



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE  
MÉXICO

**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**

---

---

**PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA**

**INSTITUTO DE INGENIERÍA**

**EVALUACIÓN DE MÉTODOS PARA ESTIMAR  
LA EXCENTRICIDAD DE ESTRUCTURAS A  
PARTIR DE PRUEBAS DINÁMICAS**

**T E S I S**

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:

**MAESTRO EN INGENIERÍA**

INGENIERÍA CIVIL – ESTRUCTURAS

P R E S E N T A :

ROBERTO CARLOS MENDOZA CARVAJAL

TUTOR:

**DR. JOSÉ ALBERTO ESCOBAR SÁNCHEZ**



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

**JURADO ASIGNADO:**

Presidente: DR. DAVID MURIÀ VILA  
Secretario: DR. ROBERTO GÓMEZ MARTÍNEZ  
Vocal: DR. JOSÉ ALBERTO ESCOBAR SÁNCHEZ  
1<sup>er</sup>. Suplente: DR. OSCAR LÓPEZ BÁTIZ  
2<sup>do</sup>. Suplente: M.I. GERARDO RODRÍGUEZ GUTIÉRREZ

Lugar donde se realizó la tesis:  
INSTITUTO DE INGENIERÍA, UNAM.

**TUTOR DE TESIS:**

---

DR. JOSÉ ALBERTO ESCOBAR SÁNCHEZ

## **AGRADECIMIENTOS**

A la Universidad Nacional Autónoma de México por permitirme ser parte de ella.

A la Facultad de Ingeniería por mi formación como profesionista.

A todos y cada uno de mis maestros por compartir su tiempo y conocimiento, además de darme grandes lecciones de vida.

Al Instituto de Ingeniería UNAM por todas las facilidades prestadas como becario.

Al Dr. David Murià Vila por su apoyo durante los estudios.

Al Dr. José Alberto Escobar Sánchez por dirigir este trabajo.

A los investigadores, Dr. David Murià Vila, Dr. Roberto Gómez Martínez, Dr. Oscar López Bátiz, Dr. José Alberto Escobar Sánchez y al M. en I. Gerardo Rodríguez Gutiérrez por sus valiosos comentarios y sugerencias al presente trabajo.

A mis amigos y colegas Baruo Daniel Aldama Sánchez, Carlos Alonso Cruz Noguéz, Carlos Humberto Huerta Carpizo, José Camargo Pérez, José Javier Ferretiz, Lizbeth Mendoza Reséndiz y Maritza Juárez Galiote con quién compartí información, dudas y conocimiento.

*Dedicada a  
mi familia  
y amigos*

## CONTENIDO

<b>RESUMEN</b> .....	II
<b>ABSTRACT</b> .....	II
<b>CONTENIDO</b> .....	III
<b>CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN</b> .....	1
<b>1.1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA</b> .....	1
<b>1.2. OBJETIVOS Y ALCANCES</b> .....	2
<b>CAPÍTULO 2. ANTECEDENTES</b> .....	3
<b>2.1. EXCENTRICIDAD EN ESTRUCTURAS</b> .....	3
<b>2.1.1. Centro de masa</b> .....	5
<b>2.1.2. Centro de torsión</b> .....	5
<b>2.1.3. Centro de cortante</b> .....	6
<b>2.1.4. Centro de rigidez</b> .....	6
<b>2.1.5. Excentricidad estática</b> .....	8
<b>2.1.5.1 Excentricidad de piso</b> .....	8
<b>2.1.5.2 Excentricidad de entrepiso</b> .....	9
<b>2.1.6. Excentricidad accidental</b> .....	9
<b>2.1.7. Excentricidad de diseño</b> .....	10
<b>2.2. PRUEBAS DINÁMICAS EN ESTRUCTURAS</b> .....	10
<b>2.2.1. Pruebas de vibración ambiental</b> .....	11
<b>2.2.2. Pruebas de vibración forzada</b> .....	11
<b>2.2.3. Registros sísmicos</b> .....	12
<b>2.2.4. Programa de instrumentación de estructuras</b> .....	12
<b>CAPÍTULO 3. CÁLCULO DE LA EXCENTRICIDAD EN EDIFICIOS MEDIANTE PRUEBAS DINÁMICAS</b> .....	14
<b>3.1. MÉTODO DE DE LA LLERA Y CHOPRA</b> .....	14
<b>3.1.1. Descripción</b> .....	14
<b>3.1.2. Metodología</b> .....	14
<b>3.2. MÉTODO DE GARCÍA, FARFÁN Y PARRA</b> .....	17
<b>3.2.1. Descripción</b> .....	17
<b>3.2.2. Metodología</b> .....	17
<b>3.3. MÉTODO DE SAFAK Y CELEBI</b> .....	19
<b>3.3.1. Descripción</b> .....	19
<b>3.3.2. Metodología</b> .....	19
<b>CAPÍTULO 4. EVALUACIÓN DE LOS MÉTODOS</b> .....	23
<b>4.1. MODELO MATEMÁTICO ESTUDIADO</b> .....	23
<b>4.2. EXCITACIÓN SÍSMICA</b> .....	24
<b>4.3. CÁLCULO DE LA RESPUESTA</b> .....	24

4.3.1.	Frecuencias circulares, períodos y frecuencias naturales de vibración.....	24
4.3.2.	Registros de aceleración.....	25
4.4.	<b>APLICACIÓN DE LOS METODOS</b> .....	27
4.5.	<b>SELECCIÓN DEL MÉTODO</b> .....	32
 <b>CAPÍTULO 5. APLICACIÓN</b> .....		34
5.1.	<b>EDIFICIO SHERMAN OAKS-13</b> .....	34
5.1.1.	Descripción e instrumentación .....	36
5.1.2.	Registros sísmicos .....	36
5.1.3.	Evaluación del CR.....	39
5.2.	<b>EDIFICIO NORTH HOLLYWOOD-20</b> .....	39
5.2.1.	Descripción e instrumentación .....	41
5.2.2.	Registros sísmicos .....	41
5.2.3.	Evaluación del CR.....	41
5.3.	<b>EDIFICIO LOS ÁNGELES-9</b> .....	44
5.3.1.	Descripción e instrumentación .....	44
5.3.2.	Registros sísmicos .....	45
5.3.3.	Evaluación del CR.....	46
 <b>CAPÍTULO 6. CONCLUSIONES</b> .....		49
 <b>REFERENCIAS</b> .....		<b>XX</b>
 <b>APÉNDICE A</b> .....		<b>XXX</b>
 <b>APÉNDICE B</b> .....		<b>XXXX</b>

## **RESUMEN**

Se presentan tres métodos para estimar la excentricidad existente en estructuras reales mediante pruebas dinámicas. Con la elaboración de un modelo de parámetros conocidos y la obtención de su respuesta en diferentes puntos, se obtuvo la información necesaria para la aplicación de cada uno de los métodos, con el fin de seleccionar el más conveniente de acuerdo a las prácticas de instrumentación realizadas en el mundo y los resultados obtenidos. Finalmente el método seleccionado se aplicó en tres estructuras reales y se obtuvo su excentricidad en dos direcciones.

## **ABSTRACT**

Three methods to estimate the excentricity of buildings by using dynamics test are presented. In order to selectionate the most convenient method in accordance with instrumentation practices made in the world and their results, a model of known parameters was elaborated and its response in diferents points were got. Finally the select method was applied to three buildings and its excentricity in two directions was got.

# CAPÍTULO 1

## INTRODUCCIÓN

### 1.1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Una respuesta torsional excesiva es una de las causas más importantes de daño o colapso de estructuras cuando se presenta un sismo de gran intensidad. En un edificio, sus pisos experimentan torsión y traslación simultáneamente, esto es debido a que se presenta el acoplamiento entre ambos movimientos.

El acoplamiento en los desplazamientos traslacional y angular en los edificios se produce, principalmente, por la asimetría en masas, rigideces y/o resistencias, debidas a las necesidades del edificio, al diseño asimétrico de miembros estructurales, incluyendo la ubicación de muros de escaleras y ejes secundarios o bien, a las incertidumbres introducidas del diseño a la construcción. Esto puede provocar problemas, sobre todo en estructuras de plantas irregulares, donde se pueden presentar grandes valores de excentricidad entre la localización de la línea de acción de la fuerza sísmica y la resistente. Esto puede originar solicitaciones mayores que aquellas con las que probablemente fue diseñado el edificio.

Generalmente, en los reglamentos de construcción, el diseño por torsión se basa en un análisis estático o en uno dinámico tridimensional (NTC-2004; Hsiung, *et al*, 2001; Escobar, *et al*, 2004; Marino y Rossi, 2004). En el análisis dinámico, el centro de masa (CM) de cada piso se debe mover una distancia denominada excentricidad accidental  $e_a$  de su posición original. El análisis estático consiste en la aplicación de las fuerzas laterales equivalentes a una distancia llamada excentricidad de diseño  $e_d$  a partir del centro de rigidez (CR).

La excentricidad de diseño está compuesta por la excentricidad estructural ( $e_s$ ) y la excentricidad accidental ( $e_a$ ). La excentricidad estructural es la distancia entre el punto de aplicación de la carga y aquel donde se concentra la fuerza resultante. La excentricidad accidental es un porcentaje de la mayor dimensión en planta de la estructura perpendicular a la dirección de aplicación del sismo.

Si se conoce la línea de acción de la resultante de las fuerzas laterales, el problema se reduce a la localización del centro de rigidez de cada piso y/o entrepiso.

Para determinar la ubicación del CR se presentan algunas dificultades. En primer lugar, existen varias definiciones. Su localización depende de la distribución de fuerzas laterales, además, es difícil determinar el CR de edificios de varios pisos. Determinar la ubicación del CR es importante no sólo para verificar la precisión de las suposiciones en los modelos, sino evaluar los efectos debidos a la torsión de la estructura. Lo anterior es importante en la evaluación de las estructuras existentes. Otra ventaja de encontrar la ubicación del CR es que se pueden transferir los registros de movimiento de la estructura a este punto y analizar los efectos de los movimientos de traslación y rotación separadamente.

La obtención de la posición del CR permite considerar apropiadamente los requisitos exigidos en el Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal vigente (NTC-2004).

Es muy importante conocer la localización real del CR para determinar la excentricidad y con ello evaluar la verdadera magnitud de los efectos de torsión sobre las estructuras. Dadas las dificultades para su determinación, se aprovechan las ventajas de la instrumentación para su determinación.

El avance tecnológico en los instrumentos para la medición de registros y computadoras, permite que la instrumentación sea una alternativa para la evaluación de las estructuras. La instrumentación se usa para validar las hipótesis en los métodos de análisis y para determinar los parámetros que rigen el comportamiento de modelos teóricos así como su desarrollo.

Lo anterior da origen al presente trabajo en el que se estima la excentricidad en estructuras reales mediante el uso de registros obtenidos de pruebas dinámicas.

## **1.2. OBJETIVOS Y ALCANCES**

Los objetivos principales de este trabajo son:

- Evaluar los métodos encontrados para la determinación de la excentricidad real existente en edificios a partir de la información obtenida al realizar pruebas dinámicas sobre ellos.
- Elegir el método más adecuado para aplicarlo sobre edificios reales.

El primer objetivo se llevó a cabo mediante la elaboración de un modelo matemático de propiedades conocidas, sometido a una excitación también conocida del cual se obtiene su respuesta en diferentes puntos, tal como si se instrumentara en realidad, al aplicar los métodos se espera obtener los resultados conocidos.

El segundo objetivo tiene como fin elegir el método que proporcioné los mejores resultados de acuerdo a los programas de instrumentación usualmente realizados en nuestro país o bien hacer las recomendaciones pertinentes para implementar la metodología que permita obtener la excentricidad de los edificios además de las propiedades usualmente identificadas.

## CAPÍTULO 2

### ANTECEDENTES

#### 2.1. EXCENRICIDAD EN ESTRUCTURAS

Si existe asimetría en la geometría, rigidez, resistencia y/o distribución de la masa en la planta de una estructura, las cargas laterales dan lugar a la torsión al ser sometida a cargas laterales como las producidas por los sismos. Desde el punto de vista del diseño estructural es necesario conocer la magnitud de los efectos torsionales para poder satisfacer los requerimientos de esfuerzo y rigidez de los diferentes elementos resistentes. Los reglamentos de construcción actuales los toman en cuenta, considerando la aplicación de las fuerzas laterales equivalentes a una distancia  $e_d$  a partir del CR.

El momento de torsión en un piso se produce por la fuerza lateral y la distancia  $e_d$  que está en función de las rigideces de los elementos estructurales existentes, de la posición del centro de masa correspondiente y del sistema de cargas aplicado.

A continuación se presenta un resumen de algunos de los estudios realizados para la evaluación de los efectos de torsión en estructuras.

Cheung y Tso (1986) extendieron el concepto de excentricidad de edificios de un piso a edificios de varios pisos, definiendo la ubicación del CR de cada uno. Propusieron un método para la localización del CR y lo probaron en tres edificios, de los cuales obtuvieron la localización del CR por piso.

Damy y Alcocer (1987), propusieron un método para obtener las coordenadas del centro de torsión de los entresijos de edificios a partir de la matriz de rigidez del edificio y de la distribución de las fuerzas sísmicas.

Tso (1990) aclaró las dos alternativas en la aplicación del concepto de excentricidad estática (de piso y entresijo) y las aplicó a un edificio. Demostró que ambas definiciones llevan al mismo resultado del momento torsional.

Goel y Chopra (1992) propusieron un método para análisis de fuerzas laterales de edificios de plantas asimétricas sin necesidad de localizar el CR.

De la Llera y Chopra (1995) desarrollaron un procedimiento para incluir los efectos de la torsión accidental en el diseño sísmico de edificios. El procedimiento tiene ventajas sobre las especificadas en los procedimientos de análisis estático y dinámico para incluir la torsión accidental.

Poole (1977) consideró las recomendaciones de diseño por torsión del Reglamento de Construcción de Nueva Zelanda (NZS 4203:1976), describió las correcciones propuestas a las previsiones estáticas del código, dio paso a paso el procedimiento a seguir en estas y discutió el uso del análisis modal.

Escobar y Ayala (1998) realizaron un estudio de comportamiento sísmico de estructuras asimétricas con comportamiento no lineal y propiedades aleatorias. Se estudió la respuesta estructural de modelos de un solo piso diseñados con diferentes criterios.

Harasimowicz y Goel (1998) realizaron una investigación de la variación de los resultados al usar varios centros de referencia para la estimación de la torsión y evaluar cuál de estos permite obtener los resultados de acuerdo con el análisis dinámico. Para esto, estudiaron la respuesta de un edificio torsionalmente rígido, otro flexible y uno intermedio entre los extremos.

Makarios y Anastassiadis (1998) analizaron la existencia o inexistencia de un eje elástico, siguiendo el criterio de torsión óptima definieron un eje elástico ficticio para cada caso de edificios regulares en elevación.

De la Colina (1999) estudió mediante un análisis no lineal de un sistema, con elementos resistentes en dos direcciones perpendiculares, los efectos de los factores de reducción sísmica, los factores  $\alpha$  y  $\delta$  usados para calcular la excentricidad, el período lateral inicial y la excentricidad inicial.

Hsiung, et al. (2001) desarrollaron un procedimiento para considerar la torsión accidental en el diseño de edificios. El método fue evaluado a partir de la medida del movimiento de doce edificios con planta nominalmente simétrica, durante el sismo de Northridge.

Shakib y Tohidi (2002) usaron un procedimiento estocástico en la evaluación de los efectos del componente rotacional de un sismo en la excentricidad accidental de edificios simétricos y asimétricos.

Samali, et al. (2003) investigaron las características dinámicas y respuesta de un modelo a base de marcos de cinco pisos y con una masa excéntrica usando una mesa vibradora, simulando cuatro diferentes movimientos del suelo. Examinaron la efectividad de los aisladores de neopreno y de núcleo de plomo en la protección de estructuras excéntricas.

Zárate, et al. (2003) hicieron una revisión del método para análisis por torsión sísmica estática. Discutieron algunas de sus características como el cálculo de excentricidad estática. Compararon el método de análisis estático propuesto por Goel y Chopra y el de Damy y Alcocer. Discutieron algunos aspectos del método sísmico estático y el modal espectral.

De la Colina (2004) presentó un estudio probabilista de la torsión accidental de edificios bajos, sometiéndolos a movimientos sísmicos del terreno en dos direcciones.

Dhiman y Sudhir (2004) extendieron la definición del centro de rigidez para edificios con diafragma de piso rígido a edificios asimétricos con pisos flexibles.

Escobar, et al. (2004) propusieron un método que reduce los cálculos en el diseño por torsión sísmica estática de edificios de varios pisos.

Escobar, et *al.* (2004) evaluaron cuatro diferentes propuestas para reducir la cantidad de cálculos por computadora de modelos tridimensionales de edificios por torsión sísmica estática. Los métodos fueron aplicados en dos estructuras de uno y cinco pisos con el propósito de compararlos.

Marino y Rossi (2004) evaluaron un eje de referencia, que en edificios de varios pisos, desempeña el mismo papel que el centro elástico (punto donde coinciden el centro de rigidez CR, centro de torsión CT y el centro de cortante CC) en edificios de un solo piso.

Shakib (2004) utilizó un enfoque estocástico de un análisis dinámico tridimensional, para evaluar la interacción suelo-estructura en edificios asimétricos en el dominio del tiempo, con propósito de evaluar la excentricidad dinámica de las recomendaciones de los reglamentos de diseño por sismo.

Marusic y Fajfar (2005) investigaron la respuesta sísmica elástica e inelástica, de una estructura de acero de varios pisos asimétrica en planta, bajo dos direcciones horizontales del movimiento del suelo.

Stathopoulos y Anagnostopoulos (2005) investigaron la respuesta inelástica de edificios excéntricos de varios pisos.

### 2.1.1. Centro de masa

El centro de masa del piso de un edificio, CM, se define como el centro de gravedad de las cargas verticales del mismo. En caso de que las cargas verticales presenten una distribución uniforme, el CM coincidirá con el centroide geométrico de la planta del piso. Es el punto donde se considera aplicada la fuerza sísmica horizontal que actúa en un piso de la estructura. (Zapata, 1993; Damy y Alcocer, 1987).

Las coordenadas  $x_{CM}$ ,  $y_{CM}$  del CM del  $j$ -ésimo piso se calculan como (Escobar, 2004):

$$x_{CM} = \frac{\sum P_i y_i}{\sum P_i} \quad (2.1)$$

$$y_{CM} = \frac{\sum P_i x_i}{\sum P_i} \quad (2.2)$$

donde  $P_i$  son las cargas verticales en el piso, y  $x_i$  y  $y_i$  son sus coordenadas respecto a un punto de referencia.

### 2.1.2. Centro de torsión

El centro de torsión, CT, de un piso es el punto que permanece fijo cuando la estructura esta sujeta a torsión. También se le conoce como centro de resistencia.

Para calcular las coordenadas  $x_{CT}$ ,  $y_{CT}$  del CT del piso, se pueden utilizar los cortantes directos de los elementos resistentes. Estos corresponden a la distribución de la fuerza cortante total  $V_j$  del entrepiso de acuerdo con la rigidez lateral,  $k_i$ , de cada elemento. Se pueden obtener al aplicar las fuerzas sísmicas laterales  $F_{xj}$  y  $F_{yj}$ , calculadas con un análisis sísmico estático o dinámico modal espectral, en los CM correspondientes, permitiendo únicamente la traslación pura de los pisos. Así, las coordenadas del CT se calculan como sigue:

$$x_{CT} = \frac{\sum (V_{dyi,j} - V_{dyi,j-1}) x_i}{F_{yj}} \quad (2.3)$$

$$y_{CT} = \frac{\sum (V_{dxi,j} - V_{dxi,j-1}) y_i}{F_{xj}} \quad (2.4)$$

donde  $V_{dx\ i,j}$  y  $V_{dy\ i,j}$  son los cortantes directos del  $i$ -ésimo elemento resistente; y  $x_i$ ,  $y_i$  son sus coordenadas respecto a un punto de referencia en las direcciones X e Y en el entrepiso  $j$ , respectivamente.

### 2.1.3. Centro de cortante

El centro de cortante, CC, de un entrepiso es el punto de aplicación de la fuerza cortante. Las coordenadas  $x_{CC}$  y  $y_{CC}$  del CC del  $j$ -ésimo entrepiso se calculan como (Escobar, 2004):

$$x_{CC} = \frac{\sum F_{yj} x_{CM}}{V_{yj}} \quad (2.5)$$

$$y_{CC} = \frac{\sum F_{xj} y_{CM}}{V_{xj}} \quad (2.6)$$

donde  $F_{xj}$  y  $F_{yj}$ , son las fuerzas sísmicas laterales aplicadas en CM;  $V_{xj}$  y  $V_{yj}$  son los cortantes del entrepiso  $j$  en las direcciones X e Y, respectivamente.

### 2.1.4. Centro de rigidez

Es el punto a través del cual la resultante de las fuerzas laterales actúa sin producir rotación del piso alrededor de un eje vertical.

Las coordenadas  $x_{CR}$ ,  $y_{CR}$  del CR se pueden calcular utilizando los cortantes directos como (Escobar, 2004):

$$x_{CR} = \frac{\sum (V_{dyi} x_i)}{V_{yj}} \quad (2.7)$$

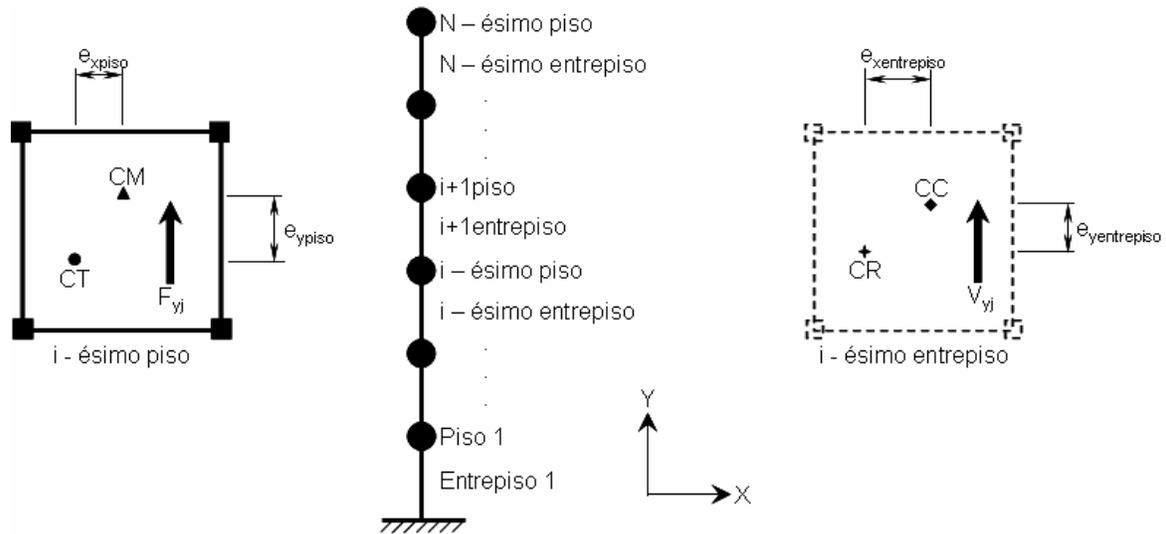
$$y_{CR} = \frac{\sum(V_{dx_i} y_i)}{V_{x_j}} \tag{2.8}$$

o mediante las rigideces de los elementos resistentes como (Escobar, 2004):

$$x_{CR} = \frac{\sum(k_i x_i)}{\sum k_i} \tag{2.9}$$

$$y_{CR} = \frac{\sum(k_i y_i)}{\sum k_i} \tag{2.10}$$

En edificios de un piso, los centros anteriormente mencionados CR, CT y CC se encuentran en un mismo punto en planta, este punto recibe el nombre de centro elástico (Tso, 1990; Makarios y Anastasiadis, 1998; Marino y Rossi, 2004). Por error o desconocimiento, estos términos son usados indiferentemente en la práctica. En la figura 2.1 se muestra la ubicación del CM, CT, CC y CR así como las dos definiciones de excentricidad estática existentes en un edificio de varios niveles.



**Fig 2.1. CM, CT, CC, CR, excentricidad de piso y entrepiso en un edificio de varios niveles**

El concepto de CR, surge de la consideración del comportamiento de estructuras de un solo piso con diafragma de piso rígido. En estricto sentido, no puede ser definido para edificios de varios pisos, sólo para cierta clase de edificios con características especiales (Cheung y Tso, 1986). Para los edificios de varios pisos no existe una definición única de CR aceptada, así, se conocen las siguientes:

En una interpretación Humar (1984) define el CR de un piso como el punto en el que, la resultante de las fuerza laterales actúa sin producir rotación, los otros pisos, pueden o no rotar.

Poole (1987) definió el CR de un piso como el sitio donde se ubica la resultante de las fuerzas cortantes resistentes de los elementos resistentes del mismo. Cuando la estructura está sujeta a cargas estáticas laterales no existe rotación en ninguno de los pisos.

Cheung y Tso (1986) definieron el CR generalizado de un edificio de varios pisos como el conjunto de puntos localizados en los pisos, en los cuales, al pasar una distribución de fuerza laterales a través de ellos, no causarían movimientos rotacionales en ninguno de estos con respecto a un eje vertical.

Esta última definición es una extensión del concepto de excentricidad para edificios de varios pisos e indica que dado un conjunto de cargas laterales, se puede determinar un conjunto de puntos que satisfagan la definición del CR. Este conjunto de puntos es dependiente de la distribución de carga. Para calcular el momento torsional mediante la excentricidad de piso, se puede definir el centro de rigidez instantáneo (Tso, 1990, Marino y Rossi, 2004), mismo que se utilizara en este estudio.

Una manera simple, pero no estrictamente correcta para determinar el centro de rigidez instantáneo, consiste en estimar la rigidez de los elementos resistentes laterales por piso, suponiendo que cada uno de ellos se tratará como un edificio de un solo piso (ecuaciones 2.7 y 2.8). Lo anterior produce el uso intercambiado del término centro de rigidez y centro de torsión o de resistencia.

De aquí en adelante se utilizará indistintamente CT y CR ambos deberán entenderse como el centro de rigidez instantáneo.

### 2.1.5. Excentricidad estática

Debido a los conceptos anteriores en el diseño por torsión sísmica estática de edificios de varios pisos existen dos definiciones de excentricidad estática para calcular el momento torsionante (fig 2.1). Cabe mencionar que mediante la aplicación de cada definición, se obtiene la misma distribución del momento torsional (Tso, 1990; Escobar, *et al*, 2004).

La excentricidad estática es la distancia entre el punto de aplicación de la carga y aquel donde se concentra la fuerza resultante.

En cierta forma, la excentricidad estática señala que pueden existir efectos de acoplamiento entre la respuesta lateral y torsional por la falta de simetría en planta de las estructuras. Las dos definiciones de excentricidad estática se describen a continuación.

#### 2.1.5.1. Excentricidad de piso

Es la distancia entre el CM, y el correspondiente CT para cada una de las direcciones X e Y de la estructura, esto es:

$$e_s = x_{CM} - x_{CT} \quad \text{ó} \quad e_s = x_{CT} - x_{CM} \quad (2.11)$$

$$e_s = y_{CM} - y_{CT} \quad \text{ó} \quad e_s = y_{CT} - y_{CM} \quad (2.12)$$

El momento de torsión del j-ésimo piso para cada una de las direcciones X e Y de la estructura será:

$$T_j = F_{x_j} e_s \quad (2.13)$$

$$T_j = F_{y_j} e_s \quad (2.14)$$

El momento de torsión de entrepiso se obtiene sumando los momentos torsionantes de todos los pisos que se encuentran sobre éste. Así, el momento torsionante del j-ésimo entrepiso es:

$$M_j = \sum_{m=j}^n T_m \quad (2.15)$$

### 2.1.5.2. Excentricidad de entrepiso

Es la distancia entre el CC, y el CR, de cada una de las direcciones X e Y de los entrepisos esto es:

$$e_s = x_{CC} - x_{CR} \quad \text{ó} \quad e_s = x_{CR} - x_{CC} \quad (2.16)$$

$$e_s = y_{CC} - y_{CR} \quad \text{ó} \quad e_s = y_{CR} - y_{CC} \quad (2.17)$$

Con esta definición, el momento de torsión de entrepiso se obtiene directamente como el producto de la fuerza cortante y la excentricidad de entrepiso. Así, el momento torsionante del i-ésimo entrepiso para cada una de las direcciones ortogonales X e Y será:

$$M_j = V_j e_s \quad (2.18)$$

El concepto de excentricidad estática, originalmente se derivó de edificios de un solo piso con diafragma rígido, por ello, al aplicarlo a estructuras con varios pisos se genera confusión. En el sentido tradicional, la excentricidad es una medida de la asimetría de una estructura, por lo tanto, es una propiedad estructural y es independiente de la carga aplicada. Para estructuras de varios pisos esto cambia, ya que para las dos definiciones de excentricidad estática, esta depende de la estructura y de la distribución lateral de cargas.

Para el presente trabajo se usará la definición de excentricidad de piso, que se define como la distancia entre el centro de rigidez instantáneo y el centro de masa del piso. Esto debido a que la excentricidad de piso es más sensible a la distribución de cargas que la de entrepiso (Tso, 1990), y en el caso de un sismo, esta distribución es variable en cada piso de acuerdo a la excitación. Además de que la instrumentación de edificios se realiza generalmente a nivel de piso.

### 2.1.6. Excentricidad accidental

La excentricidad accidental se estima como un porcentaje  $\beta$  de la dimensión máxima b en planta del piso medida en dirección perpendicular al sismo. En los reglamentos de diseño

sísmico se considera como un incremento en los valores nominales de la  $e_s$  debido a la combinación de los siguientes efectos (Zapata, 1993):

- Propagación de ondas que provocan movimiento torsional del terreno
- Incertidumbre en la distribución en planta de rigideces, masas y resistencias
- Diferencias de acoplamiento entre la cimentación y el suelo de desplante

El valor del coeficiente de torsión accidental  $\beta$ , varía de 0.05 para estructuras flexibles a 0.1 para las más rígidas. Con esto se toma en consideración los efectos mencionados. (Rosenblueth, 1979).

### 2.1.7. Excentricidad de diseño

La excentricidad de diseño, tiene un formato similar en los actuales códigos de diseño sísmico de diversos países. Involucra factores que modifican la excentricidad estructural para así resolver un problema dinámico mediante uno estático equivalente. La forma común de estas expresiones es:

$$e_d = \alpha e_s + \beta b \quad (2.19)$$

$$e_d = \delta e_s - \beta b \quad (2.20)$$

Los factores,  $\alpha$  y  $\delta$ , representan la amplificación que se produce por efectos dinámicos y consideran las diferencias entre los resultados de los métodos estáticos y dinámicos de análisis.

En México los valores de  $\alpha$ ,  $\delta$  y  $\beta$  son 1.5, 1 y 0.1 respectivamente (NTC-2004). Como excentricidad de diseño se utiliza la que ocasione los efectos más desfavorables en cada uno de los elementos resistentes.

## 2.2. PRUEBAS DINÁMICAS EN ESTRUCTURAS

A lo largo de la vida útil de una estructura se pueden presentar eventos que modifiquen su comportamiento estructural, como puede ser el deterioro de los materiales, sismos, remodelaciones, etc. Con el objetivo de lograr un piso de seguridad adecuado contra fallas estructurales, así como un comportamiento aceptable en condiciones normales de operación, es conveniente revisar la integridad de una estructura mediante un programa de mantenimiento periódico que permita tener un conocimiento completo y actualizado de su comportamiento estructural.

Para lograr esta tarea, se utilizan las pruebas de vibración ambiental, pruebas de vibración forzada, pruebas de vibración libre (pruebas de tracción) y medición de la respuesta sísmica de estructuras. La identificación de características dinámicas en estructuras por medio de pruebas de campo, es una actividad que cobra importancia en el campo de la ingeniería civil. Mediante estas pruebas, pueden identificarse parámetros estructurales como: flexibilidad, módulos de

Young, parámetros modales (frecuencia natural, forma modal, relación de amortiguamiento, etc.

Las pruebas de campo también son de gran ayuda para mejorar o actualizar los modelos analíticos de las estructuras, calibrar los programas de análisis y criterios de diseño y simulaciones de otras estructuras. Así, ayudan a reducir las diferencias entre los sistemas estructurales construidos y los modelos de su análisis, además, ayudan a la detección de daño y control de una estructura (Jaimes, 2005; Galiote, 2006).

### **2.2.1. Pruebas de vibración ambiental**

Las pruebas de vibración ambiental consisten en registrar las vibraciones en las estructuras producidas por el tránsito de vehículos, el viento, microtemblores y varias fuentes periódicas y aleatorias. El equipo con el que se realizan es ligero y se requiere un número reducido de operadores. Son relativamente simples y rápidas de realizar, además de que no interfieren en las actividades normales que se realizan en las estructuras.

Estas pruebas describen el comportamiento lineal de las estructuras, ya que generalmente, las amplitudes de vibración son pequeñas. Pueden ser usadas para describir el comportamiento elástico de estructuras dañadas, ayudar en el desarrollo y la calibración de modelos estructurales y algoritmos de análisis, en el control estructural y de seguridad durante y después de la construcción, en el estudio de la variabilidad en la respuesta de edificios similares con respecto a diferentes condiciones de suelo y tipo de excitación.

Uno de los usos más frecuentes de las pruebas de vibración ambiental, es la identificación de los parámetros dinámicos más relevantes de la estructura como las frecuencias naturales y las formas modales de vibración.

### **2.2.2. Pruebas de vibración forzada**

Una prueba de vibración forzada es más difícil de realizar que una de vibración ambiental. El equipo requerido (generador de vibraciones con consola de controles, pesos, grabadores, acelerómetros y cables) es más pesado y las pruebas requieren más tiempo que las de vibración ambiental. En las pruebas de vibración forzada, la estructura se excita a partir de un estado estable de vibración con uno o más vibradores controlando su velocidad. Los generadores de vibración esencialmente proporcionan un movimiento senoidal horizontal en una sola dirección con amplitud y frecuencia controladas. Estos no necesariamente tienen la capacidad de excitar a resonancia todos los modos significativos una estructura.

Las pruebas de vibración forzada requieren fuerzas grandes para producir una respuesta útil (amplitudes máximas en las estructuras). El generador de vibración usualmente se localiza en la azotea del edificio. Esto permite una excitación más prominente de los modos de vibrar que tienen grandes amplitudes en los pisos más altos de la estructura. Además, el paso de las ondas propagándose a través de la estructura es diferente en el caso del movimiento del terreno ante

un sismo, ruido ambiental ó excitación del viento. La interpretación de los resultados obtenidos a partir de estas pruebas debe de tomar en cuenta estas diferencias.

### **2.2.3. Registros sísmicos**

El objetivo principal de un programa de instrumentación sísmica para sistemas estructurales es promover el conocimiento del comportamiento y daño potencial de las estructuras sometidas a cargas sísmicas intensas. Esto podrá alcanzarse a través del desarrollo de una red integrada que mida la fuente sísmica transmitiendo los movimientos del suelo y la respuesta estructural. Estas medidas pueden correlacionarse con observaciones del desempeño de las estructuras para evaluar los criterios de diseño y prácticas de construcción actuales, e incluso modificarlos en orden de minimizar el daño de edificios durante futuros sismos.

### **2.2.4. Programa de instrumentación de estructuras**

Un programa de instrumentación de estructuras debe proporcionar información idónea para reconstruir la respuesta de una estructura con suficiente detalle, para compararla con la predicha mediante modelos matemáticos y lo observado en laboratorios. El objetivo es mejorar los modelos matemáticos de las estructuras para lograr un mejor entendimiento de las mismas. Además, los datos obtenidos de la instrumentación deben permitir explicar las razones de cualquier daño en la estructura.

Específicamente, la buena instrumentación de una estructura es la que tiene un grupo completo de instrumentos que proporcionen información útil para:

- Verificar la adecuación del modelo dinámico en el intervalo de comportamiento elástico
- Determinar la importancia del comportamiento no-lineal en la respuesta global y local de la estructura.
- Determinar los efectos del comportamiento no-lineal en las características dinámicas y el amortiguamiento de la estructura.
- Correlacionar el daño con el comportamiento estructural inelástico
- Determinar los parámetros del movimiento del suelo que correlacionan la respuesta de la estructura ante el daño causado en sus elementos resistentes
- Hacer recomendaciones para mejorar los reglamentos de diseño sísmico
- Facilitar decisiones para reforzar el sistema estructural así como los elementos de las estructuras
- Evaluación y mejora de estrategias de diseño por sismo así como métodos para predecir el comportamiento de estructuras ante estas excitaciones.
- Evaluar la seguridad inmediata siguiendo el daño de la estructura debida a sismos intensos.

Algunos estudios donde se utilizan pruebas dinámicas para la identificación de propiedades de estructuras reales son los siguientes.

Trifunac (1972) comparó las pruebas de vibración ambiental y las de vibración forzada en dos edificios. Obtuvo que ambas pruebas proporcionaron resultados consistentes.

Reyes y Luco (1991) realizaron pruebas de vibración ambiental en un edificio de ocho pisos y obtuvieron sus frecuencias de vibración, amortiguamientos y formas modales, además determinaron los efectos de interacción suelo-estructura.

Murià Vila y González (1995) establecieron recomendaciones básicas para identificar las propiedades dinámicas de edificios a partir de mediciones de vibración ambiental y registros sísmicos. Obtuvieron las propiedades dinámicas de 60 edificios de la ciudad de México.

Heredia y Esteva (1998) propusieron un criterio para tomar decisiones con respecto a la localización óptima del número de sensores para registrar la respuesta sísmica de las estructuras con el propósito de identificación de parámetros estructurales. Los resultados fueron usados para conocer la influencia de la duración de los registros, el ruido en los registros, y el contenido y amplitud de frecuencias en el movimiento del terreno.

Huang y Lin (2000) presentaron un procedimiento para determinar las frecuencias naturales, amortiguamientos y formas modales de una estructura mediante vibración ambiental, vibración libre y respuesta sísmica. La factibilidad del método fue demostrada en tres estructuras reales.

Murià Vila, et al. (2000) evaluaron las incertidumbres en la estimación de las frecuencias naturales de edificios en la ciudad de México. Compararon frecuencias experimentales y analíticas.

Murià Vila, et al. (2001) estudiaron las características principales de la respuesta sísmica de un edificio y su interacción con el suelo sujeto a sismos pequeños o moderados.

Brownjohn (2003) realizó pruebas de vibración ambiental en dos torres de oficinas, explicó la metodología para obtener las frecuencias y formas modales de estas estructuras y describió dos métodos experimentales.

El uso de las pruebas dinámicas ha ido en aumento y ha sido variado, Ivanovic, et al, (2000) hicieron una revisión detallada de este tipo de pruebas, desde sus orígenes hasta la actualidad.

En ninguno de los estudios anteriormente mencionados se trata el uso de las pruebas dinámicas para evaluar la excentricidad en las estructuras. El siguiente capítulo tiene como objetivo mencionar algunos métodos que sí lo hacen.

## CAPÍTULO 3

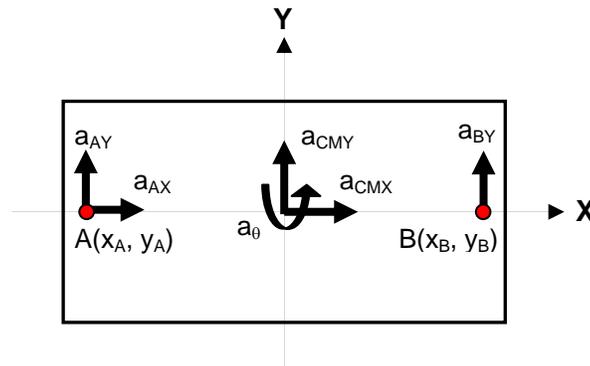
### CÁLCULO DE LA EXCENTRICIDAD EN EDIFICIOS MEDIANTE PRUEBAS DINÁMICAS

#### 3.1. MÉTODO DE DE LA LLERA Y CHOPRA

##### 3.1.1. Descripción

De la Llera y Chopra (1993) propusieron un método para evaluar la excentricidad accidental a partir del análisis de movimientos inducidos por sismo en edificios nominalmente simétricos. El método se utilizó para analizar el movimiento de tres edificios instrumentados durante sismos ocurridos en California, EUA. Se determinó la excentricidad accidental de los tres edificios y se comparó con la especificada en el reglamento de construcción del lugar. Se demostró que los requerimientos relativos a los efectos de torsión, de dicho reglamento de construcción son suficientes para los tres edificios.

La excentricidad accidental se determinó directamente de los registros de aceleración del piso, obtenidos en dos puntos cualesquiera de la estructura. Se consideró la hipótesis de un sistema de piso infinitamente rígido. Para la aplicación del método, son necesarios tres registros en dos direcciones perpendiculares  $a_{AX}(t)$ ,  $a_{AY}(t)$  y  $a_{BY}(t)$  (fig 3.1). Los componentes de la aceleración  $a_{CMX}(t)$  y  $a_{CMY}(t)$  en el CM del piso y la aceleración torsional del diafragma de piso  $a_{\theta}(t)$  (fig 3.1), fueron determinados mediante una transformación geométrica de los registros de aceleración del piso (Taborda, 2003).



**Fig 3.1. Registros de aceleración y aceleraciones en el CM en el j-ésimo piso de una estructura**

##### 3.1.2. Metodología

Las fuerzas cortantes y los momentos de torsión se determinan mediante estática simple, a partir de las fuerzas de inercia de piso en donde se conoce la masa y el registro de aceleraciones del piso, esto es (De la Llera y Chopra, 1993):

$$V_{X_j}(t) = \sum_{i=j}^N m_i a_{CMX_i}(t) \quad (3.1)$$

$$V_{Y_j}(t) = \sum_{i=j}^N m_i a_{CMY_i}(t) \quad (3.2)$$

$$T_j(t) = \sum_{i=j}^N m_{ri} a_{\theta_i}(t) \quad (3.3)$$

donde  $a_{CMX_i}(t)$  y  $a_{CMY_i}(t)$  son los componentes de la aceleración en la dirección X e Y respectivamente en el CM;  $a_{\theta_i}(t)$  es la aceleración torsional del diafragma;  $m_i$  la masa;  $m_{ri}$  la masa rotacional, todos ellos para el i-ésimo piso;  $V_{X_j}(t)$  y  $V_{Y_j}(t)$  son el cortante en la dirección X e Y; y  $T_j(t)$  el momento de torsión ambos en el j-ésimo piso.

Finalmente, la historia de la excentricidad accidental instantánea en cada piso para cada dirección se calculó como:

$$e_{a_{X_j}}(t) = \frac{T_j(t)}{V_{Y_j}(t)} \quad (3.4)$$

$$e_{a_{Y_j}}(t) = \frac{T_j(t)}{V_{X_j}(t)} \quad (3.5)$$

El procedimiento para calcular la historia de excentricidad accidental instantánea en la dirección X es el siguiente:

- Obtener los componentes de la aceleración en el CM y la aceleración angular del diafragma de piso mediante transformaciones geométricas a partir de los registros de la instrumentación (Taborda, 2003)
- Calcular el cortante en la dirección Y con la ecuación (3.2)
- Calcular el momento de torsión con la ecuación (3.3)
- Calcular la excentricidad accidental instantánea en la dirección X, como el cociente del momento de torsión y el cortante en la dirección Y (ecuación 3.4)

El cálculo de la excentricidad accidental en la dirección Y se hace de manera análoga, sólo hay que intercambiar el cortante en la dirección Y por el de la dirección X (ecuación 3.5). El método se ilustra mediante su diagrama de flujo en la fig 3.2.

De la historia de excentricidad accidental instantánea en cada dirección  $e_{a_{X_i}}$  y  $e_{a_{Y_i}}$ , resulta de particular interés, el valor máximo. Con él, se puede obtener la excentricidad nominal  $e/b$ , que es un requisito de regularidad establecido en las NTC de diseño por sismo (NTC-2004).

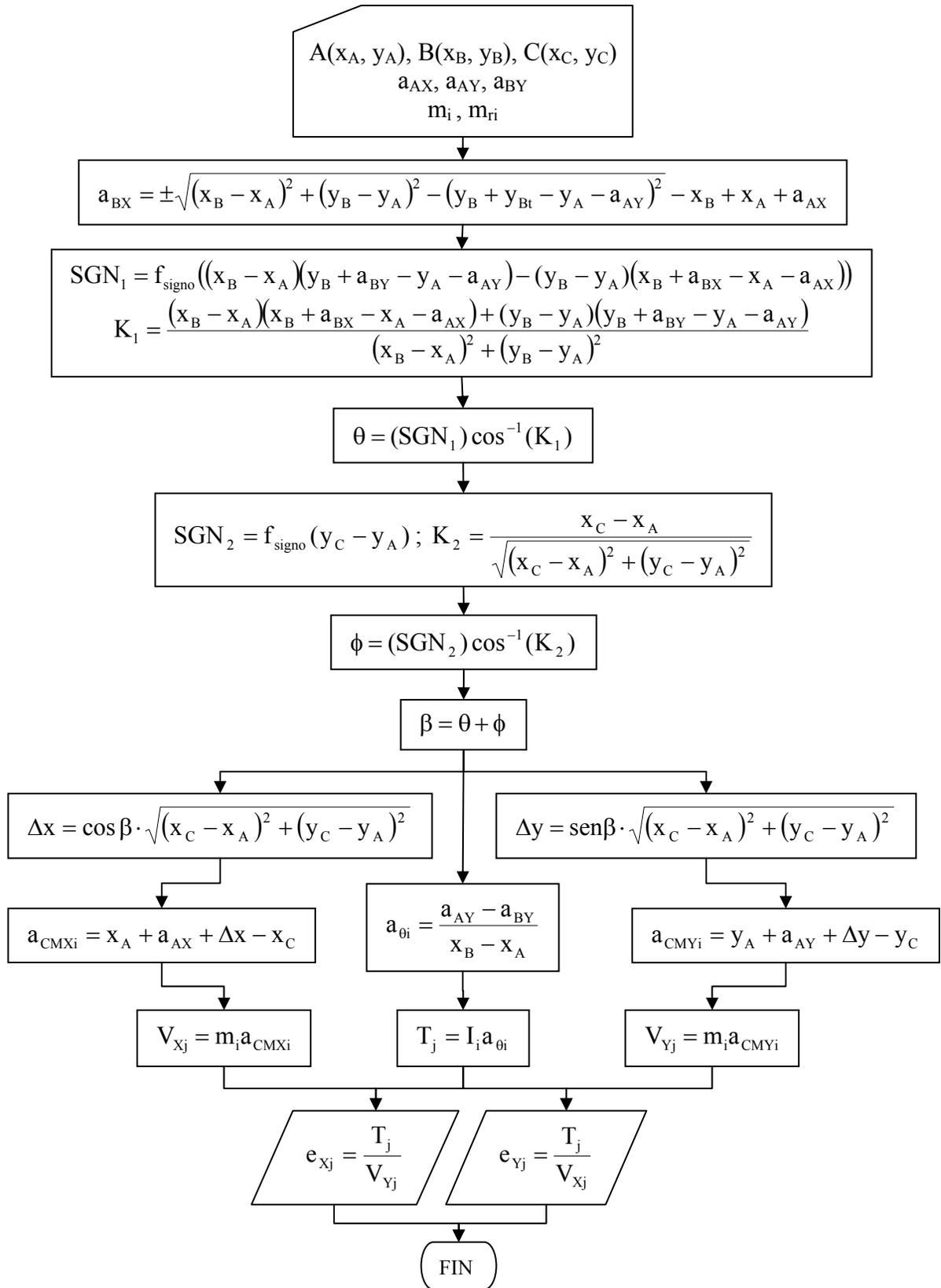


Fig 3.2. Diagrama de flujo del método de De la LLera y Chopra (1993)

## 3.2. MÉTODO DE GARCÍA, FARFÁN Y PARRA

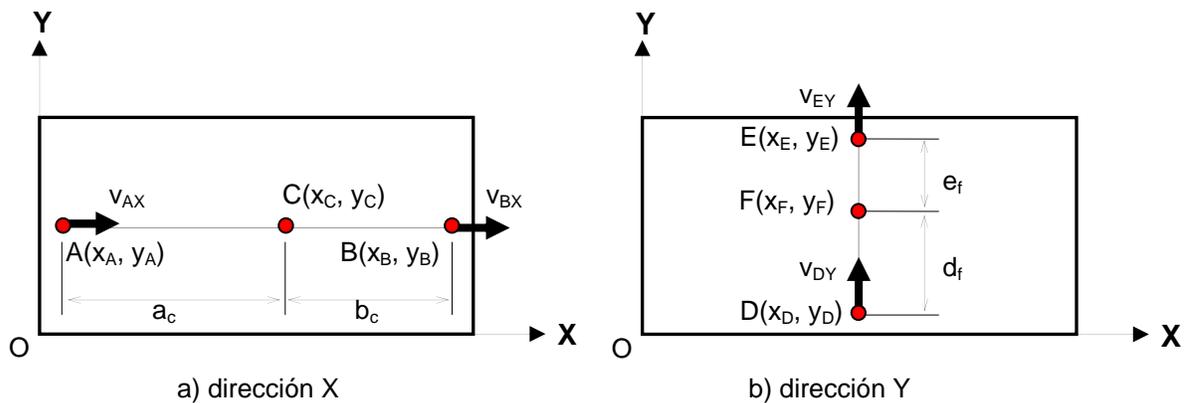
### 3.2.1. Descripción

García et al, presentaron en 2001 un método para determinar los parámetros dinámicos de 40 edificios de la ciudad de Cuenca, Ecuador. Lo hicieron estudiando su respuesta dinámica ante vibraciones ambientales. Determinaron el CR y su influencia en el comportamiento de las estructuras. Mediante la comparación con modelos matemáticos, obtuvieron conclusiones sobre sus sistemas constructivos. Encontraron valores de la excentricidad estructural excesiva. Esto como consecuencia de la falta de un control adecuado en el diseño y en la construcción de los edificios, además de estructuras con losas planas muy irregulares.

Para el cálculo del CR usaron la definición en la que el CR en planta de un edificio, es un punto donde aplicada una fuerza, el edificio sólo se desplaza y no rota, por lo que este punto tiene el menor desplazamiento posible con respecto a cualquier otro en la planta de la estructura.

### 3.2.2. Metodología

Para el cálculo del CR se registró el movimiento de las estructuras por medio de sensores de velocidad (geófonos). Estos fueron orientados con los ejes principales de la planta de la azotea (fig 3.3). Se midió la planta de las estructuras y las coordenadas de los puntos donde fueron colocados los geófonos.



**Fig 3.3. Ubicación de los sensores de velocidad en planta para la determinación del CR**

La información adquirida por los instrumentos, se sometió a un proceso por medio del cual se obtuvieron historias de desplazamiento a partir de las de velocidad mediante un programa de procesamiento de señales.

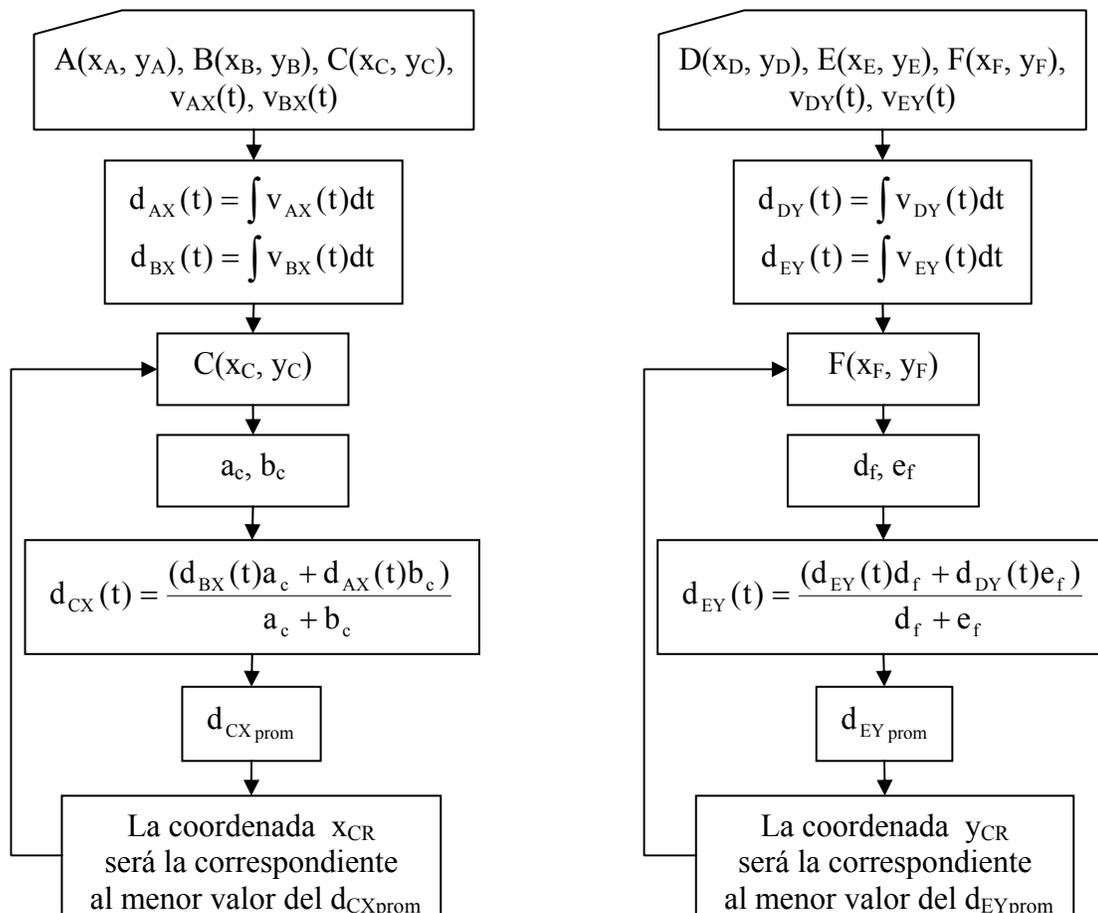
Si existe el registro de desplazamiento lineal en dos puntos de la planta de una estructura (fig 3.3), el desplazamiento en cualquier punto C, ubicado entre los puntos A y B (fig 3.3a), se puede obtener mediante interpolación lineal como:

$$d_{CX}(t) = \frac{(d_{BX}(t)a_c + d_{AX}(t)b_c)}{a_c + b_c} \quad (3.6)$$

donde  $a_c$  y  $b_c$  son la distancia desde el punto C a los puntos A y B respectivamente. Si se determina el desplazamiento por medio de todos los puntos  $d_{CX}(t)$ , el CR corresponde al que tenga el menor valor, debido a la definición empleada, este punto es el que tiene el menor desplazamiento posible con respecto a cualquier otro punto en planta de la estructura.

El procedimiento para calcular la coordenada en la dirección X del CR es el siguiente:

- Calcular la historia de desplazamientos en dos puntos de la estructura en la dirección X. Esto se hace mediante la integración de su historia de velocidades obtenida partir de la instrumentación
- Calcular la historia de desplazamientos de cualquier punto C que se encuentre entre los puntos A y B mediante la ecuación (3.6)
- Calcular el promedio de la historia de desplazamientos en el punto C
- Seleccionar el valor de  $x_{CR}$  que corresponda al mínimo valor del desplazamiento promedio



**a) dirección X** **b) dirección Y**  
**Fig 3.4. Diagrama de flujo del método de García, Farfán y Parra (2001)**

Para la coordenada del CR en la dirección Y se sigue un procedimiento análogo. La metodología se puede observar en el diagrama de flujo de la fig 3.4b.

La instrumentación de edificios mediante geófonos, no es utilizada con frecuencia en México.

### 3.3. MÉTODO DE SAFAK Y CELEBI

#### 3.3.1. Descripción

Safak y Celebi (1990) propusieron un método para estimar el CR de edificios usando registros de vibración. Presentaron un ejemplo de aplicación mediante registros de vibración ambiental y otro con registros sísmicos. Obtuvieron las coordenadas X e Y del CR en azotea de cada edificio y calcularon la aceleración traslacional y rotacional en el CR.

El método se basa en que la coherencia entre los movimientos de traslación y los de rotación es mínima en el CR, debido a que se encuentran desacoplados. Los movimientos de traslación no están correlacionados con los de rotación, en términos estadísticos, esto significa una correlación cruzada nula. Por los posibles errores existentes en las mediciones, propusieron que en el CR la correlación cruzada de los movimientos de traslación y rotación sea mínima.

#### 3.3.2. Metodología

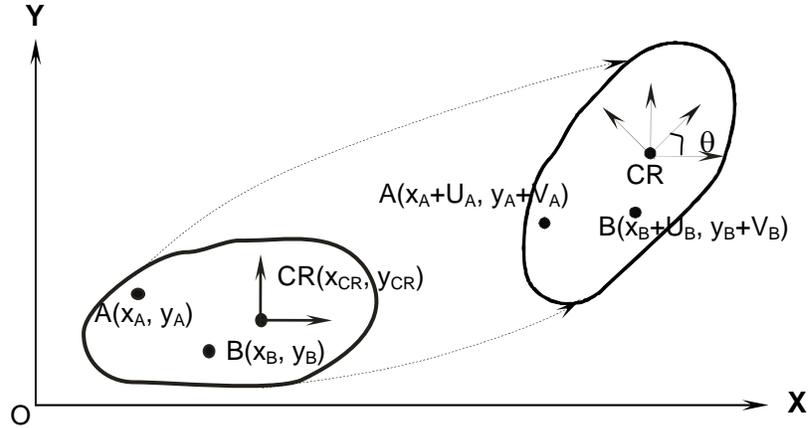
Las mediciones deben satisfacer las siguientes condiciones (Safak y Celebi, 1990):

- Se requieren tres historias de aceleración en dos puntos diferentes
- Las mediciones deben realizarse por lo menos en dos direcciones ortogonales diferentes en un plano horizontal
- Las direcciones de las mediciones no deben intersecarse en un punto, ni ser todas paralelas

Safak y Celebi consideraron un cuerpo rígido en un sistema cartesiano fijo con un punto A con coordenadas  $x_A$  y  $y_A$  cuando se encuentra en reposo. Al iniciar el movimiento, las coordenadas de A se pueden denotar como  $x_A + U_A$  y  $y_A + V_A$ , donde  $U_A$  y  $V_A$ , son los desplazamientos de A en cualquier instante dado en la dirección X e Y respectivamente (fig 3.5). El movimiento de A se puede expresar en términos de dos desplazamientos,  $U_0$  y  $V_0$  en la dirección X e Y respectivamente y una rotación,  $\theta$ , alrededor de un eje perpendicular al plano formado por los ejes X e Y. Mediante una transformación de coordenadas, la relación entre el movimiento del punto A y el del cuerpo rígido se establece como (Safak y Celebi, 1990):

$$U_A = U_0 + x_A (\cos \theta - 1) - y_A \sin \theta \quad (3.7)$$

$$V_A = V_0 + x_A \sin \theta + y_A (\cos \theta - 1) \quad (3.8)$$



**Fig 3.5. Movimiento en dos direcciones de un cuerpo rígido**

Para ángulos de rotación pequeños ( $\text{sen}\theta \approx \theta$  y  $\text{cos}\theta \approx 1$ ), que generalmente es el caso de los edificios, las ecuaciones (3.8) y (3.9) se pueden escribir como:

$$U_A = U_0 - y_A \theta \quad (3.9)$$

$$V_A = V_0 + x_A \theta \quad (3.10)$$

Si se conocen  $U_A$  y  $V_A$  a través de mediciones,  $U_0$ ,  $V_0$  y  $\theta$  son desconocidas, para determinarlas, es necesaria una tercera ecuación, que es la medición en cualquier otro punto B, de coordenadas  $x_B$  y  $y_B$ , esto es:

$$U_B = U_0 - y_B \theta \quad (3.11)$$

Donde  $U_B$  es el desplazamiento de B en cualquier instante dado en la dirección X. Resolviendo las ecuaciones 3.10 a 3.12 para  $U_0$ ,  $V_0$  y  $\theta$  se obtiene (Safak y Celebi, 1990):

$$U_0 = U_A - y_A \frac{U_A - U_B}{y_A - y_B} = U_A + y_A \theta \quad (3.12)$$

$$V_0 = V_A - x_A \frac{U_A - U_B}{y_A - y_B} = V_A + x_A \theta \quad (3.13)$$

$$\theta = -\frac{U_A - U_B}{y_A - y_B} \quad (3.14)$$

Las ecuaciones (3.13) a (3.15) describen el movimiento en dos dimensiones del cuerpo en términos de traslaciones  $U_0$  y  $V_0$  y rotación  $\theta$ .

Las ecuaciones (3.13) y (3.14) se pueden expresar con respecto al CR de coordenadas  $x_{CR}$  e  $y_{CR}$ , como (Safak y Celebi, 1990):

$$U_{CR} = U_A + (y_A - y_{CR})\theta \quad (3.15)$$

$$V_{CR} = V_A - (x_A - x_{CR})\theta \quad (3.16)$$

donde  $U_{CR}$  y  $V_{CR}$ , son los desplazamientos del CR en cualquier instante dado en la dirección X e Y respectivamente.

Como se explicó en la descripción del método, las coordenadas  $x_{CR}$  y  $y_{CR}$  del CR corresponden al punto que provoque que la coherencia entre los movimientos de traslación y los de rotación sea mínima, es decir, que los valores de la correlación cruzada de  $U_{CR}$  con  $\theta$  y  $V_{CR}$  con  $\theta$  sean lo menor posible. Esto se evalúa mediante la obtención del área de la función de coherencia.

En la dirección X, la correlación cruzada entre  $V_{CR}$  y  $\theta$ ,  $R_{V_{CR}\theta}(t, \tau)$  puede expresarse como:

$$R_{V_{CR}\theta}(t, \tau) = E[V_{CR}(t + \tau)\theta(t)] \quad (3.17)$$

donde  $t$  y  $\tau$  son el tiempo y el desfazamiento de la correlación respectivamente;  $E$  es el valor esperado;  $R_{V_{CR}\theta}$  es la función de correlación. La ecuación anterior puede representarse en el dominio de la frecuencia mediante la transformada de Fourier de  $R_{V_{CR}\theta}(t, \tau)$  como:

$$S_{V_{CR}\theta}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{V_{CR}\theta}(\tau) e^{-i2\pi f\tau} d\tau \quad (3.18)$$

donde  $S_{V_{CR}\theta}(f)$  es el espectro cruzado de  $V_{CR}$  y  $\theta$ ; y  $f$  es la frecuencia circular de vibración.  $S_{V_{CR}\theta}(f)$  es una función de variables complejas. La versión normalizada del espectro cruzado multiplicado por el espectro de potencia individual de los componentes se conoce como la función de coherencia. La función de coherencia  $\Gamma^2_{V_{CR}\theta}$  de  $V_{CR}$  y  $\theta$  está dada como:

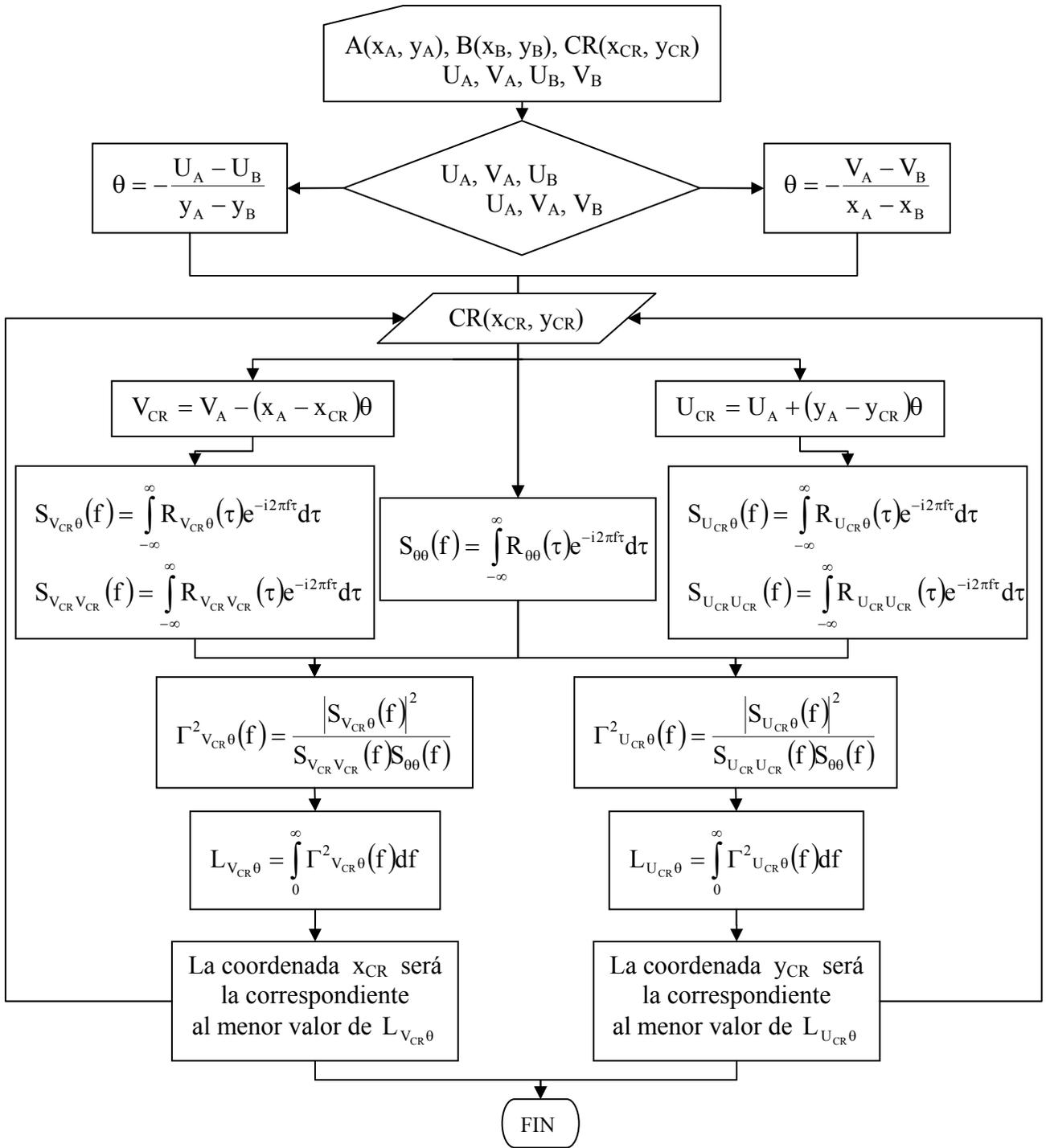
$$\Gamma^2_{V_{CR}\theta}(f) = \frac{|S_{V_{CR}\theta}(f)|^2}{S_{V_{CR}V_{CR}}(f)S_{\theta\theta}(f)} \quad (3.19)$$

donde  $S_{V_{CR}V_{CR}}$  y  $S_{\theta\theta}$  son los autoespectros de  $V_{CR}$  y  $\theta$ . La función de coherencia es de variable real. Su área se puede definir como:

$$L_{V_{CR}\theta} = \int_0^{\infty} \Gamma^2_{V_{CR}\theta}(f) df \quad (3.20)$$

El procedimiento para calcular la coordenada en la dirección X del CR es el siguiente:

- Obtener el ángulo de giro del piso  $\theta$  a partir de la ecuación (3.14)
- Seleccionar un valor de  $x_{CR}$  y obtener  $V_{CR}$  con de la ecuación (3.15)
- Calcular  $S_{V_{CR}V_{CR}}$ ,  $S_{\theta\theta}$  y  $S_{V_{CR}\theta}$  con la ecuación (3.18)
- Calcular  $\Gamma_{V_{CR}\theta}$  y  $L_{V_{CR}\theta}$  usando las ecuaciones (3.19) y (3.20)
- Repetir los cuatro puntos anteriores para un intervalo de valores de  $x_{CR}$
- Seleccionar el valor de  $x_{CR}$  que corresponde al mínimo valor de  $L_{V_{CR}\theta}$  (se puede observar al graficar  $L_{V_{CR}\theta}$  en función de  $x_{CR}$ )



**Fig 3.6. Diagrama de flujo del método de Safak y Selebi (1990)**

La metodología para calcular la coordenada en la dirección Y es similar a la anterior, sólo hay que intercambiar  $V_{CR}$  por  $U_{CR}$  para obtener  $S_{U_{CR}U_{CR}}$  y  $S_{U_{CR}\theta}$ , calcular  $\Gamma^2_{U_{CR}\theta}$  y  $L_{U_{CR}\theta}$  y mediante la variación de los valores de  $y_{CR}$  obtener el valor que corresponde al mínimo valor de  $L_{U_{CR}\theta}$ . La metodología para la estimación de las coordenadas del CR se presenta en el diagrama de flujo de la fig 3.6.

## CAPÍTULO 4

### EVALUACIÓN DE LOS MÉTODOS

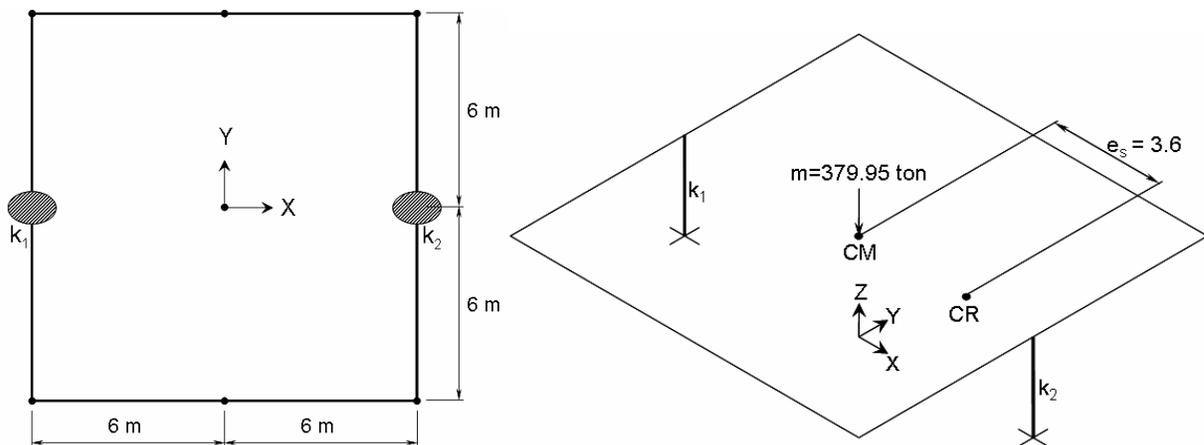
#### 4.1. MODELO MATEMÁTICO ESTUDIADO

Con el objetivo de evaluar los métodos anteriormente descritos y seleccionar el más adecuado para su aplicación en estructuras reales, se elaboró un modelo teórico con las siguientes características. Se trata de una estructura de un piso de 2.4 m de altura, con un diafragma de piso infinitamente rígido de 12×12 m (fig 4.1). La planta del modelo tiene una masa uniformemente distribuida y el centro de gravedad se localiza en el centro geométrico (CG) de la losa, por lo que el CM coincide con él. Su movimiento puede definirse mediante tres grados de libertad, dos de traslación horizontal sobre ejes ortogonales y uno de torsión alrededor de un eje vertical perpendicular al plano de los otros dos movimientos y que pasa por el CG.

Se asignó una masa total de 379.95 t en el CM, una masa rotacional  $m_r = 9118.78 \text{ t}\cdot\text{m}^2$  y un amortiguamiento del 5%.

Los elementos resistentes son columnas de masa y peso despreciables, indeformables axialmente y empotradas en la base. Las propiedades de las columnas se indican en la Tabla 4.1. Se asignó un módulo de elasticidad  $E = 1 \text{ t/m}^2$ .

Su rigidez se controló para obtener una simetría parcial (Elorduy y Rosenblueth, 1968) ubicando el CR a 3.6 y 0 m a partir del CG, originando una excentricidad estática de  $e_s = 3.6 \text{ m}$  y una excentricidad nominal  $e/b = 0.3$  sólo en dirección X (fig 4.1). El CR se ubicó usando las ecuaciones (2.9) y (2.10).



**Fig 4.1. Modelo estudiado**

Para la ubicación de los elementos y puntos que conforman el modelo, se usó un sistema tridimensional de referencia x-y-z derecho cuyo origen se localizó en el centro de la base del mismo (fig 4.1).

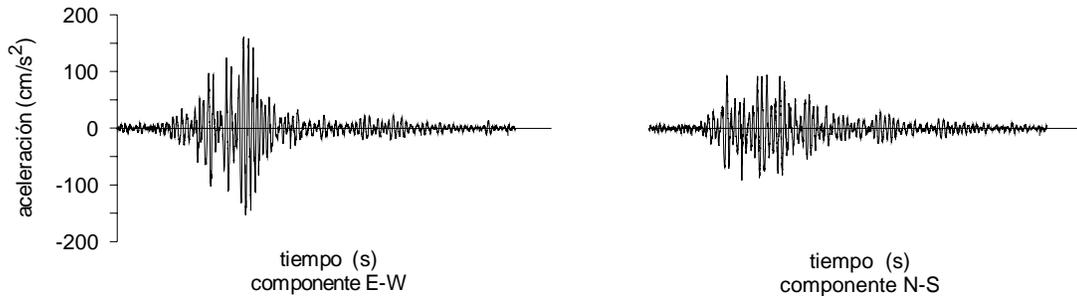
**Tabla 4.1. Propiedades geométricas y coordenadas de los elementos resistentes del modelo estudiado de la fig 4.1.**

Elemento	$k_i$ (t/m)	$I_x=I_y$ (m <sup>4</sup> )	$x_i$ (m)	$y_i$ (m)
$k_1$	3000	13824	-6	0
$k_2$	12000	55296	6	0

## 4.2. EXCITACIÓN SÍSMICA

El modelo tuvo como fuente de excitación los registros sísmicos horizontales del sismo del 19 de septiembre de 1985 obtenidos en la estación SCT. El tiempo de registro fue de 183.51 s, con un intervalo de muestreo de 0.01 s y un total de 18351 puntos (fig 4.2).

El registro SCT-EW se aplicó en la dirección X del modelo y el SCT-NS en la Y (fig 4.2.)



**Fig 4.2. Acelerogramas del sismo registrado en la estación SCT el 19 de septiembre de 1985**

## 4.3. CÁLCULO DE LA RESPUESTA

Se obtuvieron los periodos de vibración, frecuencias y frecuencias circulares del modelo y mediante un análisis dinámico paso a paso se obtuvo la respuesta ante la excitación sísmica.

### 4.3.1. Frecuencias circulares, periodos y frecuencias naturales de vibración

El cálculo de los periodos fundamentales de vibración se realizó mediante la solución del problema generalizado de valores y vectores característicos.

La matriz de masas del modelo es:

$$M = \begin{bmatrix} 379.95 & 0 & 0 \\ 0 & 379.95 & 0 \\ 0 & 0 & 9118.78 \end{bmatrix} t$$

La matriz de rigidez que se obtuvo (Chopra, 1995) es:

$$K = \begin{bmatrix} k_x & 0 & 0 \\ 0 & k_{1y} + k_{2y} & (k_{1y} - k_{2y})\frac{b}{2} \\ 0 & (k_{1y} - k_{2y})\frac{b}{2} & (k_{1y} + k_{2y})\left(\frac{b}{2}\right)^2 \end{bmatrix}$$

Al sustituir la rigidez de los elementos resistentes (Tabla 1), se obtiene:

$$K = \begin{bmatrix} 15000 & 0 & 0 \\ 0 & 15000 & -54000 \\ 0 & -54000 & 540000 \end{bmatrix} \text{ t/m}$$

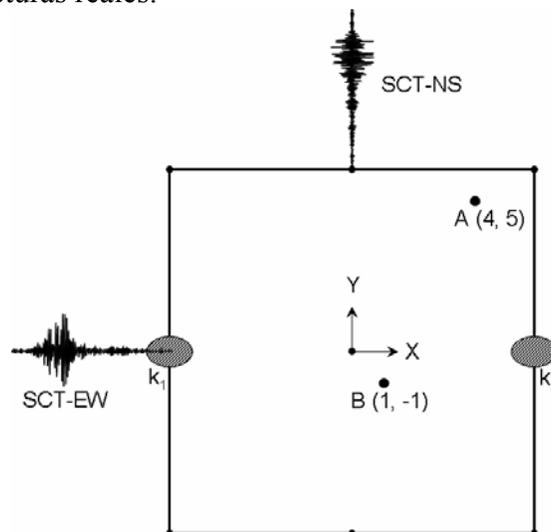
Los resultados obtenidos se presentan en la Tabla 4.2.

**Tabla 4.2. Frecuencias circulares, periodos y frecuencias de vibración del modelo calculadas**

Modo	$\omega$ (rad/s)	T (s)	f (Hz)
Dirección Y	4.32	1.45	0.69
Dirección X	6.28	1.00	1.00
Torsión	8.94	0.70	1.42

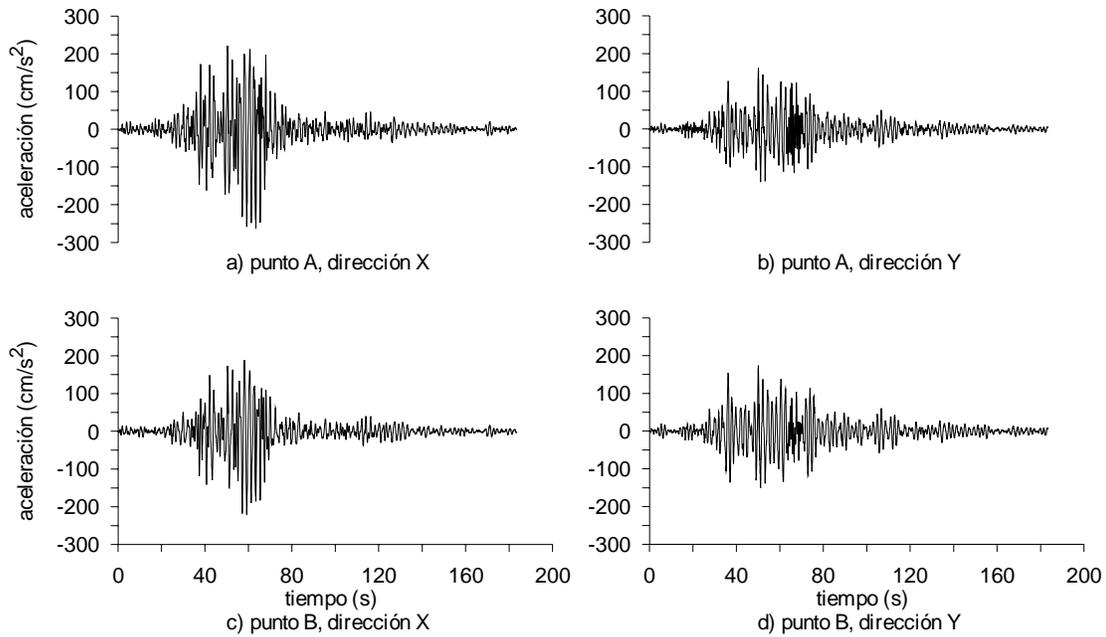
#### 4.3.2. Registros de aceleración

Para poder aplicar los métodos descritos para calcular la posición del CR, es necesario contar con información en dos puntos del modelo. Así, mediante un análisis dinámico paso a paso se obtuvo la respuesta del modelo en los puntos A(4,5) y B(1,-1) indicados en la fig 4.2. En ellos se calculó la historia de aceleración absoluta en dos direcciones ortogonales, coincidentes con los ejes X e Y del modelo. Esto se hizo con el fin de obtener datos como los que se obtienen mediante pruebas experimentales al colocar instrumentos de medición (en este caso acelerómetros) en estructuras reales.



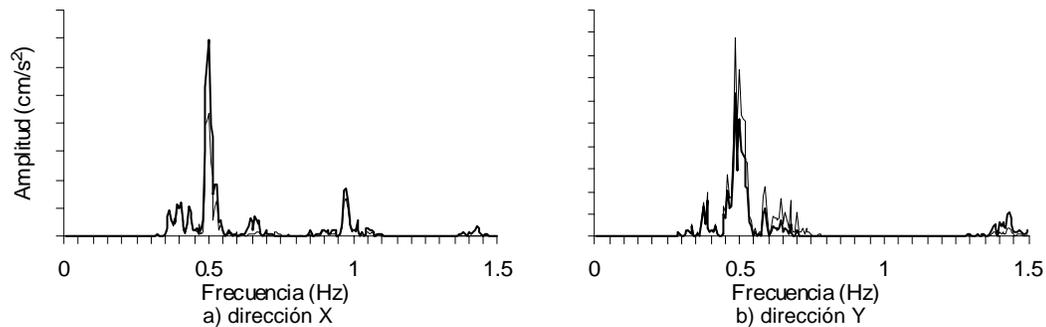
**Fig 4.3. Localización de los puntos A y B en la losa del modelo estudiado**

Los registros de aceleración se obtuvieron suponiendo un comportamiento elástico en el modelo. Las historias de aceleración en la dirección X e Y se presentan en la fig 4.4.



**Fig 4.4. Historia de aceleración en la dirección X e Y de los puntos A y B de la planta del modelo de la fig 4.3**

Para corroborar las historias de aceleraciones obtenidas en los puntos A y B del modelo, se obtuvieron para cada una de ellas, sus densidades espectrales en el dominio de la frecuencia mediante un análisis espectral (Bendat y Piersol, 1980 y 1989).



**Fig 4.5. Densidad espectral de las historias de aceleración de la fig 4.4**

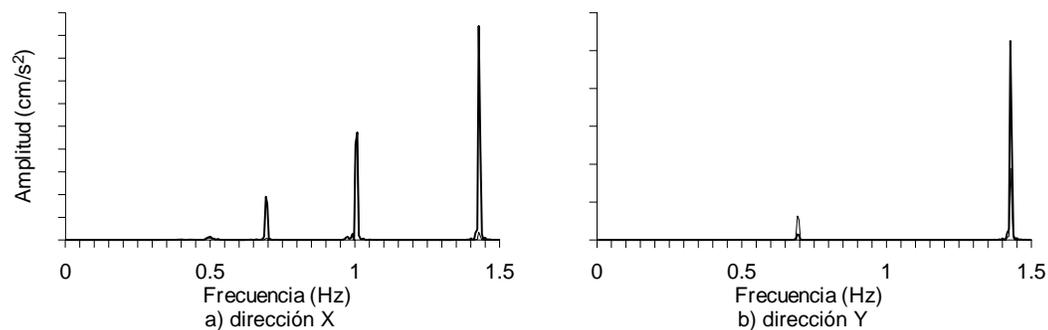
En la fig 4.5.a, se pueden observar las tres frecuencias de vibrar del modelo (valores máximos), las dos de traslación identificadas (dirección X e Y) y una de torsión. La frecuencia correspondiente a la dirección en cuestión es visible para ambos espectros, mientras que las otras tienen bajas amplitudes. En la fig 4.5.b de la dirección Y, sólo son visibles las frecuencias correspondientes al modo de traslación en la dirección en cuestión y la de torsión. Las frecuencias identificadas mediante el análisis espectral se muestran en la Tabla 4.3, así como los valores del error relativo al compararlas con los valores de las frecuencias calculadas analíticamente (Tabla 4.2).

**Tabla 4.3. Frecuencias identificadas y calculadas**

Modo	$T_{\text{calculado}} \text{ (s)}$	$T_{\text{señal}} \text{ (s)}$	% error
T	0.69	0.68	1.45
L	1.00	0.98	2.00
R	1.42	1.43	0.70

Los valores del error relativo en la identificación de las frecuencias a partir de los registros son menores que el 2%, lo cual corrobora que las señales del modelo generadas con el método paso a paso son correctas.

Cabe mencionar que las frecuencias de vibración se pueden identificar de una manera más clara si las respuestas del modelo se obtienen sin amortiguamiento, aunque no corresponde con la realidad (fig 4.6).



**Fig 4.6. Densidad espectral de las historias de aceleración de los puntos A y B del modelo estudiado sin amortiguamiento**

Los resultados anteriores sirvieron para validar el modelo matemático y corroborar que los datos obtenidos mediante el análisis paso a paso fuesen correctos para la aplicación de los métodos estudiados.

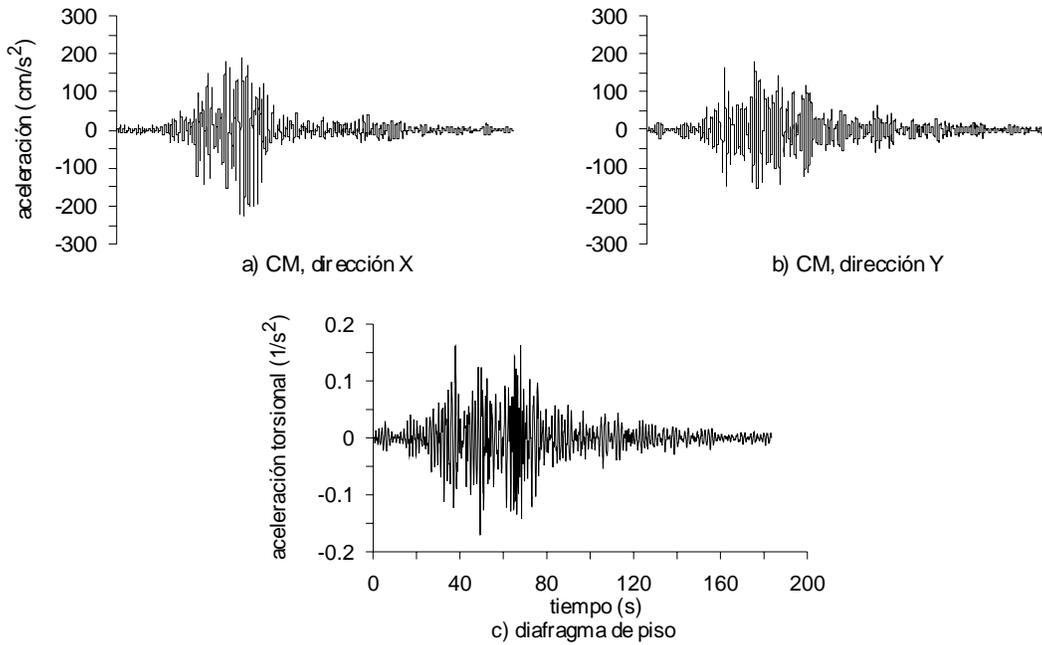
#### 4.4. APLICACIÓN DE LOS MÉTODOS

##### a) Método de De la Llera y Chopra

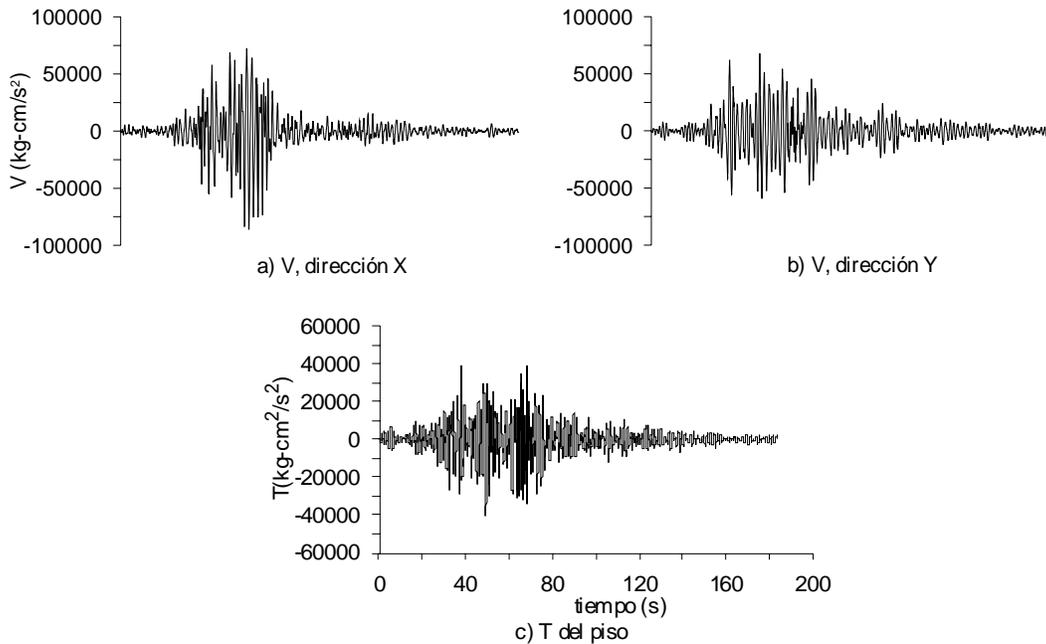
Siguiendo la metodología descrita en el subcapítulo 3.1, a partir de los registros de la fig 4.4, utilizando ambos registros del punto A y el de la dirección Y del punto B se obtuvieron los componentes de la aceleración en el CM y la aceleración torsional del diafragma de piso, estos se muestran en la fig 4.7.

Se calculó el cortante en la dirección X e Y con las ecuaciones (3.1) y (3.2), así como el momento de torsión del piso con la ecuación (3.3), estos se muestran en la fig 4.8.

Finalmente, la excentricidad accidental instantánea en la dirección X e Y se calculó mediante las ecuaciones (3.4) y (3.5), de estas se obtuvieron sus máximos valores y la excentricidad nominal máxima en cada dirección fig 4.9.



**Fig 4.7. Historia de aceleración en la dirección X e Y en el CM y aceleración torsional del diafragma de piso**

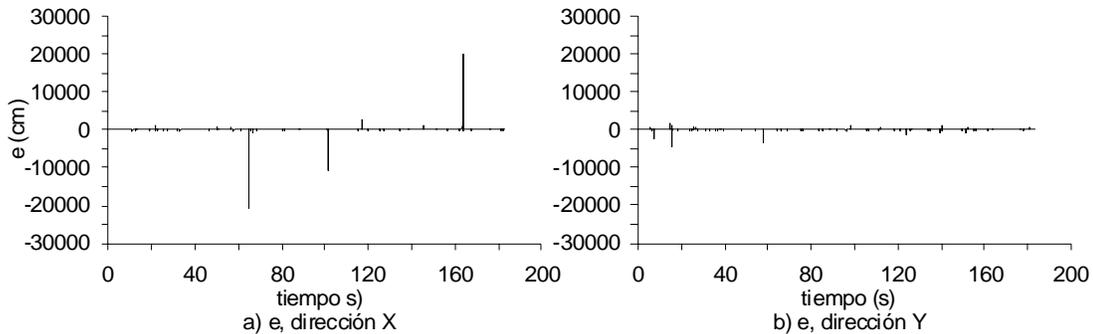


**Fig 4.8. Historia de cortantes en la dirección X e Y y de momento torsional del piso**

Los resultados obtenidos mediante éste método son desfavorables por lo que no se discuten, sin embargo se hace una revisión para tratar de ver las posibles causas del error.

A partir de las ecuaciones 3.1-3.5 se puede hacer la siguiente simplificación:

$$e_{a_{x_j}} = \frac{T_j}{V_{Y_j}} = \frac{m_{r_i} a_{\theta_i}}{m_i a_{CMY_i}} = \frac{m_i J_0 a_{\theta_i}}{m_i a_{CMY_i}} = \frac{J_0 a_{\theta_i}}{a_{CMY_i}} = \frac{\frac{1}{12}(b^2 + h^2) a_{\theta_i}}{a_{CMY_i}}$$



**Fig 4.9. Historia de excentricidad accidental instantánea en la dirección X e Y**

Por lo que para el cálculo de  $e_X$  ó  $e_Y$  el valor  $m_i$  no es indispensable ya que se simplifica, por lo que se descartan posibles errores en la magnitud y unidades de la masa.

El valor de  $J_0$  depende de las propiedades geométricas de la planta del piso y dado que  $a_{CMX_i}$  y  $a_{CMY_i}$  se manejaron en  $\text{cm/s}^2$  y  $a_{\theta_i}$  en  $1/\text{s}^2$ , el cálculo debe realizarse en cm, el valor de  $J_0 = 240000 \text{ cm}^2$ , al multiplicarlo por  $a_{\theta_i}$  y hacer el cociente entre  $a_{CMX_i}$  o bien  $a_{CMY_i}$  las unidades resultantes son las correspondientes a las de la excentricidad en cm. El manejo de unidades es adecuado, por lo que se descartan posibles errores de unidades.

La obtención de la excentricidad se reduce a un cociente, debido a esto hay algunas condiciones que limitan la aplicación de éste método o bien arrojan resultados erróneos como los de la fig 4.9, donde existen valores excesivos de la excentricidad. Algunas condiciones que limitan la aplicación del método ocurren cuando en algún instante del tiempo la planta sólo rota y no se traslada o viceversa. En el primer caso se provocaría una indeterminación al dividir entre cero, mientras que en el segundo se obtendría una excentricidad nula aún cuando esta existiera. Lo anterior es suponiendo que no existe uno u otro movimiento, pero puede ocurrir que el movimiento de rotación sea muy grande con respecto al de traslación y viceversa, en el primer caso los valores de la excentricidad serían muy grandes y en el segundo muy pequeños.

Al revisar los registros de  $a_{\theta_i}$ ,  $a_{CMX_i}$  y  $a_{CMY_i}$  asociados a los tiempos donde las excentricidades resultan excesivas con respecto a los valores teóricos, se encontró que efectivamente los valores de  $a_{CMX_i}$  y  $a_{CMY_i}$  tienden a cero en esos instantes, es decir el movimiento de traslación en esa dirección es casi nulo, por lo que se obtienen valores excesivos de excentricidad que se adjudican a la respuesta del modelo ante la excitación a la que fue sometido.

## b) Método de García, Farfán y Parra

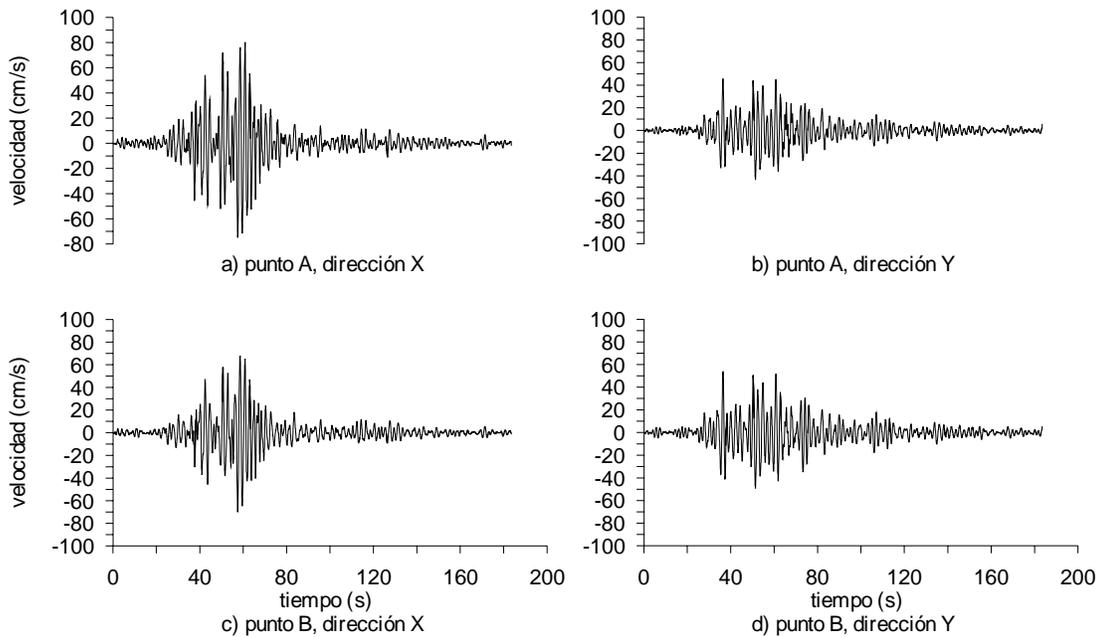
El modelo a partir del cual se obtiene la respuesta se elaboró con base a la hipótesis de diafragma de piso infinitamente rígido, por lo que la respuesta de aceleración, velocidad o

desplazamiento es la misma en la dirección X e Y para puntos localizados sobre una línea horizontal y una vertical respectivamente. Dado lo anterior,  $v_{Ax} = v_{By}$  (fig 3.3a), al obtener las historias de desplazamiento correspondientes por medio de la integración  $d_{Ax} = d_{By}$ , la ecuación (3.6) puede simplificarse como:

$$d_{Cx}(t) = \frac{d_{Ax}(a_c + b_c)}{a_c + b_c} = d_{Ax}$$

La igualdad anterior es verdadera, pero no permite la aplicación del método. En una estructura real no existiría este problema debido a que los registros difícilmente podrían ser exactamente iguales como ocurre en el modelo.

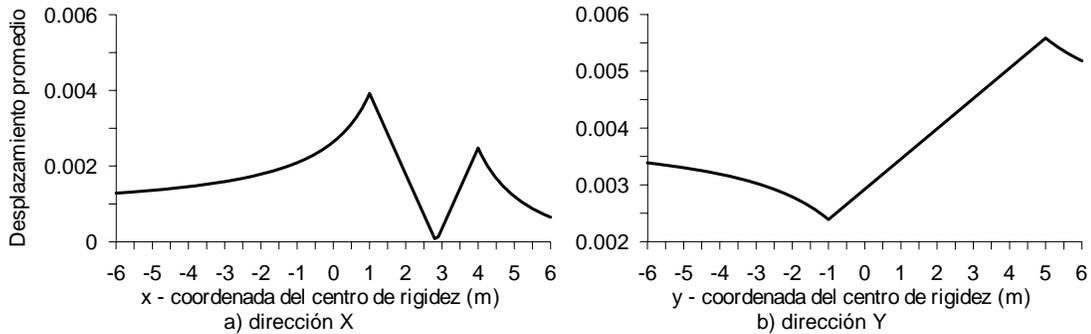
Para la aplicación del método se obtuvieron los registros de velocidad en los mismos puntos indicados en la fig 4.3, estos se muestran en la fig 4.10.



**Fig 4.10. Historia de velocidad en la dirección X e Y de los puntos A y B de la planta del modelo de la fig 4.3**

Para la determinación de la coordenada X del CR fueron usados los registros de velocidad en la dirección X del punto A y B. Los registros de velocidad se integraron mediante el método trapecial y se obtuvieron las historias de desplazamiento. Mediante interpolación lineal aplicando la ecuación (3.6) para diferentes coordenadas del punto C se obtuvieron sus respectivas historias de desplazamiento, así como su promedio. Los valores de  $x_C$  para los cuales se realizó este procedimiento se pueden observar en la fig 4.11a, donde también se muestra el promedio de la historia de desplazamiento asociado a la coordenada X de ese punto. Se puede observar que el valor correspondiente al menor valor del promedio de la historia de desplazamientos, corresponde al valor de  $x_C = 4.7$  m, por lo que este valor corresponde a la coordenada en la dirección X del CR.

Para la coordenada del CR en la dirección Y se siguió un procedimiento análogo fig 4.11b, obteniendo así  $y_{CR} = -1.2$  m. Por lo que las coordenadas del CR mediante la aplicación de este método corresponden a CR(2.8, -1). Se obtuvo un error de 8.3 % y 16.6 % en la dirección X, Y, respectivamente, en el cálculo de las coordenadas del CR con respecto a las reales del modelo.



**Fig 4.11. Variación del desplazamiento promedio con las coordenadas del CR**

Las coordenadas del CR se calculan mediante una interpolación lineal de los desplazamientos, si el CR no se encuentra dentro del intervalo delimitado por los puntos instrumentados, se tratará de una extrapolación, cuyos resultados son menos confiables. Por lo que es conveniente que al utilizar este método los puntos de instrumentación se encuentren en los extremos de la losa cubriendo su totalidad. No existe ningún problema al mover el sistema de referencia pues los resultados son consistentes.

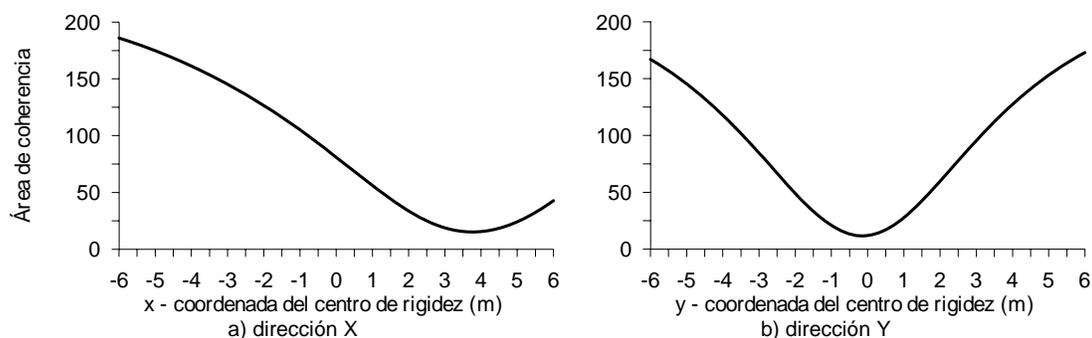
### c) Método de Safak y Celebi

Para la aplicación de este método también fueron usados los registros de la fig 4.4, con los que se calculó la historia del ángulo de giro del piso,  $\theta$ , utilizando la ecuación (3.14). Se seleccionó un valor de  $x_{CR}$  y con la ecuación (3.15) se obtuvo  $V_{CR}$ .

Mediante la ecuación (3.18) se calculó  $S_{V_{CR}V_{CR}}$ ,  $S_{\theta\theta}$  y  $S_{V_{CR}\theta}$ . Finalmente, usando las ecuaciones (3.19) y (3.20), se calculó  $\Gamma_{V_{CR}\theta}$  y  $L_{V_{CR}\theta}$ . Los cálculos realizados se hicieron por ventanas (Apéndice B). Los pasos anteriores se repitieron para cada valor de  $x_{CR}$ , estos variaron de -6 a 6 con un incremento de 0.1 cubriendo las dimensiones de la losa. Se obtuvo la curva que relaciona la coordenada  $x_{CR}$  con su respectivo valor de área de coherencia fig 4.12a. Para la dirección Y, se siguió un procedimiento análogo fig 4.12b.

Como se observa en la fig 4.12 existe un área de coherencia mínimo para cada dirección a la cual corresponde un valor de X e Y. Esos valores corresponden a las coordenadas del CR obtenidas mediante la aplicación del método, CR(3.8, -0.1). El porcentaje de error en la dirección X e Y son respectivamente de 2 y 1.6%.

El cálculo de los autoespectros, el espectro cruzado y las funciones de coherencia se realizó por ventanas de 512 puntos (Apéndice B).



**Fig 4.12. Variación del área de coherencia con las coordenadas del CR**

#### 4.5. SELECCIÓN DEL MÉTODO

La selección del método para calcular el CR se realizó de acuerdo con la información necesaria para su aplicación, los pasos a seguir y los resultados obtenidos. La Tabla 3.1, resume estas características.

**Tabla 3.1. Características de los métodos**

Método	Datos necesarios	Instrumentos	Resultados
De la Llera y Chopra	3 mediciones, por lo menos en dos direcciones diferentes, no deben intersecarse en un punto ni ser todas paralelas	sensores de aceleración (acelerómetros)	historia de la excentricidad accidental
García, Farfan y Parra	2 mediciones en cada dirección	sensores de velocidad (geófonos)	coordenadas del CR
Safak y Celebi	3 mediciones, por lo menos en dos direcciones diferentes, no deben intersecarse en un punto ni ser todas paralelas	sensores de aceleración (acelerómetros)	coordenadas del CR

El método de De la Llera y Chopra (1993) permite obtener la historia de la excentricidad accidental instantánea en cada piso instrumentado de la estructura por medio de registros de aceleración. De éste método lo que se puede obtener es la excentricidad máxima del registro. Su aplicación es sencilla, se maneja todo el registro de aceleraciones como un vector, no importa el número de puntos por registro, ni la duración. Como se mencionó en la aplicación del método, éste tiene limitantes cuando se presenta únicamente rotación ó bien sólo traslación. El valor de la excentricidad accidental es instantáneo, por lo que depende de la respuesta de la estructura ante la excitación en determinado tiempo. Aún cuando la excentricidad de la estructura sea constante, se pueden encontrar valores diferentes de la misma.

El método de García *et al* (2001), permite obtener la posición del CR con datos proporcionados por sensores de velocidad (geófonos), éste tipo de instrumentos no son frecuentemente usados en la instrumentación de edificios en el mundo (Brownjohn, 2003; Celebi, 2000; Celebi *et al*, 1987; Huang y Lin, 2001; Ivanovic *et al*, 2000; etc ), además de que se necesita de dos instrumentos para cada dirección en donde se pretenda determinar el

CR. Los registros de velocidad no se usan directamente, se trabaja con desplazamientos, lo que involucra integrarlos, durante éste proceso se pueden introducir errores numéricos o por pérdidas de información. Se podría trabajar con registros de aceleración y realizar una doble integración pero los errores antes mencionados crecerían.

Finalmente, el método de Safak y Celebi (1990), también permite obtener la posición del CR mediante registros de aceleración, velocidad y desplazamiento. Deben realizarse cuando menos 3 mediciones, en dos direcciones diferentes, no deben intersectarse en un punto ni ser todas paralelas, las prácticas de instrumentación realizadas en el mundo usualmente permiten lo anterior. En el método de Safak y Celebi no existen problemas de unidades, pues éstas se simplifican. Al cambiar el sistema de referencia los resultados únicamente se desplazan tantas unidades como lo haga el origen. Se pueden elegir diferentes puntos para la aplicación del método, lo cual amplía la posibilidad de ajustarse a las diferentes instrumentaciones realizadas en una estructura.

En la tabla 4.6 se indica el valor teórico de la excentricidad en cada dirección, así como el resultado obtenido con cada uno de los métodos.

**Tabla 4.6. Coordenadas de los centros de rigidez**

<b>Método</b>	<b><math>e_x</math></b>	<b><math>e_y</math></b>	<b>%error <math>e_x</math></b>	<b>%error <math>e_y</math></b>
Modelo	3.6	0	0	0
De la Llera	-	-	-	-
García, Farfán y Parra	2.8	-1.0	8.3	16.6
Safak y Celebi	3.8	-0.1	2	1.6

El método de Safak y Celebi es el que tiene el menor porcentaje de error en la determinación de la excentricidad en dos direcciones, se adapta mejor al tipo de instrumentos y programas de pruebas realizados en nuestro país, permite el uso de otro tipo de registros e instrumentos como los de velocidad y desplazamiento, su programación es relativamente sencilla pues algunas de sus funciones ya existen.

Debido a que presenta ventajas sobre los otros métodos y que arroja los mejores resultados se seleccionó como el más adecuado para el cálculo de la excentricidad mediante el uso de registros obtenidos mediante pruebas dinámicas en estructuras.

## **CAPÍTULO 5**

### **APLICACIÓN**

Como parte de una base de datos de CSMIP (Naeim, 1997) varios edificios de California EUA, fueron instrumentados para desarrollar y probar técnicas y algoritmos que podían ser usados para la valoración de daños en las estructuras después de un sismo.

El 17 de enero de 1994 a las 4:31 a.m., un terremoto de 6.8 de magnitud sacudió la comunidad de Northridge, California, en el valle de San Fernando en Los Ángeles. Cientos de fuertes movimientos del terreno y acelerogramas de la respuesta de edificios fueron grabados por los instrumentos instalados. En particular, destacan los registros de la respuesta de veinte edificios instrumentados en el área de los Angeles que experimentaron aceleraciones significativas que sobrepasaron 0.25g. Como parte de una investigación, los edificios mencionados fueron inspeccionados a detalle y su desempeño fue evaluado. Información detallada del sistema estructural del edificio, sistemas no estructurales, datos de la construcción, contenido, magnitud y ubicación del daño, fueron reunidas por Naeim (1997 y 2000).

Como resultado, se obtuvo un Sistema Interactivo de Información de Edificios Instrumentados, SIEI (Naeim, 1997).

Para la aplicación del método de Safak y Celebi, se escogieron tres edificios del SIEI. Probablemente por el desconocimiento de este tipo de métodos para calcular el CR o porque no se tenía contemplado obtenerlo mediante registros sísmicos, no todos los edificios cumplieron con la información necesaria para la aplicación del método. Así, se buscaron edificios con que en el mayor número de pisos se cumpliera con la instrumentación mínima necesaria para la aplicación del método.

#### **5.1. EDIFICIO SHERMAN OAKS-13**

##### **5.1.1. Descripción e instrumentación**

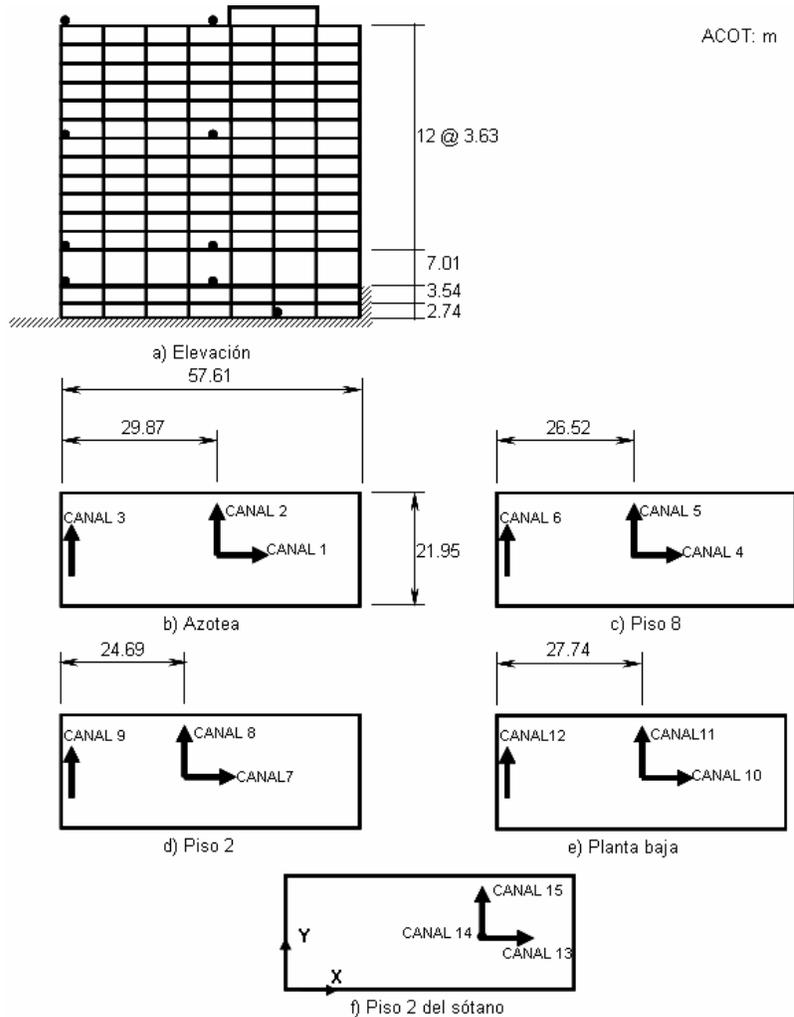
Se identificó como la estación CSMIP N° 24322, su nombre en el SIEI es Shoaks 13. Se trata de un edificio de concreto reforzado, de trece pisos sobre el piso del suelo y dos por debajo. Fue diseñado en 1964 y construido en 1965. Es una estructura simétrica con respecto a dos ejes ortogonales que pasan por su centro geométrico, su planta es rectangular, las dimensiones de su base son  $63.7 \times 38.1$  m y las de su planta tipo  $58.8 \times 22.9$  m. La planta baja es de doble altura correspondiente a 7.01 m y el resto de 3.63 m. Tiene un área de 19881 m<sup>2</sup> de construcción y su uso es para oficinas (fig 5.1).

El sistema de piso es a base de losas de concreto de 11.4 cm de peralte. El sistema resistente por carga lateral es mediante vigas y columnas de concreto reforzado en ambas direcciones para los pisos superiores y muros de cortante de concreto en los pisos de base. El sistema de cimentación consiste de zapatas con pilotes de concreto.



**Fig 5.1. Edificio Sherman Oaks-13 (Naeim, 1997)**

La estructura se instrumentó con 15 acelerómetros en cinco pisos (azotea, piso 8, piso 2, planta baja y el piso 2 del sótano). En cada piso se colocaron tres instrumentos en dos puntos diferentes y en dos direcciones horizontales ortogonales entre sí. Sólo en el segundo piso del sótano se colocaron en tres direcciones, dos horizontales y una vertical pero en un solo punto (fig 5.2).

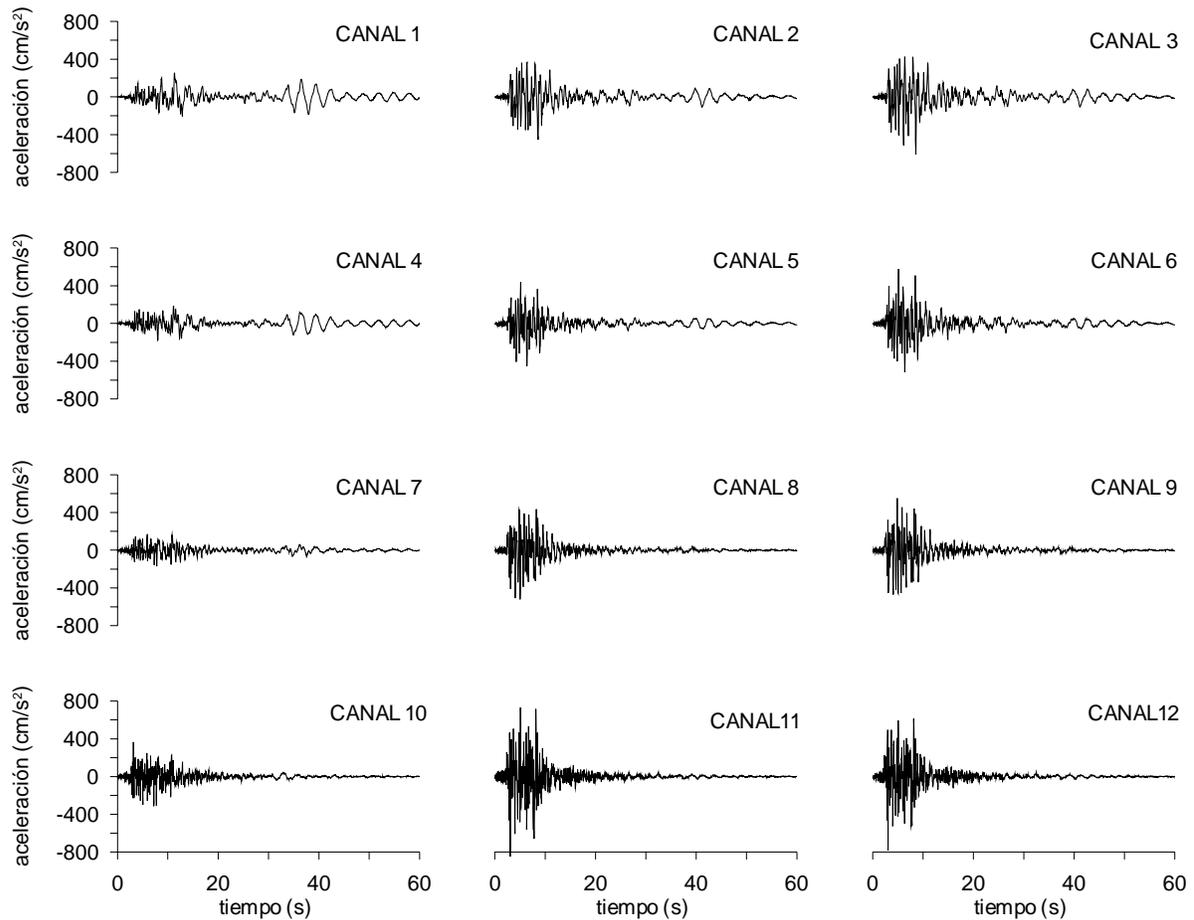


**Fig 5.2. Geometría y puntos de instrumentación del edificio Sherman Oaks-13 (Naeim, 1997)**

### 5.1.2. Registros sísmicos

La duración de los registros fue 59.98 s, con 3000 puntos espaciados a cada 0.02 s. Las mayores amplitudes de las aceleraciones horizontales registradas en la base y en la azotea fueron 0.46g y 0.65g, respectivamente (donde g es la aceleración de la gravedad). Los pisos intermedios experimentaron aceleraciones cercanas a 0.6g.

De los cinco pisos instrumentados, cuatro de ellos cumplen con las condiciones necesarias para la aplicación del método de Safak y Celebi para la estimación del CR. Los registros utilizados fueron los de los canales 1 a 12, tres por cada piso, en orden ascendente para azotea, piso 8, piso 2 y planta baja (fig 5.2). Los registros utilizados se muestran en la fig 5.3.



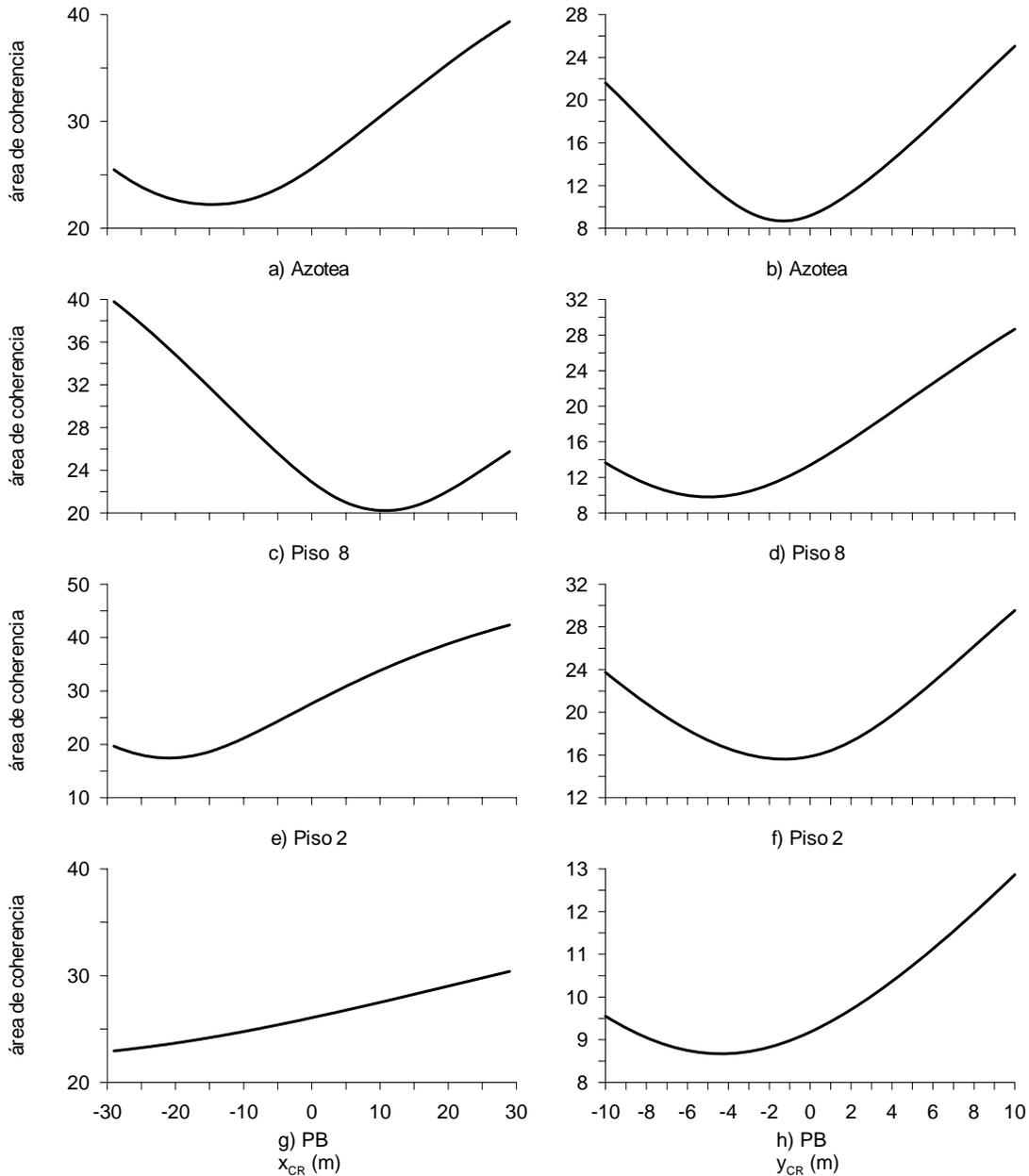
**Fig 5.3. Registros de aceleración del edificio Sherman Oaks-13 (Naeim, 1997)**

### 5.1.3. Evaluación del CR

La evaluación de los CR de edificios de varios pisos, según Cheung y Tso (1985) se puede realizar individualmente por cada piso, tratando cada uno como si fuera un edificio de un solo piso. Por lo que se aplicó el método de Safak y Celebi por separado en cada uno de los pisos para la obtención de las coordenadas X e Y de su respectivo CR, utilizando las historias de

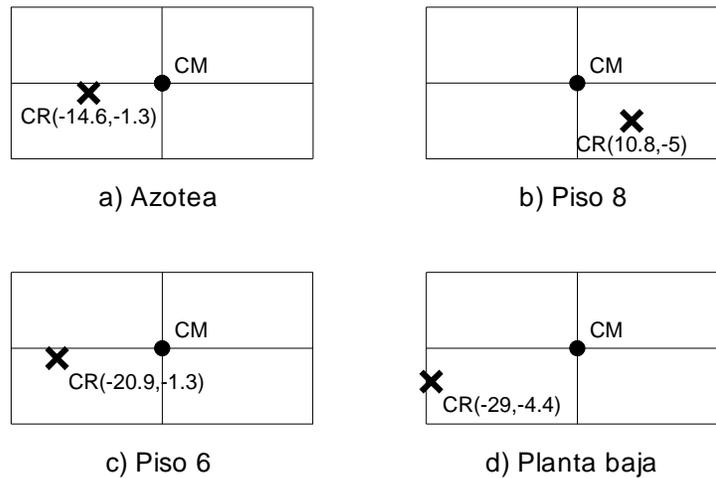
aceleración mencionadas anteriormente. Esto se hizo con el objetivo de estimar la excentricidad real en dos direcciones ortogonales. Las coordenadas del CR obtenidas por medio del método de Safak y Celebi son las correspondientes al valor de  $x_{CR}$  y  $y_{CR}$  asociados al valor mínimo del área de coherencia para cada piso indicado en la fig 5.4.

Una mejor manera de visualizar la localización del CR en cada piso, es mediante sus dos coordenadas en planta fig 5.5. Considerando que el CM de cada piso, coincide con su CG, localizado donde se cruzan los ejes vertical y horizontal, se puede observar que en ningún piso el CR coincide con su CM, por lo que existe excentricidad.

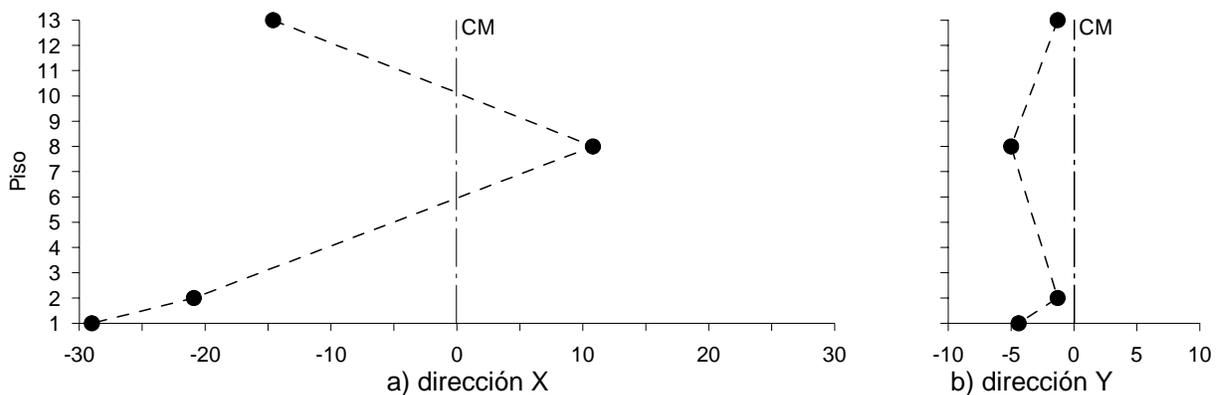


**Fig 5.4. Variación del área de coherencia con las coordenadas X e Y del CR en diferentes pisos del edificio Sherman Oaks-13**

La excentricidad de piso en las dos direcciones determinadas (X e Y), se puede observar en la fig 5.6, donde se muestra en elevación la posición estimada del CR con respecto a una línea vertical, donde se suponen los CM de cada piso del edificio. Esta suposición no es estrictamente verdadera, ya que la posición de los CM puede no estar sobre un eje vertical como sucede con la del CR. Para determinar la posición real del CM de cada piso es necesario conocer la distribución de cargas verticales en el mismo. Para fines prácticos, se consideró una distribución uniforme de cargas verticales por lo que el CM coincide con el CG de cada piso.



**Fig 5.5. Identificación del CR en los pisos instrumentados del edificio Sherman Oaks-13**



**Fig 5.6. Localización en elevación del CR de los pisos del edificio Sherman Oaks-13**

En la fig 5.6a se puede observar que la excentricidad en la dirección X se presenta hacia ambos lados del CM y es mayor que en la dirección Y, donde sólo se ubica a la izquierda del CM (fig 5.6b).

En las figuras anteriores se puede observar que para la dirección X, el mayor valor de la excentricidad se presentó en la planta baja del edificio. Una posible explicación de esto es que existe una discontinuidad entre planta baja y los pisos superiores. Por un lado los dos pisos por debajo de la planta baja y por el otro la doble altura en esta (fig 5.6a).

En la dirección Y también se puede observar la variación de la excentricidad de la planta baja con respecto a los pisos superiores del edificio. Existe una coincidencia entre el valor de la excentricidad del segundo piso y azotea. Entre planta baja y el piso 8 son muy cercanos los valores de la excentricidad en Y (fig 5.6b).

Durante la inspección del edificio después del sismo, fueron observadas grietas en las vigas, muros y columnas, así como en el sistema de piso y techo. El daño general observado fue considerado como moderado en el SIEI (Naeim, 1997).

La relación largo-ancho de la planta es mayor que 2.5, lo que según las Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo del Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal, (NTC-2004), el edificio se clasificaría como una estructura irregular. Lo anterior implica que el edificio puede tener un mal comportamiento debido a efectos de torsión.

Los valores de las coordenadas del CR, CM;  $e_s$  y la relación  $e_s/b$  se muestran en la Tabla 5.1.

**Tabla 5.1. Excentricidad en el edificio Sherman Oaks-13**

Piso	$x_{CM}$ (m)	$y_{CM}$ (m)	$x_{CR}$ (m)	$y_{CR}$ (m)	$e_{sx}$ (m)	$e_{sy}$ (m)	$b_x$ (m)	$b_y$ (m)	$e_{sx}/b$	$e_{sy}/b$
Azotea	0	0	-14.6	-1.3	14.6	1.3	57.61	21.95	0.25	0.06
8	0	0	10.8	-5.0	-10.8	5.0	57.61	21.95	-0.19	0.23
2	0	0	-20.9	-1.3	20.9	1.3	57.61	21.95	0.36	0.06
PB	0	0	-29.0	-4.4	29.0	4.4	57.61	21.95	0.50	0.20

En la tabla 5.1 se puede observar que en la mayoría de los casos, la excentricidad torsional excede el 20% de la dimensión en planta de la base medida paralelamente a la excentricidad mencionada. De acuerdo con las NTC-2004, la estructura se clasifica como fuertemente irregular.

## 5.2. EDIFICIO NORTH HOLLYWOOD-20

### 5.2.1. Descripción e instrumentación

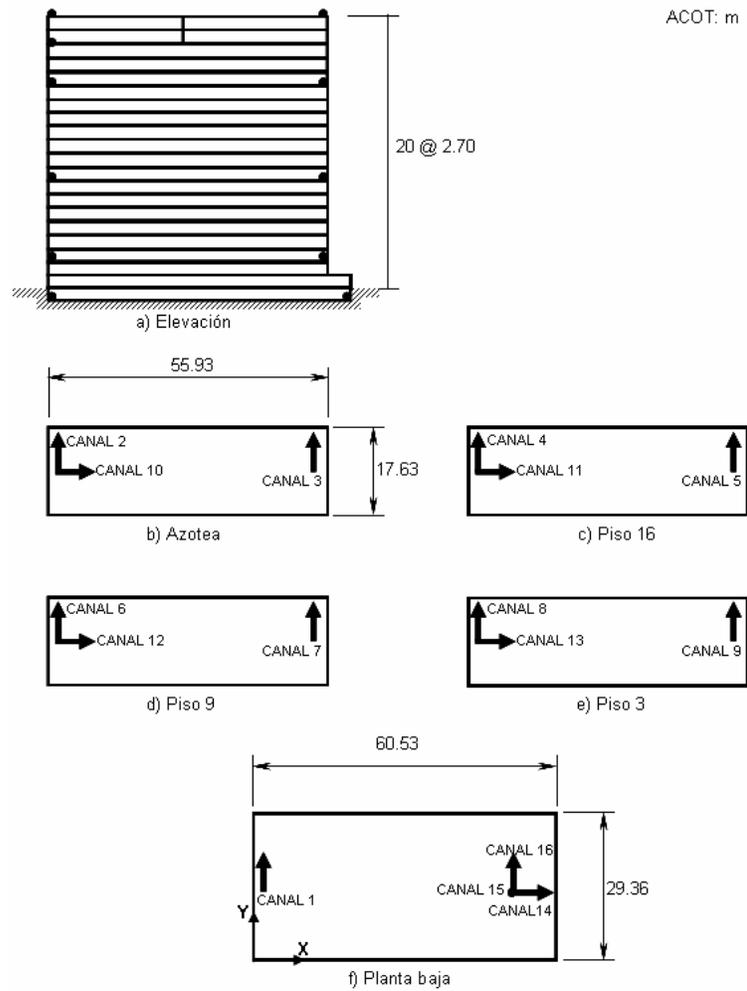
Se identificó como la estación CSMIP N° 24464, su nombre en el SIEI es hotelnh. Es un edificio de concreto reforzado, tiene veinte pisos sobre el piso del suelo y uno por debajo. Es simétrico con respecto a dos ejes ortogonales que pasan por su centro geométrico, la estructura en planta es rectangular, las dimensiones de su base son  $60.35 \times 29.26$  m y de su planta tipo  $55.77 \times 17.37$  m. Tiene una altura constante de 2.71 m por cada piso. Un área de  $37161 \text{ m}^2$  de construcción y su uso es para hotel (fig 5.7).

La estructura está compuesta por vigas, columnas y losas de concreto reforzado como sistema de piso. Los pisos superiores tienen como sistema resistente por carga lateral vigas y columnas de concreto y muros de cortante de concreto en la base. Entre el piso 2 y el 19 existen marcos exteriores en la dirección trasversal. El sistema de cimentación es a base de zapatas corridas. La estructura se instrumentó con 16 acelerómetros en diferentes pisos (azotea, piso 16, 9, 3 y planta baja). En cada piso se colocaron tres instrumentos, en dos direcciones horizontales

ortogonales entre sí y en dos puntos diferentes. En la planta baja se colocó un instrumento más en dirección vertical en uno de los puntos (fig 5.8).



**Fig 5.7. Vista del edificio North Hollywood-20 en la dirección N-O (Naeim, 1997)**

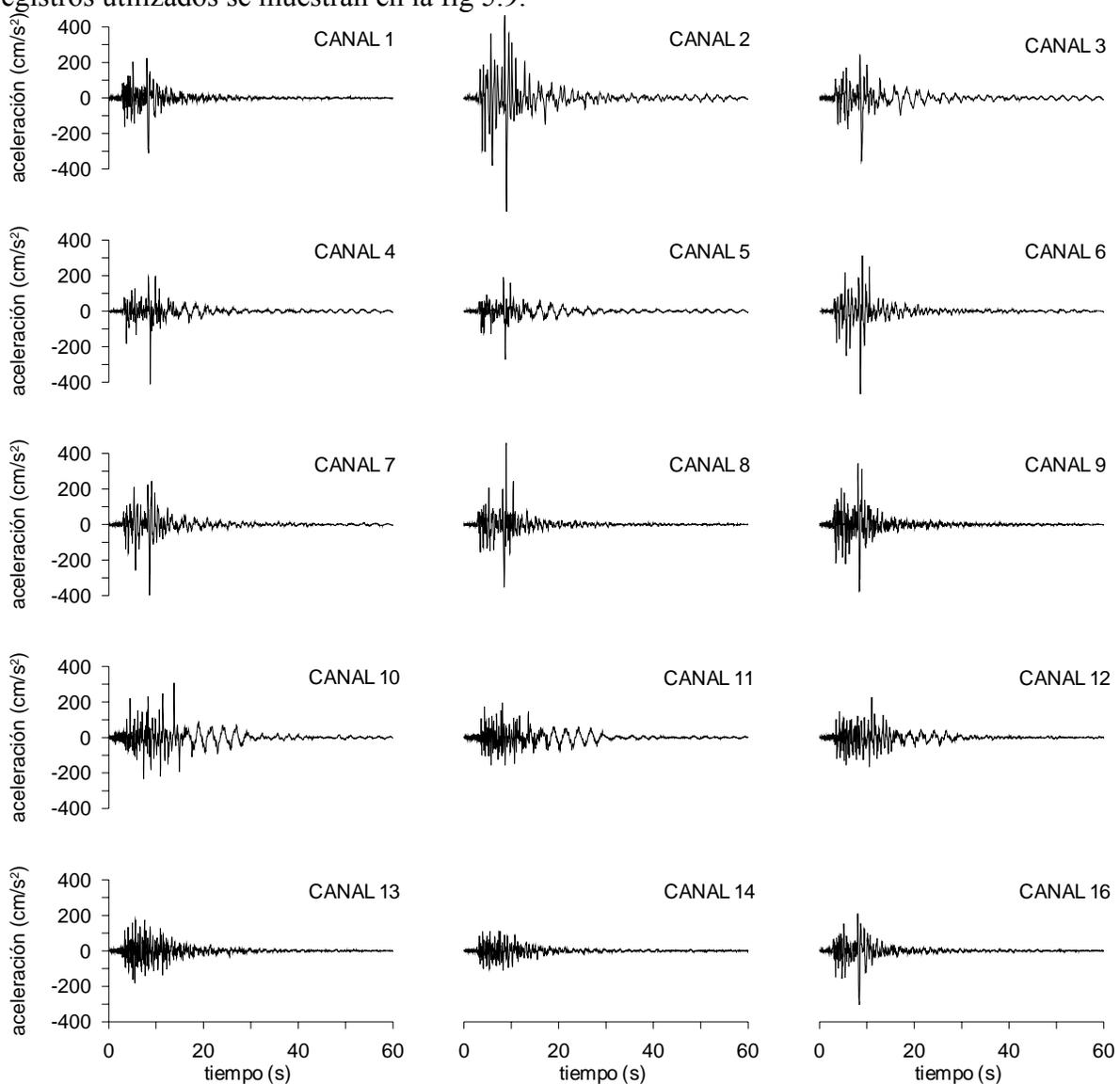


**Fig 5.8. Geometría y puntos de instrumentación del edificio North Hollywood-20 (Naeim, 1997)**

### 5.2.2. Registros sísmicos

Los registros de este edificio tuvieron una duración de 59.98 y 0.02 s de intervalo de digitización. Las mayores amplitudes de aceleración horizontal en la base y azotea fueron 0.33g y 0.66g respectivamente.

Los registros utilizados para este edificio fueron los correspondientes a los canales 1 a 14 y el 16 (fig 5.8), tres por cada piso en orden ascendente, para azotea, piso 16, 9, 3 y planta baja, los registros utilizados se muestran en la fig 5.9.

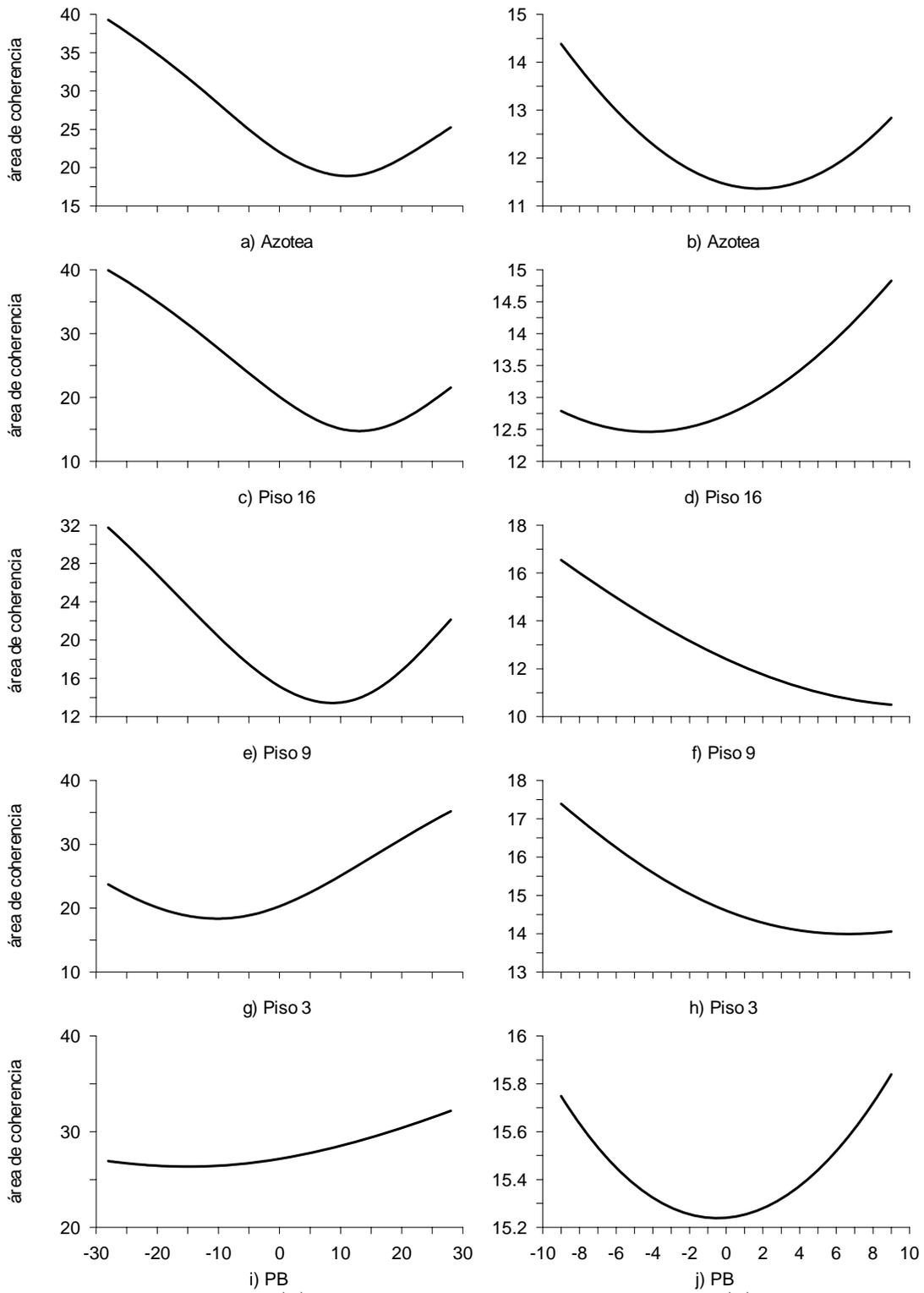


**Fig 5.9. Registros de aceleración del edificio North Hollywood-20 (Naeim, 1997)**

### 5.2.3. Evaluación del CR

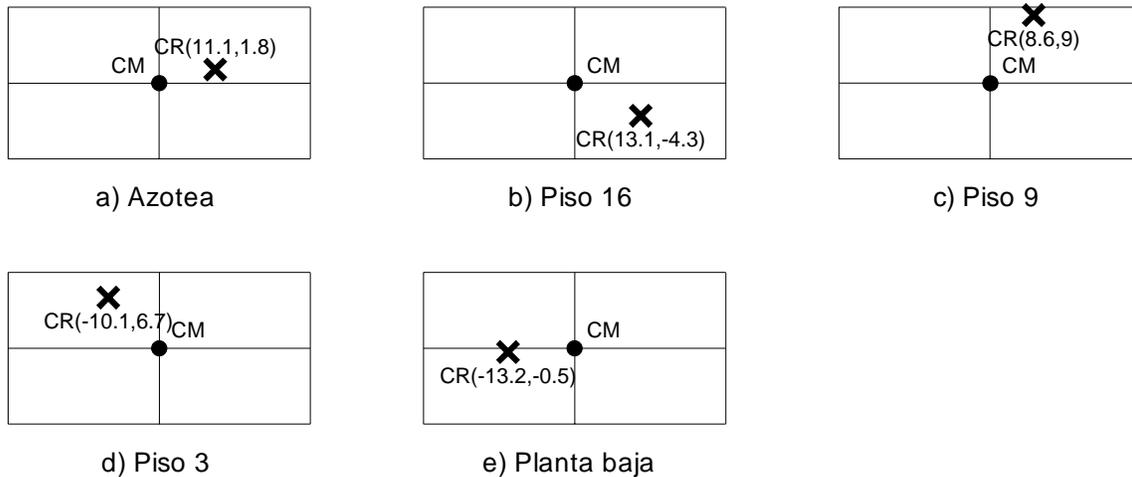
Los resultados obtenidos mediante el método de Safak y Celebi se presentan en la fig 5.10, donde se pueden observar los valores de las coordenadas X e Y del CR de los pisos instrumen-

-tados asociados con la menor área de coherencia.

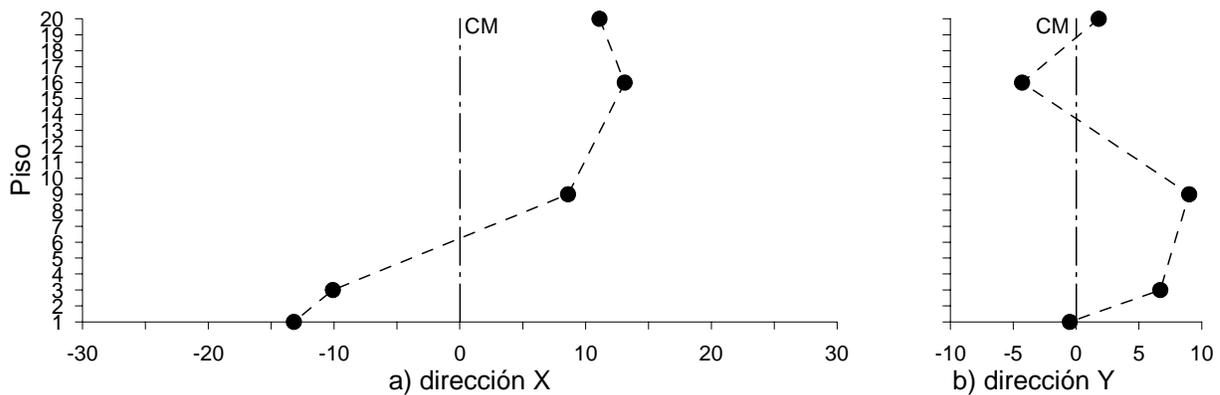


**Fig 5.10. Variación del área de coherencia con las coordenadas X e Y del CR en diferentes pisos del edificio North Hollywood-20**

Las coordenadas del CR de cada piso en planta se muestra en la fig 5.11 y la configuración del CR en elevación para la dirección X e Y en la fig 5.12.



**Fig 5.11. Identificación del CR en los pisos instrumentados del edificio North Hollywood-20**



**Fig 5.12. Localización en elevación del CR de los pisos del edificio North Hollywood-20**

En la fig 5.12 se puede observar que las variaciones más significativas de las coordenadas del CR se presentan entre la planta baja y los pisos superiores, esto se puede deber a la variación de las dimensiones de su planta, así como de su sistema resistente lateral que provoca una discontinuidad estructural en el edificio.

La relación largo-ancho de su planta excede de 2.5 también, por lo que de acuerdo con las NTC-2004 se trataría de una estructura irregular. Los valores de las coordenadas del CR, CM;  $e_s$  y la relación  $e_s/b$  se muestran en la Tabla 5.2. Según los valores de la excentricidad normalizada el menor valor en la dirección X se presentó en el piso 9, contrario a la dirección Y cuya excentricidad es la mayor en este piso. Según los valores observados de la relación  $e/b$  en la Tabla 5.2 la estructura es fuertemente irregular.

**Tabla 5.2. Excentricidad en el edificio North Hollywood-20**

Piso	$x_{CM}$ (m)	$y_{CM}$ (m)	$x_{CR}$ (m)	$y_{CR}$ (m)	$e_{sx}$ (m)	$e_{sy}$ (m)	$b_x$ (m)	$b_y$ (m)	$e_{sx}/b$	$e_{sy}/b$
Azotea	0	0	11.1	1.8	-11.1	-1.8	55.93	17.63	-0.20	-0.10
16	0	0	13.1	-4.3	-13.1	4.3	55.93	17.63	-0.23	0.24
9	0	0	8.6	9.0	-8.6	-9.0	55.93	17.63	-0.15	-0.51
3	0	0	-10.1	6.7	10.1	-6.7	55.93	17.63	0.18	-0.38
PB	0	0	-13.2	-0.5	13.2	0.5	60.53	29.36	0.22	0.02

Durante la inspección de este edificio no se observó daño estructural aparente que pudiera indicar la incursión de la estructura al intervalo de comportamiento inelástico.

### 5.3. EDIFICIO LOS ANGELES -9

#### 5.3.1. Descripción e instrumentación

Se identificó como la estación CSMIP N° 24579 cuyo nombre en SIEI es la9offi. Es un edificio de concreto reforzado con nueve pisos sobre el piso del suelo y uno por debajo. La estructura en planta es irregular, las dimensiones de su base y planta tipo son  $47.244 \times 47.244$  m. La altura de cada piso es variable y se indica en la fig 5.14. Tiene un área de  $9290 \text{ m}^2$  de construcción y su uso es el de oficinas (fig 5.13).

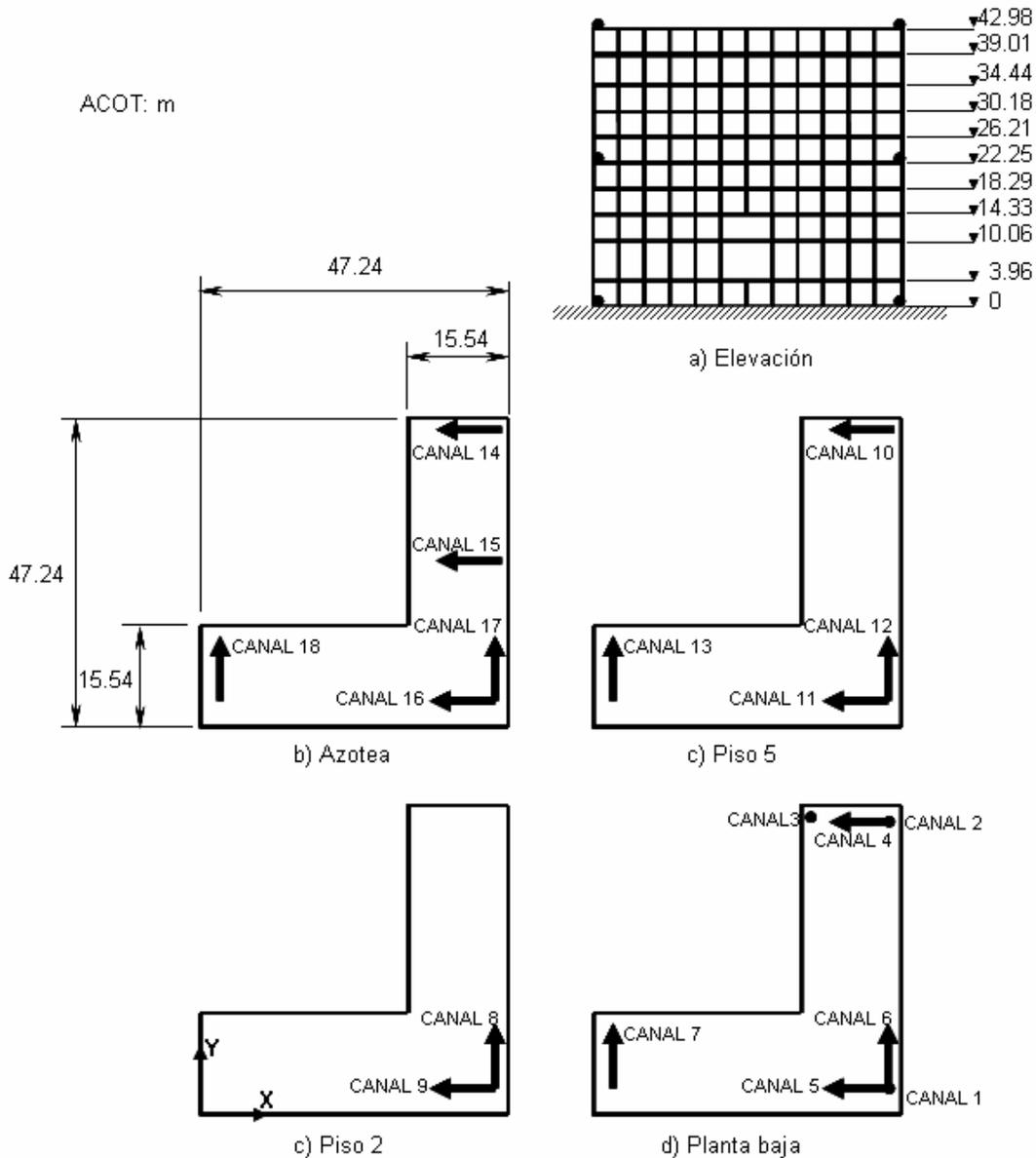
El edificio está formado por columnas y vigas de concreto reforzado como sistema de soporte vertical. El sistema de piso es a base de losas planas de concreto de 10.16 a 12.7 cm de peralte. En el perímetro de la estructura existen marcos de concreto con muros de mampostería. La cimentación es a base de zapatas corridas de concreto reforzado, debajo del perímetro de los muros éstas son continuas. Existen tres bóvedas de concreto en el piso 5 de 23.6 cm de ancho, cada una soportada por marcos especiales.



**Fig 5.13. Vistas del edificio Los Angeles-9 (Naeim, 1997)**

Este edificio se instrumentó con 18 acelerómetros en cuatro pisos de la estructura (azotea, piso 5, piso 2 y planta baja). En los primeros tres pisos mencionados, los instrumentos fueron colocados en dos direcciones horizontales ortogonales entre sí, en la planta baja se agregó la

dirección vertical. En la azotea fueron colocados cinco instrumentos en cuatro puntos diferentes, en el piso 5, cuatro en tres puntos, en el piso 2, dos en un solo punto y en la planta baja, siete en cuatro puntos diferentes (fig 5.14).

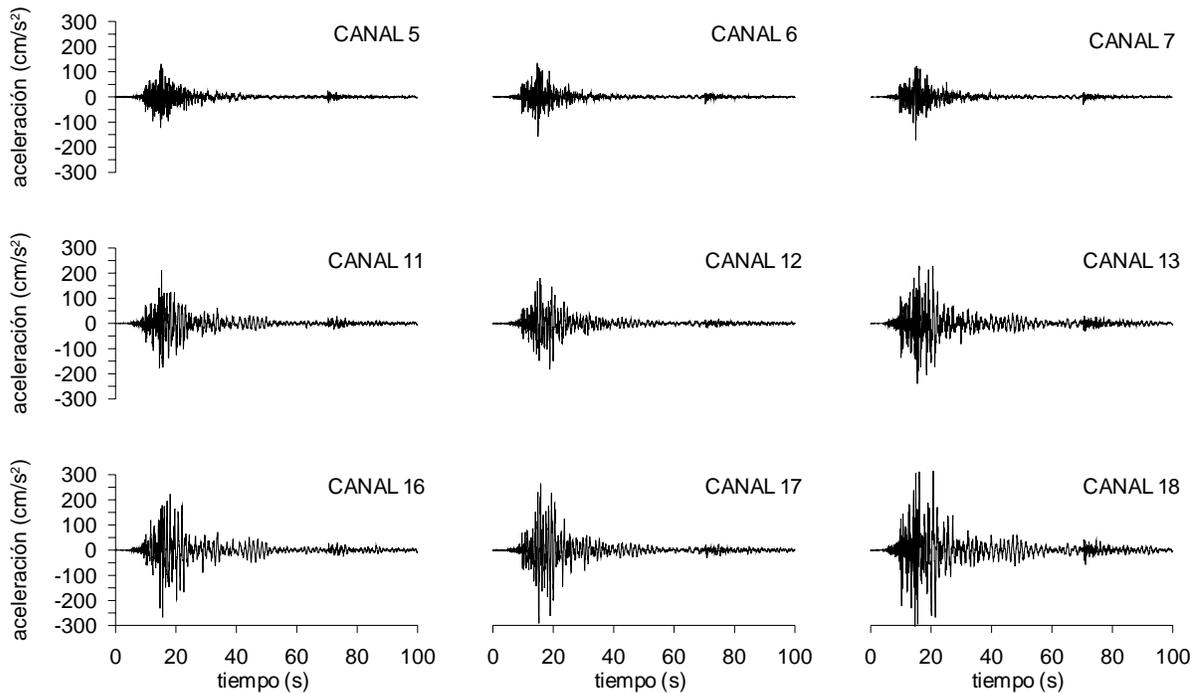


**Fig 5.14. Geometría y puntos de instrumentación del edificio Los Angeles -9 (Naeim, 1997)**

### 5.3.2. Registros sísmicos

En este caso la duración de los registros fue 100.01 s, con un total de 10001 puntos espaciados a 0.01 s. Las mayores amplitudes de las aceleraciones horizontales que experimentó la estructura en la base y azotea fueron 0.18g y 0.34g, respectivamente.

En este edificio se colocaron más de tres acelerómetros por piso, para la aplicación del método de Safak y Celebi sólo se necesita el registro de tres de ellos, por lo que se seleccionaron tres por piso. Estos fueron los correspondientes a los canales 5 a 7 para la azotea, 11 a 13 para el piso 5 y 16 a 18 para la planta baja (fig 5.14). El piso 2 del sótano no cumplió con la instrumentación mínima necesaria para la aplicación del método, los registros utilizados se muestran en la fig 5.15.



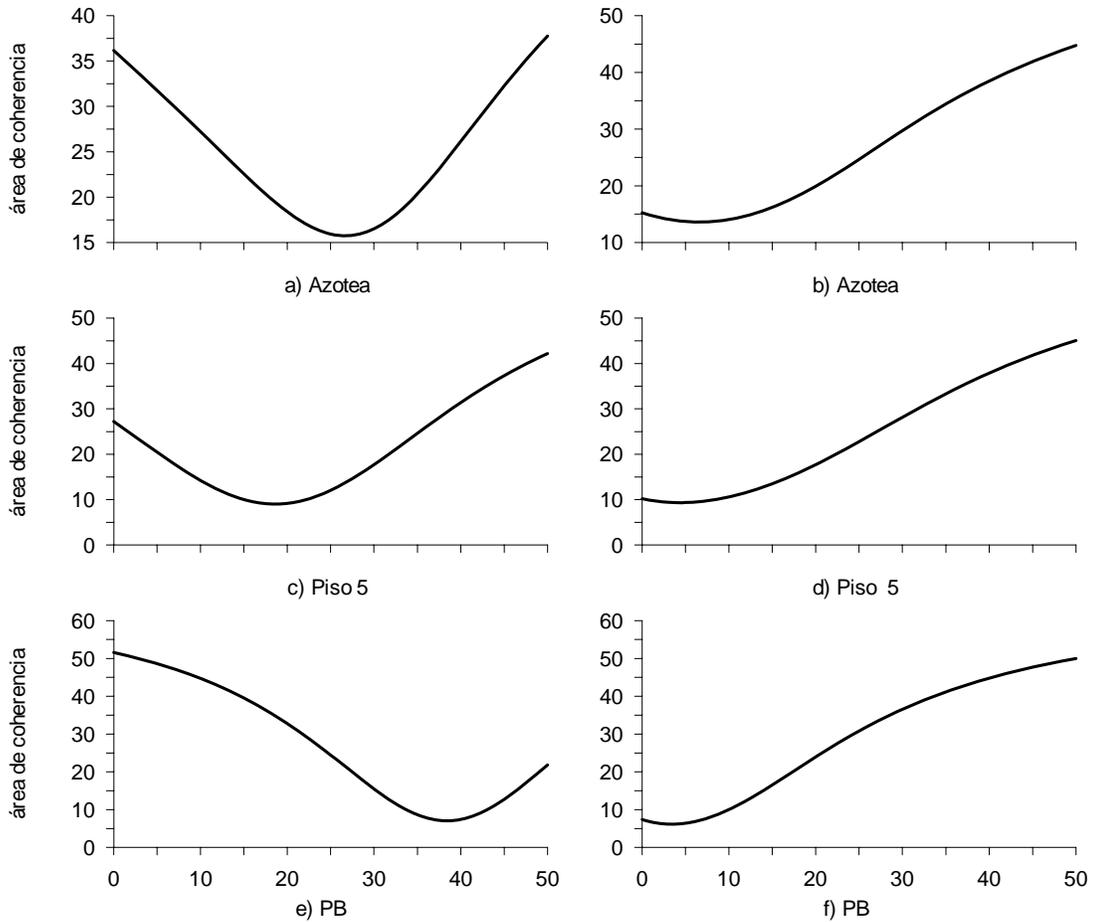
**Fig 5.15. Registros de aceleración del edificio Los Angeles -9 (Naeim, 1997)**

### 5.3.3. Evaluación del CR

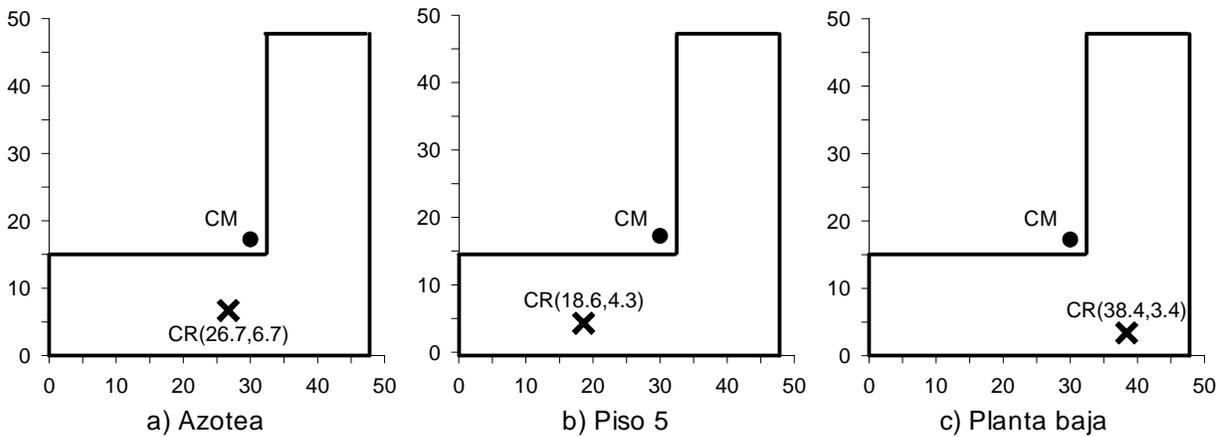
Las coordenadas X e Y del CR para los pisos instrumentados se presenta en la fig 5.16.

La localización del CR en planta se muestra en la fig 5.17 y la vista en elevación en cada dirección (X e Y) en la fig 5.18. En la fig 5.18a se puede observar que el CR de los diferentes pisos se encuentra a ambos lados del CM, mientras que en la fig 5.18b se encuentran de un solo lado. En general las excentricidades en la dirección X se aprecian menores con respecto a las de la Y, sólo que en esta última los valores de la excentricidad son muy semejantes entre sí.

Debido a su irregularidad en planta en este tipo de estructuras es de esperar efectos torsionales. En este edificio no se realizó una inspección que pudiera dar una idea de su estado y que indicara si la estructura ingreso al intervalo de comportamiento inelástico de comportamiento estructural.

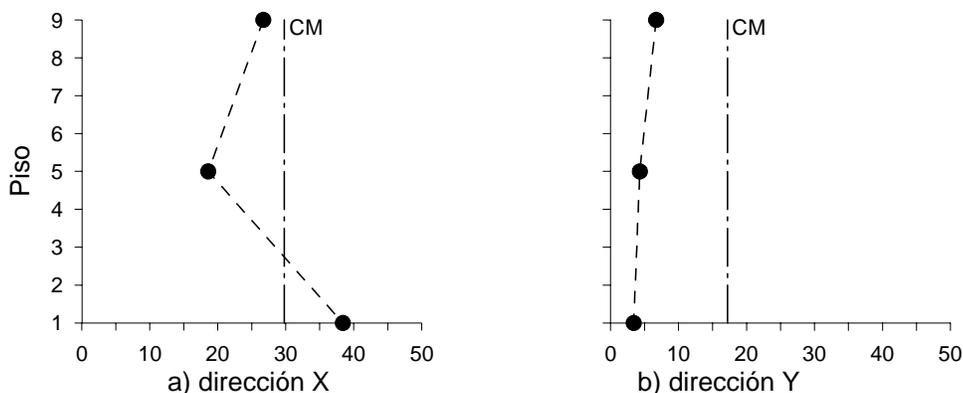


**Fig 5.16. Variación del área de coherencia con las coordenadas X e Y del CR en diferentes pisos del edificio Los Angeles-9**



**Fig 5.17. Identificación del CR en los pisos instrumentados del edificio Los Angeles-9**

Según los resultados de la tabla 5.3, en la dirección X la excentricidad excede el 20% de su dimensión en planta en el piso 5 y la menor excentricidad se presenta en la azotea. En la dirección Y, en los tres pisos instrumentados se rebasa tal porcentaje, aunque la variación de la coordenada del CR entre piso y piso es menor que en la dirección X.



**Fig 5.18. Localización en elevación del CR de los pisos del edificio Los Angeles-9**

**Tabla 5.3. Excentricidad en el edificio Los Angeles-9**

Piso	$x_{CM}$ (m)	$y_{CM}$ (m)	$x_{CR}$ (m)	$y_{CR}$ (m)	$e_{sx}$ (m)	$e_{sy}$ (m)	$b_x$ (m)	$b_y$ (m)	$e_{sx}/b$	$e_{sy}/b$
Azotea	29.98	17.26	26.7	6.7	3.28	10.56	47.24	47.24	0.07	0.22
5	29.98	17.26	18.6	4.3	11.38	12.96	47.24	47.24	0.24	0.27
PB	29.98	17.26	38.4	3.4	-8.42	13.86	47.24	47.24	-0.18	0.29

De manera general para los tres edificios se puede decir lo siguiente:

La variabilidad de la localización de los CR era de esperarse ya que se trata de edificios de varios pisos, irregulares o fuertemente irregulares, incluso con discontinuidades entre sus pisos. En este tipo de edificios, los CR depende de la distribución de carga y no están alineados verticalmente uno sobre otro, como se ha demostrado en estudios previos (Cheung y Tso, 1986; Harasimowicz y Goel, 1998).

Durante el sismo, los edificios recibieron excitación con un gran contenido de frecuencias que probablemente excitaron modos de orden superior y favorecieron las configuraciones obtenidas de los CR. Se debe tomar en cuenta que durante un sismo de mediana y alta intensidad las estructuras pueden ingresar al intervalo de comportamiento inelástico lo cual modifica su respuesta.

Cuando la excentricidad estática de un edificio difiere de un piso a otro, como en la mayoría de los pisos de cada edificio, se producen fuerzas de inercia que pueden dar lugar a valores de excentricidad significativos a través de toda la estructura. También se debe de tomar en cuenta que cuando un modo de traslación se acopla con uno de torsión hay una amplificación dinámica del componente torsional de la respuesta sísmica. Algunos estudios (Samali, et al, 2003) han demostrado que si los periodos fundamentales de torsión y traslación desacoplados están cercanos entre sí, puede ocurrir una respuesta torsional significativa a pesar de que la excentricidad sea pequeña.

Además de lo anterior, se debe recordar que las incertidumbres inherentes a las propiedades estructurales, las torsiones inducidas por el componente rotacional del terreno, la diferencia de llegada de las ondas sísmicas a los apoyos de las estructuras, la diferencia entre las propiedades reales y las calculadas, etc. participan de una u otra manera en la excentricidad y deben ser tomados en cuenta (Escobar y Ayala 1998).

## CAPÍTULO 6

### CONCLUSIONES

Se estableció un método para calcular la excentricidad en estructuras reales a partir de la información obtenida al realizar pruebas dinámicas sobre ellas. Para ello, se evaluaron diferentes métodos para la determinación de la excentricidad en estructura reales instrumentadas y se discutió sobre su eficiencia en función de los criterios de instrumentación que se realiza en México para poderlos aplicar.

Para evaluar los métodos se estudió un modelo estructural simple, del cual se conocían los resultados exactos que habría que obtener al aplicar los métodos. Se seleccionó el método de Safak y Celebi como el más adecuado para llevar a cabo esta tarea debido a que es el que proporcionó los mejores resultados al evaluar el modelo, se adaptó mejor al tipo de instrumentos y programa de pruebas realizados en el mundo y porque se basa en un parámetro estadístico que contempla las muestras obtenidas mediante la instrumentación, que son datos aleatorios.

El método seleccionado se aplicó en la identificación de la excentricidad en diferentes pisos de tres edificios reales de los que se disponía información sobre su instrumentación.

Se realizó la identificación de los CR y se evaluó la excentricidad existente en los edificios mencionados. La excentricidad calculada en cada piso es la excentricidad real. Dicha excentricidad contiene, de manera implícita, el efecto de la interacción con todos los demás pisos, con el suelo, con la excitación y además, toma en cuenta todos los factores que intervienen para que la estructura responda de cierta manera.

Este tipo de procedimientos para evaluar la excentricidad en estructuras existentes, puede ayudar a reducir las incertidumbres en el diseño por torsión, al conocer el comportamiento de algunos edificios, se pueden realizar modificaciones en futuros proyectos que comportan características estructurales con los ya evaluados. Los trabajos relacionados con este tema son escasos por lo que se debe promover su desarrollo.

Durante un sismo fuerte la estructura puede experimentar comportamiento no-lineal así, si los parámetros del comportamiento lineal se conocen previamente, se podría evaluar el comportamiento no lineal de la estructura. Por lo que resulta de vital importancia realizar más estudios con información proveniente de estructuras instrumentadas. Con el objetivo de comparar resultados, el método descrito en este estudio se puede aplicar para evaluar la excentricidad real en edificios sometidos a diferentes niveles de excitación sísmica, como podrían ser los que se presentan en vibración ambiental y vibración forzada.

Por lo anterior es de vital importancia promover el uso de la instrumentación como una alternativa para la evaluación de estructuras y contar con un mayor número de edificios instrumentados para realizar una base de datos, donde además de los registros procedentes de los instrumentos, se disponga de información detallada de su estructuración para poder contar con una explicación completa de los resultados obtenidos.

Cabe mencionar que los métodos evaluados, han sido aplicados en estructuras reales, pero no en modelos donde los resultados son conocidos y pueden compararse con los obtenidos como se hizo en este estudio.

Este estudio se limitó a la elección del método más adecuado para la determinación de la excentricidad en estructuras por medio de pruebas dinámicas, se vislumbran múltiples pruebas más a realizar, pero ya sobre el método seleccionado como el más conveniente. Se pueden hacer diferentes modelos, con diferentes excitaciones, diferentes propiedades y contemplando otros factores, de manera que se puedan evaluar las condiciones más convenientes para la aplicación del método así como sus limitaciones.

Es factible realizar pruebas experimentales con un modelo real, del cual se conozcan sus propiedades y sus excitaciones, como es el caso de la simulación en la mesa vibradora, además hacerlo mediante un programa de cómputo como se hizo en este trabajo. Poder comparar las respuestas reales de la estructura producto de la instrumentación de la misma, con las generadas a partir del programa de cómputo. Esto ayudaría enormemente a la calibración de modelos y obtener confianza en el uso de programas que ayudarían en los estudios experimentales.

---

**REFERENCIAS**

- Bendat J.S. y Piersol A.G. "Engineering applications of correlation and spectral analysis", Wiley Interscience, New York, 1980.
- Bendat J.S. y Piersol A.G. "Random data: analysis and measurement procedure", Wiley Interscience, New York, 1989.
- Brownjohn J.M.W., (2003), "Ambient vibration studies for system identification of tall buildings", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 32, pp. 71-95.
- Cardona N. R., (1977), "Sobre la respuesta torsional", Tesis de maestría, Posgrado, UNAM.
- Celebi M., (2000), "Seismic instrumentation of buildings (with emphasis on federal buildings)", USGS Project N° 0-7460-68170/GSA Project N° ZCA72434, USA.
- Celebi M., Safak E., Brady G., Maley R., y Sotoudeh V., (1987), Integrated instrumentation plan for assessing the seismic response of structures--a review of the current USGS program, USGS Circular 947, USA.
- Cheung V.W-T y Tso W.K., (1986), "Eccentricity in irregular multistorey buildings", Canadian Journal of Civil Engineering, Vol. 13, No. 1, pp. 46-52.
- Chopra A.K., (1995), "Dynamics of structures theory and applications to earthquake engineering", Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey.
- Damy J. y Alcocer S., (1987), "Obtención del centro de torsión de edificios", Memorias del VII Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica, SMIS, Querétaro, México, pp. C-60 a C-67.
- De la Colina J., (1999), "Effects of torsion factors on simple non-linear systems using fully-bidirectional analyses", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 28, pp. 691-706.
- De la Colina J. y Almeida C., (2004), "Probabilistic study on accidental torsion of low-rise buildings", Earthquake Spectra, Vol. 20, N° 1, febrero, pp. 25-41.
- De la Llera J.C. y Chopra A.K., (1993), "Evaluation of code-accidental torsion provisions using earthquakes records from buildings" Earthquake Engineering and Structural Dynamics, pp. 1-34.
- De la Llera J.C. y Chopra A.K., (1995), "Estimation of accidental torsion effects for seismic design of buildings", Journal of Structural Engineering, Vol. 121, N° 1, enero, pp. 102-114.
- Dhiman B. y Sudhir K.J., (2004), "Seismic analysis of asymmetric buildings with flexible floor diaphragms", Journal of Structural Engineering, Vol. 130, N° 8, agosto, pp. 1169-1176.

Elorduy J. y Rosenblueth E., (1968), "Torsiones sísmicas en edificios de un piso", Instituto de Ingeniería, UNAM, Publicaciones del IIUNAM, N° 137.

Escobar J.A., (1994), "Respuesta sísmica de estructuras asimétricas inelásticas con propiedades inéditas", Tesis doctoral, División de Estudios de Posgrado, Facultad de Ingeniería, UNAM.

Escobar J.A., Mendoza A. y Gómez R., (2004), "Diseño simplificado por torsión sísmica estática", Revista de Ingeniería Sísmica No. 70 77-107, pp. 77-107.

Escobar J.A., Cisneros C.M. y Gómez R., (2004), "Evaluación de criterios de diseño por torsión sísmica estática para edificios de varios pisos", Revista de Ingeniería Sísmica No. 71 63-89, pp. 63-89.

Escobar J.A. y Ayala G., (1998), "Yielding seismic response of code designed single storey asymmetric structures", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 27, pp. 525-541.

Galiote M., (2006), "Una aplicación de la instrumentación sísmica de edificios", Tesis de maestría, Posgrado, UNAM.

García E., Farfán J. y Parra D., (2001), "Determinación de los parámetros dinámicos y el centro de torsión de las edificaciones de la ciudad de Cuenca mediante vibraciones ambientales", Asociación Española de Ingeniería Sísmica, 2° Congreso Iberoamericano de Ingeniería Sísmica, Ecuador, pp 559-567.

Goel R.K. y Chopra A.K., (1992), "Seismic code analysis of buildings without locating centers of rigidity", ASCE Journal of Structural Engineering , Vol. 119, N° 10, octubre, pp. 3039-3055.

Harasimowicz A.P. y Goel R.K., (1998), "Seismic code analysis of multi-storey asymmetric buildings", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 27, pp. 173-185.

Heredia E.Z. y Esteva L., (1998), "Optimal instrumentation of uncertain structural system subject to earthquake ground motions", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 27, pp. 343-362.

Hsiung L.W., Chopra A.K. y De la Llera J.C., (2001), "Accidental torsion in buildings analysis vs earthquake motions", Journal of Structural Engineering , mayo, pp. 476-481.

Huang C.S. y Lin H.L., (2001), "Modal identification of structures from ambient vibration, free vibration, and seismic response data via a subspace approach", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 34, pp. 1857-1878.

Humar J.L., (1984), "Design for seismic torsional forces", Canadian Journal of Civil Engineering, Vol. 12, No. 2, pp. 150-163.

- Ivanovic S.S, Trifunac M.D. y Todorovska M.I., (2000), "Ambient vibrations tests of structures-a review", Bulletin of the Indian Society Earthquake Technology, pp 1-31.
- Jaimes J.C., (2005), "Control activo de modelos de edificios asimétricos", Tesis de maestría, Posgrado, UNAM.
- Jaramillo D.J., (1987), "Torsión sísmica de edificios", Tesis de maestría, Posgrado, UNAM.
- Makarios T. y Anastassiadis K., (1998), "Real and fictitious elastic axes of multi-storey buildings: Theory", The Structural Design of Tall Buildings, Vol. 7, pp. 33-55.
- Marino E.M. y Rossi P.P., (2004), "Exact evaluation of the location of the optimum torsion axis", The Structural Design of Tall and Special Buildings, Vol. 13, pp. 277-290.
- Marusic D. y Fajfar P., (2005), "On the inelastic seismic response of asymmetric buildings under bi-axial excitation", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 34, pp. 943-963.
- Mendoza L., Reyes A. y Luco J.E., (1991), "Ambient vibration tests of the Mexicali General Hospital", Earthquake Spectra, Vol. 7, N° 2.
- Murià Vila D. y González A.R., (1995), "Propiedades dinámicas de los edificios de la Ciudad de México, Revista de Ingeniería Sísmica, N° 51, pp 25-45.
- Murià Vila D., Fuentes L. y González A.R., (2000), "Incertidumbre en la estimación de las frecuencias naturales de vibración de edificios de la ciudad de México", Información Tecnológica, Vol. 11, N° 3.
- Murià Vila D., Rodríguez G., Zapata A. y Toro A.M., (2001), "Seismic Response of a twice retrofitted building", ISET Journal of Earthquake Technology, Paper No. 412, Vol. 38, No. 2-4, Junio-Diciembre, 2001, pp 67-92.
- Naeim F., (1997), "Performance of Extensively Instrumented Buildings During the January 17, 1994 Northridge Earthquake –An Interactive Information System–", Reporte No. 7530.68/97, John A. Martin and Associates.
- Naeim F., (2000), "Learning from structural and nonstructural seismic performance of 20 extensively instrumented buildings", Proceedings of the 12th World Conference on Earthquake Engineering, Auckland, Nueva Zelanda, enero.
- Newmark N.M. y Rosenblueth E., (1976) "Fundamentos de Ingeniería Sísmica" Editorial Diana, México.
- NTC-2004, (2004), "Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo", Gaceta Oficial del Departamento del Distrito Federal, octubre, México, pp 55-77.

Poole R.A., (1977), "Análisis for torsión employing provisions of NZRS 4203: 1974", Bulletin of the New Zealand Society for Earthquake Engineering, Vol. 10, N°4, pp.219-225.

Rosenblueth E., (1979), "Seismic Design requirements in a Mexican 1976 code", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol 7, pp. 49-61.

Safak E. y Celebi, M., (1990), "Method to estimate center of rigidity using vibration recordings", Journal of Structural Engineering, Vol. 116, N° 1, enero, pp. 85-97.

Samali B., Wu Y.M. y Li J., (2003), "Shake table tests on a mass eccentric model with base isolation", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 32, pp. 1353-1372.

Shakib H., (2004), "Evaluation of dynamic eccentricity by considering soil-structure interaction: a proposal for seismic design codes", Soil Dynamics and Earthquake Engineering, Vol. 24, pp. 369-378.

Shakib H. y Tohidi R.Z., (2002), "Evaluation of accidental eccentricity in buildings due to rotational component of earthquake", Journal of Structural Engineering, Vol. 6, N° 4, pp. 431-445.

Stathopoulos K.G. y Anagnostopoulos S.A., (2005), "Inelastic torsion of multistorey buildings under earthquake excitations", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 34, pp. 1449-1465.

Taborda R., (2003), "Respuesta dinámica y efectos de interacción suelo-estructura de un edificio instrumentado en Acapulco", Tesis de maestría, Posgrado, UNAM.

Trifunac M.D., (1972), "Comparisons between ambient and forced vibration experiments", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 1, pp. 133-150.

Tso W.K., (1990), "Static eccentricity concept for torsional moment estimations", Journal of Structural Engineering, Vol. 116, N° 5, mayo, pp. 1199-1212.

Zapata M. U., (1993), "Comportamiento en torsión de modelos de estructuras de cortante de varios pisos", Tesis de maestría, Posgrado, UNAM.

Zárate G., Ayala G.A. y García O., (2003), "Método sísmico estático para edificios asimétricos: revisión de enfoques", Revista de Ingeniería Sísmica, N° 69, pp.25-44.

## APÉNDICE A. ANÁLISIS ESPECTRAL

Existen diferentes técnicas de análisis para la identificación de propiedades dinámicas de las estructuras a partir de la información obtenida mediante su instrumentación. La identificación puede ser paramétrica o no paramétrica. La primera consiste en establecer un modelo matemático simplificado y estimar los valores de los parámetros estructurales necesarios para producir una optima correlación entre la respuesta medida y la calculada. En la segunda se determinan las características del sistema estructural directamente del análisis de los registros de respuesta obtenidos mediante funciones que relacionan las señales de excitación o entrada con las de respuesta o salida de un sistema en particular, generalmente este tipo de estimación se realiza en el dominio de la frecuencia.

El análisis espectral convencional (AEC), es una de las técnicas no paramétricas más usadas en la identificación de propiedades dinámicas de las estructuras. Consiste en un análisis de señales aleatorias estacionarias a través de la transformada de Fourier, para obtener los espectros de potencia promedio, así como funciones en el dominio de la frecuencia tales como de transferencia, de ángulo de fase y de coherencia entre pares de señales (Bendat y Piersol, 1989).

El espectro de Fourier de una señal se define mediante la ecuación

$$\ddot{X}(f) = \int_0^T \ddot{x}(t)e^{-i2\pi ft} dt \quad (A.1)$$

La ec (2.1) también se puede escribir como

$$\ddot{X}(f) = \int_0^T \ddot{x}(t) \cos 2\pi ft dt - i \int_0^T \ddot{x}(t) \sin 2\pi ft dt \quad (A.2)$$

Se puede observar que la ec. (2.23) está compuesta por una parte real y una parte imaginaria,

$$\ddot{X}(f) = \ddot{R}(f) + i\ddot{I}(f) \quad (A.3)$$

y las amplitudes del espectro de Fourier son

$$\ddot{X}(f) = \left\{ \left[ \ddot{R}(f) \right]^2 + \left[ \ddot{I}(f) \right]^2 \right\}^{1/2} \quad (A.4)$$

El auto-espectro de potencia de una señal se calcula de acuerdo con

$$S_{xx}(f) = \ddot{X}^*(f)\ddot{X}(f) \quad (A.5)$$

Donde  $\ddot{X}^*(f)$  es el espectro conjugado de Fourier

$$\ddot{X}(-f) = \ddot{X}^*(f) \quad (A.6)$$

Como el espectro de amplitud es una función de simetría, implica que

$$S_{xx}^*(f) = S_{xx}(-f) \quad (A.7)$$

Dada esta propiedad, es conveniente definir al espectro de potencia de la forma siguiente

$$G_{xx}(f) = \begin{cases} 2S_{xx}(f) & ; f > 0 \\ S_{xx}(f) & ; f = 0 \\ 0 & ; f < 0 \end{cases} \quad (\text{A.8})$$

El espectro cruzado de potencia esta dado por

$$S_{xy}(f) = \dot{X}^*(f)\dot{Y}(f) \quad (\text{A.9})$$

Donde  $X(f)$  y  $Y(f)$  son funciones de dos señales diferentes

$$G_{xy}(f) = \begin{cases} 2S_{xy}(f) & ; f > 0 \\ S_{xy}(f) & ; f = 0 \\ 0 & ; f < 0 \end{cases} \quad (\text{A.10})$$

La determinación de las propiedades dinámicas de un sistema requiere de la obtención de la información en el dominio de la frecuencia propia de dicho sistema. Para lograr esto se estiman las funciones de trasferencia en amplitud y ángulos de fase, así como las funciones de coherencia entre dos señales.

Las funciones de trasferencia se pueden obtener:

Con el cociente de los auto-espectros o de los espectros de Fourier de dos señales

$$FT = \left( \frac{G_{xx}(f)}{G_{yy}(f)} \right)^{1/2} = \frac{\ddot{X}(f)}{\ddot{Y}(f)} \quad (\text{A.11})$$

Con el cociente del espectro cruzado de las dos señales consideradas y el auto-espectro de una de ellas:

$$FT_{xy} = \frac{G_{xy}}{G_{xx}} \quad (\text{A.12})$$

$$FT_{yx} = \frac{G_{yy}}{G_{yx}} \quad (\text{A.13})$$

Estas funciones de trasferencia son iguales sólo si las dos señales están relacionadas linealmente y no están contaminadas con señales ajenas al sistema.

La determinación de la correlación de cada componente frecuencial de dos señales es recurriendo a la relación que hay entre las funciones del espectro cruzado y los auto-espectros de cada señal.

$$|G_{xy}(f)|^2 \leq G_{xx}(f)G_{yy}(f) \quad (\text{A.14})$$

y la función de coherencia:

$$C^2(f) = \frac{|G_{xy}(f)|^2}{G_{xx}(f)G_{yy}(f)} \quad (\text{A.15})$$

Según esta definición  $C^2(f)$  siempre es igual a 1 (Apéndice A).

Respecto al ángulo de fase, éste se obtiene con base en el cociente de la parte real y la parte imaginaria de la función del espectro cruzado de potencia

$$G_{xy}(f) = A_{xy}(f) + iB_{xy}(f) \quad (\text{A.16})$$

$$\theta_{xy}(f) = \tan^{-1} \frac{B_{xy}(f)}{A_{xy}(f)} \quad (\text{A.17})$$

Cabe señalar que al realizar el promedio de los espectros de potencia, el ruido ajeno a las propiedades del sistema tiende a eliminarse y que entre mayor número de eventos sean utilizados en el análisis, más representativa será la señal.

## APÉNDICE B. CÁLCULO DE LA COHERENCIA

Partiendo de la definición de Coherencia.

$$C_{xy} = \frac{|S_{xy}|^2}{S_{xx} S_{yy}} \quad (B.1)$$

Sean la señal  $x$  e  $y$  compuestas por  $n$  elementos, para cada elemento se tendrá la siguiente representación:

$$x = \varphi \quad (B.2)$$

$$y = \lambda \quad (B.3)$$

Al aplicar la transformada de Fourier a cada uno de los elementos de la señal  $x$  e  $y$  se tiene la siguiente representación:

$$\text{fft}(x) = (a + bi) \quad (B.4)$$

$$\text{fft}(y) = (c + di) \quad (B.5)$$

Siguiendo la definición de los autoespectros y el espectro cruzado de las señales en cuestión:

$$S_{xx} = (a - bi)(a + bi) = a^2 + b^2 \quad (B.6)$$

$$S_{yy} = (c - di)(c + di) = c^2 + d^2 \quad (B.7)$$

$$S_{xy} = (a - bi)(c + di) = ac + adi - bci - bdi^2 = (ac + bd) + (ad - bc)i \quad (B.8)$$

Al sustituir las ecuaciones B.6, B.7 y B.8 en la ecuación B.1 se tiene que:

$$C_{xy} = \frac{(ac + bd)^2 + (ad - bc)^2}{(a^2 + b^2)(c^2 + d^2)} = \frac{a^2 c^2 + 2acbd + b^2 d^2 + a^2 d^2 - 2adbc + b^2 c^2}{a^2 c^2 + a^2 d^2 + b^2 c^2 + b^2 d^2} = 1$$

Lo cual indica que si se calcula la coherencia entre dos señales con una sola ventana sin traslapes, el resultado para todas las frecuencias es de  $C_{xy} = 1$

Cuando la coherencia se evalúa dividiendo las señales en segmentos iguales llamados ventanas (análisis por ventanas) sus valores varían de cero a uno. Si el valor de la coherencia es igual a uno, significa que hay una relación lineal completa entre las dos señales, si es igual a cero dicha relación es nula.

La cantidad de ventanas (NV) esta en función del total de puntos del registro (NP) y el número de puntos por ventana (NPV). Se elige NV de acuerdo a la resolución deseada en frecuencia, considerando que a menor NPV se obtiene una precisión menor, por lo que se puede incurrir en errores numéricos en el análisis (Bendat y Piersol, 1989; Murià-Vila y González, 1995).

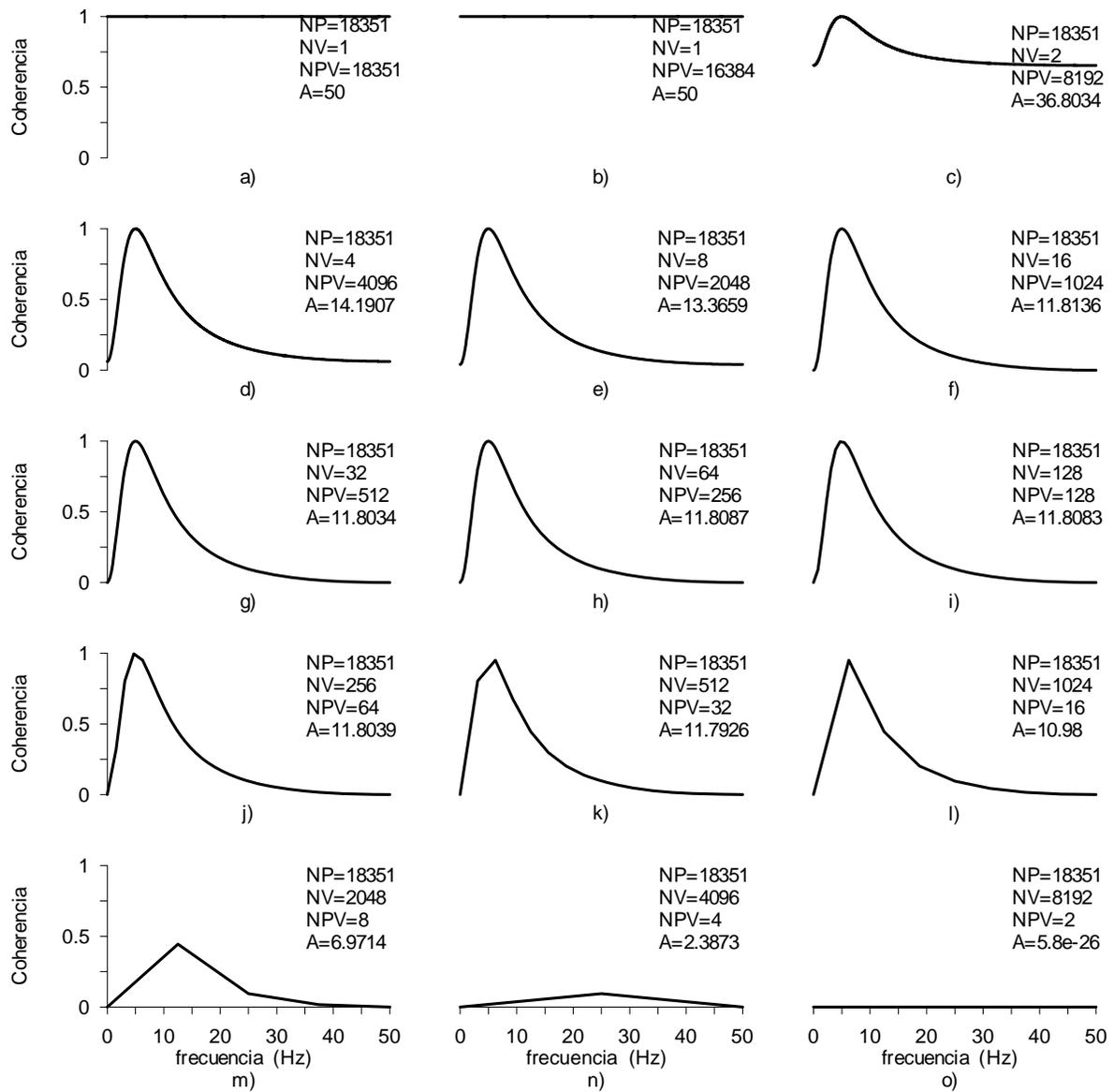
Para el caso particular de la aplicación del método de Safak y Celebi, la resolución en frecuencia no es de principal interés ya que no se pretende evaluar valores individuales sino el

área total de la función de coherencia (A) entre los movimientos de traslación y rotación de cada par de coordenadas del CR (capítulo 3.3).

Para la determinación NV adecuado para el análisis, se calculó la función de coherencia entre dos señales conocidas. Las funciones en cuestión fueron  $x = \text{sen}(2\pi 5t)$  e  $y = \text{cos}(2\pi 5t)$ , al transformar éstas funciones al dominio de la frecuencia, se identificó claramente un pico en la frecuencia  $f = 5$  Hz, donde la función de coherencia tiene un valor máximo correspondiente a  $C_{xy} = 1$ , hacia ambos lados de la frecuencia indicada el valor de la coherencia decrece (fig B1).

En la fig B1 se muestra éste cálculo para el NP que se manejó en el modelo (18351). Se varió el NP y el NPV, se puede observar la variación de la función de coherencia, así como el de A. La forma de la función de coherencia varía significativamente en las figuras extremas, donde el NV y el NPV son menores (a-c y m-o respectivamente) además de que no corresponden con la forma de la función de coherencia teórica esperada (máximo  $C_{xy}=1$ , en la frecuencia  $f = 5$  Hz).

En las figuras B1d-B1l la forma de la función de coherencia es la esperada pero existen variaciones en A, en las figuras B1g-B1j éstas variaciones son de centésimas, los valores correspondientes al NPV son 512, 256, 128 y 64 y su NV asociado, es de 32, 64, 128 y 256 respectivamente. Para los valores indicados, A es estable, además proporcionan los valores más aproximados de las coordenadas del CR al aplicar el método de Safak y Celebi. El valor seleccionado para realizar el análisis fue el correspondiente a  $\text{NPV} = 512$  y  $\text{NV} = 32$ .



**Fig B1. Variación del área de la función de coherencia con el NPV y NV con NP = 18351**