



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

MAESTRÍA EN DOCENCIA PARA LA EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR

FACULTAD DE CIENCIAS

“UNA PROPUESTA PARA LA ENSEÑANZA DE LA
MECÁNICA DE FLUIDOS EN EL BACHILLERATO”

TESIS

QUE PARA OBTENER EL GRADO ACADÉMICO DE:

MAESTRO EN DOCENCIA PARA LA EDUCACIÓN
MEDIA SUPERIOR (FÍSICA)

PRESENTA:

CARLOS GARCÍA TORRES

DIRECTOR DE TESIS: DR. GERARDO RUIZ CHAVARRÍA

MÉXICO, D. F.

ENERO, 2008



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Dedicado a

Emiliano García Palomares

y

Ana María Palomares Medina

AGRADECIMIENTOS

En primer lugar a mi tutor Dr. Gerardo Ruiz Chavarría por sus comentarios y sugerencias, los cuales significaron un gran apoyo durante todo el tiempo en que se desarrolló este trabajo.

A los sinodales Dr. Jorge Rafael Barojas Weber, Dra. María De los Ángeles Ortiz Flores, Mtro Ignacio Campos Flores, Dr. Steven Peter Reed Czitrom Baus, quienes revisaron el borrador de y me hicieron valiosos comentarios.

A los profesores Mirna Villavicencio Torres, Martiniano Arredondo, Marquina Terán, Leticia Barba Martín, María Sabina Ruiz Chavarría, Maurico Beuchot, Ma. del Pilar Segarra Alberú por sus enseñanzas. En especial, a la maestra Matilde Moreno Bello Canibe.

A Enrique Vaca González y Ana María Palomares Medina por su apoyo desinteresado.

A la DGAPA-UNAM, proyecto PAPIME PE100505 “Enseñanza experimental de la mecánica de fluidos”.

CONTENIDO

RESUMEN.....	9
INTRODUCCIÓN.....	11
1. JUSTIFICACIÓN.....	15
1.1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	15
1.2. IMPORTANCIA DEL ESTUDIO DE LA MECÁNICA DE FLUIDOS.....	15
1.3. APORTACIÓN.....	16
1.4. IMPORTANCIA DE LA ENSEÑANZA DE LA FÍSICA DE FLUIDOS.....	16
1.5. HISTORIA Y HERMENÉUTICA.....	18
1.6. TRABAJO EN EL LABORATORIO.....	19
1.7. USO DE LOS EXPERIMENTOS PROPUESTOS.....	19
2. NOTAS HISTÓRICAS Y CONSIDERACIONES HERMENÉUTICO ANALÓGICAS ACERCA DE LA MECÁNICA DE FLUIDOS.....	21
2.1. NOTAS HISTÓRICAS.....	21
2.2. CONSIDERACIONES HERMENÉUTICO ANALÓGICAS ACERCA DE LA MECÁNICA DE FLUIDOS.....	35
2.2.1. La hermenéutica analógica y la mecánica de los fluidos.....	36
2.2.2. La interpretación de las ecuaciones de la mecánica de los fluidos.....	37
3. ASPECTOS GENERALES DE LOS FLUIDOS.....	41
3.1. CONCEPTO DE FLUIDO.....	43
3.2. HIPÓTESIS DEL CONTINUO.....	46
3.3. ENFOQUES PARA ESTUDIAR LOS FLUIDOS.....	46
3.3.1. La derivada euleriana.....	48
3.3.2. El teorema de transporte de Reynolds.....	49
3.4. LA ECUACIÓN DE CONTINUIDAD.....	51
3.4.1. Líneas de corriente.....	52
3.4.2. Tubo de flujo.....	53
3.4.3. El gasto volumétrico y la ecuación de continuidad.....	53
3.5. TENSOR DE ESFUERZOS.....	55
3.6. VISCOSIDAD.....	58
3.6.1. Fluido newtoniano.....	60
3.6.2. Fluido no newtoniano.....	60
3.6.3. Unidades.....	61
3.6.4. Condiciones de frontera.....	61
3.7. CANTIDAD DE MOVIMIENTO.....	62
3.8. ECUACIONES DE NAVIER STOKES.....	66
3.8.1. Deformaciones.....	66
3.8.2. Relaciones entre esfuerzo y deformación para sólidos elásticos.....	67
3.8.3. Relaciones entre el esfuerzo y la rapidez de deformación para un fluido newtoniano.....	69
3.9. EL NÚMERO DE REYNOLDS Y DE STROUHAL.....	71

3.9.1. Parámetros adimensionales.....	72
3.9.2. Adimensionalización de las ecuaciones de Navier Stokes para un fluido incompresible.....	73
4. EL MOVIMIENTO Y LOS FLUIDOS.....	75
4.1. TRES TIPOS DE MOVIMIENTO.....	75
4.2. ESFERA QUE CAE DENTRO DE UN FLUIDO VISCOSO.....	77
4.2.1. Equilibrio traslacional.....	79
4.2.2. Flotabilidad.....	80
4.2.3. El movimiento de un balón dentro de un fluido.....	83
4.2.4. La ley de Stokes.....	84
4.2.5. La ley de Stokes y la viscosidad.....	85
4.2.6. Dispositivo experimental.....	86
4.2.7. Procedimiento experimental.....	87
4.2.8. Análisis.....	88
4.2.9. Resultados.....	88
4.3. APLICACIONES DE LA LEY DE STOKES.....	91
4.3.1. El número de Avogadro.....	91
4.3.2. Experimento de la gota de aceite de Millikan.....	95
4.3.3. Sedimentación.....	98
4.4. EL TÚNEL DE VIENTO.....	102
4.4.1. Material.....	103
4.4.2. Características.....	108
4.4.3. Visualización.....	111
4.4.4. El humo.....	111
4.5. VÓRTICES.....	112
4.5.1. Tamaño de los vórtices.....	117
4.5.2. Los vórtices y el universo.....	118
4.5.3. Otra vez la manzana.....	119
4.5.4. Vórtices en una botella.....	121
4.5.5. Flujo sobre un cilindro.....	122
4.5.6. La estela en un cilindro.....	123
4.5.7. Los vórtices gemelos.....	124
4.5.8. Oscilaciones.....	126
4.5.9. La calle de Von Kármán.....	126
4.5.10. Dispositivo experimental.....	128
4.5.11. Procedimiento experimental.....	129
4.5.12. Análisis.....	131
4.5.13. Resultados.....	132
4.6. EL NÚMERO DE REYNOLDS, LA VELOCIDAD DEL FLUJO Y EL DIÁMETRO DE LOS CILINDROS.....	135
4.6.1. Flujo laminar.....	135
4.6.2. Flujo turbulento.....	136
4.6.3. Número de Reynolds en cilindros de distinto diámetro.....	139
4.6.4. Dispositivo experimental.....	140
4.6.5. Procedimiento experimental.....	140

4.6.6. Análisis	141
4.6.7. Resultados	141
4.7. REVERSIBILIDAD CINEMÁTICA EN FLUIDOS	142
4.7.1. Reversibilidad en fluidos	143
4.7.2. Velocidad angular	143
4.7.4. El número de Reynolds en un flujo entre dos cilindros	145
4.7.5. Dispositivo experimental	145
4.7.6. Procedimiento experimental	146
4.7.7. Análisis	148
4.7.8. Resultados	148
5. EVALUACIÓN Y RESULTADOS	151
5.1. EVALUACIÓN	151
5.1.2. Los exámenes escritos	153
5.1.3. Evaluación diagnóstica	154
5.1.5. La evaluación formativa	155
5.1.6. Evaluación sumativa	158
5.2. RESULTADOS	160
5.2.1. El sándwich de esponja	160
5.2.2. El túnel de viento	161
5.2.3. Esferas cayendo en un fluido	161
5.2.4. Resultados de los exámenes	162
CONCLUSIONES	165
BIBLIOGRAFÍA	169
ANEXO 1. FOTOGRAFÍAS TOMADAS POR ALUMNOS	173
ANEXO 2. EXÁMENES DE DIAGNÓSTICO	175

RESUMEN

La realización de este trabajo estuvo motivada por la escasez tanto de equipo como de manuales para desarrollar los temas de fluidos en muchas escuelas de bachillerato; por lo que aquí se proponen experimentos que pueden ser interesantes para los estudiantes de este nivel, así como también se describe la construcción de equipo para llevarlos a cabo. Así pues, se menciona la importancia del estudio de los fluidos en el nivel medio superior, así como las limitaciones que se tienen para ello. De hecho el estudio de los fluidos siempre ha despertado interés, ya que éstos nos envuelven y como se sabe la vida inicio en el mar. De la misma manera las civilizaciones empezaron cerca de grandes ríos, así que el hombre tuvo que desarrollar su ingenio para adaptarse y dominar a los fluidos, lo cual se puede notar desde la invención de la primera bomba para elevar agua hasta la construcción de aviones y con esto lograr uno de los sueños preferidos de la humanidad: volar. Se introducen conceptos tales como el de fluido, viscosidad, número de Reynolds y algunas ecuaciones importantes como la de Navier Stokes. Se propone también la construcción de equipo: un túnel de viento, el cual permite visualizar los patrones que se forman al colocar obstáculos en un flujo; un par de cilindros concéntricos para observar la reversibilidad cinemática en líquidos y tubos sellados por uno de sus extremos para estudiar el movimiento de balines cayendo en un líquido. La evaluación es un aspecto que no se puede dejar de lado, de manera que se hace una descripción de ésta así como de las formas utilizadas. Se debe destacar que los experimentos y actividades propuestos en este trabajo contribuyeron a que los estudiantes comprendieran conceptos, midieran y establecieran relaciones entre variables; de ello se dan evidencias aportadas por los mismos alumnos.

INTRODUCCIÓN

El estudio de los fluidos es importante para comprender y transformar el mundo en el que vivimos. Sin embargo, esto representa un desafío ya que frecuentemente resulta muy difícil predecir el movimiento de los fluidos. Pero de hecho la misma observación de los flujos tiene serias dificultades ya que la mayoría de estos son transparentes, como el aire y el agua, o algunos otros son de color uniforme, de modo que los patrones que se forman sólo se hacen visibles cuando se agrega algún tipo de partícula.

Posiblemente por las razones antes expuestas es que en el nivel bachillerato no se tocan conceptos relacionados con estos temas. Además, en la mayoría de las escuelas que atienden a estudiantes de ese nivel no cuentan con el material adecuado para ello. Por estas razones se propone la construcción de un túnel de viento y la realización de algunos experimentos que se pueden hacer en él.

El estudio de los fluidos, como se conoce comúnmente a los líquidos y gases, es importante, ya que como se sabe, una parte de nosotros mismos la constituyen los fluidos y en general son necesarios para la vida, además de que toda la actividad humana se realiza dentro o cerca de un fluido. Tal vez por esto, el tema de los fluidos está contemplado en todos los programas de estudio del nivel medio superior; en particular en la Escuela Nacional Preparatoria se plantea su estudio en el primer año (física III) para todos los estudiantes de este nivel y en el tercero (física IV) sólo para los alumnos del área I (físico-matemáticas y de las ingenierías) y del área II (ciencias biológicas y de la salud).

Cabe mencionar que en física III sólo se estudian los fluidos en reposo (estática de fluidos); pero en las otras dos asignaturas sí se requiere estudiar los fluidos en movimiento. Los contenidos propuestos son los siguientes:

Física IV área I. Se considera el estudio de los fluidos en la unidad II: Hidrostática e hidrodinámica. El propósito de la unidad que se menciona en el programa es que el alumno comprenda los principios y conceptos básicos de la física de los fluidos y los aplique para resolver problemas relacionados con los mismos. Los temas que corresponden a fluidos en movimiento mencionados en el programa son:

- Explicar el concepto de continuidad en el flujo de líquidos y el concepto de gasto hidráulico.
- Analizar el teorema de Bernoulli del flujo de líquidos en un conducto cilíndrico, en donde cambien el calibre y la altura del mismo.
- Analizar el teorema de Torricelli de la salida de líquidos por un orificio.
- Analizar el teorema de Bernoulli para el caso particular del flujo de líquidos en un conducto horizontal.
- Explicar el concepto de viscosidad como una propiedad de los fluidos.
- Discriminar entre los conceptos de densidad y viscosidad.
- Explicar las diferencias entre flujo laminar y turbulento y destacar la importancia del número de Reynolds para determinar si un flujo es turbulento o no.

Física IV área II. Se propone estudiar a los fluidos en la primera unidad: Fluidos. El propósito que menciona el programa es que el alumno comprenda los principios y conceptos básicos de la física de los fluidos y los aplique para entender fenómenos biológicos y resolver problemas relacionados con los mismos. Los conceptos que se deben estudiar en esta parte del curso y que corresponden a fluidos en movimiento son parecidos a los de física IV área I, la diferencia es que en el área II se pone énfasis en las aplicaciones en biología y medicina.

Como se puede percibir a partir de las propuestas de los programas que se mencionaron antes se quiere establecer la diferencia entre densidad y viscosidad, se analiza el teorema de Bernoulli y de Torricelli, sin embargo no se dice nada sobre la misma definición de fluido, que está relacionada precisamente con los esfuerzos de corte o tangenciales a los que se tiene que hacer referencia para entender el concepto de viscosidad. Por otra parte en los cursos de nivel medio superior resulta muy difícil la realización de actividades experimentales, dada la dificultad de observar fenómenos relacionados con los fluidos en movimiento por la falta del material adecuado para ello; además ni siquiera se puede tratar el tema a través de las matemáticas pues los conocimientos que se requieren de esta disciplina son difíciles de asimilar por parte de casi todos los alumnos así como de buena parte de los profesores que imparten la asignatura. Es por esta razón que los conceptos de esta unidad se tratan a través de problemas algebraicos que no motivan al estudiante, además de que este enfoque en vez de que ayude al esclarecimiento de los conceptos como se menciona en los objetivos, más bien los confunde.

Por todo lo antes mencionado se hace necesario que los profesores, apoyados por sus estudiantes así como de las instituciones, construyan sus propios equipos cuando sea posible. Siguiendo esta idea, en el presente trabajo se propone la construcción de algunos instrumentos que pueden ayudar a los profesores a que sus clases sean más interesantes para los alumnos, al usar los experimentos ya sea para hacer preguntas, confirmar respuestas o presentar algún concepto. Asimismo apoya a los estudiantes ya que pueden visualizar fenómenos que ocurren cuando se mueven los fluidos, lo cual les permite, si no comprenderlos, sí motivarlos a seguir estudiándolos.

Este trabajo consta de cinco capítulos. En el primero se describe el problema que se trata de resolver, así como la importancia del estudio de los fluidos a todos los niveles y en particular en el bachillerato. Se menciona también la importancia de que los alumnos trabajen en el laboratorio y la trascendencia que esto puede tener en su aprendizaje al realizar los experimentos.

En el capítulo dos se mencionan algunas de las aportaciones más importantes a la mecánica de fluidos, así como de los personajes relacionados con éstas; de la misma manera en esta parte se hace referencia a que la mecánica de fluidos se puede enmarcar, para su enseñanza, desde el punto de vista de la hermenéutica analógica; la cual es la disciplina de la interpretación de textos que se sitúa entre dos posiciones extremas: el significado único (univocismo) y la otra en la que se permiten muchos significados (equivocismo).

En el capítulo tres se desarrollan los conceptos y ecuaciones más importantes de la mecánica de fluidos, tales como el concepto de fluido, las ecuaciones de continuidad y de cantidad de movimiento, la segunda ley de Newton aplicada a los fluidos la cual es conocida como la ecuación de Navier Stokes.

En el capítulo cuatro se proponen experimentos relacionados ya sea con líquidos o con gases, en los que se dan algunas aplicaciones, además de cuestionamientos para que los estudiantes los respondan ya sea individualmente o en grupo. Los experimentos, aunque no son nuevos, sí son novedosos a nivel medio superior; éstos son: esfera moviéndose en el interior de un fluido, flujo pasando por cilindros de distintos diámetros pero donde se puede igualar el número de Reynolds, la generación de vórtices así como la evolución de algunos parámetros geométricos de éstos, la formación de la calle de Von Kármán y la medición de su frecuencia de oscilación. Se propone también observar la reversibilidad cinemática en líquidos, por medio de una gota colocada entre dos cilindros concéntricos uno de los cuales puede rotar.

En el capítulo cinco se menciona la importancia de la evaluación en el proceso de la enseñanza aprendizaje, pues es la que permite saber si se va en el camino correcto o bien se tiene que corregir. Se muestran también, en este apartado, los resultados obtenidos al presentar a los alumnos parte del material propuesto en el presente trabajo.

1. JUSTIFICACIÓN

1.1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

La enseñanza tradicional de la física en el bachillerato está basada casi por completo en impartir cursos de física como si fueran de matemáticas; lo cual no ha funcionado, puesto que en muchas ocasiones lo que se consigue es causar en el estudiante una aversión por esta disciplina. De esta manera, la física de libro de texto tradicional le parece al alumno enciclopédica, árida, fragmentada y alejada de la realidad; sobre todo cuando las clases son expositivas y las actividades se basan en el uso de gis y pizarrón.

Pero también se debe reconocer que los temas de mecánica de fluidos son difíciles de abordar por parte de los profesores de nivel medio superior, pues tratarlos desde el punto de vista teórico es relativamente complejo debido a que las herramientas matemáticas que se requieren son desconocidas por muchos estudiantes de bachillerato. Por otra parte tampoco se cuenta con el material de laboratorio, ni los manuales necesarios para ese fin. En particular en los laboratorios de física no se encuentra el material básico para desarrollar los temas relacionados con el movimiento de los fluidos. De modo que en buena medida la enseñanza tradicional se debe a que los profesores del bachillerato no tienen las herramientas, teóricas y experimentales, necesarias para poder desarrollar su práctica docente adecuadamente.

1.2. IMPORTANCIA DEL ESTUDIO DE LA MECÁNICA DE FLUIDOS

La mecánica de fluidos (líquidos y gases) es el estudio del comportamiento de los fluidos bajo la acción de fuerzas externas aplicadas.

En cualquier punto de nuestro entorno podemos observar que el movimiento de fluidos ejerce una influencia en nuestra vida diaria. Para los antiguos griegos, los cuatro elementos fundamentales eran tierra, aire, fuego y agua y tres de ellos, aire, fuego y agua, implican fluidos. El agua y el aire son elementos esenciales para el hombre y además los más abundantes en la naturaleza. El agua es necesaria para la vida y el desarrollo en aspectos tan variados como la agricultura, la industria, el transporte y la recreación. El aire está presente y rodea todas las acciones humanas.

El conocimiento de los fluidos está íntimamente relacionado con el desarrollo tecnológico, puesto que en las aplicaciones este conocimiento es necesario en el diseño de aeronaves, barcos, automóviles, aparatos de propulsión, tuberías, sistemas de aire acondicionado, bombas, corazones y válvulas artificiales, presas y sistemas de riego. También es esencial para la predicción del clima, niveles de contaminación y efectos de invernadero. Por otra parte, las funciones vitales involucran el movimiento de fluidos, pues el transporte de oxígeno y nutrientes a través del cuerpo están regidos por el flujo de aire y sangre.

Es común también realizar experiencias en modelos reducidos para determinar las fuerzas aerodinámicas y estudiar el flujo alrededor de edificios, puentes y otras

estructuras complejas. En los últimos años los fabricantes de automóviles han prestado mayor atención al diseño aerodinámico (Fox y McDonald, 1995), lo que ha redundado en la economía del combustible, que a su vez implica una reducción importante en la contaminación del planeta. El no tomar en cuenta los principios básicos de la mecánica de fluidos puede acarrear consecuencias desastrosas, como el colapso del puente de Tacoma, descrito más adelante.

De hecho, casi todas las cosas que existen en este planeta son un fluido o se mueven inmersas o cerca de un fluido.

1.3. APORTACIÓN

En todos los programas del bachillerato, está contemplada una unidad para los fluidos, pues como se mencionó antes, ellos han estado y están presentes en el desarrollo de la humanidad.

Pero con frecuencia es muy difícil observar y predecir el movimiento de los fluidos, pues la mayoría de ellos son transparentes, como el aire o el agua, o de color uniforme, como el petróleo; para poder observar su movimiento y por tanto hacer mediciones y construir modelos se requiere mezclar algún tipo de partícula. El polvo que levanta un auto que se mueve por una carretera polvorienta, el humo que produce algún objeto o las nubes que arrastra una fuerte brisa, ayudan a marcar el camino de los fluidos. Entre los métodos de visualización se pueden citar los siguientes (White, 2004):

1. Inyección de humo, tinta, o burbujas.
2. Viruta o polvo sobre la superficie libre.
3. Hilos sujetos a las superficies que limitan al flujo.
4. Sustancias que se evaporan sobre las superficies sólidas.
5. Sustancias luminiscentes.

En este trabajo se proponen experimentos para estudiar los fluidos en movimiento, además de que se describen los instrumentos adecuados para este fin. Estos apoyos didácticos van a favorecer la comprensión de los temas de la mecánica de los fluidos por parte de los estudiantes, y por lo tanto se van a sentir más motivados e interesados y por ello con más disposición para estudiar y trabajar en esta rama de la física; para los profesores será un apoyo importante para motivar la adquisición de conocimientos específicos en sus alumnos.

1.4. IMPORTANCIA DE LA ENSEÑANZA DE LA FÍSICA DE FLUIDOS

La relación entre aprender y enseñar no es lineal, es decir, un modelo de aprendizaje no prescribe un único conjunto de estrategias de enseñanza; y una estrategia de enseñanza no determina el tipo de aprendizaje que ocurre (Hewson, Beeth y Thorley, 1988). A esto se le puede agregar que los estudiantes llegan a la clase con una serie muy variada de concepciones alternativas, esto es con ideas informales sobre los dominios que afectan su vida cotidiana, las cuales les permiten predecir y controlar los sucesos, aumentando su adaptación a esos mismos (Pozo, 1996).

Estas preconcepciones son persistentes y no se modifican fácilmente, además son comunes a estudiantes de diferentes medios, edades, géneros e incluso culturas (Pozo, 1996); estas ideas previas de los alumnos interactúan con el conocimiento que se enseña en la clase por lo que ocurren consecuencias imprevistas en el aprendizaje.

Así que el profesor no sólo tiene que afrontar la apatía de los alumnos, su falta de motivación, sus limitaciones cognitivas en el razonamiento y la comprensión; sino que también tiene que enfrentar esas ideas que se encuentran tan arraigadas en el estudiante y que interfieren con el aprendizaje y hacen más difícil la asimilación de las teorías (Furió, 1996).

Debido a la importancia que tienen las ideas previas de los alumnos se hace necesario que el profesor las conozca, para establecer la discusión más adecuada, sugerir la actividad más idónea para conseguir un mejor aprendizaje en sus alumnos sobre un tema en particular o para dar sentido a los hechos cotidianos a un nivel significativo para ellos; con esto, los alumnos estarán más motivados lo que a su vez motivará al profesor.

Resulta pues imprescindible que el docente promueva discusiones entre sus alumnos para estimularlos a que hagan explícitas sus ideas en la clase, sobre los diferentes temas de la mecánica de fluidos. Ya que en este proceso los alumnos se dan cuenta y se comprometen con ideas que ellos previamente no habían considerado en serio (Hewson, Beeth y Thorley, 1988). Se requiere que hagan predicciones basadas en sus puntos de vista y que luego se contrasten con las predicciones hechas por sus propios compañeros o bien de las que se hayan hecho desde el punto de vista científico y que son propuestas por el profesor en caso de que no hayan sido expuestas ya por parte de alguno de los estudiantes.

Queda claro entonces que el profesor tiene que dejar de ser un mero transmisor de conocimientos ya elaborados, para asumir nuevos roles. Osborne y Wittrock citados en Hierrezuelo (2002) sugieren algunas formas en que se puede lograr esto:

- a) Se debe hacer explícito a los alumnos qué se pretende con el tema o la actividad, de manera que puedan reconstruir por sí mismos el problema que ha de ser resuelto o la tarea de aprendizaje de que se trate.*
- b) El profesor debe alentar a los alumnos a que se hagan preguntas ellos mismos y a los demás, buscando siempre el porqué de las cosas; desarrollar las destrezas interrogativas de los alumnos es una tarea de la máxima importancia para la educación científica.*
- c) El profesor debe animar a sus alumnos a que asuman la responsabilidad de su propio aprendizaje, inculcarles la idea de que el éxito o el fracaso al dar sentido a su experiencia o para comprender las ideas de los demás depende de su propia actividad.*
- d) Escoger problemas o actividades que sean llamativas para los alumnos.*
- e) El profesor debe asegurarse de que los alumnos que hacen un esfuerzo se encuentren con el éxito y que éste se perciba, en gran medida, como consecuencia de sus propios méritos.*

Así pues, se hace necesario que los estudiantes vinculen sus experiencias y sus ideas con los conceptos de la mecánica de fluidos que se estén estudiando. Es aquí donde se tiene que recalcar la importancia de la propuesta, de presentar la mecánica de los fluidos con un enfoque experimental, puesto que esto les permite en primer lugar a los profesores presentar los distintos temas desde puntos de vista diferentes, ya sea planteando preguntas que pueden ser respondidas realizando experimentos, o bien a través de la discusión inducida por la observación de algún fenómeno; y en segundo lugar promueve entre los estudiantes interés en el estudio de la disciplina, ya que ellos mismos pueden diseñar y realizar sus propios experimentos.

El trabajo práctico es importante para aprender los conceptos fundamentales de la mecánica de fluidos; de la misma manera es de gran apoyo para que los estudiantes tengan un contacto personal con el trabajo científico, ya sea con su satisfacción o bien con el sufrimiento que en muchas ocasiones ocurre (Lijnse, 1998). Los estudiantes requieren tener sus propias dificultades, así como las tiene cualquier científico profesional, pero también es importante que disfrute sus propios logros. Esto le ayuda al estudiante a reconocer la importancia de la experimentación, así como la relación entre ésta y el conocimiento científico (French, 1998).

Es posible también abordar los contenidos de la mecánica de fluidos poniéndolos en su contexto histórico, con sus implicaciones tecnológicas, además de las consideraciones filosóficas.

1.5. HISTORIA Y HERMENÉUTICA

El incluir la historia así como el punto de vista filosófico de la mecánica de fluidos en los cursos de bachillerato ayuda a que el alumno conozca y aprecie el contexto científico y social en el que se ha desarrollado el conocimiento. El incluir estos temas en los cursos escolares tiene algunas ventajas, como se menciona en Varela et al (2000):

- Ayuda al estudiante a considerar la mecánica de fluidos como un esfuerzo del género humano por comprender y utilizar la naturaleza y el medio en que vive.
- Le permite al alumno apreciar el papel de las teorías científicas: su valor descriptivo, su función predictiva, así como también sus limitaciones.
- Le proporciona al estudiante una visión de cómo los científicos construyen sus investigaciones a partir de trabajos hechos por sus predecesores, de manera que también valoren las contribuciones individuales.
- Les muestra la interacción entre ciencia y sociedad. La influencia de la ciencia tanto en el desarrollo tecnológico, como en el bienestar de la sociedad, así como de los problemas que se crean vinculados a esa tecnología.
- Cambia la imagen del científico como un superhombre alejado de las realidades cotidianas.
- Se ayuda a los alumnos a abandonar la idea reduccionista de un método científico único e infalible.

De esta manera se favorece que los estudiantes infieran el papel tan importante que juega la mecánica de fluidos en la generación de tecnología, pero también se está atendiendo al nivel en que se encuentran los estudiantes, a la vez que se les motiva y anima a que actúen y que no sean meros receptores de la información (French, 1998).

1.6. TRABAJO EN EL LABORATORIO

Cuando el alumno trabaja en el laboratorio, tiene experiencias directas y al mismo tiempo adquiere conocimientos que contribuyen al desarrollo de destrezas motoras e intelectuales, y lo que es más importante a este nivel, le fomenta actitudes positivas hacia el estudio de la ciencia (Varela et al, 1993). Al trabajar en el laboratorio los estudiantes se colocan en una situación por la que los científicos pasan habitualmente durante su formación (Gil, 2001), de manera que puedan familiarizarse con el trabajo científico aunque sea mínimamente haciendo réplicas de investigaciones ya realizadas por otros, de manera que los problemas abordados por ellos son conocidos por sus profesores que son los que dirigen su trabajo.

El presentar los temas de la mecánica de fluidos a través de experimentos representa un apoyo importante para el aprendizaje de los alumnos del nivel bachillerato ya que la realización de las experiencias les permite lograr varios objetivos, entre los que se pueden destacar (Caamaño, 2003):

- a) Aprendizaje del manejo de instrumentos, así como el uso de estrategias para la resolución de problemas.
- b) Observación de fenómenos importantes de la mecánica de fluidos y su posterior interpretación.
- c) Contrastar hipótesis y hacer modelos de los fenómenos estudiados.

Los trabajos experimentales son importantes para la enseñanza de la mecánica de los fluidos por diferentes razones:

- a) Motivan a los estudiantes para el estudio de los fluidos.
- b) Permiten ilustrar la relación entre las variables que intervienen en un fenómeno e interpretarlo adecuadamente.
- c) Ayuda a los estudiantes en la comprensión de conceptos.
- d) Se pueden contrastar hipótesis proporcionadas en la elaboración de un modelo.
- e) Le proporcionan al estudiante experiencia en el manejo de instrumentos de medida y en el uso de técnicas de laboratorio.
- f) Le permiten al alumno acercarse a los métodos y procedimientos propios de la investigación científica.
- g) Representan una oportunidad para que los alumnos del bachillerato trabajen en equipo y de esta manera desarrollen buenas actitudes hacia el trabajo experimental.

1.7. USO DE LOS EXPERIMENTOS PROPUESTOS

Para que esta actividad experimental sea eficaz en la enseñanza a nivel medio superior, se requiere que los profesores conozcan los experimentos que posteriormente van a

realizar sus alumnos, y además que adquieran ellos mismos cierta experiencia. De manera que tengan la posibilidad de hacer planteamientos abiertos, con los que se invite al alumno a pensar en cómo resolver un determinado problema y no presentarlo como un conjunto de pasos a seguir por el estudiante para llegar a un resultado. La actividad experimental que se sugiere en este trabajo puede usarse de varias formas por el profesor como se describe en Caamaño (2003):

1. Experiencias: para que el estudiante perciba y se familiarice con un fenómeno. Por ejemplo observar lo que sucede con un fluido cuando se le aplican fuerzas perpendiculares o tangenciales.

2. Experimentos ilustrativos. Sirven para ilustrar un principio o una relación entre variables. Por ejemplo, observar dos balines de distinto diámetro y masa caer en un fluido.

3. Ejercicios prácticos. Diseñados para aprender determinados procedimientos o destrezas que ilustren o corroboren la teoría. Se pueden distinguir tres formas para el aprendizaje de procedimientos o destrezas. a) a nivel práctico, toma de mediciones, tratamiento de datos; b) intelectuales, ya sea en la observación e interpretación, en la propuesta de hipótesis, o el diseño de experimentos y control de variables y c) al plantear un experimento por escrito o realizar un informe.

4. Investigaciones: en donde el estudiante tiene la oportunidad de trabajar como lo hacen los científicos en la resolución de problemas, familiarizarse con el trabajo científico y aprender en el curso de esas investigaciones las destrezas y procedimientos propios de la indagación. Las investigaciones pueden ser:

- Para resolver problemas teóricos. Por ejemplo ¿qué relación existe entre el número de Reynolds y la longitud de los vórtices que se generan al poner un cilindro en el interior de un flujo?
- Para resolver problemas prácticos. Por ejemplo, ¿cuál debe ser la longitud mínima de un tubo de cierto diámetro para que partículas pequeñas suspendidas en agua sedimenten?

2. NOTAS HISTÓRICAS Y CONSIDERACIONES HERMENÉUTICO ANALÓGICAS ACERCA DE LA MECÁNICA DE FLUIDOS

En este capítulo se hace referencia a algunos de los personajes que influyeron en el desarrollo de la mecánica de los fluidos así como las contribuciones que realizaron a dicha ciencia. En la segunda parte de esta sección se establece una relación entre las ecuaciones de la mecánica de fluidos y la hermenéutica analógica.

2.1. NOTAS HISTÓRICAS

Los fluidos, como genéricamente llamamos a los líquidos y gases, nos envuelven formando parte esencial de nuestro medio ambiente. La vida en el planeta se inició en el mar hace miles de millones de años: se combinaron ciertos elementos químicos en el agua, actuando unos sobre otros en forma tal que todavía en la actualidad, a pesar de los adelantos científicos y tecnológicos, no ha podido el hombre repetirlos en el laboratorio (Cifuentes et al., 1987).

Las civilizaciones se iniciaron cerca de grandes ríos, por ejemplo: a) en la región que comprende Irán, Irak, Egipto y las zonas intermedias. La última glaciación produjo una zona fértil con grandes ríos y libre de prolongados inviernos, en donde en un periodo que va desde hace 8000 años hasta hace unos 4000 años se desarrollaron grandes civilizaciones; b) en la región comprendida entre los ríos Tigris y Éufrates, en la Mesopotamia, hubo agricultura hace más de 7000 años; c) a lo largo de los grandes ríos de la India y China también nacieron civilizaciones parecidas a las del oriente medio.

En cualquier parte de nuestro entorno podemos observar que el flujo de fluidos ejerce una influencia que penetra en todas las facetas de nuestra vida diaria. No pasa un momento sin que interactuemos con fluidos en movimiento. Caminamos, manejamos automóviles y volamos a través del aire, siempre respirando cuando menos seis litros de él cada minuto. Tenemos sangre que se bombea a nuestras arterias; somos sistemas hidrodinámicos nosotros mismos. En mayor escala, toda ciudad próspera en la Tierra tiene un sistema vital de agua (Smits, 2003).

A excepción de los viajes espaciales, todo el transporte se realiza dentro de un medio fluido (la atmósfera o un volumen de agua). El movimiento relativo entre el fluido y el dispositivo de transporte genera una fuerza que se opone al movimiento deseado. Con frecuencia el fluido contribuye de una manera positiva, haciendo que un barco flote o generando una fuerza de sustentación sobre las alas de un avión. Además, los barcos y los aviones generan una fuerza de propulsión de sus hélices o motores a reacción, que interactúan con el fluido circundante.

Volar como las aves había sido uno de los sueños que siempre había tenido la humanidad, como lo demuestran las leyendas de hombres con alas o de máquinas voladoras (Bernal, 1960). Así como también fue preocupación de varios científicos

como Leonardo da Vinci, John Damian y otros; sin embargo volar fue un logro del siglo XX. Para lograr el vuelo sostenido los hermanos Wright (mecánicos de bicicletas de profesión), montaron un motor de fabricación casera en un aeroplano y luego lo fueron modificando convenientemente.

En la actualidad, día tras día cientos de miles de personas se transportan por aire a diferentes destinos en todo el mundo. En todos los casos, el vuelo de naves más densas que el aire es el resultado del flujo de éste pasando por sus alas.

Hasta hace aproximadamente 100,000 años el hombre seguía tratando de acostumbrarse a vivir bajo los árboles. El paso de recolector de frutos al de cazador fue muy largo y no se sabe cómo se llevó a cabo. En este paso inventó y descubrió múltiples utensilios, entre otras cosas importantes, hace como 10,000 años descubrió la agricultura. Esto se sabe por la existencia de granos de esa época cuya edad ha sido determinada por el método del carbono catorce (Alba, 1995). En este proceso aprendió a manejar los fluidos. Bajo la presión de la supervivencia, el hombre aguzó el ingenio para adaptarse y manejar su ambiente que dominan los fluidos.

En esta etapa de supervivencia se hicieron obras importantes destinadas al riego. Las necesidades agrícolas de las culturas que florecieron en Mesopotamia y Egipto, al menos 4000 años a. c., llevaron a diseñar y construir presas y diques, cuyos restos aún pueden apreciarse en las márgenes de los correspondientes ríos. Vestigios semejantes, de tiempos casi tan remotos, fueron descubiertos en las riberas de ríos en la India y China. La construcción de canales para riego, transporte y surtido de agua a las grandes metrópolis de entonces, como Tenochtitlán, confirma la relación directa entre el nivel de una civilización y la posesión de una tecnología para mantenerla; en particular la relación con el agua (Peralta, 1995).

En forma paralela a las obras hidráulicas se desarrollaron instrumentos y curiosidades asociadas al comportamiento de los fluidos. El uso de la jeringa y el sifón era frecuente, como lo reflejan pinturas y estelas que se conservan; en éstas se muestra también la existencia de la pipeta, la clepsidra, el reloj de agua usado en Babilonia y posteriormente en Egipto, y el conocimiento de los vasos comunicantes, que seguramente usaban para nivelar pisos y bóvedas, como lo hacen aún hoy en día los albañiles.

Desde el remoto pasado hasta el florecimiento de la cultura helénica, el hombre acumuló un vasto conocimiento práctico sobre el comportamiento de los fluidos. De los complejos sistemas de riego a las elaboradas embarcaciones propulsadas por viento y de las aerodinámicas flechas y lanzas, al sifón y la clepsidra.

Arquímedes (287-212, a.c) descubrió teoremas fundamentales relacionados con el centro de gravedad de figuras planas y cuerpos. Su teorema más famoso en mecánica de fluidos, establece que: “si un sólido es parcial o totalmente inmerso en un fluido, sufre una fuerza ascendente igual al peso del fluido desplazado”. Se denomina principio de Arquímedes.

También postuló que por su naturaleza propia, los fluidos no tienen “espacios vacíos” internos o sea que deben ser medios continuos. Y “si las partes de los fluidos son continuas y están distribuidas de manera uniforme, entonces el que está más comprimido empuja al menos comprimido”. Así se tienen dos importantes conceptos de la mecánica de fluidos: la presión que se aplica en cualquier parte del fluido se transmite a cualquier otra parte del fluido y se produce un flujo que se mantiene por fuerzas debidas a la presión.

Una de las anécdotas más celebradas respecto a las proposiciones de Arquímedes es la siguiente: Hiero I, el rey de Siracusa, deseaba saber si su corona contenía oro en la proporción adecuada, ya que su orfebre la entregó con la manufactura correcta, pero se tenía la sospecha de que se había quedado con parte del oro, reemplazándolo con un peso igual en plata. La solución la encontró Arquímedes; al estar en los baños públicos notó que su cuerpo era presionado hacia arriba con una fuerza que aumentaba conforme se sumergía por completo. Al valorar la observación corrió a su casa gritando, “eureka”, sin siquiera vestirse. Apenas llegó sumergió en agua pesos de oro y plata iguales, determinando los desplazamientos respectivos. Al comparar éstos con el desplazamiento que generaba la corona determinó el porcentaje de cada metal por medio de una regla de tres.

Uno de sus inventos más populares se conoce como “tornillo de Arquímedes”, el cual permite subir agua al girar un tornillo colocado dentro de un tubo, como se muestra en la figura 2.1.

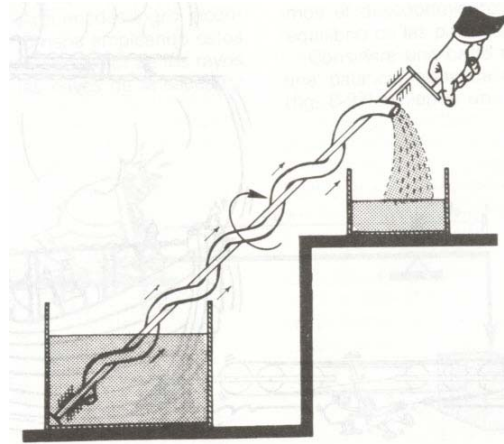


Figura 2.1. Tornillo de Arquímedes.

Este dispositivo puede considerarse como la primera bomba para elevación de agua de la historia. El tornillo de Arquímedes se empleó en obras de riego, así como para extraer agua de las minas, no sólo en Siracusa, sino también en otras ciudades (Alvarenga y Máximo, 1993). Arquímedes incursionó en otros campos de la ciencia, por ejemplo, determinó con precisión la relación del perímetro de un círculo a su diámetro, es decir, el número π .

Arquímedes fue asesinado durante la toma de Siracusa por los romanos en la Segunda Guerra Púnica, cuando resolvía un problema.

Posterior a Arquímedes, otro físico y matemático se destaca por sus contribuciones a la mecánica de fluidos: Herón de Alejandría. La fecha de su vida es incierta, pero ocurrió posiblemente un siglo después de Arquímedes (Jeans, 1960). El papel de Herón en mecánica de fluidos fue único. Él propuso muchas ideas básicas, además dibujó bocetos con descripciones detalladas de máquinas, instrumentos de medida, tornillos, cilindros, pistones, válvulas, etc. Desafortunadamente muchos de sus inventos no fueron reconocidos, debido probablemente a que estaban adelantados a la época en que vivió (Tokaty, 1994).

Entre la gran cantidad de juguetes mecánicos que inventó se puede mencionar una máquina de vapor. Un esquema de ella se muestra en la figura 2.2.



Figura 2.2. Máquina de Herón.

El vapor era producido por ebullición del agua y pasaba a un recipiente que podía girar alrededor de un eje. De este recipiente salían unos tubos encorvados al exterior, de manera que al salir por ellos el vapor el recipiente giraba. Este es el primer ejemplo conocido del empleo de la presión de vapor para transformar la energía química del combustible (en este caso leña) en energía de movimiento.

En un siglo de notable esplendor sobresale un hombre que se destacó en todas y cada una de las actividades en las que estuvo interesado. Leonardo da Vinci (1452-1519). En cuanto a la ciencia y a los fluidos se refiere, marca el siguiente paso después de Arquímedes.

De la gran cantidad de observaciones y experimentos que llevó a cabo sobre el comportamiento de los fluidos, Leonardo obtuvo resultados cuantitativos y generalizaciones sorprendentes. Encontró que el aire y el agua tienen propiedades parecidas. Al comparar en forma sistemática los movimientos de masas de aire (viento) y agua (estanques, ríos y mares) intuyó los elementos comunes de su comportamiento.

Al observar el movimiento de aguas en ductos, canales y ríos, descubrió y formuló en forma cuantitativa uno de los principios fundamentales de la mecánica de los fluidos: el principio de continuidad o de conservación de la masa para flujos unidimensionales (White, 2004).

El principio de conservación de la masa se puede escribir como $uA = k$; donde u es la rapidez del flujo, A es la sección transversal y k es una constante; que se puede escribir también como $u_1A_1 = u_2A_2$, o $\frac{u_1}{u_2} = \frac{A_2}{A_1}$. En otras palabras, si reducimos la sección transversal de un flujo, la rapidez se incrementa en esta parte y como consecuencia también se incrementa la energía cinética de esta masa (Tokaty, 1994).

Otra observación importante que hizo Leonardo fue su principio de velocidad relativa: “un cuerpo que se mueve en aire estático experimenta tanta resistencia del aire como la que experimenta el mismo cuerpo en estado estático, pero expuesto al aire en movimiento con la misma velocidad” (Smits, 2003).

Otros estudios de Leonardo versaron sobre el vuelo, la generación y propagación de ondas, el movimiento de remolinos y el papel de éstos en los flujos turbulentos. Usando palancas, poleas, engranes y tornillos, ideó numerosos mecanismos para usos civiles y militares. Inventó máquinas para volar, tanques submarinos, ametralladoras, bombas para agua y sistemas de riego. En la figura 2.3 se puede observar: a) un helicóptero y b) un paracaídas, dibujados ambos por Leonardo.

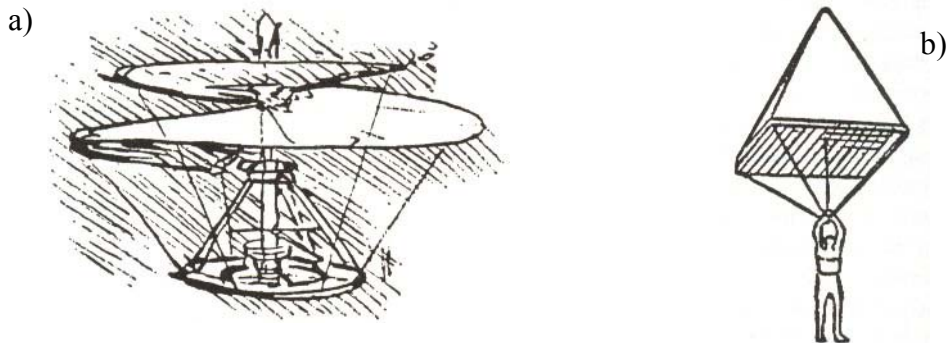


Figura 2.3. Helicóptero y paracaídas dibujados por Leonardo da Vinci. Tomadas de Tokaty (1994).

Leonardo reconocía la necesidad de experimentar para obtener el conocimiento, ya que en sus escritos nos dice que la ciencia verdadera comienza con la observación y que la experimentación es la madre de toda certeza (Alba, 1995).

Simon Stevin (1548-1620) consideraba que las sustancias fluidas pueden dividirse en viscosas como la miel y en no viscosas como el agua o el vino. Para los fluidos de este último género dedujo que si el líquido está en reposo debe existir en cada punto de éste una presión perfectamente definida, la cual depende únicamente de la altura del líquido sobre dicho punto.

Una contribución original de Stevin a la mecánica de fluidos fue el establecimiento de la paradoja hidrostática: la fuerza que un líquido ejerce sobre el fondo de la vasija que lo contiene depende únicamente del tipo de fluido y de la profundidad desde la superficie de éste, pero no depende de la forma de la vasija. Stevin demostró esta afirmación poniendo una placa ajustada contra el fondo de una vasija y midiendo la fuerza requerida para levantar la placa contra la presión del agua contenida en el recipiente. El dispositivo usado por él se muestra en la figura 2.4.

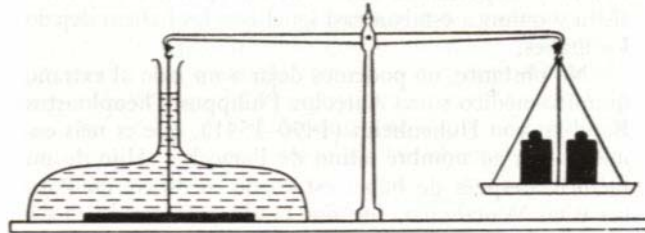


Figura 2.4. Dispositivo utilizado por Stevin.

Experimentando con recipientes de diferentes formas Stevin estableció el resultado antes mencionado (Tokaty, 1994).

La contribución de Galileo Galilei (1564-1642) a la dinámica de los fluidos fue profunda, aunque indirecta, al participar en la fundamentación de la mecánica y en general de la física (Peralta, 1995).

Los Aristotélicos habían dicho que la forma de un cuerpo determinaba si había de sumergirse o flotar en el agua; por ejemplo, una aguja o una hoja flotaban, mientras que una esfera o un cubo se sumergían. Al realizar su famoso experimento con la corona Arquímedes había entendido que era la densidad de un cuerpo y no su forma lo que determinaba si un objeto flotaba o se hundía. Pero fue Galileo quién posteriormente realizó un experimento que dilucidó la cuestión. Puso una bola de cera sumergida en el fondo de un recipiente lleno de agua y luego agregó sal aumentando la densidad del líquido. Cuando la densidad llegó a un determinado valor la bola de cera se elevó y quedó flotando en la superficie. Con este experimento Galileo demostró que un cuerpo no se hundía o flotaba por su forma, sino que esto dependía de la relación entre su densidad y la del fluido en que estaba sumergido (Jeans, 1960).

Un compañero inseparable de Galileo en los últimos tres meses de su vida fue Evangelista Torricelli (1608-1647), quien lo sustituyó como matemático de la corte del gran duque Fernando II de Toscana. Galileo le sugirió a Torricelli que estudiara el problema del vacío. La posibilidad de bombear agua al hacer el vacío en la parte superior de un tubo por medio de un pistón, se pensaba que se debía a que la naturaleza aborrecía el vacío, sin embargo, se sabía que no se podía subir agua por este método a más de diez metros. Torricelli pensó que no existía tal aborrecimiento y que todo se debía a un efecto mecánico, que el aire pesaba y que el límite de diez metros se debía a que el peso del aire de la atmósfera sólo podía equilibrar esa columna de agua. Para probarlo, en 1643 Torricelli propuso un experimento que consistía en llenar con mercurio un tubo de vidrio cerrado en un extremo y de más de

un metro de largo, luego tapanlo con el pulgar e introducirlo invertido en un recipiente que contenía mercurio. Él encontró que la columna de mercurio era de 76 centímetros y que en la parte superior del tubo de vidrio se había hecho el vacío. Un esquema del dispositivo se muestra en la figura 2.5.

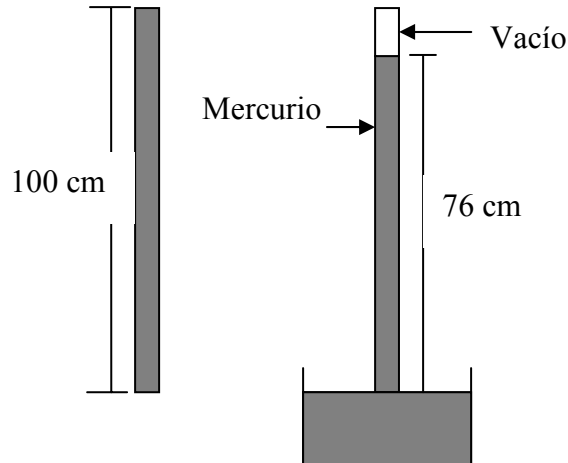


Figura 2.5. Experimento de Torricelli.

Éste fue el primer vacío producido por el hombre. Una de las consecuencias de que la atmósfera tenga un peso finito obliga a que tenga dimensiones finitas, lo cual significa que en el espacio interplanetario e interestelar lo que más abunda es el vacío (Alba, 1995). Con este experimento Torricelli demostró que la presión atmosférica determina la altura a la que sube un líquido en un tubo invertido sobre el mismo líquido, concepto que llevó a la invención del barómetro.

Torricelli estudió las trayectorias de los proyectiles y aplicó su conocimiento al estudio de los chorros que se emiten desde recipientes llenos de agua, como los que se muestran en la figura 2.6.

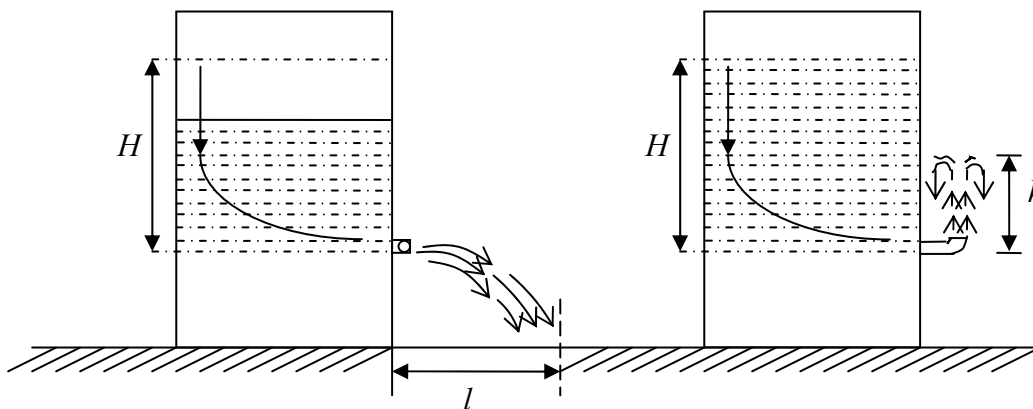


Figura 2.6. Dibujo del dispositivo usado por Torricelli para estudiar chorros de agua.

Hizo un hoyo pequeño en la parte baja de un recipiente, el cual llenaba con agua. Él encontró que, para un orificio dado, la distancia l dependía completamente del nivel H del agua en la vasija. De la misma manera experimentó con corrientes hacia arriba y encontró para su sorpresa que siempre se cumplía la desigualdad $h < H$, donde h es la altura a la que llega el agua cuando sale del orificio. Torricelli reconoció que la desigualdad anterior se debía a la fricción del agua cuando pasaba por el orificio y a la fricción de la corriente de agua con el aire. Usando estos resultados estableció lo que se conoce como la ley de Torricelli, $u = \sqrt{2gh}$, donde u es la rapidez con la que sale el chorro de agua por el orificio (Tokaty, 1994).

Blaise Pascal (1623-1662) fue quien repitiendo y extendiendo los experimentos de Torricelli, dio una clara explicación de las observaciones. Se dio cuenta de que los experimentos básicos podían ser explicados por igual en términos de la presión atmosférica en vez de en términos de un horror al vacío. Llevó a cabo un experimento de vacío dentro de otro vacío (Peralta, 1995). De esta manera, al quitar la presión externa la altura de la columna de mercurio debía reducirse a cero, que fue lo que encontró. Pascal dedujo que si la atmósfera tiene peso entonces éste debe disminuir con la altura. Para probarlo repitió el experimento hecho por Torricelli a diferentes alturas y observó que la columna de mercurio disminuye notablemente con la altura. De esta manera probó que si es la columna de aire que está arriba del dispositivo la que hace que el mercurio suba en el tubo; entonces la altura de éste debía cambiar según la cantidad de aire encima de él.

En el proceso de estudio de la presión atmosférica Pascal inventó la prensa hidráulica, la cual se representa en la figura 2.7.

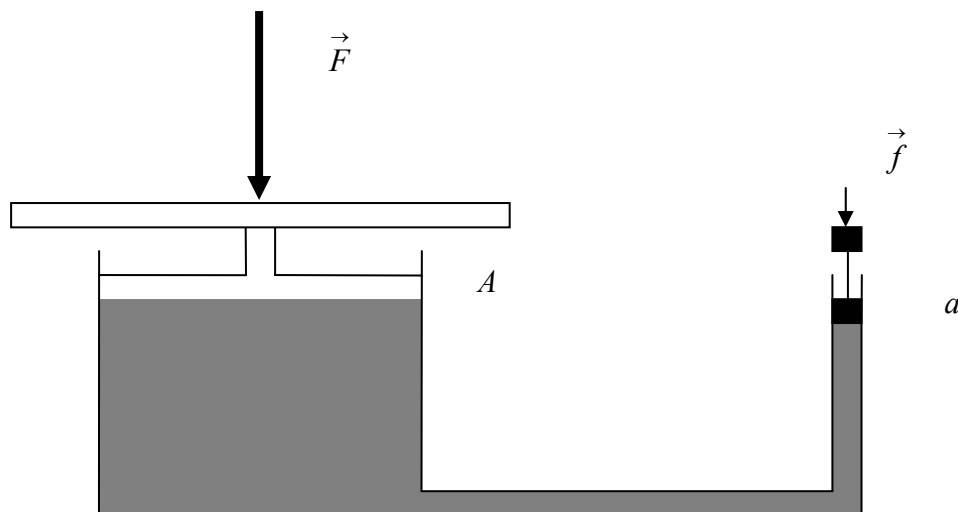


Figura 2.7. Prensa hidráulica.

Pascal descubrió el principio físico subyacente: la presión ejercida en un fluido contenido en un recipiente cerrado, se transmite a todo el fluido con igual intensidad y actúa normalmente (en ángulo recto) a todas las superficies que toca. Esto se conoce

como el principio de Pascal y es uno de los dos axiomas fundamentales de la hidrostática.

Isaac Newton (1642-1728) partió de la base de un universo real cuyo comportamiento podía y debía ser explicado solamente en términos de sus elementos y sus relaciones. Sobre esta base filosófica desarrolló la herramienta matemática requerida y formuló las leyes de la mecánica.

La contribución de Newton a los fluidos abarcó desde sus fundamentos, en forma indirecta, hasta los meticulosos experimentos que llevó a cabo sobre vórtices y viscosidad. En general, el marco teórico, el aparato matemático y las leyes físicas que Newton estableció fueron y siguen siendo esenciales en la teoría de los fluidos.

Muchas de las contribuciones de Newton a la mecánica de fluidos se derivan de su entendimiento de las fuerzas y aceleraciones. Asimismo, Newton reconoció la función de la viscosidad en los flujos y formuló correctamente la relación rapidez de deformación-esfuerzo para fluidos comunes. La descripción que da en los Principia de los efectos de la fricción viscosa en una masa de fluido que rota llevó a la conclusión de que el esfuerzo cortante que desarrolla la fricción está dado por el coeficiente de la viscosidad multiplicado por el gradiente de la velocidad. Los fluidos que se ajustan a esta relación se conocen como fluidos newtonianos.

A la muerte de Newton tres hombres empiezan a perfeccionar las herramientas nuevas y a explotar su utilidad en el campo de los fluidos: Daniel Bernoulli (1700-1782), Leonhard Euler (1707-1783) y Jean le Rond D'Alambert (1717-1783) culminan con la formulación explícita de los principios generales y las ecuaciones básicas de la mecánica de los fluidos.

Bernoulli estudió la relación entre las variables básicas del movimiento de fluidos: presión, densidad y velocidad. Entre sus aportaciones más importantes destaca el teorema que ahora lleva su nombre y que fue la primera formulación del principio de la conservación de la energía para el caso de los fluidos. Esta ley establece que la suma de tres cantidades es igual a una constante ($\frac{\rho u^2}{2} + \rho g z + p = \text{constante}$). Donde ρ es la densidad, u es la rapidez, g es la magnitud de la aceleración de la gravedad, z es la altura relativa a un nivel de referencia y p es la presión.

Así, cuando una masa de agua desciende, disminuyendo la altura y por consiguiente la cantidad $\rho g z$, la rapidez aumenta de modo que el término $\frac{\rho u^2}{2}$ crece lo suficiente para balancear la suma. Esto ocurre de la misma manera, en un tubo horizontal, como el que se muestra en la figura 2.8.

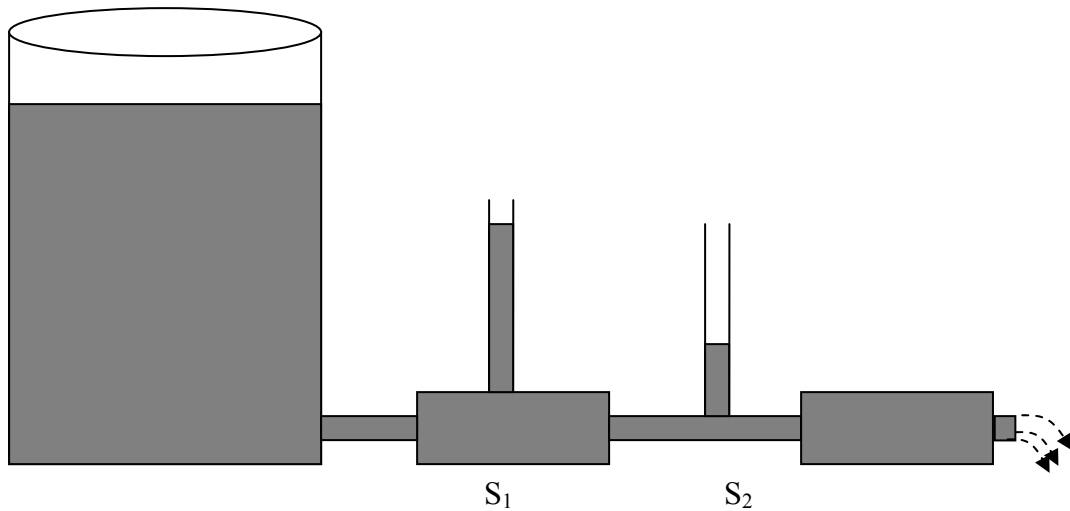


Figura 2.8. Flujo de agua por un tubo con secciones transversales S_1 y S_2 .

Si el término ρgz permanece fijo, ya que z no cambia, entonces la suma $\frac{\rho u^2}{2} + p$ es la importante. Puesto que en cada sección del tubo la cantidad de fluido es la misma, en la región más estrecha S_2 la velocidad debe ser mayor que en la más ancha S_1 . Así que de acuerdo al teorema de Bernoulli, la presión es menor en donde la velocidad es mayor, es decir en la zona S_2 , como se representa en la figura 2.8.

Otra situación en donde se pone de manifiesto el teorema de Bernoulli es al colocar una pelota de ping pong en el chorro de aire generado por una aspiradora, como se muestra en la figura 2.9.



Figura 2.9. Pelota de ping pong suspendida en un chorro de aire producido por una aspiradora.

La razón de que se quede suspendida en el chorro ascendente de aire es que la presión del aire en el chorro es menor que la del aire fuera de éste. Cuando la pelota empieza a salir del flujo, la presión exterior mayor a la interior, la regresa al chorro. El otro efecto que tiene lugar es la relación entre el empuje del chorro hacia arriba y el peso de la pelota.

Otro caso parecido al anterior consiste en suspender dos esferas ligeras cercanas la una a la otra, de modo que cuando se produce un flujo de aire entre ellas (soplando por ejemplo) se aproximan y chocan entre sí como se muestra en la figura 2.10.



Figura 2.10. Esferas que se mueven una hacia otra cuando se sopla entre ambas, por medio de un popote.

Cuando se produce el flujo de aire entre las esferas, la presión en esa parte disminuye con relación a la parte de afuera, de manera que aparece una fuerza que hace que se muevan una hacia la otra.

Euler por su parte formuló las ecuaciones diferenciales de movimiento en su forma más general, deduciendo a partir de ellas los resultados previos ya conocidos, como el teorema de Bernoulli. Posteriormente exploró problemas prácticos asociados con la maquinaria hidráulica (Peralta, 1995).

Euler hizo contribuciones en geometría, cálculo y teoría de números. Es el escritor de matemáticas más prolífico de todos los tiempos. Su trabajo completo lo integran 886 libros y artículos (Smits, 2003). A los 31 años de edad Euler perdió la vista del ojo derecho y poco después quedó casi ciego. Aproximadamente la mitad de sus trabajos los realizó después de los 58 años de edad cuando estaba totalmente ciego.

A este científico se le conoce por algunas de las ideas más importantes en la mecánica de fluidos. Por ejemplo, introdujo el concepto de “partícula de fluido”, concebida como un cuerpo infinitesimal lo suficientemente pequeño para tratarlo en matemáticas como un punto, pero lo bastante grande como para tener propiedades físicas como volumen, masa, densidad, energía, etc. bien definidas en cada punto del espacio y que éstas a su

vez varían suavemente de uno a otro, ignorándose así la naturaleza atómica (discreta) del fluido. Con estos conceptos desarrolló la ecuación diferencial que describe una línea de corriente. Estas líneas tienen la propiedad de que la tangente a ellas en cualquier punto indica la dirección de la velocidad en dicho punto, de manera que las componentes de la velocidad deben estar en la proporción: $\frac{dx}{u_1} = \frac{dy}{u_2} = \frac{dz}{u_3}$, donde u_1 , u_2 y u_3 son las componentes de la velocidad en la dirección x , y y z respectivamente.

A su vez formuló las formas integral y diferencial de la ecuación de continuidad. La última de ellas se puede escribir en notación moderna como $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{u}) = 0$, donde ρ es la densidad, \vec{u} es la velocidad y $\nabla = \hat{i} \frac{\partial}{\partial x} + \hat{j} \frac{\partial}{\partial y} + \hat{k} \frac{\partial}{\partial z}$ es el operador gradiente.

Desarrolló también la ecuación de movimiento para un flujo no viscoso incompresible, $\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \vec{g}$, que se conoce como ecuación de Euler. Donde \vec{g} es la aceleración de la gravedad y p es la presión.

D'Alembert introdujo diversos conceptos y métodos analíticos en sus dos obras básicas sobre fluidos y demostró lo que se conoce como la paradoja de D'Alembert, la cual consiste en lo siguiente: como consecuencia de las ecuaciones de Euler, que ignoraban la existencia de la viscosidad, resultaba que la fuerza que sufre un objeto inmerso en un flujo era nula. Esto significaba que el objeto no era arrastrado por la corriente lo cual estaba en contradicción con sus observaciones, por lo que el error debía estar en alguna de las premisas de la teoría. El hecho de que los cuerpos que se mueven en fluidos tienen una resistencia distinta de cero, estableció un consenso en torno a lo equivocado que era ignorar los efectos de la viscosidad (Peralta, 1995).

En 1821 se presentó ante la academia de Ciencias, en Paris, un trabajo de Claude Louis Marie Henri Navier (1785-1836), en el que se deducían las ecuaciones fundamentales de la elasticidad para describir el equilibrio y las vibraciones en un sólido. Éstas resultaban de un análisis matemático en que los átomos, entonces entes hipotéticos, se imaginaban como partículas que interactuaban por medio de resortes (Peralta, 1995). Un año después, Navier presentó una memoria en la que deducía por primera vez la ecuación completa de la cantidad de movimiento para un flujo incompresible viscoso y con esto se incorporaba la viscosidad a la dinámica de un fluido.

George Gabriel Stokes (1819-1903) llevó a cabo una deducción de las ecuaciones que obtuviera Navier. Su razonamiento fue totalmente fenomenológico, evitando especulaciones en torno a la constitución microscópica de los fluidos. Postulando como principios generales la conservación de la masa y el momento lineal, lleva a cabo un análisis metódico de las fuerzas que puede experimentar una pequeña parte de fluido.

Él hace una separación entre las fuerzas que dependen de la masa de fluido en consideración y las que dependen de la superficie de la muestra, que son las responsables de la fricción (Peralta, 1995).

Entre otras muchas contribuciones en física y matemáticas, se recuerda a Stokes en mecánica de fluidos por su ley de arrastre para esferas en flujos viscosos, su hipótesis de que los esfuerzos normales en un fluido son inalterables por su movimiento y la definición de la escala característica para la difusión viscosa (longitud de Stokes).

Jean Louis Poiseuille (1779-1869) llevó a cabo cuidadosos experimentos en tuberías muy delgadas (tubos capilares) para determinar la forma del flujo, la resistencia de éste y la descarga. De esta manera estableció que la cantidad de líquido que pasa por un tubo cada segundo depende de la diferencia de presiones por unidad de longitud y de la cuarta potencia de su diámetro. Posteriormente se desarrolló el primer análisis teórico que explicaba las observaciones de Poiseuille. Franz Neumann (1798-1895) y Eduard Hagenbach (1833-1910), en forma independiente, obtuvieron las expresiones para la forma (parabólica) del flujo y para la descarga.

Por otra parte, son notables las teorías de vórtices que desarrollaron Hermann Ludwig Ferdinand Von Helmholtz (1821-1894), Gustav Robert Kirchhoff (1824-1887) y William Thomson (1824-1907). Son importantes también las obras de Joseph Boussinesq (1842-1929) y de John William Strutt (1842-1919).

Otro protagonista importante de esta época fue Osborne Reynolds (1842-1912), primero en identificar las diferencias entre los flujos turbulento y laminar. Sus experimentos de visualización en tubos de vidrio determinaron las condiciones en las que ocurre la transición, introduciendo para ello un parámetro adimensional conocido ahora como el número de Reynolds. En 1886 formuló una teoría de la lubricación y tres años después desarrolló el marco de referencia estándar en matemáticas, que se usa en el estudio de la turbulencia, es decir, descomponer el campo de velocidad turbulenta en dos valores: la velocidad promedio temporal y las fluctuaciones de esta velocidad; más tarde escribió las ecuaciones de movimiento para estas dos partes.

La predicción teórica de algunos casos claramente absurdos, como la inexistencia del arrastre de la corriente sobre un objeto inmerso en ella, en contradicción con las observaciones, fue resuelta en 1904 por Ludwig Prandtl (1875-1953), quien en un congreso de matemáticas en Heidelberg presentó un trabajo experimental sobre flujos con fricción muy pequeña.

En el mismo año (1904) Prandtl desarrolló la teoría de la capa límite, según la cual cuando un cuerpo sólido está inmerso en un flujo, cerca la superficie debe existir una región en la que dominan los esfuerzos viscosos; fuera de ésta, la descripción de fluidos ideales es suficiente.

Theodore Von Kármán (1881-1963) presentó en 1911 ante la academia de Göttingen, un artículo sobre la estela de vórtices. En 1933 fundó el Instituto de Ciencias Aeronáuticas de Estados Unidos, en donde continuó su investigación en mecánica de

fluidos, teoría de la turbulencia y vuelo supersónico. Von Kármán tuvo una influencia profunda en el desarrollo de la aeronáutica, propulsión y mecánica de fluidos (Smits, 2003).

Es sabido que si se coloca un cilindro en el interior de un flujo, se produce un par de vórtices, los cuales se desprenden con cierta frecuencia desde el cilindro, cuando el número de Reynolds es mayor a 50, como se puede ver en la figura 2.11.



Figura 2.11. Calle de vórtices de Von Kármán. Tomada de Gerhart, Gross y Hochstein (1995).

Aunque en los libros de mecánica de fluidos a esta configuración se le llama la calle de vórtices de Von Kármán, no está claro quién los descubrió. El mismo Von Kármán escribió, como se puede leer en el libro de Tokaty (1994):

La primera pintura en donde se aprecian estos remolinos está en una iglesia de Bolonia, Italia, donde St. Christopher los muestra cuando el niño Jesús cruza la corriente de un río. Detrás de los pies del santo desnudo, el pintor marcó los vórtices alternados. Estos remolinos detrás de obstáculos fueron observados y fotografiados por un científico inglés, Henry Reginald Arnulph Mallock y por un profesor francés, Henri Benard. Éste trabajó en el problema antes mencionado, pero él principalmente observó los vórtices en un fluido muy viscoso o en soluciones coloidales y lo consideró más desde el punto de vista de la física experimental que de la aerodinámica. No obstante, Benard se puso un poco receloso porque el sistema de vórtices fue relacionado con mi nombre en distintos años, por ejemplo, en el Congreso Internacional de Mecánica Aplicada llevado a cabo en Zurich (1926) y en Estocolmo (1930), él exigió prioridad por haber observado el fenómeno con anterioridad. En la réplica dije, “yo estoy de acuerdo que en Berlín y Londres se llame la “Calle de Von Kármán” y en Paris se llame “Avenida de Henri Benard”.

Después de este chiste, hicimos las paces y llegamos a ser realmente buenos amigos”.

La contribución de Von Kármán a la teoría de la calle de vórtices fue prolífica. Él fue el primero en mostrar teóricamente que el arreglo simétrico de vórtices como el que se muestra en la figura 2.12 a. es inestable; y que solamente el arreglo antisimétrico figura 2.12 b. es estable, pero sólo para ciertas razones de la distancia entre las filas (h) de vórtices y la distancia entre dos vórtices consecutivos de cada fila (l) (Levi, 1965).

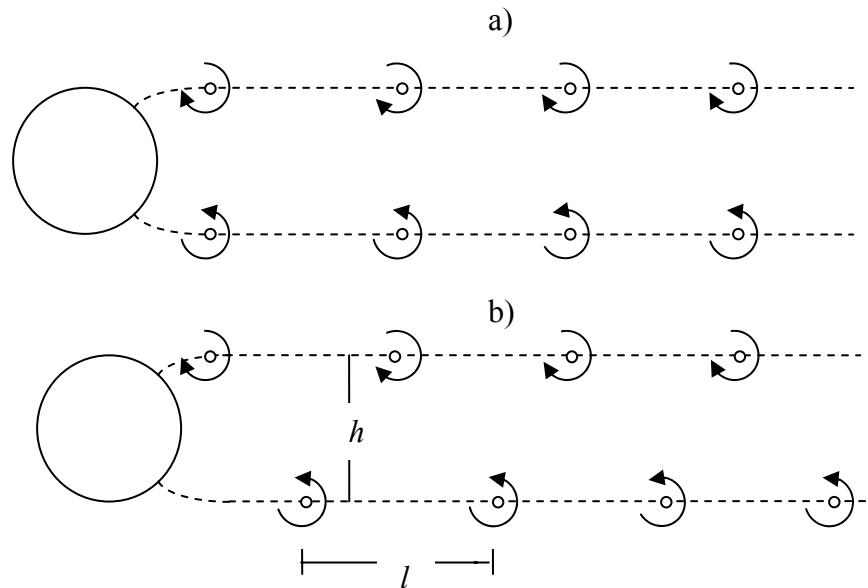


Figura 2.12. Líneas de vórtices: a) simétrica y b) antisimétrica.

Von Kármán demostró que para la estabilidad de esta disposición de los vórtices, la configuración debe tener una geometría tal que $\frac{h}{l} = 0.281$ (Shames, 1979).

2.2. CONSIDERACIONES HERMENÉUTICO ANALÓGICAS ACERCA DE LA MECÁNICA DE FLUIDOS

La hermenéutica es la disciplina de la interpretación; trata de comprender textos, es decir, colocarlos en sus contextos respectivos. La hermenéutica tiene cabida ahí donde hay algo que requiere el esfuerzo de la interpretación, ya que si todo es extraño, entonces la interpretación se hace imposible y si todo está claro se hace superflua (Beuchot, 2005). La finalidad de la hermenéutica es la comprensión. Lo que comprendemos es el lenguaje en cuanto éste posibilita la constitución de textos, concibiendo como texto todo aquello que puede ser textualizado. En este sentido también se pueden considerar como textos las acciones humanas e incluso los sueños.

Como se ha mencionado, existen dos posiciones extremas en la interpretación: la hermenéutica positivista busca el significado unificado o la reducción al máximo de la polisemia (propiedad que tiene una palabra de tener varios sentidos); se pone como ideal la univocidad, la utilización de las expresiones en un sentido completamente igual para todos sus referentes, de modo que se pueda llegar lo más posible a la unicidad de comprensión. El positivismo lógico incurre en contradicciones, puesto que él mismo se

refuta. En efecto, su ideal de un lenguaje perfectamente unívoco y una ciencia unificada no pudieron lograrse plenamente (Beuchot, 2005). Su mismo criterio de significado como lo verificable empíricamente y que rechazaba lo no unívoco era él mismo un enunciado inverificable empíricamente que se autorrefutaba. Decir que sólo es significativo y correctamente interpretable lo que tiene verificación empírica, eso mismo es inverificable empíricamente porque ya de hecho, con este criterio enunciado universalmente, resulta en principio para una mente finita, inverificable él mismo. Pero no sólo es inverificable sino que tampoco es unívoco; pierde esa univocidad pretendida y termina por caer en lo equívoco.

La hermenéutica romántica apunta hacia el equívoco, permite el flujo de significados de modo que no se puede recuperar el significado del autor o del hablante, sino que el lector o intérprete estará completamente recreando el significado del texto o del mensaje del texto a cada momento, sin objetividad posible, dando completa cabida a la propia subjetividad distorsionadora o, por lo menos, modificadora. El romanticismo surge al igual que el positivismo, a principios del siglo XIX, después de la ilustración y como reacción a ella, tiende al otro extremo, al del equivocismo, pero desemboca finalmente en una especie de univocismo.

El modelo positivista es univocista y el romántico equivocista. Para lograr un punto intermedio entre estos dos se propone un modelo que Beuchot llama analógico. Lo análogo tiene que ver con un margen de variabilidad significativa que le impide reducirse a lo unívoco pero que también le impide dispersarse en la equivocidad. Lo análogo es preponderantemente diverso, respeta y hasta privilegia las diferencias; pero evita la pura diferencia (Beuchot, 2005). Lo analógico es un afán de dominar lo que es dable de la interpretación.

2.2.1. La hermenéutica analógica y la mecánica de los fluidos

La mecánica de los fluidos es el estudio del comportamiento de los fluidos bajo la acción de fuerzas aplicadas. En general interesa encontrar la fuerza requerida para mover un cuerpo sólido a través de un fluido, o la potencia necesaria para mover un fluido a través de un sistema. También son de interés la velocidad del movimiento resultante, la presión, la densidad y variación de temperatura en el fluido. Para conocer estas cantidades se aplican los principios de la dinámica y la termodinámica al movimiento de los fluidos y se desarrollan ecuaciones para describir la conservación de la masa, de la cantidad de movimiento y de la energía (Gerhart, Gross y Hochstein, 1995).

Para describir la dinámica del movimiento de los fluidos es necesario relacionar su aceleración con la fuerza resultante que actúa sobre ellos. Un fluido en movimiento se comporta como una colección de partículas (moléculas), y para describir la dinámica de un flujo completo se requiere una ecuación por separado para cada partícula del fluido. La solución de cada ecuación dependerá de cada una de las otras ecuaciones, pues el movimiento de cada partícula de fluido depende del de sus vecinos y es evidente que resolver este sistema de ecuaciones es un trabajo muy complejo (Smits, 2003). Es tan

difícil que para muchos problemas prácticos no es posible encontrar la solución exacta ni con la ayuda de la computadora más avanzada.

Esta complejidad hace que en la solución de problemas con frecuencia sea necesario hacer aproximaciones y usar modelos simplificados del flujo. La bondad de estas aproximaciones depende de la perspicacia para determinar los factores esenciales que gobiernan el flujo e identificar los elementos que pueden despreciarse.

Todo lo anterior hace que la interpretación de las ecuaciones que describen a los fluidos se puedan ver a la luz de la propuesta de Mauricio Beuchot de la hermenéutica analógica, que se sitúa entre la univocidad y la equivocidad.

La primera aproximación, sin la cual no es posible avanzar, que se hace para estudiar a los fluidos, es que se ignora la naturaleza molecular de la materia y ésta se considera continua (Peralta, 1995). Esta suposición se denomina modelo del continuo. Admite que la estructura molecular es tan pequeña en relación con las dimensiones consideradas que se puede ignorar.

2.2.2. La interpretación de las ecuaciones de la mecánica de los fluidos

Navier y Stokes construyeron a principios del siglo XIX una ecuación para el movimiento de los fluidos, tomando en cuenta tanto las fuerzas que dependen de la masa como las

que dependen de la superficie de la muestra $\left(\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \left(\vec{u} \cdot \nabla\right) \vec{u} = \vec{F} - \frac{1}{\rho} \nabla p + \frac{\mu}{\rho} \nabla^2 \vec{u}\right)$, donde

\vec{u} es la velocidad, ρ la densidad, μ la viscosidad, \vec{F} representa la fuerza volumétrica o corporal, $\nabla^2 \vec{u}$ es la fuerza viscosa, ∇p es la fuerza producida por diferencias de presión y $\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \left(\vec{u} \cdot \nabla\right) \vec{u}$ es la fuerza de inercia (masa \times aceleración). Esta ecuación

junto con la ecuación diferencial de continuidad ($\nabla \cdot \vec{u} = 0$) describen el movimiento de un fluido viscoso e incompresible (Gerhart, Gross y Hochstein, 1995).

La ecuación de Navier Stokes es una ecuación diferencial de segundo orden no lineal y no existen soluciones generales conocidas. Sólo hay soluciones analíticas en condiciones particulares, como en flujos incompresibles e irrotacionales (giro despreciable de las partículas de fluido), o flujos en los que el término de la aceleración

vale cero $\left(\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \left(\vec{u} \cdot \nabla\right) \vec{u} = 0\right)$. Para otros casos tienen que hacerse aproximaciones y usar técnicas numéricas para resolver la ecuación diferencial. Las soluciones de la

ecuación completa de Navier Stokes son posibles para números de Reynolds ¹ pequeños y moderados.

La ecuación de Navier Stokes requiere de una interpretación, puesto que como se mencionó antes, no existen soluciones generales. De modo que para obtener resultados a partir de ésta, se tienen que hacer simplificaciones y en este caso las interpretaciones dependerán de que tan afortunada sea la aproximación, es decir, no existe una única interpretación (univocismo), pero tampoco serviría de nada situarnos en el equivocismo que equivaldría a hacer cualquier tipo de simplificación en la ecuación de Navier Stokes para obtener una ecuación que se pudiera resolver fácilmente; en este caso todo sería válido.

Las aplicaciones exitosas así como el desarrollo de diversos métodos de investigación experimental y analítica dependen de las aproximaciones, es decir, de considerar a la mecánica de los fluidos desde un punto de vista hermenéutico analógico. La utilidad de estas aproximaciones depende de la perspicacia para determinar los factores esenciales que gobiernan el flujo e identificar los elementos que pueden despreciarse. Como ejemplos se pueden mencionar los siguientes:

I. Muchas simplificaciones de la ecuación de Navier Stokes son posibles. Si se hace cero la viscosidad ($\mu = 0$), se obtiene una ecuación conocida como de Euler. Para movimiento muy lento se pueden ignorar los términos de aceleración y si la velocidad es cero en todos lados, se obtiene la fórmula para la presión hidrostática.

Por otra parte, se ha demostrado que la ecuación de Navier Stokes tiene dependencia sensible de las condiciones iniciales (Peralta, 1995). Esto quiere decir que lo que le pasa a un fluido depende de los detalles de su estado inicial. Más claramente, que el movimiento de los fluidos depende de la excitación inicial que recibieron, es decir, de cómo empezaron a moverse.

Esto explica por qué cada vez que se empieza un flujo dentro de un túnel de viento, por ejemplo, se observan patrones muy diferentes. Ocurre que nunca se puede repetir un experimento exactamente en la misma forma; siempre se parte de un estado muy parecido, pero no del mismo. Todo tiene que ver con la forma en que un movimiento va a evolucionar: la contaminación del aire en el túnel, la deformación nocturna del dispositivo mecánico y posiblemente también el humor del investigador. Estos hechos se ajustan al principio de Ernst Mach que postula la influencia de cada parte del universo sobre el resto, de manera que los resultados obtenidos experimentalmente también se prestan a la interpretación y están entre los dos extremos: el equivocismo y el univocismo.

¹ Esta cantidad describe la relación de la fuerza de inercia a la fuerza de fricción, normalmente se escribe en términos de parámetros geométricos y del flujo, $R_e = \frac{\text{fuerza de inercia}}{\text{fuerza viscosa}} = \frac{\rho v L}{\mu}$. Esta relación caracteriza la forma en que un fluido pasa de un estado de movimiento laminar (regular) a uno turbulento (caótico).

James Clerk Maxwell decía también que de las mismas causas se siguen los mismos efectos; lo cual es poco útil en un mundo como éste, en el que las mismas causas nunca se repiten y nada ocurre dos veces. Luego agregaba: el axioma físico análogo, es que de causas semejantes se siguen efectos semejantes. Pasando ahora de la igualdad a la semejanza, de la certeza absoluta a la burda aproximación.

II. El mismo Stokes, argumentando cuidadosamente, simplificó la ecuación de Navier Stokes de manera que pudiera sacarle provecho. Los resultados que obtuvo por la aproximación aún hoy en día se siguen usando.

Su análisis del movimiento de una esfera en un líquido es uno de los resultados importantes de la mecánica de fluidos. Stokes en 1851 encontró una expresión que relaciona a la fuerza que arrastra a la esfera con el producto de la velocidad de la corriente, el radio de la esfera y la viscosidad del fluido; a este resultado se le conoce como la ley de Stokes (Massey, 1983). Sin embargo, la ecuación de Navier-Stokes no se puede resolver en el caso de un cilindro circular (dos dimensiones).

Que no exista solución para la aproximación de Stokes para un flujo plano pasando por algún cuerpo se conoce como la paradoja de Stokes y fue resuelta por Oseen en 1910. Además de dar una respuesta a la paradoja de Stokes, Oseen encuentra una aproximación nueva a las ecuaciones de Navier Stokes para el problema en cuestión. La ecuación de Oseen es una buena aproximación para el flujo plano con números de Reynolds pequeños. En principio se puede refinar la solución por aproximaciones sucesivas. En la práctica, sin embargo, aunque la ecuación de Oseen es lineal, su solución es tan compleja que no se conocen segundas aproximaciones (Levi, 1965).

Resulta pues que las teorías físicas son interpretaciones de la realidad; éstas a su vez se describen por medio de ecuaciones las cuales en general requieren ser interpretadas, en el sentido de hacer aproximaciones para poder resolverlas. En la mecánica de los fluidos se acentúa esta característica, puesto que la ecuación que describe el movimiento de éstos no se puede resolver de manera general, de modo que se tienen que hacer aproximaciones que simplifiquen la ecuación general, es decir, que la transformen en otra más sencilla que se pueda resolver, aunque este proceso implica que las soluciones serán aproximadas también y por lo tanto unas tendrán más validez que otras. Lo anterior implica que las interpretaciones que se hacen no son idénticas ni totalmente diferentes sino que están entre esas dos posiciones, tal como se propone en la hermenéutica analógica.

El considerar las ecuaciones de la mecánica de fluidos desde el punto de vista de la hermenéutica analógica es importante para la enseñanza, ya que por una parte le permite al estudiante apreciar el valor de estas ecuaciones, puesto que por medio de ellas se pueden describir fenómenos, o se pueden hacer predicciones; pero por otro lado, se le muestra al alumno las limitaciones que tienen estas expresiones, debido a que se tienen que hacer aproximaciones para resolverlas. De manera que el alumno entiende que no existe un método científico único.

3. ASPECTOS GENERALES DE LOS FLUIDOS

En varios estudios que se han hecho sobre las ideas de los profesores de física, se revela que estos tienen un gran abanico de ideas y creencias concernientes a la enseñanza y al aprendizaje de la física (Gunstone y White, 1998). Una conclusión notable es que las ideas más apropiadas se situarían entre dos casos extremos: a) los profesores que creen que lo que ellos dicen es igual a lo que asimilan los alumnos de su clase y b) los profesores cuyas creencias son que el aprendizaje debe venir del mismo alumno y que el profesor no le debe decir nada.

Por otra parte resulta que las ideas y creencias de los profesores relativas a la enseñanza y el aprendizaje influyen fuertemente sus actitudes en la práctica de clase y en su punto de vista concreto de la enseñanza de la física (Gunstone y White, 1998). De modo que un profesor que esté en uno de los extremos les definirá a sus alumnos que los fluidos son: un material que fluye (líquidos y gases). O en el mejor de los casos podría decir que:

Un fluido es un material que se deforma continua y permanentemente con la aplicación de un esfuerzo cortante, no importa que tan pequeño sea.

Sin embargo, en la primera definición se deja abierto el problema puesto que cada quien interpreta lo que significa fluir. De la misma manera, en el segundo enunciado se da por hecho que el alumno comprende lo que significa deformación y esfuerzo cortante; lo cual no sucede en la mayoría de los casos.

Por otra parte, un profesor cuyas creencias son que el aprendizaje debe venir del mismo alumno no daría ninguna definición de fluido, sino que le diría a su alumno que él mismo la construyera, postura que resulta peor que la primera.

De lo anterior se sigue que las dos posturas extremas son absurdas, por ello se deben buscar planteamientos intermedios, es decir, proporcionarle al estudiante las herramientas necesarias para que comprenda los conceptos que intervienen en la definición de fluido.

Por esto se propone iniciar formulando una serie de preguntas que al discutir las generen interés por el estudio de los fluidos; posteriormente se realizan distintas actividades para aclarar los conceptos.

Preguntas generadoras

1. ¿Cuáles son los estados de agregación de la materia y cuáles son sus características físicas macroscópicas?
2. ¿Cuál es el efecto que tienen sobre los cuerpos las fuerzas normales? y ¿cuál el de las fuerzas tangenciales?

3. ¿Cómo se definen los fluidos?

Para esclarecer algunos conceptos se propone realizar actividades que tiendan a ello.

i) Discutiendo con el grupo

La discusión grupal se hace necesaria para que el profesor tenga una idea de los conceptos previos que poseen los estudiantes. Así que los puntos a discutir son:

- Los estados de agregación de la materia.
- Las componentes cartesianas de una fuerza.
- El significado de normal y tangencial.

ii) El sándwich de esponja

Para que los estudiantes comprendan el concepto de fluido se requiere construir un sándwich de esponja, como el que se muestra en figura 3.1.



Figura 3.1. Sándwich de esponja.

El sándwich consiste en un pedazo de esponja de 10 *cm* por 10 *cm* por 4 *cm* de espesor, el cual se pega a dos trozos de cartón de 12 *cm* por 12 *cm*.

iii) Interactuando con el sándwich

Se propone a los estudiantes que apliquen fuerzas perpendiculares a las caras del sándwich, luego que apliquen fuerzas tangenciales y que observen los efectos.

En la figura 3.2 se muestra el efecto sobre la esponja de a) una fuerza tangencial, b) una fuerza normal y c) una fuerza aplicada en una dirección arbitraria.

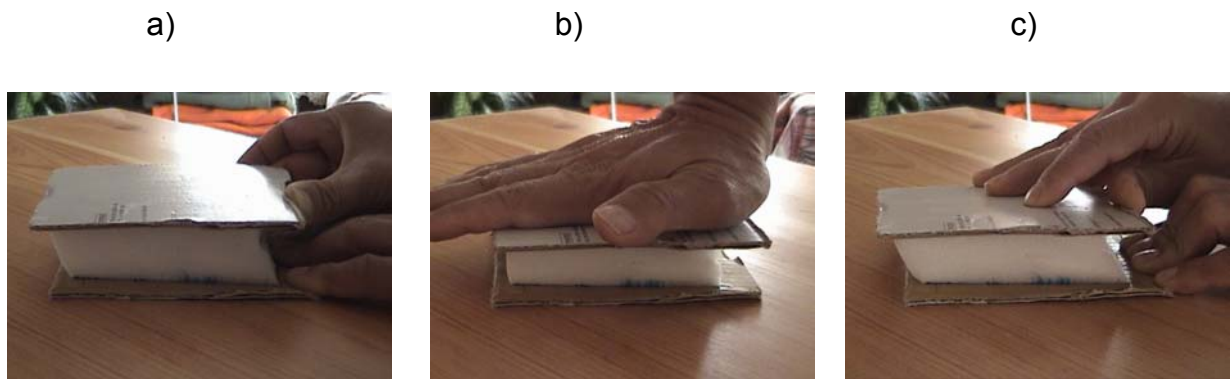


Figura 3.2. Aplicación de fuerzas sobre un cuerpo en diferentes direcciones: a) en la dirección de la superficie, b) perpendicular a la superficie y c) en una dirección arbitraria.

iv. Dibujando las fuerzas y sus componentes

Es importante que los estudiantes hagan un bosquejo de las fuerzas que aplicaron, así como de la explicación de las deformaciones que observaron en función de las componentes de la fuerza.

3.1. CONCEPTO DE FLUIDO

Toda la materia existe en uno de los dos estados: sólido o fluido (Gerhart, Gross y Hochstein, 1995). Existen dos clases de fluidos, líquidos y gases. La distinción entre ellos es sólo en relación a las fuerzas de cohesión. Al estar un líquido compuesto por agrupaciones de moléculas muy cercanas, con fuerzas de cohesión grandes, tiende a conservar su volumen y formar una superficie libre en un campo gravitatorio si no está limitado por arriba, como se aprecia en la figura 3.3.

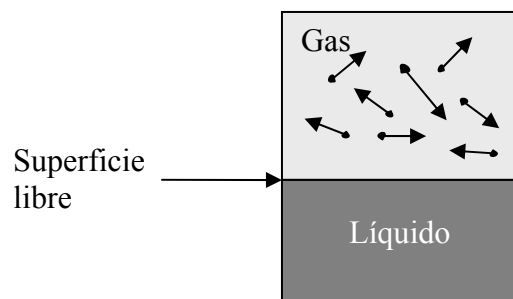


Figura 3.3. Superficie libre formada cuando están juntos un líquido y un gas.

En cambio, en un gas las moléculas están separadas entre sí y las fuerzas de cohesión son muy pequeñas (despreciables), por lo que un gas es libre de expandirse hasta que encuentre paredes que lo confinen. Un gas no tiene volumen definido y no forma superficie libre (White, 2004). Muchas sustancias, dependiendo de la presión y la

temperatura, pueden existir como sólidos, líquidos o gases. Por ejemplo, el H_2O existe como hielo, agua o vapor.

Los fluidos tienen la capacidad de fluir y cambiar de forma. Para precisar lo que se quiere decir con fluir, se va a descomponer en dos la fuerza (un empujón o un jalón) sobre un objeto. Toda fuerza al actuar sobre un cuerpo puede verse como la suma de dos componentes, una normal o perpendicular a la superficie (F_N) y otra paralela o tangencial (F_T), como se muestra en la figura 3.4.

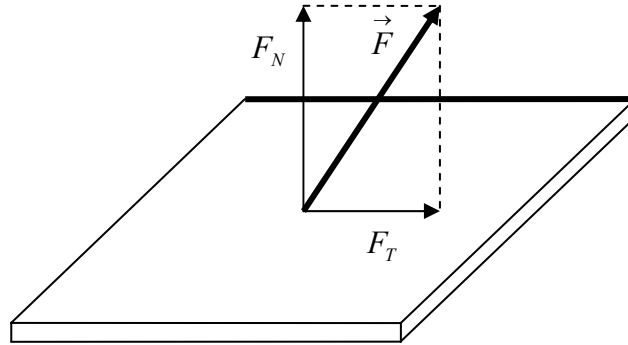


Figura 3.4. Fuerza (\vec{F}) y su descomposición en componentes normal (F_N) y tangencial (F_T).

Cada una de éstas, llamadas componentes de la fuerza \vec{F} , tiene un efecto distinto sobre el material y origina un esfuerzo normal o tangencial.

El esfuerzo normal se define como la fuerza normal por unidad de área y se asocia a la presión o a la tensión dependiendo de la dirección de la fuerza.

El esfuerzo tangencial o cortante se define como la fuerza tangencial por unidad de área y produce un efecto de deslizamiento relativo entre los planos en que se imagina estructurado al medio.

Cualquier fuerza tangente aplicada a un fluido provocará un movimiento en él. Éste se mueve y se deforma continuamente mientras se siga aplicando dicha fuerza. De aquí podemos decir entonces que un fluido en reposo debe estar en estado de esfuerzo cortante nulo.

Para esclarecer lo anterior, considérese un trozo de sólido que se encuentra fijo en uno de sus lados y se aplica una fuerza tangencial sobre el lado opuesto como se muestra en la figura 3.5.

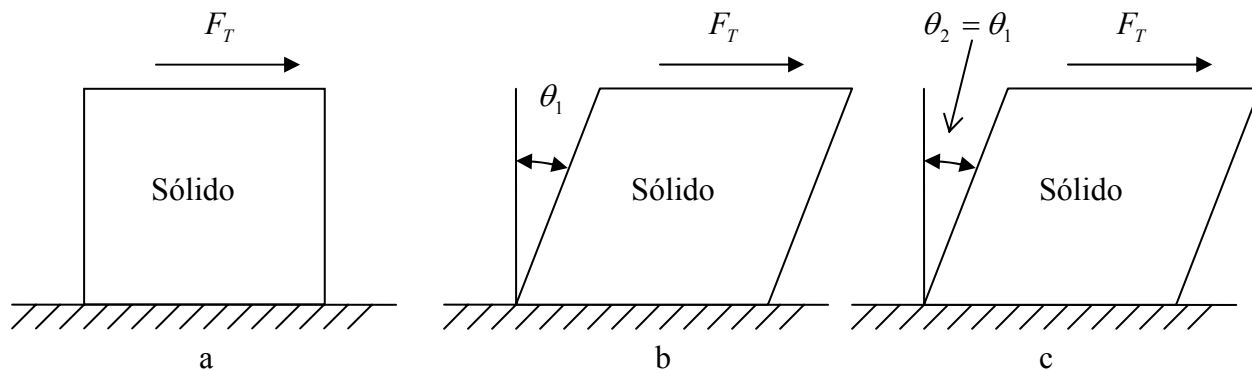


Figura 3.5. Sólido bajo la acción de un esfuerzo cortante.

Al aplicar una fuerza el sólido se deforma. Esta deformación se puede medir por medio del ángulo θ_1 (ver figura 3.5). Si se mantiene esta fuerza y después de un tiempo se examina al sólido, se encuentra que la deformación es la misma, esto es, se observa que $\theta_1 = \theta_2$. De modo que al aplicar la fuerza tangente el sólido se deforma, y esta estructura se mantiene mientras que la fuerza se esté aplicando. Para la mayoría de los sólidos el tamaño de esta deformación es proporcional al de la fuerza tangencial y el sólido regresará a su forma original al desaparecer esta fuerza, siempre que la magnitud de ella, así como la deformación, se encuentren por debajo de ciertos límites.

Considérese ahora un trozo de fluido en las mismas condiciones que el anterior, es decir, fijo en uno de sus lados y aplicando un esfuerzo cortante en el lado opuesto, como se representa en la figura 3.6.

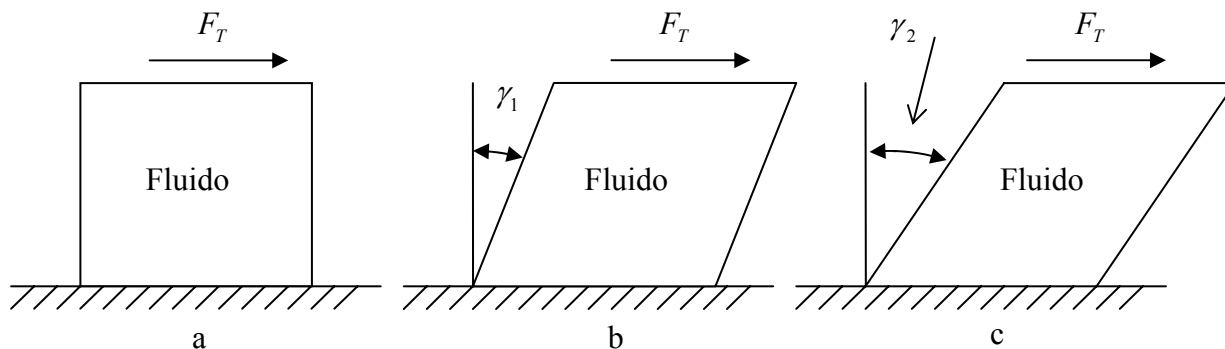


Figura 3.6. Fluido bajo la acción de un esfuerzo cortante.

En este caso, al aplicar la fuerza el fluido sufre una deformación que se puede medir por medio del ángulo γ_1 . Tiempo después la deformación es mayor puesto que $\gamma_2 > \gamma_1$; de hecho el fluido continúa deformándose mientras se esté aplicando la fuerza. Si ésta deja de aplicarse, el fluido no regresará a su forma original, manteniendo la que tenía

cuando el esfuerzo cortante desaparece. De manera que se puede definir un fluido como:

Una sustancia que se deforma continua y permanentemente con la aplicación de un esfuerzo cortante, no importa que tan pequeño sea.

A ese proceso de deformación continua se le llama fluidez. A esto se refiere la palabra fluido, es decir, es una sustancia capaz de fluir. Por esta razón es imposible estudiar el comportamiento de los fluidos en términos de esfuerzo y deformación; pues las evidencias experimentales sugieren que los esfuerzos en un fluido están relacionados a la rapidez de deformación, por lo cual se hace necesario considerar esa dependencia temporal.

Sin embargo existen sustancias como el vidrio, la pintura y el pavimento, que además nos son muy familiares, que presentan un comportamiento dual, por lo que la definición mencionada es inadecuada o insuficiente (Peralta, 1995). Por ejemplo, el vidrio se comporta como un sólido cuando se estudia en un laboratorio, pero resulta ser un fluido cuando los tiempos de observación son suficientemente largos. Se puede ver en los ventanales de las viejas catedrales góticas que la parte inferior es mucho más gruesa que la superior. La razón es que el vidrio ha fluido, por cientos de años, por acción de la fuerza de gravedad.

3.2. HIPÓTESIS DEL CONTINUO

Una suposición básica para el estudio de la mecánica de los fluidos es la llamada hipótesis del continuo, que consiste en considerar que cualquier elemento de volumen es lo suficientemente grande como para contener un número muy elevado de moléculas. Cuando se habla de elementos de volumen siempre se quiere representar aquellos que son físicamente pequeños en comparación con el volumen del cuerpo o sistema, pero grandes comparados con las distancias entre las moléculas (Landau y Lifshitz, 1986).

De esta manera, como se supone que las propiedades de los fluidos y la velocidad son funciones continuas, se puede emplear el cálculo diferencial e integral para analizar un continuo en vez de aplicar matemáticas discretas.

3.3. ENFOQUES PARA ESTUDIAR LOS FLUIDOS

Existen dos métodos para describir el movimiento de un grupo de partículas en un medio continuo (Daily y Harleman, 1969): el lagrangiano y el euleriano.

En el primero se usan elementos de fluido de masa fija, a los que se les llama partículas, por analogía con la dinámica de sólidos. Las coordenadas de las partículas en movimiento son representadas como funciones del tiempo; esto es, que en algún tiempo arbitrario t_0 , las coordenadas de una partícula (a, b, c) , se identifican y a partir de ese momento se sigue esa partícula conforme se mueve a través del flujo. La posición

de la partícula en cualquier otro instante está dada por un conjunto de ecuaciones de la forma

$$x = f_1(a, b, c, t), \quad y = f_2(a, b, c, t), \quad z = f_3(a, b, c, t).$$

Las velocidades y aceleraciones correspondientes bajo este enfoque son:

$$u_1 = \left(\frac{\partial x}{\partial t} \right)_0, \quad u_2 = \left(\frac{\partial y}{\partial t} \right)_0, \quad u_3 = \left(\frac{\partial z}{\partial t} \right)_0,$$

$$a_x = \left(\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} \right)_0, \quad a_y = \left(\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \right)_0, \quad a_z = \left(\frac{\partial^2 z}{\partial t^2} \right)_0.$$

En estas expresiones el subíndice 0 indica que se deben mantener constantes las coordenadas originales (a, b, c) .

Este enfoque lagrangiano se usa comúnmente en la dinámica de sólidos, donde es conveniente identificar una partícula discreta, por ejemplo el centro de masa de un sistema masa-resorte, para determinar la historia subsiguiente de su movimiento en función del tiempo.

En la formulación euleriana se observan diferentes puntos del espacio y se estudia lo que ahí sucede al transcurrir el tiempo. Cuando se usa este enfoque, el observador determina las características del flujo en la vecindad de un punto fijo cuando las partículas pasan por él.

La diferencia entre las dos descripciones mencionadas radica en que en el método lagrangiano las coordenadas de las partículas de masa constante se presentan como funciones del tiempo además de que se considera un volumen en el que puede variar la masa, mientras que en el método de Euler son las velocidades de las partículas en distintos puntos las que están dadas como funciones del tiempo. Aquí x, y, z son variables independientes del tiempo, mientras que en el método de Lagrange existe dependencia de esta variable.

De acuerdo a la descripción euleriana el campo de velocidades está dado por

$$\vec{u} = \hat{i}u_1 + \hat{j}u_2 + \hat{k}u_3, \text{ donde}$$

$$u_1 = f_1(x, y, z, t), \quad u_2 = f_2(x, y, z, t), \quad u_3 = f_3(x, y, z, t),$$

$\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$, son vectores unitarios en las direcciones positivas de los ejes x, y, z .

Por ejemplo, si se introduce una sonda para medir presión dentro de un flujo, la medición se realiza normalmente en un punto fijo (x, y, z) y si se hacen estas mediciones en distintos puntos del flujo, ellas contribuyen a la descripción del campo de presiones euleriano $p(x, y, z, t)$. Para simular una medida lagrangiana la sonda debería moverse aguas abajo; este tipo de mediciones se hacen a veces en oceanografía, dejando a la deriva los aparatos de medición que son arrastrados por la corriente (White, 2004).

En los textos modernos que tratan sobre mecánica de fluidos se empieza con una descripción lagrangiana y una vez que se han introducido los principios e hipótesis necesarios, se traduce al lenguaje euleriano por medio de la derivada total, también denominada derivada convectiva o euleriana, y el teorema de transporte de Reynolds.

3.3.1. La derivada euleriana

La derivada euleriana es una expresión que relaciona la rapidez de cambio de cualquier propiedad de una partícula de fluido (sistema), con la localización de la partícula en el campo de flujo.

Consideremos una partícula localizada en un punto específico del flujo (x, y, z) , el cual se mueve con una velocidad $\vec{u}(x, y, z, t)$, como se representa en la figura 3.7.

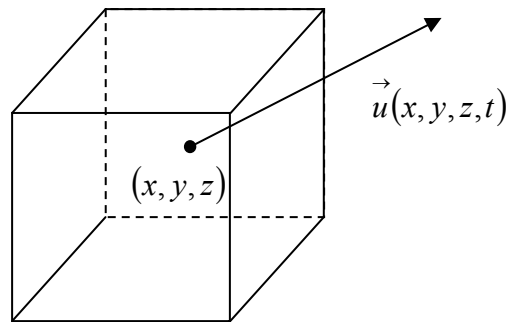


Figura 3.7. Partícula localizada en el punto (x, y, z) al tiempo t , que se mueve con velocidad $\vec{u}(x, y, z, t)$.

Si se emplea una descripción euleriana, las propiedades y la velocidad de la partícula dependen de su localización y del tiempo. Entonces para una propiedad cualquiera β , se tiene que $\beta = \beta(x, y, z, t)$. De manera que la rapidez de cambio de β es la derivada total con respecto al tiempo

$$\frac{d\beta}{dt} = \frac{\partial\beta}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial\beta}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial\beta}{\partial z} \frac{dz}{dt} + \frac{\partial\beta}{\partial t}.$$

En esta expresión se tiene que x, y, z son las coordenadas de la posición de la partícula de fluido, por lo que las derivadas temporales son las componentes de velocidad de la partícula, es decir,

$$\frac{dx}{dt} = u_1, \quad \frac{dy}{dt} = u_2 \quad \text{y} \quad \frac{dz}{dt} = u_3.$$

Sustituyendo en la ecuación anterior, se tiene que la rapidez de cambio de la propiedad β es

$$\frac{d\beta}{dt} = u_1 \frac{\partial\beta}{\partial x} + u_2 \frac{\partial\beta}{\partial y} + u_3 \frac{\partial\beta}{\partial z} + \frac{\partial\beta}{\partial t}.$$

Como la propiedad β es arbitraria se puede omitir y escribir la derivada total como un operador matemático $\frac{D}{Dt}$, de modo que

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u_1 \frac{\partial}{\partial x} + u_2 \frac{\partial}{\partial y} + u_3 \frac{\partial}{\partial z}.$$

Si se emplea la notación vectorial entonces

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla,$$

donde $\vec{u} = \hat{i}u_1 + \hat{j}u_2 + \hat{k}u_3$ es la velocidad y $\nabla = \hat{i}\frac{\partial}{\partial x} + \hat{j}\frac{\partial}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial}{\partial z}$ es el operador

gradiente, de manera que $\vec{u} \cdot \nabla$ se considera como otro operador que se escribe como

$$\vec{u} \cdot \nabla = u_1 \frac{\partial}{\partial x} + u_2 \frac{\partial}{\partial y} + u_3 \frac{\partial}{\partial z}.$$

Así que $\frac{D}{Dt}$ representa la derivada total, esto es, la derivada de una propiedad del

sistema que depende de tres variables espaciales y del tiempo. El término $\frac{\partial}{\partial t}$

representa la variación con el tiempo en punto dado. El sumando $\vec{u} \cdot \nabla$ se conoce como la rapidez convectiva de cambio, puesto que representa el transporte del fluido en el espacio (Gerhart, Gross y Hochstein, 1995).

3.3.2. El teorema de transporte de Reynolds

Cuando se estudia un fluido en movimiento y se aplican los principios básicos, es necesario evaluar la variación temporal de cantidades que se mueven con el flujo referidas al conjunto de elementos que forman un sistema (masa de fluido que ocupa un volumen en un instante dado) lo cual es muy difícil en la práctica. En lugar del sistema en la descripción euleriana se utiliza un volumen fijo en el espacio a través del cual se mueve el fluido. Aunque el flujo se mueve continuamente a través del volumen éste contiene una masa específica de fluido en cualquier instante.

Flujo

El flujo de una propiedad es la cantidad de esa propiedad que se transporta a través de una superficie por unidad de tiempo.

Considérese el flujo de todas las partículas de fluido a través de un área dA en el tiempo dt , como se muestra en la figura 3.8.

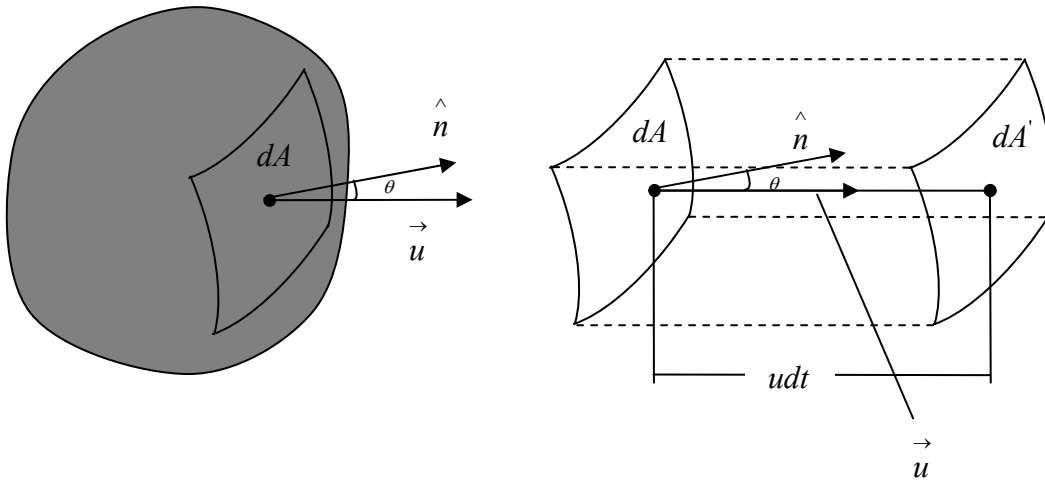


Figura 3.8. Flujo que sale a través de una superficie dA : a) velocidad \vec{u} y vector unitario normal a la superficie \hat{n} ; b) las partículas de fluido que estaban en dA en el instante t , están en dA' en el instante $t + dt$.

Si se marcan una cierta cantidad de partículas de fluido y se observa su movimiento en un tiempo dt , entonces se pueden identificar las que pasan a través de dA durante este intervalo de tiempo.

Si el área dA es lo suficientemente pequeña, las distribuciones de densidad y velocidad pueden ser aproximadas por su valor promedio. Es posible encontrar así el volumen que contiene a todas las partículas que pasaron a través de dA en el tiempo dt . Este volumen está dado por $(udt \cos \theta)dA = (\hat{n} \cdot \vec{u} dt)dA$, en donde \hat{n} es el vector unitario

perpendicular al elemento de área dA y dirigido hacia fuera y \vec{u} es la velocidad con la que se mueve el fluido.

La expresión $\hat{n} \cdot \vec{u} dA$ es el flujo de volumen o flujo volumétrico y $\hat{n} \cdot \vec{u}$ representa el flujo de volumen por unidad de área.

Una vez determinado el flujo volumétrico se pueden escribir otros flujos como: a) flujo de masa = $\hat{n} \cdot \rho \vec{u} dA$; flujo de cantidad de movimiento = $(\hat{n} \cdot \rho \vec{u}) \vec{u} dA$.

El teorema de transporte

Considérese una propiedad arbitraria K y sea α la misma propiedad K por unidad de masa, de modo que $K = m\alpha$, donde m es la masa del fluido. Así se tiene que el valor

de α es independiente de la cantidad de masa. Así que $K_{sistema} = \int_V \rho \alpha dV$, donde V es el volumen ocupado por un sistema en un cierto tiempo t .

El teorema de transporte de Reynolds para un volumen fijo establece que

$$\frac{dK_{sistema}}{dt} = \frac{dK_{sistema}}{dt} + \int_S \rho (\vec{n} \cdot \vec{u}) dA, \text{ o bien,}$$

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho \alpha dV = \int_V \frac{\partial}{\partial t} (\rho \alpha) dV + \int_S \rho (\hat{n} \cdot \vec{u}) dA, \text{ donde } S \text{ es la superficie que limita al volumen } V.$$

El primer sumando del segundo miembro es la variación de la propiedad α dentro del volumen inicial V y el segundo sumando representa el flujo de α a través de la superficie S por unidad de tiempo.

Si ahora se usa el teorema de Gauss¹, la igualdad quedará escrita en términos de integrales de volumen

$$\frac{d}{dt} \int_{V(t)} \rho \alpha dV = \int_V \left[\frac{\partial \rho \alpha}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \alpha \vec{u}) \right] dV.$$

La integral de la derecha se hace sobre un volumen fijo en el espacio, por lo que se tiene una expresión aplicable directamente en la representación euleriana.

3.4. LA ECUACIÓN DE CONTINUIDAD

Una de las ecuaciones fundamentales de la dinámica de fluidos es la que expresa la conservación de la materia en la física clásica (Landau y Lifshitz, 1986). Para establecerla se usará el teorema de transporte de Reynolds.

Consideremos un volumen V del espacio; la masa de fluido en este volumen es $\int_V \rho dV$, donde ρ es la densidad del fluido y la integración se realiza sobre todo el volumen V .

Tomando una masa arbitraria de fluido, el principio de conservación implica que

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho dV = 0.$$

Usando ahora el teorema de transporte de Reynolds se obtiene

¹ Si \vec{F} es un campo vectorial, el cual está constituido por una distribución continua de magnitudes vectoriales, definidas mediante funciones continuas de las coordenadas espaciales y del tiempo, definido en un volumen V y S es la superficie que limita a V entonces $\int_V \nabla \cdot \vec{F} dV = \int_S \vec{F} \cdot \hat{n} dA$, donde \hat{n} es el vector unitario perpendicular al elemento de área dA y dirigido hacia fuera.

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho dV = \int_V \left[\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{u}) \right] dV = 0.$$

Como el volumen V es arbitrario, la única forma de que se cumpla la ecuación anterior es que el integrando sea cero, es decir,

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{u}) = 0.$$

Esta expresión se conoce como la ecuación de continuidad.

En muchos casos la densidad puede considerarse constante en todo el volumen del fluido; esto es, no existe ninguna compresión o dilatación observable. A este tipo de fluidos se les conoce como incompresibles y la ecuación de continuidad se puede escribir en la forma

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0.$$

Esta aproximación sólo es válida cuando la rapidez de propagación del sonido se puede considerar muy grande respecto a las rapideces características del flujo (Landau y Lifshitz, 1986). Para mostrar esto se hace uso de la expresión $a^2 = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_s$ para un proceso adiabático (entropía s constante), donde a representa la rapidez del sonido, ρ es la densidad del fluido y p es la presión.

De manera que cuando la presión varía adiabáticamente en Δp , la densidad varía en $\Delta \rho = \frac{\Delta p}{a^2}$. Por otra parte de acuerdo a la ecuación de Bernoulli, $\Delta p \approx \rho u^2$, cuando el flujo es estacionario² y se mueve con rapidez u ; por lo que se tiene que $\Delta \rho \approx \frac{\rho u^2}{a^2}$. El fluido puede considerarse como incompresible si $\frac{\Delta \rho}{\rho} \ll 1$. De manera que una condición para que se cumpla esto es que $\frac{u}{a} \ll 1$, o bien que $u \ll a$, es decir, que la rapidez del fluido sea pequeña en comparación con la del sonido.

3.4.1. Líneas de corriente

Se llama línea de corriente a la curva trazada idealmente en el interior de un campo de flujo, de modo que la tangente en cada uno de sus puntos tenga la misma dirección que el vector velocidad que corresponda a ese punto (Levi, 1965), como se ilustra en la figura 3.9.

² Cuando la velocidad del fluido \vec{u} en cualquier punto no varía con el tiempo.

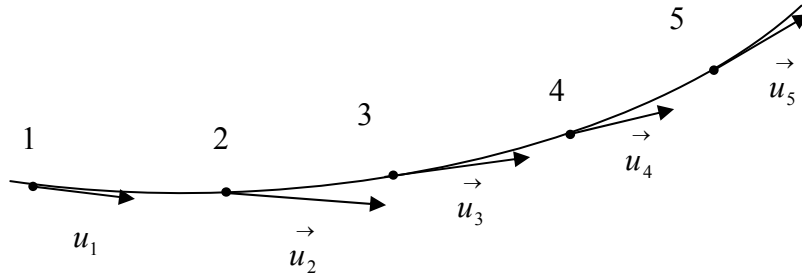


Figura 3.9. Líneas de corriente y el campo de velocidades.

De manera que si se pudieran visualizar los vectores velocidad en cada punto del fluido y se tomara una fotografía instantánea de ellos, se obtendrían experimentalmente las líneas de corriente. Esto se puede lograr parcialmente; por ejemplo, echando partículas finas y brillantes en la superficie de un líquido.

3.4.2. Tubo de flujo

Para un flujo estacionario se pueden elegir un número finito de líneas de corriente de manera que formen un haz como el que se muestra en la figura 3.10.

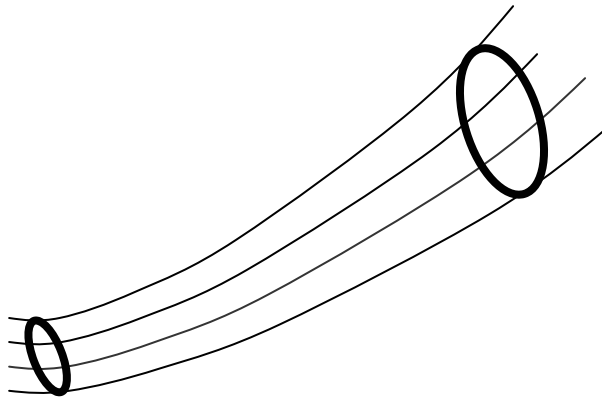


Figura 3.10. Tubo de flujo.

A esta región se le llama tubo de flujo. Los límites están formados por líneas de corriente y siempre son paralelas a la velocidad de las partículas (Resnick y Halliday, 1981). Por lo tanto, el fluido no puede cruzar el borde de un tubo de flujo, de manera que el fluido que entra por uno de los extremos debe salir por el otro.

3.4.3. El gasto volumétrico y la ecuación de continuidad

Como se mencionó en párrafos anteriores, si V es un volumen en el espacio entonces la masa de fluido en este volumen es $\int_V \rho dV$, donde ρ es la densidad del fluido y la integración se realiza sobre todo el volumen V .

Tomando una masa arbitraria de fluido, el principio de conservación de la materia de la física clásica implica que $\frac{d}{dt} \int_V \rho dV = 0$, que también se puede escribir como

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho dV = \int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV + \int_S \rho \vec{u} \cdot \hat{n} dA,$$

en donde $\rho \vec{u} \cdot \hat{n} dA$ es la masa de fluido que pasa por unidad de tiempo a través de un elemento de la superficie que limita a este volumen; dA es el área de ese elemento y \hat{n} es un vector unitario perpendicular hacia fuera, como se muestra en la figura 3.11.

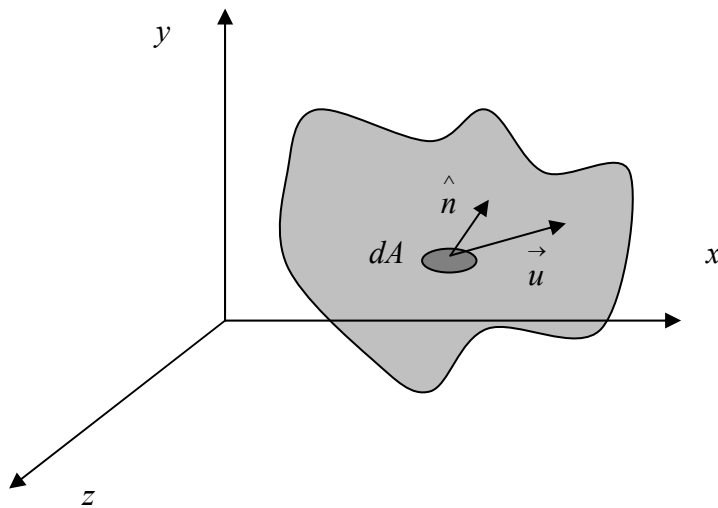


Figura 3.11. Flujo a través de una superficie.

De aquí que $\rho \vec{u} \cdot \hat{n} dA$ es positivo si el flujo está saliendo del volumen y negativo si el flujo es hacia el interior del mismo.

De acuerdo a lo anterior tenemos que

$$\int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV + \int_S \rho \vec{u} \cdot \hat{n} dA = 0.$$

Esta es la ecuación de continuidad en forma integral.

En esta ecuación el primer término representa la variación de la masa dentro del volumen V y el segundo sumando es la masa por unidad de tiempo que atraviesa la superficie S que limita a V .

Si el flujo es estacionario entonces $\int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV = 0$, de manera que se puede escribir

$$\int_S \rho \vec{u} \cdot \hat{n} dA = 0.$$

Para un flujo en un conducto con sólo una entrada y una salida, como el que se muestra en la figura 3.12, se tiene que $\int_{S_1} \rho \vec{u}_1 \cdot \hat{n}_1 + \int_{S_2} \rho \vec{u}_2 \cdot \hat{n}_2$

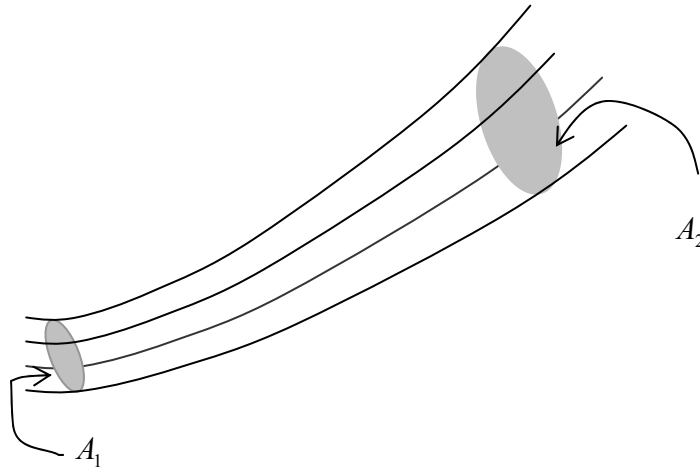


Figura 3.12. Conducto con una entrada y una salida.

Esto es $\rho_1 u_1 A_1 = \rho_2 u_2 A_2$. Si la densidad es constante se tiene que $u_1 A_1 = u_2 A_2$, o bien $Au = \text{Constante}$.

El producto Au determina el volumen por unidad de tiempo que atraviesa la superficie de área A y se le llama comúnmente gasto volumétrico. Sus unidades en el (SI) son

$$\left[\frac{m^3}{s} \right].$$

El hecho de que el producto Au permanezca constante a lo largo de un tubo de flujo permite interpretar que las líneas de corriente deben agruparse más estrechamente en la parte angosta que en la más ancha de éste. Por lo tanto, como la distancia entre las líneas de corriente decrece, la rapidez del flujo debe aumentar. Por esta razón se puede concluir que las líneas de corriente espaciadas indican regiones de rapidez baja y las líneas de corriente concentradas indican regiones de gran rapidez (Resnick y Halliday, 1981).

3.5. TENSOR DE ESFUERZOS

En el estudio de la mecánica de fluidos se tienen que considerar fuerzas de superficie y las llamadas fuerzas volumétricas o corporales. Las fuerzas de superficie actúan sobre

las fronteras de un medio mediante contacto directo. Las fuerzas que actúan sobre todas las partículas dentro del volumen, se denominan fuerzas volumétricas; ejemplos de éstas pueden ser la fuerza gravitacional y electromagnética (Fox y McDonald, 1997).

Los esfuerzos en un medio son producto de las fuerzas que actúan sobre una superficie cualquiera de éste. Considérese una porción ΔA de la superficie de un cuerpo en un punto C . La orientación de ΔA está dada por el vector unitario, \hat{n} , que es perpendicular a la superficie como se muestra en la figura 3.13.

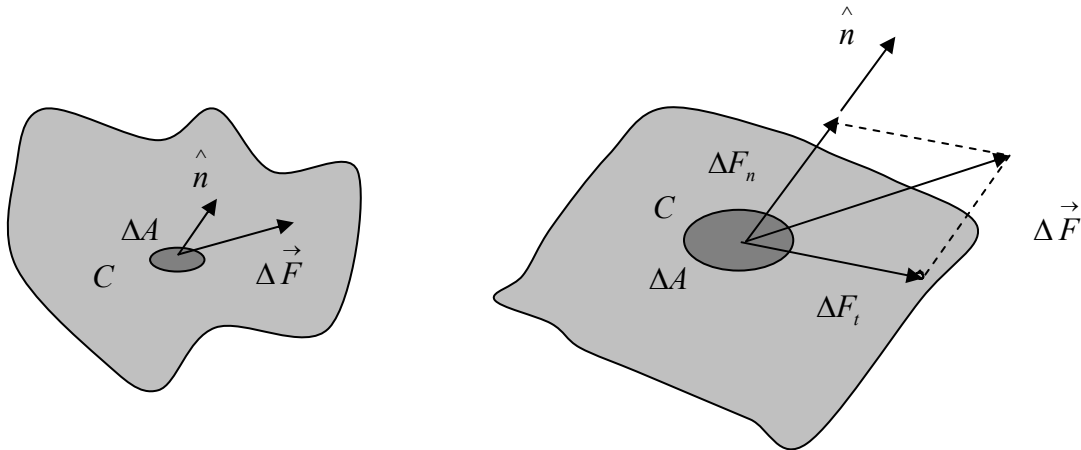


Figura 3.13. Componentes de una fuerza $\Delta \vec{F}$ y relaciones con el elemento de área ΔA .

La fuerza $\Delta \vec{F}$ que actúa sobre el área ΔA puede descomponerse en dos direcciones perpendiculares entre sí, una normal y la otra tangencial al área. Un esfuerzo normal σ_n y uno cortante τ_n se definen entonces como

$$\sigma_n = \lim_{\Delta A_n \rightarrow 0} \frac{\Delta F_n}{\Delta A_n} \quad \text{y} \quad \tau_n = \lim_{\Delta A_n \rightarrow 0} \frac{\Delta F_t}{\Delta A_n}.$$

El subíndice n indica que los esfuerzos se asocian con la superficie ΔA que tiene una normal exterior \hat{n} en el punto C .

Cuando se trata con cantidades vectoriales tales como la fuerza, se acostumbra considerar las componentes en un sistema ortogonal de coordenadas. En coordenadas rectangulares se pueden considerar los esfuerzos sobre planos cuyas normales trazadas hacia fuera se encuentran en las direcciones x , y o z . En la figura 3.14 se muestra el esfuerzo sobre el elemento ΔA_x , cuya normal trazada hacia fuera está en la dirección del eje x . La fuerza, $\Delta \vec{F}$, se muestra en sus componentes a lo largo de las direcciones de los ejes de coordenadas.

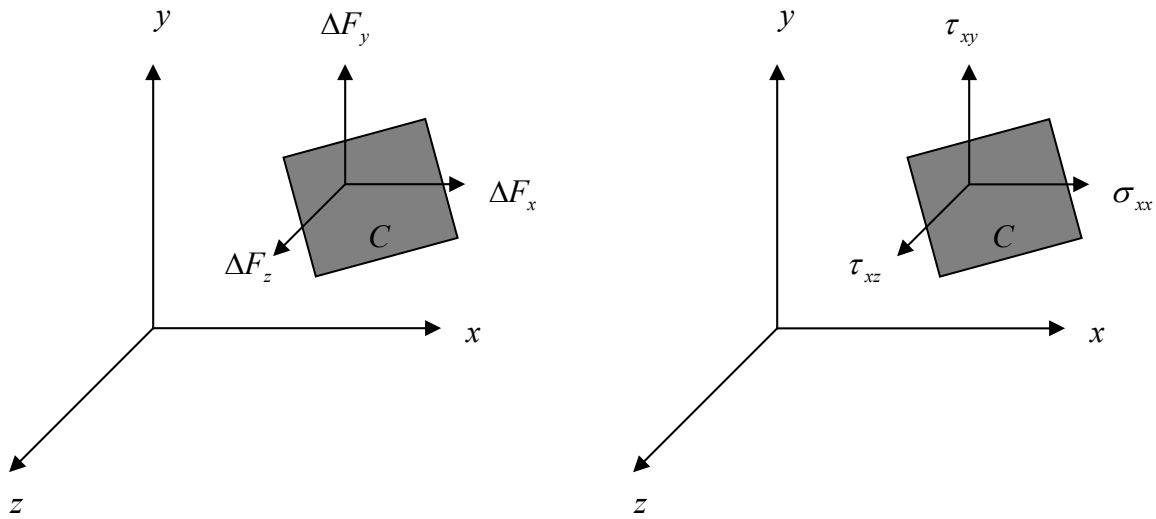


Figura 3.14. Componentes de fuerza y de esfuerzo sobre el elemento de área ΔA_x .

Dividiendo la magnitud de cada una de las componentes de la fuerza entre el área ΔA_x y tomando el límite cuando ΔA_x tiende a cero, se definen las tres componentes de esfuerzo

$$\sigma_{xx} = \lim_{\Delta A_x \rightarrow 0} \frac{\Delta F_x}{\Delta A_x}, \quad \tau_{xy} = \lim_{\Delta A_x \rightarrow 0} \frac{\Delta F_y}{\Delta A_x}, \quad \tau_{xz} = \lim_{\Delta A_x \rightarrow 0} \frac{\Delta F_z}{\Delta A_x}.$$

Donde el primer subíndice (en este caso x) indica el plano sobre el cual actúa el esfuerzo (una superficie perpendicular al eje x, en este caso) mientras que el segundo subíndice indica la dirección en la cual actúa el esfuerzo.

La consideración de una superficie ΔA_y llevaría a la definición de los esfuerzos σ_{yy} , τ_{yx} y τ_{yz} . De la misma manera la consideración del elemento de área ΔA_z , conduciría a las definiciones de σ_{zz} , τ_{zx} y τ_{zy} .

Por otra parte se tiene que por el punto C pueden pasar un número infinito de planos, originando por lo tanto un número infinito de esfuerzos asociados con ese punto. Sin embargo, se puede demostrar que los esfuerzos en un punto puede describirse completamente mediante la especificación de los esfuerzos que actúan sobre tres planos mutuamente perpendiculares y que pasan por el punto (Shames, 1979).

El esfuerzo en un punto se especifica mediante las nueve componentes

$$\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & \sigma_{yy} & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_{zz} \end{pmatrix}$$

donde se usa el símbolo σ para representar al tensor de esfuerzos, σ denota un esfuerzo normal y τ se usa para indicar los esfuerzos de corte. La notación para designar los esfuerzos se muestra en la figura 3.15.

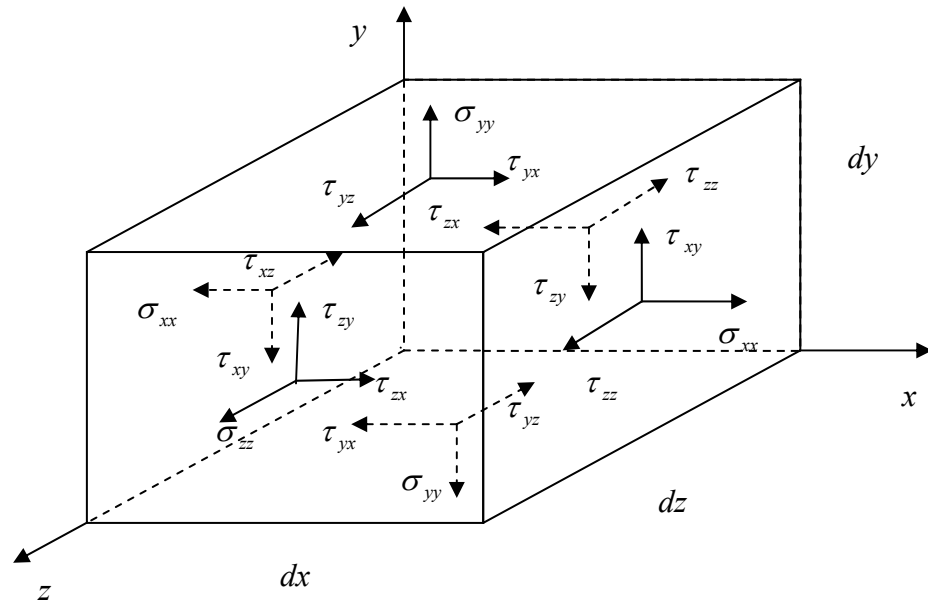


Figura 3.15. Esfuerzos sobre un elemento de volumen.

En la figura 3.15 se puede observar que hay seis planos (dos planos x , dos planos y y dos planos z) sobre los cuales pueden actuar los esfuerzos. Los planos se consideran como positivo o negativo de acuerdo con la dirección de la normal trazada hacia fuera del plano; de modo que, por ejemplo, el plano superior es un plano y positivo. Así también es necesario adoptar una convención de signos para el esfuerzo. Una componente de esfuerzo es positiva cuando su dirección y la del plano sobre el cual actúa son ambas positivas o negativas. Las componentes de esfuerzo son negativas cuando su dirección y la del plano sobre el cual actúan son de signo opuesto.

3.6. VISCOSIDAD

La viscosidad es una medida cuantitativa de la resistencia de un fluido a fluir. La viscosidad determina la velocidad de deformación del fluido cuando se le aplica un esfuerzo cortante dado. Podemos movernos fácilmente a través del aire, que tiene una viscosidad muy baja. El movimiento es más difícil en agua, con una viscosidad 50 veces mayor y moverse en aceite SAE 30 presenta una dificultad mayor, que es 300 veces más viscoso que el agua. Es notoria la dificultad de deslizar, por ejemplo, una mano a través de la glicerina, 5 veces más viscosa que el aceite SAE 30, o por miel, que es cinco veces más viscosa que la glicerina (White, 2004).

Se definió un fluido como una sustancia que se deforma continuamente bajo la acción de un esfuerzo cortante Para establecer una relación entre estas dos variables

consideremos el comportamiento de un elemento de fluido entre las dos placas que se muestran en la figura 3.16.

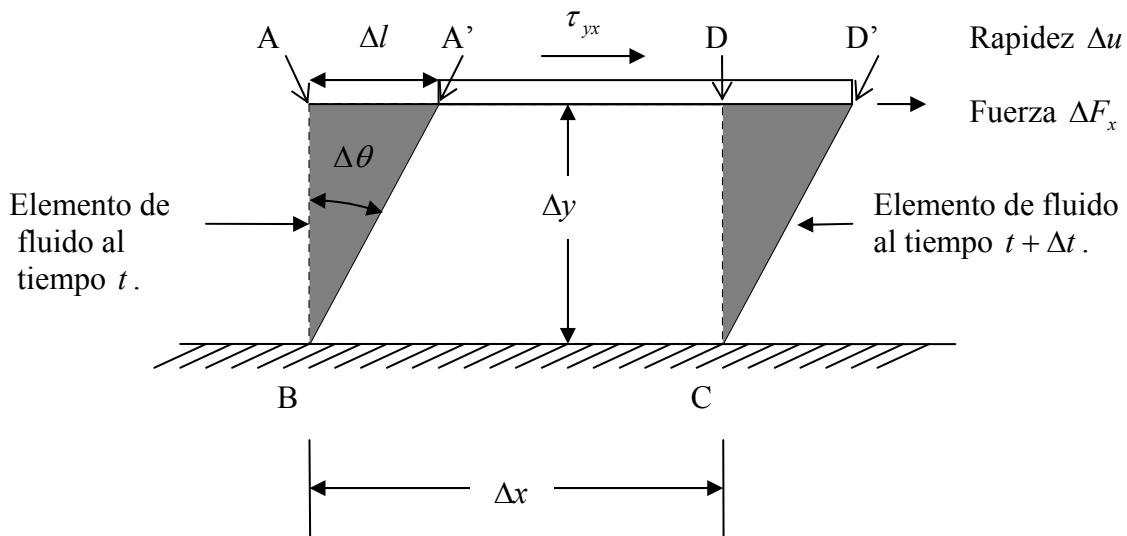


Figura 3.16. Deformación de un elemento de fluido en función del tiempo.

La placa superior se mueve con una rapidez constante, Δu , bajo la acción de una fuerza constante ΔF_x . El esfuerzo cortante, τ_{yx} , aplicado al elemento de fluido está dado por

$$\tau_{yx} = \lim_{\Delta A_y \rightarrow 0} \frac{\Delta F_x}{\Delta A_y},$$

donde ΔA_y es el área del elemento de fluido en contacto con la placa. Durante el intervalo de tiempo Δt , el elemento de fluido se deforma de la posición ABCD a la posición A'BCD'. La rapidez de deformación del fluido está dada por

$$\text{rapidez de deformación} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt}.$$

Para calcular el esfuerzo cortante τ_{yx} , se debe expresar $\frac{d\theta}{dt}$ en términos de cantidades medibles. Para esto, escribimos la distancia entre los puntos A y A' como $\Delta l = \Delta u \Delta t$.

De la misma manera, a partir de la figura anterior se ve que $\text{tg}(\Delta \theta) = \frac{\Delta l}{\Delta y}$, la cual para ángulos pequeños podemos aproximar por $\text{tg}(\Delta \theta) = \Delta \theta$, de manera que se puede escribir $\Delta l = \Delta \theta \Delta y$. Comparando ahora las dos expresiones para Δl , se tiene que $\frac{\Delta \theta}{\Delta t} = \frac{\Delta u}{\Delta y}$. Tomando límite de ambos lados de la igualdad tenemos que $\frac{d\theta}{dt} = \frac{du}{dy}$, por lo que el elemento de fluido de la figura 3.16, cuando se somete a un esfuerzo cortante

τ_{yx} , experimenta una rapidez de deformación dada por $\frac{du}{dy}$. Los fluidos en los que el esfuerzo cortante es directamente proporcional a la tasa de deformación se llaman fluidos newtonianos, mientras que en todos los demás casos se usa el término no newtoniano para designarlos (Fox y MacDonald, 1997).

3.6.1. Fluido newtoniano

Si el fluido de la figura 3.16 es newtoniano entonces tenemos que $\tau_{yx} \propto \frac{du}{dy}$. A la constante de proporcionalidad en esta ecuación se le llama viscosidad dinámica y se representa con μ , de modo que se puede escribir $\tau_{yx} = \mu \frac{du}{dy}$.

Esta ecuación se conoce como la ley de Newton de la viscosidad, ya que Isaac Newton fue el primero en proponerla.

3.6.2. Fluido no newtoniano

Los fluidos que no siguen la ley lineal $\tau_{yx} = \mu \frac{du}{dy}$ se llaman no newtonianos. Esto significa que en los fluidos no newtonianos la viscosidad es una función de la velocidad de deformación. Los posibles tipos de relaciones esfuerzo-velocidad de deformación se muestra en la figura 3.18.

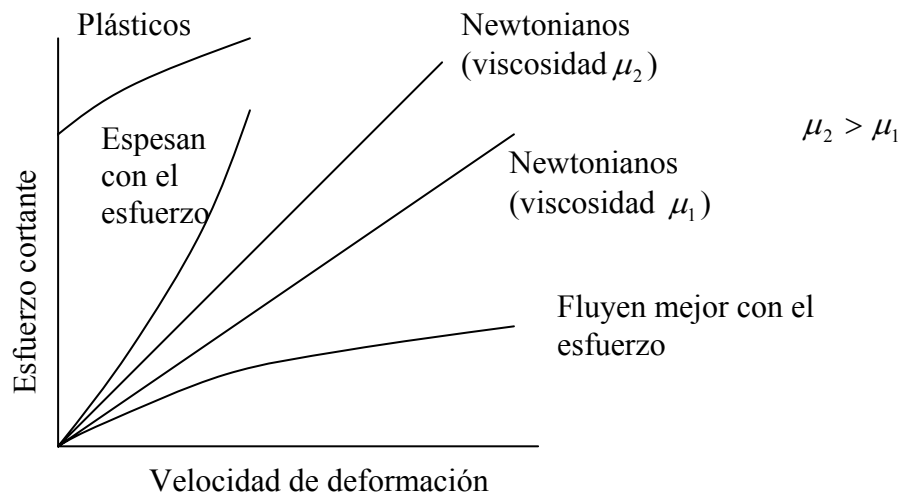


Figura 3.18. Tipos de relaciones esfuerzo cortante-velocidad de deformación. Tomada de Gerhart, Gross y Hochstein (1995).

En la gráfica se describe a los fluidos que al incrementarse su velocidad el coeficiente de viscosidad disminuye, de manera que fluyen mejor al aumentar el esfuerzo, como la

salsa catsup que sale toda de una vez de la botella. También están representados los que espesan con el esfuerzo, es decir, su viscosidad crece a medida que aumenta la velocidad, como por ejemplo, una mezcla de almidón de maíz y agua (Gerhart, Gross y Hochstein, 1995). Algunos materiales no comienzan a fluir hasta que se haya aplicado un cierto esfuerzo de umbral; a estos se les conoce como plásticos; por ejemplo, la pasta de dientes.

3.6.3. Unidades

Debido a que las dimensiones de τ son $\left[\frac{F}{L^2}\right]$ y las de $\frac{du}{dy}$ son $\left[\frac{1}{t}\right]$, entonces μ debe de tener dimensiones $\left[\frac{Ft}{L^2}\right]$, que también pueden expresarse como $\left[\frac{M}{Lt}\right]$. Así que en el sistema (cgs) la unidad es $\frac{g}{cm \cdot s}$ llamada poise ($\text{poise} = \frac{g}{cm \cdot s}$). En el sistema internacional (SI), las unidades de viscosidad son $\frac{kg}{m \cdot s}$ o $Pa \cdot s$. En las expresiones anteriores tenemos que F representa la magnitud de una fuerza, L una longitud, t es el tiempo, M es la masa. kg =kilogramo, g =gramo, s =segundo, cm =centímetro, Pa =pascal.

3.6.4. Condiciones de frontera

Un efecto asociado a la viscosidad de un fluido es la condición de no deslizamiento. Cuando un fluido está en contacto con una superficie sólida, su velocidad en la superficie es igual a la de ésta; esto es, el fluido se pega a la superficie y no se desliza sobre ella. Esta condición es verdadera sin importar el tipo de fluido, de superficie, o de rugosidad (Gerhart, Gross y Hochstein, 1995).

De acuerdo con esto, las condiciones límite en las ecuaciones de un fluido viscoso exigen que la velocidad del fluido se anule en las superficies sólidas fijas $\vec{u} = 0$ (Landau y Lifshitz, 1986). En el caso de una superficie móvil, la velocidad \vec{u} debe ser igual a la de la superficie.

Resulta entonces que en un fluido en movimiento sobre una superficie, la variación de la velocidad cerca de ésta, debe ser como el ejemplo que se muestra en la figura 3.

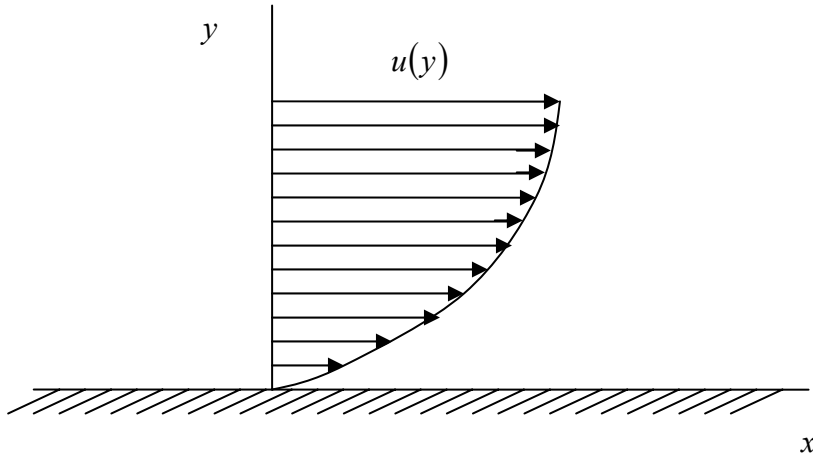


Figura 3.17. Variación de la velocidad de un fluido con respecto a una pared.

Como se ve en la figura, cerca de la superficie existe un gradiente de velocidad, de modo que de acuerdo a la ley de Newton de la viscosidad, el esfuerzo cortante siempre actúa en esta región.

3.7. CANTIDAD DE MOVIMIENTO

Para obtener la ecuación de cantidad de movimiento lineal se usará la segunda ley de Newton y el teorema de transporte de Reynolds. Considérese pues un fluido que se mueve con velocidad \vec{u} y un volumen V de forma arbitraria dentro del flujo, como se muestra en la figura 3.19.

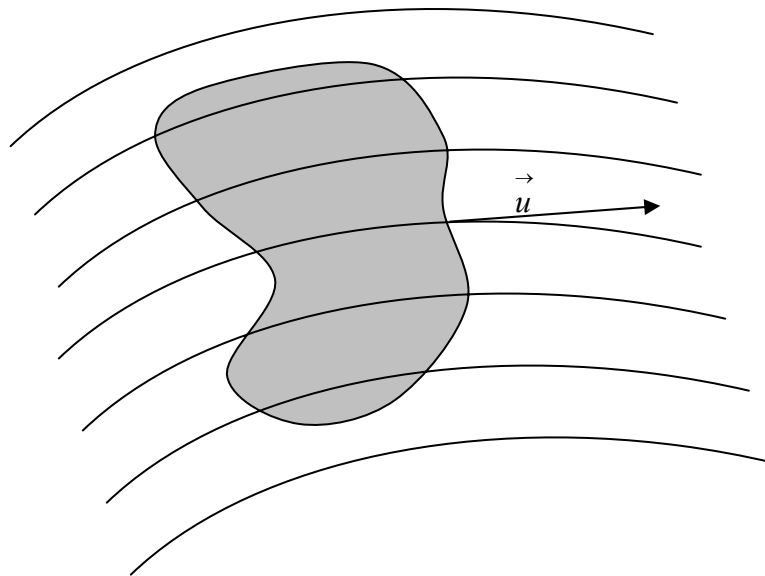


Figura 3.19. Volumen de forma arbitraria dentro de un flujo.

De acuerdo a la segunda ley de Newton, en la descripción de Euler, tenemos que la suma vectorial de todas las fuerzas externas $\sum \vec{F}$, que actúan sobre una masa de fluido, es igual a la variación con respecto al tiempo de la cantidad de movimiento lineal, \vec{P} , esto es, $\sum \vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt}$.

Considerando como sistema la masa que ocupa instantáneamente el volumen descrito, tenemos que $\vec{P} = \int_V \rho \vec{u} dV$, de modo que se puede escribir

$$\sum \vec{F} = \frac{d}{dt} \int_V \rho \vec{u} dV.$$

Ahora usando el teorema de transporte de Reynolds se tiene que

$\sum \vec{F} = \int_V \frac{\partial \rho \vec{u}}{\partial t} dV + \int_S \rho \vec{u} (\vec{u} \cdot \hat{n}) dA$, donde \hat{n} es el vector unitario normal al elemento de área dA y dirigido hacia fuera. Esto es, la suma de todas las fuerzas que actúan sobre un volumen cualquiera V de fluido en movimiento es igual a la razón de cambio de la cantidad de movimiento del fluido en V más el flujo de la cantidad de movimiento del fluido que atraviesa la superficie S de V .

Por otra parte, tenemos que las fuerzas que actúan sobre el volumen son de dos tipos: fuerzas volumétricas o corporales y de superficie que incluyen tanto las normales como las tangenciales. Las fuerzas volumétricas se deben a campos externos como gravitatorios, magnéticos, eléctricos, etc. que actúan sobre toda la masa contenida en el volumen (White, 2004). Si se supone que actúa la fuerza de gravedad sobre la masa $\rho dx dy dz$ dentro del elemento de volumen dV , entonces

$$\vec{F}_{\text{grav}} = \int_V \rho \vec{g} dV.$$

Las fuerzas de superficie se deben a los esfuerzos en las caras de la superficie que limita al volumen. En la figura 3.20 se muestra la componente x de ellas.

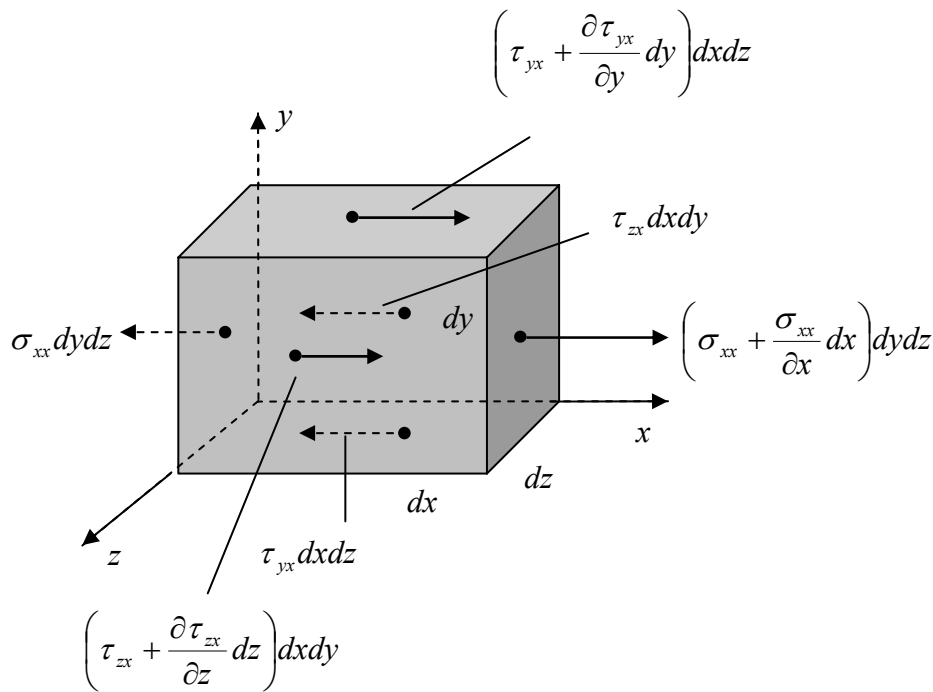


Figura 3.20. Componente x de las fuerzas de superficie que actúan sobre un cubo infinitesimal.

La fuerza en la dirección x es

$$dF_{x,Sup} = \left(\sigma_{xx} + \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} dx \right) dydz - \sigma_{xx} dydz + \left(\tau_{yx} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} dy \right) dx dz - \tau_{yx} dydz + \left(\tau_{zx} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} dz \right) dx dy - \tau_{zx} dydz .$$

Realizando las restas obtenemos la fuerza neta de superficie en la dirección x

$$dF_{x,Sup} = \left[\frac{\partial}{\partial x} (\sigma_{xx}) + \frac{\partial}{\partial y} (\tau_{yx}) + \frac{\partial}{\partial z} (\tau_{zx}) \right] dx dy dz .$$

Los esfuerzos corresponden al primer renglón de la matriz

$$\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & \sigma_{yy} & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_{zz} \end{pmatrix} .$$

Entonces podemos escribir la fuerza por unidad de volumen en la dirección x como

$$dF_{x,Sup} = \left[\frac{\partial}{\partial x} (\sigma_{xx}) + \frac{\partial}{\partial y} (\tau_{yx}) + \frac{\partial}{\partial z} (\tau_{zx}) \right] dV , \text{ donde } dV = dx dy dz .$$

Haciendo lo mismo se pueden obtener las fuerzas por unidad de volumen sobre las superficies en las direcciones y y z

$$dF_{y, \text{Sup}} = \left[\frac{\partial}{\partial x} (\tau_{xy}) + \frac{\partial}{\partial y} (\sigma_{yy}) + \frac{\partial}{\partial z} (\tau_{zy}) \right] dV$$

$$dF_{z, \text{Sup}} = \left[\frac{\partial}{\partial x} (\tau_{xz}) + \frac{\partial}{\partial y} (\tau_{yz}) + \frac{\partial}{\partial z} (\sigma_{zz}) \right] dV .$$

De modo que la fuerza de superficie está dada por

$$\vec{F}_S = \int_V \nabla \cdot \vec{\sigma} dV .$$

Por lo que la segunda ley de Newton se puede expresar como

$$\int_V \rho \vec{g} dV + \int_V \nabla \cdot \vec{\sigma} dV = \int_V \frac{\partial \rho \vec{u}}{\partial t} dV + \int_S \rho \vec{u} (\vec{u} \cdot \hat{n}) ds .$$

Mediante el teorema de Gauss se pueden transformar las integrales de superficie en integrales de volumen de manera que

$$\int_V \left[\frac{\partial \rho \vec{u}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{u} \vec{u}) - \nabla \cdot \vec{\sigma} - \rho \vec{g} \right] dV = 0 .$$

Puesto que la integral se cumple para todo volumen, se tiene que

$$\frac{\partial \rho \vec{u}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{u} \vec{u}) - \nabla \cdot \vec{\sigma} - \rho \vec{g} = 0 ,$$

o bien si la densidad es constante

$$\rho \frac{D \vec{u}}{Dt} = \nabla \cdot \vec{\sigma} + \rho \vec{g} = 0 .$$

Esta igualdad establece que la densidad por la aceleración de una partícula de fluido es igual a las fuerzas de superficie más las de volumen que actúan sobre el volumen elemental.

En componentes se tiene

$$\rho g_x + \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} = \rho \left(\frac{\partial u_x}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_x}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_x}{\partial z} \right)$$

$$\rho g_y + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} = \rho \left(\frac{\partial u_y}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_y}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_y}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_y}{\partial z} \right)$$

$$\rho g_z + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} = \rho \left(\frac{\partial u_z}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_z}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_z}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) .$$

Estas son las ecuaciones diferenciales de movimiento para cualquier fluido que cumpla con la condición de continuidad.

3.8. ECUACIONES DE NAVIER STOKES

Para escribir las ecuaciones de Navier Stokes se requiere primero establecer la relación entre el esfuerzo y la rapidez de deformación. Esto se hace a partir de las ecuaciones de esfuerzo deformación para un sólido elástico, al sustituir en éstas expresiones el módulo de tensión elástica G por el coeficiente de viscosidad μ y considerando que los esfuerzos en un fluido son proporcionales a la rapidez de deformación.

Así pues se establecerán primero las relaciones entre los esfuerzos y las deformaciones para sólidos elásticos y posteriormente se obtendrán, a partir de éstas, las ecuaciones que relacionan los esfuerzos con las deformaciones para fluidos newtonianos.

3.8.1. Deformaciones

La deformación de un medio continuo puede describirse en términos de deformaciones normales y tangenciales, que a su vez pueden expresarse en función de las rapidezces de deformación angular y lineal (Daily y Harleman, 1969).

Considérese un elemento OABC de un cuerpo no deformado que está en el plano xy como se muestra en la figura 3.21.

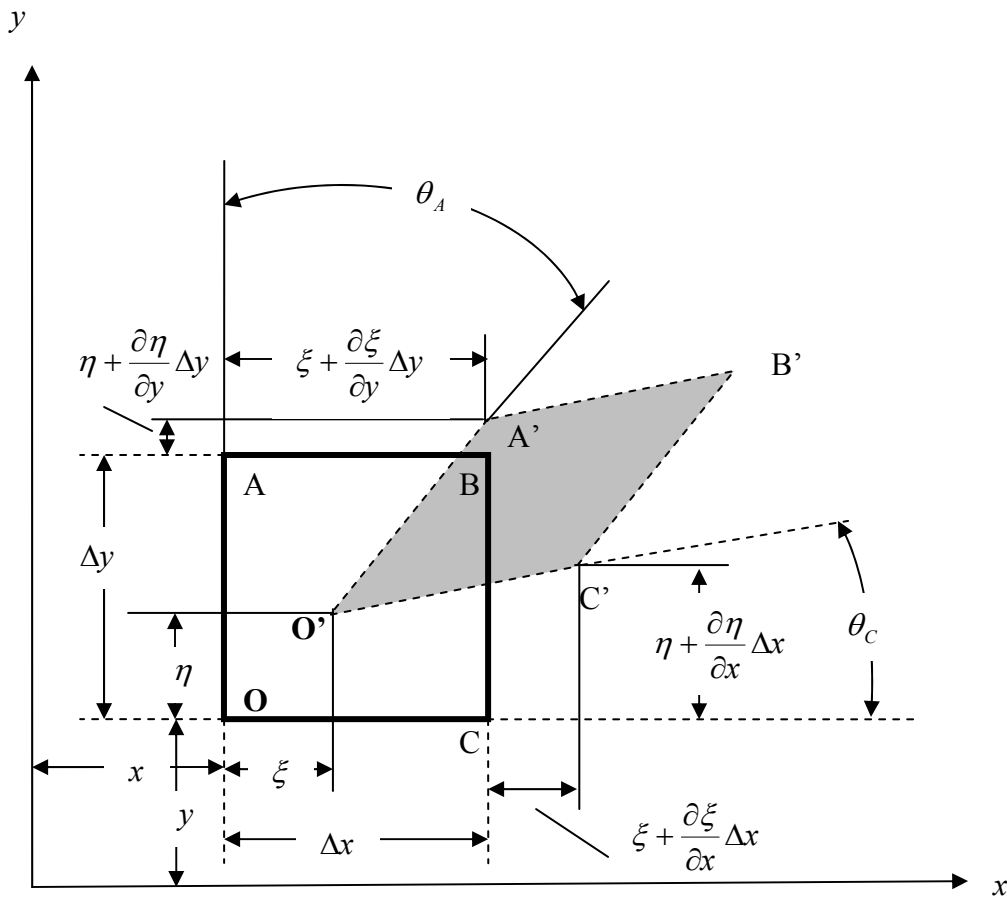


Figura 3.21. Deformación en un plano.

Si el cuerpo está sujeto a un sistema de fuerzas externas el elemento puede deformarse hasta O'A'B'C'. Las coordenadas del punto O, antes de la deformación, son x, y, z , y después se transforman en $x + \xi, y + \eta, z + \zeta$. La componente de la deformación normal se define como el cambio en la longitud de un lado del elemento, entre la longitud original, se representa con el símbolo ε , junto con dos subíndices que indican la dirección en la cual ocurre la deformación, de modo que en el punto O para la dirección x se tiene

$$\varepsilon_{xx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{O'C' - OC}{OC} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{[\Delta x - \xi] + [\xi + (\partial \xi / \partial x) \Delta x] - \Delta x}{\Delta x} = \frac{\partial \xi}{\partial x}.$$

Haciendo lo mismo para las otras dos direcciones se obtienen las tres deformaciones normales

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial \xi}{\partial x}, \quad \varepsilon_{yy} = \frac{\partial \eta}{\partial y}, \quad \varepsilon_{zz} = \frac{\partial \zeta}{\partial z}.$$

La deformación normal es positiva cuando el elemento se alarga (Daily y Harleman, 1969).

La deformación tangencial se define como el cambio que tiene lugar en el ángulo que hay entre dos elementos originalmente perpendiculares, cuando ocurre la deformación. La deformación tangencial se representa con el símbolo γ con dos subíndices que indican la dirección de los ejes perpendiculares en el plano de deformación. Para el plano xy se tiene

$$\gamma_{xy} = \lim_{\substack{\Delta x \rightarrow 0 \\ \Delta y \rightarrow 0}} \left[\frac{(\partial \eta / \partial x) \Delta x}{\Delta x} + \frac{(\partial \xi / \partial y) \Delta y}{\Delta y} \right] = \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\partial \xi}{\partial y}.$$

Repetiendo el mismo procedimiento para las otras dos direcciones, se obtienen las tres deformaciones tangenciales

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\partial \xi}{\partial y}, \quad \gamma_{yz} = \frac{\partial \zeta}{\partial y} + \frac{\partial \eta}{\partial z}, \quad \gamma_{zx} = \frac{\partial \xi}{\partial z} + \frac{\partial \zeta}{\partial x}.$$

El cambio en el volumen del elemento deformado, dividido entre el volumen original se conoce como dilatación volumétrica e de modo que

$$\text{Dilatación volumétrica} = \frac{dV}{V} = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z, \text{ o bien,}$$

$$e = \frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{\partial \zeta}{\partial z}.$$

3.8.2. Relaciones entre esfuerzo y deformación para sólidos elásticos

La materia sólida que compone un elemento deformable se supone que tiene propiedades elásticas, las cuales son independientes de la orientación de los ejes coordenados (propiedad de isotropía). Si además se supone que este sólido es elástico ideal, se puede usar la ley de Hooke, la cual expresa la proporcionalidad lineal que hay entre el esfuerzo y la deformación, de manera que se tiene

$$\varepsilon_{xx}^0 = \frac{\sigma_{xx}}{E}, \quad \varepsilon_{yy}^0 = \frac{\sigma_{yy}}{E}, \quad \varepsilon_{zz}^0 = \frac{\sigma_{zz}}{E},$$

donde E es el módulo de elasticidad de Young para el sólido y ε_{xx}^0 , ε_{yy}^0 y ε_{zz}^0 son las deformaciones normales en las direcciones x , y y z respectivamente debidas a los esfuerzos normales σ_{xx} , σ_{yy} y σ_{zz} . La ley de Hooke, la cual establece que la deformación varía linealmente con el esfuerzo, es una aproximación empírica del comportamiento de muchos sólidos reales bajo pequeñas deformaciones. Debido a que bajo tensión tiene lugar una contracción lateral de la materia, los esfuerzos normales, σ_{yy} y σ_{zz} , causarían deformaciones en la dirección x . Por ejemplo, la deformación ε_{xx}' debida a σ_{yy} está dada, en términos del módulo de Poisson n , como

$$\varepsilon_{xx}' = -n\varepsilon_{yy}^0 = -\frac{n\sigma_{yy}}{E}. \text{ De la misma manera } \varepsilon_{xx}'' \text{ debida a } \sigma_{zz} \text{ es } \varepsilon_{xx}'' = -n\varepsilon_{zz}^0 = -\frac{n\sigma_{zz}}{E}.$$

Así que

$$\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{xx}^0 + \varepsilon_{xx}' + \varepsilon_{xx}'' = \frac{\sigma_{xx}}{E} - \frac{n}{E}(\sigma_{yy} + \sigma_{zz}).$$

De modo que para las tres direcciones se tiene que

$$\varepsilon_{xx} = \frac{1}{E}[\sigma_{xx} - n(\sigma_{yy} + \sigma_{zz})], \quad \varepsilon_{yy} = \frac{1}{E}[\sigma_{yy} - n(\sigma_{zz} + \sigma_{xx})], \quad \varepsilon_{zz} = \frac{1}{E}[\sigma_{zz} - n(\sigma_{xx} + \sigma_{yy})].$$

Los esfuerzos tangenciales están relacionados con las deformaciones angulares por el módulo de elasticidad tangencial, G , donde usando la ley de Hooke nuevamente se tiene que

$$\gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G}, \quad \gamma_{yz} = \frac{\tau_{yz}}{G}, \quad \gamma_{zx} = \frac{\tau_{zx}}{G}.$$

Las últimas seis ecuaciones son la forma generalizada de la ley de Hooke para un sólido elástico.

También se usará que el módulo de Young, el módulo de elasticidad tangencial y el módulo de Poisson están relacionados mediante la expresión:

$$G = \frac{E}{2(1+n)} \text{ (Daily y Harleman, 1969).}$$

Por otra parte la dilatación volumétrica, e , se puede escribir como

$$e = \frac{1-2n}{E}(\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz}).$$

Se define ahora $\bar{\sigma}$ como el promedio de los esfuerzos normales $\bar{\sigma} = \frac{1}{3}(\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz})$.

De las ecuaciones $\varepsilon_{xx} = \frac{1}{E}[\sigma_{xx} - n(\sigma_{yy} + \sigma_{zz})]$, $G = \frac{E}{2(1+n)}$ y $e = \frac{1-2n}{E}(\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz})$, se tiene que

$$\sigma_{xx} = 2G \left[\varepsilon_{xx} + \frac{ne}{1-2\nu} \right].$$

Sumando ahora $\bar{\sigma} - \frac{1}{3}(\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz}) = 0$ se obtiene

$$\sigma_{xx} = 2G \left[\varepsilon_{xx} + \frac{ne}{1-2n} \right] + \bar{\sigma} - \frac{1}{3}(\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz}) \text{ y como } \left(\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz} \right) = \frac{2eG(1+n)}{1-2n},$$

entonces

$$\sigma_{xx} - \bar{\sigma} = 2G \left[\varepsilon_{xx} - \frac{e}{3} \right].$$

Haciendo lo mismo para las otras dos direcciones se encuentra que

$$\sigma_{yy} - \bar{\sigma} = 2G \left[\varepsilon_{yy} - \frac{e}{3} \right] \text{ y } \sigma_{zz} - \bar{\sigma} = 2G \left[\varepsilon_{zz} - \frac{e}{3} \right].$$

Combinando ahora las ecuaciones $\gamma_{xy} = \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\partial \xi}{\partial y}$, $\gamma_{yz} = \frac{\partial \zeta}{\partial y} + \frac{\partial \eta}{\partial z}$, $\gamma_{zx} = \frac{\partial \xi}{\partial z} + \frac{\partial \zeta}{\partial x}$ y

$\gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G}$, $\gamma_{yz} = \frac{\tau_{yz}}{G}$, $\gamma_{zx} = \frac{\tau_{zx}}{G}$ se tiene

$$\tau_{yx} = \tau_{xy} = G \left(\frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\partial \xi}{\partial y} \right), \tau_{zy} = \tau_{yz} = G \left(\frac{\partial \zeta}{\partial y} + \frac{\partial \eta}{\partial z} \right), \tau_{xz} = \tau_{zx} = G \left(\frac{\partial \xi}{\partial z} + \frac{\partial \zeta}{\partial x} \right).$$

3.8.3. Relaciones entre el esfuerzo y la rapidez de deformación para un fluido newtoniano

Las relaciones esfuerzo rapidez de deformación para un fluido newtoniano se pueden obtener de forma análoga a las relaciones esfuerzo deformación para sólidos elásticos, sólo que los esfuerzos están relacionados a la rapidez de deformación y no a la deformación. De modo que se puede escribir una ecuación que relacione los esfuerzos en el primer miembro con las velocidades de deformación en el segundo y remplazar el módulo de elasticidad G por el coeficiente de viscosidad μ (Shames, 1979), esto es,

$$\sigma_{xx} - \bar{\sigma} = \frac{\partial}{\partial t} \left(2\mu \varepsilon_{xx} - \frac{2\mu e}{3} \right), \text{ donde } \bar{\sigma} = \frac{1}{3}(\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz}).$$

La relación esfuerzo deformación para fluidos puede escribirse entonces como

$$\sigma_{xx} - \bar{\sigma} = 2\mu \frac{\partial \varepsilon_{xx}}{\partial t} - \frac{2}{3} \mu \frac{\partial e}{\partial t}.$$

En la que el término $\partial \varepsilon_{xx} / \partial t$ es la rapidez de cambio con respecto al tiempo de la deformación normal

$$\frac{\partial \varepsilon_{xx}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \xi}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \xi}{\partial t} \right) = \frac{\partial u_x}{\partial x}.$$

La cantidad $\partial e / \partial t$ expresa la rapidez de cambio con respecto al tiempo de la dilatación volumétrica del elemento de fluido, así que

$$\frac{\partial e}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \xi}{\partial t} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial \eta}{\partial t} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial \zeta}{\partial t} \right) = \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z}.$$

Sustituyendo en la ecuación $\sigma_{xx} - \bar{\sigma} = 2\mu \frac{\partial u_x}{\partial t} - \frac{2}{3}\mu \frac{\partial e}{\partial t}$ se tiene

$$\sigma_{xx} - \bar{\sigma} = 2\mu \frac{\partial u_x}{\partial x} - \frac{2}{3}\mu \nabla \cdot \vec{u}.$$

Siguiendo la misma analogía, los esfuerzos tangenciales se pueden escribir como

$$\tau_{yx} = \tau_{xy} = \mu \left(\frac{\partial u_y}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial y} \right).$$

Cuando un fluido viscoso se mueve el esfuerzo normal puede ser diferente para distintas direcciones. Esta posible diferencia proviene de la deformación volumétrica del elemento de fluido. En este caso se define la presión como el promedio de los tres esfuerzos normales que actúan sobre el elemento

$$p = -\frac{1}{3}(\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz}).$$

El signo negativo se debe a que los esfuerzos de compresión se consideran negativos, mientras que p es positiva (White, 2003).

Sustituyendo entonces $p = -\frac{1}{3}(\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz})$, en $\sigma_{xx} - \bar{\sigma} = 2\mu \frac{\partial u_x}{\partial x} - \frac{2}{3}\mu \nabla \cdot \vec{u}$ se obtienen los esfuerzos normales en función de la rapidez de deformación son

$$\sigma_{xx} = -p + 2\mu \frac{\partial u_x}{\partial x} - \frac{2}{3}\mu \nabla \cdot \vec{u},$$

$$\sigma_{yy} = -p + 2\mu \frac{\partial u_y}{\partial y} - \frac{2}{3}\mu \nabla \cdot \vec{u},$$

$$\sigma_{zz} = -p + 2\mu \frac{\partial u_z}{\partial z} - \frac{2}{3}\mu \nabla \cdot \vec{u}.$$

Los esfuerzos tangenciales en función de la rapidez de deformación son

$$\tau_{yx} = \tau_{xy} = \mu \left(\frac{\partial u_y}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial y} \right), \quad \tau_{yz} = \tau_{zy} = \mu \left(\frac{\partial u_z}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial z} \right), \quad \tau_{zx} = \tau_{xz} = \mu \left(\frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x} \right).$$

Sustituyendo estas expresiones en las ecuaciones diferenciales de movimiento se obtiene

$$\begin{aligned}\rho \frac{Du_x}{Dt} &= \rho g_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\left(2\mu \frac{\partial u_x}{\partial x} - \frac{2}{3} \mu \nabla \cdot \vec{u} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \left(\frac{\partial u_y}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial y} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu \left(\frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x} \right) \right] \\ \rho \frac{Du_y}{Dt} &= \rho g_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu \left(\frac{\partial u_y}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial y} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(2\mu \frac{\partial u_y}{\partial y} - \frac{2}{3} \mu \nabla \cdot \vec{u} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu \left(\frac{\partial u_z}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial z} \right) \right] \\ \rho \frac{Du_z}{Dt} &= \rho g_z - \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu \left(\frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \left(\frac{\partial u_z}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial z} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\left(2\mu \frac{\partial u_z}{\partial z} - \frac{2}{3} \mu \nabla \cdot \vec{u} \right) \right].\end{aligned}$$

Estas expresiones se denominan ecuaciones de Navier Stokes. Si se aplican a un flujo incompresible ($\nabla \cdot \vec{u} = 0$), con viscosidad constante, se tiene

$$\rho \frac{Du_x}{Dt} = \rho g_x - \frac{\partial p}{\partial x} + 2\mu \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 u_x}{\partial y \partial x} + \mu \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} + \mu \frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2} + \mu \frac{\partial^2 u_x}{\partial z \partial x}.$$

Ahora usando la condición de incompresibilidad tenemos que

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0, \text{ esto es, } \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) = 0, \text{ o equivalentemente}$$

$$\frac{\partial^2 u_y}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial x \partial z} = -\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2}, \text{ de manera que se puede escribir}$$

$$\rho \frac{Du_x}{Dt} = \rho g_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2} \right).$$

Haciendo lo mismo para las otras dos componentes obtenemos las ecuaciones de Navier Stokes para un flujo incompresible con viscosidad constante

$$\rho \left(\frac{\partial u_x}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_x}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_x}{\partial z} \right) = \rho g_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2} \right)$$

$$\rho \left(\frac{\partial u_y}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_y}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_y}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_y}{\partial z} \right) = \rho g_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial z^2} \right)$$

$$\rho \left(\frac{\partial u_z}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_z}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_z}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) = \rho g_z - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} \right).$$

O bien usando la notación vectorial,

$$\rho \left[\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \left(\vec{u} \cdot \nabla \right) \vec{u} \right] = \rho \vec{g} - \nabla p + \mu \nabla^2 \vec{u}.$$

3.9. EL NÚMERO DE REYNOLDS Y DE STROUHAL

Las diferencias entre flujo laminar y turbulento en tuberías fueron establecidas por Osborne Reynolds en 1883. Él realizó una serie de experimentos en los cuales inyectó

un colorante en agua que fluía en un tubo de vidrio, cuya velocidad era controlada por una válvula de salida.

Cuando la válvula de salida se habría ligeramente, el colorante permanecía uniforme y regular a medida que fluía corriente abajo. A medida que aumentaba la abertura de la válvula la tinta se mezclaba rápidamente a través de toda la tubería. Los experimentos de Reynolds mostraron que la naturaleza del flujo se determinaba mediante el parámetro adimensional (que posteriormente recibió su nombre)

$$Re = \frac{\rho \bar{u} D}{\mu},$$

donde \bar{u} es la velocidad promedio, D es el diámetro interno de la tubería, ρ es la densidad del fluido y μ la viscosidad.

Experimentos posteriores han mostrado que el número de Reynolds es un parámetro importante en otros casos de flujo (Fox y McDonald, 1997). De manera general

$$Re = \frac{\rho u L}{\mu},$$

donde u y L representan la velocidad y longitud características del flujo. En esta expresión las variables μ y ρ entran como cociente, por lo que dicha razón tiene significado propio y se llama viscosidad cinemática: $\nu = \frac{\mu}{\rho}$ (White, 2004). Las unidades

de masa se cancelan por lo que ν tiene unidades de $\left[\frac{L^2}{T} \right]$, de donde le viene el nombre de viscosidad cinemática.

El número de Reynolds es el parámetro adimensional más importante en la mecánica de fluidos.

Si el flujo es oscilatorio entonces aparece un parámetro adimensional conocido como número de Strouhal (S), definido por la expresión

$$S = \frac{fL}{u_0}.$$

Donde f es la frecuencia de oscilación, mientras que u_0 y L son una velocidad y una longitud características.

3.9.1. Parámetros adimensionales

En muchos casos se requiere estudiar algún objeto, pero sus dimensiones no permiten realizar el experimento en tamaño real. Por ejemplo, si se quiere estudiar la influencia de la forma de un barco sobre la resistencia al avance o su estabilidad, no es conveniente llevar a cabo el experimento cuando el barco ya está construido (prototipo). Lo que se hace regularmente es construir un modelo a escala, para que al reproducir en

él los mismos movimientos que en el prototipo se puedan medir las magnitudes que se desean conocer.

Para llevar a cabo esta tarea debe asegurarse que el modelo está sujeto a los mismos fenómenos que el prototipo. De acuerdo a lo anterior, es necesario establecer los criterios de semejanza, algunos de los cuales son:

Semejanza geométrica. Se requiere que el modelo y el prototipo sean de la misma forma y que todas las dimensiones lineales del modelo se relacionen con las dimensiones lineales del prototipo por medio de un factor de escala constante.

Semejanza cinemática. Dos flujos son cinemáticamente semejantes cuando las velocidades en puntos correspondientes están en la misma dirección y sus magnitudes se relacionan mediante un factor de escala constante.

Semejanza dinámica. Si dos sistemas son dinámicamente semejantes, entonces las magnitudes de las fuerzas en los puntos correspondientes localizados en cada sistema deben ser paralelas y se encuentran en una relación fija, es decir, las magnitudes de las fuerzas se relacionan por medio de un factor de escala constante (Massey, 1983).

Un procedimiento para establecer las condiciones de semejanza dinámica consiste en escribir, en forma adimensional, las ecuaciones diferenciales que rigen el fenómeno. De manera que éstas serán las mismas en el modelo y en el prototipo, de donde se deducirán los criterios de semejanza.

3.9.2. Adimensionalización de las ecuaciones de Navier Stokes para un fluido incompresible

Las ecuaciones de continuidad y de Navier Stokes para fluidos incompresibles están dadas por las expresiones.

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0 \text{ y } \rho \frac{D\vec{u}}{dt} = \rho \vec{g} - \nabla p + \mu \nabla^2 \vec{u}.$$

En la dirección x se tiene

$$\rho \left(\frac{\partial u_x}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_x}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_x}{\partial z} \right) = -\rho g_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2} \right).$$

Esta ecuación se puede escribir en términos de un conjunto de parámetros adimensionales, definidos como sigue

$$u_x^* = \frac{u_x}{u_0}, u_y^* = \frac{u_y}{u_0}, u_z^* = \frac{u_z}{u_0}, t^* = \frac{t}{t_0}, p^* = \frac{p}{\rho u_0^2}, x^* = \frac{x}{L}, y^* = \frac{y}{L}, z^* = \frac{z}{L}.$$

Donde ρ , μ y g se consideran constantes, u_0 y L , son valores de referencia constantes, los cuales deben ser características del flujo.

Sustituyendo se obtiene

$$\frac{\rho u_0}{t_0} \frac{\partial u_x^*}{\partial t^*} + \frac{\rho u_0^2}{L} \left(u_x^* \frac{\partial u_x^*}{\partial x^*} + u_y^* \frac{\partial u_x^*}{\partial y^*} + u_z^* \frac{\partial u_x^*}{\partial z^*} \right)$$

$$= -\rho g_x - \frac{\rho u_0^2}{L} \frac{\partial p^*}{\partial x^*} + \frac{\mu u_0}{L^2} \left(\frac{\partial^2 u_x^*}{\partial (x^*)^2} + \frac{\partial^2 u_x^*}{\partial (y^*)^2} + \frac{\partial^2 u_x^*}{\partial (z^*)^2} \right).$$

El número de Reynolds (R_e) se obtiene al dividir el coeficiente del segundo entre el del quinto término

$$R_e = \frac{\frac{\rho u_0^2}{L}}{\frac{\mu u_0}{L^2}} = \frac{\rho u_0 L}{\mu}$$

y representa el cociente entre las fuerzas de inercia debidas a la aceleración convectiva y las fuerzas viscosas.

El número de Strouhal (S), que aparece al dividir el coeficiente del primer término entre el del segundo,

$$S = \frac{\frac{\rho u_0}{t_0}}{\frac{\rho u_0^2}{L}} = \frac{L}{u_0 t_0},$$

representa el cociente entre la aceleración local debida al flujo no estacionario asociada a un tiempo típico t_0 y la aceleración convectiva.

Cuando un cilindro de diámetro D es sumergido en un fluido que se mueve con velocidad u_0 se tiene que

$$R_e = \frac{\rho u_0 D}{\mu}.$$

En este caso se forman dos vórtices que se quedan pegados al cilindro. Si el número de Reynolds es mayor que 50 los remolinos empiezan a oscilar, de manera que el número de Strouhal es

$$S = \frac{fD}{u_0},$$

donde f es la frecuencia de oscilación de los vórtices.

Los mismos coeficientes se obtienen a partir de las componentes y y z , de la ecuación de movimiento (Daily y Harleman, 1969).

La ecuación de continuidad puede escribirse en forma adimensional como

$$\frac{\partial u_x^*}{\partial x^*} + \frac{\partial u_y^*}{\partial y^*} + \frac{\partial u_z^*}{\partial z^*} = 0, \text{ lo cual no introduce nuevas condiciones de semejanza.}$$

4. EL MOVIMIENTO Y LOS FLUIDOS

Cuando un fluido se mueve lo puede hacer de tres formas: se traslada de un lugar a otro, rota o se deforma. En esta parte del trabajo se presentan experimentos que permiten visualizar esos movimientos; estos experimentos son: patrones que se forman cuando un cilindro se coloca en un flujo, esferas cayendo un líquido, irreversibilidad cinemática en fluidos. Se describe también la construcción del aparato para estudiar la reversibilidad cinemática así como del túnel de viento.

4.1. TRES TIPOS DE MOVIMIENTO

El movimiento de un fluido se puede descomponer en tres tipos: una traslación, una rotación y una deformación. Para describir estas tres formas de movimiento considérese un elemento de fluido como el que se muestra en la figura 4.1.

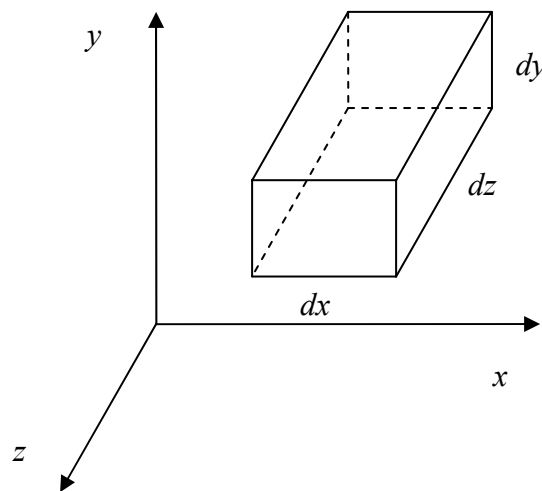


Figura 4.1. Elemento infinitesimal de fluido.

Cuando este elemento se mueve en un flujo puede trasladarse de una posición a otra diferente, lo cual se ilustra en la figura 4.2 para un movimiento en un plano xy . En la figura se observa que uno de los vértices pasó de una posición (x_1, y_1) a otra diferente (x_2, y_2) .

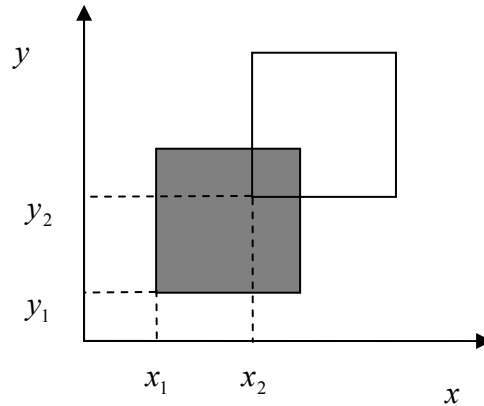


Figura 4.2. Movimiento de traslación de un elemento de fluido en el plano xy .

El elemento también puede rotar; en la figura 4.3 se muestra un elemento de fluido con sus lados paralelos a los ejes, los cuales pueden cambiar su orientación como resultado de una rotación en torno a uno o a los tres ejes coordenados.

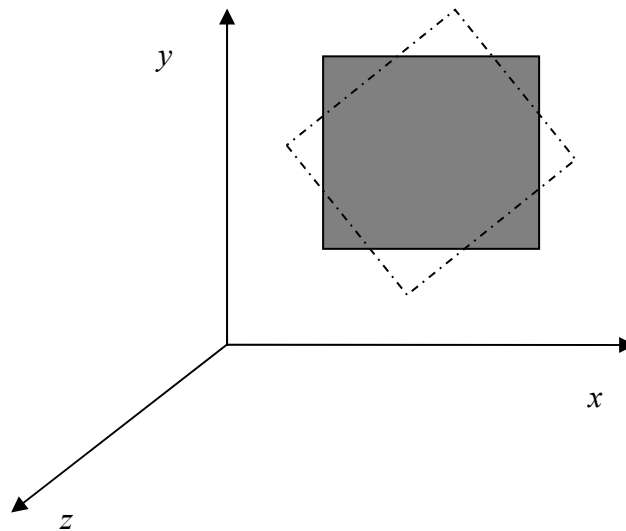


Figura 4.3. Rotación en torno al eje z , de un elemento de fluido.

También es posible que el elemento sufra una deformación que puede ser lineal o angular. Cuando ocurre una deformación lineal hay un cambio de forma sin que ocurra un cambio en la orientación del elemento (Fox y McDonald, 1997), como se muestra en la figura 4.4a. Si hay deformación angular entonces existe una distorsión del elemento en la que los planos que eran originalmente perpendiculares, ya no lo son, como se ilustra en la figura 4.4b.

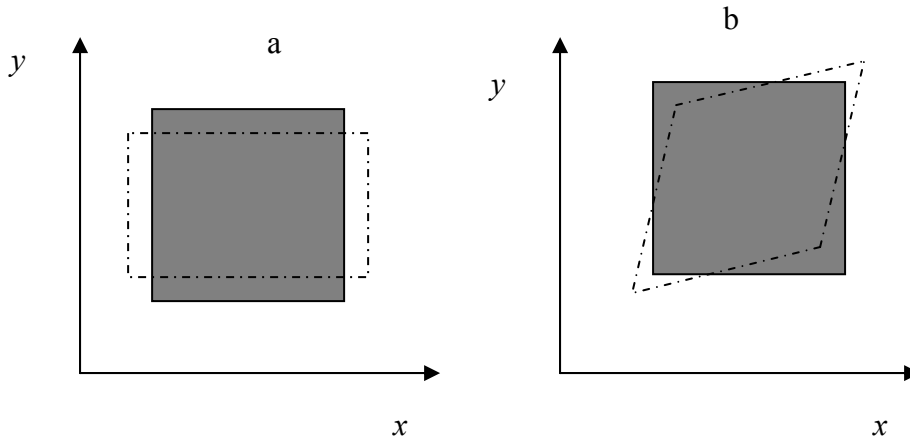


Figura 4.4. Deformación lineal y angular de un elemento de fluido en el plano xy .

Es posible observar estos fenómenos al dejar caer una esfera en un tubo lleno con un líquido, cuando se coloca un cilindro en el interior de un flujo usando un túnel de viento o bien al colocar una gota de tinta en el interior de un líquido que se encuentra entre dos cilindros que rotan.

4.2. ESFERA QUE CAE DENTRO DE UN FLUIDO VISCOSO

El movimiento de una esfera en el interior de un fluido en reposo es equivalente al movimiento del mismo fluido pasando alrededor de la esfera en reposo (Levi, 1965).

Para esclarecer la afirmación anterior considérese un observador situado en un marco de referencia S y que las coordenadas de algún acontecimiento que ocurre en el tiempo t son x, y, z . Un observador situado en otro sistema de referencia S' que se mueva a rapidez constante u con respecto a S , encontrará que el mismo suceso ocurre en el tiempo t' y que tiene las coordenadas x', y', z' . Si la rapidez u está en la dirección z y el tiempo en ambos sistemas se mide a partir del momento en que coinciden los orígenes S y S' entonces en la dirección z ,

$$z' = z - ut.$$

Y como se supone que no existe movimiento relativo en las direcciones x y y se tiene que en éstas $y' = y$ y $x' = x$. Si se acepta que $t' = t$, entonces al conjunto de estas cuatro ecuaciones se les conoce como las transformaciones de Galileo (Beiser, 1971).

Para relacionar las componentes de la velocidad entre los sistemas S y S' de acuerdo con las transformaciones de Galileo se requiere derivar con respecto al tiempo las ecuaciones anteriores, esto es, $u'_x = u_x$; $u'_y = u_y$ y $u'_z = u_z - u$.

De modo que si el fluido está en reposo, se puede considerar que la esfera se mueve con rapidez $-u$. Por el contrario si la esfera se encuentra en reposo entonces se tiene flujo que pasa alrededor de la esfera fija con rapidez u .

Al observar y tomar mediciones de esferas cayendo en líquidos es posible que los estudiantes comprendan conceptos relacionados con los fluidos, los objetivos que se pueden lograr al realizar el experimento se mencionan enseguida.

Propósitos del experimento

1. Que los alumnos observen el efecto de la viscosidad en el movimiento de los cuerpos.
2. Que los alumnos infieran que una esfera puede alcanzar un movimiento rectilíneo uniforme bajo la acción de fuerzas que se compensan.
3. Que los alumnos discriminen en qué casos la viscosidad del fluido en el que se mueve el balón, calculada usando la ley de Stokes, es confiable.

Para iniciar la discusión así como para que se tenga conocimiento de las ideas previas que asumen los alumnos sobre los conceptos que se usarán en esta parte, se propone comenzar el tema con preguntas, algunas de las cuales se plantean enseguida.

1. ¿Es posible que sobre un objeto actúen fuerzas y a pesar de esto mantenerse en reposo? Explica.
2. Si un objeto se mueve con velocidad constante. ¿Cuánto vale la suma o resultante de todas las fuerzas que actúan sobre él? Explica.
3. ¿Si la suma de todas las fuerzas que actúan sobre un cuerpo es cero es posible que se mueva?
4. ¿Por qué los objetos que se sumergen en un fluido parece que pierden peso?
5. ¿Cuánto vale la fuerza de flotación para un cuerpo que flota en un líquido?
6. ¿Por qué si ponemos un trozo de cobre en el interior de un vaso lleno con agua se hunde? Explica.
7. ¿Cuáles son las fuerzas que actúan sobre un balón que cae dentro de un líquido? Y ¿cuál es su expresión matemática para cada una de ellas? Explica.
8. ¿Las fuerzas que actúan sobre un balón cayendo en un líquido son siempre constantes?
9. ¿Cómo se podría medir la viscosidad de un líquido?

4.2.1. Equilibrio traslacional

Es posible que sobre un cuerpo actúen varias fuerzas sin producir una aceleración. Por ejemplo, sobre un libro en reposo que se encuentra sobre una mesa actúan dos fuerzas: una es su peso y la otra es la fuerza que aplica la mesa sobre él, como se muestra en la figura 4.5.

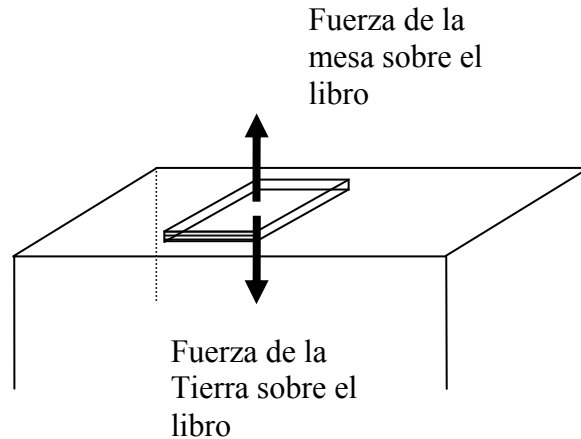


Figura 4.5. Libro en reposo sobre una mesa.

En este caso la aceleración \vec{a} vale cero, y por la segunda ley de Newton sabemos que $\sum \vec{F} = m\vec{a}$, pero como $\vec{a} = 0$ podemos escribir que $\sum \vec{F} = 0$. Esto es, si la aceleración de un cuerpo es cero (velocidad constante), entonces la suma de todas las fuerzas que actúan sobre él vale cero.

Por otra parte, si la suma de las fuerzas que actúan sobre un cuerpo vale cero $\sum \vec{F} = 0$, entonces usando la segunda ley de Newton tenemos que $0 = m\vec{a}$ y como la masa m no puede ser cero se tiene que $\vec{a} = 0$, lo que significa que el cuerpo se mueve con velocidad constante. En los casos anteriores decimos que los cuerpos están en equilibrio traslacional.

La expresión $\sum \vec{F} = 0$ también la podemos escribir como $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = 0$, es decir,

$$\left(F_{1x} \hat{i} + F_{1y} \hat{j} + F_{1z} \hat{k} \right) + \left(F_{2x} \hat{i} + F_{2y} \hat{j} + F_{2z} \hat{k} \right) + \dots + \left(F_{nx} \hat{i} + F_{ny} \hat{j} + F_{nz} \hat{k} \right) = 0, \text{ o bien agrupando}$$

términos se tiene $(F_{1x} + F_{2x} + \dots + F_{nx}) \hat{i} + (F_{1y} + F_{2y} + \dots + F_{ny}) \hat{j} + (F_{1z} + F_{2z} + \dots + F_{nz}) \hat{k} = 0$. De modo que $(F_{1x} + F_{2x} + \dots + F_{nx}) = 0$, $(F_{1y} + F_{2y} + \dots + F_{ny}) = 0$ y $(F_{1z} + F_{2z} + \dots + F_{nz}) = 0$,

o equivalentemente

$$\sum F_x = 0, \sum F_y = 0 \text{ y } \sum F_z = 0.$$

De manera que si un objeto está en equilibrio traslacional (se encuentra en reposo o bien se mueve con velocidad constante) entonces la suma de todas las fuerzas que actúan sobre él vale cero ($\sum \vec{F} = 0$); esto último significa que la suma de las componentes de la fuerza en cada dirección deben ser cero.

4.2.2. Flotabilidad

Todos los cuerpos sumergidos en fluidos pierden peso; esto se debe a que el fluido ejerce una fuerza dirigida hacia arriba llamada fuerza de flotación o empuje (\vec{F}_f).

La fuerza de flotación se debe a que la presión en un fluido sólo depende de la profundidad, esto es, si sumergimos un cuerpo en un fluido se ejercen fuerzas originadas por la diferencia de presión. A la misma profundidad las fuerzas son iguales y aumentan con la profundidad como se muestra en la figura 4.6.

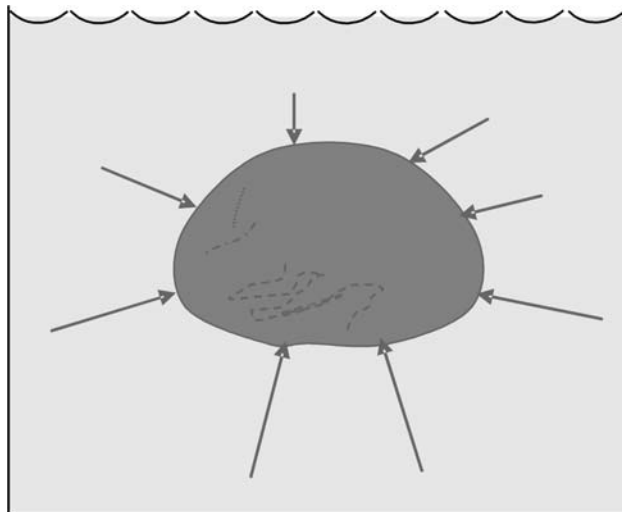


Figura 4.6. Las fuerzas que se ejercen hacia arriba sobre la parte inferior de un objeto sumergido son mayores que las fuerzas que se ejercen hacia abajo.

La suma de todas las fuerzas es una fuerza dirigida hacia arriba llamada empuje.

Actividad

Con ayuda de un dinamómetro mide la magnitud del peso de un objeto de metal como el que se muestra en la figura 4.7.



Figura 4.7. Peso de un objeto metálico en el aire.

Ahora mide la magnitud del peso del mismo objeto cuando se sumerge en agua, como se muestra en la figura 4.8.



Figura 4.8. Peso de un objeto sumergido en agua.

Si w_{aire} y w_{agua} son las magnitudes de los pesos en aire y en el agua respectivamente, entonces $w_{\text{aire}} \neq w_{\text{agua}}$.

¿A qué se debe la diferencia? Explícalo en términos de las fuerzas que actúan sobre el objeto.

Las fuerzas que actúan sobre el objeto cuando se encuentra sumergido en el líquido son: la fuerza que aplica el dinamómetro, el empuje y la fuerza con la que lo atrae la tierra, como se muestra en la figura 4.9.

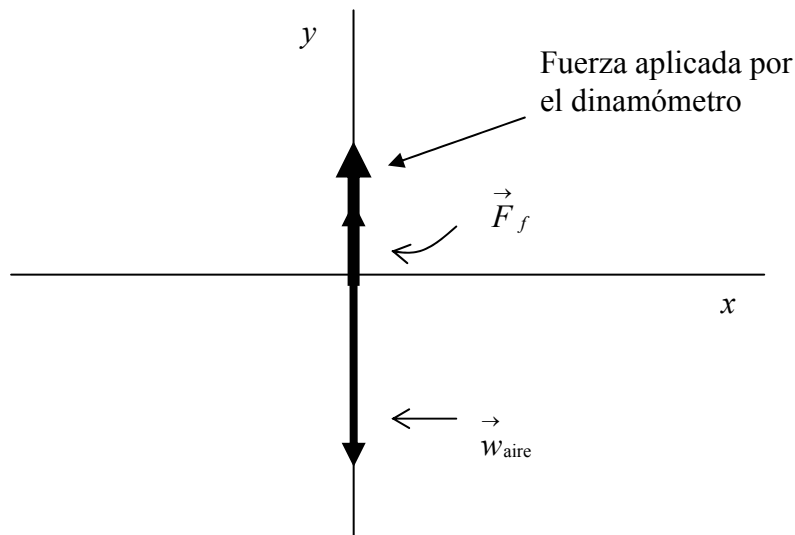


Figura 4.9. Diagrama de fuerzas para un objeto sumergido en agua sostenido por un dinamómetro.

De modo que la diferencia se debe a que el agua empuja al objeto hacia arriba, con una fuerza cuya magnitud es $F_f = w_{aire} - w_{agua}$.

Por otra parte, como se puede observar, cuando sumergimos el objeto en el agua se desplazó un volumen de ésta (V_D). Este volumen desplazado puede medirse con una jeringa. Para ello basta con poner marcas en el nivel del agua en el vaso antes y después de introducir el objeto.

También es posible calcular la magnitud del peso (w), ya que como se sabe $w = mg$, en la que m es la masa de un objeto y g es la magnitud de la aceleración de la gravedad de la Tierra. Aquí podemos sustituir $m = \rho V$, con ρ la densidad y V el volumen. Por lo que el peso de un cuerpo se puede obtener como $w = \rho V g$. Como la densidad del agua (ρ_a) es conocida y el volumen desplazado (V_D) se puede medir entonces el peso de ese volumen se determina sustituyendo esos valores en la expresión $w = \rho_a V_D g$.

Al comparar el empuje del agua que recibe el objeto con el peso del agua desplazada se observa que éstos son iguales, es decir,

$$w_{aire} - w_{agua} = \text{peso de fluido desplazado}.$$

La relación entre la flotabilidad y el desplazamiento del líquido fue descubierta por Arquímedes y se enuncia así:

Todo cuerpo inmerso en un fluido recibe un empuje (fuerza de flotación) dirigido hacia arriba igual al peso del fluido que desplaza.

A este enunciado se le conoce como principio de Arquímedes.

4.2.3. El movimiento de un balón dentro de un fluido

Considérese una esfera de radio R que está cayendo dentro de un fluido viscoso, como se muestra en la figura 4.10.

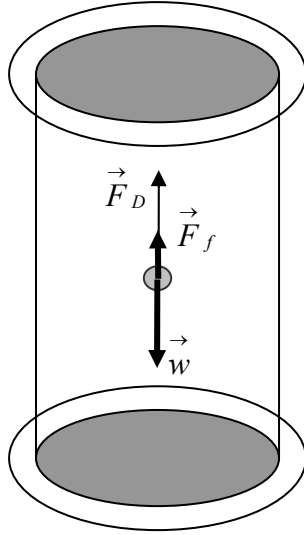


Figura 4.10. Esfera que cae dentro de un fluido viscoso.

Las fuerzas que se ejercen sobre la esfera son su peso (\vec{w}), el empuje (\vec{F}_f) del fluido y la fuerza de resistencia o arrastre (\vec{F}_D). Si ρ es la densidad de la esfera, ρ_f la del fluido, m la masa de la esfera y \vec{g} la aceleración de la gravedad de la Tierra, tenemos que $w = mg = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho g$; $F_f = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho_f g$. En estas expresiones y en todo el trabajo las magnitudes de las cantidades vectoriales se indican con una letra sin la flecha encima.

Puesto que la fuerza resultante sobre la esfera es igual al producto de su masa por su aceleración, de acuerdo a la segunda ley de Newton, se tiene que

$$w - F_f - F_D = ma, \text{ de donde } a = \frac{w - F_f - F_D}{m}.$$

Si se suelta la esfera partiendo del reposo ($u = 0$), la magnitud de la fuerza viscosa F_D en el instante inicial es nula, por lo que la magnitud de la aceleración inicial a_0 es

$$a_0 = \frac{w - F_f}{m} = \frac{\frac{4}{3}\pi R^3 \rho g - \frac{4}{3}\pi R^3 \rho_f g}{\frac{4}{3}\pi R^3 \rho} = g \frac{\rho - \rho_f}{\rho}.$$

Como resultado de esta aceleración, la esfera adquiere una velocidad hacia abajo y experimenta, por consiguiente, una fuerza de resistencia debida al rozamiento con el fluido. Puesto que la velocidad aumenta, la resistencia aumenta también y la esfera

Llegará a alcanzar una velocidad tal que la fuerza dirigida hacia abajo y la resistencia se igualen. Entonces deja de aumentar la velocidad y la esfera se mueve con una velocidad constante, llamada velocidad límite o terminal.

Cuando la esfera se mueve con la velocidad límite se tiene que la magnitud de la fuerza dirigida hacia abajo (w), es igual a la magnitud de la fuerza dirigida hacia arriba ($F_f + F_D$), esto es, $w = F_f + F_D$.

De modo que la suma de todas las fuerzas que actúan sobre la esfera vale cero y de acuerdo con la segunda ley de Newton el objeto se mueve con velocidad constante.

4.2.4. La ley de Stokes

De los problemas relacionados con flujos alrededor de obstáculos, el más importante de entre los que se han podido resolver es el del movimiento lento alrededor de una esfera (Levi, 1965).

Cuando un fluido viscoso se mueve alrededor de una esfera, o equivalentemente, cuando una esfera se mueve dentro de un fluido viscoso en reposo, se ejerce una fuerza de arrastre (\vec{F}_D) sobre ella. En 1845 George Stokes dedujo una expresión para esta fuerza, para flujos de números de Reynolds menores que uno.

La ecuación de Navier Stokes para un flujo estacionario de un fluido incompresible es

$$\rho \left(\vec{u} \cdot \nabla \right) \vec{u} = -\nabla p + \mu \nabla^2 \vec{u}.$$

En términos de las variables adimensionales $u_x^* = \frac{u_x}{u_0}$, $u_y^* = \frac{u_y}{u_0}$, $u_z^* = \frac{u_z}{u_0}$, $t^* = \frac{t}{t_0}$,

$p^* = \frac{p}{\left(\frac{\mu u_0}{L} \right)}$, $x^* = \frac{x}{L}$, $y^* = \frac{y}{L}$, $z^* = \frac{z}{L}$, la ecuación puede escribirse como

$$\frac{\rho u_0^2}{L} \left(\vec{u}^* \cdot \nabla \vec{u}^* \right) = -\frac{\mu u_0}{L^2} \nabla p^* + \frac{\mu u_0}{L^2} \nabla^2 \vec{u}^* \text{ y dividiendo entre } \frac{\mu u_0}{L^2}, \text{ se obtiene}$$

$$\frac{\rho u_0^2}{\frac{\mu u_0}{L^2}} \left(\vec{u}^* \cdot \nabla \vec{u}^* \right) = -\nabla p^* + \nabla^2 \vec{u}^* ; \text{ y como el número de Reynolds es } R_e = \frac{\rho u_0 L}{\mu u_0} \text{ entonces se}$$

tiene que

$$R_e \left(\vec{u}^* \cdot \nabla \vec{u}^* \right) = -\nabla p^* + \nabla^2 \vec{u}^* .$$

De manera que si el número de Reynolds (R_e) es mucho menor que uno entonces el término $R_e \left(\vec{u}^* \cdot \nabla \vec{u}^* \right)$ puede despreciarse (Landau y Lifshitz, 1986), por lo que la ecuación del movimiento se reduce a una ecuación lineal

$$\nabla^2 \vec{u}^* - \nabla p^* = 0,$$

que junto con la ecuación de continuidad $\nabla \cdot \vec{u}^* = 0$ determina por completo el movimiento de la esfera.

Stokes resolvió estas ecuaciones en el caso de una esfera de radio R que se mueve con rapidez u a través de un fluido de viscosidad μ , y encontró que la magnitud de la fuerza de arrastre F_D está dada por la expresión $F_D = 6\pi\mu Ru$.

Esta fórmula (denominada ley de Stokes) proporciona el arrastre que actúa sobre una esfera que se mueve lentamente en un fluido. En ella se observa que F_D es proporcional a la primera potencia de la velocidad y a la dimensión lineal del cuerpo.

4.2.5. La ley de Stokes y la viscosidad

Supóngase que una pequeña esfera de peso \vec{w} cae verticalmente por efecto de su propio peso dentro de un líquido que se encuentra en reposo con respecto al sistema de referencia del laboratorio; la densidad del líquido es ρ_f y su viscosidad μ . Las fuerzas que actúan sobre la esfera son: la fuerza de arrastre (\vec{F}_D), su peso (\vec{w}) y la fuerza de Arquímedes (\vec{F}_f).

Cuando la esfera alcanza su velocidad terminal las fuerzas se equilibran de acuerdo a la segunda ley de Newton, de manera que en términos de sus magnitudes

$$w - F_f - F_D = 0.$$

Sustituyendo las expresiones para cada una de las magnitudes de estas fuerzas se tiene

$$F_D = \rho_e V_e g - \rho_f V_D g.$$

Como el volumen desplazado por el cuerpo y el de éste son iguales ($V_e = V_D$) por estar completamente sumergido, se puede escribir

$$6\pi\mu Ru = \frac{4}{3}\pi R^3 g (\rho_e - \rho_f).$$

Ya que la densidad de la esfera ρ_e , la del fluido ρ_f , el radio de la esfera R y la rapidez con la que se mueve en el fluido u pueden determinarse en el laboratorio, entonces puede calcularse la viscosidad a partir de la fórmula anterior, esto es,

$$\mu = \frac{2}{9u} R^2 g (\rho_e - \rho_f).$$

Material

Para llevar a cabo los experimentos se requiere el material que se describe enseguida.

- Tubos de acrílico.
- Balines de distintos diámetros y masas.
- Balanza.
- Distintos tipos de líquidos.
- Vernier.
- Cámara de video.
- Flexómetro.
- Televisión.
- Cronómetro.

4.2.6. Dispositivo experimental

El dispositivo experimental completo se muestra en la figura 4.11.

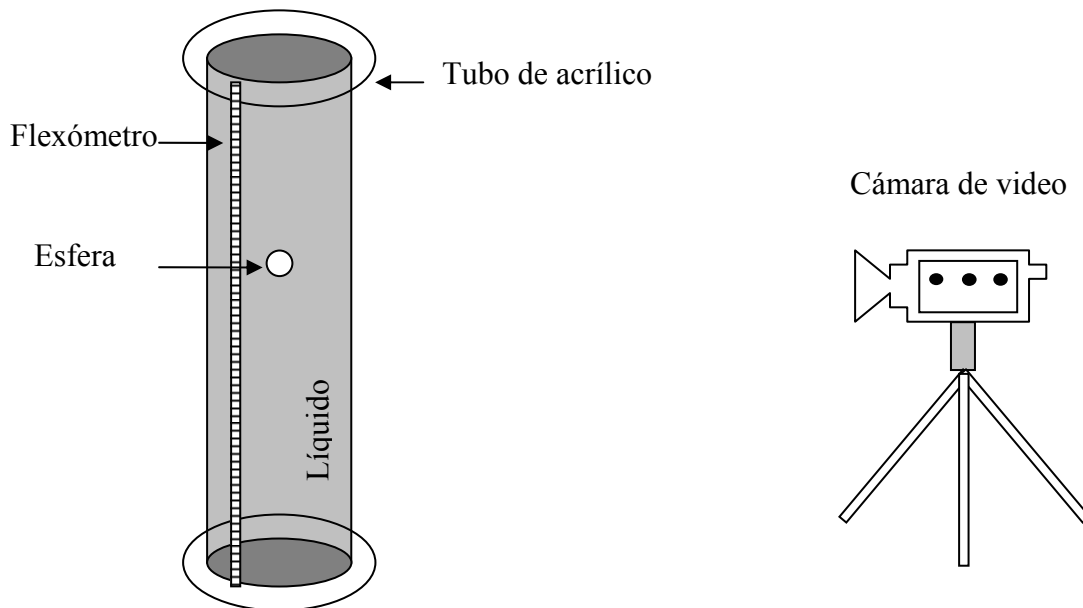


Figura 4.11. Dispositivo experimental.

El dispositivo para realizar los experimentos consta de un tubo de acrílico transparente de 10 cm de diámetro, el cual se encuentra sellado por uno de sus extremos y en el otro tiene adaptada una tapa que puede desplazarse cuando se requiera. Esta tapa permite cambiar el líquido con el que se experimenta y además se pueden dejar caer objetos en su interior con facilidad.

El tubo se llena con un líquido que puede ser agua, aceite de oliva, glicerina, shampoo, aceite SAE 30, o bien otros, dependiendo del interés del alumno. Es recomendable

tener a la mano en el laboratorio tubos que se han llenado previamente con distintos líquidos; puede ser uno para cada uno de los fluidos mencionados.

Es importante fijar un flexómetro sobre el tubo en un lugar en el cual se pueda ver la escala con facilidad, ya sea por una cámara o bien por una persona. También se deben tener a la mano esferas de distintos diámetros y masas. Asimismo se fija una cámara de video, de manera que se pueda grabar el movimiento del balón cuando éste ha alcanzado su velocidad terminal.

4.2.7. Procedimiento experimental

Se deja caer dentro de un tubo, lleno previamente con un líquido, un balón cuyo diámetro (D) y masa (m) pueden ser medidos usando para ello el vernier y la balanza respectivamente. Una vez que se suelta, el balón adquiere un movimiento acelerado debido a que existe una componente de la fuerza hacia abajo que no es cero, conforme aumenta su velocidad la fuerza de resistencia F_D crece también, de manera que la suma de la fuerza de flotación más la de resistencia $E + F_D$ se va haciendo cada vez más grande hasta equilibrar al peso w . En el instante que se equilibran las fuerzas, de acuerdo a la segunda ley de Newton, la aceleración se hace cero y por tanto a partir de ese instante la esfera cae con velocidad constante. En la figura 4.12 se muestra un balón que cae en aceite de oliva.

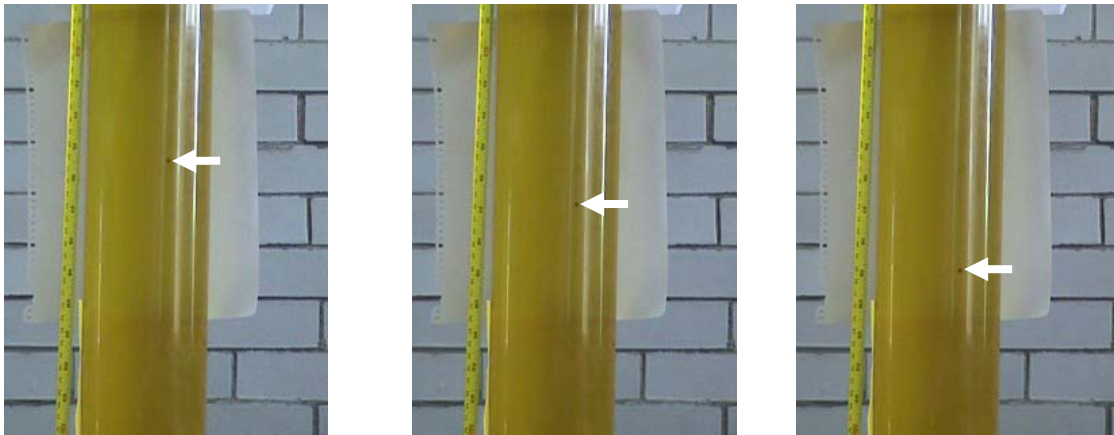


Figura 4.12. Tres instantes para una esfera que cae en aceite de oliva. La flecha indica la posición de la esfera.

Con el fin de obtener resultados más aceptables es importante mencionar que a la hora de realizar el experimento se deben cuidar los siguientes aspectos:

- Soltar la esfera desde el reposo, es decir, su velocidad inicial debe ser cero.
- Al soltar la esfera no se le debe imprimir ningún giro.
- Se debe tener cuidado de que la esfera se mueva por el centro del tubo.

4.2.8. Análisis

La velocidad con la que cae el balón puede medirse de varias formas, entre las que se destacan las dos que se explican enseguida:

1. Por medio de una cámara de video colocada perpendicularmente al eje del cilindro (tubo), como se muestra en la figura 4.11, se filma el movimiento de la esfera teniendo cuidado de que las divisiones del flexómetro se puedan apreciar claramente. Posteriormente se proyecta la película en una televisión y se analiza cuadro por cuadro.

La distancia real que recorre el balón (d_R) se puede obtener a partir de la distancia que recorre la esfera en la televisión (d_T) por medio de la expresión $d_R = ed_T$, donde e es un factor de escala que se obtiene dividiendo una distancia real (observada en el flexómetro) entre la medida de esa misma distancia pero medida en la pantalla de la televisión $e = \frac{d_R}{d_T}$.

Por otro lado se sabe que en la cámara el tiempo entre cuadros consecutivos es de $\frac{1}{30}$ de segundo, de manera que si se calcula la distancia que recorre el balón cuando se pasan n cuadros la velocidad u podrá calcularse como la distancia recorrida entre el tiempo transcurrido, esto es, $u = \frac{30ed_T}{n}$.

Es posible también medir la distancia recorrida por el balón observando el flexómetro y medir el tiempo empleado en ello, usando un cronómetro directamente a la hora de realizar el experimento y calcular la velocidad como la distancia entre el tiempo.

4.2.9. Resultados

Para determinar la velocidad con la que cae el balón en cada líquido se debe hacer una tabla, como la que se muestra enseguida, con los datos de las distancias y tiempos para cada uno de los experimentos.

Distancia en la televisión (d_T)	Número de cuadros (n)	Tiempo (t)	Distancia real (d_R)	Velocidad ($u = \frac{d_R}{t}$)
--------------------------------------	---------------------------	----------------	--------------------------	-----------------------------------

Posteriormente se obtiene la rapidez promedio (\bar{u}) con la que cae el balón como $\bar{u} = \frac{u_1 + u_2 + \dots + u_N}{N}$, donde N es el número de datos considerados.

Enseguida se calcula la viscosidad del líquido en el que se mueve el balón usando para ello la fórmula $\mu = \frac{2}{9u} R^2 g (\rho_e - \rho_f)$, que ya se ha discutido anteriormente. Estos

cálculos se pueden hacer rápidamente por medio del programa, escrito en lenguaje C, que se describe enseguida:

```
#include<stdio.h>
#include<conio.h>
#include<math.h>
#define g 9.8
#define p 3.1416

main()
{
/*Este programa sirve para calcular la viscosidad de un fluido*/
float m,d,R,y,v;
/*m es la masa, d la densidad, R el radio de la esfera, y la viscosidad,
v la velocidad,Re es el número de Reynolds*/
printf("Dame el valor de la masa\n");
scanf("%f",&m);
printf("Dame el radio R\n");
scanf("%f",&R);
printf("Dame la velocidad v\n");
scanf("%f",&v);
printf("Dame la densidad d\n");
scanf("%f",&d);
y=((m-(4*d*p*R*R*R)/3)*g)/(6*p*v*R);
printf("La viscosidad es %f\n",y);
getch();
}
```

Posteriormente se determina el número de Reynolds con la expresión $R_e = \frac{\bar{\rho}uD}{\mu}$, donde

D es el diámetro del balón. Conocer R_e le permite al docente o al estudiante establecer los casos en los que se cumple la ley de Stokes y por lo tanto se tiene un criterio para decidir que tan confiables son los cálculos de la viscosidad que se hicieron.

Para calcular R_e se puede hacer uso de la computadora, para lo cual se propone el programa escrito en lenguaje C que se describe enseguida.

```
#include<stdio.h>
#include<conio.h>
#include<math.h>
#define g 9.8
#define p 3.1416

main()
{
/*Este programa sirve para calcular el número de Reynolds*/
```

```

float d,R,y,v,Re;
/*d es la densidad, R el radio de la esfera, y la viscosidad,
v la velocidad,Re es el número de Reynolds*/
printf("Dame el radio R\n");
scanf("%f",&R);
printf("Dame la viscosidad y\n");
scanf("%f",&y);
printf("Dame la densidad d\n");
scanf("%f",&d);
printf("Dame la velocidad v\n");
scanf("%f",&v);
Re=(d*v*2*R)/y;
printf("El número de Reynolds es %f\n",Re);
getch();
}

```

En la tabla 1 se muestran algunas velocidades experimentales para balines cayendo en distintos líquidos, comparadas con las que predice la teoría. En esta tabla se usaron los símbolos siguientes: M es la masa en kg , R es el radio en m , v_t es la velocidad teórica en $\frac{m}{s}$, v_e es la velocidad medida experimentalmente en $\frac{m}{s}$, μ es la viscosidad dinámica en $\frac{kg}{ms}$, ρ es la densidad del líquido en $\frac{kg}{m^3}$ y R_e es el número de Reynolds.

Sustancia	M	R	V_t	V_e	μ	ρ	R_e
Aceite de oliva	0.35×10^{-3}	2.22×10^{-3}	0.33	0.44	0.22	910	8
Aceite de oliva	0.12×10^{-3}	1.5×10^{-3}	0.17	0.23	0.22	910	2.8
Aceite de oliva	0.015×10^{-3}	6.5×10^{-4}	0.05	0.10	0.22	910	0.6
Glicerina	0.35×10^{-3}	2.22×10^{-3}	0.04	0.066	1.5	1264	0.25
Glicerina	0.12×10^{-3}	1.5×10^{-3}	0.02	0.031	1.5	1264	0.08
Glicerina	0.015×10^{-3}	6.5×10^{-4}	.007	0.009	1.5	1264	0.01
Shampoo	0.35×10^{-3}	2.22×10^{-3}	0.01	.011	4.5	1030	0.011
Shampoo	0.12×10^{-3}	1.5×10^{-3}	0.008	0.0051	4.5	1030	.003
Shampoo	0.015×10^{-3}	6.5×10^{-4}	0.002	0.0005	4.5	1030	0.0001
Aceite SAE 30	0.12×10^{-3}	1.5×10^{-3}	0.13	.09	0.29	891	0.8

Tabla 1. Datos experimentales y teóricos.

En el caso de que el número de Reynolds sea mucho menor que uno se deben usar balines con diámetros mayores para reducir el tiempo de caída. Por ejemplo, cuando $R_e = .0001$ el tiempo de caída del balín es de alrededor de 30 minutos, lo cual puede resultar tedioso para los estudiantes.

4.3. APLICACIONES DE LA LEY DE STOKES

En este apartado se describen tres de las aplicaciones que se han hecho de la ley de Stokes. Una está relacionada con el establecimiento de la constitución atómica de la materia (el movimiento browniano), la otra con la cuantización de la carga (el experimento de la gota de aceite de Millikan) y la tercera con la purificación del agua (sedimentación).

4.3.1. El número de Avogadro

El número de moléculas en cada mol (cantidad de material cuya masa en gramos es numéricamente igual a la masa molecular de la sustancia) se denomina número de Avogadro. Las primeras mediciones confiables de éste las publicó Jean Perrin en 1908 (Jones y Childers, 2001), quién realizó cálculos del movimiento browniano (movimiento irregular continuo de partículas diminutas suspendidas en un líquido). Perrin utilizó la ley de Stokes para determinar el radio de las esferas que usó en sus experimentos y que le permitieron calcular el número de Avogadro, por lo cual en 1926 le fue otorgado el premio Nobel de física.

Perrin encontró que las partículas suspendidas se distribuían por sí solas de la misma manera que lo hacen las partículas de un gas. Esto significa que el número de partículas disminuye con la altura de la misma manera que la densidad de la atmósfera disminuye con la altura, de acuerdo a la fórmula barométrica que se describe enseguida.

Fórmula barométrica

Para encontrar una ley para el cambio de presión de un gas con la altura considérese una columna vertical de aire como se muestra en la figura 4.13.

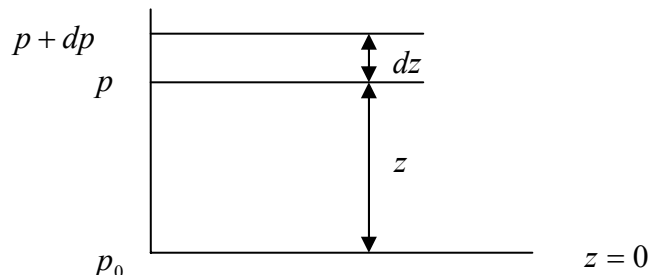


Figura 4.13. Variación de la presión con la altura.

Supóngase además que al nivel de la Tierra, donde se considera $z = 0$, la presión es p_0 y a la altura z es igual a p . Al cambiar la altura en dz la presión cambia en dp . La presión del aire a una altura determinada es igual al peso de la columna vertical de aire que se encuentra a esa altura sobre una superficie unitaria. De manera que dp es igual a la diferencia de los pesos de las columnas de aire sobre la unidad de superficie a las alturas z y $z + dz$, es decir, igual al peso de la columna de aire de altura dz sobre la unidad de superficie $dp = -\rho g dz$, donde ρ es la densidad del aire y g es la aceleración de la gravedad. El signo menos indica que la presión disminuye cuando aumenta la altura. La densidad se puede escribir también como ($\rho = mn$), el producto de la masa m de una molécula por el número n de ellas en la unidad de volumen.

Por otra parte de la teoría cinética se sabe que $n = \frac{p}{kT}$. Por lo que $\rho = \frac{mp}{kT}$ y

$$dp = -\frac{mpg}{kT} dz, \text{ o bien, } \frac{dp}{p} = -\frac{mg}{kT} dz.$$

Considerando que la temperatura es la misma a cualquier altura, la ecuación anterior puede ser integrada para obtener $\ln p = -\frac{mg}{kT} z + \ln C$, donde C es la constante de integración. De aquí se puede escribir

$$p = Ce^{-\frac{mg}{kT} z}.$$

Para determinar C , considérese que en $z = 0$, $p = p_0$, de donde $C = p_0$. De aquí que la relación entre la presión del aire y la altura sobre la superficie de la tierra es

$$p = p_0 e^{-\frac{mg}{kT} z}.$$

Esta ecuación que establece la ley de disminución de la presión con la altura se llama fórmula barométrica.

Experimento de Perrin

Como la presión de un gas es proporcional al número n de moléculas en la unidad de volumen ($p = nkT$) (Kikoin y Kikoin, 1979), entonces la fórmula barométrica se puede

escribir también como $n = n_0 e^{-\frac{mg}{kT} z}$.

Expresión que fue utilizada por Perrin para la comprobación experimental de la fórmula barométrica y para la determinación de la constante de Boltzmann con lo que pudo determinar el número de Avogadro.

Perrin utilizó el hecho, mostrado en sus experimentos con el movimiento browniano, de que las pequeñas partículas en suspensión pueden ser tratadas como moléculas de gran tamaño que no actúan entre sí. Por eso es de esperar que las partículas de tipo browniano, suspendidas en un líquido y sometidas a la acción de la fuerza de gravedad,

se distribuirán con respecto a la altura igual que las moléculas de un gas, según la ley

$$n = n_0 e^{-\frac{mgz}{kT}}.$$

Perrin preparó una emulsión compuesta con dos líquidos no miscibles, uno de los cuales formaba gotas suspendidas en el otro. Luego usó un microscopio de muy pequeña profundidad de foco colocado verticalmente, como se muestra en la figura 4.14, para observar la distribución de las partículas suspendidas a diferentes alturas.

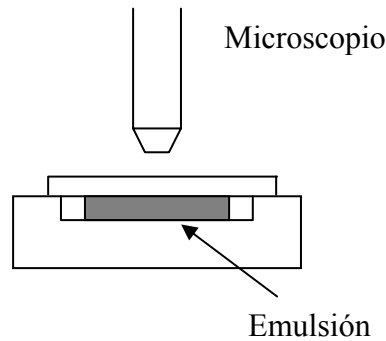


Figura 4.14. Microscopio para observar la distribución de partículas suspendidas.

En el campo visual del microscopio se encontraron partículas de la capa de no más de 0.001 mm de profundidad y no se veían completamente las partículas situadas más arriba o más abajo (Kikoin y Kikoin 1979). Se contó el número de partículas en el campo visual del microscopio, lo cual se hizo muchas veces. Estas mediciones indicaron que la concentración de partículas realmente disminuye con la altura de acuerdo a la ley

$n = n_0 e^{-\frac{mgz}{kT}}$, en la cual se debe tener en cuenta la fuerza de flotación de acuerdo al principio de Arquímedes.

Si la masa de la partícula es m , entonces la magnitud de su peso w más la magnitud de la fuerza de flotación F_f es

$w - F_f = mg \left(1 - \frac{\rho}{\rho_0} \right)$, en la que ρ_0 es la densidad de la sustancia de la partícula y ρ es

la densidad del líquido donde está suspendida. Sustituyendo estas expresiones en

$n = n_0 e^{-\frac{mgz}{kT}}$ se tiene

$$n = n_0 \exp \left[-\frac{mg \left(1 - \frac{\rho}{\rho_0} \right)}{kT} z \right].$$

De esta fórmula se deduce que si se cuenta el número de partículas n_1 y n_2 en el campo visual del microscopio en dos capas de emulsión z_1 y z_2 entonces de la relación

$$\frac{n_1}{n_2} = \exp \left[- \frac{mg \left(1 - \frac{\rho}{\rho_0} \right)}{kT} (z_1 - z_2) \right]$$

se puede determinar la constante de Boltzmann k , si se mide la masa m de las partículas y su densidad ρ_0 , la densidad ρ del líquido y la temperatura T . Las dos últimas magnitudes se miden por métodos generalmente conocidos. La medición de la masa y la densidad de las partículas de la emulsión constituían una dificultad a consecuencia de sus dimensiones microscópicas, de manera que no se podían medir directamente.

Perrin determinó la densidad de la sustancia de las partículas, midiendo la masa y el volumen de la emulsión. Para esto determinó primero la masa de agua M_0 que llenaba una vasija determinada (picnómetro). De aquí se obtuvo el volumen del picnómetro $\frac{M_0}{\rho_1}$

(ρ_1 es la densidad del agua). Luego encontró la masa M_1 de la emulsión que llenaba al mismo picnómetro. Después de esto, el picnómetro con la emulsión se colocaba en el horno, donde el líquido se evaporaba completamente. Luego se pesaba de nuevo el picnómetro y como resultado se determinaba la masa M_2 de las partículas en la emulsión. De estas mediciones se obtenía el volumen de líquido en la emulsión:

$$V_a = \frac{M_1 - M_2}{\rho_1},$$

el volumen de las partículas en la emulsión: $V_2 = \frac{M_0}{\rho_1} - \left(\frac{M_1 - M_2}{\rho_1} \right) = \frac{M_0 - M_1 + M_2}{\rho_1}$ y de

$$\text{aquí su densidad } \rho_2 = \frac{M_2}{V_2} = \frac{M_2}{\frac{M_0 - M_1 + M_2}{\rho_1}} = \frac{M_2 \rho_1}{M_0 - M_1 + M_2}.$$

Perrin determinó el radio de las partículas de emulsión, que eran esferas casi perfectas, midiendo la velocidad u de su caída en la emulsión, que llenaba el tubo capilar. En la bolita de radio R que cae con una rapidez u en el líquido, cuya viscosidad es μ , actúa la fuerza de rozamiento, dirigida verticalmente de magnitud $F_D = 6\pi\mu Ru$.

Además, sobre la bolita que cae actúa la fuerza de Arquímedes dirigida hacia arriba, de magnitud $F_f = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho g$, donde ρ es la densidad del líquido y el peso cuya magnitud es

$$w = mg = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho_0 g, \text{ en la que } \rho_0 \text{ es la densidad de la sustancia de la bolita.}$$

La magnitud de la resultante de estas dos últimas fuerzas $F_1 = \frac{4}{3}\pi R^3(\rho_0 - \rho)g$ origina el movimiento de la bolita con la aceleración g , dirigida hacia abajo ($\rho_0 > \rho$). Conforme aumenta la velocidad de la bolita, crece la fuerza F_D de rozamiento que la frena. Como resultado se establece un equilibrio de fuerzas y la bolita se mueve con velocidad constante a partir de este instante, de manera que $6\pi\rho R u = \frac{4}{3}\pi R^3(\rho_0 - \rho)g$.

Esta es la velocidad que midió Perrin. De esta última fórmula se determinan el radio de la partícula y su masa correspondiente:

$$R = \sqrt{\frac{9\mu u}{2g(\rho_0 - \rho)}}, \quad m = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho_0.$$

De manera que todas las magnitudes que aparecen en la ecuación

$$\frac{n_1}{n_2} = \exp\left[-\frac{mg\left(1 - \frac{\rho}{\rho_0}\right)}{kT}(z_1 - z_2)\right]$$

pueden ser medidas. La fórmula para calcular la

constante de Boltzmann se obtiene tomando logaritmos en la ecuación anterior, esto es

$$k = \frac{m\left(1 - \frac{\rho}{\rho_0}\right)g(z_2 - z_1)}{T \ln\left(\frac{n_1}{n_2}\right)}.$$

El valor de k obtenido en las expresiones de Perrin es un poco menor que el valor admitido actualmente. Más tarde, con este mismo método fue obtenido un valor más exacto por otros autores.

4.3.2. Experimento de la gota de aceite de Millikan

Un hecho importante es que la carga eléctrica aparece siempre en múltiplos de una unidad fundamental (Alonso y Finn, 1985).

Un experimento para establecer este principio lo realizó el físico norteamericano Robert A. Millikan, quién por muchos años a principios del siglo XX, llevó a cabo el experimento conocido como el experimento de la gota de aceite. Un diagrama del aparato utilizado por Millikan se muestra en la figura 4.15.

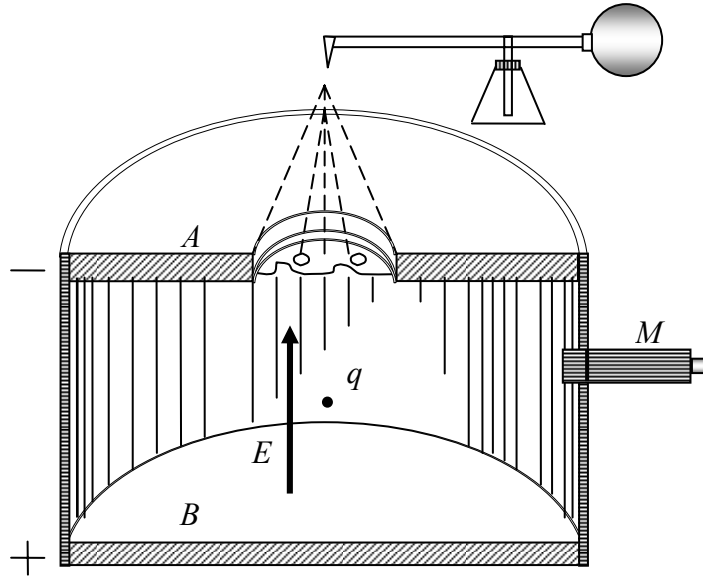


Figura 4.15. Esquema del dispositivo utilizado por Millikan para realizar el experimento de la gota de aceite.

Millikan estableció, entre dos placas horizontales y paralelas A y B , un campo eléctrico \vec{E} el cual se podía eliminar o restituir por medio de un interruptor. A través de las perforaciones hechas en la placa superior se dejaban pasar gotitas de aceite producidas por un atomizador, las cuales se cargaban por fricción al pasar por la boquilla del atomizador. El movimiento de las gotas se podía observar a través del microscopio M .

Suponiendo que la gota tiene carga positiva q , cuando se aplica un campo eléctrico \vec{E} la gota se mueve verticalmente hacia arriba (si la carga es negativa, el movimiento hacia arriba se produce aplicando el campo eléctrico hacia abajo). Las fuerzas que actúan sobre ella son su peso (\vec{w}), una fuerza viscosa de resistencia al avance (\vec{F}_D), la fuerza de Arquímedes (\vec{F}_f) y la fuerza eléctrica (\vec{F}_E); el diagrama de fuerzas se muestra en la figura 4.16.

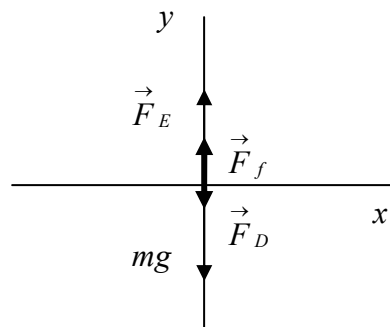


Figura 4.16. Diagrama de fuerzas cuando una gota se mueve en un campo eléctrico

Ahora usando la segunda ley de Newton se tiene que la ecuación del movimiento de la gota, en términos de las magnitudes de las fuerzas, está dada por la expresión

$$ma = qE - mg - F_D + F_f .$$

Cuando la gota llega a su velocidad terminal $a = 0$, de manera que

$$qE - \frac{4}{3}\pi R^3 g(\rho - \rho_a) - 6\pi\mu R u_1 = 0, \text{ donde se ha usado que } F_f - w = -\frac{4}{3}\pi R^3 g(\rho - \rho_a), \text{ en}$$

la que ρ y ρ_a representan la densidad del aceite y del aire respectivamente. Así que la carga q de la gota es

$$q = \frac{6\pi\mu R u_1 + \frac{4}{3}\pi R^3 g(\rho - \rho_a)}{E} \dots\dots\dots (*)$$

Ahora bien, el movimiento de caída de la gota, si no se aplica el campo eléctrico de magnitud E , es

$$ma = F_D + F_f - mg . \text{ Y la rapidez terminal de la gota } u_2, \text{ cuando } a = 0, \text{ se obtiene de}$$

$$6\pi\mu R u_2 - \frac{4}{3}\pi R^3 g(\rho - \rho_a) = 0, \text{ lo cual resulta}$$

$$u_2 = \frac{2R^2 g(\rho - \rho_a)}{9\mu} .$$

Para encontrar el valor de la carga q , se despeja R de la última ecuación y se sustituye en la fórmula marcada con asterisco (*), quedando

$$q = \frac{6\pi\mu R u_1 + \frac{4}{3}\pi g \left(\frac{9\mu u_2}{2g(\rho - \rho_a)} \right) R(\rho - \rho_a)}{E} ; \text{ simplificando esta expresión se tiene que}$$

$$q = \frac{6\pi\mu R(u_1 + u_2)}{E} .$$

Para encontrar el radio de la esfera se mide u_2 y se despeja R de la expresión

$$u_2 = \frac{2R^2 g(\rho - \rho_a)}{9\mu}, \text{ es decir, } R = \sqrt{\frac{9u_2\mu}{g(\rho - \rho_a)}} .$$

De la misma forma para obtener el valor de la carga q se mide u_1 y se utiliza la

$$\text{ecuación } q = \frac{6\pi\mu R(u_1 + u_2)}{E} . \text{ Es necesario destacar que las velocidades } u_1 \text{ y } u_2 \text{ son del}$$

orden de centésimas de centímetro por segundo (Serway y Faughn, 2001), de manera que es posible seguir el movimiento de ascenso y descenso de una gota de masa y radio constantes con solo activar o desactivar el campo eléctrico.

Millikan observó el movimiento de la gota hacia arriba y hacia abajo muchas veces aplicando y suprimiendo el campo eléctrico sucesivamente. Él observó que la velocidad u_2 permanecía invariable, pero la velocidad u_1 variaba, lo cual implicaba un cambio en

la carga de la gota. Estos cambios se debían a la ionización ocasional del aire por rayos cósmicos (Alonso y Finn, 1985).

Los cambios de la carga Δq y de la rapidez hacia arriba u_1 están relacionados por la expresión, $\Delta q = \frac{6\pi\mu R}{E} \Delta u_1$. Algunas veces Δq es positiva y otras negativa, de acuerdo al tipo de modificación de la carga. Repitiendo el experimento de la gota de aceite muchas veces con diferentes gotas, se ha concluido que los cambios Δq son siempre múltiplos de la carga fundamental e (carga del electrón). Estas observaciones aportaron una prueba concluyente de que la carga está cuantizada. Por esto Millikan recibió el premio Nobel de física en 1923.

4.3.3. Sedimentación

Se llama sedimentación a la caída de objetos a través de un fluido (Giancoli, 1997). El objeto podría ser un grano de arena o de otro material que se desplace ya sea en agua estancada o en movimiento, o bien, los glóbulos rojos moviéndose en el plasma sanguíneo en un experimento de laboratorio.

Agua reciclada

Un problema de actualidad es el del suministro de agua potable a las personas que habitan las grandes ciudades, ya que este líquido es escaso en esos lugares. Es por esto que se requiere reciclar el agua. Para ello es necesario primero eliminar las partículas suspendidas en el fluido; para lograrlo se utilizan sistemas de sedimentación que consisten en canales de profundidad h por los que se hace circular agua con rapidez U , como se ilustra en la figura 4.17.

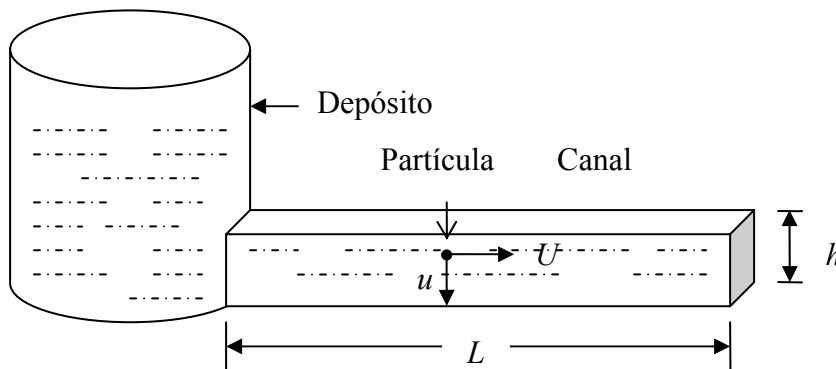


Figura 4.17. Sistema para sedimentar partículas mezcladas en agua.

Si se considera que las partículas suspendidas en el líquido son pequeñas esferas de diámetros del orden de micrómetros (μm), entonces de acuerdo al análisis que se hizo con anterioridad el equilibrio de fuerzas se expresa por la ecuación

$6\pi\mu R u = \frac{4}{3}\pi R^3 g(\rho_e - \rho_a)$, donde μ es la viscosidad del agua, R es el diámetro de la esfera, g es la magnitud de la aceleración de la gravedad de la Tierra, ρ_e y ρ_a la densidad de la esfera y del agua respectivamente. De modo que la rapidez (u) con la que cae la esfera es

$$u = \frac{2}{9\mu} R^2 g(\rho_e - \rho_a).$$

Así que la esfera se mueve horizontalmente con la rapidez del agua (U) y también cae a través de ella con una rapidez terminal u . Para que las partículas sedimenten se debe construir un tanque de largo $L = Ut$, donde t es el tiempo que requiere la partícula para recorrer la profundidad del tanque, es decir, $t = \frac{h}{u}$. Sustituyendo tenemos que

$L = \frac{U}{u} h$, o bien, usando la expresión para la rapidez de caída de la esfera, se puede escribir

$$L = \frac{9\mu U h}{2R^2 g(\rho_e - \rho_a)}.$$

Cabe destacar que las partículas de diámetro más grande también sedimentan, ya que como se mencionó antes su rapidez terminal es mayor y por lo tanto requieren menos tiempo para recorrer la misma distancia h .

Si un objeto no es esférico, también vale el análisis que se ha hecho para determinar la rapidez terminal de una esfera. La diferencia consiste en que no se puede utilizar la ley de Stokes para calcular la fuerza de resistencia. Sin embargo se puede suponer que la magnitud de esa fuerza es proporcional a la rapidez (Serway y Faughn 2001), es decir, $F_D = ku$ donde k es una constante que se debe determinar por medio de experimentos. De manera que como se ha mencionado antes $w = E + F_D$, en la que w es la magnitud del peso del cuerpo, E es la magnitud de la fuerza de flotación y F_D es la magnitud de la fuerza de arrastre.

Como $E = \rho_f g V_D$ y $V_D = \frac{m_c}{\rho_c}$, por estar el cuerpo completamente sumergido, tenemos

que $E = \frac{\rho_f}{\rho} mg$. Así que se puede escribir $mg = \frac{\rho_f}{\rho} mg + ku$, o bien,

$$u = \frac{mg}{k} \left(1 - \frac{\rho_f}{\rho} \right).$$

De modo que en este caso la longitud (L) del tanque para que las partículas sedimenten debe ser

$$L = \frac{k\rho U h}{mg(\rho - \rho_f)}.$$

La centrífuga y la rapidez de sedimentación

En ocasiones se requiere aumentar la rapidez de sedimentación, lo cual se logra incrementando la aceleración efectiva. La forma de hacerlo consiste en colocar el fluido que contiene diversas moléculas biológicas en una centrífuga como la que se muestra en la figura 4.18.

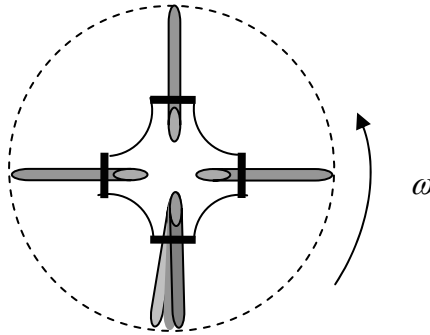


Figura 4.18. Diagrama de una centrífuga que gira con velocidad angular ω .

La centrífuga se hace girar a rapidez angular ω muy grandes por lo que las partículas experimentan una aceleración radial a_c dada por la expresión $a_c = \frac{u^2}{r} = \omega^2 r$.

Reemplazando g por a_c en $u = \frac{mg}{k} \left(1 - \frac{\rho_f}{\rho}\right)$ se obtiene

$$u = \frac{m\omega^2 r}{k} \left(1 - \frac{\rho_f}{\rho}\right).$$

De acuerdo con la expresión anterior, las partículas que tienen mayor masa son las que sedimentan primero, pues su rapidez terminal es mayor, de manera que llegan primero al extremo que corresponde al fondo del tubo; lo cual permite separar moléculas de distinta masa que se encuentren contenidas en el fluido.

Por otra parte la centrífuga permite reducir el tiempo de sedimentación, ya que al aumentar la velocidad angular se reduce la rapidez terminal.

Preguntas

1. ¿Cuáles son las variables de las que depende el movimiento de un balón en el interior de un líquido? Explica.
2. ¿Si se dejan caer dos esferas del mismo material pero de distintos diámetros en un fluido, cuál de ellas alcanzará primero la velocidad terminal? Explica.
3. ¿Es posible calcular la viscosidad de un fluido, usando el método de la esfera cayendo en él?

4. ¿Cuáles son las condiciones que se deben satisfacer para determinar la viscosidad de un fluido, usando el método descrito?

5. Un tanque de sedimentación del sistema municipal de suministro de agua tiene 2.5 m de profundidad y en él fluye continuamente agua, a una temperatura de 20 °C, con una rapidez de $35 \frac{cm}{s}$. Estime la longitud mínima del tanque para asegurar que todas las partículas con diámetros mayores primero a 1 mm y luego a 100 μm sedimenten en su interior. La densidad de las partículas es de $\rho_p = 2.55 \frac{g}{cm^3}$.

6. Suponga que una partícula de polvo radiactivo es aproximadamente una esfera de densidad $2400 \frac{kg}{m^3}$. Determine cuánto tiempo, expresado en días, tardará dicha partícula en sedimentarse a nivel del mar desde una altura de 12 km, si el diámetro de la partícula es de
a) 1 μm o b) 20 μm.

7. Una partícula de polvo de densidad $2600 \frac{kg}{m^3}$, suficientemente pequeña para satisfacer la ley de Stokes para la resistencia, precipita a razón de 1.5 milímetros por segundo ($\frac{mm}{s}$) en aire a 20 °C y 1 atmósfera (atm) de presión. ¿Cuál es su diámetro aproximado?

8. Considere pequeñas gotas de aceite de densidad $\rho_A = 0.85 \frac{g}{cm^3}$ ascendiendo en agua. Desarrolle una relación para calcular la rapidez terminal de una gota en ($\frac{m}{s}$) como una función de su diámetro (en mm), suponiendo flujo de Stokes. ¿Para qué valores del diámetro de la gota el flujo de Stokes es una suposición razonable?

9. Se observa que una partícula de polvo que cae en aire se estabiliza a una rapidez de $2 \frac{mm}{s}$. La densidad de la partícula es $\rho_p = 4.5 \times 10^3 \frac{kg}{m^3}$. Estime su tamaño.

10. Una perla cuya densidad es de $2.0 \times 10^3 \frac{kg}{m^3}$ y que tiene un radio de 2.0 mm cae en shampoo líquido con una densidad de $1.4 \times 10^3 \frac{kg}{m^3}$ y una viscosidad de $0.50 \times 10^{-3} \frac{Ns}{m^2}$. Determine la velocidad terminal de la perla.

4.4. EL TÚNEL DE VIENTO

Los túneles de viento son usados en muchas investigaciones, desde las fundamentales a la aerodinámica industrial. Muchos estudios están relacionados con fuerzas sobre modelos a escala de aviones, componentes de aviones, automóviles o edificios.

En muchos casos es útil probar modelos a escala de vehículos reales. Para diseñar un nuevo avión, por ejemplo, son necesarias muchas horas de prueba en túneles de viento, para experimentar con modelos varias formas de alas y fuselajes. De la misma manera en el diseño de vehículos terrestres, como automóviles y camiones, las consideraciones aerodinámicas son importantes, pues la economía de los combustibles está relacionada con la reducción del arrastre aerodinámico.

Los primeros automóviles tenían formas de caja por lo que el arrastre sobre ellos era grande. Los automóviles modernos tienen formas más alargadas (aerodinámicas). Aunque la reducción del arrastre en los autos se complica, puesto que existe resistencia sobre las superficies salientes como el cárter, el silenciador de escape y las partes de la suspensión, así como en las superficies de partes salientes del vehículo como espejos, manijas y dispositivos para guardar equipaje.

La mayor parte del trabajo en el desarrollo de configuraciones de bajo arrastre se realiza utilizando pruebas de modelos que se llevan a cabo en un túnel de viento (Fox y McDonald, 1995). Existen túneles de distintas dimensiones dependiendo del uso que se les vaya a dar; por ejemplo, la General Motors utiliza un túnel de viento de 5.4 *m* de altura, 10.4 *m* de ancho y 21.3 *m* de largo en la sección de prueba, lo que permite probar automóviles a escala natural.

En geofísica los flujos han sido estudiados por meteorólogos y oceanógrafos. Ellos han experimentado con tanques de agua girando para simular las características de las condiciones dinámicas de los flujos en un sistema en rotación. La interpretación de las mediciones les ha ayudado a entender mejor la delgada capa de aire y agua que rodea a la Tierra (Emrich, 1981).

Asimismo, se han utilizado túneles de viento para estudiar flujos donde la viscosidad no juega un papel importante a grandes números de Reynolds; es decir, flujos turbulentos y también en flujos donde la viscosidad y las fuerzas inerciales son del mismo orden.

El túnel que aquí se propone va a servir para estudiar flujos que se muevan a bajas velocidades, menores a $3 \frac{m}{s}$, que es la máxima alcanzada. Pero algo que es más

importante aún, va a servir para estimular a los estudiantes de bachillerato a interesarse por el estudio de los fluidos, ya que les permitirá visualizar patrones que son comúnmente difíciles de observar. También es posible realizar mediciones en algunos casos.

4.4.1. Material

El material utilizado para la construcción del túnel es el siguiente.

- 6 trozos de lámina doblada de 300 *cm* .
- 4 trozos de lámina doblada de 150 *cm* .
- 2 trozos de lámina doblada de 75 *cm* .
- 7 trozos de lámina doblada de 45 *cm* .
- 2 tramos rectangulares de acrílico transparente de 45 *cm* por 180 *cm* .
- 2 tramos rectangulares de acrílico transparente de 52 *cm* por 120 *cm* .
- 1 tramo rectangular de acrílico transparente de 52 *cm* por 60 *cm* .
- 2 tramos rectangulares uno de 52 *cm* por 40 *cm* y otro de 52 *cm* por 20 *cm* .
- 2 tramos de madera de 45 *cm* por 120 *cm* .
- 2 tramos de madera de 52 *cm* por 120 *cm* .
- 40 cajas de popotes (cilindros de plástico) de 25 *cm* de largo y 0.5 *cm* de diámetro.
- 18 ventiladores de 120 volts de 12 *cm* por 12 *cm* por 4 *cm* .
- 6 ruedas.
- Tornillos.
- Malla tipo mosquitero.
- Variac.

Los trozos de lámina doblada se atornillan de manera que se forme una estructura como la que se muestra en la figura 4.19.

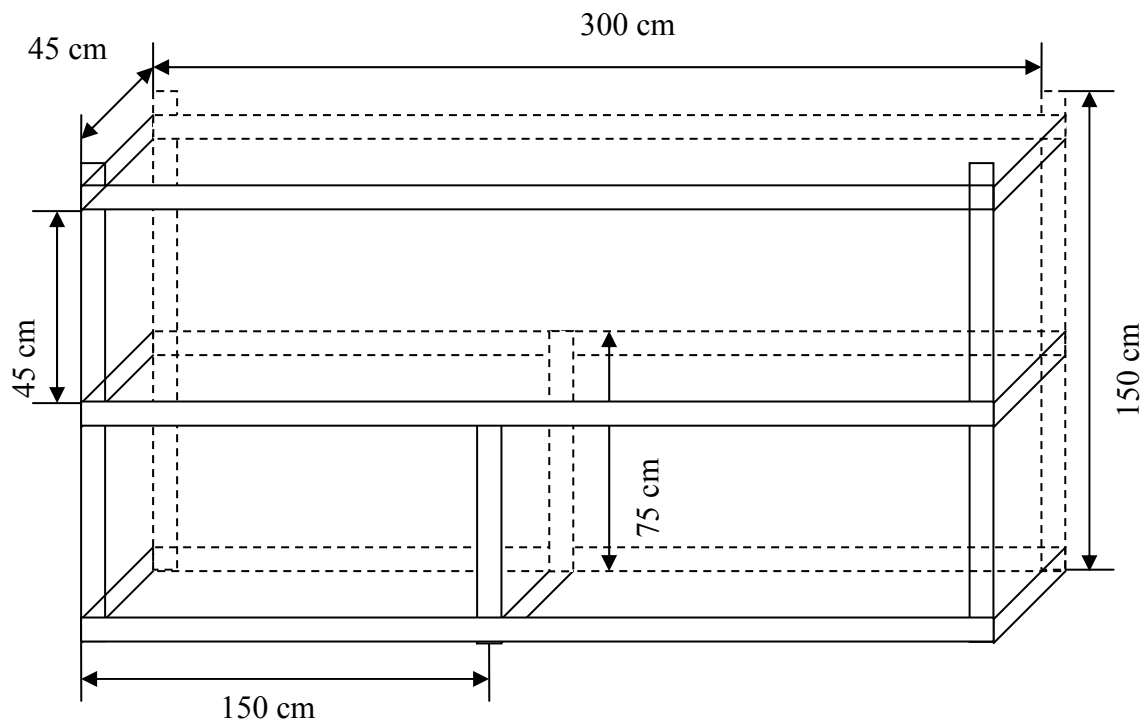


Figura 4.19. Estructura del túnel de viento.

Los ventiladores se agrupan en dos conjuntos de nueve unidades cada uno y se ponen en marcos de madera de 45 *cm* por 45 *cm* , de modo que se tengan dos dispositivos como el que se muestra en la figura 4.20.

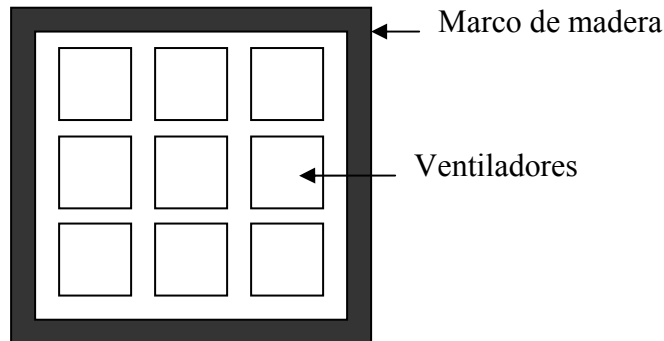


Figura 4.20. Ventiladores en su marco. Vista de atrás.

Con varilla roscada, de 0.6 *cm* de diámetro, se construyeron dos estructuras de 45 *cm* por 45 *cm* por 5 *cm* y sobre éstas se colocó malla tipo mosquitero como se muestra en la figura 4.21.

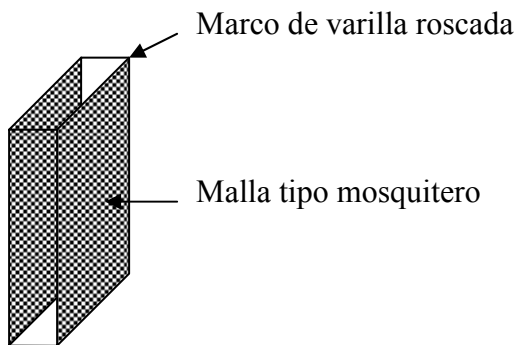


Figura 4.21. Estructura con malla tipo mosquitero.

Enseguida se colocan y atornillan las láminas de acrílico, las de madera así como los arreglos construidos con los ventiladores. Una manera de hacerlo es poner primero los dos tramos de acrílico de 45 *cm* por 180 *cm* , después los de madera de 45 *cm* por 120 *cm* . Posteriormente se colocan los dos tramos de acrílico de 52 *cm* por 120 *cm* y enseguida los tramos de 52 *cm* por 60 *cm* , de 52 *cm* por 40 *cm* y de 52 *cm* por 20 *cm* y por último se ponen los dos tramos de madera de 52 *cm* por 120 *cm* , de manera que se obtiene una estructura como la que se muestra en la figura 4.22.

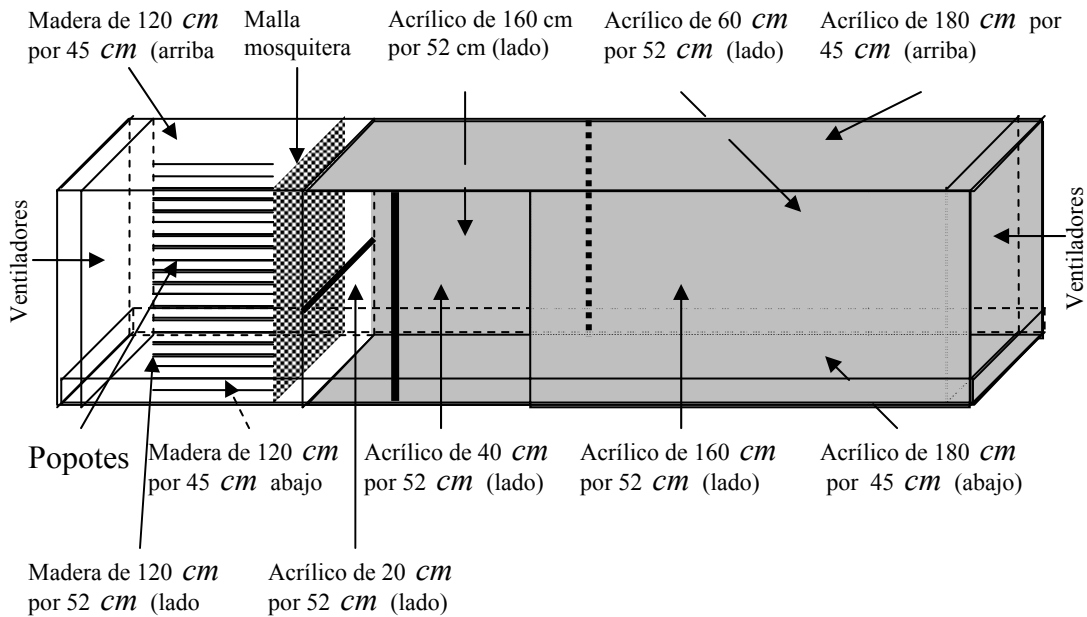


Figura 4.22. Estructura de acrílico y madera.

Cabe mencionar que entre los ventiladores y la malla mosquitera se ponen popotes, los cuales tienen 0.5 cm de diámetro y 25 cm de largo y se colocan sobre toda la sección transversal del túnel, de manera que se presionen con la madera. En la figura 4.23 se muestran dos vistas de estas estructuras.

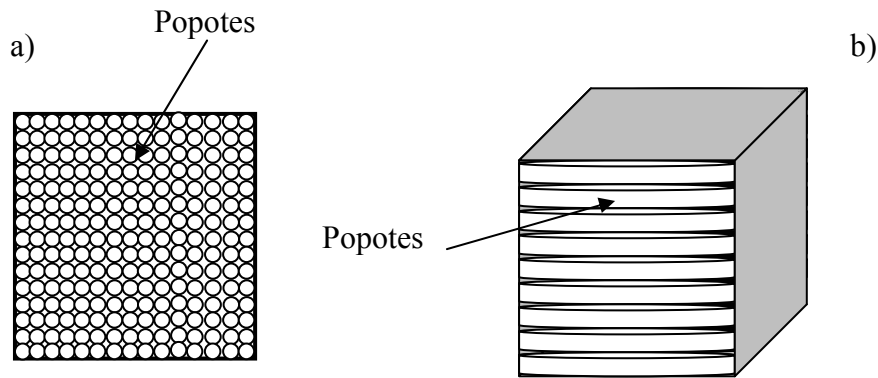


Figura 4.23. Popotes colocados en la sección transversal del túnel. En a) se muestra la estructura vista de frente y b) muestra la misma estructura pero vista de lado.

Al terminar de colocar todos los elementos descritos se tiene un túnel de viento con el aspecto de la figura 4.24.

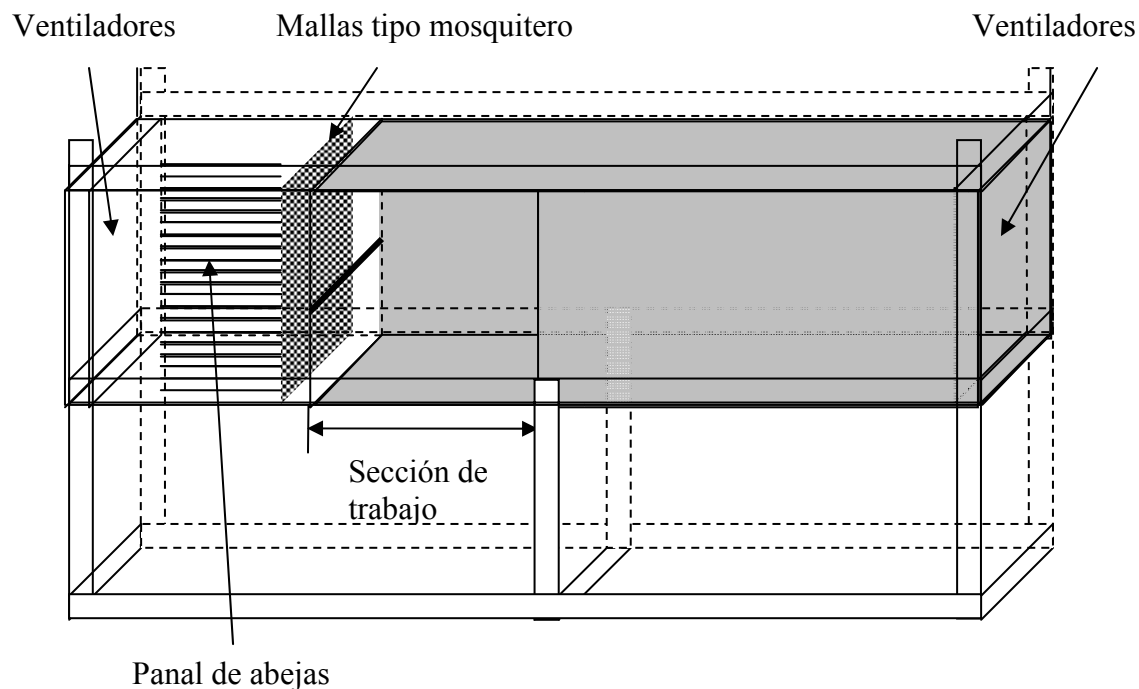


Figura 4.24. Túnel de viento.

De manera que el equipo queda formado por cuatro secciones importantes: I) una que sirve para producir el flujo, II) la estructura de panal de abejas, III) mallas tipo mosquitero y IV) sección de trabajo.

I) La parte que sirve para producir el flujo de aire esta compuesta por nueve ventiladores colocados en la parte trasera del túnel y otros nueve en la salida. Los ventiladores están conectados en paralelo, los de la parte trasera inyectan el aire en el túnel y los otros nueve que se encuentran en el extremo opuesto lo extraen. Éstos a su vez son conectados a un variac, de modo que la velocidad de giro pueda ser controlada para poder seleccionar la velocidad del flujo. Por medio de este instrumento se puede variar el voltaje en los ventiladores entre 0 y 140 volts.

II) La estructura de panal de abejas tiene como función suprimir las inhomogeneidades transversales de la velocidad del aire que introducen las palas de los ventiladores, así como encauzar el flujo en una dirección. Este sistema se construyó con popotes de 0.5 *cm* de diámetro y 25 *cm* de largo, los cuales se colocan de manera que cubran completamente la sección transversal del túnel. Este sistema reduce las fluctuaciones de la velocidad en la sección de trabajo.

El largo de los popotes es importante ya que una capa límite se desarrolla al interior de éstos. Se requiere que la capa límite haya invadido completamente el interior del tubo para que la viscosidad reduzca las fluctuaciones de la velocidad. La capa límite crece a lo ancho del tubo a medida que el fluido se mueve.

Suficientemente lejos de la entrada de la tubería, la capa límite que se desarrolla en la pared de ésta, alcanza la línea central del tubo y el flujo se vuelve completamente viscoso como se muestra en la figura 4.25.

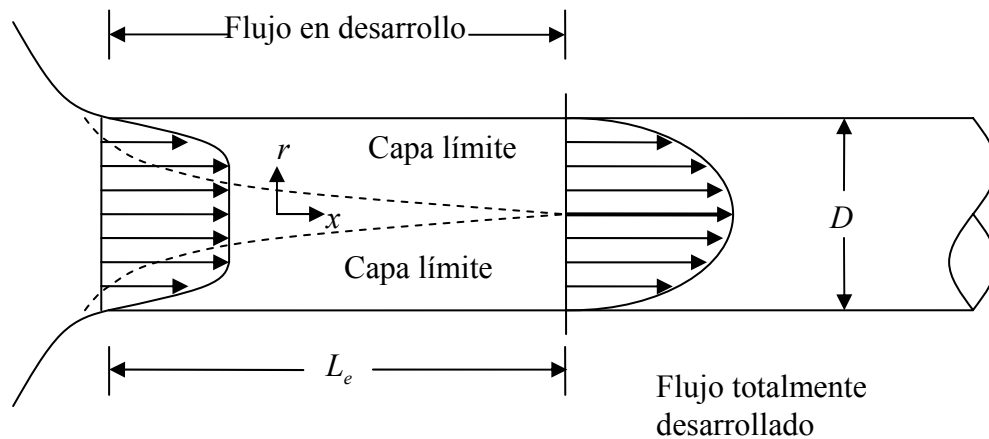


Figura 4.25. Desarrollo del perfil de velocidades en un tubo.

La forma del perfil de velocidades cambia después de que el núcleo no viscoso desaparece. Cuando la forma del perfil no cambia ya con el aumento de la distancia en la dirección x , se dice que el flujo está completamente desarrollado. La distancia aguas abajo desde la entrada hasta la posición en la cual empieza el flujo completamente desarrollado se llama longitud de entrada L_e . La forma del perfil de velocidad completamente desarrollado depende de que el flujo sea laminar (llamado así porque aparece como una serie de capas delgadas de fluido que se deslizan una sobre otra) o turbulento (caracterizado por fluctuaciones al azar en la velocidad del fluido).

En un flujo laminar, la longitud de entrada L_e , es una función del número de Reynolds

R_e , $\frac{L_e}{D} \cong 0.06R_e$, donde D es el diámetro del tubo (Fox y McDonald, 1977). En el túnel

descrito las velocidades del flujo que se requieren para los experimentos son del orden de $1.5 \frac{m}{s}$ y como el diámetro de los cilindros es de $0.005 m$ entonces el número de

Reynolds es de $R_e = 481$ y como este número es menor que 2300, el flujo es laminar¹.

Usando estos datos se puede calcular la longitud de entrada que resulta ser $L_e = 14.4 cm$. Con esto se garantiza que después de que el aire pasa por los tubos, a la salida de éstos, se tiene un flujo completamente desarrollado, en donde el perfil de velocidades es una función solamente del radio $u(r)$.

¹ Experimentalmente se demuestra que en una tubería para números de Reynolds menores a 2300 se tiene flujo laminar.

iii) Dos arreglos de mallas tipo mosquitero se colocan adelante de la estructura de panal de abejas y tienen la función de redireccionar el flujo de aire según el eje del túnel y homogeneizarlo espacialmente (Pinton,1992).

Cabe mencionar que se probaron mallas de plástico con las que la turbulencia en la sección de trabajo era de alrededor de 3%, sin embargo si se ponen mallas de material más rígido, por ejemplo de aluminio que son las que se utilizaron en este caso, las fluctuaciones son de menos de 1 %.

iv) La sección de trabajo es la parte del túnel de viento donde se realizan los experimentos. En esta zona se debe tener un flujo laminar y uniforme de manera que se puedan hacer mediciones confiables. Se toma como flujo laminar y uniforme a aquel en donde la desviación estándar (σ) de la rapidez (u) es inferior al 1 % del valor medio (\bar{u}). A este número también se le conoce como tasa de turbulencia ($\frac{\sigma}{\bar{u}} \times 100 \%$).

4.4.2. Características

El perfil medio de velocidades se obtuvo utilizando un equipo de velocimetría de hilo caliente con que cuenta la Facultad de Ciencias, marca TSI, modelo IFA 300 como el que se muestra en la figura 4.26.

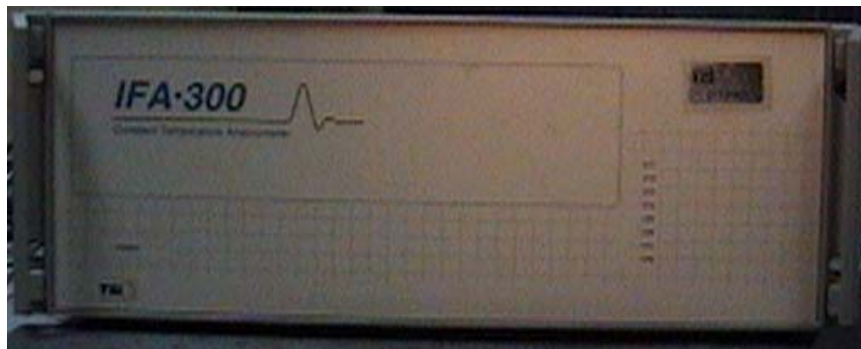


Figura 4.26. Vista de frente del anemómetro de hilo caliente.

La sonda usada en la medición fue una película de hilo caliente de 2 mm de longitud y con un diámetro de 150 μm .

Para determinar la homogeneidad del flujo se midió la velocidad media en distintas posiciones, como se ilustra en la figura 4.27.

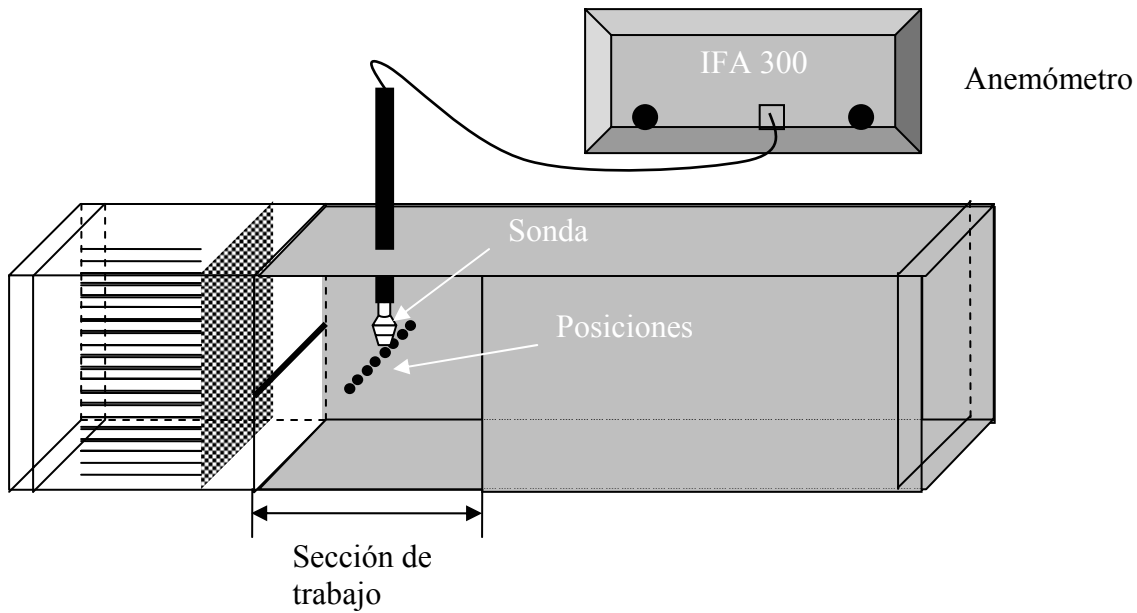


Figura 4.27. Posiciones en las que se midió la velocidad.

La gráfica de la velocidad en función de la posición se muestra en la figura 4.28.

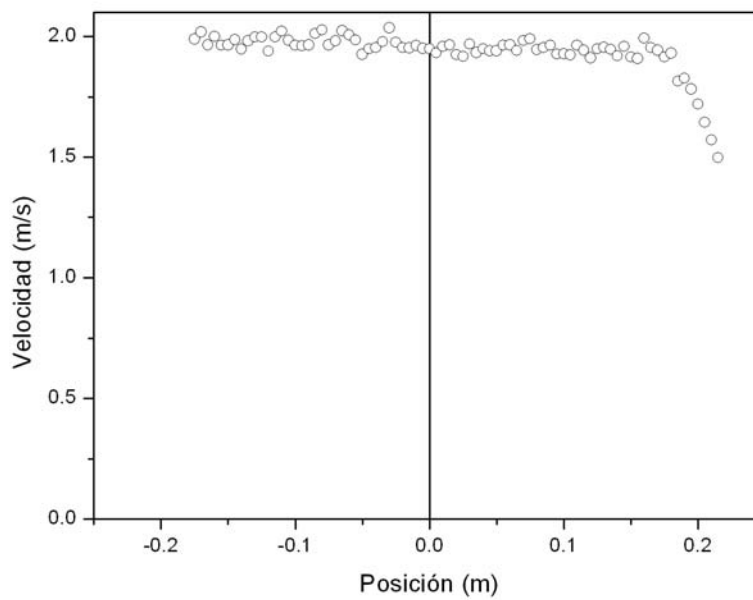


Figura 4.28. Perfil de velocidades en la sección de trabajo.

En esta gráfica se observa que hay una zona en el centro del túnel de aproximadamente 30 cm de espesor donde la velocidad es constante.

Por otra parte, se hizo la medición colocando la sonda en el centro del túnel y se alimentó a los ventiladores con voltajes entre 30 y 140 volts, obteniéndose los valores que se muestran en la tabla 2.

Voltaje (volts)	Velocidad (m/s)	Voltaje (volts)	Velocidad (m/s)
50	0.248	100	1.724
55	0.244	105	1.819
60	0.392	110	1.898
65	0.487	115	1.935
70	0.634	120	1.985
75	0.773	125	2.026
80	0.996	130	2.045
85	1.249	135	2.072
90	1.483	140	2.094
95	1.592		

Tabla 2. Velocidad en función del voltaje en los ventiladores.

La curva de la velocidad en función del voltaje al que se encuentran los ventiladores se muestra en la figura 4.29.

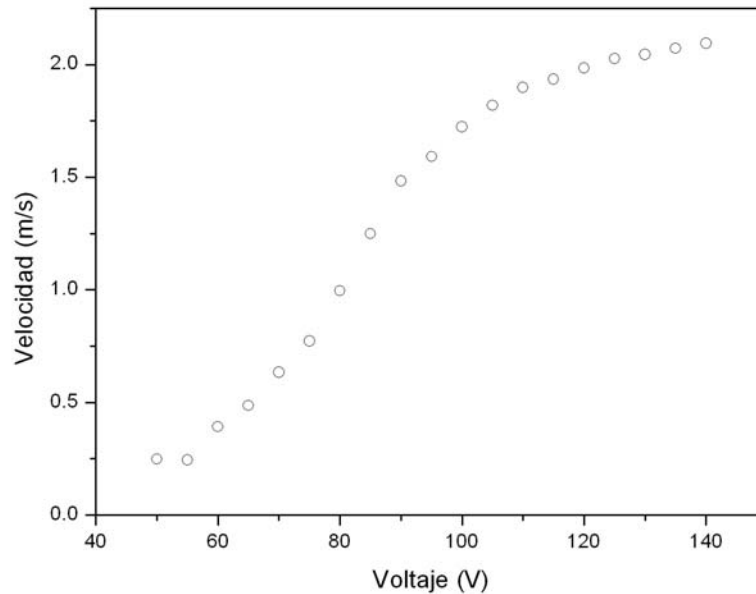


Figura 4.29. Velocidad del flujo en función del voltaje, en el centro de la sección de trabajo.

Con esta gráfica es posible conocer la velocidad con la que se mueve el viento en la sección de trabajo, para lo cual basta con registrar el voltaje que se mide en el variac al que están conectados los ventiladores.

4.4.3. Visualización

Para visualizar los patrones que se forman al poner obstáculos en el flujo, se deposita parafina en un alambre de níquel, que se encuentra en la parte media de la sección de trabajo del túnel de viento y es perpendicular a la dirección del flujo, como se muestra en la figura 4.30.

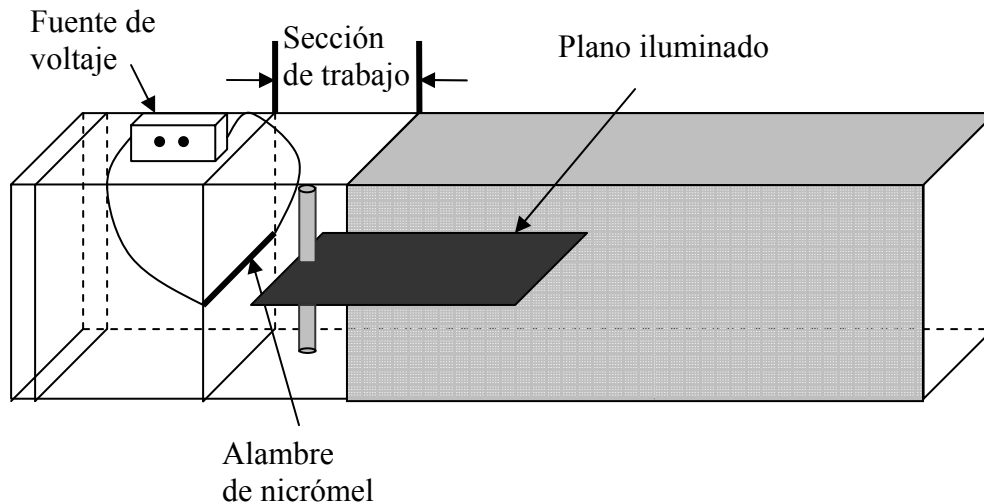


Figura 4.30. Alambre de níquel colocado en la parte media de la sección de trabajo.

El alambre se calienta por medio de una fuente de voltaje de corriente continua, de manera que la parafina se evapora y así se genera humo que al ser iluminado puede hacer visibles esos patrones, de modo que puedan ser grabados utilizando para ello una cámara de video.

Como se requiere de la filmación de los patrones es importante que estos permanezcan visibles un tiempo razonable, además de que se puedan apreciar nítidamente. La primera característica está relacionada con el tiempo en el que se evapora la parafina en cada aplicación y la segunda con la densidad del humo.

4.4.4. El humo

La eficiencia en la producción de humo está relacionado con tres factores: a) la temperatura a la que se eleva el alambre, b) el calibre de éste y c) la velocidad del flujo. Es por esto que se emplea alambre de níquel ya que es muy resistente y como su temperatura de fusión es de $1390\text{ }^{\circ}\text{C}$ puede ser utilizado continuamente a temperaturas elevadas de cerca de $1125\text{ }^{\circ}\text{C}$; además de que la corriente que circula por él se

mantiene constante para un determinado voltaje sin importar la temperatura, es decir, su resistencia varía poco con la temperatura.

Para la realización de los experimentos se cuenta con alambre de calibre 34 cuyo diámetro es de 0.0160 cm ya que es el que mejor se ajusta en el intervalo de velocidades del flujo que se requieren.

El alambre se calienta por medio de una fuente de voltaje de corriente continua, como la que se muestra en la figura 4.31



Figura 4.31. Fuente de voltaje de corriente continua.

Con esta fuente se puede variar la diferencia de potencial en los extremos del alambre entre 0 y 35 volts.

La parafina se obtiene de una vela, la cual se desliza suavemente sobre el alambre. Para que la densidad del humo sea la adecuada, la parafina se deposita cuando el voltaje en él sea de entre 10 y 12 volts, ya que en el intervalo de velocidades de 5 a $34 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$ la parafina se empieza a evaporar cuando el alambre se encuentra sometido a un potencial de 15 volts. Sin embargo, el voltaje más eficiente para el cual la densidad del humo desprendido y el tiempo de evaporación de la parafina es el adecuado para obtener buenas imágenes en el intervalo de velocidades mencionado está entre 18 y 20 volts (García, 2001).

4.5. VÓRTICES

Un vórtice es el patrón que se genera por el movimiento de rotación de muchas partículas alrededor de un centro común. Éste además puede desplazarse en el espacio (Peralta, 1995). Los vórtices aparecen en muchas partes; se pueden encontrar en las pinturas de Van Gogh, algunas de las cuales se muestran en la figura 4.32.

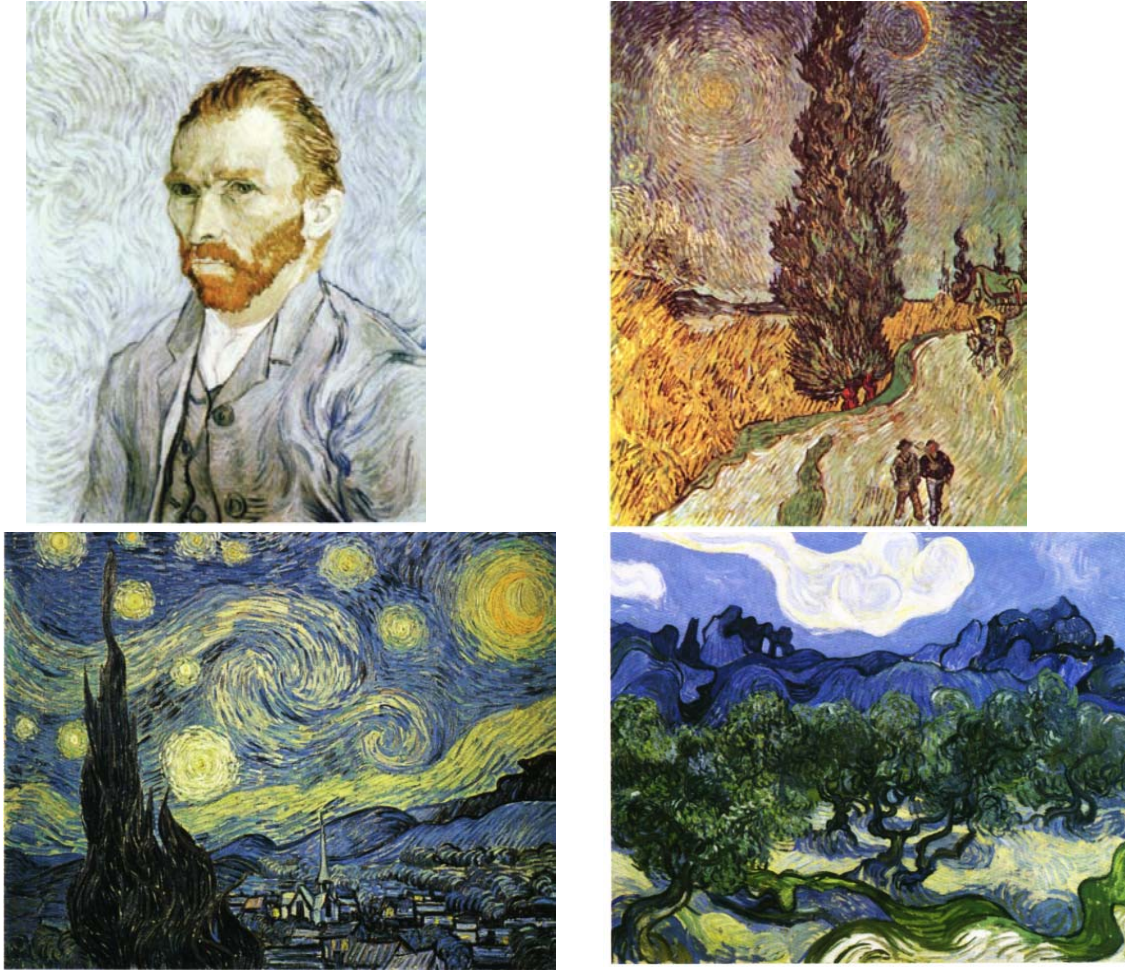


Figura 4.32. Vórtices pintados por Van Gogh; autorretrato, carretera con ciprés, noche estrellada y olivos en un paisaje montañoso. Tomadas de De Leeuw (1999).

En el universo, a muchos miles de años luz, se puede percibir a través de los telescopios objetos que parecen vórtices, los cuales están formados por millones de estrellas que se mueven en torno a un centro común; a estos objetos se les llaman Galaxias Espirales. Una de estas estructuras es la Vía Láctea, de la cual forma parte el Sol y es parecida a la que se muestra en la figura 4.33.



Figura 4.33. Galaxia espiral.

La Vía Láctea tiene un diámetro aproximado de 70000 años-luz; nuestro sistema solar se encuentra en una zona cercana a la orilla, como a 30000 años-luz del centro. El Sol gira alrededor del centro de la galaxia, dando una vuelta cada 250 millones de años; la velocidad de giro es de alrededor de $800\,000 \frac{km}{h}$.

Otros vórtices comunes que se forman en la atmósfera terrestre son los huracanes, que son un tipo de ciclón tropical, el cual se define como un fenómeno meteorológico que tiene vientos en forma de espiral y se clasifican de acuerdo a la velocidad de sus vientos en:

- Depresión tropical. Velocidad del viento menor a $65 \frac{km}{h}$.
- Tormenta tropical. Velocidad del viento en el intervalo de 65 a $110 \frac{km}{h}$.
- Huracán. Velocidades del viento mayores a $110 \frac{km}{h}$.

Los huracanes son conocidos a través de los medios de comunicación ya que producen grandes desastres cuando pasan por lugares poblados, como el huracán Katrina que azotó la costa de Missisipi E.U.A., causando daños económicos cuantiosos así como cientos de muertos, una fotografía del cual se muestra en la figura 4.34.



Figura 4.34. Huracán Katrina sobre el Atlántico. Tomada de National Geographic en español de agosto de 2006.

Los huracanes son los vórtices más grandes que se producen en la atmósfera terrestre. Son tormentas caracterizadas por vientos mayores a $110 \frac{km}{h}$, que en trayectorias espirales se mueven hacia un centro común conocido como el ojo del huracán. Estos vórtices pueden llegar a tener una extensión de $2000km$ de diámetro y viajan con velocidades que oscilan entre 10 y $50 \frac{km}{h}$. Su duración es variable; va de unas horas hasta semanas y puede viajar hasta $2000 km$. El viento en la espiral en la vecindad del ojo, cuyas dimensiones varían entre los 20 y $100 km$, puede alcanzar velocidades de alrededor de $350 \frac{km}{h}$.

Los huracanes se clasifican a su vez de acuerdo a la velocidad del viento, en cinco categorías que se muestran en la tabla 3.

Tipo	Velocidad del viento (km/h)
1	Entre 118 y 153
2	Entre 154 y 177
3	Entre 178 y 209
4	Entre 210 y 249
5	Más de 249

Tabla 3. Clasificación de los huracanes.

Los huracanes más peligrosos obviamente son los tipo 3, 4 y 5.

Otros remolinos que se forman en la atmósfera son los tornados, uno de los cuales se muestra en la figura 4.35.



Figura 4.35. Tornado. Tomada de <http://www.photolib.noaa.gov/htmls/nssl0054.htm>

La rapidez de traslación de un tornado es de $50 \frac{km}{h}$ comúnmente, aunque puede llegar hasta $112 \frac{km}{h}$ o también pueden permanecer estacionarios. El ancho característico es

de alrededor de 100 m y recorren distancias de aproximadamente 25 km . La rapidez de rotación es de unos $400 \frac{km}{h}$, con registros de hasta $800 \frac{km}{h}$.

Cuando un tornado pasa o se forma sobre una superficie de agua recibe el nombre de tromba, una de las cuales se muestra en la figura 4.36.



Figura 4.36. Tromba. Tomada de <http://academic.uprm.edu/accam/tromba05.html>.

Cabe destacar que son comunes también los remolinos de polvo o los que se forman en los lavabos.

4.5.1. Tamaño de los vórtices

Existen vórtices de muchos tamaños, los cuales varían entre las dimensiones atómicas y las cósmicas. Algunos ejemplos se muestran en la tabla 4. (Peralta, 1995).

Vórtices	Diámetro (m)
Vórtices cuantizados en helio líquido	10^{-8}
Remolinos más chicos en un flujo turbulento	10^{-3}
Vórtices en la estela de una ballena	1-10
Tornados y huracanes	$10-10^5$
Estructuras atmosféricas en planetas	10^7
Convección en el interior de las estrellas	10^9
Galaxias espirales	10^{20}

Tabla 4. Dimensiones de algunos vórtices.

Como se puede observar, las dimensiones de los vórtices más grandes son del orden del tamaño de las galaxias, mientras que los más pequeños corresponden al tamaño de los átomos.

4.5.2. Los vórtices y el universo

Debido probablemente a que los vórtices se pueden encontrar casi en todas partes, como se ha mencionado, también se han usado para explicar el funcionamiento del universo.

Así, Descartes imaginaba que todo el espacio vacío (el que no está ocupado por lo que nuestra experiencia considera materia) está ocupado por otra materia primaria compuesta de finas partículas que no producen impresión en nuestros sentidos (Jeans, 1960). Tomando estas ideas como base, Descartes propuso su teoría de los torbellinos, de acuerdo a la cual los planetas, el Sol y las estrellas se movían influidos mutuamente por el efecto de los vórtices que ellos mismos producían. Los planetas giraban por estar en el torbellino que el Sol producía.

Otro intento por explicar el universo basado en vórtices se debe a Kelvin quién intentó explicar la naturaleza atómica y molecular con anillos de vorticidad (Peralta, 1995), de modo que los átomos y sus compuestos eran interpretados como las diferentes formas en que estos anillos podían combinarse.

Aunque estas teorías no tuvieron éxito, sí muestran el interés de las personas por los vórtices.

Propósitos

1. Que el alumno infiera que cuando un fluido se mueve alrededor de un obstáculo, en ocasiones, se generan vórtices.
2. Que el alumno observe el par de vórtices que se generan cuando se coloca un cilindro en el interior de un flujo y su posterior desprendimiento.
3. Que el alumno infiera que las dimensiones de los vórtices cambian cuando varía el número de Reynolds.

4. Que el alumno mida el ancho y el largo de los vórtices en función del número de Reynolds.

5. Que el alumno mida la frecuencia de oscilación en la formación de la calle de Von Kármán.

Es necesario hacer preguntas relacionadas con el tema, de manera que despierten el interés en los estudiantes, para lo cual se proponen las siguientes:

1. ¿Cómo se puede hacer visible el aire cuando pasa alrededor de obstáculos?
2. ¿Cuál fue la razón de la destrucción del puente de Tacoma en 1940?
3. ¿Qué le pasa al viento cuando rodea obstáculos?
4. ¿Por qué los autos modernos no tienen la misma forma que los más viejos?

4.5.3. Otra vez la manzana

El comportamiento del aire rodeando objetos es diferente, dependiendo de la forma de éstos. Es fácil comprobar esta afirmación; para esto basta realizar la actividad 1 y hacer las observaciones pertinentes.

Actividad 1

Para hacer esta actividad se necesita una manzana, un soporte para colocarla (puede servir un lápiz) y una vela encendida. Se parte la manzana por la mitad y se enciende la vela. Luego se pone la media manzana entre la vela y la persona como se muestra en la figura 4.37 y se sopla.

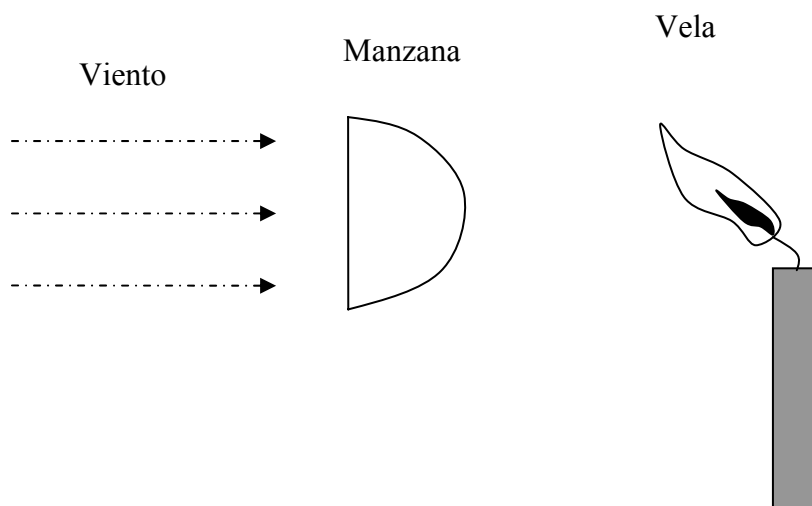


Figura 4.37. Soplando del lado de los huesos.

Posteriormente se voltea la media manzana de manera que se le sopla por la parte de la cáscara, como se muestra en la figura 4.38.

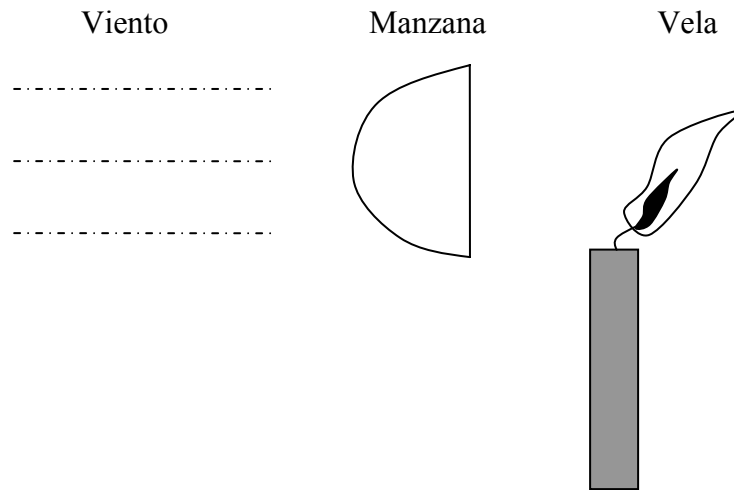


Figura 4.38. Soplando del lado de la cáscara.

Como se puede observar la vela se apaga fácilmente cuando se sopla del lado de la cáscara y resulta más difícil apagarla cuando se sopla del lado de los huesos. Esto significa que los patrones que se forman en el lado de la manzana donde se encuentra la vela son diferentes, puesto que cuando se sopla del lado de los huesos la flama se inclina hacia el soplador lo que indica que una parte del flujo de aire se regresa, mientras que si se sopla del lado de la cáscara la flama se aleja del soplador y llega a la flama con casi toda la intensidad. Estos efectos se muestran en la figura 4.39.

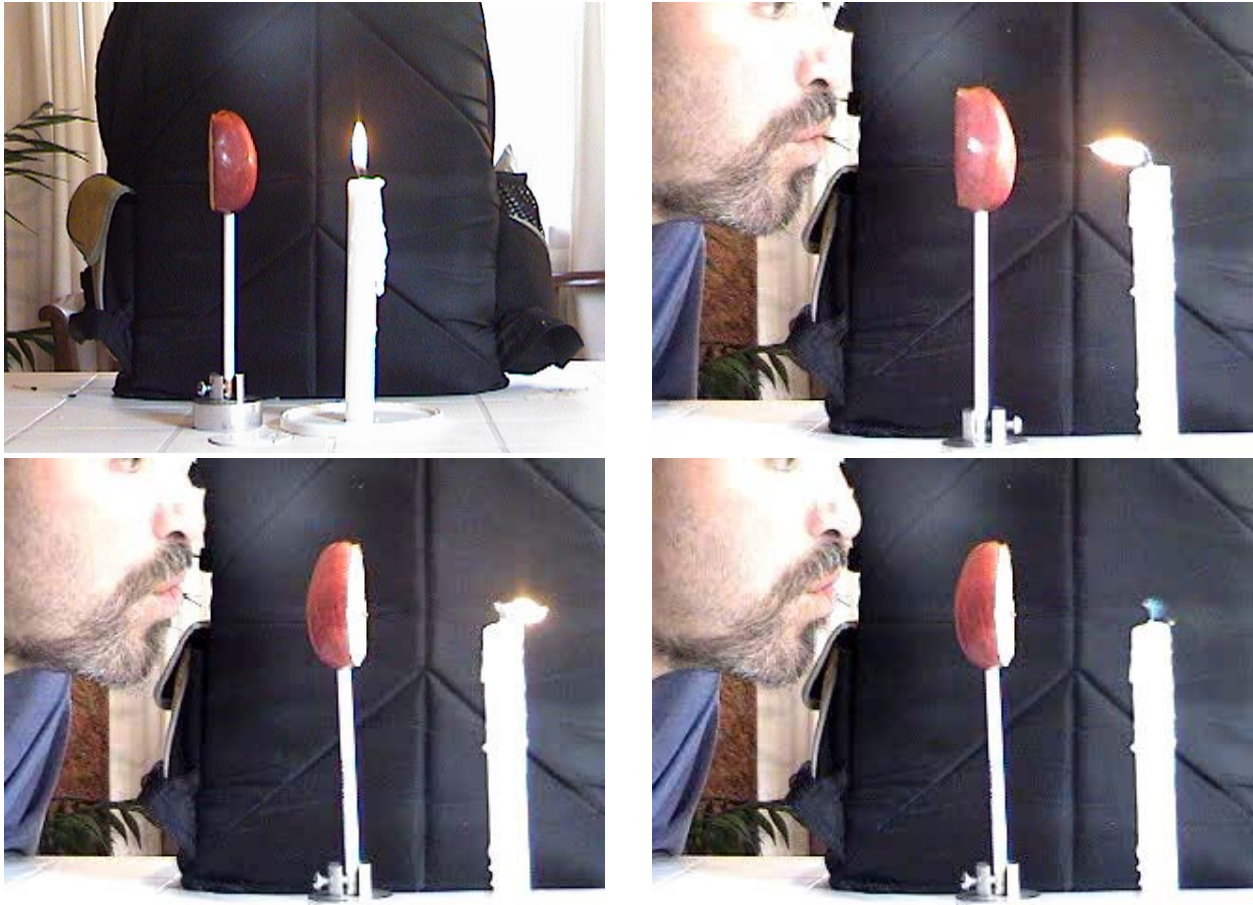


Figura 4.39. Efectos del flujo pasando por media manzana.

En la primera fotografía se muestra la flama sin perturbación, en la segunda se ve el efecto cuando se sopla del lado de las semillas, en la tercera se observa que la flama se aleja del soplador y se apaga fácilmente cuando se sopla del lado de la cáscara.

4.5.4. Vórtices en una botella

Existen remolinos que se pueden ver todos los días y a cualquier hora. Son los vórtices que se forman en los lavabos, uno de los cuales se puede observar al realizar la actividad 2.

Actividad 2

Para ver un remolino se necesita una botella de plástico, luego hacerle un hoyo en el tapón y cortar su base, de manera que se obtiene un recipiente como el que se muestra en la figura 4.40.

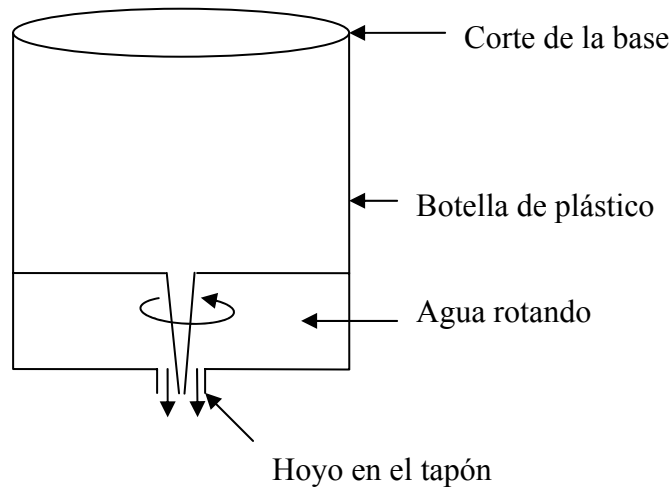


Figura 4.40. Recipiente para observar un vórtice de lavabo.

Luego se llena el dispositivo con agua y a ésta se le da un impulso inicial para que rote, dejando que el líquido salga por un agujero situado en la parte central del fondo. Al salir el agua del recipiente se genera un vórtice en la superficie del líquido, como los que se muestran en la figura 4.41.

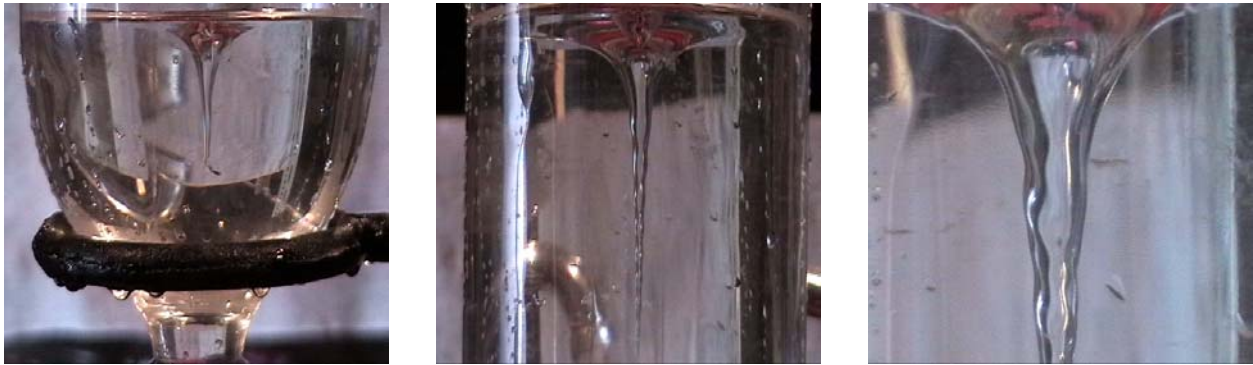


Figura 4.41. Vórtice de desagüe generado en una botella. Fotografías tomadas por Irving Morales Agiss, Laboratorio de Acústica.

La superficie libre del vórtice toma una forma que depende del tamaño de la rotación que se le imprimió al agua, de la profundidad del recipiente y del diámetro del agujero.

4.5.5. Flujo sobre un cilindro

Muchas aplicaciones prácticas están relacionadas con el flujo que pasa perpendicularmente al eje de un cilindro, por ejemplo: el flujo de aire pasando sobre postes de luz o sobre los cables de suspensión de puentes colgantes, o bien, el flujo de agua pasando sobre columnas inmersas en el fluido en movimiento y que sirven para sostener puentes. Se puede mencionar también el caso de un líquido o gas que fluye sobre tubos de enfriamiento.

Cuando se coloca un cilindro en el interior de un flujo se genera una fuerza de arrastre sobre éste, por lo que aparece una fuerza elástica de restauración. De manera que si se elimina el arrastre, el cilindro vuelve a su forma original, como cuando se estira una liga. De modo que si actúa una fuerza oscilante sobre el cilindro, éste vibra con una frecuencia y amplitud que dependen de la magnitud y frecuencia de la fuerza que fluctúa, además de las características elásticas del cilindro (Gerhart, Gross y Hochstein, 1995). Es posible también que el cilindro se encuentre sujeto a una fuerza fluctuante cuya frecuencia sea igual o cercana a una de las frecuencias naturales de vibración del cilindro, en cuyo caso, la amplitud con la que oscilará éste se vuelve muy grande, como cuando se empuja a un niño que se encuentra en un columpio: si cada vez que el columpio se detiene en el punto más alto de su viaje, se empuja nuevamente, llegará cada vez más alto.

Este fenómeno vibratorio puede producir desgaste en estructuras que utilizan tubos, por el roce contra sus soportes; o efectos más espectaculares como la destrucción del puente de Tacoma Narrows en 1940, mostrado en la figura 4.42.



Figura 4.42. Puente de Tacoma. Tomada de <http://www.enm.bris.ac.uk/research/nonlinear/tacoma/tacoma.html#index>.

4.5.6. La estela en un cilindro

Cuando un flujo pasa alrededor de un cilindro se produce una región de separación del flujo, es decir, el fluido ya no sigue la forma de la frontera sólida. A esta región de separación se le llama estela; la cual se caracteriza por una zona de baja presión, que

a su vez está asociada a una fuerza de arrastre extra sobre el cuerpo (Smits, 2003). Un dibujo de la estela en un cilindro se muestra en la figura 4.43.

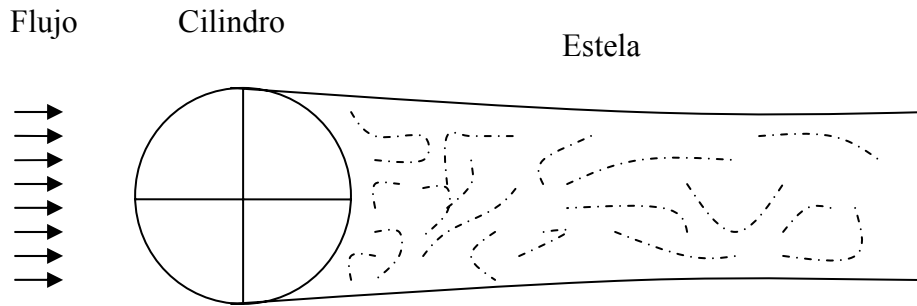


Figura 4.43. Estela en un cilindro.

La estela de un cilindro ha sido estudiada tanto experimental como teóricamente; algunas de las razones se han mencionado anteriormente. Enseguida se proponen dos experimentos para estudiar las estructuras que se forman cuando se coloca un cilindro en un flujo en función del número de Reynolds.

4.5.7. Los vórtices gemelos

Cuando se coloca un cilindro en un flujo, inicialmente se forman aguas abajo un par de vórtices como se muestra en la figura 4.44.

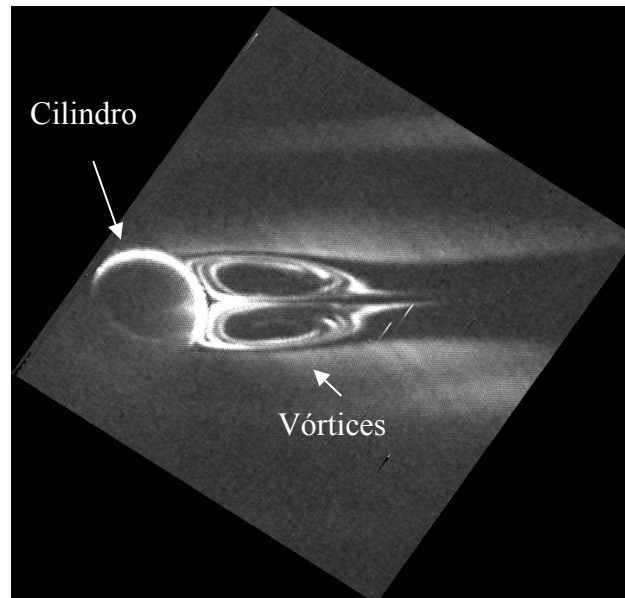


Figura 4.44. Vórtices gemelos pegados a un cilindro. El fluido se mueve de izquierda a derecha.

Si el número de Reynolds es menor que 50 los vórtices se quedan pegados al cilindro, uno de los cuales rota en el sentido de las manecillas del reloj y el otro en el sentido contrario.

Las dimensiones del par de vórtices cambian en función del número de Reynolds, en particular la longitud L y la máxima anchura l_{\max} , que se muestran en la figura 4.45.

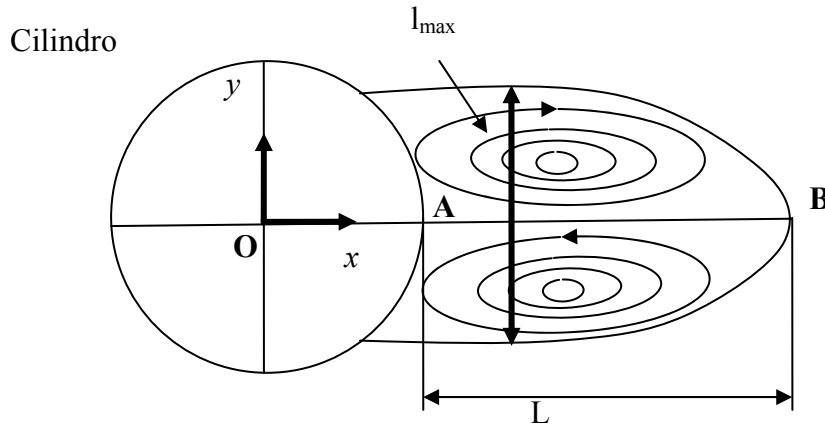


Figura 4.45. Longitud L y anchura máxima l_{\max} .

La longitud L se define como la distancia entre los puntos A y B . Y la máxima anchura l_{\max} como la máxima distancia entre dos puntos opuestos de los vórtices y que además se encuentran sobre la recta perpendicular al eje x .

L y l_{\max} van creciendo a medida que aumenta el número de Reynolds como se puede apreciar en la figura 4.46.

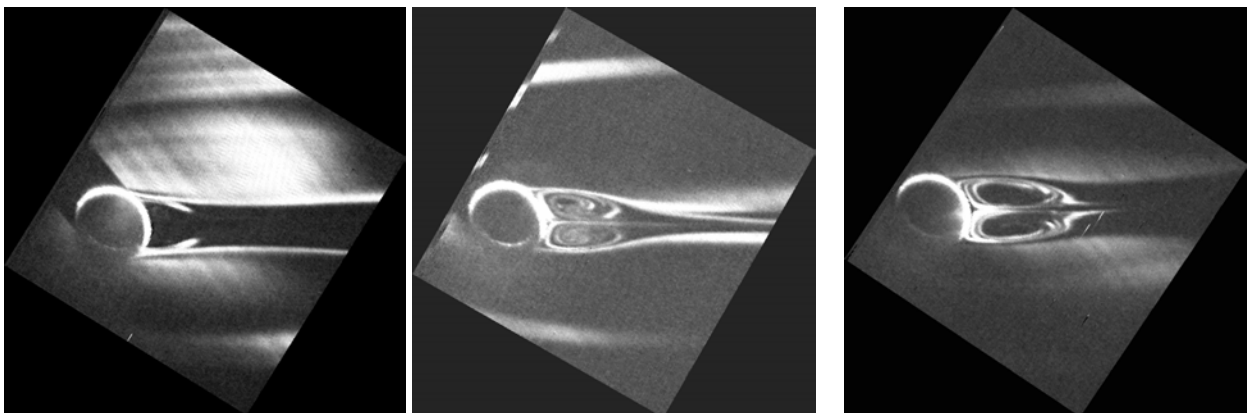


Figura 4.46. Vórtices en un cilindro de 5 mm de diámetro, para números de Reynolds de 16, 26 y 44. El flujo va de izquierda a derecha.

En esta figura se muestran fotografías del par de vórtices para velocidades del flujo de $0.05 \frac{m}{s}$, $0.08 \frac{m}{s}$ y $0.14 \frac{m}{s}$ respectivamente, que corresponden a números de Reynolds de 16, 26 y 44.

4.5.8. Oscilaciones

Cualquier movimiento que se repita en intervalos de tiempo iguales se llama movimiento periódico. Si una partícula en un movimiento periódico se mueve de ida y vuelta sobre la misma trayectoria, se dice que el movimiento es oscilatorio (Resnick y Halliday, 1981); ejemplos de este tipo de movimiento son: el péndulo, masa sujeta a un resorte, cuerda de guitarra, movimiento de la Tierra alrededor del Sol.

El periodo T de un movimiento oscilatorio es el tiempo requerido para completar un viaje de ida y vuelta, es decir, para realizar una oscilación completa a la que también se le llama ciclo. La unidad en el Sistema Internacional de Unidades (SI) es el segundo (s). La frecuencia f del movimiento es el número de oscilaciones por unidad de tiempo, de aquí que se pueda expresar como el recíproco del periodo, es decir, $f = \frac{1}{T}$. La unidad para la frecuencia en el (SI) es el ciclo por segundo a la que se le llama hertz (Hz).

4.5.9. La calle de Von Kármán

Cuando el número de Reynolds es mayor a 50, los vórtices gemelos empiezan a deformarse, es decir, se vuelven asimétricos como se muestra en la figura 4.47.

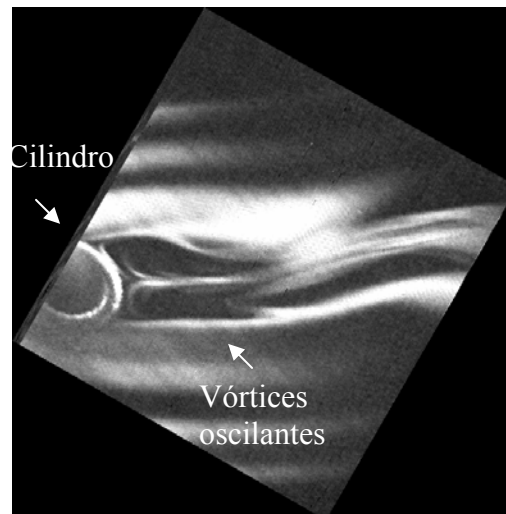


Figura 4.47. Vórtices en un cilindro, los cuales están deformados. El flujo va de izquierda a derecha.

Estos remolinos se deforman y además oscilan con respecto al eje x , lo cual se muestra en la figura 4.48.

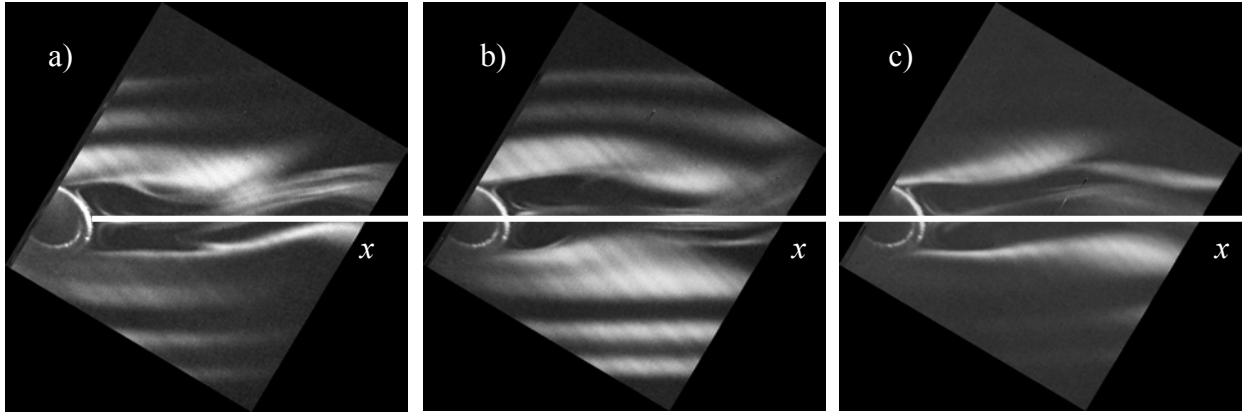


Figura 4.48. Vórtices oscilando con respecto al eje x . El flujo va de izquierda a derecha

En las fotografías se muestra un vórtice para un Reynolds de 58, en tres instantes distintos de tiempo, en donde se observa que la estructura se mueve hacia un lado y otro del eje x .

Los vórtices, a la vez que oscilan, comienzan a desprenderse desde el cilindro, uno de los cuales se alejará en primer lugar y se diluirá aguas abajo en la estela, después de lo cual otro remolino empezará a crecer en su lugar. Mientras tanto el segundo se alejará y así se origina un proceso en el que los vórtices se alejan alternadamente desde el cilindro y se mueven aguas abajo. La disposición de estos vórtices en la estela se llama la calle de Von Kármán, de la cual se muestra una ilustración en la figura 4.49.

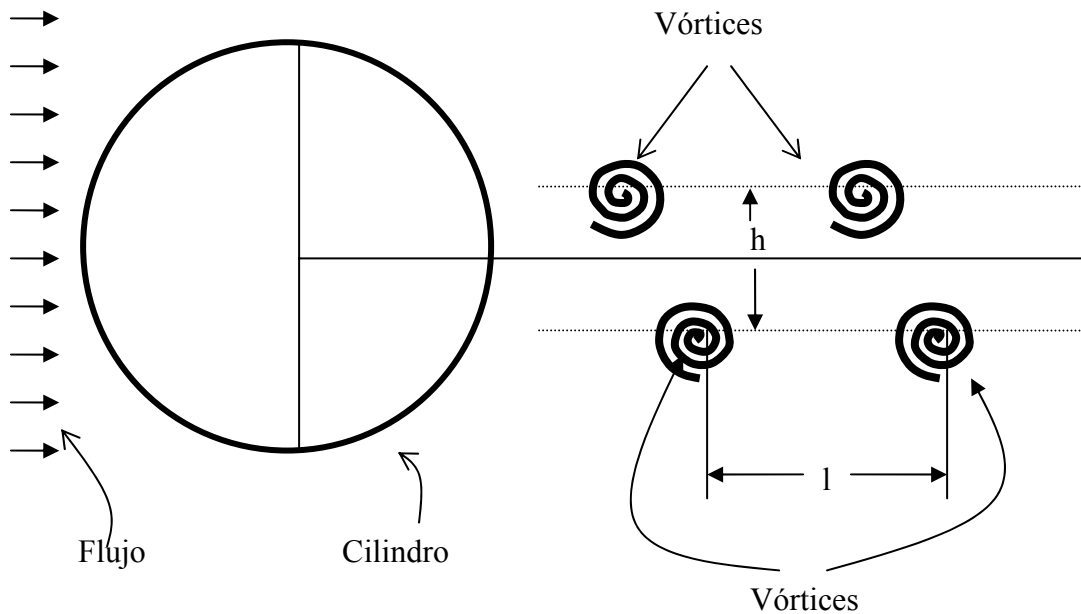


Figura 4.49. Ilustración de la calle de Von Kármán.

De manera que los vórtices oscilan y se desprenden del cilindro con una frecuencia definida, la cual puede medirse.

Material

- Túnel de viento.
- Cilindros de distintos diámetros.
- Cámara de video.
- Televisión.

4.5.10. Dispositivo experimental

El dispositivo necesario para estudiar el flujo que pasa a través de un cilindro se muestra en la figura 4.50.

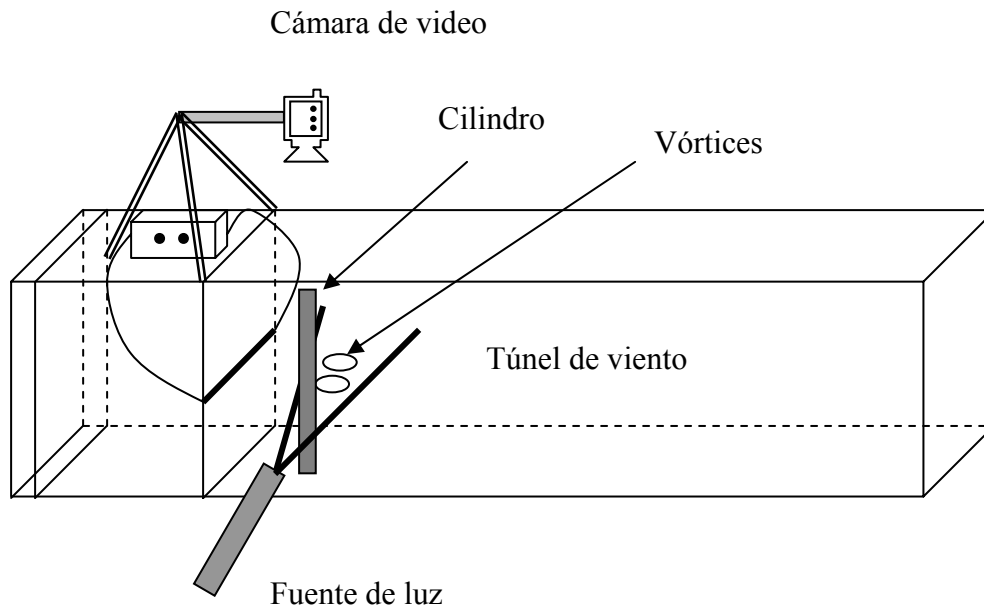


Figura 4.50. Dispositivo experimental.

Como se puede observar, el dispositivo consta de un túnel de viento, el cual ha sido descrito en secciones anteriores de este trabajo. Es importante disponer de una cámara de video, colocada sobre el túnel, de manera que se puedan filmar los vórtices que se forman cuando se coloca un cilindro en la parte media de la sección de trabajo del túnel. Cabe mencionar que el lente de la cámara debe ser perpendicular al eje del cilindro para que las imágenes de los patrones se puedan apreciar más claramente. Es importante contar con una fuente colimada de luz para iluminar la región de formación de los vórtices y que puedan ser captados por la videocámara; esto se puede lograr de dos formas:

1. Se puede usar un láser enfrente del cual se pone un cilindro de vidrio para que disperse el haz de luz y así obtener una hoja láser en este caso, de manera que se pueda iluminar la región como se ilustra en la figura 4.51.

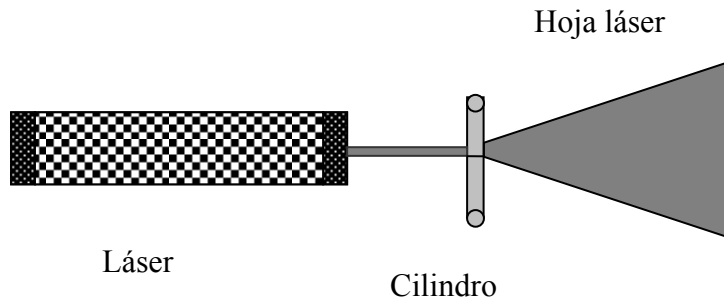


Figura 4.51. Luz de un láser dispersada por un cilindro.

El ángulo de dispersión está en función del diámetro del cilindro y del espesor del haz. Para el tipo de láser descrito, un cilindro de 5 *mm* de diámetro funciona bien.

2. Es posible también utilizar un proyector de transparencias. Para obtener en este caso la hoja de luz, se usa una diapositiva que deja pasar la luz por una pequeña rendija.

Para realizar el experimento se requieren cilindros de distintos diámetros, los cuales pueden ser rayos de bicicleta, electrodos de los usados para soldar o cilindros de plástico o aluminio, todos los cuales son de fácil adquisición.

4.5.11. Procedimiento experimental

En el túnel de viento se genera un flujo uniforme cuya velocidad puede cambiarse ajustando el voltaje aplicado en los ventiladores. Posteriormente se pone un cilindro en la sección de trabajo, de manera que su eje sea perpendicular a la dirección en la que se mueve el flujo.

Generación de vórtices

Los vórtices se obtienen cuando se pone un cilindro perpendicularmente al flujo. Se elige un sistema de coordenadas en donde el eje z coincide con el eje del cilindro, el eje x está en la dirección del flujo y el eje y es perpendicular a los otros dos como se muestra en la figura 4.52.

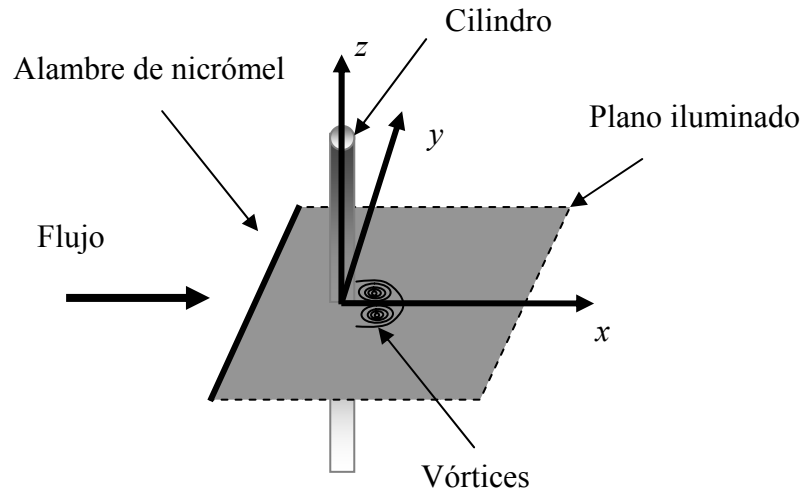


Figura 4.52. Sistema de coordenadas con relación al cilindro y a la dirección de movimiento del flujo.

Como la velocidad del flujo puede ajustarse variando el voltaje al que se encuentran los ventiladores, es posible seguir la evolución del par de vórtices que se forman aguas abajo en el cilindro, en función del número de Reynolds.

Es importante destacar que para velocidades pequeñas del flujo, entre $4.9 \frac{cm}{s}$ y $14 \frac{cm}{s}$, una gran cantidad del humo que se produce cuando se evapora la parafina en el alambre se eleva por ser menos denso que el aire, de modo que cuando se forman los vórtices a estas velocidades la cantidad de humo que se queda atrapada en ellos es muy pequeña y por lo tanto la luz reflejada es muy tenue, por lo que no es posible observarlos. Para velocidades mayores de $14 \frac{cm}{s}$ los patrones se pueden ver sin ninguna dificultad.

Cámara de video

Para obtener películas de los remolinos se requiere colocar una cámara de video arriba del túnel de viento de manera que el eje de su lente coincida con el del cilindro, como se muestra en la figura 4.53.

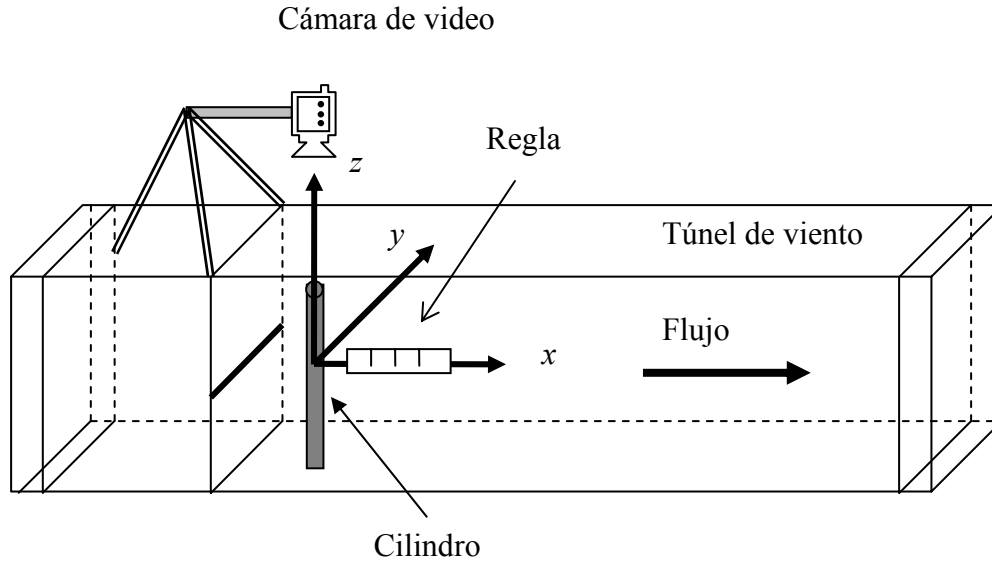


Figura 4.53. Sistema de coordenadas con relación a la cámara de video y a la dirección de movimiento del flujo.

Es necesario enfocar con la cámara una regla graduada colocada en el plano donde se formarán posteriormente las estructuras que se desean estudiar. Usando el mismo enfoque de la cámara se toma una película de los patrones que se forman cuando se ponen distintos cilindros en el flujo, lo que permite analizarlos, ya sea en una televisión o en una computadora.

4.5.12. Análisis

El análisis se puede hacer en una computadora, pues la videocámara proporciona la película ya digitalizada. Para esto se obtienen imágenes fijas, lo que permite realizar mediciones de longitudes en píxeles.

Es posible también usar una televisión, para lo cual se proyecta la película en ella y se congela la imagen de interés; posteriormente se miden longitudes directamente en la pantalla.

En cualquiera de los casos que se mencionaron la longitud real (d_R) se puede obtener a partir de la longitud medida en la computadora o en la televisión (d_T) por medio de la expresión $d_R = ed_T$, donde e es un factor de escala que se obtiene dividiendo una distancia real d_{R1} (observada en la regla) entre la medida de esa misma distancia pero hecha en la pantalla de la televisión d_{T1} , es decir, $e = \frac{d_{R1}}{d_{T1}}$.

El número de Reynolds se obtiene, como se ha mencionado, por medio de la expresión $R_e = \frac{\rho u D}{\mu} = \frac{u D}{\nu}$, donde ρ es la densidad del aire, u es la velocidad del flujo, D es el

diámetro del cilindro, μ es la viscosidad dinámica, $\nu = \frac{\mu}{\rho}$ es la viscosidad cinemática.

En este caso la viscosidad del aire $\nu = 1.57 \times 10^{-5} \frac{m^2}{s}$.

Para determinar la frecuencia se pasa la película en la computadora o televisión y se fija una imagen; posteriormente se corre la película cuadro por cuadro hasta que se tenga exactamente el mismo patrón y se mide el tiempo que transcurrió durante el proceso. Para ello se cuenta el número de cuadros (n) y se multiplica por $\frac{1}{30}$, que es el tiempo entre cuadros consecutivos. De manera que el tiempo T en segundos en que ocurre una oscilación (periodo) es $T = \frac{n}{30}$. Y como la frecuencia f es el inverso del periodo se tiene que $f = \frac{1}{T} = \frac{30}{n}$.

Una vez determinada la frecuencia de oscilación de los vórtices f y medido el diámetro del cilindro D , se calcula el número de Strouhal (S) mediante la expresión $S = \frac{fD}{u}$, ya que la velocidad u del flujo es conocida.

4.5.13. Resultados

a) Reynolds menores a 50

Las mediciones hechas se ponen en tablas, una para la longitud de los vórtices (L) y otra para la longitud máxima (l_{max}).

Diámetro=D		
Número de Reynolds (R_e)	L(píxeles)	L/D

Diámetro=D		
Número de Reynolds (R_e)	l_{max} (píxeles)	l_{max}/D

Enseguida se trazan las gráficas que les corresponden a cada una de las tablas, en el eje vertical la longitud (L) y la anchura máxima (l_{max}) y en el horizontal el número de Reynolds (R_e).

b) Reynolds mayores a 50

Diámetro= D		
Frecuencia (Hz)	Número de Strouhal	Número de Reynolds

Enseguida se traza la gráfica de manera que aparezca en el eje horizontal el número Reynolds y en el vertical el número de Strouhal.

Otros

Se hicieron mediciones de la longitud (L) y la anchura máxima en función del número de Reynolds para un cilindro de 2.6 mm de diámetro, usando para ello imágenes digitalizadas. Los resultados se muestran en la figura 4.54 y 4.55.

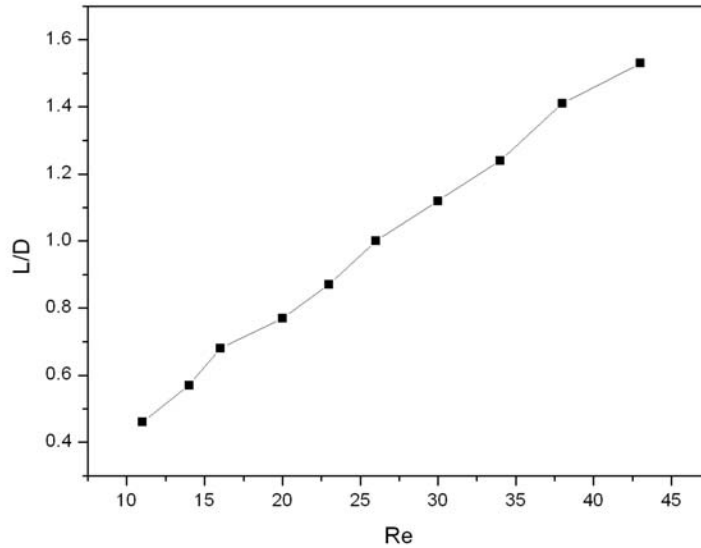


Figura 4.54. Gráfica de la longitud L contra número de Reynolds.

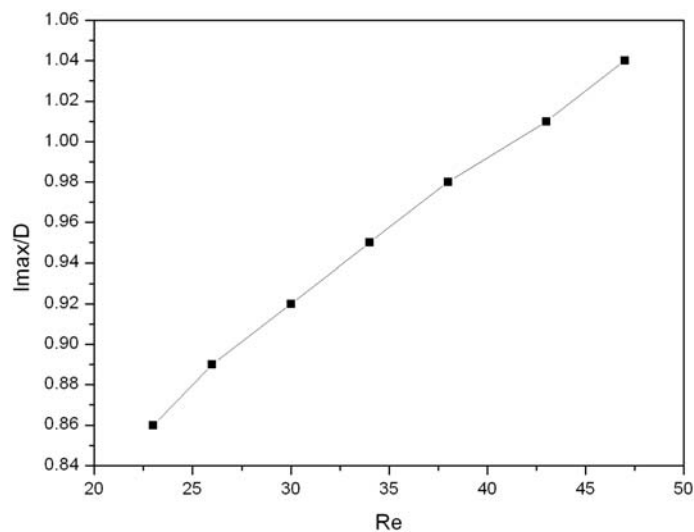


Figura 4.55. Gráfica de la anchura máxima contra número de Reynolds.

La relación en los dos casos es lineal y la pendiente (m) correspondiente a cada una de las rectas es (García, 2001): $m_L = 0.033$ y $m_{l_{\max}} = 0.0073$.

También se calculó el número de Strouhal, para un cilindro de 4.4 mm de diámetro, el cual varía con el número de Reynolds de acuerdo como se observa en la gráfica de la figura 4.56.

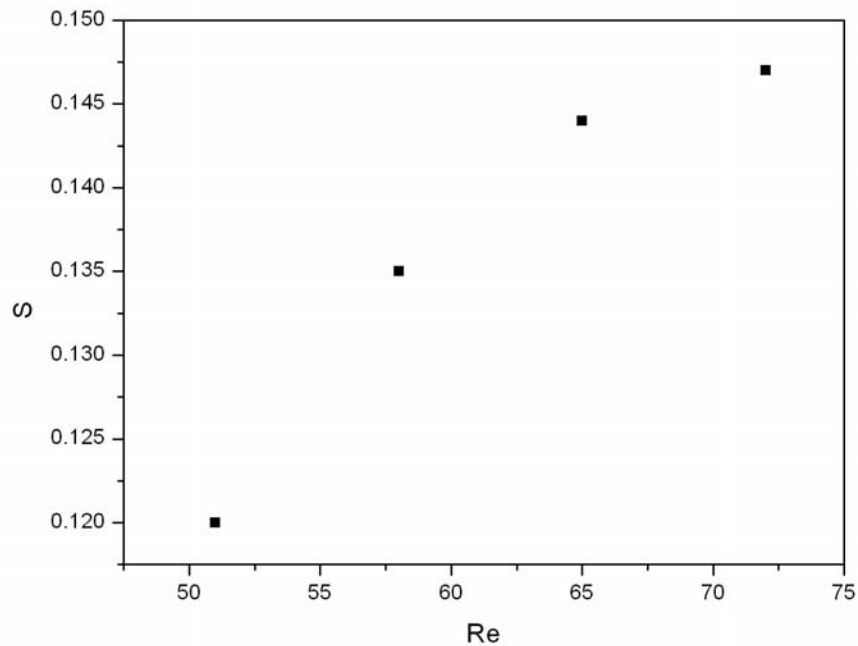


Figura 4.56. Número de Strouhal en función del número de Reynolds.

El par de vórtices en un cilindro ha sido estudiado por numerosos autores, entre los que se pueden destacar a: (Taneda, 1956; Nishioka y Sato, 1974; Coutanceau y Bouard, 1977).

Preguntas

1. Menciona dos usos que se le pueden dar a un túnel de viento.
2. ¿Qué propiedad de los fluidos es la que influye de manera determinante para que se formen vórtices cuando un fluido se mueve alrededor de obstáculos? Explica.
3. ¿Por qué los cascos de los ciclistas son de forma alargada en la parte posterior?
4. En el exterior, los cables telefónicos silban cuando el viento sopla a través de ellos. Si la velocidad del viento es de 45 km/h , el diámetro del alambre es de 0.60 cm y el número de Strouhal de 0.21, encuentra:

a) El número de Reynolds, suponiendo que la viscosidad cinemática del aire es de $\nu = 1.57 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$.

b) La frecuencia del silbido.

5. ¿Por qué las pelotas de golf tienen perforaciones? Busca la respuesta en el Internet o en algún libro

4.6. EL NÚMERO DE REYNOLDS, LA VELOCIDAD DEL FLUJO Y EL DIÁMETRO DE LOS CILINDROS

Un concepto importante que aparece en el estudio del movimiento de un fluido es el número de Reynolds, el cual está relacionado con las características del flujo. Es un parámetro que permite clasificar a un flujo en turbulento y laminar.

Propósitos

1. Que los alumnos observen la formación de la calle de Von Kármán en cilindros de diferentes diámetros.

2. Que los alumnos determinen la velocidad del flujo para la cual se forma la calle de Von Kármán en cilindros de distintos diámetros.

3. Que los alumnos infieran que se puede obtener el mismo número de Reynolds con cilindros de diferente diámetro.

4. Que los alumnos comparen los vórtices generados en cilindros de distintos diámetros e igual número de Reynolds.

Es necesario hacer preguntas a los alumnos con el fin de iniciar la discusión de los conceptos que se vayan a tratar, así como para generar interés en los estudiantes por dichos temas. Por esto se proponen las siguientes preguntas:

1. ¿Cuál es la diferencia entre un flujo turbulento y uno laminar?

2. ¿Cuáles son las variables que intervienen en el número de Reynolds?

3. ¿Por qué basta con considerar únicamente el número de Reynolds y no la velocidad del flujo ni las dimensiones de los objetos que se encuentran inmersos?

4.6.1. Flujo laminar

En el flujo laminar, la estructura del flujo se caracteriza por un movimiento continuo en láminas o capas (Fox y McDonald, 1997). Se denomina laminar porque aparece como una serie de capas delgadas de fluido (láminas) que se deslizan unas sobre otras como se muestra en la figura 4.57.

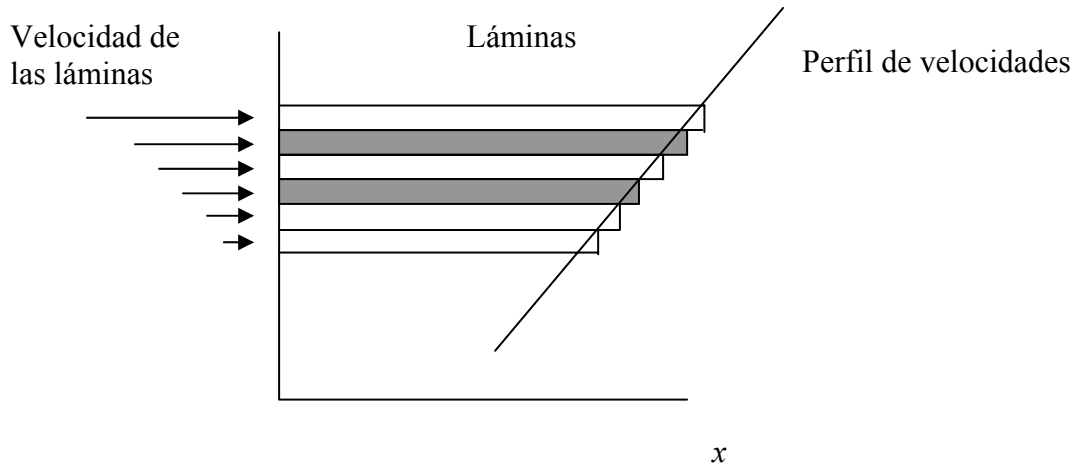


Figura 4.57. Deslizamiento de capas delgadas (láminas) de fluido.

En el flujo laminar no hay mezcla macroscópica de capas de fluido adyacentes. Un filamento de tinta inyectado en un flujo laminar aparece como una sola línea, es decir, no hay dispersión de la tinta por todo el flujo.

4.6.2. Flujo turbulento

El flujo turbulento se caracteriza por fluctuaciones al azar en la velocidad del fluido como se muestra en la figura 4.58.

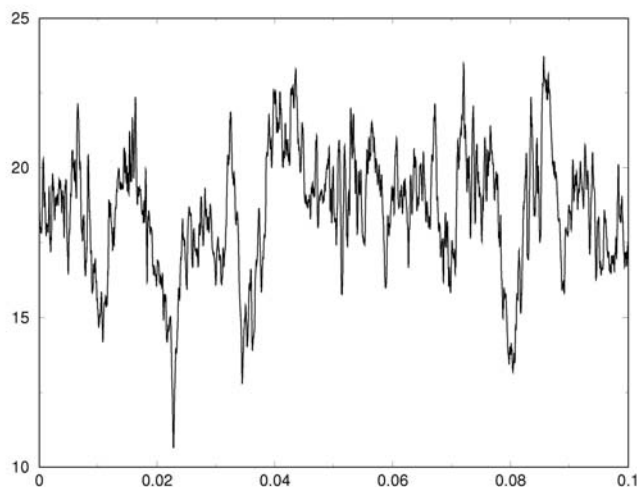


Figura 4.58. Velocidad en función del tiempo para un punto fijo de un flujo turbulento.

En la gráfica de la figura 4.58 se representa la velocidad ($\frac{m}{s}$) en función del tiempo (s) en un punto fijo de un flujo turbulento. En este tipo de flujo hay un mezclado intenso por las fluctuaciones de la velocidad.

Si se inyecta un filamento de tinta en un flujo turbulento, este se dispersa por todo el campo de flujo, es decir, la línea de tinta se descompone en muchos hilos que se enredan. Este mezclado se debe a las fluctuaciones de la velocidad.

Los diferentes tipos de flujos generan distintos perfiles de velocidad. En la figura 4.59 se muestran dos perfiles de velocidad instantáneos para un flujo cercano a una placa sólida.

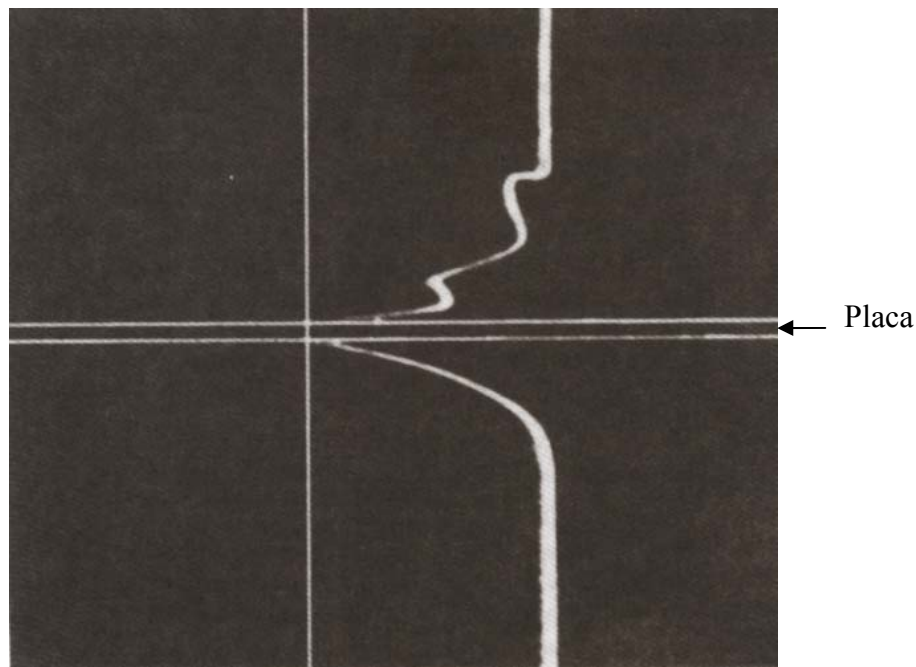


Figura 4.59. Perfiles de velocidad instantáneos sobre una placa sólida. Imagen tomada de Gerhart, Gross y Hochstein (1995).

El flujo de la parte superior de la placa es turbulento y el del lado inferior es laminar. Si se tomara una fotografía en la que se mostraran los perfiles de velocidad en el mismo lugar pero en un instante posterior, la forma del perfil laminar permanecería igual, pero el turbulento sería diferente.

El flujo laminar se transforma en turbulento proceso al que se llama transición. Este proceso se caracteriza por intervalos de tiempo en donde el flujo es laminar intercalados con intervalos de tiempo en donde es turbulento como se puede apreciar en la figura 4.60.

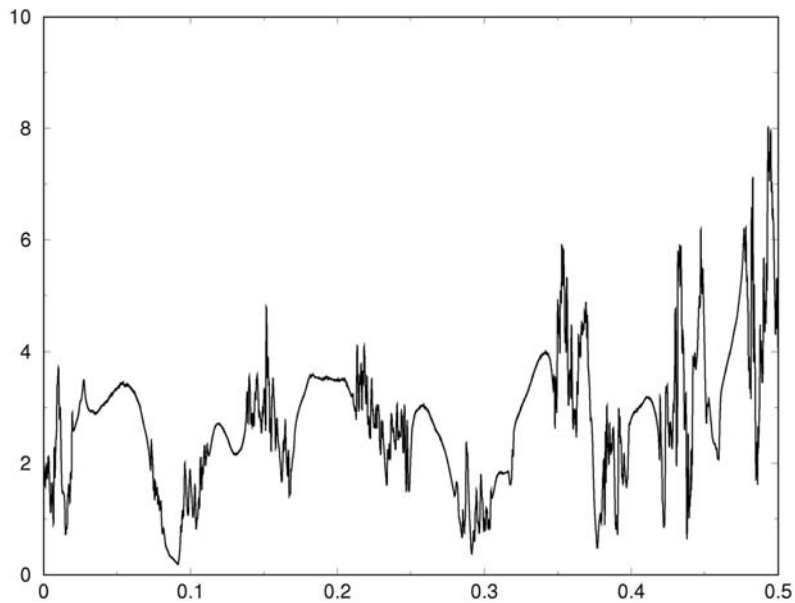


Figura 4.60. Transición de flujo laminar a turbulento.

En la figura se muestra la transición entre los flujos por medio de la gráfica de la velocidad en $\left(\frac{m}{s}\right)$ en función del tiempo en (s) . En esta gráfica se observa que en ciertos intervalos de tiempo el flujo es laminar y en otros turbulento.

Esta transición también se puede apreciar en el humo que se desprende de un cigarrillo como se muestra en la figura 4.61.



Figura 4.61. Flujo laminar y transición a la turbulencia en el humo que se desprende de un cigarrillo.

Inicialmente en la punta del cigarrillo el flujo es laminar. A medida que asciende, el flujo laminar, se hace inestable y se transforma en turbulento

4.6.3. Número de Reynolds en cilindros de distinto diámetro

Como se ha mencionado el número de Reynolds R_e asociado a un flujo de velocidad u_0 , densidad ρ y viscosidad μ pasando alrededor de un cilindro de diámetro D está dado por la expresión $R_e = \frac{\rho u_0 D}{\mu}$. De manera que si la densidad y la viscosidad se mantienen constantes, entonces el número de Reynolds puede cambiarse variando el diámetro o la velocidad del flujo.

De manera que si el diámetro del cilindro aumenta y se desea mantener el número de Reynolds constante, es claro que la velocidad del flujo debe disminuir, o bien, si aumenta la velocidad el diámetro disminuye para mantener el Reynolds constante.

Material

- Cilindros de distintos diámetros.
- Túnel de viento.
- Cámara de video.
- Televisión o computadora.
- Regla graduada.

4.6.4. Dispositivo experimental

El dispositivo experimental se muestra en la figura 4.62.

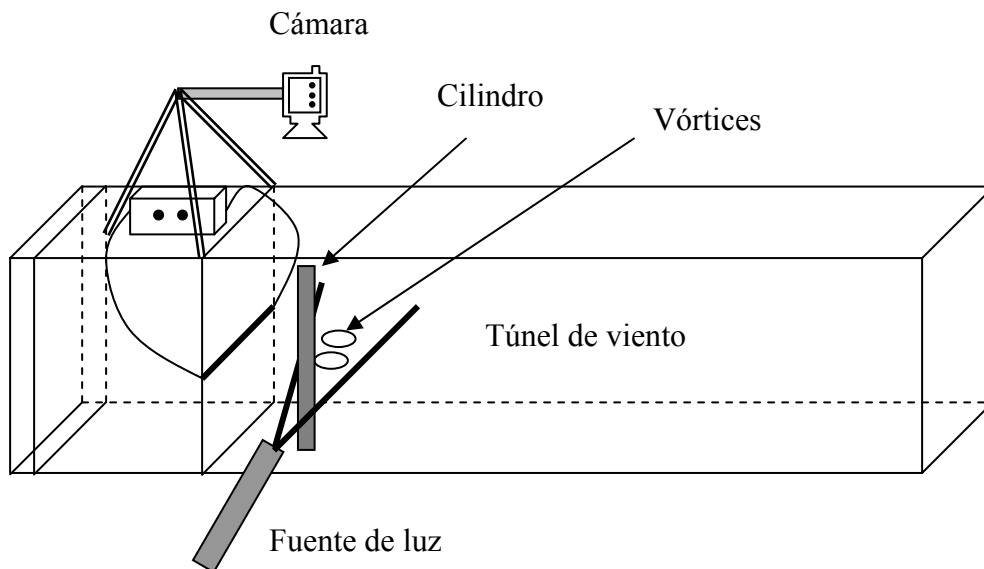


Figura 4.62. Dispositivo experimental.

Este dispositivo consta de un túnel de viento, una cámara de video, un cilindro y una fuente colimada de luz, colocados como se muestra en la figura.

4.6.5. Procedimiento experimental

Se pone un cilindro en el interior del túnel de viento, en el cual se genera un flujo cuya velocidad puede cambiarse ajustando el voltaje al que se someten los ventiladores. La velocidad del flujo se aumenta gradualmente para el mismo cilindro hasta que se observe que el par de vórtices que se forman aguas abajo, en el cilindro, empiecen a desprenderse. Posteriormente se coloca otro cilindro en ese mismo lugar y se repite el procedimiento anterior, haciendo lo mismo para los cilindros que se tengan. Usando la cámara se pueden tomar imágenes de los patrones que se forman en el cilindro, las cuales pueden usarse para discusiones posteriores.

4.6.6. Análisis

Para hacer el análisis se requiere medir la velocidad del flujo para la cual se forma la calle de vórtices de Von Kármán en cada cilindro en particular, para lo cual basta con consultar la tabla de la velocidad en función del voltaje. También se necesita el diámetro de cada uno de los cilindros, así como la viscosidad cinemática del aire que es

$$\nu = 1.57 \times 10^{-5} \frac{m^2}{s} .$$

4.6.7. Resultados

Los resultados de los experimentos se pueden poner en una tabla como la que se muestra enseguida:

Velocidad del flujo ($\frac{cm}{s}$)	Diámetro del cilindro (cm)	Número de Reynolds
--	--------------------------------	--------------------

En particular, como se sabe, los vórtices que se forman en un cilindro empiezan a oscilar y desprenderse cuando el número de Reynolds es de alrededor de 50, como se muestra en la figura 4.63.

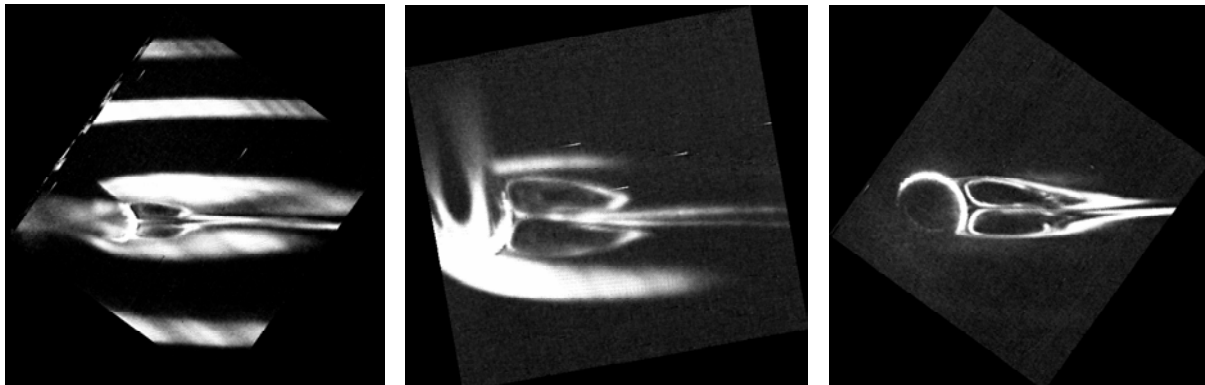


Figura 4.63. Vórtices desprendiéndose de un cilindro para números de Reynolds de 50.

Los cilindros tienen diámetros de 3.3 mm , 4.4 mm y 5.0 mm respectivamente y en cada caso la velocidad del flujo es de 23.8 $\frac{cm}{s}$, 17.8 $\frac{cm}{s}$ y 15.7 $\frac{cm}{s}$ respectivamente.

Preguntas

De acuerdo a los resultados que se obtuvieron se propone contestar las siguientes preguntas:

1. ¿El número de Reynolds es el mismo en todos los casos?

2. ¿Si pasa flujo alrededor de tres cilindros de manera que el número de Reynolds es el mismo, entonces la velocidad con la que se mueve el fluido es la misma en todos los casos? Explica.

3. ¿Qué relación existe entre la velocidad, el diámetro de los cilindros y la viscosidad en el número de Reynolds? Explica.

4. Usando este túnel de viento se tiene que para velocidades bajas es difícil estudiar los vórtices en un cilindro. ¿Cómo se soluciona el problema si se quiere estudiar el flujo a números de Reynolds pequeños? Explica.

4.7. REVERSIBILIDAD CINEMÁTICA EN FLUIDOS

A través de este experimento se puede observar por una parte la reversibilidad cinemática, pero también permite ver la deformación que sufre un fluido, la cual es continua y permanente bajo la aplicación de un esfuerzo cortante. Esto es importante ya que tal es precisamente la definición de fluido.

Por otra parte, en el experimento se involucran varios conceptos de física como son velocidad, viscosidad, densidad, número de Reynolds, fuerza viscosa y fuerza inercial.

Propósitos

1. Que los alumnos observen los casos en los que existe reversibilidad cinemática o no.
2. Que los alumnos infieran que una gota se deforma debido a que está sometida a un esfuerzo cortante.
3. Que los alumnos midan la velocidad angular con la que rota un cilindro.
4. Que los alumnos determinen el número de Reynolds en el caso de líquido entre dos cilindros rotando.

Las preguntas que se proponen en esta ocasión son las siguientes:

1. ¿Qué le sucede a una gota colocada entre dos cilindros si uno de éstos gira y el otro se mantiene fijo? Explica.
2. Si un objeto está rotando, ¿todos los puntos de éste se mueven con la misma velocidad angular?, ¿lo hacen con la misma velocidad lineal? Explica.
3. ¿Cómo se expresa el número de Reynolds en el caso de un líquido dentro de dos cilindros concéntricos, uno de los cuales está rotando?

4.7.1. Reversibilidad en fluidos

Se ha observado que cuando se coloca una gota de tinta en el interior de un líquido el cual se encuentra entre dos cilindros, uno de los cuales puede rotar, ésta se deforma a medida que se mueve el fluido, hasta que se difumina completamente en él, de manera que ya no tiene la misma forma de gota. Si después se gira el líquido en sentido contrario se puede recuperar o no el patrón original, lo cual depende del número de Reynolds. En un caso, cuando se recupera la forma original, se dice que hay reversibilidad cinemática; en el otro, por el contrario, que no existe tal reversibilidad.

4.7.2. Velocidad angular

Cuando una partícula se mueve y describe un círculo como trayectoria, se dice que tiene un movimiento circular; por ejemplo, si se ata una piedra con una cuerda y se le da vueltas, el movimiento que describe es de éste tipo. El movimiento de un carrusel es también circular, así como el de una tornamesa. La Tierra efectúa una rotación cada 24 horas alrededor de un eje que pasa por sus polos.

Considérese ahora una partícula en movimiento circular como se muestra en la figura 4.64.

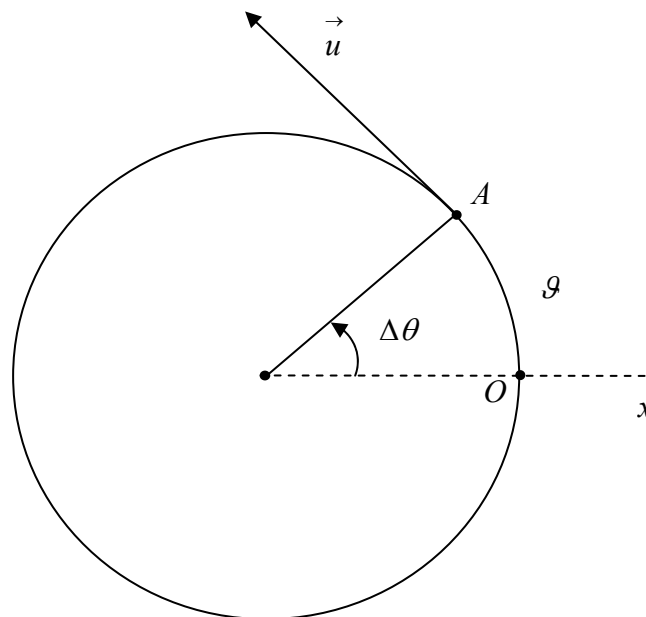


Figura 4.64. Movimiento circular.

En el intervalo de tiempo Δt , la partícula pasó de la posición O a la A . El radio de la circunferencia describe un ángulo $\Delta\theta$.

Se llama rapidez angular ω a la variación del ángulo $\Delta\theta$ dividida entre el intervalo de tiempo Δt en que ocurrió este cambio, es decir, $\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$. La unidad de esta rapidez es el radián por segundo o bien $\frac{1}{s}$.

4.7.3. El radián

Para expresar un ángulo en radianes se traza una circunferencia de radio arbitrario R , se determina un ángulo θ , marcando los puntos A y B sobre ella como se muestra en la figura 4.65.

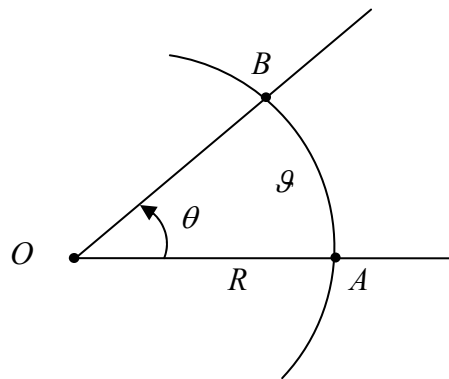


Figura 4.65. Relación entre grados y radianes.

De modo que si el arco g y el radio R se expresan en las mismas unidades, entonces la medida del ángulo θ en radianes es $\theta = \frac{g}{R}$, donde g es la longitud del arco AB . La magnitud de este cociente es independiente del valor del radio (Alonso y Finn, 1985).

Por otra parte, tenemos que el perímetro de un círculo de radio R es $2\pi R$ y el ángulo que le corresponde es 360° , por lo que $360^\circ = \frac{2\pi R}{R} rad$ y de aquí se tiene que

$$1^\circ = \frac{2\pi}{360} = 0.017453 rad \text{ o } 1 rad = 57^\circ 17'.$$

Se puede relacionar la rapidez angular ω con la rapidez lineal u de un punto situado a una distancia R del centro de giro, usando la expresión $\Delta\theta = \frac{\Delta g}{R}$, de manera que

$\Delta g = R\Delta\theta$. Dividiendo los dos miembros entre Δt obtenemos $\frac{\Delta g}{\Delta t} = R\left(\frac{\Delta\theta}{\Delta t}\right)$; como

$u = \frac{\Delta g}{\Delta t}$ es la rapidez lineal y $\omega = \left(\frac{\Delta\theta}{\Delta t}\right)$ es la rapidez angular, se tiene que $u = R\omega$.

4.7.4. El número de Reynolds en un flujo entre dos cilindros

En el capítulo 3 se definió el número de Reynolds como $R_e = \frac{\rho u L}{\mu} = \frac{u L}{\nu}$, donde u es la velocidad del flujo y L una longitud característica de un objeto colocado dentro del fluido en movimiento.

También se ha dicho que el número de Reynolds se puede escribir como la razón entre la fuerza de inercia y la viscosa: $\frac{\text{Fuerza de inercia}}{\text{Fuerza viscosa}} \approx \frac{\rho u^2 L^2}{\mu u L} = \frac{\rho u L}{\mu} = R_e$.

En el caso que se presenta $u = \omega R_1$ y $L = R_2 - R_1$, donde ω es la velocidad angular, R_1 es el radio del cilindro que rota, R_2 es el radio del cilindro exterior que permanece fijo. De manera que $R_e = \frac{\rho \omega R_1 (R_2 - R_1)}{\mu}$.

Material

- Cilindros rotantes.
- 2 litros de miel de maíz.
- Pintura vegetal.
- Cronómetro.
- Popotes delgados de 0.4 *cm* de diámetro.

4.7.5. Dispositivo experimental

Para observar la reversibilidad cinemática en fluidos se construyó un dispositivo como el que se muestra en la figura 4.66.

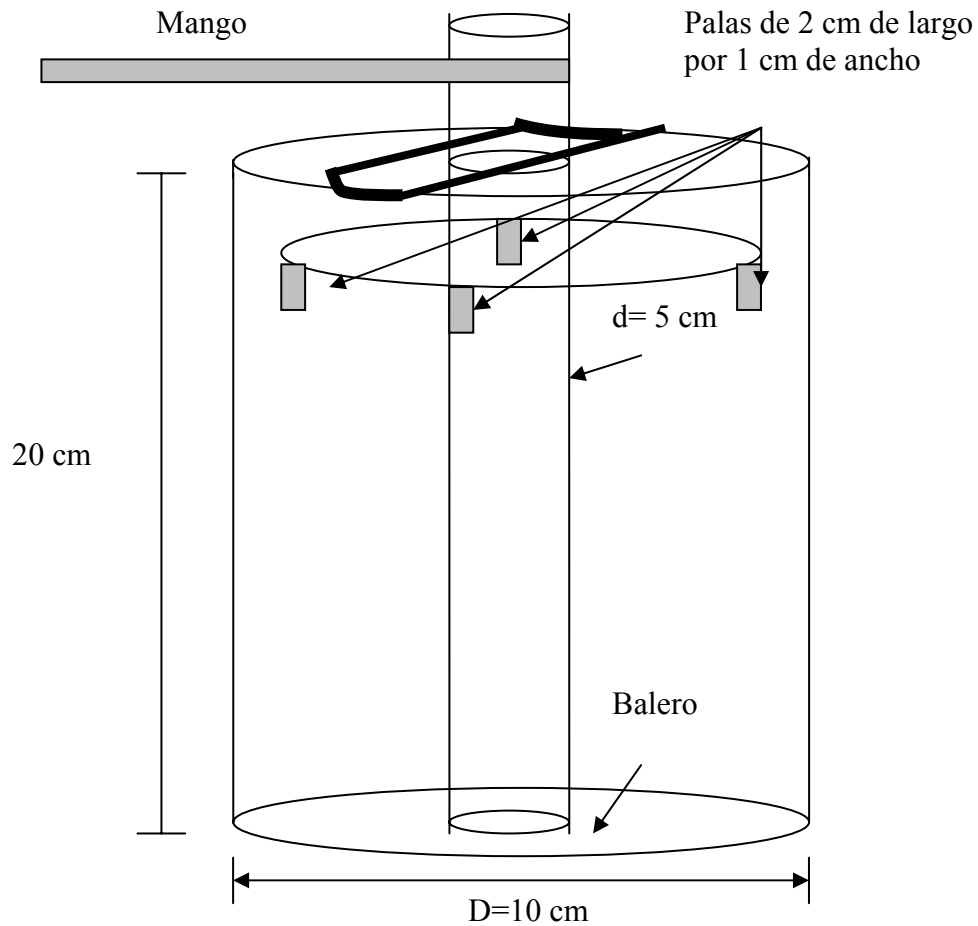


Figura 4.66. Cilindros concéntricos, uno de los cuales puede rotar.

Este dispositivo consiste en dos cilindros concéntricos; el interior es de aluminio y tiene un diámetro de 5 cm ; éste puede rotar, para lo cual se le adaptó una manija. El cilindro exterior tiene un diámetro de 10 cm y es de acrílico transparente, con el fin de que se puedan hacer visualizaciones y eventualmente tomar videos de los fenómenos que ocurran en el espacio entre los dos cilindros.

4.7.6. Procedimiento experimental

Se llena el dispositivo que se ha descrito en párrafos anteriores con un líquido cuya viscosidad sea grande, por ejemplo shampoo o miel de maíz, como se muestra en la figura 4.67.



Figura 4.67. Gota de tinta colocada en el interior de un líquido.

Para lograr que la gota permanezca en el lugar donde se pone, su densidad debe ser la misma que la del líquido en la cual está inmersa, puesto que si no ocurre esto se hundirá o flotará dependiendo de las densidades relativas.

Por lo tanto el líquido que se debe utilizar como tinta se tiene que construir con el mismo fluido coloreado con pintura vegetal, para poderlo distinguir del resto, como se muestra en la figura anterior. En la fotografía de la figura se observa claramente la gota de color azul, la cual se pone dentro del dispositivo por medio de un tubo delgado de alrededor de 0.4 *cm* de diámetro.

Una vez que se deposita la gota en el interior del líquido se retira el popote que se uso para colocarla en ese lugar, quedando el líquido y la gota como se muestra en la figura 4.68.



Figura 4.68. Gota de tinta colocada en el interior de miel de maíz.

Posteriormente se le da un número n de vueltas al cilindro interior, utilizando para ello el mango de aluminio, manteniendo fijo el cilindro exterior. Al hacer esto se observa que la gota se difumina como se muestra en la figura 4.69.



Figura 4.69. La gota se ha difuminado después de rotar el cilindro exterior.

Posteriormente se gira el cilindro exterior en sentido contrario, dando el mismo número de vueltas. El patrón inicial se puede recuperar o no dependiendo del número de Reynolds.

4.7.7. Análisis

Usando un cronómetro se debe medir el tiempo en que se da un determinado número de vueltas n , de manera que la velocidad angular media es $\omega = \frac{2\pi Rn}{t}$. Se hace el experimento para una velocidad angular pequeña y posteriormente para una grande. Luego se calcula el número de Reynolds en los dos casos, para lo cual basta sustituir los valores en la expresión $R_e = \frac{\rho\omega R_1(R_2 - R_1)}{\mu}$.

4.7.8. Resultados

Se describe lo que se observó en términos del número de Reynolds. Por ejemplo, en el caso de que el líquido sea miel de maíz, cuya densidad es $1350 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ y su viscosidad es de $3.3 \frac{\text{kg}}{\text{ms}}$, se tiene que para números de Reynolds pequeños, menores que uno, se observa que se recupera la forma original de la gota como se muestra en la serie de fotografías de la figura 4.70.



Figura 4.70. En las fotografías se muestra una gota colocada entre dos cilindros que rotan en tres instantes distintos, al inicio, uno intermedio y al final del movimiento. El número de Reynolds es de alrededor de 0.5.

Si el número de Reynolds es grande (mayor que uno) entonces se observa que la gota ya no recupera su forma original, como se muestra en las fotografías de la figura 4.71.



Figura 4.71. En las fotografías se muestra una gota colocada entre dos cilindros que rotan en tres instantes distintos, al inicio, uno intermedio y al final del movimiento. El número de Reynolds es de alrededor de 5.

Como lo muestran las dos series de fotografías de las figuras 4.71 y 4.72, en un caso se recupera la forma original de la gota coloreada pero en el otro ya no es posible, dependiendo del número de Reynolds.

Preguntas

1. Se coloca una gota dentro de un líquido y ésta se queda en ese sitio; es decir, no sube ni se hunde. Explica por qué sucede esto.

2. ¿Por qué se deforma la gota colocada entre los dos cilindros? Explica.
3. ¿Cuáles son las fuerzas que predominan en el caso de que la gota regrese a su forma original?
4. ¿Cuáles son las fuerzas que predominan en el caso de que la gota ya no regrese a su forma original?

5. EVALUACIÓN Y RESULTADOS

Dado que la evaluación es un elemento importante en el proceso educativo, se considera conveniente abordar en este capítulo algunos aspectos relacionados con ella. De manera que en la primera parte de este apartado se da una definición de evaluación y se mencionan las funciones con las que cumple ésta. Se hace una descripción de los exámenes escritos ya que son los más utilizados por los docentes y se señala la utilidad de realizar la evaluación diagnóstica, formativa y sumativa.

En la segunda parte del capítulo se muestran los resultados que se obtuvieron al presentar ante un grupo de estudiantes algunos de los experimentos propuestos en este trabajo.

5.1. EVALUACIÓN

Uno de los problemas a los que se enfrentan los profesores del bachillerato es el poco conocimiento que tienen sobre la evaluación. Esta labor se considera sinónimo de prueba, examen, control y se concibe como una mera recopilación de datos cuya finalidad es calificar el rendimiento de personas por los conocimientos adquiridos, ya sean trabajadores, estudiantes, investigadores u otros. Sin embargo y más allá de esta concepción, en educación la evaluación constituye una parte importante en el proceso de enseñanza aprendizaje, pues sirve de punto de partida para una reflexión posterior, lo que ayuda a mejorar continuamente el trabajo del profesor. La evaluación permite también reelaborar y corregir estrategias de enseñanza (Pérez y Moreno, 1988).

La evaluación es un tema basto y muy trabajado por diferentes especialistas. En la literatura se encuentran diversas e interesantes reflexiones y por ello, para acotar y darle contexto a este capítulo, a lo largo del mismo se citarán o se hará referencia a opiniones que destacados estudiosos han aportado al tema.

Una definición de evaluación se puede encontrar en (Nieto, 2001):

Evaluar es establecer criterios y aplicar instrumentos de medida, tanto de rasgos psíquicos, como de conductas o procesos, así como también de productos educativos.

Lo que significa que se debe evaluar para incidir en los procesos de modo que se mejoren los resultados. De aquí que la evaluación tiene que ser concebida como un conjunto de estrategias, las cuales tiendan a mejorar la calidad de la enseñanza. Mediante la evaluación podemos obtener respuestas a preguntas tales como: ¿qué deben aprender los estudiantes? ¿Hasta qué punto lo están aprendiendo? ¿Están aprendiendo lo que estamos enseñando? ¿Cómo podemos mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje?

En cuanto a los beneficios, como lo menciona (Quintana, 2000), la evaluación cumple con diversas funciones, entre las que se pueden mencionar:

1. Provee los medios para clarificar lo que debemos estar enseñando.
2. Ayuda a refinar nuestras expectativas sobre el nivel y la calidad del trabajo de los estudiantes.
3. Permite involucrar activamente al estudiante en su proceso de aprendizaje.
4. Requiere adaptar la pedagogía a las necesidades de aprendizaje del alumno.
5. Nos indica cómo están funcionando nuestras estrategias instruccionales con cada estudiante.
6. Promueve la colaboración de otros miembros de la escuela.

Es importante considerar que como parte del proceso de enseñanza aprendizaje la evaluación es un elemento que no se puede dejar de lado, porque es la que marca la pauta para la reflexión posterior, lo cual ayuda a mejorar el trabajo del profesor, como se puede leer en Pérez y Moreno (1988):

Según Coll la evaluación educativa contempla la existencia de una extensa gama de posibilidades respecto al objeto mismo de la evaluación. Si se toma como unidad de análisis el proceso de enseñanza-aprendizaje, es posible analizar elementos diferentes del currículo: los objetivos, el material, la metodología, el comportamiento del profesor, el ambiente del aprendizaje, los resultados del aprendizaje realizado por el alumno. Por otra parte, la evaluación conduce a emitir un juicio que surge al comparar un conjunto de informaciones relativas al objeto evaluado con unos criterios previamente establecidos.

Pero también la evaluación es la reflexión crítica sobre todos los momentos y factores que intervienen en el proceso de enseñanza aprendizaje para determinar cuáles pueden ser, están siendo o han sido los resultados del mismo.

Para un análisis reflexivo de la evaluación (Pérez y Moreno, 1988) comentan que se debe tener en cuenta diversos factores:

- ¿Por qué se evalúa?
- ¿Qué se evalúa?
- ¿Quién evalúa?
- ¿Cómo se evalúa?

A la hora de evaluar, Litwin (2001) propone que se consideren los siguientes puntos:

- Poner énfasis en la evaluación y no en el examen.
- Usar materiales interesantes y motivadores.
- Tener criterios bien establecidos y no poner en práctica mañas para justificar la nota que de antemano se ha asignado al alumno.
- Hacer explícitos y exponer los criterios con los que se va a evaluar.

Para evaluar los aprendizajes de los estudiantes, los exámenes escritos son los más utilizados en el nivel medio superior.

5.1.2. Los exámenes escritos

Las pruebas escritas son las que más se usan en el bachillerato, no sólo para evaluar sino que se utilizan para decidir el destino de los estudiantes. El resultado de éstas le dicen al profesor si el estudiante avanza o no y también qué calificación debe asignar.

Si se hace un uso excesivo de estos exámenes, la valoración del individuo está dejándose en segundo término; pues este tipo de pruebas no indican lo que sabe el alumno, tampoco dicen nada de sus posibilidades de aprender. Más bien, parece que el resultado disminuye la autoestima del estudiante que consigue aprendizajes, cuando éstos no coinciden con los solicitados por el docente. Para aminorar estos aspectos negativos, es necesario que el profesor de bachillerato conozca las técnicas para hacer exámenes escritos y también desarrolle habilidades para que use los resultados de éstos en los siguientes aspectos: a) convertirlos en un medio de acercamiento al estudiante, b) discutir los resultados con el estudiante, para que éstos se transformen en mecanismos para aprender del error, c) emplear los resultados con fines formativos, d) disponer de herramientas para crear hábitos de estudio (Hernández, 2002).

Las preguntas que se utilizan para la elaboración de algunos exámenes escritos se clasifican como: a) de respuesta cerrada, que pueden ser de selección, de pareo o de complementación y b) de respuesta abierta, que pueden ser de respuesta breve o ensayo (Hernández, 2002). De las anteriores, para el trabajo aquí expuesto las que se usaron para elaborar los instrumentos de evaluación diagnóstica y sumativa fueron las de selección (las cuales presentan 4 opciones) y las de ensayo. La evaluación diagnóstica se hizo por escrito debido a que de esta manera se evitan interpretaciones erróneas de lo que dicen los estudiantes en las participaciones orales.

Vale la pena comentar que en el momento de construir las preguntas de selección, tanto para el examen diagnóstico como para la evaluación sumativa se consideraron sugerencias de (Hernández, 2002) como las siguientes:

- Sólo una de las opciones es la correcta.
- Se evitaron las frases estereotipadas o textuales.
- La extensión de los distractores son semejantes a la clave.
- Las frases ninguna o todas las anteriores se evitaron.
- La base de la cuestión está planteada en forma de pregunta directa, sencilla y clara.

Las preguntas de ensayo se estructuraron a través de verbos como explicar, establecer, analizar, comentar, clasificar y aplicar. Es de resaltarse que cuando se consideran este tipo de cuestiones se debe evitar sancionar al alumno por aspectos colaterales como la ortografía y la expresión escrita en materias que no se ocupan exclusivamente de su valoración.

Es importante mencionar que los resultados de los exámenes se deben tratar con el mayor cuidado posible, puesto que todos los alumnos examinados son diferentes y no puede generalizarse su saber con los datos obtenidos a partir de una prueba escrita, diseñada por otra persona que es igual a ellos, posiblemente con un poco más de conocimientos y experiencia.

5.1.3. Evaluación diagnóstica

Es la que se realiza previamente al desarrollo de un proceso educativo, cualquiera que éste sea. En toda actividad de enseñanza debe ser prioritario para el profesor identificar los conocimientos previos que poseen los alumnos, e incluso sus expectativas con respecto a la materia, porque como afirma Ausubel “de todos los factores que influyen en el aprendizaje, el más importante consiste en lo que el alumno ya sabe. Averígüese esto y enséñense en consecuencia”, citado en Pérez y Moreno (1998).

La evaluación diagnóstica puede ser: inicial y puntual. La inicial se realiza de manera única antes de un proceso amplio. La puntual es la que se realiza en distintos momentos antes de iniciar una secuencia o segmento de enseñanza de un curso. La función principal de esta evaluación consiste en identificar y utilizar los conocimientos previos de los alumnos, luego que se inicia una clase tema o unidad (Díaz y Hernández, 2002).

Enseguida se muestra una tabla con los contenidos así como los conocimientos previos necesarios para poder desarrollarlos.

Los contenidos seleccionados corresponden a la segunda unidad (hidrostática e hidrodinámica), del programa de física IV área I del plan de estudios de la Escuela Nacional Preparatoria. En particular, los contenidos correspondientes a fluidos en movimiento que se muestran en la tabla 5.

Contenidos propuestos	Conocimientos previos necesarios
Principio de Arquímedes.	<ul style="list-style-type: none"> • Concepto de fuerza. • Concepto de peso. • Segunda ley de Newton. • Equilibrio de fuerzas. • Diagrama de cuerpo libre.
La viscosidad como una fuerza de fricción.	<ul style="list-style-type: none"> • Ley de Stokes. • Número de Reynolds
Diferencia entre viscosidad y densidad.	<ul style="list-style-type: none"> • Concepto de densidad. • Concepto de viscosidad.
Flujo a través de obstáculos.	<ul style="list-style-type: none"> • Flujo laminar. • Flujo turbulento.

Tabla 5. Contenidos y conocimientos previos.

Las concepciones alternativas

La evaluación diagnóstica es un instrumento que debe ser utilizado para investigar acerca de las concepciones alternativas de los estudiantes. Esto ayuda a entender cómo piensan los alumnos acerca de conceptos científicos, en este caso el concepto de fuerza y su relación con el movimiento (Strike y Posner, 1992).

El conocimiento de las concepciones alternativas por parte del profesor representa indudablemente una oportunidad de incidir en el aprendizaje de los alumnos al diseñar estrategias de enseñanza que faciliten el cambio conceptual y por tanto, que sean herramientas eficaces en el aula (Furió, 1996).

Así por ejemplo, en este trabajo se propone discutir el concepto de viscosidad y se requiere calcularla para distintos líquidos (shampoo, glicerina, aceite de oliva). Para esto se tienen que manejar conceptos como fuerza, equilibrio y movimiento. Asociados a estas nociones existe un esquema alternativo muy coherente en la cultura cotidiana con las siguientes ideas (Furió, 1996):

- a) La fuerza es la causante del movimiento de los cuerpos.
- b) Bajo la influencia de una fuerza constante, los objetos se mueven con velocidad constante.
- c) Los objetos pesados caen más rápido que los ligeros.
- d) Si no se aplican fuerzas no hay movimiento.
- e) Si la suma de las fuerzas que actúan sobre un cuerpo vale cero, éste debe estar en reposo.

Una vez identificadas las concepciones alternativas se trata de usarlas para explicar un fenómeno, por ejemplo: ¿por qué pesa menos un objeto en el aire que cuando lo sumergimos en agua?, ¿qué tipo de movimiento describe un balón que cae en un líquido?, ¿cuánto vale la suma de las fuerzas que actúan sobre un balón que cae en un líquido? De manera que se está partiendo de las ideas previas de los alumnos para motivar un cambio conceptual, es decir, se trata de que ellos reconstruyan teorías más próximas al conocimiento científico a través de la reflexión y la diferenciación conceptual aplicada a la resolución de problemas (Pozo, 1996).

Los instrumentos de evaluación diagnóstica se diseñaron para indagar sobre las concepciones previas de los estudiantes, así como de los conocimientos previos. Se realizaron dos instrumentos de diagnóstico, uno de opción múltiple, el otro como ensayo, los cuales se encuentran en el anexo 2.

5.1.5. La evaluación formativa

La evaluación formativa es aquella que tiene como propósito la modificación y mejora continua del alumno que está siendo evaluado, y se caracteriza por (Pérez y Moreno 1998):

- Producirse a lo largo de todo el proceso de aprendizaje.

- Su finalidad es adaptar de forma continua el proceso de enseñanza- aprendizaje a las necesidades y dificultades del alumno.
- Su utilidad reside en la identificación del nivel alcanzado por cada alumno en cada uno de los objetivos propuestos, así como los puntos conflictivos para el grupo en su conjunto.

De lo anterior se pueden inferir dos consecuencias para la evaluación formativa: una de retroalimentación al alumno y al profesor ya que les informa del progreso realizado y otra de descubrimiento de problemas en el proceso de enseñanza-aprendizaje, señalando la necesidad de proponer actividades alternativas que ayuden a lograr las metas propuestas.

En el trabajo de tesis se propone el desarrollo de experimentos como: a) medir el peso de un objeto en el aire o inmerso en un fluido, b) observación de un balón cayendo en un fluido, c) patrones que se forman al colocar un cilindro en un flujo. Estas actividades pueden usarse para realizar una evaluación formativa a través de las discusiones grupales de cuestiones que surjan durante el desarrollo de estas experiencias.

El cambio conceptual

El modelo del cambio conceptual requiere que se diseñen estrategias adecuadas para que éste ocurra, pues las concepciones alternativas son persistentes y no se modifican fácilmente (Furió, 1996).

Como se ha mencionado en párrafos anteriores, en el trabajo de tesis se propone determinar experimentalmente la viscosidad de diversos líquidos, utilizando para ello balines cayendo en esos fluidos.

Durante el desarrollo del experimento se puede realizar una evaluación formativa, ya que tanto los alumnos como el docente deben hacer explícitas sus ideas que tienen acerca de:

- a) La fuerza.
- b) Las fuerzas que actúan sobre cuerpos en reposo.
- b) Las fuerzas que actúan sobre cuerpos que se mueven con velocidad constante.
- c) El empuje de los fluidos sobre los objetos inmersos en ellos.

Es necesaria la discusión de los conceptos mencionados puesto que el aprendizaje debe considerarse no sólo como una acumulación de trozos de información, sino que también tiene que ser un proceso activo, interactivo, que requiere cambios cognitivos. Esto se logra por medio de los experimentos que realizan los estudiantes y los diálogos que se establecen en el aula (Hewson, Beeth y Thorley, 1988).

Es necesario que las ideas sobre los temas mencionados tanto de los estudiantes como del profesor, se hagan explícitas en el salón de clase, para que en este proceso los alumnos tengan oportunidad de elegir entre diferentes ideas, basándose en la calidad de la explicación que proporcionan y no por la persona que las haya mencionado.

Se requiere plantearles a los alumnos si dos situaciones son análogas entre sí, por ejemplo:

- a) Sostener un objeto con un dinamómetro y empujarlo hacia arriba, después introducirlo en agua.
- b) Dejar caer un balón en un líquido y compararlo con uno que esté sostenido por un alumno desde el punto de vista de las fuerzas; analizar estas situaciones.

Estas estrategias llevan al alumno a la metacognición, es decir, a preocuparse por sus propios procesos cognitivos y sus productos. Éste es el medio por el cual los estudiantes proporcionan evidencia al profesor del status de las ideas aprendidas, permitiéndole supervisar y, de esta manera controlar el proceso de aprendizaje (Hewson, Beeth y Thorley, 1988).

Así mismo, es de suma importancia que se favorezcan los espacios para que los alumnos se interroguen entre ellos y al profesor, aún cuando se corte la exposición del docente, porque ello implica pensar. Se debe incorporar la pregunta de los estudiantes en el discurso del salón de clase y ofrecer una respuesta que le dé continuidad (Litwin, 2001).

A través de la caída de un balón en un líquido los alumnos pueden calcular la viscosidad de éste. Se puede considerar en este experimento la fuerza viscosa (la que se debe a la viscosidad) como una fuerza de fricción, de modo que les sea inteligible a los estudiantes. Después ellos pueden medir el coeficiente de viscosidad, lo que hace que la idea sea plausible y por último pueden encontrar o discutir con el profesor algunas aplicaciones, lo que la hace fructífera (Hewson, Beeth y Thorley, 1988). De esta manera el alumno está aumentando el status de la idea de viscosidad.

La evaluación del desempeño del profesor

La enseñanza del profesor es un aspecto que se puede valorar, lo que además es indispensable para una verdadera evaluación formativa de los alumnos.

La evaluación de la enseñanza del profesor es importante porque:

- a) Esto hace posible el perfeccionamiento en el ejercicio docente.
- b) Le permite conocer las relaciones del aprendizaje de los alumnos con su propia enseñanza.
- c) Le aporta datos que lo hacen reflexionar sobre su práctica docente.

Los tres campos para evaluar la docencia son (Nieto, 2001):

1. Los resultados del aprendizaje logrado por los alumnos que reciben la instrucción del profesor.

2. El conocimiento de las características didácticas que posee el docente en relación con modelos teóricos alcanzados por la investigación sobre la enseñanza, y en relación con los resultados del aprendizaje de los alumnos.
3. El análisis de la conducta del docente mientras enseña, su actuación con los alumnos en el aula.

De estos tres campos, el último es el que ha sido más utilizado en la investigación sobre enseñanza. Actualmente se tiene la posibilidad de grabar durante largos periodos lo que sucede en el aula. Si esto lo hace el propio profesor entonces se puede excluir a los inspectores o funcionarios de la institución.

La videograbación

Durante el desarrollo de las materias de práctica docente I, II y III se videograbó al docente, con el fin de que éste observara y analizara su propia práctica. La videograbación del profesor ha hecho posible la autoobservación y el autoanálisis; lo que ayuda también a que otros evalúen al docente, ya que al grabarlo se evita que éste pueda rechazar a un inspector u otro miembro de la administración (Nieto, 2001).

La técnica de videograbar las presentaciones de los profesores es muy efectiva, puesto que permite el análisis posterior de los materiales por las personas que estén interesadas en el proceso. Pero también el observarse en video le ayuda al profesor a reflexionar acerca de su propia práctica docente, de manera que le proporciona un medio eficaz para percibir sus fortalezas; y lo que es más importante le hace ver sus debilidades y a partir de esto encontrar áreas de mejora, para que su enseñanza sea más eficaz. Lo que ocurrió durante las mencionadas prácticas se discute en la sección 5.2.

5.1.6. Evaluación sumativa

La evaluación sumativa es también importante en el proceso de enseñanza aprendizaje puesto que le permite al profesor identificar hasta qué punto se lograron los objetivos propuestos, como se enfatiza enseguida (Díaz y Hernández, 2002).

La evaluación sumativa, también denominada evaluación final, es aquella que se realiza al término de un proceso instruccional o ciclo educativo cualquiera.

Su fin principal consiste en verificar el grado en que las intenciones educativas han sido alcanzadas. Por medio de la evaluación sumativa el docente conoce si los aprendizajes estipulados en las intenciones se llevaron a cabo según los criterios y las condiciones expresadas en ellas. Esta evaluación provee información que permite derivar conclusiones importantes sobre el grado de éxito y eficacia de la experiencia educativa global emprendida.

Al finalizar un ciclo escolar el docente tiene la obligación de asentar una calificación con la que se avala que un estudiante tiene la capacidad para acceder a otros grados. Para lograr esto y no utilizar la evaluación sumativa simplemente para decirle a cada

estudiante el grado de éxito o fracaso que tuvo en el curso, se debe poner énfasis en la evaluación precisamente y no en el examen.

Para realizar una buena evaluación es necesario basarla en criterios, esto es, una en la que la actuación del alumno se confronta con metas establecidas de antemano (Pérez y Moreno, 1998). Éste tipo de evaluación requiere que se formulen y hagan explícitos los criterios que se utilizarán. Construir y exponer criterios también permite reconocer si existen juicios implícitos referidos a las normas de presentación, extensión u ortografía, y cuál es el valor de estos criterios (Litwin, 2001).

La evaluación sumativa que se propone para la valoración de la mecánica de los fluidos es la misma que la usada para el diagnóstico. Es recomendable tener en consideración todo lo expuesto en este apartado y además evaluar de acuerdo a lo que se enseñó debido a lo cual se aplicará el mismo examen usado para el diagnóstico. Es conveniente remarcar los siguientes puntos:

La evaluación es el proceso por medio del cual se recaba la información suficiente para conocer el grado de avance en el aprendizaje alcanzado por los alumnos. Por medio de ella se pueden determinar cuáles son las dificultades, errores o deficiencias que el estudiante tiene para llegar a una apropiación significativa del tema en cuestión y como consecuencia sienta las bases para orientar y apoyar este proceso.

Se debe reconocer en la evaluación un instrumento eficaz para el desarrollo de la práctica docente, al usarla para motivar a los alumnos y ayudarlos de esta manera a que aumenten su aprendizaje.

La evaluación de la enseñanza del profesor es importante porque le aporta datos y reflexiones que le ayudan a mejorar su práctica y en consecuencia habrá una reducción en el fracaso de los estudiantes y disminuirá la deserción escolar.

La evaluación está relacionada muy estrechamente con la enseñanza, puesto que cualquier docente debe tener una cierta concepción del modo en que se aprende y se enseña, lo mismo que acerca del cómo, por qué y para qué evaluar. De esta manera detrás de cada decisión sobre la tarea evaluativa que realiza el profesor, se manifiesta implícita o explícitamente, una cierta concepción del aprendizaje y de la enseñanza. Es de la mayor importancia reconocer sin embargo que todos los métodos de evaluación tienen limitaciones de modo que la mejor opción depende del contexto educativo. De la misma manera es necesario que el docente considere una combinación de métodos para reforzar la fiabilidad y compensar los efectos de prejuicio que las limitaciones de otra técnica introduzca (Black, 1998).

Por último es de destacarse la importancia de los instrumentos de evaluación utilizados. En este caso se usaron dos exámenes diseñados para realizar una evaluación diagnóstica del grado de conocimiento del tema de fluidos, así como de los conocimientos previos que los alumnos tenían para el desarrollo de los contenidos. Estos mismos instrumentos se van a utilizar para efectuar la evaluación sumativa, ya que esto permitirá conocer lo que aprendieron los alumnos durante la exposición.

5.2. RESULTADOS

En el plan de estudios de la Maestría en Docencia para la Educación Media Superior (MADEMS) se cursa la materia “*Práctica Docente*”, en la cual se planea y ponen en práctica aspectos relacionados con alguna unidad de los programas de las escuelas de bachillerato. En este caso se abordó la segunda unidad (hidrostática e hidrodinámica) del programa de física IV, área I (físico-matemáticas y de las ingenierías) de la Escuela Nacional Preparatoria; las actividades se desarrollaron en el plantel 2 de esta institución

Para recabar información con respecto a la práctica docente se platicó directamente con los alumnos al final de las sesiones, la charla giraba en torno a los contenidos del programa. Asimismo se utilizaron preguntas orales, en donde se involucraban los conceptos por estudiar, dirigidas a todo el grupo y las respuestas eran discutidas y analizadas por todos, para posteriormente obtener conclusiones. También se realizaron dos exámenes escritos.

En esta parte se describirán las reacciones que tuvieron los alumnos ante la presentación de conceptos usando los materiales que se proponen para el desarrollo de esta unidad, así como las calificaciones de los exámenes aplicados. Los resultados que se describen enseguida están relacionados con:

- El sándwich de esponja.
- El túnel de viento.
- Esferas cayendo en un fluido.
- Exámenes escritos.

5.2.1. El sándwich de esponja

El sándwich se utilizó en la discusión del concepto de fluido, ya que a través de este instrumento se puede tener claridad en el efecto que producen las fuerzas, pues se puede observar la deformación que causa en la esponja una fuerza tangencial y la compresión que origina una normal.

Se aplicaron fuerzas sobre el sándwich y a partir del efecto observado sobre la esponja los estudiantes pudieron inferir la dirección de éstas. Además ellos descubrieron, usando el sándwich, que al aplicar una fuerza arbitraria sobre él, se comprimía y a la vez se deformaba y el mismo efecto se conseguía si se aplicaban dos fuerzas: una normal y una tangencial.

Este aparato que es sencillo y que pueden construir todos los estudiantes les permite comprender mejor el concepto de fluido. También puede usarse para la discusión de la suma de vectores ya que los alumnos pueden ver las deformaciones y también sentir (hacia donde empujan).

5.2.2. El túnel de viento

Los estudiantes usaron un túnel de viento para generar un flujo laminar y colocaron un cilindro de 0.96 *cm* de diámetro en su interior, luego tomaron videos de los patrones formados.

Al cambiar el voltaje al que estaban sometidos los ventiladores, podían variar la velocidad del aire en la sección de trabajo, de manera que al colocar un cilindro en esa parte podían seguir la evolución del patrón que se formaba en función del número de Reynolds. El trabajo realizado fue de buena calidad como se puede corroborar en la serie de fotografías que ellos lograron y que se muestran en el anexo 1.

Un grupo de estudiantes participaron activamente en estos trabajos, ya que fueron ellos los que realizaron los experimentos y tomaron los videos. En esta actividad, los estudiantes se enfrentaron a dificultades tales como: la mejor manera de iluminar la región de formación de los patrones, decidir lugar más adecuado para colocar la cámara de video, encontrar el voltaje aplicado en el alambre para la mejor eficiencia en la producción de humo etc., es decir, ellos se enfrentaron a problemas que tienen que resolver comúnmente los investigadores.

De manera que los alumnos realizaron un trabajo experimental en el que invirtieron tiempo y mucho trabajo ya que tuvieron que realizar numerosas pruebas para conseguir buenos resultados. Esta inversión se tradujo en la obtención de buenos videos que a la postre les produjo satisfacción de acuerdo a lo que ellos mismos expresaron. También escribieron un reporte sobre el experimento.

Cabe destacar que el túnel de viento les parecía muy interesante, de acuerdo a lo que ellos manifestaron, ya que les permitía por una parte la observación de manera controlada de un flujo y por otro lado podían hacer visibles algunos fenómenos relacionados con el movimiento de fluidos (generación de vórtices al pasar un flujo por un obstáculo) para los que de manera natural resultaba difícil su observación.

5.2.3. Esferas cayendo en un fluido

Con este experimento los estudiantes tuvieron la oportunidad de observar un objeto sometido a distintas fuerzas moviéndose a velocidad constante, la cual fue medida. Posteriormente se discutieron las fuerzas que actuaban sobre la esfera estableciendo entre todo el grupo que éstas eran:

- El peso de la esfera.
- La fuerza de flotación.
- Una fuerza de fricción.

Se estableció que la fuerza de fricción en este caso se debía a una propiedad de los fluidos que se conoce como viscosidad ya que la misma esfera cae con distinta velocidad en fluidos diferentes. Además se concluyó que la suma de las fuerzas sobre

la esfera era cero de acuerdo a la segunda ley de Newton y en el caso de que se cumpliera la ley de Stokes se podría calcular la viscosidad del fluido. Se discutió también el problema de un objeto en reposo sobre una mesa y el de un avión que vuela a gran altura a velocidad constante.

Posteriormente se estableció que en todos los casos la suma de las fuerzas que actúan sobre el objeto debe ser cero. Cuando ocurre esto decimos que el cuerpo está en equilibrio.

Después de realizar las actividades y participar en las discusiones en el aula muchos estudiantes creían, ya que así lo expresaron, que los líquidos y gases se relacionaban muy estrechamente con ellos mismos en varios aspectos: vivimos en el interior de un gas y lo necesitamos respirar para poder vivir, una parte importante de la constitución de una persona es agua, el desarrollo tecnológico está relacionado con los fluidos (aviones, submarinos, agricultura, el clima). Los alumnos en su gran mayoría estuvieron de acuerdo en que el estudio de los fluidos (líquidos y gases) es importante.

Así pues, se puede decir que con estas acciones los alumnos de bachillerato comprendieron algunos conceptos de la mecánica de fluidos como el de viscosidad, flujo turbulento y laminar, número de Reynolds; pero también se motivaron para el estudio de los fluidos dada su importancia para el desarrollo de la humanidad.

5.2.4. Resultados de los exámenes

En esta parte se proporcionan los resultados de los exámenes que se aplicaron a los alumnos, antes y después de llevar a cabo la práctica docente. Dichos exámenes se pueden consultar en el anexo 2.

Antes de la instrucción

Opción múltiple							
Calificación	0	1	2	3	4	5	6
Frecuencia	1	2	6	15	9	8	6
Calificación promedio = 3.6							

Respuesta abierta							
Calificación	0	1	2	3	4	5	6
Frecuencia	2	13	11	12	4	4	1
Calificación promedio = 2.4							

Después de la instrucción

Opción múltiple										
Calificación	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Frecuencia	0	2	2	8	13	14	5	1	2	0
Calificación promedio = 5.4										

Respuesta abierta										
Calificación	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Frecuencia	1	0	0	1	6	9	11	10	8	1
Calificación promedio = 7										

Comparación

En el cuestionario de opción múltiple, que se aplicó antes de la instrucción, el 87.2 % de los alumnos obtuvieron una calificación menor o igual a 5 y el promedio del grupo fue de 3.6. Mientras que en el mismo cuestionario, pero después de la instrucción, el 53.2 % de los estudiantes obtuvieron una calificación menor o igual a 5 y el promedio fue de 5.4.

Por otra parte, en el cuestionario de respuesta abierta, antes de la instrucción, el 97.8 % del grupo obtuvo una calificación menor o igual a 5, siendo la calificación promedio de 2.4. Después de la instrucción, sólo el 17 % de los estudiantes obtuvieron una calificación menor o igual a 5 y el promedio del grupo fue de 7.

CONCLUSIONES

En este trabajo se hace una propuesta para enseñar la mecánica de fluidos en el nivel medio superior. Se incluyó la historia de esta disciplina ya que puede utilizarse como un medio para que los docentes motiven a sus alumnos.

Es importante que los estudiantes de este nivel comprendan que las ecuaciones de la mecánica de fluidos requieren de una interpretación y que se tienen que hacer aproximaciones para resolverlas, pues ello permite que sean analizadas desde el punto de vista de la hermenéutica analógica.

Por otra parte, se describe la construcción de equipo para llevar a cabo experimentos relacionados con el movimiento de fluidos, estos instrumentos son:

- Túnel de viento.
- Tubos de acrílico, sellados por uno de sus extremos.
- Cilindros concéntricos, uno de los cuales puede rotar.
- Sándwich de esponja.

Cabe destacar que los equipos antes referidos fueron construidos y se usaron para realizar los experimentos que se describen en el presente trabajo. Es importante mencionar que estos experimentos pueden ser usados por el docente para la enseñanza de la mecánica de fluidos en tres aspectos importantes.

1. Se puede utilizar para mostrar algún fenómeno físico y a partir de la observación de éste generar la discusión en el aula como se describirá enseguida:

a) El sándwich de esponja se usó para iniciar la discusión sobre las componentes de una fuerza y a partir de esto que los estudiantes construyeran el concepto de fluido.

b) En el caso de los balines cayendo en un fluido se hizo el experimento por parte del profesor a nivel demostrativo con dos fluidos diferentes (agua y shampoo) y con dos balines de distinto diámetro.

c) En el túnel de viento, aún cuando no trabajaron en él todos los estudiantes, sí fue utilizado por un grupo de alumnos para observar los vórtices que se forman cuando se pone un cilindro en un flujo y calcular el número de Reynolds en cada caso.

A través de las observaciones que se hagan es posible iniciar la discusión de conceptos tales como la viscosidad, y cuestionar a los alumnos sobre la razón por la que se generan los vórtices que se observan cuando se coloca el cilindro en el interior del flujo. Además se pueden hacer preguntas sobre las variables que intervienen en el fenómeno, tales como: ¿la velocidad del flujo influye en el tamaño de los vórtices?, ¿se puede lograr el mismo patrón con cilindros de distinto diámetro?, ¿el tamaño de los vórtices que se observan depende del tiempo? etc.

La observación de la gota que se deforma puede ser utilizada por el docente para discutir el concepto de fluido, al establecer una analogía entre una liga que se estira y la gota deformándose. A partir de esto se analizan las diferencias entre el sólido (liga) y el fluido (gota).

2. Es posible también usar los experimentos para realizar mediciones, como por ejemplo, en el túnel de viento se puede medir la velocidad del aire en la sección de trabajo para diferentes voltajes aplicados en los ventiladores, para después trazar una gráfica y de esta manera tener una calibración del túnel, que puede utilizarse en posteriores experimentos. O bien determinar la evolución de algunos de los parámetros geométricos de los vórtices en función del número de Reynolds, lo cual implica hacer mediciones, cálculos y gráficas.

Para la esfera que cae en un fluido se puede calcular la fuerza de flotación sobre ella, medir su masa, calcular su volumen, el número de Reynolds asociado, la fuerza de fricción y en algunos casos (número de Reynolds menor que uno) usar la ley de Stokes para determinar la viscosidad del líquido en el que se mueve la esfera.

En el experimento de reversibilidad cinemática se puede medir la velocidad angular con la que gira uno de los cilindros y a partir de esto determinar el número de Reynolds.

3. Un aspecto que no se puede dejar de lado, es que los experimentos pueden ser utilizados para que el estudiante tenga la oportunidad de trabajar como lo hacen los científicos, puesto que el trabajar en el laboratorio les permite a los estudiantes:

- Familiarizarse con los instrumentos utilizados, en este caso, túnel de viento, variac, cámara de video, balanza, vernier, etc.
- Observar los patrones que se generan cuando se pone un obstáculo dentro de un flujo, o bien cuando se mueve un objeto en un fluido en reposo.
- Realizar mediciones e interpretarlas.
- Aprenden a trabajar en equipo.

Es importante destacar que a través de estas actividades es posible contribuir a que los estudiantes de bachillerato establezcan una relación entre el estudio de los flujos y la tecnología, ya que el conocimiento de éstos se relaciona, por ejemplo, con el diseño aerodinámico de automóviles, lo que permite el ahorro de combustible.

Así que a través de las actividades propuestas en este trabajo se apoya a los estudiantes del nivel medio superior en los siguientes aspectos:

- Motivación para el estudio de la ciencia en general, pero en particular por el conocimiento de los fluidos.
- Ayudar a los estudiantes en la comprensión de conceptos tales como: fluido, número de Reynolds, esfuerzo cortante y normal.
- Establecer relaciones entre variables, al realizar mediciones e interpretarlas.
- Acercarse a los métodos y procedimientos del trabajo científico.

Por otra parte, se tiene que la construcción de equipo de laboratorio como el túnel de viento, los cilindros concéntricos que rotan, los tubos de acrílico, el sándwich de esponja, así como los experimentos que se describieron en el desarrollo del presente trabajo son importantes tanto para la exposición por parte de los docentes como para la mejor comprensión de los alumnos de los temas relacionados con fluidos.

Asimismo las actividades que se proponen para ser realizadas por los alumnos como:

- El principio de Arquímedes.
- Soplar a una vela cuando se interpone media manzana.
- Vórtice en una botella transparente.

Se pueden llevar a cabo con material casero con resultados interesantes.

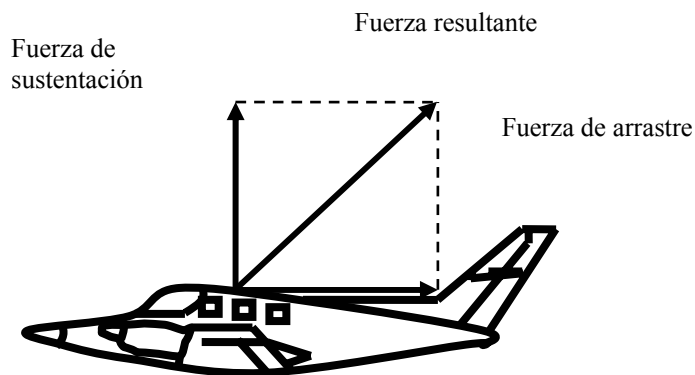
Por último se debe mencionar que la Maestría en Docencia para la Educación Media Superior (MADEMS) proporciona a los docentes las herramientas necesarias para hacer la planeación de su clase tomando en cuenta elementos didácticos y contextuales de la enseñanza tales como: la edad de los alumnos que se inscriben en sus cursos, o los intereses que manifiesten éstos, lo cual contribuye a que los estudiantes se involucren más activamente con su aprendizaje. También se tiene la oportunidad de diseñar, elaborar y probar material didáctico útil y con posibilidades de implementarse en aulas o laboratorios.

De manera que al cursar la MADEMS se adquieren elementos y estrategias pedagógicas que permite mejorar la práctica dentro del aula y por tanto posibilita la generación de espacios educativos más armónicos y productivos.

Perspectivas

En futuros trabajos es posible considerar los siguientes puntos:

I. Es sabido que cuando un avión se mueve lo hace en un fluido y como consecuencia de esto aparecen dos fuerzas: una de arrastre y la otra llamada de sustentación que es la causante de que la aeronave se pueda elevar. Las fuerzas se muestran en la figura siguiente:



Fuerza de arrastre y sustentación sobre un avión.

Por lo que se puede construir un ala de avión, con el fin de estudiar las fuerzas antes mencionadas, usando para ello el túnel de viento que se ha construido.

II. Otro aspecto en el que se tiene que trabajar consiste en el diseño de preguntas y problemas relacionados con el movimiento de los fluidos.

BIBLIOGRAFÍA

1. Alba, A. F., *El desarrollo de la tecnología. La aportación de la física*, México: Fondo de Cultura Económica, 1995.
2. Alonso, M. y Finn, J. E., *Física. Volumen II. Campos y Ondas*, México: Fondo Educativo Interamericano, 1985.
3. Alvarenga, A. B., y Máximo R. A. *Física general con experimentos sencillos*, México: Harla, 1993.
4. Beiser, A., *Conceptos de física moderna*, México: McGraw-Hill, 1971.
5. Bernal, J. D., *La ciencia en nuestro tiempo*, México: Universidad Nacional Autónoma de México, 1960.
6. Beuchot, M., *Perfiles esenciales de la hermenéutica*, México: Universidad Nacional Autónoma de México, 2005.
7. Beuchot, M., *Tratado de hermenéutica analógica*, México: UNAM- Itaca, 2005.
8. Caamaño, A., *Los trabajos prácticos en ciencias*, En *Enseñar ciencias*, Jiménez, P. J., (coordinador), España: Grao, 2003. pp. 95-118.
9. Cifuentes, L. J. L., Torres, G. P. y Frías M. M., *El océano y sus recursos*, México: Fondo de Cultura Económica, 1987.
10. Daily, J. W. y Harleman, D. R., *Dinámica de los fluidos con aplicaciones en la ingeniería*, México: Trillas, 1969.
11. De Leeuw, R., *El impresionismo y los inicios de la pintura moderna*, España: Planeta-DeAgostini, 1999.
12. Díaz, B. y Hernández G., *Estrategias para un aprendizaje significativo*, México: McGraw-Hill, 2002.
13. Fox, W. R y McDonald T. A., *Introducción a la mecánica de los fluidos*, México: McGraw-Hill, 1997.
14. Furió, J. C., *Las ideas del alumnado en ciencias*, España: Alambique Grao, 1996.
15. García, T. C., *Estudio experimental de la estela producida por un cilindro para números de Reynolds entre 8 y 70*. Tesis de licenciatura. México, 2001.
16. Gerhart, P. M. Gross, R. y Hochstein, J., *Fundamentos de mecánica de fluidos*, U.S.A: Addison-Wesley, 1995.

17. Giancoli, D. C., *Física principios con aplicaciones*, México: Prentice-Hall, 1997.
18. Gil, P. D., *La enseñanza de las Ciencias y la Matemática. Tendencias e innovaciones*, España: Editorial popular, 2001.
19. Hernández, P. R., *Aprendamos a elaborar exámenes escritos*, Costa Rica: Editorial Universidad Estatal a Distancia, 2002.
20. Hewson, P., Beeth, M., Thorley, R., Teaching for conceptual change, En *International Handbook of science education*, Ed. Fraser, B., Tobin, K., Gran Bretaña: Kluwer Academic Publishers, 1988.
21. Hierrezuelo, M. J. y Montero, M. A., *La ciencia de los alumnos. Su utilización en la didáctica de la física y química*, México: Laia, S. A, 2002.
22. Jeans, J., *Historia de la física*, México: Fondo de Cultura Económica, 1960.
23. Jones, E. y Childers, R., *Física contemporánea*, México: McGraw-Hill, 2001.
24. Kikoin, A. K. y Kikoin, I. K., *Física molecular*, Moscú: Mir, 1979.
25. Landau. L. D. y Lifshitz, E. M., *Mecánica de fluidos. Curso de física teórica*, España: Reverté, 1986.
26. Levi, E., *Mecánica de los fluidos, introducción teórica a la hidráulica moderna*, México: Facultad de Ingeniería, UNAM, 1965.
27. Litwin, E., *La evaluación: campo de controversias y paradojas o un nuevo lugar para la buena enseñanza*, En La evaluación de los aprendizajes en el debate didáctico contemporáneo, Camilloni, A. et al, Argentina: Paidós, 2001.
28. Massey, B. S., *Mecánica de fluidos*, México: Compañía Editorial Continental, 1983.
29. "Methods of experimental physics", En R. J. Academic Press, Edited by Emrich, Marton, L. and Marton, C. editors in chief. Pág. 755-848. Volume 18-part B. Fluid dynamics. 1981.
30. Nieto, G. M. J., *La autoevaluación del profesor. Cómo puede evaluar y mejorar su práctica docente*, España: CISSPRAXIS, 2001.
31. Peralta, F. R., *Fluidos: apellido de líquidos y gases*, México: Fondo de Cultura Económica, 1995.
32. Pérez, M. C. y Moreno, J. M., *Evaluación y detección de dificultades en el aprendizaje de física y química en el segundo ciclo de ESO*, cap. 1, España, 1998. pp 3-16.

33. Pinton, J. F. *Mesure de vorticit  par diffusion ultrasonore*. Tesis doctoral. Lyon, 1992.
34. Pozo, J. I., *Las ideas del alumnado sobre la ciencia: de dónde vienen, a dónde van... y mientras tanto que hacemos con ellas*, España: Alambique Grao, 1996.
35. Quintana, H. E., *El portafolio como estrategia para la evaluación*, En Evaluación como ayuda al aprendizaje, Ballester y Cols, España: Grao, 2000. pp. 163-173.
36. Resnick, R. Halliday, D. *Física parte I*, México: Compa a Editorial Continental, 1981.
37. Serway, A. R. y Faughn, S. J., *Física, México* : Pearson, 2001.
38. Shames, H. I., *La mecánica de los fluidos*, México, McGraw-Hill, 1979.
39. Smits J. A., *Mecánica de fluidos. Una introducción física*, México: Alfaomega, 2003.
40. Strike, K., Posner, G., *A revisionist theory of conceptual change*, En Philosophy of science, cognitive psychology and educational theory and practice, Ed. Dusch, R., Hamilton, R., U.S.A.: State University of New York Press, 1992.
41. Tokaty, G. A., *A history and philosophy of fluid mechanics*, U.S.A: Dover, 1994.
42. Varela, N. P. et al, *Iniciaci n a la física en el marco de la teoría constructivista*, España: Ministerio de Educación y Ciencia, 1993.
43. Varela, N. P. et al, *Electricidad y magnetismo*, España: S ntesis, 2000.
44. White, M. F., *Mecánica de fluidos*, España: McGraw-Hill, 2004.

HEMEROGR FICA

1. Black, P. J., *Evaluation and assessment*. King's College London, U. K., En Connecting Research in Physics Education with Teacher Education. A. Tiberghien, E. L. Jossem, J. Barojas. An I.C.P.E. Book   International Commission on Physics Education 1997,1998.
2. Coutanceau, M y Bouard, R., "*Experimental determination of the main features of the viscous flow in the wake of a circular cylinder in uniform traslation*". J. Fluid Mech., **79-2**, 231-256, Part 1. Steady flow. 1977.
3. French, A. P., *The nature of physics*, Department of Physics, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA, USA, En Connecting Research in Physics Education with Teacher Education. A. Tiberghien, E. L. Jossem, J. Barojas. An I.C.P.E. Book   International Commission on Physics Education 1997,1998.

4. Gunstone, R. y F. White R., *Teachers' attitudes about physics classroom practice*. White Monash University, Australia, En Connecting Research in Physics Education with Teacher Education. A. Tiberghien, E. L. Jossem, J. Barojas. An I.C.P.E. Book © International Commission on Physics Education 1997,1998.

5. Lijnse, P. J., *Curriculum development in physics education*. Centre for Science and Mathematics Education, Utrecht University, The Netherlands, En Connecting Research in Physics Education with Teacher Education. A. Tiberghien, E. L. Jossem, J. Barojas. An I.C.P.E. Book © International Commission on Physics Education 1997,1998.

6. National Geographic en español. *Huracanes asesinos*. Agosto de 2006.

7. Nishioka, M. y Sato, H., "*Measurements of velocity distributions in the wake of a circular cylinder at low Reynolds numbers*". J. Fluid Mech. **65**, 97-112. 1974.

8. Taneda, S., "*Experimental investigation of the wakes behind cylinder and plates at low Reynolds numbers*". J. Phys. Soc. Japan, **11**, 302-307. 1956.

FUENTES EN LÍNEA CONSULTADAS EL JUEVES 17 DE ENERO DE 2008

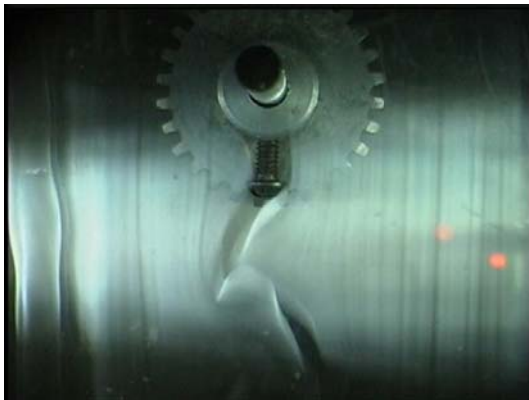
1. <http://academic.uprm.edu/accam/tromba05.html>.

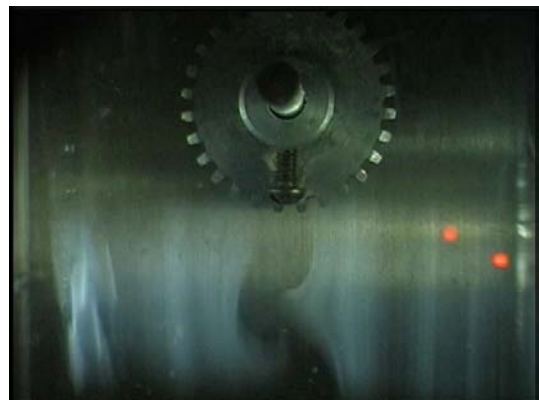
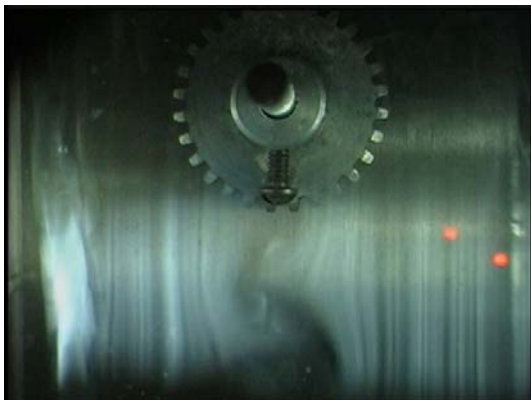
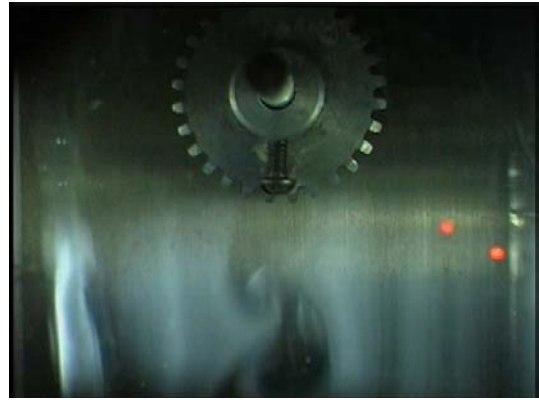
2. <http://www.enm.bris.ac.uk/research/nonlinear/tacoma/tacoma.html#index>.

3. <http://www.photolib.noaa.gov/htmls/nssl0054.htm>

ANEXO 1. FOTOGRAFÍAS TOMADAS POR ALUMNOS

Las fotografías que se muestran enseguida fueron tomadas por un grupo de alumnos en un túnel de viento. En ellas se puede observar la formación de la calle de Von Kármán, para diferentes velocidades del flujo, es decir, para distintos números de Reynolds. En todos los casos el flujo se mueve de arriba hacia abajo.





ANEXO 2. EXÁMENES DE DIAGNÓSTICO

ESCUELA NACIONAL PREPARATORIA

Cuestionario diagnóstico: Fluidos en movimiento. Tercer Periodo 2006

Tiempo: 30 minutos

Nombre del alumno:

Área

Grupo

Instrucciones: Elige la opción correcta marcándola con una X. Contesta con pluma.

1. Se tiene un recipiente de un litro lleno con agua y otro recipiente de 1000 litros lleno también con agua. Entonces

- a) El líquido contenido en el recipiente más grande es más denso.
- b) El líquido contenido en el recipiente más pequeño es más viscoso.
- c) La densidad del líquido contenido en los dos recipientes es igual a su viscosidad.
- e) La densidad del líquido contenido en los dos recipientes es la misma.

2. Se lanza un objeto hacia arriba, en el punto más alto de su trayectoria.

- a) La fuerza de fricción con el aire es máxima.
- b) No actúa fuerza alguna sobre él.
- c) La única fuerza que actúa sobre él es la de gravedad.
- d) Su aceleración vale cero.

3. Consideremos un libro que se encuentra en reposo sobre una mesa. Entonces

- b) La única fuerza que actúa sobre el libro es la de la gravedad.
- c) La mesa aplica una fuerza sobre el libro igual a la que éste aplica sobre ella.
- a) Sobre el libro no actúa ninguna fuerza.
- d) La mesa aplica una fuerza sobre el libro mayor a la que éste aplica sobre ella.

4. Cuando se sumerge un cuerpo en un recipiente lleno con agua, éste parece perder peso, esto se debe

- a) A que el agua ejerce una fuerza neta hacia arriba sobre el cuerpo.
- b) La fuerza de gravedad sobre el cuerpo disminuye.
- c) No se ejercen fuerzas horizontales sobre el cuerpo.
- d) El agua ejerce una fuerza neta hacia abajo sobre el cuerpo.

5. Si la suma de las fuerzas que actúan sobre un cuerpo de masa constante no es cero entonces

- a) El cuerpo se mueve con velocidad constante.

- b) La suma de fuerzas es proporcional a la Velocidad.
- c) Se mueve con aceleración constante.
- d) El cuerpo puede estar en reposo.

6. Se lanza un cuerpo hacia arriba. Si consideramos que la fricción es muy pequeña y la podemos despreciar, entonces se debe cumplir que.

- a) Durante la subida va perdiendo fuerza hasta que se hace cero.
- b) La fuerza sobre el cuerpo permanece constante durante el trayecto.
- c) La velocidad permanece constante durante el trayecto.
- d) Su aceleración va disminuyendo hasta cero.

7. Si la fuerza de flotación que se ejerce sobre un objeto sumergido completamente en un fluido es igual al peso de ese objeto entonces.

- a) El peso del objeto es mayor que el peso del fluido desplazado.
- b) La densidad del objeto es mayor que la del fluido.
- c) La densidad del objeto debe ser igual a la del fluido.
- d) El peso del objeto es menor que el peso del fluido desplazado.

8. Se inflan dos globos hasta alcanzar el mismo tamaño; uno de ellos contiene aire y el otro helio ($\rho_{He} < \rho_{Aire}$). Entonces.

- a) La fuerza de flotación o empuje es igual sobre los dos globos.
- b) El peso de los dos globos es el mismo.
- c) Los dos globos flotan en el aire.
- d) La fuerza de flotación es mayor sobre el globo lleno de helio.

9. Cuando un cuerpo cae dentro de un fluido, se tiene que

- a) Solamente actúa la fuerza de gravedad sobre él.
- b) Su velocidad está cambiando continuamente durante el tiempo de caída.
- c) Las fuerzas que actúan sobre él se equilibran después de cierto tiempo.
- d) Su velocidad es independiente de su tamaño.

10. Cuando un objeto se mueve con velocidad constante

- a) Las fuerzas que actúan sobre él apuntan en la misma dirección.
- b) La suma de las fuerzas que actúan sobre él es mayor que cero.
- c) Su aceleración también es constante y mayor que cero.
- d) La suma de todas las fuerzas que actúan sobre él vale cero.

ESCUELA NACIONAL PREPARATORIA

Cuestionario: Fluidos en movimiento. Tercer Periodo 2006

Tiempo: 60 minutos

Nombre del alumno:

Área

Grupo

Instrucciones: Contesta breve y claramente. Con letra legible.

1. Explica cuál es la diferencia entre densidad y viscosidad.
 2. Un recipiente de dos litros lleno de mercurio tiene una masa de 27 kg y pesa 266 N . ¿Cuánto vale la fuerza de flotación que se ejerce sobre él cuando se sumerge en agua? Explica.
 3. Contiene fuerza un cartucho de dinamita que se encuentra en reposo sobre una mesa?
 4. ¿Cómo se sabe que la suma de fuerzas sobre un objeto que se mueve con velocidad constante vale cero? Explica
 5. ¿Es posible que un objeto se mueva más rápido que otro, pero los dos con velocidad constante? Explica
- Consideremos un balón que cae en el interior de un fluido.
6. ¿Qué tipo de movimiento describe el balón? Explica.
 7. ¿Cuántas fuerzas actúan sobre el balón y cuáles son? Explica
 8. ¿Cuánto vale la fuerza debida a la viscosidad del fluido que actúa sobre el balón?
 9. Haz un dibujo (diagrama de cuerpo libre) de todas las fuerzas que actúan sobre el balón.
 10. ¿Dónde se prueban los prototipos de aviones y autos? Explica.