VNIVERSIDAD NACIONAL AVTONOMA DE MEXICO

UNIVERSISAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

PROGRAMA DE MAESTRIA Y DOCTORADO EN INGENIERIA

FACULTAD DE INGENIERIA

METODOLOGIA DE CALCULO PARA LA OBTENCION DE UN INDICE DE TITULOS OPCIONALES EN EL MERCADO MEXICANO DE DERIVADOS

T E S I S

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:

MAESTRO EN INGENIERIA

INVESTIGACION DE OPERACIONES

P R E S E N T A :

ALAJANDRO CASTOR VERA TREJO

TUTOR:

DR. MIGUEL ANGEL GUTIERREZ ANDRADE

INGENIERIA

México D.F. Febrero de 2008

JURADO ASIGNADO

Presidente:	**Dra. Idalia Flores de la Mota**
Secretario:	**Dr. Miguel Ángel Gutiérrez Andrade**
Vocal:	**Dr. Ricardo Aceves García**
1er Suplente:	**Dr. Francisco Álvarez Caso**
2º Suplente:	**Dr. Sergio G. de los Cobos Silva**

México D.F. Febrero de 2008

TUTOR DE TESIS:

Dr. Miguel Ángel Gutiérrez Andrade

FIRMA

Con Amor para Alejandra y Rodrigo

CONTENIDO

RESUMEN

El presente trabajo tiene por objetivo proveer al público inversionista de una herramienta que le facilite la toma de decisiones de inversión en el mercado mexicano de opciones financieras. Para lograr este objetivo, se construyó y analizó un índice de volatilidad para las opciones que cotizan en el mercado mexicano de derivados (MexDer) y que tienen por valor subyacente el índice de precios y cotizaciones (IPC) de la Bolsa Mexicana de Valores (BMV). La metodología utilizada para la generación de este novedoso indicador, se basa en la desarrollada por el Chicago Board Option Exchange (CBOE) en el 2003, y para su aplicación al mercado mexicano fue necesario llevar a cabo diversas adecuaciones de acuerdo a las condiciones operativas de las opciones del IPC en el MexDer.

Se destaca que el índice de volatilidad es un indicador adelantado, debido a que en su cálculo se utiliza la volatilidad implícita de las cotizaciones de los Futuros del IPC y en estos contratos se incorporan las expectativas que los inversionistas tienen con respecto al comportamiento esperado del IPC. Los incrementos en el nivel de este índice son interpretados por el mercado con aumentos en los precios de las opciones y viceversa, sean éstas de compra o de venta. Durante el desarrollo del trabajo, se analizó la volatilidad histórica de tres y seis meses del IPC y se comparó con el índice, resultando que existen periodos en que la histórica de seis meses y éste, mantienen una estrecha relación, sin embargo es importante señalar que la primera utiliza información de eventos pasados, mientras que el índice de volatilidad incorpora las expectativas del valor futuro del IPC. De tal manera que hoy en día el público inversionista, puede saber lo que los mercados esperan del IPC a través de esta novedosa herramienta.

INTRODUCCIÓN

Los instrumentos financieros llamados "productos derivados", son aquellos cuyo precio se deriva del precio de otro instrumento. Surgieron como instrumentos de cobertura ante fluctuaciones de precio de productos agroindustriales (commodities) en condiciones de elevada volatilidad. Dentro de éstos se encuentran las **opciones**, los forwards, los futuros y los Swaps entre otros. En el presente trabajo se hará referencia únicamente a los primeros.

Las opciones son un contrato entre un comprador y un vendedor, y proporcionan al primero **el derecho más no la obligación** de comprar o vender una cantidad determinada de un bien llamado “subyacente”, que puede ser: una acción, una divisa, un instrumento financiero etc. a un precio previamente establecido, dentro de un período de tiempo determinado. El derecho se adquiere a través del pago de una prima. Las opciones de clasifican en: opciones de Compra o *Call* y opciones de Venta o *Put:*

La opción de Compra u opción Call es el derecho más no la obligación de **comprar** cierta cantidad de un bien, a un precio determinado, para ejercerse durante o en la fecha de vencimiento del contrato. El comprador de una *opción Call* paga una prima por el derecho de **comprar** un valor subyacente S, a un precio de ejercicio pactado X. Sí en la fecha de vencimiento de la opción, el precio del valor subyacente S es mayor al precio de ejercicio X, el tenedor ejercerá el derecho de comprar el valor S a cambio de pagar al precio X. Sí por otro lado al cabo del vencimiento de la opción, el precio del valor S es menor que el precio de X, la opción no tiene ganancia (es un valor negativo), por tanto el tenedor no ejercerá el derecho de compra del valor S y sufrirá la pérdida de la prima pagada. Bajo este contexto el comprador de una *opción Call* tiene un riesgo de pérdida conocido y limitado (su pérdida máxima es el monto pagado por la prima) y una posibilidad desconocida e ilimitada de ganancias. Entre más alto se cotice en el mercado el valor subyacente S, mayor será la ganancia del tenedor (S - X).

La opción de Venta u opción Put es el derecho, más no la obligación de **vender** cierta cantidad de un bien, a un precio determinado, el cual puede ejercerse durante o al final de la vigencia de la opción. El comprador de ésta, paga una prima por el derecho de **vender** un valor subyacente S a un precio de ejercicio X. Sí en la fecha de vencimiento del Put, el precio del valor S es menor que el precio X, el poseedor del Put tendrá una ganancia que es la diferencia entre ambos precios y por tanto ejercerá su derecho de vender el valor S a precio X. Sí al vencimiento del Put, el valor de S es mayor que el precio X, el derecho de ejercer será desechado y el tenedor perderá la prima pagada. El poseedor de una *opción put,* tiene un riesgo conocido y limitado de pérdida y una posibilidad desconocida e ilimitada de ganancias. Entre menor sea el precio de mercado del valor subyacente S, mayor será la ganancia (X- S) del tenedor.

Una manera sencilla de entender la esencia de las opciones, es estableciendo una similitud con una póliza de seguro. Supóngase que un inversionista desea asegurar su automóvil contra accidentes por un año, requiere pagar una prima a una compañía aseguradora, para que ésta le pague cierta cantidad de dinero, sí éste tiene un accidente durante el año. Si no lo tiene pierde la prima pagada y nada más.

Lo que en los mercados internacionales se conoce como opciones, se refiere a **opciones financieras** y pueden está referidas a valores subyacentes tales como: acciones, índices accionarios, divisas, tasas de interés y **opciones sobre mercancías básicas** como: petróleo, plata, café, etcétera. Estas opciones funcionan como pólizas de seguro de la siguiente manera: Un inversionista con acciones quiere proteger su precio de venta. Puede pagar una prima por una opción de venta o put, para adquirir el derecho de vender sus acciones a un precio dado (precio de ejercicio X), durante un tiempo determinado. Sí el precio de las acciones (valor subyacente S) baja hasta el precio de ejercicio, o incluso por abajo de éste, el inversionista estará protegido y podrá vender sus acciones al precio de ejercicio pactado de acuerdo con el contrato de opciones. Sin embargo sí el precio de las acciones se mantiene por arriba del precio de ejercicio, la opción no será ejercida y el inversionista sólo perderá la prima.

Las opciones son instrumentos sencillos, flexibles y sofisticados para administrar riesgos, se comercian tanto en bolsas como en el mercado de mostrador, es decir entre un banco o corredor y su cliente. Los participantes más sofisticados en el mercado internacional de las opciones, las utilizan para especular y cubrirse, y la mayoría de los bancos en USA, Europa y Japón, reconocen la flexibilidad de éstos instrumentos para adaptarlas a sus necesidades de administración de activos y pasivos.

Los contratos de opciones constituyen uno de los elementos más representativos de los mercados financieros modernos. Esta idea generalizada de que las opciones equivalen a innovación financiera oculta una larga historia, se sabe que los fenicios, los griegos y los romanos negociaban contratos con cláusulas de opción sobre las mercancías que transportaban en sus naves. Existe la anécdota de la importante ganancia que obtuvo el famoso filósofo, matemático y astrónomo griego Thales; invirtiendo en opciones sobre "aceitunas", basándose en una previsión acertada de la cosecha. Los historiadores señalan que el primer mercado de opciones con cierto nivel de "organización" aparece en Holanda en el Siglo XVII.

En dicho mercado se negociaban opciones a comprar o vender bultos de tulipanes en una fecha futura predeterminada. Mediante estos contratos los comerciantes holandeses aseguraban el precio de compra de las partidas de tulipanes, que deberían servir a sus clientes en el futuro y los agricultores podían comprar el derecho de vender su cosecha futura a un precio predeterminado. En 1640 el mercado se caracterizó por fuertes oscilaciones de precios, lo que provocó la quiebra de muchos especuladores y el incumplimiento de compromisos de otros en las opciones que habían vendido, lo que extendió la idea en Europa de que los mercados de opciones eran muy peligrosos y excesivamente especulativos.

A principios del Siglo XVIII, en Inglaterra comenzaron a negociarse opciones sobre las acciones de las principales compañías comerciales. La fuerte caída de los precios de la South Sea Company en el otoño de 1720 atribuido en buena medida, por la especulación con opciones sobre acciones de esta compañía, provocó que el mercado de opciones fuera declarado ilegal. Esta prohibición estuvo vigente hasta el inicio del Siglo XX. Sin embargo se continuó haciendo operaciones sobre opciones de manera "semiclandentina".

Las opciones sobre acciones se negociaron en los mercados americanos hace doscientos años. Sin embargo, por diversas causas no fue posible su consolidación. Lo que ocurrió fue la aparición y desaparición de las opciones, en función de los cambio en el entorno económico. Así por ejemplo, dichos instrumentos tuvieron un gran auge durante algunos años del Siglo XIX. Auge relacionado, básicamente con el de los ferrocarriles, y más tarde con el de la fiebre de la construcción característica de los años 20 del Siglo XX. Más recientemente en la década de los cincuenta y sesenta las opciones se negociaban, generalmente sobre las acciones cotizadas en la bolsa de New York y sobre los lotes de 100 acciones con vencimientos típicos de 60 y 90 días.

En cualquier caso el mercado de opciones era el típico mercado "Over the Counter", sin un sistema normalizado de contratación y con un riesgo elevado de crédito en la medida en que en caso de incumplimiento del vendedor, el único recurso del comprador era acudir a los tribunales, sin que estos le garantizaran resarcir las pérdidas.

El 26 de abril de 1973 el CBT (Chicago Board of Trade) fundó el CBOE (Chicago Board Options Exchange), que es el primer mercado organizado que se crea en el mundo para negociar las opciones. Dos años más tarde, se comenzaron a negociar opciones en The American Stock Exchange (AMEX) y en The Philadelphia Stock Exchange (PHLX). En 1976 se incorporó The Pacific Stock Exchange (PSE).

A mediados de la década de los años 80, el mercado de futuros, opciones, warrants y otros productos derivados tuvo un desarrollo considerable y, en la actualidad, los principales centros financieros del mundo negocian este tipo de instrumentos. A finales de esa década, el volumen de acciones de referencia en los contratos de opciones vendidos cada día, superaba al volumen de acciones negociadas en el New York Stock Exchange (NYSE).

En 1997 se operaban en el mundo 27 trillones de dólares en productos derivados, en tanto el valor de capitalización de las bolsas de valores alcanzaba los 17 trillones de dólares. Es decir, la negociación de derivados equivale a 1.6 veces el valor de los subyacentes listados en las bolsas del mundo. Las bolsas de derivados de Chicago manejaban, en 1997, un volumen de casi 480 millones de contratos.

A partir de 1978 iniciaron cotizaciones contratos a futuro sobre el tipo de cambio peso/dólar, mismos que se suspendieron a raíz del control de cambios decretado en 1982. En 1983 la BMV listó futuros sobre acciones individuales y petrobonos, los cuales registraron operaciones hasta 1986. Fue en 1987 que se suspendió esta negociación debido a problemas de índole prudencial.

A finales de 1992 se inició la negociación de opciones sobre ADR's de Telmex L en el CBOE. En 1994 se operaban diversas opciones sobre acciones mexicanas en el CBOE, AMEX, New York Options Exchange (NYOE), NYSE y PLHX, además de las bolsas de Londres y Luxemburgo. Simultáneamente, se celebraban contratos forward y swaps sobre tipo de cambio, tasas de interés y commodities, entre intermediarios extranjeros y entidades nacionales, sin reconocimiento ni protección jurídica.

En 1993, en el CBOE, se operaron más de 30 mil millones de dólares en opciones sobre la emisora Telmex, importe cercano a 50% de la operación total en acciones en la Bolsa Mexicana de Valores (BMV), durante el mismo año.

El 21 de octubre de 1992, se introdujo en la BMV la comercialización de dos series de títulos; uno de compra y otro de venta sobre acciones individuales de Telmex. Dichos valores se les denomina *Warrants,* y son esencialmente igual que las opciones[1].

La operación con estos títulos fue muy reducida durante los primeros cuatro meses de haber iniciado su operación, incrementándose considerablemente a partir de marzo de 1993. A diciembre de ese año se habían emitido 49 series de títulos opcionales o warrants, de los cuales 10 tomaban como valor de referencia al índice de precios y cotizaciones (IPC) y los restantes a acciones individuales como Telmex, Cemex, Gcarso y Cifra como los más representativos. A diciembre de 1994 se habían emitido 208 series de títulos, de los que 173 (83%) tenia como valor de referencia acciones individuales y los restantes 35 (17%) al IPC. A fines de 1997 la emisión acumulada fue de 367 series de títulos opcionales: 257 y 39 referidos a acciones de tipo compra y venta respectivamente, 50 y 21 referidos al IPC de tipo compra y venta respectivamente.

El Mercado Mexicano de Derivados (MexDer), inició operaciones en diciembre de 1998 como la Bolsa de Derivados de México, listando contratos de Futuros. Posteriormente en marzo de 2004 el MexDer inició operaciones con opciones financieras referidas a acciones de América Móvil y del IPC de la BMV. Actualmente el MexDer cuenta con opciones sobre acciones, índices nacionales y extranjeros.

[1] De ahí que se utilicen los mismos métodos de valuación en ambos instrumentos, sobre valores subyacentes emitidos por terceros.

La puesta en operaciones del MexDer constituye uno de los avances más significativos en el proceso de desarrollo e internacionalización del Sistema Financiero Mexicano. La importancia que México cuenten con productos derivados, cotizados en una bolsa, ha sido destacada por organismos financieros internacionales como el International Monetary Fund (IMF) y la International Finance Corporation (IFC), quienes han recomendado el establecimiento de mercados de productos derivados listados para promover esquemas de estabilidad macroeconómica y facilitar el control de riesgos en intermediarios financieros y entidades económicas.

El objetivo del presente trabajo es construir y analizar el comportamiento de un ***índice de volatilidad*** para las opciones financieras que tienen como valor subyacente el IPC de la BMV, y que cotizan en el MexDer, tomando como referencia los índices desarrollados por el Chicago Board Options Exchange (CBOE) en 1993 y en el 2003. En ambos casos se llevaron a cabo las adecuaciones correspondientes a las características operativas del mercado mexicano. Esta índice proporciona mayores elementos para la toma de decisiones de los inversionistas interesados en participar en este tipo de instrumentos. El trabajo se ha estructurado de la siguiente manera:

En el capítulo uno; se presenta las principales características de las opciones de compra (call) y venta (put). Así como de las seis variables que inciden en la determinación del precio teórico de éstas, estableciendo la metodología de cálculo para la obtención de cada una de ellas y los motivos que determinan el porqué de sus valores. Dichas variables son: el precio del valor subyacente (S), el precio de ejercicio (X), la volatilidad (σ), la tasa libre de riesgo (TLR ó r), el tiempo al vencimiento del contrato (T-t) y el pago de dividendos. Se hace énfasis en el efecto que produce sobre el precio teórico, el aumentar o disminuir los valores de cada una de las variables.

En el capítulo dos; se describen los supuestos para modelar el comportamiento del precio del valor subyacente, basado en los procesos estocásticos de variable continua, donde el "precio" cambia de valor en el tiempo de forma incierta. Se asume además, que toda la información que afecta el precio del valor subyacente está contenida en su valor actual y por lo tanto el pasado no influye en la predicción del futuro. Se hace hincapié en que los actuales modelos de valuación de opciones no se originaron en la teoría financiera sino en la Física, con los trabajos de Albert Einstein y M. Von Smoluchowski a principios de siglo pasado sobre el "*Movimiento Browniano*".

En el capítulo tres se plantean las bases que sustentan el modelo de Black & Scholes[2], hasta llegar a la derivación de la fórmula para valuar la opciones call y put estilo Europeo. También se detalla la aplicación del modelo para valuar opciones europeas sobre futuros, conocido como Black76 y que se utiliza para calcular la volatilidad de las

[2] Con la elaboración de este modelo los estadounidenses Fisher Black (+), Myron S. Sholes y Robert C. Merton fueron galardonados con el Premio Novel de Economía de 1997. Los profesores Merton de la Universidad de Harvard y Scholes de la Universidad de Stanford fueron merecedores del premio por su metodología que abrió el camino para las valoraciones económicas en muchas áreas y facilitó una administración más efectiva de los riesgos en la sociedad.

opciones que cotizan en el MexDer, cuando estas no registran operaciones. Del mismo modo se describe la modificación al modelo como consecuencia del pago de dividendos otorgado por los valores subyacentes, así como los parámetros de sensibilidad derivados del mismo y que describen el comportamiento de las opciones bajo diferentes escenarios, tales como: la probabilidad de ser ejercidas, la sensibilidad del precio ante las variaciones de la volatilidad implícita, etc.

En el capítulo cuatro se especifica la metodología de cálculo empleada en 1993 por el CBOE para obtener un índice de títulos opcionales. Dentro de este se hace énfasis en la "volatilidad implícita por valor subyacente" y las adecuaciones para su aplicación al mercado mexicano. Asimismo se especifican las metodologías de cálculo del IPC de la Bolsa Mexicana de Valores, el índice industrial Dow Jones del New York Stock Exchange (NYSE) y el Standar & Poor´s 500, así como sus comportamientos durante 2003 -2007, comparados con sus volatilidades históricas de tres y seis meses. También se destacan las principales diferencias entre la naturaleza de los índices de volatilidad y los índices accionarios.

En el capítulo cinco se describe la metodología para la construcción de un índice de volatilidad de acuerdo en el desarrollado por el CBOE en el 2003 y que se basa en el documento técnico de Fleming, Ostdiek y Whaley ("Predicting stock market volatility: a new mesure"). Del mismo modo se detallan las adecuaciones llevadas a cabo para su aplicación en el mercado mexicano de derivados. Posteriormente se calcula el índice de volatilidad a partir del 26 de marzo de 2006 y hasta finales de 2007. Finalmente se comparan los resultados contra el cálculo de volatilidad histórica de tres y seis meses del IPC y se concluye que esta última presenta un alto nivel de correlación con el índice de volatilidad del Mercado Mexicano de Derivados.

CAPÍTULO UNO

CONCEPTOS FUNDAMENTALES DE LAS OPCIONES FINANCIERAS

En este capítulo se describen las principales características de las opciones financieras de compra y venta, tanto para el emisor como para el tenedor. Así como las propiedades básicas que permiten determinar su precio teórico. Dichas propiedades son: el precio del valor subyacente (S), el precio de ejercicio (X), la volatilidad (σ), la tasa libre de riesgo (TLR), el tiempo al vencimiento del contrato (T-t) y el pago de dividendos. Estableciendo el procedimiento de cálculo para la obtención de cada una de éstas. También se probó que para el período 2004 – 2007, los rendimientos diarios de los índices accionarios IPC, Dow Jones y Standard & Poor's se distribuyen normalmente.

1.1 PROPIEDADES DE LAS OPCIONES

1.1.1 *Tipos de Opciones*

Existen dos tipos de opciones: Americanas y Europeas

Las opciones Americanas: pueden ser ejercidas durante su vigencia o en la fecha de vencimiento del contrato. En los Estados Unidos de América, las opciones sobre acciones tradicionalmente se han podido ejercer en cualquier día desde la fecha de adquisición hasta la fecha de vencimiento del contrato.

Las opciones Europeas: pueden ser ejercidas únicamente en la fecha de vencimiento del contrato. Cuando surge el primer mercado organizado de Europa, la European Option Exchange (EOE) de Ámsterdam en 1977, sus promotores establecen que los contratos negociados en dicho mercado tendrán única y exclusivamente una fecha de ejercicio y esta será la fecha de vencimiento del contrato.

1.1.2 Pago y pérdida/ganancia de las opciones

Las figuras de pago (payoff) y de pérdida/ganancia (profit), son herramientas muy útiles que expresan gráficamente las posiciones de emisores y tenedores de opciones.

1.1.2.1 Opciones de compra

a) El tenedor

La figura de pago para el tenedor o poseedor de una opción de compra (posición larga), relaciona el pago de la opción con respecto al precio que el valor subyacente alcanzará al vencimiento (véase la figura 1.1). En el figura de pérdida ganancia del tenedor de una opción de compra, se considera el precio de la prima C, pagado por la opción, indicando la utilidad o pérdida neta de la posición (véase la figura 1.2). La prima es el precio al cual se realiza la operación. Dicho precio es pagado por el comprador de la opción al vendedor de la misma.

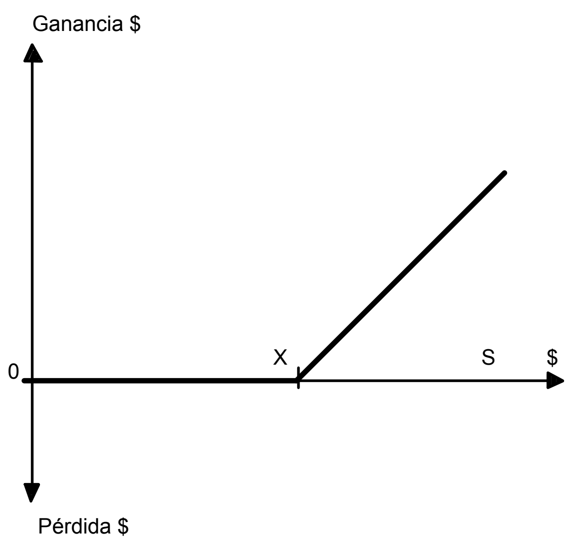


Figura 1.1 Pago de Call, posición larga

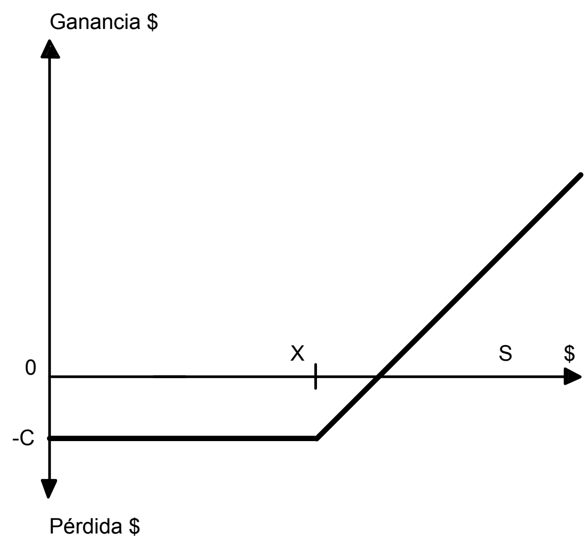


Figura 1.2 Pérdida/Ganancia de Call, posición larga

Por lo tanto sí en la fecha de vencimiento, el precio del valor subyacente S, está en o abajo del precio de ejercicio X (gráficamente a la izquierda de X), la opción no es ejercida y la posición tiene un pago de cero. Sí por el contrario el precio del valor subyacente está por arriba del precio de ejercicio (a la derecha), la opción será ejercida y la posición realizará un pago de S-X. Este argumento es válido tanto para opciones Americanas como Europeas, pues al vencimiento ambos contratos son equivalentes.

El pago de una opción de compra de tipo Europeo o Americano, se representa matemáticamente como:

$$C = \max(0, S - X) \tag{1.1}$$

Esto indica que la opción de compra valdrá el máximo entre cero y la diferencia entre el precio actual del valor subyacente S, y el precio de ejercicio X, también conocido como valor intrínseco.

b) El emisor

En las figuras 1.3 y 1.4 se muestran los perfiles de pago y pérdida/ganancia correspondientes al emisor del una opción de compra (posición corta), para el primero sólo muestra el pago de la posición del emisor al vencimiento, mientras que en el segundo se toma en cuenta el precio o prima recibido por el emisor de la opción de compra. Nótese que estas figuras son la posición contraria a las del tenedor, es decir que uno cancela al otro, ya que el mercado de opciones es un "juego de suma cero", cuando el tenedor gana el emisor pierde o viceversa.

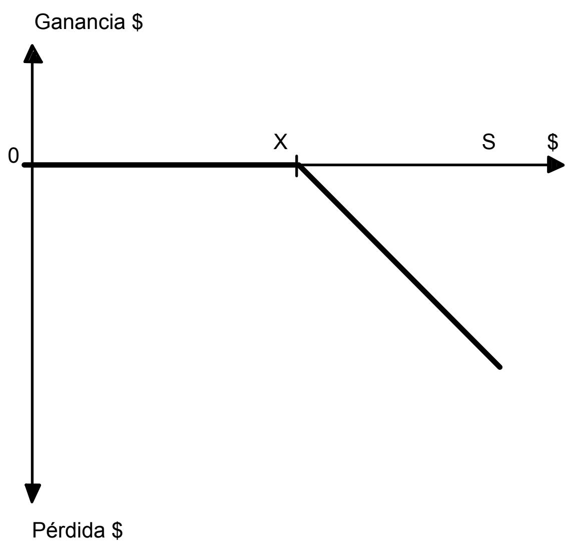


Figura 1.3 Pago de Call, posición corta

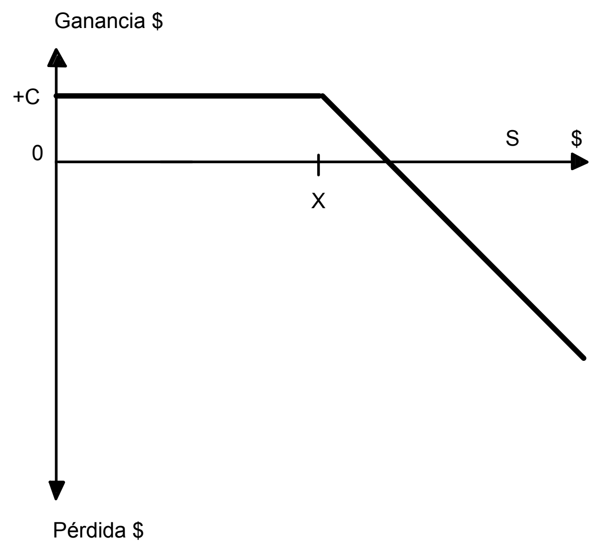


Figura 1.4 Pérdida/Ganancia de Call, posición corta

Sí el precio actual del valor subyacente S, está por arriba del precio de ejercicio X, la opción será ejercida y el emisor está obligado a entregar el valor subyacente al tenedor a cambio de recibir el pago del precio de ejercicio X y el emisor incurre en la pérdida de S-X. Por otro lado, sí el precio del valor subyacente está por abajo del precio de ejercicio X, la opción no es ejercida y el emisor no incurre en pérdidas (además de ganar el pago de la prima).

1.1.2.2 Opciones de venta

a) El tenedor

Al igual que en las figuras de compra, en el figura 1.5, se asocia el pago del tenedor o poseedor de la opción de venta, con respecto al precio que el valor subyacente S; alcanza a la fecha de vencimiento. En la figura 1.6 se considera además, el precio o prima pagado por el derecho de la opción.

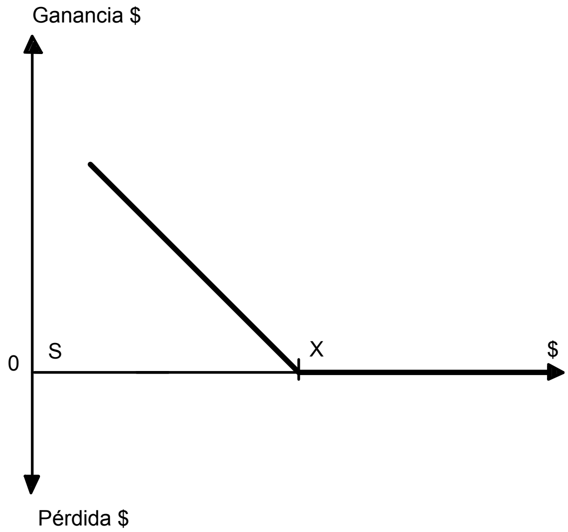


Figura 1.5 Pago de Put, posición larga

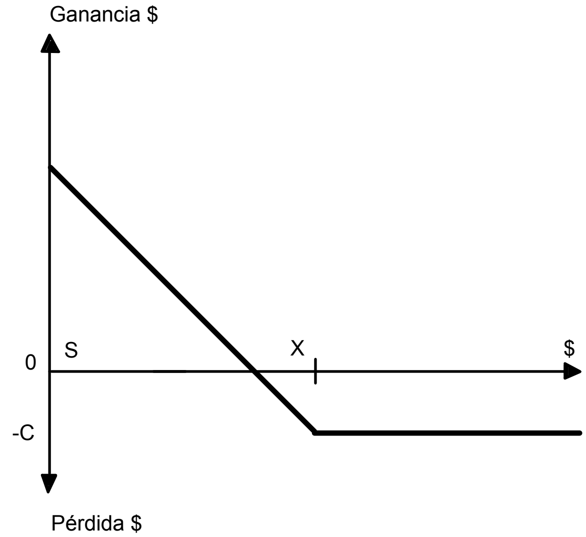


Figura 1.6 Pérdida/Ganancia de Put, posición larga

Sí el precio del valor subyacente S, está por arriba del precio de ejercicio X, a la fecha que expira el contrato, entonces el tenedor no ejercerá su derecho. Pero sí el precio del subyacente S, es menor que el precio de ejercicio X, entonces el tenedor ejercerá su derecho obteniendo un pago de X-S. Esto es válido tanto opciones de tipo Americano como Europeo, pues ambos contratos son iguales al vencimiento.

Matemáticamente el pago de la opción de venta se representa por la siguiente expresión:

$$P = \max(0, X - S) \tag{1.2}$$

Lo que significa que la opción de venta, valdrá el máximo entre cero y la diferencia entre el precio de ejercicio X y el precio a esa fecha del valor subyacente S. Esto también es conocido como valor intrínseco.

b) El emisor

Las figuras 1.7 y 1.8, muestran el pago y el perfil de pérdida/ganancia para el emisor de opciones de venta. En estas figuras, sucede al igual que con los figuras de las opciones de compra, las cuales al ser sobre puestas a las del tenedor, serán canceladas unas con otras, dado el "juego de suma cero", cuando el tenedor gana el emisor pierde y viceversa.

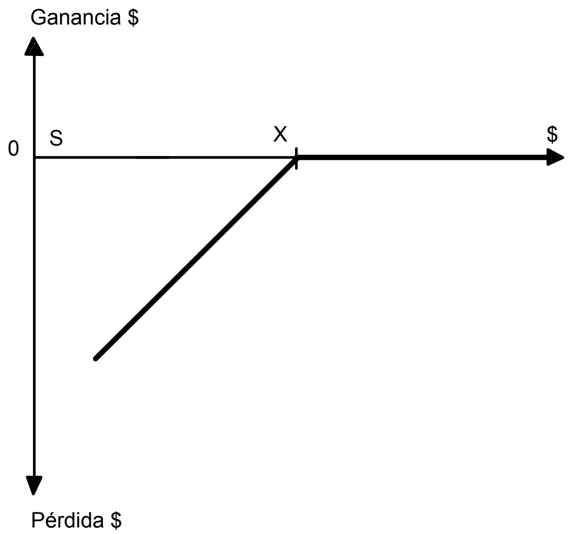


Figura 1.7 Pago de Put, posición corta

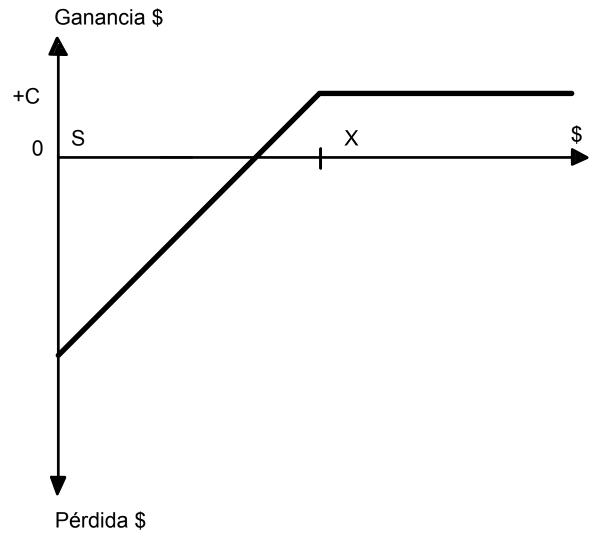


Figura 1.8 Pérdida/Ganancia de Put, posición corta

1.1.3 La paridad Put- Call

Existen una relación importante entre la prima o costo de las opciones europeas de compra y venta, conocida como la paridad Put-Call (para el caso de las opciones Americanas, esta paridad se satisface sólo de manera aproximada). Dicha paridad se expresa como la relación entre las posiciones larga y corta en los mercados de opciones y posiciones larga y corta en el bien subyacente. Cuando los precios de ejercicio de las opciones son iguales, el precio de mercado del bien subyacente, se tiene: Posición larga en opción Call más Posición corta en opción Put = Posición larga en el bien subyacente.

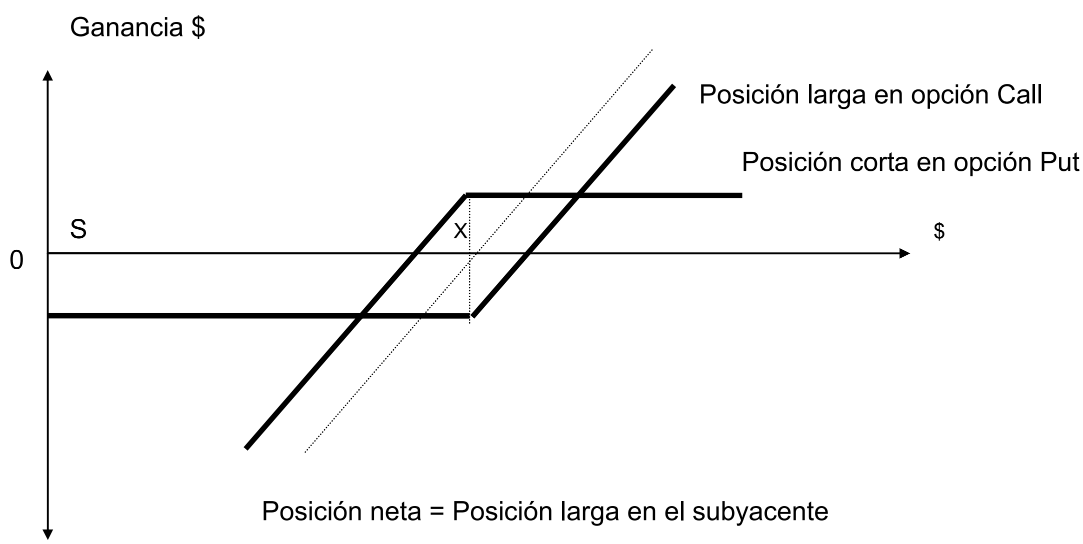


Figura 1.9 La paridad Put – Call

Si las primas de las opciones son tales que dichas opciones no son equivalentes, existen oportunidades para obtener ganancias sin riesgo (hacer arbitraje). En la medida que los arbitristas vendan la opción sobrevaluada y compren la subvaluada, las primas de las opciones Call y Put se alinearan nuevamente.

Cuando el precio de ejercicio de la opción no es igual al precio del mercado del bien subyacente, las opciones de compra y de venta sobre el mismo valor subyacente, por la misma cantidad de dicho bien, igual precio de ejercicio y plazo al vencimiento, ***no*** necesariamente tienen una prima similar. A nivel intuitivo se puede decir que esto se debe a que el precio del bien subyacente puede subir o bajar en el futuro. Si se espera que suba, las opciones de compra serán más caras que las de venta; si se espera que baje, sucederá a la inversa. Por lo tanto en términos generales la paridad Put-Call puede expresarse de la siguiente manera:

Prima de opción Call europea menos la prima de opción de Put europea = valor presente (Precio adelantado del bien subyacente menos el precio de ejercicio).

1.1.4 Las opciones dentro, fuera y en el dinero

Dentro del dinero (in-the-money, ITM): Para una opción de compra, cuando el precio de S es mayor que el de X. En una opción de venta cuando X es mayor que S. Lo que significa que la opción del tenedor tiene valor intrínseco y por lo tanto ejercerá.

El valor intrínseco de un Call, sólo toma valores a partir de precios superiores al precio de ejercicio y su función es una recta. El valor tiempo[1] está determinado por la diferencia entre la curva del valor total o prima y la recta del valor intrínseco. En la figura 1.10 se muestra esta observación.

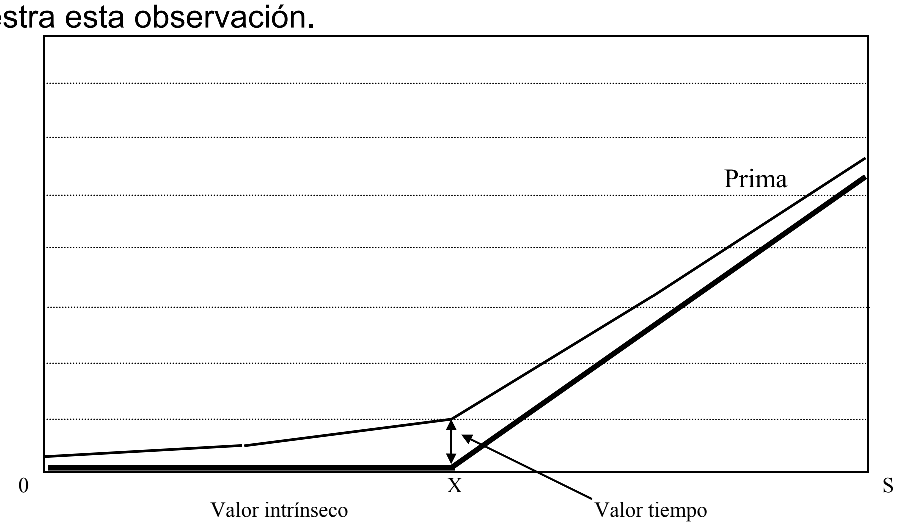


Figura 1.10 Valor de la opción Call (Valor intrínseco y valor tiempo)

[1] El valor tiempo de una opción es la valoración que hace el mercado, de las probabilidades de mayores beneficios con la opción, sí el movimiento del precio de S, es favorable. Es decir, el valor del tiempo tiene una componente probabilística y por consiguiente en su determinación tendrá una importancia decisiva, la distribución estadística que se asuma para las variaciones futuras del precio del subyacente S.

Fuera del dinero (out-of-the-money, OTM): Para una opción de compra, cuando el precio de S es menor que el de X. En una opción de venta cuando X es menor que S. Esto significa que la opción del tenedor no cuenta con valor intrínseco y por tanto el tenedor no ejercerá.

En el dinero (at-the-money, ATM): Cuando el precio de S es igual al precio de X, tanto para opciones de compra como de venta. El valor intrínseco es nulo y su ejercicio no reporta ni beneficio ni pérdida, tanto para el tenedor como para el emisor.

Cuando se valoran las opciones, se asume que el mercado es eficiente, es decir que los precios reflejan plenamente toda la información relevante para el correspondiente valor subyacente. De tal manera que, la mejor estimación del precio futuro sería el precio actual y los precios teóricamente tendrían una distribución normal (véase la figura 1.11).

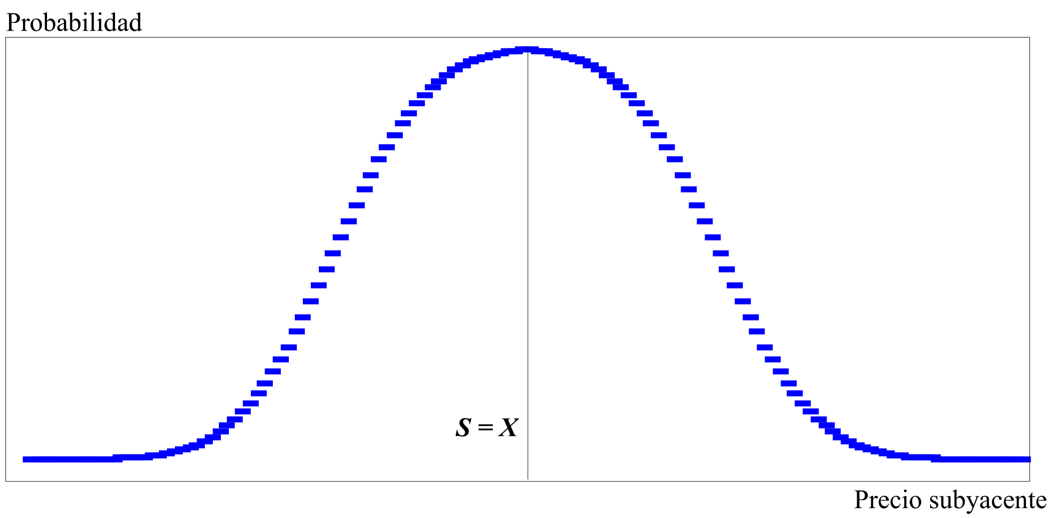


Figura 1.11 Distribución de probabilidad de los precios del subyacente. Opción ATM

En la figura anterior, se considera que la probabilidad que $S = X$ o bien que esté ATM es de 50%, y que $S > X$ es también del 50%.

Cuando se tiene una opción ITM (véase la figura 1.12), existen probabilidades de ganar más valor intrínseco (el área contenida entre X y S), pero también la probabilidad de perder parte del valor intrínseco (el área contenida a la derecha de S), sí se da una evolución de desfavorable de los precios, por lo que siempre el valor del tiempo de una opción ITM será inferior al valor del tiempo de una opción ATM.

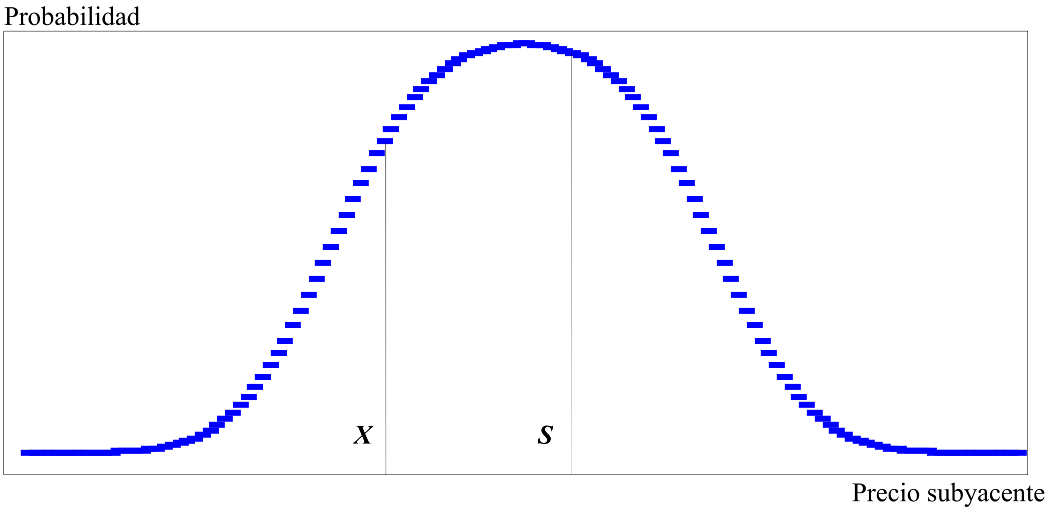


Figura 1.12 Distribución de probabilidad de los precios del subyacente. Opción ITM

Para el caso de una opción OTM (véase la figura 1.13), el área contenida a la derecha de X es inferior a la correspondiente en la opción ATM, lo que significa que su valor tiempo es inferior al de esta opción.

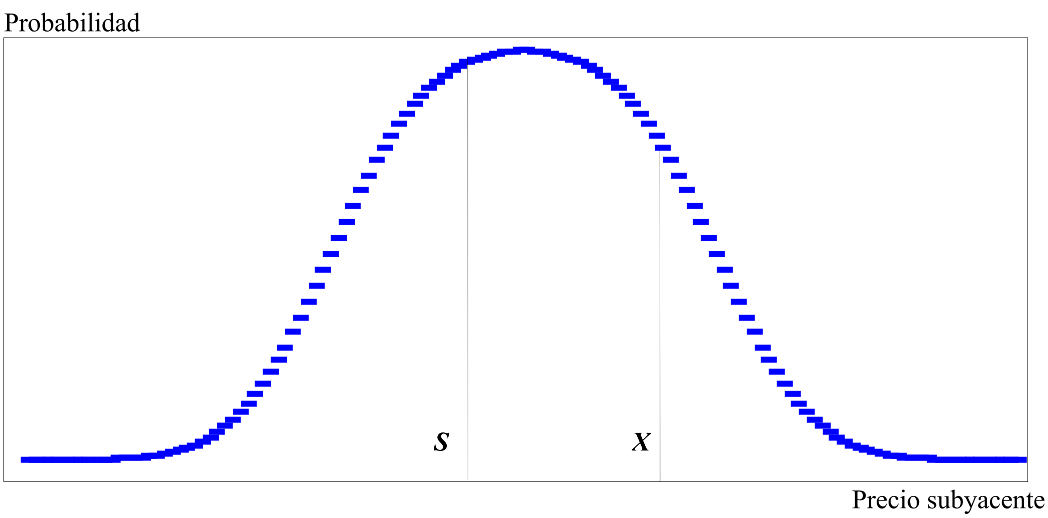


Figura 1.13 Distribución de probabilidad de los precios del subyacente. Opción OTM

1.2 LOS LIMITES DEL VALOR DE LAS OPCIONES

1.2.1 El concepto de arbitraje

El arbitraje es obtener beneficios comprando y vendiendo activos (en este caso opciones) ***si tomar riesgos***. Supóngase que el precio de una acción XYZ, es de $ 10 Dls. en la Bolsa de New York y de $ 117 en la Bolsa de Mexicana de Valores. El tipo de cambio entre ambas monedas es de 1 Dls. Americano = $ 11.20. Sin considerar los aspectos de diferencias horarias, liquidación, fiscalidad etc., un arbitrista habría encontrado una "máquina de hacer dinero" con tres piezas, donde los beneficios por cada acción de XYZ, serían:

Comprar 10 Dólares Americanos con 112 Pesos Mexicanos	= $ 112
Comprar 1 acción XYZ en New York	= $ 112
Vender en México la acción XYZ comprada en NY	= $ 117

En está transacción se obtiene un beneficio de $ 5 ***sin tomar riesgo***, por lo que todo agente estaría dispuesto a realizarla. En un mercado financiero eficiente y en equilibrio, los precios de los activos no permiten realizar operaciones de arbitraje. Otra forma de expresar la idea es que mediante las relaciones de posible arbitraje, se puede determinar los "precios correctos" de los activos financieros. De tal manera que precios de XYZ de 10 Dólares Americanos deben ser iguales a $ 112 Mexicanos, para un Dólar igual a $ 11.20.

1.2.2 El concepto de Portafolio Equivalente

Una cartera o portafolio equivalente, es una acción (activo financiero, valor subyacente) o conjunto de acciones que replican exactamente a otra acción o un conjunto de acciones, donde la naturaleza de la o las acciones de la cartera es diferente a las replicadas.

Supóngase que se tienen dos acciones ó activos, una libre de riesgo y otra con riesgo. En un año los precios de ambos según el precio del petróleo (factor de riesgo), serán los siguientes:

PRECIO EN UN AÑO			
Acción	1 Barril < $ 30	1 Barril > $ 30	Precio actual
I Con riesgo	$ 1000	$ 2500	$ 2200
II Sin riesgo	$ 1000	$ 1000	$ 800
III	$ 3000	$ 4500	$?

Tabla 1.1 Precios del petróleo con diferentes riesgos.

Considerando las dos primeras acciones y que no existen costos operativos ni limitaciones legales, es posible hacer lo siguiente:

Vender una acción con riesgo	= $ 2,200
Comprar dos acciones sin riesgo	= $ -1,600
Excedente	= $,600

Sí el petróleo se sitúa por debajo de $30 Dls, se ganarían $ 1,600 Dls ($ 600 excedente + $ 1,000) ya que la recompra del activo con riesgo costaría $ 1,000 Dls y la venta de los dos activos libres de riesgo se ganarían $2,000 Dls. Si el precio del petróleo supera los $30 Dls, se obtendrían $100 Dls de ganancia ($ 2,000 + $ 600 -$ 2,500), aquí existe también una "maquina de hacer dinero", que necesariamente desaparece en un mercado eficiente.

Supóngase que los precios de los activos libres de riesgo son constantes, el límite superior para el precio de la otra acción sería de $ 2,100 Dls. Por otra aparte el límite inferior para evitar el arbitraje opuesto (compra de una acción con riesgo y venta de la acción libre de riesgo) es de $ 800 Dls. Esto significa que el precio de la acción libre de riesgo debe ser superior a $ 800 Dls e inferior a $2,100 Dls.

Haciendo intervenir la tercera acción y comprando una acción I y dos acciones de II, el precio de esta última sería:

Sí el precio del barril está debajo de $ 30 Dls, el valor de la cartera es de $ 3,000 ($1,000 + 2* $ 1,000). Sí el precio está por arriba de $ 30 Dls, el valor la cartera es de $4,500 Dls, ($ 2,500 + 2* $ 1000). La cartera formada por una acción I y dos acciones II, replica exactamente la acción III. Por tanto la Cartera equivalente de la acción III y en un mercado eficiente y en equilibrio deber tener el mismo precio, es decir el precio de la acción III debe ser de $ 3,700 Dls ($ 2,100 + 2* $ 800).

1.2.3 Los tres límites del valor

Para determinar los límites de las opciones de compra Calls y de venta Puts, es necesario recordar el principio básico de las opciones que es: **el derecho más no la obligación** de comprar o vender una cantidad determinada de un bien a un precio previamente establecido, dentro de un período de tiempo determinado. De ahí que el tenedor de una opción puede abandonar el derecho de ejercer sin penalización, mientras que el emisor no puede hacerlo.

Es posible identificar tres límites o condiciones de fronteras, para la valuación del precio de la prima de las opciones financieras, y son los siguientes:

I) En el caso de una opción Call, el primer límite es el precio del valor subyacente S, ya que nadie puede pagar más por la adquisición de una opción, que por la adquisición del valor subyacente sobre el que está referida la opción. El límite superior del precio de un Call es el precio del valor subyacente S. Para el caso de un Put, nadie puede pagar más por la adquisición de la opción, que el precio al cual puede ser vendido el valor subyacente S. Por lo tanto el límite superior del precio de un Put es el precio de ejercicio X.

II) El segundo límite, es refiere a que el tenedor de la opción tanto Call como Put, puede abandonar o no ejercer su derecho sin penalización alguna (tal como se establece en el principio básico de las opciones), esto significa que el precio de la opción no puede ser negativo, ya que de ser así el comprador de un Call tendría ganancia automática, además de contar con la posibilidad de mayores beneficios en el futuro. Por lo tanto el límite inferior para ambos tipo de opciones es cero.

III) El tercer límite, se refiere al mínimo valor de la opción y depende si ésta es Americana o Europea. Sí la opción es Americana, el valor mínimo será el máximo de cero y la diferencia entre el valor subyacente S y el precio de ejercicio X, para el caso de un Call. Par el caso de un Put, el valor mínimo será el máximo de cero y la diferencia entre el precio de ejercicio X y el valor subyacente S, esto es:

$$C \geq \max[0, S - X] \tag{1.3}$$
$$P \geq \max[0, X - S] \tag{1.4}$$

En el caso de un Call, sí el precio de S se encuentra por encima de X y el Call en el mercado se cotiza en menos que la diferencia S-X, es posible hacer arbitraje comprando el Call, ejerciéndolo inmediatamente y vendiendo S en el mercado. Supóngase que S = \$15, X = \$10 y C = \$ 4.5. Haciendo arbitraje se compra el Call en \$4.5, se ejerce inmediatamente pagando \$ 10, por lo que el monto total por recibir el subyacente es de \$ 14.5, al vender el subyacente inmediatamente, se obtienen \$ 15, lo que significa una ganancia por arbitraje de \$ 0.5. Sea ha dicho anteriormente que en un mercado eficiente y en equilibrio, no es posible hacer arbitraje, lo que prueba que el valor mínimo de una opción Call o Put es acorde con las expresiones 1.3 y 1.4 respectivamente.

Para un Call de tipo Europeo, no es posible ejercer la opción antes de la fecha de vencimiento, consecuentemente no puede realizarse el arbitraje. Sin embargo un límite análogo al tipo Americano, del máximo de cero o la diferencia entre S y el valor presente de X puede mantenerse como arbitraje mediante la siguiente expresión:

$$C \geq \max[0, S - Xe^{-r(T-t)}] \tag{1.5}$$
$$P \geq \max[0, Xe^{-r(T-t)} - S] \tag{1.6}$$

Donde: r = es la tasa de interés
$T - t$ = es el tiempo al vencimiento de la opción

Supóngase dos estrategias. En la estrategia A, el inversionista compra una unidad de S; en la estrategia B, el inversionista compara una opción Call con precio de ejercicio X igual al precio actual de S (en el dinero o ATM), más un cupón cero con valor $Xe^{-r(T-t)}$. Sí a la fecha de vencimiento $S < X$ la estrategia A será valuada en S, pero la estrategia B será valuada en X, porque la opción será más barata mientras el cupón cero acumule valor en X. Por otro lado sí $S > X$, ambos portafolios serán valuados a S. Así la estrategia B será siempre menor que la valuación de A. Por lo tanto $C + Xe^{-r(T-t)} \geq S$ y de este modo el valor mínimo de un Call debe ser $S - Xe^{-r(T-t)}$

1.3 LAS VARIABLES EXÓGENAS EN EL PRECIO DE LAS OPCIONES

Estas variables las determina el mercado, por tal motivo se dicen exógenas al contrato de la opción. Dichas variables son: el precio del valor subyacente, la volatilidad, la tasa libre de riesgo y el pago de dividendos (si fuera el caso).

1.3.1 Precio del valor subyacente *S*

Los movimientos de los precios del valor subyacente S, son la variable que más influye en la determinación del valor de una opción. Las alzas provocan incrementos en las primas de Call y decrementos en las primas de Put, y las bajas de precios el efecto contrario. Estos efectos se ilustran gráficamente en las figuras 1.14 y 1.15. La razón de esta relación se debe a la condición del valor intrínseco tanto de Call como de Put:

$$V_C = \max[0, S - X]$$
$$V_P = \max[0, X - S]$$

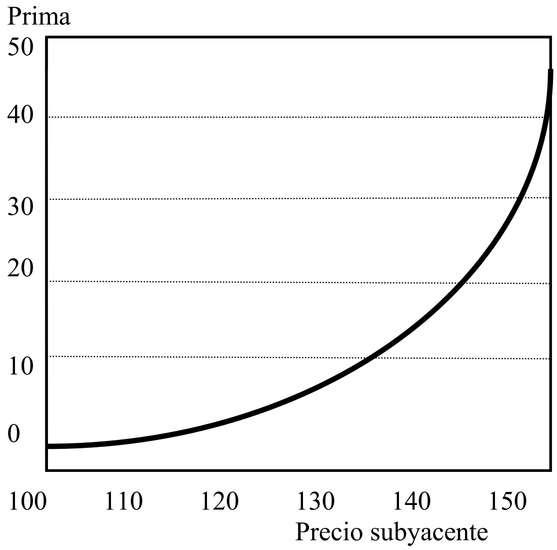


Figura 1.14 Valor de un Call, en función de S

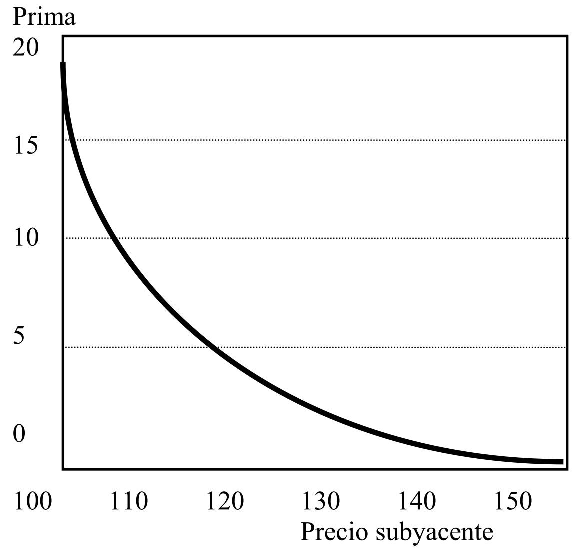


Figura 1.15 Valor de un Put, en función de S

1.3.2 La volatilidad histórica

Los operadores de un mercado de opciones, siempre están interesados en la dirección de los precios del valor subyacente y la "velocidad "con que se mueven, a ésta se conoce como volatilidad. Sí los precios de un valor subyacente no se mueven con la suficiente rapidez, las opciones sobre dicho subyacente valdrán "poco" ya que disminuyen la posibilidad de que el mercado cruce los precios de ejercicio.

Los mercados cuyos precios se mueven lentamente son mercados de baja volatilidad; mientras que los que se mueven a gran velocidad son mercados de alta volatilidad. Si el subyacente es poco volátil, los agentes que acuden al mercado a cubrir riesgos no tienen ningún incentivo para comprar opciones. Por otra parte, la especulación con opciones no tiene ningún sentido en un mercado de baja volatilidad. Cuan mayor volatilidad tenga el subyacente, el rango de precios al vencimiento de la opción será mayor, lo que implica un riesgo superior para los vendedores de opciones y mayores probabilidades de beneficio para los compradores de opciones. En consecuencia el mercado de opciones traducirá los aumentos de volatilidad en aumentos de precios y a la inversa.

Supónganse dos acciones A y B, que valen ambas 10 y que son idénticas excepto por el hecho de que el precio de A es muy estable y apenas fluctúa, mientras que el precio de B sube y baja constantemente. Es evidente que el precio de una opción con un precio de ejercicio X = 12 será mayor para B que para opción idéntica sobre A, ya ésta difícilmente podrá sobrepasar 12 si apenas se mueve, mientras que B se mueve tanto que la probabilidad que sobrepase 12 es mucho mayor.

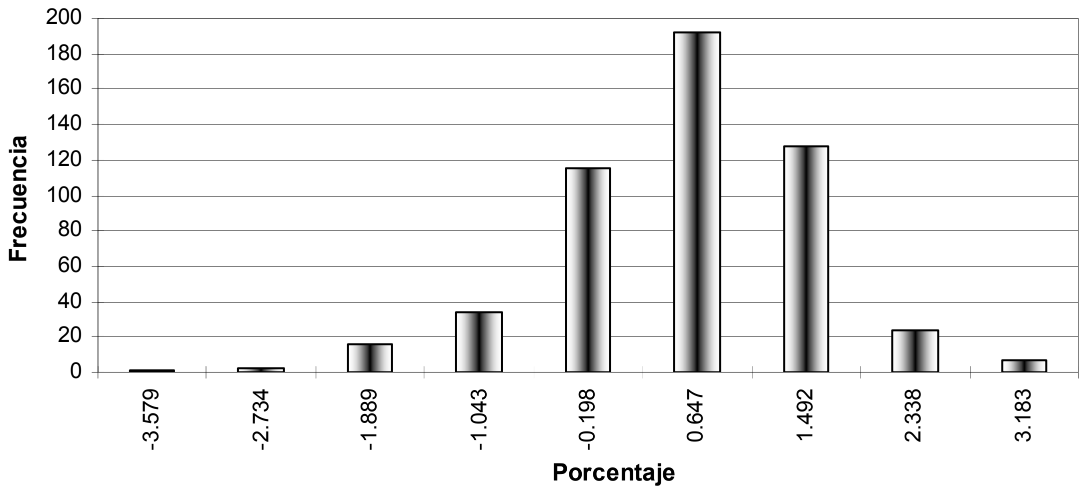


Figura 1.16 Distribución normal de las variaciones del nivel del IPC 2004 – 2007

Clase	*Frecuencia*	*% acumulado*
-3.293	1	0.11%
-2.610	1	0.21%
-1.926	5	0.74%
-1.242	28	3.68%
-0.559	131	17.47%
0.125	381	57.58%
0.809	299	89.05%
1.493	88	98.32%
2.176	15	99.89%
y mayor...	1	100.00%

Tabla 1.2 Distribución de frecuencias de las variaciones del nivel del IPC 2004 - 2007

En las figuras 1.16, 1.17 y se presentan las distribuciones de los rendimientos diarios en los niveles o precios del IPC de la Bolsa Mexicana de Valores, el índice industrial Dow

Jones del NYSE y el índice Standard & Poor's, durante el periodo 2004-2007[2]. Se puede observar en los tres casos, que sus rendimientos asemejan una función de distribución normal, donde las variaciones de los rendimientos del IPC son mayores que las de los índices norteamericanos; lo cual se traduce en una mayor volatilidad. La desviación estándar de los rendimientos del IPC es de 1.17, la del Dow Jones de 0.675 y la del Standard & Poor's de 0.701

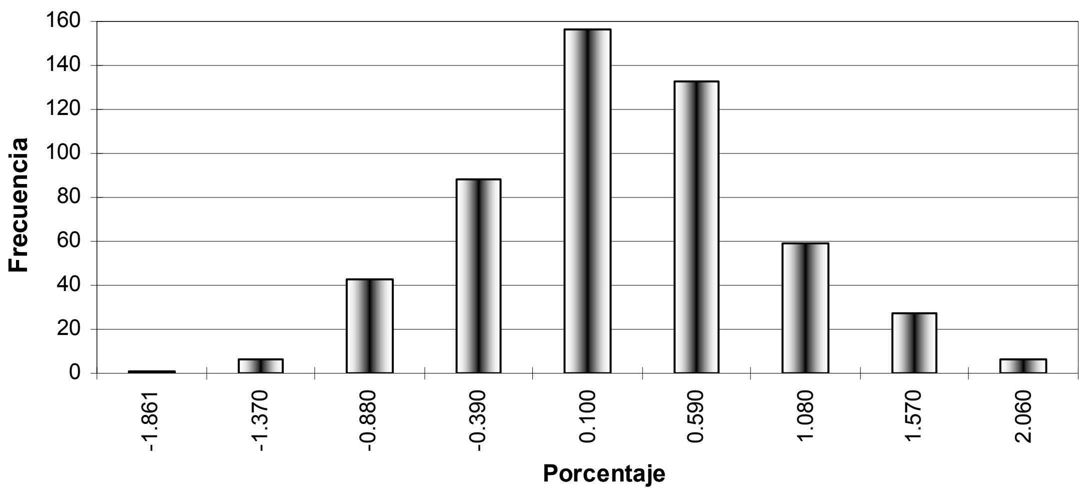


Figura 1.17 Distribución normal de las variaciones del nivel del Índice Dow Jones 2004 – 2007.

Clase	*Frecuencia*	*% acumulado*
-5.802	1	0.11%
-4.236	1	0.21%
-2.670	11	1.37%
-1.104	104	12.32%
0.462	462	60.95%
2.028	331	95.79%
3.594	36	99.58%
5.161	2	99.79%
6.727	2	100.00%
y mayor...	0	100.00%

Tabla 1.3 Distribución de frecuencias de las variaciones del índice Dow Jones 2004 - 2007.

Bajo esta exposición, se puede ver que las opciones y la volatilidad están íntimamente ligadas. De hecho, dado que una gran cantidad de operadores especulan sobre los valores futuros de la volatilidad, es posible conceptualizar a un mercado de opciones como un *mercado de volatilidad.* Esto significa que la "mercancía" sobre la que se realizan muchas transacciones en los mercados de opciones es la propia volatilidad. Hay agentes quienes "compran" y quienes la "venden".

[2] Durante el periodo analizado se registraron 951 precios para cada índice, mismos que produjeron 950 rendimientos y con estos se construyeron los histogramas de frecuencias relativas, que describen en cada caso una función de distribución normal.

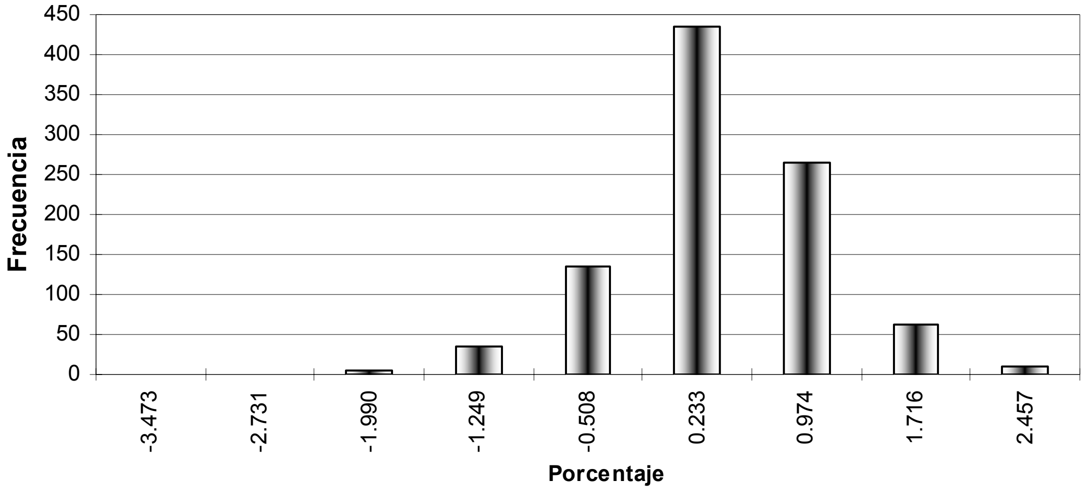


Figura 1.18 Distribución normal de las variaciones del nivel del Índice Standard & Poors 2004 – 2007.

Clase	*Frecuencia*	*% acumulado*
-3.473	1	0.11%
-2.731	1	0.21%
-1.990	4	0.63%
-1.249	36	4.42%
-0.508	136	18.74%
0.233	436	64.63%
0.974	265	92.53%
1.716	62	99.05%
2.457	9	100.00%
y mayor...	1	100.00%

Tabla 1.4 Distribución de frecuencias de las variaciones del índice Dow Jones 2004 - 2007.

Estadísticamente, la volatilidad es la dispersión del rendimiento del valor subyacente (donde el rendimiento son las variaciones del precio) y se puede medir por desviación estándar. En términos más precisos, la volatilidad se puede asociar a la desviación estándar de las variaciones de los precios del subyacente S. En un mercado eficiente, la variación de los precios es totalmente aleatoria y la manera más práctica de simular este comportamiento es a través de la función de distribución normal[3].

El valor medio esperado de las variaciones del precio ($\bar{u}$) es cero. La razón es simple, si el mercado es eficiente, la mejor estimación del precio futuro es el precio de hoy, ya que incorpora toda la información disponible hasta el momento. En consecuencia el mercado estima que la variación con mayor probabilidad de ocurrencia, es la "no variación" es decir cero.

[3] En estudios empíricos realizados sobre distintos subyacentes, se refleja que aunque las variaciones o rendimientos diarios no se comportan exactamente como una distribución normal, si embargo se aproximan bastante a ésta. Tal como se muestra en las gráficas del IPC, Dow Jones, donde ambos muestran claramente que sus rendimientos se distribuyen normalmente.

Para estimar empíricamente la volatilidad histórica del mercado, se emplean entre 90 y 180[4] de los precios de cierre del valor subyacente, la formulación se define a continuación:

$n+1$ = número de observaciones.
S_i = precio de cierre del valor subyacente en el i-ésimo intervalo (i=0,1,2...n)
τ = longitud del intervalo de tiempo en años.

$$u_i = (S_i / S_{i-1})$$

Un estimador insesgado de, σ, de las desviaciones estándar de las u_i está dado por:

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(u_i - \overline{u})^2} \tag{1.7}$$

Donde: $\overline{u}$ es la media de las u_i

La variable s, es por lo tanto un estimador insesgado de la volatilidad $\sigma\sqrt{\tau}$. Donde la volatilidad σ puede ser estimada a partir de s^*.

$$s^* = \frac{s}{\sqrt{\tau}} \tag{1.8}$$

Donde:
s^* = Volatilidad histórica
τ = parámetro para anualizar la volatilidad, y corresponde al número días de negociación del mercado (aproximadamente son 250 días año).

En capítulos posteriores se emplea el modelo de Black & Scholes para calcular el precio de las primas de las opciones, en éste la hipótesis que se realiza sobre las variaciones del subyacente S, es que se comportan según una distribución lognormal, es decir el logaritmo de las variaciones sigue una distribución normal. La utilización de logaritmos convierte la variación de los precios en una tasa de rentabilidad continua que es la más apropiada para los modelos de valuación de opciones. Por tal motivo, el cálculo de volatilidad histórica para Black & Scholes requiere que las variaciones sean:

$$u_i = \ln(S_i / S_{i-1})$$

[4] Véase John Hull; *Options, Futures, and Others Derivative Securities.* (Prentice-Hall International, Inc.) p. 89

1.3.3 Tasa de interés

El tipo de interés empleado para la valuar el precio de puede tomar una opción, está referido al interés compuesto continuamente capitalizado.

El interés simple sobre un activo fijo, aplicado repetidas ocasiones, pudiendo ser: anual, semestral, trimestral, mensual, diario o cualquier otro intervalo de tiempo, es lo que se conoce como interés compuesto.

El valor presente del activo = V_P
El interés para el primer período del valor del activo = $V_P \ (r)$
El valor del activo al cabo del primer período = $V_P + V_P \ (r) = V_P \ (1 + r)$
El interés para el segundo período del valor del activo = $V_P \ (1 + r)\,(r)$
El valor del activo al cabo del segundo período = $V_P \ (1 + r) + V_P \ (1 + r)\,(r) = V_P \ (1 + r)^2$

Para cada nuevo período el valor del activo es el producto de $(1 + r)$ multiplicado por el valor precedente, de tal manera que para n períodos, el valor futuro del activo queda expresado de la siguiente manera:

$$V_F = V_P \ (1 + r)^n \tag{1.9}$$

Donde:

V_F = Valor futuro del activo
V_P = Valor presente del activo
r = Tasa de interés para cada período
n = Número de períodos a capitalizar

Este resultado es conocido como la fórmula básica para el interés compuesto o capitalizable y universalmente aplicado en el medio financiero. Sin embargo la fórmula es en **tiempo discreto**, es decir que la tasa de interés se capitaliza sólo en puntos fijos, que pueden ser: años, meses, días etc. y para el cálculo del precio teórico de las opciones se requiere que la tasa de interés se capitalice en cualquier momento o en **tiempo continuo**.

Mediante análisis matemático[5] se llega a que dicha tasa es posible representarla a través de la siguiente expresión:

$$V_F = V_P \ e^{r(T-t)} \tag{1.10}$$

Despejando *r* de la ecuación anterior se tiene que:

$$\ln V_F = \ln V_P + r(T - t)$$

[5] Véase Robert Cissell, Helen Cissell & David C. Flaspohler; "*Mathematics of Finance" Eighth Edition.* (Houghton Mifflin Company, Boston) p. 183-185.

$$r(T-t) = \ln\left[\frac{V_F}{V_P}\right]$$

El tiempo al vencimiento se requiere expresar en días y anualizado, por lo que finalmente la tasa libre de riesgo continuamente capitalizable queda de la siguiente manera:

$$r = \ln\left(\frac{V_F}{V_P}\right)\left(\frac{360}{T-t}\right)$$

El efecto de la tasa de interés en las opciones se refleja de la siguiente manera: en la medida que una opción Call es un derecho de compra aplazada, tendrá mayor valor cuanto más alto sea el tipo de interés, ya que el valor actual del precio de ejercicio X, será más pequeño. Las opciones Put por el contrario, sufren depreciaciones cuando el tipo de interés sube, y aumentan de valor cuando el tipo de interés baja. Al aportar derechos de venta a un precio determinado, estos efectos se producen por el menor valor actual del precio de ejercicio con tipos de interés altos y el mayor valor actual con tipos de interés bajos.

En cualquier caso, el efecto que los movimientos del tipo de interés ocasiona sobre el precio de las primas, no es muy importante en términos relativos, con relación a los efectos de otros factores. En la figura 1.16 se muestra el efecto en el valor de la prima, al incrementar el tipo de interés.

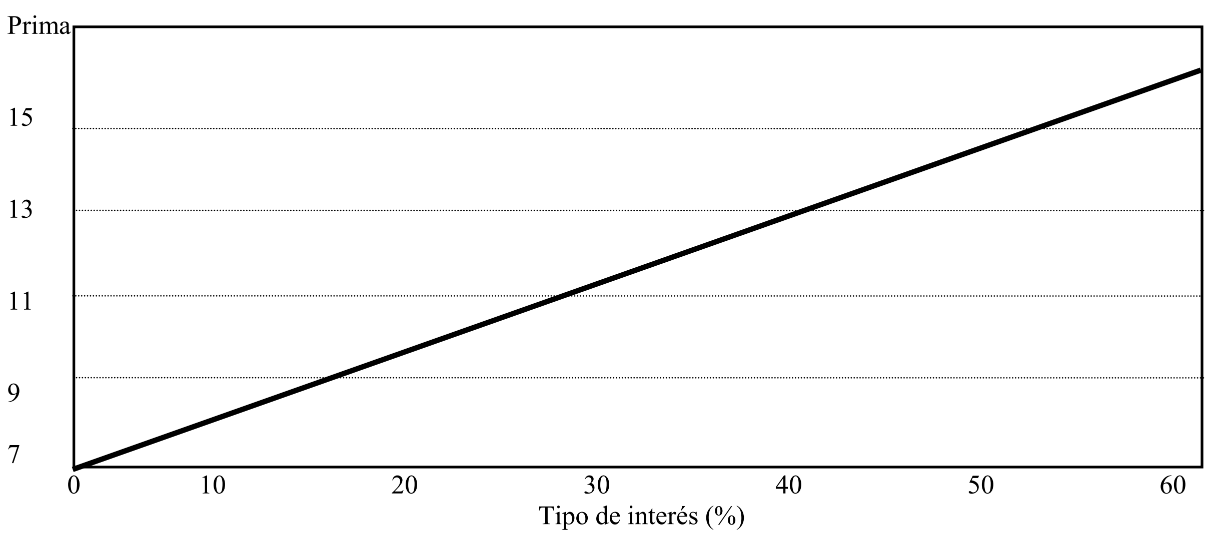


Figura 1.19 Valor de un Call en función del tipo de interés

En la gráfica anterior se observa que un incremento, del tipo de interés de 1 al 60% (para una opción Call) se traduce en tan sólo el doble del precio de la prima. Mientras que el efecto de multiplicar por 60 el valor de la volatilidad, modifica extraordinariamente el valor de la prima.

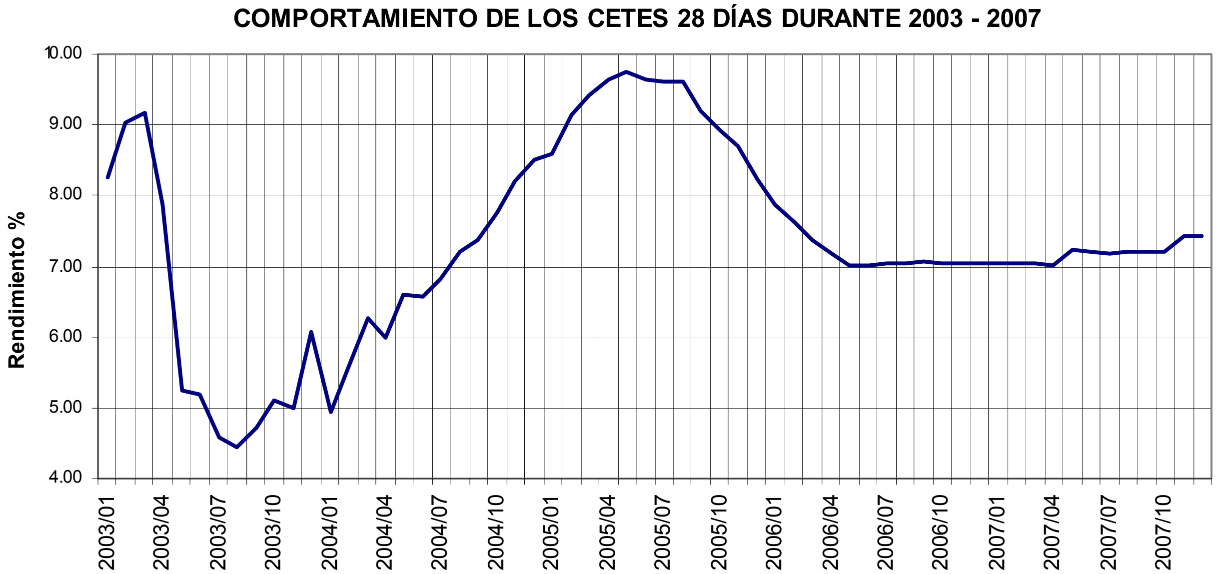


Figura 1.20 Comportamiento de los CETES a 28 días durante 2003 – 2007[6].

En la gráfica anterior se observa que durante el periodo mayo de 2003 a mayo de 2004 el nivel de las tasas de rendimiento del CETE a 28 días, se ubicaron entre 4.5 y 6.0 %, y a partir de esa fecha y hasta el cierre de 2005 oscilaron entre 7.0 y 9.5%, lo que representa un incremento de más del 50% en el costo del dinero. Finalmente, durante el periodo Ene 2006 – Diciembre 2007 las tasas regresaron para mantenerse constantes en niveles de 7.0%.

1.3.4 El pago de dividendos.

En un mercado de acciones se puede asumir que los dividendos suponen, una reducción de las cotizaciones en la medida en que los inversionistas “descuentan” del precio de cada acción los dividendos repartidos. En consecuencia, dado el impacto desfavorable que tienen sobre el precio del valor subyacente, los dividendos afectan positivamente el valor de opciones de Put y de forma negativa el valor de las opciones Call. En este sentido, el concepto de dividendos que es válido para las opciones sobre acciones e índices (IPC, Dow Jones, Nikkei, Ftse, etc.)

En opciones sobre divisas, el equivalente al dividendo es el tipo de interés de la divisa en cuestión. Esto es, un mayor tipo de interés de la divisa, afecta negativamente a las opciones de compra y positivamente a las opciones de venta. Si se trata de opciones sobre bonos, los pagos de cupones de interés afectan negativamente a las Calls y favorablemente a las Puts. En suma, los pagos que por diferentes causas, realice el valor subyacente de referencia, afectan negativamente a las Calls y positivamente a las

[6] Información mensual promedio, obtenida del Banco de Información Económica del INEGI.

Puts. Esta afirmación es cierta siempre que los pagos afecten negativamente el precio del valor subyacente.

1.4 LAS VARIABLES ENDOGENAS EN EL PRECIO DE LAS OPCIONES

Estas variables son determinadas por las condiciones que impone el emisor de la opción, y se encuentran especificadas en el contrato que ampara cada título opcional. Dichas variables son: el tiempo al vencimiento y el precio de ejercicio.

1.4.1 Tiempo al vencimiento

El efecto del tiempo al vencimiento de una opción es importante, porque a mayor plazo tendrá mayor valor. Los compradores de opciones siempre están más interesados en adquirir los contratos con plazos dilatados de vencimiento, mientras que los vendedores preferirán negociar opciones a muy corto plazo. En diferentes mercados de opciones, estas preferencias se traducen en una estructura precios-plazos de vencimiento, siendo los contratos más caros, en términos relativos, los de “largo plazo”.

Este fenómeno de preferencia se conoce como **movimiento Browniano geométrico.** Bajo el cual se supone un movimiento en el precio (tal como se verá en el capítulo 2). La probabilidad de que el precio de ejercicio X, se incremente en cierta cantidad; está en función de la raíz cuadrada del tiempo. De tal manera que la relación entre el tiempo al vencimiento $T\text{-}t$ y el valor de la opción es una función no lineal.

Se ha determinado empíricamente, que sí una opción "fuera del dinero" (OTM) a $T\text{-}t$ días por vencer, tiene un precio de P, la misma opción a $2(T\text{-}t)$ días por vencer, tiene un valor aproximado de $P\sqrt{2}$. En la figura 1.17, se aprecia el valor de una opción en función del plazo al vencimiento.

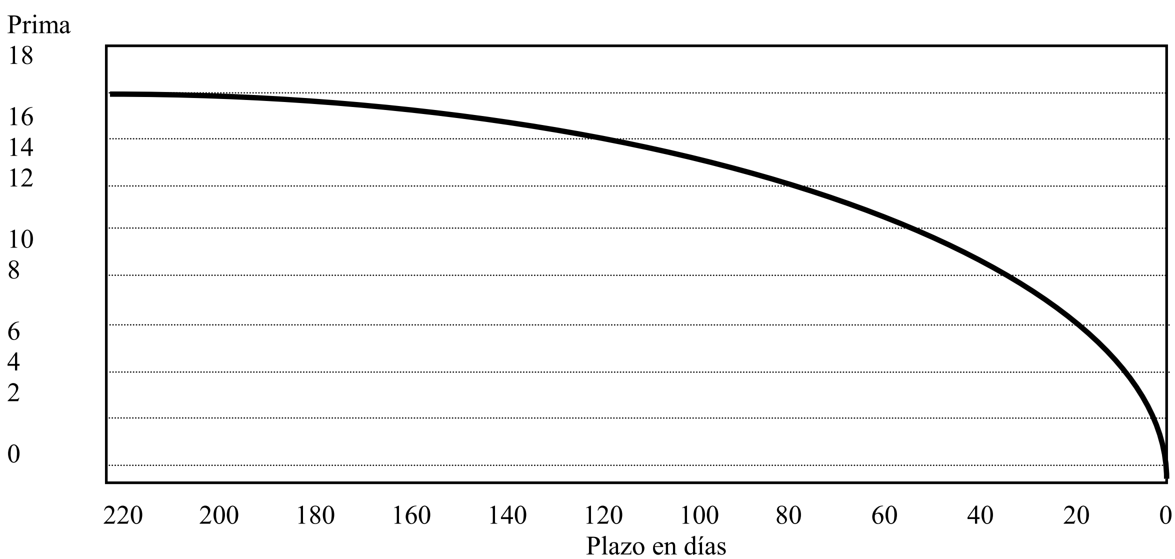


Figura 1.21 Valor de una opción en función del plazo al vencimiento

El paso del tiempo afecta negativamente el precio de las opciones tanto de compra como de venta (siempre que se mantengan constantes las demás variables), y crece conforme se acerca a la fecha de vencimiento. Sí un operador posee una cartera de opciones con plazo al vencimiento corto (dos o tres semanas), debe vigilar permanentemente su cartera y vender rápidamente, salvo que la evolución del valor subyacente S, sea claramente favorable, ya que cada día que transcurre se deteriora su portafolio.

1.4.2 Precio de ejercicio

Es el precio estipulado en el contrato, al cual puede ser comprado el activo de referencia en caso de ejercerse la opción. Las opciones de compra Call tienen un precio mayor, cuanto menor sea su precio de ejercicio, mientras que para las opciones venta Put, un mayor precio de ejercicio supone una mayor prima.

Supóngase que dos Calls referidos al mismo valor subyacente S, y sus restantes términos (las variables que influyen en el precio) están en igualdad de circunstancias; excepto el precio de ejercicio X. Un Call tiene precio de ejercicio de 100 y el otro de 120. Así el Call con mayor precio de ejercicio tiene menos posibilidades de estar ITM, comparado con el que tiene 100.

CAPÍTULO DOS

COMPORTAMIENTO DE LOS PRECIOS DEL VALOR SUBYACENTE

En este capítulo se describen los supuestos para modelar el comportamiento del precio del valor subyacente, basado en los procesos estocásticos de variable continua, donde el "precio" cambia de valor en el tiempo de forma incierta. Se asume además, que toda la información que afecta el precio del valor subyacente está contenida en su valor actual y por lo tanto el pasado no influye en la predicción del futuro. Se hace hincapié en que los actuales modelos de valuación de opciones no se originaron en la teoría financiera sino en la Física, con los trabajos de Albert Einstein y M. Von Smoluchowski a principios de siglo pasado sobre el "Movimiento Browniano".

2.1 PROCESO ESTOCÁSTICO DEL VALOR SUBYACENTE.

Toda variable cuyo valor cambia en el tiempo de forma incierta, se dice que sigue un proceso estocástico. Estos procesos se clasifican como de "tiempo discreto" y de "tiempo continuo". Un proceso estocástico de tiempo discreto, es aquel en el cual el valor de la variable cambia sólo en ciertos momentos determinados. Un ejemplo puede ser al lanzar un dado; y cuyo valor obtenido no cambia hasta volver a lanzarlo. Uno de tiempo continuo es aquel en el que los cambios pueden tomar lugar en cualquier momento. Un ejemplo es la temperatura ambiente a largo del día la cual cambia constantemente.

Dichos procesos también pueden clasificarse como procesos estocásticos de "variable discreta" y de "variable continua". En el primero, la variable puede tomar únicamente ciertos valores numerables específicos (ya sea finito o infinito). Retomando el ejemplo del lanzamiento del dado; el número obtenido tiene sólo seis posibles resultados y por lo tanto una probabilidad fija. Mientras que en los de variable continua, ésta puede tomar cualquier valor dentro de un cierto intervalo. Supóngase que se observa el intervalo de tiempo entre dos llegadas consecutivas a un servicio, si el dispositivo de medición puede medir el tiempo hasta una décima de segundo, entonces un intervalo de 83.4 seg. Puede realmente tomarse como la media y el verdadero valor se encuentra entre 83.35 y 83.45 seg. Por lo tanto en el caso continuo es más lógico visualizar las probabilidades de intervalos que de puntos en particular.

En general el comportamiento de los precios accionarios suele seguir procesos de variables discretas, como ejemplo la acción de AMX L sólo puede variar en de una centésima de punto base (la puja), como podría ser 31.25 $\rightarrow$ 31.26, pero nunca 31.25432, sin embargo es común tratarlos como si fueran de variable continua porque en la práctica los movimientos mínimos permitidos son tan pequeños que importa poca la distinción, y el cálculo diferencial e integral continuo es más sencillo que el discreto. Por lo que respecta al tiempo, podría decirse que los precios de los activos subyacentes, también siguen procesos de tiempo discreto, ya que casi todos los mercados cierran al menos una vez al día y durante este tiempo los precios no pueden variar. No obstante en la práctica los precios siguen cambiando aún cuando el mercado este cerrado, ya que el precio de apertura no tiene por que ser el mismo de cierre del día anterior. Algunos Estudios han demostrado que cambia menos cuando el mercado está cerrado, pero no cabe duda que cambia. Por tanto es congruente suponer que ***el proceso estocástico seguido por los activos financieros es un proceso de variable continua y tiempo continuo.***

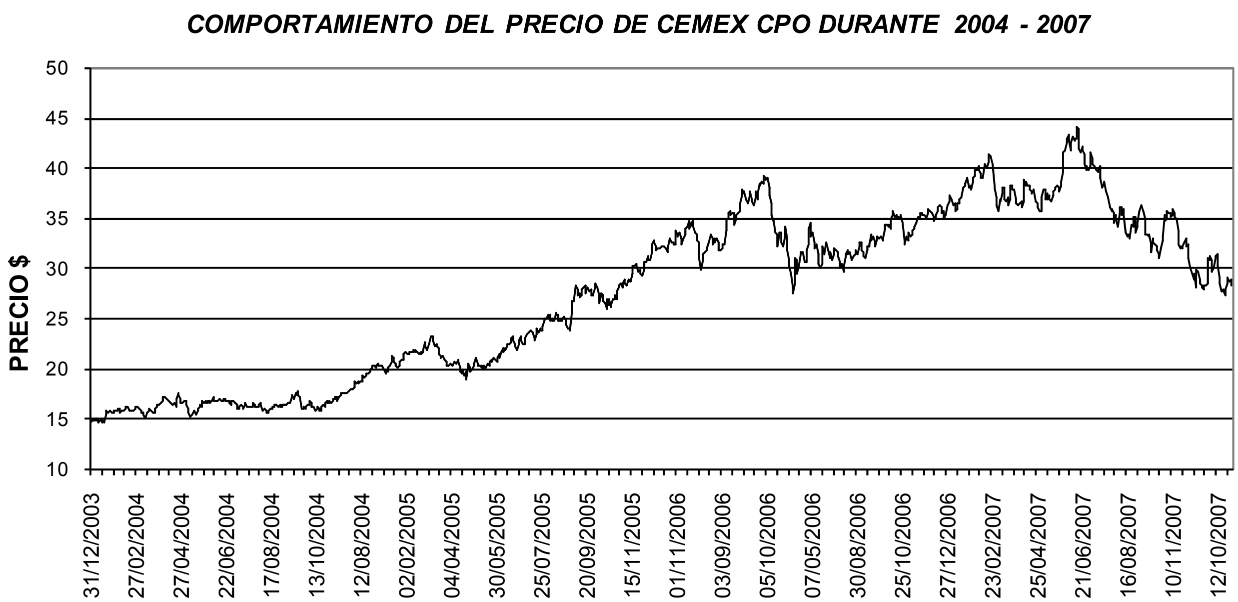


Figura 2.1 Comportamiento del precio de CEMEX CPO durante 2004 - 2007.

En la gráfica anterior al inicio de 2004 la emisora CEMEX CPO se encontraba en niveles de \$15.00 y cerró el 2005 en niveles de \$31.00, lo que significa un rendimiento superior al 115%[1], para finales de 2006 el precio se ubicó en \$36.61 y alcanzó su máximo el 15 de junio de 2007 en \$44.04 y cerró el 2007 en \$28.29. El rendimiento nominal acumulado durante el período 2004 – 2007 fue de 93%.

[1] Los precios de la emisora han sido ajustados por aplicación de un Split 2 a 1 en junio de 2005. Información proporcionada por la Subdirección de Estadística de la Bolsa Mexicana de Valores.

2.2 EL PROCESO DE MARKOV.

Los procesos estocásticos poseen la propiedad de Markov, donde el pasado no influye en la predicción del futuro, solo se requiere conocer el estado actual del proceso para hacer predicciones sobre su futuro.

Se asume convencionalmente en los medios financieros, que los activo subyacente siguen procesos de Markov y toda la información que afecta a su precio está contenida en su valor actual; no es posible hacer predicciones sobre su evolución ni obtener información adicional sobre la forma de su distribución de probabilidades, teniendo como referencia el pasado. El valor actual es la única variable que cuenta. Se puede utilizar el pasado para obtener información de naturaleza estadística como: el valor medio, la varianza la desviación estándar etc., pero el camino exacto seguido por los precios hasta el presente no tiene importancia.

Bajo este supuesto todo activo subyacente puede sufrir incremento o decremento en su precio en tiempo t_1, sin que este dependa de t_0. Su comportamiento es incierto.

2.3. EL PROCESO WINER

Es importante señalar que la mayor parte de la información necesaria para el desarrollo de los actuales modelos de valuación de opciones, no se originó de la teoría financiera, sino del trabajo de Albert Einstein y M. Von Smoluchowski a principios de siglo pasado sobre el "*Movimiento Browniano*", (que es el movimiento aleatorio de pequeñas partículas de polvo de polen suspendidas en gas, sujetas a un gran número de choques moleculares), así como de la teoría cinética de los gas.

Los modelos de comportamiento de precios accionarios, generalmente son expresados es términos de dicho *Movimiento Browniano*, también conocido como proceso de Wiener. Lo que a su vez es un caso particular del proceso estocástico de Markov.

El comportamiento de una variable, z, que sigue un proceso Wiener puede entenderse considerando los cambios en su valor en pequeños intervalos de tiempo. Supóngase un pequeño intervalo de tiempo de longitud Δt y defínase Δz como el cambio en z durante Δt.Existen dos propiedades básicas de Δz:

1. Δz está relacionada con Δt por la ecuación

$$\Delta z = \varepsilon\sqrt{\Delta t} \tag{2.1}$$

Donde: ε es una variable aleatoria de una distribución normal estandarizada, es decir que se distribuye normalmente con media cero y desviación estándar de 1.0

2. Los valores de Δz para cualesquiera dos intervalos de tiempo diferentes Δt, son independientes. Lo que equivale a decir que el proceso es un proceso Markov.

El proceso así obtenido en el límite $\Delta t \to 0$ es un proceso Wiener.

De acuerdo con la propiedad 1, Δz se distribuye normalmente con las siguientes características:

Media de $\Delta z = 0$
Desviación estándar de $\Delta z = \sqrt{\Delta t}$
Varianza de $\Delta z = \Delta t$

De la propiedad 2, se tiene que z sigue un proceso de Markov.
Considérese el incremento en el valor de z durante un intervalo de tiempo relativamente grande, T. Denotándose como $z(T) - z(0)$. Lo cual se puede expresar como la suma de incrementos en z en N pequeños intervalos de tiempo, de longitud Δt, donde:

$$N = \frac{T}{\Delta t}$$

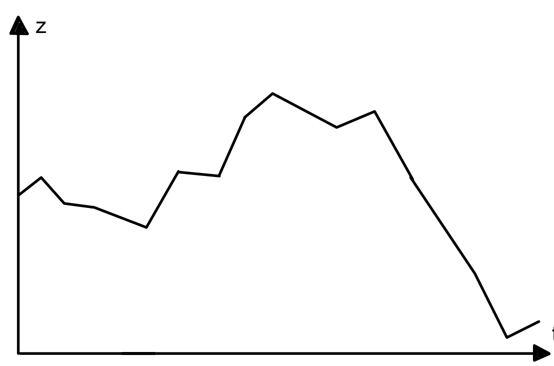
Así

$$z(T) - z(0) = \sum_{i=1}^{N} \varepsilon_i \sqrt{\Delta t} \qquad (2.2)$$

Donde las $\varepsilon_i (i = 1,2,\ldots,N)$ son variables aleatorias de una distribución normal estandarizada. Por la propiedad 2, las $\varepsilon_i's$ son independientes unas de otras. Continuando con la ecuación, $z(T) - z(0)$ está normalmente distribuida con:

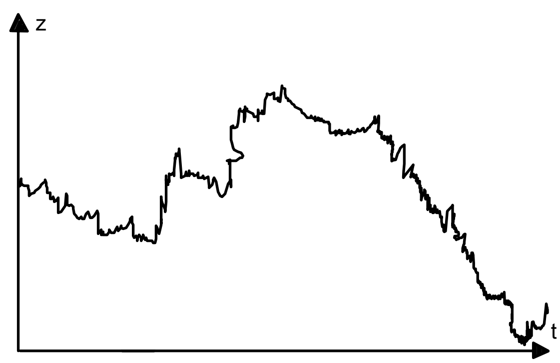
Media de $z(T) - z(0) = 0$
Desviación estándar de $[z(T) - z(0)] = \sqrt{T}$
Varianza de $[z(T) - z(0)] = N\Delta t = T$

El resultado proviene de la propiedad de las distribuciones normales según la cual, toda variable que es a la vez la suma de N variables normales independientes Z_i, es a su vez una variable normal cuya varianza es la suma de las varianzas de todas las Z_i, y cuya media es la suma de las medias de todas las Z_i.



(a)

(b)



(c)

Figura 2.2 Proceso de Wiener cuando $\Delta t \to 0$, de acuerdo con la ecuación 2.1. (a) Cuando el valor de Δt es relativamente grande, (b) cuando el valor de Δt es pequeño, (c) es el verdadero proceso de Wiener obtenido por $\Delta t \to 0$

En un cálculo ordinario se procede con pequeños cambios hacia el límite, de tal forma que estos pequeños cambios converjan a cero. Así $\Delta y / \Delta x$ se convierte en dy / dx en el límite. Es posible proceder de igual manera con los procesos estocásticos de tiempo continuo. Un proceso Wiener es el límite, a medida que $\Delta t \to 0$ del proceso descrito para z. Análogamente es posible escribir el límite de la ecuación (2.1) como:

$$dz = \varepsilon \sqrt{dt} \tag{2.3}$$

Que puede a su vez generalizarse incluyendo un término que es una función determinística del tiempo transcurrido y una varianza por unidad de tiempo que no sea necesariamente 1.0. El proceso resultante para una variable de x en términos de dz se define de la siguiente manera:

$$dx = adt + bdz \tag{2.4}$$

Donde a y b son constantes

El término adt implica que x tiene una tasa de cambio de a por unidad de tiempo, representa la parte determinista de la evolución de x y corresponde a la tendencia general del movimiento de x (véase la figura 2.2).

$$dx = adt$$

Lo que implica que

$$\frac{dx}{dt} = a$$

O bien que

$$x = x_0 + at$$

Donde x_0 es el valor de x en el tiempo cero. En un intervalo de tiempo de longitud T, con incrementos de x de aT. Por lo que respecta a término bdz, representa la parte aleatoria y por lo tanto impredecible del movimiento de x, el "ruido". El monto de esta variable es b veces un proceso de Wiener. En un pequeño intervalo de tiempo Δt para el cambio en el valor de x, donde Δx está dado por

$$\Delta x = a\Delta t + b\varepsilon\sqrt{\Delta t} \tag{2.5}$$

Donde ε es una muestra de una distribución normal estandarizada. De tal manera que Δx tiene una distribución normal con las siguientes características:

Media de $\Delta x = a\Delta t$
Desviación estándar de $\Delta x = b\sqrt{\Delta t}$
Varianza de $\Delta x = b^2\Delta t$

Argumentos similares a los anteriores muestran que el cambio en el valor de x en algún intervalo de tiempo T está normalmente distribuido con

Media de cambio en $x = aT$
Desviación estándar de cambio en $x = b\sqrt{T}$
Varianza de cambio en $x = b^2T$

De tal modo que es posible decir que un proceso Wiener generalizado tiene una tasa de cambio de a y una tasa de varianza de b^2, tal como se ilustra en la figura 2.2

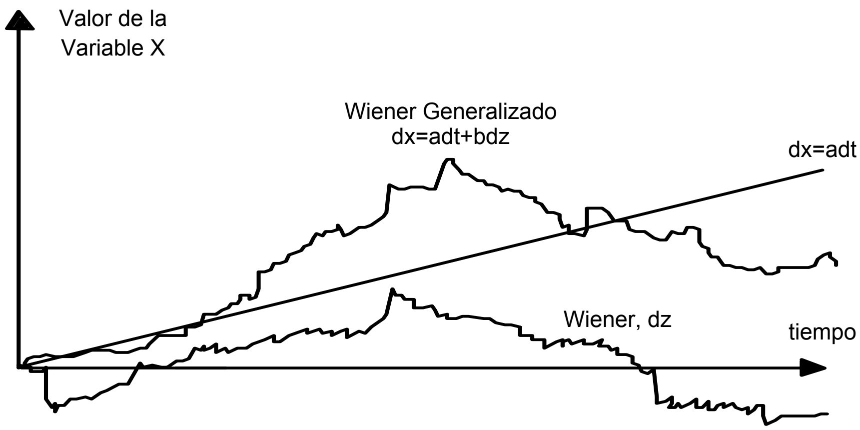


Figura 2.3 Proceso generalizado de Wiener a = 0.3, b = 1.5

La función de densidad de probabilidad de una variable Wiener es una distribución normal, con media *at* y desviación estándar de *b*. La formula general es:

$$\phi\left(x, \sigma\sqrt{t}\right) = \frac{1}{\sigma\sqrt{t}\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2 t}}$$

Y la normal acumulada $N\left(x, \sigma\sqrt{t}\right)$ es su integral:

$$N\left(x, \sigma\sqrt{t}\right) = \frac{1}{\sigma\sqrt{t}\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} dx$$

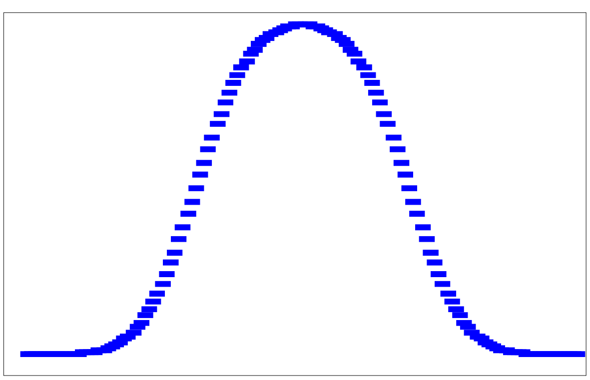


Figura 2.4 $\phi\left(x, \sigma\sqrt{t}\right)$

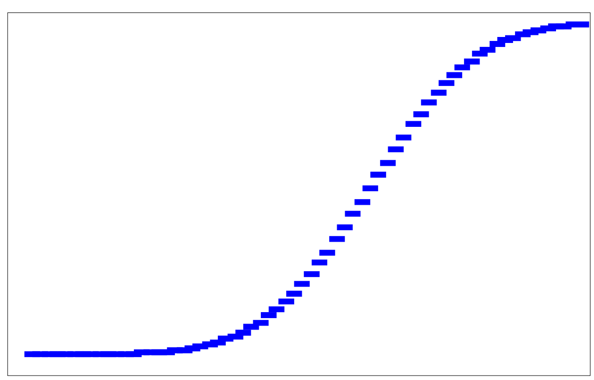


Figura 2.5 $N\left(x, \sigma\sqrt{t}\right)$

2.3.1 *El proceso de Wiener aplicado a los precios del valor subyacente*

De acuerdo con lo descrito anteriormente, es posible suponer que los precios accionarios siguen un proceso de Wiener generalizado, sin embargo el supuesto de una tasa de cambio constante es inapropiado y requiere ser reemplazado por el supuesto de que el cambio esperado, expresado como una porción del valor subyacente es constante. Dicho de otro modo, implica que la tasa de cambio de S es μS para algún parámetro constante de μ. Así en un pequeño intervalo de tiempo Δt, el incremento esperado en S es $\mu S\Delta t$. Donde el parámetro μ, es el rendimiento esperado sobre el valor subyacente S, expresado en decimales.

Sí la tasa de varianza del valor subyacente S, fuera siempre cero, el modelo implicaría que

$$dS = \mu S dt$$

O bien que

$$\frac{dS}{S} = \mu dt$$

Por lo tanto

$$S = S_0 e^{\mu t} \tag{2.6}$$

Donde S_0 es el precio del valor subyacente en el tiempo cero. En esta ecuación se muestra que cuando al tasa de varianza es cero, el valor subyacente crece a una tasa continuamente capitalizada[2] de μ, por unidad de tiempo.

En la práctica esto no sucede exactamente, ya que el precio del valor subyacente presenta volatilidad. Un supuesto razonable para tratar la volatilidad, es que la varianza del rendimiento porcentual en un período corto de tiempo Δt es la misma, independientemente del precio del valor subyacente. En otras palabras, un inversionista tiene incertidumbre en cuanto a los rendimientos porcentuales esperados, lo mismo cuando el precio del subyacente es $100 que cuando es $20.

Consideraciones del comportamiento de los precios del valor subyacente:

I) El precio de una acción o de una divisa no puede ser jamás negativo, por lo que el proceso que pretenda describe su evolución, debe ser tal que impida la aparición de valores negativos.

II) El movimiento en el precio de una acción es aproximádante, proporcional a su valor; es decir que si el valor de una acción se encuentra es este momento en 10, puede variar, por ejemplo entre 9 y 11 en un mes.

Resulta claro que un proceso sencillo como el Wiener $dx = adt + bdz$, no representa adecuadamente el comportamiento del precio de las acciones, puesto que:

[2] Véase el inciso 1.3.3 correspondiente a tasa de interés continuamente capitalizable.

- Admite valores negativos de x; si se empieza con x ligeramente positivo con unos cuantos dz negativos pronto se tiene x negativa.

- La varianza de b es independiente de x, por lo que sigue teniendo el mismo valor cuando x es casi igual a cero que cuando x es muy grande.

Por lo tanto se requiere que S sea representada por un proceso que defina al precio de un valor derivado en función de las variables estocásticas subyacentes al valor derivado y el tiempo. Donde dicho proceso tiene una tasa instantánea de cambio esperada de μS y una tasa de varianza instantánea de $\sigma^2 S^2$, esto puede escribirse (partiendo del proceso de wiener) de la siguiente manera:

$$dS = \mu S dt + \sigma S dz$$

O bien

$$\frac{dS}{S} = \mu dt + \sigma dz \tag{2.7}$$

Al disminuir S disminuye su desviación estándar σS por lo que la magnitud de las fluctuaciones estocásticas siempre es proporcional al valor de S, y al disminuir S disminuye sus fluctuaciones tanto, que nunca puede llegar a alcanzar valores negativos. Este proceso es conocido como Movimiento Browniano Geométrico[3], y es el proceso comúnmente usado para describir la evolución del precio de una acción o de una divisa.

El término σ es la volatilidad de S, es decir la desviación estándar de sus rendimientos, mientras que el término μ corresponde al rendimiento esperado no diversificable de S si éste es una acción o bien al diferencial de tasas de interés si S es una divisa.

Si la volatilidad σ=0, se tiene que $\frac{dS}{S} = \mu dt$, e integrando

$$\int \frac{dS}{S} = \int \mu dt \Rightarrow S \infty e^{\mu t}$$

Ejemplo. Considérese una acción que tiene volatilidad del 40%, con un rendimiento esperado del 20% anual. Esto implica que $\mu = 0.20$ y $\sigma = 0.40$. El proceso para el valor subyacente es:

$$\frac{dS}{S} = 0.20dt + 0.40dz$$

Sí S es el precio del valor subyacente en un tiempo cualquiera, ΔS es el incremento en el precio del subyacente en el siguiente intervalo de tiempo,

[3] En honor al botánico inglés Robert Brown que en 1827, analizó el movimiento de partículas de polen en el agua, y lo asoció a las teorías vitalistas de la vida, argumentando que ese movimiento era propio de la materia viviente, y relacionado con los mecanismos de la reproducción.

$$\frac{\Delta S}{S} = \mu\Delta t + \sigma\varepsilon\sqrt{\Delta t} \qquad (2.8)$$

$$\frac{\Delta S}{S} = 0.20\Delta t + 0.40\varepsilon\sqrt{\Delta t}$$

Donde ε es una variable aleatoria con distribución normal estandarizada. Suponiendo un intervalo de tiempo de una semana ó 0.0192 de año y que el precio inicial de la acción o subyacente, es de $ 50. Entonces $\Delta t = 0.0192$, $S = 50$ y

$$\Delta S = 50(0.00384 + 0.0554\varepsilon)$$

Lo que índica que el incremento del precio del subyacente, es una muestra aleatoria distribuida normalmente con media de $0.192 y desviación estándar de $2.77

De la ecuación (2.8) $\Delta S / S$ se distribuye normalmente con media $\mu\Delta t$ y desviación estándar $\sigma\sqrt{\Delta t}$. En otras palabras.

$$\frac{\Delta S}{S} \approx \phi(\mu\Delta t, \sigma\sqrt{\Delta t}) \qquad (2.9)$$

Donde: $\phi(m,s)$ denotan la distribución normal con media m y desviación estándar s. Que aplicado al ejemplo resulta:

$$\frac{\Delta S}{S} = (0.00384 + 0.0554)$$

Una simulación del precio de la acción puede ser obtenida muestreando repetidamente de $\phi(0.00384 + 0.0554)$. El procedimiento para lograrlo, es muestrear valores de υ_1, de una distribución normal estandarizada (con media 0 y desviación 1.0) y luego convertir éstos en muestras υ_2, de $\phi(0.00384 + 0.0554)$ usando:

$$\upsilon_2 = 0.00384 + 0.0554\upsilon_1$$

En la siguiente tabla se muestra una simulación, de los movimientos en el precio de una valor subyacente, suponiendo el precio inicial S = $ 50

SIMULACION DE PRECIOS DEL VALOR SUBYACENTE
$\mu = 0.20$ Y $\sigma = 0.40$ CON PERÍODO DE LONGITUD DE 0.0192 DE AÑO

Precio de S al inicio del período	Muestra aleatoria υ_1 de $\phi(0,1)$	Muestra aleatoria υ_2, con $\phi(0.0384 + 0.0554)$	Cambio en el precio de S durante el período
50.000000	0.52	0.032662	1.633076
51.633076	1.44	0.083653	4.319284
55.952360	-0.86	-0.043826	-2.452188
53.500172	1.46	0.084762	4.534779
58.034952	-0.69	-0.034404	-1.996631
56.038321	-0.74	-0.037175	-2.083238
53.955083	0.21	0.015479	0.835196
54.790278	-1.10	-0.057129	-3.130092
51.660186	0.73	0.044301	2.288597
53.948783	1.16	0.068134	3.675755
57.624538	2.56	0.145731	8.397656

Tabla 2.1

El precio de 57.624538 es una muestra aleatoria de la distribución de precios del valor subyacente S, al final de 10 intervalos de tiempo.

CAPÍTULO TRES

EL MODELO DE BLACK & SCHOLES

En el presente capítulo se establecen las bases que sustentan el modelo de Black & Scholes, hasta llegar a la derivación de la formula para valuar la opciones call y put estilo Europeo. También se detalla la aplicación del modelo para valuar opciones sobre futuros, conocido como Black76. Del mismo modo se plantea la modificación del modelo por el pago de dividendos, así como los parámetros de sensibilidad derivados del mismo; que describen el comportamiento de las opciones bajo diferentes escenarios.

El modelo tiene su origen en la publicación hecha por Fischer Black y Myron Scholes en 1973 en el Journal of Political Economy, titulado "*la valuación de opciones y de responsabilidades corporativas*". El modelo planteado en el documento es conocido en el ámbito financiero como el modelo de Black-Scholes-Merton, y aceptado desde entonces, como uno de los modelos matemáticos más influyentes en las grandes decisiones financieras a nivel mundial. Se emplea para valuar el precio teórico de las opciones financieras call y put de tipo europeo.

Con base en la propiedad lognormal de los valores subyacentes se probó tanto para el IPC como para la emisora Walmex V, que sus rendimientos diarios durante el intervalo 2003 – 2007, efectivamente se distribuyen lognormalmente.

3.1 EL LEMA DE ITO

El precio de una opción es una función del precio del valor subyacente y el tiempo. En términos generales se puede decir que el precio de cualquier producto derivado, es una función de las variables estocásticas del valor subyacente y el tiempo. Un resultado del comportamiento de las funciones de variables estocásticas es conocida como el Lema de ITO (matemático, autor de "On stochastic differential equations"). Los procesos de ITO son una generalización de los procesos de Wiener en que a y b pueden a su vez ser funciones determinísticas del valor de x y t.

Supóngase que el valor de una variable x sigue un proceso ITO

$$dx = a(x,t)dt + b(x,t)dz \quad (3.1)$$

Donde *dz* es un proceso Wiener y a y b son funciones de x y t. La variable x tiene una tasa de cambio de a y una tasa de varianza de b^2. El proceso de ITO muestra que una función G de x y t sigue el proceso:

$$dG = \left(\frac{\partial G}{\partial x} a + \frac{\partial G}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 G}{\partial x^2} b^2 \right) dt + \frac{\partial G}{\partial x} b dz \quad (3.2)$$

Donde dz es el mismo proceso Wiener que en la ecuación anterior, de tal manera que G también sigue un proceso ITO. Y tiene una tasa de cambio de:

$$\frac{\partial G}{\partial x} a + \frac{\partial G}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 G}{\partial x^2} b^2 \quad (3.3)$$

Y su varianza de

$$\left(\frac{\partial G}{\partial x} \right)^2 b^2$$

En la ecuación (2.7) se argumento que

$$dS = \mu S dt + \sigma S dz$$

Con μ y σ constantes es un modelo razonable del movimiento de precios del valor subyacente. Sustituyendo en el lema de ITO una función G de S y t es:

$$dG = \left(\frac{\partial G}{\partial x} \mu S + \frac{\partial G}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 G}{\partial x^2} \sigma^2 S^2 \right) dt + \frac{\partial G}{\partial x} \sigma S dz \quad (3.4)$$

Nótese que en ambas ecuaciones (2.7) y (3.4) S y G son afectadas por la misma fuente de incertidumbre del valor subyacente, dz.

Ejemplo: Sea F el precio de un contrato, con tasa de interés libre de riesgo constante e igual a r, donde F está definida por la siguiente ecuación:

$$F = Se^{r(T-t)} \quad (3.5)$$

Esto significa que

$$\frac{\partial F}{\partial S} = e^{r(T-t)}, \qquad \frac{\partial^2 F}{\partial S^2} = 0, \qquad \frac{\partial F}{\partial t} = -rSe^{r(T-t)}$$

Suponiendo que S sigue un movimiento geométrico Browniano con rendimiento esperada de μ y volatilidad σ (proceso de la ecuación 2.4). El proceso de F está dado por:

$$dF = \left[e^{r(T-t)}\mu S - rSe^{r(T-t)}\right]dt + e^{r(T-t)}\sigma S dz \qquad (3.6)$$

Sustituyendo $F = Se^{r(T-t)}$, se tiene que

$$dF = (\mu - r)Fdt + \sigma F dz \qquad (3.7)$$

Del tal forma que F también sigue un movimiento geométrico Browniano. Tiene la misma volatilidad de S y una tasa de crecimiento esperado igual a $\mu - r$.

3.1.1 Aplicación del Lema de ITO

El proceso seguido por $ln\ S$, es posible derivarlo a partir del Lema de ITO, de la siguiente manera:

$$G = \ln S \qquad (3.8)$$

Donde: $\frac{\partial G}{\partial S} = \frac{1}{S}$ $\qquad \frac{\partial^2 G}{\partial S^2} = -\frac{1}{S^2}$ $\qquad \frac{\partial G}{\partial t} = 0$

De acuerdo con la ecuación (3.4) el proceso seguido por G es:

$$dG = \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)dt + \sigma dz \text{ (Lema de ITO).} \qquad (3.9)$$

Con μ y σ constantes, G sigue un proceso Wiener generalizado con tasa de cambio de $\mu - \sigma^2 / 2$ y una tasa de varianza constante de σ^2. Del capítulo anterior, se deduce que la media es el cambio en G entre un tiempo actual t y un tiempo futuro T, distribuido normalmente con:

Media $\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)$
Varianza $\sigma^2(T-t)$
Desviación Estándar $\sigma\sqrt{t}$

El valor de G en el tiempo t es el $ln\ S$. Este valor en el tiempo T es $ln\ S_T$, donde S_T en precio del valor subyacente en el tiempo T. El cambio durante el intervalo de tiempo $T\text{-}t$ es por lo tanto

$$ln\ S_T - ln\ S \tag{3.10}$$

Y utilizando el lema de ITO (ecuación 3.9) es posible escribir:

$$\ln S_T - \ln S \rightarrow \phi\left[\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t), \sigma\sqrt{T-t}\right] \tag{3.11}$$

Donde: S_T es precio del valor subyacente en el tiempo T, S es el precio del valor subyacente en tiempo actual t, y $\phi(m,s)$ denota la distribución normal con media m y desviación estándar s.

3.2 LA PROPIEDAD LOGNORMAL DE LOS VALORES SUBYACENTES

La distribución Lognormal

Una variable tiene distribución lognormal, sí el logaritmo natural de la variable se distribuye normalmente. Dicho proceso da lugar a una distribución lognormal, la cual para una variable x dada se define a través de la siguiente ecuación:

$$\ell(x) = \frac{1}{x}\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\exp\left(\frac{-\left(\ln(x) - E[\ln(x)]\right)^2}{2\sigma^2}\right) \tag{3.12}$$

Dicha distribución es una variante especial de la función de distribución normal en la que no es el valor de una variable que tiene una distribución normal, sino el logaritmo de la variable en cuestión. Donde el proceso descrito en la ecuación (3.11) da lugar a una distribución lognormal; de hecho en lugar de escribir

$$dS = \mu S dt + \sigma S dz$$

Y utilizando el lema de ITO es posible escribir:

$$\ln S_T - \ln S = \left[\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t), \sigma\sqrt{t-t}\right] \tag{3.13}$$

Debido a que $\frac{d}{dS}(\ln S) = \frac{1}{S}$ $\Rightarrow$ $d(\ln S) = \frac{1}{S}dS$

En la ecuación anterior se aprecia que S_T tiene una distribución lognormal. La desviación estándar de $\ln S_T$ es proporcional a $\sqrt{T-t}$. La media es medida por dicha desviación estándar y es proporcional a la raíz cuadrada de que tan lejana se este considerando la valuación.

Esto implica que el logaritmo de los rendimientos esperados tiene una distribución normal, es decir:

$$\ln \frac{S_T}{S_{T-1}} \rightarrow \phi\left[\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t), \sigma\sqrt{(T-t)}\right] \tag{3.14}$$

Una variable lognormal puede asumir cualquier valor entre cero e infinito pero nunca puede ser negativa, una propiedad evidentemente atractiva para cualquier variable que pretenda representar los precios de los activos financieros.

Su media es: $\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)$

Su varianza es: $\sigma^2(T-t)$

Y su desviación estándar es: $\sigma\sqrt{T-t}$

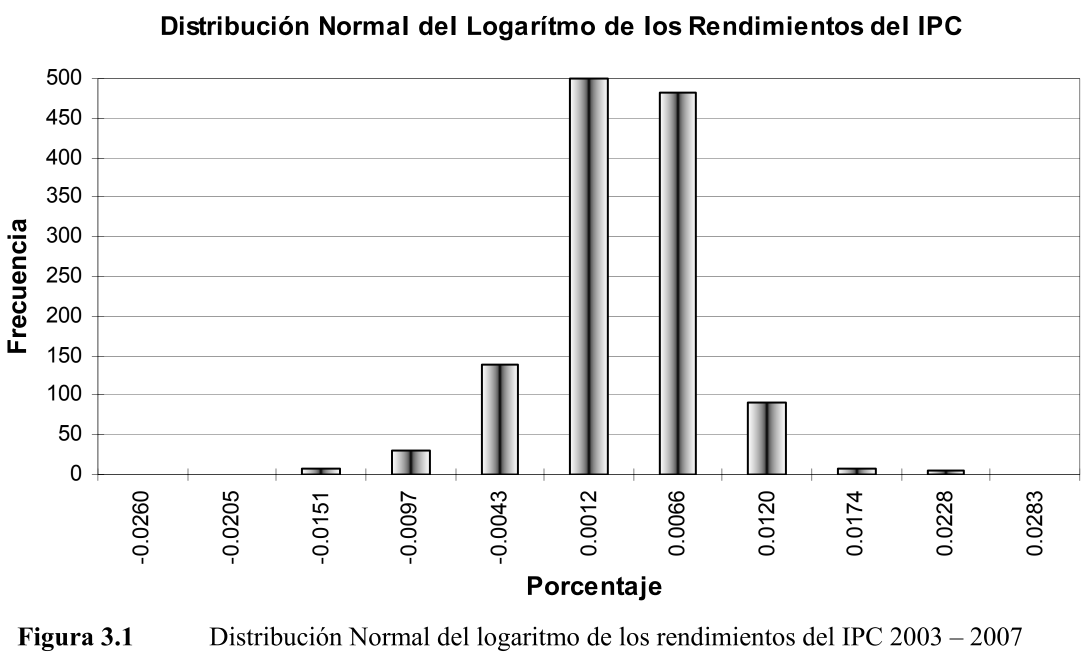


Figura 3.1 Distribución Normal del logaritmo de los rendimientos del IPC 2003 – 2007

En la gráfica anterior se aprecio como el logaritmo de los rendimientos del IPC durante el periodo 2003 – 2007, se distribuye normalmente[1]. El valor medio fue de 0.000594 y la desviación estándar de 0.004895

Clase	*Frecuencia*	*% acumulado*
-0.0260	1	0.08%
-0.0205	0	0.08%
-0.0151	8	0.71%
-0.0097	31	3.16%
-0.0043	138	14.08%
0.0012	499	53.56%
0.0066	482	91.69%
0.0120	92	98.97%
0.0174	7	99.53%
0.0228	5	99.92%
0.0283	1	100.00%

Tabla 3.1 Distribución de frecuencias del logaritmo de los rendimientos del IPC 2003 – 2007

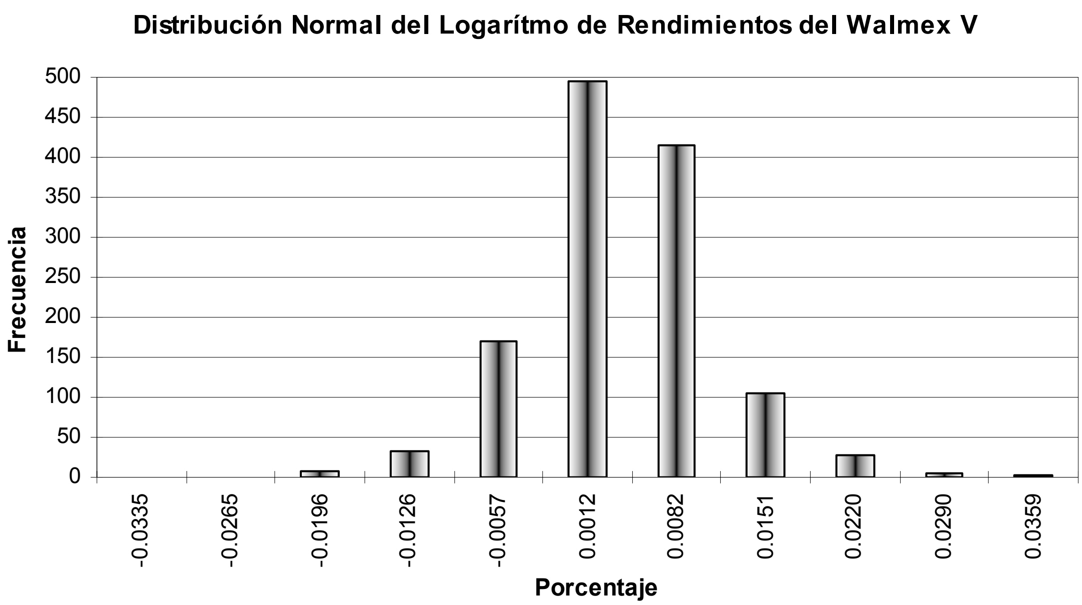


Figura 3.2 Distribución Normal del logaritmo de los rendimientos de Walmex V 2003 - 2007

En la figura anterior, al igual que el IPC, se parecía claramente como el logaritmo de los rendimientos de la emisora Walmex serie V se distribuye normalmente[2]. El valor medio

[1] El periodo analizado comprende de 31 de diciembre de 2002 al 31 de diciembre de 2007, para un total de 1,264 rendimientos.
[2] Para la emisora Walmex V, al igual que el IPC; el periodo analizado comprende del 31 de diciembre de 2002 al 31 de diciembre de 2007, para un total de 1,264 rendimientos.

del Logaritmo de los rendimientos fue 0.000399 en tanto que la desviación estándar fue de 0.007048

La distribución lognormal no es en absoluto la última palabra en cuanto a la evolución de los precios. En general se observa que la distribución real de los precios tiene una probabilidad mayor que la lognormal de movimientos extremos (como ocurrió con los precios en el crack de octubre de 1987), y es posible definir otras distribuciones con este comportamiento (leptocurtosis).

Clase	*Frecuencia*	*% acumulado*
-0.0335	1	0.08%
-0.0265	0	0.08%
-0.0196	7	0.63%
-0.0126	32	3.16%
-0.0057	171	16.69%
0.0012	496	55.93%
0.0082	416	88.84%
0.0151	106	97.23%
0.0220	28	99.45%
0.0290	5	99.84%
0.0359	2	100.00%

Tabla 3.2 Distribución de frecuencias del logaritmo de los rendimientos de Walmex V 2003 - 2007

Ejemplo: Considérese un valor subyacente con precio inicial de \$ 50 y una tasa esperada de 15% con volatilidad del 25%. De la ecuación (3.13) la distribución de probabilidad del subyacente S_T a 6 meses está dada por:

$$\ln S_T \rightarrow \phi\left[\ln 50 + \left(0.15 - \frac{0.0625}{2}\right)0.5, 0.25\sqrt{0.5}\right]$$
$$\ln S_T \rightarrow \phi(3.9714, \cdots 0.1768)$$

La variable normalmente distribuida $\ln S_T$, tiene probabilidad del 95%, de tomar el valor de dos veces la desviación estándar respecto a la media. De tal manera que:

$$3.6178 < \ln S_T < 4.3250$$
$$e^{3.6178} < S_T < e^{4.3250}$$

O bien $$37.2555 < S_T < 75.5655$$

El valor subyacente a 6 meses tiene una probabilidad del 95% de tomar un valor entre 37.2555 y 75.5655.

Una variable distribuida lognormalmente, puede tomar cualquier valor entre cero e infinito (véase la figura 3.8). De la ecuación (3.13) y de las propiedades de la función de distribución normal se tiene que el valor esperado de S_T, $E(S_T)$ está dado por:

$$E(S_T) = Se^{\mu(T-t)} \tag{3.15}$$

Definiendo a μ como la tasa esperada. La varianza de S_T, var(S_T) es posible expresarla, dada por:

$$\text{var}(S_T) = S^2 e^{2\mu(T-t)}\left(e^{\sigma^2(T-t)} - 1\right) \tag{3.16}$$

Ejemplo: Supóngase un valor subyacente con precio de \$25.00 con tasa esperada de 25% y volatilidad de 40%. El precio esperado $E(S_t)$ y la varianza(S_T) a un año, están dados por:

$$E(S_T) = 25e^{0.25} = 32.10$$
$$\text{var}(S_T) = 625e^{0.5}\left(e^{0.16} - 1\right) = 178.79$$

3.3 SUPUESTOS DE LA ECUACIÓN DIFERENCIAL DE BLACK & SCHOLES.

El argumento utilizado para la derivación de la ecuación diferencial de Fisher Black y Myron Scholes consiste en establecer un portafolio libre de riesgo, integrado por una posición en el valor derivado y otra en el subyacente, el rendimiento del portafolio se establece igual a la tasa de interés libre de riesgo (supuesto de neutralidad al riesgo). En el análisis de Black & Scholes el portafolio se mantiene sin riesgo por únicamente un período de tiempo infinitamente corto. Sin embargo, se puede argüir que el rendimiento durante este período corto de tiempo, debe ser la tasa de interés libre de riesgo siempre y cuando las oportunidades de arbitraje sean evitadas.

La razón por la cual el portafolio sin riesgo puede ser establecido, se debe a que tanto el precio de la acción como el precio del derivado son ambos afectados por la misma fuente de incertidumbre subyacente. Esto significa que en cualquier período breve de tiempo, los dos están perfectamente correlacionados. Por lo tanto, cuando un portafolio apropiado de acciones y valores derivados es construido, la ganancia (o pérdida) de la posición accionaria siempre compensa la pérdida (o ganancia) de la posición en valores derivados, por lo que el valor total del portafolio al final del período corto de tiempo es conocido con certeza.

Los supuestos necesarios para derivar la ecuación diferencial, son los siguientes:

- El precio del valor subyacente S, sigue un comportamiento Browniano geométrico con μ y σ constantes.
- La venta en corto de valores con el uso total de las ganancias está permitido.
- No existen costos de transacciones o impuestos. Todos los valores son perfectamente divisibles.
- No hay pago de dividendos durante la vida de la opción.
- No existe oportunidad de arbitrajes sin riesgo.
- La negociación de valores es continua.
- La tasa de interés libre de riesgo, r, es constante e igual para todos los vencimientos

Para la derivación de la ecuación diferencial hasta la obtención del Modelo de Black & Scholes, Véase el anexo B. De donde resulta que para una opción de compra o call de tipo europeo el modelo es:

$$C = SN\left[d_1\right] - Xe^{-r(T-t)}N\left[d_2\right] \tag{3.17}$$

Donde:

C = Valor teórico de una opción call
P = Valor teórico de una opción put
S = Precio del subyacente
X = Precio de ejercicio de la opción
T-t = Tiempo a vencimiento de la opción, en años
σ = Volatilidad implícita del subyacente
r = Tasa libre de riesgo al plazo de vencimiento,

$$d_1 = \frac{\ln(S / X) + \left(r + \sigma^2 / 2\right) \cdot (T - t)}{\sigma\sqrt{T - t}} \tag{3.18}$$

y

$$d_2 = \frac{\ln(S / X) + \left(r - \sigma^2 / 2\right) \cdot (T - t)}{\sigma\sqrt{T - t}} \tag{3.19}$$

y en el caso de un opción de venta o put de tipo europeo

$$p = Xe^{-r(T-t)}N(-d_2) - SN(-d_1) \tag{3.20}$$

Ejemplo:

Suponga que desea calcularse el precio de la prima de un warrants de compra, cuyo valor subyacente está referido a la emisora Telmex serie L, y tiene las siguientes características:

S = 10.140
X = 9.966
r = 35%
σ = 60%
T-t = 6 meses, ó 0.5 años

$$d_1 = \frac{Ln(10.140 / 9.966) + \left(0.35 + \frac{1}{2} \cdot 0.6^2\right) \cdot 0.5}{0.6 \cdot \sqrt{0.5}} = 0.66461$$

$$d_2 = \frac{Ln(10.140 / 9.966) + \left(0.35 - \frac{1}{2} \cdot 0.6^2\right) \cdot 0.5}{0.6 \cdot \sqrt{0.5}} = 0.24093$$

$$C = 10.140 \cdot N(0.66461) - 9.966 \cdot e^{0.35 \cdot 0.5} \cdot N(0.24093) = 2.5913$$

3.4 EL MODELO DE VALUACION BLACK76 PARA CONTRATOS DE OPCIONES.

El modelo de Black & Scholes fue ampliado por Fisher Black en 1976, para opciones sobre futuros de commodities, así como para opciones sobre índices y opciones sobre futuros de índices, lo mismo que para opciones sobre tasas de interés. El modelo se conoce como Black76 y sustituye $e^{-r(T-t)}S$ por el precio spot en el modelo de Black & Scholes. La razón de esto, específicamente en el caso de subyacentes sobre commodities se debe a que, el precio spot puede no está disponible mientras que precio futuro o forward es un mejor indicador del valor contratado; dado que este refleja el sentimiento actual del mercado acerca del valor al vencimiento.

El modelo Black76 para valuar opciones de compra o Call es:

$$C = e^{-r(T-t)} SN(d_1) - Xe^{-r(T-t)} N(d_2) = e^{-r(T-t)} \left[SN(d_1) - XN(d_2) \right] \tag{3.21}$$

Donde:

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{X}\right) + \frac{\sigma^2 (T-t)}{2}}{\sigma \sqrt{(T-t)}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma \sqrt{T-t}$$

El modelo Black76 para valuar opciones de venta o Put es:

$$P = e^{-r(T-t)} \left[-SN(-d_1) + XN(-d_2) \right] \tag{3.22}$$

El sistema electrónico de negociación considerará además las siguientes condiciones:

Si C < (S - X), entonces C = (S - X)
Si P < (X - S), entonces P = (X - S)

El precio teórico resultante de la aplicación del modelo Black76, deberá ser menor que el valor intrínseco, en caso contrario el precio teórico será este último.

3.5 MODIFICACIÓN AL MODELO PARA EL PAGO DE DIVIDENDOS.

Es común que en los mercados de valores las acciones paguen dividendos. Este hecho debe incluirse al valorar opciones sobre acciones que reparten dividendos. En general, dado que las opciones sobre acciones tienen plazos de vencimiento relativamente "cortos", es fácil hacer estimaciones de los dividendos que pagará el subyacente durante la vida de la opción.

Tanto los índices como las canastas de acciones deben ser considerados como un valor que paga dividendos. Dicho valor es un portafolio compuesto de las acciones que integran la muestra del índice o la canasta y los dividendos pagados por este valor son los dividendos que recibiría el tenedor de tal portafolio, es decir los dividendos pagados por las emisoras que integran dicha muestra, es por esta razón que un índice o canasta accionaria deben ser considerados como valores que proporcionan un *rendimiento continuo por dividendos.* Sin embargo es necesario también indicar que este no es el caso para productos derivados sobre el IPC dado que en este índice se realizan ajustes por dividendos en efectivo.

En los derivados sobre acciones, si existen fechas ex-dividendo en el período de vigencia, son considerados como *valores que pagan dividendos en forma discreta,* en este caso el precio del valor subyacente es ajustado descontando el valor presente de dichos dividendos a la tasa libre de riesgo desde la(s) fecha(s) ex-dividendo (modificación al modelo propuesta por Fisher Black).

Al calcular la tasa de rendimiento por dividendos únicamente deben incluirse aquellos cuyas fechas ex-dividendo ocurren en el periodo de vida remanente del producto derivado.

Para el caso en el cual el valor subyacente SI paga dividendos continuos el precio teórico del call tipo europeo se obtiene a partir del modelo propuesto por Merton (1973), el cual constituye una extensión del modelo de B & S. En consecuencia, su hipótesis y derivación son similares, añadiendo exclusivamente la hipótesis adicional de que la acción reparte una tasa continua de dividendos q durante la vida de la opción. El modelo se conforma de la siguiente manera:

$$C = Se^{-q(T-t)}N(d_1) - Xe^{-r(T-t)}N(d_2) \tag{3.23}$$

y el precio teórico del put de tipo europeo con:

$$P = Xe^{-r(T-t)}N(-d_2) - Se^{-q(T-t)}N(-d_1) \tag{3.24}$$

En el caso en el cual se conoce por anticipado el monto de los dividendos que paga el valor subyacente se calculará el valor presente de dichos dividendos y serán descontados del precio actual del valor subyacente (Véase ejemplo). La fórmula de valuación será enteramente la misma que se utiliza para valores subyacentes que no pagan dividendos.

Ejemplos de ajustes por pago de dividendos (discretos y continuos) para la evaluación.

1. Suponga que una emisora decreta el pago de un dividendo en efectivo en dos exposiciones, una de ellas en tres meses y la otra en seis meses, el monto en efectivo de cada exposición es de $1.50 en este caso la evaluación se realiza con el modelo en el cual NO existe un pago de dividendos continuo, lo único que se lleva a cabo es el ajuste del precio actual del valor subyacente, restándole a éste el valor presente de los dividendos en efectivo, descontados éstos a la tasa libre de riesgo y en el periodo comprendido entre la fecha actual y la fecha ex-dividendo. Si la tasa libre de riesgo fuera del 13% anual y el precio actual del valor subyacente (S) fuera de $50, el ajuste sería el siguiente:

$$1.5e^{-0.25X0.13} + 1.5e^{-0.5X0.13} = 2.8576$$

por lo tanto, S=50-2.8576=47.1424

2. En el caso de títulos opcionales de índice, la tasa de dividendos q es la tasa de dividendos anualizada que se obtiene considerando las tasas de dividendos pagadas por las emisoras que constituyen la muestra del índice, que no son más que la razón que existe entre el importe del dividendo y el precio de cierre previo a la fecha ex-dividendo del valor subyacente.

$$q = \frac{Di}{Pi}$$

Donde:

Q = Tasa de dividendos.
Di = i-ésimo dividendo en efectivo pagado por la emisora.
Pi = i-ésimo precio anterior a la fecha ex-dividendo de la emisora.

Suponga que dos emisoras de la muestra del INMEX, pagarán dividendos de $0.08 y $0.15 dentro de uno y dos meses respectivamente; el precio de la primera es de $40 y el de la segunda es de $50. Por lo tanto la tasa de dividendos de cada una de estas emisoras es, de acuerdo con la fórmula anterior, de 0.2% y 0.3% y el rendimiento por dividendo promedio en dos meses es de 0.5% o bien del 3% anual. Este será el valor utilizado en el modelo que considera el pago de dividendos continuos.

CAPÍTULO CUATRO

LOS ÍNDICES ACCIONARIOS Y EL ÍNDICE DE VOLATILIDAD BASADO EN EL MODELO DE BLACK & SCHOLES

En el presente capítulo se detalla la metodología de cálculo empleada en 1993 por el Chicago Boad Option Exchange (CBOE) para obtener un índice de títulos opcionales, basado en la volatilidad de los precios. Dentro de ésta se hace énfasis en las adecuaciones llevadas a cabo para obtener la "volatilidad implícita por valor subyacente", de acuerdo con las características operativas del Mercado Mexicano de Derivados (MexDer). Finalmente se obtiene un índice de volatilidad.

Asimismo se especifican las metodologías de cálculo del índice de precios y cotizaciones (IPC) de la Bolsa Mexicana de Valores (BMV), del índice industrial Dow Jones del New York Stock Exchange (NYSE) y del Standard & Poor´s 500. Se analizan sus comportamientos durante el intervalo 2003 - 2007 y se comparan con sus respectivas volatilidades históricas tanto de tres como de seis meses, concluyéndose que existe poca relación entre ambos fenómenos, debido principalmente a que la naturaleza de cálculo de ambos difiere significativamente, así como también difieren en su interpretación.

Dentro del análisis de los índices accionarios, destaca el rendimiento obtenido por el IPC durante el período 2003 – 2007 que fue de 357.51% en término de dólares, mientras que el Dow Jones registró tan solo 50.02% para el mismo intervalo, en tanto que el Standard & Poor's 500 alcanzó 66.89%.Este hecho muestra claramente que IPC de la BMV ha sido un extraordinario instrumento de inversión en los últimos años.

4.1 LOS ÍNDICES DE PRECIOS ACCIONARIOS.

A nivel internacional, los índices de precios constituyen un mecanismo válido y eficaz para medir los diferenciales de capitalización y rendimiento de los mercados de valores en diferentes períodos, esto se logra gracias a la representatividad de la muestra, misma que se asegura por medio de la adecuada selección de las emisoras líderes en términos de bursatilidad o negociación.

4.1.1 El Índice de Precios y Cotizaciones de la Bolsa Mexicana de Valores.

El Índice de precios y cotizaciones (IPC) es el principal indicador de la Bolsa Mexicana de Valores (BMV), expresa el rendimiento del mercado accionario en función de las variaciones de precios de una muestra balanceada, ponderada y representativa del conjunto de acciones cotizadas en la BMV.

El inicio del cálculo del IPC data del 30 de octubre de 1978 con un valor de 0.78, hasta alcanzar los niveles que hoy día conocemos (más de 30,000 puntos).

Las acciones industriales, comerciales y de servicios, han sido los instrumentos tradicionales del mercado bursátil y, desde su origen tienen como característica la movilidad de precios y la variabilidad de rendimientos. Las fluctuaciones en la cotización de cada título responden a la libre concertación entre oferta y demanda, relacionada con el desarrollo de las empresas y sus estados financieros, así como con las condiciones generales de la economía del país.

La tendencia general de las variaciones de precios de todas las emisoras y series cotizadas en bolsa, generadas por las operaciones de compraventa de cada sesión de remates, se refleja automáticamente en el IPC de la BMV.

4.1.1.1 Metodología de cálculo del IPC.

El Índice de Precios y Cotizaciones de la Bolsa Mexicana de Valores es un índice ponderado por valor de capitalización (precio de mercado por acciones inscritas). Esto significa que el cambio de precio de una acción integrante del IPC, influye en el comportamiento del Índice en forma relativa al peso que dicha acción tiene en la muestra.

Así, el impacto en el índice de un movimiento en el precio de una emisora “pequeña en valor de capitalización” será menor al causado por una emisora “grande” con la misma variación porcentual en el precio.

La Expresión Matemática para el cálculo del IPC es la siguiente:

$$I_t = I_{t-1}\left[\frac{\sum_i^n Pi_t Qi_t}{\sum_i^n Pi_{t-1} Qi_{t-1} Fi_t}\right] \tag{4.1}$$

Donde:

I_t = IPC el día t.

Pi_t	=	Precio de la acción i el día t.
Qi_t	=	Cantidad de acciones inscritas de la acción i el día t.
Fi_t	=	Factor de ajuste por derechos de la acción i el día t.
$t-1$	=	Día hábil inmediato anterior.
n	=	Numero total de emisoras de la muestra.

Esta formula indica que la sumatoria del valor de capitalización de todas las emisoras incluidas en la muestra, dividida entre la sumatoria del valor de capitalización de dicha muestra del día hábil anterior, ajustada en su caso, determina el factor de variación del IPC respecto al día hábil anterior.

El factor de ajuste siempre es igual a 1 excepto cuando en la emisora i se aplica un derecho o una reestructuración de capital.

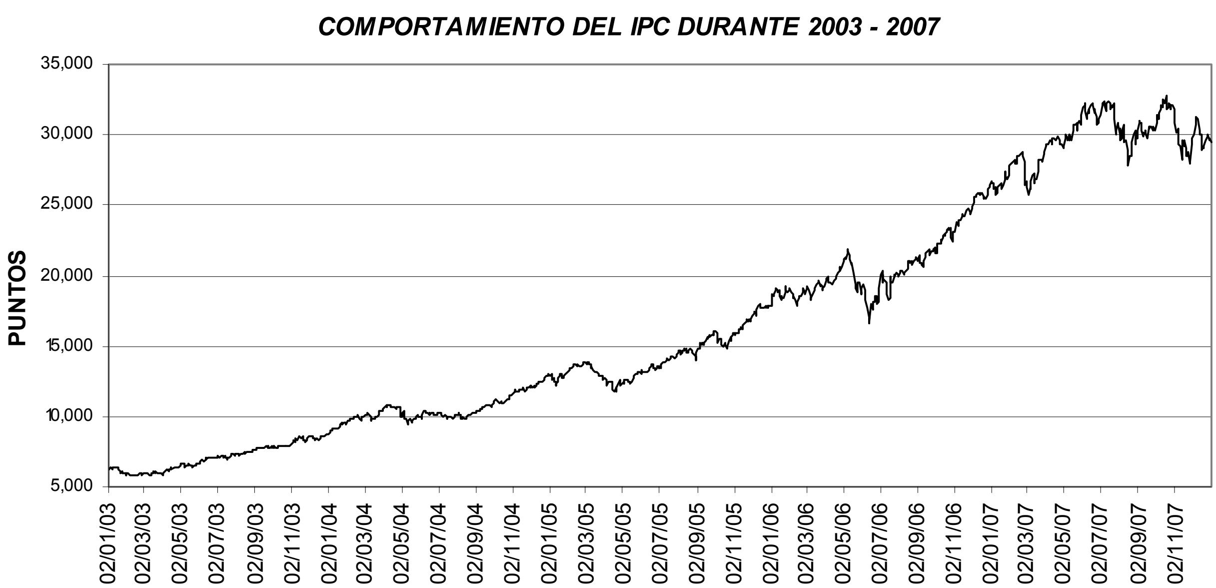


Figura 4.1 Comportamiento del IPC durante 2003 - 2007

En la gráfica anterior se aprecia la tendencia al alza que ha registrado el IPC durante el periodo 2003 – 2007. El rendimiento nominal acumulado en este intervalo fue de 382.07% al pasar de 6,127.09 a 29,536.83 puntos. Mientras que el rendimiento en término de dólares fue de 357.51%.

4.1.1.2 Volatilidad histórica del IPC.

Una vez conocido el comportamiento del IPC durante los últimos 5 años, ahora es posible calcular la volatilidad para el mismo intervalo de tiempo. Para ello se utiliza la metodología propuesta por John Hull[1] descrita el en inciso 1.3.2.

[1] Options, Futures, and Others Derivative Securities. (Prentice-Hall International, Inc.) p. 89

Para este caso y acorde con las tendencias internacionales se utilizar 90 datos para calcular la volatilidad histórica. La metodología propuesta es:

Volatilidad histórica $$s^* = \frac{s}{\sqrt{\tau}}$$

Donde:

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(u_i - \overline{u})^2}$$

$$u_i = (S_i / S_{i-1})$$

$n+1$ = número de observaciones.
S_i = precio de cierre del valor subyacente en el i-ésimo intervalo (i=0,1,2...n)
τ = longitud del intervalo de tiempo en años.

Figura 4.2 Volatilidad Histórica a 90 días del IPC durante 2003 - 2007

En la gráfica se aprecia que durante 2003 el nivel de volatilidad es del orden 15%. Para 2004 presenta un importante incremento hasta alcanzar niveles del 20%, mismo que se mantiene en 2005 y parte de 2006, es en el mes julio de 2006 donde se presenta la máxima volatilidad con niveles superiores al 35%, posteriormente disminuye bruscamente y termina el año con valores del 15%. En 2007 la volatilidad se mantiene en 20%, disminuye a 15% y termina en 25%.

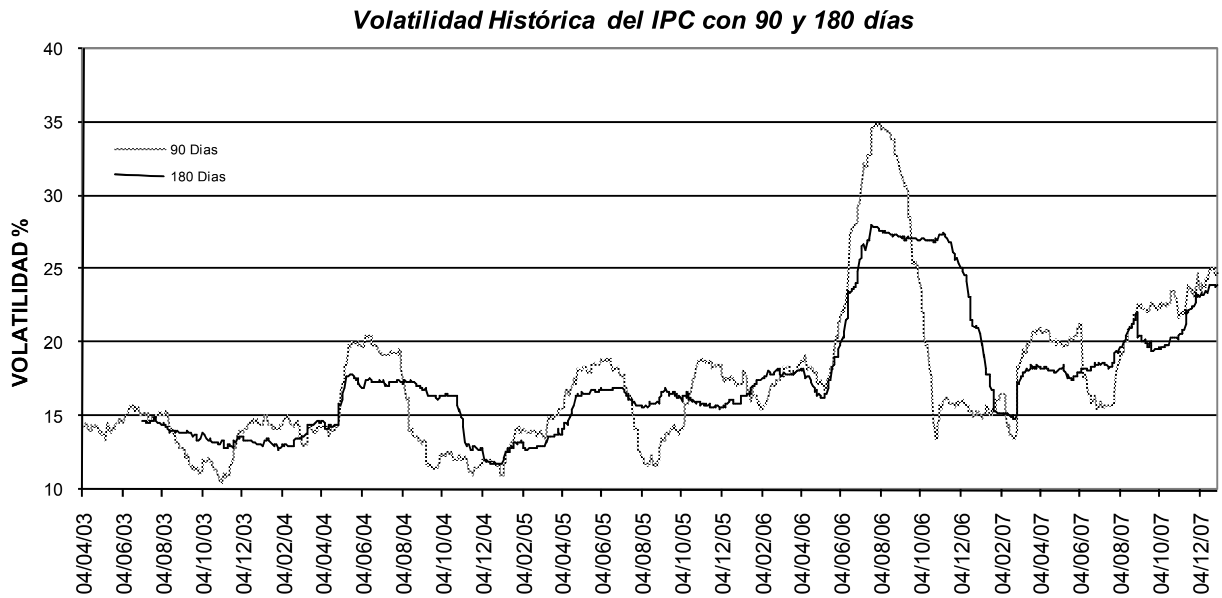


Figura 4.3 Volatilidad Histórica del IPC calculada con 90 y 180 días.

Dado que las opciones que cotizan en el Mercado Mexicano de Derivados, tienen un tiempo promedio al vencimiento cercano a 6 meses, en al gráfica anterior se presenta un comparativo de la volatilidad histórica calculada con 3 y 6 meses de información, en ella se aprecia que al utilizar información de seis meses, el nivel de volatilidad siempre es menor; que cuando la información es de tres meses.

El valor máximo para 3 meses es de 34.98%, mientras que para 6 meses es de 28.05%. Los valor promedio son 17.43% y 17.55% para 3 y 6 meses respectivamente. En tanto que la desviación estándar es de 4.93 para 3 meses y 4.07 para 6 meses, lo que confirma que al utilizar mayor información la volatilidad tiende generalmente a ser menor, se vuelve más estable.

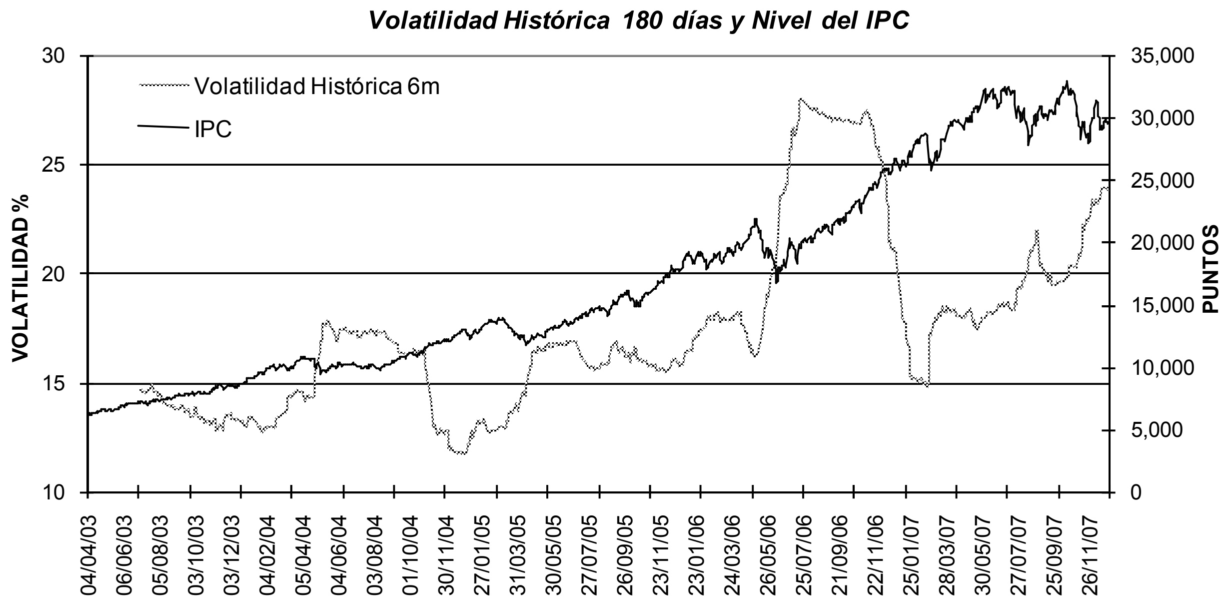


Figura 4.4 Volatilidad Histórica de 180 días y nivel del IPC.

Con la intención de encontrar algún patrón de comportamiento entre en nivel del IPC y la volatilidad histórica de 6 meses, en la gráfica anterior se presenta un comparativo entre ambos fenómenos. Mientras el IPC muestra una tendencia consistentemente a la alza, la volatilidad tiene importantes variaciones que no se asemejan al comportamiento del IPC. Esto se explica por la naturaleza de cálculo de uno y otro fenómeno, ya que el IPC se obtiene ponderando por valor de mercado el promedio de los precio, en tanto la volatilidad a través de la desviación estándar del logaritmo natural de los rendimientos.

Haciendo regresión lineal con ambos fenómenos, el nivel de correlación resultante es de tan solo 57.42, lo que prueba que un índice de volatilidad, difiere sustancialmente de un índice accionario, lo mismo que en su interpretación.

4.1.2 El índice industrial Dow Jones.

La muestra de emisoras que lo integran representa generalmente entre el 25 y el 30 por ciento del valor de mercado total en bolsa de todas las acciones norteamericanas. De hecho, El Dow no "representa" literalmente los valores totales de bolsas estadounidenses; sino que es un índice de los valores principales "Blue Chips" que representan a las empresas más importantes de las bolsas de valores de los Estados Unidos. Como resultado, los niveles de éste tienen una alta correlación con otros índices que están compuestos por centenares o miles de valores.

Los cambios de los integrantes ocurren raramente y generalmente sólo cuando una de las empresas integrantes sufre un cambio importante, tal como un cambio en sus líneas principales de negocios, es adquirida por otra empresa, o declara la bancarrota etc.

Las empresas integrantes siempre son estadounidenses, son líderes en sus industrias, son de amplia circulación entre los inversionistas y tienen historiales largos de crecimiento sostenido.

4.1.2.1 Metodología de cálculo del Dow Jones.

Simplemente se suman los precios en sus respectivas bolsas de los valores que lo integran y se divide esta suma entre el divisor actual. Sin embargo, hoy día el divisor no es el número de valores, como era originalmente. En 1916 los editores del diario The Wall Street Journal aumentaron el número de valores integrantes del Dow de 12 a 20. Después, en 1928, aumentaron el número de componentes de nuevo, esta vez a 30, y también añadieron el divisor ajustado. El divisor ajustado tiene el propósito de mantener la uniformidad del promedio a través de cambios tales como cambios de empresas integrantes, división de acciones, fusiones, adquisiciones, y divisiones de empresas. Esto asegura que el valor del índice permanezca inmediatamente después de dichos eventos al mismo nivel a que estaba antes de que acontecieran.

Por ejemplo en una división de acciones 2 por 1, el número de acciones existentes se duplica a la vez que el precio se reduce a la mitad. Debido a que el cálculo está basado en el precio de una acción, sino se ajusta el divisor, esto causaría una caída en el valor del Dow ya que uno de sus componentes ahora vale sólo la mitad de lo que valía antes, aunque no ha habido cambio alguno en el valor del inversor propietario de las acciones. En lugar de tener una acción de valor $10, por ejemplo, el inversor tendría dos acciones con valor de $5 cada una. A lo largo de los años, el valor del divisor se ha sometido a muchos cambios, la mayoría de ellos en disminución, tanto es así que hoy en día es una fracción.

La fórmula para calcular un cambio en el divisor es la siguiente:

$$D_{t+1} = D_t * \Sigma C_{at} / \cdot \Sigma C_t \qquad (4.2)$$

Donde:

D_{t+1} Divisor a ser efectivo en la sesión de compraventa en tiempo t+1

D_t Divisor efectivo en la sesión de compraventa en tiempo t

C_{at} Los precios de cierre de los componentes, ajustados por dividendos, divisiones, ventas de empresas y otras actividades corporativas aplicables en la sesión de compraventa en tiempo t.

C_t Los precios de cierre de los componentes en la sesión de compraventa en tiempo t.

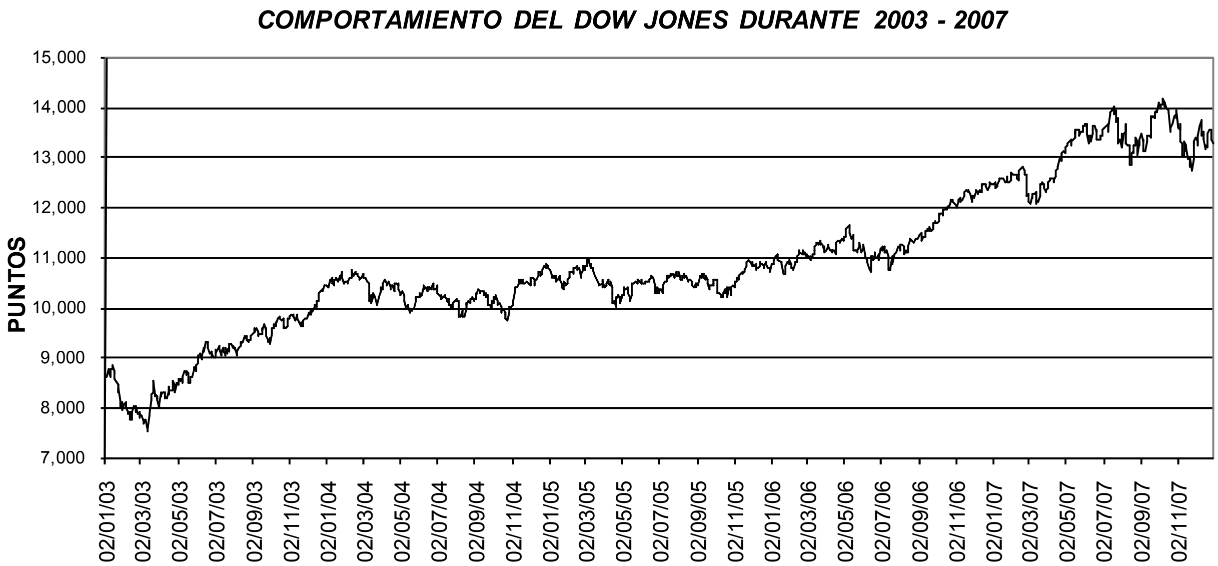


Figura 4.5 Comportamiento del Dow Jones durante 2003 - 2007

El índice industrial Dow Jones tuvo un rendimiento acumulado de 50.02%, al pasar de 8,341.63 a 13,264.82 puntos. Que comparado con el 357.51% que obtuvo el IPC en término de dólares, resulta muy inferior. Está importante diferencia de rendimientos entre uno y otro índice, se traducirá necesariamente en una mayor volatilidad del IPC con relación al Dow Jones, tal como se demostrará a continuación.

4.1.2.2 Volatilidad histórica del Dow Jones.

La metodología empleada para calcular el índice Dow Jones es la misma que se utilizó para el IPC. Como se ha expresado con anterioridad la volatilidad es un sinónimo de inestabilidad y por tanto es razonable esperar que la volatilidad del Dow Jones sea inferior a la registrada por el IPC, dado que se trata de uno de los índices más representativos del mercado financiero más importante del mundo.

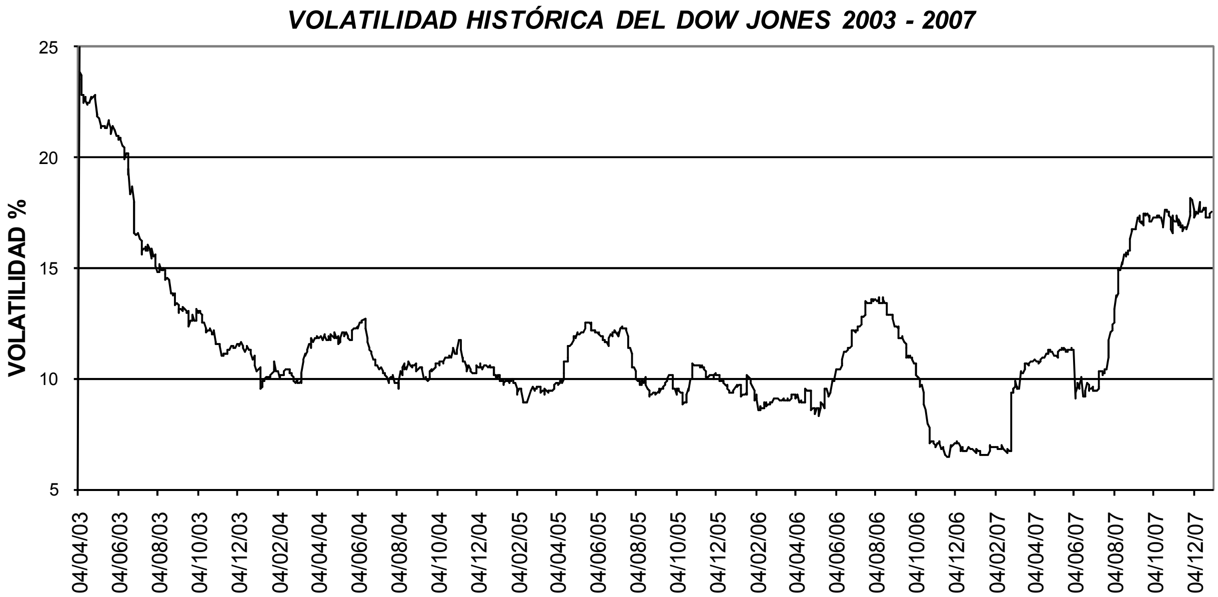


Figura 4.6 Volatilidad Histórica a 90 días del Dow Jones durante 2003 - 2007

En la gráfica se aprecia que al inicio de 2003 la volatilidad alcanza sus niveles máximos y son del orden de 24% y al cierre del año se reducen significativamente hasta 10%. Durante 2004 y hasta mediados de 2007 no hay cambios importantes, y es a partir de agosto y hasta de éste año que se incrementa a valores de 17%.

En todo caso la volatilidad de un mercado "maduro" como es el norteamericano, representado por Dow Jones; es generalmente inferior a la un mercado emergente como lo es el mexicano, medido por el IPC.

Figura 4.7 Volatilidad Histórica a 90 días del IPC vs Dow Jones.

Haciendo un comparativo entre las volatilidades históricas de ambos índices, se puede apreciar que consistentemente la volatilidad del IPC es superior a la del Dow Jones.

La volatilidad máxima registrada por el IPC es de 34.98% y se presentó el 27 de julio de 2006, mientras que para el Dow Jones es de 23.88% y se registró el 4 de abril de 2003. El valor promedio de volatilidad entre uno y otro indicador fue de 17.43% para el IPC y de 11.65% para el Dow Jones.

También se puede apreciar que existe similitud en el comportamiento de ambas volatilidades, pero siempre con un diferencial cercano a los 6 puntos porcentuales.

4.1.3 El índice Standard & Poor's 500

El S&P 500 está formado por las 500 empresas líderes de industrias y por tanto pude incluir a compañías relativamente pequeñas. Este índice representa a un amplio sector del mercado de valores de EE.UU., incluyendo acciones ordinarias que se cotizan en la New York Stock Exchange, la American Stock Exchange y el Nasdaq National Market System.

Los orígenes del índice Standard & Poor's 500 se remontan a 1923, cuando se incluyeron 233 compañías agrupadas en 26 industrias. En 1957 Standard & Poor's amplió la muestra a 500 empresas con el objeto de abarcar a aproximadamente 90 grupos de la industria y de esta manera responder a la dinámica económica del mundo.

4.1.3.1 Metodología de cálculo del Standard & Poor's 500.

El S&P 500 es un índice ponderado por capitalización bursátil. Para su calculo se utiliza una formula en la que se atiende al valor de mercado de cada componente y se aplica un divisor, que es un coeficiente de ajuste para evitar que ciertos hechos corporativos que se produzcan en sus integrantes, como por ejemplo ampliaciones de capital o escisiones, alteren el valor del índice.

El S&P 500 se calcula mediante una media aritmética ponderada por capitalización y representa la mayor parte de la capitalización bursátil de los Estados Unidos.

$$I_t = \sum_{i=1}^{500} \frac{P_{it} Q_{it}}{D_t} \tag{4.3}$$

Donde:

I_t = El Índice Standard & Poor's 500 el día t.

Pi_t = Precio de la acción i el día t.

Qi_t = Cantidad de acciones inscritas de la acción i el día t.

D_t = Divisor del día t.

Figura 4.8 Comportamiento del Standard & Poor´s durante 2003 - 2007

El comportamiento del índice S&P 500 es muy similar al del Dow Jones, presentan un nivel de correlación del 97.22%[2], lo que se explica porqué ambos índices tienen muestras de empresas que cotizan en el mercado norteamericano. El rendimiento de S&P 500 fue de 66.89%, ligeramente superior al Dow Jones, pero muy inferior al del IPC que fue 357.51%. Lo que demuestra en el IPC fue por mucho una mejor alternativa de inversión durante el periodo 2003 – 207, que los citados índices norteamericanos.

4.1.3.2 Volatilidad histórica del Standard & Poor’s 500.

Para el Standard & Poor’s 500 se aplica la misma metodología empleada en el IPC y Dow Jones. Y se espera que la volatilidad histórica sea del mismo orden que la obtenida en el Dow Jones, debido a que se trata de empresas que están listadas y cotizan el mismo país.

[2] Como resultado de aplicar un modelo de regresión lineal y utilizando 1,258 rendimientos para cada índice; comprendidos del cierre de diciembre de 2002 al cierre de diciembre de 2007.

Figura 4.9 Volatilidad Histórica a 90 días del Standard & Poor's durante 2003 – 2007

Tal como se esperaba, la volatilidad obtenida durante el periodo 2003 – 2007 para el índice S&P 500 es prácticamente la misma que en el Dow Jones. Inicia en niveles de 24% que son los máximos del período y baja bruscamente a valores de 10%, posteriormente repunta y cierra el 2007 cercano al 20%.

El valor máximo se presentó el 4 de abril de 2003 y fue de 23.95% (misma fecha que el Dow Jones), el mínimo fue de 6.85% el 24 de noviembre de 2006 y el valor promedio de 12.08%.

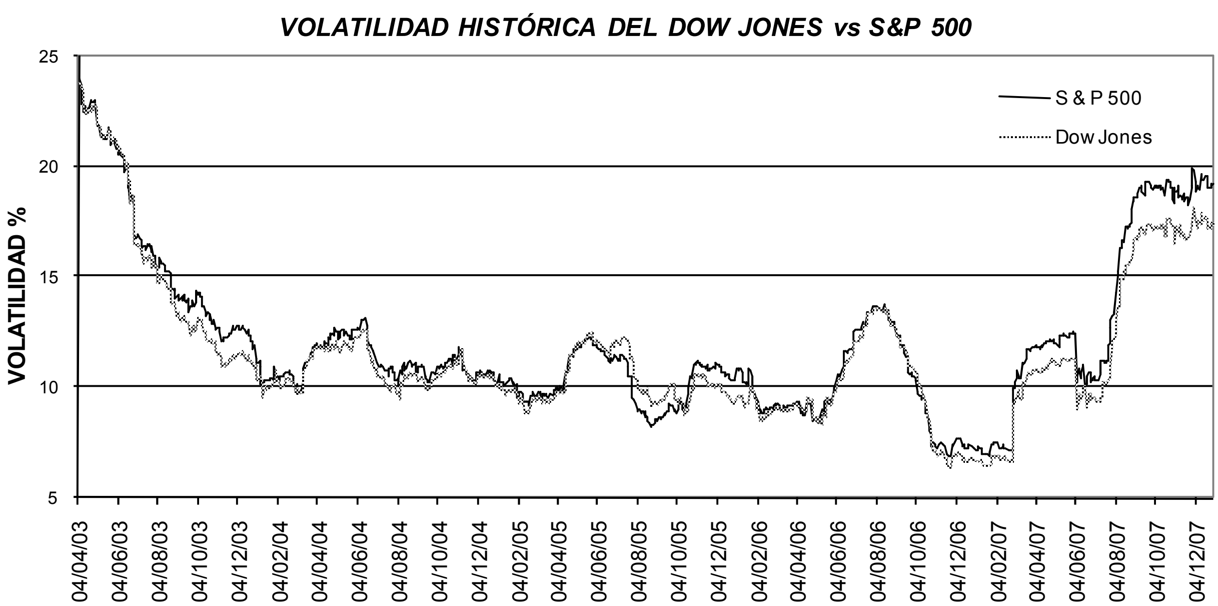


Figura 4.10 Volatilidad Histórica a 90 días del Dow Jones vs Standard & Poor's 500.

En la gráfica anterior se muestra que el comportamiento de ambas volatilidades tiene una alta correlación, misma que al estimarse a través de un modelo de regresión lineal resulta de 98.53%, lo que significa que ambos mercados son prácticamente iguales.

Los índices accionarios analizados registraron rendimientos positivos durante el periodo 2003 – 2007, siendo un reflejo de la bonanza económica que hasta este momento han vivido las principales empresas que cotizan en los mercados norteamericanos y en la Bolsa Mexicana de Valores.

Los índices accionarios pueden ser interpretados fácilmente por los inversionistas, ya sus metodologías de cálculo se basan en el valor de mercado y éste a su vez es el producto del precio por las acciones en circulación. De tal manera que un incremento o decremento en el índice significa que en promedio las acciones del mercado referido experimentan movimientos a la alza o a la baja.

En relación a los índices de volatilidad utilizados en los mercados de derivados, la interpretación difiere con respecto a los índices accionarios y su construcción es más compleja, ya se requiere de modelos especializados que incorporen las expectativas de los inversionistas.

4.2 EL ÍNDICE DE VOLATILIDAD BASADO EN EL MODELO DE BLACK & SCHOLES

4.2.1 Características básicas del Índice.

Los antecedentes de este tipo de índices surgen en 1993 en EUA, posteriormente en Alemania en 1994 y Francia en 1997. Éstos difieren en sus metodologías pero coinciden en la utilización de la volatilidad implícita como insumo principal, haciendo énfasis en que ésta solo es posible obtenerla a través de los precios de las opciones.

Fue en 1993 que el Chicago Board Option Exchange (CBOE) introdujo un índice de volatilidad denominado VIX (volatility index), constituyéndose en un punto de referencia para medir la volatilidad de los mercados financieros referidos a opciones. El concepto de volatilidad es sinónimo de inestabilidad financiera, por tal motivo el VIX es comúnmente conocido como “la medida de miedo del inversionista”. La propuesta hecha por el CBOE en 1993 se muestra en la siguiente expresión:

$$Indice = \frac{1}{J}\sum_{j=1}^{J}\sigma_j\left(S_j r,1\right) \tag{4.4}$$

Donde:

σ_j = Volatilidad implícita de opción j

S_j = Subyacente de la opción j integrante de la muestra del índice.

Índice = Valor promedio de la volatilidad de las opciones que integran la muestra.

Esta metodología fue utilizada por la bolsa mexicana de valores, para generar un índice sobre los warrants[3] que cotizan en ésta. Sin embargo, para poder hacer uso de ella fue necesario hacer algunas adecuaciones que respondieran a las características operativas del mercado mexicano, así como las de la emisión del instrumento financiero. Estas adecuaciones se tratarán con detalle en el resto del presente capítulo.

4.2.2 La Volatilidad Implícita.

La Volatilidad Implícita surge a partir del nacimiento y la creación del modelo de Valuación de Opciones desarrollado por Fisher Black y Myron Scholes[4], y supone que todas las variables que intervienen en este modelo son conocidas a excepción de la Volatilidad.

La volatilidad implícita refleja las expectativas del mercado sobre la volatilidad del subyacente hasta el vencimiento de la opción correspondiente[5]. Debido a esto también se le denomina ***volatilidad del mercado***. Esta volatilidad cambia continuamente en función de las alteraciones del precio de las primas, ya que cada nuevo precio negociado genera automáticamente una nueva volatilidad implícita. Algunos especialistas de los mercados de opciones suelen denominarla "nivel de las primas". Si la volatilidad implícita está por encima de la histórica, se dice que el nivel de primas del mercado es alto y a la inversa.

La Volatilidad implícita ha cobrando mayor relevancia en los últimos años y queda de manifiesto a través de los modelos de valuación de Opciones, por lo que para calcularla, es necesario que el o los activos tengan como referencia contratos de opción que se encuentren listados en Mercados Organizados de Derivados y/o cotizadas en Mercados Over the Counter (OTC)[6].

La gran utilidad de la Volatilidad Implícita, ha dado como resultado que en los últimos años no sólo sea tomada como un indicador asociado al riesgo, sino que además ha sido sujeta a incentivar la creación de indicadores y productos referenciados a esta medida.

El procedimiento propuesto para obtener la volatilidad implícita, consiste en "invertir" el modelo de valuación con el cual se obtuvo el precio de la prima ya sea de un Call u un Put, en el sentido que la incógnita sea la volatilidad σ y la prima el dato. Una solución

[3] Los warrants son esencialmente una opción financiera, con la salvedad de que éstos no tienen tiempos al vencimiento estandarizados. De ahí es posible utilizar los mismos métodos de valuación.
[4] Black, F. and M. Scholes, 1973, "The pricing of options and corporate liabilities"
[5] Véase el concepto de volatilidad en el inciso 1.3.2.
[6] Si las Opciones no están listadas en una Bolsa de Derivados, tendrán la desventaja de no ofrecer esta información al público en general, corriendo el riesgo de no contar con información para ciertos periodos, así como muestras reducidas. Por el contrario, en un mercado listado u organizado como el mercado mexicano de derivados (MexDer), esta información es pública, transparente, oportuna y basada en estándares, lo cual facilita el interés de los participantes, brindando liquidez a los productos listados.

es aplicar el método iterativo de “Búsqueda de Newton”, al modelo de de Black & Scholes. Para él que se requiere contar con los siguientes datos:

a) El precio teórico de la opción.
b) El parámetro lambda (Λ) que es la tasa de cambio del valor de la opción, respecto al cambio en la volatilidad del valor subyacente[7]
c) La prima promedio ponderada por volumen de las operaciones registradas.
d) La volatilidad conocida del valor subyacente.

El nivel de exactitud requerido, ε, determina la finalización del proceso iterativo de la siguiente manera:

$$|p_i - p| \leq \varepsilon \tag{4.5}$$

Donde:

ε = Exactitud requerida
p_i = Precio teórico obtenido del modelo de Black & Scholes, con volatilidad σ_i
p = Precio promedio ponderado por volumen de las operaciones registradas.

$$p = \sum_{k=1}^{n} \frac{v_k \cdot p_k}{v_{ki}} \tag{4.6}$$

Donde:
v_k = Es el volumen negociado en cada operación para el k-ésimo título.
p_k = Es el precio negociado en cada operación para el k-ésimo título. pi

Una vez definido el nivel de exactitud requerido, se calcula el precio teórico p_i empleando el modelo de Black & Scholes, partiendo de conocer el precio del valor subyacente S, El precio de ejercicio X, El tiempo al vencimiento T-t, la tasa libre de riesgo tlr, y suponiendo un valor inicial de volatilidad σ, y en caso de ser necesario la tasa anualizada por pago continuo de dividendos q; todos estos datos considerados en el momento en que se registro el precio de la opción para la cual desea calcularse la volatilidad implícita.

El proceso iterativo se lleva a cabo con el siguiente algoritmo:

$$\sigma_{i+1} = \sigma_i - \frac{p_i - p}{\Lambda_i} \tag{4.7}$$

Donde:

$$\Lambda_i = S\sqrt{T-t}N'(d_1)e^{-q(T-t)} \tag{4.8}$$

[7] Para mayor detalle de este parámetro, véase el concepto de voaltilidad en el inciso 1.3.2.

$$N'(d_1) = \frac{e^{-\frac{d_1^2}{2}}}{\sqrt{2\pi}} \tag{4.9}$$

$$d_1 = \frac{\ln(S/X) + (r - q + \sigma_i^2/2)(T-t)}{\sigma_i \sqrt{T-t}} \tag{4.10}$$

p_i = i-ésimo precio teórico obtenido con volatilidad σ_i
p =Precio promedio ponderado por volumen de las operaciones registradas.
σ_i = Volatilidad en la i-ésima iteración.
Λ_i = Lambda de la i-ésima iteración.
S = Precio del valor subyacente.
X = Precio de ejercicio.
$T-t$ = Tiempo al vencimiento.
q = Tasa por pago de dividendos continuo.
r = Tasa de interés libre de riesgo.
e = 2.71828182846
π = 3.14159265359

El proceso iterativo finaliza, cuando se satisface la ecuación (4.7) y la volatilidad resultante es $\sigma_i \approx \sigma_{i+1}$.

Ejemplo:
Se desea calcular la volatilidad implícita de una opción, con un nivel de aproximación de precios de $\varepsilon = 0.0001$. Dicho título tiene como valor subyacente el IPC de la bolsa Mexicana de Valores, con las siguientes características:

C	=	550.00
S	=	10,191.52
X	=	10,000.00
r	=	6.6%
T-t	=	99 días, ó 0.275 años.

Para iniciar el proceso iterativo se supone una volatilidad inicial $\sigma_i = 30\%$, que sustituida en Black & Scholes resulta un precio teórico $p_i = 830.3755$, mientras que lambda $\Lambda_i = 2029.1836$. Estos datos a su vez se sustituyen en la ecuación (4.7) quedando como sigue:

$$\sigma_{i+1} = 0.3 - \frac{830.3755 - 550.00}{2029.1836} = 0.1618$$

Como la diferencia entre el precio teórico y el precio registrado como último hecho (C), no satisfacen al ecuación (4.7), el proceso continúa tomando ahora como volatilidad inicial σ_i, la volatilidad resultante σ_{i+1} del cálculo anterior. El resultado final después de 3 ó 4 iteraciones es:

$$\sigma_{i+1} = 0.1586 - \frac{550 - 550}{1892.7674} = 0.1586$$

Con la que se satisface la ecuación (4.7) y la volatilidad implícita que resulta de la operación de la opción es $\sigma_i = 15.86\%$

4.2.2.1 Volatilidad Implícita por Valor Subyacente.

Dado que en un día de operaciones cualesquiera, se llevan a cabo diferentes transacciones de compraventa, referidas a un mismo valor subyacente, lo que a su vez provoca que se tengan diferentes volatilidades implícitas para un solo subyacente; es necesario establecer un procedimiento para obtener la volatilidad implícita única σ_j por valor subyacente.

La bolsa desarrolló un método para determinar la volatilidad implícita, cuando existen diferentes operaciones sobre opciones referidas al mismo subyacente. En éste se pondera por volumen, cercanía al estatus ATM y el tiempo al vencimiento promedio. La expresión es la siguiente:

$$\sigma_j = \sum_{i=1}^{n} \frac{Fv_i \cdot m_i \cdot Ft_i \cdot \sigma_{ij}}{Fv_i \cdot m_i \cdot Ft_i}, \tag{4.11}$$

Donde:

Fv_i	=	Factor de volumen de la i-ésima opción
m_i	=	Factor de situación *at-the-money (ATM)* de la i-ésima opción
Ft_i	=	Tiempo al vencimiento de la i-ésima opción
σ_{ij}	=	Volatilidad implícita de la i-ésima opción respecto al valor subyacente j

A mayor volumen mayor participación de la volatilidad asociada a este. Lo mismo suceda con la ATM y el tiempo al vencimiento, que mientras más se acerquen a los valores óptimos, mayor participación de la volatilidad asociada a estos.

a) Factor de volumen

Este factor tiene por objeto asignar ponderación de acuerdo al tamaño del volumen negociado de cada opción, correspondiendo la mayor ponderación al volumen más grande, y la menor al volumen más pequeño. Se pondera dividiendo el volumen negociado de cada una de las opciones entre el volumen total del valor subyacente al que estén referidas las opciones en cuestión.

$$Fv_i = \frac{v_i}{\sum v_i} \tag{4.12}$$

Donde: v_i = Es el volumen negociado de i-ésima opción.

b) Factor de situación at-the-money

La utilización de las opciones *at-the-money* (ATM), es generalmente empleada en los mercados para la obtención de la volatilidad implícita, ya que presenta dos importantes características: son las más líquidas[8], por tanto ofrecen una mayor representatividad de la opinión del mercado y son las más sensibles a las variaciones de la volatilidad[9].

El factor propuesto para calcular las opciones ATM, se obtiene a través de una función lineal que representa la cercanía entre el precio del valor subyacente S y el precio de ejercicio X, y tiene por objeto eliminar las opciones que se encuentran en situaciones *in-the-money* o bien *out-of-the-money*, ya que ambas situaciones desvirtúan la volatilidad implícita. En suma la propuesta de cálculo de la volatilidad implícita por valor subyacente está referida solo a opciones ATM.

Con base en el análisis de diferentes opciones financieras ATM. Se propone una función lineal para obtener el factor de situación ATM, ya que ésta es la que mejor represente el fenómeno en cuestión. En la siguiente gráfica se muestra dicha función.

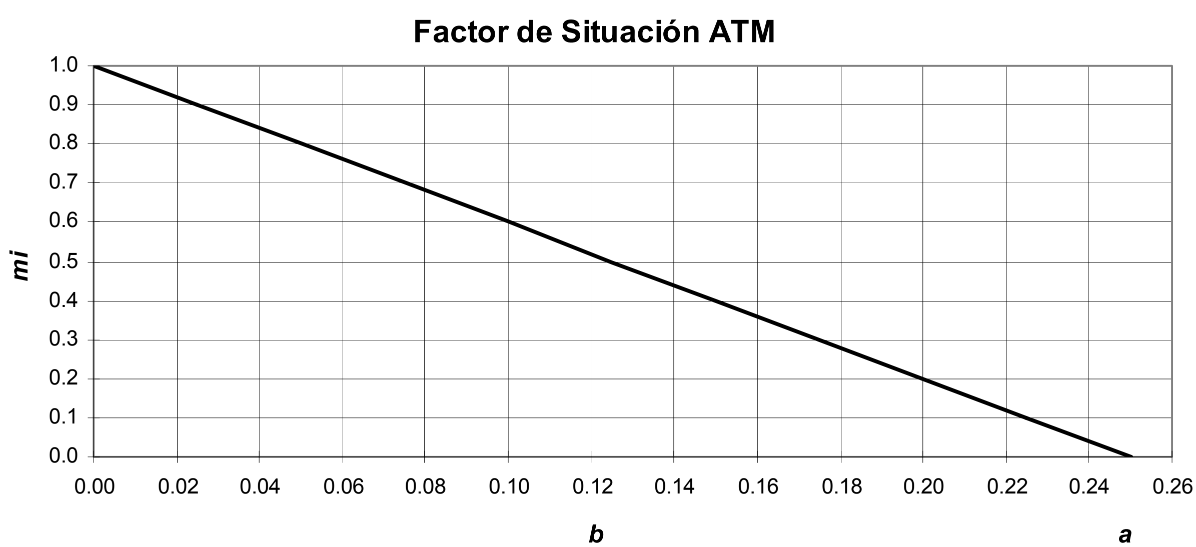


Figura 4.11 Factor de Situación ATM

8 Es la posibilidad del mercado de absorber una cantidad significativa de acciones de una emisora sin sufrir cambios significativos en el precio.

9 Véase el inciso 1.3.2.

Donde:

m_i = Factor de ponderación por situación *at-the-money* de la i-ésima opción

a = Porcentaje máximo de distancia, entre el precio de S y el precio de X, comúnmente se supone del 25%, por lo tanto: $a = 0.25$ y es la máximo valor que pude tomar b.

b = Diferencia relativa entre S y X, calculado a partir de $b = \frac{|S - X|}{S}$

El valor de *b* oscila entre cero y 0.25, tal como se muestra en la gráfica que describe la función lineal de m_i. Dicha variación de b depende la diferencia relativa que existe entre el precio del valor subyacente S y el precio de ejercicio X.

Una vez que se obtiene b, para llegar a m_i se facilitan las cosas al utilizar una función lineal descrita por la ecuación de la recta.

$$mi = \beta_0 + \beta_1 b \qquad (4.13)$$

Donde:

β_0 = Es el parámetro de corto plazo y se estima en 1.0

β_1 = Es la pendiente asociada a b y es igual a -4.0

En el estado ITM se asume la posición optimista del mercado dado que las opciones tienen ganancia, con lo que generalmente los precios de las primas arrojan "volatilidades altas", por el contrario sí se encuentran OTM el índice reflejará el lado pesimista del mercado ya que las opciones tienen pérdida y por consiguiente los precios de las primas arrojan "volatilidades bajas".

c) Factor de tiempo al vencimiento

La volatilidad implícita de varias opciones referidas a un mismo valor subyacente, siempre es diferente sí el tiempo al vencimiento de cada una de ellas también lo es. El objetivo de este factor, es dar mayor ponderación a las opciones que se acerquen al **tiempo al vencimiento promedio de seis meses[10]**. Esta consideración obedece a que las opciones con vencimientos "muy cortos" son muy sensibles a los cambios del mercado (reflejan la volatilidad de éste) e incrementan o disminuyen fuertemente el precio de la prima, conforme lo haga el valor subyacente. De manera inversa, las opciones con vencimiento "muy largo", generalmente presentan poca operatividad lo que puede distorsionar la relación entre el valor subyacente y el precio de la prima.

Para el caso del mercado mexicano, se considera que las opciones con 180 días naturales o seis meses al vencimiento son la ideales y por tanto las que mayor ponderación tiene. Dicho factor se calcula de la siguiente manera:

[10] Es el tiempo promedio al vencimiento de las opciones que cotizan el Mercado Mexicano de Derivados, MexDer.

$$Ft_i = \frac{w_i}{\sum w_i} \tag{4.14}$$

Donde:

w_i = Es el peso dado al i-ésima opción.

La propuesta para obtener este ponderador, w_i es mediante una fórmula relacionada con la raíz cuadrada del tiempo al vencimiento[11]. El valor máximo de w_i se alcanza en *b* (tiempo al vencimiento promedio de las opciones), el mínimo en *a* (éste siempre es cero) y en *c* (tiempo al vencimiento máximo de las opciones). Dicha función es expresada gráficamente de la siguiente manera:

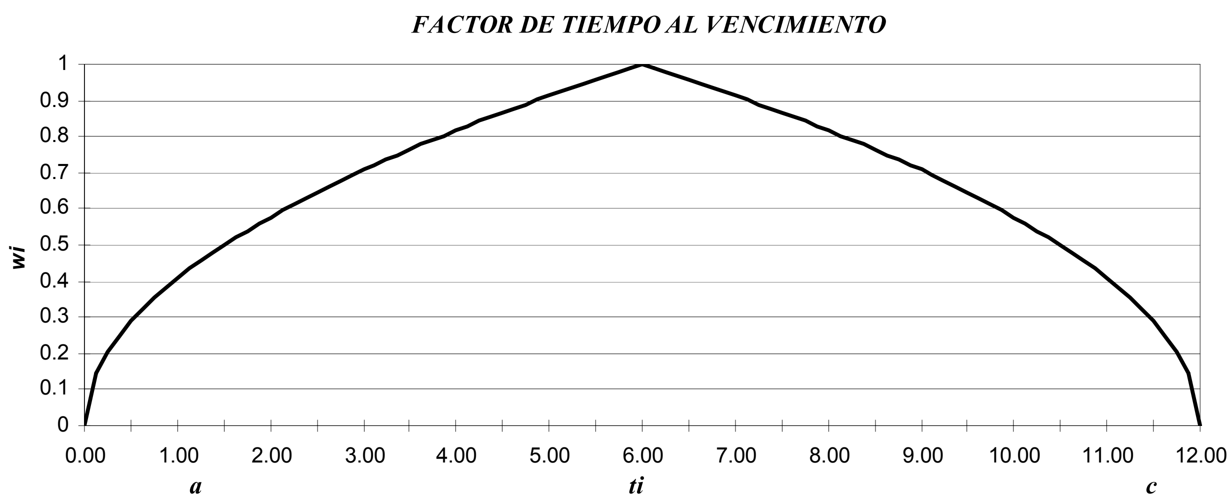


Figura 4.12 Factor de tiempo al vencimiento

$$w_i = \begin{cases} \sqrt{1+\left(\dfrac{t_i - b}{b}\right)} \text{......................} si...a \le t_i \le b \\ \\ \sqrt{1-\left(\dfrac{t_i - b}{b}\right)} \text{......................} si...b \le t_i \le c \end{cases} \tag{4.15}$$

[11] En el inciso 1.4.1 se describe como el precio de la opción, está en función de la raíz cuadrada del tiempo al vencimiento.

Donde:

a = Cuando el tiempo al vencimiento es nulo.
b = Es el tiempo al vencimiento promedio de las opciones que integran la muestra del índice.
c = Es el tiempo al vencimiento máximo de las opciones que integran la muestra del índice y es de doce meses.
t_i = Es el tiempo al vencimiento de la opción que se analiza.

Para el caso de las opciones que cotizan en el MexDer, los tiempos al vencimiento: promedio y máximo se consideran de 6 y 12 meses respectivamente.

Ejemplo:
Se requiere conocer la volatilidad implícita única del valor subyacente de dos opciones referidas al IPC que operaron el 03 de mayo de 2004.

EMISORA	***Call/Put***	***S***	***X***	***VOLUMEN***	***T-t***	σ_i
IPC	C	10,191.52	10,000.00	30	0.3806	0.1458
IPC	P	10,191.52	10,100.00	21	0.1278	0.1575

Tabla 4.1

a).- Por factor de volumen se tiene:

$$Fv_i = \frac{v_i}{\sum_{i=1}^{n} v_i} = \frac{30}{30+21} = 0.5882\,;$$

$$Fv_i = \frac{v_i}{\sum_{i=1}^{n} v_i} = \frac{21}{30+21} = 0.4118$$

b).- Por factor de situación ATM se tiene:

En primera instancia se calcula el valor de b, con la siguiente expresión:

$$b = \frac{|S-X|}{S} = \frac{10191.52 - 10000.00}{10191.52} = 0.0188$$

$$b = \frac{|S-X|}{S} = \frac{10191.52 - 10100.00}{10191.52} = 0.0090$$

Posteriormente se sustituyen los valores de b en (4.11) y se obtiene el factor de situación ATM

$$mi = 0.9940 + (-7.7490)(0.0188) + (15.2286)(0.0188)^2 = 0.8538$$

$$mi = 0.9940 + (-7.7490)(0.0090) + (15.2286)(0.0090)^2 = 0.9257$$

c).- Por factor de tiempo de tiempo al vencimiento.

Dado que las dos opciones analizadas tienen menos de 6 meses de tiempo al vencimiento, para obtener wi, se aplica la siguiente expresión:

$$w_i = \sqrt{1 + \left(\frac{t_i - b}{b}\right)} = \sqrt{1 + \left(\frac{0.3806 - 0.50}{0.50}\right)} = 0.8725$$

$$w_i = \sqrt{1 + \left(\frac{t_i - b}{b}\right)} = \sqrt{1 + \left(\frac{0.1278 - 0.50}{0.50}\right)} = 0.5056$$

$$Ft_i = \frac{w_i}{\sum w_i} = \frac{0.8725}{0.8725 + 0.5056} = 0.6331$$

$$Ft_i = \frac{w_i}{\sum w_i} = \frac{0.5056}{0.8725 + 0.5056} = 0.3669$$

Una vez encontrados los factores correspondientes, se aplica (4.8) y se obtiene la volatilidad única por valor subyacente. Tal como se presenta en la siguiente tabla.

EMISORA	*Call/Put*	*Fvi (1)*	*mi (2)*	*Fti (3)*	*σ_i (4)*	*Fvi*mi*Fti*σ_i (5)*	*Fvi*mi*Fti (6)*	*σ_i Subyacente (5)/6)*
IPC	C	0.5882	0.8538	0.6331	0.1458	0.0464	0.3179	0.1458
IPC	P	0.4118	0.9257	0.3669	0.1575	0.0220	0.1399	0.1575
TOTAL		1.0000				0.0684	0.4578	**0.1494**

Tabla 4.2

La volatilidad única por valor subyacente resultante es de 14.94, más cercana a la volatilidad de la opción call debido a que los tres ponderadores de este son mayores que los de la opción put. Este proceso se aplica a los diferentes subyacentes para un día de operación cualquiera.

4.2.3 Cálculo del Precio Relativo con Black & Scholes.

Una vez obtenida la volatilidad implícita única por valor subyacente, es posible calcular el precio relativo PR_j aplicando el modelo de Black & Scholes. Para este cálculo es necesario hacer los siguientes supuestos $X = S$ ya que se requiere que Las opciones estén "at-the-money", la tasa libre de riesgo TLR ó r = 0, del tal forma que el índice se vea afectado únicamente por las volatilidades de las opciones involucradas en el cálculo. De está manera es posible **obtener un índice de volatilidad**.

Sea Black & Scholes $C = SN[d_1] - Xe^{-r(T-t)}N[d_2]$

Con

$$d_1 = \frac{\ln(S/X) + (r + \sigma^2/2)\cdot(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}$$

$$d_2 = \frac{\ln(S/X) + (r - \sigma^2/2)\cdot(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}$$

Ó bien Black76 $C = e^{-r(T-t)}[SN(d_1) - XN(d_2)]$

Con

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{X}\right) + \frac{\sigma^2(T-t)}{2}}{\sigma\sqrt{(T-t)}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T-t}$$

Con cualquiera de los dos modelos se llega al mismo resultado dados los supuestos de $X = S$ y *r = 0*. Por lo tanto, el índice de volatilidad de opciones se obtendrá con el modelo Black & Scholes.

Sustituyendo en d los supuestos mencionados se tiene que:

$$d_1 = \frac{\ln(S/S) + (0 + \sigma^2/2)\cdot(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}} = \frac{\ln(1)}{\sigma\sqrt{T-t}} + \frac{1}{2}\sigma(T-t)$$

$$d_2 = \frac{\ln(S/S) + (0 - \sigma^2/2)\cdot(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}} = \frac{\ln(1)}{\sigma\sqrt{T-t}} - \frac{1}{2}\sigma(T-t)$$

Que sustituidas en el precio de la opción call, C quedan como sigue:

$$C = SN\left(\frac{\ln(1)}{\sigma\sqrt{T-t}} + \frac{1}{2}\sigma\sqrt{T-t}\right) - Se^{-(0)(T-t)}N\left(\frac{\ln(1)}{\sigma\sqrt{T-t}} + \frac{1}{2}\sigma\sqrt{T-t} - \sigma\sqrt{T-t}\right)$$

$$C = SN\left(\frac{1}{2}\sigma\sqrt{T-t}\right) - SN\left(-\frac{1}{2}\sigma\sqrt{T-t}\right)$$

Sustituyendo el tiempo al vencimiento promedio que es de medio año[12], *T-t = 0.5,* la formula de Black & Scholes se reduce a la siguiente expresión.

$$\frac{C}{S} = N\left(\frac{0.7071}{2}\sigma\right) - N\left(-\frac{0.7071}{2}\sigma\right)$$

Dado que el complemento de la función -N(-x) es igual a N(x)-1, se tiene finalmente que:

$$\frac{C}{S} = N\left(\frac{0.7071}{2}\sigma\right) + N\left(\frac{0.7071}{2}\sigma\right) - 1$$

De aquí que la formula para obtener el precio relativo PR_j se reduce a:

$$PR_j = \frac{C}{S} = 2N\left[\frac{0.7071\sigma}{2}\right] - 1 \tag{4.16}$$

Finalmente el índice es el promedio de los precios relativos involucrados el día de valuación y con éstos se crea un precio relativo único para el mercado de opciones, que se define como:

$$Indice = \frac{1}{J}\sum_{j=1}^{J}\frac{C_j(S_j r,1)}{S_j} \tag{4.17}$$

O bien

$$Indice = \frac{1}{J}\sum_{j=1}^{J}\sigma_j\left(S_j r,1\right) \tag{4.18}$$

El índice da como resultado el porcentaje del valor subyacente, que ocupa la prima de la opción en promedio; unitariamente, esto significa el porcentaje de valor subyacente que tendría que pagar un inversionista por adquirir una opción. Por tal motivo resulta claro que el índice cumple con el objetivo de proveer de información al inversionista, en la toma de decisiones para futuras inversiones.

Ejemplo:
Continuando con las opciones call y put referidas al IPC del 03 de mayo del 2004, se obtiene el PRECIO RELATIVO C/S, aplicando la ecuación (4.16) y se promedia dicho precio entre el total de subyacentes (para nuestro caso no es necesario dado que solo existe un valor subyacente), siendo el resultado el valor del índice de títulos opcionales para el día analizado.

[12] Se determina con base en el tiempo al vencimiento promedio de los opciones que cotizan en el MexDer, sin embargo este valor puede cambiar a 12, 18 ó 24 meses etc., meses según resulte un muestreo periódico de las opciones existentes en el mercado.

$$PR_j = \frac{C}{S} = 2 \cdot N\left[\frac{(0.7071)(0.1494)}{2}\right] - 1 \tag{4.19}$$

$$PR_j = \frac{C}{S} = 2 \cdot N[0.0528] - 1$$

$$PR_j = \frac{C}{S} = 2(0.5211) - 1$$

$$Indice = \frac{1}{J}\sum_{j=1}^{J} \frac{C_j(S_j r,1)}{S_j} = \frac{0.0421}{1} = 0.0421$$

Mismo que al multiplicar por 100 nos da el nivel del índice para el día analizado.

Con base en la definición del índice de títulos opcionales, planteada anteriormente; el valor resultante significa el porcentaje de valor subyacente que tendría que pagar un inversionista por adquirir una opción es de 4.21%.

Por otra parte una opción de compra correspondiente al 3 de mayo de 2004, con valor subyacente de 10,195.52 (referida al IPC); de acuerdo con el índice obtenido debió negociarse teóricamente y en promedio en $429.26 y fue negociada en $450.00. Lo que significa que el índice es un aceptable indicador del nivel de negociación de las primas de las opciones.

CAPÍTULO CINCO

EL ÍNDICE DE VOLATILIDAD DEL MERCADO MEXICANO DE DERIVADOS

En este capítulo se describe brevemente el comportamiento operativo que han tenido desde su inicio y hasta finales de 2007, las opciones financieras listadas el Mercado Mexicano de Derivados (MexDer). Destacando el incremento constante que han registrado las opciones referidas al IPC de la BMV. Situación que demanda la creación de un indicador que refleje las expectativas de los inversionistas de este tipo de instrumentos financieros.

También se describe la metodología para la construcción de un índice de volatilidad de acuerdo con el desarrollado por el Chicago Board Option Exchange (CBOE) en el 2003 y que se basa en el documento técnico de Fleming, Ostdiek y Whaley ("Predicting stock market volatility: a new mesure", The Journal of Futures Markets, vol.15 (3): 265-302), publicado en 1995. Donde esta nueva propuesta para la construcción de un índice de volatilidad, sustituye a la empleada por el mismo CBOE en 1993, misma que fue utilizada en el capítulo anterior.

Del mismo modo se detallan las adecuaciones llevadas a cabo para su aplicación en el MexDer. Se construye el índice de volatilidad desde el inicio de operaciones de las opciones financieras en el mercado mexicano y hasta finales de 2007. Finalmente se comparan los resultados contra el cálculo de volatilidad histórica de tres y seis meses del IPC y se concluye que esta última presenta un alto nivel de correlación con el índice de volatilidad. También se hace notar que la nueva metodología es esencialmente igual a la utilizada en 1993 por el mismo CBOE, ya que ambas utilizan como insumo la volatilidad implícita y dan como resultado valores muy similares.

5.1 DESCRIPCIÓN DEL MERCADO MEXICANO SOBRE TÍTULOS OPCIONALES.

EL Mercado Mexicano de Opciones financieras inicio operaciones en marzo de 2004, con dos opciones referidas al IPC de la Bolsa Mexicana de Valores, una era de compra (call) y otra de venta (put) con vencimiento en junio de 2004. Posteriormente se emitieron opciones con vencimientos para septiembre y diciembre del mismo año. Más tarde se listaron opciones Call y Put sobre acciones individuales de América Móvil serie L (AMX L) y al cierre de 2004 se operaban opciones del NAFTRAC 02[1].

Al cierre de 2005 se negocian contratos sobre: IPC, AMX L, NAFTRAC 02, iShare S&P 100 Index, iShare S&P 500 Index[2] y NASDAQ 100 Index Tracking Stock[3]. Para los cuatro vencimientos: marzo, junio, septiembre y diciembre.

Para finales de 2006 la negociación de opciones se llevó a cabo sobre: Futuros del IPC, AMX L, NAFTRAC 02,iShare S&P 500 Index, NASDAQ 100 Index Tracking Stock, y el dólar EUA, con vencimientos a marzo, junio, septiembre y diciembre.

Dado lo anterior, el mercado de opciones financieras ha venido incrementado significativamente su operación, lo que ha provocado a su vez que el MexDer liste constantemente nuevos productos que permitan la administración y la diversificación de riesgos.

En la siguiente gráfica se muestra el comportamiento del volumen operado en el MexDer durante el periodo 2004 – 2007, así como los días operados y el interés abierto.

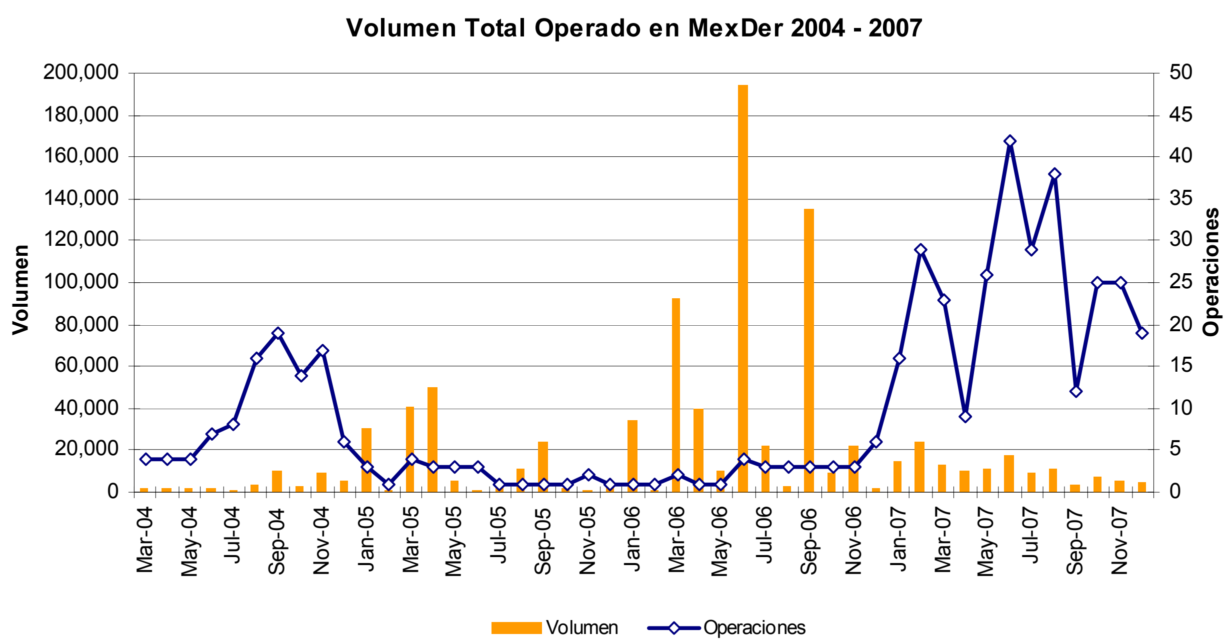


Figura 5.1 Volumen y días operados en MexDer 2004 - 2007

En la gráfica se aprecia que los meses con mayor volumen[4] correspondieron a junio, septiembre y marzo de 2006 con 195, 135 y 95 mil contratos. Mientras que los meses con mayor número de operación se registraron entre junio, julio y agosto de 2006.

---

[1] Certificados de participación ordinarios no amortizables sobre acciones que forman parte en el índice de precios y cotizaciones de la bolsa mexicana de valores.
[2] Canasta de acciones que integran Standard & Poors Index 100 y 500 respectivamente.
[3] Canasta de acciones que integran el Nasdaq 100 Index

También se puede ver como el volumen y las operaciones tienen un incremento generalizado a partir de 2006 y hasta el cierre de 2007. Los volúmenes y las operaciones corresponden a todas las opciones listadas en el MexDer, donde los valores subyacentes corresponden a: NAFTRAC 02, iShare S&P 100 Index, iShare S&P 500 Index, NASDAQ-100 Index Tracking Stock e IPC.

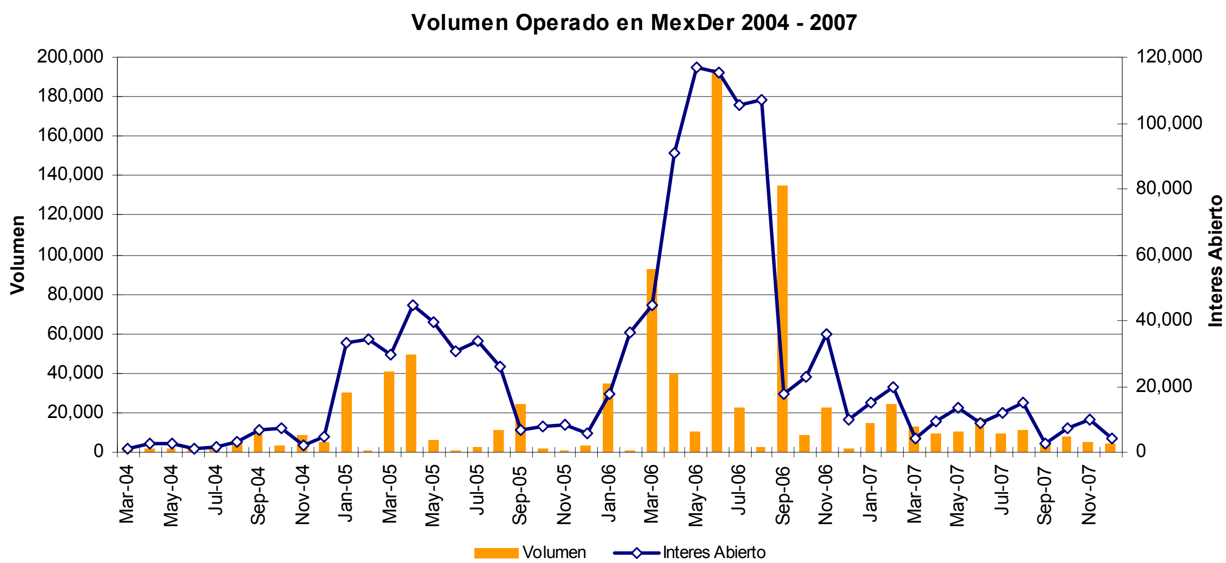


Figura 5.2 Volumen e Interés Abierto en MexDer 2004 - 2007

En relación al interés abierto o contratos abiertos[5], se puede apreciar que éstos están ligados al volumen, generalmente cuando este último crece sucede lo mismo con el interés abierto. Lo mismo que el volumen y las operaciones, el interés abierto presenta un incremento a partir de 2006.

El índice de volatilidad propuesto para el mercado mexicano de derivados está construido a partir de las opciones financieras que tienen como valor subyacente el IPC, por ser este junto con NAFTRAC 02 (al cual su vez tiene como referencia también al IPC) las opciones que más se negocian.

En la siguiente gráfica se muestra como se ha comportado la operatividad durante el periodo 2004 – 2007, de las opciones referidas al IPC de la bolsa.

---

[4] Se refiere a la cantidad de contratos negociados, a su vez cada contrato tiene un tamaño estandarizado dependiendo del instrumento que se trate; por ejemplo el tamaño de un contrato que tiene como subyacente América Móvil es de 100 acciones.

5 Son las operaciones celebrada en MexDer por un cliente a través de un Socio Liquidador, que no haya sido cancelada por el mismo cliente, por la celebración de una operación de naturaleza contraria de la misma Serie, a través del mismo Socio Liquidador.

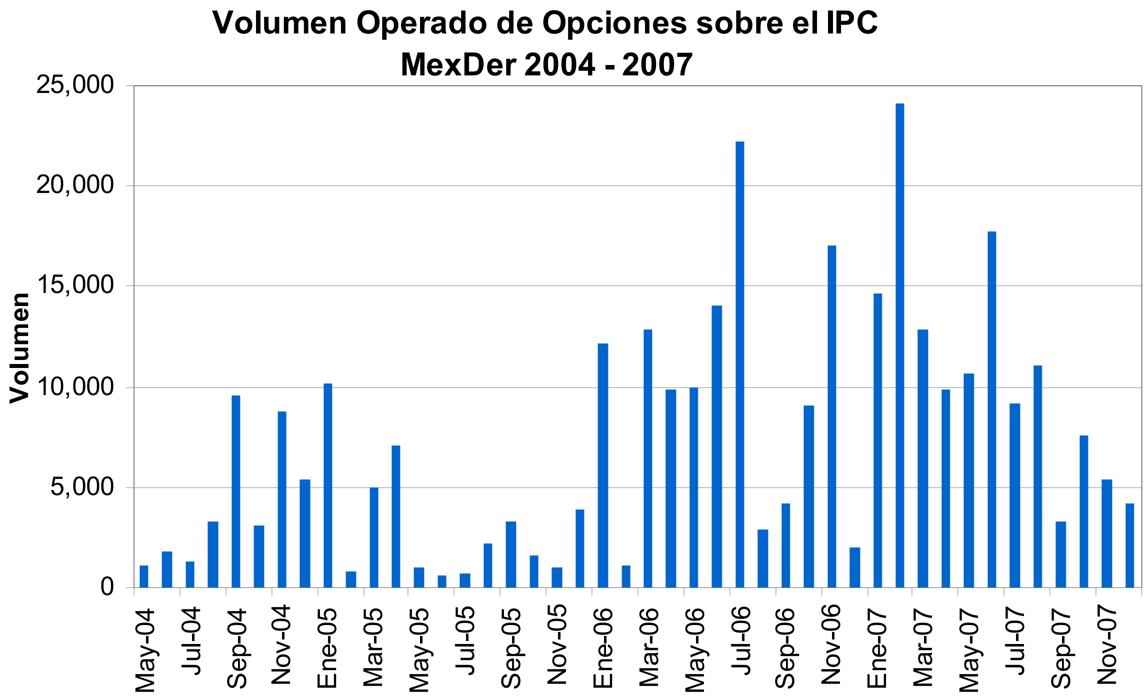


Figura 5.3 Volumen operado de opciones sobre el IPC

En relación a las opciones listadas en el MexDer, que tiene como valor subyacente el IPC de la bolsa, en la gráfica anterior se aprecio claramente como el volumen operado se ha incrementado a partir de 2006 y hasta diciembre de 2007. Los mayores volúmenes se registraron en febrero de 2007, julio de 2006 y junio de 2007, con valores de 24, 22 y 18 mil contratos operados respectivamente.

Derivado del constante incremento en la operatividad del mercado de opciones sobre el IPC, es que el MexDer decidió construir un índice de volatilidad, basado en las técnicas más modernas sobre teoría financiera.

5.2 El ÍNDICE DE VOLATILIDAD APLICADO EN EL MERCADO MEXICANO DE DERIVADOS.

Como resultado de la creación y puesta en marcha del mercado de Opciones en México en marzo de 1994, ahora se tienen los insumos necesarios para calcular un índice que sirva como referencia de la volatilidad esperada en el mercado mexicano.

En este sentido, cabe señalar que este tipo de índices ha tenido gran aceptación entre administradores de fondos y administradores de riesgos, quienes siguen su comportamiento para la oportuna toma de decisiones. Su principal virtud radica en que brinda de manera continua los niveles de volatilidad esperada por el mercado, permitiendo llevar a cabo un mejor manejo de portafolios.

Como se mencionó en capítulo cuatro, fue en 1993 cuando el Chicago Board Option Exchange (CBOE) introdujo el índice de volatilidad. Diez años más tarde, el mismo CBOE, han cambiado el concepto que tenía acerca de la volatilidad y por tal motivo también la metodología de cálculo del índice de volatilidad (VIX). El cual a su vez se construyó basándose en la metodología descrita en el documento técnico de Fleming, Ostdiek y Whaley ("Predicting stock market volatility: a new mesure", The Journal of Futures Markets, vol.15 (3): 265-302), publicado en 1995 y que también ha servido como referencia para otros mercados en la construcción de sus propios índices de volatilidad.

Los cambios recientemente incorporados en el nuevo índice, reflejan los últimos avances en teoría financiera y permiten hacer más eficiente los estándares de operación y cobertura de la volatilidad.

La característica fundamental de este índice continúa siendo la misma que en sus inicios. Provee instantáneamente las expectativas de volatilidad del mercado accionario para los próximos 30 días calendario.

Sin embargo, la nueva metodología de cálculo del índice posee dos importantes diferencia en relación a la metodología anterior.

1. El nuevo VIX no se calcula a partir del modelo de Black & Scholes, su cálculo es independiente a cualquier modelo, usa una formula que deriva en las expectativas de volatilidad por medio del promedio ponderado de precios de calls y puts out of the money (OTM) y no solo para los ejercicios At the Money (ATM) como se hacia en la propuesta inicial. Esta simple y poderosa derivación está basada en resultados teóricos que han favorecido el crecimiento de un nuevo mercado donde los administradores de riesgo y los fondos de cobertura pueden operar volatilidad y los hacedores de mercado pueden cubrirse de la volatilidad operando opciones financieras.

2. El segundo cambio importante en el nuevo VIX, radica en que para su cálculo se usan opciones sobre el índice Standard & Poor's 500 más que el Standard & Poor's 100. Aunque ambos índices están altamente correlacionados, sin embargo el Standard & Poor's 500 es el índice de referencia del mercado accionario norteamericano y por tanto la referencia para el funcionamiento de muchos fondos. En síntesis el Standard & Poor's 500 contiene una importante variedad de valores subyacentes, propios para la generación de índices de productos derivados.

Con estos cambios, el nuevo índice de títulos opcionales; mide las expectativas de volatilidad como teoría financiera. Es simple y más robusto porqué los insumos de precios de las opciones utilizadas para el cálculo, están referidas sobre diferentes posibilidades de volatilidad, no solo sobre las opciones ATM.

5.3 CONSTRUCCIÓN DEL ÍNDICE DE VOLATILIDAD.

5.3.1 Insumos para la construcción del índice.

Para la aplicación de la metodología de cálculo del índice de volatilidad al mercado mexicano de derivados, se requiere contar con información básica referida a las opciones que tienen como valor subyacente el IPC y que se encuentran listadas en el MexDer. Los insumos a tratar son:

1. Se calcula el promedio simple de las volatilidades implícitas de los pares de opciones Call y Put que estén por arriba y por abajo del precio de ejercicio teórico ATM. De esta manera en la primera etapa se obtendrán cuatro subíndices.

Sea $\sigma_{i,j,K}$ la volatilidad implícita en donde:

$$i = \begin{cases} c \rightarrow Call \\ P \rightarrow Put \end{cases}$$

$$j = \begin{cases} 1 \rightarrow Vencimiento \cdot más \cdot cercano \\ 2 \rightarrow Vencimiento \cdot siguiente \cdot al \cdot más \cdot cercano \end{cases}$$

$$K = \begin{cases} a \rightarrow Arriba(K > S) \\ b \rightarrow Abajo(K < S) \end{cases}$$

Se obtiene el promedio de las volatilidades implícitas de los pares de opciones para el vencimiento más cercano:

$$\sigma_{1,a} = \left(\sigma_{c,1,a} + \sigma_{p,1,a}\right)/2 \tag{5.1}$$
$$\sigma_{1,b} = \left(\sigma_{c,1,b} + \sigma_{p,1,b}\right)/2 \tag{5.2}$$

Del mismo modo se obtiene para el vencimiento siguiente al más cercano

$$\sigma_{2,a} = \left(\sigma_{c,2,a} + \sigma_{p,2,a}\right)/2 \tag{5.3}$$
$$\sigma_{2,b} = \left(\sigma_{c,2,b} + \sigma_{p,2,b}\right)/2 \tag{5.4}$$

2. Se obtiene la volatilidad implícita del precio de ejercicio ATM interpolando las volatilidades implícitas obtenidas en el paso anterior, a través de la siguiente expresión:

$$\sigma_1 = \sigma_{1,a}\left(\frac{S - K_b}{K_a - K_b}\right) + \sigma_{1,b}\left(\frac{K_a - S}{K_a - K_b}\right) \tag{5.5}$$

$$\sigma_2 = \sigma_{2,a}\left(\frac{S-K_b}{K_a-K_b}\right)+\sigma_{2,b}\left(\frac{K_a-S}{K_a-K_b}\right) \tag{5.6}$$

Donde:
K_a = Precio de ejercicio que se encuentra por arriba del nivel del índice al cierre del mercado. Sin importar que tan "grande" o "pequeño" sea, por ejemplo si el IPC de la bolsa cerró en 15,999 puntos, la opción con el precio de ejercicio que se tomará por arriba será la de 16,000. Finalmente se trata de una interpolación.

El cálculo tendrá por objeto encontrar a través de una interpolación del Precio de ejercicio teórico ATM que forzosamente coincida con el nivel cierre que tuvo el IPC de la bolsa.

K_b = Precio de ejercicio que se encuentra por debajo del nivel del IPC en el momento del cálculo.

S = Es el nivel de cierre del IPC en el mercado de capitales de la Bolsa Mexicana de valores.

3. Se requiere mantener un periodo constante para el índice de volatilidad. Las volatilidades del vencimiento más cercano y el siguiente más cercano son ponderadas para crear un periodo constante de aproximadamente 22 días hábiles o días de negociación por cada mes que contenga las series listadas en el MexDer. Dado que las opciones tienen vencimientos trimestrales, el periodo será de 66 días.

De donde se desprende que se requiere parametrizar la siguiente formula:

$$Indice \cdot de \cdot volatilidad \cdot = \cdot \sigma_1\left(\frac{T_2-66}{T_2-T_1}\right)+\sigma_2\left(\frac{66-T_1}{T_2-T_1}\right) \tag{5.7}$$

Donde:

T_1 = Días de operación restantes del vencimiento de la opción más cercana a la fecha de cálculo del índice de volatilidad.

T_2 = Días de operación restantes del segundo vencimiento de la opción siguiente más cercana a la fecha de cálculo del índice de volatilidad.

5.3.2 Cálculo del índice de Volatilidad

Supóngase el cálculo del índice de volatilidad al 31 de octubre de 2006. La selección de las opciones que se utilizaran para el cálculo depende del precio de cierre del IPC, mismo que para esta fecha fue 23,046.95

Opciones sobre el IPC listadas en el MexDer
Correspondientes al 31 de octubre 2006

VENCIMIENTO	CALL/PUT	PRECIO DE EJERCICIO	OPERACIONES	VOLUMEN	PRECIO DE LIQUIDACIÓN
15/12/2006	C	23,000	0	0	871.00
15/12/2006	P	23,000	2	100	661.00
16/03/2007	C	23,000	0	0	1,673.00
16/03/2007	P	23,000	0	0	1,061.00
15/06/2007	C	23,000	0	0	1,946.00
15/06/2007	P	23,000	0	0	1,033.00
21/09/2007	C	23,000	0	0	2,705.00
21/09/2007	P	23,000	0	0	1,526.00
15/12/2006	C	23,500	0	0	626.00
15/12/2006	P	23,500	0	0	926.00
16/03/2007	C	23,500	0	0	1,437.00
16/03/2007	P	23,500	0	0	1,290.00
15/06/2007	C	23,500	0	0	1,683.00
15/06/2007	P	23,500	0	0	1,248.00
21/09/2007	C	23,500	0	0	2,456.00
21/09/2007	P	23,500	0	0	1,744.00

Tabla 5.1 Opciones sobre el IPC con K arriba y abajo del precio teórico ATM

De las opciones listadas en el MexDer correspondientes al 31 de octubre de 2006 se selecciona como primer plazo aquel con fecha de expiración más cercana a la fecha o al momento del cálculo y superior a 10 días hábiles[6], así como el precio de ejercicio por arriba y por abajo, lo más cercano posible al precio teórico ATM o nivel de cierre del IPC. En este caso las opciones seleccionadas vencen el 15 de diciembre de 2006 y tienen precio de ejercicio de 23,000 y 23,500.

El segundo plazos o vencimiento corresponde a la segunda fecha de expiración más cercana a la fecha de cálculo, así como el precio de ejercicio por arriba y por abajo, lo más cercano posible al precio teórico ATM o nivel de cierre del IPC. De aquí resulta que las opciones seleccionadas expiran el 16 de marzo de 2007 y sus precio de ejercicio son de 23,000 y 23,500.

Series consideradas

Vencimientos	Fecha de vencimiento	Días de operación Restantes al vencimiento
Diciembre 2006	15/Dic/2006	29
Marzo 2007	16/Mar/2007	91

Tabla 5.2 Características de las series consideradas

[6] Se descartan las Opciones que tienen un plazo de expiración menor a 10 días de Operación (Días hábiles), dado que la volatilidad que se empieza a presentar en este tipo de Opciones empieza a verse distorsionada (sobrevaluando ó subvaluando su real volatilidad).

Antes de iniciar el proceso, se requiere calcular las volatilidades implícitas de las opciones consideradas. Para esto se hace uso del modelo Black76 que pretende obtener el precio teórico de la opción a partir de variables como lo son: el precio del activo subyacente S, precio de la prima de la Opción en el mercado C *o* P, tiempo a vencimiento $T\text{-}t$, el nivel de tasas de interés r y la volatilidad del subyacente σ entre otras. Como en el mercado se cotiza el precio de las opciones, tal como se muestra en la tabla 5.1, al despejar la fórmula obtenemos la volatilidad implícita que está contenida en el precio de liquidación de la opción.

Para la opción Call $C = e^{-r(T-t)}SN(d_1) - Xe^{-r(T-t)}N(d_2) = e^{-r(T-t)}\left[SN(d_1) - XN(d_2)\right]$

Para la opción Put $P = e^{-r(T-t)}\left[-SN(-d_1) + XN(-d_2)\right]$

Donde:

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{X}\right) + \frac{\sigma^2(T-t)}{2}}{\sigma\sqrt{(T-t)}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T-t}$$

De ambos modelos se obtendrá la volatilidad implícita tanto para un call como para un put, dado que se conocen: *S, K o X, r, T-t y C o P*. Se utilizará el proceso iterativo descrito en el inciso 4.2.2.

$$\sigma_{i+1} = \sigma_i - \frac{p_i - p}{\Lambda_i}$$

Calculando la VI de la opción Call por abajo con el vencimiento siguiente al más cercano, se tiene que:

S = 23,215 que es el nivel en que se negoció el futuro a 30 días del IPC
K = 23,000
T-t = 0.1278 años
r = 7.05%
C = 871 precio en el que se negocio la opción Call

Para iniciar el proceso iterativo se supone un valor de volatilidad, por ejemplo $\sigma_i = 30\%$, que sustituida en Black76 resulta un precio teórico $p_i = 1{,}089.4615$, mientras que lambda $\Lambda_i = 4{,}612.4488$. Estos datos a su vez se sustituyen en la ecuación (4.7) quedando como sigue:

$$\sigma_{i+1} = 0.3 - \frac{1{,}089.4615 - 871.00}{4{,}612.4488} = 0.2528$$

Como la diferencia entre el precio teórico y el precio registrado como último hecho (C), no satisfacen al ecuación (4.7), el proceso continúa tomando ahora como volatilidad inicial σ_i, la volatilidad resultante σ_{i+1} del cálculo anterior. El resultado final después de 3 ó 4 iteraciones es:

$$\sigma_{i+1} = 0.2329 - \frac{871-871}{4{,}655.0392} = 0.2329$$

Con la que se satisface la ecuación (4.7) y la volatilidad implícita que resulta de la operación de la opción es $\sigma_i = 23.29\%$. Del mismo modo se procede con las VI de las restantes siete opciones que utilizaremos para construir el índice de volatilidad. En la siguiente tabla se muestran los resultados.

Volatilidades Implícitas en %

Concepto	Call Arriba	Puts Arriba	Calls Abajo	Puts Abajo
VI del vencimiento más cercano (Dic 06)	23.08	24.34	23.29	24.10
VI del Vencimiento siguiente al más cercano (Mar07)	24.90	24.00	24.68	24.16

Tabla 5.3 Volatilidades implícitas utilizadas para calcular el índice.

Paso 1

Sustituir en (5.1), (5.2), (5.3) y (5.4), lo valores correspondientes.

$$\sigma_{1,b} = (\sigma_{c,1,b} + \sigma_{p,1,b})/2 \qquad \sigma_{1,b} = (23.29 + 24.10)/2 = 23.70$$
$$\sigma_{1,a} = (\sigma_{c,1,a} + \sigma_{p,1,a})/2 \qquad \sigma_{1,a} = (23.08 + 24.34)/2 = 23.71$$

$$\sigma_{2,b} = (\sigma_{c,2,b} + \sigma_{p,2,b})/2 \qquad \sigma_{2,b} = (24.68 + 24.16)/2 = 24.42$$
$$\sigma_{2,a} = (\sigma_{c,2,a} + \sigma_{p,2,a})/2 \qquad \sigma_{2,a} = (24.90 + 24.00)/2 = 24.45$$

Paso 2

Sustituir en (5.6) y (5.7) los resultados obtenidos en el paso anterior.

$$\sigma_1 = \sigma_{1,b}\left(\frac{K_a - S}{K_a - K_b}\right) + \sigma_{1,a}\left(\frac{S - K_b}{K_a - K_b}\right)$$

$$\sigma_2 = \sigma_{2,b}\left(\frac{K_a - S}{K_a - K_b}\right) + \sigma_{2,a}\left(\frac{S - K_b}{K_a - K_b}\right)$$

$$\sigma_1 = 23.70\left(\frac{23{,}500 - 23{,}046.95}{23{,}500 - 23{,}000}\right) + 23.71\left(\frac{23{,}046.95 - 23{,}000}{23{,}500 - 23{,}000}\right) = 23.70$$

$$\sigma_2 = 24.42\left(\frac{23{,}500 - 23046.95}{23{,}500 - 23{,}000}\right) + 24.45\left(\frac{23{,}046.95 - 23{,}000}{23{,}500 - 23{,}000}\right) = 24.42$$

Paso 3

Obtener el índice de volatilidad, sustituyendo en (5.7), los resultados del paso anterior.

$$Indice \cdot de \cdot Volatilidad \cdot = \cdot\sigma_1\left(\frac{T_2 - 66}{T_2 - T_1}\right) + \sigma_2\left(\frac{66 - T_1}{T_2 - T_1}\right)$$

$$Indice \cdot de \cdot Volatilidad \cdot = 23.70\left(\frac{91 - 66}{91 - 29}\right) + 24.42\left(\frac{66 - 29}{91 - 29}\right) = 24.31$$

La volatilidad implícita esperada y calculada el 31 de octubre de 2006 fue de **24.13%.** Lo que hace este tipo de medición, es recoger los precios de los Contratos de Opciones que se cotizan en los mercados en un momento determinado y a través de los cuales se pueden inferir las expectativas que tienen los inversionistas. Es decir, es "lo que espera el mercado" para el comportamiento de un activo, y por tanto tiene sustento real, a diferencia de una predicción o estimación que toma como referencia eventos pasados. Su gran utilidad es poder maximizar las oportunidades de inversión, arbitraje, cobertura e incluso de especulación.

En la medida que el índice incremente su valor,. El precio de las primas de las opciones Call y put sufrirá el mismo efecto; lo que implica que los inversionistas perciben más inestable o riesgoso el valor subyacente. Por el contrario, cuando disminuye su valor lo inversionistas perciben un mercado más estable, menos riesgoso. Que el activo subyacente presente tendencia alcista no significa que al índice de volatilidad le suceda lo mismo, cabe recordar que la volatilidad es sinónimo de variaciones a la alza y a la baja y no un tendencia constante de alza o baja.

5.4 ANÁLISIS DE RESULTADOS.

El índice de volatilidad se ha calculado diariamente desde el primer día de operación de las opciones referidas al IPC. A continuación se presenta una gráfica su comportamiento a partir del 24 de marzo de 2004 y hasta el 31 de diciembre de 2007.

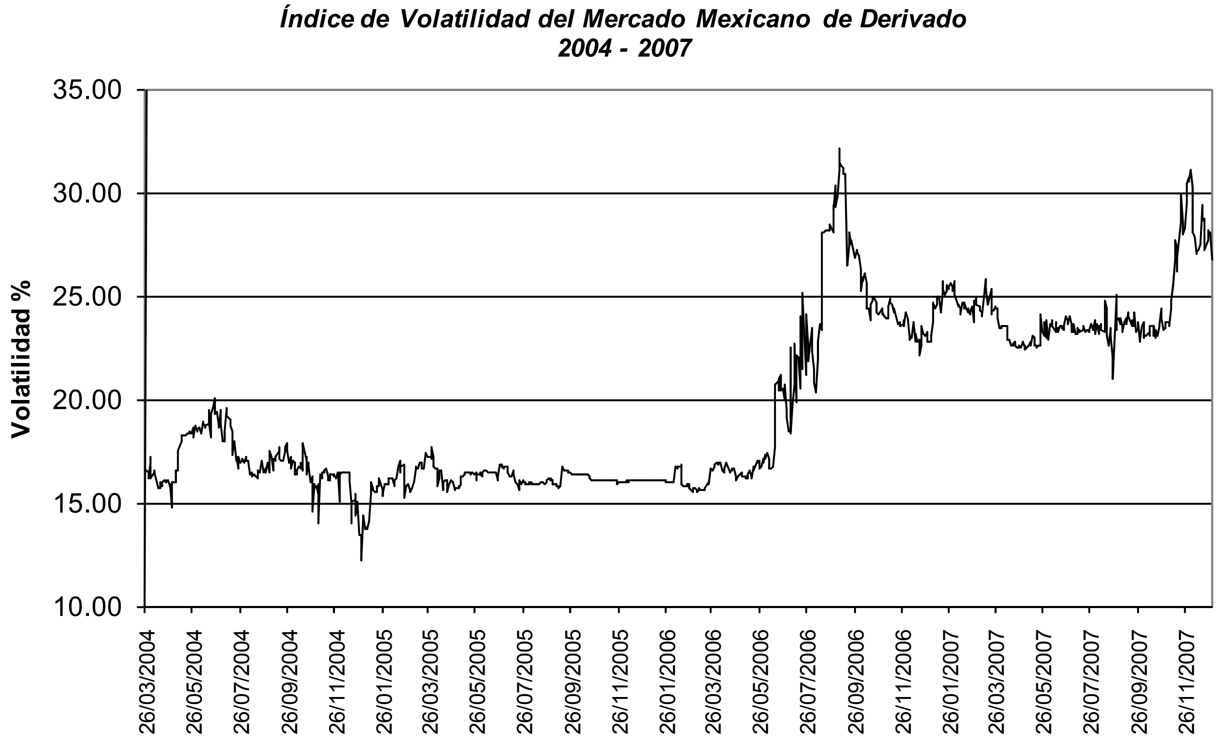


Figura 5.4 Comportamiento del índice de Volatilidad del Mercado Mexicano de Derivados.

En la gráfica se aprecia que desde marzo de 2004 y hasta principios de junio de 2006 el índice es muy estable con valores del orden del 17%, pero antes de finalizar junio el índice tiene un incremento extraordinario hasta alcanzar un máximo de 32.13% el 6 de septiembre de 2006. El incremento extraordinario del índice se presenta durante el periodo junio – septiembre 2006, mismo que coincide con el periodo postelectoral en México.

El 2007 se mantiene estable en un rango entre 23 y 25% hasta finales de octubre. Sin embargo en noviembre inicia una escalada que alcanza su máximo en 31.04% el 03 de diciembre, situación que coincide con la turbulencia financiera mundial.

5.4.1 El índice de volatilidad y el índice de precios y cotizaciones.

Durante el periodo Marzo 2004 – Agosto 2007 el IPC muestra consistentemente una tendencia a la alza, mientras que el índice de volatilidad presenta valores que siguen un comportamiento completamente distintos al del IPC; esto se debe a que la naturaleza de cálculo de uno y otro índice es distinta, y para ser comparables se requiere de otro enfoque.

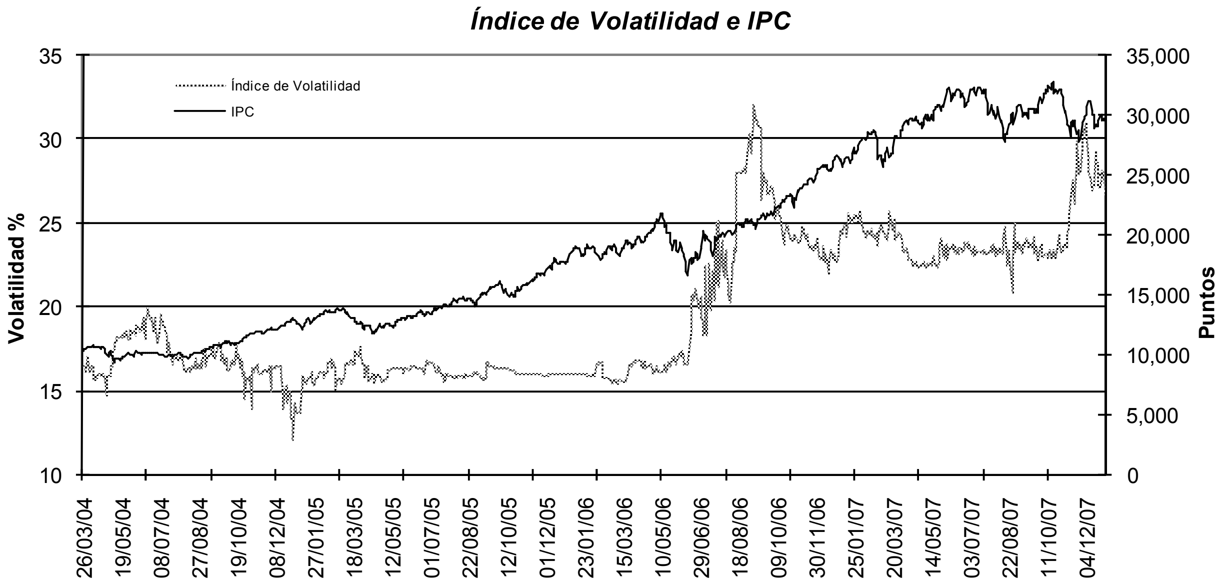


Figura 5.5 Comportamiento del índice de Volatilidad y el IPC.

El 9 de mayo del 2006 el IPC registró un máximo histórico de 21,822.93 puntos, a partir de ahí tuvo una "fuerte caída" que culminó el 13 de junio de 2006 en 16,653.15 puntos; lo que representó una disminución de 23.69% en tan solo un mes. Posteriormente retoma la tendencia ascendente y el 4 de julio llega a 20,329.49 puntos lo que representó un incremento de 22.08% en poco menos de un mes. Estos hechos coinciden con el entorno electoral del país.

Los grandes incrementos o decrementos en periodo cortos, como los registrados por el IPC; generan "grandes volatilidades"[7]. Dado lo anterior, ahora es posible entender el comportamiento del índice de volatilidad a partir comportamiento del IPC, donde el primero inicia una escalda a partir de junio de 2006 en niveles de 17% y alcanza y su punto máximo el 6 de septiembre de 2006 en 32.13%, lo que representa un incremento del orden del 100% en un periodo de tres meses.

5.4.2 El índice de volatilidad y la volatilidad histórica de tres meses

La volatilidad histórica calculada con tres meses de información[8], presenta un comportamiento similar al del índice de volatilidad a partir de 26 de marzo y hasta el 2 de octubre de 2006. Durante este lapso el coeficiente de correlación entre ambos es de 77.84%, lo que implica que tienen un comportamiento estrecho, tal como se muestra en la gráfica.

[7] La volatilidad es esencialmente la desviación estándar de los rendimientos, por lo tanto; grandes rendimientos positivos o negativos provocarán los mismos efectos en la volatilidad.
[8] Para mayor detalle acerca de la forma de cálculo de la volatilidad histórica véase el inciso 4.1.1.2 .

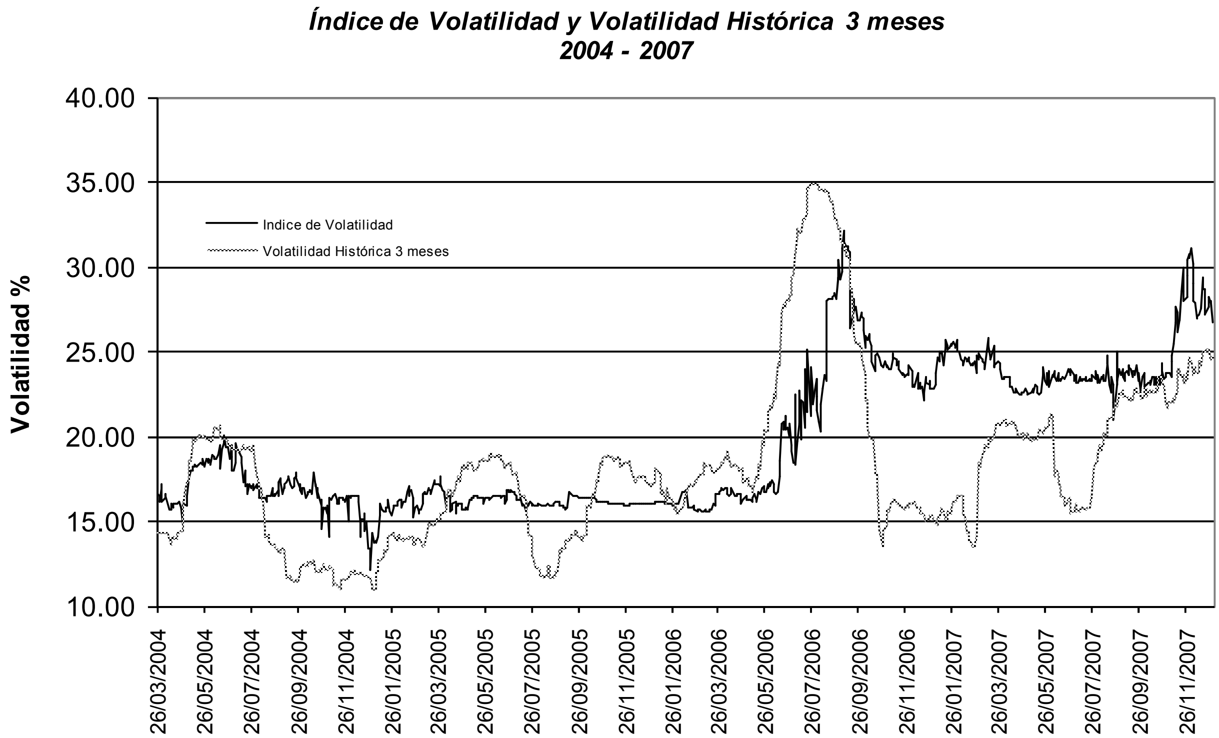


Figura 5.6 Comportamiento del Índice de Volatilidad y Volatilidad Histórica de 3 meses.

Posteriormente, en el intervalo que va del 3 de octubre de 2006 al 31 de diciembre del 2007, la relación entre ambos es poco estrecha, tal como lo demuestra el coeficiente de correlación que es de tan solo 35.95%.

En tanto que la correlación del periodo completo, que comprende del 26 de marzo de 2006 al 31 de diciembre de 2007 es de 56.43%, lo significa que ambos fenómenos siguen un comportamiento medianamente estrecho.

5.4.3 El índice de volatilidad y la volatilidad histórica de seis meses

La volatilidad calculada con información histórica de seis meses, presenta en una primera instancia una relación estrecha con respecto al índice de volatilidad. Al igual que la volatilidad histórica de tres meses, es posible separar el comportamiento de ambos fenómenos en dos intervalos. El primero que va del 26 de marzo hasta el 19 de diciembre de 2006 y donde el coeficiente de correlación es de 88.06% lo que confirma una relación muy estrecha.

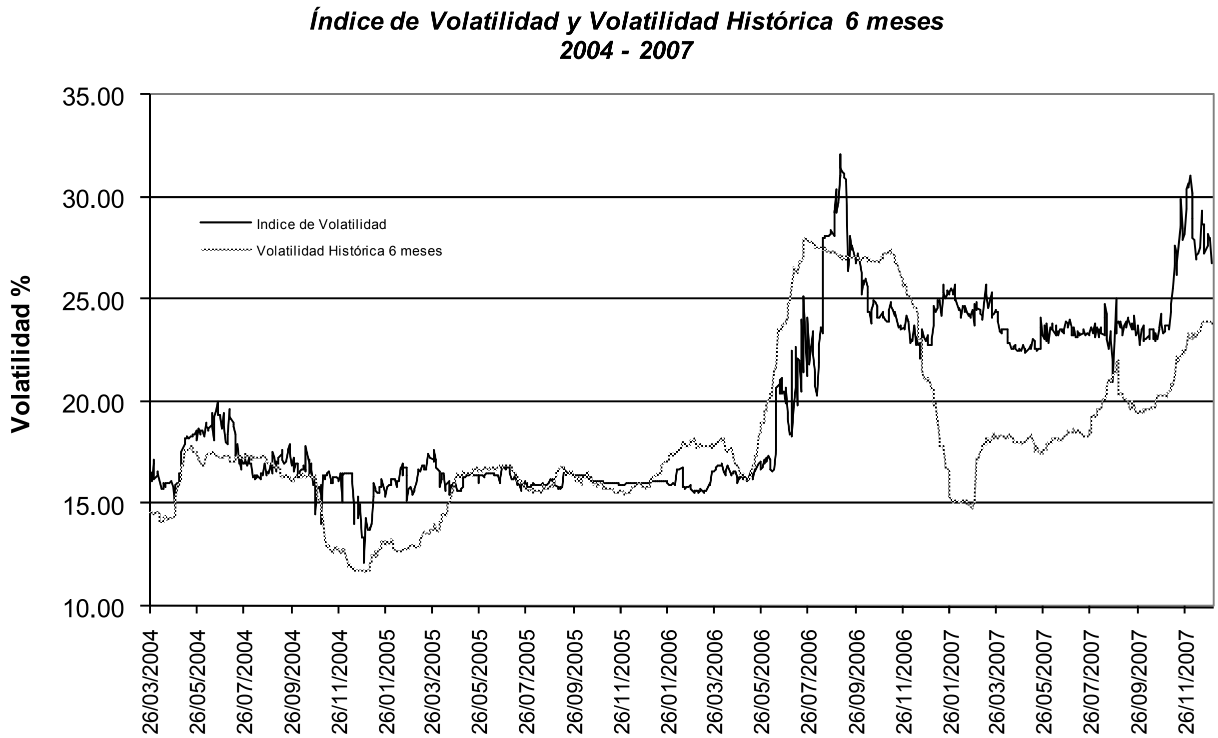


Figura 5.7 Comportamiento del Índice de Volatilidad y Volatilidad Histórica de 6 meses.

El segundo intervalo comprende de 20 de diciembre de 2006 al 31 de diciembre de 2007 y éste al igual de sucede con la volatilidad de tres meses, los fenómenos presenta una relación poco estrecha o independiente. Misma que se confirma con el bajo nivel de correlación que resultó de apenas 48.82%

En tanto que la correlación del intervalo total es de 72.01%, que es un nivel bastante aceptable. En suma la volatilidad calculada con información histórica de seis meses se asemeja al índice de volatilidad, mucho más que la volatilidad calculada con información histórica de tres meses.

Cabe señalar que la nueva metodología propuesta por el CBOE en el 2003, para la construcción del índice de volatilidad; es esencialmente la misma que se utilizó en 1993, ya que ambas tienen como insumo la volatilidad implícita. Sin embargo difieren en el proceso de selección de la muestra de opciones que se emplean para el cálculo final del índice. No obstante esta diferencia en el proceso final, los valores obtenidos con las dos metodologías son muy similares.

CONCLUSIONES

El nuevo índice de volatilidad del Mercado Mexicano de Derivados (MexDer) se calcula a partir del 26 de marzo de 2006. Está referido a opciones que tienen como valor subyacente el Índice de Precios y Cotizaciones (IPC) de la Bolsa Mexicana de Valores (BMV), por ser éstas las de mayor emisión y operatividad en el MexDer. Este índice se constituye en una importante herramienta que sirve como referencia de la volatilidad esperada por los participantes en el mercado accionario mexicano. Por tanto *el índice de volatilidad es un indicador adelantado.*

Los índices de volatilidad a diferencia de los índices accionarios, incorporan en su cálculo las expectativas de los inversionistas en el corto plazo (de 30 a 60 días) y da como resultado los niveles de negociación de las primas de las opciones, mientras que los segundos basan su cálculo en el valor de mercado de las acciones que integran sus muestras y un incremento o decremento de éstos significa que en promedio las acciones del mercado referido experimentan movimientos a la alza o a la baja. Si bien es cierto que ambos proveen de información a los inversionistas de los niveles de negociación de las opciones y las acciones respectivamente, *los primeros muestran las expectativas de los inversionistas y los segundos registran el comportamiento histórico.*

La Volatilidad Implícita es el indicador de sensibilidad más importante para la determinación del precio teórico de las opciones financiera y también es el insumo básico para la generación del índice de volatilidad, ésta surge a partir del nacimiento y la creación del modelo de Valuación de Opciones financieras desarrollado por Fisher Black y Myron Scholes, y supone que todas las variables que intervienen en este modelo son conocidas a excepción de la Volatilidad. El modelo de Black & Scholes pretende obtener el precio teórico de la opción a partir de las variables: precio del activo subyacente, precio de la prima de la Opción en el mercado, tiempo al vencimiento, el nivel de tasas de interés y la volatilidad del subyacente. Como en el mercado se cotiza el precio del activo o subyacente, al despejar de la fórmula de Black & Scholes es posible obtener la volatilidad implícita que está contenida en el precio de la opción.

En este sentido, es en 1993 cuando el Chicago Board Option Exchange implantó un índice de opciones basado en la volatilidad implícita, la cual se obtiene por medio de la aplicación del modelo Black & Scholes. En este trabajo se aplica dicha metodología al MexDer, no sin antes llevar a cabo múltiples adecuaciones tales como: los procedimientos para ponderar por volumen, por situación "At The Money" y por tiempo al vencimiento, todos éstos con la finalidad de conseguir "la volatilidad implícita única por valor subyacente" y con ésta a su vez calcular el índice de opciones. Las adecuaciones propuestas fueron probadas por espacio de cinco años en el mercado mexicano de derivados, dando resultados satisfactorios; aunque el índice resultante nunca fue del dominio público, debido principalmente a la incipiente operatividad del mercado. Posteriormente este índice fue sustituido por el nuevo índice de volatilidad, objetivo principal de este trabajo.

En el desarrollo del presente documento, se hace énfasis en la utilización del modelo Black76, que al igual que el modelo de Black & Scholes se emplea para valuar el precio teórico de las opciones financieras, solo que el primero emplea como precio del valor subyacente el precio de cotización del futuro del IPC. Es gracias a esta característica, que cuando no existe precio de referencia de alguna las opciones financieras que integra la muestra del índice (por no registrar operación), se utiliza el precio del futuro del IPC para la obtención del mismo. A su vez, el utilizar el precio del futuro del IPC significa traer al presente las expectativas de volatilidad esperada por el mercado accionario.

En este trabajo se expusieron dos técnicas para medir y modelar la volatilidad de los activos. Una fue la volatilidad histórica y la otra la volatilidad Implícita. En el caso de la segunda se recogen los precios de los contratos de las opciones que cotizan en el MexDer o bien utilizando los precios pactados del futuro del IPC y a través de éstos se pueden inferir las expectativas que tienen los participantes. Es decir, es "lo que espera el mercado" acerca del comportamiento del IPC, basado en un sustento real, a diferencia de la volatilidad histórica que toma como referencia eventos pasados. La gran utilidad de la volatilidad implícita para el público inversionista, es que permite maximizar las oportunidades de inversión, arbitraje, cobertura e incluso de especulación, ya que incorpora las expectativas de los inversionistas.

La volatilidad implícita ha cobrado relevancia en los mercados financieros en la última década, ante esta situación se ha vuelto cada vez más común que se listen contratos de Futuros, Opciones e Índices que tienen como valor subyacente la volatilidad implícita, lo que significa que no solo es un indicador confiable para la toma oportuna de decisiones, sino que también se ha convertido al igual que los índices accionarios, en un valor de referencia o activo subyacente objeto de inversión.

En los diferentes análisis que se llevaron a cabo en el presente trabajo, destaca el comparativo entre el índice de volatilidad y la volatilidad calculada con información histórica de seis meses, se observa que existen periodos en que ambos fenómenos siguen una estrecha relación ya que el coeficiente de correlación es cercano al 90%. Y por lo tanto, es posible hacer estimaciones del índice de volatilidad a partir de la volatilidad histórica, haciendo uso de un modelo de regresión lineal. Sin embargo y al igual que el comparativo entre el índice de volatilidad y un índice accionario, la naturaleza de ambos es diferente, ya que *el primero incorpora expectativas o información futura, mientras que la volatilidad histórica utiliza información pasada.*

En este sentido, cabe señalar que durante el período 2003 – 2007 el rendimiento obtenido por el IPC de la BMV fue de 357.51% en término de dólares, situación que contrasta con el del Dow Jones que fue de tan solo 50.02%, en tanto que para el Standard & Poor's fue de 66.89%. Dado lo anterior, el IPC se constituyó durante los últimos años en un instrumento de inversión altamente rentable, por encima de mercados desarrollados como el norteamericano.

La metodología aplicada en la construcción del índice de volatilidad para el mercado mexicano de derivados, toma como referencia el documento técnico de Fleming, Ostdiek y Whaley ("Predicting stock market volatility: a new mesure", publicado en 1995. Donde esta nueva propuesta para la construcción de un índice de volatilidad, sustituye a la empleada por el mismo CBOE en 1993. No obstante que ambos índices son esencialmente iguales, ya que utilizan el modelo de Black & Scholes para obtener la volatilidad implícita y el resultado final es prácticamente el mismo, tan solo difieren en la selección de la muestra de opciones que integran el valor del índice.

Este nuevo índice de volatilidad a diferencia del desarrollado en 1993, se ha constituido en una poderosa herramienta financiera debido la simplicidad de su cálculo; ya que una vez determinada la volatilidad implícita, se aplica un promedio ponderado de los precios de calls y puts que se encuentran por arriba y por abajo de los precios de ejercicio At the Money (ATM). Mientras que en el índice de 1993, después obtener la volatilidad implícita, se aplica el modelo de Black & Scholes solamente a los precios de los calls y puts con ejercicio ATM.

En relación a la utilización de este índice, sucede que el mercado traduce los aumentos de volatilidad en incrementos en el precio de las opciones y a la inversa, sean éstas de compra o de venta. En este sentido, cuando el índice de volatilidad aumenta, también aumentan los precios de las opciones de compra y de venta referidas al IPC y cuando el nivel del índice disminuye, sucede lo mismo con los precios de las opciones tanto de compra como de venta.

Hasta el momento el nuevo índice de volatilidad está construido con un solo valor subyacente que es el IPC, por ser éste el de mayor emisión y operatividad en el MexDer, sin embargo el mercado mexicano de derivados cuenta con opciones de acciones individuales y tracks sobre índices extranjeros y la dinámica de crecimiento del mercado provocará que en breve se cuente con más subyacentes de referencia. Por tal motivo, se requerirá establecer algunas adecuaciones para incorporar la influencia de los nuevos valores subyacentes al índice de volatilidad actual.

ANEXO A

Información Histórica del Índice de Volatilidad, Volatilidades Históricas e IPC

Fecha	Índice de Volatilidad	Volatilidad 3M del IPC	Volatilidad 6M del IPC	IPC
26-Mar-04	16.57	14.13	14.60	10,432.00
29-Mar-04	16.48	14.42	14.67	10,455.51
30-Mar-04	16.16	14.45	14.70	10,468.75
31-Mar-04	16.98	14.45	14.65	10,517.50
01-Abr-04	17.17	14.45	14.64	10,611.87
02-Abr-04	16.20	14.44	14.65	10,714.10
05-Abr-04	16.43	14.40	14.66	10,749.23
06-Abr-04	16.58	14.45	14.69	10,714.28
07-Abr-04	16.49	14.45	14.59	10,746.58
12-Abr-04	15.74	14.50	14.25	10,844.03
13-Abr-04	15.71	13.74	14.23	10,686.59
14-Abr-04	16.01	13.77	14.24	10,609.92
15-Abr-04	15.81	14.16	14.44	10,610.42
16-Abr-04	16.01	14.24	14.49	10,677.14
19-Abr-04	16.04	14.12	14.37	10,646.81
20-Abr-04	16.00	14.14	14.38	10,663.44
21-Abr-04	16.07	14.18	14.40	10,539.40
22-Abr-04	16.01	14.18	14.30	10,645.15
23-Abr-04	16.10	14.39	14.40	10,721.62
26-Abr-04	15.80	14.44	14.43	10,648.77
27-Abr-04	15.85	14.46	14.45	10,606.63
28-Abr-04	14.81	14.51	14.50	10,240.91
29-Abr-04	15.98	14.44	14.51	9,980.51
30-Abr-04	15.99	16.08	15.41	9,948.13
03-May-04	15.95	16.91	15.86	10,191.52
04-May-04	16.54	16.85	15.85	10,333.17
05-May-04	16.54	17.44	16.14	10,114.49
06-May-04	17.48	17.56	16.22	9,852.41
07-May-04	17.54	17.95	16.54	9,790.99
10-May-04	17.95	18.71	16.94	9,440.57
11-May-04	17.99	18.30	16.97	9,648.10
12-May-04	18.24	19.59	17.56	9,690.67
13-May-04	18.23	20.05	17.79	9,784.09
14-May-04	18.30	19.87	17.78	9,786.32
17-May-04	18.24	19.91	17.74	9,605.62
18-May-04	18.32	19.85	17.69	9,730.16
19-May-04	18.36	20.13	17.87	9,767.63
20-May-04	18.31	20.22	17.94	9,810.78
21-May-04	18.46	20.23	17.74	9,822.39
24-May-04	18.37	20.25	17.68	9,891.49
25-May-04	18.63	20.16	17.66	9,991.20
26-May-04	18.19	20.20	17.56	10,062.58
27-May-04	18.17	20.28	17.58	10,153.61
28-May-04	18.70	20.00	17.28	10,028.42
31-May-04	18.46	19.90	17.31	10,036.29
01-Jun-04	18.58	19.99	17.14	10,043.32
02-Jun-04	18.63	19.94	17.03	9,981.89
03-Jun-04	18.62	19.89	16.97	9,907.59
04-Jun-04	18.33	19.92	16.98	10,057.59
07-Jun-04	18.94	19.70	16.96	10,368.62
08-Jun-04	18.83	19.91	17.04	10,336.12
09-Jun-04	18.73	20.75	17.53	10,219.03
10-Jun-04	18.64	20.58	17.47	10,230.50
11-Jun-04	18.71	20.70	17.55	10,214.51
14-Jun-04	18.86	20.61	17.53	10,093.02
15-Jun-04	19.48	20.61	17.54	10,220.69
16-Jun-04	18.80	20.65	17.57	10,151.60
17-Jun-04	18.12	20.15	17.56	10,175.33
18-Jun-04	19.28	20.09	17.54	10,224.39
21-Jun-04	19.60	20.07	17.43	10,187.92
22-Jun-04	20.03	20.02	17.44	10,140.25
23-Jun-04	19.42	19.98	17.43	10,137.88
24-Jun-04	19.33	20.00	17.38	10,182.54
25-Jun-04	19.41	19.93	17.38	10,128.79
28-Jun-04	18.70	19.82	17.38	10,137.03
29-Jun-04	18.66	19.70	17.40	10,137.42
30-Jun-04	19.44	19.59	17.40	10,281.82
01-Jul-04	18.82	19.27	17.40	10,260.96
02-Jul-04	18.01	19.40	17.43	10,240.84
05-Jul-04	17.98	19.40	17.43	10,222.45
06-Jul-04	18.42	19.40	17.44	10,121.12

Fecha	Índice de Volatilidad	Volatilidad 3M del IPC	Volatilidad 6M del IPC	IPC
07-Jul-04	19.61	19.38	17.44	10,042.02
08-Jul-04	19.18	19.37	17.14	9,975.12
09-Jul-04	19.24	19.31	17.18	10,042.34
12-Jul-04	18.97	19.33	17.19	10,090.42
13-Jul-04	18.85	19.38	17.19	10,033.90
14-Jul-04	18.75	19.40	17.16	9,843.02
15-Jul-04	18.42	19.32	17.18	9,875.57
16-Jul-04	17.33	19.46	17.40	9,923.92
19-Jul-04	17.94	19.44	17.40	9,921.16
20-Jul-04	17.03	19.48	17.40	10,025.13
21-Jul-04	17.22	19.43	17.38	9,987.06
22-Jul-04	16.66	19.55	17.42	9,987.33
23-Jul-04	17.18	19.55	17.40	9,907.67
26-Jul-04	16.95	19.44	17.33	9,921.40
27-Jul-04	17.04	19.37	17.35	10,119.96
28-Jul-04	17.02	19.31	17.35	10,090.56
29-Jul-04	17.15	19.70	17.52	10,060.29
30-Jul-04	16.89	19.70	17.51	10,116.39
02-Ago-04	17.24	18.50	17.49	10,173.90
03-Ago-04	16.99	17.83	17.43	10,205.61
04-Ago-04	17.01	17.85	17.44	10,075.80
05-Ago-04	17.02	17.23	17.20	10,066.90
06-Ago-04	16.36	17.19	17.27	9,866.13
09-Ago-04	16.43	16.68	17.26	9,814.06
10-Ago-04	16.25	16.35	17.39	9,910.84
11-Ago-04	16.35	16.33	17.37	9,849.93
12-Ago-04	16.37	14.77	17.39	9,812.66
13-Ago-04	16.39	14.23	17.39	9,790.62
16-Ago-04	16.19	14.23	17.35	9,899.52
17-Ago-04	16.51	14.11	17.35	9,997.03
18-Ago-04	16.51	14.28	17.42	10,080.55
19-Ago-04	16.48	13.90	17.42	10,099.61
20-Ago-04	16.46	13.78	17.46	10,143.43
23-Ago-04	17.00	13.76	17.45	10,169.19
24-Ago-04	16.46	13.76	17.26	10,222.68
25-Ago-04	16.47	13.77	17.17	10,237.89
26-Ago-04	16.65	13.74	17.14	10,198.38
27-Ago-04	16.48	13.61	17.11	10,225.06
30-Ago-04	16.89	13.57	17.09	10,199.54
31-Ago-04	16.48	13.47	17.09	10,264.32
01-Sep-04	17.35	13.25	16.94	10,329.75
02-Sep-04	17.54	13.30	16.95	10,422.63
03-Sep-04	17.25	13.35	16.95	10,335.01
06-Sep-04	16.59	13.39	16.88	10,376.11
07-Sep-04	17.11	13.41	16.93	10,486.80
08-Sep-04	17.00	13.13	16.88	10,537.96
09-Sep-04	17.18	11.89	16.94	10,553.41
10-Sep-04	17.26	11.91	16.89	10,661.53
13-Sep-04	17.50	11.69	16.48	10,620.38
14-Sep-04	17.67	11.84	16.47	10,701.05
15-Sep-04	17.14	11.86	16.46	10,660.91
17-Sep-04	16.99	11.68	16.45	10,790.53
20-Sep-04	17.06	11.48	16.43	10,803.68
21-Sep-04	17.54	11.60	16.51	10,850.36
22-Sep-04	17.67	11.59	16.47	10,777.23
23-Sep-04	17.89	11.59	16.39	10,811.36
24-Sep-04	17.49	11.65	16.34	10,856.44
27-Sep-04	16.92	11.61	16.28	10,687.60
28-Sep-04	17.23	11.62	16.11	10,843.42
29-Sep-04	16.84	12.05	16.22	10,980.32
30-Sep-04	16.65	12.28	16.34	10,957.37
01-Oct-04	16.99	12.48	16.43	11,078.26
04-Oct-04	16.97	12.49	16.42	11,181.63
05-Oct-04	16.34	12.38	16.45	11,117.34
06-Oct-04	16.36	12.47	16.44	11,090.92
07-Oct-04	16.59	12.53	16.46	11,097.96
08-Oct-04	16.73	12.53	16.46	10,920.97
11-Oct-04	16.68	12.34	16.45	10,975.29
12-Oct-04	16.89	12.67	16.56	11,023.16
13-Oct-04	16.69	12.60	16.45	10,942.36
14-Oct-04	16.60	12.57	16.42	10,876.00

Fecha	Índice de Volatilidad	Volatilidad 3M del IPC	Volatilidad 6M del IPC	IPC
15-Oct-04	17.88	12.66	16.46	10,991.43
18-Oct-04	17.02	12.67	16.46	11,055.76
19-Oct-04	17.21	12.14	16.52	11,023.79
20-Oct-04	16.39	12.16	16.53	11,076.85
21-Oct-04	16.95	12.18	16.45	11,166.89
22-Oct-04	16.72	12.19	16.41	11,226.08
25-Oct-04	15.97	12.13	16.42	11,178.01
26-Oct-04	16.23	12.11	16.40	11,341.58
27-Oct-04	14.54	12.16	16.40	11,517.71
28-Oct-04	15.85	12.26	15.74	11,442.45
29-Oct-04	15.73	12.53	15.42	11,564.35
01-Nov-04	15.83	12.15	15.45	11,622.41
02-Nov-04	15.45	12.23	15.16	11,610.41
03-Nov-04	15.92	12.20	15.07	11,765.77
04-Nov-04	14.03	12.20	14.74	11,864.42
05-Nov-04	16.38	12.38	14.33	11,793.87
08-Nov-04	16.21	12.43	14.32	11,760.00
09-Nov-04	16.45	12.18	13.33	11,786.91
10-Nov-04	16.44	12.21	13.04	11,794.02
11-Nov-04	16.52	11.37	13.03	11,971.95
12-Nov-04	16.61	11.27	12.99	11,957.32
15-Nov-04	16.24	11.44	13.12	11,955.39
16-Nov-04	16.05	11.33	12.81	11,951.16
17-Nov-04	16.04	11.27	12.72	12,020.38
18-Nov-04	16.04	11.24	12.72	12,038.94
19-Nov-04	16.34	11.14	12.73	11,839.21
22-Nov-04	16.33	11.06	12.73	11,879.82
23-Nov-04	16.35	11.64	12.96	11,876.58
24-Nov-04	16.32	11.64	12.90	11,907.32
25-Nov-04	16.23	11.65	12.88	11,997.64
26-Nov-04	16.15	11.65	12.84	12,076.08
29-Nov-04	16.50	11.68	12.72	12,196.39
30-Nov-04	15.05	11.70	12.74	12,102.55
01-Dic-04	16.50	11.72	12.79	12,233.91
02-Dic-04	16.40	11.90	12.82	12,116.13
03-Dic-04	16.48	11.96	12.82	12,109.47
06-Dic-04	16.47	12.18	12.78	12,190.26
07-Dic-04	16.49	12.17	12.11	12,118.31
08-Dic-04	16.49	12.13	12.11	12,113.58
09-Dic-04	16.50	12.05	12.03	12,124.82
10-Dic-04	16.49	12.06	12.03	12,260.86
13-Dic-04	16.50	11.95	12.02	12,290.16
14-Dic-04	16.12	12.07	11.95	12,430.86
15-Dic-04	14.91	12.07	11.85	12,493.85
16-Dic-04	14.04	12.10	11.87	12,505.45
17-Dic-04	15.09	12.05	11.88	12,519.79
20-Dic-04	15.12	12.01	11.88	12,514.07
21-Dic-04	15.41	11.95	11.85	12,651.73
22-Dic-04	14.37	11.81	11.82	12,712.20
23-Dic-04	14.79	11.93	11.89	12,748.45
24-Dic-04	15.02	11.93	11.89	12,802.77
27-Dic-04	13.41	11.79	11.85	12,819.61
28-Dic-04	13.40	11.80	11.86	12,912.69
29-Dic-04	12.17	11.80	11.86	13,031.57
30-Dic-04	14.25	11.27	11.75	12,968.74
31-Dic-04	14.35	11.10	11.79	12,917.88
03-Ene-05	13.74	11.03	11.81	13,022.82
04-Ene-05	13.80	11.07	11.83	12,777.13
05-Ene-05	13.81	11.00	11.74	12,591.33
06-Ene-05	13.76	11.68	12.03	12,703.47
07-Ene-05	14.07	12.03	12.19	12,453.33
10-Ene-05	15.38	12.08	12.21	12,446.10
11-Ene-05	16.01	12.81	12.57	12,216.80
12-Ene-05	15.72	12.32	12.54	12,329.16
13-Ene-05	15.66	12.94	12.52	12,462.90
14-Ene-05	15.56	13.01	12.56	12,694.74
17-Ene-05	15.53	13.01	12.61	12,817.89
18-Ene-05	15.81	13.30	12.82	13,029.70
19-Ene-05	15.81	13.28	12.81	13,035.81
20-Ene-05	15.82	13.54	12.95	12,769.99
21-Ene-05	16.21	13.50	12.95	12,673.62

Fecha	Índice de Volatilidad	Volatilidad 3M del IPC	Volatilidad 6M del IPC	IPC
24-Ene-05	15.58	14.23	13.25	12,743.58
25-Ene-05	15.36	14.30	13.32	12,866.78
26-Ene-05	15.39	14.30	13.09	13,045.05
27-Ene-05	15.85	14.33	13.12	12,986.40
28-Ene-05	15.88	14.30	13.21	13,040.53
31-Ene-05	15.90	14.11	13.23	13,097.12
01-Feb-05	15.91	14.02	13.22	13,340.52
02-Feb-05	16.19	13.93	13.22	13,339.41
03-Feb-05	16.19	14.28	13.26	13,440.83
04-Feb-05	16.22	14.28	13.25	13,446.95
07-Feb-05	16.21	14.15	12.90	13,476.77
08-Feb-05	15.82	14.09	12.85	13,508.50
09-Feb-05	16.10	14.01	12.81	13,662.38
10-Feb-05	16.12	13.98	12.75	13,708.92
11-Feb-05	16.15	14.09	12.78	13,714.63
14-Feb-05	16.76	14.09	12.77	13,564.96
15-Feb-05	16.72	13.87	12.71	13,695.91
16-Feb-05	17.02	14.08	12.81	13,640.76
17-Feb-05	16.46	14.16	12.82	13,592.03
18-Feb-05	16.75	14.20	12.86	13,580.26
21-Feb-05	16.81	14.22	12.88	13,600.47
22-Feb-05	16.38	14.23	12.89	13,520.59
23-Feb-05	15.20	13.75	12.88	13,541.96
24-Feb-05	15.76	13.83	12.93	13,684.56
25-Feb-05	15.77	13.83	12.90	13,870.20
28-Feb-05	15.88	13.93	12.95	13,789.46
01-Mar-05	15.57	14.06	13.03	13,804.77
02-Mar-05	15.49	14.12	13.07	13,770.26
03-Mar-05	15.70	14.04	13.06	13,782.95
04-Mar-05	15.73	13.93	13.04	13,862.76
07-Mar-05	16.03	13.83	12.96	13,877.69
08-Mar-05	16.62	13.66	12.96	13,752.80
09-Mar-05	16.72	13.65	12.91	13,671.40
10-Mar-05	16.66	13.79	13.00	13,421.39
11-Mar-05	16.63	13.79	13.05	13,532.35
14-Mar-05	16.91	14.34	13.31	13,238.54
15-Mar-05	16.89	14.40	13.31	13,184.27
16-Mar-05	16.89	14.99	13.70	13,096.55
17-Mar-05	16.69	15.02	13.70	13,138.76
18-Mar-05	16.66	14.95	13.67	13,094.40
22-Mar-05	17.44	14.94	13.67	13,062.45
23-Mar-05	17.24	14.96	13.68	12,852.81
28-Mar-05	17.18	14.97	13.65	12,828.91
29-Mar-05	17.11	15.32	13.87	12,581.80
30-Mar-05	17.67	15.19	13.87	12,653.42
31-Mar-05	17.20	15.63	13.97	12,676.90
01-Abr-05	16.79	15.66	13.86	12,714.19
04-Abr-05	16.67	15.64	13.77	12,593.38
05-Abr-05	16.62	15.65	13.76	12,300.70
06-Abr-05	15.80	15.69	13.77	12,170.87
07-Abr-05	16.22	16.21	14.14	12,471.01
08-Abr-05	16.51	16.30	14.20	12,531.63
11-Abr-05	16.54	17.02	14.57	12,425.41
12-Abr-05	15.61	16.96	14.58	12,522.24
13-Abr-05	15.70	16.64	14.45	12,424.37
14-Abr-05	15.95	16.48	14.47	12,233.21
15-Abr-05	16.06	16.45	14.51	11,942.70
18-Abr-05	16.11	16.27	14.65	11,739.99
19-Abr-05	15.49	16.92	15.03	12,011.53
20-Abr-05	15.94	16.86	15.17	11,842.72
21-Abr-05	15.87	17.37	15.47	12,063.62
22-Abr-05	16.05	17.43	15.60	11,995.32
25-Abr-05	16.02	17.43	15.79	12,377.10
26-Abr-05	16.01	17.33	15.78	12,577.72
27-Abr-05	15.65	18.13	16.34	12,454.69
28-Abr-05	15.65	18.43	16.46	12,255.91
29-Abr-05	15.67	18.09	16.42	12,322.99
02-May-05	15.69	18.30	16.46	12,424.95
03-May-05	15.78	18.30	16.44	12,357.88
04-May-05	15.73	18.27	16.42	12,643.04
05-May-05	15.85	18.07	16.42	12,619.91

Fecha	Índice de Volatilidad	Volatilidad 3M del IPC	Volatilidad 6M del IPC	IPC
06-May-05	16.28	18.63	16.72	12,615.83
09-May-05	16.32	18.61	16.63	12,563.02
10-May-05	16.38	18.59	16.59	12,497.43
11-May-05	16.42	18.22	16.58	12,464.84
12-May-05	16.43	18.24	16.59	12,448.73
13-May-05	16.45	18.16	16.59	12,347.72
16-May-05	16.47	18.16	16.60	12,442.27
17-May-05	16.47	18.19	16.51	12,439.46
18-May-05	16.43	18.26	16.54	12,727.74
19-May-05	16.41	18.10	16.54	12,795.33
20-May-05	16.42	18.68	16.84	12,883.46
23-May-05	16.40	18.72	16.84	13,029.58
24-May-05	16.41	18.68	16.86	13,020.72
25-May-05	16.43	18.72	16.75	13,057.84
26-May-05	16.04	18.71	16.75	13,152.64
27-May-05	16.39	18.71	16.75	13,131.39
30-May-05	16.40	18.78	16.77	13,161.78
31-May-05	16.42	18.77	16.75	12,964.39
01-Jun-05	16.41	18.75	16.73	13,143.62
02-Jun-05	16.31	18.96	16.82	13,284.89
03-Jun-05	16.42	19.05	16.88	13,204.39
06-Jun-05	16.52	18.97	16.88	13,208.43
07-Jun-05	16.51	18.98	16.85	13,148.03
08-Jun-05	16.51	18.97	16.85	13,102.66
09-Jun-05	16.49	18.99	16.84	13,225.28
10-Jun-05	16.49	18.99	16.83	13,214.60
13-Jun-05	16.48	19.05	16.87	13,299.59
14-Jun-05	16.47	19.05	16.87	13,343.10
15-Jun-05	16.45	19.03	16.82	13,501.51
16-Jun-05	16.44	19.01	16.83	13,537.28
17-Jun-05	16.42	18.81	16.83	13,645.96
20-Jun-05	16.44	18.75	16.82	13,709.36
21-Jun-05	16.44	18.30	16.85	13,547.99
22-Jun-05	16.04	18.30	16.86	13,441.65
23-Jun-05	16.23	18.40	16.95	13,389.66
24-Jun-05	16.80	18.47	16.93	13,299.28
27-Jun-05	16.85	18.47	16.93	13,454.73
28-Jun-05	16.75	18.52	16.96	13,523.07
29-Jun-05	16.68	18.36	17.02	13,550.14
30-Jun-05	16.79	18.37	17.04	13,486.13
01-Jul-05	16.75	17.93	17.01	13,509.13
04-Jul-05	16.75	17.94	16.98	13,500.83
05-Jul-05	16.64	17.94	16.97	13,648.47
06-Jul-05	16.50	17.94	16.96	13,790.15
07-Jul-05	16.25	17.92	16.98	13,850.36
08-Jul-05	16.24	17.33	16.82	13,871.26
11-Jul-05	16.25	17.16	16.69	13,807.30
12-Jul-05	16.51	16.58	16.65	13,971.67
13-Jul-05	16.33	16.61	16.41	14,005.23
14-Jul-05	15.97	16.61	16.49	14,085.06
15-Jul-05	16.03	16.57	16.26	13,952.60
18-Jul-05	15.92	16.48	16.23	13,972.61
19-Jul-05	15.61	16.28	16.24	14,167.51
20-Jul-05	15.73	15.44	16.05	14,306.06
21-Jul-05	16.05	15.11	16.10	14,271.89
22-Jul-05	15.91	14.65	16.00	14,318.47
25-Jul-05	16.10	14.31	16.01	14,135.24
26-Jul-05	15.99	13.97	15.73	14,067.73
27-Jul-05	15.95	14.20	15.80	14,173.38
28-Jul-05	15.99	13.08	15.81	14,256.84
29-Jul-05	15.89	12.82	15.79	14,409.66
01-Ago-05	15.89	12.64	15.70	14,582.50
02-Ago-05	15.88	12.23	15.74	14,677.66
03-Ago-05	15.97	12.35	15.81	14,615.96
04-Ago-05	15.90	12.33	15.82	14,612.22
05-Ago-05	15.99	12.30	15.65	14,463.14
08-Ago-05	15.94	11.64	15.65	14,596.77
09-Ago-05	15.92	11.86	15.69	14,673.34
10-Ago-05	15.93	11.93	15.74	14,702.58
11-Ago-05	15.90	11.88	15.75	14,768.95
12-Ago-05	15.94	11.78	15.75	14,673.22
15-Ago-05	15.90	11.75	15.68	14,842.70
16-Ago-05	16.02	11.86	15.71	14,559.19
17-Ago-05	16.00	11.80	15.79	14,560.33
18-Ago-05	15.96	12.51	15.95	14,619.98
19-Ago-05	15.95	12.51	15.90	14,678.16
22-Ago-05	15.91	11.84	15.89	14,770.27
23-Ago-05	15.93	11.83	15.89	14,717.91
24-Ago-05	16.01	11.82	15.91	14,603.00
25-Ago-05	16.05	11.73	15.92	14,604.61
26-Ago-05	16.18	11.87	15.94	14,444.84
29-Ago-05	16.10	11.87	15.93	14,327.20
30-Ago-05	16.20	12.07	15.95	14,008.20
31-Ago-05	16.11	12.20	15.89	14,243.19
01-Sep-05	16.07	13.05	16.19	14,486.59
02-Sep-05	15.92	13.01	16.35	14,772.70
05-Sep-05	15.89	13.14	16.51	14,857.31
06-Sep-05	15.83	13.49	16.73	15,030.62
07-Sep-05	15.76	13.43	16.73	15,246.23
08-Sep-05	15.81	13.56	16.80	15,055.92
09-Sep-05	15.74	13.71	16.85	15,212.88
12-Sep-05	15.80	13.96	16.93	15,190.17
13-Sep-05	16.78	13.99	16.76	15,087.29
14-Sep-05	16.72	13.99	16.73	15,221.39
15-Sep-05	16.59	14.07	16.46	15,428.78
19-Sep-05	16.54	14.13	16.48	15,656.84
20-Sep-05	16.54	14.18	16.53	15,563.47
21-Sep-05	16.52	14.40	16.63	15,734.41
22-Sep-05	16.50	14.44	16.65	15,661.13
23-Sep-05	16.48	14.53	16.70	15,649.33
26-Sep-05	16.38	14.33	16.54	15,765.53
27-Sep-05	16.38	14.21	16.53	15,801.81
28-Sep-05	16.38	14.19	16.28	15,869.33
29-Sep-05	16.38	14.07	16.28	15,841.84
30-Sep-05	16.38	13.96	16.28	16,120.08
03-Oct-05	16.38	13.98	16.29	16,051.02
04-Oct-05	16.38	14.28	16.35	15,933.41
05-Oct-05	16.38	14.27	15.98	15,720.35
06-Oct-05	16.39	14.40	15.94	15,247.60
07-Oct-05	16.38	14.72	15.77	15,447.59
10-Oct-05	16.38	15.95	16.40	15,466.41
11-Oct-05	16.38	16.01	16.42	15,445.37
12-Oct-05	16.37	16.01	16.40	15,103.16
13-Oct-05	16.36	16.02	16.35	14,924.73
14-Oct-05	16.35	16.65	16.52	14,892.88
17-Oct-05	16.36	16.71	16.23	15,282.73
18-Oct-05	16.30	16.72	16.02	15,084.84
19-Oct-05	16.32	17.39	16.10	15,111.95
20-Oct-05	16.17	17.49	16.08	14,821.10
21-Oct-05	16.13	17.49	15.91	14,903.36
24-Oct-05	16.12	17.76	16.15	15,356.32
25-Oct-05	16.11	17.69	15.61	15,367.87
26-Oct-05	16.12	18.58	15.98	15,666.22
27-Oct-05	16.10	18.57	15.90	15,437.63
28-Oct-05	16.10	18.70	15.89	15,579.68
31-Oct-05	16.10	18.92	16.06	15,759.73
01-Nov-05	16.11	18.95	16.06	15,922.52
02-Nov-05	16.10	19.03	16.09	15,896.48
03-Nov-05	16.08	19.02	15.86	15,798.04
04-Nov-05	16.08	18.92	15.86	15,900.53
07-Nov-05	16.08	18.95	15.90	15,944.15
08-Nov-05	16.07	18.95	15.89	15,930.71
09-Nov-05	16.07	18.95	15.86	15,981.18
10-Nov-05	16.07	18.81	15.85	16,153.08
11-Nov-05	16.06	18.75	15.84	16,137.07
14-Nov-05	16.07	18.83	15.83	16,293.53
15-Nov-05	16.05	18.83	15.81	16,193.58
16-Nov-05	16.06	18.89	15.85	16,310.68
17-Nov-05	16.06	18.89	15.61	16,455.39
18-Nov-05	16.06	18.82	15.62	16,545.44
21-Nov-05	16.07	18.42	15.64	16,767.07
22-Nov-05	16.08	18.43	15.59	16,866.84

Fecha	Índice de Volatilidad	Volatilidad 3M del IPC	Volatilidad 6M del IPC	IPC
23-Nov-05	16.06	18.56	15.67	16,713.91
24-Nov-05	15.94	18.57	15.68	16,750.44
25-Nov-05	15.96	18.68	15.74	16,879.37
28-Nov-05	15.96	18.65	15.73	16,836.11
29-Nov-05	15.96	18.58	15.75	16,694.95
30-Nov-05	15.96	18.60	15.58	16,830.96
01-Dic-05	15.97	18.53	15.56	17,133.83
02-Dic-05	16.00	18.45	15.53	17,150.99
05-Dic-05	16.02	18.02	15.65	17,271.06
06-Dic-05	16.04	17.82	15.65	17,424.43
07-Dic-05	16.03	17.62	15.64	17,244.19
08-Dic-05	16.03	17.35	15.65	17,211.02
09-Dic-05	16.05	17.52	15.71	17,554.48
13-Dic-05	16.07	17.44	15.72	17,819.68
14-Dic-05	16.08	17.62	15.90	18,054.03
15-Dic-05	16.07	17.55	16.00	17,922.47
16-Dic-05	16.07	17.60	16.02	17,737.59
19-Dic-05	16.06	17.69	16.07	17,666.41
20-Dic-05	16.06	17.78	16.15	17,680.95
21-Dic-05	16.07	17.78	16.16	17,781.51
22-Dic-05	16.07	17.64	16.05	17,768.90
23-Dic-05	16.07	17.48	15.99	17,802.28
26-Dic-05	16.07	17.41	15.98	17,776.88
27-Dic-05	16.07	17.32	15.93	17,832.64
28-Dic-05	16.07	17.29	15.88	17,690.70
29-Dic-05	16.07	17.28	15.88	17,832.80
30-Dic-05	16.07	17.36	15.94	17,802.71
02-Ene-06	16.08	17.40	15.93	17,925.70
03-Ene-06	16.10	17.40	15.94	18,500.69
04-Ene-06	16.10	17.42	15.95	18,669.23
05-Ene-06	16.10	18.11	16.43	18,608.34
06-Ene-06	16.10	18.12	16.41	18,736.78
09-Ene-06	16.11	18.05	16.43	18,998.83
10-Ene-06	16.11	17.80	16.44	18,912.38
11-Ene-06	16.11	16.67	16.49	19,160.44
12-Ene-06	16.10	16.63	16.47	18,925.01
13-Ene-06	16.10	16.74	16.54	18,889.20
16-Ene-06	16.10	16.99	16.66	18,958.29
17-Ene-06	16.09	16.26	16.59	18,489.63
18-Ene-06	16.09	15.98	16.59	18,265.96
19-Ene-06	16.09	16.89	16.94	18,521.45
20-Ene-06	16.09	16.56	17.03	18,346.23
23-Ene-06	16.09	16.40	17.10	18,447.11
24-Ene-06	16.09	16.58	17.17	18,875.41
25-Ene-06	16.00	15.99	17.05	18,866.37
26-Ene-06	16.00	16.43	17.27	19,216.75
27-Ene-06	15.97	15.60	17.26	18,956.50
30-Ene-06	15.98	15.87	17.40	18,849.24
31-Ene-06	15.98	15.90	17.50	18,907.10
01-Feb-06	16.03	15.61	17.48	19,162.38
02-Feb-06	16.00	15.56	17.47	19,060.38
03-Feb-06	15.98	15.61	17.52	18,862.18
07-Feb-06	16.70	15.62	17.55	18,665.06
08-Feb-06	16.67	15.81	17.55	18,410.24
09-Feb-06	16.70	15.93	17.61	18,518.33
10-Feb-06	16.73	16.22	17.74	18,298.58
13-Feb-06	16.79	16.23	17.75	17,883.63
14-Feb-06	16.80	16.46	17.85	18,023.01
15-Feb-06	15.87	17.16	18.14	18,169.16
16-Feb-06	15.84	17.11	18.11	18,457.24
17-Feb-06	15.79	17.15	17.89	18,480.78
20-Feb-06	15.80	17.29	18.00	18,542.58
21-Feb-06	15.83	17.22	17.99	18,497.38
22-Feb-06	15.89	17.19	17.99	18,780.46
23-Feb-06	15.90	17.16	17.99	19,117.72
24-Feb-06	15.72	17.34	18.07	19,100.89
27-Feb-06	15.61	17.48	18.16	18,854.67
28-Feb-06	15.55	17.47	18.16	18,706.32
01-Mar-06	15.67	17.58	18.19	19,058.74
02-Mar-06	15.68	17.68	18.19	19,102.33
03-Mar-06	15.70	17.95	18.00	19,189.25

Fecha	Índice de Volatilidad	Volatilidad 3M del IPC	Volatilidad 6M del IPC	IPC
06-Mar-06	15.61	17.93	17.89	18,991.46
07-Mar-06	15.53	17.82	17.77	18,551.07
08-Mar-06	15.63	17.94	17.69	18,398.82
09-Mar-06	15.72	18.32	18.03	18,310.57
10-Mar-06	15.61	18.41	18.03	18,420.17
13-Mar-06	15.58	18.41	17.96	18,706.19
14-Mar-06	15.62	18.37	17.87	18,941.04
15-Mar-06	15.64	18.45	17.93	18,999.64
16-Mar-06	15.67	18.57	17.99	19,166.43
17-Mar-06	15.70	18.22	17.95	19,344.05
20-Mar-06	15.99	18.07	17.95	19,581.12
22-Mar-06	15.94	17.99	17.90	19,598.11
23-Mar-06	16.62	18.04	17.87	19,255.87
24-Mar-06	16.65	17.90	17.84	19,339.30
27-Mar-06	16.58	18.25	17.99	19,226.32
28-Mar-06	16.74	18.26	17.98	18,929.98
29-Mar-06	16.77	18.29	18.00	19,132.34
30-Mar-06	16.81	18.58	18.14	19,214.00
31-Mar-06	16.90	18.67	18.19	19,272.63
03-Abr-06	16.86	18.67	18.19	19,634.21
04-Abr-06	16.90	18.67	18.19	19,764.08
05-Abr-06	16.93	18.89	18.21	19,930.63
06-Abr-06	16.94	18.87	18.20	19,869.71
07-Abr-06	16.58	18.91	18.18	19,472.36
10-Abr-06	16.46	18.90	18.07	19,548.35
11-Abr-06	16.61	18.42	17.76	19,465.15
12-Abr-06	16.93	18.36	17.69	19,349.75
17-Abr-06	16.46	18.36	17.71	19,632.34
18-Abr-06	16.50	18.37	17.74	19,820.07
19-Abr-06	16.53	18.39	17.50	19,933.09
20-Abr-06	16.53	18.44	17.42	19,979.54
21-Abr-06	16.61	18.31	17.41	20,174.64
24-Abr-06	16.61	18.13	17.09	20,198.71
25-Abr-06	16.28	18.20	16.99	20,360.61
26-Abr-06	16.07	18.20	16.99	20,566.91
27-Abr-06	16.29	17.50	16.74	20,390.62
28-Abr-06	16.24	17.37	16.76	20,646.19
02-May-06	16.50	17.32	16.38	21,079.87
03-May-06	16.30	17.31	16.44	21,159.16
04-May-06	16.24	17.69	16.48	21,293.66
05-May-06	16.30	17.21	16.30	21,237.45
08-May-06	16.23	17.22	16.29	21,608.67
09-May-06	16.17	16.93	16.25	21,822.93
10-May-06	16.18	16.94	16.35	21,781.07
11-May-06	16.34	16.94	16.37	21,435.27
12-May-06	16.60	16.95	16.34	21,154.90
15-May-06	16.31	17.17	16.53	20,722.13
16-May-06	16.18	17.36	16.67	20,851.06
17-May-06	16.70	17.74	16.97	20,261.86
18-May-06	16.74	17.60	16.98	20,217.02
19-May-06	16.59	18.33	17.47	20,182.14
22-May-06	17.01	18.32	17.48	19,369.29
23-May-06	16.99	18.15	17.45	19,084.83
24-May-06	16.94	19.39	18.41	18,805.57
25-May-06	17.07	19.59	18.53	19,405.71
26-May-06	16.68	19.77	18.63	19,585.21
29-May-06	16.78	20.46	19.10	19,500.54
30-May-06	17.14	20.53	19.06	18,841.34
31-May-06	16.95	20.54	19.06	18,677.92
01-Jun-06	17.29	21.65	19.65	19,128.63
02-Jun-06	17.11	21.51	19.70	19,421.73
05-Jun-06	17.41	21.74	19.93	18,954.92
06-Jun-06	17.16	21.94	20.03	18,798.28
07-Jun-06	16.68	22.31	20.30	18,413.44
08-Jun-06	16.67	22.31	20.31	18,257.64
09-Jun-06	16.63	22.37	20.39	17,748.74
12-Jun-06	16.74	22.41	20.43	16,986.27
13-Jun-06	16.71	23.02	20.80	16,653.15
14-Jun-06	17.67	24.42	21.66	16,802.10
15-Jun-06	18.56	24.30	21.79	17,932.33
16-Jun-06	20.74	24.35	21.82	18,041.79

Fecha	Índice de Volatilidad	Volatilidad 3M del IPC	Volatilidad 6M del IPC	IPC
19-Jun-06	20.85	27.56	23.49	17,581.88
20-Jun-06	20.45	27.56	23.42	17,781.28
21-Jun-06	21.03	27.83	23.62	18,156.21
22-Jun-06	21.16	27.81	23.66	18,188.40
23-Jun-06	20.44	28.12	23.79	18,545.73
26-Jun-06	20.55	28.06	23.78	18,491.40
27-Jun-06	19.98	28.27	23.93	18,021.47
28-Jun-06	20.74	28.16	23.93	18,101.83
29-Jun-06	19.44	28.57	24.20	18,908.33
30-Jun-06	19.14	28.41	24.21	19,147.17
03-Jul-06	18.44	29.69	24.96	20,060.82
04-Jul-06	18.49	29.77	25.01	20,329.49
05-Jul-06	22.50	30.96	25.80	19,514.62
06-Jul-06	18.34	31.00	25.84	20,047.62
07-Jul-06	19.72	32.04	26.49	19,829.60
10-Jul-06	20.73	32.46	26.73	19,700.15
11-Jul-06	22.68	32.34	26.43	19,570.21
12-Jul-06	19.87	32.34	26.42	19,419.44
13-Jul-06	22.15	32.32	26.43	18,725.26
14-Jul-06	22.02	32.35	26.44	18,328.66
17-Jul-06	20.49	32.88	26.86	18,437.98
18-Jul-06	23.98	33.11	27.02	18,885.67
19-Jul-06	21.47	33.13	26.97	19,871.78
20-Jul-06	25.02	33.47	27.13	19,510.52
21-Jul-06	25.17	34.81	28.04	19,527.37
24-Jul-06	21.22	34.95	28.16	19,938.70
25-Jul-06	23.01	34.93	27.93	20,082.00
26-Jul-06	24.07	35.17	28.02	19,913.19
27-Jul-06	22.59	35.14	27.98	20,138.79
28-Jul-06	21.87	35.18	27.97	20,252.33
31-Jul-06	22.72	35.21	28.00	20,095.93
01-Ago-06	23.43	35.17	27.83	19,973.20
02-Ago-06	22.31	35.17	27.86	20,145.10
03-Ago-06	21.50	35.09	27.76	20,261.81
04-Ago-06	20.81	34.89	27.71	20,354.99
07-Ago-06	20.32	34.90	27.71	20,412.49
08-Ago-06	21.94	34.89	27.71	20,342.78
09-Ago-06	22.81	34.89	27.65	20,062.37
10-Ago-06	22.80	34.72	27.65	20,048.18
11-Ago-06	23.63	34.74	27.68	20,273.86
14-Ago-06	23.33	34.74	27.63	20,290.49
15-Ago-06	28.04	34.70	27.60	20,544.44
16-Ago-06	28.06	34.62	27.59	20,900.00
17-Ago-06	28.08	34.48	27.58	20,971.78
18-Ago-06	28.12	34.62	27.47	21,046.63
21-Ago-06	28.12	34.16	27.45	20,861.56
22-Ago-06	28.14	34.16	27.44	20,986.89
23-Ago-06	28.17	34.21	27.40	20,742.44
24-Ago-06	28.30	33.22	27.41	20,751.45
25-Ago-06	28.41	33.16	27.46	20,994.94
28-Ago-06	28.10	33.01	27.46	21,228.87
29-Ago-06	29.35	32.55	27.43	21,282.08
30-Ago-06	29.21	32.57	27.36	21,331.09
31-Ago-06	30.35	32.55	27.36	21,049.35
01-Sep-06	29.25	31.77	27.29	21,192.26
04-Sep-06	29.72	31.85	27.34	21,385.63
05-Sep-06	31.05	31.56	27.23	21,256.11
06-Sep-06	32.13	31.48	27.26	20,965.24
07-Sep-06	31.45	31.11	27.27	20,833.23
08-Sep-06	31.25	31.19	27.30	20,795.82
11-Sep-06	31.16	30.92	27.11	20,612.89
12-Sep-06	30.94	30.86	27.08	21,102.77
13-Sep-06	30.88	30.36	27.10	21,320.21
14-Sep-06	30.78	29.23	27.28	21,334.02
15-Sep-06	26.42	28.90	27.23	21,548.87
18-Sep-06	27.37	28.89	27.18	21,666.07
19-Sep-06	28.09	26.24	27.21	21,659.02
20-Sep-06	27.46	26.24	27.20	21,841.45
21-Sep-06	27.52	25.64	27.17	21,498.09
22-Sep-06	27.65	25.61	27.15	21,390.43
25-Sep-06	26.83	25.62	27.25	21,674.74

Fecha	Índice de Volatilidad	Volatilidad 3M del IPC	Volatilidad 6M del IPC	IPC
26-Sep-06	26.82	25.67	27.14	21,792.30
27-Sep-06	26.81	25.54	27.19	21,748.57
28-Sep-06	27.26	25.52	27.18	21,854.48
29-Sep-06	27.12	24.92	27.08	21,937.11
02-Oct-06	26.91	24.92	27.05	21,619.96
03-Oct-06	26.32	23.59	27.05	21,631.00
04-Oct-06	25.26	23.72	27.14	22,105.97
05-Oct-06	25.88	22.01	27.02	22,326.86
06-Oct-06	25.74	22.25	27.17	22,350.05
09-Oct-06	26.05	20.69	27.18	22,313.42
10-Oct-06	25.65	20.10	27.18	22,523.56
11-Oct-06	25.37	19.95	27.01	22,387.08
12-Oct-06	24.39	19.94	27.04	22,661.82
13-Oct-06	24.39	19.93	27.05	22,848.32
16-Oct-06	23.80	19.93	27.07	22,950.18
17-Oct-06	24.54	18.43	27.02	22,799.42
18-Oct-06	24.74	17.79	27.00	23,012.87
19-Oct-06	24.94	17.89	27.02	23,168.52
20-Oct-06	24.89	17.45	27.04	23,233.48
23-Oct-06	24.67	14.69	27.03	23,321.41
24-Oct-06	24.16	14.11	27.03	23,279.77
25-Oct-06	24.15	14.11	27.01	23,397.69
26-Oct-06	24.09	13.67	26.98	23,361.42
27-Oct-06	24.08	13.65	26.96	22,762.86
30-Oct-06	24.37	13.50	26.91	22,370.09
31-Oct-06	24.13	14.47	27.03	23,046.95
01-Nov-06	24.20	14.93	27.14	23,042.28
03-Nov-06	24.00	15.80	27.44	23,169.87
06-Nov-06	23.96	15.72	27.43	23,733.07
07-Nov-06	23.92	15.68	27.34	23,585.14
08-Nov-06	24.50	16.24	27.51	23,930.64
09-Nov-06	24.84	16.32	27.52	23,941.80
10-Nov-06	24.71	16.50	27.49	23,951.63
13-Nov-06	24.53	16.46	27.42	24,188.59
14-Nov-06	24.21	16.15	27.25	24,288.06
15-Nov-06	24.23	16.19	27.27	24,315.60
16-Nov-06	24.39	16.11	26.94	24,266.03
17-Nov-06	24.02	16.11	26.94	24,196.05
21-Nov-06	23.60	16.02	26.94	24,585.68
22-Nov-06	23.69	15.79	26.27	24,674.75
23-Nov-06	23.57	16.01	26.24	24,730.01
24-Nov-06	23.51	16.01	26.14	24,792.89
27-Nov-06	23.61	15.86	25.81	24,442.79
28-Nov-06	23.78	15.84	25.79	24,344.95
29-Nov-06	23.58	15.94	25.87	24,776.09
30-Nov-06	24.19	15.98	25.38	24,962.01
04-Dic-06	23.88	16.15	25.43	25,207.48
05-Dic-06	22.96	16.10	25.26	25,593.92
06-Dic-06	22.90	16.16	25.21	25,615.85
07-Dic-06	23.03	16.34	25.00	25,639.31
08-Dic-06	22.94	16.04	24.96	25,756.81
11-Dic-06	23.73	16.03	24.75	25,828.48
13-Dic-06	22.79	15.98	24.70	25,690.39
14-Dic-06	23.19	15.89	24.31	25,863.39
15-Dic-06	22.79	15.63	23.43	25,757.68
18-Dic-06	22.91	15.53	23.21	25,857.44
19-Dic-06	22.13	15.57	23.22	25,621.50
20-Dic-06	22.63	15.38	21.53	25,394.69
21-Dic-06	23.50	15.06	21.59	25,546.82
22-Dic-06	23.14	15.16	21.28	25,432.64
26-Dic-06	23.02	15.17	21.25	25,705.04
27-Dic-06	23.24	15.16	21.12	26,196.66
28-Dic-06	22.85	15.23	21.15	26,295.21
29-Dic-06	22.80	15.55	21.14	26,448.32
02-Ene-07	22.82	15.51	21.13	26,664.45
03-Ene-07	23.08	15.08	20.75	26,619.37
04-Ene-07	23.75	15.02	20.76	26,566.28
05-Ene-07	24.66	14.93	19.97	26,135.60
08-Ene-07	24.41	14.95	19.93	26,281.64
09-Ene-07	24.58	15.39	19.11	25,783.04
10-Ene-07	24.95	15.39	19.05	25,885.80

Fecha	Índice de Volatilidad	Volatilidad 3M del IPC	Volatilidad 6M del IPC	IPC
11-Ene-07	24.91	15.65	17.99	26,247.90
12-Ene-07	24.97	15.64	17.90	26,324.38
15-Ene-07	24.24	15.21	17.86	26,480.03
16-Ene-07	25.23	15.16	17.82	26,480.33
17-Ene-07	25.71	15.15	17.77	26,558.50
18-Ene-07	25.33	15.60	17.13	26,112.87
19-Ene-07	25.06	15.54	16.80	26,213.38
22-Ene-07	25.21	15.49	16.81	26,432.25
23-Ene-07	25.49	15.55	16.62	26,810.00
24-Ene-07	25.29	15.85	15.37	27,338.30
25-Ene-07	25.39	16.26	15.32	26,899.34
26-Ene-07	25.57	16.18	15.32	27,045.71
29-Ene-07	25.39	16.24	15.17	26,834.05
30-Ene-07	25.24	16.31	15.21	27,135.37
31-Ene-07	25.74	16.51	15.24	27,561.49
01-Feb-07	24.95	16.57	15.23	27,842.76
02-Feb-07	25.03	16.55	15.22	27,933.07
06-Feb-07	24.52	16.55	15.16	28,067.40
07-Feb-07	24.55	16.53	15.11	28,123.76
08-Feb-07	24.43	15.54	15.09	28,197.26
09-Feb-07	24.15	15.24	15.19	27,906.89
12-Feb-07	24.64	14.33	15.19	27,972.23
13-Feb-07	24.55	14.39	15.22	28,262.65
14-Feb-07	24.43	14.44	15.23	28,539.69
15-Feb-07	24.71	13.87	15.07	28,498.75
16-Feb-07	24.42	13.77	15.07	28,491.07
19-Feb-07	24.24	13.58	15.02	28,590.17
20-Feb-07	24.35	13.58	15.02	28,589.66
21-Feb-07	24.15	13.58	14.96	28,715.96
22-Feb-07	24.17	13.53	14.83	28,676.48
23-Feb-07	24.45	13.62	14.88	28,505.72
26-Feb-07	23.74	14.09	15.10	28,046.16
27-Feb-07	24.77	18.47	17.33	26,418.82
28-Feb-07	24.53	18.50	17.34	26,638.95
01-Mar-07	24.92	18.28	17.24	26,647.65
02-Mar-07	24.60	18.46	17.35	26,321.12
05-Mar-07	24.52	18.92	17.57	25,788.37
06-Mar-07	24.44	19.35	17.75	26,355.64
07-Mar-07	24.29	19.18	17.78	26,184.39
08-Mar-07	24.22	19.58	18.01	26,773.79
09-Mar-07	24.02	19.45	17.95	27,106.53
12-Mar-07	24.86	19.43	17.94	27,261.17
13-Mar-07	25.77	20.00	18.30	26,589.20
14-Mar-07	25.30	19.82	18.28	26,719.32
15-Mar-07	24.60	19.85	18.15	26,883.53
16-Mar-07	24.59	19.85	18.12	26,901.42
20-Mar-07	25.36	20.14	18.26	27,407.46
21-Mar-07	24.08	20.86	18.58	28,219.55
22-Mar-07	24.25	20.82	18.34	28,258.80
23-Mar-07	24.30	20.80	18.31	28,272.03
26-Mar-07	24.47	20.79	18.33	28,158.97
27-Mar-07	24.37	20.79	18.30	28,124.33
28-Mar-07	24.36	20.70	18.30	28,098.28
29-Mar-07	23.95	20.95	18.49	28,704.24
30-Mar-07	23.41	20.94	18.47	28,747.69
02-Abr-07	23.40	21.05	18.38	29,171.52
03-Abr-07	23.51	20.99	18.36	29,348.09
04-Abr-07	23.53	20.73	18.30	29,370.94
09-Abr-07	23.52	20.77	18.31	29,632.20
10-Abr-07	23.12	20.79	18.32	29,515.64
11-Abr-07	22.88	20.83	18.38	29,278.75
12-Abr-07	22.90	20.90	18.42	29,606.97
13-Abr-07	22.88	20.90	18.27	29,762.22
16-Abr-07	22.55	20.61	18.28	29,718.66
17-Abr-07	22.57	20.63	18.10	29,598.99
18-Abr-07	22.65	20.23	18.07	29,559.52
19-Abr-07	22.79	20.23	18.07	29,614.05
20-Abr-07	22.55	20.12	18.08	29,832.48
23-Abr-07	22.49	20.21	18.11	29,593.85
24-Abr-07	22.48	20.21	18.08	29,544.18
25-Abr-07	22.50	20.23	18.04	29,444.15

Fecha	Índice de Volatilidad	Volatilidad 3M del IPC	Volatilidad 6M del IPC	IPC
26-Abr-07	22.57	20.25	18.03	29,342.70
27-Abr-07	22.53	19.92	18.03	29,372.93
30-Abr-07	22.77	20.12	18.11	28,996.71
02-May-07	22.54	20.13	18.11	29,259.92
03-May-07	22.56	20.19	18.21	29,752.95
04-May-07	22.43	19.94	18.24	30,013.85
07-May-07	22.62	19.72	18.29	29,776.57
08-May-07	22.56	19.77	18.32	29,572.40
09-May-07	22.61	19.84	18.39	29,992.83
10-May-07	22.81	19.91	18.48	29,653.82
11-May-07	22.55	19.86	18.14	30,058.75
14-May-07	23.08	19.90	18.01	29,766.33
15-May-07	22.96	19.92	17.61	29,619.91
16-May-07	22.56	20.41	17.88	30,341.25
17-May-07	22.61	20.42	17.87	30,478.37
18-May-07	22.48	20.44	17.62	30,676.34
21-May-07	22.56	20.32	17.58	30,708.73
22-May-07	22.64	20.32	17.49	30,802.25
23-May-07	23.65	20.24	17.49	30,869.84
24-May-07	24.12	20.49	17.70	30,338.58
25-May-07	23.25	20.59	17.72	30,700.01
28-May-07	23.07	20.63	17.73	30,928.43
29-May-07	23.75	20.71	17.79	30,664.73
30-May-07	22.97	21.14	18.03	31,380.00
31-May-07	23.85	21.13	18.01	31,398.96
01-Jun-07	22.92	21.35	18.03	31,946.40
04-Jun-07	23.61	21.30	18.04	32,096.21
05-Jun-07	23.52	21.02	18.04	32,271.38
06-Jun-07	23.55	17.66	18.27	31,681.76
07-Jun-07	23.83	17.98	18.30	31,184.49
08-Jun-07	23.54	18.02	18.30	31,466.60
11-Jun-07	23.29	17.87	18.22	31,833.44
12-Jun-07	23.74	17.39	18.25	31,608.59
13-Jun-07	23.22	17.04	18.24	31,884.06
14-Jun-07	23.44	16.96	18.16	32,114.09
15-Jun-07	23.22	16.54	18.16	32,128.97
18-Jun-07	23.53	16.43	18.16	32,218.17
19-Jun-07	23.52	16.48	18.18	32,064.99
20-Jun-07	23.42	16.01	18.35	31,550.76
21-Jun-07	23.38	16.05	18.35	31,830.84
22-Jun-07	23.58	16.12	18.37	31,642.26
25-Jun-07	23.97	16.32	18.43	31,296.01
26-Jun-07	23.86	16.45	18.62	30,744.71
27-Jun-07	23.78	15.54	18.57	30,804.21
28-Jun-07	23.62	15.61	18.54	31,079.24
29-Jun-07	23.98	15.61	18.53	31,151.05
02-Jul-07	23.61	15.64	18.53	31,420.69
03-Jul-07	23.25	16.11	18.71	32,117.83
04-Jul-07	23.28	16.10	18.55	32,201.63
05-Jul-07	23.64	15.65	18.55	32,177.83
06-Jul-07	23.12	15.69	18.56	32,411.84
09-Jul-07	23.19	15.65	18.61	32,088.25
10-Jul-07	23.49	15.80	18.68	31,743.02
11-Jul-07	23.29	15.82	18.68	31,916.27
12-Jul-07	23.35	15.86	18.56	32,261.10
13-Jul-07	23.29	15.83	18.55	32,386.51
16-Jul-07	23.37	15.76	18.34	32,265.93
17-Jul-07	23.31	15.77	18.40	31,979.14
18-Jul-07	23.50	15.77	18.33	31,886.74
19-Jul-07	23.23	15.82	18.35	32,150.65
20-Jul-07	23.26	15.87	18.38	31,922.62
23-Jul-07	23.34	15.91	18.40	32,168.43
24-Jul-07	23.26	16.54	18.69	31,462.15
25-Jul-07	23.22	16.66	18.60	31,103.53
26-Jul-07	23.33	18.05	19.32	29,996.60
27-Jul-07	23.65	18.11	19.32	30,235.17
30-Jul-07	23.37	18.56	19.45	30,900.68
31-Jul-07	23.42	18.62	19.31	30,659.66
01-Ago-07	23.82	19.04	19.39	30,048.37
02-Ago-07	23.13	18.98	19.43	30,394.81
03-Ago-07	23.61	19.50	19.71	29,671.77

Fecha	Índice de Volatilidad	Volatilidad 3M del IPC	Volatilidad 6M del IPC	IPC
06-Ago-07	23.20	19.24	19.65	29,721.63
07-Ago-07	23.50	19.45	19.68	30,239.92
08-Ago-07	23.38	19.57	19.72	30,661.87
09-Ago-07	23.60	20.16	20.06	29,883.96
10-Ago-07	23.33	20.20	20.17	29,420.47
13-Ago-07	23.22	20.12	20.19	29,607.20
14-Ago-07	24.16	20.48	20.48	28,895.73
15-Ago-07	24.79	21.01	20.76	28,140.73
16-Ago-07	24.35	21.12	20.83	27,793.16
17-Ago-07	23.09	21.18	21.08	28,510.66
20-Ago-07	22.56	21.16	21.04	28,453.55
21-Ago-07	23.49	21.13	21.05	28,568.43
22-Ago-07	23.04	21.68	21.32	29,269.34
23-Ago-07	22.03	21.72	21.33	29,459.82
24-Ago-07	20.98	22.06	21.50	30,041.54
27-Ago-07	22.99	21.86	21.52	30,275.84
28-Ago-07	25.03	22.58	21.98	29,326.76
29-Ago-07	23.33	22.68	22.03	29,710.78
30-Ago-07	23.84	22.63	21.91	29,744.07
31-Ago-07	23.95	22.52	20.39	30,347.86
03-Sep-07	23.60	22.71	20.46	30,797.60
04-Sep-07	23.94	22.47	20.46	30,932.71
05-Sep-07	23.54	22.45	20.39	30,809.55
06-Sep-07	23.28	22.42	20.16	30,816.95
07-Sep-07	23.71	22.43	20.14	30,252.77
10-Sep-07	23.89	22.34	20.20	29,893.18
11-Sep-07	23.66	22.35	20.02	30,191.14
12-Sep-07	24.16	22.23	19.96	30,076.33
13-Sep-07	24.11	22.26	19.97	30,302.23
14-Sep-07	23.98	22.21	19.67	30,096.03
17-Sep-07	23.52	22.23	19.72	29,794.49
18-Sep-07	23.82	22.87	20.04	30,603.42
19-Sep-07	23.81	22.86	20.05	30,512.64
20-Sep-07	23.57	22.85	19.89	30,485.75
21-Sep-07	24.23	22.66	19.49	30,583.07
24-Sep-07	23.28	22.59	19.50	30,543.45
25-Sep-07	23.47	22.61	19.53	30,294.77
26-Sep-07	23.70	22.52	19.52	30,303.18
27-Sep-07	22.74	22.31	19.55	30,528.00
28-Sep-07	22.87	22.36	19.58	30,296.19
01-Oct-07	23.52	22.57	19.52	30,855.68
02-Oct-07	23.76	22.87	19.69	31,451.79
03-Oct-07	22.96	22.88	19.64	31,178.84
04-Oct-07	23.08	22.47	19.63	31,078.33
05-Oct-07	23.07	22.66	19.73	31,540.94
08-Oct-07	23.20	22.73	19.73	31,825.51
09-Oct-07	23.20	22.68	19.72	31,801.69
10-Oct-07	23.25	22.69	19.73	32,129.40
11-Oct-07	23.05	22.61	19.69	31,980.95
12-Oct-07	23.51	22.77	19.78	32,473.47
15-Oct-07	23.51	22.70	19.79	32,335.86
16-Oct-07	23.05	22.69	19.79	32,230.82
17-Oct-07	23.50	22.87	19.89	32,721.82
18-Oct-07	23.01	22.81	19.89	32,836.12
19-Oct-07	23.35	23.61	20.37	31,823.40
22-Oct-07	23.05	23.57	20.34	31,969.48
23-Oct-07	23.55	23.58	20.36	32,229.44
24-Oct-07	23.63	23.56	20.37	32,048.18
25-Oct-07	24.34	23.18	20.38	31,886.10
26-Oct-07	23.87	23.11	20.41	32,136.76
29-Oct-07	23.39	21.97	20.32	32,100.76
30-Oct-07	23.46	22.02	20.34	31,783.62
31-Oct-07	23.71	21.73	20.27	31,458.67
01-Nov-07	23.77	22.06	20.45	30,806.30
05-Nov-07	23.69	22.10	20.64	30,157.69
06-Nov-07	23.55	22.06	20.65	30,430.50
07-Nov-07	24.40	22.25	20.94	29,582.21
08-Nov-07	24.81	22.33	20.92	29,289.72
09-Nov-07	25.50	22.08	20.85	29,158.86
12-Nov-07	26.70	22.81	21.33	28,185.90
13-Nov-07	27.65	24.00	22.24	29,484.78
14-Nov-07	27.27	23.84	21.99	29,655.68
15-Nov-07	26.18	24.02	22.10	29,170.90
16-Nov-07	26.82	23.74	22.19	29,631.57
20-Nov-07	28.55	23.49	22.36	29,050.52
21-Nov-07	29.91	23.73	22.53	28,446.45
22-Nov-07	28.53	23.21	22.54	28,520.16
23-Nov-07	27.95	23.24	22.43	28,710.87
26-Nov-07	28.24	23.91	22.72	27,883.01
27-Nov-07	29.45	23.49	22.73	28,124.65
28-Nov-07	30.41	24.74	23.41	29,276.39
29-Nov-07	30.69	24.46	23.18	29,399.92
30-Nov-07	30.48	24.53	23.25	29,770.52
03-Dic-07	31.04	23.77	23.14	29,968.53
04-Dic-07	30.22	23.64	23.13	29,998.79
05-Dic-07	28.97	24.13	23.39	30,761.64
06-Dic-07	28.04	24.01	23.36	31,257.30
07-Dic-07	27.89	23.85	23.26	31,268.36
10-Dic-07	26.99	23.84	23.23	31,182.75
11-Dic-07	27.12	24.43	23.49	30,327.36
13-Dic-07	27.23	24.48	23.49	30,088.04
14-Dic-07	27.51	24.23	23.46	29,994.90
17-Dic-07	29.36	25.04	23.92	28,968.20
18-Dic-07	28.67	25.04	23.96	29,254.98
19-Dic-07	28.71	25.05	23.97	29,074.12
20-Dic-07	27.23	25.01	23.97	29,148.45
21-Dic-07	27.21	25.20	23.99	29,638.40
24-Dic-07	27.68	25.17	23.98	29,853.77
26-Dic-07	28.20	24.64	23.98	30,002.46
27-Dic-07	27.92	24.74	23.99	29,642.12
28-Dic-07	28.02	24.74	23.87	29,700.19
31-Dic-07	26.74	24.75	23.88	29,536.83

ANEXO B

Derivación de la ecuación Diferencial del Modelo de Black & Scholes

DERIVACIÓN DE LA ECUACIÓN DIFERENCIAL DE BLACK & SCHOLES

Asumiendo que el precio del valor subyacente, sigue el comportamiento descrito por la formula (2.8), se tiene que

$$dS = \mu S dt + \sigma S dz$$

Supóngase que f es el precio de un producto derivado sobre un valor de referencia S. La variable f debe estar en función de S y t. Tal como de describe en (3.2)

$$df = \left(\frac{\partial f}{\partial S} \mu S + \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} \sigma^2 S^2 \right) dt + \frac{\partial f}{\partial S} \sigma S dz \qquad (1)$$

Las versiones discretas de las ecuaciones (2.8) y (3.17) son:

$$\Delta S = \mu S \Delta t + \sigma S \Delta z \qquad (2)$$

y

$$\Delta f = \left(\frac{\partial f}{\partial S} \mu S + \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} \sigma^2 S^2 \right) dt + \frac{\partial f}{\partial S} \sigma S \Delta z \qquad (3)$$

Donde ΔS y Δf son los cambios en f y S en un intervalo de tiempo pequeño Δt. Esto significa que en el proceso de Wiener el subyacente f y S son los mismos. En otras palabras, la Δz (= $\varepsilon\sqrt{\Delta t}$) en las ecuaciones (2) y (3) son lo mismo.

Considérese el siguiente portafolio formado por acciones y productos derivados o título opcionales:

-1: Producto derivado

$+\frac{\partial f}{\partial S}$: Acciones

El tenedor del portafolio está corto en derivados y largo $\partial f / \partial S$ en acciones. Sea Π el valor del portafolio, definido como:

$$\Pi = -f + \frac{\partial f}{\partial S} S \qquad (4)$$

El cambio $\Delta\Pi$ en el valor del portafolio en el tiempo Δt, está dado por

$$\Delta\Pi = -\Delta f + \frac{\partial f}{\partial S} \Delta S \qquad (5)$$

Sustituyendo las ecuaciones (2) y (3) en (5) se tiene:

$$\Delta\Pi = \left(-\frac{\partial f}{\partial t} - \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} \sigma^2 S^2 \right) \Delta t \qquad (6)$$

En esta última ecuación no se ha involucrado a Δz, sin embargo el portafolio Π debe ser menos riesgoso durante el tiempo Δt. Las suposiciones descritas en el procedimiento, implican que el portafolio debe ganar instantáneamente la misma tasa esperada que con otros títulos libres de riesgo y en un intervalo corto de tiempo. Sí ganan más que lo esperado, el arbitraje podría hacer una ganancia menos riesgosa, estando corto en los títulos libres de riesgo y usando el procedimiento para comprar el portafolio; sí gana menos se podría hacer una ganancia menos riesgosa, estando corto en el portafolio y comprando los títulos libres de riesgo, de la siguiente manera:

$$\Delta\Pi = r\Pi\Delta t$$

Donde: r es la tasa de interés libre de riesgo. Sustituyendo de las ecuaciones (4) y (6) se tiene que:

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 f}{\partial S^2}\sigma^2 S^2\right)\Delta t = r\left(f - \frac{\partial f}{\partial S}S\right)\Delta t$$

o bien

$$\frac{\partial f}{\partial t} + rS\frac{\partial f}{\partial S} + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2\frac{\partial^2 f}{\partial S^2} = rf \qquad (7)$$

La ecuación resultante es la ecuación diferencial de Black & Scholes. Y las posibles soluciones de ésta, corresponden con todos los diferentes productos derivados que puedan ser definidos, con S como valor subyacente variable. El valor del derivado depende las condiciones de frontera de los posibles valores de S y t. En el caso de una opción Call de tipo Europeo, las condiciones de frontera son:

1. El valor del call al vencimiento es el Max (0, S-X)
2. Sí S=0 El valor del call también es cero.
3. Sí S$\Rightarrow\infty$, $\frac{\partial f}{\partial S}\Rightarrow 1$

En el caso de una opción Put de tipo europeo son:

4. El valor del put al vencimiento es el ***Max (0, X-S)***
5. Sí $S\Rightarrow\infty$, $\frac{\partial f}{\partial S}\Rightarrow 0$

Derivación de la ecuación de Black & Scholes bajo el supuesto de neutralidad al riesgo.

La valuación neutral al riesgo es la herramienta más importante, para el análisis de los productos derivados. Surge de una propiedad clave de la ecuación diferencial de Black & Scholes, señala que no envuelve ninguna variable que sea afectada por las preferencias de riesgo del inversionista. El hecho de que la ecuación diferencial B & S sea independiente de las preferencias de riesgo es un ingenioso argumento a utilizar.

En un mundo donde los inversionistas son neutrales al riesgo, el rendimiento esperado de los valores es la tasa de interés libre de riesgo, r. Esto debido a que los inversionistas neutrales al riesgo no requieren de un premio que los induzca a tomar riesgos. También es cierto que el valor presente de cualquiera flujo de efectivo en un mundo neutral al riesgo, puede ser obtenido descontando su valor esperado a la tasa de interés libre de riesgo.

Cabe aclarar que el supuesto de neutralidad al riesgo, es solamente un dispositivo artificial para obtener soluciones a la ecuación diferencial de B&S. Las soluciones obtenidas son válidas en todos los mercados, no sólo en aquellos donde los inversionistas son neutrales al riesgo. Cuando se cambia de mundo neutral al riesgo, a un mundo adverso al riesgo, suceden dos cosas. La tasa de crecimiento esperado en el precio del subyacente sube, y la tasa de descuento que debe ser usada para cualquier pago en efectivo de valores derivados cambia. Sucede que estos dos efectos siempre cancelan uno al otro exactamente.

De la propiedad lognormal de los valores subyacentes se tiene:

$$d(\ln S) = \frac{1}{S} dS$$

Lo que implica que el logaritmo de S_T se distribuya normalmente con:

$$E\left[\ln\left(S_T\right)\right] = \left(\ln(S) + \mu(T-t)\right)$$

$$\text{Varianza } \left[\ln\left(S_T\right)\right] = \sigma^2 (T-t)$$

S_T es por lo tanto es lognormal con:

$$E\left[S_T\right] = S \exp\left(\mu(T-t) + \sigma^{2(T-t)}/2\right)$$

Donde $\exp(x)$ es la función exponencial de e^x. El término $\sigma^2 T/2$ para la no linealidad de las funciones log y exp.

Se ha dicho que la neutralidad al riesgo implica que la tasa de interés esperada, sea igual a la tasa libre de riesgo. La tasa de interés esperada sobre un activo es por lo tanto r por unidad de tiempo, o bien:

$$E\left[S_T/S\right] = e^{r(T-t)}$$

y por substitución

$$\mu = r\sigma^2 \ / \ 2$$

Aplicando el supuesto de neutralidad al riesgo y descontando la tasa libre de riesgo, la prima de una opción call se escribe de la siguiente manera:

$$C = e^{-r(T-t)} E\left[Max\left(0, S_T - X\right)\right]$$

$$C = e^{-r(T-t)} \int_X^\infty \left(S_T - X\right)\ell\left(S_T\right) dS_T \qquad (8)$$

Donde:

$\ell\left(S_T\right)$ es la función de densidad de probabilidad lognormal (véase la ecuación 3.12).

Resolviendo la integral en dos partes; iniciando con el término que contiene al precio de ejercicio X, y simplificando la notación por definición se tiene:

$$L = \ln\left(S_T\right), \quad \overline{L} = E\left[\ln\left(S_T\right)\right], \qquad \nu = \sigma\sqrt{T-t}$$

L es el log del término estocástico del valor subyacente, $\overline{L}$ y ν son la media y desviación estándar de L, respectivamente

El segundo término se escribe:

$$e^{-r(T-t)} \int_X^\infty \ell\left(S_T\right) dS_T$$

$$= e^{-r(T-t)} X \int_X^\infty \frac{1}{S_T} \frac{1}{\nu\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2\nu^2}\left(L - \overline{L}\right)^2\right) dS_T \qquad (9)$$

Definiendo una variable $Y = \left(L - \overline{L}/\nu\right)$. Donde Y es una variable normal estandarizada.

Se tiene que $dY = dS_T / \left(S_T \nu\right)$ y $Y = \left(\ln(X) - \overline{L}\right)/\nu$, cuando $S_T = X$, se tiene que la ecuación (9), escrita en términos de Y queda de la siguiente manera:

$$e^{r(T-t)} X \int_{\frac{\ln(X)-\overline{L}}{\nu}}^\infty \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{Y^2}{2}\right) dY \qquad (10)$$

La integral ha quedado como una función de densidad normal estandarizada, en la cual se integra sobre la parte superior de la cola de la distribución, esto puede escribirse de la siguiente forma:

$$e^{-r(T-t)} X\left(1 - N\left[\frac{\ln(X) - \overline{L}}{\nu}\right]\right) \qquad (11)$$

Dado que 1-$N[z] = N[-z]$ y substituyendo para $\overline{L}$ y ν, se tiene que del segundo término resulta la ecuación de Black & Scholes.

$$e^{-r(T-t)}XN\left[\frac{\overline{L}-\ln(X)}{\nu}\right]$$

$$e^{-r(T-t)}XN\left[\frac{\ln(S/X)+\left(r-\sigma^2/2\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}\right] \tag{12}$$

desarrollando el primer término de la ecuación (8). Reescribiendo la expresión, usando el hecho que $z = exp(ln(z))$ y expandiendo la función de densidad lognormal, se tiene que:

$$e^{-r(T-t)}\int_X^\infty S_T\ell(S_T)dS_T$$

$$= S\exp(-\ln(S))e^{-r(T-t)}\int_X^\infty \exp\left(\ln(S_T)\right)\ell(S_T)dS_T$$

$$= S\int_X^\infty \frac{1}{S_T}\frac{1}{\nu\sqrt{2\pi}}\exp\left(\ln(S_T)-\ln(s)-r(T-t)\right)\exp\left(\frac{-(L-\overline{L})^2}{2\nu^2}\right)dS_T \tag{13}$$

Usando las definiciones para $L, \overline{L}$ y ν. el exponente en la primer expresión exponencial de la ecuación (8) es igual a:

$$L-\left(\overline{L}+\frac{\nu^2}{2}\right)$$

completando el cuadrado dada la suma de los dos exponentes

$$-\frac{1}{2\nu^2}\left(L-\left(\overline{L}-\nu^2\right)\right)^2$$

La integral puede ahora escribirse de la siguiente manera:

$$S\int_X^\infty \frac{1}{S_T}\frac{1}{\nu\sqrt{2\pi}}\exp\left(-\frac{\left(L-\left[\overline{L}+\nu^2\right]\right)^2}{2\nu^2}\right)dS_T \tag{14}$$

Nuevamente se requiere que ésta expresión sea representada por medio de la función de densidad normal estandarizada. Por definición:

$$w=\frac{L-\left(\overline{L}+\nu^2\right)}{\nu}$$

$$dw=\frac{dS_T}{\nu S_T}$$

Substituyendo en (14), la integral queda como:

$$S \int_{\frac{\ln(x)-(\bar{L}+v^2)}{v}}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{w^2}{2}\right) dw \tag{15}$$

Esta integral es aplicada sobre la parte superior de la cola de una función de densidad normal estándar. Substituyendo fuera de las variables dadas:

$$S\left(1 - N\left[\frac{\ln(X) - (\bar{L} + v^2}{v}\right]\right)$$

$$= SN\left[\frac{\ln(S/X) + \left(r + \sigma^2/2\right)\cdot(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}\right] \tag{16}$$

Combinando las dos expresiones desarrolladas, se tiene a partir de la ecuación (8) se llega a la ecuación de Black & Scholes.

$$C = SN[d_1] - Xe^{-r(T-t)}N[d_2] \tag{17}$$

Donde:

C = Valor teórico de una opción call
P = Valor teórico de una opción put
S = Precio del subyacente
X = Precio de ejercicio de la opción
T-t = Tiempo a vencimiento de la opción, en años
σ = Volatilidad implícita del subyacente
r = Tasa libre de riesgo al plazo de vencimiento,

$$d_1 = \frac{\ln(S/X) + \left(r + \sigma^2/2\right)\cdot(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}} \tag{18}$$

y

$$d_2 = \frac{\ln(S/X) + \left(r - \sigma^2/2\right)\cdot(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}} \tag{19}$$

y en el caso de un opción de venta o put de tipo europeo

$$p = Xe^{-r(T-t)}N(-d_2) - SN(-d_1) \tag{20}$$

PARÁMETROS DE SENSIBILIDAD DEL MODELO

Delta

La delta de un valor derivado (una opción en nuestro caso), Δ, es definida como la tasa de cambio de su precio, con respecto al precio del valor subyacente, o bien como la probabilidad de que la opción sea ejercida. Desde el punto de vista matemático, la Δ es la derivada parcial de la prima con respecto al precio del subyacente o bien la pendiente de la curva que relaciona el precio de la opción al precio del valor subyacente. La delta puede variar entre cero y 1 para las opciones call y entre -1 y cero para las opciones put.

Si una opción call está muy ITM significa que el precio del valor subyacente está muy por encima del precio de ejercicio por lo que su delta es esencialmente el 100% por lo que la probabilidad de ejercicio es casi el 100%. Cuando está muy OTM precio del subyacente está muy por abajo del precio de ejercicio y su delta es 0% porque la probabilidad de ejercicio es 0%. En el caso ATM la delta es aproximadamente del 50%

Suponga que la delta de un call sobre una acción es 0.6. Esto significa que cuando el precio de la acción cambia en un monto pequeño, el precio de la opción cambia en cerca del 60% de ese monto.

Es posible establecer un portafolio sin riesgo instantáneamente, que consiste en suponer una opción sobre una acción y una posición en esa acción. Expresado en términos de Δ, tal portafolio puede ser

-1: valor derivado
+ Δ: acciones

Así por cada opción vendida, una posición larga de Δ acciones es mantenida, el resultado es un portafolio libre de riesgo. En otras palabras, una posición corta en una opción puede ser cubierta con una posición larga en Δ acciones del valor subyacente. Similarmente, una posición larga en opciones puede ser protegida con una posición corta en Δ acciones del mismo valor subyacente.

Delta es utilizado como un indicador de la cobertura necesaria en la emisión de un producto derivado. Si se pretende que la cobertura sea efectiva, la posición en la acción debe ser ajustada frecuentemente. Lo cual lleva a lo que es conocido como un esquema de cobertura dinámica.

Para opciones de compra y de venta de tipo europeo sobre una acción que no paga dividendos, la delta se define a partir de derivar las ecuaciones (1) y (4) respectivamente.

$$\Delta = \frac{\partial C}{\partial S} \qquad \text{Con} \quad 0 \le |\Delta| \le 1 \qquad \text{Para opciones Call}$$

$$\Delta = N(d_1) \tag{21}$$

ó $\Delta = \frac{\partial P}{\partial S}$ Con $-1 \le |\Delta| \le 0$ Para opciones Put

$$\Delta = N(d_1) - 1 \tag{22}$$

donde d_1 está definida igual que en el modelo de Black & Scholes.

Para las opciones de compra y de venta de tipo europeo sobre un índice accionario que paga un rendimiento por dividendos q, la delta se define a partir de las ecuaciones (17) y (20) respectivamente.

$$\Delta = e^{-q(T-t)N(d_1)} \tag{23}$$

$$\Delta = e^{-q(T-t)}[N(d_1) - 1] \tag{24}$$

Para opciones de compra de tipo europeo en divisas, la delta se obtiene utilizando la misma fórmula que se emplea con un call de tipo europeo sobre un índice accionario que paga un rendimiento por dividendos q, utilizando en la variable q la tasa de interés libre de riesgo que existe en el país al que pertenece la divisa en cuestión.

Para opciones de venta de tipo europeo en divisas, igualmente la delta se obtiene con la fórmula empleada para un put de tipo europeo sobre un índice accionario, con las mismas consideraciones en cuanto a la variable q.

Theta

El parámetro theta de una opción, mide la sensibilidad de la prima al paso del tiempo. Matemáticamente es la derivada del precio de la opción con respecto al plazo de vencimiento de la misma. Para opciones de compra y de venta de tipo europeo sobre acciones que no paga dividendos, theta se define como:

$\Theta = \frac{\partial C}{\partial (T-t)}$ ó $= \frac{\partial P}{\partial (T-t)}$ Con $\Theta > 0$

o bien derivando las ecuaciones (17) y (20)

$$\Theta = -\frac{SN'(d_1)\sigma}{2\sqrt{T-t}} - rXe^{-r(T-t)}N(d_2) \tag{25}$$

$$\Theta = -\frac{SN'(d_1)\sigma}{2\sqrt{T-t}} + rXe^{-r(T-t)}N(-d_2) \tag{26}$$

donde d_1 y d_2 están definidas igual que en el modelo de Black & Scholes y N'(X) como la distribución normal del valor de (x).

Para una opción de compra y de venta de tipo europeo sobre un índice que paga dividendos a una tasa q, de las ecuaciones (17) y (20) se tiene que:

$$\Theta = -\frac{SN'(d_1)\sigma\, e^{-q(T-t)}}{2\sqrt{T-t}} + qSN(d_1)e^{-q(T-t)} - rXe^{-r(T-t)}N(d_2) \tag{27}$$

$$\Theta = -\frac{SN'(d_1)\sigma\, e^{-q(T-t)}}{2\sqrt{T-t}} - qSN(-d_1)e^{-q(T-t)} - rXe^{-r(T-t)}N(-d_2) \tag{28}$$

Nuevamente para opciones de compra y de venta de tipo europeo sobre divisas, las fórmulas descritas anteriormente para derivados de índice, son igualmente útiles, sustituyendo el valor q por la tasa de interés libre de riesgo que existe en el país cuya divisa es el valor subyacente.

Gamma

La gamma, Γ, de un portafolio de opciones sobre un valor subyacente es la tasa de cambio de la delta del portafolio con respecto al precio del valor subyacente. Algunos autores la denominan como la "curvatura" de una opción, y matemáticamente es la segunda derivada parcial de la prima con respecto al precio del valor subyacente.

$$\Gamma = \frac{\partial^2 C}{\partial S^2} \qquad \text{ó} \qquad = \frac{\partial^2 P}{\partial S^2} \qquad \text{Con} \quad \Gamma > 0$$

Si gamma es pequeña, delta cambia lentamente y los ajustes para mantener la cobertura en el portafolio son relativamente infrecuentes. Por el contrario, si gamma es grande en términos absolutos, quiere decir que la delta es muy sensible a los cambios de precio del valor subyacente y por lo tanto es muy arriesgado no ajustar el portafolio de cobertura constantemente.

La gamma para opciones de compra o de venta sobre una acción que no paga dividendos se define como:

$$\Gamma = \frac{N'(d_1)}{S\sigma\sqrt{T-t}} \tag{29}$$

con d_1 y N'(x) igual que en los parámetros anteriores.

Para una opción de compra o de venta de tipo europeo sobre un índice accionario con una tasa q por pago de dividendos,

$$\Gamma = \frac{N'(d_1)e^{-q(T-t)}}{S\sigma\sqrt{T-t}} \tag{30}$$

Del mismo modo que para los parámetros anteriores, las opciones de compra y de venta de tipo europeo sobre divisas, se valúan con las fórmulas para derivados de índice, sustituyendo el valor q por la tasa de interés libre de riesgo que existe en el país cuya divisa es el valor subyacente.

Lambda

El parámetro Lambda, Λ, de una opción mide la sensibilidad de la prima a las variaciones de la volatilidad implícita negociada en el mercado. Puede ser identificada como (Vega o Kappa por algunos otros autores). Matemáticamente lambda es la derivada parcial de la prima de una opción con respecto a la volatilidad. Las opciones ATM son las que tienen una mayor lambda, es decir son las más sensibles a las alteraciones de la volatilidad. Por otra parte las opciones OTM son más sensibles a la volatilidad, que las opciones ITM.

$$\Lambda = \frac{\partial C}{\partial \sigma} \qquad \text{ó} \qquad = \frac{\partial P}{\partial \sigma} \qquad \text{Con} \quad \Lambda > 0$$

Lambda para una opción de compra o de venta sobre una acción que no paga dividendos es:

$$\Lambda = S\sqrt{T-t}\,N'(d_1) \tag{31}$$

con d_1 y N'(x) igual que en los parámetros anteriores.

Para una opción de compra o de venta de tipo europeo sobre un índice accionario con una tasa q por pago de dividendos,

$$\Lambda = S\sqrt{T-t}\,N'(d_1)e^{-q(T-t)} \tag{32}$$

De igual manera, para opciones de compra y de venta de tipo europeo sobre divisas, se emplean las para derivados de índice, sustituyendo el valor q por la tasa de interés libre de riesgo que existe en el país cuya divisa es el valor subyacente.

Rho

El parámetro rho, ρ, de un portafolio de valores derivados es la tasa de cambio del valor del portafolio con respecto a la tasa de interés. Matemáticamente es la derivada de la tasa de cambio del portafolio con respecto a la tasa de interés.

$$rho = \frac{\partial \Pi}{\partial r}$$

El parámetro rho para las opciones de compra y de venta que no pagan dividendos se definen de la siguiente manera:

$$rho = X(T-t)e^{-r(T-t)}N(d_2) \tag{33}$$

$$rho = -X(T-t)e^{-r(T-t)}N(-d_2) \quad (34)$$

donde d_2 está definida igual que en el modelo de Black & Scholes.

Para una opción de compra o de venta de tipo europeo sobre un índice accionario con una tasa q por pago de dividendos se utilizan las mismas fórmulas pero con d_2 igual que en (d).

Para opciones de compra o de venta de tipo europeo sobre divisas existen dos rhos una que corresponde a la tasa de interés libre de riesgo doméstica y otra para la tasa de interés libre de riesgo del país extranjero, para la primera se utilizan las mismas fórmulas anteriores sustituyendo q por la tasa de interés libre de riesgo y con d_2 igual que en (d), y para la última rho para opciones de compra y de venta, se calculan con las siguientes expresiones:

$$rho = -(T-t)e^{rf(T-t)}SN(d_1) \quad (35)$$

$$rho = (T-t)e^{rf(T-t)}SN(-d_1) \quad (36)$$

con d_1 igual que en (c) y rf es la tasa de interés libre de riesgo en el país extranjero.

REFERECIAS BIBLIOGRAFICAS

1. Barbara Ostdiek, Jeff Fleming, and Robert Whaley "Predicting Stock Market Volatility: A New Measure." Journal of Futures Markets, 1995.

2. Black, F. and M. Scholes, 1973, "The Pricing of Options and Corporate Liabilities". The Journal of Political Economy, Vol 81, No. 3 1973

3. John Hull, *"Options, Futures, and Other Derivatives Securities"* 6th Edition 2005 by Prentice Hall, Inc., A Division of Simon & Schuster, Englewood Cliffs, New Jersey 07632.

4. John Hull, *"Introduction to Futures and Options Markets"* Third Edition 1997 by Prentice Hall, Inc., A Division of Simon & Schuster, Englewood Cliffs, New Jersey 07632.

5. John C. Cox, Mark Rubinstein *"Options Markets"* 1985 by Prentice Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey 07632.

6. Robert Jarrow, and A. Rudd. "Option Pricing" Edition 1987 Homewood, Illinois: The Irwin Series in Finance.

7. Robert A. Jarrow "Derivative Security Markets, Market Manipulation, and Option Pricing Theory" The Journal of Financial and Quantitative Analysis, Vol. 29, No. 2 (Jun., 1994), pp. 241-261

8. Richard J. Rendleman, Jr., Brit J. Bartter. "Two-State Option Pricing". The Journal of Finance, Vol. 34, No. 5 (Dec., 1979), pp. 1093-1110

9. Rodriguéz de Castro *"Introducción al Análisis de Productos Financieros Derivados"* 1998, editorial Limusa, S.A. de C.V. Grupo Noriega Editores.

10. Prosper Lamothe Fernández, Miguel Pérez Somalo *"Opciones Financieras y Productos Estructurados"* 3ª Edición 2006 por McGraw-Hill/Interamericana de España, S.A.

11. Mansell Carstens Catherine *"Las nuevas Finanzas en México" 4ª Edición* 1998 Editorial Milenio.

12. Metodología de cálculo para el Índice de Precios y Cotizaciones 2007 Bolsa Mexicana de Valores.

13. Jack Johnston and John DiNardo *"Econometric Methods" 4th Edition* 1997 by McGraw-Hill International Editions.

14. *"The CBOE Call Options Index: Metodology and Technical Considerations"* by the research department of the Chicago

15. Alfonso de Lara Haro "Productos Derivado Financieros Instrumentos, Valuación y Cobertura de Riesgos" 2005 por Editorial Limusa.

SITIOS WEB

http://www.mexder.com.mx/inter/info/mexder/avisos/Las_30_preguntas.pdf
http://www.monografias.com/trabajos21/modelo-black-scholes-merton/modelo-black scholes-merton.shtml

http://www.investopedia.com/features/eso/eso3.asp
http://www.fenews.com/fen31/teaching_notes/teaching_notes2.htm
http://www.cboe.com/micro/vix/vixwhite.pdf
http://www.mexder.com.mx/inter/info/mexder/avisos/Metodologia%20VIMEX.pdf
http://www.inegi.gob.mx
http://www.bmv.com.mx
http://www.asigna.gob.mx
http://www.mexder.gob.mx
http://www.banxico.org.mx
http://www.cnbv.gob.mx
http://www.mexder.com.mx/inter/info/mexder/