



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

MECANISMOS DE ACELERACIÓN DE
IONES EN UNA DESCARGA DE PLASMA
FOCUS

TESIS

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

FÍSICA

P R E S E N T A:

ROSA MARÍA FAJARDO MIRANDA

TUTOR

DR. JULIO JAVIER MARTINELL BENITO

2007





Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

AGRADECIMIENTOS

A mi Señor Dios, porque hace 4 años y medio le ofrecí mi carrera y me permitió terminarla satisfactoriamente llenándome de grandes bendiciones durante este periodo. Por que Él fue mi fortaleza, consuelo y paz en tiempos difíciles, pero también fue mi alegría y felicidad en los buenos tiempos.

A mi Mamá Rosa y mi hermano Fer, por su apoyo en todo este tiempo, su amor, su aliento, sus consejos y por aguantarme en mis ratos de mal genio. Gracias mamá por ser padre y madre para mí, por todos tus detalles para ayudarme y por los consejos que me diste. Gracias Fer (Peñas), por convertirte en mi mejor amigo. También estás pasando por el término de carrera, te felicito y sé que llegarás muy lejos, te deseo lo mejor.

A mi hermana Claudia, mi cuñado David y mi sobrino Bruno (el Bebé), por apoyarme, por interesarse en lo que hago, por las sonrisas que Brunito sacó de mi rostro. Que Dios bendiga esta hermosa familia que aumenta con la próxima llegada de un nuevo bebé.

A Dan, mi pareja, un gran apoyo al final de mi carrera y en este trabajo. Gracias por amarme, por ayudarme cuando estaba agotada, por tus palabras de amor, por enseñarme a amar mi trabajo. Te amo.

A mi hijo (a), mi bebé (la bolita), que aunque llegó al final de esta etapa, es con quien inicio otra nueva y hermosa. Te adoro, te quiero muchísimo. Por mi nueva familia será hecho todo mi trabajo de ahora en adelante con el mayor amor del mundo.

A mi papá Fer, que se encuentra ante la presencia y gloria de Dios, gracias por tu amor, por tu inspiración, por tu sacrificio, por tu entrega y ejemplo. Sé que estarías muy orgullosa de tu Goda en estos momentos.

A mi tutor Dr. Julio J. Martinell, por el apoyo ofrecido no solamente en este trabajo, también por el dado en los cuatro cursos que tomé con él, el servicio social y en mi vida personal. Gracias por su paciencia y por compartir sus conocimientos todo este tiempo.

Al Dr. Julio Herrera, por involucrarse en la realización de este trabajo y asesorarme en el mismo.

A todos los sinodales que con paciencia e interés leyeron mi trabajo. Gracias por sus críticas que ayudaron a mejorarlo.

ÍNDICE

Introducción	1
Capítulo 1 Plasma Focus	2
Capítulo 2 Modelo teórico.....	8
Capítulo 3 Algoritmo numérico.....	14
Capítulo 4 Resultados	
4.1Evolución de la inestabilidad.....	16
4.2Trayectoria de los iones	22
Conclusiones.....	28
Apéndice A	
Código fuente del programa de desarrollo de inestabilidad.....	30
Apéndice B	
Código fuente del programa de trayectorias de iones.....	37

INTRODUCCIÓN

Uno de los aparatos de investigación en fusión termonuclear que mayor cantidad de neutrones produce es el llamado Plasma Focus. Los neutrones se producen de las reacciones nucleares en deuterio, que es el gas usado en la descarga eléctrica: $D + D \rightarrow {}^3\text{He} + n$. La gran cantidad de reacciones nucleares se debe a la alta densidad del plasma, que se alcanza al final de la descarga.

El desarrollo de diferentes modelos que expliquen la generación de neutrones en aparatos de tipo Plasma Focus (PF) ha sido numeroso en las últimas décadas.

Éstos son tan diferentes entre sí que sigue abierta la interrogante de cómo poder reproducir datos experimentales de los aparatos PF en todo el mundo con diferentes rangos de operación. Por ello, no existe un modelo único y general que explique los diferentes fenómenos en estos aparatos.

Es un hecho experimental [1,6-8], que las columnas de plasma no son estables y presentan inestabilidades tipo $m=0$ y $m=1$, tal como lo predice la teoría. Así mismo se registran, tras su aparición, diversos fenómenos como la producción de Rayos X, neutrones y haces de partículas cargadas, aunque en aparatos de gran tamaño éstos se registran aun antes del desarrollo de las inestabilidades.

El presente trabajo tiene como objetivo modelar el desarrollo de una inestabilidad $m=0$ en el plasma y utilizar los campos electromagnéticos generados, como base para calcular la aceleración de iones que formarán el haz de partículas cargadas que experimentalmente es medido. Así mismo, la generación de rayos X quedará explicada por un aumento notable de densidad en una región localizada en la columna debido al desarrollo del cuello de la inestabilidad, así como por la acumulación de impurezas en dichas regiones, en donde el enfriamiento por radiación es mayor.

Los iones acelerados deberán ganar suficiente energía como para poder producir reacciones de fusión al chocar con otros iones de fondo, y por tanto explicar también la anisotropía observada en la emisión de neutrones, de tal forma que los fenómenos registrados experimentalmente puedan ser explicados en su totalidad y como un conjunto.

CAPÍTULO 1

PLASMA FOCUS

El Plasma Focus es un aparato en el cual se produce una descarga de muy corta duración (pulso) sobre un gas, ionizándolo y barriendo el plasma resultante hasta producir una compresión que da lugar a una columna cilíndrica de plasma muy denso y caliente. Como se muestra en la Figura 1, consiste en un cilindro interno (ánodo) rodeado por un conductor externo coaxial (cátodo).

El gas dentro del aparato se colapsa al descargar un banco de capacitores (C) que están conectados al ánodo y, a través de un interruptor de chispa (SG), al cátodo. Así una rápida corriente eléctrica fluye a través del gas que rompe sobre la pared interior del aislante (I). La funda de la corriente \vec{j} del plasma se aleja del aislante en dirección axial debido a la interacción de la misma con su propio campo magnético \vec{B} (**Fuerza** $\vec{F} = \vec{j} \times \vec{B}$) ionizando y arrastrando el gas que encuentra a su paso (II) y (III). Al llegar al extremo del cilindro interno la lámina de corriente se colapsa hacia el “foco” formando una corriente axial y un frente de choque propagándose radialmente hacia el eje del cilindro. Cuando la onda de choque llega al eje, ésta se refleja creando un frente de choque que se propaga hacia afuera, el cual se encuentra con la lámina de corriente del plasma donde ambas forman una frontera axisimétrica de la columna de plasma caliente o “pinch” (IV).

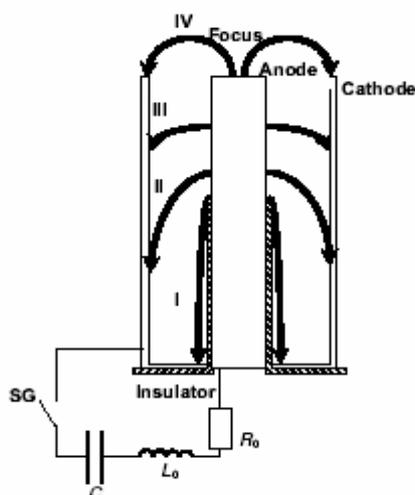


Figura 1. Esquema del circuito del PF y dinámica del plasma. I, la descarga comienza dentro del aislante; II,III, la funda de la corriente es acelerada a lo largo de los electrodos; IV, formación del pinch.

Esta estructura es semejante a la producida en los aparatos z-pinch que producen desde el principio una corriente axial (en dirección z) y comprimen al plasma radialmente, pero en el PF es de mayor densidad que en un z-pinch iniciado en gas (los z-pinch sobre fibras sólidas tienen mucho mayor densidad).

Esta columna es susceptible a la aparición de inestabilidades de tipo $m=0$ ("sausage instabilities") y $m=1$ ("kink instabilities") cuando se colapsa. Aquí, m representa el número de onda azimutal, por lo que $m=0$ corresponde a una perturbación axisimétrica y $m=1$ a un desplazamiento rígido de una sección de la columna. Estas fases pueden durar desde decenas de nanosegundos para un aparato pequeño (energía, $E \sim 1\text{kJ}$, corriente, $I \sim 100\text{kA}$), a microsegundos para uno grande ($E \sim 1\text{MJ}$, $I \sim 1\text{MA}$).

Cuando el gas con el que el PF es operado es deuterio, entonces podemos tener destellos de rayos X, partículas cargadas aceleradas y neutrones de fusión tras cada descarga. Estos fenómenos han sido objeto de estudio y diversos modelos se han propuesto para su explicación.

Las observaciones han indicado que los neutrones son producidos por reactantes que poseen una velocidad de centro de masa finita en el sistema de laboratorio.

Para explicar esta propiedad se han propuesto dos tipos de modelos para la generación de neutrones:

- a) Quemador móvil ("Moving Boiler")
- b) Modelo Haz- Blanco

El modelo "Moving Boiler" nos dice que la fuente de neutrones es un plasma térmico con movimiento axial, de esta forma la generación de neutrones se debe puramente a un plasma termalizado con suficiente temperatura para producir reacciones de fusión.

El modelo de haz-blanco nos dice que, iones acelerados a altas velocidades y por tanto con energía muy alta, forman un haz en el que éstos chocan individualmente con iones fríos del plasma del fondo produciendo neutrones de fusión.

Los modelos electromagnéticos se basan en que la aceleración de iones de deuterio es debida a la generación de campos eléctricos y magnéticos inducidos por la compresión misma del plasma, algunos de estos modelos son los siguientes:

a) M. Haines [11] señala que sobre el ánodo se tiene un campo eléctrico axial localizado en el interior de la funda, que tiene un grosor de menos de un radio de Larmor iónico (pero mayor que el radio de Larmor electrónico). Así los iones que llegan cerca del ánodo durante la fase de colapso del pinch son acelerados a través de esta funda para formar un haz de iones con órbitas singulares de alta energía. Además en esta funda los electrones están magnetizados y su movimiento de deriva lleva la corriente que constituye la fuerza axial $J_r B_\theta$ que proporciona la conservación de momento.

b) Pasternak y Sadowskii [2] modelan una columna homogénea de pinch como un cilindro de plasma donde la distribución de corriente de descarga es uniforme ya que un pinch de filamentos es considerado como una superposición de varios filamentos de corriente idénticos de un diámetro muy pequeño, paralelos al eje z y distribuidos simétricamente en la superficie de la columna de pinch. Para un pinch homogéneo el campo magnético es tomado como para una línea de corriente usual. Para una columna de filamentos se toma la suma de campos. Para analizar las trayectorias de los iones se resuelve un sistema de ecuaciones de movimiento del ión con término de colisión.

c) J. Bernstein [3] propone un modelo con distribución de corriente cilíndrico $j(r,t)$ axisimétrica que es finita en anchura e inicialmente anular. La distribución se contrae rápidamente. Esa variación en el tiempo genera un campo magnético azimutal $B_\theta(r,t)$ y un campo eléctrico axial $E_z(r,t)$ cuyos valores pueden ser derivados de las ecuaciones de Maxwell. Se infieren las expresiones analíticas de $B_\theta(r,t)$ y $E_z(r,t)$ y se obtienen las trayectorias de los deuterones con las ecuaciones de movimiento. En este análisis las colisiones electrón-ión no se desprecian y se asume una conductividad finita del plasma.

d) En diferentes trabajos experimentales se reportan observaciones de largas estructuras filamentosas durante las fase de aceleración de la lámina de corriente y la fase de compresión. Paternak y colaboradores [4] asumen que estos filamentos inducen intensos campos eléctricos y ya que algunas observaciones con rayos X- muestran que la columna del PF se parece a un embudo y no a un cilindro, utilizan esta configuración para determinar los campos magnéticos y eléctricos en la columna. De esta forma resuelven las ecuaciones de movimiento para un deuterón agregando el término de colisiones ión-ión e ión-electrón.

e) R. Deutsch y W. Kies [5] suponen el PF como un acelerador producido por dos electrodos planos que representan la frontera del plasma, la que contiene fundas eléctricas, que se mueven en dirección opuesta hasta encontrarse. En las regiones fuera de los planos existe un campo eléctrico $\vec{E} = \vec{v} \times \vec{B}$ y en la región central libre de plasma no hay presencia de campos electromagnéticos. Así las trayectorias de los iones son calculadas en cada región, notando que los iones que comienzan a moverse en las regiones fuera de los planos de corriente sólo presentan una ganancia de energía oscilatoria. Si el radio de Larmor es suficientemente pequeño, la funda de corriente puede ser comparada con un pistón magnético que acelera las partículas que se encontraban inicialmente en la región libre de plasma debido a las múltiples reflexiones.

El segundo grupo estudia el comportamiento de los iones en regiones cercanas al cuello generado en la columna por la inestabilidad $m=0$.

Algunos modelos propuestos son:

f) Vikhrev, Ivanov y Rosanova [6] desarrollan un modelo MHD ideal en 2D de un fluido en equilibrio de presión y campo magnético en la frontera, donde la descarga evoluciona de manera axisimétrica y solamente existe campo magnético en dirección azimutal. Cuando se tiene una perturbación de onda corta en la frontera del pinch, se forman cavidades en la columna del plasma que se llenan de plasma de baja densidad y campo magnético. La evolución de la cavidad resulta en apariencia como columnas pequeñas en el eje de plasma denso.

Al entrar a una cavidad, el plasma es acelerado en dirección radial debido a la fuerza ponderomotriz a velocidades mayores a las térmicas del ión que puede ser la causa de la aceleración de iones a altas energías.

h) Haines [1] propone que la inestabilidad $m=0$ combinada con el efecto del radio finito de Larmor de los iones, da lugar a una asimetría axial para ambos lados del cuello de la inestabilidad, lo que puede explicar los iones acelerados. A partir del campo eléctrico radial generado en un PF, debido al equilibrio de la fuerza eléctrica con la presión de los iones en la columna, se obtienen órbitas de partículas que son diferentes para iones cercanos al eje y lejos de él. En presencia de una inestabilidad $m=0$, los primeros se dirigen al cátodo mientras que los últimos lo hacen hacia el ánodo, generando así la anisotropía. El proceso puede ser modelado con las ecuaciones MHD y la ley de Ohm generalizada con término de Hall y gradiente de presión incluidos. Al disminuir el radio localmente se tiene un aumento de campo magnético y por tanto se transmite energía a los iones.

i) Trubnikov [7] introduce un mecanismo de inducción de campos eléctricos resultantes de un cambio (decremento) en la corriente en el canal principal de descarga siguiendo el principio de una inestabilidad $m=0$. El plasma en la periferia del cuello se encuentra en el campo magnético del pinch principal y tiene una constante dieléctrica muy grande a pesar de su baja densidad.

Un plasma de este tipo es como un capacitor y una parte de la corriente del pinch central es reemplazada por la corriente de desplazamiento en el capacitor, a pesar de que la corriente total se mantenga constante.

Durante la primera fase el capacitor se carga y en la siguiente fase el capacitor rápidamente se descarga y no hay tiempo suficiente para que los iones sean atrapados por el campo magnético. Así adquieren un momento paralelo a la corriente que permite que choquen contra un blanco frío de plasma lo que genera la producción de neutrones.

Los modelos propuestos para ambos grupos, explican y reproducen los datos experimentales obtenidos en aparatos tipo PF con un amplio intervalo de energías de operación en todo el mundo.

También se ha podido ver que puede depender del diseño particular de cada aparato PF encontrando que en aparatos de gran tamaño se emiten neutrones aún antes de la formación de las inestabilidades [5].

Todo lo anterior no permite discernir una explicación determinante y general de la formación del haz. Incluso podemos encontrar literatura interesante donde se presentan las ventajas y desventajas de ambos modelos de acuerdo a la reproducción de datos experimentales sin poder elegir preferentemente uno sobre el otro [8].

El propósito de este trabajo es estudiar la viabilidad de la formación de un haz de iones en el cuello de una inestabilidad $m = 0$, con base en el modelo propuesto por Haines en la Referencia. [1], eliminando inconsistencias que se presentan en éste.

CAPÍTULO 2

MODELO TEÓRICO

Para poder determinar las trayectorias de los iones y obtener la aceleración a la que están sometidos, es necesario primero, modelar la evolución de la inestabilidad $m=0$ en la columna del plasma. Esto puede hacerse tomando en cuenta las ecuaciones magnetohidrodinámicas (MHD) consistentes en la ecuación de conservación de masa (1), la ecuación de momento (2) y la ley de Ohm generalizada (3)

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0 \quad (1)$$

$$\rho \frac{d \vec{v}}{dt} = \vec{J} \times \vec{B} - \nabla P \quad (2)$$

$$\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B} = \eta \vec{J} \quad (3)$$

donde ρ es la densidad del deuterio, \vec{v} es la velocidad, \vec{J} es densidad de corriente, \vec{B} es el campo magnético, P es la presión de los iones, \vec{E} es el campo eléctrico y η la resistividad.

Para describir una columna cilíndrica se utiliza un sistema de coordenadas cilíndricas, con el eje principal del cilindro en la dirección z , con simetría en θ y la perturbación inicial se tomará centrada en $z=0$.

En un z -pinch axisimétrico en equilibrio con presión existe un movimiento de deriva promedio de los iones alejados del eje, desde el cátodo hacia el ánodo, debido al campo eléctrico radial E_r que equilibra el gradiente de presión de los iones [1]

$$Z n_i e E_r = \partial p_i / \partial r \quad (4)$$

siendo Z el número de carga, n_i la densidad de iones, y e la carga del electrón.

Por tanto, existe una deriva axial de iones con velocidad $\vec{v} = c(\vec{E} \times \vec{B}) / |B|^2$, en este caso $v_z = c E_r / B_\theta$ que debe estar balanceada por un flujo opuesto e igual de iones

en dirección opuesta en una región cercana del eje, cuyo comportamiento no puede ser descrito de manera análoga ya que cerca del eje el campo magnético es cero. Estos iones tienen un movimiento como de serpiente u órbitas singulares (Figura 2).

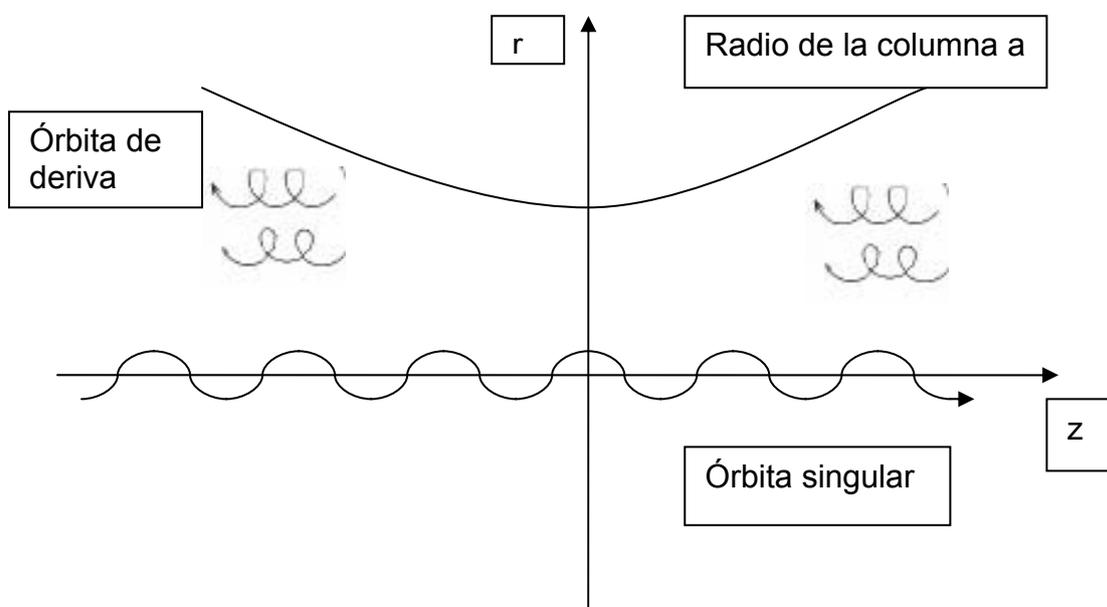


Figura 2. Movimiento de haz energético de iones con órbitas singulares en dirección del cátodo y de iones con centro de deriva fuera del eje en dirección al ánodo.

Esto genera una asimetría en el comportamiento del plasma aún antes de la perturbación inicial que no se encuentra contenido en las ecuaciones MHD ya que se tienen ecuaciones con paridad en z definida (par o impar), representando una simetría en el sistema. Para poder introducir la asimetría debido al campo eléctrico radial se deben tomar en cuenta otros términos en la ley de Ohm generalizada que comúnmente no son considerados en MHD. Estos son el término de Hall $\vec{J} \times \vec{B}$ y gradiente de presión de los electrones ∇p_e , con los cuales se tiene paridad mixta. Así, la ecuación (3) se reemplaza por,

$$\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B} = \eta \vec{j} + \frac{1}{ne} (\vec{j} \times \vec{B} + \nabla p_e). \quad (5)$$

Cabe aclarar que estos términos son también conocidos como de radio finito de Larmor, ya que sólo son comparables con los otros cuando las órbitas de los iones tienen un tamaño comparable con el diámetro de la columna del plasma.

El modelo que adoptamos consiste en una columna cilíndrica de plasma que lleva una corriente uniforme I a lo largo del eje z , de radio a . Considerando que los campos electromagnéticos están determinados por las ecuaciones de Maxwell. Entonces de la ley de Ampere tenemos que el campo magnético y las densidades de corriente tienen la forma:

$$B_\theta = \frac{2rI}{ca^2} \quad r < a \quad B_\theta = \frac{2I}{cr} \quad r > a \quad (6)$$

$$J_r = -\frac{c}{4\pi} \frac{\partial B_\theta}{\partial z} = \frac{Ir}{\pi a^3} \frac{\partial a}{\partial z} \quad (7)$$

$$J_z = \frac{c}{4\pi} \left(\frac{\partial B_\theta}{\partial r} + \frac{B_\theta}{r} \right) = \frac{I}{\pi a^2} \quad (8)$$

Introducimos estas expresiones en las ecuaciones MHD (1), (2) y (5) para obtener un sistema de ecuaciones diferenciales parciales para la evolución temporal de las variables: velocidad radial v_r , velocidad axial v_z , densidad ρ y radio de la columna a . Las ecuaciones correspondientes de donde se determina la evolución de estas variables son,

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r\rho v_r) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho v_z) = 0 \quad (9.a)$$

$$\rho \left(\frac{\partial v_r}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} \right) = -\frac{\partial P}{\partial r} - \frac{J_z B_\theta}{c} \quad (9.b)$$

$$\rho \left(\frac{\partial v_z}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) = -\frac{\partial P}{\partial z} + \frac{J_r B_\theta}{c} \quad (9.c)$$

$$E_r = \frac{1}{c} v_z B_\theta + \eta J_r - \frac{J_z B_\theta}{nec} - \frac{1}{ne} \frac{\partial P_e}{\partial r} \quad (9.d)$$

$$E_z = -\frac{1}{c} v_r B_\theta + \eta J_z + \frac{J_r B_\theta}{nec} - \frac{1}{ne} \frac{\partial P_e}{\partial z}$$

Como no se ha incluido una ecuación de energía, para cerrar este sistema de ecuaciones es necesario dar una relación para la presión en términos de las otras variables, para lo cual usamos un modelo politrópico dado por:

$$P = k\rho^x \quad (10)$$

En donde k es una constante y x es un parámetro libre.

Introducir el término de Hall implica que el campo magnético está congelado al fluido de los electrones y que junto con el gradiente de presión se hace una diferencia entre la velocidad del centro de masa y la velocidad del centro guía.

Una vez que se desarrolla la inestabilidad, los campos electromagnéticos resultantes determinan el movimiento de las partículas cargadas del plasma. Por tanto, para obtener las órbitas de los iones y determinar cuánto se aceleran, basta con resolver las ecuaciones de movimiento para partículas individuales:

$$\frac{d\mathcal{G}_r}{dt} = \frac{Ze}{m_i}(E_r - \mathcal{G}_z B_\theta) + \frac{h}{r^3} \quad (11.a)$$

$$\frac{d\mathcal{G}_z}{dt} = \frac{Ze}{m_i}(E_z + \mathcal{G}_r B_\theta) \quad (11.b)$$

donde h es una constante de movimiento ($h = r^2 \omega_\theta$) y $\mathcal{G}_r, \mathcal{G}_z$ las componentes de la velocidad radial y azimutal del ión.

Así, con todo lo anterior podemos esperar que las partículas que se encuentren en regiones cercanas al cuello tendrán un aumento de energía transferido por la inestabilidad generando dos tipos de corrientes en dirección opuesta.

Los iones cercanos al eje que poseen órbitas singulares serán mucho menos numerosos que aquellos que se mueven por deriva en dirección contraria y fuera del eje ya que los primeros están confinados a una región equivalente a un radio de Larmor.

En el trabajo realizado por Haines [1], se toman las ecuaciones MHD con la ley de Ohm generalizada, los términos de Hall y gradiente de presión para tener la asimetría esperada. Para obtener soluciones sencillas se propone una densidad de corriente J_z , directamente proporcional al tiempo y con dependencia espacial gaussiana centrada en $z=0$. Al tomar la corriente total constante queda determinada automáticamente la dependencia explícita del radio de la columna $a \sim (J_z)^{-1/2}$.

En este trabajo se toma la ley de Faraday

$$\frac{-1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \nabla \times \vec{E} \quad (12)$$

para determinar la evolución temporal del radio a , en vez de proponer una función explícita, y se acopla con las otras ecuaciones para obtener el desarrollo de la inestabilidad.

De igual forma, en el trabajo de Haines se tiene otra simplificación que es la de tomar $V_z=0$. De esta forma la ecuación de continuidad da la dependencia de la función V_r . Por tanto ningún sistema de ecuaciones diferenciales parciales se tiene que resolver y las funciones de las variables se encuentran dadas; sin embargo, es inconsistente con la posibilidad de formar un cuello.

Esto lo podemos observar al tomar $v_z=0$ en la segunda ecuación de momento

$$\rho \left(\frac{\partial v_z}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) = - \frac{\partial P}{\partial z} + \frac{J_r B_\theta}{c} = 0 \quad (9.b)$$

Por tanto

$$\frac{\partial P}{\partial z} = \frac{J_r B_\theta}{c} \quad (13.a)$$

Y sustituyendo para P , J_r y B_θ de (6), (7) y (10)

$$\frac{\partial a}{\partial z} \propto k \frac{\partial \rho}{\partial z} \quad (13.b)$$

Sin embargo, esperamos que, en la región del cuello, la densidad crezca conforme el valor absoluto de z se reduzca, es decir en la región cercana a $z=0$ la densidad debe ser mayor. Por tanto, para una perturbación centrada en $z=0$, el lado derecho del plano arroja un signo positivo para la derivada parcial de a , mientras $\partial \rho / \partial z < 0$, así que no se puede satisfacer (13.b).

Con un argumento análogo para la parte izquierda del plano se obtiene la misma inconsistencia en signos con una inversión de ellos dando negativo para la derivada de a y positivo para la derivada de la densidad.

Por tanto, en este trabajo se toma V_z diferente de cero para balancear esta ecuación y así cerrar el sistema de ecuaciones, eliminando así la inconsistencia introducida por Haines. Esto quiere decir que debe haber un flujo axial de plasma.

El término de gradiente de presión de electrones se desprecia en la Ley de Ohm, y así el sistema final de ecuaciones que se resuelve y que gobierna la evolución del plasma, obtenido de las ecs. (9), (10) y (12), es,

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} = -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \rho v_r) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho v_z) \quad (14.a)$$

$$\frac{\partial v_r}{\partial t} = -v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} - v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} - \frac{2I^2 r}{c^2 \pi a^4 \rho} - \frac{kx \rho^{x-2}}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial r} \quad (14.b)$$

$$\frac{\partial v_z}{\partial t} = -v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} - v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} + \frac{2I^2 r^2}{c^2 \pi a^5 \rho} \frac{\partial a}{\partial z} - \frac{kx \rho^{x-2}}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial z} \quad (14.c)$$

$$\frac{\partial a}{\partial t} = \frac{a^3}{2} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{V_z}{a^2} \right) + \frac{\eta c^2}{4\pi} \frac{\partial^2 a}{\partial z^2} - \frac{3\eta c^2}{4\pi i} \left(\frac{\partial a}{\partial z} \right)^2 - \frac{I a^3}{2\pi e} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\rho a^4} \right) + \frac{a}{2r} \frac{\partial}{\partial r} (r V_r) - \frac{\text{Im}}{2e\pi a^2} \frac{\partial a}{\partial z} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{r^2}{\rho} \right) \quad (14.d)$$

$$E_r = \frac{2v_z I r}{c^2 a^2} + \frac{\eta I r}{\pi a^3} \frac{\partial a}{\partial z} - \frac{2I^2 r m}{\rho e \pi c^2 a^4} \quad (14.e)$$

$$E_z = -\frac{2r I V_r}{c^2 a^2} + \frac{\eta I}{\pi a^2} + \frac{2I^2 r^2 m}{\rho e c^2 \pi a^5} \frac{\partial a}{\partial z} \quad (14.f)$$

$$B_\theta = \frac{2rI}{ca^2} \quad r < a \quad B_\theta = \frac{2I}{cr} \quad r > a \quad (14.g)$$

Así las ecuaciones (14.a-d) nos dan la evolución temporal de las variables ρ, v_r, v_z y a del fluido y con estos valores las componentes del campo eléctrico y magnético (14.e-g) pueden ser evaluados.

Es importante observar que las variables del fluido sólo pueden ser evaluadas dentro del radio de la columna, es decir para valores de $r < a$. Mientras que los campos electromagnéticos están definidos para puntos dentro y fuera del plasma, aunque solamente los valores dentro de esta región son los responsables de las trayectorias de deriva o singular de los iones tomados como partículas independientes.

CAPÍTULO 3

ALGORITMO NUMÉRICO

Para poder resolver el sistema de ecuaciones diferenciales parciales para la evolución de las variables en el tiempo v_r , v_z , ρ y a notamos que las ecuaciones (14.a-d) están en la forma general

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} + \nabla \cdot (\vec{F}) - D \nabla^2 \Psi + G(\xi) = 0 \quad (15)$$

Donde ξ, Ψ son funciones escalares y $\vec{F} = \vec{v} \Psi$.

Por tanto se utilizó un algoritmo “leapfrog” trapezoidal, el cual es un algoritmo predictor-corrector con paso de tiempo explícito, el cual permite predecir los valores a un paso de tiempo intermedio a partir del valor previo, para luego calcular las magnitudes correspondientes al paso de tiempo completo. Discretizando en el tiempo se tiene

$$\Psi_{i+1/2} = \frac{1}{2} \Psi_{i-1} + \frac{1}{2} \Psi_i + \Delta t (-\nabla(F_i) + D \nabla^2 \Psi_{i-1} - G(\xi_i)) \quad (16.a)$$

$$\Psi_i = \Psi_i + \Delta t (-\nabla(F_{i+1/2}) + D \nabla^2 \Psi_i - G(\xi_{i+1/2})) \quad (16.b)$$

Se tomó una malla bidimensional correspondiente a los ejes axial (x) y radial (y) con simetría en θ con dimensiones de 2 cm por 1 cm. Las ecuaciones del sistema se adimensionaron utilizando como unidad de longitud L_0 el radio del pinch en su máxima compresión siendo éste de 1 cm, la unidad de tiempo fue $\tau_0 = 3 \times 10^{-8}$ s y la densidad $\rho_0 = 3.34 \times 10^{-6}$ g/cm³ [10].

El eje $y=0$ determina el eje del cilindro (centro de la columna), $y=a$ el radio de la columna (frontera del cuello) y el eje $z=0$ el centro geométrico de la perturbación inicial.

Las condiciones de frontera que se utilizaron fueron periódicas para x exceptuando la variable V_z , la cual se fijó a que su derivada fuera igual a cero;

para el eje y se impusieron condiciones de Newmann para r en la parte inferior y de frontera libre en la parte superior en donde se mantiene la derivada para los últimos puntos de la malla.

La corriente total se toma constante y la perturbación inicial se agrega como una velocidad radial inicial de forma sinusoidal con valor máximo en $z=0$ y de amplitud igual a $V_{r0} = 2.475 \times 10^7 \text{ cm/s}$: $v_r(r, z, t = 0) = V_{r0} r \cos(kz)$. La velocidad inicial en z es cero.

Tras la normalización de las ecuaciones, se tienen dos parámetros libres muy importantes dentro de la evolución de la inestabilidad. Estos se refieren a los valores que pueden tomar la presión \hat{P} y la corriente \hat{I} , que juegan un papel determinante en su desarrollo y permiten observar su evolución a diferentes valores de los mismos.

La densidad se tomó con un perfil parabólico utilizando la ecuación de momentum para el plasma en equilibrio siendo cero en la frontera de la columna.

Además, se hizo un programa que resuelve las ecuaciones de movimiento (11) para la trayectoria de ión con el método de Runge-Kutta escribiendo las ecuaciones en coordenadas cilíndricas y tomando los datos de los campos eléctricos y magnéticos resultantes del primer programa. De esta manera se determinan los movimientos de los iones en presencia de la inestabilidad.

CAPÍTULO 4

RESULTADOS

Tras variar los parámetros de presión, corriente en la columna de plasma y el valor del exponente de la ecuación politrópica de la presión, se obtuvieron diferentes valores del radio mínimo de la columna. El tiempo de simulación es el mismo que se utilizó como tiempo de normalización.

Para los valores de $I=150\text{kA}$ y $P=1.8 \times 10^7 \text{ din/cm}^2$, se obtiene el valor máximo de compresión para el radio de la columna y sobre estos valores se hicieron los demás cálculos.

Se varió el valor de x en la ecuación politrópica de la presión. Tomando enteros para la variable se observó que $x=2$ da el mejor desarrollo de la inestabilidad. Al observar este valor podemos pensar que tiene un proceso adiabático en dos dimensiones, que corresponde a los dos grados de libertad involucrados: r y z .

4.1 Evolución de la inestabilidad

El comportamiento de la columna al desarrollarse la inestabilidad, presenta una reducción del radio de la misma, principalmente en el punto medio, lo que da lugar a la formación del cuello. En la Figura 3 podemos ver que el radio de la columna comienza con un valor uniforme de 1.0 cm. Al transcurrir el tiempo de evolución, el punto de máxima compresión, el cual ocurre en el eje $z=0$, posee un valor de 0.39 cm, es decir se tiene una reducción del 60% del valor inicial.

La densidad tiene un perfil inicial parabólico en su dependencia radial. Mientras avanza el tiempo (Figura 4), ésta comienza a crecer notoriamente en la región cercana a $z=0$ junto al eje de simetría.

Al comparar con el radio de la columna podemos ver que mientras la columna se reduce, la densidad varía junto con ella y en el punto de máxima compresión también se tiene la región de máxima densidad.

Numéricamente podemos ver que el valor máximo inicial de la densidad (Figura 4.1) es de $1.336 \times 10^{-5} \text{ g/cm}^3$ en el centro.

Al final de la evolución (Figura 4.3), el punto de máxima densidad se encuentra alrededor de $1.0 \times 10^{-4} \text{ g/cm}^3$ por tanto existe un incremento del 750%.

El campo de vectores de las velocidades que se observa en la Figura 5, nos muestra que inicialmente la velocidad del plasma tiene solamente una componente radial debido a la perturbación (Figura 5.1); al avanzar la simulación aparece una componente axial, que en conjunto tienden a llevar al plasma en direcciones opuestas hacia el punto medio, siguiendo la forma de la frontera del cuello y luego desplazándose hacia el eje en una dirección que lo lleva fuera de la malla de simulación (Figura 5.2), o sea, el plasma es expulsado del cuello axialmente. La velocidad inicial es $2.47 \times 10^{-7} \text{ cm/s}$ para llegar al final con una velocidad máxima de $6.6 \times 10^{-6} \text{ cm/s}$ para la componente radial y $4.2 \times 10^{-6} \text{ cm/s}$ en la componente axial. De la Figura 5.2 podemos ver que se tiene mayor velocidad en la región cercana al cuello, disminuyendo al aumentar z y disminuir r .

Es interesante notar que al transcurrir un tiempo mayor de simulación la columna comienza a expandirse hasta formar nuevamente una columna cilíndrica uniforme con un radio menor al inicial disminuyendo en un 30% (alrededor de 0.7 cm). Este fenómeno puede observarse para diferentes valores de presión y corriente iniciales sin ser exclusivo de las condiciones aquí utilizadas.

Figura 3. Gráfica del desarrollo radio de columna

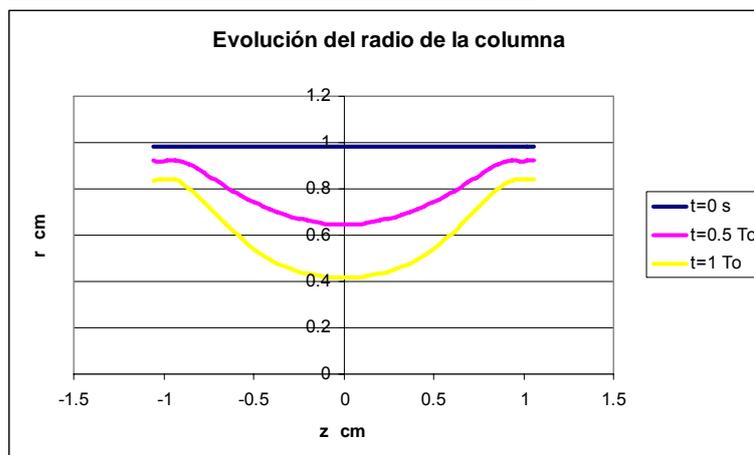
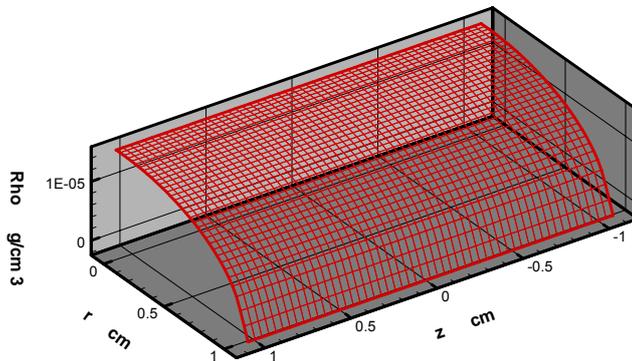


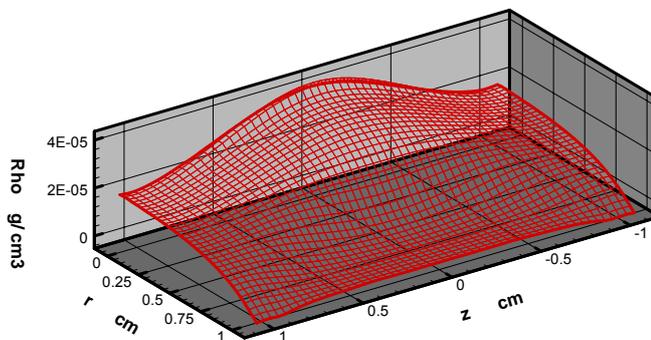
Figura 3. Gráficas del radio de la columna para diferentes tiempos, donde $T_0 = 3.8 \times 10^{-8} \text{ s}$ es el tiempo característico. En la fase inicial el radio es uniforme con valor inicial de 1 cm y al final de la evolución el radio mínimo es de 0.39 cm en $z=0$ cm.

Figura 4. Gráficas del desarrollo de la densidad dentro de la columna

4.1) $t=0.0$ s



4.2) $t=1.5 \times 10^{-8}$ s



4.3) $t=3.8 \times 10^{-8}$ s

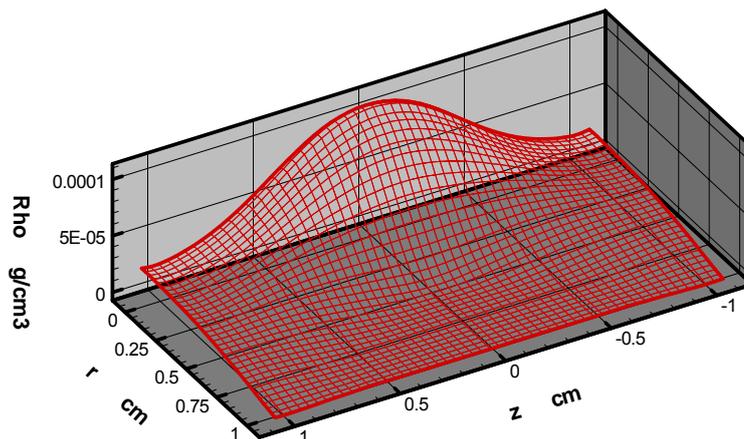
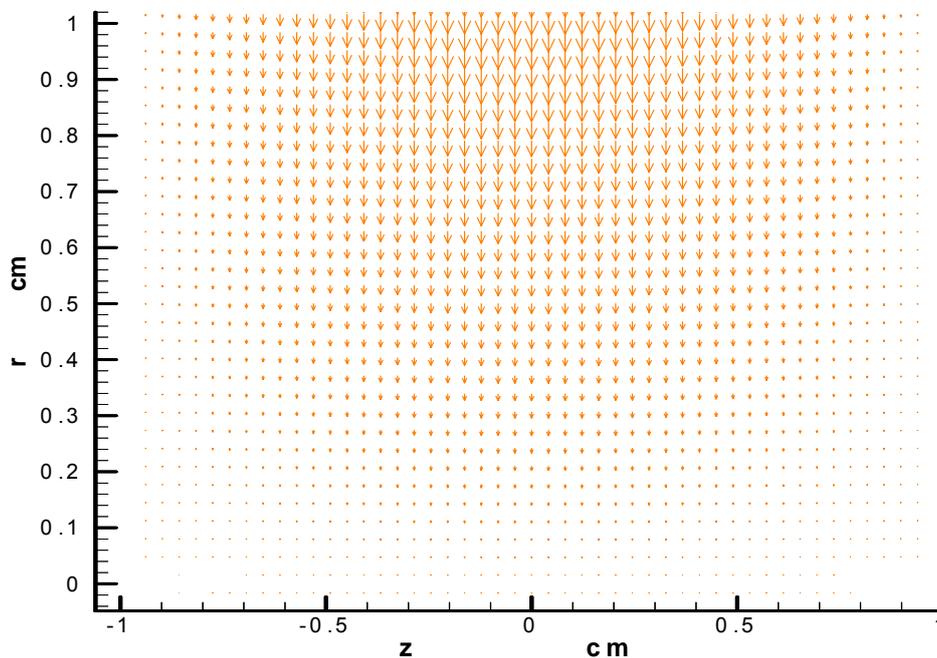


Fig. 4.1-3) Evolución de la densidad y del radio de la columna en la malla para tres diferentes tiempos. La densidad inicial cerca del eje posee un valor de $1.336 \times 10^{-5} \text{ g/cm}^3$ comienza a aumentar cerca de la región $z=0$ mientras el radio de la columna decrece en la misma región. En la fase final la densidad en este punto es de $1.0 \times 10^{-4} \text{ g/cm}^3$.

Figura 5. Gráficas del campo de vectores de velocidad

5.1) $t=0.0$ s



5.2) $t=3.8 \times 10^{-8}$ s

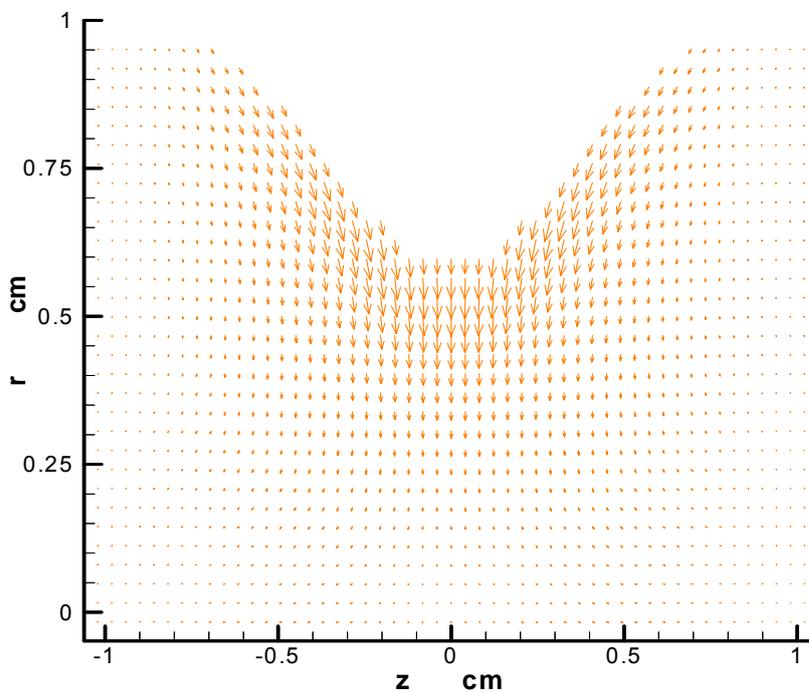


Figura 5. 1) Configuración inicial del campo de vectores de velocidad en la columna en donde la componente radial es la única existente debido a la perturbación de la inestabilidad. 2) El campo de vectores en la fase final muestra que el plasma es transportado hacia el eje de la columna pero desplazado hacia direcciones opuestas en las dos direcciones del eje z.

En la Figura 6 se observa el desarrollo de los campos electromagnéticos para el estado final del plasma. Inicialmente el campo eléctrico es nulo y va aumentando mientras se desarrolla la inestabilidad. El comportamiento del campo magnético puede verse proporcional a r mientras se encuentra en la región donde r es menor que el radio de la columna, e inversamente proporcional en la región sobrante.

La configuración del campo eléctrico (Figura 6.1) puede separarse en dos regiones también. Para la región fuera del plasma el campo tiene una dirección preferencial radial hacia el eje de simetría, curvándose hacia los lados exteriores de forma simétrica. En la región dentro del plasma, el campo tiene una dirección que apunta hacia z positiva, sin importar en que lado del cuadrante nos encontremos: se pierde la simetría derecha-izquierda para los vectores del campo, dirigiéndose en su totalidad hacia la derecha.

Los valores del campo eléctrico radial oscilan entre -1.8 y 2.2 statvolt/cm (-5.4×10^4 y 6.6×10^4 Volt/m); mientras que el axial entre -19.2 y 19.2 statvolt/cm (-5.7×10^5 y 5.7×10^5 Volt/m). El campo magnético es del orden de decenas de kilogauss (\sim Teslas).

Así al resolver el sistema completo para las cuatro variables con las condiciones expuestas en el modelo teórico aseguramos realmente que la inestabilidad se desarrolla con un comportamiento esperado: que la densidad aumenta en una región localizada y centrada, que al comparar con los datos experimentales pudieran dar lugar a los llamados "hot-spots" que son fuentes de rayos X.

Figura 6. Gráficas de campo de vectores de campo eléctrico y curvas de nivel del campo magnético

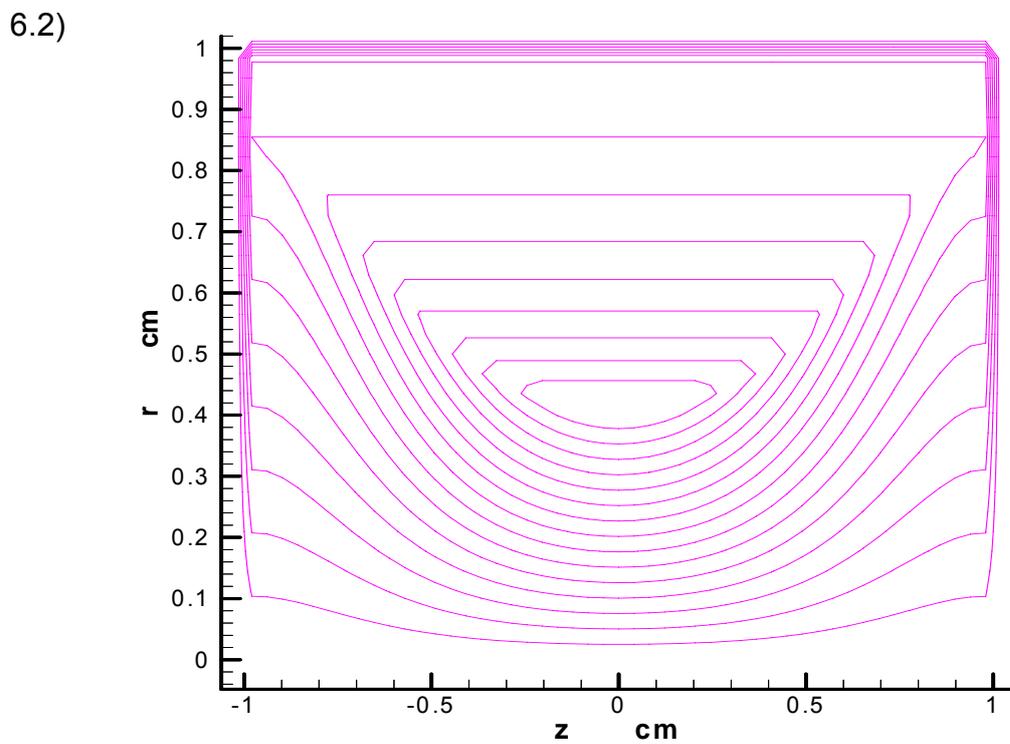
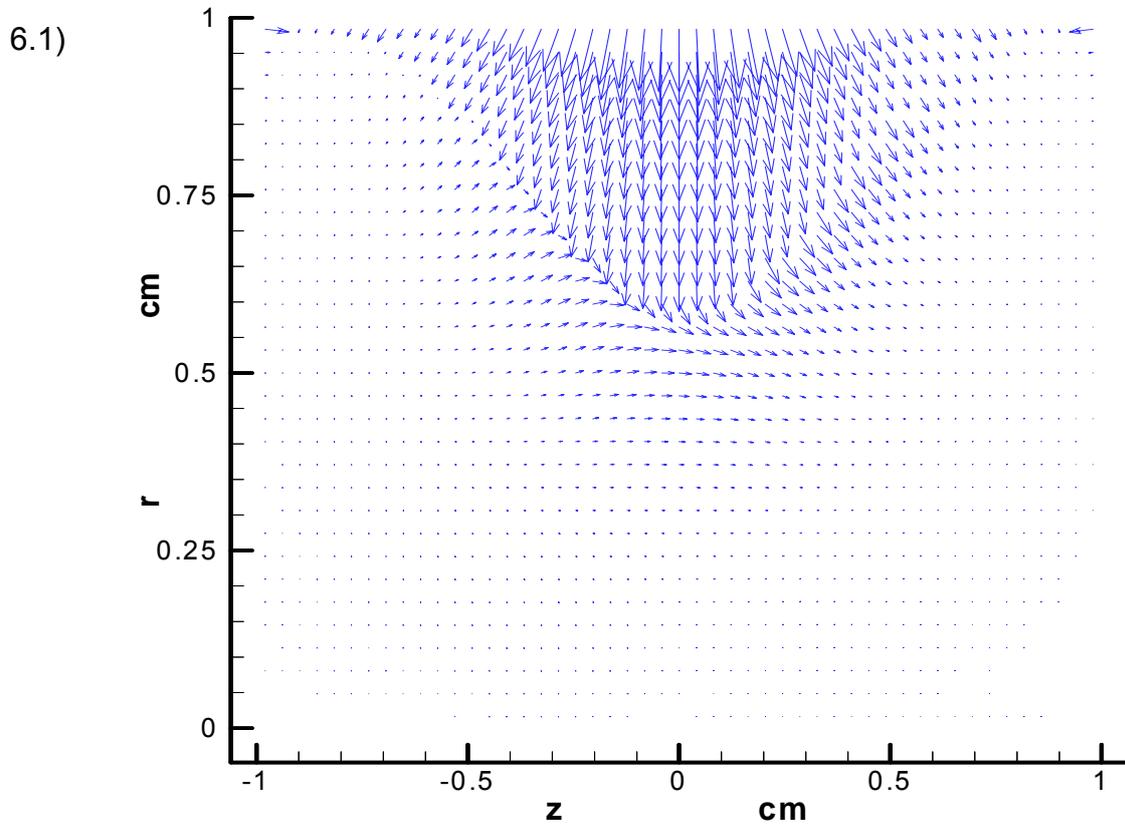


Figura 6. 1) Configuración final del campo de vectores del campo eléctrico, la proyección en el eje z es siempre positivo. 2) Curvas de nivel del campo magnético.

Es importante mencionar que se intentaron reproducir los resultados del artículo de Haines [1] en donde $V_z=0$; tomar esa condición en el programa implica no hacer el paso para la evolución temporal de V_z . Se observó que también se obtiene una compresión (puramente radial) del radio de la columna significativa; sin embargo, los campos eléctricos y magnéticos obtenidos son menores que los obtenidos con las consideraciones de este trabajo.

4.2 Trayectorias de los iones

El programa que resuelve las ecuaciones de movimiento para los iones se probó de dos formas, la primera sin campos eléctricos generados por la inestabilidad y la segunda de forma completa con los datos obtenidos en la parte 4.1.

Sin campos eléctricos, las trayectorias que siguen concuerdan a las descritas por la teoría de deriva desplazándose hacia la izquierda en forma helicoidal para partículas alejadas del eje y hacia a la derecha las que se mueven a menos de un radio de Larmor del eje, siguiendo una trayectoria singular, es decir, una que comienza por una sección circular y al cruzar $r=0$ donde el campo magnético es cero, continúa el movimiento de forma recta, y tras cruzar el eje, debido a la inversión de signos de campo magnético, el sentido de la curvatura cambia dando apariencia de “serpiente” (ver Figura 2).

Las soluciones obtenidas con los campos eléctrico y magnético muestran que los iones que inicialmente están a gran distancia radial del eje (mayor que el radio de Larmor) presentan trayectorias de deriva desplazándose hacia la izquierda.

En la Figura 7.1 podemos ver un ión con posición inicial en $r_0=0.5$ cm y $z_0=-0.5$ cm. La energía inicial es de 0.07 keV con direcciones de velocidad en $V_x=V_z=(1/\sqrt{2})V$ cm/s donde V es la velocidad total definida por la energía inicial dada por la relación $V = \sqrt{(2E/m)}$, en este caso $V=2.6 \times 10^8$ cm.

Su radio de giro va aumentando al avanzar porque va ganando energía por el campo eléctrico.

La figura 7.2 es una gráfica de la velocidad donde la distancia medida al origen es la magnitud de la velocidad. Su velocidad inicial es de $2.6 \times 10^8 \text{ cm/s}$ y la final de $1.7 \times 10^9 \text{ cm/s}$ que corresponde a una energía final de 0.3 keV, es decir incrementó su energía 4.2 veces.

Para iones cerca del eje de simetría podemos ver cómo siguen una órbita singular desplazándose hacia la derecha. No importa de qué lado del cuello de la columna nos encontremos, siempre se dirige hacia z positiva. En la Figura 8 se muestran la trayectoria singular para un ión (Figura 8.1) con posición inicial $r_0=0.05\text{cm}$, $z_0= -0.4\text{cm}$, y la gráfica de velocidades para la misma partícula (Figura 8.2) que posee energía inicial de 0.2 keV con componentes en la velocidad $V_x=V_y= 1/\sqrt{2} V$, donde $V = 4.5 \times 10^8 \text{ cm/s}$. Esta partícula aumenta tres veces su energía inicial terminando con una energía de 0.6 keV

Figura 7.1

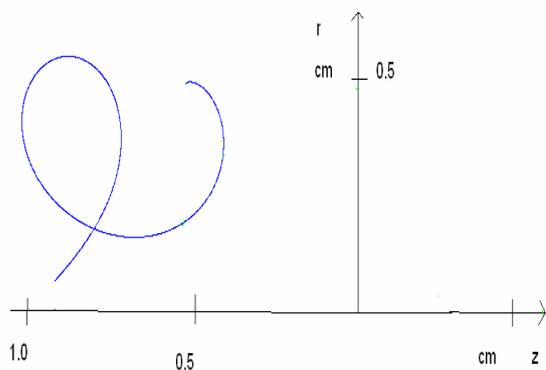


Figura 7.2

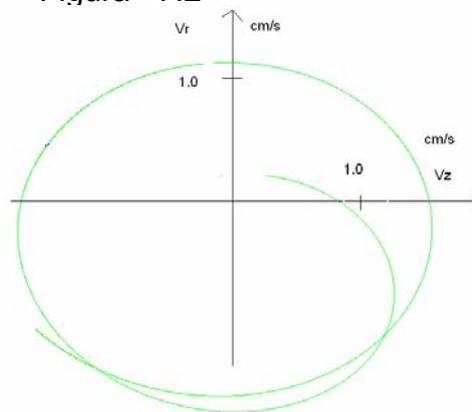
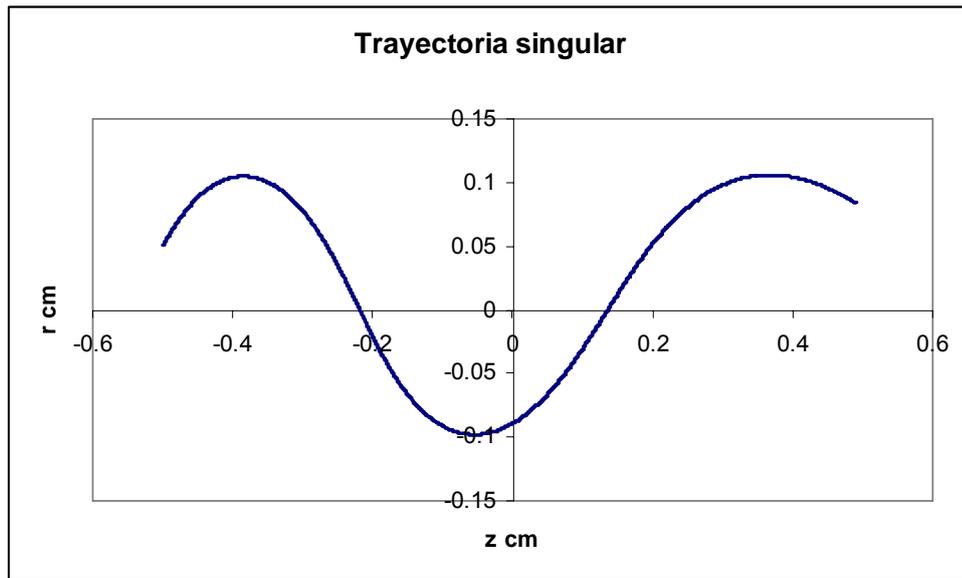


Figura 7. 1) Órbita de deriva para un ión con condiciones iniciales $E=0.07\text{keV}$, $V_x=V_y=1/\sqrt{2} V$ y posición inicial de $r_0=z_0=0.5\text{cm}$, el ión se desplaza hacia la izquierda. 2) Gráfica de la velocidad de la partícula, al ir aumentando el radio de giro aumenta también su energía.

De la gráfica de velocidad podemos apreciar el aumento de velocidad durante el desarrollo de la inestabilidad mostrando de esta forma aceleración del ión. Su velocidad final es de $V_f = 9.6 \times 10^8 \text{ cm/s}$, por lo que aumentó su velocidad al doble. También es importante analizar cualitativamente esta gráfica, ya que nos muestra que la trayectoria del ión es oscilatoria dirigiéndose siempre hacia z positiva y va ganando energía tras cada oscilación.

Figura 8. Trayectoria y velocidad de una partícula con movimiento singular

8.1)



8.2)

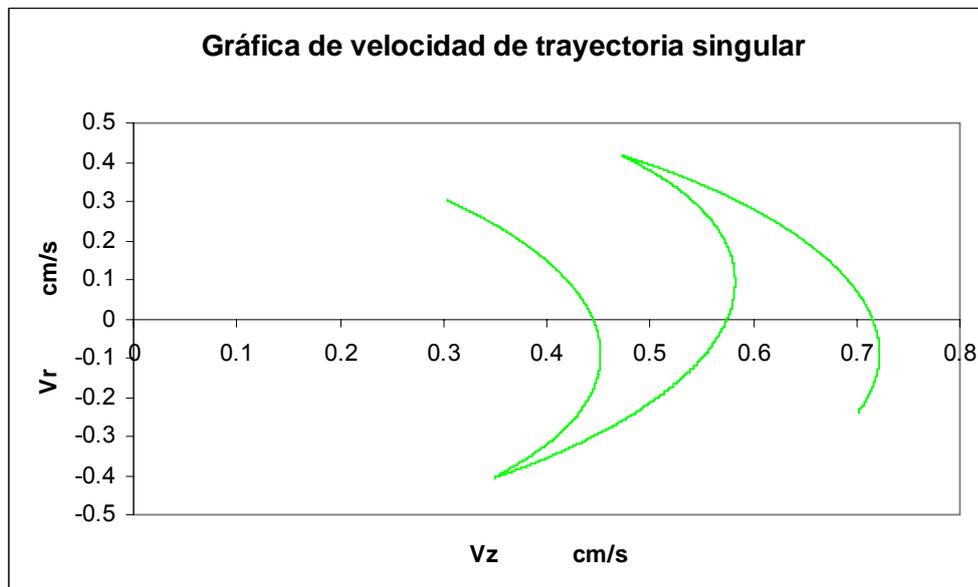


Figura 8. 1) Órbita singular para un ion con $E_i=0.2\text{KeV}$, $r_o=0.05 \text{ cm}$, $V_x=V_y=1/\sqrt{2} \text{ V}$ y $Z_o=-0.4\text{cm}$ cuya dirección es hacia z positiva. 2) Gráfica de velocidad del ión con velocidad inicial de $V_i = 4.5 \times 10^8 \text{ cm/s}$ y final $V_f = 9.6 \times 10^8 \text{ cm/s}$. Ésta muestra la trayectoria oscilatoria del ión con ganancia de energía en cada oscilación. Su energía final es de 0.6 keV.

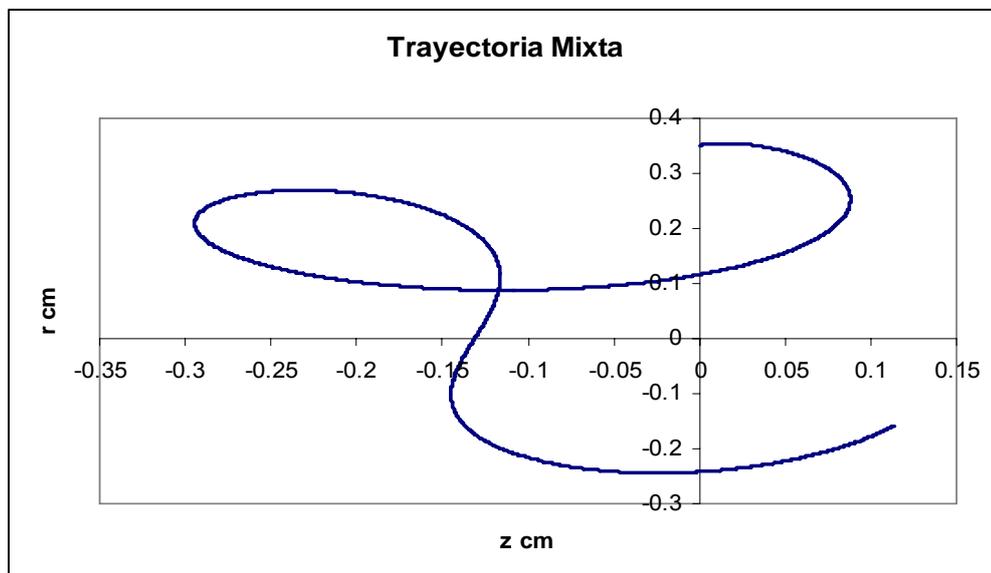
También podemos observar que si una partícula (Figura 9) comienza en una región no tan cercana al eje y en su trayectoria de deriva pasa por el eje z, entonces la forma de la trayectoria se modifica hasta volverse una singular. La Figura 9.1 ilustra lo anterior, en donde el ión comenzó con una posición inicial en $r=0.35\text{cm}$, $z=0.0\text{cm}$ y energía igual a 0.07 keV .

Finalmente en la Figura 9.2 podemos notar el comportamiento de deriva del ión en la primera fase y luego su cambio a movimiento singular. En este caso se tiene también un aumento de velocidad por la aceleración con una ganancia de energía mucho mayor que en los casos anteriores.

Su velocidad inicial es de $V_i = 2.6 \times 10^8 \text{ cm/s}$ y la final de $V_f = 17 \times 10^8 \text{ cm/s}$, por tanto aumentó 6.5 veces. Para este ión la ganancia en energía es de 22.8 veces, es decir su energía final es de 1.6 keV .

Figura 9. Trayectoria y gráfica de velocidad para un ión con movimiento mixto

9.1)



Por tanto se podría pensar que la mayoría de los iones que conforman el haz son acelerados durante esta etapa.

En el capítulo 2 se mencionó la importancia de incluir los términos de radio de Larmor finito. Tomando los valores promedio obtenidos, podemos estimar el orden de magnitud del radio de Larmor:

Sea $r_L = \frac{v_{\perp}}{\omega_{ci}}$ y $\omega_{ci} = \frac{ZeB}{m_i c}$, donde r_L es el radio de Larmor, ω_{ci} es la frecuencia

de ciclotrón del ión y v_{\perp} es la velocidad perpendicular al plano del campo magnético, tomando los valores de $B \approx 10^5 G$ y $v_{\perp} \approx 1.83 \times 10^8 cm/s$ entonces obtenemos que $r_L \approx 0.3cm$.

Si comparamos con los resultados, los iones que comenzaron con radio mayor al de Larmor presentaron órbitas de deriva y con radio menor se obtuvieron órbitas singulares tal como lo predecía el modelo.

CONCLUSIONES

En la presente tesina se estudió el desarrollo de la inestabilidad $m=0$ en una columna cilíndrica de plasma en equilibrio de presión. Se modeló la inestabilidad tomando en consideración que evoluciona de acuerdo a las ecuaciones MHD junto con la ley de Ohm generalizada. Debido a la asimetría en el plasma se introdujeron los términos de Hall y de gradiente de presión en la ley de Ohm para poder cambiar de paridad en las ecuaciones y reproducir esa asimetría.

Finalmente se despreció el término de gradiente de presión y se utilizaron conjuntamente las ecuaciones de Ampere para modelar el campo magnético y la de Faraday para la evolución temporal del radio de la columna.

En 1983 M. Haines [1], realizó un estudio similar incluyendo los términos de radio finito de Larmor en las ecuaciones para romper la simetría debido a la paridad de las ecuaciones MHD.

Tomó la componente de la velocidad axial nula para simplificar la solución de las variables e hizo una hipótesis del comportamiento de la densidad de corriente axial siendo éste de forma gaussiana espacialmente y directamente proporcional en su forma temporal.

Se analizó en el presente trabajo de manera cualitativa el error de esta aseveración ya que existe una inconsistencia en la relación del comportamiento de la presión y del radio de la columna. Se corrigió la inconsistencia dejando evolucionar la velocidad axial en el tiempo y añadiendo la ley de Faraday para encontrar libremente la evolución del radio de la columna.

En los resultados, se obtuvo un desarrollo adecuado de la inestabilidad comprimiendo la columna en un 60% en la región central. También hubo un aumento de densidad en la misma área siguiendo una estrecha relación con el radio de la columna. La densidad aumentó 7.5 veces más en este punto.

También se obtuvieron los valores de campo eléctrico y magnético para diferentes tiempos de simulación. El campo eléctrico aumentó dirigiéndose principalmente hacia la derecha que es la región de aumento de z .

El campo magnético conservó su configuración con dependencia radial dentro del plasma e inversamente proporcional fuera del mismo. Los valores de campo magnético obtenidos son de decenas de kilogauss que corresponde a los reportados experimentalmente.

Las trayectorias de los iones calculadas, confirman la distinción de las órbitas con base a la posición del radio inicial de la partícula. Iones fuera del eje siguen trayectorias de deriva e iones cerca del eje, órbitas singulares. Todos los iones sufren una aceleración visible en las gráficas de velocidad ya que ésta aumenta en el tiempo y por lo mismo presentan un aumento de energía también.

APÉNDICE A

Código fuente del programa de desarrollo de inestabilidad.

```

implicit double precision (a-h,k-m,o-z)
parameter(nx=53,ny=35)

common/f1/c,pi,k,cu,m,etha,e,p

common/par1/rho(nx,ny),rhoi(nx,ny)
common/par2/vr(nx,ny),vri(nx,ny)
common/par3/vz(nx,ny),vzi(nx,ny)
common/par4/a(nx),ai(nx)
common/par5/va(nx,ny),vai(nx,ny)

common/par6/Er(nx,ny),Ez(nx,ny),Bth(nx,ny)
common/sto/stor(nx,ny)

common/c2/nts,nout,tau,nrst
common/c5/hx2,hy2,tau2

common/norm/Lo,To,rhoo,rho1
common/fn/x(nx),y(ny)

common/hxy/hx,hy
common/tha/tha1,tha2
common/fud/fa,fb
common/temp/pr(nx,ny),pz(nx,ny)
common/vr/vro(nx,ny),vzro(nx,ny)
common/cons/co0,pr0
common/crte/cio

c Constantes Unidades cgs-gaussianas

co0=0.068
pr0=0.005
m=2.d0*(1.67E-24)
P1=1.3E8
Po=3.7E9
rho1=m*1E18
cio=2.29e15
cu=sqrt(co0)

c=3e10
pi=4.d0*atan(1.0)
p=2.0

Lo=1.0
To=3.0E-8
rhoo=3.34E-6

c La corriente entre parÁntesis es en Amperes
k= Po/(rhoo**p)

etha= 1.d0*1E-16
e=4.8E-10

nts=100
nout=10
tau=0.001
no=0

call init

c main loop
call output(no)
c
do 20 no=1,nout
do 21 nt=1,nts
call step
21 continue
call output(no)
print*,no
20 continue

stop
end
cccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccc
subroutine init

implicit double precision (a-h,k-m,o-z)
parameter(nx=53,ny=35)

common/f1/c,pi,k,cu,m,etha,e,p

common/par1/rho(nx,ny),rhoi(nx,ny)
common/par2/vr(nx,ny),vri(nx,ny)
common/par3/vz(nx,ny),vzi(nx,ny)
common/par4/a(nx),ai(nx)
common/par5/va(nx,ny),vai(nx,ny)

common/par6/Er(nx,ny),Ez(nx,ny),Bth(nx,ny)
common/sto/stor(nx,ny)

common/c2/nts,nout,tau,nrst
common/c5/hx2,hy2,tau2
common/norm/Lo,To,rhoo,rho1
common/fn/x(nx),y(ny)
common/hxy/hx,hy
common/tha/tha1,tha2
common/temp/pr(nx,ny),pz(nx,ny)
common/vr/vro(nx,ny),vzro(nx,ny)

```

```

common/cons/co0,pr0
bx=2.0/Lo
by=1.0/Lo

hx=bx/(nx-4)
hy=by/(ny-4)
hx2=1.0/6.0/hx
hy2=1.0/6.0/hy
tau2=tau/2.0
tha1=tau/hx/hx
tha2=tau/hy/hy
c
do 2 i=1,nx
x(i)=hx*(i-27)
c
2 continue
do 3 j=1,ny
3 y(j)=hy*(j-3)+0.5*hy
c
do 101 i=1,nx
do 101 j=1,ny

rho(i,j)=((co0/pr0)*1.5*(1-
(y(j)**2)**(1./p)
vr(i,j)=(0.75)*(-
cos(((x(i))/(24.0*hx)*(pi/2.0)))*abs(y(j))
vz(i,j)=0.0
a(i)=y(33)
101 va(i,j)=(rho(i,j)**2)*a(i)
c Condiciones iniciales de las variables

call bndry1

do 13 j=1,ny
do 13 i=1,nx

rhoi(i,j)=rho(i,j)
vri(i,j)=vr(i,j)
vzi(i,j)=vz(i,j)
ai(i)=a(i)
13 vai(i,j)=va(i,j)

return
end
CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC

subroutine bndry1
implicit double precision (a-h,k-m,o-z)
parameter(nx=53,ny=35)

common/f1/c,pi,k,cu,m,etha,e,p

common/par1/rho(nx,ny),rhoi(nx,ny)
common/par2/vr(nx,ny),vri(nx,ny)
common/par3/vz(nx,ny),vzi(nx,ny)
common/par4/a(nx),ai(nx)

common/par5/va(nx,ny),vai(nx,ny)

common/par6/Er(nx,ny),Ez(nx,ny),Bth(nx,ny)
common/sto/stor(nx,ny)

common/c2/nts,nout,tau,nrst
common/c5/hx2,hy2,tau2

common/norm/Lo,To,rhoo,rho1
common/fn/x(nx),y(ny)
common/hxy/hx,hy
common/tha/tha1,tha2
common/fud/fa,fb

common/temp/pr(nx,ny),pz(nx,ny),pro(nx,ny)
common/vr/vro(nx,ny),vzro(nx,ny)

do 7 i=3,nx-2
vr(i,1)=vr(i,4)
vr(i,2)=vr(i,3)
vr(i,ny-1)=(1./3.)*(vr(i,ny-4)-5.*vr(i,ny-
3)+7.*vr(i,ny-2))
vr(i,ny)=(1./3.)*(vr(i,ny-3)-5.*vr(i,ny-
2)+7.*vr(i,ny-1))

vz(i,1)=vz(i,4)
vz(i,2)=vz(i,3)
vz(i,ny-1)=(1./3.)*(vz(i,ny-4)-5.*vz(i,ny-
3)+7.*vz(i,ny-2))
vz(i,ny)=(1./3.)*(vz(i,ny-3)-5.*vz(i,ny-
2)+7.*vz(i,ny-1))

rho(i,1)=rho(i,4)
rho(i,2)=rho(i,3)
rho(i,ny-1)=(1./3.)*(rho(i,ny-4)-5.*rho(i,ny-
3)+7.*rho(i,ny-2))
rho(i,ny)=(1./3.)*(rho(i,ny-3)-5.*rho(i,ny-
2)+7.*rho(i,ny-1))

va(i,1)=va(i,4)
va(i,2)=va(i,3)
va(i,ny-1)=(1./3.)*(va(i,ny-4)-5.*va(i,ny-
3)+7.*va(i,ny-2))
7 va(i,ny)=(1./3.)*(va(i,ny-3)-5.*va(i,ny-
2)+7.*va(i,ny-1))

do 9 j=1,ny
vr(2,j)=vr(nx-2,j)
vr(1,j)=vr(nx-3,j)
vr(nx-1,j)=vr(3,j)
vr(nx,j)=vr(4,j)

vz(1,j)=vz(5,j)
vz(2,j)=vz(4,j)
vz(nx-1,j)=vz(nx-3,j)
vz(nx,j)=vz(nx-4,j)

rho(2,j)=rho(nx-2,j)

```



```

c
if(fa.lt.0.4) go to 5
do 4 j=1,ny
do 4 i=1,nx

c
rhoi(i,j)=rho(i,j)
rho(i,j)=stor(i,j)
4 continue
go to 7
5 continue
do 6 j=1,ny
do 6 i=1,nx

rho(i,j)=stor(i,j)
6 continue
7 continue
return
end
cccccccccccccccccccccccccccccccccccc

subroutine defvr
implicit double precision (a-h,k-m,o-z)

parameter(nx=53,ny=35)

common/f1/c,pi,k,cu,m,etha,e,p

common/par1/rho(nx,ny),rhoi(nx,ny)
common/par2/vr(nx,ny),vri(nx,ny)
common/par3/vz(nx,ny),vzi(nx,ny)
common/par4/a(nx),ai(nx)
common/par5/va(nx,ny),vai(nx,ny)

common/par6/Er(nx,ny),Ez(nx,ny),Bth(nx,ny)
common/sto/stor(nx,ny)

common/c2/nts,nout,tau,nrst
common/c5/hx2,hy2,tau2

common/norm/To,Lo,rhoo,rho1
common/fn/x(nx),y(ny)
common/hxy/hx,hy
common/tha/tha1,tha2
common/fud/fa,fb
common/temp/pr(nx,ny),pz(nx,ny)
common/vr/vro(nx,ny),vzro(nx,ny)
common/cons/co0,pr0

do 2 j=ny-2,3,-1
do 2 i=3,nx-2

if(rho(i,j).le.0.1e-0)then
stor(i,j)=0.0

elseif(rho(i,j).gt.0.1e-0)then

df1=hy2*(4.0*(vr(i,j+1)-vr(i,j-1))-
&0.5*(vr(i,j+2)-vr(i,j-2)))
df2=hx2*(4.0*(vr(i+1,j)-vr(i-1,j))-
&0.5*(vr(i+2,j)-vr(i-2,j)))
df3=hy2*(4.0*(rho(i,j+1)-rho(i,j-1))-
&0.5*(rho(i,j+2)-rho(i,j-2)))

df4=co0*(abs(y(j)))/(rho(i,j)*a(i)**4)
dfx=tha1*0.01*(vri(i+1,j)-2.0*(vri(i,j))+vri(i-1,j))
dfy=tha2*0.01*(vri(i,j+1)-2.0*(vri(i,j))+vri(i,j-1))

dfxz=tha1*0.01*(vzi(i+1,j)-2.0*(vzi(i,j))+vzi(i-1,j))
dfyz=tha2*0.01*(vzi(i,j+1)-2.0*(vzi(i,j))+vzi(i,j-1))

dzz=hz2*(4.0*(vz(i+1,j)-vz(i-1,j))-
&0.5*(vz(i+2,j)-vz(i-2,j)))

drz=hx2*(4.0*(rho(i+1,j)-rho(i-1,j))-
&0.5*(rho(i+2,j)-rho(i-2,j)))

stor(i,j)=fa*vr(i,j)+fb*vri(i,j)-tau*vr(i,j)*df1-
tau*vz(i,j)*df2-
&tau*df4-tau*df5+dfx+dfy
end if
2 continue

if(fa.lt.0.4) go to 4
do 3 j=1,ny
do 3 i=1,nx
pr(i,j)=vr(i,j)
vri(i,j)=vr(i,j)
3 vr(i,j)=stor(i,j)
go to 6
4 continue
do 5 j=1,ny
do 5 i=1,nx
pr(i,j)=vr(i,j)
5 vr(i,j)=stor(i,j)
6 continue
return
end
cccccccccccccccccccccccccccccccccccc

subroutine defvz
c
implicit double precision (a-h,k-m,o-z)

parameter(nx=53,ny=35)
common/f1/c,pi,k,cu,m,etha,e,p

common/par1/rho(nx,ny),rhoi(nx,ny)
common/par2/vr(nx,ny),vri(nx,ny)
common/par3/vz(nx,ny),vzi(nx,ny)

```

```

common/par4/a(nx),ai(nx)
common/par5/va(nx,ny),vai(nx,ny)

common/par6/Er(nx,ny),Ez(nx,ny),Bth(nx,ny)
common/sto/stor(nx,ny)

common/c2/nts,nout,tau,nrst
common/c5/hx2,hy2,tau2
common/norm/Lo,To,rhoo,rho1
common/fn/x(nx),y(ny)
common/hxy/hx,hy
common/tha/tha1,tha2
common/fud/fa,fb
common/temp/pr(nx,ny),pz(nx,ny)
common/vr/vro(nx,ny),vzro(nx,ny)
common/cons/co0,pr0
c
do 2 j=ny-2,3,-1
do 2 i=3,nx-2

if(rho(i,j).le.0.1e-0)then
stor(i,j)=0.0

elseif(rho(i,j).gt.0.1e-0)then

df1=hy2*(4.0*(vz(i,j+1)-vz(i,j-1))-
&0.5*(vz(i,j+2)-vz(i,j-2)))
df2=hx2*(4.0*(vz(i+1,j)-vz(i-1,j))-
&0.5*(vz(i+2,j)-vz(i-2,j)))
df3=hx2*(4.0*(a(i+1)-a(i-1))-
&0.5*(a(i+2)-a(i-2)))
df4=hx2*(4.0*(rho(i+1,j)-rho(i-1,j))-
&0.5*(rho(i+2,j)-rho(i-2,j)))

df5=co0*((y(j))**2*df3)/((a(i)**5)*rho(i,j))

dfx=tha1*0.01*(vzi(i+1,j)-
2.0*(vzi(i,j))+vzi(i-1,j))
dfy=tha2*0.01*(vzi(i,j+1)-
2.0*(vzi(i,j))+vzi(i,j-1))

dfrx=tha1*0.01*(vri(i+1,j)-
2.0*(vri(i,j))+vri(i-1,j))
dfry=tha2*0.01*(vri(i,j+1)-
2.0*(vri(i,j))+vri(i,j-1))

dfr=hy2*(4.0*(vr(i,j+1)-vr(i,j-1))-
&0.5*(vr(i,j+2)-vr(i,j-2)))

drr=hy2*(4.0*(rho(i,j+1)-rho(i,j-1))-
&0.5*(rho(i,j+2)-rho(i,j-2)))

dvr=hy2*(4.0*(pr(i,j+1)-pr(i,j-1))-
&0.5*(pr(i,j+2)-pr(i,j-2)))

stor(i,j)=fa*vz(i,j)+fb*vzi(i,j)-tau*pr(i,j)*df1
&-tau*vz(i,j)*df2-tau*df5-tau*df6
c+tau*df7-tau*df8+tau*df9
&+dfx+dfy

end if
2 continue

if(fa.lt.0.4) go to 4
do 3 j=1,ny
do 3 i=1,nx
pz(i,j)=vz(i,j)
vzi(i,j)=vz(i,j)
3 vz(i,j)=stor(i,j)
go to 6
4 continue
do 5 j=1,ny
do 5 i=1,nx
pz(i,j)=vz(i,j)
5 vz(i,j)=stor(i,j)
6 continue
return
end
cccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccc

subroutine defva

implicit double precision (a-h,k-m,o-z)

parameter(nx=53,ny=35)
common/f1/c,pi,k,cu,m,etha,e,p

common/par1/rho(nx,ny),rhoi(nx,ny)
common/par2/vr(nx,ny),vri(nx,ny)
common/par3/vz(nx,ny),vzi(nx,ny)
common/par4/a(nx),ai(nx)
common/par5/va(nx,ny),vai(nx,ny)

common/par6/Er(nx,ny),Ez(nx,ny),Bth(nx,ny)
common/sto/stor(nx,ny)

common/c2/nts,nout,tau,nrst
common/c5/hx2,hy2,tau2

common/norm/Lo,rhoo,To,rho1
common/fn/x(nx),y(ny)
common/hxy/hx,hy
common/tha/tha1,tha2
common/fud/fa,fb
common/temp/pr(nx,ny),pz(nx,ny)
common/vr/vro(nx,ny),vzro(nx,ny)
Double precision
vza(nx,ny),rha(nx,ny),vrr(nx,ny),rhr(nx,ny)
common stora(nx)
common/cons/co0,pr0

do 1 j=1,ny
do 1 i=1,nx

vro(i,j)=pr(i,j)*rho(i,j)
vzro(i,j)=pz(i,j)*rho(i,j)

vza(i,j)=pz(i,j)/(a(i)**2)
1 vrr(i,j)=(abs(y(j)))*(pr(i,j))

```

```

C
do 2 j=ny-2,3,-1
do 2 i=3,nx-2

if(rho(i,j).le.0.1e-0)then

stor(i,j)=0.0
stora(i)=abs(y(j))

elseif (rho(i,j).gt.0.1e-0) then

df1=hx2*(4.0*(vza(i+1,j)-vza(i-1,j))-
&0.5*(vza(i+2,j)-vza(i-2,j)))

df2=hx2*(4.0*(rho(i+1,j)-rho(i-1,j))-
&0.5*(rho(i+2,j)-rho(i-2,j)))

df3=hy2*(4.0*(vrr(i,j+1)-vrr(i,j-1))-
&0.5*(vrr(i,j+2)-vrr(i,j-2)))

df4=hy2*(4.0*(rho(i,j+1)-rho(i,j-1))-
&0.5*(rho(i,j+2)-rho(i,j-2)))

df5=hx2*(4.0*(a(i+1)-a(i-1))-
&0.5*(a(i+2)-a(i-2)))

df6=tau*hy2*(4.0*(vro(i,j+1)-vro(i,j-1))-
&0.5*(vro(i,j+2)-vro(i,j-2)))
df7=tau*hx2*(4.0*(vzro(i+1,j)-vzro(i-1,j))-
&0.5*(vzro(i+2,j)-vzro(i-2,j)))

dzz=(ai(i+1)-2.0*ai(i)+ai(i-1))/(hx**2)

C
dfx=tha1*0.01*(vai(i+1,j)-
2.0*(vai(i,j))+vai(i-1,j))
dfy=tha2*0.01*(vai(i,j+1)-
2.0*(vai(i,j))+vai(i,j-1))

stor(i,j)=fa*va(i,j)+fb*vai(i,j)+(tau*0.5*(a(i)**3)*
df1
& +tau*(2.148e-4)*dzz-
& tau*((6.44e-4)/(a(i)))*df5*df5
&
+tau*0.0228*cu*(((df2)/((rho(i,j)**2)*a(i)))
&+(2.0*df5)/(rho(i,j)*a(i)**2)
& +(abs(y(j))/(a(i)**2*rho(i,j)**2))*df4*df5)
&+tau*0.5*(a(i)/abs(y(j)))*df3*(rho(i,j)**2)
&+2.0*a(i)*rho(i,j)*(-df6-df7-
vro(i,j)*tau/abs(y(j)))
&+dfx+dfy

stora(i)=stor(i,j)/(rho(i,j)**2)
end if
2 continue

if(fa.lt.0.4) go to 4
do 3 j=1,ny
do 3 i=1,nx

vai(i,j)=va(i,j)
va(i,j)=stor(i,j)
ai(i)=a(i)
3 a(i)=stora(i)

go to 6
4 continue
do 5 j=1,ny
do 5 i=1,nx
va(i,j)=stor(i,j)
5 a(i)=stora(i)

6 continue
return
end
cccccccccccccccccccccccccccccccccccccccc

subroutine fld
implicit double precision (a-h,k-m,o-z)

parameter(nx=53,ny=35)
common/f1/c,pi,k,cu,m,etha,e,p

common/par1/rho(nx,ny),rhoi(nx,ny)
common/par2/vr(nx,ny),vri(nx,ny)
common/par3/vz(nx,ny),vzi(nx,ny)
common/par4/a(nx),ai(nx)
common/par5/va(nx,ny),vai(nx,ny)

common/par6/Er(nx,ny),Ez(nx,ny),Bth(nx,ny)
common/sto/stor(nx,ny)

common/c2/nts,nout,tau,nrst
common/c5/hx2,hy2,tau2

common/norm/Lo,To,rhoo,rho1
common/fn/x(nx),y(ny)

common/hxy/hx,hy
common/tha/tha1,tha2
common/fud/fa,fb
common/temp/pr(nx,ny),pz(nx,ny)
common/vr/vro(nx,ny),vzro(nx,ny)
common/crte/cio
common/cons/co0,pr0

do 2 j=3,ny-2
do 2 i=3,nx-2

df1=hx2*(4.0*(ai(i+1)-ai(i-1))-
&0.5*(ai(i+2)-ai(i-2)))

Er(i,j)=(2.0*abs(y(j))*cio*cu*vz(i,j))/(To*c**2*(
a(i)**2)+

```

```

&(etha*cu*cio*abs(y(j))*df1)/(Lo**2*pi*(a(i)**3
))
  &-
(2.0*co0*cio**2*abs(y(j))*m)/(Lo**3*rhoo*c**2
*(a(i)**4)
  &*pi*rho(i,j)*e

  Ez(i,j)=(etha*cio*cu)/(Lo**2**pi*(a(i)**2))-
&(2.0*cio*abs(y(j))*cu*vr(i,j))/(To*c**2*(a(i)**2
))+
&(2.0*m*co0*cio**2*abs(y(j))**2*df1)/(Lo**3*r
hoo*pi*rho(i,j)
  &*e*c**2*(a(i)**5))

  if(abs(y(j)).le.a(i))then

Bth(i,j)=(2.0*abs(y(j))*cu*cio)/(Lo*c*(a(i))**2)
  elseif(abs(y(j)).gt.a(i))then
  Bth(i,j)=(2.0*cio/(c*Lo))*(cu/abs(y(j)))

  endif
2  continue

  return
cccccccccccccccccccccccccccccccccccccccc
c
subroutine output(no)
c
implicit double precision (a-h,k-m,o-z)

parameter(nx=53,ny=35)

common/f1/c,pi,k,cu,m,etha,e,p

common/par1/rho(nx,ny),rhoi(nx,ny)
common/par2/vr(nx,ny),vri(nx,ny)
common/par3/vz(nx,ny),vzi(nx,ny)
common/par4/a(nx),ai(nx)
common/par5/va(nx,ny),vai(nx,ny)

common/par6/Er(nx,ny),Ez(nx,ny),Bth(nx,ny)
common/sto/stor(nx,ny)

common/c2/nts,nout,tau,nrst

common/c5/hx2,hy2,tau2
common/norm/To,Lo,rhoo,rho1
common/fn/x(nx),y(ny)
common/hxy/hx,hy
common/tha/tha1,tha2
common/fud/fa,fb

common/temp/pr(nx,ny),pz(nx,ny)
common/vr/vro(nx,ny),vzro(nx,ny)
c
common/campo/Eth(nx,ny),Bx(nx,ny),Bz(nx,n
y)

CHARACTER*40 FILE1
CHARACTER*40 FILE2

IF(NO.LT.10) THEN
  WRITE(FILE1,1000) NO
  WRITE(FILE2,2000) NO
1000 FORMAT('plasma',I1, '.dat')
2000 FORMAT('campo',I1, '.dat')
ELSE
  WRITE(FILE1,1030) NO
  WRITE(FILE2,2030) NO
1030 FORMAT('plasma',I2, '.dat')
2030 FORMAT('campo',I2, '.dat')
END IF

OPEN(UNIT=8,FILE=FILE1,STATUS='UNKN
OWN',FORM='FORMATTED')

OPEN(UNIT=9,FILE=FILE2,STATUS='UNKN
OWN',FORM='FORMATTED')
C
write(8,*)"VARIABLES=","I","J","RHo","Vr","Vz"
,"a","Er","Ez","Bth"
  WRITE(8,19) NX,NY
19 format("ZONE I=",I5,"J=",I5)
C
12 format(2i4,8d12.4)
13 format(8d12.4)
  do j=1,ny
  do i=1,nx
  write(8,12)i,j,rho(i,j)*3.34e-
6,vr(i,j)*3.3e8,vz(i,j)*3.3e8,a(i),
  & Er(i,j),Ez(i,j),Bth(i,j)

  enddo
  enddo

  do j=3,ny-2
  do i=3,nx-2
  write(9,13)Er(i,j),Ez(i,j),Bth(i,j)
  enddo
  enddo

CLOSE(UNIT=8)
CLOSE(UNIT=9)

return
end

```

Apéndice B

Código fuente del programa de trayectorias de iones

PROGRAM RUNGE

```

parameter(nx=53,ny=35)
  DIMENSION
S(6),P(6),R(6),Q(6),YB(6)
  REAL*8
xs(30000),ys(30000),vxs(30000),vys(30000)
  COMMON/RK/
Y(6),F(6),EOMC,EOM,AM
  COMMON/GRAF/ xs,ys,vxs,vys

COMMON/FLD/Er(nx,ny),Ez(nx,ny),Bth(nx,ny)
)
  COMMON NW

  open(unit=7,file='runge.out')
  open(unit=5,file='campo10.dat')

  do j=3,ny-2
  do i=3,nx-2

    READ(5,2)Er(i,j),Ez(i,j),Bth(i,j)

  enddo
  enddo

2  FORMAT(8d12.4)

  E=.2
  VX0=1./4.
  VY0=0.
  VZ0=1./4.
  X0=.05
  Y0=0.1
  Z0=-0.3
  NMAX=2000

  NW=1
  C1=1.0/6.0
  SMALL=0.006

c  Masa del deuterio
  AM=2.
  TMS=1.0-SQRT(0.5)
  TPS=1.0+SQRT(0.5)
  DO 70 I=1,6
70  Q(I)=0.0
  EN=1.6E-9*E

c  velocidad sin normalizar(normalizada a
3.3*E7)
  V=SQRT(2.0*EN/(2*1.6E-24))/3.3E7
  EOMC=1.0E4/AM
  EOM=3.E14/AM

  T=0.0
  N=1
  Y(1)=x0
  Y(2)=y0
  Y(3)=z0
  Y(4)=V*VX0
  Y(5)=V*VY0
  Y(6)=V*VZ0
  WRITE(7,123)
123  FORMAT(7X,1HT,14X,1HR,14X,2HT
T,14X,1HZ,14X,2HVR,14X,3HVTT,
&14X,2HVZ,14X,2HET)
90  CALL FGRAD

c  Mismo paso del tiempo que el programa
de la inestabilidad
H=0.001

  DO 100 I=1,6
  S(I)=H*F(I)
  P(I)=0.5*S(I)-Q(I)
  YB(I)=Y(I)
  Y(I)=Y(I)+P(I)
  R(I)=Y(I)-YB(I)
100  Q(I)=Q(I)+3.0*R(I)-0.5*S(I)
  CALL FGRAD
  DO 110 I=1,6
  S(I)=H*F(I)
  P(I)=TMS*(S(I)-Q(I))
  YB(I)=Y(I)
  Y(I)=Y(I)+P(I)
  R(I)=Y(I)-YB(I)
110  Q(I)=Q(I)+3.0*R(I)-TMS*S(I)
  CALL FGRAD
  DO 120 I=1,6
  S(I)=H*F(I)
  P(I)=TPS*(S(I)-Q(I))
  YB(I)=Y(I)
  Y(I)=Y(I)+P(I)
  R(I)=Y(I)-YB(I)
120  Q(I)=Q(I)+3.0*R(I)-TPS*S(I)
  CALL FGRAD
  DO 130 I=1,6
  S(I)=H*F(I)
  P(I)=C1*(S(I)-2.0*Q(I))
  YB(I)=Y(I)
  Y(I)=Y(I)+P(I)
  R(I)=Y(I)-YB(I)
130  Q(I)=Q(I)+3.0*R(I)-0.5*S(I)
  xs(nw)=y(3)
  ys(nw)=y(1)

```

```

        vxs(nw)=y(6)
        vys(nw)=y(4)

ET=(0.5*((Y(4)*Y(4)+Y(5)*Y(5)+Y(6)*Y(6))*(1
.089E15))^2
    &*1.6E-24)/(1.6E-9)
    write(7,632)T,y(1),y(2),y(3),y(4),y(5),
y(6),ET
632    format(8e15.4)
        T=T+H
        NW=NW+1
        N=N+1
        close(unit=5)
        STOP
        END

SUBROUTINE FGRAD
    parameter(nx=53,ny=35)
    COMMON/RK/
Y(6),F(6),EOMC,EOM,AM
    COMMON/FLD/
Er(nx,ny),Ez(nx,ny),Bth(nx,ny)

        Lo=1.
        bx=2.0/Lo
        by=1./Lo
        hx=bx/49.
        hy=by/31.

        F(1)=Y(4)
        F(2)=Y(5)/Y(1)
        F(3)=Y(6)

c Empieza a extrapolar los campos

        psx=Y(3)/hx+27.
        psy=abs(Y(1))/hy+5./2.

        i=int(psx)
        j=int(psy)

        alfa=psx-int(psx)
        beta=psy-int(psy)

        Er1=Er(i,j)*(1-alfa)+alfa*Er(i+1,j)
        Er2=Er(i,j+1)*(1-alfa)+alfa*Er(i+1,j+1)
        ERF=Er1*(1-beta)+beta*Er2

        Ez1=Ez(i,j)*(1-alfa)+alfa*Ez(i+1,j)
        Ez2=Ez(i,j+1)*(1-
alfa)+alfa*Ez(i+1,j+1)
        EZF=Ez1*(1-beta)+beta*Ez2

        Bth1=Bth(i,j)*(1-alfa)+alfa*Bth(i+1,j)

```

```

        Bth2=Bth(i,j+1)*(1-
alfa)+alfa*Bth(i+1,j+1)
        BTHF=Bth1*(1-beta)+beta*Bth2

        B=BTHF
        if(Y(1).lt.0.)bthf=-bthf
        if(Y(1).lt.0.)erf=-erf
        To=3E-8
        ma=2*1.67E-24

        F(4)=(-
EOMC*Y(6)*BTHF+EOM*ERF*To/Lo)*To
        & +To*Y(5)**2/Y(1)
        F(5)=(-Y(4)*Y(5)/Y(1))*To
        F(6)=(EOMC*Y(4)*BTHF+EOM*EZF*
To/Lo)*To
        RETURN
        END

```

BIBLIOGRAFIA

- [1] M. G. Haines: Nuclear Instruments and Methods **207**, 179-185 (1983).
- [2] A Pasternak y M.Sadowski. Proc. ICPP y 25th EPS Conference on Controlled Fusion and Plasma Physics, Praga, ECA **22C**, 2161 (1998).
- [3] Melvin J Bernstein, Physics of Fluids, **13**, 2858 (1970).
- [4] A. Pasternak, M. Sadowski, A. Galkowski: Czechoslovak Journal of Physics, **50**, Suppl. S3, 159 (2000).
- [5] R.Deutsch, W.Kies: Plasma Physics and Controlled Fusion, **30**, 263 (1988).
- [6] V.V. Vikhrev, V.V. Ivanov and G.A.Rozanova, Fiz. Plazmy **15**, 77-82 (1989)
- [7] B.A. Trubnikov: Fiz. Plazmy **12**, 468-488 (1986)
- [8] V.V. Vikhrev: Fiz. Plazmy **12**, 454-468 (1986)
- [9] M.J. Bernstein, et al.: Physics of Fluids, **12**, 2193 (1969).
- [10] Leopoldo Soto: Plasma Phys. Control Fusion **47**, A361-A381 (2005).
- [11] M. Haines, Philosophical Transactions Royal Society of London **A300**, 649 (1981).