

**POSGRADO EN CIENCIA E INGENIERÍA DE
MATERIALES**

INSTITUTO DE INVESTIGACIONES EN MATERIALES

“Desarrollo de un modelo micromecánico para
la predicción de las propiedades de hueso
mediante paquetería de elemento finito”

T E S I S

**QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:
MAESTRO EN CIENCIA E INGENIERÍA EN
MATERIALES**

P R E S E N T A

EDGAR ISAAC RAMÍREZ DÍAZ



DIRECTOR DE TESIS

Dr. Armando Ortiz Prado



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

AGRADECIMIENTOS

A la UNAM por la formación proporcionada durante todos estos años.

Al proyecto PAPIIT No. IN102006-3 denominado "Micromecánica de hueso", por el apoyo brindado.

Al Instituto de investigación Materiales por los conocimientos dados.

Un agradecimiento muy especial a mi director de tesis el Dr. Armando Ortiz Prado por el tiempo, apoyo y los conocimientos aportados para el desarrollo de esta tesis.

A los profesores:

Dr. Rafael Schouwenaars Franssens

Dr. Arturo Barba Pingarrón

Dr. José Alejandro García Hinojosa

Dra. María Cristina Piña Barba

Dr. Fermín Alberto Viniestra Hiberlein

Por los conocimientos aportados para la mejora de este trabajo.

A la Facultad de Ingeniería pero en especial a la UDIATEM (Unidad de Investigación Y Asistencia Técnica en Materiales) por el apoyo dado, al Ing. Roberto Cisneros Hernández, M. en I. Efraín Ramos Trejo, M. en I. Ignacio Cueva Güitrón, Ing. Jorge Luis Romero Hernández y al Biol. Germán Álvarez Lozano, por su apoyo, pero principalmente por su amistad más que cualquier otra cosa durante el desarrollo de la tesis.

A mis amigos del taller: Dr. Álvaro Ayala, Dr. Víctor Hugo Jacobo, Esteban, Armando Jr., David, Mónica y Vivaldo.

Agradezco a mis padres Juan y Gris por el apoyo y amor que me han dado durante todo este tiempo.

A mi hermano por tu amistad y apoyo durante estos años.

A Deisy, por apoyarme en todo momento y a pesar de las circunstancias.

A mis abuelos Eladio y Guadalupe y a mis primos Mariana y Oscar por el cariño que siempre me han dado.

A mis amigos de la Facultad de Ingeniería: Osvaldo, Noe, Sergio, Ana, Gerardo, Salvador, Julio, William, Angélica, Iván, Federico, Fabián y Daniel, por todos los momentos felices que he pasado con ustedes.

A mis amigos de la Facultad de Química: Miguel Gil, José Luis, Ernesto, Miguel Herrera, Gregorio, Violeta, Gabriela, Adriana Meré, Berenice y Minerva, por las anécdotas imborrables.

A mis alumnos: Marco, Rubén, Omar, Violeta, Avid, Gerardo y Eder, por su apoyo y confianza.

PRÓLOGO

No cabe duda que en los últimos años el estudio en el área biomecánica ha cobrado gran importancia, y su análisis abarca desde estudios de movimiento, caracterización mecánica de biomateriales hasta desarrollo de prótesis, los cuales han permitido una mayor comprensión del funcionamiento del organismo, no solo de una manera cualitativa sino también cuantitativa.

Por lo anterior, la Unidad de Investigación y Asistencia Técnica en Materiales de la Facultad de Ingeniería se ha dado a la tarea de desarrollar mediante el proyecto PAPIIT "Micromecánica del hueso", desde la caracterización mecánica y microestructural del hueso, hasta como su nombre lo indica, el modelado del mismo de tal forma que se pueda predecir su comportamiento ante distintas sollicitaciones.

Este proyecto cuenta con distintas etapas, la primera es la caracterización mecánica y microestructural del hueso esponjoso, estableciendo metodologías que permitan repetibilidad de resultados. El por qué de esta etapa es que si bien existen múltiples estudios acerca de la caracterización mecánica del hueso, los resultados varían dentro de un rango muy amplio y al no saber punto a punto la metodología de prueba seguida por cada uno de los distintos autores, simplemente no se puede determinar que resultado es el que tiene mayor similitud con la realidad.

La segunda etapa parte de que una vez caracterizado el comportamiento mecánico del hueso ahora estos resultados servirán para nutrir los distintos modelos planteados. Pero cabe mencionar que el objetivo principal de este trabajo es el establecimiento de una metodología de trabajo para la elaboración de un modelo micromecánico de hueso esponjoso a partir de una microestructura dada y con esto evaluar las propiedades del hueso mediante paquetería de elemento finito.

La elaboración de un modelo micromecánico para el hueso parte de la idea, de correlacionar el comportamiento fisiológico, con su microestructura y sus propiedades mecánicas.

Este trabajo pertenece a la segunda etapa del proyecto y si bien el modelo que aquí se presenta, no es definitivo, si sentará las bases de que camino seguir hacia el futuro.

El modelo desarrollado está enfocado al hueso esponjoso, ya que se considera el punto medular de las fallas presentes en los huesos debido a la edad o enfermedades, por que si bien la resistencia de la estructura ósea depende principalmente del hueso cortical, la experiencia muestra que las fracturas se dan en zonas como las cabezas de fémur y en las vértebras, donde el hueso trabecular predomina.

Los capítulos que abordan este trabajo de tesis son los siguientes:

El primer capítulo se denomina “Anatomía del hueso” y pretende principalmente que el lector obtenga los conocimientos básicos acerca de la clase de huesos que existen, su morfología y características generales, enfocándose primordialmente a su estructura ya que tiene una influencia importante en sus propiedades mecánicas. Con esto se busca establecer una idea muy clara del material con el que estamos trabajando.

El segundo capítulo nombrado comportamiento mecánico del hueso se enfoca principalmente a una recopilación de datos obtenidos a lo largo del tiempo sobre las propiedades mecánicas del hueso y las relaciones encontradas con su estructura, para con esto nutrir en un momento dado el modelo planteado. Además se muestran todas las variables de las que dependen las propiedades que tendrán que tomarse en cuenta en el modelo.

En el tercer capítulo se presentan los modelos desarrollados hasta ahora y que serán la base para el modelo planteado en el cuarto capítulo, que sin duda buscará tomar la experiencia de los trabajos anteriores para encontrar un modelo relativamente sencillo y que se aproxime al comportamiento del hueso.

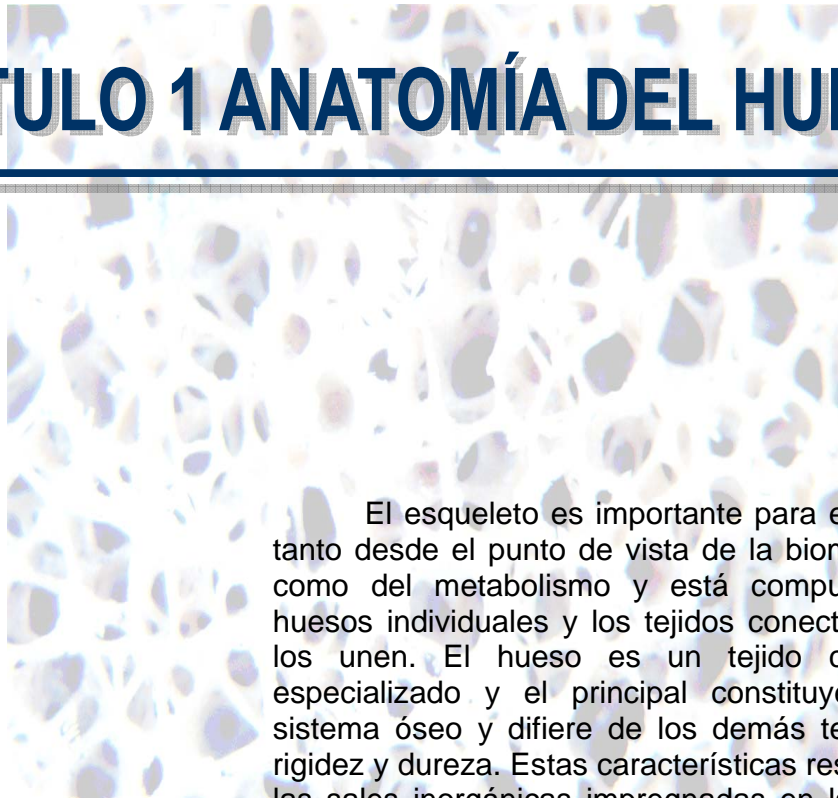
EDGAR ISAAC RAMÍREZ DÍAZ
Cd. Universitaria Agosto 2007

Índice

	PÁGINAS
CAPÍTULO 1 ANATOMÍA DEL HUESO	1
1.1 MORFOLOGÍA: ESTRUCTURAS MACROSCÓPICAS Y MICROSCÓPICAS	2
1.2 HUESO CORTICAL Y ESPONJOSO	3
1.3 HUESO FIBROSO Y LAMELAR	8
1.4 COMPOSICIÓN DEL HUESO	10
1.5 FIBRILLAS DE COLÁGENO	11
1.6 FASE MINERAL	12
1.7 NIVELES DE ORGANIZACIÓN DEL HUESO	13
CAPÍTULO 2 COMPORTAMIENTO MECÁNICO DEL HUESO	15
2.1 PARÁMETROS DE IMPORTANCIA EN LA CURVA CARGA-DESPLAZAMIENTO	16
2.2 FACTORES QUE INFLUYEN EN LAS PROPIEDADES MECÁNICAS DEL HUESO	17
2.3 COMPORTAMIENTO MECÁNICO DEL HUESO ESPONJOSO	19
2.4 PROPIEDADES DEL HUESO ESPONJOSO	21
2.5 DETERMINACIÓN DE LA RELACIÓN ENTRE ESTRUCTURA Y PROPIEDADES	23
2.6 RELACIÓN ENTRE LAS PROPIEDADES ELÁSTICAS Y LA DENSIDAD ESTRUCTURAL	23
2.7 DEPENDENCIA DE LAS CONSTANTES ELÁSTICAS SOBRE LAS PROPIEDADES DEL TEJIDO	26
2.8 PROPIEDADES UNIAXIALES: HETEROGENEIDAD Y ANISOTROPÍA	27

	PÁGINAS
CAPÍTULO 3 MODELOS DE HUESO	30
3.1 MICROMECAÁNICA	31
3.2 ELEMENTO DE VOLUMEN REPRESENTATIVO	31
3.3 MODELOS DE CELDA UNITARIA DE HUESO ESPONJOSO	33
3.4 ANÁLISIS DIMENSIONAL PARA SÓLIDOS CELULARES	35
3.5 MODELO CON ESTRUCTURA COLUMNAR HEXAGONAL DE HUESO TRABECULAR	43
3.6 MODELO BIDIMENSIONAL GENERADO MEDIANTE CELDAS DE VORONOI	46
3.7 MODELOS BASADOS EN LA RECONSTRUCCIÓN DE LA ESTRUCTURA 3D	50
CAPÍTULO 4 MODELO MICROMECAÁNICO DE HUESO ESPONJOSO	53
4.1 CARACTERIZACIÓN MECÁNICA DEL HUESO ESPONJOSO	54
4.2 CARACTERIZACIÓN MICROESTRUCTURAL DEL HUESO ESPONJOSO	61
4.3 EVOLUCIÓN DE LA ARQUITECTURA TRABECULAR DURANTE LA DEFORMACIÓN	65
4.4 MODELADO DE LA ARQUITECTURA TRABECULAR	69
4.5 ANÁLISIS POR ELEMENTO FINITO DE LA ESTRUCTURA TRABECULAR	73
CAPÍTULO 5 CONCLUSIONES	80
BIBLIOGRAFÍA	83
ANEXO 1 METODOLOGÍA PARA EL MODELADO DE ABAQUS	88

CAPÍTULO 1 ANATOMÍA DEL HUESO



El esqueleto es importante para el cuerpo tanto desde el punto de vista de la biomecánica como del metabolismo y está compuesto de huesos individuales y los tejidos conectivos que los unen. El hueso es un tejido conectivo especializado y el principal constituyente del sistema óseo y difiere de los demás tejidos en rigidez y dureza. Estas características resultan de las sales inorgánicas impregnadas en la matriz, las cuales consisten de fibras de colágeno, una gran variedad de proteínas y minerales, lo que le permite al esqueleto mantener la forma del cuerpo, proteger las cavidades craneana, torácica y pélvica, además de transmitir la fuerza de una parte del cuerpo a otra durante el movimiento. También es un material autorreparable capaz de adaptar su masa, forma y propiedades a los cambios en los requerimientos mecánicos y metabólicos.

1.1 MORFOLOGÍA: ESTRUCTURAS MACROSCÓPICAS Y MICROSCÓPICAS.

Las estructuras macroscópicas que forma el tejido óseo son los huesos y estos pueden ser clasificados por su forma en (Figura 1.1):

- a) Largos: en estos predomina una dimensión sobre las otras, la longitud sobre la anchura y el grosor, tienen una capa exterior gruesa de hueso compacto y una cavidad medular interior que contiene la médula ósea. Los extremos de los huesos largos contienen hueso esponjoso y una línea epifisaria. (tibia y fémur).
- b) Cortos: de forma cúbica, sin predominio de una dimensión sobre otra. La mayor parte es tejido óseo esponjoso rodeado de una fina capa de tejido compacto, están localizados en las manos y en los pies (tarso, rótula).
- c) Planos: la longitud y la anchura predominan sobre el grosor. Son delgados y con frecuencia curvos. Están formados por tejido óseo compacto entre los que se encuentra una lámina de tejido esponjoso (costilla, esternón, omóplato).
- d) Irregulares: como los huesos cortos, están formados por tejido óseo esponjoso rodeado de una delgada lámina de tejido compacto (vértebras).

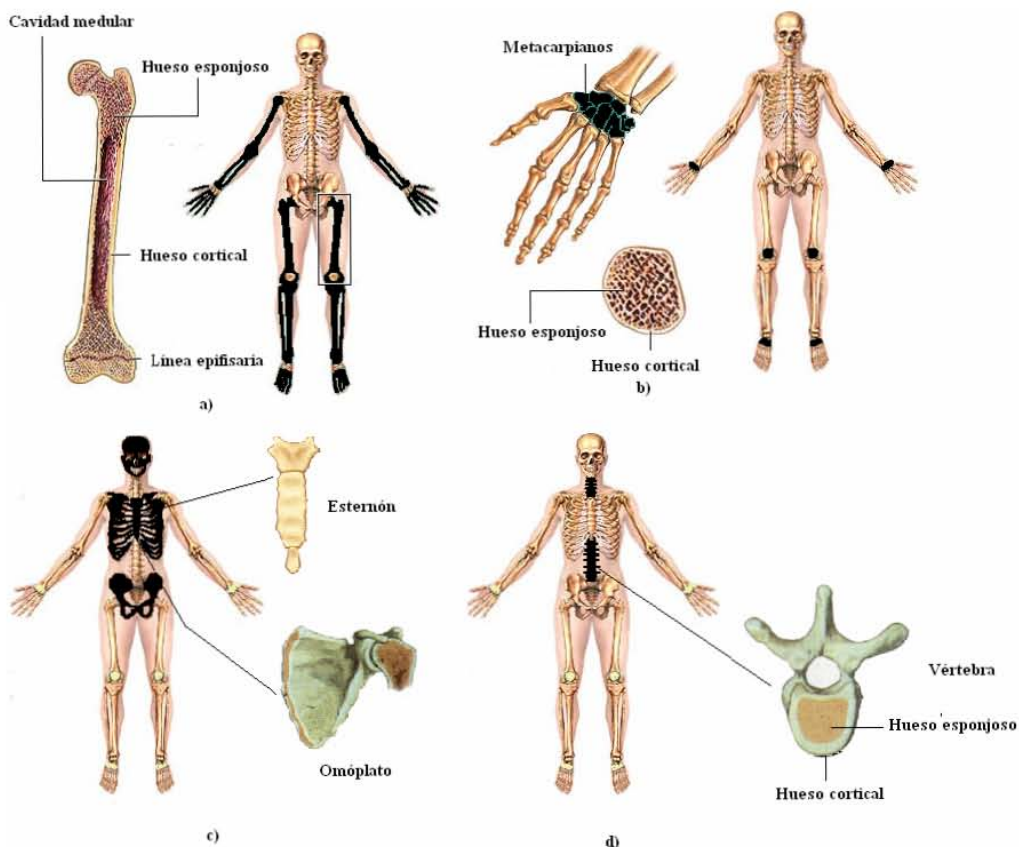


Figura 1.1a) Huesos largos, b) Huesos cortos, c) Huesos planos, d) Huesos irregulares.

Los huesos largos (húmero, fémur y tibia) sirven como un modelo clásico de la estructura macroscópica del hueso (Figura 1.2). Un hueso largo típico consiste de un cilindro central conocido como diáfisis, dos terminales redondeadas más anchas (epífisis) y unas regiones cónicas que unen las dos anteriores conocidas como metafísis.

La diáfisis, proporciona resistencia a la torsión y a la flexión, está formada por hueso cortical denso en forma tubular de pared gruesa. La metafísis por otro lado está prácticamente constituida por hueso trabecular, lo que permite que se presenten grandes deformaciones bajo la misma carga, entonces se ensancha para formar las articulaciones y ayuda a absorber los impactos que se aplican a través de estas (Cowin, 2001).

La mayoría de las terminaciones de los huesos son más anchas que en su zona central ya que las juntas están recubiertas de cartílago articular y para soportar las mismas cargas que la parte central del hueso, requiere de una mayor área.

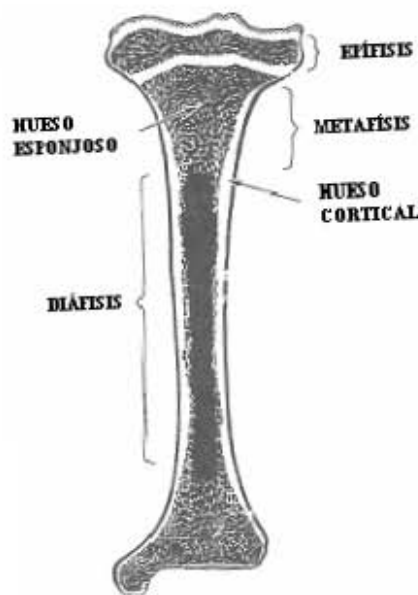


Figura 1.2 Estructura macroscópica de un hueso largo (Cowin, 2001).

1.2 HUESO CORTICAL Y ESPONJOSO.

En el hueso se distinguen dos clases de tejido que desempeñan una función específica en cada sección en la cual se encuentran; estas son el hueso esponjoso y el cortical, los cuales tienen grandes diferencias.

A pesar de que existen numerosas investigaciones, la controversia acerca de que las propiedades mecánicas del hueso esponjoso y del hueso cortical son las mismas, sigue manteniéndose.

La diáfisis está compuesta principalmente de hueso cortical, mientras que la epífisis y la metáfisis contienen hueso esponjoso y una coraza delgada de hueso cortical (Figura 1.3). En los animales en crecimiento, la epífisis está separada de la metáfisis por un plato de cartílago conocido como plato de crecimiento, en los adultos éste plato es reemplazado por hueso esponjoso, lo que causa que la epífisis y la metáfisis se fusionen.

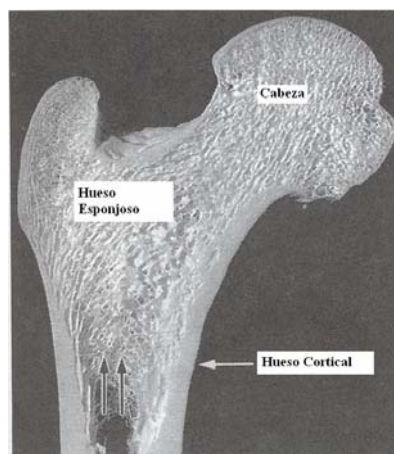


Figura 1.3 Fotografía de un corte de fémur proximal en un plano frontal (Cowin, 2001).

La superficie exterior de la mayoría de los huesos está cubierta por el periósteeo, que es una capa de tejido conectivo fibroso, que tiene el potencial para formar hueso durante el crecimiento y aliviar fracturas. Éste no se encuentra presente en zonas donde se inserten los ligamentos o los tendones en el hueso, ni en los extremos de los huesos largos donde el hueso se encuentra unido al cartílago articular.

La cavidad de la médula de la diáfisis y las cavidades del hueso cortical y esponjoso se encuentran forradas de una delgada capa celular llamada endósteeo. El endósteeo (y la capa interna del periósteeo) es una membrana de células en la superficie del hueso (osteoclastos¹, osteoblastos² y células que recubren el hueso).

¹ Osteoclastos: Células de gran tamaño, con forma redondeada, cuya función principal es la resorción ósea. Estas se observan, adosadas a la superficie de resorción del hueso y destruyen la matriz ósea mediante la secreción de enzimas hidrolíticas que tienen como función digerir las fibras colágenas así como degradar la matriz.

² Osteoblastos: Células del hueso, formadoras de la matriz ósea, y se encuentran constantemente en el frente de avance del hueso que crece o se desarrolla. Se disponen en una capa epitelioide de células cuboides o cilíndricas. El principal producto de los osteoblastos maduros es el colágeno de tipo I que constituye el 90% de las proteínas del hueso

El hueso cortical es una masa sólida con canales únicamente microscópicos. Aproximadamente el 80% de la masa esquelética de un ser humano adulto es hueso cortical, el cual se forma como una pared exterior de los huesos y sus funciones principales son de soporte y protección.

El porcentaje restante pertenece al hueso esponjoso también conocido como poroso o trabecular (Figura 1.4), que está compuesto de una red interconectada de placas y barras que reciben el nombre de trabéculas. A densidades relativamente bajas, las celdas forman una red abierta de barras, conforme la densidad relativa aumenta, más material se acumula en las paredes de las celdas y la estructura se transforma en una red más cerrada de placas.

Algunos de los elementos en forma de placa tienen pequeñas aperturas entre éstas lo que resulta en celdas que no se encuentran completamente cerradas.

La densidad, arquitectura y función del hueso en una posición localizada dependen de la magnitud de las cargas a las que está sometido. En microfotografías las estructuras con bajas densidades y celdas abiertas, se desarrollan en regiones de bajos esfuerzos, mientras que las de mayores densidades y celdas cerradas se desarrollan en regiones sometidas a altos esfuerzos.

En la práctica, la densidad relativa del hueso esponjoso varía de 0.05 a 0.7 (técnicamente, cualquier hueso con una densidad relativa menor a 0.7 se clasifica como esponjoso).

La densidad relativa de una celda abierta, con estructura de barras es generalmente menor que 0.13 mientras que en una celda cerrada con estructura de placas es mayor a 0.2. Cuando hay una densidad relativa intermedia se trata de una combinación entre barras y placas (Jee, 1988).

En la figura 1.4a se observa la transición de hueso esponjoso a hueso cortical, donde queda clara la diferencia en la densidad de uno y otro, en la figura 1.4b se observa exclusivamente la microestructura del hueso esponjoso poniendo especial atención en la estructura de barras y placas característica, mientras que en la figura 1.4c se presenta un acercamiento a lo que en distintos modelos se considera como celda unitaria.

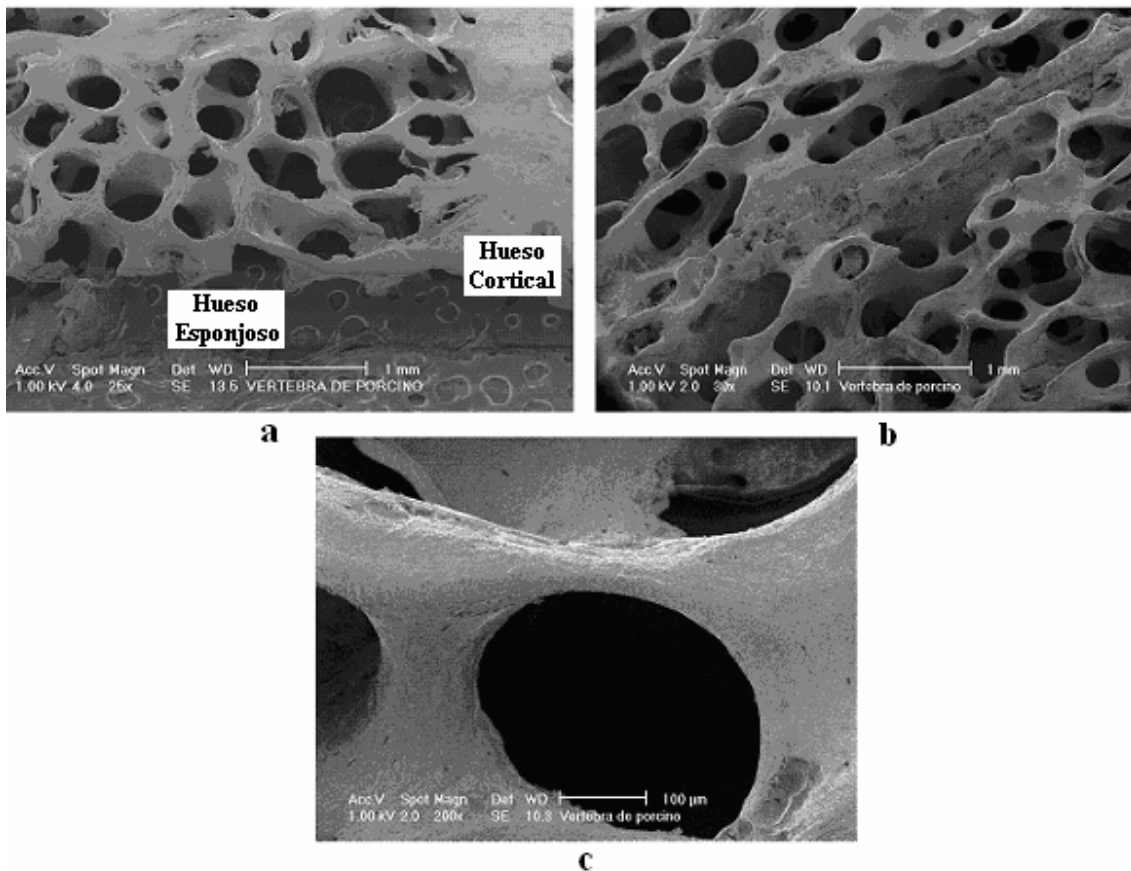


Figura 1.4a) Imagen del corte de un hueso, b) Imagen de hueso esponjoso a 30X, c) Imagen hueso esponjoso 200X (Narváez, 2004).

La simetría de la estructura en el hueso esponjoso depende de la dirección en que son aplicadas las cargas. Si el patrón de esfuerzos en el hueso esponjoso es complejo, entonces la estructura de la red de trabéculas, es también compleja y altamente asimétrica. Pero en los huesos donde la carga es prácticamente uniaxial, como en la vértebra, las trabéculas se desarrollan en una estructura columnar con simetría cilíndrica. Las columnas del hueso están orientadas en la dirección vertical: esto le da una relativamente alta dureza y resistencia en la dirección de la carga, y con una baja dureza y resistencia en las direcciones transversales.

El hueso esponjoso tiene la misma composición que el hueso cortical pero una porosidad que va del 50 al 90%. Sus células óseas se sitúan entre lámelas¹ o en la superficie de las trabéculas donde pueden ser directamente influenciadas por la médula. Parece ser más activo metabólicamente y de respuesta más rápida a las cargas.

¹ Lámelas: Fibrillas de colágeno mineralizadas que se encuentran ordenadas en arreglos paralelos.

La mayoría de las trabéculas tienen un espesor menor a 0.2 mm y no contienen vasos sanguíneos. Cada trabécula se compone de un mosaico de segmentos angulares que reciben el nombre de paquetes trabeculares y son la unidad estructural del hueso esponjoso. Estos paquetes se componen de hojas paralelas de lámelas unidas por líneas de cemento al igual que en el hueso cortical. En el caso de trabéculas de espesor mayor a 0.2 mm suelen aparecer estructuras similares a los osteones (hemiosteones).

Entre los dos tipos de hueso existen diferencias en desarrollo, arquitectura, función, proximidad a la médula, suministro sanguíneo, rapidez de generación y a lo largo de la vida, en cambios y fracturas. En la Tabla 1.1 se resumen algunas de las diferencias más importantes.

Tabla 1.1 Diferencias entre el hueso cortical y el hueso esponjoso (Bronner y Worrell, 1999).

	Cortical	Esponjoso
Masa esquelética	80%	20%
Superficie del hueso	33%	67%
Superficie/Volumen [mm ² /mm ³]	20	2.5
Tejido joven	10%	75%
Tejido adulto	Osteones secundarios (Sistemas de Havers) Lámelas intersticiales Lámelas circunferenciales	Placas curvas, barras (Hemiosteones) Lámelas intersticiales
Porosidad	Baja	Alta
Médula	Adiposa	Hematopoyética
Tejido suave principal	Víscera	Médula
Desarrollo	Osificación Intramembranosa ²	Osificación Endocondrial ³
Recambio óseo	Lento	Rápido
Función	Principalmente biomecánica, así como de soporte y protección.	Principalmente mineral Homeostasis ¹ y de soporte

¹ Homeostasis: Estado de equilibrio dinámico o conjunto de mecanismos por los que todos los seres vivos tienden a alcanzar estabilidad en las propiedades de su medio interno y por tanto de la composición bioquímica de los líquidos, células y tejidos.

² Osificación intramembranosa: Formación de tejido óseo donde el tejido mesenquimal circundante forma por diferenciación osteoblastos, los que sintetizan la matriz ósea, que al quedar atrapados se transforman en osteocitos, que forman parte de la trabécula ósea en formación (huesos planos).

³ Osificación endocondrial: Usa un cartílago hialino como molde y la osificación se da mediante remodelaciones y procesos de calcificación relativamente complejos. Típico de huesos largos y cortos.

La distribución del hueso esponjoso y del cortical varía de acuerdo al hueso del que se trate. El hueso cortical se localiza principalmente en la diáfisis de los huesos largos y el esponjoso en las epífisis. La proporción dentro del esqueleto de cada tipo de hueso (Tabla 1.1) no se aplica a los huesos individuales, ya que un hueso largo puede llegar a tener 90% de hueso cortical y solo 10% de trabecular, mientras que en otros, como la vértebra esta proporción es del 62 y 38% respectivamente.

Esta clasificación en hueso esponjoso y compacto es solo morfológica ya que ambos tejidos tienen la misma composición. A pesar de esto es la clasificación más importante ya que el cambio de morfología tiene un efecto muy significativo en las propiedades mecánicas.

1.3 HUESO FIBROSO Y LAMELAR.

Los huesos de mamíferos, tanto esponjoso como cortical están compuestos de dos tipos principalmente (fibroso o lamelar). El hueso durante el desarrollo embrionario es del tipo fibroso y de la misma forma durante la osteogénesis que ocurre cuando las fracturas sanan. El hueso fibroso está compuesto de una matriz de fibras de colágeno grueso con osteocitos distribuidos aleatoriamente, que es menos organizado y con una vida mas corta que la del hueso lamelar. Es decir que es un material provisional que es eventualmente reemplazado por el hueso lamelar, en los seres humanos ésta clase de hueso es reemplazado entre los 2 y los 3 años.

El hueso lamelar está constituido de capas (lámelas), cada lámela tiene un espesor aproximado de 3 a 7 μm y contiene fibras finas que corren prácticamente en la misma dirección.

Las lámelas de un hueso cortical de un adulto presentan tres patrones principales: (1) anillos circulares de lámelas (concéntricas) rodeando un canal vascular de forma longitudinal que en su conjunto forman un cono conocido como osteón o sistema Haversiano; (2) Muchas capas de lámelas extendidas ininterrumpidamente alrededor del eje conocidas como circunferenciales y (3) fragmentos angulares que antes eran lámelas concéntricas y que llenan los huecos de los sistemas Haversianos conocidos como intersticiales (Figura 1.5).

Las trabéculas del hueso esponjoso de un adulto están compuestas principalmente de lámelas intersticiales.

En el hueso cortical la unidad estructural principal son los osteones y abarcan dos terceras partes del volumen del hueso, la tercera parte restante es hueso intersticial.

Un osteón típico está constituido de cilindros (lámelas) que corren longitudinalmente alrededor de la diáfisis y se bifurcan irregularmente. La pared de éste, está formada por un promedio de 20 a 30 lámelas.

Un osteón con su canal central (canal haversiano) recibe el nombre de sistema haversiano, Estos canales (de Havers) miden de 30 a 70 μm de diámetro y contienen vasos sanguíneos, linfáticos, nervios y tejido conjuntivo. En la Figura 1.5 se muestra un diagrama de las estructuras óseas que corresponden al hueso cortical mostrando como se acomodan estos canales.

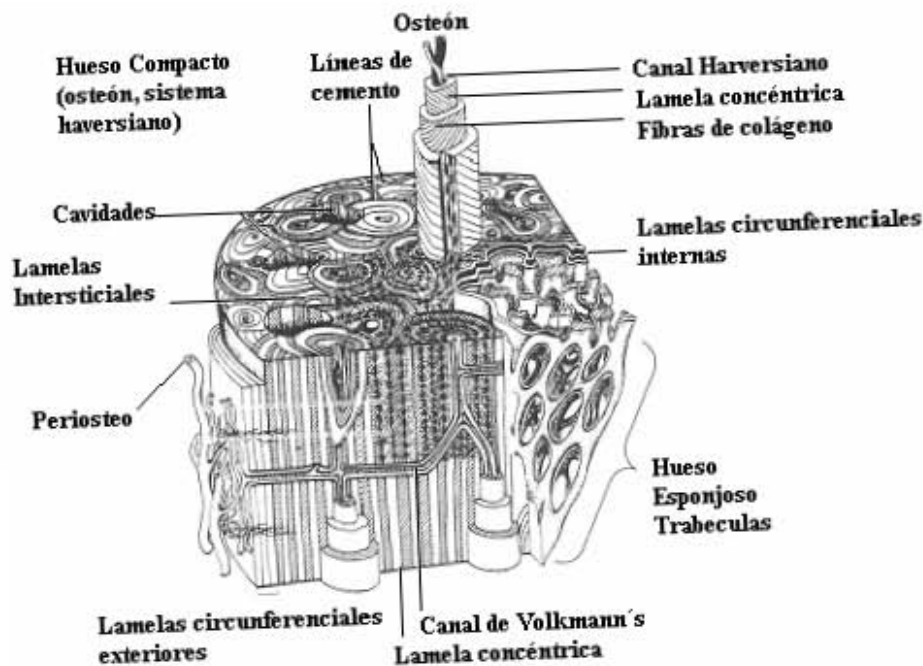


Figura 1.5 Diagrama de las estructuras óseas en el hueso cortical (Weiss, 1988).

Además de los canales haversianos existen canales oblicuos (canales de Volkmann) que se conectan a los primeros formando una compleja red interna que conecta la superficie exterior del hueso con la interior. La orientación longitudinal de los canales haversianos (Figura 1.5) explica la mayor resistencia en tracción y compresión de la diáfisis cuando se carga perpendicular a su eje.

El remodelado de hueso lo mantiene competente tanto biomecánica como metabólicamente. El hueso fibroso inmaduro, formado en la metáfisis es estructuralmente inferior que un hueso maduro, además la calidad de los huesos de un adulto se deterioran con el tiempo, es por esto que el hueso se debe reemplazar o renovar a si mismo. El reemplazo del hueso inmaduro (primario) por el hueso maduro (secundario) ocurre por re absorción, seguido de la formación de hueso lamelar.

El hueso secundario es continuamente destruido y reemplazado por nuevas generaciones de hueso, las velocidades de renovación de un hueso adulto, para el caso de hueso cortical es de 20 años mientras que en el caso del hueso esponjoso es entre 1 y 4 años, lo que permite reparar todos los daños estructurales (Parfitt, 1983).

El remodelado del hueso tiene efectos negativos y positivos en la calidad del hueso. Éste sirve para eliminar los microdaños, para reemplazar el hueso muerto o hiper-mineralizado y adapta la microarquitectura a los esfuerzos locales. En el caso del hueso trabecular puede perforar o remover trabéculas y en el hueso cortical aumenta su porosidad, disminuye su espesor y posiblemente reduce su resistencia.

1.4 COMPOSICIÓN DEL HUESO.

El hueso está compuesto de 65% mineral, 35% de una matriz orgánica, células y agua. El hueso mineral tiene forma de pequeños cristales en forma de agujas, placas y barras localizadas entre las fibras de colágeno. El mineral es conocido como hidroxapatita $Ca_{10}(PO_4)_6(OH)_2$, teniendo constituyentes como carbonatos, citratos, magnesio, fluoruros y estroncio incorporados dentro de los cristales o adsorbidos en la superficie de los cristales. La matriz orgánica consiste de 90% colágeno y cerca del 10% de proteínas no colágenas de las que no se sabe específicamente su función (Lian, et al., 1999).

Cada lámina presente tanto en el tejido cortical como en el esponjoso consiste principalmente de colágeno y mineral en forma de cristales de hidroxapatita. Las propiedades mecánicas de los tejidos del hueso dependen de las composiciones minerales y de hidroxapatita ya que se ha demostrado que contribuye significativamente en la rigidez del hueso cortical, mientras que el contenido de colágeno gobierna la ductilidad después de la fluencia. El tejido del hueso esponjoso tiene un contenido de calcio significativamente más bajo que el hueso cortical, mientras que la cantidad del fósforo es la misma (Tabla 1.2).

Tabla 1.2 Composiciones del tejido esponjoso y cortical (Cowin, 2001).

Propiedades	Tejido esponjoso	Tejido cortical
Contenido de calcio [mg/g]	257	271 (bovino)
Calcio [% peso]	34.4	38.5 (humano)
Contenido de fósforo [% peso]	18.1	17.9 (humano)
Agua [% volumen]	27	22.9 (humano)
Densidad del tejido [g/cc]	1.874	2.914(humano)

1.5 FIBRILLAS DE COLÁGENO.

Las fibrillas de colágeno están formadas por el ensamble de moléculas compuestas de cadenas de tres polipéptidos que se enrollan y se fijan mediante enlaces transversales en una configuración de hélice (Figura 1.6).

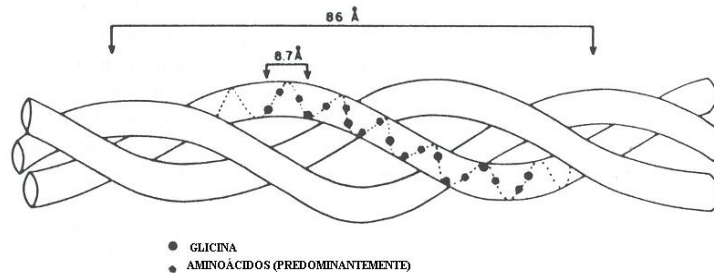


Figura 1.6 Arreglo de triple hélice del colágeno (Fung, Yuang-Chen, 1993).

El colágeno tipo I consiste de fibrillas relativamente delgadas (78 nm de diámetro) resultado del ensamble de moléculas de 2 cadenas de $\alpha_1(I)$ y una cadena de $\alpha_1(II)$, que difieren ligeramente en su composición de aminoácidos y en su secuencia (An y Draughn, 2000). Las moléculas están ensambladas de tal forma que presentan estriaciones periódicas que pueden observarse con microscopía electrónica. Se encuentra abundantemente en la dermis, el hueso, el tendón y la córnea, su función principal es la de resistencia a la tracción.

El colágeno tipo II se encuentra sobre todo en el cartílago. Forma fibrillas finas de 10 a 20 nanómetros, pero en otros microambientes puede formar fibrillas más grandes, indistinguibles morfológicamente del colágeno tipo I. Están constituidas por tres cadenas $\alpha_1(II)$ de un único tipo. Su función principal es la resistencia a la presión intermitente.

El colágeno tipo III abunda en el tejido conjuntivo laxo, en las paredes de los vasos sanguíneos, la dermis de la piel y el estroma¹ de varias glándulas. Está constituido por una clase única de cadena $\alpha_1(III)$. Su función es la de sostén de los órganos expandibles.

El colágeno tipo IV es el colágeno que forma la lámina basal que subyace a los epitelios². Es un colágeno que no se polimeriza en fibrillas, sino que forma un fieltro de moléculas orientadas al azar. Su función principal es la de sostén y filtración.

¹ Estroma: armazón o trama de un tejido, que sirve para sostener entre sus mallas los elementos celulares.

² Epitelio: tejido formado por una o varias capas de células yuxtapuestas que constituyen el recubrimiento interno de las cavidades, órganos huecos, conductos del cuerpo y la piel.

1.6 FASE MINERAL.

La sustancia mineral más abundante en el hueso es el fosfato de calcio hidroxapatita (HA), su estructura cristalina puede describirse como un empaquetamiento hexagonal compacto de átomos de oxígeno con el resto de los elementos ocupando los huecos tetraédricos y octaédricos (figura 1.7).

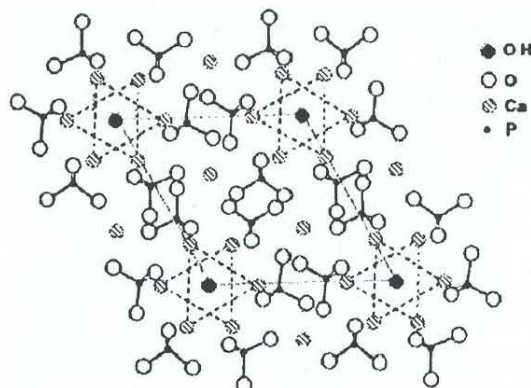


Figura 1.7 Estructura cristalina de la hidroxapatita proyectada sobre el plano 0001 (Sastre et al., 2004).

Este mineral se presenta en cristales de 20-70 [nm] de largo por 3-5 [nm] de espesor, que pueden aparecer en forma de agujas, placas, barras u otras (Figura 1.8). Estos cristales están atrapados entre las fibras de colágeno por lo que la orientación de éstas determina la de los cristales. El eje mayor de los cristales es aproximadamente paralelo al de las fibras con un ligero ángulo. Se distribuyen regularmente en intervalos de 60-70 [nm] y son estabilizados por una sustancia cementante amorfa que se compone de proteínas.

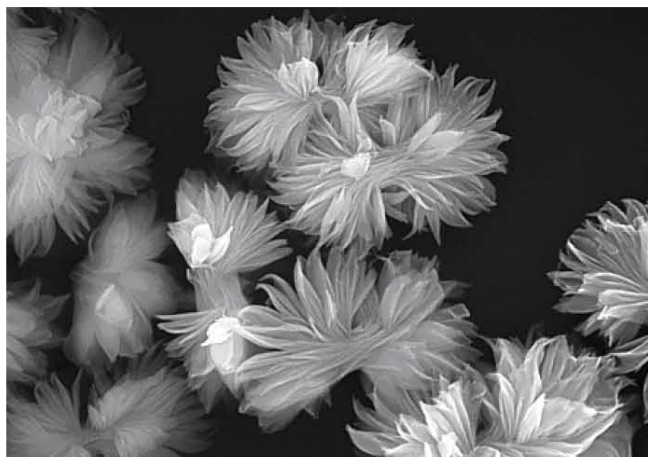


Figura 1.8 Partículas de hidroxapatita con forma de flor (Martins).

Los iones más abundantes son fosfato, calcio, hidroxilo, carbonato y citrato, algunas de estos se incorporan en el borde o en la superficie de los cristales y otras como los iones carbonato que sustituyen a los iones de la molécula principal (HA). En el caso específico del carbono se obtiene carbohidroxiapatita y se trata de una sustitución muy común entre 4 y 6 % de las moléculas (Currey, 2002). La matriz inorgánica o fase mineral tiene como funciones principales servir como reserva de iones y proporcionar al hueso casi toda su rigidez y resistencia.

1.7 NIVELES DE ORGANIZACIÓN DEL HUESO.

Los principales constituyentes del hueso son el colágeno tipo I y la fase mineral. Claramente las propiedades mecánicas del hueso son de alguna forma dependientes de las propiedades de los constituyentes. Esto significa que el hueso se puede considerar como un material compuesto en el cual sus propiedades van a variar según el nivel estructural al que se esté estudiando. Los bloques de construcción básicos (nivel 1) son las fibrillas de colágeno y los cristales en forma de placas extremadamente pequeñas de carbonato de apatita, con sólo decenas de nanómetros de ancho y longitud y unos 2-3 [nm] de espesor. Estas placas están colocadas en forma ordenada dentro del marco de colágeno (nivel 2) formando las fibrillas de colágeno mineralizado. Las fibrillas mineralizadas están ordenadas en arreglos paralelos (nivel 3). Al siguiente nivel jerárquico, estos arreglos de mineral lleno de fibrillas de colágeno están organizados en una estructura tridimensional (nivel 4). En el caso del hueso osteonal, la estructura tridimensional es fácilmente observada en las lámelas del hueso, ya que están organizadas dentro de estructuras cilíndricas llamadas osteones (nivel 5) (Rho, et al., 1998). A la estructura que divide al hueso en cortical y trabecular (nivel 6) y finalmente al hueso completo (nivel 7). A cualquier nivel jerárquico, se presentan distintas propiedades mecánicas por lo que es aceptable considerarlo como un material compuesto.

En la figura 1.9 se observan los distintos niveles jerárquicos del hueso:

Nivel 1: Cristales aislados de hueso humano (lado izquierdo) y fibrillas de colágeno decoloradas del tendón de un pavo (lado derecho), obtenida mediante un microscopio electrónico de transmisión (TEM).

Nivel 2: Microfotografía de una fibrilla de colágeno mineralizado del tendón de un pavo, obtenida mediante un microscopio electrónico de transmisión (TEM).

Nivel 3: Microfotografía de una sección delgada del tendón del pavo mineralizado, obtenida mediante un microscopio electrónico de transmisión (TEM).

Nivel 4: Modelos de la organización de los patrones de fibrillas encontrados en la familia de materiales de hueso.

Nivel 5: Microfotografía de un osteón de hueso humano, obtenida mediante un microscopio electrónico de barrido (SEM).

Nivel 6: Microfotografía de una sección fracturada de un fémur fosilizado de humano.

Nivel 7: Hueso de bovino completo.

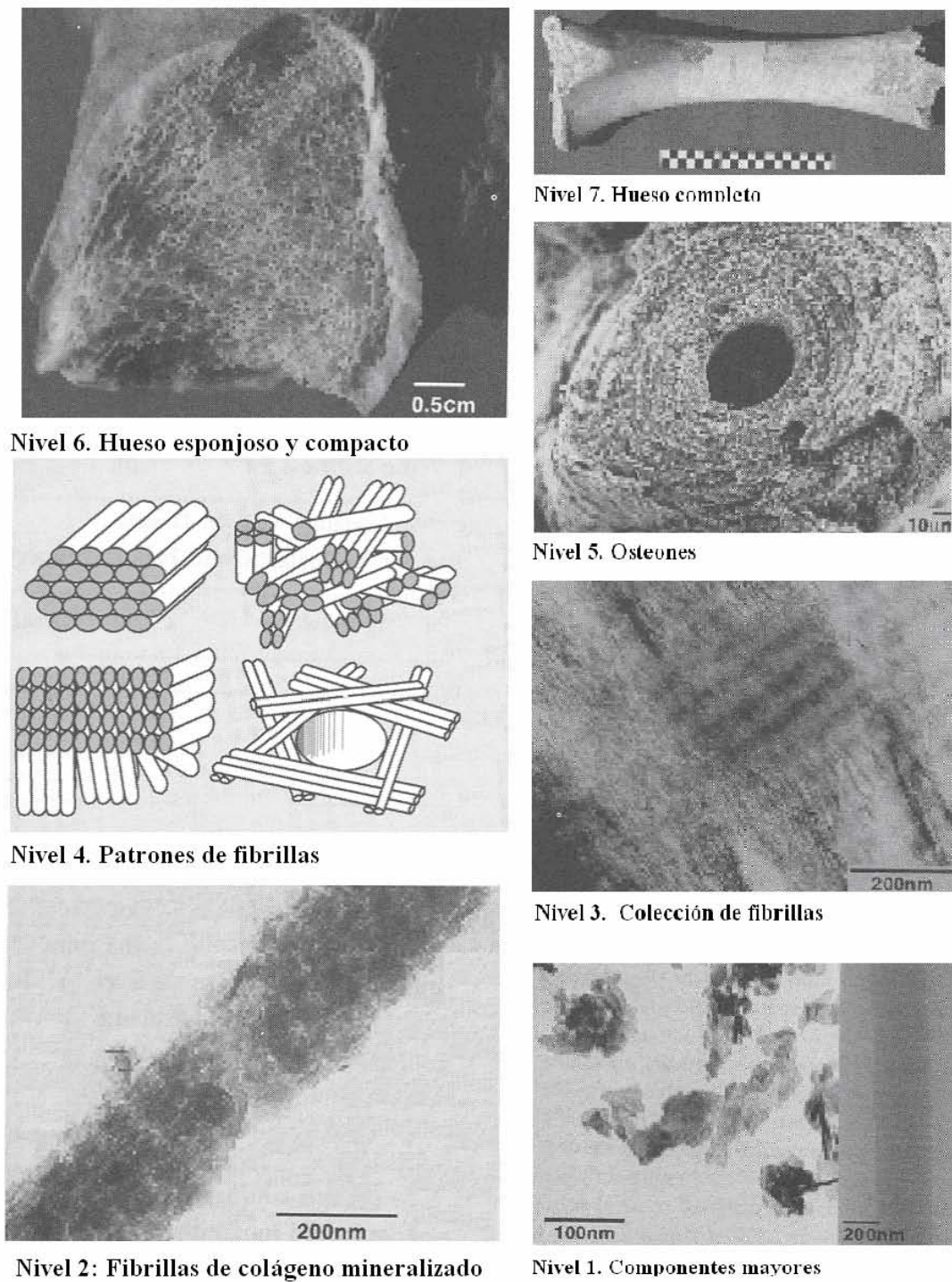
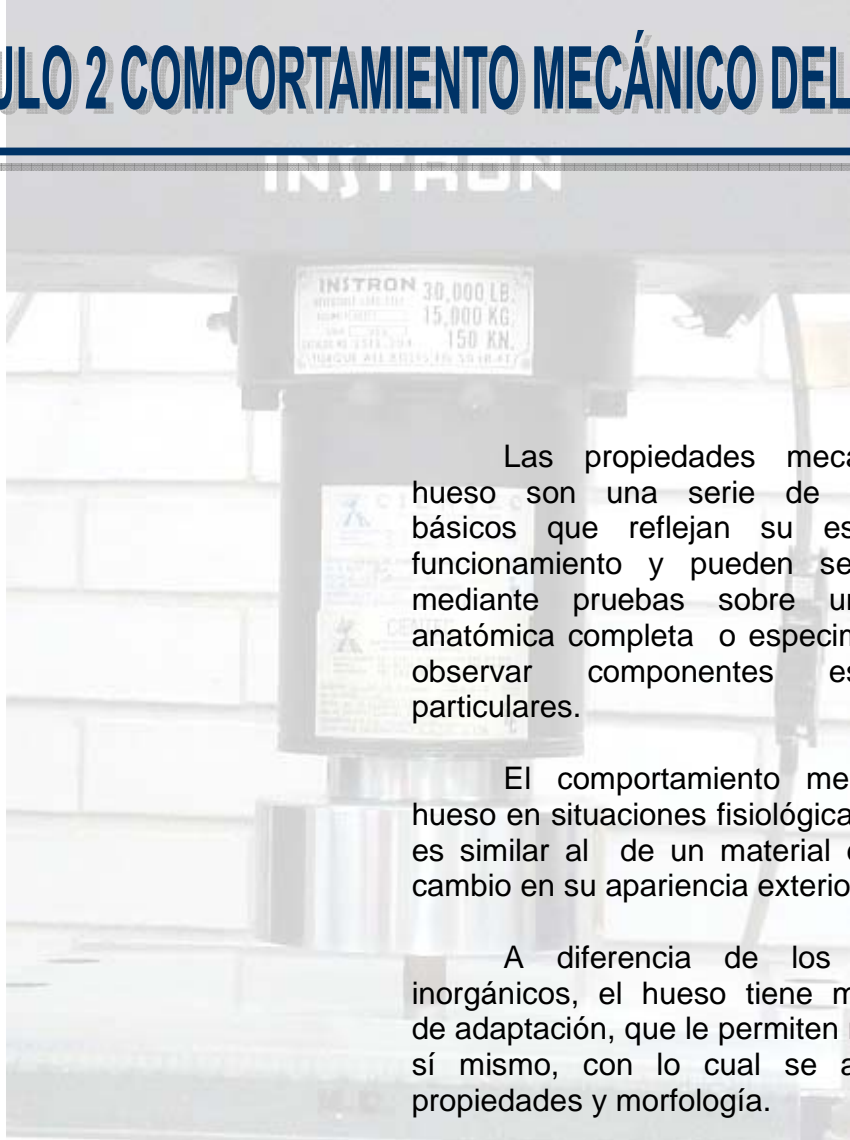


Figura 1.9 Niveles jerárquicos de organización del hueso. (Cowin, 2001)

CAPÍTULO 2 COMPORTAMIENTO MECÁNICO DEL HUESO



Las propiedades mecánicas del hueso son una serie de parámetros básicos que reflejan su estructura y funcionamiento y pueden ser medidos mediante pruebas sobre una unidad anatómica completa o especímenes para observar componentes estructurales particulares.

El comportamiento mecánico del hueso en situaciones fisiológicas normales es similar al de un material elástico sin cambio en su apariencia exterior.

A diferencia de los materiales inorgánicos, el hueso tiene mecanismos de adaptación, que le permiten repararse a sí mismo, con lo cual se alteran sus propiedades y morfología.

Cabe mencionar que si bien hasta ahora se ha hablado del hueso en general, en este momento aparecerá con más frecuencia información acerca del hueso trabecular ya que sobre éste se enfoca el modelo.

2.1 PARÁMETROS DE IMPORTANCIA EN LA CURVA CARGA - DESPLAZAMIENTO.

Si bien los parámetros que a continuación se presentan, son los que normalmente se estudian en esta clase de pruebas, es importante especificar cual es su significado en pruebas realizadas sobre hueso.

La pendiente de la región elástica de la curva carga-desplazamiento representa la rigidez de la estructura, que está íntimamente relacionada con su nivel de mineralización. Además algunas otras propiedades biomecánicas pueden ser observadas, la carga última representa la integridad de la estructura del hueso, es decir que a un valor superior el hueso simplemente se fractura, el trabajo para la falla "U" que es la cantidad de energía necesaria para romperlo, mientras que el desplazamiento último está inversamente relacionado con su fragilidad (Figura 2.1).

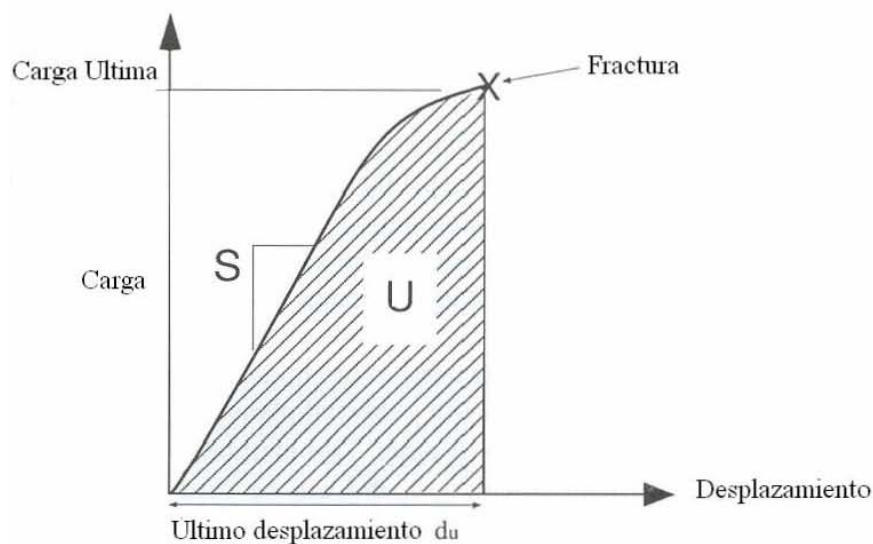


Figura 2.1 Curva carga-desplazamiento, ilustrando los cuatro parámetros biomecánicos para el espécimen de hueso: Carga última, rigidez (S), trabajo de falla (U), desplazamiento último.

2.2 FACTORES QUE INFLUYEN EN LAS PROPIEDADES MECÁNICAS DEL HUESO.

Los factores se pueden dividir en dos: (1) Sistemáticos o factores in vivo, como lo son la edad, sexo, especie, función, composición y hormonas, y (2) factores in Vitro tales como el embalsamado, congelamiento, secado, métodos de esterilización, preparación de muestras y maquinado, debido a que para efecto del modelado no son importantes los factores in Vitro, a continuación únicamente se describen los factores sistemáticos.

Edad: A diferencia de los animales el ser humano sufre del efecto conocido como envejecimiento, ya que los primeros no sobreviven mucho tiempo después de la etapa maternal. En general, con la edad hay un incremento en el contenido mineral del tejido óseo, lo cual aumenta la resistencia y rigidez, pero esto sucede hasta que se llega a la etapa de madurez, que en los seres humanos es a los 35 años, después empieza un decaimiento de las propiedades propiciado por la disminución del contenido mineral (Tabla 2.1).

Tabla 2.1 Datos de especímenes húmedos a temperatura ambiente (Fémur/Tibia) (Burstein et al., 1976).

	Edad [años]						
	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90
Módulo Elástico [GPa]							
Tracción	17/18.9	17.6/27	17.7/28.8	16.6/23.1	17.1/19.9	16.3-19.9	15.6/29.2
Compresión	18.1	18.6/35.3	18.7/30.6	18.2/24.5	15.9/25.1	18/26.7	15.4/25.9
Resistencia Máx. [Mpa]							
Tracción	140/161	136/154	139/170	139/164	129/147	129/145	120/156
Compresión	209	209/213	200/204	192/192	179/183	183/190	180/197
Deformación Máx. [%]							
Tracción	3.4/4	3.2/3.9	3/2.9	2.8/3.1	2.5/2.7	2.5/2.7	2.4/2.3

Los efectos de la edad sobre el hueso esponjoso se reducen principalmente al efecto que se observa en su arquitectura, conectividad y nivel de porosidad, pero cabe mencionar que el hueso cortical adyacente se degrada de una forma similar (Martínez, 2006).

Sexo: En general, no existen diferencias respecto a la resistencia del hueso cortical entre hombres y mujeres. La diferencia es la cantidad de masa, es decir que los hombres cuentan con esqueletos más grandes y pesados pero no necesariamente más densos. Sin embargo, después de la menopausia los huesos femeninos aceleran las velocidades de resorción¹, lo que aumenta su porosidad y produce un material más débil.

Especies: Las propiedades del hueso de los mamíferos difieren de forma considerable en valores absolutos. Por ejemplo el módulo de elasticidad de un fémur de humano es 17.6 [GPa], mientras que el de un caballo es 25.5 [GPa] y el de un cerdo 14.9 [GPa].

Composición: El contenido mineral en el tejido óseo varía con la especie, edad, función mecánica del hueso, salud, etc. Todos estos factores son interdependientes. El nivel de masa mineral va desde el 40 al 70% de la masa total del hueso, aun que en algunos casos extremos se puede alcanzar hasta un 80%.

Para valores elevados de mineralización se tienen mayores constantes elásticas pero reducidas energías de fractura e inversamente para bajos valores de mineralización se asocian elevados valores de energía de fractura y bajos módulos de elasticidad.

La reducida energía absorbida antes de la fractura para el caso de una elevada mineralización puede ser causada por la falla de varios mecanismos para frenar el crecimiento de grietas, y se presenta cuando la cohesión entre los distintos bloques de hueso es baja (fibrillas mineralizadas de hueso, lámelas, osteones, etc.), ya que cuando el contenido mineral es alto y existe la presencia de una grieta, ésta encuentra a su paso un material prácticamente homogéneo (una sola fase), por lo que tenderá a propagarse y a causar una falla rápida.

Función: Un ejemplo que demuestra que las propiedades mecánicas difieren de acuerdo a las funciones que realizan, se observa entre el fémur de bovino y la cornamenta de un ciervo. El primero es rígido y relativamente resistente y el segundo es relativamente menos rígido pero mucho más tenaz ya que está normalmente sometido a altos impactos.

¹ Resorción: Parte de la remodelación ósea que consiste en la destrucción del hueso viejo o dañado.

Los niveles de actividad de la vida diaria tienen un efecto sobre la masa del tejido óseo. La masa de un hueso está determinado por el equilibrio entre dos procesos de remodelación: la resorción y la deposición de las superficies del periósteeo y el endósteeo. El aumento de la carga lleva a un aumento en la cantidad de masa mientras que una disminución de la carga da como resultado que la masa disminuya (Currey, 1984).

Hormonas: El cese de producción de estrógenos en la mujer ya sea de modo natural o por medios quirúrgicos, afecta significativamente el metabolismo del hueso reduciendo la masa del mismo y afectando su calidad.

Durante el embarazo y la lactancia, la homeostasis de calcio se altera para satisfacer las necesidades del feto y al mismo tiempo previene una pérdida de hueso que pueda ser peligrosa para la madre.

2.3 COMPORTAMIENTO MECÁNICO DEL HUESO ESPONJOSO.

El hueso esponjoso tiene una estructura celular: está compuesto de una red conectada de barras y placas. Debido a esto, su comportamiento mecánico es similar a los materiales celulares como las espumas poliméricas.

La curva esfuerzo-deformación para sólidos celulares en compresión está caracterizada por tres regímenes (Figura 2.2): Régimen elástico lineal, correspondiente a la flexión de los bordes o la deformación de las paredes; el esfuerzo meseta (plateau), correspondiente al colapso progresivo de la celda por pandeo elástico, cedencia plástica o fractura frágil, dependiendo de la naturaleza del sólido del que está hecho el material; y la densificación, correspondiente al colapso de las celdas a través del material y de la carga subsecuente de los bordes y de las caras de las celdas, unas sobre otras.

Muchos materiales celulares tienen bajas densidades relativas (10 – 20% aprox.) de tal forma que puedan ser sometidos a grandes deformaciones (70-80%) antes de que ocurra la densificación. En tensión la respuesta lineal elástica es la misma por lo menos a bajas deformaciones. Cuando la deformación aumenta, las celdas tienden a orientarse en la dirección de las cargas, aumentando la rigidez del material hasta que ocurra el esfuerzo de falla del material.

A bajas deformaciones el comportamiento es lineal elástico. En celdas con estructura asimétrica, las barras o las placas se intersectan unas con otras en sus puntos medios, causando flexión elástica en las paredes de las celdas. En celdas con estructura columnar, las barras y las placas se apilan unas sobre otras, y la deformación en dirección longitudinal es por compresión axial de las paredes de las celdas. En la dirección transversal, las celdas no están alineadas y la deformación se da por pandeo al igual que en las celdas asimétricas (Gibson, 1985).

Si las barras o las placas tienen una elevada relación entre longitud y espesor, la falla se da por flexión elástica, tanto en especímenes húmedos como secos. Pero a bajas relaciones los especímenes húmedos sufren microgrietas mientras que los secos fracturan de forma frágil.

La segunda etapa continúa a un esfuerzo constante hasta que las paredes de las celdas se encuentran unas con otras. Una vez que esto pasa la resistencia a la carga aumenta, en la última pendiente creciente de la curva.

En la Figura 2.2 se observan las tres etapas que describen el comportamiento mecánico del hueso esponjoso, donde cada una de las curvas pertenece a una distinta densidad relativa y donde a un valor mayor de ésta se tiene una mayor resistencia mecánica.

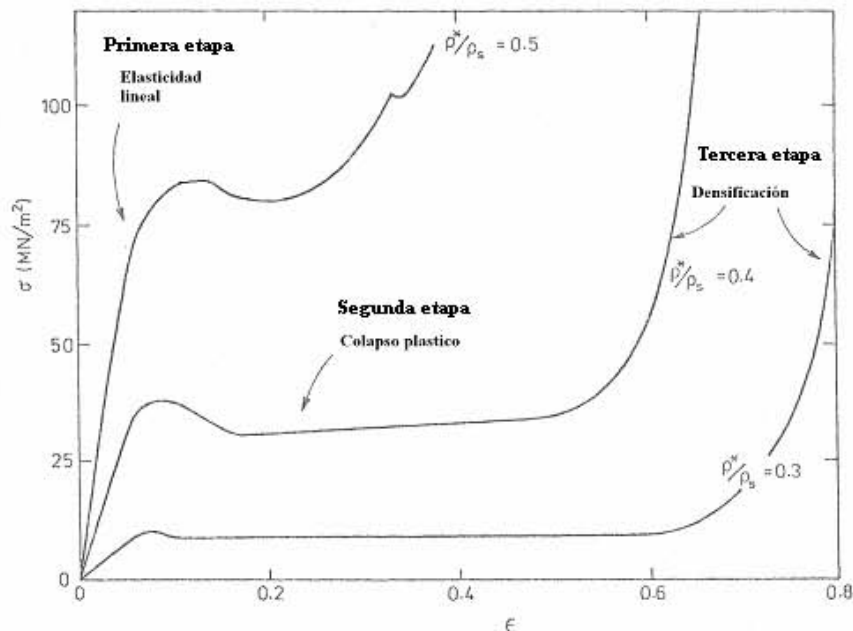


Fig. 2.2 Curvas características de hueso esponjoso (Gibson, 2004).

El comportamiento mecánico de los materiales celulares depende de tres parámetros, el tipo de estructura que forman las celdas, la fracción volumétrica de sólido o la densidad relativa y las propiedades del material de la pared de la celda.

El hueso esponjoso es altamente poroso, tiene una estructura interna de trabéculas, que están compuestas de cristales de hidroxapatita dentro de una matriz de fibras de colágeno. Las propiedades mecánicas de la matriz del hueso son las que influyen primariamente en el comportamiento mecánico.

La estructura trabecular (arquitectura) del hueso esponjoso es el segundo factor en importancia para las propiedades. La estructura puede tener distintas formas.

En todos los casos sin embargo el espesor promedio de las trabéculas o las placas es mas o menos el mismo (150 a 200 μm). En algunas de estas estructuras las trabéculas tienen orientaciones preferenciales, en otras esa orientación es difícil de distinguir. La presencia de la orientación preferencial es de importancia particular de la anisotropía mecánica del hueso esponjoso (Mullender, et al., 1996).

2.4 PROPIEDADES DEL HUESO ESPONJOSO.

El hueso esponjoso se encuentra principalmente cerca de las terminales de los huesos largos y en los cuerpos vertebrales. En los huesos largos, distribuye las cargas mecánicas desde las superficies articulares hasta el hueso cortical, mientras que en las vértebras es el constituyente principal que absorbe la carga.

Las fracturas del hueso bajo condiciones como la osteoporosis generalmente ocurren en las regiones de hueso esponjoso. Las enfermedades en el esqueleto, como la osteoartritis¹, pueden estar relacionadas con las propiedades mecánicas del hueso subcondrial, por lo tanto la calidad mecánica del mismo es un parámetro importante de la integridad y riesgo de fractura en el hueso.

Aunque la resistencia del hueso esponjoso es el parámetro mas relevante para el riesgo de fractura, las propiedades elásticas determinan el comportamiento mecánico durante las actividades de la vida diaria. Durante tales actividades, las deformaciones en el hueso generalmente no exceden las 3000 $\mu\epsilon$, y los experimentos han demostrado que su comportamiento constitutivo puede ser considerado dentro del rango lineal.

Las propiedades elásticas permiten observar como las cargas aplicadas desde las uniones del hueso subcondrial se distribuyen a lo largo del hueso, así mismo su efecto sobre el riesgo de fractura, ya que determinan las condiciones de carga locales en las regiones de inicio de falla del hueso esponjoso. Finalmente también están correlacionadas con la resistencia, por lo que los valores pueden ser utilizados para estimar el riesgo de fractura.

El hecho de querer determinar las propiedades mecánicas del hueso dentro del proyecto, es debido a la dispersión de resultados que se presentan en la literatura, ya que los rangos reportados son muy amplios y por lo tanto no se tiene la certeza de cual es el correcto (Tabla 2.2).

¹ Osteoartritis: Enfermedad de las articulaciones que afecta primordialmente al cartílago, donde su superficie se rompe y se desgasta causando que los huesos se muevan uno contra el otro, causando fricción, dolor, hinchazón y pérdida de movimiento en la articulación. Con el pasar del tiempo, la articulación pierde su forma normal.

Tabla 2.2 Módulos de Young para hueso trabecular (Gibson y Ashby, 1997).

Referencias	Tipo de hueso	E [Gpa]
Pruebas mecánicas		
Ryan y Williams (1989)	B F	0.76
Kuhn et al. (1987)	H T	3.17
	H cortical	3.8
Choi et al. (1990)	H PT	4.59
	H cortical	5.44
Townsend et al. (1975)	H PT	11.4 (seco)
		14.1 (húmedo)
Runkle y Pugh (1975)	H DF	8.69 (seco)
Pruebas de ultrasonido		
Ashman y Rho (1988)	B F	10.9
	H F	13
Análisis por elemento finito		
Puga et al. (1973)	H DF	$E < E_{compacto}$
Williams y Lewis (1982)	H PT	1.3
Mente y Lewis (1987)	H F	5.3 (seco)
Rietbergen et al. (1995)	H PT	2.23-10.1

B = bovino, H = Humano, F = Fémur, T = Tibia, P = Proximal, D = Distal.

Aquí representan algunos datos que complementan las propiedades del hueso:

Densidad de hueso humano 1800-2000 [kg/m³] y de bovino 2060 [kg/m³].

Módulo de Young de hueso humano en la dirección longitudinal 17, radial y tangencial 11.5 [GPa] y en bovino en la dirección longitudinal 22.6, radial y tangencial 10.2 [GPa].

Módulo cortante de hueso en la dirección longitudinal-radial y longitudinal-tangencial para hueso humano 3.3 y para bovino 3.6 [GPa].

Coefficiente de Poisson L-T y T-R para humano 0.41 y L-R y L-T para bovino .36 (Gibson y Ashby, 1997).

2.5 DETERMINACIÓN DE LA RELACIÓN ENTRE ESTRUCTURA Y PROPIEDADES.

Las relaciones teóricas entre los aspectos estructurales de construcciones y sus propiedades elásticas pueden ser derivadas únicamente para las construcciones más simples. Sin embargo en algunos casos es posible idealizar la arquitectura trabecular en una región de hueso esponjoso como una estructura repetitiva construida de celdas unitarias relativamente simples. Estos modelos idealizados han sido utilizados para derivar las bases teóricas de la relación entre las propiedades mecánicas y la fracción volumétrica. Pero tienen la desventaja de no representar la arquitectura trabecular.

La mayoría de los estudios que se encargan de encontrar las relaciones entre las constantes elásticas y los parámetros estructurales son de una naturaleza empírica. El protocolo utilizado es prácticamente el mismo: los parámetros estructurales y mecánicos son medidos para un gran número de especímenes de hueso esponjoso y un modelo estadístico se usa para correlacionar los resultados. Muchos investigadores han encontrado fuertes correlaciones entre las constantes elásticas y los parámetros estructurales, la forma precisa de tales relaciones se mantienen controversiales, debido al insuficiente conocimiento de las causas responsables de las diferencias observadas.

Se han realizado pruebas mecánicas para determinar las propiedades elásticas del hueso, mientras que los parámetros estructurales se miden en secciones en dos dimensiones o en la superficie de los especímenes.

Los resultados de estos estudios son inevitablemente afectados por las inexactitudes en las mediciones de los parámetros experimentales durante las pruebas, pero primordialmente en la heterogeneidad natural entre los especímenes, ya que las múltiples variables que afectan el comportamiento mecánico se traducen en muestras de hueso con propiedades mecánicas distintas. Este conjunto de efectos explica por que las relaciones encontradas en un estudio difieren de otros.

2.6 RELACIÓN ENTRE LAS PROPIEDADES ELÁSTICAS Y LA DENSIDAD ESTRUCTURAL.

La medición de la densidad se determina mediante el principio de Arquímedes:

$$\rho_{\text{Hueso}} = \rho_{\text{Fluido}} \frac{W}{W-S} \quad (2.1)$$

Donde W es el peso seco y S el peso sumergido, pero para esta clase de medición se debe remover por completo la médula y como esto no es del todo posible, da lugar a errores en la medición.

Otra medición de densidad comúnmente utilizada es la de la densidad aparente. Ésta es calculada obteniendo la densidad del hueso pesándolo y dividiéndolo entre su volumen con todo y poros y midiendo su porosidad utilizando técnicas histomorfométricas.

$$P = [1 - (\rho_{\text{Aparente}} / \rho_{\text{Hueso}})] \quad (2.2)$$

Donde P es la porosidad.

En un estudio muy citado de (Carter y Hayes, 1977), encontraron una relación cúbica entre el módulo y la densidad estructural para un grupo de huesos humanos y de bovino, con especímenes de cortical y esponjoso.

Estudios posteriores han indicado que una relación cuadrática puede ajustarse mejor al hueso trabecular humano. En una revisión (Rice et al., 1988) combinaron los resultados de distintos estudios y encontraron que una relación cúbica explica el 74% de la varianza en el módulo axial, mientras que un modelo cuadrático explica el 78%. Por lo que se puede concluir que no existe una diferencia clara para determinar a que modelo se ajustan mejor los datos. Estudios más recientes no limitan sus resultados a un modelo cuadrático ó cúbico sino que se ajustan a una forma mas general: $E = ap^p$. Los resultados de estos estudios han indicado que la potencia p entre el módulo longitudinal y la densidad estructural es cercana a 2, pero también valores superiores a éste ($p= 2.6$) en estudios que incluyen especímenes con un amplio rango de densidades y sitios. Se han encontrado coeficientes de correlación entre el hueso esponjoso y la densidad muy elevados, por ejemplo (Hodgkinson y Currey, 1992) determinaron la relación para 24 especímenes de hueso esponjoso humano con un amplio rango de densidades aparentes, y encontraron una relación que puede explicar el 94% de la variación en el módulo de Young:

$$E = 0.003715 \rho^{1.96} \quad (2.3)$$

Donde la densidad está en $[\text{kg}/\text{m}^3]$.

En todos los estudios mencionados antes, se han utilizado pruebas experimentales para medir el módulo elástico del hueso.

En la Figura 2.3 se pueden observar los resultados mencionados anteriormente en una gráfica comparativa donde en las abscisas se muestra la densidad estructural, mientras que en las ordenadas se tiene el módulo de elasticidad.

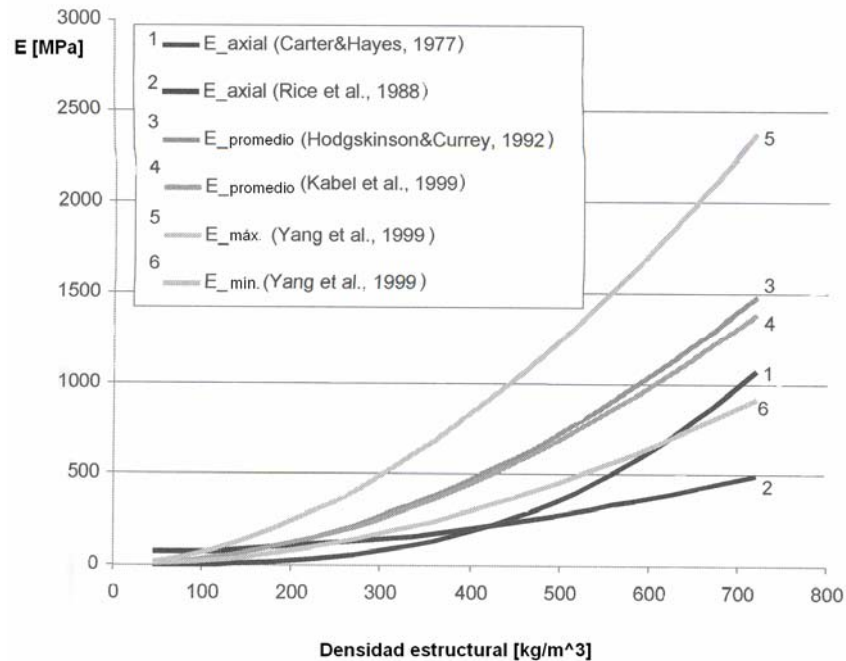


Figura 2.3 Diferentes modelos publicados en la literatura de la dependencia del módulo de Young con la densidad hueso esponjoso.

Recientemente (Yang et al., 1999) determinaron el tensor de rigidez promedio para 141 especímenes, en términos de la fracción volumétrica V_v , que se define como:

$$V_v (\text{hueso}) = \frac{\text{Volumen del hueso trabecular}}{\text{Volumen de hueso trabecular} + \text{Volumen del espacio con médula}} \quad (2.4)$$

Con lo que las constantes elásticas ortotrópicas obtenidas son:

$$E_{11} = E (1240 V_v^{1.8}), \quad E_{22} = E (885 V_v^{1.89}), \quad E_{33} = E (529 V_v^{1.92}), \quad (R^2 = 0.924)$$

$$G_{23} = E (533.3 V_v^{2.04}), \quad G_{13} = E (633.3 V_v^{1.97}), \quad G_{12} = E (972.6 V_v^{1.98}), \quad (R^2 = 0.884)$$

$$\nu_{23} = E (0.256 V_v^{-0.086}), \quad \nu_{13} = E (0.316 V_v^{-0.191}), \quad \nu_{12} = E (0.176 V_v^{-0.248}), \quad (R^2 = 0.755)$$

2.7 DEPENDENCIA DE LAS CONSTANTES ELÁSTICAS SOBRE LAS PROPIEDADES DEL TEJIDO.

De la observación de la microarquitectura del tejido del hueso esponjoso, parece improbable considerar al hueso como un material isotrópico; las fibras de colágeno son altamente orientadas a lo largo de la dirección longitudinal trabecular. Esto aparenta mas tener un comportamiento transversalmente isotrópico. Sin embargo la mayoría de las trabéculas, son cargadas a compresión o a flexión, donde para estos modos de carga, únicamente el módulo de Young longitudinal tiene importancia. Consecuentemente el tejido de material anisotrópico puede ser bien representado como un material isotrópico, con un módulo efectivo isotrópico que represente la rigidez longitudinal del tejido.

El valor para este Módulo de Young efectivo puede ser obtenido comparando los resultados de análisis por elemento finito y pruebas experimentales para el mismo espécimen. El módulo del tejido isotrópico escogido en los análisis en elemento finito determina los valores absolutos de las constantes elásticas del hueso esponjoso.

Para especificar un módulo de Young inicial $E_{inicial}$ para los análisis, el factor de escala k puede ser determinado para aproximar los resultados del modelo con los experimentales. Por lo que el módulo de Young del tejido es calculado

$$E_{Tejido} = k E_{inicial} \quad (2.5)$$

Los valores encontrados para el módulo de Young del tejido cuando se utiliza esta clase de aproximación están generalmente en el rango de 4 a 8 GPa (van Rietbergen et al., 1995), pero también se han reportado valores mas elevados de hasta 14.6 GPa (van Rietbergen et al., 1997).

En estudios actuales se han medido las propiedades elásticas y la resistencia utilizando pruebas estándar ingenieriles como pruebas de tracción, pruebas de flexión en tres o cuatro puntos, etc. Los valores encontrados en estas, son módulos que van de 0.76 a 10 GPa, de 3.2 a 5.4 GPa en pruebas de flexión en tres o cuatro puntos (Cowin, 2001).

El principal problema al utilizar pruebas estándares de ingeniería es el tamaño tan pequeño de las trabéculas (espesores de 100 a 200 μm ; longitudes de 1 a 2 mm), lo que resulta en errores en las mediciones de los desplazamientos y en consecuencia en el cálculo del módulo. Otro problema es la forma irregular de las trabéculas, ya que las pruebas estándar requieren de una forma determinada, y para el caso donde se maquinan los especimenes no se tiene bien determinado cual es el efecto del maquinado en la rigidez del material. Otros métodos ingenieriles como mediciones por ultrasonido, obtienen módulos entre 11 y 15 GPa, mientras que por nanoidentación se han medido módulos entre 15 y 20 GPa (Cowin, 2001).

Basado en la gran cantidad de resultados obtenidos de los estudios anteriores, se ha cuestionado si se pueden definir del todo las propiedades del hueso trabecular. El tejido del hueso es una estructura a distintos niveles de organización y consecuentemente con distintas propiedades, por lo que dependiendo de la prueba se están midiendo distintas propiedades.

La relación de Poisson no puede ser determinada simplemente escalando los resultados por elemento finito con los resultados experimentales, ya que las propiedades del tejido isotrópico son una función no lineal de la relación de Poisson, por lo que no existe un factor de escala. Sin embargo mediante distintos análisis por elemento finito se ha demostrado que la variación de la relación de Poisson del tejido del hueso tiene un efecto mínimo en el comportamiento de los modelos (Ladd y Kinney, 1998) consecuentemente la mayoría de los estudios han utilizado el razonable valor de 0.3 para las propiedades del tejido.

2.8 PROPIEDADES UNIAXIALES: HETEROGENEIDAD Y ANISOTROPÍA.

Dado que la fracción volumétrica y la arquitectura dependen del sitio anatómico, especie, edad y patologías como la osteoporosis, existe una tremenda variación en los esfuerzos de falla en el hueso trabecular. Valores promedios por sitio del cuerpo humano pueden ir desde 2 MPa en el cuerpo vertebral hasta por arriba de 7 MPa en el fémur distal (Tabla 2.3).

Tabla 2.3 Valores promedio de la densidad aparente, Módulo elástico y propiedades últimas a compresión para especímenes de hueso trabecular humano tomadas de distintos sitios anatómicos (Cowin, 2001).

Estudio	No. Cadáveres	Edades	No. Muestras	Densidad [g/cm ³]	Esfuerzo último [Mpa]	Módulo de elasticidad [Mpa]	Def. max. [%]
Tibia proximal	9	59-82	121	0.29	5.33	445	2.02
Fémur	4	25-82	49		6.76	441	
	10	58-83	299	0.5	7.36	389	
Espina lúmbar	42	15-87	40	0.24	2.45	67	7.4
	11	32-65	22	0.17	2.23	291	1.45

Otros sitios como la tibia proximal cuando la carga es aplicada en la dirección, en la que están orientadas las trabéculas, pueden tener resistencias promedio de 23 Mpa (Keaveny, et al., 1994).

Considerando el efecto de la edad (Figura 2.4), el esfuerzo último se reduce en un 7% por década para el fémur humano proximal para edades de 20 a 100 años, debido a la disminución de la fracción volumétrica, y casi 11% por década para hueso vertebral en un rango de edades similares. Los efectos de la edad, particularmente los cambios en la resistencia en la dirección transversal de carga, se acentúan en las mujeres de alrededor de 50 años, debido presumiblemente a los cambios hormonales asociados a la menopausia (Mosekilde, 1989). Para la tibia proximal humana, la más alta resistencia se ha encontrado en especímenes de entre 40 y 50 años, de forma similar ocurre para la columna donde se presenta entre los 30 y los 40 años (Mosekilde y Mosekilde, 1986).

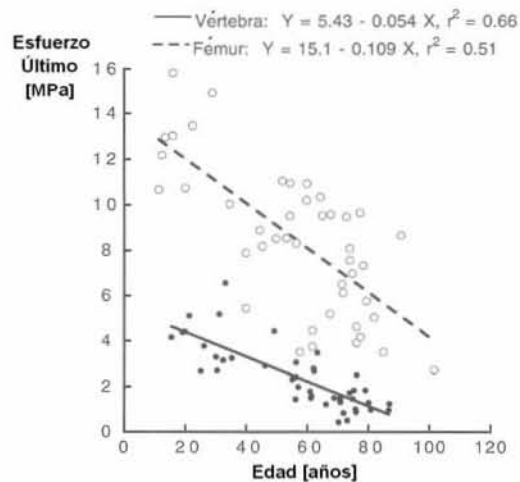


Figura 2.4 Dependencia de la resistencia a la compresión con la edad (Mosekilde y Mosekilde, 1986).

La anisotropía del hueso esponjoso medida en pruebas mecánicas es el resultado de la estructura trabecular y de la anisotropía de la matriz del hueso trabecular. Si la anisotropía del tejido del hueso juega un rol importante para la anisotropía del hueso esponjoso a un nivel evidente, entonces el comportamiento del hueso esponjoso no puede ser predicho de las mediciones de la arquitectura únicamente.

Dado que el hueso trabecular es anisotrópico, la resistencia solo depende de la orientación del espécimen con respecto a las cargas. De forma interesante, esta dependencia puede cambiar con la edad, reflejando cambios en la densidad y en la arquitectura.

Los cambios relacionados con la edad del hueso trabecular han sido estudiados por Mosekilde (1989), donde se proponen ecuaciones lineales que describen el cambio que van sufriendo las trabéculas con la edad.

ECUACIONES

Machos (Mosekilde, 1989):

$$\begin{aligned} t_h &= -1.20 \text{ EDAD} + 205.2 (\mu\text{m}), & r &= -0.72, \\ t_v &= -0.494 \text{ EDAD} + 239.7 (\mu\text{m}), & r &= -0.28, \\ d_h &= 10.39 \text{ EDAD} + 411.7 (\mu\text{m}), & r &= 0.65, \\ d_v &= 7.49 \text{ EDAD} + 402.4 (\mu\text{m}), & r &= 0.72, \end{aligned} \quad (2.6)$$

Hembras (Mosekilde, 1989):

$$\begin{aligned} t_h &= -0.80 \text{ EDAD} + 171.9 (\mu\text{m}), & r &= -0.67, \\ t_v &= -0.057 \text{ EDAD} + 196.2 (\mu\text{m}), & r &= -0.035, \\ d_h &= 16.01 \text{ EDAD} + 161.4 (\mu\text{m}), & r &= 0.72, \\ d_v &= 8.89 \text{ EDAD} + 332.9 (\mu\text{m}), & r &= 0.66, \end{aligned} \quad (2.7)$$

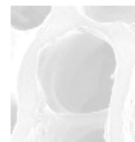
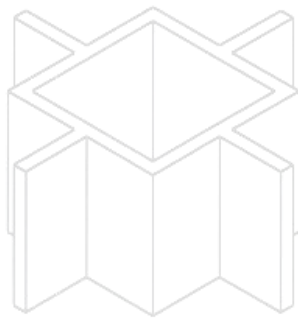
Para ambos (Mosekilde, 1988):

$$\begin{aligned} t_h &= -1.03 \text{ EDAD} + 189.0 (\mu\text{m}), & r &= -0.71, \\ t_v &= 0.14 \text{ EDAD} + 208.0 (\mu\text{m}), & r &= -0.06, \\ d_h &= 13.74 \text{ EDAD} + 288.0 (\mu\text{m}), & r &= 0.79, \\ d_v &= 6.74 \text{ EDAD} + 456.0 (\mu\text{m}), & r &= 0.75, \end{aligned} \quad (2.8)$$

Donde t_h es el espesor de las trabéculas horizontales, t_v el espesor de las trabéculas verticales, d_h distancia entre las trabéculas horizontales y d_v distancia entre las trabéculas verticales.

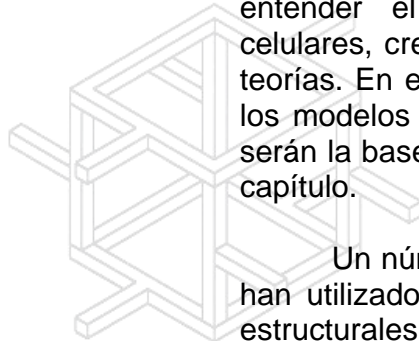
Con todos estos datos, es claro que los esfuerzos de fluencia y último del hueso trabecular varían considerablemente con el sitio anatómico y la edad. Esto se ve reflejado en la fracción volumétrica, la arquitectura-dirección de la carga. Por lo tanto al hueso se le puede considerar heterogéneo y anisotrópico.

CAPÍTULO 3 MODELOS DEL HUESO



a)

A lo largo de los años se ha intentado entender el comportamiento de los sólidos celulares, creando modelos basados en distintas teorías. En este capítulo se hará un resumen de los modelos enfocados al hueso trabecular, que serán la base para el planteamiento del siguiente capítulo.



b)

Un número considerable de investigadores han utilizado modelos en elemento finito microestructurales para el cálculo de la rigidez del hueso y el estado de esfuerzos para un gran número de especímenes (Van Rietbergen et al., 1995; Ladd et al., 1998; Kabel et al., 1999). Por ejemplo utilizando reconstrucciones seriales y técnicas computacionales más eficientes, Van Rietbergen et al. (1995) han desarrollado mediante un análisis tridimensional en elemento finito, un cubo de hueso trabecular de 5mm para calcular las propiedades del mismo.

3.1 MICROMECAÁNICA.

La mecánica del continuo trabaja con materiales idealizados, ya que asume que la distribución de esfuerzos y deformaciones dentro de un elemento del material pueden considerarse como uniformes.

Sin embargo, en microescala los alrededores infinitesimales no son uniformes conteniendo varios constituyentes con diferentes propiedades y formas. Por lo tanto los campos de esfuerzos y deformaciones no son uniformes.

Uno de los principales objetivos de la micromecánica es la de expresar en una forma rigurosa y sistemática las cantidades continuas asociadas con una zona infinitesimal del material en términos de los parámetros que caracterizan la microestructura de éste.

Partiendo de lo anterior, el objetivo del presente trabajo es representar mediante un modelo micromecánico en elemento finito, las propiedades del hueso esponjoso, intentando que se ajuste a lo que se observa microestructuralmente.

3.2 ELEMENTO DE VOLUMEN REPRESENTATIVO (RVE).

Es un concepto reportado por Nemat-Nasser y Muneo Hori en 1998, donde consideran al RVE para un punto de masa continua, como un volumen del material que es estáticamente representativo de los alrededores infinitesimales en ese punto. Al punto del material continuo se le llama macro-elemento, mientras que los microconstituyentes correspondientes del RVE son llamados microelementos. Un RVE debe incluir un gran número de microelementos de tal forma que sean representativos de las propiedades del continuo.

La figura 3.1a muestra un continuo e identifica un punto P en el material rodeado por un elemento infinitesimal del material. Cuando el elemento es magnificado se observa como la figura 3.1b, donde se muestra su microestructura (Límites de grano, cavidades, inclusiones, grietas, etc.).

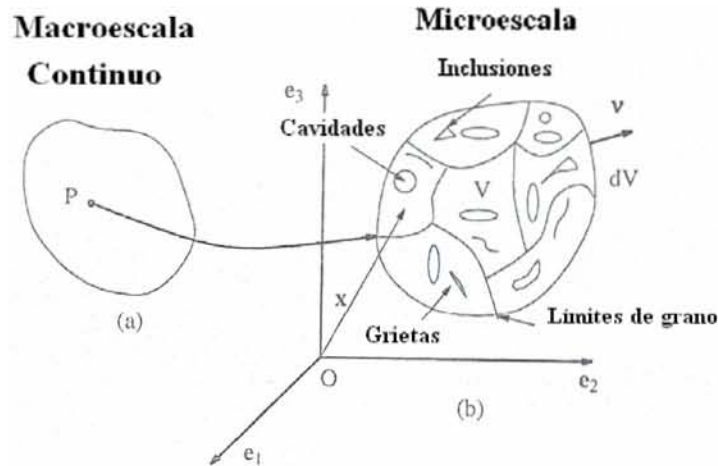


Figura 3.1a) P es un punto material o un macro-elemento, b) Posible microestructura de un RVE para los alrededores de P (Nemat-Nasser y Hori M., 1990).

Cabe hacer notar que las dimensiones absolutas de los microconstituyentes pueden ser grandes o pequeñas, dependiendo del tamaño de la masa del continuo y de los objetivos del análisis. Otra cuestión a analizar es ¿que se puede considerar como un microconstituyente esencial?, esto es un concepto relativo, dependiendo del problema y del objetivo que se persigue en particular. Es por esto que una de las decisiones más importantes en un análisis de esta clase es la definición del RVE.

En la micromecánica el concepto de un RVE es usado para estimar las propiedades del continuo en un punto del material, en términos de la microestructura y los microconstituyentes. Las propiedades generalmente se expresan como relaciones constitutivas, que son utilizadas en el balance de ecuaciones para calcular la respuesta del continuo a las sollicitaciones a las que está sometido. El balance de ecuaciones incluye: conservación de masa, las de momento lineal y angular y la de energía.

Ya que la microestructura del material va cambiando durante la deformación, las propiedades del RVE también se verán afectadas, de ahí que sea necesaria una formulación incremental como en el caso del hueso esponjoso debido al pandeo de las trabéculas. Sin embargo para ciertos problemas elásticos esto no es necesario y una formulación en términos de esfuerzos y deformaciones totales es suficiente.

El módulo elástico global y los tensores están establecidos para un macro-elemento representado por un RVE que consiste de componentes con microcavidades y/o microgrietas. Para una microestructura fija, el incremento del esfuerzo promedio, $\delta\sigma$, se relaciona linealmente con el correspondiente incremento en la deformación promedio, $\delta\epsilon$, mediante la relación $\delta\sigma = C : \delta\epsilon$.

En muchos problemas el material posee una microestructura periódica lo que lleva a un modelado totalmente distinto al utilizado cuando se tiene un RVE, desde luego no existe en la realidad un material que presente una distribución perfectamente regular, pero en algunos casos se puede suponer que el material en estudio la tiene y con esto obtener resultados útiles sobre distintas propiedades globales, pero hay que tener cuidado ya que si el material con el que se trabaja presenta una irregularidad significativa en su estructura, los resultados se van a alejar mucho de la realidad.

Por definición el sólido con una estructura periódica consiste de una colección infinita de celdas unitarias, satisfaciendo la continuidad de desplazamientos y tracciones a lo largo de los límites de la celda.

Considerando un modelo extendido infinitamente, lineal, elástico con heterogeneidades variando periódicamente. Los tensores van a ser funciones periódicas de la posición. Para una carga arbitraria, los campos de desplazamiento, deformación y esfuerzos no serán en general periódicos.

3.3 MODELOS DE CELDA UNITARIA DE HUESO ESPONJOSO.

Se tienen ejemplos de materiales naturales con celdas en forma de panal dentro de los cuales están la madera y el corcho, mientras que con celdas poliédricas se incluyen el centro del tallo de las plantas y el hueso trabecular. Los ingenieros diseñan biomateriales con estructura celular para reemplazar o regenerar partes del cuerpo. Un ejemplo son las espumas de titanio que están siendo consideradas como materiales sustitutos para hueso trabecular.

La respuesta mecánica de los sólidos celulares ha sido modelada mediante la representación de la estructura celular en distintas formas. Los modelos iniciales desarrollados para análisis estructural de una celda unitaria como un hexágono en dos dimensiones y un dodecaedro (poliedro 12 caras) o tetracaidecaedro (poliedro de 14 caras) en 3 dimensiones.

La geometría de la celda unitaria hace el análisis manejable pero no da una representación exacta del material real. Una segunda opción más simple es usar análisis dimensional para modelar los mecanismos de deformación y falla observada en el material celular sin especificar la geometría de la celda. Esta aproximación asume que la geometría de la celda es similar en esponjas de distintas densidades relativas.

Una tercera aproximación consiste en el uso de un análisis de elemento finito tanto para estructuras regulares como aleatorias. El análisis permite estudiar efectos locales como imperfecciones. También puede ser usado en conjunción con técnicas visuales como tomografías para modelar la geometría exacta de una muestra en particular.

La primera idealización considerando una celda unitaria, fue suponer un bloque dividido en arreglos tridimensionales de elementos cúbicos uno sólido y uno hueco.

Beaupré y Hayes (1985) suponen una estructura cúbica conteniendo una cavidad esférica, donde el diámetro es mayor que la longitud de la celda, por lo que los huecos se encuentran interconectados y dependiendo del diámetro el material que queda en la estructura toma la forma de barras o de placas perforadas.

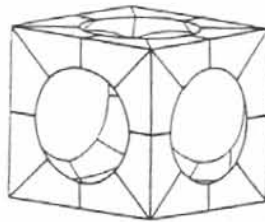


Figura 3.2 Celda unitaria básica que sirve para la construcción de un bloque de hueso trabecular mediante elemento finito.

Baupre y Hayes (1985) suponen celdas equiaxiales donde a bajas densidades las celdas son una red de barras mientras que a altas densidades su estructura es en forma de platos perforados.

Gibson y Ashby (1997), suponen la misma estructura anterior, pero las celdas se encuentran desfasadas lo que permite flexión de las paredes de las celdas.

Según Gibson (1985), existen cuatro estructuras básicas de hueso esponjoso: la asimétrica, celda abierta y con estructura de barras (figura 3.3 a); la asimétrica, celda cerrada con estructura de placas (figura 3.3 c); la columnar, celda abierta con estructura de barras (figura 3.3 d); y la columnar, celda cerrada con estructura de placas (figura 3.3 e).

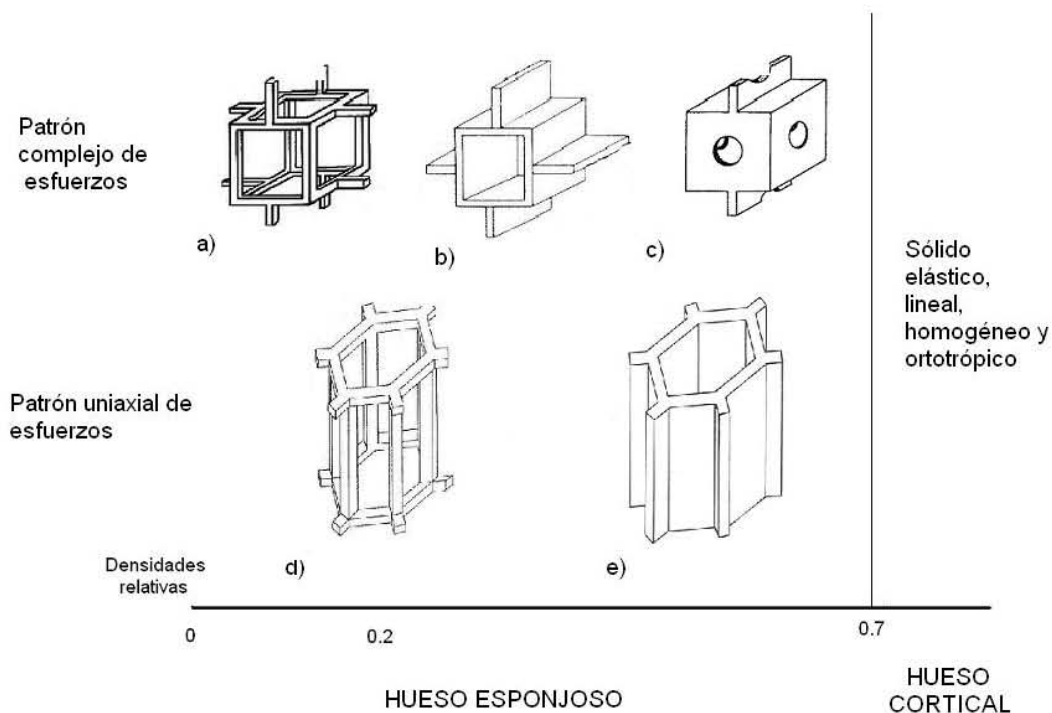


Figura 3.3 Asignación de modelos micromecánicos en función de la densidad del hueso esponjoso (Gibson, 1985).

Las geometrías escogidas para los modelos son simples y altamente idealizadas y solo en algunos casos toman en cuenta propiedades geométricas como la anisotropía en el hueso esponjoso. En los modelos se usan argumentos dimensionales, que no dependen de la geometría exacta del modelo lo que provoca que los resultados numéricos difieran de la realidad pero si reproducen los mismos mecanismos de deformación.

3.4 ANÁLISIS DIMENSIONAL PARA SÓLIDOS CELULARES.

A continuación se presenta el análisis dimensional realizado por Gibson y Lorna en el 2004 para celdas abiertas y celdas cerradas, estudiando cada una de las zonas que se presentan en la curva esfuerzo-deformación típica de un sólido celular.

Se parte del análisis dentro de la región elástica, donde se obtienen las distintas constantes elásticas en función de la densidad relativa, en el segundo análisis se observa el efecto de la densificación que se traduce en la obtención del esfuerzo, al cual las celdas comenzarán a pandearse, y finalmente en un tercer estudio se analiza el esfuerzo al cual colapsarán las celdas.

Celdas abiertas.

En la figura 3.5a se presenta una estructura de celda abierta modelada como un arreglo cúbico con barras de longitud l y con espesor t . Las celdas añadidas están colocadas en el punto medio de las barras correspondientes a la celda. De este modelo se parte para la obtención de las propiedades mecánicas del sólido celular.

Para el caso de celdas abiertas se parte de las relaciones entre las dimensiones t y l con la densidad relativa de la celda, ρ^*/ρ_s (densidad de la espuma ρ^* entre la densidad del sólido ρ_s) y el segundo momento de área de la barra I .

$$\frac{\rho^*}{\rho_s} \propto \left(\frac{t}{l}\right)^2 \quad ; \quad I \propto t^4$$

En el régimen elástico lineal bajo esfuerzos uniaxiales, las celdas abiertas de las espumas deforman primeramente por flexión en los bordes de las celdas, por lo tanto el módulo de Young puede ser estimado suponiendo que se encuentra bajo una carga transversal F aplicada en el punto medio de las barras de la celda.

Mediante la teoría básica de columnas se obtiene que la deflexión de pandeo δ es proporcional a $Fl^3/E_s I$ (figura 3.5b), donde E_s es el módulo de elasticidad de la columna. La fuerza F se relaciona con el esfuerzo de compresión por la siguiente relación $F \propto \sigma l^2$. La deformación ϵ por su parte está relacionada con el desplazamiento δ , por $\epsilon \propto \delta/l$, por lo tanto el módulo de elasticidad esta dado por

$$E^* = \frac{\sigma}{\epsilon} = \frac{C_1 E_s I}{l^4}$$

La relación queda
$$\frac{E^*}{E_s} = C_1 \left(\frac{\rho^*}{\rho_s}\right)^2 \quad (3.1)$$

Donde C_1 incluye todas las constantes geométricas de proporcionalidad.

Debe ser enfatizado que este módulo es válido únicamente para bajas deformaciones, conforme la distorsión elástica aumenta, la carga axial sobre la celda también aumenta. Si P alcanza la carga de Euler P_{crit} (Hibbeler, 1997), para la columna entonces la carga axial provoca un momento adicional, situación que no se considera en el análisis.

Similarmente se calcula el módulo cortante.

$$G^* = \frac{\tau}{\gamma} = \frac{C_2 E_s I}{l^4} \quad ; \quad \frac{G^*}{E_s} = C_2 \left(\frac{\rho^*}{\rho_s}\right)^2 \quad (3.2)$$

La relación de Poisson es el cociente negativo entre la deformación lateral y la axial, además es función de la geometría de la celda e independiente de la densidad. Para un material lineal, elástico e isotrópico se tienen las siguientes ecuaciones

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad \text{de donde} \quad \nu^* = \frac{C_1}{2C_2} - 1 = C_3 \quad (3.3)$$

Mediante experimentación se han podido determinar los valores de las constantes $C_1=1$, $C_2= 3/8$ y $C_3= 0.33$ (Gibson L. y Ashby M., 1997).

Celdas cerradas.

Para el caso de las celdas cerradas, el análisis empieza por la definición de la fracción de sólido ϕ , que se encuentra contenida en los ejes de las celdas con espesor t_e , mientras que la fracción restante $(1-\phi)$, está contenida en las caras de la celda cúbica que cuentan con un espesor t_f .

$$\phi = \frac{t_e^2}{t_e^2 + \frac{Z_f}{\bar{n}} t_f l}$$

Donde \bar{n} es el número promedio de ejes por cara en una celda y Z_f es el número de caras que convergen en un eje.

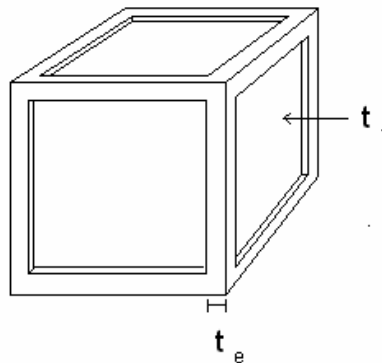


Figura 3.4 Celda cerrada sin deformación donde se marcan el espesor del eje y el espesor de las caras.

El módulo de Young para una celda cerrada es el resultado de tres consideraciones. La primera es el pandeo de los ejes de la celda; donde generalmente se tiene por resultado la ecuación 3.1, multiplicada por el factor $(0.86\phi)^2$ (Gibson L. y Ashby M., 1997).

La segunda contribución es causada por la compresión del fluido contenido en la celda, para lo cual se parte de una muestra de volumen V_0 , que es comprimida axialmente por una deformación ε , donde el volumen decrece de V_0 a V .

$$\frac{V}{V_0} = 1 - \varepsilon(1 - 2\nu^*)$$

El gas ocupa el espacio de la celda y es excluido del volumen ocupado por los ejes sólidos y las caras, por lo que el volumen disminuye de V_g^0 a V_g donde

$$\frac{V_g}{V_g^0} = \frac{1 - \varepsilon(1 - 2\nu^*) - \rho^*/\rho_s}{1 - \rho^*/\rho_s}$$

El efecto sobre el módulo es calculado por la ley de Boyle. Si la presión del gas inicial es p_0 (generalmente la presión atmosférica) entonces la presión p , después de la deformación ε está dada por

$$pV_g = p_0V_g^0$$

Entonces la presión que debe vencer el esfuerzo aplicado es

$$p' = p - p_0$$

Utilizando la ecuación previa se encuentra que

$$p' = \frac{p_0\varepsilon(1 - 2\nu^*)}{1 - \varepsilon(1 - 2\nu^*) - \rho^*/\rho_s}$$

La contribución sobre el módulo es

$$E_g^* = \frac{dp'}{d\varepsilon} = \frac{p_0(1 - 2\nu^*)}{(1 - \rho^*/\rho_s)} \quad (3.4)$$

Cuando p_0 es la presión atmosférica su contribución es muy pequeña (0.1 MPa), por otro lado si p_0 es mucho mayor a la atmosférica, o cuando el fluido no es aire sino algún líquido entonces la contribución del mismo no puede ser despreciado.

El tercer factor a considerar es la rigidez de las celdas cerradas, que se deriva de los esfuerzos membrana de las caras de las celdas. Cuando una celda cerrada se carga, el pandeo de los ejes causa que las caras de la celda se deformen a 90° de la dirección de la carga cuando es a compresión. La fuerza F causa que el eje de la celda sufra una deflexión δ .

La estructura es considerada como elástica lineal, entonces el trabajo ($1/2F\delta$), es efectuado contra la fuerza causada por el pandeo de las celdas y la expansión de las caras. El trabajo debido al pandeo de las celdas es proporcional a $(1/2S\delta^2)$ donde S es la rigidez del eje de la celda ($S \propto E_s I / l^3$). Mientras que el trabajo debido a la expansión de las caras es proporcional a $(1/2 E_s \epsilon^2 V_f)$ donde ϵ es la deformación causada por la expansión de las caras de la celda y V_f es el volumen del sólido en la cara de la celda ($\epsilon \propto \delta/l$) y ($V_f \propto l^2 t_f$), donde se distingue el espesor de los ejes t_e y el de las caras t_f , entonces

$$\frac{1}{2} F \delta = \frac{\kappa E_s I \delta^2}{l^3} + \beta E_s \left(\frac{\delta}{l} \right)^2 l^2 t_f$$

Usando $I \propto t_e^4$ y que $E^* \propto (F/l^2) / (\delta/l)$:

$$\frac{E^*}{E_s} = \kappa' \frac{t_e^4}{l^4} + \beta' \frac{t_f}{l}$$

Sustituyendo t_e y t_f de las ecuaciones

$$\frac{t_f}{l} = 1.4(1-\phi) \frac{\rho^*}{\rho_s}$$

$$\frac{t_e}{l} = 0.93\phi^{1/2} \left(\frac{\rho^*}{\rho_s} \right)^{1/2}$$

Se tiene que el módulo para celdas cerradas incluyendo los esfuerzos de membrana es

$$\frac{E^*}{E_s} = C_1 \phi^2 \left(\frac{\rho^*}{\rho_s} \right)^2 + C_1' (1-\phi) \frac{\rho^*}{\rho_s} \quad (3.5)$$

Donde κ , β , α' , β' , C_1 y C_1' son constantes de proporcionalidad.

A lo que se le tiene que agregar el segundo factor debido a la compresión del fluido

$$\frac{E^*}{E_s} = C_1 \phi^2 \left(\frac{\rho^*}{\rho_s} \right)^2 + C_1' (1-\phi) \frac{\rho^*}{\rho_s} + \frac{p_0(1-2\nu^*)}{E_s(1-\rho^*/\rho_s)} \quad (3.6)$$

El módulo cortante G^* de una celda cerrada también es influenciado por la deflexión de las caras

$$\frac{G^*}{E_s} = C_2 \phi^2 \left(\frac{\rho^*}{\rho_s} \right)^2 + C_2' (1-\phi) \frac{\rho^*}{\rho_s} \quad (3.7)$$

Un cortante puro no produce cambios en el volumen por lo que no existe ninguna contribución de la presión del gas, por otro lado experimentalmente se han obtenido el valor de las constantes $C_1 = C_1' = 1$, mientras que $C_2 = C_2' = 3/8$ (Gibson L. y Ashby M., 1997).

La relación de Poisson tanto para celdas cerradas como para celdas abiertas es la relación de dos deformaciones y depende primordialmente de la forma de la celda y no de la densidad relativa, por lo que se puede considerar aproximadamente como una constante igual a $1/3$ (Gibson L. y Ashby M., 1997).

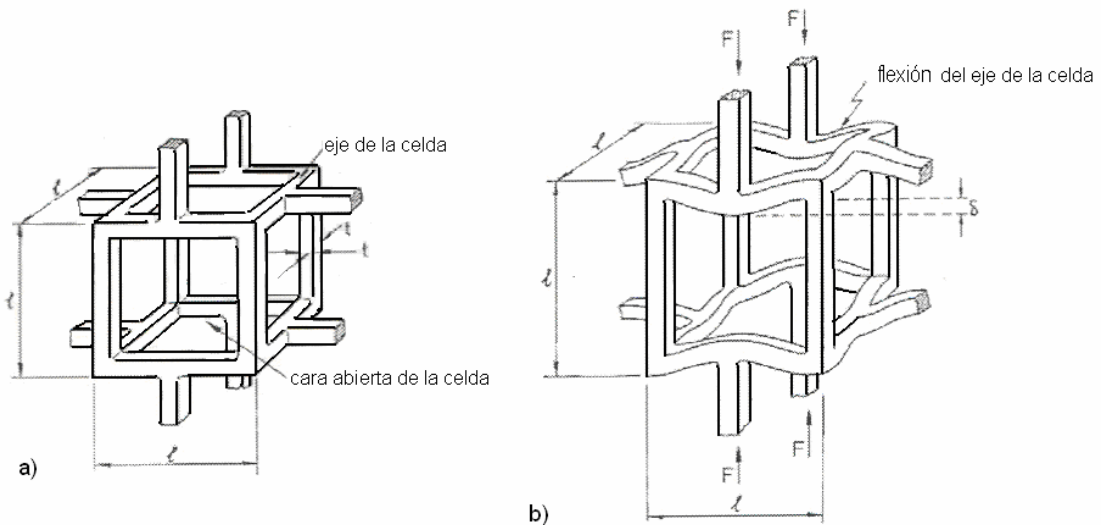


Fig. 3.5 Análisis dimensional para esponjas de celdas abiertas (a) celda sin deformación, (b) flexión elástica lineal (Gibson y Lorna, 2004).

Elasticidad no lineal y densificación en celdas abiertas.

Cuando una celda abierta es cargada a compresión las paredes de la celda primero se empiezan a flexionar y luego se pandean (figura 3.6). La carga crítica a la cual el eje de la celda de longitud l , el módulo Young E_s y el segundo momento de área I , pandean está dado por la fórmula de Euler

$$F_{crit} = \frac{n^2 \pi^2 E_s I}{l^2}$$

El factor n^2 describe el grado de restricciones al final de la columna. Si esta carga se alcanza las columnas de la celda comenzarán a pandearse e iniciará el colapso elástico de la estructura. El esfuerzo al que sucede esto es

$$\sigma_{el}^* \propto \frac{F_{crit}}{l^2} \propto \frac{E_s I}{l^4}$$

Utilizando las relaciones $I \propto t^4$ y $\rho^*/\rho_s \propto (t/l)^2$

$$\frac{\sigma_{el}^*}{E_s} = C_4 \left(\frac{\rho^*}{\rho_s} \right)^2 \quad (3.8)$$

Donde C_4 contiene todas las constantes de proporcionalidad. Para el caso donde la densidad no es pequeña es decir para $\rho^*/\rho_s < 0.3$ se encontraron algunas variaciones:

$$\frac{\sigma_{el}^*}{E_s} = C_4 \left(\frac{\rho^*}{\rho_s} \right)^2 \left(1 + \left(\frac{\rho^*}{\rho_s} \right)^{1/2} \right)^2 \quad (3.9)$$

Y experimentalmente se determinó que $C_4 = 0.05$ y $C_4' = 0.03$.

Densificación en celdas cerradas.

Cuando las celdas cerradas colapsan elásticamente el fluido contenido se comprime. Esto puede cambiar el esfuerzo al cual colapsa σ_{el}^* , y el comportamiento pos-colapso.

Considerando que en el inicio del colapso la celda se encuentra llena de fluido, la presión inicial del fluido es p_0 y la presión atmosférica es p_{at} , la diferencia de presión $p_0 - p_{at}$ coloca las celdas y las caras en tensión. Estas no pueden pandear hasta que el esfuerzo aplicado supere la tensión y la carga de pandeo de los ejes de las celdas.

$$\frac{\sigma_{el}^*}{E_s} = 0.05 \left(\frac{\rho^*}{\rho_s} \right)^2 + \frac{p_0 - p_{at}}{E_s} \quad (3.10)$$

El comportamiento pos-colapso también se modifica, en una celda abierta se observa en la curva esfuerzo-deformación una línea casi horizontal. Mientras que en una celda cerrada la resistencia aumenta, en parte debido a que el gas encerrado se comprime al mismo tiempo que la celda colapsa, creando una presión extra.

$$p' = \frac{p_0 \varepsilon (1 - 2\nu^*)}{1 - \varepsilon (1 - 2\nu^*) - \rho^* / \rho_s} \approx \frac{p_0 \varepsilon}{1 - \varepsilon - \rho^* / \rho_s}$$

La aproximación es posible debido a que en el régimen de poscolapso $v^*=0$, entonces la curva poscolapso está descrita por

$$\frac{\sigma^*}{E_s} = 0.05 \left(\frac{\rho^*}{\rho_s} \right)^2 + \frac{p_0 \varepsilon}{E_s (1 - \varepsilon - \rho^* / \rho_s)} \quad (3.11)$$

El pos-colapso es truncado por la densificación donde a deformaciones elevadas las paredes de las celdas hacen contacto unas con otras y el material de las celdas es comprimido por si mismo, cuando esto sucede la curva esfuerzo-deformación crece tendiendo a una pendiente E_s a una deformación limitada ε_D . Se podría esperar que esta deformación limitada simplemente es igual a la porosidad $(1 - \rho^* / \rho_s)$, ya que es la deformación a la cual todos los espacios de los poros han sido eliminados. En realidad las paredes de las celdas se atascan unas con otras a una deformación más pequeña que esta.

$$\varepsilon_D = 1 - 1.4 \left(\frac{\rho^*}{\rho_s} \right)$$

Donde la ecuación anterior es obtenida de valores experimentales (Gibson y Ashby, 1997)

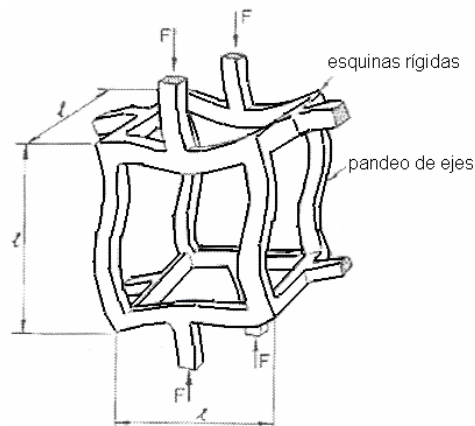


Fig. 3.6 Análisis dimensional para esponjas de celdas abiertas, colapso de la celda pandeo elástico (Gibson y Lorna, 2004).

Colapso frágil y densificación de celdas abiertas.

Para celdas abiertas se parte del módulo de ruptura σ_{fs} , por lo tanto las paredes de las celdas fallarán cuando el momento M_f supere este valor

$$M_f = \frac{1}{6} \sigma_{fs} t^3$$

Una fuerza F actúa con una componente normal a la pared de longitud l , por lo que ejerce un momento que es proporcional a Fl , mientras que el esfuerzo sobre la celda es proporcional a F/l^2 . Combinando esto se tiene que el esfuerzo para el colapso frágil σ_{cr}^*

$$\sigma_{cr}^* \propto \frac{M_f}{l^3}$$

Del cual usando $\rho^*/\rho_s = (t/l)^2$

$$\frac{\sigma_{cr}^*}{\sigma_{fs}} = C_6 \left(\frac{\rho^*}{\rho_s} \right)^{3/2} \quad (3.12)$$

Colapso frágil y densificación de celdas cerradas.

La derivación de la resistencia para celdas cerradas estará dado por:

$$\frac{\sigma_{cr}^*}{\sigma_{fs}} = C_6 \left(\phi \frac{\rho^*}{\rho_s} \right)^{3/2} + C_6'' (1 - \phi) \frac{\rho^*}{\rho_s} \quad (3.13)$$

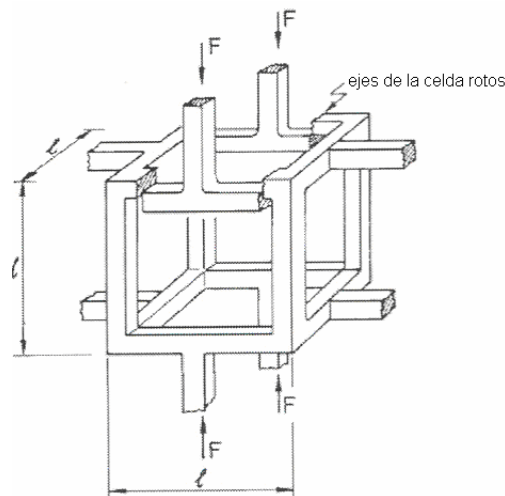


Fig. 3.7 Análisis dimensional para esponjas de celdas abiertas, fractura frágil (Gibson y Lorna, 2004).

3.5 MODELO CON ESTRUCTURA COLUMNAR HEXAGONAL DE HUESO TRABECULAR.

Kim y Al-Hassani (2002) presentan un modelo analítico de celda unitaria que considera un aumento en su sección cerca de las zonas de unión, con el cual predicen las propiedades del hueso esponjoso. En éste se demuestra la importancia de aumentar el espesor cerca de las zonas de unión en las celdas, para mejorar la exactitud al momento de calcular las propiedades mecánicas.

En sus microestructuras, los materiales celulares naturales como el hueso vertebral trabecular están compuestos de una red de barras horizontales doblemente adelgazadas en el centro. Sin embargo, la mayoría de los modelos analíticos para hueso trabecular no toman en cuenta éste efecto.

Se ha reportado que un arreglo predominante de hueso trabecular de vértebra es con columnas verticalmente orientadas y reforzadas con barras horizontales (Whitehouse et al., 1971), donde la estructura puede ser considerada como columnar y con simetría cilíndrica (Overaker, 1997). Se utilizó un modelo celular estructural hexagonal compuesto de una morfología de barras doblemente adelgazadas soportadas en microimágenes de huesos de vértebra trabeculares (Figura 3.8). Donde se asignaron las siguientes propiedades $E = 12$ [GPa] y $\sigma_y = 193$ [MPa] para su modelado.

El modelo hexagonal cuenta con barras horizontales con una longitud $2L$, mientras que las verticales tienen una longitud $2L_v$, considerando un módulo de Young efectivo E_1^* y E_2^* de la estructura regular hexagonal

$$E_1^* = E_2^* = \frac{1}{(3)^{1/2} [N_l + 3M_l + 2k(1-\gamma) M_l] L_v} \quad (3.14)$$

Donde N_l y M_l son funciones de la geometría de las barras y γ , k y L_v son la relación de Poisson del material, el coeficiente de corrección del cortante y media longitud de la columna vertical, respectivamente.

$$N_l = \int_0^L x^2 / EI(x) dx \quad M_l = \int_0^L 1 / EA(x) dx \quad (3.15)$$

Donde E es el módulo de Young del material, $A(x)$ el área de la sección transversal de las barras e $I(x)$ como el segundo momento de área de la sección transversal.

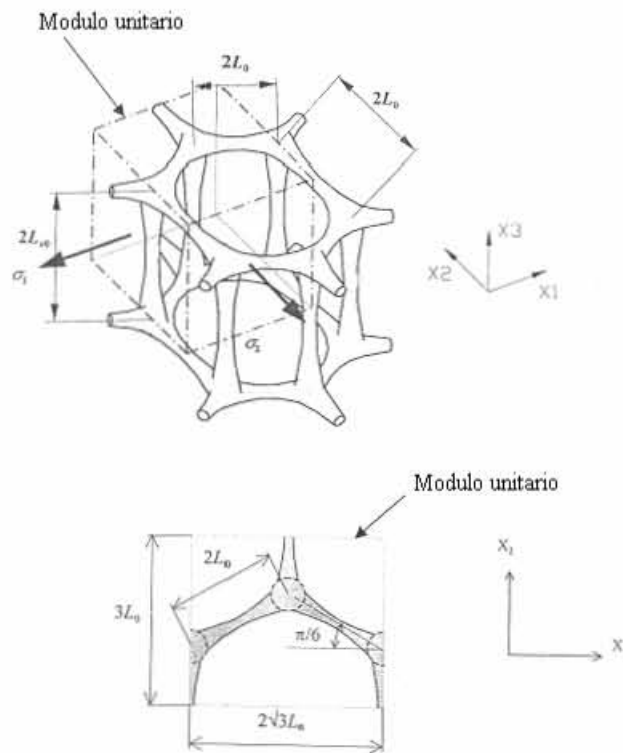


Fig. 3.8 Modelo con estructura columnar hexagonal de hueso trabecular (Kim y Al-Hassani, 2002).

Comparando los modelos donde existe un adelgazamiento y donde se tienen las barras uniformes, se demostró que el módulo de Young horizontal del modelo donde existe un engrosamiento en la zona de unión se tiene un resultado de 1.8 a 2.2 más elevado que en el modelo uniforme y por cierto mas cercano al resultado obtenido experimentalmente con lo cual se demuestra la importancia de ensanchar las trabéculas en la zona de unión.

3.6 MODELO BIDIMENSIONAL GENERADO MEDIANTE CELDAS DE VORONOI.

Silva y Gibson (1997), plantean un modelo bidimensional de elemento finito para simular el hueso trabecular de una vértebra, usando el concepto de celdas de Voronoi. Este diagrama es ampliamente utilizado en construcciones geométricas que definen, como el espacio de dos o tres dimensiones puede ser dividido en celdas.

Para este modelo en particular el diagrama de Voronoi se construye a partir de un grupo de puntos de nucleación que pueden estar espaciados regularmente o sin orden. El diagrama fue generado mediante la construcción de bisectores perpendiculares para cada par de puntos adyacentes y consiste de líneas que forman un arreglo cuadrático (figura 3.9A). Las celdas resultantes son aquellas que son formadas simultáneamente desde los puntos de nucleación y crecen a una velocidad uniforme hasta que se conectan con las celdas adyacentes.

De esta manera en el diagrama de Voronoi, las paredes de las celdas se encuentran vinculadas a todos los puntos en el espacio que se encuentran cercanos a un solo punto de nucleación.

Para los diagramas de hueso trabecular, los puntos de nucleación no tienen ningún significado físico, son simplemente entidades de construcción que permiten crear los diagramas de un modo repetitivo.

Para este estudio Silva y Gibson crearon un arreglo bidimensional de 20 x 20 puntos, espaciados a una distancia de 1x1 mm, el cual fue utilizado como base de inicio para la generación de los diagramas subsecuentes (Figura 3.9A). Las coordenadas de los puntos en el arreglo cuadrático fueron perturbadas en cada dirección por una cantidad aleatoria dentro de un rango -0.3 a 0.3 mm, basado sobre una lista generada por una computadora de números aleatorios uniformemente distribuidos, con lo que generaron distintas estructuras de Voronoi (Fig. 3.9B).

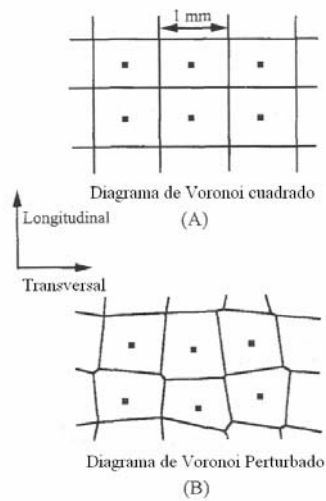


Figura 3.9 Construcción de diagramas de Voronoi. A) Porción de arreglo cuadrático con puntos de nucleación. B) Los puntos de nucleación originalmente en el arreglo cuadrático son perturbados por una cantidad aleatoria dentro del rango de -0.3 a 0.3 mm. El diagrama de Voronoi resultante consiste de líneas orientadas $\pm 20^\circ$ en la dirección transversal y longitudinal (Silva y Gibson, 1997).

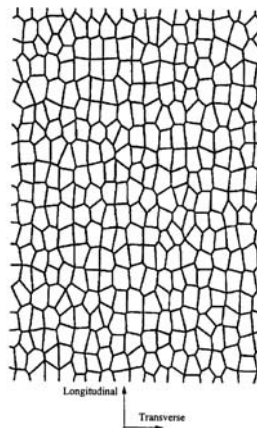


Figura 3.10 Modelo bidimensional en elemento finito (Silva y Gibson, 1997).

Los cambios en la microestructura del hueso vertebral esponjoso han sido medidos mediante un análisis de histomorfometría. La información sobre la microestructura trabecular fue recolectada de una sección midsagital de 1 mm de espesor de 4 vértebras humanas. Los datos promedio de estas secciones fueron la base para la generación del modelo bidimensional del hueso esponjoso vertebral.

Las distribuciones de orientación y longitud de las trabéculas fueron medidas y las trabéculas longitudinales fueron definidas como aquellas mayores a 45° del eje transversal, y las menores a 45° , se definieron como transversales.

Cada trabécula fue modelada como una serie de uno a tres elementos barra dependiendo de su longitud y se asignaron valores de 0.213 y 0.153mm a los espesores de las trabéculas (Tb.Th) en la dirección longitudinal y transversal respectivamente.

El material sólido trabecular se consideró isotrópico, elástico, perfectamente plástico, con un módulo de Young (E_s) de 1 MPa, una relación de poisson (ν_s) de 0.3, y un esfuerzo de fluencia (σ_{ys}) de 0.01 MPa. Siguiendo la terminología utilizada para sólidos celulares, las propiedades de la fase sólida de los modelos se denotan por la letra (s), mientras que las propiedades efectivas se denotan mediante un asterisco (*), que son las relacionadas con el modelo completo.

El modelo planteado por Silva y Gibson estudia el efecto que tiene la disminución de la densidad en el hueso trabecular, ya sea por la remoción aleatoria de trabéculas como por la disminución homogénea de los espesores de las mismas, simulando el efecto que tiene la edad en la estructura.

Todos los resultados son presentados en forma adimensional (como cantidades normalizadas). El módulo relativo (E^*/E_s) y la resistencia (σ^*/σ_{ys}) obtenidos de los mallados por elementos finitos fueron determinados tanto para cargas longitudinales como transversales. Al modelo le asignaron un desplazamiento en la dirección vertical en la parte superior y un empotramiento en la parte inferior simulando una prueba de compresión.

Cada uno de los cuatro parámetros (espesor longitudinal, número de trabéculas longitudinales, espesor transversal y número de trabéculas transversales) fueron reducidos en una cantidad tal que se produzca una disminución en el volumen del 5, 10 y 15%, mientras los otros se mantuvieron intactos. Los espesores se redujeron uniformemente mientras que las trabéculas fueron reducidas al azar.

Para la simulación de hueso envejecido, en el cual el espesor y el número de las trabéculas fueron reducidos al mismo tiempo, la resistencia fue un 23% del valor original (joven). Cuando la masa del hueso del modelo envejecido fue reestablecida a su nivel inicial aumentando el espesor, pero no el número de las trabéculas, la resistencia aumento en un 60%, pero solo se llegó al 37% del valor original.

Los resultados anteriores fueron encontrados de dos modelos idealizados de hueso trabecular, e ilustran la importancia de mantener el número de trabéculas y sugiere que no es posible reestablecer la resistencia del hueso seguido de una pérdida del mismo si un número sustancioso de trabéculas es reabsorbida.

En la figura (3.11a) se observa que para un 10% de reducción de la densidad por la remoción de trabéculas provoca que el módulo disminuya en un 60%, mientras que si la reducción se da por la disminución uniforme en el espesor de las trabéculas, se tiene un 20% de disminución en el módulo.

Las estructuras tridimensionales son menos sensibles a la reducción de la densidad que las bidimensionales. Por ejemplo un 10% de reducción en la densidad por la remoción de barras aleatorias disminuye el módulo de la estructura tridimensional un 40% mientras que en el modelo bidimensional se reduce casi un 70%. (Figura 3.11b).

Los efectos relativos a la reducción de la densidad han sido estudiados comparando un adelgazamiento uniforme contra la remoción de barras aleatorias, en el módulo de Young y la resistencia a la compresión mediante análisis por elemento finito (Silva y Gibson, 1997, Vajjhala et al., 2000; Guo y Kim, 2002).

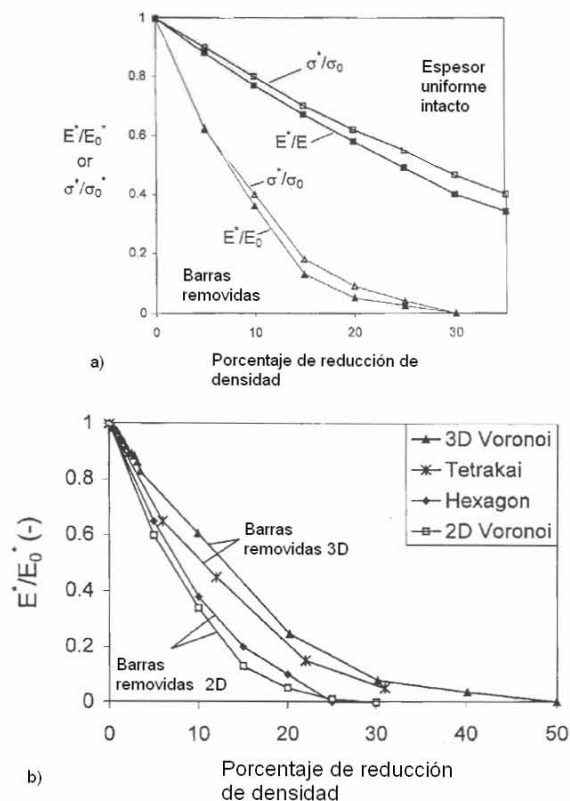


Figura 3.11 (a) Módulo de Young y resistencia a la compresión de los modelos 2D de Voronoi graficados contra la reducción en la densidad relativa, (b) Comparación de los módulos de Young de los distintos modelos graficados contra la densidad relativa.

3.7 MODELOS BASADOS EN LA RECONSTRUCCIÓN DE LA ESTRUCTURA 3D.

Se han desarrollado pruebas mecánicas alternativas como análisis con elementos microfinitos, para calcular las constantes elásticas de los modelos computacionales representando la estructura trabecular a todo detalle. Este método reconstruye la estructura trabecular en 3D, que se hace obteniendo imágenes de alta resolución a secciones transversales de una región de hueso esponjoso, estas son digitalizadas y almacenadas. Apilando las imágenes, se puede reconstruir en la computadora un modelo 3D.

Los métodos para la obtención de imágenes de alta resolución pueden ser destructivas (desbaste continuo) o no destructivas (Tomografía micro computacional o resonancia micro-magnética).

Uno de los desarrollos más recientes es un método para crear modelos en elemento finito basados en estas reconstrucciones de una forma automática, donde mediante una técnica de conversión de voxel¹ a elementos “ladrillo” en un modelo en elemento finito, con propiedades elásticas representando al tejido del hueso (figura 3.12). este modelo presenta la

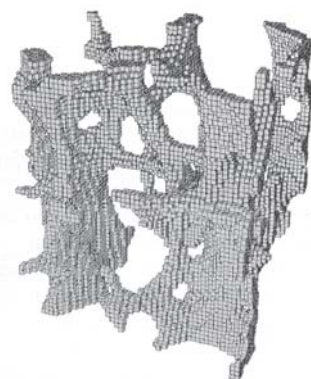


Figura 3.12 Modelo micromecánico de una porción de 2.5 mm³ de hueso

Por otro lado se tiene un método en el cual las trabéculas son divididas en tetraedros de distintos tamaños, donde la ventaja es que presenta superficies lisas, pero tiene la desventaja que esta clase de elementos tienen una menor exactitud y una mayor dificultad para la máquina para resolver esta clase de modelos, ya que cuenta con una gran cantidad de elementos del orden de 10^5 a 10^6 elementos por cm^3 , una cantidad aun mayor que la del modelo de la figura 3.12.

¹ Voxel: Volumen cúbico de pixeles para cuantizar un espacio tridimensional.

Müller y Rüeeggger en 1996 utilizaron un escáneo CT con una resolución de $250\mu\text{m}$ para generar su modelo en elemento finito con elementos tetraédricos (Figura 3.13) para garantizar representaciones lisas en la superficie; con esta base se calculó un módulo de Young de 0.564 GPa.

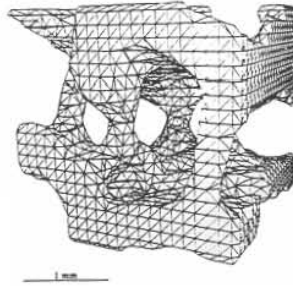


Figura 3.13 Representación 3D de una estructura de hueso mallado.

Rietbergen et al., en un trabajo publicado en 1995 utilizaron distintas técnicas de reconstrucción serial para obtener un modelo por elemento finito a gran escala de 10mm^3 , donde han logrado computar histogramas de esfuerzos verdaderos en las trabéculas y han encontrado entre otras cosas, que las trabéculas pueden estar bajo esfuerzos de tracción aun cuando la carga global es completamente a compresión. Estos autores también lograron establecer el mejor ajuste para una representación ortotrópica de las propiedades elásticas del hueso trabecular.

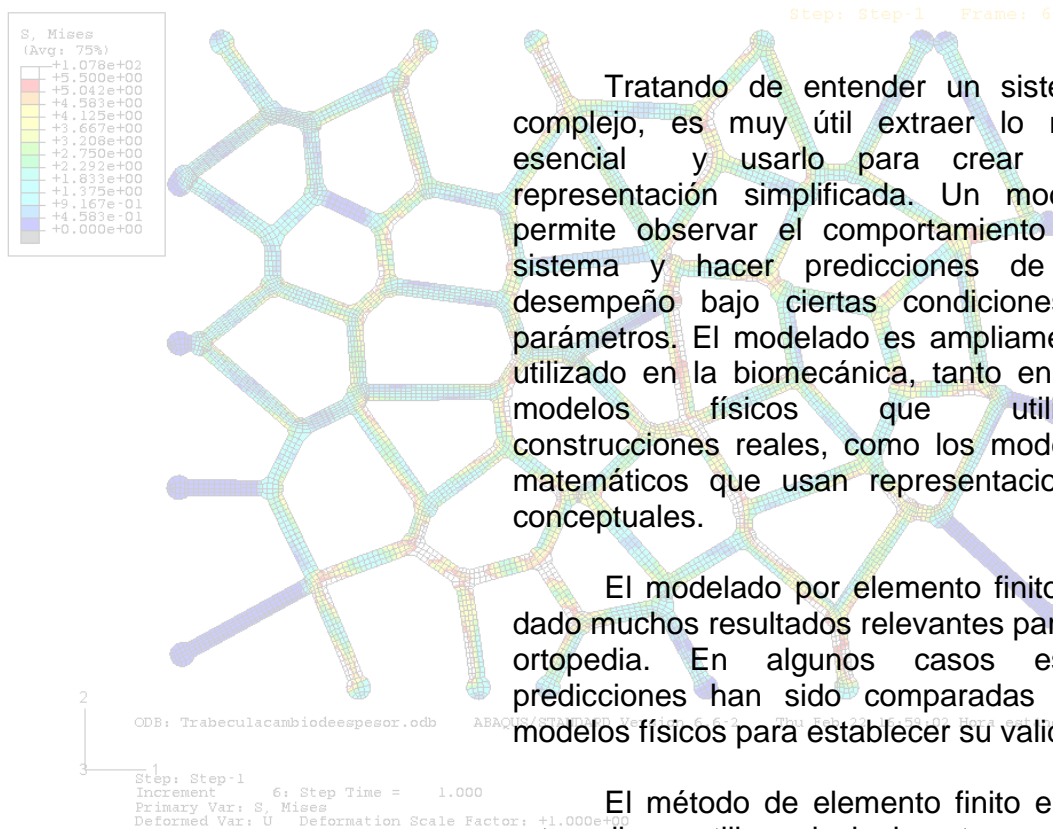
Al comparar los resultados experimentales con los del modelo para las mediciones de rigidez para muestras de hueso trabecular se encontró un resultado similar de aproximadamente 5.1 GPa.

En esta clase de simulaciones muchas variables pueden ser controladas, situación que no se puede en la realidad, pero tiene como limitaciones, que hasta el momento no existen métodos para determinar la distribución espacial de las propiedades viscoelásticas y la falta de homogeneidad del hueso.

Consecuentemente en la mayoría de los estudios se considera un material elástico, isotrópico y homogéneo, lo que provoca que tan sólo sean una simplificación de la realidad. Se ha hecho la hipótesis de que solo la microarquitectura es importante para el comportamiento del material a un nivel aparente (espécimen completo), situación que sigue siendo discutida.

Una cuestión importante acerca de las pruebas de compresión es que todas las mediciones son hechas en la superficie del espécimen, por ejemplo el modulo es calculado de la medición del desplazamiento y las fuerzas de reacción en las superficies del hueso adyacentes a las placas de la máquina. Con la introducción del análisis por elementos micro finitos, se ha vuelto posible obtener información acerca de la deformación y las cargas a través del espécimen. Esto permite el uso de técnicas para calcular las propiedades elásticas aparentes mediante el promedio de las reacciones en la superficie pero también a través del material.

CAPÍTULO 4 MODELO MICROMECAÍNICO DE HUESO ESPONJOSO



Tratando de entender un sistema complejo, es muy útil extraer lo más esencial y usarlo para crear una representación simplificada. Un modelo permite observar el comportamiento del sistema y hacer predicciones de su desempeño bajo ciertas condiciones y parámetros. El modelado es ampliamente utilizado en la biomecánica, tanto en los modelos físicos que utilizan construcciones reales, como los modelos matemáticos que usan representaciones conceptuales.

El modelado por elemento finito ha dado muchos resultados relevantes para la ortopedia. En algunos casos estas predicciones han sido comparadas con modelos físicos para establecer su validez.

El método de elemento finito en la ortopedia se utiliza principalmente con tres propósitos: 1) Diseño y análisis preclínicos de prótesis, 2) Para obtener conocimiento biomecánico fundamental acerca de la estructura músculo-esquelética y 3) Para estudiar procesos de adaptación dependientes del tiempo.

4.1 CARACTERIZACIÓN MECÁNICA DEL HUESO ESPONJOSO.

Dentro de la Unidad de Investigación y Asistencia Técnica en Materiales se ha venido trabajando en la caracterización de hueso de distintas especies, mediante diversas pruebas. Debido a que si bien en la literatura existen una gran cantidad de datos reportados, también es importante la dispersión de los mismos y considerando que van a ser utilizados en los modelos matemáticos o numéricos generados dentro de la unidad, se decidió caracterizar la microestructura y las propiedades mecánicas del hueso.

Para la primera parte de este trabajo se tomaron resultados de la caracterización mecánica de probetas de hueso esponjoso obtenidas de fémur de cerdo. Se eligió esta especie debido a su accesibilidad en comparación con los huesos de humano o de simio y a que su alimentación es más parecida a la de los seres humanos en comparación con otras.

Las muestras se obtienen con la ayuda de un sacabocados (herramienta cilíndrica hueca). Se corta en la dirección que se muestra en la figura 4.1 con la finalidad de adquirir la mayor cantidad de hueso esponjoso posible.

Luego se lava la muestra con agua y jabón, sin el uso de hidróxido sódico (sosa cáustica) o algún elemento desengrasante debido a los daños que pueda ocasionar en la misma.



Figura 4.1 Obtención de probeta de compresión de hueso esponjoso.

Las relación entre longitud y diámetro de la muestra es de 2:1, donde el diámetro de la muestra obtenida es de 1.05 cm. Después de la extracción y lavado se realiza el corte a las dimensiones antes mencionadas mediante una máquina cortadora con disco de diamante, debido a que proporciona superficies planas y paralelas para realizar un adecuado ensayo de compresión (figura 4.2).

Posteriormente, se realiza un lavado ultrasónico para limpiar las muestras de médula y grasa, ya que la limpieza con aire a presión puede dañar las trabéculas.

Finalmente se almacenan las muestras en solución isotónica de cloruro de Sodio Abbott (Cloruro de Sodio al 0.9%) y se refrigeran.

Las probetas fueron almacenadas en solución salina por un periodo de 8 días a una temperatura aproximada de 10 ° C.

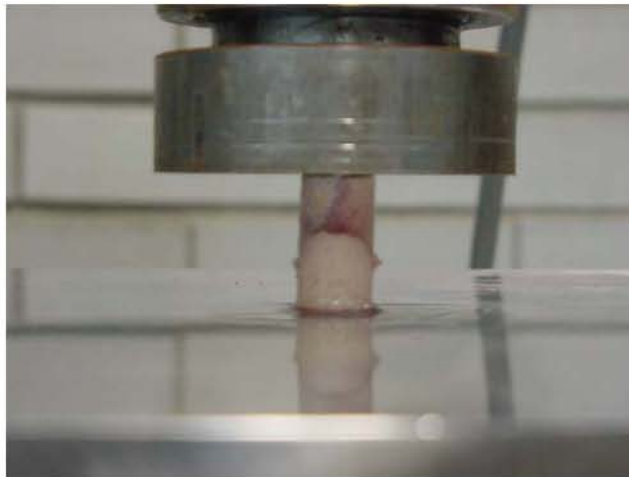
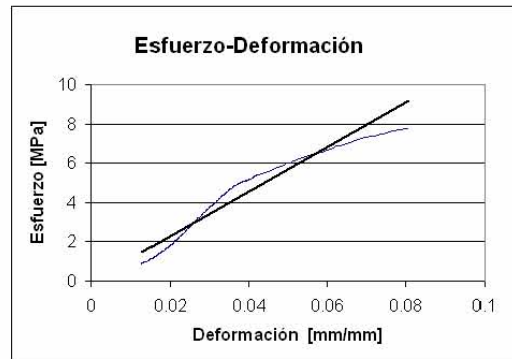
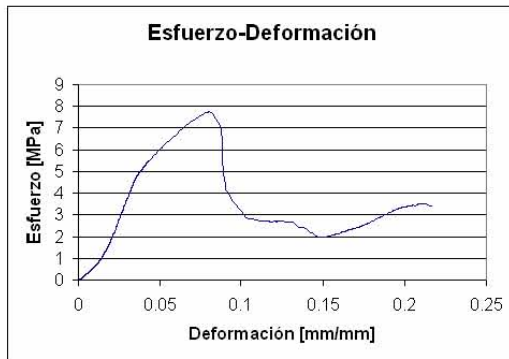


Figura 4.2 Imagen de hueso esponjoso a compresión.

Se obtuvieron 10 probetas cilíndricas, las cuales fueron sometidas a una prueba de compresión. El análisis de las curvas se hizo únicamente en la región elástica para lo cual se utilizó el rango de deformación marcada en cada una de las curvas esfuerzo-deformación, ya que después del esfuerzo máximo la estructura trabecular colapsa y no tiene ningún interés su estudio. Se realizó la regresión lineal (gráfica a la derecha de la curva esfuerzo-deformación) para encontrar el módulo de elasticidad.

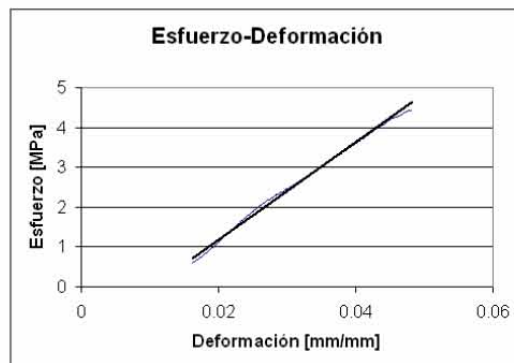
Probeta 1:

Para un porcentaje de deformación entre el 1.28%-8% de deformación, se obtuvo un módulo de elasticidad de 113 [MPa].



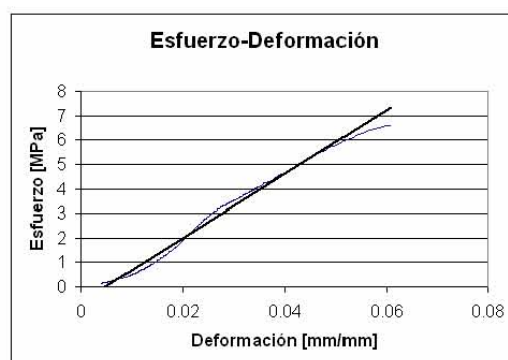
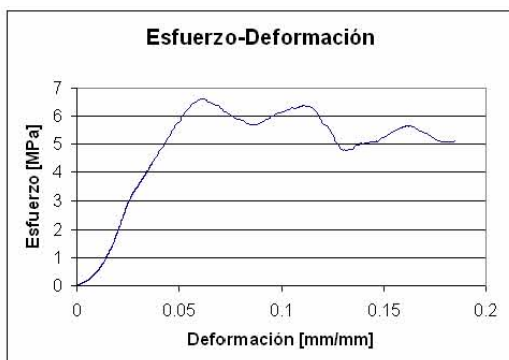
Probeta 2:

Para un porcentaje de deformación entre 1.6%-4.8% de deformación, se obtuvo un módulo de elasticidad de 123 [MPa].



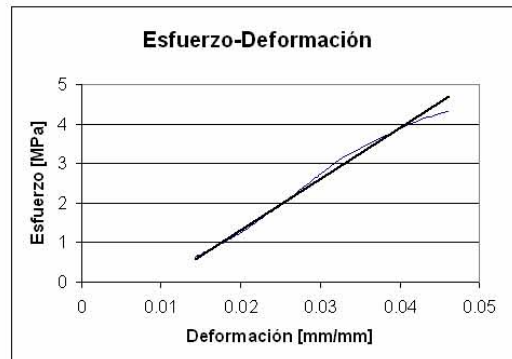
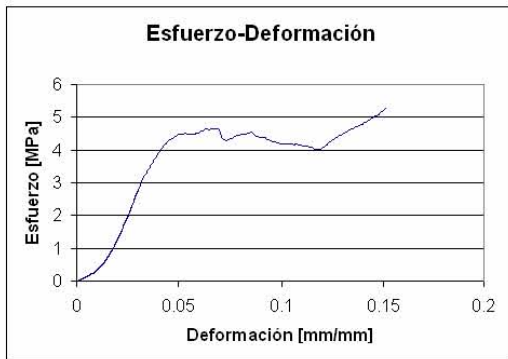
Probeta 3:

Para un porcentaje de deformación entre el .4%-6% de deformación, se obtuvo un módulo de elasticidad de 131 [MPa].



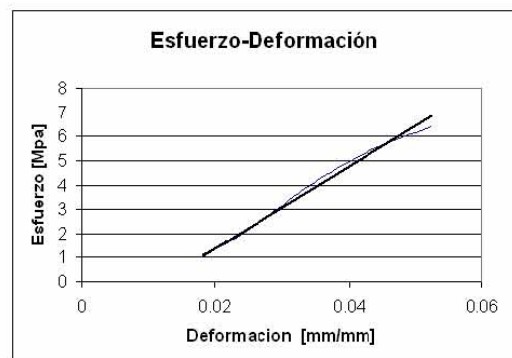
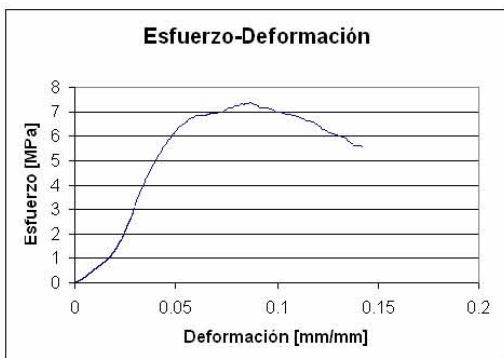
Probeta 4:

Para un porcentaje de deformación entre el 1.4%-4.6% de deformación, se obtuvo un módulo de elasticidad de 129 [MPa].



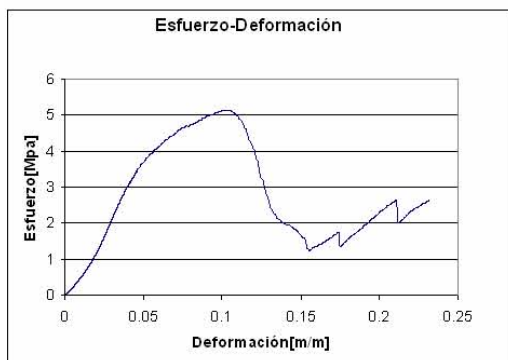
Probeta 5:

Para un porcentaje de deformación entre 1.8%-5.23% de deformación, se obtuvo un módulo de elasticidad de 168 [MPa].



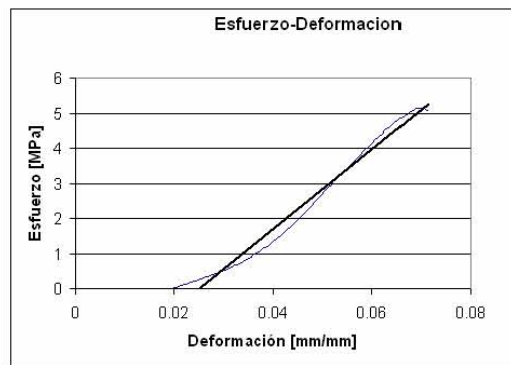
Probeta 6:

Para un porcentaje de deformación entre el 1.3% - 7.9 % de deformación, se obtuvo un módulo de elasticidad de 68 [MPa].



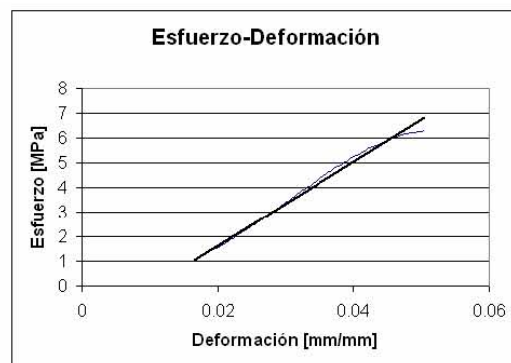
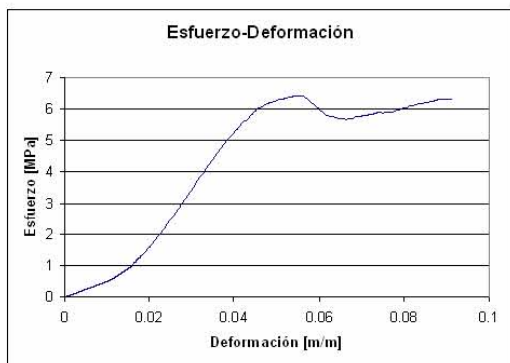
Probeta 7:

Para un porcentaje de deformación entre el 1.9 % - 7.1 % de deformación, se obtuvo un módulo de elasticidad de 113 [MPa].



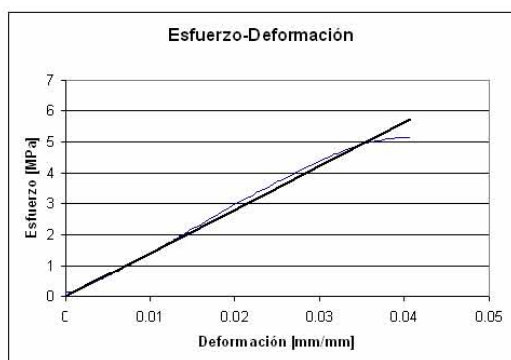
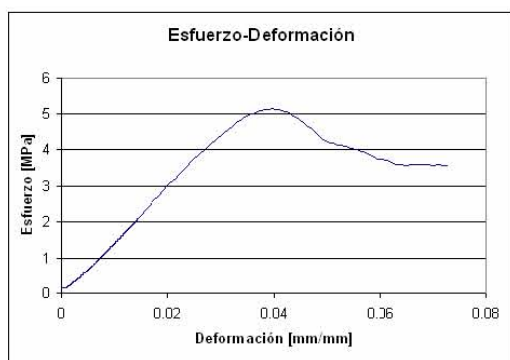
Probeta 8:

Para un porcentaje de deformación entre el 1.6 % - 5.04 % de deformación, se obtuvo un módulo de elasticidad de 170 [MPa].



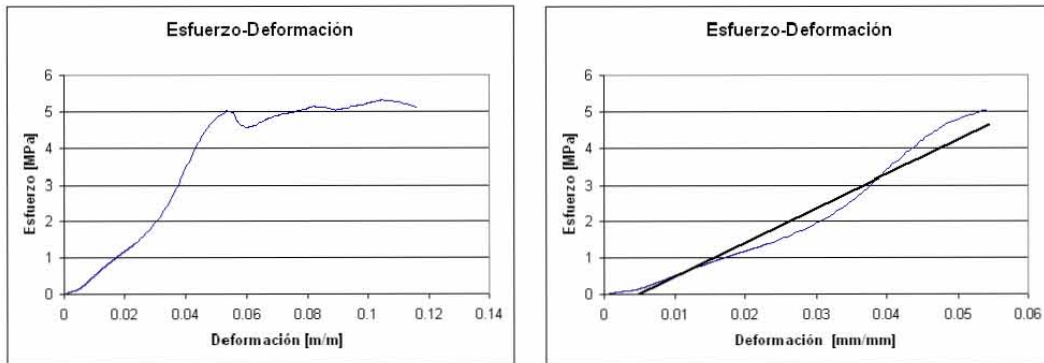
Probeta 9:

Para un porcentaje de deformación entre el 0.02% - 4% de deformación, se obtuvo un módulo de elasticidad de 140 [MPa].



Probeta 10:

Para un porcentaje de deformación entre el .04% - 5.4 % de deformación, se obtuvo un módulo de elasticidad de 93 [MPa].



Después de observar el comportamiento mecánico del hueso esponjoso, de las pruebas, en la gran mayoría, se puede concluir que coincide con el que se presenta normalmente en los sólidos celulares, teniendo una zona elástica a bajas deformaciones, después se llega a un esfuerzo máximo y su resistencia descende hasta una zona donde pareciera que la resistencia se mantiene y finalmente una zona donde las trabéculas empiezan a toparse unas con otras, lo que genera que en la curva se vea un aumento en la resistencia.

Las probetas 1, 2 y 6 presentan prácticamente el comportamiento ya descrito teniendo una disminución en su resistencia después del esfuerzo máximo, mayor a un 50%, para después mostrar la etapa de densificación. Esta etapa se observa claramente en estas probetas debido a que las pruebas se llevaron a deformaciones superiores a 0.2 [mm/mm].

Para el caso de las probetas 5 y 9 después del esfuerzo máximo viene una disminución en la resistencia y no se observa la región de densificación, debido a que la prueba se cortó antes de la aparición de esta región.

En el caso de la probeta 7 se observa el comportamiento típico de los sólidos celulares, pero después de la meseta no se presenta la zona de densificación, de hecho viene una disminución en el nivel de esfuerzos, lo que se puede deber a que la probeta falla a un ángulo de tal forma que la zona superior de la probeta desliza sobre la región inferior sin oponer mayor resistencia.

El resto de las probetas muestra una pequeña disminución en el nivel de esfuerzos posterior al esfuerzo máximo y a partir de este punto aumenta mostrando la zona de densificación a deformaciones menores que en los casos anteriores, debido a que probablemente las muestras tengan una mayor densidad, lo cual lleva a que el contacto entre las paredes de las celdas trabeculares se de antes.

En la tabla 4.1 se observan los resultados del análisis realizado a las curvas esfuerzo-deformación.

Tabla 4.1 Resultados de las curvas esfuerzo-deformación.

Probeta	Módulo de Young E* [Gpa]	Deformación Máxima [%]	Esfuerzo Máximo [MPa]
1	.113	8	7.7
2	.123	4.8	4.7
3	.131	6	6.6
4	.129	4.6	4.5
5	.168	5.2	6.8
6	.068	7.9	5.06
7	.113	7.1	5.09
8	.170	5	6.43
9	.140	4	5.12
10	.093	5.4	5
Promedio	.126	5.55	5.47

Cabe mencionar que el módulo de elasticidad obtenido experimentalmente se conoce como módulo aparente E*, ya que es el módulo de la estructura completa, es decir de la combinación del hueso trabecular y de los poros. Este valor no puede ser utilizado para el modelo, ya que el modelo planteado en este trabajo considera la porosidad en su geometría. Por lo que los valores que se utilizarán, serán los de deformación y esfuerzo máximo promedio.

La deformación máxima promedio se aplicará mediante un desplazamiento a compresión al modelo en elemento finito y al mismo tiempo se manejará un módulo de elasticidad variable, hasta encontrar el valor en el cual, la estructura del modelo llegue al esfuerzo máximo experimental, con lo que quedará determinado el módulo del tejido óseo.

Cabe mencionar, que en este análisis no se tomó en cuenta, el efecto que pudiera tener el cartílago de crecimiento en las propiedades mecánicas, ya que debido a la edad de los especímenes utilizados, está presente en las probetas sometidas a compresión.

4.2 CARACTERIZACIÓN MICROESTRUCTURAL DEL HUESO ESPONJOSO.

Para llevar a cabo la caracterización microestructural se obtuvieron tres probetas de hueso esponjoso, mediante la metodología utilizada para la caracterización mecánica, de 1.05 cm de diámetro y 2.1 cm de longitud.

Para observar la estructura trabecular sobre la sección longitudinal, en un inicio se utilizó el estereoscopio, pero debido al corte con el sacabocados la muestra se dañó, de tal forma que la imagen obtenida no permite su análisis (figura 4.3).

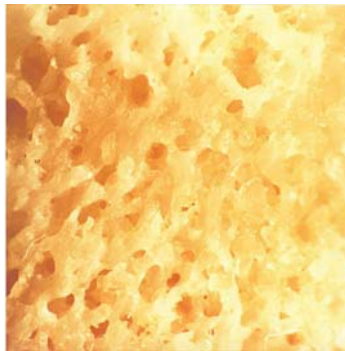


Figura 4.3 Fotografía del estereoscopio a 16X corte longitudinal.

Debido a lo anterior se optó por usar la cortadora de diamante y dividir en dos la probeta cilíndrica, de donde se obtiene el área de observación (Figura 4.4).

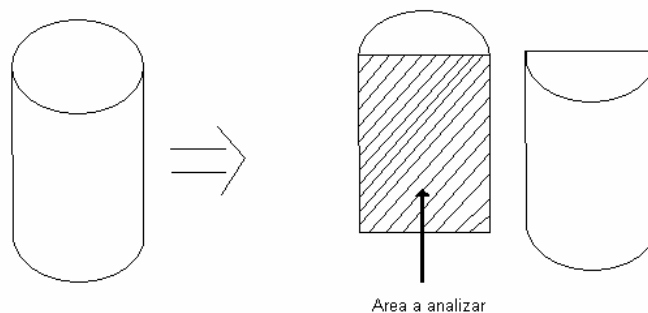


Figura 4.4 Corte mediante disco de diamante para caracterización microestructural.

De los cortes realizados con el disco de diamante se obtuvieron imágenes a 100X, mediante el microscopio óptico y se barrió toda la superficie de la probeta, de tal forma que se pudiera reconstruir mediante Corel Draw®, el área longitudinal de la muestra (figuras 4.5-4.7).

Las dimensiones de las secciones dependen de la zona en la que se realizó el corte y se muestran en cada pie de imagen.

Las probetas 1 y 2 muestran un tamaño de poro regular, pero el espesor de las trabéculas tiene una variación importante, principalmente en la base donde se nota que el espesor es mayor en comparación con el resto de la muestra.

En la probeta 3 se observa una estructura que muestra una orientación preferencial y a diferencia de las dos arquitecturas anteriores muestra un espesor homogéneo de trabécula.



Figura 4.5 Probeta 1 corte transversal (10.99 x 15.3 mm).

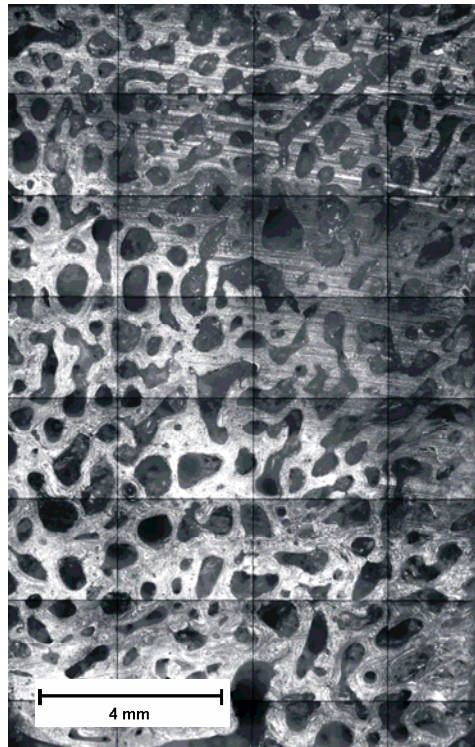


Figura 4.6 Probeta 2 corte transversal (9.7x15.3 mm).

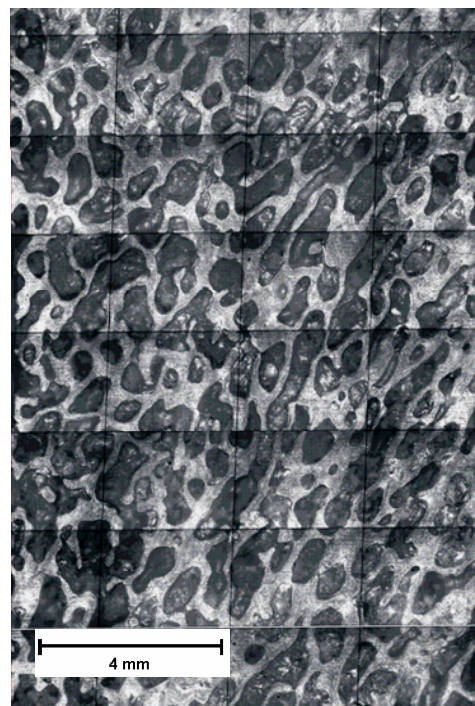


Figura 4.7 Probeta 3 corte transversal (10.6x16.2 mm).

Para la generación de las estructuras de Voronoi que serán la base de los modelos trabeculares, se obtuvieron las coordenadas de los centros de cada uno de los poros de las arquitecturas trabeculares reconstruidas en las figuras (4.5, 4.6 y 4.7). Con estos datos y estableciendo los límites de las estructuras, se formaron las arquitecturas trabeculares mediante Mathematica® (figuras 4.14 - 4.16).

Debido a la clara variación en el espesor de las trabéculas a lo largo de la altura de las muestras, se llevaron a cabo algunas mediciones, para las cuales se dividió cada una de las probetas en tres regiones del mismo tamaño, las figuras 4.5, 4.6 y 4.7.

Para lo anterior se llevaron a cabo 10 mediciones en cada una de las zonas, obteniendo para cada una de estas el valor de **L** (espesor trabecular en la zona de unión con las demás trabéculas) y el valor de **I** (espesor mínimo en la zona central de la trabécula) mostrado en la figura 4.8 y colocando los valores promedio en la tabla 4.2.

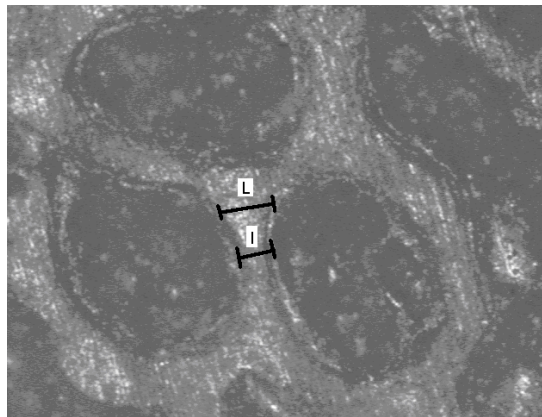


Figura 4.8 Imagen del hueso trabecular a 50 X

Tabla 4.2 Mediciones de I y L en las tres regiones de las imágenes (4.5, 4.6 y 4.7).

	Probeta 1		Probeta 2		Probeta 3	
	I [mm]	L [mm]	I [mm]	L [mm]	I [mm]	L [mm]
Arriba	0.20	0.51	0.20	0.46	0.16	0.32
En Medio	0.19	0.46	0.19	0.44	0.15	0.33
Abajo	0.32	0.69	0.30	0.75	0.16	0.40
Promedio	0.24	0.55	0.23	0.55	0.16	0.35

De los resultados mostrados en la tabla 4.2 para los modelos 1 y 2 se tomará el valor promedio de la región de arriba y en medio tanto para I como L y estos valores se asignarán a 2/3 de la longitud total de la probeta. Por otro lado para la región de la base del modelos se asignaron los valores medidos de la región de abajo.

En la probeta 3 se tiene que los datos medidos son mas o menos los mismos en las tres regiones tanto para I como para L, por lo que se asignarán los valores promedio.

4.3 EVOLUCIÓN DE LA ARQUITECTURA TRABECULAR DURANTE LA DEFORMACIÓN.

Con la finalidad de establecer un criterio para determinar el momento en que la estructura trabecular colapsa, se llevó a cabo el análisis de la evolución de la arquitectura del hueso esponjoso durante la deformación. Para esto se cortaron probetas para ser sometidas a pruebas de compresión, pero debido al deterioro superficial que genera el sacabocados en las muestras, estas se dividieron en dos con la cortadora de diamante para observar claramente la estructura.

Las pruebas consistieron en tomar cada una de las muestras y con la máquina de pruebas Instron someterlas a compresión, de tal manera que cada una de las 5 probetas fuera sometida a un distinto porcentaje de deformación, desde 2% hasta 6% variando de uno en uno. En las pruebas experimentales se observó que la deformación correspondiente al esfuerzo máximo es del orden del 5.5% y es por esto que el valor de deformación máxima que se tomó fue del 6%.

Todo este análisis se encuentra dentro del rango elástico de las curvas esfuerzo-deformación, por lo que se puede esperar que después de la deformación exista una recuperación total de la muestra, lo cual generaría que al tomar las imágenes no existiera ninguna evidencia de las sollicitaciones a las que estuvo sometida. Pero lo que se va a medir es el daño causado en las trabéculas durante la deformación, es decir el número de trabéculas rotas. Este tipo de fallas en las trabéculas se dan durante la vida diaria dentro de los organismos, pero debido al constante remodelado del hueso se presenta la recuperación de las mismas, situación que no se muestra en las probetas in vitro.

Para llevar a cabo el análisis cuantitativo, las piezas deformadas fueron llevadas al microscopio óptico y de nuevo se reprodujeron por completo las imágenes de las probetas (figuras 4.9, 4.10, 4.11, 4.12 y 4.13).

Debido a que el tamaño de las probetas no era el mismo, se midió la cantidad de trabéculas faltantes por unidad de área, considerando como trabéculas faltantes todas aquellas trabéculas incompletas, o donde parece que en un momento dado estaba la presencia de alguna. La realidad es que estas trabéculas no desaparecen durante la deformación, simplemente se fracturan y quedan dispersadas en algún lugar.

Adicionalmente se contó, del total de trabéculas faltantes, la cantidad de trabéculas verticales y horizontales falladas, con la finalidad de determinar el modo de falla más común, si las trabéculas fallan primordialmente por compresión que es el caso de las verticales o por tracción que es caso de las horizontales. Se consideraron como trabéculas verticales todas aquellas que forman un ángulo entre 45° y 135° con la horizontal.

En la imagen 4.9 se observa la estructura con un 2% de deformación, en la cual se contaron aproximadamente 59 trabéculas faltantes, en un área analizada de $94.75 \text{ [mm}^2\text{]}$. Cabe mencionar que 39 de las 59 trabéculas faltantes son verticales.

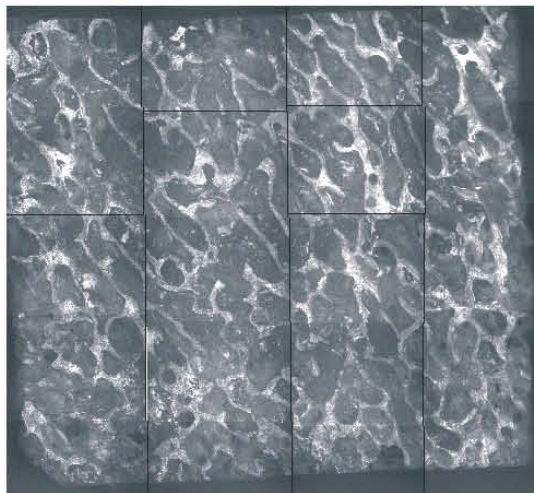


Figura 4.9 Imagen de hueso trabecular con un 2% de deformación.

En la imagen 4.10 se ve la arquitectura con un 3% de deformación, en la cual se contaron 91 trabéculas faltantes, en un área analizada de $91.77 \text{ [mm}^2\text{]}$. Donde 48 de las trabéculas faltantes son verticales.

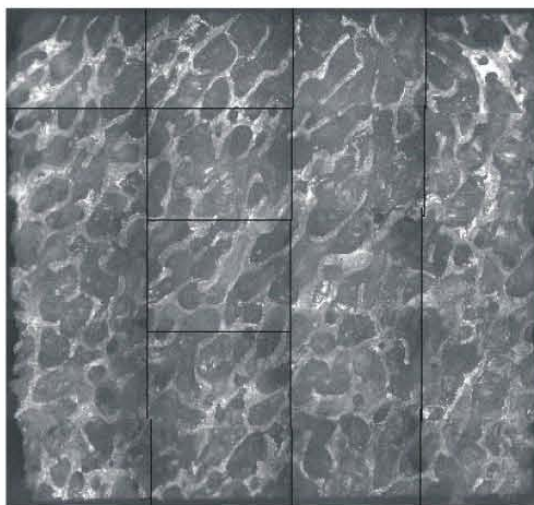


Figura 4.10 Imagen de hueso trabecular con un 3% de deformación.

En la imagen 4.11 se observa la estructura con un 4% de deformación, en la cual se contaron 109 trabéculas faltantes, en un área analizada de 85.51 [mm²]. Donde 57 de las trabéculas faltantes son verticales.

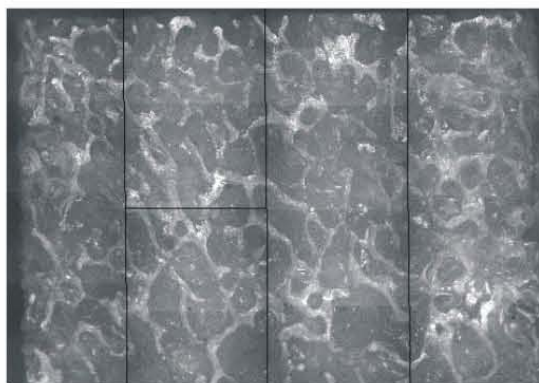


Figura 4.11 Imagen de hueso trabecular con un 4% de deformación.

En la imagen 4.12 se observa la estructura con un 5% de deformación, en la cual se contaron aproximadamente 201 trabéculas faltantes, en un área analizada de 100.36 [mm²]. Cabe mencionar que 120 trabéculas faltantes son verticales.

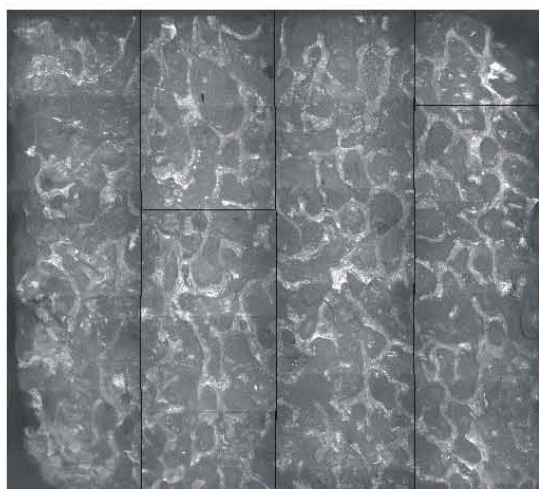


Figura 4.12 Imagen de hueso trabecular con un 5% de deformación.

En la figura 4.13 se observa la muestra con un 6% de deformación, que corresponde a un valor superior al que en teoría resiste la arquitectura que es de 5.5%, en la cual se contaron aproximadamente 235 trabéculas faltantes, en un área analizada de 96.81 [mm²]. Donde 137 de las 235 trabéculas faltantes son verticales.

El análisis de esta imagen es clave, ya que es la que determinará el criterio para definir el colapso de la arquitectura trabecular en el modelo, para lo cual se obtuvo la cantidad de trabéculas total, con la finalidad de conocer el porcentaje de trabéculas necesario para que la estructura colapse.

Se contó una cantidad aproximada de 652 trabéculas, por lo que es necesario que aproximadamente el 36% de las trabéculas fallen.

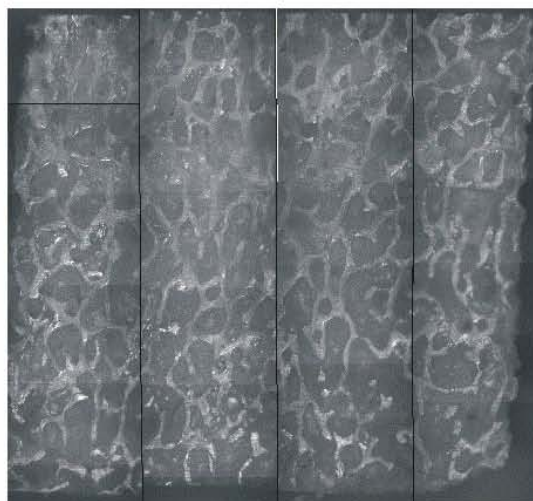


Figura 4.13 Imagen de hueso trabecular con un 6% de deformación.

A diferencia de lo que se ha reportado en algunos estudios estructurales, donde se ha mostrado que la falla de la red trabecular con la edad es principalmente causada por el colapso de los soportes horizontales (Mosekilde, 1993), en esta secuencia de imágenes se pudo observar, que la falla en las trabéculas verticales se presenta antes y en mayor medida que en las horizontales, ya que el porcentaje de trabéculas verticales que fallaron va de un 52 a un 66% del total.

Del párrafo anterior se puede concluir, que fallan en mayor medida las trabéculas que están orientadas en la dirección de aplicación de la carga, es decir aquellas trabéculas que están trabajando a compresión.

También se observa que la falla de las trabéculas empieza a partir de bajos porcentajes de deformación, queda claro que para un 2% de deformación ya existe una pérdida significativa de trabéculas.

Dividiendo el número de trabéculas que han fallado entre el área analizada se nota de una forma más clara la evolución de la falla de la estructura durante la deformación (Tabla 4.3).

Tabla 4.3 Relación del número de trabéculas falladas por unidad de área a distintos porcentajes de deformación.

% de deformación	# de trabéculas faltantes/ mm²
2	0.62
3	0.99
4	1.27
5	2
6	2.43

4.4 MODELADO DE LA ARQUITECTURA TRABECULAR.

A partir de las coordenadas de los centros obtenidos anteriormente se obtuvieron las distintas mallas generadas mediante el método geométrico conocido como celdas de Voronoi, que se muestran a continuación.

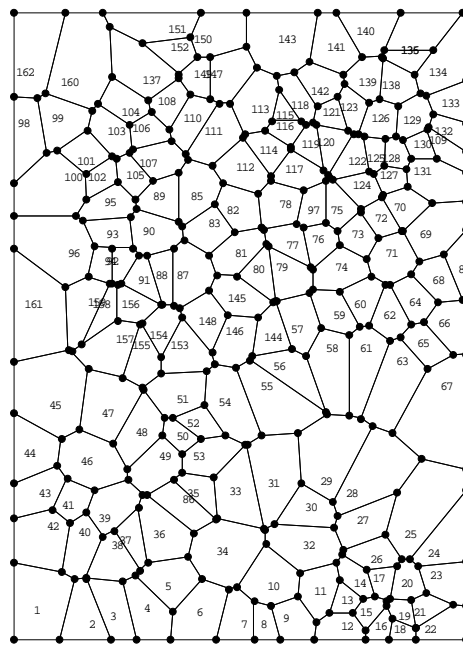


Figura 4.14 Modelo con celdas de Voronoi para la probeta 1 corte transversal.

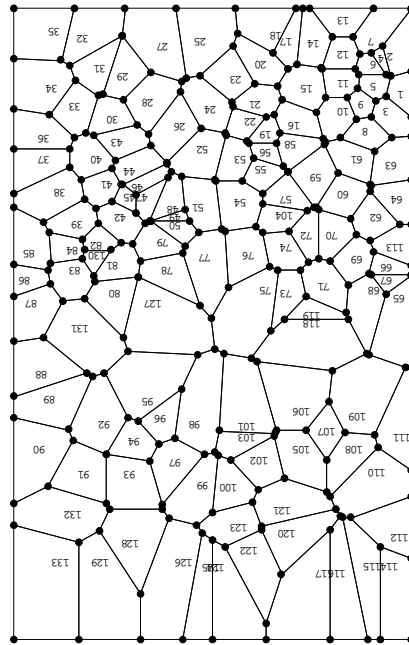


Figura 4.15 Modelo con celdas de Voronoi para la probeta 2 corte transversal.

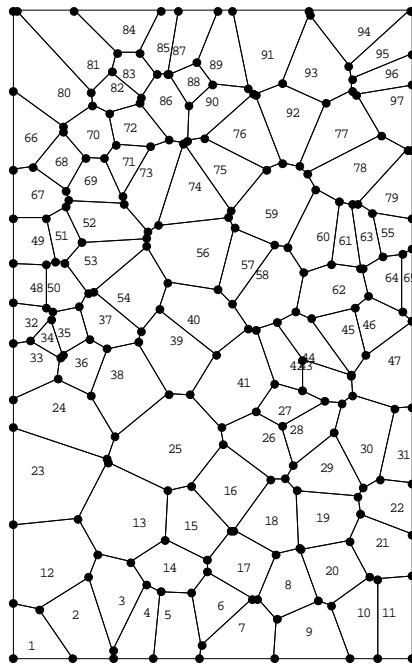


Figura 4.16 Modelo con celdas de Voronoi para la probeta 3 corte transversal.

Buscando una mejor aproximación a la estructura trabecular observada en las imágenes, para el modelo se plantea que la geometría de las trabéculas es la que se observa en la figura 4.17. Consta de 2 circunferencias de radios igual a la mitad del espesor medido en las regiones más gruesas ($L/2$), es decir en las zonas de unión de las trabéculas, mientras que en la sección media se tiene como espesor el valor medio evaluado en el centro de las trabéculas.

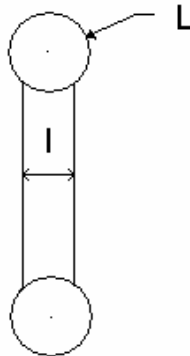


Figura 4.17 Geometría básica del modelo de la trabécula.

Después de asignar la geometría anterior a cada una de las barras de las estructuras de Voronoi, generadas anteriormente, las arquitecturas quedan como a continuación se presentan, como ya se había mencionado en los modelos 1 y 2 existe una variación en el espesor de las trabéculas a lo largo de la dirección vertical.

Es evidente que cada uno de los modelos tiene un grado de porosidad distinto, es por esto que se procedió a medir el porcentaje de área de cada uno de los modelos.

Para el modelo 1 se midió un área total de 183.64 mm^2 y el área que abarca el sólido es de 85.19 mm^2 por lo que la fracción de área que abarca el sólido es 46.3%, con un total de 365 trabéculas (figura 4.18).

Para el modelo 2 se tiene un área total de 165 mm^2 y un área trabecular de 69.19 mm^2 , lo que da como resultado una fracción de área de 41.9 %, con un total de 302 trabéculas (figura 4.19).

En el caso del modelo 3 el área total medida es de 171.29 mm^2 , mientras que el área trabecular es de 39.68 mm^2 , lo que da como resultado una fracción de área de 23.2%, con un total de 234 trabéculas (figura 4.20).

Los modelos 1 y 2 muestran una estructura muy parecida a la real, donde en la parte superior se observa una distribución homogénea de poros finos, mientras que en la zona intermedia se nota un aumento en la dimensión de las cavidades.

El modelo 3, al igual que la estructura real muestra una orientación preferencial de las trabéculas, que se observa de forma diagonal, desde la esquina inferior izquierda hasta la esquina superior derecha.

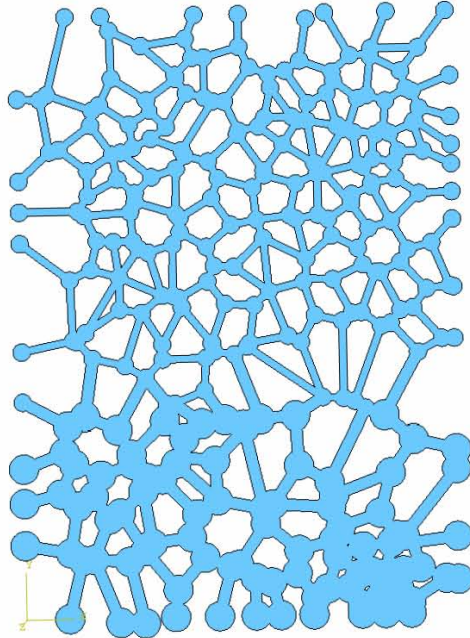


Figura 4.18 Modelo 1, estructura trabecular con una fracción de área de 0.463.

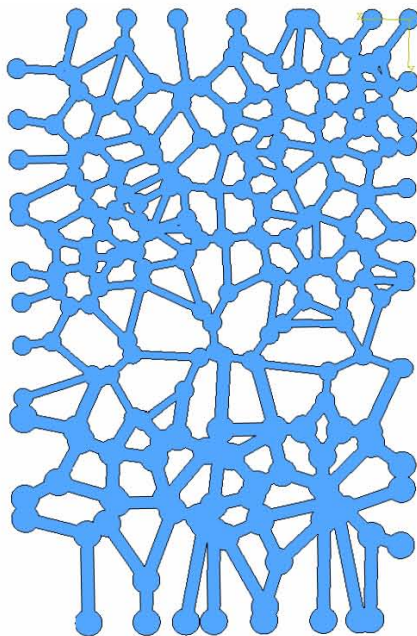


Figura 4.19 Modelo 2, estructura trabecular con una fracción de área de 0.419.

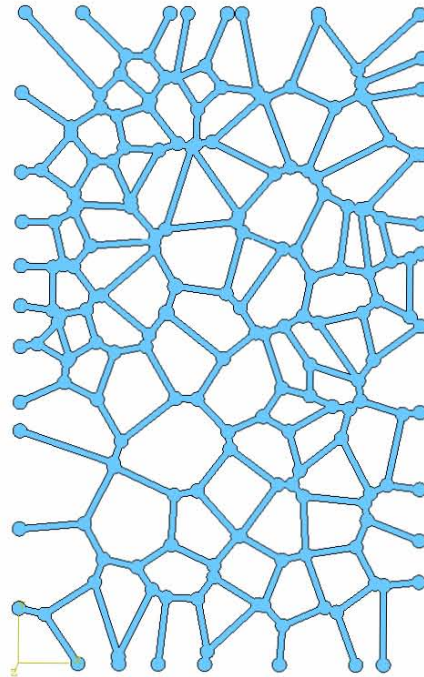


Figura 4.20 Modelo 3, estructura trabecular con una fracción de área de 0.232.

4.5 ANÁLISIS POR ELEMENTO FINITO DE LA ESTRUCTURA TRABECULAR.

Los tres modelos se llevaron a la paquetería de elemento finito ABAQUS® y se les asignó un desplazamiento vertical en la superficie superior que corresponde al 5.5 % de deformación obtenido experimentalmente, empotrando la superficie inferior.

Se consideró como elástico asignando un módulo de Young de 1 [GPa] y una relación de Poisson de 0.3, con esto se observó el nivel de esfuerzos máximo presente en la estructura. Este último valor divide el nivel de esfuerzos máximo obtenido experimentalmente ya que se tiene una relación lineal y con esto se determina el factor por el que hay que multiplicar el módulo de elasticidad. Para la estructura 1 se determinó un módulo de 183 [MPa] (figura 4.21), para la estructura 2 de 189 [MPa] (figura 4.22) y para la estructura 3 un módulo de 323 [MPa] (figura 4.23).

Cabe mencionar que al tener distintos niveles de esfuerzos sobre la estructura, lo que se consideró como el colapso de la misma fue en el momento en que el 36% de las trabéculas del modelo llegaron al esfuerzo máximo obtenido de forma experimental.

Se malló con elementos triangulares, y se consideró auto-contacto sin fricción, ya que durante la deformación unas trabéculas empiezan a interactuar con otras.

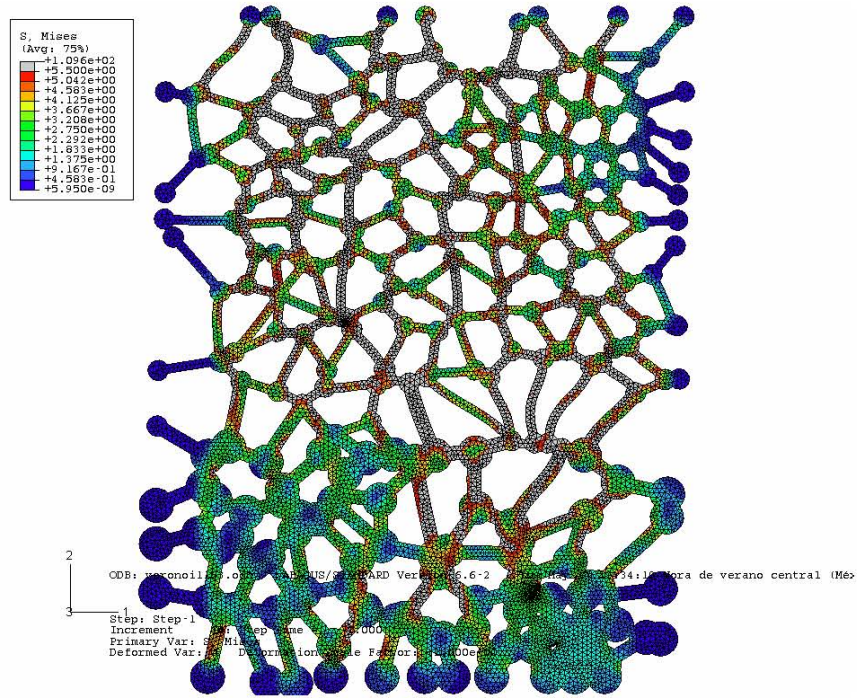


Figura 4.21 Estructura 1 deformada 5.5%, mostrando el nivel de esfuerzos para un modulo de elasticidad de 183 [MPa].

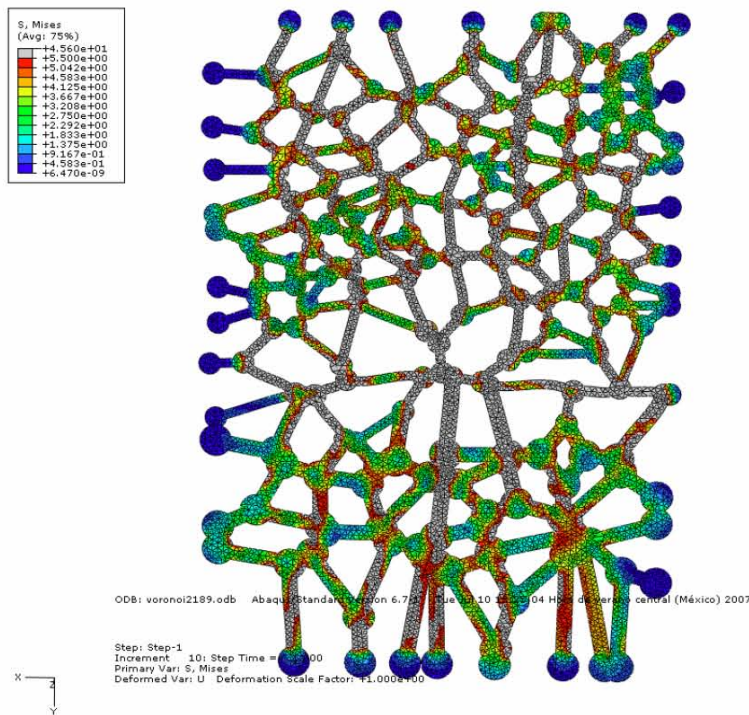


Figura 4.22 Estructura 2 deformada 5.5%, mostrando el nivel de esfuerzos para un modulo de elasticidad de 189 [MPa].

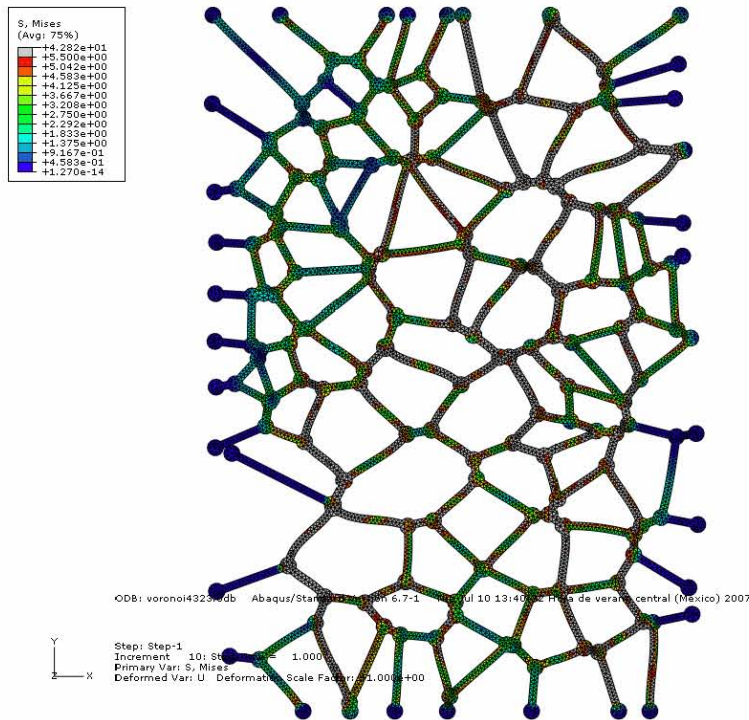


Figura 4.23 Estructura 3 deformada 5.5%, mostrando el nivel de esfuerzos para un modulo de elasticidad de 323 [MPa].

De los resultados de rigidez obtenidos mediante los análisis por elemento finito, se observa que el hecho de tomar los mismos valores experimentales para nutrir todos los modelos es un error dado que éstos corresponden a una densidad específica por lo que habrá que determinar a cual de las estructuras corresponde.

De lo observado microestructuralmente tanto en las pruebas de compresión, como en el análisis de la evolución de falla, se observó que la estructura que aparece de forma mas común es la tercera, aun cuando de las estructuras seleccionadas para modelar, dos tienen una variación en el espesor de las trabeculas a lo largo de su altura.

Por otro lado de los resultados obtenidos, el valor de 323 [MPa], se aproxima mas a los valores reportados en la literatura, dado que para vértebras de cerdo se encontraron valores entre 610 [MPa] hasta 1550[MPa], para fémur de cabra valores entre 234 hasta 770 [MPa], para fémur de humano desde 190 hasta 1610 [MPa] (An y Draughn, 2000).

Por las razones anteriormente expuestas se puede decir que el modelo que presenta una estructura similar a las probetas que fueron sometidas a pruebas de compresión es el tercero.

Como se ha visto de lo reportado en la literatura, entre mayor es la densidad relativa del hueso trabecular, mayor es la resistencia y la rigidez de la estructura. De los resultados obtenidos en los análisis pareciera todo lo contrario, pero tiene una explicación; primero el módulo que se está calculando es el asociado al del tejido, es decir el del material de la estructura y no el de la arquitectura en sí, y segundo, dado que la estructura con densidad mayor se tiene que ajustar a los datos obtenidos experimentalmente para una estructura con una densidad relativa menor, esto provoca que tenga que disminuir la rigidez del material de la estructura. Lo que realmente comprueba que entre mayor es la densidad relativa de la estructura, mayor es la rigidez de la misma.

Lo anterior se puede corroborar, asignando el módulo de elasticidad encontrado para el tejido de la tercera estructura a los otras dos, considerando que las tres estructuras tienen el mismo grado de mineralización y por lo tanto la misma rigidez en el material del tejido.

En las figuras 4.24 y 4.25 se observa el nivel de esfuerzos en las estructuras 1 y 2, para un módulo de elasticidad de 323 [MPa], donde para la estructura uno se encuentra que la resistencia máxima aumenta de 5.5 [MPa] hasta 10 [MPa], mientras que para la estructura 2 se obtiene un valor de 9.4 [MPa], lo cual comprueba que si bien la rigidez del material de los tres modelos es la misma, la rigidez de cada una de las estructuras difiere, y para los casos analizados en particular se tiene que la estructura con una densidad relativa mayor se tiene una mayor rigidez y una mayor resistencia.

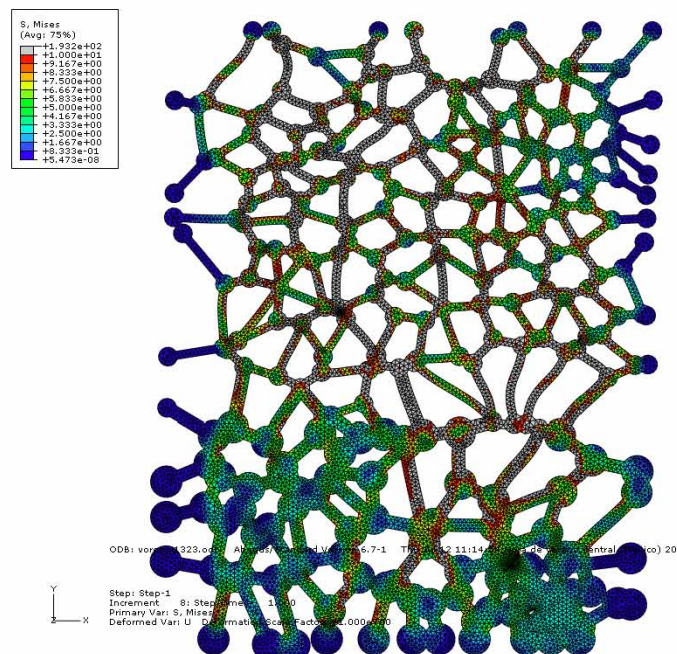


Figura 4.24 Estructura 1 deformada 5.5%, mostrando el nivel de esfuerzos para un módulo de elasticidad de 323 [MPa].

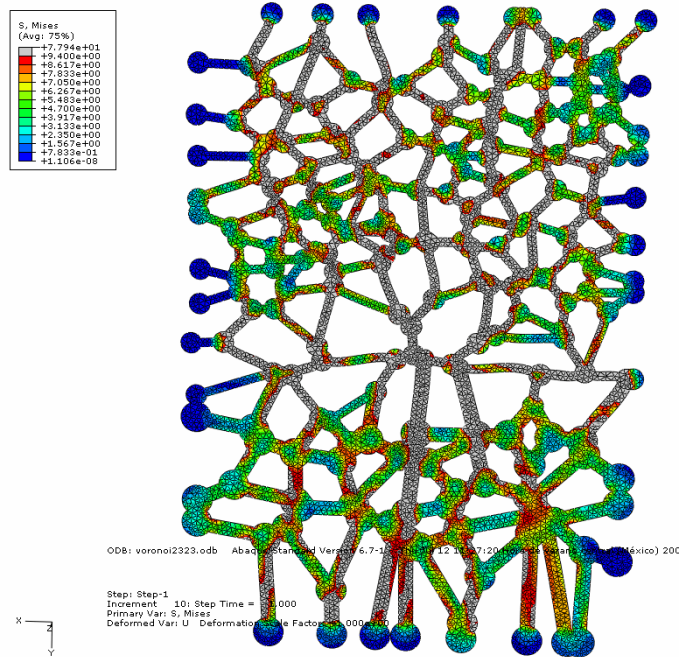


Figura 4.25 Estructura 2 deformada 5.5%, mostrando el nivel de esfuerzos para un modulo de elasticidad de 323 [MPa].

Adicionalmente, para cada una de las estructuras se graficó la sumatoria de las fuerzas de reacción en la superficie del modelo contra el desplazamiento vertical de la muestra, lo que arrojó los siguientes resultados.

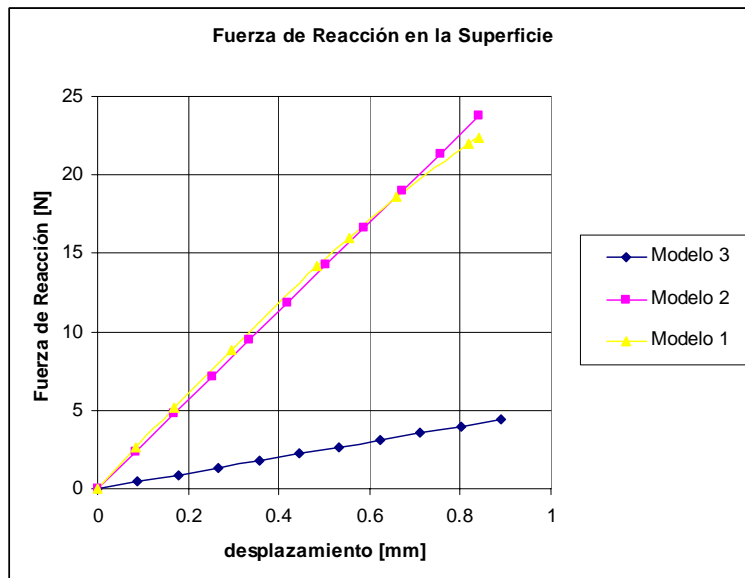


Figura 4.26 Fuerzas de reacción en la superficies de los modelos.

En la gráfica se observa que tanto para el modelo 2 como para el modelo 3, se presenta un comportamiento lineal como era de esperarse, ya que el comportamiento asignado a las trabéculas es elástico, pero en el modelo 1 la linealidad se pierde a partir de los últimos 3 datos graficados situación que coincide con el momento en el cual empiezan a interactuar algunas trabéculas y la condición de auto-contacto se activa, lo que provoca una disminución en la fuerza de reacción y ya que se consideró una condición sin fricción.

Por otro lado una vez más se observa que la estructura con menor densidad es la que presenta una menor resistencia y que la que tiene mayor densidad (modelo 1) sino fuera por el efecto que tiene la condición de auto-contacto hubiera presentado la mayor resistencia.

Debido al criterio que se estableció, para determinar el momento del colapso de la estructura trabecular, que depende únicamente del número de trabéculas que sobrepasan en esfuerzo máximo estipulado; se tiene como resultado que la resistencia dependa únicamente de la fracción de área, pero observando el modelo 2 durante la evolución de su falla, el colapso se puede dar antes, ya que una serie de trabéculas en especial donde se da el cambio de espesor alcanzan el esfuerzo máximo antes que el resto de la estructura, lo que provocará que toda esa región colapse (figura 4.27). Lo que comprueba que además de la densidad del hueso, la resistencia depende también de la arquitectura, y aún cuando se tenga una mayor densidad en una estructura, esta puede fallar antes que una estructura con una densidad menor.

Lo anterior se muestra en la figura 4.27, donde se observa que en una región localizada se observa que una gran porcentaje de las trabéculas ya superaron el esfuerzo máximo de 9.4 [MPa], lo que provocará el colapso de toda la muestra.

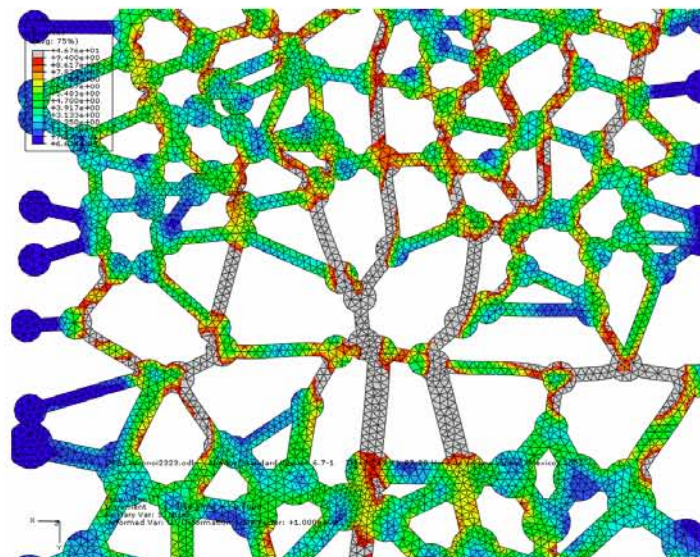


Figura 4.27 Estructura 2 cuando se ha aplicado el 60% del desplazamiento total.

Finalmente analizando la evolución de la falla en el modelo 3, se presenta un comportamiento similar al que se observó en las estructuras observadas en el microscopio, en las cuales a deformaciones del orden del 2% ya se presenta que en algunas zonas localizadas de las trabéculas ya se supera el esfuerzo máximo de 5.5 [MPa], lo que se puede ver como puntos de inicio de grietas. A deformaciones mayores del orden del 3 y 4%, se observa que estas áreas aumentan y aparecen nuevos puntos de inicio de grietas. En la figura 4.28 se resalta este efecto, lo cual demuestra que el modelo se ajusta al comportamiento del hueso trabecular durante la deformación.

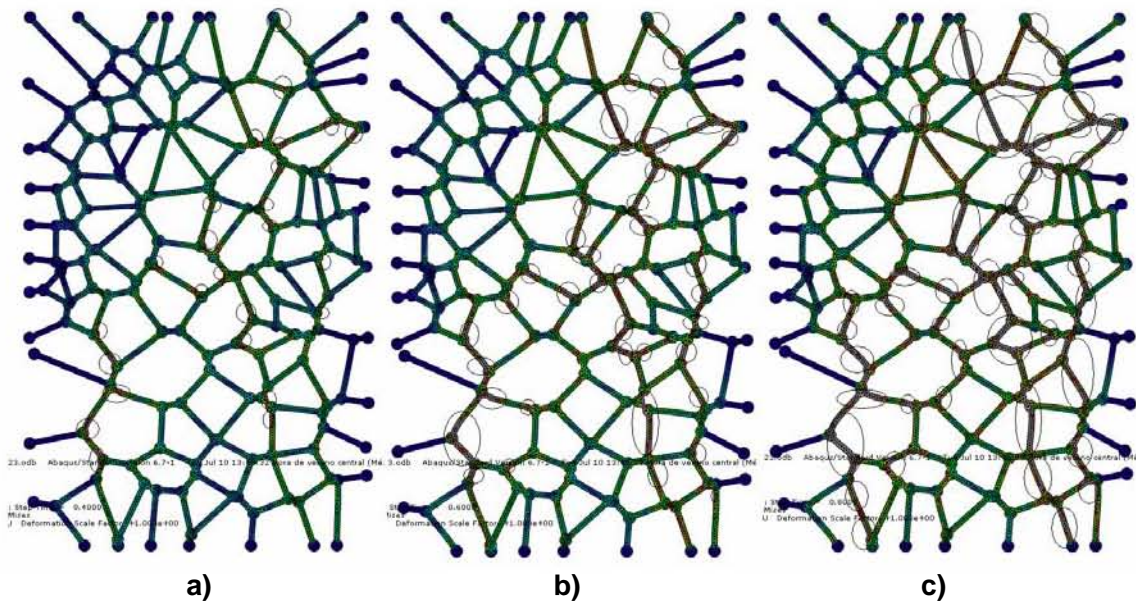


Figura 4.28 a) Estructura 3 deformada 2.2%, b) Estructura 3 deformada 3.3%, c) Estructura 3 deformada 4.4%.

CAPÍTULO 5 CONCLUSIONES

Después de observar el comportamiento mecánico del hueso esponjoso en las pruebas, se puede concluir que coincide con el que se presenta normalmente en los sólidos celulares, teniendo una zona elástica a bajas deformaciones, después llega a un esfuerzo máximo y su resistencia descende, hasta que las trabéculas empiezan a toparse unas con otras con lo cual se genera un efecto en el que pareciera que la resistencia se mantiene o aumenta.

Los resultados obtenidos experimentalmente como la resistencia máxima (5.5 [MPa]), deformación máxima (5.5%) y módulo de elasticidad de 126 [MPa] se encuentran dentro de los rangos establecidos en la literatura, por lo que se puede decir que la metodología establecida para la realización de las pruebas es la correcta. Si bien la prueba de compresión no es la más adecuada para medir el módulo de la elasticidad, si da una aproximación de esta constante, ya que, el realizar pruebas de flexión o la utilización de galgas extensométricas para su determinación se complica por su misma estructura porosa y por la dificultad para obtener muestras.

Se observó en la secuencia de imágenes obtenidas durante la deformación de la arquitectura, que las trabéculas que se encuentran orientadas en la dirección en la que se aplica la carga, tienden a fallar antes y en mayor medida que las trabéculas con una orientación perpendicular. Al mismo tiempo, se observó que la falla de las trabéculas, se presenta desde deformaciones muy por debajo del valor de la deformación máxima obtenida experimentalmente y que no es hasta que una cierta cantidad de trabéculas fallan cuando se da el colapso de la estructura.

El método de celdas de Voronoi es una técnica geométrica que permite reproducir de una forma relativamente simple una estructura celular como la del hueso trabecular. Este modelo, a diferencia de aquellos que consideran únicamente una celda unitaria, tiene la ventaja que se pueden tomar en cuenta los tres factores determinantes de cualquier sólido celular, las propiedades del tejido, la arquitectura trabecular y la densidad o fracción volumétrica. El primero de los tres factores mencionados se toma en cuenta al asignarle propiedades a la estructura en el programa de elemento finito, la arquitectura queda determinada mediante la técnica de Voronoi y la densidad se puede considerar variando el espesor de las trabéculas, generando un modelo paramétrico.

Cabe mencionar que si bien se llevaron a cabo algunos análisis a las estructuras obtenidas, el objetivo de la tesis es la de establecer una metodología para el modelado de la estructura trabecular del hueso, lo cual se consiguió desde el punto de vista de similitud geométrica y de tomar en cuenta los factores mas importantes para el comportamiento mecánico de los sólidos celulares.

Por otra parte, el uso de paquetería de elemento finito permitió además del análisis de esfuerzos de la estructura trabecular, la caracterización de la estructura trabecular eliminando muchas de las variables que se tienen en la experimentación real, por lo que si se llevan a cabo las consideraciones adecuadas, se tienen resultados mas fiables, debido a los múltiples cuidados que se requieren en los ensayos experimentales.

Con los datos obtenidos experimentalmente se determinó la rigidez del tejido óseo mediante la paquetería de elemento finito, y se obtuvo un módulo de elasticidad de 323 [MPa] para la tercera estructura, esto permitió a su vez observar la variación tanto en la rigidez como en la resistencia de la estructura trabecular dependiendo de su arquitectura y de su densidad. El nivel de esfuerzos en las estructuras 1 y 2, para un módulo de elasticidad del tejido óseo de 323 [MPa], es de 10 [MPa] para la estructura 1, mientras que para la estructura 2 se obtuvo un valor de 9.4 [MPa], lo cual comprueba que si bien la rigidez del material de los tres modelos es la misma, la rigidez de cada una de las estructuras difiere, y para los casos analizados en particular se tiene que a mayor densidad relativa se tiene una mayor rigidez y una mayor resistencia.

Debido al criterio de falla que se estableció, que depende únicamente del número de trabéculas que sobrepasan en esfuerzo máximo estipulado, se tiene como resultado que la resistencia de la estructura depende únicamente de la fracción de área, pero observando los modelos durante la evolución de su falla se tiene que para el modelo 2, el colapso se puede dar mucho antes, ya que una serie de trabéculas verticales, en especial donde se da el cambio de espesor alcanzan el esfuerzo máximo antes que el resto de la estructura lo que provocará que toda esa región colapse y al ser una zona amplia de la estructura, llevará a que toda la estructura colapse. Esto comprueba que además de la densidad del hueso, la resistencia depende también de la arquitectura.

En el análisis de la estructura tres a lo largo de la deformación, se observa que el comportamiento se ajusta al observado en la estructura real, donde a bajos niveles de deformación algunas trabéculas llegan al esfuerzo máximo en zonas localizadas y conforme aumenta la deformación aumentan estos puntos y también el área que abarcan sobre las trabéculas, hasta que en 5.5% de deformación se tiene que un 36% de éstas ya superó la resistencia máxima estipulada.

Dentro de las perspectivas, se debe trabajar en la automatización del proceso, para hacerlo mas eficiente, principalmente en la generación de la geometría en la paquetería de elemento finito después de la obtención de la estructura de Voronoi, al mismo tiempo buscar generar un modelo en 3 dimensiones de tal forma que se observen las diferencias en los resultados.

Finalmente ya automatizado el proceso de modelado se puede trabajar mucho mas con los modelos, variando la densidad mediante el cambio de espesores de las trabéculas, para el caso de la arquitectura variando las morfologías asignadas a las mismas, además de establecer condiciones de auto-contacto entre las trabéculas que se apeguen mas a la realidad.

BIBLIOGRAFÍA

1. An Yuehwei y Draughn Robert, **MECHANICAL TESTING OF BONE AND THE BONE-IMPLANT INTERFACE**, CRC, U.S.A., 2000.
2. Beaupré G. y Hayes W., **FINITE ELEMENT ANALYSIS FOR A THREE DIMENSIONAL OPEN-CELLED MODEL FOR TRABECULAR BONE**, J. Biomech, 1985.
3. Bronner F. y Worrell R., **ORTHOPAEDICS, PRINCIPLES OF BASIC AND CLINICAL SCIENCE**, CRC, Florida, 1999.
4. Burstein A., Reilly D. y Martens M., **AGING OF BONE TISSUE: MECHANICAL PROPERTIES**, J. Bone Joint Surg., 1976.
5. Carter D. y Hayes W., **THE COMPRESSIVE BEHAVIOR OF BONE AS A TWO-PHASE STRUCTURE**, J. Bone Joint Surg., 1977.
6. Cowin S., **THE RELATIONSHIP BETWEEN THE ELASTICITY TENSOR AND THE FABRIC TENSOR**, Mechanics of materials, 1985.
7. Cowin Stephen, **BONE MECHANICS HANDBOOK**, 2ª edición, CRC, USA, 2001.
8. Currey J., **THE MECHANICAL ADAPTATIONS OF BONE**, Princeton University Press, NJ, 1984.
9. Currey J., **BONES: STRUCTURE AND MECHANICS**, Princeton University Press, E.U.A, 2002.
10. Fung, Yuang-Chen, **BIOMECHANICS: MECHANICAL PROPERTIES OF LIVING TISSUES**, 2ª ed. Springer, EUA, 1993.
11. Gibson L., **THE MECHANICAL BEHAVIOUR OF CANCELLOUS BONE**, J. of Biomechanics, 1985.
12. Gibson L. y Ashby M., **CELLULAR SOLIDS: STRUCTURE AND PROPERTIES**, 2da edición, 1997.
13. Gibson y Lorna, **BIOMECHANICS OF CELLULAR SOLIDS**, Massachusetts, 2004.

14. Guo X. y Kim C., **MECHANICAL CONSEQUENCE OF TRABECULAR BONE LOSS AND ITS TREATMENT: A THREE-DIMENSIONAL MODEL SIMULATION**, NY, 2002.
15. Hibbeler, R., **MECÁNICA DE MATERIALES**, Tercera edición, Prentice Hall, México, 1997.
16. Hodgkinson y Currey, **YOUNG'S MODULUS, DENSITY AND MATERIAL PROPERTIES IN CANCELLOUS BONE OVER A LARGE DENSITY RANGE**, J. Matter. Sci. Mater. Med., 1992.
17. Jee W, **THE SKELETAL TISSUES, IN CELL AND TISSUE BIOLOGY, A TEXT BOOK OF HISTOLOGY**, Urban and Schwarzenberg, Baltimore, 1988.
18. Kabel J., Odgaard A., van Rietbergen B. y Huiskes R., **CONNECTIVITY AND THE ELASTIC PROPERTIES OF CANCELLOUS BONE**, Bone, 1999.
19. Kim H., Al-Hassani S., **A MORPHOLOGICAL MODEL OF VERTEBRAL TRABECULAR BONE**, Biomechs. Journal, South Korea, 2002.
20. Keaveny T., Wachtel E., Ford C. y Hayes W., **DIFFERENCES BETWEEN THE TENSILE AND COMPRESSIVE STRENGTHS OF BOVINE TIBIAL TRABECULAR BONE DEPEND ON MODULUS**, J. Biomech, 1994.
21. Ladd A. y Kinney J., **NUMERICAL ERRORS AND UNCERTAINTIES IN FINITE-ELEMENT MODELING OF TRABECULAR BONE**, J. Biomech., 1998.
22. Lian J., Stein G., Canalis E., Gehron-Robey P. y Boskey A., **BONE FORMATION: OSTEOLAST LINEAGE CELLS, GROWTH FACTORS, MATRIX PROTEINS AND THE MINERALIZATION PROCESS, IN PRIMER ON THE METABOLIC BONE DISEASES AND DISORDERS OF MINERAL METABOLISM**, 4ª edición, Lippincott/Williams and Wilkins, Philadelphia, 1999.
23. Martínez David, **ESTUDIO DE LAS PROPIEDADES MECÁNICAS DEL TEJIDO ÓSEO Y SUS MECANISMOS DE EVALUACIÓN**, Tesis Licenciatura UNAM, México, 2006.
24. Martins Manuel, www.sbmm.org.br/galeria_0051.htm, **Sociedad Brasileña de Microscopía y Análisis**, Universidad de Aveiro, Portugal.

25. McElhaney J., Fogle J., Byars E., y Weaver G., EFFECT OF EMBALMING ON THE MECHANICAL PROPERTIES OF BEEF BONE, J. Appl. Physiol., 1964.
26. Mosekilde L., SEX DIFFERENCES IN AGE-RELATED LOSS OF VERTEBRAL TRABECULAR BONE MASS AND STRUCTURE-BIOMECHANICAL CONSEQUENCES, Bone, 1989.
27. Mosekilde L., VERTEBRAL STRUCTURE AND STRENGTH IN VIVO AND IN VITRO. Calcified Tissue International, 1993.
28. Mosekilde L., Mosekilde L., NORMAL VERTEBRAL BODY SIZE AND COMPRESSIVE STRENGTH: RELATIONS TO AGE AND TO VERTEBRAL AND ILIAC TRABECULAR BONE COMPRESSIVE STRENGTH, Bone, 1986.
29. Mullender M. G., Huiskes R., Versleyen H., y Buma P., OSTEOCYTE DENSITY AND HISTOMORPHOMETRIC PARAMETERS IN CANCELLOUS BONE OF THE PROXIMAL FÉMUR IN FIVE MAMMALIAN SPECIES, J. Orthop, 1996.
30. Müller R. y Rügsegger P., THREE-DIMENSIONAL FINITE ELEMENT MODELLING OF NON-INVASIVELY ASSESSED TRABECULAR BONE STRUCTURES, Med Eng Phys, 1995.
31. Müller R. y Rügsegger P., ANÁLISIS OF MECHANICAL PROPERTIES OF CANCELLOUS BONE UNDER CONDITIONS OF SIMULATED BONE ATROPHY, J Biomech, 1996.
32. Narváez Mónica, PROPUESTA PARA EL ANÁLISIS DE LAS PROPIEDADES MECÁNICAS DEL HUESO ESPONJOSO VERTEBRAL, Tesis Licenciatura UNAM, México, 2004.
33. Nemat-Nasser y Hori M., MICROMECHANICS: OVERALL PROPERTIES OF HETEROGENEOUS MATERIALS, Nueva York, 1998.
34. Nemat-Nasser y Hori M., ELASTIC SOLIDS WITH MICRODEFECTS, IN MICROMECHANICS AND INHOMOGENEITY, Nueva Cork, 1990.
35. Overaker D., MICROMECHANICAL MODELING OF OPEN CELL STRUCTURES WITH APPLICATION IN FINITE ELEMENT ANALYSIS OF VERTEBRAL BODY MECHANICS, Tesis, Rutgers University, 1997.

-
36. Parfitt A., THE PHYSIOLOGY AND CLINICAL SIGNIFICANCE OF BONE HISTOMORPHOMETRIC DATA, IN BONE HISTOMORPHOMETRY: TECHNIQUES AND INTERPRETATION, CRC, Florida 1983.
 37. Rho J., Kuhnspearing L. y Zioupos P., MECHANICAL PROPERTIES AND THE HIERARCHICAL STRUCTURE OF BONE, Med. Eng. Phys., 1998.
 38. Rice J.C., Cowin S.C., y Bowman J.A., ON THE DEPENDENCE OF THE ELASTICITY AND STRENGTH OF CANCELLOUS BONE ON APPARENT DENSITY, J. Biomech., 1988.
 39. Sastre R. et al., BIOMATERIALES, Faenza Editrice Ibérica, 2004.
 40. Silva M. y Gibson L., MODELING THE MECHANICAL BEHAVIOR OF VERTEBRAL TRABECULAR BONE: EFFECTS OF AGE-RELATED CHANGES IN MICROSTRUCTURE, Bone, Vol. 21, No. 2, 1997.
 41. Vajjhala S., Kraynik A., Gibson L., A CELLULAR SOLID MODEL FOR MODULUS REDUCTION DUE TO RESORPTION OF TRABECULAE IN BONE, J Biomech Eng, 2000.
 42. van Lenthe G. y Huiskes R., HOW MORPHOLOGY PREDICTS MECHANICAL PROPERTIES OF TRABECULAR STRUCTURES DEPENDS ON INTRA-SPECIMEN TRABECULAR THICKNESS VARIATIONS, Journal of Biomechs., Netherlands, 2002.
 43. van Rietbergen B., Weinans H., Huiskes R. y Odgaard A., A NEW METHOD TO DETERMINE TRABECULAR BONE ELASTIC PROPERTIES AND LOADING USING MICROMECHANICAL FINITE-ELEMENT MODELS, J. Biomech, 1995.
 44. van Rietbergen B., Kabel J., Odgaard A. y Huiskes R., DETERMINATION OF TRABECULAR BONE TISSUE ELASTIC PROPERTIES BY COMPARISON OF EXPERIMENTAL AND FINITE ELEMENT RESULTS, Kluwer Academia Publishers, The Netherlands, 1997.
 45. Weiss L., CELL AND TISSUE BIOLOGY: A TEXT OF HISTOLOGY, Urban and Schwarzenberg, EUA, 1988.
 46. Whitehouse W., Dyson E., Jackson C., THE SCANNING ELECTRON MICROSCOPE IN STUDIES OF TRABECULAR BONE FROM A HUMAN VERTEBRAL BODY, Journal of Anatomy, 1971.

47. Yang G., Kabel J., van Rietbergen B., Odgaard A., Huiskes R., y Cowin S., THE ANISOTROPIC HOOKE'S LAW FOR CANCELLOUS BONE AND WORD, J. Elasticity, 1999.

ANEXO 1 Metodología para el modelado en ABAQUS

Módulo: Parte

Se generó la geometría dentro de Abaqus® a partir de los puntos obtenidos de Mathematica®, después se crearon los círculos asociados a cada punto con un diámetro de 0.35 mm, para posteriormente unirlos mediante dos rectas que conforman el espesor de las trabéculas (0.16 mm) (Figura 1).

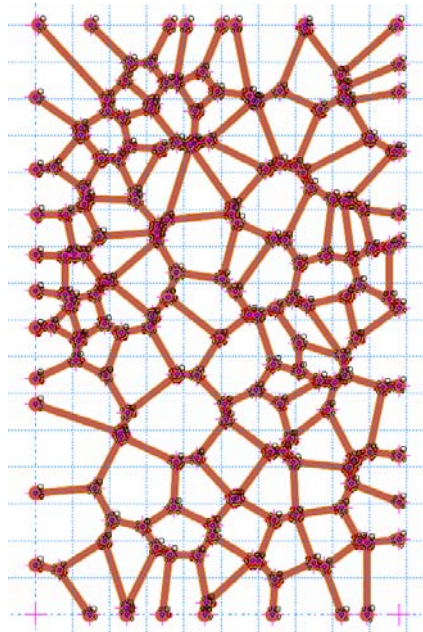


Figura 1 Construcción en Abaqus ® de la estructura trabecular.

Módulo: Propiedades

En este módulo se creó el material elástico e isotrópico del que está compuesto el modelo, con un módulo de elasticidad de 323 MPa y una relación de Poisson de 0.3 (Figura 2). Después se generó una sección sólida y homogénea, que finalmente es asignada a la geometría del módulo anterior.

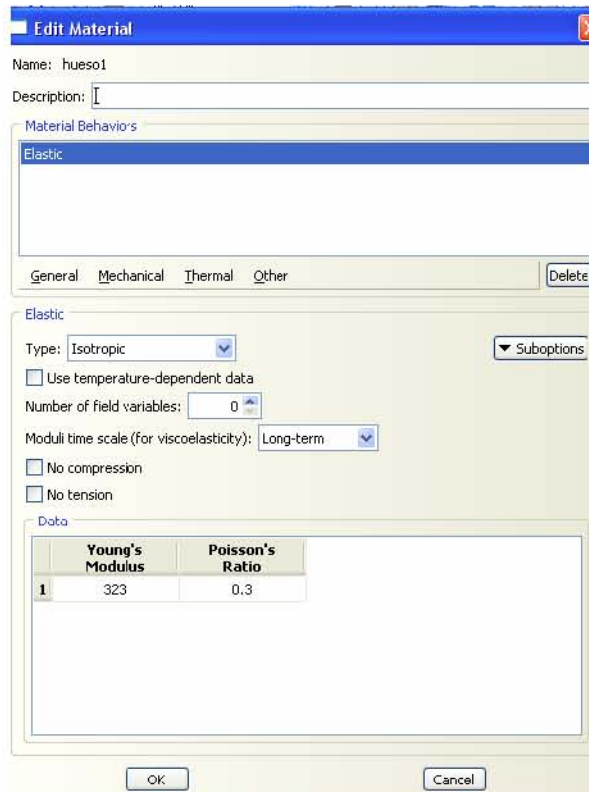


Figura 2 Módulo para crear el material.

Módulo: Paso

Se consideró un análisis estático general, dejando las variables de salida que el programa tiene preestablecidas.

Módulo: Interacción

Se creó una interacción llamada autocontacto y fue asignada a toda la estructura, considerando la opción sin fricción, para el caso donde durante la deformación de la arquitectura trabecular, una trabécula entra en contacto con otra

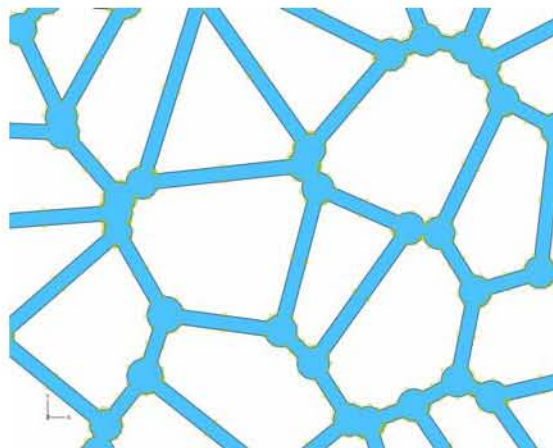


Figura 3 Condición de autocontacto aplicada sobre una región de la estructura.

Módulo: Carga

En este módulo se generó un empotramiento en la superficie inferior y un desplazamiento vertical negativo en la superficie superior de 0.89 mm, que corresponde al 5.5% de deformación.

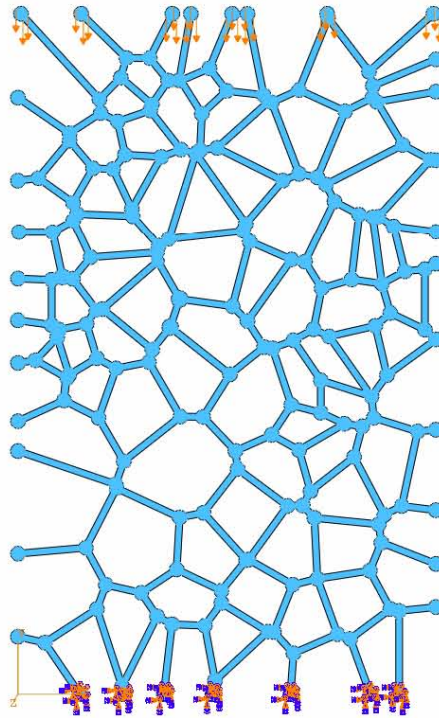


Figura 4 Condiciones de frontera sobre la estructura.

Módulo: Mallado

En este módulo se asignaron elementos triangulares debido a la complejidad de la estructura, bajo condiciones de esfuerzo plano.

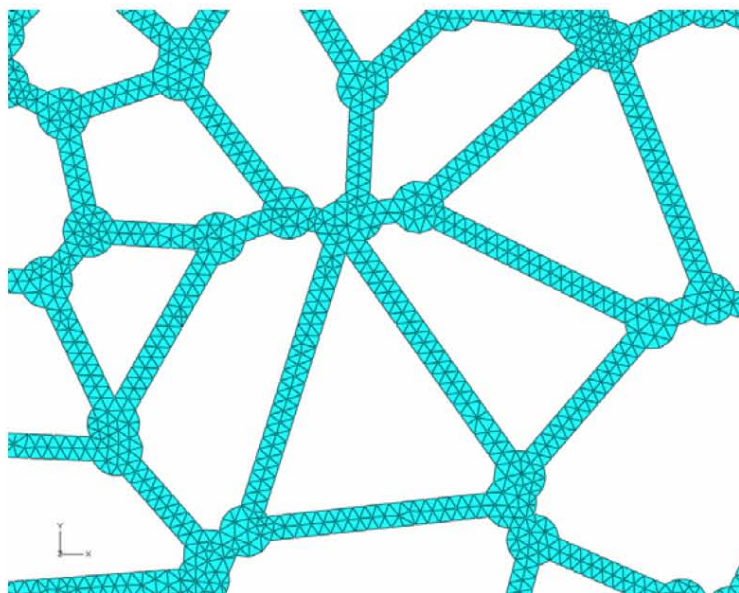


Figura 5 Región de la arquitectura trabécular mallada.

Módulo: Job

En éste se genera el trabajo para ser resuelto por el programa, y dentro de los archivos que genera se encuentra el inp el cual tiene toda la información del modelo mediante líneas de comandos, a continuación se anexa parte de este archivo, ya que colocarlo completo genera una gran cantidad de hojas por la cantidad de elementos y nodos definidos.

```
*Heading
** Job name: voronoi4323 Model name: Model-1
*Preprint, echo=NO, model=NO, history=NO, contact=NO
**
** MATERIALS
*Material, name=huesol
*Elastic
323., 0.3
**
** INTERACTION PROPERTIES
*Surface Interaction, name=IntProp-1
1.,
*Friction
0.,
**
** BOUNDARY CONDITIONS
** Name: BC-1 Type: Symmetry/Antisymmetry/Encastre
*Boundary
_PickedSet5, ENCASTRE
**
** INTERACTIONS
** Interaction: Int-1
*Contact Pair, interaction=IntProp-1, type=SURFACE TO SURFACE
_PickedSurf7,
**
** STEP: Step-1
*Step, name=Step-1
*Static
0.1, 1., 1e-05, 0.1
**
** BOUNDARY CONDITIONS
** Name: BC-2 Type: Displacement/Rotation
*Boundary
_PickedSet6, 2, 2, -0.89
**
** OUTPUT REQUESTS
*Restart, write, frequency=0
**
** FIELD OUTPUT: F-Output-1
*Output, field, variable=PRESELECT
**
** HISTORY OUTPUT: H-Output-1
*Output, history, variable=PRESELECT
*End Step
```