



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

ESCUELA NACIONAL DE INGENIEROS

BREVE ESTUDIO SOBRE MEDICIÓN DE BASES TOPOGRÁFICAS

TESIS

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

INGENIERO TOPÓGRAFO

PRESENTA:

FRANCO C., CARLOS

MÉXICO, D. F.

1900



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Breve estudio sobre
medición de bases
topográficas.

Tesis que para el examen de topógrafo
presenta el alumno Carlos Franco C.

ESQUELA N. DE INGENIERIA
18 JUN 80
MEXICO

El terreno que se elija para la medida de una base, debe ser el mas plano posible y la exactitud conseguida debe medirse es tanto mas grande cuanto mayor sea la red trigonométrica, porque en la resolución de un triángulo, el error cometido en la medida lineal afecta a los lados proporcionalmente a la longitud de estos, y cuanto mas separados estén de la base, el error cometido en ella tendrá una influencia mas considerable. Si llamamos $d.b$, el error cometido en la medida de una base b , los errores que resultan en los lados a y c del triángulo adyacente, estarán expresados por $d.a = d.b \frac{\text{sen } A}{\text{sen } B}$, $d.c = d.b \frac{\text{sen } C}{\text{sen } B}$ y si el ángulo B , opuesto a la base es muy agudo, los coeficientes de $d.b$ son mayores que la unidad; si lo suponemos igual a 30° , para no salir de el limite, $d.a$ y $d.c$ son casi dobles de $d.b$. La expresión primera puede escribirse $d.a = a \frac{d.b}{b}$ y demuestra que el error cometido sobre el lado a , es proporcional al error relativo $\frac{d.b}{b}$ cometido en la base.

Sea B una base compuesta de n porciones b , que podemos suponer iguales y obtenidas con igual precisión. El error relativo probable en cada porción, estando representado por

$\frac{d.b.}{b}$, el de la base B , lo estará por $\frac{d.b.\sqrt{n}}{nb}$
o $\frac{d.b.}{b\sqrt{n}}$, cantidad mas pequeña que $\frac{d.b.}{b}$,
lo que demuestra que las bases grandes
deben preferirse a las pequeñas.

Siempre que se pueda de-
be medirse una base de verificación y
cuando esto sea imposible, se procu-
rará colocar la primera, lo mas cer-
ca posible del centro de la trian-
gulación.

Escogida la base con estas
condiciones, se marcan sus extremos
sobre pequeños monumentos de mampos-
tería o sobre jalones, según la impor-
tancia de la triangulación y se pro-
cede a la medición.

Uno de los procedimientos
mejores, si no el mejor por hoy, para la
medición de las bases topográficas, es el que
aprendimos los alumnos de la práctica
de 1898 a 1899, aplicando la cinta de acero
y que fué con ligeras modificaciones, el que
siguieron los Ingenieros del Catastro en
la medición de la base situada en la cal-
zada de Los Reyes, al Oriente de la ciu-
dad. Habiendo mi caro maestro el In-
geniero D. Francisco Garibay, tenido la
bondad de permitirme ver la medición
del último tramo de ésta, intentaré, en vez
de describir tal procedimiento, enumerar

Las operaciones hechas en este tramo:
Se marcaron los extremos de la base sobre monu-
mentos de mampostería, se centró en uno
de aquellos un alfiler y en el alineamiento de-
terminado por la intersección de los hilos centrales
de su retícula, visando el otro extremo, se clavaron
jalones, de un poco más de un metro de altura, a
una distancia, unos de otros, aproximadamente igual
a la longitud de la cinta, 50.^m Con el objeto
de evitar la catenaria al tender la medida, se co-
locaron de diez en diez metros jalones intermedios,
de una altura mayor que los primeros y un po-
co fuera del alineamiento; después se determinó
la diferencia de nivel entre cada dos jalones
de los primeros y se repartió proporcionalmen-
te entre los intermedios, para obtener puntos de
la línea de pendiente los que se caracterizaron por
medio de alcayatas que se clavaron en las in-
termedios del lado del alineamiento. Este,
antes de empezar la medición, se marcó cuida-
dosamente por la intersección de dos líneas finas
sobre targetas fijadas con chinches en los jalones
extremos de cada tramo.

La cinta, que tenía un centímetro
de anchura, estaba dividida en centímetros de
0.^m a 49.^m y en milímetros de 49.^m a 50.^m; antes
del cero tenía un metro dividido también en mi-
límetros; así es que, para determinar la dis-
tancia entre dos jalones, uno de los bordes de
la cinta se hacía pasar por los puntos, que

firmemente trazados, marcaban el alineamiento; los peones que la llevaban de las extremidades la mantenían a una tensión de 5 Kg y, a una señal convenida, se hacían dos lecturas simultáneas, una de metros, centímetros, milímetros y décimos de milímetro y la otra, de centímetros, milímetros y décimos de milímetro, que debía agregarse a la primera, puesto que había sido hecha antes del cero. Inmediatamente después, se hacían las lecturas de dos termómetros centígrados, atados a la cinta, no lejos de sus extremidades. Esta división especial de las cintas evita los contactos o las coincidencias que tendrían que establecerse entre el principio de la cinta y el trazo que indicara el fin de la anterior.

En la medida de este tramo, que tiene 1701.0065 ± 0.36 mm, tomaron parte cinco Ingenieros, un ayudante y diez hombres de servicio.

Las operaciones que en ella demandaron más tiempo son la colocación de los jalones en el alineamiento y la fijación de las alcayatas en ellos para repartir las diferencias de nivel. La aplicación de la cinta se hace con mucha rapidez. La primera medición del tramo se hizo en tres cuartos de hora y la última, pues se hicieron cinco, en media hora. A continuación pongo un registro igual al que se llevó y en el que constan los datos de la primera medición; después van los resultados

de las otras, antes de hacer las correcciones necesarias.

Estacas	Letras adha	Letras abas	El arminio		Horas	Observaciones
			n.º 1.	n.º 2.		
66-65	49.0125	0.4595	19.0	19.0	1-15 ^m	Enero 13 de 1900
65-64	0120	0.6680	18.0	17.2		
64-63	0180	0.4012	18.2	17.4		Cinta de acero n.º 2 a la
63-62	0191	0.6194	18.2	17.2		tensión de 5 Kg.
62-61	0113	0.4425	18.2	17.0		Dinamómetro n.º 2
61-60	0100	0.4740	18.2	17.0		
60-59	0111	0.4750	18.2	17.2		La estaca 66 es el extremo
59-58	0191	0.5470	19.0	18.0		de la base.
58-57	4110	4.0000	21.0	19.5		
57-56	0204	25.0000	21.5	20.0		$1.00017 = 1^m$ (cinta 2) á 19'
56-55	0123	0.5025	19.8	19.0		
55-54	0190	0.3595	18.8	18.0		
54-53	0108	0.6495	18.8	19.0		
53-52	0180	0.5281	19.2	19.0		
52-51	0100	0.6062	18.7	18.1		
51-50	0117	0.5080	19.0	17.3		
50-49	0104	0.4005	19.4	18.5		
49-48	0112	0.5232	20.3	19.0		
48-47	0131	0.2910	20.4	19.2		
47-46	0123	0.4173	20.2	19.0		
46-45	0190	0.4250	19.4	18.4		
45-44	0110	0.5329	19.1	18.3		
44-43	2038	8.0000	19.8	19.2	2-00	

1ª medición	1100 ^m 8192	á 18° 8
2ª "	1100. 8107	19.6
3ª "	1100. 8259	18.3
4ª "	1100. 8396	17.3
5ª "	1100. 8542	16.0

La concordancia de estos resultados indica la bondad del procedimiento, que permite hacer la medición varias veces, disminuyendo así el error.

La superioridad de las mediciones hechas con cinta sobre muchas de las hechas con diversos aparatos, se ve comparando los errores probables obtenidos. Así, el error probable cometido con el aparato del ilustre marino Borda, es de $\frac{1}{200000}$ de la longitud medida. Con este aparato se miden 60^m por hora y se emplean 3 observadores y 16 hombres, de servicio.

El error probable cometido con el aparato

del General Tenner, es de $\frac{1}{300000}$ de la longitud medida. Se midieron 80^m por hora, empleando 5 observadores y 40 hombres de servicio.

Con el aparato del Coronel inglés Colby, el error probable en las medidas hechas es de $\frac{1}{400000}$ de la longitud medida. 65 hombres, entre oficiales de Ingenieros y ayudantes, astrónomos, midieron 34^m por hora.

Con el aparato de Bessel, se ha obtenido un error probable de $\frac{1}{600000}$ de la longitud medida. 5 observadores y 20 hombres de servicio han medido 60^m por hora.

Con el aparato de Struve, empleado para medir siete de las bases que comprende el arco de meridiano, entre el Danubio y el Mar Glacial, se ha obtenido un error probable de $\frac{1}{1200000}$ de la longitud medida. 11 observadores y diez hombres han medido 70^m por hora.

El error probable cometido con el aparato de Leno, es de $\frac{1}{1200000}$ de su longitud. En la medición de la base de la Via Appia, hecha con este aparato, 3 observadores y diez hombres de servicio midieron 60^m por hora.

El error probable de una medición hecha con cinta es de 0.55^{mm} en 1101^m ó sea $\frac{1}{2000000}$ de la longitud medida.

Lo antes, antes como después de la medición de la base debe corregirse la longitud de la cinta para llevar su error en cuenta, determinando la diferencia que existe entre su longitud y la de

un tramo cuidadosamente medido con la unidad tipo, llamado comparador; porque, aunque en nuestros días, la división de las cintas ha alcanzado un alto grado de perfección, el metal puede alargarse con el tiempo debido a las tensiones y acusar un error de 1^{cm} en diez metros.

La determinación de la longitud del comparador es sin duda la operación que mas precisión requiere, porque el error cometido en su medición tiene que afectar a cada uno de los tramos de la base en el mismo sentido. Conocida con la mayor precisión posible la longitud de la cinta, para no volver ilusoria su exactitud en la medición de la base, deberá aplicarse en las mismas condiciones en que se comparó.

Cuando esto no suceda, hay que hacer tres correcciones: una por temperatura, otra por elasticidad y otra por catenaria. La primera, que es imposible evitar, puesto que no depende de la voluntad del operador, y que es generalmente la que mayor influencia tiene, se hace así: Designando por c el coeficiente de dilatación lineal del acero laminado, que para las cintas es según las últimas experiencias de 0.00011; t , la temperatura a que se comparó; t' , el promedio de las a que se haga la medición y L la longitud de la base, la corrección, que llamaremos x , será

$$x = Lc(t' - t).$$

El error debido a la elasticidad es tan pequeño, que raras veces tiene que llevarse en cuenta, pues el alargamiento es apenas de 0.0001 por metro, cuando

La tensión varía 10 Kg.

La corrección que debe hacerse por la catenaria la da la fórmula $\alpha = \frac{2f^2}{3L}$, en la que f , es la flecha y L , la cuerda. Según la teoría de la catenaria puede admitirse que la flecha es proporcional al cuadrado de la cuerda, bajo la misma tensión. Con cintas de 1^{cm} de ancho y un peso de 30^{gr} por metro, se ha encontrado que $f = 0.27 L^2$, en milímetros, de donde la corrección $\alpha = 0.0002 L^3$; de allí los siguientes valores:

Para cintas de 10^m $\alpha = 0.0002$

" " " 20^m $\alpha = 0.0016$

" " " 30^m $\alpha = 0.0056$

" " " 40^m $\alpha = 0.0128$

" " " 50^m $\alpha = 0.0250$

Como por lo general las extremidades superiores de los jalones, sobre las cuales se aplican las extremidades de la cinta, no están al mismo nivel, hay que hacer otra corrección, llamada reducción al horizonte, para conocer la magnitud de la línea horizontal.



Sea ABC la línea quebrada medida y a, b, c la proyección que se desea obtener. Llamemos A_1, A_2, A_3, \dots los ángulos adyacentes a las proyecciones horizontales de la cinta; h_1, h_2, h_3, \dots las diferencias de nivel de las extremidades de los jalones y L , la longitud de la cinta; tendremos en el triángulo rectángulo ABw, $\text{sen } A_1 = \frac{h_1}{L}$, en el segundo, $\text{sen } A_2 = \frac{h_2}{L}$, y el cateto Aw = ab = $L \text{sen } A_1$. Obteniendo de igual manera las demás proyecciones y designando por L , la longitud de la base, tendremos:

$$L = l (\text{sen } A_1 + \text{sen } A_2 + \text{sen } A_3 + \dots + \text{sen } A_n) + h_1 \text{sen } A_{n+1}$$

en donde se designa por l , una fracción, de cinta.

Obtenidos los senos, dividiendo cada nivel por la longitud de la cinta, que para mayor comodidad puede suponerse de un número exacto de metros, a reserva de hacer la corrección necesaria, se tomará con aquellos por argumentos, de una tabla, los cosenos naturales correspondientes y se multiplica su suma por la longitud de la cinta.

El error que proviene de suponer exacto el número de metros de la cinta, se corrige así:

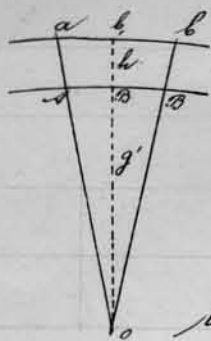
Llamemos l , una línea proyectada según el ángulo A ; el valor de la proyección será $l' = L \cos A$.

Si e , es la corrección que debe sufrir l , y e' la que experimentará l' , se tendrá $l' + e' = (l + e) \cos A$.

De la resta de estas igualdades resulta $e' = e \cos A$, que dividida por $l' = l \cos A$, da: $\frac{e'}{l'} = \frac{e}{l}$; esto es, el error relativo de la línea proyectada es igual al error relativo de la proyección. Este principio se aplica a toda la base, puesto que en ella cada tramo tiene el mismo error relativo. Siendo L , la proyección incorrecta de la base y $\frac{e}{l}$, el error relativo de la cinta; el error absoluto de la proyección será igual a $\frac{e}{l} \times L$; así pues, la base correcta será $L_1 = L + \frac{e}{l} \times L$.

Hay una última corrección, que aunque no tiene importancia mas que en los levantamientos geodésicos que requieren una precisión extrema, mencionare aquí; esta es la reducción al nivel del mar. Llamemos r , el radio de la tierra supuesta esférica, o mas exactamente la normal mayor en el medio de la base; ρ , el radio de curvatura de la perpendicular a la meridiana; h , la base medida, ya reducida al horizonte; B , la base referida al nivel

del mar; h la altura media de la base arriba de este nivel.



La proporción

$$\frac{r+h}{r} = \frac{b}{B};$$

$$b - B = b - \frac{br}{r+h} = b \left(\frac{h}{r} - \frac{h^2}{r^2} + \frac{h^3}{r^3} - \dots \right)$$

Siendo muy grande el radio de la tierra, comparado con la diferencia de nivel, la corrección que debe hacerse a la base horizontal será expresada con suficiente aproximación por

$$d = b - B = \frac{bh}{r}$$

La altura h , se determinará por una nivelación trigonométrica o barométrica.

El nivel del mar será considerado como el plano de las mas bajas mareas, siguiendo en esto la costumbre de los marineros franceses en la construcción de sus cartas y que es la adoptada por los nuestros.

Carlos J. J. J.

