ESTUDIO

DE LOS

INSTRUMENTOS TOPOGRÁFICOS

UNIVERSALES

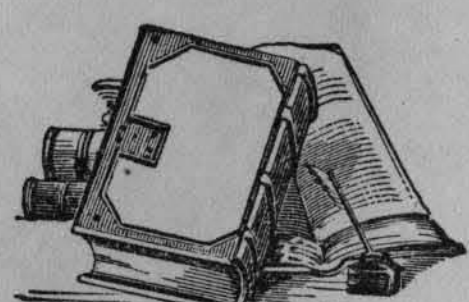
TESIS

Presentada al Jurado Calificador, en el examen profesional de Ingeniero Topógrafo é Hidrógrafo

POR

FRANCISCO GARIBAY

Ex-alumno de la Escuela Nacional de Ingenieros, socio de número de la Sociedad científica "Antonio Alzate."



MÉXICO
OFICINA TIP. DE LA SECRETARÍA DE FOMENTO,
Calle de San Andrés número 15.

1891

AL SEÑOR INGENIERO

D. LEANDRO FERNÁNDEZ

Como una débil prueba de gratitud, dedica
este trabajo

F. Garibay.

ESTUDIO DE LOS UNIVERSALES TOPOGRÁFICOS.

Los problemas á que da lugar cualquier trabajo topográfico se reducen, ó bien á la determinación de la posición relativa de un punto con respecto á otro, ó á la demarcación en el terreno de puntos cuya posición relativa está determinada de antemano.

Es grande el número que hay de sistemas de coordenadas; pero de todos ellos los más cómodos son el sistema de Descartes y el de coordenadas polares; el primero, aunque para el cálculo tiene grandes ventajas, para la práctica tiene grandes inconvenientes, pues las medidas lineales efectuadas por los medios conocidos hasta hoy, no dan sino con mucho trabajo la exactitud requerida; el segundo es el que se adopta generalmente en la práctica, porque no exige sino la medida de una distancia y la de dos ángulos para fijar un punto.

El sistema de coordenadas que se usa en la práctica es el siguiente:

Por el punto que se toma como origen se hacen pasar dos planos perpendiculares, de los cuales uno es horizontal; por ese mismo punto se hace pasar una recta vertical, las coordenadas son: el ángulo que forma la recta que va del punto al origen con la recta vertical que pasa por el punto (distancia zenital), el ángulo diedro que forma el plano vertical que pasa por el punto y el orgien con el plano vertical de referencia, ángulo que se llama azimut en el caso que el plano vertical de referencia se confunda con el meridiano; y finalmente, la magnitud de la distancia que hay entre el origen y el punto.

La medida de las coordenadas angulares se hace directamente y la de la coordenada lineal se hace, en caso de ser grande, por medio del procedimiento de triangulación ó intersecciones, y en el caso de ser pequeña, por medio del telémetro ó la medida directa.

La medida de un ángulo, cuando los puntos están situados en una hoja de papel, se hace directamente colocando el centro de un trasportador en coincidencia con el punto que está en el vértice y tomando la diferencia de las graduaciones que indican los lados del ángulo; en el terreno se hace de la misma manera, con sólo la diferencia que las líneas que en el papel están trazadas, en el terreno son visuales.

Por tanto, necesitamos agregar al trasportador para poder tomar con él los ángulos en el terreno, un aparato por medio del cual podamos dirigir visuales que pasen por su centro; y además, como los puntos se encuentran frecuentemente á una distancia á la que no nos es posible verlos, necesitamos de otro aparato por medio del cual los hagamos visibles.

Con el sistema de coordenadas que hemos dicho antes, hay que tomar dos ángulos, uno formado por dos líneas contenidas en un plano vertical y otro formado por dos planos verticales; para el formado por dos líneas, bastará colocar el trasportador en el mismo plano de éstas, y para el formado por los dos planos será necesario determinar sus trazos sobre el plano horizontal y medir el ángulo que forman éstas, así de esta manera la medida del diedro queda reducida á la de un plano para el que ya es posible usar del trasportador.

El aparato, compuesto de todas las partes necesarias para la determinación de las tres coordenadas, lleva el nombre de Universal.

PARTES ESENCIALES DE QUE DEBE CONSTAR TODO UNIVERSAL TOPOGRÁFICO.

Por lo expuesto anteriormente se infiere, que el instrumento que nos sirva para la determinación numérica de las coordenadas ha de constar de las partes siguientes:

I. De un aparato que nos sirva para ver los objetos distantes.

II. De un aparato que nos suministre un plano vertical (plano de colimación) y una recta (línea de colimación) contenida en él, que pase por el origen, que pueda confundirse con el radio vector y con el plano vertical de referencia.

III. De un círculo graduado que pueda ponerse horizontal y nos indique el desalojamiento angular que hubiera tenido el plano de colimación para pasar del lugar que ocuparía cuando contuviera al radio vector al que tomaría cuando se confundiere con el de referencia.

IV. De un círculo que pueda colocarse en una posición vertical que nos mida igualmente el desalojamiento que sufriría la línea de colimación al pasar de la posición en que se confundiera con la vertical del origen á aquella en que coincidiera con el radio vector.

V. De un aparato por medio del cual podamos obtener indirectamente las distancias cortas.

VI. De los aparatos necesarios para poder colocar en las condiciones convenientes el plano y la línea de colimación, y los círculos.

I

La causa por la que no podemos ver ó percibir con claridad los objetos lejanos es que sus diámetros aparentes son más pequeños que 90″, ángulo límite de percepción para la vista normal; en consecuencia, para hacerlos visibles será necesario amplificarlos por medio de una lente convergente que, como es sabido, cuando se coloca un objeto á una distancia de ella menor que su distancia focal principal, produce una imagen virtual que se ve bajo un ángulo mayor que el objeto. Por medio de una sola lente, nos sería imposible tener amplificado el diámetro aparente, puesto que no nos es factible colocar el objeto á una pequeña distancia de la lente; por tanto, en lugar de amplificar el objeto, lo primero que debemos hacer es procurarnos una imagen real de él colocada á una pequeña distancia de una lente convergente, para que ésta quede en las condiciones necesarias y dé una imagen virtual amplificada. Para obtener la imágen real del objeto, es necesario usar de otra lente convergente. La combinación de estas dos lentes forma lo que se llama Anteojo astronómico. A la lente que produce la imagen real se le llama objetivo, y á la que amplifica, ocular.

II

La línea de colimación nos la puede suministrar el mismo anteojo, añadiéndole una retícula que es un aparato compuesto de dos hilos que se cortan ó de dos líneas grabadas en una lámina de cristal, de caras paralelas colocadas en el plano focal del objetivo, la línea que une el centro óptico del objetivo con la intersección de los hilos de la retícula, será la que tomemos por línea de colimación. Para que esta recta esté siempre contenida en un plano vertical, y además satisfaga la condición que establece que debe pasar por el origen, es necesario que se le pueda imprimir un movimiento de rotación alrededor de un eje horizontal que pase por el origen; debe también satisfacer la condición de que pueda ponerse en coincidencia con cualquier plano vertical que pase por el origen, y para esto se necesita que tenga otro movimiento de rotación alrededor de un eje vertical.

Todas estas condiciones quedarán satisfechas, si hacemos que el anteojo esté ligado directa ó indirectamente á un eje que pueda girar en una ó dos chumaceras sostenidas por uno

Fig. 1.

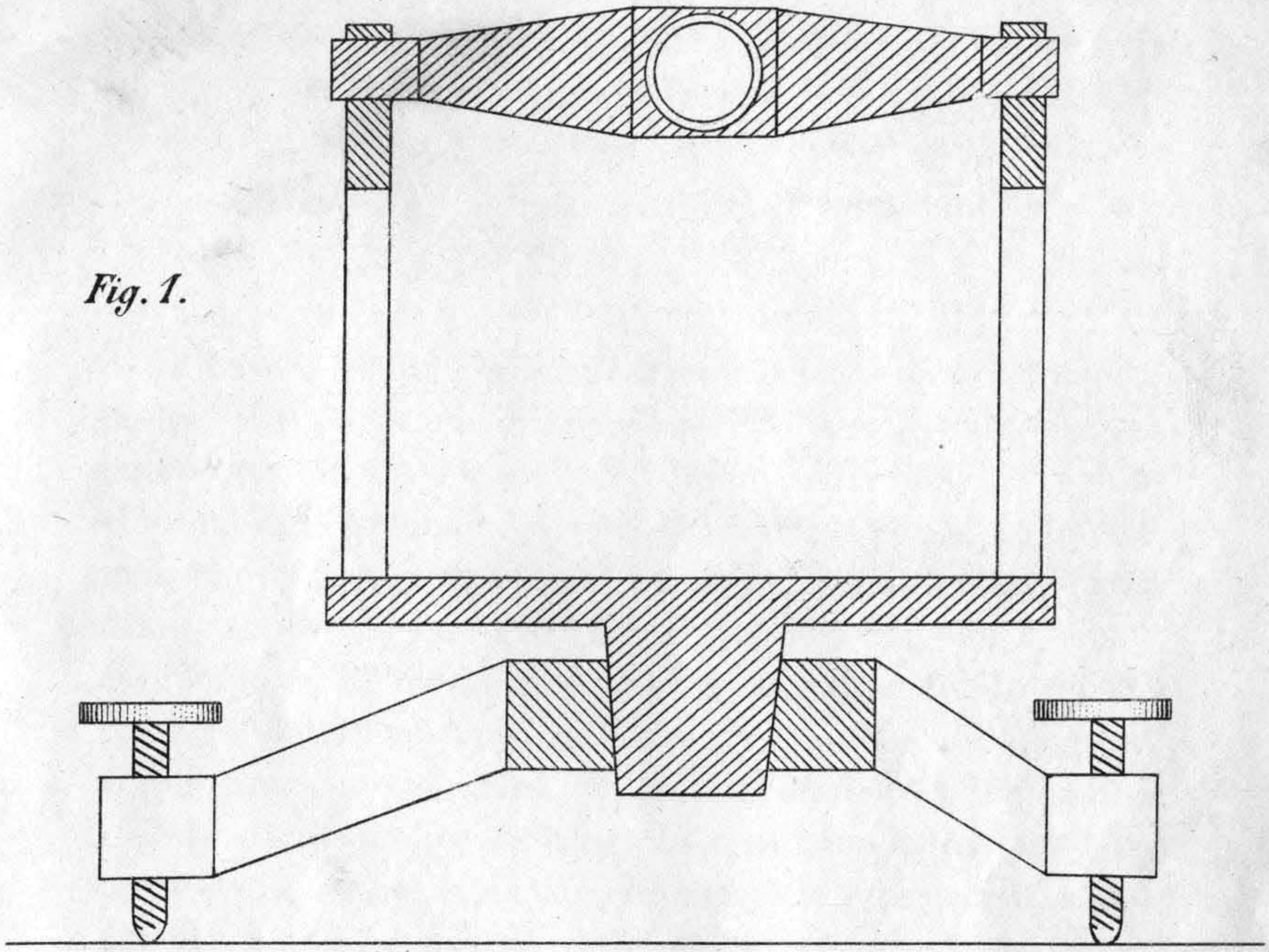
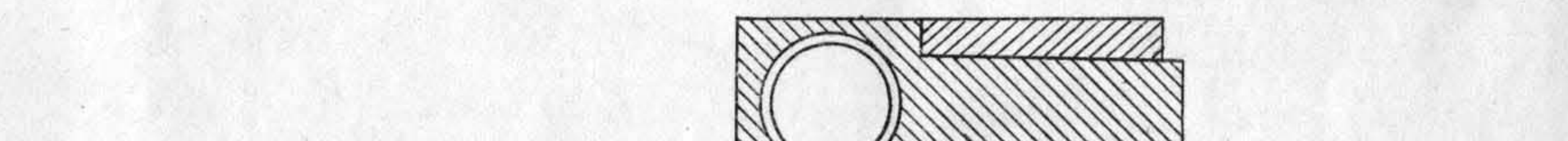


Fig. 2.



ó dos montantes que estén ligados á una plataforma invariablemente unida á un eje perpendicular al primero y que gire en otra chumacera como lo muestran las figuras 1 y 2.

III

La tercera condición quedará satisfecha, si á la chumacera en que gira el eje que ha de quedar vertical, le unimos un cuerpo terminado por una zona de una superficie de revolución que esté graduada y cuyo eje coincida con el de la chumacera, y á la plataforma que sostiene los montantes le añadimos un índice que esté invariablemente ligado á ella y contenido en un plano meridiano de la superficie de revolución: las superficies que generalmente se usan son la cónica, ya sea convexa ó cóncava, (fig. 3), la cilíndrica y la plana.

Para que el índice satisfaga la condición antes citada, y pueda verse su posición con respecto á la graduación, es nenecesario que además de estar contenido en el plano meridiano de la superficie de revolución, esté también sobre otra superficie de revolución que esté constantemente enlazada con la primera ó que sea el mismo plano meridiano, plano que queda determinado por medio de un hilo colocado en el plano focal de un microscopio cuyo eje sea normal á la superficie tantas veces citada.

IV

La cuarta quedará satisfecha de una manera análoga á la condición anterior.

V

Supuesto que la magnitud de la imagen de un objeto, que da una lente, varía con la distancia á que éste se encuentra colocado de la lente, nada es más natural que colocar en el punto cuya posición trata de determinarse, un objeto que sea visible y cuya magnitud sea conocida, para deducir su distancia de la magnitud de la imagen real que se produce con el objetivo del anteojo.

Para establecer la relación que liga la magnitud del objeto con la de su imagen, sea (fig. 4), $a\ b$ el objeto, $a'\ b'$ su imagen, L la lente convergente, $a\ a'$ un rayo luminoso que pasa por el centro óptico del objetivo, $b\ b'$ otro rayo que satisfaga la misma condición, O el centro óptico de la lente, D la distancia del objeto á ésta y d la distancia focal conjugada. Siendo semejantes los triángulos $a\ b$ O y $a'\ b'$ O dan la relación

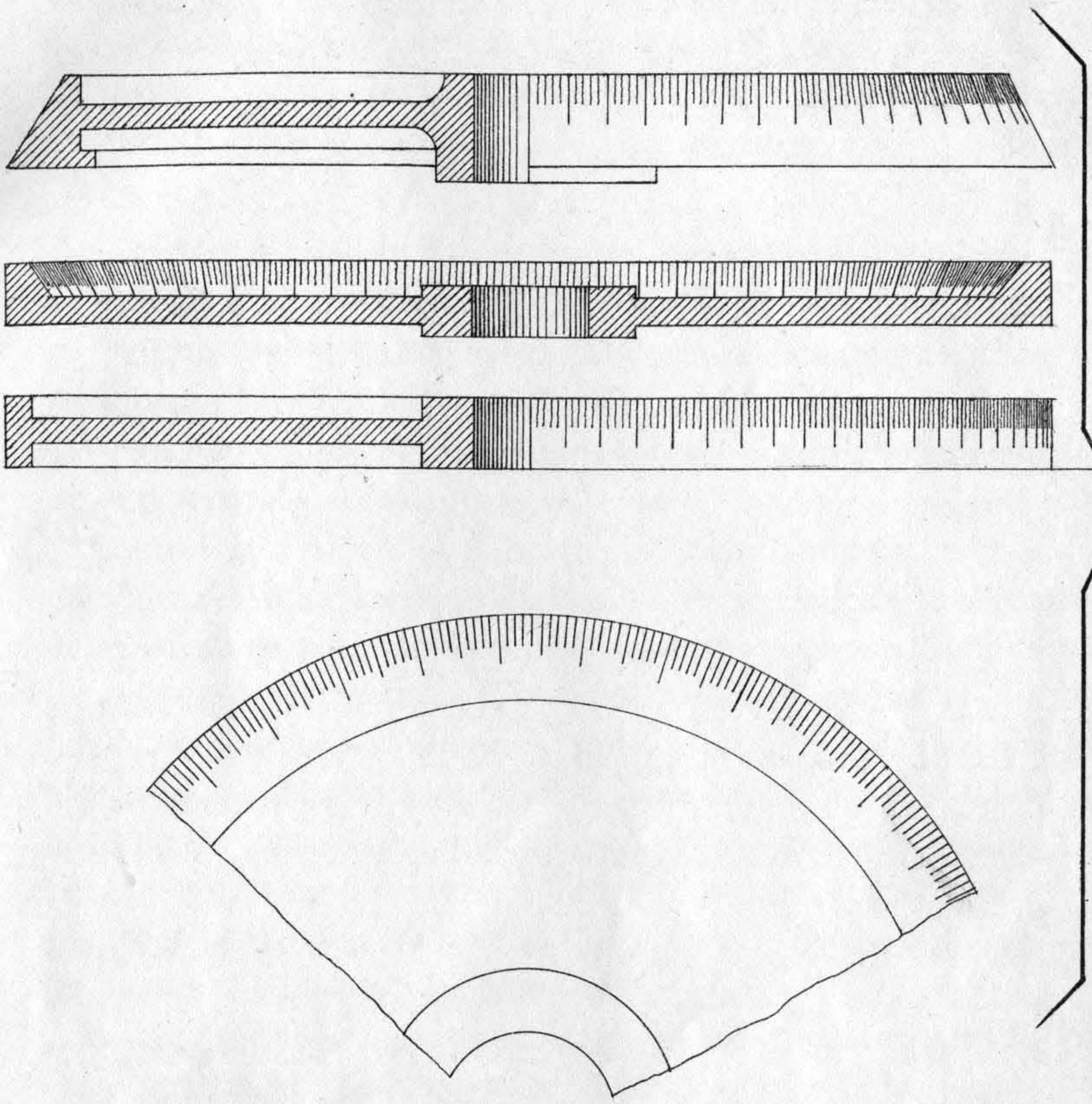
$$\frac{D}{d} = \frac{a\ b}{a'\ b'}$$

de la que podemos deducir la distancia siempre que conozcamos la distancia focal conjugada, una de las dimensiones lineales del objeto, la homóloga de la imagen y la distancia que hay del centro óptico del objetivo al centro del anteojo.

Para medir la magnitud de la imagen se usa del aparato siguiente:

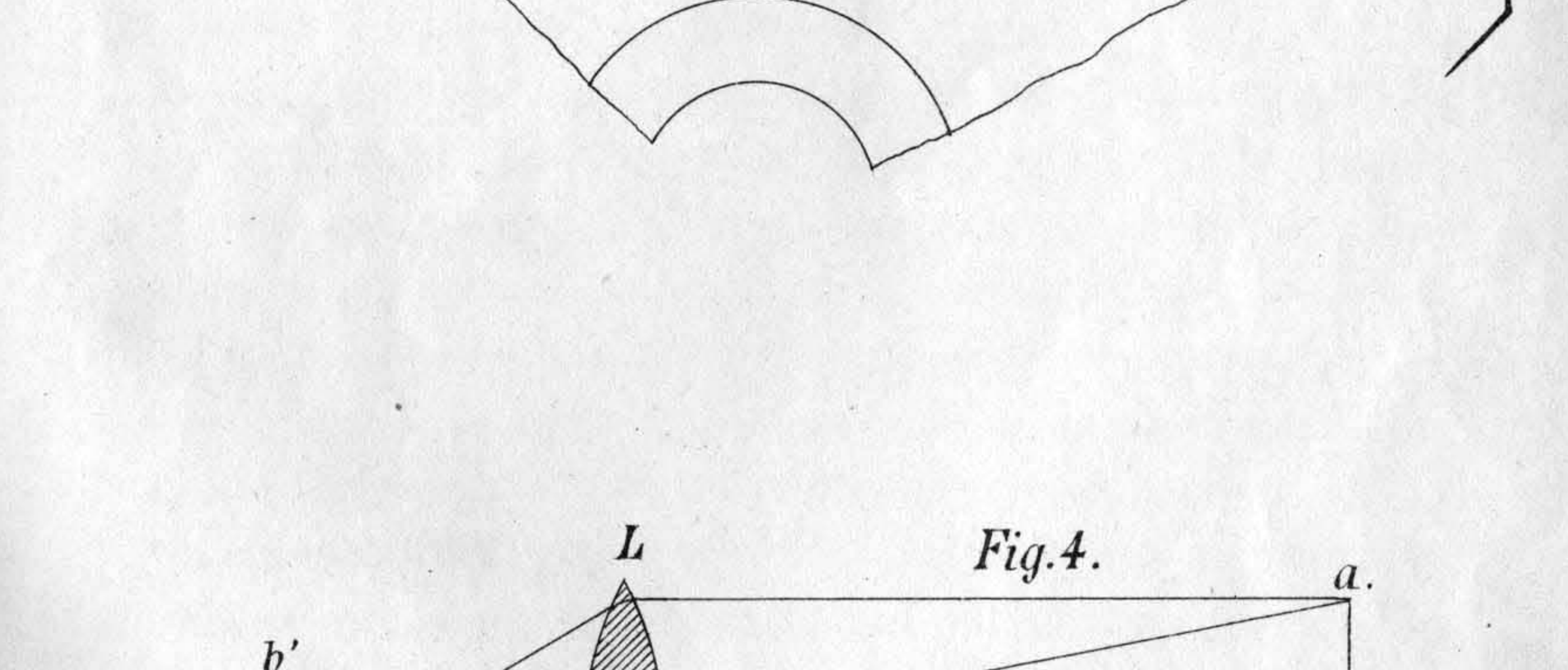
En la misma placa en que están fijos ó grabados los hilos de la retícula se aplica un carrito que lleva un hilo horizontal, al que puede imprimírsele un movimiento de traslación, con objeto de poner este hilo tangente á las extremidades de la imagen y medir de esta manera la magnitud de la misma por el desalojamiento que haya tenido el hilo; el desalojamiento del carrito se obtiene por medio de un micrómetro.

Se puede también obtener la distancia, si en lugar de un hilo micrométrico empleamos dos cuya separación sea conocida y constante y en lugar de un objeto de magnitud constante empleamos una regla dividida y tomamos por magnitud del objeto la parte de la regla cuya imagen quede comprendida entre los dos hilos.



F.3.

Fig.4.



VI

Los aparatos accesorios necesarios para que pueda colocarse el Universal en las condiciones citadas son:

Un nivel de burbuja que sea solidario á cualquiera de las partes movibles del instrumento, un sistema de tornillos nivelantes, y finalmente una plomada que pueda suspenderse del eje vertical del instrumento.

Resumiendo lo que hemos dicho anteriormente, vemos que al determinar las coordenadas, el Universal Topográfico debe satisfacer las condiciones siguientes: los dos ejes han de ser perpendiculares entre sí, debiendo quedar vertical el que lleva los montantes, la línea de colimación ha de ser perpendicular al eje de rotación, que ha de estar horizontal, y dicha línea ha de cortar constantemente al eje vertical, los círculos han de estar bien graduados y han de ser perpendiculares á sus respectivos ejes, los niveles han de estar ligados á una de las partes movibles del instrumento.

Es muy difícil que todas estas condiciones queden satisfechas; por tanto, debemos, al estudiar cada una de las partes de que se compone el Universal, examinar qué influencia tienen por sí mismas, es decir, estudiar el error inherente á ellas en la aproximación con que queremos fijar los puntos, así como cuál es la influencia que tiene la falta de observancia de las condiciones anteriores en la misma aproximación.

En los instrumentos topográficos, las menores magnitudes angulares que se acostumbran tienen por límite superior 15′ y por inferior 20″ llegando este último algunas veces hasta 10″. La tabla siguiente muestra el error máximo que pueden tener las coordenadas rectangulares de un punto con cada uno de los aparatos que dan las aproximaciones más usadas y con distancias que varían de 100 á 12,000 metros.

DISTANCIAS.	APROXIMACIÓN DE LOS CÍRCULOS.							
	15′	5′	2′	1′	30″	20″	15″	10″
12,000 metros..............	52.36	17.45	6.99	3.49	1.75	1.16	0.87	0.58
11,000 „	48.00	16.00	6.40	3.20	1.60	1.07	0.80	0.54
10,000 „	43.63	14.55	5.82	2.91	1.46	0.97	0.73	0.49
9,000 „	39.27	13.09	5.24	2.62	1.31	0.87	0.65	0.44
8,000 „	34.91	11.64	4.66	2.33	1.17	0.78	0.58	0.39
7,000 „	30.54	10.19	4.08	2.04	1.02	0.68	0.51	0.34
6,000 „	26.18	8.73	3.50	1.75	0.88	0.58	0.44	0.29
5,000 „	21.81	7.28	2.91	1.46	0.73	0.48	0.36	0.24
4,000 „	17.46	5.82	2.33	1.17	0.59	0.39	0.29	0.20
3,000 „	13.09	4 37	1.75	0.87	0.44	0.29	0.22	0.50
2,000 „	8.73	2.91	1.16	0.58	0.29	0.19	0.14	0.10
1,000 „	4.36	1.46	0.58	0.29	0.15	0.10	0.07	0.05
500 „	2.18	0.73	0.29	0.14	0.07	0.05	0.03	0.02
200 „	0.87	0.29	0.12	0.06	0.03	0.02	0.02	0.01
100 „	0.44	0.15	0.06	0.03	0.02	0.01	0.01	0.00

ANTEOJOS.

El anteojo desempeña tres oficios en el Universal: el primero es hacernos ver los objetos lejanos, el segundo proporcionarnos la línea de colimación, el tercero darnos indirectamente las distancias.

El anteojo se compone de tres partes: objetivo, retícula y ocular.

El objetivo está formado por un sistema de dos lentes superpuestas para acromatizar las imágenes, y debe ser aplanático.

Supuesto que la primera imagen real se ha de formar en el plano de la retícula, es necesario que pueda variar la distancia que hay entre ella y el objetivo, puesto que la distancia á que se forma la imágen depende de aquella á la que está colocado el objeto segun la relación

$$\frac{1}{D}+\frac{1}{d}=\frac{1}{f},$$

en la que D es la distancia á que está el objeto, d la de la imagen, ambas contadas sobre el eje óptico del objetivo, y f la focal principal de la lente. Para conseguir la variación de la distancia entre el objetivo y la retícula, se monta el objetivo en un tubo y la retícula en otro, de manera que pueda correr uno á lo largo del otro. Para poder dar al sistema de los dos tubos un movimiento lento de traslación, se fija á uno de ellos una barra dentada y al otro un piñón que engrane con la barra; al piñón se le imprime un movimiento de rotación por medio de un botón, como lo muestra la figura 5.

Entre el objetivo y la retícula se colocan diafragmas que impidan pasar al ocular los rayos que entran muy cerca de los bordes del objetivo, impidiendo también que los rayos reflejados en las paredes del anteojo lleguen á la retícula.

En uno de estos diafragmas es donde se colocan los hilos de la retícula, cuya intersección determina uno de los extremos de la línea de colimación, hilos que generalmente son perpendiculares entre sí, y uno de ellos vertical, colocándose á la vez en sentido horizontal los hilos telemétricos; el diafragma que lleva la retícula va fijo al tubo en que está colocado el ocular por medio de cuatro tornillos, que al mismo tiempo que la fijan, le permiten pequeños movimientos.

El ocular es un microscopio compuesto de dos lentes convergentes que tienen por objeto amplificar la imagen real formada por el objetivo en el plano de la retícula.

Es necesario que el objetivo esté colocado de manera que su eje óptico sea paralelo al eje de los tubos del anteojo, y además que la intersección de los hilos de la retícula se confunda con el eje principal del objetivo, pues sin esta condición habría tantas líneas de colimación cuantas fueran las posiciones del objetivo con respecto á la retícula.

Se conoce que el eje principal del objetivo se confunde con el de la figura del anteojo, colocando este último en un torno, y si vemos que un objeto visto por reflexión en el objetivo, permanece fijo al imprimirle un movimiento de rotación al torno, es prueba de que esta condición está satisfecha; en caso contrario habrá que desmontar el objetivo de su casquillo, y acuñarlo convenientemente para que quede satisfecha la condición anterior.

Los anteojos de los instrumentos americanos tienen el objetivo montado en otro tubo, cuya extremidad libre está metida en un collar que está unido al tubo del anteojo por medio de cuatro tornillos, que al mismo tiempo que lo fijan le permiten pequeños movimientos para hacer la corrección anterior.

Se conoce que la segunda condición está satisfecha, procediendo de la manera siguiente:

Se monta el anteojo en dos piezas en V., como lo indica la figura 6, colocado próximamente horizontal, se manda á un ayudante con una plomada á una distancia como de 10 metros, haciéndole las indicaciones convenientes para que el hilo de la plomada quede en coincidencia con el centro de la retícula; una vez hecho esto, el ayudante marcará el punto del terreno situado en la vertical de la plomada; en seguida se efectuará la misma operación á otra distancia, como por ejemplo, 100 metros; después se ligan estos dos puntos por medio de un hilo delgado. Es indudable que si el instrumento está correcto, el camino recorrido por el centro de la retícula ó por el centro del objetivo, estará situado en un plano vertical cuya traza sobre el terreno es precisamente la línea demarcada. Entónces, poniendo la plomada en cualquier punto de esa línea ó de su prolongación, y afocando el instrumento para verla con claridad, debe estar en coincideucia con la intersección de los hilos de la retícula; si esto no se verifica, el instrumento estará incorrecto y habrá que mover convenientemente los hilos de la retícula hasta conseguir la coincidencia de su centro con una plomada situada en cualquier punto de la línea. Con esta operación, hemos conseguido que la línea de colimación quede situada en un plano que pase por el eje óptico; para hacer que pase por dicho eje, será necesario hacer que pase por otro plano diametral del objetivo, lo que se consigue haciendo girar el anteojo al derredor de su eje de figura repitiendo la operación anterior.

Al indicar el fundamento de las medidas telemétricas, habíamos llegado á establecer la relación

$$\frac{a\ b}{a'\ b'} = \frac{\mathrm{D}}{d}$$

de la que resulta

$$\mathrm{D} = \frac{a\ b}{a'\ b'}\ d.$$

En la que D queda en funciaón de l distancia focal conjugada, cantidad que es incógnita; mas como tenemos la relación

$$\frac{1}{\mathrm{D}} + \frac{1}{d} = \frac{1}{f}$$

podemos combinarlas y obtener por valor de D

$$\mathrm{D} = f + \frac{f}{a'\ b'}\ a\ b.$$

La distancia obtenida de esta manera quedará referida al centro de la lente objetiva; para reducirla al punto de intersección de los ejes del instrumento, habrá que agregar la distancia que hay del eje que ha de quedar vertical al objetivo, en caso de que el objetivo no varíe de posición con respecto á las demás partes del anteojo; si la llamamos d′, la distancia D′ que hay del objeto al origen instrumental, tendremos:

$$\mathrm{D} + d' = \mathrm{D}' = f + \frac{f}{a'\,b'}\ a\ b + d' \ldots\ldots\ldots(1)$$

Si el objetivo varía de posición, llamando d'' la distancia á que la retícula queda del eje vertical, tendrémos

$$\mathrm{D} + d - d'' = \mathrm{D}' = f + \frac{f}{a'\ b'}\ a\ b + \frac{f}{1 - \frac{f}{\mathrm{D}}} - d'' \ldots..(2)$$

En esta fórmula el término $\frac{f}{1 - \frac{f}{\mathrm{D}}}$ puede quedar reducido á f, pues suponiendo nulo el valor $\frac{f}{\mathrm{D}}$, en el caso más desfavorable, cuando D tiene por valor 10 metros y f 0,50, el error que produce esa suposición es menor que 0,3, de manera que la fórmula quedará

$$D' = 2f - d'' + \frac{f}{a'\,b'}\,a\,b \ldots\ldots\ldots (3)$$

El objeto que generalmente se coloca en el punto cuya distancia se trata de determinar, es una mira parlante colocada verticalmente y en la que se hacen, al visarla, las lecturas correspondientes á cada hilo, deduciendo por su diferencia la magnitud del objeto. En este caso las fórmulas (1) y (3) tendrán constantes las siguientes cantidades f, $a'\,b'$, d' y d''; llamando C las constantes que entran por producto y c las que entran por suma, tendremos:

$$D' = C\,a\,b + c$$

Se determinan las constantes C y c tomando una serie de distancias conocidas á un punto, y estacionando el instrumento en todas estas tendremos una serie de ecuaciones como sigue:

$$D' = C\,a\,b + c$$
$$D'_1 = C\,a_1\,b_1 + c$$
$$D'_2 = C\,a_2\,b_2 + c$$

Con dos ecuaciones sería suficiente teóricamente, pero como sabemos que la exactitud de las medidas nunca se realiza, conviene aumentar el número de observaciones para que los límites en que quede comprendido el error sean muy cortos.

Para obtener las distancias hay que multiplicar la diferencia de lecturas de la mira por la constante C, operación que requiere algún tiempo; para obviar este inconveniente es necesario hacer que la constante C sea un número por el cual sea fácil ejecutarla á la memoria, como por ejemplo, 200, 150, 100, 50 etc. Para conseguir que un instrumento tenga determinada constante, se procederá de la manera siguiente: Se colocan en la retícula del anteojo dos hilos á una distancia conocida, y se determina la constante C, como

$$C = \frac{f}{a' \; b'}$$

para que se obtenga la constante que tenga por valor

$$C' = \frac{f}{a'_1 \; b'_1}$$

será necesario determinar á $a'_1 \; b'_1$ combinando los valores C y C′, lo que da

$$a'_1 \; b'_1 = C \, \frac{a' \; b'}{C'}$$

Si nos servimos de una mira de magnitud constante, en cuyo caso se hace uso del telémetro de hilo móvil, y llamamos como ántes c las que entran por suma y C las que entran por producto, tendremos igualmente:

$$D' = \frac{C'}{a' \; b'} + c$$

Para hacer que la constante tenga un valor determinado, se procede tomando una varilla de magnitud conocida y siguiendo una marcha análoga á la que seguimos en el caso anterior, se determinará la longitud de la varilla, obteniéndose así una constante dada.

Si el tornillo micrométrico no tiene un paso en unidades de la misma especie que en las que queramos obtener las distancias, bastará multiplicar el valor de la magnitud de la imagen por el número que exprese la equivalencia entre una y otra especie de unidades, mas como este número no varía, puede quedar incluído en la constante C.

Por las fórmulas anteriores vemos que para determinar la distancia, hay necesidad de multiplicar la constante por la diferencia de lecturas hechas en la mira y agregar á este producto una cantidad constante, lo que siempre exige algún trabajo; pero debido al ilustre Porro, con la combinación de la lente analática la distancia puede obtenerse multiplicando la diferencia de lecturas por otra cantidad constante.

La fórmula que da la distancia referida al centro óptico del objetivo es:

$$D = f + \frac{f}{a'\ b'}\ a\ b$$

Sea (figura 7) $a'\ b'$ la magnitud de la imagen, L el objetivo, M la mira, $a\ b$ los puntos de ésta que forman su imagen en $a'\ b'$.

De todos los rayos que concurren á la formación de la imagen hay dos que, después de haber atravesado el objetivo, siguen una dirección paralela al eje principal de éste; por tanto estos rayos se han cruzado en el foco principal F de la lente y el ángulo a F b es constante (ángulo diastimométrico), cualquiera que sea la distancia á que se encuentre la mira; á causa de esto se llama al punto F, punto analático. Este resultado nos indica que para obtener las distancias referidas al eje vertical del instrumento, sin necesidad de agregar la otra cantidad constante, bastará hacer que el punto F quede situado en el eje vertical; esto puede conseguirse de dos maneras, ó bien haciendo retroceder el anteojo ó introduciendo en él una lente convergente que satisfaga las siguientes condiciones:

I. Ha de ser más convergente que la primera lente.

II. Ha de estar colocada á una distancia del objetivo mayor que la distancia focal principal de la misma lente analática y menor que la del objetivo, como lo indica la figura 8, en la que L representa el objetivo, L′ la lente analática, M la mira, $a'\ b'$ la imagen de la parte $a\ b$ de la misma mira. Podemos, de la misma manera que en el caso anterior, considerar que á la formación de la imagen $a\ b$ concurren dos rayos que quedan paralelos al eje del sistema óptico; estos rayos tienen que haber pasado por el foco principal de la lente analática, y por la inspección de la figura se ve que el ángulo $r\ os$ no varía cualquiera que sea la distancia á que se encuentre la mira, lo mismo que el ángulo a A b formado por la prolon-

Fig. 5.

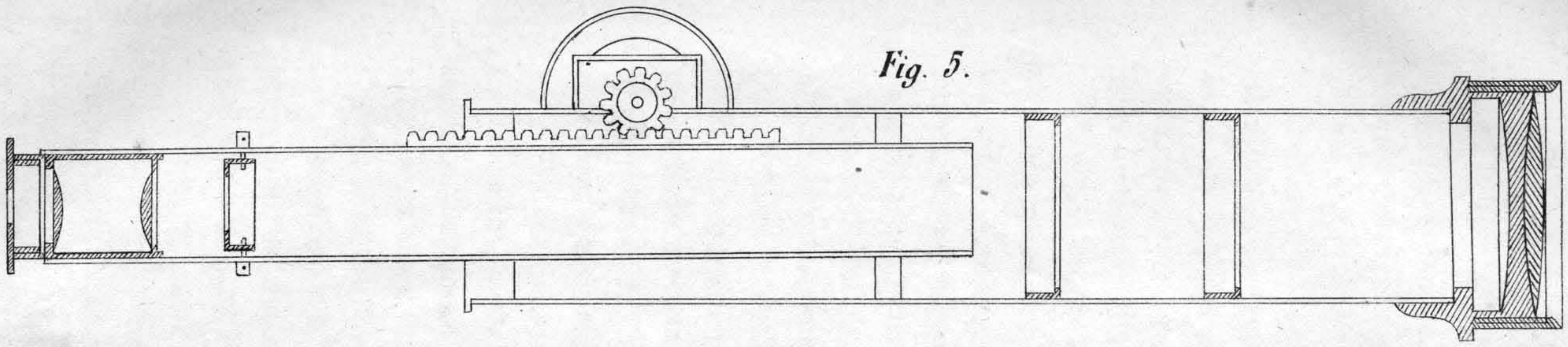
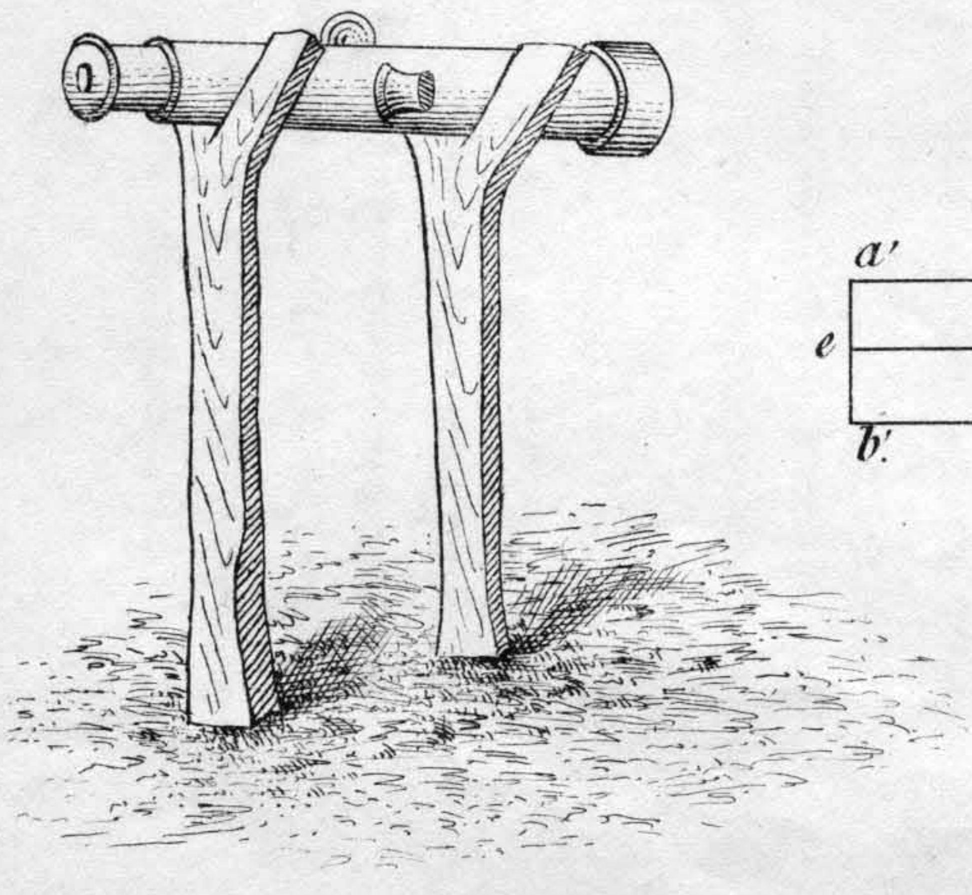


Fig. 6.



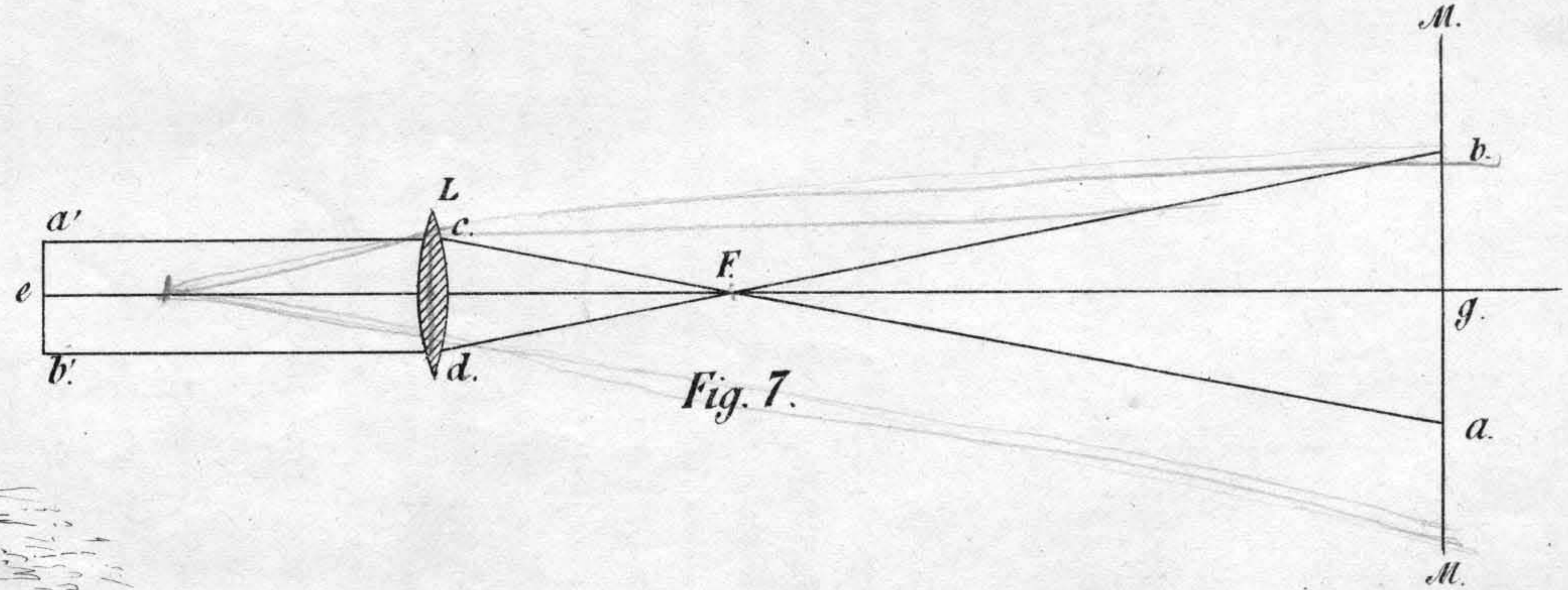


Fig. 7.

gación de los rayos *a* R y *b* S, el punto A es el punto analático.

Se puede conseguir que el punto analático quede situado en la intersección de los ejes, haciendo variar la separación de las dos lentes.

Debemos advertir que es preferible la disposición en que el objetivo permanece fijo, que en la que se mueve; pues al moverse variará de posición el punto analático, aunque es verdad que el error que produce el movimiento del objetivo nunca llega á 0,05 metros.

Es claro que el error con que se obtienen las distancias será tanto menor cuanto mayor sea el ángulo diastimométrico; en consecuencia, lo más conveniente será que este ángulo sea muy grande; pero no es posible pasar de cierto límite porque exigiría el que la mira fuera también muy grande. En los telémetros de los Universales construidos por Salmoiraghi en Milán se observa la disposición siguiente:

Los hilos telemétricos en lugar de ser dos, como hasta ahora hemos considerado, son cuatro, y están dispuestos simétricamente respecto al hilo horizontal. Se toman por ángulos diastimométricos al que queda formado por los hilos primero y tercero y al formado por el segundo y cuarto, lo que proporciona desde luego y sin gran trabajo una comprobación de las lecturas hechas en la mira, y además un aumento del ángulo diastimométrico igual al del ángulo que forman los hilos segundo y tercero.

Para determinar el poder amplificador de un anteojo, bastará determinar el ángulo menor que pueda percibirse con él, y una vez determinado, dividir 90″ entre él; el cociente será el poder amplificador.

La determinación del valor angular que puede percibirse con un anteojo se hace de la manera siguiente: Se construye una serie de escalas (figura 9), cuyos intervalos para una distancia dada tengan por valor angular 20″, 19″, 18″, etc., en una circunferencia que tenga por radio la distancia; en seguida se estaciona el anteojo en posición horizontal y se colocan verticalmente las escalas á una distancia igual á aquella para la que se han calculado, se ve cuál de ellas es la que se presenta primero bajo un aspecto uniforme, es decir, hasta que ya no se perciban las divisiones, el valor del ángulo mínimo será el de la escala.

TABLA de los valores que deben tener los intervalos de las escalas para determinar el poder amplificador de los anteojos, calculada para 50 metros:

	Milímetros.		Milímetros.
1″...........	0.24	11″...........	2.67
2	0.48	12	2.91
3	0.72	13	3.15
4	0.97	14	3.39
5	1.21	15	3.64
6	1.45	16	3.88
7	1.70	17	4.12
8	1.94	18	4.36
9	2.18	19	4.61
10	2.42	20	4.85

Veamos ahora el poder amplificador que hay que dar á un anteojo para que á la distancia máxima á que se use produzca un error dado, con una constante dada.

Sea D la distancia, e la magnitud del error, C la constante y A el poder amplificador.

Siendo e el error á la distancia D, el error de lectura en la mira tiene que ser

$$\frac{e}{C}$$

Para que este error sea el límite del ángulo que podamos percibir, es necesario que su diámetro aparente á la distancia D multiplicado por el poder amplificador del anteojo, sea igual á 90″.

La expresión que se obtiene del diámetro aparente es:

$$\frac{645000'' \times e}{\pi \text{ D C}} = \frac{206265'' \times e}{\text{D C}}$$

lo que da

$$\frac{206265''}{\text{D C}}\ e\,\text{A} = 90''\ldots\ldots\ (1)$$

de donde

$$\text{A} = \text{D C}\ \frac{90''}{206265\ e}$$

De la ecuación (1) podemos despejar á e y resulta:

$$e = \frac{90''\ \text{D C}}{\text{A}\ 206265}$$

de donde se infiere que el error es proporcional á la distancia y á la constante, y que está en razón inversa del poder amplificador del anteojo.

Por medio de esta fórmula y tomando 100 por valor de la constante C, se encuentran los valores de la relación que hay entre el error y la distancia.

TABLA de las relaciones entre los errores y las distancias, con anteojos de distinto poder amplificador y en el caso de una constante igual á 100.

Poder amplificador.	Relación.
5	0.009
10	0.004
15	0.003
20	0.002
25	0.0017
30	0.0014
35	0.0012
40	0.0011
45	0.0010
50	0.0009
55	0.0008
60	0.0007

Estas relaciones se han formado considerando el error en la lectura hecha con un hilo, pero como para determinar la distancia hay que hacer dos lecturas, es perfectamente posible que el error al hacer la segunda lectura sea de signo contrario, en cuyo caso el valor de estas relaciones será doble.

EJES.

Los ejes deben estar muy bien torneados en las partes que frotan; deben tener un diámetro proporcionado para que no se flexionen; los muñones del eje horizontal, si éste puede invertirse, deben tener sus diámetros iguales; el eje vertical es conveniente que sea cónico, con el vértice del cono hacia abajo, si es macizo, y si es hueco con el vértice hacia arriba, pues de esta manera nunca se perderá el ajuste.

Los montantes que llevan las chumaceras del eje horizontal tienen muy diferentes formas; es conveniente que tengan muy poca altura, pues así prestan mayor estabilidad. En algunos instrumentos uno de los montantes tiene la chumacera independiente, lo que permite hacer que sea igual la altura de ellos sobre la plataforma á que van unidos (fig. 10).

CÍRCULOS.

Los círculos, como vimos antes, sirven para medir las anomalías del sistema de cordenadas. Las condiciones que tienen que satisfacer son:

I. Que la graduación ha de estar bien hecha; es decir, que el error en sus divisiones tiene que ser menor que la aproximación que se quiera obtener con ella.

II. Ha de tener el diámetro proporcionado á la aproximación y al poder de los microscopios que se empleen para leer la graduación.

Se conoce que la primera condición está satisfecha, colocando un microscopio micrométrico de manera que los hilos del micrómetro queden paralelos á la graduación, y haciendo que una de las divisiones menores de la misma quede comprendida entre los hilos del micrómetro; en seguida se hace girar el círculo midiendo de una en una sus divisiones; si éstas tienen el mismo valor, es prueba que la graduación está bien hecha. En caso contrario, si las diferencias que se obtienen, reducidas á valores angulares, son menores que la aproximación que quiera obtenerse con el círculo, estos errores no tendrán influencia; pero si son mayores no quedará satisfecha esta condición.

Para que un círculo tenga una aproximación dada, es menester que el espacio que en dicho círculo corresponda á esta aproximación se vea cuando menos bajo un ángulo de 90″.

Sea a el valor de la aproximación del círculo expresado en segundos, R su radio, A el poder amplificador del microscopio, x el valor lineal de la aproximación y x' el diámetro aparente de la magnitud lineal de la misma.

El valor lineal de la aproximación quedará:

$$x = \frac{a\,\mathrm{R}}{206265''} \;\cdots\cdots\cdots\; (1)$$

El diámetro aparente á la distancia de la vista distinta, es:

$$x' = \frac{a\,\mathrm{R}}{0.2}$$

siendo 0.2 la distancia de la vista distinta.

Para que este ángulo sea visible es necesario que multiplicado por el poder amplificador sea por lo menos igual á 90″, lo que da:

$$\frac{a\,\mathrm{R}}{0.2}\,\mathrm{A} = 90''$$

de donde

$$\mathrm{R} = \frac{18}{\mathrm{A}\,a} \;\cdots\cdots\cdots\cdots\; (2)$$

fórmula que nos da el valor del radio que debe tener el círculo en función del poder amplificador y de la aproximación del instrumento.

Calculando por medio de esta fórmula el radio que han de tener los círculos para que su aproximación sea 1′, 30″ 20″, 15″ y 10″, con una lente de poder amplificador de 7 veces, que es el límite de amplificación prudente para el microscopio simple, obtenemos los resultados siguientes:

$$R = 0.043,\ R = 0.085,\ R = 0.128,\ R = 0.171,\ R = 0.257$$

Por los valores anteriores vemos que ya desde 20″ es muy molesto emplear microscopios simples, pues los instrumentos por las dimensiones de los círculos dejan de ser portátiles.

Para determinar el valor lineal de cada división, nos bastará combinar las fórmulas (1) y (2) y hacer A igual á 7, lo que nos da

$$x = 0.000012$$

Los constructores nunca hacen los círculos con tantas divisiones como seria necesario para obtener directamente con ellas una aproximación dada. En el caso de graduación sexagesimal, dividen el círculo en 360 grados, y cada grado en 2, 3, 4, 6 y 12 partes, y en caso de graduación centesimal, dividen dicho círculo en 400 partes, y cada una de ellas en 2, 4, 5 y 10 partes, lo que da de aproximación 1 grado, 30′, 20′, 15′, 10′ y 5′ para la sexagesimal, y para la centesimal, 1 grado, 0.5, 0.25, 0.2 y 0.1. Las aproximaciones mayores se obtienen indirectamente por medio del vernier y del microscopio colimador, sea ó no micrométrico

VERNIER.

El vernier es un aparato que tiene por objeto suplir en una graduación á las divisiones menores que sería necesario hacer en ella para determinar valores menores que el de las divisiones hechas. La disposición que se da á este aparato es la siguiente:

En una superficie que sea continuación de la superficie de revolución en que están grabadas las graduaciones de los círcu-

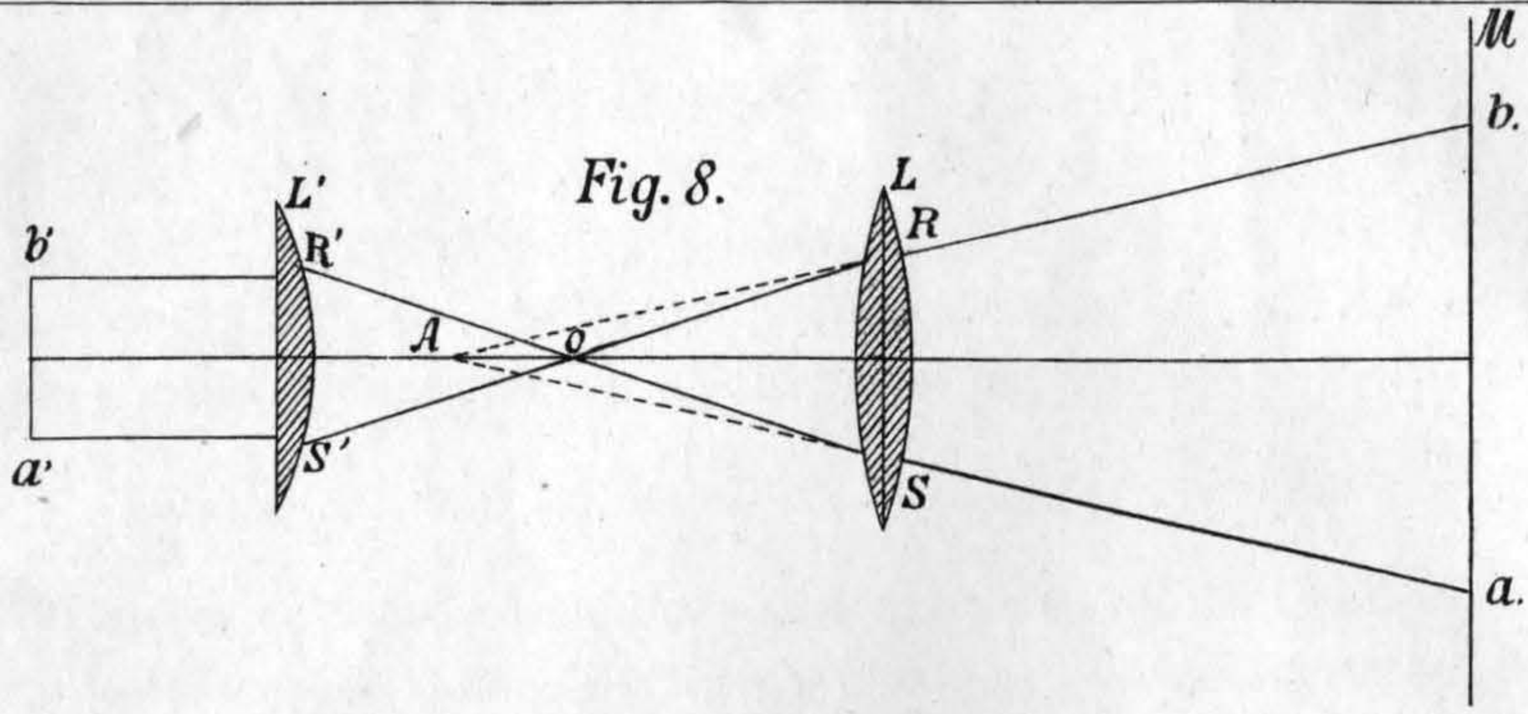


Fig. 8.

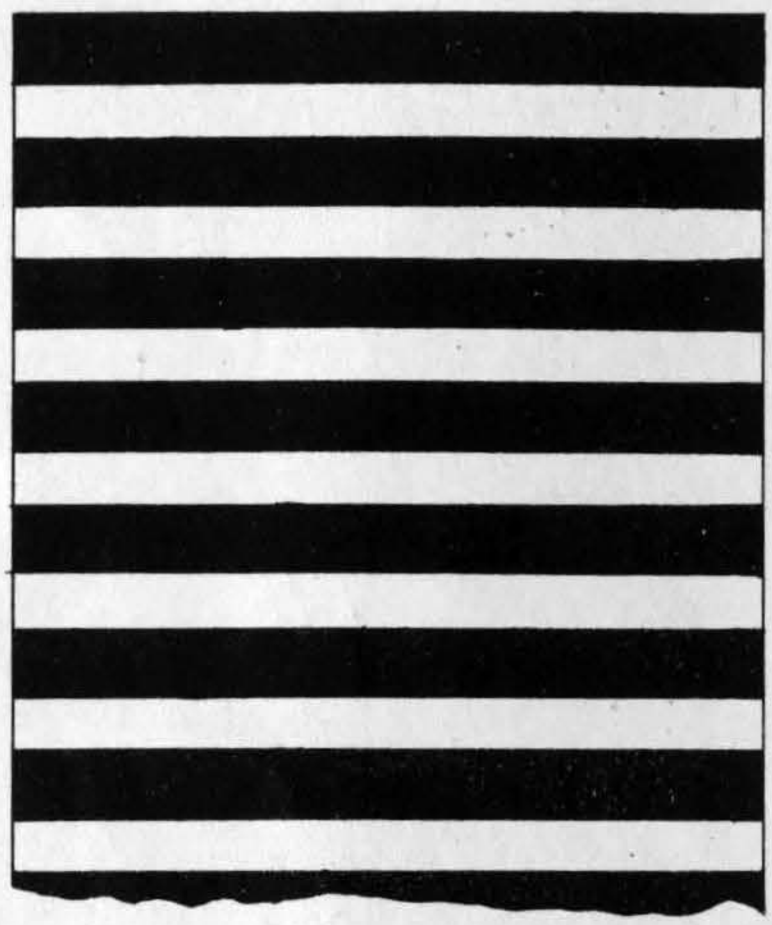


Fig. 9.

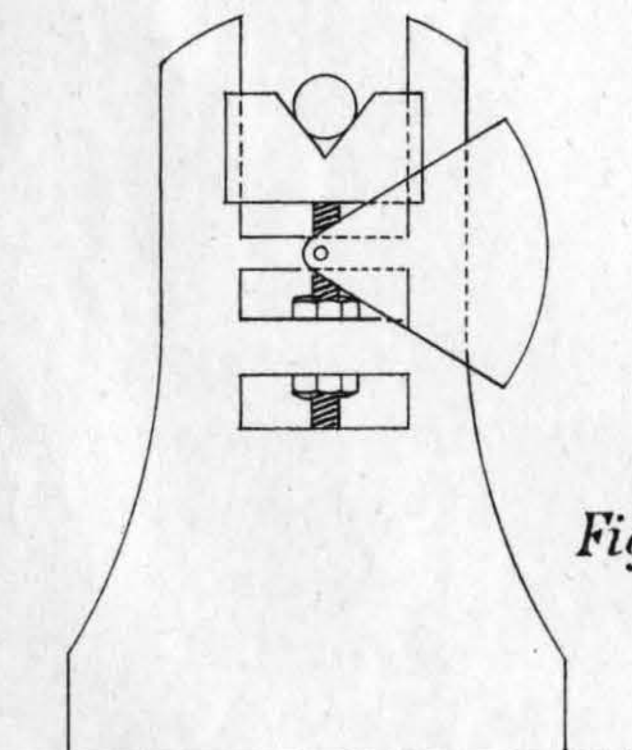


Fig. 10.

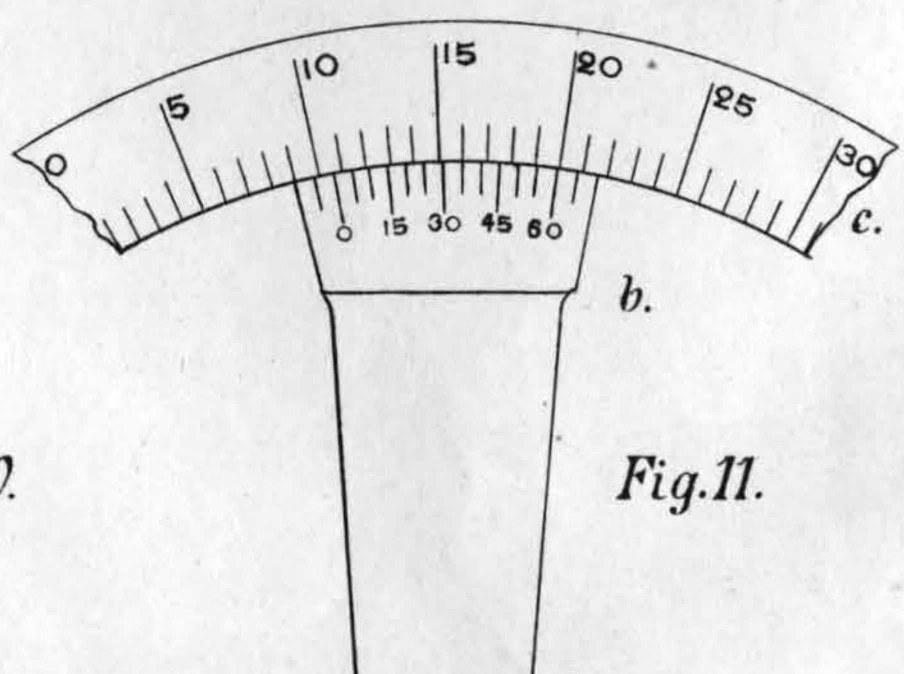


Fig. 11.

los, se hace otra graduación cuyos intervalos difieran de los de la primera una cantidad igual al valor mínimo que se quiera medir con el vernier, y que tenga tantas divisiones como veces cabe A en a, siendo A el valor de las divisiones del círculo y a el valor de la aproximación que se quiera tener con el vernier.

Para medir una fracción de las divisiones del círculo, colocaremos la raya O del vernier en coincidencia con el índice que determina esa fracción; en seguida contaremos el número de rayas que hay entre la O y la que coincide con una de las divisiones del círculo, después multiplicaremos el número de orden que hayamos obtenido por el valor a, el producto nos dará el valor de la fracción.

En efecto, si suponemos que el valor de esa fracción sea na, el ángulo que forman la primera raya del vernier y la raya $P + a$ de la graduación será $na - a$ el que formen la segunda del vernier, y la $P + 2a$ será $na - 2a$, y el que forme la n del vernier con la $P + nA$ será $na - na$ es decir coinciden, por tanto la lectura completa de la graduación será $P + na$.

La razón por la que el vernier ha de tener un número de divisiones igual á $\frac{A}{a}$ se comprende fácilmente, fijándose en que si para una fracción cuyo valor sea ra se necesitan r divisiones para la mayor fracción que debe medir el vernier, que es A, se necesitan $\frac{A}{a}$ divisiones.

Si queremos en una graduación dada, provista de vernier, determinar el valor de la aproximación que podamos obtener con ella, bastará dividir el valor de una de las divisiones del círculo entre el número de divisiones del vernier; el fundamento de esta regla es que el número de divisiones del vernier es igual á $\frac{A}{a}$.

Sea (figura 11) c el círculo, v el vernier, su aproximación será $5'$, puesto que el número del vernier es 12 y el valor de las divisiones del círculo $60'$. El valor que indica la raya O del vernier es 11 grados, y una fracción que medida según la regla es igual á 6×5.

MICROSCOPIO COLIMADOR.

El microscopio colimador es un microscopio compuesto, al que se agrega un hilo situado en el plano en que se forma la imagen real de la graduación; este hilo, si el microscopio está colocado de manera que su eje óptico sea normal á la graduación y el hilo quede paralelo á la misma, podrá servirnos de índice. Para determinar la fracción que hay entre la raya inmediata inferior y el índice, se siguen dos procedimientos: ó se aprecian las fracciones á la simple vista, ó se agrega al microscopio un hilo micrométrico; de este último procedimiento no nos ocuparemos porque no es muy usado en los instrumentos topográficos.

Es un hecho comprobado por la experiencia que, en un espacio lineal pequeño se pueden apreciar hasta sus vigésimas partes con exactitud, siempre que sean perceptibles esas partes.

En consecuencia para tener una aproximación a, bastará dividir el círculo en divisiones que tengan un valor igual á 20 a; así por ejemplo; si queremos tener un instrumento de minuto, será necesario dividir el círculo en partes iguales que tengan por valor $20'$.

Con la introducción del microscopio compuesto pueden reducirse las dimensiones de los círculos casi indefinidamente, y por tanto hacer muy portátiles instrumentos de gran precisión, por ejemplo, para un instrumento que diera $10''$, con un microscopio cuyo poder amplificador fuera 40 veces, se necesitaría un círculo de 0.045 metros de radio.

Usando el microscopio colimador puede tenerse mayor precisión, si en lugar de un solo hilo, empleamos varios y tomamos por valor de la indicación del índice el promedio de los valores obtenidos con cada uno de ellos; pues en ese caso, siendo e el error con que se obtuviera cada lectura, $\frac{e}{\sqrt{n}}$

Fig. 12.

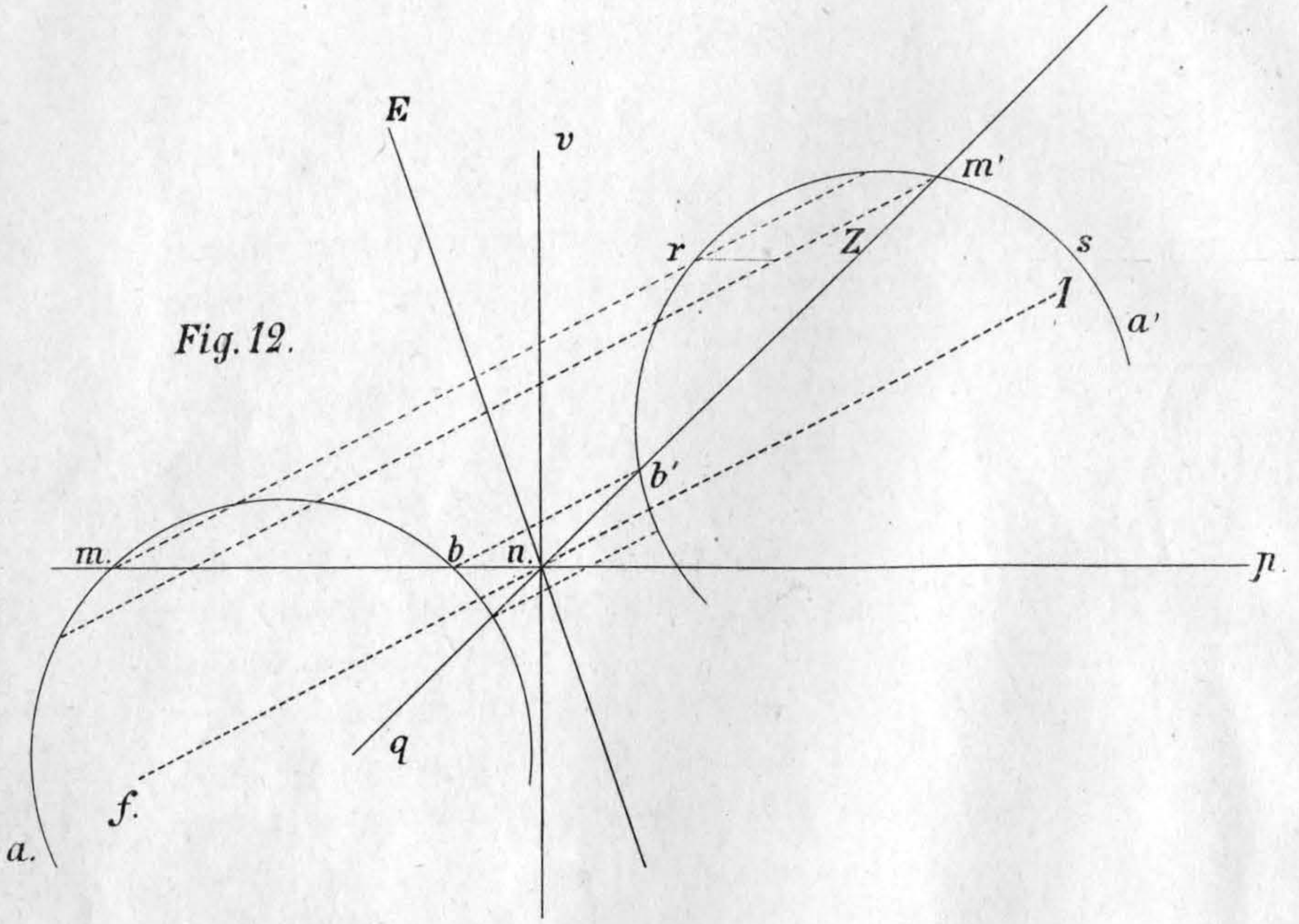


Fig. 13.

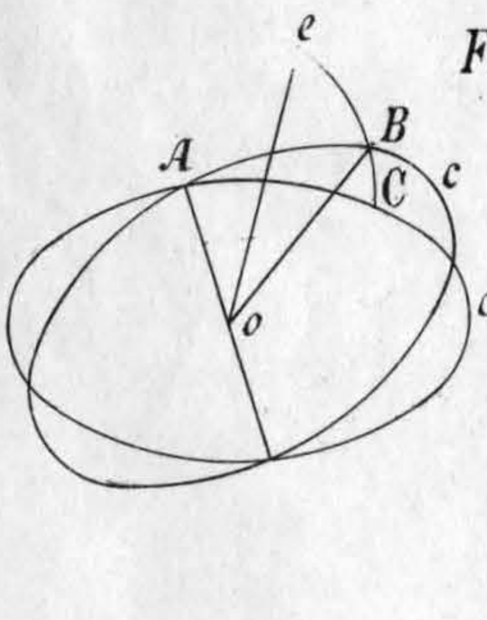
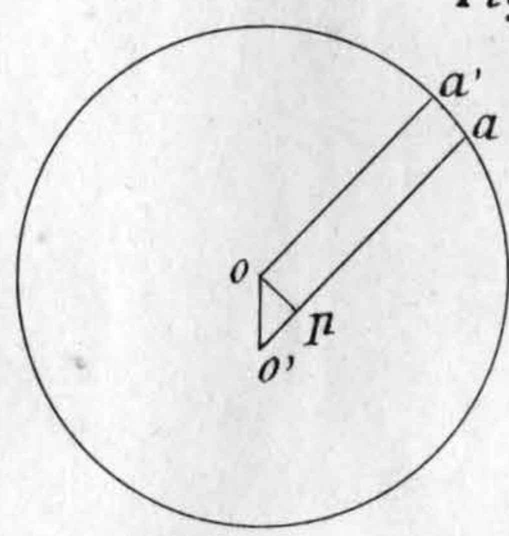


Fig. 14.



sería el correspondiente al promedio de las lecturas hechas con los n hilos.

NIVELES.

Para que con el universal podamos hacer la determinación numérica de las coordenadas, necesitamos que además de satisfacer todas las condiciones propias de cada una de sus partes, condiciones que ya hemos estudiado, y las de relación, que deben llenar entre sí estas diferentes partes, necesitamos además que el origen instrumental pueda colocarse, por lo menos, en la vertical del punto del terreno; esto lo podemos conseguir por medio de la plomada, de la cual no nos ocuparemos por ser bastante conocida; y también se necesita que el eje de rotación de todas las partes movibles del instrumento, se confunda con la vertical del lugar; esta segunda condición la podremos llenar, siempre que agreguemos al universal un nivel que esté ligado á cualquiera de las partes movibles del instrumento.

Los niveles son vasos cerrados terminados por una superficie curva trasparente, y que están llenos por un líquido y una pequeña cantidad de vapor del mismo líquido.

Veamos ahora el procedimiento que debemos seguir para colocar el eje que ha de quedar vertical en esa posición por medio del nivel. Sea $a\,b$ (figura 12) una sección de la superficie del nivel que está ligado al eje e; $m\,b$ la superficie libre del líquido; si hacemos girar el eje e 180 grados, arrastrará en su movimiento al nivel y quedará colocado en una posición $b'\,m'$, los puntos m y b habrán venido á $b'\,m'$ y la superficie libre del líquido tomará la dirección rs, el ángulo. $E\,n\,v$ será la inclinación del eje respecto de la vertical vn en el plano de la figura, ángulo que llamaremos I, el ángulo que forma rs con $b'\,m'$ será doble de I; en efecto,

$$m'\,z\,s = z\,n\,p,$$
$$z\,n\,p = \mathrm{L}\,n\,p + z\,n\,\mathrm{L},$$
$$z\,n\,p = \mathrm{I} + z\,n\,\mathrm{L},$$
$$z\,n\,\mathrm{L} = m\,n\,f = \mathrm{I}$$

luego $$m'\,z\,s = 2\,\mathrm{I}$$

Por este medio podemos medir la inclinación que tenga el eje y también quitársela; pues haciéndole tomar á la burbuja una posición intermedia por medio de los tornillos niveladores, el eje quedará contenido en un plano vertical; generalmente es necesario repetir la operación varias veces, hasta que la burbuja conserve la misma posición al hacer girar 180° el eje.

Repitiendo la misma operación en otra posición, podrá hacerse que el eje vertical quede contenido en otro plano vertical; por consiguiente, el eje del instrumento quedará en una posición vertical.

Como vimos anteriormente, es necesario para nivelar el Universal, poder valorizar la posición intermedia de la burbuja, lo que exige que con el nivel podamos medir ángulos; para esto será necesario trazar sobre la superficie del nivel, líneas de tal manera que cuando se haga girar el nivel alrededor de un eje, la burbuja recorra un número de estas líneas proporcional al ángulo recorrido, el nivel es más sensible á medida que el desalojamiento de la burbuja para un desalojamiento del eje sea mayor.

Los elementos de que se compone un nivel, son:

I. Vaso. II. Líquido. III. Gas ó vapor.

I. El vaso influye por la forma y dimensiones de su superficie, pues ésta tiene que ser de tal naturaleza que si al objeto en que está colocado el nivel se le imprime un movimiento de rotación alrededor de un eje horizontal, la burbuja también se desaloje, y que si el movimiento de rotación del nivel es uniforme, el relativo de la burbuja también lo sea.

La única forma que satisface esta condición es la esférica, y en consecuencia la que deberá darse á los niveles.

Siendo el objeto de los niveles medir ángulos muy pequeños, no hay necesidad de que tengan mucha amplitud angular; y por tanto bastará en lugar de toda la superficie esférica, la de un casquete para superficie del nivel. Respecto de las dimensiones, se comprende fácilmente que mientras mayor sea el radio de curvatura, para el mismo valor angular, mayor será el desalojamiento de la burbuja. Así, para niveles que tengan la forma esférica y cuya sensibilidad sea de un segundo, será necesario emplear un casquete que tenga por lo menos de diámetro 0.12 metros, y de radio de curvatura 206.

Veamos ahora si es posible encontrar otra forma que aunque no indique el desnivel en todos sentidos no tenga el inconveniente de ser muy estorboso. La forma que primero se ocurre es la de un sólido de revolución engendrado por el movimiento de un arco de círculo alrededor de su cuerda; en efecto, esta forma reune las condiciones de ser curva y de que la curvatura sea uniforme; pero tiene el inconveniente de que la burbuja no permanece de las mismas dimensiones en toda la longitud del tubo, á causa de que la curvatura en el sentido trasversal no es uniforme.

Desechada la forma anterior; necesitamos encontrar otra que satisfaga las mismas condiciones, y además la de curvatura uniforme en el sentido trasversal. La única forma que satisface todas las condiciones predichas es la tórica, y por lo tanto la que deba darse á los niveles.

Cuando el vaso tiene la forma tórica la burbuja conserva las mismas condiciones siempre que el eje de la superficie de revolución está horizontal; pero cuando está inclinado, ni la curvatura del arco que recorre la burbuja es uniforme, ni ésta conserva las mismas dimensiones; para obviar estos inconvenientes es necesario que el nivel sea muy poco sensible en el sentido trasversal. Como la sensibilidad es proporcional al radio de curvatura, daremos al vaso gran radio en el sentido de la longitud y muy pequeño en el de la sección meridiana; mas esto no nos acarrearía la manifestación de los fenómenos capilares, y haría que la burbuja no se desalojase sino con mucha dificultad. Esto quedará subsanado si en lugar de la superficie tórica pura, empleamos la engendrada por la sección meridiana que resulta de la intersección de dos circunferencias de radios muy desiguales, sirviendo para cara superior la de menor radio. Tal es, en efecto, la forma que hoy se da á los niveles.

II. El líquido influye en la sensibilidad por su fluidez y adhesión (tomando la palabra fluidez en el sentido de gran movilidad en sus moléculas); en efecto, mientras sea más fluido las moléculas se moverán con mayor facilidad, lo que hará que tan luego como el vaso varíe de posición, el equilibrio de la masa líquida se rompa y para que se restablezca se desalojará la burbuja. El rozamiento es proporcional á la presión y varía con la naturaleza de los cuerpos que están en contacto; por tanto, será necesario emplear líquidos que tengan poca densidad y muy poca adhesión con el vidrio. Veamos ahora si el líquido debe mojar ó no al tubo. Si no lo moja, la forma del menisco será convexa y por lo mismo la separación á igualdad de dimensiones de la burbuja, entre el líquido y el vidrio será menor que en el caso en que lo moje, lo que ocasionará que los fenómenos de capilaridad se presenten y la burbuja se divida. Además se necesita mayor esfuerzo para que un líquido se mueva sobre un sólido cuando éste está seco, que cuando está lubrificado por el mismo líquido.

De lo anterior se deduce que los líquidos más ventajosos son el alcohol y el éter.

III. Habiendo ya visto los dos primeros elementos que forman el nivel, pasemos á ver qué condiciones necesita llenar el tercero. Lo mejor sería que el espacio que queda desocupado por el líquido no tuviera ningún gas ó vapor, pues de esta manera el movimiento del líquido se efectuará con mayor libertad; pero esto no es posible á causa de las propiedades que tiene que poseér el líquido. Por tanto, no nos queda por resolver sino la clase de gas que ha de llenar este espacio. Supuesto que el líquido necesariamente ha de emitir vapores, lo mejor será que el espacio libre del líquido se llene con los vapores del mismo, pues de esta manera la resistencia que se opone al movimiento de éste será menor.

Las dimensiones de la burbuja tienen que ser tales que aunque haya variaciones de temperatura conserve dimensiones adecuadas. Es también necesario que al llenar los niveles se deje bastante grande la burbuja, si la operacion se hace á una temperatura baja, para que cuando el instrumento soporte las altas, el líquido tenga espacio suficiente para dilatarse, pues sin esta precaución el tubo se rompería.

Siempre que los niveles puedan separarse fácilmente del instrumento á que pertenecen, ó tomar un movimiento de rotación alrededor de un eje horizontal, es cómodo que tengan la disposición siguiente:

El nivel se divide por medio de un tabique de corcho en dos compartimentos bastante desiguales y que estén comunicados por su parte inferior; al llenarlos se tiene cuidado de que el líquido ocupe toda la parte mayor y un poco de la menor; así cuando la temperatura se eleva no habrá sino volver la parte pequeña hacia abajo para que pase un poco del líquido y aumente en sus dimensiones la burbuja; lo contrario se hará cuando la temperatura descienda.

Les niveles deben colocarse en estuches metálicos que les permitan las correcciones de variación en la altura de sus extremos y de verticalidad del mayor paralelo de la superficie tórica. El paso de los tornillos que verifican la primera corrección debe estar arreglado á la sensibilidad del nivel; en efecto, si consideramos dos posiciones de éste y la variación que haya tenido en la altura el tornillo que ha producido este cambio de posición, veremos que forman un triángulo rectángulo en el que el cateto menor es la variación de altura del extremo; el mayor la distancia horizontal que hay entre los dos tornillos y el ángulo opuesto al primero no es otra cosa que la inclinación del eje del nivel; pues bien, este último, debe tomar valores mínimos iguales á la aproximación del instrumento, y si suponemos que podamos dar á los tornillos un centésimo de revolución, el paso nos será dado por la fórmula

$$\mathrm{P} = 100\, a \text{ tang. S.}$$

siendo a la distancia horizontal y S el ángulo de sensibilidad que, por ser muy pequeño, podrá tomarse el arco y entónces quedará

$$\mathrm{P} = 100\, a \text{ S arc. } 1''$$

En los universales deben emplearse niveles cuya sensibilidad sea igual á la aproximación del instrumento.

Si se quiere que el nivel marque siempre las mismas indicaciones será necesario mover el nivel en la segunda posición después de haber movido convenientemente el eje, hasta conseguir que dé las mismas indicaciones.

CONDICIONES DE RELACIÓN.

Habiendo visto cuál es la influencia de cada una de las partes de un universal en la aproximación con que queramos fijar los puntos, solamente nos queda por examinar de que manera se llenan las condiciones de relación y cuál es el error que ocasiona la falta de observancia de estas condiciones en la misma aproximación.

Según hemos dicho, las condiciones de relación son las siguientes:

I. Los círculos han de ser normales á sus respectivos ejes.

II. Han de ser concéntricos con ellos:

III. Los ejes de rotación han de ser perpendiculares y deben cortarse.

IV. La línea de colimación debe ser perpendicular al eje horizontal.

V. Debe pasar constantemente por el eje vertical.

I

Sea (fig. 13) e el eje de un círculo c, que suponemos forma un ángulo con el círculo c', que es perpendicular al eje y O B la posición que tiene el índice.

Para obtener la corrección de un ángulo medido con una graduación que tenga ese defecto, bastará calcular la corrección x que hay que hacer á cada una de las lecturas y en seguida restarlas. Resolviendo el triángulo esférico rectángulo A. B. C. tendremos:

$$\text{tang. } b = \text{tang. } c \cos. \text{A}$$

en la que c es el arco recorrido por el índice para pasar del punto A al punto B, y b el ángulo que hubiera recorrido si el círculo estuviera correcto. Poniendo en lugar de b su valor en función de c y de x, tendremos:

$$\text{tang. } x = \frac{2 \operatorname{sen}^2 \frac{1}{2} A}{\text{cot. } c + \text{tang. } c \cos. A}$$

Por esta fórmula vemos que la corrección es máxima y de signo contrario cuando c vale 45° ó 135°, por tanto la corrección de un ángulo será mayor para el mismo valor de A cuando una de las lecturas se haga á 45° de A y la otra á 135 grados.

Suponiendo que el ángulo A tenga por valor 15 minutos

$$x - x' < 2''$$

El procedimiento que hay que seguir para corregir este defecto, es el siguiente:

Se coloca un microscopio provisto de micrómetro de manera que su eje óptico sea perpendicular al eje del círculo, en seguida se visa con el microscopio uno de los bordes de la graduación, y se mide con el mismo el desalojamiento que tiene el borde cuando el círculo hace una revolución completa. Este valor, combinado con el del radio del círculo, da el valor del ángulo A, y por tanto el de la corrección máxima. Si se considera que x tiene influencia en el valor de la aproximación del instrumento, se puede acuñar el limbo hasta conseguir que visando con el microscopio no se note desalojamiento sensible.

II

Sea (fig. 14) C un círculo cuya graduación tiene su centro en O y O′ la intersección del eje que lleva la alidada. Supongamos que O′ a' es la dirección que toma la alidada cuando con el anteojo se visa un punto; si el círculo no estuviera excéntrico la dirección que tomaria la alidada sería O a paralela á O$'$ a', á causa de que la paralaje de la excentricidad, por más cerca que se suponga el punto que se considera, será muy pequeña, puesto que la excentricidad nunca llega á ser mayor que 0^{m}00002. Suponiendo que el punto que se visa esté situado á 10 metros, la relación será 0,000002, lo que aproximadamente equivale á 0.4 segundos.

El valor de la corrección para esa dirección de la alidada será $a\,a'$; pero por ser muy pequeño el arco $a\,a'$, podremos tomar O P en lugar de $a\,a'$, mas como $o\,p$ es igual á e sen A, siendo e el valor de la excentricidad y A el ángulo que la alidada forma con $o\,o'$, el valor de la corrección x será:

$$x = e \text{ sen } A.$$

Si queremos obtener el valor de la corrección en segundos tendremos:

$$x = \frac{206265}{\text{R}}\, e \text{ sen A}.$$

siendo R el radio del círculo. Esta expresión nos dice:

I. que el error debido á la excentricidad está en razón inversa del radio del círculo.

II. Que el error es variable en magnitud y en signo.

III. Que el error será el mismo pero de signo contrario para valores de A que difieran entre sí 180 grados.

No habiendo ningún procedimiento expedito para determinar el valor numérico de ese error y que aun cuando por procedimientos muy laboriosos se llegase á determinar, nos sería inútil para corregir el instrumento; lo que debemos hacer es tratar de eliminarlo.

La tercera consecuencia nos indica que este error puede eliminarse empleando dos índices que difieran un ángulo de 180°.

A primera vista parece que esta solución, lo único que hace es cambiar la dificultad, pues tan difícil es centrar un círculo como hacer que los índices queden en línea recta; pero si nos fijamos en que el error crece proporcionalmente al seno de A, veremos que para que quede reducido á límites inapreciables bastará que los índices queden sensiblemente situados á 180 grados. Como comprobación, sea a igual á 90 grados, el ángulo que forma un índice con la línea de excentricidad y la del otro igual á 268°, la excentricidad de 0.00002 y finalmente R de 0.02, lo que da para la primera corrección

$$x = 206''.261.$$

y para la segunda

$$x = 206''.13.$$

En el caso de que el círculo dé un minuto bastará un solo índice siempre que tenga por lo menos un decímetro de radio, puesto que x en su máximo tiene por valor

$$0.000002 \times 206265'' = 40''.2.$$

III

Sea (fig. 15) C el círculo horizontal de un universal, $e\,e'$ el eje que ha de quedar horizontal y O el centro del círculo. Por la recta $e\,e'$ hagamos pasar un plano vertical P; la intersección de este plano con el plano horizontal será E E'. Sea M el punto cuya dirección quiere medirse con el círculo horizontal. Por el punto O levantemos las perpendiculares O z O z'; si el eje horizontal fuera paralelo al círculo, la línea de colimación describirá el plano $z\ m\ a$, pero como está inclinado describe el $z'\ m\ a'$ y el error que se tiene al tomar la dirección de la proyección del radio vector O M es el ángulo $a\ o\ a'$. Para determinar su valor resolveremos el triángulo esférico $a\ m\ a'$, lo que nos da llamando x el valor de la corrección

$$\text{tang. } x = \text{sen. } a\,m \text{ tang. } a\,m\,a'.$$

Para eliminar á $a\ m\ a'$ resolviendo el triángulo $m\ z\ z'$ tenemos.

$$\text{tang. } z\,z' = \text{cos. } z\,m \text{ tang. } a\,m\,a'$$

Dividiéndolas, llamando I al ángulo $z\,z^{\circ}$, valor de la inclinación del eje z, al arco $m\,z$, y tomando en lugar de tang. x su valor práctico igual á x sen. 1″, tendremos.

$$x = \frac{\text{cot. } z \text{ tang. I.}}{\text{sen. } 1''}$$

Fórmula que expresa que la corrección varía con la distancia zenital, para una misma inclinación del eje, y que el error es igual, pero de signo contrario, cuando se hace cambiar el sentido de la inclinación del eje. En consecuencia, se podrá eliminar visando el punto dos veces, haciendo de manera que el montante que estaba á la derecha quede á la izquierda y recíprocamente.

Si se quiere corregir el instrumento, bastará dirigir una visual á una plomada y hacer que la intersección de los hilos de la retícula coincida constantemente al hacer girar la línea de colimación alrededor del eje horizontal. Para conseguir esta coincidencia bastará que el instrumento tenga la disposición de que hablamos al tratar de los ejes.

Aplicando la fórmula que obtuvimos para la corrección x al caso en que el eje tuviera de inclinación 15′ y el punto visado 5 grados de altura sobre el horizonte, la corrección resulta de 78″.73, lo que nos indica lo defectuoso que es tomar un ángulo en una sola posición del instrumento.

La distancia zenital que se obtiene con un instrumento cuyo eje horizontal está inclinado es $z'\,m$ en lugar de $z\,m$. Resolviendo el triángulo esférico rectángulo en z', llamando z la distancia zenital verdadera, z' la instrumental é I la inclinación del eje, tendremos

$$\cos z = \cos z' \cos \text{I}$$

poniendo en lugar de z, $z'+x$; en lugar de cos. I, $1 - 2$ sen.$^2 \frac{1}{2}$ I, y tomando la unidad por cos. x y por sen. x, x sen. 1″, tendremos

$$x = \frac{2 \text{ cot. } z' \text{ sen}^2 \frac{1}{2} \text{ I}}{\text{sen. } 1''}$$

Fig.15.

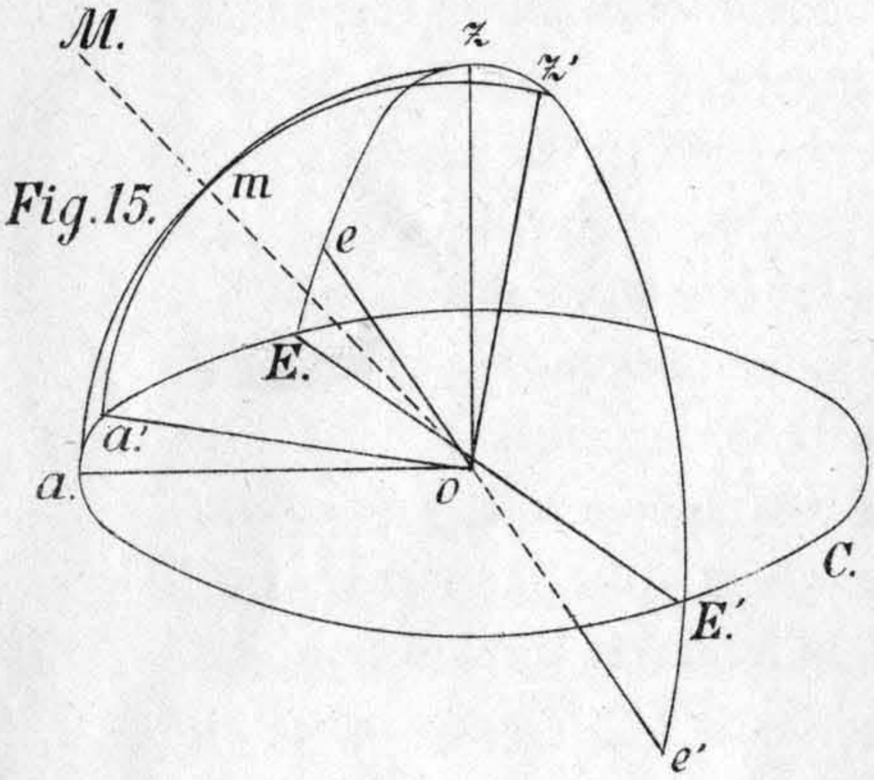


Fig. 16.

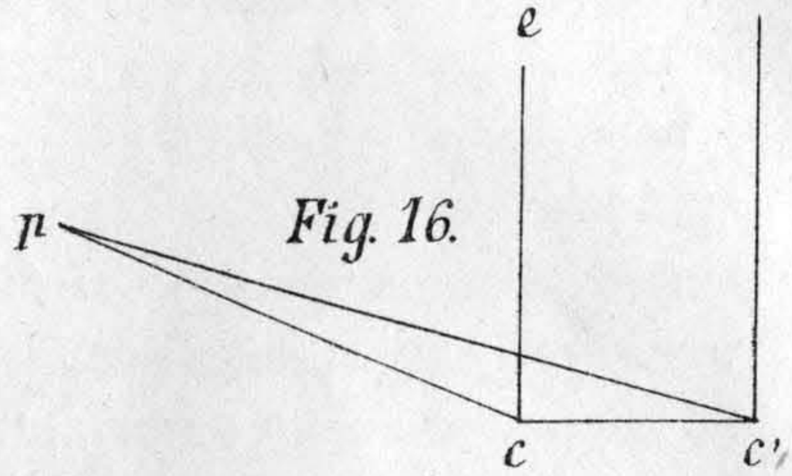


Fig.17.

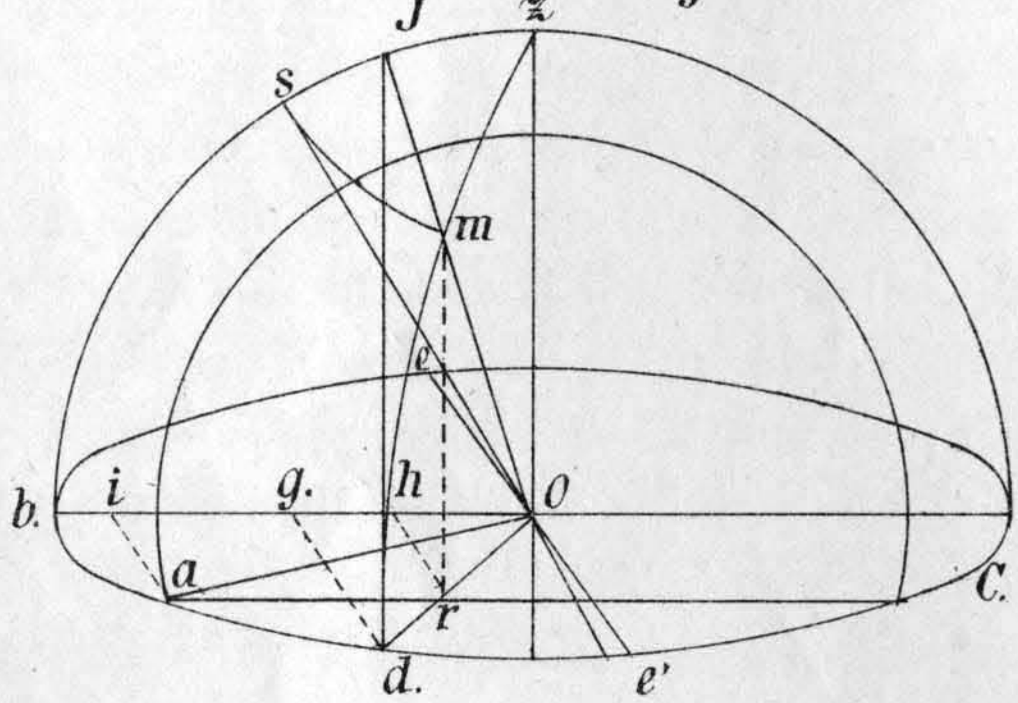


Fig.18.

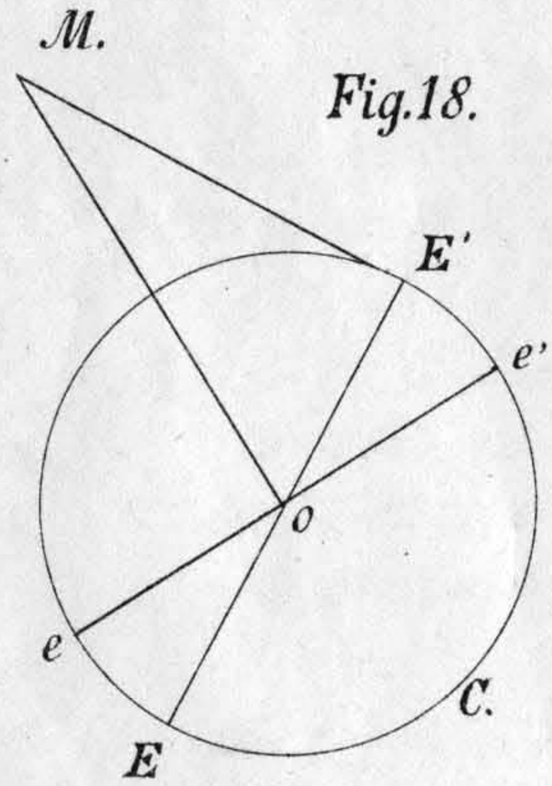
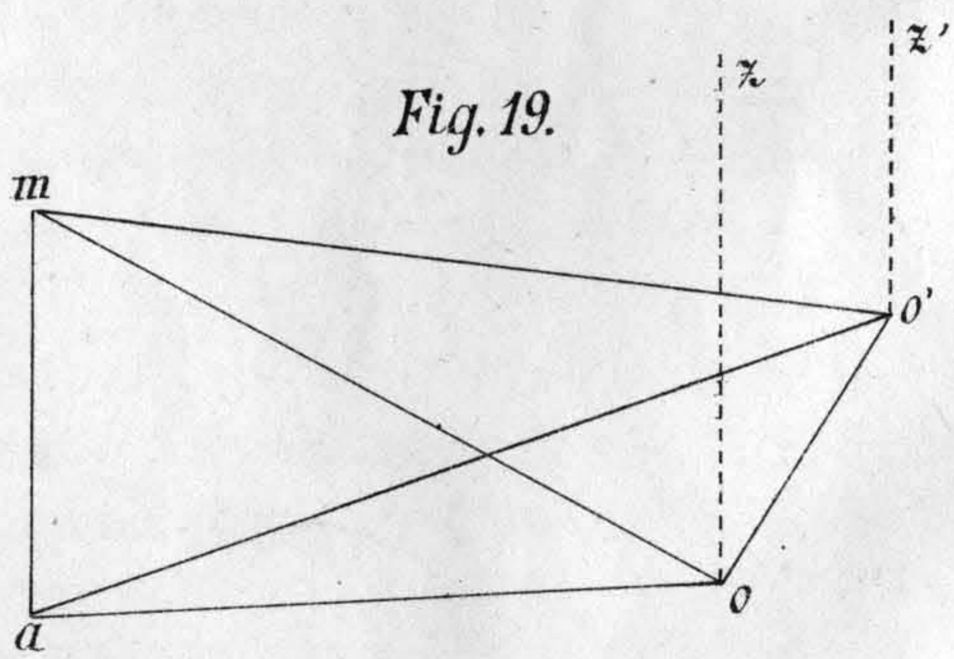


Fig. 19.



Si los ejes no se cortan, el vértice de los ángulos verticales será diferente del de los horizontales, y los primeros quedarán correctos, no sucediendo lo mismo con las distancias zenitales. Para saber cuál es la magnitud del error en las distancias zenitales, sea (fig. 16) e el eje vertical del instrumento, c' la proyección del eje horizontal, c la proyección del mismo si estuviera correcto, z' la distancia zenital observada del punto p, y z la verdadera. Por la inspección de la figura se ve que $p = z' - z$.

El valor de p puede deducirse del triángulo $p\ c\ c'$ en función de la distancia del punto, de la distancia $c\ c'$ y de la distancia zenital dada por el instrumento. Siempre que la distancia $c\ c'$ sea muy pequeña y la distancia D bastante grande, en lugar de sen. p podremos tomar el arco, y la corrección p quedará

$$p = \frac{c\ c' \cos. z'}{\mathrm{D} \operatorname{sen.} 1''}$$

fórmula que expresa que el error es proporcional á la distancia que hay entre los ejes, que está en razón inversa de la distancia á que se encuentra el punto, y por último, que es proporcional al cos. z', aplicando esta fórmula para el caso en que el punto tenga una distancia de 50 metros, $c\ c' = 0^{m}005$ y $z' = 60°$, la corrección resulta un poco mayor que diez segundos.

IV

Sea (fig. 17) C el círculo horizontal de un instrumento en el que suponemos que la línea de colimación O a forma un ángulo c con O b, línea que sería la colimación si el instrumento estuviera correcto. Al girar la línea O a alrededor del eje $c\ e'$ en lugar de engendrar el círculo máximo $b\ z$, engendrará un cono circular cuya intersección con la superficie de la esfera será el paralelo $a\ m$, y la intersección de este paralelo con el plano horizontal será la recta $a\ r$. Se comprende fácilmente que si la línea de colimación está dirigida según la recta O m, tendremos en el círculo azimutal la misma indicación que para el punto a, en lugar de tener la indicación O d. Para ver el valor que adquiere el error de colimación cuando se visan puntos que no están en el horizonte, lo único que tenemos que determinar es la recta $d\ g$ que es el seno del ángulo de colimación. Comparando los triángulos semejantes $d\ g\ o$ y $r\ h\ o$ tendremos:

$$\frac{d\ g}{r\ h} = \frac{d\ o}{r\ o} \quad (1)$$

Hagamos pasar por las rectas O d y O z un plano, por el punto d levantemos una perpendicular hasta que encuentre á O m, y por el punto m bajemos otra perpendicular al círculo. Nos resultan dos triángulos semejantes que comparados dan:

$$\frac{j\ d}{m\ r} = \frac{d\ o}{r\ o} \quad (2)$$

igualando las ecuaciones (1) y (2) sustituyendo en lugar de $r\ m$ su valor, que es el seno de la distancia zenital z, por $j\ d$, cot. z y por $r\ h$, que es el seno de la colimación en el horizonte, tendremos, llamando c al ángulo $d\ o\ g$:

$$\text{sen. C} = \frac{\text{sen. } c}{\text{sen. } z}$$

por esta fórmula vemos que aumentando c á medida que disminuye la distancia zenital, llegará á ser de 90 grados cuando el punto que se visa tenga una distancia zenital igual á p, no pudiendo tener valores absolutos mayores, á causa de que la distancia zenital instrumental nunca puede ser menor que p. En el caso de que se haga cambiar el signo de c, si se visa el mismo punto, el valor de C es igual pero de signo contrario. Se cambia el signo de c haciendo girar el anteojo alrededor del eje horizontal.

Para determinar el verdadero valor de las distancias zenitales obtenidas con un instrumento que tiene error de colimación tracemos la recta $o\ s$ (fig. 17) que sería la posición que tomaría la recta $o\ b$ cuando se visara el punto M. Los puntos z, m, s, determinan un triángulo esférico rectángulo en s y cuyos lados son: $z\ m$, distancia zenital verdadera; $z\ s$, distancia zenital medida y $m\ s$ el valor c de la colimación en el horizonte. Resolviendo el triángulo, llamando z la distancia zenital verdadera y z' la medida, tendremos:

$$\cos. z = \cos. z' \cos. c.$$

Por esta fórmula vemos que el error que produce la colimación en los ángulos verticales no puede eliminarse por la observación del punto en las dos posiciones, y que para obtener las distancias zenitales exactas hay que determinar el valor numérico de c.

Si el error de colimación es menor que la aproximación del instrumento, no habrá que llevarlo en cuenta en las distancias zenitales; pues cuando tiene su mayor influencia es cuando $z' = 90°$, en cuyo caso se tiene una diferencia entre z y z' igual á c.

Si se quiere conocer el error de colimación, se procede de la manera siguiente: se visa un punto perfectamente definido y se hacen las lecturas de los índices, en seguida se hace girar la alidada alrededor del eje vertical; después, por medio del movimiento del anteojo, alrededor del eje horizontal, se invierte y se visa de nuevo el mismo punto. La diferencia de las lecturas es el doble del error de colimación y su semisuma el valor de la indicación que se tendrá en el círculo horizontal si no hubiera error de colimación.

Muchos autores recomiendan el siguiente procedimiento para corregir este defecto: se visa un punto en posición directa é inversa, se toma el promedio de las indicaciones de los índices, se mueve el instrumento azimutalmente hasta conseguir que el promedio de las lecturas de los índices dé el promedio anterior, y en seguida se mueven los tornillos de la retícula hasta que se consiga que la intersección de los hilos coincida con el punto. Tal procedimiento es erróneo, porque lo único que se hace es multiplicar el número de líneas de colimación y tan sólo una de ellas es la que queda correcta. La razón es que en esta operación no se tiene en cuenta que la línea de colimación debe ser el eje óptico del objetivo. Para corregir el error de colimación lo que debe hacerse es montar el anteojo en el eje horizontal, de manera que tenga un pequeño movimiento de rotación, con objeto de que dicha línea pueda ponerse perpendicular al eje. En muchos casos el primer procedimiento da buenos resultados, porque generalmente los constructores procuran hacer que el deslizamiento de los tubos del anteojo sea paralelo al eje principal del objetivo y que este eje sea perpendicular al horizontal; pero en todos casos, para obtener una dirección lo más conveniente es tomarla en las dos posiciones.

V

Sea (fig. 18) C el círculo que describe la intersección de la línea de colimación con el eje horizontal, M la proyección de un punto sobre el mismo plano del círculo; si estuviera satisfecha la quinta condición, el eje que lleva al anteojo tendría la dirección $e\ e'$, mas como no está satisfecha para poder visar el mismo punto, tomará la dirección E E′. El ángulo E O c será el error debido á la excentricidad de la línea de colimación: pero el ángulo e O E es igual á E M O.

Llamando x el error, K la distancia y e la excentricidad al resolver el triángulo, tendremos:

$$\text{sen. } x = \frac{e}{K}$$

Se puede cambiar el signo de e poniendo el instrumento en posición inversa, pues de esta manera si e se contaba hacia la derecha, en el segundo caso se tendrá que contar á la izquierda. Se comprende que tomando el promedio de las indicaciones en las dos posiciones, el valor promedio será el mismo que si el instrumento no fuera excéntrico.

Conociendo el valor de la excentricidad podrá determinarse hasta qué distancia es innecesaria la doble observación.

Para obtener el valor de las verdaderas distancias zenitales z, cuando se han medido con un instrumento excéntrico, sea (fig. 19) O el centro del círculo vertical, O′ la intersección de la línea de colimación con el eje, m el punto cuya distancia z se ha medido, K la distancia horizontal y e la excentricidad. Por el triángulo $m\ a\ o$, tendremos:

$$\cot. z = \frac{m\ a}{\mathrm{K}}$$

pero

$$m\ a = a\ o' \cot. z'$$
$$a\ o' = \sqrt{\mathrm{K}^2 + e^2}$$

de donde

$$\cot. z = \cot. z' \sqrt{1 + \left[\frac{e}{\mathrm{K}}\right]^2}$$

La excentricidad no puede considerarse como un defecto en los instrumentos, pues es necesaria cuando hay que visar puntos que están colocados bajo el horizonte. Así es que hablando propiamente, no debería darse el nombre de universales sino á los instrumentos que fueran excéntricos.

DETERMINACIÓN DE LA INDICACIÓN CORRESPONDIENTE AL ZENIT EN LOS CÍRCULOS VERTICALES.

Siendo el origen de los ángulos verticales la vertical de la estación, es necesario determinar cuál sería la indicación que daría el instrumento en caso de que la línea de colimación se dirigiera al zenit; pues una vez determinado ese valor bastaría para conocer el valor numérico de las distancias zenitales visar el punto, hacer las lecturas de los índices y restar las del valor que se hubiera encontrado para la indicación zenital.

La determinación de ese valor sería muy fácil siempre que hubiera un punto visible en el zenit, pero no habiéndolo, tendremos que proceder de una manera indirecta.

Supongamos que visamos un punto y que obtenemos una indicación z', su distancia zenital será, si x es la indicación correspondiente al zenit $x - z'$, si tomamos la distancia zenital en la posición inversa del instrumento tendrá por valor $z'' - x$, puesto que el sentido de la graduación es inverso del que se tenía al principio; llamando z la indicación verdadera tendremos:

$$z = \frac{z'' - z'}{2}$$

y para valor de x

$$x = \frac{z' + z''}{2}$$

Esta cantidad es la que algunos autores llaman error de colimación vertical; cuando más se le podrá llamar error de índice.

MODIFICACIONES QUE SE HAN HECHO Á LOS UNIVERSALES CON OBJETO DE ALCANZAR MAYOR PRECISIÓN EN LOS ÁNGULOS HORIZONTALES.

La determinación de las tres coordenadas no tiene la misma importancia en los trabajos topográficos; los ángulos horizontales y las distancias se emplean para determinar el valor numérico de las cantidades que son factores del valor de un terreno, miéntras que la distancia zenital es combinada con las distancias, sólo sirven para dar una idea de la configuración ó para hacer reconocimientos destinados al estudio de los proyectos de caminos, canales, etc., en los que una vez elegida la línea hay que determinar la separación de los diferentes puntos de la misma, de la superficie del nivel que se toma por origen. En muchos casos hay que hacer las nivelaciones con una precisión que alcance al milímetro, lo que exige universales cuya aproximación sea superior á diez segundos; tales instrumentos para su manejo y uso necesitan, para que su aproximación no sea ilusoria, de cuidados que harian los levantamientos topográficos muy costosos, lo que ha hecho que estos instrumentos no se usen para nivelaciones de alguna precisión y se haya recurrido á instrumentos especiales.

Se concibe perfectamente que mientras mayor es el número de determinaciones numéricas que se hacen de una cantidad, el promedio que resulte de todas ellas se acercará más á su verdadero valor que lo que se acerca el de una sola medida.

El principio anterior aconseja que se repitan las medidas de los ángulos el número de veces que sea necesario para alcanzar la exactitud conveniente en cada caso, pues así tenderán á eliminarse los errores que dependen de la observación; mas esto supone que el instrumento que se emplea es perfecto, ó que en caso de no serlo, los errores que origina son inferiores al límite de precisión que se puede obtener con la repetición; de aquí ha venido la necesidad de hacer estas repeticiones con diferentes partes de la graduación y para hacerla con más comodidad se ha dado al universal la disposición siguiente:

En lugar de estar el círculo horizontal fijo al tripié, como lo consideramos en la introducción, párrafo II, está provisto de un eje hueco que gira en la chumacera que va unida al tripié y cenaxial á este eje va otro macizo que es el que lleva la alidada, se ve que por esta disposición se puede variar la posición de la graduación sin quitar de su lugar el instrumento.

Para fijar el círculo una vez que se le ha dado una posición va provisto de un tornillo de presión, que impide que el círculo se mueva, y algunas veces tienen, además de este tornillo, otro que permite imprimirle movimientos muy lentos; á este último se le llama tornillo de aproximación, á los instrumentos que tienen los dos tornillos en el movimiento del círculo horizontal se les llama repetidores y á los que sólo tienen el de presión reiteradores.

Como no puede visarse un punto y al mismo tiempo hacerse las lecturas en los índices, es necesario que las alidadas estén provistas de tornillos de presión y como también sería difícil imprimir á la línea de colimación movimientos muy pequeños para hacerla coincidir con el punto que se visa, se necesita igualmente que las alidadas estén provistas de tornillos de aproximación.

APARATO ORIENTADOR.

El aparato orientador tiene por objeto colocar el cero de la graduación de tal manera que cuando la línea de colimación quede contenida en el plano meridiano uno de los índices del círculo horizontal marque cero, pues de esta manera se tendrian inmediatamente los azimutes. Por medios directos se podria colocar la línea de colimación en el meridiano siempre que hubiera allí un punto fijo común para todos los meridianos, es decir, el polo, mas como no hay ningún punto visible en el polo se ha tenido que recurrir para tenerla con alguna precisión, á procedimientos astronómicos, y para tenerla de una manera ruda, al empleo de la brújula. Para que la brújula pueda servir de orientador se necesita que frente á las extremidades de la aguja se coloquen puntos de referencia que estén invariablemente ligados á la alidada si el orientador se monta en ella, y que la línea que une los puntos de referencia sea paralela al plano de colimación; si el orientador se coloca fijo al círculo, también se necesita que los puntos de referencia de la aguja sean invariables con respecto al círculo, y además que la línea de referencia sea paralela al plano de colimación cuando los índices dan por lectura 0.

El único procedimiento que hay para la corrección de la brújula en los universales es el siguiente:

En el poste de un observatorio en el que se haya determinado el azimut magnético de un punto, se coloca el instrumento, se visa el mismo punto, si se obtiene el mismo valor para el azimut del punto ó uno que nada más difiera la aproximación del orientador del que se haya obtenido en el observatorio valiéndose de un declinómetro, es prueba de que el instrumento está correcto; en caso contrario, se moverán convenientemente los puntos de referencia hasta conseguir que se obtenga el mismo resultado.

RELACIONES DE POSICIÓN EN LA ESTACIÓN.

Las relaciones de posición en la estación son:

I. Que el origen instrumental coincida con la vertical del punto que se toma como origen.

II. Que el eje alrededor del cual giran todas las partes movibles esté perfectamente vertical.

La primera condición se consigue por medio de la plomada, y la segunda por medio del nivel.

Respecto de la primera no nos ocuparemos, porque esa pertenece más bien á un tratado de topografía que á un ligero estudio de una sola clase de los instrumentos que se emplean en ella; respecto de la segunda indicaremos que su influencia en los ángulos horizontales es la misma que la de la falta de perpendicularidad entre un círculo y su respectivo eje, con sólo la diferencia que habría que pasar de cateto á hipotenusa, en lugar de la hipotenusa al cateto. No hemos desarrollado las fórmulas correspondientes á este caso, porque en un instrumento cuyos niveles tienen de sensibilidad la aproximación del mismo, este error no tiene influencia, siempre que se haya hecho la nivelación con algún cuidado. En los ángulos verticales su influencia cuando el error llega á su valor máximo es igual al ángulo que forma el eje que había de quedar vertical con la vertical del lugar.