



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA  
DE MÉXICO**

---

---

**PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA**

**FACULTAD DE INGENIERÍA**

**“MÉTODOS DE ANÁLISIS DE ALGUNAS ANTENAS  
UTILIZADAS EN AERONÁUTICA Y RADARES  
TERRESTRES”**

**T E S I S**

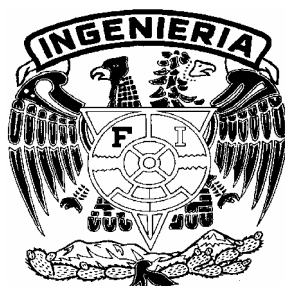
**QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:**

**MAESTRO EN INGENIERÍA**

**INGENIERÍA ELÉCTRICA-TELECOMUNICACIONES**

**P R E S E N T A :  
ISAAC LÓPEZ VILLEGAS**

**DIRECTOR DE TESIS:  
DR. RODOLFO NERI VELA**



**CIUDAD UNIVERSITARIA, MÉXICO D.F. NOVIEMBRE 2007**



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

**Jurado Asignado:**

Presidente	Dr. Guillermo Monsiváis Galindo
Secretario	Dr. Landeros Ayala Salvador
Vocal	Dr. Neri Vela Rodolfo
1er. Suplente	Dr. Gutiérrez Castejón Ramón
2do. Suplente	Dr. Martynyuk Oleksandr

Ciudad Universitaria, Distrito Federal, México.

**TUTOR DE TESIS:**

Dr. Rodolfo Neri Vela.

---



*compone de retos y que nunca hay que darse  
por vencidos, con todo mi cariño.*

*A mis hermanos, por nos unen más que lazos de  
sangre, lazos de amor y porque siempre sigamos  
siendo un gran equipo de "5 fantásticos" y  
porque nos encontremos en la cima.*

*A Araceli por enseñarme a valorar las cosas y  
por darme la oportunidad de compartir contigo  
hermosos momentos.*

*A mi pequeña Andrea Sofía, mi princesita, por  
ser mi inspiración, gracias por permitirme ser  
tu padre. Te quiero con toda mi alma por toda  
la eternidad.*

# ÍNDICE

---

PORTADA	i
JURADO	ii
RECONOCIMIENTOS	iii
DEDICATORIAS	iv
ÍNDICE	vi
ÍNDICE DE FIGURAS	ix
ÍNDICE DE TABLAS	xiv

<u>CAPITULO</u>	<u>PÁGINA</u>
<b>1. INTRODUCCIÓN</b>	<b>1</b>
1.1    Introducción	1
1.2    Definición del problema	3
1.2.1    Antecedentes	3
1.2.2    Planteamiento del problema	7
1.2.3    Objetivos	7
1.2.4    Hipótesis	7
1.2.5    Justificación	8
<b>2. PARÁMETROS FUNDAMENTALES DE LAS ANTENAS</b>	<b>10</b>
2.1    Patrón de radiación	10
2.1.1    Radiador isotrópico	10
2.1.2    Antena direccional	11
2.1.3    Patrones principales (planos E y H)	11
2.1.4    Lóbulos del patrón de radiación	11
2.1.5    Regiones de campo	12
2.2    Densidad de potencia de radiación	13
2.3    Intensidad de radiación	15
2.4    Directividad	15
2.5    Ganancia	16
2.6    Eficiencia de la antena	17
2.7    Polarización	18
2.8    Longitud efectiva y área equivalente de una antena	19
2.8.1    Vector de longitud efectiva	19
2.8.2    Áreas equivalentes de una antena	21
2.9    Ancho del haz de media potencia (-3dB)	21
2.10    Eficiencia del haz	22
2.11    Impedancia de entrada y resistencia de radiación	23
2.12    Ancho de banda	24
Referencias	24

<b>3</b>	<b>TIPOS DE ANTENAS Y ALGUNAS APLICACIONES</b>	<b>25</b>
3.1	Tipos de antenas	25
3.1.1	Antenas de alambre	26
3.1.2	Antenas de apertura	27
3.1.3	Antenas de microcinta	27
3.1.4	Arreglos de antenas	28
3.1.5	Antenas de reflector	29
3.1.6	Antenas de lente	30
3.2	Aplicaciones	35
3.2.1	Antenas para ondas milimétricas	35
	• Antenas de reflector	35
	• Antenas de lente	36
	• Antenas de corneta	37
	• Arreglos de antenas	37
3.2.2	Antenas en aeronaves, barcos y otros ambientes complejos	39
3.2.3	Antenas para aplicaciones satelitales	43
	• Antenas de haces puntuales o regionales	44
	• Antenas de amplia cobertura terrestre	44
	• Antenas de rastreo telemetría y comando	45
	Referencias	45
<b>4</b>	<b>PRINCIPIOS Y APLICACIONES DEL RADAR</b>	<b>46</b>
4.1	Elementos Fundamentales del radar	46
4.2	Funciones que desempeña un radar	47
4.2.1	Resolución	47
4.2.2	Detección	48
4.2.3	Medición	48
4.3	Tipos de objetivos de radar	48
4.4	Forma de onda potencia y energía de una señal de radar	48
4.5	Algunos principios del radar	50
4.5.1	Alcance del radar	50
4.5.2	Efecto Doppler	51
4.5.3	Frecuencias de operación de los radares	54
4.5.4	Despliegue de información (la pantalla del radar)	55
	• A-Scope	56
	• PPI	56
	• RHI	57
4.6	Ecuación del radar	58
4.7	Utilidad del patron de radiación $\text{csc}^2\theta$ en tecnología radar	58
4.8	Aplicaciones del radar	60
4.8.1	Radares aerotransportados	63
	• Radares aerotransportados de vigilancia aérea	63
4.8.2	Radares de apertura sintética	65
4.9	Ejemplos de antenas utilizadas en sistemas de radar	68
	Referencias	71
<b>5</b>	<b>MÉTODOS NUMÉRICOS PARA ANÁLISIS DE ANTENAS</b>	<b>72</b>
5.1	Método de ecuación integral	73
5.2	Solución por el método de momentos	79

5.2.1	Aplicación del método de momentos a un conductor de forma arbitraria	80
5.2.2	Impedancia de entrada de dipolos rectos	85
5.3	Métodos de alta frecuencia	87
5.3.1	Teoría de la óptica física	88
5.3.2	Óptica geométrica y teoría geométrica de la difracción	89
	Óptica geométrica	89
	Teoría geométrica de la difracción	90
5.3.3	Método de diferencias finitas en el dominio del tiempo	93
	Referencias	96
6	MÉTODO DE MOMENTOS	97
6.1	Arreglo Circular de dipolos	97
6.1.1	Evaluación de la matriz de impedancia	98
6.1.2	Patrón de radiación	104
6.2	Reflector parabólico cilíndrico formado con dipolos	112
	Referencias	114
7	METODO DE MULTIPLICACIÓN DE PATRONES	115
7.1	Principio de multiplicación de patrones	115
7.2	Arreglos lineales	119
7.3	Arreglos de rejilla rectangular	122
7.4	Arreglo circular	124
	Referencias	125
8	EFFECTOS DE LA TIERRA	126
8.1	Método de imágenes	126
8.2	Pseudos ángulo de Brewster	127
8.2.1	Variaciones de PBA con la calidad de la tierra	130
8.3	Efecto de la reflexión en tierra de las ondas polarizadas horizontalmente	131
8.4	Reflexión sobre el terreno y resistencia de radiación	133
8.4.1	Sistemas contrapuestos	134
8.5	Patrones directivos y ángulo de onda	134
8.5.1	Diagramas de directividad	134
8.5.2	Diagramas de directividad	134
	Referencias	135
9	CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	136
9.1	Conclusiones	136
9.2	Recomendaciones	137
	ANEXO A (2 dipolos)	A-1
	ANEXO B (Arreglo circular)	B-1
	ANEXO C (Arreglo parabólico cilíndrico)	C-1
	ANEXO D (Multiplicación de patrones)	D-1



## ÍNDICE DE FIGURAS

---

<u>FIGURA</u>		<u>PÁGINA</u>
	<b>CAPÍTULO 2</b>	
Fig. 2.1	Lóbulos de radiación del patrón de una antena.	11
Fig. 2.2	Representación grafica del patrón de potencia con sus lóbulos asociados.	12
Fig. 2.3	Regiones del campo de radiación de una antena.	13
Fig. 2.4	Polarización (a) lineal, (b) elíptica y (c) circular de una onda que se propaga hacia fuera de la hoja.	18
Fig. 2.5	Esta figura muestra el ancho de media potencia comparado con el ancho de potencia completa en un diagrama cartesiano en dB.	22
Fig. 2.6	Diagrama de alimentación de una antena.	23
	<b>CAPÍTULO 3</b>	
Fig. 3.1	Diferentes configuraciones de antenas de alambre.	26
Fig. 3.2	Configuraciones de antenas de apertura.	27
Fig. 3.3	Antenas de microcinta (o de parche) de configuración rectangular y circular.	28
Fig. 3.4	Configuraciones de arreglos típicos de antenas de alambre, de apertura, microcinta y ranuradas.	29
Fig. 3.5	Configuraciones típicas de reflectores.	30
Fig. 3.6	Configuraciones típicas de antenas de lente.	31
Fig. 3.7	Graficas del patrón de radiación de los tipos de antenas mostrados en la tabla 3.1.	34
Fig. 3.8	Antenas de rastreo mecánico rápido con un solo reflector.	35
Fig. 3.9	Radiotelescopio de ondas milimétricas, con antena de 25m de diámetro diseñado para el observatorio nacional de radioastronomía (E.U.).	36

Fig. 3.10	Antena de corneta corrugada de alto desempeño para la banda de 33-dB.	37
Fig. 3.11	Arreglo de antenas de microcinta de circuito impreso.	37
Fig. 3.12	Arreglo de 400 elementos radiadores en una estructura ranurada, (opera en la banda Ka).	38
Fig. 3.13	Las antenas fractales son baratas de fabricar, operan en diferentes bandas y por su estructura pueden quedar ocultas, (a) Antena fractal cuadrada en el interior de un teléfono inalámbrico. (b) Antena fractal de triángulo. Cada segmento puede actuar como una antena en miniatura.	38
Fig. 3.14	Arreglo plano de antenas reflectoras (reflectarray) para microondas y ondas milimétricas a base de antenas de microcinta.	39
Fig. 3.15	Patrón de un monopolo montado en un Boeing 737 en el ángulo de elevación. (a) Vista del perfil de la aeronave y del modelo usado para el análisis, (b) Patrones calculados y medidos.	41
Fig. 3.16	Algunos tipos de antenas empleados en aeronáutica, (a) configuración básica de una antena de muesca de alta frecuencia. (b) antenas de lazo que sobresalen del fuselaje, (c) antenas de navaja, configuración básica toda metálica VHF y el modelo DMC144 para difusión (30-400MHz).	42
Fig. 3.17	Antena receptora de satélite GBS/MILSTAR montada en la parte superior de una aeronave C-135.	43
Fig. 3.18	Antena de lente multibeam LES 7.	44
<b><u>CAPÍTULO 4</u></b>		
Fig. 4.1	Diagrama a bloques de la forma básica de un radar.	46
Fig. 4.2	(a) pulso transmitido, y (b) pulso recibido en el radar.	50
Fig. 4.3	Dos pulsos de la onda transmitida, separados por un ciclo de la portadora.	51
Fig. 4.4	Un objetivo moviéndose a velocidad constante en el tiempo.	53
Fig. 4.5	Radar A-scope.	56
Fig. 4.6	Pantallas PPI (a) con el radar localizado en el centro y (b) desplegando solamente un sector azimutal.	57
Fig. 4.7	Pantalla RHI que permite conocer la distancia radial del objetivo contra su altura.	57
Fig. 4.8	Haz alargado en forma vertical que permite la detección de aeronaves volando a cierta altitud a radares ubicados en tierra.	59

Fig. 4.9	E-3 Sentry con antena rotodomo de 9.1m de diámetro y 1.8m de ancho con sistema AWACS (sistema aerotransportado de alerta temprana y control).	64
Fig. 4.10	Sistema Phalcon desarrollado por IAI como un sistema aerotransportado de alerta temprana con comando y control (AEWC&C).	64
Fig. 4.11	Generación de apertura sintética: el objeto rojo es registrado desde distintas posiciones del sensor.	66
Fig. 4.12	Generación de una apertura sintética de longitud L a partir de una antena de longitud d.	67
Fig. 4.13	Antena de radar MT-5005 para detección de embarcaciones de la empresa MTI que opera en banda C y banda X, IFF en banda L.	69
Fig. 4.14	Radar AN/FPS-115 PAVE PAWS para alerta contra misiles balísticos desarrollado por el gobierno de los Estados Unidos. [ <a href="http://www7.nationalacademies.org/brer/PAVE_PAWS_Home">www7.nationalacademies.org/brer/PAVE_PAWS_Home</a> ].	69
Fig. 4.15	Radar-telescopio gigante ubicado en Arecibo Puerto Rico, con reflector principal esférico de 305m de diámetro. Es empleado para aplicaciones de astronomía, en el estudio de cuerpos celestes.	70
Fig. 4.16	Radar de alerta temprana E-801M OKO (ojo) que fue desarrollada por el "Nizhny Novgorod Radio Engineering Institute" de Rusia . Cuenta con una antena giratoria abatible [ <a href="http://www.airforce-technology.com/projects/ka3">www.airforce-technology.com/projects/ka3</a> ].	71
<b><u>CAPÍTULO 5</u></b>		
Fig. 5.1	Antena cilíndrica delgada.	74
Fig. 5.2	Sección de un conductor dividido en segmentos de longitud menor a $\lambda/10$ , se muestran la posición de los segmentos arbitrarios m y n.	81
Fig. 5.3	Conductor dividido en siete segmentos mas dos semisegmentos en los extremos con una distribución de corriente escalonada.	82
Fig. 5.4(a)	Graficas de mediciones experimentales de la impedancia de entrada para la reactancia de dipolos rectos de relación longitud/radio de 400, 100 y 20.	85
Fig. 5.4(b)	Graficas de mediciones experimentales de la impedancia de entrada para la resistencia de dipolos rectos de relación longitud/radio de 400, 100 y 20.	86
Fig. 5.5(a)	Graficas teóricas de la impedancia de entrada (reactancia) para dipolos de relación longitud/radio de 400, 100 y 20 obtenidas mediante un programa de computadora en lenguaje matlab.	86

Fig. 5.5(b)	Graficas teóricas de la impedancia de entrada (resistencia) para dipolos de relación longitud/radio de 400, 100 y 20 obtenidas mediante un programa de computadora en lenguaje matlab.	87
Fig. 5.6	Aproximación de las corrientes según la óptica física.	88
Fig. 5.7	Mecanismo de difracción para una apertura montada en un plano de tierra de tamaño finito.	87
Fig. 5.8	Parrilla de Yee, empleada en FDTD. Se usan diferentes puntos de ubicación para cada componente del campo.	93
<b><u>CAPÍTULO 6</u></b>		
Fig. 6.1	Arreglo circular de N dipolos, alimentados en el centro con una magnitud y una fase determinadas.	98
Fig. 6.2	Impedancia propia y mutua total, y contribución independiente de las corrientes y las cargas entre los segmentos 1 y N de un conductor cilíndrico recto. (a) segmentos de longitud $\lambda/10$ , (b) segmentos de longitud $\lambda/20$ .	99
Fig. 6.3	Arreglo de tres conductores cilíndricos rectos de radio $\lambda/100$ a 400 MHz. El número del segmento superior en cada uno de los conductores cilíndricos es 35, 70 y 105 de izquierda a derecha. Todos los segmentos son de la misma longitud con relación longitud/diámetro de 5.	100
Fig. 6.4	Impedancia mutua entre los segmentos 5 y n.	101
Fig. 6.5	Antena de reflector parabólico.	112
Fig. 6.6	Antena de reflector parabólico cilíndrico formado con dipolos, separados una distancia $\lambda/10$ y alimentada con un dipolo en la línea focal.	113
<b><u>CAPÍTULO 7</u></b>		
Fig. 7.1	Arreglo de N elementos.	116
Fig. 7.2	Graficas del patrón de radiación de un arreglo de dos dipolos para diferentes distancias d, y diferencias de fase $\alpha$ . Obtenidas por un programa de computadora en matlab usando el método de multiplicación de patrones.	117
Fig. 7.3	Arreglo lineal de N elementos uniformemente espaciados.	119
Fig. 7.4	Patrón de radiación de un arreglo lineal de N=7 y d= $\lambda$ .	121
Fig. 7.5	Geometría de un arreglo de rejilla rectangular.	122
Fig. 7.6	Geometría de un arreglo circular.	124
<b><u>CAPÍTULO 8</u></b>		
Fig. 7.1	Se considera que el rayo reflejado es originado en una antena imagen B. El rayo reflejado recorre una distancia BC que el directo, por lo que cambia su fase.	127
Fig. 7.2	Las corrientes de una antena vertical y su imagen fluyen en direcciones opuestas y para una antena vertical fluyen en la misma dirección.	127

- Fig. 8.3** Gráfica del coeficiente de reflexión para ondas verticalmente polarizadas.  $A$  y  $\varphi$  son la magnitud y fase del ángulo  $\psi$ . En este caso se emplearon los valores de los parámetros de un suelo promedio ( $k=13$ ,  $G=0.005S/m$ ) a 21MHz. 130
- Fig. 8.4** Pseudo-ángulo de Brewster para varias calidades de suelo y sobre el rango de frecuencia de los 1.8-30MHz. La escala de frecuencia es logarítmica. Las constantes usadas para cada crva aparecen en la tabla 8.1. 131
- Fig. 8.5** Coeficiente de reflexión para ondas polarizadas horizontalmente ( $A$  y  $\varphi$  son la magnitud y fase respectivamente), a 21 MHz sobre un suelo promedio ( $k=13$ ,  $G=0.005S/m$ ). 132

## ÍNDICE DE TABLAS

---

<u>TABLA</u>		<u>PÁGINA</u>
Tabla 3.1	Parámetros principales de algunos tipos básicos de antenas.	32
Tabla 4.1	Nomenclatura de las bandas de frecuencias de radar estándar.	54
Tabla 4.2	Variedad de problemas a los que se ha aplicado con éxito el radar, en las diferentes bandas de frecuencia [ <a href="http://www.com.uvigo.es/~banner/radar/tema1.pdf">http://www.com.uvigo.es/~banner/radar/tema1.pdf</a> ].	62
Tabla 8.1	Conductividad y constantes dieléctricas para tipos comunes de suelo.	128
Tabla 8.2	Variación del Pseudo-ángulo de Brewster con la frecuencia, constante dieléctrica y la conductividad.	129

# INTRODUCCIÓN

---

## 1.1 Introducción

Hablar de antenas para aplicaciones aeronáuticas es un tema muy amplio, porque existen una gran cantidad de modelos de aeronaves y las antenas se deben adaptar al diseño aerodinámico del avión. También es importante considerar la aplicación que se pretende dar a las antenas, es decir, el sistema en el cual se pretende utilizar. Por ejemplo, en el caso de aplicaciones aeronáuticas existen básicamente tres posibles sistemas: comunicaciones, en las cuales existen diferentes bandas de frecuencia y tipos de modulación que tienen que tomarse en consideración al momento de diseñar su respectiva antena; navegación, en donde podemos clasificar las radiobalizas, radiogoniómetros, VOR etc. o vigilancia, donde se incluye a todas las variedades de radares que existen. En cada uno de estos sistemas el subsistema de antenas es únicamente una parte que se debe adaptar perfectamente a las necesidades que se deseen satisfacer. Por lo anterior este trabajo se limita al estudio de algunas antenas empleadas en comunicaciones aeronáuticas en las bandas de HF (*High Frequency*) y VHF (*Very High Frequency*) y algunos tipos de antenas que se utilizan en enlaces de comunicación y radares terrestres.

En antenas utilizadas para aplicaciones aeronáuticas, es menester poner especial cuidado en el diseño estructural (mismo que rebasa el propósito de este trabajo), debido a que el medio en que éstas operan es un medio hostil con fuerzas y vibraciones intensas que hacen efecto desde que el vehículo comienza a desplazarse y que se incrementa considerablemente entre más resistencia al movimiento de la aeronave ofrecen las mencionadas antenas, es decir, en función de las dimensiones de la protuberancia que presenten sobre el fuselaje del avión. Esto exige que se tengan en consideración otros factores además de los parámetros relacionados con las características de radiación o

la impedancia de entrada. Se tiene una seria limitación de espacio, lo cual hace mas complicado el diseño, sin considerar que las aeronaves generalmente están construidas de materiales conductores y todo su fuselaje en un momento dado puede actuar como un reflector provocando características de radiación de formas bastante irregulares para aumentar mas aun el grado de dificultad en el análisis numérico de los parámetros de radiación de sus antenas.

En el desarrollo de esta tesis se pondrá especial énfasis en el método de momentos, por considerar que ofrece una precisión aceptable en el análisis de las antenas elegidas. Sin embargo, también se hablará de manera somera sobre algunos otros métodos matemáticos empleados en el estudio de las antenas, como son el método de multiplicación de patrones y algunos relacionados con la Teoría Geométrica de la Difracción que resultan convenientes en algunos casos en los que, por las características del sistema radiador, un análisis por el método de los momentos se vuelve demasiado engorroso. También el analizar varios métodos permite hacer un comparativo del desempeño de estas técnicas y descubrir al final cuál de ellas resulta más eficiente.

Este trabajo está dividido en tres etapas. La primera de ellas se enfoca en dar un panorama general de los conceptos que se emplean a lo largo de todo el desarrollo de la tesis, así como mostrar el estado del arte en materia de antenas en aeronáutica y radar. Esta información se utiliza también para elegir algunos tipos de antenas que resultan representativas dentro de las aplicaciones y bandas de frecuencia mencionadas con anterioridad, y una vez elegidas realizar un análisis exhaustivo de su comportamiento en ambientes del tipo al que se someten durante el vuelo de un avión. La segunda etapa consiste en realizar un programa de computadora en el lenguaje de matlab para simular el comportamiento del patrón de radiación de cada una de las antenas, mediante el método que se haya elegido (principalmente el método de momentos), obteniendo los parámetros de interés en este estudio. Finalmente, la última fase de este proyecto consiste en hacer una investigación documental para encontrar información que sirva de referencia para hacer comparaciones entre los resultados obtenidos mediante nuestro análisis teórico con mediciones de campo que hayan sido tomadas en cámaras anecoicas por laboratorios de prestigio, o bien, resultados publicados en textos y revistas especializadas. Para concluir, se comenta sobre la comparación y análisis de los datos obtenidos, mediante las simulaciones y los datos prácticos.

Al final de este trabajo se muestran algunos apéndices en los que se escribe el código fuente de algunos de los programas realizados, utilizando técnicas numéricas computacionales así como algunos resultados obtenidos como resultados gráficos de estos programas para diferentes casos de interés en el desarrollo de esta tesis, como son: un arreglo formado por dos dipolos (este caso es bastante conocido, por lo que la finalidad de incluir este caso es de carácter comparativo), un arreglo circular uniforme de diferente cantidad de elementos y finalmente un arreglo parabólico cilíndrico.



## 1.2 Definición del problema

### 1.2.1 Antecedentes

La historia de las antenas comienza cuando el físico escocés James Clerk Maxwell realizó una gran síntesis teórica de los trabajos de Ampère y Faraday sobre la electricidad y el magnetismo, unificándolos a través de un sistema de 4 ecuaciones conocido como "las ecuaciones de Maxwell". Su trabajo fue publicado en 1873, y condujo al descubrimiento de que la luz era de origen eléctrico y magnético. Además, como consecuencia de la teoría que desarrolló predijo la existencia de las ondas electromagnéticas. La formulación moderna de las ecuaciones de Maxwell es debida Oliver Heviside y Josiah Willard Gibbs quienes en 1884 reformularon las ecuaciones originales en sistema abreviado utilizando notación vectorial.

Algunos años después de que Maxwell hiciera la predicción de las ondas electromagnéticas en forma teórica, en 1886 el Profesor Henrich Rudolph Hertz, llevó a cabo en su laboratorio, un notable experimento, que constituyó el primer sistema electromagnético inalámbrico. Su trabajo verificó en forma brillante las predicciones de Maxwell.

Utilizó un carrete o bobina de Ruhmkorff, que es un transformador que produce un voltaje muy alto. En seguida conectó el carrete a un dispositivo formado por dos varillas de cobre; en uno de los extremos de cada varilla añadió una esfera grande y en el otro una pequeña. Cada una de las esferas grandes servía como condensador para almacenar carga eléctrica. Una vez hecha la conexión, en cierto instante el voltaje entre las esferas chicas era lo suficiente grande para que saltara una chispa entre ellas, al salir estas chispas se producirá un campo eléctrico variable en la región vecina a las esferas chicas, que debería inducir un campo magnético, también variable. Estos cambios serían una perturbación que se debería propagar, es decir, debería producirse una onda electromagnética. De esta forma, Hertz construyó un radiador de ondas electromagnéticas.

El siguiente paso fue construir un detector de las ondas electromagnéticas que eran emitidas por su dispositivo. Para este fin construyó varios detectores. Uno de ellos era simplemente otro dispositivo similar al radiador; otro tipo fue espira metálica en forma circular que tenía en sus extremos dos esferas, también conductoras, separadas una pequeña distancia. Al ser emitidas ondas electromagnéticas por el circuito se propagarán en todo el espacio circundante. Al llegar las ondas al detector, se inducirá en él un campo eléctrico (además del magnético) y por tanto, en las varillas conductoras o en la espira se inducirá una corriente eléctrica. Esto hará que a través de sus extremos se induzca un voltaje, que si llega a tener un valor suficientemente grande, dará lugar a que salte una chispa entre las esferas. Mientras mayor sea el valor de la amplitud de la corriente eléctrica en el circuito emisor, mayor será la magnitud del campo eléctrico inducido y por lo tanto, mayor será la diferencia de potencial entre los extremos de la espira del receptor. Con su detector situado a un distancia alrededor de 30 m del radiador, observó que saltaba una chispa entre las esferas del detector. Más tarde, el mismo Hertz pudo

demostrar que estas ondas se reflejan, se refractan y se comportan como las ondas de luz.

De esta manera se realizó en forma brillante la primera demostración experimental de la existencia de ondas electromagnéticas, generadas por una frecuencia (y por tanto, longitud de onda) particular.

No fue hasta 1901 que Guglielmo Marconi logro enviar señales a través de grandes distancias: Fue la primera transmisión transatlántica desde Poldhu, Inglaterra hasta St. John's Newfoundland, Canadá. Su antena transmisora consistía de 50 cables verticales en forma de abanico conectados a tierra a través de un transmisor. La antena receptora era un alambre de 200 m de largo sostenido por papalotes.

Desde sus inicios con la transmisión de Marconi en 1940 la tecnología de antenas se centro en alambres como elementos radiantes y principalmente en frecuencias de UHF. Fue durante la segunda guerra mundial cuando se dio un fuerte impulso a las antenas, se introdujeron nuevos elementos tales como aperturas de guías de ondas, cornetas, reflectores. Una contribución importante al desarrollo de las antenas fue la invención de generadores de microondas como el Klistron y el magnetrón que alcanzaron frecuencias superiores a 1GHz. Es por eso que se dice que al comienzo de la segunda guerra mundial empieza también la era moderna de las antenas.

Los avances en arquitectura de computadoras a partir de la década de los 60's tuvo un fuerte impacto también en el desarrollo de la tecnología de antenas. Estos adelantos se debieron a la introducción de métodos numéricos que permitieron analizar y diseñar con bastante precisión configuraciones de sistemas de antenas complejos que resultaban intratables sin herramientas de cómputo.

Se introdujeron métodos numéricos asintóticos para bajas frecuencias como el método de momentos, de diferencia finita y elemento finito o para altas frecuencias como las teorías geométrica y física de la difracción que contribuyeron significativamente a la madurez del campo de las antenas.

En los inicios el diseño de antenas podía ser considerado tal vez como un aspecto secundario pero en la actualidad juega un papel crítico en el diseño de sistemas de comunicaciones, incluso, en muchos de este depende el éxito o el fracaso del mismo. Hoy en día los métodos de análisis son tales que el desempeño de las antenas puede ser predicho con bastante exactitud, incluso muchos diseños pasan directamente de la etapa del diseño al prototipo sin ser necesaria una etapa intermedia de pruebas.

Antes de la segunda guerra mundial la mayoría de los elementos de antenas eran del tipo de alambre (alambre largo, dipolos, hélices, rombos, abanicos, etc.) y eran empleados tanto como elementos simples como en arreglos. Durante y después de la segunda guerra mundial, se pusieron en servicio muchas otras clases de radiadores, algunos que habían sido ya estudiados pero otros eran relativamente nuevos. Esto creo la necesidad de un mejor entendimiento y optimización de sus características de radiación. Muchas de estas antenas eran del tipo apertura (guías de ondas con extremo abierto, ranuras, cornetas) y eran

empleadas para comunicaciones, radar, detección remota, aplicaciones del espacio profundo ya sea en plataformas aéreas o ubicadas en tierra. Antes, las antenas con patrones de radiación e impedancia característica de banda ancha tenían una relación de alrededor de 2:1 cuando mucho. En la década de los 50's surgió un gran descubrimiento en la evolución de las antenas que extendió el ancho de banda al 40:1 o más. En este tipo de antenas la geometría está especificada por ángulos en vez de dimensiones lineales, por lo que, estas tienen en forma ideal un ancho de banda infinito, es por ello que estas antenas son conocidas como independientes de la frecuencia. Estas antenas fueron primeramente utilizadas en la región del espectro (banda) de 10-10000MHz en una gran variedad de aplicaciones incluyendo TV, comunicaciones punto a punto, alimentadores para reflectores y lentes y muchos otros.

20 años después, fue introducido un nuevo elemento de radiación fundamental, que ha recibido desde entonces una especial atención. Estas son las antenas de parche o de microcinta (circuito impreso). Este elemento es simple, ligero, barato de perfil reducido y se pueden adaptar fácilmente a cualquier superficie. En años recientes se ha producido un mayor avance en antenas de ondas milimétricas, incluyendo antenas integradas en las que se combinan circuitos pasivos y activos con elementos radiantes en una misma unidad compacta (unidad monolítica).

Generalmente no es posible lograr patrones específicos de radiación con un simple elemento de antena, debido a que tienen un patrón de radiación muy extendido, es decir valores muy bajos de directividad. Para diseñar antenas con directividades altas es necesario incrementar el tamaño eléctrico de la antena. Esto se puede lograr alargando las dimensiones eléctricas del elemento elegido pero esto provoca a menudo problemas mecánicos asociados con elementos radiantes muy largos. Una alternativa para conseguir directividades grandes sin incrementar el tamaño eléctrico de la antena individual es utilizar muchos elementos simples en forma de un arreglo. Un arreglo es una versión muestreada de un elemento simple de gran longitud. En un arreglo los problemas mecánicos provocados por dimensiones muy grandes son negociados con los problemas eléctricos asociados con la red de alimentación del arreglo. Sin embargo hoy en día la tecnología de estado sólido permite diseñar redes de alimentación muy eficientes y de bajo costo.

Los arreglos son los sistemas de antenas más versátiles. Estos encuentran aplicación no solo en muchos sistemas aeroespaciales sino también en muchas misiones en el espacio exterior. En la mayoría de los casos los elementos de un arreglo son idénticos; lo cual no es necesario, pero a menudo es más conveniente ya que su análisis es más simple y su diseño más práctico. Con arreglos de antenas, no solo es más sencillo sintetizar algún patrón de radiación deseado, sino que también es posible manipularse su lóbulo principal de radiación de manera que haga un barrido, esto controlando la fase relativa de excitación de los distintos elementos. Esto resulta especialmente conveniente para aplicarse en sistemas de antenas que no son de fácil acceso como es caso de las misiones espaciales o en aeronáutica. El ancho del haz

principal del patrón de radiación así como el nivel de los lóbulos laterales puede también ser controlados con la distribución de la excitación relativa de amplitud entre los elementos del arreglo. De hecho existe una negociación entre el ancho de haz y el nivel de lóbulos laterales en base a la distribución de amplitud.

Existe una gran diversidad de elementos de antenas, muchos de los cuales tienen intrincadas configuraciones. Para analizarlos como un problema de valor en la frontera y obtener soluciones en forma cerrada, la estructura de la antena debe ser descrita mediante un sistema de coordenadas curvilíneas. Esto origina severas restricciones respecto al número y tipo de los sistemas de antenas que pueden ser analizados usando tal procedimiento. Es por ello que se han desarrollado otros métodos del tipo numérico que realizan esta función ya sea de manera exacta o aproximada.

Son dos los métodos que han adquirido mayor predominancia en el análisis de muchos problemas anteriormente intratables: El de Ecuación Integral IE (*"Integral Equation"*) y el de la Teoría Geométrica de la Difracción GTD (*"Geometrical Theory of Diffraction"*).

El método de la Ecuación Integral ofrece una solución al problema de las antenas por medio de una ecuación integral (de allí su nombre) donde la incógnita, generalmente la densidad de corriente inducida es parte del integrando. Posteriormente se emplean técnicas numéricas, tales como el Método de los Momentos MM (*"Moments method"*) para resolver la incógnita. Una vez que se encuentra la densidad de corriente, se emplean las integrales de radiación para obtener los campos radiados y otros parámetros del sistema. Este método es el más conveniente para antenas de alambre y ofrece una mayor eficiencia en estructuras eléctricamente pequeñas. Uno de los primeros objetivos de este método es formular la ecuación integral IE para el problema en cuestión.

En general se emplean dos tipos de Ecuaciones Integrales: Uno es la Ecuación Integral del Campo Eléctrico EFIE (*"Electric Field Integral Equation"*) basada en la condición de frontera del campo eléctrico tangencial total y la otra es la Ecuación Integral del Campo Magnético MFIE (*"Magnetic Field Integral Equation"*) que se basa en la condición de frontera que expresa la densidad de corriente eléctrica introducida en la superficie en términos del campo magnético incidente. La MFIE es únicamente válido para superficies cerradas, por lo que para algunos problemas, es más conveniente formularlos con EFIE mientras que para otros es más apropiado usar MFIE.

Cuando las dimensiones eléctricas de los sistemas radiantes son de muchas longitudes de onda, los métodos de baja frecuencia no son computacionalmente eficientes, sin embargo, puede usarse técnicas asintóticas de alta frecuencia para analizar problemas que de otro modo serían intratables. Uno de estos métodos que ha recibido considerable atención en los últimos años es la Teoría Geométrica de la Difracción GTD, (*"Geometrical Theory of Diffraction"*) la cual es una extensión de Óptica Geométrica GO (*"Geometrical Optic"*) pero introduciendo mecanismos de difracción.

En estructuras en que no resulte conveniente el análisis por ninguno de los dos métodos expuestos anteriormente a menudo es posible emplear una combinación de los dos. Tal combinación es conocida como método Híbrido.

Otro método que ha recibido considerable atención en el análisis de elementos radiantes es el de Diferencia Finita en el Dominio del Tiempo FDTD (*"Finite Difrence Time Domain"*) y un método cuya aplicación está empezando a tomar fuerza es también el método del Elemento Finito.

### 1.2.2 Planteamiento del problema

La obtención de las características de radiación y desempeño de las antenas, por medición directa, es un procedimiento complicado y caro, debido al equipo tan costoso que se requiere, además, no siempre es posible tener acceso al empleo de una cámara anecoica de las dimensiones adecuadas para frecuencias del orden de HF y VHF. Por la anterior razón, surge el siguiente problema: ¿Es posible analizar de manera teórica algunos tipos de antenas utilizadas en aeronáutica y radar obteniendo resultados confiables?

### 1.2.3 Objetivos

- Hacer, mediante una investigación documental una clasificación de los tipos de antenas, que sean factibles de emplearse en aplicaciones de aeronáutica y radar principalmente a frecuencias de las bandas de HF y VHF..
- Identificar el método matemático adecuado para analizar algunos tipos de antenas utilizadas en aplicaciones de aeronáutica y radar, que se hayan elegido para este propósito.
- Con el auxilio de herramientas informáticas y aplicando los métodos de análisis de antenas adecuados a las características de las mismas, elaborar un programa de simulación en lenguaje matlab.
- Comprobar la validez del método matemático elegido mediante la comparación de los resultados obtenidos utilizando dicho método en una simulación en matlab, con otros consultados de alguna referencia confiable.

### 1.2.4 Hipótesis

Los métodos matemáticos empleados para el análisis de los diferentes sistemas radiadores de ondas hertzianas, han sido diseñados para casos específicos haciendo consideraciones que simplifican en varios órdenes la complejidad de los cálculos de los diferentes parámetros que definen el desempeño de una antena. Con base en lo anterior podemos afirmar que es posible, si se elige el método matemático adecuado a la antena que se pretenda analizar, crear un programa de computadora en el lenguaje de programación matlab que simule con cierto grado de exactitud el desempeño de la antena en cuestión entregando resultados con un margen de error aceptable.

### 1.2.5 Justificación

Con el surgimiento de la aeronáutica a inicios del siglo XX y con el impulso que se le ha dado a ésta mediante las continuas innovaciones científicas y tecnológicas que han surgido desde entonces, se ha hecho cada vez más necesario contar con equipos más sofisticados de comunicación y navegación que permitan mantener en contacto a los pilotos y tripulación a bordo de las aeronaves con observadores en tierra que hagan la función de controladores de vuelo.

La visibilidad humana (luz visible) no es capaz de atravesar los bancos de niebla, nubes, lluvia y demás condiciones atmosféricas, poniendo en serio riesgo a los tripulantes de un avión, en condiciones de clima adverso. Sin embargo, las ondas electromagnéticas de otras frecuencias sí pueden hacerlo; además es posible de acuerdo con la potencia de los equipos y la directividad de los radiadores tener un alcance de una distancia muy superior a la simple vista, lo mismo podemos decir de la voz humana; es por ello que resulta muy adecuado utilizar robustos sistemas de navegación, vigilancia y comunicaciones, que hagan las funciones de nuestros ojos y oídos en situaciones tan extremas.

Todos ellos deben ser por supuesto inalámbricos, ya que el avión se encuentra en movimiento y una parte importante de sus complicados sistemas la ocupa el subsistema de antenas. Estas, al igual que todos los subsistemas complementarios son vitales, por que de estas depende en primera instancia la vida de los tripulantes de la aeronave y quizás de terceros y después, el éxito de la misión que la misma esté destinada a cumplir. Aunque la parte crítica del subsistema de antenas son aquellas que se encuentran montadas a bordo del avión también es importante considerar su contraparte en tierra con la que debe interactuar.

El análisis experimental de estos sistemas de antenas tierra-aire resulta muy costoso, debido a las características de los equipos y recintos especializados en este tipo de mediciones, sin embargo, existen métodos numéricos de análisis que permiten tener una idea del comportamiento de un sistema radiador. Este tipo de métodos a menudo son muy exhaustivos, y matemáticamente costosos, pero hoy en día, con el desarrollo de herramientas de cómputo más avanzadas, es factible obtener resultados bastante aceptables en poco tiempo.

Algunos problemas electromagnéticos del mundo real como, antenas, radiación y guías de ondas para gran cantidad de geometría irregulares que son empleadas en diferentes diseños de sistemas radiadores como es el caso de las antenas montadas en vehículos ya que la carrocería, la cubierta o el fuselaje de un automóvil, embarcación o aeronave respectivamente, tienen por lo general partes metálicas que funcionan como una extensión de la antena misma, complicándose así su configuración geométrica.

Es por ello que el empleo de técnicas numéricas computacionales se ha convertido en una herramienta importante en diseño y modelado de antenas aerotransportadas, de radar, satelitales y de diversos sistemas de comunicaciones más: ya que ayudan a superar la incapacidad de generar soluciones cerradas a las ecuaciones de Maxwell bajo las diferentes relaciones constitutivas del medio y condiciones de frontera.

# 2

## PARAMETROS FUNDAMENTALES DE LAS ANTENAS

Existe una gran variedad de antenas, estas se pueden clasificar de diferentes maneras de acuerdo a su desempeño; a la forma como emiten su radiación, a su frecuencia de trabajo, a su aplicación o a sus características de radiación en general, dependiendo del aspecto que nos interese resaltar. Por lo anterior, es necesario establecer ciertos parámetros que permitan evaluar de forma adecuada el desempeño de un radiador de ondas electromagnéticas. A continuación se definirán algunos parámetros, que son útiles para describir el desempeño de una antena.

### **2.1 Patrón de radiación**

El patrón de radiación de una antena es una representación gráfica o matemática de las propiedades de radiación de la antena en función de las coordenadas espaciales. Estas propiedades de radiación incluyen la densidad de flujo de potencia, la intensidad de radiación, la intensidad del campo, la directividad, la fase y la polarización. La gráfica de la potencia recibida en un radio constante es llamada patrón de potencia. La gráfica de la variación espacial de la amplitud del campo eléctrico (o magnético) a lo largo de un radio constante es llamada del patrón de campo.

#### **2.1.1 Radiador isotrópico**

Un radiador isotrópico es definido como una antena hipotética sin pérdidas que radia igual en todas direcciones. Pese a que es ideal y no es físicamente realizable es tomado como referencia en las expresiones para las propiedades de directividad de las antenas prácticas (analizadas más adelante).



### 2.1.2 Antena direccional

Una antena direccional es la que tiene la propiedad de radiar o recibir ondas electromagnéticas de forma más efectiva en algunas direcciones que en otras. Este término es normalmente aplicado en antenas cuya máxima directividad es significativamente mayor que la de una antena dipolo de media onda. Un caso especial de este tipo de patrones, es el patrón de radiación omnidireccional, que se define como aquel que no es direccional en un plano dado (por ejemplo, azimut) y tiene un patrón direccional en algún plano ortogonal (por ejemplo, elevación, como es el caso de un dipolo vertical).

### 2.1.3 Patrones principales (planos E y H)

El plano E es el que contiene el vector del campo eléctrico **E** y la dirección de máxima radiación y el plano H es el que contiene el vector del campo magnético **H** y la dirección de máxima radiación.

### 2.1.4 Lóbulos del patrón de radiación

Un lóbulo de radiación es una porción del patrón de radiación limitada por regiones de intensidad relativamente débil. El lóbulo principal se define como el lóbulo que contiene la dirección de máxima radiación (puede existir más de un lóbulo principal). Un lóbulo secundario es cualquier otro lóbulo. Un lóbulo lateral es un lóbulo de radiación en cualquier dirección diferente a la del lóbulo de interés, usualmente es adyacente y está en el mismo hemisferio. El lóbulo posterior es un lóbulo de radiación cuyo eje forma un ángulo de aproximadamente  $180^\circ$  con respecto a la radiación máxima de una antena, generalmente es un lóbulo secundario y ocupa un hemisferio en dirección opuesta a la del lóbulo principal. Vea la figura 2.1.

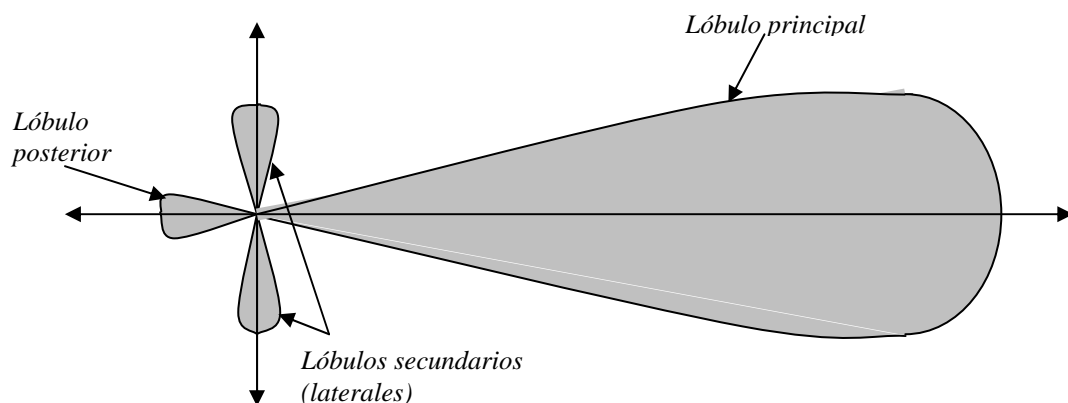


Fig. 2.1.- Lóbulos de radiación del patrón de una antena.

El diagrama polar suministra información más clara de la distribución de potencia en las diferentes direcciones del espacio. Además de coordenadas polares se puede representar el patrón de radiación; en coordenadas cartesianas, ver figura 2.2, la cual permite observar los

detalles en antenas muy directivas. La coordenada vertical se puede presentar de forma absoluta o relativa, normalizando el valor máximo a la unidad. También es común la representación del diagrama en decibeles dB.

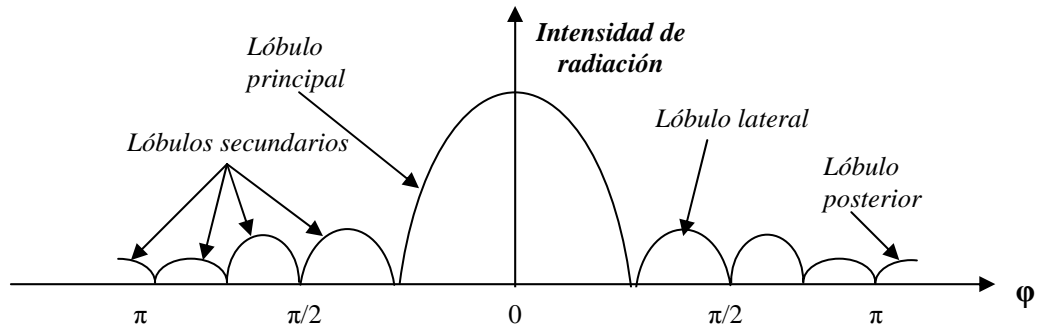


Fig. 2.2.- Representación grafica del patrón de potencia con sus lóbulos asociados.

### 2.1.5 Regiones de campo

El espacio alrededor de una antena es usualmente subdividido en tres regiones, cuya frontera no está delimitada de forma muy definida, si embargo, se han establecido varios criterios para identificarlas:

- *Región de campo reactiva:*  
Está definida como la porción de la región de campo cercano inmediata a la antena, en ella predomina el campo reactivo. Para la mayoría de las antenas, el límite de esta región es comúnmente tomado a la distancia  $R < 0.62 \sqrt{\frac{D^3}{\lambda}}$  desde la superficie de la antena, donde  $\lambda$  es la longitud de onda y  $D$  es la dimensión más larga de la antena.
- *Región de campo de radiación (región de Fresnel):*  
Es la región que se encuentra entre la región reactiva del campo cercano y la región de campo lejano donde predomina el campo de radiación. La distribución angular del campo depende de la distancia desde la antena. Para una antena ubicada en el infinito, la radiación de campo cercano es conocida como región de Fresnel, en base a una analogía con la terminología de óptica. El límite interno de esta región es considerado a la distancia de  $R < 0.62 \sqrt{\frac{D^3}{\lambda}}$  y el límite exterior a la distancia  $R < \frac{2D^2}{\lambda}$ , (para ser válida,  $D$  tiene que ser grande comparada con la longitud de onda  $D > \lambda$ ).
- *Región de campo lejano (región de Fraunhofer):*  
Esta región está definida como la región del campo de una antena donde la distribución angular del campo es esencialmente

independiente de la distancia desde la antena. Comúnmente es tomada a  $R > \frac{2D^2}{\lambda}$  desde la antena (figura 2.3).

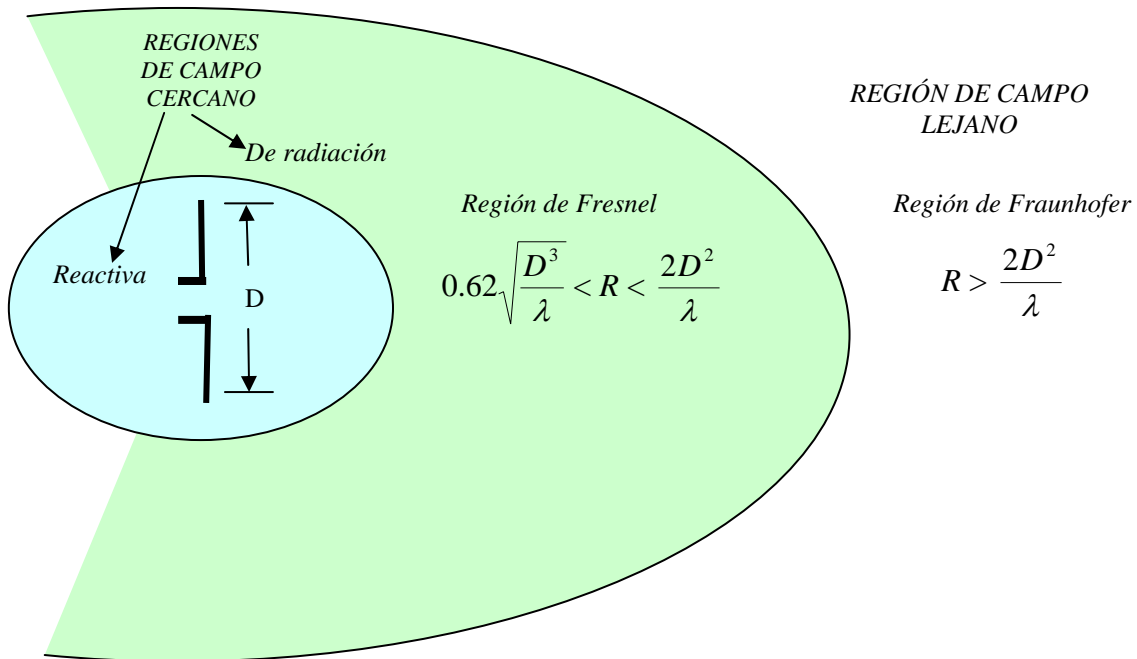


Fig. 2.3.- Regiones del campo de radiación de una antena.

## 2.2 Densidad de la potencia de radiación

La cantidad usada para describir la potencia asociada con una onda electromagnética es el vector de Poynting instantáneo definido como:

$$\mathcal{W} = \mathcal{E} \times \mathcal{H} \quad (2-1)$$

$\mathcal{W}$  = vector de Poynting instantáneo (W/m<sup>2</sup>).

$\mathcal{E}$  = intensidad de campo eléctrico instantánea (V/m).

$\mathcal{H}$  = intensidad del campo magnético instantánea (A/m).

La potencia total que cruza una superficie puede obtenerse integrando la componente normal del vector de Poynting sobre toda la superficie:

$$\mathcal{P} = \iint_S \mathcal{W} \cdot ds \quad (2-2)$$

Donde:

$\mathcal{P}$  = potencia instantánea total.

$s$  = superficie que encierra al radiador.

Para aplicaciones de campos variables en el tiempo, es deseable encontrar la densidad de potencia promedio, la cual se obtiene integrando el vector de Poynting instantáneo sobre un periodo y dividiéndola entre el mismo. En variaciones de tiempo armónicas de la forma  $e^{j\omega t}$  definiremos los campos complejos  $\mathbf{E}$  y  $\mathbf{H}$ , los cuales tienen su contraparte instantánea  $\mathcal{E}$  y  $\mathcal{H}$  dada por:

$$\mathcal{E}(x, y, z; t) = \text{Re}[\mathbf{E}(x, y, z) e^{j\omega t}] \quad (2-3)$$

$$\mathcal{H}(x, y, z; t) = \text{Re}[\mathbf{H}(x, y, z) e^{j\omega t}] \quad (2-4)$$

Usando la identidad  $\text{Re}[\mathbf{E} e^{j\omega t}] = \frac{1}{2} [\mathbf{E} e^{j\omega t} + \mathbf{E}^* e^{-j\omega t}]$  podemos escribir:

$$\mathcal{W} = \mathcal{E} \times \mathcal{H} = \frac{1}{2} \text{Re}[\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*] + \frac{1}{2} \text{Re}[\mathbf{E} \times \mathbf{H} e^{2j\omega t}] \quad (2-5)$$

El vector de Poynting promedio en el tiempo o densidad de potencia promedio en el tiempo puede escribirse de la siguiente forma:

$$\mathbf{W}_{av}(x, y, z) = [\mathcal{W}(x, y, z; t)]_{av} = \frac{1}{2} \text{Re}[\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*] \text{ (W/m}^2\text{)} \quad (2-6)$$

El factor  $\frac{1}{2}$  aparece porque los campos  $\mathbf{E}$  y  $\mathbf{H}$  representan valores pico, y debe ser omitido para valores RMS. La parte imaginaria de  $(\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*)/2$  representa la densidad de potencia reactiva (almacenada), asociada con los campos electromagnéticos. La densidad de potencia asociada con los campos electromagnéticos de una antena en la región de campo lejano es predominantemente real y se le conoce como densidad de radiación.

La potencia promedio radiada por una antena (potencia promedio) se define como:

$$P_{rad} = P_{av} = \iint_S \mathbf{W}_{rad} \cdot d\mathbf{s} = \iint_S \mathbf{W}_{av} \cdot d\mathbf{s} = \frac{1}{2} \iint_S \text{Re}[\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*] \cdot d\mathbf{s} \quad (2-7)$$

Si el radiador es isotrópico su vector de Poynting no es función de los ángulos de las coordenadas esféricas  $\theta$  y  $\varphi$  solamente dependerá de la componente radial. Por lo tanto, la potencia total radiada es:

$$P_{rad} = \iint_S \mathbf{W}_0 \cdot d\mathbf{s} = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi [\hat{\mathbf{a}}_r W_0(r)] \cdot [\hat{\mathbf{a}}_r r^2 \cdot \text{sen}\theta \cdot d\theta \cdot d\varphi] = 4\pi \cdot r^2 W_0 \quad (2-8)$$

Donde:

$W_0$  = densidad de potencia (magnitud del vector de Poynting) de una antena isotrópica.

Por lo que la densidad de potencia se puede expresar de la siguiente manera:

$$W_0 = \hat{\mathbf{a}}_r W_0 = \hat{\mathbf{a}}_r \left( \frac{P_{rad}}{4\pi \cdot r^2} \right) \quad (\text{w/m}^2) \quad (2-9)$$

La cual está uniformemente distribuida sobre toda la superficie de la esfera imaginaria en cuyo centro está situada la antena isotrópica.

### 2.3 Intensidad de radiación

La intensidad de radiación está definida como la potencia radiada desde la antena por unidad de ángulo sólido. La intensidad de radiación es un parámetro de campo lejano y puede ser obtenido mediante la siguiente ecuación:

$$U = r^2 W_{rad} \quad (2-10)$$

Donde:

$U$  = intensidad de radiación (W/unidad de ángulo sólido).

$r$  = distancia radial al punto de observación.

$W_{rad}$  = densidad de radiación (W/m<sup>2</sup>)

La potencia total para una fuente isotrópica, se obtiene integrando la intensidad de radiación sobre un ángulo sólido completo de  $4\pi$  es decir:

$$P_{rad} = \iint_{\Omega} U_0 d\Omega = U_0 \iint_{\Omega} d\Omega = 4\pi U_0. \quad (2-11)$$

De allí que la intensidad de radiación de una fuente isotrópica sea:

$$U_0 = \frac{P_{rad}}{4\pi} \quad (2-12)$$

### 2.4 Directividad

La directividad de una antena se define como la relación entre la intensidad de radiación de la antena en una dirección dada comparada con el promedio de la intensidad de radiación de la misma antena en todas las direcciones (la potencia total radiada por la antena dividida entre  $4\pi$  que es el equivalente a tener una fuente isotrópica). Matemáticamente, se expresa como:

$$D = \frac{U}{U_0} = \frac{4\pi U}{P_{rad}} \quad (2-13)$$

Si la dirección no es especificada se toma la dirección de máxima radiación:

$$D_{\max} = D_0 = \frac{U_{\max}}{U_0} = \frac{4\pi U_{\max}}{P_{rad}} \quad (2-14)$$

Donde:

$D$  = directividad (adimensional).

$D_0$  = directividad máxima (adimensional).

$U_{\max}$  = intensidad de radiación máxima (W/ unidad de ángulo sólido).

$U_0$  = intensidad de radiación de una fuente isotrópica (W/ unidad de ángulo sólido).

$P_{rad}$  = potencia radiada total (W).

## 2.5 Ganancia

La ganancia es otra medida comúnmente empleada para describir el desempeño de una antena; está muy relacionada con la directividad, pero con la diferencia de que esta medida toma en cuenta la eficiencia de la antena además de su capacidad direccional.

La ganancia absoluta de una antena (en una dirección dada) está definida como la relación de la intensidad de radiación en una dirección dada comparada con la intensidad que sería obtenida si toda la potencia aceptada por la antena fuera radiada isotrópicamente. La intensidad de radiación correspondiente a una potencia radiada isotrópicamente es igual a la potencia de entrada de la antena dividida por  $4\pi$ . Matemáticamente, esto se expresa de la siguiente manera:

$$Ganancia = 4\pi \times \left( \frac{\text{Intensidad de Radiación}}{\text{Potencia de Entrada}} \right) = 4\pi \left( \frac{U(\theta, \varphi)}{P_{in}} \right) \text{ (adimensional)} \quad (2-15)$$

En la mayoría de los casos se trata con la ganancia relativa que se define como la relación de la ganancia en potencia en una dirección dada con la ganancia en potencia de una antena de referencia en su dirección de referencia cuando la potencia de entrada es la misma en ambas antenas. En la mayoría de los casos la antena de referencia es una fuente isotrópica sin pérdidas; sin embargo a veces se emplea un dipolo u otra antena cuya ganancia sea conocida o pueda calcularse fácilmente, es decir:

$$G = \frac{4\pi \times U(\theta, \varphi)}{P_{in} (\text{Fuente} \cdot \text{Isotrópica} \cdot \text{sin} \cdot \text{pérdidas})} \quad (2-16)$$

Cuando la dirección no es establecida, la ganancia en potencia es comúnmente tomada en la dirección de máxima radiación.

Podemos decir que potencia radiada total ( $P_{rad}$ ) está relacionada con la potencia de entrada total ( $P_{in}$ ) mediante:

$$P_{rad} = \eta_{cd} P_{in} \quad (2-17)$$

Donde  $\eta_{cd}$  es la eficiencia de radiación de la antena. Por lo que podemos escribir:

$$G(\theta, \varphi) = \eta_{cd} \left[ \frac{4\pi \times U(\theta, \varphi)}{P_{rad}} \right] \quad (2-18)$$

Lo cual se relaciona con la directividad mediante:

$$G(\theta, \varphi) = \eta_{cd} D(\theta, \varphi) \quad (2-19)$$

De forma similar, el valor máximo de la ganancia está relacionado con la máxima directividad con la siguiente ecuación:

$$G_0 = [G(\theta, \varphi)]_{\max} = \eta_{cd} [D(\theta, \varphi)]_{\max} = \eta_{cd} D_0 \quad (2-20)$$

## 2.6 Eficiencia de la antena

La eficiencia total de la antena  $\eta_0$  es usada para tener en cuenta las pérdidas en las terminales de entrada dentro de la estructura de la antena. Tales pérdidas pueden ser debidas a:

- 1) Reflexiones debido al desacoplamiento entre la línea de transmisión y la antena.
- 2) Pérdidas  $I^2R$  (de conducción y dieléctricas).

En general, la eficiencia puede ser escrita como:

$$\eta_0 = \eta_r \eta_c \eta_d \quad (2-21)$$

Donde:

$\eta_0$  = eficiencia total (adimensional)

$\eta_r$  = eficiencia de reflexión (desacoplamiento) =  $(1 - |\Gamma|^2)$  (adimensional)

$\eta_c$  = eficiencia de conducción (adimensional)

$\eta_d$  = eficiencia dieléctrica (adimensional)

$\Gamma$  = coeficiente del voltaje de reflexión en las terminales de la antena;

$(\Gamma = \frac{Z_{in} - Z_0}{Z_{in} + Z_0})$  donde  $Z_{in}$  = impedancia de entrada de la antena,  $Z_0$  =

impedancia característica de la línea de transmisión).

Usualmente  $\eta_c$  y  $\eta_d$  son muy difíciles de calcular, pero pueden ser determinados experimentalmente. Aunque por mediciones no pueden ser separadas, es común que se escriba de la siguiente manera:

$$\eta_0 = \eta_r \eta_{cd} = \eta_{cd} (1 - |\Gamma|^2) \quad (2-22)$$

## 2.7 Polarización

La polarización de una antena en una dirección dada, está definida como la polarización de la onda radiada por la antena; y si no se especifica la dirección se toma la dirección de máxima ganancia. Como en la práctica la polarización de la energía radiada varía en función de la dirección en que sea observada la antena, puede haber diferente polarización para diferentes partes del patrón de radiación.

La polarización de una onda radiada está definida como aquella propiedad de una onda electromagnética que describe la variación de la dirección y la magnitud relativa del campo eléctrico en el tiempo. Es la curva trazada por la punta de la flecha que representa el vector del campo eléctrico instantáneo cuando es observada a lo largo de la dirección de propagación (figura 2.4).

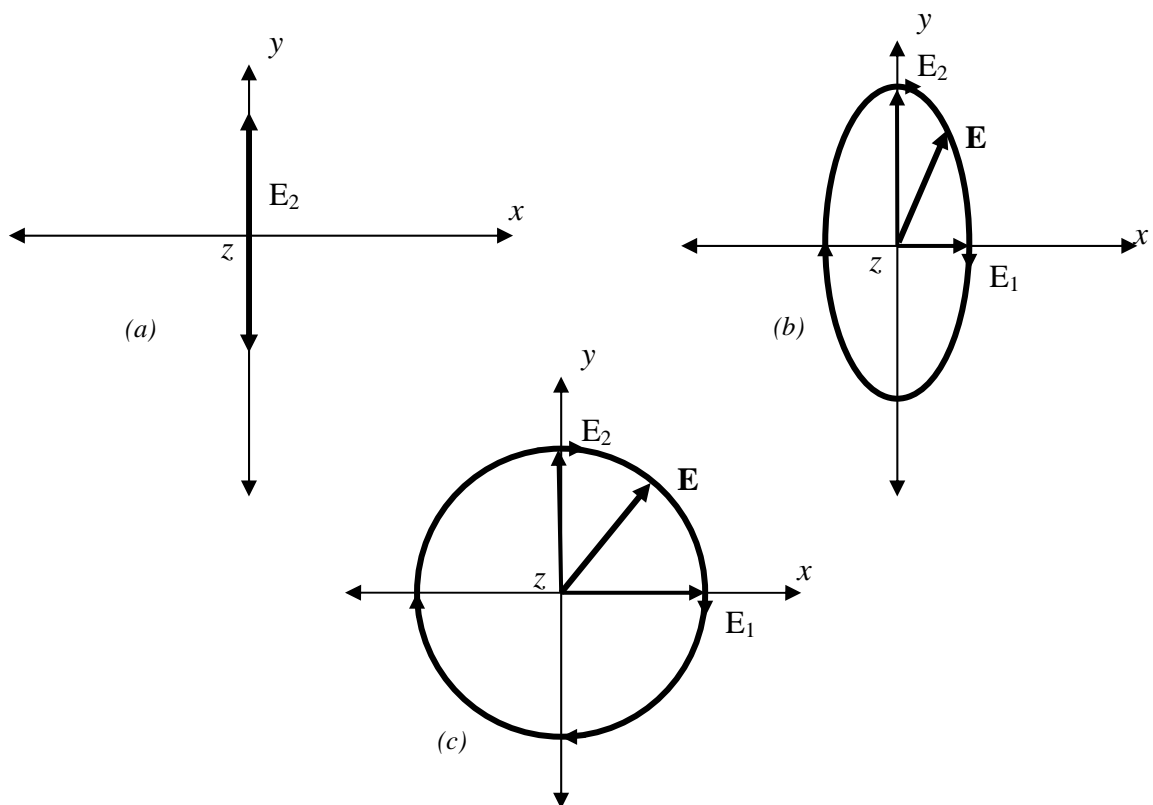


Fig. 2.4.- Polarización (a) lineal, (b) elíptica y (c) circular de una onda que se propaga hacia fuera de la hoja.

La polarización de una onda puede ser definida en términos de una onda radiada o recibida. La polarización de una onda radiada por una antena en una dirección específica hacia un punto en la región de campo lejano se define como: "la polarización de la onda plana que representa la onda radiada en ese punto, cuya magnitud es la misma, y cuya dirección de propagación es radial". La polarización de las ondas recibidas por una



antena se define como: “la polarización de la onda plana incidente desde una dirección dada y que tiene una densidad de flujo de potencia que produce una potencia máxima disponible en las terminales de la antena”. La polarización puede ser clasificada como lineal, circular o elíptica. Dependiendo si el vector del campo eléctrico describe una función del tiempo que traza siempre una línea recta, una circunferencia o una elipse, respectivamente. En general, la figura descrita por el campo eléctrico es una elipse (las polarizaciones lineal y circular son casos especiales de la elíptica, cuando ésta se degenera) por lo que se dice que el campo está elípticamente polarizado.

## 2.8 Longitud y área efectiva de una antena

La longitud efectiva y el área equivalente son parámetros que indican qué tanta potencia extrae una antena de las ondas electromagnéticas que recibe, es decir, para describir las características de recepción de una antena, ya sea alámbrica, de apertura, arreglos de antenas, etc.

### 2.8.1 Vector de longitud efectiva

La longitud efectiva de una antena o “*altura efectiva*” es una cantidad empleada para determinar el voltaje inducido en las terminales de circuito abierto de la antena cuando incide una onda electromagnética sobre esta; y se define como la longitud de un radiador hipotético con distribución uniforme de corriente, de magnitud igual a la de las terminales de la antena real y que radia la misma intensidad de campo en la dirección de máxima radiación. Este término es usado para indicar la efectividad de una antena como radiador o colector de energía electromagnética. Debido a que la corriente en una antena no es uniforme esta se representa con un promedio de distribución de corriente de cada uno de esos puntos [Sosa Pedroza 1989].

$$l_e = \frac{1}{I(0)} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} I(z) dz \quad (2-23)$$

En las primeras etapas del desarrollo de la teoría de antenas, cuando se utilizaban frecuencias bajas, la longitud efectiva era de los parámetros principales ya que era necesario comparar antenas de construcción diferente de acuerdo a su potencia radiada. Pero a medida que las frecuencias útiles fueron aumentando y por tanto, la forma de las antenas fue cambiando para hacerlas mas directivas, la longitud efectiva fue perdiendo importancia, pero su utilidad sigue siendo válida, ya que es posible definir una expresión general del campo eléctrico, en función de ella (ecuación (2-24)).

La longitud efectiva vectorial  $\vec{l}_e$  es una cantidad compleja que describe las características de polarización de una antena y se representa por:

$$\vec{l}_e(\theta, \varphi) = \hat{a}_\theta l_\theta(\theta, \varphi) + \hat{a}_\varphi l_\varphi(\theta, \varphi) \quad (2-24)$$

Que está relacionada con el campo eléctrico de zona lejana  $E_a$ , radiado por la antena transmisora con la corriente  $I_{in}$  en sus terminales, es decir:

$$\mathbf{E}_a = \hat{a}_\theta E_\theta + \hat{a}_\varphi E_\varphi = -j\eta \frac{k \cdot I_{in} \vec{l}_e}{4\pi \cdot r} \cdot e^{-jkr} \quad (2-25)$$

En el caso más general, la longitud efectiva puede obtenerse a partir de la potencia radiada por la antena:

$$P_{rad} = R_r I_{ef}^2 = \iint P \cdot da = \int \frac{|E|^2}{2\eta} r^2 d\Omega \quad (2-26)$$

Sustituyendo (2-25) en (2-26), se puede de demostrar la siguiente expresion:

$$l_e = \sqrt{\frac{R_r D}{\pi \eta}} \lambda \quad (2-27)$$

Donde D es la directividad. La longitud efectiva representa a la antena en sus modos de transmisión y recepción y es particularmente usada para calcular el voltaje de circuito abierto  $V_{oc}$  en antenas receptoras, mediante la relación:

$$V_{CA} = \mathbf{E}^i \cdot \vec{l}_e \quad (2-28)$$

Donde:

$V_{CA}$  = Es el voltaje de circuito abierto en las terminales de la antena.

$\mathbf{E}^i$  = Campo eléctrico incidente.

$\vec{l}_e$  = Vector de longitud efectiva.

$V_{CA}$  puede ser considerado como el voltaje inducido en una antena lineal de longitud  $L = \vec{l}_e$  cuando  $\vec{l}_e$  y  $\mathbf{E}^i$  están linealmente polarizadas. De la relación (2-27) podemos ver que la longitud efectiva de una antena linealmente polarizada que recibe una onda plana en una dirección dada está definida por la relación de la magnitud de voltaje de circuito abierto entregado en las terminales de la antena con la magnitud del campo eléctrico que apunta en la dirección de la polarización de la antena. O bien, la longitud efectiva puede ser vista como la longitud de un conductor delgado orientado de forma perpendicular a la dirección dada y paralelo a la polarización de la antena, con corriente uniforme igual a la de las

terminales de la antena y que produce la misma magnitud del campo en esa dirección.

### 2.8.2 Área efectiva

Está definida en una dirección dada como “la relación de la potencia disponible en las terminales de una antena receptora con la potencia de la densidad de flujo de una onda plana incidente en la antena desde esa dirección y polarizada de la misma forma que la antena”. Si la dirección no está especificada, se toma la dirección de máxima radiación. La ecuación puede ser escrita de la siguiente manera:

$$A_e = \frac{P_T}{W_i} = \frac{|I_T|^2 R_T / 2}{W_i} \quad [m^2] \quad (2-29)$$

Donde:

$A_e$  = área efectiva (apertura efectiva) ( $m^2$ ).

$P_T$  = Potencia entregada a la carga (W).

$W_i$  = Densidad de potencia de la onda incidente (W /  $m^2$ ).

La apertura efectiva es el área que multiplicada por la densidad de potencia incidente da como resultado la potencia entregada a la carga.

Usando conceptos de teoría de circuitos, la máxima potencia posible entregada en la carga acoplada (bajo condiciones de máxima transferencia de energía y sin pérdidas de la antena) está dado por:

$$P_T = \frac{V_{CA}^2}{4R_r} \quad (2-30)$$

Sustituyendo (2-28), (2-30) y (2-27) en (2-31) y considerando a  $V$  y  $E$  como valores efectivos, se tiene:

$$A_e = \frac{P_T}{W_i} = \frac{V_{CA}^2}{4R_r W_i} = \frac{l_e^2 (E^i)^2 \eta}{4R_r (E^i)^2} = \frac{l_e^2 \eta}{4R_r} = \frac{\eta D \lambda^2}{4\pi} = \frac{G \lambda^2}{4\pi} \quad (2-31)$$

Que es uno de los postulados fundamentales de la teoría de antenas. Relaciona la ganancia con su área efectiva.

### 2.9 Ancho del haz de media potencia (-3dB)

El ancho del haz de media potencia, es la separación angular de las direcciones en las que el diagrama de radiación de potencia toma el valor de la mitad del máximo. En el diagrama de campo es el ángulo que forman las direcciones en las que el valor máximo, decrece hasta 0.707 de su valor máximo.

El ancho del haz de una antena es una figura de mérito muy importante y es usada con frecuencia para negociar entre la potencia máxima radiada y el nivel de los lóbulos laterales, es decir, si el ancho del haz decrece los lóbulos laterales se incrementan y viceversa. También es usado para describir las capacidades de resolución de una antena, para distinguir entre dos fuentes radiantes adyacentes u objetivos de radar. El criterio de resolución mas común establece que: la capacidad de resolución de una antena para distinguir entre dos fuentes, es igual a la mitad del ancho del primer haz entre ceros adyacentes *FNBW*; *First Null Beamwidth* ( $FNBW/2$ , el cual se emplea para aproximar el ancho del haz de media potencia (*HPBW* *Half Power Beamwidth*). Esto es, dos fuentes separadas por distancias angulares iguales o mayores que  $FNBW/2 \approx HPBW$  de una antena con distribución uniforme pueden ser identificadas como independiendentes (resueltas), pero si la separación es más pequeña, entonces la antena igualará la distancia angular de separación, detectándolas como una sola fuente.

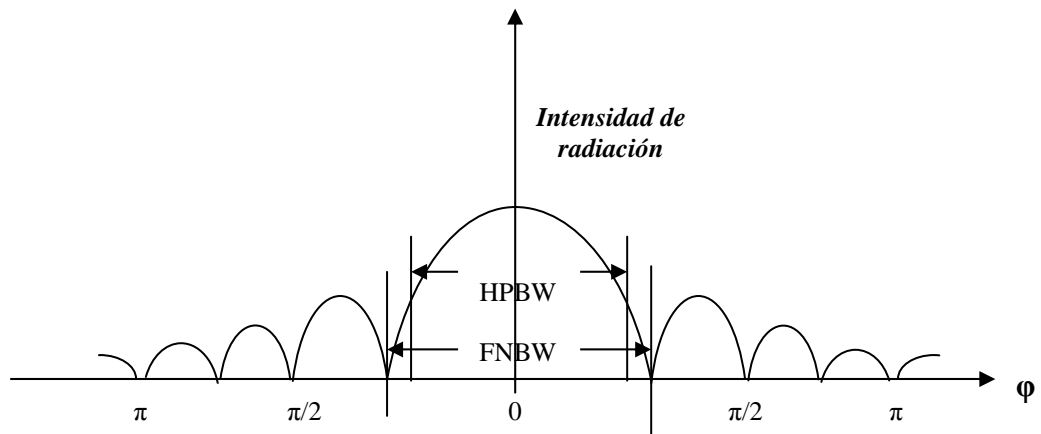


Fig. 2.5.- Esta figura muestra el ancho de media potencia comparado con el ancho de potencia completa en un diagrama cartesiano en dB.

### 2.10 Eficiencia del haz

Otro parámetro frecuentemente usado para juzgar la calidad de transmisión y recepción de una antena es la eficiencia del haz. Para una antena con lóbulo de radiación principal dirigido a lo largo del eje  $z$  ( $\theta = 0$ ) la eficiencia del haz *BE* (*Beam Efficiency*) se define como:

$$BE = \frac{\text{Potencia} \cdot \text{transmitida/recivida} \cdot \text{en} \cdot \text{un} \cdot \text{cono} \cdot \text{con} \cdot \text{ángulo} \cdot \theta}{\text{Potencia} \cdot \text{transmitida/recivida} \cdot \text{por} \cdot \text{la} \cdot \text{antena}} \quad (2-32)$$

Donde  $\theta$  es la mitad del ángulo del cono dentro del cual se encuentra el porcentaje de potencia total.

$$BE = \frac{\int_0^{2\pi} \int_0^\theta U(\theta, \phi) \sin \theta \cdot d\theta \cdot d\phi}{\int_0^{2\pi} \int_0^\pi U(\theta, \phi) \sin \theta \cdot d\theta \cdot d\phi} \quad (2-33)$$

Si  $\theta$  es elegido como el ángulo donde ocurre el primer nulo o mínimo del diagrama de radiación, entonces la eficiencia del haz indicara la potencia que radia el lóbulo principal comparada con la potencia total.

### 2.11 Impedancia de entrada y resistencia de radiación

Una antena conectada a una línea de transmisión (figura 2.6) puede ser considerada como un dispositivo eléctrico con una entrada. Entonces podemos definir la impedancia de entrada de la antena como:

$$Z_A = \frac{V_A}{I_A} = Z_0 \frac{(1+\Gamma)}{(1-\Gamma)} = R_A + jX_A \quad (2-33)$$

Donde:

$V_A$  = Voltaje en la entrada de la antena.

$I_A$  = Corriente en la entrada de la antena.

$\Gamma$  = coeficiente de reflexión de la línea de transmisión a la antena.

$Z_0$  = Impedancia característica de la línea.

$R_A$  = Parte real de la impedancia de entrada de la antena.

$X_A$  = Parte imaginaria de la impedancia de entrada de la antena.

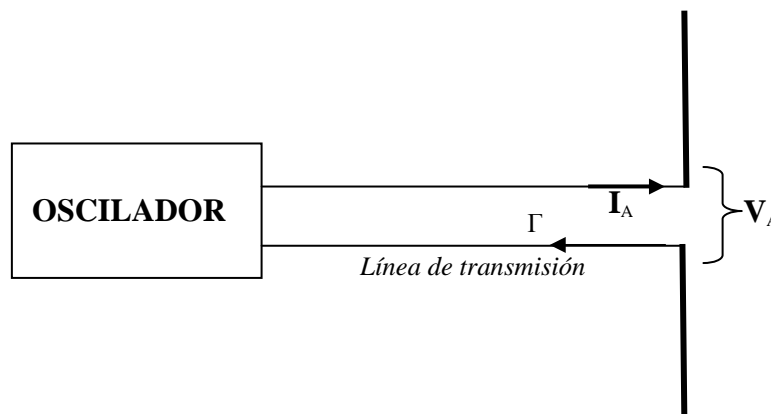


Fig. 2.6.- Diagrama de alimentación de una antena.

Ahora podemos calcular la potencia total consumida por la antena:

$$P_T = \frac{1}{2} |I_A|^2 R_A \quad (2-34)$$

Una parte de potencia suministrada a una antena de alta frecuencia se pierde en el calentamiento de conductores y aisladores no ideales. El resto de la potencia se convierte en ondas electromagnéticas progresivas en el espacio.

$$P_T = P_r + P_p = \frac{1}{2}|I_A|^2 R_r + \frac{1}{2}|I_A|^2 R_p = \frac{1}{2}|I_A|^2 (R_r + R_p) \quad (2-35)$$

Donde:

$P_r$  = Potencia de radiación.

$P$  = Potencia de pérdidas ohmicas en la antena.

$R_p$  = resistencia de pérdidas.

$R_r$  = Resistencia de radiación.

## 2.12 Ancho de banda

El ancho de banda de una antena se define como el rango de frecuencias dentro del cual el desempeño de una antena con respecto a alguna característica, se mantiene conforme un estándar específico. El ancho de banda puede ser considerado como el rango de frecuencias, alrededor de una frecuencia central (para un dipolo es la frecuencia de resonancia), donde las características de la antena (tales como impedancia de entrada, patrón de radiación, ancho del haz, polarización, nivel de lóbulos laterales, ganancia, dirección del haz y eficiencia de radiación) tienen un valor aceptable comparado con el que se observa a la frecuencia central.

Para antenas de banda ancha el ancho de banda se expresa generalmente como la relación entre la frecuencia más alta y la frecuencia más baja en la que se que tenga un desempeño de operación aceptable. Para antenas de banda angosta, el ancho de banda es expresado como el porcentaje que representa la diferencia de las frecuencias superior e inferior respecto a la frecuencia central del ancho de banda.

Debido a que las características de la antena no varían necesariamente de la misma manera o son incluso afectados en forma crítica por la variación en la frecuencia; no existe una caracterización única para el ancho de banda. Las especificaciones son establecidas en cada caso para las necesidades de una aplicación particular.

---

En el capítulo siguiente, se emplearán los parámetros estudiados para describir algunos tipos básicos de antenas y otros que por sus características resulten de interés en aeronáutica, lo cual permitirá adquirir una visión general del estado del arte en antenas aerotransportadas.

## Referencias

1. C.A. Balanis, Antenna Theory analysis and design, Wiley, New York, 1997.
2. G. Markov, D. Sazonov, Antenas, traducido Ed. MIR, Moscú, 1978.
3. Kraus, Antennas, Second edition, McGraw-Hill, 1988.
4. Cardama, Jofre, Rius, Romeu, Blanch "Antenas", Alfaomega Ediciones UPC, Barcelona, España, 2000.
5. Jorge Roberto Sosa Pedroza, "Radiacion electromagnética y antenas", Limusa, Noriega editores, Mexico, D.F., 1989.

## **TIPOS DE ANTENAS Y ALGUNAS APLICACIONES**

---

### **3.1 Tipos de antenas**

Las antenas son empleadas en tres áreas principalmente: comunicación, radar y radioastronomía. El radar es un dispositivo electrónico diseñado para la detección y localización de objetos, por lo que la transmisión y recepción direccionales son indispensables para el correcto funcionamiento del sistema. En radioastronomía, son necesarias antenas de dimensiones físicas grandes para obtener lóbulos de radiación estrechos, necesarios para recoger y localizar radiación electromagnética muy débil proveniente del espacio exterior. En comunicaciones se requieren antenas cuando no es posible (o bien, no es práctico o económico) tener una estructura alámbrica entre el transmisor y el receptor. Por ejemplo, debe emplearse una antena en el caso de la comunicación con un satélite, o con un vehículo en movimiento como un automóvil, un barco o un avión. En el caso de radiodifusión, donde el objetivo es enviar prácticamente energía en todas direcciones, resulta más evidente, la utilidad de las antenas, ya que con realizar una sola transmisión, se puede alcanzar a un número ilimitado de receptores. En general, es recomendable el empleo de antenas para la transmisión de señales a altas frecuencias y a grandes distancias, mientras que para pequeñas distancias y bajas frecuencias se deben usar líneas de transmisión.

Existe una gran variedad de antenas, las cuales pueden clasificarse en seis grandes grupos, de acuerdo con el principio de su funcionamiento. A continuación se presenta una breve descripción de cada uno de estos grupos:

### 3.1.1 Antenas de alambre

Este tipo de antenas es el más sencillo y más ampliamente utilizado, por lo que es común encontrarlas prácticamente en cualquier parte, desde automóviles y edificios hasta barcos, aviones y vehículos espaciales. Existen varias formas de antenas de alambre que están ampliamente estudiadas y que tienen aplicaciones bastante difundidas, por ejemplo: alambre recto (dipolo), lazo, espira o helice, como se muestra en la figura 3.1.

Las antenas tipo dipolo delgado (figura 3.1 (a)) pueden ser de cualquier longitud, pero se asume para su análisis que su distribución de corriente es senoidal ya que esta brinda una muy buena aproximación con las mediciones reales, siempre y cuando la antena sea lo suficientemente delgada ( $\lambda/100$ ). Si se considera un dipolo de  $\lambda/2$ , se observaría que, la corriente en ambas secciones del dipolo alimentado en el centro, se encuentran en fase, comenzando siempre desde el extremo exterior de cada brazo. Esta es la longitud óptima del dipolo, por los valores de ganancia y resistencia de radiación alcanzados [Balanis, 1997].

Las antenas de lazo o antenas de cuadro (figura 3.1 (b)), pueden considerarse en dos casos: cuando su diámetro es muy pequeño comparado con  $\lambda$  (por ejemplo  $\lambda/10$ ), su patrón de radiación es similar al caso de un dipolo corto, pero con polarización ortogonal respecto al mismo, y si su diámetro es de dimensiones aproximadamente igual a  $\lambda$ , su radiación es en dirección axial. En cuanto a las antenas en espiral o helicoidales, funcionan como un arreglo de antenas de lazo con pequeños dipolos y su comportamiento es similar a la suma de estos dos efectos. Por lo tanto, el desempeño de estas antenas se relaciona con la banda de frecuencias en la que trabajen y con las dimensiones de los lazos que la conforman de la manera ya mencionada para un lazo individual.

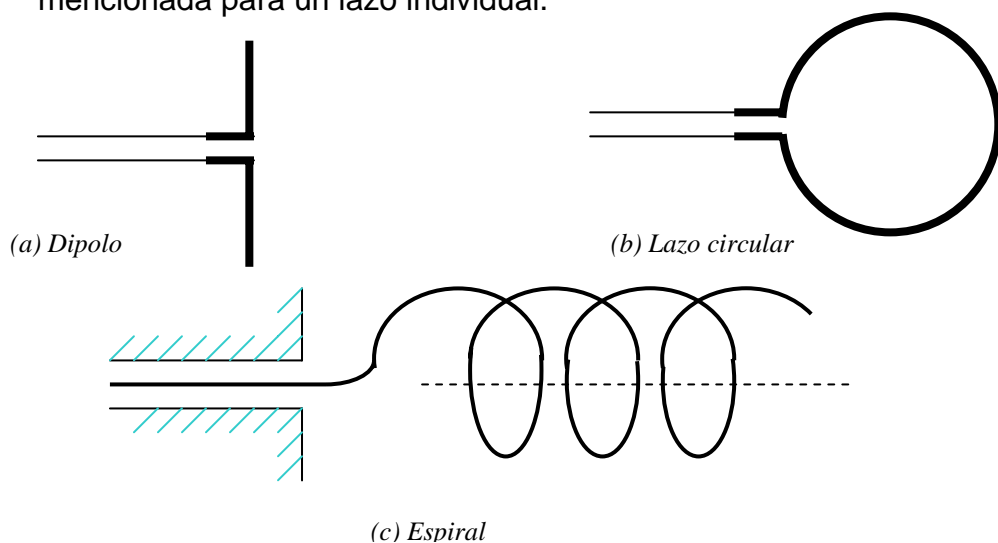


Fig. 3.1.- Diferentes configuraciones de antenas de alambre.



### 3.1.2 Antenas de apertura

A frecuencias de microondas ( $10^9$ - $10^{12}$ Hz) se puede obtener un radiador eficiente extendiendo hacia fuera las paredes de una guía de ondas a manera de un embudo, resultando lo que se conoce también como antenas de corneta. Estas pueden usarse de forma individual o como excitadores de antenas más complejas, como las de lente y de reflector. Las antenas de apertura se están volviendo cada vez más comunes debido al incremento en la demanda de antenas más sofisticadas y a la utilización de frecuencias más altas. Algunas formas de antena de apertura se muestran en la figura 3.2.

La utilización de las guías monomodo rectangulares y circulares como radiadores, permite alcanzar directividades moderadas, pero presentan una falta de adaptación en la boca de la guía, y es por eso que para mejorar su directividad y adaptación tenemos que aumentar las dimensiones eléctricas de su apertura mediante el agrandamiento gradual en forma de bocina asegurando que la estructura siga siendo monomodo [Markov, Sazónov-1975].

Las antenas de este tipo resultan muy convenientes en aeronáutica, ya que su montaje queda casi a nivel de la superficie de la aeronave o nave espacial. Además, puede ser cubierta con un material dieléctrico para protegerla de las extremas condiciones ambientales a las que se someta [Balanis-1997].

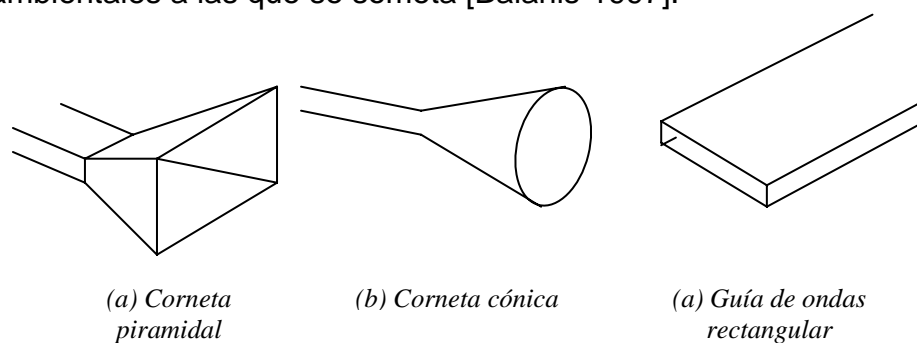
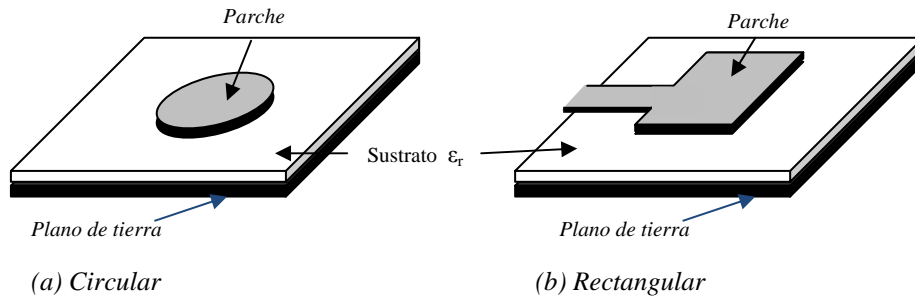


Fig. 3.2.- Configuraciones de antenas de apertura.

### 3.1.3 Antenas de microcinta

Este tipo de antenas también conocidas como antenas de circuito impreso o de parche, consisten en un parche metálico colocado sobre un sustrato (material dieléctrico) y aterrizado. Puede tener diferentes configuraciones; sin embargo, los parches rectangulares y circulares del orden de  $\lambda/2$ , mostrados en la figura 3.3, son los más populares por la simplicidad de su análisis y fabricación, además de tener características de radiación convenientes, sobre todo en radiación de polarización cruzada. Las antenas de microcinta se hicieron muy populares en los años 70's principalmente por su empleo en aplicaciones espaciales y en la actualidad en dispositivos de comunicación portátiles de dimensiones pequeñas como los de telefonía celular. Las antenas de microcinta son atractivas por su bajo costo y por su adaptabilidad a la geometría del fuselaje de los aviones. También, se emplean en ciertos casos de telemetría, radares militares y comunicaciones por satélite.

Sus principales limitaciones son su reducido ancho de banda, por tratarse de una estructura resonante, y su baja eficiencia, puesto que de la energía acumulada en la cavidad formada entre el parche y el plano de masa, sólo una pequeña parte es radiada al espacio.



**Fig. 3.3.- Antenas de microcinta (o de parche) de configuración rectangular y circular.**

### 3.1.4 Arreglos de antenas

En muchas aplicaciones se requiere de características de radiación que no se pueden conseguir mediante un elemento de antena simple. Sin embargo, es posible agrupar elementos radiadores en arreglos eléctricos y geométricos obteniendo como resultado la característica de radiación deseada. En la figura 3.4 se muestran algunos ejemplos de arreglos. Usualmente el término arreglo es reservado para los conjuntos de radiadores separados (a-c); sin embargo en ocasiones se emplea el mismo término para designar un ensamble de radiadores montados en una estructura continua (d).

Alimentando los elementos del arreglo con las corrientes de amplitud y fase apropiadas y eligiendo adecuadamente los espaciamientos entre los mismos, se puede minimizar el error cuadrático medio entre el patrón del arreglo y el patrón deseado [Markov, Sazónov-1975].

Por ejemplo, el patrón de un dipolo puede ser modificado colocando conductores pasivos o parásitos cerca de él, como se muestra en la figura 3.4(a). Aunque los elementos parásitos no están conectados a la fuente, una corriente es inducida en ellos debido a la radiación del elemento alimentado. Dependiendo de la longitud y espaciamiento, los radiadores pasivos actúan como reflectores, mejorando la radiación en la dirección del dipolo, o como directores, mejorando la radiación en su propia dirección. La radiación total es la suma de la radiación del dipolo y los elementos parásitos. Una antena de este tipo es la antena Yagi-Uda.

Las agrupaciones de antenas se emplean en muchas aplicaciones que requieren la síntesis de un patrón de radiación con especificaciones estrictas de directividad, ancho de banda o nivel de lóbulo principal a secundario. Además permiten variar electrónicamente la forma del patrón de radiación modificando la amplitud y la fase de la alimentación de las antenas básicas (este tipo de antenas se conocen como arreglos de fase o del inglés *phased-arrays*). Esta característica de las antenas de arreglo de fase

las hace muy convenientes en aplicaciones de radar, rastreo, antenas para estaciones terrenas satelitales en sistemas de órbita baja, etc. Esto, debido a que como el cambio de fase que ocasiona la variación en la dirección de máxima radiación se hace de manera electrónica, éste se puede llevar a cabo en una fracción de segundo.

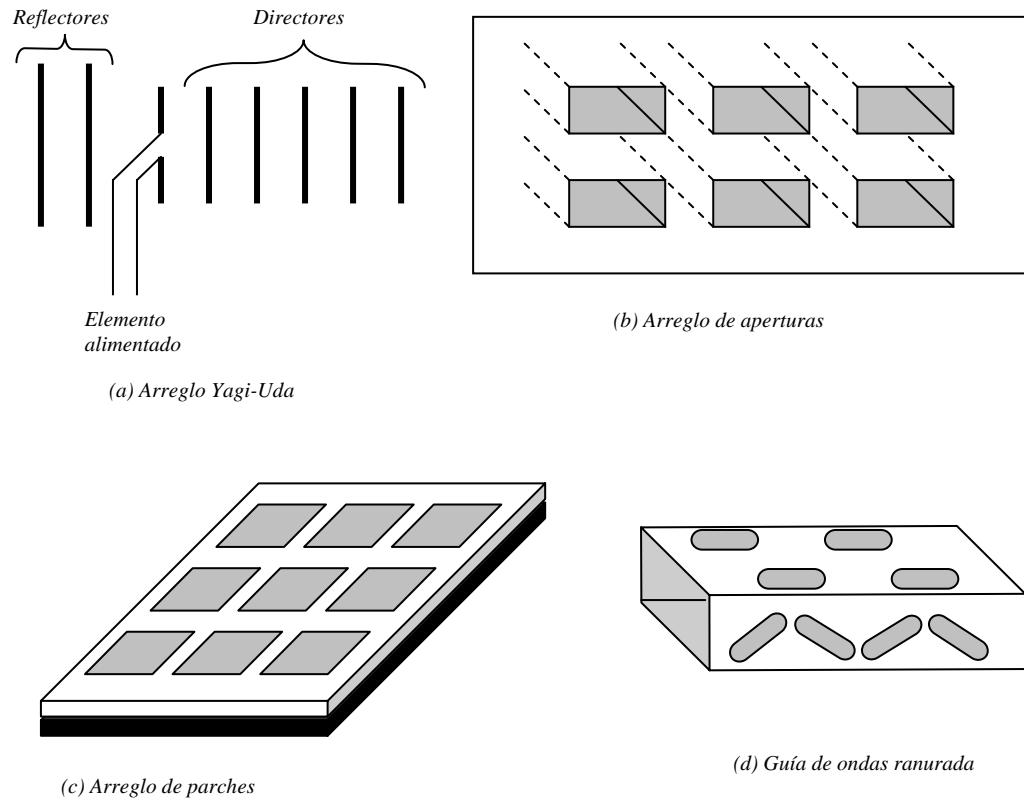


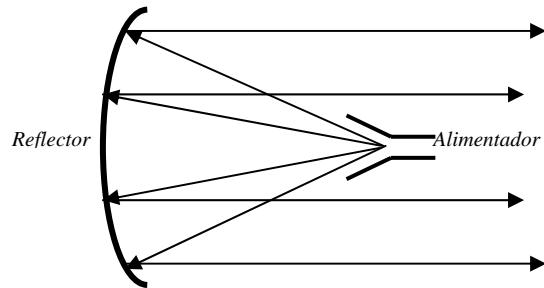
Fig. 3.4.- Configuraciones de arreglos típicos de antenas de alambre, de apertura, microcinta y ranuradas.

### 3.1.5 Antenas de reflector

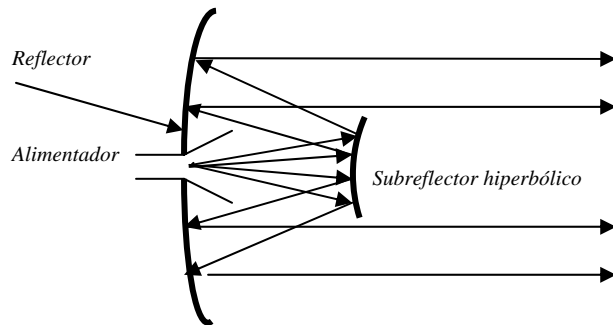
Un conductor delgado puede actuar como reflector, pero es muy sensible al cambio de frecuencia; esto se puede reducir empleando una superficie plana conductora. La efectividad mejora considerablemente si se dobla ésta con determinado ángulo; éste se conoce como reflector angular como se muestra en la figura 3.5 (c). El reflector angular tiene la limitación de que aunque los planos reflectores se extendieran infinitamente, hay un límite superior en la directividad de la radiación resultante. Esta limitación puede superarse si la forma del reflector es un paraboloide, en vez de plano. Para antenas de reflector parabólico, también conocidas como de plato parabólico o simplemente parabólicas, la directividad es proporcional a la longitud eléctrica (relación entre la longitud física y la longitud de onda  $\lambda$ ) del diámetro del plato, gracias a que la alimentación está colocada en el foco del paraboloide y se aprovechan las características que tiene esta curva. Se han construido antenas de este tipo hasta de 305m [Kraus-1988], con el fin de alcanzar la ganancia necesaria para transmitir y recibir señales

que permitan explorar el espacio exterior a millones de kilómetros de distancia.

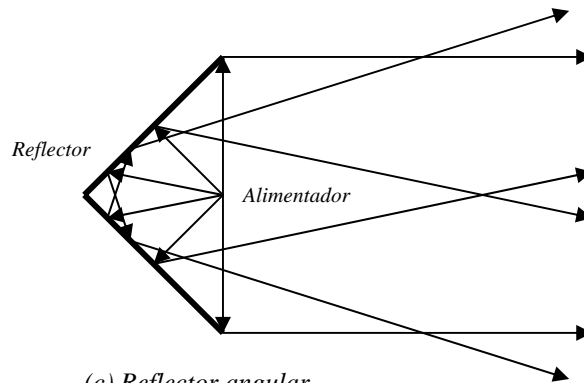
A medida que se sube la frecuencia es posible alcanzar elevadas dimensiones eléctricas de las antenas y, por lo tanto, directividades importantes.



(a) Reflector parabólico con alimentación frontal.



(b) Reflector parabólico con alimentación Cassegrain.



(c) Reflector angular

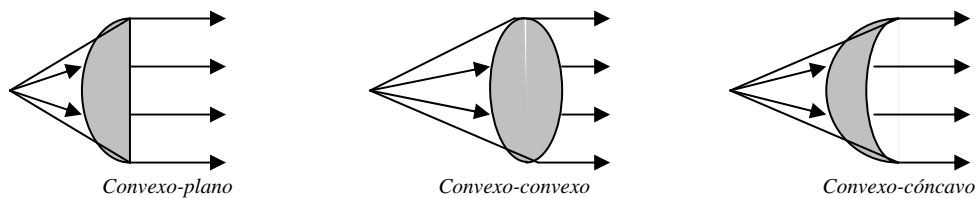
**Fig. 3.5 Configuraciones típicas de reflectores.**

### 3.1.6 Antenas de lente

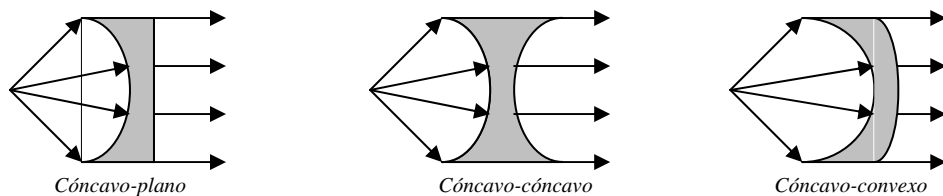
Los lentes, al igual que en óptica, se emplean para colimar divergencias en la energía incidente y prevenir que se disperse en direcciones no deseadas. Mediante el uso de la forma y configuración geométrica adecuada y eligiendo el material apropiado para los lentes, es posible transformar varias formas de energía divergente en ondas planas. Se pueden emplear lentes en la mayoría de los casos en los que se emplean reflectores ya que estas dos

técnicas tienen algunas similitudes, es decir: ambas usan un alimentador de baja ganancia (como es el caso de un alimentador de corneta) para iluminar una estructura grande de alta ganancia (el reflector o el lente) que tiene la finalidad de redireccionar los rayos divergentes de la fuente produciendo un patrón de radiación conveniente. El reflector logra lo anterior haciendo rebotar en el los rayos emitidos por la fuente (proceso básico de la reflexión) mientras que el lente lo consigue cambiando de dirección sus rayos, usando el proceso básico de la difracción. Por esta razón, las antenas de lente tienen una ventaja sobre las de reflector, ya que conservan el sentido de la trayectoria de los rayos del alimentador; sin embargo, en contraparte, tienen la desventaja de que son más gruesas, pesadas y difíciles de construir. Pese a esto, existen algunas aplicaciones en las que una antena de lente es sin lugar a dudas una mejor elección, especialmente en altas frecuencias, ya que sus dimensiones y peso resultar excesivos a bajas frecuencias. Las antenas de lente se clasifican de acuerdo al material con que son hechas y con su forma geométrica. En la figura 3.6 se muestran algunas configuraciones típicas de antenas de lente más utilizadas en la actualidad.

La posibilidad de exploración por desplazamiento del alimentador fuera del foco es mayor en los lentes que incluso las antenas de reflector, lo que las hace ideales para aplicaciones de radar y de rastreo, por ejemplo de satélites, sin embargo, los lentes son medios con pérdidas; (los lentes presentan reflexiones en ambas caras, lo cual produce una pérdida adicional en la señal) por lo que este tipo de antenas tienen ganancias inferiores que las de reflector.



(a) Antenas de lente con índice de refracción  $n > 1$ .



(b) Antenas de lente con índice de refracción  $n < 1$ .

**Fig. 3.6 –Configuraciones típicas de antenas de lente.**

En la siguiente tabla (tabla 3.1) se tabulan las características de algunos tipos simples de antenas, cuyos parámetros son calculados empleando ecuaciones obtenidas mediante aproximaciones en la distribución de corriente. Sin embargo, los valores que se estiman son bastante cercanos a los obtenidos en

las mediciones de antenas reales, por lo que se consideran válidos. En dicha tabla se especifican el tipo de antena que se trata, un pequeño bosquejo de su forma y dimensiones físicas, su impedancia resistiva de entrada (a la frecuencia de resonancia), el ancho del haz a -3dB de potencia ( $0.707E_{max}$ ) en porcentaje, su ganancia con referencia a un radiador isotrópico y con un dipolo, su tipo de polarización (h-horizontal, c-circular) y la forma de su patrón de radiación, mismo que se esquematiza después de la tabla, en la figura 3.7.

Tabla 3.1- Parámetros principales de algunos tipos básicos de antenas.

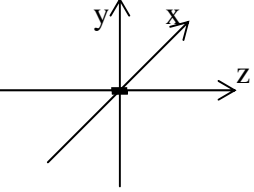
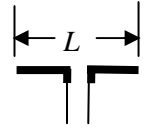
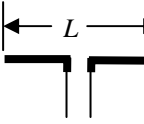
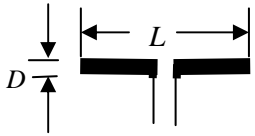
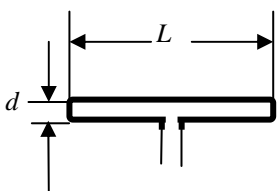
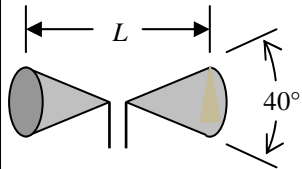
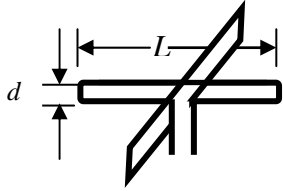
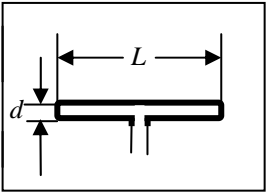
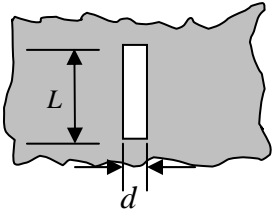
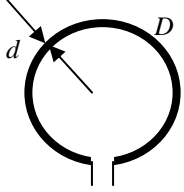
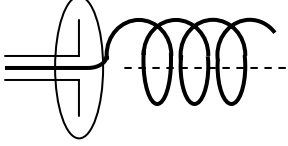
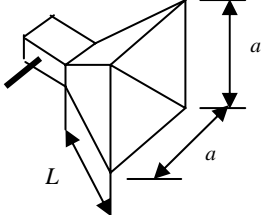
Tipo de antena	configuración	Impedancia resistiva- $f_r$ [ $\Omega$ ]	-3.dB % BW	Ganancia dB		Polarización	Patrón radiación
				iso	dipolo		
Radiador isotropico.		-	-	0	-2.14	ninguna	A
Dipolo pequeño. $L < \lambda/2$		0.3-73	22	1.74	-0.4	h	B
Dipolo delgado. $L = \lambda/2$ $L/D = 276$		60	34	2.14	0	h	B
Dipolo grueso. $L = \lambda/2$ $L/D = 51$		49	55	2.14	0	h	B
Dipolo doblado. $L = \lambda/4$ $L/d = 13$		600	5	1.64	-0.5	h	B
Bicónica. $L = \lambda/2$		72	100	2.14	0	h	B

Tabla 3.1- Parámetros principales de algunos tipos básicos de antenas, continuación.

Tipo de antena	configuración	Impedancia resistiva- $f_r$ [ $\Omega$ ]	-3dB % BW	Ganancia dB		Polarización	Patrón radiación
				iso	dip		
Torniquete. $L=\lambda/2$ $L/d=13$		150	50	-0.8	-3	h	C
Dipolo doblado con hoja reflectora. $L=\lambda/2$ $L/d=25.5$ A $\lambda/8$ sobre la hoja.		150	20	7.14	5	h	D
Ranura en plano de tierra muy grande. $L=\lambda/2$ . $L/D=29$ .		350	70	2.14	0	h	E
Lazo vertical de onda completa. $D=\lambda/\pi$ . $D/d=36$ .		45	13	3.14	1	h	F
Helicoidal sobre pantalla reflectora, tubo $6\lambda$ , 6 vueltas enrolladas, $\lambda/4$ espaciamento.		130	200	10.1	8	Circ.	G
Corneta alimentada por cable coaxial $L=3\lambda$ $a=3\lambda$		50	35	15.1	13	h	H

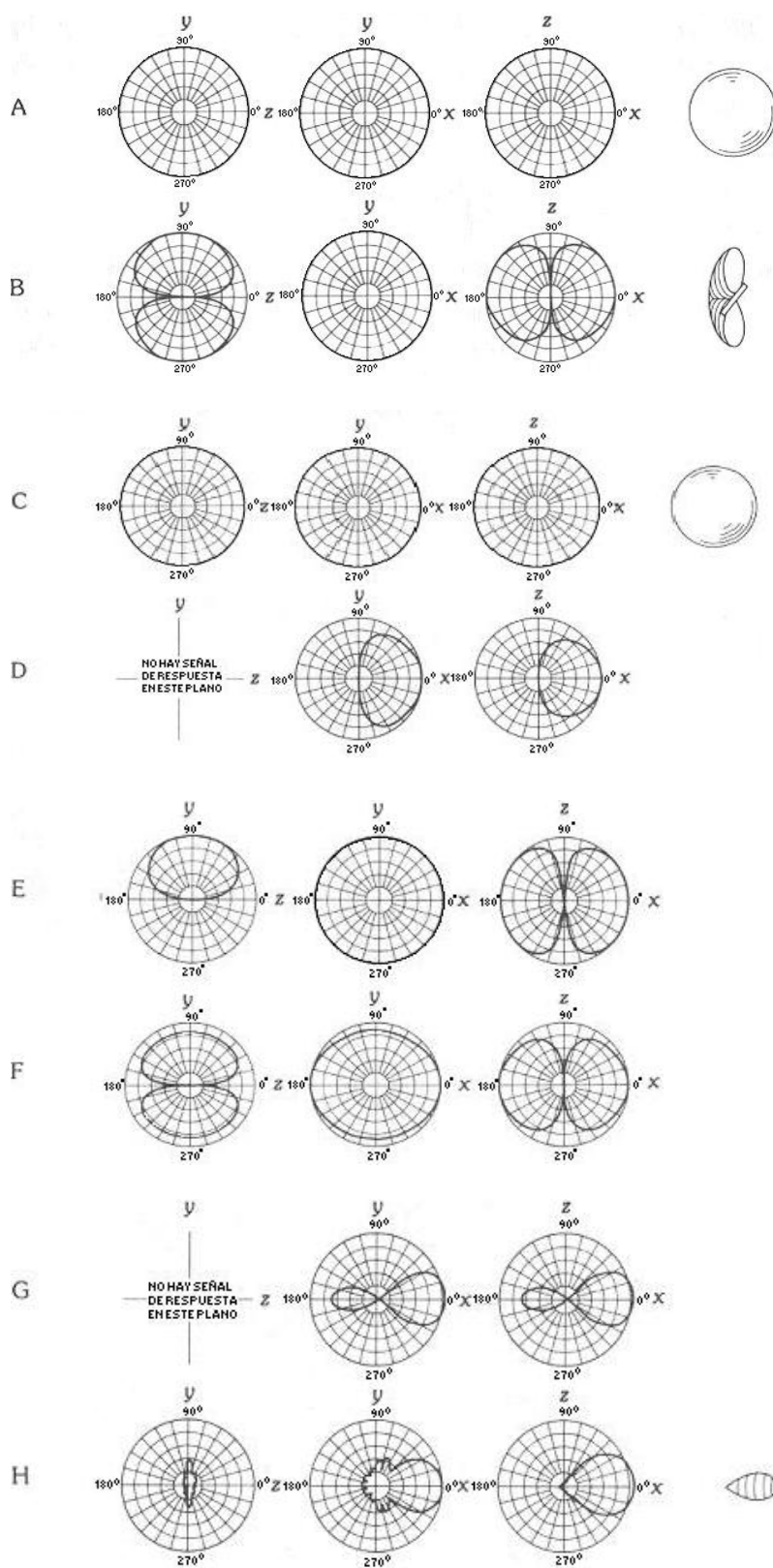


Fig. 3.7 Graficas del patrón de radiación de los tipos de antenas mostrados en la tabla 3.1.



### 3.2 Aplicaciones

En las últimas décadas, con el advenimiento de la era espacial, los nuevos sistemas de detección, control y comunicaciones remotas han surgido nuevas demandas en el campo de las antenas; esto ha provocado que la comunidad profesional tome conciencia de la necesidad de un estudio más profundo y sistemático en el diseño y construcción de las mismas. A continuación se presentan algunos de estos ejemplos.

#### 3.2.1 Antenas para ondas milimétricas

Se le conoce como región de ondas milimétricas a la región del espectro electromagnético de 30- a 300-GHz o de 1-cm a 1-mm. La utilización de estas frecuencias en el diseño de sistemas de detección y transmisión de datos tiene algunas ventajas: su gran ancho de banda resuelve el problema de la saturación del espectro, además que permite comunicación a tasas muy altas; su longitud de onda pequeña permite el diseño de antenas de alta directividad de tamaño razonable, así resulta más sencillo construir sistemas de radar de alta resolución, de radiometría, etc.; las ondas milimétricas pueden atravesar fácilmente neblina, nieve y polvo, etc., mejor inclusive que el infrarrojo y la luz visible, [Lee, Lo-1993].

Como regla general, la transmisión en ondas milimétricas requiere trayectorias de línea de vista, pero es posible la propagación en regiones de sombra por medio de difracción y dispersión. Gran cantidad de antenas para ondas milimétricas se obtienen escalando a las dimensiones de la longitud de onda deseada una configuración de antena bien establecida para frecuencias más bajas. Esta clase de antenas incluye antenas de reflector, de lente, de corneta y arreglos de antenas o estructuras radiantes, bicónicas e incluso antenas lineales para aplicaciones de radiación de abanico u omnidireccional.

#### Antenas de reflector

Son ampliamente usadas en ondas milimétricas, típicamente unidireccionales de moderada o alta ganancia directiva para comunicación, radar, detección y como antenas de monoimpulso para rastreo y seguimiento. Debido a su reducido tamaño son adecuadas para rastreo mecánico rápido, el reflector es móvil, mientras que el alimentador permanece fijo (figura 3.8), no necesita juntas rotatorias en la guía de ondas del alimentador

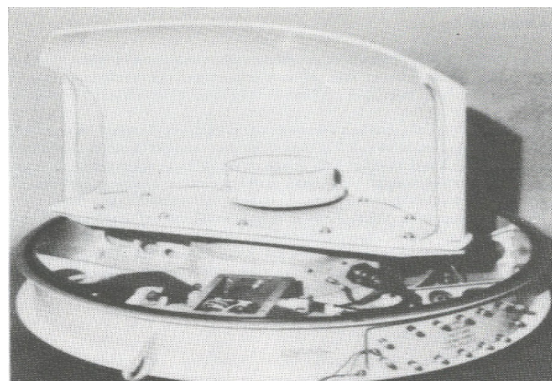
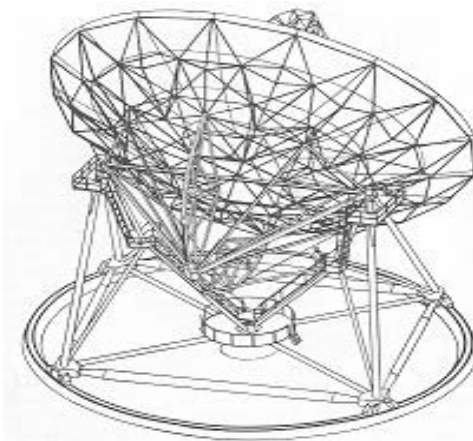


Fig. 3.8 Antenas de rastreo mecánico rápido con un solo reflector.

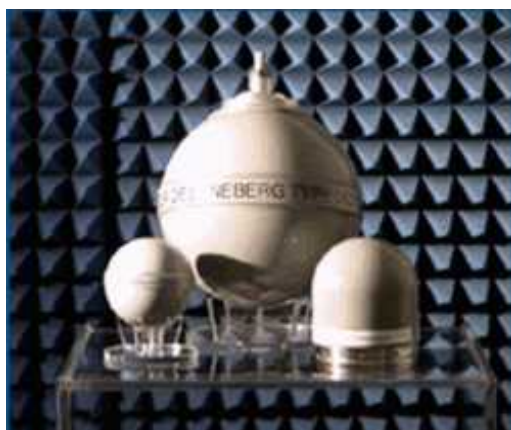
También existen en operación actualmente grandes antenas de ondas milimétricas en telescopios de radioastronomía. Típicamente emplean alimentadores en configuración Cassegrain con reflector principal del orden de los 5-20m (figura 3.9)



**Fig. 3.9 Radiotelescopio de ondas milimétricas, con antena de 25m de diámetro diseñado para el observatorio nacional de radioastronomía (E.U.).**

### **Antenas de lente**

Tienen numerosas aplicaciones en esta banda de frecuencias. Junto con las antenas de reflector y las de corneta son las más utilizadas. Los requerimientos de tolerancia son menos estrictos que los de las antenas de reflector, debido a que están comúnmente hechas de materiales de bajo índice de refracción que minimiza la reflexión en la superficie del lente. Esto hace que sean más fáciles de fabricar y comparativamente más baratas. Los lentes tienen ancho de banda grande y además están diseñados para que no exista bloqueo de apertura. Las antenas de lente son más atractivas en la región de ondas milimétricas que en frecuencias más bajas, ya que el peso del dieléctrico se reduce significativamente. Un ejemplo que podría ilustrar esto es el sistema satelital para comunicaciones militares proyectado a 44/20 GHz con antenas multilobulares capaces de direccionar los haces de un satélite síncrono a cualquier punto de la superficie de la tierra [Lee, Lo-1993], o bien, lentes esféricas simétricas con dos capas un corazón esférico rodeado de una concha concéntrica de índice de refracción variable, llamados lentes de Luneberg (figura 3.10).



**Fig. 3.10 Antena de lente de Luneberg para recepción satelital.**

### Antenas de corneta

Su diseño es un poco diferente al de otras antenas de microondas, ya que con ángulos de apertura grandes y lentes de corrección alcanzan ganancias superiores a los 30 dB en diseños compactos. Las cornetas corrugadas pueden ser diseñadas con lóbulos laterales muy pequeños, baja polarización cruzada y patrón de radiación prácticamente simétrico circular. Como ejemplo de una antena de corneta corrugada de alto desempeño se observa en la figura 3.10, una antena diseñada para 3 GHz y ángulo de apertura de  $10^\circ$ , utilizada para mediciones satelitales de las propiedades de radiación cósmica de fondo, pero puede funcionar bien como alimentador de un reflector parabólico [Lee, Lo-1993].

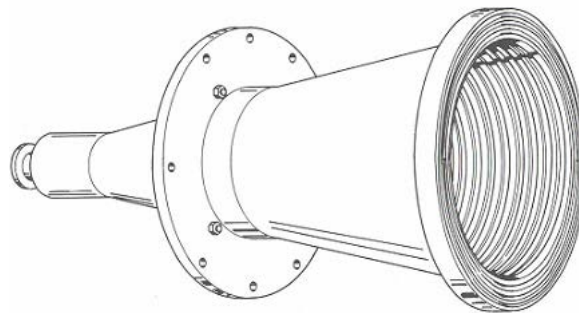


Fig. 3.10 Antena de corneta corrugada de alto desempeño para la banda de 33-dB

### Arreglos de antenas

Los arreglos de antenas de diseño convencional no son muy usados en ondas milimétricas. La tecnología para antenas de haz fijo y arreglos de rastreo de frecuencia están disponibles en principio, pero los dispositivos electrónicos de cambio de fase están todavía en desarrollo, ya que requieren alta precisión en sus técnicas de fabricación, lo cual resulta muy costoso. En un futuro inmediato, las antenas rastreadoras de haz fijo parecen ser la mejor opción para muchas aplicaciones de esta banda como radar, rastreo y comunicación, su tamaño tan compacto facilita su rápido movimiento para búsquedas; en próximas generaciones estos arreglos serán con tecnología de circuito impreso MMIC [Brookner-2000], (figura 3.11).

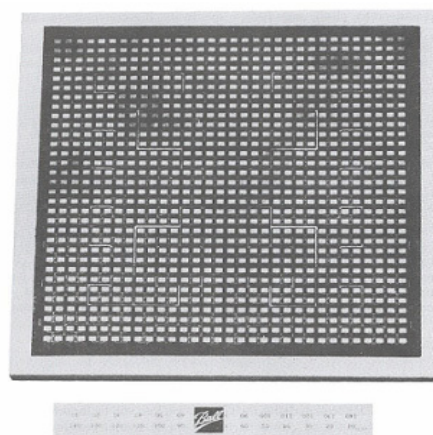
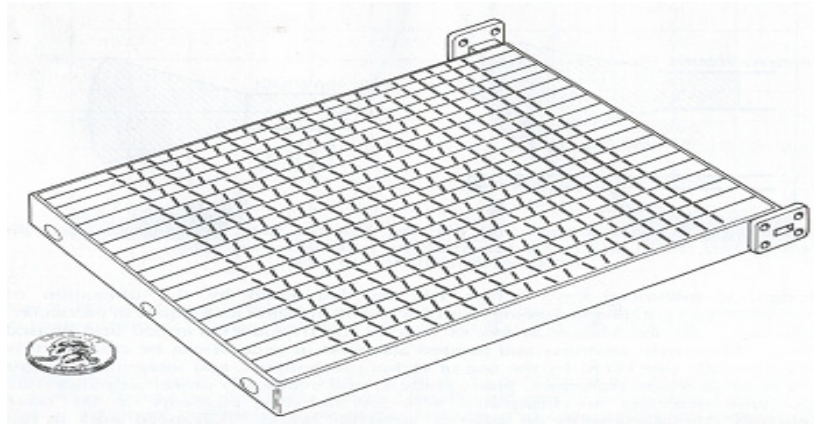


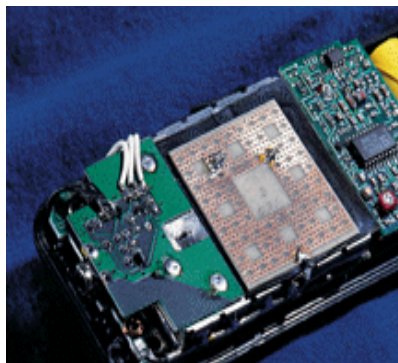
Fig. 3.11 Arreglo de antenas de microcinta de circuito impreso.

Regresando a la tecnología convencional, tenemos arreglos lineales de guías de ondas ranuradas o arreglos planares de estructuras radiantes que han demostrado buen desempeño en frecuencias superiores a los 94 GHz.



**Fig. 3.12** Arreglo de 400 elementos radiadores en una estructura ranurada.

Las estructuras fractales pueden aumentar el rendimiento de los arreglos de antenas. Su disposición puede ser perfectamente regular o bien aleatoria. Se ha descubierto que una distribución fractal puede combinar la robustez de los sistemas aleatoriamente dispuestos con el rendimiento de los regulares, todo ello utilizando la cuarta parte de elementos [Jaggard-1986, Werner-1995]. En segundo término, la forma fractal puede ser beneficiosa incluso para antenas aisladas. Se ha experimentado con hilos doblados siguiendo la forma de las curvas fractales y se consigue no sólo alojar la misma longitud en un espacio seis veces menor, sino que su forma dentada genera capacitancia e inductancia adicionales, haciendo innecesarios elementos externos para su sintonización o para aumentar el ancho de la banda de frecuencias que pueda recibir [Cohen-1997]. T&M (fabricante de antenas para los teléfonos móviles de Motorola) afirma que el rendimiento de las antenas fractales es un 25 por ciento mayor. Además son más baratas de fabricar, operan en múltiples bandas, lo que permite incorporar un receptor GPS al teléfono, y la antena puede quedar oculta en el interior del aparato (fig. 3.13).



(a)



(b)

**Fig. 3.13** Las antenas fractales son baratas de fabricar, operan en diferentes bandas y por su estructura pueden quedar ocultas, (a) Antena fractal cuadrada en el interior de un teléfono inalámbrico. (b) Antena fractal de triángulo. Cada segmento puede actuar como una antena en miniatura.

Recientemente también, se ha desarrollado una estructura conocida como arreglo reflector plano (conocido también como *reflectarray*) que consiste de un arreglo de antenas de parche o cinta impresas sobre una misma hoja de sustrato dieléctrico (fig. 3.14), que ofrecen un desempeño dos veces mejor que el de un reflector convencional además de tener todas las ventajas de la tecnología planar de fabricación (circuito impreso). Son estructuras más compactas con una buena estabilidad mecánica, de fácil fabricación (por lo tanto más baratas en volumen) y compatibilidad con la electrónica de circuito impreso, ofrecen un desempeño superior en polarización cruzada y pueden ser diseñadas con múltiples puntos focales y múltiples haces de radiación [Pozar-1993].



**Fig. 3.14** Arreglo plano de antenas reflectoras (*reflectarray*) para microondas y ondas milimétricas a base de antenas de microcinta.

### 3.2.2 Antenas en aeronaves, barcos y otros ambientes complejos

Cuando se decide colocar una antena en un ambiente complejo usualmente hay muchas antenas compitiendo por la mejor posición: la parte más alta del mástil de un barco o la nariz de un avión. Es necesario aislar los diferentes sistemas. La capacidad de un sistema radiador de ondas electromagnéticas instalado en ambientes complejos depende de su habilidad para operar con buen desempeño bajo los efectos de la distorsión, tales como bloqueo y la radiación de estructuras cercanas. Muchas veces estos efectos pueden reducirse mediante una cuidadosa selección del lugar de colocación de la antena, pero en otros casos eso resulta muy complicado, sobre todo cuando hay gran número de sistemas compitiendo por esa posición, como ocurre en vehículos militares. Si no se cuenta con un criterio de ubicación eficiente dentro un sistema de comunicaciones ya sea a bordo de un vehículo terrestre, marítimo o aéreo, o bien, un satélite, suelen colocarse las antenas obedeciendo a otros factores de diseño, aunque en ocasiones no resulte lo óptimo, pero sí más barato [Lee, Lo-1993].

Como en la mayoría de los problemas de ingeniería, en antenas es posible obtener resultados experimentales y soluciones teóricas que son el resultado de los modelos propuestos. Para que el modelo sea válido (es decir, con un margen de error aceptable), primero deben evaluarse las necesidades que se desean satisfacer y las propiedades del sistema. Debido al tamaño y la complejidad de la mayoría de las estructuras,

resulta muy caro obtener resultados experimentales. Para estructuras simples, tales como una antena de corneta radiando en el espacio libre, es conveniente hacer las mediciones que sirvan para mejorar el desempeño de la antena, físicamente; pero si la misma corneta está radiando en una aeronave militar, por ejemplo, los patrones de radiación serán muy complejos y estarán consecuentemente muy extendidos (con la frontera de campo lejano muy alejada), además, serán muy complejos para relacionar los efectos estructurales con el resultado medido. Es decir, los resultados obtenidos en mediciones físicas no son los más usados como herramienta de diagnóstico en sistemas complejos, pero son los más apropiados para evaluar algunos sistemas simples. Las soluciones teóricas se emplean para simular numéricamente una situación del mundo real y dar una idea de los mecanismos de radiación que generan el patrón del sistema resultante.

Antes del advenimiento de la era de las computadoras digitales, las soluciones numéricas estaban limitadas a las formas geométricas clásicas, tales como cilindros, conos, esferas, etc. En la actualidad es posible obtener soluciones numéricas a cuestiones electromagnéticas mucho más complejas. Con ayuda de las nuevas computadoras se han desarrollado nuevas técnicas, más eficientes y precisas para cálculos numéricos. Las dos mejores soluciones numéricas obtenidas, que han representado un gran éxito en muchas aplicaciones son el método de momentos (MoM por sus siglas en inglés "*Method of Moments*") y la teoría geométrica de la difracción (GTD por sus siglas en inglés "*Geometrical Theory of Diffraction*"). Estas dos técnicas se complementan. La primera se emplea para resolver estructuras pequeñas en términos de longitudes de onda, mientras que la segunda es utilizada en geometrías mayores en combinación con la óptica física ("*Physical optic*"), en particular para conocer los efectos de los bordes de las antenas. Estas técnicas serán descritas en el capítulo 5.

Cuando una antena radia en presencia de una estructura grande que ejerce influencia en su patrón de radiación, las dimensiones de la estructura, por ejemplo una aeronave o embarcación completa, deben ser consideradas en la longitud de la antena ( $D$ ) empleada para definir la distancia del campo lejano ( $2D^2/\lambda$  vea capítulo 2); como resultado, se requieren distancias excesivamente grandes para medir el campo lejano del sistema antena-estructura. En estos casos es de gran interés determinar el campo lejano a partir de mediciones del campo cercano que puedan realizarse en cámaras anecoicas pequeñas, mediante la construcción de modelos a escala (y utilizando las frecuencias equivalentes a esas dimensiones), o con sistema completo si es físicamente posible. Esta transformación es básicamente una relación integral, la cual por sí misma suele resultar tediosa y difícil. Este dilema ha sido preocupación a los diseñadores de antenas aerotransportadas por muchos años, ya que la mayoría de los sistemas operan en frecuencias de microondas, las cuales requieren distancias mínimas de campo lejano de  $300m$  ( $1000ft$ ) [Lee, Lo-1993]. La solución consiste en usar un resultado obtenido teóricamente (mediante GTD) para este problema, el cual sea válido tanto para el campo cercano como para el campo lejano, tal que la solución del campo cercano pueda ser

fácilmente verificable por las mediciones y se considere válido el resultado para el campo lejano sin necesidad de transformación.

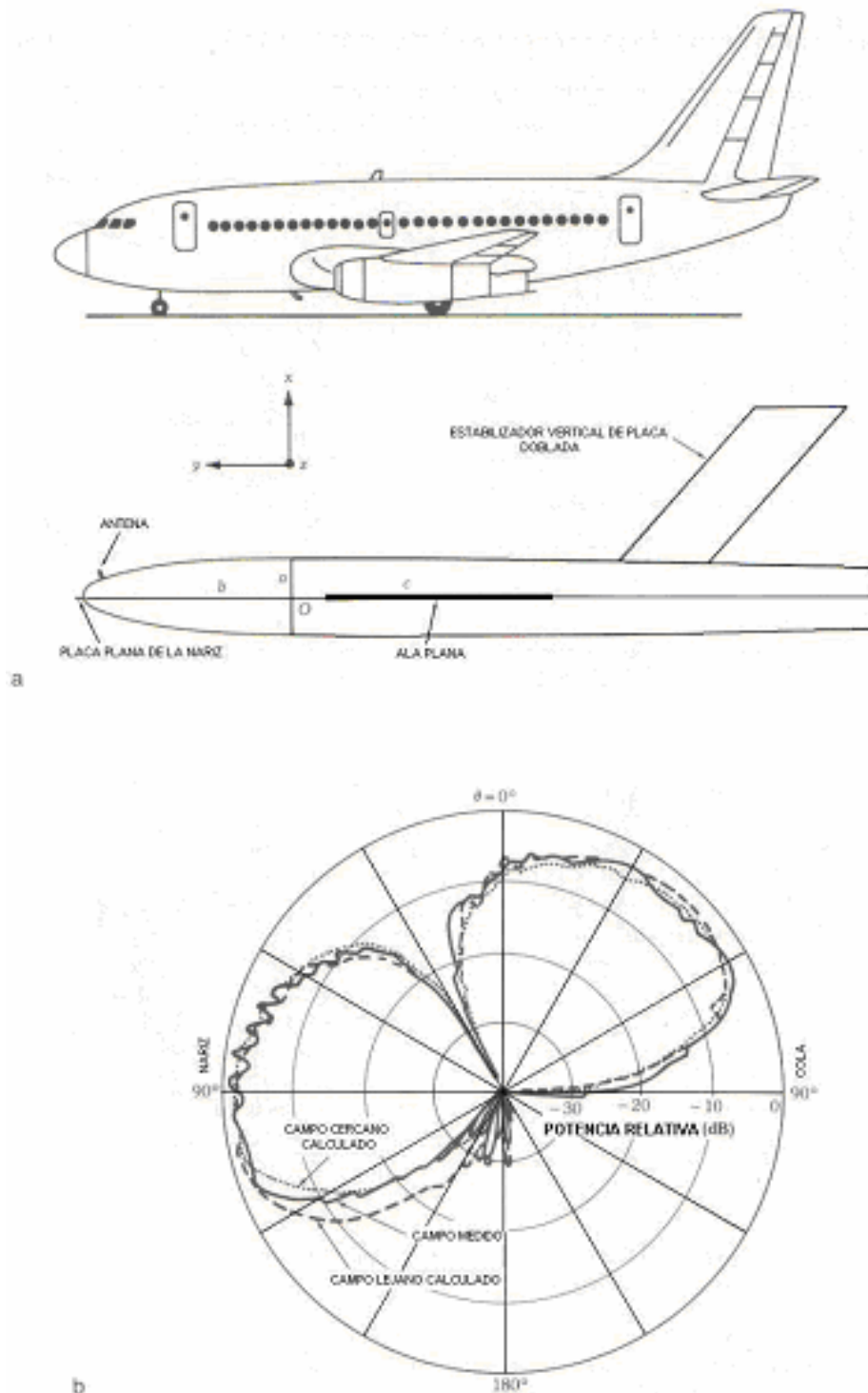
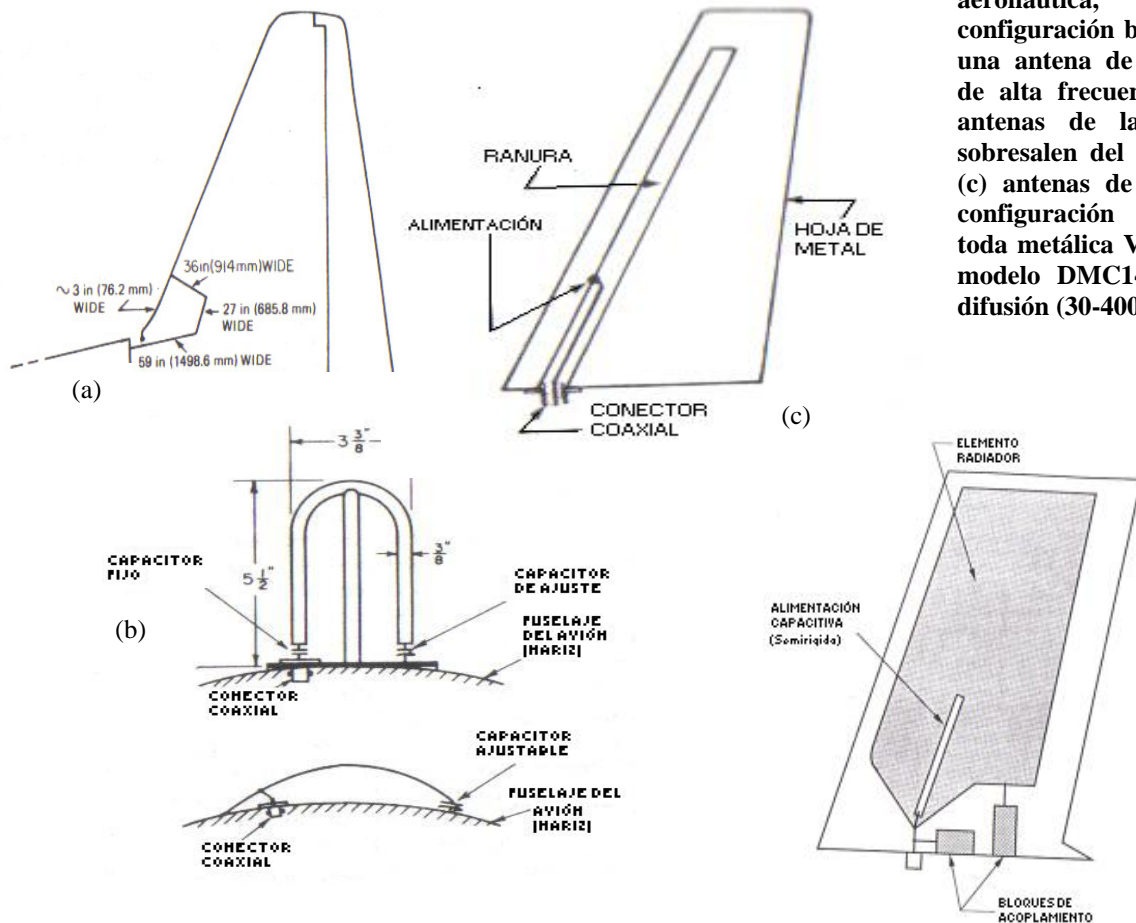


Fig. 3.15 Patrón de un monopolo montado en un Boeing 737 en el ángulo de elevación. (a) Vista del perfil de la aeronave y del modelo usado para el análisis, (b) Patrones calculados y medidos.

La figura 3.15 muestra un ejemplo de la validez de esta técnica, comparando los patrones medido y calculado en el plano de elevación, para una antena monopolo montada en la nariz de un avión Boeing 737.

En la figura se muestran los patrones calculados para el campo lejano y del análisis del campo cercano para comparación y se observa especialmente en el cuadrante izquierdo inferior que son más precisos los resultados obtenidos para el patrón mediante el análisis del campo cercano.

El monopolo es una antena muy común en las aeronaves, por su simplicidad y su patrón omnidireccional. Existen antenas monopolo que pueden sintonizarse a frecuencias muy altas, por ejemplo aquellas empleadas en GPS, o en aplicaciones satelitales. Sin embargo hay muchas otras geometrías empleadas en aeronáutica, por ejemplo, la antena de muesca o de corte (*notch antenna*), empleada en HF para aviones de alta velocidad, son una especie de línea de transmisión colocadas en el estabilizador vertical o alas (Fig. 3.16(a)) para alimentar al resto del avión haciendo que la estructura completa del avión funcione como una antena; antenas de lazo, que sobresalen del fuselaje como las mostradas en la figura 3.16(b) (*protruding loops*) y que operan a frecuencias de UHF (329-335MHz) cuyas características ofrecen una cobertura de unos 60° a ambos lados de la nariz y unos 20° arriba y debajo de la línea del horizonte; o bien, antenas de navaja (*blade antennas*), excitadas mediante una ranura conectada a un cable coaxial. En la figura 3.16(c) se muestran antenas monopolo tipo navaja construidas de puro metal en la banda de VHF, y de radiodifusión en la banda HF/VHF.





Las antenas de recepción satelital instaladas en aeronaves deben tener un perfil muy bajo para evitar el arrastre del viento, pero un ancho del haz que les permita rastrear al satélite sin invertir demasiada potencia, todo esto en continuo movimiento. Un ejemplo de este tipo de antenas aerotransportadas es la GBS (*Global Broadcast Service*)/ MILSTAR (*Military Strategic and Tactical Relay Satellite*); utiliza cuatro lentes de Lunenberg hemisféricos montados sobre una superficie conductora (plano de tierra), que combinan la fase de la señal a la salida para cambiar la dirección de la haz (figura 3.17).

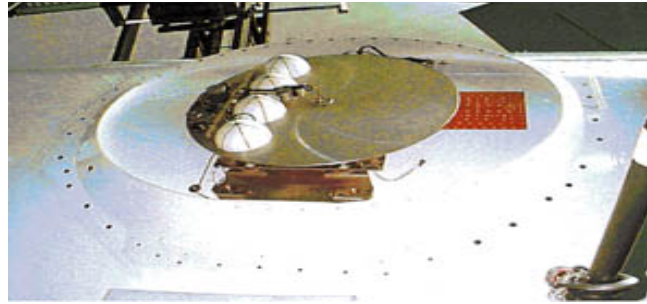


Fig. 3.17 Antena receptora de satélite GBS/MILSTAR montada en la parte superior de una aeronave C-135.

### 3.2.3 Antenas para aplicaciones satelitales

El diseño de antenas para aplicaciones satelitales difiere en algunos aspectos de otras aplicaciones. Su patrón de radiación varía de omnidireccional a ser altamente direccional; pueden ser antenas fijas, o cambiar de acuerdo a ciertas necesidades específicas. La principal función de las antenas satelitales es la comunicación. Un satélite de comunicaciones es una repetidora de radio en el espacio. En la órbita geoestacionaria ( $36,000\text{km}$  de altitud) el satélite completa un viaje alrededor de la tierra, en exactamente el tiempo de rotación de la tierra, por lo que parece estar fijo en un punto del cielo. Una antena satelital puede proporcionar cobertura en un área de gran tamaño sobre la superficie de la tierra. La mayoría de las antenas satelitales son direccionales, excepto las de rastreo, telemetría y comando, donde se requiere una antena no muy direccional para garantizar la continua recepción durante toda la misión.

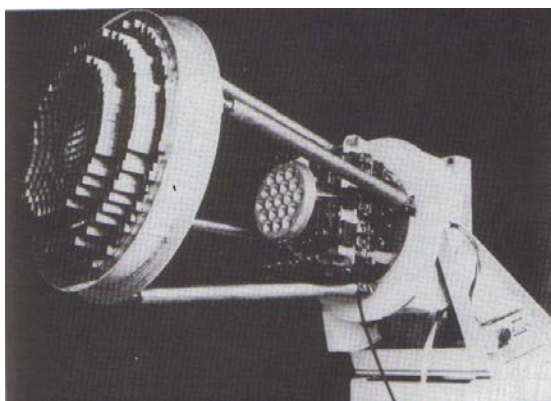
La creciente demanda de capacidad en los satélites de comunicaciones, la saturación de la órbita geoestacionaria y las fuentes de potencia ubicadas en los satélites obligan a un mejor diseño de antenas satelitales. La complejidad y el tamaño de las antenas satelitales han evolucionado rápidamente. El empleo de computadoras de gran capacidad y otras herramientas, así como técnicas de manufactura avanzadas, resulta esencial no sólo para lograr el grado de precisión requerido, sino para reducir el tiempo de diseño. Por ejemplo, los satélites de comunicaciones modernos tienden a emplear, cada vez más, platos parabólicos perfilados, iluminados con una sola corneta para generar huellas de radiación irregulares que se adapten a la geometría de la zona de servicio; esta técnica implica deformaciones en la

superficie del plato, calculadas a través de métodos matemáticos [Landeros, Samano, Neri-2004]

Las antenas satelitales se pueden dividir en: antenas de comunicación, de cobertura terrestre (como es el caso de los platos parabólicos con arreglos de alimentadores de corneta, platos perfilados o recientemente “reflectarrays” que se encuentran en etapa de investigación [Neri-2003]) y de rastreo, telemetría y comando (TT&C por sus siglas en inglés Tracking, *Telemetry and Command*).

### **Antenas de haces puntuales o regionales de comunicación**

Una antena satelital puede proporcionar un enlace de comunicaciones no únicamente con estaciones de tierra, sino también con otros satélites. Un antena satelital de comunicaciones típica consiste de una apertura óptica, un arreglo alimentado y una red de haces (BFN por sus siglas en inglés *Beam-Forming Network*). La función de la apertura es concentrar la energía del punto fuente en la dirección deseada para producir una ganancia alta; la apertura óptica puede ser un reflector, un lente (como se muestra en la figura 3.18) o un arreglo de fase. El alimentador es colocado muy cerca del punto focal para dirigir la energía a la apertura. El BFN incluye un divisor pasivo de potencia, o divisor variable para controlar la forma y potencia del haz emitido.



**Fig. 3.18 Antena de lente multibeam LES 7.**

### **Antenas de amplia cobertura terrestre**

Normalmente se emplean antenas de corneta. La dificultad de su diseño radica en la polarización. Con el objeto de alcanzar la pureza de polarización requerida, estas antenas cuentan con un buen polarizador y un haz simétrico giratorio en todas las frecuencias de su ancho de banda. Existen dos condiciones para generar un haz simétrico giratorio: primero, la superficie de la corneta corrugada y luego la generación de modo alto en la apertura de la corneta. La antena de corneta corrugada opera en un ancho de banda bastante amplio, pero es difícil de fabricar y es pesada. La corneta de modo dual es un poco más limitada, sin embargo, es usada con mayor frecuencia por su simplicidad.

### **Antenas de rastreo, telemetría y comando**

Estas antenas, son empleadas en la secuencia de operación desde el lanzamiento del satélite hasta su colocación en órbita geoestacionaria. Una vez en posición, el satélite todavía necesita ajustes, las antenas de TT&C son diseñadas para eso y otras funciones como:

- a) Recibir órdenes (comandos) funcionales desde una estación terrena.
- b) Transmitir información (telemetría) funcional a una estación en tierra.
- c) Proporcionar a una estación terrena una señal de referencia para fácil ubicación del satélite.

Estas antenas deben ser de polarización circular para garantizar la continua recepción de las señales de comando en cada operación de la misión. Hay un gran número de antenas que generan un haz no direccional, pero resultan determinantes, la complejidad y el espacio disponible en el satélite para la selección de la misma. Para los satélites de estabilidad por giro, por ejemplo, resulta conveniente un arreglo circular por medio de una corneta bicónica (aunque este tipo de satélites son poco usados en la actualidad).

---

En este capítulo se omitieron las aplicaciones de radar. La tecnología radar es una de las aplicaciones donde el diseño de la antena resulta crítico, por las características tan específicas de patrón de radiación (su forma determina su resolución de detección y su amplitud la cobertura de radar) que éste exige de acuerdo con el empleo que se le pretenda dar al mismo. En el capítulo siguiente se describe de manera general, qué es el radar, cómo funciona y se proporciona un panorama general de cuáles son las antenas más comúnmente utilizadas así como las problemáticas que han impulsado y siguen impulsando el desarrollo de la tecnología radar.

### **Referencias**

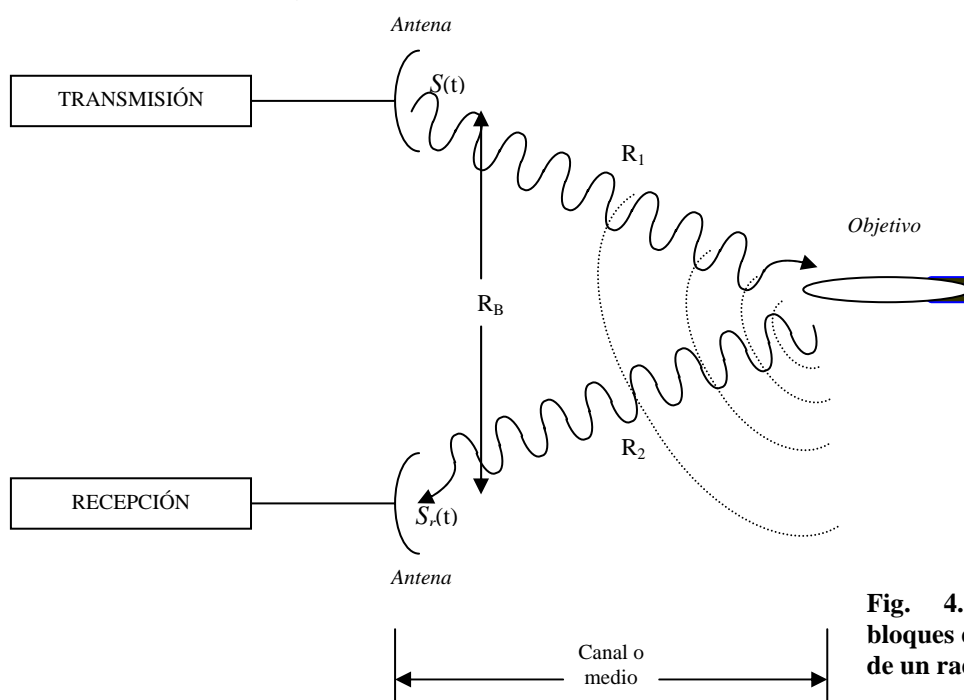
1. C.A. Balanis, *Antenna Theory analysis and design*, Wiley, New York, 1997.
2. G. Markov, D. Sazonov, *Antenas*, traducido Ed. MIR, Moscú, 1978.
3. Lee, Lo, *Antenna Handbook*, 1993.
4. Kraus, *Antennas*, Second edition, McGraw-Hill, 1988.
5. D. Jaggard, Kim, "The fractal random array" *Proc. IEEE*, Vol. 74, No.9, pp 1278-1280, 1986
6. D.H. Werner, P.L. Werner, "On synthesis of fractal radiation patterns", *Radio science*, Vol.30, No.1, pp 29-45, enero 1995.
7. Cohen, "Fractal antenna applications in wireless telecommunications", *IEEE Electronics Industries Forum of New England*, pp43-49, 1997.
8. E. Brookner, "Phased arrays for the new millennium", Raytheon Systems Company, Boston, 2000.
9. R. Neri Vela, "Comunicaciones por satélite", Editorial Thompson, Mexico, D.F., 2003.

## PRINCIPIOS Y APLICACIONES DEL RADAR

El término *radar* designa a un sistema electrónico empleado para la detección y localización de objetos. La palabra radar es un acrónimo de su nombre en inglés *Radio Detection And Ranging* que significa precisamente radiodetección y localización.

### 4.1 Elementos fundamentales del radar

Existe una gran variedad de tipos de radar que pueden desempeñar funciones diferentes y operar en la detección de diferentes tipos de objetivos. La forma más básica de un radar es el mostrado en el diagrama a bloques de la figura 4.1.



**Fig. 4.1 Diagrama a bloques de la forma básica de un radar.**

El sistema consiste de un transmisor conectado a una antena que radia una onda electromagnética y un receptor conectado también a una antena que capta parte de la onda reflejada por un obstáculo u objetivo.

En el esquema básico de radar, la antena del transmisor convierte la señal de salida en ondas electromagnéticas de la misma forma  $S(t)$  que es radiada a la velocidad de la luz. A la distancia  $R_1$  encuentra el objetivo, el cual refleja energía de la onda en muchas direcciones, inclusive de regreso hacia la antena receptora. Después de viajar una distancia  $R_2$  a la velocidad de la luz, la onda reflejada es detectada en la antena receptora y convertida en una señal  $S_r(t)$  en sus terminales. El radar puede detectar la presencia de un objetivo observando la presencia de esta señal  $S_r(t)$ .

En general, las estaciones transmisora y receptora pueden estar ubicadas en el mismo lugar, donde la distancia  $R_B=0$ , llamados radares monoestáticos; o bien pueden estar separadas, con  $R_B \neq 0$ , llamados radares biestáticos. En los sistemas monoestáticos, que son los más típicos,  $R_1 = R_2$  y frecuentemente la misma antena efectúa la transmisión y recepción. Un sistema de radar aún mas general es cuando existen más de una estación transmisora y más de una estación receptora, todas en una misma red; este sistema es conocido como sistema de radar multiestático, pero es raro encontrarlo en la práctica por su elevado costo.

Los radares también pueden clasificarse como de onda continua (CW) si transmiten una forma de onda con amplitud constante; o radares de pulsos cuando la señal transmitida es discreta. Así mismo pueden ser radares activos o pasivos, dependiendo si tienen o no transmisor.

El receptor ideal debe ser capaz de amplificar y medir una señal muy débil con una frecuencia muy elevada. Como hasta ahora no se ha conseguido construir un amplificador que cumpla esta función de forma satisfactoria, la señal se convierte a una frecuencia intermedia de 30 MHz mediante un circuito superheterodino y se amplifica a dicha frecuencia. La altísima frecuencia de la señal del radar exige un oscilador y un mezclador con una precisión muy superior a la que se utiliza en los receptores normales de radio; no obstante, ya se han construido circuitos apropiados que utilizan como osciladores tubos de microondas de alta potencia denominados klistrones. La conversión de la frecuencia intermedia se efectúa de forma habitual y la señal se envía a continuación a una computadora [Enciclopedia Encarta].

## 4.2 Funciones que desempeña un radar

### 4.2.1 Resolución

Se refiere a la habilidad que tiene el radar de separar (resolver) la señal del objetivo que se desea detectar de otras señales de ruido. Existe un límite para tal separación que depende de la señal con la que se diseñe el sistema (entre mayor sea su ancho de banda, mejor será su resolución, mientras que para transmisiones por pulsos se obtiene una mejor resolución a mayor frecuencia) y las características de la antena (si el lóbulo de radiación de la antena es afilado, tendrá una mejor resolución de posición).

#### 4.2.2 Detección

Consiste en revelar la presencia en el receptor de la onda reflejada en algún objetivo deseado. Esto no es una tarea simple debido a la presencia de señales no deseadas y el ruido en el receptor. El ruido puede disminuirse mejorando los diseños en el dispositivo receptor o bien transmitiendo pulsos de mayor energía, con un apropiado diseño de la señal a emplear y con adecuados métodos de procesamiento de señales.

#### 4.2.3 Medición

La medición de la distancia a la que se encuentra un objetivo es una de las funciones que le dan nombre al radar. Los radares modernos miden algo más que la distancia radial, pueden determinar la localización del objetivo en el espacio tridimensional, su vector de velocidad, dirección angular y vector de velocidad angular. Todas estas mediciones pueden ser simultáneas para múltiples objetivos deseados y en presencia de ruido. Algunos radares avanzados pueden incluso medir el tamaño, la forma y clasificación del objetivo, por ejemplo un camión, un tanque, una persona, un edificio, una aeronave, etc.

#### 4.3 Tipo de objetivos de radar

Los objetivos móviles son aquellos que tienen algún movimiento relativo con respecto al radar. El efecto en señales reflejadas por huracanes, tornados y otros fenómenos naturales violentos, puede ser muy pronunciado, la magnitud del efecto depende de la frecuencia a la que trabaje el radar. Los objetivos en movimiento muy rápido tales como los misiles, aviones de propulsión, satélites, etc., son frecuentemente lo suficiente rápidos para cambiar el espectro de la señal recibida de manera significativa debido al efecto Doppler, respecto a la señal que fue transmitida. Cuando el radar no es estacionario tal como el caso de los radares montados en aeronaves, todos los objetos en tierra son afectados por el movimiento del radar, como si el radar estuviese fijo y todos los objetos se movieran.

Algunos objetivos denominados activos, emiten energía por sí mismos. Todos los demás tipos de objetivos se conocen como pasivos. Una estación transmisora de radar puede ser un objetivo activo para otro radar.

#### 4.4 Forma de onda, potencia y energía de una señal de radar

Denotamos la forma de onda transmitida por un radar como  $S(t)$  y se define como la señal a la salida de las terminales del transmisor. En los radares modernos  $S(t)$  puede estar modulada tanto en amplitud como en frecuencia. La forma general de  $S(t)$  puede escribirse como:

$$S(t) = a(t)\cos[\omega_0 t + \theta(t) + \varphi_0] \quad (4-1)$$

Donde  $a(t)$  es variación de amplitud en el tiempo,  $\theta(t)$  es la desviación instantánea de fase y  $\varphi_0$  es un ángulo de fase arbitrario. En algunos

análisis de radar es conveniente tratar a  $\varphi_0$  como un ángulo de fase aleatorio. Sin embargo en la mayoría de los casos es solamente una constante.

En la práctica es conveniente definir  $S(t)$  únicamente sobre un intervalo finito. Por ejemplo, en un radar por pulsos que radia cada pulso cada  $T_R$  segundos (llamado intervalo de repetición de pulsos PRI) podríamos estar interesados sólo en la respuesta en el intervalo de un pulso. Aquí  $S(t)$  se define como la forma de onda transmitida sobre un intervalo de tiempo de duración  $T_R$ .

La salida del transmisor puede ser modelada como un circuito equivalente de Thevenin que contiene una fuente de voltaje  $S(t)$  en serie con una impedancia de salida, denotada por  $(R_t + jX_t)$ . Para una impedancia de carga acoplada de  $(R_t + jX_t)$  a través de las terminales de salida, la potencia real instantánea máxima que puede entregarse a la carga es [Pebbles-1998].

$$Potencia\ instantánea\ disponible = \frac{S^2(t)}{4R_t} = \frac{a^2(t)}{8R_t} \{1 + \cos[2\omega_o t + 2\theta(t) + 2\varphi_0]\} \quad (4-2)$$

El término cosenoidal cuando es promediado sobre un periodo de la portadora es igual a cero. Por lo tanto, la potencia instantánea promedio sobre un periodo de la portadora para cualquier valor de  $t$  es aproximadamente  $\frac{a^2(t)}{8R_t}$ . La potencia pico promedio transmitida, denotada

por  $P_t$ , se define como la potencia instantánea disponible en las terminales de salida del transmisor. Cuando es promediada sobre un ciclo de la portadora y cuando  $S(t)$  tiene su máxima amplitud,  $P_t$  es dada por:

$$P_t = \left( \frac{1}{4R_t} \right) [1 - ciclo\_promedio * S^2(t)]_{max} = \frac{[a^2(t)]_{max}}{8R_t} \quad (4-3)$$

La potencia transmitida promedio disponible, se denota por  $P_{av}$  y se define como la potencia instantánea disponible promediada sobre un intervalo de tiempo dado. Para un intervalo  $T_R$ , tenemos:

$$P_{av} = \frac{1}{4R_t T_R} \int_0^{T_R} S^2(t) dt = \frac{1}{4R_t T_R} \int_{-T_R/2}^{T_R/2} S^2(t) dt \quad (4-4)$$

Para una versión normalizada de la expresión (4-4) no debe contener el factor  $\frac{1}{4R_t}$ . En un radar de pulsos  $T_R$  es el periodo entre pulsos, y la

potencia promedio sobre un periodo es la misma que la potencia promedio sobre cualquier número de periodos si los pulsos son iguales en cada intervalo de pulsos. Para radares de onda continua (CW),  $a(t)$  y  $\theta(t)$

pueden ser funciones periódicas normalmente de igual periodo, y  $T_R$  puede ser tomado como el periodo fundamental de las dos funciones. Para pulsos rectangulares,  $P_{av}$  y  $P_t$  están relacionados por la siguiente expresión:

$$P_{av} = \frac{T}{T_R} P_t = D_t P_t \quad (4-5)$$

Donde  $D_t = \frac{T}{T_R}$ , es llamada factor de servicio (*Duty factor* en inglés) de la forma de onda transmitida. El factor de servicio puede ser generalizado para aplicarse a otras formas de onda con envolvente rectangular.

#### 4.5 Algunos principios de radar

En esta sección se describirán algunos principios fundamentales para el estudio y análisis de la tecnología radar:

##### 4.5.1 Alcance del radar

Aunque algunos radares de onda continua pueden efectuar mediciones de distancia, se describirá el radar de pulsos porque es más fácil de visualizar y porque la mayoría de los radares utilizan esta forma de onda. La idea básica se muestra en la figura 4.2. Un pulso es transmitido como se muestra en la parte (a). El pulso de energía electromagnética es radiado hacia el exterior desplazándose de forma radial, hasta que choca con el objetivo. El objetivo refleja algo de la energía de regreso al receptor del radar, el cual la procesa y entrega una señal reflejada  $S_r(t)$ , como se muestra en la parte (b); Esta llega con un retraso  $t_R$  respecto a la señal transmitida y es alterada en amplitud por un factor  $\alpha$  de atenuación.

La distancia total desde el transmisor y el objetivo y de regreso al receptor debe ser igual al producto de la velocidad de la luz y el tiempo de retraso. Para una distancia  $R$  del objetivo la distancia total es  $2R$ , por lo que:

$$R = \frac{ct_R}{2} \quad (4-6)$$

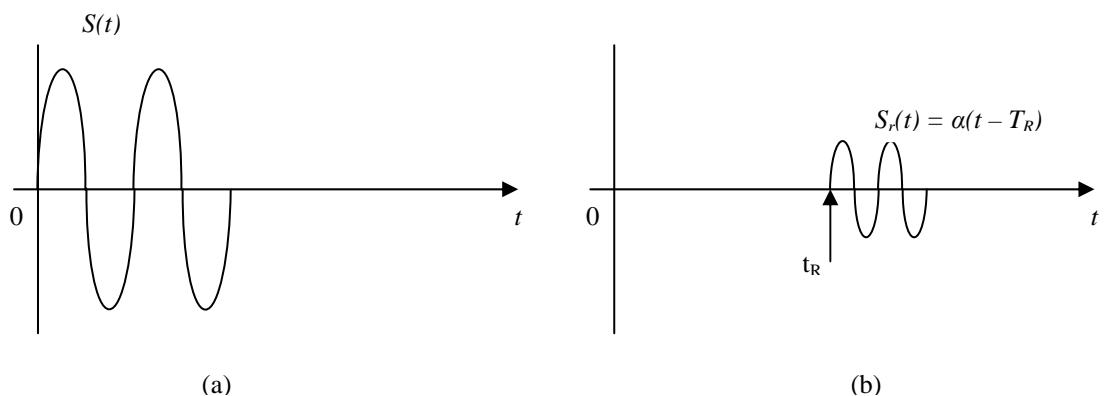


Fig. 4.2.- (a) pulso transmitido, y (b) pulso recibido en el radar.



### 4.5.2 Efecto Doppler

El efecto Doppler permite entender qué le pasa a una onda transmitida, si es reflejada por un objetivo en movimiento y regresa al receptor. Consideremos dos ondas transmitidas, una en el tiempo  $t=0$ , y la segunda un ciclo después, en el tiempo  $T_o = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega_o}$

como se muestra en la figura 4.3(a). El objetivo se encuentra a una distancia  $R_o$  en el tiempo  $t=0$  y se aleja del transmisor a una velocidad  $v$ .

En la figura 4.3(b) se describe qué le pasa a una onda que abandona el transmisor en un tiempo  $t=0$ . Esta se propaga alejándose hasta que choca con el objetivo que se ha movido desde la distancia  $R_o$ , a la que se encontraba en el instante  $t=0$ , a una distancia  $R_1$ , cuando la onda arriba. Si  $\Delta t$  es el tiempo que le toma a la onda alcanzar el objetivo, el cual se ha movido una distancia  $v\Delta t$  hasta  $R_1$ :

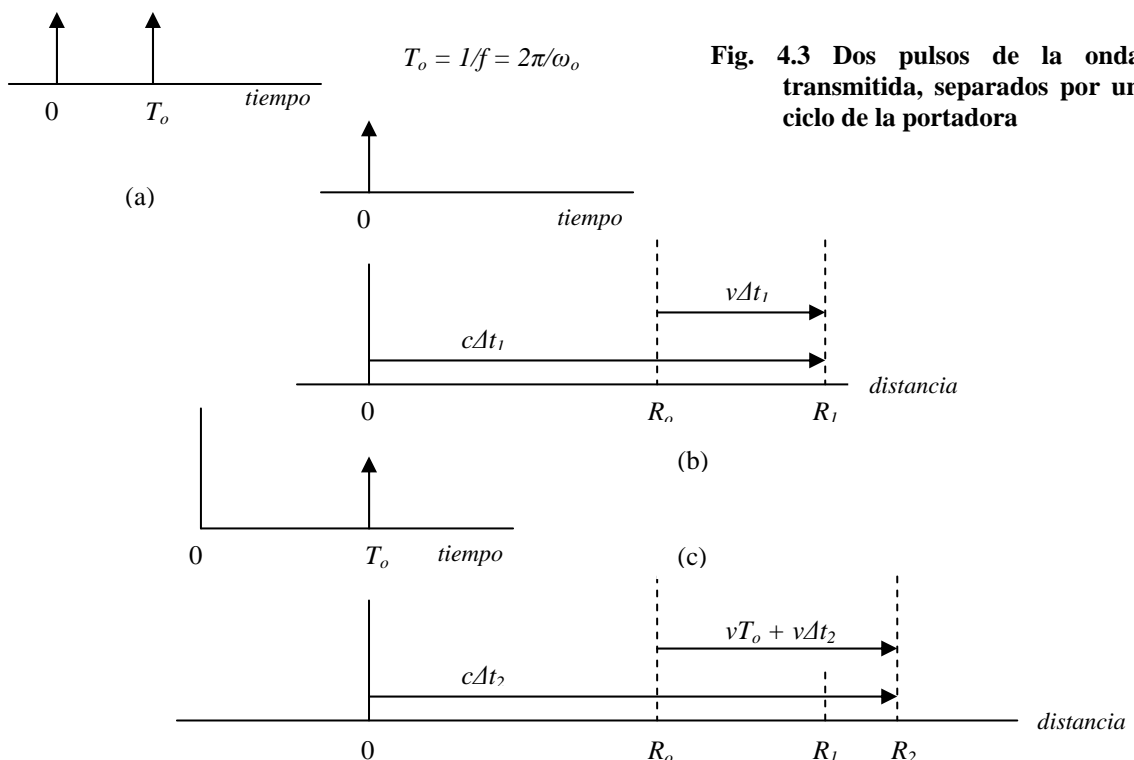
$$R_1 = R_o + v\Delta t_1 \tag{4-7}$$

Posteriormente, la onda viaja de regreso al receptor a través de la distancia  $R_1$  a la velocidad de la luz, el tiempo de viaje debe ser  $\Delta t_1$  por lo que:

$$R_1 = c\Delta t_1 \tag{4-8}$$

Sustituyendo (4-8) en (4-7) obtenemos:

$$\Delta t_1 = \frac{R_o}{c - v}$$



Si  $t_1$  es el tiempo de arribo de la onda, éste debe ser igual a  $2\Delta t_1$ , es decir:

$$t_1 = \frac{2R_0}{c-v} \quad (4-9)$$

La figura 4.3(c) describe qué le pasa a la onda que es radiada en el instante  $T_o$ . Sea  $\Delta t_2$  el tiempo de viaje de la onda hasta que choca con el objetivo, el cual se mueve ahora a una nueva distancia  $R_2$ :

$$R_2 = R_o + vT_o + v\Delta t_2 \quad (4-10)$$

Ya que  $R_2 = c\Delta t_2$ , de la última expresión obtenemos:

$$\Delta t_2 = \frac{R_o + vT_o}{c-v} \quad (4-11)$$

Y el tiempo de arribo de la segunda onda, denotado por  $t_2$  es:

$$t_2 = T_o + 2\Delta t_2 = \frac{(c-v)T_o + 2R_o}{c-v} \quad (4-12)$$

Como las dos ondas están separadas un periodo de la portadora transmitida, observamos que la frecuencia de la portadora recibida es  $\frac{1}{t_1 - t_2}$ :

$$f_r = \frac{1}{t_1 - t_2} = \left( \frac{c-v}{c+v} \right) f_o \quad (4-13)$$

De las expresiones (4-10) y (4-13). El cambio en la frecuencia recibida en relación con la transmitida es llamado frecuencia Doppler, y se denota por  $f_d$ :

$$f_d = f_r - f_o = \frac{-2vf_o}{c+v} \approx \frac{-2v}{c} f_o \quad (4-14)$$

de (4-14) observamos que un movimiento del objetivo en la dirección positiva produce una frecuencia Doppler negativa y por lo tanto una frecuencia de portadora menor que la transmitida y viceversa.

Cuando el objetivo permanece inmóvil el retraso de fase  $t_r$  de la señal recibida es constante:

$$S_r = \alpha S(t - t_r) \quad (4-15)$$

Como se muestra en la figura 4.2(b), donde  $\alpha$  es constante, cuando el retraso varía con el tiempo,  $t_R(t)$ , podemos escribir, de manera análoga:

$$S_r = \alpha [t - t_R(t)] \quad (4-16)$$

Suponemos que la velocidad del objetivo es constante en el periodo de interés, el cual es relativamente corto (el tiempo de un pulso), La gráfica de la figura 4.4 ilustra la distancia contra el tiempo de un objetivo moviéndose a velocidad radial constante.

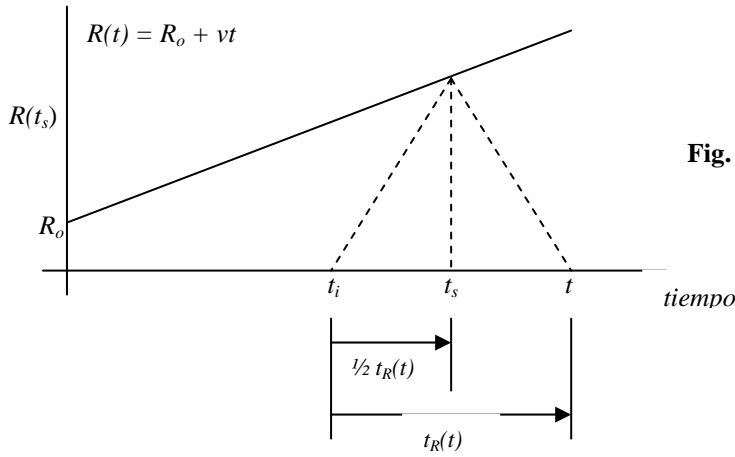


Fig. 4.4 Un objetivo moviéndose a velocidad constante en el tiempo.

Si un pulso de la onda transmitida es radiado en un instante de tiempo  $t_i$ , y se propaga por el espacio libre, choca con el objetivo en un instante  $t_s$ , en el cual la distancia del objetivo es  $R(t_s) = R_0 + vt_s$ , y luego regresa al receptor en un tiempo  $t$ . Como  $t - t_s$  debe ser igual que  $t_s - t_i$  y ambas deben ser iguales a la mitad del retraso de tiempo observado  $t$ , tendremos:

$$t_R(t) = \frac{2}{c} R(t_s) = \frac{2}{c} \left\{ R_0 + v \left[ t - \frac{t_R(t)}{2} \right] \right\}$$

$$t_R(t) = \frac{2(R_0 + vt)}{c + v} \quad (4-17)$$

Así, el argumento de la ecuación (4-15), se puede escribir como:

$$t - t_R(t) = \left( \frac{c - v}{c + v} \right) \left( t - \frac{2R_0}{c - v} \right) \quad (4-18)$$

Sustituyendo este resultado en (4-15) con forma de onda de la ecuación (4-18) queda de la siguiente manera:

$$S_r(t) = \alpha a \left\{ \left( \frac{c-v}{c+v} \right) \left( t - \frac{2R_0}{c-v} \right) \right\} \cos \left\{ \omega_0 \left( \frac{c-v}{c+v} \right) \left( t - \frac{2R_0}{c-v} \right) + \theta_0 \left[ \left( \frac{c-v}{c+v} \right) \left( t - \frac{2R_0}{c-v} \right) \right] + \varphi_0 \right\} \quad (4-19)$$

En la mayoría de los radares el factor  $\left( \frac{c-v}{c+v} \right)$ , puede ser ignorado o remplazado por la unidad, ya que esta cantidad no influye de manera significativa en la duración de  $S(t)$ . Sin embargo  $\omega_0$  no puede ser ignorado en el argumento del coseno, por lo que empleando (4-14):

$$\omega_0 = \left( \frac{c-v}{c+v} \right) \left( t - \frac{2R_0}{c-v} \right) = (\omega_0 - \omega_d) \left( t - \frac{2R_0}{c-v} \right) = (\omega_0 + \omega_d)(t - T_R) \quad (4-20)$$

Donde:  $\omega_d = 2\pi * f_d$  y  $T_R \equiv \frac{2R_0}{c-v} \approx \frac{2R_0}{c}$  si  $|v| < c$

Si asumimos las aproximaciones anteriores, lo cual es aceptable en la mayoría de los radares, la señal recibida puede expresarse mediante la siguiente ecuación:

$$S_r(t) = \alpha a (t - t_R) * \cos [(\omega_0 + \omega_d) + \theta(t - T_R) + \varphi_0] \quad (4-21)$$

### 4.5.3 Frecuencias de operación de los radares

Cuando se habla de radar, es una práctica aceptada emplear letras para designar las bandas de frecuencia de operación. Como se muestra en la tabla 4.1:

Tabla 4.1- Nomenclatura de las bandas de frecuencias de radar estándar.

Designación de la banda	Rango de frecuencias
<b>HF</b>	3 – 30 MHz
<b>VHF</b>	30 – 300 MHz
<b>UHF</b>	300 – 1000 MHz
<b>L</b>	1 – 2 GHz
<b>S</b>	2 – 4 GHz
<b>C</b>	4 – 8 GHz
<b>X</b>	8 – 12 GHz
<b>Ku</b>	12 – 18 GHz
<b>K</b>	18 – 27 GHz
<b>Ka</b>	27 – 40 GHz
<b>V</b>	40 – 75 GHz
<b>W</b>	75 – 110 GHz
<b>mm</b>	110 – 300 GHz
<b>Sub mm</b>	300 – 3000 GHz

La elección de la frecuencia de operación del radar debe ser determinada para cada sistema, en base a sus requerimientos particulares. Sin embargo, es factible hacer algunas observaciones generales, por ejemplo, la capacidad de potencia tiende a decrecer cuando aumenta la frecuencia, lo cual favorece al empleo de frecuencias bajas. Además para el mismo desempeño, las antenas son más pequeñas en altas frecuencias, lo cual favorece al empleo de altas frecuencias. El ruido cósmico decrece también cuando aumenta la frecuencia, esto puede observarse a frecuencias por arriba de la banda de UHF, mientras que las frecuencias por debajo de la banda Ku favorecen a evitar el ruido por absorción atmosférica. Todo ha tenido como consecuencia que una gran parte de los radares operen en las bandas L, S, C y X en los últimos años, sin embargo últimamente la elección de la frecuencia depende de muchos otros factores relacionados con la misión particular del radar.

#### **4.5.4 Despliegue de la información (la pantalla del radar)**

La mayoría de los radares modernos convierten la señal analógica recibida a una secuencia de números por medio de un convertidor analógico digital. Un ordenador de alta velocidad se encarga de procesar esta secuencia y extraer la información relativa al objetivo. En primer lugar, la señal retorna de tierra, donde se eliminan los objetos irrelevantes mediante un filtro indicador de objetivo móvil MTI (*"Mobil Target Indicator"*). A continuación se fracciona la señal en componentes discretos de frecuencia por medio de un transformador rápido de frecuencias FFT (*"Fast Frequency Transformer"*). Por último, una vez combinadas las señales de muchos pulsos, se determina el objetivo mediante el procesador de frecuencia constante de falsa alarma CFAR (*"Constant False Alarm Rate"*).

Los sistemas de radar cuya función principal consiste en detectar objetivos tienen que indicar la presencia o ausencia de éstos. Si el objetivo se halla realmente presente, el radar tendrá que detectarlo correctamente o ignorarlo por error. Si el objetivo no está presente de verdad, el radar puede indicar que no hay presencia del objetivo o puede producir una falsa alarma. La computadora CFAR tiene que ponderar de forma óptima las detecciones frente a las falsas alarmas.

Las pantallas modernas de radar recuerdan a los complejos visores de los videojuegos. La detección de objetivos, la velocidad y la posición se pueden sobreponer a un mapa con la representación de carreteras u otras características importantes. Ciertos radares aéreos o en órbita espacial procesan las señales que retornan de tierra y proyectan un mapa de alta resolución del terreno. A menudo se pueden reconocer objetos tan pequeños como un camión a varios kilómetros de distancia, de noche y en condiciones meteorológicas adversas. La mayoría de los últimos avances en cuanto a pantallas y procesos de radar son consecuencia de los

adelantos en el mundo de las computadoras y la electrónica de alta velocidad [Enciclopedia Encarta].

La pantalla del radar es un dispositivo que permite la representación visual de la información de objetivos para el operador, para su correcta interpretación. La mayoría de las pantallas o *displays* (de su designación en inglés) están hechos con tecnología de tubos de rayos catódicos CRT (“*Catodic rays tube*”), aunque también se han empleado diodos emisores de luz, cristal líquido, paneles de plasma y otros dispositivos de estado sólido en algunas aplicaciones espaciales y la investigación en esta área continúa.

Existen varios tipos de pantallas de CRT los cuales pueden clasificarse de muchas formas; por ejemplo A-scope y B-scope. En general, describiremos solamente tres de los principales tipos de pantallas empleadas en los radares modernos; estos son: El A-scope, PPI (o P-scope) y el RHI. Muchos tipos de *displays* son ya obsoletos o se emplean para solamente en aplicaciones especiales, por lo cual [Pebbles-1998].

- **A-scope:**

Es una pantalla donde la dirección vertical es proporcional a algunas funciones de la intensidad de la señal y la forma de onda de la envolvente que regresa después de chocar con el objetivo. La función es a menudo lineal, pero puede ser logarítmica. La dirección horizontal representa la distancia. Figura 4.5.

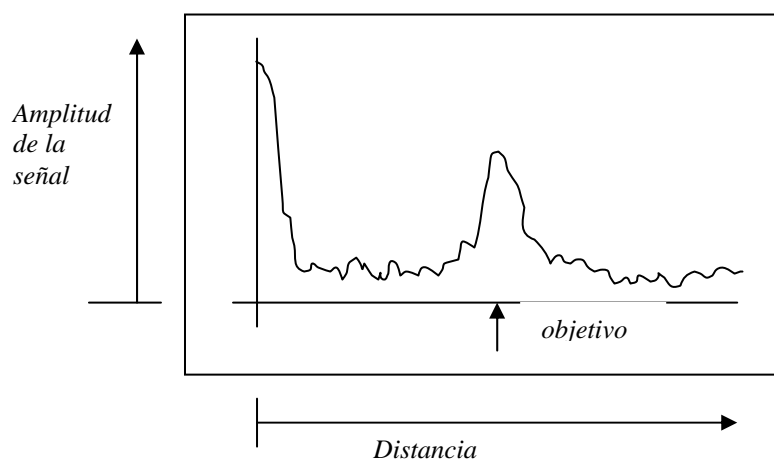


Fig. 4.5 Radar A-scope.

- **PPI:**

De sus siglas en inglés (“*Plan-Position Indicator*”) que significa indicador de la posición en un plano, es decir en dos dimensiones. Tiene algunas variantes; pero dos de los más importantes radares PPI son los que se muestran en la figura 4.6. (a) el radar está localizado en el centro de una pantalla polar, y el eco de los objetivo (señal reflejada) es dada en distancia y ángulo azimutal. La dirección de referencia puede

ser cualquier dirección deseada (el norte por ejemplo). La posición de los objetivos es marcada con puntos brillantes en el CRT, el cual usualmente es oscuro en cualquier otro punto. La figura 4.6 (b) muestra una modificación del PPI donde el radar está ubicado fuera del centro. Este tipo de *display* es llamado PPI sectorial y es empleado en vigilancia donde un sector menor de  $360^\circ$  es de mayor importancia.

• **RHI:**

(Radar-Height Indicator) despliega la altitud del objetivo en la dirección vertical, contra la distancia a lo largo del eje horizontal, como se muestra en figura 4.7. RHI es empleada en radares de aproximación de precisión PAR (Precision Approach Radar), donde se desea un determinado ángulo de elevación particular para el aterrizaje de una aeronave.

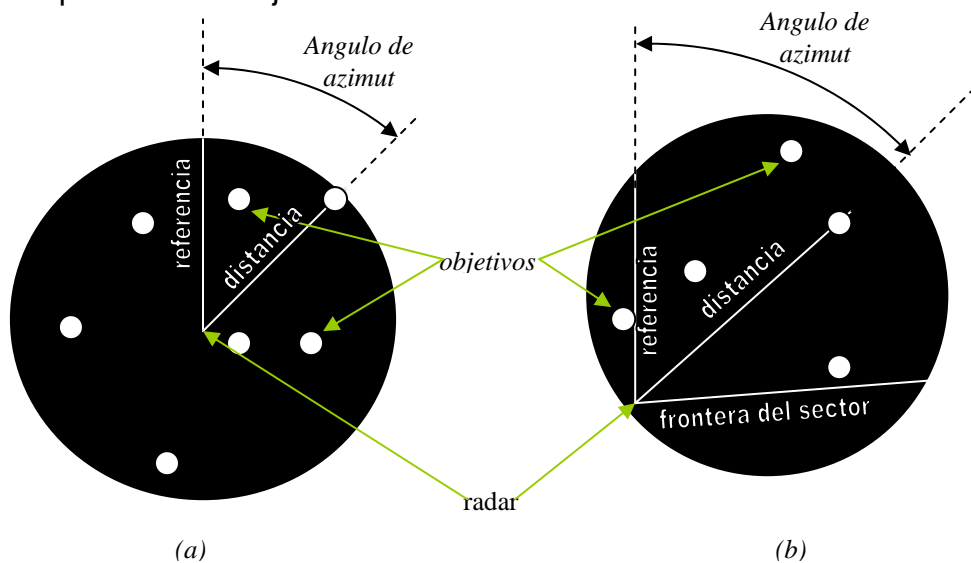


Fig. 4.6 Pantallas PPI (a) con el radar localizado en el centro y (b) desplegando solamente un sector azimutal.

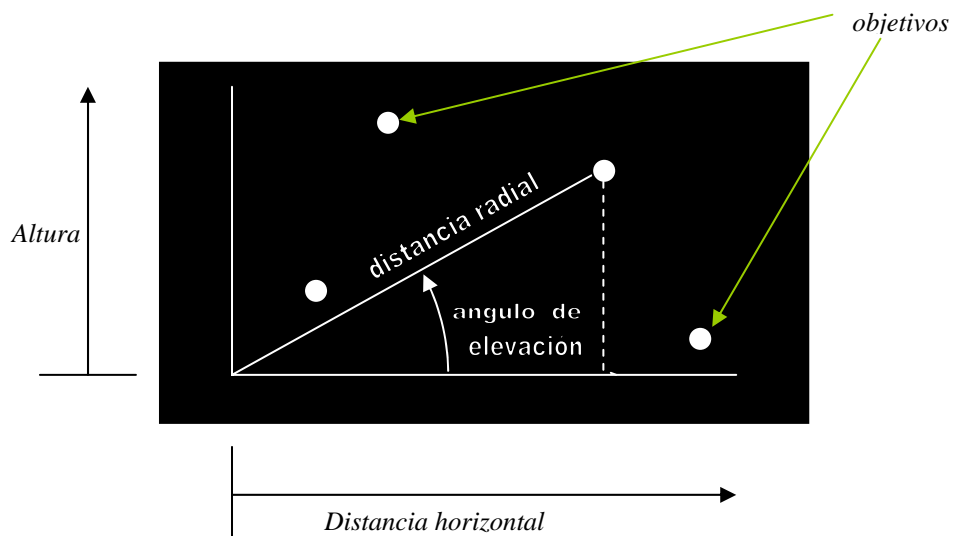


Fig. 4.7 Pantalla RHI que permite conocer la distancia radial del objetivo contra su altura.

#### 4.6 Ecuación de radar

Si la potencia que es transmitida desde una antena transmisora a una antena receptora, separadas por una distancia grande  $R$  (una en la zona lejana de la otra) en el espacio libre es  $P_t$ , entonces la potencia recibida será igual al producto de la densidad de potencia incidente y el área efectiva de la antena receptora, es decir:

$$P_r = P A_e \quad (4-22)$$

Pero  $P = \left( \frac{G_t P_t}{4\pi R^2} \right)$ , y también  $A_e = \left( \frac{\lambda^2 G_r}{4\pi} \right)$ ; sustituyendo en (4-22):

$$P_r = \left( \frac{G_t P_t}{4\pi R^2} \right) \left( \frac{\lambda^2 G_r}{4\pi} \right) = \left( \frac{\lambda}{4\pi R} \right)^2 G_t G_r P_t \quad (4-23)$$

Donde  $G_t$  es la ganancia de la antena transmisora en la dirección de la antena receptora y  $G_r$  es la ganancia de la antena receptora en dirección de la transmisora. Esta ecuación es conocida como la ecuación de transmisión de Friis.

Para obtener la ecuación de radar es necesario definir el concepto de sección transversal de radar  $\sigma$  ("radar cross section") de un objetivo de radar. Se define como una función de transferencia que relaciona la densidad de potencia incidente en el objetivo, con la que éste refleja, y tiene unidades de área. Si se puede suponer que la potencia que intercepta y refleja el objetivo es radiada de forma isotrópica. La densidad de potencia que regresa del objetivo es  $\left( \frac{G_t P_t}{4\pi R^2} \right) \left( \frac{\sigma}{4\pi R^2} \right)$  y la potencia recibida  $\left( \frac{G_t P_t}{4\pi R^2} \right) \left( \frac{\sigma}{4\pi R^2} \right) A_e$ , donde el último factor es el área efectiva o de captura de la antena. Por lo tanto la potencia recibida por la antena es:

$$P_r = \left( \frac{G_t P_t}{4\pi R^2} \right) \left( \frac{\sigma}{4\pi R^2} \right) \left( \frac{G_r \lambda^2}{4\pi} \right) \quad (4-24)$$

Si la misma antena es empleada para transmisión y recepción de energía, entonces  $G_t = G_r = G$  y la potencia recibida puede escribirse como:

$$P_r = \frac{G^2 \lambda^2 \sigma}{(4\pi)^2 R^4} P_t \quad (4-25)$$

que es la forma simple de la ecuación de radar.

#### 4.7 Utilidad del patrón de radiación $csc^2\theta$ en tecnología radar

Este tipo de radiación se puede clasificar dentro de un grupo conocido como patrones de abanico ya que el haz es angosto en una dirección y amplio en otra. Este es el tipo de patrón de radiación que se emplea normalmente en



radares de búsqueda y vigilancia en donde si las dimensiones amplias están en la dirección vertical, el haz realiza un rastreo en azimut. Y si las dimensiones amplias están en forma horizontal, el haz realiza un rastreo en elevación, esta última configuración del haz es empleada en radares para determinación de altura [Stutzman-1997].

Una de tales aplicaciones es en radares de búsqueda aérea, el cual puede estar localizado en tierra o en un barco (o viceversa, un radar montado en un aeronave para búsqueda de objetos en tierra o agua). La antena requerida en este tipo de aplicaciones produce un haz angosto en azimut y de forma alargada en elevación, similar al patrón de una antena de corneta sectorial [Balanis-1997].

La forma del haz en elevación debe proporcionar suficiente ganancia para la detección de una aeronave a cierta altitud y ángulo de elevación; para conseguir esto sin desperdicio de la potencia disponible, la forma general que debe tener la cobertura en el plano vertical sería la indicada en la figura 4.8

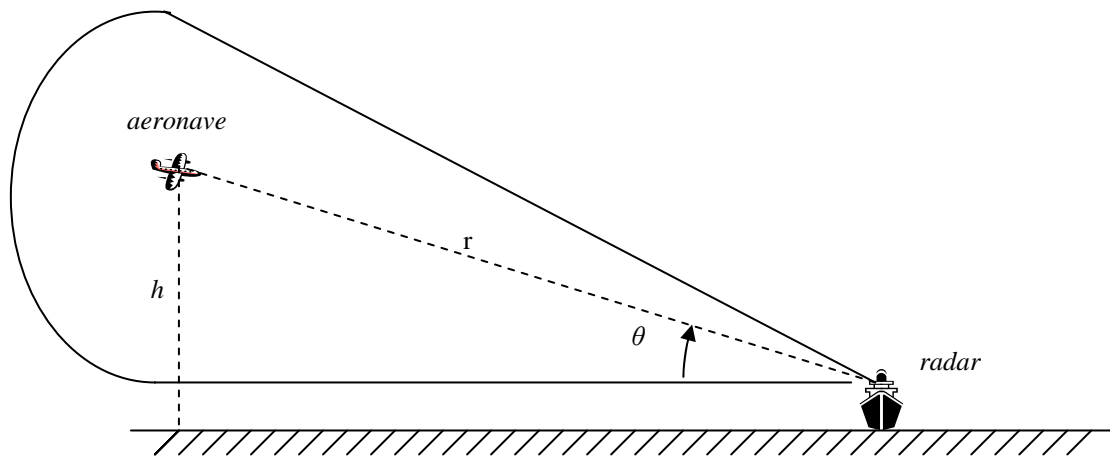


Fig. 4.8 Haz alargado en forma vertical que permite la detección de aeronaves volando a cierta altitud a radares ubicados en tierra.

Para mantener un mínimo fijo de iluminación en la aeronave en varios puntos a lo largo del contorno del diagrama de cobertura, es necesario que la amplitud del patrón de la antena sea proporcional a la distancia  $r$  de la antena a la aeronave en el contorno superior. En otras palabras, el contorno de la figura 4.8 puede ser tomado como la amplitud del patrón de la antena. Como  $r = h \csc\theta$ , la amplitud del patrón debe ser proporcional a  $\csc\theta$ , y la potencia (ganancia) del patrón tiene que ser proporcional a  $\csc^2\theta$ . Esta proporcionalidad debe conservarse en la cobertura del patrón, por lo que se dice que tiene forma  $\csc^2\theta$ .

En el caso de un patrón  $\csc^2\theta$ , la ganancia es proporcional a  $\csc^2\theta$  y la distancia es proporcional a  $\csc\theta$ . De ese modo vemos en la figura 4.8 que un objetivo de sección transversal de radar constante aproximándose a una altura constante producirá un nivel constante en la señal recibida.

Si la antena radia un patrón de radiación, con una intensidad de radiación de  $U(\theta, \phi)$ , que ilumina un objetivo con sección transversal de radar  $\sigma$ , que vuela a una altura constante  $h$ , a una distancia  $r$  de la antena y con un ángulo de elevación  $\theta$ , entonces:

$$\csc\theta = \frac{r}{h} \quad (4-26)$$

Asumiendo que el avión vuela en línea recta en el medio plano  $\varphi=0$ , entonces la potencia interceptada a la distancia  $r$  es:

$$P = U(\theta, 0^\circ) \frac{\sigma}{r^2} \quad (4-27)$$

Suponiendo que la potencia es irradiada isotrópicamente.

Si el objetivo está a una distancia diferente  $r'$ , correspondiente a otro ángulo de elevación  $\theta'$  distinta con la misma sección transversal de radar  $\sigma$ , la potencia incidente es:

$$P(\theta) = U(\theta, 0^\circ) \frac{\sigma}{(r')^2} \quad (4-28)$$

También irradiada isotrópicamente. Lo cual es equivalente a una fuente isotrópica en  $(r, \theta, 0^\circ)$ ; la cual radia:

$$P(\theta') = U(\theta', 0^\circ) \frac{\sigma}{(r')^2} \frac{r^2}{(r')^2} \quad (4-29)$$

Las señales detectadas por la antena cuando está en el modo de recepción tienen una relación de potencia:

$$\frac{P(\theta')}{P(\theta)} = \frac{U(\theta', 0^\circ) (r^2 \sigma / (r')^4)}{U(\theta, 0^\circ) (\sigma / r^2)} \frac{U(\theta', 0^\circ)}{U(\theta, 0^\circ)} \quad (4-30)$$

Si queremos que  $P(\theta) = P(\theta')$ , entonces

$$\frac{U^2(\theta', 0^\circ)}{(r')^4} = \frac{U^2(\theta, 0^\circ)}{r^4} = \frac{U(\theta, 0^\circ)}{r^2} \quad (4-31)$$

Utilizando (4-27) se concluye que:

$$U(\theta, 0^\circ) \sim \csc^2\theta \quad (4-32)$$

Así, si el plano principal del patrón es diseñado proporcional a la cosecante del ángulo de elevación, la señal recibida desde un objetivo volando a una altura constante tiene una magnitud independiente de la distancia.

#### 4.8 Aplicaciones del radar

El radar ha sido empleado en tierra, en el aire, en el mar y en el espacio. Los radares en tierra se emplean principalmente para detección, localización y seguimiento de aeronaves u objetivos espaciales. Los radares

marinos son ampliamente utilizados como ayudas de navegación, para localizar boyas, costas u otros barcos, así como rastreo de aeronaves. Los radares aerotransportados pueden usarse para detectar otras aeronaves, barcos o vehículos de tierra o para reconocimiento del terreno, evitar tormentas u otros fenómenos meteorológicos, incluso características orográficas del terreno, así como en navegación [Skolnik-1980].

Las principales aplicaciones del radar tienen carácter bélico y son los militares quienes han contribuido de forma más notable en su desarrollo; sin embargo, sus aplicaciones en el medio civil, se están incrementando día a día principalmente en navegación, tanto marítima como aérea.

El radar ha encontrado también una aplicación casi universal en la meteorología y la predicción del tiempo, no sólo para localizar perturbaciones importantes como los huracanes o los tornados, sino para dar seguimiento de las condiciones climatológicas locales; para predecir el volumen de las precipitaciones, permitiendo alertar con anticipación sobre posibles inundaciones.

Un importante desarrollo reciente es el uso del LIDAR para controlar la contaminación atmosférica y otras partículas en suspensión, pues a menudo se pueden identificar otros tipos de sustancias químicas y medir su concentración.

La policía utiliza otro tipo de radar en el control de tráfico vehicular, para determinar la velocidad de los vehículos y cuantificar la densidad del tráfico en las principales calles, así como para controlar automáticamente los semáforos.

Una de las aplicaciones principales del radar es el control del tráfico aéreo; es decir, guiar los aviones hasta las pistas de aterrizaje y tener controlados a los que se encuentran en vuelo. El sistema de aproximación controlado desde tierra se compone de dos haces de radar diferentes, uno que efectúa el barrido en vertical y el otro en horizontal. El piloto dispone de un receptor de radio, y es conducido totalmente por los técnicos controladores de vuelo en tierra.

Para este mismo fin también se utilizan los faros de radar. Se diferencian de los primeros en que precisan de un radar a bordo del avión. Sin embargo, la mayoría de los radares van equipados con un conmutador para pasar de la función de búsqueda a la de faro. Los impulsos de estos radares son relativamente prolongados; cuando son emitidos por el avión los capta el faro de radar que comunica al avión su posición, y esta aparece en la pantalla.

Los últimos avances, entre los que se incluyen la mejora de las técnicas para aumentar el contraste entre las señales útiles en el radar y las restringir las de ruido aleatorio, han aumentado de manera notable el alcance operativo del radar, ampliando su aplicación a la observación de los misiles de gran altitud y los satélites artificiales. Estas técnicas también encuentran aplicación en la astronomía. El radar es, además, un elemento esencial de los sistemas de defensa para detectar los misiles balísticos intercontinentales.

La tabla 4-2 ilustra la gran variedad de problemas en que el radar ha sido aplicado con éxito; pocas de las cuales requiere un gran volumen de producción, por lo que la industria del radar se caracteriza por tener una

gran variedad de modelos con producción de pequeñas cantidades de cada uno.

Tabla 4-2.- Variedad de problemas a los que se ha aplicado con éxito el radar, en las diferentes bandas de frecuencia [<http://www.com.uvigo.es/~banner/radar/tema1.pdf>].

Banda	Aplicaciones
HF	Vigilancia OTH (“Over The Horizon”).
VHF	Vigilancia a muy largo alcance.
UHF	
L	Vigilancia a largo alcance. Control de tráfico aéreo (y de ruta).
S	Vigilancia a medio alcance. Control de Tráfico (aeropuerto o terminal). Meteorología a largo alcance.
C	Seguimiento a largo alcance. Meteorología (a bordo de aviones).
K	Seguimiento a corto alcance. Mapas. Guiado de misiles. Radares marinos.
Ku	Mapas de alta resolución. Altimetría de satélites.
K	Poco uso (absorción de vapor de agua)
Ka	Mapas de muy alta resolución. Vigilancia de aeropuertos.
Milimétricas	Experimental.

Otro ejemplo de clasificaciones del radar es en radar primario y secundario: el primero únicamente extrae información de la onda reflejada en el objetivo; mientras que el segundo conocido como IFF (“*Identification Friend or Foe*”), opera mediante la cooperación del objetivo para fines amistosos; cuando el avión es iluminado por el haz, el radar activa una señal de respuesta en muchos casos codificada, las aeronaves detectan esta señal y responden; para esto requieren un equipo especial llamado comúnmente transpondedor.

En aplicaciones militares, las configuraciones biestáticas pueden proteger los vehículos que portan el receptor (generalmente transportan armas u otros artículos de importancia táctica). Este no transmite y el enemigo no puede usar su radiación para detectar su presencia y localizarlo o interceptarlo. Asimismo, el transmisor puede ponerse fuera de alcance de los receptores enemigos mediante ciertas emisiones electromagnéticas (“*Antiradiation Missiles ARMs*”). Una forma de radar biestático, llamado SARH (“*Semi-Active Radar Homing*”), se emplea también para guiar misiles: El radar transmisor (llamado iluminador) es colocado en la plataforma de lanzamiento, mientras que el misil mismo contiene el receptor. El eco del

objetivo es recibido por la antena en la punta del misil y como también la energía del iluminador llega a la cola del misil (a la antena de referencia en la retaguardia) este realiza una comparación de las dos señales, que le proporcionan la información por variaciones debidas al efecto Doppler de la tasa de distancia de acercamiento entre el misil y el objetivo.

Los radares de búsqueda se emplean para detectar objetivos y determinar su distancia, posición angular, y algunas veces inclusive su velocidad. La información de posición y velocidad de este tipo de radar es normalmente menos precisa que la proporcionada por los radares que se enfocan por largos periodos de tiempo a un solo objetivo (Radares de seguimiento *STT* “*Single-Target Track*”), pero tienen aplicación en tareas de búsqueda en superficie, para detectar botes, barcos o vehículos de tierra; búsqueda aérea, para localizar aeronaves o misiles.

#### **4.8.1 Radares aerotransportados**

Algunas aplicaciones civiles de los radares aerotransportados son: evitar colisiones aire-aire, control de tráfico, monitoreo de condiciones ambientales, detección submarina, búsqueda y rescate etc. Y aplicaciones militares como: reconocimiento del terreno, alerta temprana, vigilancia a largas distancias o a bajas altitudes y guía de misiles, identificación de blancos, control de fuego, apuntamiento de artillería, etc.

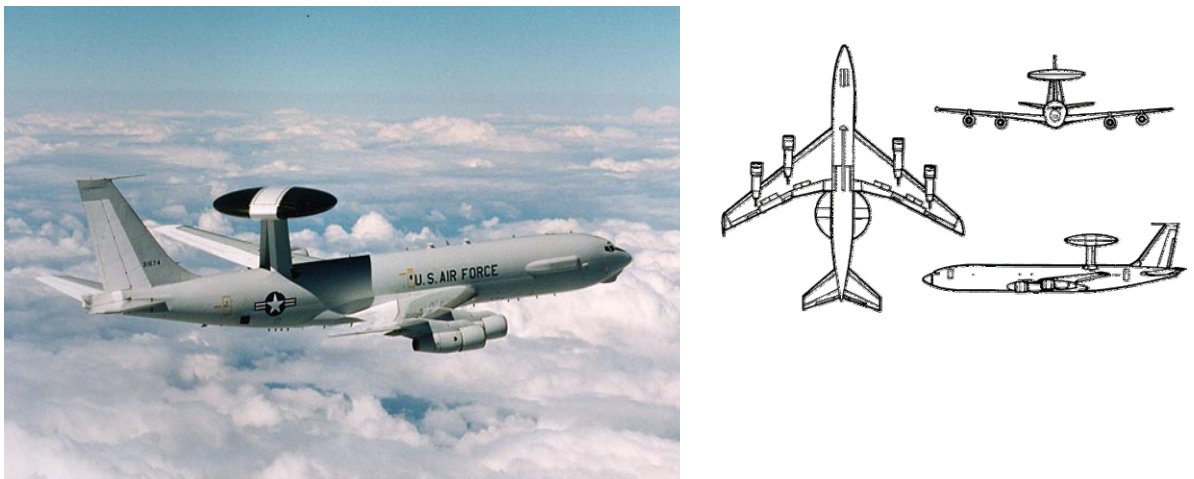
Los radares aerotransportados normalmente operan en condiciones adversas de grandes variaciones de temperatura y presión comparadas con las condiciones en que operan los equipos instalados en tierra, además, los altos voltajes asociados la potencia requerida son también difíciles de obtener a bordo de un avión ya que el espacio y el peso son muy restringidos, por lo tanto son menos robustos y mas livianos. El reducido espacio disponible en una aeronave provoca también que no se puedan emplear antenas muy grandes lo cual hace necesario el empleo de más altas frecuencias de microondas para obtener haces directivos con aperturas de dimensiones físicas pequeñas. Por otro lado, si el sistema se debe mantener en el aire todo el tiempo, esto incrementa considerablemente los costos, ya que se requieren en promedio cinco aeronaves para garantizar una operación confiable.

#### **Radares aerotransportados de vigilancia aérea**

La limitación de los radares instalados en tierra debido a la curvatura de la tierra puede resolverse elevando la antena a una altura suficiente. Las torres no ofrecen mucha altitud, incluso tampoco helicópteros o globos aerostáticos ofrecen el alcance de un radar instalado en un aeroplano, ya que estos son capaces de alcanzar una mayor altura que otros vehículos; además de que pueden cargar mas peso y tiene mayor movilidad. Esto es especialmente útil en aplicaciones militares para detectar aeronaves enemigas a grandes distancias o volando a baja altura. Las aeronaves diseñadas para estos propósitos son llamadas *AEW* (“*Airborne Early Warning*”) para la Armada norteamericana (“*U.S. Navy*”) o bien *AWACS* (“*Aircraft Warning And Control System*”) para

la para la Fuerza aérea norteamericana (*U.S. Air Force*) [Skolnik-1988].

En la figura 4.9 se muestra una aeronave E-3 Sentry con antena rotodomo de 9.1m de diámetro y 1.8m de ancho, sostenida sobre el fuselaje del avión mediante dos estructuras. Este sistema de radar provee vigilancia, control y comunicaciones. El rango del radar es de más de 362km. Las consolas del E-3 despliegan datos procesados en forma gráfica y tabular, en una pantalla de video lo que le permite al operador desempeñar tareas de vigilancia, identificación, control de armamento, administración del campo de batalla en aplicaciones bélicas y comunicaciones.



**Fig. 4.9-** E-3 Sentry con antena rotodomo de 9.1m de diámetro y 1.8m de ancho con sistema AWACS (sistema aerotransportado de alerta temprana y control).

En la figura 4.10 se muestra el radar *Phalcon* desarrollado por Industrias Aeronáuticas Israelitas IAI (*“Israel Aircraft Industries”*) y es un sistema de radar de alerta temprana aerotransportado, para comando y control (*“AEWC&C Airborne Early Warning, Command and Control”*).



**Fig. 4.10-** Sistema Phalcon desarrollado por IAI como un sistema aerotransportado de alerta temprana con comando y control (AEWC&C).

Este sistema emplea antenas con tecnología de arreglo de fase (no de rotodomo como las que emplean los sistemas AWACS actualmente), la cual puede ser montada en el fuselaje o en un domo colocado en la parte superior del avión, proporcionando cobertura de 360°. Los sistemas Phalcon pueden ser instalados en una gran variedad de plataformas: Boeing 707, 767, 747, Airbus y C-130 [[www.fas.org/man/dod-101/sys/ac/row/phalcon](http://www.fas.org/man/dod-101/sys/ac/row/phalcon)].

#### 4.8.2 Radares de apertura sintética

De acuerdo con el tamaño de la antena, los radares también pueden dividirse en dos grandes grupos: Radares de apertura real RAR (*“Real Aperture Radar”*) y Radares de apertura sintética SAR (*“Synthetic Aperture Radar”*). Los RAR son equipos donde el tamaño de la antena es controlado por la longitud física de la antena. También son conocidos como radares no coherentes.

La ventaja de los equipos RAR está en su diseño simple y en el procesamiento de los datos. Sin embargo su resolución es pobre para el rango cercano, misiones de baja altitud y longitudes de onda baja. El uso de estos datos estaría limitado para longitudes de onda más corta y sería difícil aplicarlos a estudios atmosféricos o de dispersión, debido a que las misiones vuelan a baja altitud y su cobertura es pequeña [[www.ciat.cgiar.org/dtmradar/radar1](http://www.ciat.cgiar.org/dtmradar/radar1)].

La resolución de la imagen es limitada por la longitud de la antena. La antena necesita tener varias veces el tamaño de la longitud de onda para reducir el ancho de banda de la señal emitida. Sin embargo es impráctico diseñar una antena suficientemente grande como para producir datos de alta resolución.

Los radares de Apertura sintética o SAR, en cambio, aprovechan la movilidad hacia delante para producir el efecto de una antena mucho más larga. Cada vez que se transmite un pulso, el avión se encuentra un poco más adelante en su trayectoria de vuelo y simula otro punto de la misma antena. Apuntando una antena suficientemente pequeña a cierta dirección y sumando los reflejos de los pulsos sucesivos, es posible sintetizar un arreglo lineal muy largo [Stimson-1990].

La operación que corresponde al desempeño de la suma es el de una estructura alimentada que interconecta elementos radiantes de una antena real. La diferencia fundamental es que en el arreglo real el retorno de los pulsos se recibe simultáneamente por todos los elementos del arreglo cada vez que se transmite un pulso, mientras que con un arreglo sintético, los regresos se recolectan por un elemento serial, de manera individual. El retorno del primer pulso es recibido únicamente por el elemento uno; el retorno del segundo pulso por el elemento dos y así sucesivamente. El resultado sin embargo, es sustancialmente el mismo, debido a que la distancia es grande comparada con la longitud del arreglo. Además si la trayectoria de vuelo es perpendicular, la distancia del plano de tierra a cada elemento del arreglo es esencialmente la misma y los ecos recibidos por todos los elementos tienen la misma fase.

Los SAR son sistemas de radares coherentes que generan imágenes de alta resolución. Una apertura sintética o antena virtual, consiste en un extenso arreglo de sucesivas y coherentes señales de radar que son transmitidas y recibidas por una pequeña antena que se mueve a lo largo de un determinado recorrido de vuelo u órbita. El procesamiento de la señal usa las magnitudes y fases de la señal recibida sobre sucesivos pulsos para crear una imagen.

Los puntos en los que son transmitidos los pulsos sucesivos, son considerados como largos arreglos sintéticos usados para generar la imagen SAR. Se envían pulsos de señal a los mismos puntos de la superficie terrestre en dos o más momentos distintos de la trayectoria del radar y la resolución que se obtiene es equivalente a la que si se utilizara una antena de similar longitud que la distancia entre los pulsos. Este concepto de larga antena virtual es la base de los radares de apertura sintética (figura 4.10).

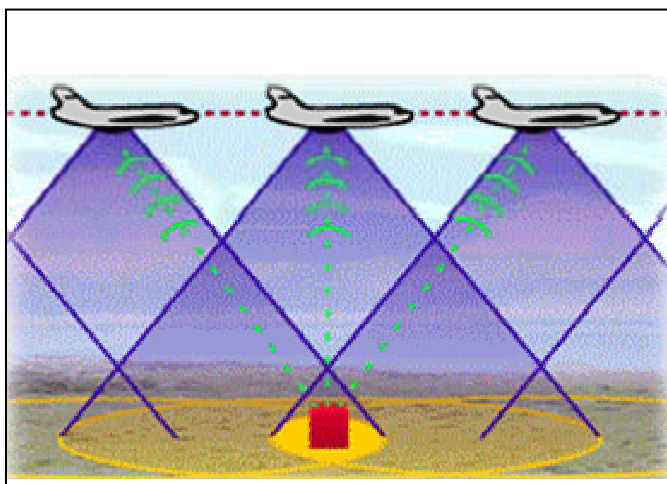


Fig. 4.11- Generación de apertura sintética: el objeto es registrado desde distintas posiciones del sensor.

Los SAR son instalados sobre aviones o plataformas espaciales y han servido para mapear la superficie de la tierra y el mar aun en condiciones atmosféricas adversas.

Existen diferentes modos de aplicación de los sensores SAR como son los *ScanSAR*, *SpotlightSAR*, *polarimetricSAR*, *interferometric SAR* o *InSAR*. A los RAR y SAR transportados en aviones se los denomina *SLAR* (“*Side Looking Airbone Radar*”) y difieren en su resolución. [<http://www.ciat.cgiar.org/dtmradar/radar1.htm>].

La resolución en un sistema de radar es controlada por la longitud del pulso de la señal y el ancho del rayo proveniente de la antena. La longitud del pulso determina la resolución en la dirección de propagación de la energía (dirección del alcance). Pulsos más cortos dan lugar a una alta resolución en el alcance.

El ancho del rayo proveniente de la antena determina la resolución de la imagen en la dirección del vuelo (o del azimut). La amplitud



del ancho del haz es directamente proporcional a la longitud de onda del radar e inversamente proporcional a la longitud de la antena que la transmite (a menor longitud eléctrica menor directividad).

Esto significa que la resolución se deteriora en función de la distancia de la antena. Para tener una alta resolución en la dirección del azimut, la antena de radar debe ser muy larga.

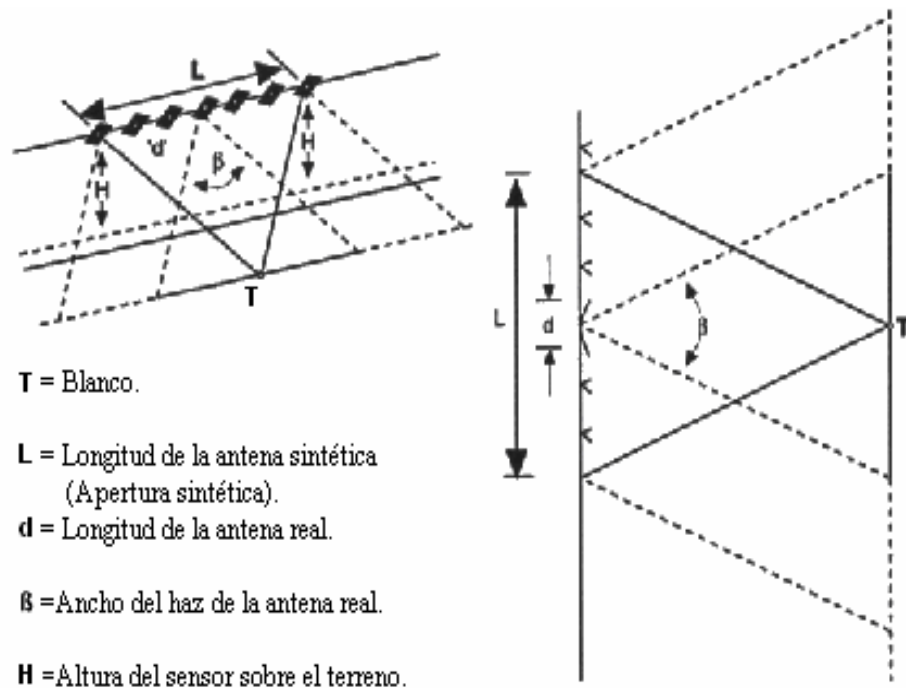


Fig. 4.12- Generación de una apertura sintética de longitud L a partir de una antena de longitud d.

La resolución azimutal mejora considerablemente al tomar en cuenta el efecto Doppler (y compensarlo) que tiene lugar como consecuencia del desplazamiento del radar. Dos blancos puntuales separados ligeramente en la dirección azimutal muestran en cualquier instante velocidades relativas algo diferentes (respecto del radar), por ello, el eco procedente de cada blanco presentará un desplazamiento en frecuencia Doppler distinto [Martínez-Benjamin, 1999]. El dispositivo SAR puede ser instalado a bordo de un avión o de un satélite.

En los últimos años los satélites equipados con radares SAR más conocidos son: *JERS-1* (NASA/NASDA), *RADARSAT* de *RSI* ("RADARSAT International"), *CIDA* ("Canadian International Development Agency"), NASA y NOAA, *ERS-1/2* de la Agencia Espacial Europea ESA. También los países como India, Japón y Rusia participaron en el desarrollo de las técnicas de obtención de imágenes SAR. El último con sus satélites *OKEAN-01* (1983) *ALMAZ-1* (desde 31 de marzo de 1991 hasta 17 de octubre de

1992) y *OKEAN-02* (desde 1999). El reciente evento relacionado con las nuevas tecnologías del SAR fue el lanzamiento del satélite *ENVISAT* de ESA el 1 de marzo de 2002 equipado entre otros dispositivos con el *Advanced Synthetic Aperture Radar (ASAR)*, que permite diferentes resoluciones, según el modelo en que trabaja.

#### 4.9 Ejemplos de antenas utilizadas en sistemas de radar

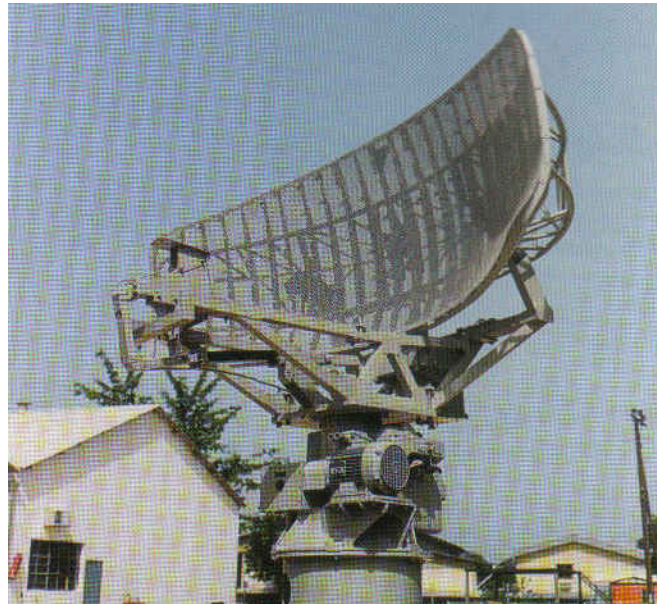
La antena es un elemento importante en todo sistema de radar, de la cual dependen en gran medida dos parámetros muy importantes: la cobertura (alcance máximo del radar) y la resolución (el tamaño eléctrico de la antena determina el ancho del haz y por ende su resolución angular); es por eso que se invierte del 20 al 40% del presupuesto total para el diseño de un sistema de radar únicamente en la antena [Jasik-1993].

Las antenas de radar tienen que ser muy directivas, es decir, tienen que generar un haz bastante estrecho. Como la anchura del haz es directamente proporcional a la longitud de onda de la radiación e inversamente proporcional al tamaño de la antena, y dado que no resulta viable utilizar antenas grandes en las unidades móviles de radar, surgió la necesidad de construir el radar de microondas. La mayoría de los sistemas de radar operan en la banda de frecuencias de microondas (1-10GHz).

Otras ventajas de los radares de microondas son su menor vulnerabilidad a las medidas preventivas del enemigo, como las perturbaciones, y la mayor resolución de los objetivos. El movimiento necesario del haz del radar se consigue imprimiendo un movimiento denominado barrido. La forma más sencilla de barrido consiste en hacer girar lenta y continuamente la antena. Los radares de tierra que se emplean para la detección de aviones, a menudo llevan dos equipos de radar: uno efectúa el barrido en sentido horizontal para visualizar el avión y calcular el azimut distancia angular horizontal, y el otro lo realiza en sentido vertical para fijar su elevación. Muchas de las actuales antenas de radar llevan una batería con direccionamiento electrónico.

La figura 4.13 muestra una antena de vigilancia marítima que opera en tres frecuencias, en la banda C, en la banda X (alimentadas mediante una antena de corneta dual) y el IFF en la banda L (alimentada mediante una antena Yagi). El reflector está hecho de aluminio, con forma de un paraboloide recortado que le proporciona una característica de radiación delgada en azimut y  $csc^2$  en elevación.

Otro ejemplo de antenas empleadas en tecnología radar, son los sistemas de alerta con arreglos de fase *PAWS* ("*Phased Array Warning Systems*"), los cuales se emplean principalmente para detectar y dar seguimiento a misiles balísticos lanzados desde el mar *SLBM* ("*Sea-Launched Ballistic Missile*") y misiles balísticos intercontinentales *ICBM* ("*Intercontinental ballistic Missile*") así como detectar y seguir satélites orbitando la tierra. El aspecto que hace único este sistema radar es la tecnología de antenas de arreglo de fase; éste difiere de un radar mecánico que debe ser apuntado físicamente a un objeto en el espacio que quiera ser detectado o seguido.



**Fig. 4.13-** Antena de radar MT-5005 para detección de embarcaciones de la empresa MTI que opera en banda C y banda X, IFF en banda L.

Las antenas de arreglo de fase están en una posición fija y constituyen la parte exterior de la pared de un edificio como se muestra en la figura 4.14. El apuntamiento del haz se hace de forma muy rápida controlando electrónicamente la fase de las señales entrantes y salientes.

El control de la fase de los muchos segmentos del sistema permite al haz ser proyectado en diferentes direcciones. Esto reduce enormemente el tiempo necesario para cambiar la dirección del haz de un punto a otro, permiten dar seguimiento casi simultáneamente a múltiples objetivos mientras se mantiene una vigilancia efectiva.



**Fig. 4.14-** Radar AN/FPS-115 PAVE PAWS para alerta contra misiles balísticos desarrollado por el gobierno de los Estados Unidos. [[www7.nationalacademies.org/brer/PAVE\\_PAWS\\_Home](http://www7.nationalacademies.org/brer/PAVE_PAWS_Home)].

Para explorar el espacio mediante ondas electromagnéticas los científicos han tenido que superar el obstáculo de la debilidad de las señales cósmicas; para lo cual fue necesario construir colectores de ondas de

radio de gran sensibilidad tales como el radio-radar telescopio gigante de Arecibo en puerto rico, mostrado en la figura 4.15. El reflector principal es esférico y tiene 305 m de diámetro, cuya superficie está cubierta por 38,778 paneles de aluminio, el receptor es un domo suspendido a 150m sobre una plataforma triangular (con un brazo mecánico móvil), mediante un sistema de 18 cables de acero, sujetos a tres torres de concreto reforzado. El domo contiene un sistema reflector gregoriano que usa dos superficies reflectoras o espejos, una de 24m y la otra 9m, así como un transmisor de radar y un receptor de microondas.



**Fig. 4.15- Radar-telescopio gigante ubicado en Arecibo Puerto Rico, con reflector principal esférico de 305m de diámetro. Es empleado para aplicaciones de astronomía, en el estudio de cuerpos celestes.**

Así mismo, vehículos de exploración cósmica, tales como, el Magellan, usan radares para hacer mapas de la superficie de otros planetas.

En la figura 4.16 se muestra una antena aerotransportada (en un helicóptero k-31) para un radar de alerta temprana E-801M OKO (ojo) que fue desarrollada por el "Nizhny Novgorod Radio Engineering Institute" de Rusia. Esta antena de radar tiene 6m<sup>2</sup> y se abate sobre uno de los lados del fuselaje para su transporte pero posteriormente se despliega como se muestra en la figura. En operación la antena gira a 6 revoluciones por minuto, proporcionando una cobertura azimutal de 360°, y un alcance para detección de aeronaves de combate (o blancos de ese tamaño) de 150km o para vehículos en superficie de 100 a 200 km. El radar es capaz de rastrear hasta 40 objetivos simultáneamente.

Una vez que la fase de vigilancia del radar ha concluido (es completada la misión) la antena se retracta de nuevo a su posición de almacenaje. El helicóptero cuenta con un sistema de pequeñas cargas explosivas que le permiten deshacerse de la antena en caso de emergencia, como en el caso de un aterrizaje forzoso.



**Fig. 4.16-** Radar de alerta temprana E-801M OKO (ojo) que fue desarrollada por el “Nizhny Novgorod Radio Engineering Institute” de Rusia . Cuenta con una antena giratoria abatible [[www.airforce-technology.com/projects/ka3](http://www.airforce-technology.com/projects/ka3)].

---

Para desarrollar aplicaciones de los distintos tipos de antenas es necesario conocer antes las características de radiación de las mismas ya sea para radar, comunicaciones, broadcasting o cualquier otro problema que se pretenda resolver.

Como se observa en esta sección y en la anterior, en antenas prácticas, los patrones de radiación no son fáciles de predecir, ya que generalmente no existen expresiones matemáticas equivalentes que los describan; y cuando existen, son demasiado complicadas de resolver. Sin embargo con los nuevos sistemas computacionales de alta velocidad ahora disponibles, es posible encontrar soluciones aproximadas a esos problemas usando métodos numéricos. Estos métodos se describen en el siguiente capítulo.

### Referencias

1. Puebles Jr., Peyton Z., Radar principles, Ed. Wiley-interscience, USA, 1998.
2. W. L. Stutzman, G. A. Thiele, Antenna theory and design, Ed. Wiley, USA, 1998.
3. C.A. Balanis, Antenna Theory analysis and design, Wiley, New York, 1997.
4. Martínez-Benjamin, 1999
5. Herry Jasik, R.C. Johnson, Antenna engineering handbook, New York, 1993
6. Merrill I. Skolnik, Radar applications, Ed. IEEE press, New York, 1988.
7. Merrill I. Skolnik, Introduction to radar systems, McGraw-Hill, 1980.
8. Martines-benjamin, Redondo, Patonov, Application of SAR images in western Mediterranean sea..., Ed. Casanova, pp-461-465, 1999.
9. <http://www.com.uvigo.es/~banner/radar/tema1.pdf>
10. <http://www.ciat.cgiar.org/dtmradar/radar1>
11. [http://www7.nationalacademies.org/brer/PAVE\\_PAWS\\_Home](http://www7.nationalacademies.org/brer/PAVE_PAWS_Home)
12. <http://www.airforce-technology.com/projects/ka3>.

# 5

## MÉTODOS NUMÉRICOS PARA ANÁLISIS DE ANTENAS

El tratamiento de problemas de sistemas de radiación usando soluciones modales está limitado a objetos cuya superficie puede ser descrita en coordenadas curvilíneas ortogonales. Más aún, la mayoría de las soluciones están dadas en forma de series infinitas, las cuales son poco convergentes cuando las dimensiones del radiador son mucho mayores que una longitud de onda; estas limitaciones excluyen de un análisis riguroso muchos sistemas radiadores prácticos.

Existe un método de solución, que puede ser manejado, en sistemas radiadores de formas arbitrarias, pero este requiere de computadoras digitales para realizar los cálculos. Este método es conocido como el método de la ecuación integral IE (*“Integral equation”*), el cual propone una expresión aproximada para la corriente inducida, por medio de una ecuación integral, en la que ésta es desconocida y parte del integrando. Para resolver dicha ecuación integral para la corriente inducida, puede usarse el Método de Momentos MM (*“Method of Moments”*), por lo que el procedimiento completo se conoce como Método de Momentos de la Ecuación Integral y también es útil para calcular la impedancia de una antena. Una vez hecho esto, el campo radiado por el objeto se calcula con las integrales de radiación tradicionales.

Otro método, conocido como Teoría Geométrica de la Difracción GTD (*“Geometrical Theory of Diffraction”*), es una extensión de la óptica geométrica (rayos directos, reflejados y refractados), que toma en consideración las contribuciones de los bordes de una estructura finita mediante la teoría de la difracción. Este método se emplea para analizar objetos radiantes cuyas dimensiones sean de muchas longitudes de onda, y que analizados por los métodos anteriores resulten matemáticamente intratables [Balanis-1997].

La impedancia de una antena depende de muchos factores incluyendo su frecuencia de operación, su geometría, su método de excitación y la proximidad de los objetos que la rodeen. Debido a la complejidad de sus geometrías; solamente un número limitado de antenas prácticas han sido investigados analíticamente, para muchos de otros la impedancia de entrada se determina de manera experimental.

La impedancia de una antena en un punto, se define como la relación entre el campo eléctrico y el campo magnético en ese punto, también en un par de terminales se define como la relación entre el voltaje y la corriente entre las terminales. Hay muchos métodos para calcular la impedancia de una antena, pero en general podemos clasificarlos en tres categorías: Métodos de valor en la frontera, métodos de línea de transmisión y métodos de vector de Poynting.

Los métodos de valor en la frontera consisten en considerar a la antena como un problema de valor en la frontera (es el más básico). La solución se obtiene manipulando las condiciones en la frontera (generalmente las componentes del campo eléctrico tangencial se desvanecen en la superficie de un conductor). La principal limitación de este método es que solamente puede ser aplicado para resolver de manera exacta geometrías de formas sencillas en las que la ecuación de onda escalar es separable.

Los métodos de línea de transmisión, los cuales han sido empleados bastante por Schelkunoff, tratan a la antena como si fuera una línea de transmisión. Es más conveniente para antenas biconicas. Esta técnica utiliza las condiciones de frontera del campo eléctrico tangencial por lo que también podría clasificarse como de valor en la frontera.

El principio los métodos del vector de Poynting consiste en integrar el vector de Poynting sobre una superficie cerrada (densidad de potencia). La superficie cerrada a elegir en este caso es generalmente una esfera de radio bastante grande  $r$  ( $r \geq 2D^2/\lambda$  donde  $D$  es la dimensión más larga de la antena) o bien la superficie que coincide con la superficie de la antena.

La impedancia de una antena también puede calcularse utilizando una ecuación integral la cual se resuelve mediante métodos numéricos. Este método es conocido como Ecuación Integral-Método de Momentos IEMM ("*Integral Equation- Method of moments*"). Este método es analíticamente simple y versátil pero requiere gran capacidad de cómputo. La limitación de este método es generalmente, la velocidad y capacidad de almacenamiento de la computadora que se utilice.

Este método busca expresar la corriente inducida en forma de una integral donde la densidad de corriente inducida desconocida es parte del integrando. Pueden emplearse técnicas numéricas como el método de momentos para despejar la densidad de corriente. Se emplearan básicamente dos ecuaciones integrales clásicas para elementos lineales: La ecuación integral de Pocklington y la de Hallen.

## 5.1 Método de ecuación Integral (IE)

El objetivo principal del método de la ecuación integral para radiación, es encontrar una expresión para la densidad de corriente desconocida que es inducida en la superficie del radiador, en forma de una ecuación integral en la que la esta sea parte del integrando. La ecuación integral es

posteriormente resuelta por medio de técnicas numéricas como el método de momentos.

En general existen muchas formas de ecuaciones integrales. Para campos electromagnéticos armónicos en el tiempo, las dos más populares son: la ecuación integral de campo eléctrico EFIE (*“Electric Field Integral Equation”*), la cual asegura el cumplimiento de las condiciones de frontera para el campo eléctrico tangencial y es válida para superficies abiertas y cerradas; y la ecuación integral de campo magnético MFIE (*“Magnetic Field Integral Equation”*) que asegura el cumplimiento de las condiciones de frontera en las componentes tangenciales del campo magnético, pero solamente es válida para superficies cerradas. Los dos tipos de EFIE más populares en problemas de radiación (especialmente convenientes en tipos de radiadores lineales), son la ecuación integro-diferencial de Pocklington y la ecuación integral de Hallen.

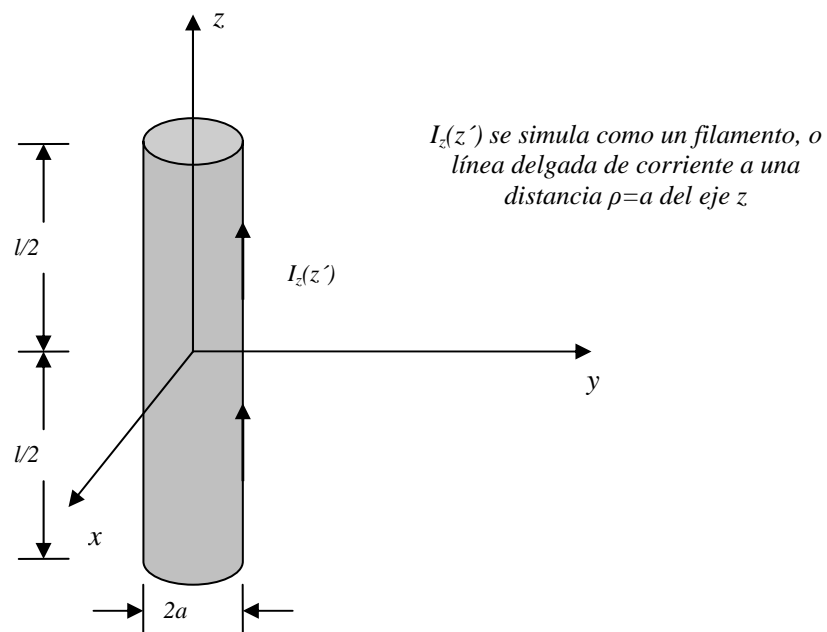


Fig. 5.1 Antena cilíndrica delgada.

Las ecuaciones integrales tridimensionales clásicas conocidas como la ecuación integrodiferencial de Pocklington y la ecuación integral de Hallen, pueden emplearse satisfactoriamente para encontrar la distribución de corriente sobre alambres conductores. La ecuación de Hallen generalmente está restringida para emplearse en modelos de antenas alimentadas con fuentes de voltaje “delta gap”, (alimentación en configuración delta entre las terminales). La ecuación de Pocklington, es más general y es adaptable a muchos tipos de fuentes de alimentación. Además la ecuación de Hallen requiere invertir una matriz de orden  $N+1$ , (donde  $N$  es el número de segmentos en que se divide el alambre), mientras que la de Pocklington requiere la inversión de una matriz de orden  $N$ .

Para alambres muy delgados, se asume que la distribución de corriente es de forma senoidal, de la forma:



$$\mathbf{I}_e(x'=0, y'=0, z') = \begin{cases} \hat{\mathbf{a}}_z I_0 \text{sen} \left[ k \left( \frac{l}{2} - z' \right) \right], & 0 \leq z' \leq l/2 \\ \hat{\mathbf{a}}_z I_0 \text{sen} \left[ k \left( \frac{l}{2} + z' \right) \right], & -l/2 \leq z' \leq 0 \end{cases} \quad (5-1)$$

Para alambres de diámetro finito (generalmente de diámetro  $d > 0.05\lambda$ ), la distribución de corriente senoidal es representativa pero no es precisa. Para encontrar una distribución de corriente más precisa en un alambre cilíndrico, generalmente, se deriva y resuelve una ecuación integral. Anteriormente, se resolvía la ecuación integral empleando métodos iterativos, pero en la actualidad es más conveniente emplear técnicas del método de momentos.

Si conocemos el voltaje en las terminales de alimentación de una antena de alambre al encontrar la distribución de corriente podemos obtener la impedancia de entrada y el patrón de radiación. De igual forma, si una onda incide sobre la superficie de un radiador, esta induce una densidad de corriente que puede emplearse para calcular el campo radiado.

Para derivar la ecuación integral de Pocklington, se hará referencia a la figura 5-1. Supongamos que una onda  $\mathbf{E}^i(\mathbf{r})$  incide sobre la superficie de un alambre conductor, Parte del campo incidente induce en la superficie del alambre una densidad de corriente  $\mathbf{J}_s$  (Ampere/metro). La densidad de corriente inducida  $\mathbf{J}_s$  vuelve a radiar y produce un campo eléctrico  $\mathbf{E}^s(\mathbf{r})$ . Por lo tanto en cualquier punto del espacio el campo eléctrico total  $\mathbf{E}^t(\mathbf{r})$  es la suma del campo incidente y el reradiado:

$$\mathbf{E}^t(\mathbf{r}) = \mathbf{E}^i(\mathbf{r}) + \mathbf{E}^s(\mathbf{r}) \quad (5-2)$$

Cuando el punto de observación se mueve a la superficie del alambre ( $r=r_s$ ) y el alambre es perfectamente conductor, el campo eléctrico tangencial se desvanece.

En coordenadas cilíndricas el campo eléctrico radiado por el dipolo tiene una componente radial ( $E_\rho$ ) y una componente tangencial ( $E_z$ ) representadas por:

$$E_\rho = E_y = j \frac{\eta I_0}{4\pi y} \left[ \left( z - \frac{l}{2} \right) \frac{e^{-jkR_1}}{R_1} + \left( z + \frac{l}{2} \right) \frac{e^{-jkR_2}}{R_2} - 2z \cos\left(\frac{kl}{2}\right) \frac{e^{-jkr}}{r} \right] \quad (5-3)$$

$$E_z = -j \frac{\eta I_0}{4\pi} \left[ \frac{e^{-jkR_1}}{R_1} + \frac{e^{-jkR_2}}{R_2} - 2z \cos\left(\frac{kl}{2}\right) \frac{e^{-jkr}}{r} \right] \quad (5-4)$$

Por lo tanto la componente tangencial a la superficie del alambre (8-12) se reduce a:

$$E_z^t(r = r_s) = E_z^i(r = r_s) + E_z^s(r = r_s) = 0 \quad (5-5)$$

$$E_z^s(r = r_s) = -E_z^i(r = r_s)$$

En general el campo radiado generado por la densidad de corriente  $J_S$  está dada por:

$$E_z^s(r = r_s) = -j\omega A - j \frac{1}{\omega\mu\epsilon} \nabla (\nabla \cdot A) = -j \frac{1}{\omega\mu\epsilon} [k^2 A + \nabla (\nabla \cdot A)] \quad (5-6)$$

Sin embargo para observaciones en la superficie del alambre, solamente necesitamos la componente  $z$  y se puede escribir como sigue:

$$E_z^s(r = r_s) = -j \frac{1}{\omega\mu\epsilon} \left( k^2 A_z + \frac{\partial A_z}{\partial z^2} \right) \quad (5-7)$$

De acuerdo a:

$$A = \frac{\mu}{4\pi} \iint_S J_S(x', y', z') \frac{e^{-jkR}}{R} ds' \quad (5-8)$$

Y despreciando los efectos de los bordes:

$$A_z = \frac{\mu}{4\pi} \iint_S J_z \frac{e^{-jkR}}{R} ds' = \frac{\mu}{4\pi} \int_{-\frac{l}{2}}^{+\frac{l}{2}} \int_0^{2\pi} J_z \frac{e^{-jkR}}{R} a d\phi dz' \quad (5-9)$$

Si el alambre es muy Delgado la densidad de corriente  $J_S$  no dependerá del ángulo  $\phi$  y de  $\rho$ , y lo podemos escribir como:

$$2\pi a J_z = I(z') \quad J_z = \frac{1}{2\pi a} I(z') \quad (5-10)$$

Donde  $I(z')$  es un filamento de corriente que circula a una distancia radial  $\rho = a$  del eje  $z$ , por lo que (5-9) se reduce a:

$$A_z = \frac{\mu}{4\pi} \int_{-\frac{l}{2}}^{+\frac{l}{2}} \left[ \frac{1}{2\pi a} \int_0^{2\pi} I_z(z') \frac{e^{-jkR}}{R} a d\phi' \right] dz' \quad (5-11)$$

$$R = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}$$

$$R = \sqrt{(\rho^2 + a^2 - 2\rho a \cos(\phi - \phi')) + (z-z')^2}$$

Donde  $\rho$  es la distancia radial al punto de observación y  $a$  es el radio. Debido a la simetría del radiador las observaciones no dependen de  $\phi$ . Por simplicidad, se elige, por lo que para observaciones en la superficie  $\rho = a$  las ecuaciones (5-11) se reducen a:

$$A_z(\rho = a) = \mu \int_{-\frac{l}{2}}^{+\frac{l}{2}} I(z') \left( \frac{1}{2\pi a} \int_0^{2\pi} \frac{e^{-jkR}}{R} d\phi' \right) dz' \quad (5-12)$$

$$A_z(\rho = a) = \mu \int_{-\frac{l}{2}}^{+\frac{l}{2}} I(z') G(z, z') dz'$$

$$G(z, z') = \frac{1}{2\pi a} \int_0^{2\pi} \frac{e^{-jkR}}{R} d\phi'$$

$$R = \sqrt{4a^2 \text{sen}^2\left(\frac{\phi'}{2}\right) + (z - z')^2}$$

Y así para observaciones sobre la superficie del radiador y considerando la relación (5-5) la componente  $z$  del campo eléctrico radiado puede ser expresada de la siguiente manera:

$$E_z^s(\rho = a) = -j \frac{1}{\omega \epsilon} \left( k^2 + \frac{d^2}{dz^2} \right) \int_{-\frac{l}{2}}^{+\frac{l}{2}} I(z') G(z, z') dz' = -E_z^i(\rho = a) \quad (5-13)$$

$$\left( k^2 + \frac{d^2}{dz^2} \right) \int_{-\frac{l}{2}}^{+\frac{l}{2}} I(z') G(z, z') dz' = -j \omega \epsilon E_z^i(\rho = a)$$

Intercambiando integración con diferenciación, podemos reescribir la ecuación anterior como:

$$\int_{-\frac{l}{2}}^{+\frac{l}{2}} I(z') \left[ \left( k^2 + \frac{d^2}{dz^2} \right) G(z, z') \right] dz' = -j \omega \epsilon E_z^i(\rho = a) \quad (5-14)$$

Que es conocida como la ecuación de Pocklington y puede usarse para determinar el filamento de corriente del alambre y de esa manera la densidad de corriente, conociendo el campo incidente a la superficie del alambre.

En antenas cilíndricas muy delgadas ( $a \ll \lambda$ ) es posible hacer algunas simplificaciones ( $I_z(z')$  esta vez, es un filamento, o línea delgada de corriente que fluye en el centro del conductor  $\rho=0$  sobre el eje  $z$ ):

$$G(z, z') = G(R) = \frac{e^{-jR}}{4\pi R} \quad (5-15)$$

por lo que (5-14) se puede expresar de forma conveniente como sigue:

$$\int_{-l/2}^{+l/2} I_z(z') \frac{e^{-jkR}}{4\pi R^5} \left[ (1 + jkR)(2R^2 - 3a^2) + (kaR)^2 \right] dz' = -j\omega E_z^i(\rho = a) \quad (5-16)$$

$$R = \sqrt{a^2 + (z - z')^2}$$

Para observaciones a lo largo del centro del alambre ( $\rho=0$ ).

Ahora supongamos que la longitud del cilindro (figura 5-1) es mucho mayor que su radio ( $l \gg a$ ) y el radio es mucho más pequeño que la longitud de onda ( $a \ll \lambda$ ) de tal manera que los efectos de las caras del cilindro son despreciables y las condiciones de frontera para un alambre con conductividad infinita, hacen que el campo eléctrico tangencial total en la superficie y la corriente en los extremos del cilindro [ $I_z(z'=\pm l/2)=0$ ] se desvanezcan.

Por el cilindro solamente fluye la corriente a lo largo del eje  $z$ , por lo que, de acuerdo con la condición de Lorentz ( $\nabla^2 \mathbf{A} + k^2 \mathbf{A} = -\mu \mathbf{J}$ ) y también de (5-8)  $\mathbf{A} = -\mu \mathbf{J}$  la cual como se observa es solamente función de  $z'$ . Entonces (5-7) se reduce a:

$$E_z^i = -j\omega A_z - j \frac{1}{\omega \mu \epsilon} \frac{\partial^2 A_z}{\partial z^2} = -j \frac{1}{\omega \mu \epsilon} \left[ \frac{d^2 A_z}{dz^2} + \omega^2 \mu \epsilon A_z \right] \quad (5-17)$$

Como el campo eléctrico tangencial total  $E_z^i$  se desvanece en la superficie del cilindro, se reduce a:

$$\frac{d^2 A_z}{dz^2} + k^2 A_z = 0 \quad (5-18)$$

Debido a que la densidad de corriente en el cilindro es simétrica [ $J_z(z') = J_z(-z')$ ], el potencial  $A_z$  es también simétrico [es decir,  $A_z(z') = A_z(-z')$ ]. Por lo que la solución de (5-18) está dada por:

$$A_z(z) = -j\sqrt{\mu\epsilon} [B_1 \cos(kz) + C_1 \text{sen}(k|z|)] \quad (5-19)$$

Donde  $B_1$  y  $D_1$  son constantes. Otra expresión para expresar el potencial utilizando una integral de línea es la siguiente:

$$\mathbf{A} = \frac{\mu}{4\pi} \iint_S \mathbf{I}_e(x', y', z') \frac{e^{-jkR}}{R} dl' \quad (5-20)$$

Igualando (5-20) y (5-19) se obtiene la expresión siguiente:

$$\int_{-l/2}^{+l/2} I_z(z') \frac{e^{-jkR}}{4\pi R} dz' = -j\sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} [B_1 \cos(kz) + C_1 \text{sen}(k|z|)] \quad (5-21)$$

Si se aplica un voltaje  $V_i$  en las terminales del alambre, se puede demostrar que la constante  $C_I=V_i/2$ . Empleando la condición de frontera que establece que la corriente en los extremos del alambre se desvanece se determina la constante  $B_I$ . La ecuación (5-21) es conocida como la ecuación integral de Hallen para una alambre conductor perfecto, la cual se obtiene resolviendo la ecuación diferencial (5-18), utilizando las condiciones de frontera adecuadas[Balanis-1997].

## 5.2 Solución por el método de momentos

Las ecuaciones (5-14), (5-16) y (5-21) son de la forma  $F(g)=h$ , donde  $F$  es un operador lineal conocido,  $h$  es una función de excitación conocida y  $g$  es la función respuesta. El objetivo del método de momentos es determinar  $g$  una vez que  $F$  y  $h$  son especificados. La linealidad del operador  $F$  hace posible su solución numérica por el método de momentos, para lo cual es necesario expandir la función de respuesta desconocida como una combinación lineal de  $N$  términos escritos de la siguiente forma.

$$g(z')=a_1g_1(z') + a_2g_2(z') + \dots + a_Ng_N(z') = \sum_{n=1}^N a_n g_n(z') \quad (5-22)$$

Donde cada  $a_n$  es una constante desconocida y cada  $g_n(z')$  es una función conocida denominada función base. Sustituyendo (5-22) en  $F(g)=h$  y utilizando las propiedades de linealidad del operador  $F$  podemos escribir la siguiente ecuación:

$$\sum_{n=1}^N a_n F(g_n) = h \quad (5-23)$$

La función base  $g_n$  se elige de tal manera que  $F(g_n)$  se pueda evaluar convenientemente. Por ejemplo una función impulso definida de la siguiente manera:

$$g_n(x') = \begin{cases} 1 & x'_{n-1} \leq x' \leq x'_{n-1} \\ 0 & \text{en otro lugar} \end{cases} \quad (5-24)$$

La única tarea que resta es calcular  $a_n$ . La ecuación (5-23) tiene  $N$  variables desconocidas  $a_n$ , ( $n=1, 2, \dots, N$ ) por lo que es necesario tener  $N$  ecuaciones lineales independientes; esto se logra evaluando (5-23) en  $N$  puntos diferentes, es decir, aplicando las condiciones de frontera en  $N$  puntos, o sea, se emplea una aproximación por medio de una función escalón, en la cual las condiciones de frontera se cumplen solamente para ciertos puntos de observación o de prueba. Entre mayor sea el número de segmentos o puntos de observación, las condiciones de frontera se cumplirán en mas puntos y se mejorará la precisión del resultado, con el suficiente número de funciones, las discrepancias residuales o momentos se reducen apropiadamente [Kraus-1988]. A

esta técnica se le conoce como “acoplamiento de puntos” o “colocación”, y al aplicarla se obtendrá el sistema de ecuaciones siguiente:

$$\sum_{n=1}^N a_n F(g_n) = h_m \quad m=1, 2, \dots, N \quad (5-25)$$

O en forma matricial:

$$[Z_{mn}] [I_n] = [V_m] \quad (5-26)$$

Donde  $Z_{mn}=F(g_n)$ ,  $I_n=a_n$  y  $V_m=h_m$ . Los coeficientes desconocidos  $a_n$  pueden encontrarse, usando la matriz inversa, como sigue:

$$[I_n] = [Z_{mn}]^{-1} [V_m] \quad (5-27)$$

### 5.2.1 Aplicación del método de momentos a una conductor de forma arbitraria

La aplicación del método de momentos para un conductor de forma arbitraria consiste, inicialmente, en dividirlo en un número  $N$  de segmentos que pueden tener o no la misma longitud. Cada segmento tiene una impedancia propia asociada; además debido a la proximidad física entre todos los segmentos del conductor, también existe una impedancia mutua entre cada par de ellos. La relación entre las corrientes y los voltajes de los segmentos, con las impedancias propias y mutuas, se puede expresar como.

$$\begin{aligned} V_1 &= I_1 Z_{11} + I_2 Z_{12} + \dots + I_N Z_{1N} \\ V_2 &= I_1 Z_{21} + I_2 Z_{22} + \dots + I_N Z_{2N} \\ &\dots \dots \dots \\ V_N &= I_1 Z_{N1} + I_2 Z_{N2} + \dots + I_N Z_{NN} \end{aligned} \quad (5-28)$$

Donde  $V_i$  es la diferencia de voltaje asociada con el segmento  $i$ ,  $I_i$  es la corriente que fluye en el,  $Z_{ii}$  es su impedancia propia y  $Z_{ij}$  es la impedancia mutua entre los segmentos “ $i$ ” y “ $j$ ”.

El sistema de ecuaciones (5-28) se puede expresar en forma matricial como en (5-26),  $[V]=[Z] [I]$  donde  $[V]$  e  $[I]$  son arreglos de  $N$  elementos y  $[Z]$  es una matriz de impedancias. Si  $[V]$  y  $[Z]$  se conocen, es posible encontrar la distribución de corrientes  $[I]=[Z]^{-1}[V]$ , y a partir de ellas, las características de radiación de la antena.

En la figura 5.2 se muestra la sección de un conductor de forma arbitraria, a lo largo del cual se indican dos segmentos, anotados como  $m$  y  $n$ . Debido a la presencia de una corriente y de cargas eléctricas en el segmento  $n$ , se produce un campo eléctrico en el segmento  $m$ , que induce una diferencia de potencial entre los extremos del mismo.

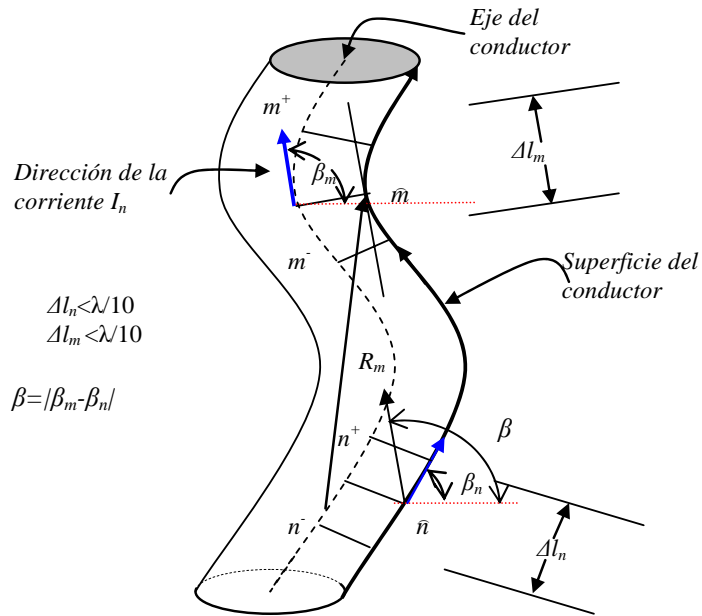


Fig. 5.2 Sección de un conductor dividido en segmentos de longitud menor a  $\lambda/10$ , se muestran la posición de los segmentos arbitrarios  $m$  y  $n$ .

La dependencia de este campo eléctrico con respecto a la corriente del segmento  $n$  y la distribución de las cargas asociadas con ella, se pueden expresar en función del potencial magnético  $\vec{A}$  que produce la primera, y del potencial eléctrico  $V$  producido por las segundas. Para el punto específico  $\mu$  de la figura, esta relación resulta ser, de acuerdo con las ecuaciones de Maxwell:

$$\vec{E}^i(\vec{m}) = -j\omega\vec{A}(\vec{m}) - \nabla V(\vec{m}) \quad (5-29)$$

Si la longitud del segmento  $m$  es suficientemente pequeña, se puede considerar que el valor promedio de la intensidad del campo producido en cualquier punto de la superficie es igual a la del punto medio  $m$ . Bajo esta consideración y empleando la ley de Ohm, la impedancia mutua entre los segmentos  $m$  y  $n$  se puede evaluar como [Neri-1998]:

$$Z_{mn} = \frac{-\vec{E}^i(\vec{m}) \cdot \Delta \vec{l}_m}{I_n} \quad (5-30)$$

De acuerdo con el efecto piel, la corriente fluye cerca de la superficie del mismo, decreciendo exponencialmente su magnitud hacia el centro del conductor. Sin embargo existen resultados matemáticos que han demostrado la validez de suponer, bajo ciertas restricciones que la corriente fluye exclusivamente a lo

largo del eje central del conductor es decir que se tiene un filamento de corriente en el centro.

El producto escalar de la ecuación (5-30) indica que si  $\Delta\vec{l}_m$  se aproxima a una línea recta, entonces es suficiente encontrar la componente tangencial de  $\vec{E}^i(\vec{m})$  y efectuar un producto ordinario para encontrar la impedancia mutua  $Z_{mn}$ . Esto es válido siempre y cuando la longitud de cada segmento sea igual a  $\lambda/10$  y la superficie no tenga cambios bruscos de orientación.

Para poder calcular  $\vec{E}^i(\vec{m})$  con (5-30) se requiere obtener inicialmente la componente tangencial de  $\vec{A}(\vec{m})$ , la cual puede expresarse de la siguiente forma:

$$A_t(\vec{m}) = \frac{\mu}{4\pi} \int_{\Delta l_n} I_n \cos \beta \frac{e^{-jkR_m}}{4\pi R_m} dl \quad (5-31)$$

Donde  $\beta$  es el ángulo que forma  $\vec{A}_t$  con  $\vec{A}(\vec{m})$  (vea la figura 5.2). Dado que cada segmento se ve limitado a  $\lambda/10$  o menos, es posible considerar a cada uno de ellos como un dipolo corto, con corriente de magnitud y fase aproximadamente constantes. De aquí que la corriente  $I_n$  en la ecuación (5-31) se pueda escribir fuera del símbolo de integración, lo que conduce a aproximar la distribución de corrientes a lo largo del conductor por una distribución escalonada. Esto se ejemplifica en la figura 5.3, para un conductor arbitrario dividido en cinco segmentos iguales y dos semisegmentos en los extremos. Por conveniencia, la corriente de esos semisegmentos extremos se asume igual a cero, con base en la teoría de líneas de transmisión, ya que cada elemento o tubo de una antena lineal se puede interpretar como una línea terminada en circuito abierto.

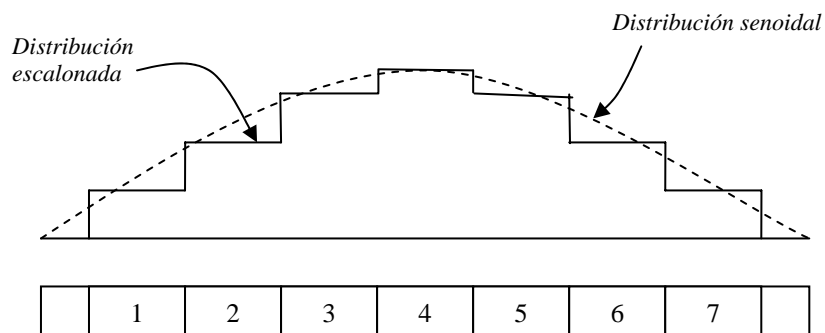


Fig. 5.3 Conductor dividido en siete segmentos mas dos semisegmentos en los extremos con una distribución de corriente escalonada.



Aun cuando la corriente en un segmento específico se considere constante en magnitud y fase, su dirección puede cambiar y por lo tanto, ese efecto sí debe tomarse en cuenta. De ahí que el ángulo  $\beta$  que es función de la variable de línea  $l$ , debe permanecer en el integrando. La ecuación (5-31) puede describirse como.

$$A_t(\bar{m}) = \frac{\mu}{4\pi} I_n \int_{\Delta l_n} \cos \beta \frac{e^{-jkR_m}}{4\pi R_m} dl \quad (5-32)$$

O bien:

$$A_t(\bar{m}) = \frac{\mu}{4\pi} \Delta l_n I_n \Psi(n, \bar{m}) \quad (5-33)$$

Donde:

$$\Psi(n, \bar{m}) = \frac{1}{\Delta l_n} \int_{\Delta l_n} \cos \beta \frac{e^{-jkR_m}}{4\pi R_m} dl \quad (5-34)$$

y  $k$  es la constante de propagación en el espacio libre. En la ecuación (5-29) también es necesario conocer el gradiente del potencial escalar  $\nabla V(\bar{m})$ .

Para una corriente  $I_n$  que fluye en el segmento  $n$ , la densidad de carga a lo largo del intervalo  $[n, n+1]$  es igual a:

$$\left( \frac{I_n}{j\omega} \right) \left( \frac{1}{\Delta l_{n^+}} \right) \quad (5-35)$$

Acordemente, la densidad de carga a lo largo del intervalo  $[n-1, n]$  es igual a:

$$\left( \frac{-I_n}{j\omega} \right) \left( \frac{1}{\Delta l_{n^-}} \right) \quad (5-36)$$

Donde  $\Delta l_{n^+}$  denota la longitud que une los puntos medios del intervalo  $n$  y  $n+1$ , y  $\Delta l_{n^-}$  denota la longitud del intervalo limitado por los puntos medios de los segmentos  $n-1$  y  $n$ .

El potencial escalar  $V$  producido en los puntos extremos del segmento  $m$  por un filamento de corriente  $I_n$  se puede expresar en cada caso como la suma algebraica de dos integrales:

$$V(\bar{m}^+) = \frac{1}{4\pi\epsilon} \left[ \int_{\Delta l_{n^+}} \left( \frac{I_n}{j\omega\Delta l_{n^+}} \right) \left( \frac{e^{-jkR_{m^+}}}{R_{m^+}} \right) dl - \int_{\Delta l_{n^-}} \left( \frac{I_n}{j\omega\Delta l_{n^-}} \right) \left( \frac{e^{-jkR_{m^+}}}{R_{m^+}} \right) dl \right] \quad (5-37)$$

$$V(\bar{m}^-) = \frac{1}{4\pi\epsilon} \left[ \int_{\Delta l_{n^+}} \left( \frac{I_n}{j\omega\Delta l_{n^+}} \right) \left( \frac{e^{-jkR_{m^-}}}{R_{m^-}} \right) dl - \int_{\Delta l_{n^-}} \left( \frac{I_n}{j\omega\Delta l_{n^-}} \right) \left( \frac{e^{-jkR_{m^-}}}{R_{m^-}} \right) dl \right] \quad (5-38)$$

Ahora bien, el gradiente del potencial escalar está dado por:

$$\nabla V \approx \frac{\partial V}{\partial l} \quad (5-39)$$

Donde  $l$  denota la variable de longitud a lo largo de la cual varía  $V$ . La derivada de la cual (5-39) se puede aproximar por una diferencia finita sobre el intervalo de diferenciación:

$$\nabla V \approx \frac{V(\bar{m}^+) - V(\bar{m}^-)}{\Delta l_{\bar{m}}} \quad (5-40)$$

Sustituyendo (5-34), (5-37) y (5-38) con  $\cos\beta=1$  en la ecuación (5-40), se tiene:

$$\nabla V = \frac{I_n}{4\pi\epsilon j\omega\Delta l_{\rho}} \left[ \Psi(n^+, \bar{m}^+) - \Psi(n^-, \bar{m}^+) - \Psi(n^+, \bar{m}^-) + \Psi(n^-, \bar{m}^-) \right] \quad (5-41)$$

Donde  $\Psi(n^+, \bar{m}^+)$  indica que el intervalo de integración tiene centro en  $n^+$  y que todas las distancias  $R$  se toman a partir de puntos sobre este intervalo hacia un punto  $\bar{m}^+$ . El resto de las funciones tienen interpretación similar.

Al sustituir las ecuaciones (5-41) y (5-33) en la ecuación (5-29) y utilizando la ecuación (5-30) se llega a la expresión que permite calcular las impedancias propias y mutuas.

$$Z_{mn} = \underbrace{\frac{j\omega\mu}{4\pi} \Delta l_n \Delta l_{\rho} \Psi(n, \bar{m})}_{\text{Contribución de las corrientes}} + \underbrace{\frac{I1}{j4\pi\epsilon\omega} \left[ \Psi(n^+, \bar{m}^+) - \Psi(n^-, \bar{m}^+) - \Psi(n^+, \bar{m}^-) + \Psi(n^-, \bar{m}^-) \right]}_{\text{Contribución de las cargas}} \quad (5-42)$$

El factor  $\cos\beta$  es igual a 1 en la cuatro funciones  $\Psi$  del segundo término de la ecuación (5-42). Al aplicar esta ecuación a todas las parejas posibles de segmentos, para calcular las impedancias mutuas, y a cada segmento en particular, para obtener las impedancias propias, se forma finalmente la matriz de impedancias  $[Z]$ . Después de invertir esta matriz y sustituir el resultado en la ecuación (5-27), se obtiene la distribución escalonada de corrientes en el conductor.

En el caso que la antena sea alimentada en un solo punto, todos los elementos del arreglo de voltajes en la ecuación (5-27) son iguales a cero, con excepción del correspondiente al segmento donde se alimenta la antena. Por conveniencia el voltaje de alimentación se toma igual a 1 Volt, es decir, la distribución de corrientes  $[I]$  es igual a la columna  $i$  de la matriz  $[Z]^{-1}$  cuando la antena se alimenta en el segmento  $i$ .

### 5.2.2 Impedancia de entrada de dipolos rectos

La impedancia de entrada se obtiene a partir de la matriz de admitancias  $[Y]$ , es decir  $[Z]^{-1}$ . Que contiene toda la información de todos los acoplamientos entre el punto de alimentación y el resto de la antena:

$$Z_{entrada} = \frac{1}{Y_{i,i}} \quad (5-43)$$

Donde  $i$  es el número correspondiente al segmento donde se alimenta la antena.

Antes de proceder a realizar el modelado de antenas más complejas es conveniente adquirir confianza de que las ecuaciones del método de momentos están siendo programadas correctamente. Para ello se eligió realizar un programa que calcule la impedancia de entrada de un dipolo recto para distintas longitudes eléctricas en tres diferentes grosores usando la relación longitud/diámetro de la antena con valores de 20, 100 y 400. La referencia [Collin-1998] propone resultados experimentales para dipolos de este tipo, estos valores reales medidos en laboratorio se reproducen en la figura 5.4.

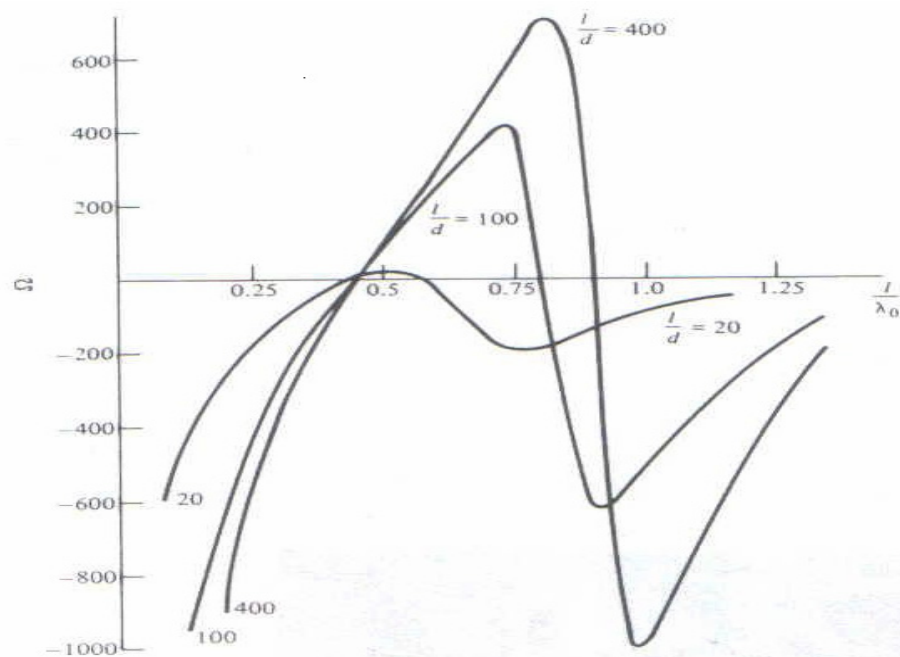
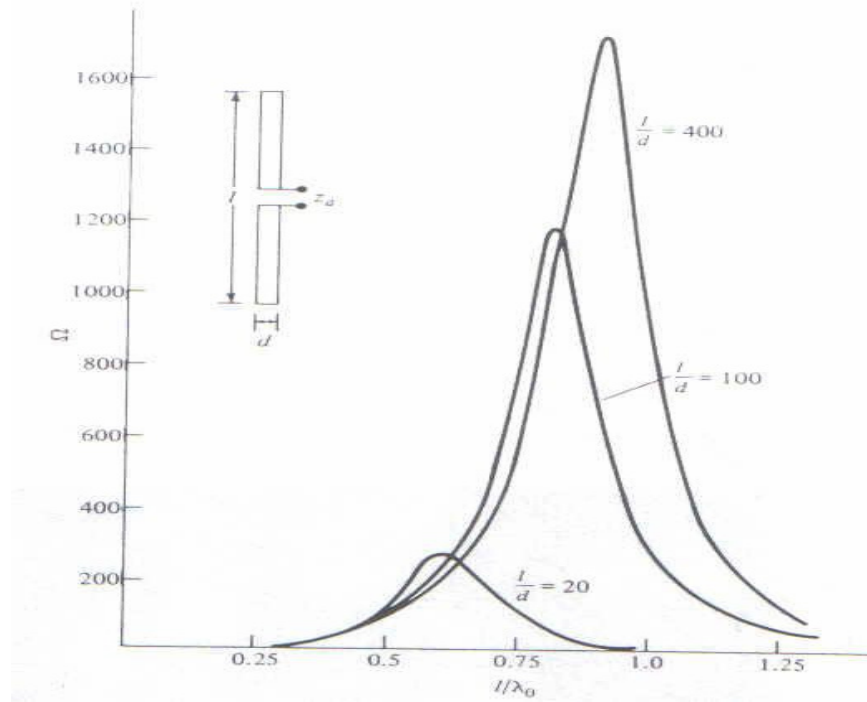
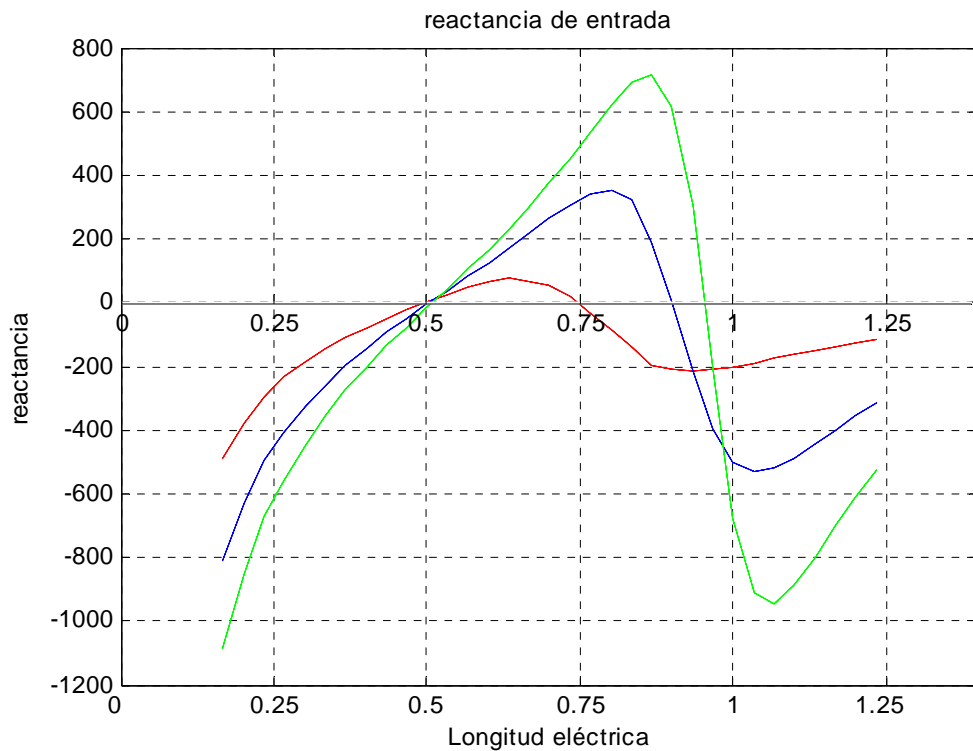


Fig. 5.4(a)- Graficas de mediciones experimentales de la impedancia de entrada para la reactancia de dipolos rectos de relación longitud/radio de 400, 100 y 20.



**Fig. 5.4(b)- Graficas de mediciones experimentales de la impedancia de entrada para la resistencia de dipolos rectos de relación longitud/radio de 400, 100 y 20.**

A continuación se muestran los resultados obtenidos mediante el programa de computadora que se elaboró mediante el método de momentos para calcular las mismas gráficas (figura 5.5).



**Fig. 5.5(a)- Graficas teóricas de la impedancia de entrada (reactancia) para dipolos de relación longitud/radio de 400, 100 y 20 obtenidas mediante un programa de computadora en lenguaje matlab.**

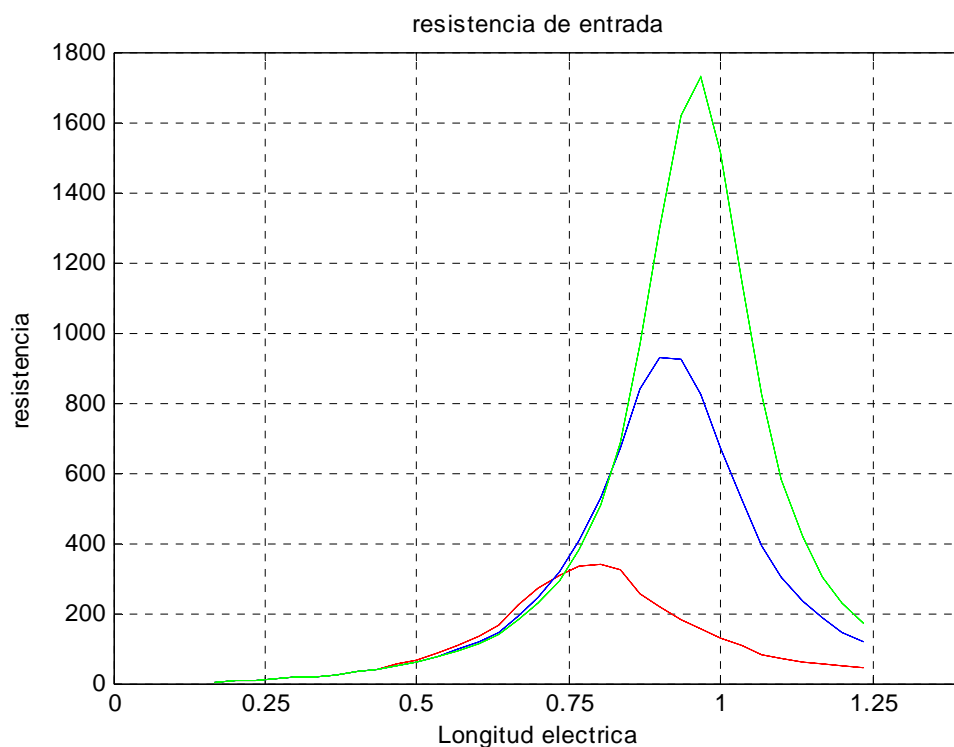


Fig. 5.5(b)- Graficas teóricas de la impedancia de entrada (resistencia) para dipolos de relación longitud/radio de 400, 100 y 20 obtenidas mediante un programa de computadora en lenguaje matlab.

Puede observarse de las figuras 5.4 y 5.5 que ambas graficas tienen similitudes notables de forma y dimensiones en cada uno de los valores de la relación longitud/diámetro de la antena. Por lo que de esta forma, se puede verificar la validez del método teórico con relación a los datos obtenidos de forma experimental.

### 5.3 Métodos de alta frecuencia

Para análisis de antenas grandes en términos de la longitud de onda, como reflectores y antenas instaladas a bordo de vehículos terrestres marítimos o aéreos, no son adecuados los métodos numéricos de baja frecuencia. Ello es debido a que la necesidad de discretizar la superficie o el volumen en elementos de tamaño del orden de  $\lambda/10$  conduce a un sistema de ecuaciones de orden muy elevado, lo cual requiere de un tiempo de procesamiento muy grande y una cantidad y una cantidad de memoria fuera del alcance de las computadoras actuales comunes.

Por ello es necesario utilizar métodos aproximados que proporcionen resultados aceptables con un esfuerzo computacional reducido. Estos métodos se basan en la aplicación del teorema de la equivalencia, colocando corrientes equivalentes únicamente sobre aquellas superficies sobre las que se conozcan o se puedan estimar las corrientes tangenciales del campo eléctrico y magnético. El resto de las superficies sobre las que no se conocen las corrientes equivalentes, se coloca un conductor eléctrico perfecto. De esa forma, las corrientes equivalentes

desconocidas no radian, pero, en contrapartida es necesario calcular la radiación de las corrientes equivalentes conocidas en presencia de una estructura conductora, en lugar de en el espacio libre. Los análisis de alta frecuencia son importantes por que incluyen a la mayoría de las antenas directivas (sin considerara arreglos).

La simplicidad de los métodos de alta frecuencia se debe a que consideran la difracción como un fenómeno local: cada punto de la estructura difracta los campos en forma independiente, sin interactuar con los demás puntos de la superficie. Así, pueden aproximarse las corrientes inducidas (componentes tangenciales de los campos) en una región de la antena como debidas únicamente al campo incidente, sin incluir el campo rerradiado por otras partes de la antena. Sin embargo, existen algunas excepciones, en las que la interacción entre superficies eléctricamente grande es muy importante [Cardama, Cofre, Rius, Romeo,Blanch-2000].

### 5.3.1 Teoría de la óptica física

La teoría de la óptica física PO (*“Physical Optic”*) se basa en aproximar las corrientes equivalentes desconocidas en cada punto de la estructura por las que existirían sobre un plano infinito tangente a la superficie de ese punto, si la superficie esta directamente iluminada por el campo incidente, o por cero si no lo esta (figura 5.6) aplicando el método de imágenes para el plano infinito, se tiene:

$$\vec{J}_{PO} = 2\hat{n} \times \vec{H} = \begin{cases} 2\vec{n} \times \vec{H} \\ 0 \end{cases} \quad (5-44)$$

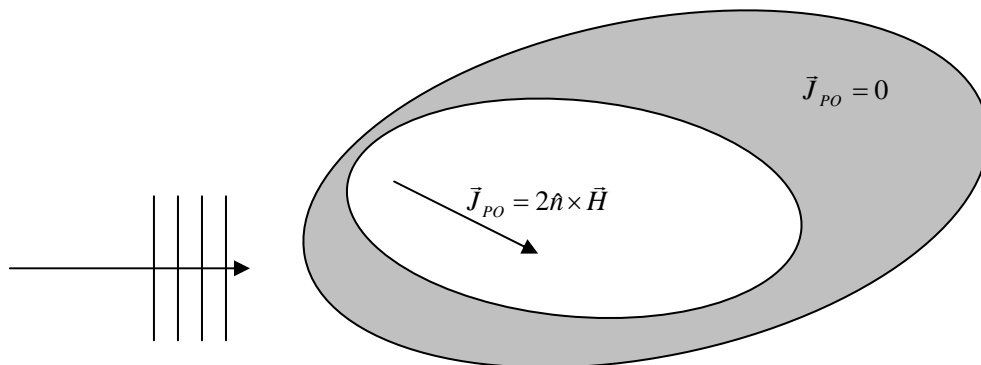


Fig. 5.6- Aproximación de las corrientes según la óptica física.

Donde  $\hat{n}$  es la normal a la superficie y  $\vec{H}$  es campo magnético incidente en ese punto. Se supone que la corriente inducida sobre la superficie conductora es la corriente equivalente que depende solo del campo incidente y de la geometría local de la superficie en

este punto (aproximación de difracción local de alta frecuencia). A diferencia de a baja frecuencia, donde la interacción entre distintos puntos de la superficie es muy importante y se expresa mediante la matriz de impedancias del método de momentos.

La radiación de las corrientes equivalentes de la ecuación 5.28 en el espacio libre, evaluada en el campo lejano, se puede escribir como sigue:

$$\vec{E} = -j\omega\mu \frac{e^{-jkr}}{4\pi r} \iint_{S_{iluminada}} 2\hat{n} \times \vec{H} e^{jk\vec{r} \cdot \vec{r}} ds \quad (5-45)$$

Dada la simplicidad e la formulación, la óptica física es el método mas utilizado en la actualidad para el análisis de la reflexión de superficies arbitrarias en la región de alta frecuencia. El cálculo se reduce a una integración numérica en dos dimensiones; de esta forma pueden analizarse antenas con reflectores del tamaño de centenares o miles de longitudes de onda.

En la integral de la óptica física (5-45) es habitual que la fase del integrando varíe muy rápidamente sobre la superficie, por lo que las partes real e imaginaria del integrando varían aproximadamente como senoides y los ciclos negativos tienden a cancelar a los positivos. Sobre superficies curvas suele haber un punto de fase estacionaria en el que varía lentamente, presentando un máximo o un mínimo. Como el valor del integrando en ese punto puede cancelarse, como sucede en los puntos de variación rápida de fase, esta es la contribución principal al valor de la integral. La aproximación de fase estacionaria consiste en calcular la integral desarrollando la exponencial de fase en serie de Taylor para  $k \rightarrow \infty$  y realizar analíticamente la integral sobre el primer término del desarrollo. El resultado para integrales de una dimensión es:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \int g(x) e^{-jkf(x)} dx = \sqrt{\frac{2\pi}{jkf''(x_s)}} g(x_s) e^{-jkf(x_s)}, \quad f(x_s) = 0 \quad (5.46)$$

La integral es igual al valor del integrando en el punto de fase estacionaria  $x_s$ , multiplicado por un factor que depende de la segunda derivada de la variación de fase.

### 5.3.2 Óptica Geométrica y Teoría geométrica de la difracción

#### Óptica Geométrica

El método de óptica geométrica es el más antiguo de los de alta frecuencia, se desarrolló originalmente para analizar la propagación de la luz a frecuencias ópticas, en la que no es necesario considerar la naturaleza ondulatoria de los campo electromagnéticos; por lo que no es capaz de predecir la difracción, sino únicamente la reflexión en superficies de curvatura suave. Se basa en los siguientes conceptos:

1. La energía fluye en rayos rectos en un medio homogéneo y en medios heterogéneos, siguen el camino de longitud óptica estacionaria (principio de Fermat).
2. Los rayos son reflejados en superficies conductoras según la ley de Snell.
3. La variación de la amplitud del campo a lo largo de un tubo de rayos está determinada por la ley de la conservación de la energía.

El campo reflejado, calculado mediante la aproximación de la óptica geométrica, coincide con el obtenido mediante la evaluación de fase estacionaria (5-46) de la integral de la óptica física (5-45). A pesar de la sencillez de la formulación y del concepto de la óptica geométrica, el cálculo de la reflexión en una superficie arbitraria no es un problema trivial.

### **Teoría Geométrica de la difracción**

La teoría geométrica de la difracción tiene por objeto, calcular los campos difractados en aristas en alta frecuencia, los cuales no pueden obtenerse con las aproximaciones de óptica geométrica y óptica física. Se basa también en el trazado de rayos como la óptica geométrica, pero ahora se introducen los rayos difractados por las aristas.

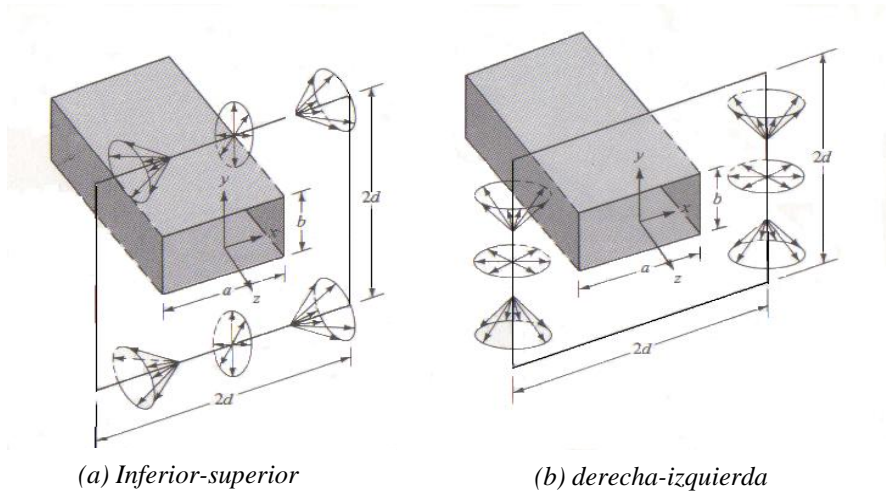
Las superficies de tamaño infinito, no existen ni física ni eléctricamente, pero pueden ser aproximadas mediante estructuras muy grandes. Sin embargo, las características de radiación (distribución de corriente, patrón de radiación, impedancia, etc.) de antenas montadas en planos de tierra de tamaño finito, pueden ser modificadas considerablemente (especialmente en regiones de baja intensidad) por el efecto de los bordes. En la figura 5.7 se ilustra la difracción provocada en los extremos de un plano de tierra por el efecto de bordes a muy baja frecuencia. Actualmente existen dos métodos que pueden usarse convenientemente para considerar estos efectos, uno es el método de momentos (visto anteriormente) y el otro es la Teoría Geométrica de la Difracción (GTD).

En el método de momentos (como se describe en la subsección 5.2) la solución se obtiene en forma de una integral y puede ser empleado para manejar formas de radiadores arbitrarias. En general requiere de una computadora para realizar los cálculos numéricos y es por ello que este método está limitado a la capacidad de la misma, y es mucho más eficiente en objetos eléctricamente pequeños. Por esa razón también se le conoce como método asintótico de baja frecuencia.

Cuando las dimensiones del radiador son grandes comparadas con la longitud de onda, es recomendable emplear técnicas asintóticas de alta frecuencia, para analizar problemas que de otro modo serían matemáticamente intratables. La teoría geométrica de la difracción (GTD), una técnica que ha recibido considerable atención los últimos años, es una extensión de la óptica geométrica clásica,



introduciendo mecanismos de refracción para superar algunas de sus limitaciones [Keller-1962].



**Fig. 5.7- Mecanismo de difracción para una apertura montada en un plano de tierra de tamaño finito.**

A diferencia de lo que ocurre en las superficies planas, en las que hay una sola dirección de reflexión, ahora hay infinitas direcciones que forman con la arista un ángulo igual al ángulo de incidencia. Estas direcciones de difracción se encuentran sobre la superficie del cono de Keller.

El campo difractado, determinado mediante una generalización del principio de Fermat, inicia en los puntos sobre la superficie del objeto donde está la discontinuidad en el campo. La fase del campo en un rayo refractado se asume igual al producto de la longitud óptica del rayo (desde algún punto de referencia) y la constante de fase del medio. Cuando el rayo pasa través de un punto o línea en donde se juntan todos los rayos debe sumarse el cambio de fase. La amplitud, se supone, que varía de acuerdo con el principio de conservación de la energía en un tubo angosto de rayos. Para determinar la amplitud de los rayos difractados en todas las direcciones, Keller recurrió a la solución canónica exacta de la cuña infinita de Sommerfield (1896) y Pauli (1938).

La mayoría de las técnicas de alta frecuencia se basan en realizar un desarrollo asintótico de esta expresión cuando la longitud de onda tiende a cero y tomar el primer término significativo. La formulación asintótica del campo difractado por la arista suele expresarse en función de coeficientes de difracción, coincidiendo con el resultado de la integral de línea del método de las corrientes equivalentes evaluada para observación en el cono de Keller mediante la aproximación de fase estacionaria.

El valor inicial del campo en un rayo difractado se determina, a partir del rayo incidente, con ayuda de un coeficiente de difracción apropiado (el cual generalmente es una pareja de campos

electromagnéticos). El coeficiente de refracción se determina usualmente, a partir de soluciones asintóticas de problemas de valores de frontera, los cuales tienen la misma geometría local en los puntos de difracción que el o los objetos de investigación. Las geometrías de este tipo se llaman problemas “canónicos”, una de las más simples es una pirámide conductora, otra es una superficie conductora, suave y convexa.

El objetivo principal de usar la GTD en geometrías complicadas, es resolver estos problemas con las más pequeñas componentes posibles. La partición es realizada de tal forma que las componentes más pequeñas representen una geometría canónica de solución conocida. Estas técnicas han sido utilizadas principalmente en el modelado y análisis de antenas para aeronaves.

Algunas de las ventajas de la GTD son:

1. Es sencilla de usar.
2. Puede emplearse para resolver complicados problemas que no tienen solución exacta.
3. Provee una visión física de los mecanismos de radiación de las diferentes componentes de una estructura.
4. Produce resultados bastante exactos, comparados con los obtenidos experimentalmente o con otros métodos.
5. Puede ser combinada con otras técnicas como el método de momentos.

Como la teoría geométrica de la difracción (GTD) se basa en la óptica geométrica (GO) y en la teoría de la difracción. Asume que todas las ondas están bien formadas y son localmente ondas planas. Esto permite usar rayos. Esto implica que:

1. Todas las dimensiones son mayores que 1 o 2 longitudes de onda.
2. Todos los objetos están en el campo lejano de la fuente.
3. Se fija un límite superior en la ganancia de la antena fuente debido a las dimensiones de la estructura.

Para obtener el campo difractado, en primer lugar es necesario localizarlos en las aristas cuyo cono de Keller contenga alguna dirección que coincida con la dirección de observación, lo cual constituye un problema difícil, salvo en casos particulares con geometrías muy sencillas. Esto constituye una limitación importante, común a todas las técnicas de trazado de rayos como la óptica geométrica. En estas se obtiene el campo difractado más que en puntos de observación a los que llega algún rayo reflejado (óptica geométrica) o difractado (GTD).

Otra limitación es la singularidad de los coeficientes de difracción en las direcciones de observación que coinciden con la reflexión especular de las caras laterales de la cuña. Esto constituye un problema importante, debido al gran número de direcciones de observación singulares que aparecen al analizar una estructura complicada.

Existen formulaciones alternativas de la Teoría Geométrica de la Difracción para el estudio, mediante el trazado de rayos de otras

fuentes de difracción como ondas rampantes, discontinuidades en curvatura de la superficie etc.

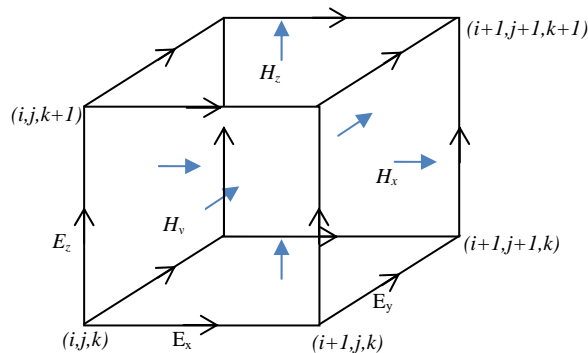
La teoría no utiliza corrientes así que es imposible obtener datos de la impedancia.

Del segundo punto surge un problema de inmediato, cuando una antena se monta en una superficie de la estructura. Sin embargo esto ha sido solucionado por la introducción de la UTD, teoría uniforme de la difracción (*“Unified Theory of Diffraction”*).

La teoría Uniforme de la difracción obtiene una expresión en la que los coeficientes de difracción de Keller aparecen multiplicados por una integral de Fresnel, que vale cero en la dirección de la reflexión especular y se aproxima a uno al alejarse de ella, eliminando la singularidad.

### 5.3.3 Método de diferencias finitas en el dominio del tiempo

El método de Diferencias Finitas en el Dominio del Tiempo FDTD (*“Finite Difference Time Domain”*), es ampliamente utilizado para la descripción del campo electromagnético en diversas situaciones físicas. Analiza el problema de la propagación electromagnética en pequeñas particiones espaciales, como se muestra en la figura 5.8. En estas celdas los campos eléctricos y magnéticos están alternadamente distribuidos. Las celdas (o nodos) también están alternados en el tiempo. Para resolver este conjunto de ecuaciones, se desarrolla un proceso iterativo en el tiempo.



**Fig. 5.8** Parrilla de Yee, empleada en FDTD. Se usan diferentes puntos de ubicación diferentes para las diferentes componentes del Campo.

Consideramos que las ondas se propagan en un medio homogéneo y que no existen fuentes de carga ni de corrientes ( $\rho=J=0$ ). Si escogemos una polarización tal que el campo eléctrico  $E$  sea paralelo al eje  $x$  y que se propague en la dirección  $z$ , entonces el campo magnético  $H$  esta sobre el eje  $y$ . Las ecuaciones rotacionales de Maxwell quedan de la siguiente manera:

$$\frac{\partial}{\partial t} E_x(z,t) = -\frac{c}{\epsilon} \frac{\partial}{\partial z} H_y(z,t), \quad (5-47)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} H_y(z,t) = -\frac{c}{\mu} \frac{\partial}{\partial z} E_x(z,t), \quad (5-48)$$

La primera de estas ecuaciones es la ley de Ampere y la segunda es la ley de Faraday. Ambas ecuaciones diferenciales son puntuales, es decir, que son validas para cada valor continuo en el espacio y el tiempo. Para lograr una formulación discreta, aproximamos las derivadas espacial y temporal por su representación en diferencias finitas. Recordemos la definición de derivada en diferencias centrales.

$$\frac{df(z_0)}{dz} = \lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{f\left(z_0 + \frac{\Delta z}{2}\right) - f\left(z_0 - \frac{\Delta z}{2}\right)}{\Delta z} \quad (5-49)$$

En esta ecuación, para un valor finito de  $\Delta z$ , la ecuación diferencial se transforma en una ecuación de diferencias finitas. La derivada está definida por el valor de la función en puntos discretos contiguos a  $z_0$ .

La estrategia de FDTD consiste en cambiar los valores continuos de la coordenada espacial  $z$ , por valores discretos indexados por el numero entero “ $k$ ”, de tal forma que los valores espaciales son obtenidos por medio de la ecuación  $z=k\Delta z$ . Con estas consideraciones, la forma discreta de la derivada espacial para el campo eléctrico  $E$  es:

$$\frac{\partial}{\partial z} E_x(k\Delta z, n\Delta t) \cong \frac{E_x\left[\left(k + \frac{1}{2}\right)\Delta z, n\Delta t\right] - E_x\left[\left(k - \frac{1}{2}\right)\Delta z, n\Delta t\right]}{\Delta z} \quad (5-50)$$

Similarmente los valores discretos de la coordenada temporal están indexados por el entero “ $n$ ” por medio de la relación  $t=n\Delta t$  y la forma discreta temporal queda:

$$\frac{\partial}{\partial t} E_x(k\Delta z, n\Delta t) \cong \frac{E_x\left[k\Delta z, \left(n + \frac{1}{2}\right)\Delta t\right] - E_x\left[k\Delta z, \left(n - \frac{1}{2}\right)\Delta t\right]}{\Delta t} \quad (5-51)$$

Relaciones similares pueden obtenerse para el campo  $H_y$ . Al implementar las ecuaciones en diferencias finitas para  $E_z(z, t)$  y  $H_y(z, t)$  en la ecuación (5-47) se obtiene la forma discreta de la primera ecuación (de Ampere):

$$\frac{E_x^{n+1/2}(k) - E_x^{n-1/2}(k)}{\Delta t} = \frac{c}{\varepsilon} \frac{H_y^n(k+1/2) - H_y^n(k-1/2)}{\Delta z} \quad (5-52)$$

Para simplificar se emplea como superíndice el índice discreto temporal, por ejemplo  $E_x(n+1/2, k) \rightarrow E_x^{n+1/2}(k)$ .

Para obtener la forma discreta de la ecuación (5-48) vamos a considerar las derivadas en el punto  $(z+\Delta z/2, t+\Delta t/2)$ . La ecuación de Faraday en su forma discreta es entonces:

$$\frac{H_y^{n+1}(k+1/2) - H_y^n(k+1/2)}{\Delta t} = \frac{c}{\mu} \frac{E_x^{n+1/2}(k+1) - E_x^{n+1/2}(k)}{\Delta z} \quad (5-53)$$

Al considerar la ecuación (5-47) en el punto  $(z,t)$  y la ecuación (5-48) en el punto  $(z+\Delta z/2, t+\Delta t/2)$  logramos describir una situación en donde los campos están intercalados;

$$E_x^{n+1/2}(k) = E_x^{n-1/2}(k) - \frac{c}{\varepsilon} \frac{\Delta t}{\Delta z} [H_y^n(k+1/2) - H_y^n(k-1/2)] \quad (5-54)$$

$$H_y^{n+1}(k+1/2) = H_y^n(k+1/2) - \frac{c}{\mu} \frac{\Delta t}{\Delta z} [E_x^{n+1/2}(k+1) - E_x^{n+1/2}(k)] \quad (5-55)$$

En cada punto del espacio, el valor del campo se obtiene de los valores de los campos vecinos. El campo  $E_x^{n+1/2}(k)$  es inducido por el valor del campo un paso temporal anterior  $E_x^{n-1/2}(k)$  mas la contribución de los campos magnéticos  $H_y^n(k+1/2)$  y  $H_y^n(k-1/2)$ . Estos campos están en puntos espaciales contiguos y un medio tiempo espacial anterior. En este punto, es necesario determinar las cantidades que afectan a los corchetes en las ecuaciones (5-54) y (5-55). En el vacío, la función dieléctrica y la permeabilidad magnética son iguales  $\varepsilon=\mu=1$ . Una onda electromagnética necesita un mínimo de tiempo  $\Delta t=\Delta z/c$  para propagarse dentro de la malla discreta espacial  $\Delta z$ . Si tomamos un paso temporal mas grande, la onda ya habría pasado la distancia  $\Delta z$  y ya no estaría en nuestra malla de simulación. Por eso es necesario escoger un paso temporal de la forma:

$$\Delta t \leq \frac{\Delta z}{c} \quad (5-56)$$

Si escogemos un paso temporal de  $\Delta t=\Delta z/2c$  y un paso espacial tomando 10 puntos de la longitud de onda de la luz en el vacío  $\lambda_0$ ,

$$\Delta z = \frac{\lambda_0}{10} \quad (5-57)$$

Una de las ventajas más significativas de FDTD es que es flexible para realizar simulaciones tanto de campos estacionarios como de pulsos que varían en el tiempo. También es posible simular tanto una sola frecuencia como una onda senoidal o un pulso compuesto de varias frecuencias.

En este capítulo se han considerado de forma muy general, varios de los métodos numéricos más importantes para el análisis de antenas. Sin embargo este trabajo se enfoca básicamente a uno de ellos, el Método de Momentos (MM), por ser de interés para estudiar arreglos lineales con distintos defasamientos y estar relacionado con el principio de los radares de VHF y sistemas de vigilancia del espacio aéreo. En el siguiente capítulo se presentan algunos ejemplos de problemas de radiación de antenas que son comúnmente empleadas en aplicaciones aeronáuticas, resueltos mediante el Método de Momentos.

### Referencias

1. C.A. Balanis, "*Antenna Theory analysis and design*", Wiley, New York, 1997.
2. J.B. Keller "*Geometrical Theory of Diffraction*" Journal Optical Society of America, Vol. 52, No. 2, pp.116-130 February 1962.
3. R.E. Collin, "*Antennas and Radiowaves propagation*", Mcgraw Hill, series in Electrical and Computing Engineering, N.Y., 1998.
4. R. Neri Vela, "*Metodo de Momentos*", Revista de la facultad de ingeniería, UNAM., México, DF., 1998.
5. A. Cardama, L. Jofre, J.M. Rius, J. Romeo, S. Blanch, "*Antenas*", Alfa-omega Gpo. Editor, Universitat Politècnica de Catalunya, Barcelona España, 2000.

## MÉTODO DE MOMENTOS

---

### 6.1 Arreglo circular de dipolos

El arreglo circular de antenas tipo dipolo, en el cual los elementos se colocan sobre un anillo imaginario (véase la figura 6.1), es una configuración de gran interés práctico. Sus aplicaciones van desde navegación aérea y espacial, análisis espectral, propagación de ondas de tierra, sonar y por supuesto radar entre otros sistemas.

Además, por su sencillez y versatilidad, el arreglo circular, es uno de los más utilizados en la práctica. Si lo comparamos con un arreglo lineal uniforme, este tiene la ventaja de que el haz radiado o recibido puede ser apuntado en diferentes direcciones a los  $360^\circ$ , simplemente cambiando la excitación de los elementos alrededor del círculo. Con un arreglo lineal, la forma del haz se degrada si éste es apuntado en ángulos mayores de  $45^\circ$  desde la normal del arreglo. Un arreglo circular gracias a su simetría, permite que el haz sea desviado con un ángulo arbitrario sin deterioro en el patrón de radiación.

El método de momentos es una herramienta útil para analizar las propiedades de operación de un gran número de antenas empleadas en radiocomunicaciones. Utilizando al método de momentos es posible obtener las características que definen el desempeño de una antena; tales como sus impedancias propias y mutuas (como se verificó en el capítulo anterior), la ganancia, el patrón de radiación (a partir del cual se obtiene el ancho del haz principal y su relación con los lóbulos secundarios), etc. Para obtener las características antes señaladas es necesario conocer principalmente la distribución de corriente de la antena.

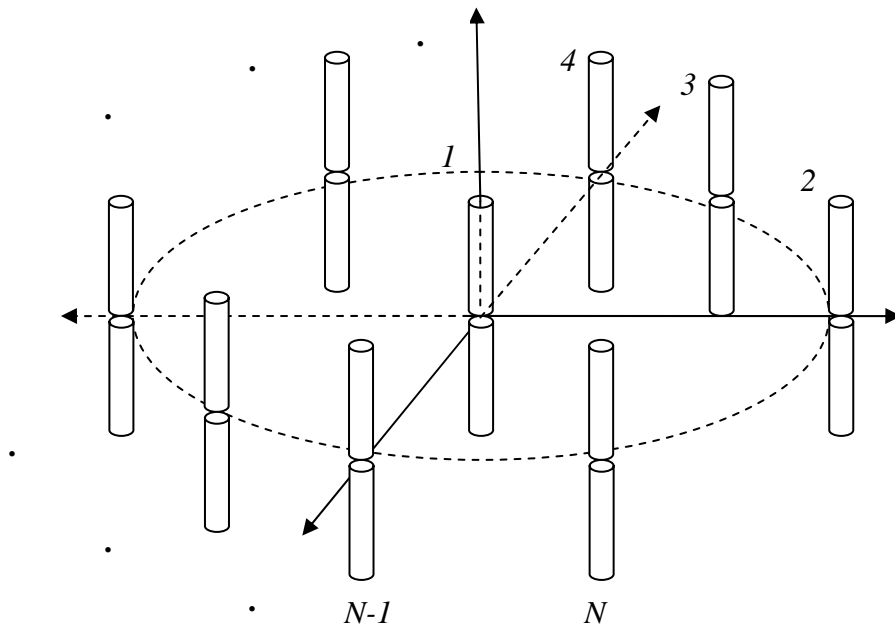


Fig. 6.1 Arreglo circular de  $N$  dipolos, alimentados en el centro con una magnitud y una fase determinadas.

### 6.1.1 Evaluación de la matriz de impedancia

Mediante el método de momentos, se obtiene una solución precisa para la impedancia de entrada y las características de radiación de la antena; el grado de precisión depende del número de segmentos en que se divide, su longitud y su diámetro (es decir, el ancho del conductor) [Harrington 1968, Neri-Mclean 1978, Neri 1979]. Las estructuras de antenas que contienen solamente elementos lineales, son relativamente simples de analizar, razón por la cual la mayoría de los investigadores preferirían resolver problemas de este tipo antes de involucrarse con antenas que presenten geometrías más complejas.

La parte del método de momentos, que podemos considerar más importante, y también la que requiere mayor trabajo y tiempo de procesamiento, es el cálculo de las impedancias propias y mutuas entre los diferentes segmentos de la antena, razón por la cual es recomendable verificar que la matriz de impedancias, halla sido calculada correctamente, antes de realizar otros cálculos. Para esto, se emplean los resultados tomados de graficas publicadas en una revista especializada [Neri 1980]. En el mencionado trabajo se considera un cilindro conductor, el cual se analiza primeramente dividiéndolo en segmentos de  $\lambda/10$  y  $\lambda/20$ , mostrando las contribuciones independientes de cada uno de los filamentos de corriente de longitud  $\lambda/10$  y  $\lambda/20$  y de las cargas independientemente, así como las impedancias propias y mutuas en ambos casos (figura 6.2).



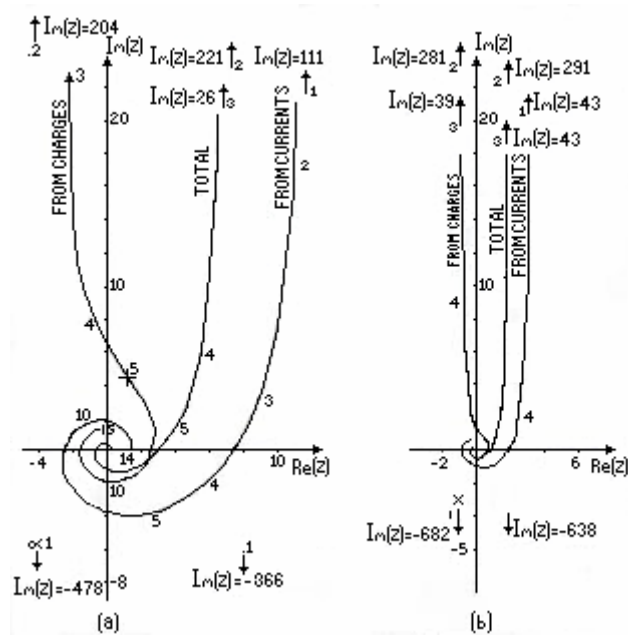


Fig. 6.2 Impedancia propia y mutua total, y contribución independiente de las corrientes y las cargas entre los segmentos 1 y N de un conductor cilíndrico recto. (a) segmentos de longitud  $\lambda/10$ , (b) segmentos de longitud  $\lambda/20$  [Neri-Mclean 1978].

Mediante un programa de computadora, realizado para el mismo caso que se expone con anterioridad con  $N=5$  y longitud de segmento de  $\lambda/10$ , se obtiene la siguiente matriz de impedancia:

Z=

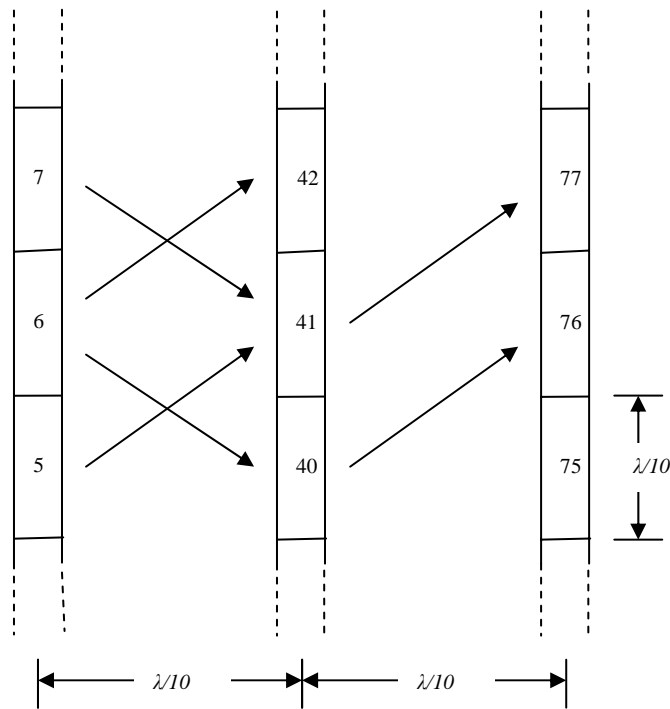
7.95 - 368.44i	7.63 + 222.11i	6.74 + 25.78i	5.41 + 5.96i	3.87 + 1.13i
7.63 + 222.11i	7.95 - 368.44i	7.63 + 222.11i	6.74 + 25.78i	5.41 + 5.96i
6.74 + 25.78i	7.63 + 222.11i	7.95 - 368.44i	7.63 + 222.11i	6.74 + 25.78i
5.41 + 5.96i	6.74 + 25.78i	7.63 + 222.11i	7.95 - 368.44i	7.63 + 222.11i
3.87 + 1.13i	5.41 + 5.96i	6.74 + 25.78i	7.63 + 222.11i	7.95 - 368.44i

Y si consideramos  $N=5$  con una longitud de segmento de  $\lambda/20$ , el resultado de la matriz de impedancia es el siguiente:

Z=

1.98 - 637.5i	1.96 + 290.58i	1.90 + 43.05i	1.81 + 10.97i	1.68 + 4.79i
1.96 + 290.58i	1.98 - 637.50i	1.96 + 290.58i	1.90 + 43.05i	1.81 + 10.97i
1.90 + 43.05i	1.96 + 290.58i	1.98 - 637.50i	1.96 + 290.58i	1.90 + 4.305i
1.81 + 10.97i	1.90 + 43.05i	1.96 + 290.58i	1.98 - 637.50i	1.96 + 290.58i
1.68 + 4.79i	1.81 + 10.97i	1.90 + 43.05i	1.96 + 290.58i	1.98 - 637.50i

Como se puede observar los resultados concuerdan con los de la figura 6.2 de manera bastante aproximada, por lo que podemos concluir que el procedimiento mediante el cual se calcula la matriz de impedancia es correcto. Consideremos ahora el caso de un arreglo de tres dipolos similares al que ya se analizó como el que aparece en la figura 6.4. En este caso analizaremos las contribuciones de segmentos que no pertenecen al mismo conductor, pero que sean paralelos.



**Fig. 6.3** Arreglo de tres conductores cilíndricos rectos de radio  $\lambda/100$  a 400 MHz. El número del segmento superior en cada uno de los conductores cilíndricos es 35, 70 y 105 de izquierda a derecha. Todos los segmentos son de la misma longitud con relación longitud/diámetro de 5.

Los resultados que aparecen en el artículo que se toma de referencia, consideran un radio común de todos los conductores es de  $\lambda/100$  y el espaciado entre ellos de  $\lambda/10$ , como se muestra en la figura 6.3, cada uno de los conductores está dividido en 35 segmentos de igual longitud. Debido a las propiedades de simetría del arreglo, se producirá una matriz Toeplitz para la cual se han desarrollado algoritmos de inversión especiales. En la figura 6.4 se muestra una gráfica de la curva de impedancias propias y mutuas entre el segmento 5 y todos los demás segmentos de los tres conductores del arreglo.

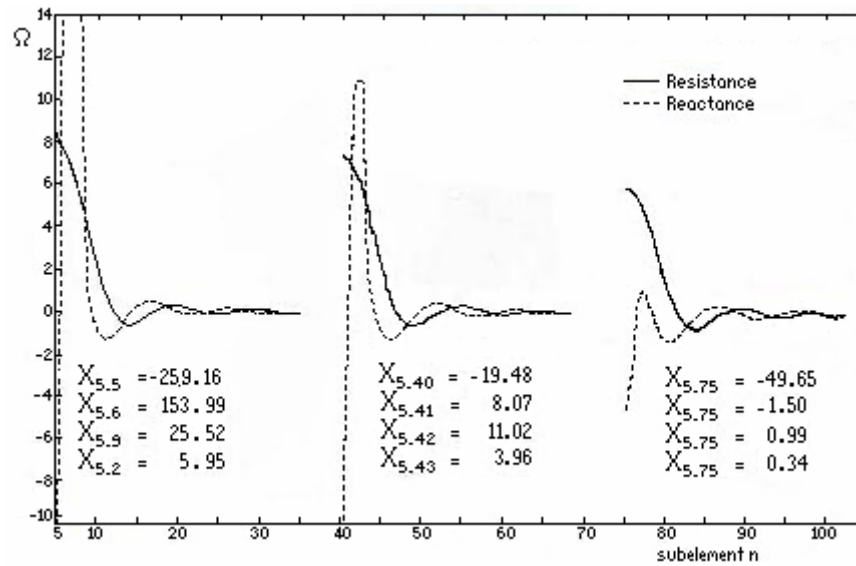


Fig. 6.4 Impedancia mutua entre los segmentos 5 y n.

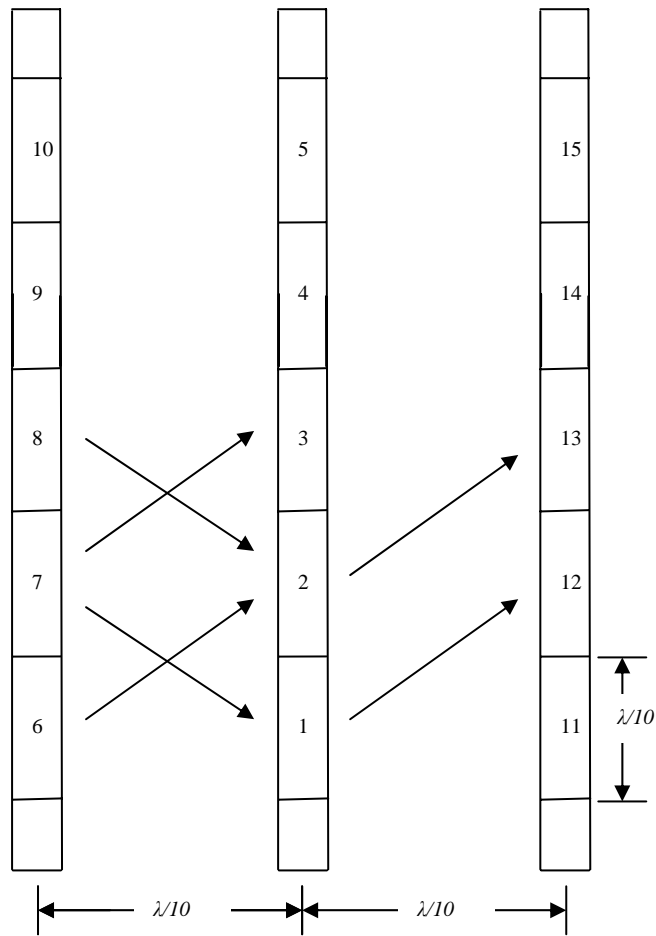
La figura 6.4 muestra que la impedancia mutua total entre el segmento 5 y todos los demás en los tres conductores del arreglo decrece conforme aumenta la distancia. También por simetría, es fácil notar que los valores de impedancia mutua obtenidos dependen de la posición relativa de los segmentos en cuestión, es decir todas las impedancias propias resultan ser iguales y la impedancia mutua  $Z_{5,41}$ , es igual a la  $Z_{40,76}$ , y la de  $Z_{41,77}$  es igual a la de  $Z_{6,40}$  por que tienen la misma posición relativa; esto será de utilidad para nuestra verificación, ya que de ese modo no es necesario realizar el cálculo para un arreglo de las dimensiones que aparece en el artículo de referencia, sino solamente considerar las posiciones de cada segmento respecto a los demás.

Mediante un programa de computadora que calcula la matriz de impedancias de un arreglo de tres conductores rectos de únicamente 5 segmentos de longitud  $\lambda/10$ , y separados una distancia, también de  $\lambda/10$ , se obtuvo el siguiente resultado.

Z =

7.94 - 368i	7.63 + 222i	6.73 +25.7i	5.41 +5.95i	3.87 +1.13i	-1.24 - 3.28i	-1.26 - 3.08i	-1.32 - 2.56i	-1.37 - 1.91i	-1.38 - 1.24i	-1.08 - 3.40i	-1.11 - 3.19i	-1.18 - 2.67i	-1.26 - 2.0i	-1.31 - 1.32i
7.63 + 222i	7.94 -368i	7.63 + 222i	6.73 +25.7i	5.41 + 5.95i	-1.26 - 3.08i	-1.24 - 3.28i	-1.26 - 3.08i	-1.32 - 2.56i	-1.37 - 1.91i	-1.11 - 3.19i	-1.08 - 3.40i	-1.11 - 3.19i	-1.18 - 2.67i	-1.26 - 2.0i
6.73 + 25.7i	7.63 + 222i	7.94 - 368i	7.63 + 222i	6.73 +25.7i	-1.32 - 2.56i	-1.26 - 3.08i	-1.24 - 3.28i	-1.26 - 3.08i	-1.32 - 2.56i	-1.18 - 2.67i	-1.11 - 3.19i	-1.08 - 3.40i	-1.11 - 3.19i	-1.18 - 2.67i
5.41 + 5.95i	6.73 +25.7i	7.63 + 222i	7.94 - 368i	7.63 + 222i	-1.37 - 1.91i	-1.32 - 2.56i	-1.26 - 3.08i	-1.24 - 3.28i	-1.26 - 3.08i	-1.26 - 2.0i	-1.18 - 2.67i	-1.11 - 3.19i	-1.08 - 3.40i	-1.11 - 3.19i
3.87 + 1.13i	5.41 +5.95i	6.73 +25.7i	7.63 + 222i	7.94 - 368i	-1.38 - 1.24i	-1.37 - 1.91i	-1.32 - 2.56i	-1.26 - 3.08i	-1.24 - 3.28i	-1.31 - 1.32i	-1.26 - 2.0i	-1.18 - 2.67i	-1.11 - 3.19i	-1.08 - 3.40i
-1.08 - 3.40i	-1.11 - 3.19i	-1.18 - 2.67i	-1.26 - 2.0i	1.31 - 1.32i	7.94 - 368i	7.63 + 222i	6.73 + 25.78i	5.41 +5.95i	3.87 + 1.13i	0.24 + 1.84i	0.29 + 1.81i	0.41 + 1.70i	0.59 + 1.52i	0.78 + 1.27i
-1.11 - 3.19i	-1.08 - 3.40i	-1.11 - 3.19i	-1.18 - 2.67i	-1.26 - 2.0i	7.63 + 222i	7.94 - 368i	7.63 + 222i	6.73 +25.7i	5.41 + 5.95i	0.29 + 1.81i	0.24 + 1.84i	0.291 + 1.81i	0.41 + 1.70i	0.59 + 1.52i
-1.18 - 2.67i	-1.11 - 3.19i	-1.08 - 3.40i	-1.11 - 3.19i	-1.18 - 2.67i	6.73 + 25.78i	7.63 + 222i	7.94 - 368i	7.63 + 222i	6.73 + 25.7i	0.41 + 1.70i	0.29 + 1.81i	0.24 + 1.84i	0.29 + 1.81i	0.41 + 1.70i
-1.26 - 2.0i	-1.18 - 2.67i	-1.11 - 3.19i	-1.11 - 3.19i	5.41 + 5.95i	-1.08 - 3.40i	6.73 + 25.78i	7.63 + 222i	7.94 - 368i	7.63 + 222i	0.59 + 1.52i	0.41 + 1.70i	0.29 + 1.81i	0.24 + 1.84i	0.29 + 1.81i
-1.31 - 1.32i	-1.26 - 2.0i	-1.18 - 2.67i	-1.11 - 3.19i	-1.08 - 3.40i	3.87 + 1.13i	5.41 + 5.95i	6.73 +25.7i	7.63 + 222i	7.94 - 368i	0.78 + 1.27i	0.59 + 1.52i	0.41 + 1.70i	0.29 + 1.81i	0.24 + 1.84i
-1.24 - 3.28i	-1.26 - 3.08i	-1.32 - 2.56i	-1.37 - 1.91i	-1.38 - 1.24i	0.35 + 1.81i	0.39 + 1.77i	0.51 +1.66i	0.68 +1.47i	0.85 + 1.21i	7.94 - 368i	7.63 + 222.1i	6.73 + 25.78i	5.41 + 5.95i	3.87 + 1.13i
-1.26 - 3.08i	-1.24 - 3.28i	-1.26 - 3.08i	-1.32 - 2.56i	-1.37 - 1.91i	0.39 + 1.77i	0.35 + 1.81i	0.39 +1.77i	0.51 +1.66i	0.68 + 1.47i	7.63 + 222i	7.94 - 368i	7.63 + 222.1i	6.73 + 25.78i	5.41 + 5.95i
-1.32 - 2.56i	-1.26 - 3.08i	1.24 - 3.28i	-1.26 - 3.08i	-1.32 - 2.56i	0.51 + 1.66i	0.39 + 1.77i	0.35 +1.81i	0.39 +1.77i	0.51 + 1.66i	6.73 + 25.78i	7.63 + 222i	7.94 - 368i	7.63 + 222i	6.73 + 25.7i
-1.37 - 1.91i	-1.32 - 2.56i	-1.26 - 3.08i	-1.24 - 3.28i	-1.26 - 3.08i	0.68 + 1.47i	0.51 + 1.66i	0.39 +1.77i	0.35 +1.81i	0.39 + 1.77i	5.41 + 5.95i	6.73 + 25.7i	7.63 + 222i	7.94 - 368i	7.63 + 222i
-1.38 - 1.24i	-1.37 - 1.91i	-1.32 - 2.56i	-1.26 - 3.08i	-1.24 - 3.28i	0.85 + 1.21i	0.68 + 1.47i	0.515 +1.66i	0.39 +1.77i	0.35 + 1.81i	3.87 + 1.13i	5.41 + 5.95i	6.73 + 25.7i	7.63 + 222i	7.94 - 368i

El mencionado programa se desarrolló, empleando el caso del siguiente diagrama:



**Fig. 6.5 Geometría mediante la cual se realizó el programa de computadora para calcular la matriz de impedancia de tres conductores rectos paralelos, de la misma longitud y separados una distancia  $\lambda/10$  entre si.**

De la figura 6.5, se puede observar que  $Z_{5,40}$  es equivalente a  $Z_{6,1}$ ,  $Z_{1,11}$ ,  $Z_{7,2}$ ,  $Z_{5,15}$  etcétera de la matriz que se obtuvo en el programa, Y también,  $Z_{5,41}$  es equivalente a  $Z_{6,2}$ ,  $Z_{1,12}$ ,  $Z_{2,13}$ ,  $Z_{9,5}$  por mencionar algunos. También la impedancia mutua  $Z_{5,75}$  sería equivalente a las  $Z_{6,11}$ ,  $Z_{7,12}$  y  $Z_{10,15}$  del la matriz resultante del programa, así como, la impedancia  $Z_{5,76}$  debe ser la misma que las impedancias obtenidas  $Z_{6,12}$ ,  $Z_{7,13}$ ,  $Z_{10,14}$  entre otras. Lo anterior es debido a que los valores de impedancia mutua (y propia) dependen de la posición relativa de los segmentos en consideración.

### 6.1.2 Patrón de radiación

Para graficar el patrón de radiación se requiere calcular la intensidad del campo eléctrico producido por la distribución de corrientes  $[I]$  en puntos suficientes de observación  $P(x,y,z)$ . Estos puntos se encuentran sobre la superficie de una esfera imaginaria cuyo centro, por conveniencia, puede coincidir con el punto de alimentación de la antena. El radio de la esfera debe ser igual o mayor a la distancia mínima que define el espacio donde inicia el campo de radiación. Si se considera el caso más general de una antena cuya geometría involucra componentes en las direcciones  $x$ ,  $y$ ,  $z$  las tres componentes del vector potencial magnético  $\vec{A}$  producido en un punto de observación  $P$ , y tomando en cuenta que todos los dipolos que conforman el arreglo están orientados en dirección  $z$ , las componentes  $x$  y  $y$  de  $\vec{A}$  son iguales a cero. Lo anterior se puede expresar como sigue:

$$A_x(P) = \frac{\mu}{4\pi} \sum_{n=1}^N I_{n_x} \int_{\Delta l_n} \frac{e^{-jkr_n}}{r_n} dx' = 0 \quad (6-1)$$

$$A_y(P) = \frac{\mu}{4\pi} \sum_{n=1}^N I_{n_y} \int_{\Delta l_n} \frac{e^{-jkr_n}}{r_n} dy' = 0 \quad (6-2)$$

La única componente que se conserva es en la dirección  $z$ , que es la dirección de todas las corrientes del arreglo.

$$A_z(P) = \frac{\mu}{4\pi} \sum_{n=1}^N I_{n_z} \int_{\Delta l_n} \frac{e^{-jkr_n}}{r_n} dz' \quad (6-3)$$

Donde  $\mu$  es la permeabilidad del espacio libre en el aire ( $\mu=\mu_0$ ),  $N$  es el número total de segmentos en la antena,  $k$  es la constante de propagación, y  $r_n$  es la distancia entre un punto fuente sobre todo el eje del segmento  $n$  y el punto de observación  $P$ . Las variables de integración se denotan como  $x'$ ,  $y'$ ,  $z'$  para evitar confusión con los ejes  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , ya que las componentes de las corrientes que fluyen por los ejes de los conductores de la antena no son necesariamente colineales con los ejes del sistema de coordenadas, especialmente si la conforman varios tubos, como es el caso del arreglo circular.

En general, habiendo obtenido las tres componentes del vector  $\vec{A}$  se puede determinar el campo magnético producido en el mismo punto de observación como:

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu} \nabla \times \vec{A} \quad (6-4)$$

Para evaluar el rotacional de la expresión 6-4 se emplea el siguiente procedimiento matemático:

$$\nabla \times \vec{A} = \begin{vmatrix} \hat{a}_x & \hat{a}_y & \hat{a}_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ A_x & A_y & A_z \end{vmatrix}$$

$$= \hat{a}_x \left( \frac{\partial}{\partial y} A_z - \frac{\partial}{\partial z} A_y \right) - \hat{a}_y \left( \frac{\partial}{\partial x} A_z - \frac{\partial}{\partial z} A_x \right) + \hat{a}_z \left( \frac{\partial}{\partial x} A_y - \frac{\partial}{\partial y} A_x \right) \quad (6-5)$$

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu} \left[ \hat{a}_x \left( \frac{\partial}{\partial y} A_z \right) - \hat{a}_y \left( \frac{\partial}{\partial x} A_z \right) \right] = H_x \hat{a}_x + H_y \hat{a}_y \quad (6-6)$$

Donde:

$$H_x = \frac{1}{\mu} \left( \frac{\partial}{\partial y} A_z \right)$$

$$H_y = \frac{1}{\mu} \left( \frac{\partial}{\partial x} A_z \right)$$

$$H_z = 0$$

Y finalmente, el campo eléctrico se obtiene como:

$$\vec{E} = \frac{1}{j\omega\epsilon} \nabla \times \vec{H} \quad (6-7)$$

De la misma manera en que a partir de (6-4) se obtuvo (6-6), se procederá con la ecuación (6-7) para obtener (6-9):

$$\nabla \times \vec{H} = \begin{vmatrix} \hat{a}_x & \hat{a}_y & \hat{a}_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ H_x & H_y & H_z \end{vmatrix}$$

$$= \hat{a}_x \left( \frac{\partial}{\partial y} H_z - \frac{\partial}{\partial z} H_y \right) - \hat{a}_y \left( \frac{\partial}{\partial x} H_z - \frac{\partial}{\partial z} H_x \right) + \hat{a}_z \left( \frac{\partial}{\partial x} H_y - \frac{\partial}{\partial y} H_x \right) \quad (6-8)$$

$$\vec{E} = \frac{1}{j\omega\epsilon} \left[ \hat{a}_x \left( -\frac{\partial}{\partial z} H_y \right) - \hat{a}_y \left( -\frac{\partial}{\partial z} H_x \right) + \hat{a}_z \left( \frac{\partial}{\partial x} H_y - \frac{\partial}{\partial y} H_x \right) \right] \quad (6-9)$$

Sustituyendo las componentes del campo magnético que aparecen en (6-6), se puede escribir de la siguiente manera:

$$\vec{E} = \frac{1}{j\omega\epsilon\mu} \left[ \hat{a}_x \left( \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial}{\partial x} A_z \right) + \hat{a}_y \left( \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial}{\partial y} A_z \right) - \hat{a}_z \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} A_z + \frac{\partial^2}{\partial y^2} A_z \right) \right] \quad (6-10)$$

Tomando  $A_z$  de la ecuación 6-3, y considerando que:

$$\frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial}{\partial x} A_z = \frac{\mu}{4\pi} \sum_{n=1}^N I_{n_z} \int_{\Delta'_n} \left[ \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial}{\partial x} \frac{e^{-jkr_n}}{r_n} \right] dz' \quad (6-11)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial}{\partial y} A_z = \frac{\mu}{4\pi} \sum_{n=1}^N I_{n_z} \int_{\Delta'_n} \left[ \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial}{\partial y} \frac{e^{-jkr_n}}{r_n} \right] dz' \quad (6-12)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} A_z + \frac{\partial^2}{\partial y^2} A_z = \frac{\mu}{4\pi} \sum_{n=1}^N I_{n_z} \left\{ \int_{\Delta'_n} \left[ \frac{\partial^2}{\partial x^2} \frac{e^{-jkr_n}}{r_n} \right] dz' + \int_{\Delta'_n} \left[ \frac{\partial^2}{\partial y^2} \frac{e^{-jkr_n}}{r_n} \right] dz' \right\} \quad (6-13)$$

Donde:  $r_n = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}$ , evaluando las derivadas de las expresiones anteriores (en este calculo se omitirá el subíndice  $n$  de  $r_n$ , esto únicamente por simplificar la escritura del texto) se obtiene que:

$$\frac{\partial}{\partial x} \frac{e^{-jkr}}{r} = \frac{r \times \frac{\partial}{\partial x} (e^{-jkr}) - e^{-jkr} \times \frac{\partial r}{\partial x}}{r^2} \quad (6-14)$$

Y como:

$$\frac{\partial}{\partial x} (e^{-jkr}) = e^{-jkr} \times \left( -jk \frac{\partial r}{\partial x} \right) = -jk(x-x') \frac{e^{-jkr}}{r} \quad (6-15)$$

Y como también:

$$\frac{\partial}{\partial x} (r) = \frac{\partial}{\partial x} \left( \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2} \right) = \frac{2(x-x')}{2\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}} = \frac{(x-x')}{r} \quad (6-16)$$



De la misma manera se obtiene la derivada con respecto a  $y$  y  $z$ .

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x}(r) &= \frac{(x-x')}{r} \\ \frac{\partial}{\partial y}(r) &= \frac{(y-y')}{r} \\ \frac{\partial}{\partial z}(r) &= \frac{(z-z')}{r} \end{aligned} \right\} \quad (6-17)$$

Sustituyendo (6-17) y (6-16) en la ecuación (6-14) queda:

$$\frac{\partial}{\partial x} \frac{e^{-jkr}}{r} = \frac{r \times \left[ -jk(x-x') \frac{e^{-jkr}}{r} \right] - e^{-jkr} \times \frac{(x-x')}{r}}{r^2} = -\frac{e^{-jkr}}{r^3} (x-x')[jkr+1] \quad (6-18)$$

Procediendo de manera similar se llega a las siguientes expresiones para la derivada con respecto de  $y$  y de  $z$ :

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \frac{e^{-jkr}}{r} &= -\frac{e^{-jkr}}{r^3} (x-x')[jkr+1] \\ \frac{\partial}{\partial y} \frac{e^{-jkr}}{r} &= -\frac{e^{-jkr}}{r^3} (y-y')[jkr+1] \\ \frac{\partial}{\partial z} \frac{e^{-jkr}}{r} &= -\frac{e^{-jkr}}{r^3} (z-z')[jkr+1] \end{aligned} \right\} \quad (6-19)$$

Ahora calcularemos la siguiente derivada  $\frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial}{\partial x} \frac{e^{-jkr}}{r}$  utilizando el resultado de las ecuaciones (6-14) a (6-19):

$$\frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial}{\partial x} \frac{e^{-jkr}}{r} = \frac{\partial}{\partial z} \left[ -\frac{e^{-jkr}}{r^3} (x-x')[jkr+1] \right] = -(x-x') \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{e^{-jkr}}{r^3} [jkr+1] \right) \quad (6-20)$$

Ya que  $(x-x')$  no depende de  $z$ , lo podemos sacar de la derivada, quedando de la siguiente manera:

$$\frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial}{\partial x} \frac{e^{-jkr}}{r} = -(x-x') \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{e^{-jkr}}{r} \frac{[jkr+1]}{r^2} \right) = -(x-x') \left[ \frac{e^{-jkr}}{r} \times \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{[jkr+1]}{r^2} \right) + \frac{[jkr+1]}{r^2} \times \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{e^{-jkr}}{r} \right) \right] \quad (6-21)$$

Con:

$$\frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{e^{-jkr}}{r} \frac{[jkr+1]}{r^2} \right) = \left[ \frac{e^{-jkr}}{r} \times \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{[jkr+1]}{r^2} \right) + \frac{[jkr+1]}{r^2} \times \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{e^{-jkr}}{r} \right) \right] \quad (6-22)$$

Como  $\frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{e^{-jkr}}{r} \right)$  ya se conoce de la ecuación (6-19) se procederá a

calcular la derivada de la expresión  $\frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{[jkr+1]}{r^2} \right)$ , la cual se muestra a continuación:

$$\frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{[jkr+1]}{r^2} \right) = \frac{r^2 \times \frac{\partial}{\partial z} ([jkr+1]) - [jkr+1] \times \frac{\partial}{\partial z} (r^2)}{r^4} \quad (6-23)$$

Utilizando (6-17) y considerando que:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} (r^2) &= 2(x-x') \\ \frac{\partial}{\partial y} (r^2) &= 2(y-y') \\ \frac{\partial}{\partial z} (r^2) &= 2(z-z') \end{aligned} \right\} \quad (6-24)$$

La ecuación (6-22) se puede escribir de la siguiente forma:

$$\frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{[jkr+1]}{r^2} \right) = \frac{r^2 \times \left[ jk \frac{(z-z')}{r} \right] - 2[jkr+1](z-z')}{r^4} = -\frac{(z-z')}{r^4} [jkr+2] \quad (6-25)$$

Y resolviendo la misma expresión para  $x$  y  $y$  resulta el siguiente conjunto de ecuaciones:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{[jkr+1]}{r^2} \right) &= -\frac{(x-x')}{r^4} [jkr+2] \\ \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{[jkr+1]}{r^2} \right) &= -\frac{(y-y')}{r^4} [jkr+2] \\ \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{[jkr+1]}{r^2} \right) &= -\frac{(z-z')}{r^4} [jkr+2] \end{aligned} \right\} \quad (6-26)$$

Sustituyendo (6-25) y (6-19) en la ecuación (6-22), se obtiene:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{e^{-jkr}}{r^3} [jkr + 1] \right) &= \frac{e^{-jkr}}{r} \times \left[ -\frac{(z-z')}{r^4} [jkr + 2] \right] + \frac{[jkr + 1]}{r^2} \times \left[ -\frac{e^{-jkr}}{r^3} (z-z') [jkr + 1] \right] \\ \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{e^{-jkr}}{r^3} [jkr + 1] \right) &= (z-z') \frac{e^{-jkr}}{r^5} [-jkr - 2 - [jkr + 1]^2] \\ \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{e^{-jkr}}{r^3} [jkr + 1] \right) &= (z-z') \frac{e^{-jkr}}{r^5} [k^2 r^2 - 3jkr - 3] \end{aligned} \quad (6-27)$$

Si después derivamos con respecto a  $x$  y  $y$  la misma expresión se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{e^{-jkr}}{r^3} [jkr + 1] \right) &= (x-x') \frac{e^{-jkr}}{r^5} [k^2 r^2 - 3jkr - 3] \\ \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{e^{-jkr}}{r^3} [jkr + 1] \right) &= (y-y') \frac{e^{-jkr}}{r^5} [k^2 r^2 - 3jkr - 3] \\ \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{e^{-jkr}}{r^3} [jkr + 1] \right) &= (z-z') \frac{e^{-jkr}}{r^5} [k^2 r^2 - 3jkr - 3] \end{aligned} \right\} \quad (6-28)$$

Sustituyendo (6-28) en la ecuación (6-21), se obtiene uno de los resultados esperados:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial}{\partial x} \frac{e^{-jkr}}{r} &= -(x-x') \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{e^{-jkr}}{r} \frac{[jkr + 1]}{r^2} \right) = -(x-x') \left[ (z-z') \frac{e^{-jkr}}{r^5} [k^2 r^2 - 3jkr - 3] \right] \\ \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial}{\partial x} \frac{e^{-jkr}}{r} &= -(x-x')(z-z') \frac{e^{-jkr}}{r^5} [k^2 r^2 - 3jkr - 3] \end{aligned} \quad (6-29)$$

La siguiente derivada que resulta de interés en el problema que estamos resolviendo es la siguiente  $\frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial}{\partial y} \frac{e^{-jkr}}{r}$ , para lo cual se emplea el mismo procedimiento anterior, es decir:

$$\frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial}{\partial y} \frac{e^{-jkr}}{r} = \frac{\partial}{\partial z} \left[ -\frac{e^{-jkr}}{r^3} (y-y') [jkr + 1] \right] = -(y-y') \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{e^{-jkr}}{r^3} [jkr + 1] \right) \quad (6-30)$$

Sustituyendo (6-28) en (6-30), se obtiene la siguiente expresión:

$$\frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial}{\partial y} \frac{e^{-jkr}}{r} = -(y - y')(z - z') \frac{e^{-jkr}}{r^5} [k^2 r^2 - 3jkr - 3] \quad (6-31)$$

Que es otra de las ecuaciones de interés.

Las siguientes ecuaciones que son de importancia para el desarrollo del calculo del patrón de radiación, por el Método de momentos son las dobles derivadas con respecto a  $x$  y a  $y$  de la función  $\frac{e^{-jkr}}{r}$ . Es decir

$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( \frac{e^{-jkr}}{r} \right)$  y  $\frac{\partial^2}{\partial y^2} \left( \frac{e^{-jkr}}{r} \right)$ . Utilizando los resultados anteriores se puede simplificar el trabajo, de la siguiente forma:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( \frac{e^{-jkr}}{r} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left( -\frac{e^{-jkr}}{r^3} (x - x') [jkr + 1] \right) = -\frac{\partial}{\partial x} \left( (x - x') \left( \frac{e^{-jkr}}{r^3} [jkr + 1] \right) \right)$$

Y también:

$$\frac{\partial^2}{\partial y^2} \left( \frac{e^{-jkr}}{r} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left( -\frac{e^{-jkr}}{r^3} (y - y') [jkr + 1] \right) = -\frac{\partial}{\partial y} \left( (y - y') \left( \frac{e^{-jkr}}{r^3} [jkr + 1] \right) \right)$$

Que podemos escribir como sigue, de acuerdo a la regla para derivar un producto de funciones:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( \frac{e^{-jkr}}{r} \right) &= - \left[ (x - x') \times \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{e^{-jkr}}{r^3} [jkr + 1] \right) + \left( \frac{e^{-jkr}}{r^3} [jkr + 1] \right) \times \frac{\partial}{\partial x} (x - x') \right] \\ \frac{\partial^2}{\partial y^2} \left( \frac{e^{-jkr}}{r} \right) &= - \left[ (y - y') \times \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{e^{-jkr}}{r^3} [jkr + 1] \right) + \left( \frac{e^{-jkr}}{r^3} [jkr + 1] \right) \times \frac{\partial}{\partial y} (y - y') \right] \end{aligned} \right\} \quad (6-32)$$

Aplicando los resultados de las ecuaciones (16) en la ecuación (20), nos quedan las siguientes expresiones:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( \frac{e^{-jkr}}{r} \right) = - \left[ (x - x')^2 \frac{e^{-jkr}}{r^5} [k^2 r^2 - 3jkr - 3] + \frac{e^{-jkr}}{r^3} [jkr + 1] \right]$$

$$\frac{\partial^2}{\partial y^2} \left( \frac{e^{-jkr}}{r} \right) = - \left[ (y - y')^2 \frac{e^{-jkr}}{r^5} [k^2 r^2 - 3jkr - 3] + \frac{e^{-jkr}}{r^3} [jkr + 1] \right]$$

O bien:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( \frac{e^{-jkr}}{r} \right) &= -\frac{e^{-jkr}}{r^3} \left[ (x-x')^2 \left[ k^2 - \frac{3jk}{r} - \frac{3}{r^2} \right] + [jkr+1] \right] \\ \frac{\partial^2}{\partial y^2} \left( \frac{e^{-jkr}}{r} \right) &= -\frac{e^{-jkr}}{r^3} \left[ (y-y')^2 \left[ k^2 - \frac{3jk}{r} - \frac{3}{r^2} \right] + [jkr+1] \right] \end{aligned} \right\} \quad (6-33)$$

Sustituyendo los resultados (6-29) y (6-31) en las ecuaciones (6-11), (6-12) y (6-13), se tienen las siguientes ecuaciones:

$$\frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial}{\partial x} A_z = \frac{\mu}{4\pi} \sum_{n=1}^N I_n \int_{\Delta l_n} \frac{e^{-jkr_n}}{r_n^5} (z-z')(x-x') \left[ -k^2 r_n^2 + 3jkr_n + 3 \right] dz' \quad (6-34)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial}{\partial y} A_z = \frac{\mu}{4\pi} \sum_{n=1}^N I_n \int_{\Delta l_n} \frac{e^{-jkr_n}}{r_n^5} (z-z')(y-y') \left[ -k^2 r_n^2 + 3jkr_n + 3 \right] dz' \quad (6-35)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} A_z + \frac{\partial^2}{\partial y^2} A_z = \frac{\mu}{4\pi} \sum_{n=1}^N I_n \int_{\Delta l_n} \frac{e^{-jkr_n}}{r_n^3} \left[ \left\{ (x-x')^2 + (y-y')^2 \right\} \left[ k^2 - \frac{3jk}{r} + \frac{3}{r^2} \right] + 2[jkr+1] \right] dz' \quad (6-36)$$

Resultando, la expresión para el campo eléctrico de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \vec{E} = \frac{1}{j\omega\epsilon 4\pi} \sum_{n=1}^N I_n \left\{ \vec{a}_x \int_{\Delta l_n} \frac{e^{-jkr_n}}{r_n^5} (z-z')(x-x') \left[ -k^2 r_n^2 + 3jkr_n + 3 \right] dz' \right. \\ \left. + \vec{a}_y \int_{\Delta l_n} \frac{e^{-jkr_n}}{r_n^5} (z-z')(y-y') \left[ -k^2 r_n^2 + 3jkr_n + 3 \right] dz' \right. \\ \left. + \vec{a}_z \int_{\Delta l_n} \frac{e^{-jkr_n}}{r_n^3} \left[ \left\{ (x-x')^2 + (y-y')^2 \right\} \left[ k^2 - \frac{3jk}{r} + \frac{3}{r^2} \right] + 2[jkr+1] \right] dz' \right\} \quad (6-37) \end{aligned}$$

Que es la ecuación final que se utiliza para realizar el programa de computadora, para el cálculo del campo eléctrico, radiado por un arreglo de antenas (dipolos), es decir, para evaluar el patrón de radiación. La magnitud de este campo eléctrico se calcula a partir de los cuadrados de las partes reales e imaginarias de sus tres componentes  $x$ ,  $y$ ,  $z$ .

$$|E_T| = \sqrt{\text{Re}(E_x)^2 + \text{Re}(E_y)^2 + \text{Re}(E_z)^2 + \text{Im}(E_x)^2 + \text{Im}(E_y)^2 + \text{Im}(E_z)^2} \quad (6-38)$$

De esta manera, variando los ángulos  $\theta$  y  $\varphi$  de la figura 6.2, se puede calcular la intensidad de los campos eléctricos en puntos  $P$  de observación, suficientes para graficar el patrón de radiación.

En el anexo A se muestran las figuras de algunos resultados obtenidos para la distribución de corriente, patrón de radiación en dos dimensiones para los planos  $E$  y  $H$  mediante un programa realizado con el método de momentos, para un arreglo circular de 2 dipolos con un dipolo colocado en el centro y otro en un extremo de un arreglo circular, como se indica en la figura 6.1. Los dipolos están espaciados de  $\lambda/4$ ,  $\lambda/2$  y  $\lambda$ , mediante el radio de la circunferencia del arreglo y son alimentados con la misma magnitud y diferencias de fases de  $0^\circ$ ,  $90^\circ$  y  $180^\circ$ .

## 6.2 Reflector parabólico cilíndrico, formado, con dipolos

El contorno parabólico básico, ha sido utilizado en una gran variedad de configuraciones. Por ejemplo rotando la curva de una parábola como la mostrada en la figura 6.5 alrededor de su propio eje, conocido como paraboloides de revolución. Cuando la fuente de alimentación es colocada en el foco, un reflector parabólico genera un patrón de radiación con un haz alargado de alta directividad. Usando solamente una aparte de este paraboloides es posible obtener un patrón de radiación con un haz de forma asimétrica, y es ampliamente utilizado cuando se requiere un haz de abanico.

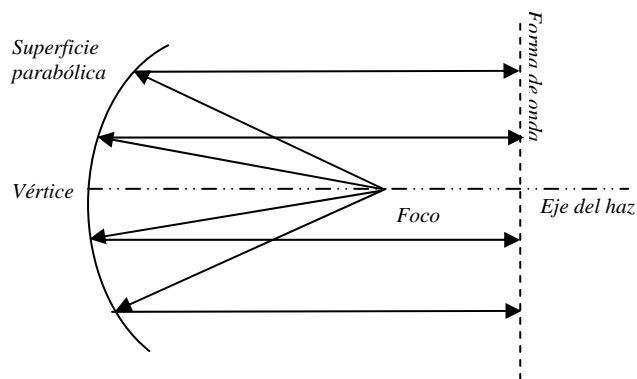


Fig. 6.5 Antena de reflector parabólico.

Otra forma de obtener una antena con patrón de radiación de haz simétrico o asimétrico es mediante un reflector parabólico cilíndrico. El cilindro parabólico se genera moviendo un contorno parabólico de forma paralela al mismo. Su alimentación ya no será solamente en un punto, ya que existe una línea focal, por lo que debe alimentarse mediante un arreglo lineal, o bien una antena en forma de línea, (en el caso que estudiaremos a continuación emplearemos un dipolo que ocupe la línea focal). El ancho del haz en el plano que contiene la línea de alimentación es determinado por la fuente de alimentación, mientras que el ancho del haz en el plano perpendicular es determinado por la reflexión sobre el perfil parabólico. El reflector debe ser mas largo que el alimentador lineal, para evitar desbordamientos y efectos nocivos de difracción. Una de las ventajas del reflector parabólico cilíndrico es que puede generar fácilmente un haz asimétrico de abanico con una relación (longitud:ancho) mucho mayor que una sección de paraboloides.

Otra ventaja de reflector parabólico cilíndrico es que su línea de alimentación permite un mejor control de la apertura de iluminación que un solo punto de alimentación. El patrón en cada uno de los planos ortogonales puede ser controlado independientemente, lo cual es importante cuando se desea generar una determinada forma del haz. También se tiene menos problemas de polarización con un reflector parabólico cilíndrico que con un paraboloide alimentado en un solo punto, aunque genera mayor número de lóbulos posteriores, a pesar de que se utilicen alimentadores directivos. En este capítulo se simulará un reflector parabólico cilíndrico formado mediante  $N$  dipolos rectos paralelos, con separación de  $\lambda/10$  entre ellos en el eje  $x$ . Su alimentación será mediante un dipolo colocado a lo largo de la línea focal como se muestra en la figura 6. 6.

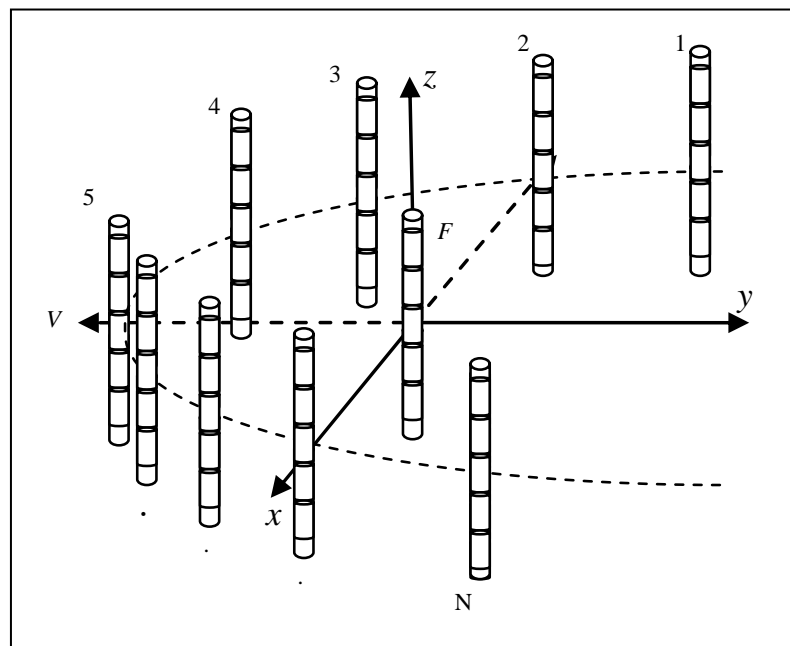


Fig. 6.6 Antena de reflector parabólico cilíndrico formado con dipolos, separados una distancia  $\lambda/10$  y alimentada con un dipolo en la línea focal.

Si colocamos un solo elemento en el Reflector, es decir un dipolo de alimentación y otro que forme el reflector, observemos que ocurre, posteriormente colocaremos 3 elementos en el reflector y analizaremos los cambios y así sucesivamente hasta encontrar el número óptimo de reflectores. Estos resultados se muestran en las figuras del anexo C:

En este capítulo se han analizado matemáticamente algunos arreglos básicos de antenas y se han obtenido gráficas de los patrones de radiación mediante simulación en computadora, utilizando programas en el lenguaje matlab. Las graficas obtenidas aparecen en los anexos A, B y C al final de este trabajo. Los resultados obtenidos en estos casos, comparados con algunas referencias son aceptables, sin embargo, no hemos considerado un efecto importante del que difícilmente se puede evitar en aplicaciones terrestres, me refiero a la influencia del terreno.

### Referencias

1. Harrington, R.F., 1968, *Field Computation by Moment Methods*, New York; Mcmillan.
2. Neri R., Mclean, T.S.M., 1978, *Axial- line- current for short cylindrical wires*, Electron. Lett., 14, 776-778.
3. Neri R., 1979, *Imput impedance of thin dipoles by Moments Method*, Electron. Lett., 15, 418-420.
4. Neri R., 1980, *Self and mutual impedances between sub-elements of dipole antennas: contributions from currents and charges*, Int. J. Electronics, Vol. 48, No. 5, 435-442.



## MÉTODO DE MULTIPLICACIÓN DE PATRONES

---

### 7.1 Principio de multiplicación de patrones

Considere el arreglo general que aparece en la figura 7.1. Este arreglo contiene  $N$  antenas idénticas, con la misma orientación, pero excitadas con amplitudes relativas  $C_i$  y fases relativas  $\alpha_i$  para la  $i$ -ésima antena. La posición de la  $i$ -ésima antena está dada por el vector de posición  $\vec{r}_i$ . El campo eléctrico radiado por una antena de referencia colocada en el origen y con coeficiente de excitación unitario se define como:

$$\vec{E}(\vec{r}_i) = f(\theta, \phi) \frac{e^{-jk_0 r}}{4\pi r} \quad (7-1)$$

Donde  $f(\theta, \phi)$  describe el patrón de radiación del campo eléctrico radiado por una antena elemental usada en el arreglo. En la zona o región de radiación de Fraunhofer lejana donde  $|\vec{r}| \gg \vec{r}_i$ , los rayos que salen de todas las antenas del arreglo son esencialmente paralelas. De esa forma la distancia de la  $i$ -ésima antena a un punto de interés en el campo lejano es  $R_i = r - \vec{a}_r \cdot \vec{r}_i$ . El campo distante producido por la  $i$ -ésima antena sufrirá un corrimiento de fase de  $k_0 \vec{a}_r \cdot \vec{r}_i$  respecto a la antena de referencia colocada en el origen. (Esta antena no está necesariamente presente en el arreglo; se utiliza únicamente como referencia con la que el campo radiado por las demás antenas del arreglo puede ser comparado.) Cuando se consideran los diferentes atrasos de fase y las diferentes amplitudes el campo resultante del arreglo de antenas puede ser expresado de la siguiente forma:

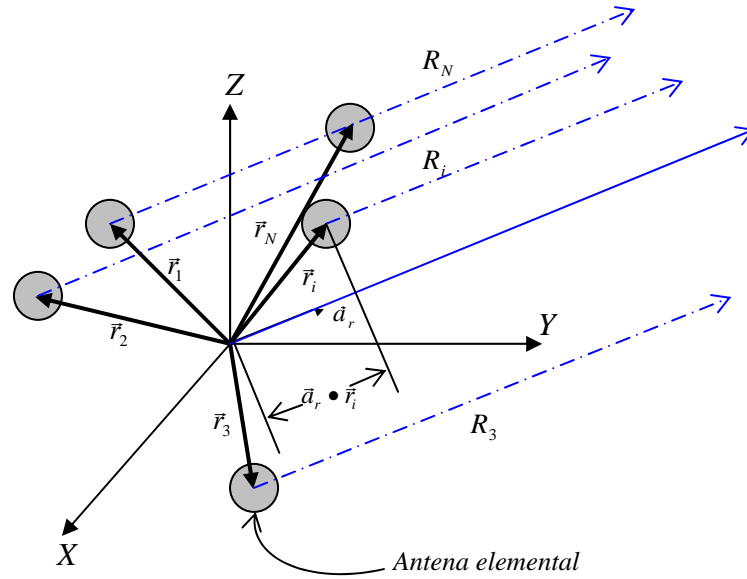


Fig. 7.1 Arreglo general de N elementos.

$$\begin{aligned} \vec{E}(\vec{r}_i) &= \sum_{i=1}^N C_i e^{j\alpha_i i} f(\theta, \phi) \frac{e^{-jk_0 r + jk_0 a_r \cdot \vec{r}_i}}{4\pi r} \\ &= f(\theta, \phi) \frac{e^{-jk_0 r}}{4\pi r} \sum_{i=1}^N C_i e^{-j\alpha_i + jk_0 a_r \cdot \vec{r}_i} \end{aligned} \quad (7-2)$$

En esta expresión se emplea la aproximación  $R_i \approx r$  en el factor de amplitud  $1/r$ . Nótese que aunque  $R_i$  y  $r$  pueden diferir muy poco, puede representar una distancia de varias longitudes de onda, por lo que esta aproximación no puede usarse como argumento de una función exponencial. Esa diferencia de fase, de las antenas en el arreglo sirve para controlar los efectos de interferencia y dirigir un haz.

Analizando la expresión (7-2), observaremos que es el producto del campo de radiado de la antena de referencia y el factor del arreglo  $F(\theta, \phi)$  dado por:

$$F(\theta, \phi) = \sum_{i=1}^N C_i e^{-j\alpha_i + jk_0 a_r \cdot \vec{r}_i} \quad (7-3)$$

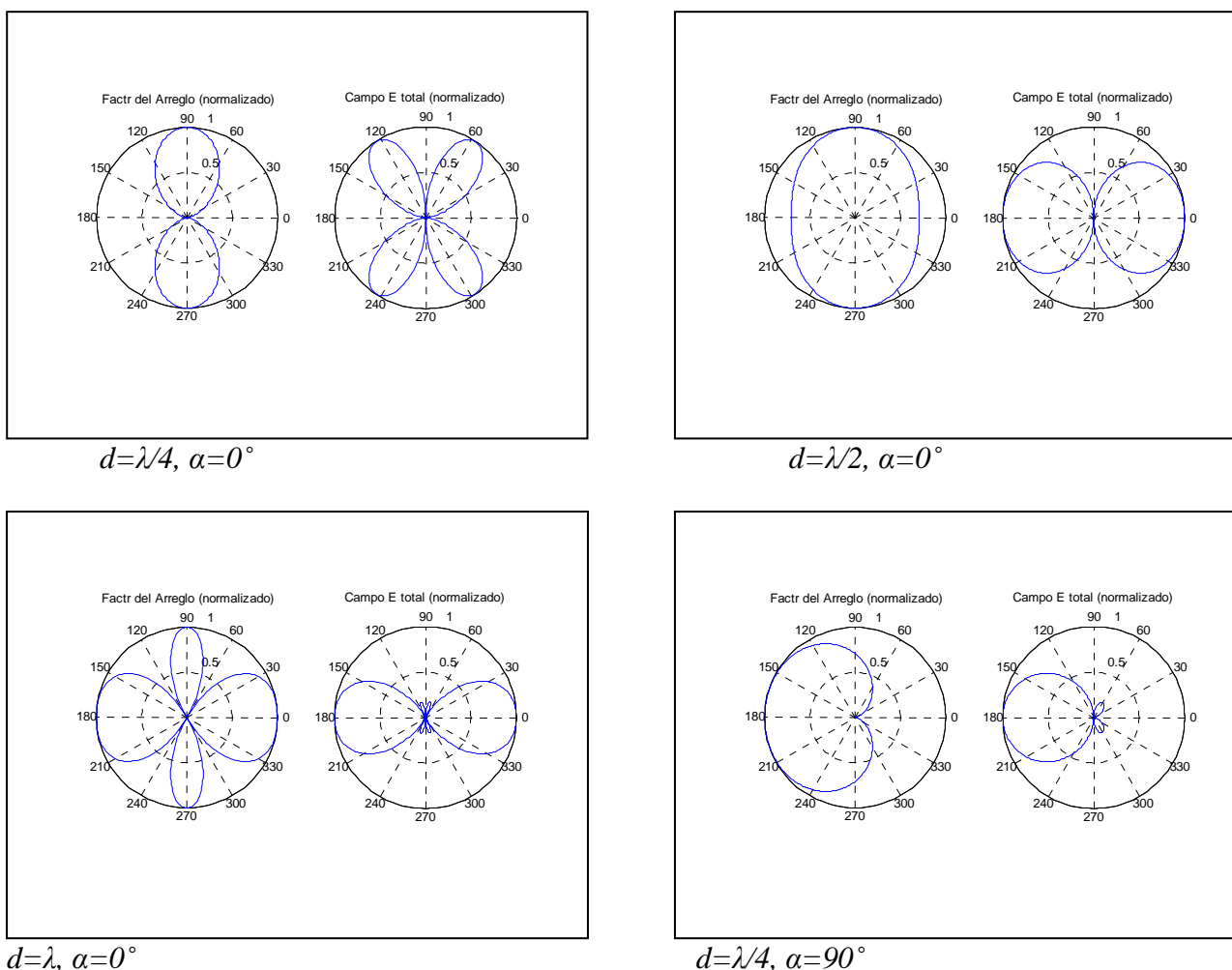
El patrón de radiación y la directividad es proporcional a  $16\pi^2 r^2 |\vec{E}|^2$  y más aún:

$$\begin{aligned} D(\theta, \phi) &\propto |f(\theta, \phi)|^2 \left| \sum_{i=1}^N C_i e^{-j\alpha_i + jk_0 a_r \cdot \vec{r}_i} \right|^2 \\ &= |f(\theta, \phi)|^2 |F(\theta, \phi)|^2 \end{aligned} \quad (7-4)$$

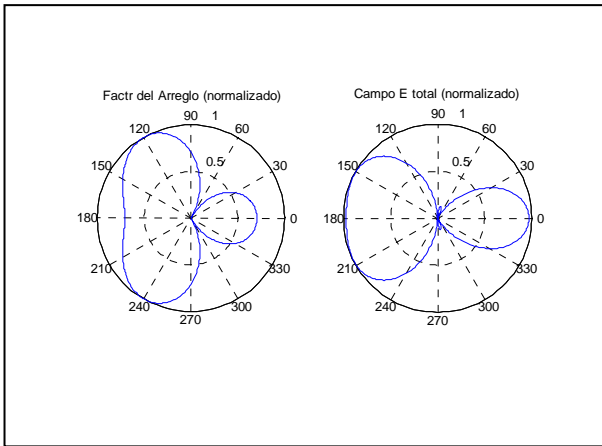
Esta relación representa el principio de multiplicación de patrones, el cual establece que el patrón de radiación del arreglo es el producto de la función patrón de una antena individual y la función patrón del arreglo. La última es función de la ubicación de las antenas en el arreglo y sus amplitudes y fases de excitación relativas.

Este principio asume que todas las antenas del arreglo tienen el mismo patrón de radiación. Esta suposición, en general no es correcta, ya que la distribución de corriente en una antena es afectada con efectos de acoplamiento mutuo por los objetos cercanos, es decir, las otras antenas del arreglo. Es decir, los elementos del arreglo colocados a los extremos, pueden ser influenciados de diferente manera que aquellos que están colocados en el centro del arreglo. Sin embargo, la modificación en el patrón de radiación de las antenas en forma individual es a menudo lo suficientemente pequeño para ser despreciado.

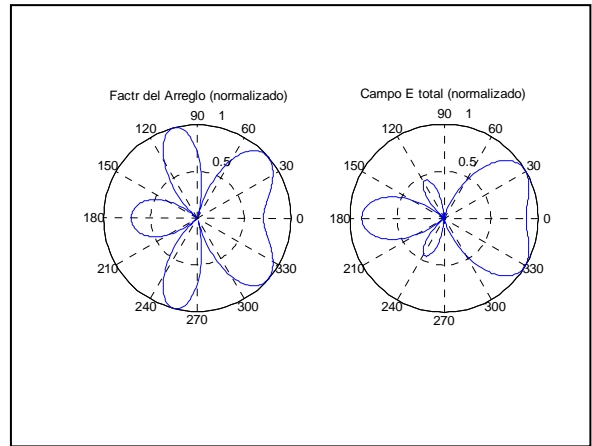
En el estudio de arreglos es común concentrar la atención en el factor del arreglo únicamente, porque con un arreglo de alta directividad, a pesar de que las antenas individuales tengan un patrón extendido, se obtiene un desempeño aceptable. La mayor parte de la directividad es contribución del factor del arreglo.



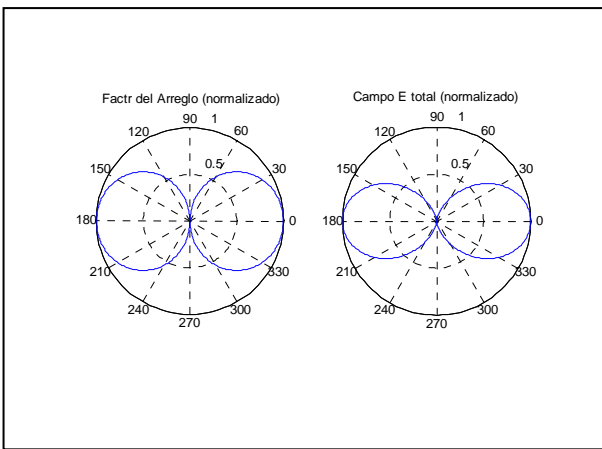
**Fig. 7.2** Graficas del patrón de radiación de un arreglo de dos dipolos para diferentes distancias  $d$ , y diferencias de fase  $\alpha$ . Obtenidas por un programa de computadora en matlab usando el método de multiplicación de patrones.



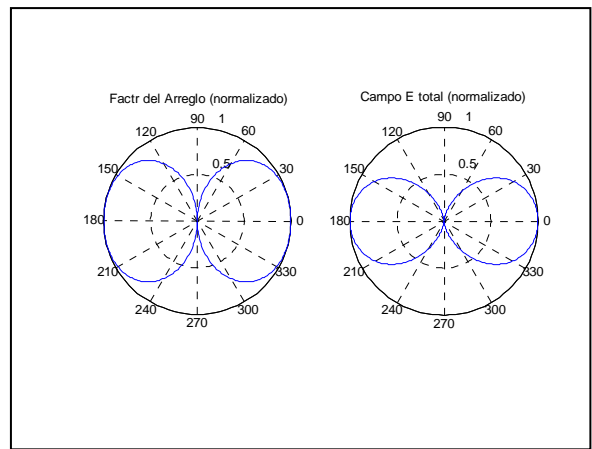
$d = \lambda/2, \alpha = 90^\circ$



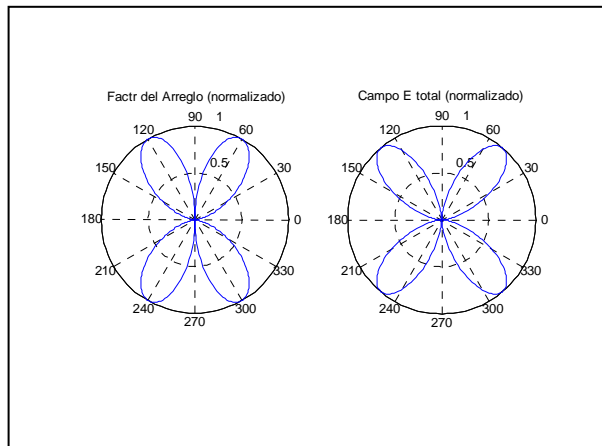
$d = \lambda, \alpha = 90^\circ$



$d = \lambda/4, \alpha = 180^\circ$



$d = \lambda/2, \alpha = 180^\circ$



$d = \lambda, \alpha = 180^\circ$

**Fig. 7.2 (Continuación)** Graficas del patrón de radiación de un arreglo de dos dipolos para diferentes distancias  $d$ , y diferencias de fase  $\alpha$ . Obtenidas por un programa de computadora en matlab usando el método de multiplicación de patrones.

En el anexo B se muestran las figuras de algunos resultados obtenidos para la distribución de corriente, patrón de radiación en dos dimensiones para los planos  $E$  y  $H$  y el diagrama de patrón de radiación tridimensional de los arreglos circulares de 3, 5 y 9 dipolos con un dipolo de estos colocado en el centro, como se indica en la figura 6.1. Los dipolos están uniformemente espaciados, con un radio de la circunferencia del arreglo de  $\lambda/2$  y son alimentados con la misma magnitud y fase. Y en el anexo D se encuentran los resultados de este método, comparados con los obtenidos mediante el método de momentos estudiado en el capítulo anterior; para la obtención de estas graficas se han tomado las corrientes existentes en el segmento central de los dipolos del arreglo considerándolas como la corriente de alimentación (magnitud y fase) para alimentar los dipolos estudiados por multiplicación de patrones y con esto se incremento la similitud de las mismas; esto último se debe principalmente a que el método de multiplicación de patrones no considera las corrientes inducidas de un elemento a otro, sin embargo persisten pequeñas discrepancias sobre todo al aumentar el número de elementos del arreglo.

## 7.2 Arreglos lineales

Consiste de  $N$  elementos idénticos, colocados a lo largo de una línea recta cuyo espaciamiento entre ellos, generalmente uniformemente distribuido y medido en longitudes de onda, es  $d$ , como se muestra en la figura 7.3.

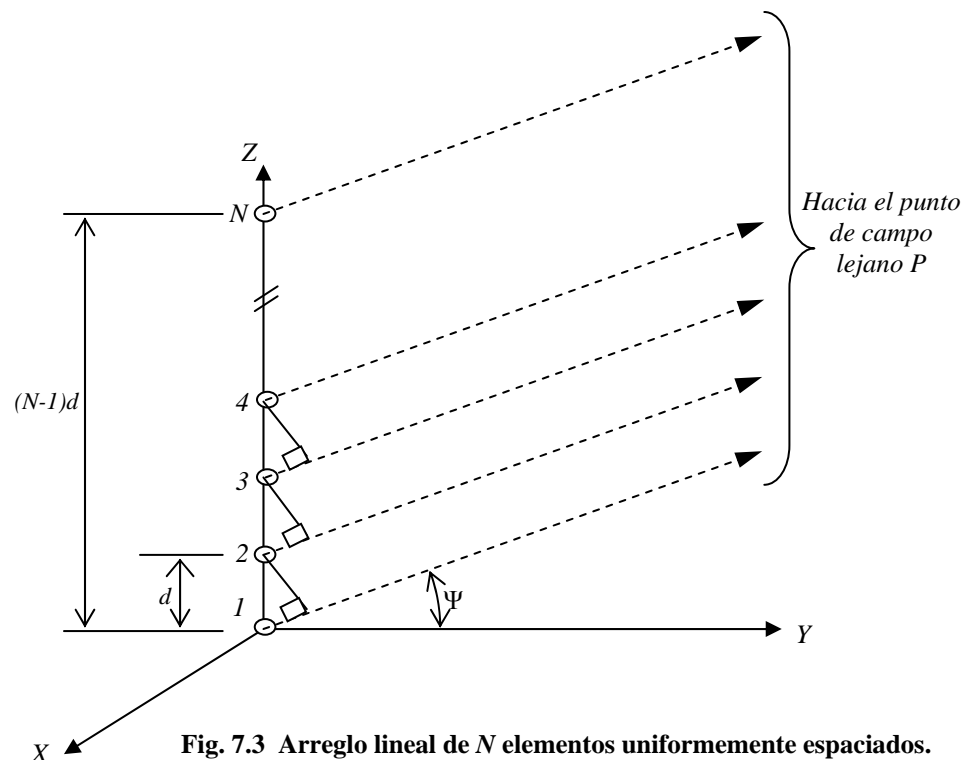


Fig. 7.3 Arreglo lineal de  $N$  elementos uniformemente espaciados.

De la geometría del arreglo se puede observar que una onda radiada por el  $n$ -ésimo elemento se puede tomar como referencia para el  $(n+1)$ -ésimo elemento por medio de la ecuación  $kdsen(\Psi)$  donde  $k = 2\pi/\lambda$  es el número de onda. La fase combinada en el punto de observación  $P$  de campo lejano es independiente de  $\phi$  y se calcula de la siguiente forma:

$$\Psi(\theta, \phi) = k(\bar{r}_1, \bar{r}_0) = (n-1)sen(\Psi) \quad (7-5)$$

El campo eléctrico en el punto de observación con dirección  $sen\Psi$ , asumiendo que son elementos isotrópicos es:

$$E(sen\Psi) = \sum_{n=1}^N e^{j(n-1)(kdsen\Psi)} \quad (7-6)$$

Expandiendo la sumatoria:

$$E(sen\Psi) = 1 + e^{jkdsen\Psi} + \dots + e^{j(N-1)kdsen\Psi} \quad (7-7)$$

Que es una serie geométrica, por lo tanto:

$$E(sen\Psi) = \frac{1 - e^{jNkdsen\Psi}}{1 - e^{jkdsen\Psi}}$$

$$E(sen\Psi) = \frac{1 - (\cos(Nkdsen\Psi)) - j(\sen(Nkdsen\Psi))}{1 - (\cos(kdsen\Psi)) - j(\sen(kdsen\Psi))} \quad (7-8)$$

Y como el patrón de intensidad de campo del arreglo en el campo lejano esta dado por:

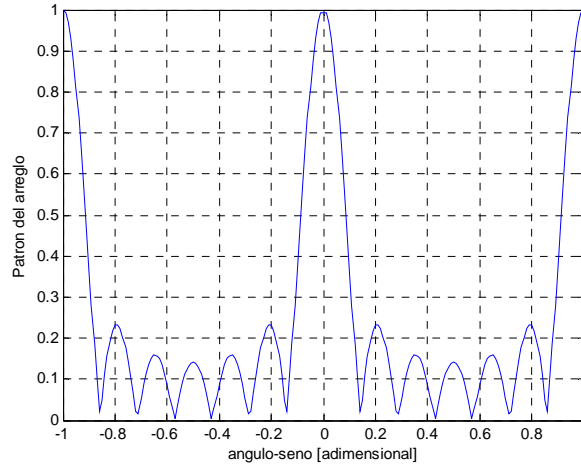
$$|E(sen\Psi)| = \sqrt{E(sen\Psi)E^*(sen\Psi)}$$

$$|E(sen\Psi)| = \sqrt{\frac{(1 - \cos(Nkdsen\Psi))^2 + (\sen(Nkdsen\Psi))^2}{(1 - \cos(kdsen\Psi))^2 + (\sen(kdsen\Psi))^2}}$$

$$|E(sen\Psi)| = \sqrt{\frac{1 - \cos(Nkdsen\Psi)}{1 - \cos(kdsen\Psi)}} \quad (7-9)$$

Usando la identidad trigonométrica  $1 - \cos\theta = 2\left(\sen^2\frac{\theta}{2}\right)$  queda:

$$|E(sen\Psi)| = \frac{\left|\sen\left(\frac{Nkdsen\Psi}{2}\right)\right|}{\left|\sen\left(\frac{kdsen\Psi}{2}\right)\right|} \quad (7-10)$$



**Fig. 7.4 Patrón de radiación del un arreglo lineal de  $N=7$  y  $d=\lambda$ .**

La cual es una función periódica de  $kdsen\Psi$  con periodo igual a  $2\pi$ , vea la figura 7.4. El valor máximo de  $|E_n(sen\Psi)|$  es  $N$  y ocurre cuando  $\Psi = 0$ . Por lo que el patrón de intensidad normalizado es igual a:

$$|E_n(sen\Psi)| = \frac{1}{N} \left| \frac{\text{sen}\left(\frac{Nkdsen\Psi}{2}\right)}{\text{sen}\left(\frac{kdsen\Psi}{2}\right)} \right| \quad (7-11)$$

Y el patrón de potencia normalizado:

$$|G_n(sen\Psi)| = |E_n(sen\Psi)|^2 = \frac{1}{N^2} \left( \frac{\text{sen}\left(\frac{Nkdsen\Psi}{2}\right)}{\text{sen}\left(\frac{kdsen\Psi}{2}\right)} \right)^2 \quad (7-12)$$

El haz principal del arreglo puede ser orientado electrónicamente en alguna dirección deseada  $\theta_0$  con  $(0^\circ \leq \theta_0 \leq 180^\circ)$  variando la fase de la corriente aplicada a cada elemento del arreglo. Si se desea apuntar el haz principal en la dirección-seno  $sen\psi_0$  la diferencia de fase entre dos elementos adyacentes debe ser igual a  $kdsen\psi_0$ . Es decir, la excitación de fase  $\alpha$  entre los elementos debe ser ajustada de tal forma que:

$$\Psi = kdsen\psi_0 + \alpha = 0 \quad \text{o bien, } \alpha = -kdsen\psi_0 \quad (7-13)$$

En la tecnología de arreglos de fase el escaneo debe ser continuo, el sistema debe ser capaz de variar en forma continua la fase progresiva entre dos elementos, y esto se logra electrónicamente mediante el uso de cambiadores de fase de ferrita o diodos. En los de ferrita la fase es controlada mediante el campo magnético generado dentro de la ferrita al circular una corriente a lo largo de un conductor enrollado sobre esta. Los diodos controladores de fase generalmente son varactores acoplados, híbridos, balanceados y varían la fase a través del voltaje de cd o mediante comandos digitales por medio de un convertidor analógico-digital.

### 7.3 Arreglos de rejilla rectangular

Consideremos una rejilla rectangular de  $N \times M$ , elementos sobre un mismo plano, como se ilustra en la figura 7.5:

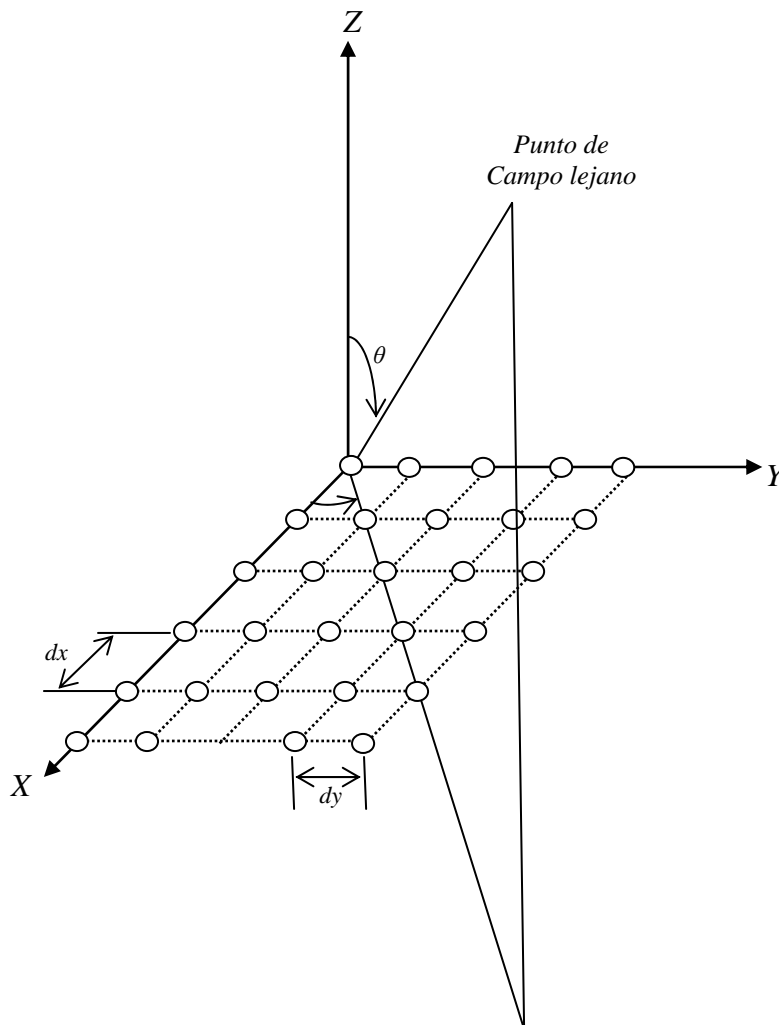


Fig. 7.5 Geometría de un arreglo de rejilla rectangular.



El producto punto  $\vec{r}_1 \cdot \vec{r}_0$  donde  $\vec{r}_1$  es el vector del  $j$ -ésimo elemento del arreglo y es un vector unitario con dirección al punto de observación del campo en zona lejana, puede descomponerse linealmente en sus componentes en  $X$  y  $Y$ . Por lo que el campo eléctrico debido a los elementos distribuidos a lo largo de las direcciones  $X$  y  $Y$ , están dados respectivamente por:

$$\left. \begin{aligned} E_x(\theta, \phi) &= \sum_{n=1}^N I_{x_n} e^{j(n-1)(kd_x \text{sen} \theta \cos \phi)} \\ E_y(\theta, \phi) &= \sum_{m=1}^M I_{y_m} e^{j(m-1)(kd_y \text{sen} \theta \text{sen} \phi)} \end{aligned} \right\} \quad (7-14)$$

Y el campo eléctrico total en un punto de observación en la zona lejana, es el producto de estas dos cantidades:

$$E(\theta, \phi) = E_x(\theta, \phi) E_y(\theta, \phi)$$

$$E(\theta, \phi) = \left( \sum_{n=1}^N I_{x_n} e^{j(n-1)(kd_x \text{sen} \theta \cos \phi)} \right) \left( \sum_{m=1}^M I_{y_m} e^{j(m-1)(kd_y \text{sen} \theta \text{sen} \phi)} \right) \quad (7-15)$$

Es común expresar la habilidad de los arreglos planares de dirigir un haz en el espacio en determinada dirección en términos del espacio  $U, V$  en vez de utilizar los ángulos  $\theta$  y  $\phi$ . Por lo que este resultado también se puede expresar en términos de cosenos direccionales, haciendo las siguientes conversiones:

$$\left. \begin{aligned} u &= \text{sen} \theta \cos \phi \\ v &= \text{sen} \theta \text{sen} \phi \\ \phi &= \arctan\left(\frac{u}{v}\right) \\ \theta &= \arcsen \sqrt{u^2 + v^2} \end{aligned} \right\} \quad (7-16)$$

Donde la región visible sobre un plano imaginario  $UV$ , se define entonces por:

$$\sqrt{u^2 + v^2} \leq 1 \quad (7-17)$$

El patrón de intensidad de campo de un arreglo rectangular es igual al producto de los patrones individuales, específicamente para excitación uniforme, es decir cuando  $I_{x_n} = I_{y_m} = \text{constante}$ , resultando:

$$E(\theta, \phi) = \left| \frac{\text{sen}\left(\frac{Nkd_x \text{sen} \theta \cos \phi}{2}\right)}{\text{sen}\left(\frac{kd_x \text{sen} \theta \cos \phi}{2}\right)} \right| \cdot \left| \frac{\text{sen}\left(\frac{Mkd_y \text{sen} \theta \text{sen} \phi}{2}\right)}{\text{sen}\left(\frac{kd_y \text{sen} \theta \text{sen} \phi}{2}\right)} \right| \quad (7-18)$$

El máximo del patrón de radiación, los nullos, los lóbulos laterales y los máximos secundarios en ambos ejes X y Y, se calculan de forma parecida al arreglo lineal.

#### 7.4 Arreglo circular

En este caso,  $N$  elementos están uniformemente distribuidos sobre una circunferencia de radio  $a$ , como se muestra en la figura 7.6.

Donde

$$\Phi_n = \frac{2\pi}{N} n \quad n = 1, 2, 3, \dots, N \quad (7-19)$$

Las coordenadas del n-esimo elemento son:

$$x_n = a \cdot \cos \Phi_n$$

$$y_n = a \cdot \text{sen} \Phi_n \quad (7-20)$$

$$z_n = 0$$

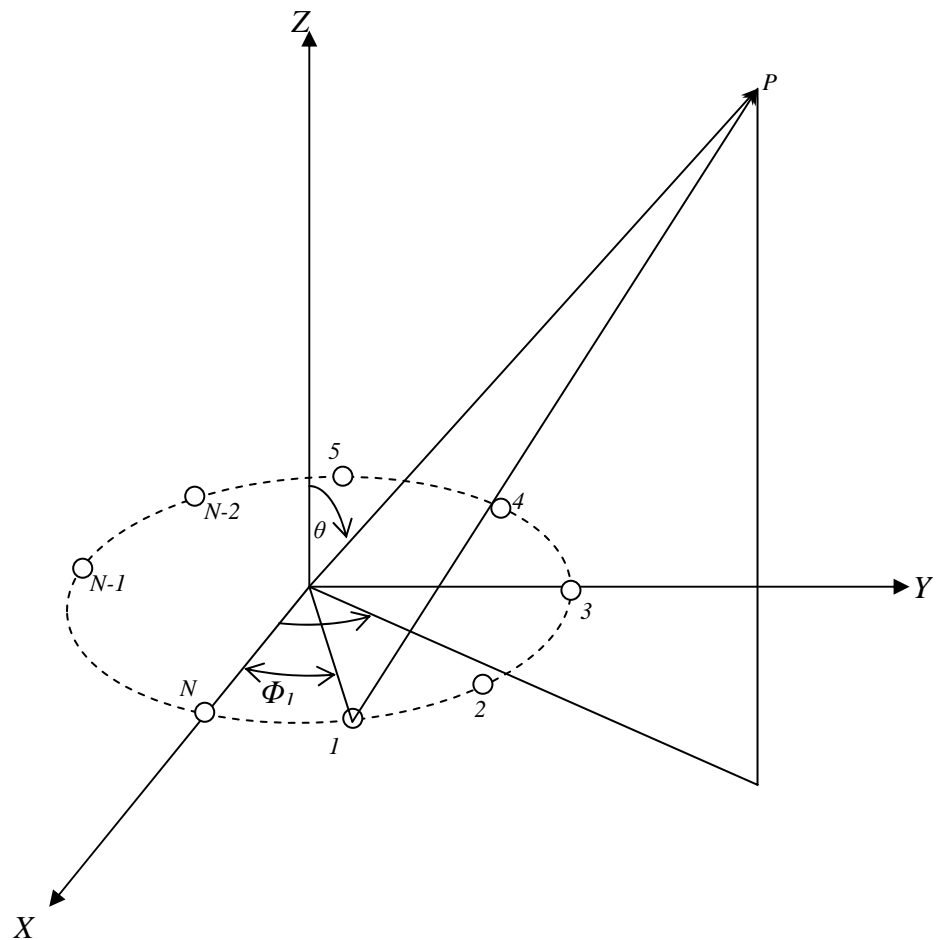


Fig. 7.6 Geometría de un arreglo circular.

Por lo que:

$$\Psi_n = k(\vec{r}_n \cdot \vec{r}_0) = k(a \cdot \text{sen}\theta \cdot \cos\phi \cdot \cos\Phi_n + a \cdot \text{sen}\theta \cdot \text{sen}\phi \cdot \text{sen}\Phi_n + 0) \quad (7-21)$$

La cual se puede escribir como sigue:

$$\Psi_n = a \cdot k \cdot \text{sen}\theta (\cos\phi \cdot \cos\Phi_n + \text{sen}\phi \cdot \text{sen}\Phi_n) \quad (7-22)$$

Y usando la identidad;  $\cos(\alpha \mp \beta) = \cos\alpha \cdot \cos\beta \pm \text{sen}\alpha \cdot \text{sen}\beta$ , queda:

$$\Psi_n = a \cdot k \cdot \text{sen}\theta \cdot \cos(\Phi_n - \phi) \quad (7-22)$$

Finalmente, la ecuación para calcular el campo eléctrico en la zona lejana se expresa de la siguiente forma:

$$E(\theta, \phi; a) = \sum_{n=1}^N I_n e^{j\left(\frac{2\pi a}{\lambda}\right)(\text{sen}\theta \cdot \cos(\Phi_n - \phi))} \quad (7-23)$$

Donde  $I_n$  es la distribución de corriente compleja para el  $n$ -ésimo elemento. Si se desea dirigir el haz principal hacia  $(\theta_0, \phi_0)$ , la excitación de fase debe satisfacer la siguiente ecuación:

$$\alpha_n = -kd \cdot \text{sen}\theta_0 \cdot \cos(\phi_0 - \Phi_n) \quad (7-24)$$

Y la ecuación resultante se escribe a continuación:

$$E(\theta, \phi; a) = \sum_{n=1}^N I_n e^{j\left(\frac{2\pi a}{\lambda}\right)(\text{sen}\theta \cdot \cos(\Phi_n - \phi) - \text{sen}\theta_0 \cdot \cos(\Phi_n - \phi_0))} \quad (7-25)$$

Los efectos de la tierra en el patrón de radiación se tratarán brevemente en el capítulo siguiente, considerando para el efecto las características de conductividad del terreno, el ángulo de Brewster y utilizando el método de imágenes.

### Referencias

1. Collin, Robert E., 1985, *Antenna and radiowave propagation*, U.S.A.; McGraw-Hill Company.
2. C.A. Balanis, *Antenna Theory analysis and design*, Wiley, New York, 1997.
3. Cardama, Jofre, Rius, Romeu, Blanch "Antenas", Alfaomega Ediciones UPC, Barcelona, España, 2000.
4. Mahafza, Bassem R. y Heshberni, Atef Z., 2004, *Simulations for radar systems design*, U.S.A., Chapman & Hall/CRC.

## EFFECTOS DE LA TIERRA

---

La tierra actúa como un enorme reflector de ondas electromagnéticas; las ondas reflejadas se combinan con las ondas directas de varios modos de acuerdo con algunos factores que influyen como son: la orientación de las antenas con respecto a la superficie de la tierra, la altura y longitud de la antena y las características de la tierra. En algunos ángulos sobre el horizonte las ondas directa y reflejada se suman exactamente con la misma fase, es decir, se alcanza la máxima magnitud de ambas ondas al mismo tiempo en el mismo punto del espacio y con la misma dirección de los campos eléctrico y magnético; en este caso la magnitud del campo resultante es simplemente la suma de los dos, lo que representa un incremento de  $6dB$  sobre el patrón en el espacio libre en ese mismo ángulo. En otros ángulos las ondas pueden estar completamente fuera de fase, es decir los campos son máximos en el mismo instante pero las direcciones son opuestas en esa posición; en otros ángulos el campo resultante tendrá valores intermedios. Los efectos de la tierra pueden incrementar la intensidad de radiación en algunas direcciones y decrementarla en otras.

### 8.1 Método de imágenes

A menudo es conveniente utilizar el concepto de “antena imagen” para explicar el efecto de la reflexión sobre la superficie de la tierra (figura 8.1) el rayo reflejado recorre la misma distancia que si hubiera sido originado en una segunda antena de las mismas características que la antena real pero ubicada debajo de la tierra a una distancia de la superficie igual a la altura que tiene el radiador existente. Igual que la imagen en un espejo la imagen de la antena se encuentra invertida.

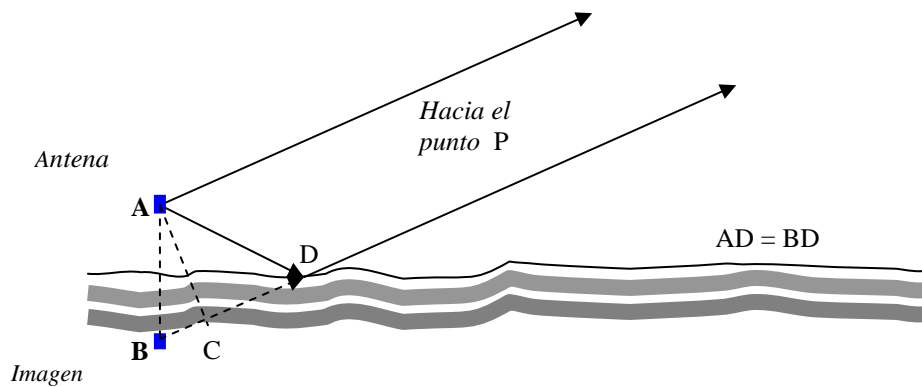


Fig. 8.1 Se considera que el rayo reflejado es originado en una antena imagen B. El rayo reflejado recorre una distancia BC que el directo, por lo que cambia su fase.

Las corrientes de una antena horizontal y su imagen fluyen en direcciones opuestas, es decir, están desfasadas  $180^\circ$ , pero para una antena vertical y su imagen se observara la misma dirección e igual fase, como se puede ver en la figura siguiente [antenna book].

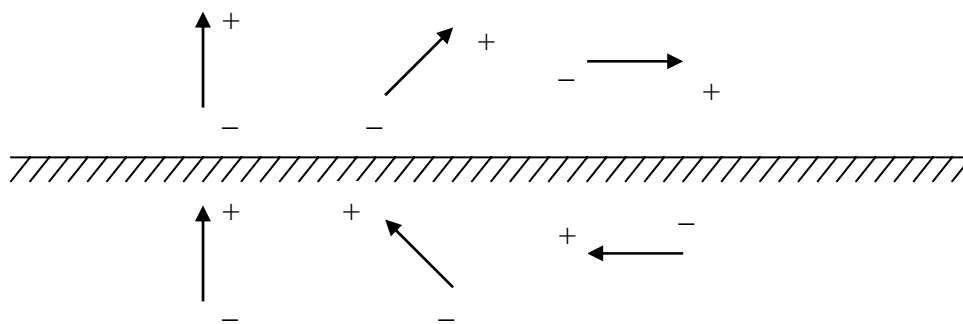


Fig. 8.2 Las corrientes de una antena vertical y su imagen fluyen en direcciones opuestas y para una antena vertical fluyen en la misma dirección.

## 8.2 El pseudoángulo de Brewster

Cuando el sol baja, su luz es reflejada por la superficie del agua obscureciendo la visión del interior. Cuando el sol está en lo alto, sin embargo, los rayos del sol penetran en el agua y es posible ver objetos que se encuentren debajo de la superficie del agua. El ángulo en el que ocurre esta transición se le conoce como ángulo de Brewster.

Un caso similar ocurre en el caso de antenas polarizadas verticalmente. La energía de radiofrecuencia se comporta de manera similar a la luz del sol en un sistema óptico y la tierra debajo de la antena se comporta como el agua. El pseudoángulo de Brewster *PBA* ("Pseudo-Brewster Angle") es el ángulo en el que la onda reflejada está  $90^\circ$  fuera de fase con respecto a la onda directa. Se usa la palabra "pseudo" porque el efecto en RF es similar al efecto óptico de donde este toma su nombre. Por debajo de este ángulo, la onda reflejada está entre  $90^\circ$  y  $180^\circ$  fuera de fase respecto a la onda directa, de manera que ocurre algún grado de cancelación. Entre más cerca esté de los cero grados mayor es la cancelación.

El factor que determina el PBA para una determinada posición no depende de la antena en si misma sino del terreno alrededor de ella. El primero de estos factores es la conductividad de la tierra,  $G$ , la cual es la medida de la capacidad del suelo para conducir electricidad. La conductividad es el inverso de la resistencia. El segundo factor es la constante dieléctrica,  $k$ , la cual es una cantidad adimensional que corresponde al efecto capacitivo de la tierra. Para estas dos cantidades entre mayores sean mejor es la tierra (para propósitos de antenas). El tercer factor que determina el PBA para una ubicación definida es la frecuencia de operación. El PBA aumenta conforme se incrementa la frecuencia y las demás condiciones permanecen iguales. La tabla 8.1 da algunos valores típicos de conductividad y constante dieléctrica para diferentes tipos de suelo.

Tabla 8.1 Conductividad y constantes dieléctricas para tipos comunes de suelo.

Tipos de superficie	Constante dieléctrica	Conductividad (S/m)	Calidad relativa
Agua dulce	80	0.001	Muy buena
Agua salada	81	5.0	
Pastizales y elevaciones poco pronunciadas, suelo rico.	14-20	0.01-0.0303	
Terreno plano, pantanoso o de bosque denso.	12	.0075	
Pastizales y bosques con elevaciones de mediana altura.	13	0.006	
Pastizales y bosques con elevaciones de mediana altura con suelo de arcilla.	13	0.005	Promedio
Suelo rocoso, montañoso.	12-14	0.002	Pobre
Suelo costero: arenoso, seco y plano.	10	0.002	
Ciudades, áreas industriales.	5	0.001	Muy pobre
Ciudades, áreas densamente industrializadas, edificios altos.	3	0.001	Extremadamente pobre.

A medida que se aumenta la frecuencia el papel de la constante dieléctrica en la determinación del PBA se vuelve más significativo. La tabla 8.2 muestra como varía el PBA con los cambios en la conductividad de la tierra, la constante dieléctrica y la frecuencia de operación. Las constantes elegidas no son necesariamente representativas de alguna área geográfica específica.

**Tabla 8.2 Variación del Pseudo-ángulo de Brewster con la frecuencia, constante dieléctrica y la conductividad.**

Frecuencia (MHz)	Constante dieléctrica	Conductividad (S/m)	PBA (grados)
7	20	0.303	6.4
	13	0.005	13.3
	13	0.002	15.0
	5	0.001	23.2
	3	0.001	27.8
14	20	0.303	8.6
	13	0.005	14.8
	13	0.002	15.4
	5	0.001	23.8
	3	0.001	29.5
21	20	0.303	10.0
	13	0.005	15.2
	13	0.002	15.4
	5	0.001	24.0
	3	0.001	29.8

En ángulos menores que el PBA medidos a partir de la línea horizontal, la onda reflejada polarizada verticalmente se resta de la onda directa causando que la intensidad de radiación caiga rápidamente. De manera similar por encima del PBA la onda reflejada se suma a la onda directa y el patrón de radiación se aproxima al patrón de radiación sobre una tierra perfecta. El PBA generalmente se representa con  $\psi_B$ .

Para graficar el patrón de radiación sobre una tierra real, la onda reflejada proveniente de un segmento de antena debe ser multiplicado por un factor llamado coeficiente de reflexión, y el producto se suma vectorialmente a la onda directa para obtener la resultante. El coeficiente de reflexión consiste de un factor de atenuación,  $A$ , y un ángulo de fase,  $\phi$ , y generalmente se expresa como  $A\angle\phi$ . ( $\phi$  es siempre un ángulo negativo, por que la tierra actúa como en este caso como un capacitor de pérdidas). Para calcular el coeficiente de reflexión en ondas polarizadas verticalmente, se puede emplear la siguiente ecuación, para una conductividad y constante dieléctrica definidas a cualquier frecuencia y ángulo de la onda.

$$A\angle\phi = \frac{k' \sin \psi - \sqrt{k' - \cos^2 \psi}}{k' \sin \psi + \sqrt{k' - \cos^2 \psi}} \quad (8-1)$$

Donde:

$A\angle\phi$  = Coeficiente de reflexión.

$\psi$  = Ángulo de onda.

$$k' = k - j \left( \frac{18000G}{f} \right) \quad (8-2)$$

Donde:

$k$  = Constante dieléctrica de la tierra.

$G$  = Conductividad de la tierra ( $S/m$ )

$f$  = Frecuencia ( $MHz$ )

Obteniendo los valores que satisfacen esta ecuación para algunos puntos, se dará una idea de cual es el efecto que tiene la tierra sobre señales polarizadas verticalmente en una posición en particular y en un determinado rango de frecuencia. La figura 8.3 muestra el coeficiente de reflexión en función del ángulo de la onda a  $21 MHz$  sobre un suelo promedio ( $G = 0.005 S/m$ ,  $k = 13$ ). Observe que cuando la curva de fase,  $\phi$ , pasa por los  $90^\circ$ , la curva de atenuación,  $A$ , tiene su mínimo para el mismo ángulo de onda,  $\psi$ . Este es el PBA. En este ángulo, la onda reflejada no esta solamente  $90^\circ$  fuera de fase con respecto a la onda directa, sino que también tiene una amplitud muy baja y no contribuye de manera significativa al combinarse con la onda directa. En el caso de la figura 8.3 este ángulo de onda es alrededor de  $15^\circ$ .

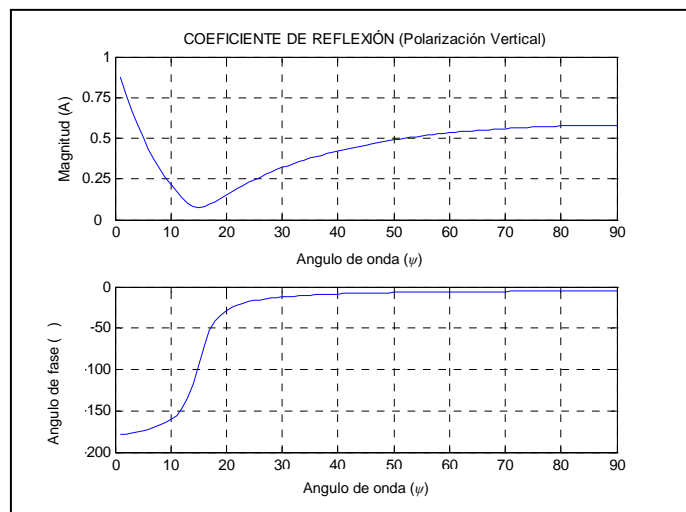


Fig. 8.3 Gráfica del coeficiente de reflexión para ondas verticalmente polarizadas.  $A$  y  $\phi$  son la magnitud y fase del ángulo  $\psi$ . En este caso se emplearon los valores de los parámetros de un suelo promedio ( $k=13$ ,  $G=0.005S/m$ ) a  $21MHz$ .

### 8.2.1 Variaciones en el PBA con la calidad de la tierra

De la ecuación (8-1) resulta engorroso buscar para cada caso el punto de  $90^\circ$  de fase o el mínimo en la curva de atenuación para una variedad amplia de condiciones. En lugar de eso, el PBA puede ser calculado mediante la siguiente ecuación:

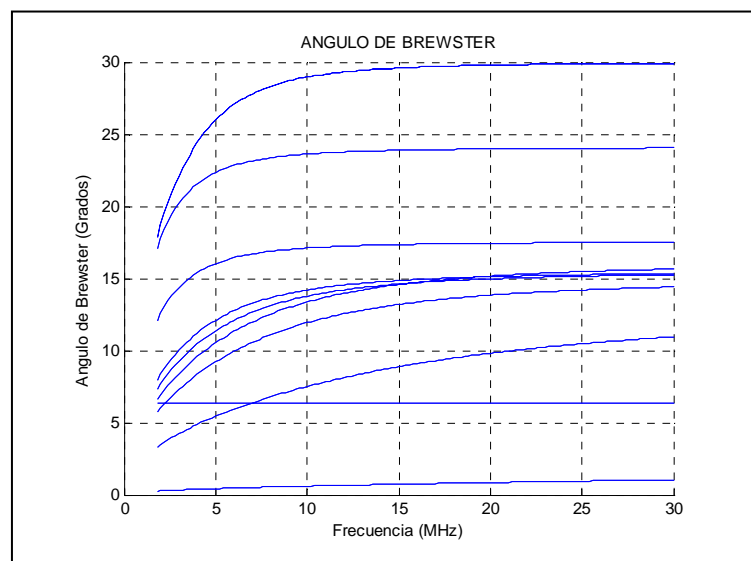
$$\psi_B = \arcsen \sqrt{\frac{k-1 + \sqrt{(x^2 + k^2)^2 (k-1)^2 + x^2 [(x^2 + k^2)^2 - 1]}}{(x^2 + k^2)^2 - 1}} \quad (8-3)$$



Donde:

$$x = \frac{18000G}{f}$$

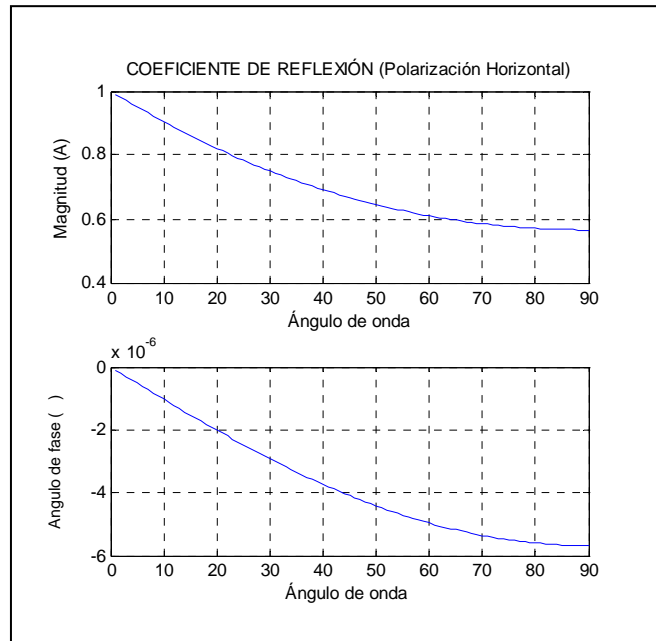
La figura 8.4 contiene curvas que fueron calculadas utilizando la ecuación (8-3) para diferentes condiciones del terreno a frecuencias entre 1.8 y 30 MHz. Como se esperaba entre más pobre sea la tierra produce PBA's mas altos. Desafortunadamente, mientras mayor sea la frecuencia (Donde los ángulos de radiación bajos es cuando se trabaja en comunicaciones a larga distancia), los PBA's son más altos también. El PBA es el mismo tanto en transmisión como en recepción.



**Fig. 8.4 Pseudo-ángulo de Brewster para varias calidades de suelo y sobre el rango de frecuencia de los 1.8-30MHz. La escala de frecuencia es logarítmica. Las constantes usadas para cada curva aparecen en la tabla 8.1.**

### 8.3 Efectos de la reflexión en tierra sobre ondas polarizadas horizontalmente

La situación para las antenas polarizadas horizontalmente es algo diferente que en las verticales. La figura 8.5 muestra el coeficiente de reflexión para un suelo promedio a 21MHz. Observe en este caso el ángulo de fase parte de 0° y nunca llega a ser muy grande, y el factor de atenuación que causa la mayor parte de las pérdidas en señales de ángulos grandes se aproxima a la unidad en ángulos pequeños. La atenuación se incrementa entre mas pobre sea el tipo de tierra.



**Fig. 8.5** Coeficiente de reflexión para ondas polarizadas horizontalmente ( $A$  y  $\phi$  son la magnitud y fase respectivamente), a 21 MHz sobre un suelo promedio ( $k=13$ ,  $G=0.005S/m$ ).

En el cálculo del patrón de radiación de un dipolo horizontal de media onda, la corriente imagen en una tierra perfecta (igual a la corriente de la antena verdadera pero desfasada  $180^\circ$ ) es multiplicada por el coeficiente de reflexión horizontal dado en la ecuación (8-4). El producto se suma vectorialmente a la onda directa para obtener la resultante en ese ángulo de onda. El coeficiente de reflexión para ondas polarizadas horizontalmente puede ser calculado utilizando la siguiente ecuación.

$$A \angle \phi = \frac{\sqrt{k' - \cos^2 \psi} - \text{sen } \psi}{\sqrt{k' - \cos^2 \psi} + \text{sen } \psi} \quad (8-4)$$

Para una antena horizontal cerca de la tierra, el patrón resultante es una modificación del patrón de la antena en el espacio libre.

En un ángulo de radiación de  $0^\circ$ , las antenas polarizadas horizontalmente tienen un nulo debido a que la reflexión en contrafase cancela la onda directa. Cuando el ángulo de onda se incrementa desde  $0^\circ$  hay pequeño efecto de llenado si es que la tierra no es perfecta, mismo que disminuye mientras se acerca a la normal. Por lo tanto, una antena horizontal a menudo superara en desempeño a una vertical para ángulos pequeños, es decir en comunicaciones a larga distancia sobre algunos tipos de terreno y a frecuencias altas.

Los coeficientes de reflexión para polarización horizontal y vertical difieren considerablemente en la mayoría de los ángulos, sobre la tierra, como puede comprobarse en las figuras 8.4 y 8.5. (Ambas curvas fueron graficadas para las mismas constantes y la misma frecuencia, así que pueden compararse directamente). Esto es porque (como se mencionó antes), la imagen de una antena polarizada horizontalmente está en contrafase con la antena real, y la antena vertical está en fase con el verdadero radiador.

El resultado es que el cambio de fase y las magnitudes de la reflexión varían considerablemente a diferentes ángulos para polarización horizontal y vertical. La magnitud del coeficiente de reflexión para ondas polarizadas verticalmente es el más grande (cercano a uno) en ángulos pequeños y el ángulo de fase se aproxima a  $180^\circ$ . Como se mencionó antes, esto cancela casi toda la radiación en ángulos muy bajos. Para el mismo rango de ángulos, la magnitud del coeficiente de reflexión de ondas polarizadas horizontalmente es muy aproximada a la unidad, pero el ángulo de fase es cercano a  $0^\circ$  para las condiciones específicas mostradas en las figuras 8.4 y 8.5. Esto provoca un reforzamiento en todos los ángulos bajos para las ondas polarizadas horizontalmente. En algún ángulo relativamente alto, los coeficientes de reflexión para ondas polarizadas horizontal y verticalmente son iguales en magnitud y fase. En este ángulo (aproximadamente  $81^\circ$  para el caso del ejemplo) el efecto de la reflexión en tierra en señales polarizadas vertical y horizontalmente será exactamente el mismo.

#### **8.4 Reflexión sobre el terreno y resistencia de radiación**

Las ondas radiadas desde la antena directamente hacia abajo se reflejan verticalmente sobre el terreno y al pasar de nuevo por la antena en su viaje de regreso inducen un voltaje en ella. La magnitud y fase de la corriente resultante de este voltaje inducido depende de la altura de la antena sobre la superficie reflectora.

De esta manera la corriente total de la antena consiste de dos componentes. La amplitud de la primera está determinada por la potencia suministrada por el transmisor y la resistencia de radiación en el espacio libre de la antena. La segunda componente es inducida en la antena por la onda reflejada sobre la tierra. Esta segunda componente aunque es considerablemente más pequeña que la primera a las alturas de antenas más comunes, no es de ninguna manera insignificante. A algunas alturas, las dos componentes estarán en fase y la corriente total será mayor que la indicada por la resistencia de radiación en el espacio libre. A otras alturas, las dos componentes estarán fuera de fase y la corriente total será la diferencia entre las dos componentes.

De este modo, solamente al cambiar la altura de la antena sobre el terreno cambiara la cantidad de corriente que fluye, asumiendo que la potencia de entrada de la antena es constante. Entre mayor sea la potencia con la misma potencia de entrada, esto significara que la resistencia efectiva de la antena es menor, y viceversa, en otras palabras, la resistencia de radiación de la antena es afectada por la altura de la antena sobre el terreno.

Como se discutió en la primera parte de este capítulo, las características eléctricas del terreno, afectan tanto la amplitud como la fase de las señales reflejadas. Por esta razón, las características del terreno debajo de la antena tendrán efecto sobre la impedancia de la antena, ya que la onda reflejada se verá influenciada por el terreno. En otras palabras, si dos antenas se erigen a alturas idénticas pero sobre diferente tipo de suelo, podríamos encontrar diferentes valores de impedancia.

#### **8.4.1 Sistemas contrapuestos.**

El efecto de un terreno perfectamente conductor (para propósitos de resistencia de radiación) puede ser simulado debajo de una antena instalando una pantalla o malla de metal (tal como tela de gallinero) cerca de la superficie de la tierra. La pantalla o sistema contrapuesto debe extenderse al menos media longitud de onda en cualquier dirección de la antena. Tales pantallas establecen efectivamente la altura de la antena de acuerdo con la resistencia de radiación concerniente, ya que esta sustituye la tierra real colocada debajo de la antena. Sin embargo, tales pantallas no tendrán un efecto significativo en el patrón de radiación vertical. Esto se debe a que las reflexiones en la tierra a distancias de 10 a 20 longitudes de onda de la antena, dependiendo de la altura de la antena, juegan un papel importante en la formación del patrón de radiación.

Para la alimentación de corriente en antenas verticales (múltiplos impares de un cuarto de longitud de onda), la pantalla también reduce las pérdidas en el terreno cercano a la antena, por que si los conductores de la antena están solidamente adheridos unos a otros, la resistencia es mucho mas baja que la del terreno misma. Con otros tipos de antenas, tales como un dipolo horizontal a alturas de un cuarto de longitud de onda o más, las pérdidas en el terreno debajo de la antena son mucho menos destructivas para eficiencia de la antena.

### **8.5 Patrones directivos y ángulo de onda**

#### **8.5.1 Diagramas de directividad**

El ángulo de onda que se emplee depende de dos cosas: la distancia a la que se quiere llevar la comunicación y la altura de las capas ionosféricas que efectúen la reflexión. Ya sea la capa E o la F2 (o una combinación de las dos) la que se emplee, depende de la frecuencia de operación, la hora del día, la estación del año y del ciclo de manchas solares.

De esto se puede ver que la directividad de una antena no puede ser predicha. Sin embargo, es posible obtener una muy buena idea de ella eligiendo algunos ángulos representativos para diferentes tipos de trabajo. Con patrones disponibles para tales ángulos, puede ser bastante simple interpolar para ángulos intermedios. Combinado con algún conocimiento sobre el comportamiento de la ionósfera, se puede hacer un estimado bastante bueno de las características de directividad de una antena en particular para determinada hora del día y distancia de interés.

#### **8.5.2 Altura sobre la tierra**

La relación de amplitud entre los patrones de una antena dada para varios ángulos de onda es modificada por la altura. Para hacer un mejor uso de los patrones, debe incluirse el efecto del factor de reflexión en tierra.

---

### **Referencias**

The ARRL antenna book, The American Radio Relay League, Newington, CT, USA, 1991

Elementos de electromagnetismo, Matthew N. O. Sadiku, Editorial Oxford University, 3/a. edición, New York U.S.A., 2002

Electromagnetic Waves and radiating Systems, Edgard C. Jordan, Keith G. Balmain, Editorial Prentice Hall, 2/a. edición, Englewood Cliff, N.J., 1968.

## CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

---

### 9.1 Conclusiones

A lo largo del desarrollo de esta tesis, se realizaron diversas investigaciones sobre temas relacionados con los métodos numéricos que se emplean para analizar y caracterizar el funcionamiento de las antenas. El método al que se le dio mayor importancia fue el método de momentos dejando los demás como un apoyo para hacer una comparación referencial de los resultados obtenidos, Se elaboraron algunos programas para hacer simulaciones del comportamiento de diferentes radiadores, constituidos básicamente por arreglos de dipolos, tanto de forma circular como siguiendo la curva de una parábola (con reflector parabólico-cilíndrico), por lo que después de este trabajo se han obtenido las siguientes conclusiones:

- En método de momentos es una herramienta, bastante útil para el diseño de antenas, prueba de ello es la cantidad de programas comerciales que existen en el mercado que han sido desarrollados a partir de estas técnicas, como es NEC.
- Se obtuvieron resultados, utilizando programas elaborados mediante el método de momentos que al ser comparados con referencias especializadas presentan una similitud bastante aceptable, como es el caso de las graficas de la impedancia de entrada de un dipolo de media longitud de onda, lo cual prueba que el programa es correcto.
- A medida que el radiador que se desea analizar se aumenta en tamaño en términos de longitudes de onda, el desarrollo de programas en base al método de momentos se hace cada vez más, complejo, pesado matemáticamente y engorroso de programar.

- El método de multiplicación de patrones se empleó como una referencia para comparar los resultados obtenidos mediante el método de momentos.
- La utilidad del método de multiplicación de patrones es básicamente para simplificar el cálculo de las características de radiación de un arreglo de antenas las cuales conservan las mismas características, es decir una distribución de corriente similar, que puede variar únicamente en magnitud y fase pero no en forma.
- Se observaron ciertas discrepancias en los resultados obtenidos a partir del método de momentos y los de multiplicación de patrones debidas principalmente a que el método de multiplicación de patrones no considera para su análisis las corrientes inducidas de un elemento a otro de un arreglo de antenas.
- El hecho de no considerar las corrientes inducidas de un elemento a otro de un arreglo de antenas, simplifica de manera considerable el esfuerzo matemático necesario para calcular las características de radiación de un sistema radiador con características antes descritas.
- Sin embargo, esto último también hace que este método no sea una buena opción para caracterizar arreglos de antenas en los que uno o más de ellos funcionen como reflectores ya que para el programa es como si simplemente no existieran.
- También se empleo el método de imágenes, para analizar los efectos que tiene el colocar cerca de la antena una superficie conductora que funcione como radiador, y se elaboro un programa que utilizando las técnicas analizadas por el método de multiplicación de patrones calcula el efecto de una tierra perfecta sobre el patrón de radiación.
- Se observó que también la conductividad del terreno y el ángulo de incidencia de las ondas electromagnéticas sobre el terreno tienen un efecto importante sobre las características de radiación de una antena, debido a un efecto conocido como pseudoángulo de Brewster en honor al físico escocés Sir David Brewster quien lo estudió por primera vez en el caso de incidencia de la luz sobre el agua.

## **9.2 Recomendaciones**

Para continuar con esta investigación, resultaría de interés, hacer un análisis también de algunos métodos ópticos para analizar antenas, como son los de la óptica física y la teoría geométrica de la difracción, mencionados en este trabajo de manera muy superficial. Estos métodos son útiles cuando el radiador adopta formas muy complejas que dificulten demasiado el empleo de un método exhaustivo como es el método de momentos y haciendo también algunas simplificaciones se logran buenas aproximaciones. Esto es especialmente útil en antenas que son instaladas en vehículos ya que el fuselaje de un avión, la carrocería de un auto o la cubierta de una embarcación tienen generalmente superficies conductoras que afectan el funcionamiento de la antena, y para poder predecir estos

efectos, es necesario, considerar toda la estructura antena-vehículo, como parte de una misma antena, la cual adopta aperturas con distribuciones de corriente muy complejas y difíciles de analizar por lo que se debe buscar hacer consideraciones que simplifiquen el trabajo de computo.

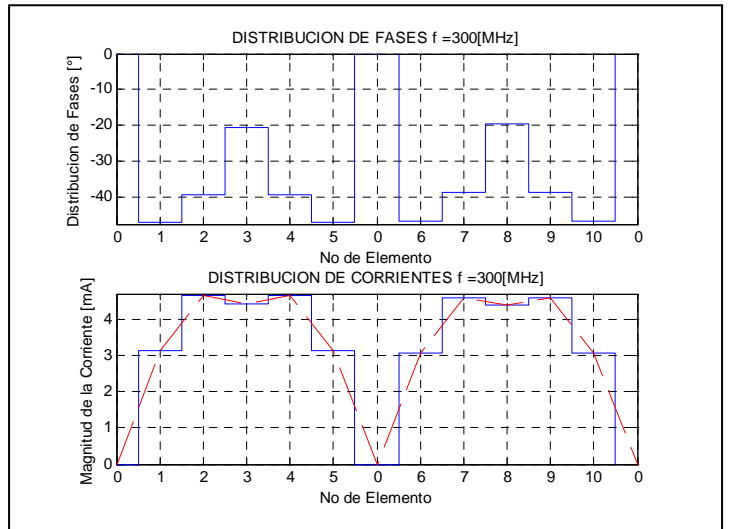
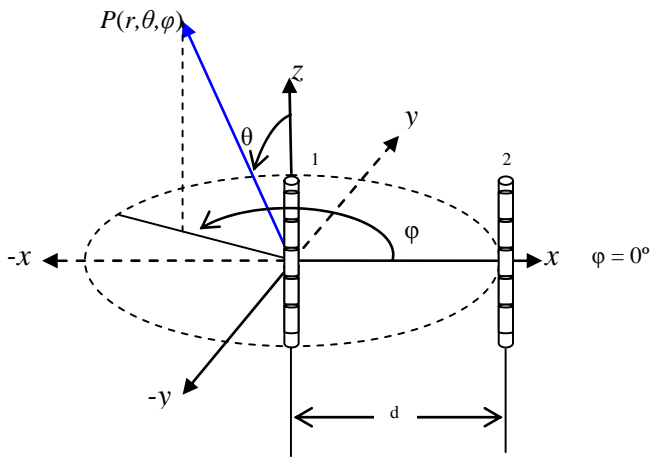
Sería también de utilidad hacer algunas pruebas con antenas físicamente y poder comparar los resultados obtenidos en teoría con las mediciones de campo realizadas en algún recinto especializado como una cámara anecoica o bien en algún lugar despejado alejado de la ciudad para evitar al máximo interferencias indeseables.

Diseñar algún tipo de circuito cambiador de fase para realizar las mediciones en casos similares a los analizados en teoría por métodos matemáticos y corroborar la validez de los mismos.

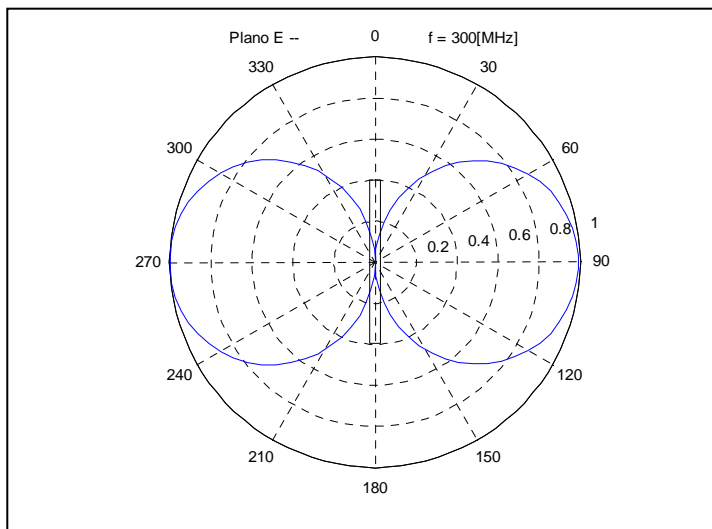
Analizar, la aplicación del método de Diferencias Finitas en el Dominio del Tiempo para resolver los planteamientos de algunas configuraciones de campo electromagnético mediante las ecuaciones de Maxwell, así como evaluar la solución de los mismos esquemas mediante el método del elemento Finito. De ese modo es posible reconocer en qué tipo de problemas es más eficiente cada uno de los métodos que se pongan a consideración.



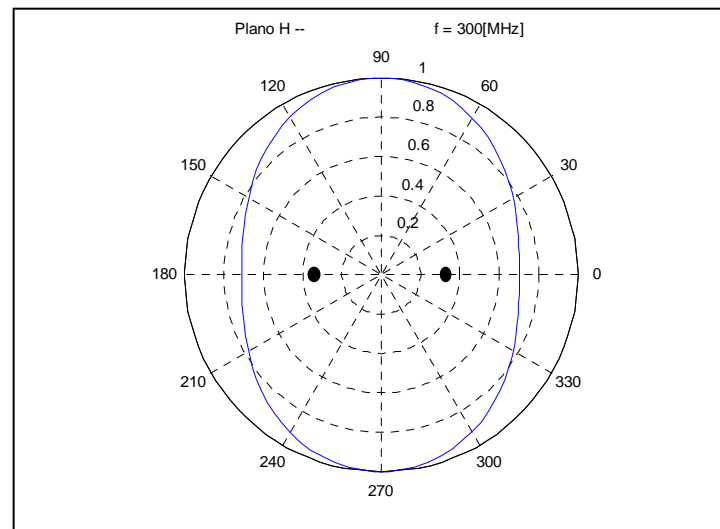
**Anexo A**  
 $d = \lambda/4, \alpha = 0^\circ$



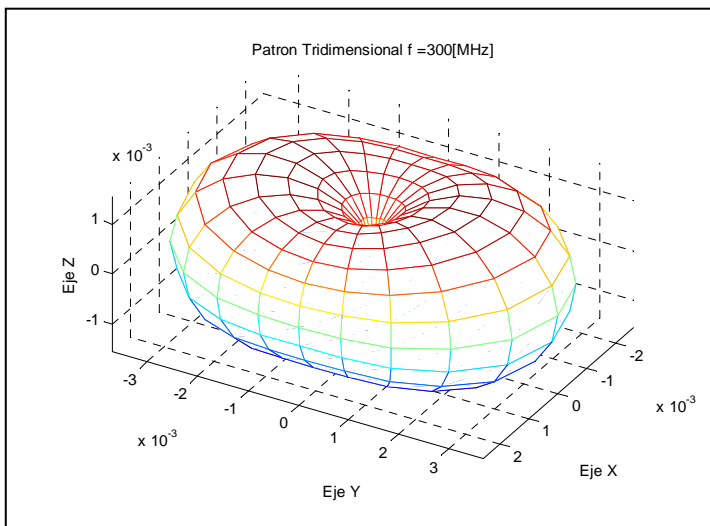
(a) Distribución de corriente



(b) Plano E



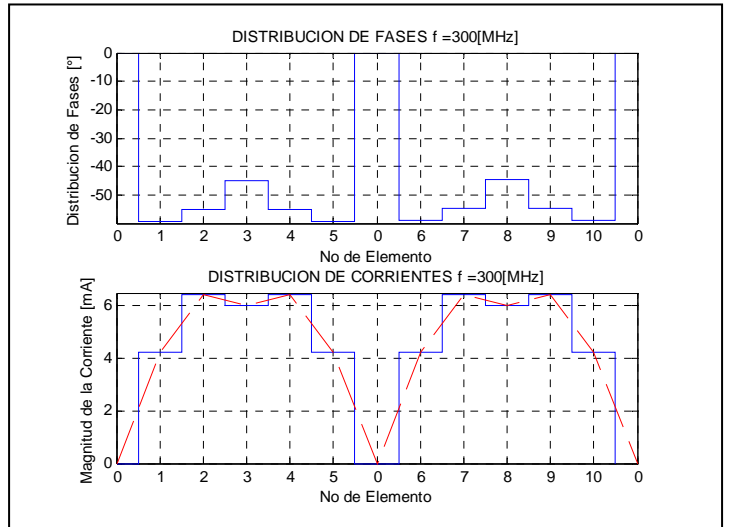
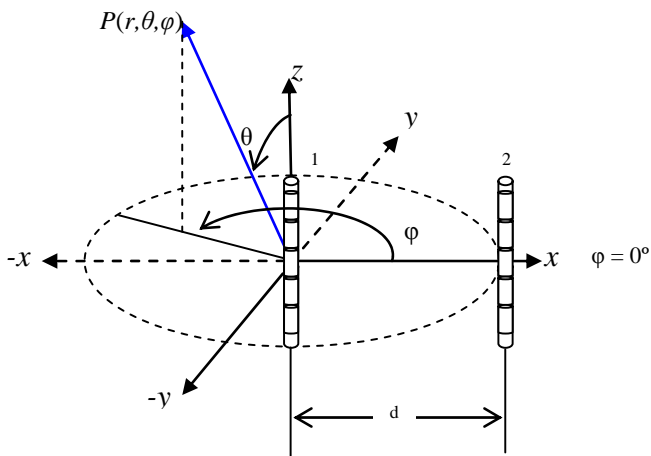
(c) Plano H



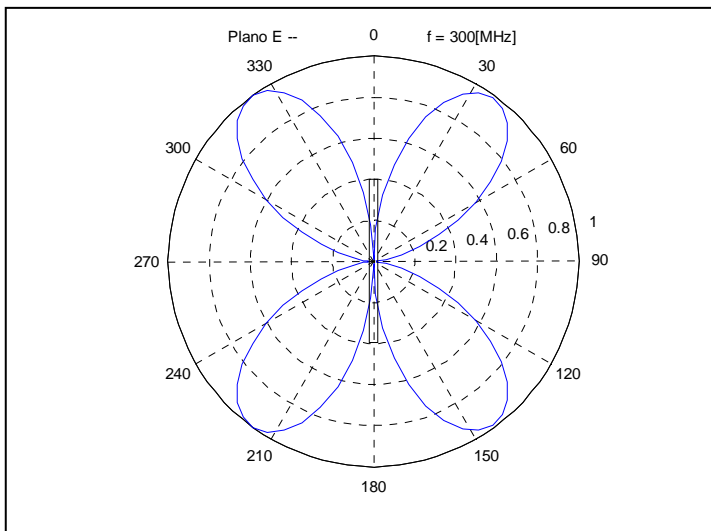
(d) Patrón de radiación tridimensional.

**Fig. AA.1** (a) Distribución de corriente, (b) y (c) muestran el patrón de radiación de 2 dimensiones y finalmente (d) esquematiza el Patrón de radiación tridimensional, de 2 dipolos separados  $\lambda/4$  y alimentados con la misma fase.

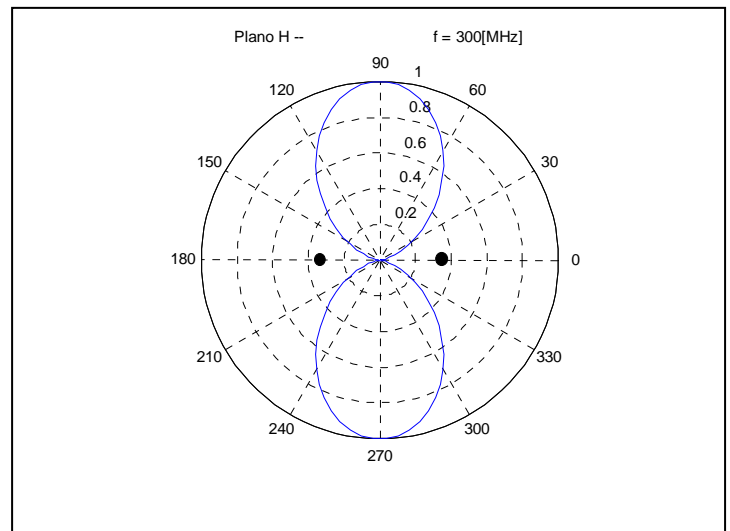
$$d = \lambda/2, \alpha = 0^\circ$$



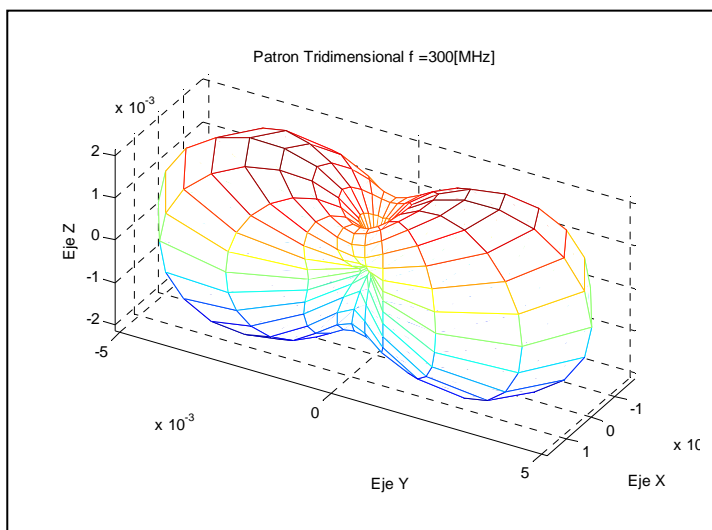
(a) Distribución de corriente



(b) Plano E



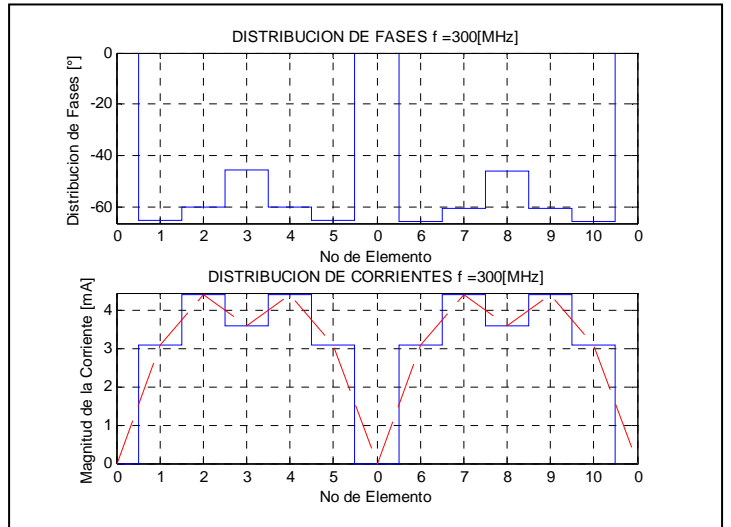
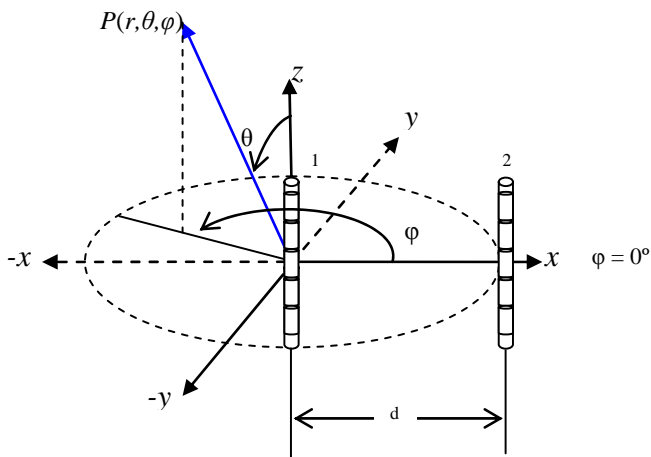
(c) Plano H



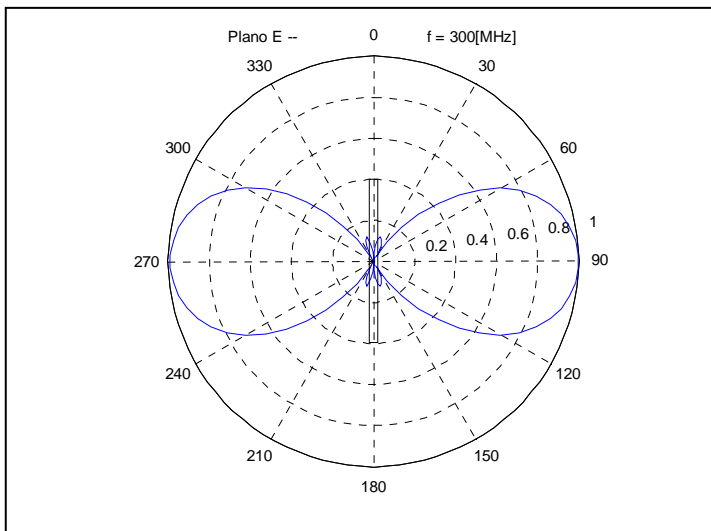
(d) Patrón de radiación tridimensional.

**Fig. AA.2** (a) Distribución de corriente, (b) y (c) muestran el patrón de radiación de 2 dimensiones y finalmente (d) esquematiza el Patrón de radiación tridimensional, de 2 dipolos separados  $\lambda/2$  y alimentados con la misma fase.

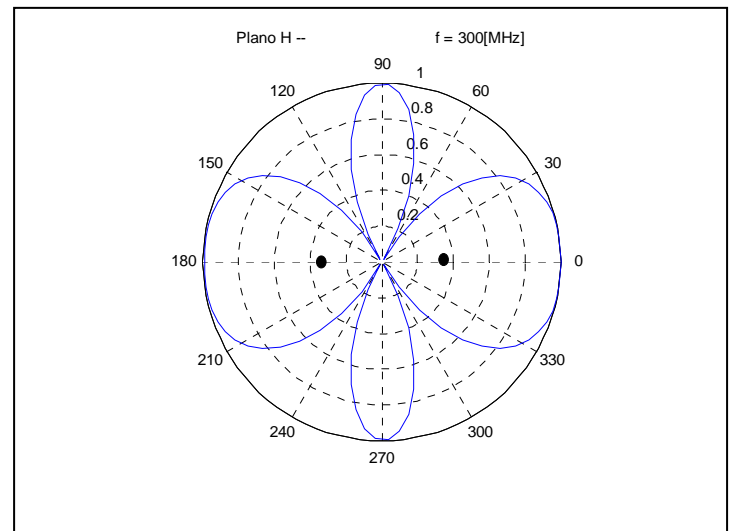
$$d=\lambda, \alpha=0^\circ$$



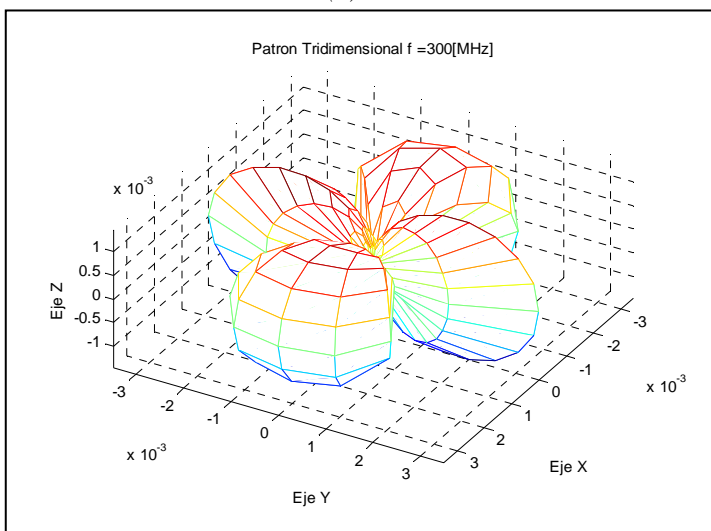
(a) Distribución de corriente



(b) Plano E



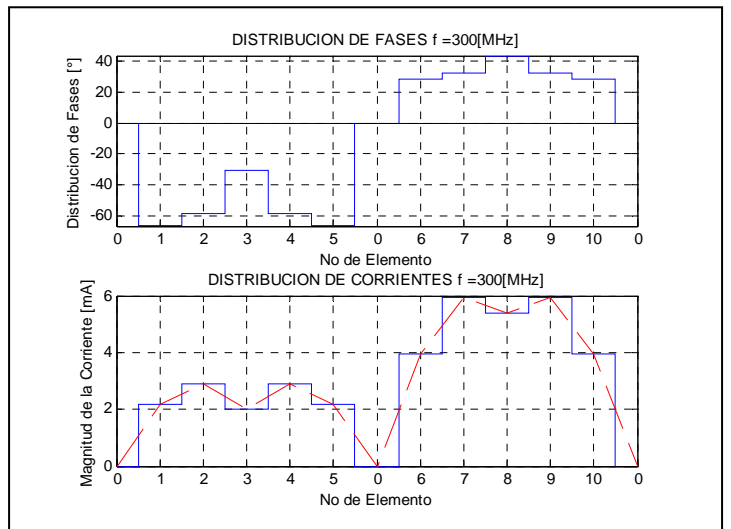
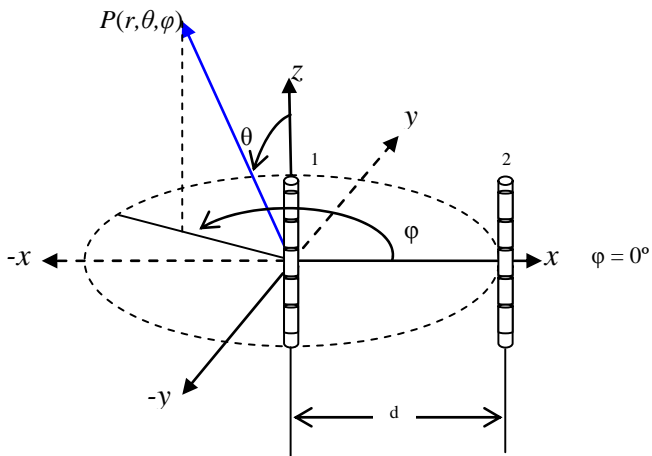
(c) Plano H



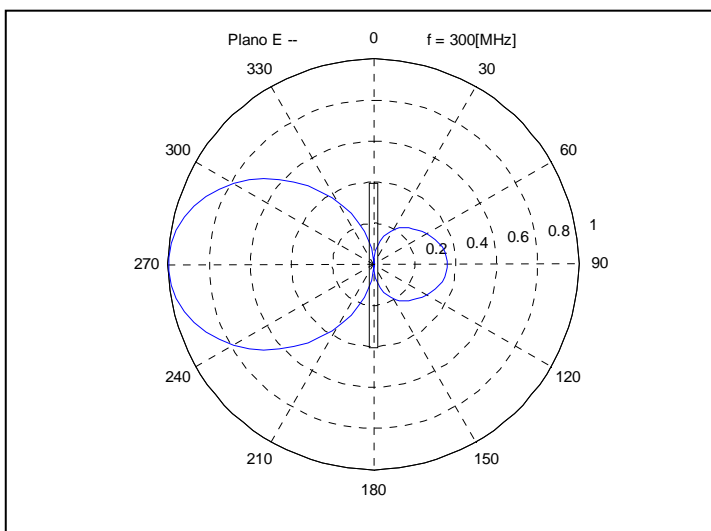
(d) Patrón de radiación tridimensional.

Fig. AA.3 (a) Distribución de corriente, (b) y (c) muestran el patrón de radiación de 2 dimensiones y finalmente (d) esquematiza el Patrón de radiación tridimensional, de 2 dipolos separados  $\lambda$  y alimentados con la misma fase.

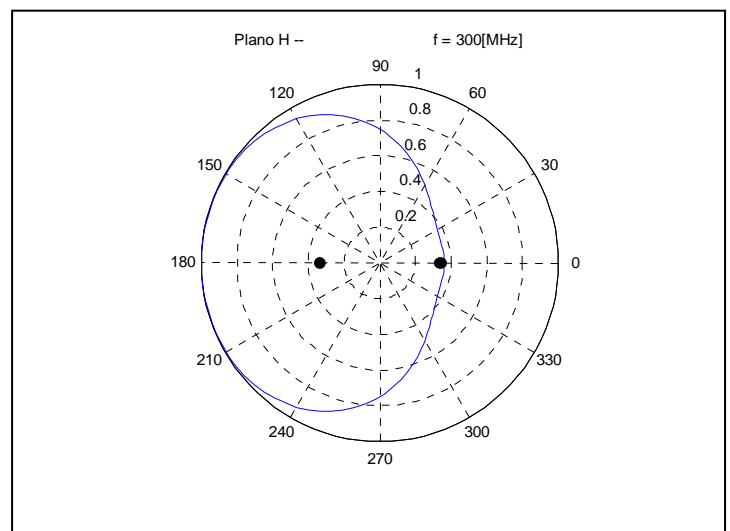
$$d = \lambda/4, \alpha = 90^\circ$$



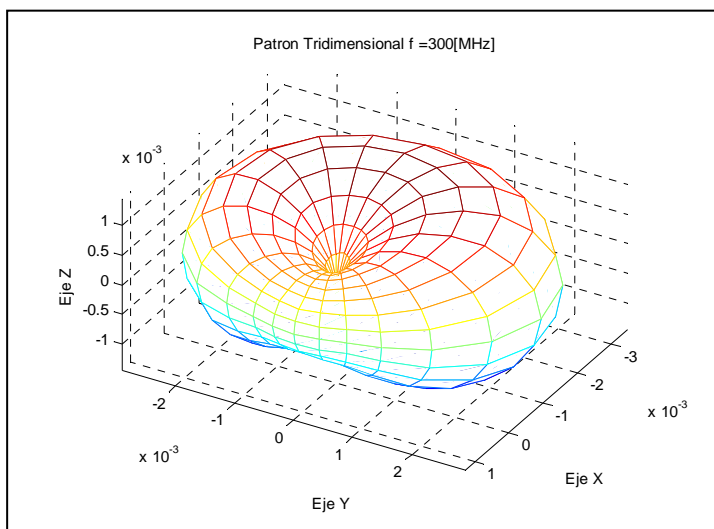
(a) Distribución de corriente



(b) Plano E



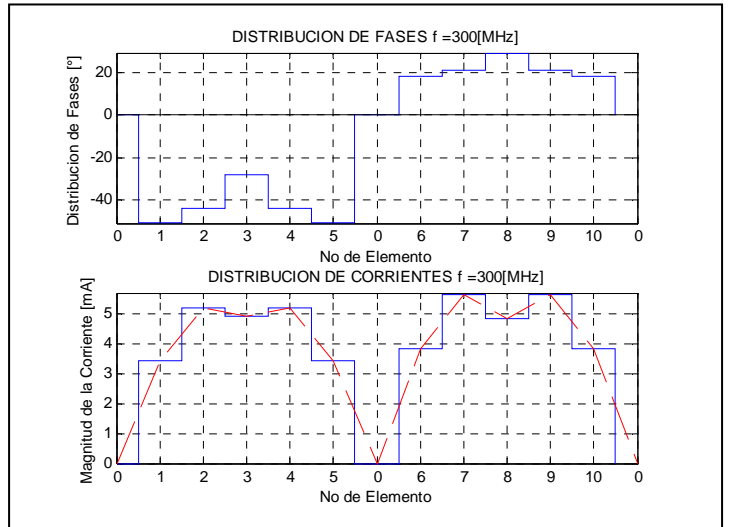
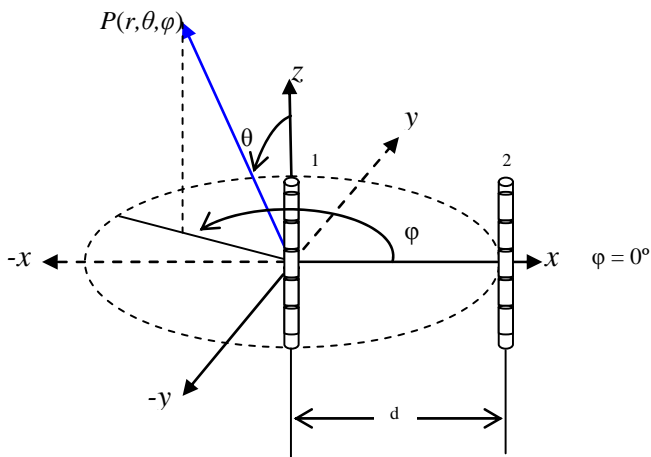
(c) Plano H



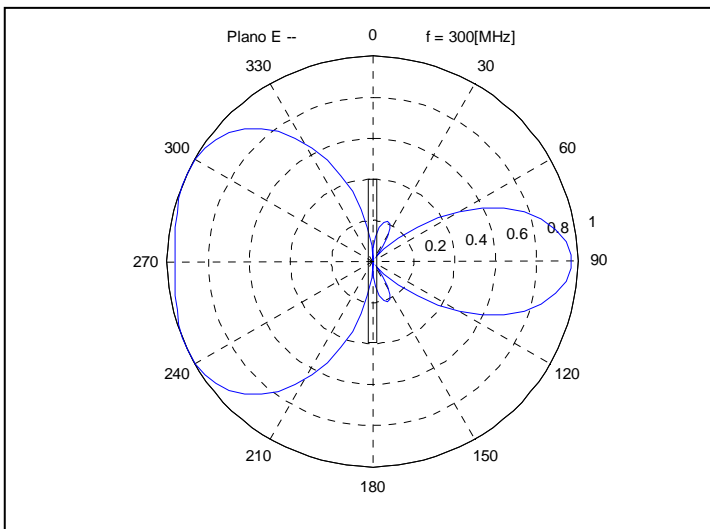
(d) Patrón de radiación tridimensional.

Fig. AA.4 (a) Distribución de corriente, (b) y (c) muestran el patrón de radiación de 2 dimensiones y finalmente (d) esquematiza el Patrón de radiación tridimensional, de 2 dipolos separados  $\lambda/4$  y alimentados con diferencia de fase  $\alpha=90^\circ$ .

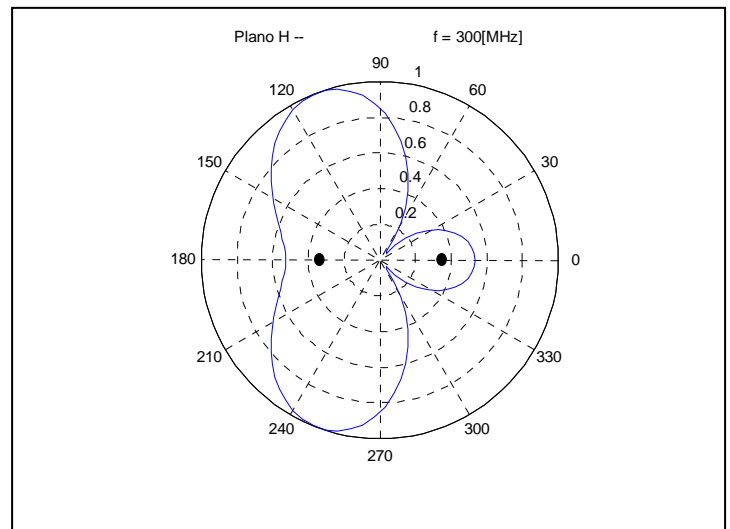
$$d = \lambda/2, \alpha = 90^\circ$$



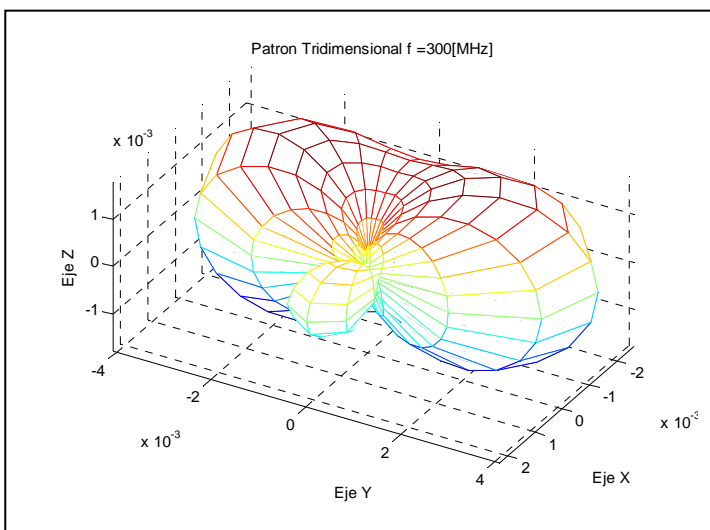
(a) Distribución de corriente



(b) Plano E



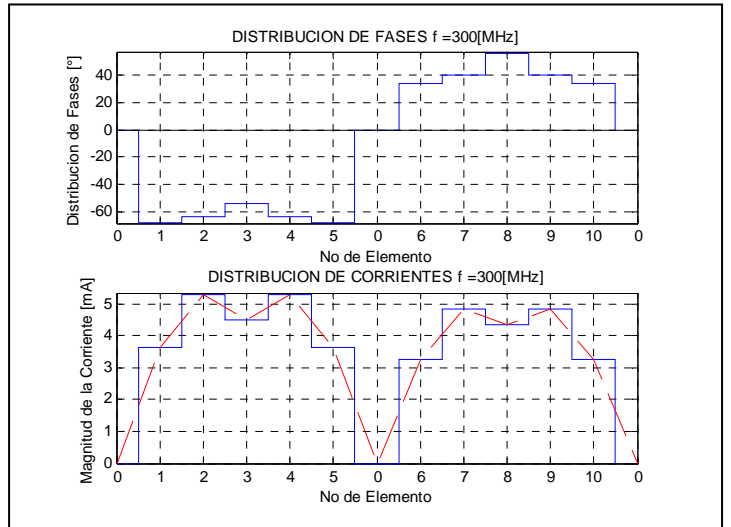
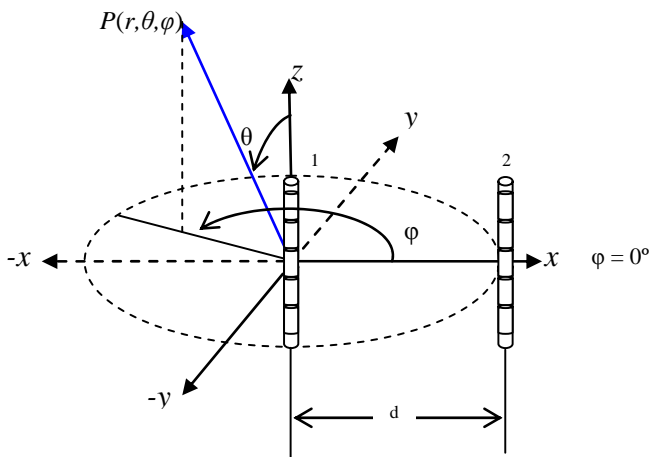
(c) plano H



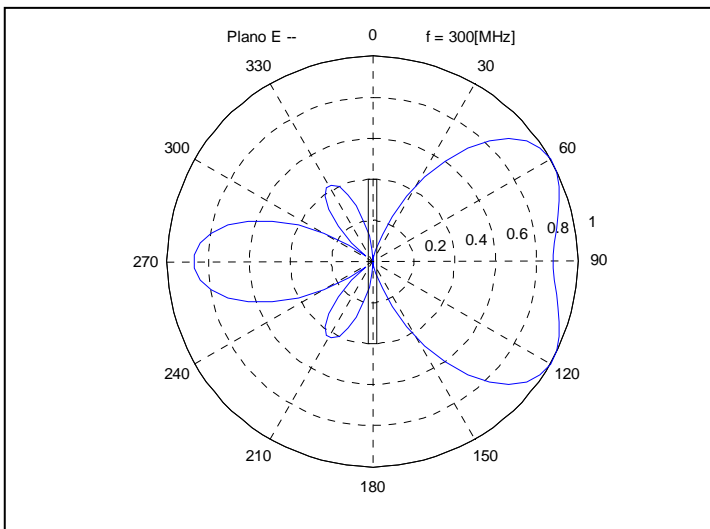
(d) Patrón de radiación tridimensional.

Fig. AA.5 (a) Distribución de corriente, (b) y (c) muestran el patrón de radiación de 2 dimensiones y finalmente (d) esquematiza el Patrón de radiación tridimensional, de 2 dipolos separados  $\lambda/2$  y alimentados con diferencia de fase  $\alpha = 90^\circ$ .

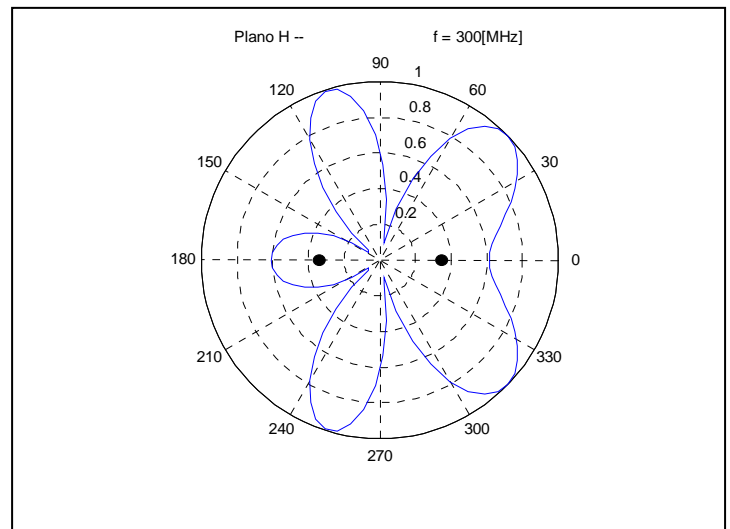
$$d = \lambda, \alpha = 90^\circ$$



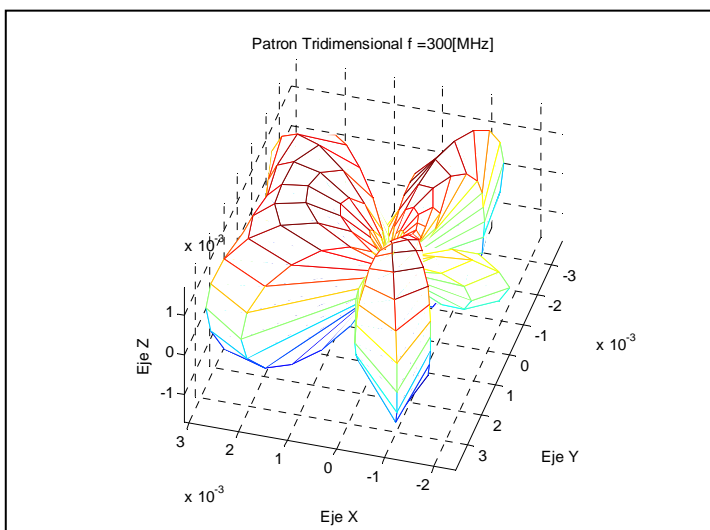
(a) Distribución de corriente



(b) Plano E



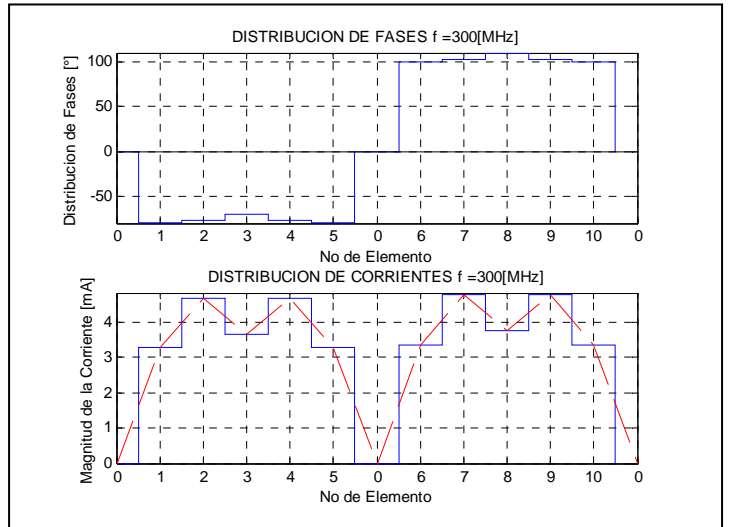
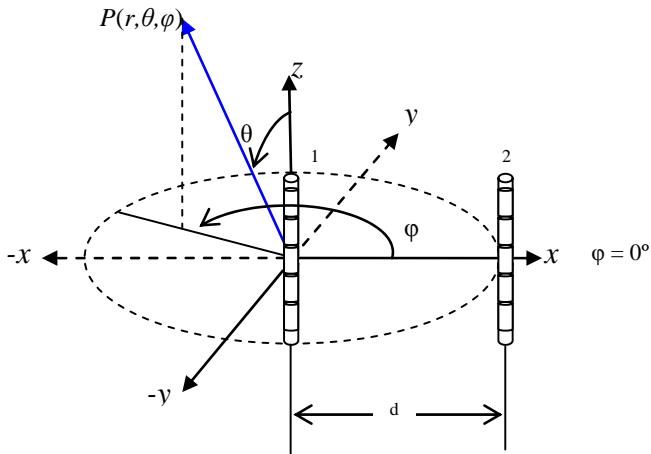
(c) Plano H



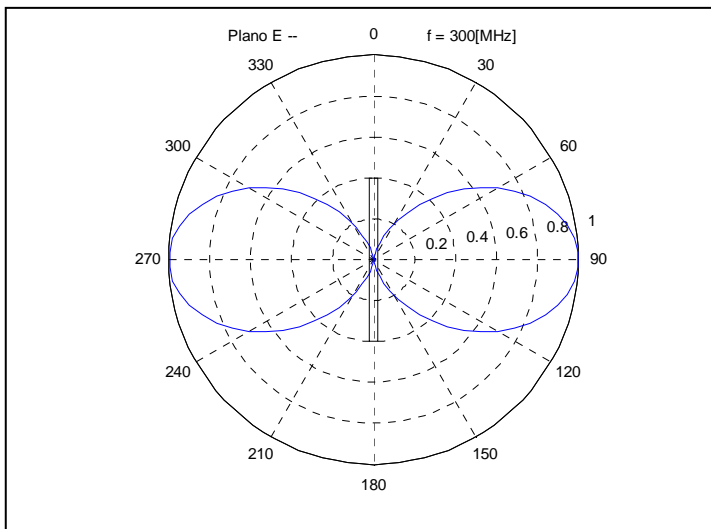
(d) Patrón de radiación tridimensional.

Fig. AA.6 (a) Distribución de corriente, (b) y (c) muestran el patrón de radiación de 2 dimensiones y finalmente (d) esquematiza el Patrón de radiación tridimensional, de 2 dipolos separados  $\lambda$  y alimentados con diferencia de fase  $\alpha = 90^\circ$ .

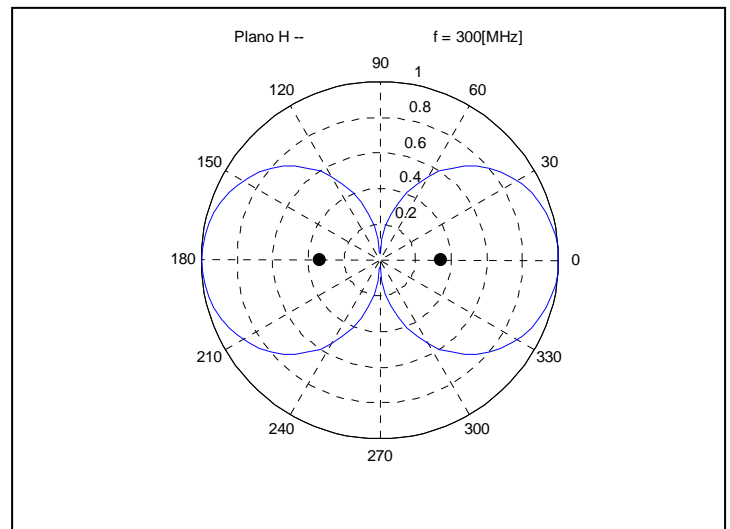
$$d = \lambda/4, \alpha = 180^\circ$$



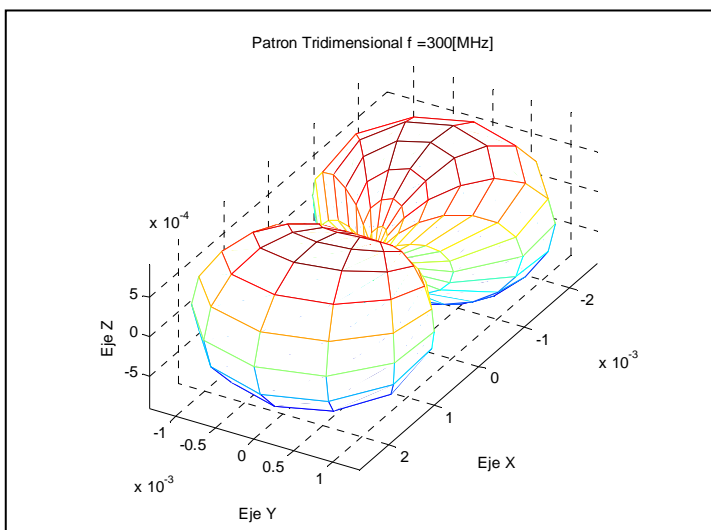
(a) Distribución de corriente



(b) Plano E



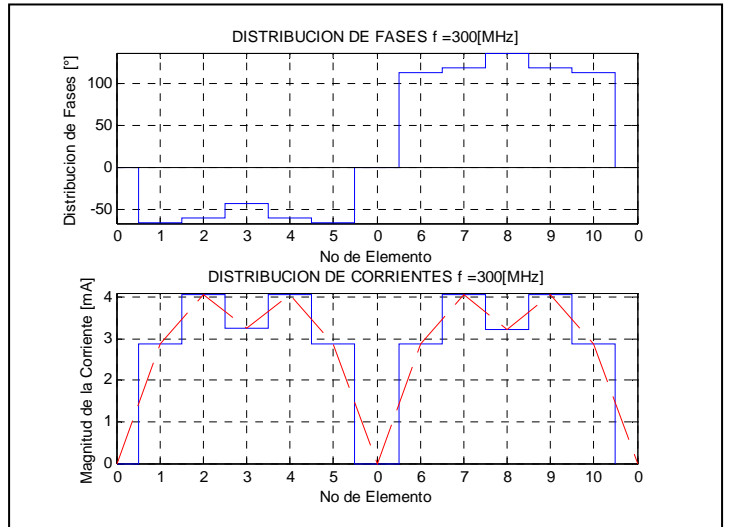
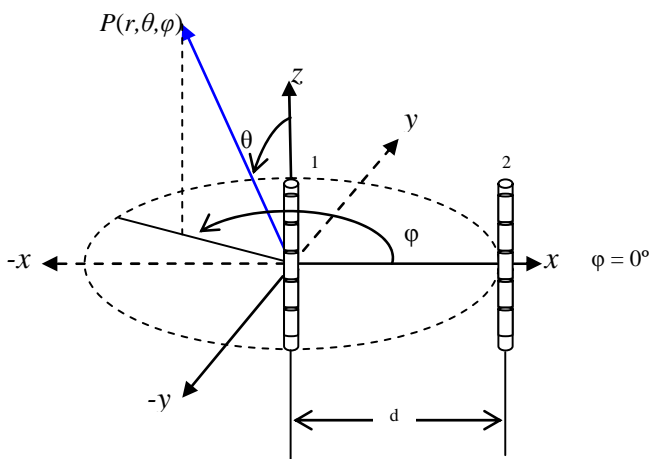
(c) Plano H



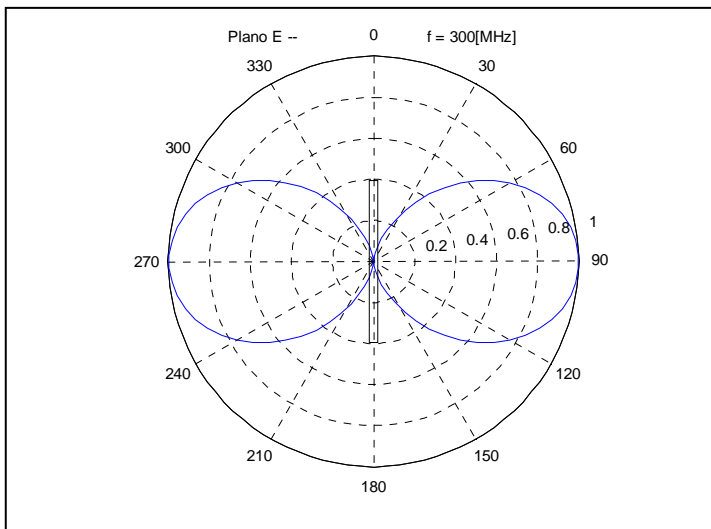
(d) Patrón de radiación tridimensional.

**Fig. AA.7** (a) Distribución de corriente, (b) y (c) muestran el patrón de radiación de 2 dimensiones y finalmente (d) esquematiza el Patrón de radiación tridimensional, de 2 dipolos separados  $\lambda/4$  y alimentados con diferencia de fase  $\alpha=180^\circ$ .

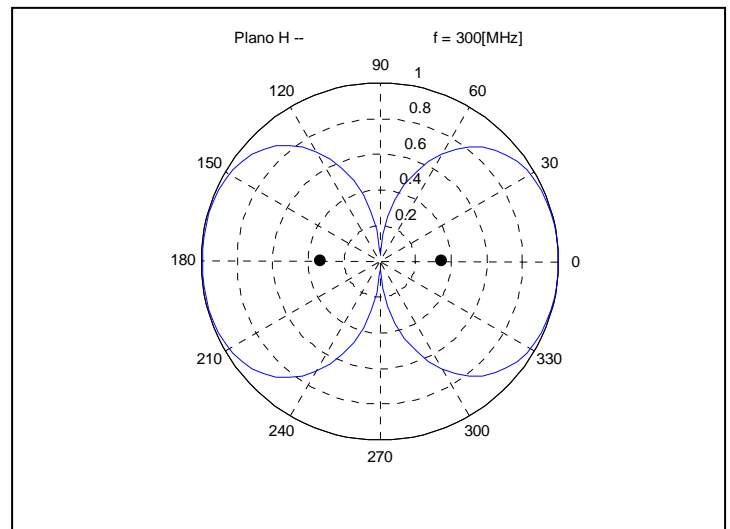
$$d = \lambda/2, \alpha = 180^\circ$$



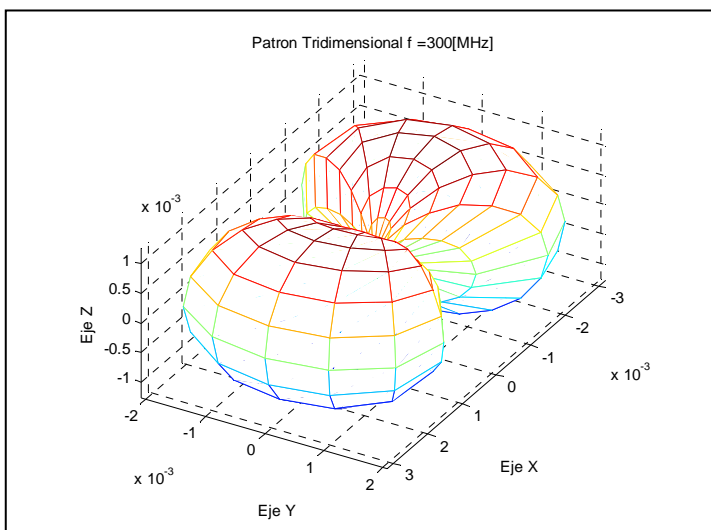
(a) Distribución de corriente



(b) Plano E



(c) Plano H

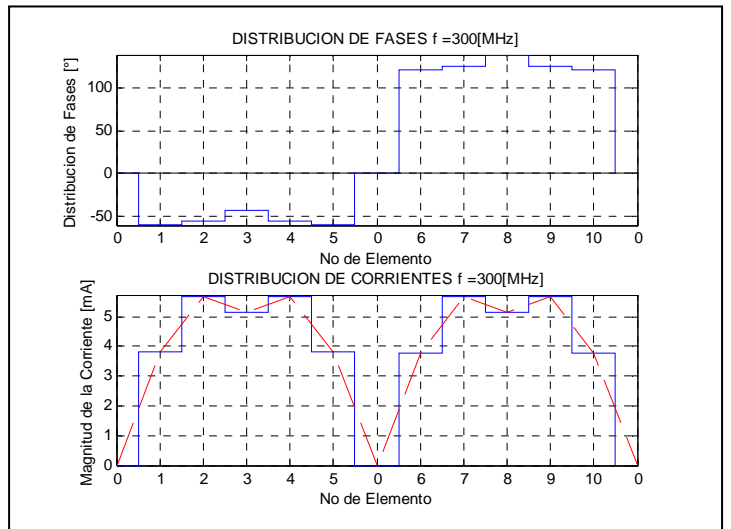
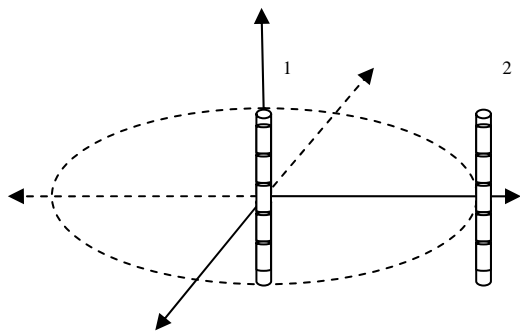


(d) Patrón de radiación tridimensional.

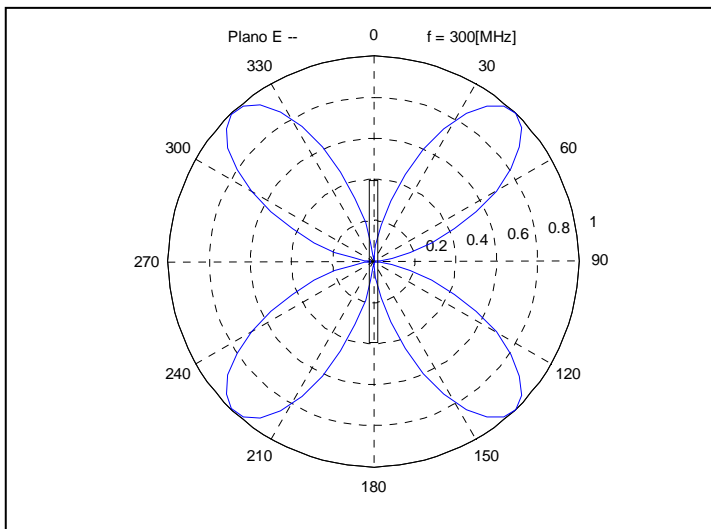
**Fig. AA.8** (a) Distribución de corriente, (b) y (c) muestran el patrón de radiación de 2 dimensiones y finalmente (d) esquematiza el Patrón de radiación tridimensional, de 2 dipolos separados  $\lambda/2$  y alimentados con diferencia de fase  $\alpha=180^\circ$ .



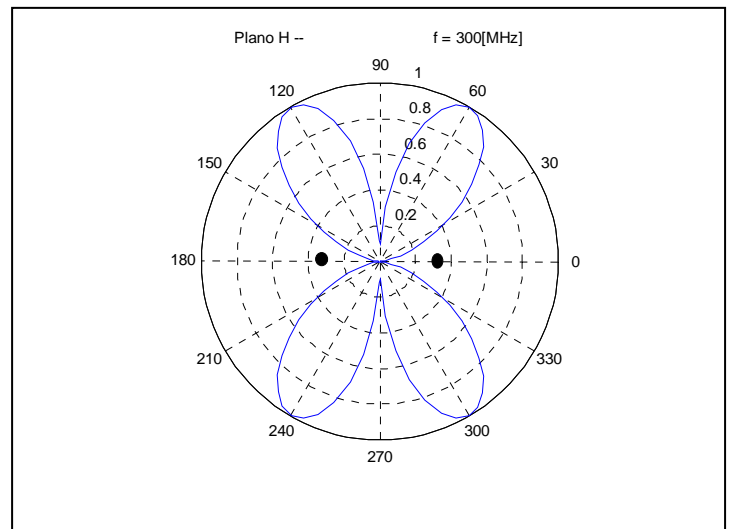
$$d=\lambda, \alpha=180^\circ$$



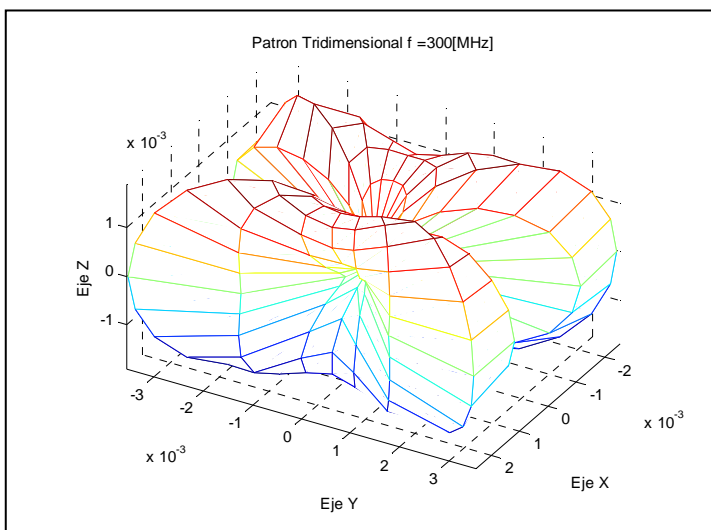
(a) Distribución de corriente



(b) Plano E



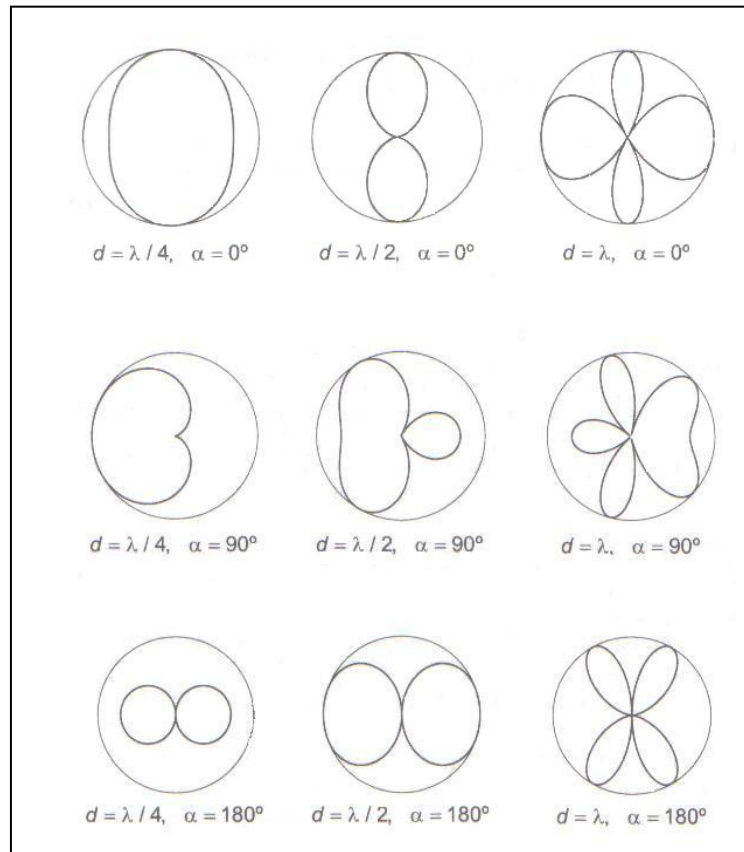
(c) Plano H



(d) Patrón de radiación tridimensional.

**Fig. AA.9** (a) Distribución de corriente, (b) y (c) muestran el patrón de radiación de 2 dimensiones y finalmente (d) esquematiza el Patrón de radiación tridimensional, de 2 dipolos separados  $\lambda$  y alimentados con diferencia de fase  $\alpha=180^\circ$ .

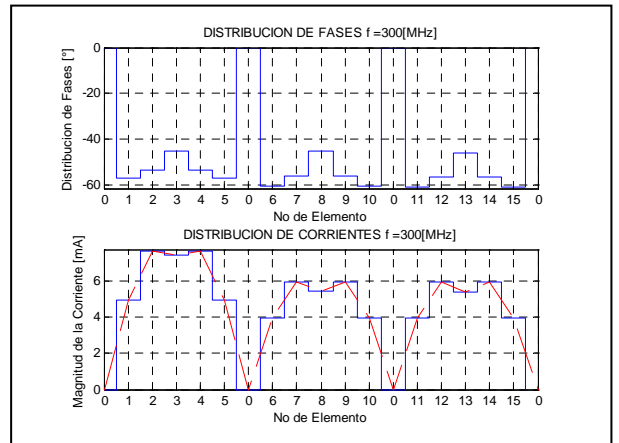
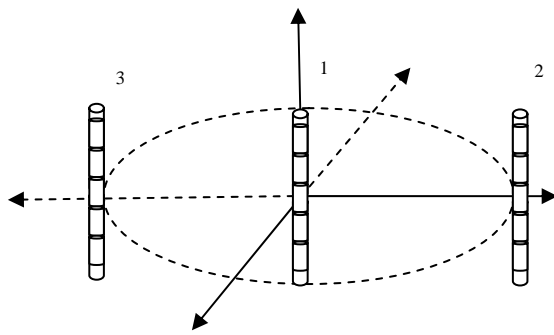
Los resultados obtenidos en el plano  $H$ , se pueden corroborar mediante las graficas que aparecen en la figura AA.10, las cuales fueron obtenidas de [Cardama, Jofre, Rius, Romeu, Blanch-2000], para un arreglo de dos fuentes omnidireccionales. En esta figura se observan los patrones de radiación del factor del arreglo únicamente, debido a que el patrón de radiación de un dipolo de comporta de manera omnidireccional si lo observamos en el plano  $H$ .



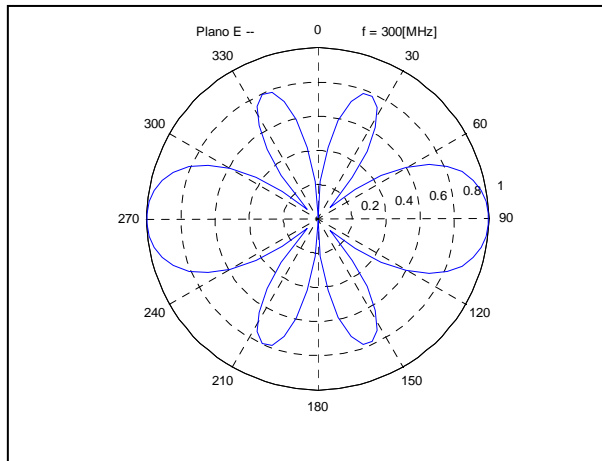
**Fig. AA.10** Diagramas de radiación de un arreglo uniforme de dos elementos, para distintos espaciamientos y fases, [Cardama, Jofre, Rius, Romeu, Blanch-2000].

Posteriormente, se pueden verificar los resultados en el plano  $E$  utilizando la figura 7.2. En esta figura aparecen los diagramas del patrón de radiación de un arreglo de dos dipolos calculado mediante la aplicación del principio de multiplicación de patrones. Estas gráficas se obtuvieron a partir de un programa de computadora en lenguaje matlab que emplea el mencionado método de multiplicación de patrones el cual se explica en el capítulo 7

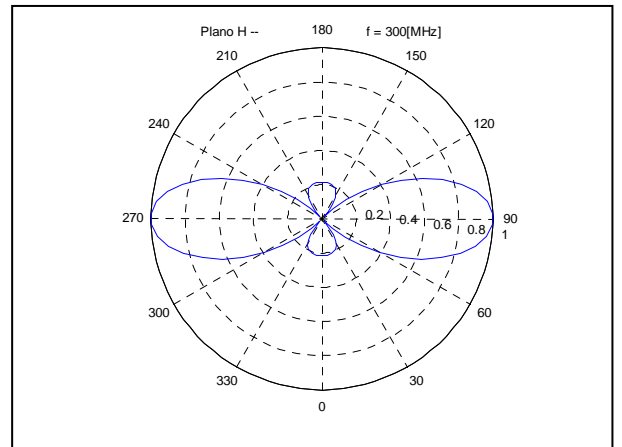
Anexo B



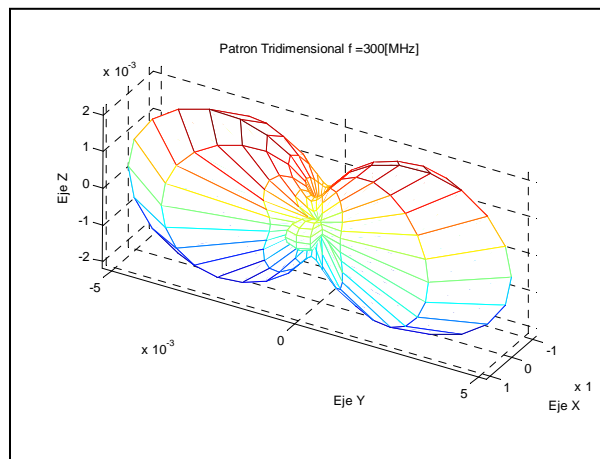
(a) Distribución de corriente



(a) Plano E

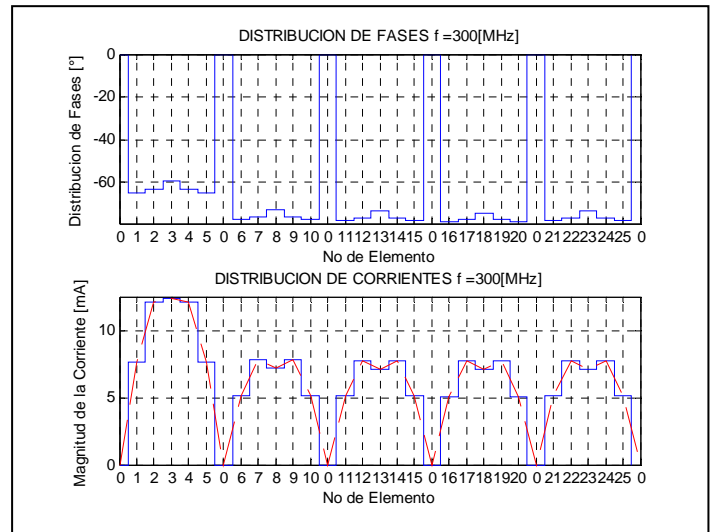
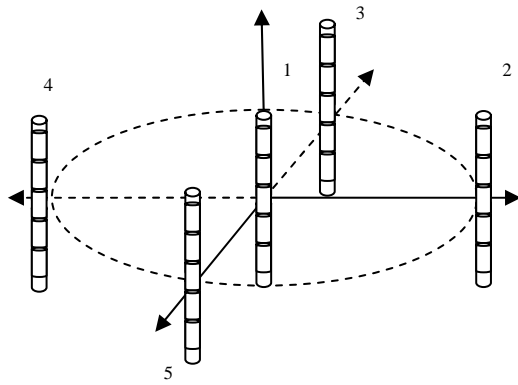


(b) Plano H

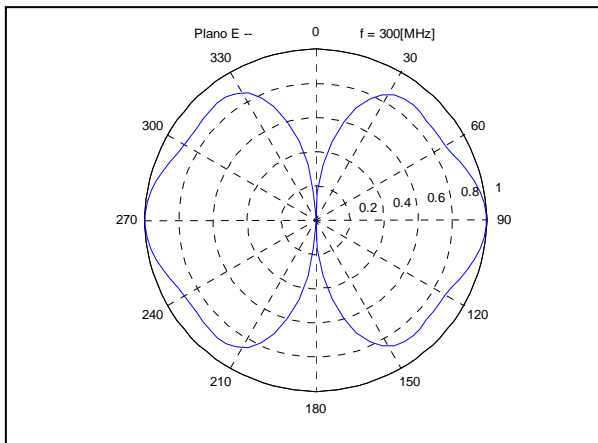


(c) Patrón de radiación tridimensional

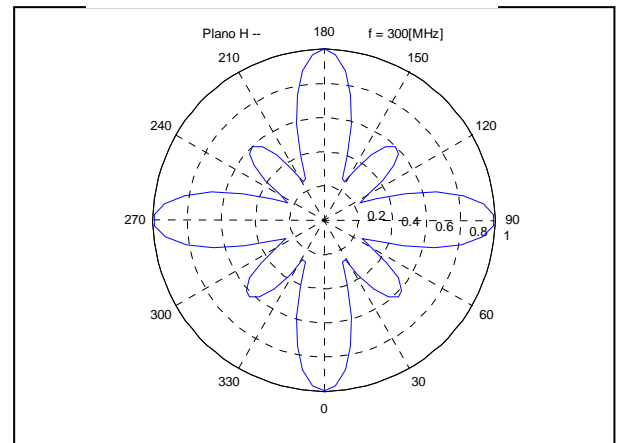
Fig. AB.1 Diagramas de (a) distribución de corriente, (b) y (c) patrón de radiación en 2 dimensiones para los plano E y H y (d) el diagrama tridimensional del patrón de radiación, de 3 dipolos con uno de ellos colocado en el centro del arreglo circular, espaciados  $\lambda/2$  (el radio del arreglo) alimentados con la misma magnitud y fase.



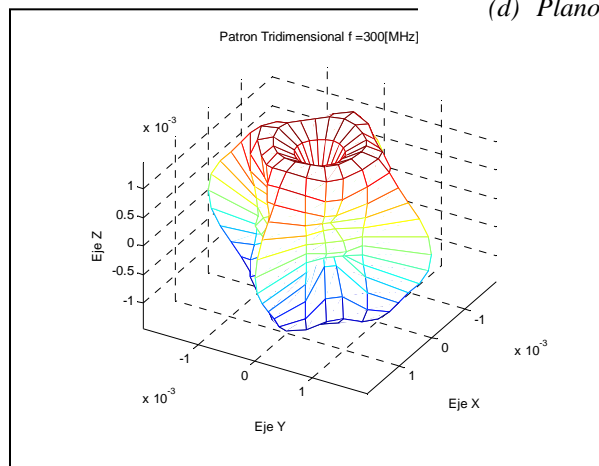
(a) Distribución de corriente



(e) Plano E

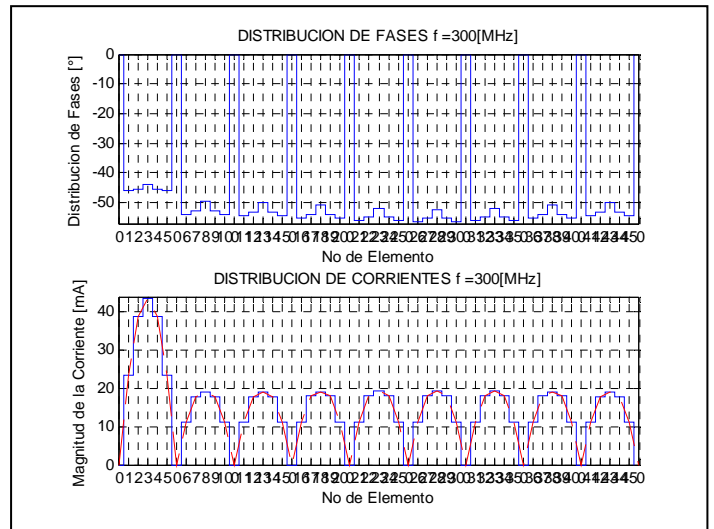
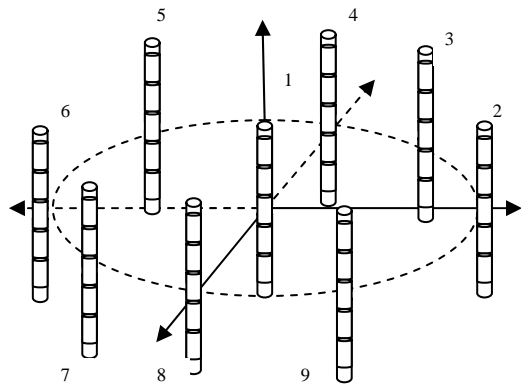


(d) Plano H

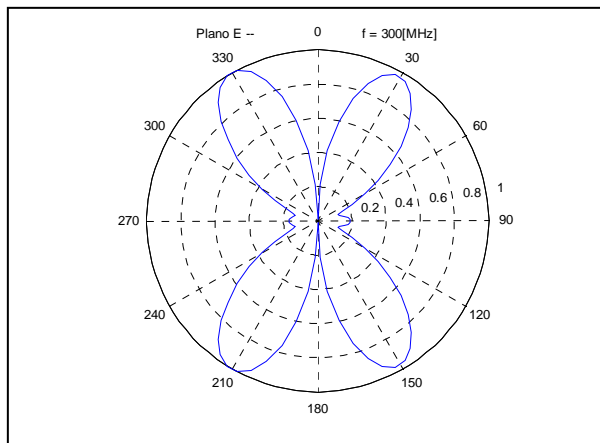


(f) Patrón de radiación tridimensional

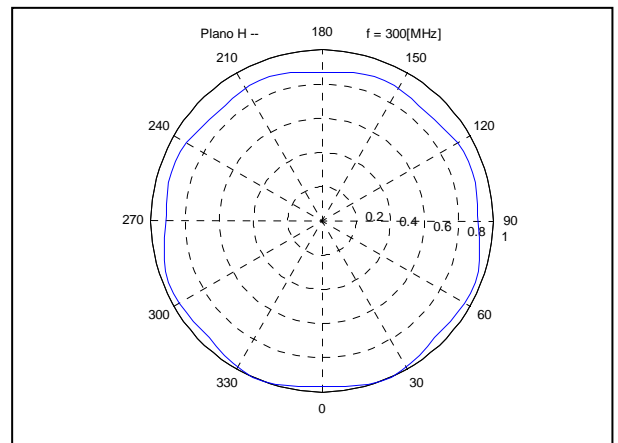
Fig. AB.2 Diagramas de (a) distribución de corriente, (b) y (c) patrón de radiación en 2 dimensiones para los plano E y H y (d) el diagrama tridimensional del patrón de radiación, de 5 dipolos con uno de ellos colocado en el centro del arreglo circular, espaciados  $\lambda/2$  (el radio del arreglo) alimentados con la misma magnitud y fase.



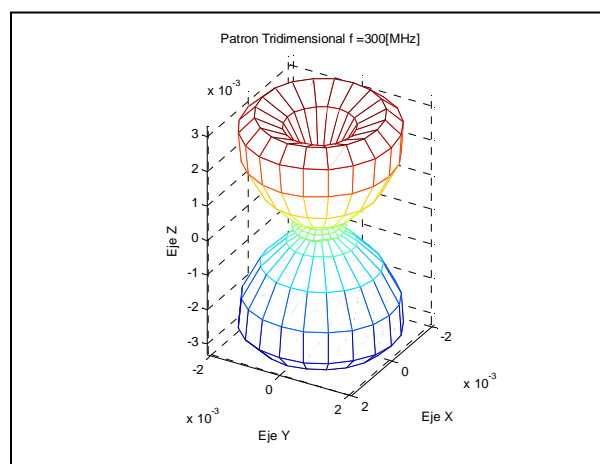
(b) Distribución de corriente



(b) Plano E



(c) Plano H

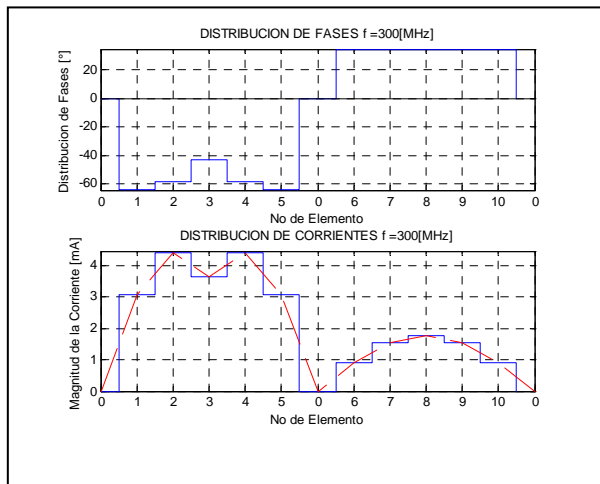


(g) Patrón de radiación tridimensional

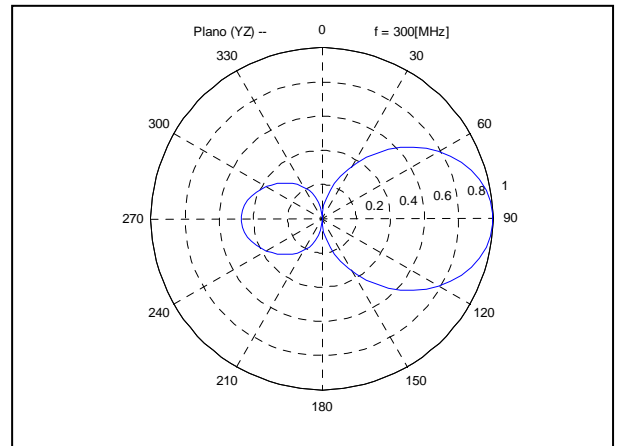
Fig. AB.3 Diagramas de (a) distribución de corriente, (b) y (c) patrón de radiación en 2 dimensiones para los plano E y H y (d) el diagrama tridimensional del patrón de radiación, de 9 dipolos con uno de ellos colocado en el centro del arreglo circular, espaciados  $\lambda/2$  (el radio del arreglo) alimentados con la misma magnitud y fase.

### Anexo C

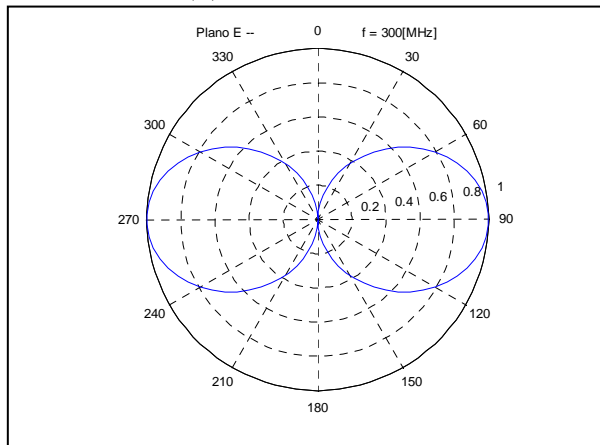
Un solo elemento en el reflector parabólico cilíndrico:



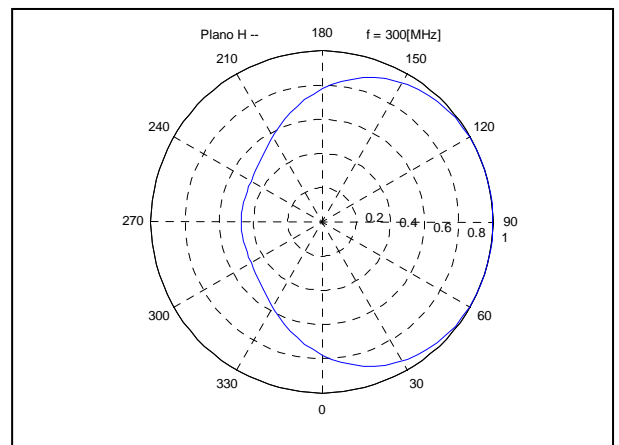
(a) Distribución de corriente



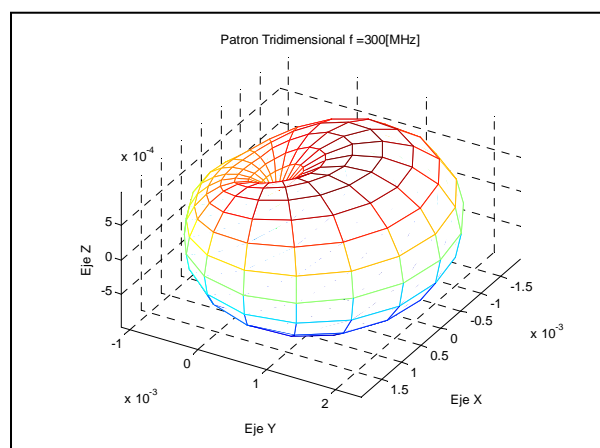
(b) Plano YZ



(c) Plano E



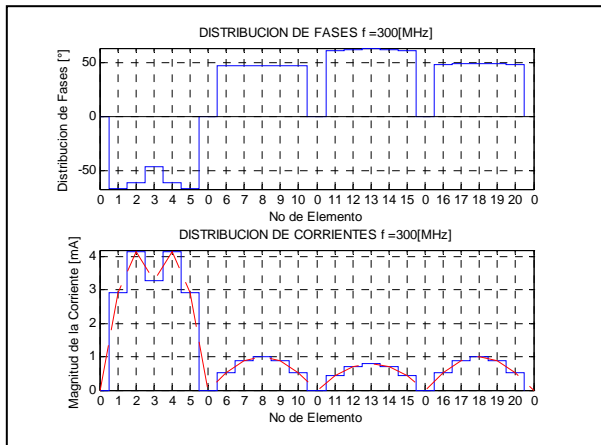
(d) Plano H



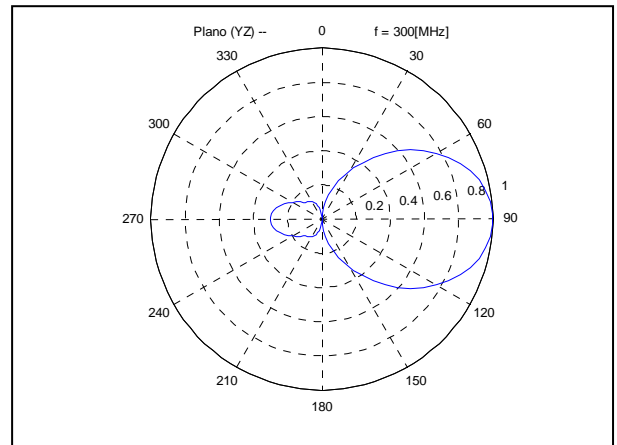
(e) Patrón de radiación tridimensional

**Fig. AC.1** Diagramas de (a) distribución de corriente, (b) , (c) y (d) patrón de radiación en 2 dimensiones para los plano YZ, E y H y (d) el diagrama tridimensional del patrón de radiación, de una reflector parabólico cilíndrico con un dipolo en el reflector y alimentado con un dipolo sobre la línea focal.

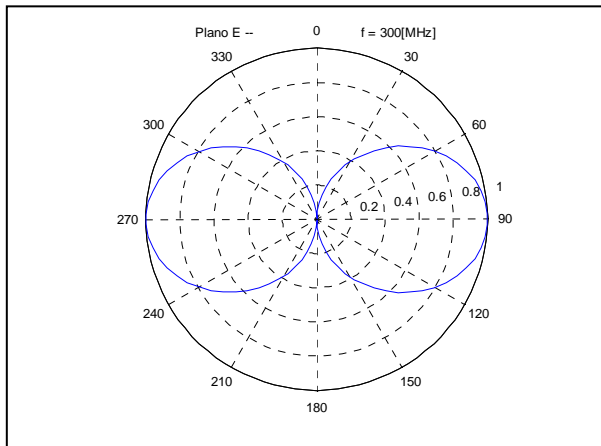
Con 3 elementos en el reflector:



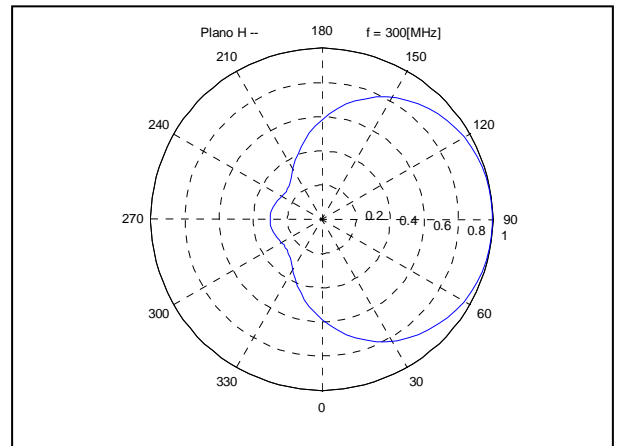
(a) Distribución de corriente



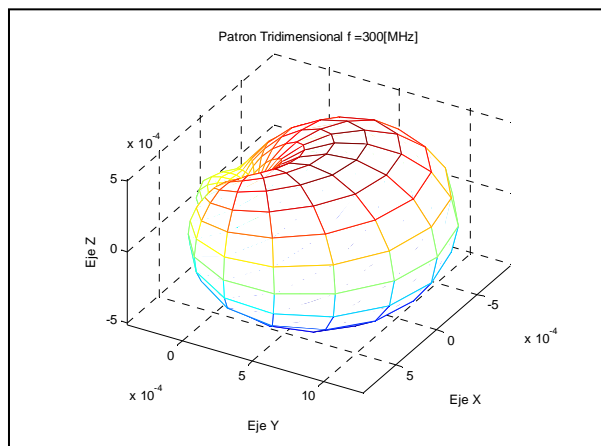
(b) Plano YZ



(c) Plano E



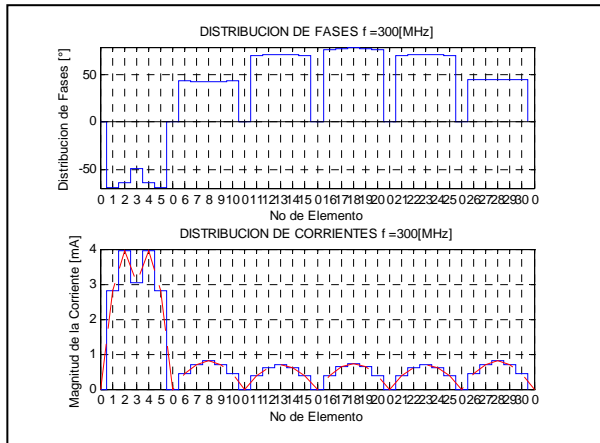
(d) Plano H



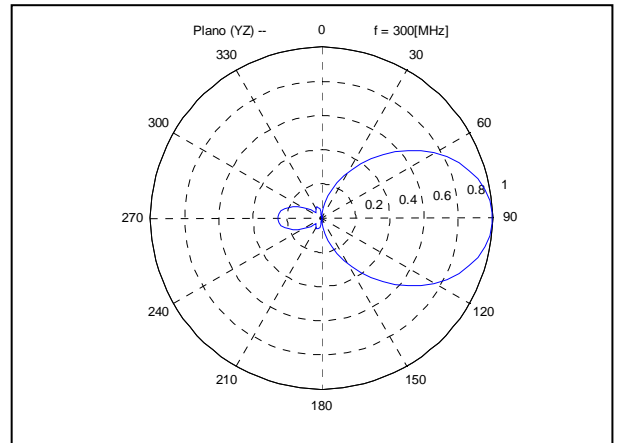
(e) Patrón de radiación tridimensional

**Fig. AC.2** Diagramas de (a) distribución de corriente, (b) , (c) y (d) patrón de radiación en 2 dimensiones para los plano YZ, E y H y (d) el diagrama tridimensional del patrón de radiación, de una reflector parabólico cilíndrico con 3 dipolos en el reflector y alimentado con un dipolo sobre la línea focal.

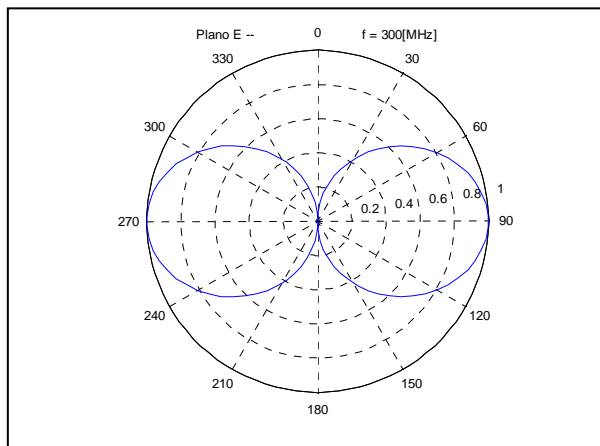
Con 5 elementos en el reflector:



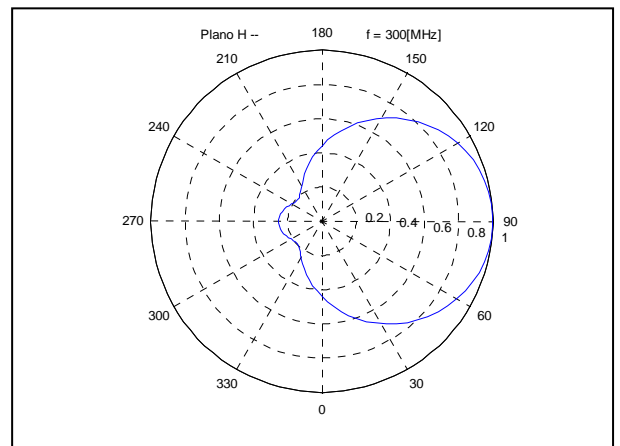
(a) Distribución de corriente



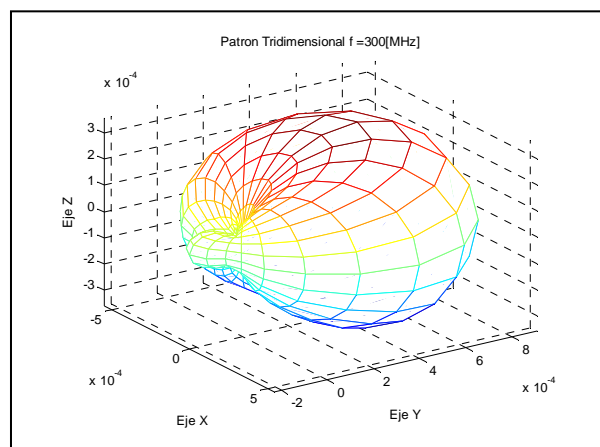
(b) Plano YZ



(c) Plano E



(d) Plano H

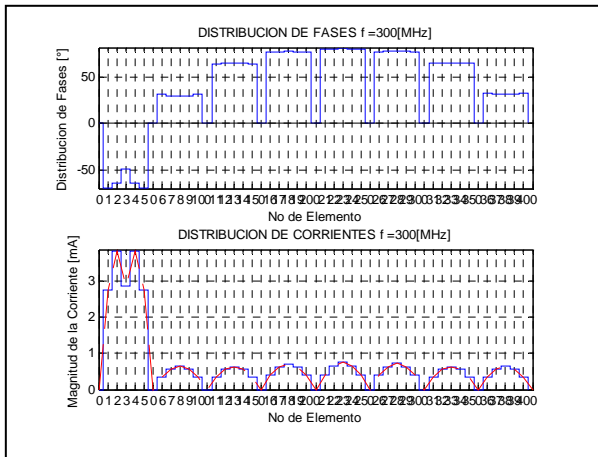


(e) Patrón de radiación tridimensional

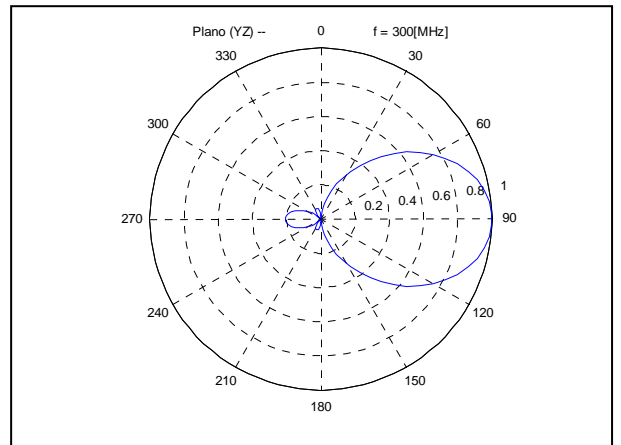
**Fig. AC.3** Diagramas de (a) distribución de corriente, (b) , (c) y (d) patrón de radiación en 2 dimensiones para los plano YZ, E y H y (d) el diagrama tridimensional del patrón de radiación, de una reflector parabólico cilíndrico con 5 dipolos en el reflector y alimentado con un dipolo sobre la línea focal.



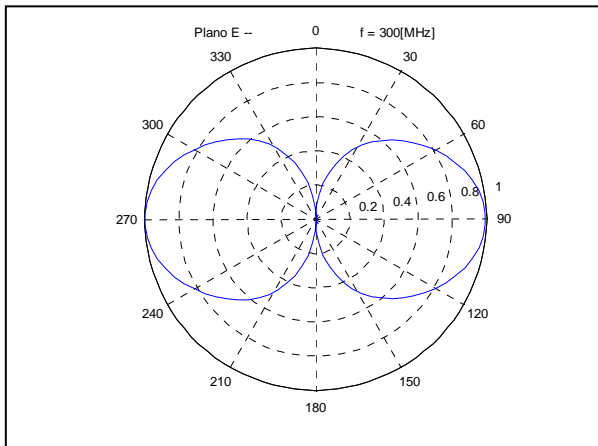
Con 7 elementos en el reflector:



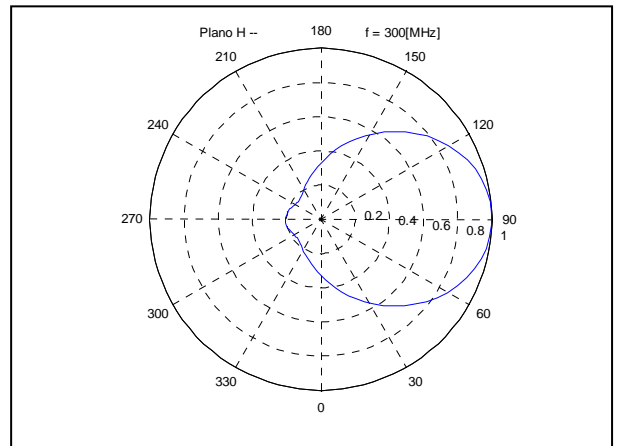
(a) Distribución de corriente



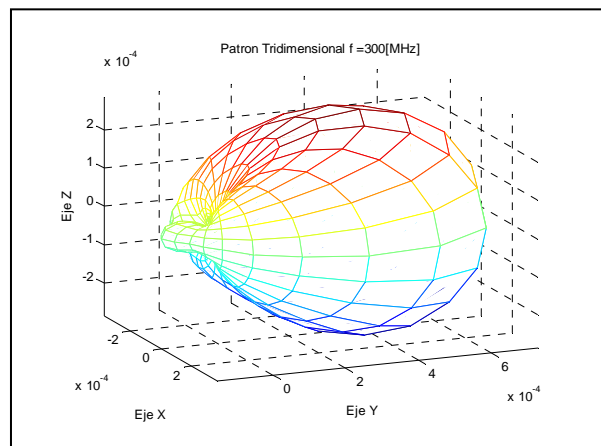
(b) Plano YZ



(c) Plano E



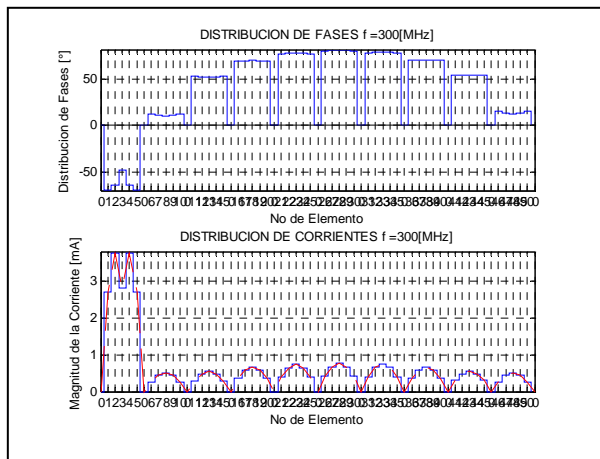
(d) Plano H



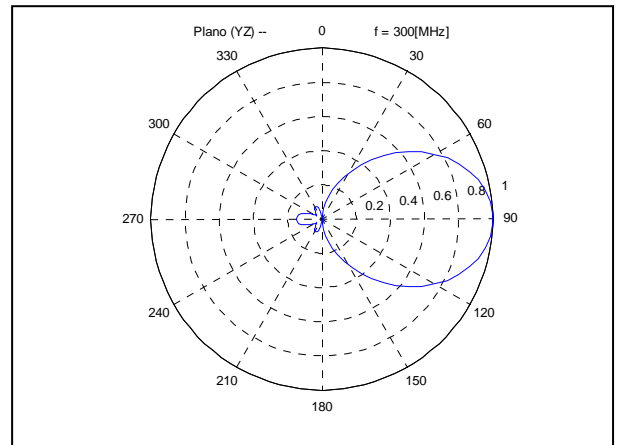
(e) Patrón de radiación tridimensional

**Fig. AC.4** Diagramas de (a) distribución de corriente, (b) , (c) y (d) patrón de radiación en 2 dimensiones para los plano YZ, E y H y (d) el diagrama tridimensional del patrón de radiación, de una reflector parabólico cilíndrico con 7 dipolos en el reflector y alimentado con un dipolo sobre la línea focal.

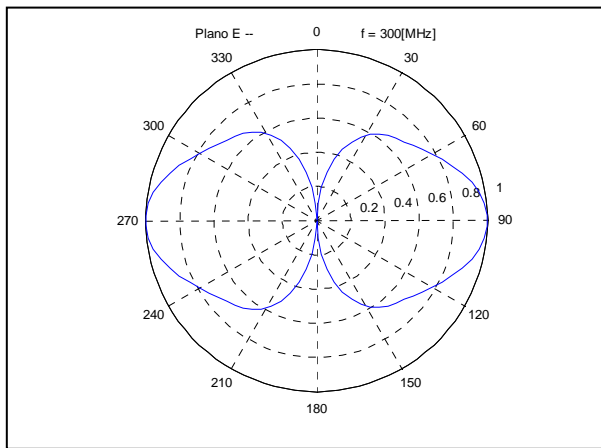
Con 9 elementos en el reflector:



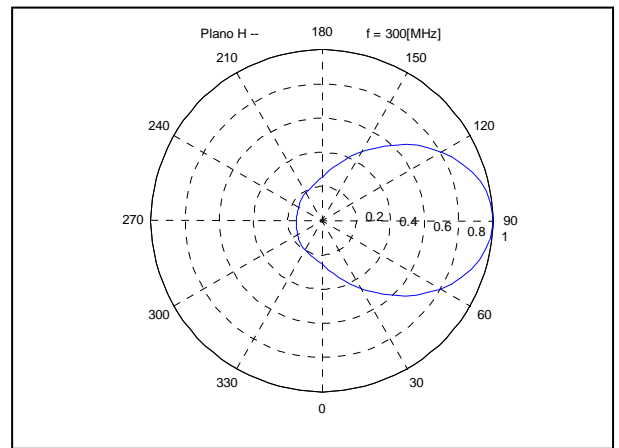
(a) Distribución de corriente



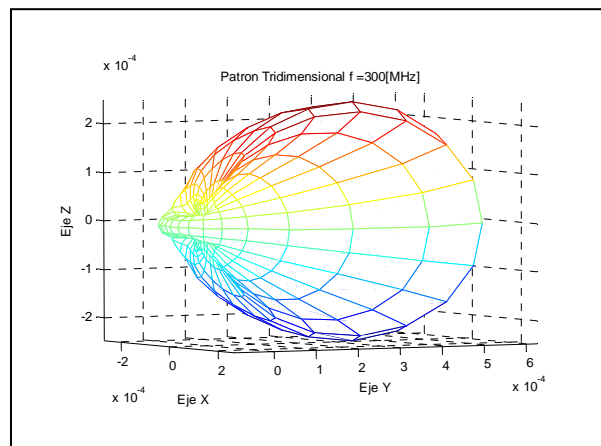
(b) Plano YZ



(c) Plano E



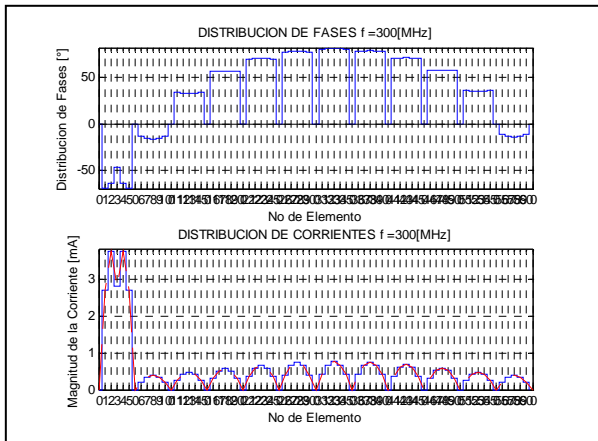
(d) Plano H



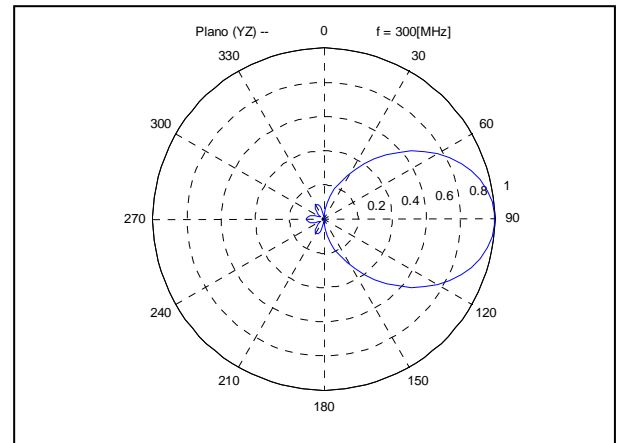
(e) Patrón de radiación tridimensional

**Fig. AC.5** Diagramas de (a) distribución de corriente, (b) , (c) y (d) patrón de radiación en 2 dimensiones para los plano YZ, E y H y (d) el diagrama tridimensional del patrón de radiación, de una reflector parabólico cilíndrico con 9 dipolos en el reflector y alimentado con un dipolo sobre la línea focal.

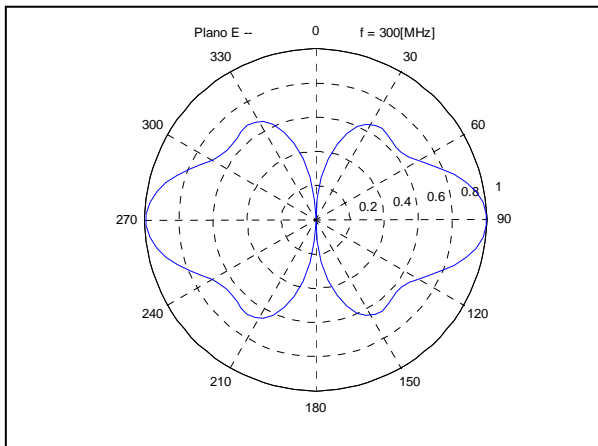
Con 11 elementos en el reflector:



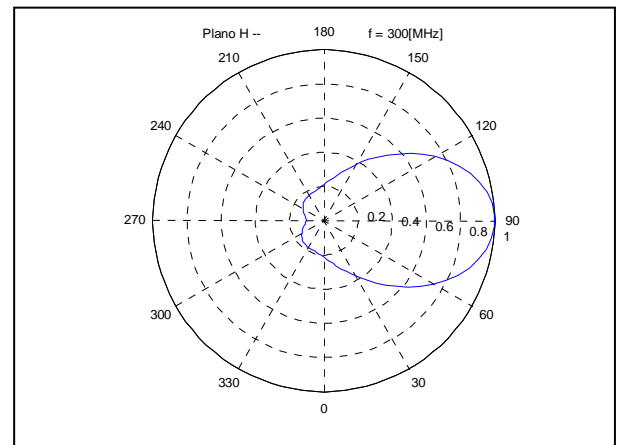
(a) Distribución de corriente



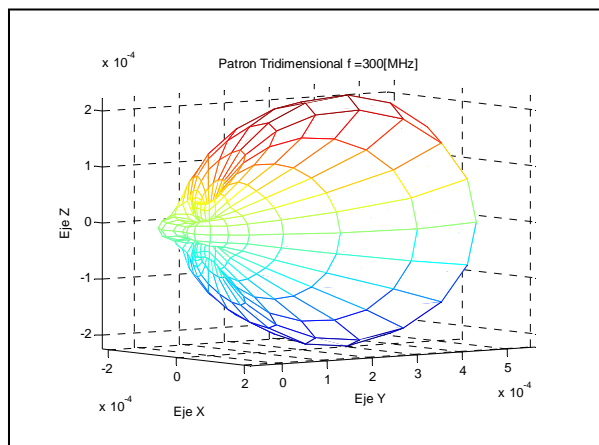
(b) Plano YZ



(c) Plano E



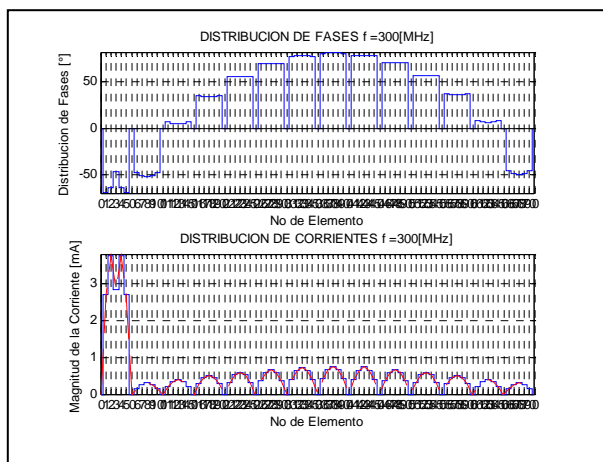
(d) Plano H



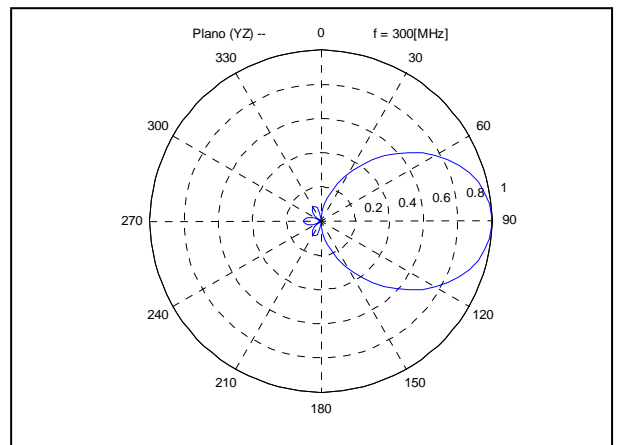
(e) Patrón de radiación tridimensional

Fig. AC.6 Diagramas de (a) distribución de corriente, (b), (c) y (d) patrón de radiación en 2 dimensiones para los plano YZ, E y H y (d) el diagrama tridimensional del patrón de radiación, de una reflector parabólico cilíndrico con 11 dipolos en el reflector y alimentado con un dipolo sobre la línea focal.

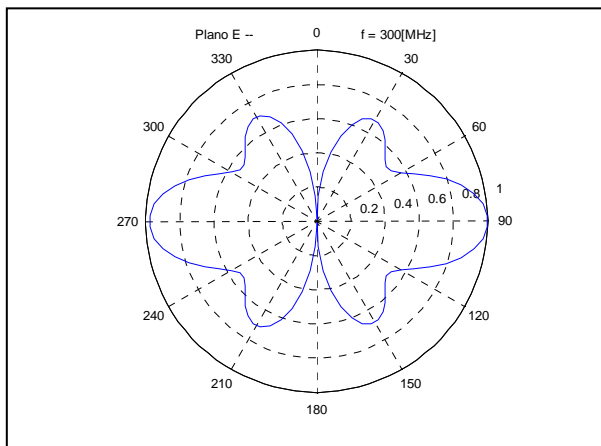
Y finalmente con 13 elementos en el reflector:



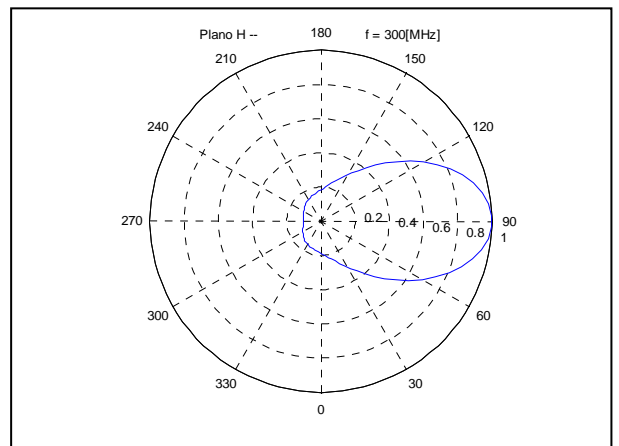
(a) Distribución de corriente



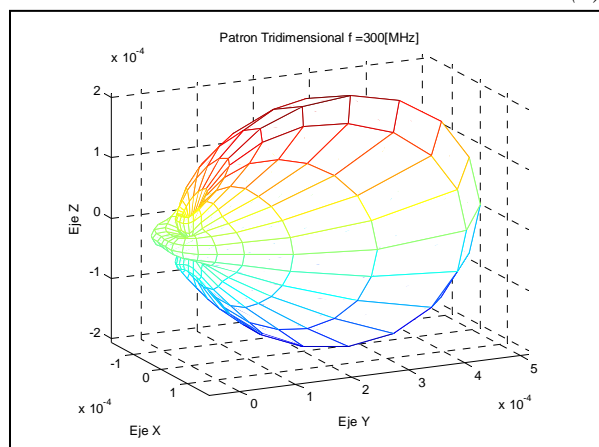
(b) Plano YZ



(c) Plano E



(d) Plano H



(e) Patrón de radiación tridimensional

**Fig. AC.7** Diagramas de (a) distribución de corriente, (b) , (c) y (d) patrón de radiación en 2 dimensiones para los plano YZ, E y H y (d) el diagrama tridimensional del patrón de radiación, de una reflector parabólico cilíndrico con 13 dipolos en el reflector y alimentado con un dipolo sobre la línea focal.

Como se puede observar las mejoras no son significativas, comparadas con la complejidad de incrementar el número de reflectores.

## Anexo D

En este anexo se hace una comparación entre el resultado obtenido mediante el método de momentos (en el capítulo 6) y las técnicas de multiplicación de patrones (en el capítulo 7). Para reducir las discrepancias en el segundo método se han usado las magnitudes y fases de corriente de alimentación de cada uno de los elementos del arreglo, las cuales son calculadas mediante la matriz de impedancias como se explica en el capítulo 6.

La primera figura muestra la configuración del arreglo, vista desde arriba. Cada elemento aparece como un punto. Las siguientes figuras están colocadas en pares, en el lado izquierdo se encuentran los resultados obtenidos mediante el método de multiplicación de patrones (simulando los valores de la corriente de alimentación como los obtenidos mediante el método de momentos, ya que este método no considera voltajes y corrientes inducidas) y en el lado derecho los resultados obtenidos mediante el método de momentos.

El primer par de figuras representa el plano H, el segundo par de figuras es el plano E y finalmente el último par de figuras, es una representación de patrón de radiación en forma tridimensional.

El vector que tiene las magnitudes de corriente de los elementos centrales en el ejercicio anterior se expresa de la siguiente manera:

$$I_{ec} = \begin{matrix} 0.0075 \\ 0.0055 \\ 0.0054 \end{matrix}$$

Y son los datos que se ingresaran en el programa que calcula factor del arreglo de radiación pero por el método de multiplicación de patrones. Así mismo, el vector que contiene las fases de los correspondientes elementos se expresa de la siguiente manera:

$$A_{ec} = \begin{matrix} -45.3196 \\ -45.2802 \\ -46.0777 \end{matrix}$$

Y los resultados obtenidos para el factor del arreglo del sistema de 3 antenas al que hacemos referencia se muestra en las graficas de la figura AD.1:

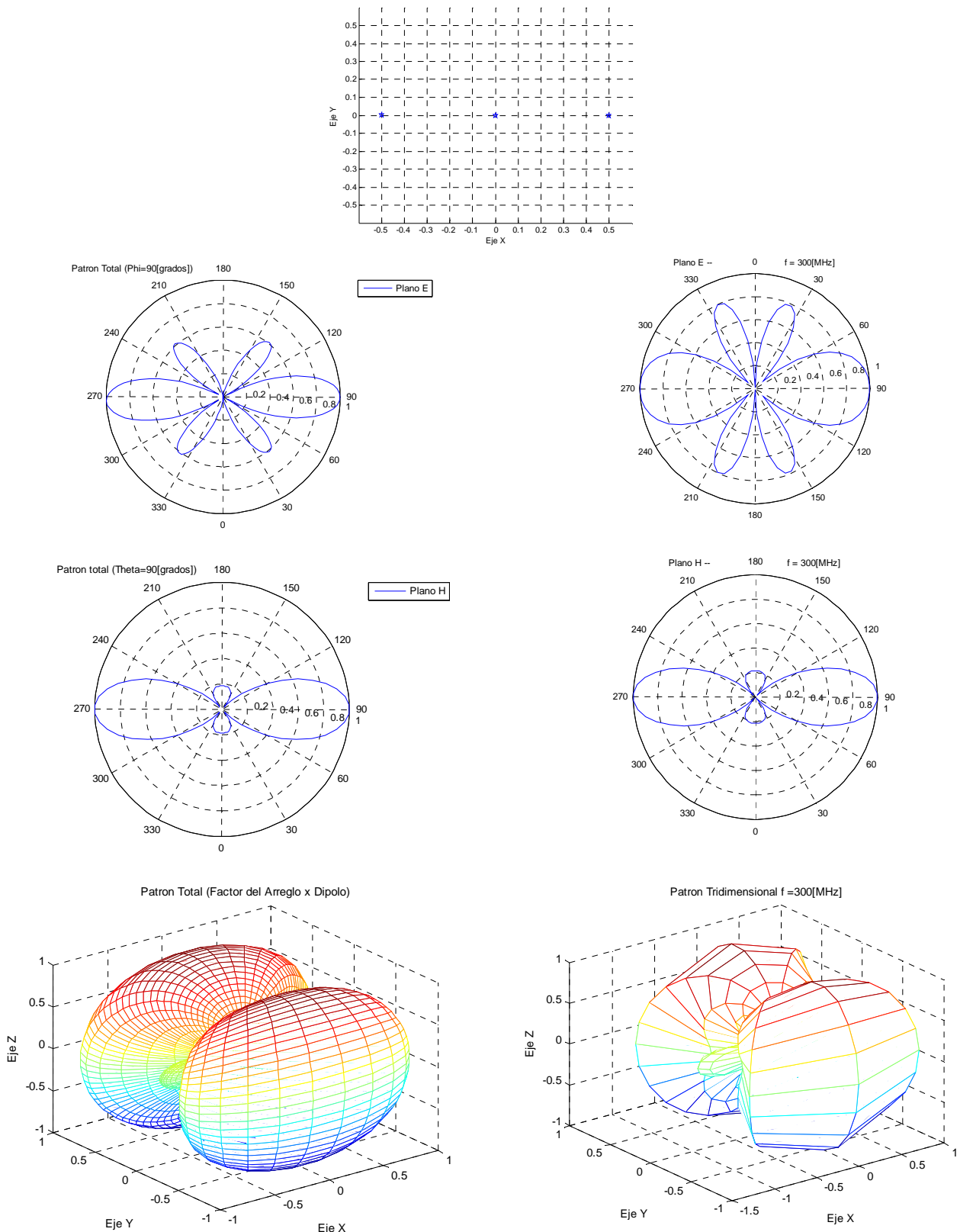


Fig. AD.1 Diagramas de radiación un arreglo circular de 2 dipolos con uno de ellos ubicado en el centro y alimentado con la magnitud y fase de la corriente obtenida con el método de momentos (graficados al lado derecho)

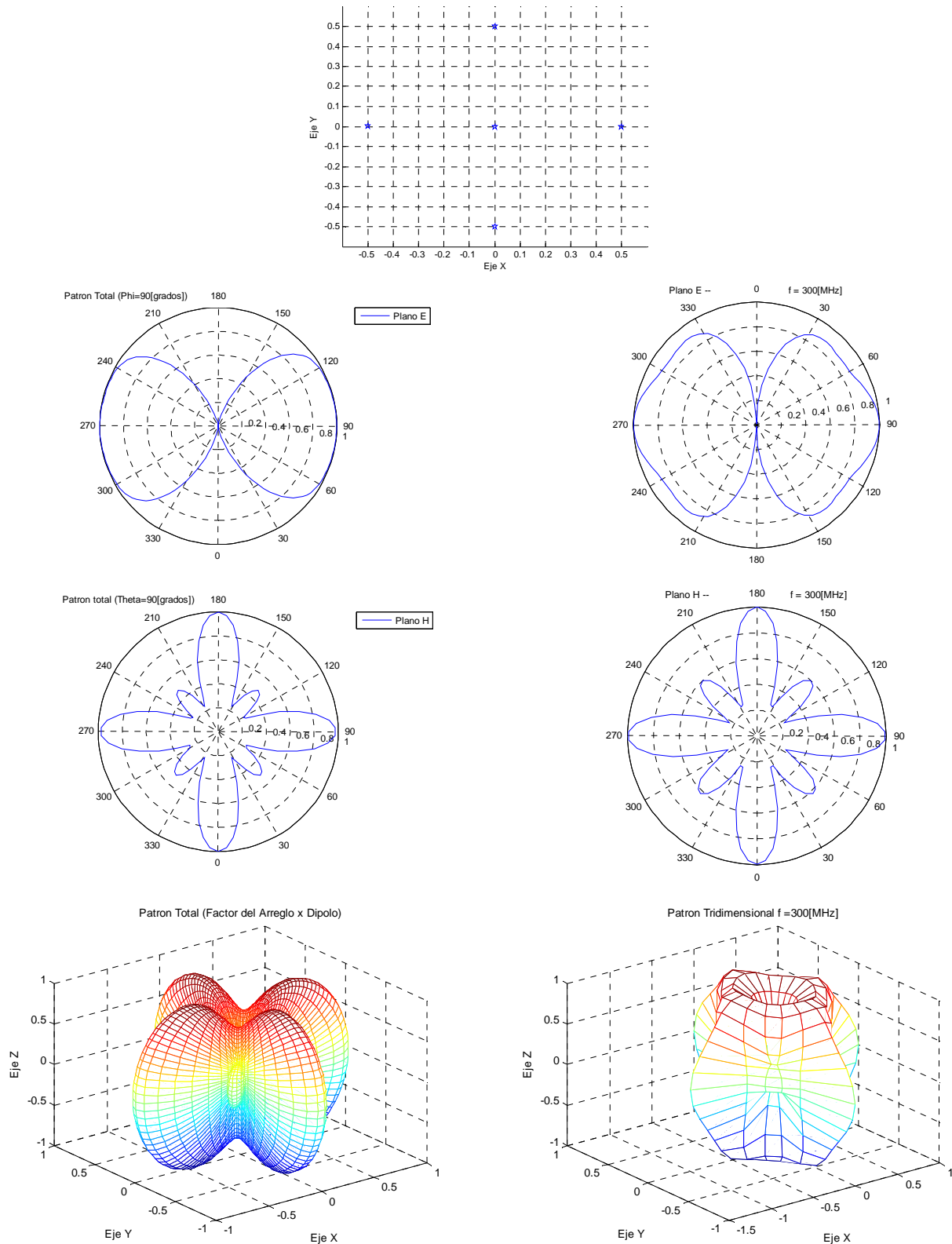
Ahora se analizara un resultado similar para el caso de un arreglo circular de 4 dipolos con uno más en el centro de la circunferencia, en este caso los vectores que tienen la magnitud y fase de la corriente en cada uno de los elementos del arreglo están dados a continuación:

*I<sub>ec</sub>*  
0.0124  
0.0072  
0.0072  
0.0071  
0.0072

Y para la fase se tiene que:

*A<sub>ec</sub>*=  
-59.5552  
-72.8226  
-73.5909  
-74.3566  
-73.5909

Estos valores fueron utilizados para simular los valores de la corriente de alimentación, de cada uno de los elementos del arreglo, de forma similar que en el caso anterior.



**Fig. AD.2 Diagramas de radiación un arreglo circular de 4 dipolos con uno de ellos ubicado en el centro y alimentado con la magnitud y fase de la corriente obtenida mediante el método de momentos (cuyos resultados aparecen graficados al lado derecho)**



Arreglo circular con 8 elementos (dipolos verticales de media onda) y un elemento colocado en el centro de la circunferencia.

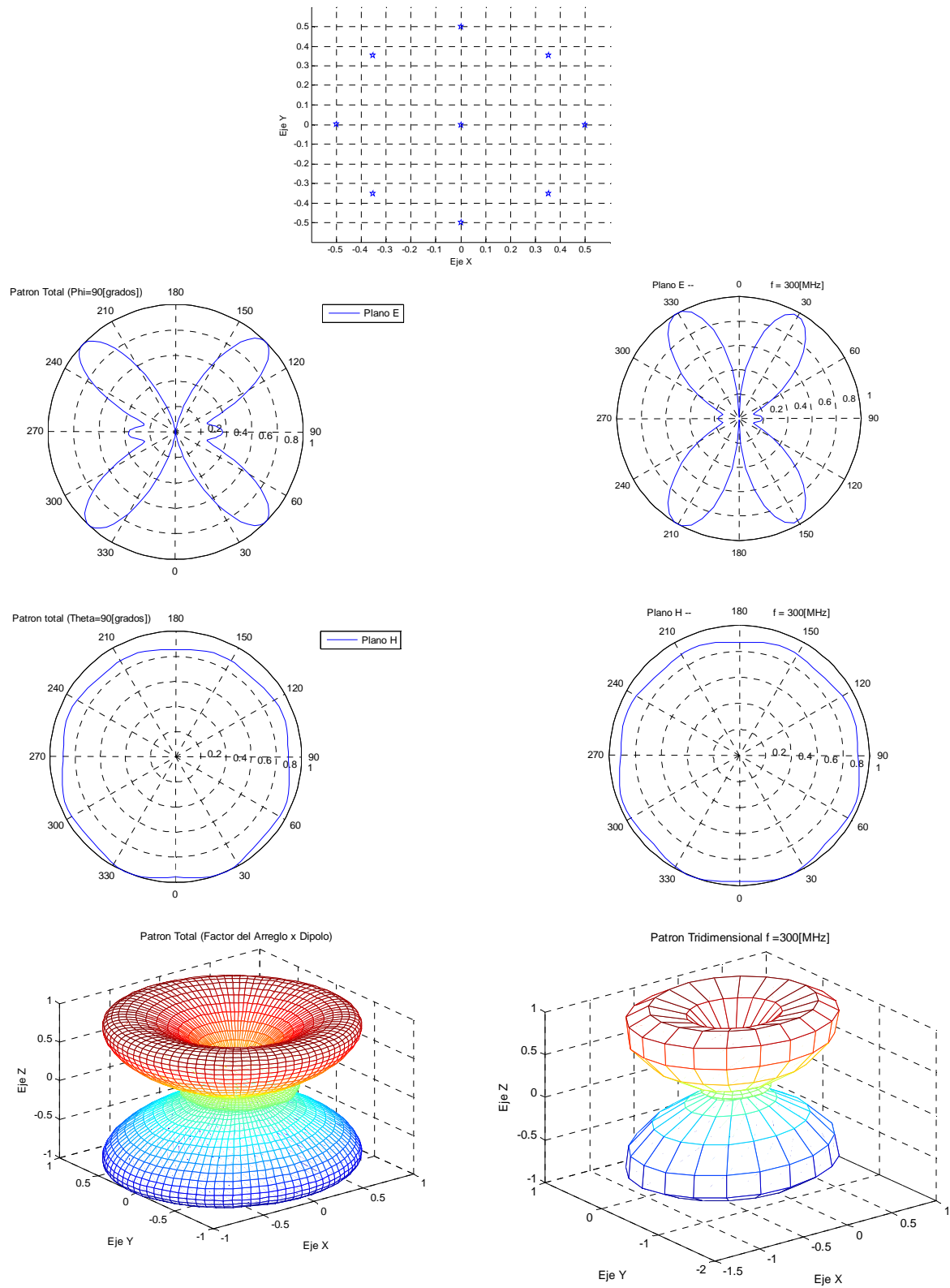
La magnitud de la corriente en el elemento central está dada por el siguiente vector, calculado mediante MoM, se sustituye en como la corriente de alimentación al calcular las características de radiación por medio del método de multiplicación de patrones:

$I_{ec} =$   
0.0435  
0.0190  
0.0190  
0.0191  
0.0191  
0.0192  
0.0191  
0.0191  
0.0190

Y sus respectivas fases son:

$A_{ec} =$   
-44.1009  
-49.6017  
-50.0052  
-50.9796  
-51.9541  
-52.3579  
-51.9541  
-50.9796  
-50.0052

Utilizando el método de momentos, es posible obtener también un resultado muy aproximado como se ilustra en la figura AD.3, en la que se hace un comparativo, en el lado izquierdo aparecen los resultados obtenidos mediante el método de multiplicación de patrones y en el lado derecho los resultados obtenidos con em método de momentos:



**Fig. AD.3 Diagramas de radiación un arreglo circular de 8 dipolos con uno de ellos ubicado en el centro y alimentado con la magnitud y fase de la corriente obtenida mediante el método de momentos (cuyos resultados aparecen graficados al lado derecho)**

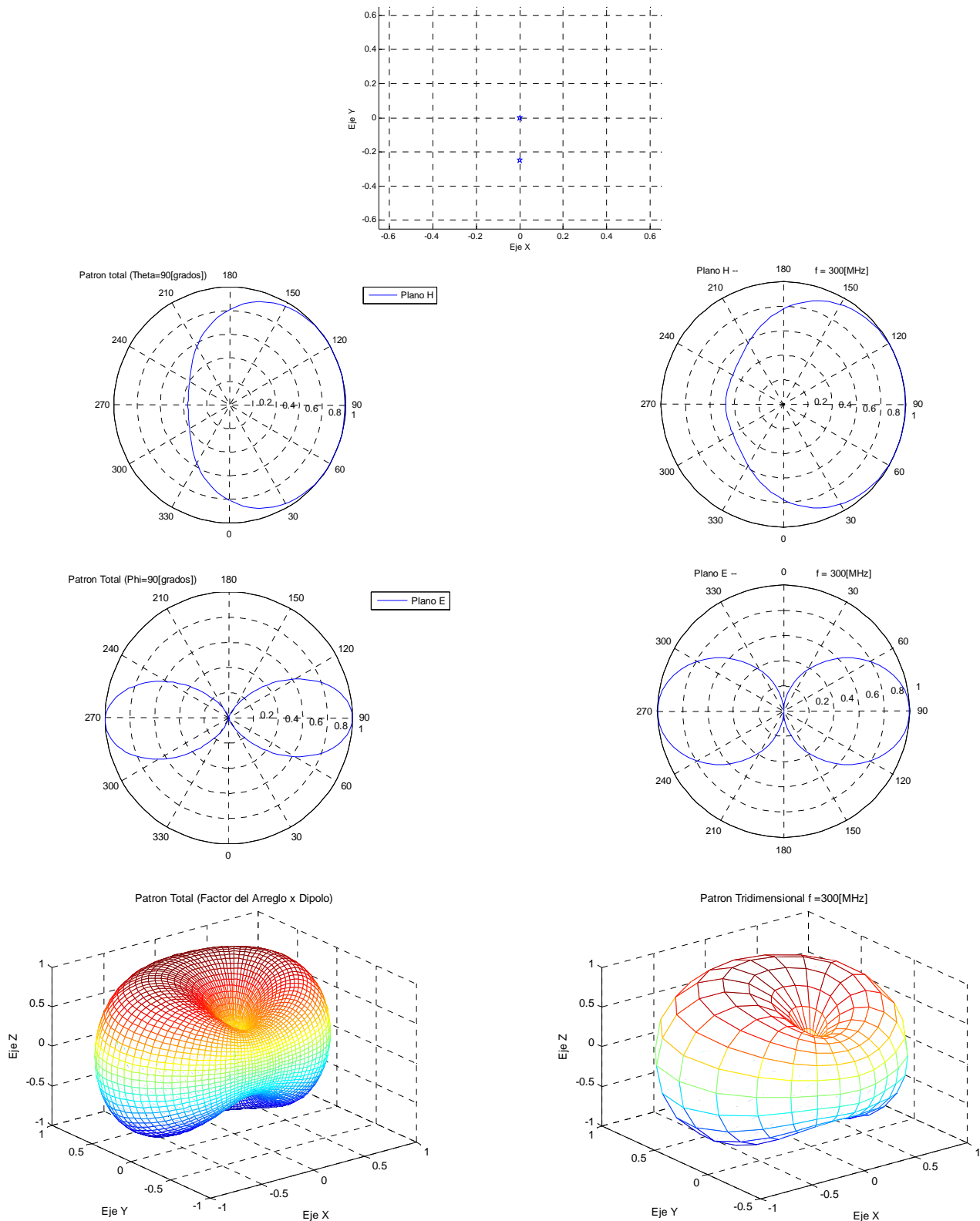
En el caso de un arreglo de dipolos verticales de forma parabólico-cilíndrica, también se ha empleado el método de multiplicación de patrones para corroborar los resultados obtenidos mediante el MoM, a continuación se muestran algunos resultados para N=1,3,5,7,9,11 y 13 dipolos ubicados a lo largo de la curva de una parábola y que funcionan como reflectores. La alimentación de todo el arreglo en todos los casos es proporcionada a través de un dipolo ubicado en el foco de la parábola:

Cuando N=1, los vectores que representan la magnitud y fase de la corriente de alimentación obtenidos mediante el método de momentos son los siguientes:

$$I_{ec} = \begin{matrix} 0.0037 \\ 0.0018 \end{matrix}$$

$$A_{ec} = \begin{matrix} -43.1619 \\ 33.9817 \end{matrix}$$

Al sustituir estos valores en el programa de multiplicación de patrones se obtienen los resultados mostrados en el lado izquierdo, lo cual lo podemos comparar con las figuras del lado derecho en donde se grafican los resultados obtenidos con el método de multiplicación de patrones.



**Fig. AD.4 Diagramas de radiación un arreglo parabólico-cilíndrico de 1 dipolo alimentado con uno de mas ubicado en el foco de la parábola y alimentado con la magnitud y fase de la corriente obtenida mediante el método de momentos (cuyos resultados aparecen graficados al lado derecho)**

En el siguiente ejemplo se analiza un arreglo parabólico cilíndrico con únicamente 3 elementos reflectores parásitos. Al emplear el método de momentos estudiado en el capítulo 6 se obtienen los siguientes valores de magnitud y fase de corriente en los segmentos centrales de cada elemento, mismos que se emplearan para determinar los mencionados parámetros a la entrada, en el programa de multiplicación de patrones, ya que este último método no considera las corrientes inducidas entre los elementos, lo cual resulta poco preciso en algunos casos.

Para la magnitud:

$I_{ec} =$   
0.0033  
0.0010  
0.0008  
0.0010

Y para la fase:

$A_{ec} =$   
-46.8324  
47.9188  
63.3811  
49.2802

Las figuras del lado izquierdo representan los resultados en los planos  $E$  y  $H$  obtenidos mediante el método de multiplicación de patrones y los del lado derecho son los mismos casos pero con el método de momentos.

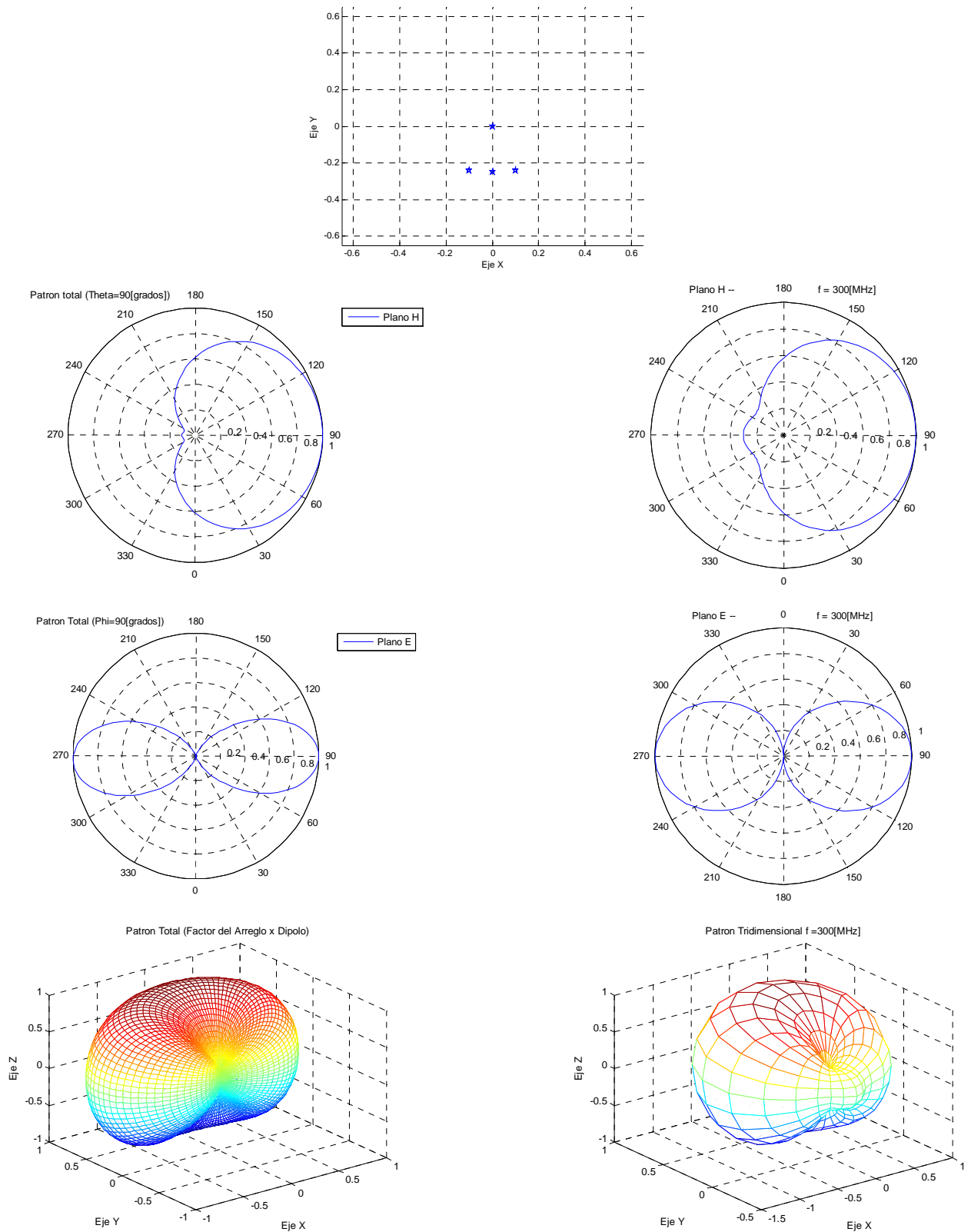


Fig. AD.5 Diagramas de radiación un arreglo parabólico-cilíndrico de 3 dipolos alimentado con uno de mas ubicado en el foco de la parábola y alimentado con la magnitud y fase de la corriente obtenida mediante el método de momentos (cuyos resultados aparecen graficados al lado derecho)

Para  $N=5$ , es decir, que se consideran con cinco elementos reflectores más un dipolo en el foco de la parábola como alimentador, se obtuvieron los siguientes valores en la corrientes de alimentación.

Para la magnitud:

$I_{ec} =$

0.0030

0.0008

0.0007

0.0007

0.0007

0.0008

Y para la fase:

$A_{ec} =$

-49.1215

42.4882

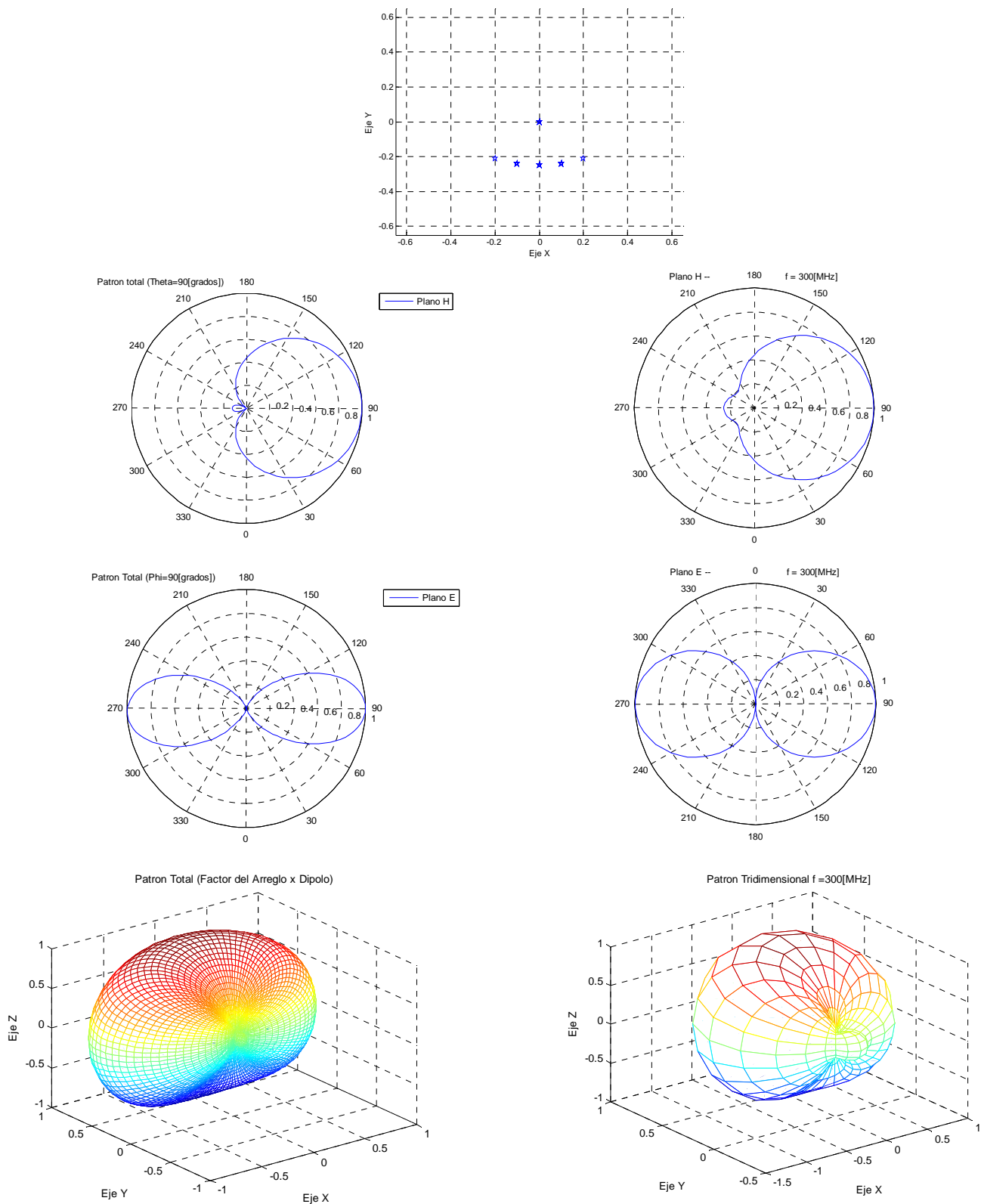
70.9856

77.8241

71.0421

44.1837

Los valores anteriores de magnitud y fase de la corriente obtenidos mediante la matriz de impedancias por el método de momentos, se emplean para sustituirse como la corriente de alimentación en cada uno de los elementos y posteriormente resolver el sistema por el método de multiplicación de patrones.



**Fig. AD.6** Diagramas de radiación un arreglo parabólico-cilíndrico de 5 dipolos alimentado con uno de mas ubicado en el foco de la parábola y alimentado con la magnitud y fase de la corriente obtenida mediante el método de momentos (cuyos resultados aparecen graficados al lado derecho)



Para  $N=7$  es decir con siete elementos reflectores más un dipolo en el foco de la parábola como alimentador, los vectores  $I_{ec}$  y  $A_{ec}$  de magnitud y fase de la corriente de alimentación, están dados por los siguientes valores obtenidos con el método de momentos (graficas del lado derecho de la figura):

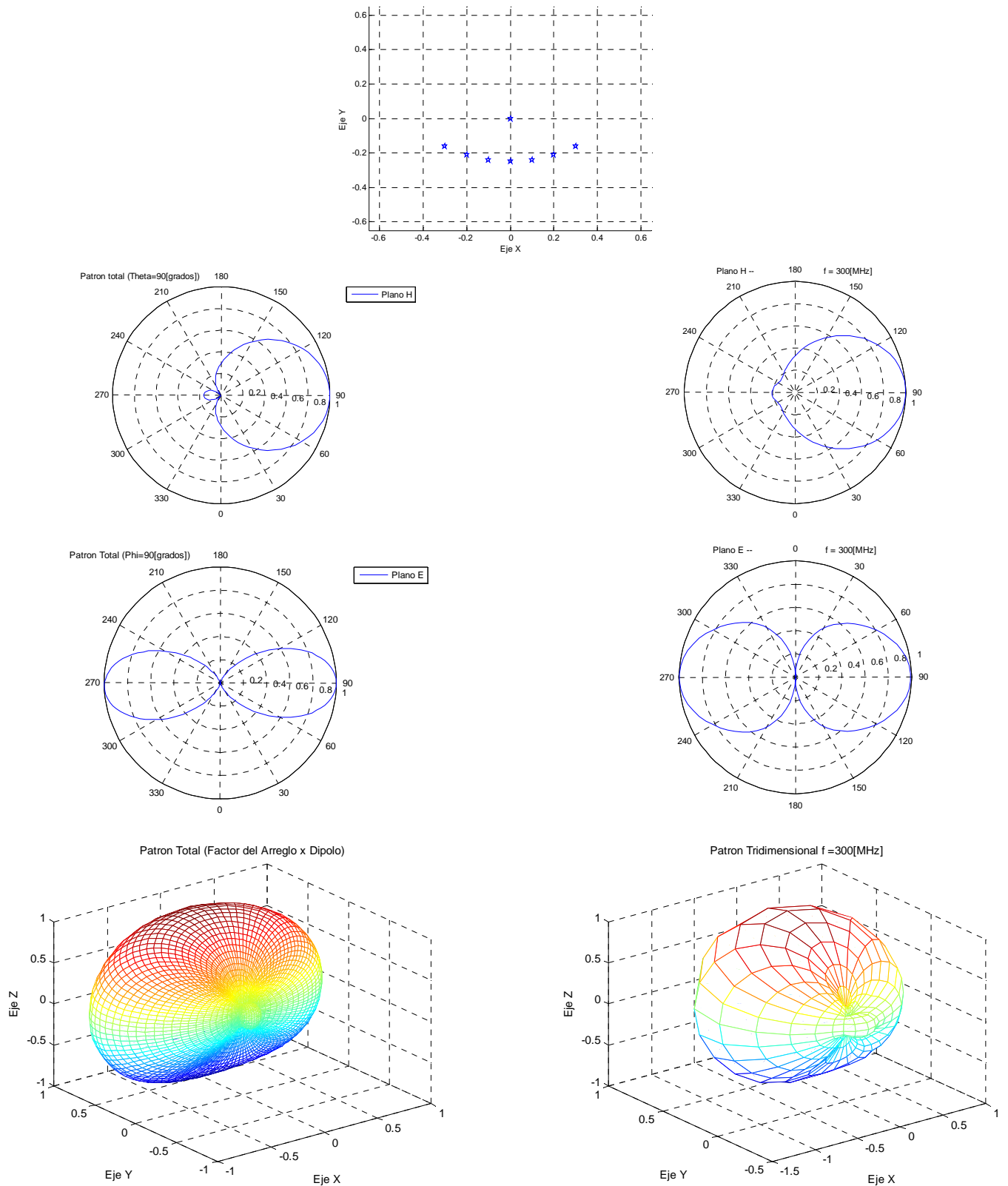
$I_{ec} =$

0.0029  
0.0006  
0.0006  
0.0007  
0.0008  
0.0007  
0.0006  
0.0006

$A_{ec} =$

-49.2989  
29.3583  
64.8281  
77.4229  
80.8541  
77.7873  
65.4397  
31.4091

Estos valores serán sustituidos como los valores de la corriente de alimentación de cada uno de los elementos del arreglo y consecuentemente se calculara el patrón de radiación mediante el método de multiplicación de patrones (figuras del lado izquierdo).



**Fig. AD.7** Diagramas de radiación un arreglo parabólico-cilíndrico de 7 dipolos alimentado con uno de mas ubicado en el foco de la parábola y alimentado con la magnitud y fase de la corriente obtenida mediante el método de momentos (cuyos resultados aparecen graficados al lado derecho)

Si  $N=9$ , este es el número de reflectores sobre la curva de una parábola y un dipolo esta de alimentador en el foco de la misma, conforman el arreglo. Utilizando el método de momentos se calculo el vector de magnitud y el vector de fase, en los segmentos centrales de cada elemento dados de la siguiente manera:

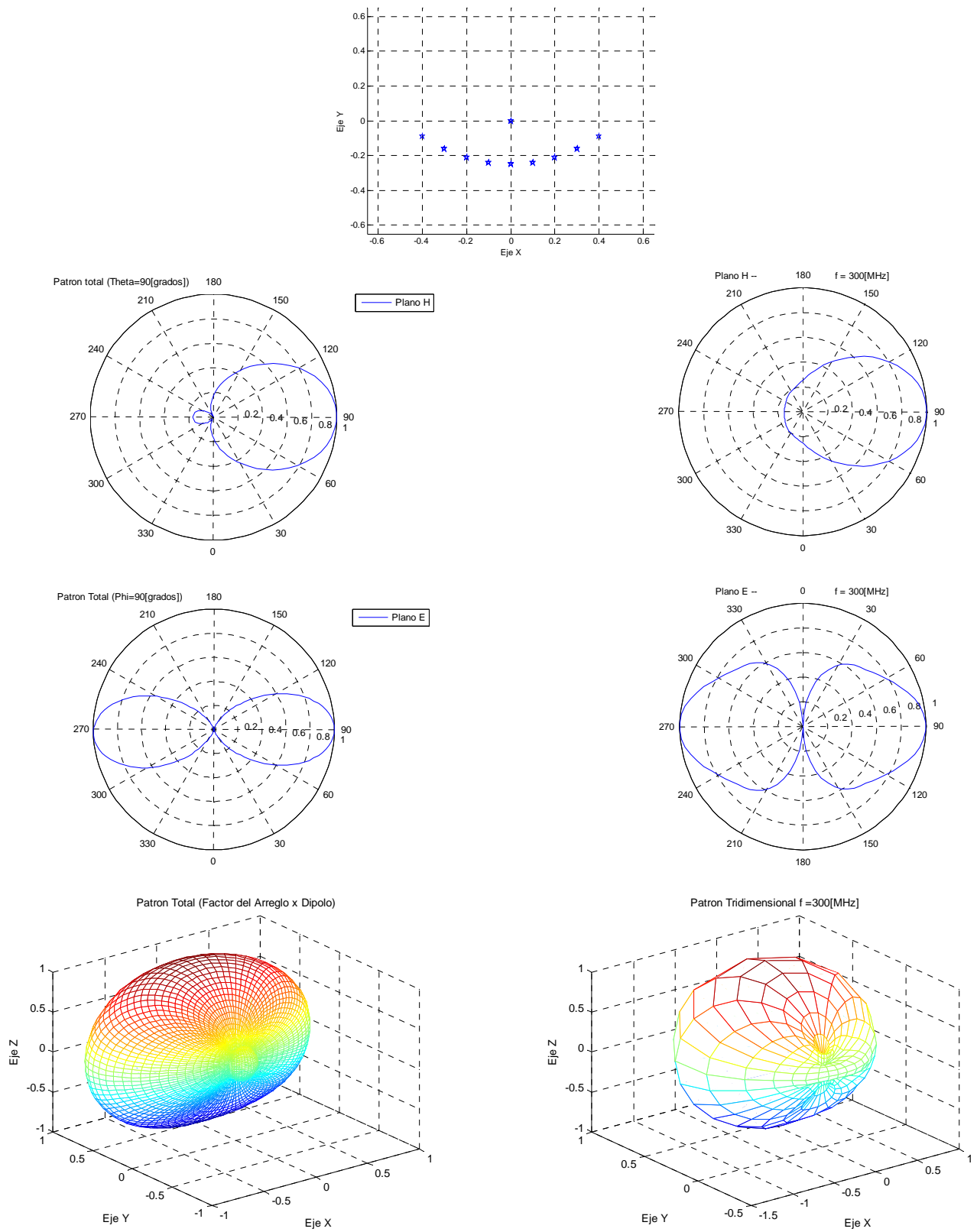
$I_{ec} =$

0.0028  
0.0005  
0.0005  
0.0007  
0.0007  
0.0008  
0.0007  
0.0007  
0.0005  
0.0005

$A_{ec} =$

-48.0497  
9.9878  
52.4724  
69.7853  
78.0424  
80.7698  
78.5672  
70.7113  
53.5938  
12.2178

Sustituyendo estos, como los valores de la corriente de alimentación en cada uno de los elementos utilizando el método de multiplicación de patrones para calcular las características de radiación del arreglo resultan las figuras colocadas del lado izquierdo, en el plano  $E$ , en el plano  $H$  y en forma tridimensional.



**Fig. AD.8** Diagramas de radiación un arreglo parabólico-cilíndrico de 9 dipolos alimentado con uno de mas ubicado en el foco de la parábola y alimentado con la magnitud y fase de la corriente obtenida mediante el método de momentos (cuyos resultados aparecen graficados al lado derecho)

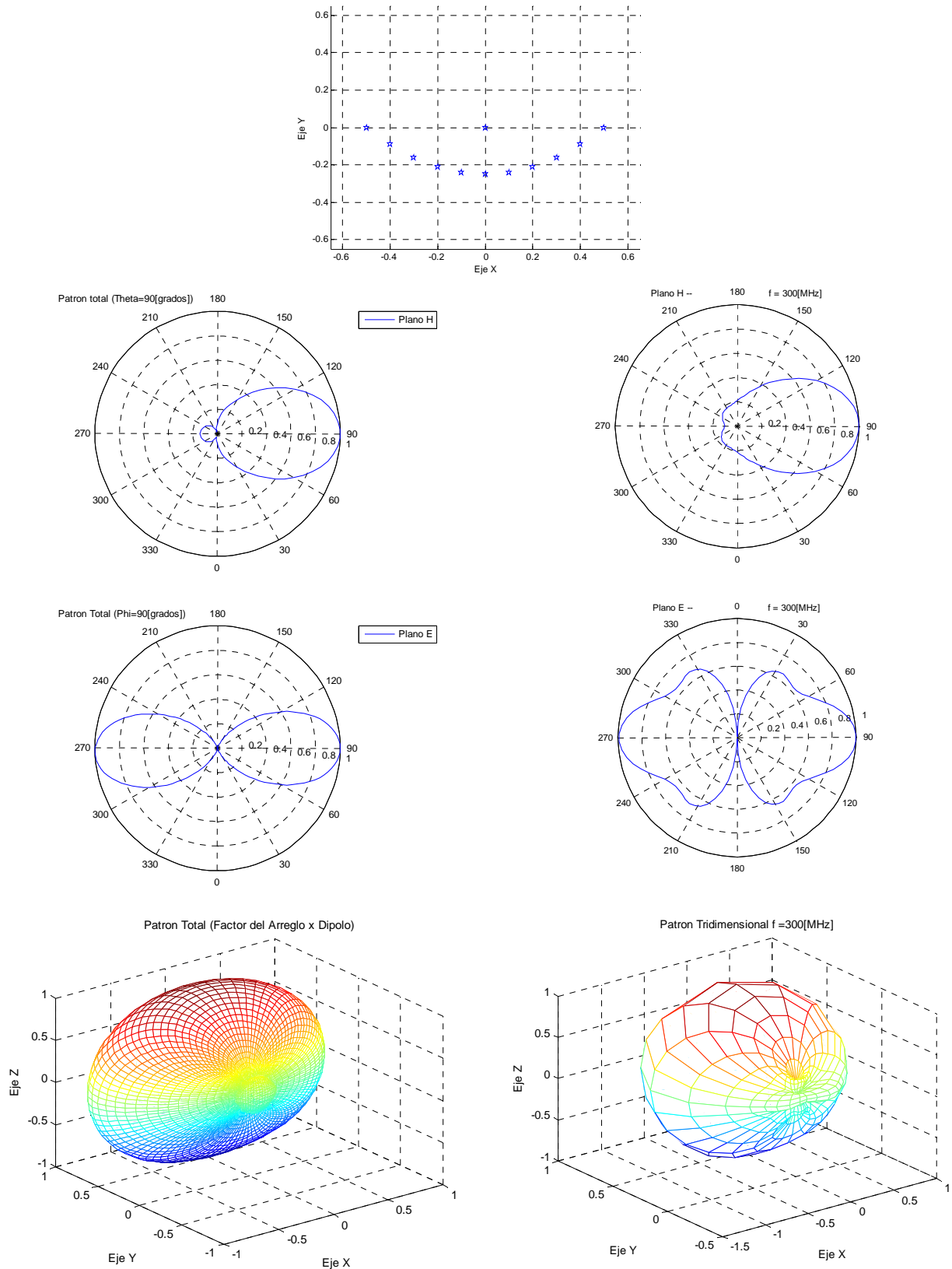
Para  $N=11$ , se tiene lo siguiente:

$I_{ec} =$

0.0028  
0.0004  
0.0005  
0.0006  
0.0007  
0.0007  
0.0008  
0.0007  
0.0007  
0.0006  
0.0005  
0.0004

$A_{ec} =$

-46.7631  
-16.8226  
32.8919  
55.8218  
69.7525  
77.7931  
80.6124  
78.3500  
70.7838  
57.1634  
34.3277  
-14.5806



**Fig. AD.9** Diagramas de radiación un arreglo parabólico-cilíndrico de 11 dipolos alimentado con uno de mas ubicado en el foco de la parábola y alimentado con la magnitud y fase de la corriente obtenida mediante el método de momentos (cuyos resultados aparecen graficados al lado derecho)

Y finalmente cuando N=13:

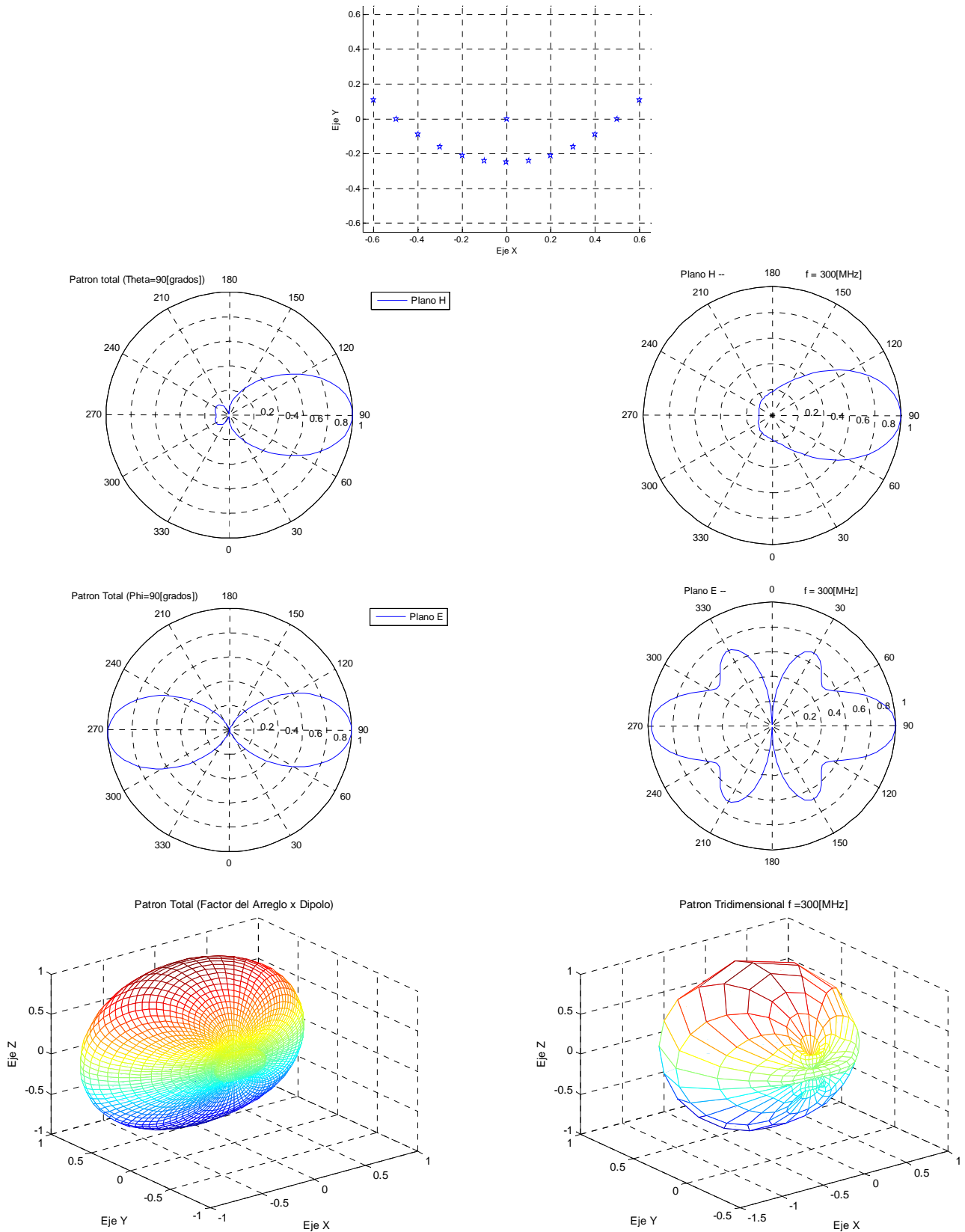
*Iec* =

0.0028  
0.0003  
0.0004  
0.0005  
0.0006  
0.0007  
0.0007  
0.0008  
0.0007  
0.0007  
0.0006  
0.0005  
0.0004  
0.0003

*Aec* =

-46.5568  
-51.5517  
4.9691  
34.1702  
54.8829  
69.3026  
77.7895  
80.7393  
78.3342  
70.3298  
56.2699  
35.7497  
6.5563  
-49.3885

Como se puede observar del caso anterior con N=11, comparado con este de N=13, los cambios ya no son significativos por lo que ya no se calculara el patrón de radiación para más elementos.



**Fig. AD.10** Diagramas de radiación un arreglo parabólico-cilíndrico de 13 dipolos alimentado con uno de mas ubicado en el foco de la parábola y alimentado con la magnitud y fase de la corriente obtenida mediante el método de momentos (cuyos resultados aparecen graficados al lado derecho)