



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE  
MÉXICO

**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**

---

---

**PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA**

**INSTITUTO DE INGENIERÍA**

**DETECCIÓN DE DAÑO EN MARCOS PLANOS  
IRREGULARES EN MASA Y ELEVACIÓN**

**T E S I S**

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:

**MAESTRA EN INGENIERÍA**

INGENIERÍA CIVIL – ESTRUCTURAS

P R E S E N T A :

**LIZBETH MENDOZA RESÉNDIZ**

TUTOR:

**DR. JOSÉ ALBERTO ESCOBAR SÁNCHEZ**



2007



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

**JURADO ASIGNADO:**

Presidente:	Dr. Roberto Gómez Martínez
Secretario:	Dr. Orlando Javier Díaz López
Vocal:	Dr. José Alberto Escobar Sánchez
1 <sup>er</sup> . Suplente:	Dr. Oscar López Bátiz
2 <sup>do</sup> . Suplente:	M.I. Gerardo Rodríguez Gutiérrez

México, D.F.

INSTITUTO DE INGENIERÍA, UNAM.

**Agradecimientos:**

A *mis papás* por sus enseñanzas, apoyo incondicional, amor y confianza.

A *Alejandro* por su influencia en mí.

Al *Dr. José Alberto Escobar Sánchez* por el tiempo y dedicación a esta tesis, así como a la enseñanza de sus conocimientos.

A los investigadores *Dr. Roberto Gómez Martínez, Dr. Oscar López Bátiz, Dr. Javier Orlando Díaz López* y al *M.I. Gerardo Rodríguez Gutiérrez* por sus valiosos comentarios y sugerencias a este trabajo.

Al *CONACYT* por la beca que me otorgó durante mis estudios de maestría.

Al *Instituto de Ingeniería de la UNAM*, por todas las facilidades técnicas proporcionadas en sus instalaciones durante la realización del presente trabajo.

A *mis amigos*, que me apoyaron en los momentos buenos y malos durante la maestría.

A *TI* que me has estado a mi lado en todo este tiempo.

## CONTENIDO

<b>AGRADECIMIENTOS .....</b>	<b>V</b>
<b>CONTENIDO .....</b>	<b>VII</b>
<b>RESUMEN .....</b>	<b>IX</b>
<b>ABSTRACT .....</b>	<b>IX</b>
<b>CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN.....</b>	<b>1</b>
1.1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA .....	1
1.2. OBJETIVOS Y ALCANCES .....	2
<b>CAPÍTULO 2. ANTECEDENTES .....</b>	<b>3</b>
2.1. MÉTODOS DE DETECCIÓN DE DAÑO .....	3
2.2. MÉTODO DE LA MATRIZ DE TRANSFORMACIÓN .....	6
2.3. CONDENSACIÓN DE GUYAN .....	7
2.3. INSTRUMENTACIÓN EN ESTRUCTURAS .....	10
<b>CAPÍTULO 3. RECONSTRUCCIÓN DE LA MATRIZ DE RIGIDEZ DE UNA ESTRUCTURA.....</b>	<b>11</b>
3.1. RECONSTRUCCIÓN DE LA MATRIZ DE RIGIDEZ .....	11
3.2. ALGORITMO DE BARUCH Y BAR ITZHACK .....	12
3.3. MODELOS ESTUDIADOS .....	12
3.3.1. Descripción de los modelos.....	12
3.3.2. Análisis de los modelos estudiados.....	14
3.3.2.1. Marco $K_0$ .....	14
3.3.2.2. Marco $K_1$ .....	19
3.3.2.3. Marco $K_2$ .....	23
3.3.3. Factores de ajuste para mejorar la reconstrucción de la matriz de rigidez.....	27
3.3.3.1. Matriz de factores de ajuste $M_1$ .....	27
3.3.3.2. Matriz de factores de ajuste $M_2$ .....	29
<b>CAPÍTULO 4. DETECCIÓN DE DAÑO EN ESTRUCTURAS .....</b>	<b>33</b>
4.1. MARCO $K_0$ .....	35
4.2. MARCO $K_1$ .....	37
4.3. MARCO $K_2$ .....	41
4.4. RELACIÓN ENTRE PÉRDIDA DE RIGIDEZ Y GRIETAS .....	44
<b>CAPÍTULO 5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES .....</b>	<b>47</b>
<b>APÉNDICE A. GRÁFICAS DEL PORCENTAJE DE ERROR RELATIVO .....</b>	<b>49</b>
<b>REFERENCIAS .....</b>	<b>77</b>

## **RESUMEN**

Se estudia el comportamiento del Método de la Matriz de Transformación (MMT). Se pueden obtener las propiedades dinámicas de las estructuras mediante modelos matemáticos o en pruebas de vibración ambiental o forzada. Al hacer uso de estas últimas, se puede tener falta de información. Lo anterior afecta al reconstruir la matriz de rigidez de la estructura con daño, lo que genera errores en el MMT. El objetivo es definir un factor que ajuste a la matriz de rigidez reconstruida, con el menor número de formas modales y frecuencias de vibración, para obtener resultados deseables al emplear el MMT. Para lograrlo se estudian modelos estructurales con diferente configuración de rigidez y distribución de masa.

## **ABSTRACT**

The behavior of the Transformation Matrix Method (TMM) is studied. The dynamic properties of the structures can be obtained by means of mathematical models or in tests of environmental or forced vibration. When making use of these last ones, one can have lack of information. The above-mentioned affects when reconstructing the stiffness matrix of the structure with damage, what generates errors in the TMM. The objective is to define a factor that adjusts to the reconstructed stiffness matrix, with the smallest number in modal shapes and vibration frequencies, to obtain desirable results when using the TMM. To achieve it structural models are studied with different configuration of stiffness and mass distribution.

# CAPÍTULO 1

## INTRODUCCIÓN

### 1.1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

A lo largo de su vida útil las estructuras sufren daño, por lo tanto, con el fin de tomar medidas al respecto es necesario conocer la localización y magnitud del mismo. En este trabajo, se define el daño como la pérdida de rigidez de los elementos de la estructura. El daño se acumula por el deterioro de los materiales o por excitaciones como sismos o vientos intensos. Otra causa de daño puede ser que las estructuras exceden el tiempo de vida útil con el cual fueron diseñadas, y al pasar el tiempo, los materiales se van deteriorando, por consiguiente, la rigidez de los elementos también se ve afectada. En este trabajo se estudia el daño en estructuras obtenido a partir de la variación de sus propiedades dinámicas.

Por otro lado, la Republica Mexicana se encuentra ubicada dentro de una zona de alta actividad sísmica y volcánica. Dependiendo de su actividad sísmica la República se divide en cuatro zonas. Así, existen zonas donde no se tienen registros históricos de sismos en los últimos 80 años y no se esperan aceleraciones del suelo mayores que 10% de la aceleración de la gravedad. Por el contrario en otras zonas se han reportado grandes sismos históricos, su ocurrencia es muy frecuente y las aceleraciones del suelo pueden exceder el 70% de la aceleración de la gravedad. Existen zonas intermedias entre las mencionadas anteriormente, en las que se registran sismos menos frecuentes. Son zonas afectadas por aceleraciones que no exceden el 70% de la aceleración de la gravedad ([www.ssn.unam.mx](http://www.ssn.unam.mx)).

Es importante saber si una estructura está dañada, y más aún, conocer la magnitud del daño para poder tomar las acciones necesarias, ya sean preventivas o correctivas.

Existen métodos de detección de daño que emplean las frecuencias naturales de vibración y las formas modales de la estructura del estado dañado, así como las masas de los entrepisos. Esta información se obtiene a partir de la instrumentación sísmica de edificios o mediante un modelo analítico de la estructura.

En este trabajo, para la detección de daño en los elementos estructurales, se usó el método de la Matriz de Transformación, MMT, (Escobar *et al.*, 2001). En los trabajos de Sosa (1998), Fierro (2002) y Li *et al.* (2003) se trabajó con dicho método y quedó demostrada su eficacia.

El método requiere la reconstrucción de la matriz de rigidez de la estructura dañada. Para llevar a cabo dicha reconstrucción se usó la propuesta de Baruch y Bar-Itzhack (1978). Los datos que se necesitan para obtenerla son las formas modales, las respectivas frecuencias angulares de vibración y las masas de entrepisos de la estructura.

Al obtener las propiedades dinámicas de una estructura a partir de pruebas de vibración sólo se pueden identificar con “exactitud” los primeros modos del sistema. Esto se debe a que, en la mayoría de las estructuras típicas los modos superiores tienen poca participación, lo que hace difícil su identificación.

## 1. INTRODUCCIÓN

En los trabajos de Sosa (1998), Fierro (2002), y Li *et al.* (2003), se usó la información completa de las propiedades dinámicas para la reconstrucción de la matriz de rigidez, es decir, se usaron  $n$  formas modales con sus respectivas frecuencias naturales de vibración, para un edificio de  $n$  pisos.

### 1.2. OBJETIVOS Y ALCANCES

Para detectar los elementos estructurales dañados, el Método de la Matriz de Transformación, MMT, requiere de la matriz de rigideces reconstruida a partir de los modos y frecuencias de vibración medidas en la estructura. Para ello, se utiliza el algoritmo propuesto por Baruch y Bar Itzhack (1978). Si se tienen todos los modos y frecuencias de una estructura, este algoritmo proporciona resultados correctos. Sin embargo, con información modal incompleta se obtienen errores.

Estos errores afectan directamente la detección de daño con el MMT. Por lo tanto, surge la pregunta: ¿qué tanto afectan los errores obtenidos en la reconstrucción de la matriz de rigideces para la detección de daño con el Método de la Matriz de Transformación?

Para contestar la pregunta anterior, se establecieron los siguientes objetivos y alcances en este trabajo:

- Estudiar el efecto de utilizar diferente número de modos y frecuencias de vibración para obtener la matriz de rigidez de estructuras con diferentes configuraciones estructurales y distribuciones de masa en elevación, dañadas, reconstruidas con el algoritmo de Baruch y Bar Itzhack.
- Analizar el porcentaje de error entre la matriz de rigidez reconstruida con todos los parámetros modales y la reconstruida con información modal incompleta.
- Detectar elementos estructurales dañados con el Método de la Matriz de Transformación usando la matriz de rigidez reconstruida y observar cómo lo afecta la información modal incompleta.
- Proponer un factor que corrija la matriz de rigidez reconstruida para disminuir el error al detectar elementos estructurales dañados tanto en localización como en magnitud.



## CAPÍTULO 2

### ANTECEDENTES

#### 2.1. MÉTODOS DE DETECCIÓN DE DAÑO

En general, todas las estructuras existentes acumulan daño gradual a lo largo de su vida útil. Entre estas estructuras se cuentan los edificios, puentes, plataformas, torres de transmisión, etc. Dado que existe este daño, es de gran importancia detectarlo, tanto en localización como en magnitud. Si se conoce lo anterior, se puede incrementar la seguridad de las estructuras, ya que se pueden reforzar o reemplazar los elementos dañados.

Actualmente existen métodos que miden cuantitativamente el daño que se presenta en las estructuras. Según, Park y Lee, 1996, existen cuatro parámetros con los que se calculan los índices de daño: ductilidad, disipación de energía, rigidez y una combinación de ductilidad y disipación de energía.

A continuación se presentan algunos de los métodos que se han propuesto para determinar el daño que presentan las estructuras.

Los índices de daño (global y local), basados en ductilidad y disipación de energía, ya toman en cuenta la relación entre la demanda y la capacidad (deformación plástica), son empleados para estimar el daño ante cargas cíclicas (Park y Ang, 1985).

Park *et al.* (1987), desarrollaron un método de diseño sísmico para limitar el potencial de daño en edificios a un nivel tolerable. El procedimiento se basa en un modelo desarrollado previamente (Park y Ang, 1985) en el que el daño es expresado en función de la deformación máxima y la energía disipada por histéresis. El nivel de daño tolerable se define con base en la calibración del daño observado de sismos de gran magnitud en el pasado. Una desventaja, es que sólo se puede aplicar en estructuras de concreto reforzado, dejando de lado a las de acero o mampostería.

Sunasaka *et al.* (2003), propusieron un método, en el que definieron el potencial de daño como el espectro de la resistencia-demanda requerida para mantener un índice de daño menor o igual que un índice de daño tolerable, que describe el daño de la estructura, entre daño ligero o severo. Para este procedimiento se empleó el índice de daño propuesto por Park y Ang, (1985) y un modelo bilineal para el cálculo del espectro de la demanda de resistencia. Este método es aplicable a estructuras de concreto reforzado y se comprobó que es una herramienta eficiente para tomar decisiones de diseño. La principal desventaja de este método es la gran cantidad de pasos que requiere: (a) se debe dividir el área en donde se localiza la estructura en una malla; (b) hacer un perfil del suelo en cada celda de la malla; (c) clasificar las condiciones del suelo, de acuerdo con el perfil; (d) seleccionar o simular sismos en roca firme; (e) obtener el sismo en la superficie, dependiendo de las condiciones del suelo; (f) calcular el espectro de la demanda de resistencia para las celdas; y (g) desarrollar mapas de la distribución de la demanda de resistencia.

Kao y Hung (2003) propusieron una aproximación para detectar daño estructural basado en redes neuronales. Este método requiere de dos pasos. El primero, la identificación de sistemas usa redes neuronales de identificación de sistemas (RNIS) para conocer el estado sin daño y con daño de un sistema estructural. El segundo paso, la detección de daño, usa las antes mencionadas RNIS para generar respuestas de vibración libre con la misma condición inicial o fuerzas impulsivas. Al comparar los periodos de vibración y amplitudes de la respuesta de vibración ambiental de los estados con y sin

## 2. ANTECEDENTES

daño, se perciben los cambios evaluados. La aproximación propuesta presenta como desventajas, el error acumulado que se genera y que no se conoce el comportamiento del método ante información incompleta o el ruido que pueda existir en las señales.

Matsson y Pandit (2004) propusieron un método basado en modelos de un vector de auto regresión que captura con precisión la dinámica predecible que se presenta en la respuesta de la estructura ante fuerzas externas. Una estimación de la desviación estándar residual del modelo de auto-regresión provee un diagnóstico exacto de las condiciones de daño. Adicionalmente, se identifica un umbral que separa la existencia de la inexistencia de daño indicando la posibilidad de la identificación del mismo y su localización aun sin conocimiento previo de la estructura no dañada. Al aplicar este modelo se obtiene una mejor localización del daño en las estructuras. La desventaja que presenta este método, es que cualquier sistema estructural presenta complejidades que no se pueden considerar en un modelo de vector de auto regresión.

Al usar redes neuronales artificiales se presentan dos desventajas: el número excesivo de rejillas y el error inevitable que se presenta en la modelación. Para resolver lo anterior Yan *et al.* (2006) propusieron un método, mediante algoritmos genéticos, que se basa en la modificación de la matriz de rigidez de los elementos usando un coeficiente de modificación. Se determina el coeficiente de modificación de la matriz de rigidez de los elementos, calculado a partir de la coherencia entre las frecuencias naturales de dos tipos de modelos. Posteriormente, se verifica la coherencia de las funciones de respuesta de frecuencia. El método propuesto fue eficiente al detectar daño mínimo en una vasija hueca, pero aún se desconoce su comportamiento en estructuras con diferentes niveles de daño y condiciones de restricción.

Yan y Golinval (2006) presentaron un método de detección de daño de un sistema mecánico basado en conceptos de identificación de subespacios y técnicas de proceso estadístico. El objetivo fue proponer un método sensible a daño estructural medido y apropiado para control por computadora. La respuesta medida de estructuras sujetas a vibraciones ambientales o artificiales se ensambla para formar la matriz Hankel, haciendo la descomposición de valores singulares, para obtener subespacios característicos. Si no hay daño estructural, la relación de ortogonalización entre estos se mantiene válida con residuos pequeños cuando se comparan datos consecutivos, y estos residuos pueden ser evaluados por los indicadores de daño propuestos. El método fue estudiado en aplicaciones experimentales con dos tipos de excitación (una fue excitación aleatoria y la otra consistió en llevar a la estructura a la resonancia del primer modo). Se demostró la eficacia del mismo, aunque se consideró que las pruebas fueron simples y se espera que sean eficientes en control en tiempo real de estructuras en servicio o pruebas de fatiga.

Yuen y Lam (2006) propusieron una aproximación probabilista basada en el teorema de Bayes para detección de daño en edificios inteligentes, basado en un patrón de ajuste aproximado utilizando la respuesta dinámica. Se emplearon redes neuronales artificiales (RNA) para hacer el ajuste con el propósito de localizar y estimar el daño. El método propuesto tiene la capacidad de localizar el daño simulado y cuantificarlo y se pueden proponer casos de un solo elemento dañado o múltiples elementos dañados, así como diferente magnitud de daño para ambos casos. Sin embargo hay poca información sobre RNA, la falta de práctica y un método de diseño riguroso de RNA son los principales obstáculos en la aplicación de las mismas para la detección de daño.

Yu *et al.* (2005) propusieron un procedimiento a través de la modificación de la matriz de rigidez de un elemento, el orden de la matriz de rigidez global de la estructura permanece invariable estableciendo el modelo de la estructura con y sin daño. Después se introduce en el modelo una teoría de perturbación para obtener los valores y vectores característicos de la estructura dañada reduciendo el tiempo de cálculo. Se calibraron dos redes neuronales artificiales partiendo de los datos de respuesta simulados,

usando el método de elemento finito (MEF) y la teoría mejorada de perturbación (MEFP) y se compararon. Los resultados demostraron que al usar MEFP se obtiene una reducción considerable en el tiempo de cálculo, así como suficiente precisión en la detección de daño mínimo. El método se llevó a cabo en una placa en cantiliver, por lo que se desconoce la eficacia del mismo en otro tipo de estructuras.

La mayoría de los métodos de detección de daño basados en pruebas de vibración requieren propiedades modales que se obtienen de señales medidas a través de técnicas de identificación de sistemas. Sin embargo, las propiedades medidas tales como las frecuencias naturales y las formas modales no son una buena indicación de daño estructural (debido a los errores que se generan al hacer las pruebas). El uso de la transformada del paquete de ondeletas (TPO) es una herramienta matemática que tiene una ventaja especial sobre la tradicional transformada de Fourier al analizar señales no estacionarias. Han *et al.* (2005) propusieron un índice de daño denominado índice de proporción de energía de paquete de ondeletas (IPEPO) para detectar el daño en vigas de estructuras. Las señales dinámicas medidas se descomponen en los componentes del paquete de ondeleta y el índice IPEPO se calcula para indicar el daño estructural. El método propuesto demostró ser exacto en pruebas de vigas simuladas y de laboratorio. El método presenta desventajas, como el conocer el estado sin daño del modelo estructural, y que no detecta columnas dañadas.

Huynh *et al.* (2005) presentaron un método de detección de daño usando las funciones de respuesta de frecuencia (FRF) que se obtienen de una prueba de vibración ambiental no destructiva. Este método analiza el caso de daño en su primera etapa en la cual no es apreciable el cambio en masa o amortiguamiento. El cambio se presenta en los datos de FRF que pueden ser ejemplificados por la evaluación del vector de localización de daño (VLD). Esta evaluación requiere la matriz de rigidez dinámica de la estructura no dañada y el cambio de FRF de la actual estructura dañada. Este método se puede aplicar a armaduras espaciales y estructuras de placas.

Escobar *et al.* (2001) propusieron el Método de la Matriz de Transformación, MMT, para la detección de daño en estructuras. El método consiste en condensar la matriz de rigidez global de la estructura a una lateral. Se reconstruye la matriz de rigidez (en el estado dañado de la estructura) con las propiedades dinámicas. Al comparar estas matrices se obtiene el daño. La ventaja que presenta este método, es que sólo se necesita conocer las propiedades geométricas y de los materiales de la estructura, sus características dinámicas medidas, además, se puede aplicar a estructuras de concreto reforzado, acero y mampostería.

## 2.2. MÉTODO DE LA MATRIZ DE TRANSFORMACIÓN

En este trabajo se decidió emplear el método de la matriz de transformación para la detección de daño (Escobar *et al.* 2001), ya que en investigaciones anteriores ha demostrado su eficacia.

Las propiedades geométricas y de los materiales se usan para calcular la matriz de rigidez de la estructura (matriz analítica) y los parámetros modales y masas para obtener la matriz de rigidez reconstruida de la estructura en su estado con daño.

El algoritmo del Método de la Matriz de Transformación, MMT, es el siguiente:

1. Se calculan las matrices de rigidez analítica global del sistema  $[K]_A$ , la de cada elemento  $[K]_i$ , y la reconstruida con modos, frecuencias (propiedades dinámicas) y masas  $[K]^*$ .

## 2. ANTECEDENTES

2. Con la matriz  $[K]_A$  se calcula la matriz de transformación  $[T]$ , como:  $[T] = \begin{bmatrix} [I] \\ [\bar{T}] \end{bmatrix}$ .
3. Con la matriz de transformación se condensa la de rigidez global  $[\bar{K}]_A = [T]^T [K]_A [T]$  y la de cada elemento  $[\bar{K}]_i = [T]^T [K]_i [T]$ .
4. A partir de las matrices  $[\bar{K}]_A$  y  $[K]^*$  se obtienen vectores de términos independientes  $\{\bar{K}\}$  y  $\{K^*\}$ , y de las matrices  $[\bar{K}]_i$ , también se extraen vectores de términos independientes  $\{\bar{K}_i\}$  para formar la matriz  $[S_K]$ .
5. Se resuelve el sistema de ecuaciones  $\{\bar{K}\} - \{K^*\} = [S_K] \{x\}$ , donde  $\{x\}$  es el vector de daño detectado en cada elemento.
6. Se calcula un vector  $\{f\} = \{1\} - \{x\}$ , que se emplea para realizar la siguiente iteración y que multiplica a las matrices de rigidez de cada elemento, generando una nueva matriz de rigidez  $[\bar{K}]_A$ . En el caso de la primera iteración, el vector  $\{f\}$  contiene números uno.
7. Si la diferencia entre los vectores  $\{\bar{K}\}$  y  $\{K^*\}$  es menor que el valor de la tolerancia establecida, el proceso se detiene, en caso contrario, el proceso regresa al paso 3.

En el MMT se debe resolver un sistema de ecuaciones (paso 5). Este es indeterminado ya que se puede tener un mayor número de incógnitas que de ecuaciones o a la inversa, por lo tanto, tendrá varias soluciones.

Las dimensiones de las matrices son las siguientes:

$[K]_A$  y  $[K]_i$  son de orden  $ngl \times ngl$ ;  $[T]$  es de orden  $ngl \times n$ ;  $[\bar{K}]_A$ ,  $[\bar{K}]_i$  y  $[K]^*$  son de orden  $n \times n$ ;  $\{\bar{K}\}$  y  $\{K^*\}$  son de orden  $nti \times 1$ ;  $[S_K]$  es de orden  $nti \times nel$ ;  $\{x\}$  y  $\{f\}$  son de orden  $nel \times 1$ ; donde  $ngl$  es el número de grados de libertad de la estructura (se consideran 3 por cada nodo);  $n$  es el número de niveles de la estructura ó el número de grados de libertad primarios a los que se quiere condenser la misma;  $nti$  es el número de términos independientes de las matrices condensadas que se calcula como  $nti = \frac{n(n+1)}{2}$ ;  $nel$  es el número de elementos de la estructura.

### 2.3. CONDENSACIÓN DE GUYAN

En el paso 2 del algoritmo de detección es necesario hacer la reducción de grados de libertad con la matriz de transformación  $[T]$ , la cual se explica a continuación.

En ocasiones, es necesario llevar a cabo un proceso de discretización al hacer un análisis, dependiendo de los cambios de geometría, propiedades de los materiales, etc. Al dividir la estructura en elementos,

se tiene una cantidad considerable de grados de libertad. Por lo tanto, es necesario reducirlas o condensarlas.

Existen métodos para hacer la reducción de grados de libertad. En este trabajo se empleó la reducción o condensación estática o de Guyan (Guyan, 1965). Es importante señalar que esta condensación se usa para resolver problemas estáticos (Paz, 1992).

Para llevar a cabo la condensación estática, se deben identificar los grados de libertad secundarios o dependientes por condensar para expresarlos en función de los grados primarios o independientes. La relación que existe entre los grados primarios y secundarios se establece por medio de relaciones matemáticas y proporcionan los medios para llevar a cabo la reducción de la matriz de rigidez.

Al identificar los grados primarios y secundarios, que conforman la matriz de rigidez global, se puede hacer una partición de la matriz como (Paz, 1992):

$$[K] = \begin{bmatrix} [K_{1,1}] & [K_{1,2}] \\ [K_{2,1}] & [K_{2,2}] \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

donde  $[K_{1,1}]$  está relacionada a los elementos de la matriz  $[K]$  correspondientes a los grados de libertad primarios debidos a los grados de libertad primarios;  $[K_{1,2}]$  está relacionada a los elementos de la matriz  $[K]$  correspondientes a los grados de libertad primarios debidos a los grados de libertad secundarios;  $[K_{2,1}]$  está relacionada a los elementos de la matriz  $[K]$  correspondiente a los grados de libertad secundarios debidos a los grados de libertad primarios;  $[K_{2,2}]$  está relacionada a los elementos de la matriz  $[K]$  correspondiente a los grados de libertad secundarios debidos a los grados de libertad primarios.

$$\begin{bmatrix} [K_{1,1}] & [K_{1,2}] \\ [K_{2,1}] & [K_{2,2}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{d_p\} \\ \{d_s\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{F_p\} \\ \{0\} \end{Bmatrix} \quad (2.2)$$

donde  $\{d_p\}$  es el vector de desplazamiento correspondiente a los grados de libertad primarios;  $\{d_s\}$  es el vector de desplazamiento correspondiente a los grados de libertad secundarios que se van a reducir;  $\{F_p\}$  es el vector de fuerza correspondiente a los grados de libertad primarios o independientes.

Se considera que los grados de libertad secundarios no se encuentran sometidos a fuerzas externas, aunque esta suposición no es obligatoria (Paz, 1992).

De la ecuación (2.2) se obtiene:

$$[K_{1,1}]\{d_p\} + [K_{1,2}]\{d_s\} = \{F_p\} \quad (2.3)$$

## 2. ANTECEDENTES

$$[K_{2,1}]\{d_p\} + [K_{2,2}]\{d_s\} = \{0\} \quad (2.4)$$

Haciendo operaciones matemáticas con las ecuaciones (2.3) y (2.4) y despejando  $\{d_s\}$  de la ecuación (2.4) se obtiene:

$$\{d_s\} = -[K_{2,2}]^{-1}[K_{2,1}]\{d_p\} \quad (2.5)$$

Dado que  $[K]$  es una matriz simétrica:

$$[K_{2,1}] = [K_{1,2}]^T \quad (2.6)$$

Y la ecuación (2.5) resulta:

$$\{d_s\} = -[K_{2,2}]^{-1}[K_{1,2}]^T\{d_p\} \quad (2.7)$$

Cambiando la notación de la ecuación (2.7):

$$[\bar{T}] = -[K_{2,2}]^{-1}[K_{1,2}]^T \quad (2.8)$$

Al sustituir la ecuación (2.8) en la ecuación (4.7) se obtiene:

$$\{d_s\} = [\bar{T}]\{d_p\} \quad (2.9)$$

Sustituyendo la ecuación (2.9) en la ecuación (2.3) se llega a la ecuación reducida de rigidez, que es la que relaciona las fuerzas y los desplazamientos para los grados de libertad primarios:

$$[\bar{K}]\{d_p\} = \{F_p\} \quad (2.10)$$

La matriz de rigidez condensada  $[\bar{K}]$  se calcula como:

$$[\bar{K}] = [K_{1,1}] - [K_{1,2}][K_{2,2}]^{-1}[K_{1,2}]^T \quad (2.11)$$

La ecuación (2.10) expresa la relación estática que existe entre los grados de libertad primarios y los secundarios. Entonces, los desplazamientos de los grados de libertad primarios y secundarios se pueden expresar como:

$$\begin{Bmatrix} \{d_p\} \\ \{d_s\} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [I] \\ [\bar{T}] \end{bmatrix} \{d_p\} \quad (2.12)$$

6

$$\{d\} = [T]\{d_p\} \quad (2.13)$$

El vector  $d$  y la matriz  $T$  se definen como:

$$\{d\} = \begin{Bmatrix} \{d_p\} \\ \{d_s\} \end{Bmatrix} \quad \text{y} \quad [T] = \begin{bmatrix} [I] \\ [\bar{T}] \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

Aplicando la ecuación (2.13) en la ecuación (2.2) y premultiplicando por  $[T]^T$  se llega a que la matriz de rigidez  $[\bar{K}]$  condensada, se puede expresar como la transformación de la matriz de rigidez  $[K]$  del sistema:

$$[\bar{K}] = [T]^T [K] [T] \quad (2.15)$$

Con la ecuación (2.15) se demuestra que la matriz de rigidez condensada  $[\bar{K}]$  se obtiene a partir de una transformación geométrica de la de la matriz de rigidez global  $[K]$ , donde la matriz que realiza esa transformación es la matriz  $[T]$ .

#### 2.4. INSTRUMENTACIÓN DE ESTRUCTURAS

La instrumentación sísmica sirve para conocer el comportamiento de las estructuras ante excitaciones que las perturben. Con la instrumentación sísmica se puede tener registro de aceleraciones, velocidades y desplazamientos tanto de la estructura como del terreno en el que se encuentra desplantada.

En el estudio de estructuras existen pruebas de vibración ambiental (VA) y de vibración forzada (VF). El objetivo de éstas es conocer las propiedades dinámicas, tales como las formas modales, las frecuencias de vibración y su correspondiente amortiguamiento. Estas propiedades son empleadas en el análisis de la respuesta de edificios sometidos a sismos severos. Generalmente, las pruebas sólo se empleaban para obtener los periodos fundamentales de vibración y las formas modales, pero recientemente su uso se extendió hasta la detección de daño (Galiote, 2006).

En las pruebas de VA se obtienen registros de la aceleración, velocidad y/o desplazamientos en ciertos puntos de las estructuras debido a la excitación del medio ambiente (viento, vehículos, cargas vivas, etc). Para los humanos estos movimientos pueden ser imperceptibles.

Cuando se hace una prueba de VF, se emplean vibradores, que tienen un control de velocidad. Las pruebas VF se han utilizado en presas y reactores con gran eficiencia.

Es importante señalar que, aunque en estas pruebas se obtienen pequeñas amplitudes de la respuesta estructural, las pruebas de VA generan amplitudes aún menores que las debidas a las pruebas de VF. Otro aspecto importante es que los resultados de ambas pruebas están muy lejos de aquellos que se

## 2. ANTECEDENTES

obtendrían en una estructura con comportamiento inelástico, tal como ocurre durante una excitación sísmica severa.

Sin embargo, las pruebas de VA y VF son un primer punto en una curva de comportamiento estructural. Las pruebas de VA son más económicas que las de VF. Ambas generan resultados similares, tanto en frecuencias como en formas modales y amortiguamiento para los modos fundamentales. Para los modos superiores se presentan discrepancias en las formas modales superiores de los últimos pisos de las estructuras, que se puede atribuir a interferencia modal y al acoplamiento que puede existir en los modos de traslación y torsión (Murià *et al.* 1997).



## CAPÍTULO 3

### RECONSTRUCCIÓN DE LA MATRIZ DE RIGIDEZ DE UNA ESTRUCTURA

Para obtener la matriz de rigidez de una estructura se debe hacer una reconstrucción de la misma. Una forma es a partir de sus propiedades dinámicas, así como las masas de sus entrepisos.

La mayoría de los algoritmos existentes para la detección de daño, comparan la matriz de rigidez analítica de la estructura en un estado inicial sin daño con la matriz de rigidez con daño con el fin de observar los cambios entre ambos estados. Al medir dichos cambios, se obtiene el daño en la estructura.

#### 3.1. RECONSTRUCCIÓN DE LA MATRIZ DE RIGIDEZ

En general, la matriz de rigidez de una estructura sin daño se puede obtener a partir de su modelo analítico.

Para obtener la matriz de rigidez analítica de la estructura sin daño, se calcula la de rigidez global y se condensa a los grados primarios que es posible medir. En el caso de edificios, los grados primarios son los desplazamientos laterales, así, la matriz de rigidez condensada es una matriz lateral.

La reconstrucción de la matriz de rigidez de una estructura dañada se puede llevar a cabo mediante métodos basados en el uso de parámetros modales ó métodos basados en el uso de las funciones de respuesta de frecuencia (Acevedo, 2005).

Dentro de los métodos basados en el uso de parámetros modales se encuentran los métodos directos y dentro de los basados en el uso de las funciones de respuesta de frecuencia, los métodos iterativos (Acevedo, 2005).

Los métodos directos fueron los primeros algoritmos que se usaron para la reconstrucción de matrices de rigidez y masas (Acevedo, 2005). Consisten en operaciones matriciales, en función de las matrices de masas y rigidez de la estructura, así como de sus propiedades dinámicas obtenidas a partir de pruebas de vibración. Estos métodos se basan en considerar las matrices globales de masa y rigidez del sistema estructural.

La principal desventaja de aplicar estos métodos es que, cuando la información de las propiedades dinámicas es limitada, las matrices obtenidas al hacer la reconstrucción no son exactas, presentan porcentajes de errores de 15% o más en la diagonal principal de la matriz de rigidez. Si se analizan los elementos de la matriz fuera de la diagonal, se presentan porcentajes de error de hasta 100000%.

Los métodos iterativos se basan en el MEF, y consisten en mejorar, de forma iterativa, la correlación entre un modelo de MEF y los datos de un modelo experimental que representa los cambios de un número definido de parámetros de diseño de la matriz que se va a reconstruir.

### 3.2. ALGORITMO DE BARUCH Y BAR ITZHACK

De los métodos que actualmente existen para la reconstrucción de matrices de rigidez de estructuras el de Baruch y Bar Itzhack (1978) presenta los mejores resultados comparado con otros métodos (Acevedo, 2005).

Baruch y Bar Itzhack (1978) propusieron un método para reconstruir la matriz de rigidez de una estructura, en donde consideran que la matriz de masas permanece constante. La matriz de rigidez reconstruida de la estructura con daño se calcula al minimizar la norma de error entre dicha matriz y la de rigidez analítica de la estructura sin daño. Así, llegaron a la ecuación:

$$\begin{aligned} [\mathbf{K}_U] = & [\mathbf{K}_A] - [\mathbf{K}_A][\Phi_X][\Phi_X]^T[\mathbf{M}_A] - [\mathbf{M}_A][\Phi_X][\Phi_X]^T[\mathbf{K}_A] + [\mathbf{M}_A] \\ & [\Phi_X][\Phi_X]^T[\mathbf{K}_A][\Phi_X][\Phi_X]^T[\mathbf{M}_A] + [\mathbf{M}_A][\Phi_X][\omega_X^2][\Phi_X]^T[\mathbf{M}_A] \end{aligned} \quad (3.1)$$

donde  $[\mathbf{K}_U]$  es la matriz de rigidez reconstruida de orden  $n \times n$ ;  $[\mathbf{K}_A]$  es la matriz de rigidez analítica condensada de orden  $n \times n$ ;  $[\Phi_X]$  es la matriz modal experimental de orden  $m \times n$  con  $m \leq n$ ;  $[\omega_X^2]$  es la matriz diagonal de frecuencias angulares cuadradas de orden  $m \times m$ ;  $[\mathbf{M}_A]$  es la matriz de masas (constante) del modelo de orden  $n \times n$ ;

### 3.3. MODELOS ESTUDIADOS

García (1998) propuso tres modelos de marcos planos con diferente configuración (simétrica y asimétrica en elevación y rigidez). Algunas estructuras presentan una distribución de masa constante a lo largo de la altura de la misma, pero en general, la mayoría presenta una distribución asimétrica, por lo que se combinaron los tres marcos con cuatro distribuciones diferentes de masa (una constante y tres irregulares). A continuación se describen estos.

#### 3.3.1. Descripción de los modelos

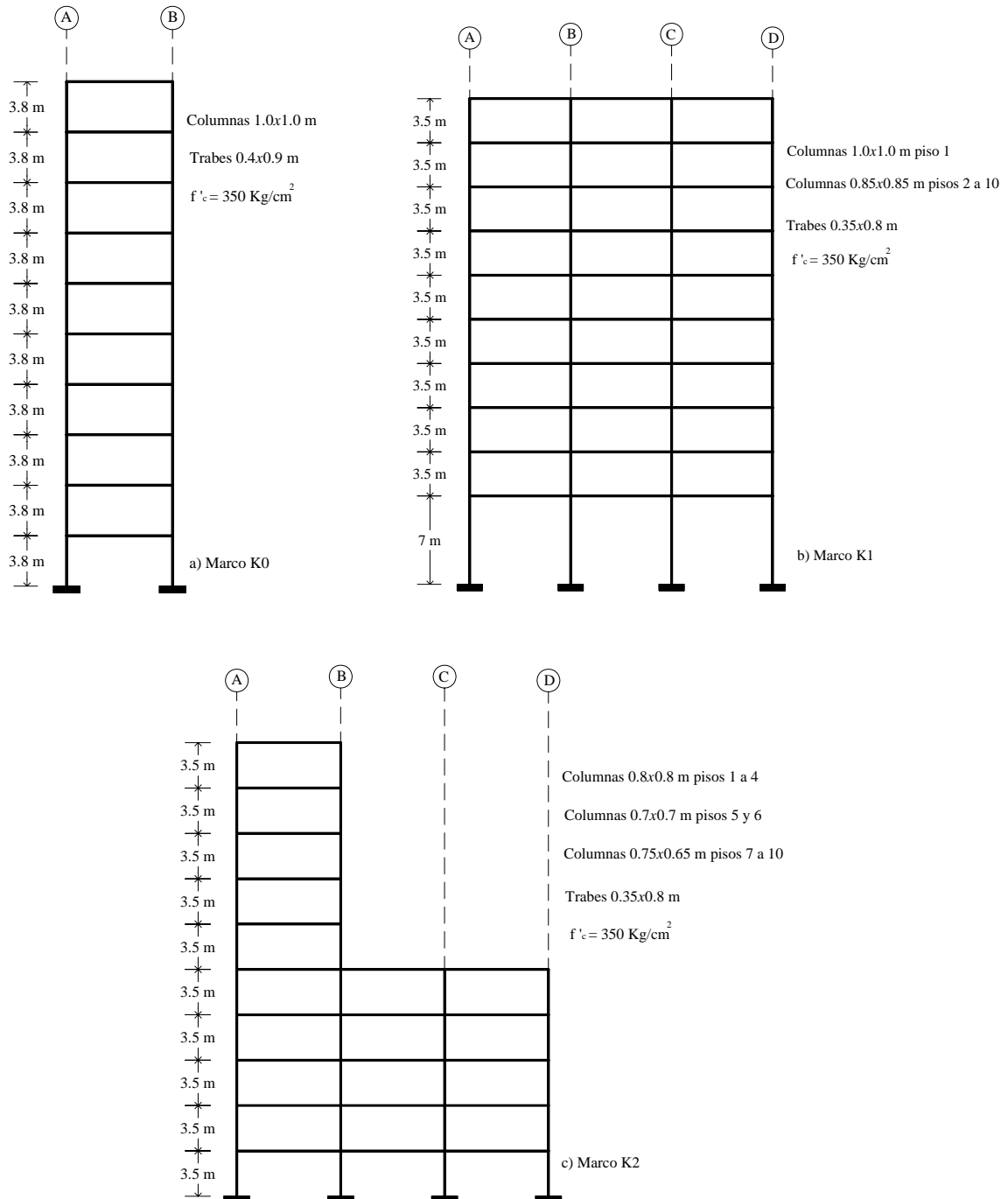
En la figura 3.1.a se presenta una estructura de 10 pisos y una crujía. Es de concreto reforzado, con traveses de 0.9x0.4 m en todos los pisos. Las columnas son de 1x1 m. A este marco se le denominó K0. En la figura 3.1.a se muestran sus dimensiones.

En la figura 3.1.b) se presenta un marco de 10 pisos y tres crujías. Es una estructura de concreto reforzado. Las traveses son constantes en todos los niveles, con dimensiones de 0.35x0.80 m. Las columnas del piso 1 son de 1.0x1.0 m y del 2 al 10 son de 0.85x0.85 m. El momento de inercia de las columnas de los pisos 2 a 10 equivale a la mitad de la del primer piso. En dicha figura se presenta la geometría del marco al cual se le llamó K1. Es representativo de estructuras cuyo primer piso tiene una altura mayor que los demás.

El marco denominado K2 se presenta en la figura 3.1.c. Es una estructura asimétrica de 10 pisos y 3 crujías. Es de concreto reforzado. Sus traveses miden 0.35x0.80 m. Las columnas del piso 1 al 4 miden 0.8x0.8 m, del 5 al 6 0.7x0.7 m y del 7 al 10 de 0.65x0.75 m. El momento de inercia de las columnas de los pisos 7 a 10 y del 5 al 6 equivalen al 50% y 60% del de los pisos 1 a 4, respectivamente. En este caso, la altura de entrepisos es constante.

### 3. RECONSTRUCCIÓN DE LA MATRIZ DE RIGIDEZ DE UNA ESTRUCTURA

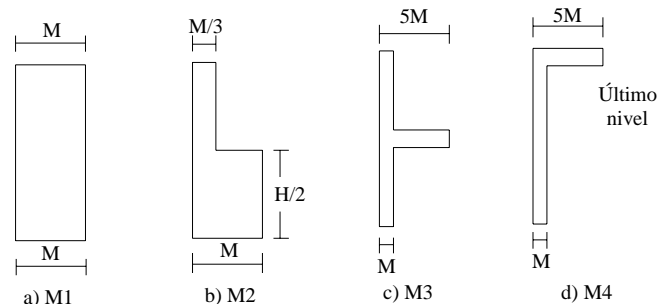
Para los tres marcos se consideró una resistencia del concreto de  $f'_c = 350 \text{ kg/cm}^2$ . La masa de cada entrepiso varió de acuerdo a cada distribución. Lo anterior se hizo con el fin de observar si al reconstruir las matrices de rigidez con la propuesta de Baruch y Bar Itzhack, había alguna diferencia en los resultados, o al detectar daño con el Método de la Matriz de Transformación.



**Figura 3.1. Marcos en estudio**

En la figura 3.2 se presentan las distribuciones en elevación de la masa  $M$ , que se emplearon para combinarlas con las distribuciones de rigidez de los marcos.

### 3. RECONSTRUCCIÓN DE LA MATRIZ DE RIGIDEZ DE UNA ESTRUCTURA



**Figura 3.2. Distribuciones de masa consideradas para el análisis en la detección de daño**

Se hicieron combinaciones de las distribuciones de rigidez de cada marco con cada una de las de masa. Así, se construyeron doce modelos denominados de acuerdo con sus distribuciones de rigidez y masa.

A los doce modelos se les simuló daño en la parte inferior, media, y superior, y se calcularon sus formas modales y frecuencias de vibración. Con estos datos se hizo la reconstrucción de la matriz de rigideces (Baruch y Bar Itzhack, 1978) con diferente número de modos y frecuencias de vibración. También se realizaron casos sin daño para verificar el porcentaje de error relativo que se obtiene al reconstruir la matriz de rigidez.

#### 3.3.2. Análisis de los modelos estudiados

Para cada uno de los casos de daño descrito anteriormente, se calcularon las propiedades dinámicas de los modelos y con ellas, se reconstruyó su matriz de rigidez correspondiente.

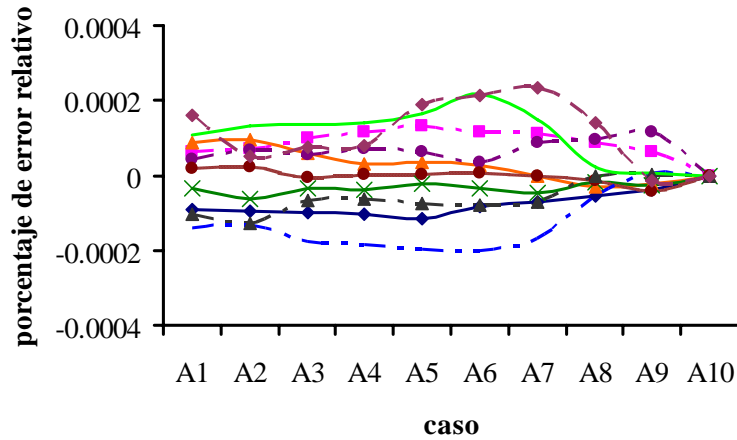
Para estudiar el comportamiento del porcentaje de error relativo entre los términos de la diagonal de la matriz de rigidez, la reconstrucción se llevó a cabo con diferente número de modos y frecuencias de vibración.

##### 3.3.2.1. Marco K0

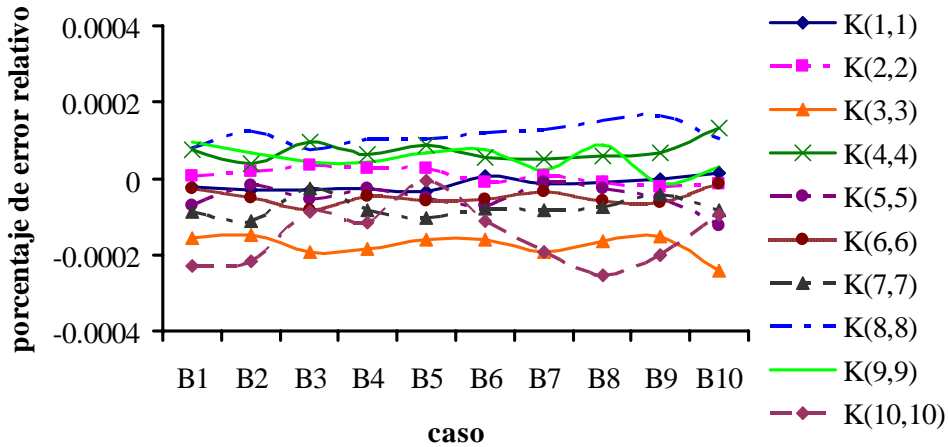
Se analizaron los modelos KOM1, KOM2, KOM3 y KOM4 sin daño. Se calculó la matriz de rigidez condensada y con la matriz de masas, se obtuvieron modos y frecuencias de vibración. Posteriormente, se obtuvo la matriz de rigidez de la estructura dañada. En la figura 3.3 se presenta el porcentaje de error relativo entre los elementos de la diagonal principal de la matriz de rigidez de la estructura con daño reconstruida con diferente número de modos del modelo KOM1. Se consideraron dos casos de estudio. En el caso A se reconstruyó usando los modos 1; 1 y 2; 1, 2 y 3;...; 1, 2,..., 9 y 10. En el caso B, se empleó sólo el primer modo, sólo el segundo modo, y así sucesivamente hasta reconstruir sólo con el modo 10. El porcentaje de error relativo se calcula como:

$$\text{Porcentaje de error} = \frac{V_{\text{calculado}} - V_{\text{real}}}{V_{\text{real}}} \times 100 \quad (3.2)$$

### 3. RECONSTRUCCIÓN DE LA MATRIZ DE RIGIDEZ DE UNA ESTRUCTURA



a) Caso de reconstrucción A



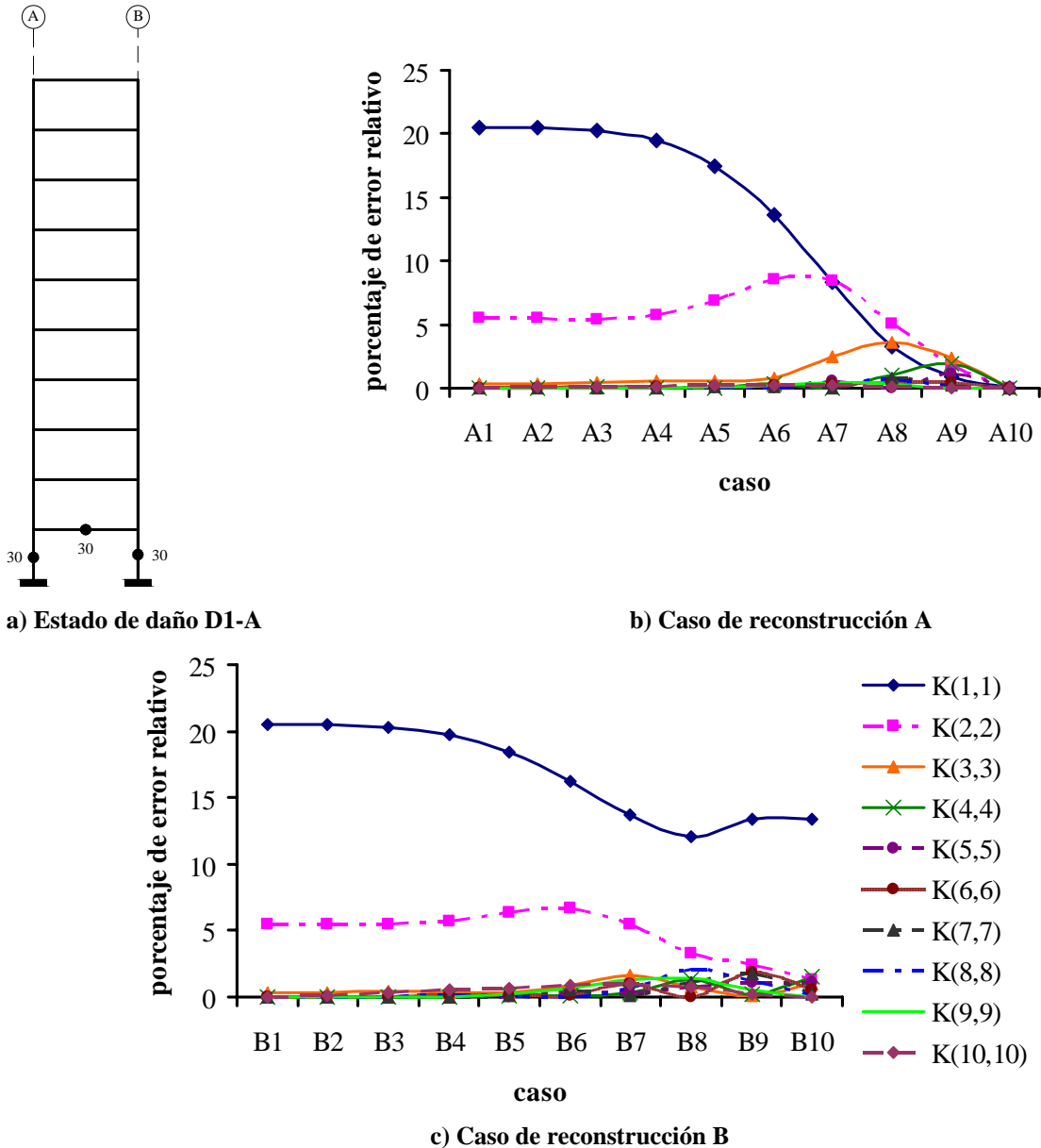
b) Caso de reconstrucción B

**Figura 3.3. Porcentaje de error relativo calculado en la reconstrucción de la matriz de rigidez del modelo K0M1 (caso sin daño)**

De los resultados mostrados en la figura 3.3 se puede concluir que los errores relativos en la reconstrucción de la matriz de rigidez produce valores menores que el 0.0005%, para cualquiera de los casos. También se puede observar no importa el número de modos y frecuencias de vibración incluidos en los cálculos para reconstruir la matriz de rigidez.

Para el caso de daño simulado en el primer piso (figura 3.4.a), se redujo la rigidez de la viga y las columnas 30%. Los resultados obtenidos se presentan en las figuras 3.4.b y 3.4.c.

### 3. RECONSTRUCCIÓN DE LA MATRIZ DE RIGIDEZ DE UNA ESTRUCTURA



**Figura 3.4. Caso de daño D1-A y porcentaje de error relativo calculado en la reconstrucción de la matriz de rigidez del modelo K0M1-D1-A**

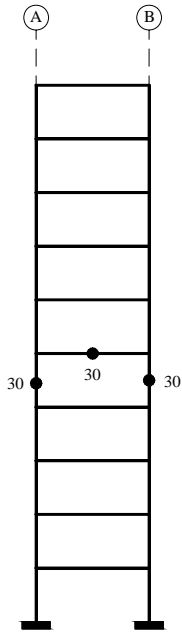
En la figura 3.4.b se observa que el término  $K(1,1)$  de la diagonal principal de la matriz de rigidez reconstruida es el que presenta el porcentaje de error más alto con un valor alrededor del 20%. El término  $K(2,2)$  es el que presenta el segundo porcentaje de error relativo más alto en todos los casos.

En la figura 3.4.c, correspondiente al caso de reconstrucción B, se observa que el porcentaje de error relativo calculado es mayor que en el caso A. Además. Al reconstruir la matriz para el caso B, se observa que a partir del caso B6 en adelante, los porcentajes relativos de error son mayores que los reconstruidos para el caso 6A en adelante.

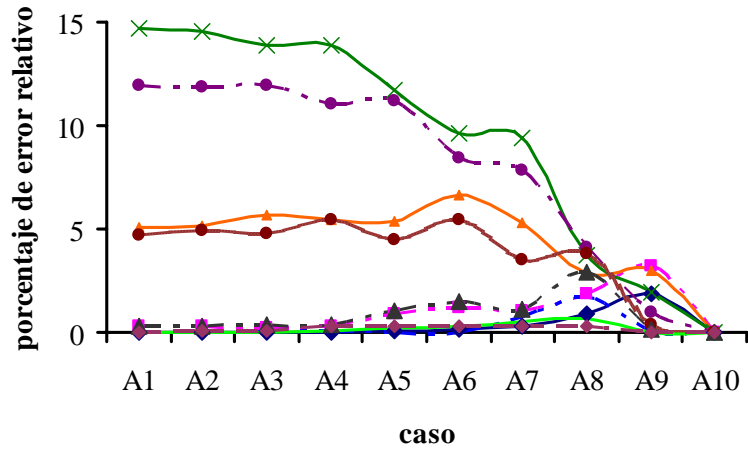
Los resultados obtenidos para los modelos K0M2 a K0M4 con la simulación de daño son parecidos a los obtenidos para el modelo K0M1 y se presentan en el Apéndice A.

### 3. RECONSTRUCCIÓN DE LA MATRIZ DE RIGIDEZ DE UNA ESTRUCTURA

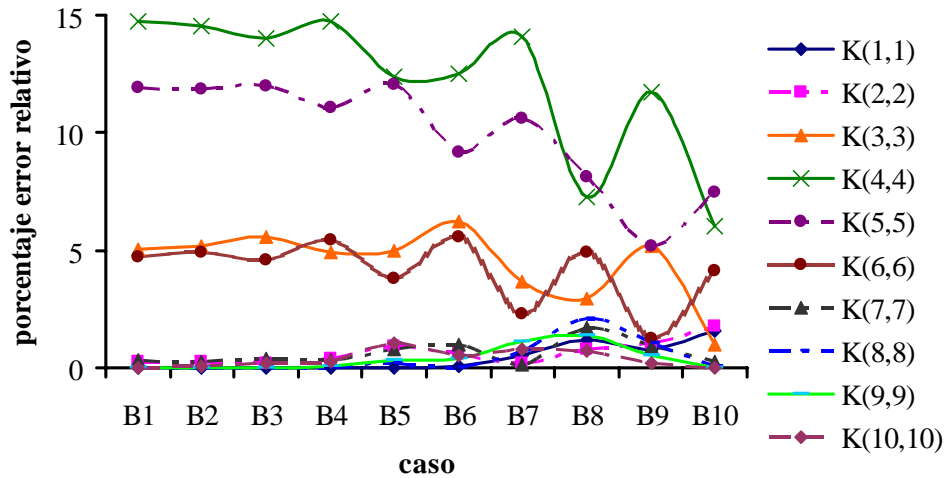
En el caso de daño simulado en la parte media de la estructura (figura 3.5.a) se redujo la rigidez en las dos columnas y en la viga del piso 5 un 30%. En las figuras 3.5.b y 3.5.c se presenta el porcentaje de error relativo entre los elementos de la diagonal principal que se obtuvo en la reconstrucción para los casos A y B.



a) Estado de daño D2-A



b) Caso de reconstrucción A



c) Caso de reconstrucción B

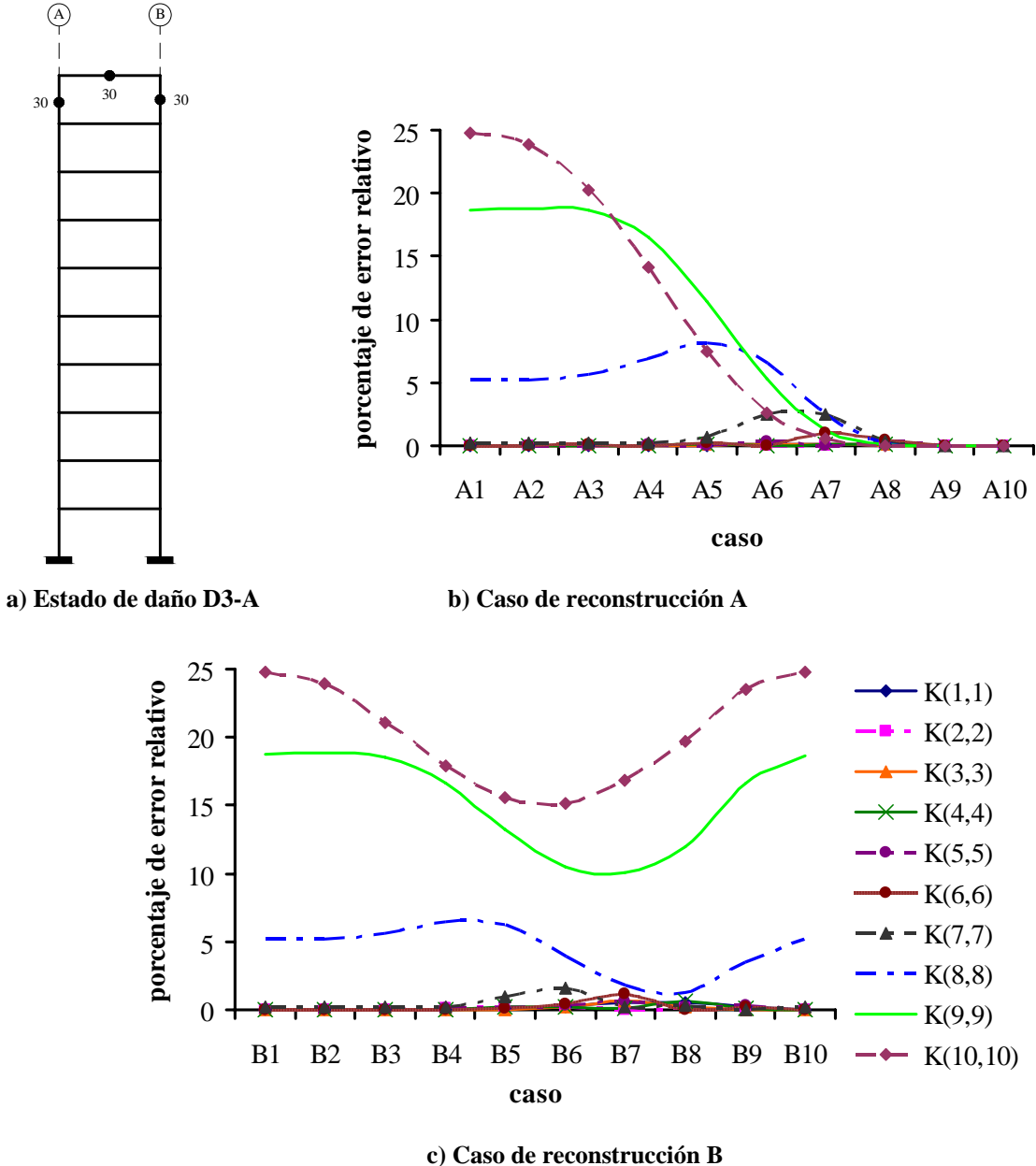
**Figura 3.5. Caso de daño D2-A y porcentaje de error relativo calculado en la reconstrucción de la matriz de rigidez del modelo K0M1-D2-A**

En las figuras 3.5.b y 3.5.c, se observa que se obtiene un porcentaje de error relativo menor si se reconstruye la matriz de rigidez de la estructura con el caso A que con el B. El porcentaje de error relativo mayor se presenta en el término K(4,4) con un error máximo de 15%, seguido del calculado para el K(5,5) con un error cercano a 13%. De los resultados obtenidos para el caso de daño D2, se observa nuevamente que el término de la diagonal de la matriz de rigidez reconstruida, con un

### 3. RECONSTRUCCIÓN DE LA MATRIZ DE RIGIDEZ DE UNA ESTRUCTURA

porcentaje de error relativo mayor, comparado con los demás términos, se relaciona con el entrepiso dañado. Las gráficas que resultaron de calcular el porcentaje de error relativo de los modelos KOM2, KOM3 y KOM4 son semejantes a las que se obtuvieron del modelo KOM1. Las gráficas se presentan en el Apéndice A.

Por último se presenta el daño simulado en la parte superior de la estructura (figura 3.6.a), en donde a los elementos del entrepiso 10 se les redujo la rigidez un 30% en las columnas y en la viga. Los resultados obtenidos se presentan en las figuras 3.6.b y 3.6.c, para los casos A y B, respectivamente.



**Figura 3.6. Caso de daño D3-A y porcentaje de error relativo calculado en la reconstrucción de la matriz de rigidez del modelo KOM1-D3-A**

En las figuras 3.6.b y 3.6.c se observa nuevamente el comportamiento que relaciona al nivel dañado con el término de la diagonal de la matriz de rigidez reconstruida con el porcentaje de error relativo



### 3. RECONSTRUCCIÓN DE LA MATRIZ DE RIGIDEZ DE UNA ESTRUCTURA

mayor. Los elementos del piso 10 son los que están dañados y el término  $K(10,10)$  es el que presenta el porcentaje de error relativo mayor (25%), comparado con los demás.

En los tres casos de daño se observó que al reconstruir la matriz de rigidez de la estructura con daño con los primeros modos con el caso A o el B, no se presenta una diferencia notoria que la que se observa al reconstruir con los modos superiores.

#### 3.3.2.2. Marco $K1$

Se analizaron las combinaciones del marco  $K1$  con las distribuciones de masa  $M1$  a  $M4$ . Para el caso del modelo  $K1M1$  sin daño, el porcentaje de error relativo calculado entre los términos de la diagonal de la matriz de rigidez de la estructura, se presenta en la figura 3.7.

Los modelos  $K1M2$  a  $K1M4$  no se presentan en esta sección debido a la similitud que se observa en los resultados entre estos y el modelo  $K1M1$ . Las gráficas asociadas a estos modelos se presentan en el Apéndice A.

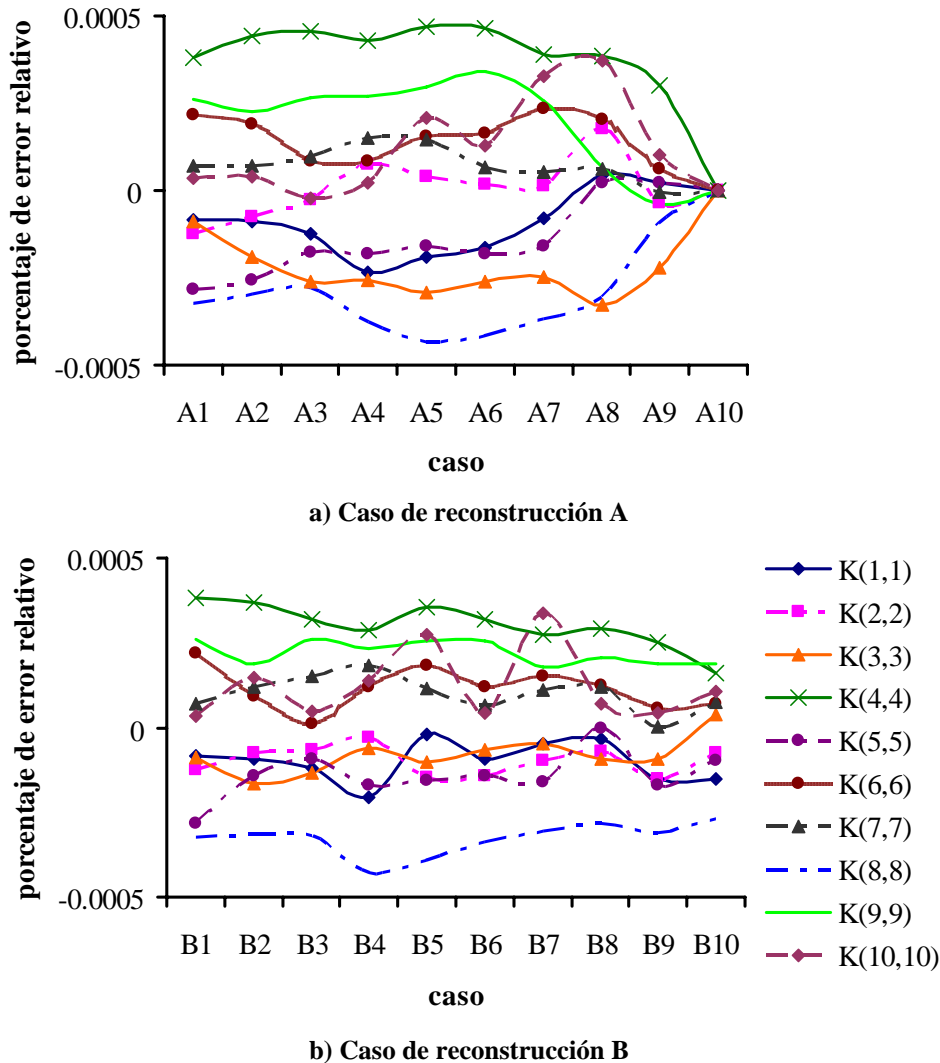


Figura 3.7. Porcentaje de error relativo calculado en la reconstrucción de la matriz de rigidez del modelo  $K0M1$  (caso sin daño)

### 3. RECONSTRUCCIÓN DE LA MATRIZ DE RIGIDEZ DE UNA ESTRUCTURA

En la figura 3.7 se observa que el porcentaje de error relativo es mayor para el caso A, que el del caso B, excepto al reconstruir con diez modos y diez frecuencias. Sin importar con qué caso se reconstruya la matriz de rigidez, los valores del porcentaje de error relativo son menores que 0.0005% en valor absoluto. No importa el número de formas modales, y frecuencias de vibración que se usen para el cálculo de la reconstrucción.

Para la simulación de daño en la parte baja de la estructura, se redujo la rigidez en diferentes elementos estructurales. En este caso, el daño que se propuso fue asimétrico: dos columnas con reducción del 20% y dos con 30% y las vigas extremas con reducción del 10 y 25% (figura 3.8.a). En las figuras 3.8.b y 3.8.c se presenta el porcentaje de error relativo que se calculó al reconstruir la matriz de rigidez de la estructura

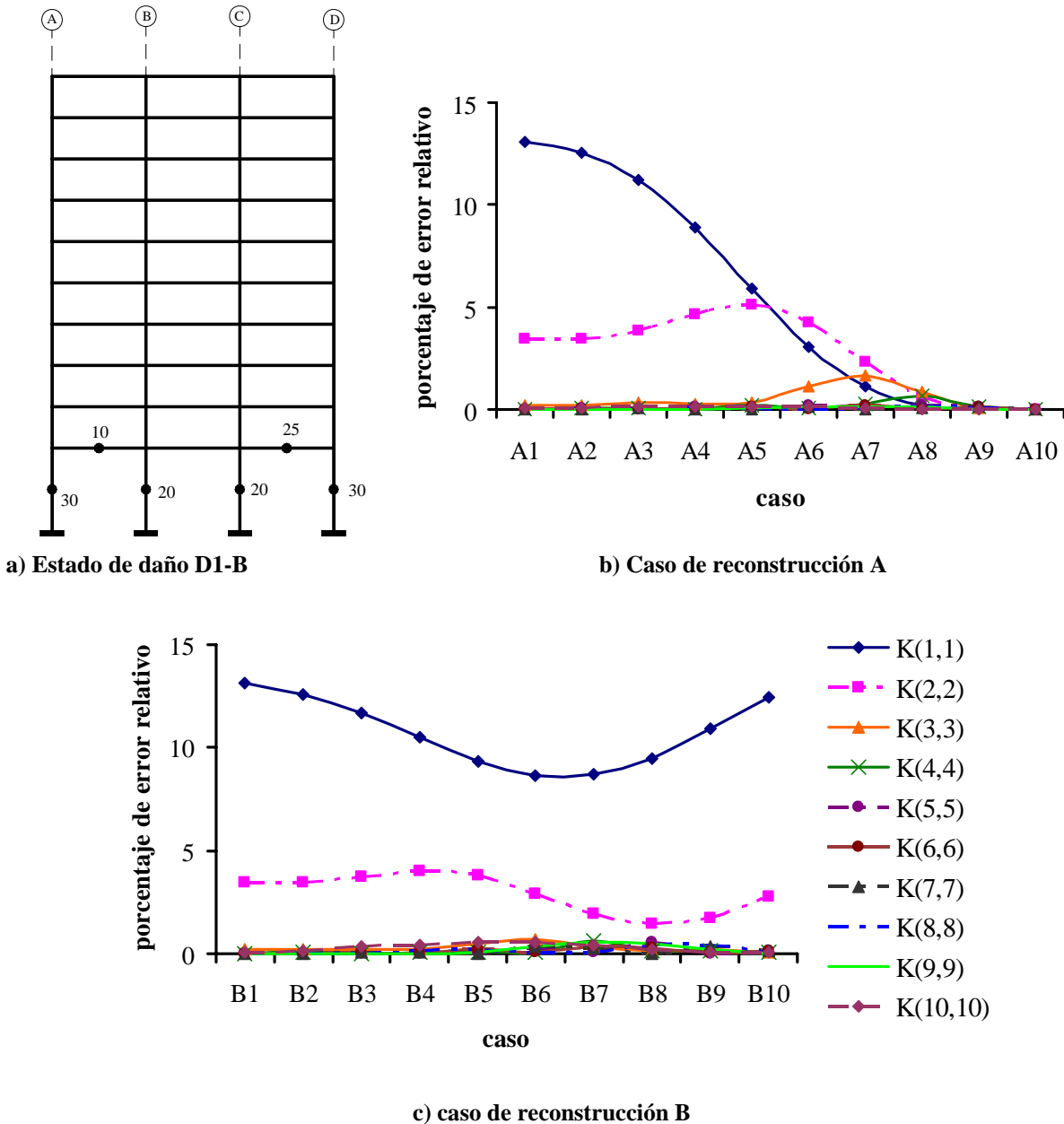


Figura 3.8. Caso de daño D1-B y porcentaje de error relativo calculado en la reconstrucción de la matriz de rigidez del modelo K1M1-D1-B

### 3. RECONSTRUCCIÓN DE LA MATRIZ DE RIGIDEZ DE UNA ESTRUCTURA

En las figuras 3.8.b y 3.8.c se observa el mismo comportamiento de la dependencia entre el nivel  $i$  dañado y el término  $K(i,i)$  de la diagonal de la matriz reconstruida relacionado a él. Si se reconstruye la matriz de rigidez con el caso A, se obtienen mejores resultados que si se emplea el caso B.

Al comparar los resultados del modelo K0M1 usando el estado de daño D1-A con el K1M1 y el estado de daño D1-B, los porcentajes de error relativo son menores para este último. Las gráficas que se obtuvieron para los modelos K1M2 a K1M4, son semejantes a los del modelo K1M1.

Para el caso de daño en la parte media de la estructura se redujo la rigidez de tres columnas en 25, 10 y 40% y tres vigas en 30, 20 y 25% (figura 3.9.a). El porcentaje de error que se obtuvo en la reconstrucción para este caso de daño se presenta en las figuras 3.9.b y 3.9.c.

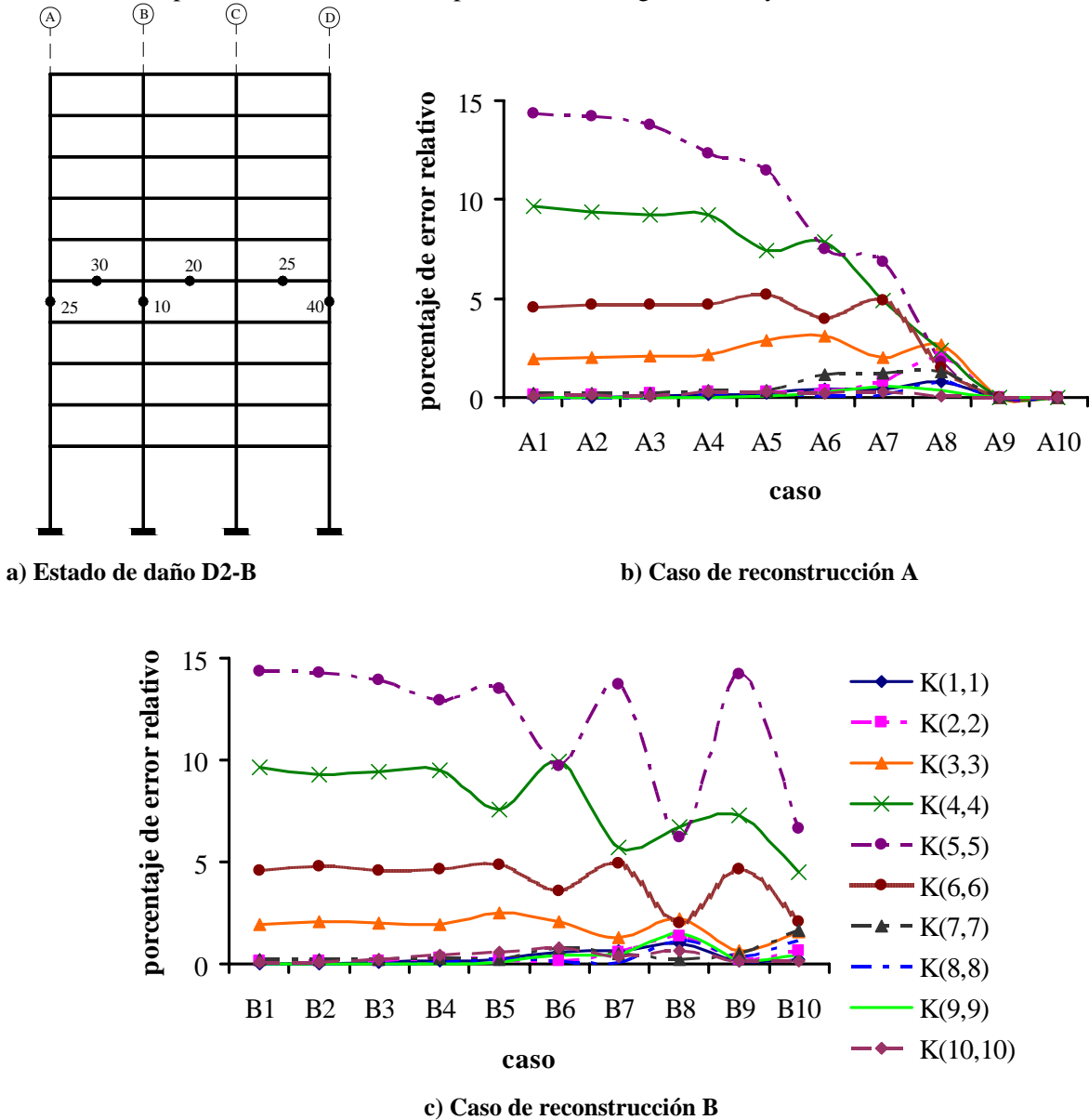


Figura 3.9. Caso de daño D2-B y porcentaje de error relativo calculado en la reconstrucción de la matriz de rigidez del modelo K1M1-D2-B

### 3. RECONSTRUCCIÓN DE LA MATRIZ DE RIGIDEZ DE UNA ESTRUCTURA

En este caso, el término de la matriz que presenta el mayor porcentaje de error relativo (aproximadamente 15%) es el  $K(4,4)$ , relacionado con el entrepiso 4, seguido del  $K(5,5)$ , cuyo entrepiso relacionado se encuentra dañado. Los resultados de los modelos K1M2, K1M3 y K1M4 se presentan en el Apéndice A.

En el caso de simulación de daño en la parte superior de la estructura, se redujo la rigidez de tres columnas y tres vigas del nivel 10 en un 20% (figura 3.10.a). El porcentaje de error relativo que se calculó para este caso se presenta en las figuras 3.10.a y 3.10.b.

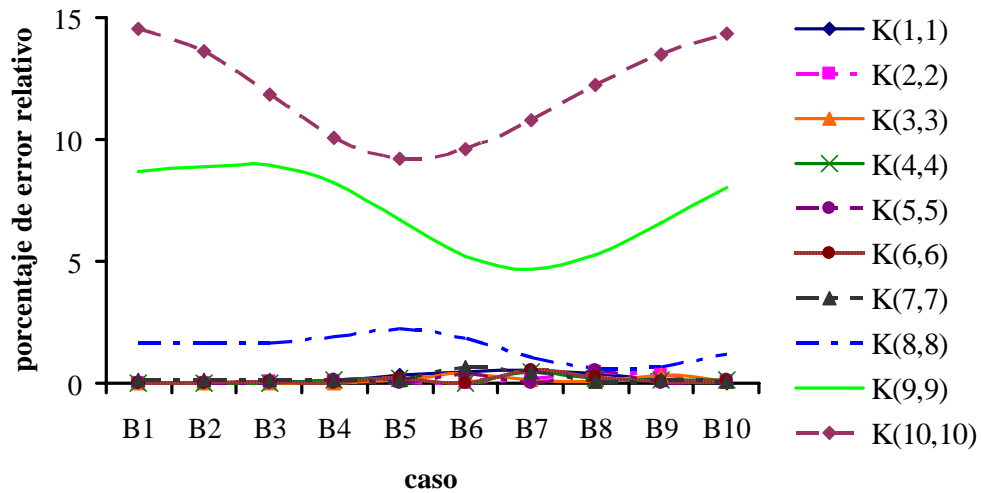
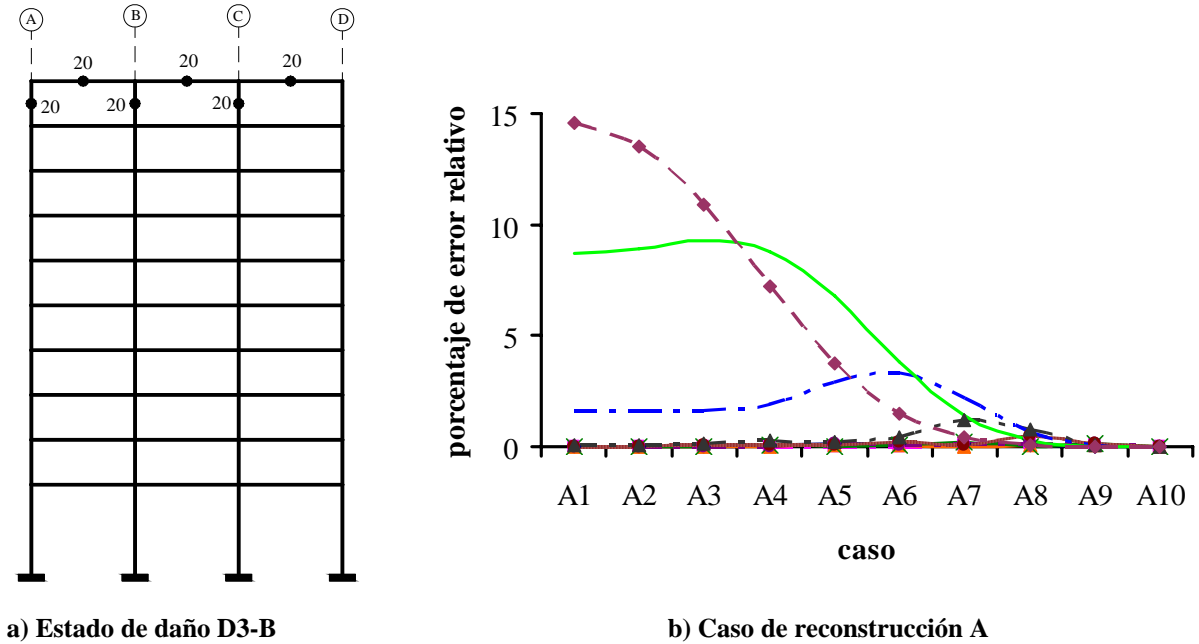


Figura 3.10. Caso de daño D3-B y porcentaje de error relativo calculado en la reconstrucción de la matriz de rigidez del modelo K1M1-D3-B

### 3. RECONSTRUCCIÓN DE LA MATRIZ DE RIGIDEZ DE UNA ESTRUCTURA

En las figuras 3.10.b y 3.10.c se observa que con la reconstrucción para el caso B se obtiene un porcentaje de error relativo mayor que con el A. También, al reconstruir para el caso B con los modos superiores, se incrementa de manera notoria el porcentaje de error relativo.

Al comparar estas gráficas con las correspondientes del modelo K0M1 con la simulación de daño en la parte superior, se observa que nuevamente, el modelo K1M1 presenta un porcentaje de error relativo menor (aproximadamente 15%) que la reconstrucción del modelo K0M1 (mayor que 20%).

#### 3.3.2.3. Marco K2

En la figura 3.11 se presentan los resultados obtenidos para los casos A y B del modelo K2M1.

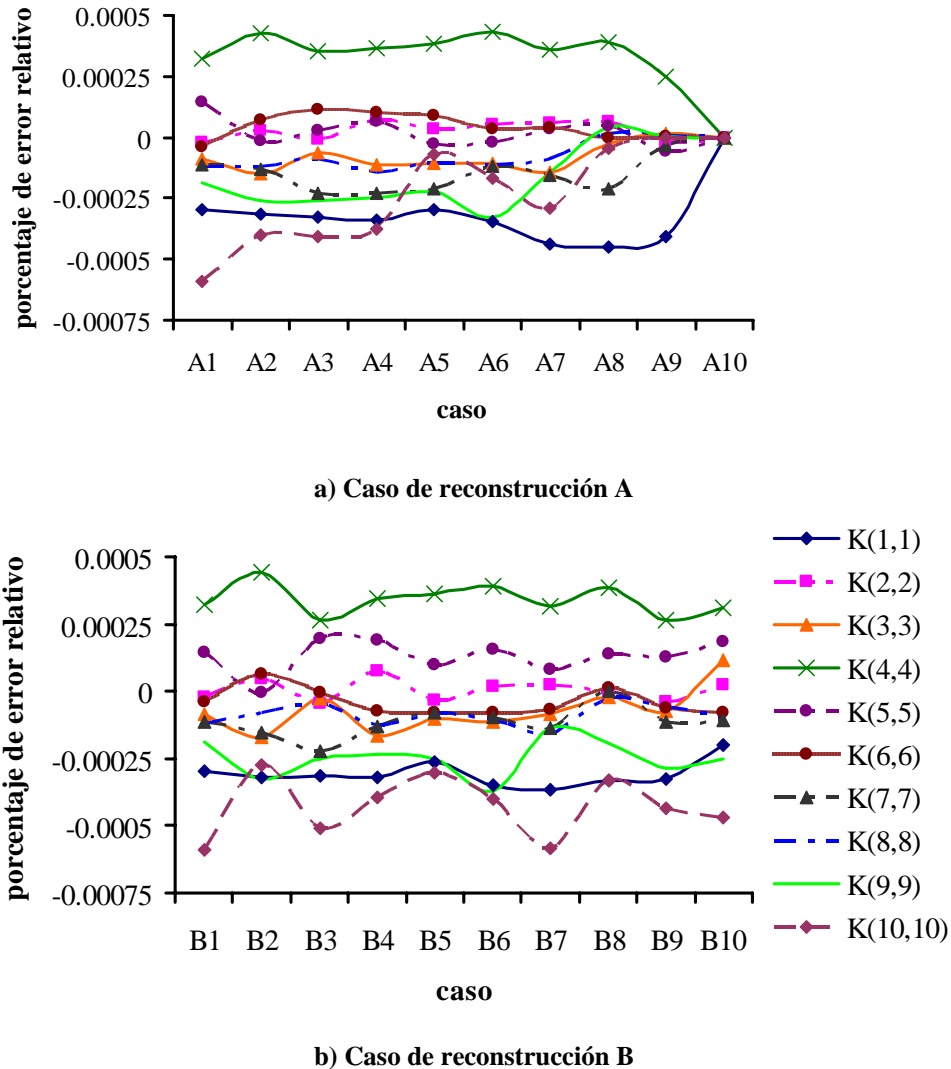
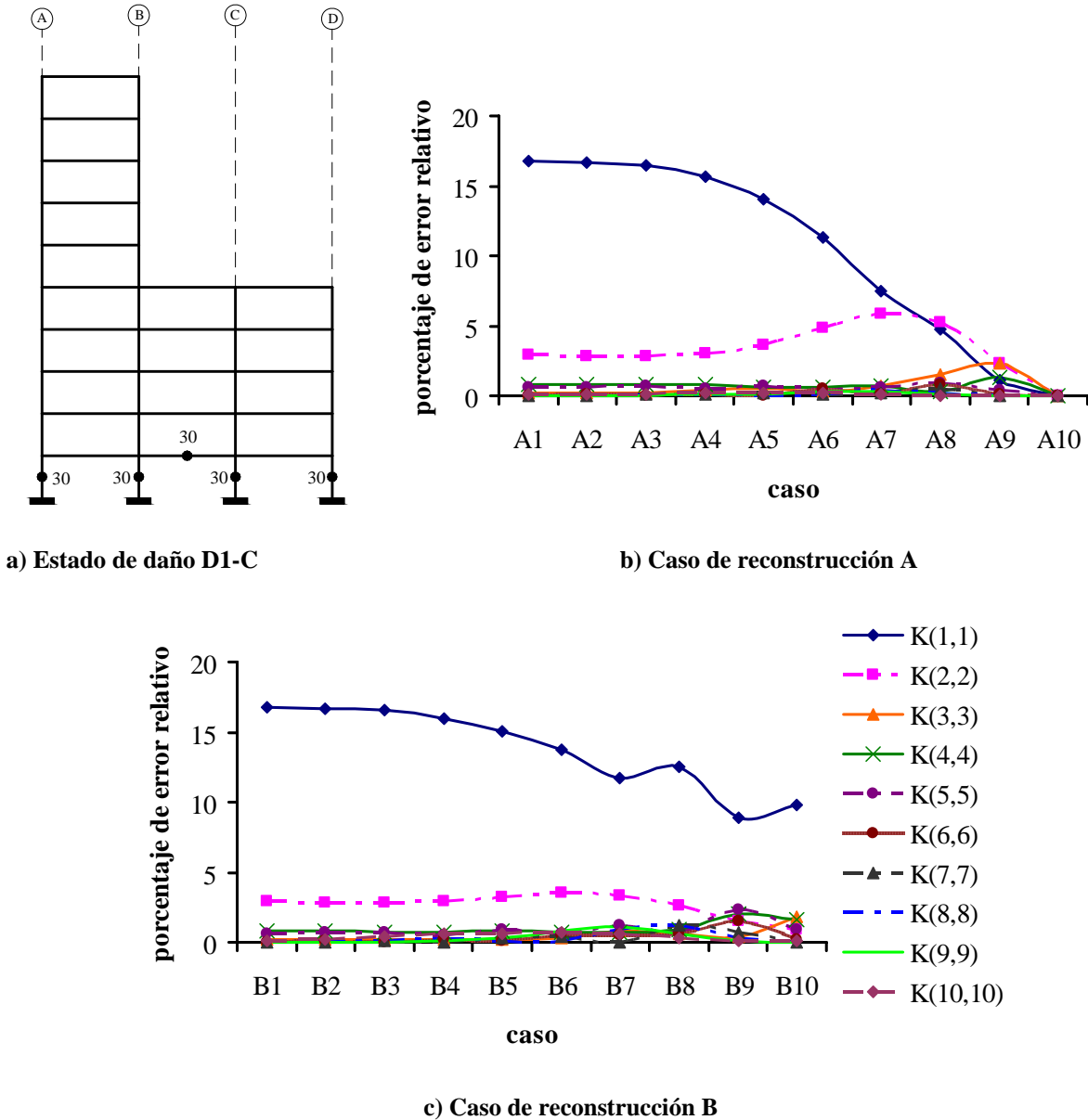


Figura 3.11. Porcentaje de error relativo calculado en la reconstrucción de la matriz de rigidez del modelo K2M1 (caso sin daño)

### 3. RECONSTRUCCIÓN DE LA MATRIZ DE RIGIDEZ DE UNA ESTRUCTURA

Para este modelo, el porcentaje de error absoluto es relativamente mayor que para los modelos K0M1 y K1M1 (menor que 0.00075%). Los resultados obtenidos para los modelos K2M2, K2M3 y K2M4 son semejantes a los del modelo K2M1 y se presentan en el Apéndice A.

En la simulación de daño en la parte inferior de la estructura, la rigidez de cuatro columnas y una viga del entrepiso 5 se redujo 30% (figura 3.12.a). Los resultados que se obtuvieron al calcular el porcentaje de error relativo al reconstruir la matriz de rigidez para los casos A y B se presentan en las figuras 3.12.b y 3.12.c.



**Figura 3.12. Caso de daño D1-C y porcentaje de error relativo calculado en la reconstrucción de la matriz de rigidez del modelo K1M1-D1-C**

La relación del entrepiso dañado con el término de la diagonal principal con un porcentaje de error relativo mayor se presenta para el modelo K2M1 (figuras 3.12.b y 3.12.c). Para este caso, en donde

### 3. RECONSTRUCCIÓN DE LA MATRIZ DE RIGIDEZ DE UNA ESTRUCTURA

existen elementos dañados del primer piso, el término  $K(1,1)$  es el que presenta el mayor porcentaje de error (menor que 20%).

En las figuras se observa que el porcentaje de error calculado para el modelo K2M1 es mayor, comparado con el obtenido para el modelo K1M1, pero menor que el del modelo K0M1 para los casos de daño D1.

Para el caso de daño simulado en la parte media le estructura para el modelo K2M1 la rigidez de tres columnas y una viga del entrepiso 5 se redujo 30% y la de una columna 50% (figura 3.13.a). Los resultados al reconstruir la matriz de rigidez del modelo K2M1 con el caso de daño D2-C se presentan en las figuras 3.13.b y 3.13.c.

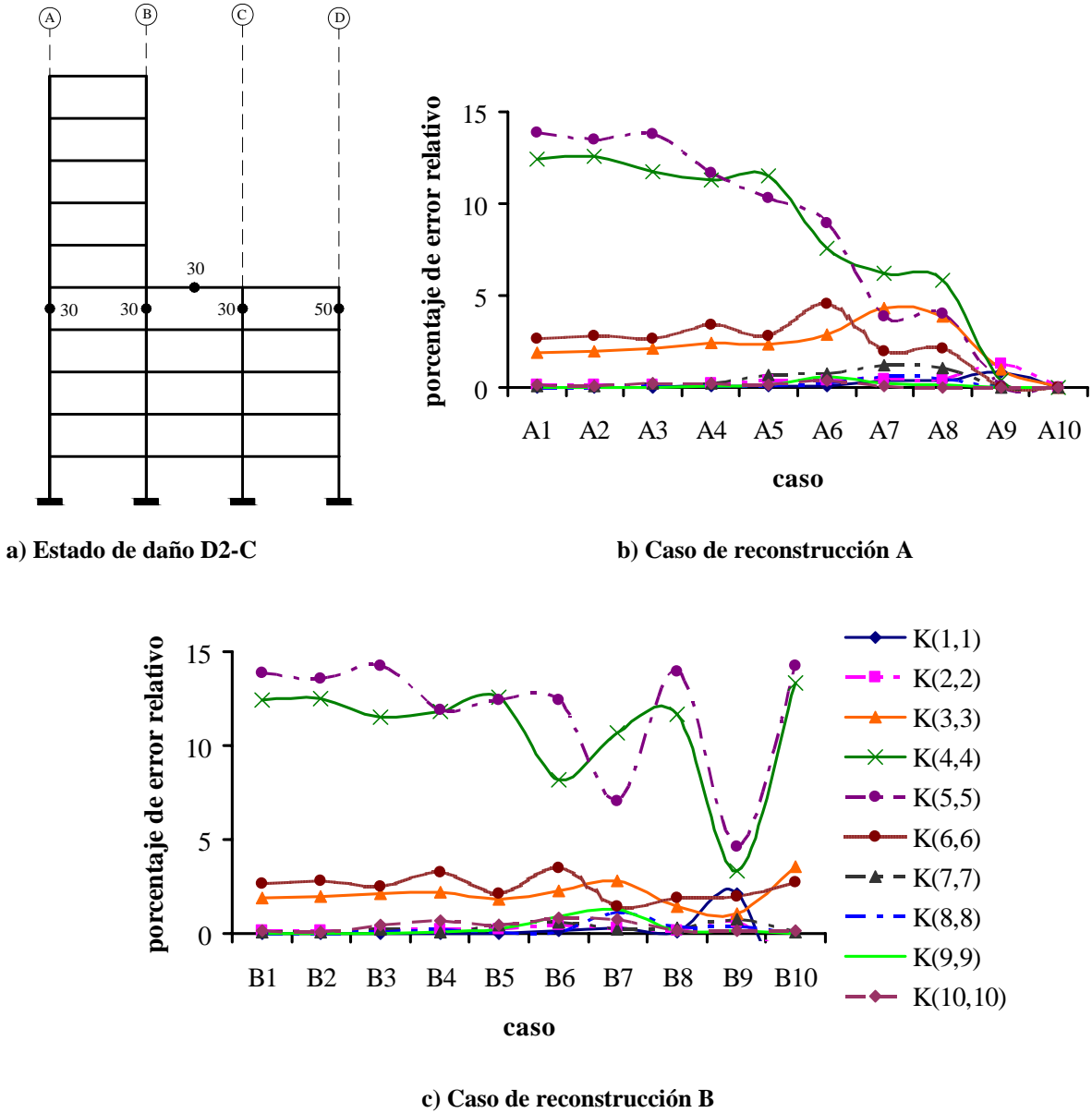
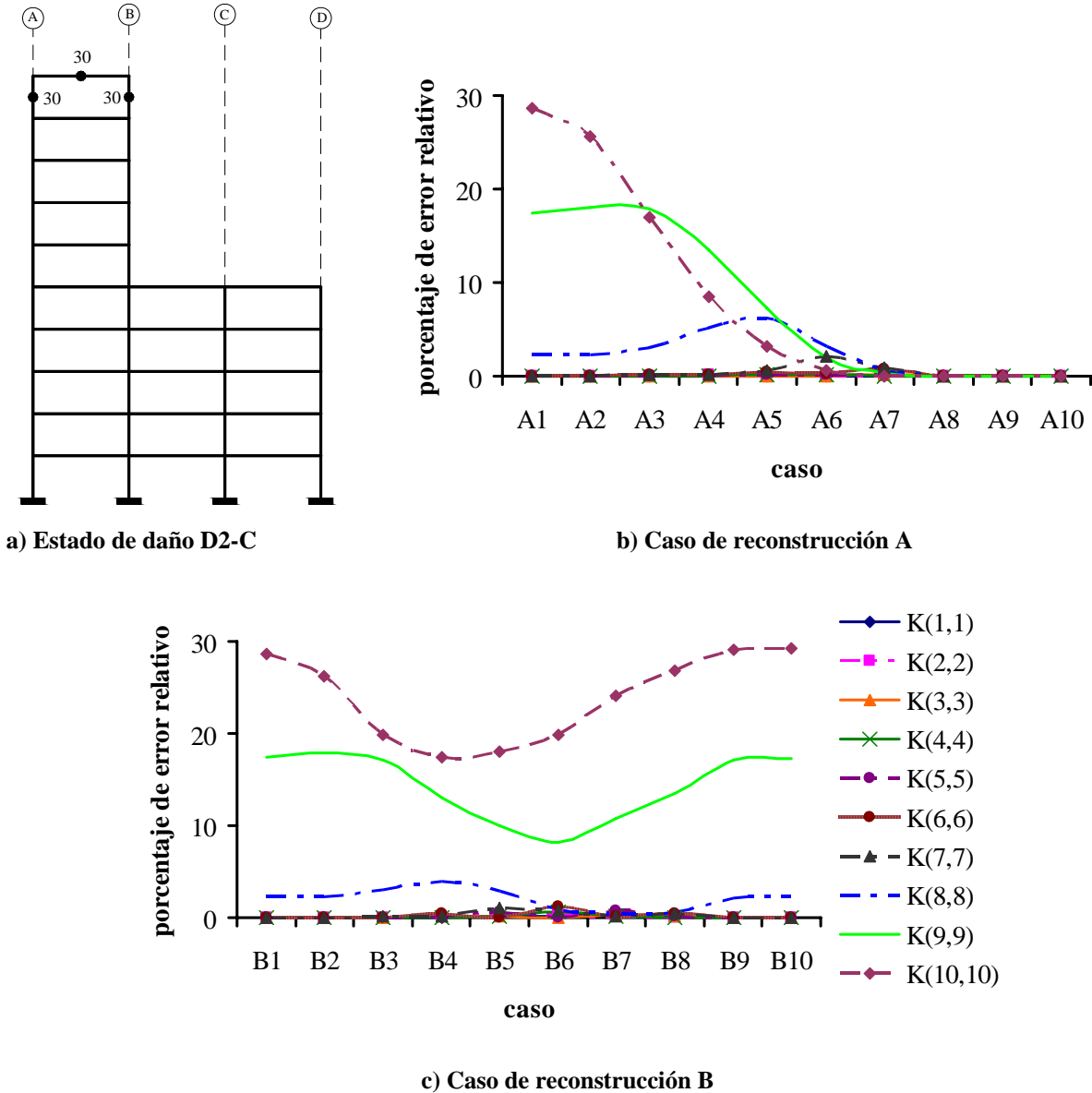


Figura 3.13. Caso de daño D2-C y porcentaje de error relativo calculado en la reconstrucción de la matriz de rigidez del modelo K1M1-D2-C

### 3. RECONSTRUCCIÓN DE LA MATRIZ DE RIGIDEZ DE UNA ESTRUCTURA

El entrepiso dañado en este caso es el 5 y en la figuras 3.13.b y 3.13.c se observa que, al reconstruir con el caso A o el B, el término  $K(5,5)$  de la matriz de rigidez reconstruida es mayor que los demás, y en otras, es el  $K(4,4)$  el que genera el error mayor. También se observa que como en los casos anteriores, al reconstruir con el caso A, se obtienen mejores resultados que con el caso B.

El daño simulado en la estructura en la parte superior se realizó al reducir la rigidez de los tres elementos del nivel 10 en un 30% (figura 3.14.a). El porcentaje de error relativo que se calculó en la reconstrucción de la matriz de rigidez se presenta en las figuras 3.14.b y 3.14.c.



**Figura 3.14. Caso de daño D3-C y porcentaje de error relativo calculado en la reconstrucción de la matriz de rigidez del modelo K1M1-D3-C**

En las figuras 3.14.b y 3.14.c se observa que el mayor porcentaje de error relativo que se presenta es en el término  $K(10,10)$ , asociado al entrepiso 10, a cuyos elementos se les redujo la rigidez.



### 3. RECONSTRUCCIÓN DE LA MATRIZ DE RIGIDEZ DE UNA ESTRUCTURA

De los tres modelos estudiados para cada caso de daño, se observa que el modelo K2M1 combinado con el caso de daño D3-C, es el que presenta el porcentaje de error relativo máximo (casi 30%).

#### 3.4. FACTORES DE AJUSTE PARA MEJORAR LA RECONSTRUCCIÓN DE LA MATRIZ DE RIGIDEZ

Como se observó en las figuras anteriores, al reconstruir con los primeros modos de vibración y sus respectivas frecuencias, los porcentajes de error relativo que se calcularon en la reconstrucción de la matriz de rigidez de las estructuras dañadas, están en un intervalo entre 15 y 30%. Esto induce a errores en la detección de daño en los elementos estructurales mediante el MMT. Por otro lado, se obtienen resultados exactos, sí y sólo si se usan todas las propiedades dinámicas de la estructura.

Para calcular las propiedades dinámicas de la estructura se puede hacer un modelo analítico, someterlo a una excitación sísmica y obtener las condiciones finales de la estructura. Otra forma consiste en hacer una prueba de vibración ambiental o forzada después de que se ha dañado la estructura.

Al llevar a cabo la primera opción, con un programa comercial de análisis estructural se pueden obtener las formas modales requeridas para la detección de daño. Por el contrario, al ejecutar la segunda opción, no se pueden identificar todas las propiedades dinámicas de la estructura, por lo que no se contaría con la información necesaria para usar el método de la matriz de transformación. Si no se usan todas formas modales y sus respectivas frecuencias de vibración al reconstruir la matriz de rigidez de la estructura en su estado dañado se obtienen resultados incorrectos como se verá más adelante.

Para obtener resultados aceptables en la detección de daño al usar los primeros modos, se modificó la matriz de rigidez reconstruida mediante una matriz de factores de ajuste, que al multiplicarse por la matriz, se redujeron los errores.

A continuación se describen dos métodos para calcular dichas matrices.

##### 3.4.1. Matriz de factores de ajuste $M_1$

La matriz de factores de ajuste  $M_1$ , se obtuvo de forma empírica. Se propusieron algunas fórmulas. La que obtuvo errores menores es la siguiente:.

$$\begin{aligned} M_1 &= \left( \left( \frac{1}{n^2} \right) (n^2 + j^2 - i^2) \right) \text{ para } j \geq i \\ M_1 &= \left( \left( \frac{1}{n^2} \right) (n^2 + i^2 - j^2) \right) \text{ para } i < j \end{aligned} \quad (3.3)$$

donde  $n$  es el número de grados de libertad primarios de la estructura (en este caso, el número de entresijos de la estructura);  $i$  y  $j$  se refiere al renglón y columna, respectivamente, de la matriz.

Esta matriz de factores de ajuste multiplica término a término la matriz de rigidez reconstruida sin ajuste y se empleó para los modelos del marco K0.

En las figuras del porcentaje de error relativo entre los términos de la diagonal principal de la matriz de rigidez reconstruida (3.3 a 3.14), se observa que al reconstruir con el caso A se obtienen valores del

### 3. RECONSTRUCCIÓN DE LA MATRIZ DE RIGIDEZ DE UNA ESTRUCTURA

error relativo menores que los obtenidos con el caso B. Por lo tanto, la matriz de factores de ajuste se aplicó sólo a las matrices obtenidas para el caso A.

Una vez ajustadas las matrices de rigidez reconstruidas, se calculó el porcentaje de error relativo entre los elementos de la matriz ajustada y sin ajustar.

Después de que se calculó cada matriz de rigidez del modelo K0, reconstruidas con el caso A, se obtuvo la de factores de ajuste  $M_I$ . Con esta última se ajustó a la primera y se hizo la detección de daño con el MMT. De los resultados obtenidos, se observó que al ajustar la matriz reconstruida con la primera forma modal y su frecuencia de vibración, los porcentajes de error relativo fueron menores, comparados con los demás casos de reconstrucción.

En la figura 3.15 se presenta el porcentaje de error relativo entre la matriz de rigidez reconstruida con diez modos y diez frecuencias de vibración, y la reconstruida con el primer modo y su respectiva frecuencia, sin ajustar. Estos resultados corresponden al modelo K0M1 con el caso de daño D1-A.

20.55	12.57	8.07	8.12	7.38	11.38	-5.02	117.51	-123.86	693.62
	5.51	1.86	1.20	1.38	0.44	5.41	-12.98	-1291.53	-1081.36
		0.34	0.12	0.08	0.04	0.27	-0.96	3.48	-45.57
			0.02	0.01	0.00	0.02	-0.06	0.40	-1.61
				0.00	0.00	0.00	-0.01	0.04	-0.32
					0.00	0.00	0.00	0.00	0.02
						0.00	0.00	0.00	-0.01
							0.00	0.00	0.00
								0.00	0.00
									0.01

Simétrica

**3.15. Porcentaje de error relativo entre las matrices de rigidez reconstruida con un modo, sin ajustar, y con diez modos del modelo K0M1 con el caso de daño D1-A (caso A)**

En la figura 3.16 se presenta el porcentaje de error relativo entre la matriz de rigidez corregida con la de factores de ajuste y la reconstruida con diez modos y diez frecuencias.

2.46	9.19	-0.58	-8.10	-18.39	-27.60	-50.61	-19.52	-104.77	-92.06
	0.23	-3.23	-10.94	-19.91	-31.70	-42.02	-65.19	-374.05	-139.25
		0.34	-6.89	-15.93	-26.97	-39.84	-55.43	-71.03	-95.10
			0.02	-8.99	-20.00	-32.99	-48.03	-64.86	-84.26
				0.00	-11.00	-24.00	-39.01	-55.98	-75.08
					0.00	-13.00	-28.00	-45.00	-63.99
						0.00	-15.00	-32.00	-51.01
							0.00	-17.00	-36.00
								0.00	-19.00
									0.01

Simétrica

**3.16. Porcentaje de error relativo entre las matrices de rigidez reconstruida con diez modos y la corregida con la matriz de factores de ajuste  $M_I$  del modelo K0M1 con el caso de daño D1-A (caso A)**

En la figura 3.15 se observa que el porcentaje de error máximo que se presenta en la matriz reconstruida con el primer modo y su frecuencia asociada fue 693% en el término K(1,10) y -1291% en el K(2,9). Después de aplicar la matriz de factores de ajuste (ecuación 3.3), el porcentaje de error que se obtuvo fue 9 en K(1,2), y -374% en K(2,9).

### 3. RECONSTRUCCIÓN DE LA MATRIZ DE RIGIDEZ DE UNA ESTRUCTURA

Como se puede observar, los porcentajes de error se redujeron considerablemente.

#### 3.4.2. Matriz de factores de ajuste $M_2$

La matriz de factores de ajuste  $M_2$  se obtuvo a partir de la teoría del método de las componentes principales (Jennings, 1992). Este calcula la covarianza que existe en un grupo de datos. Si se tiene una matriz  $A$  de orden  $m \times n$ , su matriz de covarianzas se calcula como:

$$C = \frac{1}{m-1} X^T X \quad (3.4)$$

donde  $m$  es el número de renglones de la matriz  $X$  y de  $A$ ;  $X$  se calcula mediante el promedio de los valores contenidos en cada columna de  $A$ , y restando a cada valor de la columna el promedio de la misma. La matriz  $C$  es simétrica de orden  $n \times n$ . Para obtener la matriz de correlación de  $A$ , se escalan los valores de  $X^T$ .

En este caso, la matriz de factores de ajuste se obtiene de la matriz de correlación como:

$$M_2 = \left( \frac{1}{m-1} X_m^T X \right)^{\frac{1}{n-1}} \quad (3.5)$$

donde  $X_m^T$  es la matriz escalada de  $X$ .

De los resultados obtenidos, se concluyó que al aplicar la matriz de factores de ajuste  $M_2$  a la matriz reconstruida con el primer modo y su frecuencia de vibración correspondiente, para el caso A en cualquiera de los modelos, se obtuvo un porcentaje de error relativo menor que el de las reconstruidas con un mayor número de modos y frecuencias. La matriz  $M_2$ , se aplicó a las matrices de rigidez reconstruidas de todos los modelos de los marcos K1 y K2, multiplicando término a término a la primera con las últimas.

En la figura 3.17 se presenta el porcentaje de error relativo, calculado entre la matriz de rigidez reconstruida con diez modos y diez frecuencias y con el primer modo, sin ajustar. Los resultados corresponden al modelo K1M1 con el caso de daño D1-B.

{	13.11	7.88	4.70	10.76	-1.09	71.26	-240.30	526.15	2137.79	-311.62
		3.46	0.84	0.96	2.06	-0.54	9.99	-31.45	70.55	-55.32
			0.20	0.06	0.04	0.17	-0.12	1.35	-5.46	-26.08
				0.01	0.00	0.03	-0.11	0.35	-2.79	8.83
					0.00	-0.01	0.03	-0.13	0.38	-4.77
						0.00	-0.01	0.03	-0.15	0.36
							0.00	-0.01	0.04	-0.29
								0.01	-0.01	0.04
									0.01	-0.01
										0.05

**3.17. Porcentaje de error relativo entre las matrices de rigidez reconstruida con un modo, sin ajustar, y con diez modos del modelo K1M1 con el caso de daño D1-B (caso A)**

### 3. RECONSTRUCCIÓN DE LA MATRIZ DE RIGIDEZ DE UNA ESTRUCTURA

En la figura 3.18 se presenta el porcentaje de error relativo entre la matriz corregida con la matriz de factores de ajuste  $M_2$  y la reconstruida con diez modos y diez frecuencias para el caso de daño D1-B y el modelo K1M1

{	1.80	9.83	-0.66	-6.35	-25.79	14.13	-20.42	223.41	807.74	-6.72
		-1.71	-1.74	-9.05	-18.14	-29.29	-31.07	-62.53	-21.48	-80.59
			0.20	-2.61	-10.02	-19.79	-29.16	-36.51	-49.34	-132.76
				0.01	-2.67	-10.03	-20.02	-28.86	-39.52	-44.15
					0.00	-2.68	-10.04	-20.10	-29.43	-43.55
						0.00	-2.69	-10.11	-20.83	-33.44
							0.00	-2.80	-11.00	-25.38
								0.01	-3.90	-15.94
									0.01	-9.62
										0.05

#### 3.18. Porcentaje de error relativo entre las matrices de rigidez reconstruida con diez modos y la corregida con la matriz de factores de ajuste $M_2$ del modelo K1M1 con el caso de daño D1-B (caso A)

En la figura 3.17 se observa que el porcentaje de error relativo máximo es de 2137% en el término  $K(1,9)$  y el valor mínimo es de -311% en  $K(1,10)$ .

En la figura 3.18 se observa que al aplicar la matriz de factores de ajuste  $M_2$ , los porcentajes de error relativo se reducen. El valor máximo es 807% en  $K(1,9)$  y -132% en  $K(3,10)$ .

En la figura 3.19 se presenta el porcentaje de error relativo entre la matriz de rigidez reconstruida con diez modos y sus respectivas frecuencias de vibración y con el primer modo, sin ajustar, para el caso A. Estos resultados corresponden al modelo K2M1 con el caso de daño D1-C.

{	16.74	8.24	5.83	10.79	3.79	50.18	-293.14	1813.84	1868.56	-511.00
		2.89	0.61	0.36	0.64	-0.60	12.61	-69.89	319.59	-232.04
			0.20	0.01	-0.42	0.94	0.62	-0.60	6.12	-6.83
				0.76	1.06	-1.04	-1.91	4.68	-21.63	70.49
					0.63	-0.24	-0.23	0.76	-4.92	-31.30
						0.04	0.01	-0.02	0.15	-1.30
							0.00	-0.01	0.03	-0.08
								0.00	-0.01	0.02
									0.01	0.01
										0.07

#### 3.19. Porcentaje de error relativo entre las matrices de rigidez reconstruida con un modo, sin ajustar, y con diez modos del modelo K2M1 con el caso de daño D1-C (caso A)

En la figura 3.19 se observa que el porcentaje de error relativo máximo que se presenta es de 1868% en el término  $K(1,9)$  y -511% en  $K(1,10)$ .

El porcentaje de error relativo calculado entre la matriz corregida con la matriz de factores de ajuste  $M_2$  y la reconstruida con diez modos y sus frecuencias de vibración asociadas se presentan en la figura 3.20.

### 3. RECONSTRUCCIÓN DE LA MATRIZ DE RIGIDEZ DE UNA ESTRUCTURA

-0.77	4.86	-6.11	-14.11	-31.01	-13.46	-7.92	760.31	727.75	73.19
	-0.20	-2.54	-11.56	-23.82	-35.22	-37.27	-85.34	56.83	-47.97
		0.20	-4.08	-14.06	-24.62	-35.39	-45.09	-50.51	-135.11
			0.76	-4.12	-15.58	-26.45	-32.58	-57.33	-24.74
				0.63	-5.26	-12.67	-21.75	-36.75	-137.05
					0.04	-3.01	-10.04	-20.10	-34.58
						0.00	-2.65	-9.89	-23.02
							0.00	-3.42	-14.72
								0.01	-9.55
									0.07

#### 3.20. Porcentaje de error relativo entre las matrices de rigidez reconstruida con diez modos y la corregida con la matriz de factores de ajuste $M_2$ del modelo K2M1 con el caso de daño D1-C (caso A)

Después de aplicar la matriz de factores de ajuste  $M_2$  a la matriz reconstruida con el primer modo del caso A, se obtuvo una reducción en el porcentaje de error relativo, siendo el valor máximo 760% en el término K(1,8) y el mínimo de -137% en K(5,10).

Se observa que los porcentajes de error relativo calculados después de aplicar la matriz de factores de ajuste  $M_2$  disminuyen, pero aún se consideran grandes (alrededor de 800%). En el caso de la matriz de factores de ajuste  $M_1$ , el error que se encuentra es aceptable (alrededor del 10%).

A continuación se estudia el efecto de utilizar estas matrices de factores  $M_1$  y  $M_2$  al detectar el daño empleando el MMT.

## CAPÍTULO 4

### DETECCIÓN DE DAÑO EN ESTRUCTURAS

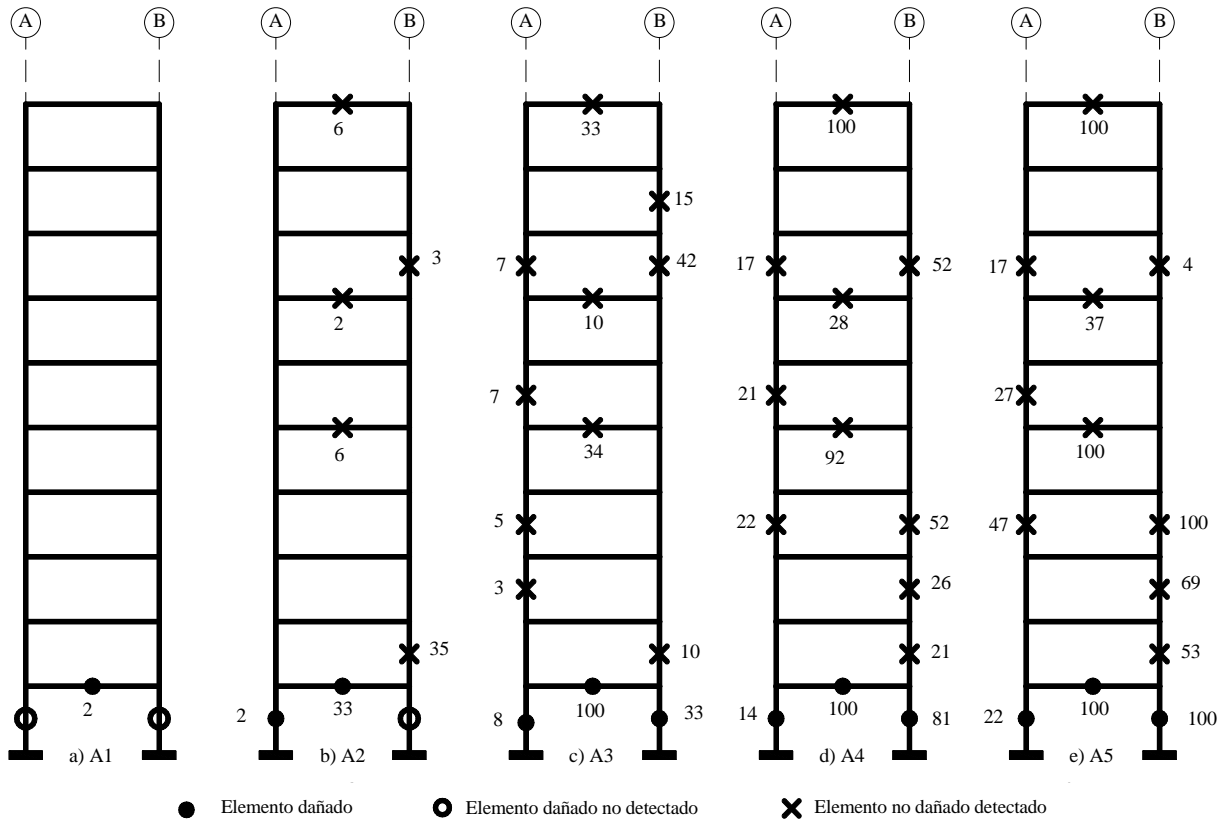
Durante el sismo del 19 de septiembre de 1985 en la ciudad de México, hubo edificios que se derrumbaron o quedaron tan dañados que tuvieron que ser demolidos.

Por otro lado, otros sufrieron un daño menor y sólo fueron reparados y siguieron teniendo funcionalidad. Para estos casos, sería posible determinar la magnitud del daño que presentan.

En este capítulo se hizo la detección de daño de los modelos estudiados en el capítulo 3 con las matrices de rigidez reconstruidas y ajustadas con las matrices  $M_1$  y  $M_2$ .

En el capítulo anterior se observó que se al reconstruir la matriz de rigidez de la estructura dañada se presentaban porcentajes de error relativo entre el 15 y el 30%. En las figuras 4.1 a 4.3 se presenta el estado de daño calculado con el MMT, usando los diferentes casos A de reconstrucción.

Sólo se presentan las figuras del marco K0, ya que las de los marcos K1 y K2 son semejantes a estas.



**Figura 4.1. Porcentaje de daño calculado para el modelo K0M1 con el estado de daño D1-A (caso A de la reconstrucción de la matriz de rigidez)**

#### 4. DETECCIÓN DE DAÑO EN ESTRUCTURAS

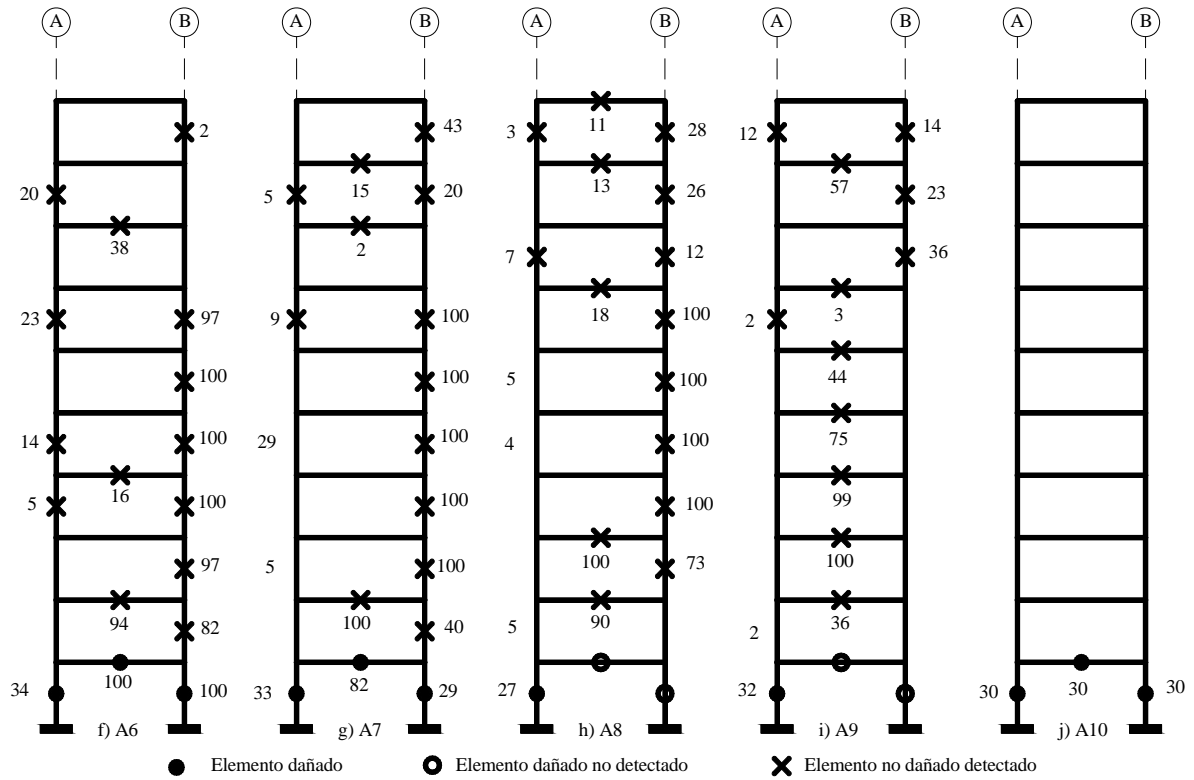


Figura 4.1 (continuación). Porcentaje de daño calculado para el modelo K0M1 con el estado de daño D1-A (caso A de la reconstrucción de la matriz de rigidez)

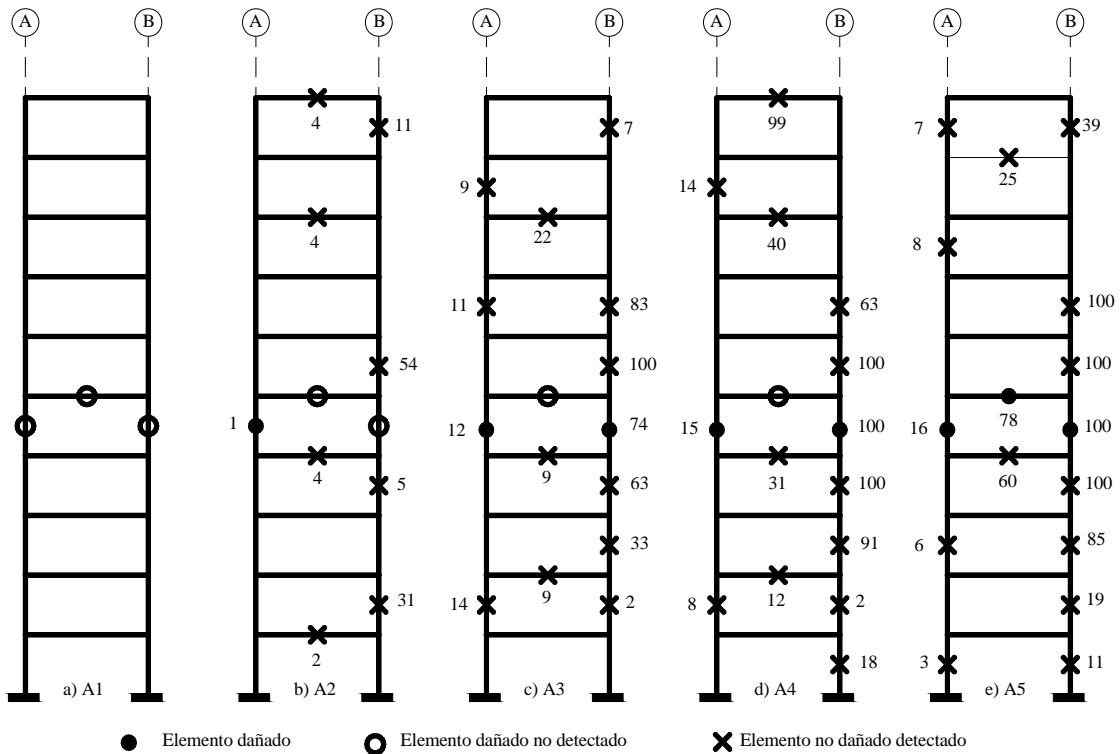


Figura 4.2. Porcentaje de daño calculado para el modelo K0M1 con el estado de daño D2-A (caso A de la reconstrucción de la matriz de rigidez)

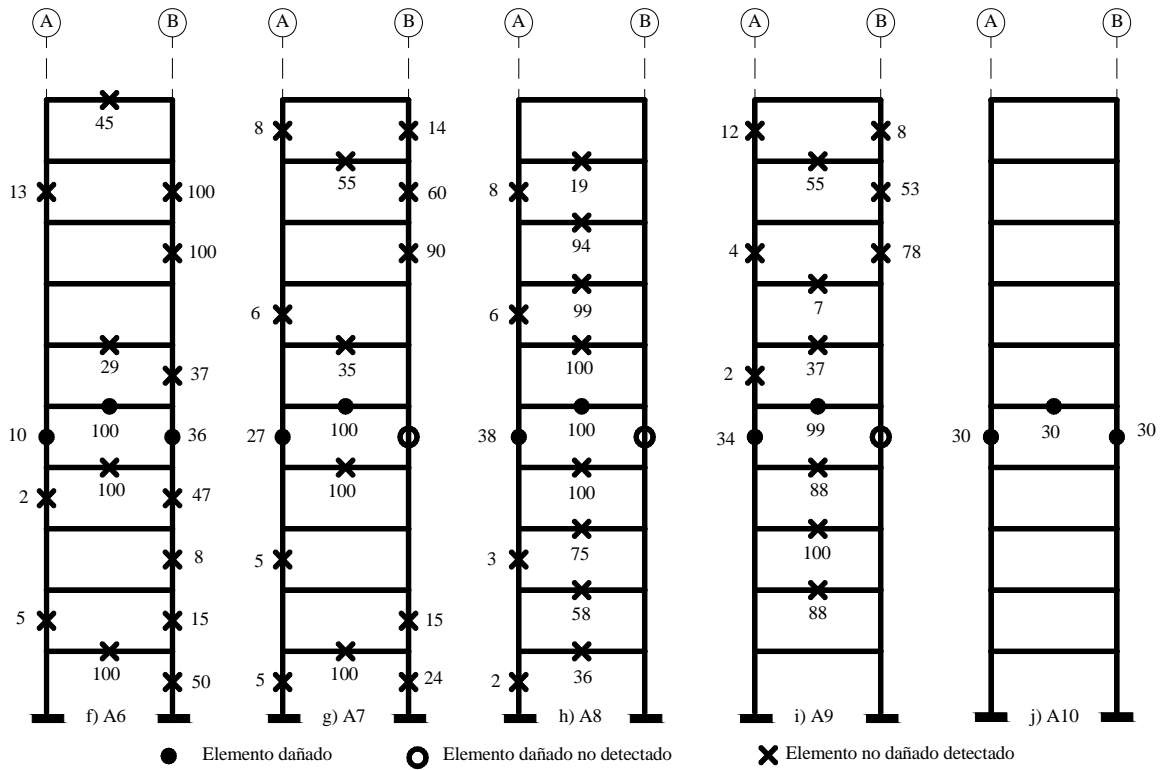


Figura 4.2 (continuación). Porcentaje de daño calculado para el modelo K0M1 con el estado de daño D2-A (caso A de la reconstrucción de la matriz de rigidez)

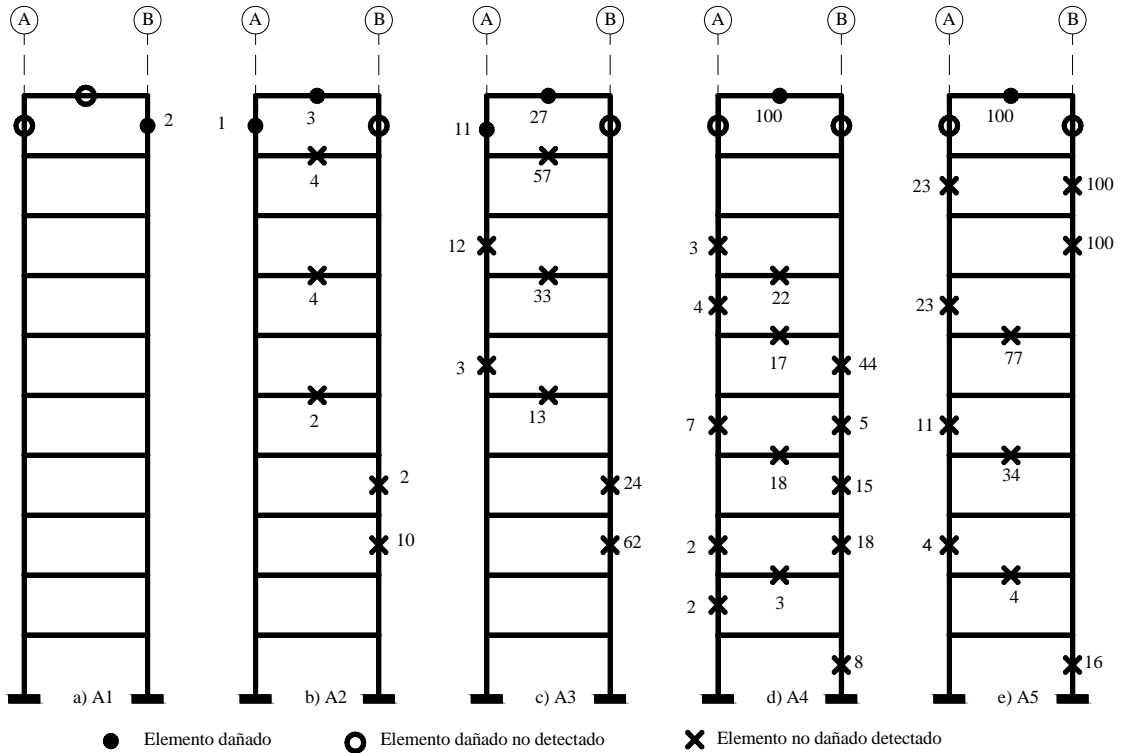
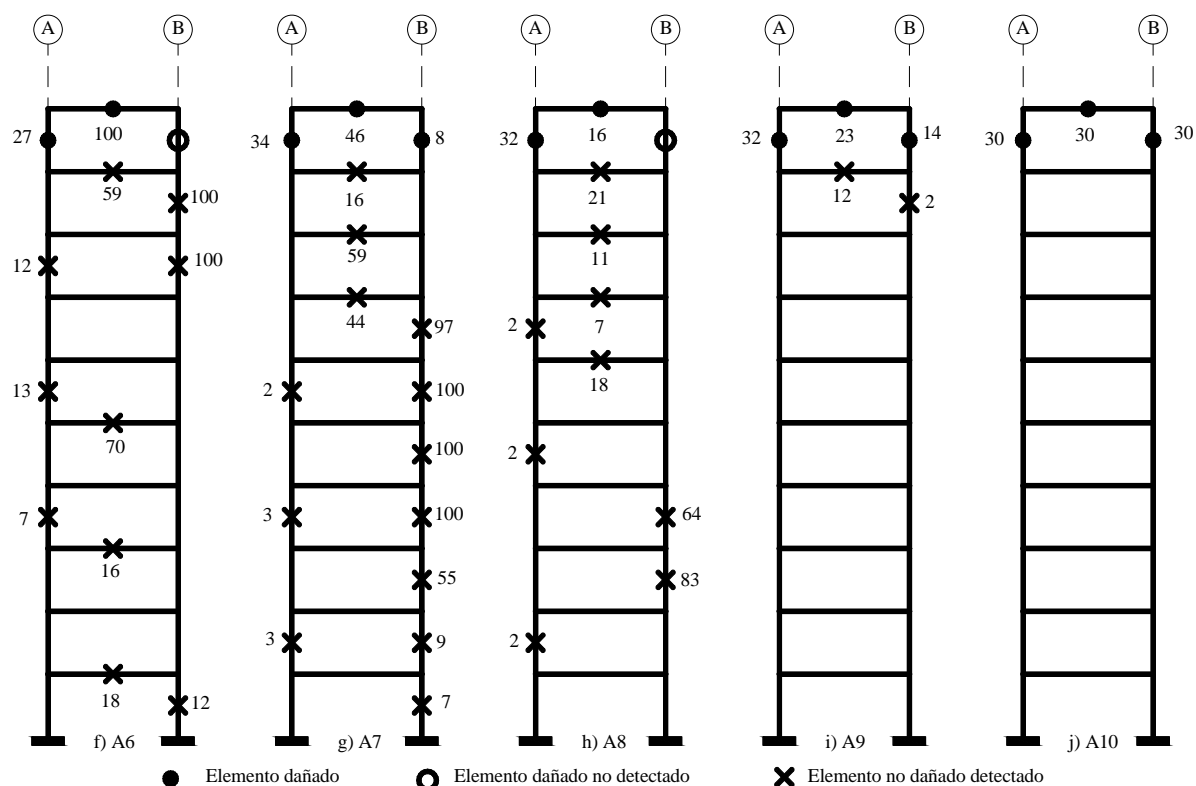


Figura 4.3. Porcentaje de daño calculado para el modelo K0M1 con el estado de daño D3-A (caso A de la reconstrucción de la matriz de rigidez)



#### 4. DETECCIÓN DE DAÑO EN ESTRUCTURAS



**Figura 4.3 (continuación). Porcentaje de daño calculado para el modelo K0M1 con el estado de daño D3-A (caso A de la reconstrucción de la matriz de rigidez)**

En las figuras 4.1 a 4.3 cada caso se refiere a los modos con los que se reconstruyó la matriz de rigidez de la estructura dañada. Se observa que al detectar el daño con el MMT para el caso de reconstrucción A10 los resultados calculados son correctos.

Por otro lado, en los casos de reconstrucción A1 a A9, sin corregir la matriz reconstruida con la de factores de ajuste, los resultados en la detección de daño no son correctos. Por lo tanto, se usaron las matrices de factores de ajuste descritos en el capítulo anterior para estos casos. La matriz de factores de ajuste  $M_1$  se aplicó a los modelos del marco K0 y la  $M_2$  a los modelos de los marcos K1 y K2 ya que con ellas obtuvieron los mejores resultados, como muestra más adelante.

Generalmente, en las pruebas de vibración sólo se pueden obtener las primeras 4 ó 5 formas modales y sus correspondientes frecuencias. Por lo tanto se usaron los factores de ajuste con los primeros cinco modos de cada modelo, por lo que en esta parte del estudio se utilizó cada matriz de rigidez reconstruida de los cinco primeros casos A. Como se presenta en el capítulo siguiente, al multiplicar las matrices de factores de ajuste por la de rigidez reconstruidas, la que generó los menores valores de error relativo fue la reconstruida con el primer modo. Este comportamiento se presentó para los tres marcos estudiados.

#### 4.1. MARCO K0

En la figura 4.4 se presenta el porcentaje de daño calculado para los modelos K0M1, K0M2, K0M3 y K0M4 con el estado de daño D1-A con la matriz de rigidez reconstruida con el primer modo y su frecuencia asociada, y corregida con  $M_1$ .

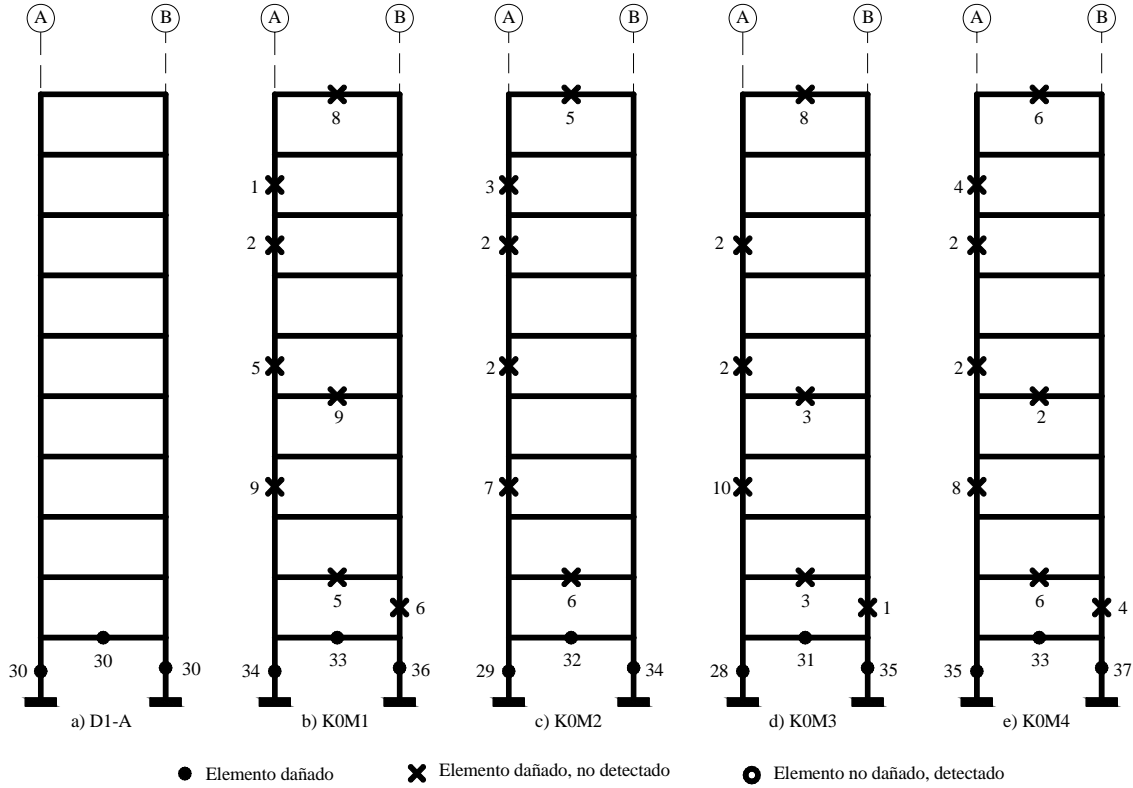


Figura 4.4. Porcentaje de daño calculado para los modelos K0M1 a K0M4 con el estado de daño D1-A

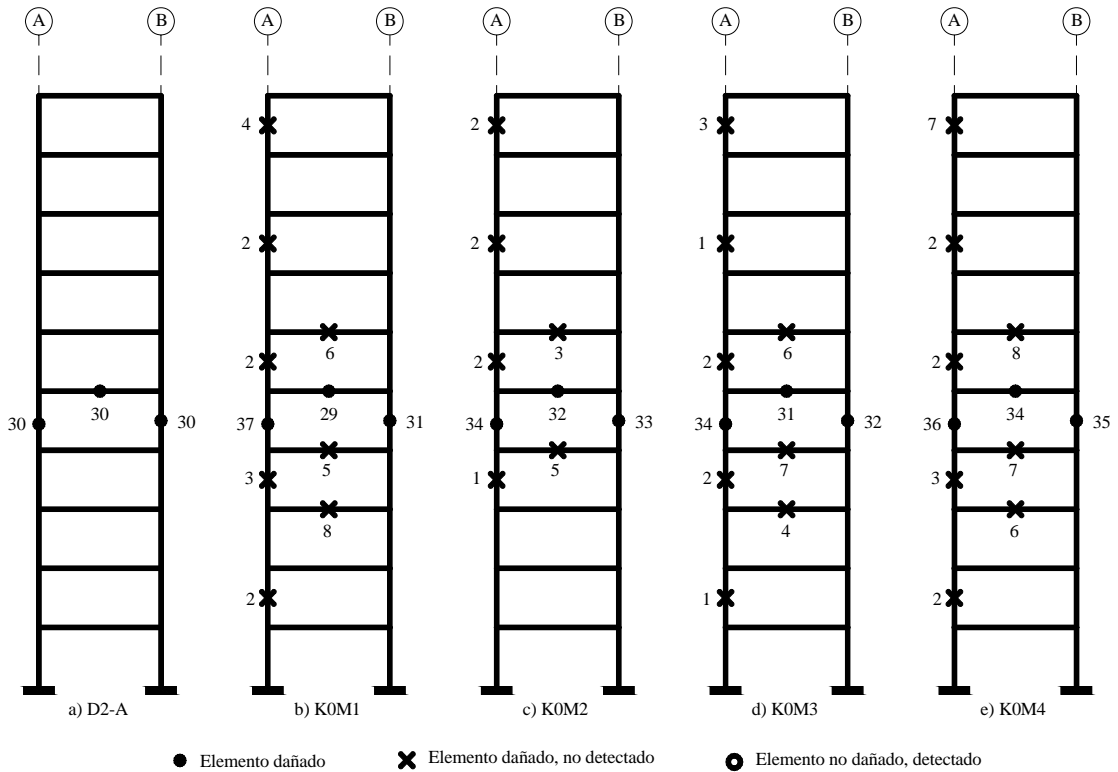


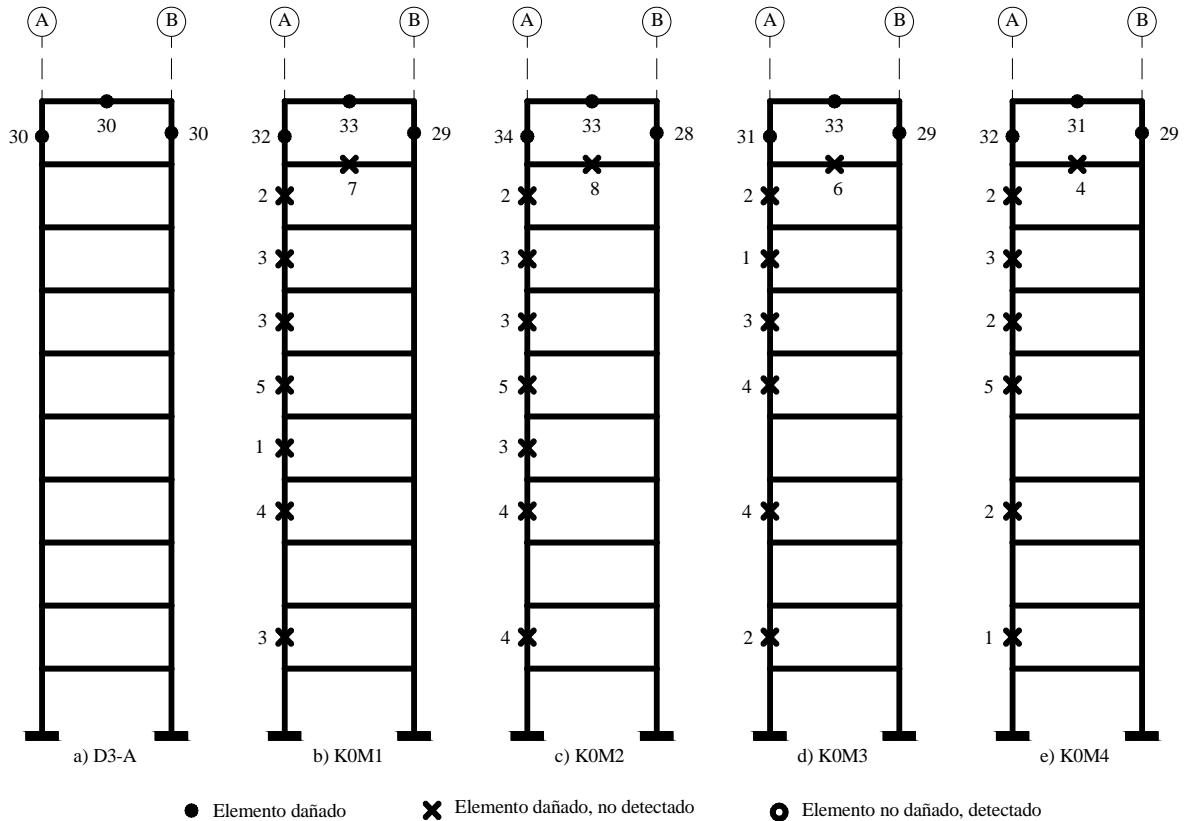
Figura 4.5. Porcentaje de daño calculado para los modelos K0M1 a K0M4 con el estado de daño D2-A

#### 4. DETECCIÓN DE DAÑO EN ESTRUCTURAS

En la figura 4.4 se observa que al corregir la matriz de rigidez reconstruida sólo con el primer modo de vibración, el daño que se calculó en los elementos presenta errores relativos menores que cuando no existe corrección. En este caso, el estado de daño detectado es semejante al simulado.

Se observa que existen elementos detectados como dañados, que en la simulación no lo están, pero que estos presentan un error relativo menor que el obtenido sin la corrección.

En la figura 4.5 se presenta el porcentaje de daño calculado para los modelos K0M1 a K0M4 para el estado de daño D2-A. En este caso, al multiplicar la matriz de factores de ajuste  $M_1$  por la reconstruida con el primer modo se obtuvieron resultados mejores que cuando no se corrige.

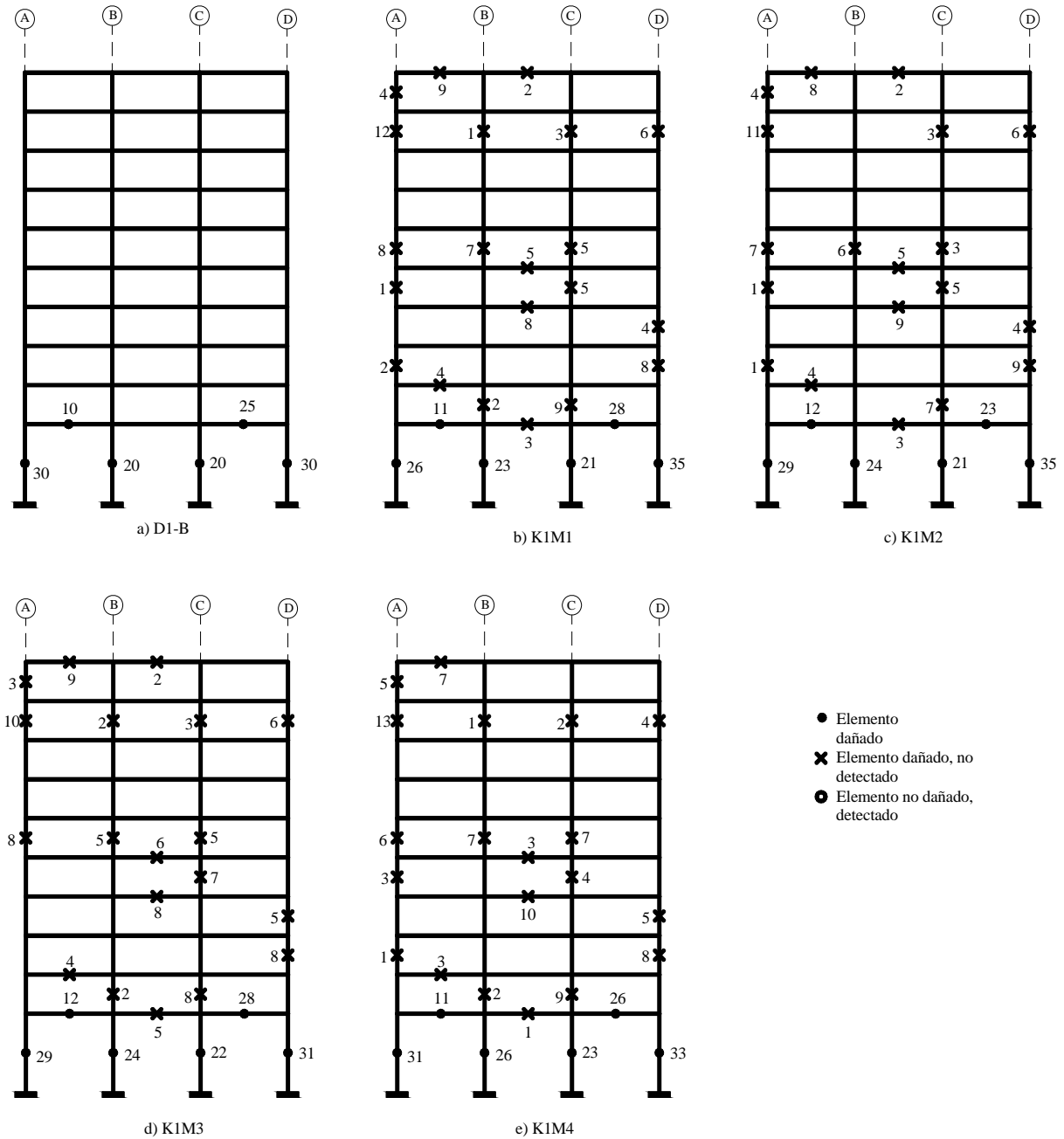


**Figura 4.6. Porcentaje de daño calculado para los modelos K0M1 a K0M4 con el estado de daño D3-A**

En la figura 4.6 se presenta el porcentaje de daño detectado con el MMT para el estado de daño D3-A. Los resultados corresponden a la matriz de rigidez reconstruida con el primer modo y frecuencia de vibración corregida con  $M_2$ . Se observa que los elementos que se simularon como dañados se detectaron correctamente y que la magnitud del daño calculado es semejante a la simulada.

#### 4.2. MARCO K1

Para los modelos del marco K1, se usó la matriz de factores de ajuste  $M_2$ . El estado de daño calculado que se obtuvo con el estado de daño D1-B para los modelos K1M1 a K1M4 se presenta en la figura 4.7.

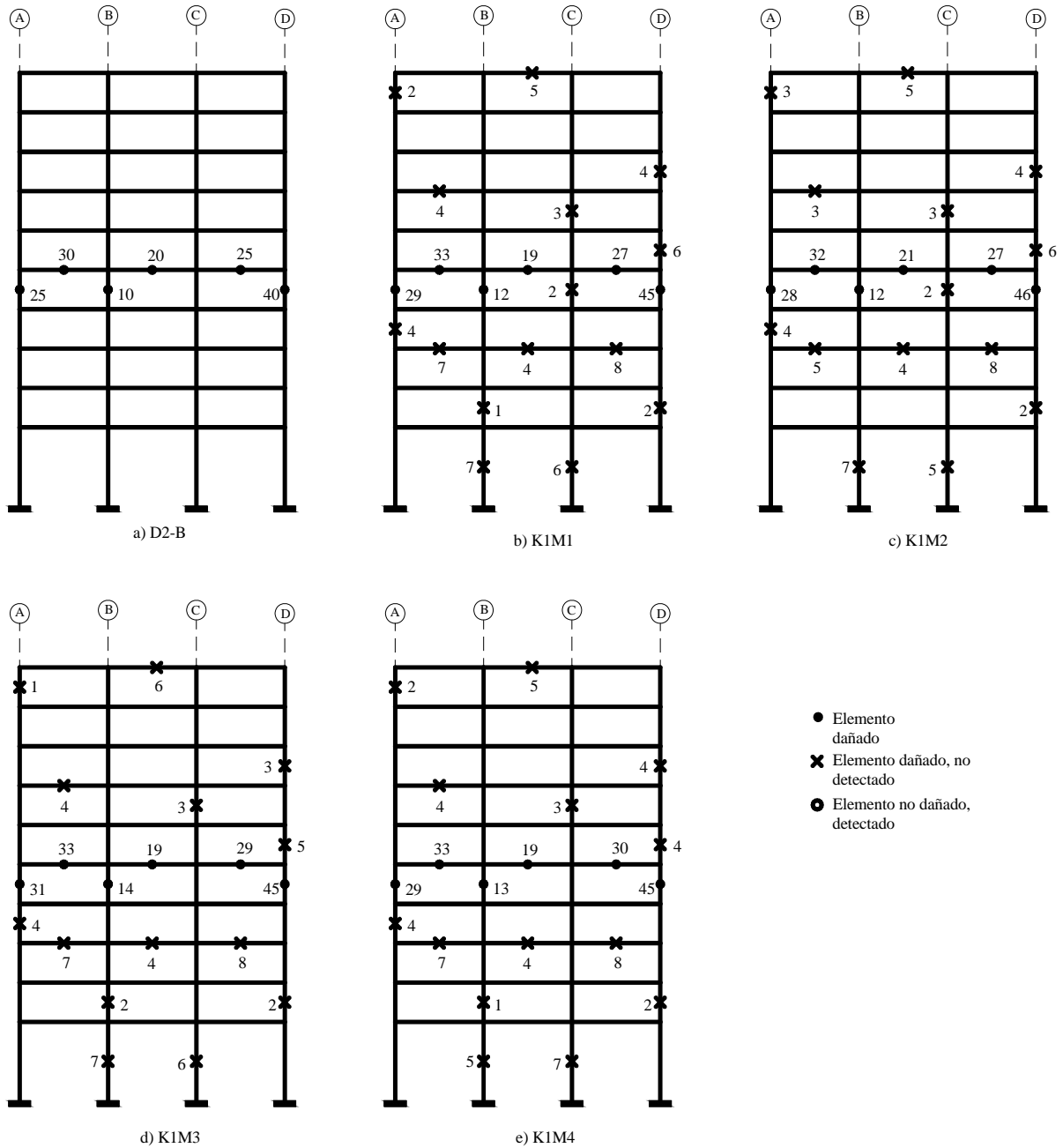


**Figura 4.7. Porcentaje de daño calculado para los modelos K1M1 a K1M4 con el estado de daño D1-B**

En la figura 4.7 se puede observar que al afectar la matriz de rigidez reconstruida con el primer modo y frecuencia de vibración con la de factores de ajuste  $M2$ , el porcentaje de daño calculado presenta menos errores que si no se corrigiera la matriz. A pesar de que existen varios elementos detectados como dañados y que en realidad no lo están, la magnitud que reportan no es considerable comparado con el caso en el que no se ajustó la matriz. Los elementos que sí están dañados se detectan adecuadamente y la magnitud que se calcula está alrededor del valor que se simuló.

En la figura 4.8 se presenta el estado de daño calculado para los modelos K1M1, K1M2, K1M3 y K1M4 con la simulación del estado de daño D2-B.

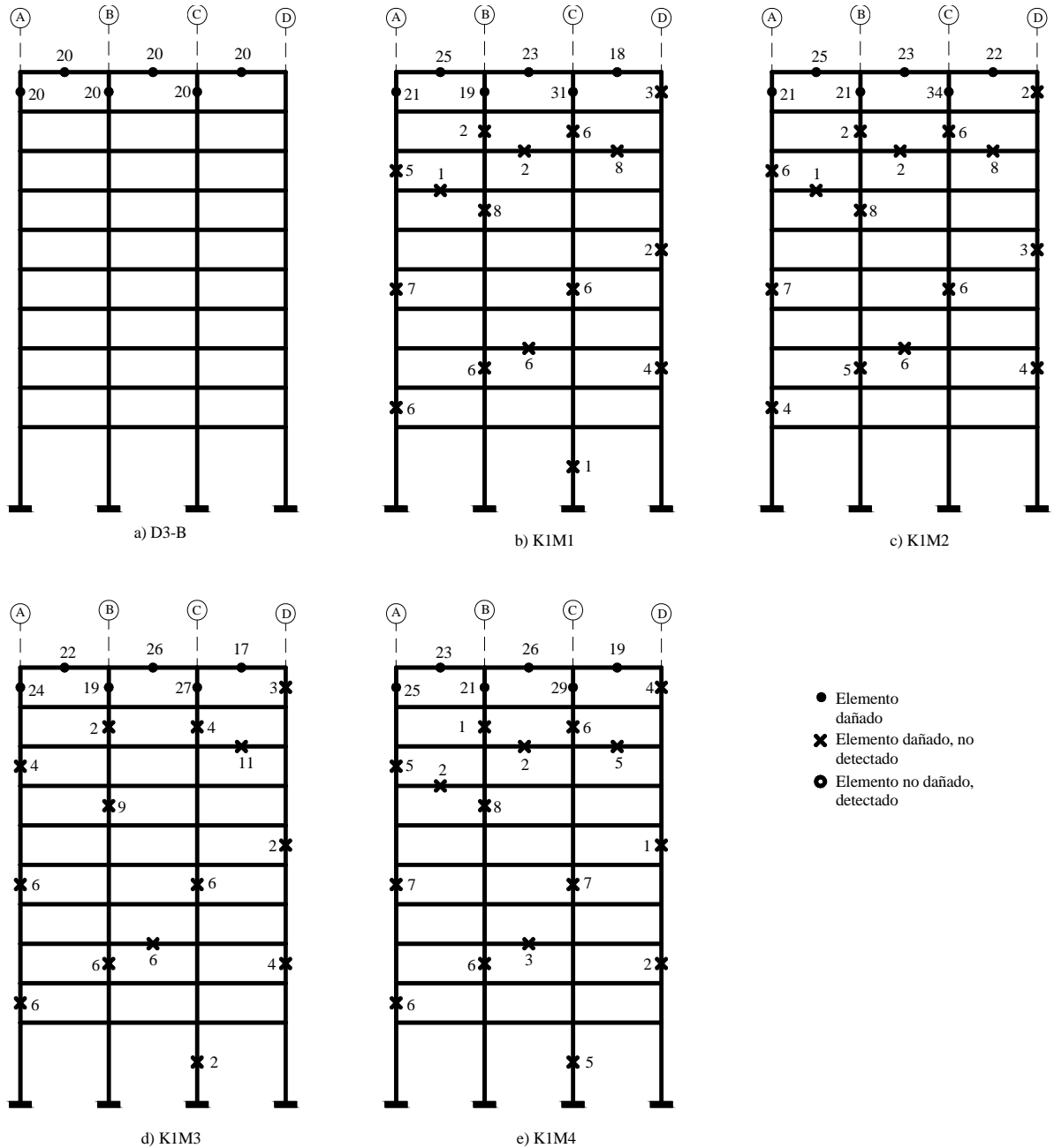
#### 4. DETECCIÓN DE DAÑO EN ESTRUCTURAS



**Figura 4.8. Porcentaje de daño calculado para los modelos K1M1 a K1M4 con el estado de daño D2-B**

En la figura 4.8 se puede observar el mismo comportamiento que con el estado de daño D1-B, en donde la magnitud del daño calculado está alrededor del simulado. Para este caso, también se usó la matriz de factores de ajuste  $M_2$  para corregir la de rigidez reconstruida con el primer modo y frecuencia de vibración.

En la figura 4.9 se presenta el porcentaje de daño calculado con el estado de daño D3-B para los modelos K1M1, K1M2, K1M3 y K1M4.



**Figura 4.9. Porcentaje de daño calculado para los modelos K1M1 a K1M4 con el estado de daño D3-B**

En la figura 4.9 se puede observar que el porcentaje de daño detectado para el estado de daño D3-B es cercano al daño simulado. Por otro lado, los elementos que se detectaron como dañado y en la simulación no lo están, no rebasan un daño del 12%.

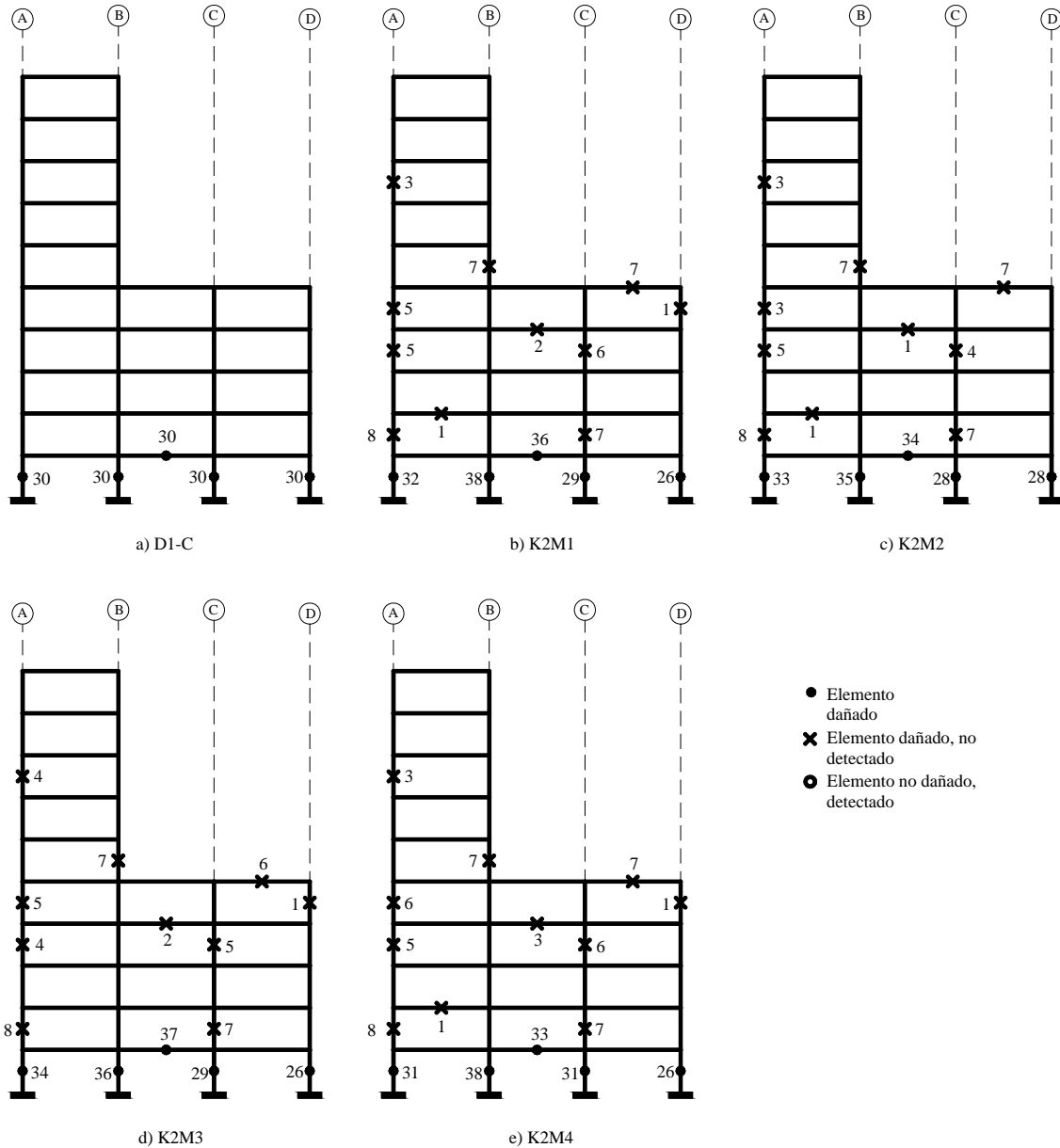
En las figuras del porcentaje de daño calculado en los modelos del marco K1, se puede observar que en todos se obtienen resultados similares entre si. Esto se puede deber a que al existir diferentes distribuciones de masa en elevación, las formas modales varían, pero no afecta al procedimiento de reconstrucción de matrices de Baruch y Bar Itzhack.

#### 4. DETECCIÓN DE DAÑO EN ESTRUCTURAS

##### 4.3. MARCO K2

Se presenta el estado de daño detectado para el marco K2. Al igual que en los marcos anteriores, se simuló daño en la parte inferior, media y superior de la estructura. En este marco, para corregir la matriz de rigidez reconstruida con el primer modo y frecuencia de vibración se usó la matriz de factores de ajuste  $M_2$ , para todos los modelos.

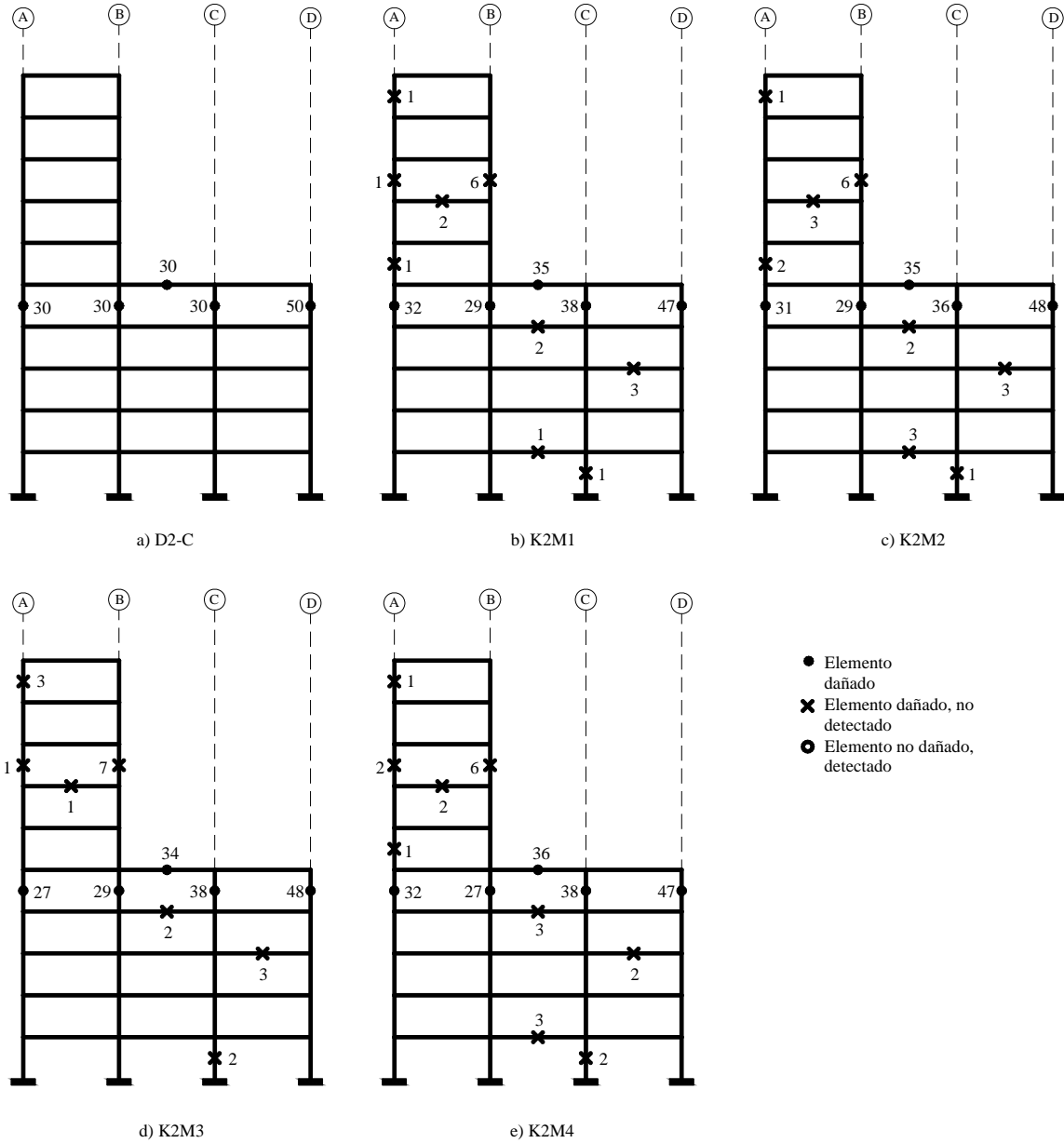
En la figura 4.10 se presenta el estado de daño calculado para la parte inferior de la estructura.



**Figura 4.10. Porcentaje de daño calculado para los modelos K2M1 a K2M4 con el estado de daño D1-C**

En la figura 4.10 se observa que el daño calculado para el estado de daño D1-C del marco K2, detectó los elementos dañados como tales y la magnitud calculada está alrededor de la simulada. Los elementos que no están dañados y se calcularon como tales, no rebasan una magnitud del 10%.

En la figura 4.11 se muestran los resultados obtenidos de la detección de daño del estado de daño D2-C para los modelos K2M1 a K2M4.



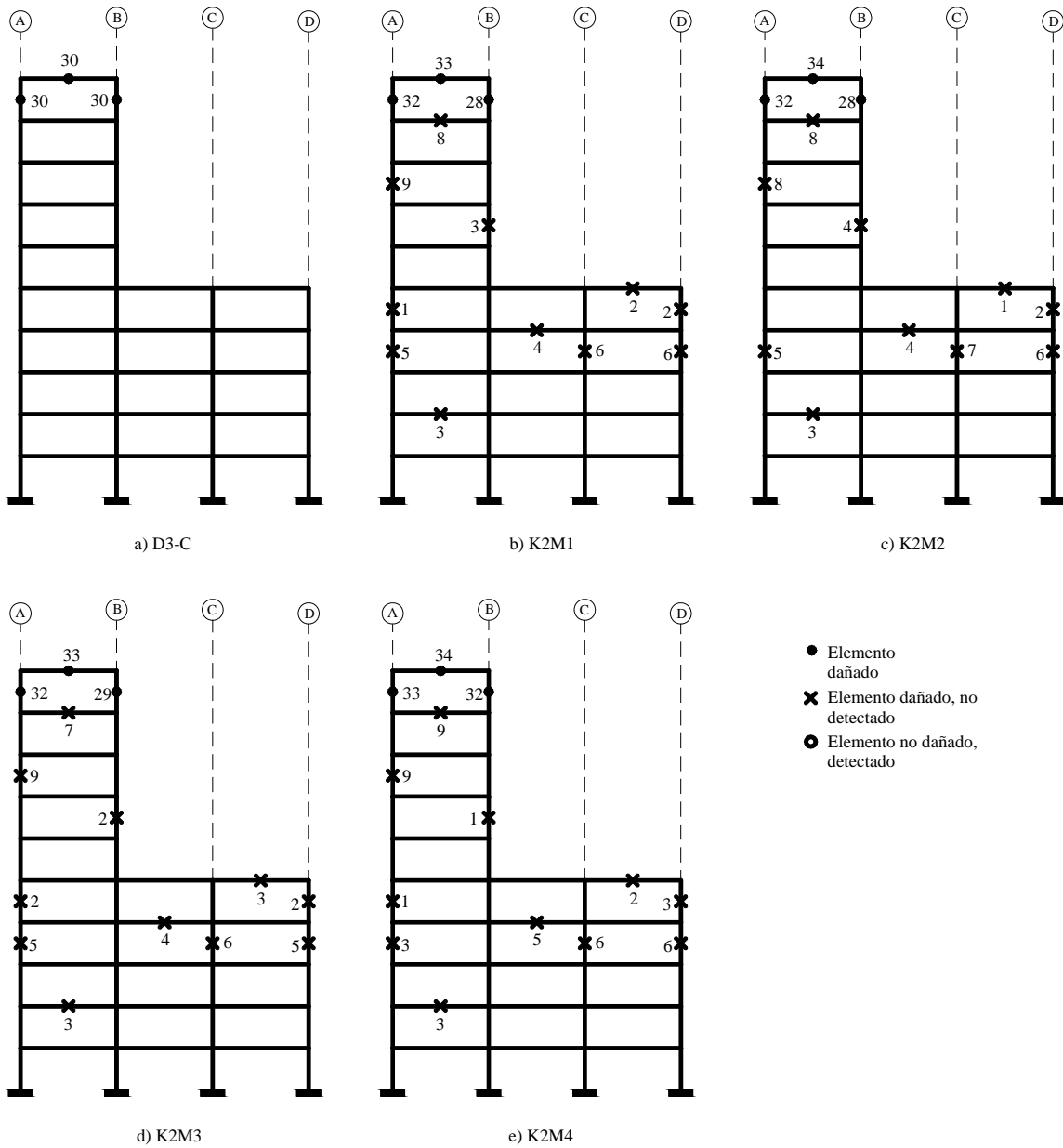
**Figura 4.11. Porcentaje de daño calculado para los modelos K2M1 a K2M4 con el estado de daño D2-C**

El porcentaje de daño calculado para el estado de daño D2-C (figura 4.11), muestra que el daño en los elementos simulados es detectado con una magnitud cercana a la simulada, y los que no lo son presentan una magnitud menor que 10%.

Para los modelos K2M1 a K2M4, en la figura 4.12 se presenta el porcentaje de daño calculado para el caso D3-C.



#### 4. DETECCIÓN DE DAÑO EN ESTRUCTURAS



**Figura 4.12. Porcentaje de daño calculado para los modelos K2M1 a K2M4 con el estado de daño D3-C**

En la figura 4.12 se puede observar que los modelos mostrados presentan el mismo comportamiento que los estudiados en los capítulos anteriores. El daño calculado en los elementos que los están es correcto, en los elementos que no lo están, éste no rebasa una pérdida de rigidez mayor que 10%.

En el capítulo 3 se llegó a la conclusión de que cuando los elementos de un entrepiso  $i$  están dañados, el porcentaje de error relativo del término  $K(i,i)$  presentaba un error mayor comparado con los demás. Con esta idea en mente, es posible saber si un elemento detectado como dañado por el MMT, lo está o no.

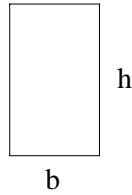
#### 4.4. RELACIÓN ENTRE PÉRDIDA DE RIGIDEZ Y GRIETAS

Como se mencionó en el presente trabajo se denomina daño a la pérdida de rigidez, la cual se puede relacionar con la existencia de grietas.

El momento de inercia  $I$  de una sección transversal rectangular  $b \times h$  (figura 4.13) se calcula como:

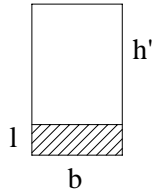
$$I = \frac{b \cdot h^3}{12} \quad (4.1)$$

donde  $b$  es la base de la sección y  $h$  es la altura de la misma.



**Figura 4.13. Sección transversal de un elemento rectangular.**

Al presentarse una excitación en una estructura, o por el paso del tiempo, se pueden presentar grietas (figura 4.14) en los elementos que disminuyen la dimensión  $h$  y cambia a  $h'$ .



**Figura 4.14. Sección transversal agrietada de un elemento rectangular.**

La relación entre  $h$  y  $h'$  se puede expresar como:

$$\frac{I'}{I} = \frac{\frac{bh'^3}{12}}{\frac{bh^3}{12}} \quad (4.2)$$

Reduciendo términos semejantes, se obtiene:

$$\frac{I'}{I} = \frac{h'^3}{h^3} \quad (4.3)$$

Por otro lado, la rigidez lateral a flexión de un elemento se calcula como:

$$K = \frac{12EI}{L^3} \quad (4.4)$$

#### 4. DETECCIÓN DE DAÑO EN ESTRUCTURAS

Siguiendo la analogía anterior, se obtiene:

$$\frac{K'}{K} = \frac{h'^3}{h^3} \quad (4.5)$$

Despejando  $K'$  de la ecuación anterior

$$K' = K \left( \frac{h'}{h} \right)^3 \quad (4.6)$$

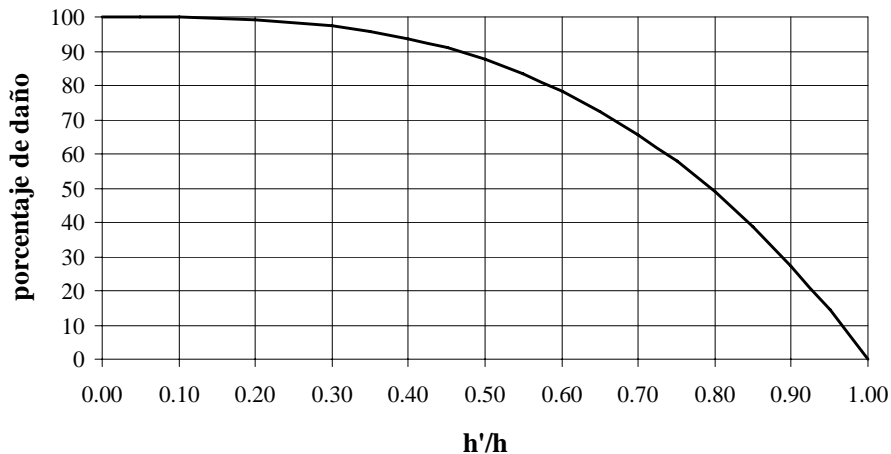
Calculando el porcentaje que  $K'$  representa con respecto a  $K$ , se obtiene:

$$x = 100 \left( \frac{h'}{h} \right)^3 \quad (4.7)$$

Finalmente, el porcentaje de daño se calcula como:

$$\text{porcentaje de daño} = 100 - x \quad (4.8)$$

En la figura 4.15 se presenta la relación entre  $h'/h$  con el porcentaje de daño.



**Figura 4.15. Relación entre el porcentaje de daño de un elemento de sección transversal de concreto reforzado y  $h'/h$**

Así, a partir de la figura 4.15, la estimación de la profundidad  $l$  de la grieta de un elemento dañado será:

$$l = h - h' \quad (4.9)$$

Por ejemplo, para el marco K0, cuyo daño es 30%, en la figura 4.15, se observa que este porcentaje equivale a una relación  $h'/h$  de 0.88. Así, para la viga con  $h = 0.9$  m, se tiene que  $h' = 0.79$  m, por lo tanto la profundidad de la grieta es de  $l = 0.11$  m

Análogamente, al calcular la profundidad de las grietas del marco K1, para el estado de daño D2-B, para una columna del piso 5 cuya rigidez se redujo 25%, se obtiene que  $h'/h = 0.89$  (figura 4.15) y si  $h = 0.85$  m, entonces  $h' = 0.76$  m y, por lo tanto  $l = 0.09$  m.

Finalmente, para el piso 10, caso de daño D3-C, del modelo K2, la longitud de la grieta de la viga dañada un 30%, es  $h'/h = 0.88$  (figura 4.15), si el peralte de la trabe es  $h = 0.8$  m, entonces  $h' = 0.7$  m. Entonces, la longitud de la grieta es de  $l = 0.1$  m.

## CAPÍTULO 5

### CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Se empleó el Método de la Matriz de transformación, MMT para detectar daño en estructuras. Con base en los modelos estudiados y los resultados obtenidos se llegó a las siguientes conclusiones y recomendaciones.

Al hacer la reconstrucción de la matriz de rigidez, cuando no existe daño en la estructura, el algoritmo de Baruch y Bar-Itzhack funciona correctamente. El problema se presenta cuando existe daño en los elementos estructurales, ya que, para hacer una detección de daño correcta, la matriz de rigideces se debe reconstruir con todas las formas modales y sus respectivas frecuencias naturales de vibración.

Si no se tienen todas las propiedades dinámicas, el daño detectado es erróneo, ya que para algunos casos de reconstrucción, los elementos simulados como dañados no se detectan.

Para los casos de reconstrucción de la matriz de rigideces utilizando modos acumulados (caso A) y modos individuales (caso B) , se puede concluir lo siguiente:

Cada término  $K(i, i)$  de la diagonal principal de la matriz de rigidez reconstruida está relacionado con el  $i$ -ésimo entrepiso de la estructura. Por lo tanto, de los resultados obtenidos, se puede concluir que si el porcentaje de error relativo en la reconstrucción de la matriz de rigidez existen términos valores mayores que 5%, el entrepiso al que están relacionados, algunos de sus elementos estructurales presentan daño.

En los casos en donde existen elementos de la diagonal de la matriz de rigideces con porcentajes de error mayores que 5%, cuyo entrepiso al que está relacionado no tiene daño, se puede deber a que estos entrepiso son adyacentes al dañado.

Al reconstruir la matriz de rigidez de la estructura con el primer modo y frecuencia de vibración usando las características dinámicas de la misma con daño, se observó que la matriz de rigideces que se obtiene es similar en magnitud a la analítica del estado sin daño. Esto indica que, para este caso, el daño se ve reflejado en los modos superiores de vibración, que es en donde el porcentaje de error disminuyó y que el primer modo contiene la información de la estructura sin daño.

Para analizar el efecto de esta reconstrucción al utilizar el MMT, se propusieron dos factores de ajuste para corregir la matriz reconstruida y obtener un mejor resultado que el obtenido sin ajustarla.

La matriz de factores de ajuste  $M_1$  se obtuvo empíricamente. Demostró ser efectivo para el marco K0. El daño que se calculó usando  $M_1$ , es aceptable.

Las dos matrices de factores de ajuste  $M_1$  y  $M_2$ , se aplicaron a las de rigidez reconstruidas sólo con el primer modo y su respectiva frecuencia natural de vibración, ya que para estos casos se obtuvieron mejores resultados.

En ningún caso se dejó de detectar un elemento dañado. Por lo tanto, se considera que los resultados obtenidos están del lado de la seguridad.

## 5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Para los marcos K1 y K2 se usó la matriz de factores de ajuste  $M_2$ , que toma en cuenta la correlación que hay entre los elementos de la matriz de rigidez reconstruida. Para estos modelos la matriz  $M_2$  genera un error menor que el calculado con  $M_1$ .

Los estados de daño calculados usando la matriz de factores de ajuste  $M_1$ , presentan buenos resultados. Para los casos estudiados, se detectaron todos los elementos dañados con una magnitud que se encuentra alrededor de la simulada. También se detectaron elementos dañados que no lo están, sin embargo, debido a la magnitud del daño calculado, se considera que los resultados se encuentran del lado de la seguridad.

El daño detectado para un mismo marco, con las cuatro diferentes de distribuciones de masa resultó similar entre sí. Esto, debido a que al reconstruir las matrices con el método de Baruch y Bar Itzhack para los diferentes modelos, se obtuvieron diferencias entre ellas sin importancia y que no afectaron significativamente al MMT en la detección de daño.

Se propuso un criterio para relacionar el daño calculado como la pérdida de rigidez de los elementos estructurales de concreto reforzado y su estado físico. Con él, es posible calcular el tamaño de la profundidad de las grietas debido al porcentaje de pérdida de rigidez del elemento estructural

Para futuras investigaciones se recomienda estudiar modelos de edificios regulares e irregulares, de varios pisos, diferentes a los utilizados en este trabajo. También, se recomienda analizar modelos tridimensionales para conocer el efecto de la reconstrucción de la matriz de rigidez de la estructura con diferente número de modos y frecuencias de vibración.

También, si es posible, se deberá mejorar el método de corrección de la matriz de rigidez reconstruida para incrementar su precisión ya que esta es la principal fuente de error en el Método de la Matriz de Transformación para detectar elementos estructurales dañados.

Finalmente, debido a que los datos fundamentales que se requieren para realizar la detección de daño en las estructuras, son las características dinámicas medidas, es importante promover e inculcar la cultura de la instrumentación sísmica en edificios.

## APÉNDICE A. GRÁFICAS DEL PORCENTAJE DE ERROR RELATIVO

Se presenta el porcentaje de error relativo que se calcula al comparar los elementos de la diagonal principal de la matriz de rigidez de la estructura dañada, con la reconstruida con diferente número de modos y frecuencias de vibración.

Se analizaron dos casos, el caso A en el que se reconstruye con modos acumulativos, con el modo 1, con los modos 1 y 2, con los modos 1, 2 y 3, y así sucesivamente hasta llegar a reconstruir con todos los modos; y el caso B, en donde se reconstruye la matriz con un solo modo, es decir, se reconstruye sólo con el modo 1, sólo con el modo 2, sólo con el modo 3, y así hasta reconstruir sólo con el modo 10. El porcentaje de error se calculó como:

$$\text{Porcentaje de error} = \frac{V_{\text{calculado}} - V_{\text{real}}}{V_{\text{real}}} \times 100 \quad (\text{A.1})$$

En las figuras A.1 a A.8 se presentan los resultados obtenidos para las simulaciones de daño en el modelo K0M2.

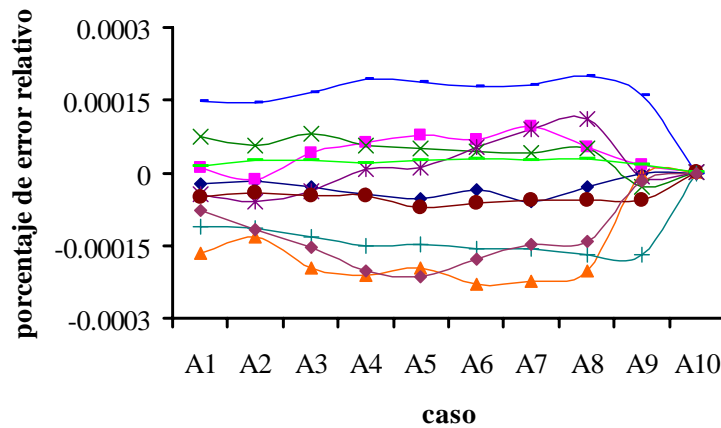


Figura A.1. Porcentaje de error relativo calculado en la reconstrucción de la matriz de rigidez del modelo K0M2 para el caso A (caso sin daño)

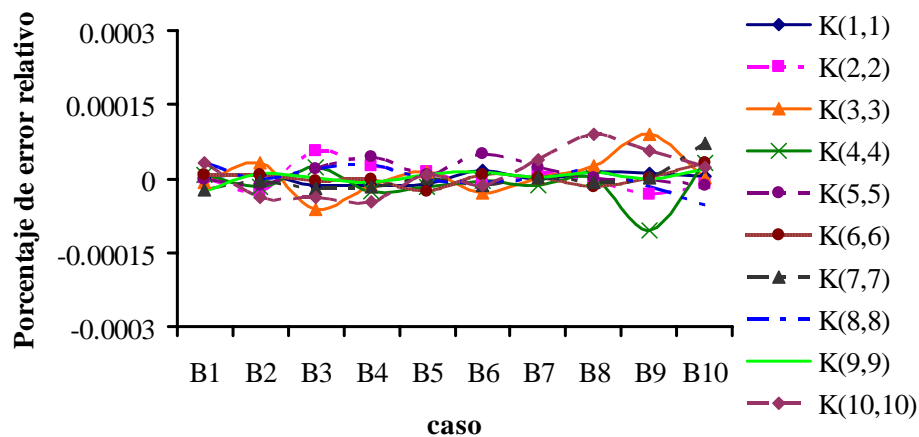


Figura A.2. Porcentaje de error relativo calculado en la reconstrucción de la matriz de rigidez del modelo K0M2 para el caso B (caso sin daño)

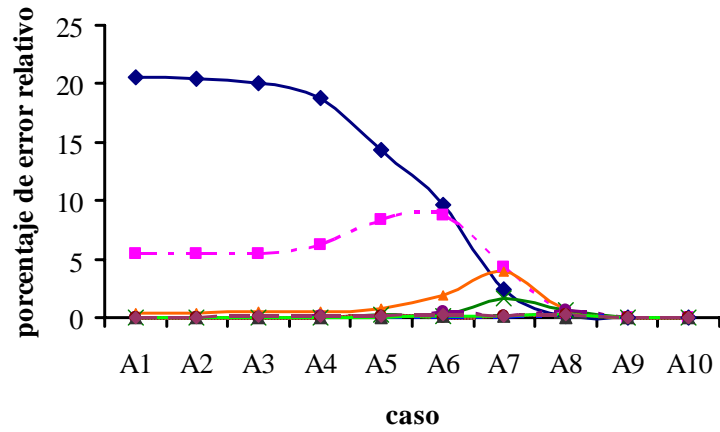


Figura A.3. Porcentaje de error relativo calculado en la reconstrucción de la matriz de rigidez del modelo K0M2-D1-A (caso A)

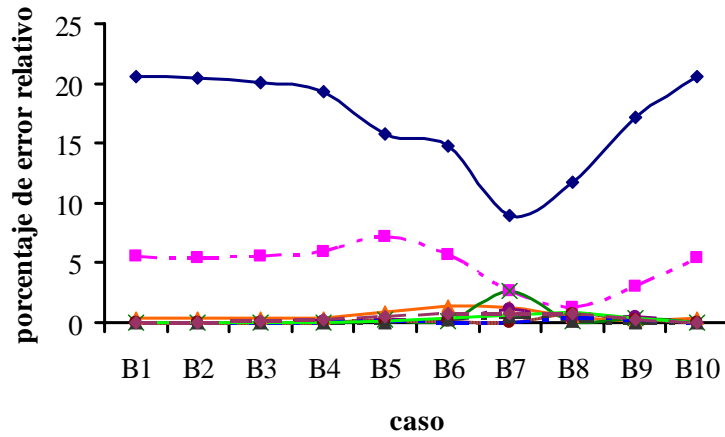


Figura A.4. Porcentaje de error relativo calculado en la reconstrucción de la matriz de rigidez del modelo K0M2-D1-A (caso B)

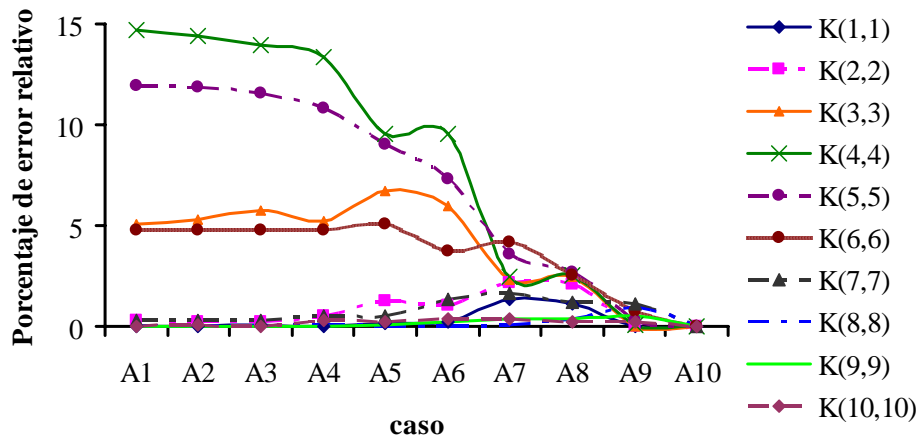


Figura A.5. Porcentaje de error relativo calculado en la reconstrucción de la matriz de rigidez del modelo K0M2-D2-A (caso A)



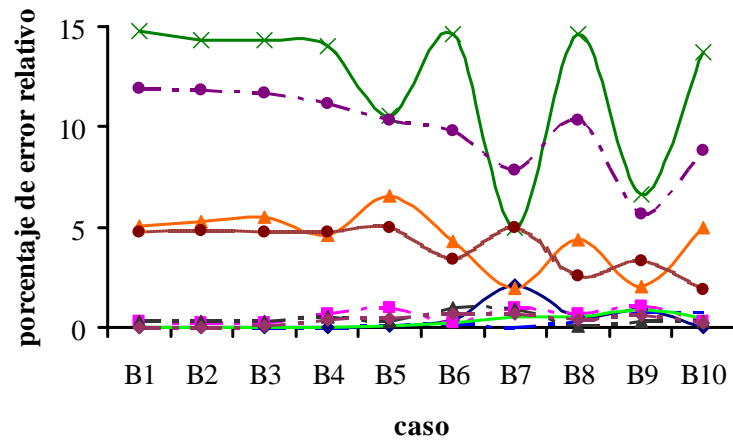


Figura A.6. Porcentaje de error relativo calculado en la reconstrucción de la matriz de rigidez del modelo K0M2-D2-A (caso B)

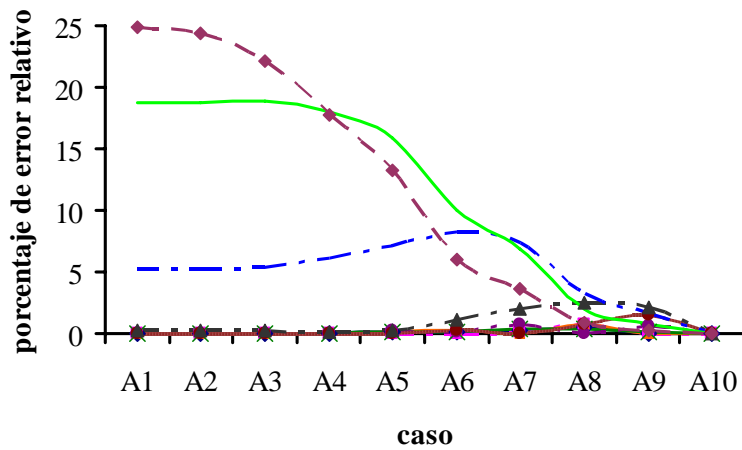


Figura A.7. Porcentaje de error relativo calculado en la reconstrucción de la matriz de rigidez del modelo K0M2-D3-A (caso A)

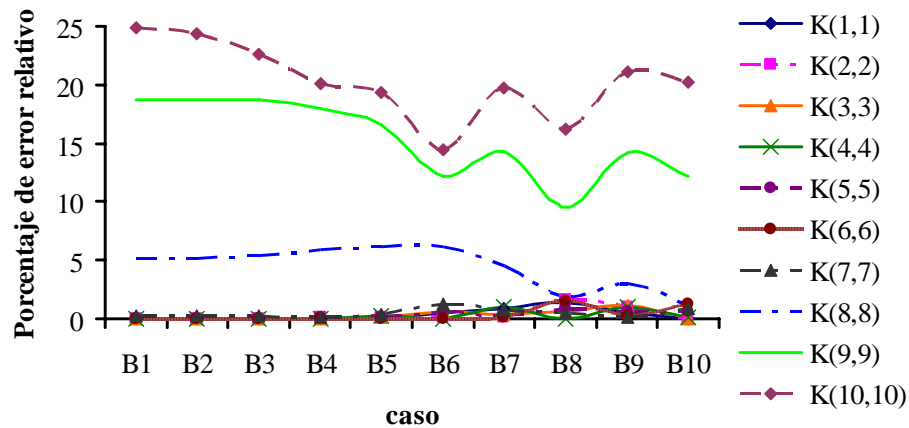


Figura A.8. Porcentaje de error relativo calculado en la reconstrucción de la matriz de rigidez del modelo K0M3-D3-A (caso B)

En las figuras A.9 a A.16 se presentan los resultados obtenidos al calcular el porcentaje de error en el modelo K0M3.

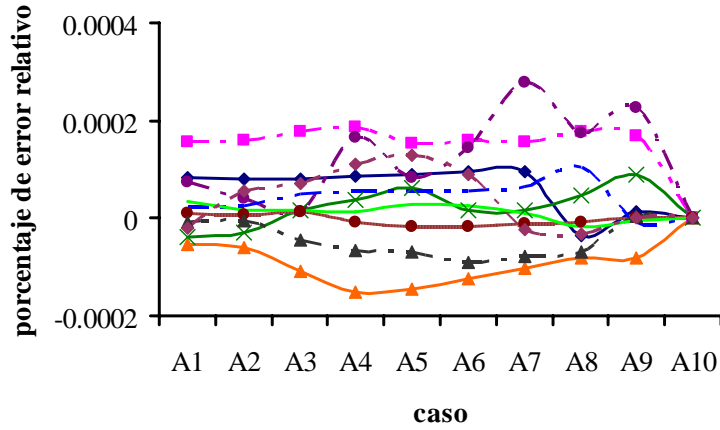


Figura A.9. Porcentaje de error relativo calculado en la reconstrucción de la matriz de rigidez del modelo K0M3 para el caso A (caso sin daño)

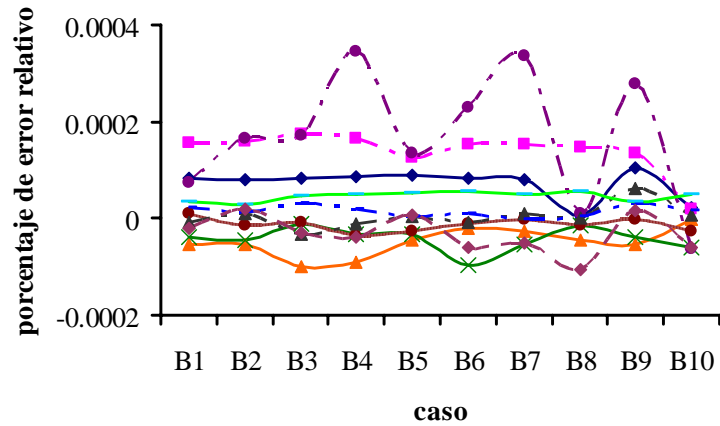


Figura A.10. Porcentaje de error relativo calculado en la reconstrucción de la matriz de rigidez del modelo K0M3 para el caso B (caso sin daño)

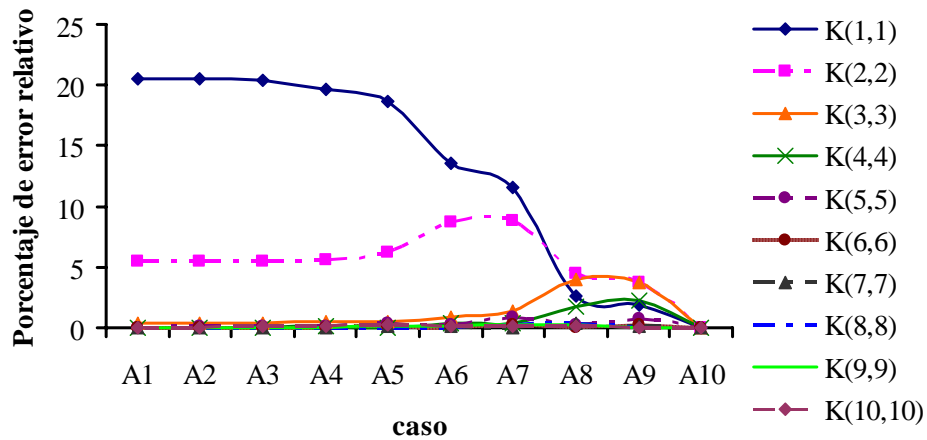


Figura A.11. Porcentaje de error relativo calculado en la reconstrucción de la matriz de rigidez del modelo K0M3-D1-A (caso A)

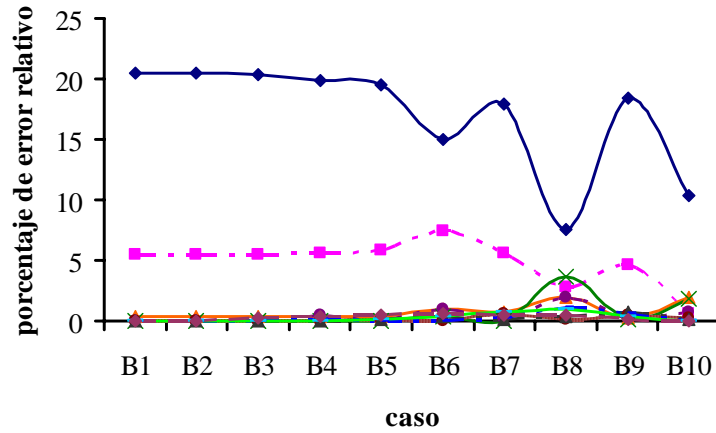


Figura A.12. Porcentaje de error relativo calculado en la reconstrucción de la matriz de rigidez del modelo K0M3-D1-A (caso B)

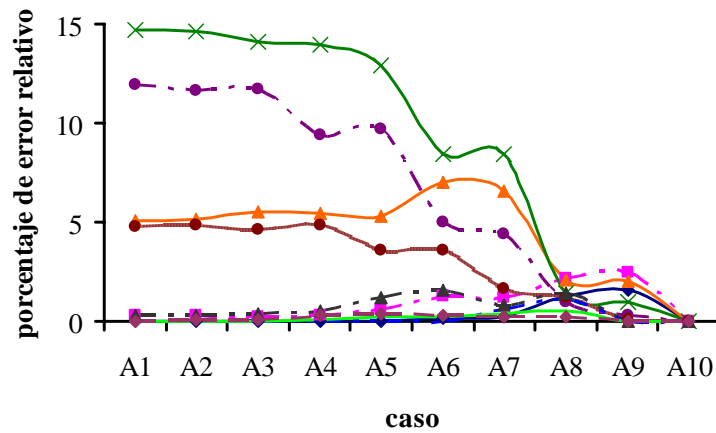


Figura A.13. Porcentaje de error relativo calculado en la reconstrucción de la matriz de rigidez del modelo K0M3-D2-A (caso A)

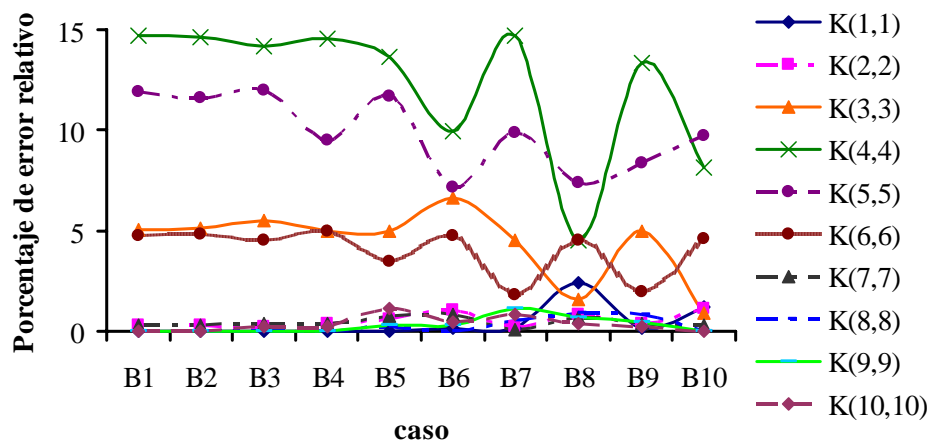


Figura A.14. Porcentaje de error relativo calculado en la reconstrucción de la matriz de rigidez del modelo K0M3-D2-A (caso B)

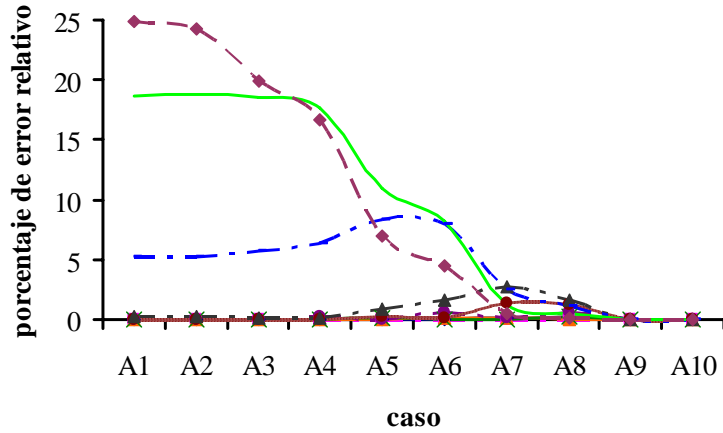


Figura A.15. Porcentaje de error relativo calculado en la reconstrucción de la matriz de rigidez del modelo K0M3-D3-A (caso A)

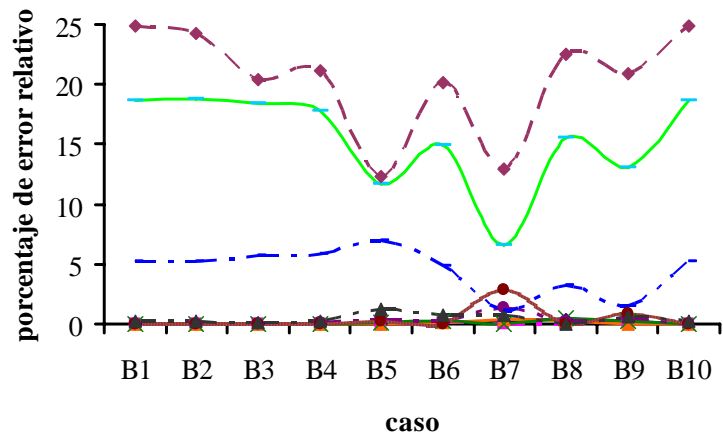


Figura A.16. Porcentaje de error relativo calculado en la reconstrucción de la matriz de rigidez del modelo K0M3-D3-A (caso B)

En las figuras A.17 a A.24 se presentan los resultados que se obtuvieron al reconstruir las matrices de rigidez para los casos de daño simulado en el modelo K0M4.

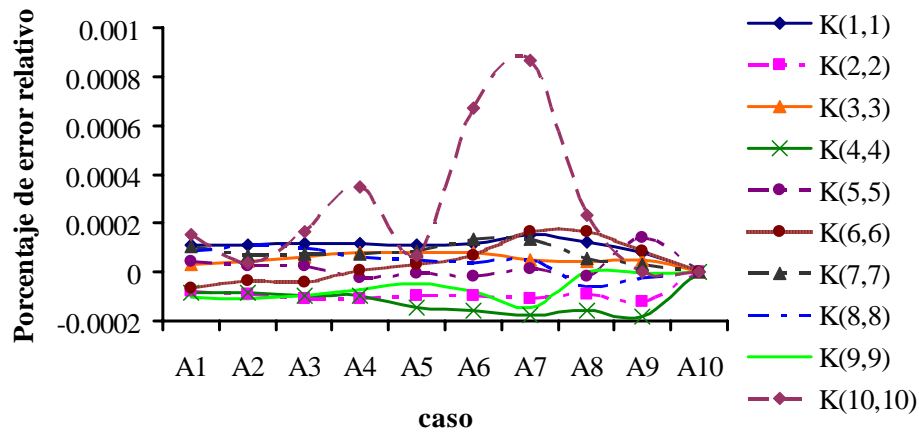


Figura A.17. Porcentaje de error relativo calculado en la reconstrucción de la matriz de rigidez del modelo K0M4 para el caso A (caso sin daño)

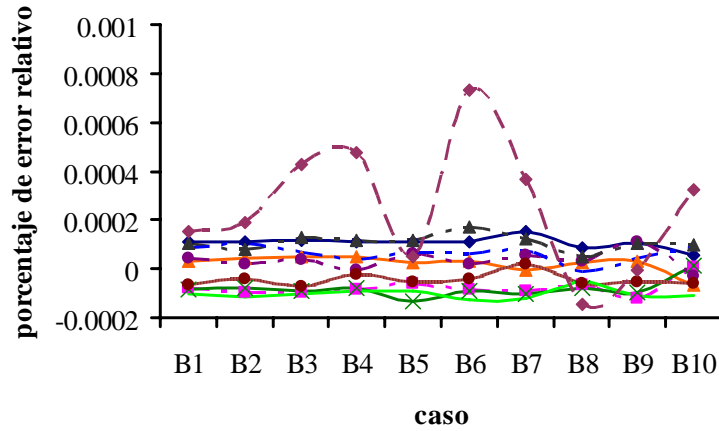


Figura A.18. Porcentaje de error relativo calculado en la reconstrucción de la matriz de rigidez del modelo K0M4 para el caso B (caso sin daño)

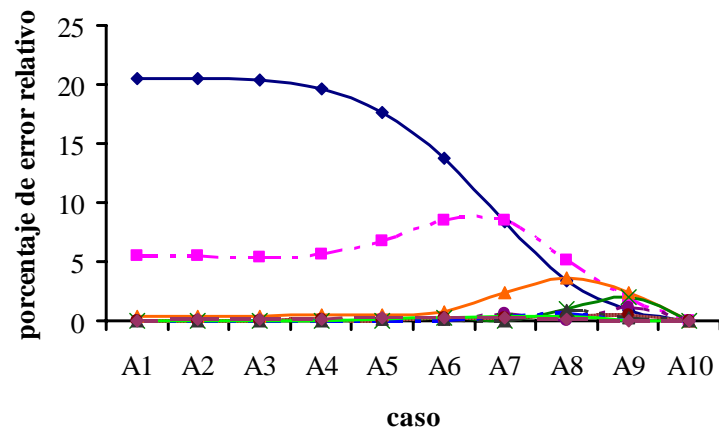


Figura A.19. Porcentaje de error relativo calculado en la reconstrucción de la matriz de rigidez del modelo K0M4-D1-A (caso A)

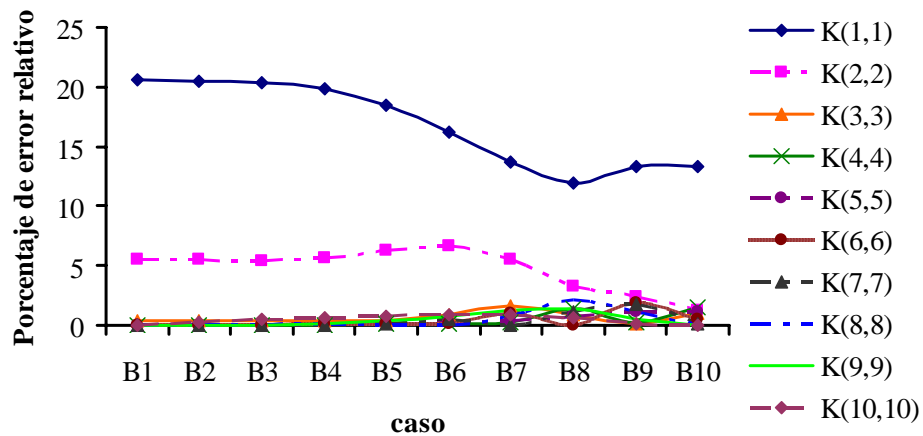


Figura A.20. Porcentaje de error relativo calculado en la reconstrucción de la matriz de rigidez del modelo K0M4-D1-A (caso B)

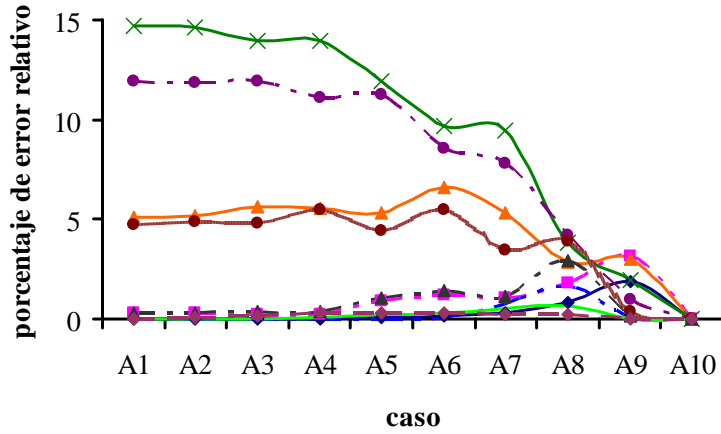


Figura A.21. Porcentaje de error relativo calculado en la reconstrucción de la matriz de rigidez del modelo K0M4-D2-A (caso A)

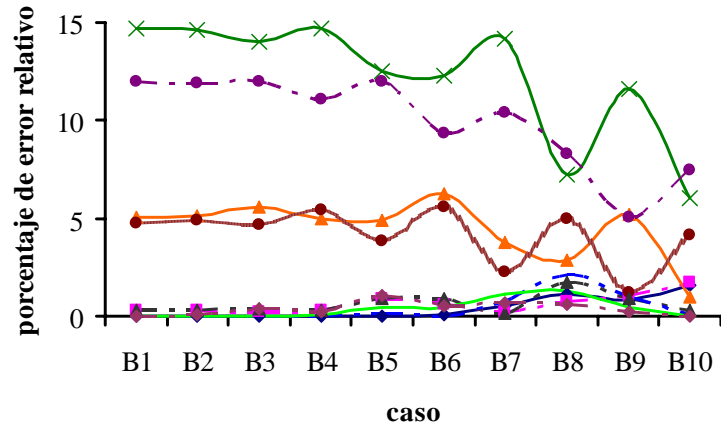


Figura A.22. Porcentaje de error relativo calculado en la reconstrucción de la matriz de rigidez del modelo K0M4-D2-A (caso B)

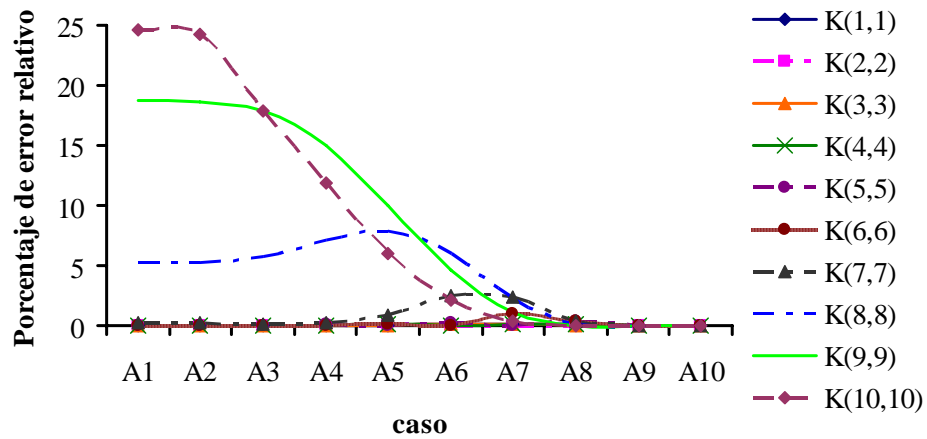
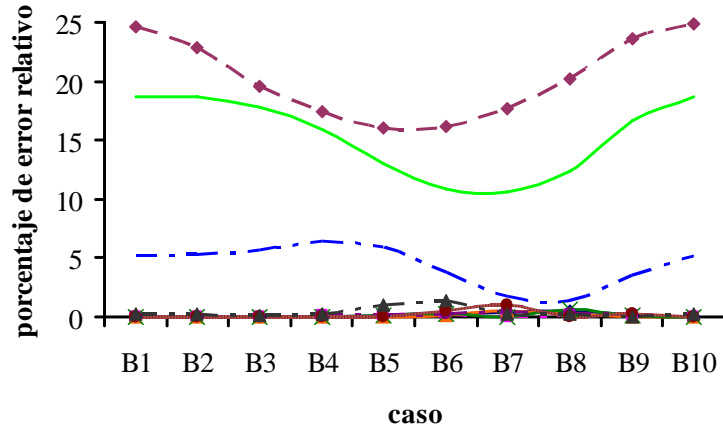
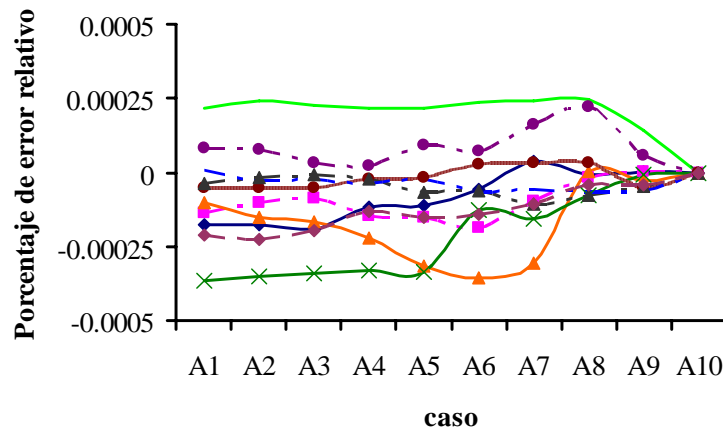


Figura A.23. Porcentaje de error relativo calculado en la reconstrucción de la matriz de rigidez del modelo K0M4-D3-A (caso A)

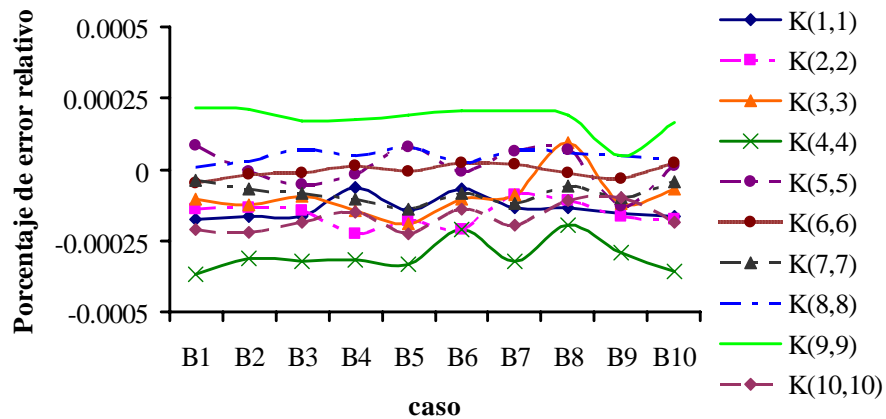


**Figura A.24.** Porcentaje de error relativo calculado en la reconstrucción de la matriz de rigidez del modelo K0M4-D3-A (caso B)

En las figuras se presentan los resultados obtenidos para el marco K1. En las figuras A.25 a A.32 se presentan los resultados obtenidos para el modelo K1M2, con los diferentes estados de daño simulado de daño.



**Figura A.25.** Porcentaje de error relativo calculado en la reconstrucción de la matriz de rigidez del modelo K1M2 para el caso A (caso sin daño)



**Figura A.26.** Porcentaje de error relativo calculado en la reconstrucción de la matriz de rigidez del modelo K1M2 para el caso B (caso sin daño)

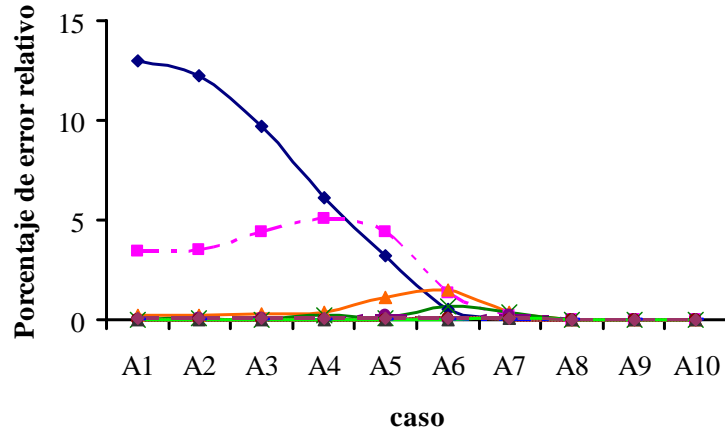


Figura A.27. Porcentaje de error relativo calculado en la reconstrucción de la matriz de rigidez del modelo K1M2-D1-B (caso A)

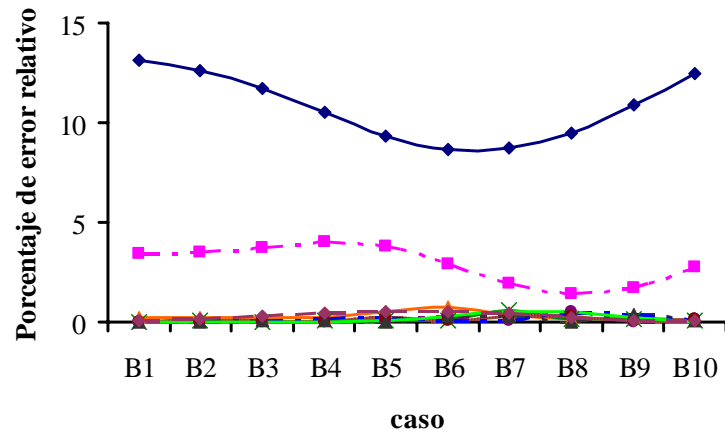


Figura A.28. Porcentaje de error relativo calculado en la reconstrucción de la matriz de rigidez del modelo K1M2-D1-B (caso B)

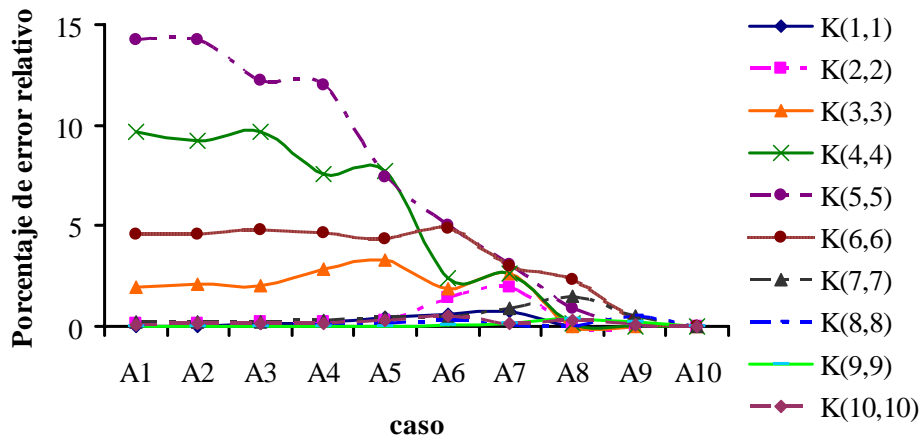


Figura A.29. Porcentaje de error relativo calculado en la reconstrucción de la matriz de rigidez del modelo K1M2-D2-B (caso A)



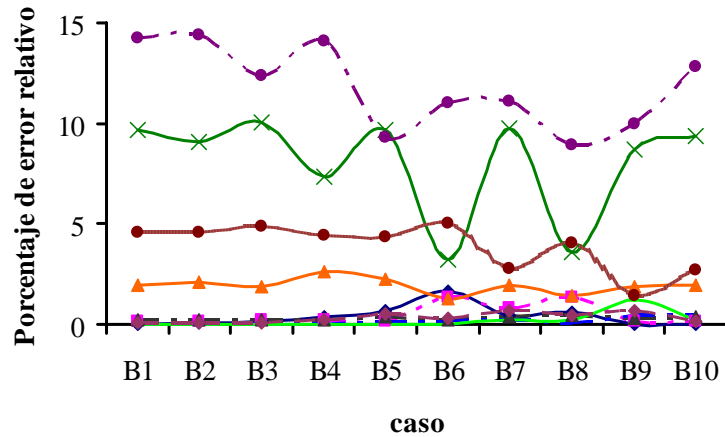


Figura A.30. Porcentaje de error relativo calculado en la reconstrucción de la matriz de rigidez del modelo K1M2-D2-B (caso B)

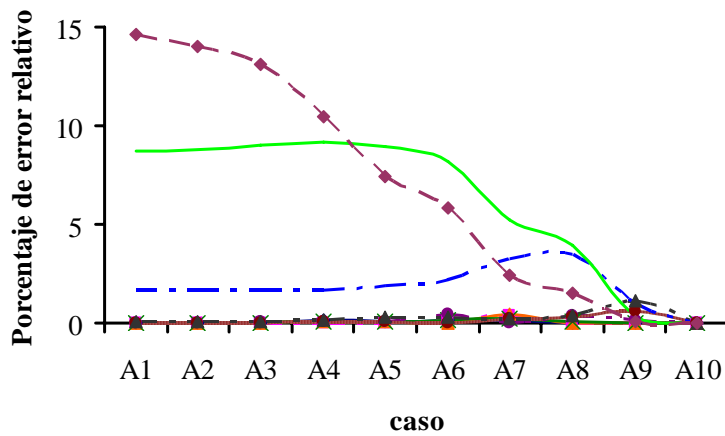


Figura A.31. Porcentaje de error relativo calculado en la reconstrucción de la matriz de rigidez del modelo K1M2-D3-B (caso A)

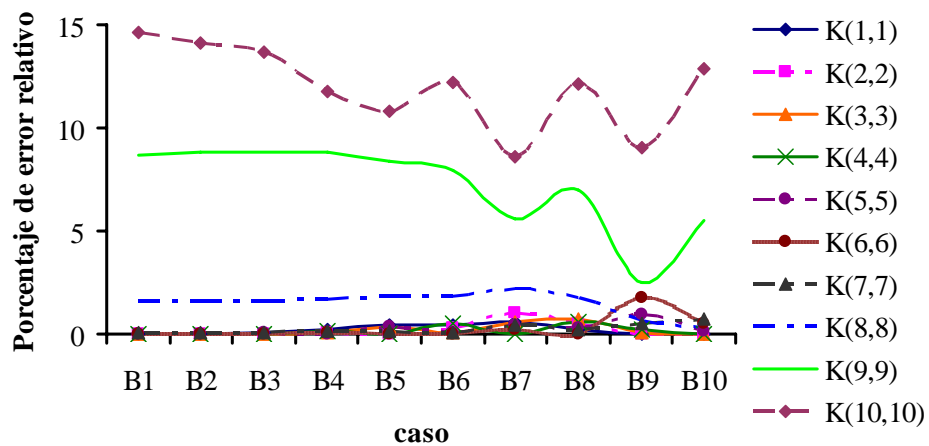


Figura A.32. Porcentaje de error relativo calculado en la reconstrucción de la matriz de rigidez del modelo K1M2-D3-B (caso B)

En las figuras A.33 a A.40 se presentan los resultados que se obtuvieron para los estados de daño simulado para el modelo K1M3.

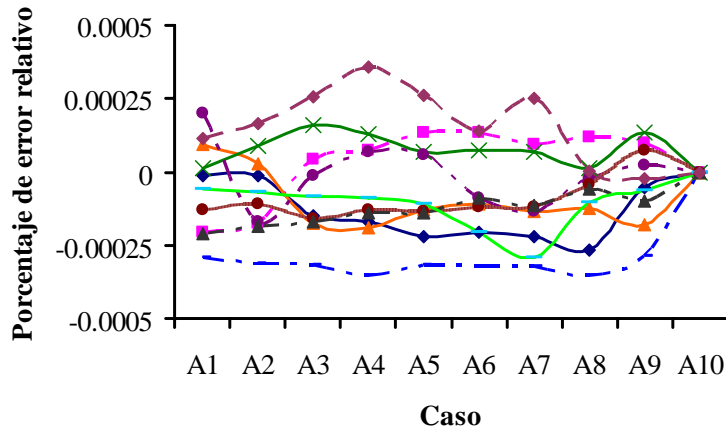


Figura A.33. Porcentaje de error relativo calculado en la reconstrucción de la matriz de rigidez del modelo K1M3 para el caso A (caso sin daño)

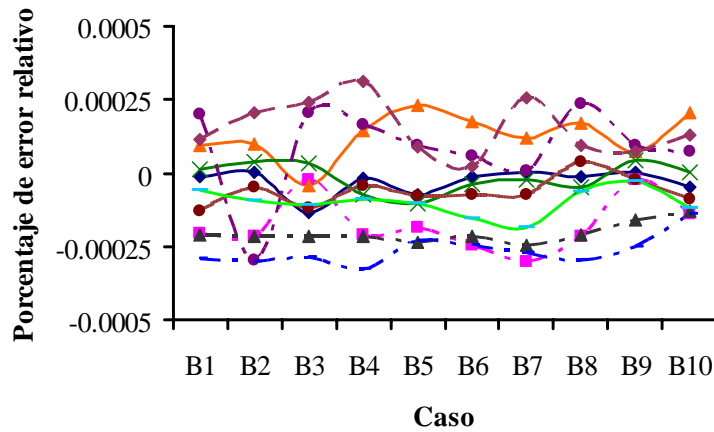


Figura A.34. Porcentaje de error relativo calculado en la reconstrucción de la matriz de rigidez del modelo K1M3 para el caso B (caso sin daño)

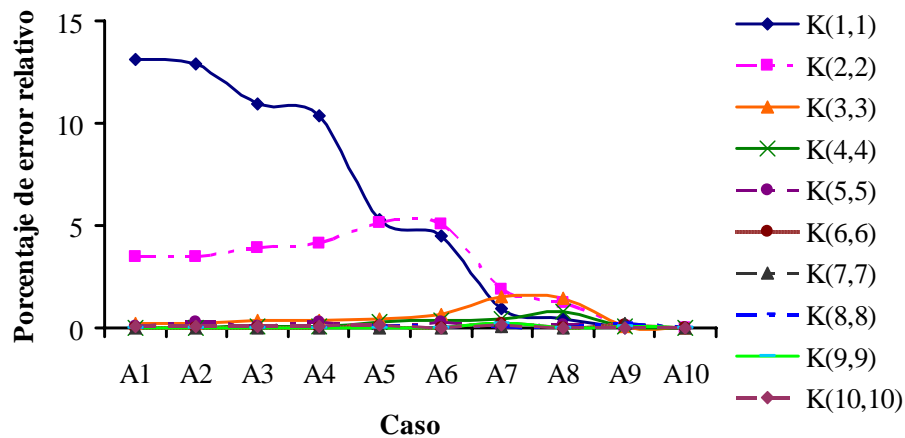


Figura A.35. Porcentaje de error relativo calculado en la reconstrucción de la matriz de rigidez del modelo K1M3-D1-B (caso A)

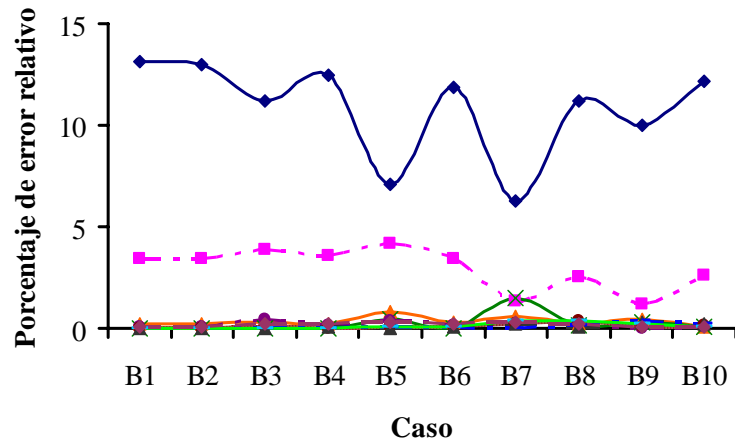


Figura A.36. Porcentaje de error relativo calculado en la reconstrucción de la matriz de rigidez del modelo K1M3-D1-B (caso B)

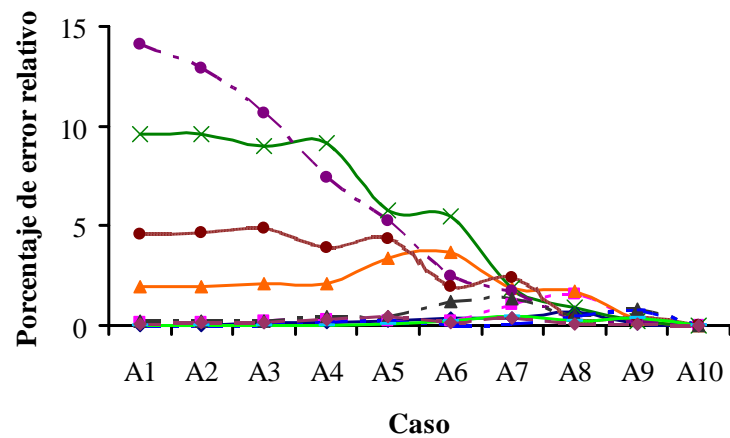


Figura A.37. Porcentaje de error relativo calculado en la reconstrucción de la matriz de rigidez del modelo K1M3-D2-B (caso A)

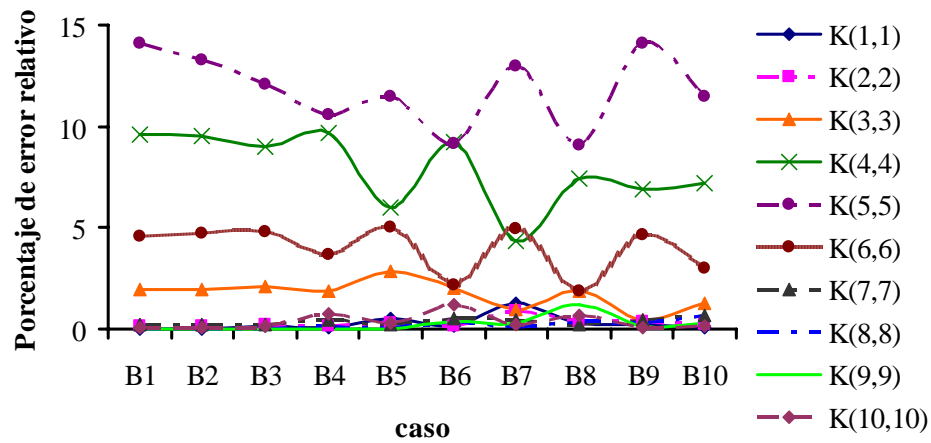


Figura A.38. Porcentaje de error relativo calculado en la reconstrucción de la matriz de rigidez del modelo K1M2-D2-B (caso B)

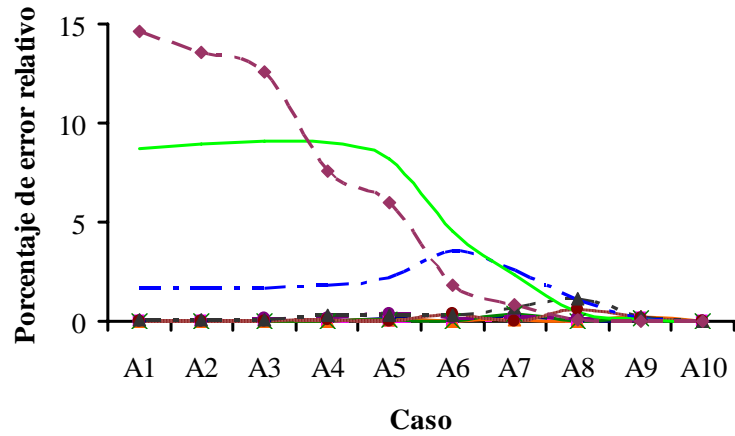


Figura A.39. Porcentaje de error relativo calculado en la reconstrucción de la matriz de rigidez del modelo K1M3-D3-B (caso A)

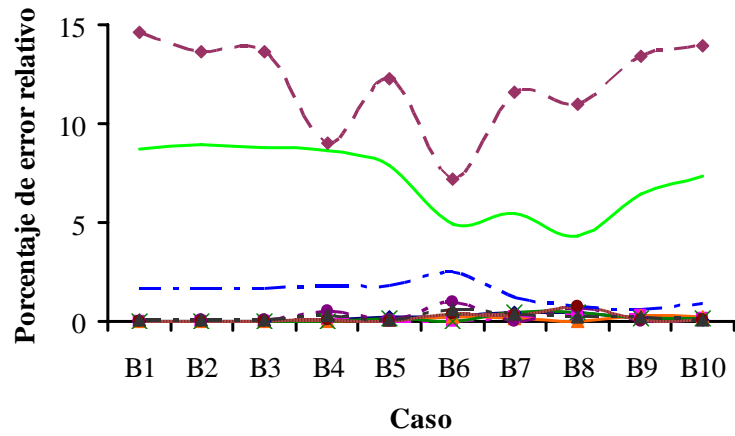


Figura A.40. Porcentaje de error relativo calculado en la reconstrucción de la matriz de rigidez del modelo K1M3-D3-B (caso B)

En las siguientes figuras A.41 a A.48 se presentan los resultados de calcular el porcentaje de error relativo en el daño calculado para el modelo K1M4.

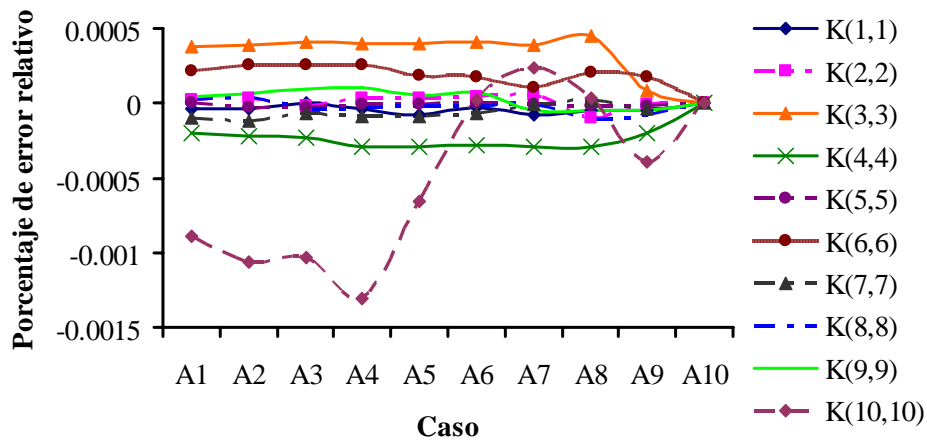


Figura A.41. Porcentaje de error relativo calculado en la reconstrucción de la matriz de rigidez del modelo K1M4 para el caso A (caso sin daño)

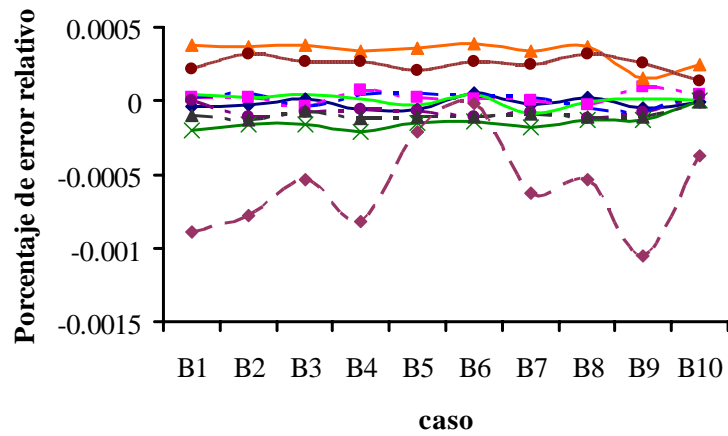


Figura A.42. Porcentaje de error relativo calculado en la reconstrucción de la matriz de rigidez del modelo K1M4 para el caso B (caso sin daño)

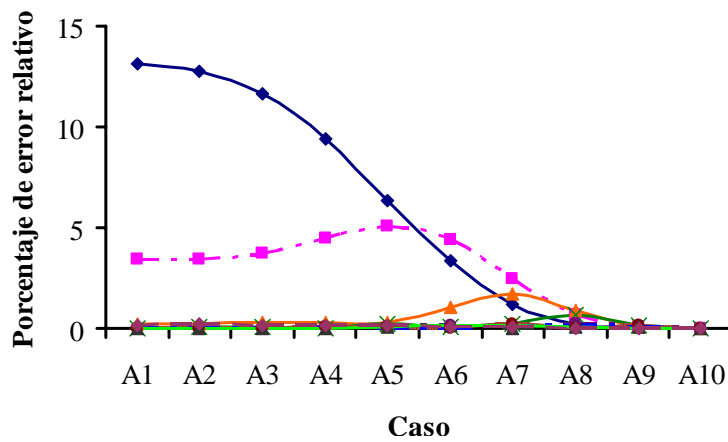


Figura A.43. Porcentaje de error relativo calculado en la reconstrucción de la matriz de rigidez del modelo K1M4-D1-B (caso A)

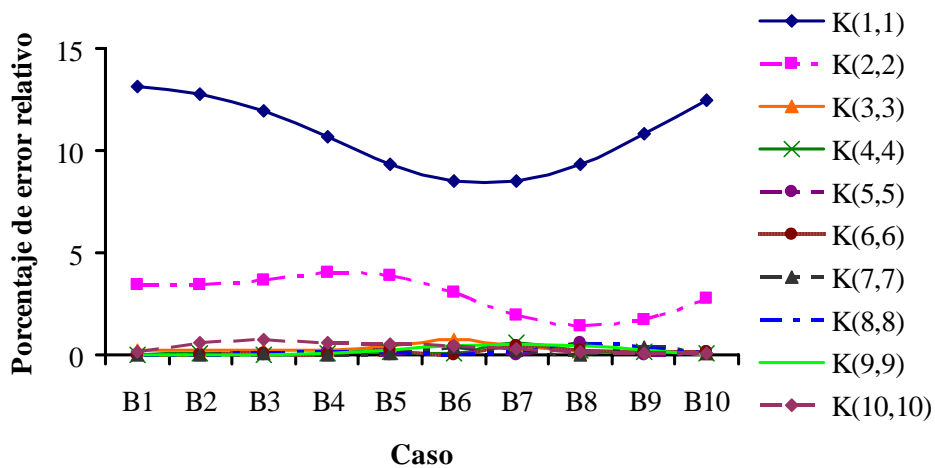


Figura A.44. Porcentaje de error relativo calculado en la reconstrucción de la matriz de rigidez del modelo K1M4-D1-B (caso B)

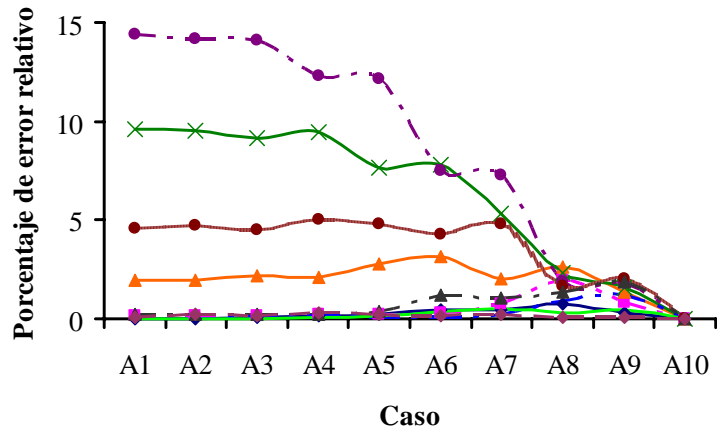


Figura A.45. Porcentaje de error relativo calculado en la reconstrucción de la matriz de rigidez del modelo K1M4-D2-B (caso A)

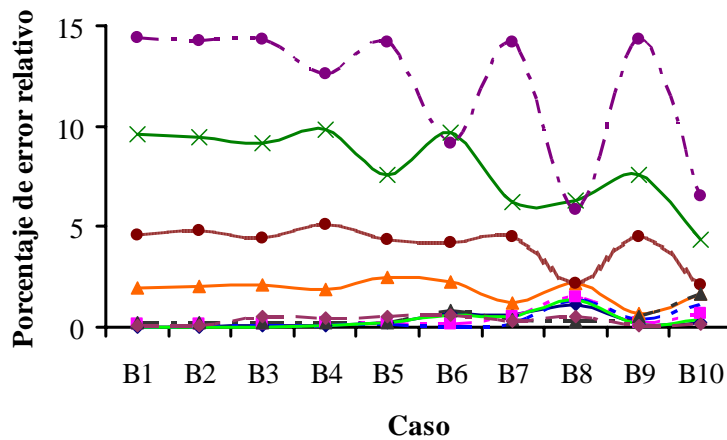


Figura A.46. Porcentaje de error relativo calculado en la reconstrucción de la matriz de rigidez del modelo K1M4-D2-B (caso B)

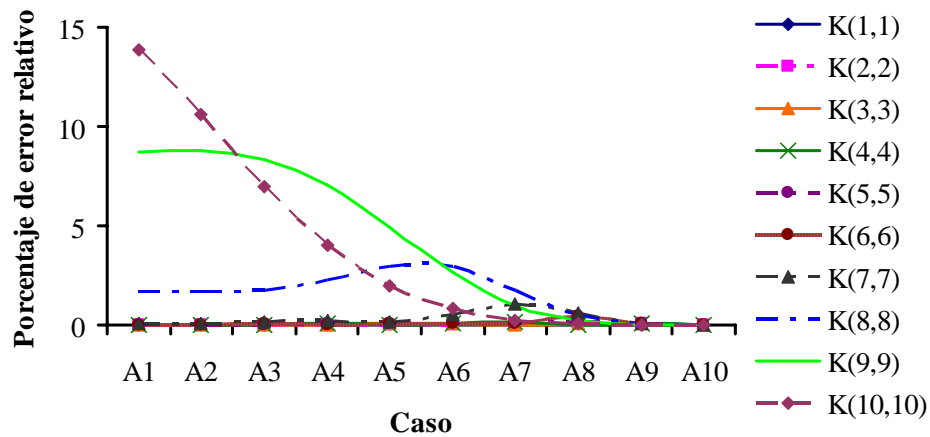
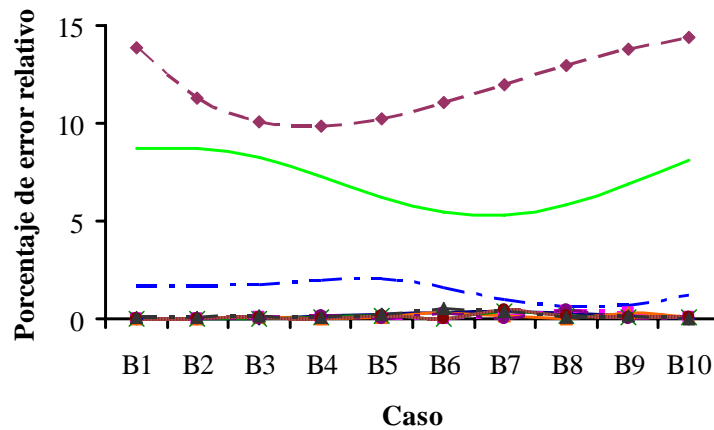
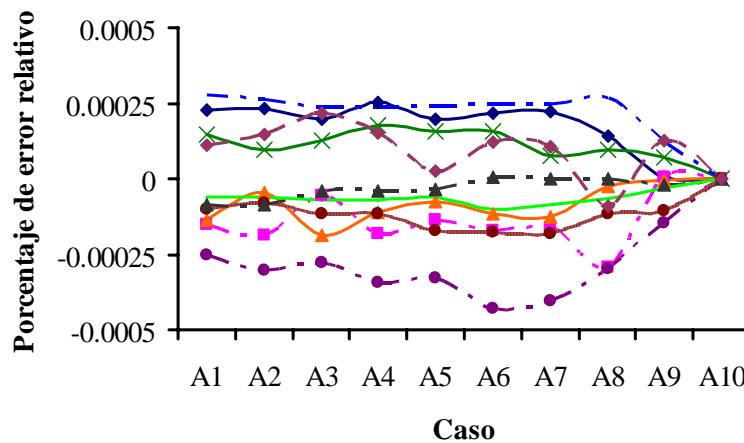


Figura A.47. Porcentaje de error relativo calculado en la reconstrucción de la matriz de rigidez del modelo K1M4-D3-B (caso A)

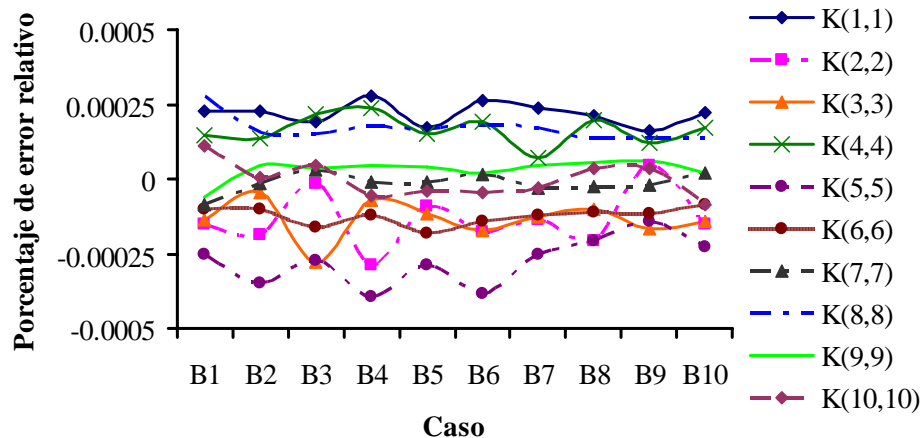


**Figura A.48. Porcentaje de error relativo calculado en la reconstrucción de la matriz de rigidez del modelo K1M4-D3-B (caso B)**

En las siguientes figuras se presentan los resultados obtenidos para el marco K2. En las figuras A.49 a A.56 se encuentran los resultados obtenidos para el modelo K2M2, para los casos de daño simulado correspondientes a este marco.



**Figura A.49. Porcentaje de error relativo calculado en la reconstrucción de la matriz de rigidez del modelo K2M2 para el caso A (caso sin daño)**



**Figura A.50. Porcentaje de error relativo calculado en la reconstrucción de la matriz de rigidez del modelo K2M2 para el caso B (caso sin daño)**

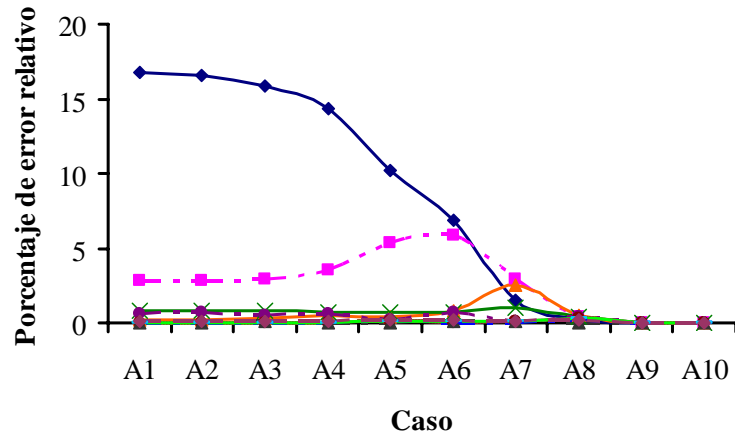


Figura A.51. Porcentaje de error relativo calculado en la reconstrucción de la matriz de rigidez del modelo K2M2-D1-C (caso A)

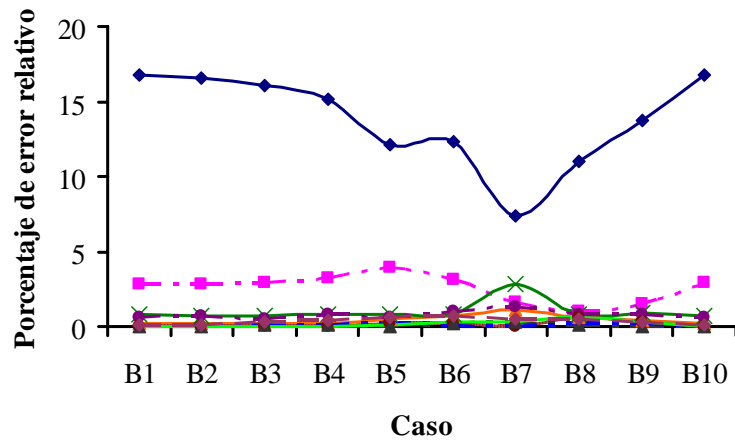


Figura A.52. Porcentaje de error relativo calculado en la reconstrucción de la matriz de rigidez del modelo K2M2-D1-C (caso B)

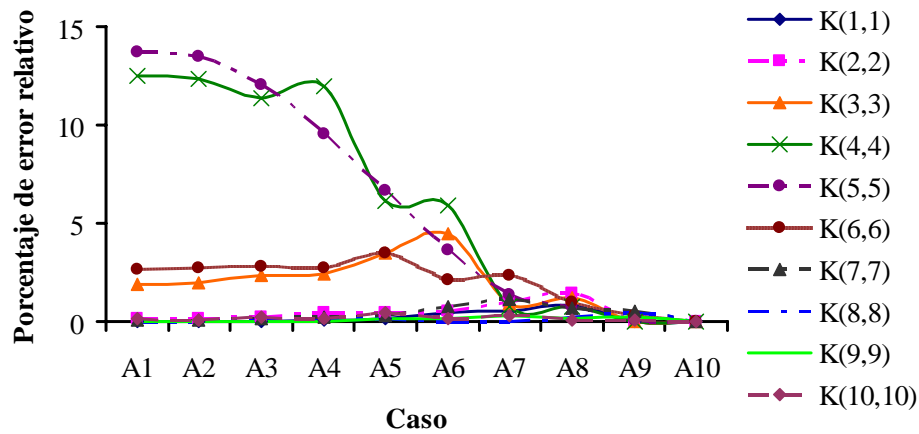


Figura A.53. Porcentaje de error relativo calculado en la reconstrucción de la matriz de rigidez del modelo K2M2-D2-C (caso A)



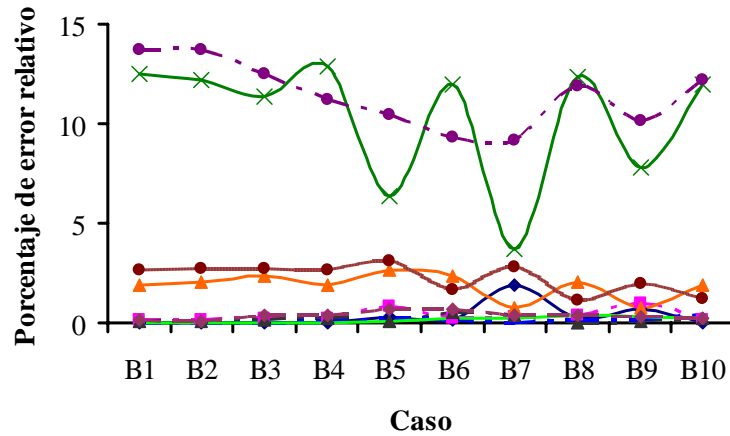


Figura A.54. Porcentaje de error relativo calculado en la reconstrucción de la matriz de rigidez del modelo K2M2-D2-C (caso B)

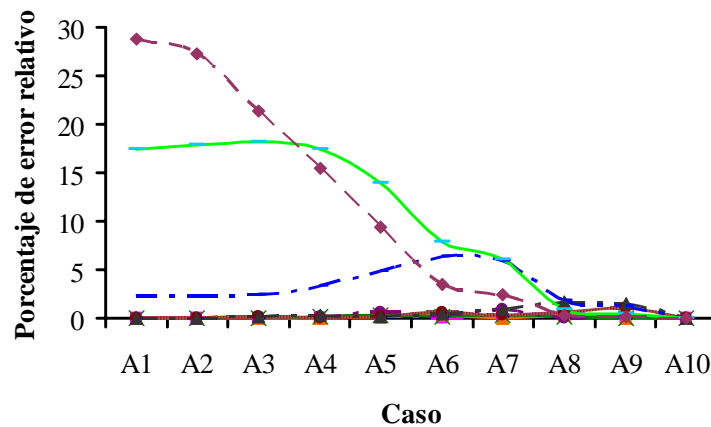


Figura A.55. Porcentaje de error relativo calculado en la reconstrucción de la matriz de rigidez del modelo K2M2-D3-C (caso A)

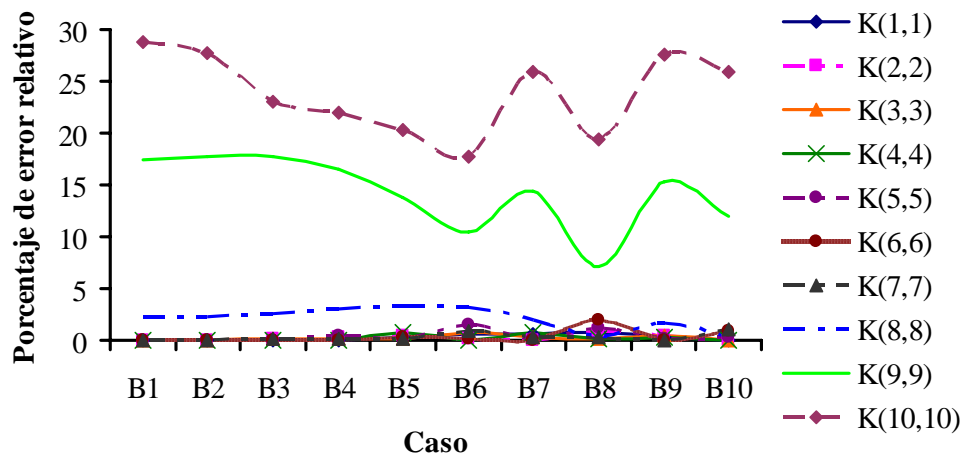


Figura A.56. Porcentaje de error relativo calculado en la reconstrucción de la matriz de rigidez del modelo K2M2-D3-C (caso B)

En las figuras A.57 a A.64 se presenta el porcentaje de error calculado en la reconstrucción de la matriz de rigidez para el modelo K3M3 para los casos de daño estudiado.

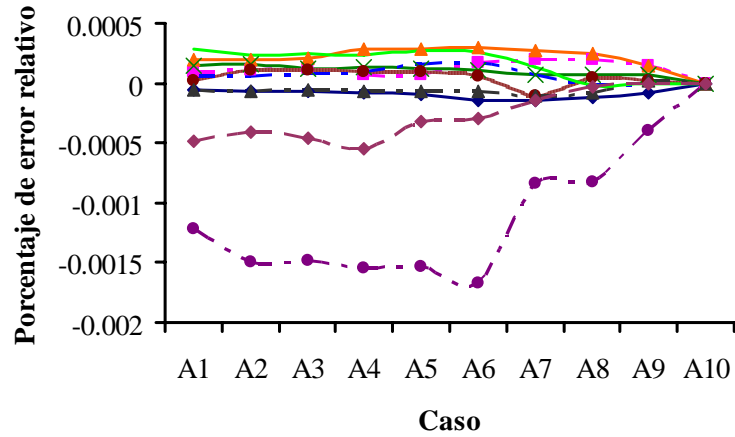


Figura A.57. Porcentaje de error relativo calculado en la reconstrucción de la matriz de rigidez del modelo K2M3 para el caso A (caso sin daño)

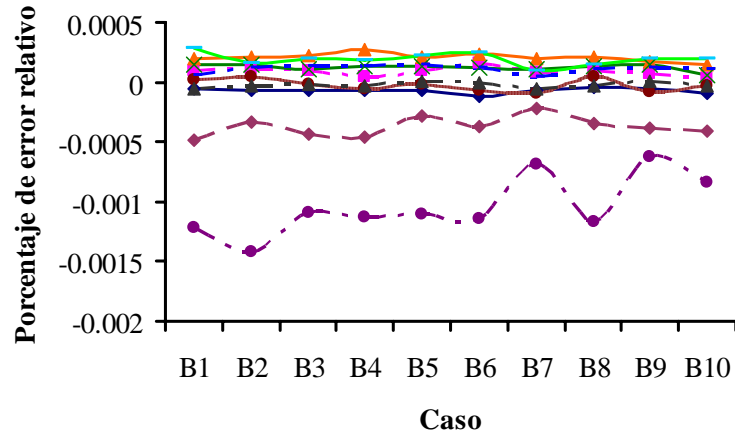


Figura A.58. de error relativo calculado en la reconstrucción de la matriz de rigidez del modelo K2M3 para el caso B (caso sin daño)

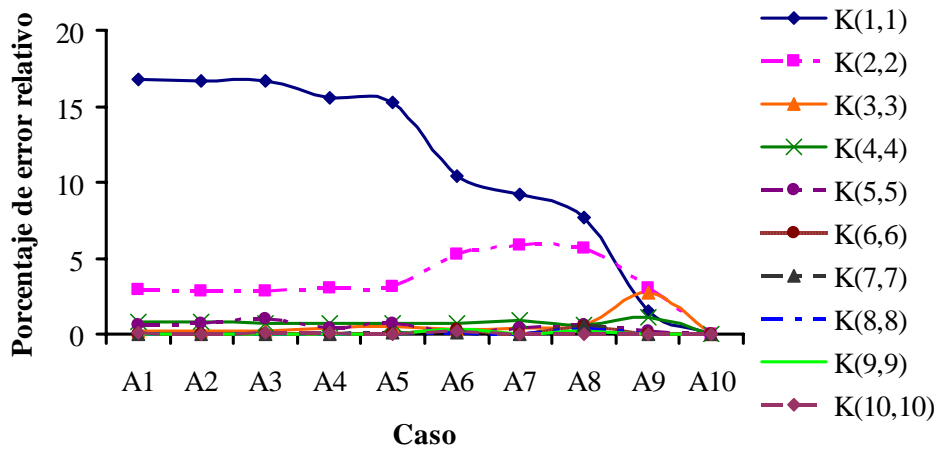


Figura A.59. Porcentaje de error relativo calculado en la reconstrucción de la matriz de rigidez del modelo K2M3-D1-C (caso A)

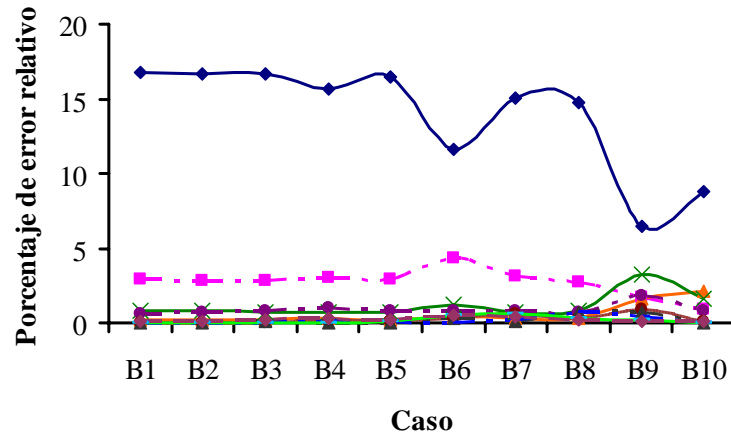


Figura A.60. Porcentaje de error relativo calculado en la reconstrucción de la matriz de rigidez del modelo K2M3-D1-C (caso B)

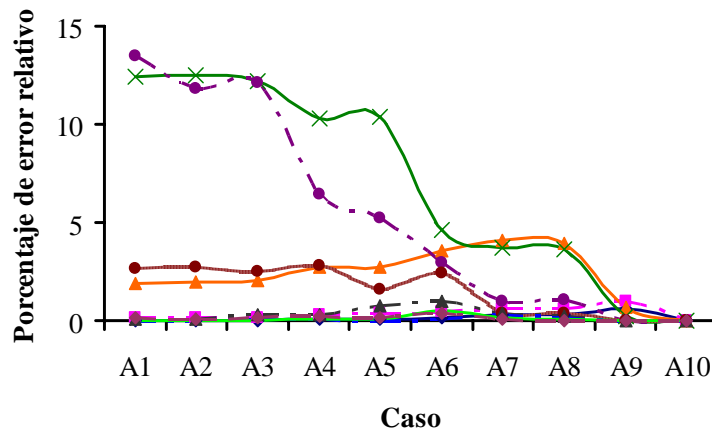


Figura A.61. Porcentaje de error relativo calculado en la reconstrucción de la matriz de rigidez del modelo K2M3-D2-C (caso A)

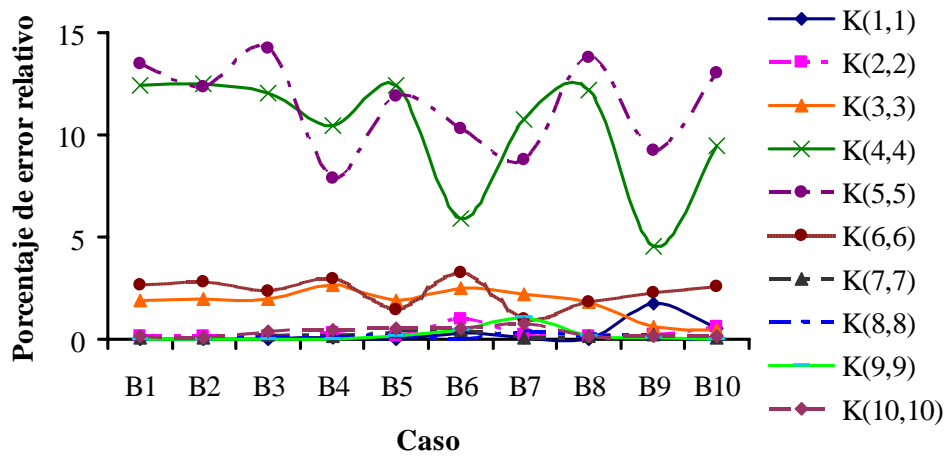


Figura A.62. Porcentaje de error relativo calculado en la reconstrucción de la matriz de rigidez del modelo K2M3-D2-C (caso B)

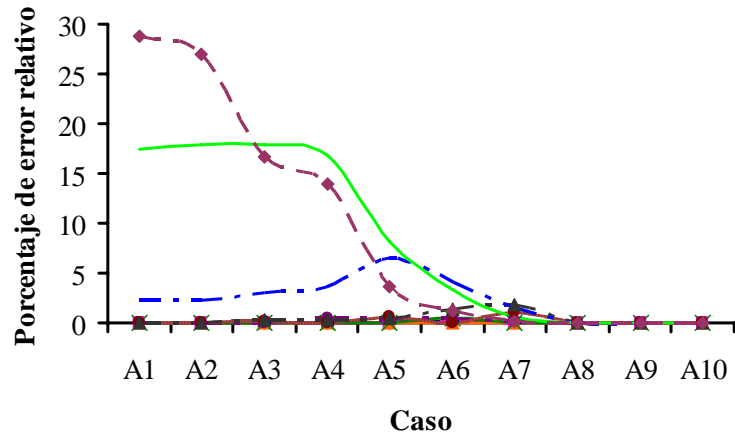


Figura A.63. Porcentaje de error relativo calculado en la reconstrucción de la matriz de rigidez del modelo K2M3-D3-C (caso A)

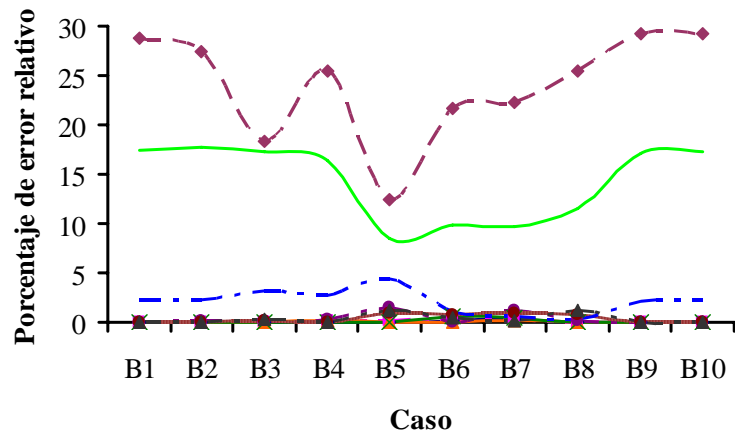


Figura A.64. Porcentaje de error relativo calculado en la reconstrucción de la matriz de rigidez del modelo K2M3-D3-C (caso B)

En las figuras A.65 a A.72 se presenta el porcentaje de error relativo del daño calculado para el modelo K2M4 para cada caso de daño simulado.

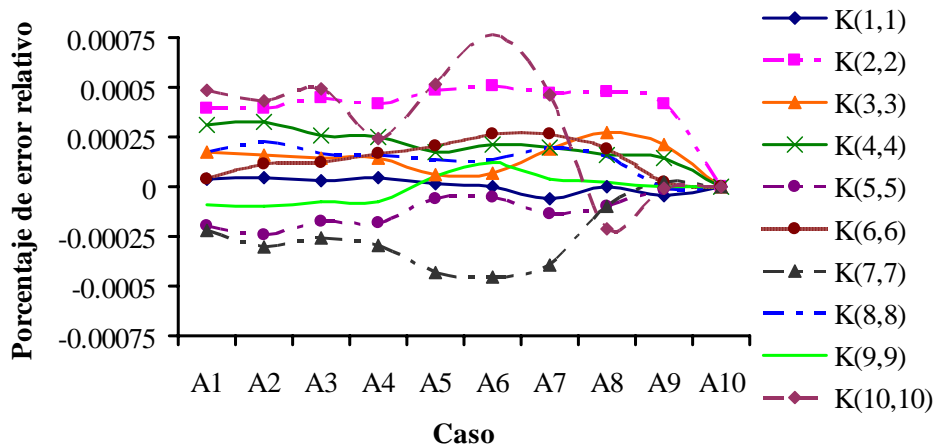


Figura A.65. Porcentaje de error relativo calculado en la reconstrucción de la matriz de rigidez del modelo K2M4 para el caso A (caso sin daño)

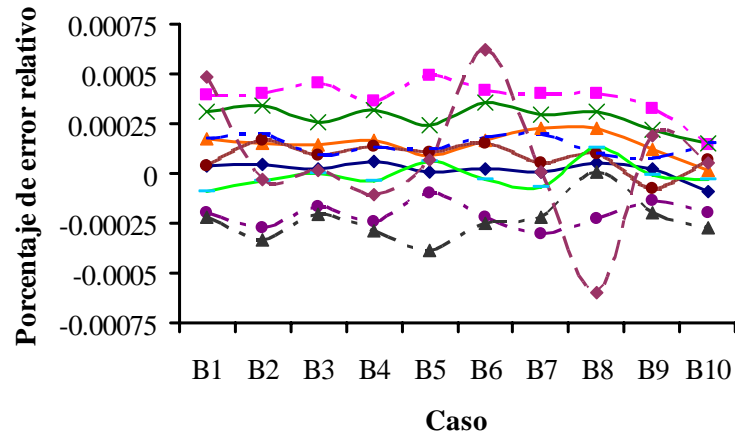


Figura A.66. Porcentaje de error relativo calculado en la reconstrucción de la matriz de rigidez del modelo K2M4 para el caso B (caso sin daño)

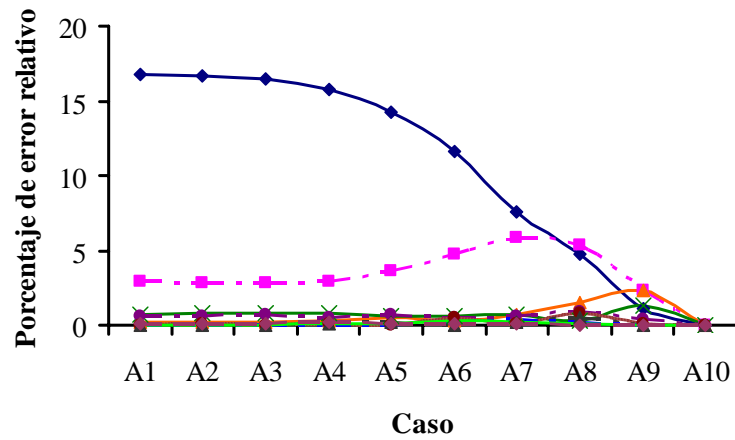


Figura A.67. Porcentaje de error relativo calculado en la reconstrucción de la matriz de rigidez del modelo K2M4-D1-C (caso A)

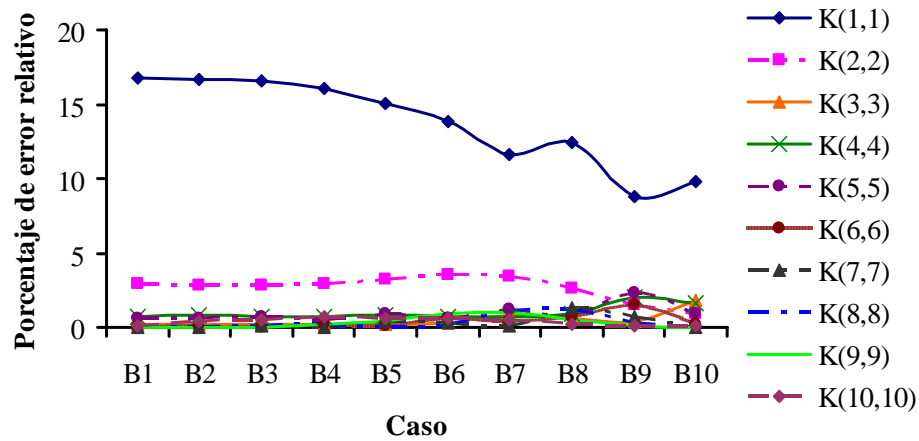


Figura A.68. Porcentaje de error relativo calculado en la reconstrucción de la matriz de rigidez del modelo K2M4-D1-C (caso B)

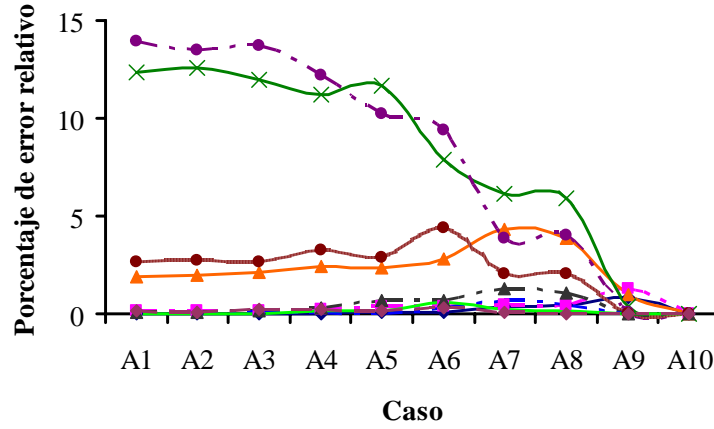


Figura A.69. Porcentaje de error relativo calculado en la reconstrucción de la matriz de rigidez del modelo K2M4-D2-C (caso A)

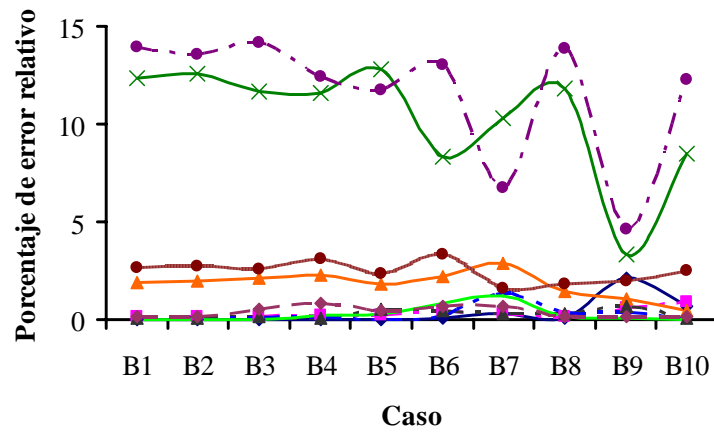


Figura A.70. Porcentaje de error relativo calculado en la reconstrucción de la matriz de rigidez del modelo K2M4-D2-C (caso B)

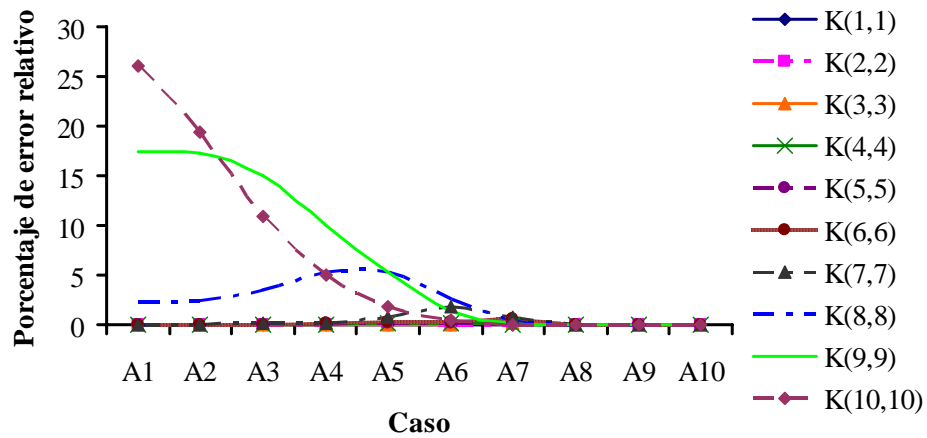


Figura A.71. Porcentaje de error relativo calculado en la reconstrucción de la matriz de rigidez del modelo K2M4-D3-C (caso A)

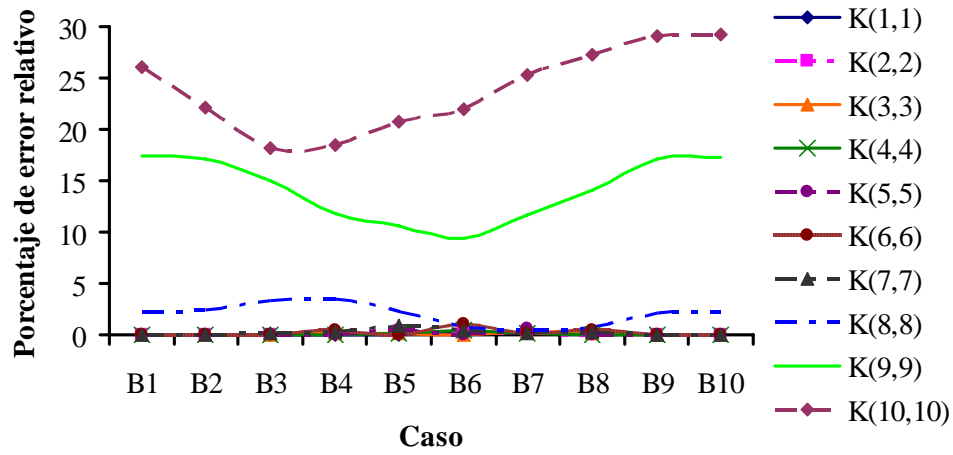


Figura A.72. Porcentaje de error relativo calculado en la reconstrucción de la matriz de rigidez del modelo K2M4-D3-C (caso B)

## REFERENCIAS

- Acevedo H. (2005), "Reconstrucción de la matriz de rigideces de marcos a partir de sus parámetros modales experimentales", Tesis de maestría, Posgrado UNAM, México.
- Baruch M. y Bar Itzhack Y. (1978), "Optimal weighted orthogonalization of measured modes", *AIAA Journal*, 16 (4):346-51.
- Chopra, A. K. (2001), "Dynamics of structures. Theory and applications to earthquake engineering", Prentice Hall, EUA.
- Escobar J.A., Sosa J.J. y Gómez R. (2001), "Damage detection in frame buildings", *Canadian Journal of Civil Engineering*, Vol. 28, pp 1-13.
- Escobar J.A., Fierro F. y Gómez R. (2004), "Damage detection in building structures", 13th World Conference on Earthquake Engineering, Vancouver, B.C., Canadá.
- Escobar J.A., Sosa J.J. y Gómez R. (2005), "Structural damage detection using the transformation matrix", *Computers and Structures*, Vol. 83, pp 357-368.
- Fierro F. (2002), "Identificación de daño estructural en modelos de edificios usando parámetros modales", Tesis de maestría, DEPMI UNAM, México.
- Galiote M. (2006), "Una aplicación de la instrumentación sísmica de edificios", Tesis de maestría, Posgrado UNAM, México.
- García J.P. (1998), "Ubicación de instrumentos sísmicos para detección de daño estructural en edificios", Tesis de licenciatura, BUAP, México.
- Ge M. y Lui E.M. (2005), "Structural damage identification using systems dynamic properties", *Computers and Structures*, Vol. 83, pp. 2185-2196.
- Guyan R. (1965), "Reduction of stiffness and mass matrices", *AIAA*, Vol. 3, pp. 380.
- Han J.G. Ren W.X. y Sun Z.S. (2005), "Wavelet packet based damage identification of beams structures", *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 42, pp. 6610-6627.
- Huynh D., He J. y Tran D. (2005), "Damage location vector: A non-destructive structural damage detection technique", *Computers and Structures*, Vol. 83, pp. 2353-2367.
- Jennings A. (1992), "Matrix computation", 2ª. Ed., John Wiley and Sons Ltd., pp. 181-186, England.
- Kao C.Y. y Hung S-L. (2003), "Detection of structural damage via free vibration responses generated by approximating artificial neural networks", *Computers and Structures*, Vol. 81, pp 2631-2644.
- Li S. y Herrera J. (2003), "Detección y estimación de daño en marcos en 2 y 3D", Tesis de Ingeniero Civil, Facultad de Ingeniería, UNAM, México.



## REFERENCIAS

Mattson S.G. y Pandit S.M. (2006), “Statistical moments of autoregressive model residuals for damage localization”, *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 20, pp 627-645.

Murià Vila D., Alcántara L., Durán R., Macias M., Maldonado S., Pérez L., Tena A. y Vázquez R. (1997), “Edificios instrumentados”, *Sociedad Mexicana de Ingeniería Sísmica*, Universidad de Colima y Gobierno del Estado de Colima, pp. 197-232.

Park Y.J. Ang H-S. y Wen Y.K. (1984), “Seismic damage analysis and damage-limiting design of R. C. buildings”, *Civil Engineering Studies*, SRS No. 516, University of Illinois at Urbana-Champaign, Urbana, Il, E.U.A.

Park Y. J. y Ang H-S. (1985), “Mechanistic seismic damage model for reinforced concrete”, *Journal of Structural Engineering*, 111 (4), pp. 740-754.

Park Y.J. Ang H-S. y Wen Y.K. (1987), “Damage-limiting aseismic design of buildings”, *Earthquake Spectra*, Vol. 3, No. 1, pp 1–26, Earthquake Engineering Research Institute.

Park Y.J. y Lee B.H. (1996), “Quantitative safety assessment of steel members under severe seismic excitations”, *Eleventh World Conference on Earthquake Engineering*, Acapulco, No. 680.

Paz M. (1992), “Dinámica estructural teoría y cálculo”, Reverté, S. A. Barcelona, España.

Rodríguez R. (2004), “Seguimiento y detección de daño estructural en edificios sin parámetros modales base”, Tercer informe parcial de investigación doctoral, Instituto de Ingeniería, UNAM.

Sosa J.J. (1998), “Detección de daño en modelos tridimensionales de edificios”, Tesis de maestría, DEPMI, UNAM, México.

Sugahara M. (1997), “Localización de daño en estructuras de concreto reforzado usando la matriz de sensibilidad”, Tesis de maestría, DEPMI, UNAM, México.

Sunasaka Y., Toki K., y Kiremidjian A. S., (2003), “Evaluation of damage potential of ground motions during great earthquakes”, *Earthquake Spectra*, Vol. 19, No. 3, pp 713–730, Earthquake Engineering Research Institute.

Teran-Gilmore A. y Jirsa J.O., (2005), “A damage model for practical seismic design that accounts for low cycle fatigue”, *Earthquake Spectra*, Vol. 21, No. 3, pp 803–832, Earthquake Engineering Research Institute.

Wilson E. L. (1991), “CAL-91, Computer Assisted Learning of static and dynamic análisis of structural systems”, University of California, Berkeley California, E. U. A.

Yan A.M. y Golinval J.C., (2006), “Null subspace-based damage detection of structures using vibration measurements”, *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 20, pp. 611-626.

Yan Y.J., Yam L.H., Cheng L. y Yu L. (2006), “FEM modeling method of damage structures for structural damage detection”, *Composite Structures*, Vol. 72, pp. 193-199.

Yu L., Cheng L. Yam L.H. y Yan Y.J. (2005), “Application of eigenvalue perturbation theory detecting small structural damage using dynamic responses”, *Composite Structures*, Vol. xxx, pp. xxx-xxx.

Yuen K.V y Lam H.F. (2006), "On the complexity of artificial neural networks for smart structures monitoring", *Engineering Structures*, Vol. 28, pp. 977-984.