



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA

UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE
MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

**ESTUDIO EXPERIMENTAL DEL TRANSPORTE DE
PARTÍCULAS SÓLIDAS EN FLUJO TURBULENTO**

T E S I S

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE

DOCTOR EN INGENIERÍA

ENERGÍA – ENERGÍA Y MEDIO AMBIENTE

P R E S E N T A :

PEDRO ANTONIO GUIDO ALDANA

TUTOR:

DR. JORGE ROJAS MENÉNDEZ

2007





Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

*Al amor de mi vida, Adriana, y a quienes me
dieron la vida, Isabel y Héctor.....*

A mis hermanos, sobrinos y familiares.....

Agradecimientos

Quiero expresar mi gratitud a los miembros de mi Comité Doctoral, cuyo apoyo fue definitivo en la realización del presente proyecto de investigación:

Dr. Jorge Rojas Menéndez
Dr. Eduardo Ramos Mora
Dra. Guadalupe Huelsz Lesbros
Dra. Joselina Espinoza Ayala
Dr. Roberto Zenit Camacho

Igualmente a la Universidad Nacional Autónoma de México y al Centro de Investigación en Energía por brindarme la oportunidad de realizar mi proyecto de investigación en tan prestigiosa institución.

Especialmente al Dr. Jorge Rojas quien me inició en el estudio de la mecánica de fluidos experimental, al Dr. Eduardo Ramos, la Dra. Guadalupe Huelsz y a la Dra. Joselina Espinoza por sus aportes y recomendaciones.

A la Coordinación de Transferencia de Energía y Masa y sus miembros: Dr. Eduardo Ramos Mora, Dra. Guadalupe Huelsz Lesbros, Dr. Raúl Rechtman Schrenzel, Dr. Ramón Tovar Olvera, Ing. Guillermo Hernández Cruz, por permitirme formar parte de tan excelente grupo de investigación.

Al Ing. Guillermo Hernández por el apoyo y soporte técnico durante esta investigación.

A mis compañeros del CIE: Minerva Vargas, Guillermo Barrios, Guillermo Ovando, Gabriela Hernández, María Cedillo y a todos aquellos que me brindaron su apoyo.

Al personal de la Unidad de Cómputo del CIE por su colaboración y apoyo. En especial al Ing. Héctor Cortés González por su asesoría en la programación en Linux y al Ing. Alfredo Quiroz Ruiz en el sistema Windows.

Al personal de la Biblioteca del CIE, en especial a Patricia García, Bertha Cuevas, Carlos Ramírez y Fernando García.

A la Dirección General de Estudios de Posgrado DGEP - UNAM por la beca otorgada para la realización de mis estudios doctorales y al CONACyT por el apoyo económico mediante el Proyecto No. U41347.

Tabla de contenido

	Pág.
Capítulo 1	
Introducción	
1.1 <i>Generalidades</i>	2
1.2 <i>Antecedentes</i>	4
1.3 <i>Identificación de estructuras turbulentas</i>	11
1.4 <i>Definición y detección de vórtices</i>	12
1.4.1 <i>Generalidades</i>	12
1.4.2 <i>Definiciones intuitivas de vórtice</i>	14
1.4.3 <i>Valores complejos de ∇u</i>	14
1.4.4 <i>Segundo invariante de ∇u</i>	17
1.4.5 <i>Dos valores propios negativos del tensor $s^2 + \Omega^2$</i>	18
1.5 <i>Importancia de la realización del presente proyecto</i>	20
<i>Referencias del capítulo 1</i>	
Capítulo 2	
Dispositivo experimental	
2.1 <i>Canal de pruebas del CIE</i>	25
2.2 <i>Canal de pruebas pequeño</i>	26
2.3 <i>Sistemas de adquisición de datos</i>	28
2.3.1 <i>Equipo LDA</i>	28
2.3.2 <i>Equipo PIV</i>	30
2.4 <i>Partículas</i>	33
2.4.1 <i>Partículas trazadoras</i>	33
2.4.2 <i>Partículas sólidas</i>	33
2.5 <i>Fluido de trabajo</i>	33
2.5.1 <i>Para el canal del CIE</i>	33
2.5.2 <i>Para el canal pequeño</i>	34
2.6 <i>Experimentos</i>	34
2.6.1 <i>Definición del Número de Reynolds</i>	34
2.6.2 <i>Programación experimental</i>	36
<i>Referencias del capítulo 2</i>	
Capítulo 3	
Métodos y técnicas para el análisis de datos experimentales	
3.1 <i>Introducción</i>	40
3.1.1 <i>Análisis de datos de velocidad en una coordenada específica del campo de flujo</i>	41
3.1.2 <i>Criterio propuesto en la presente investigación para detectar el paso de vórtices</i>	42
3.1.3 <i>Puntos críticos</i>	53

3.1.3.1	Criterio del Jacobiano.....	53
3.1.3.2	Criterio de Jeong y Hussain (1995).....	55
3.1.4	Programa desarrollado en MatLab.....	59
	Referencias del capítulo 2.....	

Capítulo 4

Caso de Estudio I: Flujo sin partículas

4.1	Mediciones aplicando la técnica LDA.....	64
4.1.1	Parámetros experimentales.....	66
4.2	Estudio del flujo en la zona de recirculación a partir de datos de LDA.....	67
4.2.1	Longitud de la zona de recirculación.....	67
4.2.2	Velocidades e intensidad de turbulencia.....	68
4.2.3	Comparación con otras investigaciones.....	75
4.2.4	Análisis de frecuencias.....	82
4.3	Estudio del flujo en la zona de recirculación a partir de datos de PIV.....	83
4.3.1	Generalidades.....	83
4.3.2	Procesamiento de imágenes adquiridas con PIV.....	84
4.3.3	Reconocimiento de patrones del flujo.....	85
4.3.4	Análisis general y detección de vórtices.....	85
4.3.5	Principales características de los vórtices observados.....	94
4.3.6	Análisis del cambio de posición.....	96
4.3.7	Localización del punto de reencuentro.....	97
4.3.8	Análisis de frecuencias.....	99
4.4	Análisis de paso de vórtices a partir de la información en un punto.....	100
4.4.1	Comparación del flujo entre el canal del CIE y el canal pequeño.....	100
4.4.2	Particularidades en el procesamiento de imágenes.....	101
4.4.3	Comparación del flujo entre el canal del CIE y el canal pequeño.....	102
4.4.4	Localización del punto de reencuentro.....	112
4.5	Análisis de paso de vórtices a partir de la información en una línea vertical.....	113
4.5.1	Detección de vórtices.....	113
4.5.2	Resultados y análisis.....	113
4.5.3	Análisis espectral de frecuencias.....	119
4.6	Conclusiones al capítulo.....	122
	Referencias del capítulo 4.....	

Capítulo 5

Caso de Estudio II: Flujo con partículas

5.1	Generalidades.....	128
5.2	Verificación de la concentración.....	129
5.3	Procesamiento de imágenes adquiridas con el PIV.....	132

5.4	<i>Resultados y análisis.....</i>	134
5.5	<i>Análisis de concentraciones caso de 1000 ppm.....</i>	137
5.6	<i>Conclusiones al capítulo.....</i>	139
	<i>Referencias del capítulo 5.....</i>	

Capítulo 6

Conclusiones finales y trabajo a futuro

6.1	<i>Conclusiones finales.....</i>	140
6.2	<i>Trabajo futuro sugerido.....</i>	143

Apéndice A. Secuencia de imágenes adquiridas mediante la técnica PIV.

Apéndice B. Programa para la detección de vórtices.

Apéndice C. Programa para automatizar procesamiento de imágenes con el ImageJ.

Lista de figuras

Pág.

Figura 1.1: Características del flujo sobre una forma de fondo.....	6
Figura 1.2: Esquema que muestra la naturaleza del flujo detrás de un escalón.....	7
Figura 1.3: Aplicación de la teoría de puntos críticos.....	17
Figura 2.1 Canal del CIE.....	26
Figura 2.2: Adaptaciones realizadas al dispositivo experimental.....	27
Figura 2.3: Esquema con el principio de funcionamiento del LDA.....	30
Figura 2.4: Equipo de adquisición de datos PIV.....	32
Figura 2.5: Variación de la localización del punto de reencuentro para diferentes valores de Re	35
Figura 3.1: Gráfico de la parábola con sus puntos y distancias características....	43
Figura 3.2: a) Campo vectorial adquirida con PIV para $t=2.33$ s.....	46
b) Perfil de la magnitud de la velocidad V como función de la altura h para el mismo instante de tiempo.....	46
Figura 3.3: a) Campo vectorial adquirida con PIV para $t=2.46$ s.....	47
b) Perfil de la magnitud de la velocidad V como función de la altura h para el mismo instante de tiempo.....	47
Figura 3.4: a) Campo vectorial adquirida con PIV para $t=2.60$ s.....	48
b) Perfil de la magnitud de la velocidad V como función de la altura h para el mismo instante de tiempo.....	48
Figura 3.5: a) Campo vectorial adquirida con PIV para $t=2.73$ s.....	49
b) Perfil de la magnitud de la velocidad V como función de la altura h para el mismo instante de tiempo.....	49
Figura 3.6: a) Campo vectorial adquirida con PIV para $t=2.87$ s.....	50
b) Perfil de la magnitud de la velocidad V como función de la altura h para el mismo instante de tiempo.....	50
Figura 3.7: Gráfica de la variable p para cada perfil de velocidades.....	52
Figura 3.8: Criterio de clasificación para los puntos críticos.....	55

<i>Figura 4.1: Puntos en donde se adquirieron datos de velocidad con el LDA, en la zona de recirculación.....</i>	<i>64</i>
<i>Figura 4.2: Puntos en donde se adquirieron datos de velocidad con el LDA, antes de la zona de recirculación.....</i>	<i>65</i>
<i>Figura 4.3: Velocidades u promedio a 1mm y 2mm de altura a partir del fondo entre $4h_f$ y $6.5h_f$.....</i>	<i>67</i>
<i>Figura 4.4a: Perfiles de velocidad media u y de intensidad de turbulencia medidos aguas arriba de la cresta de la forma de fondo (Perfil 1 al 6).....</i>	<i>70</i>
<i>Figura 4.4b: Perfiles de velocidad media u y de intensidad de turbulencia medidos a partir de la cresta de la forma de fondo (Perfil 1 al 6).....</i>	<i>71</i>
<i>Figura 4.4c: Perfiles de velocidad media u y de intensidad de turbulencia medidos a partir de la cresta de la forma de fondo (Perfil 7 al 12).....</i>	<i>72</i>
<i>Figura 4.4d: Perfiles de velocidad media u y de intensidad de turbulencia medidos a partir de la cresta de la forma de fondo (Perfil 13 al 18).....</i>	<i>73</i>
<i>Figura 4.4e: Perfiles de velocidad media u y de intensidad de turbulencia medidos a partir de la cresta de la forma de fondo (Perfil 19 al 23).....</i>	<i>74</i>
<i>Figura 4.5: Gráfica de X_r adimensionalizado con la altura del escalón como función del número de Reynolds (Armaly et al. 1983). Valores propuestos por diversos investigadores.....</i>	<i>76</i>
<i>Figura 4.6: Gráfica de X_r adimensionalizado con la altura de la forma de fondo h_f como función del número de Reynolds. Valores propuestos por diversos investigadores.....</i>	<i>82</i>
<i>Figura 4.7: Espectro de frecuencias. $Re=4000$.....</i>	<i>83</i>
<i>Figura 4.8: Campo vectorial de velocidades que muestra el desarrollo de un vórtice.....</i>	<i>85</i>
<i>Figura 4.9: Variación de la componente horizontal de velocidad u con respecto al tiempo t en la coordenada $P(80.2mm, 13.5mm)$.</i>	<i>86</i>
<i>Figura 4.10: Campos vectoriales bidimensionales de velocidad. Imágenes 1 – 6.....</i>	<i>88</i>
<i>Figura 4.11: Campos vectoriales bidimensionales de velocidad. Imágenes 7 – 12.....</i>	<i>89</i>

<i>Figura 4.12: Campos vectoriales bidimensionales de velocidad. Imágenes 13 – 20.....</i>	<i>90</i>
<i>Figura 4.13: Campos vectoriales bidimensionales de velocidad. Imágenes 21 – 28.....</i>	<i>93</i>
<i>Figura 4.14: Gráfica de la componente de velocidad u como función del tiempo (imágenes 21 – 28) en la posición indicada con el punto blanco en la figura 4.9.</i>	<i>94</i>
<i>Figura 4.15: Ampliación de la campo vectorial adquirido 25 en la que se puede apreciar la Interacción entre el vórtice 2 y el 3.</i>	<i>94</i>
<i>Figura 4.16: Variación en el tiempo de la posición del centro del vórtice 2.....</i>	<i>96</i>
<i>Figura 4.17: Variación de la velocidad u del vórtice 2 entre Diferentes intervalos de tiempo antes de desprenderse.....</i>	<i>97</i>
<i>Figura 4.18: Localización del punto de reencuentro, basado en un 50 % de datos de velocidad u negativos.....</i>	<i>98</i>
<i>Figura 4.19: Localización del punto de reencuentro, basado en un 50 % de datos de velocidad u negativos, de acuerdo con los resultados de tres experimentos.....</i>	<i>99</i>
<i>Figura 4.20: Espectro de frecuencias.....</i>	<i>100</i>
<i>Figura 4.21: Campo vectorial de velocidades que muestra el desarrollo de un vórtice.....</i>	<i>103</i>
<i>Figura 4.22: Variación de la componente horizontal de velocidad u con respecto al tiempo t en la coordenada P (8.15mm, 4.66mm).....</i>	<i>104</i>
<i>Figura 4.23: Campos vectoriales bidimensionales de velocidad. Imágenes 2 - 5. Se señala con un punto negro la coordenada (8.15mm, 4.66mm). $Re=672$.....</i>	<i>107</i>
<i>Figura 4.24: Campos vectoriales bidimensionales de velocidad. Imágenes 6 - 9. Se señala con un punto negro la coordenada (8.15mm, 4.66mm). $Re=672$.....</i>	<i>108</i>
<i>Figura 4.25: Campos vectoriales bidimensionales de velocidad. Imágenes 10 - 13. Se señala con un punto negro la coordenada (8.15mm, 4.66mm). $Re=672$.....</i>	<i>109</i>
<i>Figura 4.26: Campos vectoriales bidimensionales de velocidad. Imágenes 14 - 17. Se señala con un punto negro la coordenada (8.2mm, 4.7mm). $Re=672$.....</i>	<i>110</i>
<i>Figura 4.27: Campos vectoriales bidimensionales de velocidad. Imágenes 18 - 21.</i>	

- Se señala con un punto negro la coordenada (8.2mm, 4.7mm). $Re=672$111
- Figura 4.28: Localización del punto de reencuentro, basado en un 50 % de datos de velocidad u positivos y un 50 % negativos, de acuerdo con los resultados del experimento 2 para flujo sin partículas. Los datos de velocidad se tomaron a 3.54 mm del fondo.....113
- Figura 4.29: Gráfica del número de veces que se repite el valor de intervalo de tiempo Δt como función del mismo. Experimento 1, $Re=640$114
- Figura 4.30: Gráfica del número de veces que se repite el valor de frecuencia como función de la misma. Experimento 1, $Re=640$114
- Figura 4.31: Gráfica del número de veces que se repite el valor de intervalo de tiempo Δt como función del mismo. Experimento 2, $Re=1333$115
- Figura 4.32: Gráfica del número de veces que se repite el valor de frecuencia como función de la misma. Experimento 2, $Re=1333$115
- Figura 4.33: Gráfica del número de veces que se repite el valor de intervalo de tiempo Δt como función del mismo. Experimento 3, $Re=1744$116
- Figura 4.34: Gráfica del número de veces que se repite el valor de frecuencia como función de la misma. Experimento 3, $Re=1744$116
- Figura 4.35: Gráfica de intervalos de tiempo dominantes entre vórtices como función del número de Reynolds.....118
- Figura 4.36: Gráfica de frecuencias dominantes como función del número de Reynolds.....118
- Figura 4.37: Espectro de frecuencias a una distancia de $6.43h_f$ de la cresta de la forma de fondo y a $0.92h_f$ del fondo. $Re=672$120
- Figura 4.38: Espectro de frecuencias a una distancia de $5.06h_f$ de la cresta de la forma de fondo y a $0.84h_f$ del fondo. $Re=2032$121
- Figura 5.1: Áreas de conteo de partículas para verificar concentraciones a diferentes alturas. La altura de la campo vectorial adquirido es de 16.1 mm.....130
- Figura 5.2: Perfil de concentraciones antes de la forma de fondo.....131
- Figura 5.3: Perfil de concentraciones en la zona de recirculación.....131
- Figura 5.4: Perfil de velocidad para los casos sin y con partículas.....133
- Figura 5.5: Perfil de velocidad para los casos sin y con partículas.....134

<i>Figura 5.6: Gráfica del No. de veces que se repite el valor de intervalo de tiempo como función del mismo. Casos sin y con partículas sólidas.....</i>	<i>136</i>
<i>Figura 5.7: Gráfica del No. de veces que se repite el valor de frecuencia como función de la misma. Casos sin y con partículas sólidas.....</i>	<i>136</i>
<i>Figura 5.8: Gráfica de la masa de partículas en suspensión por cada litro de agua destilada como función del tiempo.....</i>	<i>138</i>
<i>Figura A1: Campos vectoriales bidimensionales de velocidad obtenidos con PIV. Imágenes 1 – 7.....</i>	<i>144</i>
<i>Figura A2: Campos vectoriales bidimensionales de velocidad. Imágenes 7 – 12.....</i>	<i>145</i>
<i>Figura A3: Campos vectoriales bidimensionales de velocidad. Imágenes 13 – 20.....</i>	<i>146</i>
<i>Figura A4: Campos vectoriales bidimensionales de velocidad. Imágenes 21 – 28.....</i>	<i>147</i>
<i>Figura A5: Campos vectoriales bidimensionales de velocidad. Imágenes 29 – 36.....</i>	<i>148</i>
<i>Figura A6: Campos vectoriales bidimensionales de velocidad. Imágenes 37 – 43.....</i>	<i>149</i>
<i>Figura A7: Campos vectoriales bidimensionales de velocidad. Imágenes 44 – 53.....</i>	<i>150</i>
<i>Figura A8: Campos vectoriales bidimensionales de velocidad. Imágenes 54 – 57.....</i>	<i>151</i>

Lista de tablas

	Pág.
<i>Tabla 2.1: Propiedades físicas del agua a 20° Celsius.....</i>	34
<i>Tabla 2.2: Resumen del programa experimental.....</i>	37
<i>Tabla 4.1: Parámetros experimentales. Experimento LDA Canal del CIE.....</i>	66
<i>Tabla 4.2: Longitud de la zona de recirculación para flujo sobre un escalón.....</i>	77
<i>Tabla 4.3: Mediciones sobre dunas en flujo en canales abiertos por diversos investigadores.....</i>	81
<i>Tabla 4.4: Parámetros experimentales. Experimento PIV Canal del CIE.....</i>	84
<i>Tabla 4.5: Principales características de algunos vórtices observados.....</i>	95
<i>Tabla 4.6: Parámetros experimentales.....</i>	101
<i>Tabla 4.7: Tiempos característicos empleados en el PIV.....</i>	102
<i>Tabla 4.8: Resumen de resultados.....</i>	116

Introducción

El proyecto se inició en el Laboratorio de Hidráulica Enzo Levi del Instituto Mexicano de Tecnología del Agua (IMTA) donde se analizaron características del flujo en un canal con fondos diferentes: liso, Rojas *et al.* (1999), con formas de fondo fijas, Espinoza *et al.* (2000) y con fondo móvil Espinoza (2001). Posteriormente en el Laboratorio de Transferencia de Energía y Masa del Centro de Investigación en Energía se construyeron dos canales, para el análisis de las estructuras del flujo usando técnicas ópticas de medición (Anemometría Láser Doppler LDA y Velocimetría por Imágenes de Partículas PIV). En los últimos años se ha estado trabajando en la interacción de las estructuras del flujo con partículas sólidas en suspensión, para lo cual se desarrolló una metodología cuyo objetivo es la medición simultánea de la velocidad de la fase líquida y de la fase sólida en el flujo en un canal abierto con una forma de fondo fija y que semeja una duna de río, Guido *et al.* (2005). Luego se continuaron las mediciones en flujo unifásico y bifásico, con el fin de conocer y entender la interacción entre algunas estructuras turbulentas del fluido y partículas sólidas que viajan con él. En el presente capítulo se presentan generalidades acerca del estudio de flujos turbulentos con presencia de partículas sólidas y se hace una motivación e introducción al tema a partir de los trabajos más relevantes publicados en la literatura científica internacional. Se resalta también la importancia de realizar esta investigación.

Resumen

Estudio experimental del transporte de partículas sólidas en flujo turbulento.

Se investigó la dinámica de algunas estructuras del flujo que se generan detrás de una forma de fondo fija tipo duna instalada en un canal abierto. La programación experimental tuvo dos etapas. En la primera se estudió el comportamiento del flujo sin presencia de partículas sólidas para Re de 4000, 3033, 2032, 1333 y 672. En la segunda se sembró el flujo con partículas sólidas cuya densidad estuvo entre 0.9 g/cm^3 y 1.1 g/cm^3 pudiéndose estudiar el flujo para un solo valor de Re que fue de 672 y una sola concentración la cual fue de 300 ppm. Las técnicas de medición empleadas fueron la de anemometría láser Doppler LDA, la de velocimetría por imágenes de partículas PIV y la de concentración de partículas a partir de imágenes.

Con la primera de ellas se hizo un análisis de velocidades medias e intensidades de turbulencia dentro y fuera de la zona de recirculación y se determinó el valor medio de la longitud de la zona de recirculación para los diferentes Re estudiados. Además se realizó un análisis de frecuencias a partir de historias de velocidad en puntos seleccionados en el interior de la zona de recirculación. En esta etapa de la investigación no fue posible relacionar las frecuencias dominantes que mostraron los espectros de frecuencias con alguna estructura específica del flujo.

A partir de campos de velocidad obtenidos con el PIV se observó que dentro de la zona de recirculación se formaban vórtices de diferentes tamaños y que en general no abarcaban el total de esta zona. Es más, en algunos tiempos coexistían dos o más vórtices. Se desarrolló una metodología que permite detectar la frecuencia de paso de vórtices por una línea vertical a cierta distancia de la forma de fondo. Se encontró que la frecuencia de paso de los vórtices se incrementó como función del número de Reynolds. Estas frecuencias al presentarlas en forma adimensional a través del número de Strouhal dieron un

valor promedio de 0.175 ± 0.025 que corresponde al valor universal propuesto por Levi (1990). En el caso de flujo con partículas sólidas (concentración de 300 ppm), la frecuencia de paso de los vórtices decreció comparado con el caso equivalente de flujo sin partículas. Se propone el uso de una velocidad local en el cálculo del número de Strouhal, que considere la reducción de velocidades en la zona de recirculación por la presencia de las partículas y de esta forma obtener un resultado congruente con el reportado por Levi (1990).

Los resultados presentados contribuyen al mejor entendimiento de la compleja dinámica de la zona de recirculación detrás de las formas de fondo. En particular de las estructuras vorticosas que allí se generan, que se asocia a los mecanismos de transporte de sedimentos y contaminantes en los cuerpos de agua.

Abstract

Experimental study of the solid particles transport in turbulent flow.

The dynamics of some flow structures formed in the recirculation zone behind a bed form installed in an open channel flow was investigated. At first, the one phase case was considered (without particles) initiating with a Reynolds number (Re_D) of 4000 which was subsequently reduced to 3033, 2032, 1333 and 672. For the two-phase case (flow with particles) only the study of the flow for a Re of 672 and a concentration of 300 ppm was possible. The measurement techniques employed were the Laser Doppler Anemometry LDA, the Particle Image Velocimetry PIV and the particles concentration from images. With the first, an analysis of average velocities and turbulence intensities inside and out of the recirculation zone was done, and it was determined that for a Re of 4000, the average value of the reattachment length was 5 times the height of the bed form (h_f), with variations of $\pm 0.7h_f$. Furthermore, a frequency analysis based on velocity histories was carried out in selected points inside the recirculation zone. Under these conditions was not possible to relate the dominant frequencies with specific flow structures.

From velocity fields obtained with PIV, vortexes of different sizes formed inside the recirculation zone were observed and frequently they did not cover the total of this zone. Some times two or more vortexes coexisted. The following research step was to develop a methodology that permit the detection of vortexes that cross a vertical line located at certain distance from the bed form and to see if it presents some regularities by a frequency analysis. It was found that the dominant vortexes had a frequency that, as it was expected, increased as a function of the Reynolds number. These frequencies present in an adimensional form through the Strouhal number gave a medium value of 0.175 ± 0.025 that corresponds to the universal value proposed by Levi (1990). In the case of flow with solid particles (concentration of 300 ppm), the transit vortexes frequency decreased as compared with the equivalent case of flow without particles. The use of a local velocity to

calculate the Strouhal number, that consider the velocity reduction in the recirculation zone by the presence of particles is proposed, so that the value of 0.16 as in the case of flow without particles where a reference velocity was used.

The results present here contribute to the better understanding of the complex fluid dynamics of the recirculation zone behind bed forms. In particular, of the vortex structures which are associated with the transport mechanism of sediments and small solid waste products.

Capítulo 1

Introducción

Nomenclatura

a_{ij}	:	gradiente de aceleración
f	:	frecuencia [Hz]
h_f	:	altura de la forma de fondo [mm]
L	:	longitud de onda de una duna [m]
l	:	longitud característica [m]
p_{ij}	:	tensor de presión
P	:	primer invariante de $\nabla\mathbf{u}$
Q	:	segundo invariante de $\nabla\mathbf{u}$
R	:	tercer invariante de $\nabla\mathbf{u}$
Re_D	:	número adimensional de Reynolds ($Re = \frac{VD}{\nu}$)
T_s	:	tiempo de respuesta de una partícula [s]
T_t	:	escala de tiempo de la turbulencia [s]
\mathbf{u}	:	vector de velocidad
U_{ref}, U_o	:	velocidad característica medida antes de la forma de fondo cerca de la superficie libre [m/s]
X_r	:	longitud de la zona de recirculación medida a partir de la cresta de la duna

Símbolos griegos

Δ	:	discriminante
λ	:	valor propio del tensor $s^2 + \Omega^2$
σ	:	valor propio de $\nabla\mathbf{u}$
$\Omega_{i,j}$:	tensor, componente antisimétrico de $\nabla\mathbf{u}$
$S_{i,j}$:	tensor, componente simétrico de $\nabla\mathbf{u}$
ν	:	viscosidad cinemática del agua [m ² /s]
ω	:	vorticidad

Capítulo 1

Introducción

Resumen.

El proyecto se inició en el Laboratorio de Hidráulica Enzo Levi del Instituto Mexicano de Tecnología del Agua (IMTA) donde se analizaron características del flujo en un canal con fondos diferentes: liso, Rojas *et al.* (1999), con formas de fondo fijas, Espinoza *et al.* (2000) y con fondo móvil Espinoza (2001). Posteriormente en el Laboratorio de Transferencia de Energía y Masa del Centro de Investigación en Energía se construyeron dos canales, para el análisis de las estructuras del flujo usando técnicas ópticas de medición (Anemometría Láser Doppler LDA y Velocimetría por Imágenes de Partículas PIV). En los últimos años se ha estado trabajando en la interacción de las estructuras del flujo con partículas sólidas en suspensión, para lo cual se desarrolló una metodología cuyo objetivo es la medición simultánea de la velocidad de la fase líquida y de la fase sólida en el flujo en un canal abierto con una forma de fondo fija y que semeja una duna de río, Guido *et al.* (2005). Luego se continuaron las mediciones en flujo unifásico y bifásico, con el fin de conocer y entender la interacción entre algunas estructuras turbulentas del fluido y partículas sólidas que viajan con él. En el presente capítulo se presentan generalidades acerca del estudio de flujos turbulentos con presencia de partículas sólidas y se hace una motivación e introducción al tema a partir de los trabajos más relevantes publicados en la literatura científica internacional. Se resalta también la importancia de realizar esta investigación.

1.1 Generalidades.

Flujos turbulentos con presencia de partículas sólidas pueden observarse tanto en la naturaleza como en múltiples aplicaciones industriales. La necesidad de conocer más acerca de su comportamiento ha motivado el desarrollo de la investigación en este campo en los últimos cincuenta años. Una rápida revisión del tema da cuenta de las diferentes etapas que se han venido superando a través de los años. Muchas investigaciones centraron sus objetivos en el conocimiento del comportamiento de las partículas en el fluido sin tener en cuenta el efecto de las mismas en los cambios generados. De esta forma, fenómenos tales como la difusión, la migración de partículas así como también la sedimentación fueron inicialmente estudiados, sin considerar las variaciones que las estructuras del flujo podrían presentar. En años recientes, diversas investigaciones han demostrado que la presencia de partículas sólidas en un fluido genera cambios, los cuales están asociados a su tamaño, densidad, concentración, así como también a las condiciones del flujo. A la fecha, los estudios existentes siguen siendo pocos e incompletos, además es muy limitado el conocimiento que se tiene sobre la forma

como las partículas sólidas que son transportadas en el seno de un fluido, interactúan con las estructuras turbulentas de diferentes escalas que se generan, por ejemplo cuando se interponen uno o varios obstáculos al flujo, dando origen a zonas de recirculación, capas cortantes o al desarrollo de una nueva capa límite.

Las técnicas ópticas de medición han sido uno de los avances más importantes y que ha impulsado el estudio de los flujos bifásicos, sin embargo la investigación también enfrenta nuevos retos, los cuales se relacionan con la capacidad de almacenamiento de información de las computadoras y el desarrollo de nuevas técnicas y metodologías de análisis de series de datos dependientes del tiempo (bien sea de datos numéricos o información visual como imágenes) y su combinación o ensamble y automatización para hacer más eficiente este proceso.

El presente estudio se diseñó con el fin de aportar conocimiento sobre la interacción entre partículas sólidas y estructuras de gran escala, en el flujo recirculante detrás de una forma de fondo, para diferentes valores de número de Reynolds y concentraciones de partículas. Se trata de una investigación experimental en un flujo que circula continuamente en un canal abierto horizontal, inicialmente sin presencia de partículas sólidas y posteriormente sembrado con cierta concentración de partículas. Las mediciones se llevaron a cabo con un Anemómetro Láser Doppler (LDA-2D) y un equipo de Velocimetría por Imágenes de Partículas (PIV-2D). El documento que se presenta se ha dividido en seis capítulos, cuyo contenido se comenta a continuación. En el primer capítulo se hace una revisión del estado del arte acerca del estudio del flujo sobre formas de fondo. También se señalan los objetivos específicos de la investigación. En el segundo capítulo se describe el dispositivo experimental, las técnicas de medición empleadas, los materiales y la programación experimental. En el tercer capítulo se explican los métodos y técnicas que se propusieron y aplicaron en el análisis de los datos experimentales. En el cuarto y quinto capítulo se presentan los resultados experimentales para los casos estudiados, flujo sin partículas y flujo con partículas sólidas respectivamente. En el primer caso se incluye una etapa

exploratoria del flujo en la zona de interés y en ambos casos se hace un análisis de los resultados y se dan las conclusiones respectivas. En el sexto y último capítulo se presenta una recopilación de las conclusiones a las que se llegó con este estudio y se dan recomendaciones así como también sugerencias con relación a trabajos futuros. También se ha creado un anexo en donde se puede observar una serie de imágenes adquiridas con el equipo PIV en tiempos consecutivos, que muestran el desarrollo de varios vórtices, cuyas escalas son del mismo orden que la altura de la forma de fondo. Además incluye el código mediante el cual se logró la detección de paso de vórtices y una subrutina empleada en el programa con el fin de eliminar las partículas sólidas de las fotografías adquiridas con el PIV-2D y dejar visibles solo los trazadores. Un procesamiento posterior efectuado a estas imágenes permitió obtener los campos vectoriales bidimensionales de velocidad y hacer el análisis de frecuencia de paso de vórtices.

1.2 Antecedentes.

Desde hace varias décadas se hace investigación sobre flujos recirculantes o que se separan. Este fenómeno se presenta cuando la capa límite se encuentra expuesta a un gradiente de presión adverso. Esta separación, en flujos bidimensionales o cuasi-bidimensionales, da lugar a recirculaciones que caracterizan el flujo. Ejemplos comunes lo constituyen el paso de fluido sobre un escalón, sobre dunas o el caso de estudio del flujo sobre un cilindro. Las recirculaciones presentan un punto en el que se produce la separación del flujo de la pared (puede ser el fondo de un canal), denominado punto de separación o *detachment point* en inglés, y otro en el que el flujo se vuelve a unir a ésta, denominado punto de reencuentro o *reattachment point* en inglés. La distancia existente entre estos dos puntos se conoce como longitud de separación o longitud de unión (en inglés: *separation* o *reattachment length*). A pesar de los avances, aún no se tiene un conocimiento completo sobre ellos. El caso que se

estudia en la presente investigación es un ejemplo típico de esta clase de flujos y para llevarla a cabo se ha dispuesto de un canal con una forma de fondo fija bidimensional que semeja una duna de río, delante de la cual se forma una zona de recirculación.

Generalidades sobre el empleo de fondos fijos o móviles en la hidráulica experimental

En la hidráulica experimental relacionada con el estudio del comportamiento del flujo en canales abiertos, es común el empleo de canales con fondo fijo o móvil. En el primer caso, al fondo del canal se le adaptan una o varias formas de fondo prediseñadas. Por ejemplo, Espinoza (2001) empleó para sus experimentos formas de fondo bidimensionales en un arreglo periódico de 68 elementos triangulares de acrílico. Este arreglo cubrió una longitud de 10.20 m, lo que representó aproximadamente el 50 % de la longitud del canal. Kadota y Nezu (1999) emplearon un canal con una sola duna. En el caso de fondo móvil, el fondo del canal se cubre con una capa de arena de las que comúnmente se encuentran en los cauces naturales. Generalmente se adaptan al canal equipos mezcladores con el fin de evitar la sedimentación de partículas. En este caso, el flujo interactúa con el fondo dando origen a diferentes formaciones que pueden ser: rizos, dunas, antidunas u ondas estacionarias. Espinoza (2001) cubrió el fondo del canal con una capa de 15 cm de espesor de arena volcánica para desarrollar su investigación sobre fondo móvil.

En la presente investigación se empleó un canal de fondo fijo y una sola forma de fondo bidimensional prediseñada similar a una duna de río.

Generalidades sobre formas de fondo

El fondo de un río o cauce natural en el que se presente transporte de sedimentos, puede ser plano o presentar algunas ondulaciones conocidas como formas de fondo. Se tendrá un fondo plano cuando no exista arrastre de partículas o bien

cuando existiendo arrastre, no se producen ondulaciones. Cuando el fondo del cauce es arenoso y existe transporte de partículas se forman ondulaciones, las cuales a su vez dan origen a las llamadas formas de fondo. Las formas de fondo son importantes porque participan en el transporte de sedimentos además que incrementan la rugosidad del cauce. Se presentan principalmente en ríos de arenas mientras que en ríos de grava o material más grueso se distinguen otras formas de mayor tamaño llamadas mesoformas. Las formas de fondo más comunes son los rizos, dunas, ondas estacionarias y antidunas y en su clasificación los investigadores han tenido en cuenta las diferencias de escalas de longitud y altura de las mismas, Vanoni y Hwang (1967).

El interés por conocer las características de las formas de fondo y su evolución se debe a que estas afectan la rugosidad del cauce. En el caso particular de las dunas, estas son ondulaciones triangulares con dos taludes diferentes, el de aguas arriba es muy suave y el de aguas abajo es más vertical.

Flujo sobre una forma de fondo tipo duna

Diferentes experimentos llevados a cabo por investigadores tales como Maddux *et al.* (2003) y Bennet y Best (1996) han permitido conocer sobre el comportamiento del flujo sobre una forma de fondo tipo duna, ver figura 1.1. La cresta de la duna constituye el punto de separación, a partir del cual se genera un flujo de reversa. Una de las características de la zona de recirculación es que por ser de baja velocidad, propicia la precipitación y acumulación de partículas sólidas. La importancia del estudio de la separación del flujo detrás de una forma de fondo (dunas, antidunas, rizos, ondas estacionarias) se relaciona con los procesos de transporte de sedimentos, tanto de fondo como en suspensión. A partir del punto conocido como de reencuentro o punto donde termina la zona de recirculación, se desarrolla una nueva capa límite. Este punto de reencuentro cambia de posición constantemente en el tiempo, oscilando dentro de cierto intervalo, lo cual dificulta su determinación.

Para el caso de dos o más dunas, el comportamiento del flujo es similar al de una duna aunque se presenta la particularidad de que la longitud de la zona de recirculación es menor que cuando se tiene una sola duna, Espinoza (2001).

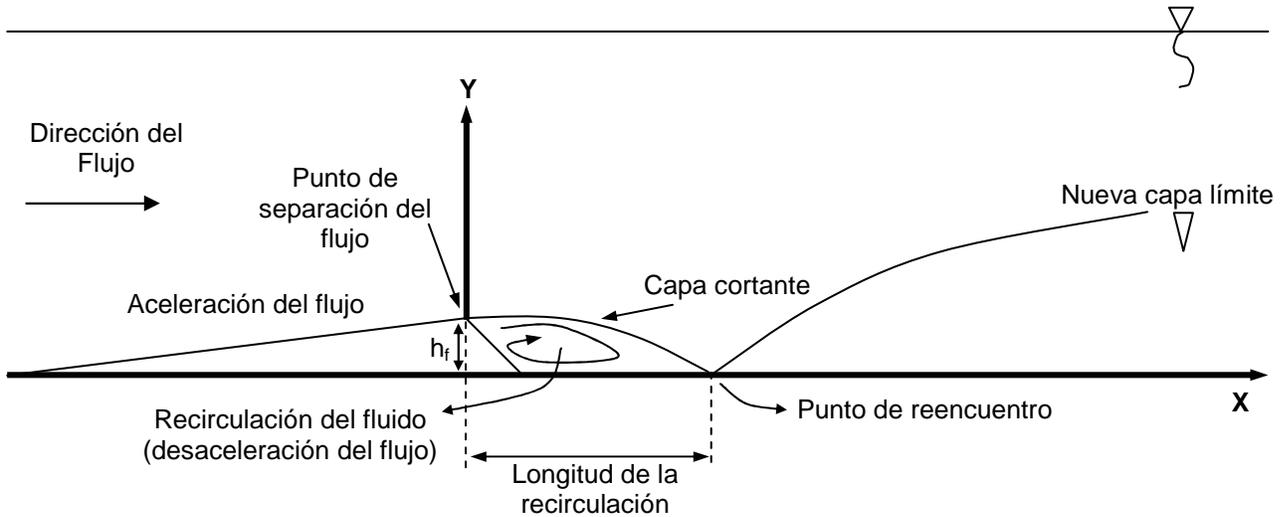


Figura 1.1: Características del flujo sobre una forma de fondo (una duna).

Para el caso del estudio del flujo sobre formas de fondo tipo duna es frecuente encontrar que estos se desarrollan sobre formas de fondo fijas y no móviles. Tal vez la razón principal tiene que ver con que la mayor parte de las dificultades que se presentan en el estudio del flujo sobre dunas en su ambiente natural se simplifican si se considera a las dunas como estáticas. Esta aproximación se justifica ya que la velocidad a la que migran las dunas es pequeña en comparación con la velocidad del flujo medio. Especial atención se ha prestado a los efectos de la geometría, la rugosidad en aquellos casos donde las dunas son recubiertas de granos de arena con diferentes granulometrías y las variables que definen las condiciones del flujo.

Generalidades del comportamiento del flujo sobre un escalón

El flujo detrás de un escalón es un caso particular del flujo sobre formas de fondo. Se puede afirmar que es uno de los casos más estudiados y sobre el cual se

puede encontrar amplia información en la literatura científica. La figura 1.2 ilustra sobre lo que sucede cuando se tiene un flujo sobre un escalón.

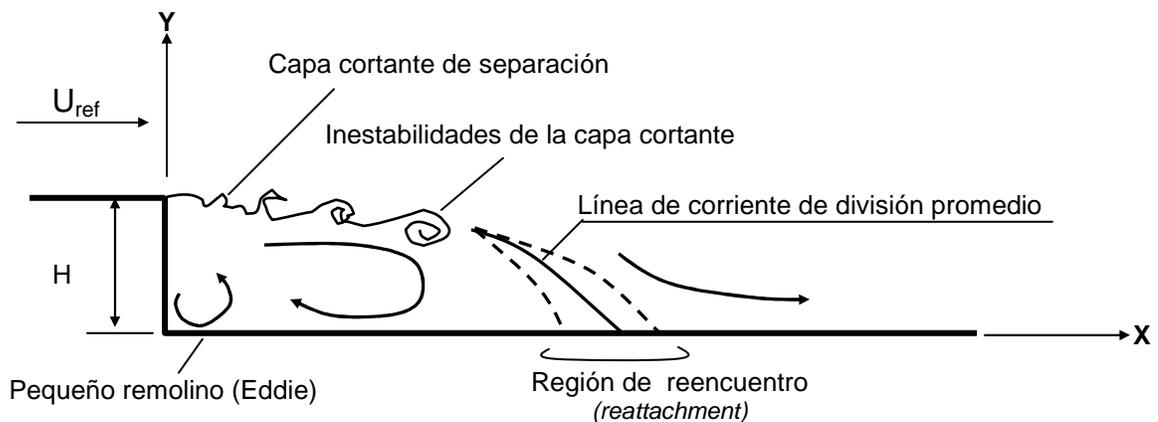


Figura 1.2 Esquema que muestra la naturaleza del flujo detrás de un escalón. Spazzini *et al.* (2001).

Armaly *et al.* (1983) llevaron a cabo un estudio completo y detallado, el primero de este tipo, sobre el comportamiento del flujo (sin partículas) detrás de un escalón. Hicieron mediciones con LDA y definieron la longitud de la zona de recirculación X_r en función del número de Reynolds (Re) en los tres regímenes de flujo. Pudieron observar que en régimen laminar, a medida que se incrementaba el valor del número de Re , también se incrementaba el valor de X_r . Una vez que se estaba en régimen de transición, la magnitud de X_r descendía gradualmente y de manera irregular hasta alcanzar un mínimo, para luego volver a incrementarse y llegar a un valor constante que caracteriza el régimen turbulento.

Simulaciones numéricas para los casos duna y escalón

Simulaciones numéricas del flujo sobre dunas y escalones también han reportado la existencia de la zona de recirculación. Entre los trabajos más importantes está el de Schatz y Herrmann *et al.* (2006) quienes emplearon el programa *Fluent* para estudiar el campo de flujo sobre dunas simétricas, con lo cual lograron hacer una descripción de la zona de recirculación. Estos primeros resultados han sido utilizados para modelar la dinámica de las dunas. Por su parte, Parson *et al.*

(2004), emplearon el código *CFD* (*Computational Fluid Dynamics* por sus siglas en inglés) con el fin de simular los campos de velocidad del flujo de aire sobre dunas de diferentes alturas y diferentes longitudes en la pendiente aguas arriba. Encontraron que el campo de flujo sobre dunas cambia conforme varía su altura. Chiang y Sheu (1999) reprodujeron la geometría de un escalón y las condiciones del flujo reportadas por Armaly *et al.* (1983) para régimen laminar, encontrando congruencia en sus resultados. Le *et al.* (1997) estudiaron un flujo turbulento sobre un escalón aplicando una solución numérica directa a las ecuaciones de Navier – Stokes. Los campos instantáneos de velocidad indicaron que la ubicación del punto de reencuentro oscilaba alrededor de un valor medio de $6.28h_e$. Por su parte Friedrich y Arnal (1990) observaron en sus simulaciones (*Large Eddy Simulation, LES*) que la capa cortante que emana del punto de separación en la cresta del escalón tiene un movimiento vertical que ocasiona la oscilación del punto de reencuentro. Le *et al.* (1997) por su parte, hicieron simulaciones numéricas directas (*Direct Numerical Simulation, DNS*), logrando observar también el comportamiento oscilatorio del flujo por el movimiento del punto de reencuentro. También concluyeron que en la zona donde se ubica el punto de reencuentro hay fluctuaciones de presión, causadas probablemente por el desprendimiento de vórtices desde la esquina del escalón.

Particularidades relacionadas con la zona de recirculación

La zona de recirculación resulta de particular interés en la presente investigación. Como puede notarse, esta zona se presenta tanto en formas de fondo tipo duna como también en el caso de flujo sobre escalones. Allí se desarrollan estructuras de flujo con escalas comparables a la altura de la forma de fondo (duna o escalón) cuya frecuencia de paso por una línea vertical previamente seleccionada cambia ante la presencia de partículas sólidas en el flujo.

Varios investigadores, por ejemplo Simpson (1989) reportó la contracción y expansión de la zona de recirculación, fenómeno al que se le ha denominado

movimiento de aleteo y que ha sido definido como una inestabilidad de baja frecuencia, Spazzini *et al.* (2001), que envuelve toda la región de recirculación. El origen de estas oscilaciones es controversial y aún no se llega a un acuerdo definitivo. Sobre la frecuencia de este movimiento, tampoco se ha alcanzado un acuerdo y estudios en donde se tenga en cuenta la presencia de partículas sólidas en el flujo no se reportan en la literatura. Autores como Driver *et al.* (1987) atribuyen este movimiento al desprendimiento de vórtices desde la zona donde está oscilando el punto de reencuentro, lo que ocasiona el colapso momentáneo de la zona de recirculación. Otros investigadores, lo han detectado también en simulaciones numéricas como es el caso de Friedrich y Arnal, (1990), quienes observaron cómo la capa cortante que emana del punto de separación ubicado en la esquina del escalón tenía un movimiento vertical que hacía oscilar el punto de reencuentro. Está claro que no hay un consenso sobre el fenómeno de aleteo, su origen, ni su relación con el número de Reynolds.

Generalidades sobre la interacción estructuras del flujo y partículas sólidas

Es de resaltar que a partir de la década de los 80 se le ha dado mayor importancia al estudio de las estructuras del flujo y su relación con los procesos del transporte de sedimentos. Estudios recientes han mostrado que las partículas en suspensión pueden afectar de manera sustancial la turbulencia, incrementándola o disminuyéndola, dependiendo del tamaño de las partículas y de su concentración dentro del flujo (Gore y Crowe, 1989 y Hetsroni, 1989), pero los mecanismos por medio de los cuales las partículas modifican la turbulencia no son claros.

Se ha señalado dos mecanismos para los cuales la turbulencia se ve incrementada:

1. El incremento de la turbulencia es ocasionado, de acuerdo con las investigaciones de Mei *et al.* (1991), por un efecto de trayectoria cruzada, en

donde las partículas por su inercia no siguen fielmente el movimiento del fluido y cruzan de un vórtice a otro.

2. Otro mecanismo sugerido sobre el incremento de la turbulencia es el vertimiento de vórtices detrás de las partículas. Hetsroni (1989) opina que cuando el número de Reynolds, dado como función del diámetro de las partículas, es superior a 400, que de acuerdo con Achenbach (1974) es la condición para que se inicie el desprendimiento de vórtices, la turbulencia se ve incrementada.

Diversos autores también han mencionado varios mecanismos relacionados con la disminución de la turbulencia:

1. Algunos consideran que se debe a un incremento de la viscosidad aparente del fluido por la presencia de partículas (Ishii 1977, Leighton y Acrivos 1986, Lee y Boerner 1987).
2. Por su parte Smith y McLean (1977) sugieren que otro mecanismo de atenuación de la turbulencia es la estratificación de la densidad. Ellos muestran en su investigación que si existe un gradiente de concentraciones de partículas a través del flujo, existe también un gradiente de densidad, el cual contribuye con el amortiguamiento de la turbulencia.
3. Cao *et al.* (2003) opinan que la turbulencia se ve incrementada cuando las partículas sólidas en suspensión son mayores que la longitud de la escala de la turbulencia o disminuye cuando las partículas son tan pequeñas que pueden viajar dentro de los remolinos turbulentos.

Varios investigadores como Niño y García (1996), Sutherland (1967) y Kaftori *et al.* (1995) se han dado a la tarea de investigar el comportamiento del flujo y su interacción con partículas sólidas en la zona cercana al fondo. En el caso de Niño

y García (1996), ellos encontraron que la interacción entre el flujo y los sedimentos naturales ocurre principalmente en la vecindad del fondo, cuyo entendimiento es importante para avanzar en el conocimiento del transporte de sedimentos. Sutherland (1967) fue el primero en explicar la suspensión de partículas por un flujo turbulento mediante observaciones cerca del fondo y concluyó de su investigación que el mecanismo que hace entrar una partícula en suspensión son las eyecciones de flujo asociadas con estructuras coherentes en la región cerca del fondo y que la interacción entre el flujo y los sedimentos naturales ocurre principalmente en la vecindad del fondo. El mecanismo que ocasiona que los granos individuales o partículas sólidas dejen el fondo es el siguiente: un remolino turbulento entra en la subcapa viscosa, donde el movimiento es primariamente viscoso, aunque no es estrictamente laminar y la velocidad varía linealmente (esta subcapa es muy difícil de observar bajo condiciones experimentales, sin embargo su importancia es decisiva para la determinación de las fuerzas de arrastre), incrementa los esfuerzos cortantes que actúan sobre los granos individuales, los acelera y es cuando los granos dejan el fondo. Kaftori *et al.* (1995) investigaron el movimiento de partículas sólidas cerca del fondo en una capa límite turbulenta en un canal que funcionaba con agua. Realizaron observaciones y mediciones de velocidad con LDA muy cerca del fondo. Concluyó que el movimiento de partículas (suspensión, sedimentación) está controlado por la acción de estructuras coherentes, que semejan vórtices de embudo y que las mismas partículas contribuyen a la destrucción de estos vórtices gracias a su inercia.

Fessler *et al.* (1994) llevaron a cabo un estudio sobre concentración de partículas sólidas en un canal que conducía un flujo turbulento. Observaron que las partículas se concentraban de manera preferencial en diferentes zonas del flujo formando una especie de nube. La longitud de la escala de estas nubes de partículas cambiaba según el tamaño de las partículas sólidas. Para llevar a cabo este estudio, analizaron fotografías del flujo sembrado con partículas de cierto tamaño (emplearon partículas con diámetro entre 28 μm y 90 μm). Dedujeron que la concentración preferencial de partículas estaba relacionada con dos factores: el

primero tenía que ver con el tamaño de la partícula, característica de la cual depende qué tan rápido pueda responder ésta al flujo (respuesta aerodinámica de la partícula, τ_p); el segundo factor se relaciona con las escalas de tiempo de las estructuras turbulentas que se presentan en el flujo (τ_f). La relación entre estos dos factores se conoce como el número adimensional de Stokes ($Stokes = \tau_f / \tau_p$). Cuando el Stokes es muy pequeño, las partículas sólidas serán simplemente trazadores del flujo. Cuando el Stokes es muy grande, las partículas sólidas no responden a las fluctuaciones de velocidad del flujo y tampoco se ven afectadas en su trayectoria por las estructuras de la turbulencia. Cuando el Stokes es de orden 1, las partículas sólidas responderán a algunos movimientos turbulentos pero sin seguir fielmente líneas de corriente que sean curvas. Concluyeron también que determinar cuál partícula se concentra en forma preferencial no es tarea fácil, ya que ellos encontraron que cada tipo de partícula empleada se concentró de diferente manera.

Cao *et al.* (2003) también consideraron que las partículas sólidas en suspensión pueden incrementar o atenuar la turbulencia, dependiendo del tamaño de las partículas con relación al de las escalas de la turbulencia. Ellos hicieron simulación numérica directa empleando datos de resultados experimentales de investigaciones previas. Sus resultados están de acuerdo con lo reportado por Fessler *et al.* (1994) y además comentan que la turbulencia puede verse también modificada como consecuencia de la relación entre el tamaño de las partículas sólidas y las escalas de pequeñas estructuras turbulentas, en combinación con la concentración de las partículas en el flujo. Presentan en su artículo una gráfica tomada de Elghobashi (1994) en donde el número adimensional de Stokes es función de la concentración de partículas sólidas. Para diferentes intervalos concentración de partículas y de Stokes, la turbulencia se ve incrementada o disminuida.

Cellino y Graff (2000) estudiaron experimentalmente la influencia de formas de fondo tipo duna sobre la distribución de la concentración de partículas sólidas en el flujo en un canal abierto. Elaboraron perfiles de velocidad media por medio de los cuales demostraron la existencia de un punto de separación justo en la cresta de la duna. Los perfiles de intensidad de turbulencia presentaron variaciones cerca de la cresta de la forma de fondo, los cuales asociaron a la presencia de una capa cortante en la cual los gradientes de velocidad son muy fuertes. Esta capa cortante se genera por la separación del flujo en la cresta de la duna. Los perfiles de concentración mostraron la tendencia de las partículas a concentrarse detrás de la duna. A pesar de que comentan que sus resultados están de acuerdo con otros ya reportados, no presentan una explicación detallada del mecanismo o mecanismos por los cuales se presenta esta situación.

1.3 Identificación de estructuras coherentes.

Desde hace algunas décadas se acepta la existencia de las llamadas estructuras coherentes (EC) en flujos turbulentos. Los avances en investigación que se han dado en este campo muestran el papel que desempeñan estas estructuras en diversos procesos como el mezclado y la transferencia de masa. A pesar de los adelantos en las técnicas de adquisición de datos, procesamiento, capacidad de almacenamiento de las computadoras y programas que han permitido la aplicación de técnicas tales como el muestreo condicional (visualizaciones, 4 cuadrantes, gradientes), no condicional (correlaciones espacio-tiempo y análisis espectral) y otros como *wavelets*, y reconocimiento de patrones, el término EC continúa siendo controversial, (Sullivan *et al.*, 1994; Mumford 1982 y 1983; Antonia, 1981).

Espinoza (2001) comenta que no existe una definición única de EC, es decir, no existe un consenso al respecto y el término continúa siendo muy controversial. Varias de estas definiciones se comentan a continuación:

Una estructura originada en una capa límite turbulenta, en donde cualquiera de las variables fundamentales del flujo (componentes de la velocidad, la densidad, la temperatura) exhiba una correlación significativa consigo misma o con otra variable y que esta correlación se de en un tiempo significativamente más grande que la mayor de las escalas del flujo (periodo de oscilación de esfuerzos cortantes y presiones, tamaño de la partícula) constituye lo que se conoce con el nombre de movimiento o estructura turbulenta coherente (Robinson, 1991).

El concepto de EC implica movimiento colectivo del fluido. Estas estructuras tienen una cierta extensión espacial y tiempo de duración o vida y son caracterizadas por un esqueleto vorticoso (Mueller y Gyr, 1996).

Se denomina EC a todo patrón o forma característica que aparezca en el flujo al usar burbujas de hidrógeno o colorante y que pueda describirse por algún movimiento común del fluido. Generalmente se asocia a vórtices o remolinos (Smith y Metzler, 1983).

Aunque es posible identificarlas fácilmente en algunos casos, como por ejemplo flujos en transición, cuando se tienen flujos turbulentos estas estructuras se ocultan por así decirlo y forman parte del comportamiento caótico que caracteriza a la turbulencia. De aquí la dificultad para identificarlas. El reto que enfrentan los investigadores radica entonces en poder distinguirlas en la turbulencia además de conocer y entender sus características. Lo anterior no es nada fácil, pues las técnicas usadas precisamente para determinar cuándo y por dónde pasa una EC, se relacionan en forma directa con la definición que se haga de la misma. Diversas técnicas para la identificación de EC han sido probadas con buenos resultados. Aquí no solo resulta importante la selección de la técnica de estudio y análisis del flujo sino también la infraestructura con la que se cuente, la cual está representada en los equipos experimentales y de cómputo para procesar datos. Algunas técnicas para identificar EC implican la necesidad de contar con equipos que puedan adquirir información instantánea y simultánea en diferentes puntos del

campo de flujo, mientras que a otras les basta solamente algunos datos. Entonces, la naturaleza de la información con la que se pueda contar es un aspecto crucial (componentes de velocidad, presión, entre otros; lo anterior se podrá entender a lo largo de los capítulos que detallan las actividades que se desarrollaron en la presente investigación.

En los siguientes incisos se comentarán diversos aspectos que tienen que ver con el caso particular de vórtices. Se hará uso de algunas definiciones propuestas en la literatura científica internacional con el fin de entender y hacer un aporte con relación a su dinámica bajo diferentes condiciones experimentales.

1.4 Definición y detección de vórtices.

1.4.1 Generalidades.

En la literatura científica se puede ver que no existe una definición única para un vórtice. Haller (2005) comenta que frecuentemente se hace referencia a un vórtice como una región de alta vorticidad, pero no se tiene definido que es alta vorticidad. Además en algunos flujos paralelos se presenta vorticidad sin la presencia de vórtices. En otras ocasiones se hace uso de líneas de corriente cerradas o en espiral para definir un vórtice o la postulación de una presión mínima en el centro de un vórtice, pero para todas ellas hay contraejemplos que las limita. En este trabajo el centro del vórtice se definió siguiendo el criterio de Jeong y Hussain (1995) y el de puntos críticos para determinar el tipo de vórtice. Antes de definir el vórtice se usó un criterio de mínima velocidad que reduce el tiempo de procesamiento de imágenes.

1.4.2 Definiciones intuitivas de vórtice.

Muchos autores, por ejemplo Spalart (1988) emplean la magnitud del vector vorticidad ω como un indicador de estructuras vorticosas. Sin embargo, este criterio de $|\omega|$ puede a veces resultar engañoso. En el caso de flujos sujetos a

una pared, $|\boldsymbol{\omega}|$ no puede distinguir entre una rotación debida a cortante puro o a un movimiento de remolino. Un ejemplo típico es el flujo de Couette, en donde se presentan altos valores de $|\boldsymbol{\omega}|$, pero sin tratarse de un movimiento vorticoso. Otro indicador escalar usado frecuentemente es la presión (Kline y Robinson, 1990). En un flujo bidimensional, plano y estable, no viscoso, si se llegare a presentar un movimiento de rotación, la presión tenderá a tener un mínimo en el centro del patrón circular. Lo anterior es sencillamente una consecuencia del balance entre las fuerzas que actúan en un elemento de fluido en la dirección radial; la fuerza centrífuga debe balancearse con la fuerza debida al gradiente de presiones radial, lo cual es responsable del mínimo en el eje de rotación. Pero cuando el flujo es inestable, viscoso o tridimensional, el argumento anterior no sigue siendo verdadero. Un mínimo de presión bien definido puede existir en un movimiento irrotacional, que no necesariamente constituya un vórtice.

1.4.3 Definiciones matemáticas de vórtice

Valores complejos de $\nabla\mathbf{u}$ como indicadores de la existencia de un vórtice.

Chong *et al.* (1990) también proponen un criterio para identificar vórtices, el cual se refiere a la presencia de líneas de corriente circulares o espirales. Este método también es conocido como análisis de puntos críticos. Un punto crítico es un punto en el campo de flujo, en donde las tres componentes de velocidad son cero y la pendiente de las líneas de corriente es indeterminada. Su técnica consiste en verificar la curvatura de las líneas de corriente en cualquier punto del campo de flujo, pero en un marco de referencia local, moviéndose a la velocidad del mismo punto, con el fin de tener un procedimiento que fuera un invariante Galileano. El anterior propósito puede lograrse sin necesidad de integrar las ecuaciones del patrón de líneas de corriente, ya que la misma información se obtiene del análisis de los valores propios del tensor de gradientes de velocidad $\nabla\mathbf{u}=u_{i,j}$ en el mismo punto. Una región de valores propios complejos de $\nabla\mathbf{u}$ se define entonces como un vórtice, ya que los valores propios complejos implican que el patrón de líneas de corriente es cerrado o espiral en un marco de referencia que se mueve con el

punto. De acuerdo con lo que afirman estos investigadores, esto es equivalente a tener la parte antisimétrica de $\nabla\mathbf{u}$ prevaleciendo sobre la parte simétrica.

Los valores propios σ de $\nabla\mathbf{u}$ satisfacen la siguiente ecuación característica,

$$\sigma^3 - P\sigma^2 + Q\sigma - R = 0 \quad (1.1)$$

en donde P, Q y R son los tres invariantes de $u_{i,j}$, definidos:

$$P = u_{i,i} \quad (1.2)$$

$$Q = \frac{1}{2}(u_{i,j}^2 - u_{i,j}u_{j,i}) \quad (1.3)$$

$$R = \det(u_{i,j}) \quad (1.4)$$

Valores complejos pueden tenerse cuando el discriminante Δ de la ecuación 1.1 es positivo. En el caso de un flujo incompresible, en donde $P=0$ se llega a la condición expresada en la ecuación 1.5.

$$\Delta = \left(\frac{1}{3}Q\right)^3 + \left(\frac{1}{2}R\right)^2 > 0 \quad (1.5)$$

De esta forma, un vórtice o remolino está caracterizado por un valor propio real y un par de valores de conjugados complejos de valores propios, con una parte imaginaria positiva.

1.4.4 El segundo invariante de $\nabla\mathbf{u}$ como indicador de la existencia de vórtices.

Hunt *et al.* (1988), definieron los vórtices como aquellas regiones en donde el segundo invariante Q del tensor $\nabla\mathbf{u}$ es positivo, con la condición adicional de que la presión es más baja que el valor en el entorno. Q puede interpretarse como una medición de la magnitud de la rotación relativa al esfuerzo. Cuando Q es positivo,

la rotación prevalece sobre los esfuerzos de tal forma que estos pueden identificarse como valores positivos de Q . La ventaja de emplear Q en vez de la magnitud de la vorticidad como un identificador cuantitativo de vórtices, radica en que Q representa el balance local entre la razón de esfuerzos cortantes y la magnitud de la vorticidad. De aquí que Q no se vea afectado por cortantes locales, los cuales prevalecen usualmente en la vecindad de las paredes.

A diferencia del criterio anterior, esta definición requiere la condición adicional de baja presión; además, es independiente del signo de Q . A partir de las ecuaciones de Navier - Stokes, la ecuación de Poisson para la presión, puede ser escrita en términos de Q como sigue.

$$\nabla^2 p = 2\sigma Q \quad (1.6)$$

El principio máximo aplicado a esta ecuación afirma que la máxima presión puede ocurrir sólo en la frontera si $Q \geq 0$ y que el mínimo de presión puede ocurrir también en la frontera si $Q \leq 0$. En todo caso, $Q \geq 0$ no implica necesariamente que un mínimo de presión ocurra dentro de la región. De este modo, no hay una conexión explícita entre una región con $Q \geq 0$ y otra que contiene un mínimo de presión.

1.4.5 Dos valores propios negativos del tensor $\mathbf{S}^2 + \mathbf{\Omega}^2$ para detectar vórtices.

Jeong y Hussain (1995) definieron el centro de un vórtice en un fluido con propiedades constantes (y en forma equivalente a un vórtice en general), como una región en donde el tensor $\mathbf{S}^2 + \mathbf{\Omega}^2$ presenta dos valores propios negativos. Los tensores $\mathbf{S}_{ij} = 1/2(u_{i,j} + u_{j,i})$ y $\mathbf{\Omega}_{ij} = 1/2(u_{i,j} - u_{j,i})$ son los componentes simétrico y antisimétrico de $\nabla \mathbf{u}$. El raciocinio de estos autores consiste principalmente en mejorar el criterio basado en la búsqueda de un mínimo de presión, superando las causas que lo hacen no confiable, como por ejemplo los efectos viscosos. Estos efectos pueden eliminar el mínimo de presión en un flujo con un movimiento vorticoso. Ya que el Hessiano de presión $p_{,ij}$ contiene información sobre presiones

locales, Jeong y Hussain (1995) consideraron este término y demostraron a partir de las ecuaciones de Navier – Stokes que:

$$a_{i,j} = -\frac{1}{\rho} p_{,ij} + \nu u_{i,jkk} \quad (1.7)$$

Entonces, $a_{i,j}$ puede ser dividido en una parte simétrica y otra antisimétrica tal como se expresa a continuación:

$$a_{i,j} = \left[\frac{DS_{ij}}{Dt} + \Omega_{ik} \Omega_{kj} + S_{ik} S_{kj} \right] + \left[\frac{D\Omega_{ij}}{Dt} + \Omega_{ik} S_{kj} + S_{ik} \Omega_{kj} \right] \quad (1.8)$$

La parte simétrica de la ecuación 1.7 es por consiguiente:

$$\frac{DS_{ij}}{Dt} - \nu S_{ij,kk} + \Omega_{ik} \Omega_{kj} + S_{ik} S_{kj} = -\frac{1}{\rho} p_{ij} \quad (1.9)$$

Si $p_{,ij}$ tiene dos valores propios positivos, entonces existe un mínimo de presión en el plano formado por los dos vectores propios asociados a esos valores propios.

El primer término localizado del lado izquierdo de la ecuación (1.9) representa los esfuerzos irrotacionales inestables y el segundo término representa los efectos viscosos. Entonces, considerando solamente $\mathbf{S}^2 + \mathbf{\Omega}^2$ es posible determinar la existencia de un mínimo de presión local debido a un movimiento vorticoso. Observe que el tensor $\mathbf{S}^2 + \mathbf{\Omega}^2$ por ser simétrico, tiene sólo valores propios reales. Es posible asumir el orden de los valores propios de la siguiente forma:

$$\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3 \quad (1.10)$$

Teniendo en cuenta el requerimiento de mínima presión, se puede concluir que en el criterio de JH se debe cumplir que $\lambda_2 < 0$, de aquí que este criterio también sea llamada como la definición de λ_2 .

1.5 Importancia de la realización del presente proyecto de investigación.

Como ha podido observarse, se han hecho grandes esfuerzos en diferentes áreas de la mecánica de fluidos: teórica, numérica y experimental, con el fin de comprender la dinámica de las estructuras del flujo. No hay claridad sobre la interacción entre esas estructuras y partículas sólidas. El caso de los flujos recirculantes detrás de formas de fondo también es motivo de análisis, ya que diversos aspectos sobre su dinámica continúan sin ser comprendidos. Lo anterior motivó la realización del presente proyecto, en el cual se pretende estudiar la interacción entre partículas sólidas y estructuras del flujo, particularmente en un flujo de recirculación detrás de una forma de fondo fija en un canal abierto.

Se presenta en los siguientes capítulos, una metodología de análisis de la información experimental, numérica y la constituida por imágenes, que permitirá conocer los cambios que sufren algunas estructuras del flujo cuando se tiene o no presencia de partículas sólidas, se varía su concentración y el número de Reynolds. De esta forma, se pretende aportar conocimiento en el tema y ofrecer nuevas metodologías de análisis de información.

Referencias del capítulo 1.

- Achenbach E (1974). Vortex shedding from spheres. *J. Fluid Mech.* 62: 209-221.
- Antonia RA (1981). Conditional sampling in turbulence measurement. *Ann. Rev. of Fluid Mech.* Vol. 13: 131-156.
- Armaly BF; Durst F; Pereira JCF; Schoenung B (1983). Experimental and theoretical investigation of a backward-facing step flow. *J. Fluid Mech.* 127: 473-496.
- Cao Z; Egashira S; Carling P (2003). Role of suspended-sediment particle size in modifying velocity profiles in open channel flows. *Water Resources Research*, Vol. 39, No. 2.
- Cellino M; Graf WH (2000). Experiments on suspension flow in open channels with bed forms. *J. hydraulic research.* Vol. 38, No. 4: 289-298.
- Chiang TP; Tony WHS (1999). A numerical revisit of backward-facing step flow problem. *Physics of Fluids Vol. II*, No. 4: 862-874.
- Chong MS; Perry AE; Cantwell BJ (1990). A general classification of three-dimensional flow field. *Physics of Fluids*, A 2: 756.
- Driver DM; Seegmiller HL; Marvin J (1987). Time-dependent behavior of a reattaching shear layer. *AIAA J* 25, No. 7: 914-919.
- Elghobashi (1994). On predicting particle-laden turbulent flows. *Appl. Sci. Res.* 52:309-329.
- Engelund F; Fredsoe J (1982). Sediment ripples and dunes. *Ann. Rev. Fluid Mech.* 14: 13-37.
- Espinoza J; Martínez-Austria P; Rojas J; Ávila F (2000). Análisis del flujo en un canal de laboratorio con formas de fondo fijas. *Ingeniería Hidráulica en México.* Vol. XV, No. 2, 75-84.
- Espinoza J (2001). Estructuras turbulentas y mecanismos de transporte de sedimentos. Tesis de Doctorado. DEPFI-UNAM.
- Fessler, JR; Kulich JD; Eaton JK (1994). Preferential concentration of heavy particles in a turbulent channel flow. *Phys. Fluids* 6 (11).
- Friedrich R; Arnal M (1990). Analysing turbulent backward-facing step with the low pass-filtered Navier-Stokes equations. *J. Wind Eng. 1nd Aerodyn* 35: 101-128.
- Gore R; Crowe CT (1989). Effect of particle size on modulating turbulent intensity. *Int. J. Multiphase Flow* 15, 279-285.
- Guido P; Rojas J; Huelsz G (2005). Medición simultánea de velocidades de las fases sólida y líquida del flujo en canales. *Ingeniería Hidráulica en México.* Vol. XX, No. 3, 21-29.
- Hetsroni G (1989). Particle - turbulence interaction. *Int. J. Multiphase Flow* 15, 735-746.
- Hunt JCR; Wray AA; Moin P (1988). Eddies, stream and convergence zones in turbulent flows, Center for Turbulence Research Report CTR-S88, 193.
- Ishii M (1977). One dimensional drift-flux model and constitutive equations for a relative motion between phases in various two-phase regimes. Report ANL-77-47. Argonne National Laboratory, Argonne, IL.

Kadota A; Nezu I (1999). Three – dimensional structure of space – time correlation on coherent vortices generated behind dune crest. *J. Hyd. Res.* 37: 59-80.

Kaftori D; Hetsroni G; Banerjee S (1995). Particle behavior in the turbulent boundary layer. I. Motion, deposition and entrainment. *Physics of fluids*, Vol.7: 1095-1106.

Kline SJ; Robinson SK (1990). *Turbulent Boundary Layer Structure: Progress, Status and Challenges, Structure of turbulence and Drag reduction*, ed. A. Gyr, Springer.

Kline SJ; Reynolds WC; Schraub FA; Runstadler PW (1967). The structure of turbulent boundary layers. *J. Fluid Mech.* 30: 741-773.

Jeong J; Hussain F (1995). On the identification of a vortex. *J. Fluid Mech.* 285: 69-94.

Lee SL; Boerner T (1987). Fluid flow structure in a dilute turbulent two-phase suspension flow in a vertical pipe. *Int. J. Multiphase Flow* 13: 233-246.

Le H; Moin P; Kim J (1997). Direct numerical simulation of turbulent flow over a backward facing step. *J. Fluid Mech.* 330: 349-374.

Leighton D; Acrivos A (1986). Viscous resuspension. *Chem. Eng. Sci.* 41: 1377-1384.

Maddux TB; Nelson JM; McLean SR (2003). Turbulent flow over three – dimensional dunes: 1. Free surface and flow response. *J. Geophys. Res.* 108:10.1 – 10.20.

Mei R; Adrian RJ; Hanratty TJ (1991). Particle dispersion in isotropic turbulence under Stokes drag and Basset force with gravitational settling. *J. Fluid Mech.* 225: 481-495.

Mueller A; Gyr A (1986). On the vortex formation in the mixing layer behind dunes. *J. Hydraul. Res.* Vol 24: 359-375.

Mumford JC (1982). The structure of large eddies in fully development turbulent shear flows. Part 1. The plane jet. *J. Fluid Mech.* Vol. 118: 241-268.

Mumford JC (1982). The structure of large eddies in fully development turbulent shear flows. Part 2. The plane jet. *J. Fluid Mech.* Vol. 137: 447-456.

Niño Y; García MH (1996). Experiments on the particle-turbulence interactions in the near-wall region of an open channel flow. Implications for sediment transport. *J. Fluid Mech.* 326: 285-319.

Raudkivi AJ (1966). Bed forms in alluvial channels. *J. Fluid Mech.* 26: 507-514.

Robinson SK (1991). *The kinetics of turbulent boundary layer structure*. PhD Dissertation, Stanford University.

Rojas J; Martínez P; Espinoza J; Vargas S (1999). Image processing and velocity measurements in the turbulent boundary layer of a laboratory shallow channel. *J. of Hydromech.* 47-2: 81-92.

Simpson RL (1989). Turbulent boundary-layer separation. *Annu. Rev. Fluid Mech.* 21: 205-234.

Smith JD; McLean SR (1977). Spatially averaged flow over a wavy surface. *J. Geophys. Res.* 82: 1735-1746.

Smith CR; Metzler SP (1983). The characteristics of low-speed streaks in the near-wall region of a turbulent boundary layer. *J Fluid Mech.* 129:27–54.

Spalart PR (1988). *Direct simulation of a turbulent boundary layer up to $R_0=1410$* . *J. Fluid Mech.* 187: 61-98.

Spazzini PG; Luso G; Onorato M; Zurlo N; Di Cicca GM (2001). *Unsteady behavior of back-facing step flow*. *Experiments in Fluids* 30: 551-561.

Sullivan P; Day M; Pollard A (1994). *Enhanced VITA techniques for turbulent structure identification*. *Subm. To Exp. In Fluids*.

Sutherland AJ (1967). *Proposed mechanism for sediment entrainment by turbulent flows*. *J. Geophys. Res.* No.72: 6183-6194.

Vanoni VA; Hwang L (1967). *Relation between bed forms and friction in streams*. *Journal of Hydraulic Div., ASCE.* 93 No. 3: 121-144.

Capítulo 2

Dispositivo experimental

Nomenclatura

D	:	<i>tirante hidráulico [m]</i>
h	:	<i>tirante medido desde el fondo hasta la superficie libre del agua [m]</i>
h_f	:	<i>altura de la forma de fondo [m]</i>
L	:	<i>largo de la forma de fondo [m]</i>
L_c	:	<i>longitud crítica [m]</i>
Re_D	:	<i>número adimensional de Reynolds ($Re_D = \frac{VD}{\nu}$)</i>
U_o	:	<i>velocidad horizontal característica medida antes de la forma de fondo cerca de la superficie libre [m/s]</i>
V	:	<i>dos tercios de la velocidad máxima del fluido [m/s]</i>
x	:	<i>eje coordenado en la dirección horizontal</i>
y	:	<i>eje coordenado en la dirección vertical</i>
z	:	<i>eje coordenado en la dirección transversal</i>

Símbolos griegos

Δ	:	<i>intervalo</i>
Δf	:	<i>frecuencia Doppler</i>
θ	:	<i>ángulo de intersección entre los haces de luz láser en el LDA</i>
λ	:	<i>longitud de onda de la luz láser [nm]</i>
ν	:	<i>viscosidad cinemática del agua [m²/s]</i>
ρ	:	<i>densidad del agua [Kg/m³]</i>

Capítulo 2

Dispositivo experimental

Resumen.

En este capítulo se hará una descripción detallada de los dispositivos experimentales empleados en la realización de los experimentos sin y con partículas. Como se observará, las primeras mediciones se llevaron a cabo en el canal del CIE y luego se continuaron los experimentos en otro canal de menores dimensiones. Al momento de iniciar la presente investigación, ya se contaba con los dispositivos experimentales y equipos de medición. Sin embargo, fue necesario realizar labores de reacondicionamiento en el canal pequeño con el fin de garantizar condiciones experimentales. Entre las razones por las cuales se pasó de un canal a otro estuvieron: poder realizar experimentos más controlados y emplear una menor cantidad de partículas para el estudio del flujo bifásico, las cuales son costosas. También se presenta una breve descripción de los equipos PIV y LDA y de las partículas sólidas empleadas. Finalmente se explica la programación experimental.

2.1 Canal de pruebas del CIE.

Parte de la infraestructura física para realizar experimentos está constituida por el canal abierto instalado en el Laboratorio de Transferencia de Energía y Masa del CIE, cuyas dimensiones son 6 m de largo, 0.3 m de ancho y 0.5 m de alto, ver figura 2.1. Este canal está dotado de un sistema de recirculación que opera gracias a una bomba de 4 HP de potencia y un depósito instalado en la parte exterior del laboratorio con capacidad para almacenar 800 l. El fluido de trabajo empleado es agua a temperatura ambiente. En su entrada se han instalado rejillas a manera de disipadores de energía. Al final del mismo se colocó una rampa con el fin de mantener constante el tirante.

A 4.22 m de la entrada del canal se instaló una forma de fondo fija que semeja una duna de río. Esta forma de fondo está constituida por un elemento triangular con altura h_f de 0.015 m y largo L de 0.18 m. Presenta una suave pendiente aguas arriba ($\sim 5^\circ$) y otra más pronunciada en el lado aguas abajo ($\sim 45^\circ$). La forma de la duna se diseñó empleando el criterio de Vanoni y Hwang (1967), según el cual la relación h_f/L no debe exceder de 0.1. Las mediciones se realizaron a 93.8 veces el tirante (h), en la zona de flujo totalmente desarrollado, cumpliendo con la condición de que la longitud crítica sea mayor que 65 veces h ($L_c \geq 65h$), Palacios *et al.* (2001).



Figura 2.1: Canal del CIE.

2.2 Canal de pruebas pequeño.

Este canal abierto tiene las siguientes dimensiones: largo 1.5 m, ancho 0.10 m y profundidad 0.15 m. También está dotado de una rampa al final del mismo, con el fin de mantener constante el tirante. La zona de medición se localizó a 1.26 m de la entrada del canal. Como fluido de trabajo se empleó agua destilada a temperatura ambiente, la cual se mantuvo recirculando por el canal gracias al acoplamiento con el sistema de una bomba de $\frac{1}{2}$ HP con capacidad para bombear 10 l/s. El gasto se controló mediante un control de velocidad Siemens. La forma de fondo instalada en el canal y que semeja una duna de río tiene por dimensiones: alto (h_f) 0.005 m y largo (L) 0.09 m. La forma de la duna se diseñó cumpliendo con el criterio de Vanoni y Hwang (1967), mencionado anteriormente. La pendiente de la duna aguas abajo fue de $\sim 45^\circ$ mientras que aguas arriba fue de $\sim 4^\circ$.

Hubo necesidad de reacondicionar el canal para garantizar algunos parámetros experimentales, por lo cual se adicionó un retorno (*by-pass*) con el fin de controlar el gasto hacia el depósito superior que alimenta al canal; a este depósito se le permitió que rebosara permanentemente con el fin de asegurar que el gasto extraído del fondo del mismo y que se condujo hasta la entrada del canal para su alimentación fuera constante, ver Figura 2.2.

Las mediciones se hicieron a una distancia de 90h, con lo cual se cumplió la condición de tener un flujo completamente desarrollado para una longitud crítica mayor de 65 veces la profundidad del flujo, 65h.

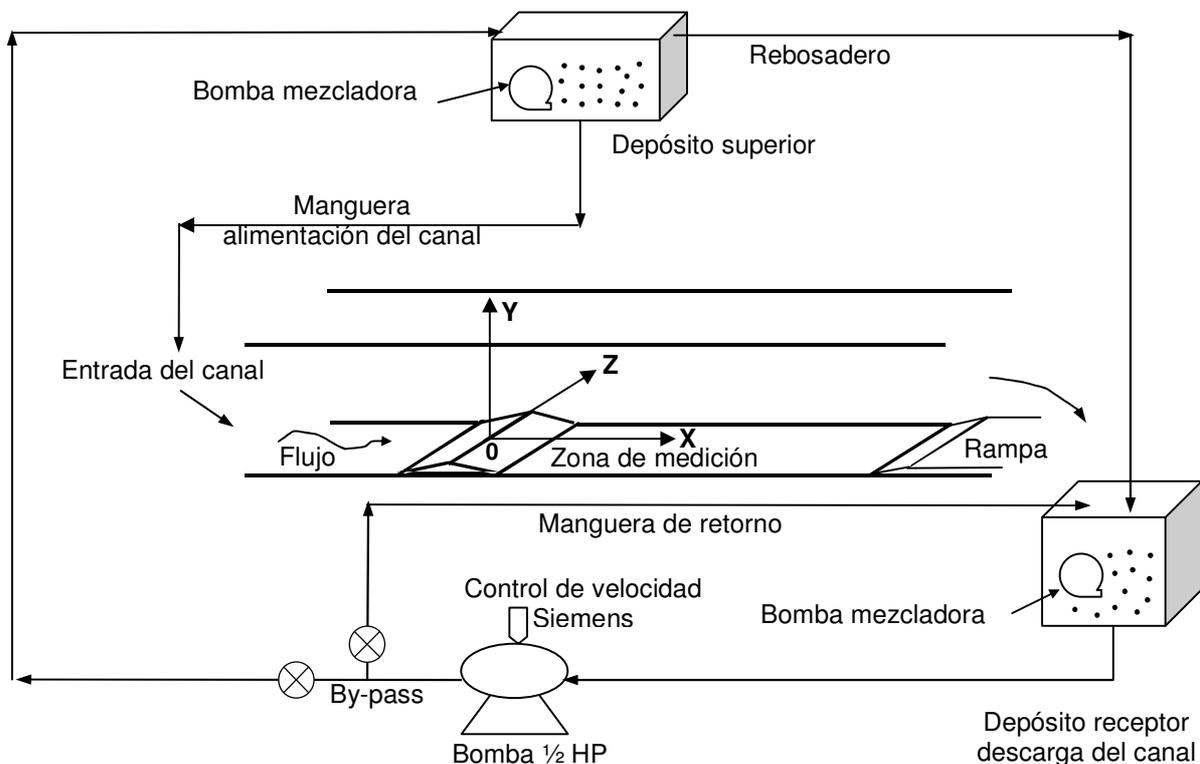


Figura 2.2: Adaptaciones realizadas al dispositivo experimental.

Para el estudio del flujo con partículas se instalaron dos bombas mezcladoras con capacidad para bombear 800 l/h, una en el interior del depósito donde descarga el canal y otra en el que lo alimenta. Estas bombas contribuyeron a que las partículas sólidas se mantuvieran recirculando.

2.3 Equipos de medición.

2.3.1 Equipo de anemometría láser Doppler (LDA).

La medición de velocidades puntuales en el canal del CIE se llevó a cabo con un equipo de Anemometría Láser Doppler marca DANTEC y un láser de argón marca Spectra Physics. Un sistema posicionador en dos direcciones (X, Y) controlado por computadora, permitió cambiar de lugar la óptica de emisión y recepción del láser. De esta forma se hicieron mediciones en diferentes puntos, a diferentes distancias y alturas del fondo. A partir de estos datos se obtuvieron perfiles tanto de velocidad media como de intensidad de turbulencia. La anemometría láser Doppler (LDA) es una técnica óptica de medición no intrusiva, que se emplea para la medición de la velocidad del flujo de líquidos o gases. La medición de la velocidad se lleva a cabo mediante la detección del corrimiento de frecuencia de luz láser dispersada por pequeñas partículas que se mueven en el fluido. Los componentes básicos son un láser, una celda de Bragg, lentes, un fotodetector y un procesador electrónico. La información sobre la velocidad del fluido proviene de la luz dispersada por las partículas que son arrastradas por el flujo, cuando pasan a través del volumen de medición generado por la intersección de dos haces de luz láser. Una lente receptora recibe la señal y la transmite a un fotodetector, produciendo una señal con una frecuencia Doppler. Esta señal pasa al procesador electrónico (BSA, por su sigla en inglés: *Burst Spectrum Analyzer*) cuyo propósito es encontrar el corrimiento de frecuencia y convertirlo a velocidad. A continuación se explican algunos detalles sobre el principio de funcionamiento de este equipo. Más información puede ser consultada en Adrian (1983) y en la página en Internet de la empresa DANTEC (www.dantecdynamics.com), fabricante del equipo. La figura 2.3 muestra un esquema explicativo del principio básico de esta técnica de medición.

Un divisor de haz de luz láser divide la luz láser en dos haces. La llamada celda de Bragg (ver figura 2.3) es un modulador óptico – acústico con capacidad de 40 KHz, la cual permite conocer la dirección del flujo. Los dos haces de luz láser se

interceptan, formando un volumen de medición consistente en un elipsoide cuyas dimensiones dependen del diámetro del haz de luz y del ángulo entre haces, que en el presente proyecto de investigación fueron de 1.35 mm y 12° respectivamente. Las partículas que pasan por la intersección de los haces dispersan la luz que es llevada después a través de la óptica de recepción, a un fotodetector que convierte la luz en señal eléctrica. Esta señal es procesada electrónicamente para obtener la frecuencia Doppler Δf resultante del paso de una partícula por la intersección de los haces. Con la frecuencia Δf , la longitud de onda de la luz del láser λ y el ángulo de intersección de los haces θ , se obtiene la velocidad V del fluido a partir de la ecuación 2.1.

$$V = \frac{\lambda \Delta f}{2 \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)} \quad (2.1)$$

Varias ventajas se identifican de esta técnica: no hay perturbación del flujo, alta resolución espacial y temporal, obtención directa de la velocidad independientemente de otras propiedades del fluido, no necesita calibración. Como desventaja se tiene su elevado costo y que tanto el fluido como el contenedor del fluido (el canal del CIE en este caso) deben ser transparentes. También está la necesidad de introducir pequeñas partículas trazadoras que sigan el fluido y cuyo costo es significativo.

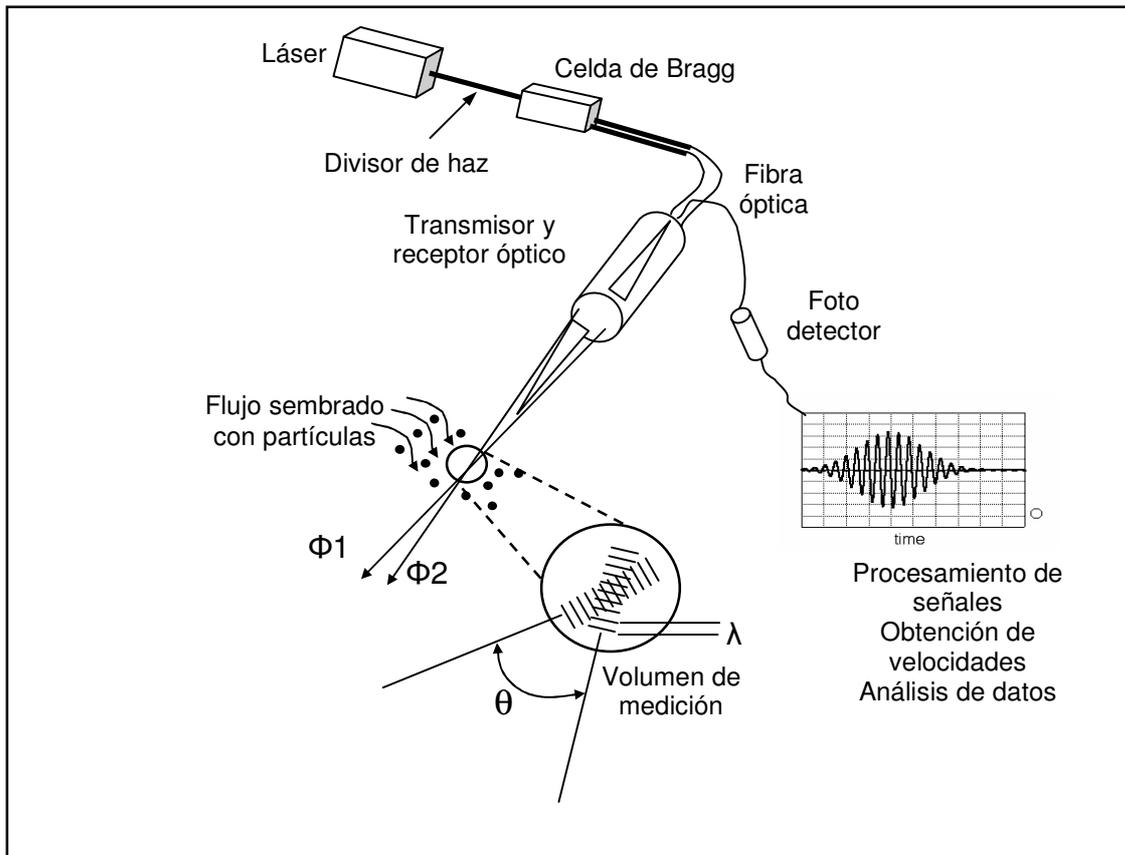


Figura 2.3: Esquema con el principio de funcionamiento del LDA.

2.3.2 Equipo de velocimetría por imágenes de partículas PIV.

La velocimetría por imágenes de partículas es otra de las técnicas empleadas en la presente investigación. Se trata de una técnica óptica de medición no intrusiva en la que se hace una medición indirecta de la velocidad del fluido con base en la medición de la velocidad de partículas trazadoras. En esta técnica al fluido con el que se trabaja se le adicionan micro partículas esféricas empleadas como trazadores que no inducen alteraciones significativas en el flujo. Luego, la zona que se desea investigar se ilumina con un plano de luz generado mediante un láser pulsado. El tiempo entre pulsos se selecciona en función de la velocidad media del flujo y debe estar sincronizado con la toma de las imágenes. Con una cámara de alta resolución, ubicada en ángulo recto al plano iluminado, se toma un

par de fotos de los trazadores, una en un tiempo t y la segunda en un tiempo $t+\Delta t$. Las imágenes digitales se procesan como se indica a continuación. El área de medición se subdivide en regiones rectangulares más pequeñas llamadas áreas de interrogación. Para cada una de esas áreas de interrogación las imágenes adquiridas durante la primera y segunda pulsación del láser se correlacionan para producir un vector de desplazamiento promedio de las partículas. Llevando a cabo este procedimiento para todas las regiones de interrogación, el programa obtiene un mapa de vectores de desplazamiento que luego se convierte en el campo de velocidad más probable. Por medio de los procesos de validación y filtrado se reducen errores y mediante el análisis estadístico se obtienen promedios de velocidades con su respectiva desviación estándar.

El equipo empleado es un sistema PIV-2D marca DANTEC el cual está compuesto por varios subsistemas que son: una cámara digital de alta resolución, un sincronizador, un láser pulsante de doble cavidad y una computadora con un programa para el análisis de la información adquirida. A continuación se dan mayores detalles de cada subsistema. La cámara empleada es una Kodak Megaplug, modelo ES 1.0. Esta cámara no tiene controles manuales. Su operación se lleva a cabo mediante un enlace con la computadora y está sincronizada con las pulsaciones del láser para efectuar la toma de imágenes. Su resolución espacial está definida por cierto número de elementos sensibles a la luz llamados pixeles que en este caso son 1,008 (horizontalmente) x 1,016 (verticalmente). Los pixeles son áreas cuadradas de 9 μm de lado. Dichos elementos convierten la luz (fotones) en carga eléctrica (electrones). La cámara tiene capacidad para tomar 30 imágenes por segundo, siendo posible el control del tiempo entre pares de imágenes. El mínimo tiempo entre pares es de 66.67 ms.

El sistema de iluminación empleado para hacer visibles las partículas trazadoras consistió en un láser pulsante de doble cavidad del tipo Nd: YAG marca New Wave RESEARCH. Se trata de un láser de estado sólido que está constituido por

una barra de aluminio – yttrium (*yttrium aluminum garnet, YAG*) en la cual hay presencia de neodimium (*Nd*). Cada cavidad puede ser controlada desde un tablero y un dispositivo electrónico regula el intervalo de tiempo entre las emisiones de luz de cada láser. El haz de luz generado en cada cavidad es dirigido mediante espejos a un punto común de salida donde gracias a un prisma se forma un plano de luz cuyo espesor mínimo puede variarse entre 0.6 y 2.6 mm gracias a un telescopio Galileano ajustable, el cual provee una distancia focal también ajustable simultáneamente con la expansión del láser. La instalación del láser en el dispositivo experimental resulta muy sencilla dado que la fuente de luz puede moverse fácilmente. En cada pulsación del láser, la cámara de alta resolución toma una imagen. Esta condición es dominada por la unidad de sincronización¹ que da la orden a las cavidades del láser de encender sus lámparas, ver figura 2.4.

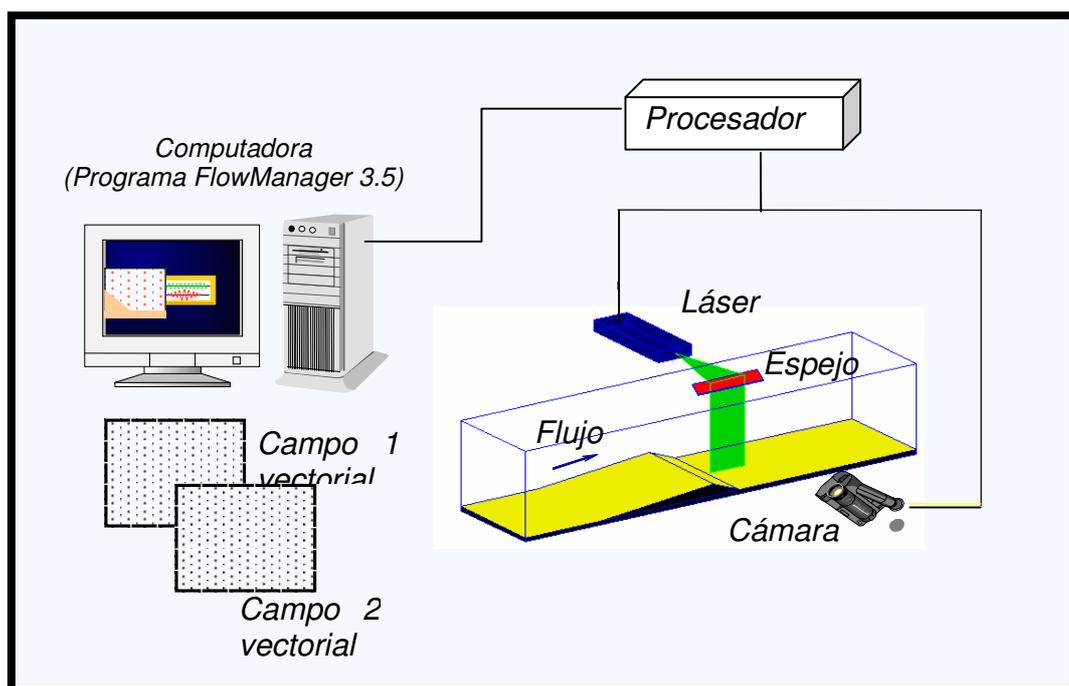


Figura 2.4: Equipo de adquisición de datos PIV.

¹ La unidad de sincronización la constituye un Procesador Dantec 2000.

Las imágenes son procesadas con el programa FlowManager 3.5 de DANTEC. Detalles del procedimiento se pueden ver en Guido (2003) y en los manuales de DANTEC.

2.4 Partículas.

2.4.1 Partículas trazadoras.

Como trazadores del flujo se emplearon partículas de vidrio huecas con diámetro medio de 10 μm y densidad neutra. En ambos casos, sin y con partículas sólidas, se añadieron trazadores al flujo.

2.4.2 Partículas sólidas para el estudio del flujo bifásico.

Como partículas sólidas se emplearon partículas de vidrio huecas, de forma esférica y diámetro medio de 100 μm . Al realizar los experimentos se observó que la densidad real se encontraba entre 900 Kg/m^3 y 1100 Kg/m^3 . De acuerdo con el fabricante, su densidad era de 1100 Kg/m^3 (gravedad específica de 1.1). Estas partículas fueron seleccionadas ya que por su densidad pueden interactuar con el flujo medio. Además, son químicamente inertes al agua y similares en diámetro y densidad que el de algunas partículas comunes en cauces de ríos.

Las bombas que se instalaron en cada uno de los depósitos, superior e inferior, contribuyeron a que las partículas no se sedimentaran en estos depósitos y que su concentración fuera constante en el flujo.

2.5 Fluido de trabajo.

2.5.1 Para el canal del CIE.

Como fluido de trabajo se empleó agua a temperatura ambiente. Sus propiedades físicas se presentan en la tabla 2.1.

Tabla 2.1: Propiedades físicas del agua a 20° Celsius.

Propiedad	Magnitud
Densidad ρ	994 Kg/m ³
Viscosidad cinemática ν	1.006 x 10 ⁻⁶ m ² /s

2.5.2 Para el canal pequeño.

En la operación de este canal se emplearon 60 l de agua destilada a temperatura ambiente. Con el uso de agua destilada se quiso tener la menor cantidad de impurezas en el flujo que pudieran confundirse con las partículas sólidas. Sus propiedades son las mismas que se presentan en la tabla 2.1.

2.6 Experimentos.

2.6.1 Definición del número de Reynolds

El número de Reynolds se ha definido mediante el criterio de Armaly *et al.* (1983). Como se comentó en el primer capítulo, este grupo de investigadores realizó mediciones muy detalladas con equipo LDA en un canal con escalón, bajo los diferentes regímenes de flujo (laminar, transición, turbulento) y determinó cómo variaba la longitud de la zona de recirculación en cada caso. El resultado de su investigación, la cual puede considerarse la primera en su tipo, se muestra en la figura 2.5.

En la figura 2.5 se puede apreciar el comportamiento de la curva X_1 , que corresponde a la posición del punto de reencuentro en función del número de Reynolds. Las zonas correspondientes a flujo laminar y de transición son las más interesantes, pues es donde se dan los mayores cambios en cuanto a la ubicación del punto de reencuentro.

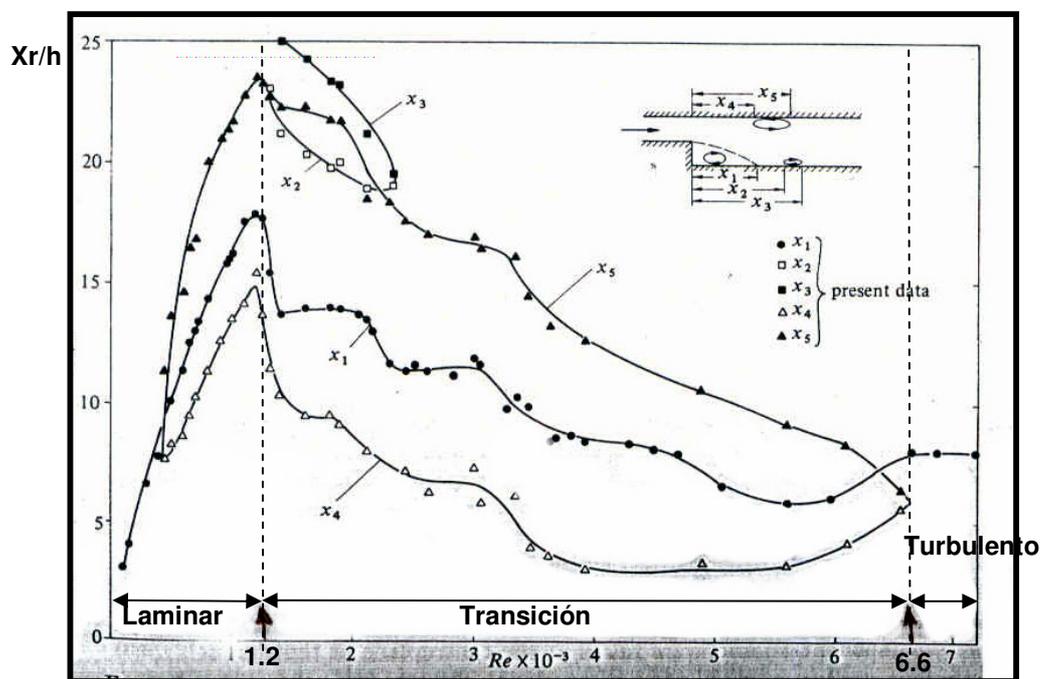


Figura 2.5: Variación de la localización del punto de reencuentro para diferentes valores de Re . Ver X_1 . Armaly *et al.* (1983)

Armaly *et al.* (1983) definieron el número de Reynolds de la siguiente manera:

$$Re_D = \frac{VD}{\nu} \quad (2.2)$$

en donde V es dos tercios de la velocidad máxima medida en el flujo aguas arriba, D es el tirante hidráulico del canal y es equivalente a dos veces la altura medida desde la cresta de la forma de fondo hasta la superficie libre del flujo, $D=2(h-h_f)$, y ν es la viscosidad cinemática del fluido.

En la presente investigación se trabajó en régimen laminar y en el inicio del régimen de transición, lográndose valores de Re_D entre 1200 y 6600. En los experimentos realizados inicialmente en el canal del CIE fue posible obtener velocidades del flujo con las cuales el valor de Re_D estuvo dentro del rango de la transición. V_D se midió en el punto $(-1.70h_f, 0.27 h_f)$. Para los experimentos

realizados en el canal pequeño, las velocidades que se lograron alcanzar permitieron obtener valores de Re_D entre 672 y 2032. En este caso, V se midió en los siguientes puntos: $(5.0h_f, 2.4h_f)$, $(5.0h_f, 2.8h_f)$ y $(5.0h_f, 3.2h_f)$, para determinar cada uno de los Re_D respectivamente. Esto es, se llegó a estar dentro de la etapa inicial de la transición propuesta por Armaly *et al.* (1983). A continuación se comentan las dos etapas experimentales. La primera desarrollada en el canal del CIE y la segunda en el canal pequeño. En algunos incisos se emplea otra definición del número de Reynolds, Re_h , basado en h y V con el fin de poder comparar los resultados con los de otros autores ($Re_h = Vh/\nu$).

2.6.2 Programación experimental.

En la primera etapa se llevaron a cabo dos experimentos en el canal del CIE sin presencia de partículas sólidas, para números de Reynolds de 4000 y 3033, de acuerdo con el criterio de Armaly *et al.* (1983).

En el primer experimento de esta primera etapa se empleó la técnica LDA, ubicándose el volumen de medición en el plano XY del centro del canal, registrándose datos de velocidad en la zona de recirculación como también sobre la forma de fondo y antes de la misma. El análisis de los datos de velocidad locales permitió hacer una caracterización de esta zona y comparar los resultados con los reportados por otros autores en la literatura. El segundo experimento de la primera etapa se realizó con la técnica PIV y los resultados se analizaron con el fin de encontrar una metodología para detectar el paso de vórtices a una distancia previamente seleccionada aguas abajo de la forma de fondo. El plano de luz láser se colocó al centro del canal no solo con el fin de mantener la condición de simetría sino también porque existe evidencia numérica de que el flujo tiene un comportamiento más tridimensional cerca de las paredes laterales que en el centro; la componente transversal de la velocidad del flujo es mayor cuando se está cerca de las paredes laterales del canal que cuando se está en el centro. Huelsz *et al.* (2006).

En la segunda etapa se llevaron a cabo cuatro experimentos, esta vez en el canal pequeño. Los tres primeros correspondieron al caso sin partículas, con números de Reynolds de 672, 1333 y 2032. El primer número de Reynolds de 672 se repitió sembrando el flujo con partículas sólidas de 100 μm de diámetro. La concentración de partículas sólidas fue de 0.0003 en unidades de volumen sobre volumen (300 ppm) y fue monitoreada en diferentes tiempos mediante la adquisición de imágenes antes de la forma de fondo con el equipo PIV, a las cuales se les hizo el siguiente análisis: al centro de las imágenes se definieron áreas a diferentes alturas, en cada una de las cuales se hizo un conteo automatizado de las partículas presentes utilizando el programa ImageJ de dominio público. Con cada área y el espesor del plano de luz del láser fue posible definir un volumen de medición. El volumen total de partículas en cada área dividido por el volumen de medición corresponde a la concentración adimensional local. Con la información de concentración en cada altura, se elaboraron perfiles de concentración a partir de las imágenes adquiridas en diferentes tiempos. Solo cuando la concentración se mantuvo del mismo orden, fue que se inició la adquisición de imágenes para el estudio del flujo con partículas.

Los resultados se compararon con los obtenidos para el caso sin partículas. Se adicionó una mayor cantidad de partículas al flujo con el fin de incrementar la concentración a 0.0009 (unidades de volumen sobre volumen) y repetir la prueba, pero no se logró la concentración deseada tal como se comentará en el capítulo correspondiente. Se presentarán resultados de tres experimentos para el caso de flujo unifásico y uno para el caso de flujo bifásico. En la tabla 2.2 se muestra la programación experimental.

Tabla 2.2: Resumen del programa experimental.

EXPERIMENTOS	TÉCNICA	OBJETIVO
<p><i>Primera etapa:</i> fase exploratoria. Flujo unifásico.</p> <p>$Re_D=4000$</p> <p>$Re_D=3033$</p>	LDA y PIV	Caracterizar el flujo en la zona de recirculación. Desarrollar una metodología para detectar el paso de vórtices en un sector del flujo.
<p><i>Segunda etapa: estudio de la frecuencia de paso de vórtices para flujo unifásico y bifásico. Análisis de concentraciones en la zona de recirculación.</i></p> <p>$Re_D=672$</p> <p>$Re_D=1333$</p> <p>$Re_D=2032$</p>	PIV	Aplicación de diversos criterios (Jacobiano y Jeong y Hussain, 1995) en combinación con el propuesto en la presente investigación para detectar paso de vórtices en series temporales de datos obtenidos con PIV y establecer su relación con el número de Reynolds. Estudiar la influencia de partículas sólidas sobre las estructuras del flujo.

Referencias del capítulo 2.

Adrian RJ (1983). *Laser Velocimetry in Fluid Mechanics Measurements*. Ed. Goldstein RJ, Hemisphere Publishing NY: 155-244.

Armaly BF; Durst F; Pereira JCF; Schoenung B (1983). *Experimental and theoretical investigation of a backward-facing step flow*. *J. Fluid Mech.* 127: 473-496.

Guido P (2003). *Medición simultánea de velocidades de las fases líquida y sólida y de concentraciones en canales con sedimentos*. Tesis de Maestría. Centro de Investigación en Energía CIE-UNAM.

Huelsz G; Hernández G (2006). *Detección de regiones de flujo tridimensional en mapas de velocidad de PIV para flujos incompresibles*. XLIX Congreso de la Sociedad Mexicana de Física, XII Congreso de la División de Dinámica de Fluidos, 16 al 20 de octubre 2006, San Luis Potosí, S.L.P. Suplemento del Bol. Soc. Mex. Fís. 20-3, 277-277.

Jeong J; Hussain F (1995). *On the identification of a vortex*. *J. Fluid Mech.* 285: 69-94.

Palacios M; Espinoza J; Rojas J (2001). *Numerical and experimental analysis of the flow downstream of a fixed bed form in an open channel*. V Lattinamerican and Caribbean Congress on Fluid Mechanics, Caracas, Venezuela: IMF1-1 – IMF1-4.

Vanoni VA; Hwang L (1967). *Relation between bed forms and friction in streams*. *Journal of Hydraulic Div., ASCE.* 93 No. 3: 121-144.

Capítulo 3

Métodos y técnicas para el análisis de datos experimentales

Nomenclatura

$a_{,ij}$:	gradiente de aceleración
F	:	foco de la parábola
J	:	Jacobiano, matriz Jacobiana
h	:	altura de la lámina de agua medida desde el fondo hasta la superficie libre [mm]
h_f	:	altura de la forma de fondo [m]
h_u	:	altura a la que se midió la velocidad característica U_0
h^*	:	altura adimensionalizada con h_u ($h^*=h/h_u$)
l_1, l_2	:	parte imaginaria de los valores propios S_1 y S_2 de J
p	:	longitud característica de la parábola comprendida entre su vértice y el foco (unidades arbitrarias)
$p_{,ij}$:	Hessiano de presión
q	:	determinante e invariante de J
Re	:	número adimensional de Reynolds
R_1, R_2	:	parte real de los valores propios S_1 y S_2 de J
\mathbf{v}	:	magnitud de la velocidad [m/s]
X_0	:	coordenada horizontal del centro del vórtice
Y_0	:	coordenada vertical del centro del vórtice
u	:	componente horizontal de velocidad [m/s]
v	:	componente vertical de velocidad [m/s]
$ u $:	magnitud de la velocidad ($ u = \sqrt{u^2 + v^2}$) [m/s]
\mathbf{u}	:	vector velocidad [m/s]
S_1, S_2	:	valores propios de J
T	:	traza de J
t	:	tiempo [s]

Símbolos griegos

ν	:	viscosidad cinemática del agua [m^2/s]
ρ	:	densidad del agua [Kg/m^3]
θ	:	ángulo de intersección entre los haces de luz láser en el LDA
λ	:	longitud de onda de la luz láser [nm]; valor propio de $p_{,ij}$
Ω	:	parte antisimétrica del tensor de gradientes de velocidad ∇u
S	:	parte simétrica del tensor de gradientes de velocidad ∇u

Capítulo 3

Métodos y técnicas para el análisis de datos experimentales

Resumen.

En este capítulo se presentan los métodos y técnicas empleadas en la presente investigación con el fin de detectar el paso de vórtices y llevar a cabo el correspondiente análisis de frecuencias dominantes para diferentes valores de Número de Reynolds. El primer método que se presenta es el del análisis de los perfiles de velocidad en diferentes tiempos a una distancia fija de la cresta de la forma de fondo, elaborados a partir de información adquirida con el PIV-2D (criterio de velocidad mínima). El segundo método es el propuesto por Jeong y Hussain (1995) el cual aplica un gradiente de presiones a las ecuaciones de Navier – Stokes y permite la identificación de centros de vórtices. El tercer método es el del Jacobiano, cuya aplicación permite la detección y clasificación de vórtices (repulsivo, atractivo, entre otros). Los tres métodos se implementaron exitosamente en un código para analizar las matrices de datos que resultan de procesar las imágenes adquiridas con PIV (las cuales contienen información de posición y velocidad en la dirección horizontal y vertical).

3.1 Introducción.

La técnica de velocimetría por imágenes de partículas (PIV-2D) utilizada permite obtener campos vectoriales bidimensionales de velocidad en diferentes tiempos cuya animación da oportunidad de conocer el comportamiento del flujo de fluido en la zona de interés. La presente investigación se concentra en la zona de recirculación atrás de una forma de fondo fija, instalada en un canal abierto. Para una velocidad del fluido es posible seleccionar un tiempo entre pares de imágenes tal que se pueda observar con detalle el nacimiento, desarrollo y desprendimiento de vórtices. En el caso en que el flujo se mueva a una velocidad muy alta, es posible que ni siquiera con el mínimo tiempo entre pares de fotografías que permite el PIV-2D DANTEC con Procesador 2000 (0.067 s) se pueda observar la evolución de alguna estructura turbulenta.

3.1.1 Análisis de datos de velocidad en una coordenada específica del campo de flujo. Mediciones en el canal del CIE.

Como un primer acercamiento al comportamiento del flujo en el canal y con el fin de caracterizarlo antes y después de la forma de fondo, se realizó el análisis temporal de datos puntuales de velocidad adquiridos tanto con la técnica de

anemometría láser Doppler (LDA) como con la técnica de Velocimetría por Imágenes de Partículas (PIV). Las mediciones cerca del fondo y a diferentes distancias realizadas con el LDA, permitieron establecer la longitud de la zona de recirculación.

Una de las características de la zona de recirculación es la generación de vórtices en su interior. Como parte de las actividades que se desarrollaron en esta investigación, está la de hacer una estadística de paso de esos vórtices por una línea vertical a una determinada distancia de la cresta del escalón. En el capítulo 4 correspondiente al *Caso de Estudio I: Flujo sin partículas* se explica en detalle, la metodología de detección propuesta.

3.1.2 Criterios propuestos en la presente investigación para detectar el paso de vórtices.

En casos muy particulares el paso de vórtices se puede detectar con un solo parámetro, por ejemplo si su forma es muy regular. Lo anterior podría hacerse fijando una coordenada específica y analizando la variación de la velocidad en el tiempo para definir un criterio de cuándo pasa o no un vórtice. En la presente investigación hubo necesidad de proponer un criterio más riguroso para la detección de vórtices, dada su compleja dinámica.

3.1.2.1 Criterio de la parábola

El criterio propuesto consiste en seleccionar un valor de la coordenada horizontal en las fotografías adquiridas con PIV y elaborar el respectivo perfil de la magnitud de la velocidad ($\sqrt{u^2 + v^2}$) para diferentes tiempos. A medida que un vórtice se acerca a la coordenada seleccionada, el perfil va cambiando su forma y justo cuando el centro del vórtice pasa por ella, se aprecia la mayor concavidad. Esto se puede observar en las gráficas de las figuras 3.2 a la 3.6. Por medio de una interpolación lineal es posible suavizar la curva en la zona donde se presenta el valor mínimo de velocidad, con lo cual la curva semeja una parábola, tal como se

muestra en el recuadro de la figura 3.6. Como se observará, varias curvas tienen un mínimo de velocidad aunque no corresponden a paso de vórtices. Más adelante se explicará la manera como se puede discernir sobre el paso o no de un vórtice. En el apéndice A se puede observar la serie de imágenes obtenidas con PIV y que fueron empleadas para el análisis que a continuación se expone. Como se recordará, la parábola se define como el lugar geométrico de un punto que se mueve en un plano de tal manera que su distancia de una recta fija, situada en el plano, es siempre igual a su distancia de un punto fijo del plano y que no pertenece a la recta, ver figura 3.1. El punto fijo se llama foco y la recta fija directriz de la parábola. A la distancia entre el vértice de la parábola y el foco se le llama p . Entre menor sea esta distancia, la parábola será más cóncava.

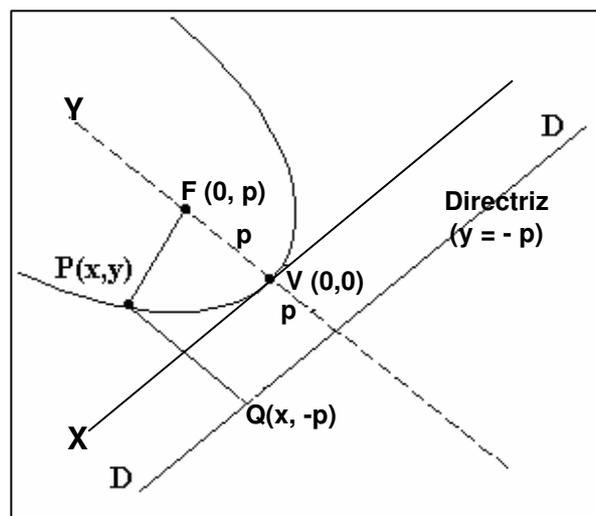


Figura 3.1: Gráfico de la parábola con vértice V en el origen del sistema coordenado. Se aprecian sus puntos y distancias características.

Suponiendo que el foco F está situado en el punto $(0, p)$ y la directriz es la recta

$$y = -p \quad (3.1)$$

el vértice estará en su punto medio $(0, 0)$. Si se toma un punto cualquiera $P(x, y)$ de la parábola y un punto $Q(x, -p)$ de la recta debe cumplirse que la distancia

$$(3.2)$$

entre los puntos P y F debe ser igual a la distancia entre los puntos P y Q, entonces:

$$PF = PQ$$

$$\sqrt{x^2 + (y - p)^2} = \sqrt{(y + p)^2} \quad (3.3)$$

Elevando al cuadrado ambos miembros de la ecuación 3.3 se obtiene:

$$x^2 = 4py \quad (3.4)$$

Si la parábola no tiene su vértice en (0, 0) sino en el punto (x_0, y_0) entonces la ecuación 3.4 sería:

$$(x - x_0)^2 = 4p(y - y_0) \quad (3.5)$$

y desarrollando se tendrá:

$$x^2 - 2xx_0 + x_0^2 = 4py - 4py_0 \quad (3.6)$$

Finalmente, se hace la siguiente sustitución:

$$x^2 + Ax + B + Cy = 0 \quad (3.7)$$

de donde:

$$A = -2x_0 \quad (3.8)$$

$$B = x_0^2 + 4py_0 \quad (3.9)$$

$$C = -4p \quad (3.10)$$

Conocidos tres puntos del perfil de velocidad en el tramo donde éste se suaviza, es posible resolver la ecuación de la parábola y obtener el valor de p. Para esto, es necesario resolver el siguiente sistema de ecuaciones:

$$x_1^2 + Ax_1 + B + Cy_1 = 0 \quad (3.11)$$

$$x_2^2 + Ax_2 + B + Cy_2 = 0 \quad (3.12)$$

$$x_3^2 + Ax_3 + B + Cy_3 = 0 \quad (3.13)$$

que puede expresarse en forma de matricial quedando de la siguiente forma:

$$\begin{pmatrix} x_1 & 1 & y_1 \\ x_2 & 1 & y_2 \\ x_3 & 1 & y_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A \\ B \\ C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x_1^2 \\ -x_2^2 \\ -x_3^2 \end{pmatrix} \quad (3.14)$$

de donde,

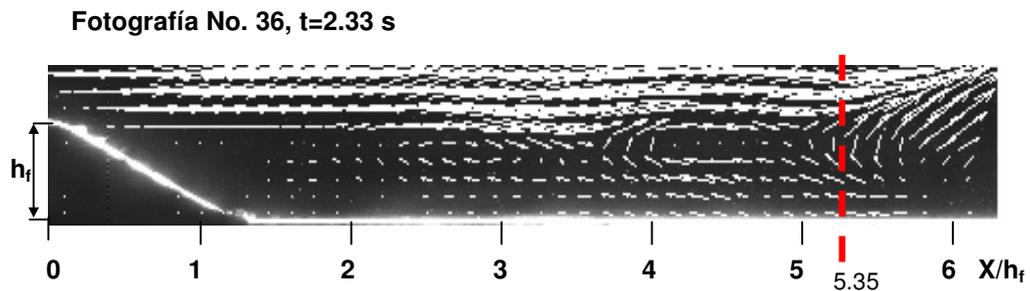
$$\begin{pmatrix} A \\ B \\ C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 & 1 & y_1 \\ x_2 & 1 & y_2 \\ x_3 & 1 & y_3 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} -x_1^2 \\ -x_2^2 \\ -x_3^2 \end{pmatrix} \quad (3.15)$$

Conocido el valor de C es posible despejar el valor de p de la ecuación 3.10 (*Ecuación 3.10: C = -4p*). Si lo anterior se hace para diferentes tiempos, se tendrá la información para elaborar una gráfica (ver figura 3.7) en donde se muestre el cambio en la magnitud de p como función del tiempo.

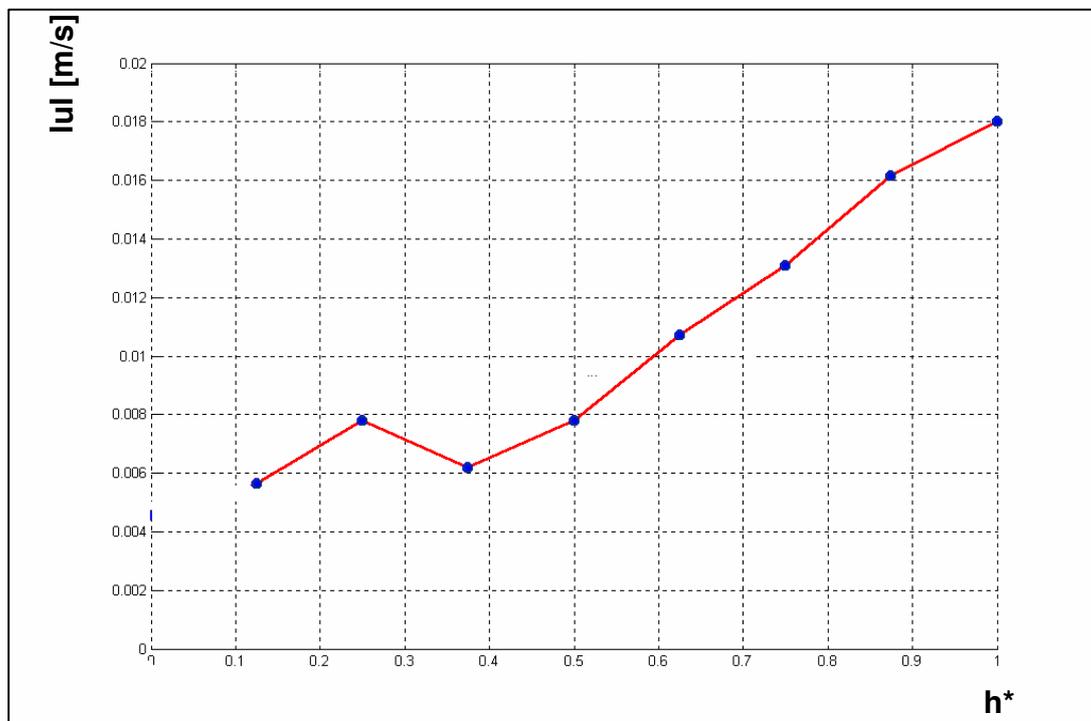
Como ya se mencionó anteriormente, este criterio se fundamenta en el hecho de que la magnitud del valor de p se va haciendo cada vez más pequeño a medida que un vórtice se acerca a la línea vertical sobre la cual se están registrando las magnitudes de la velocidad. Justo cuando el centro de un vórtice pasa por esta línea vertical, se tiene el mínimo valor de p. Lo anterior puede entenderse más claramente observando en una secuencia de fotografías, el acercamiento de un vórtice en diferentes tiempos y la forma como va cambiando el perfil de magnitud velocidades a una distancia fija de la cresta del escalón. De la figura 3.2 a la 3.6 se puede apreciar en el panel superior una fotografía adquirida con PIV, a la cual

se le ha superpuesto el respectivo campo vectorial. En el panel inferior se muestra el perfil de magnitud de velocidades obtenido a $5.35 h_f$ (80.2 mm de la cresta de la forma de fondo). En las figuras 3.2 a 3.5 se observa la aproximación de un vórtice a la coordenada de referencia e igualmente los cambios que sufre el perfil de magnitud de velocidades. El perfil de magnitud de velocidades va presentando una concavidad que semeja una parábola (si se suaviza el perfil) a medida que se acerca a la distancia $5.35 h_f$. Justo en la figura 3.6 el centro del vórtice pasa precisamente por la coordenada de referencia y es cuando el perfil de velocidades presenta la mayor concavidad y por ende el menor valor característico de p . En esta misma figura, panel **a**, se observa el campo vectorial 44 (Anexo A) en la cual el centro del vórtice pasa exactamente por la línea vertical de referencia. El valor mínimo de la magnitud de la velocidad es del orden de 0.002 m/s. En este caso particular, los perfiles de velocidad se graficaron de tal forma que en el eje de las Y se tiene la magnitud de la velocidad y en el eje de las X se tienen las alturas. Lo anterior permitió visualizar mejor los cambios de la forma del perfil en los diferentes tiempos. Lo usual es graficar en el eje de las Y las alturas y en el eje de las X la magnitud de la velocidad. En la figura 3.7 se pueden apreciar los perfiles presentados entre las figuras 3.2 y 3.6, pero en la forma usual.

En el capítulo 4, sección 4.3 (Estudio del flujo en la zona de recirculación a partir de datos de PIV) se muestra y se analiza una serie de fotografías adquiridas con PIV de las cuales se tomó información para elaborar las figuras 3.2 a la 3.6.



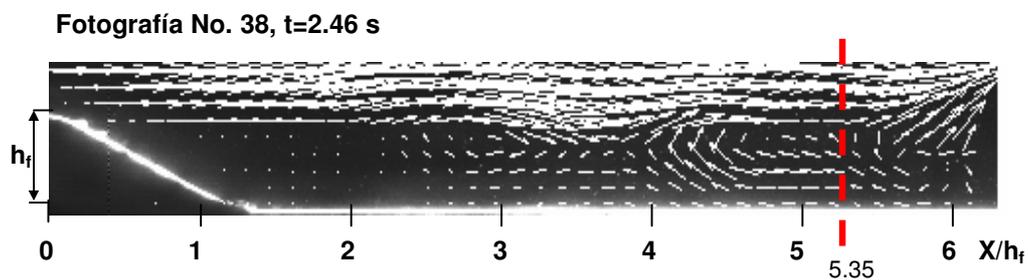
a)



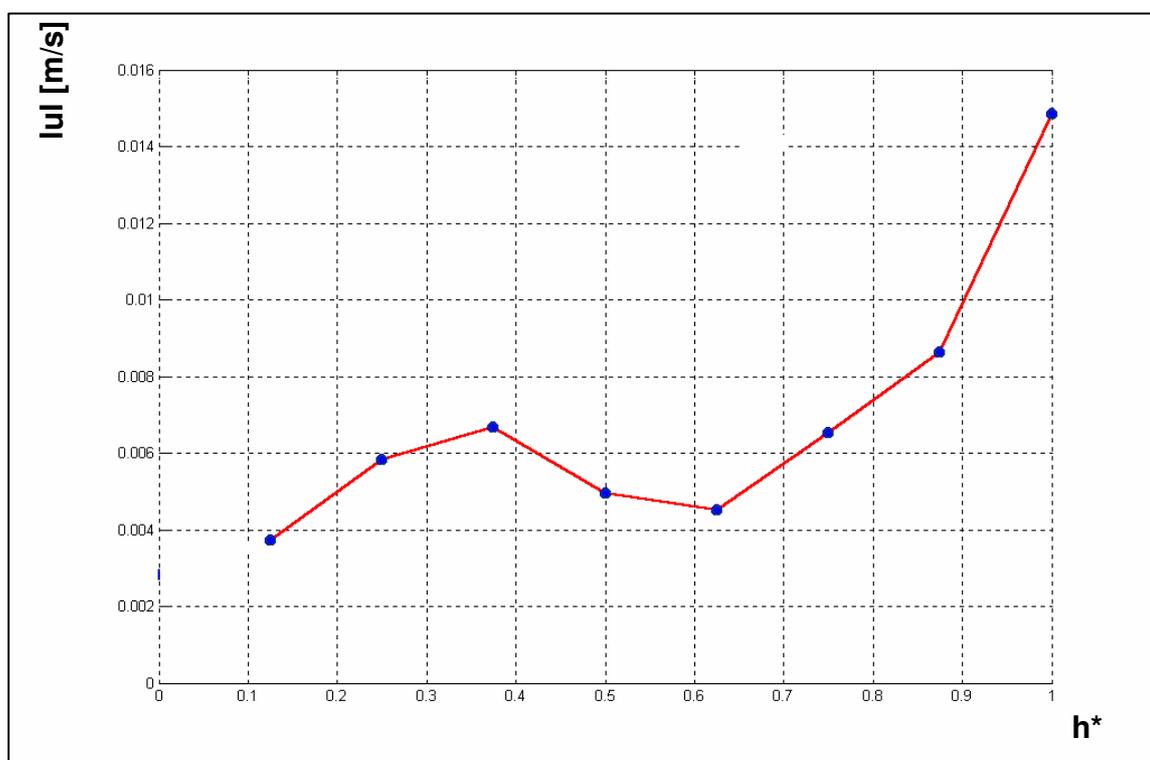
b)

Figura 3.2:

- a) Campo vectorial adquirido con PIV para un instante de tiempo $t=2.33$ s. (No. 36). Se observa un vórtice aproximarse a la línea vertical de referencia (línea roja discontinua). A la derecha del vórtice parece formarse un punto silla. $Re_D=3033$.
- b) Perfil de la magnitud de la velocidad $|u|$ como función de la altura h^* para el mismo instante de tiempo. Observe como el perfil empieza a tomar forma cóncava.



a)



b)

Figura 3.3:

- a) Campo vectorial adquirido con PIV para un instante de tiempo $t=2.46$ s (No. 38). El extremo derecho del vórtice empieza a pasar sobre la línea vertical de referencia. $Re_D=3033$.
- b) Perfil de la magnitud de la velocidad $|u|$ como función de la altura h^* para el mismo instante de tiempo. La forma cóncava que va tomando el perfil es cada vez más parecida a una parábola.

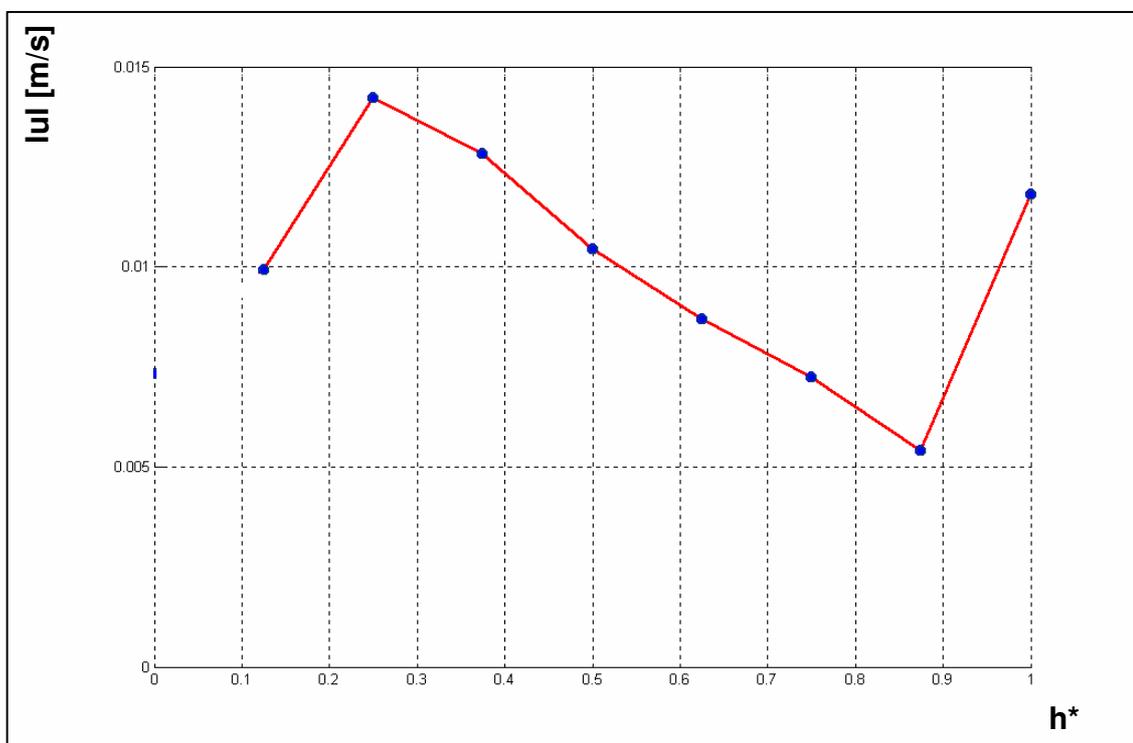
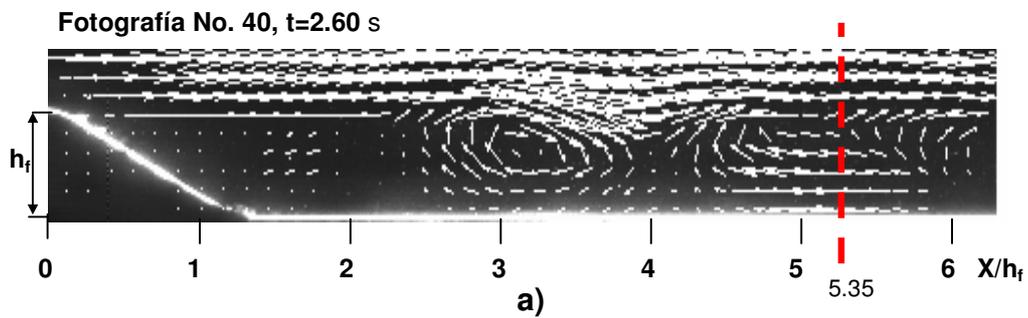


Figura 3.4:

- a) Campo vectorial adquirida con PIV para un instante de tiempo $t=2.60$ s (No. 40). El centro del vórtice está cerca de pasar sobre la línea vertical de referencia. $Re_D=3033$.
- b) Perfil de la magnitud de la velocidad $|u|$ como función de la altura h^* para el mismo instante de tiempo. Se puede observar ya un mínimo de velocidad en el perfil cuya magnitud es 0.0051 m/s a una altura adimensional de 0.88 .

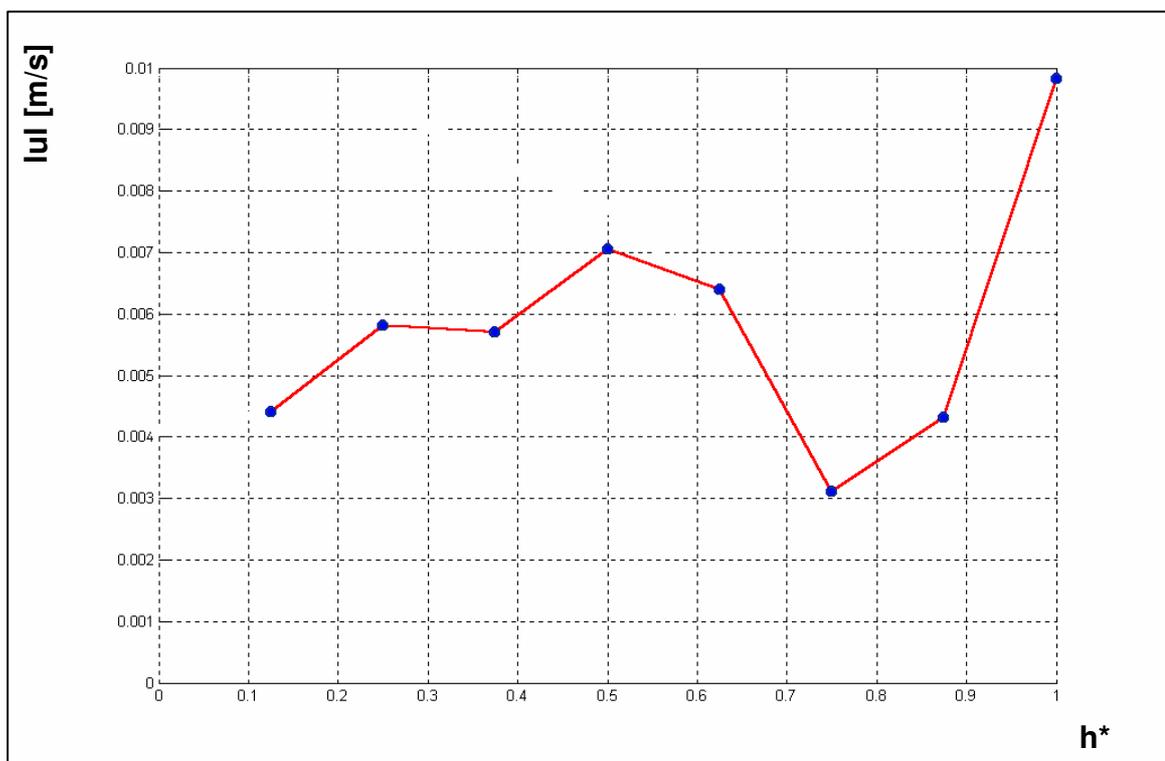
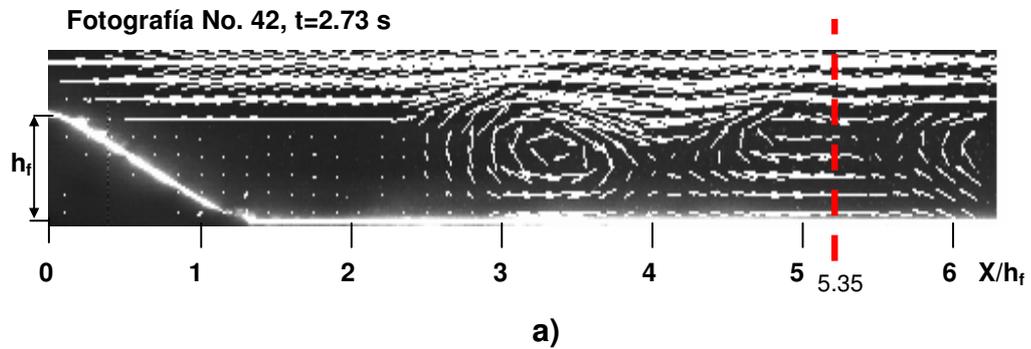
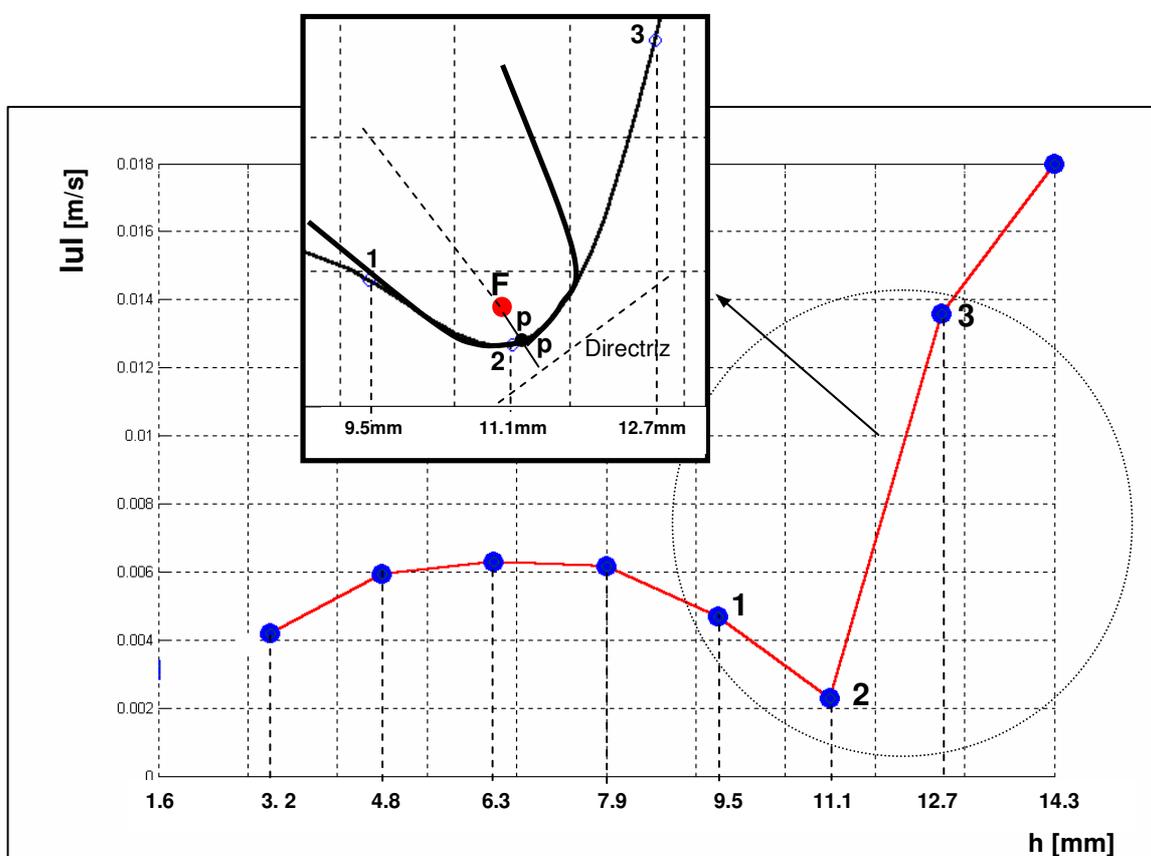
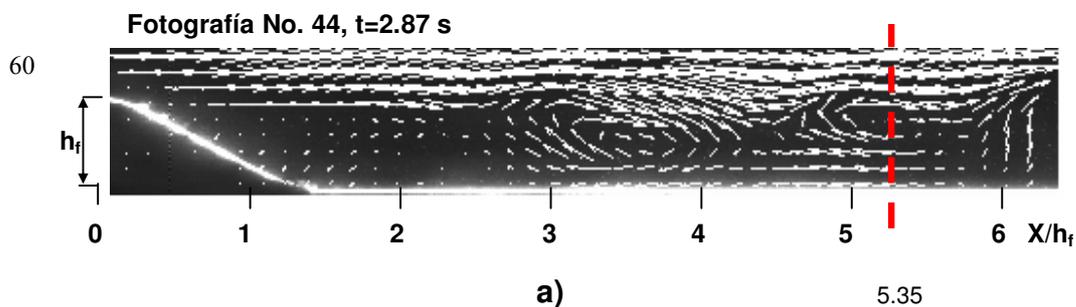


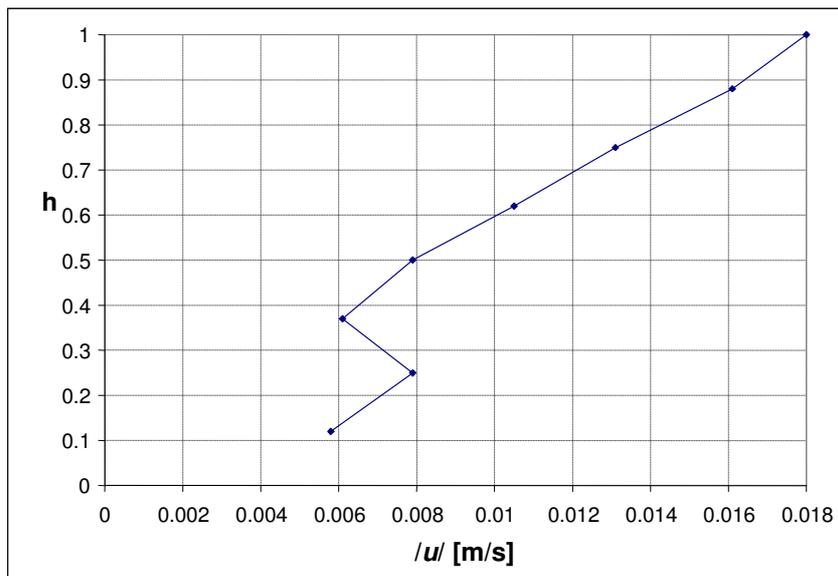
Figura 3.5:

- a) Campo vectorial adquirido adquirida con PIV para un instante de tiempo $t=2.73$ s (No. 42). El centro del vórtice está próximo a pasar por la línea vertical de referencia (línea roja discontinua). $Re_D=3033$.
- b) Perfil de la magnitud de la velocidad $|u|$ como función de la altura h^* para el mismo instante de tiempo. El mínimo de velocidad en el perfil es de 0.003 m/s para la altura adimensional de 0.75.

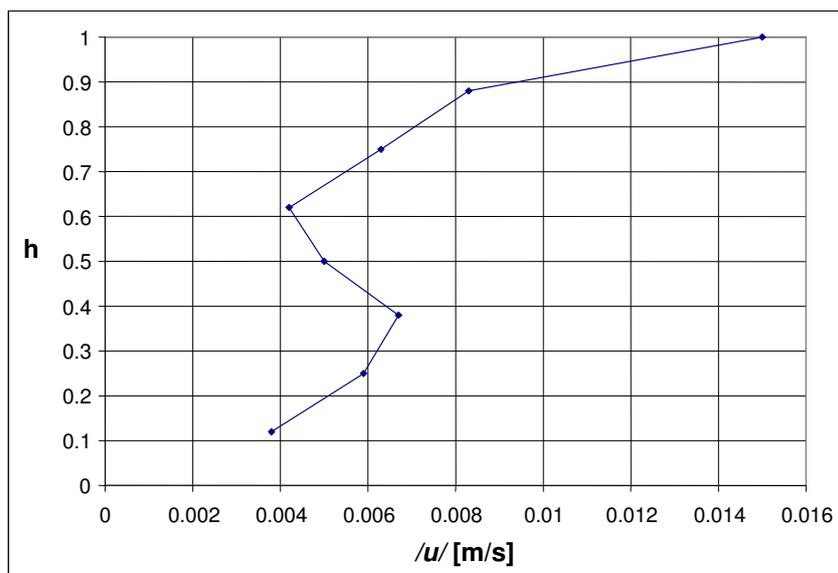


b)
Figura 3.6:

- a) Campo vectorial adquirido adquirida con PIV para un instante de tiempo $t=2.87$ s (No. 44). El centro del vórtice pasa por la línea vertical de referencia. $Re=3033$.
- b) Perfil de la magnitud de la velocidad $|u|$ como función de la altura h para el mismo instante de tiempo. El mínimo de velocidad en el perfil es de 0.002 m/s para la altura de 11.10 mm.



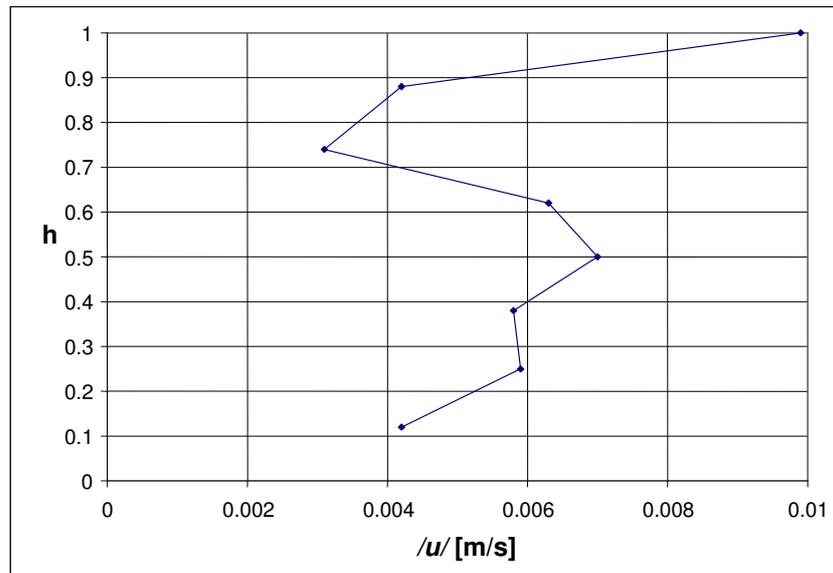
a)



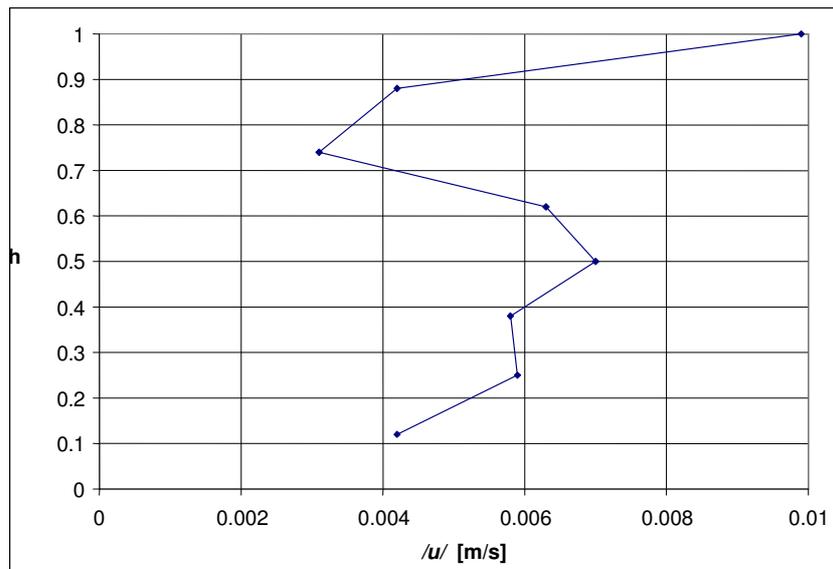
b)

Figura 3.7:

Perfiles de la altura h como función de la magnitud de la velocidad $|u|$ como para diferentes tiempos: a) $t=2.33\text{s}$, b) $t=2.46\text{s}$. Observe cómo cambia la forma del perfil. Estos perfiles corresponden a los mostrados entre las figuras 3.2 y 3.3, solo que aquí se han graficado las alturas en el eje de las Y.



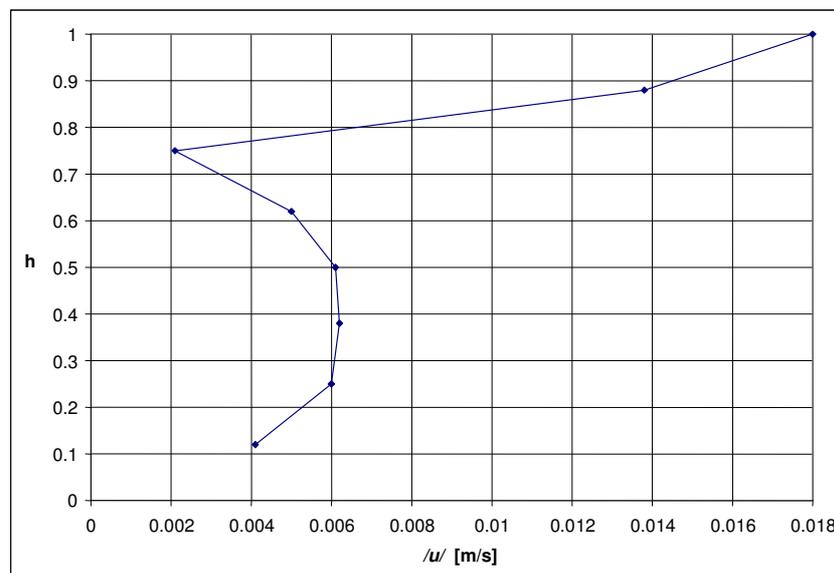
c)



d)

Figura 3.7:

Perfiles de la altura h como función de la magnitud de la velocidad $|u|$ como para diferentes tiempos: c) $t=2.6s$, d) $t=2.73s$. Observe como cambia la forma del perfil. Estos perfiles corresponden a los mostrados entre las figuras 3.4 y 3.5, solo que aquí se han graficado las alturas en el eje de las Y.



e)

Figura 3.7:
Perfiles de la altura h como función de la magnitud de la velocidad $|u|$ como para diferentes tiempos: e) $t=2.87s$. Observe como cambia la forma del perfil. Este perfil corresponde al mostrado en la figura 3.6, solo que aquí se han graficado las alturas en el eje de las Y.

Con el fin de fijar un valor límite de p y poder automatizar el proceso, se hace necesario realizar de manera previa un análisis a una serie de imágenes, similar al comentado anteriormente. La secuencia de pasos que deben seguirse se puede resumir de la siguiente manera:

- Adquisición de una serie de imágenes con PIV y obtención de los campos de velocidad, para ciertas condiciones experimentales previamente definidas.
- Fijar una línea vertical de referencia a cierta distancia de la cresta de la forma de fondo.
- Elaborar los perfiles de velocidad como función de la altura de la lámina de agua medida desde el fondo, en diferentes tiempos, de los cuales se obtiene: el valor mínimo de velocidad, el anterior al mínimo y el posterior al mínimo. Con estos tres puntos se obtiene el valor de p .
- Se elabora una gráfica del valor absoluto de p para todos los tiempos.

- Se hace un análisis conjunto. Se verifican los valores mínimos de p que puedan observarse en el gráfico anterior y se constata en la correspondiente fotografía si el centro de un vórtice coincide con la línea vertical de referencia. También se debe analizar el perfil de velocidades obtenido.
- Con la visualización de los campos vectoriales se fija un valor límite de p , con el cual exista la probabilidad de detectar un vórtice. Por ejemplo, de la gráfica mostrada en la figura 3.8, un valor recomendado de p es 0.1.
- El proceso se automatiza con el fin de hacer más rápidos los cálculos, quedando abierta la posibilidad de combinar este criterio con otros que permitan asegurar que la estructura detectada es efectivamente un vórtice. En los siguientes incisos del presente capítulo se comentan otros criterios de detección de vórtices, cuya combinación arrojó buenos resultados.

En la figura 3.8 es posible apreciar varios valores mínimos de p en diferentes perfiles de velocidad, pero no todos corresponden al paso del centro de vórtices. Se debe observar en cada campo vectorial adquirido si efectivamente cuando la magnitud de p es mínima, está pasando el centro del vórtice por la coordenada seleccionada. Como ejemplo se muestra en la misma figura el campo vectorial No. 9, en la cual se observa el paso del centro de un vórtice por la coordenada de referencia. En esta parte de la investigación se detectó el paso de 4 vórtices aplicando este criterio a 57 campos vectoriales, sin embargo es necesario afinar el método con el fin de poder distinguir entre vórtices y puntos sillas.

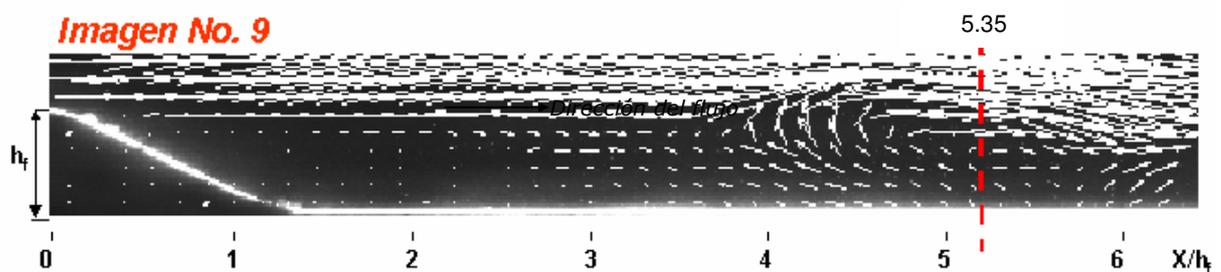
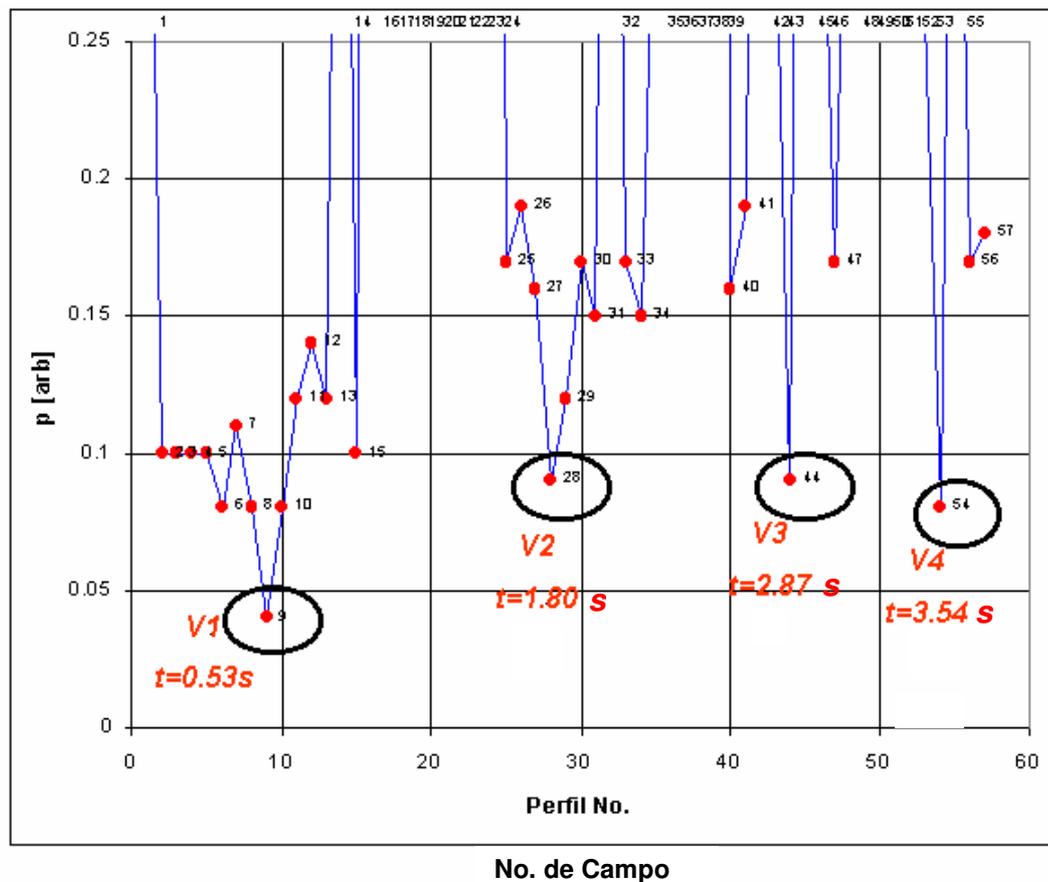


Figura 3.8: Gráfica de la variable p para cada perfil de velocidades. $Re_D=3033$. Se aprecia un mínimo de p para la coordenada seleccionada en la campo vectorial adquirido No. 9.

En la gráfica de la figura 3.8, V1, V2, V3 y V4 representan a los vórtices 1, 2, 3 y 4 respectivamente que se lograron apreciar en la secuencia de campos vectoriales. También se indica el tiempo en el que es detectado cada vórtice. En los siguientes incisos se proponen otros criterios para la identificación de vórtices.

3.1.2.2 Criterio de puntos críticos.

En el caso del flujo de fluidos, es posible determinar puntos críticos en el flujo bajo un determinado marco de referencia. La teoría de puntos críticos proviene del trabajo de Poincaré sobre puntos singulares en ecuaciones diferenciales parciales (Poincaré 1882). En la presente investigación, los puntos críticos son aquellos en donde la magnitud del vector velocidad se hace cero. Si estos puntos críticos se unen con líneas es posible obtener la topología del fluido. Se puede pensar en la topología del flujo en términos de superficies cuando se trata de flujos en tres dimensiones o de curvas cuando se tiene un flujo en dos dimensiones. Dos grupos de superficies o curvas son de interés particular. El primer grupo está constituido por aquellas que estando el fluido cerca del fondo o del cuerpo que sirve como obstáculo, se juntan o se separan de esa pared, esto es, curvas tangentes que llegan cerca del fondo y luego se prolongan a lo largo de la superficie. El segundo grupo lo conforman aquellas superficies en las que curvas tangentes inician en forma arbitraria muy cerca unas de otras y que pueden finalizar en diferentes regiones. Este segundo grupo de curvas se relaciona con los puntos críticos.

En esta investigación se obtuvieron los puntos críticos en los campos bidimensionales de velocidad y luego se analizó la vecindad de los mismos. Considerando que el campo de velocidades es diferenciable, el comportamiento cualitativo del campo cerca de un punto crítico localizado en x^0 puede describirse mediante una expansión en serie de Taylor tal como se muestra en la ecuación 3.16.

$$u_i = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} (x_j - x_j^0) + \dots \quad (3.16)$$

El tensor $\frac{\partial u_i}{\partial x_j}$ es el Jacobiano J del campo vectorial y es una función de la posición. De acuerdo con la teoría de campos vectoriales diferenciables desarrollada por Poincaré, los valores propios del Jacobiano describen el

comportamiento cualitativo del campo vectorial. El Jacobiano también puede presentarse en forma matricial tal como se aprecia en la ecuación 3.17.

$$\left. \frac{\partial(u, v)}{\partial(x, y)} \right|_{x_0, y_0} = \left. \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial u}{\partial y} \\ \frac{\partial v}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial y} \end{bmatrix} \right|_{x_0, y_0} \quad (3.17)$$

Considerando que $T = -$ (traza de J) y $q =$ (determinante de J), los valores propios de J se obtienen por medio de la ecuación 3.18.

$$\sigma_{1,2} = \frac{-P \pm \sqrt{P^2 - 4R}}{2} \quad (3.18)$$

La figura 3.9 muestra la clasificación del flujo alrededor de los puntos críticos por medio de los valores propios en nodos atractivos, nodos repulsivos, puntos silla, centro, foco atractivo y foco repulsivo. Es posible entender lo anterior observando que la parte real positiva o negativa de un valor propio indica una naturaleza atractiva o repulsiva respectivamente. Mientras que la parte imaginaria denota circulación alrededor del punto. Entre estos puntos, el punto silla se distingue en que sólo cuatro curvas tangentes finalizan en el mismo punto.

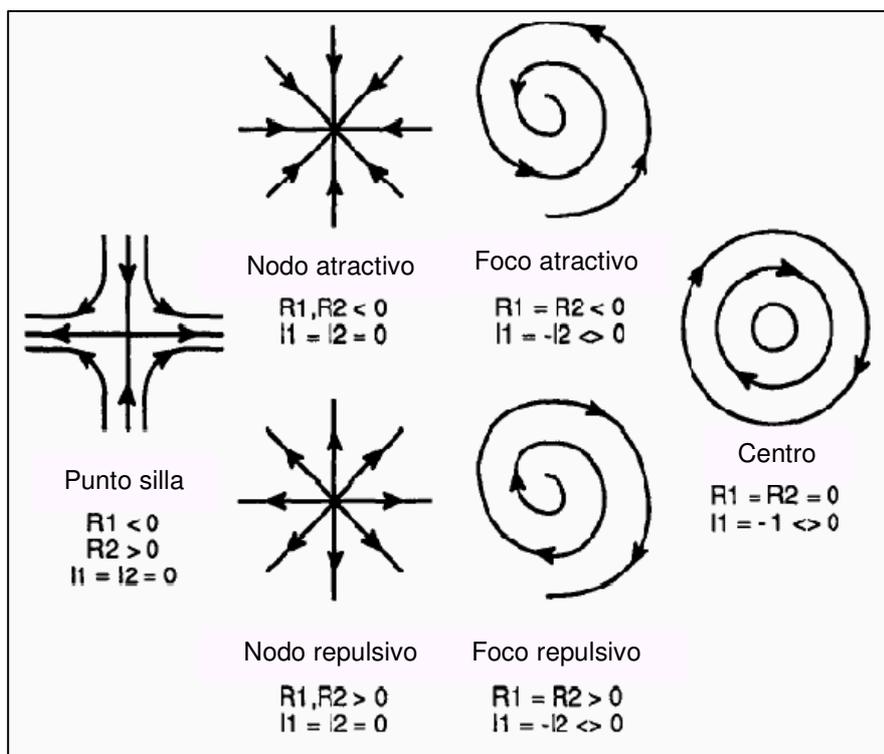


Figura 3.9: Criterio de clasificación para los puntos críticos. R_1 y R_2 denotan la parte real de los valores propios del Jacobiano; I_1 e I_2 denotan la parte imaginaria. Helman y Hesselink, 1989.

3.1.2.3 Criterio propuesto por Jeong y Hussain (1995)

De acuerdo con lo comentado en el inciso 1.4.5, Jeong y Hussain (1995) propusieron una definición para vórtices en un fluido incompresible en términos de los valores propios del tensor simétrico $\mathbf{S}^2 + \mathbf{\Omega}^2$, en donde \mathbf{S} y $\mathbf{\Omega}$ son respectivamente la parte simétrica y antisimétrica del tensor de gradientes de velocidad $\nabla \mathbf{u}$. Este criterio concuerda con el criterio de presión mínima en un plano perpendicular al eje del vórtice para altos valores de número de Reynolds y además define correctamente el núcleo del vórtice para bajos valores de número de Reynolds. La razón física para la aplicación de este criterio es que en un vórtice, la presión tiende a tener un mínimo local en el eje de un movimiento vorticoso cuando la fuerza centrífuga se balancea con la fuerza de presión (balance ciclostrópico). Si bien es cierto que un mínimo de presión no puede usarse como un criterio de detección general para el centro de un vórtice, éste fue

el punto de partida seleccionado por Jeong y Hussain (1995) para ofrecer una nueva definición.

En su artículo, ellos aducen que podría existir inconsistencia entre la existencia de un mínimo de presión y la existencia del centro de un vórtice en flujos irrotacionales no regulares o en flujos regulares donde la fuerza centrífuga se balancea con la fuerza viscosa y no con la presión, y en flujos de Stokes donde la presión se balancea con los términos viscosos.

Jeong y Hussain (1995) se dieron a la tarea de obtener un mejor criterio sobre la existencia de un vórtice. Ya que el Hessiano ($p_{,ij}$) de presión contiene información sobre presiones extremas (máxima y mínima), consideraron la ecuación para $p_{,ij}$; ver ecuación 1.7, resultante de tomar el gradiente de aceleración de las ecuaciones de Navier – Stokes.

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} \quad (3.19)$$

Tomando el gradiente de las ecuaciones de Navier – Stokes,

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} \right) \quad (3.20)$$

se encuentra que:

$$a_{i,j} = -\frac{1}{\rho} p_{,ij} + \nu u_{i,jkk} \quad (3.21)$$

en donde $a_{i,j}$ es el gradiente de aceleración y $p_{,ij}$ es el tensor simétrico de presión. Entonces $a_{i,j}$ puede ser descompuesto en una parte simétrica y otra antisimétrica tal como se muestra a continuación.

$$a_{i,j} = \underbrace{\left[\frac{DS_{ij}}{D_t} + \Omega_{ik} \Omega_{kj} + S_{ik} S_{kj} \right]}_{\text{Parte simétrica}} + \underbrace{\left[\frac{D\Omega_{ij}}{D_t} + \Omega_{ik} S_{kj} + S_{ik} \Omega_{kj} \right]}_{\text{Parte antisimétrica}} \quad (3.22)$$

La parte antisimétrica de $a_{i,j}$ es la ecuación de transporte de vorticidad (Dagan y Arieli, 1993), mientras que la parte simétrica está dada por

$$\frac{DS_{ij}}{D_t} - \nu S_{ij,kk} + \Omega_{ik} \Omega_{kj} + S_{ik} S_{kj} = -\frac{1}{\rho} p_{,ij} \quad (3.23)$$

Para que ocurra un mínimo de presión en un plano, se requieren dos valores propios positivos del tensor $p_{,ij}$. Jeong y Hussain (1995) no consideraron los dos primeros términos de la ecuación 3.23 en la que el primero representa un alargamiento inestable e irrotacional del fluido y el segundo representa los efectos viscosos. Entonces, sólo consideraron $\Omega^2 + S^2$ para determinar la existencia de un mínimo de presión local y definir el núcleo de un vórtice como una región conectada con dos valores propios negativos de $\Omega^2 + S^2$. Dado que $\Omega^2 + S^2$ es simétrico, sólo tiene valores propios reales. Si λ_1, λ_2 y λ_3 son los valores propios y $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3$, la definición que proponen Jeong y Hussain (1995) es equivalente al requerimiento de que $\lambda_2 < 0$ dentro del núcleo del vórtice.

3.1.4 Programa desarrollado en MatLab para la detección de vórtices aplicando los criterios del valor mínimo de p, Jeong y Hussain (1995) y Jacobiano.

Las matrices de datos calculadas por medio del programa FlowManager 3.5 del PIV se exportaron en formato de texto con el fin de analizarlas por medio de un código desarrollado en MatLab y que permite detectar el paso de vórtices por una línea vertical previamente seleccionada, aplicando los siguientes criterios: parámetro adimensional p, Jacobiano y el criterio de Jeong y Hussain (1995). El programa funciona de la siguiente manera:

- Inicialmente se cargan las matrices que contienen las componentes de velocidad y sus correspondientes coordenadas X y Y.
- Se construye un perfil de velocidades sobre una coordenada X seleccionada a cierta distancia del origen (la cresta de la forma de fondo se ha tomado como referencia).
- El programa calcula el valor característico p asociado al perfil de velocidades. Si p es menor que una tolerancia y mayor que cero, se identifica un posible paso de vórtice por lo que se continúa con el análisis.
- Se aplica el criterio propuesto por Jeong y Hussain (1995) para detectar núcleos de vórtices.
- Para saber si se trata de un vórtice repulsivo, atractivo o con líneas de corriente concéntricas se aplica el criterio del Jacobiano. Las coordenadas correspondientes a cada uno de los tipos de vórtice se marcan con un color determinado. Si se denota R_1 y R_2 como las partes reales de los valores propios del Jacobiano, I_1 e I_2 como las partes imaginarias, se verifica lo siguiente: si $R_1=R_2=0$ e $I_1=-I_2\neq 0$ se tiene un vórtice tipo centro; si $R_1, R_2<0$ e $I_1=I_2=0$ se presenta un nodo atractivo; si $R_1, R_2>0$ e $I_1=I_2=0$ se presenta un nodo repulsivo. En la figura 3.8 se aprecia más claramente este criterio de puntos críticos.
- Las partes simétricas, \mathbf{S} , y antisimétricas, $\mathbf{\Omega}$, del tensor de gradientes de velocidad $\nabla\mathbf{u}$, se calcularon para cada coordenada haciendo una aproximación en diferencias centradas. La operación se repitió para cada punto del campo vectorial obtenido del análisis de las imágenes adquiridas con PIV. A continuación se presentan \mathbf{S} y $\mathbf{\Omega}$ en su forma matricial, ecuaciones 3.24 y 3.25.

$$S = \begin{pmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) & \frac{\partial v}{\partial y} \end{pmatrix} \quad (3.24)$$

$$\Omega = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} \right) \\ -\frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} \right) & 0 \end{pmatrix} \quad (3.25)$$

- El procedimiento anterior se lleva a cabo para cada matriz de campos de velocidad. Cada campo vectorial en donde se detecta el paso de un vórtice se almacena en un archivo, el conjunto de estos puede verse como una animación.
- Simultáneamente se crea una tabla de datos en donde se almacena la siguiente información: tiempo, magnitud de la mínima velocidad encontrada en cada perfil de velocidades, coordenada del centro del vórtice detectado y valor característico p . De esta tabla se obtienen los intervalos de tiempo entre los cuales se detectó el paso de los vórtices.
- Conocidos todos los intervalos de tiempo, se procede a calcular cuántas veces se repite cada uno de ellos, con el fin de conocer el valor dominante entre todas las tomas y elaborar las gráficas que se muestran en la sección de resultados de los capítulos referidos a flujo sin y con presencia de partículas sólidas. En el anexo B se presenta el código del programa.

Referencias del capítulo 3.

Dagan A; Arieli R (1993). *Solutions of the vorticity transport equation at high Reynolds numbers. Thirteenth International Conference on Numerical Methods in Fluid Dynamics: Proceedings of the Conference Held at the Consiglio Nazionale delle Ricerche Rome, Italy, 6–10 July 1992.* Editor: M. Napolitano, F. Sabetta, *Lecture Notes in Physics*, 414: 406-410.

Jeong J; Hussain F (1995). *On the identification of a vortex.* *J. Fluid Mech.* 285: 69-94.

Poincaré H (1982). *Les points singuliers des équations différentielles.* *C. R. Acad. Sci. Paris* 94:416-18; *Ceuvres Completes* 1:3-5.

Helman J; Hesselink L (1989). *Representation and Display of vector field topology in fluid flow data sets.* *Computer.* 22, No. 8: 27-36.

Capítulo 4

Caso de Estudio I: Flujo sin partículas

Nomenclatura

D_{50}	:	diámetro de tamiz por el cual pasa el 50 % del material
D	:	tirante hidráulico
f	:	frecuencia [Hz]
h	:	tirante medido desde el fondo hasta la superficie libre del agua [m]
h_e	:	altura del escalón [m]
h_f	:	altura de la forma de fondo [m]
H_v	:	altura del vórtice [mm]
L	:	ancho del vórtice [mm]
Q	:	gasto líquido [l/s]
Re	:	número adimensional de Reynolds
Re_h	:	número adimensional de Reynolds como función de la altura del escalón ($Re_h = U_0 h / \nu$)
Re_D	:	adimensional de Reynolds como función del tirante hidráulico ($Re_D = VD / \nu$)
St	:	número adimensional de Strouhal ($St = fh / V$)
t	:	tiempo [s]
u	:	componente horizontal de velocidad [m/s]
u'	:	desviación estándar de la componente horizontal de velocidad [m/s]
v	:	componente vertical de velocidad [m/s]
U_0	:	velocidad característica medida antes de la forma de fondo y cerca de la superficie libre [m/s]
V	:	velocidad media del flujo ($V = 2/3 U_0$) [m/s]
X_r	:	longitud de la zona de recirculación medida a partir de la cresta de la forma de Fondo
Y	:	altura medida desde el fondo hasta el punto donde se registra el valor de velocidad [m]

Símbolos griegos

ν	:	viscosidad cinemática del agua [m ² /s]
ξ	:	tolerancia
∇	:	operador nabla
Δ	:	intervalo

Capítulo 4

Caso de Estudio I: Flujo sin partículas

Resumen.

En este capítulo se presentan inicialmente los resultados obtenidos en la fase exploratoria de la investigación, en la cual se caracterizó el flujo recirculante atrás de una forma de fondo fija instalada en el canal del CIE utilizando LDA. Se hace luego una comparación con los resultados experimentales obtenidos por otros investigadores. También se muestran los resultados del estudio de la zona de recirculación a partir de datos obtenidos con el PIV en el canal del CIE y en el canal pequeño, por medio del cual se logró identificar y caracterizar patrones del flujo. Posteriormente se presentan los resultados de aplicar el criterio de detección de paso de vórtices comentado en el capítulo 3. Para ello se empleó el canal pequeño (ver sección 2.2). Se dan algunas conclusiones.

4.1 Mediciones de velocidad del flujo en el canal del CIE aplicando la técnica de Anemometría Láser Doppler.

En esta primera etapa de la investigación se llevó a cabo la caracterización de la zona de recirculación. En el canal del CIE se hicieron mediciones de la componente horizontal de velocidad con el anemómetro láser en los puntos definidos en las figuras 4.1 y 4.2, esto es, después de la forma de fondo y antes de la misma. Se tomó como punto de referencia la cresta de la forma de fondo y el fondo del canal.

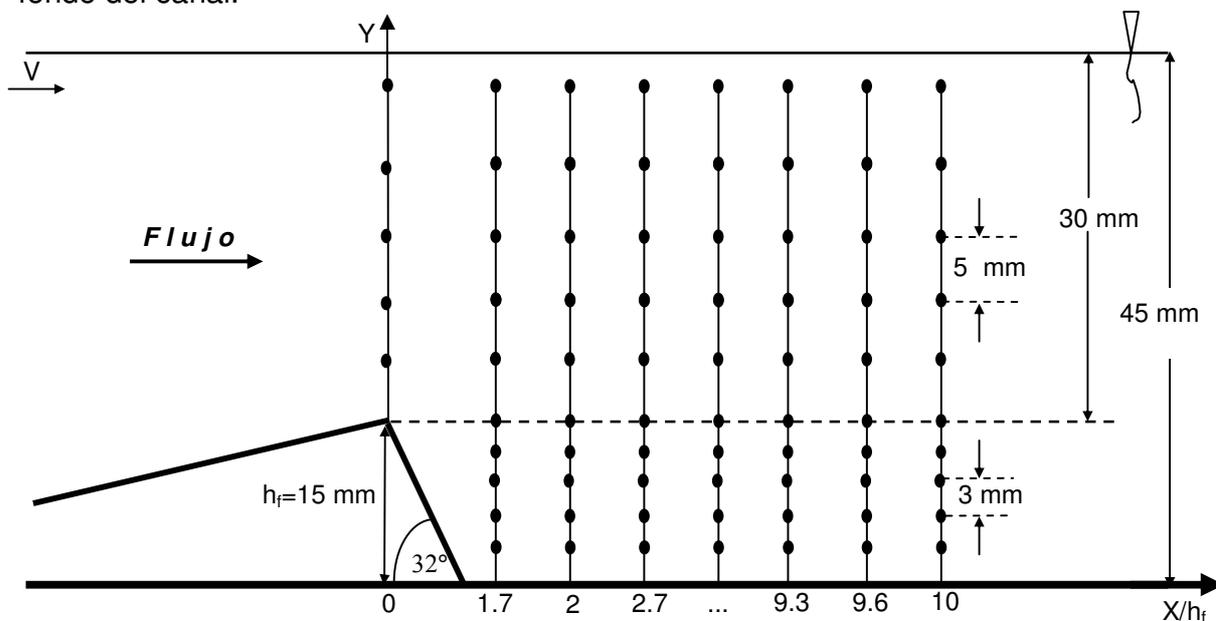


Figura 4.1: Puntos en donde se adquirieron datos de velocidad con el LDA, en la zona de recirculación.

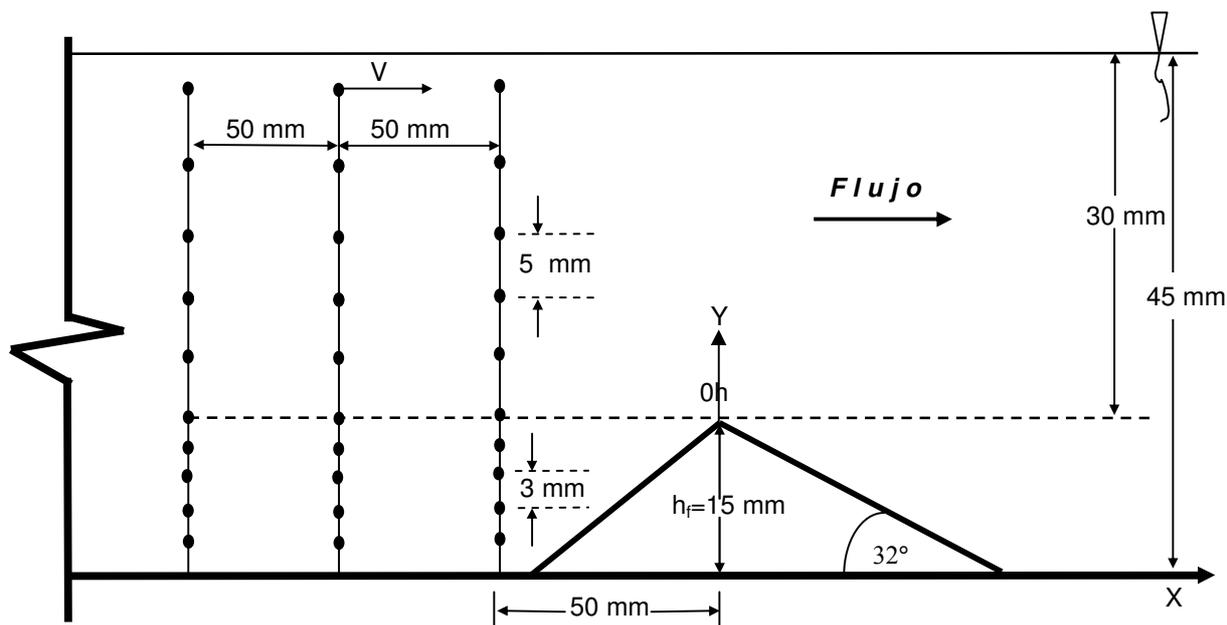


Figura 4.2: Puntos en donde se adquirieron datos de velocidad con el LDA, antes de la zona de recirculación.

En el plano central ($Z=0$) de la zona de recirculación se adquirieron datos sobre líneas verticales cada 3 mm hasta igualar la altura de la forma de fondo y luego cada 5 mm hasta llegar a los 40 mm. Horizontalmente se hizo una primera medición a $1.7h_f$ (25 mm) de la cresta, luego se continuaron las mediciones a diferentes distancias hasta completar los $10h_f$ (150 mm). El primer perfil de velocidades aguas arriba de la forma de fondo se hizo a $3.33h_f$ (50 mm) de la cresta y los demás, cada $3.33h_f$ hasta llegar a los $20h_f$ (300 mm). En este caso no hay presencia de partículas sólidas en el flujo, sólo se han adicionado trazadores. Es de anotar que el LDA puede terminar la adquisición de datos de dos maneras, la primera cuando completa el número de datos que se solicitaron antes de que el equipo comience a operar; la segunda es que se defina un lapso de tiempo determinado para que el equipo adquiriera todos los datos posibles solamente durante dicho intervalo de tiempo. En esta investigación se optó por la primera opción y para cada punto se solicitó la adquisición de mil datos de la componente horizontal de velocidad u , los cuales se promediaron para graficar los respectivos perfiles. La adimensionalización de las velocidades se llevó a cabo tomando en

cuenta una velocidad característica U_0 , la cual se midió 10 cm aguas arriba de la forma de fondo y a 40 mm del fondo del canal. La intensidad de turbulencia se calculó dividiendo la desviación estándar de la componente horizontal de velocidad entre U_0 . La altura se adimensionalizó con el tirante. La velocidad característica V se midió 5 mm por debajo de la superficie libre. Además de las mediciones en los puntos que se muestran en la figura 4.1, también se llevó a cabo una sesión de mediciones muy cerca del fondo del canal, específicamente a 1 mm y a 2 mm de altura, aguas arriba de la forma de fondo con el fin de determinar las fluctuaciones de la componente horizontal de velocidad y poder establecer la zona en la cual oscila el punto de reencuentro. De esta forma es posible estimar la longitud de la zona de recirculación. Se hicieron también mediciones de velocidad antes de la forma de fondo cada 50 mm hasta llegar a los 150 mm, ver figura 4.2.

4.1.1 Parámetros experimentales.

La tabla 4.1 resume los parámetros que se controlaron en esta etapa de la investigación.

Tabla 4.1 Parámetros experimentales. Experimento LDA canal del CIE.

Parámetro	Magnitud
Velocidad característica, V	(0.1 ± 0.01) m/s
Tirante, h (medido desde el fondo del canal hasta la superficie libre)	(0.045 ± 0.002) m
h_v (medido desde el fondo hasta el punto donde se midió V)	(0.04 ± 0.002) m
Números de Reynolds	
$Re_h = Vh/\nu$	4500
$Re_D = VD/\nu$ (Armaly <i>et al.</i> , 1983)	4000
Gasto, Q	(1.35 ± 0.1) l/s

4.2 Estudio del flujo en la zona de recirculación a partir de datos de LDA

4.2.1 Longitud de la zona de recirculación.

La figura 4.3 muestra la variación de la componente de velocidad u a 1 mm y 2 mm del fondo como función de la distancia. Las barras corresponden a la desviación estándar de los datos de velocidad u para cada punto. La magnitud de la desviación estándar de los datos de velocidad u adquiridos a 1 mm del fondo fue de 0.0202 m/s y para los datos adquiridos a 2 mm fue de 0.0204 m/s (las barras representan la desviación estándar). Esta gráfica muestra el paso de la componente horizontal de velocidad u de una zona en donde todos los valores son negativos a otra donde todos los valores son positivos. Se trata de una zona en donde el flujo cambia constantemente en el tiempo su dirección horizontal.

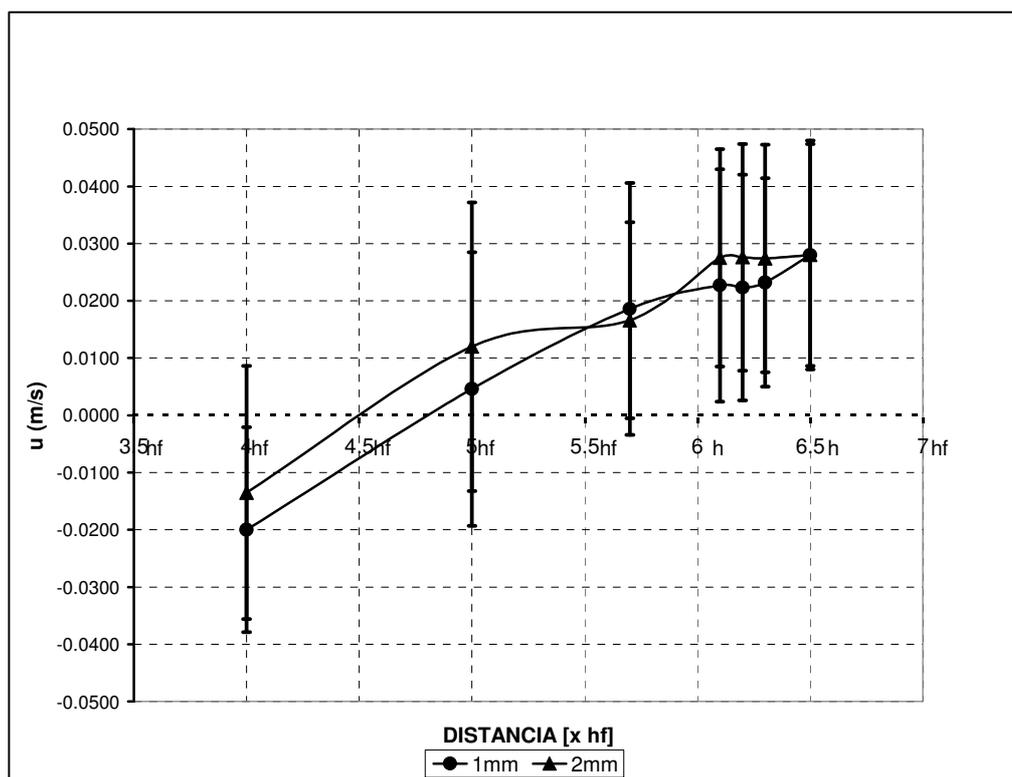


Figura 4.3: Velocidades u promedio a 1mm y 2mm de altura entre $4h_f$ y $6,5h_f$. Desv. estándar datos a 1 mm: 0.0202m/s, Desv. estándar datos a 2 mm: 0.0204m/s.

En las primeras tres posiciones del anemómetro láser ($4h_f$, $5h_f$ y $5.7 h_f$) se está al interior de la zona de recirculación, pues se registran velocidades u negativas que corresponden a flujo de reversa. En las siguientes cuatro posiciones ($6.1h_f$, $6.2h_f$, $6.3h_f$ y $6.5h_f$), podría decirse que se está fuera de la recirculación pues las velocidades u registradas son todas positivas. Seleccionar un criterio para definir la localización del punto de reencuentro o final de la recirculación no es tarea fácil, ya que este punto cambia constantemente de posición (en el eje de las X) en el tiempo. Un criterio es encontrar la distancia a partir de la cresta de la forma de fondo en donde el 50 % de las velocidades registradas son positivas y el otro 50 % negativas, Le *et al.* (1997). En este caso particular, de acuerdo con el criterio anterior y la figura 4.3, el punto de reencuentro se localiza en la distancia $5h_f$ con una variación de $\pm 0.7h_f$.

4.2.2 Velocidades e intensidad de turbulencia en la zona de recirculación. Flujo sin partículas.

En las gráficas de la figura 4.4 se muestran los perfiles de velocidad u media y de intensidad de turbulencia obtenidos a partir de mediciones con LDA. En la figura 4.4a los perfiles que se muestran se elaboraron con datos de mediciones efectuadas aguas arriba de la forma de fondo. De las figuras 4.4b hasta la 4.4e los perfiles corresponden a un sector aguas abajo de la forma de fondo.

En los perfiles 1 al 6 (figura 4.4a) todas las velocidades registradas son positivas y los perfiles de intensidad de turbulencia son casi verticales.

En la figura 4.4b (Perfil 1) se muestra un perfil de velocidades u promedio justo sobre la cresta de la forma de fondo, esto es, en $0h_f$. A partir del perfil 2 hasta el 6 (en la misma figura) puede observarse que se registran velocidades u promedio negativas.

A partir del perfil 7 en la figura 4.4c, se puede observar que todas las velocidades registradas son positivas. Estas mediciones se hicieron a $4.7h_f$.

Los perfiles de velocidad cambian rápidamente detrás de la duna. A partir del perfil 2 (figura 4.4b) se observa un incremento de la intensidad de turbulencia entre las alturas adimensionalizadas de 0.2 y 0.5 lo cual es característico de la transición (capa cortante) entre la zona de recirculación y la de flujo uniforme, en donde los gradientes de velocidad son muy fuertes, mientras que antes de la forma de fondo (ver figura 4.4a) y después de la recirculación (a partir del perfil 7, figura 4.4c), los perfiles de intensidad de turbulencia son casi verticales. De un valor promedio de 0.072 en el primer perfil de intensidad de turbulencia el cual es casi vertical (perfil 1, figura 4.4a), se alcanza otro de 0.133 en el perfil siete (en $4.7h_f$, figura 4.4c), lo cual representa un incremento del 85 % con respecto al valor inicial. El incremento en la intensidad de turbulencia está asociado a la presencia de vórtices detrás de la forma de fondo (Schatz y Herrmann, 2006). La línea punteada que aparece en las gráficas indica la altura adimensional de 0.375 a la que se localiza la cresta de la duna.

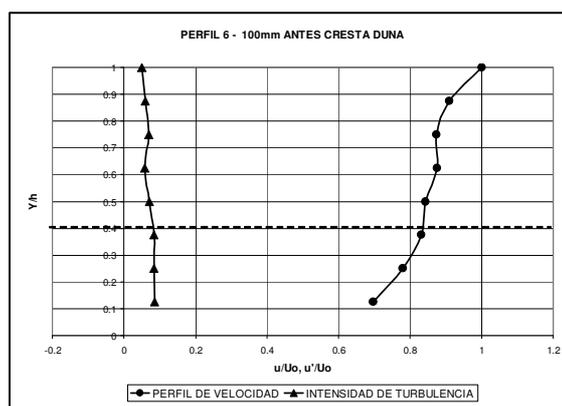
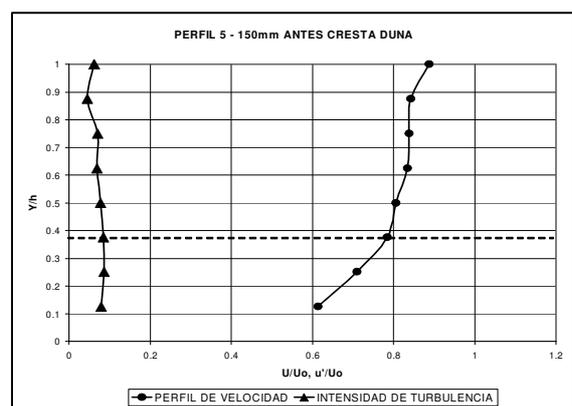
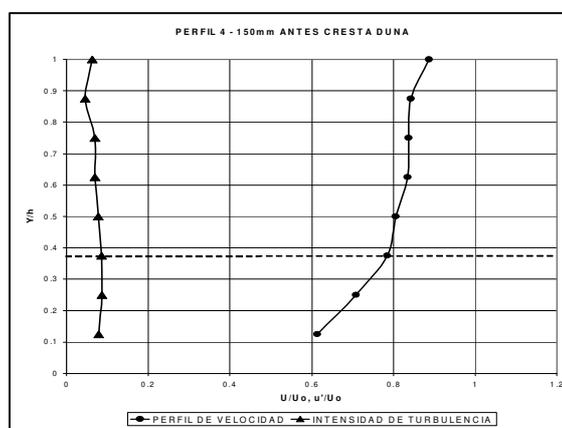
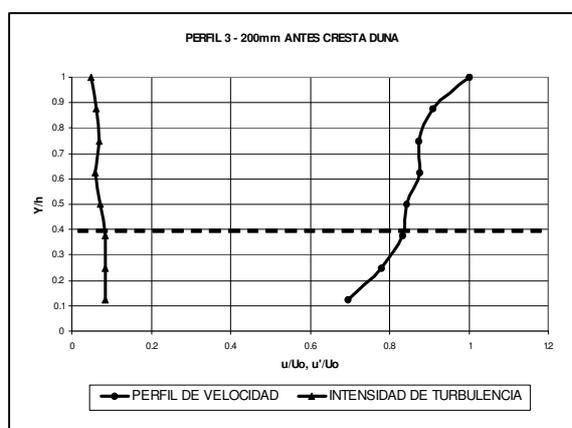
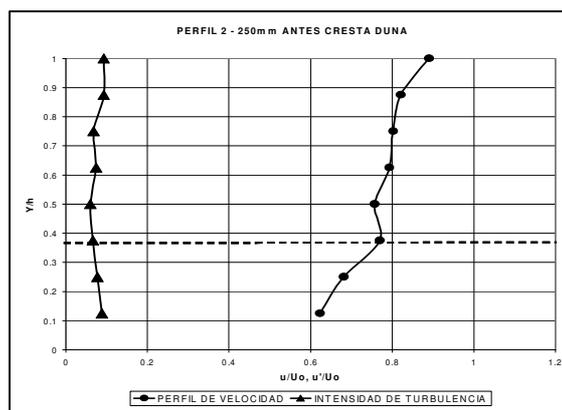
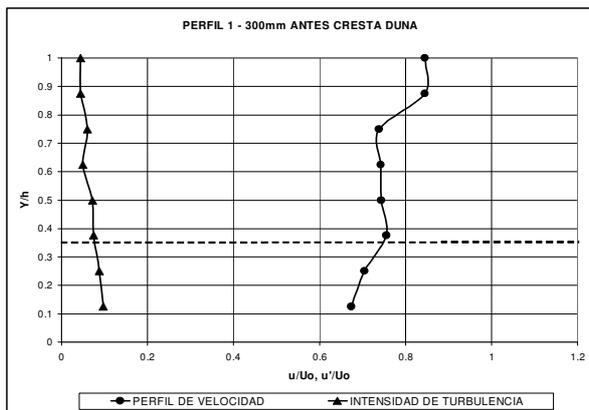


Figura 4.4a: Perfiles de velocidad media u y de intensidad de turbulencia medidos aguas arriba de la cresta de la forma de fondo (Perfil 1 al 6).

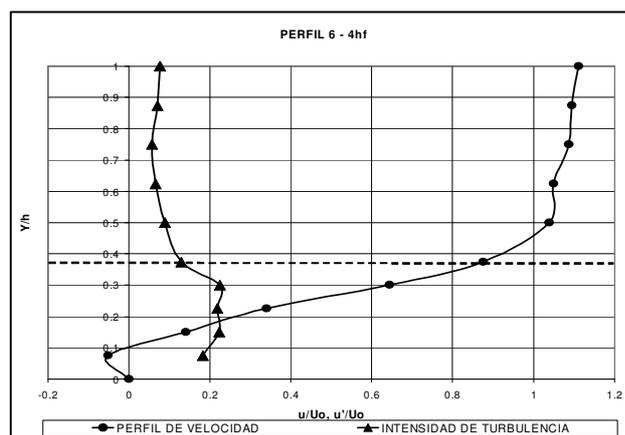
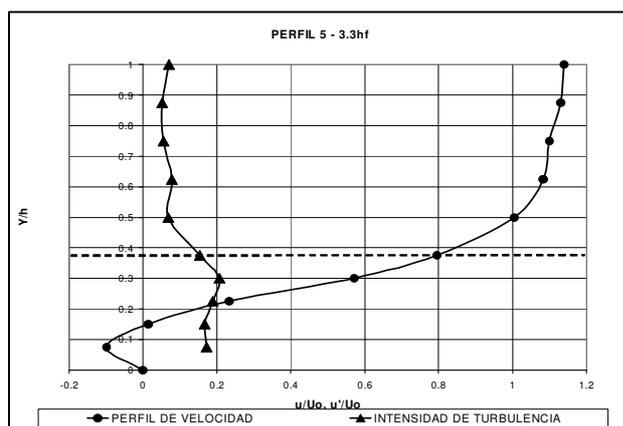
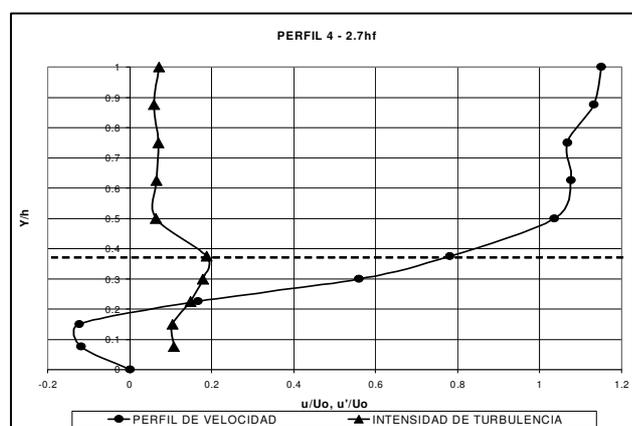
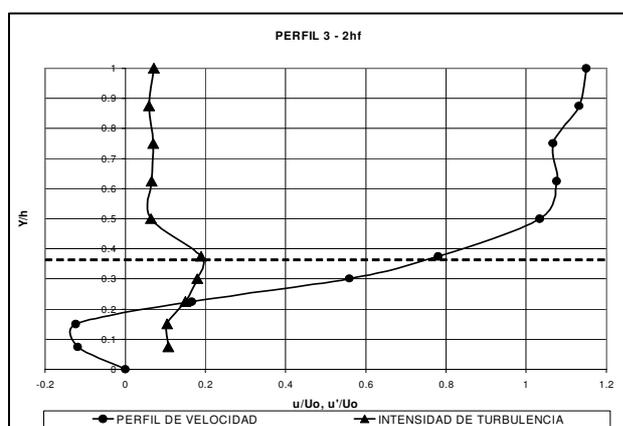
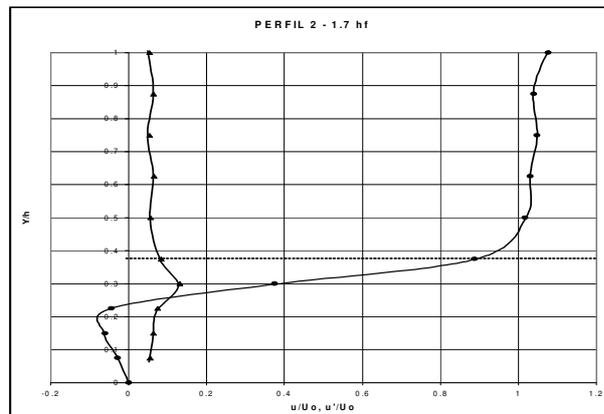
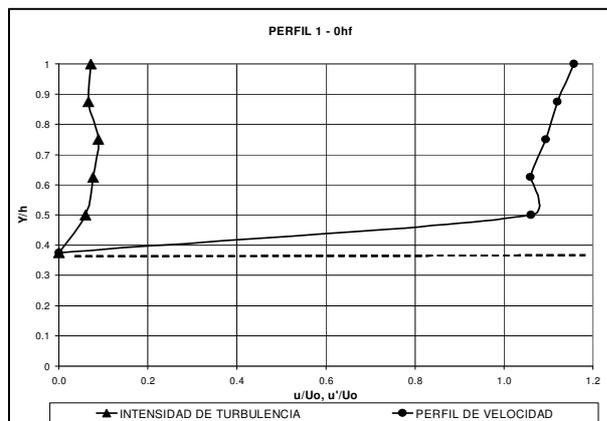


Figura 4.4b: Perfiles de velocidad media u y de intensidad de turbulencia medidos a partir de la cresta de la forma de fondo, hacia aguas abajo (Perfil 1 al 6).

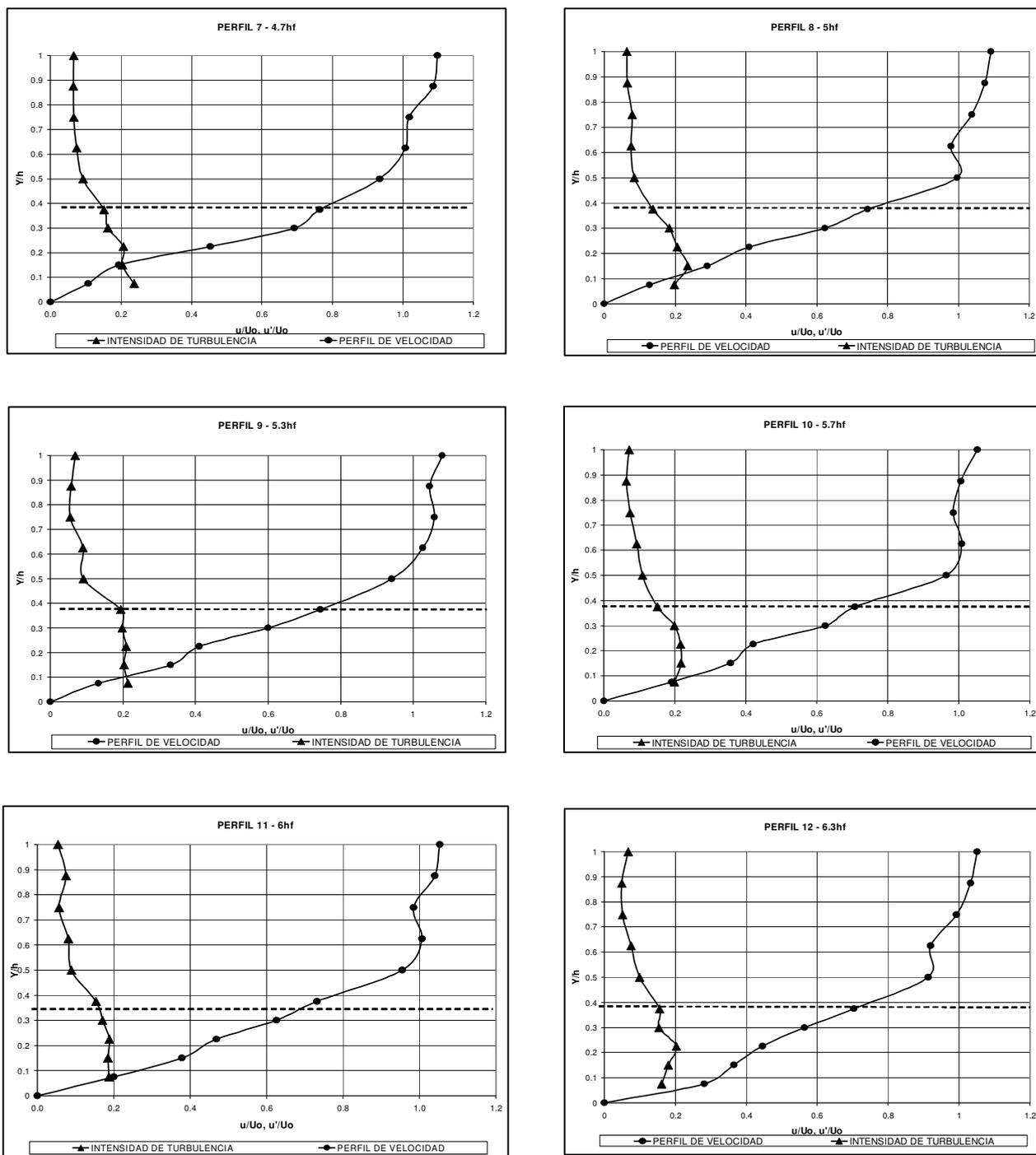


Figura 4.4c: Perfiles de velocidad media u y de intensidad de turbulencia medidos a partir de la cresta de la forma de fondo, hacia aguas abajo (Perfil 7 al 12).

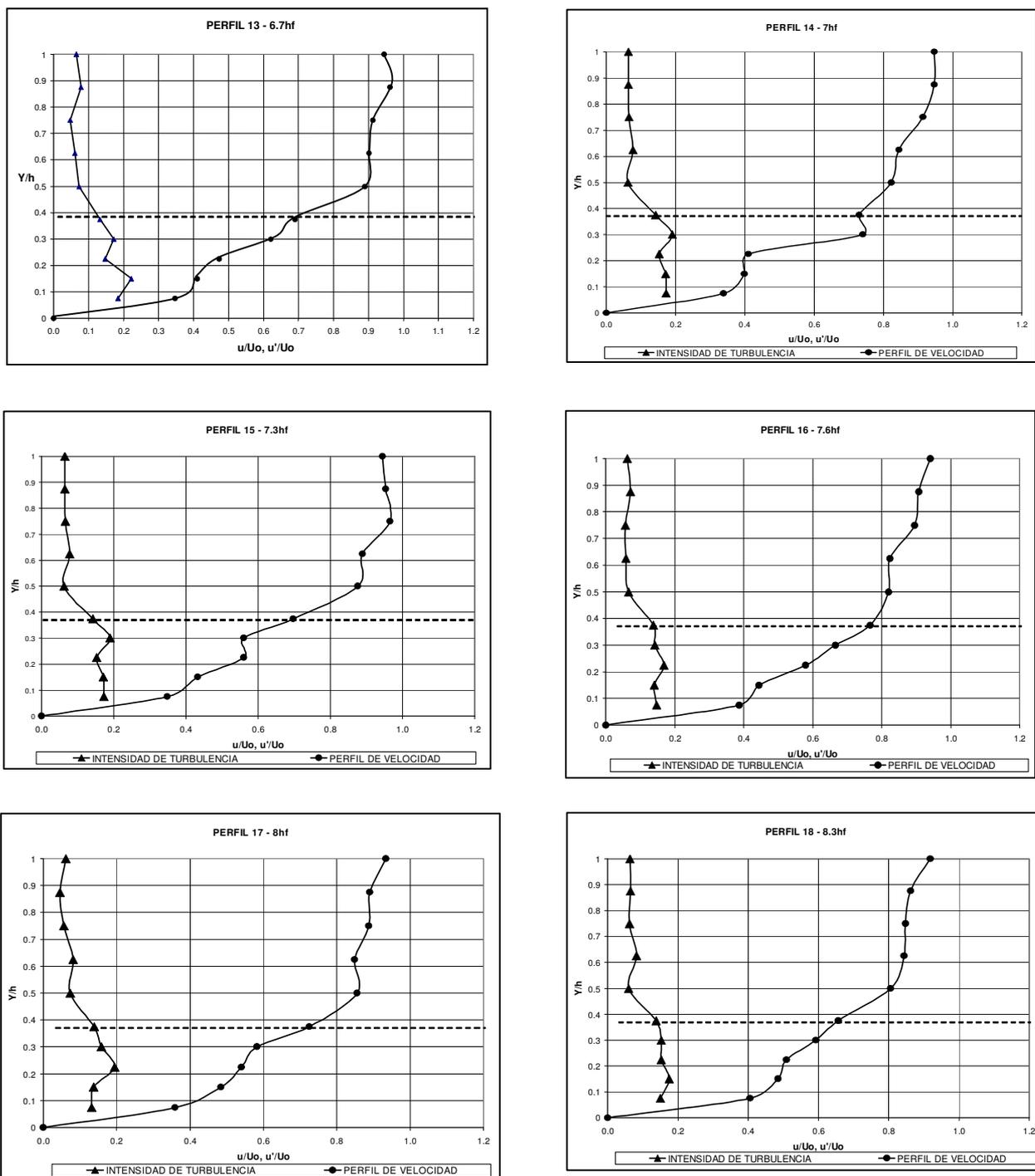


Figura 4.4d: Perfiles de velocidad media u y de intensidad de turbulencia medidos a partir de la cresta de la forma de fondo, hacia aguas abajo (Perfil 13 al 18).

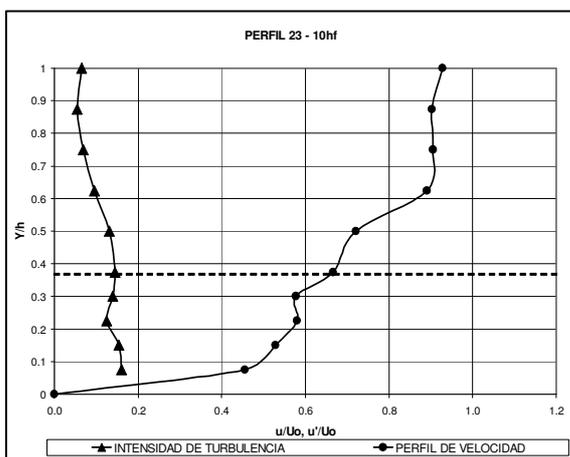
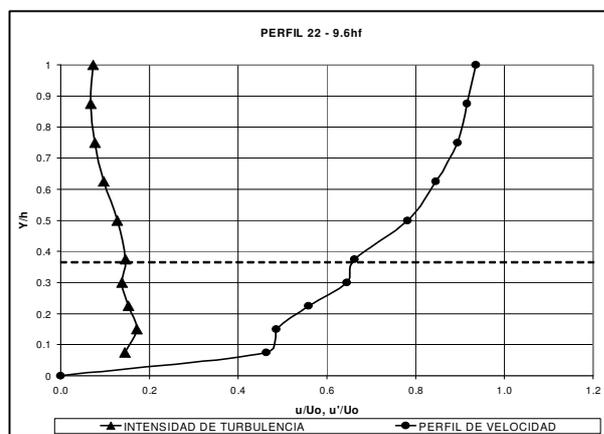
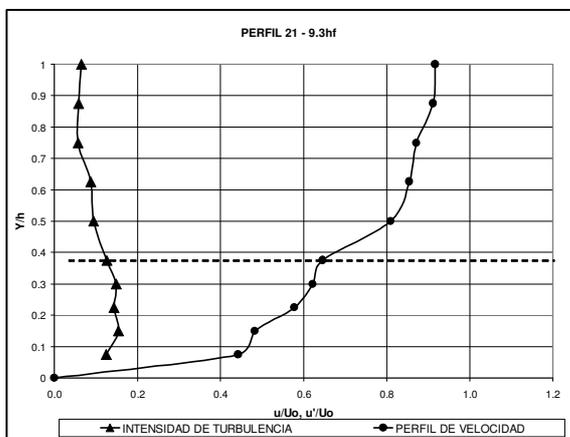
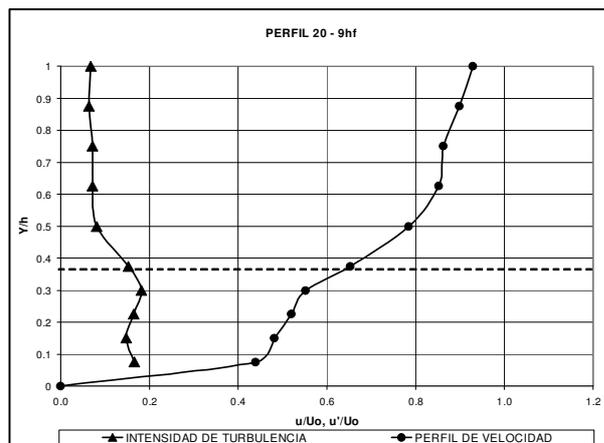
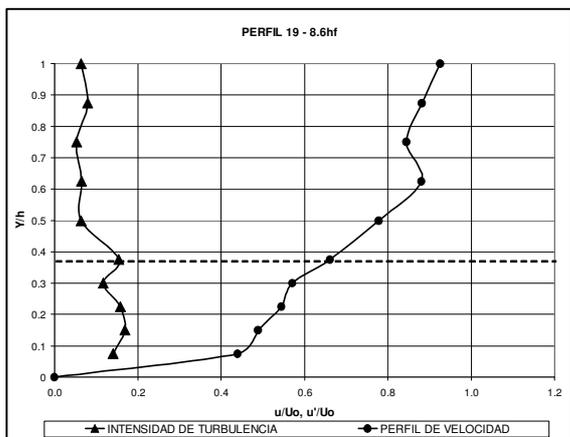


Figura 4.4e: Perfiles de velocidad media u y de intensidad de turbulencia medidos a partir de la cresta de la forma de fondo, hacia aguas abajo (Perfil 19 al 23).

4.2.3 Comparación con otras investigaciones.

Flujo sobre formas de fondo

Espinoza *et al.* (2000) realizaron experimentos sobre una serie de formas de fondo fijas bidimensionales y encontraron que la relación longitud de separación entre altura del escalón X_r/h_f fue de 5 para números de Reynolds de 12500 y 28000. Palacios *et al.* (2001) realizaron experimentos en un canal abierto dotado con una forma de fondo fija y encontró una relación X_r/h_f de 8.8, 8.3 y 8 para Re_h de 1740, 2490 y 2600 respectivamente. Nakagawa y Nezu (1999) llevaron a cabo experimentos sobre una y varias dunas, reportando para el primer caso una relación X_r/h_f 9.5, 9 y 5.5 para Re_h de 2300, 4500 y 18000 respectivamente, mientras que para el segundo caso (varias dunas) la relación X_r/h_f 2.3, 3.6 y 4.5 para Re_h de 4900, 4800 y 4700 respectivamente. Best y Kostaschuk (2002) reportaron una relación X_r/h_f de 4.1 para un Re_h de 36515. En la presente investigación se llevaron a cabo varios experimentos cuyo análisis permitió encontrar una relación X_r/h_f de 5, 5, 6.36, 7 y 7.66 para Re_h de 4500, 3250, 2159, 1500 y 819 respectivamente.

La gráfica de la figura 4.5 muestra la longitud de separación X_r normalizada con la altura de la forma de fondo h_f , X_r/h_f , como función del número de Reynolds Re_h , $Re_h=Vh/\nu$, donde V (solo en este caso particular) es la velocidad característica medida aguas arriba de la forma de fondo, h el tirante medido desde el fondo hasta la superficie libre fuera de la forma de fondo y ν la viscosidad cinemática del agua a temperatura ambiente. Lo que se puede apreciar en esta gráfica es que a medida que el número de Reynolds se incrementa, la longitud de la zona de recirculación se va haciendo más pequeña hasta cierto valor. Además, cuando se tienen bajos números de Reynolds la incertidumbre asociada a la localización del punto de reencuentro se hace mayor. La tabla 4.2 resume algunas de las investigaciones más relevantes en las que diversos autores han realizado mediciones sobre dunas instaladas en el fondo de canales.

Tabla 4.2 Mediciones sobre dunas en flujo en canales abiertos por diversos investigadores. $Re_h = Vh/\nu$.

Autor	X_r/h_f	$Re_h \times 10^{-3}$	Descripción
Presente investigación	5.0	3.25	Mediciones con LDA cerca del fondo en el canal del CIE.
	5.0	4.5	Mediciones con LDA cerca del fondo en el canal del CIE.
	7.66	0.82	Mediciones efectuadas con PIV en el canal pequeño.
	7.0	1.5	Mediciones efectuadas con PIV en el canal pequeño.
	6.36	2.16	Mediciones efectuadas con PIV en el canal pequeño.
Best y Kostaschuk (2002)	4.1	36.5	Construyeron dunas a escala a partir de dunas en el estuario del río Frazer, Canadá, aplicando la ley de similitud de Froude, y sobre ellas hicieron mediciones con LDA.
Palacios <i>et al.</i> (2001)	8.8	1.7	Mediciones con LDA sobre una forma de fondo fija.
	8.3	2.5	Mediciones con LDA sobre una forma de fondo fija.
	8.0	2.6	Mediciones con LDA sobre una forma de fondo fija.
Espinoza <i>et al.</i> (2000)	5.0	12.5	Mediciones con Anemómetro de Hilo Caliente y visualización por inyección de tinta y partículas. Mediciones sobre formas de fondo bidimensionales fijas triangulares.
	5.0	28.0	
Nakagawa y Nezu (1989)	9.5	2.3	En los experimentos realizados por Nakagawa y Nezu, se realizaron mediciones con LDA y visualización del fenómeno por medio de inyección de tinta sobre una duna.
	9.0	4.5	
	5.5	18.0	
	4.9	2.3	Mediciones con LDA sobre dunas continuas.
	4.8	3.6	Mediciones con LDA sobre dunas continuas.
	4.7	4.5	Mediciones con LDA sobre dunas continuas.
Bennett y Best (1995)	4.24	72.0	Mediciones sobre dunas bidimensionales de concreto con sedimento pegado en su superficie. $D_{50}=0.22\text{mm}$.
Nelson <i>et al.</i> (1993)	4	90.2 - 99.4	Experimentos con dunas de concreto en forma de 1/2 coseno en la pendiente ascendente y un ángulo de 30° en la pendiente descendente.
Makiola y Ruck (1990)	0 - 7.9	15.0 - 64.0	Experimento sobre un escalón con geometría inclinada a diferentes ángulos. Mediciones con LDA.

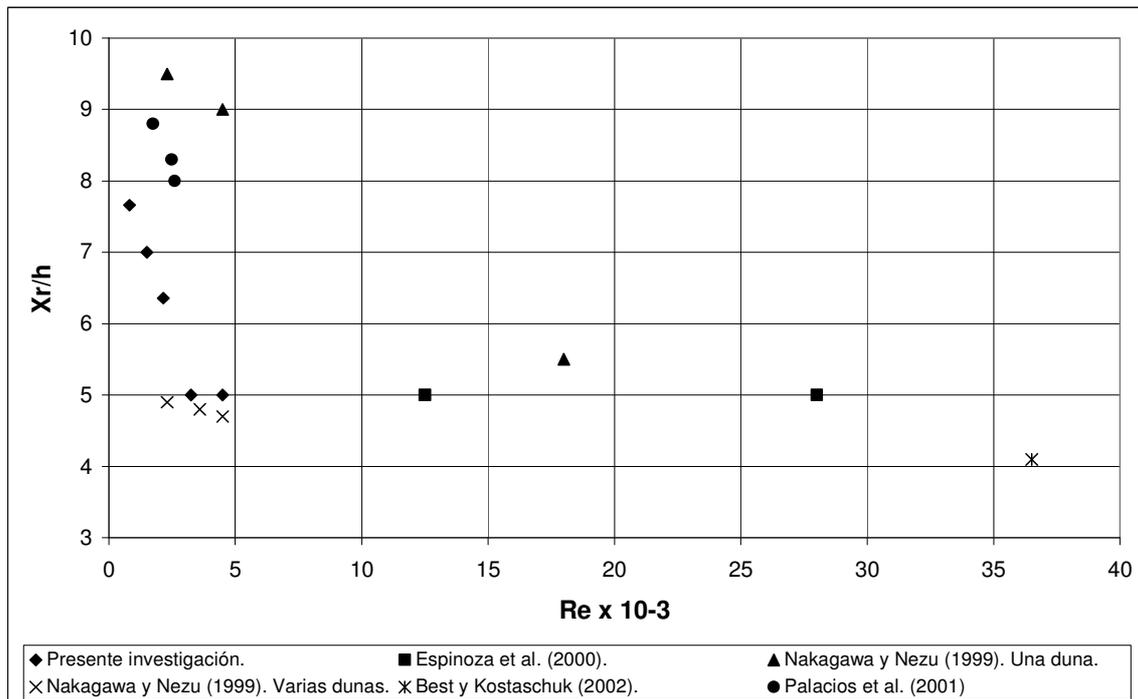


Figura 4.5: Gráfica de la posición del punto de reencuentro X_r adimensionalizado con la altura de la forma de fondo h_f como función del número de Reynolds. Valores encontrados por diversos investigadores. $Re_h = U_0 h_f / \nu$.

Flujo sobre un escalón

Tihon *et al.* (2001) aplicaron la técnica de electrodifusión con el fin de estudiar la zona de recirculación y el punto de reencuentro, encontrando que este último se localizó en $X_r = (5.1 \pm 0.2) h_e$ para un número de Reynolds de 17000. Hall *et al.* (2003) encontraron a partir del análisis de datos de PIV evidencias de que el punto de reencuentro se localizaba a $X_r = (6.3 \pm 0.1) h_e$ para un Re de 203000. Lee *et al.* (2004) realizaron experimentos en un túnel de viento y encontraron una relación $X_r/h_e = 7.5$ para un Re de 150000. La forma en que interviene el ángulo de inclinación aguas abajo del escalón, con relación a la longitud de la zona de recirculación, ha sido estudiada por Makiola y Ruck (1990). En su estudio variaron el ángulo de inclinación del escalón desde los 90° hasta los 10° , así como también el Re, cuyos valores estuvieron entre 15000 y 64000 ($Re = U_0 h_f / \nu$). Determinaron la longitud de la zona de recirculación X_r para cada geometría, encontrando diferencias en la magnitud de X_r no solo cuando varaban el Re sino también al

variar el ángulo. A medida que disminuían el ángulo, la magnitud de X_r se hizo más pequeña, presentándose los menores valores para el ángulo de 10° .

Como podrá observarse en la tabla 4.3, se han realizado un gran número de investigaciones con relación a la longitud de la zona de recirculación y su relación con el número de Reynolds. La gráfica mostrada en la figura 4.6 se hizo tomando datos de esta tabla.

Frecuencias características en la zona de recirculación

Algunas publicaciones científicas presentan resultados del análisis de frecuencias en la zona de recirculación, pero no hay un consenso general al respecto. Además, los principales estudios son relacionados con escalones. Generalmente los autores proponen un rango de frecuencias dominantes. Por ejemplo, Furuichi y Kumada (2002) realizaron un estudio experimental del campo de flujo detrás de un escalón y obtuvo espectros de frecuencias en diferentes puntos. De cada espectro relacionó la frecuencia dominante con algún tipo de estructura. Una de las frecuencias la relacionó con la fluctuación de la velocidad asociada a la generación de vórtices desde la capa cortante, la cual adimensionalizada dio un valor de 0.4. Alrededor de la región donde se localiza el punto de reencuentro encontró que el valor del Strouhal $St > 0.13$. También concluye que a medida que se acerca al fondo, se tienen bajas frecuencias, las cuales son del orden de $St=0.05$ y $St=0.012$ y que están asociadas al fenómeno conocido como aleteo (*flapping*, en inglés). Huang y Fiedler (1997) encontraron una frecuencia dominante de 0.4 Hz ($St \approx 0.04$) en la capa cortante y en las fluctuaciones de la zona donde se localiza el punto de reencuentro. Adams *et al.* (1984) pudieron demostrar un incremento en la frecuencia característica de las fluctuaciones de velocidad cerca del fondo de $St=0.2$ a $St=0.5$, entre $X/X_r=0.38$ y $X/X_r=0.58$. Otros autores como Hasan (1992) proponen valores para el Strouhal entre 0.012 y 0.55.

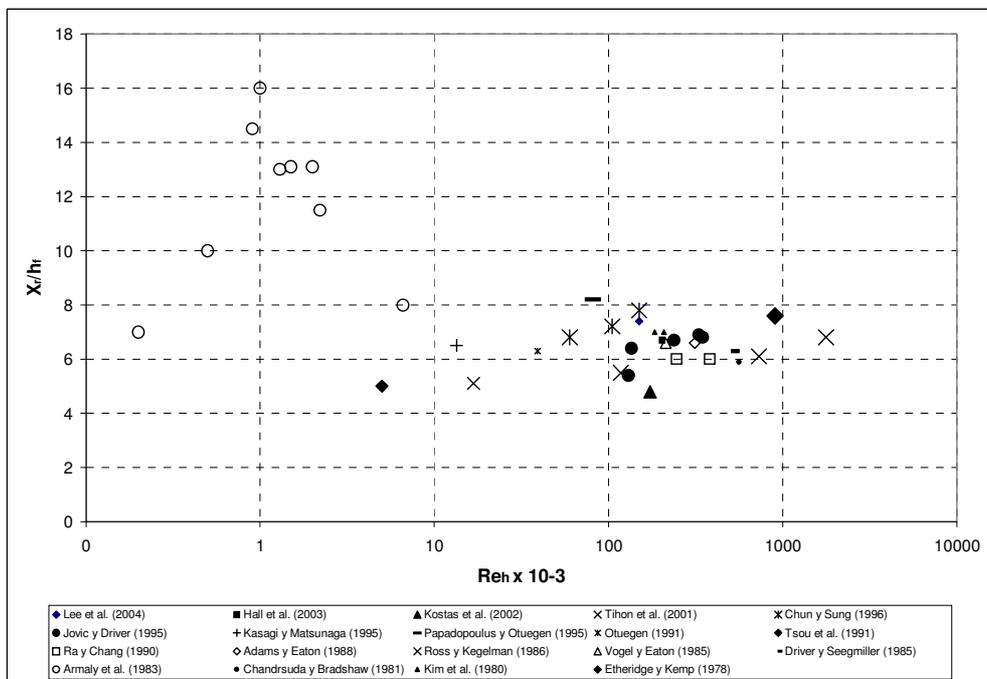


Figura 4.6: Gráfica de la posición del punto de reencuentro X_r adimensionalizado con la altura del escalón como función del número de Reynolds Re_h . Valores encontrados por diversos investigadores.

Tabla 4.3 Longitud de la zona de recirculación para flujo sobre un escalón.

Autor	Fluido	h [mm]	hf [mm]	h/hf	V [m/s]	Re_h x 10-3	Re_D x 10-3	Xr/hf
Lee <i>et al.</i> (2004)	aire	100	50	2	10	150	100	7.4
Hall <i>et al.</i> (2003)	aire	93.3	46.7	2	14.52	203	135.19	6.7
Kostas <i>et al.</i> (2002)	agua	400	8	50	0.43	173	226.05	4.8
Tihon <i>et al.</i> (2001)	agua	50	20	2.5	0.24	17	13.6	5.1
Chun y Sung (1996)	aire	100	50	2	4	60	40	6.8
	aire	100	50	2	7	105	70	7.2
	aire	100	50	2	10	150	100	7.8
Jovic y Driver (1995)	aire	200	17	11.8	6	130	158.6	5.4
	aire	200	26	7.7	6	136	157.76	6.4
	aire	200	26	7.7	14.6	330	382.80	6.9
	aire	200	38	5.3	10	238	257.04	6.7
	aire	200	38	5.3	14.6	347	374.76	6.8
Kasagi y Matsunaga (1995)	agua	81	41	2	0.11	13	8.56	6.5
Oetuegen (1991)	aire	16.3	8.1	2	16	39	26.16	6.3
Tsou <i>et al.</i> (1991)	aire	48	3.3	14.5	176	903	1121.22	7.6
Ra y Chang (1990)	aire	150	20	7.5	22.5	383	442.58	6.0
	aire	150	20	7.5	14.5	247	285.42	6.0
Adams y Eaton (1988)	aire	152	38	4	16.4	312	312	6.6
Ross y Kegelman (1986)	aire	380	89	4.3	2.5	117	119.46	5.5
	aire	380	89	4.3	15.5	727	742.30	6.1
	aire	380	89	4.3	37.8	1773	1810.33	6.8
Vogel y Eaton (1985)	aire	150	38	3.9	11.3	212	211.06	6.6
Driver y Seegmiller (1985)	aire	102	13	7.8	44.2	508	591.01	6.3
Armaly <i>et al.</i> (1983)	aire	5.2	4.9	1.1	9.5	10	0.77	8.0
	aire	5.2	4.9	1.1	8.1	8	0.62	6.0
Chandrsuda y Bradshaw (1981)	aire	127	51	2.5	31.5	561	447.62	5.9
Kim <i>et al.</i> (1980)	aire	76	25	3	18.2	184	164.63	7.0
	aire	76	38	2	18.2	207	138	7.0
Etheridge y Kemp (1978)	agua	200	14	14.3	0.22	47	58.28	5.0

4.2.4 Análisis de frecuencias¹

En la presente investigación se tiene interés por encontrar alguna relación entre las frecuencias dominantes que se pueden apreciar en un espectro de frecuencias obtenido mediante la aplicación de la transformada de Fourier a series de datos de velocidad medidos dentro de la zona de recirculación y las estructuras del flujo. Con el fin de realizar este análisis, se seleccionaron algunos puntos en la zona de recirculación y para cada uno de ellos se obtuvo la velocidad u como función del tiempo y de estos datos la transformada de Fourier. En la figura 4.7 se muestra un espectro de frecuencias, en donde es posible observar que algunas frecuencias como las de 0.27, 0.55 y 1 Hz, son dominantes, pero no se puede deducir a qué tipo de estructuras corresponden. Los datos de velocidad analizadas se obtuvieron a $2.83h_f$, para un Re_D de 4000.

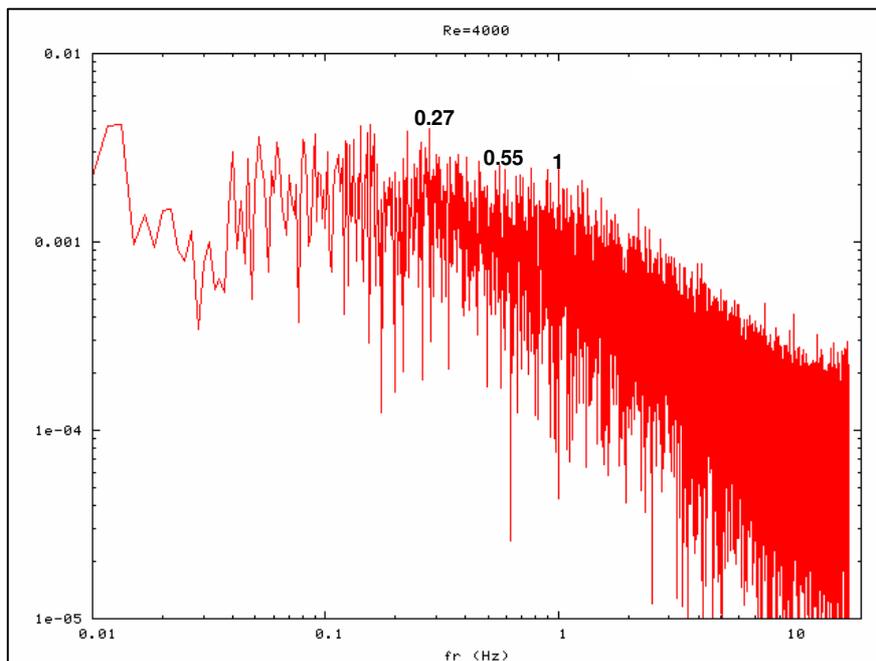


Figura 4.7: Espectro de frecuencias para una serie de datos de velocidad registrados en la coordenada $(2.83h_f, 0.49h_f)$. $Re_D=4000$.

¹ Datos de velocidad obtenidos en el canal del CIE con PIV.

Dado que es difícil saber cuál es la frecuencia dominante y además a qué tipo de estructura del flujo corresponde, se buscaron otras alternativas de análisis, las que se presentan en las siguientes secciones.

4.3 Estudio del flujo en la zona de recirculación a partir de datos de PIV.

4.3.1 Generalidades.

En los siguientes incisos se presenta el estudio detallado de la zona de recirculación a partir de una serie de datos adquiridos con el equipo PIV. Este experimento también se llevó a cabo en el canal del CIE y los parámetros experimentales que se controlaron se presentan en la tabla 4.4.

Tabla 4.4 Parámetros experimentales. Experimento PIV.

Parámetro	Magnitud
Velocidad característica, V ($V=2/3U_0$)	(0.043 ± 0.002) m/s
Tirante, h	(0.05 ± 0.002) m
Número de Reynolds $Re_D=VD/\nu$, Armaly <i>et al.</i> (1983)	3033
Gasto, Q	(0.98 ± 0.1) l/s

La velocidad característica V se midió 0.25 m antes del inicio de la forma de fondo y a la mitad del tirante, el cual fue de 0.05 m. Se consideró la viscosidad cinemática del agua a temperatura ambiente, $\nu = 1 \times 10^{-6} \text{ m}^2\text{s}^{-1}$. El tiempo entre pulsos del láser fue de 3,000 μs , lo cual permitió que el PIV pudiera resolver la zona de recirculación. La duración de cada pulso del láser es de 0.01 μs .

4.3.2 Procesamiento de imágenes adquiridas con el PIV.

Las imágenes se procesaron con el programa FlowManager 3.5 desarrollado por la empresa DANTEC. Los campos vectoriales bidimensionales de velocidad se obtuvieron aplicando una correlación cruzada a cada par de fotografías. Las áreas de interrogación fueron de 32 x 32 píxeles superpuestas un 25 % en las direcciones horizontal y vertical. Además de aplicar una correlación cruzada, la rutina de análisis incluyó una validación de picos y promedios móviles; la relación de picos fue de 1.2 siguiendo el criterio de Adrian (1992). En la aplicación de la validación por promedios móviles se empleó un tamaño de vecindad de 3 x 3 áreas de interrogación y un factor de aceptación de 0.1. Finalmente se aplicó un filtrado. En este proceso se seleccionó el área de vecindad de 3 x 3 áreas de interrogación. De las matrices de datos generadas por el programa FlowManager 3.5 se obtuvo la información de velocidad u y v al igual que la de posición x e y .

4.3.3 Reconocimiento de patrones del flujo.

La animación en un programa de video de los campos vectoriales bidimensionales de velocidad permite apreciar la evolución de vórtices dentro de la zona de recirculación, sin embargo, la interpretación física del fenómeno no es sencilla.

4.3.4 Análisis general y detección de vórtices.

En la figura 4.8 se muestra un campo vectorial adquirido con PIV, aguas abajo de la forma de fondo. En el campo vectorial adquirido se aprecia una zona superior de alta velocidad ($y > h_f$) y una inferior de baja velocidad, en la cual se distingue un vórtice. Se ha identificado en este campo vectorial la coordenada $(5.35h_f, 0.90h_f)$ que se muestra con un círculo blanco.

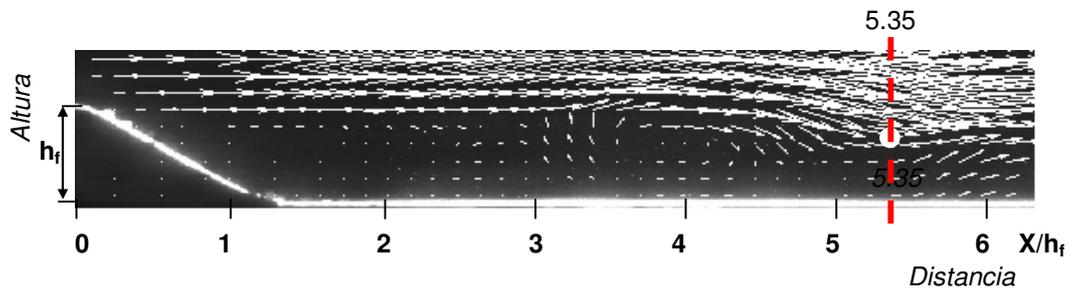


Figura 4.8: Campo vectorial de velocidades que muestra un vórtice en $3 < X/h_f < 4.5$. El punto blanco corresponde a la coordenada $(5.35h_f, 0.90h_f)$.

La figura 4.9 muestra la variación de la componente horizontal de la velocidad u con respecto al tiempo t para la coordenada seleccionada. Puede observarse la tendencia de la componente horizontal de velocidad a oscilar, con al menos dos frecuencias claramente distinguibles, las cuales se señalan en la misma figura.

Con el fin de relacionar la curva en la figura 4.9 con el desarrollo de los vórtices, es necesario analizar los resultados de velocidad por grupos. Algunos aspectos interesantes se observaron en el grupo de datos de los campos vectoriales 1 al 20 y del 21 al 28, que a continuación se discuten. La dirección del flujo es hacia la derecha.

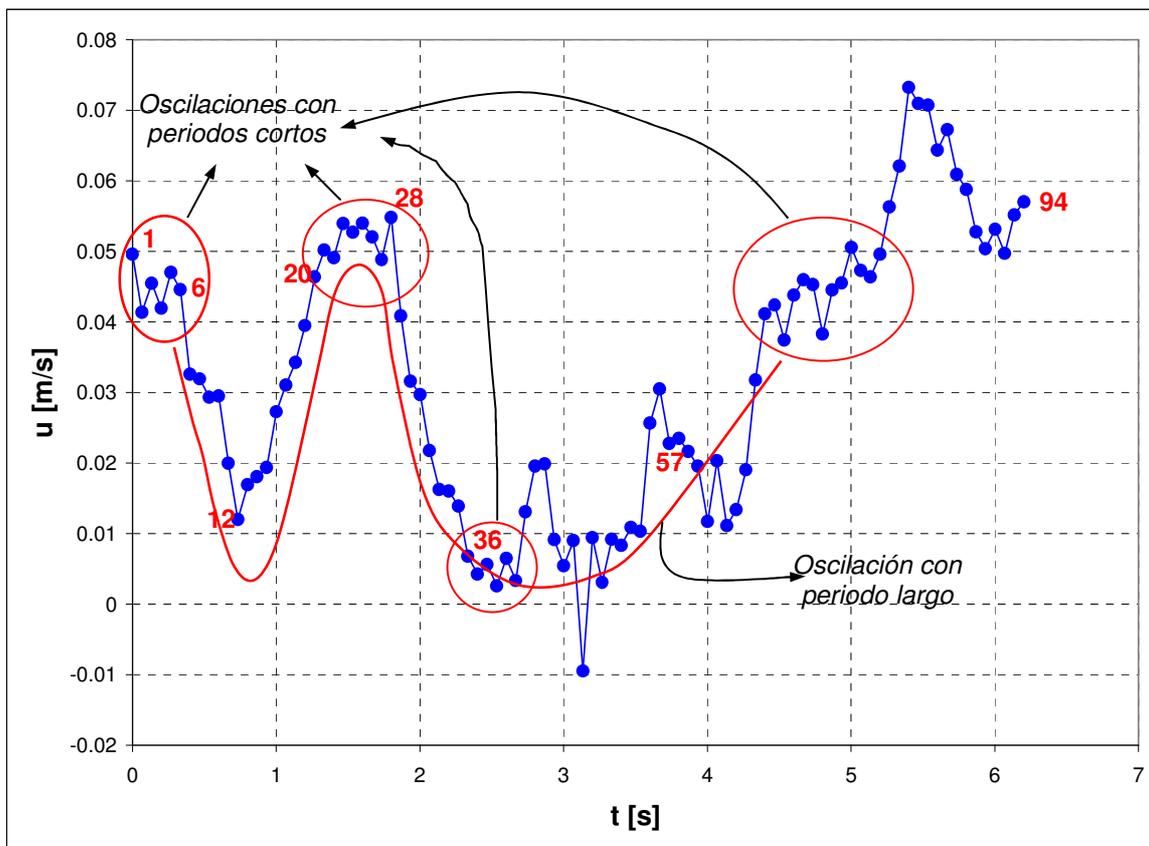


Figura 4.9. Variación de la componente horizontal de velocidad u con respecto al tiempo t en la coordenada P (5.35h_r, 0.90h_r). La curva se compone de 94 datos. Zonas con ejemplos de alta frecuencia (frecuencia 1) se señalan en la figura.

Análisis del grupo de campos vectoriales 1 – 12.

A partir del campo vectorial adquirido 1 se observa la aparición de un vórtice, el cual avanza hacia el punto en donde se están registrando las velocidades. En la campo vectorial adquirido 3, se observa la formación de una estructura de menor tamaño que el vórtice delante del mismo. Esta estructura detiene el avance del vórtice y se inicia una interacción entre ellas, la que se aprecia hasta la campo vectorial adquirido 6. Lo comentado anteriormente permite entender lo que sucede en la gráfica de la figura 4.9, en la que se observan variaciones muy pequeñas en los primeros seis registros de la componente de velocidad u . En los siguientes seis registros (de la campo vectorial adquirido 6 a la 12), la velocidad u disminuye rápidamente, alcanzando un mínimo en el tiempo de 0.73 s (punto 12 sobre la gráfica de la figura 4.9). Lo que sucede es que el vórtice empieza a avanzar y a

medida que su centro se acerca al punto de referencia, la magnitud de la velocidad u disminuye (ver figura 4.10 y 4.11). A partir de la campo vectorial adquirido 13 (ver figura 4.12), ya el centro del vórtice ha pasado por el punto de referencia y la magnitud de la velocidad u empieza a incrementarse. En la campo vectorial adquirido 20 el vórtice se ha integrado al flujo de alta velocidad y se observa el avance de un segundo vórtice.

En caso de que los vórtices no cambiaran su forma conforme avanzan dentro de la zona de recirculación (cosa que no sucede en la realidad), de tal forma que su centro se mantuviera siempre a una misma altura con respecto al fondo, el registro de la componente horizontal de velocidad u en el tiempo tendría forma senoidal, es decir, la gráfica mostrada en la figura 4.9 sería una curva cuya forma representaría las crestas y valles de una onda. Bajo esta situación sería muy sencillo conocer la frecuencia de paso de vórtices por un punto previamente seleccionado y para diferentes valores de número de Reynolds. En el siguiente análisis se podrá entender la complejidad de la dinámica de los vórtices.

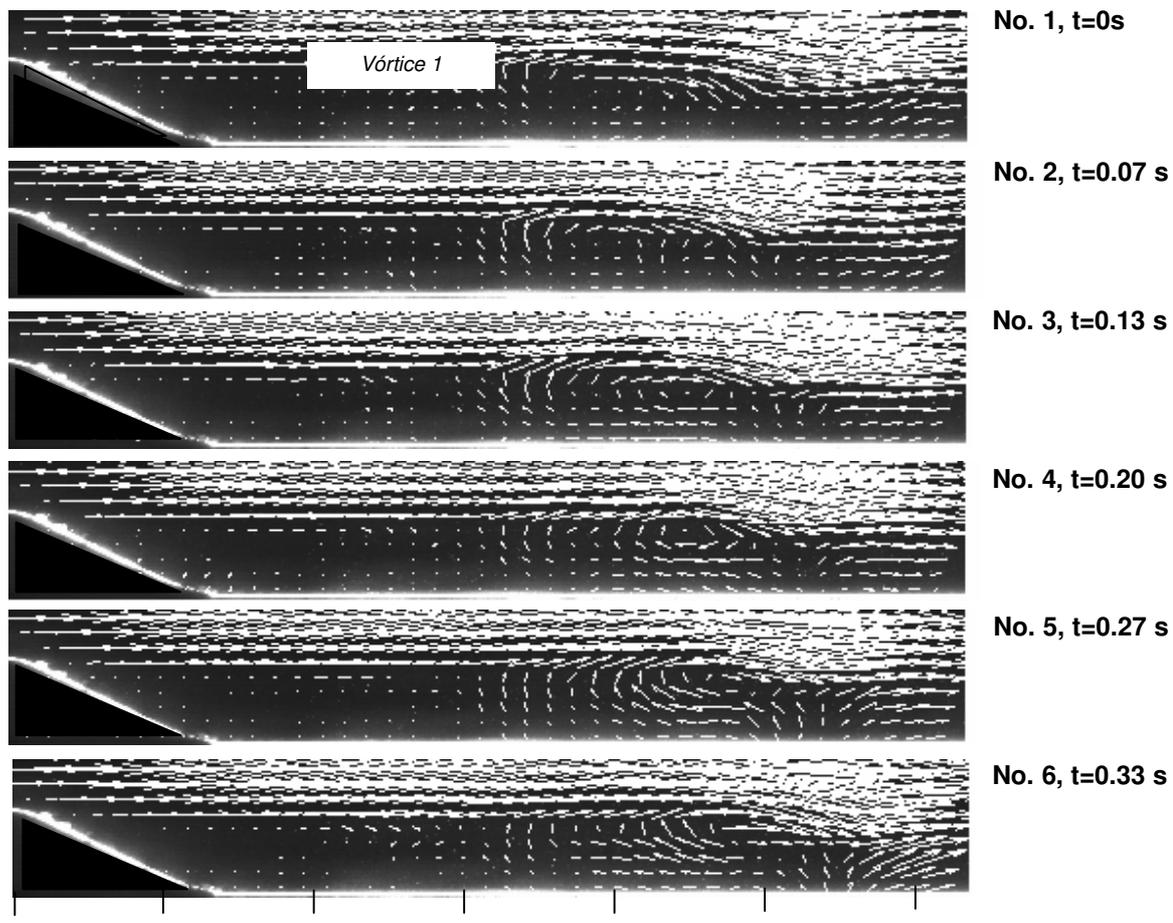


Figura 4.10: Campos vectoriales bidimensionales de velocidad. Imágenes 1 – 6.

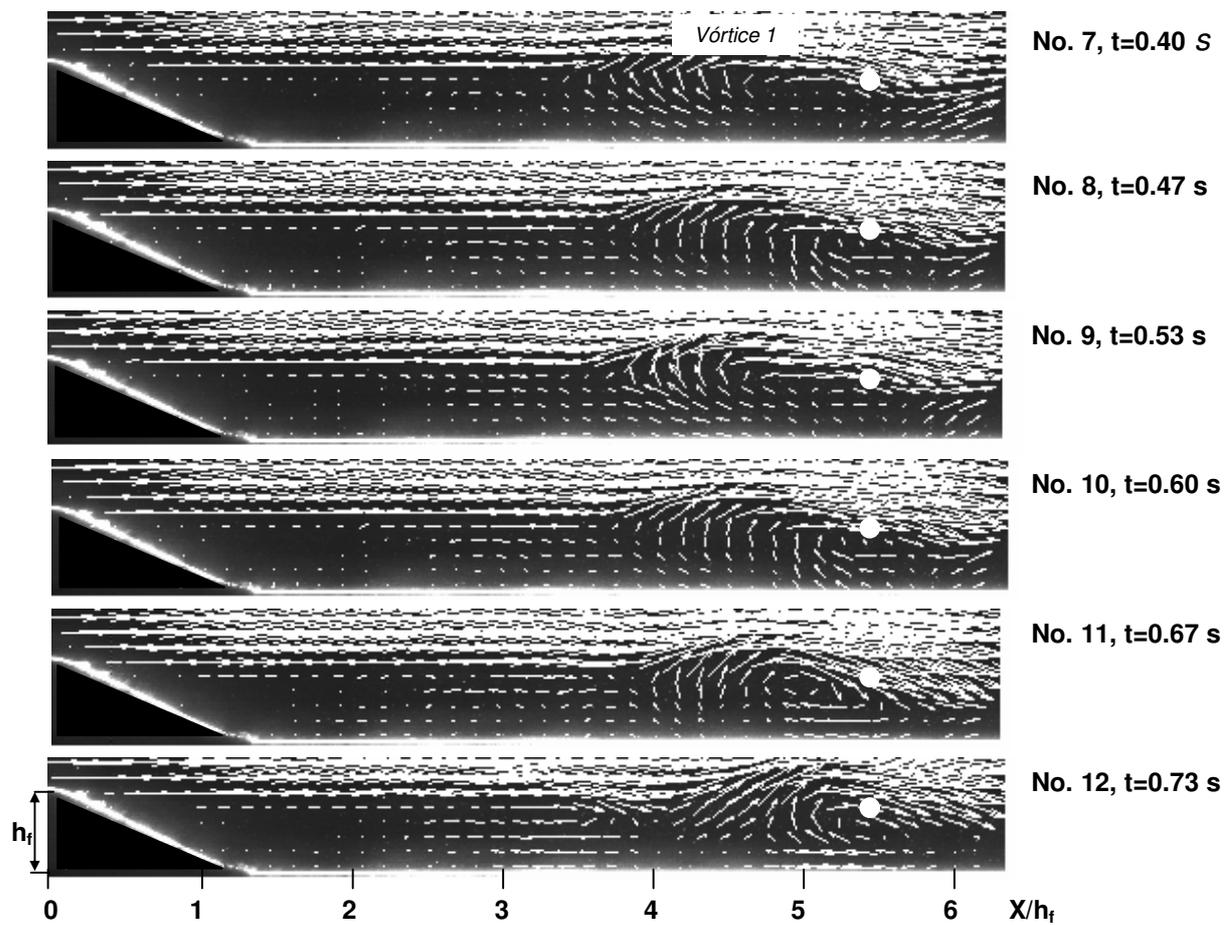


Figura 4.11: Campos vectoriales bidimensionales de velocidad. Imágenes 7 – 12.

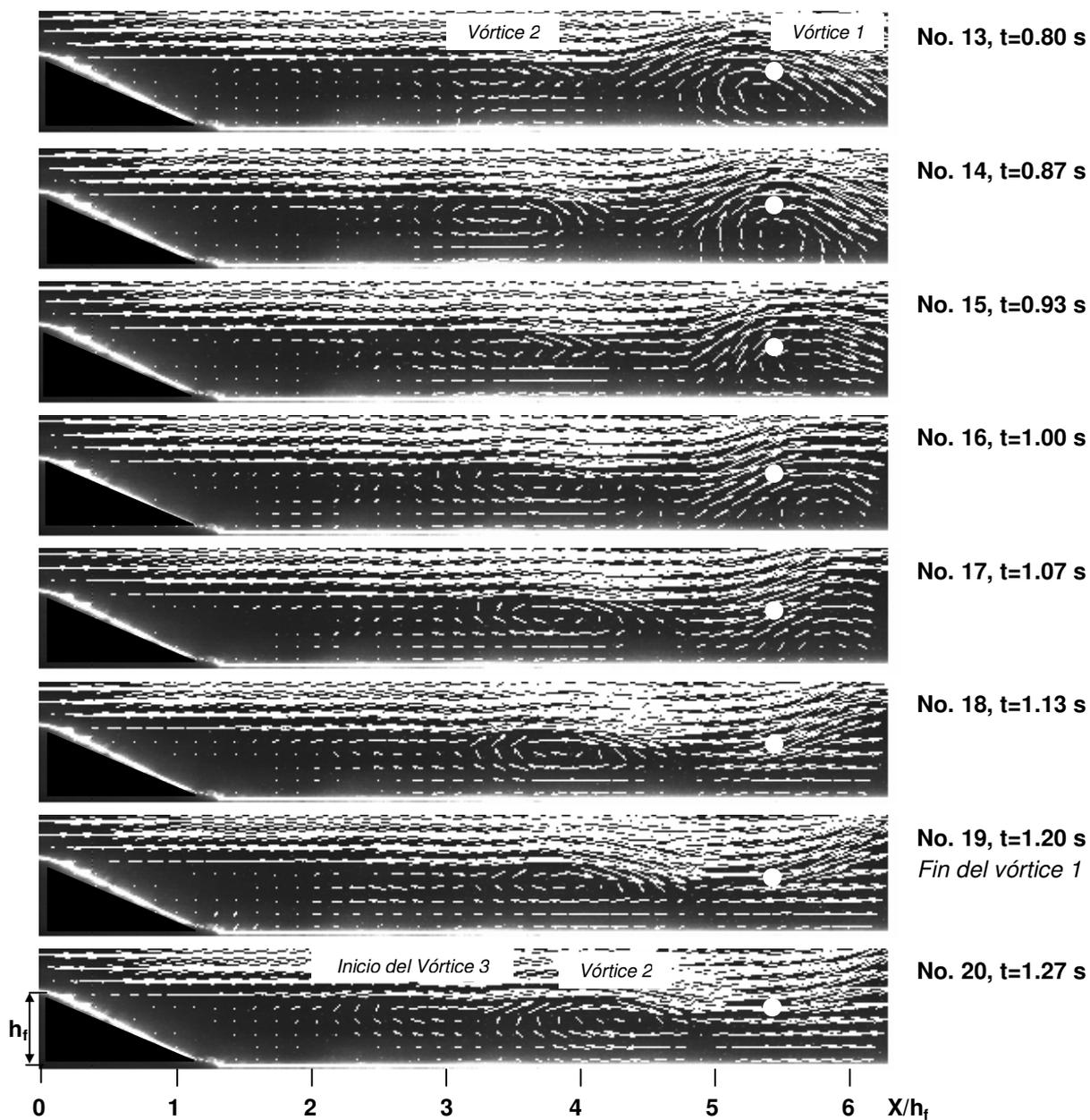


Figura 4.12: Campos vectoriales bidimensionales de velocidad. Imágenes 13 – 20.

Análisis del grupo de campos vectoriales 21 – 28.

A partir de la campo vectorial 21 (ver figura 4.13) se aprecia el avance de un vórtice bien definido (vórtice 2) con centro en $(4.1h_f, 0.6h_f)$ y el inicio de la formación de otro más cerca de la forma de fondo (vórtice 3) con centro en $(3h_f, 0.85h_f)$. Hasta la campo vectorial adquirido 24 el centro del vórtice 2 se ha desplazado $0.2h_f$ en la dirección horizontal. De acuerdo con lo que se observa en la gráfica y las imágenes correspondientes en la figura 4.13, cuando el punto de referencia se localiza fuera del área de influencia del vórtice, la componente horizontal de velocidad u no cambia tanto como en el análisis realizado a las imágenes 6 a la 12. Cuando el contorno del vórtice 2 está próximo al punto de referencia, la velocidad u aumenta, luego disminuye a medida que el centro del vórtice se acerca al punto y más tarde se incrementa hasta que el punto de referencia queda por fuera del área de influencia del vórtice. Lo anterior se refleja en la gráfica de la figura 4.9. Sin embargo, observando cuidadosamente la campo vectorial adquirido 28 es posible notar que el vórtice 2 se ha hecho más pequeño y que el punto de referencia donde se están registrando las velocidades queda prácticamente por encima del vórtice, cuando lo esperado era que coincidiera con el centro del mismo. También se esperaba que en el instante de tiempo en que ambos puntos coincidieran, se registrara un mínimo de velocidad en la gráfica de la figura 4.9 y lo que se presenta es un máximo. En la gráfica de la figura 4.14 se muestra la variación de la componente de velocidad u como función del tiempo entre las imágenes 21 – 28 solamente, en la posición indicada con el punto blanco en la figura 4.13; se ha trazado una línea de tendencia. Entonces, la idea de elaborar este tipo de gráficas de velocidad como función del tiempo para la detección de paso de vórtices y de allí su frecuencia, no es conveniente porque los resultados se verán afectados por la compleja dinámica de estas estructuras. En la gráfica de la figura 4.16 se muestra cómo varían en el tiempo las coordenadas del centro de este vórtice, pudiendo notarse como en la dirección vertical, el centro del vórtice está cada vez más cerca del fondo hasta que se desprende. Por otra parte, es posible que cuando se presente un mínimo de velocidad en la gráfica, éste corresponda a un punto silla y no a un centro de vórtice. Tal como se propuso en

el capítulo de Métodos de Análisis, lo más recomendable es fijar una distancia a partir del origen de la campo vectorial adquirido y registrar las velocidades para cada tiempo y diferentes alturas; luego aplicar el criterio del valor mínimo de la parábola p a cada perfil de velocidades en combinación con otros criterios tales como el del Jacobiano y/o el propuesto por Jeong y Hussain (1995) para detectar el paso de los vórtices. Es probable que la formación del vórtice 3 influya en el lento desplazamiento del vórtice 2. En el campo vectorial adquirido 25 se aprecia claramente la interacción entre el vórtice 2 y el vórtice 3, en la cual hay transferencia de fluido del primer al segundo vórtice. Para observar esto en detalle se ha ampliado un sector de ese campo vectorial adquirido, lo cual se muestra en la figura 4.15. La campo vectorial adquirido 28 muestra que el vórtice 3 está ya bien desarrollado.

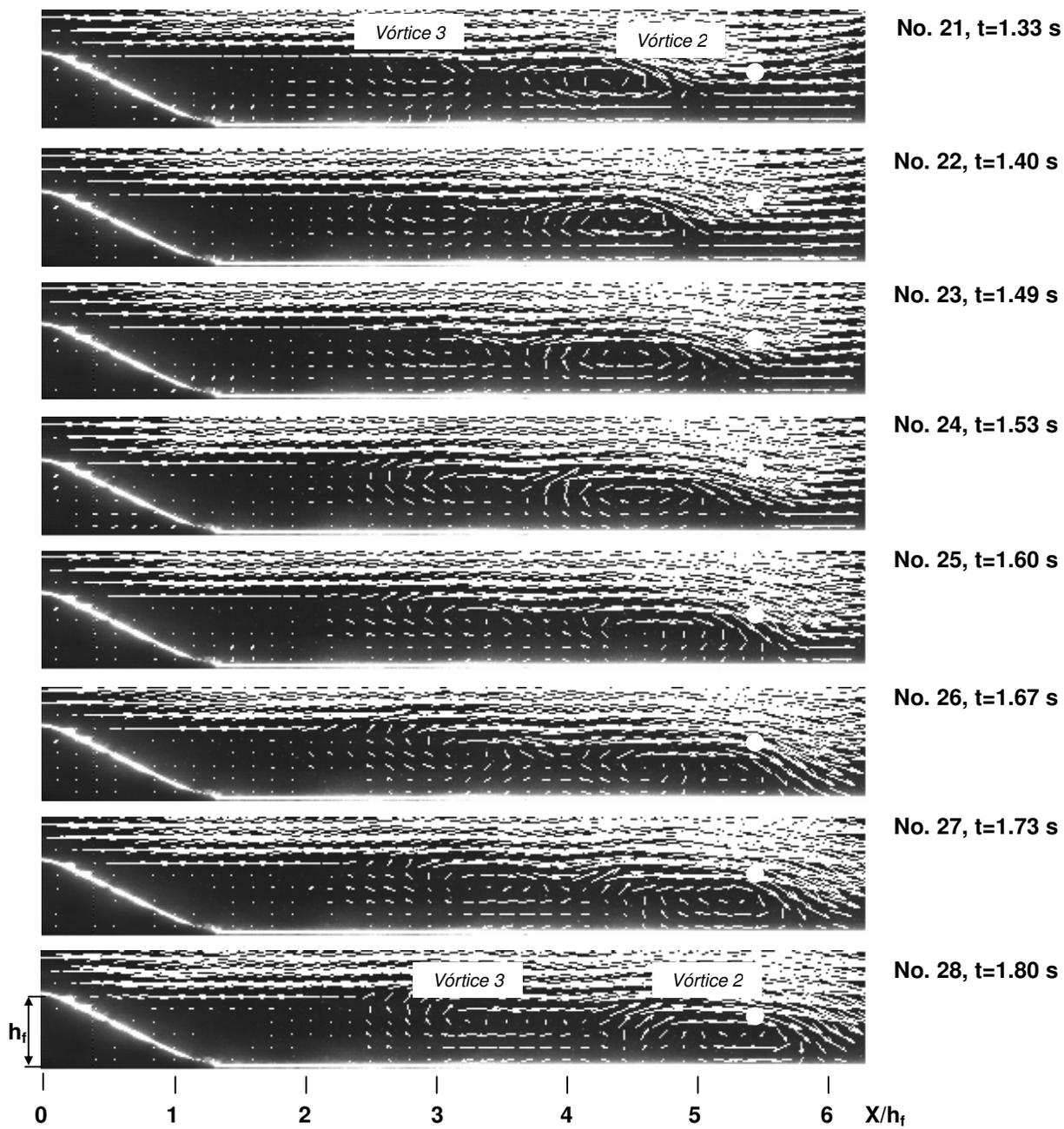


Figura 4.13: Campos vectoriales bidimensionales de velocidad. Imágenes 21 – 28.

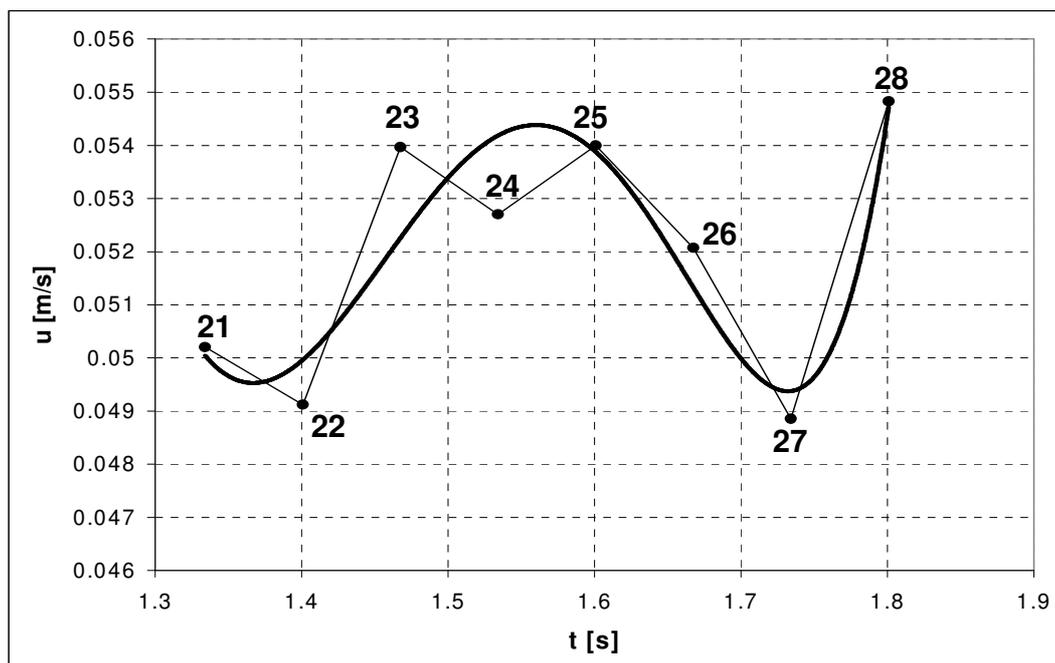


Figura 4.14: Gráfica de la componente de velocidad u como función del tiempo (imágenes 21 – 28) en la posición indicada con el punto blanco en la figura 4.9. Se ha trazado una línea de tendencia.

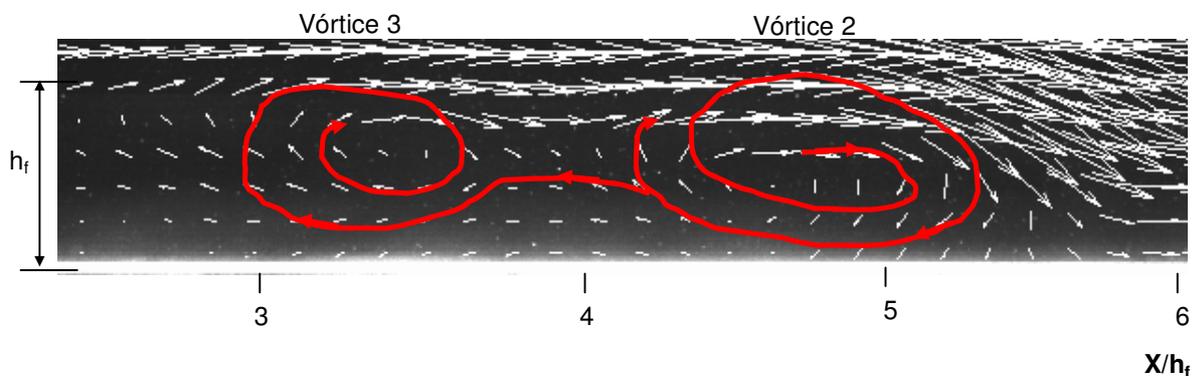


Figura 4.15: Ampliación de la campo vectorial adquirido 25 en la que se puede apreciar la Interacción entre el vórtice 2 y el 3. La línea roja muestra el movimiento del fluido.

4.3.5 Características de los vórtices observados.

La dinámica del desprendimiento de los vórtices es diferente para cada uno de ellos. No es posible definir un patrón característico que se repita regularmente. Se han encontrado variaciones en sus dimensiones iniciales y finales, como también

en la velocidad de avance desde el momento en que empiezan a formarse hasta que se desprenden. En algunas ocasiones, los vórtices permanecen en reposo e interactuando entre ellos mismos. Una vez cesa la interacción, en la cual posiblemente se da un intercambio de fluido, el vórtice más cercano al final de la recirculación, inicia su desprendimiento. La tabla 4.5 resume algunas de las características observadas en los vórtices que se lograron apreciar en la secuencia de 57 campos vectoriales de velocidad (CV); L es el ancho del vórtice y H_v su altura, ambos normalizados con la altura de la duna.

Tabla 4.5: Principales características de algunos vórtices observados.

Vórtice	Dimensiones		Características
	L x H_v		
1	0.93 h_f x 1 h_f (CV 1)	1.3 h_f x 1.3 h_f (CV 14)	Antes de desprenderse, su forma pasa de ovalada a circular y su altura supera la de la forma de fondo. Cuando se está desprendiendo, el vórtice hace un barrido sobre el fondo disminuyendo su tamaño hasta dejar de existir.
2	1.5 h_f x 1 h_f (CV 14)	1.6 h_f x 0.93 h_f (CV 29)	Interacciona con el vórtice 3. Cuando se está desprendiendo, la dirección del vórtice es hacia el flujo de alta velocidad (ver campo vectorial 36, Anexo A). Por momentos se encuentra en reposo.
3	1.7 h_f x 1.1 h_f (CV 29)	1.2 h_f x 1.1 h_f (CV 43)	Su altura supera la de la forma de fondo (ver CV 30). Cuando se desprende, el fluido se dirige hacia el de alta velocidad. Permanece en reposo mientras interactúa con el vórtice 4.
4	1.8 h_f x 1.1 h_f (CV 40)	1.5 h_f x 0.9 h_f (CV 60)	En el CV 35 se observa claramente su formación. Entre el CV 40 y el 43 se observa que se ha desarrollado completamente. En el CV 43 se observa que interacciona con el vórtice 3 y a partir de la imagen 47 empieza a dejar de existir.

4.3.6 Análisis del cambio de posición en el tiempo para uno de los vórtices observados. Campos vectoriales de velocidad 13 – 34, vórtice 2.

La gráfica de la figura 4.16 muestra el cambio en la posición del centro del vórtice 2 como función del tiempo. El intervalo de tiempo entre las posiciones 13 y 31 fue de 1.26 s y el seguimiento hecho al centro del vórtice fue visual, campo de velocidad adquirido por campo de velocidad adquirido. Esta gráfica resulta interesante pues en ella pueden apreciarse eventos particulares relacionados con la dinámica del vórtice 2. El centro del vórtice 2 se desplaza una distancia horizontal de 39 mm y vertical de 2 mm entre los campos de velocidad 13 a la 31 (ver anexo 1). Inicialmente el centro del vórtice se mantiene a la misma altura (campo vectorial adquirido 13 a la 20) y luego tiende a acercarse al fondo. Cuando está cerca de desprenderse, se presenta la menor distancia vertical entre el centro del vórtice y el fondo. Además la forma del vórtice tiende a ser circular. En algunos intervalos de tiempo, por ejemplo entre los instantes 21 y 22 de la serie, el vórtice 2 permanece en reposo. Entre el instante de tiempo 25 y el 26, el vórtice 2 presenta un desplazamiento que supera en casi dos veces a todos los ocurridos en los intervalos de tiempo anteriores. En la figura 4.17 se observa la velocidad u del vórtice 2 antes de desprenderse, entre los mismos intervalos de tiempo analizados para la figura 4.16.

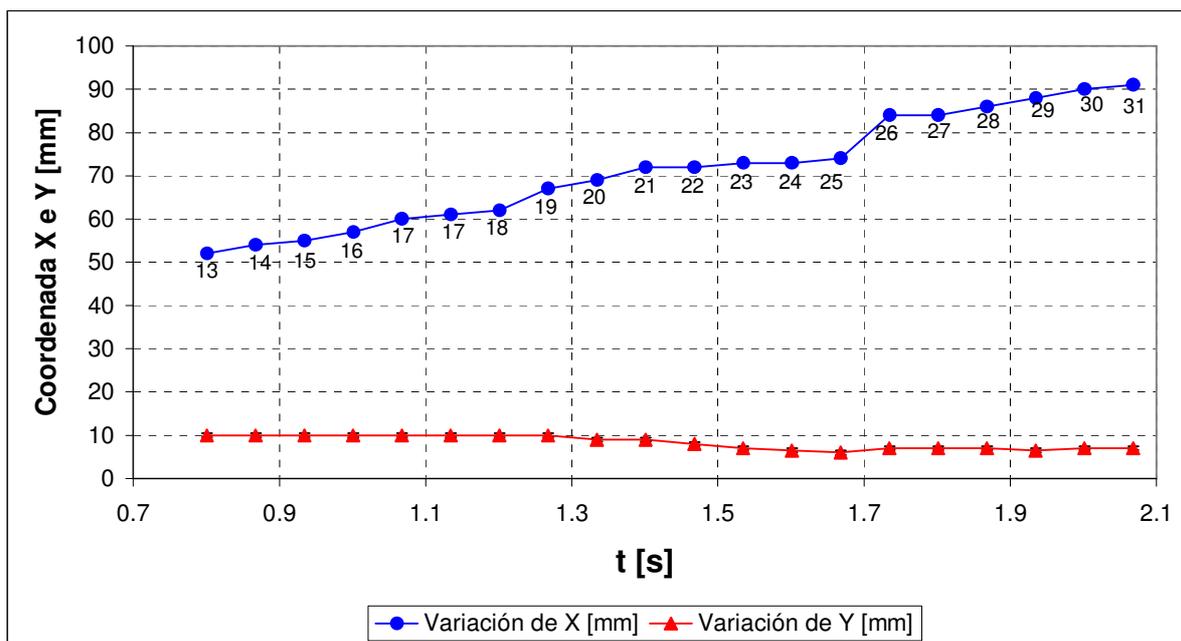


Figura 4.16: Variación en el tiempo de la posición del centro del vórtice 2.

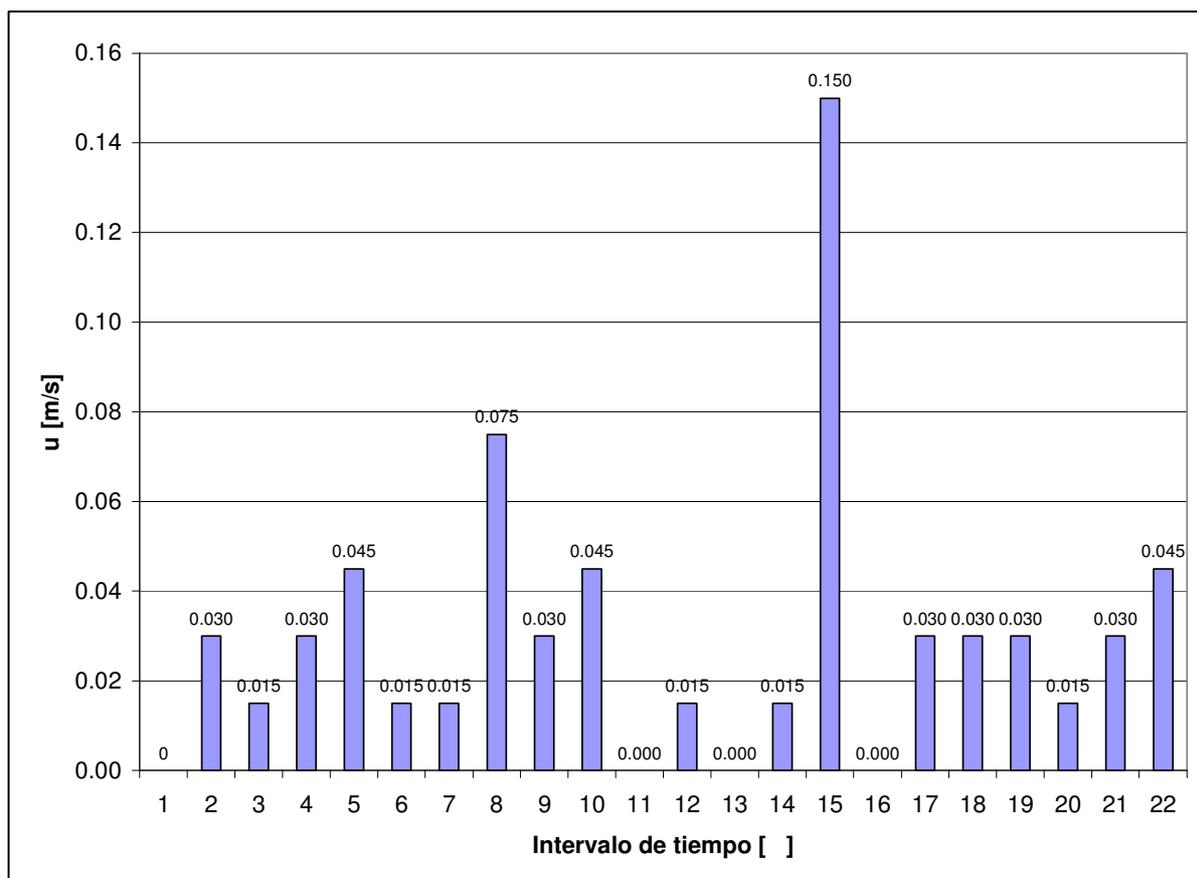


Figura 4.17: Variación de la velocidad u del vórtice 2 entre diferentes intervalos de tiempo antes de desprenderse.

4.3.7 Localización del punto de reencuentro.

Con el fin de conocer la localización del punto de reencuentro se hizo el análisis de los datos de velocidad u en diferentes distancias a la cresta dentro de la zona de recirculación y muy cerca del fondo. La altura se fijó en $0.25 h_f$ y se fueron variando las distancias. El punto de reencuentro se fijó en donde se encontró que el 50 % de la componente de velocidad u es positivo y el otro 50 % negativo.

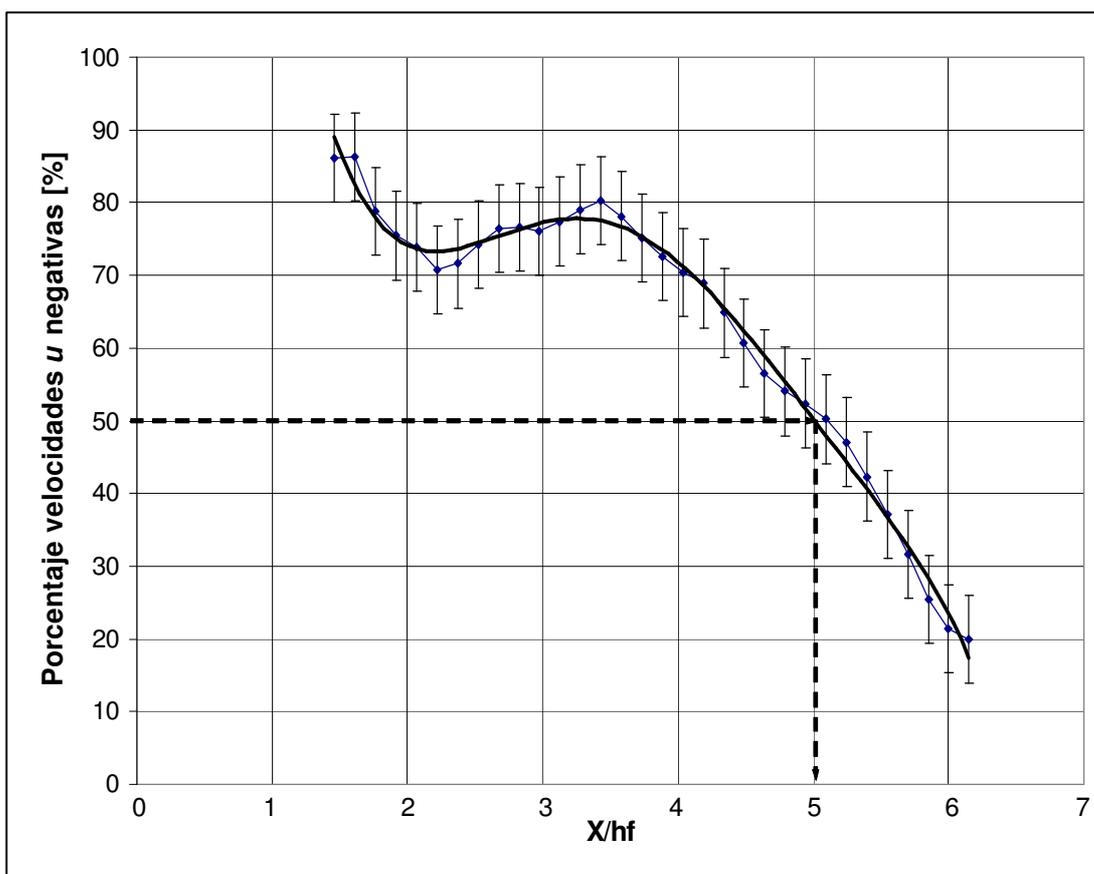


Figura 4.18: Localización del punto de reencuentro, basado en un 50 % de datos de velocidad u negativos.

La figura 4.18 muestra el resultado de promediar la información de tres experimentos, realizados todos bajo las mismas condiciones. Las barras representan la desviación estándar de los datos. Se trazó una curva de tendencia y se observa que el punto medio de reencuentro se localiza a $5h_f$ aproximadamente. Este resultado está de acuerdo con lo observado en las

secuencias de imágenes, pues los vórtices se desprenden luego de pasar por esta coordenada.

En la figura 4.18 llama la atención la forma inicial de la curva de tendencia. La curva inicia con un porcentaje alto de valores de velocidad u negativos, los cuales disminuyen, aumentan y finalmente la tendencia es hacia la baja hasta el final de la recirculación. Se elaboraron las gráficas con los resultados por experimento, tal como se muestra en la figura 4.19 y se pudo verificar que en todas se presenta la misma tendencia.

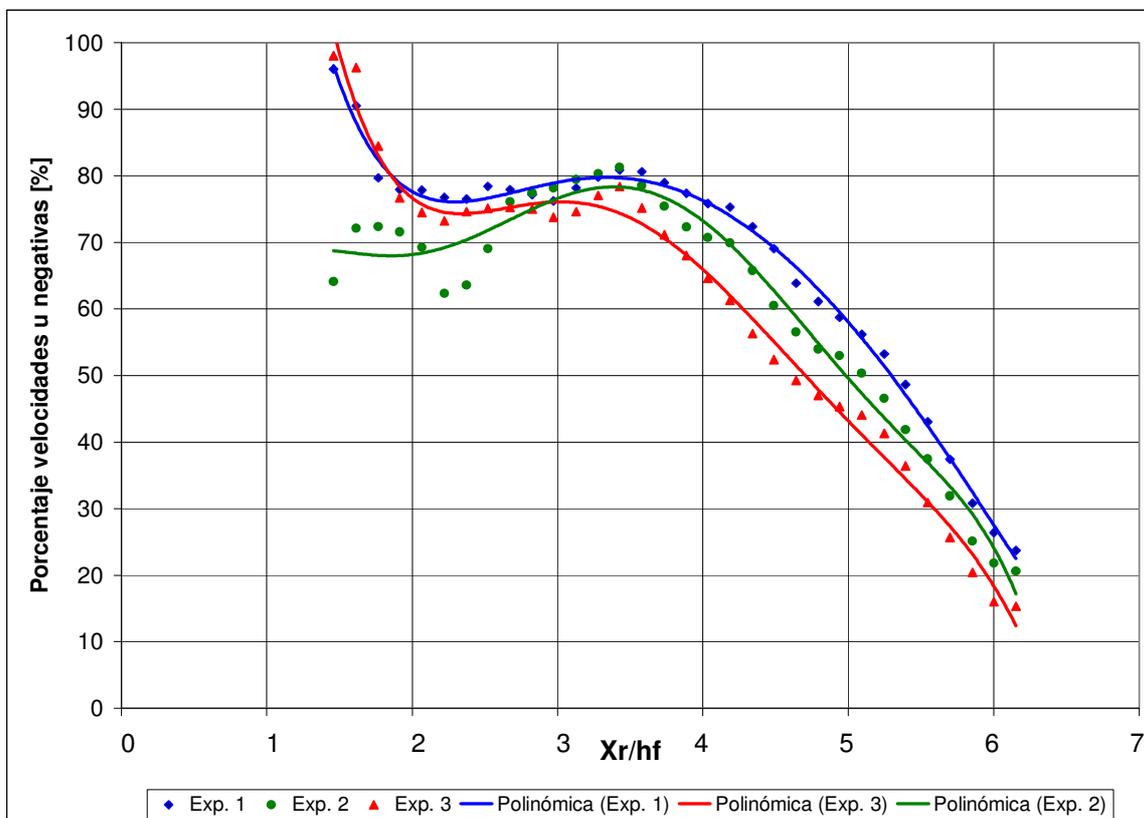


Figura 4.19: Localización del punto de reencuentro, basado en un 50 % de datos de velocidad u negativos, de acuerdo con los resultados de tres experimentos. $Re_D=4000$.

Entre $1hf$ y $3.5hf$ aproximadamente, en donde las curvas tienen este comportamiento característico, se está en una zona de muy baja velocidad dentro de la recirculación y es el lugar donde nacen los vórtices. Una vez formado el

vórtice (a partir de $3.5h_f$) e iniciada su carrera hacia el desprendimiento, el porcentaje de datos de u negativos se hace cada vez menor.

4.3.8 Análisis de frecuencias.

Al igual que en el inciso 4.2.4 se seleccionaron algunos puntos en la zona de recirculación y para cada uno de ellos se obtuvo la historia de velocidad u y de estos datos la transformada de Fourier. En la figura 4.20 se presenta un espectro de frecuencias, en donde también es posible observar que algunas frecuencias (0.15, 0.28 y 0.59 Hz) son dominantes, pero tal como se había comentado antes, no se puede deducir a qué tipo de estructuras corresponden. Las series de datos de velocidad analizadas se obtuvieron a $3.13h_f$, para un Re_D de 3033.

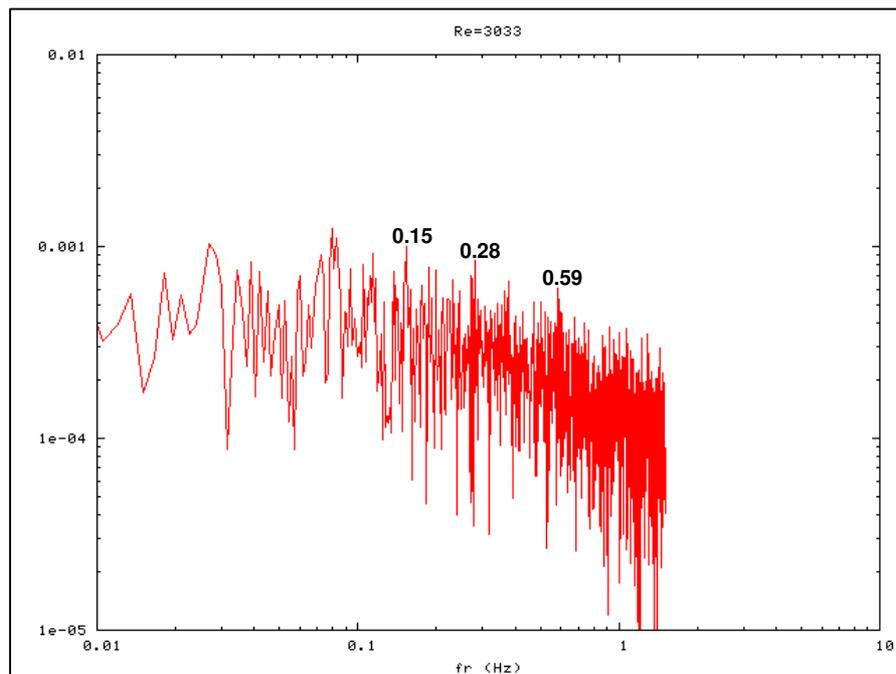


Figura 4.20: Espectro de frecuencias para una serie de datos de velocidad en la coordenada $(3.13h_f, 0.49h_f)$ del fondo. $Re_D=3033$.

4.4 Análisis de paso de vórtices a partir de la información en un punto.

4.4.1 Comparación del flujo entre el canal del CIE y el canal pequeño.

A partir de este punto los resultados se obtuvieron en el canal pequeño descrito en la sección 2.2. El cambio a un canal de menores dimensiones fue necesario para posteriormente poder llevar a cabo los experimentos de flujo bifásico y tener datos similares en flujo unifásico. Mientras que en el canal del CIE los requerimientos de partículas sólidas eran del orden de 1 Kg, para el canal pequeño fueron de una décima parte de esa cantidad. Fue muy difícil conseguir partículas con densidad similar a la del agua a un costo razonable.

Se hicieron tres experimentos para flujo unifásico con Re_D de 672, 1333 y 2032. La velocidad característica empleada para el cálculo del Re_D se midió 25 cm aguas arriba de la forma de fondo, en el plano central ($Z=0$) y a 1 mm por debajo de la superficie libre.

En total se emplearon 60 l de agua. Se añadieron trazadores al flujo, los cuales fueron partículas de vidrio huecas con diámetro medio de 10 μm y densidad neutra. En la tabla 4.6 se resumen algunos parámetros experimentales.

Tabla 4.6: Parámetros experimentales.

	<i>Experimento</i>		
	1	2	3
h [mm]	13 \pm 2	15 \pm 2	17 \pm 2
V [m/s]	0.042 \pm 0.003	0.07 \pm 0.012	0.08 \pm 0.008
Re_D	672	1,333	2,032
Re_h	888	1,555	2,666

4.4.2 Particularidades en el procesamiento de imágenes adquiridas con el PIV para los diferentes números de Reynolds.

Para el número de Reynolds de 672, el tamaño de las áreas de interrogación fue de 128 x 128 píxeles, con una superposición del 75 % horizontal y verticalmente. Para el segundo y tercer número de Reynolds se aplicó una correlación adaptativa. En el segundo Reynolds las áreas de interrogación iniciales fueron de 256 x 256 píxeles hasta llegar a 64 x 64 píxeles, superpuestas un 50 % horizontal y verticalmente. Para el tercer Reynolds el análisis se inició con áreas de interrogación de tamaño 512 x 512 píxeles y se finalizó con áreas de 64 x 64 píxeles, superpuestas un 50 % horizontal y verticalmente. Otras rutinas de análisis que se aplicaron en los tres casos fueron la validación de picos y de promedios móviles; finalmente se hizo un filtrado. De igual forma, todas las imágenes fueron enmascaradas, cubriéndose las zonas de no interés. La relación de picos fue de 1.2 siguiendo el criterio de Adrian (1992). En la aplicación de la validación por promedios móviles se empleó un tamaño de vecindad de 3 x 3 áreas de interrogación y un factor de aceptación de 0.1. En el proceso de filtrado también se seleccionó el área de vecindad de 3 x 3 áreas de interrogación.

Las velocidades características U_0 se obtuvieron seleccionando los tiempos entre pulsos del láser y entre pares de imágenes que se indican en la tabla de datos 4.7.

Tabla 4.7: Tiempos característicos empleados en el PIV.

	<i>Experimento</i>		
	1	2	3
Tiempo entre pulsos del láser [μs] (recirculación)	5,000	5,000	4,500
Tiempo entre pulsos del láser [μs] (antes de la forma de fondo)	2,000	1,500	1,500
Tiempo entre pares de imágenes [ms]	0.067	0.067	0.067

4.4.3 Comparación del flujo entre el canal del CIE y el canal pequeño.

Se presenta a continuación un análisis similar al del inciso 4.3.4 con el fin de verificar que el comportamiento del flujo en el canal pequeño tiene un comportamiento similar al del canal del CIE. La dirección del flujo es de izquierda a derecha.

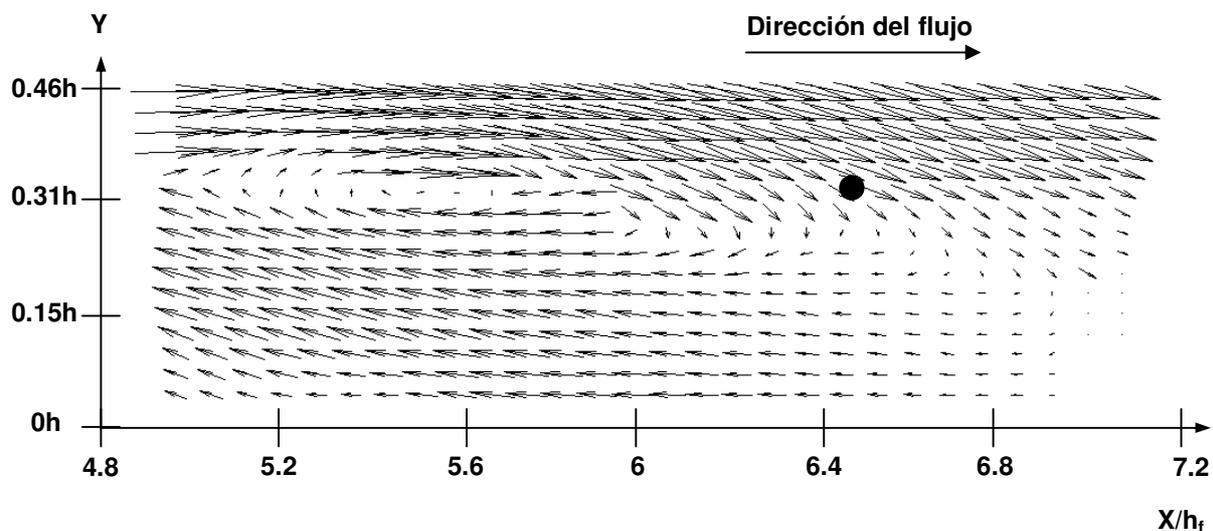


Figura 4.21: Campo vectorial de velocidades que muestra el desarrollo de un vórtice. Se señala con un punto negro la coordenada $P(6.43h_f, 0.31)$. $Re_D=672$.

En la figura 4.21 se puede apreciar un campo vectorial resultado de la adquisición y análisis de un par de imágenes adquiridas con PIV en el canal pequeño, aguas abajo de la forma de fondo, para el primer valor de número de Reynolds analizado y que fue de 672^2 . En la mitad izquierda del campo vectorial adquirido se aprecia un vórtice y sobre él un flujo uniforme. La forma de fondo no fue captada dado que la cámara se acercó a la pared lateral del canal; con esto, se logró hacer más grande la zona de observación.

² Número adimensional de Reynolds calculado de acuerdo con el criterio de Armaly *et al.* (1983).

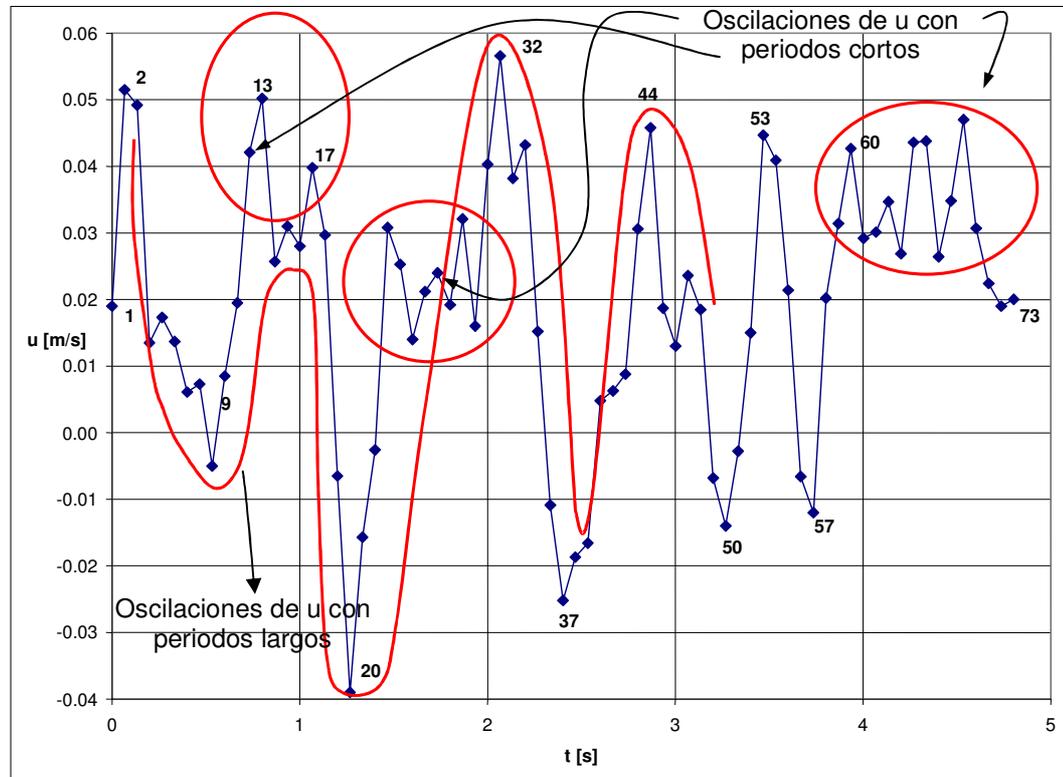


Figura 4.22: Variación de la componente horizontal de velocidad u con respecto al tiempo t en la coordenada P (6.43h_r, 0.31). La curva se compone de 73 datos y en ella se señalan zonas de alta frecuencia (frecuencia 1).

En la gráfica de la figura 4.22, al igual que en la mostrada en la figura 4.9, también puede observarse la tendencia de la velocidad a oscilar con al menos dos frecuencias que se pueden distinguir claramente y que se señalan.

El comportamiento de esta gráfica está asociado a la dinámica de los vórtices que se desarrollan en la zona de recirculación y para su mejor comprensión se hace necesario comparar cada punto de la curva con la respectiva campo vectorial adquirido de donde fue calculado. Se propone realizar un análisis por grupos tal como se llevó a cabo en el inciso 4.3.4. A manera de ejemplo se analizarán las primeras 21 imágenes. En cada una de ellas se señala con un punto negro la coordenada de la cual se extrajeron los datos de velocidad.

Análisis del grupo de imágenes 1 - 9

El campo vectorial que se muestra en la figura 4.21 corresponde al primer instante de tiempo de la gráfica 4.22. En esta gráfica se observa un incremento inicial de la velocidad u (entre el primer y el segundo instante de tiempo) y luego un decremento hasta el noveno instante de tiempo. Desde el primer instante de tiempo que se está analizando (ver figura 4.21) se observa la presencia de un vórtice, el cual avanza cambiando su forma y tamaño. Inicialmente, el vórtice es ovalado y alargado, con centro aproximadamente en $(5.54h_f, 0.31h)$. En el campo vectorial No. 3 (figura 4.23), el vórtice se ha acercado al fondo y su centro tiene coordenadas aproximadamente en el punto $(6.20h_f, 0.25h)$. En los campos vectoriales 4 y 5 (figura 4.23), se observa que el vórtice rompe y empieza a integrarse al flujo de alta velocidad. En el campo vectorial No. 6 (figura 4.24) el flujo se ha reorganizado y nuevamente se aprecia la presencia de un vórtice, el cual avanza hasta que en el campo vectorial No. 8 (figura 4.24) se integra al flujo de alta velocidad. La componente de velocidad u disminuye en magnitud dado que el vórtice se acerca al punto de referencia en el cual se están registrando las velocidades (gráfica de la figura 4.20). En el campo vectorial No. 9 (figura 4.24) también se aprecia la aproximación de un punto silla en la mitad izquierda del campo vectorial.

Análisis del grupo de imágenes 9 - 20

Entre los campos vectoriales 9 y 13 (figuras 4.24 y 4.25) se puede observar que un nuevo vórtice comienza a acercarse (desde el extremo izquierdo) al punto de referencia. La velocidad u se incrementa, para luego empezar a decrecer a partir del campo vectorial No. 14 (figura 4.26), cuando el vórtice se puede observar en su totalidad y su centro está más próximo del punto de referencia. En el campo vectorial No. 16 (figura 4.26) se observa que el vórtice se alarga y se aplanan, en el siguiente se deforma y su centro ya no es claro, y en las siguientes el vórtice ya rompió y se aprecia un flujo con un comportamiento complejo.

Tal como se comentó en el inciso 4.3.4 (Análisis general y detección de vórtices), la compleja dinámica de las estructuras observadas no permite que el tipo de gráficas como la mostrada en la figura 4.17 sea adecuada para la detección de paso de vórtices y de allí su frecuencia. Por otra parte, esta situación en el canal pequeño es equivalente a lo observado en el análisis de datos obtenidos del canal del CIE.

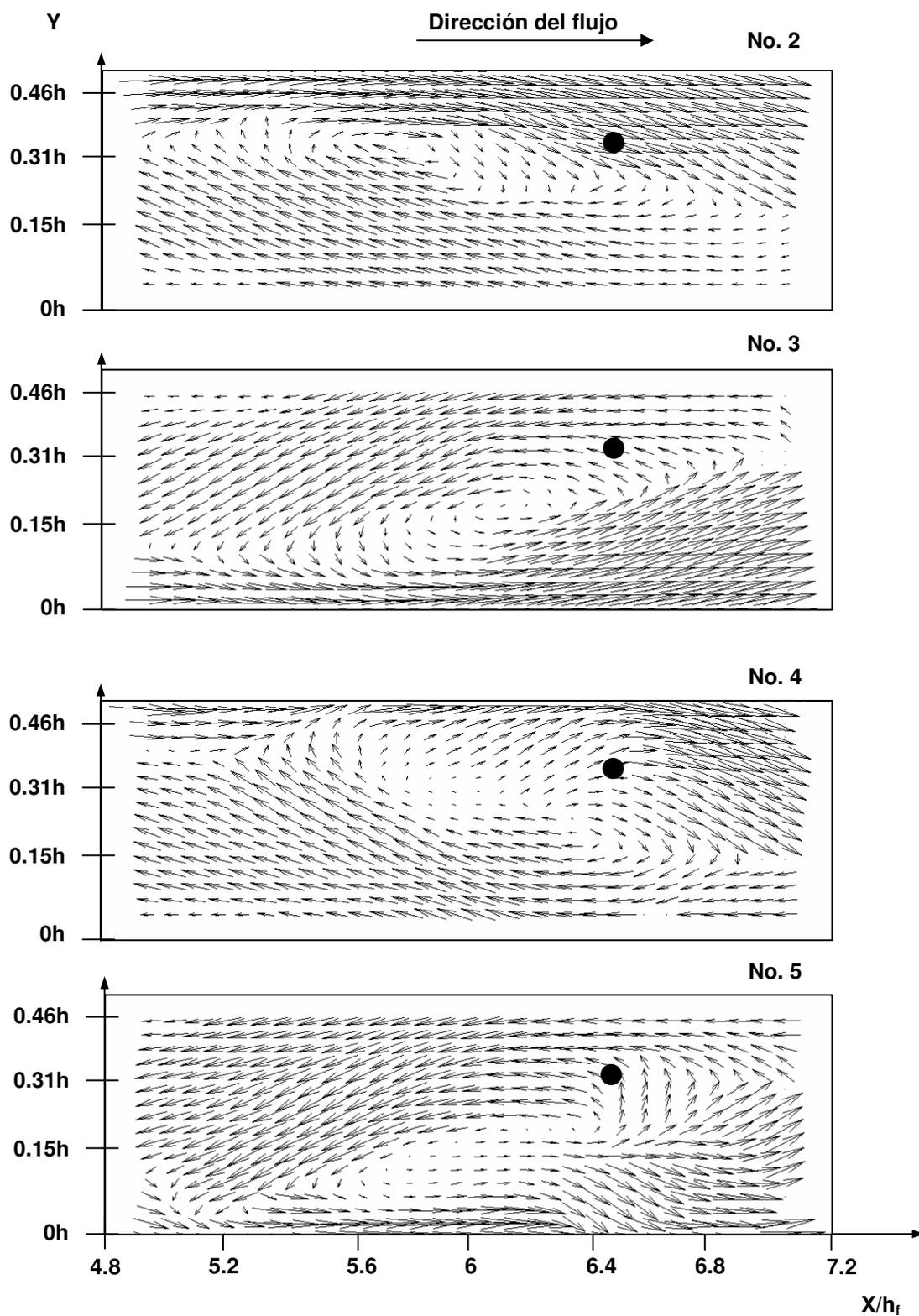


Figura 4.23: Campos vectoriales bidimensionales de velocidad. Imágenes 2 - 5.
Se señala con un punto negro la coordenada P ($6.43h_f$, $0.31h$). $Re_D=672$.

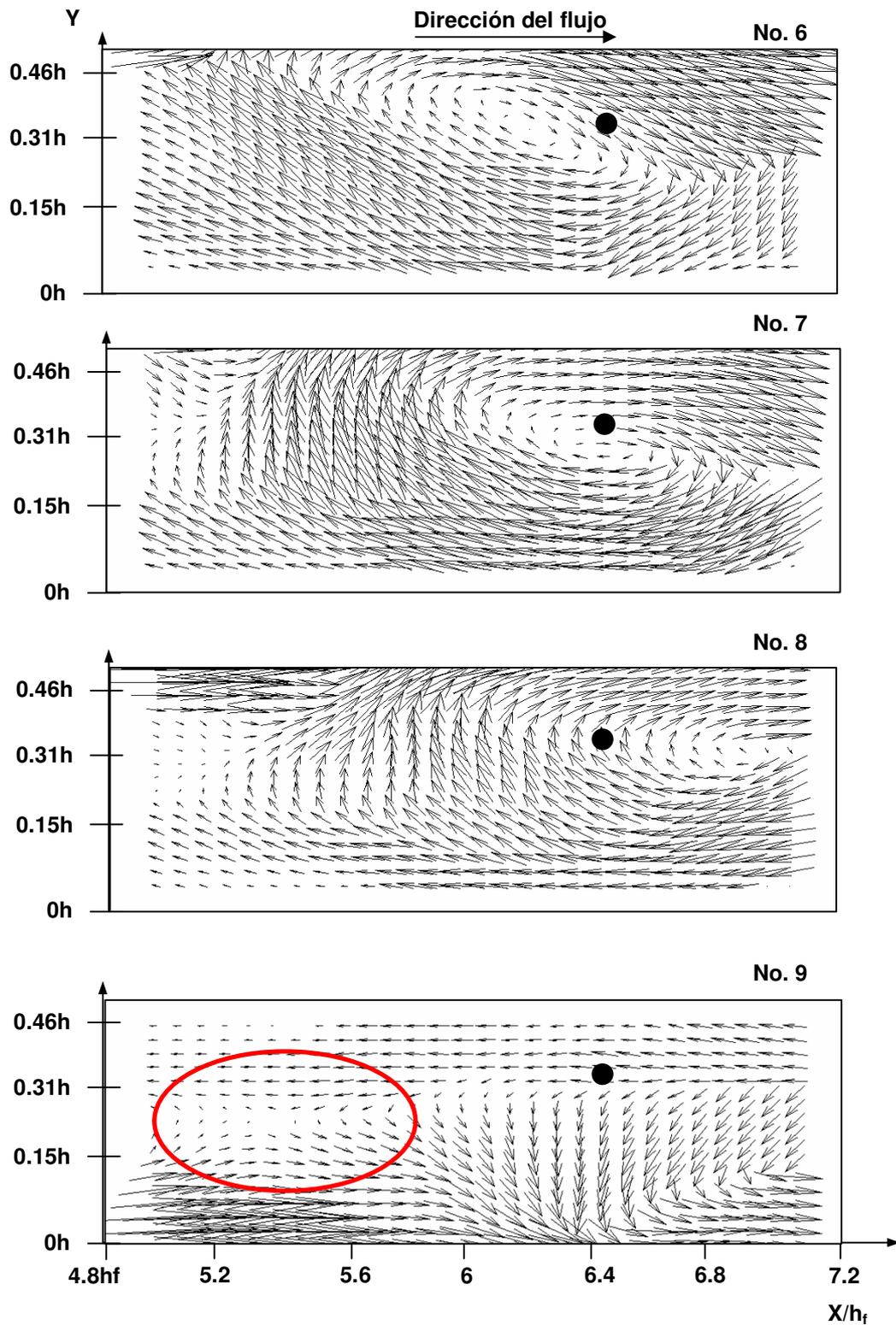


Figura 4.24: Campos vectoriales bidimensionales de velocidad. Imágenes 6 - 9. Se señala con un punto negro la coordenada P ($6.43h_f$, 0.31). $Re_D=672$. Con un círculo se resalta un posible punto silla.

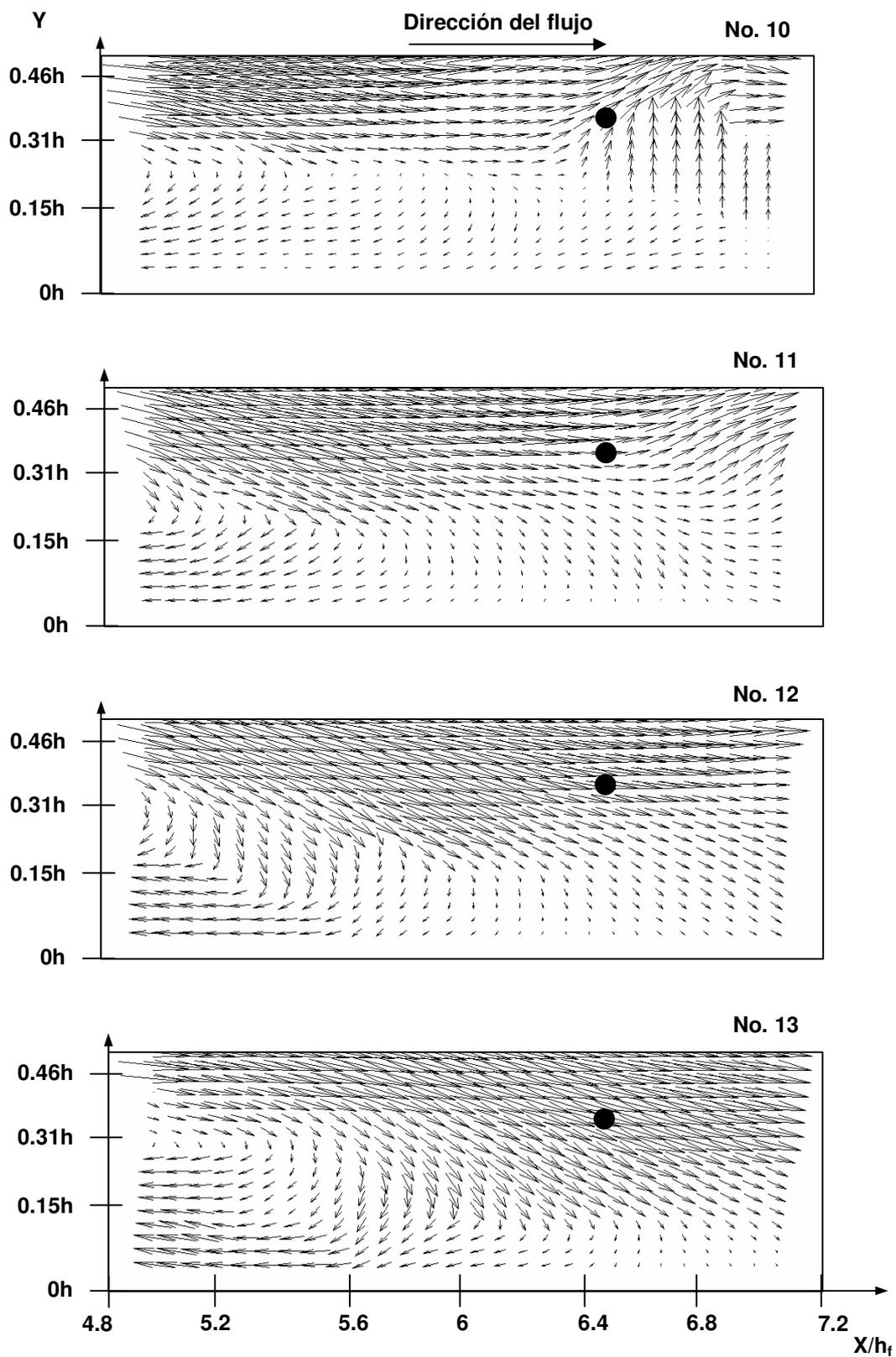


Figura 4.25: Campos vectoriales bidimensionales de velocidad. Imágenes 10 - 13.
Se señala con un punto negro la coordenada P (6.43h_f, 0.31). Re_D=672.

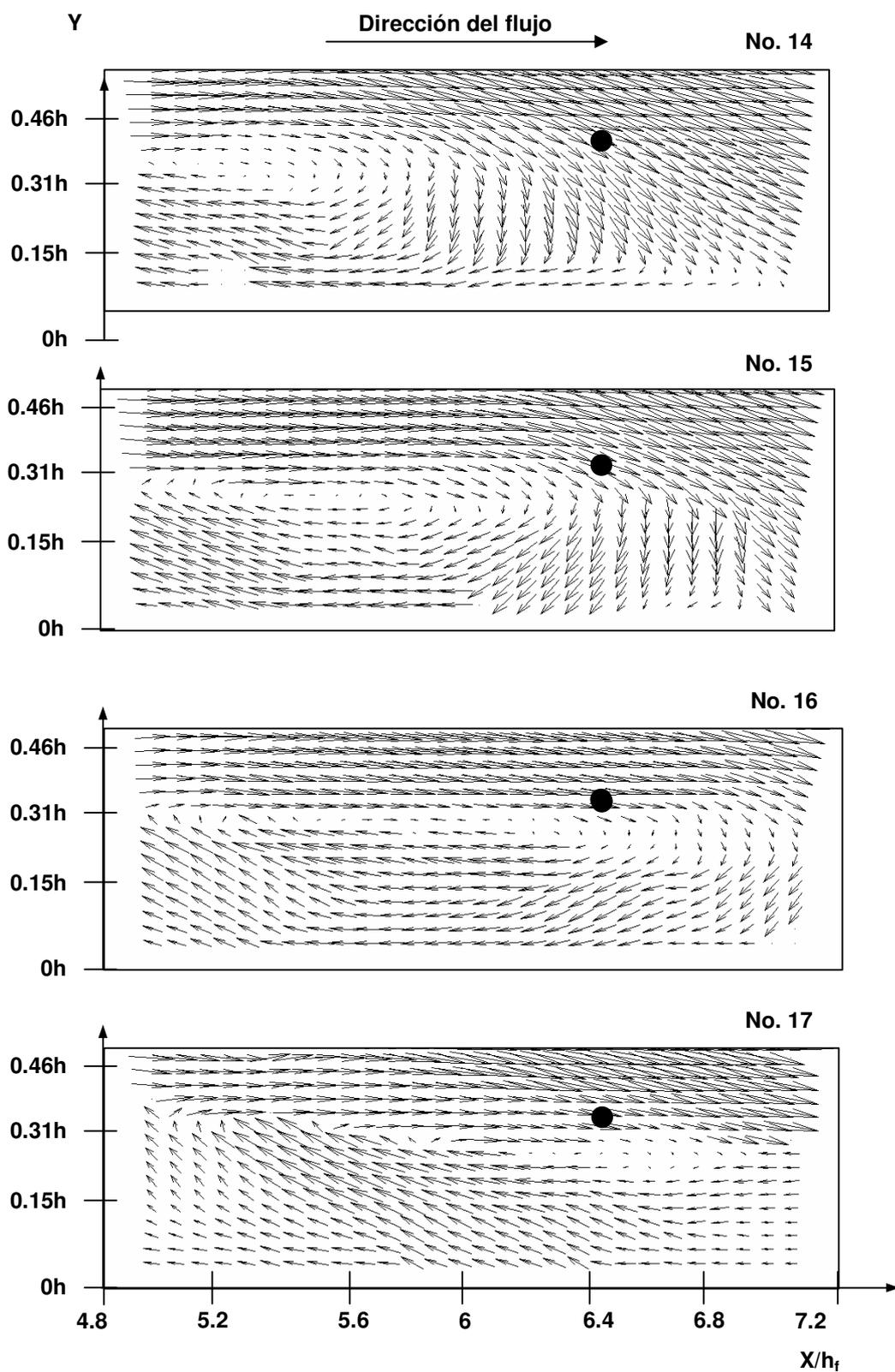


Figura 4.26: Campos vectoriales bidimensionales de velocidad. Imágenes 14 - 17. Se señala con un punto negro la coordenada $P(6.43h_f, 0.31)$. $Re_D=672$.

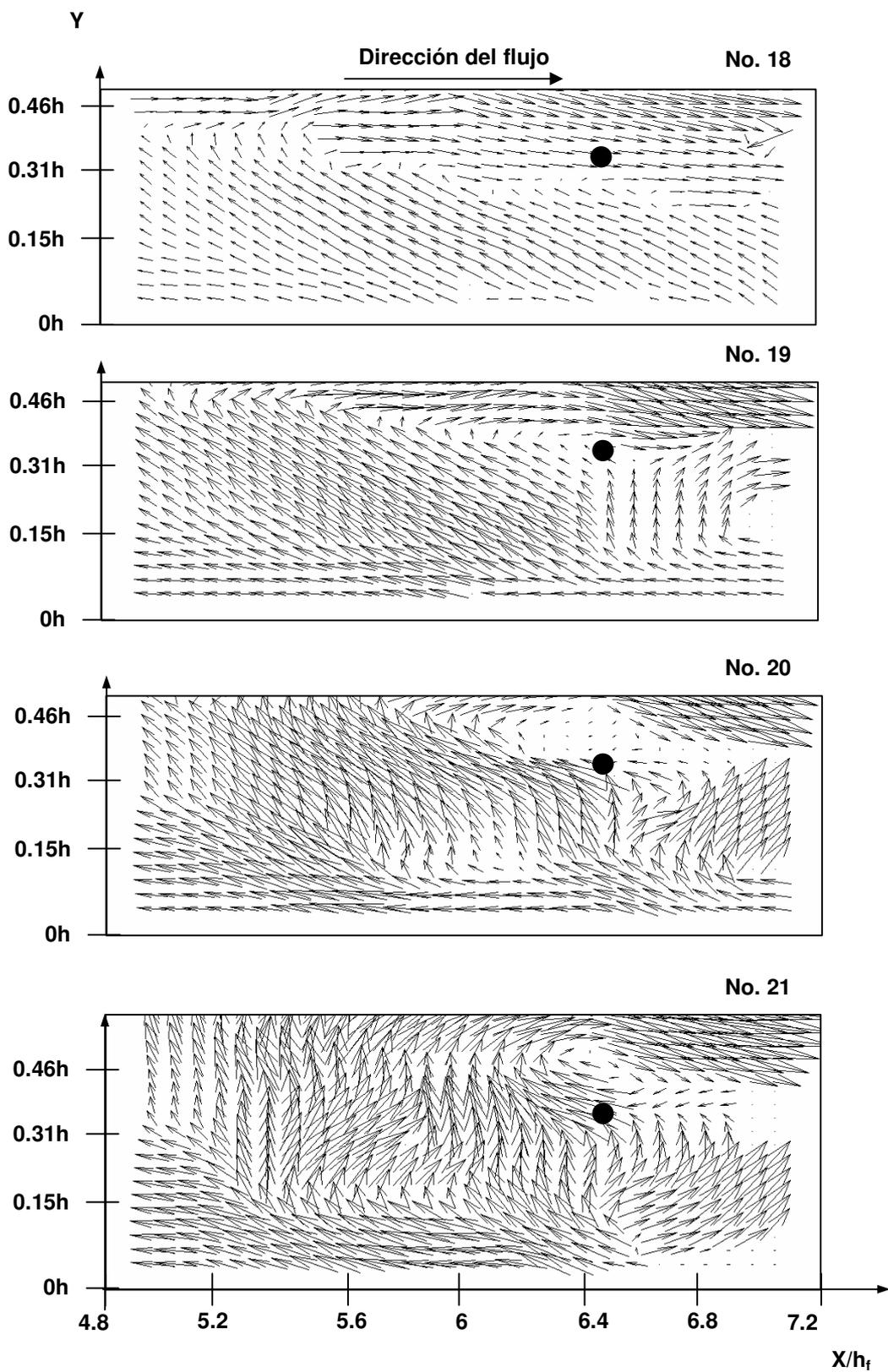


Figura 4.27: Campos vectoriales bidimensionales de velocidad. Imágenes 18 - 21. Se señala con un punto negro la coordenada $P(6.43h_f, 0.31)$. $Re_D=672$.

4.4.4 Localización del punto de reencuentro.

Para cada valor de número de Reynolds se determinó la longitud de la zona de recirculación. El criterio empleado fue seleccionar puntos cerca del fondo e ir verificando en cual de ellos el 50 % de las componentes de velocidad horizontales son positivas y el restante 50 % negativas, a medida que se está más lejos de la forma de fondo.

A manera de ejemplo se realizó un análisis similar al que se presenta en el inciso 4.3.7, con datos obtenidos del experimento 2 ($Re_D=1333$; sin partículas sólidas). De los campos de velocidad obtenidos con el programa FlowManager 3.5 del PIV se extrajeron los datos de velocidad a una altura fija de 3.54 mm y diferentes distancias. La figura 4.28 muestra un gráfico con los porcentajes de velocidad positivos y negativos. Se trazaron curvas de tendencia y se obtuvo que el punto de reencuentro se localiza a una distancia $X_r=(7.0\pm 0.5) h_f$ aproximadamente. Este mismo procedimiento se aplicó para los otros dos experimentos sin partículas, para $Re_D=672$, $X_r=(7.66\pm 0.5) h_f$ y para $Re_D=2032$, $X_r=(6.36\pm 0.5) h_f$

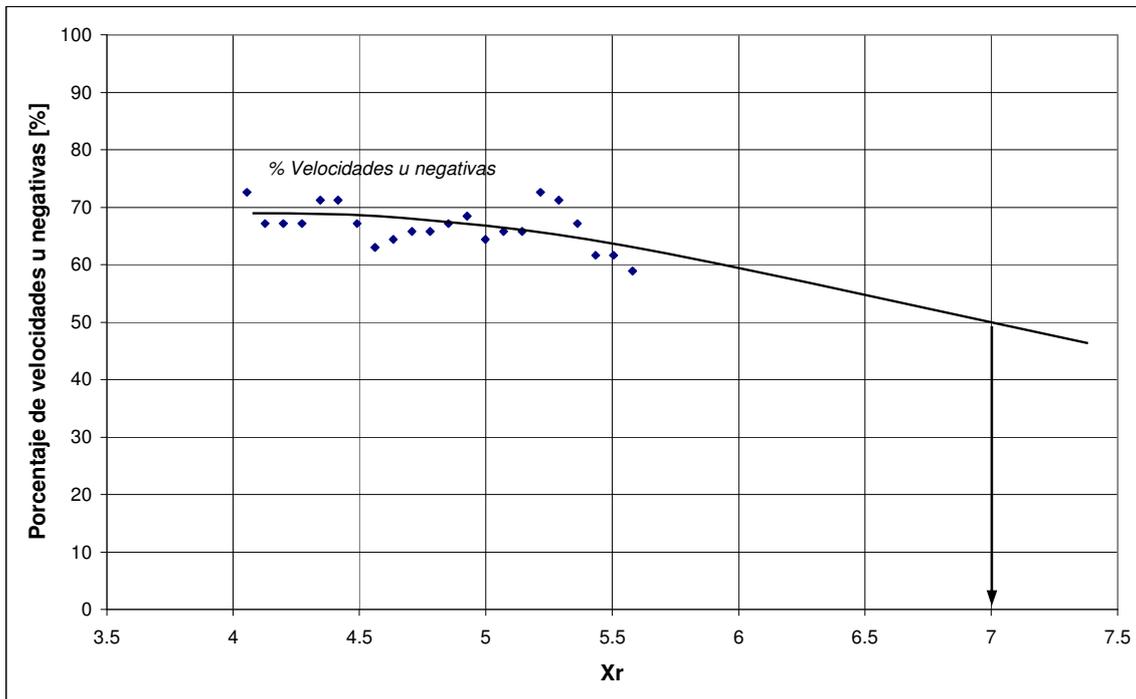


Figura 4.28: Localización del punto de reencuentro, basado en un 50 % de datos de velocidad u positivos y un 50 % negativos, de acuerdo con los resultados del experimento 2 para flujo sin partículas. Los datos de velocidad se tomaron a 3.54 mm del fondo.

4.5 Análisis del paso de vórtices a partir de la información en una línea vertical.

4.5.1 Detección de vórtices.

Las matrices de datos calculadas por medio del programa FlowManager del PIV se exportaron en formato de texto con el fin de analizarlas por medio de un código desarrollado en MatLab, que permite detectar el paso de vórtices por una línea vertical previamente seleccionada, aplicando el método desarrollado para este fin y presentado en la sección 3.1.4.

4.5.2 Resultados y análisis.

Luego de analizar las 3650 matrices de datos obtenidas con el PIV para cada experimento, se encontraron los intervalos de tiempo (Δt) entre el paso de vórtices y las respectivas frecuencias, datos con los cuales se elaboraron las gráficas que

se presentan en los siguientes incisos. El número de veces que se repiten los intervalos de tiempo Δt y sus correspondientes valores de frecuencia, han sido adimensionalizados con el de mayor ocurrencia. Por una limitante en el equipo cuando se usa el tiempo entre pares de 0.0667 sólo se pueden tomar 73 pares de imágenes en cada adquisición, por lo que se decidió hacer 50 adquisiciones en un experimento, obteniéndose en total 3650 campos vectoriales.

Experimento 1, $Re_D=672$.

En las gráficas de las figuras 4.29 y 4.30 se puede observar para el presente caso, qué tanto se repite cada valor de intervalo de tiempo y frecuencia respectivamente. Los valores de Δt encontrados oscilaron entre 0.066 s y 2.310 s, siendo el valor dominante o que se repite el mayor número de veces el de 0.462 s. La correspondiente frecuencia dominante es de 2.16 Hz. El anterior análisis se llevó a cabo a una distancia de $6.43h_f$ medida a partir de la forma de fondo.

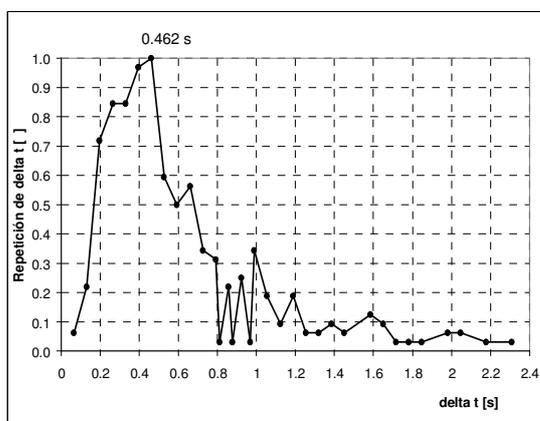


Figura 4.29: Gráfica del número de veces que se repite el valor de intervalo de tiempo Δt como función del mismo. Experimento 1, $Re_D=640$.

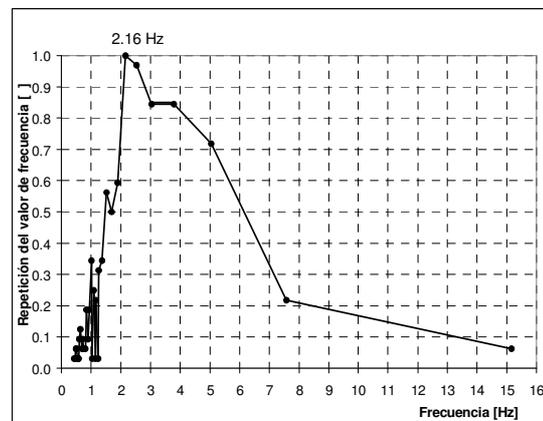


Figura 4.30: Gráfica del número de veces que se repite el valor de frecuencia como función de la misma. Experimento 1, $Re_D=640$.

Experimento 2, $Re_D=1333$.

Para este segundo caso se encontró que los valores de Δt oscilaron entre 0.132 s y 1.914 s, siendo el valor dominante el de 0.330 s. La frecuencia dominante es entonces de 3.03 Hz. Ver gráficas en figuras 4.31 y 4.32. La distancia

seleccionada a partir de la cresta de la forma de fondo en la cual se llevó a cabo el análisis de frecuencia de paso de vórtices fue de $6.09h_f$, medida a partir de la cresta de la forma de fondo.

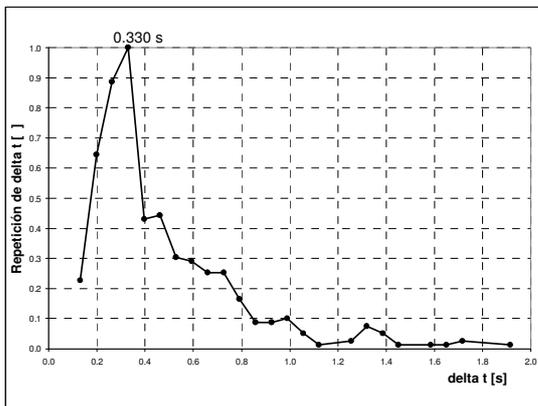


Figura 4.31: Gráfica del número de veces que se repite el valor de intervalo de tiempo Δt como función del mismo. Experimento 2, $Re_D=1333$.

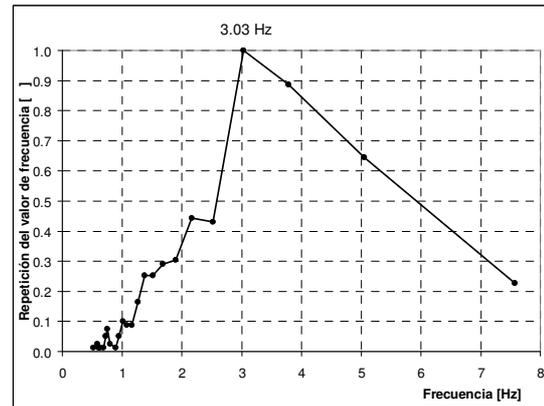


Figura 4.32: Gráfica del número de veces que se repite el valor de frecuencia como función de la misma. Experimento 2, $Re_D=1333$.

Experimento 3, $Re_D=2032$.

El análisis de frecuencias se realizó a una distancia de $5.06h_f$ medida desde la cresta de la forma de fondo. Para este, los valores de Δt encontrados estuvieron entre 0.132 s y 2.970 s. Hubo dos valores dominantes: 0.198 s y 0.396 s, cuyas correspondientes frecuencias son 5.05 Hz y 2.52 Hz respectivamente. Aunque la gráfica de la figura 4.34 muestre la frecuencia de 2.52 Hz como la que más veces se repitió, éste no era el resultado esperado. Lo que se esperaba era que con una mayor velocidad del flujo, la frecuencia de paso de vórtices se incrementara con respecto al valor obtenido en el anterior número de Reynolds. El inconveniente que se presentó cuando se estaba en el proceso de la detección de los vórtices es que estos se desplazaban muy rápidamente y en diferentes ocasiones no fueron detectados. Lo anterior hizo que a veces transcurrieran intervalos de tiempo de hasta 2.97 s antes de que se volviera a detectar un nuevo vórtice. Lo comentado anteriormente ocurre a pesar de que el equipo PIV cuenta con una buena capacidad de adquisición de imágenes en el tiempo, pudiendo detectar

frecuencias de hasta 15 Hz (para el caso en que en cada campo vectorial adquirido apareciera un vórtice). En la presente investigación se comprobó que para una frecuencia de paso de vórtices de 5.05 Hz se empiezan a tener problemas para detectarlos con las técnicas presentadas.

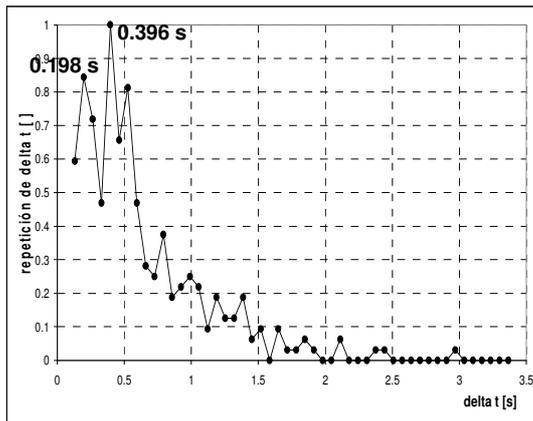


Figura 4.33: Gráfica del número de veces que se repite el valor del intervalo de tiempo Δt como función del mismo. Experimento 3, $Re_D=1744$.

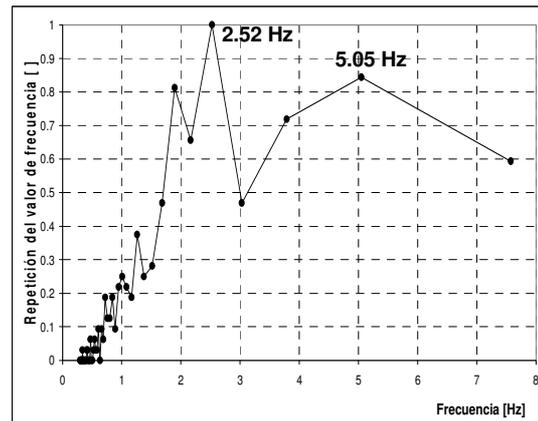


Figura 4.34: Gráfica del número de veces que se repite el valor de frecuencia como función de la misma. Experimento 3, $Re_D=1744$.

Los valores dominantes de intervalo de tiempo y frecuencia se presentan en la tabla 4.8.

Tabla 4.8: Resumen de resultados.

Re_D	Δt [s]	f [Hz]	X_r/h_f
672	0.462	2.16	$7.66 \pm$
1333	0.330	3.03	$7.00 \pm$
2032	0.198	5.05	$6.36 \pm$

A partir de la observación de los campos vectoriales que resultaron de analizar las imágenes se deduce que el intervalo de tiempo entre el paso de un vórtice y otro disminuye a medida que se incrementa el valor de Re . De acuerdo con la gráfica de la figura 4.35 este decremento tiene una tendencia lineal. Si se observa la gráfica de la figura 4.36 es posible notar como la frecuencia del paso de vórtices

se incrementa a medida que se aumenta el Re . Sin embargo, para establecer una relación más precisa entre ambas variables es necesaria la realización de un mayor número de experimentos. Por otra parte, la mayor longitud de la zona de recirculación se presentó para el primer número de Reynolds, el cual fue el menor en magnitud. A medida que se incrementó el valor del Re , la longitud de la zona de recirculación disminuyó.

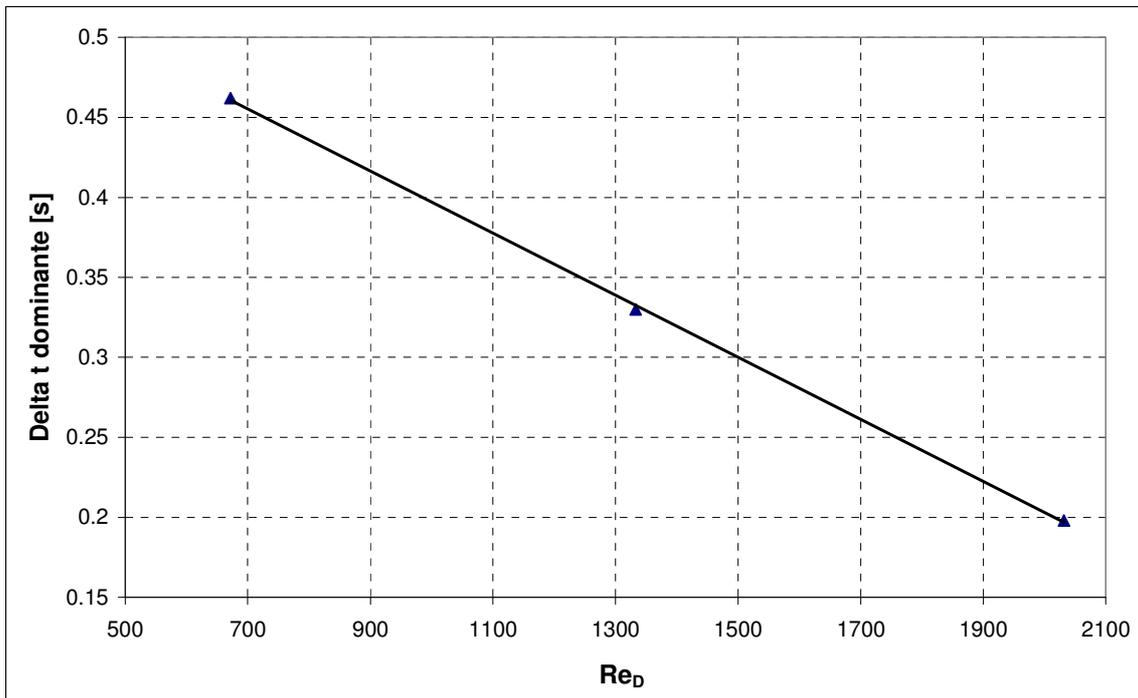


Figura 4.35 Gráfica de intervalos de tiempo dominante entre vórtices como función de Re_D .

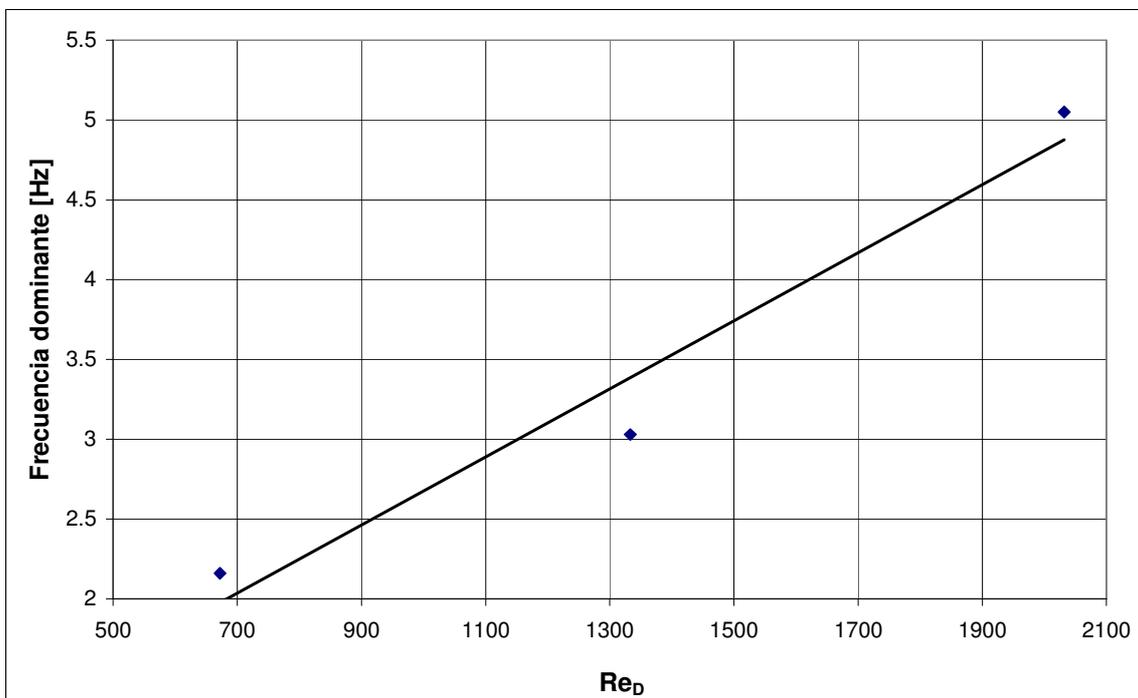


Figura 4.36 Gráfica de frecuencias dominante como función de Re_D .

4.5.3 Análisis espectral de frecuencias

Este análisis consistió en obtener el espectro de frecuencias, aplicando la transformada de Fourier, a una serie temporal de datos de la componente axial del vector velocidad en una coordenada específica dentro de la zona de recirculación. Para el Re de 672 se seleccionó una coordenada sobre la misma línea vertical en la cual se hizo el estudio de la frecuencia de paso de vórtice, a una distancia de $6.43h_f$ medida a partir de la forma de fondo y a una altura de $0.9h_f$. Como se comentó anteriormente en el análisis de paso de vórtices, se hicieron 50 tomas fotográficas con el PIV, cada una de 73 pares de imágenes. Cada serie de 73 fue analizada con el programa FlowManager 3.5, obteniéndose 73 matrices con información de posición y componentes de velocidad horizontal y vertical. Siendo 50 el número de tomas, se tuvieron al final 3650 matrices. Con ayuda de un programa se obtuvo de cada matriz el dato de velocidad horizontal u en la coordenada previamente definida. El intervalo de tiempo entre los datos de velocidad fue de 0.0667 s. Los datos de las distintas tomas se unieron como si fueran continuas con lo cual se obtuvo una serie temporal de 3650 datos de velocidad para un lapso de tiempo de 243.39 s. Lo anterior representa un porcentaje de discontinuidades del 1.34 %. Los datos se analizaron con el programa XMGRACE y se obtuvo el espectro de frecuencias que se muestra en la figura 4.37. La frecuencia dominante encontrada mediante la metodología propuesta en la presente investigación fue de 2.16 Hz. La frecuencia más cercana a este valor y que también es dominante en el espectro de la figura 4.37 es 2.26 Hz. Aquí resalta la importancia de haber realizado el análisis de paso de vórtices con la metodología propuesta, puesto que permite discernir entre todas las frecuencias que aparecen en el espectro, las que están directamente relacionadas con el fenómeno físico de interés.

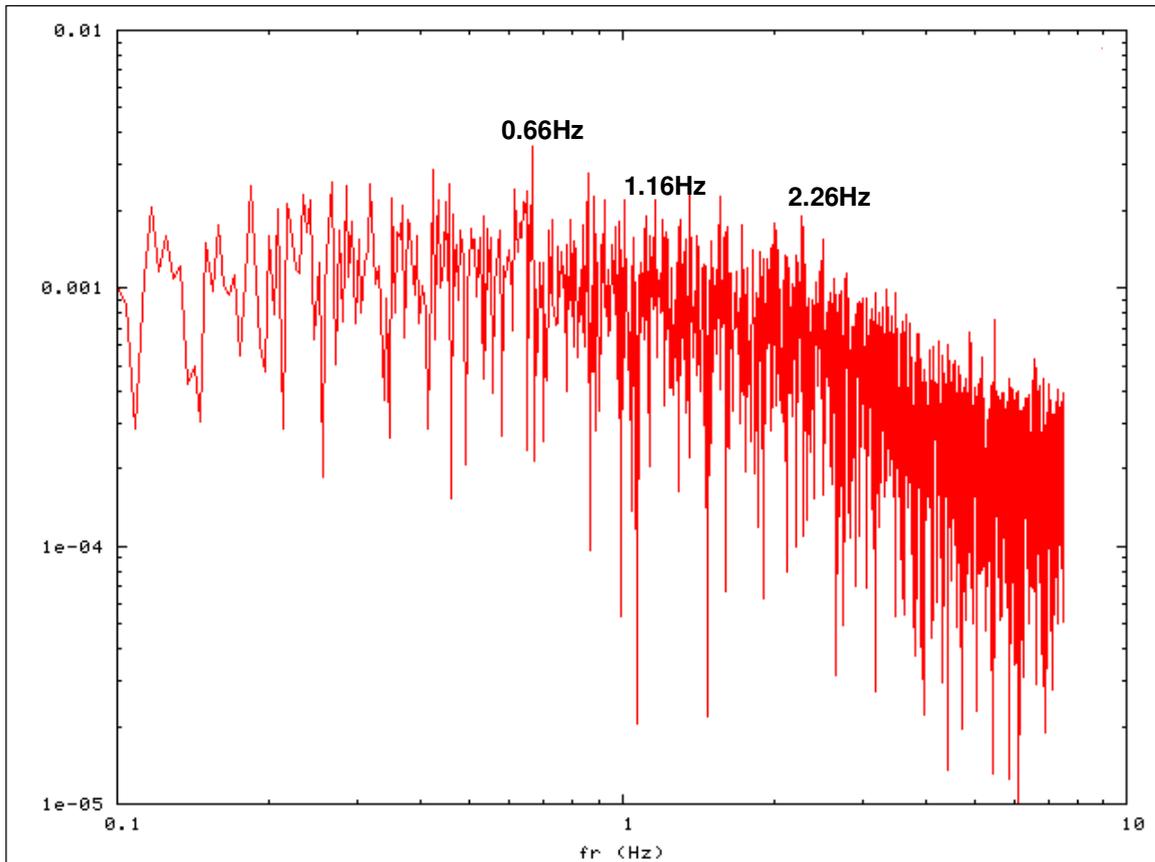


Figura 4.37: Espectro de frecuencias a una distancia de $6.43h_f$ de la cresta de la forma de fondo y a $0.92h_f$ sobre el fondo. $Re_D=672$.

En los espectros se pueden identificar otras frecuencias que también son dominantes y que están cerca de ser submúltiplos de 2.26 Hz, como es el caso de 0.66 Hz y 1.16 Hz; estas frecuencias se podrían considerar subarmónicos de 2.26 Hz y por consiguiente relacionadas con el paso de vórtices no consecutivos.

En la gráfica de la figura 4.38 se observa un espectro de frecuencias obtenido para el Re de 2032. El punto seleccionado para extraer los datos de velocidad está a una distancia de $5.06h_f$ y una altura de $0.84h_f$. En el espectro se puede observar que la frecuencia de 5.3 Hz es dominante, lo cual está de acuerdo con el resultado obtenido mediante la metodología propuesta y que fue de 5.05 Hz.

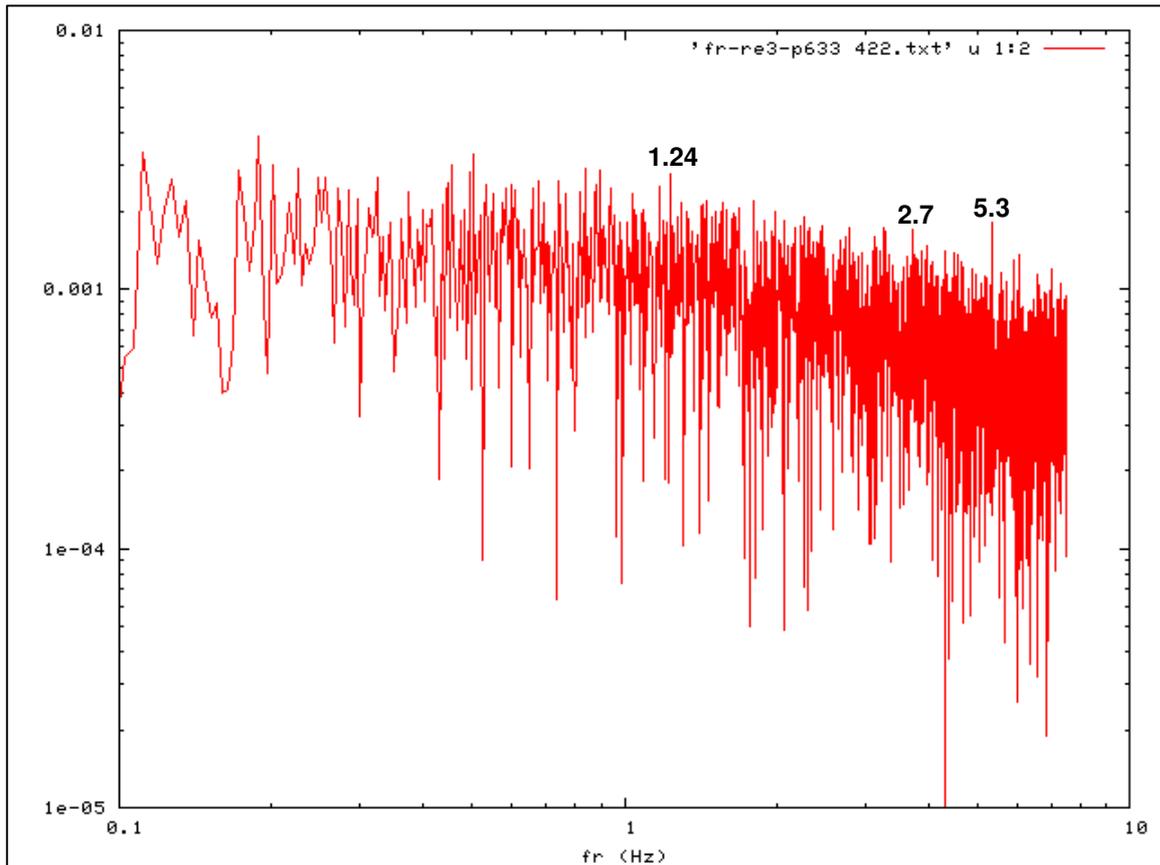


Figura 4.38: Espectro de frecuencias a una distancia de $5.06h_f$ de la cresta de la forma de fondo y a $0.84h_f$ sobre el fondo. $Re_D = 2032$.

Número de Strouhal

Si las frecuencias que se reportaron en la tabla 4.8 se adimensionalizan de tal forma que:

$$St = \frac{fh}{U_0} \quad (4.1)$$

se obtiene un valor promedio de 0.175 ± 0.025 para los tres casos (0.17, 0.15, 0.20). Este valor es muy cercano al de la Ley Universal propuesto por Levi (1990) que es $St = 1/2\pi = 0.16$. Si se regresa a las figuras 4.7 y 4.20 (para Re de 4000 y 3033 respectivamente), se observará que las frecuencias que se mencionaron como dominantes con valores de 1 Hz y 0.59 Hz en forma adimensional tienen

valores de 0.15 y 0.14 respectivamente, por lo que se puede especular que corresponden a paso de vórtices.

4.6 Conclusiones al capítulo.

- Las mediciones en el canal del CIE con Anemometría Láser Doppler y Velocimetría por Imágenes de Partículas permitieron encontrar que la longitud de la zona de recirculación (X_r) para Re_D de 4000, 3033 (esto es, en régimen turbulento) fue de $X_r = 5h_f \pm 0.7h_f$. Esto es del mismo orden que lo encontrado por otros autores para Re similares tanto en escalones como en formas de fondo, figura 4.5 y 4.6. En el canal pequeño se consideraron valores de Re correspondientes a la transición laminar – turbulencia donde la longitud de X_r disminuyó conforme se aumentó el Re_h , también de acuerdo con lo reportado en la literatura.
- La capa cortante o zona de transición entre el flujo de alta velocidad y la zona de recirculación se manifestó por un incremento de la intensidad de turbulencia con valores del orden 0.1 en la cresta a orden 0.2 en $x > 2h_f$. La intensidad de turbulencia en el interior de la zona de recirculación también presentó valores del orden de 0.2. Además se observaron valores altos de intensidad de turbulencia hasta $x/h_f = 8$. Tanto el incremento en intensidad de turbulencia cerca de la forma de fondo como la persistencia de valores altos después del punto de reencuentro está de acuerdo con lo reportado por Kostas *et al* (2002) y se lo atribuyeron a la formación y persistencia de estructuras de gran escala.
- La dinámica de los vórtices, que se generan dentro de la zona de recirculación, es irregular. En algunas ocasiones vórtices consecutivos interactúan, sus dimensiones cambian a medida que se acercan al punto en donde finalmente se desprenden y se unen al flujo de alta velocidad. Horizontalmente, los vórtices sufren aceleraciones, desaceleraciones y en algunos casos

permanecen en reposo. De los resultados de la variación de la velocidad en un punto, en función del tiempo, (figuras 4.9 y 4.22), y sus correspondientes campos de velocidad, se concluyó que la medición en un punto no era la mejor opción para conocer la dinámica de los vórtices.

- Del análisis propuesto para identificar el paso de vórtices por una línea se encontró que a pesar de la mencionada compleja dinámica de la zona de recirculación, hay patrones que se repiten con una frecuencia bien definida y que ésta en forma adimensional (número de Strouhal) tiene un valor del orden de 0.16 ± 0.02 para los tres casos analizados en el canal pequeño ($Re < 2032$). Además, este valor coincide con el de la Ley Universal de Strouhal propuesto por Levi (1990) para el comportamiento de vórtices en hidráulica. Para los otros dos Re analizados (4000 y 3033) los espectros de frecuencias también presentaron un máximo para el St del orden de 0.16. En la literatura se menciona que la recirculación tiene dos comportamientos dominantes: uno de alta frecuencia relacionado con la capa cortante que da lugar a la formación de vórtices cerca de la forma de fondo y otro de menor frecuencia relacionado con vórtices de gran escala en el interior de la zona de recirculación. Los valores de St para este último comportamiento, reportados por diferentes autores, van desde 0.06 hasta 0.4, sin que exista un consenso de la existencia de un valor único. Autores como Eaton y Johnston (1982), Le *et al.* (1997), presentan valores de St del orden de 0.06 y otros como Hasan (1992) reportan valores del orden de 0.18 a 0.20 que están más de acuerdo con lo reportado en este trabajo.
- La metodología propuesta para analizar el paso de vórtices mediante el valor p de la parábola, en combinación con los criterios de Hussain y del Jacobiano, funcionó correctamente para frecuencias poco menores a 15 Hz que es la frecuencia máxima de adquisición de datos del sistema PIV del CIE. Para valores del orden de 5 Hz algunos de los vórtices no fueron detectados y las frecuencias de los subarmónicos, correspondiente a la medición de vórtices no

consecutivos, adquirieron mayor relevancia que en los casos de frecuencias menores de pasos de vórtices.

Referencias del capítulo 4.

- Adams EW; Eaton JK (1988). LDA study of the backward-facing step flow, including the effects of velocity bias. *J. Fluids Eng.* 110: 275-282.
- Armaly BF; Durst F; Pereira JCF; Schoenung B (1983). Experimental and theoretical investigation of a backward-facing step flow. *J. Fluid Mech.* 127: 473-496.
- Bennett SJ; Best JL (1995). Mean flow and turbulence structure over fixed, two-dimensional dunes: implications for sediment transport and bedform stability. *Sedimentology* 42: 491-514.
- Best J; Kostaschuk R (2002). An experimental study of turbulent flow over a low-angle dune. *J. of Geophysical Res.* 107 No. C9, 3135: 18-1 - 18-19.
- Caballero J; Espinoza J; Rodríguez A (2000). Estudio experimental de la separación del flujo detrás de dunas. XVI Congreso nacional de Hidráulica, Morelia, Mich. Memorias, Avances en Hidráulica 6: 548-850.
- Chandrsuda C; Bradshaw P (1981). Turbulent structure of a reattaching mixing layer. *J. Fluid Mech.* 110: 171-194.
- Chun KB; Sung HJ; (1996). Control of turbulent separated flow over a backward-facing step by local forcing. *Exp. in Fluids* 21: 417-426.
- Devenport WJ; Sutton EP (1991). Near wall behavior of separated and reattaching flows. *AIAA J29:* 25-31.
- Driver DM; Seegmiller HL (1985). Features of a reattaching turbulent shear layer in divergent channel flow. *AIAA J.* 23:163-171.
- Eaton JK; Johnston JP (1982). Low frequency unsteadiness of a reattaching turbulent shear layer. In: Durst et al (eds) *Turbulent shear flows III*. Springer Berlin Heidelberg New York: 162-170.
- Etheridge DW; Kemp PH (1978). Measurements of turbulent flow downstream of a backward-facing step. *J. Fluid Mech.* 86: 545-565.
- Hall SD; Bahnia M; Fletcher CAJ; Morrison GL (2003). Investigation of the secondary corner vortex in a benchmark turbulent backward-facing step using cross-correlation particle imaging velocimetry. *Exp. in Fluids* 35: 139-151.
- Hasan MAZ (1992). The flow over a backward-facing step under controlled perturbation: laminar separation. *J. Fluid Mech.* 238: 73-96.
- Hyun BS; Balachandar R; Yu K; Patel VC (2003). Assessment of PIV to measure mean velocity and turbulence in open-channel flow. *Exp. in Fluids* 35: 262-267.
- Jeong J; Hussain F (1995). On the identification of a vortex. *J. Fluid Mech.* 285: 69-94.
- Jovic S; Driver DM (1995). Reynolds number effects on the skin friction in separated flows behind a backward facing step. *Exp. in Fluids* 18: 464-467.
- Kadota A; Nezu I (1999). Three-dimensional structure of space-time correlation on coherent vortices generated behind dune crest. *J. Hydr. Res.* 37: 59-80.
- Keane RD; Adrian RJ (1992). Theory of cross-correlation analysis of PIV images. *Applied Scientific Research*, 49: 191-215, 1992.

- Kasagi N; Matsunaga A (1995). *Three-dimensional particle-tracking velocimetry measurement of turbulence statistics and energy budget in a backward-facing step flow*. *Int. J. Heat Fluid Flow* 16:477-485.
- Kim J; Kline SJ; Johnston JP (1980). *Investigation of a reattaching turbulent shear layer: flow over a backward-facing step*. *J. Fluids Eng.* 102: 302-308.
- Kostas J; Soria J; Chong MS (2002). *Particle image velocimetry measurements of a backward-facing step flow*. *Exp. in Fluids* 33: 838-853.
- Le H; Moin P; Kim J (1997). *Direct numerical simulation of turbulent flow over a backward facing step*. *J. Fluid Mech.* 330: 349-374.
- Lee I; Ahn SK; Sung HJ (2004). *Three-dimensional coherent structure in a separated and reattaching flow over a backward-facing step*. *Exp. in Fluids* 36: 373-383.
- Levi E (1990). *Los vórtices en la hidráulica*. *Ingeniería Hidráulica en México*. Edición Septiembre – Diciembre. Pág. 20 – 30.
- Makiola B; Ruck B (1990). *Experimental investigation of a single-sided backward-facing step flow with inclined step geometries*. Elsevier Science Publishing. *Engineering Turbulence Modelling and Experiments*: 487-496.
- Mueller A; Gyr A (1986). *On the vortex formation in the mixing layer behind dunes*. *J. of Hydr. Res.* 24 No. 5: 359-375.
- Nakagawa H; Nezu I (1987). *Experimental investigation on turbulent structure of backward-facing step flow in an open channel*. *J. Hydr. Res.* 25: 67-88.
- Nezu I; Nakagawa H (1989b). *Accurate measurements of space-time correlations of coherent vortex behind dunes in turbulent open-channel flows with combination of Laser-Doppler Anemometer and Hot-film Anemometer*. *Proc. Workshop on Instrumentation for Hydraulics Laboratories, Burlington, Canada*: 29-44.
- Nelson JO; McLean SR; Wolfe SR (1993). *Mean flow and turbulence fields over two-dimensional bed forms*. *Water Resources Research*: 3935-3953.
- Oetuegen MV (1981). *Expansion ratio effects on the separated shear layer and reattachment downstream of a backward-facing step*. *Exp. in Fluids* 10: 273-280.
- Palacios M; Espinoza J; Rojas J (2001). *Numerical and experimental analysis of the flow downstream of a fixed bed form in an open channel*. *V Lattinamerican and Caribbean Congress on Fluid Mechanics, Caracas, Venezuela: IMF1-1 – IMF1-4*.
- Papadopoulos G; Oetuegen MV (1995). *Separating and reattaching flow structure in a suddenly expanding rectangular duct*. *J. Fluids Eng.* 117: 17-23.
- Piirto M; Saareninne P; Eloranta H; Karvinen R (2003). *Exp. In Fluids* 35: 219-236.
- Ra SH; Chang PK (1990). *Effects of pressure gradient on reattaching flow downstream of a rear-facing step*. *J. Aircr.* 27: 93-95.
- Roos FW; Kegelman JT (1986). *Influence of excitation on coherent structures in reattaching turbulent shear layers*. *AIAA Paper* 86-0112.
- Schatz V; Herrmann H (2006). *Flow separation in the lee side of transverse dunes: A numerical investigation*. *Geomorphology, Volume 81, Issues 1-2, 20*: 207-216.

Tihon J; Legrand J; Legentilhomme P (2001). Near-wall investigation of backward-facing step flows. Exp. in Fluids 31: 484-493.

Tsou FK; Chen SJ; Aung W (1991). Starting flow and heat transfer downstream of a backward-facing step. J. Heat Trans. 113: 583-589.

Vanoni VA; Hwang L (1967). Relation between bed forms and friction in streams. Journal of Hydraulic Div., ASCE. 93 No. 3: 121-144.

Vogel JC; Eaton JK (1985). Combined heat transfer and fluid dynamic measurement downstream of a backward-facing step. J. Heat Trans. 107: 922-927.

Wiberg P; Nelson J (1992). Unidirectional flow over asymmetric and symmetric ripples. J. of Geophy. Res. 97 No. C8: 12745-12761.

Capítulo 5

Caso de Estudio II: Flujo con partículas

Resumen

En este capítulo se presentan los resultados obtenidos en el estudio de la frecuencia del paso de vórtices detrás de una forma de fondo fija, para el caso de flujo sembrado con 300 ppm de partículas sólidas y un $Re_D=672$. Los resultados se obtuvieron a partir del análisis de series de imágenes adquiridas con el equipo PIV. Por medio de un programa de dominio público se logró el enmascaramiento de la fase sólida en las imágenes, quedando solo visibles los trazadores para el cálculo de la velocidad de la fase líquida. Al comparar estos resultados con los obtenidos para el caso sin partículas bajo iguales condiciones experimentales, pudo comprobarse que la presencia de partículas sólidas ocasiona una disminución del 22 % en la frecuencia de paso de vórtices por una línea vertical previamente seleccionada. Se propone una modificación en el cálculo del número de Strouhal que considere la disminución en la velocidad del flujo en la vecindad de los vórtices. Se intentó aumentar la concentración de partículas en el fluido y mantener las mismas condiciones, pero el resultado no fue favorable, dado que la mayor parte de las partículas sólidas se quedaron retenidas en el sistema. Se propone una metodología para medir la concentración a partir de imágenes y el uso del programa ImageJ.

5.1 Generalidades.

Los experimentos para el caso de flujo con partículas también se llevaron a cabo en el canal pequeño descrito en el capítulo 2. Las condiciones experimentales del flujo fueron las mismas que para el caso sin partículas con el menor Re considerado, $Re_D=672$, ver tabla 4.6 capítulo 4. Para operar el canal y su sistema de recirculación se emplearon en total 60 l de agua destilada. La concentración de partículas sólidas fue de 0.0003 en unidades de volumen/volumen (equivalente a 300 ppm). La gravedad específica de las partículas fue de 0.9 a 1.1. A pesar de que algunas partículas sólidas quedaron retenidas en los accesorios de la bomba, las mangueras, los depósitos y en general en todo el sistema, el experimento se realizó cuando se logró una concentración casi sin cambios en el tiempo en la sección de entrada del canal. Se intentó un segundo experimento donde se pretendió lograr una concentración de 1000 ppm pero se presentaron problemas técnicos con la densidad. Las nuevas partículas también tuvieron una gravedad específica que varió entre 0.9 y 1.1 por lo que algunas partículas se sedimentaban

y otras se suspendían y no se llegó a la condición deseada a la entrada del canal. Por tal razón no se llevó a cabo el análisis correspondiente para obtener la frecuencia de paso de vórtices. En todo caso se presenta en uno de los siguientes incisos la verificación de la segunda concentración en diferentes tiempos en donde se puede observar su descenso paulatino hasta igualar a la primera. Queda claro que el trabajo experimental depende en gran medida de los recursos materiales con los que se cuente. En el siguiente inciso se explica la metodología empleada para el cálculo de la concentración antes de la forma de fondo, procedimiento que también se empleó dentro de la zona de recirculación.

5.2 Verificación de la concentración.

Luego de sembrar el flujo con las partículas sólidas y transcurrido un lapso de tiempo en el cual se estabilizó el flujo, se verificó la magnitud de la concentración a la entrada del canal. Para esto, se tomaron fotografías antes de la forma de fondo y se obtuvo el perfil de concentraciones en diferentes alturas. Cabe recordar que el equipo PIV-2D adquiere pares de imágenes (Campo vectorial adquirido A y Campo vectorial adquirido B). Se hizo un conteo de partículas sólidas dentro de áreas previamente definidas y localizadas a diferentes alturas solo en las imágenes A. El tamaño de estas áreas fue 2 mm de alto y 4 mm de largo, mientras que el tamaño de la campo vectorial adquirido fue de 16.1 mm de alto y 16 mm de ancho, ver figura 5.1. El conteo de partículas sólidas se llevó a cabo por medio del programa ImageJ. Cada área, multiplicada por el espesor del plano de luz del láser que es 1.8 mm, da como resultado el volumen de medición. El volumen de todas las partículas sólidas presentes en un área dividido por el volumen de medición permite obtener la concentración. Es importante notar que dado el rango de la gravedad específica de las partículas utilizadas, los perfiles obtenidos a la entrada del canal presentaron la mayor concentración cerca de la superficie. Este resultado no se puede comparar con los reportados en la literatura ya que la mayoría de los autores utilizan partículas con gravedad específica mayor que la

unidad donde la mayor concentración es cerca de fondo del canal, esto es válido para casos con gravedad específica muy cercanas a la unidad, Wang y Qian (1992), Guido (2003). Es importante mencionar que las partículas se compraron con una gravedad específica nominal de 1.1 y fue ya en los experimentos que se detectó la irregularidad en los valores. Debido al costo y la dificultad para conseguir nuevas partículas se prosiguió con la experimentación, concientes de las limitantes.

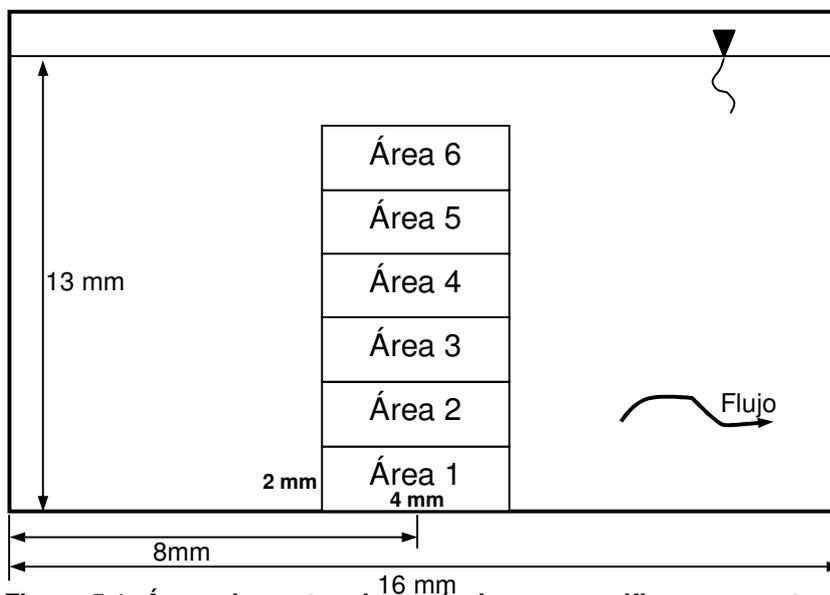


Figura 5.1: Áreas de conteo de partículas para verificar concentraciones a diferentes alturas. La altura de la campo vectorial adquirido es de 16.1 mm.

En la figura 5.2 se muestra el perfil obtenido. Las barras corresponden a la desviación estándar del promedio de 20 datos de concentración¹. En la figura 5.3 se aprecia otro perfil de concentraciones dentro de la zona de recirculación. Se observa que la concentración se incrementa en ambos perfiles a partir de la altura de 0.45.

¹ Las barras en la figura 5.2 muestran la variación de la concentración en el tiempo. En ocasiones se tuvo pocas partículas en una campo vectorial adquirido y de ahí la variación tan grande en la concentración para un mismo punto.

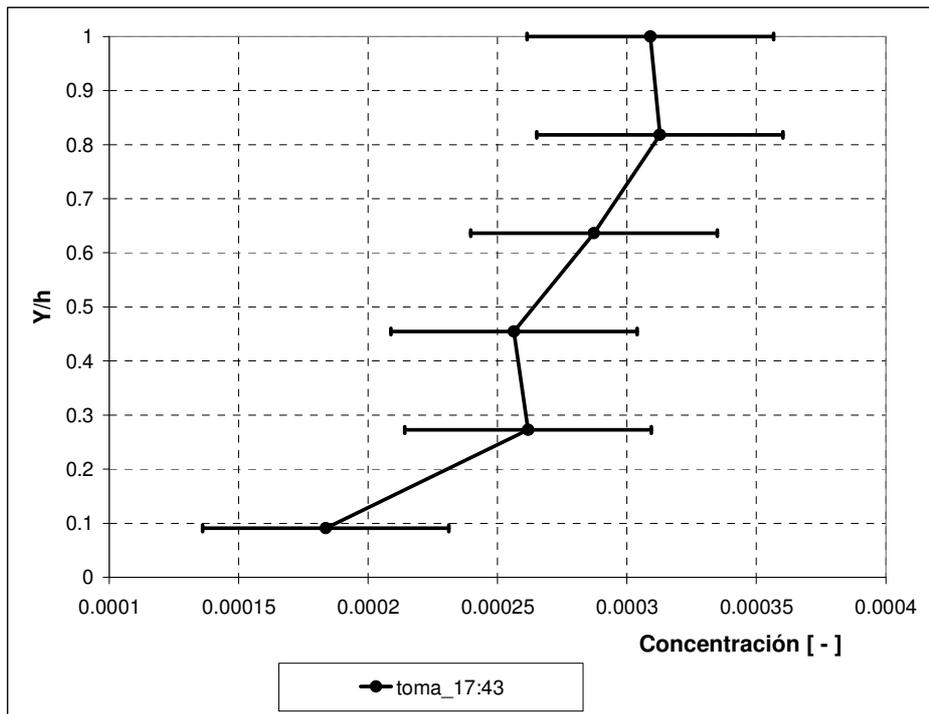


Figura 5.2: Perfil de concentraciones antes de la forma de fondo.

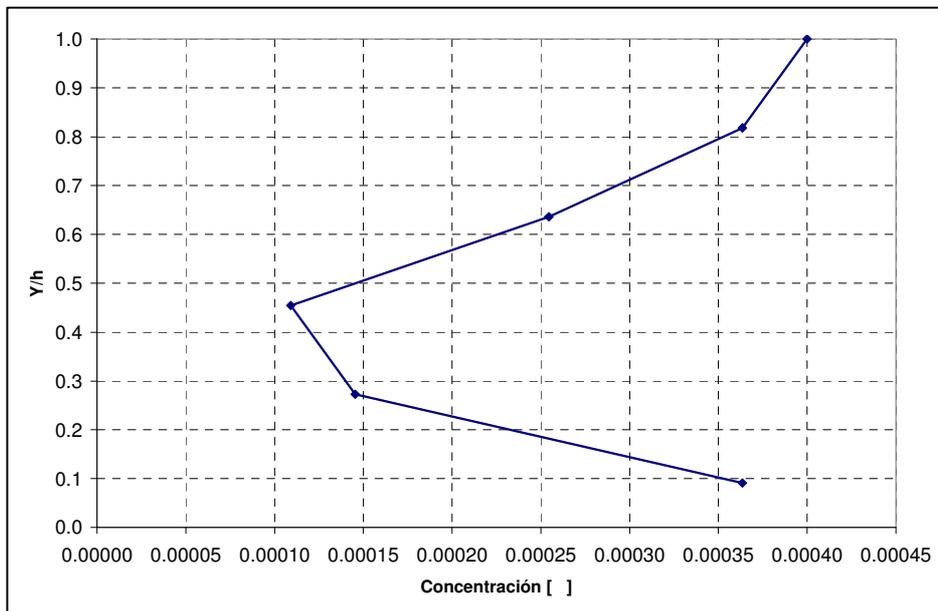


Figura 5.3: Perfil de concentraciones en la zona de recirculación, x/h_f de 6.43.

Es importante notar que dado el rango de la gravedad específica (0.9 a 1.1) de las partículas utilizadas, los perfiles obtenidos antes y después de la forma de fondo presentaron la mayor concentración cerca de la superficie. Este resultado no se

puede compararse con los reportados en la literatura ya que la mayoría de los autores utilizan partículas con gravedad específica mayor que la unidad donde la mayor concentración es cerca de fondo del canal; esto es válido para casos con gravedad específica poco mayor a la unidad, Wang y Qian (1992), Guido (2003). Es importante mencionar que las partículas se compraron con una gravedad específica nominal de 1.1 y fue ya en los experimentos que se detectó la irregularidad en los valores. Debido al costo y la dificultad para conseguir nuevas partículas se prosiguió con la experimentación, concientes de las limitantes.

5.3 Procesamiento de imágenes adquiridas con el PIV para obtener las velocidades de la fase líquida.

Las imágenes adquiridas para la primera concentración fueron procesadas inicialmente con el programa ImageJ de dominio público, el cual ofrece la opción de enmascarar las partículas sólidas. Además, es posible aplicar un filtro para hacer más nítidas las imágenes y mejorar el contraste. Las imágenes con las partículas sólidas ocultas y los trazadores visibles se exportaron y se procesaron con el programa FlowManager del PIV empleando los mismos parámetros que para el caso sin partículas (primer número de Reynolds). De esta forma se obtuvieron los campos vectoriales bidimensionales de velocidad y sus correspondientes matrices de datos (coordenadas horizontal y vertical y componentes de velocidad también en ambas direcciones).

En la gráfica de la figura 5.4 se muestran dos perfiles de velocidad antes de la forma de fondo, uno para el caso sin partículas (línea roja) y otro para el caso con partículas (línea verde). Se puede observar entre las alturas XX y YY, al igual que entre XX y YY que los perfiles de velocidad se encuentran desfasados. Entre las alturas de XX y YY las velocidades u para el flujo con partículas superan a las del perfil correspondientes al caso sin. Lo anterior se debe a que cerca del fondo las concentraciones de partículas fueron bajas, mientras que cerca de la superficie libre fueron mayores. Lo esperado hubiera sido que el perfil de velocidades u para el caso sin partículas superara al del caso con partículas, pero tal como se

comentó en párrafos anteriores, las partículas sólidas adquiridas para los experimentos presentaron un rango de gravedad específica entre 0.9 y 1.1.

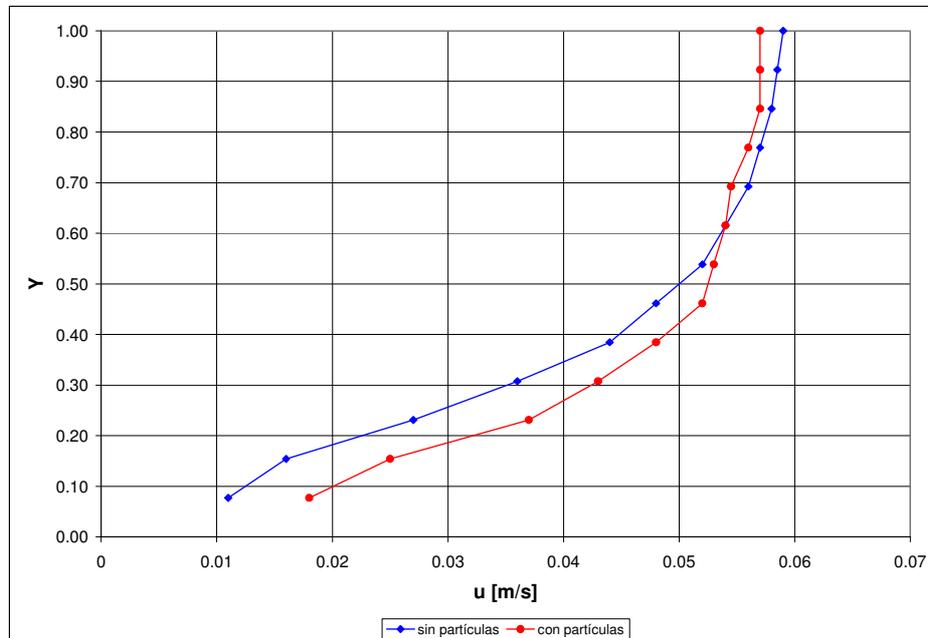


Figura 5.4: Perfil de velocidad para los casos sin partículas (línea roja) y con partículas (línea verde), aguas arriba de la forma de fondo. $Re_D=632$.

En la figura 5.5 se pueden observar otros dos perfiles de velocidad, ahora en la zona después de la forma de fondo, uno para el caso sin partículas (línea roja) y el otro para el caso con partículas (línea verde). Es claro que el perfil correspondiente al caso con partículas muestra cambio en la componente horizontal de velocidad como función de la distancia al fondo con respecto al caso sin partículas.

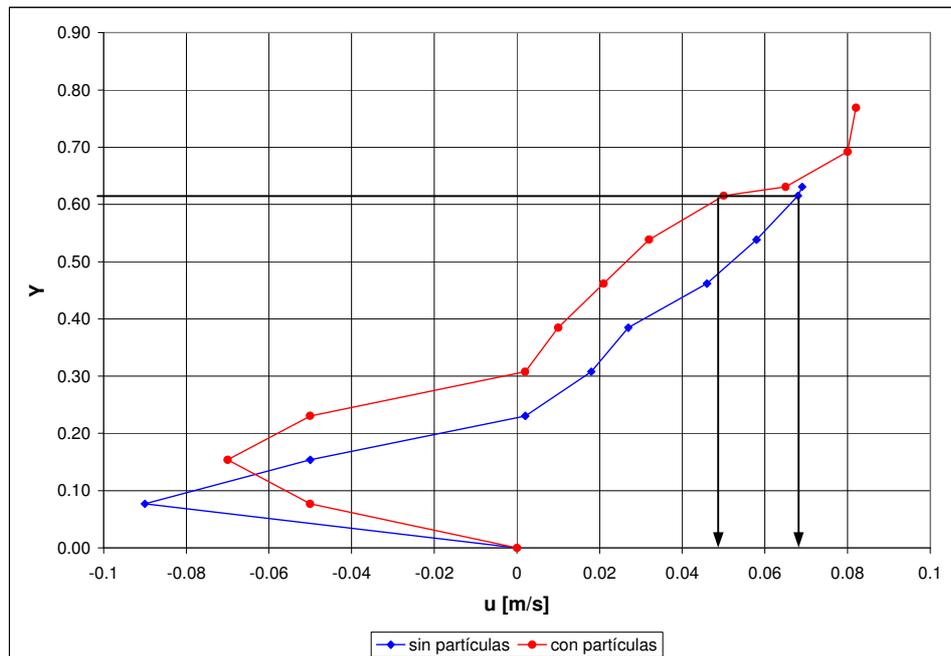


Figura 5.5: Perfil de velocidad para los casos sin partículas (línea roja) y con partículas (línea verde), en la zona de recirculación, para x/h_f de 6.43.

Posteriormente se pasó a la etapa de análisis con el código elaborado en MatLab para determinar el paso de un vórtice en un instante de tiempo dado en la zona aguas abajo de la forma de fondo.

5.4 Resultados y análisis.

Para la concentración de 300 ppm se hizo el análisis de las matrices de datos correspondientes a 3650 pares de imágenes (50 tomas, cada una de 73 pares de imágenes) permitió obtener los valores de intervalos de tiempo Δt que oscilaron entre 0.132 s y 4.026 s. Al final se registró un valor dominante de Δt igual a 0.594 s que corresponde a una frecuencia de 1.68 Hz. Entre la frecuencia dominante obtenida para el caso de flujo sin partículas y el de flujo con partículas, se presentó un decremento de 0.48 Hz (22.2 % de la frecuencia dominante caso sin partículas). La presencia de partículas dentro del flujo ocasiona que el paso de vórtices sea más lento. En las figuras 5.6 y 5.7 se muestran sendas gráficas en donde se superponen los resultados del número de veces que se repite cada valor

de intervalo de tiempo Δt y frecuencias para los dos casos, flujo unifásico y bifásico, observándose claramente el desfase existente entre ambas curvas. Las ordenadas se normalizaron con el mayor valor para cada caso, sin y con partículas.

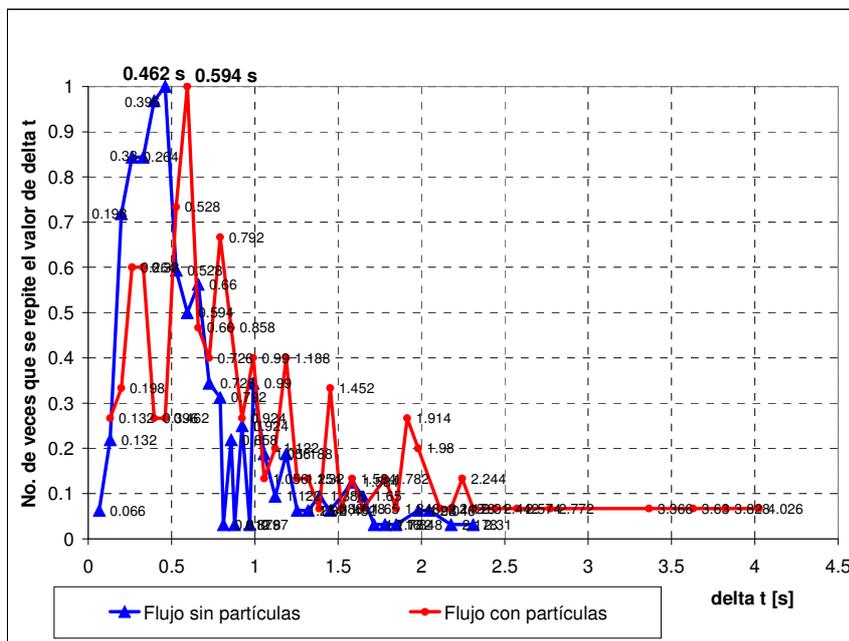
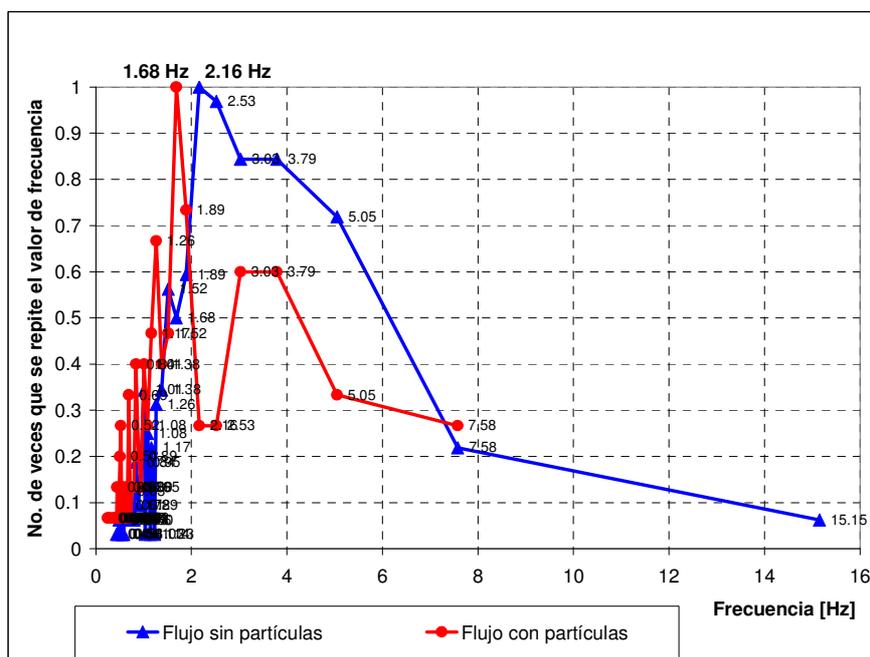


Figura 5.6: Gráfica del No. de veces que se repite el valor de intervalo de tiempo como función del mismo. Casos sin y con partículas sólidas.



Si adimensionalizamos la frecuencia igual que en el caso de flujo sin partículas usando el número de Strouhal ($St = f \cdot h_f / V$) el valor que nos da es de 0.13, esto es un poco menor que el valor propuesto por Levi (1990). Esto se puede atribuir a la diferencia entre las velocidades del flujo sin partículas y con partículas en una zona por encima de la de recirculación.

En la Figura 5.5 donde se comparan las velocidades del flujo sin partículas y con partículas. Se tiene que fuera de la recirculación $y/h_f > 1$, que es la zona de alta velocidad con la que se genera el cortante entre ésta y la de baja velocidad, las velocidades del flujo con partículas son menores. A la altura de 8 mm se tiene una velocidad para el flujo sin partículas de 0.068 m/s y para el flujo con partículas es de 0.05 m/s. Si usamos estos valores para calcular el St el resultado es, para el flujo sin partículas, de 0.159 y para flujo con partícula 0.168. Estos valores están mucho más cerca al propuesto por Levi (1990) con respecto a los obtenidos con la velocidad aguas arriba de la forma de fondo. Lo anterior sugiere que para calcular el valor del número de Strouhal se tendrá que seleccionar una velocidad que esté más relacionada con el movimiento que da lugar a la formación del vórtice.

El St es función de una longitud característica y de una velocidad característica, las cuales deben tener la mayor relación con el fenómeno de la generación de estructuras coherentes detrás del objeto y obstáculo que se está analizando. En este caso la altura de la forma de fondo h_f es definitivamente la longitud característica. Es probable que la velocidad característica que deba emplearse sea alguna de las que se presentan muy cerca de la cresta de la forma de fondo (donde se produce la separación del flujo). Para este estudio de flujo con partículas al igual que en el caso sin partículas, se tuvo que acercar la cámara a la pared lateral del canal por lo que el área de observación no incluyó la forma de fondo.

5.5 Análisis de concentraciones para el caso de concentración inicial de 1000 ppm

Con el fin de saber si en la zona antes de la forma de fondo se conseguía una concentración sin cambio en el tiempo se hicieron las siguientes pruebas. Inicialmente se colocaron 50 g de partículas sólidas en 40 l de agua destilada con las cuales funcionó el sistema, lo cual significa que por cada litro se tenían 1.25 g de partículas sólidas (esto fue a las 9:40am, la concentración en unidades de volumen sobre volumen fue de 0.0011). Se dejó que transcurriera un lapso de tiempo de lapso de tiempo de 30 min con el fin de que el sistema se estabilizara y se lograra un estado en el cual no cambiara la cantidad de partículas sólidas en suspensión. Se verificó para este tiempo que de 1.25 g de partículas por cada litro (condición inicial) se había pasado a tener 1.04 g (esto fue a las 10:10am; en unidades de volumen sobre volumen la correspondiente concentración es de 0.0009), lo cual implica que el 16.80 % de partículas sólidas se había quedado retenido en el sistema. Este decremento continuó presentándose de tal forma que transcurridos 85 min (es decir a las 13:05 horas) se había retenido el 63.20 % del total de partículas colocadas inicialmente (la correspondiente concentración adimensional fue de 0.0004, esto es 400 partes por millón). A las 13:30 se adicionaron 19 g de partículas sólidas al flujo con el fin de incrementar la concentración, lo cual no se logró. A las 17:25 horas la concentración era de 0.0003 ppm, igual a la del primer experimento (ver gráfica figura 5.7). Por las dificultades que se presentaron para adquirir nuevas partículas con la densidad apropiada para evitar la pérdida de estas en el sistema, no se hicieron más experimentos con flujo bifásico.

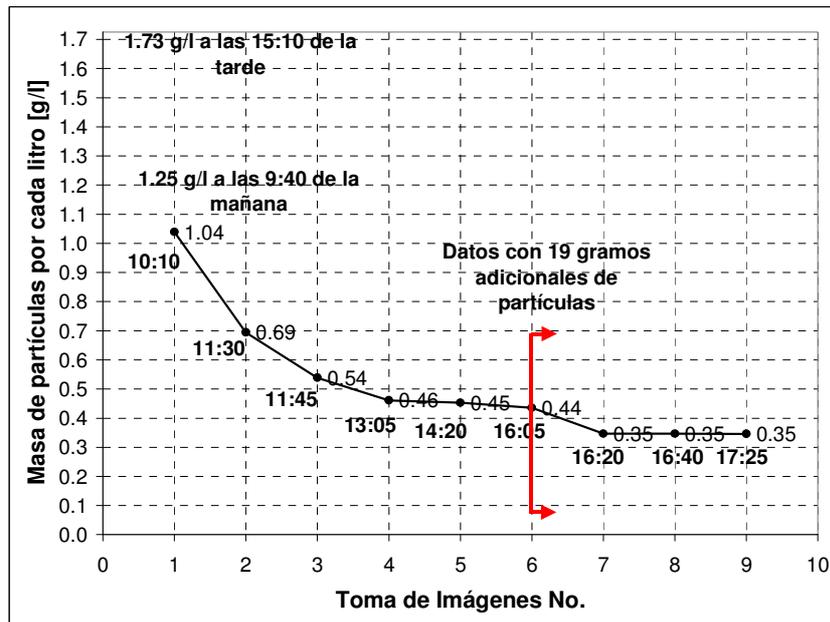


Figura 5.8: Gráfica de la masa de partículas en suspensión por cada litro de agua destilada como función del tiempo.

5.6 Conclusiones al capítulo

- La presencia de partículas sólidas en el flujo para una concentración de $0.0003 \text{ cm}^3/\text{cm}^3$ y un $\text{Re}_D=672$, ocasiona una disminución del orden del 22 % en la frecuencia de paso de vórtices en comparación con el caso de flujo sin partículas.
- En el caso particular de flujo con partículas, se propone que el cálculo del St se haga seleccionando la velocidad característica que esté más relacionada con el movimiento que da lugar a la formación del vórtice y de esta forma llegar a un resultado comparable con lo reportado por Levi (1990).
- Se propone como trabajo a futuro la realización de otros experimentos en donde se varíe el tamaño de las partículas y su concentración dentro del flujo, aunque el alto costo de las partículas limita el trabajo experimental.

Referencias del capítulo 5.

Guido P (2003). Medición simultánea de velocidades de las fases líquida y sólida y de concentraciones en canales con sedimentos. Tesis de Maestría. Centro de Investigación en Energía CIE-UNAM.

Levi E (1990). Los vórtices en la hidráulica. Ingeniería Hidráulica en México. Edición Septiembre – Diciembre. Pág. 20 – 30.

Wang X; Qian N (1992). Velocity profiles of sediment laden flow. Int. J. Sediment Res. 7 (1): 27-58.

Capítulo 6

Conclusiones y trabajo a futuro

6.1 Conclusiones finales.

Una de las principales contribuciones de la presente investigación es el desarrollo de una nueva metodología, que permite, con buena precisión, detectar el paso de vórtices que se generan detrás de una forma de fondo fija. La fase exploratoria y los primeros análisis de datos experimentales en esta investigación fueron definitivos para encontrar tal metodología. Es así como se logró la combinación de tres criterios: el valor p de la parábola formada en el perfil vertical de velocidades, el criterio de Jeong y Hussain (1995) y el del Jacobiano. El análisis de la información experimental mediante la aplicación de estos criterios, permitió conocer la frecuencia de paso de los vórtices en flujo sin y con partículas sólidas. Este tipo de análisis no ha sido reportado en la literatura científica internacional. A fin de poder comparar con los resultados de otros investigadores, se obtuvieron espectros de frecuencias aplicando la transformada de Fourier a datos de velocidad en coordenadas específicas de la zona de recirculación, en los cuales se observaron frecuencias dominantes y entre ellas, se lograron identificar las que tenían relación con la dinámica de la zona de recirculación. Las frecuencias encontradas para el caso sin partículas (experimentos en el canal pequeño) fueron de 2.16 Hz, 3.03 Hz y 5.05 Hz (en su forma adimensional, tomando en cuenta la definición del Strouhal, los valores son 0.17, 0.15 y 0.2; en promedio 0.175 ± 0.025). Para los experimentos en el canal grande, Re de 4000 y 3033 el Strouhal fue de 0.14 y 0.15 respectivamente. Estos valores están muy cercanos al de la Ley Universal de Strouhal propuesto por Levi (1990) que es $St = 1/2\pi = 0.16$.

Para el caso particular de flujo con partículas, debido al rango de densidad de las mismas, los perfiles de concentración mostraron los valores más altos cerca de la superficie y menores cerca del fondo. Algunos autores como Kaftory *et al.* (1998)

opinan que la supresión de la turbulencia es ocasionada probablemente por un incremento en la densidad aparente del fluido por la presencia de partículas. En esta investigación se comprobó, que la presencia de partículas sólidas ocasionan una disminución en la frecuencia de paso de vórtices por una línea vertical previamente definida. La frecuencia obtenida para este caso fue de 1.68 Hz (22 % menor en comparación con el caso de flujo sin partículas) y expresada mediante el Strouhal, $St=0.13$. Este resultado podría ser más próximo al valor propuesto por Levi (1990) si en su cálculo se selecciona una velocidad característica que esté más relacionada con el movimiento que da lugar a la formación del vórtice. No se reportan en la literatura estudios del mismo tipo en los que se tenga en cuenta la presencia de partículas sólidas. Es de resaltar que con la metodología propuesta para obtener la concentración a partir del conteo de partículas con el programa ImageJ se determinó bajo qué condiciones es posible realizar el estudio de flujo con partículas. Solamente en un caso se logró tener una condición de concentración a la entrada independientemente del tiempo.

El estudio de la zona de recirculación permitió la obtención de información interesante. Se tuvieron resultados experimentales tanto en el caso de régimen turbulento, como en el de transición entre turbulento y laminar. Para el caso del Re de 3033 y 4000, la longitud de la zona de recirculación presentó casi el mismo valor que fue de $5h_f$ y que coincide con los reportados por otros autores. En la transición, para los Re de 672, 1333 y 2032, la longitud de la zona de recirculación fue de $7.66h_f$, $7h_f$ y $6.36h_f$, es decir sufrió un decremento inicialmente del 8.62 % y luego otro de 16.97 % a medida que se incrementó el Re. Estos resultados fueron congruentes en relación a los reportados por Armaly (1983), el cual concluyó que efectivamente en la transición al irse incrementando el valor del Re, la longitud de la zona de recirculación se va haciendo más pequeña hasta alcanzar un valor constante cuando el Re es turbulento. En lo que se refiere a la intensidad de turbulencia, se observó que ésta se incrementa a partir de la cresta de la forma de fondo y hasta el final de la zona de recirculación, cuando nuevamente empieza a decrecer. En algunos perfiles la existencia de una capa cortante que separa el

flujo de alta velocidad del flujo recirculante quedó evidenciada por el incremento de la intensidad de turbulencia a ciertas alturas en los perfiles.

Se alcanzó el objetivo de lograr un mejor entendimiento de la dinámica del flujo atrás de una forma de fondo fija en canales abiertos. Los resultados experimentales aquí presentados podrían ser útiles en la verificación de resultados numéricos.

6.2 Trabajo futuro sugerido.

El proyecto de investigación que se presenta motiva su continuación, dados los diversos tópicos sobre los cuales no hubo tiempo de indagar y que a continuación se sugieren.

- Se propone la realización de series de experimentos en donde se varíe el tamaño y densidad de las partículas, su concentración dentro del flujo y el número de Reynolds. Resultaría interesante también trabajar con fluidos de diferentes densidades.
- Emplear un equipo PIV-3D para un estudio más completo y detallado de las estructuras del flujo detrás de la forma de fondo.
- Automatizar las metodologías propuestas que permiten detectar el paso de vórtices y el análisis de las imágenes obtenidas con el PIV.
- Realizar simulaciones numéricas y comparar los resultados con lo obtenido experimentalmente.

- Investigar más detalles de las características de los vórtices que se generan en la recirculación y cómo es su respuesta ante la presencia de partículas sólidas de diferentes características.
- Es necesario la realización de un estudio más detallado acerca de la velocidad característica que debe seleccionarse para el cálculo del St . Se propone también continuar con el análisis de frecuencias en la zona de recirculación y su relación con las estructuras del flujo que allí se generan.

Apéndice

A. Serie de imágenes adquiridas con PIV en diferentes tiempos, en las que es posible observar la dinámica de algunos vórtices. Se indica con un punto blanco la coordenada en la cual se midió la componente horizontal de la velocidad del flujo, (80.2mm, 13.5mm).

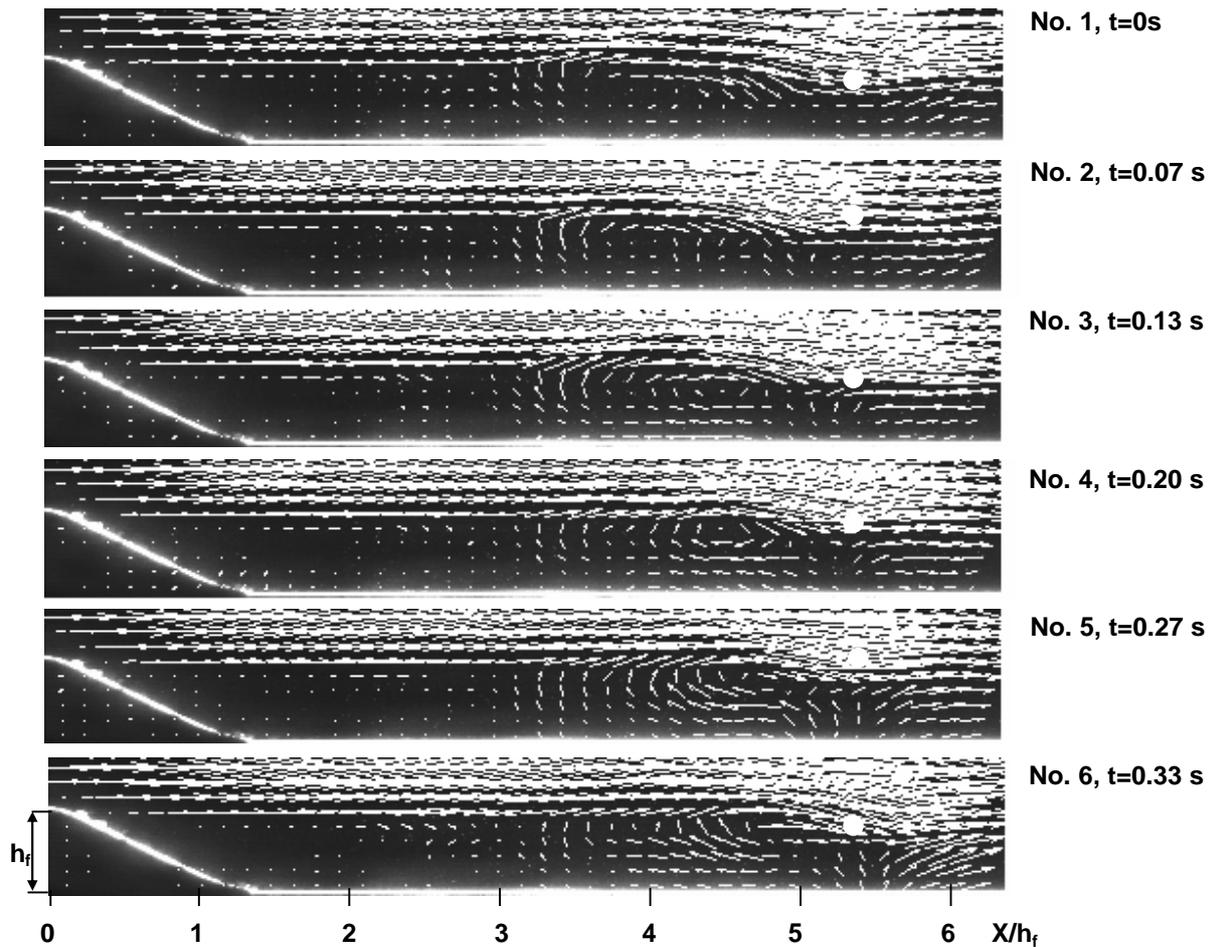


Figura A1: Campos vectoriales bidimensionales de velocidad obtenidos con PIV.
Imágenes 1 – 6.

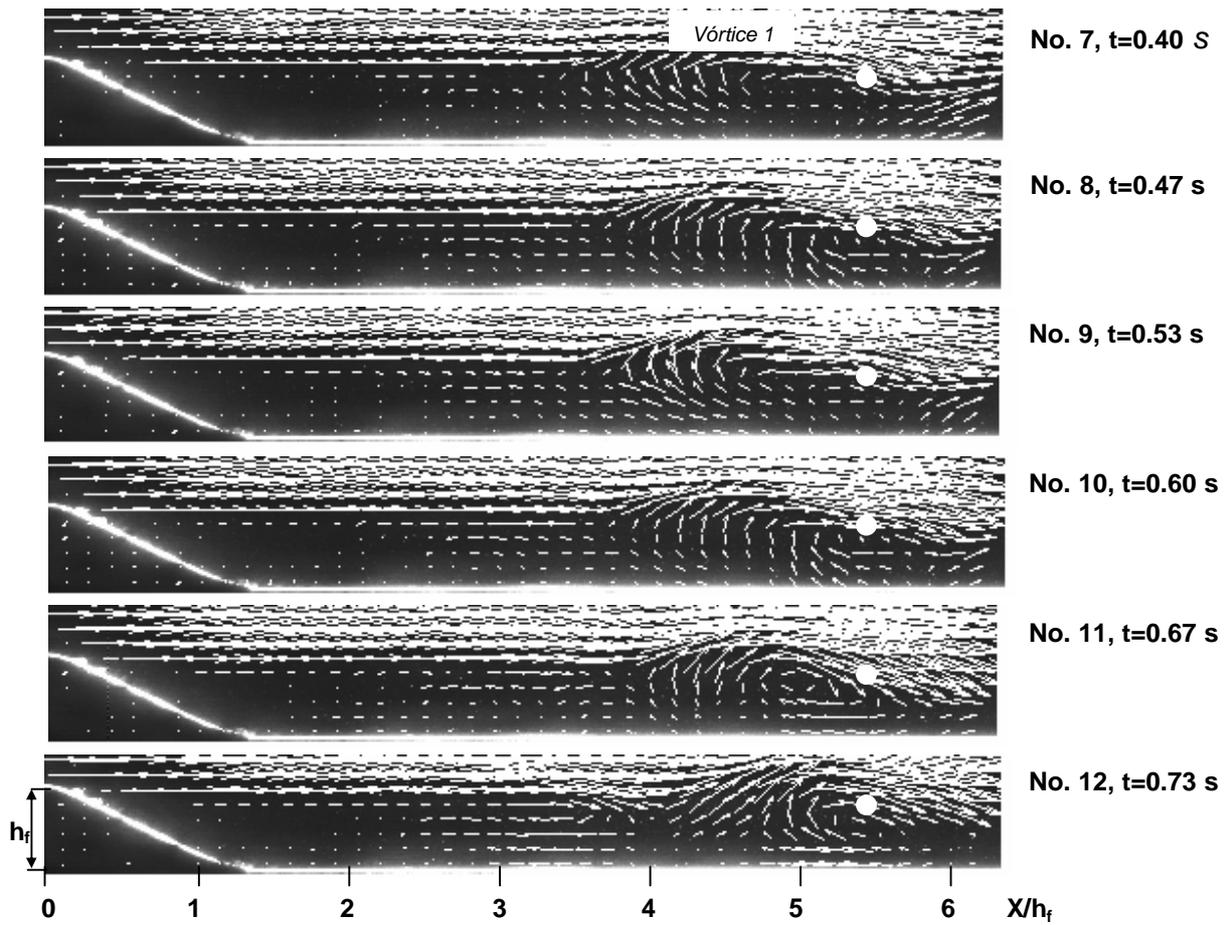


Figura A2: Campos vectoriales bidimensionales de velocidad. Imágenes 7 – 12.

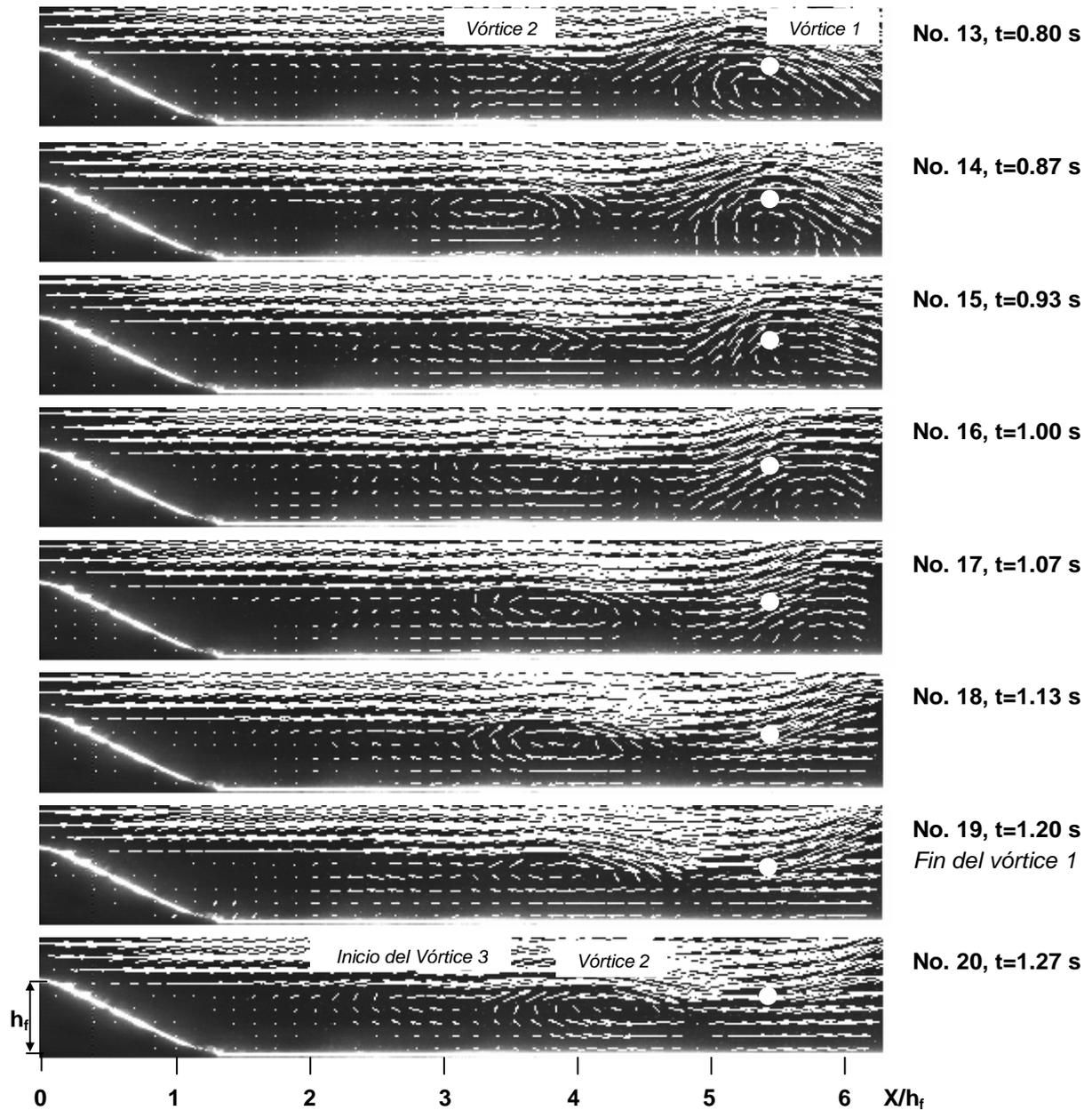


Figura A3: Campos vectoriales bidimensionales de velocidad. Imágenes 13 – 20.

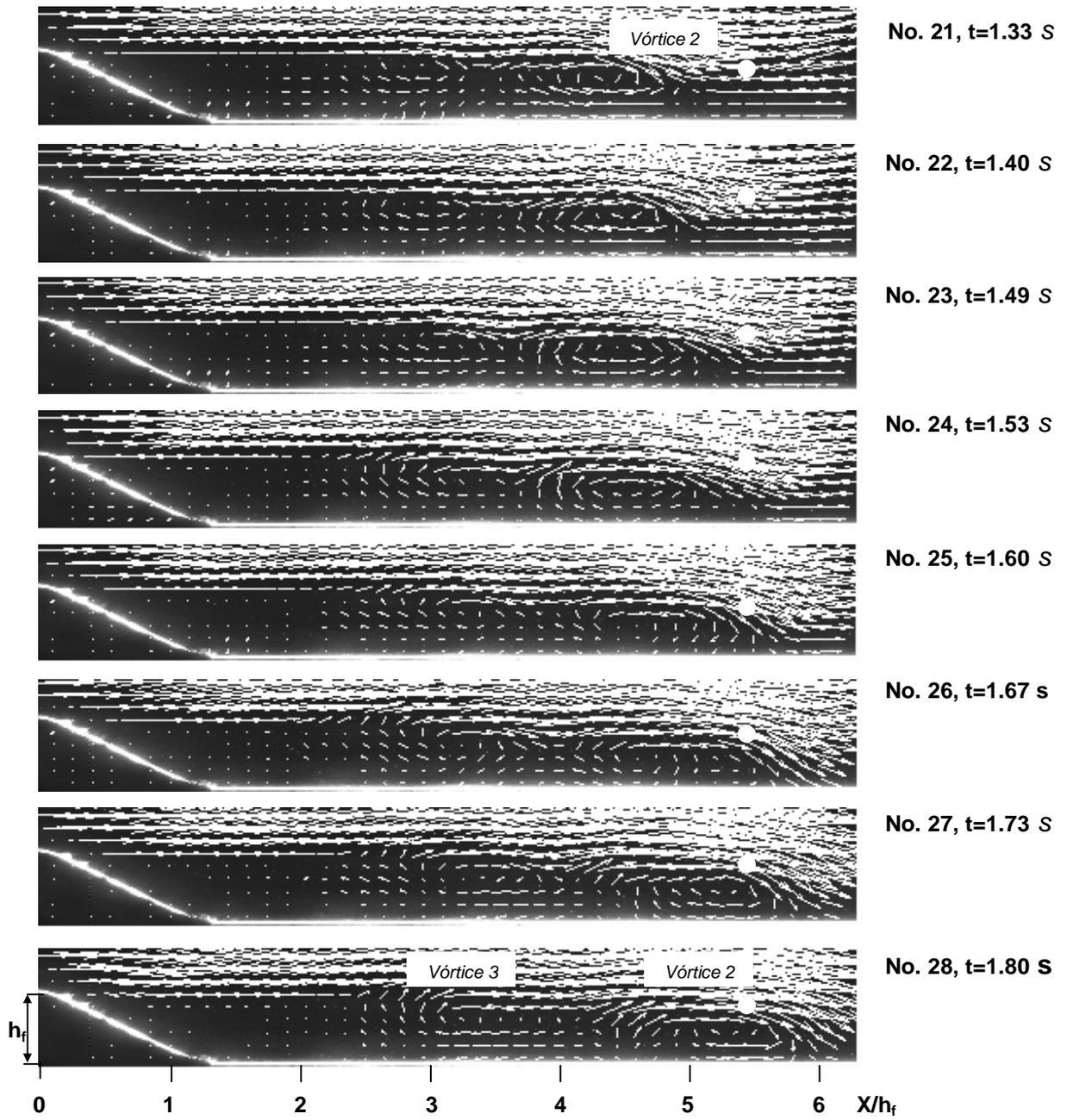


Figura A4: Campos vectoriales bidimensionales de velocidad. Imágenes 21 – 28.

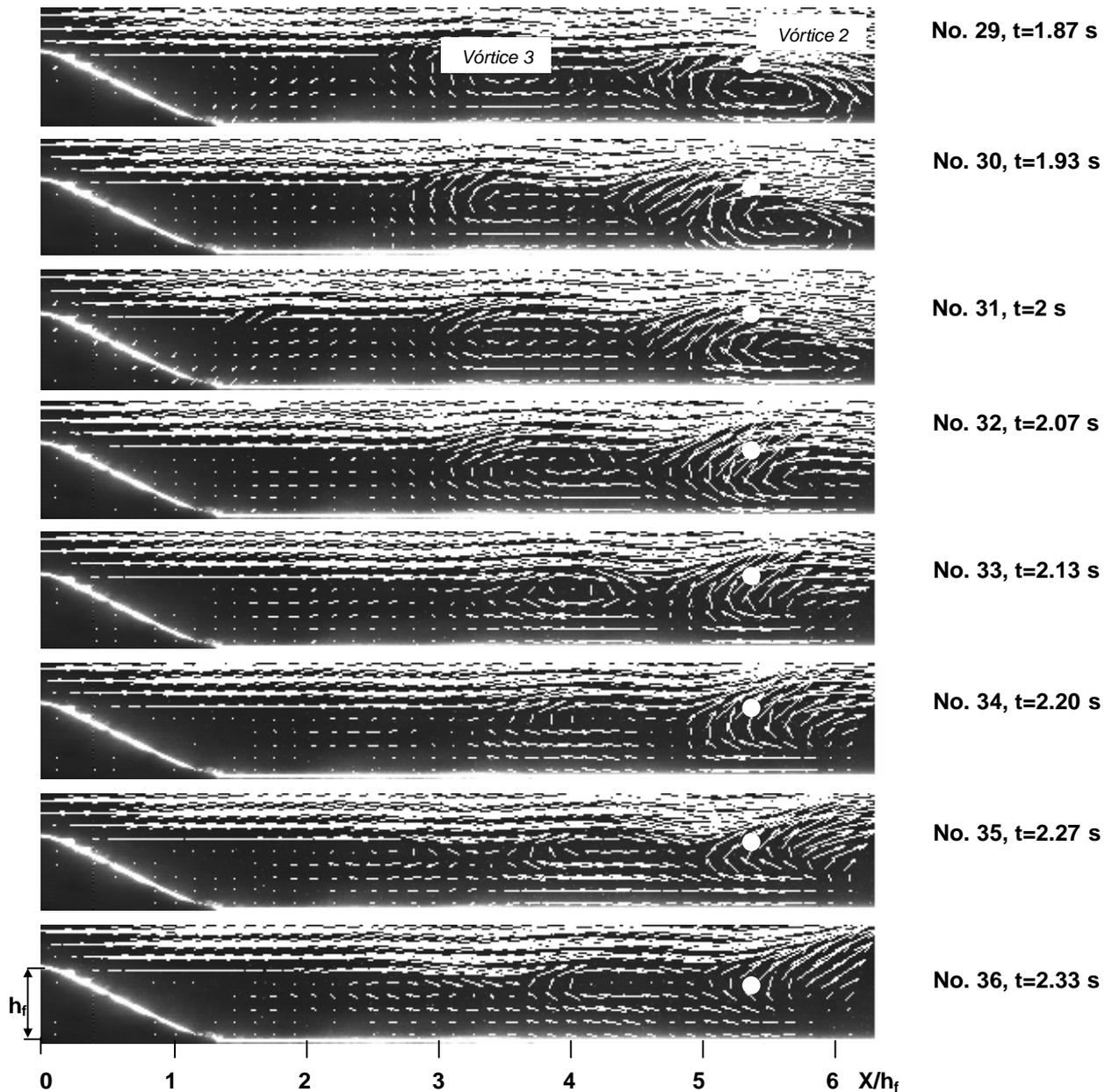


Figura A5: Campos vectoriales bidimensionales de velocidad. Imágenes 29 – 36.

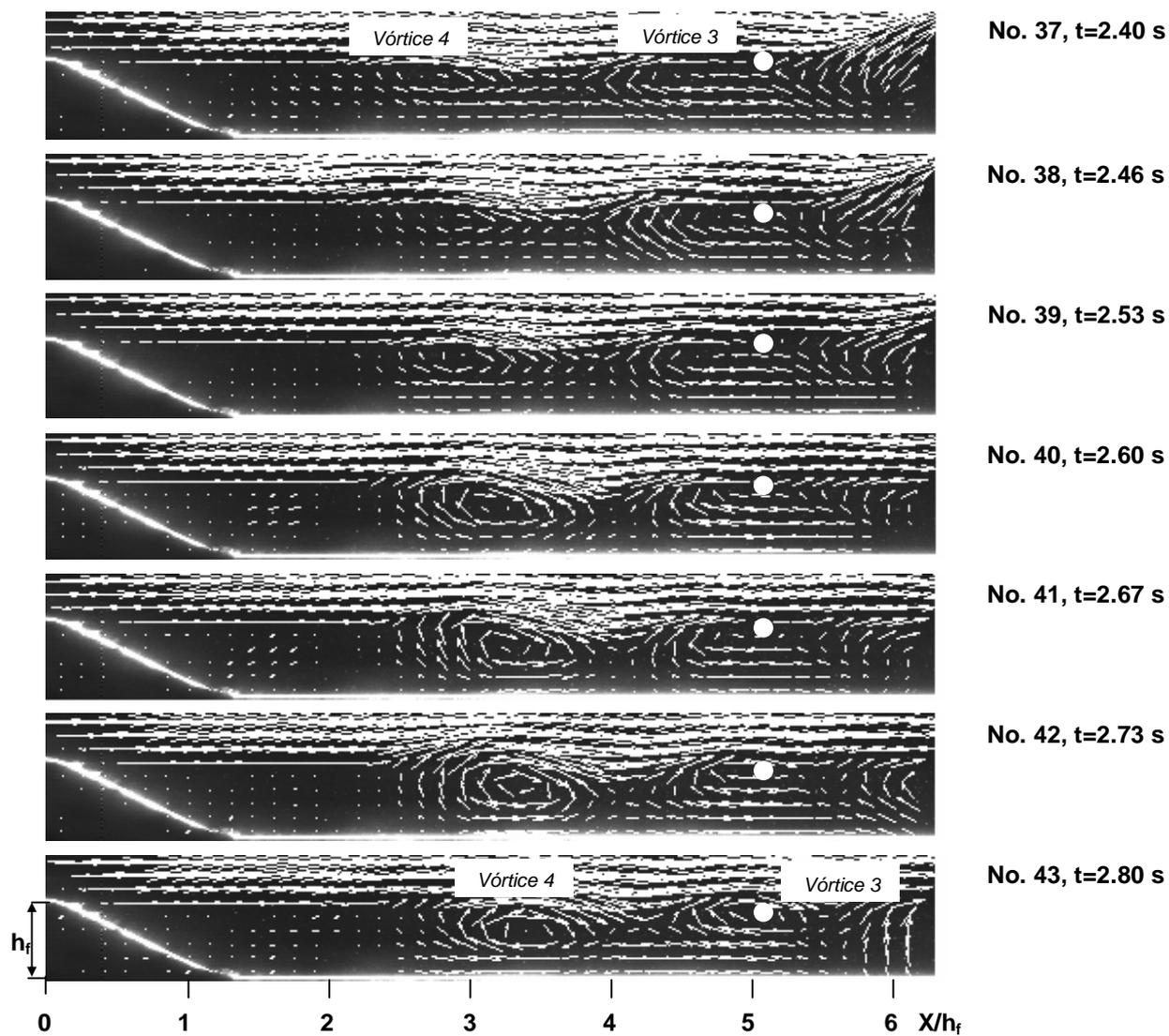


Figura A6: Campos vectoriales bidimensionales de velocidad. Imágenes 37 – 43.

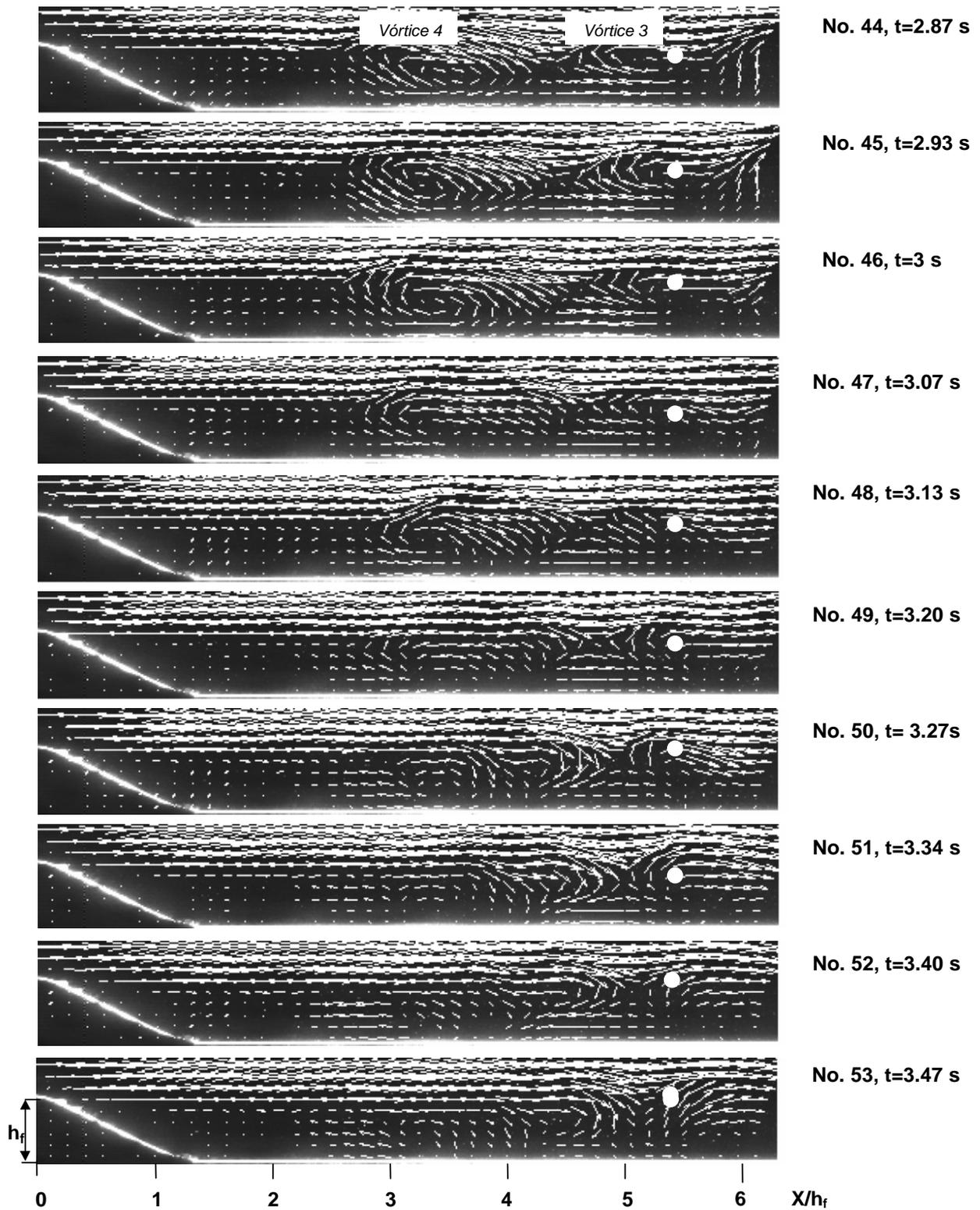


Figura A7: Campos vectoriales bidimensionales de velocidad. Imágenes 44 – 53.

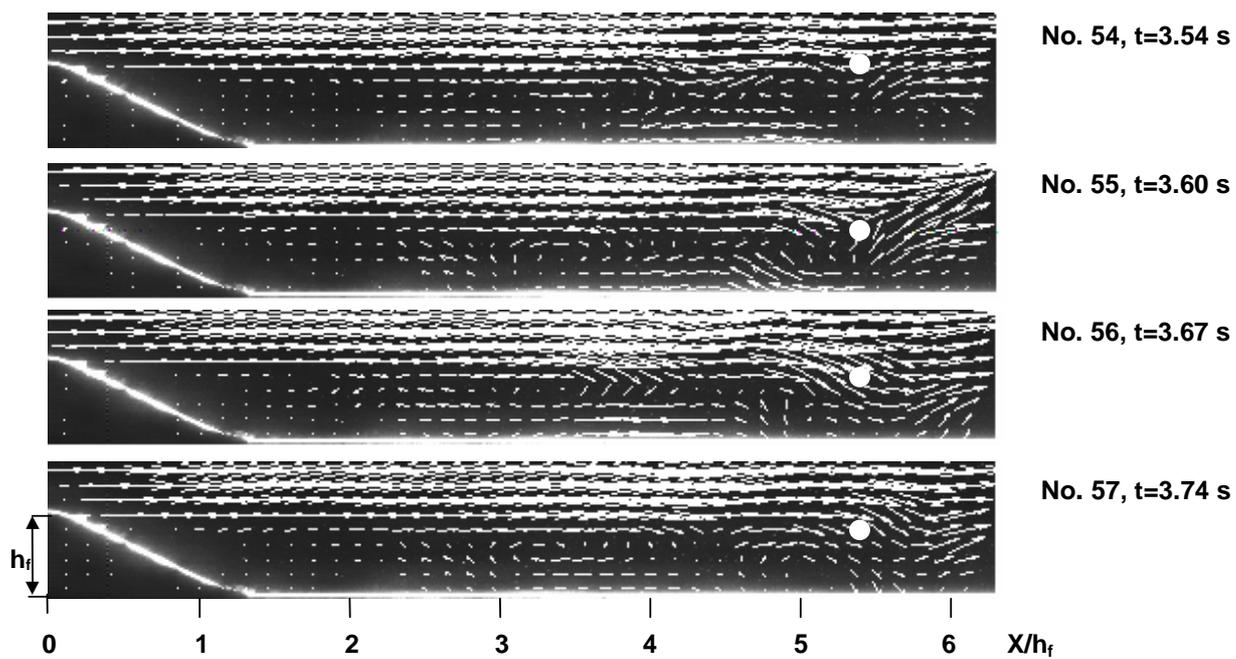


Figura A8: Campos vectoriales bidimensionales de velocidad. Imágenes 54 – 57.

B. Programa para la detección de paso de vórtices.

Aplicación de los criterios del valor mínimo de p , Jacobiano y Jeong y Hussain (1995).

Se presenta a continuación el código empleado en el desarrollo de la presente investigación. Los textos al interior de las instrucciones se presentan sin acento y el comentario seguido del símbolo porcentaje es solo informativo, no interviene en la ejecución del programa. Se ha dejado a manera de ilustración información de la empleada en este trabajo, tal como dirección de archivos, tamaño de la malla, entre otros.

% Inicio del código.

```
disp('Aplicacion criterio minimo de parabola, Jacobiano y Hussain para detectar
vortices y crear una animacion')
```

```
disp(' ')
```

```
clear
```

% Ingreso de datos al programa

```
ini=input ('Ingrese el No. del primer archivo de datos: ')
```

```
fin=input ('Ingrese el No. del ultimo archivo de datos: ')
```

```
xmax=input ('Ingrese el No. de nodos en X: ')
```

```
ymax=input ('Ingrese el No. de nodos en Y: ')
```

```
Xp=input ('Ingrese el No. del nodo seleccionado en el eje x: ')
```

```
delt=input ('Ingrese el valor del incremento de tiempo delta t: ')
```

```
pp=input ('Ingrese el valor limite de la distancia caracteristica p de la parabola: ')
```

```
ini=ini-1;
```

```
nar=(fin-ini); % numero de archivos
```

% Habilitación de la animación. Observe que se ingresa la dirección en donde se desea grabar la animación.

```
ic=0;
```

```
ti=0;
```

```
mov = avifile('D:\Re3_sin_exp_dic2\animacion\anim50.avi','fps',4) % guarda
archivo con animacion No. 58
```

% El siguiente ciclo permite el análisis de los archivos que contienen las matrices de datos obtenidas por medio del análisis de imágenes adquiridas con PIV y analizadas con el programa FlowManager.

```
for j=1:nar;
    j1=ini+j;
```

```
    ic=ic+1;
    infmin(ic,1)=ti;
ti=ti+delt;
```

% Observe que en la siguiente instrucción debe darse la dirección donde se localizan los archivos que contienen las matrices de datos para ser cargadas.

```
operation=['load D:\Re3_sin_exp_dic2\datos\toma50\file' num2str(j1,'%05.4d')
','.txt'];
clear datos x y u v;
eval(operation);
s=['datos=', 'file', num2str(j1, '%05.4d'),'];
eval(s);
```

% Se define el arreglo de los datos para ser leídos por el programa. Cada archivo que lee el programa contiene una matriz de datos con información en las cuatro primeras columnas, coordenada de posición en X, coordenada de posición en Y, componente horizontal de velocidad y componente vertical de velocidad respectivamente. Las coordenadas están dadas en mm y la velocidad en m/s.

```
n = length(datos);
r = 1:xmax*yymax;
```

```
x = datos(r,1);
y = datos(r,2);
u = datos(r,3);
v = datos(r,4);
```

```
xmaxima=max(x);
ymaxima=max(y);
xminima=min(x);
yminima=min(y);
```

% Cálculo de la magnitud de la velocidad.

```
for jj=1:yymax
    for i=1:xmax
z(i,jj)=sqrt(u(i+(xmax*(jj-1)))*u(i+(xmax*(jj-1)))+v(i+(xmax*(jj-1)))*v(i+(xmax*(jj-1))));
    end
end
```

% Obtención del perfil de velocidades para diferentes alturas. Observe que se seleccionan tantos nodos en la dirección vertical como sea necesario al ingresar los datos al programa. Se da la instrucción para dibujar el perfil de velocidad en el nodo X_p , para el número de alturas requerido. Se normalizan las alturas.

```
figure(1)
YR=linspace (0,1,ymax);
plot(YR,z(Xp,1:ymax),YR,z(Xp,1:ymax),'o') hold on
yinter=0:0.01:1;
```

```
for jjj=1:ymax
    zm(jjj)=z(Xp,jjj);
    YRm(jjj,1)=x(jjj);
    YRI(jjj,1)=x(jjj);
    YRn(jjj,1)=x(jjj);
end
```

% Con las siguientes instrucciones se calcula el mínimo de velocidad y su posición en el perfil de velocidades. Se debe seleccionar el nodo a partir del cual se desea determinar el mínimo de velocidad.

```
zm;
YRm;
velocidades_diferentes_alturas_nodo_seleccionado=zm
alturas_nodo_seleccionado=YRm
[Y,I]=min(zm(2:ymax))
infmin(ic,2)=Y;
```

```
posicion=I
```

```
velocidad=Y
```

```
YRm(I+1,1);
YRI(I+0,1);
YRn(I+2,1);
altura_minima_velocidad_mm=YRm(I+1,1)
altura_anterior_minima_mm=YRI(I+0,1)
altura_posterior_minima_mm=YRn(I+2,1)
velocidad_anterior_minima=z(Xp,I+0)
velocidad_minima=z(Xp,I+1)
velocidad_posterior_minima=z(Xp,I+2)
```

% Cálculo del parámetro p (unidades arbitrarias) a partir de las alturas seleccionadas. Revisar capítulo de Métodos, inciso 3.1 b (Criterio propuesto en la presente investigación para detectar el paso de vórtices).

```
Co=[YRI(l+0,1) 1 (z(Xp,l+0)*1000); YRm(l+1,1) 1 (z(Xp,l+1)*1000); YRn(l+2,1) 1
(z(Xp,l+2)*1000)];
B=[-(YRI(l+0,1))^2; -YRm(l+1,1)^2; -YRn(l+2,1)^2];
```

```
X=inv(Co)*B;
p=-X(3)/4
```

```
infmin(ic,5)=p;
```

% Condición para que se aplique el criterio del Jacobiano y el de Jeong y Hussain (1995).

```
if (p<pp)&(p>0)
```

```
fprintf('Inician_calculos_Jacobiano_Jeong_Hussain %g.\n',2*pi)
```

```
sortrows(datos);
```

```
x=datos(r,1);
y=datos(r,2);
```

% Inicia carga de archivo con la información referente al espaciamiento entre nodos en ambas direcciones (ΔX y ΔY) y número de nodos en la dirección horizontal y vertical. Esta información se debe guardar en un archivo de texto que en este caso se le dio el nombre de infco.

```
load D:\Re3_sin_exp_dic2\datos\toma1\infco.txt;
clear datos1 delx dely ni nj;
datos1=infco;
delx=datos1(1,1); % delta X: 1.58 mm
dely=datos1(1,2); % delta Y: 1.58 mm
ni=datos1(2,1); % nodos en x: 62
nj=datos1(2,2); % nodos en y: 13
```

```
x=reshape(x,ni,nj);
xa=x';
y=reshape(y,ni,nj);
ya=y';
```

% Se definen a continuación las dimensiones de la caja en donde se graficará el campo vectorial. Se da la instrucción de graficar el campo vectorial.

```
xcaja = [-1 17 17 -1 -1];
```

```

ycaja = [-1 -1 13 13 -1];
fig=figure(2);
set(fig,'DoubleBuffer','on');
set(gca,'xlim',[-1 17],'ylim',[-1 13],... % limites de la caja
'NextPlot','replace','Visible','off')

plot(xcaja,ycaja,'w');
axis equal tight
hold on

clear ut vt xt yt phi;
u = datos(r,3);
v = datos(r,4);
u=reshape(u,ni,nj);
ua=u';
v=reshape(v,ni,nj);
va=v';

quiver(xa,ya,ua,va,4,'k-','filled'); % grafico campo vectorial x-y-u-v y controlo
tamaño de los vectores

axis equal tight

%stop

% Se construyen matrices transpuestas.

ut=ua';
vt=va';
xt=xa';
yt=ya';

phic=0.0*xt;
phi=0.0*xt; % crea una matriz de ceros del tamaño de xt
phia=0.0*xt;
phib=0.0*xt;
eval1=0.0*xt;
eval2=0.0*xt;
eval3=0.0*xt;
eval4=0.0*xt;

% Aplicación del criterio de Jeong y Hussain (1995).

for jj = 2:nj-1 % desde el nodo 2 hasta el nodo 13
    for ii = 2:ni-1 % desde el nodo 2 hasta el nodo 61

```

% Cálculo de la parte simétrica del tensor.

```
SH11=(ut(ii+1,jj)-ut(ii-1,jj))/(2*delx);
SH12=0.5*((ut(ii,jj+1)-ut(ii,jj-1))/(2*dely)+(vt(ii+1,jj)-vt(ii-1,jj))/(2*delx));
SH21=SH12;
SH22=(vt(ii,jj+1)-vt(ii,jj-1))/(2*dely);
SHij=[SH11, SH12; SH21, SH22];
SHsqr=SHij*SHij;
```

% Cálculo de la parte antisimétrica del tensor.

```
Omega11=0;
Omega12=0.5*((ut(ii,jj+1)-ut(ii,jj-1))/(2*dely)-(vt(ii+1,jj)-vt(ii-1,jj))/(2*delx));
Omega21=-Omega12;
Omega22=0;
Omegaij=[Omega11, Omega12; Omega21, Omega22];
Omegasqr=Omegaij*Omegaij;
```

% Tensor de Hussain - Aplicación Criterio de Hussain

```
hu=SHsqr+Omegasqr;
[V,D] = eig(hu);
Eigenvalor=eig(hu);
eval1(ii,jj)=Eigenvalor(1);
eval2(ii,jj)=Eigenvalor(2);
```

% Jacobiano - Aplicación Criterio Jacobiano

% Jacobiano - Derivadas Parciales

```
S11=(ut(ii+1,jj)-ut(ii-1,jj))/(2*delx); % parcial de u con respecto a x
S12=(ut(ii,jj+1)-ut(ii,jj-1))/(2*dely); % parcial de u con respecto a y
S21=(vt(ii+1,jj)-vt(ii-1,jj))/(2*delx); % parcial de v con respecto a x
S22=(vt(ii,jj+1)-vt(ii,jj-1))/(2*dely); % parcial de v con respecto a y
Sij=[S11, S12; S21, S22];
```

```
H=Sij;
[V,D] = eig(H);
Eigenval=eig(H);
eval3(ii,jj)=Eigenval(1);
eval4(ii,jj)=Eigenval(2);
```

```
icor=ii;
icor;
jcor=jj;
jcor;
```

```

    % Parte Real = 0, Centro (red)

if (Eigenvalor(2)<-
0.0000001)&(imag(Eigenval(1))~=0)&(imag(Eigenval(2))~=0)&(real(Eigenval(1))==
0)&(real(Eigenval(2))==0);

axis equal tight
    plot(xt(ii,jj),yt(ii,jj),'r.');
```

if (icor==Xp) & (jcor==l+1);
 plot(xt(Xp,l+1),yt(Xp,l+1),'m.');

infmin(ic,3)=xt(Xp,l+1);
 infmin(ic,4)=yt(Xp,l+1);
 else phi(ii,jj)=1.0;
 end

```

else
    % Parte Real > 0, Nodo Repulsivo (blue)

    if (Eigenvalor(2)<-
0.0000001)&(imag(Eigenval(1))~=0)&(imag(Eigenval(2))~=0)&(real(Eigenval(1))>0)
&(real(Eigenval(2))>0);
        axis equal tight

        Eigenvalor(2);
        imag(Eigenval(1));
        plot(xt(ii,jj),yt(ii,jj),'b.');
```

if (icor==Xp) & (jcor==l+1);
 plot(xt(Xp,l+1),yt(Xp,l+1),'c.');

infmin(ic,3)=xt(Xp,l+1);
 infmin(ic,4)=yt(Xp,l+1);
 else phia(ii,jj)=2.0;
 end

```

else

    % Parte Real < 0, Nodo Atractivo (Yellow)

        if (Eigenvalor(2)<-
0.0000001)&(imag(Eigenval(1))~=0)&(imag(Eigenval(2))~=0)&(real(Eigenval(1))<0)
&(real(Eigenval(2))<0);
            axis equal tight
            plot(xt(ii,jj),yt(ii,jj),'y.');
```

if (icor==Xp) & (jcor==l+1);
 plot(xt(Xp,l+1),yt(Xp,l+1),'g.');

```
        infmin(ic,3)=xt(Xp,l+1);
        infmin(ic,4)=yt(Xp,l+1);
        else phib(ii,jj)=3.0;
        end
    end
end

end
end

end
end

contour(xt,yt,phi,1,'-r');
contour(xt,yt,phia,2,'-b');
contour(xt,yt,phib,3,'-y');

F = getframe(gca);          % define ejes
mov = addframe(mov,F);
clf                          % limpia ventana de figura
end
end

mov=close(mov);

save tabla.txt infmin -ascii
```

C. Sub-rutina para filtrar imágenes adquiridas con PIV empleando el programa de dominio público ImageJ. Se eliminan de ellas las partículas sólidas y permanecen los trazadores.

```
// This macro batch measures a folder of images.
// Use the Analyze>Set Measurements command
// to specify the measurement parameters. Check
// "Display Label" in the Set Measurements dialog
// and the file names will be added to the first
// column of the "Results" table.

// f_out1 = fopen("./dat")

macro "Batch Measure" {
    requires("1.33n");
    dir = getDirectory("Choose a Directory ");
    dir2 = getDirectory("Choose Destination Directory ");
    list = getFileList(dir);
    start = getTime();
    setBatchMode(true); // runs up to 6 times faster
    for (i=0; i<list.length; i++) {
        path = dir+list[i];
        path2 = dir2+list[i];
        showProgress(i, list.length);
        if (!endsWith(path, ".")) open(path);
        if (nImages>=1) {
            run("Subtract Background...", "rolling=500");
            run("Enhance Contrast", "saturated=0.5");
            run("Gran filter" , "ok");
            save(path2+"");
            close();
        }
    }
    //print((getTime()-start)/1000);
}
```

Referencias del capítulo 1.

Achenbach E (1974). Vortex shedding from spheres. *J. Fluid Mech.* 62: 209-221.

Antonia RA (1981). Conditional sampling in turbulence measurement. *Ann. Rev. of Fluid Mech.* Vol. 13: 131-156.

Armaly BF; Durst F; Pereira JCF; Schoenung B (1983). Experimental and theoretical investigation of a backward-facing step flow. *J. Fluid Mech.* 127: 473-496.

Cao Z; Egashira S; Carling P (2003). Role of suspended-sediment particle size in modifying velocity profiles in open channel flows. *Water Resources Research*, Vol. 39, No. 2.

Cellino M; Graf WH (2000). Experiments on suspension flow in open channels with bed forms. *J. hydraulic research.* Vol. 38, No. 4: 289-298.

Chiang TP; Tony WHS (1999). A numerical revisit of backward-facing step flow problem. *Physics of Fluids* Vol. II, No. 4: 862-874.

Chong MS; Perry AE; Cantwell BJ (1990). A general classification of three-dimensional flow field. *Physics of Fluids*, A 2: 756.

Driver DM; Seegmiller HL; Marvin J (1987). Time-dependent behavior of a reattaching shear layer. *AIAA J* 25, No. 7: 914-919.

Elghobashi (1994). On predicting particle-laden turbulent flows. *Appl. Sci. Res.* 52:309-329.

Engelund F; Fredsoe J (1982). Sediment ripples and dunes. *Ann. Rev. Fluid Mech.* 14: 13-37.

Espinoza J; Martínez-Austria P; Rojas J; Ávila F (2000). Análisis del flujo en un canal de laboratorio con formas de fondo fijas. *Ingeniería Hidráulica en México.* Vol. XV, No. 2, 75-84.

Espinoza J (2001). Estructuras turbulentas y mecanismos de transporte de sedimentos. Tesis de Doctorado. DEPMI-UNAM.

Fessler, JR; Kulich JD; Eaton JK (1994). Preferential concentration of heavy particles in a turbulent channel flow. *Phys. Fluids* 6 (11).

Friedrich R; Arnal M (1990). Analysing turbulent backward-facing step with the low pass-filtered Navier-Stokes equations. *J. Wind Eng. 1nd Aerodyn* 35: 101-128.

Gore R; Crowe CT (1989). Effect of particle size on modulating turbulent intensity. *Int. J. Multiphase Flow* 15, 279-285.

Guido P; Rojas J; Huelsz G (2005). Medición simultánea de velocidades de las fases sólida y líquida del flujo en canales. *Ingeniería Hidráulica en México.* Vol. XX, No. 3, 21-29.

Hetsroni G (1989). Particle - turbulence interaction. *Int. J. Multiphase Flow* 15, 735-746.

Hunt JCR; Wray AA; Moin P (1988). Eddies, stream and convergence zones in turbulent flows, Center for Turbulence Research Report CTR-S88, 193.

Ishii M (1977). One dimensional drift-flux model and constitutive equations for a relative motion between phases in various two-phase regimes. Report ANL-77-47. Argonne National Laboratory, Argonne, IL.

- Kadota A; Nezu I (1999). Three – dimensional structure of space – time correlation on coherent vortices generated behind dune crest. *J. Hyd. Res.* 37: 59-80.
- Kaftori D; Hetsroni G; Banerjee S (1995). Particle behavior in the turbulent boundary layer. I. Motion, deposition and entrainment. *Physics of fluids*, Vol.7: 1095-1106.
- Kline SJ; Robinson SK (1990). *Turbulent Boundary Layer Structure: Progress, Status and Challenges, Structure of turbulence and Drag reduction*, ed. A. Gyr, Springer.
- Kline SJ; Reynolds WC; Schraub FA; Runstadler PW (1967). The structure of turbulent boundary layers. *J. Fluid Mech.* 30: 741-773.
- Jeong J; Hussain F (1995). On the identification of a vortex. *J. Fluid Mech.* 285: 69-94.
- Lee SL; Boerner T (1987). Fluid flow structure in a dilute turbulent two-phase suspension flow in a vertical pipe. *Int. J. Multiphase Flow* 13: 233-246.
- Le H; Moin P; Kim J (1997). Direct numerical simulation of turbulent flow over a backward facing step. *J. Fluid Mech.* 330: 349-374.
- Leighton D; Acrivos A (1986). Viscous resuspension. *Chem. Eng. Sci.* 41: 1377-1384.
- Maddux TB; Nelson JM; McLean SR (2003). Turbulent flow over three – dimensional dunes: 1. Free surface and flow response. *J. Geophys. Res.* 108:10.1 – 10.20.
- Mei R; Adrian RJ; Hanratty TJ (1991). Particle dispersion in isotropic turbulence under Stokes drag and Basset force with gravitational settling. *J. Fluid Mech.* 225: 481-495.
- Mueller A; Gyr A (1986). On the vortex formation in the mixing layer behind dunes. *J. Hydraul. Res.* Vol 24: 359-375.
- Mumford JC (1982). The structure of large eddies in fully development turbulent shear flows. Part 1. The plane jet. *J. Fluid Mech.* Vol. 118: 241-268.
- Mumford JC (1982). The structure of large eddies in fully development turbulent shear flows. Part 2. The plane jet. *J. Fluid Mech.* Vol. 137: 447-456.
- Niño Y; García MH (1996). Experiments on the particle-turbulence interactions in the near-wall region of an open channel flow. Implications for sediment transport. *J. Fluid Mech.* 326: 285-319.
- Raudkivi AJ (1966). Bed forms in alluvial channels. *J. Fluid Mech.* 26: 507-514.
- Robinson SK (1991). *The kinetics of turbulent boundary layer structure*. PhD Dissertation, Stanford University.
- Rojas J; Martínez P; Espinoza J; Vargas S (1999). Image processing and velocity measurements in the turbulent boundary layer of a laboratory shallow channel. *J. of Hydromech.* 47-2: 81-92.
- Simpson RL (1989). Turbulent boundary-layer separation. *Annu. Rev. Fluid Mech.* 21: 205-234.
- Smith JD; McLean SR (1977). Spatially averaged flow over a wavy surface. *J. Geophys. Res.* 82: 1735-1746.
- Smith CR; Metzler SP(1983). The characteristics of low-speed streaks in the near-wall region of a turbulent boundary layer. *J Fluid Mech.* 129:27–54.
- Spalart PR (1988). Direct simulation of a turbulent boundary layer up to $R_0=1410$. *J. Fluid Mech.* 187: 61-98.

Spazzini PG; Luso G; Onorato M; Zurlo N; Di Cicca GM (2001). *Unsteady behavior of back-facing step flow. Experiments in Fluids* 30: 551-561.

Sullivan P; Day M; Pollard A (1994). *Enhanced VITA techniques for turbulent structure identification. Subm. To Exp. In Fluids.*

Sutherland AJ (1967). *Proposed mechanism for sediment entrainment by turbulent flows. J. Geophys. Res. No.72: 6183-6194.*

Vanoni VA; Hwang L (1967). *Relation between bed forms and friction in streams. Journal of Hydraulic Div., ASCE. 93 No. 3: 121-144.*

Referencias del capítulo 2.

Adrian RJ (1983). *Laser Velocimetry in Fluid Mechanics Measurements. Ed. Goldstein RJ, Hemisphere Publishing NY: 155-244.*

Armaly BF; Durst F; Pereira JCF; Schoenung B (1983). *Experimental and theoretical investigation of a backward-facing step flow. J. Fluid Mech. 127: 473-496.*

Guido P (2003). *Medición simultánea de velocidades de las fases líquida y sólida y de concentraciones en canales con sedimentos. Tesis de Maestría. Centro de Investigación en Energía CIE-UNAM.*

Huelsz G; Hernández G (2006). *Detección de regiones de flujo tridimensional en mapas de velocidad de PIV para flujos incompresibles. XLIX Congreso de la Sociedad Mexicana de Física, XII Congreso de la División de Dinámica de Fluidos, 16 al 20 de octubre 2006, San Luis Potosí, S.L.P. Suplemento del Bol. Soc. Mex. Fís. 20-3, 277-277.*

Jeong J; Hussain F (1995). *On the identification of a vortex. J. Fluid Mech. 285: 69-94.*

Palacios M; Espinoza J; Rojas J (2001). *Numerical and experimental analysis of the flow downstream of a fixed bed form in an open channel. V Latinamerican and Caribbean Congress on Fluid Mechanics, Caracas, Venezuela: IMF1-1 – IMF1-4.*

Vanoni VA; Hwang L (1967). *Relation between bed forms and friction in streams. Journal of Hydraulic Div., ASCE. 93 No. 3: 121-144.*

Referencias del capítulo 3.

Dagan A; Arieli R (1993). *Solutions of the vorticity transport equation at high Reynolds numbers. Thirteenth International Conference on Numerical Methods in Fluid Dynamics: Proceedings of the Conference Held at the Consiglio Nazionale delle Ricerche Rome, Italy, 6–10 July 1992. Editor: M. Napolitano, F. Sabetta, Lecture Notes in Physics, 414: 406-410.*

Jeong J; Hussain F (1995). *On the identification of a vortex. J. Fluid Mech. 285: 69-94.*

Poincaré H (1982). *Les points singuliers des équations différentielles. C. R. Acad. Sci. Paris 94:416-18; Ceuvres Completes 1:3-5.*

Helman J; Hesselink L (1989). *Representation and Display of vector field topology in fluid flow data sets. Computer. 22, No. 8: 27-36.*

Referencias del capítulo 4.

Adams EW; Eaton JK (1988). LDA study of the backward-facing step flow, including the effects of velocity bias. *J. Fluids Eng.* 110: 275-282.

Armaly BF; Durst F; Pereira JCF; Schoenung B (1983). Experimental and theoretical investigation of a backward-facing step flow. *J. Fluid Mech.* 127: 473-496.

Bennett SJ; Best JL (1995). Mean flow and turbulence structure over fixed, two-dimensional dunes: implications for sediment transport and bedform stability. *Sedimentology* 42: 491-514.

Best J; Kostaschuk R (2002). An experimental study of turbulent flow over a low-angle dune. *J. of Geophysical Res.* 107 No. C9, 3135: 18-1 - 18-19.

Caballero J; Espinoza J; Rodríguez A (2000). Estudio experimental de la separación del flujo detrás de dunas. XVI Congreso nacional de Hidráulica, Morelia, Mich. *Memorias, Avances en Hidráulica* 6: 548-850.

Chandrsuda C; Bradshaw P (1981). Tubulent structure of a reattaching mixing layer. *J. Fluid Mech.* 110: 171-194.

Chun KB; Sung HJ; (1996). Control of turbulent separated flow over a backward-facing step by local forcing. *Exp. in Fluids* 21: 417-426.

Devenport WJ; Sutton EP (1991). Near wall behavior of separated and reattaching flows. *AIAA J29:* 25-31.

Driver DM; Seegmiller HL (1985). Features of a reattaching turbulent shear layer in divergent channel flow. *AIAA J.* 23:163-171.

Eaton JK; Johnston JP (1982). Low frequency unsteadiness of a reattaching turbulent shear layer. In: Durst et al (eds) *Turbulent shear flows III.* Springer Berlin Heidelberg New York: 162-170.

Etheridge DW; Kemp PH (1978). Measurements of turbulent flow downstream of a backward-facing step. *J. Fluid Mech.* 86: 545-565.

Hall SD; Bahnia M; Fletcher CAJ; Morrison GL (2003). Investigation of the secondary corner vortex in a benchmark turbulent backward-facing step using cross-correlation particle imaging velocimetry. *Exp. in Fluids* 35: 139-151.

Hasan MAZ (1992). The flow over a backward-facing step under controlled perturbation: laminar separation. *J. Fluid Mech.* 238: 73-96.

Hyun BS; Balachandar R; Yu K; Patel VC (2003). Assesment of PIV to measure mean velocity and turbulence in open-channel flow. *Exp. in Fluids* 35: 262-267.

Jeong J; Hussain F (1995). On the identification of a vortex. *J. Fluid Mech.* 285: 69-94.

Jovic S; Driver DM (1995). Reynolds number effects on the skin friction in separated flows behind a backward facing step. *Exp. in Fluids* 18: 464-467.

Kadota A; Nezu I (1999). Three-dimensional structure of apace-time correlation on coherent vortices generated behind dune crest. *J. Hydr. Res.* 37: 59-80.

Keane RD; Adrian RJ (1992). *Theory of cross-correlation analysis of PIV images. Applied Scientific Research*, 49: 191-215, 1992.

Kasagi N; Matsunaga A (1995). *Three-dimensional particle-tracking velocimetry measurement of turbulence statistics and energy budget in a backward-facing step flow. Int. J. Heat Fluid Flow* 16:477-485.

Kim J; Kline SJ; Johnston JP (1980). *Investigation of a reattaching turbulent shear layer: flow over a backward-facing step. J. Fluids Eng.* 102: 302-308.

Kostas J; Soria J; Chong MS (2002). *Particle image velocimetry measurements of a backward-facing step flow. Exp. in Fluids* 33: 838-853.

Le H; Moin P; Kim J (1997). *Direct numerical simulation of turbulent flow over a backward facing step. J. Fluid Mech.* 330: 349-374.

Lee I; Ahn SK; Sung HJ (2004). *Three-dimensional coherent structure in a separated and reattaching flow over a backward-facing step. Exp. in Fluids* 36: 373-383.

Levi E (1990). *Los vórtices en la hidráulica. Ingeniería Hidráulica en México. Edición Septiembre – Diciembre. Pág. 20 – 30.*

Makiola B; Ruck B (1990). *Experimental investigation of a single-sided backward-facing step flow with inclined step geometries. Elsevier Science Publishing. Engineering Turbulence Modelling and Experiments: 487-496.*

Mueller A; Gyr A (1986). *On the vortex formation in the mixing layer behind dunes. J. of Hydr. Res.* 24 No. 5: 359-375.

Nakagawa H; Nezu I (1987). *Experimental investigation on turbulent structure of backward-facing step flow in an open channel. J. Hydr. Res.* 25: 67-88.

Nezu I; Nakagawa H (1989b). *Accurate measurements of space-time correlations of coherent vortex behind dunes in turbulent open-channel flows with combination of Laser-Doppler Anemometer and Hot-film Anemometer. Proc. Workshop on Instrumentation for Hydraulics Laboratories, Burlington, Canada: 29-44.*

Nelson JO; McLean SR; Wolfe SR (1993). *Mean flow and turbulence fields over two-dimensional bed forms. Water Resources Research: 3935-3953.*

Oetuegen MV (1981). *Expansion ratio effects on the separated shear layer and reattachment downstream of a backward-facing step. Exp. in Fluids* 10: 273-280.

Palacios M; Espinoza J; Rojas J (2001). *Numerical and experimental analysis of the flow downstream of a fixed bed form in an open channel. V Lattinamerican and Caribbean Congress on Fluid Mechanics, Caracas, Venezuela: IMF1-1 – IMF1-4.*

Papadopoulos G; Oetuegen MV (1995). *Separating and reattaching flow structure in a suddenly expanding rectangular duct. J. Fluids Eng.* 117: 17-23.

Piirto M; Saareninne P; Eloranta H; Karvinen R (2003). *Exp. In Fluids* 35: 219-236.

Ra SH; Chang PK (1990). *Effects of pressure gradient on reattaching flow downstream of a rear-facing step. J. Aircr.* 27: 93-95.

Roos FW; Kegelman JT (1986). *Influence of excitation on coherent structures in reattaching turbulent shear layers. AIAA Paper 86-0112.*

Schatz V; Herrmann H (2006). *Flow separation in the lee side of transverse dunes: A numerical investigation. Geomorphology, Volume 81, Issues 1-2, 20: 207-216.*

Tihon J; Legrand J; Legentilhomme P (2001). *Near-wall investigation of backward-facing step flows. Exp. in Fluids 31: 484-493.*

Tsou FK; Chen SJ; Aung W (1991). *Starting flow and heat transfer downstream of a backward-facing step. J. Heat Trans. 113: 583-589.*

Vanoni VA; Hwang L (1967). *Relation between bed forms and friction in streams. Journal of Hydraulic Div., ASCE. 93 No. 3: 121-144.*

Vogel JC; Eaton JK (1985). *Combined heat transfer and fluid dynamic measurement downstream of a backward-facing step. J. Heat Trans. 107: 922-927.*

Wiberg P; Nelson J (1992). *Unidirectional flow over asymmetric and symmetric ripples. J. of Geophy. Res. 97 No. C8: 12745-12761.*

Referencias del capítulo 5.

Guido P (2003). *Medición simultánea de velocidades de las fases líquida y sólida y de concentraciones en canales con sedimentos. Tesis de Maestría. Centro de Investigación en Energía CIE-UNAM.*

Levi E (1990). *Los vórtices en la hidráulica. Ingeniería Hidráulica en México. Edición Septiembre – Diciembre. Pág. 20 – 30.*

Wang X; Qian N (1992). *Velocity profiles of sediment laden flow. Int. J. Sediment Res. 7 (1): 27-58.*