



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA  
DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

“GEOMECÁNICA APLICADA A ESTABILIDAD DE POZOS”

**T E S I S**

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE  
INGENIERO PETROLERO  
PRESENTA:

**BANDA ECHEGOYEN JORGE ALBERTO**

DIRECTOR DE TESIS:  
M.C. JAIME ORTIZ RAMÍREZ  
MÉXICO, DF JUNIO 2007





Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

A MAMÁ Y PAPÁ

## AGRADECIMIENTOS

A LA UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO, POR SU GENEROSIDAD.

A MI ETERNA COMPAÑERA, ERIKA WENDY SÁNCHEZ CABELLO, POR TODO SU AMOR Y CARIÑO

AL M.C. JAIME ORTIZ RAMÍREZ, POR SU AMABLE AYUDA PARA LOGRAR TERMINAR ESTA TESIS.

# Geomecánica Aplicada a Estabilidad de Pozos

## Introducción

### Capítulo 1: Esfuerzos Tectónicos

- *Indicadores de Esfuerzos Terrestres*
- *Patrones de Esfuerzo a Diferentes Escalas*

### Capítulo 2: Conceptos teóricos del Esfuerzo, Deformación, Elasticidad y Poroelasticidad

- *Esfuerzos*
- *Esfuerzo desviatorio*
- *Esfuerzo principal*
- *Deformación*
- *Elasticidad y modulo elástico*
- *Poroelasticidad y Esfuerzo Efectivo*

### Capítulo 3: Conceptos generales de reactivación de fallas, fallas en rocas en yacimientos de hidrocarburos y Presión de Poro.

- *Conceptos generales de fallas en rocas: El criterio de falla de Mohr-Coulomb*
- *Régimen de esfuerzos y tipos de fallas en el subsuelo*
- *Conceptos generales del comportamiento de los esfuerzos en yacimientos de hidrocarburos*
- *Presión de Poro*

## Capítulo 4: Concentración de Esfuerzo alrededor de un Pozo

- *Esfuerzos alrededor de un pozo vertical*
- *Esfuerzos y deformación en un cilindro de coordenadas*
- *Esfuerzos en un cilindro*
- *Esfuerzos alrededor de un Pozo desviado*
- *Solución general lineal elástica para pozos desviados*
- *Esfuerzos alrededor de un Pozo en una formación poroelástica*
- *Esfuerzos alrededor de un pozo en una formación no - linear*

## Capítulo 5: Construyendo un Modelo Geomecánico

- *Métodos Para Determinar el Esfuerzo de sobrecarga( $S_v$ )*
- *Métodos Para Determinar la Presión de Poro ( $P_p$ )*
- *Métodos Para Determinar el Esfuerzo Horizontal Mínimo ( $S_{hmin}$ )*
- *Métodos para Determinar el Esfuerzo Horizontal Máximo ( $S_{Hmax}$ )*

## Capítulo 6: Predicción de la Estabilidad de Pozos con un Modelo Geomecánico

- *Predicción de Fallas en pozos con dirección variable*
- *Definición de la ventana de lodos para una profundidad*
- *Selección de puntos de asentamiento de TRs*
- *Validación del Modelo Geomecánico*

Conclusiones

Bibliografía

## **Introducción**

En las últimas dos décadas la industria del petróleo y gas ha sido testigo de lo que podemos llamar “la revolución geomecánica” por lo que la geomecánica se ha convertido en un factor común a considerar en el desarrollo de un campo exploratorio o de producción, la ciencia de la geomecánica intenta comprender los esfuerzos presentes en el subsuelo y podemos definirla como la ciencia que se dedica al diagnóstico, el modelado y el control de las deformaciones de las rocas.

Así como el estrés que se ejerce sobre el ser humano producen cambios en su comportamiento y personalidad, de un modo similar los esfuerzos que se encuentran en la tierra a menudo modifican sus rasgos. El conocimiento de la magnitud y orientación de los esfuerzos, la presión de poro y las propiedades mecánicas de la rocas son de gran interés en el área de la industria del petróleo y gas, y, para poder llegar a soluciones prácticas de ingeniería relacionados a problemas de estabilidad de pozos (determinación de pesos de lodo óptimos, trayectorias de perforación estables, asentamientos adecuados de TR´s, etc.) se requiere de un conocimiento preciso de las estos parámetros que en su conjunto crearan algo que llamaremos “modelo geomecánico”. Debido a que la obtención de estos parámetros (orientación y magnitud de los esfuerzos, propiedades mecánicas de la roca, y la presión de poro) es un gran reto, en esta tesis mostraremos los conceptos teóricos y prácticos más importantes relacionados con estos parámetros y las diferentes técnicas para construir un modelo geomecánico

# Capítulo 1

## Esfuerzos Tectónicos

Los procesos que contribuyen al cambio de esfuerzos in situ incluyen las fuerzas de movimiento de las placas tectónicas y las cargas gravitacionales. Las placas tectónicas causan el movimiento de las placas en la litosfera las cuales forman la corteza de la tierra. Las cargas gravitacionales incluyen la carga y descarga topográfica debido al contraste lateral gravitacional y el efecto de flotación en la litosfera. Estos son modificados por los procesos locales tales como vulcanismo, terremotos, y diapirismo. Las actividades humanas tales como la minería y la extracción o inyección de fluidos pueden cambiar el estado de esfuerzos locales. Debido a que gran cantidad de componentes del campo de esfuerzos actúan sobre grandes áreas, la orientación y magnitud de los esfuerzos son marcadamente uniformes. Sin embargo, perturbaciones locales tanto naturales como las inducidas por el ser humano son parámetros importantes a considerar para la aplicación del análisis geomecánico a la perforación y la ingeniería de yacimientos.



## Indicadores de Esfuerzos Terrestres

Placas Tectónicas: Las placas tectónicas tienen orientaciones constantes sobre una amplia área. Son causadas por una gran variedad de cosas tales como:

- Fuerza de empuje de las cadenas montañosas en la parte media de las cadenas montañosas del océano
- Fuerza de separación de lajas por flotabilidad negativa de las lajas en descenso
- Fuerzas de resistencia de colisión
- Movimiento transformado de la placa de resistencia de fallas
- Fuerza de succión que actúa sobre la litosfera continental cerca de las zonas de subducción

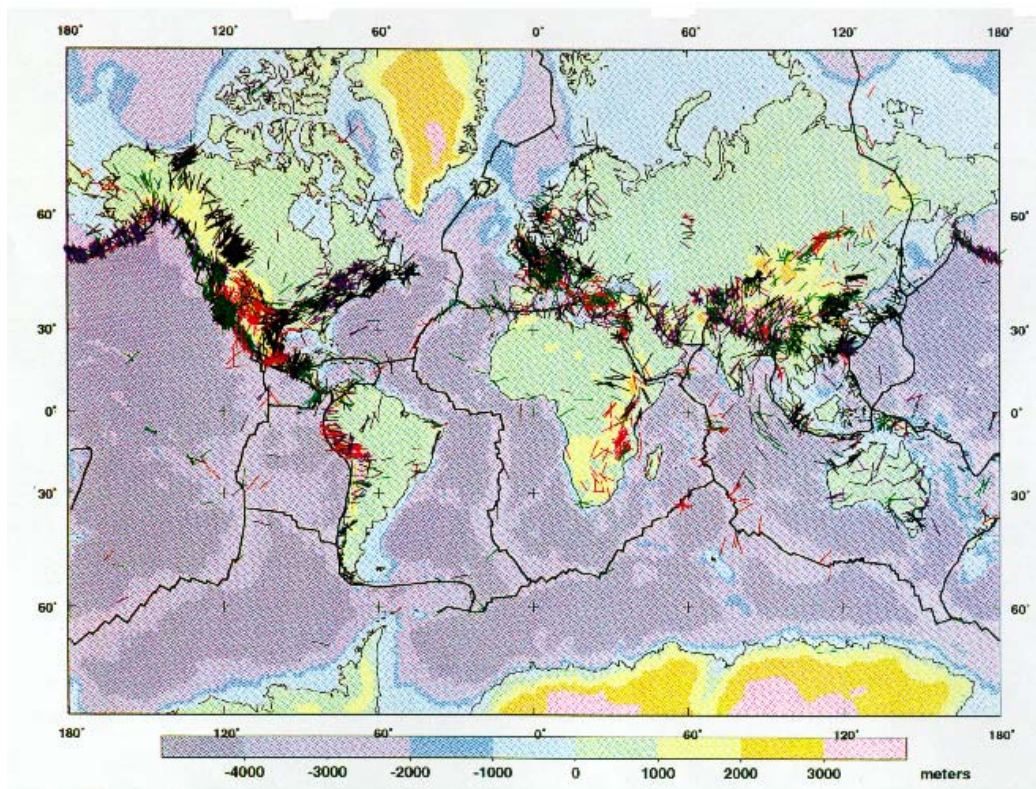
Cargas Topográficas: Pueden ser debido a grandes cadenas montañosas tales como los Himalaya, o por adición o remoción de cargas de hielo o cambios en el nivel del mar.

- Las grandes cadenas montañosas pueden provocar esfuerzos importantes en profundidad
- Las perturbaciones del esfuerzo se pueden presentar a partir de la remoción de cargas topográficas como las capas de hielo

Flotación de la litosfera: Debido a que la litosfera es menor en densidad que la astenósfera, se dice que “flota” en el material debajo de ella, y la carga de sedimentos y los cambios laterales en el espesor de la litosfera o su densidad causan fuerzas que doblan. Por lo que un indicador de la orientación de esfuerzos se presenta cuyo:

- Hay variaciones laterales en el espesor y densidad de la litosfera

Además de lo anterior existen los llamados procesos activos: Terremotos, Volcanes activos, y diapirismos de sal los cuales son ejemplos de procesos que pueden cambiar los esfuerzos locales.



**Fig.1. Mapa de esfuerzos mundiales muestra la orientación del esfuerzo horizontal mayor,  $S_{Hmax}$ , En donde a sido medido utilizando derrumbes inducidos (breakouts) o inferidos a través de terremotos (Zoback, 1992). También se muestran las fronteras de las placas tectonicas, los colores en los símbolos muestran la magnitud del esfuerzo relativo. Rojo-normal, verde- deslizante, azul – inverso, negro – desconocido. Una Buena fuente de datos de esfuerzos regionales es el mapa mundial de esfuerzos, <http://www.wsm.dg>.**

## **Patrones de Primer Orden Observados en los Datos de Mapas de Esfuerzos Globales**

- En la mayoría de los lugares existe un campo uniforme de esfuerzos a través de toda la corteza superior
- Hay orientaciones consistentes a partir de diferentes técnicas a diferentes intervalos de profundidad
- Los regímenes de esfuerzos inversos y transcurrentes en los que el esfuerzo principal máximo es horizontal están dominadas por la compresión.
- Consistencia regional tanto de orientaciones de esfuerzo como de magnitudes relativas

## ***CAPITULO 2***

### **Conceptos teóricos del esfuerzo, deformación, elasticidad y poroelasticidad**

La mayoría de los materiales tienen la habilidad de resistir y recuperarse de la deformación producida por las fuerzas. Esta habilidad es llamada Elasticidad, es el fundamento de todos los aspectos de la mecánica de rocas. La respuesta más simple es aquella en la que existe una relación lineal entre las fuerzas externas y las deformaciones correspondientes. Cuyo el cambio en las fuerzas son lo suficientemente pequeños la respuesta es casi siempre lineal, por lo tanto la teoría de la elasticidad lineal es fundamental. En la mecánica de rocas relacionada con la industria del petróleo el interés se enfoca en rocas con porosidad y permeabilidad, la teoría elástica para materiales sólidos no podrá, por lo tanto, describir completamente el comportamiento de tales materiales y el concepto de poroelasticidad tiene que ser tomado en cuenta. La respuesta elástica de la roca también depende del tiempo porque las rocas cambian con el tiempo (se deforman), aun cuando las condiciones externas permanezcan constantes.

La teoría de la elasticidad descansa sobre dos conceptos: Esfuerzos y Deformación, los cuales serán analizados en este capítulo.

## 2.- Esfuerzos

La definición más simple de esfuerzos es la de esfuerzos promedios que se define como fuerza en la superficie a través de la cual la fuerza actúa. Sin embargo la fuerza total puede no ser igual al dividirla sobre el área de la superficie. Suponga que el área se subdivide en un infinito número de subsecciones a través de la cual una parte muy pequeña de la fuerza total está actuando, la parte de la fuerza total podrá variar de una subsección a otra, por lo que los esfuerzos pueden ser definidos de una mejor manera por el principio de Euler.

El esfuerzo es una cantidad del tensor que describe la densidad de la fuerza mecánica (Fuerza por unidad de área) en el total de la superficie de un dominio dentro de un cuerpo. Un esfuerzo existe en cualquier punto de un cuerpo en donde se ejerza una fuerza en sus alrededores, esta definición de esfuerzos depende del concepto de continuidad. Una continuidad es un material idealizado cuyos atributos físicos están en función continua de su posición, una continuidad no puede tener vacíos o saltos (discontinuidades) en sus propiedades. Los materiales reales nunca son continuos, son discontinuos a una escala atómica, y algunas veces a una escala mayor. El concepto de continuidad es por lo tanto únicamente a escala macroscópica pero nos permite aproximaciones matemáticas para el entendimiento de fenómenos reales.

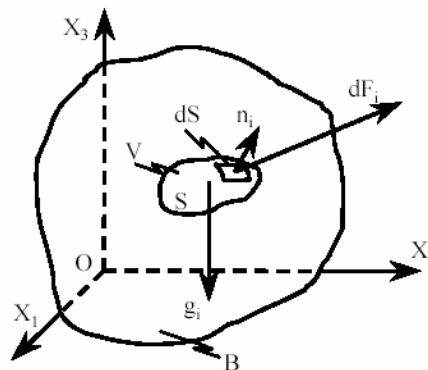


Figura 2. Principio de Esfuerzos de Euler. El cuerpo continuo  $B$  contiene un elemento de volumen  $V$  rodeado de una superficie cerrada  $S$ . Un elemento  $dS$  en esa superficie tiene en el exterior una  $n_i$  normal y encima de este un material rodeándolo ejerce una fuerza  $dF_i$ . El cuerpo de fuerza  $g_i$  actúa en el volumen  $V$ .

Ahora considere un cuerpo continuo B (Fig.2) supongamos que un elemento de volumen  $V$  esté dentro del cuerpo rodeado de una superficie cerrada  $S$ . Dos tipos de fuerza actúan en este elemento de volumen, Fuerzas del cuerpo y fuerzas de superficie. Fuerzas del cuerpo ( $g_i$ ) representan el peso de un elemento de volumen  $V$  por unidad de masa y es igual a la aceleración de la gravedad, las fuerzas resultantes nos dan por la tercera ley de Newton del movimiento, que dice; cuyo dos cuerpos interactúan entre ellos se ejercen una fuerza de la misma magnitud y en sentido contrario, por lo que  $dS$  es un elemento pequeño de superficie  $S$  con un vector normal de unidad  $n_i$ , y  $dF_i$  es la fuerza de superficie de esa parte del cuerpo B fuera de  $S$ , en el lado positivo de  $n_i$  ejerce en la parte interior a través de  $dS$ . Esta fuerza es una función de ambos, tanto del tamaño, como de la orientación de  $dS$ . Asumamos que  $dS$  tiende a cero, cualquier momento de fuerza ó torque actuando en cualquier punto de la superficie  $dS$  desaparece en el límite. Entonces el radio  $dF_i/dS$  tiende a infinito:

$$\sigma = \lim_{dS \rightarrow 0} dF_i / dS \quad (2.1)$$

En donde  $\sigma$  es el esfuerzo y representa la fuerza por unidad de área actuando en  $dS$  con orientación dada por  $n_i$ , sus dimensiones son  $[ml^{-1}t^{-2}]$  o Pa.

Ahora, la orientación de la superficie relacionada con la dirección de la fuerza también es importante, por lo que descompondremos la fuerza en un componente  $F_n$  el cual será normal a la superficie y un componente  $F_p$  el cual será paralelo a la sección (Fig.2.1) por lo que quedará como:

$$\sigma = \frac{F_n}{S} \quad (2.2)$$

La ecuación anterior es el llamado Esfuerzo Normal, mientras que la cantidad:

$$\tau = \frac{F_p}{S} \quad (2.3)$$

Es llamado el esfuerzo de corte, por lo que tenemos dos tipos de esfuerzos los cuales actúan a través de la superficie y la magnitud de cada uno dependerá de la orientación en la superficie.

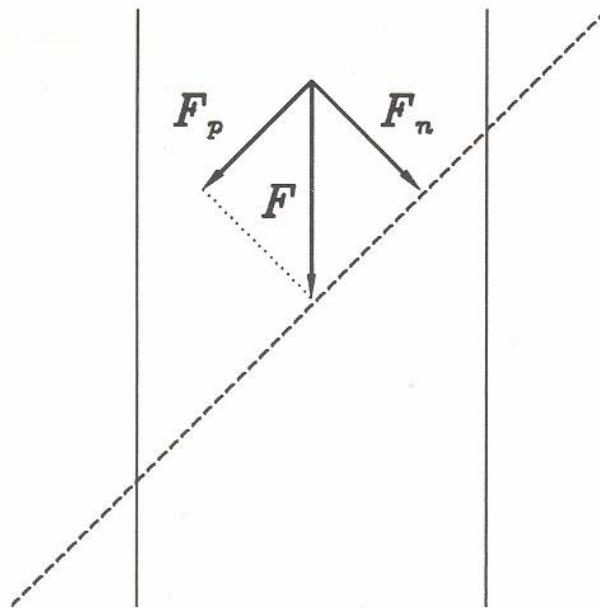


Fig.2.1 Descomposición de fuerzas

Para dar una descripción completa del estado de esfuerzos en un punto P es necesario identificar los esfuerzos relacionados a la orientación de la superficie en tres direcciones ortogonales.

Los esfuerzos relacionados a una superficie normal al eje-x será mostrada como  $\sigma_x, \tau_{xy}$  y  $\tau_{xz}$  los cuales representa al esfuerzo normal, el esfuerzo de corte relacionado a la fuerza en dirección "Y", y el esfuerzo de corte

relacionado a la fuerza en la dirección-z respectivamente. Físicamente sólo habrá un solo esfuerzo de corte asociado con esta superficie, sin embargo la orientación del esfuerzo de corte tiene que ser identificado y es más convenientemente hacerlo identificando sus componentes y, z como  $\tau_{xy}$ ,  $\tau_{xz}$ . Igualmente los esfuerzos relacionados a una superficie normal al eje-Y están descritos como:  $\sigma_y, \tau_{yz}$  y  $\tau_{yx}$ , mientras que los esfuerzos relacionados a una superficie normal en el eje-z se identifican como:  $\sigma_z, \tau_{zx}$  y  $\tau_{zy}$  entonces tenemos nueve componentes de esfuerzos en un punto P:

$$\begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

La expresión anterior es llamada el Tensor de Esfuerzos, el cual nos da una descripción completa de los estados de esfuerzos en un punto P.

No todos los componentes (9) del tensor de esfuerzos son independientes, sin embargo, consideremos un pequeño cuadrado en el plano x-y y como se muestra en la figura 2.2, los esfuerzos actuando en el cuadrado se muestran en la figura, el cuadrado está en reposo, por lo que no hay fuerzas de rotación ó traslación actuando, por lo que:

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} \quad (2.5)$$

Igualmente podemos decir que:

$$\begin{aligned} \tau_{xz} &= \tau_{zx} \\ \tau_{yz} &= \tau_{zy} \end{aligned} \quad (2.6)$$

La relación anterior reduce el número de componentes independientes del tensor de esfuerzos a seis.



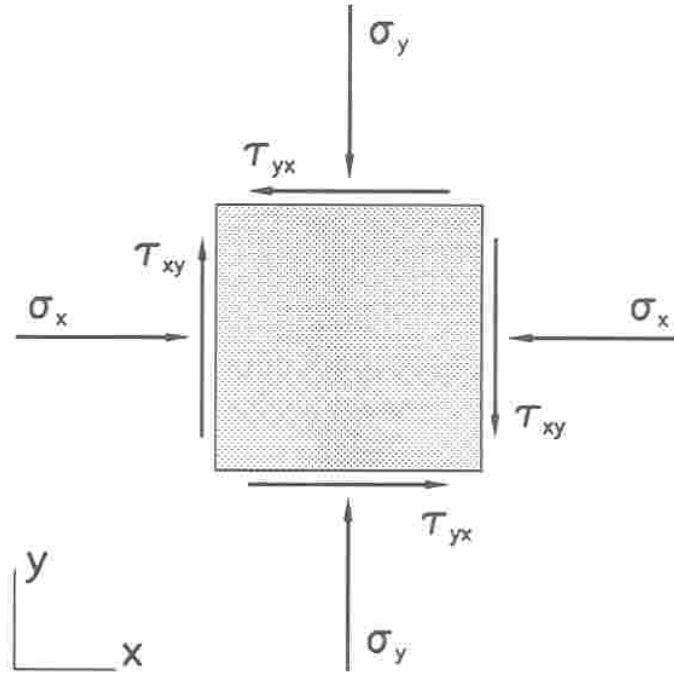


Fig.2.2 Componentes del esfuerzo en dos dimensiones

Sin embargo por simplicidad, la notación usada en (2.4) no es muy conveniente para los cálculos teóricos, por tal motivo la notación siguiente es usada con más frecuencia: Tanto el esfuerzo normal como el de corte se mostraran como  $\sigma_{ij}$ , los subíndices  $i$  y  $j$  son los siguientes números 1, 2 y 3 los cuales representan los ejes  $x$ ,  $y$ ,  $z$  respectivamente. El primer subíndice ( $i$ ) es el eje normal a la superficie, mientras que el segundo subíndice ( $j$ ) identifica la dirección de la fuerza. Por lo que de la fig. 2.2 vemos que  $\sigma_{11} = \sigma_x$ ,  $\sigma_{13} = \tau_{xz}$ , etc. Con esta notación el tensor de esfuerzos se convierte a:

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

La Ecuación (2.4) es una representación matricial del tensor de esfuerzos. Cuyo cambiamos a un diferente juego de coordenadas, la matriz (Ec.2.4) se transforma a una matriz ordinaria, por lo que el esfuerzo normal principal queda:

$$\bar{\sigma} = \frac{(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)}{3} \quad (2.8)$$

Lo cual es igual a 1/3 de la traza de la matriz y permanece sin alteración ante cualquier cambio de ejes coordenados, por lo que el esfuerzo normal principal es un *esfuerzo invariante*.

También existen otras combinaciones de esfuerzos que son independientes de los ejes coordenados y cualquier combinación de el esfuerzo invariante será también un esfuerzo invariante. Los esfuerzos invariantes más úsales son:

$$\begin{aligned} I_1 &= \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z \\ I_2 &= -(\sigma_x \sigma_y \sigma_z + \sigma_y \sigma_z \sigma_x + \sigma_z \sigma_x \sigma_y) + \tau_{xy}^2 + \tau_{yx}^2 + \tau_{zx}^2 \\ I_3 &= \sigma_x \sigma_y \sigma_z + 2\tau_{xy} \tau_{yz} \tau_{zx} - \sigma_x \tau_{yz}^2 - \sigma_y \tau_{zx}^2 - \sigma_z \tau_{xy}^2 \end{aligned} \quad (2.9)$$

### ***Esfuerzo desviatorio***

El esfuerzo normal principal  $\bar{\sigma}$  como lo definimos en la Ec. (2.8) principalmente causa compresión ó extensión. La distorsión por otra parte es esencialmente causado por el llamado esfuerzo desviatorio. El esfuerzo desviatorio se obtiene al restar el esfuerzo normal principal del esfuerzo normal, quedando:

$$\begin{bmatrix} S_x & S_{xy} & S_{xz} \\ S_{yx} & S_y & S_{yz} \\ S_{zx} & S_{zy} & S_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_x - \bar{\sigma} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y - \bar{\sigma} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z - \bar{\sigma} \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

## **Esfuerzos Principales**

Para ciertas orientaciones del sistema de coordenadas, los términos de la no-diagonal del tensor de esfuerzos desaparecen, así que el tensor de esfuerzos se convierte a un modo muy simple:

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

Para describir esto consideraremos un esfuerzo normal ( $\sigma$ ) y uno de corte ( $\tau$ ) en una superficie con orientación normal y una dirección  $\theta$  en el plano x-y, como se muestra en la figura 2.3 el triángulo en la figura esta en reposo por lo que no hay fuerzas actuando sobre el cuerpo. La cancelación de esfuerzos implica que:

$$\sigma = \sigma_x \cos^2 \theta + \sigma_y \sin^2 \theta + 2\tau_{xy} \sin \theta \cos \theta \quad (2.12)$$

$$\tau = \frac{1}{2}(\sigma_y - \sigma_x) \sin 2\theta + \tau_{xy} \cos 2\theta$$

Al escoger adecuadamente a  $\theta$  es posible obtener  $\tau = 0$  y de la Ec. (2.12) vemos que esto pasa cuyo:

$$\tan 2\theta = \frac{2\tau = 2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} \quad (2.13)$$

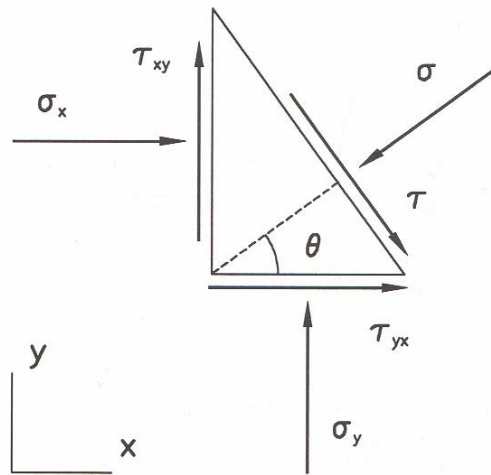


Fig.2.3

La ecuación anterior tiene dos soluciones,  $\theta_1$  y  $\theta_2$ . Las dos soluciones corresponden a dos direcciones para las cuales el esfuerzo de corte  $\tau$  desaparece. Estas dos direcciones son llamadas los ejes principales del esfuerzo.

El esfuerzo normal correspondiente,  $\theta_1$  y  $\theta_2$  son los llamados esfuerzos principales, y los podemos encontrar al introducir  $\theta_1$  y  $\theta_2$  respectivamente dentro de la Ec. (2.12) quedando:

$$\sigma_1 = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) + \sqrt{\tau_{xy}^2 + \frac{1}{4}(\sigma_x - \sigma_y)^2} \quad (2.14)$$

$$\sigma_2 = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) - \sqrt{\tau_{xy}^2 + \frac{1}{4}(\sigma_x - \sigma_y)^2}$$

Es conveniente escoger la notación para que  $\sigma_1 \geq \sigma_2$  debido a que en la dirección  $\theta_1$  la cual es un eje de esfuerzos principales, el esfuerzo normal sea  $\sigma_1$  y el esfuerzo de corte sea cero. En la dirección de  $\theta_2$  el cual es el otro eje principal, el esfuerzo normal es  $\sigma_2$  y el esfuerzo de corte sea cero.

## Deformación

Considere la figura 2.8 en donde un esfuerzo  $F$  está actuando encima de una muestra de roca, la cual está apoyada sobre el suelo. Suponga ahora que el esfuerzo empuja a la roca con tal fuerza que la roca se deforma como se muestra en la figura 2.8. Los esfuerzos causan la altura  $L$  de la muestra para ser reducida a  $L'$ , debido a que la muestra no está confinada en sus lados laterales  $F$  causa la anchura  $D$  de la muestra para ser incrementada a  $D'$ . Si la posición relativa de las partículas dentro de una muestra son cambiadas de tal modo que la nueva posición no pueda ser calculada, simplemente por una rotación ó traslación de la muestra, se dice entonces que la muestra esta deformada. Existen dos tipos de deformación: elongación, usualmente llamada deformación normal ó simplemente deformación y deformación de corte. La deformación normal es el cambio de longitud por unidad de longitud. Es el tipo de deformación que se muestra en la figura 2.4

$$\epsilon_{33} = \frac{L - L'}{L} \quad (2.15a)$$

$$\epsilon_{11} = \epsilon_{22} = \frac{D - D'}{D} \quad (2.15b)$$

Notar que la definición de acuerdo a la ecuación (2.15) nos lleva a decir que la deformación es positivo para la contracción y negativo para la expansión, lo cual está en concordancia con la convección de signos de los esfuerzos.

Ahora, la elongación es conocida como *deformación*. El otro tipo de deformación que puede ocurrir puede ser expresado por el cambio ( $\psi$ ) del ángulo entre dos direcciones ortogonales iniciales

$$\Gamma = \frac{1}{2} \tan \psi \quad (2.16)$$

La cual es llamada *deformación de corte*.

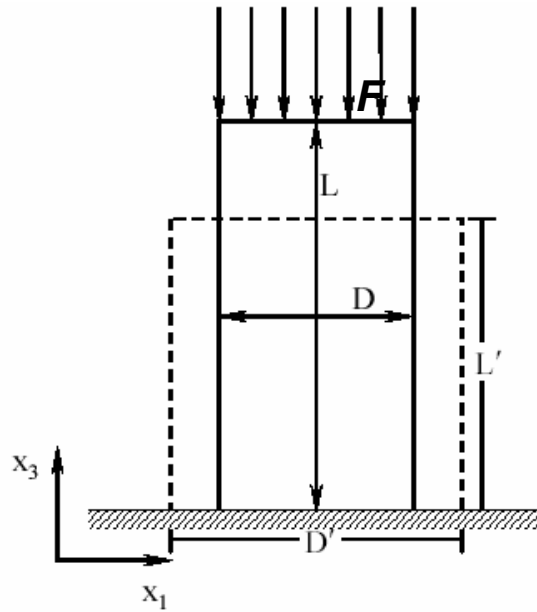


Figura: 2.4 Deformación (Líneas punteadas) de una muestra no confinada con altura  $L$  y Anchura  $D$

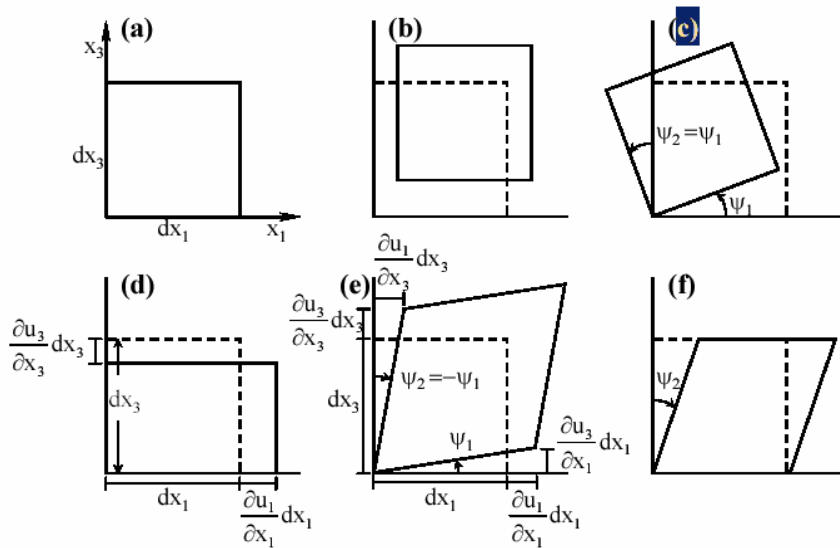


Figura 2.5 Ejemplo de diferentes tipos de deformaciones: (a) sin deformación (b) traslación; (c) rotación; (d) Tensión normal; (e) Tensión de corte normal; (f) Tensión de corte simple.

## Elasticidad y módulo elástico

La teoría de la elasticidad lineal trata de situaciones en donde hay una relación entre el esfuerzo aplicado y la deformación resultante. Ya que la mayoría de las rocas se comportan no linealmente cuando están sujetas a esfuerzos, su comportamiento normalmente puede ser descrito por una relación lineal, aun con pequeños cambios en los esfuerzos.

Considere una muestra de longitud  $L$  y un área de sección cruzada  $A=D^2$  (Fig.2.8), Cuyo una Fuerza  $F$  es aplicada como ya anteriormente vimos, el largo de la muestra se reduce a  $L'$ . Por lo que el esfuerzo aplicado es  $\sigma_x = F/A$  y su correspondiente elongación es  $\epsilon_x = (L-L')/L$ . Si la muestra se comporta linealmente, hay una relación lineal entre  $\sigma_x$  y  $\epsilon_x$  la cual podemos escribir como:

$$\epsilon_x = \frac{1}{E} * \sigma_x \quad (2.17)$$

La ecuación (2.17) es conocida como la ley de Hooke, y el coeficiente  $E$  es el llamado módulo de Young ó simplemente el modulo  $E$ . El módulo de Young pertenece a un grupo de coeficientes llamados Módulos Elásticos y es una medida de la resistencia de material, por ejemplo, la resistencia de la muestra en contra de la compresión por una carga de esfuerzos uniaxiales.

Otra consecuencia de esfuerzo aplicado  $\sigma_x$  (Fig.2.4) es un incremento en la anchura  $D$  de la muestra. La elongación lateral es  $\epsilon_y = \epsilon_z = (D-D')/D$ , por lo general  $D' > D$  por lo que  $\epsilon_y$  y  $\epsilon_z$  se convierten a números negativos. El radio se define como:

$$\nu = -\frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x} \quad (2.18)$$

Esta ecuación (2.18) es otro parámetro elástico conocido como el radio de Poisson, el cual es una medida de la expansión lateral relativa a la contracción longitudinal.

Las ecuaciones (2.17) y (2.18) relacionan a algún componente del esfuerzo ó de la deformación y están definidos por un estado de esfuerzos específicos, es decir  $\sigma_x \neq 0, \sigma_y = \sigma_z = 0$ . En general cada componente de la deformación es una función lineal de todos los componentes de los esfuerzos.

Materiales isotrópicos, son materiales en los que su respuesta es independiente de la orientación del esfuerzo aplicado. Para tales materiales los ejes principales del esfuerzo y de la deformación siempre coinciden.

Para materiales isotrópicos la relación general entre los esfuerzos y la deformación podrá expresarse como:

$$\begin{aligned} \sigma_x &= (\lambda + 2G)\varepsilon_x + \lambda\varepsilon_y + \lambda\varepsilon_z \\ \sigma_y &= \lambda\varepsilon_x + (\lambda + 2G)\varepsilon_y + \lambda\varepsilon_z \\ \sigma_z &= \lambda\varepsilon_x + \lambda\varepsilon_y + (\lambda + 2G)\varepsilon_z \\ \tau_{xy} &= 2G\Gamma_{xy} \\ \tau_{xz} &= 2G\Gamma_{xz} \\ \tau_{yz} &= 2G\Gamma_{yz} \end{aligned} \quad (2.19)$$

Los coeficientes  $\lambda$  y  $G$  son módulos elásticos conocidos como “los parámetros de Lamé”  $G$  también es conocido como el módulo de rigidez, ó el módulo de corte.  $G$  es una medida de la resistencia de la roca en contra de la deformación de corte.

Otro módulo elástico importante es el módulo  $K$ . El cual esta definido como el radio del esfuerzo hidrostático  $\sigma_p$  relacionado a la deformación volumétrica  $\varepsilon_v$ . Para el estado de esfuerzos hidrostático tenemos que  $\sigma_p = \sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$  mientras  $\tau_{xy} = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$  de la Ec.(2.19) encontramos que:



$$K = \frac{\sigma_p}{\varepsilon_v} = \lambda + \frac{2}{3}G \quad (2.20)$$

$K$  es una medida de la resistencia de la roca en contra de la compresión hidropática. El inverso de  $K$  ( $K^{-1}$ ) es conocido como la “compresibilidad”.

Ahora de la Ec. (2.20) encontramos que

$$E = \frac{\sigma_x}{\varepsilon_x} = G \frac{3\lambda + 2G}{\lambda + G} \quad (2.21)$$

$$\nu = -\frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x} = \frac{\lambda}{2(\lambda + G)} \quad (2.22)$$

Relacionando las ecuaciones (2.19) hasta (2.22) se observa que cuyo alguno de los dos módulos  $E$ ,  $\nu$ ,  $\lambda$  y  $k$  están definidos se pueden hacer diversas combinaciones para encontrar los restantes módulos.

Para rocas, el radio de Poisson es típicamente de 0.15 – 0.25. Para rocas débiles y rocas porosas  $\nu$  se aproxima mucho a cero ó se vuelve negativo. Para los fluidos la rigidez  $G$  desaparece.

Los módulos elásticos  $E$ ,  $\lambda$  y  $G$  están medidos en las mismas unidades que los esfuerzos (Psi, Pa, Bar)

## Elasticidad no lineal

### Relación entre el Esfuerzo y la deformación

Para materiales elásticos lineales siempre hay una relación constante entre el esfuerzo aplicado y la deformación resultante sin importar la magnitud del esfuerzo y de la deformación. La relación entre el esfuerzo y la deformación Ec.(2.17) para tales materiales es por tanto una línea recta, como se muestra en la Fig.2.6a. El módulo elástico correspondiente a esta relación esfuerzo-deformación es la pendiente de la curva.

Cualquier material que no siga una relación lineal entre el esfuerzo y la deformación se dice que tiene un comportamiento no lineal. Para materiales elásticos no lineales, la relación entre el esfuerzo y la deformación será:

$$\sigma = E_1 \varepsilon + E_2 \varepsilon^2 + E_3 \varepsilon^3 + \dots \quad (2.23)$$

Recordando que  $\sigma$  y  $\varepsilon$  por lo general son tensores, es claro suponer que la elasticidad no lineal será matemáticamente muy complicada.

El comportamiento no lineal puede tener varias razones y aparecer en muy distintas formas. La fig.(2.6b) nos da un ejemplo. Este material tiene una relación no lineal del esfuerzo y la deformación debido a que el ratio del esfuerzo a deforma no es el mismo para todos los esfuerzos, por lo que la relación es, sin embargo, idéntica para el proceso de carga y descarga. Tales materiales se dice que son perfectamente elásticos.

Para relaciones de esfuerzos-deformación no lineales el módulo elástico no es único, ni siquiera para un cierto nivel de esfuerzos. Como se muestra en la fig.(2.6b el módulo relacionado al punto P en la curva podrá ser identificado como la pendiente de la línea OP (módulo secante), o podrá ser identificado como la pendiente de la tangente PT (módulo tangencial).

Si utilizamos la definición original para el módulo elástico, la forma de la línea de la relación esfuerzo deformación será usada más allá de la región inicial de la línea. Por ejemplo. La Ec.(2.17) será escrita en su forma original quedando:

$$\sigma = E_{\text{sec}}(\varepsilon)\varepsilon \quad (2.24)$$

En donde  $E_{\text{sec}}(\varepsilon)$  es el valor de la secante del módulo de Young. Alternativamente, esta relación la podemos escribir de una manera diferente quedando como:

$$\Delta\sigma = E_{\tan}(\varepsilon)\Delta\varepsilon \quad (2.25)$$

En donde  $\Delta\sigma$  y  $\Delta\varepsilon$  representan diferentes incrementos en el esfuerzo y la deformación, respectivamente.  $E_{\tan}(\varepsilon)$  es el valor de la tangente del módulo de Young, notar, sin embargo que tanto  $E_{\tan}(\varepsilon)$  y  $E_{\sec}(\varepsilon)$  dependen de la deformación  $\varepsilon$ .

Al comparar las Ec (2.24) y (2.25), observamos que la relación entre el módulo secante y el módulo tangencial es:

$$E_{\sec}(\varepsilon) = \frac{1}{\varepsilon} \int_0^{\varepsilon} E_{\tan}(\varepsilon') d\varepsilon' \quad (2.26)$$

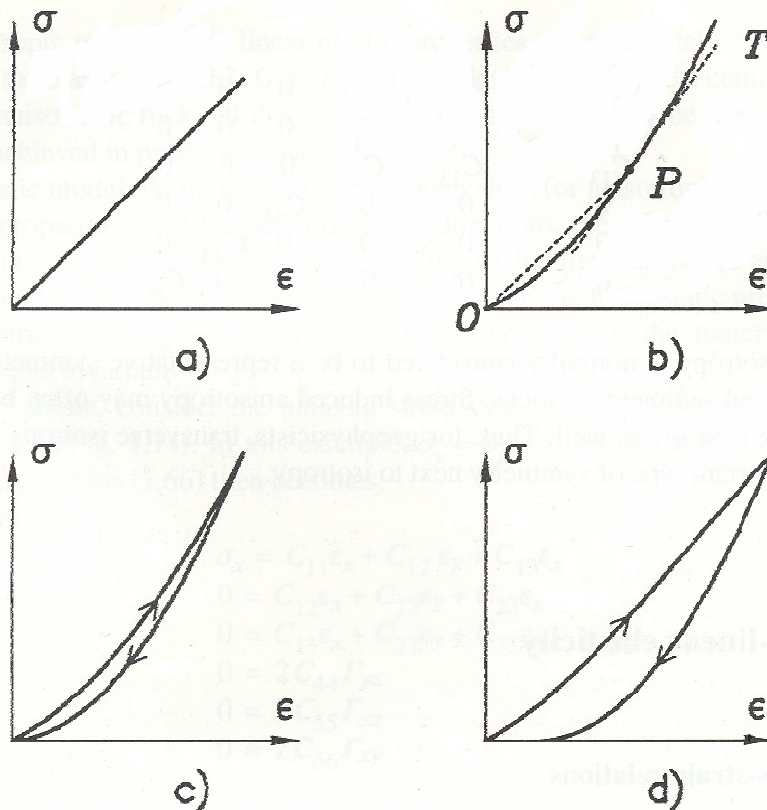


Fig.2.6 Relación entre el esfuerzo y la deformación para :a) Materiales elásticos lineales. b) Materiales perfectamente elásticos. c) Materiales elásticos con historicidad. d) Materiales con deformación permanente.

La relación esfuerzo-deformación mostrada en la fig.2.6c es usualmente vista en rocas. La ruta de descarga es diferente a la ruta de carga, a este efecto le llamamos histericidad. Para materiales que se comportan así, el trabajo hecho durante la carga no es completamente liberado cuando lo descargamos, por ejemplo, parte de la energía de deformación se disipa en el material, por lo que el módulo elástico relacionado a la ruta de descarga es llamado *módulo de descarga*.

Si como en la fig. (2.6c) la deformación desaparece cuando el esfuerzo regresa a cero, se dice que el material es *elástico*.; si no, como en la fig. (2.6d), el material ha sufrido una deformación permanente durante el ciclo de carga y descarga. Para esfuerzos muy grandes muchas de las rocas entran en una fase en donde la deformación permanente ocurre, aunque el material esté todavía en posibilidades de resistir carga. (ej. La pendiente de la curva de esfuerzo-deformación aun es positiva), entonces decimos que el material es *dúctil*. El punto de transición donde ocurre un comportamiento elástico a dúctil se llama *punto de cadencia*.

En las Ecs.(2.24)-(2.26) el módulo elástico ha sido expresado como función de la deformación, dado que hay una relación entre el esfuerzo aplicado y la deformación resultante, por lo que podemos expresar el módulo como función del esfuerzo en lugar de la deformación. En general, el módulo elástico depende de todos los componentes del esfuerzo (todos son componentes de la deformación). Por ejemplo, el módulo de Young dependerá de la presión.

## **Poroelasticidad**

Hasta ahora hemos tratado a las rocas como si fueran de material sólido y homogéneo, sin embargo, las rocas por lo general están compuestas de diversos materiales y por lo tanto la roca no es homogénea a una escala microscópica. La manera en que las rocas se comportan, su respuesta elástica, etc. depende en una gran medida de la parte de los materiales no sólidos. En esta parte de la tesis tomaremos en cuenta el espacio vacío, el cual no solamente es esencial para la producción de aceite, sino que también juega un

rol importante en el comportamiento de la mecánica de rocas. Primeramente consideraremos una descripción macroscópica de medios porosos y permeables, lo cual nos permitirá ver tanto las propiedades estáticas como las dinámicas. Esta explicación esta basada en la teoría de Maurice A. Biot.

## Estado de las partículas sólidas en un fluido

Veremos primeramente un medio poroso; en donde la parte sólida y líquida están deformadas independientemente. En la práctica estamos hablando de un medio con partículas suspendidas en un fluido, por ejemplo, arena saturada con agua completamente sin consolidar. Si colocáramos esta mezcla en un recipiente, la deformación volumétrica debido a una presión externa  $\sigma_p$  es:

$$\varepsilon_v = \frac{\sigma_p}{k_{eff}} \quad (2.27)$$

En donde  $k_{eff}$  es el módulo del tamaño del grano de la mezcla. La deformación total será, sin embargo, igual a la suma de las deformaciones de cada componente, pesada por la porción de volumen de cada componente.

$$\varepsilon_v = \frac{V_s \varepsilon_{v,s}}{V_{tot}} + \frac{V_f \varepsilon_{v,f}}{V_{tot}} \quad (2.28)$$

En donde los subíndices  $s$  y  $f$  denotan al sólido y líquido respectivamente, y  $V_{tot}$  es el volumen total. Ahora definiremos a la porosidad  $\phi$  como el volumen ocupado por el fluido en relación con el volumen total, por lo que:

$$\phi = \frac{V_f}{V_{tot}} \quad (2.29)$$

Dado que  $V_{tot} = V_f + V_s$ , el volumen relativo ocupado por el sólido es entonces:

$$\frac{V_s}{V_{tot}} = 1 - \phi \quad (2.29a)$$

La deformación  $\varepsilon_{v,s}$  y  $\varepsilon_{v,f}$  están dadas por el módulo de bulk de la mezcla del sólido ( $K_s$ ) y el del fluido ( $K_f$ ) respectivamente. De acuerdo a la Ec(2.20); la Ec.(2.28) la podremos escribir como:

$$\varepsilon_v = \frac{(1-\phi)\sigma_p}{K_s} + \frac{\phi\sigma_p}{K_f} \quad (2.30)$$

Al combinar las ecuaciones (2.27) y (2.30) encontramos que el módulo de la suspensión es:

$$\frac{1}{K_{eff}} = \frac{1-\phi}{K_s} + \frac{\phi}{K_f} \quad (2.31)$$

Este es un ejemplo muy simple de una material poroso. Ahora tomaremos en cuenta el hecho de que la roca consiste de material sólido y poroso con fluido el cual no puede ser tratado independientemente.

## **Teoría Poroelástica de Biot de Materiales con Propiedades Estáticas**

Ahora consideraremos un medio isotrópico, poroso y permeable con dos componentes: una parte sólida y otra líquida. El desplazamiento del sólido lo

denotaremos como  $\vec{u}_s$ , mientras que al fluido lo describiremos como  $\vec{u}_f$ . Para un elemento de volumen adjunto al sólido, las deformaciones están dadas como las derivadas de los componentes de  $\vec{u}_s$ . Usando la siguiente ecuación tenemos que:

$$\varepsilon_v = \vec{\nabla}^* \vec{u}_s \quad (2.32)$$

Para la parte del fluido definiremos un parámetro de deformación  $\xi$  el cual describe la deformación volumétrica del fluido relacionada con el sólido.

$$\xi = \phi \vec{\nabla}^* (\vec{u}_s - \vec{u}_f) \quad (2.33)$$

El tensor de esfuerzos  $\sigma$  representa el esfuerzo total externo de un elemento de volumen junto con el la estructura del sólido. El elemento de volumen balancea este esfuerzo en parte por los esfuerzos en la estructura del sólido y en parte por una presión hidrostática en el fluido, la presión de poro  $p_f$ , de acuerdo con la convención de signos que nos dice que todos los esfuerzos incluyendo la presión de poro son positivos para la compresión.

La presencia de la presión de poro agrega términos extras a la energía de deformación del material, y dado que la relación esfuerzo-deformación (Ec. (2.19)) también será modificada. Biot mostró como la relación lineal esfuerzo-deformación para este sistema de dos fases puede ser expresado en términos del parámetro de deformación  $\varepsilon_v$  y  $\xi$ , el tensor de esfuerzos y la presión de poro  $p_f$ ; quedando:

$$\begin{aligned}
\sigma_x &= \lambda \varepsilon_v + 2G \varepsilon_x - C \xi \\
\sigma_y &= \lambda \varepsilon_v + 2G \varepsilon_y - C \xi \\
\sigma_z &= \lambda \varepsilon_v + 2G \varepsilon_z - C \xi \\
\tau_{yz} &= 2G \Gamma_{yz} \\
\tau_{xz} &= 2G \Gamma_{xz} \\
\tau_{xy} &= 2G \Gamma_{xy} \\
p_f &= C \varepsilon_v - M \xi
\end{aligned} \tag{2.34}$$

$\lambda$  y  $G$  son los parámetros de Lamé del material poroso, mientras  $C$  y  $M$  son módulos elásticos adicionales requeridos para describir un medio en dos fases. Como podemos ver de la Ec (2.34),  $C$  junta la deformación sólida y líquida mientras que  $M$  caracteriza los parámetros elásticos del fluido. Por lo que la Ec.(2.34) (sólo  $\sigma_{x,y,z}$ ) quedaría como:

$$\bar{\sigma} = K \varepsilon_v - C \xi \tag{2.35}$$

En donde  $\bar{\sigma}$  está definida por la Ec.(2.8) y  $k=\lambda+2G/3$  es el módulo del grano de la mezcla de la roca porosa en condiciones sin drenar, por ejemplo en condiciones donde al fluido no se le permite escapar.

Ahora veremos como el módulo elástico  $K$ ,  $C$  y  $M$  se relaciona con la roca. Primero imaginemos que llevamos a cabo una prueba de confinamiento (ver Fig.2.7a): un medio poroso es confinado dentro de un material impermeable y se somete a una presión hidrostática externa  $\sigma_p$ . El fluido de los poros se les permite escapar durante la carga, así que la presión de poro se mantiene constante, y por lo tanto los esfuerzos están llevados enteramente por el sólido. De la Ec.(2.34) obtendremos:

$$\frac{\sigma_p}{\varepsilon_v} = K - \frac{C^2}{M} = K_{fr} \tag{2.36}$$

Dado que esta prueba caracteriza la resistencia de la parte sólida de la roca,  $K_{fr}$  es el módulo de bulk de la estructura del sólido. Dado que no hay fuerzas de corte asociadas con el fluido, podremos identificar directamente el



módulo de corte del sistema poroso como el módulo de corte de la parte externa.  
Por lo que:

$$G = G_{fr} \quad (2.37)$$

Ahora procederemos a una prueba de desconfinamiento como lo vemos en la Fig.(2.7b) La muestra de roca que está en investigación está incrustada con un fluido de tal manera que la presión hidrostática de la muestra está balanceada por la presión en los poros por ejemplo  $p_f = \sigma_p$ . Y combinando las Ecs. (2.34) y (2.35) encontramos que:

$$\frac{\sigma_p}{\varepsilon_v} = \frac{K_{fr}}{1 - \frac{C}{M}} \quad (2.38)$$

En este caso la respuesta esfuerzo-deformación del sólido está enteramente dada por las propiedades intrínsecas del material sólido, ejemplo:  $\sigma_p = K_s \varepsilon_v$  en donde  $K_s$  es el módulo del grano del sólido ( $1/K_s$ ) usualmente lo llamamos “compresibilidad de drene” y comparando con la Ec.(2.38) tenemos:

$$K_s = \frac{K_{fr}}{1 - \frac{C}{M}} \quad (2.39)$$

El parámetro de deformación  $\xi$  de acuerdo a su definición Ec.(2.33) y (2.34) nos da:

$$\xi = \phi \left( \frac{1}{K_s} - \frac{1}{K_f} \right) p_f \quad (2.40)$$

En donde  $K_f$  es el módulo de bulk del fluido de los poros. Por otra parte la combinación de las Ecs. (2.34) y (2.35) nos da:

$$\xi = \frac{C - K}{K_{fr}M} p_f \quad (2.41)$$

Al combinar las Ecs. (2.40) y (2.41) obtenemos la relación:

$$\phi \left( \frac{1}{K_s} - \frac{1}{K_f} \right) = \frac{C - K}{K_{fr}M} \quad (2.42)$$

Las ecuaciones (2.39) y (2.42) combinada con la definición de  $K_{fr}$  nos permite definir las constantes elásticas  $K$ ,  $C$  y  $M$  en términos del módulo elástico de los componentes de la roca ( $K_s$  y  $K_f$ ), más la porosidad  $\phi$  y el módulo  $K_{fr}$ , por lo que tendremos:

$$K = K_{fr} + \frac{K_f}{\phi} \frac{\left(1 - \frac{K_{fr}}{K_s}\right)^2}{1 + \frac{K_f}{\phi K_s} \left(1 - \phi - \frac{K_{fr}}{K_s}\right)} \quad (2.43)$$

$$C = \frac{K_f}{\phi} \frac{1 - \frac{K_{fr}}{K_s}}{1 + \frac{K_f}{\phi K_s \left(1 - \phi - \frac{K_{fr}}{K_s}\right)}} \quad (2.44)$$

$$M = \frac{Ck_s}{K_s - K_{fr}} \quad (2.45)$$

## Capítulo 3

### **Conceptos generales de reactivación de fallas, fallas en rocas en yacimientos de hidrocarburos y Presión de Poro**

Las fallas en rocas son el resultado de las condiciones de los esfuerzos in situ los cuales exceden la fuerza de la roca por lo que la roca cede y se deforma irreversiblemente. La roca por tanto se dice que esta deformada plásticamente. La deformación irreversible de la roca puede ser el resultado de fallas de corte, fallas tensiles ó del colapso del poro. Los esfuerzos de corte en fallas geológicas preexistentes son los mecanismos de falla más común en los yacimientos productores de hidrocarburos y ocurren cuyo el esfuerzo de corte en un plano de falla excede su resistencia de corte. En este capítulo describiremos los conceptos teóricos de la reactivación de fallas y falla en rocas como resultado del cambio de esfuerzos debido a la producción en yacimientos de hidrocarburos. Hablaremos primero de los conceptos generales de mecanismo de falla introducidos, en particular del criterio de falla de Mohr-Coulomb, después hablaremos brevemente de los efectos de la producción de hidrocarburos en el campo de esfuerzos del subsuelo y sus implicaciones y una rápida descripción de los estados de esfuerzos y los tipos de fallas que existen y sus implicaciones

## Conceptos generales de fallas de la roca: El criterio de falla de Mohr-Coulomb

Cómo se explicó anteriormente, es posible derivar los esfuerzos normales y de corte a lo largo de cualquier superficie que pasa a través de un punto si el estado de esfuerzos en ése punto es conocido. Esto significa que los estados de esfuerzos presentes en el subsuelo están dados por esfuerzos normales y de corte en un plano de falla. Cuyo el esfuerzo de corte a lo largo de un plano de falla es muy grande, la falla se reactivará y un fallamiento de corte ocurrirá. De acuerdo con Mohr, la falla puede ser descrita por un criterio de falla que generalmente se expresa por la función:

$$[\tau] = f(\sigma'_n) \quad (3.1)$$

En donde  $\tau$  es la magnitud del esfuerzo cortante a lo largo del plano y  $\sigma'_n$  es la magnitud del esfuerzo normal efectivo a lo largo del plano. Notar el uso de esfuerzo efectivo cuyo hablamos de falla de rocas, dado que las rocas son por lo general material compuesto de volumen de poro. Como se explicó anteriormente, un esfuerzo total externo actuando sobre una roca porosa saturada se subdivide en dos partes: una de esfuerzo efectivo, actuando en la parte externa de la muestra de roca, y una presión de poro, llevada por el fluido (el esfuerzo interno en los sólidos es despreciado para simplificar los cálculos, lo que es lo mismo dar un coeficiente de Biot igual a 1). Desde que la falla ocurre entre las partículas de la roca y por lo tanto se da una falla en la roca, el esfuerzo efectivo, en lugar del esfuerzo total, determina en donde la roca fallará o no, debido a una carga externa.

Considere la situación mostrada en la figura 3.1a. Note que de acuerdo a la definición  $\sigma'_1 > \sigma'_3$ . De equilibrio de fuerzas se puede derivar que:

$$\sigma'_n = \frac{1}{2}(\sigma'_1 + \sigma'_3) + \frac{1}{2}(\sigma'_1 - \sigma'_3) \cos 2\beta \quad (3.2a)$$

$$\tau = \frac{1}{2}(\sigma'_1 + \sigma'_3) \text{ sen } 2\beta \quad (3.2b)$$

Notar que, cuando insertamos la expresión  $\sigma' = \sigma - q_p$  dentro de la ecuación (3.2a) y (3.2b) solo el esfuerzo normal es afectado: Podemos hablar en términos de esfuerzo total normal o esfuerzo normal efectivo. Un esfuerzo de corte no se ve afectado por la presión de poro. Graficando los valores correspondientes de  $\sigma'_n$  y  $\tau$  de acuerdo a la ecuación (3.2) en un diagrama resulta en el llamado Círculo de Mohr, en el cual el radio es igual al máximo esfuerzo de corte  $T_{\text{máx}}$ . El último esfuerzo es el esfuerzo de corte más largo en el plano de falla y ocurre en caso de que la orientación de la falla esté debajo de un ángulo de  $45^\circ$  hacia la dirección del esfuerzo principal máximo. Notar que lo analizado en la figura (3.1a) es de hecho un análisis en 2 dimensiones para la combinación del esfuerzo principal  $\sigma'_1$  y  $\sigma'_3$  (suponiendo un plano de esfuerzos). Una construcción más complicada del círculo de Mohr ocurre para las otras dos combinaciones de esfuerzos principales. La región sombreada contiene todas las posibles combinaciones de  $T$  y  $\sigma_n$  para el esfuerzo principal efectivo dado.

En la figura 3.1, La función de Mohr de acuerdo a la ecuación (3.1) se muestra: Funciones lineales de acuerdo al criterio de falla de Mohr-Coulomb, definido por los dos parámetros  $C$  (cohesión) y  $\phi$  (ángulo de fricción interno ó simplemente ángulo de fricción)

$$T = c + \sigma'_n \tan\phi \quad (3.3)$$

El término ' $\tan\phi$ ' es usualmente llamado "el coeficiente de fricción interna" descrito por el símbolo  $\mu$ . La cohesión de fallas preexistentes es usualmente asumida como cero. La ecuación (3.3) define áreas que separan una región segura de una región de falla. El fallamiento ocurre cuando un estado de esfuerzos es localizado en la línea de falla. Notar que para rocas vírgenes esto es tan pronto como el círculo de Mohr toca la línea de falla.

Las fallas para una falla preexistente requieren una combinación del esfuerzo normal efectivo y del esfuerzo de corte de tal manera que resulte en un punto de la línea de falla esto depende de la profundidad del ángulo  $\beta$ . De la figura (3.1a) se desprende que el ángulo más crítico para  $\beta$  es:

$$\beta_{crit} = 45^\circ + \phi/2 \quad (3.4)$$

Este ángulo  $\beta_{crit}$  está definido con respecto a la dirección del esfuerzo horizontal mínimo  $\sigma'_3$ . El ángulo entre el plano de falla más crítica y la dirección del esfuerzo horizontal máximo  $\sigma'_1$  es  $45^\circ - \phi/2$ . Cuyo el estado de esfuerzos en la rocas intactas excede la fuerza de la roca, la orientación del plano de falla esta debajo de esté ángulo. La dirección del plano de falla será entonces en dirección del esfuerzo principal intermedio. La figura (3.1b) muestra el estado de falla y relaciona el círculo de Mohr para una falla con un ángulo diferente del mayor ángulo crítico. Para una orientación de falla tal que una de las direcciones de los esfuerzos principales sea normal al plano de falla, ningún esfuerzo de corte estará presente. La falla por tanto será posible cuyo el esfuerzo normal principal exceda la fuerza tensil de la falla. Asumiendo una cohesión de cero para la falla, esto es, para una situación como la mostrada en la figura 3.1b cuyo  $\sigma'_3 = 0$ .

Al insertar la ecuación para  $\tau$  y  $\sigma'_n$  Ec (3.2) dentro de la ecuación (3.3) y usando la relación dada por la ecuación (3.4) y acomodando, el criterio de falla del círculo de Mohr puede entonces ser expresado en términos del esfuerzo principal en lugar del esfuerzo normal efectivo y de corte quedando:

$$\sigma'_1 = \frac{2c \cos \phi}{1 - \sin \phi} + \sigma'_3 \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi} \quad (3.5)$$

Notar que la ecuación (3.5) es solamente válida para rocas vírgenes en falla o para planos de fallas existentes con una orientación de  $45^\circ - \phi/2$  con respecto a la dirección del esfuerzo horizontal máximo.

La ecuación (3.5) está graficada en la Fig 3.2. Notar que para  $\sigma'_3 = 0$ , el Esfuerzo compresivo uniaxial  $C_u$  (UCS) de la roca se obtiene de:

$$C_u = \frac{2c \cos \Phi}{1 - \sin \Phi} \quad (3.6)$$

Note que de la ecuación (3.5) únicamente el esfuerzo de corte tal y como lo definió Mohr, depende sólo de los esfuerzos efectivos principales máximos y mínimos y no del esfuerzo intermedio (recordar la suposición que  $\sigma'_1 > \sigma'_2 > \sigma'_3$ ). Este principio está ilustrado gráficamente en la figura 3.1b, en donde la región sombreada contiene todas las condiciones posibles de  $\tau$  y  $\sigma_n$  para el esfuerzo principal efectivo dado.

La figura 3.3 muestra la superficie de falla Mohr-Coulomb en un espacio de esfuerzos en 3-dimensiones. La figura 3.2 es de hecho una proyección de ésta superficie de falla sobre el plano  $\sigma'_1, \sigma'_3$  y contiene también la línea de falla de Mohr-Coulomb en concordancia con la ecuación (3.5) para el caso que  $\sigma'_1 < \sigma'_2 < \sigma'_3$ . Notar la simetría que existe entre  $\sigma'_1 = \sigma'_3, \sigma'_2$  el cual es el esfuerzo intermedio para ambas líneas de falla.

Proyecciones similares a la figura 3.2 se obtienen en los casos en que  $\sigma'_1$  y  $\sigma'_3$  sean intermedias. Combinando estas proyecciones resulta la forma de pirámide hexagonal de la superficie de falla de Mohr-Coulomb en un espacio de esfuerzos en 3-dimensiones como se muestra en la figura 3.3a. El vector del esfuerzo principal efectivo, el vector del esfuerzo principal y el vector del esfuerzo desviatorio como también las coordenadas Haigh-Westergaard del esfuerzo, se muestran sólo como referencia.

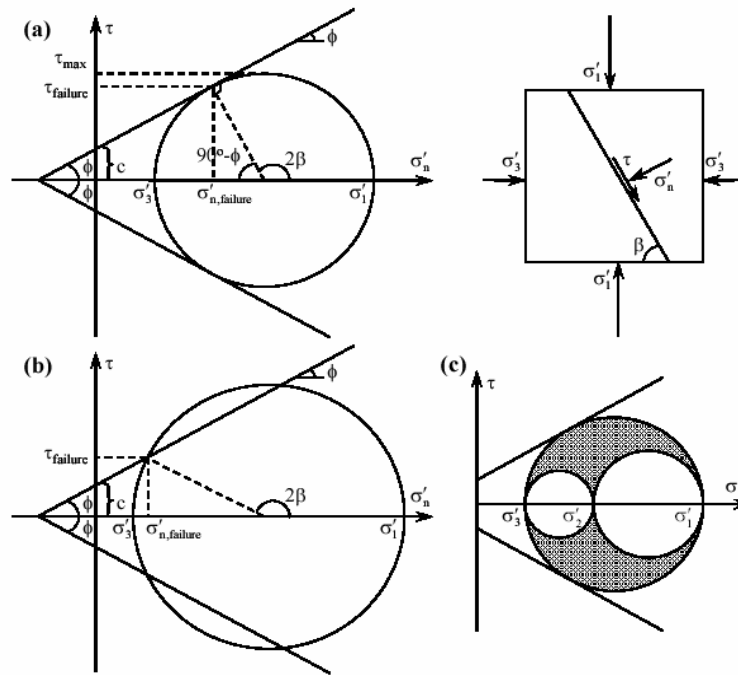


Figura 3.1 (a) Esfuerzos efectivos de corte y normal en un plano en dependencia con sus orientaciones relacionados con el esfuerzo efectivo horizontal máximo y mínimo mostrados en un círculo de Mohr. Las líneas rectas en el diagrama del esfuerzo efectivo de corte y normal indican una falla en el diagrama de criterio del círculo de Mohr-Coulomb. La figura muestra la falla de rocas vírgenes o de un plano de falla preexistente con un ángulo crítico de  $\beta_{crit}=45^\circ+\phi/2$  (Ver ecuación 3.4) (b) Lo mismo que en la figura (a), con la diferencia que la figura muestra fallas en un plano de falla con un ángulo diferente al del ángulo crítico. (c) El círculo de Mohr para un estado de esfuerzos principales anisotrópicos en 3-dimensiones y el criterio de falla de Mohr-Coulomb

La figura 3.3 también muestra el criterio de falla de Mohr-Coulomb en un plano de desviación. Un plano de desviación es un plano perpendicular a los ejes hidrostáticos. La figura 3.3 se escogió de tal manera que contenga el vector de esfuerzo desviatorio. Los planos desviatorio están usualmente referidos a los planos-  $\pi$ , sin embargo un plano-  $\pi$  es de hecho un plano desviatorio, a través del punto  $(\sigma'_1, \sigma'_2, \sigma'_3 = 0, 0, 0)$ . Cualquier posible estado de esfuerzos en un volumen de roca o en un plano de falla recae dentro de la pirámide hexagonal (deformación elástica) ó en la pirámide hexagonal (deformación plástica). Teóricamente un estado de esfuerzos no puede estar fuera de la pirámide. Para las



condiciones en que  $\sigma'_1 \geq \sigma'_2 \geq \sigma'_3$  un posible estado de esfuerzos sólo puede ocurrir en un área restringida dentro del espacio del esfuerzo horizontal máximo, indicado en el plano perpendicular como se muestra en el área sombreada.

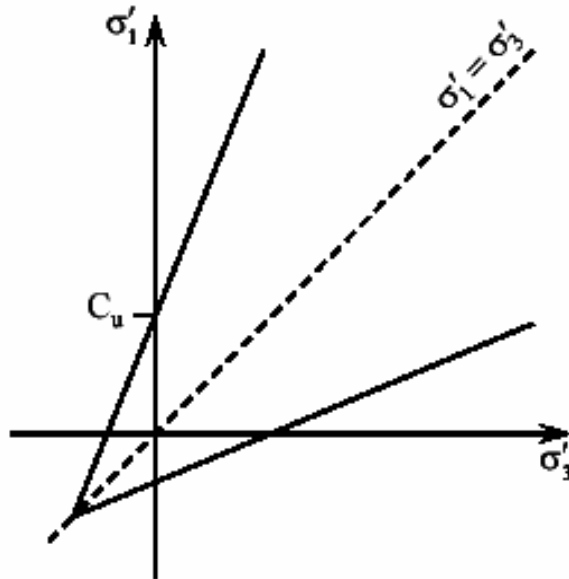


Figura 3.2 La línea de falla recae en el plano  $\sigma'_1, \sigma'_3$  para los casos  $\sigma'_1 > \sigma'_3$  y  $\sigma'_1 < \sigma'_3$

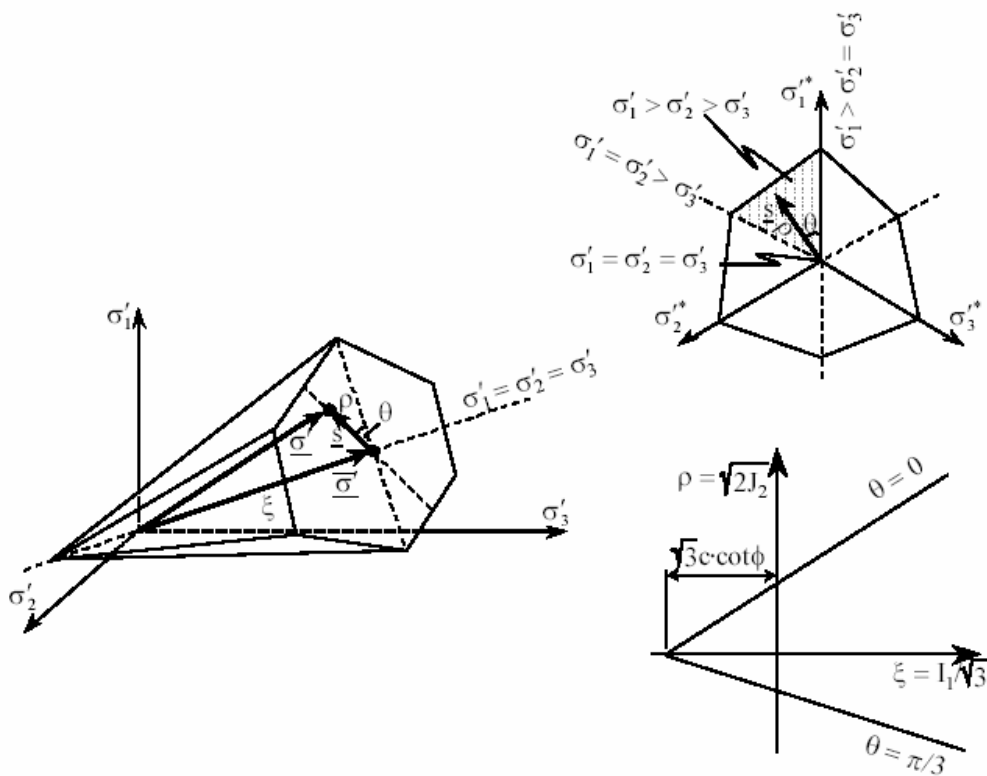


Figure 3.3 La superficie de falla del círculo de Mohr-Coulomb en un estado de esfuerzos principales en 3-dimensiones con indicaciones de un vector de esfuerzo efectivo, un vector de esfuerzo principal y un esfuerzo desviatorio. La figura superior derecha: un vista del plano de desviación. La figura de abajo a la derecha: una vista del plano perpendicular donde  $\xi$ ,  $\rho$  y  $\theta$  son las coordenadas de esfuerzos de Haigh-Westergaard. Para la condición en que  $\sigma'_1 \geq \sigma'_2 \geq \sigma'_3$  un posible estado de esfuerzos sólo puede ocurrir en un área restringida dentro del espacio del esfuerzo horizontal máximo, indicado en el plano perpendicular por el área sombreada.

### 3.2 Regímenes de esfuerzos y tipos de fallas en el subsuelo

La figura 3.4 da una posible clasificación de los esfuerzo en el subsuelo (after Amadei & Stephansson 1997). Los esfuerzos en la roca pueden ser divididos en iniciales ó vírgenes y esfuerzos inducidos. Los esfuerzos inducidos principalmente originados de la gravedad y por la actividad tectónica presente ó pasada.

Un campo en 3-dimensiones en el subsuelo es usualmente descrito por los tres componentes de esfuerzos  $\sigma_v$ ,  $\sigma_H$  y  $\sigma_h$  y la presión de poro  $p$ , en donde

$\sigma_v$  es el esfuerzo vertical total,  $\sigma_H$  es el esfuerzo horizontal máximo y  $\sigma_h$  es el esfuerzo vertical mínimo. Esta descripción la tenemos que ver desde la perspectiva de la suposición de que el esfuerzo vertical es un esfuerzo principal por lo que  $\sigma_H$  y  $\sigma_h$  son por tanto esfuerzos principales también.

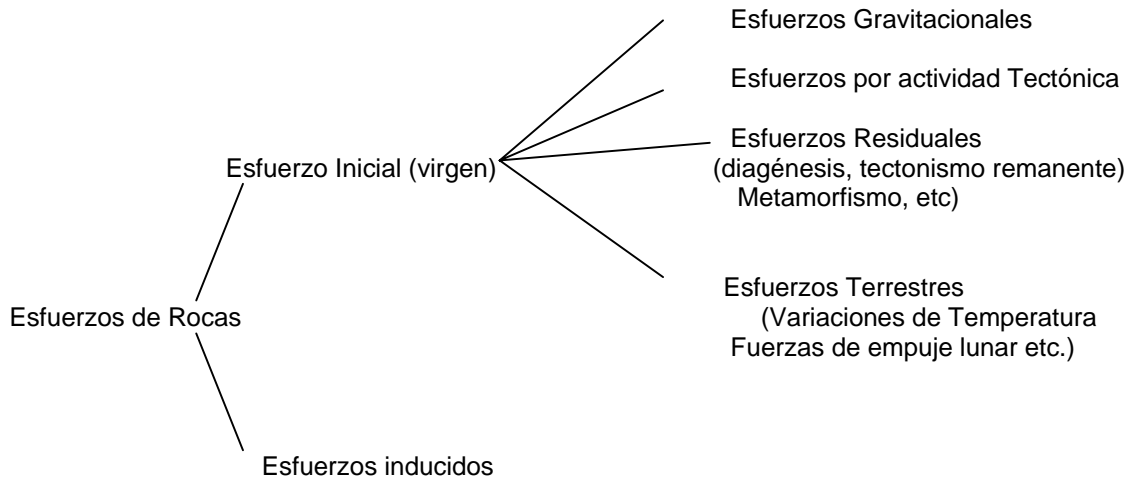


Figura 3.4 Posible clasificación de los esfuerzos en la roca (Amadei & Stephansso 1997).

Los esfuerzos horizontales y verticales están usualmente descritos por el llamado radio de esfuerzos efectivos  $K_0$ . Ya que existen dos diferentes tipos de radios de esfuerzos que son  $K_{0H}$  y  $K_{0h}$ :

$$K_{0H} = \frac{\sigma'_H}{\sigma'_v} \quad (3.8)$$

$$K_{0h} = \frac{\sigma'_h}{\sigma'_v} \quad (3.9)$$

Con  $\sigma'_v$ ,  $\sigma'_H$  y  $\sigma'_h$  siendo los esfuerzos efectivos vertical, horizontal máximo y mínimos, En la mayoría de los casos, el esfuerzo vertical a cierta profundidad es originada solamente por el peso de la gravedad de las

formaciones encima de ella. Si la densidad varia con respecto a la profundidad, el esfuerzo total vertical debido a la gravedad queda como:

$$\sigma_v = \int \delta(z) g_i dz \quad (3.10)$$

En este caso  $g_i$  es la aceleración de la gravedad,  $z$  es la profundidad por el que el eje- $z$  está apuntando verticalmente hacia arriba y  $\rho(z)$  es la densidad de la roca como función de la profundidad. Los esfuerzos horizontales gravitacionales son usualmente determinados bajo la suposición de que las rocas están constreñidas lateralmente, así que  $\epsilon_h = 0$ . La roca puede por tanto deformarse por lo que el esfuerzo vertical y horizontal resulta entonces de la traslación del esfuerzo vertical en la dirección del horizontal vía el radio de Poisson. De la ecuación (2.73) que muestra  $\sigma'_H = \sigma'_h = \sigma'_{11} = \sigma'_{22}$ ,  $\epsilon_h = \epsilon_{11} = \epsilon_{22} = 0$  y  $\sigma'_v = \sigma'_{33}$  queda:

$$\sigma'_H = \sigma'_h = \frac{V}{1-V} \sigma'_v \quad (3.11)$$

Por ejemplo para  $v = 0.2$  esto resulta para  $K_{OH} = K_{Oh} = 0.25$ . Tiene que mencionarse que la ecuación (3.11) es usada para determinar el esfuerzo horizontal. Por lo general no será utilizado para estimar el esfuerzo horizontal presente en una formación. Ningún sedimento será expuesto a condiciones elásticas perfectas con propiedades de la roca constantes, pero la actividad tectónica y otros procesos geológicos tienen un parecido muy similar del esfuerzo inicial in-situ. Los valores de  $K_o$  pueden variar significativamente de 0.2 a 1.5 a gries profundidades (profundidades mayores a 1500m) (Fjaer *et al.* 1992)

De acuerdo a la teoría de fallamiento en corte (eje. Mohr-Coulomb), el fallamiento ó fracturamiento tendrá lugar en uno ó ambos pares de planos que son paralelos con la dirección de esfuerzo principal intermedio, y ambos son

ángulos iguales de  $45^\circ$  en la dirección del esfuerzo principal máximo. Bajo la suposición que el esfuerzo vertical es un esfuerzo principal, esto significa para el caso  $\sigma'_v > \sigma'_H > \sigma'_h$ , El fallamiento normal ocurre por que las fallas tienen ángulos mayores a  $45^\circ$  (ver figura 3.5). Se dice entonces que el régimen de esfuerzos son extensionales. En el caso del esfuerzo horizontal sea muy alto, de tal manera que el esfuerzo vertical sea el esfuerzo principal mínimo ( $\sigma'_H > \sigma'_h > \sigma'_v$ ), una falla inversa ocurre, por lo que el ángulo es menor a  $45^\circ$  y un régimen de esfuerzos compresionales ocurre. Si el esfuerzo principal intermedio es vertical ( $\sigma'_H > \sigma'_v > \sigma'_h$ ), planos verticales de falla creados se reincorporan y fallas deslizantes ó un régimen de esfuerzos de falla inversos ocurre. La descripción anterior está basada en la bien conocida clasificación de fallas de Anderson. Los estados de esfuerzos en donde dos de los tres estados de esfuerzos principales son iguales están mostrados con diferentes nombres. Los estados de esfuerzos con  $\sigma'_1 > \sigma'_2 = \sigma'_3$  ó  $\sigma'_1 = \sigma'_2 > \sigma'_3$  son los llamados términos extensión radial y compresión radial respectivamente. Un estado de esfuerzos en donde los tres esfuerzos principales son iguales ( $\sigma'_1 = \sigma'_2 = \sigma'_3$ ) en un estado de esfuerzos isotrópico, la suposición que el esfuerzo vertical es un esfuerzo principal es razonable en áreas que no han sido expuestas a la actividad tectónica ó son relajadas en el sentido de que no hay esfuerzos remanentes de actividad tectónica previa. La dirección del esfuerzo principal podría ser considerablemente diferente cerca de zonas con fallas y con diferentes propiedades de la roca

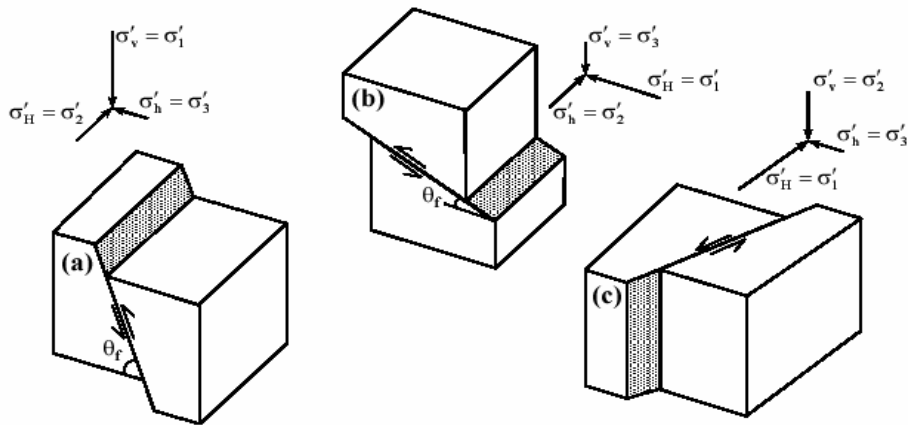


Figura 3.5. Tipos de fallas y estados de esfuerzos: (a) falla normal, estado de esfuerzos extensional; (b) falla inversa, estado de esfuerzos compresional; (c) Falla deslizante, estado de esfuerzos inversos.  $\theta_f$  es el ángulo de falla. Se asume que el esfuerzo vertical es un esfuerzo principal, note que  $\sigma'_1 > \sigma'_2 > \sigma'_3$

## Conceptos generales del comportamiento de los esfuerzos en yacimientos de hidrocarburos

El agotamiento de un yacimiento de hidrocarburos causa una reducción de la presión de poro inicial. Esto lleva a cambios en los esfuerzos totales y efectivos en el yacimiento y en las rocas a su alrededor. Generalmente, el esfuerzo efectivo se incrementa dentro de un yacimiento causando una compactación del yacimiento. La figura 3.6 muestra un comportamiento típico de compactación de un yacimiento de gas en una vista cross-section. Dependiendo de la geometría del yacimiento, propiedades de la roca del yacimiento, de las rocas a su alrededor, del campo de esfuerzos iniciales, el comportamiento de la presión de poro, y de la concentración de esfuerzos pueden desarrollarse simultáneamente durante la producción de hidrocarburos en diferentes partes del yacimiento.



Figura 3.6. comportamiento típico de compactación de un yacimiento de gas en una vista cross-section, de cálculos de asimetrías elásticas en 2D de efectos finitos. El lado izquierdo es el centro del yacimiento, el lado derecho es el final del yacimiento lateral. El radio del yacimiento y su anchura son de 1500m y 150m respectivamente. La deformación está magnificada por un factor de 200, la roca alrededor del yacimiento tiene un módulo de Young más alto que la roca del yacimiento.

El cambio de esfuerzos efectivos  $\Delta\sigma'$ . Está relacionado a los cambios en la presión de poro  $P$  y a los cambios de esfuerzos totales  $\sigma$  de acuerdo a la ecuación (2.58). En función de los esfuerzos vertical y horizontal por lo que esta ecuación se convierte en:

$$\Delta\sigma_v = \Delta\sigma'_v + \alpha\Delta p \quad (3.12a)$$

$$\Delta\sigma_H = \Delta\sigma'_H + \alpha\Delta p \quad (3.12b)$$

$$\Delta\sigma_h = \Delta\sigma'_h + \alpha\Delta p \quad (3.12c)$$

En esta tesis el cambio de la presión/esfuerzos se define como la presión/esfuerzos después de la producción de hidrocarburos menos la presión/esfuerzos antes de la producción

$$\Delta\sigma' = \sigma'_{despues} - \sigma'_{antes} \quad (3.13)$$

Esto significa que el esfuerzo se incrementa durante la producción de hidrocarburos y tiene un signo positivo y el esfuerzo decrece y tiene un signo negativo. Notar que  $p < 0$  para la producción. El cambio en la relación del esfuerzo total en relación al cambio de la presión de poro es bien conocido y puede ser expresado por el radio  $\gamma$ :

$$\gamma_v = \sigma_v / p \quad (3.14a)$$

$$\gamma_h = \sigma_h / p \quad (3.14b)$$

Usualmente existe una distinción entre el arco vertical y horizontal, por lo que el arco horizontal depende de la dirección considerada. Si  $\gamma$  esta referida al sistema de coordenadas usado así que por ejemplo para un sistema de coordenadas  $x,y,z$  los términos  $\gamma_x$ ,  $\gamma_y$  y  $\gamma_z$  podrán aplicarse.

Los valores  $\gamma$  pueden ser calculados para las rocas del yacimiento, pero también para las formaciones de rocas alrededor del yacimiento, en ambos casos,  $P$  es el cambio de presión de poro en el yacimiento, sin importar cambios

eventuales en la presión de poro en las rocas alrededor. Y expresa, por lo tanto, el cambio total de esfuerzos por unidad de agotamiento en cierta ubicación.

El valor de  $\gamma$  depende de las propiedades de la roca del yacimiento, la geometría del yacimiento y las condiciones geológicas en el que el yacimiento se encuentra.

Los valores de  $\gamma$  son característicos de un yacimiento de hidrocarburos, no son constantes a través del yacimiento pero dependen de donde se encuentren

En general, para yacimientos con extensión lateral mayor al espesor, se cumple que  $\gamma_h > \gamma_v$  dentro del yacimiento. O, en términos de los cambios del esfuerzo efectivo  $\sigma_v > \sigma_h$ .  $\sigma_v > \sigma_h$  tales como la dependencia – dirección, en el esfuerzo y se desarrolla esfuerzo (efectivo). Esta diferencia de esfuerzos desarrollados en el yacimiento, en donde el esfuerzo efectivo vertical se incrementa es mayor que el incremento del esfuerzo horizontal efectivo, usualmente extensional y por lo tanto provoca una falla normal.

## **Presión de Poro**

La presión de poro es un parámetro muy importante en cualquier estudio de mecánica de rocas, y sistemas de rocas saturados con fluidos. El fluido llevará parte de esfuerzo total aplicado al sistema, y aliviara a la matriz de la roca con parte de la carga. El esfuerzo efectivo como Terzaghi lo definió es igual al esfuerzo total menos la presión de poro; éste concepto de esfuerzo efectivo después fue redefinido por Biot, como anteriormente lo vimos.

Hay evidencia abrumadora que los poros de rocas saturadas y permeables obedecen a la ley del esfuerzo efectivo, Ambas deformaciones dadas por la relación esfuerzo – deformación y el fallamiento en rocas están controladas por el esfuerzo efectivo en lugar del esfuerzo total, por lo tanto cuyo estudiamos la estabilidad del pozo durante la perforación, estabilidad de la roca durante la producción y la compactación y subsidencia, el conocimiento de la presión de poro en el fondo de pozo es de extrema importancia.



La presión de poro se formará en una formación saturada mientras los sedimentos se vayan depositado encima de esta, si el fluido del poro puede ser expulsado y migrar a la superficie al mismo tiempo que la compactación un gradiente normal de presión de poro se mantiene, dado por el peso de la columna encima de ésta. Un gradiente normal de presión de poro es por tanto dado por la densidad del agua salada (agua de mar) y esta típicamente en el rango de 1.03 – 1.07 g/cm<sup>3</sup> (0.447 – 0.465 psi/ft).

Sin embargo zonas con una presión de poro mayor a la del gradiente normal se pueden formar, éstas zonas decimos que son presiones anormales ó sobrepresionadas. Altas presiones de poro en el yacimiento harán al campo más prolífico, pero, por otra parte las presiones anormales son un posible riesgo durante la perforación si se perforan sin antes haberlas detectado, el riesgo de una explosión existe, especialmente en las zonas someras de gas de alta presión. Los problemas de estabilidad de pozos en lutitas están por lo regular atribuidos a las sobrepresiones.

Dado que la baja permeabilidad de las calizas se desarrolla cuyo ya están compactadas, zonas arcillosas fácilmente se pueden convertir en zonas anormales. La permeabilidad en el rango de nano darcys ó magnitudes menores pueden formarse. Una formación gruesa de caliza por lo tanto no serán capaces de expeler el fluido al mismo tiempo que se va compactando, cuerpos de arenas que están entremezcladas ó adyacentes a la caliza también se presurizarán. La presión anormal tiende a declinar en el curso del tiempo geológico, sin embargo, si el cuerpo de arena se aísla o la sección de caliza es muy gruesa, esto podría requerir de periodos prolongados. Una sedimentación rápida es otra posible razón del desarrollo de sobrepresiones.

Adicionalmente de las fuentes litostáticas de sobrepresiones, la actividad tectónica puede provocar presiones anormales si el sistema permanece cerrado y no se fractura.



## Capítulo 4

### Concentración de Esfuerzos Alrededor de un Pozo

Las formaciones bajo la tierra están siempre sujetas a algún tipo de esfuerzo, principalmente debido a las presiones de sobrecarga y a los esfuerzos tectónicos. Cuando perforamos un pozo se remueve material sólido y es reemplazado con un fluido que está bajo presión, dado que la presión del fluido normalmente no coincide exactamente con los esfuerzos que el material sólido tenía, habrá una alteración en el estado de esfuerzos de la formación alrededor del pozo.

Esta alteración de los esfuerzos es importante, debido a que estos cambios producirán fallas en la formación y consecuentemente graves problemas de operación.

#### Esfuerzos y deformaciones en coordenadas cilíndricas

Con el propósito de examinar los esfuerzos en las rocas alrededor de un pozo es conveniente expresar los esfuerzos y deformaciones en coordenadas cilíndricas. Los esfuerzos en un punto P identificados con las coordenadas cilíndricas  $r, \theta, z$  (fig.4.1a) son denotados por  $\sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_z, \tau_{r\theta}, \tau_{rz}$ .

En donde  $\tau_{\theta z}$   $\sigma_r$  es llamado el esfuerzo radial,  $\sigma_\theta$  el esfuerzo tangencial y  $\sigma_z$  el esfuerzo axial. Estos esfuerzos referenciados a coordenadas cartesianas quedan como:

$$\begin{aligned}\sigma_r &= \sigma_x \cos^2 \theta + \sigma_y \sin^2 \theta + 2\tau_{xy} \sin\theta \cos\theta \\ \sigma_\theta &= \sigma_x \sin^2 \theta + \sigma_y \cos^2 \theta - 2\tau_{xy} \sin\theta \cos\theta \\ \sigma_z &= \sigma_z \\ \tau_{r\theta} &= (\sigma_y - \sigma_x) \sin\theta \cos\theta + \tau_{xy} (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) \\ \tau_{rz} &= \tau_{xz} \cos\theta + \tau_{yz} \sin\theta \\ \tau_{\theta z} &= \tau_{yz} \cos\theta - \tau_{xz} \sin\theta\end{aligned}\tag{4.1}$$

La deformación está denotada en coordenadas cilíndricas por  $\epsilon_r$ ,  $\epsilon_\theta$ ,  $\epsilon_z$ ,  $\Gamma_{r\theta}$ ,  $\Gamma_{rz}$  y  $\Gamma_{\theta z}$ , si el desplazamiento en la dirección  $\Gamma$  se denota como  $U$  y en la dirección  $\mathbf{z}$  se denota como  $w$  (fig.4.1b) la deformación queda como:

$$\begin{aligned}
 \epsilon_r &= \frac{\partial u}{\partial r} \\
 \epsilon_\theta &= \frac{1}{r} \left( u + \frac{\partial u}{\partial \theta} \right) \\
 \epsilon_z &= \frac{\partial w}{\partial z} \\
 \Gamma_{r\theta} &= \frac{1}{2r} \left( \frac{\partial u}{\partial \theta} - v \right) + \frac{\partial u}{\partial r} \\
 \Gamma_{rz} &= \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \\
 \Gamma_{\theta z} &= \frac{1}{2} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial z} \right)
 \end{aligned} \tag{4.2}$$

Estas deformaciones en coordenadas cartesianas quedarían como:

$$\begin{aligned}
 \epsilon_r &= \epsilon_x \cos^2 \theta + \epsilon_y \sin^2 \theta + 2 \Gamma_{xy} \sin \theta \cos \theta \\
 \epsilon_\theta &= \epsilon_x \sin^2 \theta + \epsilon_y \cos^2 \theta - 2 \Gamma_{xy} \sin \theta \cos \theta \\
 \epsilon_z &= \epsilon_z \\
 \Gamma_{r\theta} &= (\epsilon_y - \epsilon_x) \sin \theta \cos \theta + \Gamma_{xy} (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) \\
 \Gamma_{rz} &= \Gamma_{xy} \cos \theta + \Gamma_{yz} \sin \theta \\
 \Gamma_{\theta z} &= \Gamma_{xz} \cos \theta - \Gamma_{yz} \sin \theta
 \end{aligned} \tag{4.3}$$

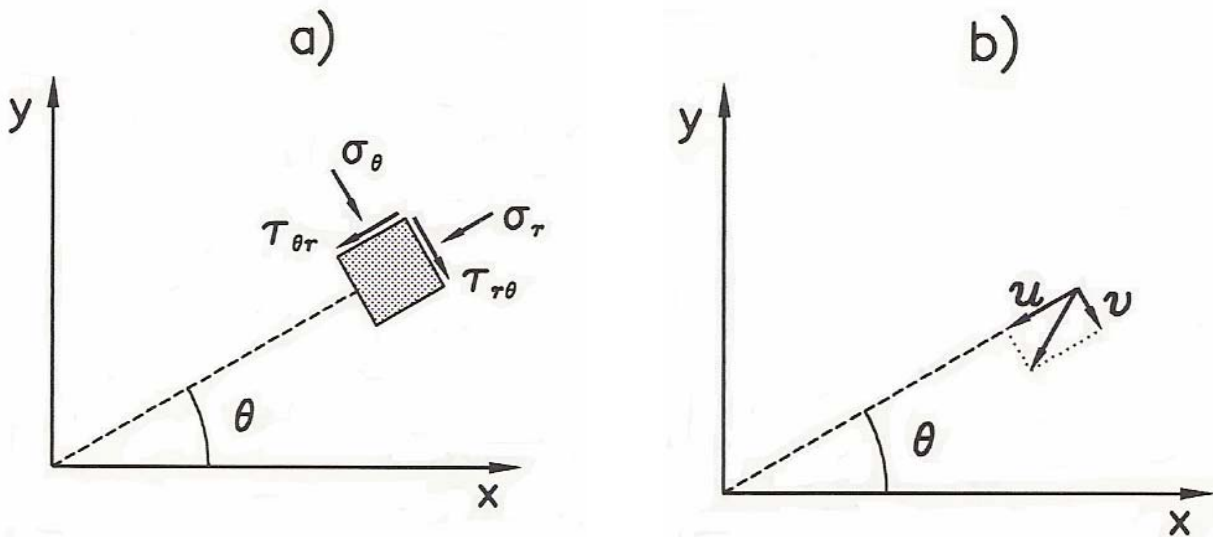


Fig.4.1 a) Esfuerzos en coordenadas Cilíndricas

b) Desplazamiento en coordenadas cilíndricas

Para material isotrópico, la relación esfuerzo-deformación fácilmente la podemos convertir en coordenadas cilíndricas quedando como:

$$\begin{aligned}
 \sigma_r &= (\lambda + 2G) \varepsilon_r + \lambda \varepsilon_\theta + \lambda \varepsilon_z \\
 \sigma_\theta &= \lambda \varepsilon_r + (\lambda + 2G) \varepsilon_\theta + \lambda \varepsilon_z \\
 \sigma_z &= \lambda \varepsilon_r + \lambda \varepsilon_\theta + (\lambda + 2G) \varepsilon_z \\
 \tau_{r\theta} &= 2G \Gamma_{r\theta} \\
 \tau_{rz} &= 2G \Gamma_{rz} \\
 \tau_{\theta z} &= 2G \Gamma_{\theta z}
 \end{aligned}
 \tag{4.4}$$

La ecuación de equilibrio también la podemos expresar en coordenadas cilíndricas como:

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{\theta r}}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{zr}}{\partial z} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} + pR = 0$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial r} + \frac{\partial \tau_{z\theta}}{\partial z} + \frac{2\tau_{r\theta}}{r} + p\theta = 0 \quad \backslash \quad (4.5)$$

$$\frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{\theta z}}{\partial \theta} + pZ = 0$$

### Esfuerzos en un cilindro

Ahora analizaremos el ejemplo más simple: Un pozo vertical en una formación elástica lineal con esfuerzos horizontales iguales. Consideramos un cilindro hueco con radio interno  $R_i$  y radio externo  $R_o$  (Fig. 4.2). La presión en la superficie interna es  $\sigma_{ri}$  y en la superficie externa es  $\sigma_{ro}$ . No hay esfuerzos de corte actuando en la superficie y despreciando las fuerzas del cuerpo, y asumiendo que todas las cantidades son independientes de  $\theta$  y  $z$  la primera de la ecuación (4.5) se convierte en:

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\sigma_r - \partial_{\theta}}{r} = 0 \quad (4.6)$$

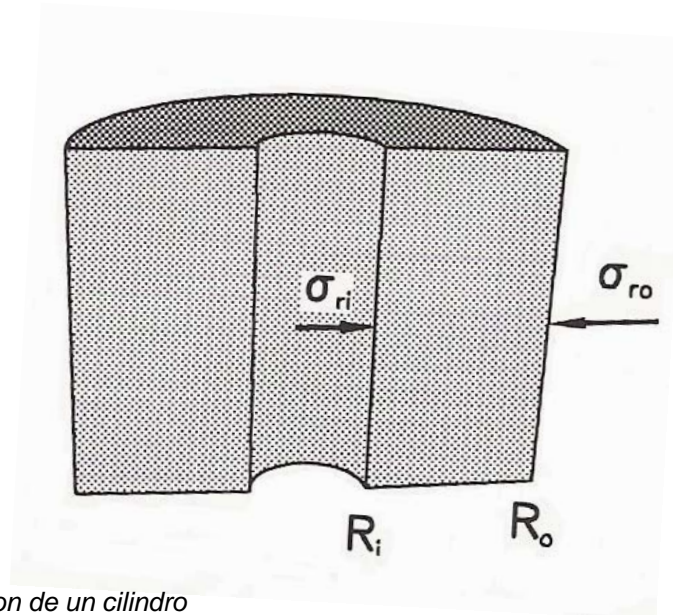


Fig 4.2 Cross-section de un cilindro

Las dos restantes ecuaciones de la ecuación (4.5) quedan como  $\tau_{r\theta} = \tau_{rz} = 0$  lo cual también es válido para las fronteras  $r = R_i$  y  $r = R_o$ . De la ecuación (4.2) y (4.4) tenemos que:

$$\begin{aligned}\sigma_r &= (\lambda + 2G) \varepsilon_r + \lambda \varepsilon_\theta + \lambda \varepsilon_z \\ &= (\lambda + 2G) \frac{\partial u}{\partial r} + \lambda \frac{u}{r}\end{aligned}\tag{4.7}$$

$$\begin{aligned}\sigma_\theta &= \lambda \varepsilon_r + (\lambda + 2G) \varepsilon_\theta + \lambda \varepsilon_z \\ &= \lambda \frac{\partial u}{\partial r} + (\lambda + 2G) \frac{u}{r}\end{aligned}$$

Colocando el esfuerzo de la ecuación (4.7) dentro de la ecuación (4.6) nos da la siguiente ecuación para el desplazamiento radial  $u$ :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{u}{r^2} = \frac{\partial}{\partial r} \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (ru) \right] = 0\tag{4.8}$$

La solución general de la ecuación (4.8) queda como:

$$u = Ar + \frac{B}{r}\tag{4.9}$$

Introduciendo el desplazamiento (4.9) dentro de la ecuación (4.2) y el resultado en la ecuación (4.4), nos da el esfuerzo radial y tangencial quedando como:

$$\begin{aligned}\sigma_r &= (\lambda + 2G) \left( A - \frac{B}{r^2} \right) + \lambda \left( A + \frac{B}{r^2} \right) \\ \sigma_\theta &= \lambda \left( A - \frac{B}{r^2} \right) + (\lambda + 2G) \left( A + \frac{B}{r^2} \right)\end{aligned}\tag{4.10}$$

Las condiciones de frontera para los esfuerzos radiales queda como:

$$\sigma_r = \sigma_{ri} \quad \text{para} \quad r = R_i \quad (4.11)$$

$$\sigma_r = \sigma_{r0} \quad \text{para} \quad r = R_0$$

Al aplicar (4.11) en la ecuación (4.10) los coeficientes A y B pueden ser determinados. Ahora introduciendo el resultado dentro de la ecuación (4.10) tenemos:

$$\sigma_r = \frac{\sigma_{r0}R_0^2 - \sigma_{ri}R_i^2}{R_0^2 - R_i^2} - (\sigma_{r0} - \sigma_{ri}) \frac{R_i^2}{r^2} \frac{R_0^2}{R_0^2 - R_i^2}$$

$$\sigma_\theta = \frac{\sigma_{r0}R_0^2 - \sigma_{ri}R_i^2}{R_0^2 - R_i^2} + (\sigma_{r0} - \sigma_{ri}) \frac{R_i^2}{r^2} \frac{R_0^2}{R_0^2 - R_i^2} \quad (4.12)$$

La ecuación (4.12) expresa como los esfuerzos radiales y tangenciales en un cilindro hueco cambian con respecto a la distancia de los ejes del cilindro. Notamos que mientras más baja sea la presión radial  $\sigma_{ri}$ , en comparación con la presión radial exterior  $\sigma_{r0}$ , más grande será la diferencia entre  $\sigma_r$  y  $\sigma_\theta$  en la parte interna de la pared del cilindro.

En el fondo del pozo  $\sigma_{ri} \rightarrow P_w =$  Presión del pozo,  $R_i \rightarrow R =$  Radio del Agujero.

$R_0 \rightarrow \infty$  y  $\sigma_{r0} \rightarrow \sigma_h =$  Esfuerzo horizontal. Por lo que la solución para los esfuerzos radiales y tangenciales en el fondo del pozo quedan como:

$$\sigma_r = \sigma_h - (\sigma_h - P_w) \frac{R^2}{r^2}$$

$$\sigma_\theta = \sigma_h + (\sigma_h - P_w) \frac{R^2}{r^2} \quad (4.13)$$

El esfuerzo axial  $\sigma_z$  no está determinado en la Ec. (4.6) sin embargo al tomar la derivada con respecto a  $r$  de  $\sigma_z$  como se dio en la ecuación (4.4), usando



la expresión (4.2) para  $\varepsilon_r$  y  $\varepsilon_\theta$  y haciendo uso de la Ec. (4.8), encontramos que  $\frac{\partial \sigma_z}{\partial r} = 0$  por lo que  $\sigma_z$  es constante e independiente de  $r$ . La magnitud de esta constante esta dada por las condiciones de frontera para  $\sigma_z$ , lo cual requiere que  $\sigma_z = \sigma_{ij}$  cuyo  $r \rightarrow \infty$ , por lo que tenemos  $\sigma_z = \sigma_{ij}$  para toda  $r > R$ .

Podemos observar de la Ec.(4.13) que una reducción en la presión del pozo  $P_w$  produce una reducción en el esfuerzo radial  $\sigma_r$ , y un incremento de la misma magnitud en el esfuerzo tangencial  $\sigma_\theta$ .

La variación de los esfuerzos como función del radio  $r$  se muestran en la figura 4.3. Nos muestra que la mayor desviación de los estados de esfuerzos iniciales se encuentra en las paredes del agujero.

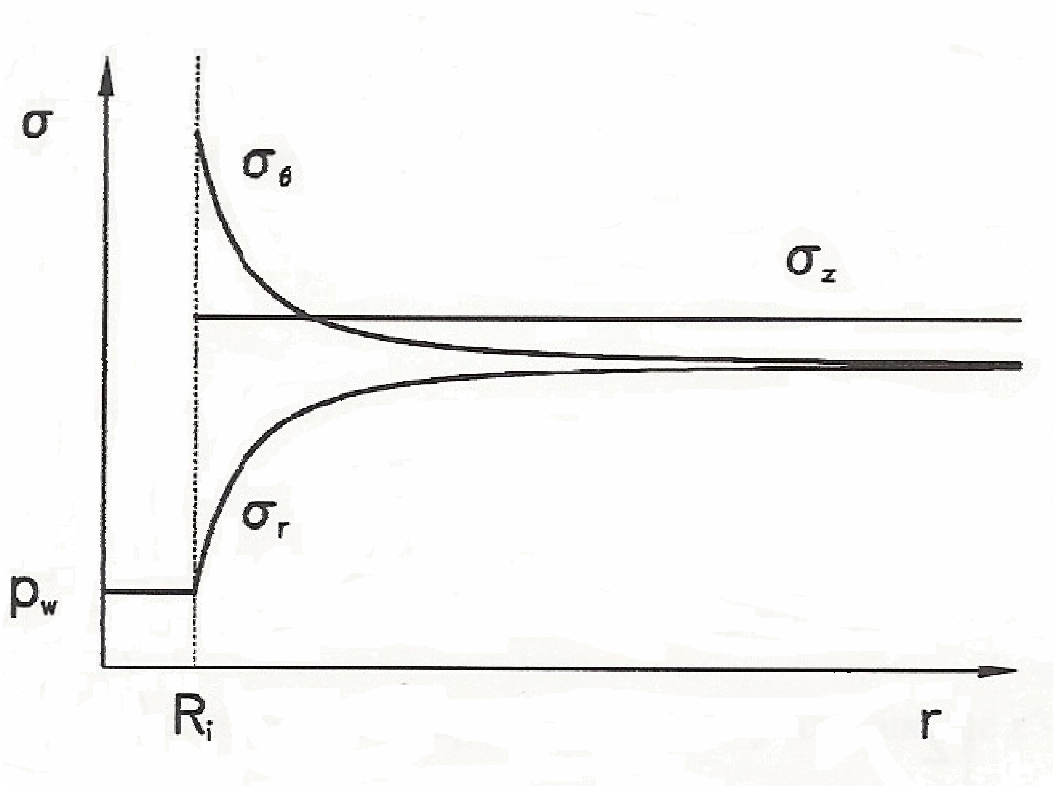


Fig. 4.3 Esfuerzos alrededor de un pozo vertical en una formación elástica lineal

El desplazamiento radial  $u$  lo encontramos a través de la Ec.(4.9) al introducir los términos  $A$  y  $B$  obtenidos de las condiciones de frontera:

$$u = \frac{\sigma_h}{2(\lambda + G)} r + \frac{\sigma_h - P_w}{2G} \frac{R^2}{r} \quad (4.14)$$

Note que  $u$  como se mostró en la Ec.(4.14) es el desplazamiento relativo a un estado en donde  $\sigma_h = P_w = 0$ . Antes de drillout,  $P_w = \sigma_h$  y el desplazamiento  $u = \sigma_h r / (2\lambda + 2G)$  y de acuerdo a la Ec.(4.14) al restar esta ecuación el desplazamiento total (4.14) encontramos que el desplazamiento radial causado por “drillout” es:

$$u = \frac{\sigma_h - P_w}{2G} \frac{R^2}{r} \quad (4.15)$$

La ec(4.15) nos muestra que una reducción en la presión del yacimiento nos da un desplazamiento radial positivo, el cual corresponde a una reducción del radio del agujero, como era de esperarse.

### **Esfuerzos alrededor de un pozo desviado. Solución general y lineal elástica.**

En el punto anterior estudiamos los esfuerzos alrededor de un pozo vertical en una formación con esfuerzos horizontales isotropico. Ahora estudiaremos los esfuerzos alrededor de un pozo desviado, y el esfuerzo horizontal es anisotropico (Ej. el esfuerzo horizontal no es el mismo en todas las direcciones).

Suponemos que los esfuerzos principales en la formación virgen son:  $\sigma_v$ , el esfuerzo vertical  $\sigma_H$  el esfuerzo horizontal máximo y  $\sigma_h$  el esfuerzo horizontal mínimo. Un sistema de coordenadas  $(x', y', z')$  es orientado de tal manera que  $x'$  es paralelo a  $\sigma_H$ ,  $y'$  es paralelo a  $\sigma_h$  y  $z'$  es paralelo a  $\sigma_v$  (Ej. El eje  $z'$  es vertical; ver fig.4.4). Los esfuerzos en la vecindad del pozo son mejor descritos en un sistema de coordenadas  $(x, y, z)$  en donde el eje  $z$  es paralelo al agujero.

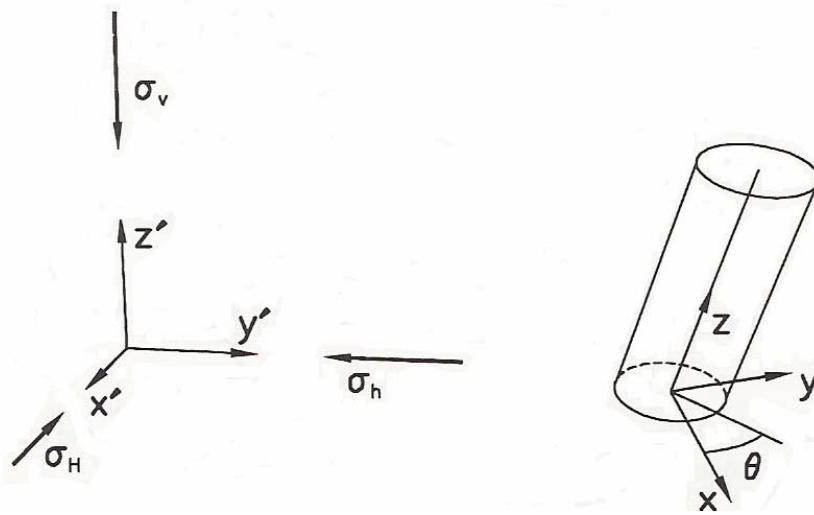


Fig. 4.4 Sistema de coordinas de un pozo desviado

Una transformación de  $(x', y', z')$  a  $(x, y, z)$  puede ser obtenido por medio de dos operaciones (fig.4.5) 1.- una rotación  $\alpha$  alrededor del eje  $z'$  y 2.- Una rotación  $i$  alrededor del eje  $y$ . El ángulo  $i$  representa la desviación del agujero (inclinación), y el ángulo  $\alpha$  representa el azimut del ángulo.

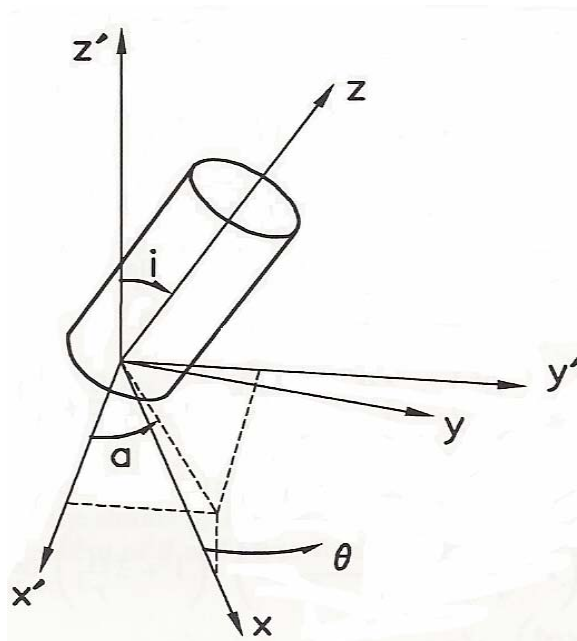


Fig. 4.5 Sistema de transformación

La transformación puede ser hecha matemáticamente por medio de los cósenos direccionales:

$I_{xx'}, I_{xy'}, I_{xz'}$  = al coseno del ángulo entre el eje  $x$  y los ejes  $x'$ ,  $y'$ ,  $z'$  respectivamente.

$I_{yx'}, I_{yy'}, I_{yz'}$  = al coseno del ángulo entre el eje  $y$  y los ejes  $x'$ ,  $y'$ ,  $z'$  respectivamente.

$I_{zx'}, I_{zy'}, I_{zz'}$  = al coseno del ángulo entre el eje  $z$  y los ejes  $x'$ ,  $y'$ ,  $z'$  respectivamente.

La dirección de los cósenos relacionados con los ángulos  $a$  e  $i$  queda como:

$$\begin{array}{lll}
 I_{xx'} = \cos a \cos i & I_{yx'} = -\sin a & I_{zx'} = \cos a \cos i \\
 I_{xy'} = \sin a \cos i & I_{yy'} = \cos a & I_{zy'} = \sin a \sin i \\
 I_{xz'} = -\sin i & I_{yz'} = 0 & I_{zz'} = \cos i
 \end{array} \quad (4.16)$$

Expresado en el sistema de coordenadas  $(x, y, z)$  el esfuerzo de formación  $\sigma_H$ ,  $\sigma_h$  y  $\sigma_v$  se transforma a:

$$\begin{array}{l}
 \sigma_x^0 = I_{xx'}^2 \sigma_H + I_{xy'}^2 \sigma_h + I_{xz'}^2 \sigma_v \\
 \sigma_y^0 = I_{yx'}^2 \sigma_H + I_{yy'}^2 \sigma_h + I_{yz'}^2 \sigma_v \\
 \sigma_z^0 = I_{zx'}^2 \sigma_H + I_{zy'}^2 \sigma_h + I_{zz'}^2 \sigma_v \\
 \tau_{xy}^0 = I_{xx'} I_{yx'} \sigma_H + I_{xy'} I_{yy'} \sigma_h + I_{xz'} I_{yz'} \sigma_v \\
 \tau_{yz}^0 = I_{yx'} I_{zx'} \sigma_H + I_{yy'} I_{zy'} \sigma_h + I_{yz'} I_{zz'} \sigma_v \\
 \tau_{zx}^0 = I_{zx'} I_{xx'} \sigma_H + I_{zy'} I_{xy'} \sigma_h + I_{zz'} I_{xz'} \sigma_v
 \end{array} \quad (4.17)$$

El subíndice  $0$  en el esfuerzo indica que es el esfuerzo de la formación virgen.

Ahora supondremos que no hay desplazamiento a lo largo del eje z (plano de condición de deformación). Y de acuerdo a Bradley (1979) la solución completa del tensor de esfuerzos queda como:

$$\begin{aligned}
\sigma_r &= \left( \frac{\sigma_x^0 + \sigma_y^0}{2} \right) \left( 1 - \frac{R^2}{r^2} \right) + \left( \frac{\sigma_x^0 - \sigma_y^0}{2} \right) \left( 1 + 3 \frac{R^4}{r^4} - 4 \frac{R^2}{r^2} \right) \cos 2\theta \\
&+ \tau_{xy}^0 \left( 1 + 3 \frac{R^4}{r^4} - 4 \frac{R^2}{r^2} \right) \text{sen} 2\theta + p_w \frac{R^2}{r^2} \\
\sigma_\theta &= \left( \frac{\sigma_x^0 + \sigma_y^0}{2} \right) \left( 1 + \frac{R^2}{r^2} \right) - \left( \frac{\sigma_x^0 - \sigma_y^0}{2} \right) \left( 1 + 3 \frac{R^4}{r^4} \right) \cos 2\theta \\
&- \tau_{xy}^0 \left( 1 + 3 \frac{R^4}{r^4} \right) \text{sen} 2\theta - p_w \frac{R^2}{r^2} \\
\sigma_z &= \sigma_z^0 - \nu \left[ 2 \left( \sigma_x^0 - \sigma_y^0 \right) \frac{R^2}{r^2} \cos 2\theta + 4 \tau_{xy}^0 \frac{R^2}{r^2} \text{sen} 2\theta \right] \\
\tau_{r\theta} &= \left( \frac{\sigma_x^0 - \sigma_y^0}{2} \right) \left( 1 - 3 \frac{R^4}{r^4} + 2 \frac{R^2}{r^2} \right) \text{sen} 2\theta + \tau_{xy}^0 \left( 1 - 3 \frac{R^4}{r^4} + 2 \frac{R^2}{r^2} \right) \cos 2\theta \\
\tau_{\theta z} &= \left( -\tau_{xz}^0 \text{sen} \theta + \tau_{yz}^0 \cos \theta \right) \left( 1 + \frac{R^2}{r^2} \right) \\
\tau_{rz} &= \left( \tau_{xz}^0 \cos \theta + \tau_{yz}^0 \text{sen} \theta \right) \left( 1 - \frac{R^2}{r^2} \right)
\end{aligned} \tag{4.18}$$

La solución dada en la Ec.(4.18) es más complicada que la solución dada por la Ec.(4.13) en particular porque el esfuerzo de corte aquí no es cero, por lo que

$\sigma_r$ ,  $\sigma_\theta$  y  $\sigma_z$  no son esfuerzos principales en el caso general cuyo el pozo es desviado ó los esfuerzos horizontales son anisotrópicos.

Notar también que la Ec.(4.18) depende del ángulo  $\theta$  por lo que los esfuerzos varían con la posición alrededor del pozo.

### **Esfuerzos alrededor de un pozo en una formación poroelástica**

La distribución de esfuerzos en un pozo vertical fue discutida al inicio de este capítulo, asumiendo elasticidad lineal, y manejando a la roca como materia sólida. Ahora veremos como es que el hecho de que la roca sea permeable y porosa afecta a los esfuerzos.

Asumimos que el esfuerzo horizontal es isotropico, inicialmente necesitamos establecer la relación esfuerzo-deformación para un material poroelástico y encontramos que la relación es:

$$\begin{aligned}
 \sigma_r &= (\lambda + 2G)\varepsilon_r + \lambda\varepsilon_\theta + \lambda\varepsilon_z - C\zeta \\
 \sigma_\theta &= \lambda\varepsilon_r + (\lambda + 2G)\varepsilon_\theta + \lambda\varepsilon_z - C\zeta \\
 \sigma_z &= \lambda\varepsilon_r + \lambda\varepsilon_\theta + (\lambda + 2G)\varepsilon_z - C\zeta \\
 \tau_{r\theta} &= 2G\Gamma_{r\theta} \\
 \tau_{rz} &= 2G\Gamma_{rz} \\
 \tau_{\theta z} &= 2G\Gamma_{\theta z} \\
 P_f &= C\varepsilon_v - M\zeta
 \end{aligned} \tag{4.19}$$

Siguiendo los pasos que se hicieron en 4.1.1 introducimos los esfuerzos de la Ec.(4.19) dentro de la Ec.(4.6) y suponemos que  $\theta$  y  $z$  son independientes para obtener una ecuación diferencial para el desplazamiento radial  $u$ , quedando como:

$$\left( \lambda + 2G - \frac{C^2}{M} \right) \left( \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{u}{r^2} \right) + \frac{C}{M} \frac{\partial p_f}{\partial r} = 0 \tag{4.20}$$

El último término del lado izquierdo de esta ecuación (4.20) representa una fuerza volumétrica inducida por el flujo del fluido. El gradiente de presión  $\partial p_f / \partial r$  está dada por la ley de Darcy.

Ahora considerando una sección de altura  $h$  en el agujero introduciremos  $A=2\pi hr$  para el flujo en superficie y  $Q = -hv_f$  en donde  $\overline{v_f}$  es el volumen del fluido por unidad de tiempo y por unidad de altura del agujero fluyendo dentro del agujero; quedando como:

$$\frac{\partial p_f}{\partial r} = \frac{n}{2\pi k_r} v_f \quad (4.21)$$

Si  $v_f \neq 0$  tomara un tiempo indefinido para alcanzar un estado de reposo si insistimos en que las condiciones de frontera estén dadas por  $r \rightarrow \infty$  como lo hicimos al inicio de este capítulo, por lo que en lugar de esto supondremos que existe una frontera a una distancia finita  $r = R_0 \gg R_i$  (= al radio del agujero), en donde las condiciones son:

$$\begin{aligned} \sigma_z(R_0) &= \sigma_u \\ \sigma_r(R_0) &= \sigma_\theta(R_0) = \sigma_h \\ p_f(R_0) &= p_{f0} \end{aligned} \quad (4.22)$$

En las paredes del agujero, las condiciones de frontera son aquellas en las que el esfuerzo radial es continuo, por ejemplo:

$$\sigma_r(R_i) = p_w \quad (4.23)$$

Si las paredes del agujero son permeables, tenemos para la presión de poro:

$$p_f(R_i) = p_w \quad (4.24)$$

Resolviendo la ecuación diferencial (4.21) para la presión de poro, con las condiciones de frontera (4.22) – (4.24), tenemos que:

$$p_f = p_{f0} + (p_w - p_{f0}) \frac{\ln(r/R_0)}{\ln(R_i/R_0)} \quad (4.25)$$

De acuerdo a esta ecuación notamos que el flujo de fluido que es proporcional a  $p_{f0} - p_w$  es el incrementar el esfuerzo radial y decrecer el esfuerzo tangencial y axial quedando  $p_w < p_{f0}$  (eje. cuyo el fluido fluye dentro del agujero)

### **Esfuerzos alrededor de un pozo en formaciones no lineales**

Los resultados mostrados en el inicio de este capítulo (Fig.4.3) nos muestran que hay un rápido crecimiento en la desviación del esfuerzo hacia las paredes del agujero.

Estos resultados se basaron en la suposición de que había una elasticidad lineal, por ejemplo, cuyo el módulo elástico de la roca es independiente del estado de esfuerzos, sin embargo, el módulo elástico de las rocas usualmente tiene algún tipo de esfuerzos, por lo que es posible creer que el módulo elástico cercano a la pared del pozo será distinto a la de las formaciones vírgenes, debido a la alteración de los esfuerzos en el pozo.

Santarelli (1986) modelo éste efecto suponiendo que el módulo de Young depende del esfuerzo principal mínimo  $\sigma_r$  como  $E(\sigma_r) = E_0 \sigma_r a$ . Aquí  $E_0$  y  $a$  son constantes empíricas; usualmente  $0 < a < 1$  y  $E_0$  será interpretado como el valor del módulo de Young medido en pruebas de compresión uniaxial. Basados en esta suposición, se encontró la siguiente expresión para  $\sigma_r$  y  $\sigma_\theta$ .



$$\sigma_r = \sigma_H \left\{ \left[ \left( \frac{P_w}{\sigma_h} \right)^{1-a} - 1 \right] \left( \frac{r}{R} \right)^N + 1 \right\}^{\frac{1}{1-a}} \quad (4.29)$$

En donde

$$N = \frac{1}{1-\nu} [(2\nu-1)(1-a)-1] \quad (4.30)$$

$$M = \frac{\nu(1-a)-1}{(1-\nu)(1-a)}$$

El cambio de la distribución de los estados de esfuerzos alrededor del agujero es significativo. En la Fig. 4.6 podemos ver la variación de los esfuerzos como función del radio como se calculó en la Ec. (4.29), usando  $a = 0.5$  y  $\nu = 0.2$ . Una consecuencia importante de la no linealidad del módulo  $E$  es la reducción de  $\sigma_\theta$  cerca de las paredes del pozo. Esto es más pronunciado para pozos con presiones más bajas, en los que incluso podría ocurrir que la diferencia  $\sigma_r - \sigma_\theta$  sea mayor a cierta distancia dentro de la formación que en las paredes del agujero, por lo que, el efecto usualmente visto de que el módulo de Young se incrementa con la presión de confinamiento, tiene la consecuencia que la desviación del esfuerzo cerca de las paredes del pozo en paredes de pozos con baja presión sea reducida en comparación con la solución lineal elástica.

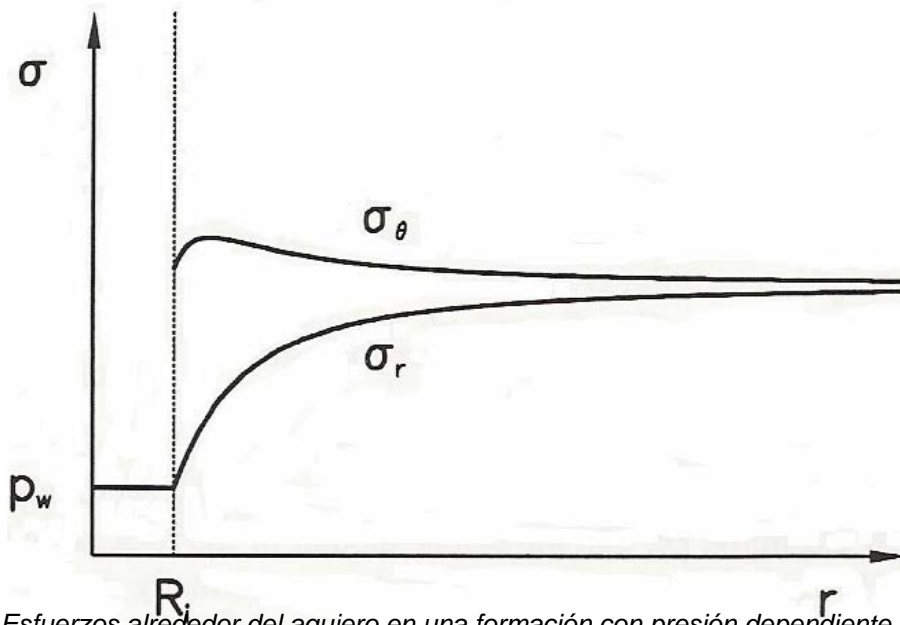


Fig.4.6 Esfuerzos alrededor del agujero en una formación con presión dependiente de las propiedades elásticas.

## Capítulo 5

### Construyendo un modelo Geomecánico

Los elementos de un modelo geomecánico que constituyen la base del análisis de estabilidad de pozos son el estado de esfuerzos (orientación y magnitud de los tres Principales esfuerzos), la presión de poro, y las propiedades mecánicas de la roca. Ya hemos presentado los métodos que existen para determinar la fuerza de la roca y la orientación de los esfuerzos in situ, ahora mostraremos los métodos para determinar la magnitud de los esfuerzos y la presión de poro.

#### Esfuerzo de Sobrecarga, $S_v$

La presión de sobrecarga, o  $S_v$ , es igual al peso de la roca y los fluidos que se encuentran encima de está por lo que puede ser calculada integrando la densidad de los materiales que se encuentran encima de la profundidad de interés:

$$S_v(Z_0) = \int_0^{Z_0} \rho \times G dz \quad (5.1)$$

Aquí,  $G$  es el coeficiente de gravedad. El proceso se ilustra en la Figura 5.1. La mejor medición de la densidad se deriva de los registros geofísicos del pozo. Sin embargo los registros de densidad raramente se toman cerca de la superficie o de la línea de peso de lodo, si bien las velocidades sísmicas están disponibles, una transformación de velocidad a densidad puede ser usado para estimar la densidad donde no ha sido medida directamente. Un gran número de transformaciones de velocidad a densidad están disponibles (Ver Ecn 5.1 y tabla III). En ausencia de buenos datos de velocidades o de densidad, la densidad debe ser extrapolada de la superficie a la profundidad en la que ya contamos con información.

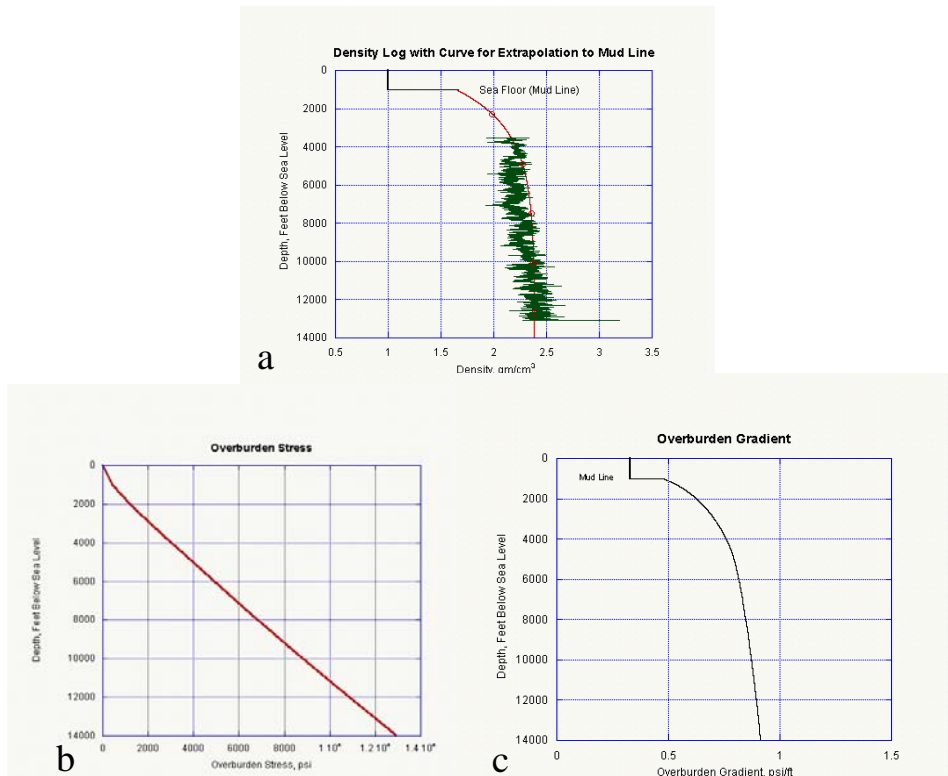


Figura 5.1 (A) Registros de densidad de un pozo costa fuera, debajo de 1000 ft de agua se extrapola la línea de lodo usando una curva exponencial. La densidad dentro de la columna de agua es de .04 g/cm<sup>3</sup>. (B) Integración de los resultados en una grafica de la sobrecarga ( $S_v$ ) vs. Profundidad. (C) Cuyo la convertimos a una densidad equivalente, la sobrecarga puede ser mostrada en psi/ft, PPG o SG. Notar que en un ambiente costa fuera el gradiente equivalente de sobrecarga puede ser muy bajo a profundidades someras debajo de la línea de lodo.

$$\rho_b = cV_p^2 + dV_p + e \quad (5.2)$$

En donde a, b, c, d, y e son constantes que variaran con la litología

Tabla III. Constantes empíricas para la Ec. 5.1, para varias litologías (Mavko, et al., 1998)

Litología	A	b	c	d	e	Rango valido (km/s)
Lutita	1.75	0.265	-0.0261	0.373	1.458	1.5-5.0
Arena	1.66	0.261	-0.0115	0.261	1.515	1.5-6.0
Limestone	1.50	0.225	-0.0296	0.461	0.963	3.5-6.4
Dolomía	1.74	0.252	-0.0235	0.390	1.242	4.5-7.1
Anhidrita	2.19	0.160	-0.0203	0.321	1.732	4.6-7.4

## **Presión de Poro, ( $P_p$ )**

El único medio preciso para determinar la presión de poro es la medición directa. Tal medición es típicamente hecha en yacimientos al mismo tiempo en que las muestras de fluidos son tomadas con una herramienta de prueba de formación. Recientes avances en mediciones “mientras se perfora” (PWL por sus siglas en inglés) hacen posible medir la presión de poro in situ mientras se perfora. Sin embargo, es difícil medir la presión de poro en lutitas, debido a su baja permeabilidad, adicionalmente debido a su baja permeabilidad, la presión de poro en lutitas adyacentes a yacimientos permeables podrá ser diferente de la presión de poro en el yacimiento, sin embargo hay un gran numero de métodos que pueden ser usados para estimar la presión de poro en las lutitas. Debido a que la presión de poro es usualmente el único parámetro geomecánico en el que el peso de lodo se basa, profundizaremos mas en esto, recordemos que los siguientes métodos son solo para obtener la presión de poro en lutitas.

Los métodos de predicción de la presión de poro caen dentro de unas pocas categorías, en la primer categoría está la línea de tendencia de compactación (NCT, por sus siglas en ingles), y de el método de profundidad equivalente. Los cuales son más o menos empíricos. La segunda categoría incluye los métodos que explícitamente utilizan correlaciones entre los valores medidos y el esfuerzo efectivo. Estos primeros dos métodos asumen que los materiales in situ estan, ya sea normalmente, o bajo compactación. En la tercera categoría están los modelos que también son aplicables a las lutitas sobre compactadas. Todos estos métodos requieren mediciones de uno o más parámetros que están en función del esfuerzo efectivo. Estos incluyen la resistividad, densidad y las velocidades sísmicas o sónicas.

En la mayoría de los casos, la única medición que esta disponible previo a la perforación es la velocidad sísmica (onda-P). Después de que el primer pozo se ha perforado o durante la perforación (usando LWD), los datos de los registros son

obtenidos, lo que hace posible mejorar la estimación en la presión de poro antes de perforar. Usando mediciones LWD (Registros mientras se perfora) y adicionando PWD (Presión mientras se perfora), análisis de la presión de poro puede ser llevado a cabo en tiempo real. Típicamente, en las secciones con lutitas por encima del objetivo, solo la resistividad LWD y el registro gama son obtenidos, pero a profundidades mas profundas del pozo mediciones adicionales pueden ser hechas incluyen los registros de densidad y de velocidad

Una medición adicional que ha sido utilizada para predecir la presión de poro es el exponente de perforación DC, el cual define la tasa de penetración de la barrena de perforación la cual la convertimos en función de la porosidad (y por lo tanto del esfuerzo efectivo), la tasa de penetración debe ser una función del esfuerzo efectivo, y nos aseguramos de que estén los cambios corregidos con cualquier otro parámetro de perforación. Por lo tanto Dc puede ser usado para determinar la presión de poro usando el mismo análisis para calcular la presión de poro de propiedades físicas como la resistividad o la velocidad.

Sin embargo, en todos los métodos la predicción de la presión de poro en lutitas recaen en el hecho de que las propiedades físicas de la roca dependen del esfuerzo efectivo  $\sigma = (S - \alpha P_p)$ , profundidad equivalente y los métodos NTC usan la profundidad como una aproximación y en el método de radio incluso la profundidad es implícita. Los métodos del esfuerzo efectivo trabajan por (1) midiendo los esfuerzo totales (S), (2) usando tanto una relación explicita o una función implícita para derivar el esfuerzo efectivo ( ) de un parámetro de medición, y por lo tanto (3) calculando la presión de poro como la diferencia entre el esfuerzo efectivo y el esfuerzo total, dividido por alfa ( $P_p = (S - \sigma)/\alpha$ ). En lutitas relativamente jóvenes y no consolidadas, pero de alguna manera valores menores cerca de 0.9 pueden ser más apropiados para sedimentos con alta compactación

Debido a que la sobrecarga ( $S_v$ ) puede ser calculada como la integración de la densidad de la roca y fluidos sobre la profundidad de interés, los métodos de predicción de la presión de poro fueron desarrollados inicialmente usando  $P_p = (S_v - \sigma)$ . Esto es más razonable de lo que pareciera, ya que las propiedades tales como la velocidad dependen mas fuertemente de los esfuerzos en la dirección de

propagación, con lo cual para datos sísmicos es casi vertical. En algunos casos el esfuerzo vertical es reemplazado por el esfuerzo medio. Esto resulta en un ajuste de los cálculos de la presión de poro basados en las diferencias en la magnitud de los esfuerzos horizontales en diferentes regiones.

La relación entre la calidad de las mediciones y el esfuerzo efectivo es derivado tanto de relaciones de funciones explícitas, o por la llamada línea de tendencia. El método de la línea de tendencia requiere de la existencia de una sección en profundidad sobre la cual la presión de poro es hidrostática, para derivar la tendencia de compactación normal (NTC)

### ***Método de profundidad equivalente***

Un ejemplo de análisis usando la línea de tendencia es el método de profundidad equivalente ilustrado en la figura 5.2. Este método primero asume que hay una sección en profundidad sobre la cual la presión de poro es hidrostática y los sedimentos están normalmente compactados debido al incremento sistemático del esfuerzo efectivo con respecto a la profundidad. Cuyo el registro de un valor de una medición es graficado como función de la profundidad. Las líneas de tendencia pueden ser mostradas como líneas rectas ajustadas a los datos sobre los intervalos normalmente compactados. Ya que los valores de los parámetros de medición es una función única del esfuerzo efectivo, la presión de poro a cualquier profundidad en donde el valor medido no se encuentre en la línea de tendencia puede ser calculado de

$$P_z = P_a + (S_z - S_a) \quad (5.3)$$

En donde P y S son la presión de poro y los esfuerzos en z, la profundidad de interés y a, la profundidad a lo largo de la línea de compactación normal en la cual la medición de los parámetros es la misma que la de la profundidad de interés (Fig. M2a). Usando la Ec. 12 es posible calcular la línea de tendencia en la cual la presión de poro a cualquier profundidad puede ser derivada al sobreponer los

parámetros medidos. La única suposición requerida por el método de profundidad equivalente es que el esfuerzo efectivo es una función lineal de la profundidad.

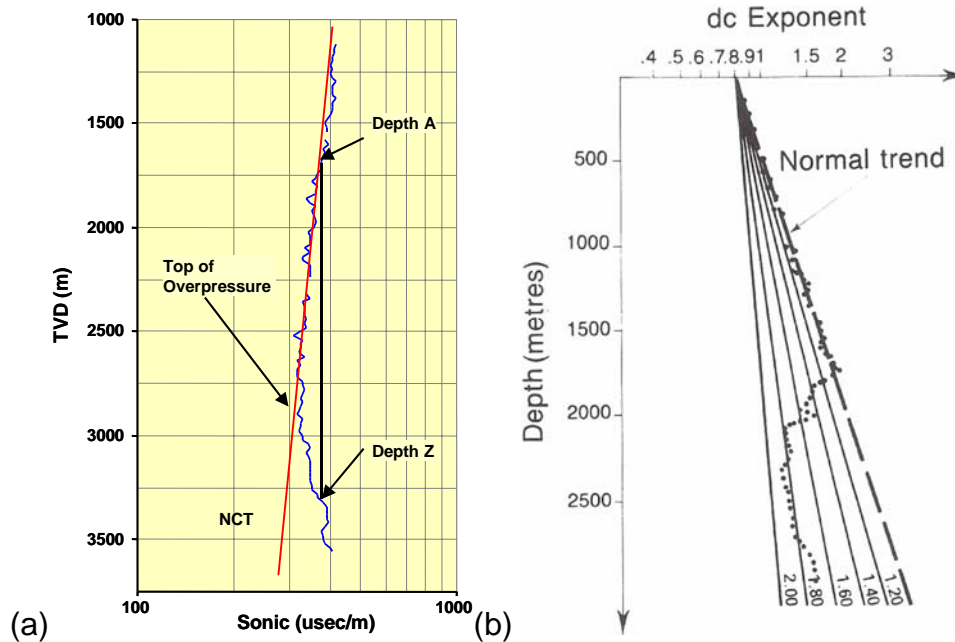


Figura 5.2. (A) Muestra la grafica del método de profundidad equivalente usando sónico delta-t ta-t. La línea de compactación normal es una línea recta en un espacio lineal (logarítmico) que se ajusta al decremento de la desaceleración como función de la profundidad, donde los sedimentos están normalmente compactados. El esfuerzo efectivo a la profundidad Z es igual al esfuerzo efectivo a una profundidad A, y por lo tanto la presión de poro a la profundidad Z es simplemente  $P_z = P_a + (S_z - S_a)$ . (B) las líneas sobrepuestas nos muestran la presión de poro como función de la profundidad expresada como una densidad equivalente. Presión de poro normal corresponde a una densidad equivalente entre 1.02 y 1.06 g/cc



## Método de Eaton

Quizás es el método más publicitado para estimar la presión de poro, mostrado, gráficamente en la Figura M4. Aquí, el esfuerzo es usado explícitamente en las ecuaciones:

$$P = S - (S - P_{\text{hyd}}) (R_{\text{log}}/R_n)^{1.2} \quad (5.4)$$

$$P = S - (S - P_{\text{hyd}}) (\Delta T_n/\Delta T_{\text{log}})^{3.0}$$

P es la presión de poro, S es el esfuerzo (típicamente,  $S_v$ ),  $P_{\text{hyd}}$  es la presión de poro hidrostática y n es el registro geofísico referido al los valores medidos de resistividad (R) y el; sónico delta-t ( $\Delta T$ ) a cada profundidad. El exponente mostrado en la Ec. 5.4 son valores típicos que son usualmente cambiados para diferentes regiones con el propósito de que la predicción se ajuste mejor a la presión de poro inferida de otros datos.

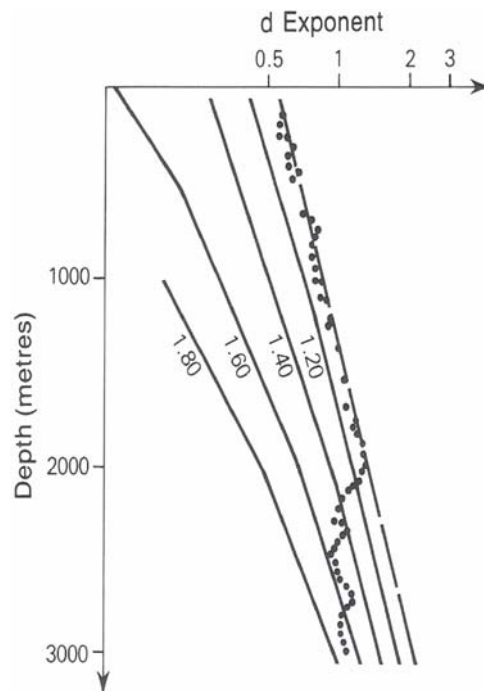


Figure 5.3 Líneas del cálculo de la presión de poro expresadas como una densidad equivalente, y calculadas utilizando el método de Eaton.

El problema más grande con todos los métodos de tendencia es que el usuario debe escoger la línea de tendencia de compactación normal correcta. Algunas veces hay muy poca información para definir el NCT. Desafortunadamente, si el NCT es definido sobre un intervalo con presión de poro elevada, el método dará la presión de poro equivocada (muy baja), teniendo como consecuencia severos riesgos para la perforación.

Estos son solo unos ejemplos de los métodos que se tienen para determinar la presión de poro en Lutitas,

### **Esfuerzo principal menor, ( $S_{hmin}$ )**

El esfuerzo principal mínimo puede ser medido directamente usando tanto pruebas de goteo (leakoff) o pruebas de fracturamiento (minifrac). En cualquiera de los dos casos, el bombeo es llevado a cabo a un gasto constante y la presión y volumen bombeado es medido como función del tiempo. Las curvas de Presión-tiempo típicamente lucen como las Figura 5.4. La teoría detrás de estas pruebas es que una fractura creada durante una prueba se hará con el propósito de minimizar la energía requerida para su propagación, y crecimiento en orientación que es perpendicular al esfuerzo principal del campo. Por lo tanto, la presión requerida para propagar la fractura será igual o mayor al esfuerzo principal mínimo. Si el gasto del fluido decrece, la presión caerá. La propagación de la fractura se detendrá cuando la fuga de fluido de la fractura y del pozo ocurra dentro de la formación más rápidamente que el reemplazo del fluido bombeado. Si el fluido se detiene por completo, la fuga de fluido continuará en las paredes de la fractura hasta que se cierre, separando su conexión con el pozo. La fractura se cerrará tan pronto como la presión caiga debajo del esfuerzo que actúa normalmente a la fractura (el cual es el esfuerzo principal mínimo). El cambio en el régimen de flujo después del bombeo se detiene en el momento en que la fractura contribuye a la pérdida de fluido a una en la que se tiene una pérdida de todos los fluidos a través de las paredes del pozo y

pueda ser vista en las graficas de presión-tiempo después del cierre. El esfuerzo principal mínimo es aquella en la que ocurre una transición entre el régimen de flujo

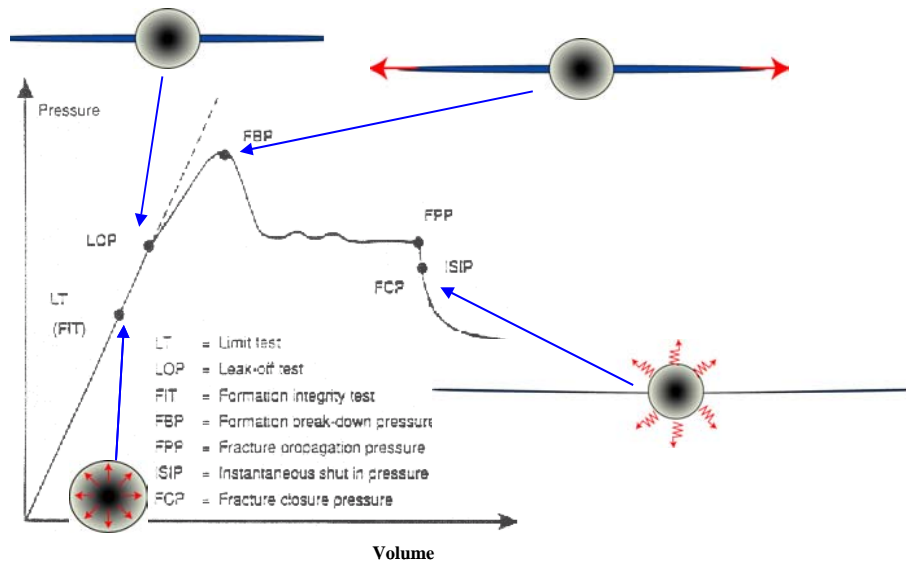


Figura 5.4 Esta figura muestra una grafica idealizada de presión vs tiempo de una prueba de goteo extendida (modified, after Gaarenstroom, 1993).

### Determinando el Esfuerzo Principal Mínimo a través del Balloning

El Balloning es el proceso que ocurre cuando los pozos son perforados con pesos de lodos equivalentes cercanos al límite de la presión de fuga ocasionando una pequeña fracturamiento y perdiendo pequeños volúmenes de lodo de perforación mientras las bombas están encendidas. Cuando las bombas se apagan, la presión cae debajo de la presión de fractura, y el fluido retorna al pozo mientras que la fractura se cierra. Este proceso ha sido llamado “respiramiento” o “balonamiento” debido a que se parece que el pozo se expande mientras se circula lodo y se contrae una vez que las bombas se apagan. En un registro PWD (Presión mientras se perfora), esto puede ser identificado (Fig. 5.5a).

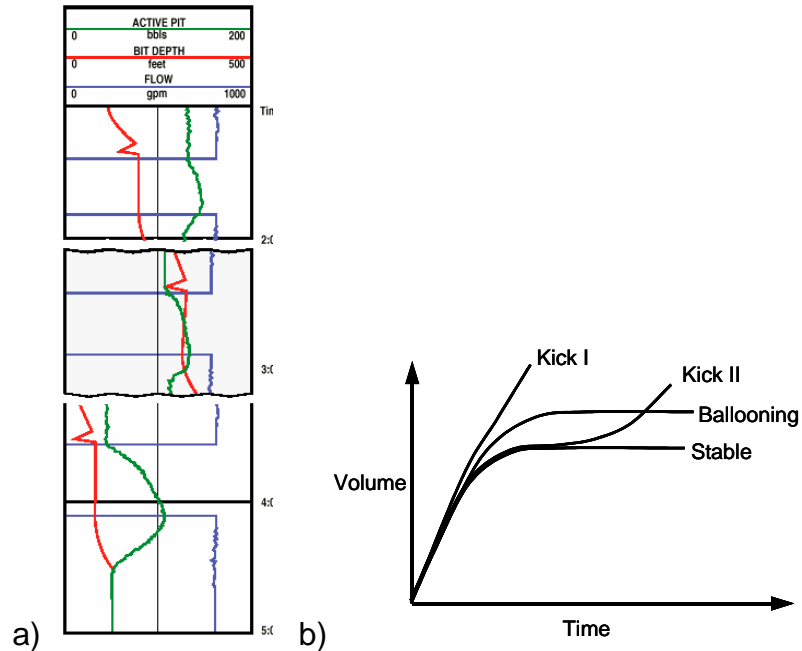


Figura 5.5 (a) Señales de conexiones normales (arriba) y ballooning moderado y severo (en medio y abajo) en un registro PWD. La diferencia entre el ballooning y el potencial control de incidente del pozo es mostrado con una grafica del volumen del lodo vs tiempo.

El Balonamiento es una medición importante de la magnitud del esfuerzo horizontal mínimo porque en esencia es una prueba involuntaria de goteo llevada a cabo mientras se perfora. Esto es debido a que el peso de lodo estático es un límite inferior de la magnitud del esfuerzo mínimo, y el valor dinámico es el límite superior.

### Usyo Fallas en el Pozo para Limitar la Magnitud de $S_{Hmax}$

Una vez que se tienen los valores de  $S_v$  y  $S_{hmin}$ ,  $S_{Hmax}$  puede ser determinado del ancho de los breakouts (derrumbes inducidos) del agujero en pozos verticales. Debido a que la concentración alrededor del pozo y la fuerza de la roca son iguales en el punto del ancho máximo del breakout, es posible reacomodar la Ec. 8 para obtener  $S_{Hmax}$ . La ecuación, y la definición de la misma se muestran en la Fig. 5.6 Resolviendo para  $S_{Hmax}$ . También requiere un modelo de la fuerza de la roca y el conocimiento de la presión de poro y del peso del lodo

### Fallas en el Pozo

$$\sigma_{\theta\theta} = S_{h \min} + S_{H \max} - 2(S_{H \max} - S_{h \min}) \cos 2\theta_b - 2P_p - \Delta P - \sigma^{\Delta T} = C_{eff}$$

$$S_{H \max} = \frac{(C_{eff} + 2P_p + \Delta P + \sigma^{\Delta T}) - S_{h \min} (1 + 2 \cos 2\theta_b)}{1 - 2 \cos 2\theta_b}$$

### Tensile Fracturing

$$T_o = \sigma_{\theta\theta}^{\min} = 3S_{h \min} - S_{H \max} - 2P_p - \Delta P - \sigma^{\Delta T}$$

$$S_{H \max} = 3S_{h \min} - 2P_p - \Delta P - T_o - \sigma^{\Delta T}$$

$$T_o \approx 0$$

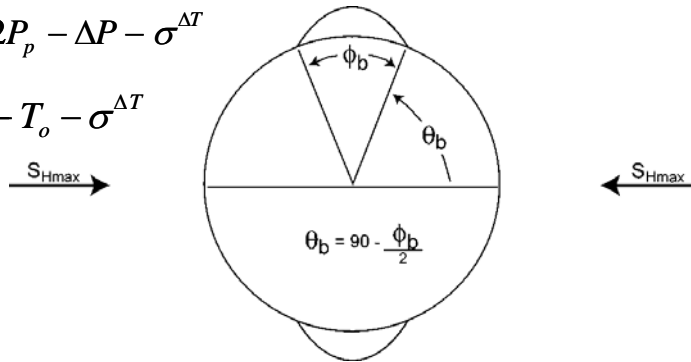


Figura 5.6 La ecuación de Kirsch usada para delimitar la magnitud del esfuerzo basada en los anchos del breakout y la presencia o no de las fracturas inducidas a tensión en las paredes del pozo.

Una vez que los breakouts (derrumbes inducidos) se forman, éstos se ahondan pero no se ensanchan, por lo que el ancho original del breakout es preservado, y los cálculos de la magnitud del esfuerzo basados en el ancho del breakout no tienen que ser ajustados por cambios en el aspecto del pozo asociados con subsecuentes fallas (Fig. 5.6).

Como se discutió anteriormente, el ancho del breakout puede ser determinado muy precisamente usando registros de datos acústicos o eléctricos, tomados después de que el pozo se perfora. Con la llegada de las herramienta LWD la cual produce una imagen del las paredes del pozo tomadas después de que pasa la barrena, es ahora posible determinar el ancho del breakout mientras se perfora, lo cual por consiguiente hace posible determinar  $S_{H \max}$  en tiempo real. Por otra parte, si no contamos con datos de imagen de pozos solo podemos colocar fronteras al ancho del presunto breakout si pueden ser detectados usyo herramientas como el diptimetro (el ancho del pad es cerca de  $30^\circ$  en un pozo de

8.5 pulgadas). Por lo tanto usando un caliper, es posible solo delimitar la magnitud de  $S_{Hmax}$

La presencia de fracturas por tensión en un pozo también nos da alguna indicación de la magnitud del esfuerzo. Por ejemplo, como se vio anteriormente, las fracturas a tensión pueden crecer en las paredes del pozo solo si el campo de esfuerzos en el campo es significativamente diferente. Por ejemplo, para que fracturas a tensión se desarrollen en las paredes del pozo se necesita un estado de equilibrio del esfuerzo horizontal

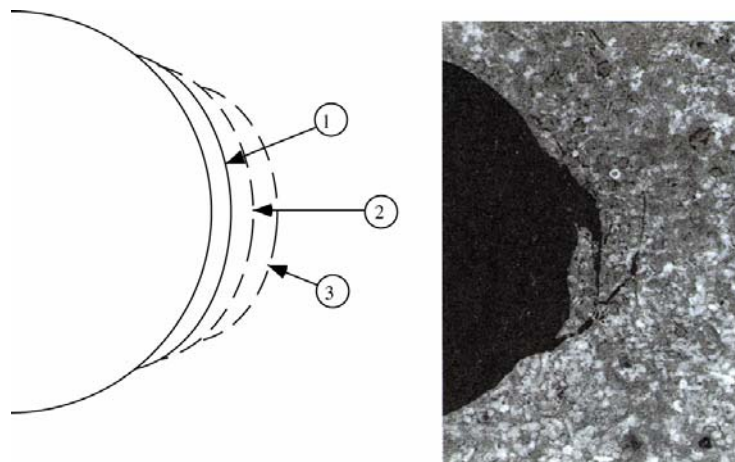


Figura 5.7 Simulación teórica llevada a cabo utilizando fronteras elementales revelan que una vez que un breakout se ha formado, fallas adicionales ocurrirán solamente a las espaldas del breakout (Imagen izquierda, after Zoback et al., 1985). Por lo tanto el breakout dependerá del tiempo, pero no el ancho del mismo.

## Capítulo 6

### **Predicción de la Estabilidad de Pozos con un Modelo Geomecánico.**

Existen diversas herramientas que se utilizan para integrar los valores obtenidos del modelo geomecánico (estado de esfuerzos, Presión de poro y propiedades mecánicas de la roca) una de estas herramientas es el Software comercial GMI-WellCheck<sup>1</sup> el cual a través de la integración del modelo geomecánico nos da los valores necesarios para poder predecir nuestra ventana de lodo, lugares de asentamientos de TRs y direcciones de perforación entre otras cosas, este software es uno de los muchos software que PEMEX emplea para ayudarse en el diseño de Pozos: a continuación mostraremos brevemente como utilizando este software podemos diseñar nuevos pozos minimizando los problemas relacionados con la estabilidad (derrumbes, pegaduras, pérdidas de circulación, etc.)

#### **Predicción de fallas en pozos con orientación variable**

La Figura 6.1 muestra como la estabilidad de pozos con orientaciones distintas puede ser ilustrada por una proyección del hemisferio bajo de la formación más probable del breakout para un estado de esfuerzos a una profundidad dada. La desviación de un pozo dado es representada por su posición radial (los pozos verticales se grafican en el centro del diagrama, y los horizontales en el perímetro). El acimut del pozo se muestra por su ubicación circunferencial en grados en sentido contrario a las manecillas del reloj en la parte de arriba del diagrama. Pozos desviados al norte ( $0^{\circ}$ ) están en la parte de arriba del diagrama, pozos desviados al este ( $90^{\circ}$ ) están en el lado derecho, pozos desviados al sur ( $180^{\circ}$ ) están en la parte baja del diagrama, y pozos desviados al oeste ( $270^{\circ}$ ) están del lado izquierdo. (Fig. 6.1a)

<sup>1</sup> WellCheck es un software con copyright exclusivo de la compañía GeoMechanics International Inc.

La Figura 6.1b muestra el peso de lodo requerido para prevenir fallas excesivas debido a la compresión (breakouts) como una función de la posición definida en la Fig. 6.1a. El color, indicia el riesgo relativo. El rojo representa la orientación con los pesos de lodo más altos. Los colores pueden ser usados para cuantificar un gran número de parámetros que afectan al fallamiento para un estado de esfuerzo dado. Esto incluye no solo el peso de lodo requerido para prevenir una cierta cantidad de falla para una fuerza de roca dada (pesos de lodo mas altos son mas riesgosos) sino también la fuerza requerida para cierto grado de falla y peso de lodo.

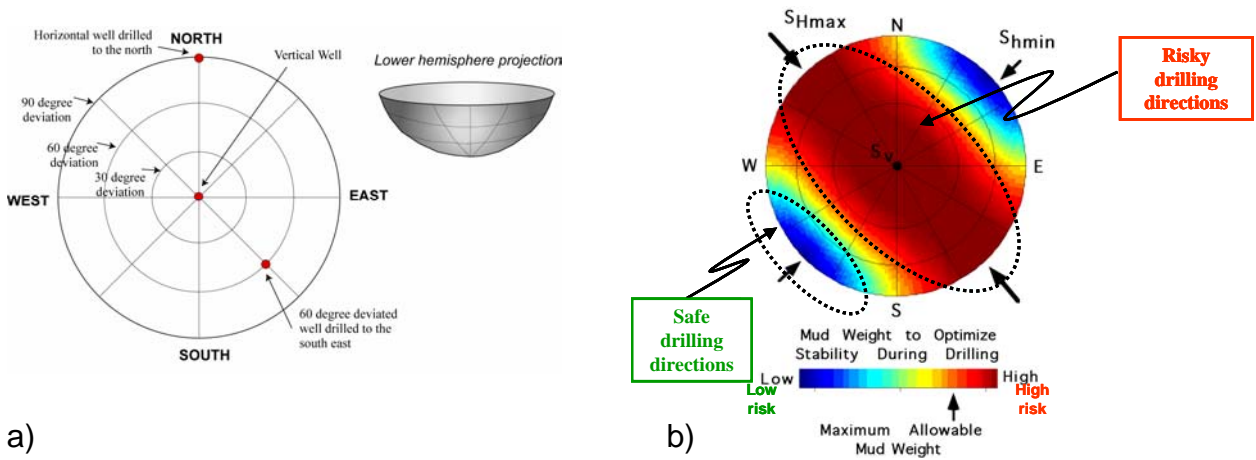


Figura 6.1 (a) Proyección del hemisferio bajo del riesgo de falla como función de la posición del pozo. (b) Muestra el peso de lodo mínimo seguro para prevenir fallas excesivas como función de la orientación del pozo. (Copyright GMI)



## Definiendo la ventana de lodo para una sola profundidad.

La Fig. 6.2 nos muestra como la ventana de lodo está definida para una cierta profundidad. El hemisferio bajo es el peso de lodo requerido para prevenir fallamiento excesivo en el pozo como una función de la orientación de la perforación (Fig. 6.2a). Figuras similares pueden ser desarrolladas para describir el riesgo para la perdida de circulación, el cual lo define el limite superior de la ventana de lodo (Fig. 6.2b). La ventana de lodo para esa profundidad (Fig. 6.2c) es la diferencia entre el peso de lodo máximo antes de que ocurra la pérdidas de circulación y el peso de lodo mínimo para prevenir los breakouts.

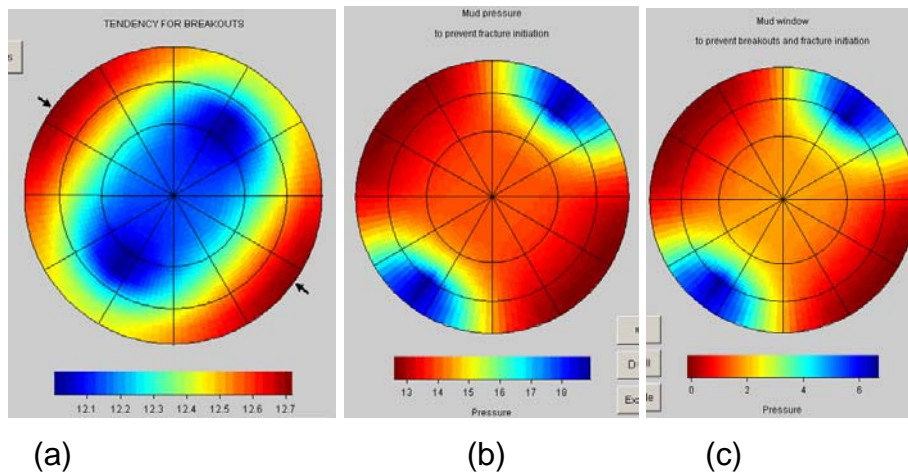


Figura 6.2. Peso de lodo requerido para prevenir derrumbes inducidos (breakouts) (a), Para prevenir perdidas de circulación (b), y la ventana de lodo (c), la cual es simplemente la diferencia entre las dos anteriores. Notar que la presión de pérdidas de circulación (b) puede estar en función de la orientación del pozo.

La Fig. 6.2a, la variación del peso de lodo requerido para prevenir los breakouts (derrumbes inducidos) es menor a 0.9 ppg. Sin embargo, la presión de pérdida de circulación (Fig. 6.2b) varía significativamente. Esto es porque para generar la perdida de circulación la presión del pozo debe de ser lo suficientemente grande para hacer tres cosas, primero, crear una fractura en las paredes del agujero, segundo, propagar la fractura a través de las

concentraciones de esfuerzos in situ y tercero extender la fractura en contra de el esfuerzo principal del campo. El estado de los esfuerzos del campo por supuesto son constantes así que la presión de propagación de la fractura es esencialmente independiente de la orientación del pozo. Por lo tanto, puede ser de ayuda escoger una orientación del pozo bajo la idea de la maximización de las pérdidas de presión de circulación con el propósito de alcanzar el objetivo de la perforación con una ventana segura de perforación. Notar que en este caso la ventana de lodo varia de cero para pozos horizontales perforados al NO o SE, a 2 ppg para pozos verticales, a mas de 6 ppg para pozos perforados NE o SO. En esté ambiente, los pozos que deben ser perforados al NO o SE a la profundidad de estudio deben de tener una pequeña desviación vertical.

¿Cuál es el criterio usado para establecer la ventana de seguridad mínima necesaria? Claramente es aquella que minimizara el riesgo del colapso completo del pozo. Pero adicionalmente el volumen de recortes, la inclinación del pozo y la posición alrededor del pozo de los breakouts (derrumbes inducidos) pueden influenciar esto. El volumen de recortes y la inclinación del pozo son importantes debido a la limpieza del pozo, mientras mas largos sean los volúmenes de recortes por unidad de longitud del agujero, mejor tiene que ser la limpieza del pozo, y debido a que la limpieza de recortes es fácil de hacer en pozos verticales que en pozos desviados, grandes cantidades de fallas pueden crearse.

Es importante recordar que no es necesario evitar completamente la formación de breakouts (derrumbes inducidos) para perforar en un ambiente seguro. Ya que usando el criterio de evitar los breakouts (derrumbes inducidos) nos llevaría a recomendar altos pesos de lodo en situaciones donde no hay ninguna garantía que servirían

## **Selección de Asentamientos de Tuberías de Revestimiento (TR)**

El análisis mostrado en la Fig. 6.1 y 6.2 han sido llevadas a cabo para una sola profundidad. Sin embargo, es necesario mientras se perfora mantener la estabilidad en todo el agujero y entre los puntos de asentamiento de TR. Por lo tanto los análisis de estabilidad deben ser llevados a cabo en toda la profundidad del pozo. Usando los resultados del modelo geomecánico, la posición de asentamientos de TR pueden ser ajustados para maximizar la estabilidad del pozo mientras se perfora. Debido a que el análisis requiere del conocimiento de las propiedades mecánicas de la roca a detalle, no es necesario hacer los cálculos en toda la sección a perforar. Esto es porque a pesar de que hay una considerable variación de las propiedades mecánicas de la roca las pequeñas zonas de roca severamente debilitada en la práctica no crean grandes problemas. Aun mas, el esfuerzo y la presión de poro generalmente varían lentamente con respecto a la profundidad, sin embargo tenemos que tomar muy en cuenta las fallas, cambios litológicos, cambios bruscos en la presión de poro y por tanto de los esfuerzos. Por lo que alimentando el modelo geomecánico con estos datos es más que suficiente para determinar las propiedades de la roca La Fig. 6.3 es una ilustración del impacto que tiene la geomecánica en la selección de puntos de asentamiento de las TR. Muestra gráficas de las densidades equivalentes, de la presión de poro y de la presión de goteo (leakoff) como función de la profundidad para un pozo vertical (para pozos desviados, puede ser graficado como una función de la profundidad medida). A la derecha de cada figura se muestra un diagrama de asentamiento de TR y el peso de lodo se encuentra mostrado también y en ambos casos el límite del peso de lodo está por debajo del peso de lodo mínimo requerido (en el lado izquierdo de la grafica esta la presión de poro) y debajo del peso de lodo máximo requerido (en todas las gráficas, es el esfuerzo principal) para cada intervalo de asentamiento de TR. Los límites superiores e inferiores del peso de

lodo pueden ser seleccionados entre diferentes límites. Por ejemplo, en secciones de arena con sobre presión el límite superior será dictado por la presión pero encima de la cual las pegaduras por presión diferencial pueden ocurrir. O, como se muestra en rojo en el centro y en la figura del lado derecho el límite inferior puede ser la presión de colapso calculada usando el análisis geomecánico. Y, como se vio en el contexto de la Fig. 6.2b, el límite superior puede ser la presión requerida para iniciar, propagar o exceder una fractura hidráulica.

La Fig. 6.3a nos muestra un diseño antes de perforar basado en experiencias previas de pozos costa fuera y asume que la presión de poro y el gradiente de fractura son los límites superior e inferior respectivamente de nuestra ventana operacional. Cuyo la estabilidad del pozo a través de la geomecánica es considerado (Fig. 6.3b), el resultado nos indica que en una porción significativa del pozo el peso de lodo mínimo seguro requerido para evitar la formación de excesivos breakouts (derrumbes inducidos) (dado que la presión de colapso es mayor que la presión de poro). Un resultado visible de esto es que la sección con la cuarta tubería de revestimiento tiene una ventana de lodo muy estrecha, de hecho, severos problemas de perforación se tuvieron en esa sección y fueron necesarios dos sidetracks con considerable pérdidas de tiempo que esto conlleva. Del lado derecho se muestra el diseño de un pozo nuevo utilizando el modelo geomecánico para determinar puntos seguros de asentamientos de TR (Fig. 6.3c). El resultado de trabajar con el modelo geomecánico nos muestra que es posible extender la profundidad de la segunda y tercera tubería de revestimiento (TR), por lo que se reduce la longitud de la cuarta TR. Esto no solamente incremento el margen de la cuarta TR, también hizo posible alcanzar el yacimiento con una TR menos de lo requerido en el diseño original.

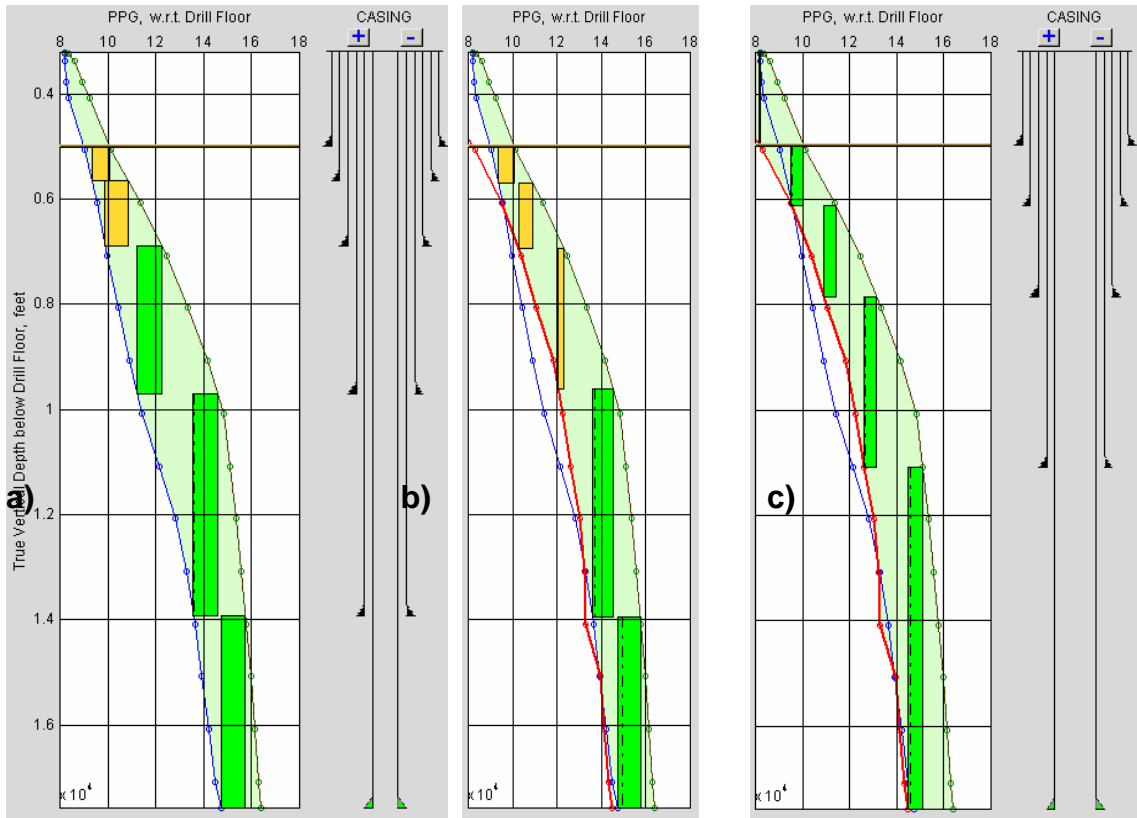


Figura 6.3. Análisis Geomecánico de dos diseños de pozos para el mismo pozo. El de la izquierda es el diseño antes de perforar, fue hecho asumiendo que la presión de poro y el gradiente de fractura son los límites de la ventana operacional. En el centro se muestra el impacto que tiene el considerar la presión de colapso en el diseño antes de perforar. hay una ventana operación muy limitada. En el lado derecho esta un diseño aplicando geomecánica el cual ajusta la posición de las primeras dos TR reduciendo la longitud de la tercer TR, obteniendo menores problemas para perforar y una TR menos.

## **Validando el Modelo Geomecánico**

Es importante cuando se usa el modelo geomecánico validar el modelo basados en experiencias previas de perforación. Esto es posible incluso si no se tiene registros geofísicos de pozos previamente perforados, ya que al identificar eventos de perforación tales como pérdidas de lodo, atrapamiento de tuberías, lugares en donde se necesita repasar repetidamente, y evidencia de recortes excesivos. Si las predicciones de pozos existentes son capaces de reproducir la experiencia antes descritas, podemos tener confianza que el modelo geomecánico es apropiado para usarse en predecir la estabilidad de un futuro pozo a perforar.

La Fig. 6.4 nos muestra un ejemplo de predicción del grado de inestabilidad del pozo (cuantificado en términos del ancho del breakout) de un pozo vertical en aguas profundas. El modelo indica que hay problemas alrededor de la sección de los 1800 ft, y ajustando las propiedades del lodo se logra mitigar éstos problemas sin alterar el peso del lodo, y no se encontraron muestras de problemas en los registros geofísicos tomados posteriormente. En contraste problemas considerables de perforación se encontraron justo debajo de los 2400 ft, estos problemas fueron detallados en los reportes de perforación, incluyendo varios atrapamientos y problemas de pérdidas de circulación, la TR fue colocada a 2400. Después un caliper de un solo brazo mostró que esta sección estaba severamente afectada por una breakout (derrumbe inducido) severo.

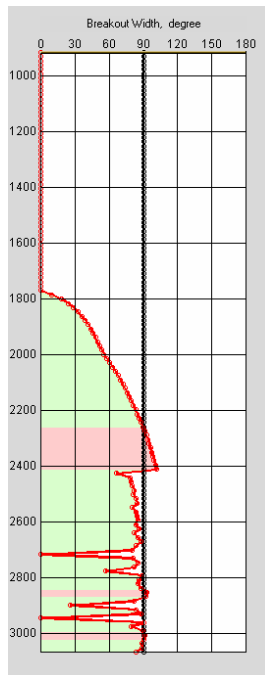


Figura 6.4. Predicción del ancho del breakout como función de la profundidad en un pozo vertical costa fuera, hecho usando pesos de lodo que realmente se utilizaron durante la perforación. La línea negra muestra el criterio de ancho de falla ( $<90^\circ$ ) para mantener la estabilidad del pozo. Si la falla del pozo predecida (Línea roja) excede el criterio de falla (línea negra), problemas en la perforación deben de esperarse. Y de hecho problemas en la perforación fueron encontrados a 2400 ft como predijo el modelo.

Debajo del punto de asentamiento de la TR, el peso de lodo se incremento, lo cual minimizo los problemas de inestabilidad en las secciones siguientes del pozo al ser predecidos por nuestro modelo geomecánico. En el futuro inmediato el modelo fue utilizado para diseñar una gran cantidad de pozos todos los cuales alcanzaron su profundidad total programada con pocos problemas de inestabilidad.

## Conclusiones

Con este trabajo de tesis hemos tratado de demostrar que la optimización de los tiempos no productivos por perforación relacionados con estabilidad de los pozos, tales como pegaduras, pérdidas de circulación, sidetracks, y el colapso de las tuberías de revestimiento, son controlados por los esfuerzos *geoestáticos in situ*, la presión de los fluidos en los poros y las propiedades mecánicas de las rocas, por lo que la construcción de modelos geomecánicos específicos para cada campo sirve de plataforma para reducir dramáticamente los costos de perforación. También vimos (aunque la tesis esta enfocada a estabilidad de pozos) como los modelos geomecánicos pueden ser utilizados para evaluar el potencial de fuga de fallas geológicas, definir las fracturas naturales más permeables, evaluar los efectos de compactación en yacimientos y reducir riesgos en pozos con alto riesgo exploratorio.



## Bibliografía

- Aadnoy, B.S. "In situ stress direction from borehole fracture traces", en *Journal of Petroleum Science y Engineering*, 1990 p. 143-153.
- Alixant, J.-L. *Real-Time Effective Stress Evaluation in Shales: Pore Pressure y Permeability Estimation*. PhD. Thesis, Department of Petroleum Engineering, Louisiana State University: 1987. p. 210.
- Yerson, E. M.,. *The dynamics of faulting y dyke formation with applications to Britain* (second edition): Edinburgh, Oliver y Boyd, 1951. p. 206.
- Athy,. *Density, porosity, y compaction of sedimentary rocks*, *Bull. Amer. Assoc. Petrol. Geol.*,1930. p. 1-22.
- Barton, C. A., L. Tesler, y M. D. Zoback, *Interactive analysis of borehole televiewer data, in Automated Pattern Analysis in Petroleum Exploration*, ed. I. Palaz y S. Sengupta, , Springer Verlag, New York. 1991. p. 223–248
- Barton, C. A. y M. D. Zoback, "Stress Perturbations Associated with Active Faults Penetrated by Boreholes: Evidence for Near Complete Stress Drop y a New Technique for Stress Magnitude Measurement", en *Journal. Geophys. Res*: 1994. p. 373-390.
- Bell, J.S. y D.I. Gough, *Northeast-southwest compressive stress in Alberta: Evidence from oil wells*. *Earth Planet. Sci. Lett.*, 1979. p. 475-482.
- Bell, J.S. y E.A. Babcock, "The stress regime of the Western Canadian Basin y implications for hydrocarbon production", en *Bulletin of Canadian Petroleum Geology*, : 1986. p. 364-378.
- Biot, M. A., "General theory of three dimensional consolidation", en *Journal. Appl. Phys.*, 1941. p 155-164.
- Bowers, G. L., "Pore pressure information from velocity data: Accounting for overpressure mechanisms besides compaction", en SPE 27488, Junio 1995.
- Bruce, B. y G. Bowers, "Pore pressure terminology, in The Leading Edge – Special Section Pore Pressure" en *Society. Exploration. Geophys.*, Tulsa, OK. February 2002, p. 170-173.

- Chenevert, M. E., y V. Pernot, "Control of shale swelling pressures using inhibitive water-base muds", en SPE 49263. September, 1998, p 27-30.
- Colmenares, L.B., y M.D. Zoback, "A statistical evaluation of rock failure criteria constrained by polyaxial test data for five different rocks", en *International Journal. Rock Mech.*
- Dutta, N. C., *Shale compaction, burial diagenesis, y geopressures: A dynamic model, solution y some results, in Thermal Modeling in Sedimentary Basins*, ed. J. Burrus, , Francia, Junio, 1985.
- Eaton, B.A., "Graphical method predicts geopressures worldwide" en *World Oil*, 1972. p. 182, 6, 51.
- Finkbeiner, T., M.D. Zoback, P. Flemings, y B. Stump, "Stress, pore pressure y dynamically constrained hydrocarbon columns in the South Eugene Isly 330 Field, northern Gulf of Mexico" en *AAPG Bulletin*, v.85, no.6, 2001. pp. 1007-1031.
- Gassemi, A., A. Diek, y H. dos Santos, "Effects of ion diffusion y thermal osmosis on shale deterioration y borehole instability", en. *AADE*. 2001
- Gough, D. I., y J. S. Bell, "Stress orientations from borehole wall fractures with examples from Colorado, east Texas, y northern Canada",. En *Journal. Earth Sci.*, 1981. p. 19, 1358–1370.
- Haimson, B. C. y C. Fairhurst, "In situ stress determination at great depth by means of hydraulic fracturing", en el *11th Symposium on Rock Mechanics, Society of Mining Engineers of AIME*. 1970
- Holbrook, P. W., "The use of petrophysical data for well planning, drilling safety y efficiency" en *Trans. SPWLA 37<sup>th</sup> Ann.*, Junio 16-19, 1996, p. 14
- Horsrud, P., "Estimating mechanical properties of shale from empirical correlations" en *SPE Drilling y Completion*, Junio, 2001, p. 68-73.
- Hubbert, M. K., y D. G. Willis, "Mechanics of hydraulic fracturing" en *AIME Trans.*, 1957 p. 153–163.
- Huffman, A.R., "The future of pore pressure prediction using geophysical methods", en *2001 Offshore Technology Conference*, 30 Abril-3 Mayo, 2001.
- Infante, E. F. y M. E. Chenevert,. "Stability of Boreholes Drilled through Salt Formations Displaying Plastic Behavior", en la *61 Annual*

*Technical Conference y Exhibition of the Society of Petroleum Engineers*, New Orleans, LA, SPE 15513. 1986

Ito, T., M. D. Zoback, y P. Peska, "Utilization of mud weights in excess of the least principal stress in extreme drilling environments", en *SPE Drilling y Completion*, Diciembre 2001, SPE 57007.

Jaeger, J. C., y N. G. W. Cook, *Fundamentals of rock mechanics*, 3<sup>ra</sup> edición, Chapman y Hill, New York, 1979, p. 593.

Kunze, K. R. y R. P. Steiger, "Accurate In-Situ Stress Measurements During Drilling Operations" en la *67 Annual Technical Conference y Exhibition of the Society of Petroleum Engineers*, Washington, D.C. 4-7, 1992, SPE 24593.

Lal, M.,. Shale stability. "Drilling fluid interaction and shale strength" en *SPE Latin American y Caribbean Petroleum Engineering Conference*, Caracas, Venezuela, 21-23 Abril, 1999, SPE 54356.

Li, X., L. Cui, y J.C. Roegiers, "Thermoporoeelastic Analyses of Inclined Boreholes" en *SPE/ISRM Eurock 98*, Trondheim, Norway, 8-10 Julio 1998, SPE 47296.

Maury, V.,. *Rock Failure Mechanisms Identification: A Key for Wellbore Stability y Reservoir Behavior Problems*. Eurock 94, Balkema, Rotterdam: 1994. p. 175-182.

Mavko, G., T. Mukerji, y J. Dvorkin. *The Rock Physics Hybook Tools for Seismic Analysis of Porous Media*, Cambridge University Press, 1998 p.339. .

McLean, M. R. y M. A. Addis, "Wellbore Stability Analysis: A Review of Current Methods of Analysis y Their Field Application". en *IADC/SPE Drilling Conference Houston*, Texas, Febrero 27-Marzo 2, 1990, SPE 1994.

McLellan, P. J., y C. D. Hawkes, . "Application of probabilistic techniques for assessing sy production and wellbore instability risks", en *SPE/ISRM Eurock 98 Trondheim*, Norway, 8-10 Julio 1998, SPE/ISRM 47334.

Mody, F. K. y A. H. Hale, "Borehole Stability Model to Couple the Mechanics y Chemistry of Drilling-Fluid/Shale Interactions", en *SPE/IADC Drilling Conference Amsterdam* 23-25 Febrero 1993, SPE 25728.

- Moos, D., y Zoback, M. D.,. "Utilization of Observations of Well Bore Failure to Constrain the Orientation y Magnitude of Crustal Stresses: Application to Continental, Deep Sea Drilling Project, y Ocean Drilling Program Boreholes" en *Journal. Geophys. Res.*, 95, 1990. p. 9305–9325.
- Moos, D., M.D. Zoback, y L. Bailey, "Feasibility study of the stability of openhole multilaterals" en, *SPE Drilling y Completion*, Septiembre, 2001, SPE 73192.
- Moos, D., P. Peska, T. Finkbeiner, y M.D. Zoback, "Comprehensive Wellbore Stability Analysis Utilizing Quantitative Risk Assessment", *Journal of Petroleum Science y Engineering*, Special Issue on Wellbore Stability, B. S. Aadnoy y S. Ong, eds.
- Mouchet, J. P. y A. Mitchell, *Abnormal pressures while drilling*, Elf Aquitaine Manuels Techniques, 2, 1989. p. 255.
- Mroz, Z. y P. Nawrocki "Deformation y Stability of an Elasto-Plastic Softening Pillar." En *Rock Mechanics y Rock Engineering* 22: 1989. p. 69-108.
- Nolte, K.G. y M.J. Economides, *Fracturing diagnosis using pressure analysis, in Reservoir Simulation*, M.J. Economides y K.G. Nolte, Editors. Prentice Hall: Englewood Cliffs, N.J. 1989,
- Nur, A. M. y Z. Wang, "Seismic and acoustic velocities in reservoir rocks", en *Experimental studies*, Geophysics Reprint Series 10, ed. F. K. Levin, Soc. Expl. Geophys., Tulsa, OK., 1989. p.405.
- Ottesen, S., R.H. Zheng, y R.C. McCann, "Wellbore Stability Assessment Using Quantitative Risk Analysis", en *SPE/IADC 52864*, Marzo, 1999.
- Papanastasiou, P., M. Thiercelin, J. Cook, y D. Durban,. *Behavior y Stability Analysis of a Wellbore Embedded in an Elastoplastic Medium, in Rock Mechanics*. N. Laubach, ed., Balkema, Rotterdam: 1994. p. 209-216.
- Peska, P., y M. D. Zoback. "Compressive y tensile failure of inclined wellbores y determination of *in situ* stress y rock strength" en *Journal. Geophys. Res.*, 1995, p 12,791–12,811.
- Plumb, R. A., y S. H. Hickman, "Stress-induced borehole elongation—A comparison between the four-arm dipmeter y the borehole televiewer in the Auburn geothermal well", en *Journal. Geophys. Res.*, 90, 1985. p. 5513–5521.

- Raaen, A.M., y M. Brudy, "Pump-in/Flowback Tests Reduce the Estimate of Horizontal in-Situ Stress Significantly", en *2001 SPE Annual Technical Conference y Exhibition, New Orleans*, 30 Septiembre-3 Octubre, SPE 71367. 2001.
- Santarelli, F. J. y S. Carminati, "Do Shales Swell? A Critical Review of Available Evidence" en *SPE/IADC Drilling Conference*, Amsterdam, 28 Febrero-2 Marzo, 1995. SPE 29421.
- Schei, G., Fjaer, E. Detournay, C.J. Kenter, G.F. Fuh, y F. Zausa. "The scratch test: An attractive technique for determining strength y elastic properties of sedimentary rocks" en *SPE Ann. Tech. Conf. y Exhibition*, Dallas, 1-4 Octubre, 2000, SPE 63255.
- Schutjens, P.M.T.M., T.H. Hanssen, M.H.H. Hetteema, J. Merour, J. Ph. de Bree, J.W.A. Coremans, G. Helliesen, "Compaction-induced porosity/permeability reduction in systone reservoirs: Data y model for elasticity-dominated deformation" en *2001 SPE Annual Technical Conference y Exhibition*, New Orleans, Louisiana, 30 Septiembre-3 Octubre 2001, SPE 71337.
- Tan, C. P., y B. Wu, *Effects of chemical potential mechanism on CU triaxial y borehokle collapse tests on shales*, in *Rock Mechanics for Industry*, Amadei, Kranz, Scott, & Smeallie , eds, Balkema, Rotterdam. 1999.
- Van Oort, E., J. Nicholson, y J. D'Agostino, "Integrated Borehole Stability Studies: Key to Drilling at the Technical Limit y Trouble Cost Reduction" en *SPE/IADC Drilling Conference*, Amsterdam, The Netherlys, 17 Febrero-1 Marzo, 2001, SPE/IADC 67763.
- Ward, C.D. y M. Beique,. "How to identify Lost Circulation Problems with Realtime Pressure Measurement: Downhole Pressure Sensing heads off Deepwater Challenge" en *Offshore*, Aug. 29. 1999
- Ward, C.D. y R. Clark, *Bore hole ballooning diagnosis with PWD*, in *Workshop on Overpressure*. Pau, France.: Elf EP-Editions. 1998
- Willson, S.M., et al. "Drilling in South America: A wellbore stability approach for complex geologic conditions", en *SPE 53940*. in 6th LACPEC Conferencia, Caracas, Venezuela: Society of Petroleum Engineers. 1999
- Wiprut, D., y M. D. Zoback, "Constraining the full stress tensor in the Visund field, Norwegian North Sea: Application to wellbore stability and sy production" en *Int. Journal Rock Mech. & Min. Sci.*, 37, 2000. p. 317-336.

- Zheng, Z., J. Kemeny, y N. G. Cook, "Analysis of borehole breakouts" en *Journal Geophys. Res.*, 94, 1989. p. 7171–7182.
- Zoback, M. D., R. Apel, J. Baumgärtner, M. Brudy, R. Emmermann, B. Engeser, K. Fuchs, W. Kessels, H. Rischmüller, F. Rummel, y L. Vernik,. *Strength of continental crust y the transmission of plate-driving forces*, *Nature*, 365, 1993. p. 633–635.
- Zoback, M. D., D. Moos, L. Mastin, y R. N. Yerson, "Wellbore breakouts and in-situ stress" en *Journal Geophys. Res.* 90, 1985. p. 5523–5530.
- Zoback, M. L., M. D. Zoback, et al. "Global Patterns of Tectonic Stress" en *Nature* 341: 1989. p. 291-298.
- Zoback, M. D., y P. Peska, "In-situ stress y rock strength in the GBRN/DOE Pathfinder Well, South Eugene Isly, Gulf of Mexico" en *Journal Petroleum Technology*, Julio 1995, 1995. p. 582–585.
- Zoback, M.D., J. Townend, y B. Grollimund, "Steady-State Failure Equilibrium y Deformation of Intraplate Lithosphere" en *International Geology Review*, v. 44, 2002. p. 383-401.