



Universidad Nacional
Autónoma de
México

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA

CENTRO DE INVESTIGACIÓN EN ENERGÍA

**“ESTUDIO EXPERIMENTAL DEL FLUJO
OSCILATORIO DE GOTAS EN TUBOS
CAPILARES”**

TESIS

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE

MAESTRO EN INGENIERÍA

ENERGÍA - FOTOTÉRMICA

PRESENTA:

MIGUEL PIÑEIRUA MENENDEZ

DIRECTORA DE TESIS:

DRA. GUADALUPE HUELSZ LESBROS



2008



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

JURADO ASIGNADO:

Presidente:	Dr. Eduardo Ramos Mora
Secretario:	Dra. Guadalupe Huelsz Lesbros
Vocal:	Dr. Sergio Cuevas García
1er. Suplente:	Dr. Catalina Elizabeth Stern Forgach
2do. Suplente:	Dr. Francisco Javier Solorio Ordaz

Lugar donde se realizó la tesis:

CENTRO DE INVESTIGACIÓN EN ENERGÍA, UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE MÉXICO. TEMIXCO, MORELOS.

TUTORA DE TESIS:

DRA. GUADALUPE HUELSZ LESBROS

Agradecimientos

En primer lugar doy gracias a Guadalupe Huelsz por hacerse cargo de la dirección de este trabajo, por las largas discusiones, por el conocimiento transmitido y por el apoyo y dedicación incondicionales en todos y cada uno de los aspectos que intervinieron en la elaboración de esta tesis. A Eduardo Ramos por las enriquecedoras charlas en torno a la dinámica de la línea de contacto. Sergio Cuevas y Catalina Stern enriquecieron este trabajo con sus comentarios y observaciones. A Francisco Solorio por aceptar formar parte de mi Jurado de examen. \\

En especial agradezco a Gabriela Hernández por las enseñanzas en el manejo del PIV y por estar siempre dispuesta a brindar ayuda. Agradezco a Raúl Rechtman por responder a una innumerable cantidad de preguntas, principalmente referentes al manejo de C y LaTeX. A Guillermo Hernández por prestarme la lente biconvexa y asesorarme en el manejo de la óptica del láser. A Antonio Pérez y Arturo Orozco del Departamento de acústica y vibraciones del CECADET, por ayudarme en la caracterización de la bocina y aportar ideas para la elaboración del modelo acústico del sistema. Agradezco a Alberto Beltrán por los múltiples consejos en el manejo e integración de imágenes dentro del texto. A Víctor Hugo Gómez por facilitarme herramientas diversas que se fueron requiriendo durante la experimentación y por permitirme ser usufructuario del monitor de su computadora durante las primeras semanas de escritura de esta tesis. Sara Messina colaboró para obtener una concentración 'optima en el sembrado de partículas en la visualización con PIV. Agradezco también a Martha Hernández por el apoyo en la impresión y fotocopiado de los borradores de tesis, entre muchos otros. A Alejandro Ordaz por tomar las fotografías del dispositivo experimental. A Gregorio Hernández por el maquinado de algunas de las piezas utilizadas durante la experimentación.\\

Agradezco a CONACyT por la beca otorgada para la realización de mis estudios de maestría y por brindarme apoyo económico en la parte final de la elaboración de este trabajo, a través del proyecto CONACyT 25116.\\

También agradezco a la DGEP por el apoyo concedido para poder asistir al XII Congreso de la División de Fluidos y Plasmas de la Sociedad Mexicana de Física, que se llevó a cabo en Boca del Río, del 29 de octubre al 1 de noviembre de 2007.

Contenido

1. Introducción	1
2. Antecedentes	3
2.1. Flujo Oscilatorio en Tubos con Curvatura	3
2.1.1. Radio de curvatura amplio	4
2.1.2. Radio de curvatura pequeño	5
2.2. Flujo Interfacial	6
2.2.1. Conceptos básicos	6
2.2.2. Dinámica de la línea de contacto	9
3. Experimentación	13
3.1. Dispositivo experimental	13
3.2. Procedimiento experimental	14
3.2.1. Experimentos con el sistema sin gota	15
3.2.2. Experimentos con el sistema con gota	16
3.2.3. Calibración de fase	23
4. Resultados Experimentales	31
4.1. Sistema sin gota	31
4.2. Sistema con gota	33
4.2.1. Resultados E-cg1	33
4.2.2. Resultados E-cg2	40
5. Modelo Teórico	43
5.1. Ondas guiadas	43
5.2. Impedancia acústica	44
5.3. Modelo del sistema	47
6. Análisis de Resultados	53
6.1. Sistema sin gota	53
6.2. Sistema con gota	63
6.3. Comparación flujo interfacial - tubo en U	75
7. Conclusiones	79

A. Velocimetría por imágenes de partículas (PIV)	83
---	-----------

Resumen

En este trabajo de investigación se estudian experimentalmente las pérdidas de energía asociadas al flujo oscilatorio de gotas de agua dentro de tubos capilares de sección transversal cuadrada, a fin de evaluar la viabilidad de este tipo de flujo en generadores termoacústicos magnetohidrodinámicos, comparando las pérdidas con las de flujos oscilatorios en tubo en U estudiados en otras investigaciones. Para ello se diseña y construye un dispositivo experimental que permite tener oscilaciones de gotas de agua dentro de tubos capilares de distintos tamaños por medio de una onda acústica generada por una bocina. Se desarrolla un modelo teórico del sistema acústico que representa al dispositivo experimental y se valida a partir de resultados experimentales de aceleración de la bocina y de presión en la segunda cavidad del dispositivo para el sistema sin gota. En la validación se comparan resultados teóricos y experimentales de la amplitud de presión en la resonancia, frecuencia de resonancia y diferencia de fase entre la aceleración de la bocina y la presión. Las diferencias entre la teoría y los experimentos para estas tres variables es menor al 10% para los tubos de 8, 6, 5 y 3mm, sin embargo, el modelo teórico presenta problemas para reproducir el comportamiento del sistema a bajas frecuencias, por lo que los resultados teóricos obtenidos para el tubo de 2mm discrepan de los experimentales. A partir del modelo teórico y de los resultados experimentales de aceleración del cono de la bocina, de presión en la segunda cavidad de dispositivo y de la velocidad de gota (medida con la técnica de velocimetría por imágenes de partículas) para el sistema con gota, se calcula el factor de pérdidas asociado al flujo oscilatorio de la gota de agua dentro del tubo capilar. Los resultados muestran una tendencia de disminución del factor de pérdidas con el aumento del tamaño del tubo, mientras que se observa una tendencia de aumento al incrementar la longitud de gota y la frecuencia de oscilación. El comportamiento del factor de pérdidas en función de la frecuencia, del tamaño de tubo y de longitud de gota, es muy similar al de flujo oscilatorio en tubos de sección transversal cuadrada sin presencia de interfase, sin embargo, la magnitud del factor de pérdidas calculado llega a ser hasta tres veces mayor. Se presume que este exceso de pérdidas es ocasionado por los patrones de flujo dentro de la gota cerca de la interfase. En comparación con el flujo oscilatorio en tubos en U, los resultados muestran que el flujo oscilatorio de gotas de agua en tubos capilares rectos sería adecuado para generadores termoacústicos magnetohidrodinámicos de pequeña escala.

Capítulo 1

Introducción

El estudio de flujos oscilatorios resulta de gran importancia en el diseño de generadores termoacústicos magnetohidrodinámicos. Un fluido eléctricamente conductor puede generar una corriente eléctrica si se le hace fluir a través de un campo magnético. Por tanto, un flujo oscilante que fluye a través de un campo magnético, ofrece la posibilidad de generar una corriente eléctrica alterna.

El análisis de flujos oscilatorios y su aplicación en generadores termoacústicos magnetohidrodinámicos ha sido tema de investigación desde hace algunos años en la Coordinación de Transferencia de Energía y Masa del Centro de Investigación en Energía de la Universidad Nacional Autónoma de México. Este grupo diseñó un dispositivo compuesto por un resonador de Helmholtz lleno de aire, el cual fue conectado a uno de los extremos de un tubo en forma de U. El tubo está parcialmente lleno con un electrolito y mantiene su otro extremo abierto a la atmósfera. Al tener un gradiente de temperaturas adecuado, el resonador de Helmholtz genera una onda termoacústica que provoca un movimiento oscilatorio del electrolito. En la parte baja del tubo en forma de U, se encuentra un generador MHD convencional, que consiste de un ducto de sección transversal rectangular con dos imanes permanentes colocados en paredes opuestas, de tal forma, que el campo magnético generado sea perpendicular a la oscilación del fluido dentro del tubo. En las otras dos caras se tienen electrodos conectados a una carga externa (fig 1.1). El flujo oscilatorio del electrolito a través del campo magnético tiene como resultado la generación de corriente eléctrica alterna que fluye a través de los electrodos [14].

Para poder obtener la máxima potencia de salida en este tipo de dispositivos, es importante reducir al máximo las pérdidas generadas por la oscilación del fluido dentro del ducto. De ahí, que la finalidad de esta investigación sea buscar alternativas que permitan reducir pérdidas, a fin de optimizar la eficiencia de estos sistemas.

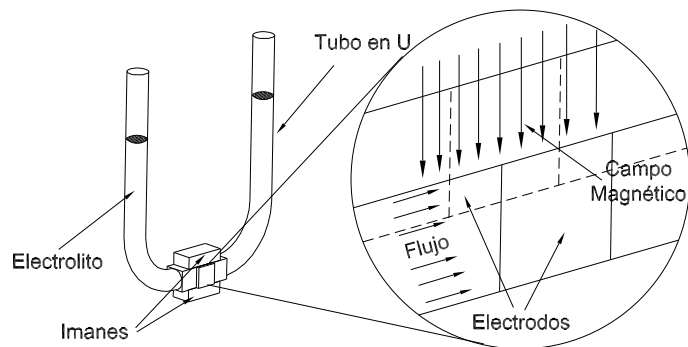


Figura 1.1: Esquema de un generador magnetohidrodinámico de tubo en U

Para el caso particular del dispositivo construido en la Coordinación de Transferencia de Energía y Masa del Centro de Investigación en Energía de la Universidad Nacional Autónoma de México, se busca reducir al máximo las pérdidas generadas en las curvaturas del tubo en U. La presencia de radios de curvatura en el ducto, son un factor de incremento en pérdidas con respecto a las que se presentan para tubos rectos.

Una alternativa posible para tener un flujo oscilatorio del electrolito forzado por el flujo oscilatorio de un gas y evitar las pérdidas debidas a la curvatura de los ductos, es utilizar tubos capilares horizontales. De esta forma, el electrolito permanece, por efecto de la tensión superficial, en forma de gota a lo largo de un tubo recto sin necesidad de hacerlo fluir a través de curvatura alguna.

Este trabajo estudia experimentalmente el comportamiento de gotas de agua, que tienen interfase con aire, sometidas a un gradiente de presión oscilatorio dentro de un tubo capilar de sección rectangular cuadrada, utilizando la técnica de velocimetría por imágenes de partículas (PIV). Teniendo como objetivos determinar las variables físicas que rigen su comportamiento y calcular las pérdidas de energía en dichos flujos, que sin tomar en cuenta los efectos del campo magnético, permitan compararlas con aquellas que se tendrían para flujos equivalentes en ductos en forma de U.

Capítulo 2

Antecedentes

En este capítulo se presenta la revisión bibliográfica realizada a lo largo del trabajo de investigación, la cual abarca dos temas principales:

- Flujo Oscilatorio en Tubos con Curvatura
- Flujo Interfacial

En los experimentos realizados por la Coordinación de Transferencia de Energía y Masa del Centro de Investigación en Energía con flujos oscilatorios en tubos en forma de U, la disipación de energía no fue analizada. Resulta de gran importancia entonces, para cumplir los objetivos de este trabajo, conocer resultados obtenidos por otros investigadores que ayuden a determinar dichas pérdidas, con la finalidad de compararlas con las del flujo oscilatorio bifásico propuesto.

Por su parte, resulta indispensable contar con un minucioso análisis de trabajos previos dedicados al estudio de flujos interfaciales, que sirvan como referente en la comprensión de la problemática abordada en esta tesis.

2.1. Flujo Oscilatorio en Tubos con Curvatura

Muchos estudios se han realizado sobre el comportamiento de flujos oscilatorios en ductos, tanto de sección transversal circular como rectangular. Entre estos trabajos se incluyen soluciones analíticas [13], experimentales [13], [17] y numéricas [13] para la estimación de pérdidas en tubos circulares con diferentes radios de curvatura y regímenes de flujo, así como resultados numéricos para cálculos de coeficientes de fricción [20], [21] y estudios experimentales de inestabilidad de flujo [2] en ductos curvos de sección transversal rectangular.

2.1.1. Radio de curvatura amplio

Iguchi et al. [13] analizaron las pérdidas de energía en flujos que oscilan libremente en tubos en forma de U, bajo la condición $\frac{R}{r} > 11$, donde R representa al radio de curvatura y r al radio interno del tubo. Para esta condición los efectos de la curvatura son despreciables, por tanto las expresiones resultantes son válidas también para ductos rectos. De acuerdo con su trabajo, el flujo oscilatorio en ductos se subdivide en:

- Laminar ($Re_{osc} \leq 400\sqrt{\omega^*}$)
- Turbulento ($Re_{osc} \geq 800\sqrt{\omega^*}$)

donde $Re_{osc} = \frac{\omega_n h_l D}{\nu}$, $\omega_n = \sqrt{\frac{2g}{l}}$ es la frecuencia natural de oscilación sin amortiguamiento, h_l altura máxima de la columna de líquido con respecto a su posición de equilibrio, D diámetro del tubo, ν viscosidad cinemática, $\omega^* = \frac{r^2 \omega}{\nu}$ es la frecuencia de oscilación del flujo adimensional, r radio interno del tubo y ω es la frecuencia de oscilación del flujo.

Estos autores obtuvieron expresiones analíticas para determinar las pérdidas de energía en flujo laminar y resolvieron numéricamente las ecuaciones de movimiento para estimar la disipación de energía en régimen turbulento. Los resultados fueron corroborados experimentalmente.

La ecuación de movimiento para flujo laminar es [13]:

$$\frac{d^2 h_l}{dt^2} + R_{vis-c} \frac{dh_l}{dt} + Q_n^2 h_l = 0 \quad (2.1)$$

donde:

$$R_{vis-c} = \frac{\left(\frac{8\nu}{r^2}\right) \eta_1}{\left(1 + \left(\frac{8}{\omega^*}\right) \xi_1\right)} \quad (2.2)$$

$$Q_n^2 = \frac{\omega_n^2}{\left(1 + \left(\frac{8}{\omega^*}\right) \xi_1\right)} \quad (2.3)$$

Tanto η_1 como ξ_1 son funciones de $\sqrt{\omega^*}$ y están dadas por:

$$\eta_1 = \left(\frac{\sqrt{\omega^*}}{4}\right) \left(\frac{M_1(\sqrt{\omega^*})}{M_2(\sqrt{\omega^*})}\right) \cos\left(\theta_1 - \theta_2 + \frac{3\pi}{4}\right) \quad (2.4)$$

$$\xi_1 = \left(\frac{\sqrt{\omega^*}}{4}\right) \left(\frac{M_1(\sqrt{\omega^*})}{M_2(\sqrt{\omega^*})}\right) \sin\left(\theta_1 - \theta_2 + \frac{3\pi}{4}\right) \quad (2.5)$$

Imponiendo las condiciones iniciales: $h_l = h_0$ y $\frac{dh_l}{dt} = 0$ en $t = 0$, se obtienen los tres tipos de comportamiento siguientes:

- sobreamortiguado

$$\frac{h_l}{h_0} = \frac{(\zeta + \sqrt{\zeta^2 - 1})}{2\sqrt{\zeta^2 - 1}} e^{(-\zeta + \sqrt{\zeta^2 - 1})Q_n t} + \frac{(-\zeta + \sqrt{\zeta^2 - 1})}{2\sqrt{\zeta^2 - 1}} e^{(-\zeta - \sqrt{\zeta^2 - 1})Q_n t} \quad (2.6)$$

- amortiguamiento crítico

$$\frac{h_l}{h_0} = (Q_n t + 1) e^{(-Q_n t)} \quad (2.7)$$

- amortiguamiento oscilatorio

$$\frac{h_l}{h_0} = \left(\frac{\zeta}{\sqrt{1 - \zeta^2}} \sin(\sqrt{1 - \zeta^2} Q_n t) + \cos(\sqrt{1 - \zeta^2} Q_n t) \right) e^{(-\zeta Q_n t)} \quad (2.8)$$

donde para los tres casos:

$$\zeta = \frac{R_{vis-c}}{Q_n} \quad (2.9)$$

Para el caso de flujo turbulento, la ecuación que rige el movimiento del fluido es:

$$\frac{d^2 h_l^*}{dt^{*2}} + 0.1118 \left(\frac{dh_l^*}{dt^*} \right)^{\frac{3}{4}} \frac{dh_l^*}{dt^*} + \omega_n'^2 h_l^* = 0 \quad (2.10)$$

donde:

$$h_l^* = \frac{h_l}{D}; \quad t^* = \frac{\nu t}{R^2} \quad (2.11)$$

Los resultados para las pérdidas en régimen turbulento fueron obtenidos resolviendo numéricamente la ecuación anterior por medio del método de Runge-Kutta utilizando las siguientes condiciones:

$$t^* = 0; \quad h_l^* = \frac{h_0}{D}; \quad \frac{dh_l^*}{dt^*} = 0 \quad (2.12)$$

2.1.2. Radio de curvatura pequeño

Por su parte, Olson y Swift [1996] realizaron una serie de experimentos con flujos oscilatorios para determinar las pérdidas ocasionadas por efectos de curvatura en ductos donde la relación de radio de curvatura y radio interno del tubo son menores a 11, es decir, $\frac{R}{r} < 11$. Ellos supusieron que las contribuciones en pérdidas para tubo recto y aquellas ocasionadas por la curvatura se pueden sumar, de tal forma que:

$$Q_{tot}^{-1} = Q_{straight}^{-1} + Q_{coil}^{-1} = \frac{\dot{E}_{straight}}{\omega E} + \frac{\dot{E}_{coil}}{\omega E} \quad (2.13)$$

donde $\dot{E}_{straight}$ es la disipación de energía para tubo recto, \dot{E}_{coil} es la disipación de energía causada por la curvatura, E es la energía almacenada y ω es la frecuencia de oscilación.

Para el caso de flujo laminar oscilatorio incompresible dentro de un tubo de sección transversal circular, la energía disipada por unidad de longitud está dada por:

$$\frac{d\dot{E}}{dx} = \frac{\pi r^2 \rho (u_1)^2 \omega}{2} \Re \left[\frac{j}{1 - f_v} \right] \quad (2.14)$$

donde:

$$f_v = \frac{2J_1 \left[(j-1) \frac{r}{\delta_v} \right]}{(j-1) \left(\frac{r}{\delta_v} \right) J_0 \left[(j-1) \frac{r}{\delta_v} \right]} \quad (2.15)$$

es la función viscosa para un tubo circular, $\delta_v = \sqrt{\frac{2\nu}{\omega}}$ es la profundidad de penetración viscosa, $j = \sqrt{-1}$, ρ es la densidad del fluido y u_1 es la amplitud de la velocidad promediada espacialmente. \Re significa la parte real del argumento.

A partir del ajuste de los datos que obtuvieron experimentalmente, Olson y Swift [17] encontraron que:

$$Q_{coil}^{-1} \simeq \frac{1}{3} \frac{Re \delta_v^3}{(rR)^{\frac{3}{2}}} \quad (2.16)$$

donde Re es el número de Reynolds $Re = \frac{2\omega X a}{\nu}$, X es la amplitud de la oscilación y r y R son el radio interno del tubo y el radio de curvatura respectivamente. Esta expresión es válida únicamente dentro del rango de parámetros de experimentación [17].

2.2. Flujo Interfacial

Los flujos interfaciales son un tema de investigación que ha despertado gran interés en los últimos años. En su mayoría, los trabajos realizados se enfocan en el estudio de la dinámica de la línea y el ángulo de contacto formados por la interfase entre dos fluidos y una superficie sólida. Experimentos simples [7] motivaron la formulación de modelos para el análisis de este tipo de flujos, que han llevado a encontrar soluciones analíticas a partir de expansiones asintóticas [6], [12] y soluciones numéricas [22], [9], que concuerdan con los resultados obtenidos en diversos experimentos [10].

2.2.1. Conceptos básicos

Ya que un líquido no es capaz de expandirse libremente en todo el volumen que lo contiene, éste forma una entrefase con el líquido o gas que lo rodea.

Dentro de una masa líquida, las moléculas se repelen mutuamente debido a su proximidad y permanecen en equilibrio mecánico, pero las moléculas de la superficie deben interactuar con el medio que las rodea para encontrar su equilibrio.

De esta forma, al hacer un corte dL sobre un volumen infinitesimal dV que contenga parte de la superficie libre, la fuerza de repulsión γdL entre las moléculas de dicha superficie, sólo se presenta de forma coplanar, mientras que el equilibrio en la dirección normal se logra al interactuar con el medio circundante. A la magnitud γ se le denomina coeficiente de tensión superficial.

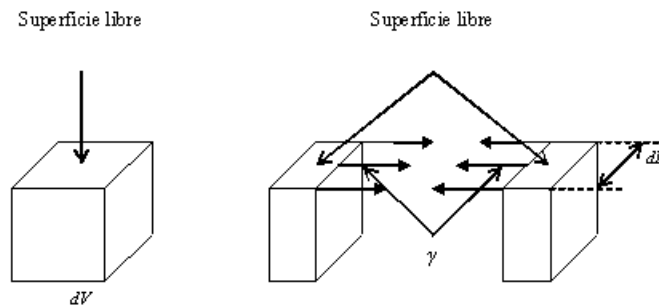


Figura 2.1: Tensión superficial en la superficie libre

Los valores del coeficiente de tensión superficial pueden cambiar considerablemente si la superficie está contaminada. Generalmente este valor decrece con el aumento en la temperatura del líquido.

Si la interfase es una superficie semiesférica, la fuerza que se genera gracias a la tensión superficial se distribuye anularmente y provoca un cambio de presión sobre la superficie horizontal.

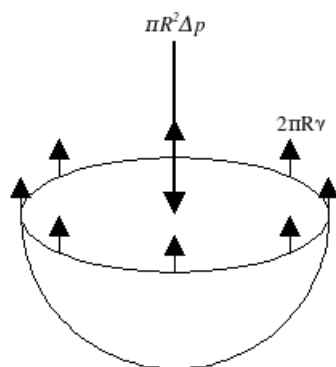


Figura 2.2: Equilibrio mecánico en una interfase semiesférica

Cuando la interfase entra en contacto con una pared sólida, se forma un ángulo θ entre la pared y la interfase, el cual se conoce como ángulo de contacto. Si este ángulo es menor a 90° , se dice que el líquido “moja” al sólido, mientras que si es mayor a 90° , entonces se dice que “no moja”.

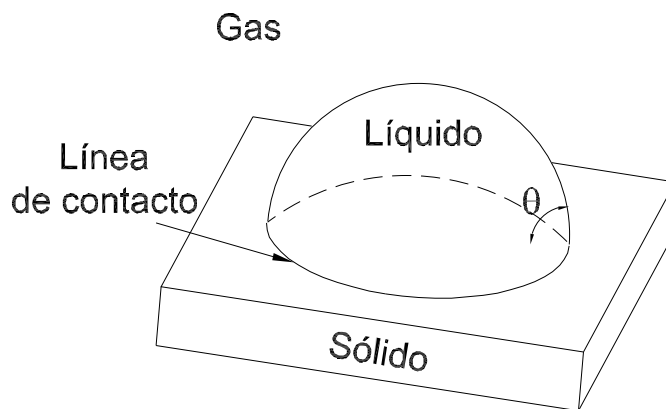


Figura 2.3: Ángulo y línea de contacto en una interfase líquido-gas-sólido.

Del mismo modo, cuando una interfase entre dos fluidos inmiscibles entra en contacto con una frontera sólida, se forma una línea, comúnmente llamada línea de contacto.

2.2.2. Dinámica de la línea de contacto

Durante varios años se evitó el análisis del flujo de fluidos en las inmediaciones de una línea de contacto en movimiento, debido a las complicaciones que representa definir las condiciones de frontera en la vecindad de la intersección entre los dos fluidos y el sólido. Una de estas dificultades surge a partir de la condición de no deslizamiento. A menudo se pensaba que existía una contradicción al asumir una condición de no deslizamiento en la pared sólida mientras un fluido desplazaba al otro en ese mismo punto.

A fin de demostrar que la condición de no deslizamiento si era compatible con la dinámica de la línea de contacto, Dussan [1974] realizó una serie de experimentos con gotas de diferentes fluidos desplazándose sobre superficies sólidas inclinadas.

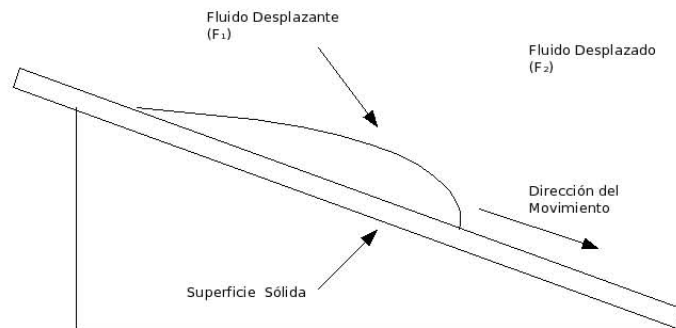


Figura 2.4: Vista lateral de uno de los experimentos realizados por Dussan [7]

Sus observaciones le permitieron determinar de manera cualitativa la naturaleza del movimiento de los fluidos cerca de la línea de contacto. Concluyó que el fluido desplazante (F_1) “rueda” sobre la superficie sólida, de tal forma que al llegar a la línea de contacto, las partículas de fluido F_1 que se encontraban en la interfase con F_2 , se adhieren a las del sólido adoptando la misma velocidad, y por tanto, cumpliendo con la condición de no deslizamiento.

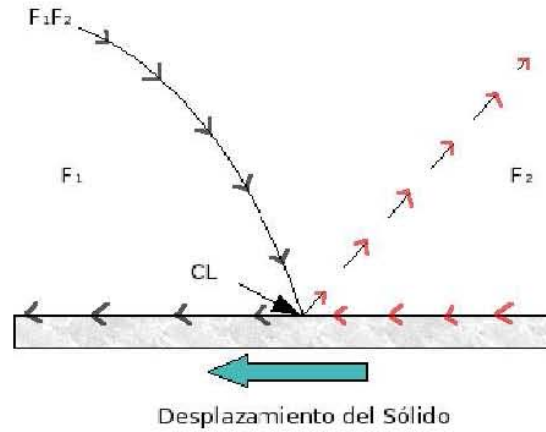


Figura 2.5: Trayectoria de las partículas de fluido en la vecindad de la línea de contacto

Por su parte, la dinámica del fluido desplazado (F_2) es un poco más compleja. A medida que la línea de contacto avanza, la superficie de fluido F_2 que permanecía en contacto con la pared sólida, es expulsada hacia el interior de F_2 , cumpliendo así con la condición de conservación de masa.

A partir de estos experimentos, Dussan pudo confirmar que el desplazamiento de la línea de contacto y la condición de no deslizamiento son conceptos cinemáticamente compatibles. Sin embargo, encontró un campo de velocidades multivaluado en las vecindades de la línea de contacto, que implica la existencia de fuerzas infinitas.

A fin de poder evitar esta singularidad, Hocking [1982] propuso la existencia de deslizamiento entre los dos fluidos y el sólido dentro de una distancia s muy cercana a la línea de contacto.

Este concepto de deslizamiento cercano a la línea de contacto, fue utilizado por Cox [1986], quien a partir de expansiones asintóticas acopladas en tres regiones (interna, intermedia y externa), obtuvo expresiones para determinar el ángulo de contacto “aparente” en función de la velocidad de desplazamiento de la línea de contacto, tomando en consideración los siguientes aspectos:

$$\epsilon = \frac{s}{H} \ll 1 \quad (2.17)$$

donde s es la distancia en la cual se produce el deslizamiento y H es cualquier distancia macroscópica característica del sistema. También se supone que la tensión superficial de la interfase entre los dos fluidos es suficientemente grande para dominar sobre los efectos viscosos, o lo que es lo mismo:

$$Ca = \frac{\mu A v}{\gamma} \ll 1 \quad (2.18)$$

donde μ_A es la viscosidad del fluido desplazante, v es la velocidad de desplazamiento y γ es la tensión superficial. Ca es comúnmente conocido como el número capilar.

Haciendo expansiones dobles en términos de los parámetros ϵ y Ca para las tres regiones y acoplando las soluciones entre ellas, Cox [1986] obtuvo los siguientes resultados para orden Ca^0 :

$$g(\theta_{m0}) = g(\theta_w) + Ca \ln(\epsilon^{-1}) \quad (2.19)$$

donde:

$$g(\theta_w, \lambda) = \int_0^{\theta_w} \frac{d\theta}{f(\theta, \lambda)} \quad (2.20)$$

y

$$f(\theta, \lambda) = \frac{2 \sin \theta [\lambda^2(\theta^2 - \sin^2 \theta) + 2\lambda(\theta(\pi - \theta) + \sin^2 \theta) + ((\pi - \theta)^2 - \sin^2 \theta)]}{\lambda(\theta^2 - \sin^2 \theta)[(\pi - \theta) + \sin \theta \cos \theta] + [(\pi - \theta)^2 - \sin^2 \theta](\theta - \sin \theta \cos \theta)} \quad (2.21)$$

θ_{m0} es el ángulo de contacto macroscópico a orden cero y θ_w es el ángulo de contacto microscópico, el cual es considerado constante y que depende únicamente de las características del fluido.

Ca tiene un valor máximo para el cual la solución anterior existe (con $v > 0$):

$$Ca_{max} = \frac{g(\pi, \lambda) - g(\theta_w, \lambda)}{\ln(\epsilon^{-1})} + O(\ln \epsilon^{-1})^{-2} \quad (2.22)$$

A partir de la ecuación 2.20 es posible determinar la variación del ángulo de contacto con respecto a la velocidad, y por tanto, la caída de presión en la interfase, dada por:

$$\Delta P_{cap} \simeq \cos \theta \quad (2.23)$$

Charlaix y Gayvallet [5] realizaron experimentos en los que les fue posible calcular la caída de presión provocada por la oscilación de la interfase entre dos líquidos dentro de un tubo capilar. Definieron una respuesta de la presión capilar en función de la frecuencia y la amplitud de desplazamiento de la interfase, dada por la expresión:

$$P(\omega, X_0) = \frac{\Delta P_{cap}(\omega)r}{2\gamma X_0} \quad (2.24)$$

donde:

$$\Delta P_{cap}(\omega) = P_2(\omega) - P_1(\omega) - \frac{\mu LU(\omega)}{\kappa(\omega)} \quad (2.25)$$

donde X_0 es la amplitud de desplazamiento adimensional de la excitación oscilatoria, definida como $X_0 = 3x/2r$ (x es la amplitud de desplazamiento), de tal forma que $X_0 = 1$ es el desplazamiento máximo posible que puede tener la interfase sin perder su forma esférica antes de que se desprenda la línea de contacto. $P_1(\omega)$ y $P_2(\omega)$ son las presiones medidas de uno y otro lado de la interfase, $P_1(\omega)$ muy cerca del menisco y $P_2(\omega)$ a una distancia L del mismo.

El tercer término del lado derecho de la ecuación corresponde a las pérdidas viscosas asociadas al flujo oscilatorio del fluido lejos de la interfase, donde μ es la viscosidad dinámica, $U(\omega)$ es la velocidad del flujo y

$$\kappa = \frac{j\mu}{\rho\omega}(1 - f_v) \quad (2.26)$$

donde f_v es la función viscosa dada en 2.15.

Para bajas frecuencias ($< 1Hz$), Charlaix y Gayvallet observaron que en $X_0 < 0.3$ se presentan oscilaciones de la interfase sin desprendimiento de la línea de contacto. En $0.3 < X_0 < 0.6$ se tiene una transición al desprendimiento de la línea de contacto y para $X_0 > 0.6$, ésta se desprende empezando a oscilar de forma periódica en cuatro secuencias bien definidas, i) la interfase se desliza hacia adelante, ii) la línea de contacto se detiene y el ángulo de contacto cambia, iii) la interfase se desliza hacia atrás y iv) la línea de contacto se detiene otra vez y el ángulo de contacto cambia a su posición de avance. Con una amplitud de excitación $X_0 > 0.6$ y en un rango de frecuencias de 0.1 a $0.5Hz$, observaron un deslizamiento de amplitud constante en la línea de contacto, para $0.5 < f < 5Hz$ la amplitud de deslizamiento de la línea de contacto disminuye mientras que la deformación del menisco aumenta y finalmente, para frecuencias mayores a $5Hz$ la línea de contacto se detiene por completo y todo el desplazamiento es almacenado en la deformación del menisco. A partir de los resultados obtenidos de la parte real de la expresión 2.24, Charlaix y Gayvallet concluyeron que el deslizamiento de la línea de contacto provoca una caída de presión con disipación de energía extra, además de la disipación atribuible al flujo oscilatorio del fluido lejos de la interfase.

Capítulo 3

Experimentación

En este capítulo se presenta el dispositivo experimental utilizado para la generación de flujo oscilatorio de gotas de agua dentro de tubos capilares, así como las técnicas y equipos utilizados en la medición de las variables de interés.

3.1. Dispositivo experimental

El dispositivo experimental consiste básicamente de un tubo capilar con una gota de agua en el centro, el cual está unido a dos cavidades cónicas, una cerrada con una bocina y la otra con una tapa. En el interior del sistema se tiene aire a presión atmosférica. Además el dispositivo cuenta con una base que da soporte a todos los elementos del sistema, tal como se muestra en la figura 3.1.

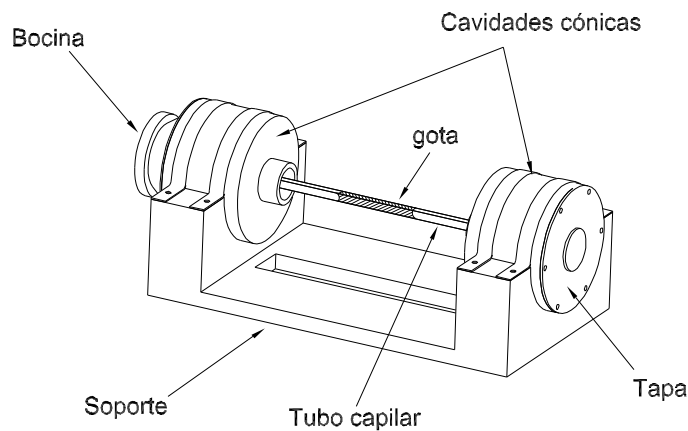


Figura 3.1: Esquema de los componentes del dispositivo

La bocina utilizada para la generación del gradiente oscilatorio de presión, es

una $J\acute{e}B$ de 13.97cm ($5\ 1/2\ \text{pulg.}$) de diámetro (D), 8Ω de impedancia y $150W$ de potencia. El uso de una bocina ofrece la posibilidad de variar las condiciones de entrada al sistema de una forma muy sencilla. El acoplamiento de la bocina con el tubo capilar se hace a través de una cavidad cónica (V_1) maquinada dentro de un cilindro de *Nylamid* de 15.24cm ($6\ \text{pulg.}$) de diámetro y 10cm de longitud (h). El tubo se conecta en el otro extremo a una segunda cavidad cónica (V_2) de las mismas características que la anterior, cerrada en el diámetro mayor con una tapa de acero inoxidable de 0.317cm ($1/8\ \text{pulg.}$) de espesor. El acoplamiento con esta segunda cavidad cónica permite mantener una simetría similar a la que se tendría en el caso de un generador termoacústico magnetohidrodinámico con resonadores acoplados. El sistema ofrece la posibilidad de cambiar el tubo capilar. Los tubos capilares utilizados son de vidrio de borosilicato, con sección transversal cuadrada de 2 , 3 , 5 , 6 y 8mm de lado (d) por 30cm de largo (L), manufacturados por *Wale Apparatus*. Las razones por las que se usaron tubos con sección transversal cuadrada, es que se evitan aberraciones ópticas debidas a curvaturas de superficie al realizar mediciones con el PIV y su geometría resulta más conveniente para su potencial aplicación en un generador eléctrico magnetohidrodinámico. Las características del sistema se ilustran en el diagrama de la figura 3.2.

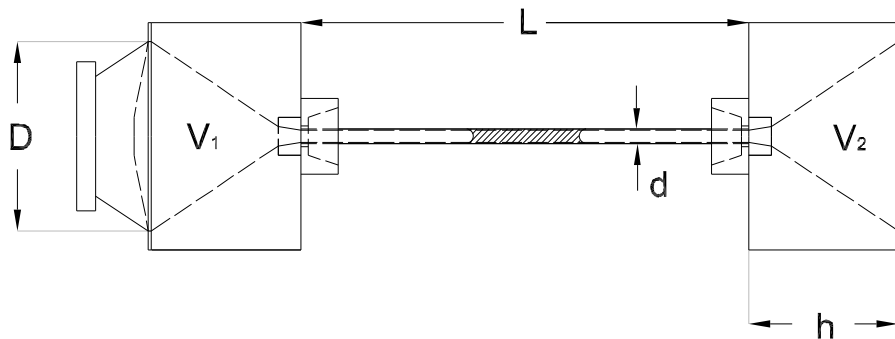


Figura 3.2: Diagrama del sistema

Todas las uniones entre los elementos del sistema están selladas con juntas de neopreno y plastilina para evitar fugas. Una base de madera da soporte al dispositivo y permite su anclaje a la mesa óptica para evitar vibraciones.

3.2. Procedimiento experimental

Ya que el objetivo de esta investigación es determinar las pérdidas asociadas al flujo de gotas de agua dentro de tubos capilares, se realizaron experimentos con diferentes longitudes de gota y tamaños de tubo. Adicionalmente se hicie-

ron experimentos sin gota, con la finalidad de distinguir las pérdidas asociadas a cada elemento del sistema, aislando las pérdidas provocadas por la presencia de la gota.

En todos los experimentos se realizaron mediciones de la aceleración a del cono de la bocina y de la presión p_2 en la pared de la segunda cavidad cónica del dispositivo (V_2 de la figura 3.2). La aceleración se midió con un acelerómetro *Kistler 8704B100M1* con un rango de operación de $\pm 100g$ y una sensibilidad de $48.39mV/g \pm 2\%$, montado sobre la superficie del cono de la bocina. La señal del acelerómetro fue amplificada con un amplificador *Kistler 5134*. Tanto el montaje del acelerómetro, como el sentido de la aceleración a , se ilustran en la figura 3.3.

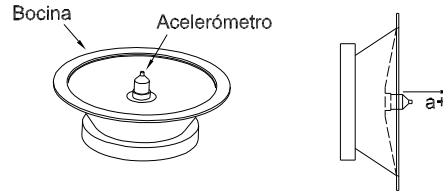


Figura 3.3: Montaje del acelerómetro y sentido de a .

Para las primeras mediciones de presión se utilizó un micrófono *Aco 7047* de 1/2 pulg y voltaje de polarización de $200V$, con una sensibilidad de $38.9 \pm 2mV/Pa$ (Micrófono 1), acoplado a un preamplificador *Aco 4012*. Este primer micrófono se dañó y se continuaron las mediciones con un segundo micrófono *Brüel&Kjær* de 1/2 pulg y voltaje de polarización de $200V$, con una sensibilidad de $43.5 \pm 2mV/Pa$ (Micrófono 2), acoplado al mismo preamplificador. Como fuente de alimentación para la bocina se hizo uso de un generador de señales *Stanford DS345* y un amplificador *Onkio A9211*. Se utilizó un osciloscopio *Agilent 54622A* de dos canales para la adquisición de los datos de presión y aceleración.

3.2.1. Experimentos con el sistema sin gota

Para los experimentos del sistema sin gota (E-sg), se mantuvo la velocidad del cono de la bocina fija en $0.0043m/s$ y se varió la frecuencia de oscilación de 5 a 50 Hz en incrementos de 0.5 Hz. Estos barridos en frecuencia fueron hechos para cada uno de los cinco diferentes tamaños de tubo, 2, 3, 5, 6 y 8mm. Se adquirieron datos de amplitud de presión (usando el micrófono 2), amplitud de aceleración de la bocina y diferencia de fase entre aceleración y presión, para cada una de las frecuencias de prueba y tamaño de tubo, directamente de la pantalla del osciloscopio.

3.2.2. Experimentos con el sistema con gota

Con el sistema con gota se realizaron dos tipos de experimentos. En ambos, se midieron a y p_2 . Adicionalmente, en el primer tipo de experimentos, se midió también la velocidad de la gota v_g por medio de la técnica de velocimetría por imágenes de partículas (PIV).

Experimentos con medición de a , p_2 y v_g (E-cg1)

Se llevaron a cabo 27 experimentos, a tres diferentes frecuencias, 5.5, 7.5 y 14.5 Hz, con tres longitudes de gota distintas, 5, 7.5 y 10cm, y con tres tamaños de tubo, 2, 3 y 5mm.

Experimento	Frecuencia (Hz)	L_g (cm)	d (mm)
1	14.5	5	5
2	14.4	7.5	5
3	14.5	10	5
4	9.5	5	5
5	9.5	7.5	5
6	9.5	10	5
7	5.5	5	5
8	5.5	7.5	5
9	5.5	10	5
10	14.5	5	3
11	14.4	7.5	3
12	14.5	10	3
13	9.5	5	3
14	9.5	7.5	3
15	9.5	10	3
16	5.5	5	3
17	5.5	7.5	3
18	5.5	10	3
19	14.5	5	2
20	14.4	7.5	2
21	14.5	10	2
22	9.5	5	2
23	9.5	7.5	2
24	9.5	10	2
25	5.5	5	2
26	5.5	7.5	2
27	5.5	10	2

Los datos, tanto de aceleración como de presión (micrófono 1), fueron adquiridos con el osciloscopio para ser posteriormente descargados hacia la computadora utilizando el programa *Agilent Intuilink 4.0*. El voltaje de alimentación

a la bocina se mantuvo constante e igual a 5.48V.

La velocidad de la gota de agua dentro del tubo capilar se midió a partir de la técnica de velocimetría por imágenes de partículas. Esta es una técnica no intrusiva con la cual se obtienen dos componentes de velocidad en un plano de medición. Básicamente consiste en iluminar un plano del flujo por medio de una hoja de luz laser pulsante, y con una cámara fotográfica tomar dos imágenes, con una diferencia de tiempo Δt , de la luz dispersada por pequeñas partículas previamente sembradas en el fluido de estudio. Una descripción más detallada de esta técnica se presenta en el apéndice A.

Para generar el plano de luz requerido por la técnica PIV se utilizó un láser *New Wave Research minilase Nd:YAG* de doble cavidad, con 532nm de longitud de onda, energía de 25mJ por pulso y frecuencia entre pulsos de cada cavidad de 30Hz. A fin de lograr una incidencia vertical de la hoja de luz sobre el tubo capilar, se construyó un soporte para sostener verticalmente la cabeza del láser sobre el dispositivo experimental. A su vez, este soporte permite alinear el láser para que la hoja de luz se mantenga paralela al eje longitudinal del tubo capilar y centrada con respecto al ancho del mismo. Además, el soporte sostiene una lente biconvexa de 4 cm de diámetro con una distancia focal de 5 cm, con la que se reduce el espesor de la hoja de luz de 3mm a 0.5mm. Se utilizó una cámara *Kodak ES 1.0 (30Hz)* montada a 90° con respecto al plano de luz, sobre un elevador mecánico manual. La cámara tiene acoplada una lente *Nikon AF micro* de 60mm. La adquisición y procesamiento de datos se hizo utilizando el procesador *Dantec FlowMap PIV1100* y el programa *Dantec Flow Manager 3.5*. Un esquema del dispositivo experimental con el equipo de PIV se muestra en la figura 3.4.

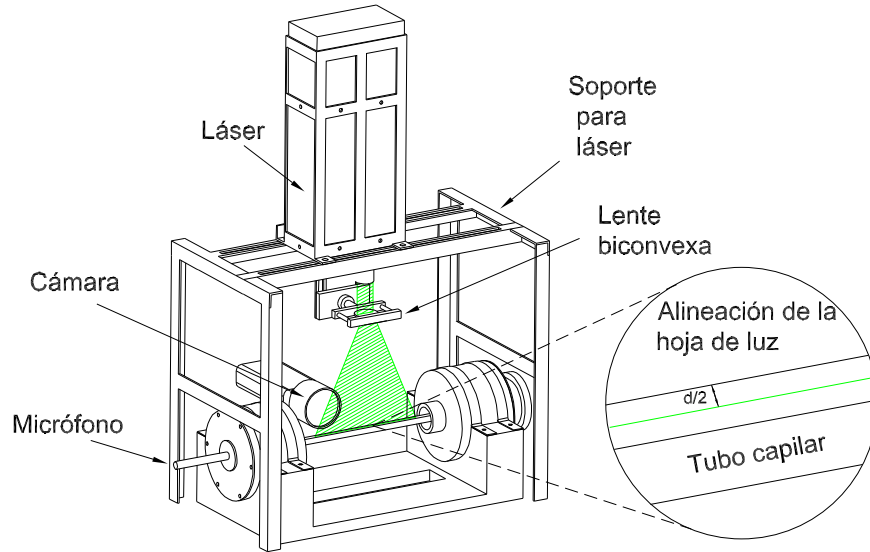


Figura 3.4: Esquema del dispositivo experimental con el equipo PIV

El intervalo de tiempo entre dos imágenes se determina a partir de la siguiente relación:

$$\Delta t \leq \frac{8Sd_{pixel}}{V_{max}} \quad (3.1)$$

donde S es el factor de escala de la imagen tomada, d_{pixel} es la distancia entre pixeles y V_{max} es la velocidad máxima esperada para el flujo. Para el caso de la cámara utilizada d_{pixel} es equivalente a $9\mu m$, la velocidad máxima esperada fue de $0.156m/s$, tomada de experimentaciones previas con tubos capilares circulares, por último, el factor de escala es calculado de las imágenes capturadas por la cámara y varía según el aumento proporcionado por la lente. Debido a ello, a cada tamaño de tubo corresponde un factor de escala distinto. Para el tubo de $5mm$, se obtuvo un factor de escala $S = 0.989$, para el de $3mm$, $S = 0.846$ y para el tubo de $2mm$, $S = 0.761$. Por tanto, el tiempo entre pulsos fue diferente para cada tamaño de tubo, dando por resultado tiempos de 456.46 , 390.46 y $351.23\mu s$ para los tamaños de tubo de 5 , 3 y $2mm$ respectivamente.

Para formar las gotas de agua dentro de los tubos se utilizó agua destilada con partículas de vidrio huecas con recubrimiento plateado de $10\mu m$ de diámetro, cuya densidad es aproximadamente la del agua. Se requirió una concentración de partículas de $120mg/l$ para cumplir con un mínimo de 5 partículas

en cada área de interrogación de 32×32 píxeles. Previo a cada corrida experimental, los tubos se limpiaron por dentro con *Windex* para evitar al máximo la interacción de la gota con impurezas en las superficies internas.

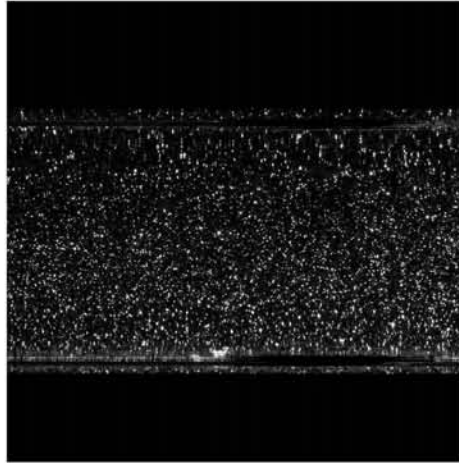


Figura 3.5: Imagen tomada para el tubo de 5mm con una concentración de partículas de 120mg/l

En cada uno de los 27 experimentos, se tomaron 80 pares de imágenes con un espaciamiento entre ellos de $0.133s$ ($7.5Hz$). El inicio de la captura de datos tanto del PIV, como de presión y aceleración, fue sincronizado con una señal de disparo TTL enviada por el generador de señales, teniendo una duración de captura de $10.64s$.

Se hizo un tratamiento postcaptura de los datos obtenidos para la velocidad de gota, presión y aceleración del cono de la bocina, para facilitar su análisis posterior. Como ya se comentó previamente en esta sección, con la técnica de PIV se obtiene el campo de velocidad a partir de la correlación cruzada de las correspondientes áreas de interrogación de dos imágenes capturadas por la cámara. En todos los experimentos se utilizaron áreas de interrogación de 32×32 píxeles de un área total de imagen de 1008×1016 píxeles. A las correlaciones obtenidas se les hizo validación de picos con una relación de 1.2 respecto al segundo pico y una validación de rango para eliminar resultados incoherentes. Un ejemplo de campo de velocidad se muestra en la figura 3.6.

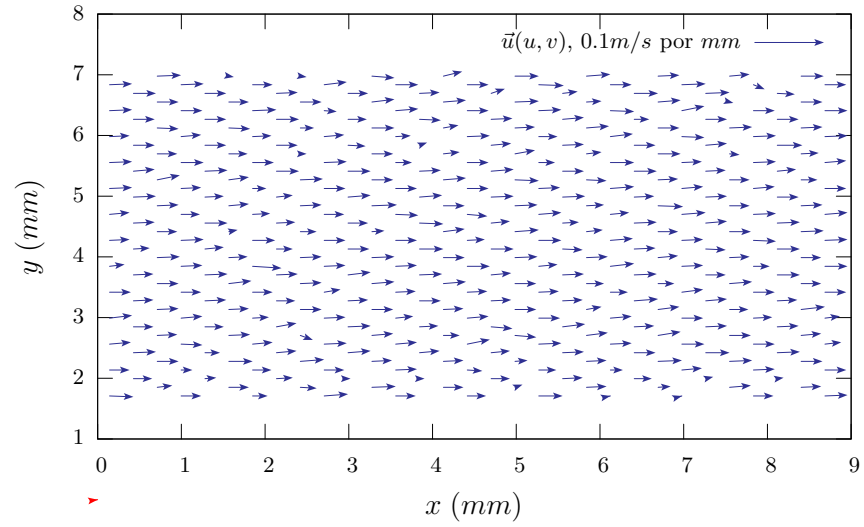


Figura 3.6: Ejemplo de un campo de velocidades obtenido con PIV para el tubo de 5mm

Este campo de velocidades corresponde a un plano paralelo al eje longitudinal del tubo capilar y se encuentra centrado con respecto a la profundidad. Para poder obtener el promedio espacial de la velocidad para el área transversal del tubo, se supuso que el perfil de velocidades en el plano XY es idéntico al del plano XZ , como se muestra en la figura 3.7.

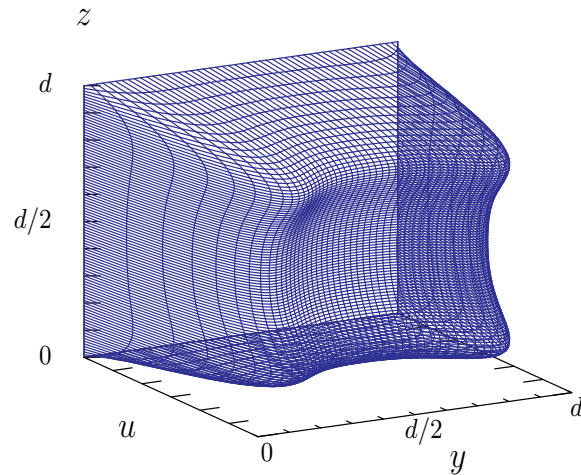


Figura 3.7: Ejemplo del flujo a través del área del tubo con perfiles de velocidad iguales en los planos XY y XZ

Este promedio de velocidades, se calcula a partir de la expresión:

$$v_g = \frac{1}{M^2} \sum_{i=0}^M \sum_{j=0}^M \frac{u(j)u(i)}{u_0} \quad (3.2)$$

donde u_0 es la velocidad u en $y=z=d/2$, Δy es el incremento espacial en y del campo de velocidades obtenido del PIV y $M = d/\Delta y$. Para cada experimento se tienen 80 promedios de velocidad con un espaciamento temporal de 0.133s. A fin de obtener información sobre la evolución de v_g en el tiempo, se hizo una reagrupación de los datos de cada experimento sobre un solo periodo de oscilación del sistema, de forma que:

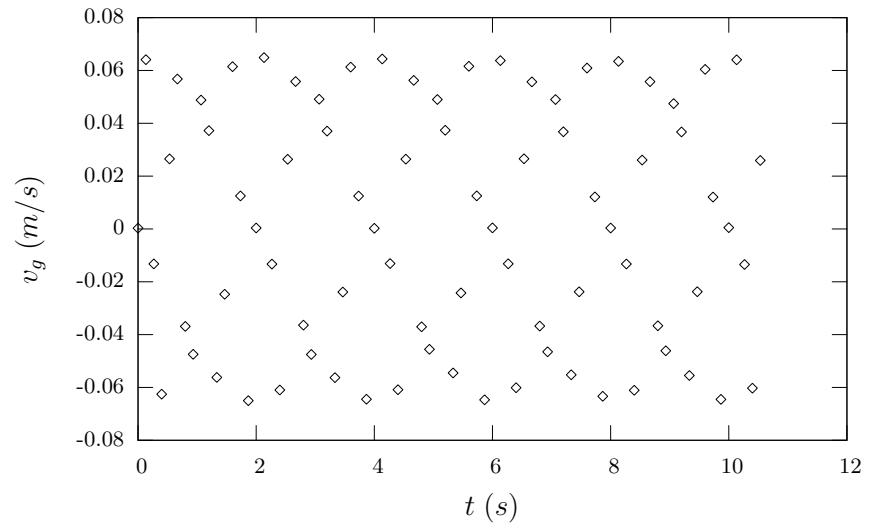
$$v_g(t) \rightarrow v_g(t^*) \quad (3.3)$$

siendo que

$$t^* = \text{mod}(t, T) \quad (3.4)$$

donde T es el periodo. Con esta reagrupación temporal se consigue acumular los 80 promedios de velocidad obtenidos en los 10.64s de duración del experimento, en un solo periodo de oscilación. Un ejemplo de reagrupación temporal se ilustra en la figura 3.8.

a



b

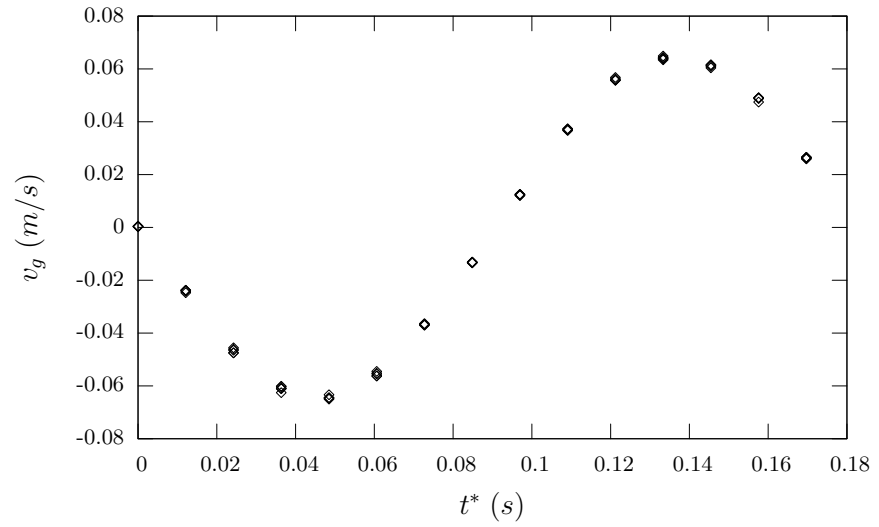


Figura 3.8: (a) Datos de v_g tal como se adquirieron y (b) reagrupación temporal de v_g para el tubo de 5mm, con una longitud de gota de 5cm y una frecuencia de oscilación de 5.5Hz

Finalmente, tanto la velocidad $v_g(t^*)$, como los datos adquiridos de presión

y aceleración, fueron ajustados utilizando Gnuplot ¹ a funciones del tipo:

$$f(t) = A \cos(2\pi ft - \phi) + b \quad (3.5)$$

a fin de determinar su amplitud, fase y desplazamiento con respecto a cero.

Experimentos con medición de a y p_2 (E-cg2)

En el segundo tipo de experimentos con el sistema con gota únicamente se midieron aceleración de la bocina a y presión p_2 (micrófono 2).

Se tomaron mediciones dentro de un rango de frecuencias de oscilación de la bocina de 5 a 20 Hz en intervalos de 1Hz, para ocho distintas longitudes de gota (5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 y 12 cm), utilizando los tres diferentes tamaños de tubo (2, 3 y 5mm). La amplitud de velocidad de la bocina se mantuvo constante e igual a $0.004m/s$.

3.2.3. Calibración de fase

Al realizar mediciones de diferencia de fase entre a y p_2 , resulta de gran importancia contar con una calibración de fase entre los transductores de presión y aceleración utilizados en los experimentos.

La calibración de fase se llevó a cabo haciendo uso de SEFOLI (Sistema de Experimentación para Flujos Oscilatorios en Líquidos [3]), sistema que permite tener oscilaciones de presión dentro de un tubo vertical cerrado de $5.48cm$ de diámetro, generadas mediante la acción de un pistón. Con el acelerómetro sujeto en la parte inferior del pistón y colocando el micrófono en el extremo cerrado del tubo, se obtuvieron mediciones de la aceleración del pistón y de presión respectivamente. Un esquema del sistema se muestra en la figura 3.9.

En la calibración de fase entre el acelerómetro y el micrófono 1, se hizo uso de un tubo con longitud $L_t = 0.40m$ y una amplitud de desplazamiento del pistón $l_p = 1.6mm$. Se realizó un barrido de frecuencias de 3 a $15Hz$ con incrementos de $1Hz$. Para la calibración de fase entre el acelerómetro y el micrófono 2, se utilizó un tubo más largo con $L_t = 1.05m$, debido a que la presión alcanzada en el tubo de $0.40m$ saturaba la señal del micrófono. La amplitud de desplazamiento del pistón en este caso fue también de $1.6mm$ y el barrido de frecuencias se hizo dentro de un rango de 5 a $50Hz$ con intervalos de $5Hz$.

¹Gnuplot utiliza el algoritmo de mínimos cuadrados no lineal de Marquardt-Levenberg para realizar ajustes de datos a través de la función "fit".

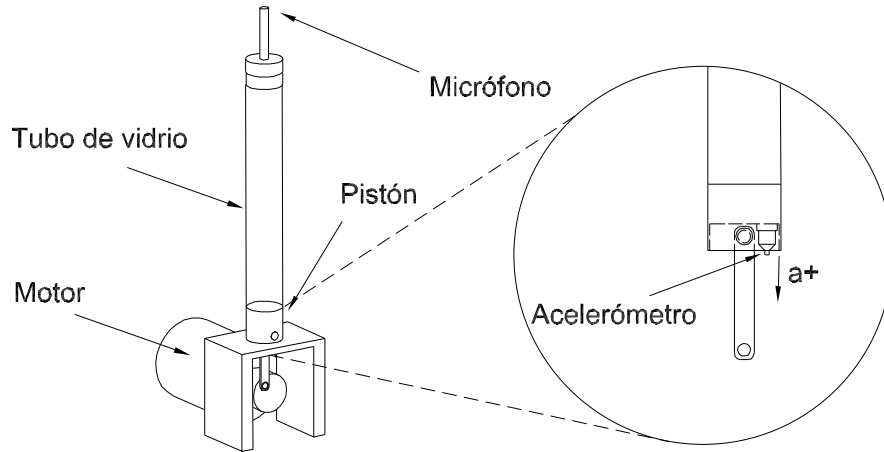


Figura 3.9: Dispositivo para calibración de fase

En este sistema la posición del pistón en función del tiempo está dada por:

$$x_p = x_0 + l_p \text{sen}(\omega t) \quad (3.6)$$

donde x_0 es la posición media del pistón y l_p es la amplitud de desplazamiento. Por tanto, la aceleración del pistón es:

$$a_p = -\omega^2 l_p \text{sen}(\omega t) \quad (3.7)$$

De acuerdo con la teoría referente a oscilaciones de presión generadas por la acción de un pistón dentro de tubos cerrados [23], la presión en $x = L_t$ está dada por:

$$p(L_t, t) = \rho_0 c_0 \omega l_p \frac{\cos(\omega t + \Theta - \pi/2)}{\sqrt{\text{sen}^2(kL_t) + (\alpha L_t)^2 \cos^2(kL_t)}} \quad (3.8)$$

donde ρ_0 es la densidad del aire, c_0 es la velocidad del sonido en aire, $k = \omega/c_0$ es el número de onda, α es el coeficiente de atenuación por efectos viscosos y $\Theta = \tan^{-1}(\alpha L_t / \tan kL_t)$. El coeficiente de atenuación α para tubos circulares es

$$\alpha = \left(\frac{\omega \nu_0}{2c_0^2 r^2} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3.9)$$

donde ν_0 es la viscosidad cinématica del aire y r es el radio del tubo.

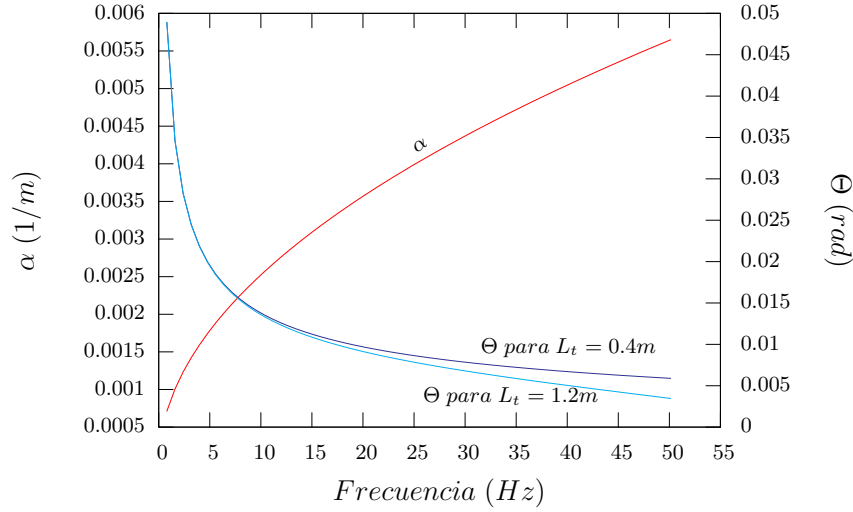


Figura 3.10: α y Θ en función de la frecuencia

En la figura 3.10 se presentan los valores de α y Θ en función de la frecuencia para las dos longitudes de tubo utilizadas. Como se puede observar, tanto α como Θ resultan despreciables dentro de la ecuación 3.8. Por una parte, el hecho de que α sea tan pequeño, permite despreciar el término $(\alpha L_t)^2$, lo que implica que los efectos del factor de atenuación viscosa resultan irrelevantes en el cálculo de la amplitud de la presión. Por otro lado, se tienen también valores muy pequeños de Θ , lo cual resulta de gran importancia, ya que esto significa que el desfase de la presión con respecto al desplazamiento del pistón no se ve afectado por efectos de atenuación. Debido a todo lo anterior, la ecuación 3.8 se reduce a:

$$p(L_t, t) = \frac{\rho_0 c_0 \omega l_p}{\text{sen } kL} \text{sen } \omega t \quad (3.10)$$

Por tanto, se consideró que cualquier desfase diferente de π , entre las señales de presión y aceleración obtenidas en la experimentación, es provocado únicamente por la diferencia de fase entre ambos instrumentos de medición, de tal forma que:

$$\Delta\phi - \Delta\phi_m = \phi_b \quad (3.11)$$

donde $\Delta\phi = \phi_a - \phi_p = \pi$ es la diferencia de fase entre aceleración y presión inherente al dispositivo, $\Delta\phi_m$ es la diferencia de fases medida entre las señales del acelerómetro y el micrófono y ϕ_b se denomina diferencia de fase base.

En ambas pruebas, la adquisición de datos de aceleración y presión se hizo con el osciloscopio *Agilent* utilizado en pruebas anteriores. Los datos adquiridos fueron posteriormente analizados para determinar la diferencia de fases entre ambas señales. En la figura 3.11 se muestra un ejemplo de las mediciones obte-

nidas para la calibración del micrófono 1 a una frecuencia de $8Hz$.

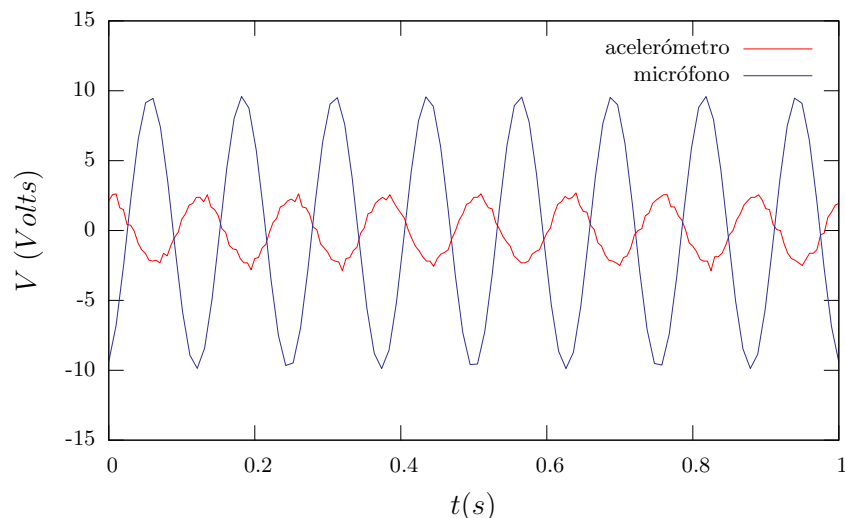


Figura 3.11: Señales del acelerómetro y del micrófono 1 para una frecuencia de $8Hz$

En el dispositivo utilizado se espera obtener máxima presión positiva para un desplazamiento máximo positivo del pistón. A fin de poder comprender los resultados mostrados en la figura 3.11 es necesario hacer notar dos puntos importantes. Por una parte, debe considerarse que el acelerómetro se sujetó a la parte inferior del pistón con una orientación tal, que el sentido de la aceleración positiva es el mismo que el de la aceleración de la gravedad. Como consecuencia, se tiene que los valores de aceleración máxima positiva medidos por el acelerómetro, coinciden con los puntos de desplazamiento máximo positivo, siendo que éste es medido con respecto a un sistema de referencia en donde el sentido del desplazamiento positivo es hacia arriba. Por otro lado, ambos micrófonos presentan una señal de salida invertida, de forma que el voltaje de salida positivo corresponde a presión acústica negativa y viceversa.

Tomando en consideración lo anterior, las señales de voltaje del acelerómetro y del micrófono deberían tener un desfase igual a π . Como puede observarse en la figura 3.11, el desfase entre estas señales es ligeramente distinto de π . Utilizando Gnuplot, ambas señales fueron ajustadas a una función del tipo

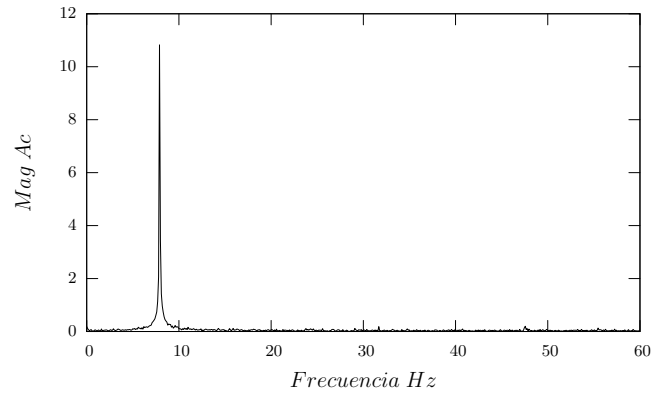
$$f(t) = A \cos(2\pi ft - \phi) + b \quad (3.12)$$

para poder determinar la diferencia de fase entre ellas.

A fin de reducir el error y acelerar el proceso de convergencia del algoritmo, la frecuencia de oscilación se introdujo como un valor conocido. Ésta fue

determinada a partir de los espectros de Fourier de ambas señales, como era de esperarse, ambos espectros dieron el mismo valor.

a



b

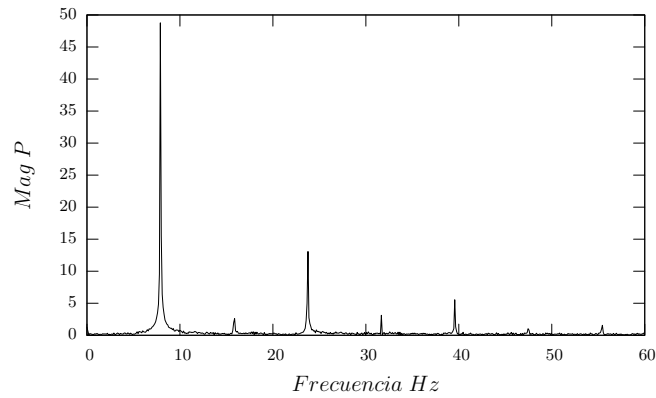


Figura 3.12: Espectros de Fourier de las señales del acelerómetro (a) y del micrófono 1 (b) en la calibración de fase para una frecuencia de nominal de 8Hz

En la figura 3.12, además de verse la frecuencia fundamental de 7.9Hz para ambas señales, en el espectro de Fourier de la presión se pueden notar los armónicos impares característicos de ondas acústicas en tubos cerrados [18].

En la figura 3.13 se muestran los valores obtenidos para la diferencia de fase entre la señal del acelerómetro y la del micrófono 1. El ajuste de los datos realizado con Gnuplot, arroja una curva de calibración

$$\phi_{b1} = (1.041 \pm 0.093)f - (1.17 \pm 0.27)$$

donde la diferencia de fase ϕ_{b1} está expresada en grados.

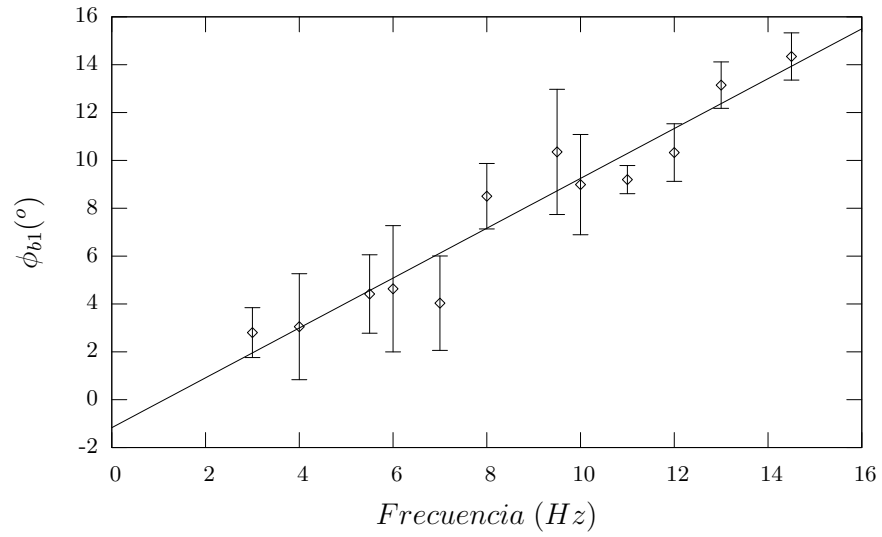


Figura 3.13: ϕ_{b1} para el micrófono 1 en función de la frecuencia.

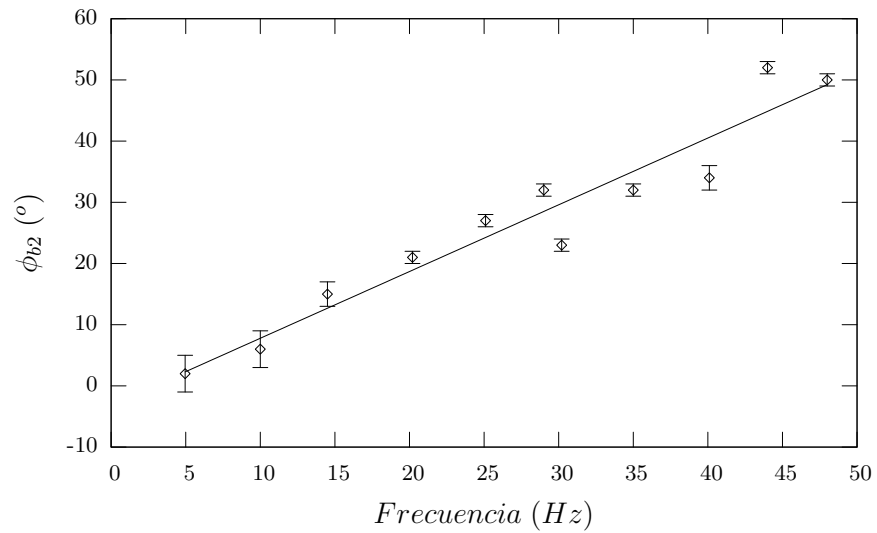


Figura 3.14: ϕ_{b2} para el micrófono 2 en función de la frecuencia

Por su parte, los resultados de diferencia de fase entre la señal del acelerómetro y la del micrófono 2 de la figura 3.14, dieron como resultado del ajuste, la

siguiente curva de calibración:

$$\phi_{b2} = (1.09 \pm 0.10)f - (3.12 \pm 0.31)$$

Las curvas de calibración de ambos micrófonos presentan pendientes muy similares. Se presume que esto es debido, a que a pesar de que los micrófonos sean distintos, el preamplificador y demás componentes electrónicos del sistema de medición de presión, son los mismos. Por otro lado, si se obtuvieron diferencias en cuanto a las ordenadas al origen en ambos ajustes, siendo ésta considerablemente mayor en la calibración de fase del micrófono 1.

Todas la mediciones de diferencia de fase medidas de los experimentos serán corregidas utilizando los resultados de calibración de fase, a partir de la ecuación

$$\Delta\phi = \Delta\phi_m + \phi_{b(1o2)} \quad (3.13)$$

Capítulo 4

Resultados Experimentales

En este capítulo se presentan los resultados de las variables medidas durante la experimentación.

La primera sección incluye los resultados obtenidos en los experimentos realizados con el sistema sin gota (E-sg). Estos resultados consisten principalmente en los valores medidos para la presión p_2 y la diferencia de fase entre ésta y la aceleración de la bocina, ambos como función de la frecuencia y del tamaño del tubo.

La segunda sección incorpora los resultados de los experimentos del sistema con gota (E-cg1 y E-cg2), que incluyen la amplitud de la presión p_2 y la diferencia de fase entre ésta y la aceleración de la bocina $\Delta\phi$. Dentro de los resultados de los experimentos en los que se utilizó PIV (E-cg1), también se presentan las mediciones obtenidas para la velocidad de gota v_g .

4.1. Sistema sin gota

Los resultados experimentales obtenidos para los experimentos E-sg, se presentan a continuación.

En la figura 4.1 se muestra la amplitud de la presión en función de la frecuencia, para cinco tamaños de tubo diferentes (2, 3, 5, 6 y 8mm), todas las incertidumbres son menores al tamaño de los símbolos utilizados. Como se puede ver, existen máximos en las presiones medidas, que se presume aparecen en las frecuencias de resonancia. Los valores de presión máximos y las frecuencias a las que aparecen, aumentan conforme al tamaño del tubo. Para los tubos de 5, 6 y 8mm se tienen máximos de presión bien definidos en 27.5, 34 y 46Hz, cuyos valores son de 114 ± 0.5 , 130 ± 0.5 y $152 \pm 0.5 Pa$, respectivamente. Por su parte, para los tubos de 3 y 2mm no se distinguen picos de presión. En el caso del tubo de 3mm, a diferencia de los tamaños de tubo anteriores, la presión

permanece en un valor aproximadamente constante de $89 \pm 2Pa$ en frecuencias menores a los $15Hz$, para valores mayores a esta frecuencia la presión decrece monótonamente. En los experimentos con el tubo de $2mm$, la presión permanece constante en $53 \pm 1Pa$ para frecuencias menores a $8Hz$, y al igual que en el caso anterior, después de esta frecuencia la presión decrece monótonamente.

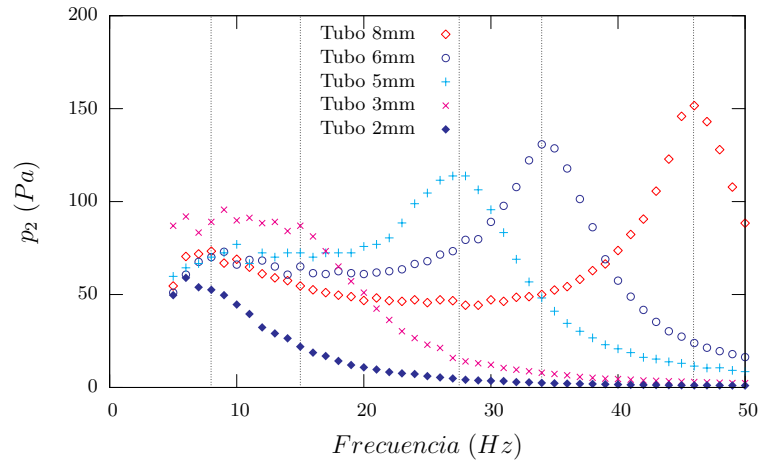


Figura 4.1: Amplitud de la presión p_2 en función de la frecuencia para cinco tamaños de tubo diferentes.

La diferencia de fase entre la presión y la aceleración del cono de la bocina ($\Delta\phi$) se muestra en la siguiente figura.

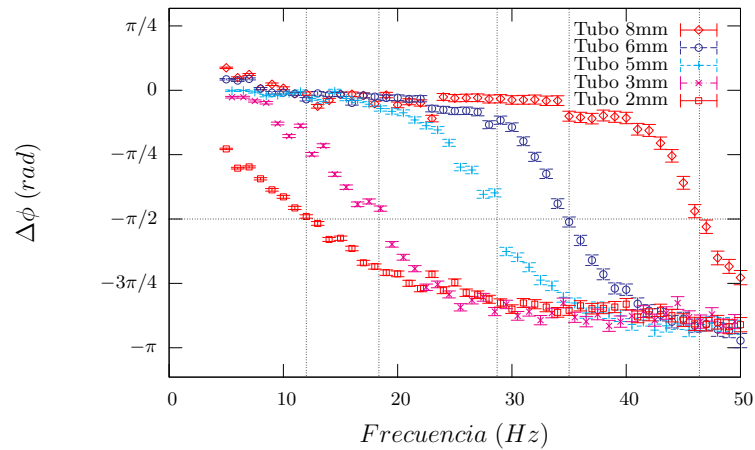


Figura 4.2: Diferencia de fase ($\Delta\phi = \phi_p - \phi_a$) entre la presión y la aceleración del cono de la bocina como función de la frecuencia, para cinco diferentes tamaños de tubo.

Estos resultados incluyen la corrección de fase de la ecuación 3.13. Las incertidumbres fueron calculadas como:

$$\delta\Delta\phi = \sqrt{\left(\frac{\partial\Delta\phi}{\partial\Delta\phi_m}\delta\Delta\phi_m\right)^2 + \left(\frac{\partial\Delta\phi}{\partial\phi_b}\delta\phi_b\right)^2}$$

En la figura 4.2 se puede observar que existe un cambio en la diferencia de fase que va desde 0 hasta cerca de $-\pi$. Este cambio en la diferencia de fase, al igual que los valores máximos de presión, depende del tamaño del tubo; a medida que la sección transversal del tubo es más grande, la frecuencia en la cual se presenta el cambio en la diferencia de fases es también mayor. Además, se puede observar que la pendiente en el cambio de fase disminuye también en función de la frecuencia. Es importante notar que cerca de $\pi/2$ se tienen puntos de inflexión en todas las curvas de diferencia de fase, y se producen a distintas frecuencias según el tamaño del tubo. Para el tubo de $2mm$ el punto de inflexión está ubicado a una frecuencia de $12Hz$, mientras que para los tubos de 4, 5, 6 y $8mm$, las frecuencias de los puntos de inflexión son 18.3, 28.7, 34.9 y $46.5Hz$ respectivamente. Estas frecuencias son muy cercanas a las frecuencias en las cuales se presentan los picos de presión mostrados en la figura 4.1. En el capítulo 5 se hace un análisis detallado de la relación entre ellas.

4.2. Sistema con gota

Los resultados expuestos en esta sección corresponden a los experimentos con el sistema con gota E-cg1 y E-cg2, descritos en la sección 2.2.2.

4.2.1. Resultados E-cg1

En los experimentos Ecg-1, una de las mediciones realizadas fue la de aceleración de la bocina, sin embargo, como se verá en capítulos posteriores, resulta de mayor utilidad contar con los valores de amplitud de velocidad de la bocina v_b . Por tanto, se calcularon los valores de v_b a partir de las mediciones de aceleración tomadas con el acelerómetro, mediante la expresión $v_b = A/\omega$, donde A es la amplitud de la aceleración.

En la figura 4.3 se muestran los valores obtenidos para v_b en función de la frecuencia. Las incertidumbres fueron calculadas a partir de la expresión:

$$\delta v_b = \delta A/\omega$$

donde δA es la incertidumbre del acelerómetro.

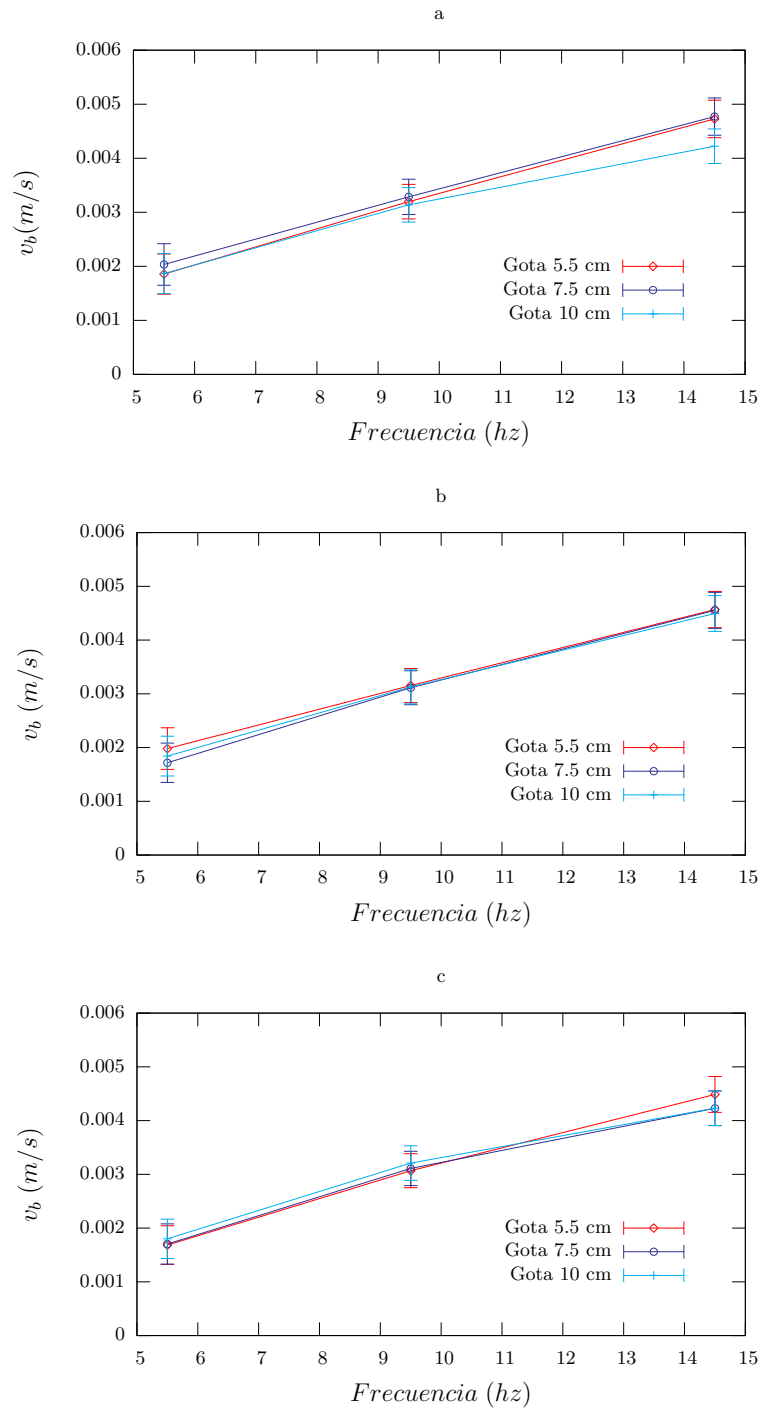
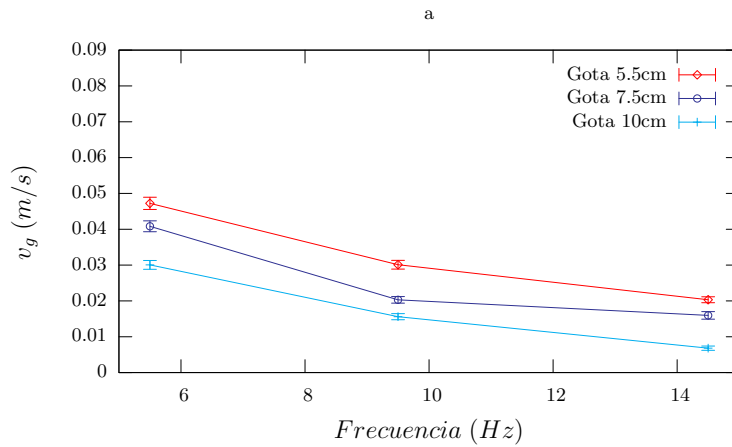


Figura 4.3: Amplitud de la velocidad de la bocina para tubos de (a) 2mm, (b) 3mm y (c) 5mm, con longitudes de gota distintas.

Los resultados mostrados en la figura 4.3 (a, b y c) revelan una velocidad del cono de la bocina que aumenta linealmente con la frecuencia. Ya que $v_b = \omega \xi_b$, lo anterior sugiere que la amplitud de desplazamiento de la bocina ξ_b es constante. El valor de v_b y de la pendiente de incremento de ésta en función de la frecuencia, parecen no depender de la longitud de la gota, ni del tamaño del tubo. Esto resulta de gran importancia ya que habla de un comportamiento constante de la bocina ante la variación de los parámetros en cada experimento.

Por su parte, el valor para la amplitud velocidad de gota v_g se muestra en la figura 4.4. La incertidumbre asociada proviene de la incertidumbre del ajuste de datos hecho con *Gnuplot*, la cual incluye la desviación estandar obtenida para v_g .



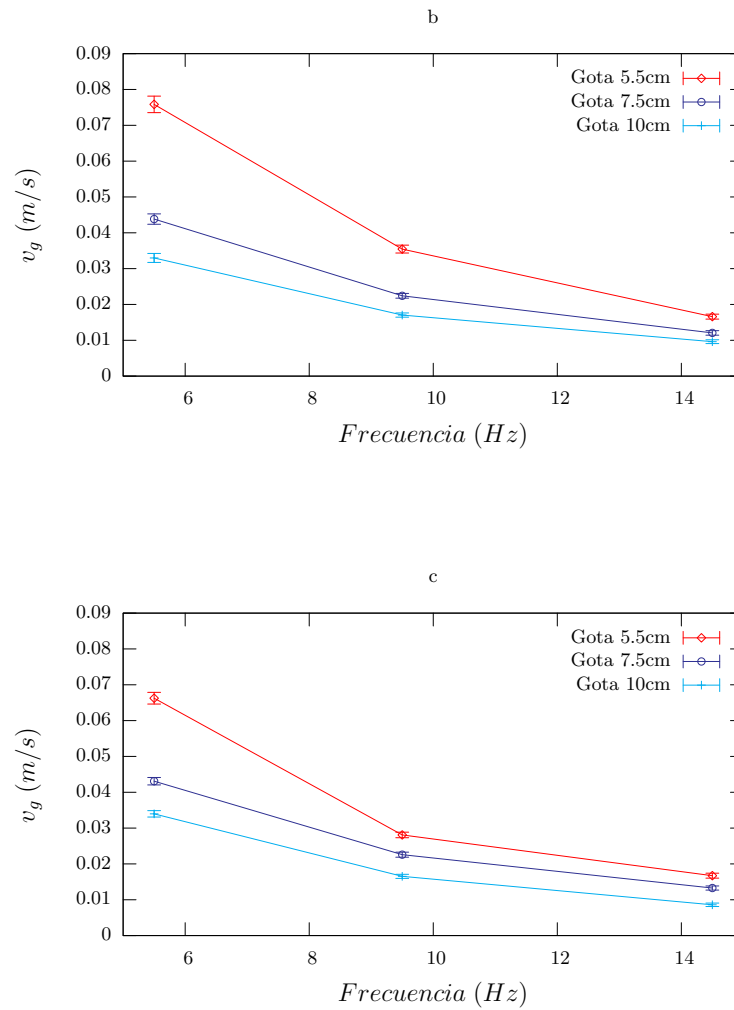
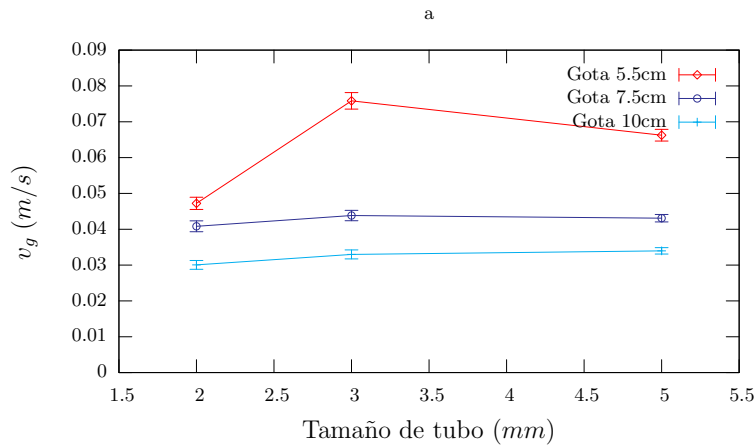


Figura 4.4: Velocidad de gota v_g en función de la frecuencia para tubos de 2mm (a), 3mm (b) y 5mm (c), y tres longitudes de gota diferentes.

Los resultados de la figura 4.4 muestran una clara disminución de la amplitud de v_g en función de la frecuencia y de la longitud de gota. Para los tubos de 3 y 5mm se puede observar que la caída de velocidad en función de la frecuencia es más pronunciada a medida que la longitud de gota es menor y que la diferencia en velocidad con respecto a la longitud de gota, se hace cada vez más pequeña al aumentar la frecuencia. Esto sugiere que probablemente se tendría una convergencia de las velocidades en un cierto valor, si se tomaran mediciones a frecuencias más altas. Para el tubo de 2mm no se puede decir que lo anterior aplique, ya que en este caso, aunque sí es notoria la disminución de la velocidad

con el aumento de la frecuencia y de la longitud de gota, los datos graficados no muestran evidencia de una probable convergencia de velocidades a valores de frecuencia altos. Además en este caso, la caída de velocidad respecto al aumento en la frecuencia es mucho menos pronunciada que en los dos casos anteriores.

Por otro lado, en la figura 4.5 se puede ver que el comportamiento de v_g en función del tamaño de tubo no presenta una tendencia clara. En longitudes de gota de 7.5 y 10cm para las frecuencias de 5.5 y 9.5Hz se puede hablar de un aumento de v_g ante el incremento en el tamaño de tubo, comportamiento que no se repite en estas mismas frecuencias para la longitud de gota de 5.5cm, donde se observa un máximo para el tamaño de tubo de 3mm. Sin embargo, son muy pocos los datos graficados, y ante la falta de una tendencia evidente del comportamiento de v_g , resultaría demasiado aventurado hablar de una dependencia específica de la velocidad de gota en función del tamaño de tubo.



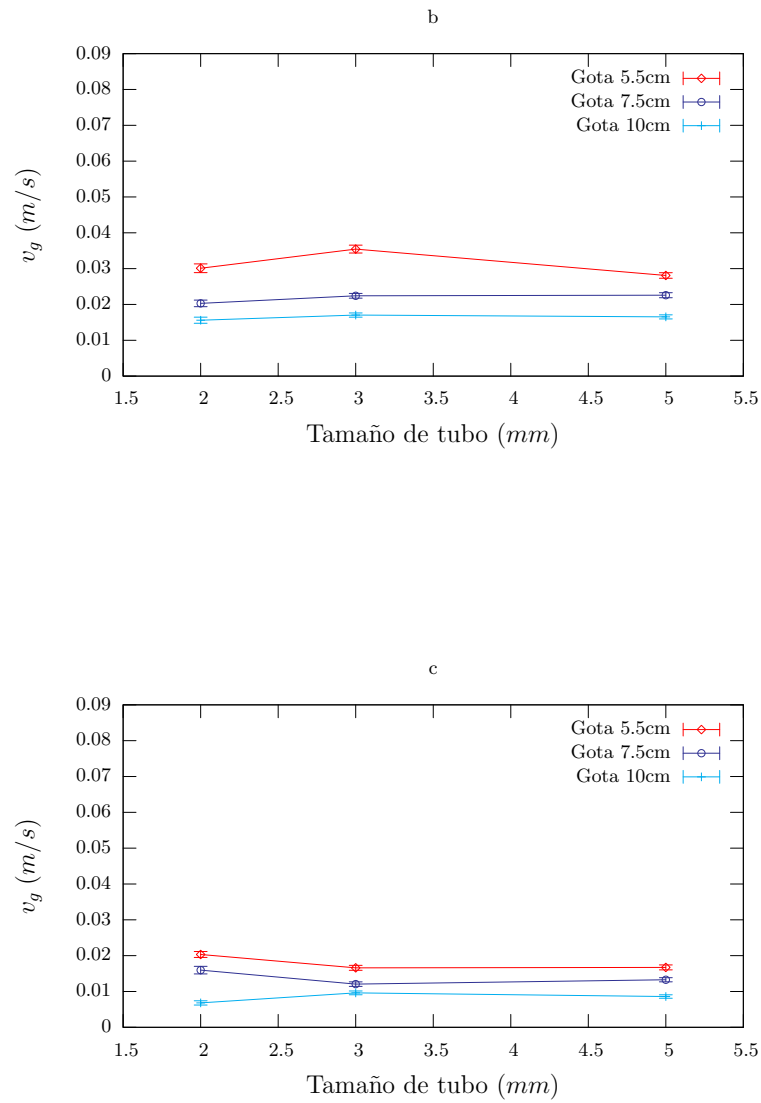


Figura 4.5: Amplitud de v_g en función del tamaño de tubo para frecuencias de 5.5Hz (a), 9.5Hz (b) y 14.5Hz (c) y tres longitudes de gota diferentes.

El comportamiento de p_2 con respecto a la variación de frecuencia y de longitud de gota (fig 4.6), es muy similar al que ocurre con la amplitud de la velocidad de gota, p_2 disminuye a medida que la frecuencia y la longitud de gota aumentan.

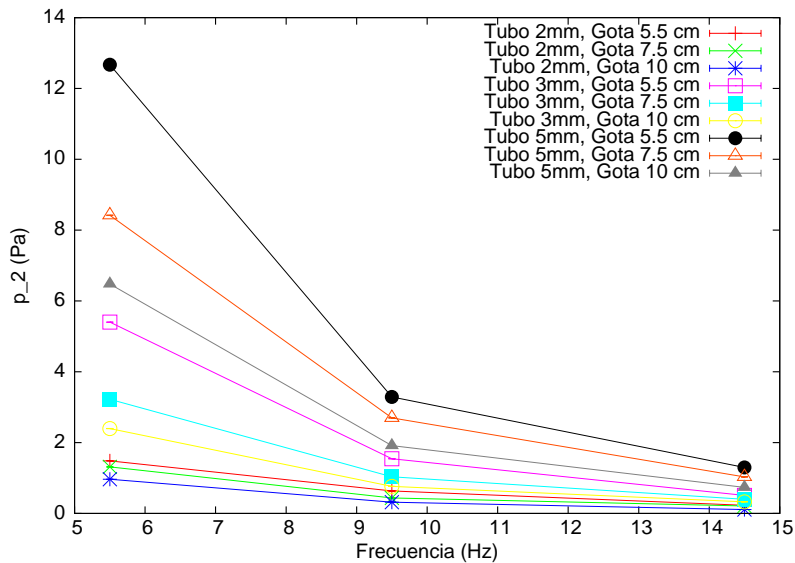


Figura 4.6: Variación de la amplitud de la presión p_2 en función de la frecuencia, para tres diferentes longitudes de gota y tamaños de tubo. Las incertidumbres de p_2 son menores al tamaño de los símbolos.

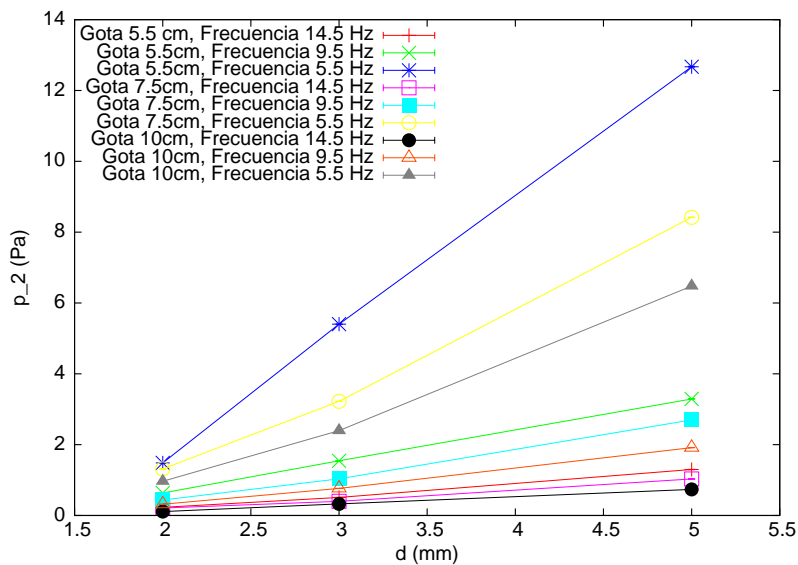
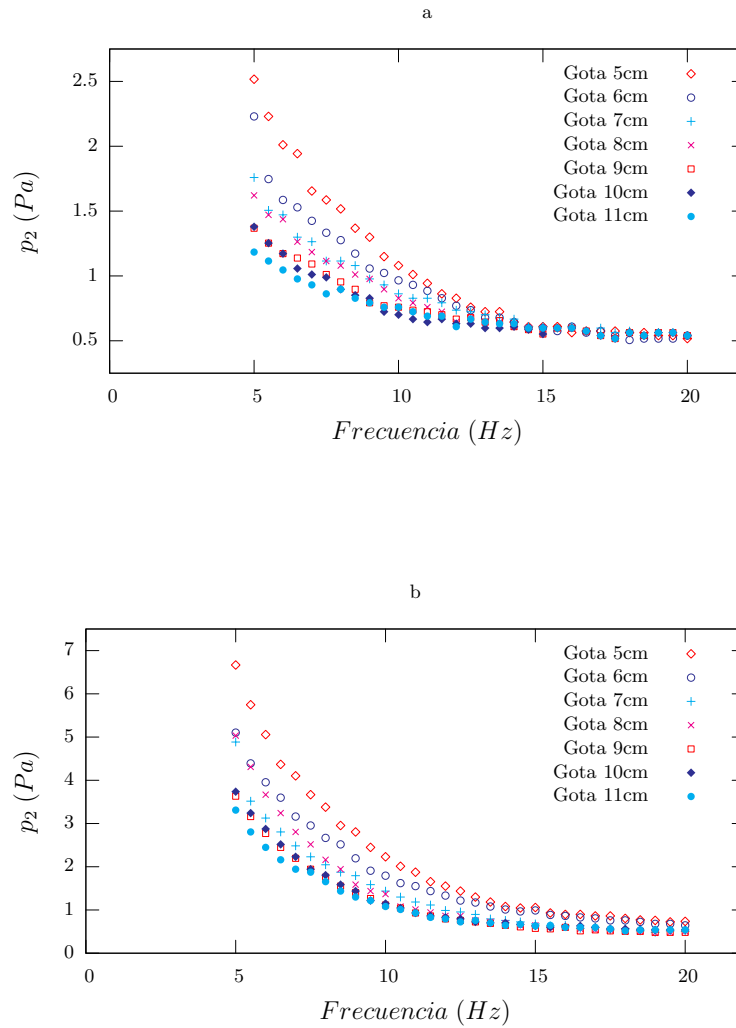


Figura 4.7: Variación de la amplitud de la presión p_2 con respecto al tamaño de tubo d , para tres diferentes longitudes de gota y frecuencias de oscilación. Las incertidumbres de p_2 son menores al tamaño de los símbolos.

Sin embargo, la respuesta de p_2 ante los cambios en el tamaño de tubo (fig 4.7) es diferente a aquella observada para la amplitud de la velocidad. Resulta evidente que el aumento en el tamaño de tubo se traduce en un aumento en la presión, haciéndose cada vez más sensible a medida que la frecuencia disminuye.

4.2.2. Resultados E-cg2

En los experimentos E-cg2 la velocidad del cono de la bocina v_b se mantuvo constante en $0.0038 \pm 0.0002 m/s$. Los resultados obtenidos para la presión p_2 se muestran en la figura 4.8.



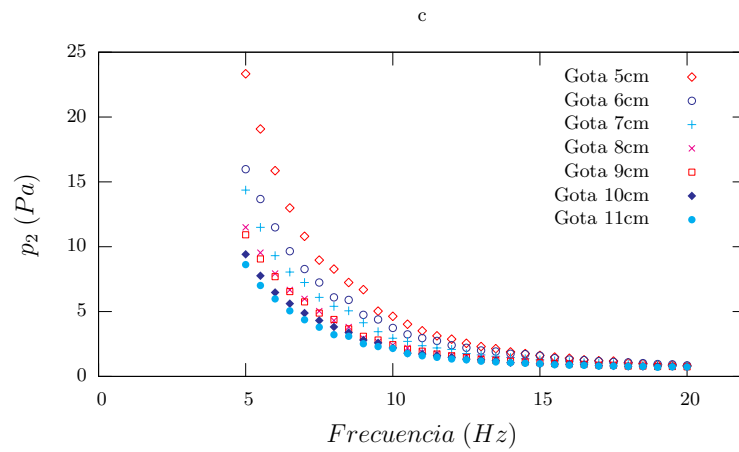


Figura 4.8: Amplitud de la presión p_2 en función de la frecuencia para los tubos de 2mm (a), 3mm (b) y 5mm (c), con siete longitudes de gota distintas.

Con estos resultados se confirma el comportamiento de p_2 en función de la frecuencia observado en los experimentos E-cg1.

Los resultados presentados en este capítulo son analizados en el capítulo 5 a partir del modelo teórico descrito en el siguiente capítulo.

Capítulo 5

Modelo Teórico

En este capítulo se presenta un modelo teórico que describe el comportamiento físico del sistema, elaborado a partir del análisis de la impedancia de ondas acústicas guiadas en una sola dirección; incorporando también analogías mecánicas y eléctricas del modelo acústico, que facilitan su comprensión.

5.1. Ondas guiadas

Consideremos la ecuación de onda para el sonido:

$$\frac{\partial^2 p_1}{\partial t^2} = c^2 \nabla^2 p_1 \quad (5.1)$$

donde c puede ser interpretada como la velocidad de propagación de la onda y está dada por:

$$c^2 = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_{ad}. \quad (5.2)$$

Cuando una onda acústica con longitud de onda λ se propaga confinada dentro de un tubo estrecho de diámetro D , de tal forma que:

$$D < \frac{\lambda}{4} \quad (5.3)$$

se puede suponer que todas las parcelas de fluido se desplazan en la misma dirección [11], y por tanto, considerar que la propagación de onda depende sólo de una coordenada espacial. Como consecuencia de esto, se tiene entonces que:

$$\frac{\partial^2 p_1}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 p_1}{\partial x^2} \quad (5.4)$$

teniendo por solución, cualquier función de la forma:

$$p_1(x, t) = g(ct \pm x) \quad (5.5)$$

Tomando en cuenta que:

$$\rho_1 = \frac{p_1}{c^2} \quad (5.6)$$

y que:

$$\rho_1(x, t) = -\rho_0 \frac{\partial \xi}{\partial x} \quad (5.7)$$

donde ρ_0 es la densidad del medio, ρ_1 es el incremento en densidad y ξ es el desplazamiento, se puede obtener una expresión para ξ en términos de p_1 . Sustituyendo 5.5 y 5.6 en 5.7:

$$\xi(x, t) = -\left(\frac{1}{\rho_0 c^2}\right) \int g(ct \pm x) dx \quad (5.8)$$

y considerando que $v_1 = \partial \xi / \partial t$, entonces:

$$v_1(x, t) = -\left(\frac{1}{\rho_0 c^2}\right) \int cg'(ct \pm x) dx = \pm \left(\frac{1}{\rho_0 c}\right) g(ct \pm x) \quad (5.9)$$

donde ' denota derivada temporal.

Para el caso en particular de una onda senoidal, una presión

$$p(x, t) = p_1 e^{j(\omega t - kx)} \quad (5.10)$$

estaría acompañada por una velocidad

$$v_1(x, t) = \left(\frac{p_1}{z_c}\right) e^{j(\omega t - kx)} \quad (5.11)$$

donde z_c es la impedancia característica dada por $\rho_0 c$.

En acústica es más adecuado tomar en cuenta al gasto volumétrico que a la velocidad como tal:

$$U = vA \quad (5.12)$$

de forma que:

$$\left(\frac{p_1}{U}\right) e^{j(\omega t - kx)} = \frac{z_c}{A} = z_a \quad (5.13)$$

donde z_a es la impedancia acústica y A es el área transversal.

5.2. Impedancia acústica

Al igual que en las ondas guiadas, también existen ciertas restricciones para el cálculo de las impedancias de elementos acústicos. A fin de poder considerar una impedancia concentrada y no una impedancia distribuida, es decir, para poder considerar que todas las partes del elemento se mueven con la misma velocidad, se debe cumplir que la dimensión más grande del elemento sea menor a un cuarto de la longitud de onda de la onda de excitación [11].

Las impedancias concentradas de diferentes elementos acústicos pueden ser equiparadas con impedancias mecánicas y eléctricas.

En un sistema mecánico disipativo se tiene una fuerza F , que al actuar sobre algún elemento del sistema, genera que éste se desplace con una velocidad v . La fuerza y la velocidad en un sistema mecánico están relacionadas de la siguiente forma:

$$F = Z_m v \quad (5.14)$$

donde Z_m es la impedancia mecánica.

En el caso del sistema acústico, se tiene una presión p , que para un sistema mecánico, equivaldría a una fuerza F aplicada sobre un área A , de forma tal que $p = F/A$. De esta forma, la impedancia acústica está relacionada a la impedancia mecánica de la siguiente manera:

$$Z_a = \frac{p}{U} = \frac{F/A}{vA} = \frac{F}{vA^2} = \frac{Z_m}{A^2} \quad (5.15)$$

Una parcela de aire en el interior de un tubo delgado, de longitud Δx y área transversal A , tiene una masa $m = \rho_0 A \Delta x$ y una impedancia mecánica $Z_m = j\omega m$ (fig 5.1).

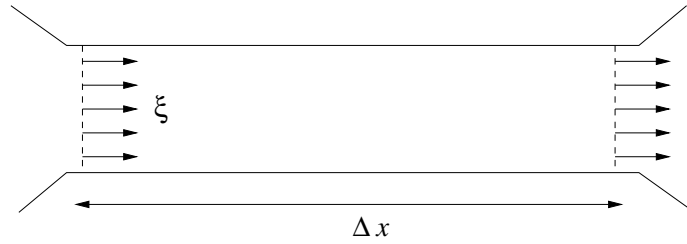


Figura 5.1: Parcela de aire de Δx de longitud, experimentando un desplazamiento ξ dentro de un tubo estrecho.

Dado que $Z_a = Z_m/A^2$, entonces la impedancia acústica equivalente para la porción de aire dentro del tubo es [11]:

$$Z_a = j\omega M \quad (5.16)$$

donde

$$M = \frac{m}{A^2} = \frac{\rho_0 A \Delta x}{A^2} = \frac{\rho_0 \Delta x}{A} \quad (5.17)$$

A este tipo de impedancia se le llama “inertancia acústica”, debido a que expresa como la inercia del aire limita su respuesta ante la presión aplicada.

En las paredes internas del tubo existen también pérdidas de energía generadas por efectos viscosos y de transferencia de calor. Para incluir estos efectos

debe de tomarse en cuenta una resistencia R_a por unidad de longitud, de forma que la disipación de energía por efectos termoviscosos esté dada por RU . Para una onda acústica que se desplaza tangencialmente a una superficie [15], la potencia disipada por unidad de área de superficie está dada por:

$$\frac{d\dot{E}}{dA} = [k\delta_v + (\varphi - 1)k\delta_h] \left(\frac{|p|^2}{2\rho c} \right) \quad (5.18)$$

con

$$\delta_v = \sqrt{\frac{2\nu}{\omega}} \quad ; \quad \delta_h = \sqrt{\frac{2K}{\rho\omega C_p}} \quad (5.19)$$

donde K es la conductividad térmica del gas, C_p es el calor específico a presión constante, $k = \omega/c$ es el número de onda y $\varphi = C_p/C_v$.

Si G es el perímetro de la sección transversal del tubo, y como $|p| \simeq (\rho c/A)|U|$ en promedio, se puede entonces escribir una ecuación para la resistencia por unidad de longitud de un tubo de sección transversal constante de área A y perímetro G , como:

$$R_a = \frac{\rho_0 c G}{2A^2} [k\delta_v + (\varphi - 1)k\delta_h] \quad (5.20)$$

De forma similar, la elasticidad de un volumen confinado V que está siendo comprimido, puede ser representado por una impedancia acústica $S/j\omega$ análoga a la impedancia mecánica $s/j\omega$, donde $S = s/A^2$.

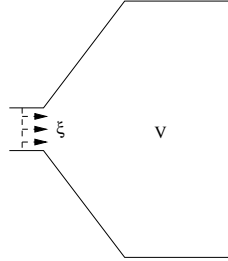


Figura 5.2: Volumen de aire V comprimido por el desplazamiento de una parcela de aire

Debido a que la rigidez s de un resorte está definida como $\Delta F/\Delta\xi$ y un cambio en la presión Δp corresponde a una fuerza adicional $\Delta F = A\Delta p$, entonces tenemos $S = \Delta p/A\Delta\xi$. Pero el desplazamiento de un área A a lo largo de una distancia $\Delta\xi$, representa una reducción del volumen confinado equivalente a $\Delta V = -A\Delta\xi$; entonces la definición de la rigidez acústica debe ser $S = -\Delta p/\Delta V$. Cuando el volumen V es lo suficientemente pequeño como para considerarlo una variable concentrada, entonces el cambio de densidad es uniforme en todo el volumen V , y por tanto, $(\Delta\rho/\rho) = -(\Delta V/V)$. Esto puede ser










utilizado para escribir S como $(\rho\Delta p)/(V\Delta\rho)$, y como $\Delta p/\Delta\rho = c^2$, entonces $S = \rho c^2/V$ [11]. Usualmente se expresa al inverso de la rigidez acústica

$$C_a = \frac{1}{S} = \frac{V}{\rho_0 c^2} \quad (5.21)$$

y se le llama “compliance acústica”.

Al igual que en el caso de las impedancias mecánicas, también se pueden encontrar analogías entre las impedancias acústicas y las eléctricas [11]. En la tabla 5.1 se presentan algunas analogías entre sistemas acústicos, mecánicos y eléctricos.

Tabla 5.1: Analogías entre sistemas acústicos, mecánicos y eléctricos

Acústico	Mecánico	Eléctrico
Cambio en Volumen [ΔV]	Desplazamiento [x]	Carga [q]
Gasto másico [U]	Velocidad [v]	Corriente [i]
Presión [p]	Fuerza [F]	fem [ε]
Inertancia [M] 	Masa [m] 	Inductancia [L] 
Resistencia [R_a] 	Resistencia [R_m] 	Resistencia [R_e] 
Compliance [$C_a = 1/S$] 	Compliance [$C_m = 1/s$] 	Capacitancia [C_e] 

5.3. Modelo del sistema

El dispositivo experimental utilizado en este trabajo presenta la siguiente configuración:

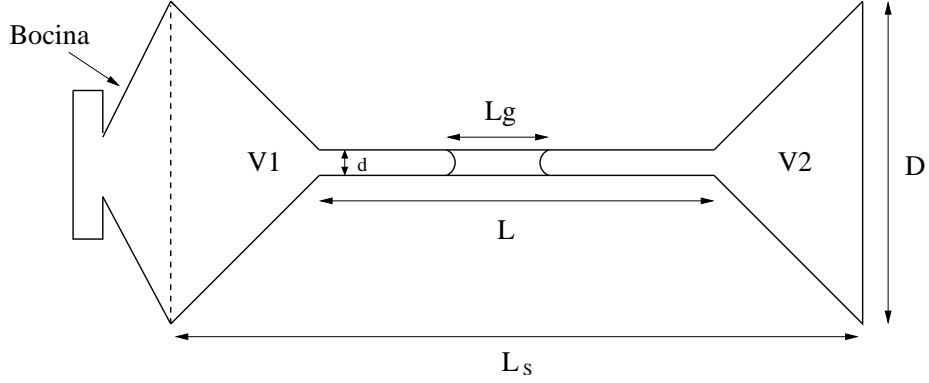


Figura 5.3: Diagrama del dispositivo

La bocina genera compresión y rarefacción del aire encerrado dentro del sistema, a través del desplazamiento del cono $\xi_b = X e^{i(2\pi f t)}$. En las pruebas realizadas, las frecuencias de las ondas acústicas generadas por la bocina fueron de 5.5, 9.5 y 14.5 Hz, por tanto, las longitudes de onda $\lambda = c/f$ para estas frecuencias son 61.18, 35.78 y 23.45 m, respectivamente. Considerando que la dimensión más grande del dispositivo es $L_s = 0.50 m$, entonces es válido suponer que dentro del dispositivo la onda acústica se propaga en una sola dirección y que además las impedancias acústicas de los elementos del sistema son concentradas, ya que:

$$0.5 m \ll \frac{\lambda}{4} \quad (5.22)$$

para cualquiera de las tres frecuencias de experimentación.

Tomando en cuenta lo anterior, tenemos que la compliancia acústica del volumen V_1 (fig 5.3), está dada por $C_{a1} = \rho_0 c^2 / V_1$, mientras que la inercia acústica del aire dentro del volumen cónico V_1 está dada como $M_1 = \rho_0 h / 3A$ [1], donde h es la altura del cono. Por su parte, la impedancia acústica del volumen V_2 está dada por la compliancia acústica $C_{a2} = \rho_0 c^2 / V_2$ y una inercia acústica M_2 igual a M_1 .

Un desplazamiento positivo ξ de la bocina provoca una compresión en V_1 equivalente a ξA_{boc} , donde A_{boc} es el área de la bocina, mientras éste a su vez sufre una expansión $\xi_2 A_t$ a través del área del tubo A_t . El cambio en V_1 está dado entonces por:

$$\Delta V_1 = \xi A_{boc} - \xi_2 A_t \quad (5.23)$$

Diferenciando ΔV_1 con respecto al tiempo, se obtiene el flujo volumétrico en este elemento del sistema:

$$\frac{d\Delta V_1}{dt} = U_1 = A_{boc} \frac{d\xi}{dt} - A_t \frac{d\xi_2}{dt} \quad (5.24)$$

Si tomamos en cuenta que el flujo volumétrico provocado por la bocina es $U = A_{boc} d\xi/dt$ y que $U_2 = A_t d\xi_2/dt$ es el flujo volumétrico que entra del tubo capilar, entonces tenemos que:

$$U_1 = U - U_2 \quad (5.25)$$

Una vez teniendo el flujo volumétrico U_1 y las impedancias acústicas C_{a1} y M_1 para este elemento del sistema, podemos por consecuencia asociarle una presión:

$$P_1 = \left(j\omega M_1 - \frac{j}{\omega C_{a1}} \right) U_1 \quad (5.26)$$

Tomando en cuenta las dimensiones del tubo capilar, se considera que no existe compresión del volumen de aire dentro de él. Por tanto, el flujo volumétrico que ingresa al volumen V_2 a través del tubo es U_2 , siendo éste el único flujo volumétrico en V_2 puesto que la pared del fondo es rígida. Haciendo uso de la compliancia acústica C_{a2} y de la inercia acústica M_2 , encontramos que la presión asociada a este elemento es:

$$P_2 = \left(j\omega M_2 - \frac{j}{\omega C_{a2}} \right) U_2 \quad (5.27)$$

La diferencia de presión $P_1 - P_2$ es provocada por el desplazamiento de las masas de aire y agua dentro del tubo capilar y por las pérdidas termoviscosas debidas al rozamiento de ambos fluidos con la paredes del dispositivo. La masa de aire dentro del tubo se desplaza con velocidad $d\xi_2/dt = v_2$ y posee una inercia $M_a = \rho_0 l_a / A_t$, donde $l_a = L - L_g$ y L_g es la longitud de la gota. La resistencia debida al aire en el interior del tubo R_a está dada por la ecuación 5.20. También debe de tomarse en cuenta la impedancia acústica provocada por el cambio repentino de sección transversal en el acoplamiento entre los volúmenes cónicos y el tubo capilar (fig. 5.4).

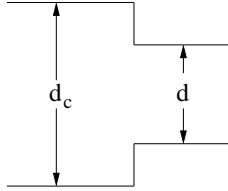


Figura 5.4: Cambio de sección transversal en el acoplamiento entre el cono y el tubo capilar

Este cambio de sección tiene una inercia acústica [15] dada por:

$$M_c = \frac{\rho_0}{\pi d} \left[\frac{(d_c - d)^2}{2d_c d} \ln \frac{d_c + d}{d_c - d} + \ln \frac{(d_c + d)^2}{4d_c d} \right] \quad (5.28)$$

y una resistencia:

$$R_c = \frac{\rho_0 \omega \delta_v}{2d_c d} \frac{d_c - d}{d} \left(1 + \frac{d_c^2 - d^2}{\pi d_c d} \ln \frac{d_c + d}{d_c - d} \right) \quad (5.29)$$

Por tanto, la caída de presión dentro del tubo capilar, asociada a la masa de aire desplazándose en su interior y a los cambios de sección transversal, es:

$$\Delta p_a = [R_a + 2R_c + j\omega(M_a + 2M_c)]U_2 \quad (5.30)$$

Por su parte, la masa de la gota de agua, que también se desplaza con velocidad $d\xi_2/dt = v_2$, tiene una inertancia $M_g = \rho l_g/A_t$ y un coeficiente de pérdidas R_g asociadas a efectos termoviscosos y de dinámica interfacial. La caída de presión generada por la gota de agua dentro del tubo capilar es:

$$\Delta p_g = (R_g + j\omega M_g)U_2 \quad (5.31)$$

Tomando todo esto en consideración, tenemos entonces que:

$$P_1 - P_2 = [R_a + 2R_c + R_g + j\omega(M_a + 2M_c + M_g)]U_2 \quad (5.32)$$

Sustituyendo 5.26 y 5.27 dentro de la ecuación anterior, se tiene:

$$\begin{aligned} \left(j\omega M_1 - \frac{j}{\omega C_{a1}}\right)U_1 - \left(j\omega M_2 - \frac{j}{\omega C_{a2}}\right)U_2 = \\ [R_a + 2R_c + R_g + j\omega(M_a + 2M_c + M_g)]U_2 \end{aligned} \quad (5.33)$$

agrupando términos

$$\begin{aligned} \left(j\omega M_1 - \frac{j}{\omega C_{a1}}\right)U_1 = \\ \left[R_a + 2R_c + R_g + j\omega(M_a + 2M_c + M_g + M_2) - \frac{j}{\omega C_{a2}}\right]U_2 \end{aligned} \quad (5.34)$$

A partir de las mediciones realizadas en la experimentación, no es posible conocer directamente el valor de U_1 . Sin embargo, si puede calcular U , ya que está definida por el producto de la velocidad y el área de la bocina. Si sustituimos 5.25 en 5.34, tenemos que:

$$\begin{aligned} \left(j\omega M_1 - \frac{j}{\omega C_{a1}}\right)(U - U_2) = \\ \left[R_a + 2R_c + R_g + j\omega(M_a + 2M_c + M_g + M_2) - \frac{j}{\omega C_{a2}}\right]U_2 \end{aligned} \quad (5.35)$$

por tanto:

$$\left(j\omega M_1 - \frac{j}{\omega C_{a1}} \right) U =$$

$$\left[R_a + 2R_c + R_g + j\omega (M_a + 2M_c + M_g + M_2 + M_1) - \frac{j}{\omega C_{a2}} - \frac{j}{\omega C_{a1}} \right] U_2$$
(5.36)

Un análogo eléctrico al sistema acústico de estudio, es el circuito de la fig 5.5.

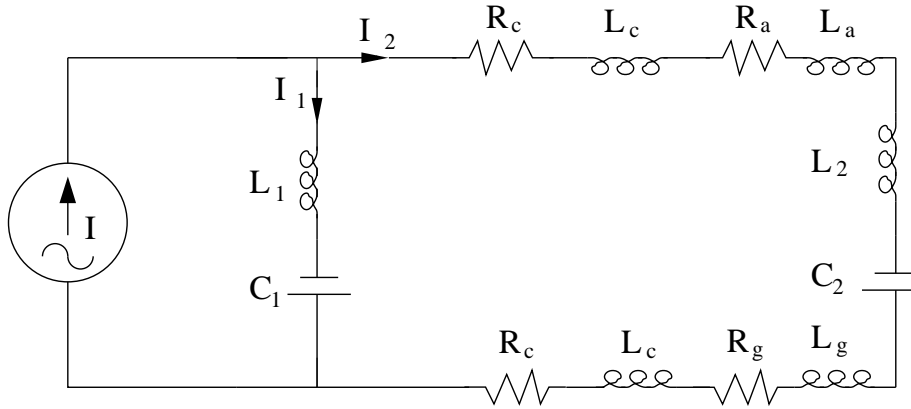


Figura 5.5: Circuito eléctrico análogo

En este circuito, la fuente de corriente está representando a la bocina, mientras que las corrientes I , I_1 e I_2 son el análogo eléctrico para U , U_1 y U_2 , respectivamente. Las capacitancias C_1 y C_2 corresponden a las compliancias acústicas C_{a1} y C_{a2} de los volúmenes V_1 y V_2 del sistema acústico. Las inductancias L_a , L_c , L_g , L_1 y L_2 son análogas a las inertancias acústicas M_a , M_c , M_g , M_1 y M_2 . Por último, las resistencias eléctricas son análogas a los coeficientes de disipación de energía por pérdidas termoviscosas R_a , R_g y R_c .

Analizando el circuito eléctrico (fig 5.5), se tiene que $I = I_1 - I_2$, debido al divisor de corriente ubicado a la salida de la fuente. La caída de tensión en la línea de I_1 está dada por:

$$\Delta T_1 = \left(j\omega L_1 - \frac{j}{\omega C_1} \right) I_1$$
(5.37)

y en la línea de I_2 :

$$\Delta T_2 = \left[R_a + 2R_c + R_g + j\omega (L_a + 2L_c + L_g + L_2) - \frac{j}{\omega C_2} \right] I_2$$
(5.38)

Dado que las líneas de corriente I_1 e I_2 empiezan y terminan en los mismos nodos, las caídas de tensión a través de ellas son iguales, por tanto, si $\Delta T_1 = \Delta T_2$, tenemos que:

$$\left(j\omega L_1 - \frac{j}{\omega C_1} \right) I_1 = \left[R_a + 2R_c + R_g + j\omega(L_a + 2L_c + L_g + L_2) - \frac{j}{\omega C_2} \right] I_2 \quad (5.39)$$

Si se considera que I_1 es desconocida, haciendo uso de la relación $I = I_1 - I_2$, podemos reescribir 5.39 de la siguiente forma:

$$\left(j\omega L_1 - \frac{j}{\omega C_1} \right) (I - I_2) = \left[R_a + 2R_c + R_g + j\omega(L_a + 2L_c + L_g + L_2) - \frac{j}{\omega C_2} \right] I_2 \quad (5.40)$$

Agrupando términos tenemos:

$$\left(j\omega L_1 - \frac{j}{\omega C_1} \right) I = \left[R_a + 2R_c + R_g + j\omega(L_a + 2L_c + L_g + L_2 + L_1) - \frac{j}{\omega C_2} - \frac{j}{\omega C_1} \right] I_2 \quad (5.41)$$

La ecuación 5.41 obtenida a partir del circuito eléctrico de la figura 5.5, es equivalente a la ecuación 5.36 para el modelo acústico, quedando demostrada la analogía entre ambos sistemas.

Capítulo 6

Análisis de Resultados

En este capítulo se presenta el análisis de los resultados experimentales a partir del modelo teórico propuesto. En la primera sección se analizan los resultados obtenidos para el sistema sin gota comparándolos con los resultados arrojados por el modelo teórico para este mismo sistema. En la segunda sección se hace un análisis de los resultados experimentales que se obtuvieron para el sistema con gota a partir de un modelo teórico modificado.

6.1. Sistema sin gota

Con los experimentos realizados en el sistema sin gota, se obtuvieron resultados experimentales de presión en la cavidad V_2 y el desplazamiento de la bocina. La presión medida experimentalmente con el micrófono en el volumen V_2 , corresponde a la presión $p_2 = U_2/\omega C_{a2}$ a partir del modelo teórico del sistema. A fin de poder calcular p_2 , es necesario obtener U_2 haciendo uso del modelo teórico presentado en el capítulo anterior, donde la condición de tener un sistema sin gota implica que $R_g = M_g = 0$. Por tanto, de la ecuación 5.36, se tiene que:

$$\left(j\omega M_1 - \frac{j}{\omega C_{a1}}\right) U = \left[R_a + 2R_c + j\omega(M_a + 2M_c + M_2 + M_1) - \frac{j}{\omega C_{a2}} - \frac{j}{\omega C_{a1}}\right] U_2 \quad (6.1)$$

A partir de 6.1 es posible obtener una expresión para U_2 , la cual permanece como la única variable desconocida, de tal forma que:

$$U_2 = \frac{\left(j\omega M_1 - \frac{j}{\omega C_{a1}}\right) U}{R_a + 2R_c + j\omega(M_a + 2M_c + M_2 + M_1) - \frac{j}{\omega C_{a2}} - \frac{j}{\omega C_{a1}}} \quad (6.2)$$

La ecuación anterior se puede expresar como:

$$U_2 = F(\omega)U \quad (6.3)$$

donde:

$$F(\omega) = \frac{\left(j\omega M_1 - \frac{j}{\omega C_{a1}}\right)}{R_a + 2R_c + j\omega(M_a + 2M_c + M_2 + M_1) - \frac{j}{\omega C_{a2}} - \frac{j}{\omega C_{a1}}} \quad (6.4)$$

Dado que U fue mantenida constante durante la experimentación, el comportamiento de U_2 , para las diferentes condiciones de prueba, está regido únicamente por $F(\omega)$.

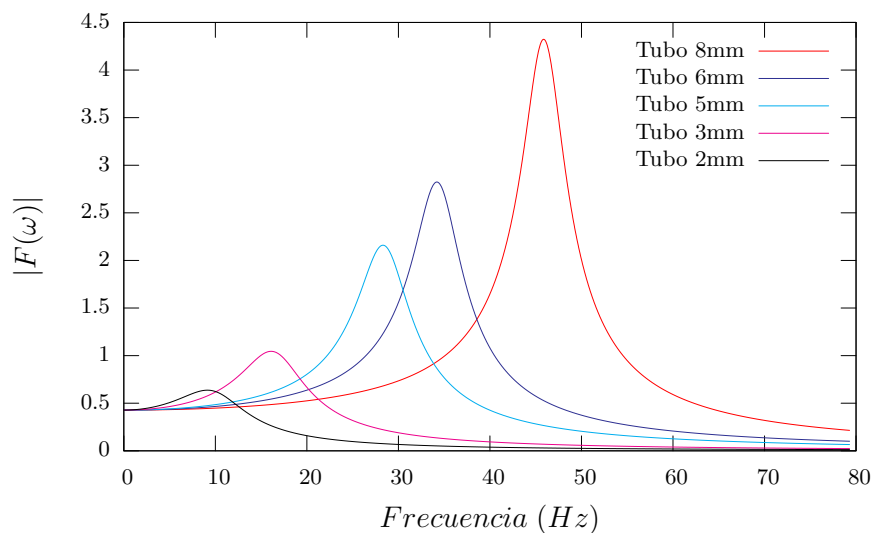


Figura 6.1: $|F(\omega)|$ en función de la frecuencia para los distintos tamaños de tubo

En la figura 6.1 se muestra el comportamiento de la magnitud de $F(\omega)$ en función de la frecuencia. Se pueden observar picos en la magnitud de $F(\omega)$ para ciertas frecuencias y a medida que el tamaño del tubo disminuye, éstos son cada vez más pequeños y se presentan a menores frecuencias.

Por su parte, la fase de $F(\omega)$ (fig. 6.2) se mantiene en 0 para frecuencias bajas, y en determinada frecuencia, la cual varía dependiendo del tamaño del tubo, la fase decrece hasta llegar a un valor cercano a $-\pi$.

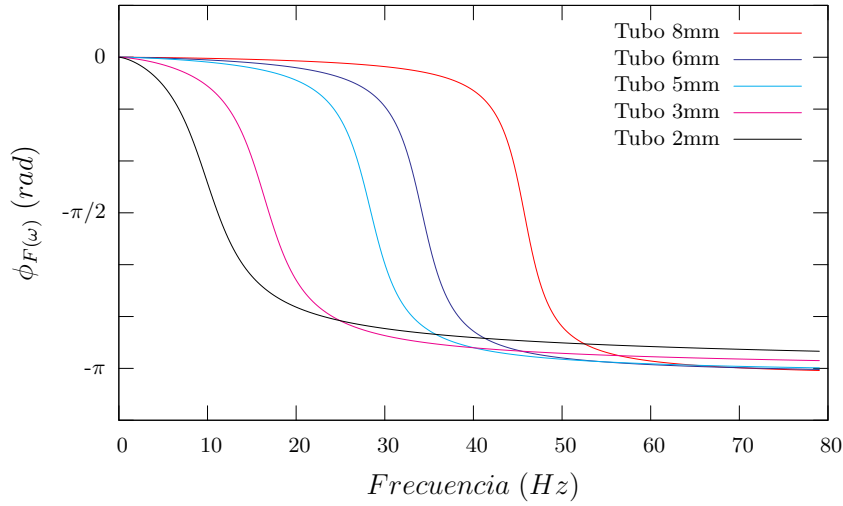


Figura 6.2: Fase de $F(\omega)$ en función de de la frecuencia para los distintos tamaños de tubo

Las frecuencias en las cuales se da el máximo cambio de fase de $F(\omega)$, corresponden aproximadamente a aquellas en las que se presentan los picos de magnitud.

La función $F(\omega)$ merece ser analizada más a detalle para poder explicar su comportamiento en función de la frecuencia. Para ello, se propone analizar por separado al numerador y denominador que componen a $F(\omega)$ (ec.6.2), de forma tal que:

$$F(\omega) = f_1(\omega)f_2^{-1}(\omega) \quad (6.5)$$

donde

$$f_1(\omega) = \left(j\omega M_1 - \frac{j}{\omega C_{a1}} \right)$$

$$f_2(\omega) = R_a + 2R_c + j\omega (M_a + 2M_c + M_2 + M_1) - \frac{j}{\omega C_{a2}} - \frac{j}{\omega C_{a1}} \quad (6.6)$$

En la figura 6.3 se muestra el comportamiento de $f_1(\omega)$ en función de la frecuencia. De acuerdo con el modelo teórico presentado en el capítulo anterior, no existe ninguna dependencia de M_1 ni C_{a1} con el tamaño de tubo, por lo que $f_1(\omega)$ es independiente también de este parámetro.

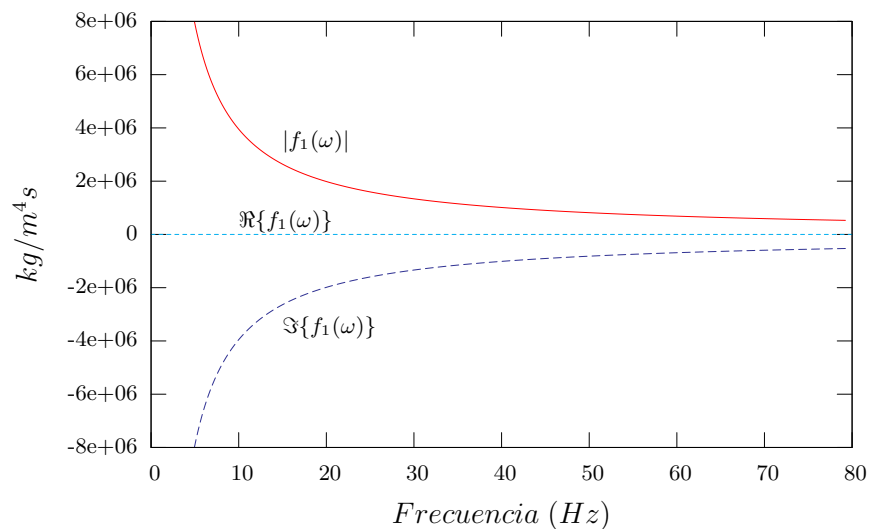


Figura 6.3: Magnitud y partes real e imaginaria de $f_1(\omega)$ en función de la frecuencia

Debido a que en el intervalo de frecuencias experimentales $j/\omega C_{a1} \gg j\omega M_1$, entonces la parte imaginaria de $f_1(\omega)$ está dominada por la compliancia y se comporta de forma similar a $-1/\omega$. Ya que la parte real de $f_1(\omega) = 0$ y la parte imaginaria es negativa en el intervalo de frecuencias analizado, la fase de $f_1(\omega)$ es constante e igual a $-\pi/2$.

Lo anterior es clara evidencia de que el comportamiento de la función $F(\omega)$ mostrado en las figuras 6.1 y 6.2 no es provocado por f_1 .

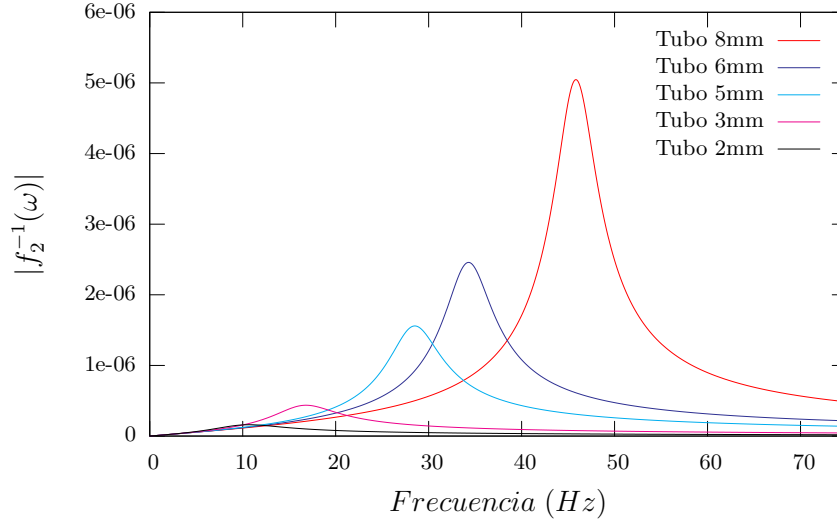


Figura 6.4: Magnitud de $f_2^{-1}(\omega)$ en función de la frecuencia

Por su parte, $f_2(\omega)$ si depende del tamaño de tubo. Su respuesta en frecuencia se muestra en la figura 6.4. Al igual que para el caso de $F(\omega)$, la magnitud de $f_2^{-1}(\omega)$ presenta picos a ciertas frecuencias, las cuales son menores a medida que el tamaño del tubo disminuye. Para entender este comportamiento resulta de gran utilidad observar que pasa con las partes real e imaginaria de $f_2(\omega)$. De 6.6 se tiene que:

$$\Re\{f_2(\omega)\} = R_a + 2R_c$$

$$\Im\{f_2(\omega)\} = \omega(M_a + 2M_c + M_2 + M_1) - \frac{1}{\omega C_{a2}} - \frac{1}{\omega C_{a1}} \quad (6.7)$$

De acuerdo con las ecuaciones 5.20 y 5.29, R_a y R_c aumentan a razón de $\sqrt{\omega}$ y son inversamente proporcionales a d^2 . Por tanto, la dependencia de $\Re\{f_2(\omega)\}$ con la frecuencia, responde de la misma manera, como se muestra en la figura 6.5 (a).

En la figura 6.5 (b), se presenta $\Im\{f_2(\omega)\}$ en función de la frecuencia. Las frecuencias para las cuales $\Im\{f_2(\omega)\} = 0$, están dadas por:

$$\Omega = \sqrt{\frac{\chi}{\Psi}} \quad (6.8)$$

donde $\chi = 1/C_{a1} + 1/C_{a2}$ y $\Psi = M_a + 2M_c + M_2 + M_1$. Para las frecuencias menores a Ω , el valor de $\Im\{f_2(\omega)\}$ es dominado por el valor de las compliancias, mientras que para las frecuencias mayores a los cruces por cero, es dominado por las inertancias.

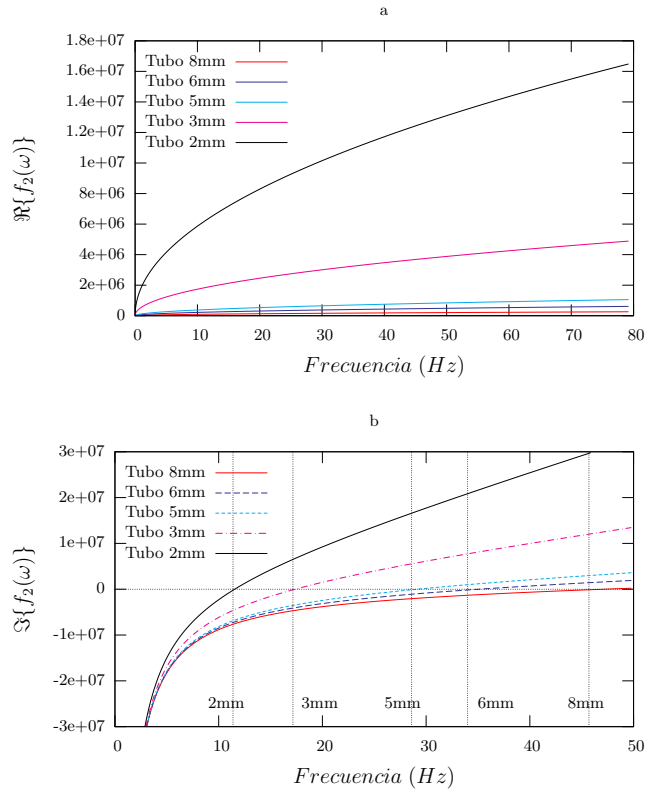


Figura 6.5: Partes real (a) e imaginaria (b) de $f_2(\omega)$ en función de la frecuencia para diferentes tamaños de tubo

Tomando en consideración el comportamiento de las partes real e imaginaria de $f_2(\omega)$ en función de la frecuencia y dado que:

$$|f_2(\omega)| = \sqrt{(\Re\{f_2(\omega)\})^2 + (\Im\{f_2(\omega)\})^2} \quad (6.9)$$

es de esperarse que $|f_2(\omega)|$ alcance su mínimo valor para frecuencias cercanas a Ω , o dicho de otra forma, cuando $\Im\{f_2(\omega)\} = 0$. Valores mínimos para $|f_2(\omega)|$ implican la existencia de máximos para $|f_2^{-1}(\omega)|$ en frecuencias determinadas por la relación χ/Ψ y con amplitudes que dependen inversamente de $R_a + 2R_c$ como se muestra en la figura 6.6.

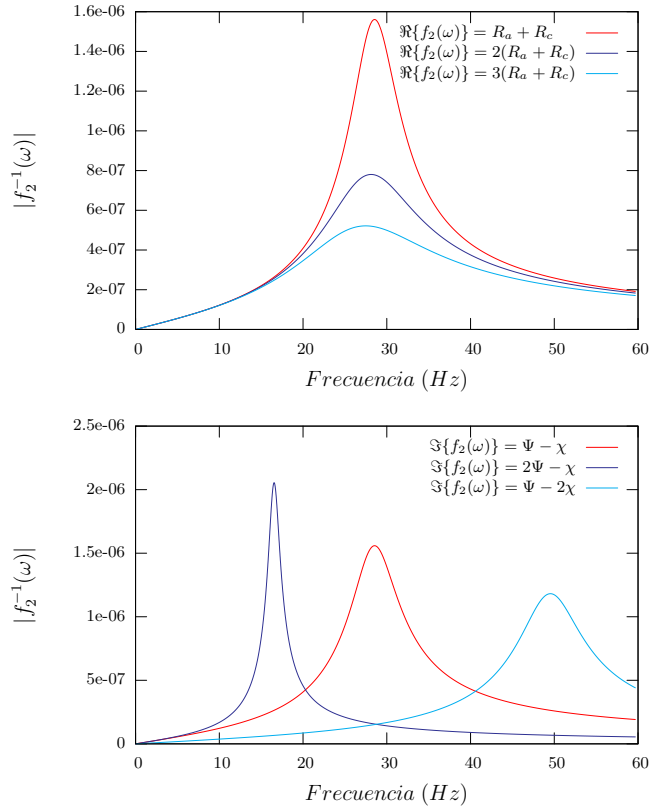


Figura 6.6: Efectos de las resistencias R , compliancias χ e inductancias Ψ en $|f_2^{-1}(\omega)|$

A medida que la resistencia aumenta al doble y triple de su valor original, los picos de magnitud de $f_2^{-1}(\omega)$ decrecen y se ensanchan, sin cambiar su posición en función de la frecuencia. Por otra parte, el aumento de la inercia provoca una disminución en Ω , recorriendo las resonancias hacia frecuencias menores, efecto inverso al que se obtiene si se incrementa la rigidez acústica. De acuerdo con las definiciones tanto de R_a y R_c , como de M (ecs. 5.20, 5.29, 5.17), resulta lógico que la frecuencia y la amplitud de las resonancias decrezcan al disminuir el tamaño de tubo.

De forma similar puede explicarse el comportamiento de la fase de $f_2(\omega)$ de la figura 6.7. En este caso, dado que la fase está definida como:

$$\phi = \tan^{-1} \frac{\Im\{f_2(\omega)\}}{\Re\{f_2(\omega)\}} \quad (6.10)$$

tenemos que:

$$\begin{aligned} \omega \rightarrow 0 &\Rightarrow \Im\{f_2(\omega)\} \rightarrow -\infty ; \Re\{f_2(\omega)\} \rightarrow 0 \Rightarrow \phi \rightarrow -\frac{\pi}{2} \\ \omega \rightarrow \Omega &\Rightarrow \Im\{f_2(\omega)\} \rightarrow 0 \Rightarrow \phi \rightarrow 0 \\ \omega \gg \Omega &\Rightarrow \Im\{f_2(\omega)\} \gg \Re\{f_2(\omega)\} \Rightarrow \phi \rightarrow \frac{\pi}{2} \end{aligned}$$

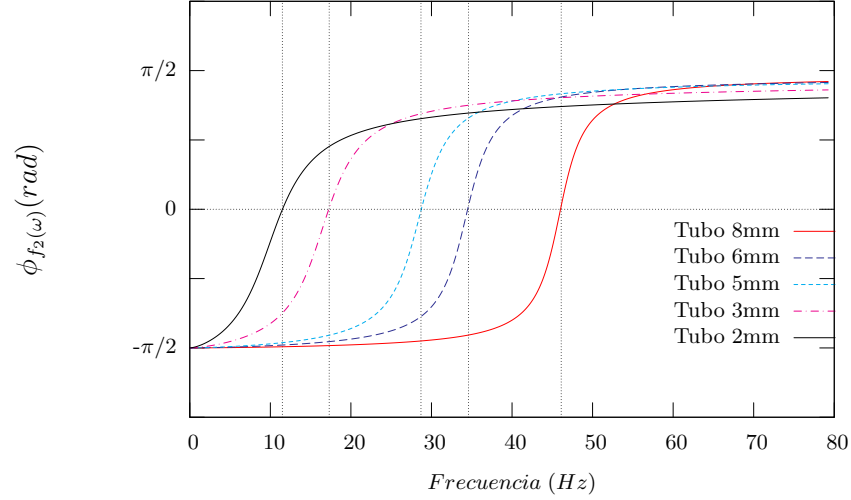


Figura 6.7: Fase de $f_2(\omega)$ en función de la frecuencia

La inclinación de la pendiente en el cambio de fase depende de que tan grande sea la parte real de $f_2(\omega)$. Para resistencias mayores se tienen pendientes menores. Este efecto se observa en la diferencia que existe en las pendientes de cambio de fase para los distintos tamaños de tubo de la figura 6.7, a menor tamaño de tubo, mayores son las resistencias R_a y R_c y por consiguiente, menor es la pendiente de cambio de fase.

La fase de $F(\omega)$ de la figura 6.2, se obtiene como $\phi_{F\omega} = \phi_{f_1} - \phi_{f_2}$, donde $\phi_{f_1} = -\pi/2 = cte.$

En conclusión, tanto los máximos de presión y las frecuencias en las que estos se presentan, como el cambio de fase de $F(\omega)$ dependen principalmente de $f_2(\omega)$, mientras que $f_1(\omega)$ interviene únicamente modulando la amplitud de $F(\omega)$ y agregando $\pi/2$ a su fase.

Una vez analizada a detalle la función $F(\omega)$, y haciendo uso de 5.27 y 6.3, es posible comparar los resultados experimentales para el sistema sin gota, con los obtenidos a partir del modelo teórico

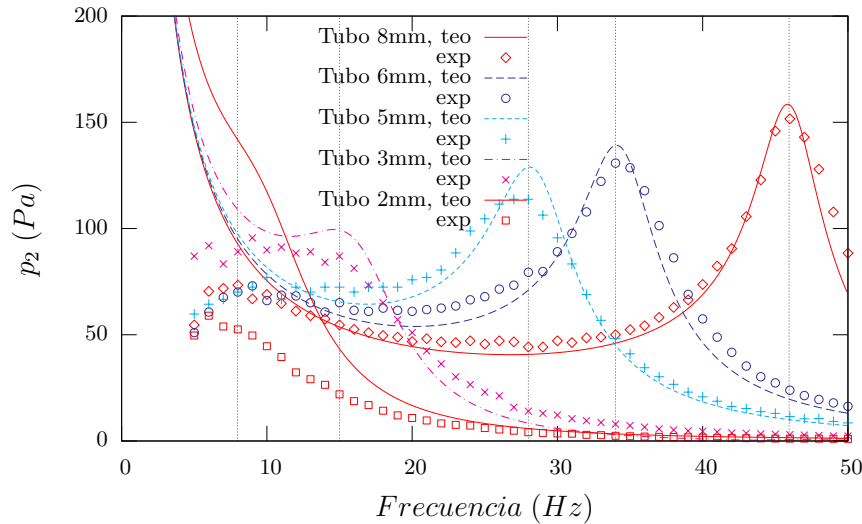


Figura 6.8: Amplitud de la presión p_2 teórica y experimental en función de la frecuencia

En la gráfica 6.8 se presenta la comparación entre la presión p_2 obtenida experimentalmente (símbolos) y la calculada a partir del modelo teórico (líneas). Los resultados teóricos para los tubos de 5, 6 y 8mm concuerdan de manera adecuada con los valores experimentales, presentando frecuencias de resonancia de 28, 34.1 y 45.9 Hz y amplitudes de 128.8, 144.78 y 158.64 Pa respectivamente. Esto representa diferencias menores al 3% en frecuencia y al 4% en amplitud de presión. Fuera de la zona de resonancia la curva teórica ajusta de forma adecuada a los datos experimentales a excepción de las bajas frecuencias, donde a causa de la definición de p_2 en el modelo teórico (ec. 5.27), este valor tiende a infinito a medida que ω tiende a cero.

Para el tubo de 3mm las diferencias entre los resultados teóricos y experimentales son considerablemente mayores que en los tres casos anteriores. Por una parte, resulta difícil definir la frecuencia a la que se presenta el pico de máxima presión a partir de los datos experimentales. Sin embargo, si se toma en cuenta la frecuencia de 13.9 Hz en la que se alcanza la presión máxima promedio (como fue estimada en los resultados experimentales), es posible estimar un error menor al 10% con respecto a la frecuencia de 15.1 Hz obtenida con el modelo teórico. Si se compara esta presión máxima promedio de 88.1 Pa con la de 99 Pa calculada teóricamente, se obtiene un error de alrededor de 12.4% en amplitud de presión.

Algo similar ocurre con el tubo de 2mm, para el cual es difícil ubicar un máximo de presión en los valores experimentales. A diferencia del tubo de 3mm, en este caso no existe un pico de presión para los cálculos teóricos, por lo que re-

sulta imposible comparar frecuencias de resonancia. Si se compara la presión obtenida teóricamente con los datos experimentales, en la frecuencia en la cual se alcanza el máximo de presión promedio experimental, se obtiene un error de alrededor de 140%. Estos errores a bajas frecuencias son atribuibles a dos factores principales. El primero, como se mencionó anteriormente, es debido a como se calcula la presión p_2 en el modelo teórico (ec. 5.27). Esto implica que la amplitud de la presión $p_2 = U_2/\omega C_{c2}$ tiende a infinito a medida que la frecuencia se aproxima a cero. Si se tienen sistemas, como en el caso del dispositivo con tubos de 2 y 3mm, en los cuales la frecuencia de resonancia se presenta a bajas frecuencias, resulta muy difícil definir las resonancias del sistema a partir de la presión. Por otra parte, los errores pueden atribuirse a la incertidumbre de la velocidad de la bocina en frecuencias menores a 10 Hz.

Otra forma de validar el modelo teórico, es comparando la fase teórica con la experimental (fig. 6.9). Para los tubos de 5, 6 y 8mm, las frecuencias calculadas a partir del modelo teórico para las cuales la fase vale $-\pi/2$ son de 28.6, 34.3 y 46 Hz respectivamente, presentando una variación menor 2% con respecto a los valores experimentales y al 3% con respecto a las frecuencias de resonancia obtenidas por la amplitud de presión. La frecuencia para la cual la fase teórica vale $-\pi/2$ es de 17.1 Hz para el tubo de 3mm. Este valor varía en un 7% con respecto al valor experimental y en un 13.3% con respecto la frecuencia de resonancia de 15.1 Hz dada por el pico de presión. Por último, el cambio de fase si permite aproximar una frecuencia de resonancia del sistema con el tubo de 2mm, considerando que ésta es cercana a la frecuencia de 11.8 Hz para la cual la fase vale $-\pi/2$, esta frecuencia varía en un 9% con respecto a la frecuencia experimental.

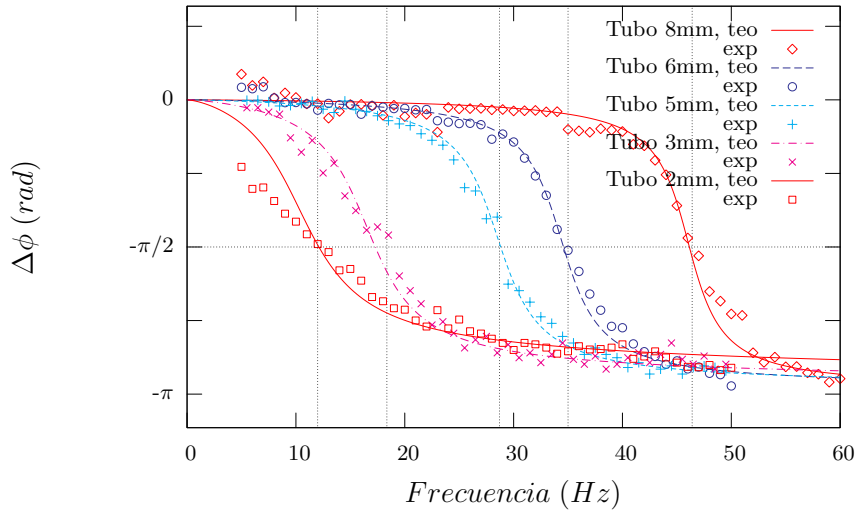


Figura 6.9: Diferencia de fase entre el desplazamiento de la bocina y la presión, en función de la frecuencia

Sin embargo, se siguen observando discrepancias entre los valores experimentales y los teóricos para el tubo de 2mm. En este caso, estas diferencias sugieren una subestimación de R_a y R_c debido a la poca inclinación que presenta la pendiente de cambio de fase teórica con respecto a las mediciones experimentales.

6.2. Sistema con gota

Para el sistema con gota, a diferencia del sistema sin gota, los términos R_g y M_g de la ecuación 5.36 del modelo teórico, dejan de ser cero. Por un lado, de acuerdo con la definición dada para la inercia acústica (ec. 5.17), la inercia de la gota es $M_g = \rho_w l_g / A_t$, donde ρ_w es la densidad del agua, l_g es la longitud de la gota y A_t es el área de la sección transversal del tubo. Dado que para el caso del sistema con gota la velocidad U_2 fue medida experimentalmente, la única variable que permanece desconocida en la ecuación 5.36 es R_g , por lo que al despejar esta variable se tiene:

$$R_g = \frac{f_1(\omega)U}{U_2} - R_a - 2R_c - j\omega(M_a + 2M_c + M_g + M_2 + M_1) + \frac{j}{\omega C_{a2}} + \frac{j}{\omega C_{a1}} \quad (6.11)$$

donde f_1 está definido en la ecuación 6.6 de la sección anterior. Dado que el término R_g es puramente real, de la ecuación anterior se obtiene:

$$R_g = \Re \left\{ \frac{f_1(\omega)U}{U_2} \right\} - Ra - 2R_c$$

$$0 = \Im \left\{ \frac{f_1(\omega)U}{U_2} \right\} - j\omega(M_a + 2M_c + M_g + M_2 + M_1) + \frac{j}{\omega C_{a2}} + \frac{j}{\omega C_{a1}}$$
(6.12)

Ya que todas las variables de la segunda ecuación son conocidas (U y U_2 experimentalmente, las demás a partir del modelo teórico), cualquier resultado diferente a cero mayor que la incertidumbre asociada, puede sugerir la existencia de otra impedancia reactiva de la gota además de M_g , de forma que la impedancia total de la gota sea $Z_g = R_g + j(\omega M_g + X_g)$.

En las ecuaciones 6.12

$$\Re \left\{ \frac{f_1(\omega)U}{U_2} \right\} = \frac{|f_1(\omega)U|}{|U_2|} \cos(\phi_{f1} + \phi_U - \phi_{U2})$$

$$\Im \left\{ \frac{f_1(\omega)U}{U_2} \right\} = \frac{|f_1(\omega)U|}{|U_2|} \sin(\phi_{f1} + \phi_U - \phi_{U2})$$
(6.13)

donde ϕ_{f1} , ϕ_U y ϕ_{U2} , son las fases de $f_1(\omega)$, U y U_2 , respectivamente. En la sección anterior se encontró que $\phi_{f1} = -\pi/2$. Las fases de la aceleración de la bocina ϕ_a y de la presión ϕ_p , fueron medidas experimentalmente. Dado que, $\phi_U = \phi_a - \pi/2$, $\phi_{U2} = \phi_p + \pi/2$ y usando la definición $\Delta\phi = \phi_a - \phi_p$ se tiene que:

$$\Re \left\{ \frac{f_1(\omega)U}{U_2} \right\} = \frac{|f_1(\omega)U|}{|U_2|} \cos(\Delta\phi + \pi/2)$$

$$\Im \left\{ \frac{f_1(\omega)U}{U_2} \right\} = \frac{|f_1(\omega)U|}{|U_2|} \sin(\Delta\phi + \pi/2)$$
(6.14)

Haciendo uso de 6.12 y 6.14, se obtuvo el valor de R_g de cada uno de los experimentos realizados. En las figuras 6.10 y 6.11 se muestra el valor de R_g en función del tamaño de tubo y de la frecuencia, respectivamente. La incertidumbre fue calculada a partir de la expresión:

$$\delta R_g = \sqrt{\left(\frac{\partial R_g}{\partial U} \delta U \right)^2 + \left(\frac{\partial R_g}{\partial U_2} \delta U_2 \right)^2 + \left(\frac{\partial R_g}{\partial \Delta\phi} \delta \Delta\phi \right)^2}$$
(6.15)

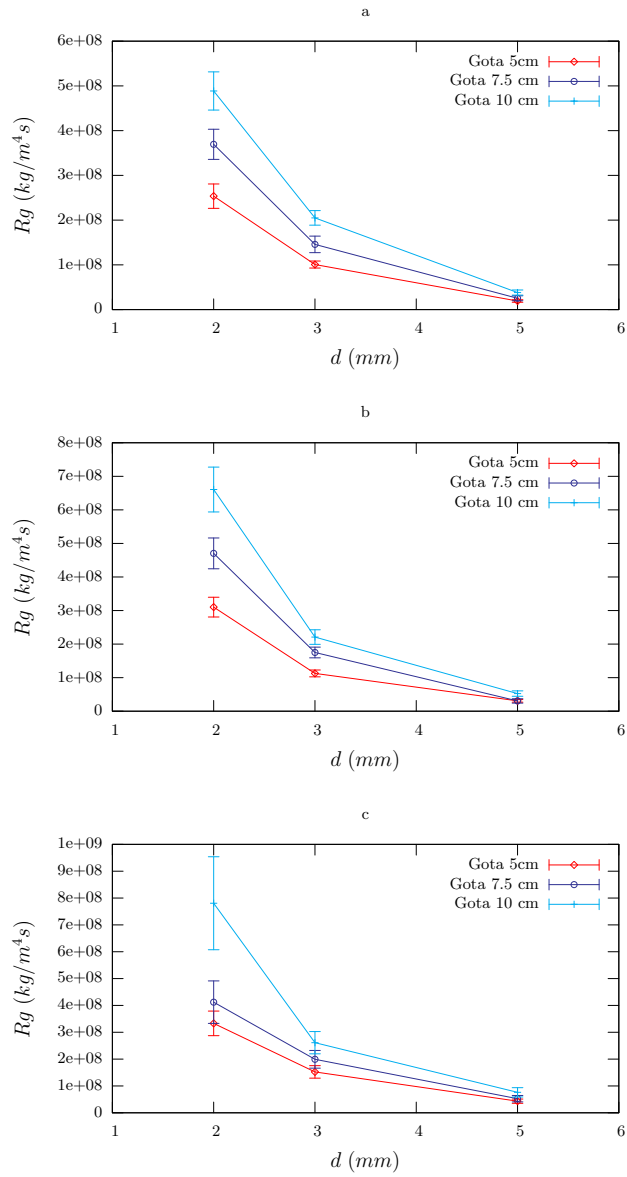


Figura 6.10: R_g en función del tamaño del tubo para tres diferentes longitudes de gota y frecuencias, (a) 5.5Hz, (b) 9.5Hz y (c) 14.5Hz.

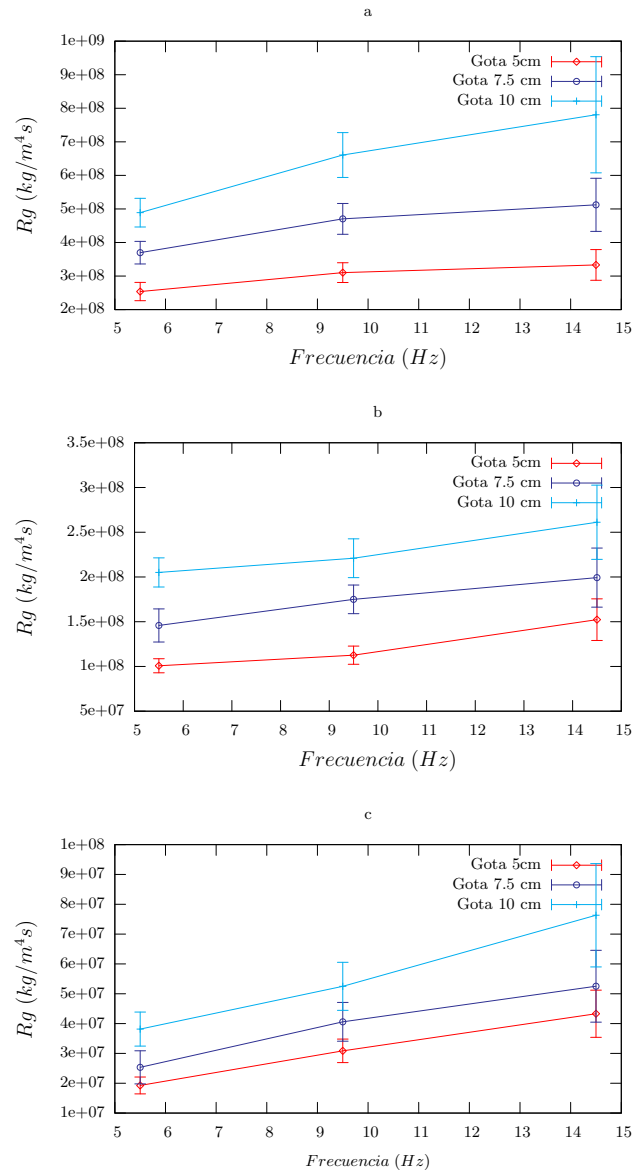


Figura 6.11: R_g en función de la frecuencia para tres diferentes longitudes de gota y tamaños de tubo, (a) 2mm, (b) 3mm y (c) 5mm.

En la figura 6.10 se observa una clara tendencia de disminución de R_g a medida que el tamaño de tubo es mayor, mientras que al aumentar la longitud de gota L_g , R_g también aumenta. Por su parte, en la figura 6.11 se aprecia un

incremento de R_g en función de la frecuencia.

La resistencia de la gota R_g puede deberse a tres efectos distintos. En primer lugar a efectos viscosos del flujo dentro de la gota, los cuales aumentan con la frecuencia y con la longitud de gota y disminuyen con el aumento del tamaño del tubo. Segundo, a los efectos por la dinámica de la línea de contacto [5], los cuales disminuyen con la frecuencia, aumentan con el tamaño del tubo y son independientes de la longitud de la gota. Por último, a efectos de reflexión en la interfase aire-agua, que son independientes de la longitud de la gota y que podrían depender de la frecuencia y del tamaño del tubo debido a la influencia que estas variables tienen en la forma de la interfase. Este último efecto se estima que es menor a los dos primeros, por lo que aunado a la complejidad que representaría su análisis, no será considerado.

Para analizar la aportación de los efectos viscosos dentro de la gota, se puede partir de la solución analítica para la velocidad adimensional W^* de flujos oscilatorios dentro de tubos rectangulares, en el sistema de referencia de la figura 6.12, obtenida por O'Brien [16]:

$$W^* = W_1^* \left[1 - 2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{g_n} \left(\frac{\cosh(\varsigma_n Z) \cos(g_n Y)}{\cosh(\varsigma_n d_1/d_2)} + \frac{\cos(q_n Z) \cosh(\tau_n Y)}{\cosh(\tau_n)} \right) \right] \quad (6.16)$$

donde

$$\begin{aligned} W_1^* &= \left(\frac{d_2^2}{\mu \eta^2} \right) \frac{dp}{dx} e^{i\omega t}, & \eta &= \sqrt{\frac{\omega}{\nu}} d_2, \\ Y &= y'/d_2, & Z &= z'/d_2, \\ g_n &= \frac{2n+1}{2} \pi, & q_n &= \frac{2n+1}{2} \pi \frac{d_2}{d_1}, \\ \varsigma_n &= \sqrt{g_n^2 + j\eta^2}, & \tau_n &= \sqrt{q_n^2 + j\eta^2}, \end{aligned} \quad (6.17)$$

p es la magnitud de la oscilación de presión, d_1 y d_2 son los lados del rectángulo de la sección transversal del ducto, siendo que $d_2 < d_1$ ¹. Para el caso de ductos

¹Si se considera que $d_1/d_2 \rightarrow \infty$ se obtiene la solución de flujo oscilatorio entre placas paralelas infinitas [19]

cuadrados, donde $d_1 = d_2 = d$, 6.16 toma la forma:

$$W^* = W_1^* \left[1 - 2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{g_n} \left(\frac{\cosh(\varsigma_n Z) \cos(g_n Y)}{\cosh(\varsigma_n)} + \frac{\cos(g_n Z) \cosh(\varsigma_n Y)}{\cosh(\varsigma_n)} \right) \right] \quad (6.18)$$

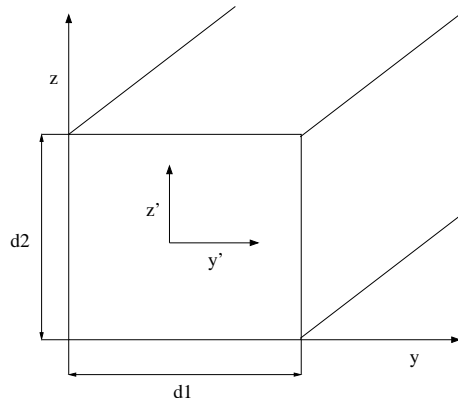


Figura 6.12: Ducto rectangular

En la figura 6.13 se muestra una comparación entre los perfiles de velocidad en $y' = 0$ para diferentes tiempos, obtenidos a partir de la ecuación 6.18 y los perfiles de velocidad dentro de la gota medidos mediante PIV.

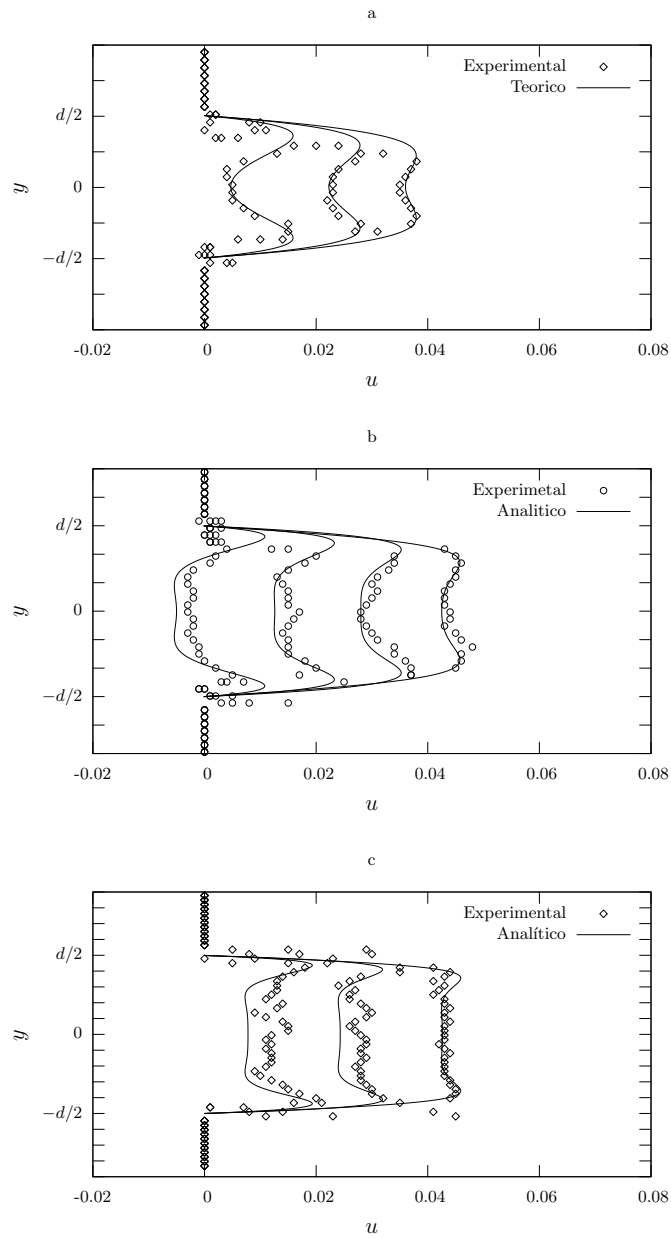


Figura 6.13: Perfiles de velocidad teóricos y experimentales para diferentes tiempos con tres tamaños de tubo distintos, (a) 2mm, (b) 3mm y (c) 5mm.

Los resultados experimentales en el centro de la gota son similares a las

predicciones teóricas. Las mayores diferencias se aprecian cerca de las paredes donde la técnica experimental presenta mayores dificultades para lograr una buena definición. Los efectos de la capa límite sobre el perfil de velocidad son más importantes a medida que el tamaño del tubo es menor, debido a la proporción que existe entre el tamaño de la capa límite y el del tubo. Por ejemplo, para el tubo de $2mm$ con una frecuencia de $5.5Hz$, la capa límite ocupa el 34.1% del área transversal del tubo.

Suponiendo entonces que dentro de la gota se tiene este tipo de flujo, a partir de la solución 6.18 es posible obtener una expresión para la impedancia de la gota debida a efectos viscosos de la forma

$$Z_{vis} = j \frac{\rho L_g \omega}{\kappa_s(\omega) d^2} \quad (6.19)$$

donde

$$\kappa_s(\omega) = \left[1 - 2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{g_n} \left(\frac{\cosh(\zeta_n X) \cos(g_n Y)}{\cosh(\zeta_n)} + \frac{\cos(g_n X) \cosh(\zeta_n Y)}{\cosh(\zeta_n)} \right) \right] \quad (6.20)$$

La parte real $R_{vis} = \Re\{Z_{vis}\}$ representa las pérdidas viscosas que generan disipación de energía. La parte imaginaria $\Im\{Z_{vis}\} = j\rho\omega L/d^2$ ya ha sido integrada en el modelo teórico como M_g .

En las figuras 6.14 y 6.15 se compara el valor de R_g obtenido experimentalmente con R_{vis} de la ecuación 6.19, en función del tamaño de tubo, de la frecuencia y de la longitud de gota.

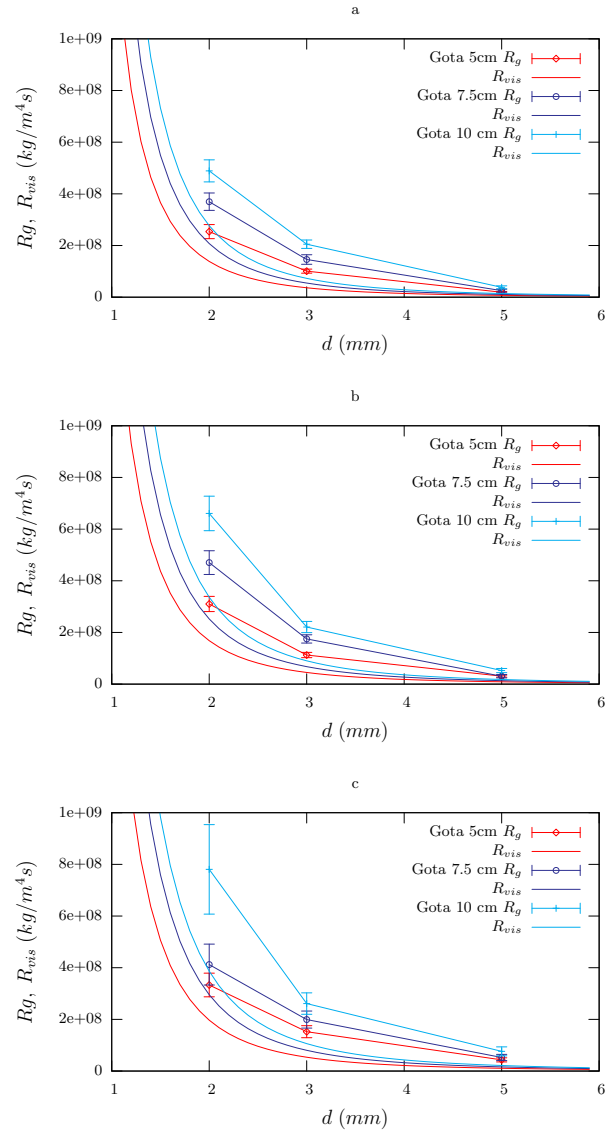


Figura 6.14: R_g y R_{vis} en función del tamaño del tubo para tres diferentes longitudes de gota y frecuencias de (a) 5.5Hz, (b) 9.5Hz y (c) 14.5Hz.

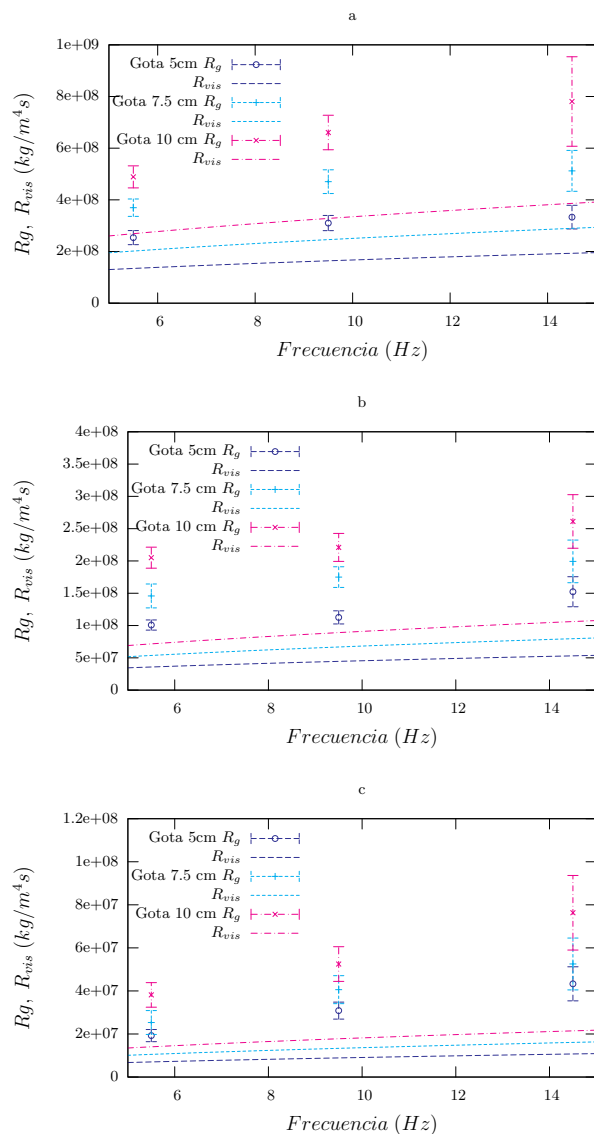


Figura 6.15: R_g y R_{vis} en función de la frecuencia para tres diferentes longitudes de gota y tamaños de tubo de (a) 2mm, (b) 3mm y (c) 5mm.

En las gráficas se puede ver que R_g y R_{vis} tienen un comportamiento muy similar en función de estas variables, sin embargo, el valor de R_g en todos los casos es significativamente mayor. Este exceso de pérdidas podría estar asociado con el deslizamiento de la línea de contacto o por pérdidas viscosas que no son tomadas en cuenta por R_{vis} . Si se tratara de deslizamiento de la línea de

contacto, la diferencia entre R_g y R_{vis} debería decrecer con la frecuencia y ser independiente de la longitud de la gota, hechos que no se observan en las gráficas. Durante la experimentación se observó que para valores superiores a los $9.5Hz$, la línea de contacto permanece estática y por tanto, no debería provocar pérdidas en frecuencias mayores. Todo lo anterior indica que las pérdidas adicionales se deben a una subestimación de los efectos viscosos dentro de la gota. Esto puede atribuirse principalmente, a que en el cálculo de R_{vis} se supuso que la dinámica del flujo dentro de toda la gota corresponde a la descrita por la ecuación 6.18, sin embargo, en la figura 6.16 se observa que el flujo cerca de la interfase es muy distinto.

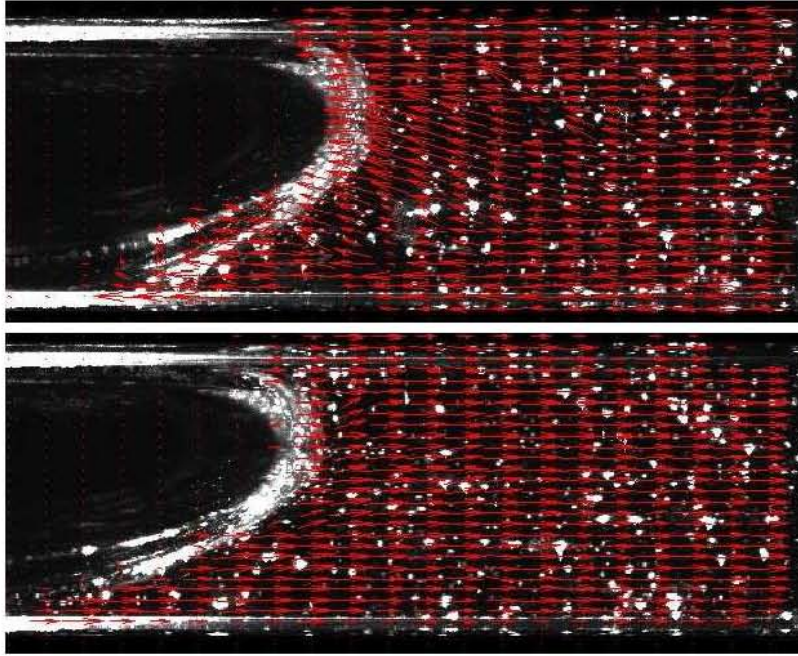


Figura 6.16: Flujo cerca del menisco para tubo de $5mm$, $L_g = 5cm$ y frecuencia de $5Hz$

Al igual que para la gota, la dinámica del flujo de aire cerca de la interfase debe de ser distinta a la supuesta en el modelo teórico que no toma en cuenta la existencia de la interfase, por lo que probablemente el valor de R_a esté siendo subestimado, y estos efectos están formando parte de R_g .

En la tabla 6.1 se muestran los valores de R_g/R_{vis} en función de los distintos parámetros de prueba. En los datos tabulados se observa un incremento considerable de R_g/R_{vis} con respecto al tamaño de tubo para las frecuencias

de 9.5 y 14.5Hz. En el caso de la frecuencia de 5.5Hz el incremento no es tan grande aunque sí se alcanza a apreciar. No existe ninguna tendencia de R_g/R_{vis} en función de la frecuencia ni de la longitud de gota, al menos dentro del rango de las incertidumbres de medición, lo que refuerza la idea de que R_g depende principalmente de efectos viscosos dentro de la gota y a la vez no permite reconocer el aporte en pérdidas de otros efectos como el deslizamiento de la línea de contacto.

Tabla 6.1: R_g/R_{vis} para diferentes tamaños de tubo, frecuencia y longitud de gota.

d (mm)	Frecuencia (Hz)			L_g (cm)
	5.5	9.5	14.5	
2	1.77 ± 0.15	2.16 ± 0.23	1.95 ± 0.43	10
3	2.73 ± 0.21	2.76 ± 0.27	2.37 ± 0.37	
5	2.93 ± 0.43	2.92 ± 0.44	3.45 ± 0.78	
2	1.84 ± 0.16	1.88 ± 0.18	1.19 ± 0.28	7.5
3	2.85 ± 0.36	2.69 ± 0.24	2.34 ± 0.38	
5	2.30 ± 0.50	3.12 ± 0.49	3.08 ± 0.70	
2	2.11 ± 0.22	2.06 ± 0.19	1.75 ± 0.24	5
3	2.72 ± 0.21	2.5 ± 0.22	2.98 ± 0.45	
5	2.75 ± 0.40	3.62 ± 0.46	3.60 ± 0.65	

Por otra parte, ninguno de los valores obtenidos experimentalmente para X_g es mayor que su incertidumbre, por lo que resulta difícil asociarlos con los efectos de rigidez ocasionados por la deformación del menisco como sugieren Charlaix y Gayvallet [5].

Resulta importante señalar la gran sensibilidad que presenta el cálculo de la incertidumbre, tanto de R_g como de X_g , ante la incertidumbre $\delta\Delta\phi$. Incertidumbres de cerca del 5% en $\Delta\phi$ se propagan para generar incertidumbres en R_g de hasta 25% y en X_g de hasta 150%.

Se ha presentado el cálculo de R_g y se ha podido analizar la tendencia de su comportamiento en función de la frecuencia, del tamaño del tubo y de la longitud de gota. Sin embargo, la cantidad de datos en función de estas variables obtenidos en los experimentos E-cg1, resultan ser insuficientes para obtener relaciones empíricas del comportamiento de R_g . Esta situación motivó la realización de los experimentos E-cg2 considerando que la velocidad v_g podría inferirse a partir de la medición de p_2 . En la figura 6.17 se comparan los valores de v_g medidos con PIV en los experimentos E-cg1, con valores de velocidad teóricos calculados a partir de la expresión:

$$v_g = \frac{p_2 \omega C_{a2}}{d^2} \quad (6.21)$$

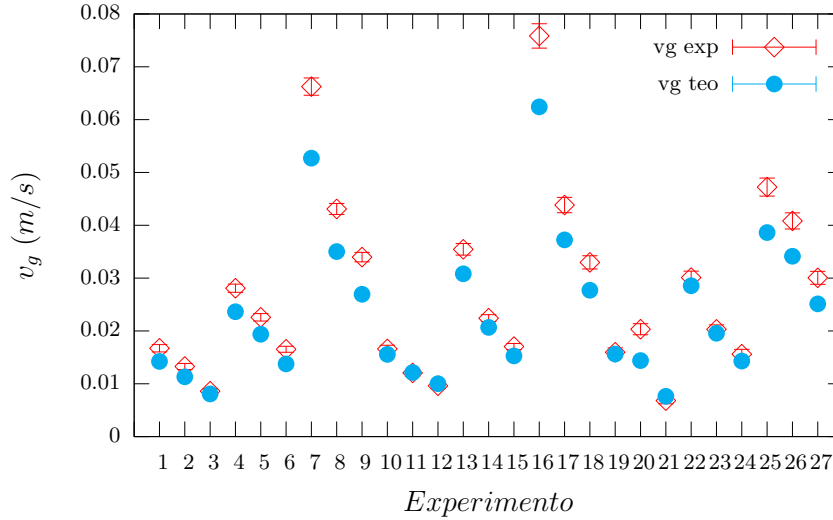


Figura 6.17: v_g experimental y calculada a partir de p_2

Debido a que se tienen diferencias de menos del 20% entre los valores de v_g experimentales y los calculados a partir del modelo, se consideró que se podrían aproximar los valores de U_2 a partir de las presiones medidas en los experimentos E-cg2. Sin embargo, la incertidumbre de U_2 inferida a partir de p_2 , junto con la incertidumbre de $\Delta\phi$, provocan que la incertidumbre total de R_g sea demasiado grande, por lo que los valores de R_g calculados a partir de los experimentos E-cg2 no pueden ser tomados como válidos.

6.3. Comparación flujo interfacial - tubo en U

En la sección anterior se presentaron los resultados obtenidos para R_g y se compararon con el factor de pérdidas R_{vis} para un tubo recto de sección rectangular sin presencia de interfase. Como era de esperarse, en todos los casos R_g resultó ser mayor a R_{vis} . En el caso de flujos oscilatorios en tubos con curvatura ocurre algo similar, ya que las pérdidas totales en este tipo de flujos se pueden obtener a través de la suma de pérdidas de un tubo circular recto, más las pérdidas asociadas a los efectos de curvatura [17]. Por tal motivo, a fin de tener un parámetro de comparación, las pérdidas obtenidas en este trabajo para flujos interfaciales R_g y las pérdidas obtenidas para flujos en tubos con curvatura R_u [17], serán comparadas a partir de la relación que ambas guardan con sus respectivos factores de pérdidas para tubo sin presencia de interfase y tubo recto.

El factor de pérdidas para tubos rectos de sección transversal cuadrada se presentó en la ecuación 6.19 de la sección anterior. Por su parte, el factor de pérdidas para flujo oscilatorio en tubos con sección transversal circular, está da-

do por

$$R_{vis-c} = \frac{2A\rho_w L}{R^2} \quad (6.22)$$

donde A es un factor de atenuación (ec. 2.2). Su comportamiento en función de la frecuencia se muestra en la figura 6.18

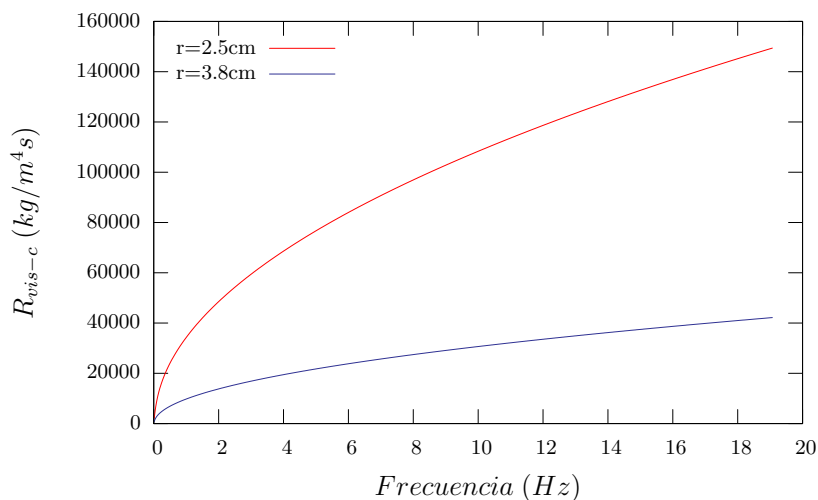


Figura 6.18: R_{vis-c} en función de la frecuencia para dos radios internos de tubo.

Olson y Swift [17] presentan la relación R_u/R_{vis-c} en función de r/δ_v y del número de Dean $De = Re\sqrt{r/R}$, donde Re , r y R fueron definidos en la ecuación 2.16. Algunos de estos resultados se muestran en la tabla siguiente:

Tabla 6.2: R_u/R_{vis} para diferentes valores de De y r/δ_v

De	r/δ_v		
	23	34	54
2000	1.3	1.14	
5000	1.75	1.36	
10000	2.50	1.71	1.68
20000	4	2.42	2.36
50000			4.4
100000			7.8
R/r	3	10	3

A partir de los datos mostrados en las tablas 6.1 y 6.2, se puede ver que para ciertos casos en los que la relación de radios R/r es pequeña y De es alto,

$R_u/R_{vis-c} > R_g/R_{vis}$. Esto no quiere decir que el uso de gotas en tubos capilares tenga una disipación menor a la del tubo en U para estos casos en específico. Aunque $R_u/R_{vis-c} > R_g/R_{vis}$, de las figuras 6.15 y 6.18 se puede ver que R_{vis} es al menos dos ordenes de magnitud mayor que R_{vis-c} , debido principalmente a la diferencia entre el tamaño del área de los tubos, por lo que en lo global, el tubo en U tendría un factor de disipación menor. Sin embargo si se pretendiera utilizar el flujo oscilatorio de un fluido en generación megneto-hidrodinámica a pequeña escala, en donde el diámetro del tubo en U se aproximara al del tubo capilar, el uso de gotas en tubos capilares podría resultar más eficiente que los tubos en U.

En experimentos previos realizados en el departamento de Transferencia de Energía y Masa del Centro de Investigación en Energía de la UNAM [4], se obtuvieron pérdidas de $4.49 \times 10^7 kg/m^4s$ para un tubo en U de $5mm$ de diámetro, con una columna de agua de $11cm$ oscilando a una frecuencia de $5.3Hz$. En comparación, para una gota de $10cm$ en un tubo de sección transversal cuadrada de $5mm$ de lado, oscilando a una frecuencia de $5.5Hz$, en este trabajo se obtuvo $R_g = 3.75 \times 10^7 kg/m^4s$, representando una disminución del 20% en pérdidas con respecto al tubo U. Sin embargo, es importante tomar en cuenta que las pérdidas obtenidas para el tubo en U, además de efectos por curvatura, también incluyen efectos de tensión superficial en la interfase agua-aire, como consecuencia de tener diámetro tan pequeño.

Capítulo 7

Conclusiones

En este capítulo se presentan las conclusiones derivadas de este trabajo, así como recomendaciones para futuras investigaciones experimentales de flujos oscilatorios de gotas de agua en tubos capilares.

Se desarrolló un modelo de variables concentradas sin parámetros de ajuste, que reproduce el comportamiento del sistema sin gota. La frecuencia y la amplitud de presión de las resonancias del sistema calculadas a partir del modelo teórico, presentan errores de menos del 10 % con respecto a los resultados experimentales para tubos de 5, 6 y 8mm. Con los tubos de 2 y 3mm no se obtuvieron picos de presión bien definidos en las resonancias, ni experimentalmente ni con el modelo. Sin embargo, la estimación de la frecuencia de resonancia para estos dos tubos a partir de la diferencia de fase de la aceleración de la bocina y de la presión, presenta errores menores al 15 % con respecto al valor experimental.

Se observó que para tubos horizontales de vidrio de sección transversal cuadrada, el máximo tamaño de tubo capaz de sostener por tensión superficial una gota de agua oscilando en su interior en los rangos de frecuencia (5-14.5Hz) y amplitud (0.0768-2.31mm) experimentales, es de 5mm.

Con el modelo de variables concentradas aplicado al sistema experimental con gota, se estimó el valor del factor de pérdidas debidas a la presencia de la gota dentro del capilar (R_g), el cual va desde 2×10^7 (kg/m^4s) (con $d=5mm$, $f=5.5Hz$ y $L_g=0.05m$) a 7.8×10^8 (kg/m^4s) (con $d=2mm$, $f=14.5Hz$ y $L_g=0.1m$).

Se observaron tendencias de incremento del factor de pérdidas (R_g) en función de la frecuencia y de la longitud de gota. Se encontró una clara tendencia de disminución del factor de pérdidas en función del tamaño del tubo. Desafortunadamente, los resultados obtenidos son insuficientes para formular una expresión empírica que describa el comportamiento en función de las variables de experimentación.

Del análisis de los resultados se dedujo que el factor de pérdidas depende principalmente de efectos viscosos dentro de la gota, los cuales son de 1.77 a 3.62 veces mayores que los calculados para la misma longitud de fluido en un tubo del mismo tamaño, pero sin efectos de borde. Mediciones experimentales con PIV revelaron perfiles de velocidad en el centro de la gota que corresponden a los de flujo oscilatorio sin efectos de borde, sin embargo, las mediciones de velocidad cerca de la interfase confirmaron la modificación del flujo respecto al perfil en el centro de la gota, hecho al cual se le atribuye el exceso de pérdidas viscosas.

De la comparación de las pérdidas con tubos en U, se concluye que el flujo oscilatorio de gotas en tubos capilares puede ser una mejor opción para los generadores termoacústicos magnetohidrodinámicos a pequeña escala, ya que su factor de pérdidas puede llegar a ser menor que el de tubos en U donde la relación radio de curvatura-radio interno sea pequeña. Sin embargo, es importante tomar en cuenta que en este trabajo no se consideraron las pérdidas provocadas por la interacción del flujo con el campo magnético, las cuales podrían modificar los resultados obtenidos.

Para próximas investigaciones se recomienda explorar el uso de otro tipo de partículas para la visualización con PIV, ya que las utilizadas en este trabajo presentan una rápida sedimentación debido a las reducidas dimensiones del dispositivo, dificultando cumplir con el requerimiento mínimo establecido de 5 partículas por área de interrogación. A fin de reducir los tiempos de experimentación, se sugiere también modificar el dispositivo para facilitar el posicionamiento de las gotas dentro del tubo capilar sin necesidad de retirar el micrófono. Por otra parte, un acelerómetro con una mejor resolución que la del utilizado en este trabajo, permitiría una mejor medición de la aceleración del cono de la bocina a bajas frecuencias.

Se recomienda también disminuir la incertidumbre en las mediciones de diferencia de fase entre la aceleración del cono de la bocina y la presión de la segunda cavidad cónica, ya que la propagación de esta incertidumbre genera un importante aumento en la incertidumbre del factor de pérdidas de la gota R_g .

Para poder evaluar más a detalle la contribución de la dinámica interfacial en el factor de pérdidas de la gota R_g , sería recomendable eliminar las cavidades cónicas y utilizar algún otro método para generar los gradientes de presión oscilatorios, a fin de eliminar las grandes contribuciones que tienen estos elementos en las pérdidas totales del sistema, intentando aislar al máximo los efectos de disipación de energía de la interfase. Para cumplir con este propósito, sería también de gran utilidad realizar mediciones de PIV en el área cercana al menisco y estudiar los patrones de flujo tanto dentro como fuera de la gota, además de la evolución de la deformación de la interfase durante la oscilación.

Será de gran interés realizar experimentos posteriores que incluyan la pre-

sencia de un campo magnético y que permitan estudiar las pérdidas provocadas por la interacción entre éste y el flujo oscilatorio una gota de electrolito dentro del tubo capilar. Se podría explorar también la posibilidad de realizar los experimentos con algún otro fluido eléctricamente conductor, como por ejemplo metales líquidos.

Apéndice A

Velocimetría por imágenes de partículas (PIV)

La velocimetría por imágenes de partículas es una técnica no intrusiva que permite medir campos de velocidad en una gran variedad de flujos. Básicamente consiste en iluminar una cierta área del flujo por medio de una hoja de luz laser pulsante, y con una cámara fotográfica, orientada a 90° con respecto a la incidencia del plano de luz, tomar imágenes de la luz dispersada por pequeñas partículas previamente sembradas en el fluido de estudio. La cámara es capaz de tomar una fotografía para cada pulso del laser.

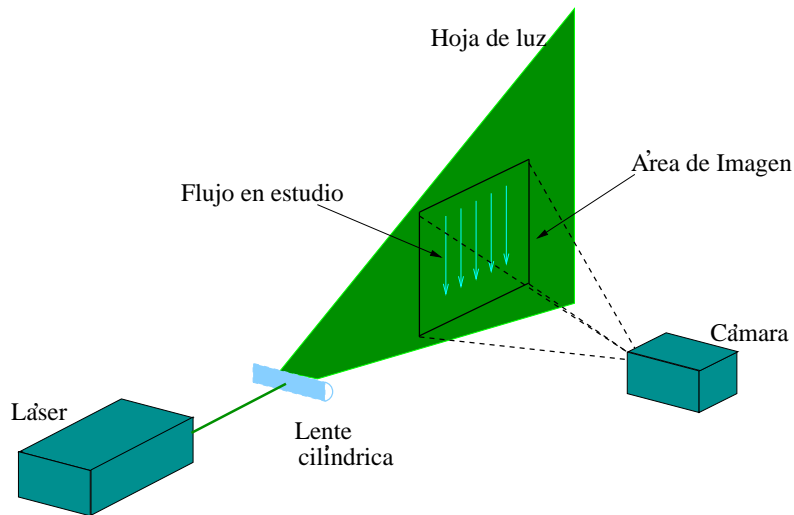


Figura A.1: Esquema de los componentes del PIV

Una vez teniendo un par de imágenes con la secuencia de dos pulsos, el

área total de cada imagen se subdivide en pequeñas áreas llamadas áreas de interrogación.

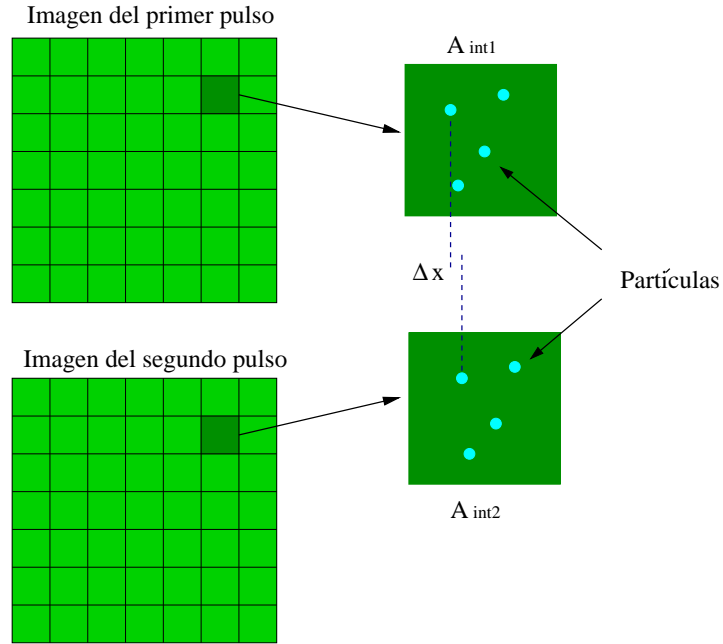


Figura A.2: Secuencia de imágenes y áreas de interrogación

Haciendo una correlación cruzada pixel por pixel entre las áreas de interrogación de cada par de imágenes, se obtiene un pico que determina el desplazamiento común Δx de partículas dentro de esa área de interrogación.

$$C(s) = \int \int_A A_{int1}(x, y) \cdot A_{int2}(x - s, y - s) dx dy \quad (A.1)$$

Si esto se repite para todas las áreas de interrogación que forman parte del área total de la imagen, es posible obtener un campo de velocidades.

La velocidad correspondiente a las partículas dentro del área de interrogación se calcula como

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad (A.2)$$

donde Δt es el tiempo entre pulsos.

Bibliografía

- [1] Alster M., “Improved calculation of resonant frequencies of Helmholtz resonators”, *Journal of Sound and Vibration*, 24, 1972, 63-85
- [2] Belaidi A, Johnson MW, Humphrey JAC., “Flow instability in a curved duct of rectangular cross section.”, *Transactions of the ASME. Journal of Fluids Engineering*, 114(4), 1992, 585-92.
- [3] Castrejón-Pita J.R., del Río J.A., Castrejón-Pita A.A., Huelsz G., “Experimental observation of dramatic differences in the dynamic response of Newtonian and Maxwellian fluids”, *Physical Review E*, vol 68, 2003, 046301
- [4] Castrejón-Pita AA, Huelsz G, “Heat to electricity thermoacoustic-magnetohydrodynamic conversion”, *International Congress on Ultrasonics*, Vienna University of Technology, April 9-12 2007, Vienna, Austria, 133-133.
- [5] Charlaix E., Gayvallet H., “Dynamics of a harmonically driven fluid interface in a capillary”, *Journal de Physique II France*, 11, 1992, 2025-2038.
- [6] Cox R.G., “The dynamics of the spreading of liquids on a solid surface. Part 1. Viscous flow”, *J. Fluid Mech.*, 168, 1986, 169-194
- [7] Dussan E., Davis S., “On the motion of a fluid-fluid interface along a solid surface”, *J. Fluid Mech.*, 65, 1974, 71-95
- [8] Dussan E., “On the spreading of liquids on solid surfaces: static and dynamic contact lines”, *Ann. Rev. Fluid Mech.*, 11, 1979, 371-400
- [9] Egorov A., Kornev K., Neimark A., “Meniscus motion in a prewetted capillary”, *Physics of Fluids*, 15 (10), 2003, 3134-3143
- [10] Fermigier M., Jenffer P., “An experimental investigation of the dynamic contact angle in liquid-liquid systems”, *J. Colloid Interface Sci.*, 146 (1), 1991, 226-241
- [11] Hall D.E., “Basic acoustics”, Krieger Publishing Company, Malabar, Florida, 1993, 136-237
- [12] Hocking L.M., “The spreading of a drop by capillary action”, *J. Fluid Mech.*, 121, 1982, 425-442

- [13] Iguchi M., Ohmi M., Maegawa K., "Analysis of free oscillating flow in a U-shaped tube", *Bulletin of JSME*, 25 (207), 1982, 1398-1405
- [14] Moose P., "Experimental observations of magneto-acoustic fields", *J. Acoust. Soc. Am.*, 74 (3), 1983, 1066-1068
- [15] Morse P.M., Ingard K.U., "Theoretical acoustics", Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1986, 467-475
- [16] O'Brien V., "Pulsatile fully developed flow in rectangular channels", *Journal of the Franklin Institute*, 300 (3), 1975, 225-230.
- [17] Olson J., Swift G., "Energy dissipation in oscillating flow through straight and coiled pipes", *J. Acoust. Soc. Am.*, 100 (4), 1996, 2123-2131
- [18] Rossing T.D., "The science of sound", 2da ed, Addison-Wesley, M.A., 1990, 57-58
- [19] Rott N., "Theory of time-dependent laminar flows", en "Theory of laminar flows", Princeton University Press, Princeton, 1964, Sec.D, 401
- [20] Sacuida M., Sudou K., "Oscillatory flow in curved pipes of rectangular cross section I Numerical analysis of laminar flow in square secticued pipes", *Bulletin of JSME*, 28 (243), 1985, 1899-905
- [21] Sankar R., Nandakumar K., Masliyah H., "Oscillatory flows in coiled square ducts", *Phys. Fluids* 31 (6), 1988, 1348-59
- [22] Sheng P., Zhou M., "Inmiscible fluid displacement: Contact line dynamics and the velocity-dependent capillary pressure", *Physical Review A*, 45 (8), 1992, 5694-5708
- [23] Temkin S. "Elements of acoustics", Acoustical Society of America, 2001, chap. 3, 6.