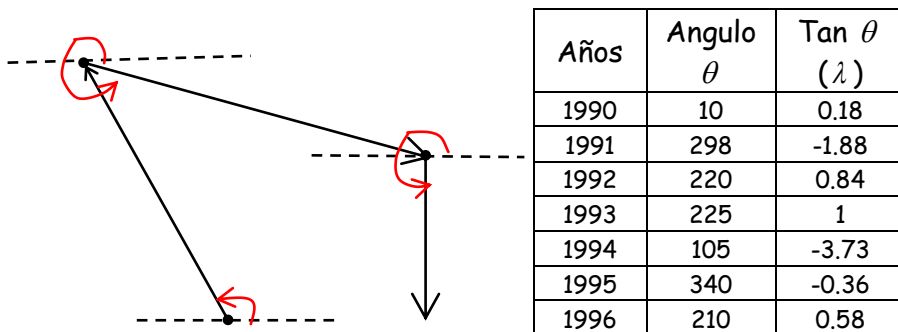
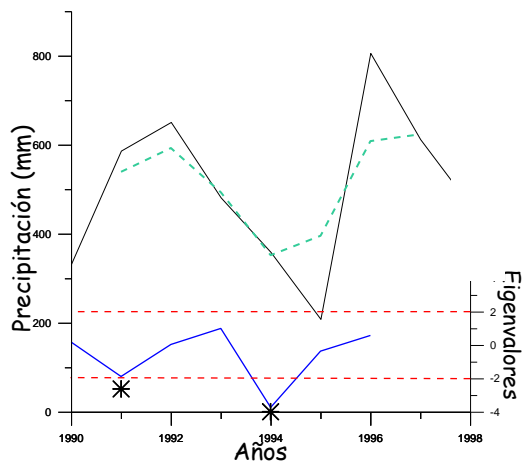


Figura 3.1 y tabla 3.2. Cálculo de los eigenvalores ( $\lambda$ ).

Los eigenvalores ( $\lambda$ ) o gradientes finitos de incremento de la precipitación, determinan el comportamiento del sistema, ya que si  $|\lambda| < 1$  el sistema es estable, si  $|\lambda| > 1$  el sistema es inestable; mientras que cuando  $|\lambda| > 2$  es caótico y la tendencia del sistema cambia, aumentando o disminuyendo la precipitación según el signo de  $\lambda$ ; es decir, cuando  $\lambda$  es positivo la tendencia del sistema es a aumentar, y si  $\lambda$  es negativo ( $\lambda < -2$ ) habrá una tendencia hacia la sequía (ejemplo gráfica 3.2).



Gráfica 3.2. Eigenvalores de la serie de precipitación y su tendencia.

— Precipitación      — Eigenvalores  
 \* \* \* Valores críticos      - - - Tendencia

Otra forma de relacionar la estabilidad de un sistema es con la razón intrínseca de crecimiento ( $r'$ )\*, como  $\lambda = e^{r'}$ , indicando la posibilidad de estabilidad y predictibilidad de la precipitación, así como un posible comportamiento caótico. Mientras que, dado el valor del gradiente finito de incremento ( $\lambda$ ), se obtienen los siguientes comportamientos, también representados en la figura 3.2 realizado por Vandermeer (1972) y modificado por Ritter *et al.* (2004):

\*  $r'$  es el número en el cual la constante de Euler (e) debe de ser alcanzada para obtener el gradiente de replica.

- $\lambda < -1$  Comportamiento oscilatorio inestable
- $-1 < \lambda < 0$  Comportamiento oscilatorio estable
- $0 > \lambda > -1$  Comportamiento asintóticamente estable
- $1 < \lambda < 2$  Comportamiento asintóticamente inestable
- $\lambda > 2$  Comportamiento caótico

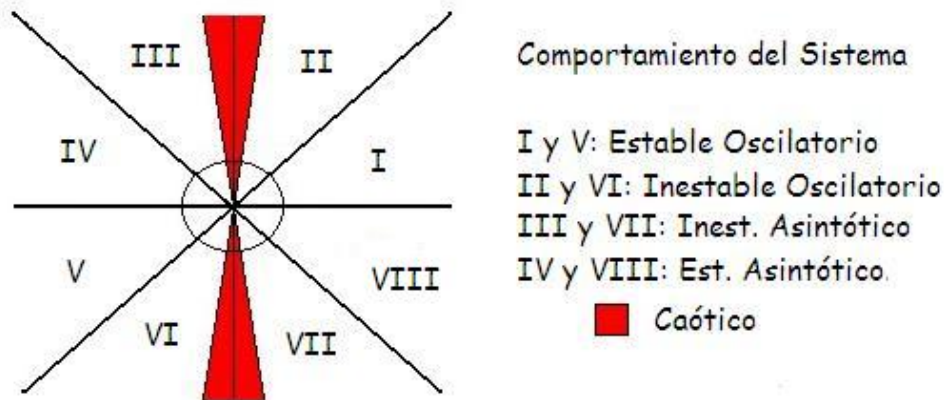


Figura 3.2. Método gráfico de Vandermeer, modificado por Ritter *et al.* (2004).

La estabilidad o inestabilidad de una variable, se determina por el balance entre su recuperación y la magnitud de los efectos desestabilizantes del medio. El comportamiento caótico es complicado debido a que desafía la descripción de algún significado estadístico, y existe cuando el número de oscilaciones y trayectorias es infinito; de otra forma, solo se presenta cuando  $r' > 2.69$  (Hastings *et al.*, 1993).

Análogos a los equilibrios oscilatorios, los ciclos pueden ser estables e inestables. Un ciclo inestable se adquiere cuando una ligera perturbación se aleja del ciclo, produciendo una trayectoria que nunca regresa al ciclo permanente (Vandermeer, 1981); no obstante, un sistema es un conjunto de oscilaciones estables e inestables (ejemplo figura 3.3).

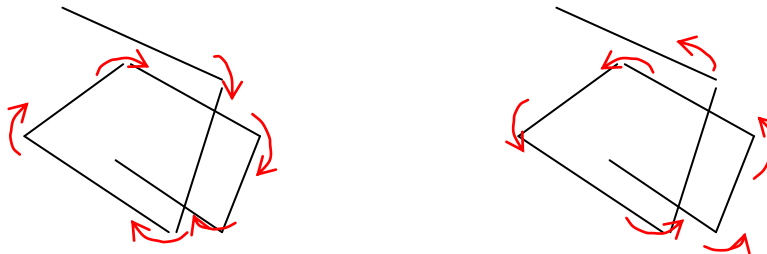


Figura 3.3. Comportamiento estable (izquierda) e inestable (derecha).

Consecutivamente, al obtenerse el exponente de Lyapunov ( $L$ ) y la dimensión de capacidad ( $d$ ) se puede determinar la presencia de caos (Poveda, 1997); para así determinar un diagnóstico en la lluvia, donde estos índices son calculados por medio del programa Chaos Data Analyzer (1995).

### 3.2. Ecuación Logística.

Como parte de la teoría del caos, la ecuación logística es una ecuación discreta, de aplicación unimodal y simple en sistemas discretos; la cual se caracteriza por ser aplicada en una variedad de disciplinas (Smith, 1998). Esta ecuación describe la evolución de algún sistema con base a sus antecedentes (ec. 1).

$$\frac{dN}{dt} = rN_t \left(1 - \frac{N_t}{K}\right) \quad (1)$$

En donde:  $N_t$  = Precipitación observada.

$r$  = Gradiente intrínseco de incremento natural de la lluvia.

$K$  = Capacidad máxima de saturación de la precipitación anual.

La ecuación logística tiene una propiedad simple que describe a cualquier población que inicialmente aumenta de forma exponencial, pero conforme  $N_t$  obtiene un mayor tamaño, el coeficiente de incremento se hace más pequeño, hasta que  $N_t$  alcanza un valor máximo ( $K$ ), es decir, donde la población no presenta cambios y  $r$  toma el valor de cero (Vandermeer, 1981). De tal forma que esta ecuación permite describir sistemas dinámicos a partir de la información disponible, donde el futuro depende determinísticamente del pasado.

Al recurrir a la ecuación logística, se requiere calcular el parámetro de  $K$  (capacidad máxima de saturación), el cual se localiza cuando el sistema crece exponencialmente y eventualmente se sujeta a una densidad dependiente y el equilibrio. Por lo tanto,  $K$  representa el valor de crecimiento exponencial y

equilibrio de la precipitación, justo donde colapsa su evolución e intercepta una línea de 45° utilizando los datos ordenados en forma descendente; por lo que se considera K=650 mm en la tabla y gráfica 3.3.

Años	N(t)
1995	208.6
1990	332.5
1994	359.1
1998	463.8
1993	481.7
1991	586.8
1997	612.5
1992	651.2
1996	806.3

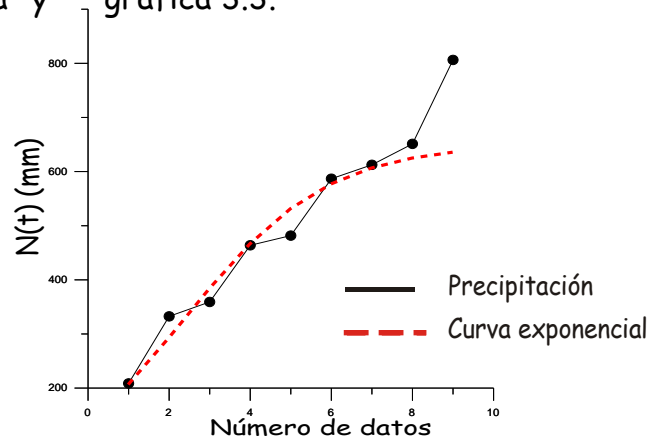


Tabla y gráfica 3.3 Obtención de K.

La ecuación 2 se obtiene a partir de la ecuación 1 introduciendo parámetros de densidad independiente, representa un ajuste logístico o lineal del tiempo en la precipitación, donde se obtiene  $a$  y  $r$  a través de una regresión lineal, que son la intersección y la pendiente de la recta, respectivamente. Lo regresión lineal se puede mostrar en la tabla y gráfica 3.4.

$$\ln\left(\frac{K - N_t}{N_t}\right) = a - rt \quad (2)$$

Años	N(t)	In
1995	208.6	0.7495
1990	332.5	-0.046
1994	359.1	-0.211
1998	463.8	-0.913
1993	481.7	-1.052
1991	586.8	-2.228
1997	612.5	-2.793
1992	651.2	#iNUM!
1996	806.3	#iNUM!

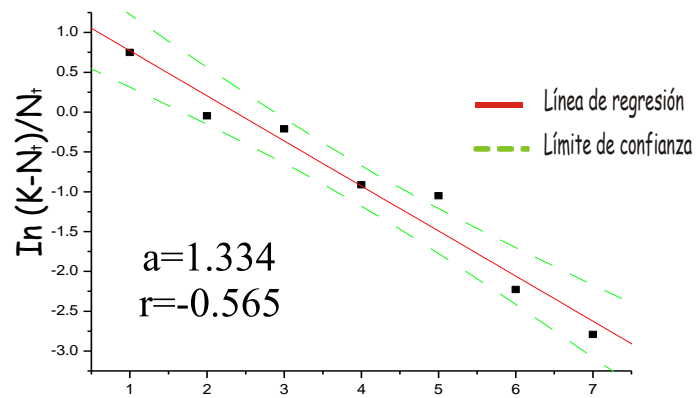


Tabla y gráfica 3.4. Cálculo de  $a$  y  $r$ .



Después de lo anterior se puede obtener una simulación de los datos observados a partir de la ecuación 2 en su versión discreta predictiva (ec. 3),

$$N_{t+1} = \frac{K}{1 + e^{a-rt}} \quad (3)$$

Donde:  $a$  = Intersección de la recta.  
 $r$  = Gradiente de crecimiento o pendiente de la recta.  
 $t$  = tiempo.

Donde  $t$  será el número continuo de años de lluvia; no obstante, los datos continúan en forma descendente en la tabla 3.5, mientras que en la gráfica 3.5 los datos son presentados en forma en forma continua, graficados en conjunto con los datos simulados por la ec.3.

Años	N(t)	N <sub>Sim</sub>
1995	208.6	205.9
1990	332.5	292.1
1994	359.1	383.2
1998	463.8	465.8
1993	481.7	530.8
1991	586.8	576.4
1997	612.5	606.1
1992	651.2	624.3
1996	806.3	635.1

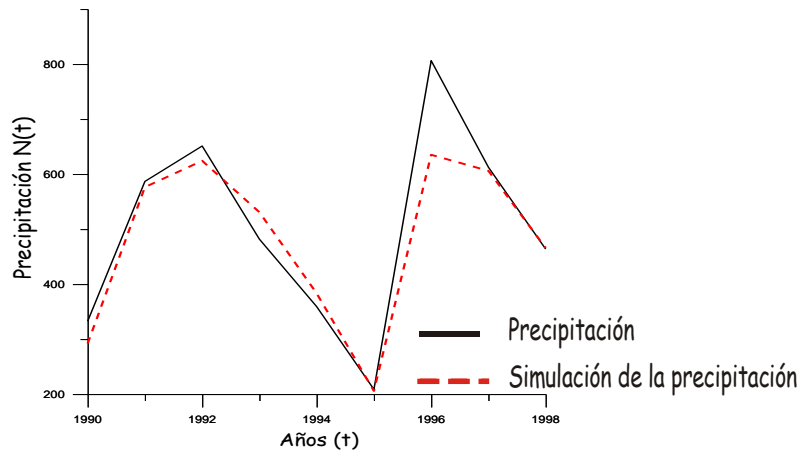


Tabla y gráfica 3.5. Simulación de la precipitación observada.

También a partir de la ecuación 1, se llega a la ecuación logística de diagnóstico (ec. 4), donde se obtienen los siguientes resultados en la tabla y gráfica 3.6 aplicado a los años no ingresados en los análisis anteriores.

$$N_{t+1} = \left( r + 1 - \frac{r}{K} N_t \right) N_t \quad (4)$$

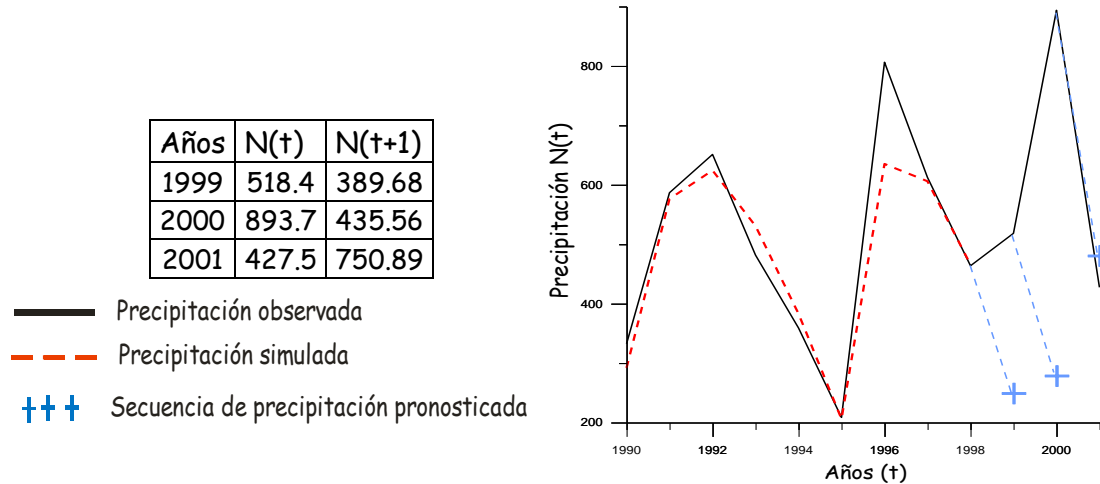


Tabla y gráfica 3.6. Años pronosticados a partir de la ecuación logística de diagnóstico.

El análisis anterior es repetido para cada una de las estaciones utilizadas en este trabajo, en donde los eigenvalores representan la tendencia futura de la precipitación, mientras que con la ecuación logística se obtiene un diagnóstico de la magnitud de la precipitación para años pendientes.

Además, se obtienen los índices de autocorrelación para observar si existe periodicidad entre las series de datos analizados, esperándose que los sistemas periódicos exhiban ciclos cerrados, además para comparar con el límite de predictibilidad ( $1/L$ ). Mientras que para sistemas muy complicados o cuasi-periódico, aparecerá en la forma de un atractor con estructura fraccional menor de dos dimensiones, con repetidos estiramientos y plegamientos de las trayectorias, causando que los puntos vecinos se separen, pero cuando los datos se encuentran dominados por el ruido, no presentarán estructura (Ritter *et al.*, 2000).

Por último, se probará la eficiencia del diagnóstico de magnitud de la ecuación logística para los últimos 10 años omitidos en cada una de las estaciones utilizadas. Así como en la simulación obtenida.

ξ

## Capítulo IV. Resultados

El estado de Veracruz es una región con 7 diferentes climas de acuerdo a la climatología y al ecosistema de la región, en el norte del estado se encuentra la zona menos lluviosa y productiva, el centro del estado se considera como una región neutra o al menos estable; mientras que el sur se identifica una zona estable y altamente productiva, donde las fluctuaciones drásticas del ambiente son amortiguadas. Esta suposición se encuentra totalmente relacionada al clima, la productividad, así como a la disponibilidad del agua y abundancia de la lluvia que se ostenta en cada zona.

*Norte.* Muestra un clima cálido subhúmedo.

*Centro.* Se encuentran clasificaciones de climas semicálidos húmedos, semisecos hasta templados; mientras que en altitudes mayores a 2,800 msnm (como Perote) se tienen climas semifríos.

*Sur.* Se manifiestan climas cálidos húmedos y subhúmedos.

Por lo tanto, se considera conveniente dividir el estado de Veracruz en 3 zonas para mostrar resultados más representativos. Donde en cada zona se presentan resultados de cuatro estaciones, obtenidas por decisión propia; las cuales muestran información más completa de precipitación, de forma continua, con una distribución espacial homogénea y con el número máximo posible de datos. Mientras tanto, los gráficos de las estaciones restantes se muestran en los *anexos B y C*.

### 4.1. Zona norte

Realizando un análisis estadístico para esta zona (tabla 4.1), se muestran las 4 estaciones sombreadas que son desarrolladas en el transcurso de este apartado. De las estaciones analizadas se tiene que Pánuco es el lugar más árido, con una media anual menor a 1000 mm/año, obteniendo los valores más bajos en su

precipitación máxima y mínima; mientras que su variación promedio es menor que en las demás estaciones, así como su desviación estándar (Sd) y el error estándar (Se). En la estación de Villa Cuauhtémoc se muestran valores muy variables, ya que se observa un valor mínimo de lluvia y el máximo más alto, manifestado en su Sd y Se de las 10 estaciones ubicadas en el norte del estado. Las estaciones en Ixhuatlán del Café y Chicontepec se encuentran en la Sierra Madre Oriental, muestran una media de aproximadamente 1900 mm/año, resultando lugares muy lluviosos, ya que los valores mínimos y máximos son altos. Esta variabilidad se debe a que hay gran diversidad de elevaciones en el norte del estado de Veracruz, en donde la mayor cantidad de precipitación se produce por efecto de la barrera orográfica y turbulencia.

Las estaciones que presentaron mayor porcentaje de lluvia invernal se encuentran dentro de la zona montañosa, indistintamente de la cantidad de lluvia anual observada, ya que la temporada menos lluviosa es habitual en primavera. En tanto que las estaciones con menos porcentaje de lluvia invernal se encuentran en la zona costera.

Tabla 4.1. Estadística de la precipitación (mm) de las estaciones ubicadas en el norte de Veracruz.

	Estación	Media	Sd	Se	Min	Máx	% Lluvia Invernal
06	Alamo	1103.9	376.007	61.86	326	1885.1	9.1
41	Chicontepec	1858.04	614.5	82.86	1117.3	4163	11.7
54	Nautla	1615.7	325.18	50.18	820.9	2232.8	7.3
72	Ixhuatlán del Café	1884.95	254.61	34.02	1504.4	2503.8	7.3
79	Joloapan	1462.4	322.74	49.8	801.8	2295.7	12.1
122	Ozuluama	1345	490.2	152.98	606.3	2935.5	6.5
124	Pánuco	911.22	282.8	38.48	439.5	1667.6	6.1
125	Papantla	1171.07	331.75	51.19	827	2183	12.1
168	Tantima	1742.72	451.46	67.3	1051	2923.4	10.5
194	Villa de Cuauhtémoc	953.54	624.216	98.7	257	3784	-

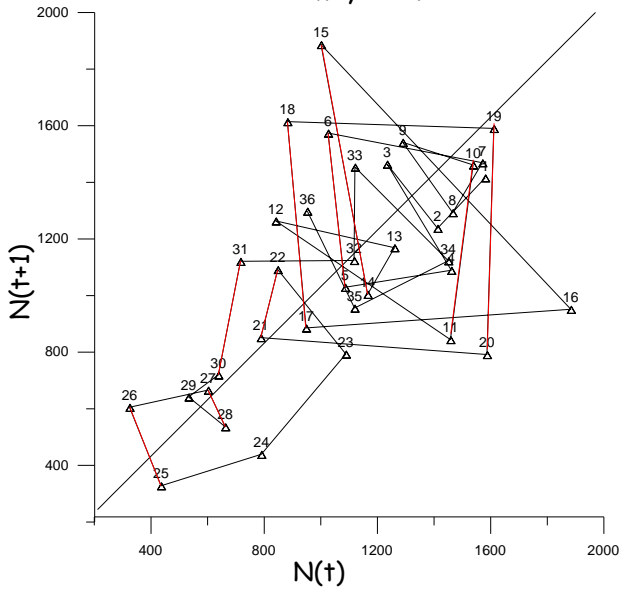
Las trayectorias del espacio de fases (gráficas 4.1a) muestran cómo crecen y se contraen los vectores de las trayectorias, donde en algunos casos se forman atractores con diversos comportamientos de la precipitación para las estaciones analizadas del norte del estado de Veracruz. Los vectores con comportamiento caótico ( $|\lambda| > 2$ ) se muestran en color rojo, donde consecutivamente el sistema tiende a volverse inestable y crece, de tal forma que los vectores tienden a desenvolverse girando hacia la izquierda, mientras que un sistema estable se desarrolla en el sentido de las manecillas del reloj y el comportamiento resultante es un balance de sus giros estables e inestables.

Al calcularse los eigenvalores con la pendiente de los vectores, se pueden comparar con las series de tiempo (gráficas 4.1b), en donde si  $|\lambda| > 2$  el sistema se vuelve caótico o inestable, debido a que son valores máximos o críticos. En estas gráficas, se puede observar que el comportamiento futuro de la precipitación puede ser definido por el signo del máximo eigenvalor o valor crítico, así que cuando se presenta un signo positivo, la precipitación tiende a aumentar desconociendo la magnitud en que extiende y el período que pueda perdurar esta amplificación. Mientras que cuando hay un eigenvalor crítico negativo se observa que hay una disminución de la lluvia; no obstante, el valor de los eigenvalores no es proporcional a la cantidad de lluvia que pueda aumentar o disminuir.

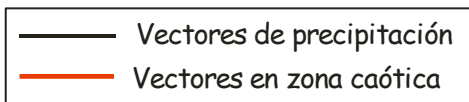
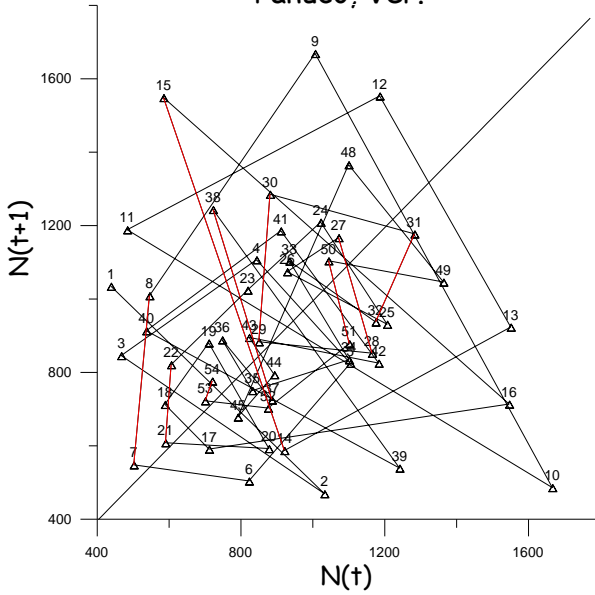
La línea de tendencia es un promedio de los valores pesados de la lluvia, lo cual sólo se requiere para denotar los períodos en que aumenta y disminuye la lluvia, así como para compararse con los valores críticos.

a)

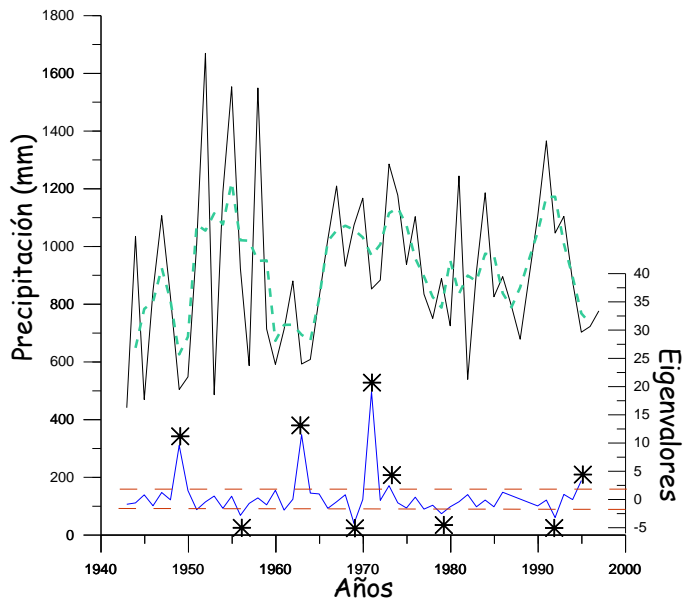
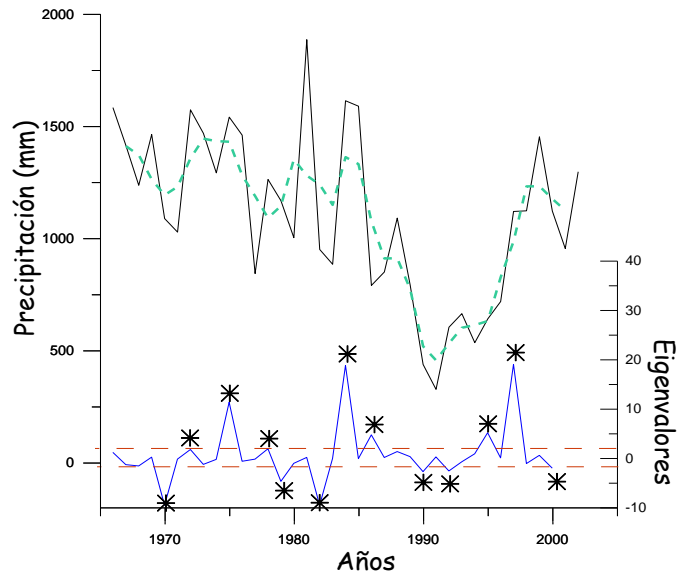
Alamo, Ver.



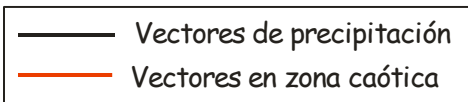
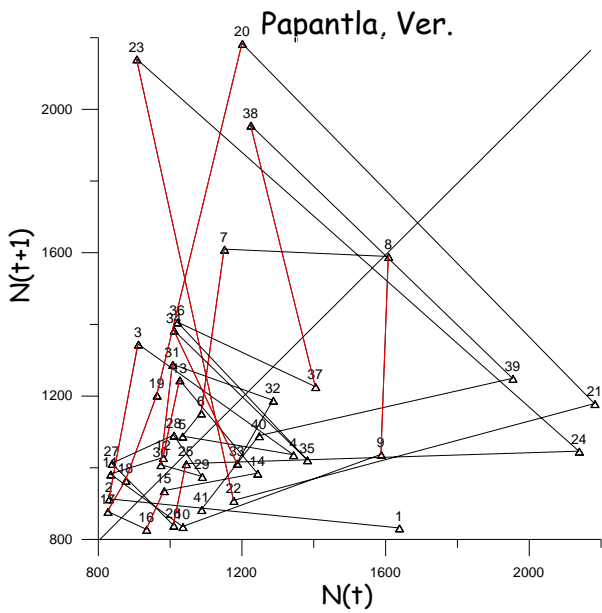
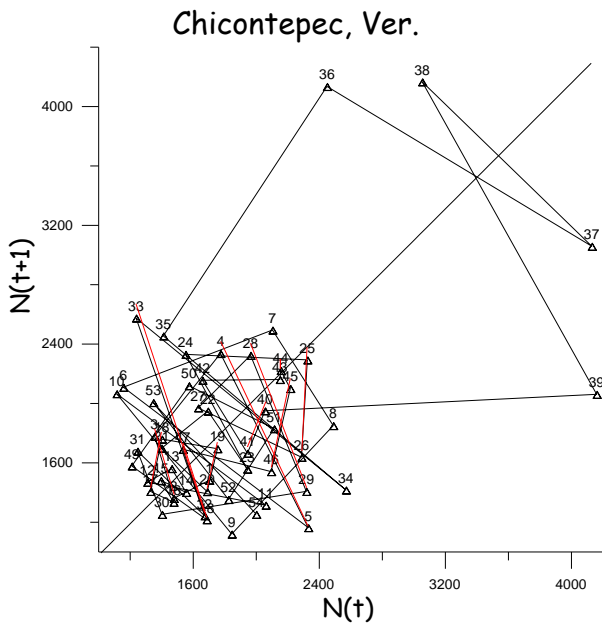
Pánuco, Ver.



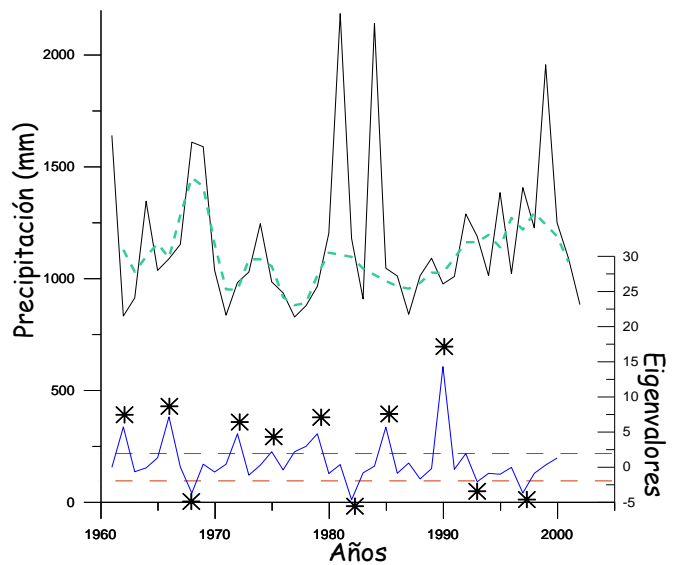
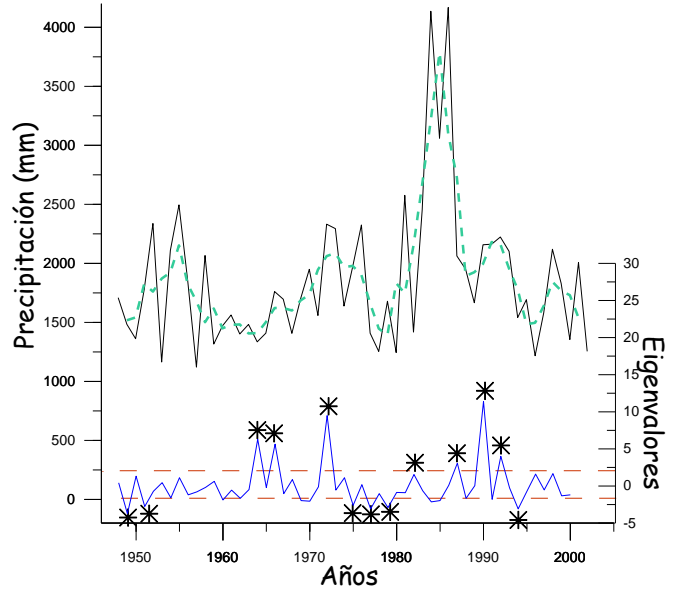
b)



a)



b)



Gráfica 4.1. Trayectorias de espacios de fases de sólo cuatro estaciones analizadas en el norte del estado de Veracruz. a) Espacio de fases y b) series de tiempo y eigenvalores con sus valores críticos.

Entonces de acuerdo a la figura 3.2 se puede obtener el comportamiento promedio de la precipitación en cada una de las estaciones analizadas. En la tabla 4.2 se muestra una distribución de los porcentajes del comportamiento en que tienden a incidir cada una de las estaciones: ocho de las diez estaciones presentan una conducta inestable y al menos nueve estaciones tienen mayor desarrollo dentro del comportamiento asintótico\*, es decir, los vectores realizan ciclicidades.

Tabla 4.2. Porcentaje del comportamiento total de las estaciones en el norte del estado de Veracruz.

Estaciones		Inestable Asintótico	Inestable Oscilatorio	Estable Asintótico	Estable Oscilatorio	Estable (%)	Inestable (%)
06	Alamo	34.286	25.714	20	20	40	<b>60</b>
41	Chicontepec	33.962	26.415	26.415	13.208	39.623	<b>60.377</b>
54	Nautla	37.5	15	32.5	15	47.5	<b>52.5</b>
72	Ixhuatlán del Café	36.538	15.385	30.769	17.308	48.077	<b>51.923</b>
79	Joloapan	45	17.5	30	7.5	37.5	<b>62.5</b>
122	Ozuluama	36.735	10.204	30.612	22.449	53.061	46.94
124	Pánuco	34	20	28	18	46	<b>54</b>
125	Papantla	15	32.5	35	17.5	52.5	47.5
168	Tantima	39.535	13.95	25.581	20.93	46.5	<b>53.5</b>
194	Villa Cuauhtémoc	32.21	21.05	21.05	23.684	44.737	<b>55.263</b>

En tal caso, se calcula la dimensión de capacidad ( $d$ ) y el exponente de Lyapunov ( $L$ ) para asegurar que los sistemas sean predecibles o inclusive impredecibles, debido a su comportamiento inestable. Estos parámetros son mostrados en la tabla 4.3, donde la dimensión de capacidad ( $d$ ) no es mayor a 2 (dimensión baja) para todas las estaciones, lo que lo hace pronosticable; mientras que el exponente de Lyapunov ( $L$ ) es positivo, denotando un sistema caótico; por lo tanto, los resultados demuestran que la precipitación puede ser pronosticada a corto plazo, al menos en el norte del estado de Veracruz. En tanto, el período posible de pronóstico ( $1/L$ ) varía de 2 a 4 años en la mayoría de los casos, mientras que en la estación de Pánuco es de hasta 10 años.

\* Estimador de mínima divergencia del sistema.



Entretanto, en la tabla 4.3 también se muestra la máxima capacidad de carga ( $K$ ) y la capacidad de dimensión ( $d$ ); además de los valores de la pendiente ( $r$ ) e intersección de la recta ( $a$ ); donde los valores de " $a$ " y " $r$ " se obtienen de un ajuste logístico (ec. 2) para sucesivamente aplicar en la ecuación de pronóstico.

Tabla 4.3. Parámetros calculados para cada estación ubicada en el norte del estado de Veracruz.

Estaciones	K (mm)	a	r	d	L	1/L (años)
Alamo	1585	0.948	-0.109	0.85±0.978	0.224±0.219	4.46 - 4.56
Chicontepec	2330	0.289	-0.056	1.585±1.496	0.436±0.278	2.29 - 3.59
Nautla	1950	-0.013	-0.079	0.868±0.968	0.481±0.165	2.08 - 6.06
Ixhuatlán del Café	2110	-0.637	-0.054	1.292±1.209	0.493±0.250	2.02 - 4
Joloapan	1860	-0.175	-0.05	0.868±0.938	0.335±0.260	2.99 - 3.85
Ozuluama	1940	0.947	-0.072		0.365±0.291	2.74 - 3.43
Pánuco	1230	0.491	-0.060	1.23±1.171	0.098±0.225	10.2 - 4.44
Papantla	1245	-0.46	-0.069	0.708±0.764	0.364±0.238	2.74 - 4.2
Tantima	2220	0.306	0.306	0.904±0.943	0.235±0.268	4.25 - 3.73
Villa Cuauhtémoc	1190	1.223	-0.105	1.00±1.107	0.322±0.346	3.1 - 2.9

En la tabla 4.4 se muestran los valores más significativos de la autocorrelación de la lluvia (períodos de retorno), resultando que en la costa se tienen ciclos de un año, y un consecuente no mayor a 3 años; mientras que en la zona montañosa, se presentan períodos más grandes y variables, donde en la mayoría de los casos se muestran períodos cercanos a 10 años, los cuales demuestran que las estaciones con períodos más pequeños presentan ciclos más cerrados (gráf. 4.1).

Tabla 4.4. Ciclos que se presentan en la precipitación.

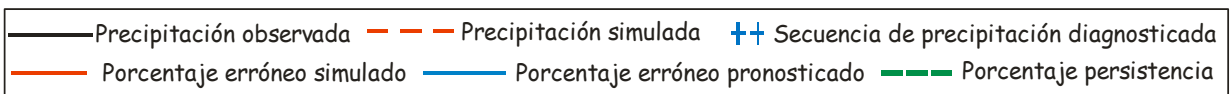
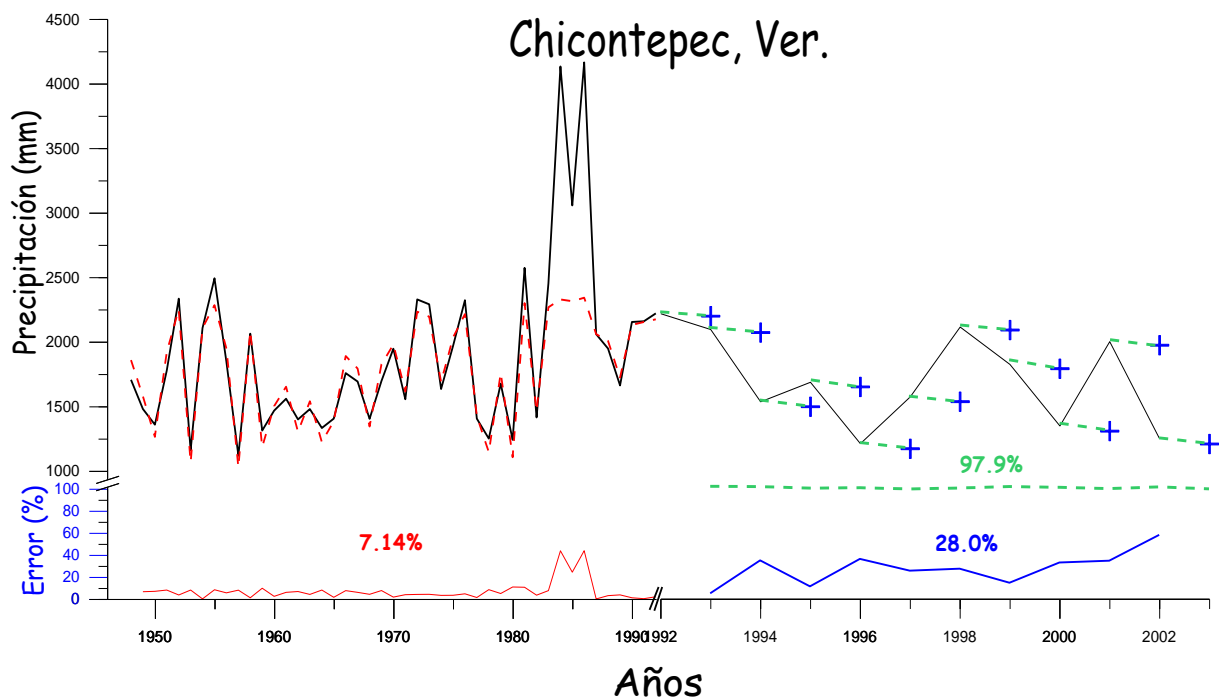
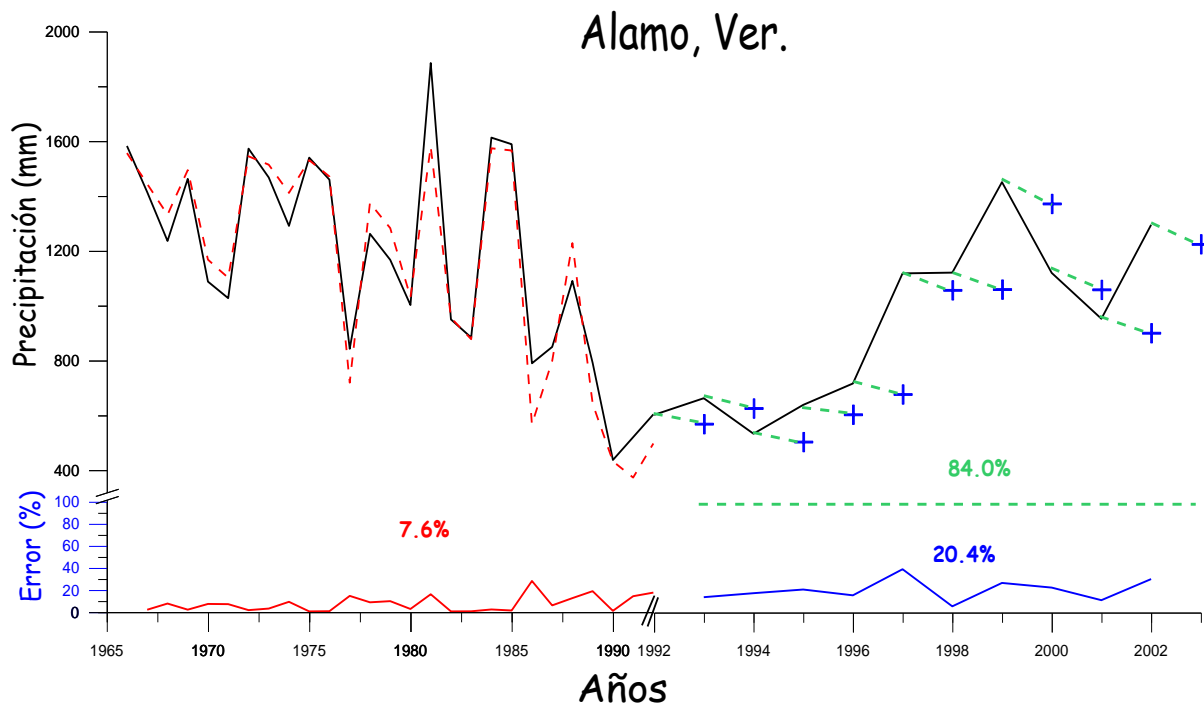
Estaciones		Periodicidad	
		1°	2°
6	Alamo	1	3
41	Chicontepec	1	2
54	Nautla	10	13
72	Ixhuatlán del Café	8	13
79	Joloapan	3	9
122	Ozuluama	1	2
124	Pánuco	9	5
125	Papantla	6	9
168	Tantima	3	4
194	Villa Cuauhtémoc	1	13

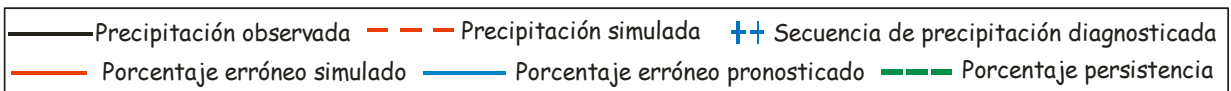
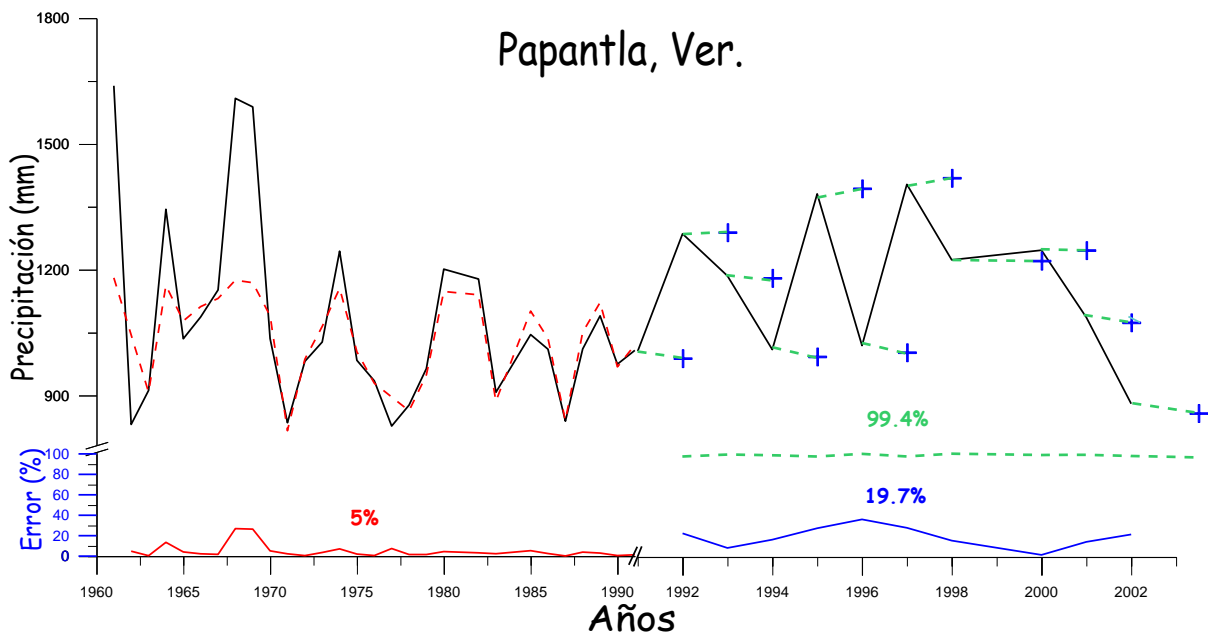
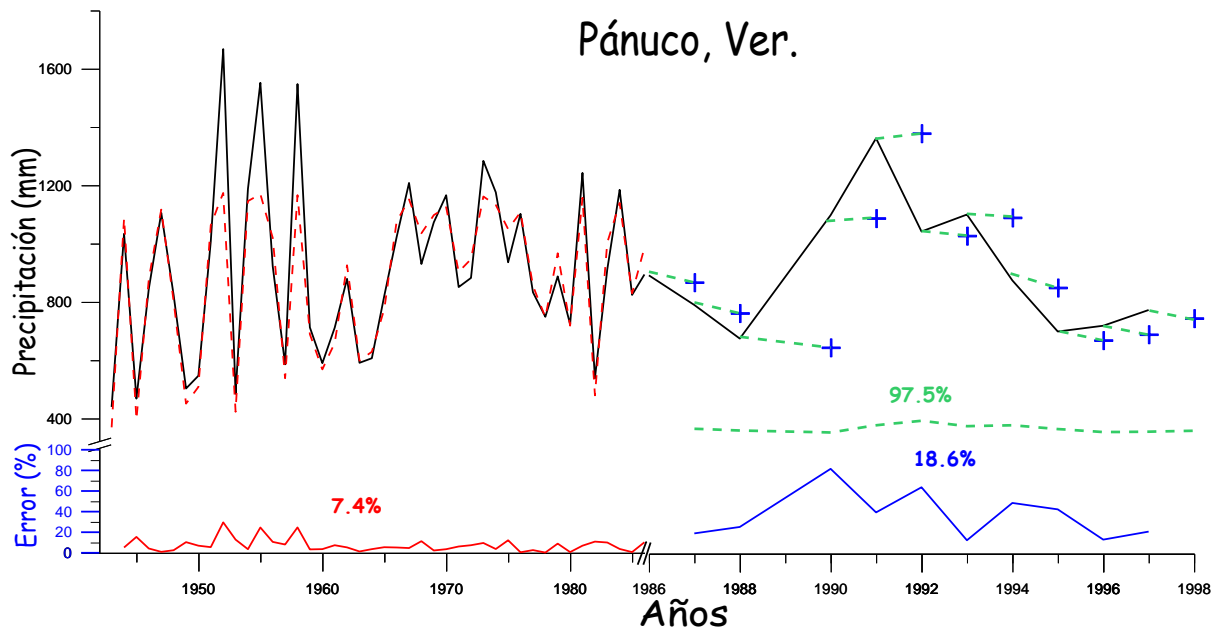
Los elementos necesarios para la aplicación de la ecuación logística tanto de simulación como de pronóstico han sido obtenidos, por lo que en la gráfica 4.2 se muestran los diferentes resultados para las estaciones de Alamo, Chicontepec, Pánuco y Papantla comparándose la precipitación observada (línea continua negra), la precipitación simulada por la ecuación logística (línea punteada roja) y su error en porcentaje (línea continua roja). Mientras que para la parte de diagnóstico se grafica con una mayor escala para una mejor apreciación, la ecuación logística de diagnóstico se aplicó a una secuencia de los últimos 10 años de información (cruces azules), por lo que también se puede obtener su porcentaje de error (línea continua azul) y la persistencia del diagnóstico (línea punteada verde) en cada punto.

La simulación de la lluvia presentó un error promedio de 5.9%, mientras que en la secuencia de diagnóstico se muestra un error promedio de 27.6% para las estaciones del norte del estado (tabla 4.5). Así mismo, también se incluye el porcentaje de la persistencia del diagnóstico que resulta en cada uno de los gráficos, siendo un valor muy alto en cada estación.

Tabla 4.5. Porcentaje de error en la simulación y el diagnóstico para cada estación en el norte de Veracruz.

Estaciones	Porcentaje de Error		% de Persistencia
	Simulación	Pronóstico	
Alamo	7	21	84
Chicontepec	7.7	28.2	97.9
Nautla	3.7	30.8	98.3
Ixhuatlán del Café	3	13.5	99.5
Joloapan, Papantla	5.8	37	99
Ozuluama	5.8	36	97.9
Pánuco	7.3	15.7	97.5
Papantla	4.4	19.6	99.4
Tantita	5.4	32	97.4
Villa Cuauhtémoc	6.7	49	97.9





Gráfica 4.2. Aplicación de la ecuación logística a corto plazo para cuatro estaciones ubicadas en el norte de Veracruz .

De todo el proceso anterior, los eigenvalores determinan un buen porcentaje en la tendencia de la precipitación. También, la simulación fue una reproducción muy eficiente de la lluvia observada en cada una de las estaciones. En cuanto a la parte diagnosticada por la ecuación logística de pronóstico pareciera que no es tan mala, sino hasta que se demuestra que hay una persistencia demasiada alta con respecto al valor anterior (el cual infiere en el siguiente punto diagnosticado).

#### 4.2. Zona centro

Esta región presenta una variabilidad en la precipitación (tabla 4.6), esto se debe a que es una zona accidentada por la Sierra Madre Oriental; denotándose una gran diversidad de climas desde semicálidos hasta semifríos. Los lugares donde se presenta una mayor cantidad de precipitación son las estaciones de Coscomatepec y Fortín de las Flores, aunque en esta última hay una gran variación entre la precipitación máxima y mínima, también reflejada en su Sd y Se; mientras que en la estación de Zalayeta la precipitación anual es mínima y poco variable.

La lluvia en esta región se produce por convección por sistemas meteorológicos y orografía, principalmente. Además, la lluvia invernal es ocasionada por los sistemas frontales en la zona montañosa.

Tabla 4.6. Estadística de la precipitación (mm) de las estaciones ubicadas en el centro del estado de Veracruz.

Estaciones	media	Sd	Se	Min	Máx.	% Lluvia invernal
3 Actopan	887.11	229.52	32.14	424.7	1527.7	3.9
19 Cotaxtla	1218.01	243.99	38.11	624.4	1770.7	2.9
32 Coscomatepec	2103.3	384.185	51.80	1261.7	3101	7.3
47 Comapa	1096.15	263.86	42.25	116.67	1521.7	7
56 Medellín	1669.07	424.52	65.51	213.54	2786.4	2.8
102 Mtz. de la Torre	1672.64	510.02	73.61	982.6	4348	13.7
115 Fortín de las Flores	2464.95	525.722	80.17	313.76	4044.5	8
191 Vega de la Torre	1352.52	437.9	63.87	116.42	2045.4	11
198 Zalayeta, Perote	403.70	101.468	16.91	229	622.4	7.2

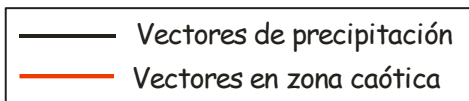
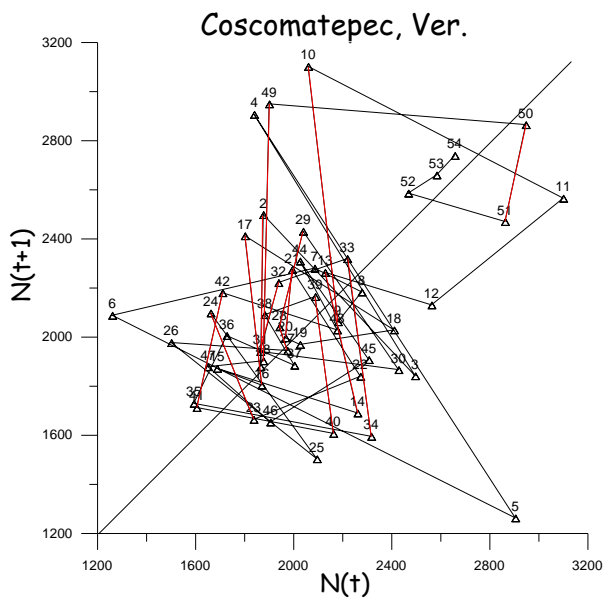
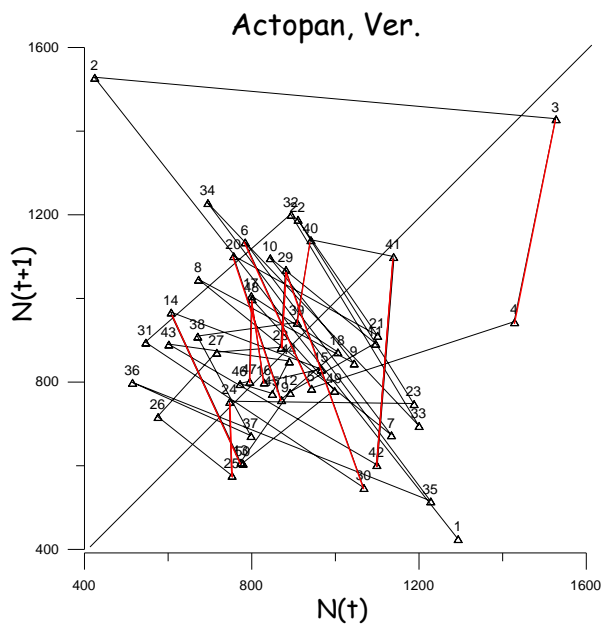
La zona central se encuentra ocupada por la Sierra Madre Oriental, lo cual permite que haya una gran variabilidad en la precipitación dentro de esta región. En las gráficas 4.3a, se muestran las trayectorias de los espacios de fases de la precipitación. Mientras tanto en las gráficas 4.3b, se representa la tendencia futura de la lluvia a partir de los valores críticos o eigenvalores de las pendientes en las trayectorias de los espacios de fases.

En la tabla 4.7 se cuenta con el porcentaje del comportamiento resultante en las gráficas de espacios de fases. El 70% de las estaciones analizadas tiene un comportamiento inestable, mientras que las estaciones que tienen comportamiento estable (Coscomatepec, Cotaxtla y Vega de Alatorre) se encuentran en la zona montañosa. No obstante, no importa si son estables o inestables, en todos los casos se encuentran dentro de un comportamiento asintótico.

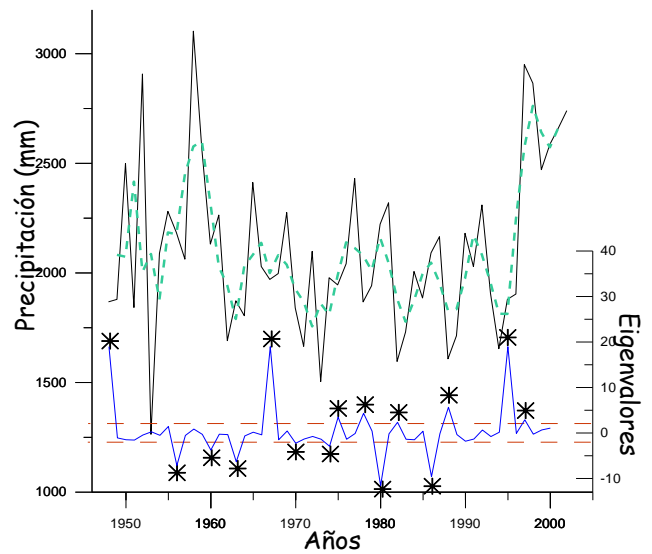
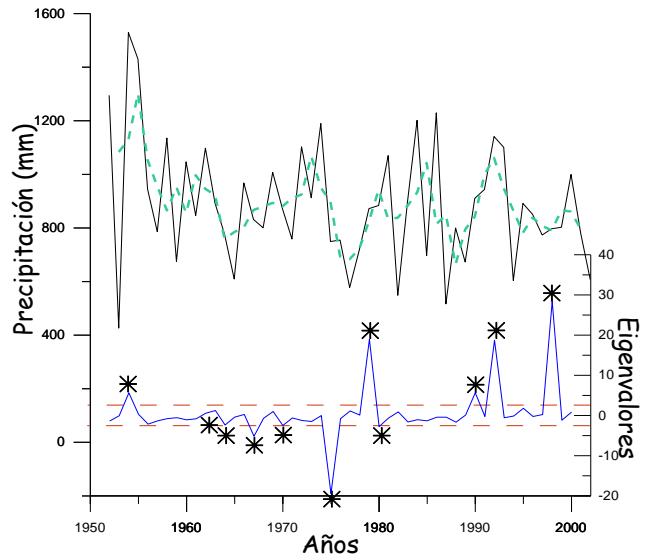
Tabla 4.7. Porcentaje del comportamiento de las estaciones en el centro del estado de Veracruz.

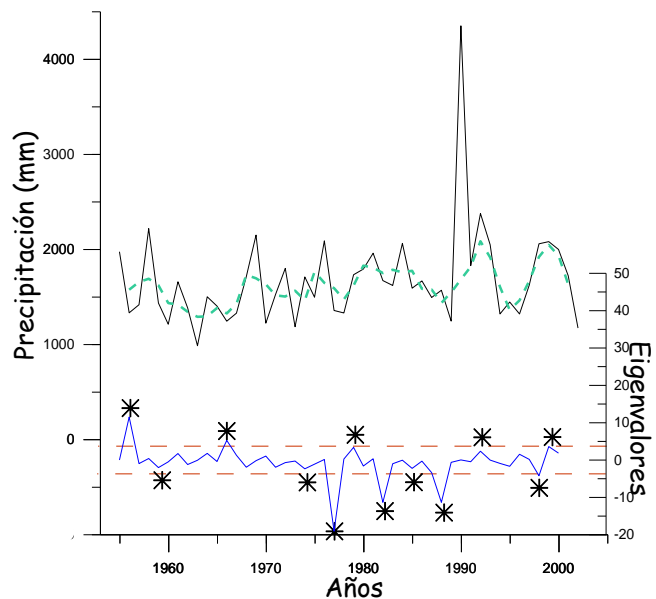
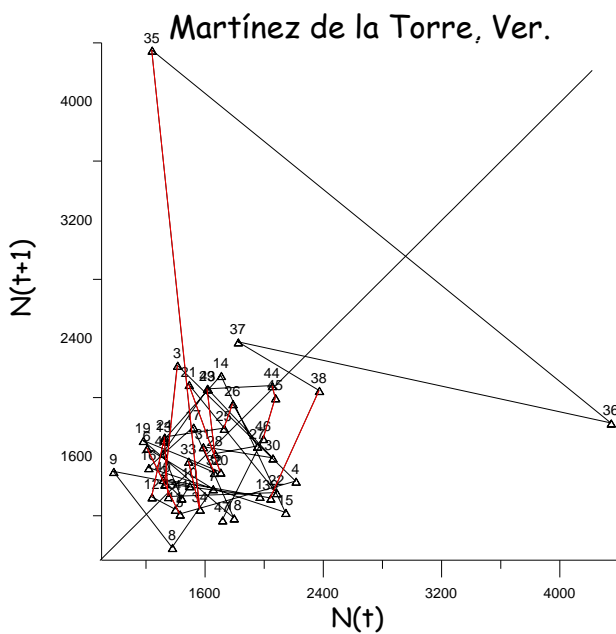
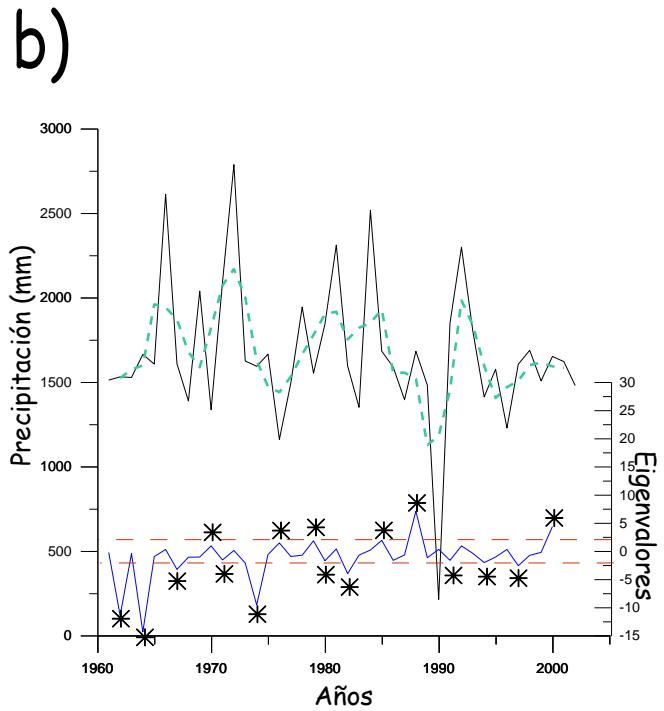
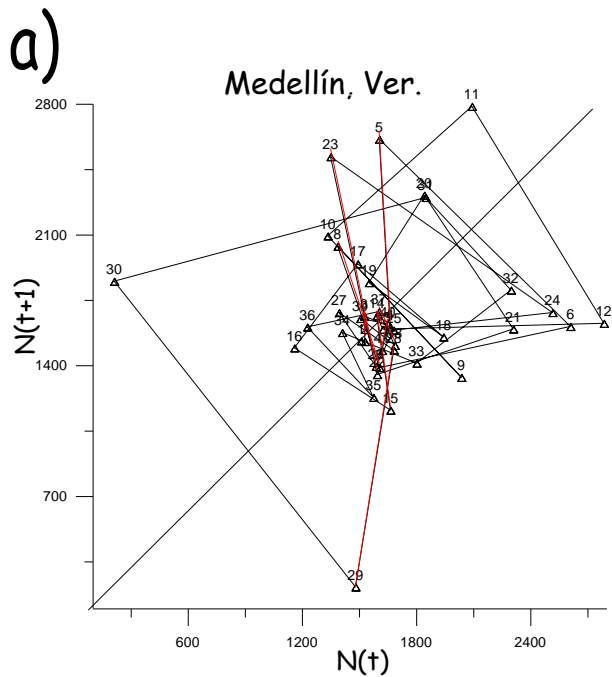
Estaciones		Inestable Asintótico	Inestable Oscilatorio	Estable Asintótico	Estable Oscilatorio	Estable (%)	Inestable (%)
03	Actopan	34.694	16.327	30.612	18.367	48.98	<b>51.02</b>
19	Cotaxtla	28.205	15.385	35.897	20.513	<b>56.41</b>	43.59
32	Coscomatepec	30.189	18.868	33.962	16.981	<b>50.943</b>	49.057
47	Comapa	29.73	21.621	29.73	18.919	48.65	<b>51.351</b>
56	Medellín	40	12.5	27.5	20	47.5	<b>52.5</b>
102	Martínez de la Torre	36.957	15.217	28.26	13.043	41.304	<b>52.174</b>
115	Fortín de las Flores	33.333	20.513	41.025	5.128	46.154	<b>53.846</b>
191	Vega de Alatorre	28.88	15.55	37.77	17.77	<b>55.6</b>	44.4
198	Zalayeta, Perote	33.33	18.181	39.393	9.09	48.485	<b>51.515</b>

a)



b)





— Vectores de precipitación  
 — Vectores en zona caótica

— Precipitación — Eigenvalores  
 \* \* \* Valores críticos - - - Tendencia

Gráfica 4.3. Trayectorias de los espacios de fases de cuatro estaciones analizadas en el centro del estado de Veracruz. a) Espacio de fases y b) series de tiempo y eigenvalores con sus valores críticos.



Ahora con los coeficientes de capacidad de dimensión ( $d$ ) y exponente de Lyapunov ( $L$ ) en la tabla 4.8, los valores son de dimensión baja y positivos, por lo que se considera que la lluvia es previsible con períodos ( $1/L$ ) no mayores a 4 años.

Tabla 4.8. Parámetros encontrados para cada estación ubicada en el centro del estado de Veracruz.

Estaciones	K (mm)	a	r	$d$	L	1/L (años)
Actopan	1130	0.827	-0.057	1.085±1.063	0.428±0.226	2.33 - 4.42
Cotaxtla	1455	0.043	-0.087	0.850±0.929	0.482±0.337	2.07 - 2.97
Coscomatepec	2300	-0.53	-0.059	1.085±1.024	0.537±0.227	1.86 - 4.41
Comapa	1520	-0.05	-0.053	0.730±0.818	0.436±0.278	2.39 - 3.6
Medellín	2090	-0.408	-0.042	0.661±0.714	0.486±0.365	2.06 - 2.74
Martínez de la Torre	2000	-0.082	-0.055	0.792±0.801	0.449±0.266	2.23 - 4.42
Fortín de las Flores	2900	-0.491	-0.066	0.500±0.534	0.360±0.258	2.77 - 3.88
Vega de Alatorre	1900	0.75	-0.077	0.131±0.164	0.263±0.186	3.8 - 5.38
Zalayeta, Perote	530	0.452	-0.094	0.585±0.682	0.320±0.420	3.125 - 2.38

Por medio de la función de autocorrelación, en la tabla 4.9 se observa una gran discrepancia en los ciclos, y confirma que los lugares en la costa tienen períodos pequeños de un año o dos, mientras que el sucesivo período más relevante se encuentra entre 6 y 7 años; en tanto que en la zona montañosa se presentan períodos más grandes, similar a la zona norte. En donde se muestran ciclos menos cerrados en las gráficas 4.3

Tabla 4.9. Ciclos que se presentan en la precipitación.

Estaciones		Periodicidad	
		1°	2°
3	Actopan	12	
19	Cotaxtla	4	11
32	Coscomatepec	1	2
47	Comapa	2	7
56	Medellín	2	4
102	Martínez de la Torre	12	8
115	Fortín de la Flores	2	6
191	Vega de Alatorre	4	5
198	Zalayeta, Perote	7	1

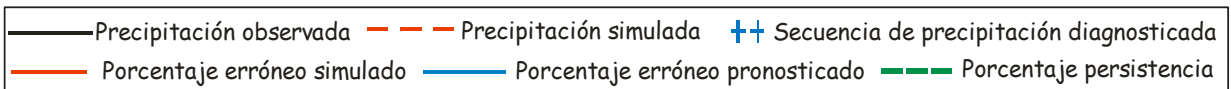
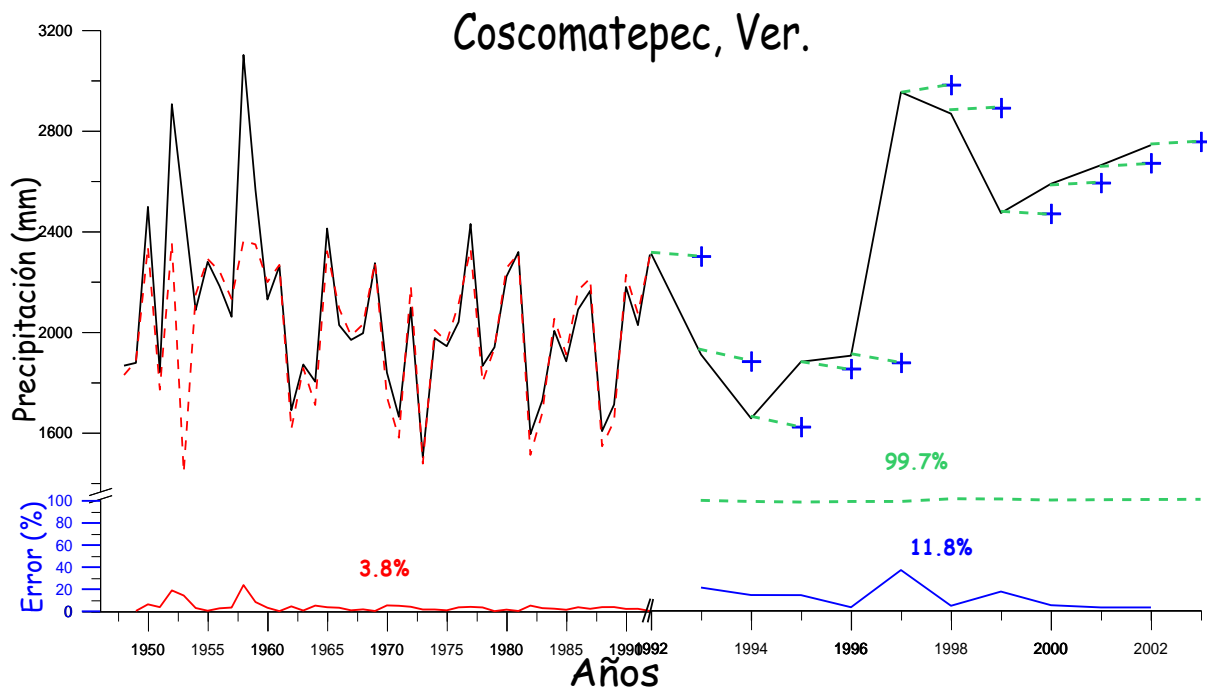
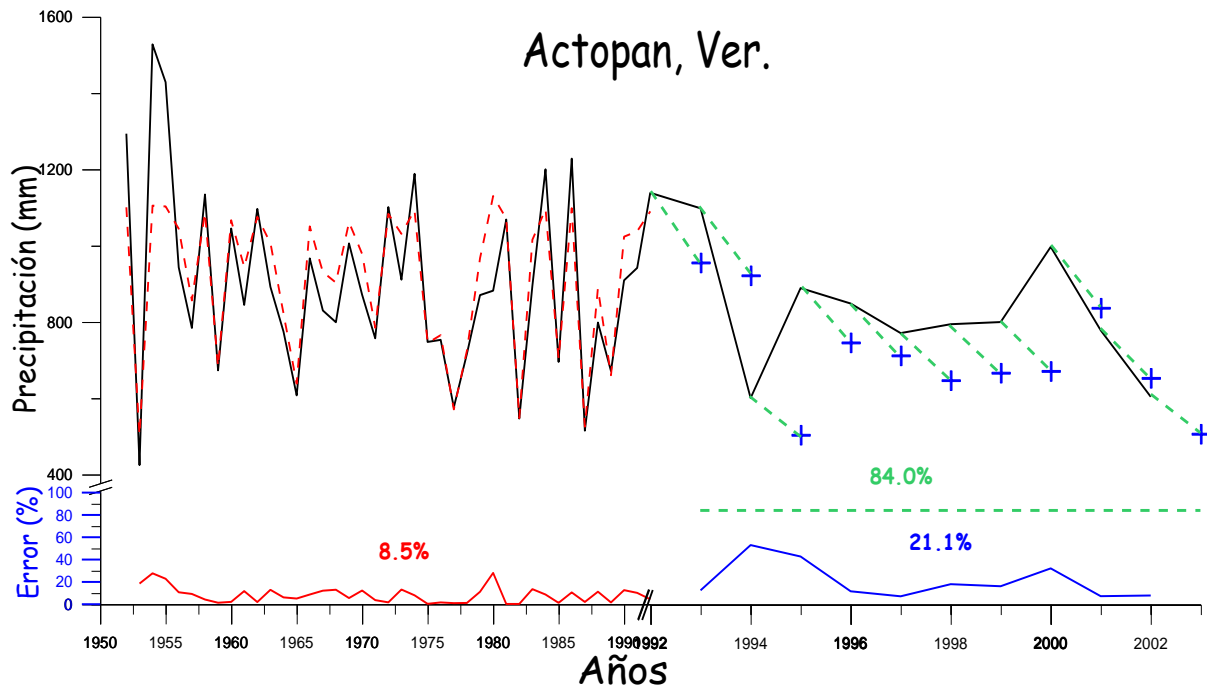
Aplicando un ajuste logístico (ec. 2) a los datos de precipitación, se realiza una regresión lineal como en la gráfica 3.4, obteniéndose parámetros como la pendiente de la recta ( $r$ ) y la intersección de la recta ( $a$ ) destinados a la ecuación logística de pronóstico al igual que  $K$  (ejemplo gráfica 3.3).

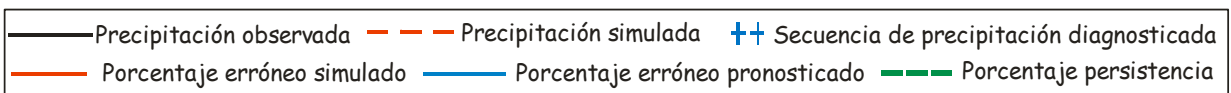
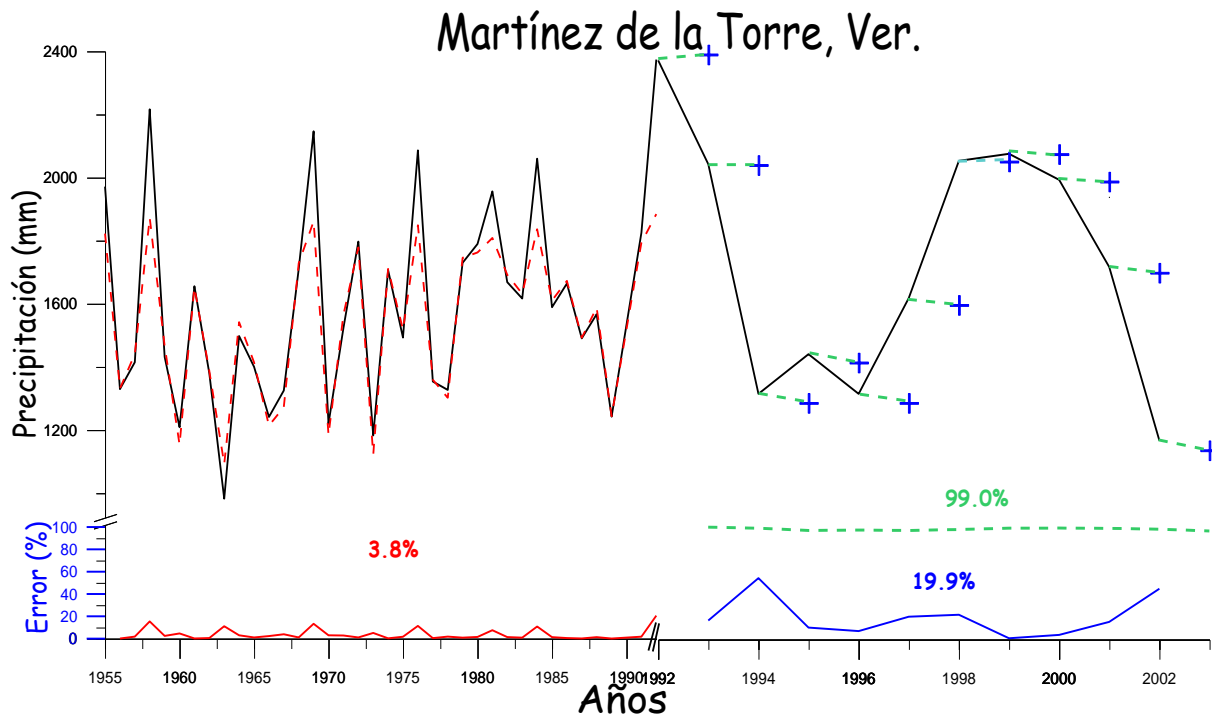
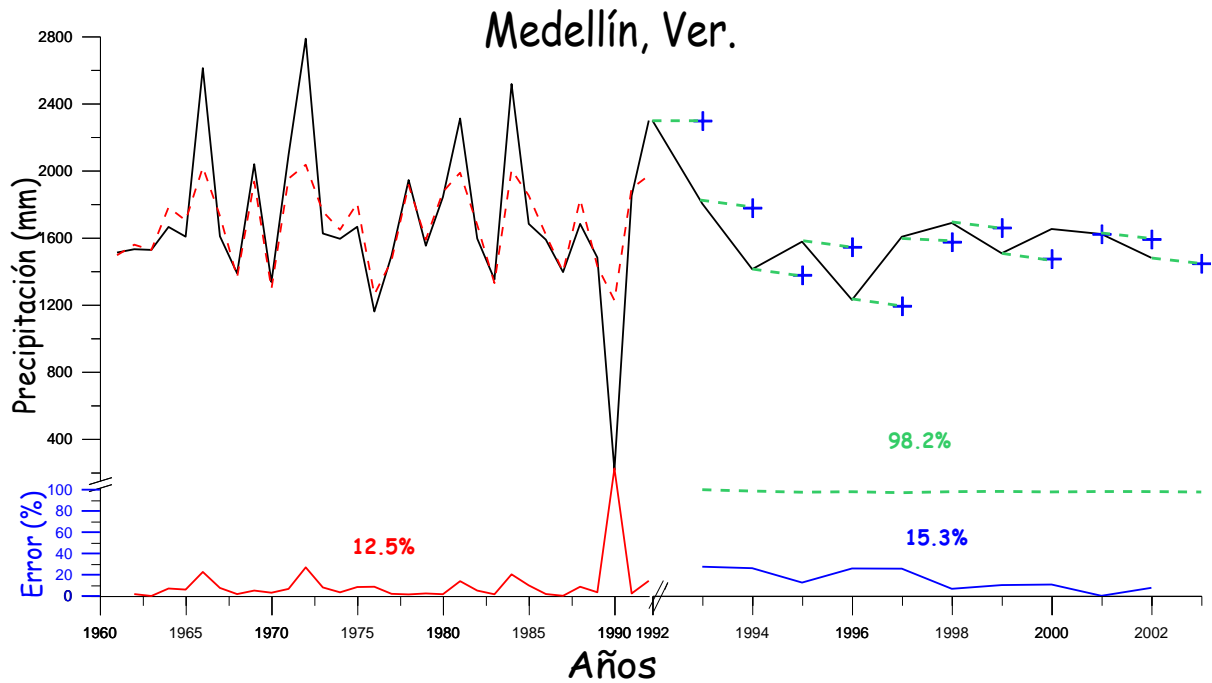
La gráfica 4.4 es un diagnostico de la ecuación logística de pronóstico y de simulación, donde se aplica de la igual forma que en la región norte.

La simulación de la lluvia tiene un error promedio de 7.5%, mientras que en la secuencia de diagnóstico se muestra un error de 22.6% promedio para las estaciones del centro del estado; siendo las estaciones de Vega de Alatorre y Zalayeta que presentan un mayor rango erróneo (tabla 4.10). No obstante, también se incluye el porcentaje de la persistencia que resulta en cada uno de los gráficos, siendo un valor muy alto en cada estación.

Tabla 4.10. Porcentaje de error en la simulación y el diagnóstico para cada estación en el centro de Veracruz.

Estaciones	Porcentaje de Error		% de Persistencia
	Simulación	Pronóstico	
Actopan	8.5	21.1	84
Cotaxtla	7.5	16.6	98.7
Coscomatepec	4.3	11.8	99.7
Comapa	4.5	15.5	99.2
Medellín	15.5	15.4	98.2
Martínez de la Torre	4	20.2	99
Fortín de las Flores	3.8	25.1	97.9
Vega de Alatorre	14.4	38	98.8
Zalayeta, Perote	5.5	36.6	96.6





Gráfica 4.4. Aplicación de la ecuación logística a corto plazo para cada estación en el centro de Veracruz.

Lo más trascendente en este proceso, sin duda es que el porcentaje de diagnóstico para esta región es mucho mejor que anteriormente; no obstante, la persistencia continua siendo relevante. Así mismo, se denota que la ecuación logística de pronóstico no percibe los efectos culminantes de la lluvia en cada una de las estaciones y mucho menos tener una variación importante con respecto a valores antecedentes, persisten magnitudes de lluvia semejantes a los valores inferidos en la ecuación. Determinando que sólo se incluye la parte determinística de la lluvia

#### **4.3. Zona sur**

Climáticamente, la región sur se caracteriza por ser muy lluviosa y por lo tanto diversa en cuanto a su fauna. En la tabla 4.11 se muestran estadística de la precipitación anual, observando que en estaciones ubicadas dentro de la región de fuertes vientos (Istmo de Tehuantepec) se muestran los valores más bajos de precipitación con respecto a las demás estaciones ubicadas en el sur; lo cual se refleja en la precipitación promedio, mínima y desviación estándar. Mientras que la estación de Hidalgotitlán presenta valores muy altos de precipitación, cuando su ubicación colinda con el estado de Oaxaca.

La mayor parte de las estaciones muestran lluvia invernal inferior al 10% de la lluvia anual; debido a que es una zona casi plana, no hay convección forzada orográficamente y los sistemas que pueden ocasionar lluvia afectan en verano.

En las gráficas 4.5a se muestran las trayectorias de los espacios de fases, manifestando el comportamiento de la precipitación por medio de vectores o trayectorias; en las gráficas 4.5b, se presenta la tendencia futura de la lluvia, a partir de los valores críticos de los eigenvalores resultantes para el sur del estado.

Tabla 4.11. Estadística de la precipitación (mm) principales de las estaciones ubicadas en el sur del estado de Veracruz.

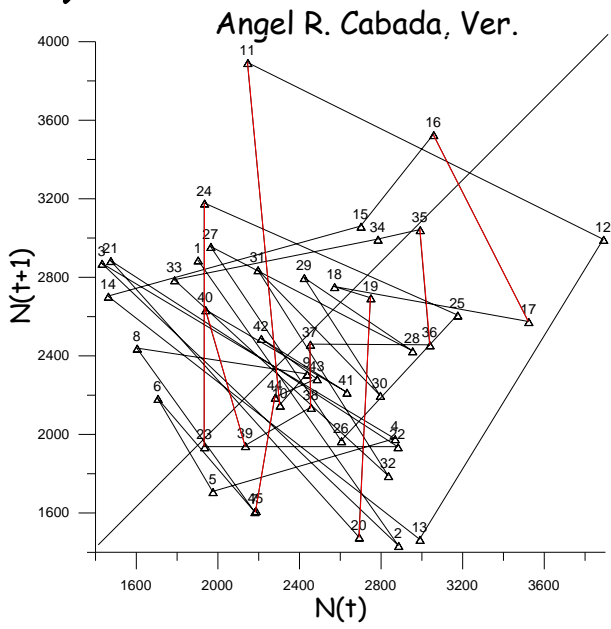
	Estación	Media	Sd	Se	Mín	Máx.	% Lluvia invernal
11	Angel R. Cabada	2419.36	556.18	82.005	1432.7	3891.6	7.4
25	Cosamaloapan	2017.25	372.55	52.17	1350.8	2922.7	4.2
81	La Florencia	1764.80	646.414	93.31	212.29	2899.2	6.1
90	J. Carranza	2502.1	648.25	102.49	211.78	3930.9	8.5
107	Minatitlán	2822.04	1347.7	231.13	1299.5	7946.5	8.3
117	Paraíso Novillero	1599.67	327.87	46.37	736.28	2442.3	4.6
131	Playa Vicente	2040.1	359.46	56.14	1333	2880.5	4.8
147	San Juan Evangelista	1419.8	223.16	39.45	927.1	1875.8	4.5
152	Isla	1273.75	362.67	55.96	134.9	1998.3	6.4
281	Hidalgotitlán	3676.04	730.23	140.53	1666.93	4810.4	12
327	Tierra Morada	2584.51	730.77	146.15	267.11	3863.4	10.9

Mientras que en su comportamiento, domina una conducta estable asintótico en las estaciones analizadas en el sur del estado (tabla 4.12); en tanto que las estaciones que son inestables se encuentran cerca de la vertiente del Golfo, donde se intensifican los vientos del norte hacia el Istmo de Tehuantepec, por lo que el viento podría ser un factor de gran importancia en esta zona debido a que tiene el potencial de perturbar sistemas

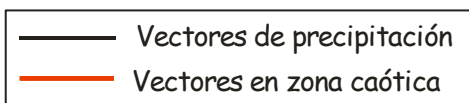
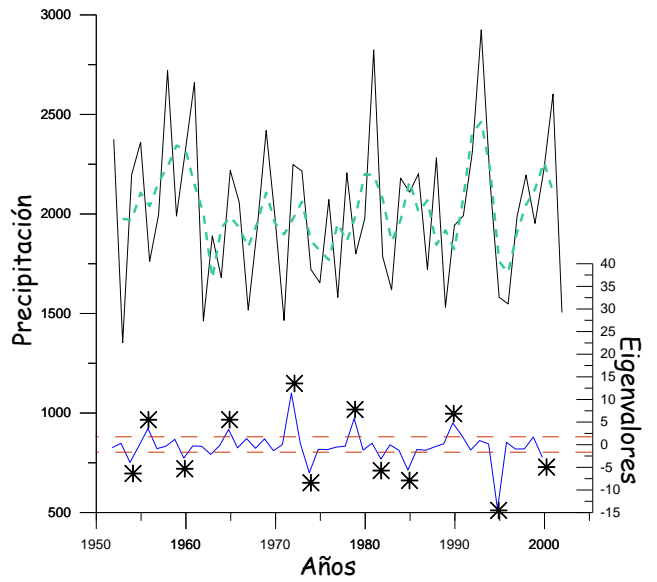
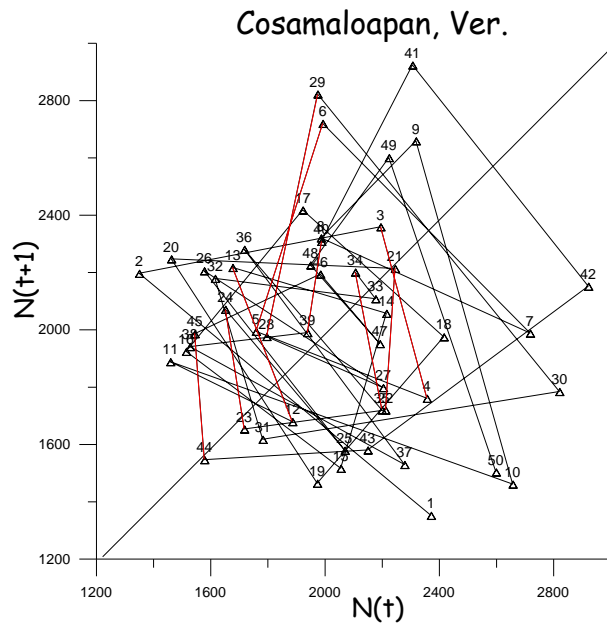
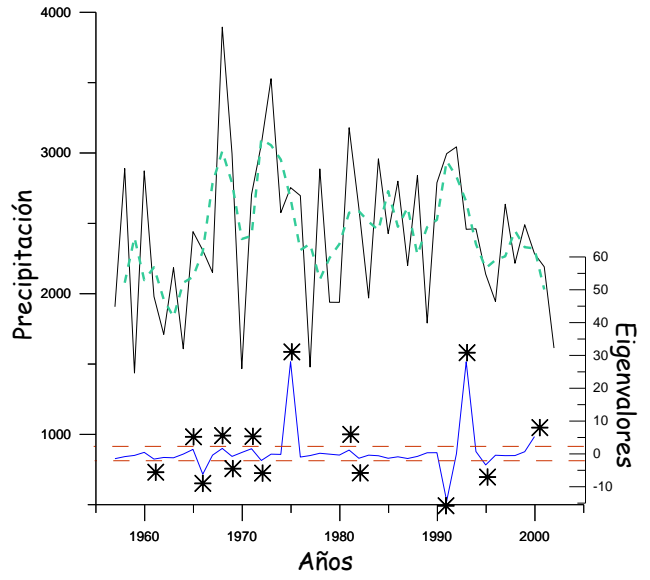
Tabla 4.12. Porcentaje de comportamiento de las estaciones en el sur de Veracruz.

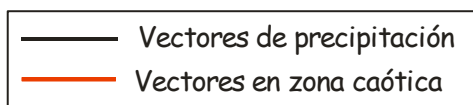
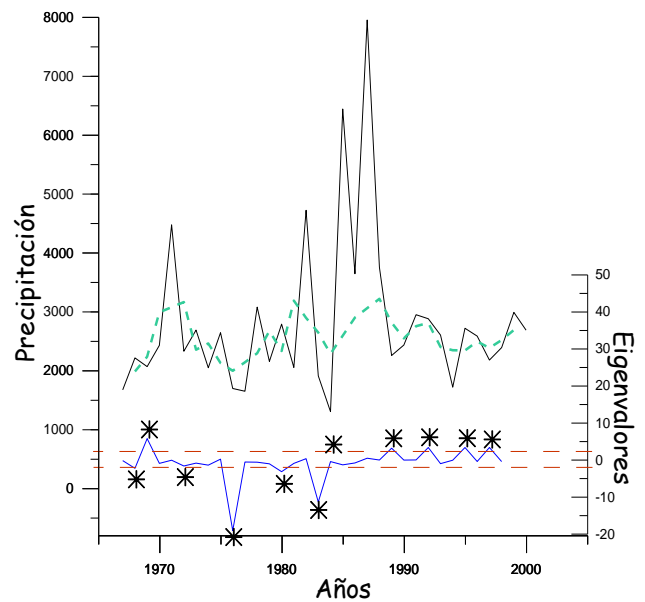
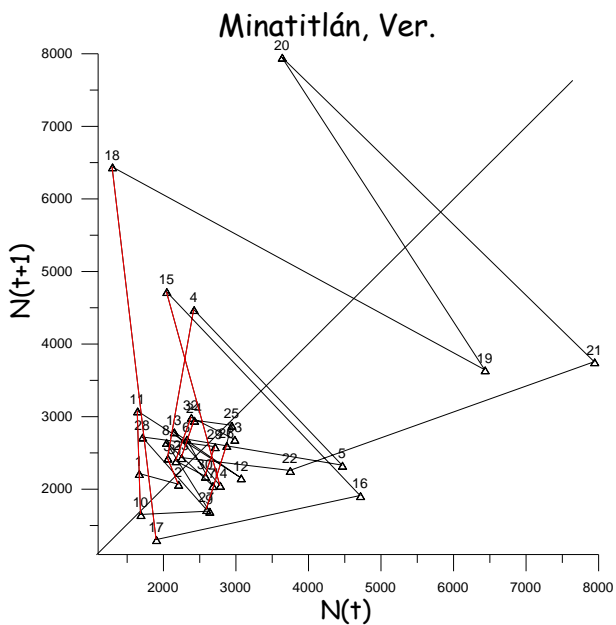
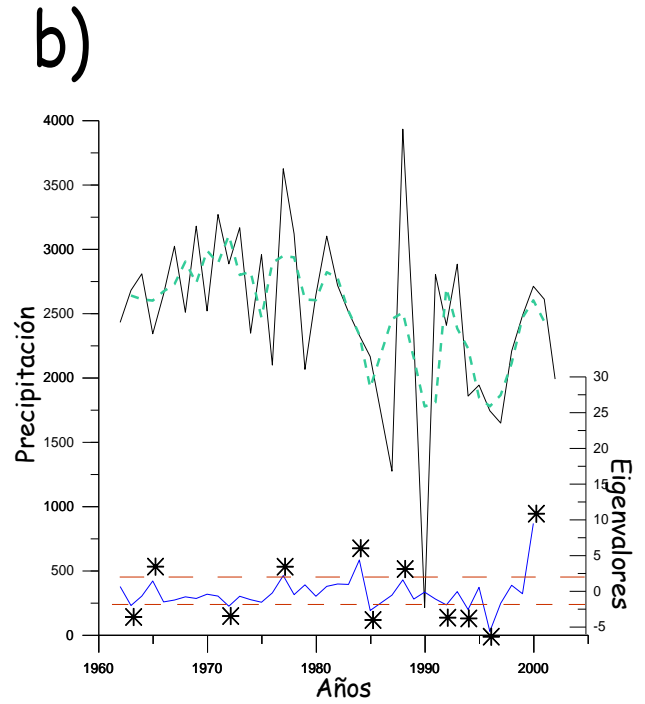
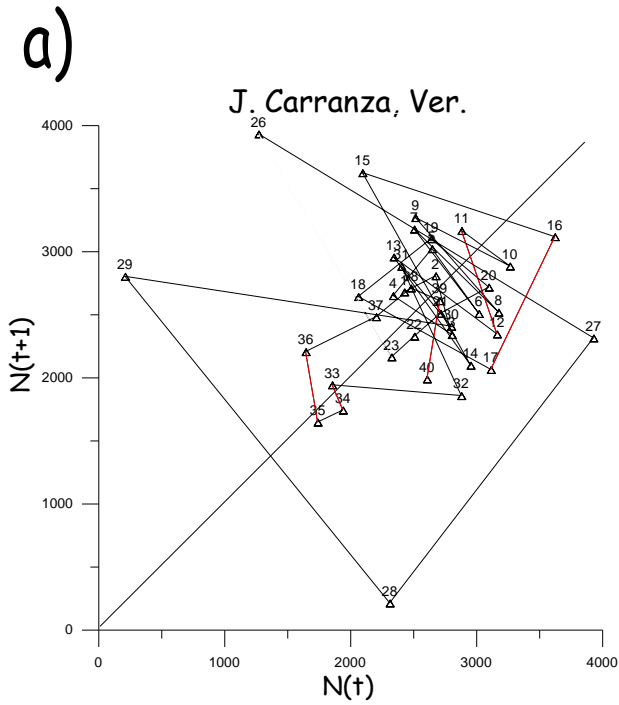
	Estaciones	Inestable Asintótico	Inestable Oscilatorio	Estable Asintótico	Estable Oscilatorio	Estable (%)	Inestable (%)
11	Angel R. Cabada	29.545	18.189	36.364	15.909	<b>52.273</b>	47.727
25	Cosamaloapan	36.735	20.408	28.571	14.286	42.857	<b>57.143</b>
81	La Florencia	22.727	22.727	36.364	18.189	<b>54.545</b>	45.455
90	J. Carranza	35.135	13.514	32.432	18.919	<b>51.351</b>	48.649
107	Minatitlán	34.375	15.625	40.625	9.375	<b>50</b>	50
117	Paraíso Novillero	33.333	18.75	29.167	10.4167	39.583	<b>52.083</b>
131	Playa Vicente	23.684	21.053	44.737	10.526	<b>55.3</b>	44.7
147	San Juan Evangelista	20	23.333	36.667	20	<b>56.7</b>	43.3
152	Isla	50	10	32.5	7.5	40	<b>60</b>
281	Hidalgotitlán	33.333	12.5	29.167	25	<b>54.167</b>	45.833
327	Tierra Morada	26.087	17.391	30.435	26.087	<b>56.522</b>	43.478

a)



b)





Grafica 4.5. Trayectorias de espacio de fases de cuatro estaciones analizadas en el sur del estado de Veracruz. a) Espacio de fases y b) series de tiempo contra eigenvalores.



En la tabla 4.13 se tiene la dimensión de capacidad ( $d$ ) y el exponente de Lyapunov ( $L$ ), en los cuales se observan dimensiones bajas y valores del exponente de Lyapunov positivos, esto implica que se puede aplicar la ecuación logística para pronóstico a corto plazo en las estaciones ubicadas en el sur de Veracruz. También, se incluye parámetros como  $K$ ,  $a$  y  $r$ .

Tabla 4.13. Parámetros encontrados para cada estación ubicada en el sur del estado de Veracruz.

Estaciones	K (mm)	a	r	$d$	L	1/L
Angel R. Cabada	2990	0.415	-0.092	1.124±1.160	0.366±0.194	2.73 - 5.15
Cosamaloapan	2910	0.339	-0.041	1.124±1.102	0.504±0.219	1.98 - 4.56
La Florencia	2480	1.295	-0.11	0.792±0.801	0.367±0.199	2.72 - 5.03
J. Carranza	3170	0.133	-0.086	0.807±0.894	0.182±0.405	5.49 - 2.46
Minatitlán	3070	0.201	-0.114	0.585±0.702	0.190±0.325	5.26 - 3.08
Paraíso Novillero	2040	0.049	-0.055	1.00±0.990	0.170±0.238	5.88 - 4.2
Playa Vicente	2490	-0.222	-0.062	0.708±0.773	0.460±0.166	2.17 - 6.02
San Juan Evangelista	1710	-0.334	-0.08	0.792±0.981	0.563±0.341	1.78 - 2.93
Isla	1650	-0.046	-0.066	0.730±0.788	0.373±0.317	2.68 - 3.15
Hidalgotitlán	4050	0.396	-0.256	0.730±0.983	0.493±0.383	2.03 - 2.61
Tierra Morada	2780	-0.358	-0.196	0.585±0.819	0.185±0.177	5.41 - 5.65

Los periodos en que se presenta la precipitación se encuentran en la tabla 4.14, donde se muestran períodos con discrepancia e incomparables, debido a que ningún caso es semejante. Además, se justifica al ser comparados con las gráficas 4.5 que no tienen una estructura bien definida.

Tabla 4.14. Ciclos que se presentan en la precipitación.

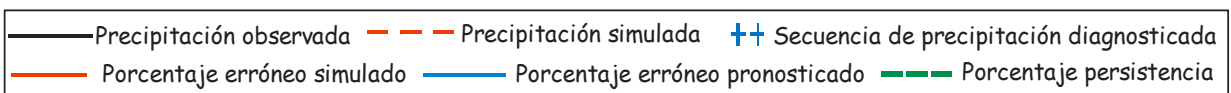
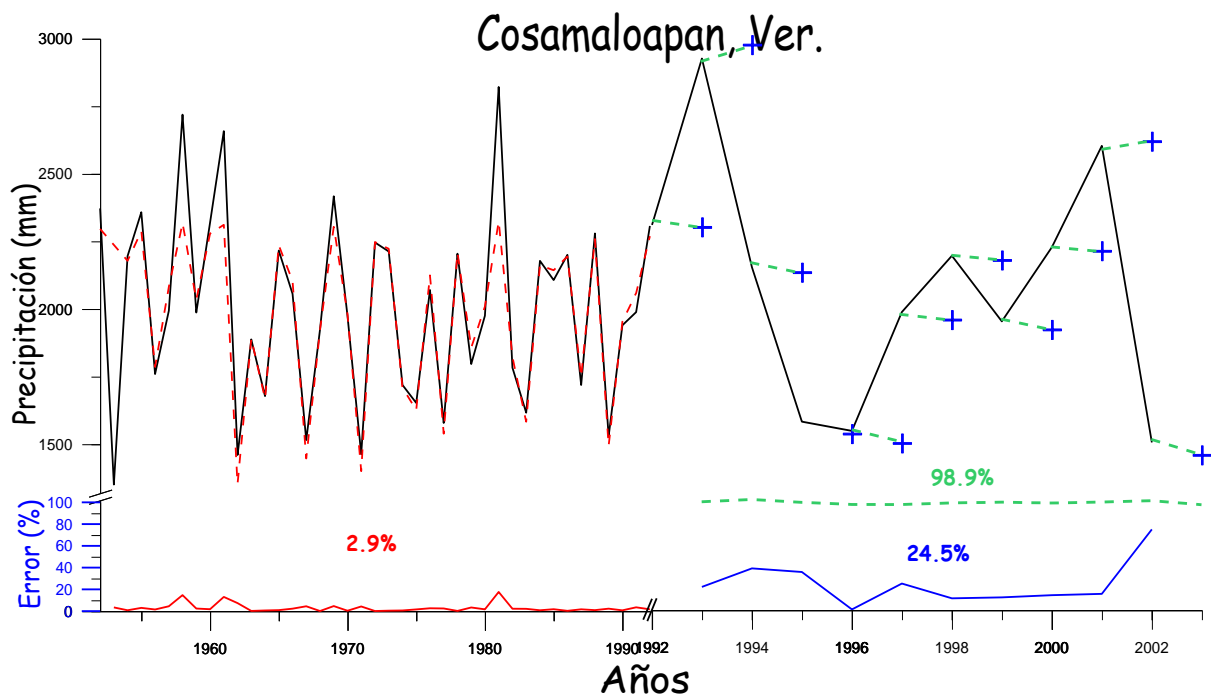
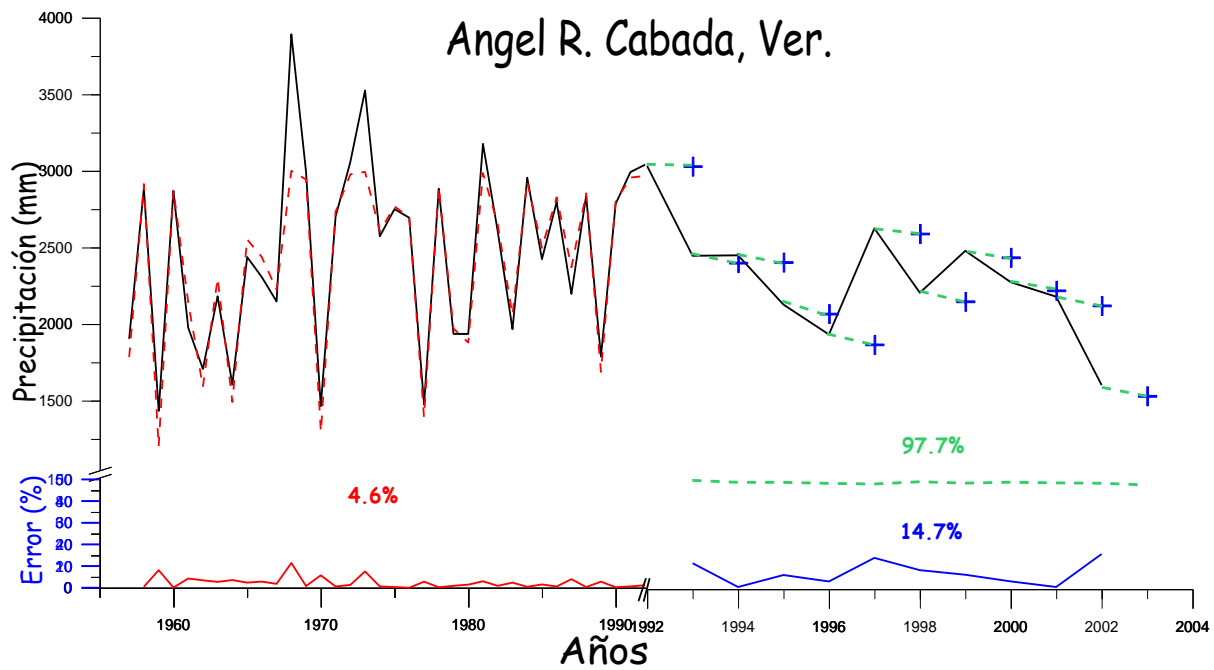
Estaciones		Periodicidad	
		1°	2°
11	Angel R. Cabada	13	14
25	Cosamaloapan	2	10
81	La Florencia	11	5
90	J. Carranza	10	3
107	Minatitlán	2	8
117	Paraiso Novillero	3	1
131	Playa Vicente	4	9
147	S Juan Evangelista	2	7
152	Isla	12	9
281	Hidalgotitlán	14	3
327	Tierra Morada	12	1

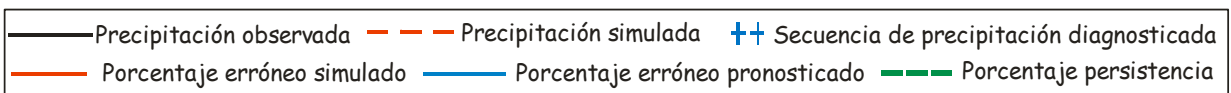
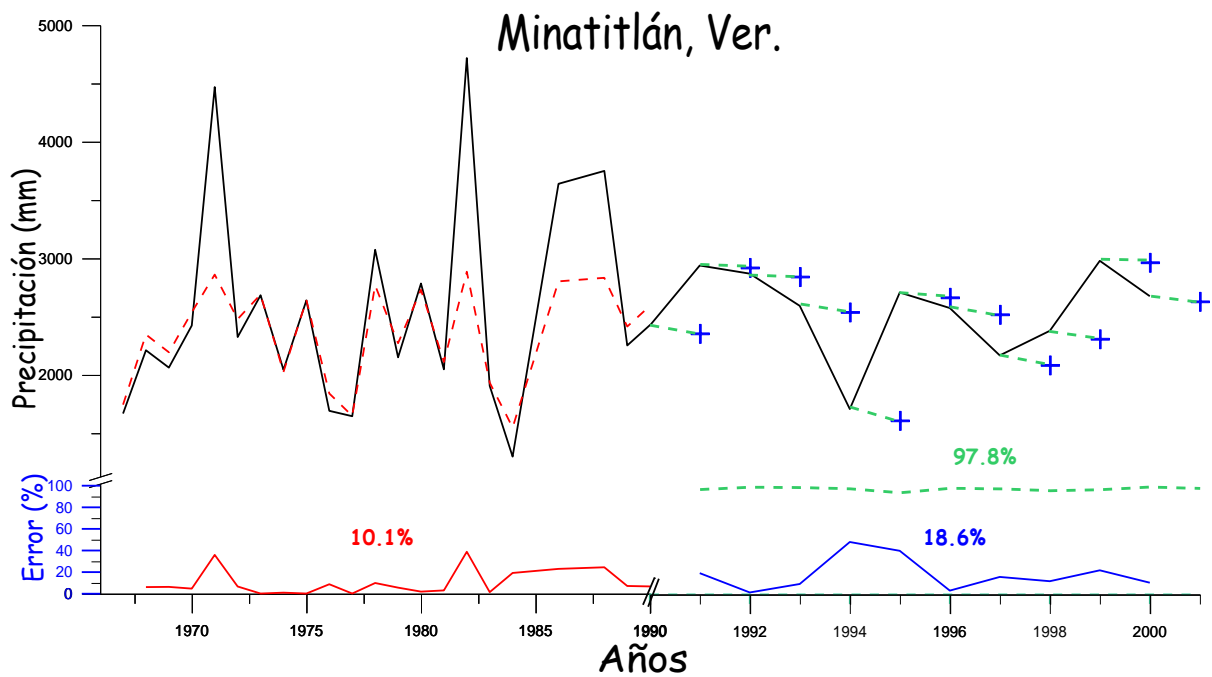
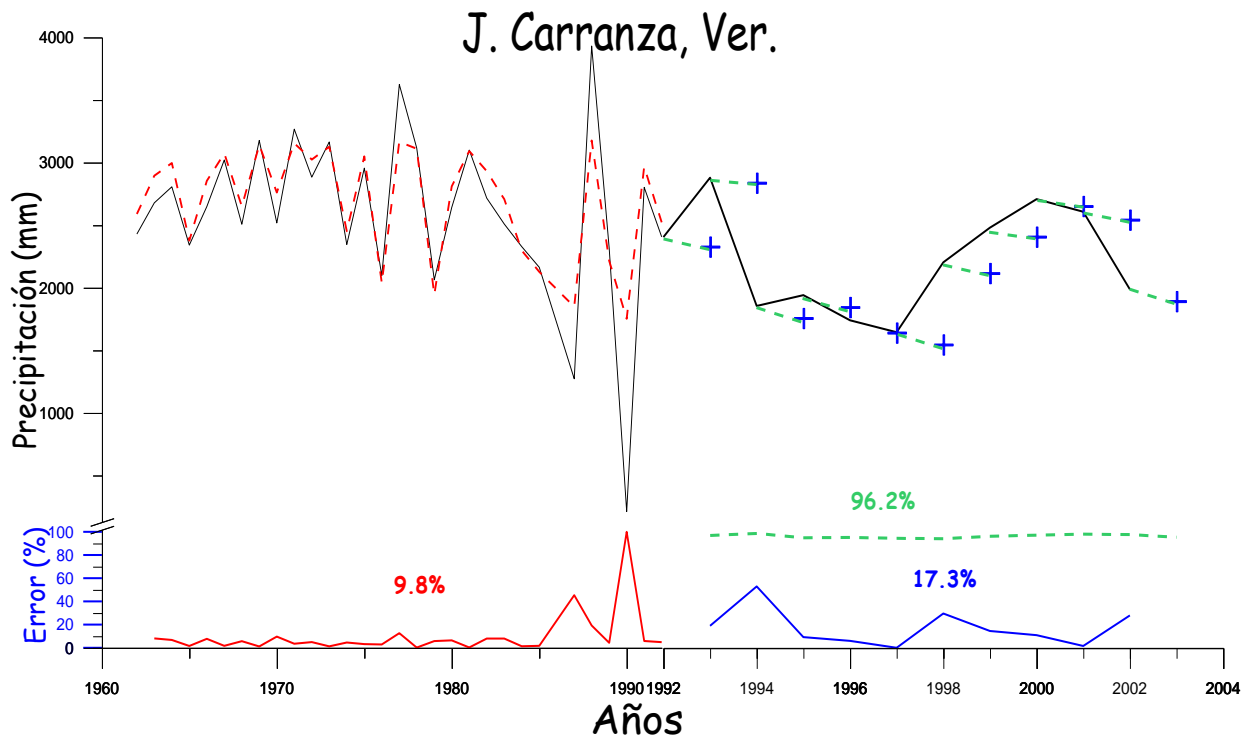
Aplicando la ecuación logística tanto de simulación, como de pronóstico se muestra la gráfica 4.6 al igual que en casos anteriores para la zona norte y centro. De la misma forma, en la parte inferior de cada gráfica y en la tabla 4.15 se muestra el valor del porcentaje de error correspondiente a la simulación (línea continua roja), diagnóstico (línea continua azul) y la persistencia del diagnóstico (línea punteada verde) con respecto a los valores observados. En donde la simulación de la lluvia tiene un error promedio de 11.7% y en el diagnóstico se demuestra un error de 22.7% promedio para las estaciones en el sur de Veracruz, por lo que se considera que son valores razonables dentro de un estándar de modelos de pronóstico de lluvias. No obstante, también se incluye el porcentaje de la persistencia que resulta en cada uno de los gráficos, siendo un valor muy alto en cada estación.

Tabla 4.15. Porcentaje de error en la simulación y pronóstico para cada estación en el sur de Veracruz.

Estaciones	Porcentaje de Error		% de Persistencia
	Simulación	Pronóstico	
Angel R. Cabada	5	14.8	97.7
Cosamaloapan	3.8	24.5	98.9
La Florencia	16.6	29.8	96.9
J. Carranza	3.84	24.5	96.2
Minatitlán	8.8	18.5	97.8
Paraíso Novillero	5.4	29.5	98.7
Playa Vicente	3.6	25.4	98.7
San Juan Evangelista	3.5	19.5	98.3
Isla	16.5	25.3	97.9
Hidalgotitlán	7	18.3	96.2
Tierra Morada	54.7	19.6	97.9

De acuerdo a los resultados obtenidos, se debería de contar con un diagnóstico autoconsistente, donde la dinámica caótica en la lluvia implica una medida de retroalimentación para si misma. Sin embargo, se tiene que la ecuación logística no es suficiente para un diagnóstico confiable.





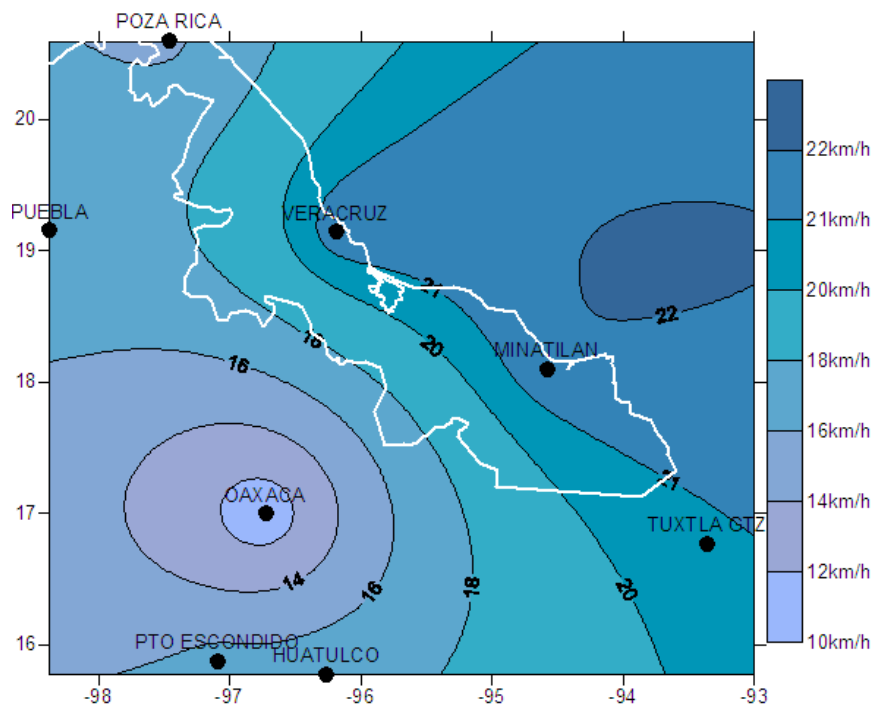
Gráfica 4.11. Aplicación de la ecuación logística a corto plazo para cuatro estaciones en el sur de Veracruz.

#### 4.4 El Viento como un desestabilizante.

Se considera que el viento es un efecto secundario debido al paso de importante fenómenos atmosféricos, produciendo condiciones secas o lluviosas de acuerdo con la temporada del año. Esto puede deberse a que los efectos de fuertes vientos cerca de la superficie no permiten la formación de nubes de gran desarrollo vertical, actuando como un factor desestabilizante,

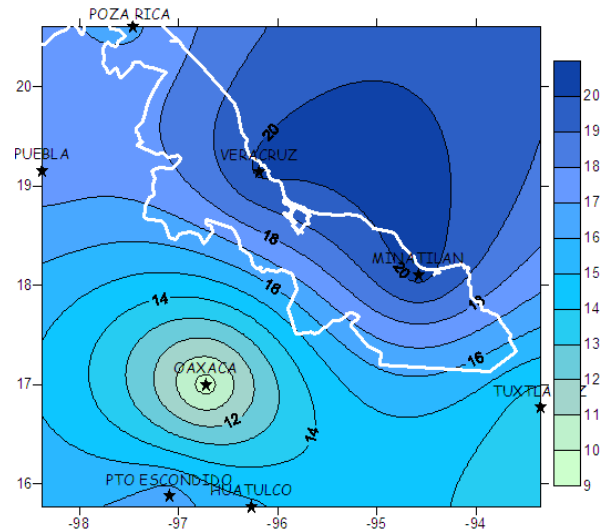
Con datos de viento obtenidos de ocho aeropuertos cercanos a la zona de estudio, se realiza una interpolación de los valores del viento. En la figura 4.1 se observa un promedio de la velocidad del viento desde 1996 al 2003, donde se registran valores superiores a 20 km/h en los aeropuertos de Veracruz, Minatitlán y Tuxtla Gutiérrez, esto muestra que el viento promedio sobre el sur de Veracruz es más fuerte que en el norte y por lo tanto, podría interferir en los patrones de lluvia sobre el sur disminuyendo la precipitación cuando se presentan fenómenos atmosféricos con fuertes vientos.

Figura 4.1. Promedio anual de viento con datos de aeropuertos (puntos).



Debido a que en los meses lluviosos se presentan sistemas tropicales como ondas del este y ciclones tropicales, se realiza una interpolación del viento en el período de mayo a octubre con el mismo registro de datos de aeropuertos, en donde se obtiene la figura 4.2 y muestra que el viento promedio es más fuerte en la zona costera sur y centro del estado de Veracruz, durante los meses de primavera y verano (mayo a octubre).

Figura 4.2. Interpolación del viento promedio de mayo a octubre.



No obstante, en los meses de otoño e invierno también se presentan sistemas como los frentes fríos que afectan de manera secundaria con fuertes vientos del norte, por lo tanto en la figura 4.3 se muestra una interpolación del viento promedio registrado en los meses de noviembre a abril, donde tampoco se observa cambio significativo con respecto al período anterior.

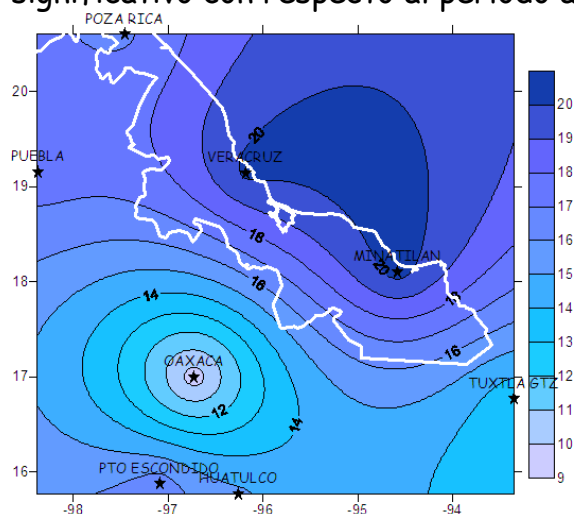


Figura 4.3. Interpolación del viento promedio de noviembre a abril.

## Capítulo V. Conclusiones

### 5.1. Resumen.

Hoy en día, los eventos extremos de lluvias y sequías ante un clima cambiante son inevitables, por lo que es importante la prevención ante estos sucesos para un desarrollo sustentable del país, esto debido a la vulnerabilidad de los sistemas ecológicos, socioeconómicos (como la agricultura, pesquería, recursos hídricos, infraestructura y poblaciones) y sobre todo la salud humana. No obstante, la ciencia recurre a una variedad de métodos y/o modelos aplicados al diagnóstico de la lluvia.

Todo proceso en que hay movimiento y variación, puede ser considerado como un sistema dinámico. La teoría de la dinámica de sistemas es una herramienta útil para entender el funcionamiento de sistemas en múltiples disciplinas (en ecología, climatología, evaluación y manejo de recursos naturales); su origen estuvo relacionado a la solución de problemas de tipo logístico en la Segunda Guerra Mundial.

Esto consiste en la descripción, clasificación y el análisis matemático y estadístico a partir de los mismos datos, así como la ecuación logística considerada en otras disciplinas como una buena herramienta para diagnóstico a corto plazo considerando sus factores determinísticos y como estocásticos; por lo que en el presente trabajo se experimentó con registros de precipitación en Veracruz, analizando estaciones que registran más de 30 años de información de lluvia anual, esto debido a que la lluvia invernal en gran parte del estado de Veracruz es aproximadamente el 10% de la lluvia total anual, o menos.

En el desarrollo se aplicó:

- *Las gráficas de espacios de fases.* Proveen una idea general del comportamiento de cada sistema, obteniéndose parámetros como la razón

finita de crecimiento o eigenvalor ( $\lambda$ ), el cual determina la tendencia de desarrollo del sistema, en este caso de aumento o disminución futura de la lluvia anual dependiendo el signo del eigenvalor. Es decir, cuando los vectores de precipitación en el espacio de fases invaden el área caótica, adquieren el máximo eigenvalor, el cual determina la tendencia predictiva del sistema en un 85% en las estaciones analizadas, aproximadamente. No obstante, el valor de cada eigenvalor no determina la cantidad de lluvia que puede aumentar o disminuir en un futuro. En otras palabras, puede ser de gran ayuda para determinar la evolución de la precipitación a corto plazo, salvo que no predice la magnitud de la precipitación, ni el período de expansión.

- *La estabilidad de los sistemas se muestra desde que los vectores en los espacios de fases se desarrollan; es decir, que cuando los vectores giran en el sentido contrario del reloj el sistema es estable, mientras que cuando giran en el sentido del reloj el sistema se vuelve inestable y de esta forma se puede determinar la predictibilidad en cada estación. Entonces, con el comportamiento predominante en cada una de las estaciones se obtuvo: en el norte del estado se muestra un comportamiento inestable por ser una zona menos lluviosa; mientras que en el sur y centro del estado, que son regiones de mayor disponibilidad de agua y por lo tanto son altamente productivas, obtuvieron una tendencia más estable. A excepción de las estaciones que se encuentran cercanas al Istmo de Tehuantepec, donde estas estaciones presentan un comportamiento inestable, el cual puede deberse a que es una zona altamente influenciada por perturbaciones externas, como el efecto del viento.*
- *La ecuación logística en sus versiones de simulación y de diagnóstico, con parámetros como  $K$ ,  $a$  y  $r$  se obtuvieron los datos de simulación de cada una*



de la estaciones analizadas omitiendo los últimos 10 años de datos de lluvia, donde se observó que la ecuación logística de simulación reproduce casi perfectamente la tendencia de la lluvia observada, salvo en casos de lluvia extrema; mientras que al aplicar la ecuación logística de diagnóstico el rango de error es más grande, mostrándose un 71.8% de acertividad promedio en el norte de Veracruz, un 75.6% en la zona central y finalmente en el sur un promedio de 78% de acertividad. En otras palabra, la ecuación logística percibe sólo la parte determinística en la precipitación, donde se mostró que en la secuencia de diagnóstico los valores determinados se situaban por debajo de la precipitación registrada, además de presentar una alta persistencia.

## 5.2. Conclusiones.

La física de los sistemas dinámicos percibe la estabilidad de la naturaleza como un equilibrio dinámico; considerando así, que la precipitación es el resultado de su autoconsistencia y por lo mismo puede ser diagnosticada.

De acuerdo al análisis realizado se puede obtener *la tendencia futura de la precipitación y un diagnóstico de su magnitud*. La tendencia dada por los eigenvalores, determinó aproximadamente un 85% de la variabilidad de la lluvia en el estado de Veracruz; no obstante, los períodos de variabilidad no pudieron ser comprobados. En cuanto a la magnitud diagnosticada por medio de la ecuación logística determinística, fue de un 75% en promedio para la lluvia anual a corto plazo con datos superiores a 30 años, hasta el año 2002. En donde, en casos de poca variabilidad es muy eficiente, sin embargo, la precipitación se caracteriza por ser totalmente aleatoria.

El promedio del diagnóstico no es confiable ya que presenta alta persistencia, esto se debe a que en la ecuación logística no se incluyeron factores estocásticos y sólo se diagnostica la parte determinística de la lluvia. Mientras que en los eigenvalores, se considera tanto la parte determinística, como estocástica y por lo mismo presenta un alto el porcentaje de predicción en la tendencia (tabla 5.1).

Entonces, la ecuación logística de diagnóstico particularizada para cada sistema o estación incluyendo los factores estocásticos que influyen en la lluvia (anexo A), podría representar una óptima solución. No obstante, sólo se percibió la parte determinística de la lluvia y esto produjo una gran persistencia en todos los casos analizados. A pesar de esto, en su fase de simulación a corto plazo (un año) presentó resultados satisfactorios.

Por lo que la aportación en este trabajo, se refiere a un alto porcentaje de acertividad en las tendencias de la precipitación, ya que fueron de aproximadamente 85%, reflejando períodos de sequías y abundancia en la lluvia; sin embargo, los períodos varían y son imperceptibles.

El propósito principal es anticipar los años de eventos extremos de lluvia que puedan ocasionar desastres, daños a infraestructura por medio de inundaciones y derrumbes creando grandes pérdidas económicas a las localidades afectadas. Mientras que por otra parte, también es trascendental el período de sequías que causa una enorme pérdida económica en el sector agrícola y ganadero, además de la falta de agua para consumo de la población.

Tabla 5.1. Resultados en porcentajes de error de la simulación, pronóstico y persistencia de los datos obtenidos.

Número de Estación	Estaciones	Simulación (%)	Pronóstico a corto plazo (%)	Persistencia (%)
03	Actopan	8.5	21.1	84
06	Alamo	7.6	20.4	84
11	Angel R. Cabada	4.6	14.7	97.7
19	Cotaxtla	7.5	16.6	98.7
25	Cosamaloapan	2.9	24.5	98.9
32	Coscomatepec	3.8	11.8	99.7
41	Chicontepec	7.14	28	97.9
47	Comapa	4.5	16.2	99.2
54	Nautla	4.1	30.1	98.3
56	Medellín	12.5	15.3	98.2
72	Ixhuatlán del Café	2.8	13.3	99.5
79	Joloapan	6	34.6	99
81	La Florencia	20	30.6	96.9
90	J. Carranza	9.8	17.3	96.2
102	Martínez de la Torre	3.8	19.9	99
107	Minatitlán	10.1	18.6	97.8
115	Fortín	3.3	26.8	97.9
117	Paraíso Novillero	5.3	29.4	98.7
122	Ozuluama	7	36	97.9
124	Pánuco	7.4	18.6	97.5
125	Papantla	5	19.7	99.4
131	Playa Vicente	3.8	25.3	98.7
147	S Juan Evangelista	3.4	19.6	98.3
152	Isla	16.5	25.4	97.9
168	Tantima	5.3	32.1	97.4
191	Vega de Alatorre	8.6	38.6	98.8
194	Villa Cuauhtemoc	7.6	48.9	97.9
198	Zalayeta, Perote	5.4	40.1	96.6
281	Hidalgotitlán	9.5	17.7	96.2
327	Tierra Morada	49.4	18.9	97.9

Estaciones desarrolladas



## ANEXO A

### Diferentes soluciones para la ecuación logística.

La ecuación logística para tiempos discretos en su forma predictiva, esta dada por:

$$N_{(t+1)} = \left( r + 1 - \frac{r}{K} N_t \right) N_t$$

Con la incorporación de las influencias climáticas y anomalías  $(K, N_t)$  fluctuando alrededor de la capacidad de carga y la precipitación promedio  $(K, \bar{N}_t)$ . Se puede escribir;

$$N_{(t+1)} = 1 - r \left( \frac{K}{\bar{K} + K} \right) + r \left( \frac{\bar{K}}{\bar{K} + K} \right) + r \left( \frac{K - N_t}{\bar{K} + K} \right) N_t$$

En un ambiente con fluctuaciones pequeñas y gran capacidad de carga, la ecuación anterior se reduce a un modelo lineal.

$$N_{(t+1)} = -r N_t + rK$$

**a) Aleatoriedad en  $r$ .** Cuando ocurren variaciones aleatorias solamente en  $r$ , por razones ambientales se puede decir que;

$$N_t = N_0 \exp \left( \int_0^t r(t) dt \right)$$

o también;

$$\frac{dN_t}{N_t \left( 1 - \frac{N_t}{K} \right)} = r(t) dt$$

Donde:

$$N_t = \frac{KN_0 \exp \left( \int_0^t r(s) ds \right)}{K - N_0 + N_0 \exp \left( \int_0^t r(s) ds \right)}$$

Aplicando el teorema de límite central a  $\int r(t) dt$  se obtiene una distribución normal con media  $\bar{rt}$  y varianza  $t\sigma_r^2$ .

Así  $N_t/N$  tiene una distribución logarítmica-normal.

$$r \left( \frac{N_t}{N_0} \right) = \frac{N_0}{\sigma_r N_t \sqrt{2\pi}} \exp \left( - \frac{1}{2t\sigma_r^2} \left( \ln \frac{N_t}{N_0} - \bar{r} t^2 \right)^2 \right)$$

Esta función tiene un pico en  $N_t = N_0 \exp\left(\bar{r} - \sigma_r^2\right)t$ , así que la moda aumenta o disminuye conforme  $\bar{r}$  es mayor o menor que  $\sigma_r^2$ .

**b) Aleatoriedad en  $K$ .** Para resolver la ecuación para  $K$  aleatoria, podemos hacer las sustituciones:  $Q(t) = \frac{1}{K(t)}$  y  $y = \frac{1}{N}$ . Entonces,

$$-\frac{dy}{y} = \frac{r}{y} \left(1 - \frac{Q(t)}{y} dt\right) \quad \text{ó} \quad \frac{dy}{dt} = -ry + rQ(t)$$

Esto puede resolverse multiplicando ambos lados por  $e^{rt}$  y sumando  $r = ye^{rt}$ .

$$y = y_0 e^{-rt} + \int_0^t e^{-r(t-s)} Q(s) ds$$

$$N_t = \frac{N_0}{\left( e^{-rt} + N_0 \frac{\int_0^t e^{-r(t-s)} ds}{K(s)} \right)}$$

Así  $N_t$  depende de un peso medio armónico de las  $K$ 's, con  $r$  señalando que tan rápido, los valores pasados de  $K$  son amortiguados.

**c) Aleatoriedad en  $r$  y  $K$ .** Un ambiente que represente fluctuaciones influye a  $r$  o  $K$ , ó ambos. Cuando ambos parámetros varían, se tiene que:

$$r_t = \bar{r} + \sigma Z_t$$

$$K = \bar{K} + \sigma \left( \frac{\bar{K}}{\bar{r}} \right) Z_t$$

Para un ambiente de comportamiento predecible, es decir, donde existe autocorrelación entre valores sucesivos de  $K$ , considerando que la capacidad de carga puede ser representada como un proceso autoregresivo de primer orden.

$$K = \lambda K_{t-1} + Z_t$$

La capacidad de carga en  $t$ , es  $\lambda$  veces el valor de  $t-1$  más un componente aleatorio  $Z_t$ . Bajo esta consideración,  $\lambda$  además de controlar la predictibilidad de  $K$ , es una medida de la rapidez de recuperación del recurso. Así si  $\lambda$  es igual a  $\bar{r}$ , el ambiente es completamente impredecible. Si  $\lambda$  es positiva el efecto de  $K_{t-1}$ ,

persiste en  $K$  y la autocorrelación;  $\rho(h) = \lambda^{|h|}$  donde;  $-1 < \lambda < 1$  y  $h = \dots -1, 0, 1 \dots$ , toma la forma de decaimiento exponencial.

Si  $\lambda$  es negativo, indica un ambiente aleatorio y  $\rho_K(h)$  fluctúa en signos positivos y negativos.

Un alto valor de  $\lambda$  para cuando  $K$  es menor que  $\bar{K}$ , indica una recuperación lenta del recurso, y para cuando  $K$  excede a  $\bar{K}$ , indica una alta persistencia de los recursos adicionales.

La varianza de la capacidad de carga se relaciona a la varianza de la componente aleatoria como,

$$\frac{\sigma_K^2}{\sigma_Z^2} = \frac{1}{(1 - \lambda^2)}$$

Donde la varianza y autocorrelación del tamaño poblacional, toman la forma:

$$\frac{\sigma_N^2}{\sigma_K^2} = \left( \frac{r}{2-r} \right) \left( \frac{1 + (1-r)\lambda}{1 - (1-r)\lambda} \right)$$

y 
$$\rho_N(0) = 1; \rho_N(h) = (1-r)\rho_N(h-1) + \frac{r(2-r)\lambda^h}{1 + (1-r)\lambda}$$

Por lo que si  $r = 1$ ;  $N_{t+1} = N_t$ ;  $\sigma_N^2 = \sigma_K^2$ ;  $\rho_N(h) = \rho_K(h)$ .

Mientras que si  $r = 0$ ;  $N_{t+1} = N_t$ ;  $\sigma_N^2 = 0$ ;  $\rho_N(h) = \rho_h(h-1)$ .

Para un ambiente completamente impredecible  $\lambda = 0$  y;

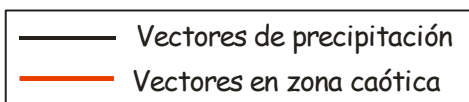
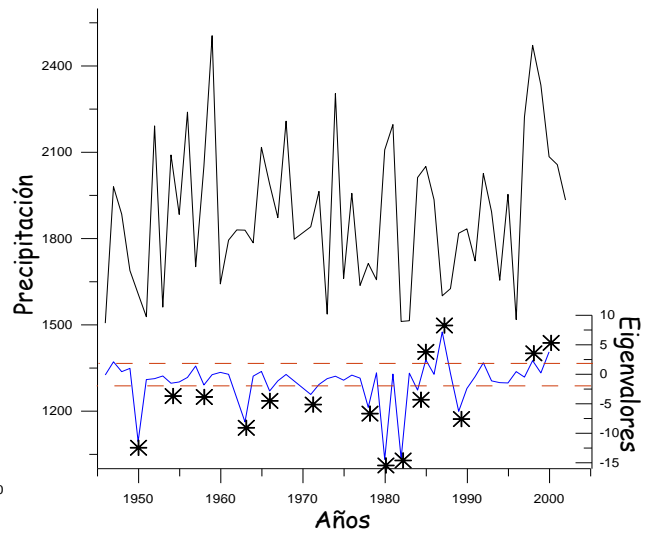
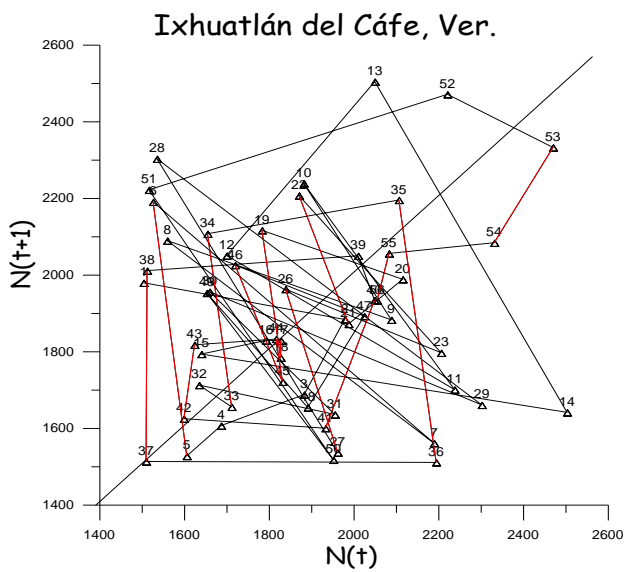
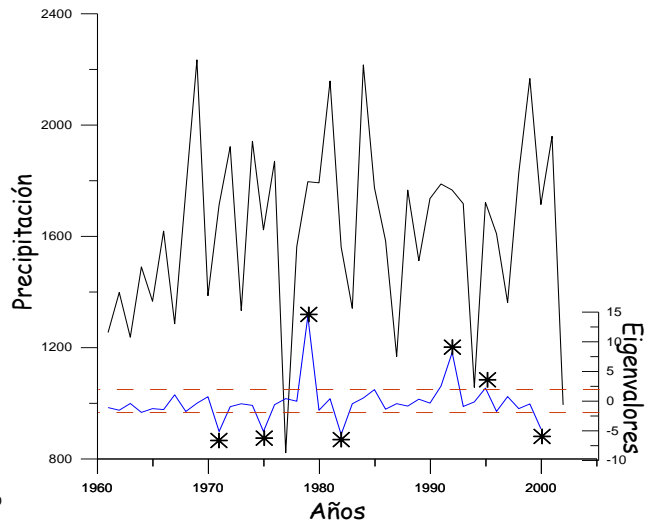
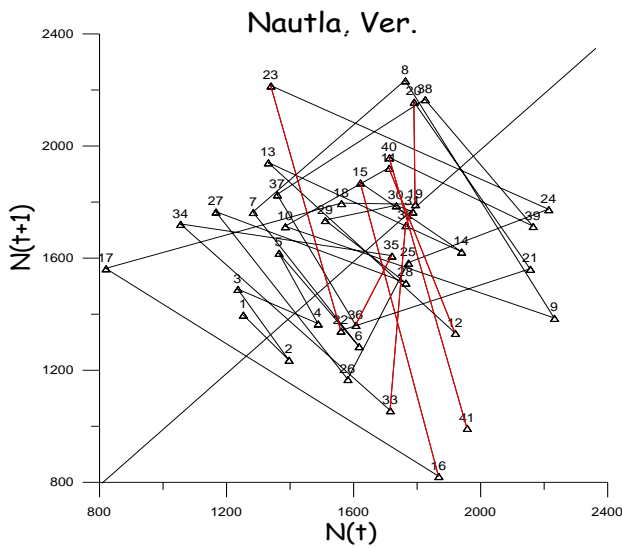
$$\frac{\sigma_N^2}{\sigma_K^2} = \frac{r}{2-r} \quad \text{y} \quad \rho_N(h) = (1-r)^h$$

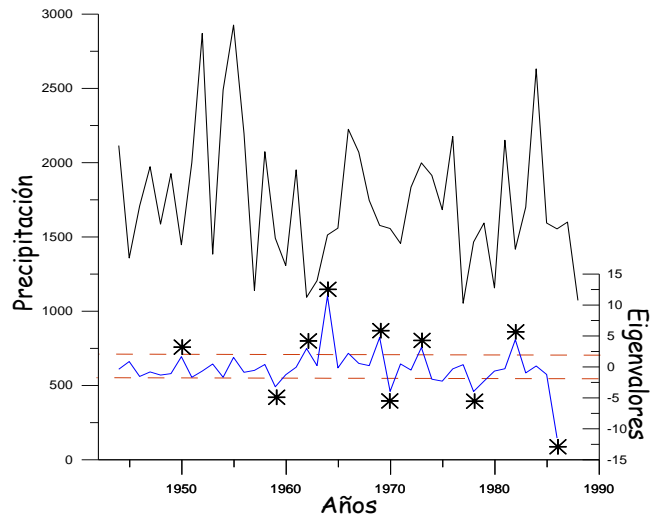
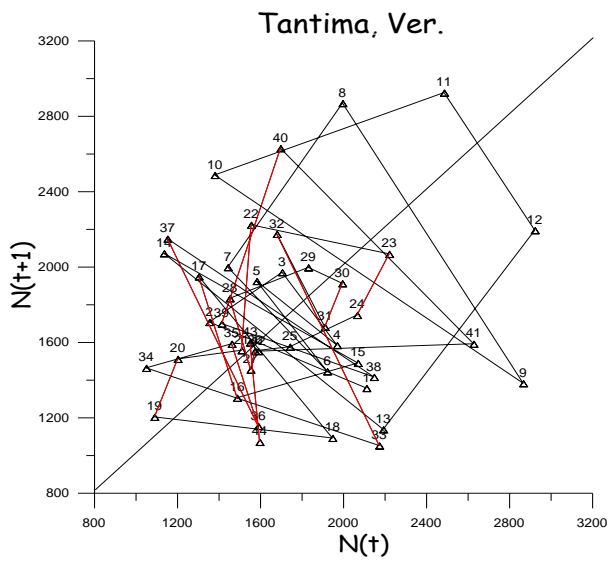
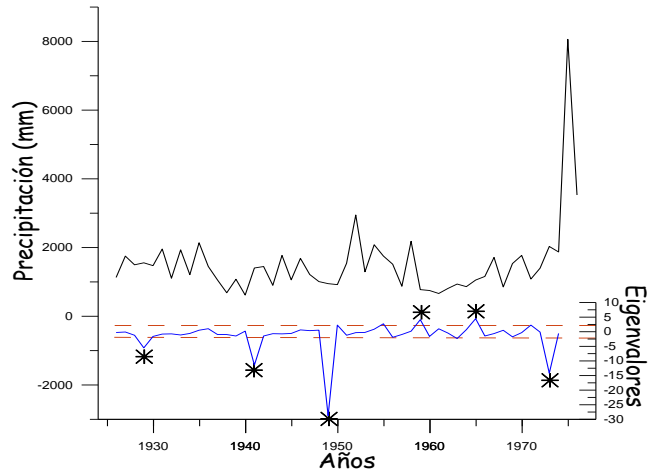
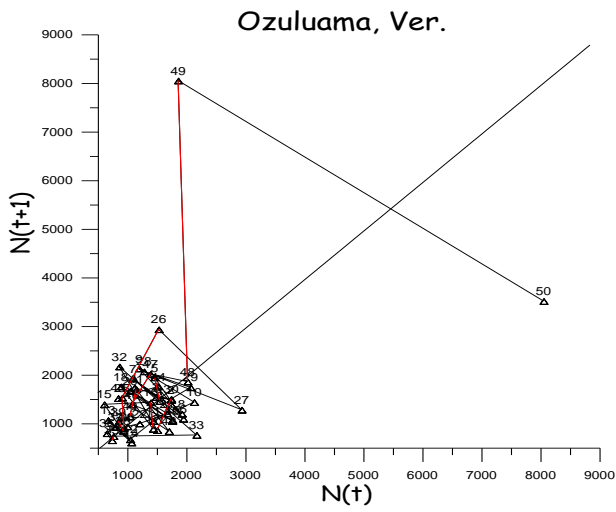
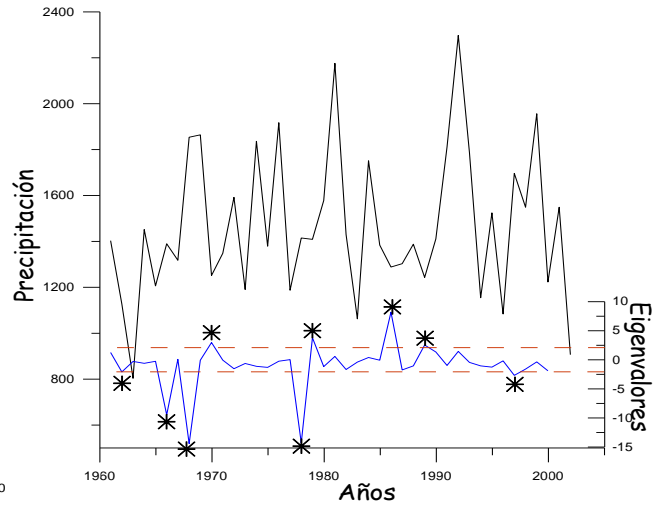
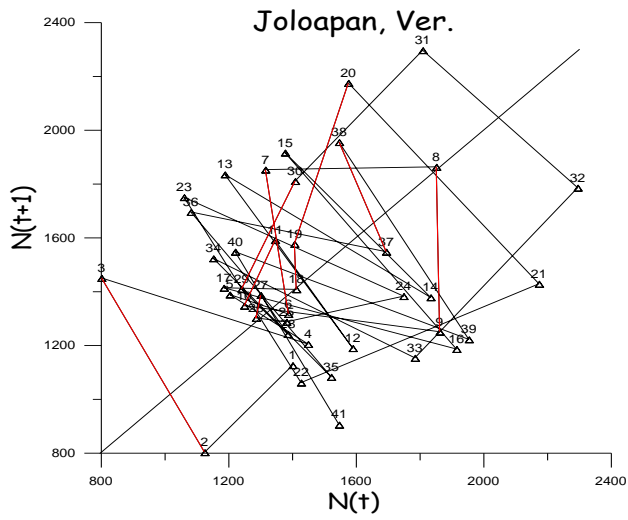
Por lo que la variabilidad y predictibilidad de la población es determinada por su propia dinámica  $r$  y la de su ambiente  $\lambda$ .

# ANEXO B

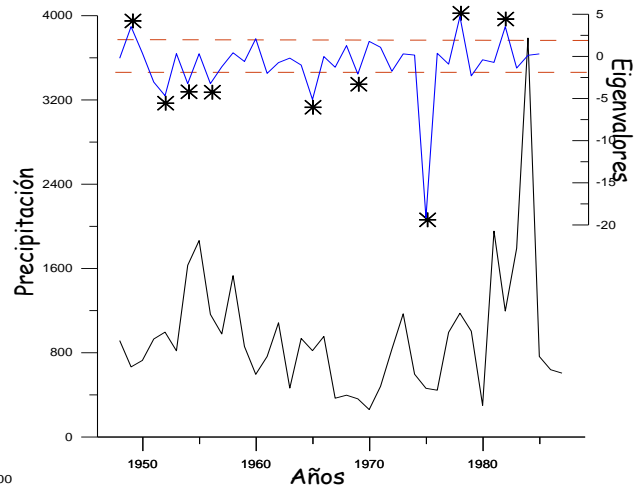
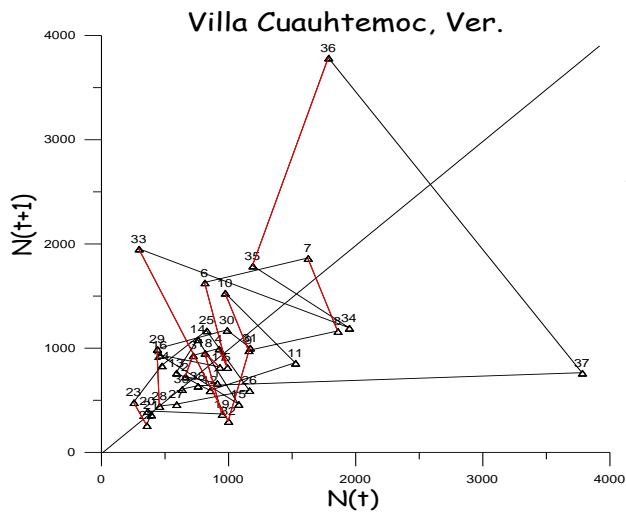
Trayectorias de espacios de fases y series de tiempo contra su correspondiente máximo eigenvalor, así como las tendencias de la precipitación de las estaciones restantes en cada una de las zonas clasificadas de Veracruz.

## Zona Norte

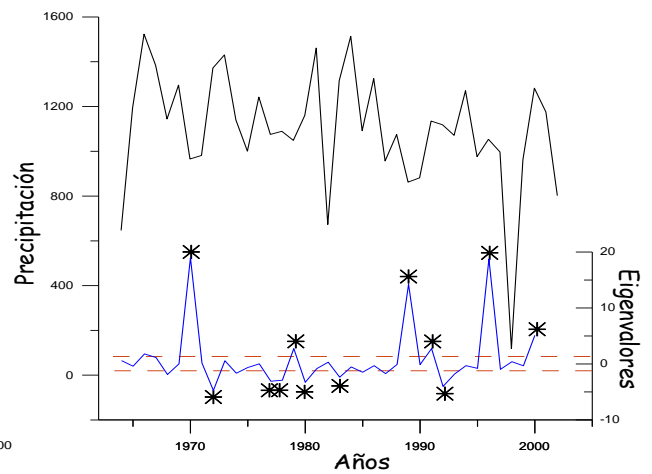
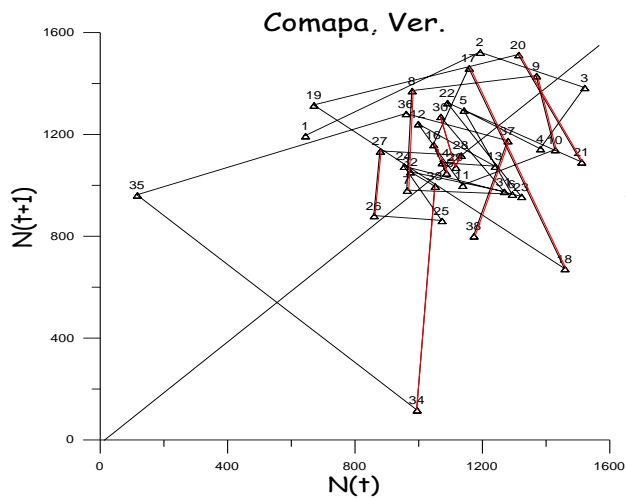
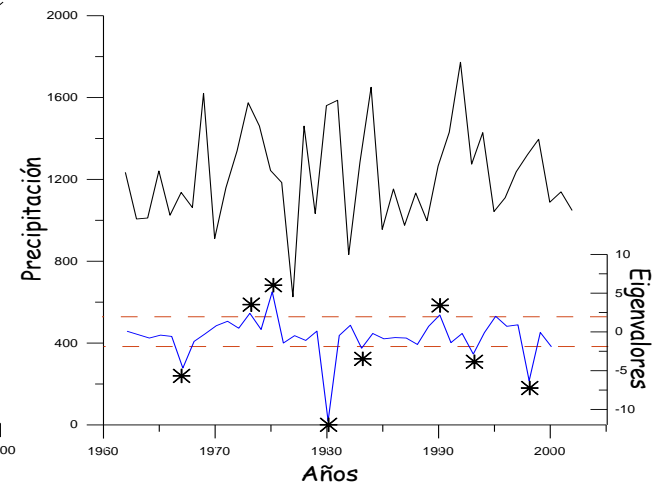
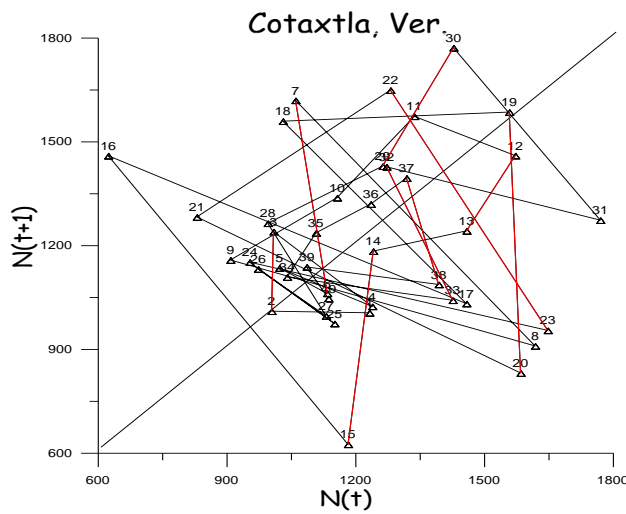


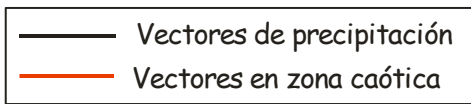
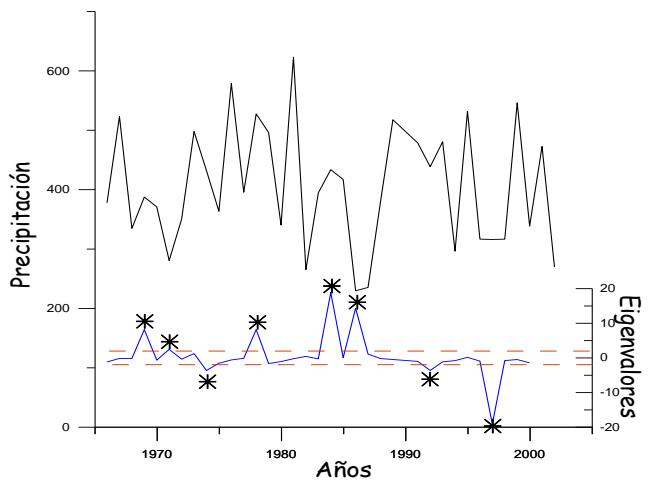
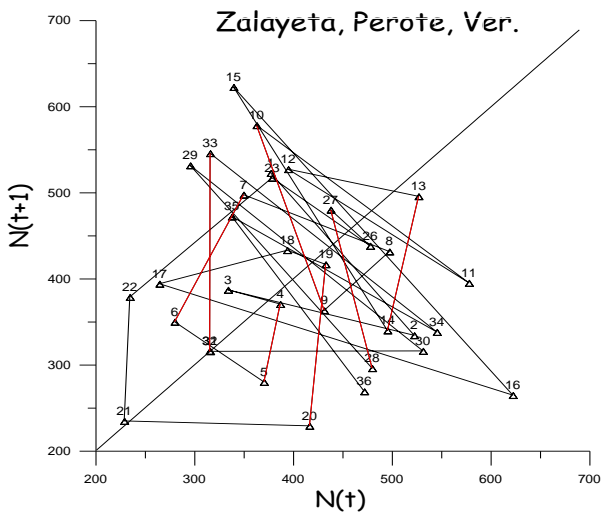
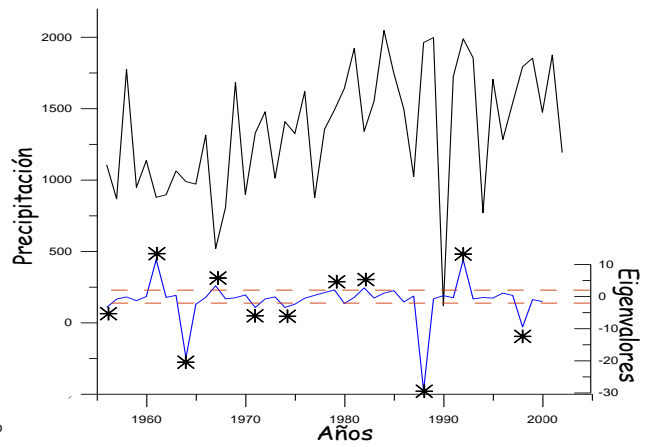
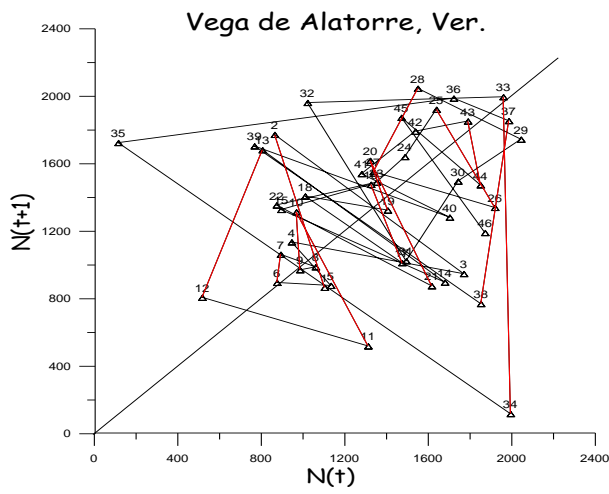
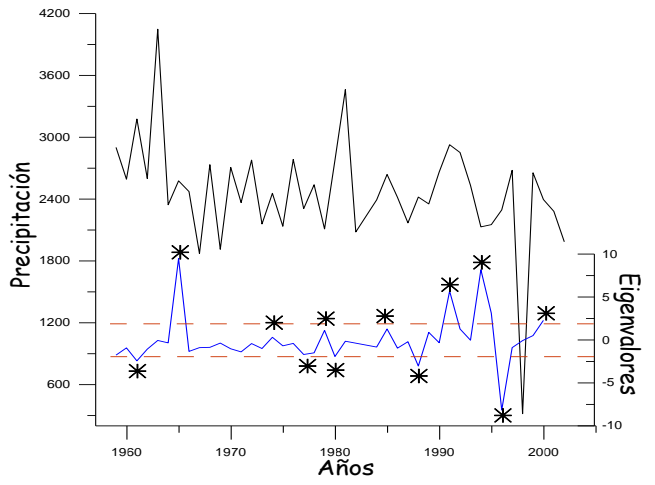
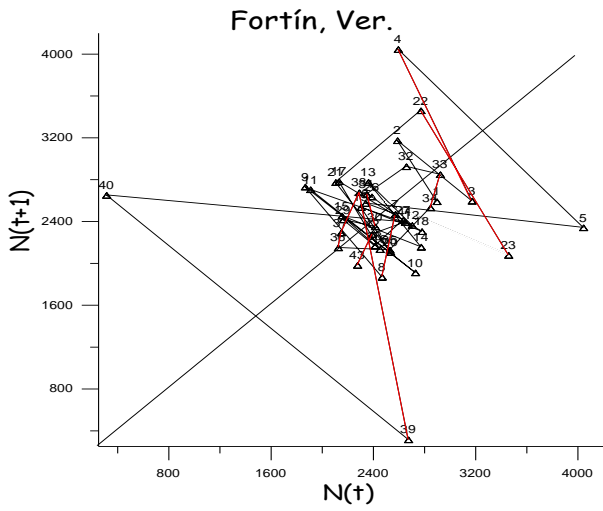






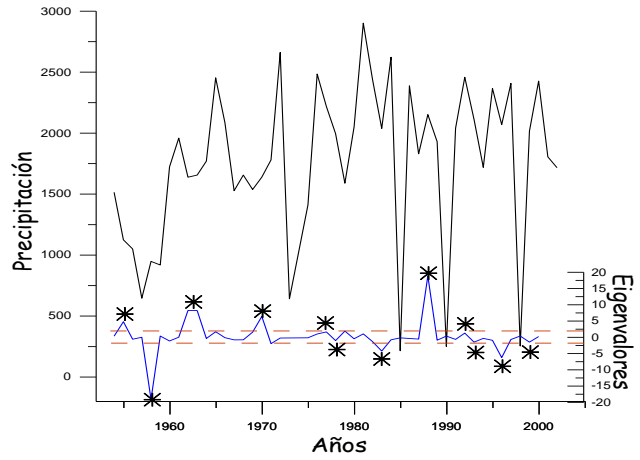
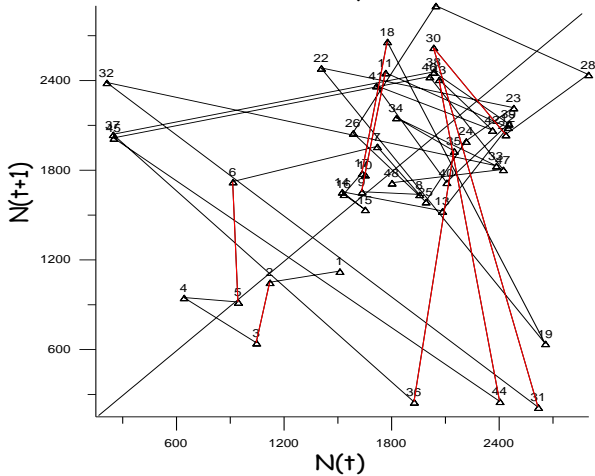
## Zona Centro



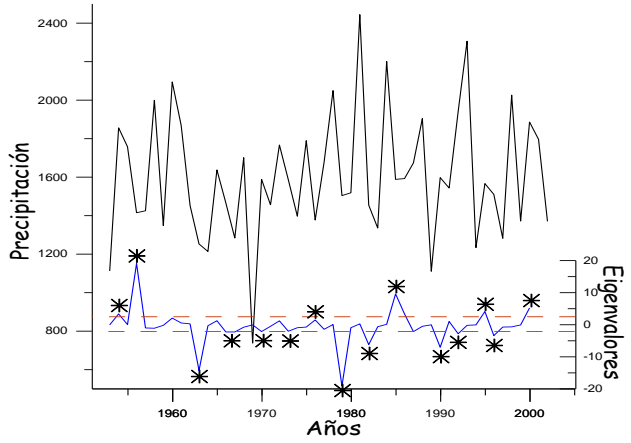
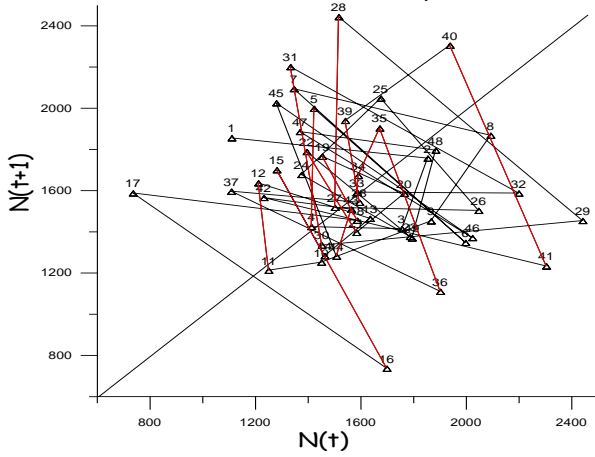


# Zona Sur

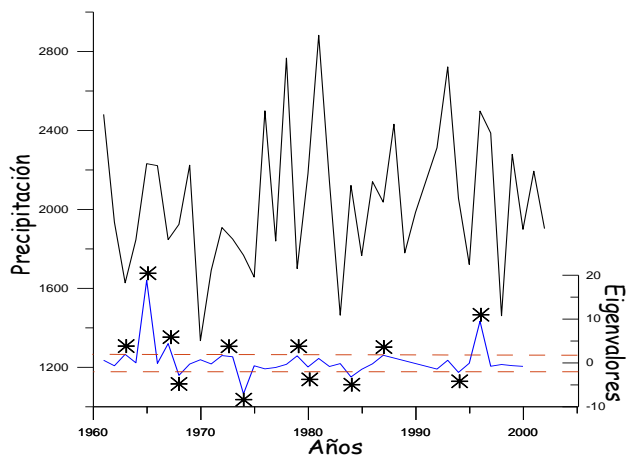
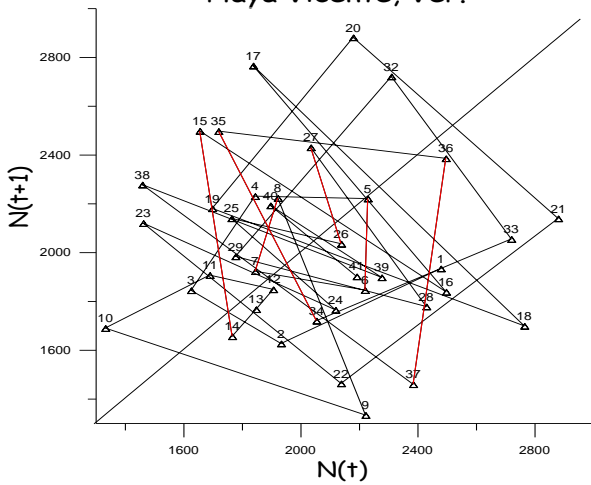
## La Florencia, Ver.



## Paraiso Novillero, Ver.



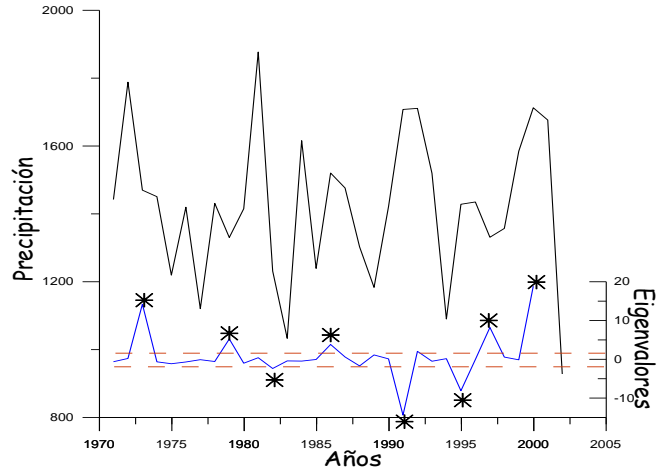
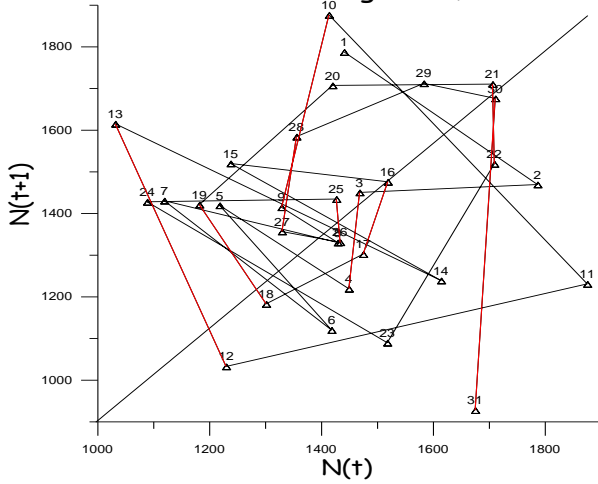
## Playa Vicente, Ver.



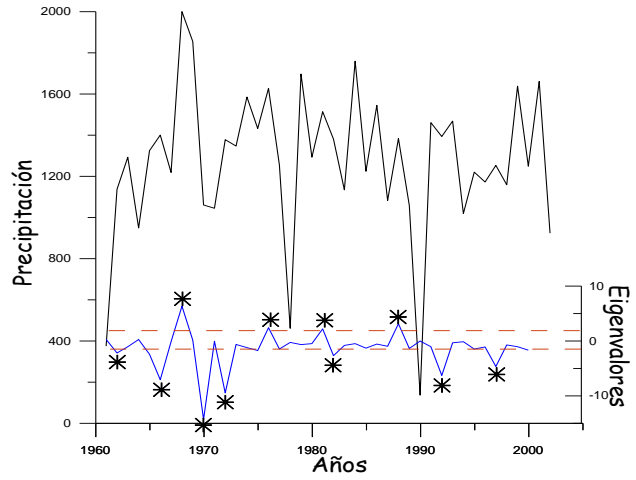
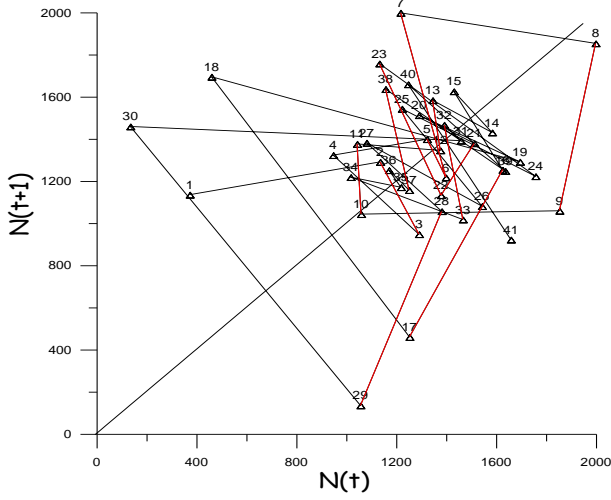
— Vectores de precipitación  
— Vectores en zona caótica

— Precipitación      — Eigenvalores  
\* \* \* Valores críticos      - - - Tendencia

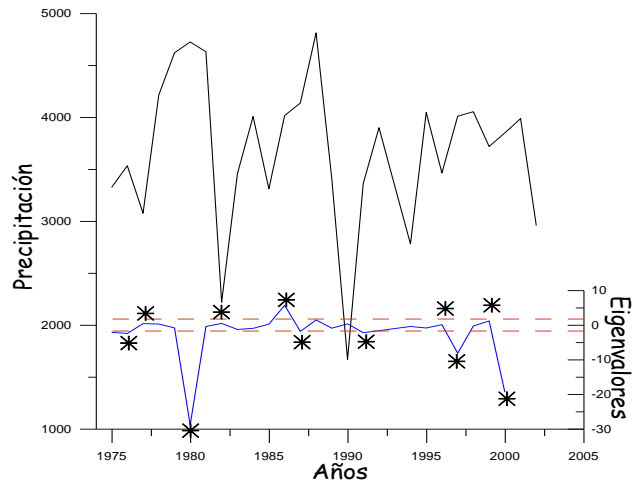
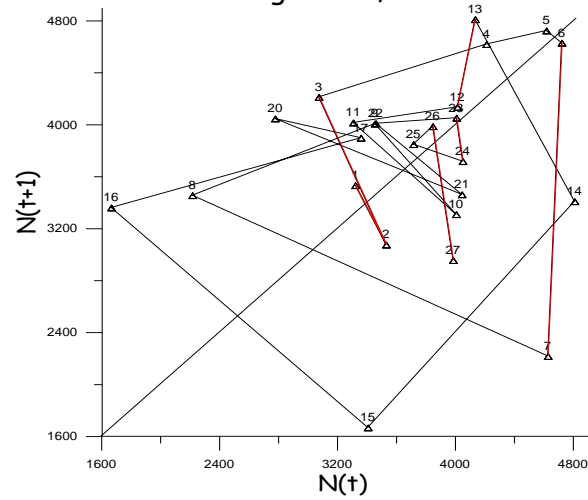
### San Juan Evangelista, Ver.



### Isla, Ver.

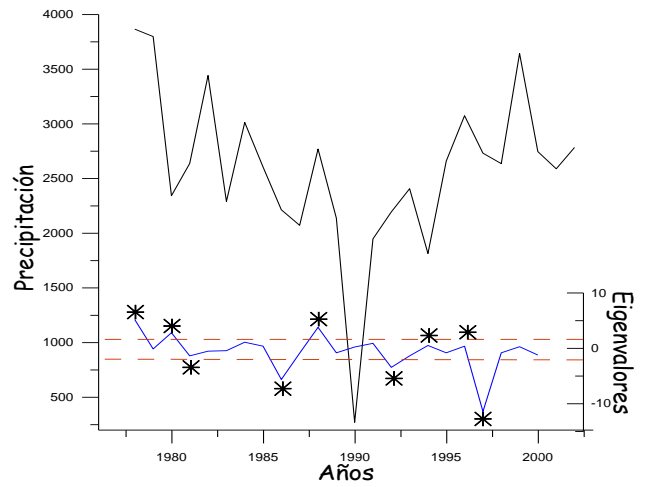
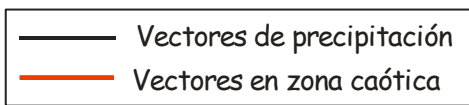
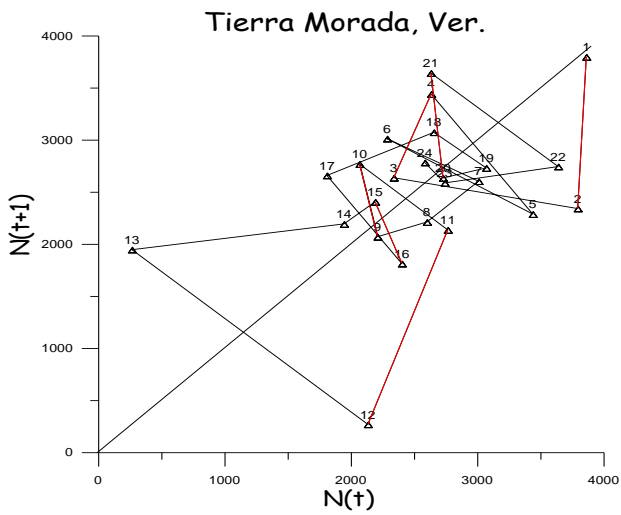


### Hidalgotitlán, Ver.



— Vectores de precipitación  
 — Vectores en zona caótica

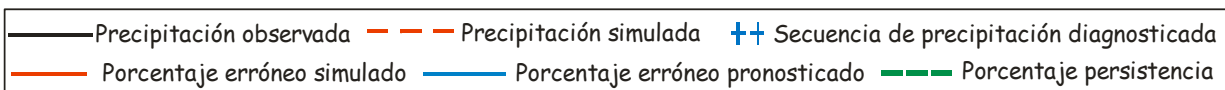
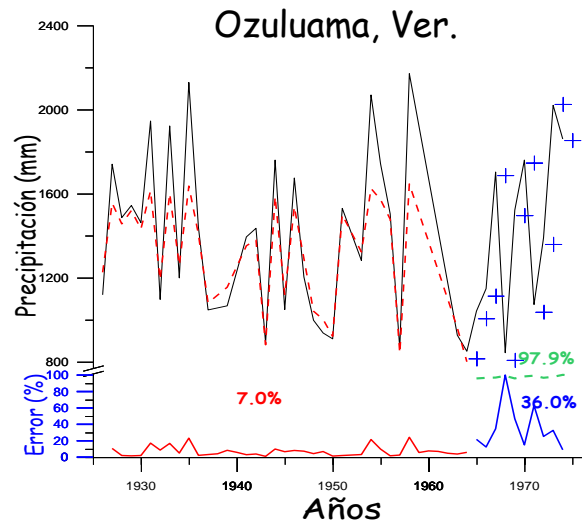
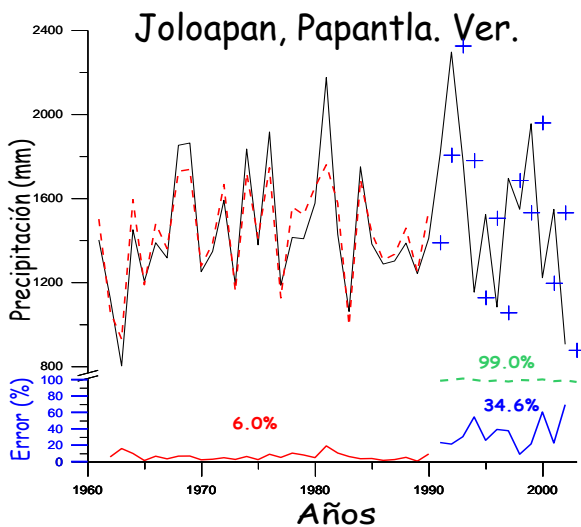
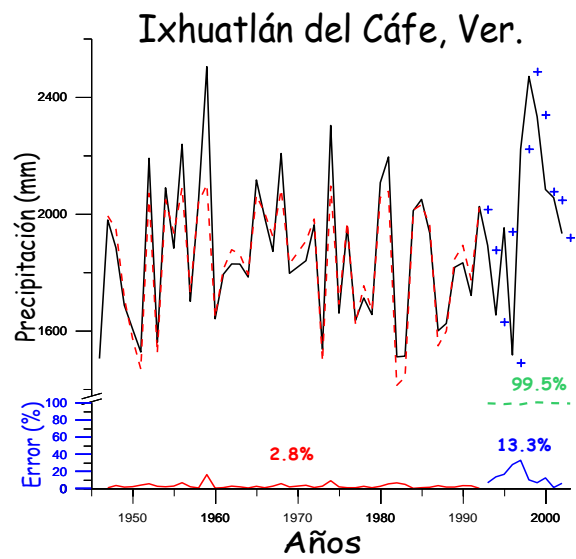
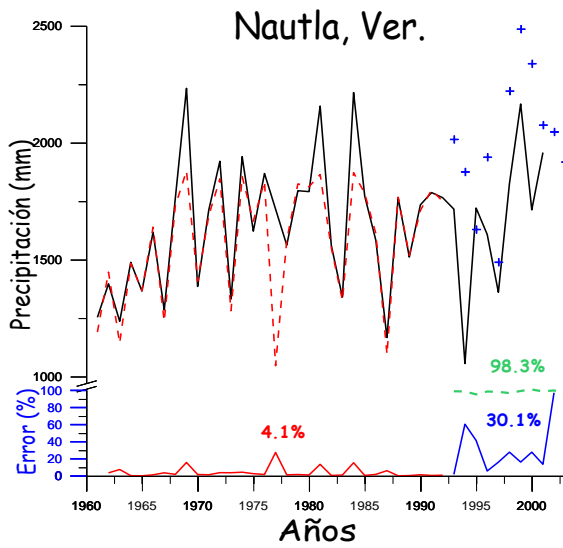
— Precipitación — Eigenvalores  
 \* \* \* Valores críticos - - - Tendencia

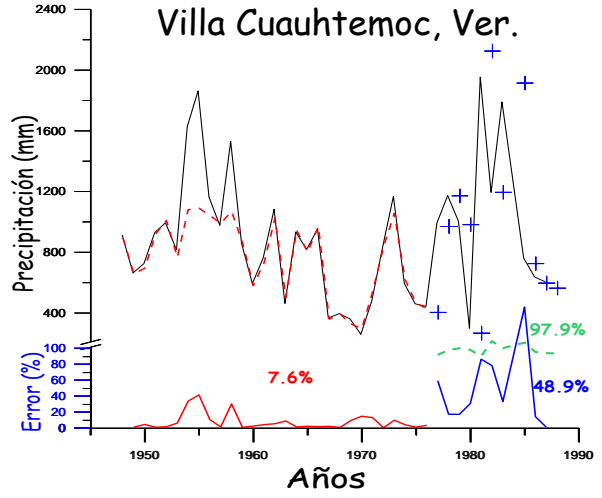
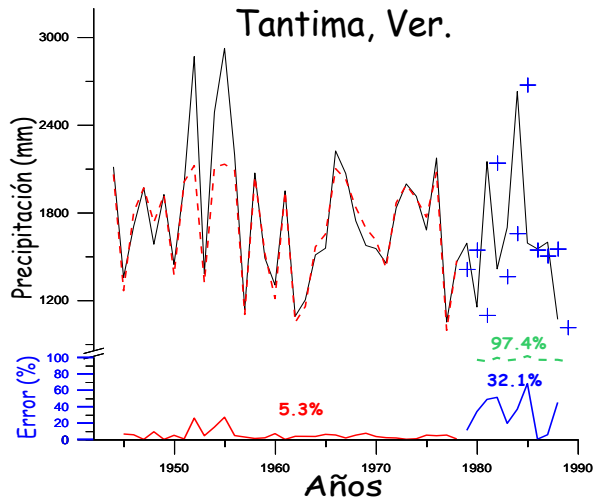


# ANEXO C

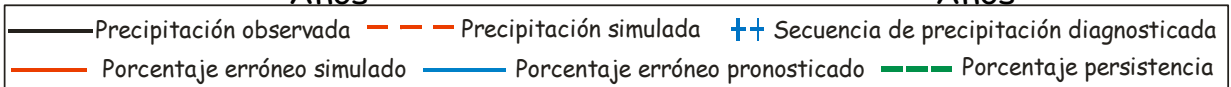
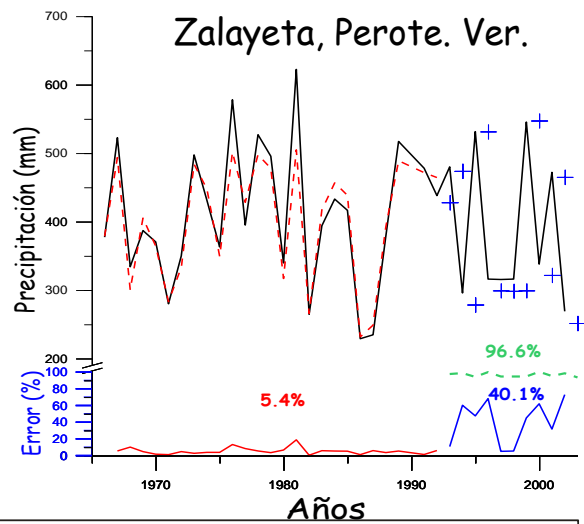
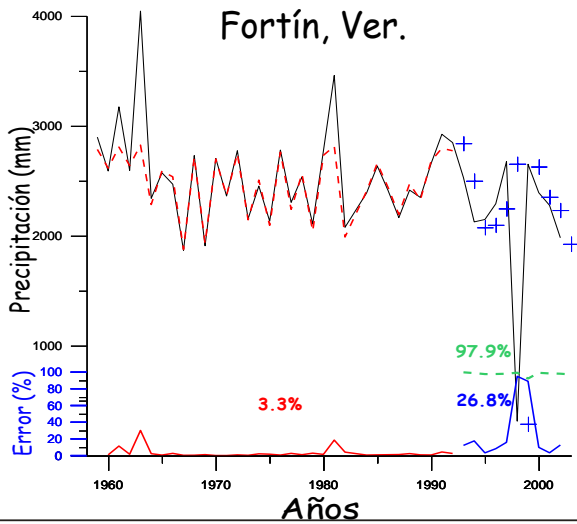
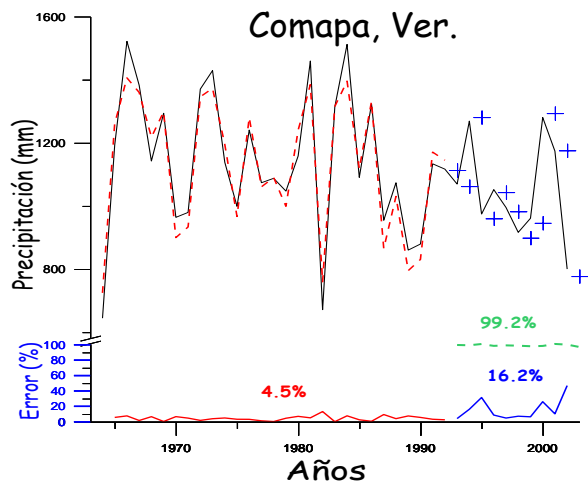
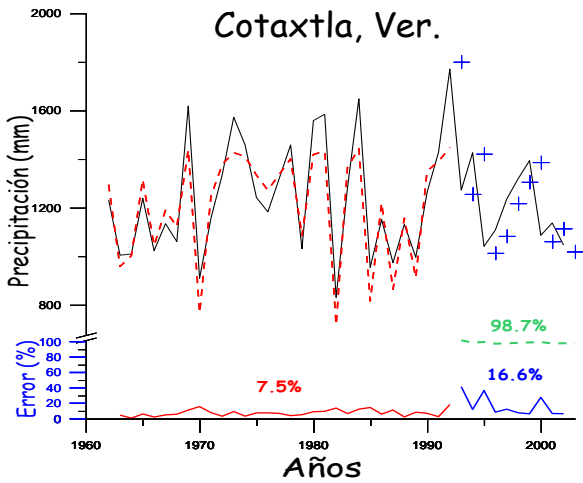
Aplicación de la ecuación logística tanto de simulación, como de pronóstico a corto plazo para cada estación restante, utilizadas en las zonas clasificadas de Veracruz.

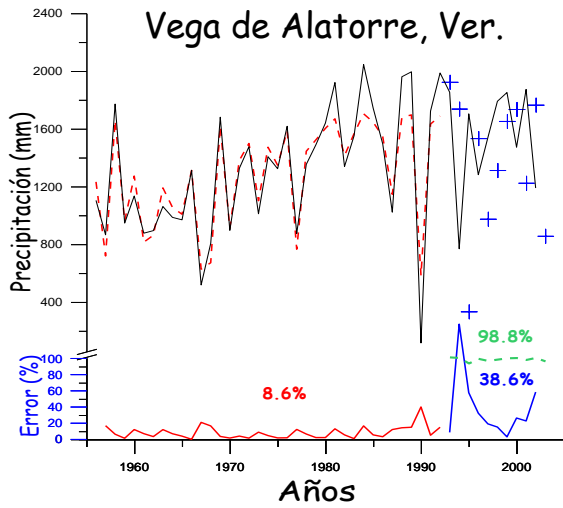
## Zona norte



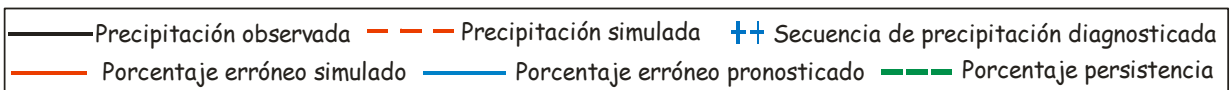
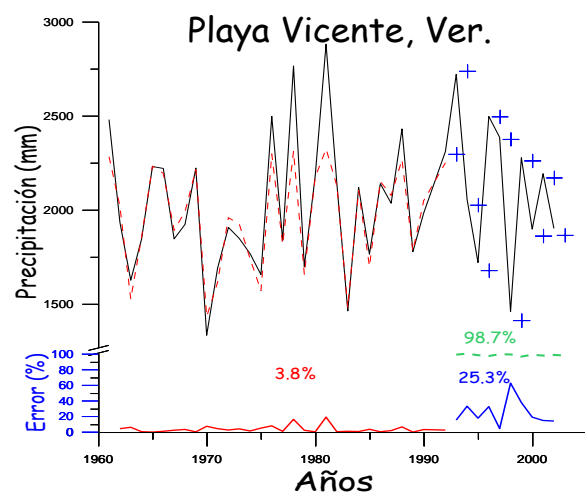
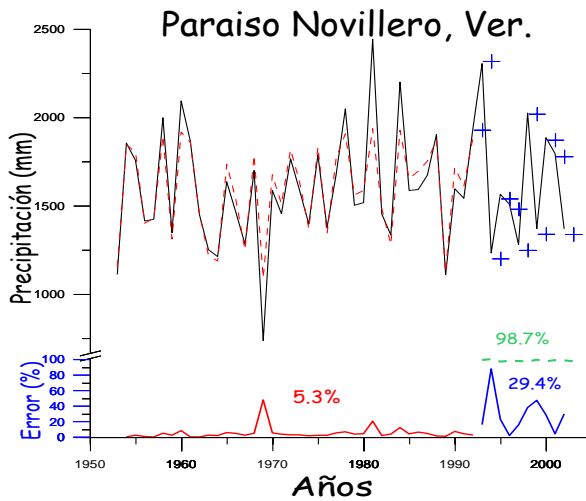
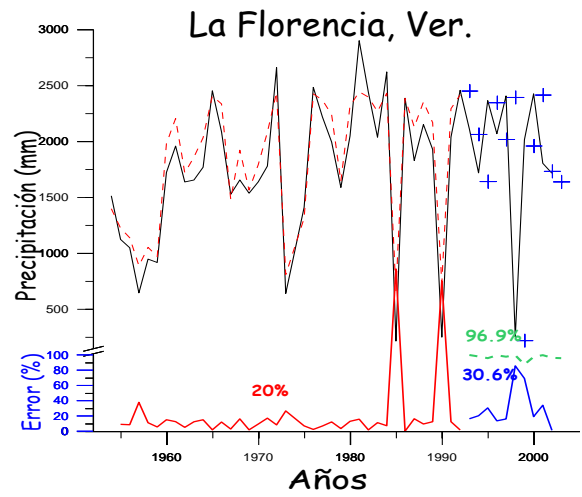
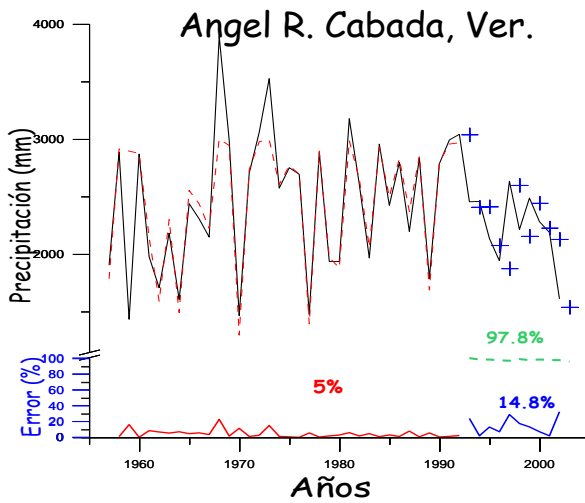


## Zona centro

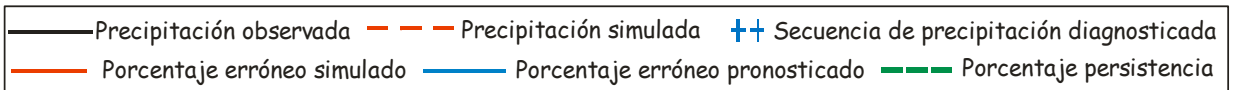
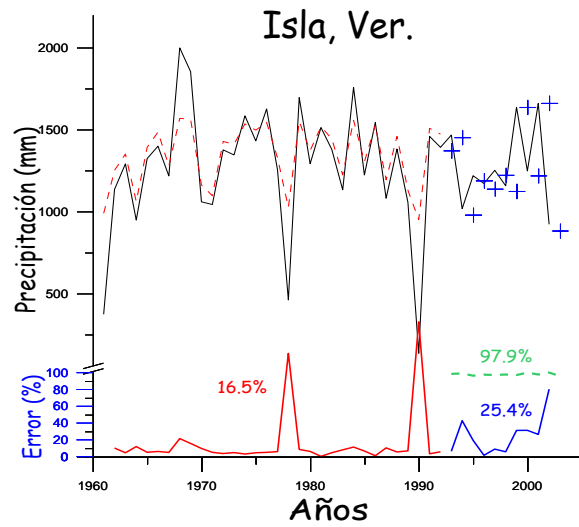
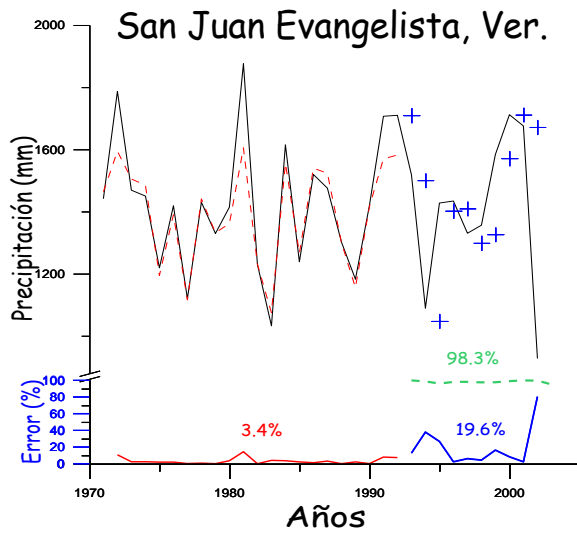
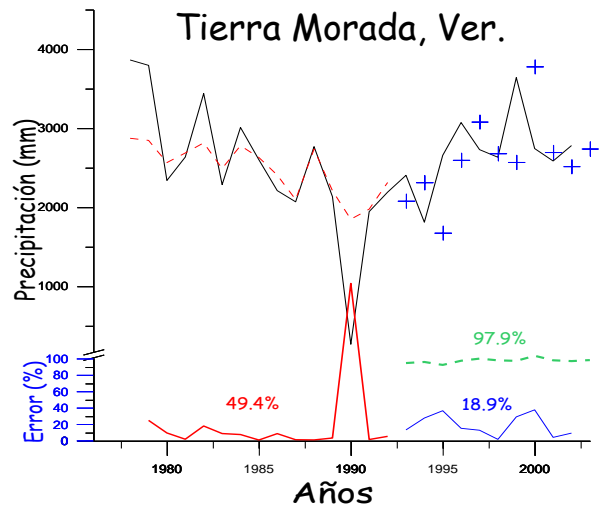
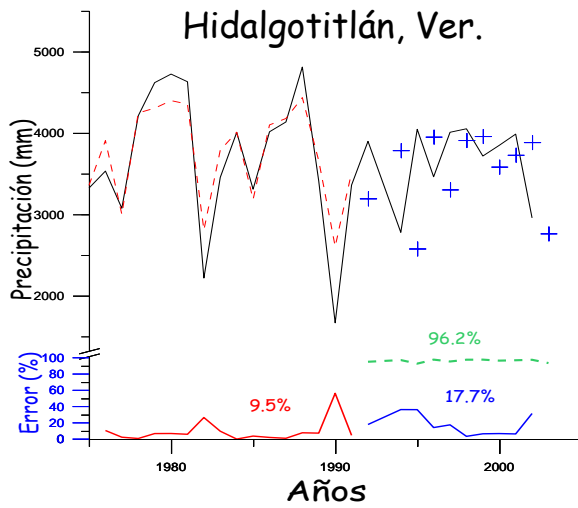




## Zona sur







## Referencias

- © Cervantes, J. 1993. *Caracterización Biometeorológica de la zona de la ciudad de México y su relación con las enfermedades respiratorias*. Tesis de Maestría en Ciencias. UNAM. México, D.F.
- © Chaos Data Analyzer. 1995. Sprott J.C. University of Wisconsin, Madison, WI.
- © CNA y CFE. 1992. Sistema computarizado CLICOM, banco de datos climatológicos. Comisión Nacional del Agua y Comisión Federal de Electricidad, México.
- © CONABIO, 2006. Comisión Nacional para el conocimiento y uso de la biodiversidad. Disponible en: <http://www.conabio.gob.mx>.
- © Deissler, R. J. y J. Doyné. 1992. Deterministic noise amplifiers. *Physica D*. Vol. 55. 155-165.
- © Elsner J. B. y A. A. Tsonis. 1992. Nonlinear prediction, chaos and noise. *Bull. Am. Met. Soc.* Vol. 73(1). 49-60.
- © Essex, C., T. Lookman y M. A. H. Nerenberg. 1987. The climate attractor over very short timescales. *Nature*. Vol. 326. 64-66.
- © Farmer, J. D. y J. J. Sidorowich. 1987. Predicting chaotic time series. *Phys. Rev. Lett.* Vol. 59. 845-848.
- © Faure, H. y J. Y. Gac. 1981. Hill the Sahelian drought end in 1985?. *Nature*. Vol. 291. 475-478.
- © Fraedrich, K. 1986. Estimating the dimensions of weather and climate attractors. *Am. Met. Soc.* Vol. 43(5). 419-432.
- © Häckel, H. 2006. *Guía de identificación de nubes*. Omega. 5-25.

- © Hastings, A., C. Hom, S. Ellner, P. Turchin y H. C. Godfray. 1993. Chaos in ecology: is mother nature a strange attractor?. *Ann. Rev. Ecol. Syst.* Vol. 24. 1-33.
- © INEGI, 2006. Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática. Disponible en: <http://www.inegi.gob.mx>.
- © Levins, R., 1969. The effect of random variations of different types on population growth. *Proc. Nat. Acad. Sci. U.S.A.* 62. 1061-1065.
- © Llayre, F. 1976. *¿La meteorología?...ipero es fácil!*. Macombo. 30-35.
- © Lewontin, R. C. and Cohen, D. 1969. On population growth in a randomly varying environment. *Proc. Nat. Acad. Sci. U.S.A.* 62. 1956-1060.
- © Lorenz, E. 1963. Deterministic nonperiodic flow. *J. Atm. Sc.* Vol. 20. 130-141.
- © Lorenz, E. 1984. Irregularity: a fundamental property of the atmosphere. *Tellus.* Vol. 36A. 98-110.
- © Lorenz, E. 1991. Dimension of weather and climate attractors. *Nature.* Vol. 353. 241-244.
- © May, R. M. y G. F. Oster. 1976. Bifurcations and dynamic complexity in simple ecological models. *Amer. Natur.* Vol. 110. 573-599.
- © May, R. M. 1976. Simple mathematical models with very complicated dynamics. *Nature.* Vol. 261. 450-467.
- © Nicollis, C. Y G. Nicollis. 1984. Is there a climatic attrator?. *Nature.* Vol. 311. 529-532.
- © Nicollis, C. 1987. Long-term climatic variability and chaotic dynamics. *Tellus.* Vol. 39A. 1-9.
- © Pandit, S. M. y S. M. Yu. 1983. *Time Series and Systems Analysis with Applications.* Wiley. 272.
- © Pool, R. 1989. Is something strange about the weather?. *Science.* Vol. 243. 1290-1293.

- © Poveda, J. G. 1997. ¿Atractores extraños (caos) en la hidroclimatología de Colombia?. *Rev. Acad. Col. Cien. Exac. Fís. Nat.* Vol. 21(81). 431-444.
- © Ritter, W., P. Mosiño y R. Patiño 1997. A generalized vision of energy, matter and information for forecasting in nature.
- © Ritter, W., P. Mosiño y R. Klimek. 1998. Una visión estadística no-lineal de El Niño; Simulación y posible pronóstico. *Universidad del Mar (UMAR)*. México.
- © Ritter, W., P. Mosiño y E. Buendía. 1998. Dynamic rain model for linear stochastic environments. *MAUSAM*. Vol. 49(1). 127-134.
- © Ritter, W., E. Jáuregui, S. Guzmán, A. Estrada, H. Muñoz, J. Suárez, y M. Corona. 2004. Ecological and agricultural productivity indices and their dynamics in a sub-humid/semi-arid region from central Mexico. *J. of Arid Env.* Vol. 59. 753-769.
- © Rodríguez-Iturbe, I., B. Febres de Power, M. B. Sharifi y K. P. Georgakakos. 1989. chaos in rainfall. *Water Res.* Vol. 25. 1667-1675.
- © Schifter, I. 1996. *La ciencia del Caos*. Capítulo 1. Disponible en: <http://bibliotecadigital.ilce.edu.mx/ciencia/volumen3/ciencia3/142/htm/cienciasos.htm>.
- © Sharifi, M. B., K. P. Georgakakos y I. Rodriguez-Iturbe. 1990. Evidence of determinisc chaos in the pulse of storm rainfall. *J. Atmosf. Sci.* Vol. 47(7). 888-893.
- © Smith, P. 1998. *El Caos: una explicación a la teoría*. Cambridge University Press. 1-182.
- © Suárez, J. 2004. *Análisis de la biomasa atunera en el océano Pacífico Oriental y su relación son El Niño-Oscilación del Sur (ENOS); simulación y pronóstico*. Tesis para obtener el grado de Doctorado. UAT. Tlaxcala.
- © Sugihara, y May, J. 1990. Non linear foescating as a way of distinguishing chaos from measurement error in time series. *Nature* Vol. 344.734-741.
- © Summer, G. 1988. *Precipitation: Process and Analysis*. John Wiley & Sons. 3-179.

- © Tejeda, A., F. Acevedo y E. Jáuregui. 1989. *Atlas climático del estado de Veracruz*. Colección de Textos Universitarios. UV. 150 págs.
- © Tsonics, A. A. y J. B. Elsner. 1988. The weather attractor over very short timescales. *Nature*. Vol.333(9). 545-547.
- © Tsonics, A. A. y J. B. Elsner. 1989. Chaos, strange attractors and weather. *Amer. Met. Soc.* Vol. 70(1). 14-23.
- © Vandermeer, J. 1972. Generalized models of two species interactions: a graphical analysis. *Ecology*. Vol 54(4). 809-818.
- © Vandermeer, J. 1981. *Elementary mathematical ecology*. John Wiley and Sons. 3-68.
- © Wilks, D. S. 1995. *Statistical Methods in the atmospheric Sciences*. Academic Press. 210-217.