



Universidad Nacional Autónoma de México

Posgrado en ciencias de la tierra

INSTITUTO DE GEOLOGÍA

**Análisis fractal de imágenes digitales de medios
porosos: firma fractal de los tonos de gris
(FIFRATOG)**

T E S I S

que para obtener el grado de

DOCTORA EN CIENCIAS (GEOLOGÍA)

Presenta

MARIA EUGENIA MIRANDA MARTÍNEZ

2006



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



AGRADECIMIENTOS

Quiero expresar mi más sincero agradecimiento a las siguientes instituciones de las cuales recibí apoyo económico durante el tiempo dedicado a desarrollar mi programa doctoral:

- ❖ Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT) por la beca otorgada dentro del programa de posgrado de excelencia y a través de los proyectos de investigación: 3617P–A *"Análisis fractales de la estructura de algunos suelos de México"*, 27944-T "Dra. Siebe", 33099-A *"Diseño de las redes de percolación en algunos suelos de México"*.
- ❖ A la UNAM a través del Programa de Apoyo a Proyectos de Investigación e Innovación Tecnológica (PAPIIT) a través de los proyectos: IN 106697 *"Patrones fractales de la estructura de algunos suelos de México: medición e interpretación"*; IN 121898 *"Dinámica de las ondas electromagnéticas en los medios fractales estadísticos"*, IN114000 *"Reconstrucción de la estructura de geo-sistemas a partir de la geometría de las ondas"* e IN102802 *"Análisis, modelación y simulación computacional de la propagación de las ondas electromagnéticas a través de los medios porosos"*.
- ❖ Al ANUIES por su apoyo a través del Acuerdo México-Francia M96-U02 dentro del proyecto "Monitoreo edafo-ecológico de México: nivel nacional, regional y local".
- ❖ Al Instituto Mexicano del Petróleo (IMP) por su apoyo dentro del Programa de Formación de Recursos Humanos.
- ❖ Al Instituto de Geología de la UANM sede que me apoyó en la realización de todas las actividades del trabajo doctoral, y
- ❖ Al Posgrado en Ciencias de la Tierra de la UNAM por darme la oportunidad de realizar mis estudios dentro del programa de estudios de posgrado.

A las siguientes personas que fueron parte fundamental para la culminación del presente proyecto:

- ❖ Dra. Klaudia Oleschko por su paciencia y gran apoyo en lo académico y en lo personal, para concluir con el programa de doctorado y el trabajo de tesis.
- ❖ Dr. Jean-Francois Parrot por su gran experiencia personal y científica que ha compartido por varios años,
- ❖ Dr. Fernando Castrejón Vacío por su apoyo tanto personal como técnico, así como por las sugerencias para mejorar el trabajo.
- ❖ A la Dra. Hind Taud por su participación en el desarrollo y asesorías en los algoritmos empleados.
- ❖ A la Dra. Ma. del Lourdes Flores Delgadillo por su trabajo de revisión y estructuración del documento de tesis.
- ❖ A los Drs. Fernando Brambila Paz, Román Álvarez Bejer y Gustavo Tolson Jones por su apoyo incondicional y su excelente trabajo de revisión y corrección.
- ❖ Al todo el personal administrativo y de confianza del Instituto de Geología, en particular al Biol. Daniel Hernández por su apoyo en el tratamiento y manejo de imágenes; Quím. Ana María Rocha por su asesoría en la redacción y estructuración del documento y los Srs. Antonio Altamira y Gregorio Chávez por su colaboración en el trabajo de fotografía.
- ❖ Al personal de cómputo del Instituto de Geología Lic. Rosario Flores Ramos, Francisco Montaña y Benjamín Ruiz, primero por su amistad y después por el apoyo técnico incondicional que siempre he recibido.



DEDICATORIA

- ❖ A MI HIJA Alitzel Alejandra Nieves Miranda, por su amor, fortaleza y continuas enseñanzas.

- ❖ A Jorge Luis por enseñarme todo lo que un ser humano es capaz de crecer en la alegría y en el dolor.

- ❖ A los señores Ma. Cristina Martínez y Edgardo Miranda por ser mis padres y un ejemplo de vida.

- ❖ A Tete, Juan, Yeny, Miguel, Edy, Fidel Arturo, Ian, Evan y Kevin por compartir la vida conmigo.

- ❖ A Silvia, Luis, Mode, Toño, Salus, Yessica, Vero, Rocío, Roberto, Mónica, Paco, Elibeth, Luis Torres, Maricela, Lupita, MEG y Dalila por su cariño incondicional y como un reconocimiento a su gran amistad.

- ❖ A Jorge René por enseñarme que siempre hay cosas mejores por venir.



CONTENIDO

CONTENIDO	<i>i</i>
AGRADECIMIENTOS	<i>v</i>
DEDICATORIA	<i>vii</i>
RESUMEN	<i>viii</i>
ABSTRACT	<i>ix</i>
INTRODUCCIÓN GENERAL	1
CAPÍTULO I. MARCO TEÓRICO GENERAL	
1.1 TEORÍA DE FRACTALES	4
1.1.1 Distribución de la materia en el espacio	6
1.1.2 Geometría fractal	7
1.1.2.1 Fractales auto-similares	14
1.1.2.2 Fractales auto-afines	15
1.1.3 Dimensiones fractales	16
1.1.3.1 Dimensión fractal de masa	22
1.1.3.2 Dimensión fractal espectral	22
1.1.4 Métodos de estimación de las dimensiones fractales	23
1.1.4.1 Conteo de caja "box-counting"	23
1.1.4.2 Caminos aleatorios continuos en el tiempo "continuous time random-walk" (CTRW)	25
1.2 IMÁGENES DIGITALES	28
1.2.1 Naturaleza de una imagen digital	29
1.2.2 Manejo de imágenes	29
1.2.2.1 Adquisición	30
1.2.2.2 Almacenamiento	30
1.2.2.3 Procesamiento	31
1.2.2.4 Despliegue o edición	31
1.2.3 Representación en el espacio raster	31
1.2.4 Reconocimiento de formas	35

1.2.5 Histograma de una imagen	36
1.2.6 Segmentación de imágenes	37
1.2.7 Definición del umbral (thresholding)	38
1.2.7.1 Técnica del histograma	39
1.2.7.2 Segmentación por umbral adaptado	41
1.2.7.3 Segmentación utilizando fractales	41

CAPÍTULO II. ALGORITMOS PARA EL ANÁLISIS FRACTAL DE LAS IMÁGENES DIGITALES

2.1 INTRODUCCIÓN	42
2.2 MARCO TEÓRICO	42
2.3 HIPÓTESIS	44
2.4 OBJETIVOS	44
2.5 MATERIALES Y MÉTODOS	44
2.5.1 Linfrac (Análisis fractal por líneas)	45
2.5.2 Fractal (Análisis fractal por cajas)	47
2.5.3 Bromov (Análisis fractal por caminos aleatorios)	48
2.5.4 Histo-Gene (Histograma Generalizado)	50
2.5.5 Procedimiento de calibración	50
2.5.5.1 Fractales artificiales o matemáticos	50
2.5.5.2 Fractales naturales o estadísticos	51
2.6 RESULTADOS	
2.6.1 Calibración con fractales sintéticos o matemáticos	51
2.6.2 Calibración con fractales naturales o estadísticos	52
2.7 CONCLUSIONES	54

CAPÍTULO III. ANÁLISIS FRACTAL DE LOS NÚCLEOS DE YACIMIENTOS NATURALMENTE FRACTURADOS

3.1 INTRODUCCIÓN	55
3.2 MARCO TEÓRICO	
3.2.1 Caracterización de yacimientos naturalmente fracturados	56
3.2.2 Génesis de las fracturas	57
3.2.3 Geometría de las fracturas	58
3.2.4 Caracterización del fracturamiento	59

3.3 HIPÓTESIS	60
3.4 OBJETIVOS	60
3.5 MATERIALES Y MÉTODOS	
3.5.1 Núcleos de yacimientos	61
3.5.2 Imágenes tomográficas	62
3.5.3 Segmentación de imágenes tomográficas	65
3.5.4 Caracterización fractal de los núcleos	66
3.6 RESULTADOS	
3.6.1 Caracterización de patrones contrastantes de porosidad	67
3.6.2 Caracterización de la porosidad integral	74
3.6.2.1 Porcentaje de porosidad	74
3.6.2.2 Porcentaje del área ocupada	78
3.6.2.3 Análisis fractal	84
3.6.2.4 Relación de los parámetros fractales con las propiedades físicas	94
3.7 CONCLUSIONES	96
CAPÍTULO IV. ANÁLISIS FRACTAL EN MEDIOS NATURALES POROSOS (SUELOS)	
4.1 INTRODUCCIÓN	97
4.2 MARCO TEÓRICO	98
4.3 HIPÓTESIS	100
4.4 OBJETIVOS	100
4.5 MATERIALES Y MÉTODOS	
4.5.1 Caracterización de los perfiles de suelo	101
4.5.1.1 Andosol Melánico	102
4.5.1.2 Vertisol Éutrico	103
4.5.1.3 Sedimentos del ex-lago de Texcoco	104
4.5.1.4 Tepetates	105
4.5.2 Fotografías de láminas delgadas	107
4.5.3 Descripción micromorfológica	107
4.6 RESULTADOS	114

4.6.1 Definición del umbral	115
4.6.2 Segmentación visual	117
4.6.3 Segmentación por llenado continuo y cambio de pendiente	121
4.6.4 Firma fractal de la distribución de los tonos de gris (FFDTG)	135
4.6.4.1 Método de llenado continuo	135
4.6.4.2 Método de histograma generalizado (Histo-Gene), dimensión global	142
4.6.4.3 Método de histograma generalizado (Histo-Gene), dimensión por línea	152
4.7 CONCLUSIONES	157
 CAPÍTULO V. CONCLUSIONES GENERALES	 159
 BIBLIOGRAFÍA	 160
 ANEXOS	
Anexo A Descripción de los algoritmos	
A1 Linfrac	168
A2 Fractal	171
A3 Bromov	174
Anexo B Imágenes tomográficas de los núcleos de YNF	
B1 Núcleo I	178
B2 Núcleo II	179
B3 Núcleo III	181
B4 Núcleo IV	184
Anexo C Resultados del análisis fractal de las imágenes tomográficas de YNF	187
C1 Núcleo III	
C2 Núcleo IV	



INTRODUCCIÓN GENERAL

En los últimos años en las Ciencias de la Tierra se han generado numerosas técnicas que permiten describir cuantitativamente los atributos de los sistemas naturales. La estructura de éstos es su atributo principal, que en el caso de los medios porosos ha sido un tema estudiado en función de la frecuencia, distribución y proporción de los patrones de poros y sólidos de los materiales [Korvin, 1992; Turcotte, 1986; Giménez *et al.*, 1997; Perrier *et al.*, 1999; Hunt, 2003]. El conocimiento de las características estructurales de los medios porosos, permite modelar con mayor precisión los flujos de transporte de masa y energía al interior de los mismos, a través de procesos como percolación y permeabilidad [Giménez *et al.*, 1997]. Además ayuda a describir propiedades físicas macroscópicas de gran importancia en los sistemas tales como: permeabilidad absoluta, tortuosidad total, coeficiente de dispersión, presión capilar y curvas de permeabilidad relativa [Mani y Mohanty, 1999].

El creciente desarrollo en las técnicas de monitoreo de los sistemas naturales, permite describir su estructura a partir de imágenes multiescalares de sensores remotos que abarcan un amplio rango de equipos tales como: satélites, radares, cámaras de video, tomógrafos, escaners y microscopios ópticos y electrónicos. Creando la necesidad de diseñar técnicas analíticas que faciliten el manejo adecuado e interpretación correcta de esta información polifacética.

Junto con el crecimiento de las numerosas herramientas tecnológicas, útiles para caracterizar la estructura de los sistemas naturales, de un modo cuantitativo, a partir de las imágenes, la ciencia básica también presenta novedosas teorías dirigidas a formular nuevas interpretaciones del mundo, más cercanas a la realidad. Como ejemplo de estas teorías se pueden mencionar la Geoestadística, Morfología Matemática, Teoría de los sistemas Complejos, Geometría Fractal y Teoría del Caos, entre otras [Balankin *et al.*, 2000; Webster, 2001].

En la presente investigación se ha empleado la Geometría Fractal como herramienta matemática apta para caracterizar las propiedades estáticas y dinámicas de diversos sistemas naturales que, por su aparente grado de complejidad, no pueden ser descritas mediante técnicas tradicionales como la geometría Euclidiana [Mandelbrot, 1983; Feder, 1988; Kaye, 1989]. La Geometría Fractal es especialmente útil para describir con precisión los sistemas jerárquicos, modelando a través de parámetros cuantitativos y propiedades

dinámicas, la estructura de medios heterogéneos con interfases tortuosas [Ficker y Benešovský, 2002; Xu y Dong, 2003].

La teoría de fractales se ha aplicado a diversos campos de la geofísica como: dinámica del clima, evolución y distribución de sismos, estructura de los medios porosos, patrones de distribución de ríos, mineralogía, patrones de vegetación en ecosistemas y caracterización de suelos [Chaos, Solitons and Fractals, 2003]. También ha permitido analizar la rugosidad en rocas, el fracturamiento de partículas de suelo y rocas, la interconectividad y distribución de fracturas y poros en materiales geológicos y sus efectos sobre la permeabilidad, flujo preferencial y retención de fluidos [Bagde *et al.*, 2002].

Existen muchas definiciones de fractales; sin embargo, de manera general se puede decir que un fractal es un objeto de apariencia compleja, que a través de un intervalo de escalas posee una simetría conocida bajo el nombre de simetría fractal. Es decir, cada pequeña parte del objeto es una réplica del todo (propiedad de auto-similitud), y presenta una distribución heterogénea en el espacio Euclidiano dentro del cual se encuentra embebido [Mandelbrot, 1983; Pentland, 1984; Anderson *et al.*, 1996; Addison, 1997].

Los fractales se caracterizan por tener una dimensión fraccionaria, llamada “dimensión fractal” la cual, usualmente, es un número no entero mayor que la dimensión topológica y menor que la dimensión Euclidiana correspondiente [Addison, 1997].

Existen numerosos métodos para evaluar la dimensión de los conjuntos naturales fractales, que pueden dividirse en tres grupos: 1) análisis de imágenes o de señales, 2) análisis de series de tiempo y 3) análisis discreto de un banco de datos. En la actualidad, se reconoce que el método más preciso y fácil para evaluar la dimensión fractal es a partir de las imágenes multiescalares del objeto [Pentland, 1984,1986; Acuña y Yortsos 1991; Anderson, *et al.*,1996; Hewett, 1994; Oleschko, 1998; Asvestas *et al.*, 1999; Ogawa *et al.*,1999; Oleschko, *et al.*, 2000].

Una imagen es una representación artificial del mundo real que expresa algún atributo o conjunto de atributos del objeto o la escena captada [Geladi y Grahn, 1996]. Las técnicas modernas de adquisición de imágenes son capaces de obtener escenas de alta resolución. El análisis fractal se aplica a las imágenes previamente procesadas de una u otra manera [Gonzalez y Woods, 1992].

Las imágenes digitales constituyen el punto de partida en numerosos estudios de caracterización fractal de los sistemas naturales, ellas representan, en el espacio bidimensional, la distribución de intensidades de energía generada, reflejada o dispersada, por el objeto de estudio, que resulta de la interacción con las ondas de determinada naturaleza y longitud [Oleschko, 1995]. A través de las imágenes digitales como fotografías multi-

escalares, imágenes de resonancia magnética nuclear, sismogramas, mapas, imágenes de satélite, tomogramas, radargramas, etc., se extrae información de las características polifacéticas del conjunto de interés.

La captura de una imagen digital es un procedimiento aparentemente sencillo. Sin embargo, procesarla y manejarla durante su análisis, suele convertirse en una tarea complicada, sobre todo al seleccionar la porción de la imagen que se pretende evaluar. A este proceso de **segregación** de la imagen que constituye el principal problema en el análisis de las imágenes digitales, se le conoce como “segmentación” o “thresholding”. Para segmentar una imagen se han implementado numerosas herramientas analíticas, sin poder, hasta la fecha, superar las limitaciones del thresholding.

En la presente investigación, se estableció un procedimiento teórico-metodológico del tratamiento de imágenes digitales bajo el enfoque fractal. El objetivo fue desarrollar una técnica no sesgada de segmentación de las imágenes digitales, basada en los procedimientos de la Geometría Fractal, y calibrarla caracterizando el patrón estructural de dos sistemas naturales: los yacimientos naturalmente fracturados (YNF) de explotación petrolera, y cuatro suelos representativos de las áreas agrícolas de México.

La tesis consta de cinco capítulos: en el primero, se establece el marco conceptual y las bases teóricas de la Geometría Fractal, y del procesamiento de imágenes digitales. En el capítulo II se describen los fundamentos, funcionamiento detallado y calibración de algunos algoritmos propuestos como los de referencia para calcular las dimensiones fractales. Posteriormente, en el capítulo III, como un ejemplo de la caracterización de la estructura de los sistemas naturales desde el punto de vista fractal, se discuten los resultados del análisis de imágenes tomográficas de núcleos de YNF. En el capítulo IV se caracteriza la estructura de los suelos agrícolas, cuya descripción se realizó segmentando las imágenes de microscopía óptica y se presenta una nueva técnica de caracterización fractal, vía el análisis de la distribución de los tonos de gris, denominada Firma Fractal de los Tonos de Gris (FIFRATOG). Finalmente, en el capítulo V se presentan las conclusiones generales de la investigación, y se hacen algunas recomendaciones para trabajos futuros con imágenes digitales de sistemas naturales.



RESUMEN

En la presente investigación se ha empleado la Geometría Fractal como herramienta matemática apta para caracterizar las propiedades estáticas y dinámicas de la estructura de medios heterogéneos con interfases tortuosas, que además permite modelarlos a través de parámetros cuantitativos y propiedades dinámicas,.

Un fractal es un objeto de apariencia compleja el cual, dentro de un intervalo de escalas, cada pequeña parte es una réplica del todo (propiedad de auto-similitud), y presenta una distribución heterogénea en el espacio dentro del cual se encuentra, con una “dimensión fractal” que usualmente, es un número no entero mayor que la dimensión topológica y menor que la dimensión Euclidiana correspondiente.

Por la facilidad y precisión que ofrecen las técnicas para la adquisición de imágenes digitales, estas son útiles en numerosos estudios de caracterización fractal. En este trabajo se estableció un procedimiento teórico-metodológico del tratamiento de imágenes bajo el enfoque fractal. El objetivo fue desarrollar una técnica no sesgada de segmentación de imágenes y calibrarla, caracterizando el patrón estructural de dos sistemas naturales: los yacimientos naturalmente fracturados (YNF) de explotación petrolera, y cuatro agrícolas de México.

En la tesis se plantea el marco conceptual y las bases teóricas de la Geometría Fractal y del procesamiento de imágenes digitales. Después se describen los fundamentos, funcionamiento detallado y calibración de los algoritmos propuestos para calcular las dimensiones fractales, y se concluye con la caracterización de la estructura de los sistemas naturales desde el punto de vista fractal, analizando imágenes tomográficas de núcleos de YNF e imágenes de microscopía óptica de los suelos, además se presenta una nueva técnica de caracterización fractal, vía el análisis de la distribución de los tonos de gris, denominada Firma Fractal de los Tonos de Gris.

Los clasificadores empleados muestran que los sistemas evaluados presentan una estructura que puede ajustarse a un comportamiento fractal, que son capaces de identificar los diferentes patrones de porosidad y que la técnica de la Firma Fractal propuesta permite superar el problema de la segmentación. Finalmente se recomienda calibrar las dimensiones obtenidas con las propiedades físicas de los medios para conocer la interpretación físicas de estos clasificadores fractales.



ABSTRACT

In this research the Fractal Geometry has been used as mathematical suitable tool to characterize the static and dynamic properties of the natural systems that in addition allows to describe accurately the hierarchic systems, shaping across quantitative parameters and dynamic properties, the structure of heterogeneous means with tortuous interfaces.

A fractal is an object of complex appearance which, inside an interval of scales, every small part is a complete reply (property of auto-similarity), and presents a heterogeneous distribution in the space inside which is, with a "fractal dimension" usually a fractionary number, major than the dimension topological and minor than the Euclidian dimension corresponding.

Modern technology offers for the digital images acquisition the ones that are useful in numerous studies of fractal characterization. In this work, a theoretical methodological procedure of the treatment of images was established under the fractal approach. The aim was to develop a technology not slanted of segmentation of images and to calibrate it, characterizing the structural patterns of two natural systems: the naturally fractured deposits (YNF) of petroleum fields, and four agricultural soils of Mexico.

The thesis presents the conceptual frame and the theoretical bases of the Fractal Geometry and the processing of digital images. Later, it describes the foundations, detailed functioning and calibration of the algorithms proposed to calculate the fractal dimensions, and it concludes with the characterization of the structure of the natural systems from the fractal point of view, analyzing tomographic images of YNF's cores and images of optical microscopy of the soils, in addition it presents a new technology of fractal characterization, route the analysis of the distribution of the tones of grey, Fractal Signature called Firma Fractal de los Tonos de Gris.

The classifiers used show that the evaluated systems present a structure that can adjust a fractal behavior, which are capable to identify the different patterns of porosity and that the technology of the Firma Fractal proposed allows to overcome the problem of the segmentation. Finally, it recommends to calibrate the dimensions obtained with the physical properties of the means to know the physical interpretation of these fractal classifiers.



I. MARCO TEÓRICO GENERAL

1.1. TEORÍA DE FRACTALES

Todos los sistemas naturales presentan un complejo arreglo estructural a partir de diversas unidades elementales, cuyo origen depende de la naturaleza del sistema [Escultura, 2002]. Los rasgos principales que caracterizan el funcionamiento espacio-temporal de estos sistemas son la variabilidad y heterogeneidad [Balankin *et al.*, 2000]. Ambos rasgos determinan la rugosidad de los patrones espaciales y temporales de las medidas útiles para describir la estructura de un sistema cuya caracterización precisa y exacta es básica para conocer el mundo real [Mandelbrot, 1983]. Identificar y describir cuantitativamente la rugosidad de estos patrones, es el objetivo de la Geometría Fractal.

Numerosos patrones estructurales de sistemas y fenómenos naturales, presentan un comportamiento similar dentro de cierto intervalo de escalas de observación, independientemente de su origen [Avery *et al.*, 1998]. Los casos que evidencian este comportamiento son: la rugosidad de las fronteras de objetos irregulares [Diego, 2000], interfases sólido-poro de medios fracturados [Perrier *et al.*, 1999], sistemas de poros o fracturas que se forman en materiales naturales o artificiales [Nanjo, 1998; Ackermann, 2001], estructura de los compuestos físicos complejos como geles o polímeros, heterogeneidad de las aleaciones metálicas [Avery *et al.*, 1998], sistemas de cavernas, estructuras geográficas [Cheng, 1999] y sistemas ecológicos con organización jerárquica y estructuras biológicas irregulares, entre otros.

El fenómeno de similitud o simetría no sólo se limita al espacio, pues muchos patrones temporales de los sistemas de naturaleza compleja presentan el mismo comportamiento de carácter no lineal. Ejemplos de estos últimos son: la intensidad de la lluvia [Bejan, 2000], las variaciones de temperatura media anual, el flujo diario de un río [Turcotte, 2003], las fluctuaciones de los precios, el comportamiento de los mercados bursátiles [Mandelbrot, 2002]; los patrones estructurales espacio-temporales de la fragmentación, la sismicidad [Carpinteri, 2002], la actividad tectónica [Sornette y Pisarenko, 2003], la distribución de minerales dentro de las rocas [Oleschko, 2003] y diversos patrones geomorfológicos [Stoyan y Stoyan, 1994].

El hecho de que las estructuras similares se presenten en diferentes contextos de la naturaleza evidencia la existencia de algunas leyes universales [Escultura, 2001] que, en principio, parecen ocultas por los rasgos de evolución específicos de cada sistema particular [Badii y Politi, 1997].

Otro rasgo básico de las estructuras complejas es la multiescalaridad de la rugosidad. Balankin *et al.*, [2000] afirman que desde un punto de vista fenomenológico existen muchos aspectos en común entre todos los sistemas naturales, respecto a la rugosidad de las interfases, a pesar de que ésta se forma y crece por diferentes mecanismos y se observa a diversas escalas. Desde este punto de vista la rugosidad de las interfases puede ser vista como un simple problema de arquitectura, siendo su geometría independiente del origen del sistema. Cabe señalar que la rugosidad tiene un impacto directo sobre muchos fenómenos naturales, que van desde el crecimiento de colonias de bacterias, hasta el patrón de distribución de los incendios forestales [Vicente y Guillemant, 2002].

La mayoría de los sistemas en la naturaleza presenta una organización jerárquica, dentro de un intervalo de escalas que varía desde la subatómica (A°), hasta cientos e incluso miles de kilómetros. Se puede decir que esta jerarquía es una característica general de la naturaleza [Badii y Politi, 1997], y la búsqueda de la simetría de sus patrones es la tarea de la Geometría Fractal.

Del estudio de los sistemas jerárquicos naturales se derivó el concepto de “complejidad”, el cual se asocia con la presencia de un gran número de elementos en el sistema que se acomodan en el tiempo y en el espacio formando numerosos niveles de organización. Lo anterior dificulta la concordancia entre los modelos matemáticos y de simulación computacional con las observaciones. Por lo tanto, más que buscar una teoría omnicomprendiva, que explique los fenómenos estructurales, primero se debe seleccionar un conjunto de características típicas que describan, con precisión, el comportamiento complejo de los sistemas naturales y permita cuantificar sus principales rasgos, independientemente de la naturaleza del sistema [Badii y Politi, 1997; Escultura, 2002].

Balankin *et al.*, [2000] consideran que la descripción del comportamiento espacio-temporal de sistemas complejos, tiene que dirigirse a la predicción y prevención de las posibles fallas de estructuras ingenieriles, control de incendios forestales, e incremento de la producción de petróleo en yacimientos naturalmente fracturados. Este tipo de estudios es igualmente importante para el análisis de la degradación de los recursos naturales.

El punto central para modelar los objetos naturales es definir su geometría con la mayor precisión posible [Feder, 1988]. En cada campo de la ciencia se desarrollan y adaptan conceptos geométricos similares entre sí, que son empleados de manera intuitiva (*vrg.* morfología, espacio de cuatro dimensiones, textura, etc.). En el presente estudio, se pretende diseñar un marco teórico metodológico universal para el análisis de la rugosidad de los patrones estructurales en el espacio y en el tiempo.

A través del tiempo, las formas irregulares se han tratado de describir simplificándolas y empleando la geometría clásica de Euclides [Anderson *et al.*, 1996]. Sin embargo, la naturaleza tiende a ser accidentada, no diferenciable y no rectificable, por lo que empleando solamente líneas o círculos no puede describirse con la precisión y exactitud necesarias. Aunque la simetría sigue siendo el fenómeno integrador de todos los procesos y sistemas, está lejos de ser regular. La simetría fractal ofrece un nuevo enfoque para el estudio de los sistemas complejos.

1.1.1 Distribución de la materia en el espacio

Los conceptos filosóficos que constituyen la base de las ciencias naturales son: tiempo, espacio y materia. De estos tres se deriva un cuarto: el movimiento. Es común considerar que el tiempo y el espacio son formas de existencia del mundo real, mientras que la materia es una sustancia. En cualquier momento, una parte de la materia ocupa una determinada parte del espacio (Weyl, 1923). Desde los tiempos de Descartes, las ciencias naturales se dirigen hacia la descripción de los fenómenos naturales, con base en los conceptos mencionados: tiempo, espacio, materia y movimiento. Se sabe que el hombre es capaz de sentir el espacio desde su nacimiento, sin embargo, este concepto sigue siendo uno de los principales problemas metafísicos. También se reconoce que el tiempo es una forma primaria (o pro forma) de la conciencia, mientras que el espacio es una forma de la realidad material. Si el “tiempo” puede percibirse de un modo puramente intuitivo, el “espacio”, gracias a los griegos, se ha convertido en el objeto principal de la ciencia. El análisis de este concepto dio origen a la ciencia pura, sin embargo, hasta la fecha, la descripción cuantitativa de los cuatro conceptos mencionados, sigue siendo limitada y aproximada.

En lo que se refiere a la materia, antiguamente y *a priori*, se consideraba que la sustancia debe constituir el fundamento de cualquier cambio, y cada parte de ésta (que es la materia), puede medirse cuantitativamente. El origen sustancial se reflejó en la ley de conservación de la materia, que se aceptó como básica para describir todas las transformaciones que ocurren en la naturaleza. Sin embargo, el desarrollo de la física y particularmente los trabajos de Faraday y Maxwell, han contrapuesto a la materia otra realidad: el campo. Además, las matemáticas han roto la confianza total en la geometría Euclidiana. Posteriormente los trabajos de Alberto Einstein revolucionaron por completo la per-

cepción tradicional de los conceptos de espacio, tiempo y materia en las ciencias naturales.

El ser humano en todos sus actos, tiende a contraponer los rasgos de la realidad que percibe, vía los sentidos organolépticos, a los objetos físicos reales. A estos objetos se les atribuye la existencia, aceptándolos con tal forma, color y constitución, como los percibe e imagina el hombre. Todos los objetos físicos descritos de este modo, están rodeados y a veces penetrados, por un conjunto indeterminado y análogo de realidades, las cuales se unen entre sí formando el mundo, que desde sus orígenes, ocupa el espacio común (Weyl, 1923).

Desde los tiempos de Galileo, Descartes y Gobbse, se ha aceptado que la subjetividad de los rasgos cualitativos, constituye la base del método matemático constructivo, que dio origen a la física no cualitativa; por ejemplo según ésta, los colores en realidad son movimientos del éter. Kant fue el primero en postular no sólo los rasgos cualitativos, sino el espacio en sí, cuyos rasgos característicos no tienen un significado objetivo o absoluto, es sólo una forma de nuestra percepción. Se observa claramente la diferencia fundamental que existe entre la mecánica clásica, que acepta el tiempo y el espacio como formas absolutas de la realidad, y la teoría de la relatividad, que les asigna el rasgo de relativos. Por ejemplo en la teoría de la relatividad, el color no se entiende como el movimiento del éter, sino como una función matemática de cuatro variables independientes, tres corresponden a las dimensiones del espacio y una a la del tiempo.

El espacio se reconoce como una forma del mundo exterior. Entonces, cualquier objeto material puede cambiar su posición dentro del espacio, sin afectar su contenido. Con esta afirmación se define la homogeneidad del espacio, que constituye la base del concepto de “congruencia” y que es de gran utilidad para la geometría fractal.

Otro de los objetivos de la presente investigación, es seleccionar un conjunto de medidas precisas de la distribución de la materia en el espacio derivadas de imágenes digitales multiescalares de algunos sistemas naturales.

1.1.2. Geometría fractal

Para describir la geometría de los sistemas naturales complejos, Mandelbrot en su libro “The Fractal Geometry of Nature” [1983], dio inicio formal a una nueva geometría que él mismo denominó “Geometría Fractal”. Los conceptos fundamentales de esta disciplina, proporcionan un marco teórico intermedio entre el excesivo orden geométrico de Euclides y la Geometría del Caos, y permiten un mayor acercamiento cuantitativo a la descripción de

los patrones fragmentados e irregulares que existen en el Universo [Mandelbrot, 1983; Anderson *et al.*, 1996]. El objetivo básico de esta ciencia es describir la rugosidad de los fenómenos naturales [Mandelbrot, 2002].

Para cumplir con su propósito, la geometría fractal integra una serie de herramientas analíticas que constituyen su base, y que permiten describir y modelar a una familia de formas llamada “fractales”.

La palabra fractal, acuñada por Mandelbrot, es un neologismo derivado del adjetivo latino *fractus*; el verbo correspondiente en latín es *frangere* que significa quebrar para crear fragmentos irregulares. De este modo además de fragmentar, *fractus* también significa irregular y ambos sentidos se funden dando origen al término *fractal* [Mandelbrot, 1983].

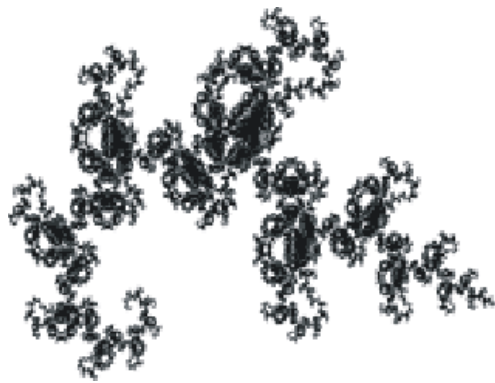
El rasgo más distintivo de los fractales es que dentro de las irregularidades de las formas que ellos representan existe un patrón regular, y que dichas irregularidades son estadísticas. Las formas fractales tienden a ser escaladas, lo que implica que el grado de su irregularidad y/o fragmentación es idéntico en todas las escalas de observación. El concepto central de la Geometría Fractal es la “dimensión fractal” [Mandelbrot, 1983; Falconer, 1995]. Los fractales pueden estar embebidos en cualquier espacio Euclidiano uni, bi, tri ó n-dimensional. Sin embargo, debido a su alta rugosidad no llegan a ocupar todo el espacio, por lo que una porción es ocupada por los poros. De este fenómeno se deriva el concepto de “dimensión fractal”. La dimensión fractal (valor fraccionario) es un parámetro cuantitativo que describe el grado de ocupación del espacio por el conjunto, además de otras propiedades del conjunto fractal [Pentland, 1984; Addison, 1997].

Las definiciones de fractal que se manejan en la literatura científica son diversas, pero todas se basan en los enunciados de Mandelbrot [1983], que resaltan una u otra característica inherente al fractal. La definición más sencilla fue propuesta por Addison [1997], que describe al fractal como un objeto autosimilar, cuyas ampliaciones de su imagen son copias (exactas o estadísticas) del objeto como un todo. Esta definición reconoce que el fractal posee simetría de dilatación a través de las escalas: cada pequeña parte del objeto es una réplica del todo. La Geometría Fractal ha proporcionado a los científicos e ingenieros una nueva forma de ver, y por lo tanto, de modelar al mundo que nos rodea. Médicos, biólogos, físicos, fisiólogos, geólogos, economistas e ingenieros han utilizado las herramientas de la Geometría Fractal y de la Teoría del Caos para explicar gran diversidad de fenómenos físicos, desde el crecimiento de árboles, formación de turbulencias, desarrollo de ciudades, crecimiento de fracturas y distribución de cráteres lunares, hasta padecimientos epidemiológicos [Addison, 1997].

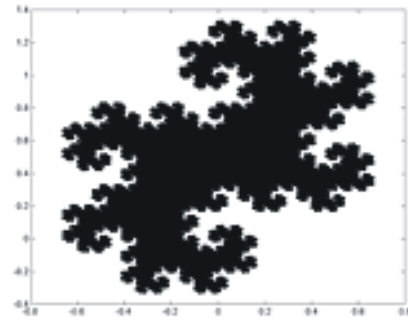
Las bases de la geometría fractal se han venido integrando a lo largo del tiempo, algunas de ellas son conocidas desde hace mucho, mientras que otras son totalmente nuevas. Sin embargo, el principal empuje para su progreso se dio gracias al desarrollo de los modernos sistemas de computación, que permiten procesar, a gran velocidad, considerables volúmenes de datos. Y que a través de operaciones iterativas, que repiten un gran número de veces reglas simples o ecuaciones analíticas, se crean fractales sintéticos con propiedades similares a los conjuntos naturales.

A la fecha, la geometría fractal se aplica a diversos campos de la ciencia, tanto teóricos como experimentales. De la teoría de fractales, se han derivado algunos conceptos de matemáticas y se han generado modelos que pronostican el comportamiento de los sistemas naturales en el tiempo y en el espacio [Pentland, 1986; Addison, 1997]. Los modelos mencionados pueden describir cambios en precios y distribución de salarios, estudiar los errores estadísticos en mensajes telefónicos, establecer la frecuencia de las palabras en textos escritos, así como describir el comportamiento de sistemas caóticos, [Feder, 1988; Huang *et al.*, 1994].

De este modo, se puede decir que para los fines del presente estudio, la Geometría Fractal se utiliza como una rama de las matemáticas que se encuentra en la interfase entre las matemáticas y la física, dirigida a la descripción de la rugosidad de los objetos irregulares y fragmentados que, de manera general, pueden agruparse en dos clases: los generados artificialmente por el hombre, llamados fractales sintéticos o fractales determinísticos, cuyos ejemplos se presentan en la Figura 1.1, y los que se encuentran en la naturaleza y que son conocidos como fractales naturales o estadísticos, representados en la Figura 1.2.



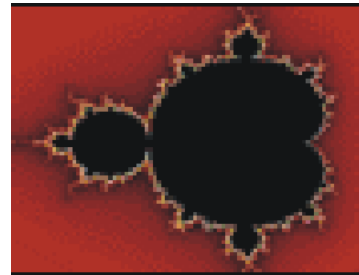
(a)



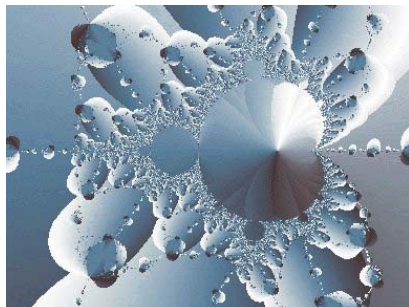
(b)



(c)



(d)



(e)



(f)

Figura 1.1
Ejemplo de fractales matemáticos: (a) Jongleur, (b) Conjunto de Julia o Dragón Sweep, (c) Curva de Koch o Snowflake, (d) Conjunto de Mandelbrot, (e) Glace-Ice y (f) Effervescence (de http://fractales.free.fr/eau_air/water.htm)

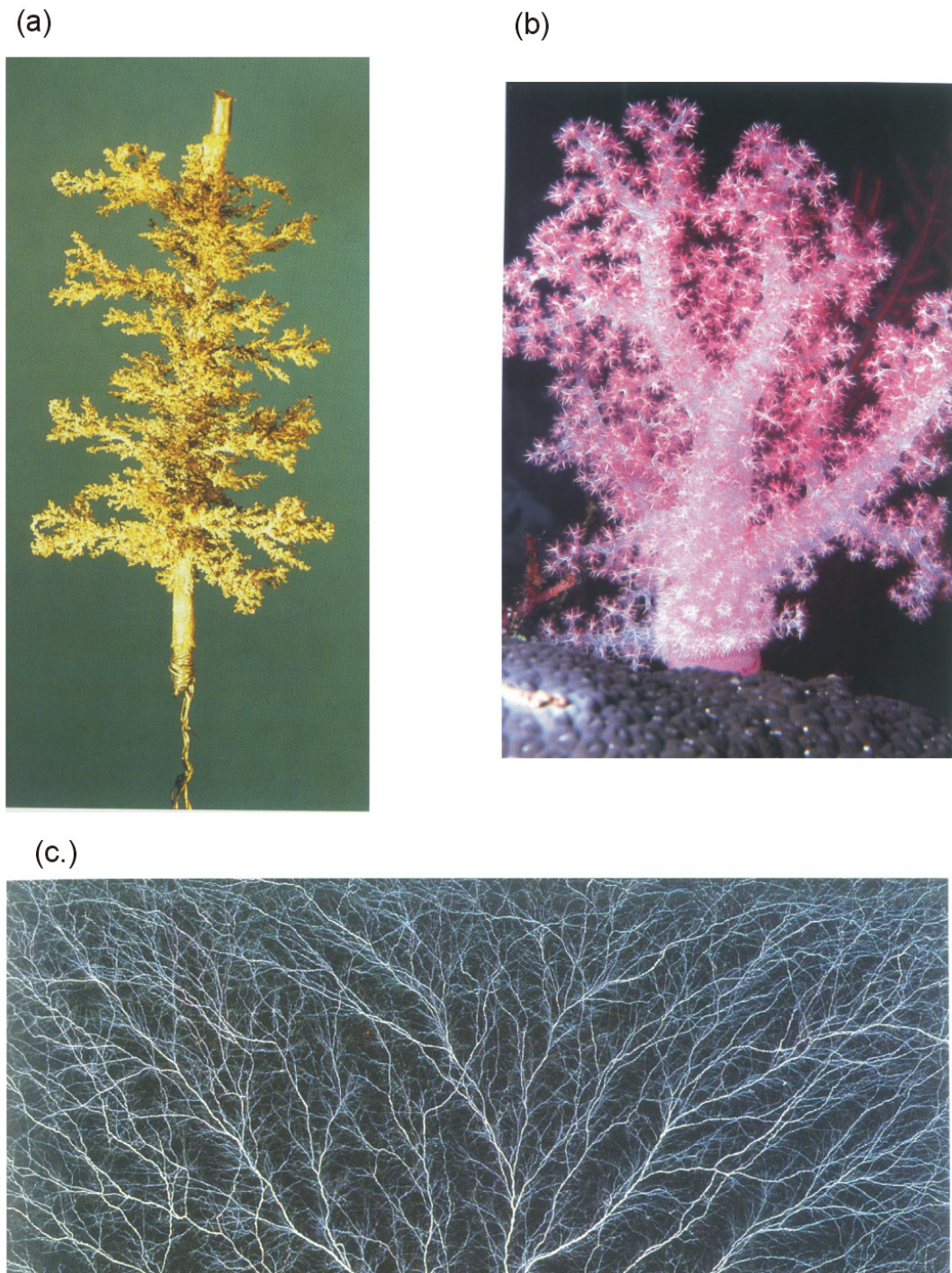


Figura 1.2
Ejemplo de fractales estadísticos: a)electrodo de metal ramificado, b)coral de la Isla Salomón y c)patrón de descarga de un bloque de polimetilmetalacrilato (adaptado de Bunde y Havlin eds., 1991)

Para entender la noción de fractal se puede pensar en la construcción de un fractal a partir de un segmento AB, que cumple con las siguientes características: acotado, recto, y definido por los límites del intervalo [0,1]. La construcción de un fractal determinístico se realiza en varias etapas de fraccionamiento; se inicia dividiendo el segmento AB (al cual Mandelbrot [1983] llamó “iniciador”), en fragmentos. En la etapa 1 el segmento se divide en tres partes iguales, se elimina la porción central y se mantienen los dos segmentos limitados por los intervalos [0,1/3] y [2/3,1]. La regla que describe la formación del producto de este primer fraccionamiento se denomina “generador”. En las siguientes etapas de división se repite el proceso descrito, aplicando la regla del fraccionamiento a cada segmento del conjunto y teóricamente, hasta el infinito. De este modo se construye un fractal matemático denominado “conjunto de Cantor” (Figura 1.3).

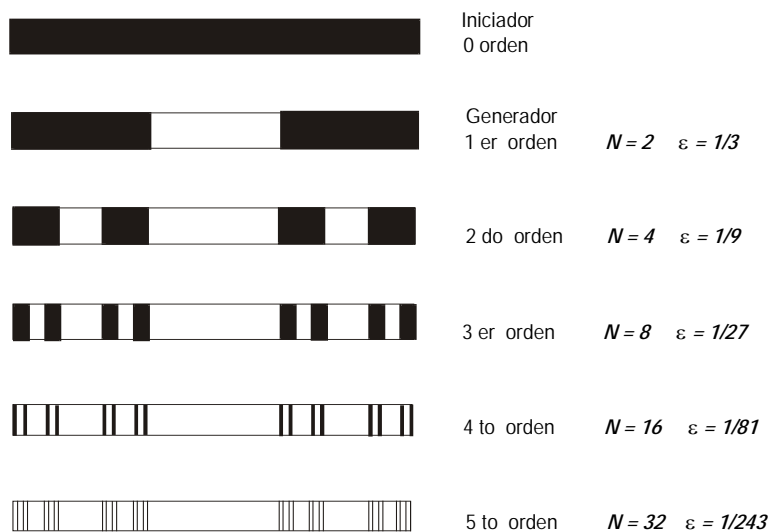


Figura 1.3.
Etapas de la construcción del conjunto de Cantor

En resumen, la construcción del fractal se realiza a partir de un “iniciador”, que puede ser un segmento de línea, un cuadrado, un cubo, o cualquier otra figura geométrica regular o irregular, que se fragmente aplicando alguna regla dada. El producto de la primer iteración de la regla resulta en un “generador”. Según Giménez *et al.*, [1997] el iniciador determina la dimensionalidad del conjunto a formarse, mientras que el generador define su geometría general y las características que se repiten a diferentes escalas. En la Figura 1.4, se muestran tres ejemplos clásicos de iniciadores y sus correspondientes generadores para tres fractales determinísticos.

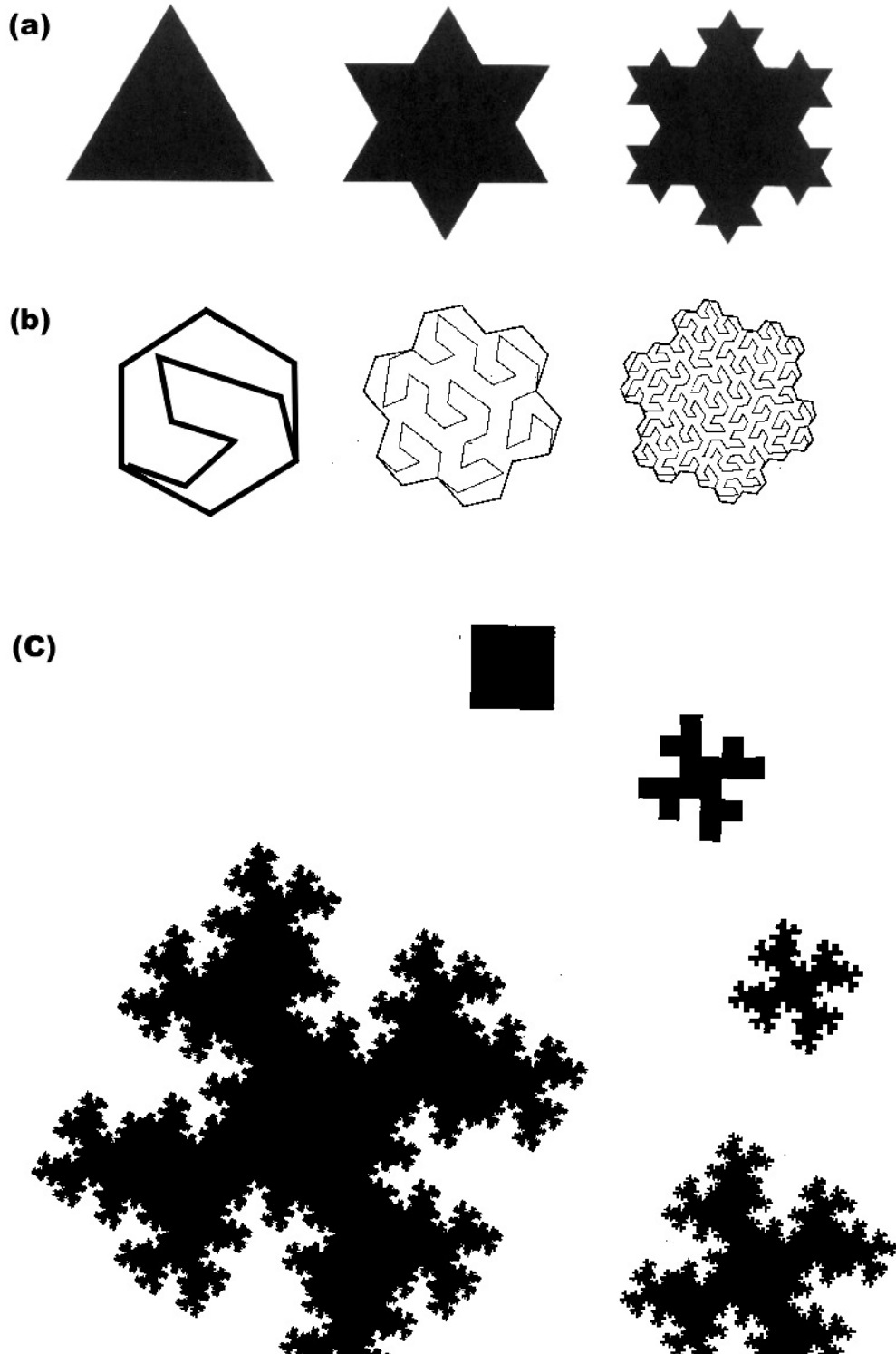


Figura 1.4
Etapas de construcción de fractales matemáticos: a) curva de Von Koch, b) isla de Von Koch y c) carpeta de Sierpinski (adaptado de Mandelbrot, 1983)

Los objetos naturales como árboles, relámpagos, ríos o costas, en un sentido estrictamente matemático, no son fractales, porque la característica fundamental de estos últimos, la autosimilitud, no se repite al infinito. Sin embargo, dentro de ciertos límites de escala (particulares para cada objeto), resulta útil aplicar los conceptos de geometría fractal para su descripción cuantitativa [Addison, 1997].

Con la finalidad de adaptar las herramientas de la geometría fractal a la descripción de los objetos naturales, resulta más útil emplear el concepto de fractales aleatorios o estadísticos [Mandelbrot, 1983]. Estos objetos fractales no presentan autosimilitud exacta, por lo que para identificarlos se introduce el concepto de “autosimilitud estadística”, que toma en cuenta los aspectos aleatorios de su generación. Cada pequeña parte de un fractal aleatorio, tiene las propiedades similares al todo pero en un sentido estadístico. De esta manera, los fractales estadísticos se aplican de manera eficaz a la descripción de una gran cantidad de objetos y procesos naturales [Addison, 1997].

1.1.2.1 Fractales auto-similares

La autosimilaridad es una propiedad de los fractales, la cual evidencia que si parte del fractal sufre alguna transformación en cualquier forma, ésta se mantiene similar al todo, por lo que se caracterizan como conjuntos isotrópicos. Matemáticamente Iovane [2003] define un proceso aleatorio autosimilar con las siguientes ecuaciones:

Sea \mathcal{R} un espacio real y $\gamma_r \in \mathcal{R}^+$ y para todo proceso $r > 0$,

$$X(s) \stackrel{d}{=} \gamma_r X(rs), \quad (1)$$

con $s \in \mathcal{R}$,

donde $\stackrel{d}{=}$ denota equivalencia en las distribuciones. La ecuación 1 es invariante bajo el siguiente grupo de transformaciones positivas: $X \rightarrow \gamma X$, $s \rightarrow rs$, $\gamma_r > 0$.

Dado que γ_r satisface las siguientes propiedades:

$$\gamma_{r_1 r_2} = \gamma_{r_1} \gamma_{r_2}, \quad \forall r_1, r_2 > 0, \gamma_i \neq 1$$

entonces:

$$\gamma_r = r^{-\delta}, \quad (2)$$

con $\delta \in \mathcal{R}^+$

Debido a la igualdad de la ecuación 2 la ecuación 1 se convierte en:

$$X(s) \stackrel{d}{=} r^{-\delta} X(rs), \quad (3)$$

con $s \in \mathcal{R}^+$,

Cuando un proceso satisface las ecuaciones 1 ó 3, se dice que es autosimilar o \square -autosimilar.

En una transformación autosimilar los puntos $x = (x_1, \dots, x_E)$ dentro de un espacio E-dimensional se cambian en nuevos puntos $x' = (rx_1, \dots, rx_E)$, manteniendo el mismo valor de la proporción del escalado r . Un conjunto fractal limitado de puntos S , es autosimilar con respecto a la relación de escalado r , si S es la unión de N subconjuntos no sobrepuestos S_1, \dots, S_N . Cada uno de los cuales es congruente con el conjunto $r(S)$, obtenido de S por la transformación de similaridad definida por $0 < r < 1$. En este enunciado, el término congruente significa que el conjunto de puntos S_i es idéntico al conjunto de puntos $r(S)$, después de las posibles traslaciones o rotaciones del conjunto. La dimensión de similaridad esta dada por:

$$D_s = \frac{\ln N}{\ln 1/r} \quad (4)$$

Frecuentemente los conjuntos son autosimilares dentro de un intervalo de escalas, límite inferior (microescala) y límite superior (macroescala). En estos conjuntos el método de conteo de caja (box-counting), es útil para calcular la dimensión fractal del objeto, la cual coincide con la dimensión de similaridad (D_s) [Fedder, 1988]. Esta dimensión fractal cuantifica la tortuosidad o la extensión del espacio que ocupa el fractal [Srivastava, 2000]. Pedryez *et al.*, (2003) mencionan que la autosimilaridad puede relacionarse con la medida de la complejidad geométrica del conjunto.

Actualmente se han desarrollado numerosos métodos para evaluar la dimensión fractal de los conjuntos auto-similares; entre los más utilizados se pueden mencionar: dimensión de caja, área-perímetro, masa, información y dimensión de regla.

1.1.2.2 Fractales auto-afines

Como un caso particular de autosimilitud se menciona la propiedad de autoafinidad. Esta característica aparece en numerosos procesos de la naturaleza como: los perfiles de fracturamiento en rocas [Dougan, 2000; Alves *et al.*, 2001], registros pluviométricos [Breslin y Belward, 1999; Miranda y Andrade 2001], patrones de las superficies terrestre y planetaria [Turcotte, 1997; Shepard y Campbell, 1999] y modelos de terrenos 3-d y series de tiempo de registros climáticos [Carr, 1997; Malamud y Turcotte, 1999; Dimri, 2000].

El ejemplo más típico de esta distribución lo representa el movimiento Browniano que describe una partícula. En este caso la posición de la partícula (X) y el tiempo de su

recorrido (t) son cantidades físicas diferentes, por lo cual no es posible escalar ambos parámetros con la misma proporción. Este hecho constituye la característica principal de los fractales autoafines. En una transformación autoafin los puntos $x = (x_1, \dots, x_E)$ se transforman en nuevos puntos $x' = (rx_1, \dots, rx_E)$, cuyas proporciones de escalado r_1, \dots, r_E no son iguales.

Un conjunto fractal auto-afín se caracteriza por ser anisotrópico y presentar diferentes factores de escala en sus coordenadas X, Y . De este modo, al hacer un remuestreo para obtener un conjunto similar al original, la dirección X habrá de multiplicarse por el factor a , mientras que para el eje Y se empleará el factor a^H y así se mantienen sus parámetros estadísticos. Carr [1997] define a H como la dimensión de Hurst con límites topológicos entre 0 y 1. Turcotte [1997] señala que un fractal estadísticamente autoafín, en un espacio xy bidimensional $f(rx, rH_a y)$, es estadísticamente similar a $f(x, y)$, donde H_a se conoce como la medida de Hausdorff.

1.1.3 Dimensiones fractales

La medida básica de un conjunto fractal es su “dimensión fractal”, que siendo un número fraccionario, es mayor que la dimensión topológica (D_T) correspondiente, y menor que la dimensión Euclidiana (D_E) del espacio en el cual se encuentra embebido el conjunto [Mandelbrot, 1983; Feder, 1988; Falconer, 1995; Addison, 1997].

Existen muchas definiciones de dimensión fractal las cuales relacionan este parámetro con el grado de irregularidad de los objetos [Pentland 1984], o con el grado y heterogeneidad de la ocupación del espacio por el conjunto [Mandelbrot, 1983].

Para comprender el sentido de la dimensión fractal se parte de las definiciones de dimensión Euclidiana y dimensión topológica, siendo ambas números enteros. La dimensión Euclidiana, concepto básico de la geometría clásica, es el número de coordenadas requeridas para especificar la posición de un objeto, dentro de un espacio dado [Addison, 1997]. La dimensión topológica es un concepto más elaborado, que se relaciona con los cambios de forma que puede sufrir un objeto como resultado de la compresión, estiramiento o cualquier otro efecto externo, sin alterar sus características esenciales. Los conceptos modernos, de la topología, fueron desarrollados por el matemático francés H. Poincaré (1854-1912) [Dauben, 2000]. Para ejemplificar el sentido de ambas dimensiones, en la Figura 1.5 se muestra un conjunto de objetos con los valores de sus dimensiones Euclidiana y topológica correspondientes.

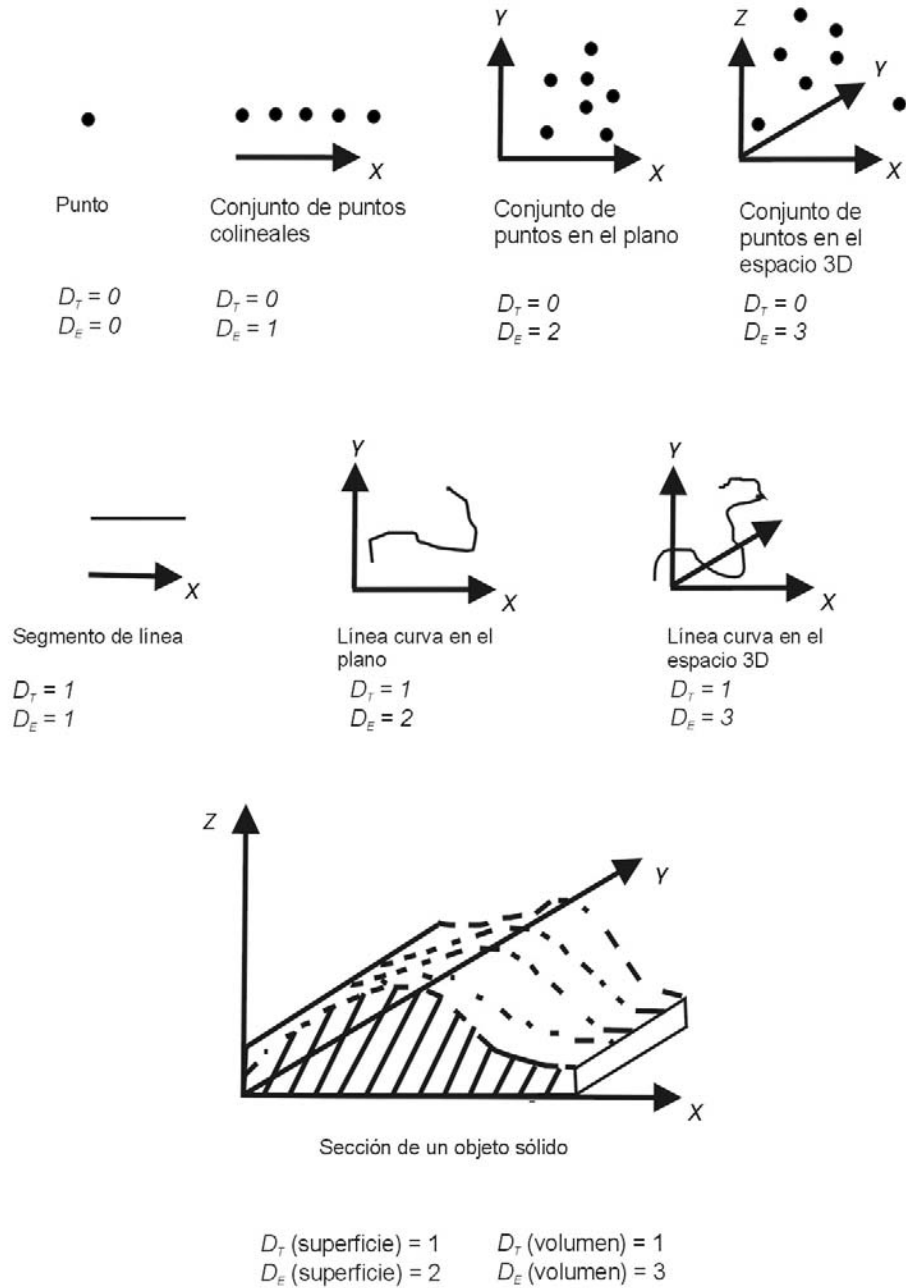


Figura 1.5
Ejemplo de dimensiones Euclidianas y topológicas de algunos objetos comunes (de Addison, 1997 p. 27)

Para entender la noción de dimensión fractal se hace referencia al ejemplo que presenta Addison [1997] al definir “dimensión de similitud”. El autor menciona que este concepto está estrechamente relacionado con el de escalado. Considérense la línea (L), la superficie (A) y el sólido (V) de la Figura 1.6; cada uno dividido en sub-longitudes, sub-áreas y sub-volúmenes por un elemento de longitud ε .

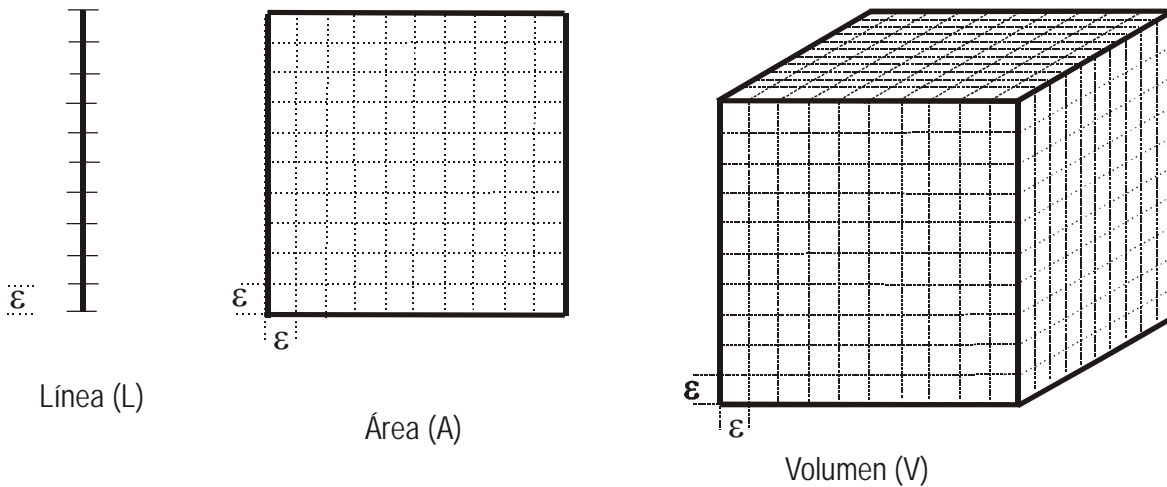


Figura 1.6

Línea, área y volumen unitarios escalados por un elemento de longitud ε (de Addison, 1997)

Si la línea se divide en N segmentos auto-similares más pequeños, cada uno de longitud ε , entonces ε es la proporción de la longitud total (L), que cumple con la relación ($L/\varepsilon=N$). Si $L = 1$, se tiene que:

$$L = N\varepsilon = 1, \tag{1}$$

es decir, la línea unitaria L está compuesta de N partes autosimilares de tamaño $\varepsilon=1/N$

La superficie ($A=1$), de la Figura 1.6, se divide en N segmentos de tamaño ε^2 cada uno y entonces se tiene:

$$A = N\varepsilon^2 = 1, \tag{2}$$

la superficie unitaria A está compuesta por N partes autosimilares, escaladas por $\varepsilon=1/N^{1/2}$.

Con una lógica similar para el volumen (V) se obtiene:

$$V = N\varepsilon^3 = 1. \tag{3}$$

El volumen sólido unitario V está formado por N partes autosimilares, escaladas como $\varepsilon=1/N^{1/3}$.

De las expresiones anteriores, se observa que el exponente de ε en cada caso es una medida de la dimensión del objeto (similitud); de tal manera, que la expresión general para cualquier espacio es:

$$N\varepsilon^{D_s} = 1, \quad (4)$$

Aplicando logaritmos a la expresión anterior se obtiene:

$$D_s = \frac{\log(N)}{\log\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)} \quad (5)$$

El subíndice s denota la dimensión de similitud.

La relación anterior se cumple para los objetos regulares, cuyas tres dimensiones (Euclidiana, topológica y de similitud) coinciden entre sí siendo números enteros. Sin embargo, la misma lógica es aceptable para los objetos fractales cuya dimensión D_s es fraccionaria. Así, para el conjunto de Cantor de la Figura 1.3, D_s se calcula como:

$$D_s = \frac{\log 2}{\log\left(\frac{1}{1/3}\right)} = \frac{\log 2}{\log 3} = 0.6309$$

Se sabe que para el conjunto de Cantor $D_E=1$, $D_T=0$ y $D_S=0.6309$, relaciones que cumplen con la regla general de la desigualdad: $D_E > D_S > D_T$, por lo que el conjunto de Cantor es un fractal con dimensión $D_S = 0.6309$.

En los fractales aleatorios o estadísticos, cuyas partes no son autosimilares de un modo exacto, no es posible utilizar la dimensión de similitud de manera tan simple, para caracterizar sus propiedades de escalado. Sin embargo, Pentland [1984] desarrolló un planteamiento similar al anterior para medir el área de una isla o la longitud de la playa (M). El método consiste en emplear una herramienta de medición de longitud ε , y especificar el número de veces que se requiere para cubrir con ésta la curva o el área medida (N). La ecuación que describe esta relación en términos matemáticos es:

$$M = N\varepsilon^{D_T}, \quad (6)$$

donde M es la propiedad métrica (la medida) estimada (vrg. longitud, área), y D_T , la dimensión topológica de la herramienta de medición.

El hecho de que la playa presente irregularidades, a todas las escalas, se convierte en un problema cuando se intenta medirla; dado que se pierden todas las rugosidades de la curva menores al tamaño de la herramienta de medición, sin importar el tamaño del instrumento seleccionado. Entonces, se puede decir que al estimar la longitud de la curva, la medida final dependerá tanto de la forma de esta, como del tamaño del instrumento de medición.

Para obtener una medida consistente de la longitud de la playa, se debe generalizar la noción de dimensión, e incluir las dimensiones fraccionarias como medidas más precisas de los detalles de las irregularidades de la curva. Emplear un exponente fraccionario en la Ecuación 7, significa compensar todos los detalles de la longitud o el área que no pueden estimarse con precisión, siendo de tamaño menor a ε . Esta dimensión fraccionaria se vuelve un estimador consistente de las propiedades métricas del conjunto y se denomina “dimensión fractal del conjunto”.

Si bien las bases matemáticas para definir los conjuntos fractales actualmente están bien establecidas, la relación entre un estimador de la dimensión fractal y un concepto matemático más estricto como el de dimensión de Hausdorff-Besikovitch o la de Minkowski-Bouligand, se puede especificar sólo llevando el fraccionamiento del conjunto a resoluciones infinitas. En la literatura se manejan varios tipos de dimensiones fractales, cada una de ellas caracteriza un determinado aspecto del fractal. Sin embargo en la práctica, la conexión exacta entre los conceptos de dimensión fractal y de Hausdorff-Besikovitch no es clara [Huang *et al.*, 1994].

En este punto queda claro que la dimensión fractal es un parámetro cuantitativo, característico de los conjuntos fractales. Es una medida de la complejidad o irregularidad de una curva, rugosidad de una superficie, segmentación de la textura de una imagen, o del grado de fragmentación de ciertos materiales. A esto se debe la popularidad que ha alcanzado esta variable unificadora, para explicar ciertos fenómenos y describir algunas texturas naturales. Por tanto, numerosos trabajos de investigación se han dedicado a desarrollar procedimientos prácticos para calcular la dimensión fractal de diversos sistemas, ya sean naturales o artificiales [Pentland, 1984; Turcotte, 1986; Sarkar y Chaudhuri, 1992; Hung *et al.*, 1994; Biswas *et al.*, 1998; Bushell *et al.*, 2002; Babadagli y Develi, 2003].

De manera formal, Falconer [1995] señala que la idea fundamental de la definición de dimensión, es calcular la “medida del conjunto a la escala δ ”. Un conjunto se puede caracterizar de tal forma, que se ignoran las irregularidades de tamaño menor a δ , observándose el comportamiento asintótico cuando la medida δ tiende a cero ($\delta \rightarrow 0$).

Por ejemplo: si F es una curva plana, entonces la medida $M_\delta(F)$, será el número de pasos de longitud δ , requeridos para atravesar F . La dimensión de F se determina por la siguiente ley de potencia:

$$M_\delta(F) \approx c\delta^{-s}, \quad (8)$$

para c y s constantes, se dice que F tiene dimensión s , donde c se considera como la longitud s -dimensional de F . Aplicando logaritmos la expresión se transforma en:

$$\log M_\delta(F) \cong \log c - \log \delta. \quad (9)$$

En el límite donde $\delta \rightarrow \infty$ y despejando s se llega a la siguiente expresión:

$$s = \lim_{\delta \rightarrow \infty} \frac{\log M_\delta(F)}{-\log \delta}. \quad (10)$$

La Ecuación 10 es básica para los trabajos de simulación computacional, o directamente para las mediciones experimentales de la dimensión fractal, cuando s se calcula como la pendiente de la gráfica doble logarítmica, que relaciona el número de intervalos de longitud δ con su tamaño. Los fenómenos reales se ajustan a un modelo fractal, sólo dentro de un intervalo finito de δ .

Para definir si una cantidad puede considerarse como una dimensión no existen reglas estrictas, pero se sabe que la variable debe cumplir con ciertos criterios para serlo. Los factores que determinan aceptar o no la definición de una dimensión, dependen en gran medida de la experiencia e intuición del investigador. Sin embargo, desde el punto de vista estrictamente matemático, es necesario que las definiciones de dimensión tengan implícitas ciertas propiedades, como las que señala Falconer, [2000] y se mencionan a continuación. Sean E y F subconjuntos del espacio Euclidiano n -dimensional \mathbb{R}^n :

Monotonicidad: Si $E \subset F$ entonces $\dim_H E \leq \dim_H F$.

Estabilidad: $\dim_H (E \cup F) = \max (\dim_H E, \dim_H F)$.

Estabilidad contable: $\dim_H (\bigcup_{i=1}^{\infty} F_i) = \sup_{1 \leq i < \infty} \dim_H F_i$.

Invarianza geométrica: $\dim_H f(F) = \dim_H F$ si f es una transformación de \mathbb{R}^n como traslación, rotación, similitud o afinidad.

Invarianza Lipschitz: $\dim_H f(F) = \dim_H F$ si f es una doble transformación de Lipschitz.

Conjuntos contables: $\dim_H F = 0$ si F es finito o contable.

Conjuntos abiertos: Si F es un subconjunto abierto en \mathbb{R}^n entonces $\dim_H F = n$.

Multiplicidad alisada: $\dim_H F = m$ si F es un múltiplo m -dimensional alisado.

La dimensión fractal puede tener un sin número de definiciones y la más apropiada dependerá de la naturaleza del trabajo [Anderson *et al.*, 1998]. Para una caracterización completa de cualquier fractal natural, se requiere de varias dimensiones fractales, cada una de las cuales explicará un aspecto diferente del sistema. A continuación se describen las dimensiones fractales más utilizadas en la descripción de los medios porosos [Anderson *et al.*, 1996, 1998; Oleschko *et al.*, 1998], cuya medición será el objeto de la presente investigación.

1.1.3.1 Dimensión fractal de masa (D_m)

Aquellos conjuntos que presentan una distribución interna de la masa no uniforme y auto-similar se denominan "masas fractales". Por ejemplo, en el caso del suelo, que es un sistema no compacto debido a la presencia de poros, aún en la fracción sólida se observa una clase de distribución no uniforme de la masa. La masa (M) en estos sistemas, se distribuye de un modo no trivial y se escala de acuerdo a la siguiente ley de potencia: $M \propto r^{D_m}$, donde D_m es la dimensión fractal de masa y es menor que la dimensión del espacio Euclidiano dentro del cual está inmerso el objeto fractal [Anderson *et al.*, 1998].

Esta dimensión describe las propiedades estructurales estáticas, incluyendo la heterogeneidad y habilidad de un conjunto para llenar el espacio. Además, en cuerpos porosos D_m se relaciona estrechamente y, de un modo directo, con el grado de compactación del material [Oleschko *et al.*, 2000]. En los medios fragmentados, tanto el conjunto de sólidos como el de poros, puede caracterizarse vía la dimensión fractal de masa [Perrier, 1999]. Sin embargo, para un mismo sistema, de acuerdo con la definición de fractal, arriba discutida, sólo uno de los conjuntos puede tener comportamiento estrictamente fractal, siendo el otro su complemento. Ambos conjuntos no pueden ser fractales al mismo tiempo, pues en el infinito se desvanecerían con la fragmentación del sistema [Oleschko *et al.*; 1997].

1.1.3.2 Dimensión fractal espectral (\bar{d})

Mientras que la dimensión fractal de masa es una medida de las características estructurales estáticas, la dimensión espectral o fractón (\bar{d}), describe las propiedades dinámicas de los patrones fractales. Originalmente la dimensión espectral, se empleó para cuantificar las vibraciones de los átomos que muestran una estructura fractal, y para definir la difusión o flujo de partículas, a lo largo de un camino definido por una geometría fractal [Orbach, 1986]. Se ha demostrado que dos objetos pueden tener la misma dimensión fractal de masa y ser completamente diferentes en apariencia, debido a sus diferentes lagunari-

dades [Mandelbrot, 1983] que pueden ser cuantificadas a través de la dimensión espectral. Esta dimensión es también una medida de la conectividad de un patrón: valores mayores de \bar{d} reflejan caminos más continuos y menos tortuosos [Anderson *et al.*, 1998]. Los límites topológicos de \bar{d} van de 1 para espacios totalmente tortuosos a 2 para espacios totalmente continuos.

1.1.4 Métodos de estimación de las dimensiones fractales

Los métodos empíricos diseñados para la caracterización fractal de un medio poroso, se dividen en dos grupos [Crawford *et al.*, 1999]. El primer grupo de métodos utiliza las imágenes multiescalares del sistema de interés, extrayendo las medidas de la distribución, conectividad o tortuosidad de las unidades elementales, directamente de una imagen, en el espacio uni, bi o tri dimensional. El segundo grupo de métodos caracteriza los patrones estructurales a través de mediciones indirectas como: la capacidad de retención de agua, la cantidad de moléculas de diverso origen adsorbidas sobre superficies e interfases, la distribución de poros por tamaño medida vía porosimetría de mercurio y dispersión de rayos X [Gomendy *et al.*, 1999; Rice *et al.*, 1999; Sokolowska y Sokolowski, 1999].

Numerosos trabajos han documentado que el análisis de las imágenes empleando programas de cómputo, es hasta ahora el método más confiable de medición de los parámetros fractales de los conjuntos auto-similares [Crawford *et al.*, 1993; Oleschko, 1998], por lo que varios grupos de investigación a nivel mundial han enfocado su trabajo a desarrollar y afinar las metodologías simples, precisas y exactas, capaces de extraer la dimensión fractal de poros y sólidos a partir de su imagen.

1.1.4.1 Conteo de caja o "box-counting"

Desde la concepción de la Geometría Fractal como una disciplina científica, el conteo de caja ha sido la técnica más empleada para calcular la dimensión fractal a partir de imágenes. En los últimos años se han desarrollado numerosos algoritmos para el cálculo de la dimensión fractal, con base en el conteo de caja tradicional, para el análisis fractal de los sistemas naturales. Esta técnica destaca por la relativa facilidad de para obtener la medición señalada. [Feder, 1988; Falconer, 1995; Biswas *et al.*, 1998; Rigby, 1998; Cheng, 1999].

De manera práctica y muy general, Anderson [1998] describe los principios básicos del método de conteo de caja de la siguiente manera: para determinar la dimensión fractal de masa (D_m) de cualquier espacio poroso (D_{mp}) o de la fracción sólida (D_{ms}), basta relle-

nar la fase de interés con cajas de tamaño progresivamente más grande. Cada caja medirá $m \times m$ píxeles. Para cada valor de m se realiza el conteo del número de cajas $N(m)$, ocupadas por la fase de interés. Al incrementarse m , $N(m)$ disminuye. El valor de D_{mp} o D_{ms} , para cualquier imagen, se define como la pendiente negativa de la gráfica $\ln N(m)$ vs. $\ln(m)$.

Falconer [1995] describe el procedimiento de conteo de caja de manera más formal, señalando que su aplicación inicial se realizó en los años treinta del siglo pasado, y que a partir de esta técnica se derivaron conceptos matemáticos de gran utilidad tales como: entropía de Kolmogorov, dimensión de entropía, dimensión de capacidad, dimensión métrica, densidad logarítmica o dimensión de información.

Su desarrollo lo hace a partir de considerar a \mathbf{F} un subconjunto limitado y no vacío en \mathcal{H}^n y $N_\delta(\mathbf{F})$ el número menor de círculos con diámetro $< \delta$, que cubre a \mathbf{F} . Las dimensiones de caja superior e inferior de \mathbf{F} se definen como:

$$\underline{\dim}_B F = \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{\log N_\delta(F)}{-\log \delta}, \quad (11)$$

$$\overline{\dim}_B F = \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{\log N'_\delta(F)}{-\log \delta}. \quad (12)$$

En la igualdad de ambas expresiones se llega al valor común de la dimensión de caja de \mathbf{F} .

$$\dim_B F = \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{\log N_\delta(F)}{-\log \delta}. \quad (13)$$

Existen varias definiciones equivalentes a la dimensión de caja, que algunas veces son más convenientes. Considérese la colección de cubos en la malla δ -coordenada de \mathcal{H}^n , por ejemplo cubos de la forma:

$$[m_1\delta, (m_1 + 1)\delta] \times \dots \times [m_n\delta, (m_n + 1)\delta],$$

donde m_1, \dots, m_n son enteros (se entiende por "cubo" un intervalo en \mathcal{H}^1 y un cuadrado en \mathcal{H}^2). Sea $N'_\delta(\mathbf{F})$ el número de cubos de la δ -malla que intersectan \mathbf{F} . Todos ellos forman una colección de conjuntos $N'_\delta(\mathbf{F})$ de diámetro $\delta\sqrt{n}$ que cubren a \mathbf{F} , así:

$$N_{\delta\sqrt{n}}(\mathbf{F}) \leq N'_\delta(\mathbf{F}). \quad (14)$$

Si $\delta\sqrt{n} < 1$ entonces:

$$\frac{\log N_{\delta\sqrt{n}}(F)}{-\log(\delta\sqrt{n})} \leq \frac{\log N'_\delta(F)}{-\log\sqrt{n} - \log\delta}, \quad (15)$$

tomando como límites a $\delta \rightarrow 0$

$$\underline{\dim}_B F \leq \underline{\lim}_{\delta \rightarrow 0} \frac{\log N'_\delta(F)}{-\log \delta}, \quad (16)$$

Y

$$\overline{\dim}_B F \leq \overline{\lim}_{\delta \rightarrow 0} \frac{\log N'_\delta(F)}{-\log \delta}. \quad (17)$$

Por otro lado, cualquier conjunto de diámetro de al menos δ está contenido en las mallas de cubos 3^n de lado δ . Así $N'_\delta(F) \leq 3^n N_\delta(F)$, y aplicando logaritmos se obtienen las desigualdades opuestas a las ecuaciones anteriores. Para encontrar la dimensión de caja se toma $N_\delta(F)$ como el número de cubos de la malla de lado δ que intersectan F .

Esta definición proporciona una interpretación sólida del significado de la dimensión de caja. El número de cubos de la malla de lado δ que intersecta al conjunto de interés, es un indicador de la irregularidad o expansión de un conjunto examinado a una escala δ . La dimensión refleja qué tan rápidamente crece el grado de la irregularidad con la disminución de $\delta \rightarrow 0$.

Falconer [1995] menciona cinco procedimientos útiles para encontrar la dimensión de caja de una frontera fractal no vacía que limita un subconjunto F en \mathcal{H}^n , (donde \mathcal{H}^n es el espacio Euclidiano n-dimensional). Para este propósito, el número de cuadros de la malla $[N_\delta(F)]$ de lado δ que se toma para el cálculo de la dimensión es: a) el menor número de círculos de radio δ que cubre F ; b) el menor número de cubos de lado δ que cubre F ; c) el número de cuadros de la δ -malla que intersecta a F ; d) el menor número de círculos de diámetro de al menos δ que cubran F , y e) el mayor número de círculos separados de diámetro δ con centro en F .

La conclusión más importante obtenida por estos procedimientos empíricos, es que todos los puntos del fractal deberán estar incluidos en los cubos medidores de la malla. Si algunos puntos del conjunto fractal se excluyen del análisis, o si se emplean imágenes dilatadas o erosionadas, para incrementar la apreciación visual de las fronteras entre sólidos y poros, como en los trabajos de Crawford *et al.*, [1993]; Anderson *et al.* [1996] o Baveye *et al.*, [1998], el valor de la dimensión fractal estimada pierde la exactitud requerida y puede llegar a ser erróneo o no lo suficientemente preciso [Oleschko, 1999].

1.1.4.2 Caminos aleatorios continuos en el tiempo "continuous time random-walk" (CTRW)

Desde las observaciones realizadas por Robert Brown [1928], numerosos procesos en física, química y biología, se han descrito y modelado utilizando el concepto de caminos

aleatorios (random walk) mejor conocido como movimiento Browniano. Actualmente, se ha documentado ampliamente la naturaleza autosimilar de procesos dinámicos como difusión y percolación en medios porosos [Turcotte, 1997; Dimri, 2000] con lo que se justifica la introducción de las técnicas fractales y los caminos aleatorios a la modelación de estos procesos. Entre estos últimos destacan por su importancia el flujo a través de rocas porosas, y la migración de masa y energía en sistemas de percolación, donde los sitios de concentración de energía o de mayor probabilidad de interacciones se distribuyen aleatoriamente [Feder, 1988; Blumen *et al.*, 1984].

Un camino Browniano se modela como una función $f(t):\mathfrak{R}\rightarrow\mathfrak{R}^n$, donde $f(t)$ es la ubicación de una partícula al tiempo t . El tiempo t se define tomando en cuenta dos aspectos: en el primero, el camino $f([t_1, t_2])=\{f(t):t_1\leq t\leq t_2\}$ es un subconjunto de \mathfrak{R}^n ; en el segundo enfoque se analiza la gráfica de f , $f=\{t, f(t):t_1\leq t\leq t_2\}$, como un registro de la variación de f en función del tiempo. Tanto los caminos Brownianos como sus gráficas, son generalmente fractales [Falconer, 1995].

Con el objeto de definir el movimiento Browniano en una dimensión, considérese una partícula desplazándose aleatoriamente sobre una línea recta. Supóngase que a pequeños intervalos de tiempo τ , la partícula salta, de manera aleatoria, pequeñas distancias δ , a la derecha o a la izquierda de las trayectorias rectilíneas. Sea $X_\tau(t)$ la posición de la partícula al tiempo t . Entonces, la posición $X_\tau(kt)$ corresponde al tiempo kt , $X_\tau((k+1)\tau)$ será igual a $X_\tau(kt)+\delta$ o $X_\tau(kt)-\delta$, y corresponderá a los saltos de las partículas. Asumiendo que la partícula se ubica en el origen en el tiempo 0, cuando $t>0$, la posición de la partícula al tiempo t se describe por la variable aleatoria $X_\tau(t)=\delta(y_1+y_2+\dots+y_{[t/\tau]})$, donde $(y_1, y_2, \dots, y_{[t/\tau]})$ también son variables aleatorias independientes con probabilidad de $\frac{1}{2}$ de llegar a ser 1 ó -1 . Cada longitud de paso δ se normaliza por $\sqrt{\tau}$ así, $X_\tau(t)=\sqrt{\tau}(y_1+\dots+y_{[t/\tau]})$. La función obtenida presenta una distribución normal con media 0 y varianza 1, y describe el movimiento Browniano con el límite del camino aleatorio $X_\tau(t)$ que se alcanza cuando $\tau\rightarrow 0$.

Falconer [1995] describe al movimiento Browniano como un proceso aleatorio en X con las siguientes características:

- Presenta probabilidad 1, $X(0)=0$ (el proceso comienza en el origen) y $X(t)$ es una función continua de t .
- Para cualquier $t\geq 0$ y $h>0$ el incremento $X(t+h)-X(t)$ es una distribución normal con media 0 y varianza h , así:

$$P(X(t+h) - X(t) \leq x) = (2\pi h)^{-1/2} \int_{-\infty}^x \exp\left(-\frac{u^2}{2h}\right) du.$$

- Si $0 \leq t_1 \leq t_2 \leq \dots \leq t_{2m}$ los incrementos $X(t_2) - X(t_1)$, ... $X(t_{2m}) - X(t_{2m-1})$ son independientes.

Anderson [1998] relaciona el movimiento Browniano con la dimensión fractal espectral (\bar{d}) de Orbach [1986], la cual se estima haciendo pasar un número determinado de caminos aleatorios a través del patrón fractal de interés, empleando la siguiente expresión:

$$S(t) \propto \left[(t^{d/D_m}) \right]^{D_m} \equiv t^{d/2}, \quad (18)$$

donde $S(t)$ es el número de los distintos sitios visitados en el tiempo t , que cambia en función únicamente de d .

En el caso de las imágenes bidimensionales para modelar los caminos aleatorios continuos en el tiempo (CTRW), se selecciona, de manera aleatoria, un pixel inicial para cada camino dentro del conjunto de poros o sólidos de la imagen. Desde este pixel inicial parte una partícula de manera aleatoria hacia uno de los ocho pixeles que lo rodean. Este desplazamiento se repite continuamente en cada pixel alcanzado, si éste no ha sido visitado con anterioridad, se añadirá 1 al número total de sitios visitados $S(n)$. Si el pixel ya fue visitado previamente se agrega 0 a $S(n)$ y 1 al número de pasos nulos (n). Crawford *et al.*, [1993] terminan un camino cuando la partícula toca el límite de la imagen. Anderson *et al.*, [1996] finalizan el camino después de 100 pasos nulos (pasos que llegan a un pixel visitado previamente). La gráfica $\log S(n)$ vs. $\log n$ se ajusta a una recta cuya pendiente es $\bar{d}/2$. Los valores de \bar{d} se obtienen promediando entre 10^3 y 10^4 caminos aleatorios individuales que se diseñan sobre mallas de 440x320 pixeles [Crawford *et al.*, 1993]. Anderson *et al.*, [1996] recomiendan utilizar 5000 caminos para el análisis de las imágenes que miden 1000x1000 pixeles.

De la revisión anterior se concluye que la geometría fractal es una herramienta matemática, actualmente en pleno desarrollo, que permite caracterizar de manera cuantitativa ciertos parámetros estructurales de los sistemas naturales porosos. Por el momento el uso de imágenes digitales es la vía más simple para medir estos parámetros fractales aplicando diversos paquetes de cómputo.

1.2. IMÁGENES DIGITALES

Desde el comienzo de la ciencia la observación visual ha jugado un papel importante. Sin embargo, al inicio, las imágenes se utilizaron únicamente para documentar, hacer una descripción cualitativa e ilustrar los fenómenos observados [Jähne, 1997].

El desarrollo de las técnicas de exploración y registro de los objetos naturales, así como el progreso tecnológico de la ciencia de la computación, han permitido generar, vía imágenes, información multiescalar y multitemporal cuantitativa, precisa y exacta de los sistemas estudiados. Esta información se adquiere a través de señales, cuya geometría depende de las características del sistema con el que interactúan. En la mayoría de los casos, la imagen del objeto estudiado resulta de la interacción entre las señales emitidas y las propiedades del medio. Algunas de las técnicas que permiten obtener imágenes multiescales son: percepción remota vía satélites, registros aéreos y sísmicos, radares, tomografía computarizada de rayos X, así como microscopía óptica y electrónica [Oleschko, 1995, Martínez y Perez, 2000].

Las técnicas del procesamiento de imágenes digitales se han dirigido: a) mejorar la apariencia visual e información gráfica del objeto, con el propósito de incrementar la precisión en la interpretación de sus propiedades y de las condiciones del medio y b) preparar imágenes para modelar características y estructuras presentes en la escena, vía la simulación computacional [Russ, 1994; Bresson y Moran, 1998].

En la actualidad, las imágenes digitales se utilizan como una poderosa herramienta de análisis, en todas las ciencias naturales. En medicina, el tratamiento de imágenes se dirige a incrementar el contraste entre los niveles de intensidad del color para facilitar la interpretación de las imágenes de rayos-x y otras técnicas biomédicas de exploración. Los geógrafos utilizan herramientas similares para estudiar los patrones de vegetación, el crecimiento urbano y la contaminación, extrayendo los parámetros característicos de las fotografías aéreas o registros de satélite [Kolibal y Monde, 1998]. Los procedimientos de restitución se emplean para procesar representaciones degradadas de objetos no recuperables, o de resultados experimentales que no pueden duplicarse. En arqueología, se han restaurado exitosamente pinturas dañadas. En física, el procesamiento de imágenes mejora las representaciones de experimentos, en áreas científicas tan importantes como plasma de alta energía y microscopía electrónica. En astronomía, biología, medicina nuclear, defensa y aspectos industriales, el tratamiento de imágenes también ha encontrado aplicaciones exitosas [Gonzalez y Woods, 1992].

1.2.1 Naturaleza de una imagen digital

Una imagen digital se define como un arreglo bidimensional de cuadros contiguos, a los que se les llama *pixeles* (picture element). Cada pixel se identifica por una posición única que mantiene dentro de la escena. En la ciencia del suelo la escena generalmente es un suelo o alguno de sus componentes, visto a la escala seleccionada para resaltar la estructura de interés [Horgan, 1998].

Gonzalez y Woods [1992] definen el concepto de imagen como una función bidimensional $f(x, y)$, de la intensidad de luz, donde x y y representan coordenadas espaciales y $f(x, y)$ es proporcional a la luminosidad o tono de gris de la imagen en ese punto. Una imagen digital es una representación $f(x, y)$ discretizada tanto en sus coordenadas espaciales como en su luminosidad. Puede considerarse una matriz cuyos índices, de hileras y columnas, definen cada punto en la imagen, y el valor correspondiente al elemento de la matriz identifica el tono de gris en ese punto. Los elementos de este arreglo digital (pixeles), forman el patrón que refleja la estructura del objeto original [Castleman, 1996].

El tamaño de una imagen digital varía según su aplicación, no obstante, existen ventajas al utilizar arreglos regulares (cuadráticos), con tamaños y números de tonos de gris enteros, que pueden representarse por potencias de 2. Por ejemplo, un tamaño típico comparable en calidad a una imagen monocromática de TV, resulta del arreglo de 512 x 512 pixeles con 128 niveles de gris [Gonzalez y Woods, 1992].

1.2.2 Manejo de imágenes

Para procesar una imagen se requiere contar con herramientas de hardware, software y un marco teórico del tema que se pretende extraer de dicha imagen. En la Figura 1.7, se representa un esquema general de las etapas que involucra el procesamiento de imágenes.

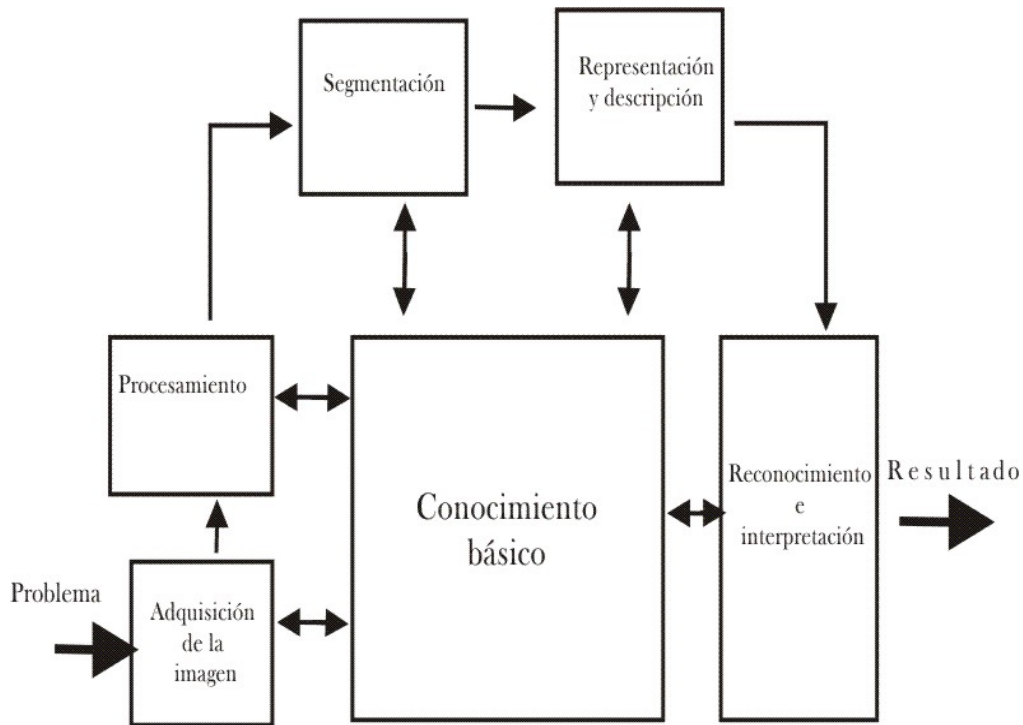


Figura 1.7.
Etapas teóricas en el análisis de imágenes (de Gonzalez y Woods, 1992).

1.2.2.1 Adquisición

Para obtener una imagen, se requiere un dispositivo sensible a una banda de longitud de onda en el espectro electromagnético, (ondas de radio, bandas de rayos-x, ultravioleta, visible o infrarrojo), capaz de captar la imagen y producir una señal de salida eléctrica, proporcional al nivel de energía percibido. El siguiente paso es digitalizar la imagen a través de un dispositivo que convierta la señal eléctrica de salida en un formato digital.

1.2.2.2 Almacenamiento

Las imágenes digitales se guardan en bits, que es la unidad mínima de almacenamiento digital. Una imagen de 8-bits de tamaño 1000×1000 píxeles, ocupa un espacio de 10^6 bytes. El archivo de imágenes puede ser de tres tipos: 1) de tiempo corto para utilizar las imágenes durante el procesamiento, 2) en línea que permite un acceso rápido y 3) para archivar aquellas que se requieren con poca frecuencia o que ya fueron analizadas.

1.2.2.3 Procesamiento

En la etapa de procesamiento se utilizan numerosos algoritmos diseñados con propósitos específicos. La mayoría de estas operaciones pueden realizarse utilizando algún software comercial. Sin embargo, un algoritmo especializado es útil para los tratamientos específicos de las imágenes, o bien, para incrementar la velocidad con la que se ejecutan algunas aplicaciones [Parrot, 1998]. En el mercado se pueden adquirir diversos paquetes de cómputo que permiten realizar desde el procesamiento básico hasta tratamientos especializados sobre imágenes digitales. Los algoritmos y tratamientos que se desarrollan en la presente investigación pertenecen a esta etapa del manejo de imágenes. Su objetivo principal es cuantificar el patrón estructural de los medios porosos naturales.

1.2.2.4 Despliegue o edición

Los dispositivos comunes para desplegar o visualizar una imagen digital son los monitores. Éstos se controlan por módulos especializados del hardware que tiene la computadora a la que están conectados. La impresión de las imágenes es otra forma de visualizar la información; muchas veces es útil al iniciar el procesamiento. Actualmente, se cuenta con numerosas herramientas y equipos que permiten obtener imágenes impresas de alta calidad como: impresoras láser, papel de calidad fotográfica y software especializado.

Las etapas descritas constituyen el manejo integral de las imágenes digitales. En la presente investigación el pre-procesamiento tiene una importancia primordial para realizar el análisis fractal, por lo que en los siguientes capítulos se describe detalladamente, enfatizando sobre todo la selección del umbral que permite segmentar las imágenes de los sistemas naturales evaluados en dos partes: la de interés para el análisis y su complemento .

1.2.3 Representación en el espacio raster

Las imágenes digitales se manejan en formato raster, el cual representa a los objetos por medio de celdas. La información de estas celdas se codifica por medio de matrices o señales numéricas. Los fenómenos reales son señales continuas o análogas, por lo tanto, cuando un objeto o fenómeno natural se pretende representar a través de una imagen, esas señales continuas deben transformarse a señales numéricas. A esta operación de conversión se le denomina remuestreo.

La reconstrucción o remuestreo de una señal numérica bidimensional, se realiza por medio de la malla de Dirac $S(x,y)$, que atraviesa la señal real $R(X,Y)$ proveniente de

un sensor remoto. La siguiente expresión matemática representa la ecuación de la malla de Dirac [Parrot, 1997]:

$$S(x, y) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} \sum_{j=-\infty}^{\infty} \delta(x - i\Delta x, y - j\Delta y).$$

La señal discreta $F(x, y)$ se calcula como:

$$F(x, y) = R(x, y) \cdot S(x, y) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} \sum_{j=-\infty}^{\infty} R(i\Delta x, j\Delta y) \cdot \delta(x - i\Delta x, y - j\Delta y).$$

El muestreo bidireccional se hace dentro de una red de puntos distribuidos uniformemente. Los objetos están formados por un conjunto de puntos elementales conocidos como píxeles.

La representación del espacio raster se hace a través de una rejilla o malla de unidades regulares de igual forma y tamaño, en cada unidad de la rejilla o celda se registra el valor que caracteriza al objeto representado.

La malla puede estar formada por una de las tres figuras elementales: cuadrados/rectángulos, triángulos regulares o hexágonos, los primeros son los más utilizados. Un aspecto crucial en el modelo raster es el tamaño de la unidad base de la malla, cuanto más pequeña sea esta última más precisa será la representación digital del objeto.

En la organización raster cada estructura de datos se registra de manera particular para representar los elementos de la imagen así: un punto lo define una celda codificada por una matriz columna, renglón; un segmento es un conjunto de celdas conectadas entre sí de manera adyacente; y una región se define como un conjunto de celdas contiguas entre sí [García, 2000]. Conocer las relaciones que se establecen entre las celdas o píxeles de una representación raster, es necesario para entender y definir el comportamiento de los objetos que conforman las imágenes estudiadas.

La ventana más pequeña de análisis en la representación raster es de tres por tres es decir, nueve píxeles. Con esta ventana se comienzan a definir las nociones topológicas que permiten el manejo de imágenes. El primer concepto a manejar es el de vecindad, el cual hace referencia a los píxeles que comparten sus lados o sus esquinas, con un píxel central. El píxel central comparte sus lados con cuatro píxeles vecinos (4-vecindario); el píxel central comparte sus esquinas con ocho píxeles vecinos (8-vecindario). Estos conceptos son la base para el desarrollo del código de Freeman, que se muestra en la Figura 1.8 [Parrot, 1997].

1	2	3
8	P	4
7	6	5

Figura 1.8.
Representación del Código de Freeman (Parrot, 1997)

La imagen de un objeto contiene curvas y a partir de éstas se extraen los contornos. El código de Freeman permite describir un contorno y definir las características de una línea recta basándose en las siguientes reglas: 1) la expresión del código de Freeman solamente emplea dos dígitos, 2) sólo uno de los dígitos presenta una ocurrencia consecutiva, 3) la secuencia de los códigos es repetitiva, a lo que se le conoce como “ritmo de los motivos”, y 4) presenta la propiedad de cuerda [Parrot, 1997].

A continuación se definen las relaciones básicas entre píxeles, que permiten comprender cómo se generan los contornos y las formas dentro de una imagen según González y Woods [1992].

Vecindad entre píxeles

Un píxel p , de coordenadas (x,y) , tiene cuatro píxeles vecinos. A los píxeles ubicados horizontal y verticalmente les corresponden las siguientes coordenadas: $(x+1, y)$, $(x-1, y)$, $(x, y+1)$, $(x, y-1)$. Este conjunto de píxeles llamados *4-vecinos* de p , se representan por $N_4(p)$, cada uno encontrándose a una distancia unitaria de (x, y) . Si (x, y) , se encuentra en el borde de la escena algún vecino de p caerá fuera de la imagen.

Los otros cuatro vecinos son diagonales a p y tienen las siguientes coordenadas: $(x+1, y+1)$, $(x+1, y-1)$, $(x-1, y+1)$, $(x-1, y-1)$. Se representan por $N_D(p)$. En conjunto estos puntos se denominan *8-vecinos* de p , representados por $N_8(p)$. Como antes, alguno de los puntos de $N_D(p)$ pueden estar fuera de la imagen si (x, y) se encuentra en el borde.

Conectividad entre píxeles

La conectividad entre píxeles es un concepto importante empleado para establecer las fronteras o límites de los objetos dentro de una imagen. Para establecer si dos píxeles

están conectados, debe determinarse si son adyacentes en algún sentido (4 u 8-vecinos) y si su tono de gris satisface un criterio específico de similitud (mencionar si son iguales). Por ejemplo, en una imagen binaria con valores de 0 y 1, dos pixeles podrían ser 4-vecinos pero no estar conectados, a menos que tuvieran el mismo valor.

Sea V el conjunto de valores de tonos de gris empleado para definir la conexión; por ejemplo, en una imagen binaria $V = \{1\}$ para la conexión de los pixeles con valor de 1. Para una imagen en tonos de gris, cuya conexión estuviera definida por un rango de tonos de gris de 32 a 64 ó $V = \{32, 33, 34, \dots, 63, 64\}$. Generalmente se consideran tres tipos de conexión:

- a) *conexión-4*. Dos pixeles p y q con valores de V presentan conexión-4 si q pertenece al conjunto $N_4(p)$.
- b) *conexión-8*. Dos pixeles p y q con valores de V presentan conexión-8 si q pertenece al conjunto $N_8(p)$. Es decir, se toman en cuenta todos los vecinos del píxel central.
- c) *conexión- m (conexión mezclada)*. Dos pixeles p y q con valores de V presentan conexión- m si:

1. q está en $N_4(p)$, o
2. q está en $N_D(p)$ y el conjunto $N_4(p) \cap N_4(q)$ es un conjunto vacío. (Este es el conjunto de pixeles que son 4-vecinos, tanto de p como de q y cuyos valores se encuentran en V).

La conexión mezclada es una modificación de conectividad-8 y se introduce para eliminar conectividades por caminos múltiples que, frecuentemente, se presentan cuando se utiliza la conectividad-8. Por ejemplo, considérese el arreglo de pixeles que se muestra en la Figura 1.9. Para $V = \{1\}$, los caminos entre 8-vecinos del píxel central se dibujaron por una línea punteada en la Figura 1.9b. Nótese la ambigüedad en los caminos de las conectividad, que resultan de la 8-conexión. Esta ambigüedad se elimina cuando se utiliza la m -conexión, como se muestra en la Figura 1.9c.

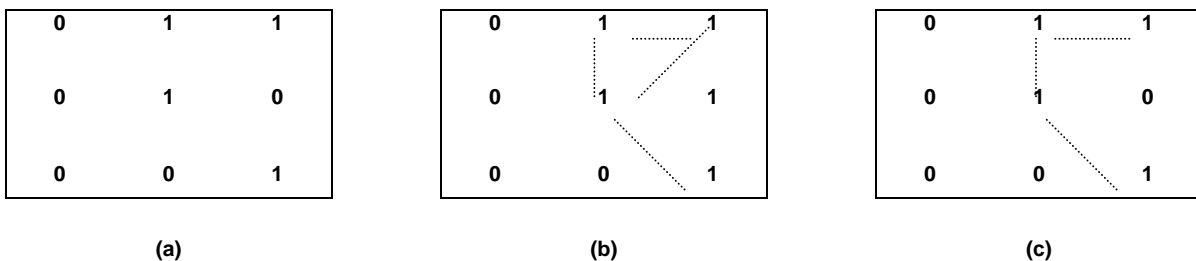


Figura 1.9.

a) arreglo de pixeles; b) 8-vecinos del píxel central; c) m -vecinos del píxel central (líneas punteadas muestran las posibles conexiones entre el píxel central y sus vecinos)

Un pixel p es adyacente a un pixel q si ambos están conectados. Se puede definir 4-pixeles adyacentes, 8-adyacentes o m -adyacentes, dependiendo del tipo de conexión especificada. Dos subconjuntos S_1 y S_2 de una imagen son adyacentes, si algún pixel de S_1 es adyacente a alguno de S_2 .

Un camino desde el pixel p con coordenadas (x,y) hacia el pixel q con coordenadas (s, t) , es una secuencia de distintos pixeles con coordenadas

$$(x_0, y_0), (x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n),$$

donde $(x_0, y_0) = (x, y)$ y $(x_n, y_n) = (s, t)$, (x_i, y_i) es adyacente a (x_{i-1}, y_{i-1}) , $1 \leq i \leq n$, y n es la longitud del camino. Se pueden definir 4-, 8- o m - caminos, dependiendo del tipo de adyacencia especificada.

Si p y q son pixeles que pertenecen al subconjunto S de una imagen, entonces p está conectado a q en S , si hay un camino de p a q cuyos pixeles están completamente contenidos en S . Para cualquier pixel p en S , el conjunto de pixeles en S que están conectados a p , se llaman "componente de conexión" de S . Así, cualesquiera dos pixeles de un componente de conexión, están conectados uno a otro, y distintos componentes de conexión, están desconectados.

La habilidad para asignar diferentes etiquetas a varios componentes conectados o desconectados de una imagen, es de fundamental importancia en el análisis automático de imágenes, y especialmente en el diseño de los caminos Brownianos.

1.2.4 Reconocimiento de formas

Un sistema de reconocimiento de formas a partir de una imagen digital, está integrado por seis aspectos fundamentales. El desarrollo lógico y apropiado del reconocimiento de las mismas, permite el aprendizaje y la toma de decisiones correctas para el manejo del objeto de interés. Estos seis aspectos son descritos por Parrot [1997] de la siguiente manera:

- a) Mundo físico.- Se refiere a la porción de la naturaleza que se desea estudiar, llámesele mineral, cubierta edáfica o yacimientos naturalmente fracturados.
- b) Código de conversión.- Es el mecanismo que permite extraer las características del mundo físico, es decir, las señales del espacio continuo a un mundo digital, empleando sensores (cámaras, escaners o radares). Además, se incluye la respuesta que las características físicas proporcionan a una imagen.
- c) Pretratamiento.- Cualquier imagen obtenida del mundo físico presenta rasgos distorsionados del objeto real, lo que interfiere en el análisis y evaluación de los parámetros de interés. Debido a esto es necesario hacer un pretratamiento de la imagen con el

propósito de eliminar el ruido, aislar el objeto de interés, determinar el umbral de análisis, efectuar correcciones geométricas, homogeneizar los datos y/o filtrar la imagen.

- d) Aprendizaje.- Permite definir las formas a estudiar a través de implementar los algoritmos más adecuados, que logren extraer la información requerida de las imágenes evaluadas.
- e) Toma de decisiones.- Es la etapa más importante del proceso de reconocimiento de formas; se refiere a la búsqueda del modelo más adecuado, que permita obtener resultados precisos y seguros. Entre las técnicas que se pueden emplear, se mencionan: clasificación automática, discriminación funcional, métodos estadísticos y métodos estructurales [Parrot, 1997].

1.2.5 Histograma de una imagen

Cuando se pretende realizar mediciones sobre una imagen las características a evaluar tienen que ser claramente definidas, ya sea por límites, brillo o distribución de las tonalidades. Las mediciones pueden realizarse sobre la escena completa o sobre cualquier componente de la imagen [Russ, 1994]. Sin embargo, el análisis de las imágenes comúnmente se orienta a extraer aquellas características que permitan identificar los objetos de interés, aislarlos del entorno o fondo de la escena y realizar las mediciones subsecuentes [Jain, 1989; Gómez-Allende, 1994; Castleman, 1996 y Jähne, 1997].

La herramienta más útil y sencilla para iniciar el procesamiento de imágenes digitales es su histograma; el cual resume los niveles de luminosidad que corresponden a los tonos de gris que se aprecian sobre una imagen. Su manejo adecuado permite el realce de los componentes de una fotografía para mejorar su calidad. Además es una herramienta básica en ciertos procesos de segmentación [Gómez-Allende, 1994; Castleman, 1996].

El histograma es una función que relaciona cada tono de gris con el número de píxeles que ese tono ocupa dentro de la imagen. La abscisa representa los tonos de gris y la ordenada la frecuencia de su ocurrencia (en número de píxeles). En algunas imágenes, cuando se observa la saturación de alguno de los tonos es necesario normalizar el histograma, entre 0 y 1, con el propósito de emplear la frecuencia relativa.

El histograma de una imagen, básicamente proporciona dos parámetros de interés: el rango dinámico y el grado de contraste. El rango dinámico se refiere a todos los posibles tonos de gris que realmente se encuentran en la escena. En general, una imagen con un rango dinámico reducido presenta una calidad muy pobre, con un elevado nivel de ruido. Sin embargo, es posible manipular el histograma original para incrementar su rango

dinámico y consecuentemente, mejorar su calidad visual. El grado de contraste de una imagen, se identifica por cambios abruptos en la frecuencia relativa del número de píxeles, ocupados con diferentes tonos de gris. La presencia de picos en el histograma, refleja una imagen con alto contraste [Gómez-Allende, 1994].

Cuando una imagen se resume en su histograma se elimina toda información espacial. El histograma sólo especifica el número de píxeles que tiene cada tono de gris, pero no proporciona información sobre la localización de los píxeles correspondientes. Así, una imagen se caracteriza por un solo histograma, pero un mismo histograma puede provenir de diferentes imágenes, no comparables entre sí [Gómez-Allende, 1994; Castleman, 1996]. En el presente estudio, para conservar la información espacial sobre la distribución de los tonos de gris, se manejaron además del histograma, los mapas de ubicación de los píxeles con sus correspondientes tonos de gris.

La información de un histograma puede emplearse en diferentes etapas del trabajo, por ejemplo en el proceso de digitalización, se recomienda revisar el histograma para determinar si la tonalidad de la imagen digital es la que se requiere para propósitos de la investigación. Algunos métodos de selección de los tonos de gris que definen el umbral, en el proceso de segmentación, se basan en la información del histograma .

1.2.6. Segmentación de imágenes

La segmentación es la etapa crucial en cualquier sistema de tratamiento de imágenes, tanto por la importancia de sus resultados, como por las dificultades que conlleva su realización. Segmentar una imagen significa dividirla en áreas que corresponden a diferentes objetos. De cierta manera este procedimiento es un reconocimiento, ya que una vez segmentada la imagen, los diferentes objetos se encuentran perfectamente ubicados dentro de ella [Du Buf *et al.*, 1990; Gómez-Allende, 1994].

Jähne [1997] define la segmentación como una operación intermedia entre el procesamiento inicial de una imagen y su análisis. El objetivo de la segmentación es establecer la pertenencia o no, de cada píxel a un conjunto de interés [Chang *et al.*, 2002]. En otras palabras, cada píxel adquiere una etiqueta distintiva. El píxel analizado es igual a uno, si pertenece al objeto e igual a cero, si ocurre lo contrario. Este procedimiento genera una imagen binaria dividida en regiones, sobre la cual se identifican las discontinuidades como las fronteras entre regiones. La binarización es una operación especialmente importante para el análisis fractal, pues el mundo fractal comúnmente se reconoce como binario [Vosst, 1993].

Las numerosas técnicas de segmentación con las que se cuenta a la fecha, funcionan aceptablemente sobre escenas no complejas, cuyas características son: a) no poseer objetos sobrepuestos y b) que los objetos tengan niveles de intensidad uniformes o cuasi-uniformes [Gómez-Allende, 1994]. Es claro que con las dos restricciones anteriores, el universo de trabajo se reduce drásticamente en relación al universo físico real. Sin embargo, autores como Chaudhuri y Sarkar [1995] han desarrollado técnicas basadas en probabilidad y estadística, que permiten segmentar aquellas imágenes de sistemas reales que no cumplen fielmente con las características anteriores. Incluso Jansing y colaboradores [1999], han empleado modelos basados en el uso de fractales para la segmentación de imágenes aéreas.

Jähne [1997] describe tres procedimientos de segmentación elemental: a) técnica basada en el pixel: utiliza únicamente los valores de la tonalidad de cada pixel; b) método de regionalización: analiza los tonos de gris de regiones completas y c) delimitación de fronteras: detecta límites y trata de llenarlos. Los tres procedimientos tienen como base el uso de la información local, y aún así, ésta se utiliza de un modo claramente parcial.

1.2.7 Definición del umbral (thresholding)

El problema de segmentar una imagen para definir las fronteras entre sus constituyentes implica plantearse la pregunta: ¿Cuál es el tipo de información que se desea extraer de una imagen? La respuesta depende totalmente de la persona que se encuentre trabajando con la imagen, así como de los conocimientos a priori que se pueden tener del tema de estudio y de la propia imagen [Turner *et al.*, 1998]. Las técnicas de preprocesamiento de imágenes, como la definición de un umbral, poseen un marcado carácter experimental y sesgado, y se encuentran todavía en una etapa poco formalizada [Gómez-Allende, 1994; Castleman, 1996].

Definir un umbral para una imagen es básicamente un problema de clasificación de píxeles, cuyo objetivo es obtener dos grupos: en uno ubicar aquellos píxeles que pertenecen al tema de estudio y, en el segundo, a los que forman parte del entorno [Chang *et al.*, 2002].

Segmentar una imagen mediante la selección de un umbral es una técnica útil para definir regiones en escenas que contienen objetos sólidos dentro de un entorno contrastante. Implica utilizar un proceso de cómputo simple y es una técnica precisa cuando se identifican regiones desunidas, con límites conectados y cerrados. Es una herramienta ampliamente utilizada en la reproducción de medios tonos, reconocimiento automático de

objetos, diseño de sistemas de navegación visual por vehículos autónomos, aplicaciones industriales de visión computacional y análisis de imágenes biomédicas [Chang *et al.*, 2002].

Cuando se define un umbral para segmentar una imagen, todos los píxeles se ubican por arriba o por abajo del umbral del tono de gris seleccionado. El límite es entonces, el conjunto de puntos interiores, cada uno de los cuales tiene al menos un vecino fuera del objeto.

La definición de umbral funciona adecuadamente, si el objeto de interés presenta en su interior un tono de gris uniforme y se encuentra embebido en un fondo con un tono diferente y contrastante, pero también uniforme. Si además del tono de gris el objeto difiere de su entorno por otra propiedad, como la textura, antes de realizar la segmentación se puede transformar la propiedad a nivel de gris y entonces tratar la imagen con el umbral de tono de gris [Wang *et al.*, 2002].

Definir un umbral global es la técnica más sencilla para trazar fronteras. El tono de gris seleccionado se mantiene constante sobre toda la imagen, y si el entorno presenta tonos de gris más o menos uniformes y todos los objetos tienen un contraste similar con el entorno, entonces, el umbral global puede funcionar satisfactoriamente a condición de que el intervalo de tonos haya sido seleccionado apropiadamente.

En muchas situaciones, los tonos de gris en el entorno no son constantes y el contraste de los objetos varía dentro de la imagen. Debido a esto, el umbral que funcione correctamente sobre un área de la imagen podría no ser adecuado en otra. Bajo esta situación, es conveniente emplear un umbral que varíe lentamente en función de la posición de la imagen. A este umbral se le denomina umbral adaptado [Chang *et al.*, 2002; Belkasim *et al.*, 2003].

El valor exacto del tono de gris, determinado como umbral, habrá de tener efectos considerables en la posición del límite y sobre el tamaño de los objetos extraídos, a menos que un objeto en la imagen tenga algún tono extremadamente alto. Esto significa que las subsecuentes medidas del tamaño (particularmente del área), sean sensibles a la selección del tono de gris señalado como umbral. Por esta razón, se requiere de un método óptimo, o al menos consistente, para establecer el umbral. Algunas de las técnicas de la selección del umbral descritas en la bibliografía, se discuten a continuación.

1.2.7.1 Técnica del histograma

Una imagen que contenga un objeto dentro de un entorno contrastante, estará representada por un histograma bimodal (Figura 1.10). Las dos crestas corresponden al mayor

número relativo de puntos, dentro y fuera del objeto. El valle entre los dos picos corresponde a los pocos puntos distribuidos alrededor de los bordes del objeto. En esta situación es común utilizar la información del histograma para seleccionar el tono de gris que habrá de emplearse como umbral.

En la Figura 1.10 se observa que si el umbral se ubica en el valle del histograma, al incrementar el umbral de T a $T + \Delta T$, ocurre un ligero decremento en el área, por lo tanto, si el valor del umbral se localiza en el valle, se minimiza la sensibilidad de las mediciones del área, a pequeños errores en la selección del umbral.

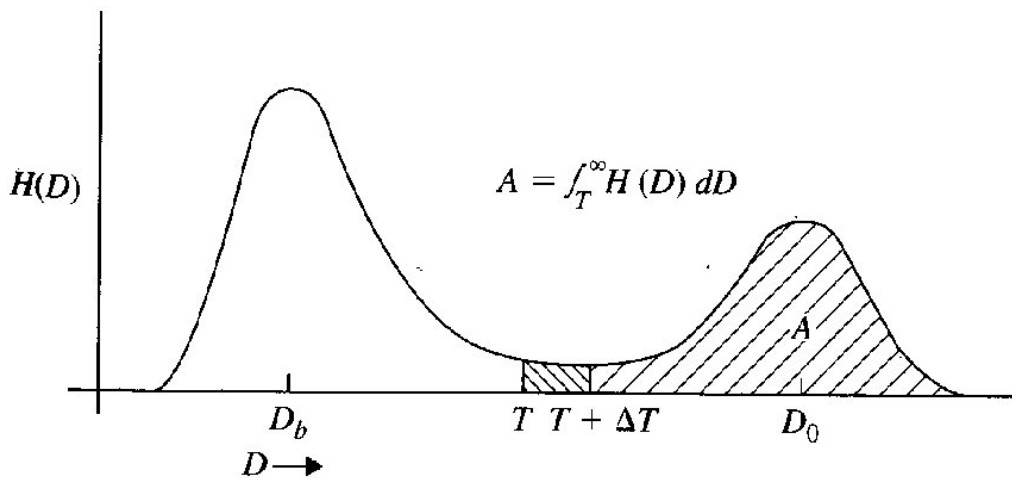


Figura 1.10
Representación de un histograma bimodal (de Castleman, 1997)

Un método más seguro para la segmentación, consiste en ubicar el umbral en una posición relativa a las dos crestas, por ejemplo, a la mitad entre ellas. Los picos representan la moda de los tonos de gris de mayor ocurrencia que existen al interior y al exterior de los objetos. En general, estos parámetros pueden estimarse con mayor confianza que los de menor ocurrencia, como los valles del histograma.

Otros métodos alternativos para trabajar con el histograma, consisten en obtener un histograma únicamente de aquellos píxeles que tengan un alto gradiente de magnitud relativo, por ejemplo, por arriba del 10%. Esto evita considerar un gran número de píxeles interiores y exteriores, haciendo más accesible el valle del histograma.

También se puede dividir el histograma en gradientes promedio de píxeles a intervalos de tonos de gris, para llegar a realzar el valle o promediar el nivel de gris de los píxeles con mayor gradiente para determinar el umbral.

1.2.7.2 Segmentación por umbral adaptado

En este caso, inicialmente la imagen se divide en sectores de 100x100 píxeles, se obtiene el histograma de cada sector y se determina el umbral intermedio entre la cresta y el valle. Aquellos sectores con un histograma unimodal, se excluyen del análisis.

La técnica consta de dos pasos: durante el primero, los límites de los objetos se definen utilizando el tono de gris del umbral, que fue constante para cada sector; los objetos así definidos no se extraen de la imagen, sino que se calcula el tono de gris medio al interior de cada objeto. En la segunda etapa se define un umbral propio para cada objeto, que corresponde a la mitad entre su tono de gris interior y el tono de gris del sector principal de su entorno.

1.2.7.3 Segmentación utilizando fractales

El proceso de segmentación de imágenes digitales también ha involucrado conceptos fractales para proponer diversos métodos de segmentación [Chaudhuri y Sarkar, 1995; Liu y Chang, 1997]. Uno de los procedimientos descritos se realiza en dos etapas. En la primera, a partir de una imagen raster, se clasifica cada píxel si pertenece a cierto tipo de textura cuando se compara con sus píxeles vecinos. A la imagen resultante de esta clasificación se le denomina imagen de medición o imagen calibrada. En la segunda etapa, a un grupo de píxeles similares y contiguos, al interior de la imagen calibrada, se le aplica un algoritmo de detección de fronteras, el cual se basa en operaciones de derivadas matemáticas. La primer derivada $\partial/\partial x$ muestra los extremos de un lindero y la segunda derivada $\partial^2/\partial x^2$, cruza el eje cero donde el lindero tiene su gradiente más alto [Turner *et al.*, 1998]. Así quedan definidas las regiones que conforman a la imagen.

De la revisión anterior se concluye que, el medio más confiable para realizar un análisis fractal sobre sistemas artificiales o naturales, es a través de sus imágenes. Es importante tener claro, que el manejo de las imágenes por sí mismo es toda una disciplina y que los resultados que se obtengan del análisis fractal dependerán totalmente de la manipulación de las imágenes, antes y durante el análisis; sobre todo del procedimiento de segmentación para extraer los conjuntos de interés.

Hasta ahora los procedimientos para definir el umbral de una imagen no están estandarizados, por lo que en el presente estudio, se adaptaron algunas técnicas para definir los umbrales de los sistemas analizados, a partir de sus imágenes digitales y así calcular sus dimensiones fractales con los algoritmos propuestos.



II. ALGORITMOS PARA EL ANÁLISIS FRACTAL DE LAS IMÁGENES DIGITALES

2.1. INTRODUCCIÓN

En el presente capítulo se discuten los fundamentos, diseño, funcionamiento y calibración de los algoritmos básicos diseñados en el Laboratorio de Análisis Fractal de los Sistemas Naturales (*LAFSINA*), con el propósito de extraer un conjunto de dimensiones fractales a partir de imágenes digitales bidimensionales. Una de las ventajas de haber desarrollado estos programas es la posibilidad de controlar uno por uno los parámetros de entrada, así como el conocimiento total de los procedimientos y operaciones que se efectúan para calcular las dimensiones fractales.

Una vez desarrollado el concepto de fractales por Mandelbrot [1983], se presentó el reto de proponer procedimientos matemáticos y computacionales para calcular los parámetros fractales de los sistemas estudiados [Jaggi, 1993]. En la literatura se reportan numerosos algoritmos que permiten el cálculo de diferentes dimensiones fractales. Muchos de los cuales tienen bases teóricas generales discutidas anteriormente, como el conteo de caja o el diseño de caminos aleatorios.

Los procedimientos empleados para el cálculo de las dimensiones fractales deben ser evaluados desde el punto de vista de la optimización del tiempo de procesamiento y la precisión de los cálculos [Kolibal y Monde, 1998], así como el significado físico de los valores obtenidos. A continuación se mencionan algunos trabajos que proponen algoritmos particulares para el cálculo de las dimensiones fractales a partir de imágenes digitales.

2.2. MARCO TEÓRICO

Muchos de los fenómenos considerados como fractales, se pueden analizar a través de sus imágenes digitales. Sin embargo, esta representación queda limitada por la resolución del píxel y el tamaño de la imagen, de tal manera que obtener una dimensión precisa del conjunto a partir de su imagen, generalmente resulta difícil, restringiendo los cálculos a una estimación aproximada [Klinkenberg 1994].

En la literatura existe un gran número de procedimientos para estimar dimensiones fractales, además continuamente se generan nuevos métodos y algoritmos. Para seleccionar el método más adecuado, se debe averiguar en primera instancia, si el rasgo a evaluar es autosimilar o autoafín. Ciertos métodos permiten trabajar con objetos de cualquier naturaleza,

mientras que otros, sólo se aplican a conjuntos autoafines o autosimilares, o presentan restricciones según la naturaleza del objeto [Klinkenberg, 1994]. La interpretación de las dimensiones fractales obtenidas por diferentes métodos, requiere considerar aspectos como el efecto que pudiera tener el método o el modelo fractal sobre las diferencias entre las dimensiones teóricas y estimadas [Brown, 1987; Dubuc *et al.*, 1989; Andrieu, 1992].

El trabajo de Klinkenberg [1994], cuyo resumen aparece en el Cuadro 2.1, ofrece una revisión de los métodos empleados para determinar las dimensiones fractales,

Cuadro 2.1
Resumen de métodos empleados para determinar la dimensión fractal (de Klinkenberg, 1994)

Nombre del método	Relación	Estimación de la dimensión fractal
Área/perímetro	$A \propto P^{2/D}$ $A = \text{área}$ $P = \text{perímetro}$	gráfica de: $\log A$ vs. $\log P$ $m = 2/D$
Conteo de caja (box-counting)	$n \propto b^{-D}$ $n = \text{no. de cajas cubiertas}$ $b = \text{tamaño de la caja}$	gráfica de: $\log n$ vs. $\log b$ $m = -D$
Relación de divisor	$L(\tau) \propto \tau^{1-D}$ $L(\tau) = \text{longitud del paso}$ $\tau = \text{tamaño del paso}$	gráfica de: $\log L(\tau)$ vs. $\log \tau$ $m = 1 - D$
Ley de Korcak (relación empírica para islas)	$N_r(A > a) \propto a^{-(D/2)}$ $N_r(A > a) = \text{no. de áreas mayores al tamaño } a$	gráfica de: $\log N_r(A > a)$ vs. $\log a$ $m = -(D/2)$
Escalado lineal	$X \sim N^{V_x}; Y \sim N^{V_y}$ $H' = \frac{V_y}{V_x}$	Si $H' = 1$, $D = \frac{1}{V}$ de otra manera $D = 2 - H'$
Espectro de potencia	$P(\omega) \propto \omega^{-(5-2D)}$ $P(\omega) = \text{la potencia}$ $\omega = \text{la frecuencia}$	gráfica de $P(\omega)$ vs. ω $m = -(5-2D)$
Variograma	$\{[(Z_p - Z_q)^2]\} \propto (d_{pq})^{(4-2D)}$ $Z_p, Z_q = \text{elevación de los puntos } p \text{ y } q$ $d_{pq} = \text{distancia entre } p \text{ y } q$	gráfica de $\log \{ [] \}$ vs. $\text{Log } d_{pq}$ $m = (4-2D)$

Entre los principales problemas que el autor menciona con relación al cálculo de las dimensiones fractales, se encuentran la selección del método más adecuado, según las propiedades del objeto, y el procedimiento estadístico empleado para calcular la dimensión [Klinkenberg, 1994]. Enfrentar el primer problema, requiere conocer las características y propiedades del objeto, así como entender los procedimientos de cálculo del método seleccionado. Para salvar la segunda dificultad se recomienda emplear el procedimiento de mínimos cuadrados

en el ajuste de la recta, y el cálculo de la pendiente que permite estimar la dimensión [McBratney y Webster, 1986].

Kolibal y Monde [1998] evalúan la precisión y eficiencia de tres métodos, útiles para calcular la dimensión fractal a partir de un conjunto de imágenes: 1) método de la línea divisoria, 2) método del prisma triangular, y 3) método del variograma. De su análisis concluyen que el método del prisma triangular es el más rápido y permite obtener resultados más consistentes; el método de la línea divisoria incrementa el error al aumentar la resolución, y el del variograma resultó ser el algoritmo menos eficiente.

Una limitante común de los métodos mencionados, para calcular la dimensión fractal, es el fenómeno de discretización del objeto, que se manifiesta en las diferencias que pudiesen existir entre la dimensión teórica y la dimensión calculada. Esto debido a la imposibilidad de trabajar en espacios continuos con detalles infinitos [Gilbert, 1989]. Otro inconveniente de algunos métodos, es considerar que la dimensión del todo no es igual a la dimensión de las partes [Klinkenberg, 1994].

La selección de la técnica para calcular la dimensión fractal de un objeto depende de factores como: 1) características del objeto, si es autosimilar o autoafín, 2) formato de los datos, 3) marco teórico de los métodos empleados, y 4) existencia de multidimensionalidad.

Finalmente, Klinkenberg [1994] concluye que cualquiera que sea el método empleado en la determinación de las dimensiones fractales, es necesario entender todas sus consideraciones metodológicas; carecer de esto, resultará en problemas para establecer la naturaleza fractal del objeto de estudio.

2.3.HIPÓTESIS

- ◆ Los algoritmos empleados en esta investigación extraen de manera precisa, a partir de imágenes digitales bidimensionales, tres de las dimensiones fractales básicas.

2.4.OBJETIVOS

- Proponer y sistematizar tres algoritmos que permitan calcular un conjunto de dimensiones fractales, a partir de imágenes digitales en el espacio Euclidiano bidimensional.
- Calibrar los algoritmos propuestos, con imágenes digitales de fractales matemáticos y estadísticos de dimensiones previamente conocidas.

2.5.MATERIALES Y MÉTODOS

En el presente capítulo se presentan, de manera sistematizada, tres de los algoritmos desarrollados en *LAFSINA*, que permiten calcular dimensiones fractales a partir de imágenes

bidimensionales en tonos de gris. Los algoritmos se compilaron en Borland C++ y operan en ambiente DOS.

Los primeros dos programas Linfrac y Fractal, escritos por Parrot y Rico [1997], evalúan la dimensión fractal lineal (D_l) y la dimensión fractal de masa (D_m), empleando el método tradicional de conteo de caja. El tercer algoritmo Bromov, codificado por Parrot y Taud [1998], se diseñó para calcular la dimensión espectral o fractón (\bar{d}), de los patrones de sólidos y poros, empleando el procedimiento de los caminos aleatorios "random-walk" o movimiento Browniano.

Antes de analizar cualquier imagen con los algoritmos mencionados, ésta se somete a un preprocesamiento, con el fin de obtener una imagen de 8 bits en 256 tonos de gris, y seleccionar adecuadamente el intervalo de tonos que corresponde a la forma estudiada (thresholding). Este último paso, es fundamental para obtener resultados confiables.

De manera general, el funcionamiento de los algoritmos queda resumido en los siguientes pasos:

1. Lectura de la imagen en espacio raster, identificando una a una las columnas (M), filas (N), y tonos de gris que corresponden a cada pixel de la imagen. Este tipo de imágenes se obtienen en formato *.raw.
2. Para Linfrac y Fractal, el siguiente paso es seleccionar un conjunto de divisores exactos, cuyo número varía en función del tamaño de la imagen analizada. Estos divisores, corresponden a los posibles tamaños de segmentos o cajas que se emplean en el análisis.
3. El tercer paso consiste en contar el número de segmentos o cajas, que pertenecen a la forma de interés a cada tamaño de segmento o caja, seleccionado en el paso 2.
4. Finalmente, se establece la relación log-log entre el tamaño de los segmentos o cajas vs. el número de segmentos o cajas ocupados por el rasgo de interés. La gráfica obtenida se ajusta a una recta por el método de mínimos cuadrados. La pendiente de la recta, corresponde a la dimensión fractal lineal (Linfrac), o dimensión fractal de masa (Fractal).

2.5.1. Linfrac (análisis fractal por líneas)

El programa Linfrac [Parrot y Rico,1997] fue el primer algoritmo computacional diseñado en el *LAFSINA*, para calcular la dimensión fractal lineal a partir de imágenes bidimensionales.

Linfrac calcula la dimensión fractal de caja (D_l), de un conjunto a lo largo de una línea. El término "lineal" se relaciona con el hecho de que el cálculo se realiza línea por línea o columna por columna (basta girar la imagen 90°), estimando la distribución de los pixeles que describen una forma seleccionada, a través de incrementar la longitud del segmento utilizado

para medir la dimensión (Figura 2.1). Los límites topológicos de la dimensión fractal lineal, están entre 0 y 1.

El programa lee las imágenes de cualquier tamaño, sin embargo, para evitar el efecto del borde (que se presenta en aquellos píxeles de las orillas, que no se cubren con las cajas) se recomienda emplear imágenes regulares, cuyas dimensiones permitan obtener un número considerable de divisores exactos. Los análisis realizados en esta investigación, emplearon imágenes de tamaños 1000x1000, 440x440, 424x424 y 256x256.

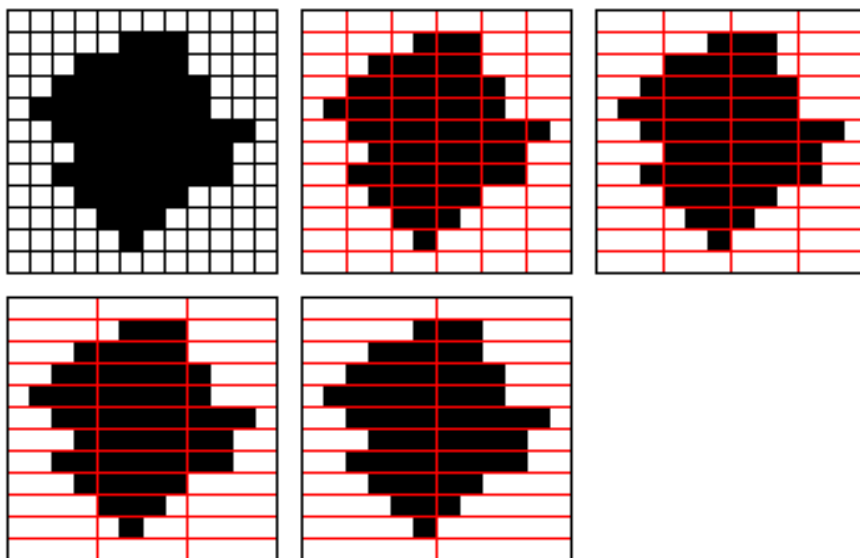


Figura 2.1.
Esquema de los segmentos empleados en el algoritmo Linfrac

Una vez cuantificado el número de segmentos ocupados por la forma estudiada, en cada tamaño de segmento, la dimensión fractal se calcula a través de la relación: $\ln(\text{segmentos ocupados por la forma de interés})$ vs. $\ln(\text{tamaño o número total de segmentos})$. Los datos se ajustan a una recta por el método de mínimos cuadrados, aceptando el valor absoluto de la pendiente, como la dimensión fractal lineal. La dimensión media para toda la imagen, “mean slope”, se obtiene del promedio de todas las líneas evaluadas, cuyo número está en función del tamaño de la imagen.

Al finalizar el análisis, el algoritmo genera automáticamente, archivos con información específica del análisis realizado. El desarrollo del programa paso a paso, así como un ejemplo de las pantallas que se despliegan y de los archivos de salida, se presenta en el Anexo A1.

2.5.2. Fractal (análisis fractal por cajas)

El algoritmo Fractal, diseñado por Parrot y Rico [1997]), calcula la dimensión fractal de masa o dimensión de capacidad, para un conjunto seleccionado a partir de una imagen bidimensional de 8 bits. El procedimiento se basa en el método tradicional de conteo de caja "box-counting". Consiste en sobreponer a la imagen mallas, cuyos tamaños de retícula se van incrementando según los divisores seleccionados, de acuerdo al tamaño de la imagen, como se muestra en la Figura 2.2. El rasgo analizado se define por un intervalo de tonos de gris presentes en la imagen, previamente seleccionado por el usuario.

El procedimiento inicia calculando los divisores comunes, cuyo valor está en función del tamaño de la imagen. Una vez que el programa propone el máximo número de divisores, el usuario tiene cuatro opciones para continuar con el procesamiento: 1) cortar la imagen y aplicar el procedimiento a un nuevo tamaño de imagen, definido por el usuario; 2) hacer una aproximación, empleando todos los tamaños de las cajas, desde 1 hasta el tamaño máximo de la imagen; 3) aplicar el tratamiento, tomando en cuenta un número frecuentemente limitado de los divisores propuestos por el programa, sin cambiar el tamaño de la imagen original, y 4) cortar los bordes de la imagen para obtener el máximo número de divisores, pero disminuyendo el área analizada.

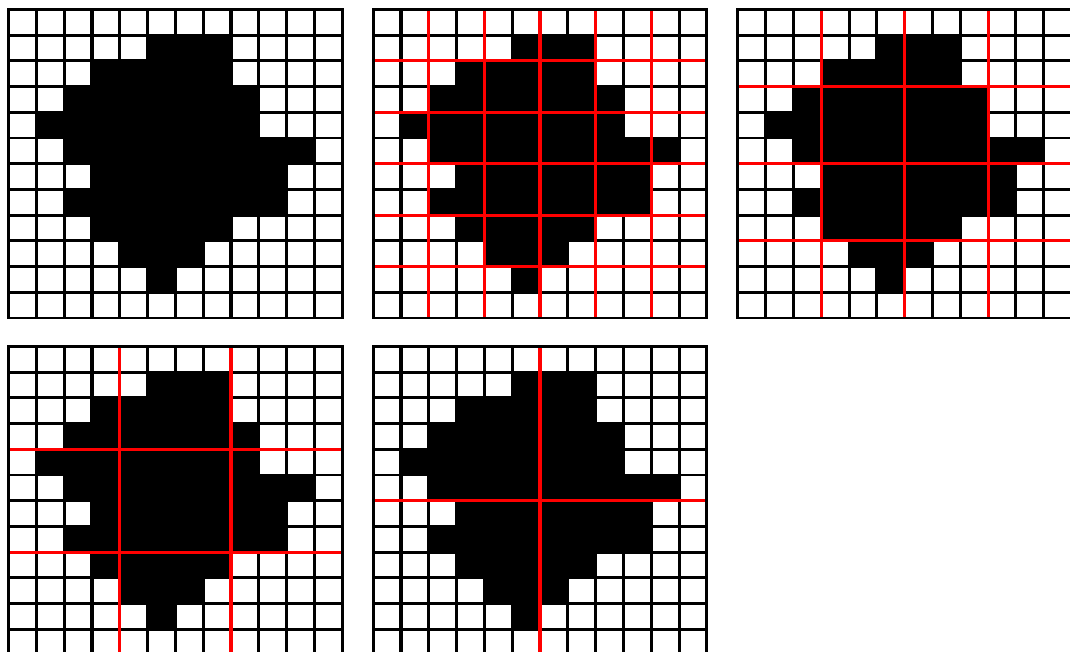


Figura 2.2.
Esquema del cambio de tamaño de las cajas empleadas por el algoritmo Fractal

Aunque el programa es capaz de analizar imágenes de cualquier tamaño, se recomienda utilizar imágenes regulares, donde el número de líneas sea igual al número de columnas. Esto con el fin de evitar errores de desviación, ocasionados por el recubrimiento incompleto de la imagen, o la pérdida de información debida al recorte de la imagen original.

Una vez definido el número y tamaño de divisores, se calcula el número de cajas que contiene al menos un pixel con el rasgo de interés ("filled boxes" fb), y que corresponden a cada tamaño de caja ("size box" sb), seleccionado. La dimensión fractal se estima a través de la gráfica $\ln(fb)$ vs. $\ln(sb)$; la línea se ajusta a una recta por el método de mínimos cuadrados, y el valor absoluto de la pendiente se acepta como la dimensión fractal de la masa, para el rasgo o conjunto seleccionado.

Al concluir el análisis de una imagen, el algoritmo genera dos archivos, que junto con un ejemplo del desarrollo del programa, se muestra en el Anexo A2.

2.5.3. Bromov (análisis fractal por caminos aleatorios)

El tercer algoritmo Bromov, desarrollado por Parrot y Taud [1998], tiene como objetivo estimar la dimensión espectral (\bar{d}), del conjunto de poros o sólidos en una imagen digital, en tonos de gris, a través del trazo de n-caminos aleatorios, que una partícula puede recorrer al interior de un espacio determinado.

Cada camino se inicia en un punto (pixel) seleccionado al azar, dentro de la forma estudiada; a partir de este pixel se traza una primer trayectoria, con dirección, ángulo y longitud aleatorias, definida como un vector por la relación $\cos\alpha b$, donde α es un ángulo entre 0° y 360° y b una distancia que va de un píxel, hasta un máximo definido por el usuario, que normalmente coincide con el tamaño de la imagen.

La trayectoria es válida, únicamente si todo el vector queda ubicado dentro de la forma estudiada. Si esta condición se cumple, el punto alcanzado se vuelve el punto de inicio para trazar un nuevo segmento. Si el punto alcanzado sale de la forma estudiada, el programa regresa al punto inicial, repitiéndose el procedimiento hasta satisfacer la condición y continuar con el trazo de la siguiente trayectoria. El número de veces que se realiza esta iteración es definido por el usuario.

Cuando al trazar una trayectoria se alcanza el límite de la forma estudiada, el pixel ubicado en el borde se considera el punto final del recorrido y, a partir de este punto, se inicia el trazo de un nuevo camino (Figura 2.3).

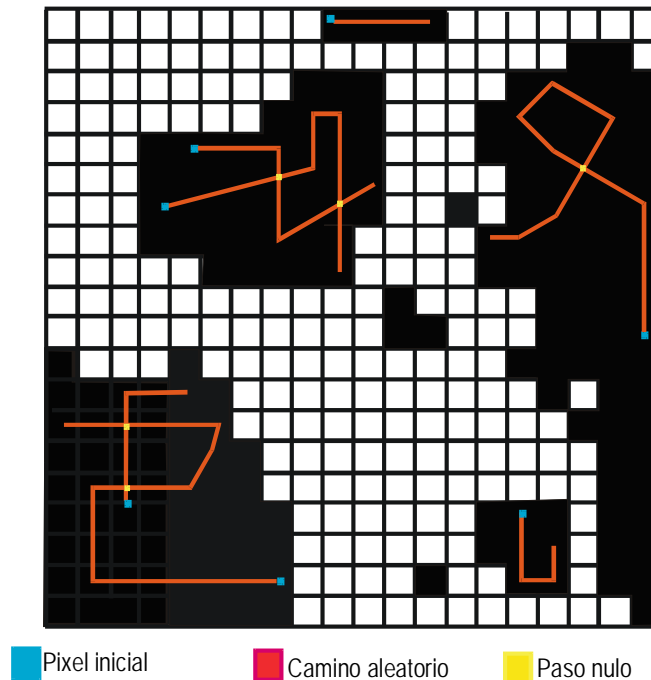


Figura 2.3
Esquema de los caminos aleatorios diseñados por el algoritmo Bromov

En cada trayectoria diseñada se cuenta el número de píxeles visitados (S_n), y el número de “pasos nulos” (S_i); estos últimos se definen cuando el punto de una trayectoria intersecciona algún punto de otro camino, trazado anteriormente.

Un camino concluye cuando las distancias acumuladas por las trayectorias, llegan a una longitud máxima, o bien, cuando se alcanza un número de pasos nulos previamente establecido; ambos criterios definidos por el usuario. En ese momento se inicia un nuevo camino aleatorio.

Sobre la imagen se trazan tantos caminos cuantos decida el usuario: entre mayor sea el número de caminos, mayor será el recubrimiento del rasgo seleccionado. En las investigaciones realizadas previamente, sobre imágenes micromorfológicas de suelos, se han utilizado mil caminos para cuantificar el fractón [Oleschko *et al.*, 1998]. En el presente estudio, cuando se intentaron trazar mil caminos sobre las imágenes analizadas el programa abortó, por lo que se decidieron trazar solamente 500 caminos.

La dimensión fractal espectral se calcula como la pendiente de la recta que relaciona entre sí: $\log(S_n)$ vs $\log(S_i)$. Al procesar una imagen con Bromov se generan seis archivos de salida, que junto con un ejemplo del funcionamiento del algoritmo, se presentan en el Anexo A3.

2.5.4. Histo-Gene (Histograma generalizado)

Como una técnica alternativa para calcular la dimensión fractal de una imagen, se emplea la denominada Firma Fractal de la Distribución de Tonos de Gris, desarrollada por Oleschko *et al.*, [2003]. Esta técnica tiene como finalidad, conocer la distribución en el espacio de cada uno de los tonos de gris, que conforman a una imagen digital y tener la posibilidad de obtener su gráfica; la dimensión fractal se extrae directamente de ésta última, y es representativa de toda la imagen. Por el formato de traza que se obtiene con esta gráfica, el cálculo de la dimensión fractal no requiere seleccionar un umbral para el análisis de la imagen, transformando los datos del conjunto autosimilar a un conjunto autoafin.

Para obtener la información de los tonos de gris, que conforman una imagen pixel por pixel, se emplea el algoritmo diseñado por Parrot [2003], denominado Histograma Generalizado (Histo-Gene). Dicho histograma lee una imagen en formato *.raw, línea por línea y genera un archivo de texto *.ts. Éste último despliega una columna de valores, que corresponden al tono de gris de cada píxel de la imagen, cuya ubicación es conocida.

2.5.5. Procedimiento de calibración

Antes de utilizar los algoritmos para evaluar las dimensiones fractales en imágenes de medios naturales o artificiales, es necesario realizar un trabajo de calibración, con la finalidad de evaluar la precisión o grado de desviación que presentan los valores obtenidos con los programas propuestos con relación a los teóricos. En el presente estudio la calibración se realizó empleando dos conjuntos de imágenes con dimensiones previamente conocidas; el primer grupo correspondió a una serie de fractales matemáticos, y el segundo a fractales naturales.

2.5.5.1 *Fractales artificiales o matemáticos*

La calibración con fractales matemáticos se realizó empleando cinco imágenes digitalizadas del texto "The Fractal Geometry of Nature" [Mandelbrot, 1983]. Las imágenes utilizadas fueron: Carpeta de Sierpinski (Plate 145), Pequeñas tramas redondeadas (Plate 306), Rebanada aleatoria de queso suizo (Plate 307), Tramas grandes redondeadas (Plate 308), y Vetas blancas aleatorias (Plate 309). En las láminas 145, 306 y 307 se estimó la dimensión fractal de la parte negra, mientras que en las láminas 308 y 309 se evaluó la porción blanca.

La dimensión reportada por Mandelbrot [1983] para estos conjuntos fractales corresponde a la dimensión fractal de masa. Por lo que, para calibrar el algoritmo Linfrac se utilizó la relación empírica propuesta por Oleschko [1999], basada en el principio de Delesse, la cual

indica que: $D_m = 2 D_l$. Así los valores de las dimensiones fractales obtenidos por Linfrac son el resultado de la relación antes indicada ($2 \cdot D_l$). Para el algoritmo Fractal se asume que las dimensiones estimadas evalúan directamente la dimensión fractal de masa.

2.5.5.2 Fractales naturales o estadísticos

La calibración de los programas con fractales estadísticos, se realizó utilizando las 12 imágenes publicadas por Anderson *et al.*, [1996] en su artículo "Soil mass, surface, and spectral dimensions estimates from thin section photograph", que corresponden a fotografías de láminas delgadas de seis suelos, con diferente grado de compactación. Con estas imágenes se realizaron dos procedimientos de calibración: en el primero, se correlacionaron las dimensiones conocidas con las calculadas con Linfrac y Fractal; y en el segundo se calibró la dimensión espectral obtenida por el algoritmo Bromov con los valores del fractón reportados por Anderson *et al.*, 1996.

2.6.RESULTADOS

2.6.1 Calibración con fractales sintéticos o matemáticos

Los resultados de la calibración de las dimensiones estimadas con los algoritmos, diseñados para los fractales sintéticos se reportan en el Cuadro 2.1.

Cuadro 2.1
Dimensiones fractales teóricas y estimadas con los algoritmos
Linfrac y Fractal de conjuntos matemáticos de Mandelbrot

Imagen	Dimensión teórica	$2 \cdot D_l$ (Linfrac)	D_m (Fractal)
145	1.8959	1.9029	1.8914
306	1.9900	1.9979	1.9961
307	1.9000	1.9635	1.9403
308	1.7500	1.9364	1.8156
309	1.5000	1.2713	1.4269

Para identificar el comportamiento de las tendencias y el ajuste de las dimensiones experimentales con las dimensiones teóricas, se construyó la gráfica de la Figura 2.4. Cabe mencionar que las diferencias entre las dimensiones teóricas y $2D_l$ y D_m pueden atribuirse a haber definido un thresholding no eficiente.

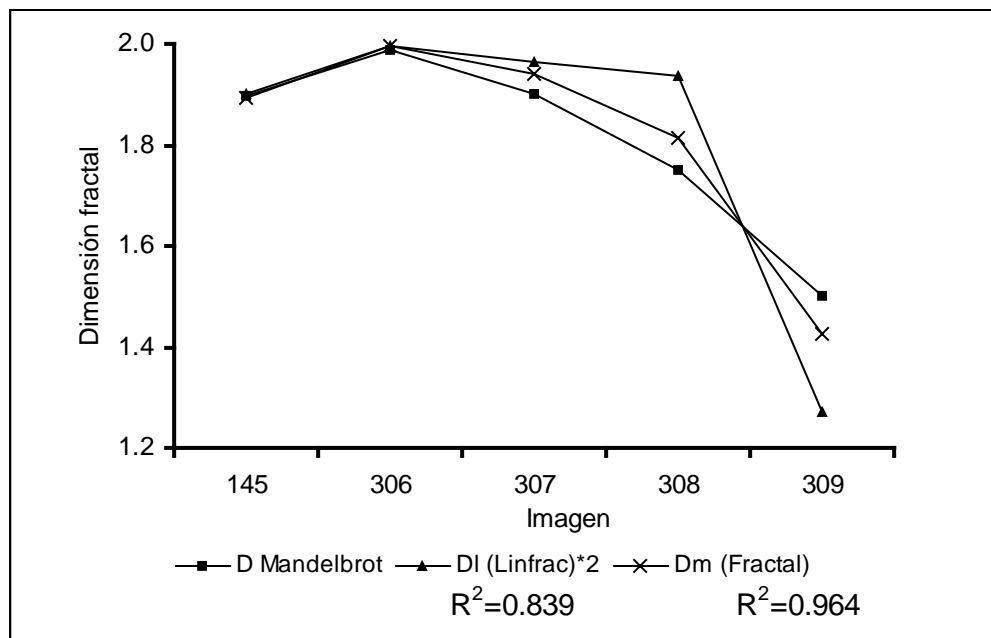


Figura 2.4
Distribución de las dimensiones fractales experimentales y teóricas en conjuntos matemáticos

En el gráfico anterior se observa que los valores de las dimensiones fractales experimentales y teóricas en las dos primeras imágenes coinciden completamente. En los otros tres conjuntos evaluados, se presenta mayor dispersión de los valores; sin embargo, la tendencia se mantiene. El coeficiente de correlación obtenido para Linfrac fue de 0.92 y para Fractal de 0.98, lo que asegura que las dimensiones fractales calculadas con los algoritmos propuestos a partir de imágenes digitales, reflejan de un modo preciso y exacto, el carácter fractal de los conjuntos matemáticos analizados.

2.6.2. Calibración con fractales naturales o estadísticos

En el Cuadro 2.2 se presentan las dimensiones reportadas por Anderson *et al.*, [1996] y las calculadas experimentales para cada imagen analizada. La tendencia del comportamiento de las mismas se muestra en las gráficas de la Figura 2.5. Para este conjunto de fractales estadísticos se observa que las dimensiones calculadas con Linfrac presentan fuerte desviación en comparación con las dimensiones reportadas, esto se refleja en el coeficiente de correlación entre ambas variable ($R^2=0.72$). En cuanto a la tendencia de los datos, ésta no se manifiesta claramente.

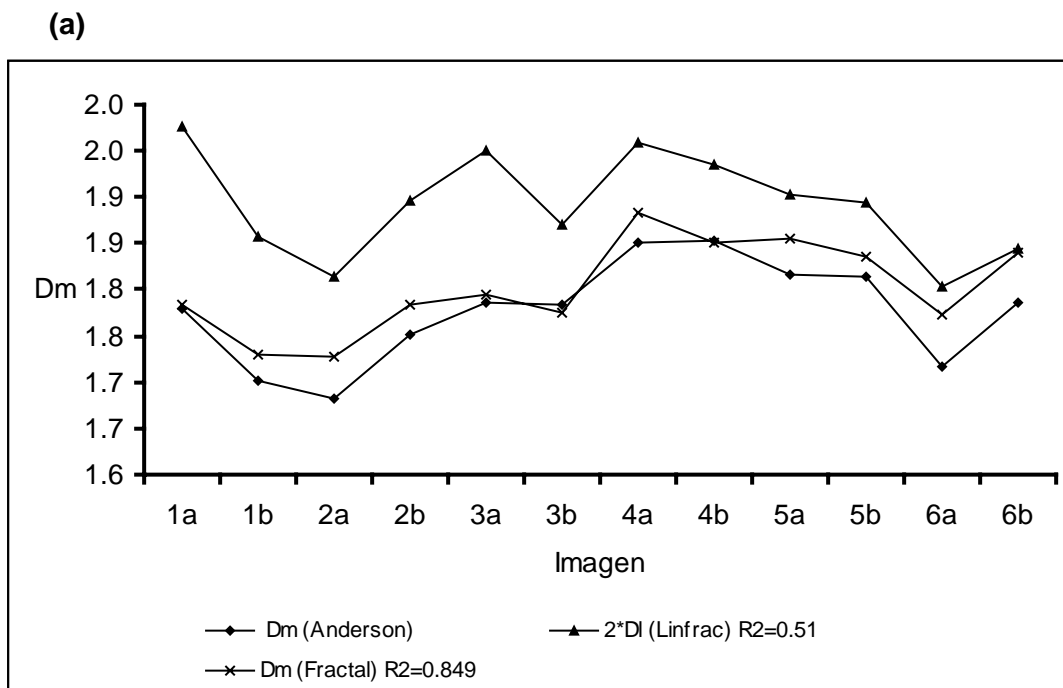
Para el algoritmo Fractal se obtuvo una correlación de 0.92, y la tendencia de los valores experimentales es similar a la de los datos de Anderson *et al.*, [1996], por lo que se afirma

que D_m , calculada mediante el algoritmo Fractal en conjuntos de fractales estadísticos o naturales, es un parámetro confiable que permite caracterizar las propiedades estáticas de un conjunto fractal.

Cuadro 2.2
Dimensiones fractales teóricas y estimadas con los algoritmos Linfrac, Fractal y Bromov de conjuntos estadísticos

Imagen	D_m reportada	2^*D_1 Linfrac	D_m Fractal	d reportada	d Bromov
1a	1.779	1.975	1.784	1.558	1.538
1b	1.702	1.856	1.730	1.490	1.329
2a	1.682	1.814	1.727	1.236	1.040
2b	1.752	1.896	1.784	1.314	1.135
3a	1.786	1.950	1.795	1.568	1.370
3b	1.784	1.869	1.776	1.486	1.309
4a	1.851	1.958	1.884	1.668	1.724
4b	1.852	1.935	1.851	1.587	1.503
5a	1.816	1.903	1.855	1.503	1.392
5b	1.814	1.894	1.837	1.500	1.366
6a	1.716	1.802	1.772	1.446	1.456
6b	1.785	1.845	1.839	1.468	1.324

La calibración del algoritmo Bromov muestra que los resultados, en general, subestiman la dimensión espectral en conjuntos naturales. Sin embargo, la tendencia de los datos se mantiene en la mayoría de las imágenes analizadas. Además, el coeficiente de correlación obtenido ($r^2=0.92$) permite asegurar que la dimensión espectral calculada por Bromov es un parámetro confiable y preciso de las características dinámicas de los conjuntos fractales estadísticos.



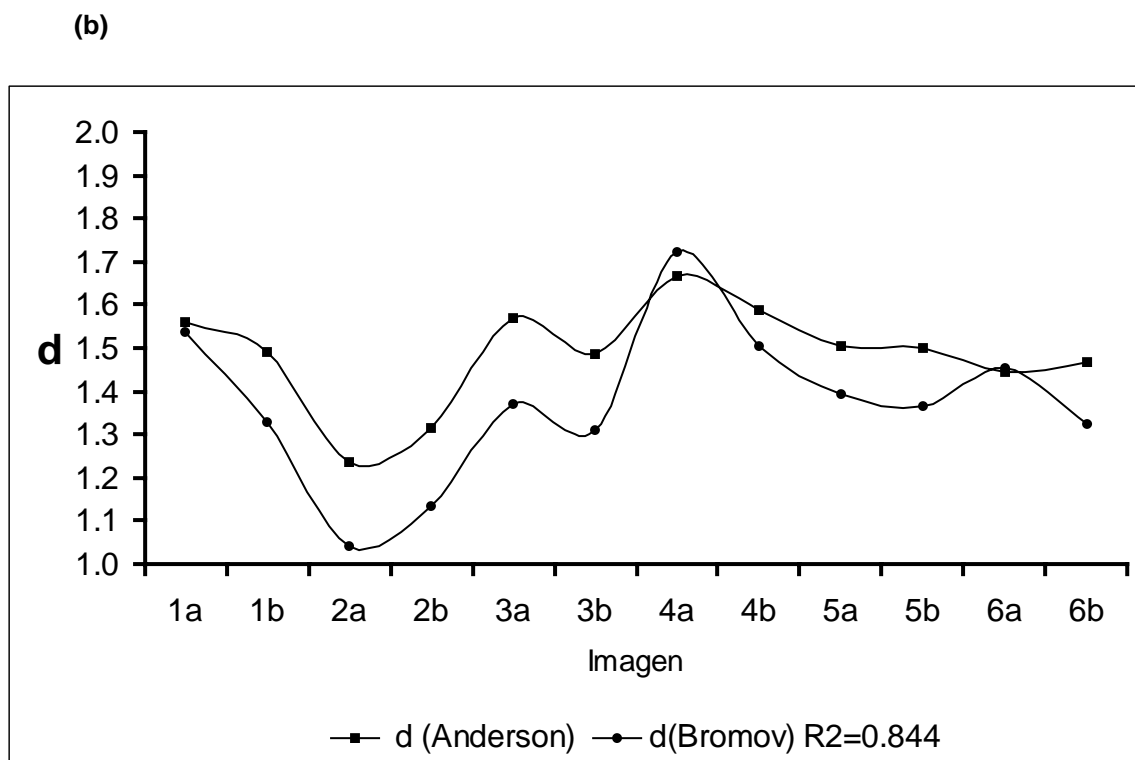


Figura 2.5

Distribución de las dimensiones fractales experimentales y reportadas por Anderson *et al.*, 1996 para conjuntos estadísticos (a) Linfrac y Fractal, (b) Bromov

2.7. CONCLUSIONES

- Los algoritmos diseñados para evaluar la dimensión de masa fractal (Linfrac y Fractal) y la dimensión fractal espectral (Bromov), son suficientemente precisos y exactos. Los tres algoritmos, proporcionan resultados comparables con los publicados por otros autores, tanto para conjuntos matemáticos, como para los naturales o estadísticos. Debido a esto, es posible utilizarlos con propósitos de investigación para describir las propiedades estáticas y dinámicas de diversos sistemas naturales, a partir de sus imágenes digitales, así como para caracterizar el patrón estructural de los mismos.
- Los algoritmos que se proponen, mostraron ser eficientes en cuanto al tiempo de cálculo empleado por la computadora; además, se pueden manejar imágenes de cualquier tamaño, binarizadas o en tonos de gris; con la única condición de que el formato de entrada de las imágenes sea *raw*.
- Participar en el diseño y desarrollo de los algoritmos, ha permitido al grupo de trabajo entender el significado físico de las dimensiones calculadas, al comprender cómo se realiza la evaluación en lugar de utilizar programas comerciales que funcionan como cajas negras.



III. ANÁLISIS FRACTAL DE LOS NÚCLEOS DE YACIMIENTOS NATURALMENTE FRACTURADOS

3.1. INTRODUCCIÓN

En México, más de 90 por ciento de los yacimientos de hidrocarburos se clasifican como naturalmente fracturados. Reconocer este tipo de formaciones, tiene como objetivo definir las mejores alternativas de explotación, para hacer más eficiente la recuperación, aumentando las reservas de hidrocarburos en los yacimientos naturalmente fracturados (YNF), por lo cual su estudio y caracterización deben ser prioritarios, en las empresas e institutos dedicados a la explotación de estos recursos naturales, principalmente *PEMEX* y el Instituto Mexicano del Petróleo (IMP). El conocimiento científico y el trabajo teórico-experimental son los instrumentos utilizados con este propósito para transferir tecnologías de punta, a las áreas de exploración y producción [IMP, 2003].

Actualmente, el estudio de los YNF es una disciplina en crecimiento; para explotarlos de manera adecuada es preciso identificar y modelar los sistemas de fracturas, cavidades de disolución y bloques de matriz. Esto requiere aplicar, de manera consistente, nuevas herramientas analíticas y diversas fuentes de información de tipo estático y dinámico [IMP, 2003].

Desde una perspectiva general, para representar los medios fracturados, se manejan diversos modelos. En el más simple se consideran bloques de roca, separados por planos de ancho variable que representan fracturas. En este modelo, las fracturas tienen poca influencia sobre la porosidad de las formaciones y alta repercusión en la permeabilidad del sistema. De este modo, el desplazamiento de fluidos está controlado por las fracturas, mientras que los bloques de la matriz se relacionan con la capacidad de almacenamiento.

El modelo anterior explica de manera simple las características de los YNF. Sin embargo, debe readaptarse a las formaciones que se encuentran en el territorio mexicano en las cuales, adicionalmente, se presenta un sistema de cavernas de disolución que altera de manera notable el modelo. Por esto, en el presente capítulo se pretende analizar, de manera cuantitativa, algunos yacimientos naturalmente fracturados, aplicando conceptos de Geometría Fractal a las imágenes tomográficas de núcleos de yacimientos en producción, con el propósito de caracterizar el patrón de fracturamiento y de porosidad.

3.2. MARCO TEÓRICO

3.2.1 Caracterización de yacimientos naturalmente fracturados

Las rocas que constituyen la corteza terrestre están afectadas por el proceso de fracturamiento, que al desarrollarse dentro de una masa rocosa, forma patrones espaciales de fallas o fracturas [Chernyshev y Dearman 1991].

Una fractura, en geología estructural, se define como un plano de ruptura en el cual se presenta poco o ningún desplazamiento [IMP, 2003]. Esta definición queda limitada cuando el concepto se aplica a aspectos de ingeniería, minería, geología petrolera e hidrología, donde y de modo alternativo, el término fractura se aplica a una abertura de forma compleja, rellena de gas, líquido o algún material sólido [Piggott, 1997]. Las fracturas difieren de otras cavidades rocosas como poros o disoluciones por su extensión, que se presenta a lo largo de las paredes en todas direcciones [Suppe, 1985].

La geometría de fracturas, su arquitectura interna y el estado actual de tensión, controlan el flujo de fluidos al interior de las rocas fracturadas. Conocer la geometría de los rasgos que definen estas propiedades, permite hacer inferencias y predicciones acerca de la naturaleza y localización de las fracturas, tanto en la superficie como en las capas subsuperficiales, facilitando además, la interpretación de los datos recolectados, por medio de técnicas indirectas de exploración de los medios fracturados [Antonellini, 1992].

El factor más importante que influye en el mecanismo de fracturamiento de las rocas es la heterogeneidad del campo de tensiones (stress), que abarca un amplio intervalo de escalas [Piggott, 1997]. Su efecto se relaciona con la concentración del estrés alrededor de los puntos de debilitamiento u otras discontinuidades físicas y, con la variación de los campos de tensión en el espacio y en el tiempo. La heterogeneidad del campo de tensiones controla el inicio y propagación de las fracturas individuales, así como la localización y agrupamiento de los sistemas de fracturas [Committee on Fracture Characterization and Fluid Flow, 1994].

También las propiedades de la roca tienen una función importante en la formación y geometría de las fracturas, observándose marcada diferencia en sus rasgos, con relación a la naturaleza de las unidades litológicas donde se desarrollen [Davis, 1996; Turcotte, 1997]

El término fractura se utiliza para hacer referencia a todo tipo de discontinuidades genéricas; sin embargo, existen varias clases de fracturas de diferente geometría, propiedades mecánicas y características del flujo [Hatcher, 1990; Piggott, 1997; Van der Pluijm,

1997]. De acuerdo con la naturaleza de la discontinuidad del desplazamiento, las fracturas pueden clasificarse en tres grupos geológicos: 1) fracturas de dilatación (grietas), 2) fracturas de corte (fallas) y 3) fracturas cerradas (superficies de disolución por presión, presentes en rocas sedimentarias). También es posible encontrar en la naturaleza fracturas originadas por la combinación de los tres grupos mencionados, principalmente en aquellas masas rocosas que presentan un complejo historial de deformación [Bayly, 1992; Committee on Fracture Characterization and Fluid Flow, 1994].

Las fracturas, grietas y superficies de disolución rellenas de minerales se conocen como vetas, filones o depósitos de relleno [Committee on Fracture Characterization and Fluid Flow, 1994]. Estos rellenos minerales afectan considerablemente el movimiento de fluidos, al modificar las propiedades de flujo en las rocas fracturadas. Las uniones y las fallas difieren entre sí, especialmente, por los gradientes de los campos de tensión responsables de su formación. Esta diferencia es el aspecto básico para entender los mecanismos del inicio, propagación, interacción y finalización de las grietas y fallas, así como la naturaleza y distribución de las estructuras asociadas a éstas.

3.2.2 Génesis de las fracturas

En general, las fracturas se inician y se propagan cuando la magnitud de las fuerzas de tensión se acerca a la resistencia de la roca. Algunas causas de las tensiones sobre la corteza terrestre son: 1) fuerzas litostáticas (cambios en los pesos de sobrecarga), 2) presiones de fluido, 3) fuerzas tectónicas asociadas al movimiento de placas litosféricas, 4) efectos termales (enfriamiento de rocas intrusivas y extrusivas), 5) impacto por objetos extraterrestres (meteoritos) y 6) otros procesos geológicos como plegamiento, actividad volcánica e intrusiones salinas [Engelder, 1987].

La relación entre la morfología de las fracturas y el mecanismo del fracturamiento se hace evidente en algunos casos. Por ejemplo, fracturas que forman una geometría poligonal en rocas volcánicas, se asocian directamente con la tensión termal producida durante el enfriamiento de las rocas. En este caso, los patrones y el desarrollo del sistema de fracturas se entienden en términos del historial térmico del magma [Ryan y Sammins, 1978; DeGraff y Aydin, 1993].

La tarea de vincular un sistema de fracturas a un proceso de fracturamiento específico es difícil, sobre todo en rocas y regiones que descansan sobre eventos de deformación múltiple [Committee on Fracture Characterization and Fluid Flow, 1994]. Para establecer una relación entre un sistema de fracturas particular y su posible mecanismo de formación, es

necesario establecer la relación espacio-temporal entre el sistema de fracturas observado y el proceso propuesto.

Hasta ahora se conoce poco sobre los mecanismos de propagación de fallas y fracturas, formadas por la fricción y el deslizamiento, y sobre la permeabilidad a través de las fallas [Rice, 1992, 1993]. No obstante, existe la necesidad de entender los procesos micromecánicos del fracturamiento al interior de un medio geológico, la localización de las zonas de deformación y sus posibles efectos sobre el patrón de flujo de fluidos. Para tal efecto, Célaire *et al.*, [2003] describen la mecánica de fractura a escala nanométrica en vidrio, concluyendo que la similitud que existe entre el fracturamiento en vidrio y algunas aleaciones metálicas, puede proporcionar una clave importante para comprender el origen y las bases físicas de los mecanismos de fracturamiento. Estos autores describen la presencia de cavidades afectadas por el proceso de fracturamiento a su comienzo, al aplicar una fuerza externa, misma que se extiende por los campos de desplazamiento que van apareciendo en orden cronológico.

3.2.3 Geometría de las fracturas

La morfología y dimensiones de las fracturas naturales no siempre son bien conocidas, en parte, porque es extremadamente difícil percibir la extensión completa de una fractura en el espacio tridimensional. La geometría de una fractura depende de su propagación y terminación, y es controlada por factores como: procesos de fracturamiento de la masa rocosa y condiciones de carga y tipo de interacción con fracturas vecinas [Antonellini, 1992].

Una falla se inicia en un punto de debilitamiento y se propaga a partir de éste, si el sistema de carga proporciona una cantidad suficiente de energía [Bahat y Engelder, 1984; Engelder, 1987]. Una vez que el frente de propagación llegó al límite superior de la capa, dicho frente se desplaza lateralmente en sentido perpendicular al yacimiento. Este mecanismo de propagación de fallas es común en rocas sedimentarias.

El patrón de fracturas naturales tiene una función importante en el proceso de flujo subsuperficial. Su presencia controla el flujo subterráneo y determina la producción de los yacimientos petroleros. La apertura es uno de los parámetros que afecta el flujo de fluidos a lo largo de las fracturas, por lo que, influye directamente en las características de permeabilidad de las rocas [IMP, 2003].

Los estudios con datos de registro de pozos indican que, generalmente, el flujo interno se concentra en un pequeño porcentaje de fracturas, que se intersectan con las paredes de los núcleos. Es común observar que estas fracturas son completamente trans-

versales al ancho del pozo y contienen una porosidad visible (cavidades), a lo largo del plano de fractura. La interfase de producción y las pruebas de presión, sugieren que estas fracturas son parte de una red interconectada [Berfield, 1994].

3.2.4 Caracterización del fracturamiento

La caracterización de los procesos de fracturamiento, al interior de las rocas, es importante para definir los patrones de percolación y permeabilidad en las áreas donde se encuentran estas estructuras. Entender de manera integral las propiedades y los procesos que se desarrollan dentro de estas zonas, permitirá llegar a comprender la función de las fallas y fracturas en la migración de fluidos, al interior de la corteza terrestre [Committee on Fracture Characterization and Fluid Flow, 1994, Babadagli y Develi, 2003].

Tradicionalmente, los complejos patrones de fracturas se han modelado a través de técnicas geoestadísticas [Long y Billaux, 1987]. Sin embargo, la autosimilitud del patrón de fracturas a diferentes escalas, permite introducir los principios de geometría fractal a su caracterización cuantitativa [Barton y Larsen, 1985].

A lo largo de los últimos 20 años, la geometría fractal se ha aplicado al análisis de medios geológicos fracturados con resultados variables [Le Pointe y Hudson, 1985; Aviles y Scholz, 1987; Chiles, 1988; Hirata, 1989; Velde *et al.*, 1990; Berfield, 1994; Marrett y Allmendinger, 1991, 1992; Walsh *et al.*, 1991; Gauthier y Lake, 1993; Balankin, 1997; Diego y Giampiero, 2000; Babadagli y Develi, 2003]. El uso de técnicas fractales requiere de datos espaciales como: mapas de superficies de fracturas, imágenes de afloramientos y/o registros geofísicos de pozos [Van Dijk *et al.*, 2000]. Estudios realizados sobre el fracturamiento a diferentes escalas, empleando variables geofísicas como: densidad de fracturas, conductividad hidráulica y resistividad, entre otras, han confirmado la invarianza de escalas del patrón de fracturas [Berfield, 1994; Paredes y Elorza, 1999].

El primer intento para demostrar el carácter fractal de los conjuntos de fracturas naturales, se realizó en un estudio geológico, dirigido a determinar la viabilidad de utilizar un reservorio natural como contenedor de desechos nucleares [Barton y Larson, 1985]. Otro estudio similar se efectuó en campos geotermales “The Geysers”, donde a partir de los datos extraídos de un fotomosaico de la superficie, se demostró que el patrón de fracturamiento obedece a una relación exponencial, en un intervalo de escalas de dos órdenes de magnitud [Sammis *et al.*, 1991].

Después de estos trabajos, numerosos investigadores han documentado la naturaleza fractal de los conjuntos de fracturas, en diferentes sistemas naturales [Marrett y Allmen-

dingier, 1991, 1992; Walsh et al., 1991; Gauthier y Lake, 1993; Balankin, 1997; Pioggott, 1997; Diego y Giampiero, 2000; Babadagli y Develi, 2003].

Sin embargo, hay que mencionar que muchos de los estudios que intentan relacionar la morfología de las rocas fracturadas con los principios de geometría fractal, se limitan a documentar las propiedades de escalado, sin tomar en cuenta la utilidad potencial de los resultados. Su propósito es determinar la dimensión fractal de los patrones de fractura, observados desde la superficie [Barton, 1995]. Frecuentemente estos análisis, realizados en espacio bidimensional, proporcionan resultados difíciles de interpretar [Paredes y Elorza, 1999].

En su trabajo sobre métodos fractales para la caracterización de fracturas, Hewett [1994] concluye que: 1) la geometría fractal proporciona un marco teórico adecuado para caracterizar, en un amplio intervalo de escalas, la distribución y organización de sistemas reales de fracturas, y 2) los modelos jerárquicos de fragmentación de rocas generan distribuciones exponenciales, que relacionan entre sí el tamaño, el número de los bloques, así como la longitud de las fracturas.

3.3. HIPÓTESIS

- ◆ El patrón estructural de los YNF tiene una naturaleza autosimilar o autoafín, en el intervalo de la escala analizada.
- ◆ Las imágenes tomográficas digitales de los yacimientos naturalmente fracturados, son una representación confiable de la estructura real del sistema.
- ◆ Las dimensiones fractales evaluadas son parámetros cuantitativos, útiles para caracterizar la estructura del sistema.

3.4. OBJETIVOS

- Demostrar el carácter fractal de los patrones estructurales en yacimientos naturalmente fracturados.
- Evaluar la habilidad de los parámetros fractales, extraídos de imágenes tomográficas, para diferenciar los patrones estructurales (fracturas y disoluciones) típicos en los yacimientos naturalmente fracturados.

3.5. MATERIALES Y MÉTODOS

3.5.1 Núcleos de pozos

El 90% de los recursos petroleros del país se asocia a los yacimientos naturalmente fracturados, que son aquellas formaciones de rocas discontinuas, cuyos bloques han perdido cohesión por procesos de deformación y alteración. Estas características afectan de manera particular el flujo de hidrocarburos; por lo cual la explotación y manejo adecuado del yacimiento, demanda implementar técnicas novedosas que permitan entender la forma natural del yacimiento [IMP, 2003].

Los yacimientos petroleros de México se encuentran en etapas avanzadas de explotación. Sin embargo, hasta la fecha existe una cierta incertidumbre en su caracterización y modelado, lo que limita el desarrollo adecuado de explotación. El principal problema para modelar el comportamiento de fracturas, está relacionado con la complejidad de las estructuras geológicas, los procesos de alteración que sufren las rocas, y la falta de herramientas aptas que permitan realizar una caracterización geológica más detallada [Morales et al., 2000]. La mayor parte de la información se obtiene por medio de métodos indirectos de exploración.

En México los principales estudios sobre la caracterización de yacimientos petroleros, se realizan en el IMP, dentro del programa de Yacimientos Naturalmente Fracturados. Estos trabajos involucran el uso de herramientas analíticas modernas, que permiten llegar a la descripción multiescalar y multitemporal de las zonas petroleras del país. Los bancos de datos que se utilizan para el análisis van desde imágenes de satélite, registros sísmicos y de pozos, núcleos de exploración, e imágenes tomográficas, hasta láminas delgadas.

Los núcleos son muestras cilíndricas de formaciones geológicas, que se obtienen durante la perforación de un pozo petrolero. La extracción de estos núcleos es costosa y requiere de personal especializado. Los estudios de caracterización, por lo general, emplean fragmentos de estos núcleos¹. A partir de las muestras se pueden hacer determinaciones como: medición de la porosidad por intrusión de líquidos, análisis tomográfico y obtención de láminas delgadas. Un ejemplo de estos materiales se muestra en la Figura 3.1.

¹ Castrejón V.F. y Martínez R. Comunicación personal 2002



Figura 3.1
Ejemplos de núcleos de yacimientos naturalmente fracturados

En los últimos años, el grupo de investigadores del IMP del Programa de YNF ha desarrollado un esquema metodológico para el análisis de núcleos de pozos mediante la Tomografía Computarizada de Rayos X (TCRX). Esta técnica no invasiva sirve para obtener imágenes detalladas del interior del objeto. Su funcionamiento tiene como base la interacción de las ondas electromagnéticas del tipo Rayos X, con los elementos de diferente densidad que conforman un objeto.

Los equipos empleados en esta técnica, denominados tomógrafos, generan una imagen digital de la sección transversal, obtenida con diferentes ángulos de visión. La reconstrucción de la imagen final se obtiene mediante un algoritmo de proyección regresiva; la imagen puede visualizarse en un monitor, imprimirse en papel, o almacenarse en disco para su posterior análisis [Martínez-Angeles y Perez, 2000; Martínez-Angeles *et al.*, 2002].

3.5.2 Imágenes tomográficas

Para caracterizar la estructura de los YNF, se emplearon series de imágenes tomográficas de cuatro núcleos de exploración de pozos petroleros, ubicados en un complejo de explotación del sureste mexicano. Las imágenes utilizadas en el presente estudio fueron proporcionadas por el programa de YNF del IMP [Martínez-Angeles y Perez, 2000; Martínez-Angeles *et al.*, 2002].

Una imagen tomográfica se obtiene a partir del análisis de los núcleos mediante la técnica de TCRX. Implementar esta técnica requiere de todo un protocolo que incluye la descripción detallada de las características del núcleo, calibración del tomógrafo y pro-

gramación de la toma de imágenes. El esquema de este procedimiento se muestra en la Figura 3.3.

Martínez-Angeles y Pérez [2000] mencionan que para la adquisición de imágenes tomográficas, primero se hace un estudio visual del núcleo, describiendo las diferentes estructuras que se encuentran en la superficie del mismo. El núcleo debe colocarse en la posición en que se desea aparezcan las imágenes. Así, el primer paso es tomar una radiografía del núcleo completo, sobre la cual se ubica el plan de tomografías por efectuarse (Figura 3.2).

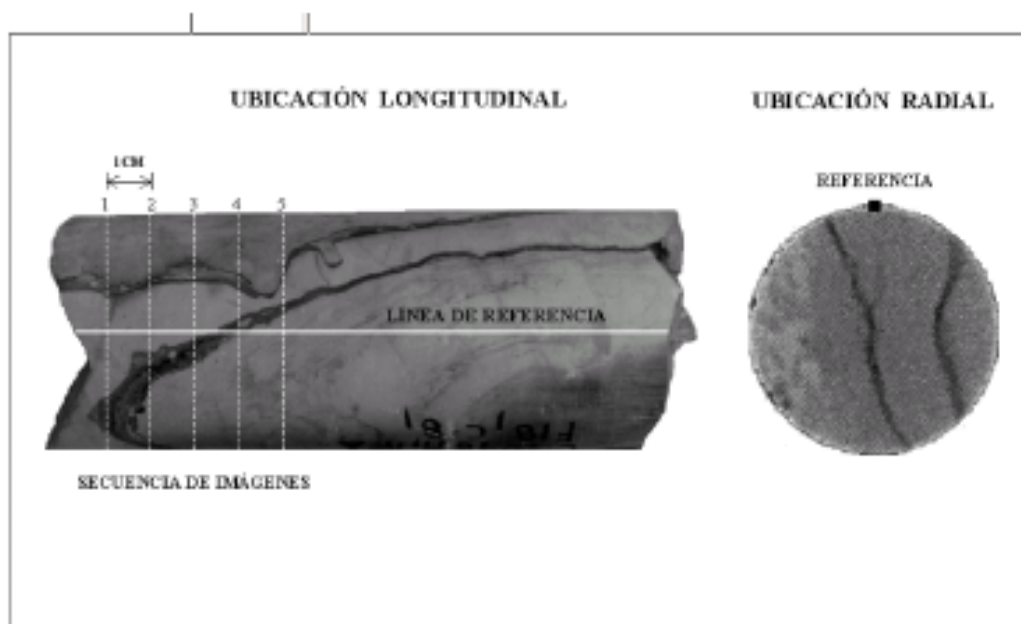


Figura 3.2
Ejemplo de la ubicación de las imágenes sobre el núcleo (de Martínez, 2002)

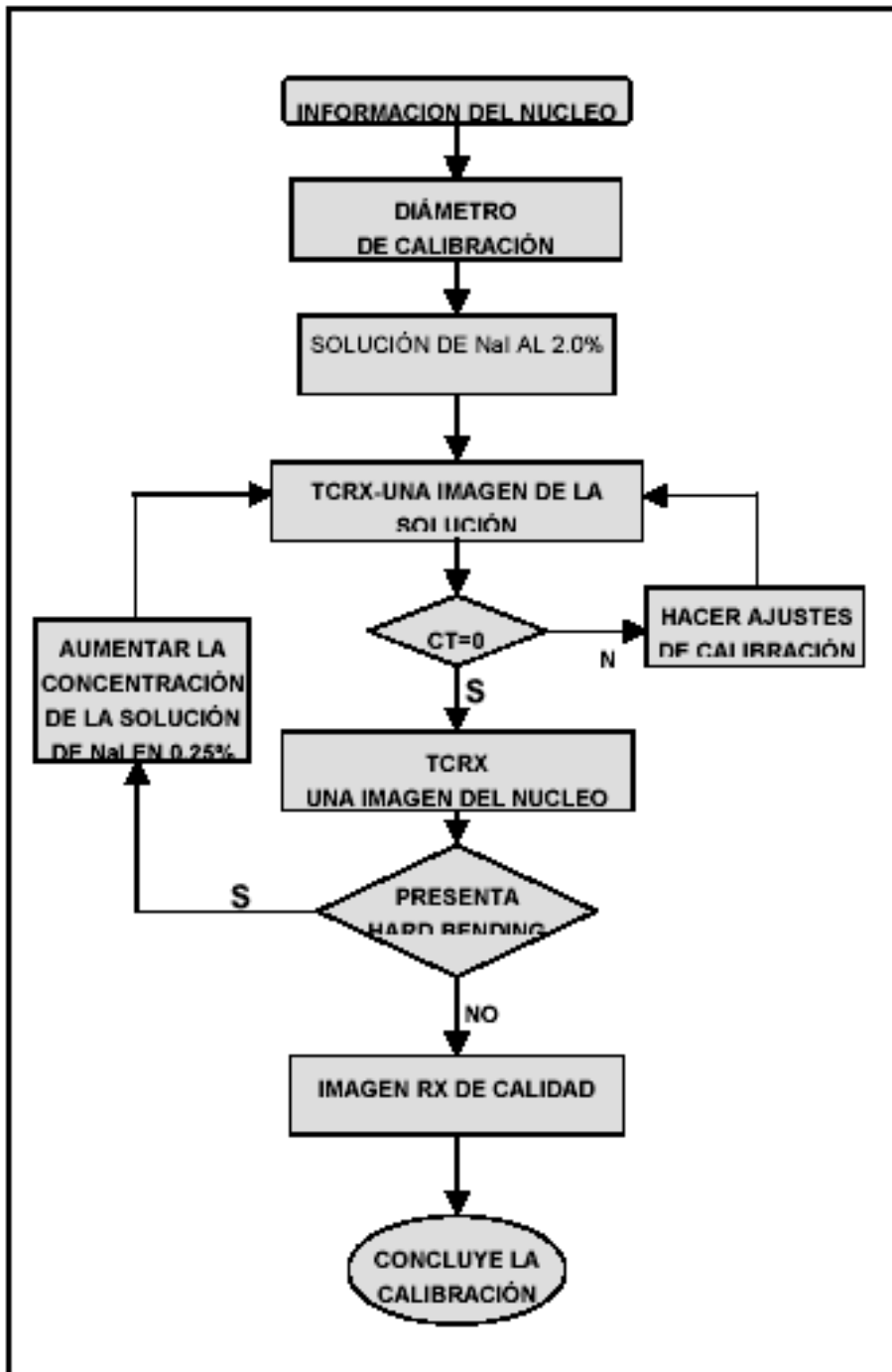


Figura 3.3
Diagrama de flujo para la calibración del tomógrafo de rayos X (de Martínez, 2002)

Las imágenes se capturan en un formato que permita manejarlas en una computadora personal, para ser tratadas mediante técnicas de procesamiento de imágenes digitales, descritas anteriormente. Las imágenes digitales del tomógrafo, empleadas en esta investigación fueron previamente segmentadas con las técnicas empleadas por el IMP [Martínez-Angeles y Perez, 2000; Martínez-Angeles *et al.*, 2002].

Los investigadores del IMP definen tres componentes de porosidad, a partir de las imágenes tomográficas. El primero se asocia a una porosidad del 90%, son áreas donde el desplazamiento de los fluidos se realiza libremente bajo el efecto de la gravedad; a este rasgo se le denomina porosidad por disoluciones o cavidades. El segundo componente se refiere a una porosidad de 40 a 60%, y corresponde al área que define el patrón de conectividad, debido a que un fluido puede desplazarse, con cierto esfuerzo, para conectarse con los espacios de disoluciones; este patrón corresponde a la porosidad por fracturas. El último rasgo se observa en la matriz y su porcentaje de porosidad no excede al 10%; el movimiento de algún fluido a través de estos poros es prácticamente nulo. Se le denomina porosidad de matriz².

Las imágenes utilizadas en esta investigación provienen de cuatro núcleos de diferentes pozos petroleros. El núcleo I representa al patrón de fracturas, y el II al de disoluciones. Los núcleos III y IV muestran un patrón de porosidad integral, conformado por fracturas, disoluciones y porosidad de matriz

3.5.3 Segmentación de imágenes tomográficas

Para definir los tonos que representan a cada una de las porosidades descritas en el inciso anterior, los investigadores del programa de YNF del IMP, desarrollaron un algoritmo de segmentación basado en el método de "Igualación por Histograma". Morales [2002] menciona que es un método útil para modificar el intervalo dinámico de una imagen y obtener, de manera automática, realce entre las características que la conforman. El objetivo del algoritmo es obtener una imagen cuyo histograma, presente una función de distribución acumulativa, igual para todos los tonos de gris.

Las imágenes tomográficas se segmentaron en tres temas o rasgos, definidos por un tono de gris específico; 1) tonos 50 y 101 definen la porosidad por cavidades, 2) tono 151 representa el patrón de conectividad o fracturas y 3) tono 202 identifica la matriz. En

² Castrejón V. F., 2001 comunicación personal

la Figura 3.4 se muestran algunos ejemplos de imágenes segmentadas, representando con colores artificiales los rasgos descritos.

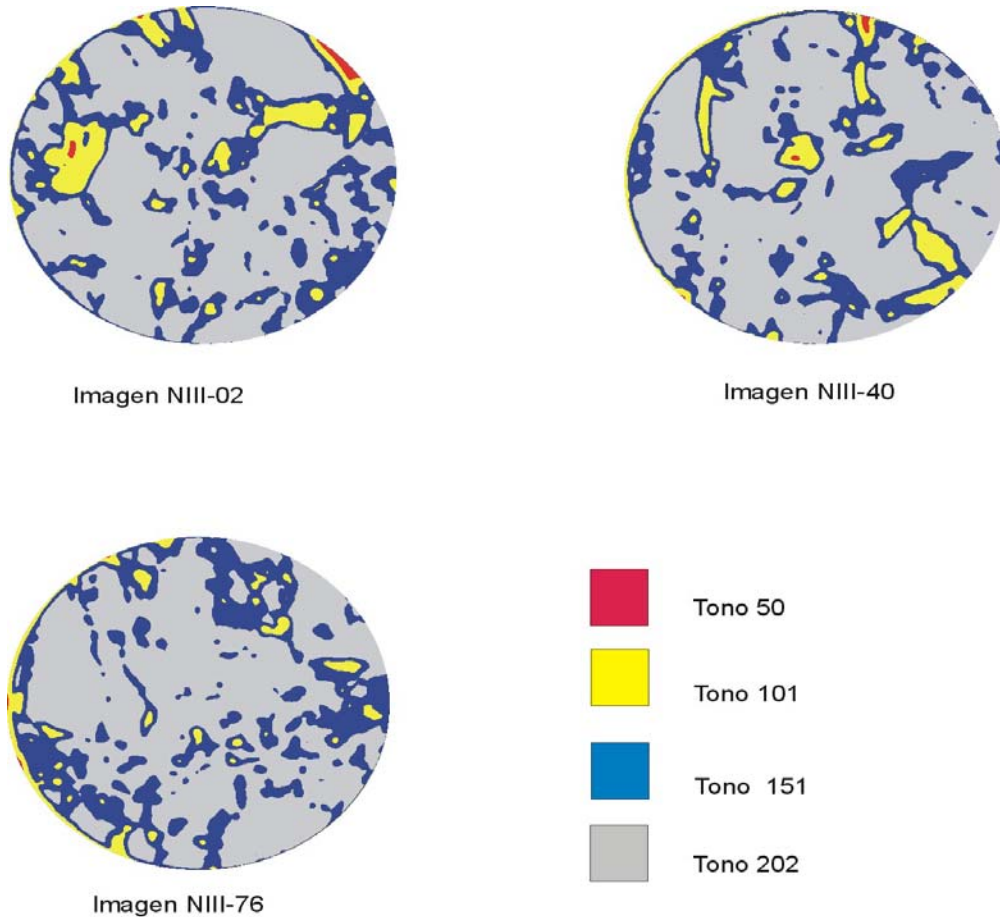


Figura 3.4
Ejemplos de imágenes tomográficas segmentadas

3.5.4 Caracterización fractal de los núcleos

En este estudio, la caracterización de la estructura de los YNF, a través del análisis de las imágenes tomográficas de sus núcleos, se realizó en dos etapas. En la primera se comparan dos patrones contrastantes de porosidad: el de fracturas, representado por las imágenes del núcleo I, y el de disoluciones presente en el núcleo II. La comparación se estable-

ce mediante las tres dimensiones fractales, calculadas por los algoritmos Linfrac, Fractal y Bromov, descritos en el capítulo II. En la segunda etapa se caracteriza la estructura de los YNF, mediante parámetros fractales, empleando las imágenes de los núcleos III y IV, que representan un patrón estructural integral, conformado por los tres rasgos de porosidad: cavidades, fracturas y porosidad de matriz.

3.6. RESULTADOS

A continuación se presentan y discuten los resultados de la caracterización del patrón estructural de los YNF, vía los parámetros fractales obtenidos a partir de imágenes tomográficas. Primero se presenta la comparación entre dos patrones contrastantes: las fracturas (núcleo I) y disoluciones (núcleo II). Posteriormente, se caracteriza la porosidad integral de los núcleos III y IV.

3.6.1 Caracterización de patrones contrastantes de porosidad

En este apartado se presentan los resultados y discusión de la comparación, a través de tres parámetros fractales, de dos rasgos de porosidad antes mencionados. El análisis se realizó sobre imágenes tomográficas, previamente segmentadas, de dos núcleos provenientes de YNF (Anexo B1 y B2). Los parámetros fractales se calcularon con los algoritmos propuestos en el capítulo II, y corresponden a tres dimensiones: lineal, de masa y espectral o fractón.

Utilizando el algoritmo Fractal, se estableció la naturaleza fractal de los patrones de porosidad. En la Figura 3.5 se muestra la relación: $\ln(\text{tamaño de cajas})$ vs. $\ln(\text{número de cajas ocupadas})$, que se obtuvo de las imágenes representativas de los dos rasgos evaluados. La tendencia de esta relación es claramente lineal, (R^2 superior a 0.99 en ambos casos), característica que deben cumplir los conjuntos fractales. Este comportamiento se observó en las 24 imágenes analizadas.

Una vez documentado el carácter fractal de los rasgos de porosidad, cada imagen tomográfica se analizó con los tres algoritmos descritos (Linfrac, Fractal y Bromov), para calcular las dimensiones fractales correspondientes. Los resultados de esta evaluación se presentan en el Cuadro 3.1.

Se aprecia que las tres dimensiones fractales, seleccionadas como descriptores del patrón estructural, se encuentran dentro de los límites topológicos permisibles. Los valores de las dimensiones calculadas con Linfrac (D_l), en ambos rasgos estructurales, no exceden el valor de 1, límite superior para la dimensión fractal por líneas. En cuanto a la

dimensión fractal de masa (D_m), calculada por Fractal, todos los valores se mantienen dentro del intervalo de 1 a 2; lo mismo ocurre para la dimensión fractal espectral o fracción (\bar{d}) calculada por Bromov.

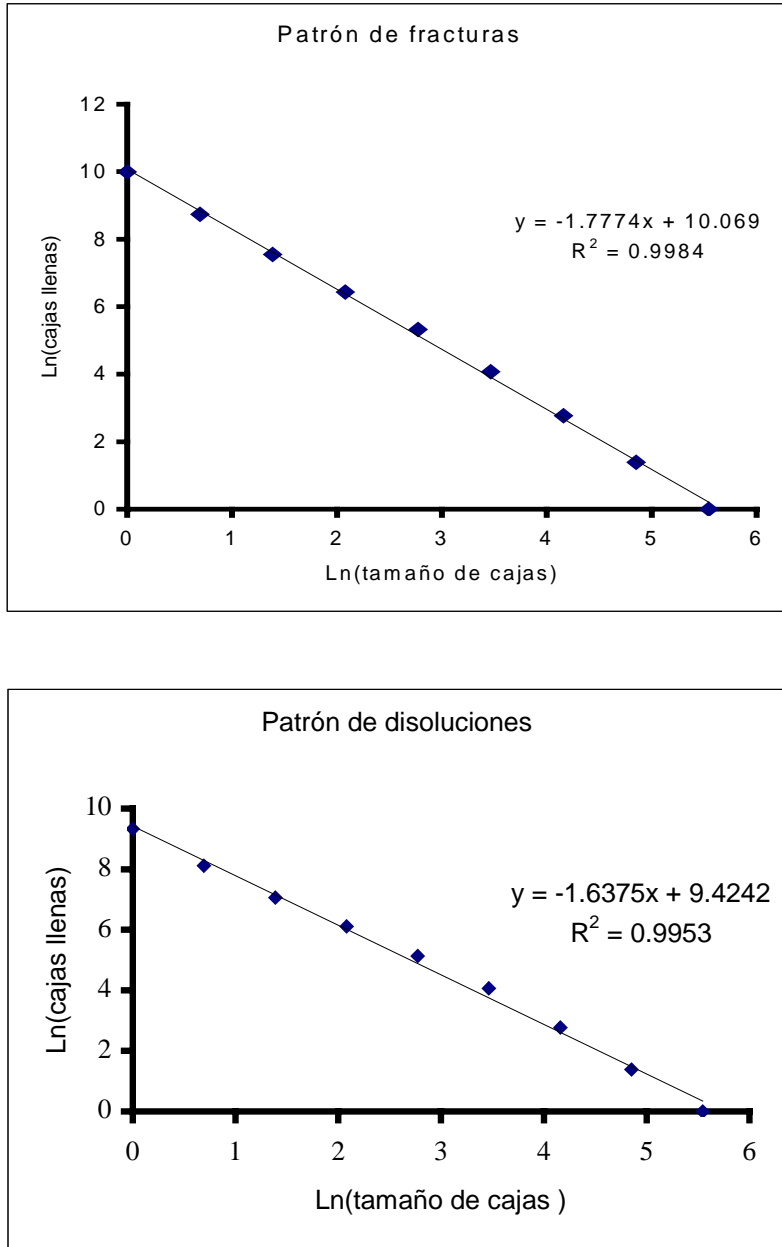


Figura 3.5
Relación doble logarítmica que demuestra el carácter fractal de dos rasgos de porosidad extraídos a partir de imágenes tomográficas de núcleos de YNF

Cuadro 3.1
Dimensiones fractales extraídas a partir de las imágenes tomográficas de los núcleos I y II

Patrón	Imagen	% Porosidad estimada.	D_l (Linfrac)	D_m (Fractal)	(\bar{d}) (Bromov)
N-I Fracturas	1	33.37	1.00	1.78	1.37
	2	29.44	0.99	1.75	1.41
	3	26.03	0.95	1.73	1.26
	4	35.48	0.99	1.79	1.47
	5	38.24	0.99	1.81	1.39
	6	17.64	0.99	1.65	1.14
	7	16.91	0.92	1.64	1.13
	8	22.9	0.98	1.69	1.22
	9	27.17	0.96	1.73	1.45
Media		27.46	0.98	1.73	1.32
N-II Cavidades	1	17.07	0.90	1.54	1.16
	2	12.87	0.91	1.42	1.07
	3	12.01	0.86	1.56	1.12
	4	13.24	0.69	1.58	1.07
	5	14.38	0.82	1.60	1.13
	6	8.68	0.70	1.49	1.01
	7	17.49	0.91	1.64	1.21
	8	16.36	0.95	1.62	1.21
	9	10.23	0.83	1.52	1.12
	10	11.35	0.90	1.55	1.12
	11	15.35	0.84	1.61	1.14
	12	9.6	0.72	1.51	1.02
	13	12.31	0.87	1.56	1.10
	14	16.65	0.89	1.62	1.18
	15	17.51	0.90	1.64	1.15
Media		13.67	0.85	1.56	1.12

En el Cuadro 3.2 se presenta el resumen de las estadísticas de los parámetros fractales de los núcleos I y II. El valor promedio de las tres dimensiones fractales es mayor para el patrón de fracturas. Esta tendencia coincide con el valor mayor de porosidad estimada para este rasgo, con lo que se infiere que las fracturas representan el patrón de porosidad más abundante en el núcleo I. En cuanto a la conectividad, ésta fue mayor en las redes de fracturas cuya dimensión fractal espectral fluctuó entre 1.13 y 1.45, mientras que en el patrón de cavidades, se obtuvieron valores entre 1.07 y 1.21. Estas diferencias concuerdan con lo esperado teóricamente, dado que las fracturas, en su mayoría, son espacios porosos interconectados, mientras que las disoluciones son poros aislados.

Cuadro 3.2
Resumen de las estadísticas descriptivas de las dimensiones fractales estimadas a partir de las imágenes tomográficas de los núcleos I y II.

Patrón	% Porosidad estimada	D_1 (Linfrac)	D_m (Fractal)	(\bar{d}) (Bromov)
N-I Fracturas				
Media	27.46	0.98	1.73	1.32
Mediana	27.17	0.99	1.73	1.37
Desviación estándar	7.50	0.03	0.06	0.13
Varianza de la muestra	56.25	0.001	0.004	0.02
Coef. de variación	27.31	3.06	3.46	9.84
Intervalo	21.33	0.08	0.18	0.33
Mínimo	16.91	0.92	1.64	1.13
Máximo	38.24	1.00	1.81	1.47
Suma	247.18	8.78	15.56	11.84
N-II Disoluciones				
Media	13.67	0.85	1.56	1.12
Mediana	13.24	0.87	1.56	1.12
Desviación estándar	2.98	0.08	0.06	0.06
Varianza de la muestra	8.89	0.01	0.00	0.004
Coef. de variación	21.79	9.41	3.84	5.35
Intervalo	8.83	0.26	0.24	0.20
Mínimo	8.68	0.69	1.42	1.01
Máximo	17.51	0.95	1.64	1.21
Suma	205.10	12.69	23.45	16.81

Con objeto de evaluar, si las diferencias observadas entre los parámetros fractales de los dos patrones de porosidad evaluados, son estadísticamente significativas, se realizó una comparación de medias empleando el paquete estadístico Statgraphics SGPlus, aplicando la prueba de Tukey al 95% de significancia (Figuras 3.6a-3.6c). Los resultados obtenidos, para las tres dimensiones fractales, muestran que entre ambos núcleos las diferencias son estadísticamente significativas y, por lo tanto, los parámetros D_1 , D_m y \bar{d} son aptos para distinguir entre los dos patrones de porosidad comparados.

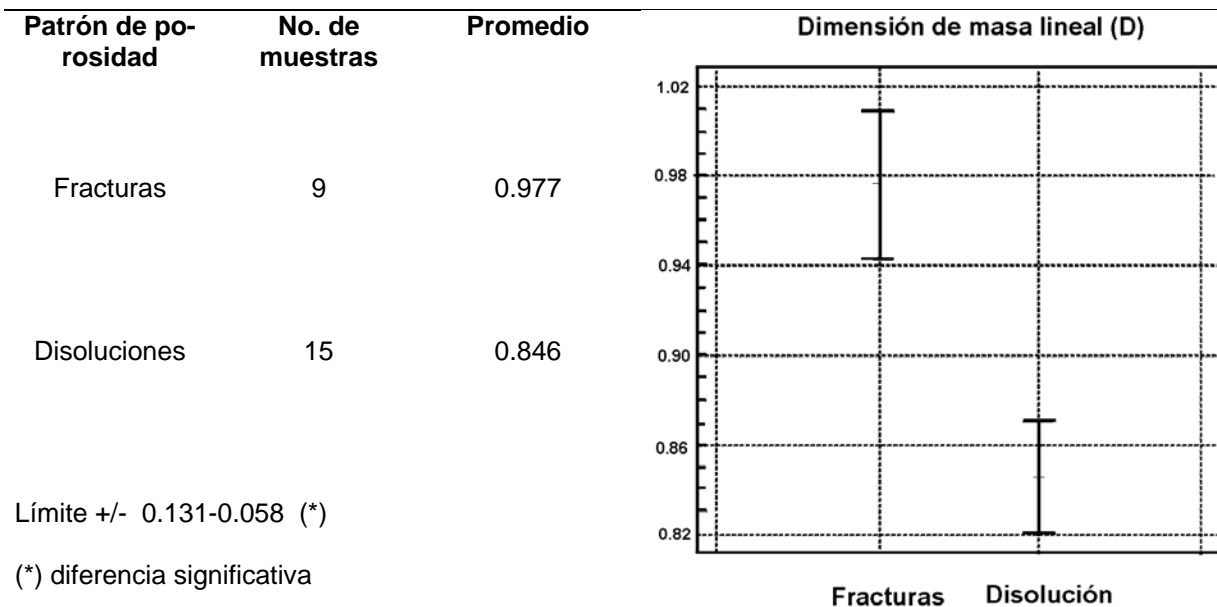


Figura 3.6a
 Comparación de medias de D_l para fracturas (Núcleo I) y disoluciones (Núcleo II), programa Linfrac

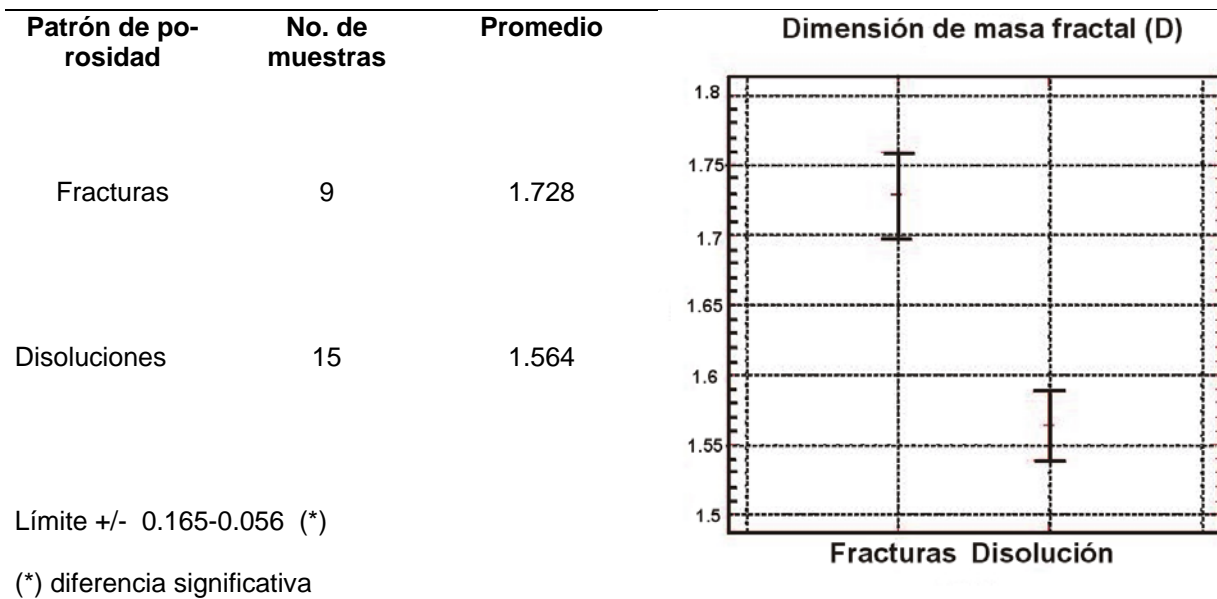


Figura 3.6b
 Comparación de medias de D_m para fracturas (Núcleo I) y disoluciones (Núcleo II), programa Fractal

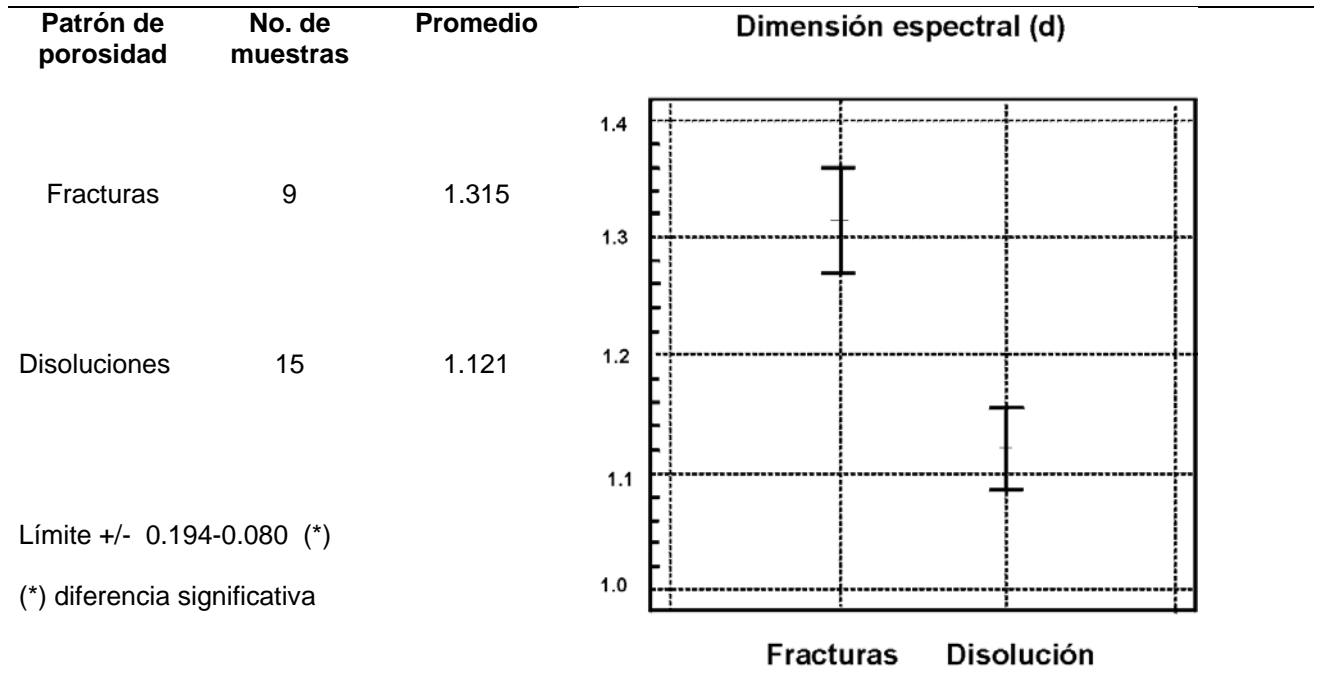


Figura 3.6c
 Comparación de medias de \bar{d} para fracturas (Núcleo I) y disoluciones (Núcleo II), programa Bromov

Para determinar si existe relación entre la porosidad, estimada a partir de las imágenes tomográficas, y los valores de las dimensiones fractales, se realizó un análisis de correlación (Cuadro 3.3). Los resultados muestran que la porosidad estimada se correlaciona más significativamente con la dimensión fractal de masa (0.99 en fracturas y 0.72 en disoluciones) y con la dimensión espectral (0.85 en fracturas y 0.85 en disoluciones). La relación entre la porosidad y la dimensión fractal lineal aunque es aceptable, es considerablemente menor (0.56 en fracturas y 0.62 en disoluciones).

Cuadro 3.3
 Correlación entre la porosidad estimada y dimensiones fractales extraídas de las imágenes tomográficas de patrones de fracturas y de disolución

Parámetro	Patrón de porosidad	
	Fracturas (Núcleo I)	Disolución (Núcleo II)
D (Linfrac)	0.560	0.623
D _m (Fractal)	0.995	0.715
\bar{d} (Bromov)	0.852	0.847

Con base en los resultados anteriores se afirma que los tres parámetros fractales evaluados, a partir de una serie de imágenes tomográficas de dos núcleos de YNF, cuantifican de manera precisa la distribución en el espacio de los rasgos de porosidad, con lo cual se hace posible describir el patrón estructural de cada formación. De los tres parámetros evaluados, la dimensión fractal de masa (D_m) cuantifica con más precisión la morfología de la porosidad, mientras que la dimensión espectral cuantifica la conectividad de la misma. Además, estos parámetros permitieron diferenciar estadísticamente los dos patrones de porosidad comparados en esta sección: fracturas y disoluciones.

3.6.2 Caracterización de la porosidad integral

El análisis de la porosidad integral de los núcleos III y IV (Anexo B3 y B4), cuya porosidad es una combinación de cavidades, fracturas y porosidad de matriz se realizó a partir de las imágenes tomográficas previamente segmentadas, proporcionadas por el IMP. Antes de discutir los resultados del análisis fractal, se describe el comportamiento de dos propiedades físicas que permiten caracterizar los patrones de porosidad estudiados: el porcentaje de porosidad, y el área ocupada por cada rasgo en las imágenes tomográficas.

3.6.2.1 Porcentaje de porosidad

El porcentaje de porosidad experimental de los núcleos de exploración III y IV se tomó de los datos del laboratorio del IMP. Las estadísticas de estos resultados, utilizados como los de referencia, se reportan en el Cuadro 3.4. En la Figura 3.7 se muestra la variación longitudinal del porcentaje de porosidad que presenta cada uno de los rasgos, y en la Figura 3.8 aparecen las gráficas de las diferencias estadísticas entre núcleos para cada rasgo de porosidad.

Cuadro 3.4
Porcentaje de porosidad estimada en las rasgos de núcleos de YNF

Estadística	N III			N IV		
	cavidades	fracturas	total	cavidades	fracturas	total
Media	10.16	3.85	14.01	13.55	2.85	16.40
Des Est.	2.89	0.52	3.34	3.53	0.43	3.65
Varianza	8.35	0.27	11.16	12.43	0.19	13.34
C. V.	28.44	13.50	23.84	26.05	15.09	22.26
Intervalo	12.38	2.17	14.48	13.39	1.74	14.31
Mínimo	5.21	2.75	7.95	8.23	2.17	10.62
Máximo	17.59	4.923	22.44	21.62	3.91	24.93

Del cuadro anterior se observa que la porosidad efectiva en ambos núcleos está dominada por cavidades, que ocupa 72.5% de la porosidad total en el núcleo III y 82.6% en el núcleo IV. Las fracturas corresponden al complemento de la porosidad. El hecho de que las cavidades contribuyan más significativamente en la porosidad experimental se debe a que en las cavidades el flujo de los fluidos es prácticamente libre por lo tanto al saturar los núcleos con líquido este ocupa completamente las cavidades mientras que en las fracturas el movimiento de los fluidos queda restringido por la continuidad del patrón de su distribución en el espacio.

En cuanto a la variación que muestra el porcentaje de cada uno de los rasgos a lo largo del núcleo, en las gráficas de la Figura 3.7 se observa que en ambos núcleos, las cavidades presentan la mayor variación, lo que se confirma por sus altos coeficientes de variación: 28.44% en el núcleo III y 26.05% en el IV. El patrón de fracturas presenta menor variación (13.5% en núcleo III y 15.08% en el IV); mientras que la porosidad total representa el promedio de la interacción de ambos patrones.

Aparentemente el núcleo IV podría considerarse como el más poroso, pero al hacer el análisis de medias se llegó a la conclusión de que no hay diferencia significativa entre la porosidad total de ambos núcleos. Sin embargo, la comparación estadística de los diversos rasgos de porosidad mostró diferencias significativas en la distribución tanto de cavidades como de fracturas. Este hecho hace suponer que aunque se tengan núcleos con porosidades totales similares, las diferencias en sus patrones estructurales serán responsables de la diversidad de flujos de los fluidos al interior de los yacimientos. Este último hecho debe considerarse al generar modelos que caractericen los diversos rasgos de los patrones estructurales comparados.

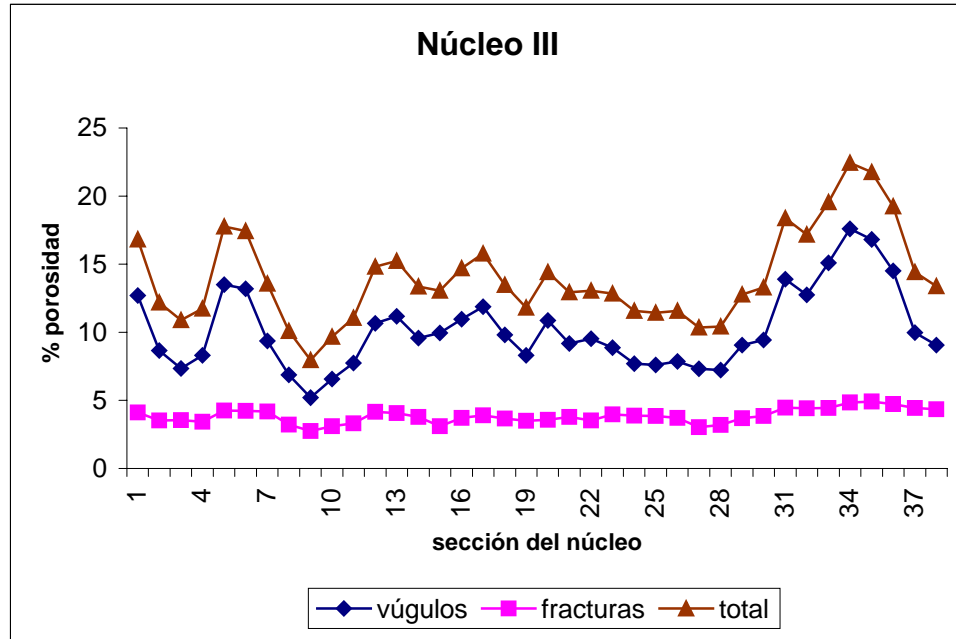


Figura 3.5
Distribución longitudinal del porcentaje de porosidad en el núcleo III

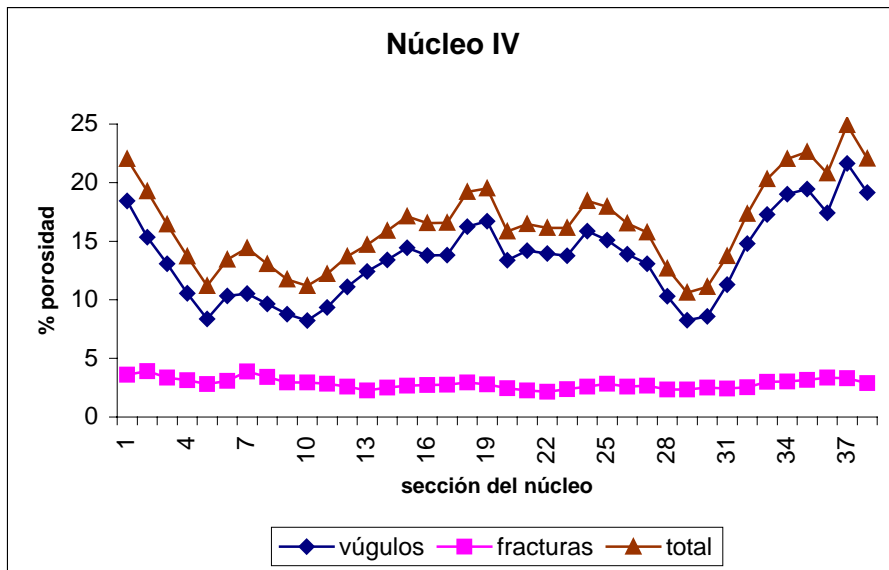


Figura 3.7
Distribución longitudinal del porcentaje de porosidad en el núcleo IV

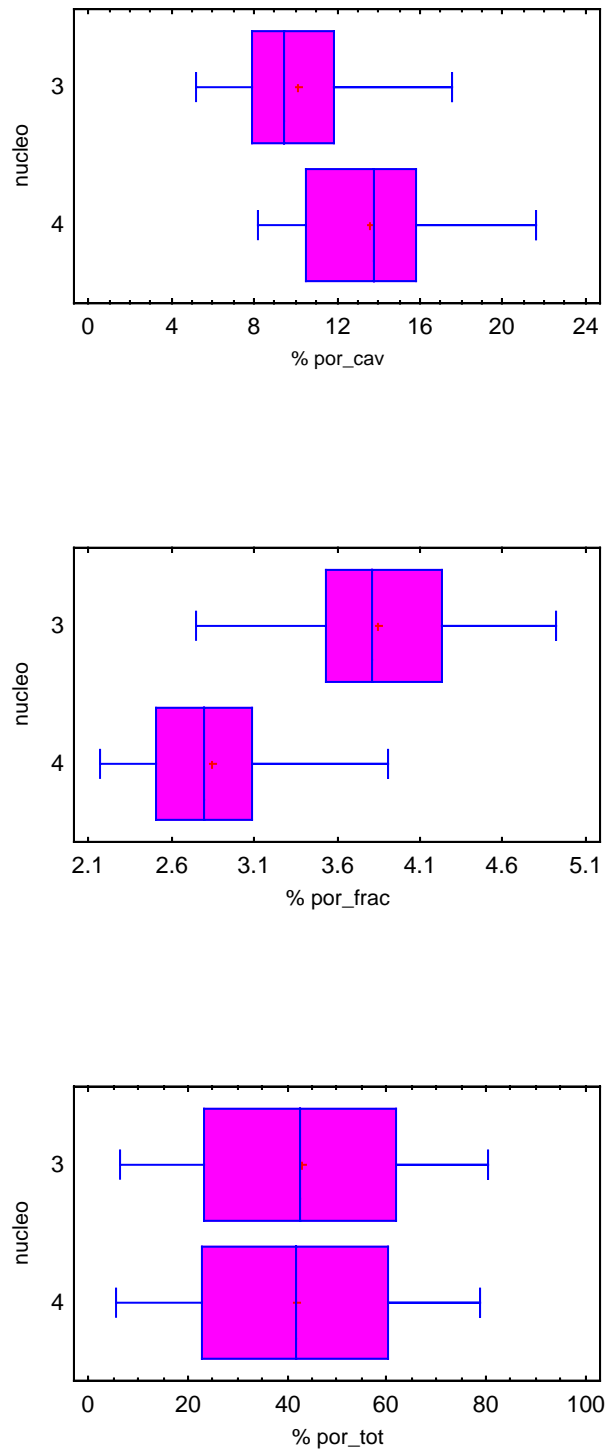


Figura 3.8
 Gráficos que muestran las diferencias estadísticas entre las medias del parámetro D_i calculado por Linfrac a partir de imágenes tomográficas de los núcleos III y IV de YNF

3.6.2.2 Porcentaje del área ocupada

El área ocupada por los dos rasgos de porosidad comparados se extrajo de las imágenes tomográficas segmentadas a través del paquete AdobePhotoShop 6.0, empleando el histograma. Las estadísticas de los resultados se muestran en el Cuadro 3.5. El patrón de fracturas, en ambos núcleos, ocupa el mayor porcentaje del área de las imágenes. Cabe señalar que en el núcleo III este patrón ocupa en promedio, 80% del área, mientras que en el núcleo IV, llega a representar 50%.

Cuadro 3.5
Porcentaje del área ocupada por los rasgos de porosidad en núcleos de YNF

Estadística	N III			N IV		
	cavidades	fracturas	total	cavidades	fracturas	total
Media	4.43	20.15	24.58	10.19	14.95	25.13
Des Est.	2.07	2.78	4.53	2.76	2.27	3.98
Varianza	4.29	7.73	20.55	7.64	5.16	15.85
C- V.	46.72	13.79	18.42	27.08	15.18	15.83
Intervalo	8.47	11.68	19.13	10.61	9.07	15.68
Mínimo	1.13	14.24	15.99	5.91	11.38	18.25
Máximo	9.60	25.92	35.12	16.52	20.45	33.93

La distribución longitudinal del área ocupada por los rasgos de interés, a través de los núcleos, se presenta en las gráficas de la Figura 3.9. Se observa que a lo largo de ambos núcleos, las fracturas son el patrón más abundante dentro de las imágenes analizadas. En el núcleo III, la diferencia entre el área ocupada por las fracturas y las cavidades es muy marcada: mientras las fracturas ocupan del 14 al 26%, las cavidades sólo representan de 1 a 10%. La variación de esta propiedad es mayor para el patrón de cavidades (C.V.=46.72% en núcleo III y 27.08% en el núcleo IV) en comparación con el de fracturas (C.V.=13.79% núcleo III y 15.18% en el núcleo IV). En el núcleo IV, a pesar de que el área ocupada por fracturas es mayor a través de toda la longitud del núcleo, su diferencia con el área ocupada por cavidades no es tan marcada como en el núcleo III, incluso en algunos segmentos del núcleo IV ambos rasgos de porosidad llegan a ocupar porcentajes similares.

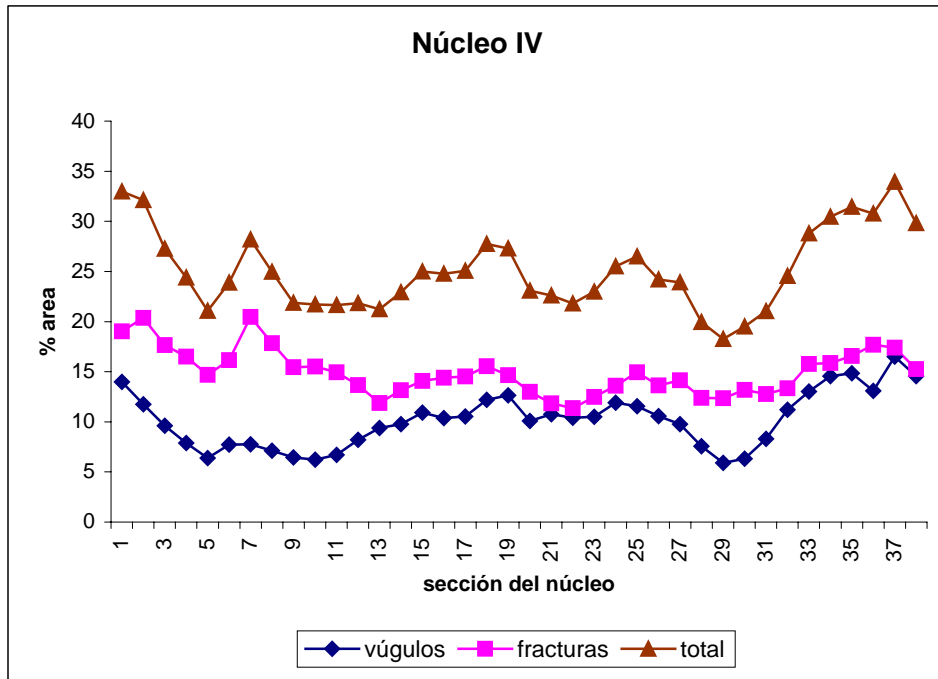
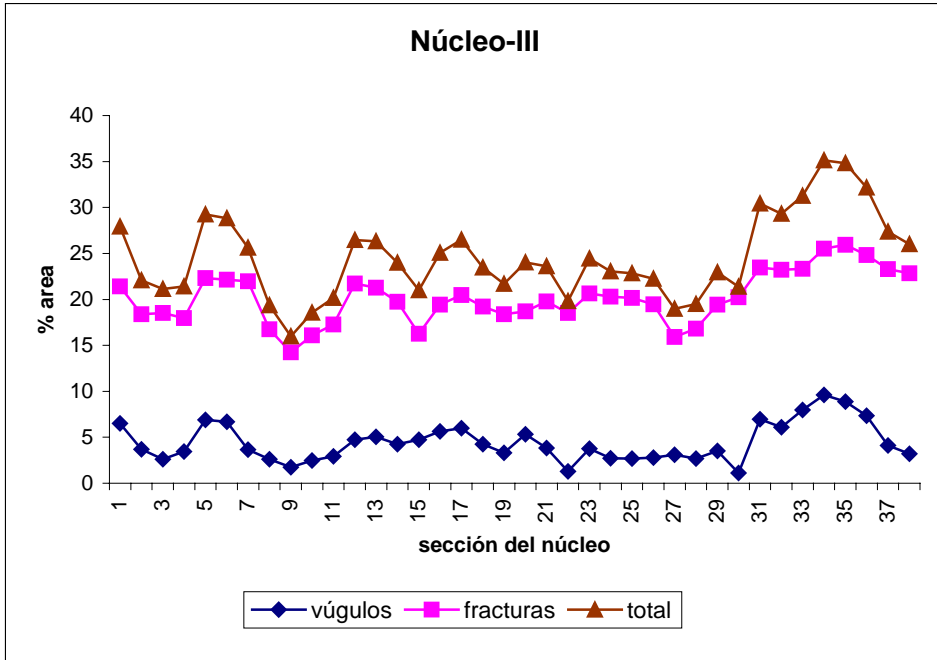


Figura 3.9
Distribución del área ocupada por los rasgos de porosidad en los núcleo de exploración III y IV.

La diferencia entre los núcleos comparados para esta propiedad se evaluó a través de un análisis de varianza. Los resultados se muestran en las gráficas de medias de la Figura 3.10, que indican que el porcentaje de área ocupada por los dos rasgos de porosidad es estadísticamente diferente en los dos núcleos estudiados. Esta diferencia también se obtiene cuando se cuantifica el área total ocupada por el espacio poroso.

Al relacionar entre sí la porosidad experimental con el área ocupada por los dos patrones de poros, se supuso que la porosidad efectiva de los núcleos de exploración sería directamente proporcional al área ocupada por los rasgos comparados (cavidades y fracturas). Sin embargo, al comparar las medias no se encontró tal correspondencia. En ambos núcleos se observó que, aunque la mayor porosidad efectiva se correlaciona con la presencia de las cavidades, el área ocupada por fracturas siempre es mayor. Al graficar porcentaje de porosidad contra porcentaje de área ocupada, para cada uno de los rasgos y el total, se observó que la relación es directa, y el ajuste es aceptable en todos los casos analizados. El coeficiente de determinación más bajo ($R^2 = 0.792$), se obtuvo en el núcleo IV y se refiere a la porosidad total (Figuras 3.11 y 3.12).

Esta aparente contradicción, puede explicarse por dos aspectos relacionados con la técnica de medición de la porosidad efectiva, la cual se realizó por la intrusión de líquido a presión sobre el núcleo. En las cavidades que están completamente ocupadas por aire, el líquido se mueve de manera libre, mientras que en las fracturas que no están completamente vacías, este movimiento disminuye de 10 a 30%. Por esta razón, aunque el área ocupada por las cavidades es menor que la ocupada por fracturas, su participación en la porosidad efectiva es mayor.

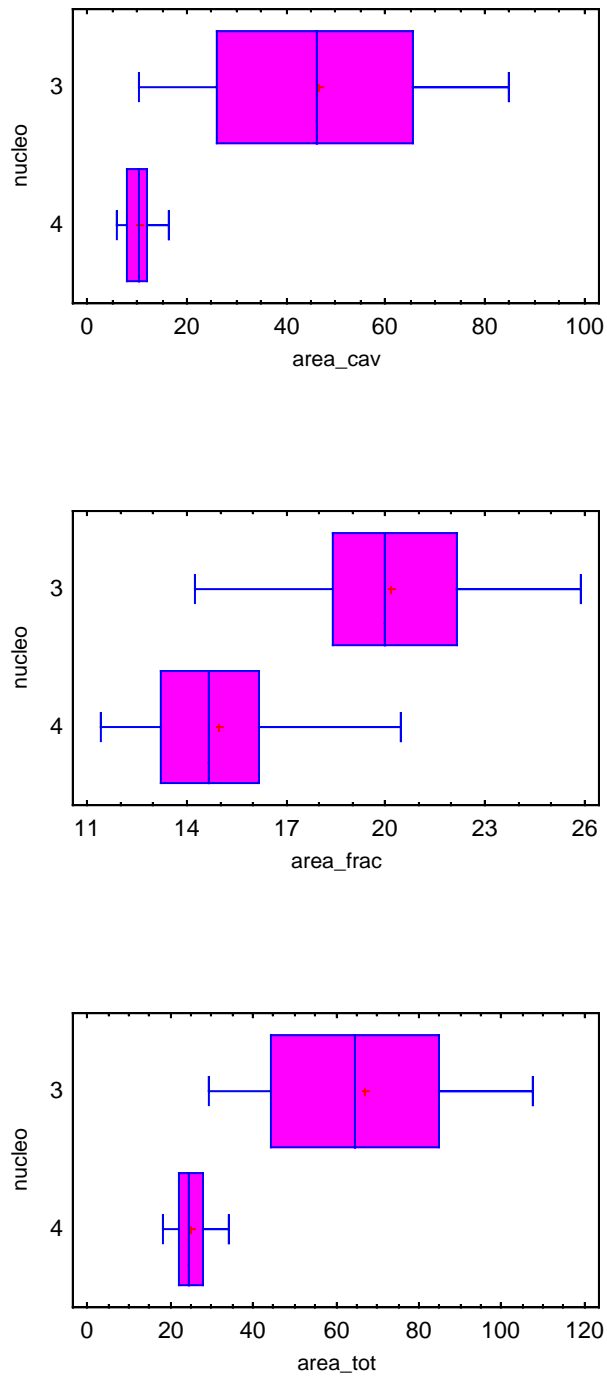


Figura 3.10
Diferencias estadísticas entre las medias del porcentaje del área ocupada por los patrones de porosidad extraídos de las imágenes tomográficas de los núcleos III y IV de YNF

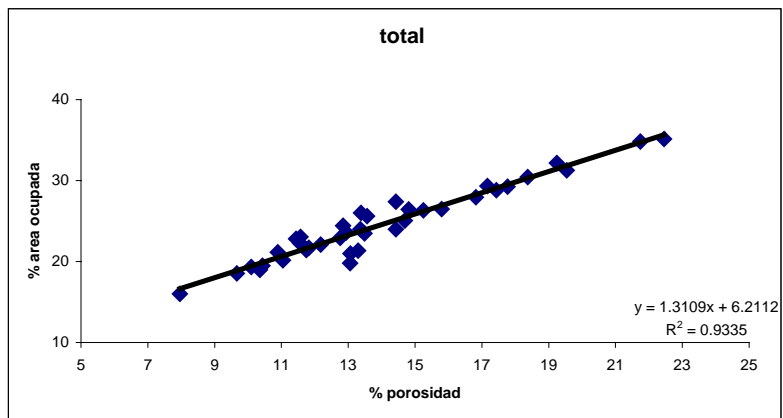
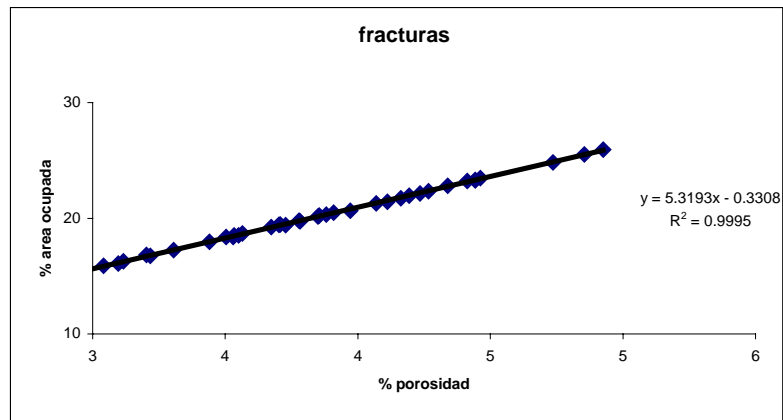
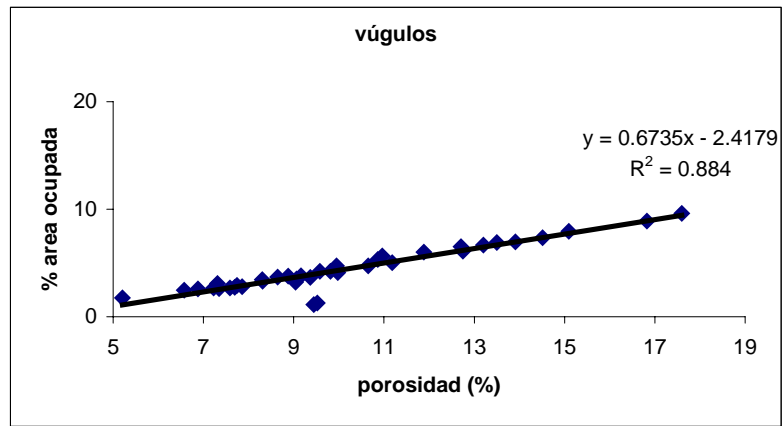


Figura 3.11
 Relación entre la porosidad y el área ocupada por tres rasgos de porosidad en el núcleo III

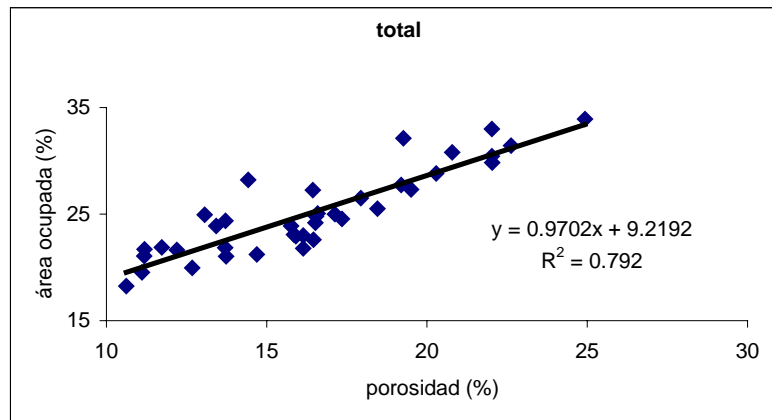
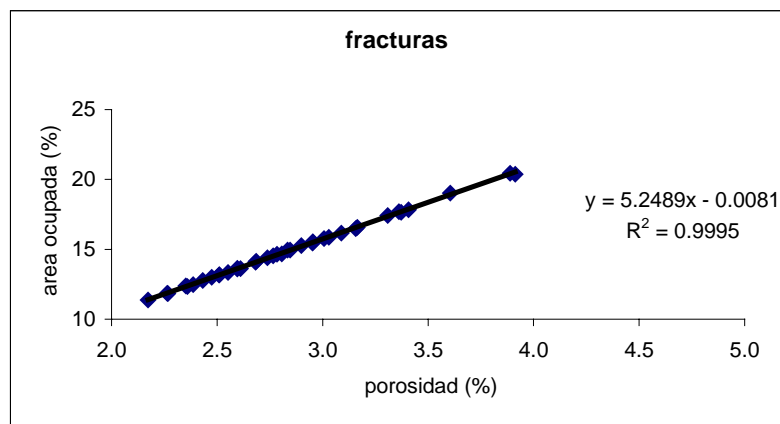
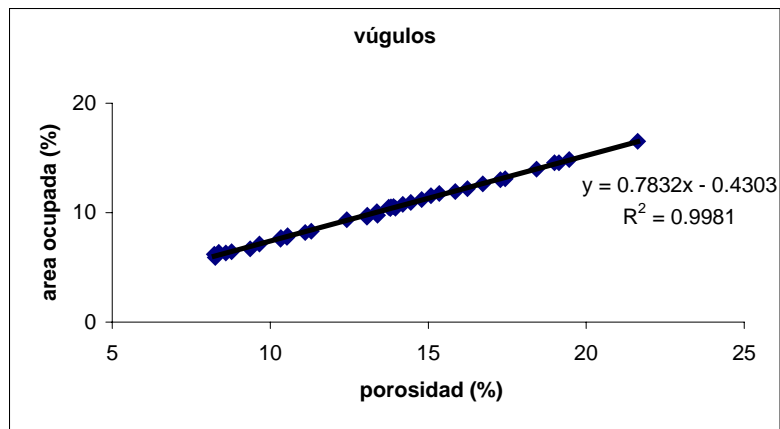


Figura 3.12
Relación entre porosidad y área ocupada por tres patrones de porosidad en el núcleo IV

3.6.2.3 Análisis fractal

El análisis fractal se realizó en 38 imágenes tomográficas de cada núcleo, calculando para cada patrón de porosidad, tres dimensiones fractales, aplicando los algoritmos Linfrac, Fractal y Bromov,. Los tonos de gris de las imágenes que definieron cada rasgo fueron: 50 y101 para las cavidades, 151 para las fracturas y 50, 101 y 151 para la porosidad total efectiva (cavidades más fracturas). Los resultados del análisis en cada imagen se presentan en el Anexo C1 y C2. La discusión con base en sus estadísticas y distribuciones correspondientes se hace para cada uno de los parámetros fractales.

En el Cuadro 3.6 se resumen las estadísticas del análisis de la dimensión fractal lineal. Dentro de los núcleos, el mayor valor de D_l se obtuvo para la suma de cavidades más fracturas. En el núcleo III, el menor valor correspondió al patrón de cavidades y, en el núcleo IV, al de fracturas. La variación estadística de este parámetro es prácticamente nula dado que todo el conjunto de valores obtenidos fluctúan entre 0.8 y 2.0.

Cuadro 3.6
Estadísticas de la dimensión fractal lineal (D_l) calculada por Linfrac para los rasgos de porosidad en núcleos de YNF

Estadística	N III			N IV		
	cavidades (50-101)	fracturas (151)	cavidades + fracturas (50-151)	cavidades (50-101)	fracturas (151)	cavidades + fracturas (50-151)
Media	0.65	0.94	0.96	0.96	0.95	0.97
Des Est.	0.11	0.02	0.01	0.02	0.02	0.01
C.V.	16.92	1.79	1.4	2.09	1.61	1.4
Intervalo	0.49	0.09	0.07	0.09	0.07	0.05
Mínimo	0.41	0.89	0.92	0.90	0.91	0.94
Máximo	0.90	0.97	0.98	0.99	0.98	0.99

En las gráficas de la Figura 3.13 se muestra la variación de este parámetro a lo largo de los núcleos. En el núcleo III, la dimensión fractal lineal permite diferenciar claramente los dos patrones de porosidad; a las cavidades les corresponden los menores valores de D_l pero con mayor variación (C.V.=16.92); mientras que, las fracturas tienen valores más altos de este parámetro fractal pero más homogéneos (C.V.=1.79).

Para establecer las diferencias estadísticas entre los parámetros comparados se realizó un análisis de varianza entre los núcleos. De manera gráfica, estos resultados se

muestran en la Figura 3.14. Se concluye que con un nivel de confianza de 95% las medias del parámetro fractal D_f de los tres rasgos de porosidad, son diferentes entre los dos núcleos evaluados. Lo cual indica que este parámetro es lo suficientemente sensible para cuantificar las diferencias entre rasgos de porosidad similares provenientes de diferentes núcleos. El patrón de cavidades es el que presenta las mayores diferencias, mientras que en fracturas y la porosidad total las diferencias son menos contrastantes.

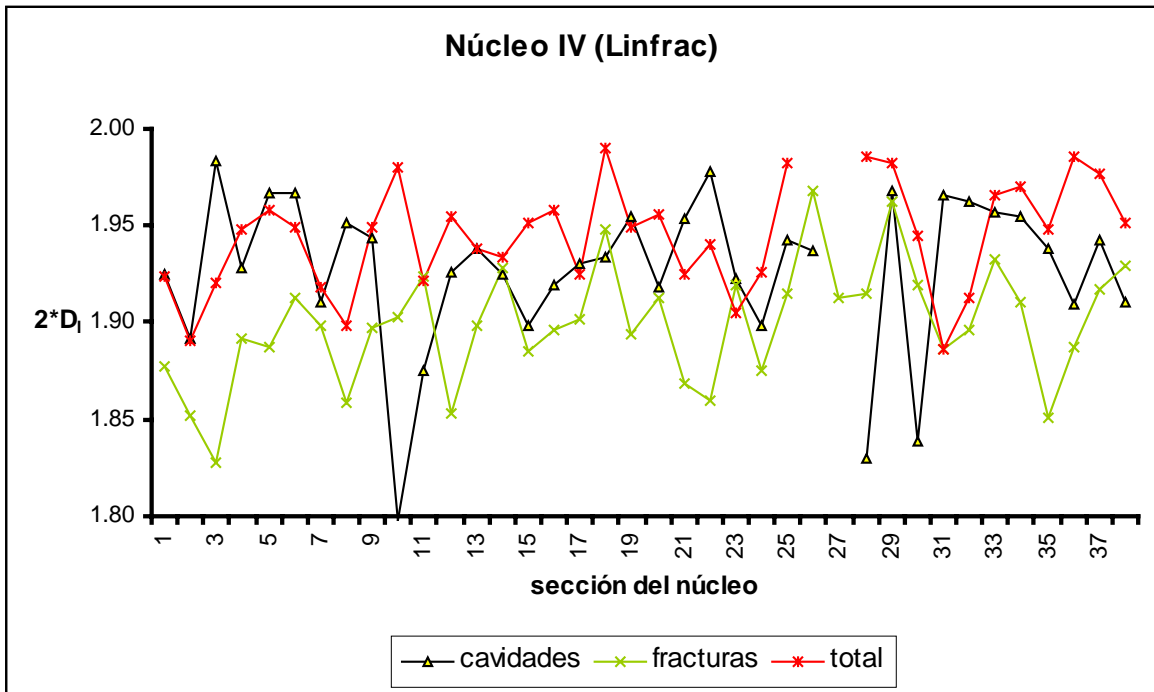
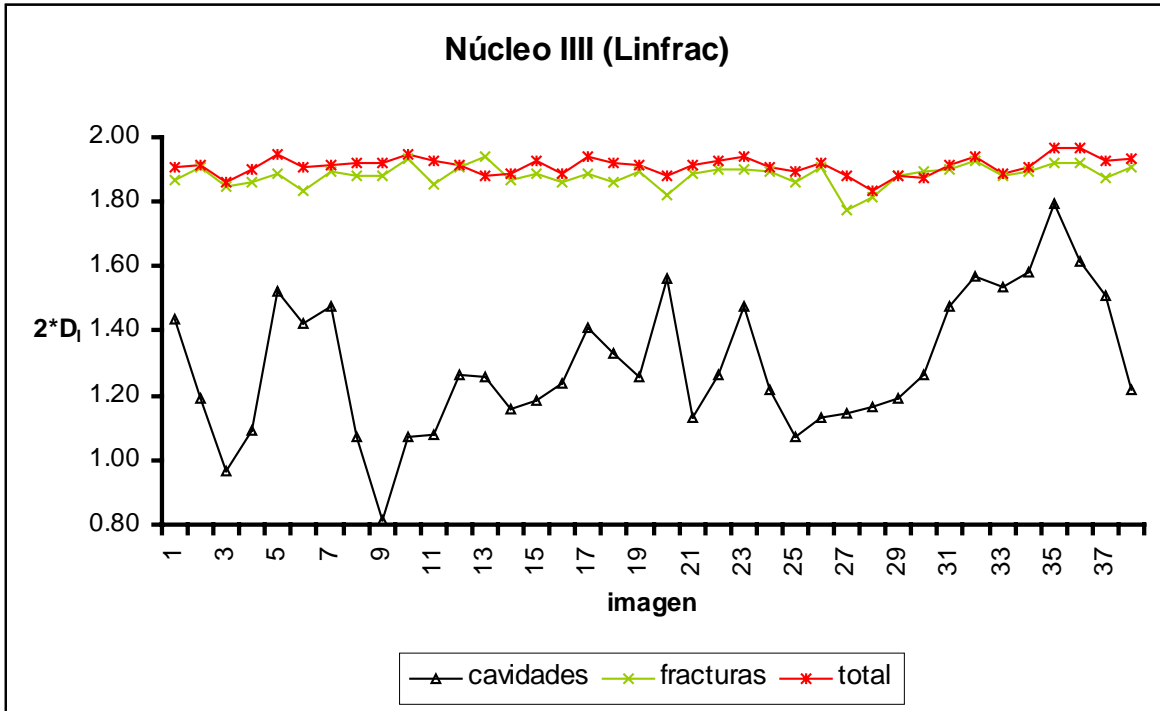


Figura 3.13
Distribución longitudinal del parámetro D_1 calculado con Linfrac para los patrones de porosidad de los núcleos III y IV

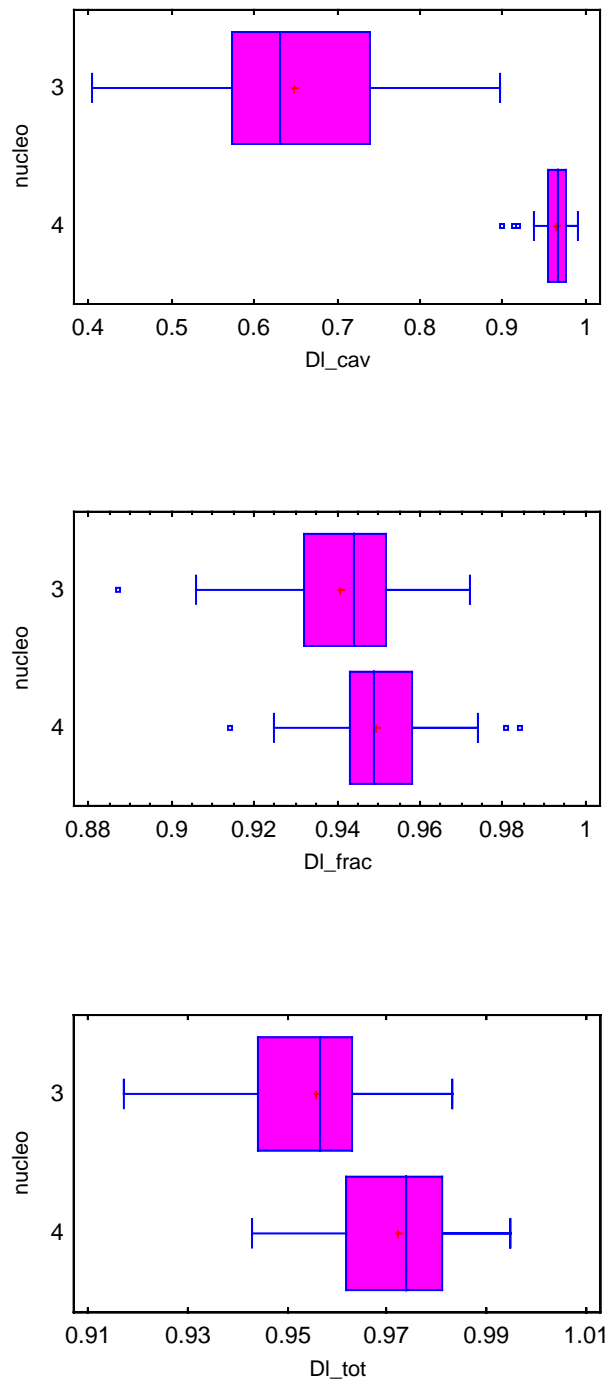


Figura 3.14
 Diferencias estadísticas significativas entre las medias del parámetro D_I calculado por Lin-frac extraídas de las imágenes tomográficas de los núcleos III y IV de YNF

En cuanto a la dimensión fractal de masa (D_m), el resumen de sus estadísticas se muestra en el Cuadro 3.7, y la variación de los valores a lo largo de la longitud de los núcleos en la Figura 3.15. En ambos núcleos, el mayor valor de D_m se observa para la porosidad total y el menor para el patrón de cavidades. Los coeficientes de variación de D_m son menores de 10%, para todos los rasgos evaluados. La mayor variación se presenta en el patrón de cavidades (C.V.=5.5% para núcleo III y 3.5 para núcleo IV), mientras que la porosidad total muestra la menor variación (C.V.= 1.17% núcleo III y 0.97% núcleo IV). De las gráficas se observa que en el núcleo III la variación de D_m dentro de los patrones de porosidad es mayor siendo la diferencia entre los patrones de cavidades y fracturas más evidente. En el núcleo IV en algunos casos, la D_m de cavidades y fracturas tienen valor similar.

Cuadro 3.7
Dimensión fractal de masa (D_m) calculada por Fractal para los dos rasgos de porosidad comparados en núcleos de YNF

Estadística	N III			N IV		
	Cavidades (50-101)	Fracturas (151)	Vu+Frac (50-151)	Cavidades (50-101)	Fracturas (151)	Vu+Frac (50-151)
Media	1.35	1.68	1.84	1.55	1.65	1.85
Des Est.	0.06	0.04	0.02	0.05	0.03	0.02
C.V.	5.55	2.17	1.17	3.53	1.77	0.97
Intervalo	0.31	0.19	0.09	0.21	0.11	0.07
Mínimo	1.21	1.55	1.79	1.45	1.60	1.82
Máximo	1.52	1.74	1.88	1.66	1.71	1.89

El análisis de varianza realizado para establecer las diferencias entre los patrones de porosidad de ambos núcleos comparados muestra que con 95% de confianza las medias de los valores de D_m de los tres rasgos de porosidad diferencian bien a los dos núcleos estudiados (Figura 3.16). Esta diferencia se vuelve más evidente en el patrón de cavidades en comparación con el de fracturas. Sin embargo la dimensión fractal D_m fue suficientemente sensible para diferenciar entre los patrones estructurales de los dos núcleos evaluados.

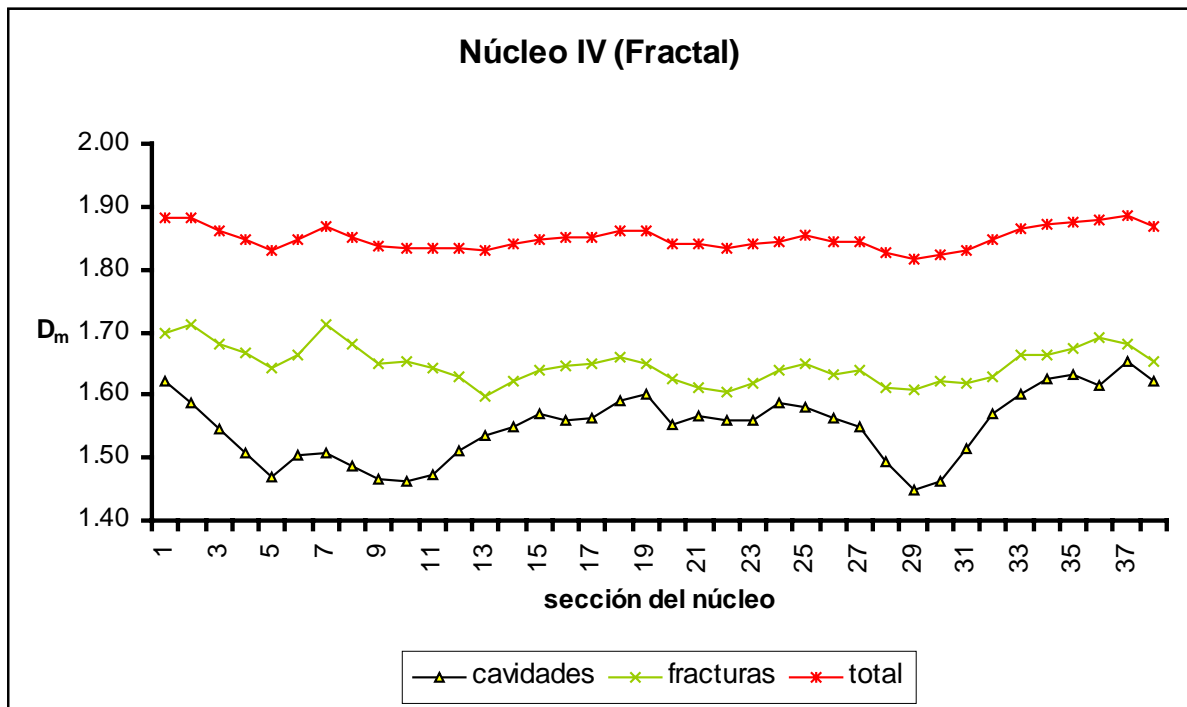
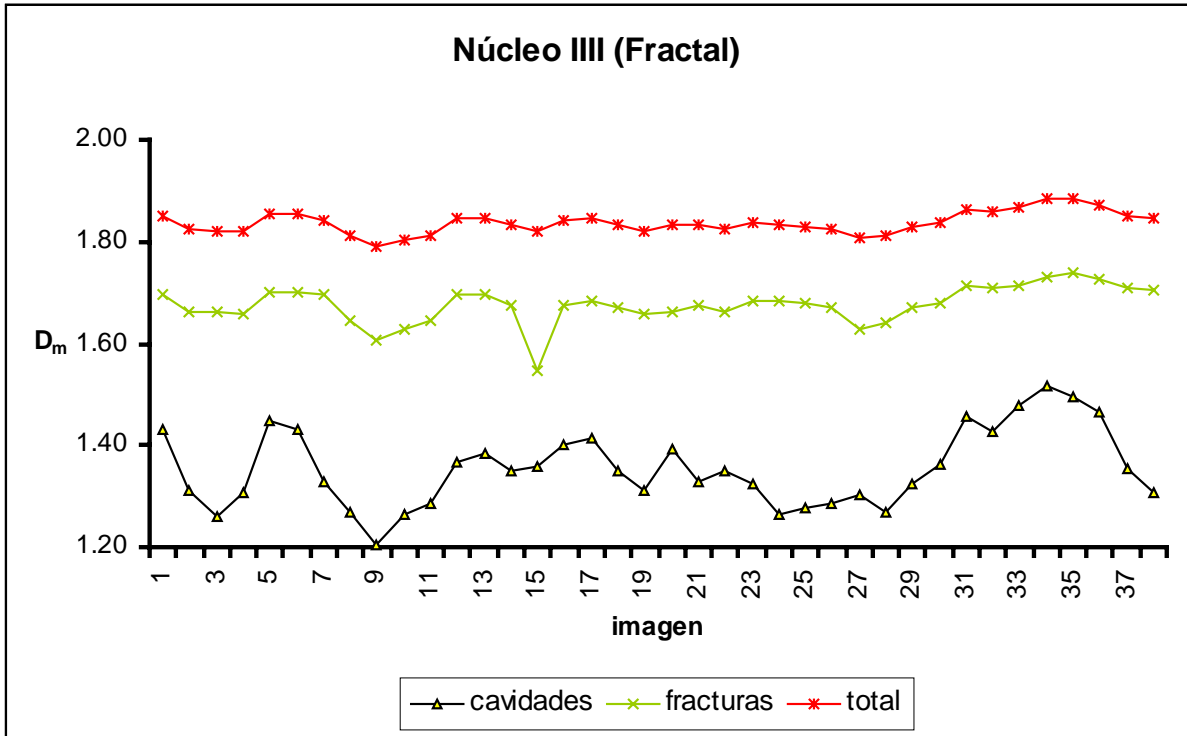


Figura 3.15
Distribución longitudinal del parámetro D_m calculado con Fractal para los patrones de porosidad a lo largo de los núcleos III y IV

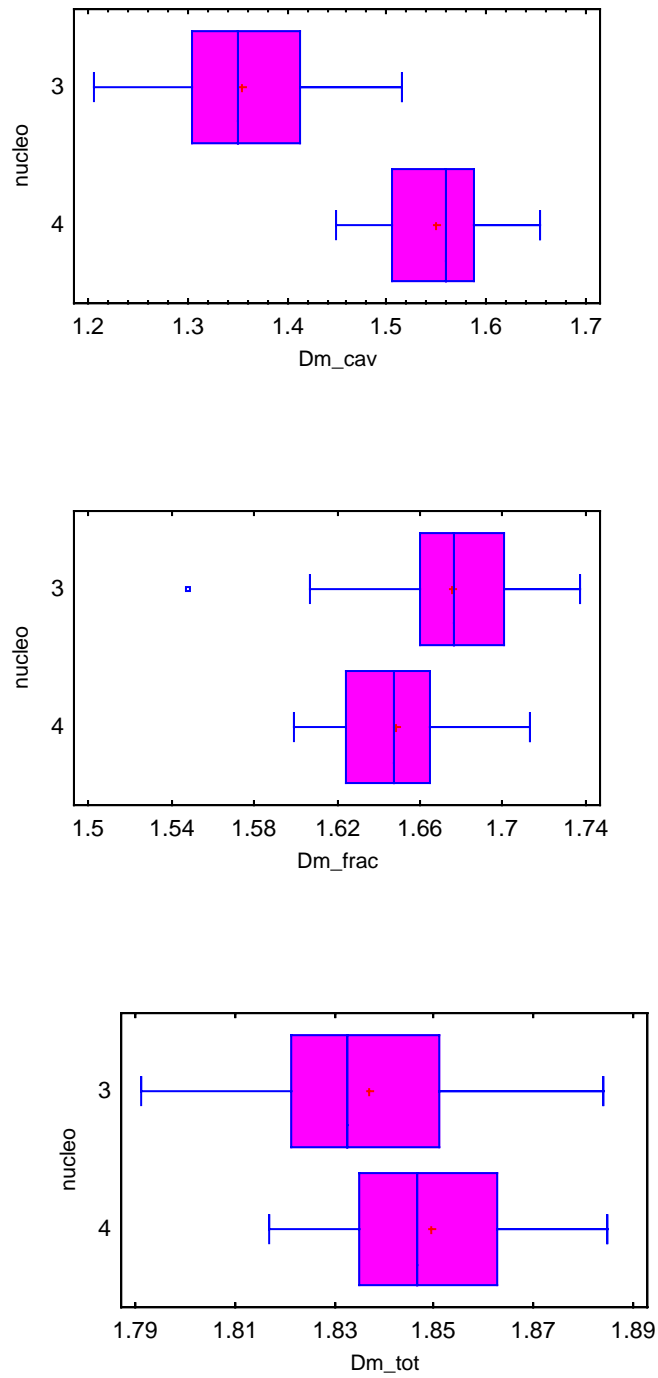


Figura 3.16
 Diferencias estadísticas entre las medias de D_m calculada por Fractal extraídas de las imágenes tomográficas de los núcleos III y IV de YNF

El último parámetro fractal evaluado en esta etapa del estudio fue la dimensión fractal espectral (Cuadro 3.8), la cual presentó las mayores irregularidades del comportamiento. En el patrón de cavidades el valor de \bar{d} fue muy similar para ambos núcleos comparados mientras que \bar{d} de las fracturas y del espacio poroso total del núcleo III mostró mayor conectividad.

Cuadro 3.8
Dimensión fractal espectral (\bar{d}) calculada por Bromov para los rasgos de porosidad en núcleos de YNF

Estadística	N III			N IV		
	cavidades (50-101)	fracturas (151)	cavidades + fracturas (50-151)	cavidades (50-101)	fracturas (151)	cavidades + fracturas (50-151)
Media	1.20	1.42	1.90	1.28	1.13	1.78
Des Est.	0.12	0.06	0.05	0.12	0.07	0.09
C.V.	9.63	5.32	2.76	9.11	6.02	5.08
Intervalo	0.45	0.32	1.24	0.41	0.22	0.38
Mínimo	1.00	1.24	1.74	1.05	1.04	1.56
Máximo	1.46	1.55	1.97	1.45	1.26	1.94

La variación de la dimensión fractal espectral a lo largo de los núcleos se muestra en la Figura 3.17 para cada patrón de porosidad. Según el coeficiente de variación el patrón con mayor variación es el de cavidades (9.63% núcleo III y 9.11% núcleo IV), siendo el espacio poroso total el de menor variación (2.76% núcleo III y 5.08% núcleo IV), en ambos núcleos

El análisis de varianza realizado con el propósito de estimar las diferencias entre los núcleos comparados mostró que las \bar{d} en los tres patrones de porosidad, son estadísticamente diferentes con un nivel de confianza de 95%, lo que se observa en las gráficas de la Figura 3.18. El mayor contraste se presentó en el patrón de fracturas, que mostraron una máxima continuidad en el núcleo III, siendo éste menor que el de las cavidades en el núcleo IV. Al contrario del núcleo III la continuidad de las cavidades en el núcleo IV fue significativamente mayor que en las fracturas. La mínima continuidad se observó en las cavidades del núcleo IV, donde la dimensión espectral se acercó a su límite topológico inferior (= 1).

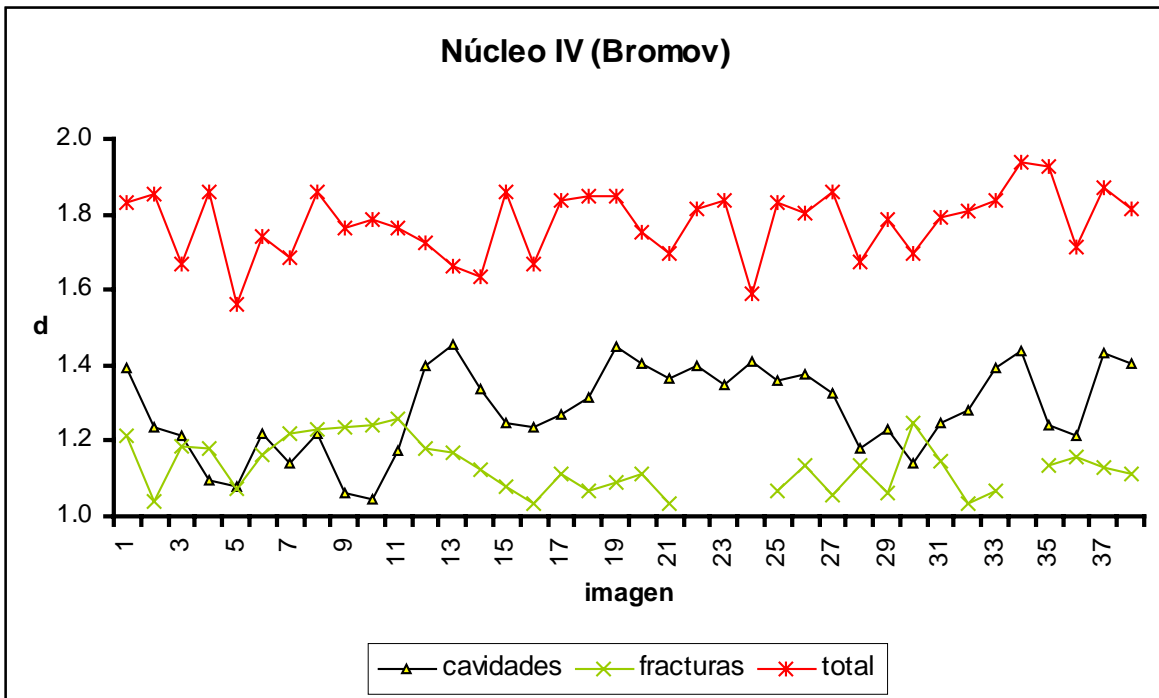
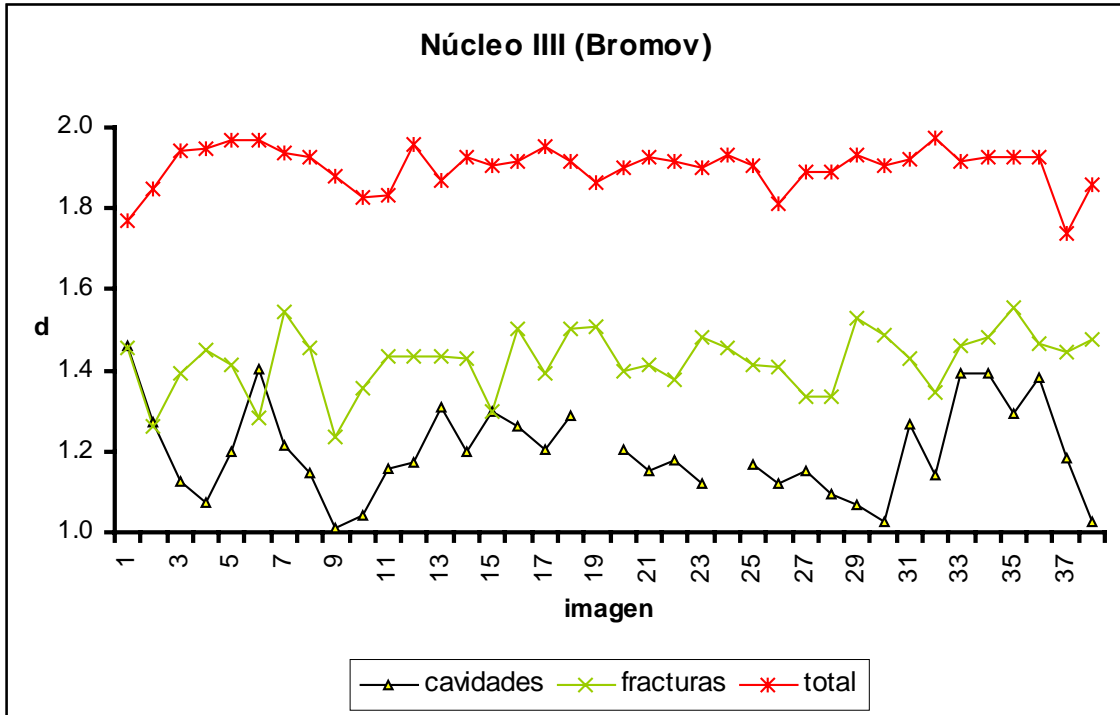


Figura 3.18
 Distribución de la dimensión espectral (\bar{d}) calculado con Bromov para los patrones de porosidad a lo largo de los núcleos III y IV

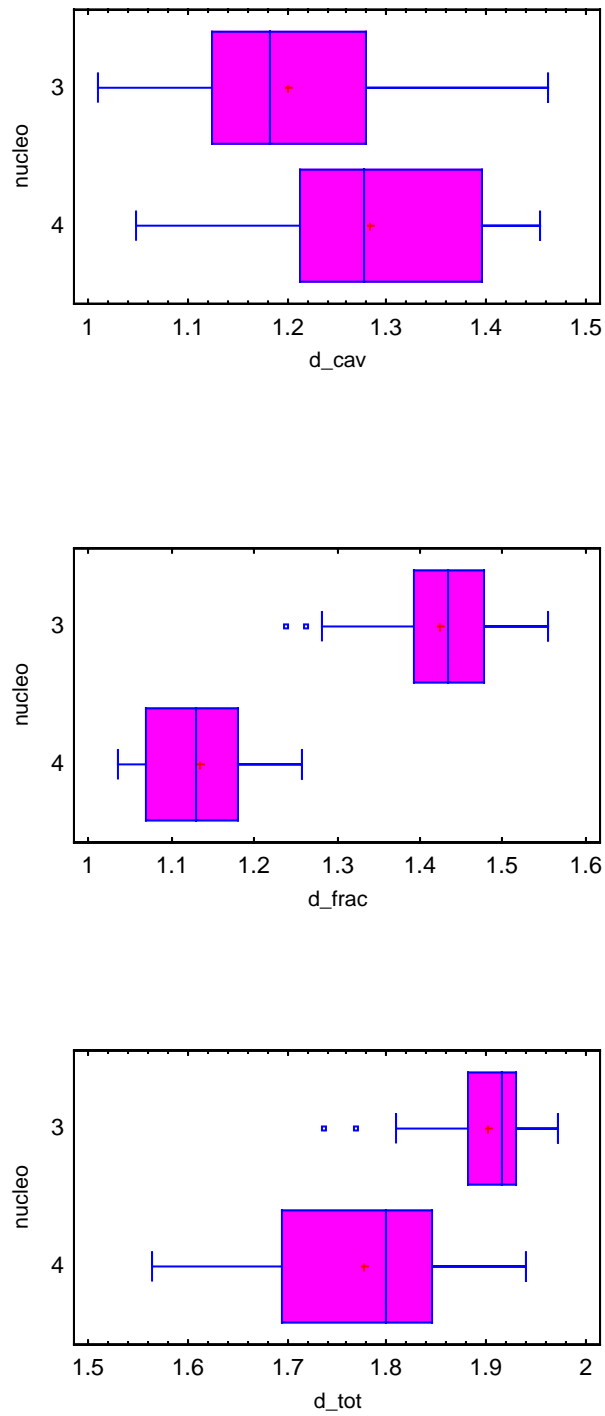


Figura 3.18
 Diferencia estadísticas entre las medias del parámetro d calculado por Bromov extraídas de las imágenes tomográficas de los núcleos III y IV de YNF

Al analizar en conjunto las tres dimensiones fractales calculadas se observa que en las fracturas, las dimensiones relacionadas con los parámetros estáticos de la geometría de los patrones (D_l y D_m) presentan una diferenciación menor entre los núcleos que en las cavidades. Esto debido a la naturaleza de las fracturas, de la cual se sabe su geometría es independiente del material y los proceso que las producen. En tanto que las características morfológicas de las cavidades están más relacionadas con la naturaleza del material.

En cuanto a la dimensión fractal espectral o fractón (d), relacionada con las características dinámicas (continuidad) de los patrones estructurales, en las fracturas se observó mayor contraste entre los núcleos que en las cavidades, hecho que se atribuye a que la característica de conectividad del espacio poroso depende sobre todo del patrón de fracturas que de los espacios aislados definidos por las cavidades.

Las observaciones anteriores permiten señalar que la evaluación fractal de los núcleos de exploración de YNF, a través de sus imágenes tomográficas permiten obtener parámetros cuantitativos, tanto de la morfología como de la conectividad que los definen, mismos que pueden utilizarse en futuras caracterizaciones y procesos de modelado para identificar estratos o áreas productoras o de almacenamiento de hidrocarburos en un mismo pozo o en pozos diferentes.

3.6.2.4 Relación de los parámetros fractales con las propiedades físicas

Finalmente, para conocer el grado de correlación que existe entre las propiedades físicas de los núcleos (porosidad experimental y área ocupada por los patrones de poros) y los parámetros fractales evaluados, se relacionaron estas variables para cada patrón de porosidad, calculando el coeficiente de correlación correspondiente. El resumen de los coeficientes de correlación obtenidos se muestran en el Cuadro 3.10.

Cuadro 3.10
 Datos del análisis de correlación entre las propiedades físicas y dimensiones fractales para los rasgos de porosidad en núcleos de YNF

Patrón de porosidad	% porosidad experimental			% área ocupada		
	$r_1(D_1)$	$r_2(D_m)$	$r_3(\bar{d})$	$r_1(D_1)$	$r_2(D_m)$	$r_3(\bar{d})$
Núcleo III						
Cavidades	0.856	0.983	0.739	0.784	0.913	0.768
Fracturas	0.405	0.922	0.4904	0.401	0.921	0.492
Total	0.307	-0.996	-0.232	0.334	0.984	0.219
Núcleo IV						
Cavidades	0.231	0.990	0.681	0.227	0.990	0.677
Fracturas	-0.292	0.989	0.264	-0.287	0.990	0.268
Total	0.103	0.863	0.459	0.020	0.994	0.457

De los resultados se deduce que la dimensión fractal de masa (D_m), se relaciona fuertemente con las dos propiedades físicas evaluadas, en los tres patrones de porosidad identificados en ambos núcleos de YNF. El análisis confirma que D_m es un buen indicador de las propiedades estáticas del medio poroso, tales como porosidad experimental y área ocupada por los dos patrones de poros de los núcleos de YNF.

En cuanto a D_1 se observa que las correlaciones más significativas se presentan en el patrón de cavidades para el núcleo III refiriéndose a las dos propiedades estudiadas. En el resto de los patrones no se detectó relación alguna entre las variables de interés. Esta escasa relación de D_1 con las propiedades físicas se atribuyó al hecho de que el parámetro es más aplicable a rasgos lineales que a patrones de distribución bidimensional.

En cuanto a la dimensión espectral se sabe que ésta es un indicador de las propiedades dinámicas de los medios fractales, y tanto la porosidad experimental como el área ocupada por los rasgos de interés, sólo reflejan propiedades estáticas del medio. Sin embargo, en el patrón de cavidades, donde ocurre el mayor movimiento de fluidos, se aprecia cierta correlación con el parámetro \bar{d} en ambos núcleos.

3.7. CONCLUSIONES

- Las imágenes tomográficas de los núcleos de exploración de los Yacimientos Naturalmente Fracturados son una fuente confiable para obtener información sobre la estructura de los medios porosos. A partir de ellas, se pueden extraer los parámetros fractales de los patrones de porosidad como cavidades y fracturas.
- Los principales rasgos de porosidad, estudiados en la presente investigación, tienen un comportamiento autosimilar, con una distribución que permite definirlos como fractales estadísticos.
- Los algoritmos evaluados a lo largo de esta investigación, son aptos para cuantificar con precisión las dimensiones fractales de los dos patrones de porosidad identificados en estos núcleos como los principales componentes de la porosidad.
- Los tres parámetros fractales evaluados ayudan a diferenciar entre los núcleos con diferentes rasgos dominantes de porosidad.
- En núcleos con un patrón de porosidad combinado, las dimensiones fractales evaluadas permiten diferenciar entre cavidades y fracturas.
- La dimensión fractal de masa (D_m), es el parámetro fractal que mejor se correlaciona con la porosidad y el área ocupada por cavidades y fracturas en núcleos con porosidad combinada.



IV. ANÁLISIS FRACTAL DE MEDIOS NATURALES POROSOS (SUELOS)

4.1. INTRODUCCIÓN

Los suelos son las unidades discretas o continuas del paisaje, que cubren parte de la superficie de la corteza terrestre. Según Rozanov [1986] el suelo es un sistema jerárquico, complejo, polifuncional, abierto, de cuatro fases y estructurado. Es el resultado del intemperismo de las rocas, y al mismo tiempo, es una función compleja de los factores formadores del suelo [roca madre, organismos, clima, relieve y tiempo]. En los agroecosistemas se incluye el factor antropogénico, como decisivo en la definición del patrón estructural del suelo, y por ende, de los flujos de masa y energía que ocurren en éste.

Como cualquier sistema natural, el suelo muestra variabilidad en el espacio y dinámica en el tiempo. Por su carácter jerárquico, la variabilidad espacial se manifiesta de manera continua a todas las escalas de resolución, desde la mega hasta la submicroscópica [Oleschko *et al.*, 1997]. El área o volumen elemental, necesarios para el análisis de la variabilidad espacio-temporal del patrón estructural del suelo, así como los métodos para su evaluación, están en función de la naturaleza de las propiedades del suelo que se pretenden analizar.

Los procedimientos estadísticos tradicionales, son útiles para describir la variabilidad de las propiedades del suelo, a una o varias escalas de observación, sin embargo, no siempre permiten extrapolar los resultados de una escala a otra [Sposito y Reginato, 1992]. Anderson *et al.*, [1996] mencionan que el suelo, como muchos otros materiales porosos, es heterogéneo e irregular a lo largo de un amplio rango de escalas por lo que es difícil describirlo adecuadamente, empleando los conceptos de la geometría tradicional Euclidiana.

La Geometría Fractal proporciona nuevos conceptos que permiten describir de un modo más preciso, la estructura de los medios naturales irregulares y heterogéneos, como el suelo. Con esta base teórica y el aparato analítico disponible, el arreglo estructural del suelo se ha descrito cuantitativamente en numerosos trabajos, utilizando diferentes dimensiones fractales empíricas, con las cuales se pretende estimar los diversos atributos del patrón estructural de sólidos y poros. Una caracterización similar se realizó en esta etapa de la presente investigación, empleando imágenes digitales de láminas delgadas observadas bajo el microscopio óptico. Además, se calibró una nueva técnica para el análisis de las imágenes, denominado Firma Fractal de los Tonos Gris [FIFRATOG], diseñado

por Oleschko *et al.*, [2003]. Con este análisis se pretende evitar la necesidad de definir un umbral durante la exploración de los parámetros fractales a partir de las imágenes de los medios.

4.2. MARCO TEÓRICO

En la actualidad, debido al crecimiento global de la población y efectos del cambio climático que incrementan la presión sobre los recursos naturales, es una necesidad primordial buscar nuevas técnicas analíticas, útiles para integrar dentro de modelos coherentes los conocimientos adquiridos sobre el suelo, a diferentes escalas de tiempo y espacio. Estas nuevas técnicas favorecen el pronóstico acertado de la naturaleza, velocidades y variabilidad espacial de los principales procesos físicos, químicos y biológicos que se desarrollan en los suelos, en función del manejo al que son sometidos [Perfect y Kay, 1995; Crawford *et al.*, 1999; Oleschko *et al.*, 2003].

Los sistemas naturales -el suelo no es la excepción-, frecuentemente presentan características similares a diferentes escalas. La medida de estas características, por ejemplo: número, longitud, masa, rugosidad, área superficial, abundancia, etc., depende de la escala a la cual son observadas. Los modelos fractales asumen que existe una dependencia del tipo de ley de potencias, que se mantiene constante a través de un rango de escalas (invarianza de escala o escalado), dentro del cual el comportamiento del sistema es fractal [Perfect y Kay, 1995; Anderson *et al.*, 1996].

Los modelos fractales ofrecen a los edafólogos, la posibilidad de relacionar las variables características de los suelos, observadas a diferentes escalas y cuantificar la heterogeneidad intrínseca de ellas. Además, los parámetros fractales sirven para relacionar las características evaluadas a una escala determinada con otras, estudiadas por encima o por debajo de ésta. Es por ello que el enfoque fractal, es atractivo para vincular y extrapolar los procesos de unas escalas a otras. Por último, la teoría fractal proporciona un marco teórico sólido para los estudios multidisciplinarios sobre los suelos y su compleja relación con otros componentes del ambiente [Crawford *et al.*, 1999].

De este modo se puede esperar que la dimensión fractal, sea una medida útil para predecir el comportamiento de algunos procesos del suelo a cierta escala, con base en la información obtenida a otra resolución y referida a cualquier otro proceso. Así mismo, es posible vía la dimensión fractal, predecir las propiedades de escalamiento de parámetros que son difíciles de estimar o que requieren de mucho tiempo para su medición, a partir

de su correlación con aquellos que son fáciles de cuantificar [Perfect y Kay 1992; Huang *et al.*, 1994; Oleschko 1998; Oleschko *et al.*, 2000].

La aplicación de los conceptos fractales a la ciencia del suelo se ha dirigido a: 1) descripción cuantitativa de las propiedades físicas, químicas y biológicas; 2) modelación de los procesos físicos, químicos y biológicos, y 3) descripción de la variabilidad espacial de los suelos [Pachepski *et al.*, 2000]. En cuanto a las propiedades físicas, los parámetros fractales se han empleado en la descripción del escalado de la densidad aparente, distribución del tamaño y superficie de poros, partículas y agregados, para cuantificar la forma de los terrones o peds y caracterizar su microconstitución en estudios de micromorfología del suelo. En lo que se refiere a los procesos físicos como, adsorción, difusión, transporte de agua y solutos, fracturamiento y fragmentación del suelo se han estudiado bajo el enfoque fractal. En cuanto a la variabilidad espacial, las técnicas fractales muestran ser útiles para cuantificar la distribución multiescalar de las propiedades y procesos del suelo, en el espacio y en el tiempo. Esta última aplicación, se vuelve más eficiente empleando métodos de análisis de los espectros de potencia y multifractales [Perfect y Kay, 1995; Anderson *et al.*, 1996; Crawford *et al.*, 1999].

Rieu y Sposito [1991] han explorado la posibilidad de aplicar el análisis fractal al estudio de suelos, como una alternativa para la descripción más precisa de las propiedades físicas del mismo, vía las leyes de potencia y parámetros fractales. Estos autores desarrollaron varios modelos fractales de fragmentación y estructuración del suelo, que ya se han vuelto clásicos.

Como en cualquier sistema natural, la caracterización de la estructura de un suelo mediante parámetros fractales, puede realizarse siguiendo dos vías: el método directo consiste en tomar las imágenes de la estructura y extraer los parámetros de interés de las unidades estructurales. Ogawa *et al.*, [1999] enfatizan que a pesar de ser un método simple y el más utilizado, tanto las mediciones como su interpretación, dependen más de la resolución y del procesamiento de la imagen, que del modelo que se desarrolla posteriormente, para describir la distribución fractal. El segundo método analiza la estructura del suelo de manera indirecta, basándose en la estimación de algunos procesos físicos tales como flujos o adsorción de sustancias, extrayendo de ellos los parámetros de interés.

Gomendy *et al.*, [1999] mencionan que las medidas obtenidas por el análisis fractal directo (imágenes) y el indirecto (retención de agua, porosímetro de mercurio), muestran diferencias significativas entre sí, lo que se atribuye a la medición incompleta de la rugosi-

dad del patrón estructural, por los procesos de retención y adsorción. En este caso el tamaño de las moléculas del adsorbente define la resolución del método.

Además de la caracterización de la estructura del suelo y de los procesos hídricos, los conceptos fractales se han aplicado eficientemente para cuantificar el patrón de crecimiento de las raíces, su competencia por los recursos y las interacciones planta/patógenos [Kampichler, 2000; Boddy, 2000], así como describir con mayor precisión la superficie irregular y la topografía del terreno, su rugosidad y la relación con los procesos erosivos [Perfect y Blevins, 1997; Martínez *et al.*, 1999].

Sin embargo, a pesar de los considerables esfuerzos realizados para desarrollar modelos fractales teóricos, aplicados a la ciencia del suelo, todavía son pocos los estudios que se han dirigido a calibrarlos empleando datos reales, recolectados en el campo o en el laboratorio [Oleschko *et al.*, 1998].

No hay que olvidar que la teoría fractal ofrece a edafólogos, tanto posibilidades descriptivas como predictivas. Hasta hace algunos años en la mayoría de los trabajos habían empleado los parámetros fractales como una herramienta puramente descriptiva, útil para caracterizar la heterogeneidad del patrón estructural. En la actualidad, existe una necesidad real de cambiar el enfoque meramente descriptivo y emplear los parámetros fractales con propósitos más predictivos, basándose en la mejor comprensión de los mecanismos involucrados en los procesos de fragmentación, adsorción y/o retención de las redes de sólidos y poros [Perfect y Kay 1995; Crawford *et al.*, 1999].

4.3. HIPÓTESIS

- ◆ Las imágenes digitales de las láminas delgadas, son una representación confiable de la estructura del suelo.
- ◆ Los patrones estructurales de los suelos analizados, presentan una naturaleza auto-similar o autoafín, y pueden extraerse de cualquier escala de observación.
- ◆ Las dimensiones fractales evaluadas son parámetros cuantitativos exactos de los diversos atributos de la estructura de los suelos estudiados.

4.4. OBJETIVOS

- Demostrar el carácter fractal de la estructura de cuatro suelos de México con propiedades físicas contrastantes y comparar sus parámetros fractales, encaminada hacia su posible uso para el diagnóstico y pronóstico de los procesos de degradación.

- Emplear una nueva técnica diseñada para mejorar la exactitud de la definición del umbral de poros y sólidos en imágenes digitales utilizando la dimensión fractal de masa.
- Utilizar la técnica de Firma Fractal de los de Tonos de Gris (FIFRATOG), diseñada por Oleschko *et al.*, [2003] como alternativa para el análisis fractal de imágenes digitales sin la necesidad de definir el umbral.
- Comparar las ventajas y las limitaciones de las dos técnicas nuevas del análisis fractal de las imágenes digitales.

4. 5 MATERIALES Y MÉTODOS

4.5.1 Caracterización de los perfiles de suelos

Los medios naturales porosos comparados en la presente investigación, corresponden a cuatro suelos de diferentes áreas agrícolas del país. Los suelos estudiados provienen de condiciones geomorfológicas diferentes, y a pesar de que los cuatro tienen un uso común, dedicados al manejo agrícola, su historial de manejo varía considerablemente, lo que se refleja en lo contrastante que son sus propiedades físicas, mecánicas y morfológicas. El mapa de ubicación de los sitios de proveniencia de los suelos estudiados se presenta en la Figura 4.1.

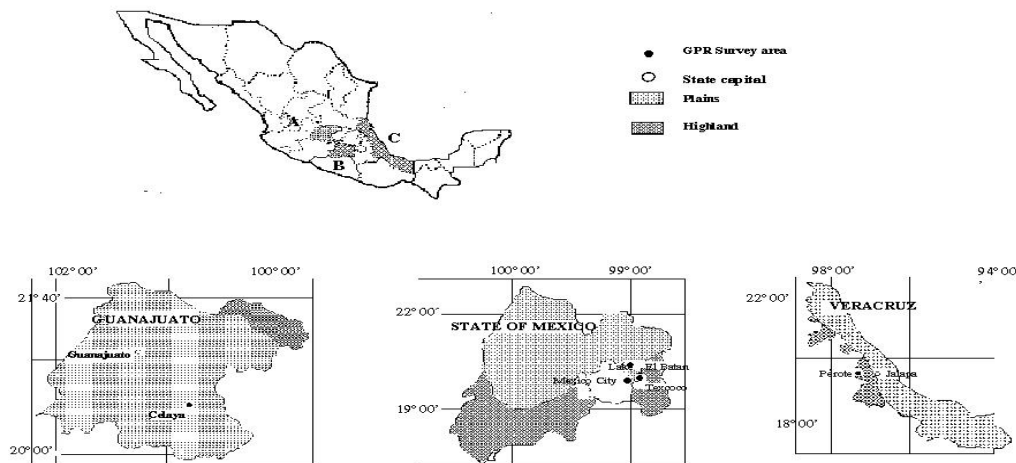


Figura 4.1
Mapa de localización de los sitios agrícolas estudiados

El muestreo de los suelos y el registro de sus propiedades físicas, se realizó durante la época seca del año para tener una condición de cuasi-equilibrio hídrico, que asegura una relativa estabilidad de los patrones estructurales, y sus rasgos de mayor interés, para el presente trabajo: la distribución de sólidos y poros en el espacio común Euclidiano.

A continuación se describen las condiciones geomorfológicas generales de los agroecosistemas a los que pertenecen los suelos estudiados.

4.5.1.1 *Andosol Melánico.*

El área de estudio se localiza en la porción Este de la cuenca del Cofre de Perote, en el estado de Veracruz, a una altitud de 2500 metros sobre el nivel del mar (msnm). El suelo se desarrolló a partir de las cenizas volcánicas de diferentes edades geológicas [Campos 2002]. La descripción morfológica, el muestreo para el análisis micromorfológico y las mediciones físicas, se realizaron en un pozo pedológico abierto hasta 1.5 m de profundidad (Figura 5.2).

El perfil está constituido por dos horizontes, que se distinguen entre sí por el color y las características morfológicas. El horizonte melánico es negro y se extiende desde la superficie hasta 0.95 m. La segunda capa se desarrolla de 0.95 a 1.5 m de profundidad, su color es amarillento y su consistencia más friable que la capa anterior. Según la densidad aparente medida en campo [Campos, 2002], se identificaron cuatro capas: la más compacta se presentó en la superficie (0 a 0.18 m) y corresponde a la capa arable; la segunda con valor medio de densidad se ubica entre 0.18 y 0.55 cm; la tercer capa presentó la menor densidad y se encuentra entre los 0.55 y 0.95 m de profundidad, descansando sobre la última capa que corresponde al depósito poco alterado de ceniza volcánica [Oleschko *et al.*, 2000]. El patrón estructural del Andosol está dominado por microagregados, cuyo arreglo en el espacio común, da como resultado una porosidad del tipo empaquetamiento complejo.



Figura 4.2
Perfil morfológico del Andosol melánico, Jalapa, Veracruz

4.5.1.2 Vertisol Éutrico

El sitio experimental donde se muestreó el Vertisol Éutrico, pertenece al campo experimental del Instituto Nacional de Investigaciones Forestales Agrícolas y Pecuarias [INIFAP], Celaya, Guanajuato, siendo un suelo típico y representativo de la región. El material parental está conformado por diferentes tipos de aluvión, derivado de basalto y otras rocas ígneas extrusivas. Los procesos alternos de expansión y contracción definen su patrón estructural cuyos rasgos varían en función del contenido de humedad.

El área bajo estudio es representativa de la región agrícola El Bajío Mexicano, y está sometida a un manejo agrícola intensivo bajo riego. En el perfil pedológico de 1.5 m de profundidad, se identificaron cuatro horizontes. La capa arable limita con una capa endurecida (piso de arado), a los 0.30 m. Esta sucesión de capas es típica en aquellos Vertisoles sometidos a un uso agrícola intensivo (al menos dos cultivos anuales durante los últimos 50 años). El límite con el horizonte subyacente se observa a 0.80 m de profun-

idad, y se caracteriza por el cambio de coloración del suelo de negro a pardo, relacionado con la disminución en el contenido de materia orgánica. La transición al cuarto horizonte aparece a 1.2 m de profundidad, y se identifica por el cambio en la textura del suelo de arcilla a limo [Vuelvas, 2000; Oleschko *et al.*, 2000].

4.5.1.3 Sedimentos del ex-lago de Texcoco (*Fluventic Haplustoll Solonchak sódico*)

El área de muestreo se localiza en los terrenos experimentales del Colegio de Postgraduados en Montecillo, Estado de México, al Oeste del antiguo Lago de Texcoco. Sus coordenadas geográficas son 98°53'- 98°55' O y 19°25'- 19°34' N. El área del ex-lago cubre una superficie de 10,000 Ha [Luna, 1980], con una geomorfología plana. Su estratigrafía está conformada por un lecho basáltico, sobre el que descansan depósitos marinos del Cretácico Superior, que se encuentran a 2000 m de la superficie. Los estratos superiores de 20 a 40 m están formados por sedimentos lacustres, presentándose acumulaciones de arcilla, conocidas localmente como "jaboncillo", de 6 a 0 m. Esta arcilla se caracteriza por propiedades químicas y físicas muy particulares, dentro de las cuales destacan: una densidad aparente extremadamente baja ($280-430 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$), superficie específica alta y gran capacidad de retención de humedad, (alrededor de 3 g de agua/g suelo según Gutiérrez, [1997]).

En el perfil de referencia (Figura 4.3) se identificaron seis capas con límites horizontales claros y diferencias apreciables en morfología, así como en sus propiedades físicas y químicas. El manto freático aparece a 1.8 m de profundidad siendo el límite natural del perfil analizado.

El perfil morfológico está constituido por dos partes contrastantes, separadas por la capa de cenizas volcánicas compactadas localizada entre los 0.4 y 0.7 m, con densidad de $1420 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ y un tamaño de partículas que fluctúa entre limo y arena. Esta capa representa la pantalla textural, entre la capa mólica de la superficie (0-0.4 m) y las acumulaciones arcillosas ubicadas a 0.7-1.80 m. Estudios estacionarios detallados del área, muestran que las dos partes del perfil no están conectadas, vía los flujos de masa y energía [Gutiérrez, 1997; Oleschko *et al.*, 2000]. Por este hecho, la humedad de la parte superior del perfil depende únicamente del régimen de precipitación (flujo descendente de agua tipo infiltración), mientras que el contenido de agua en la parte inferior del perfil, está determinado por las fluctuaciones del nivel freático (flujo ascendente tipo capilar) [Oleschko *et al.*, 2000].



Figura 4.3
Perfil morfológico del ex-lago de Texcoco, Montecillo, Estado de México

4.5.1.4 Tepetates

A las formaciones endurecidas de origen volcánico se les conoce en México como tepetates, palabra compuesta por dos vocablos de origen náhuatl *telt* (duro) y *petate* (cama o lecho). Los tepetates son depósitos volcánicos interestratificados, que generalmente se presentan en paleosuelos de diferente naturaleza, y se identifican por la presencia de límites horizontales bien definidos.

El perfil seleccionado, se localiza al pie de monte de la ladera oeste de la Sierra de Río Frío, en terrenos ejidales del poblado de San Miguel Tlaixpan, Estado de México. Las coordenadas geográficas son $98^{\circ}47'55''$ O y $19^{\circ}29'53''$ N. La geomorfología característica del paisaje, está formada por lomeríos con cárcavas y barrancas de dimensiones considerables, fuertemente afectadas por los procesos de erosión hídrica.

Los tepetates de esta área se ubican en una posición geomorfológica específica, y se asocian con la presencia de suelos pardos y arcillosos, clasificados como Cambisoles

[Zebrowski *et al.*, 1991]. Esta ubicación coincide con un régimen climático ústico (sub-húmedo y sub-árido), lo que sugiere que los efectos del clima y la pedogénesis determinan la formación de tepetates [Quantin, 1992].

El perfil seleccionado presenta ciertas ventajas para realizar una caracterización fractal: 1) todos los horizontes cementados, están separados por paleosuelos de características vérticas, 2) los límites entre las capas son abruptos y horizontales, ya que el tepetate se relaciona con eventos volcánicos antiguos, y discretos en el tiempo y en el espacio, 3) el período de humedad de cuasi-equilibrio puede seleccionarse fácilmente y 4) los tepetates presentan una morfología del espacio poroso característica, dominada por poros aislados que frecuentemente se encuentran ocupados por agentes cementantes [Oleschko, *et al.*, 2002].

Dentro del perfil se identificaron nueve capas con propiedades contrastantes, tres de éstas se clasificaron como tepetates (1.2-1.5, 2.0-2.3 y 4.2-4.6 m), y el resto como paleosuelos (Figura 4.4).

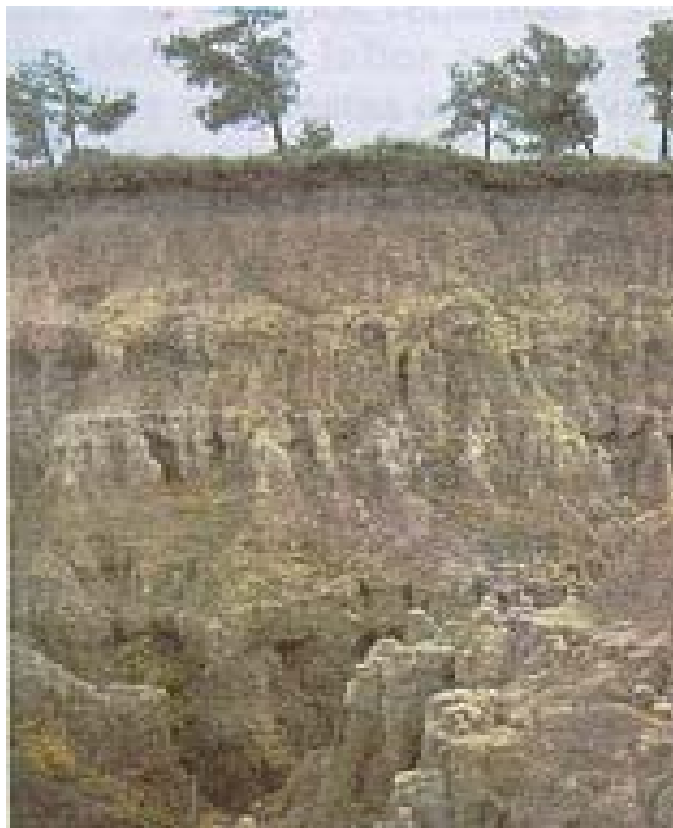


Figura 4.4
Perfil morfológico de suelos de origen volcánico Tepetates, San Miguel Tlaixpan, Estado de México

4.5. 2 Fotografías de láminas delgadas

Las imágenes multiescalares de suelo utilizadas para el análisis fractal, se obtuvieron a partir de láminas delgadas preparadas para el análisis micromorfológico, vía la microscopía óptica. En el campo se tomaron tres muestras inalteradas, de cada horizonte de los perfiles pedológicos, empleando un muestreador de metal de dimensiones 8x4 cm. Las muestras inalteradas se colectaron a la humedad de campo, transportándose al laboratorio en bolsas de plástico perfectamente selladas, para evitar la pérdida de agua y por ende, cualquier cambio en el patrón estructural original del medio poroso de interés. En el laboratorio las muestras se procesaron siguiendo la técnica descrita por Oleschko *et al.*, [2000] preparando tres láminas delgadas de cada muestra. La descripción micromorfológica se realizó en láminas con dimensiones de 2x4 cm, empleando un microscopio petrográfico Olympus, BH-2 [Oleschko *et al.*, 2000]. De cada lámina delgada se tomaron cuatro fotografías en blanco y negro, obteniendo un total de 12 fotografías por cada horizonte de interés. Cada fotografía de 15x10 cm se digitalizó empleando un escáner ScanJet 4c HP, a una resolución de 600 dpi, generando una imagen digital de 1000x1000 píxeles en 256 tonos de gris a 8 bits. Para el análisis digital de las imágenes, se utilizaron los paquetes comerciales AdobePhotoShop 6.0 y PaintShopPro 4.0. Todas las imágenes de los suelos estudiados, antes de aplicar la técnica de FIFRATOG, se analizaron con los programas Linfrac, Fractal y Bromov para calcular las dimensiones fractales correspondientes.

4.5.3 Descripción micromorfológica

Con el objeto de hacer evidente las características contrastantes de los suelos de interés, a continuación se presentan algunos rasgos sobresalientes de la descripción morfológica de las láminas delgadas de los suelos estudiados.

a) En el Andosol Melánico (Figura 4.5) los microagregados del horizonte superficial (0-18 cm), se empaquetan en el espacio común Euclidiano formando una microestructura compleja. Los poros del empaquetamiento complejo que resultan de esta organización espacial, se distribuyen homogéneamente sobre toda la imagen, predominando entre ellos los vacíos de menor tamaño, conectados entre sí por pequeños canales. Los poros cavidades de tamaño medio son poco frecuentes. En los siguientes dos horizontes (18-55 y 55-95 cm), se observó una matriz organizada en bloques subangulares. El espacio poroso dominante en estas capas, es de tipo fisuras que se conectan a través de canales de tamaño menor, que cruzan toda la imagen.

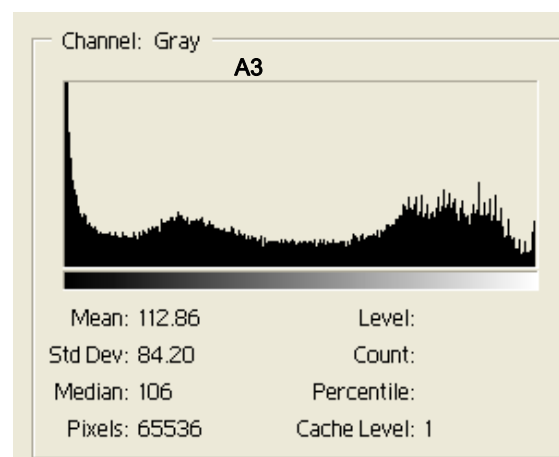
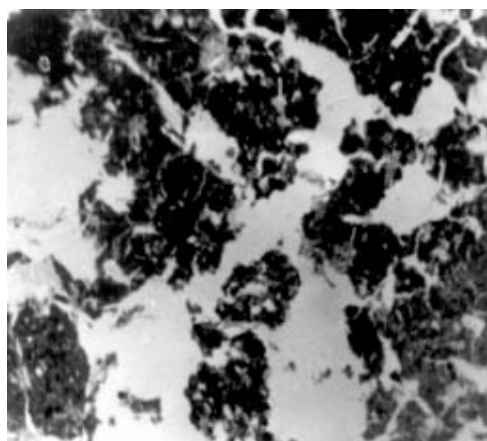
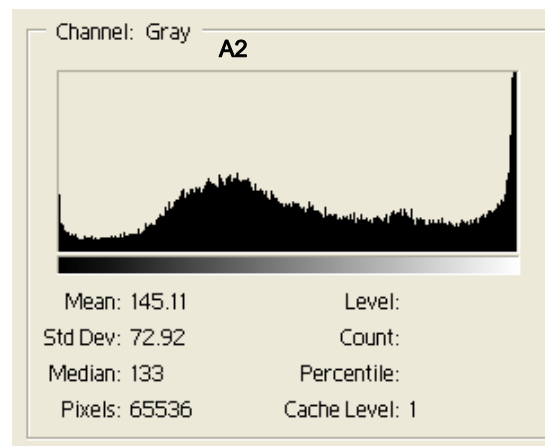
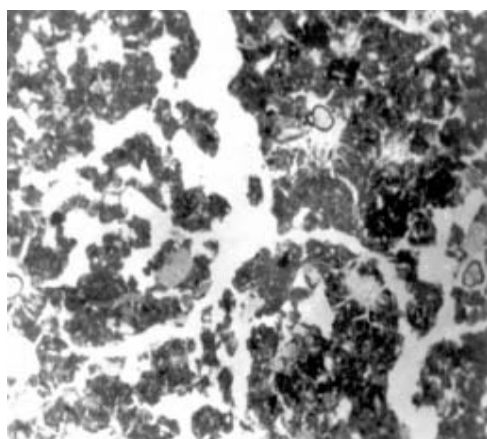
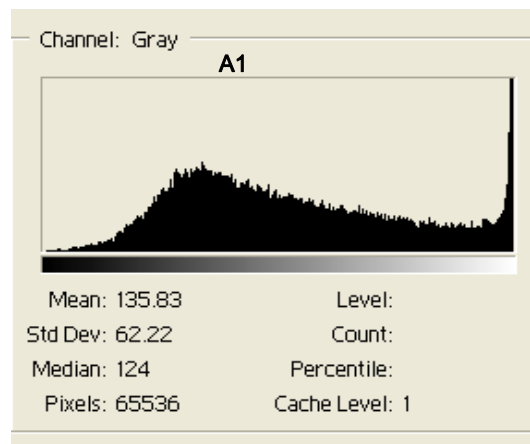
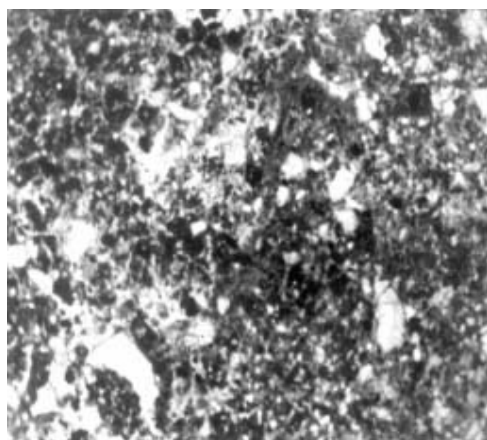


Figura 4.5
 Imágenes de láminas delgadas del perfil de Andosol Melánico con sus histogramas correspondientes

b) En el Vertisol Éútrico (Figura 4.6) el horizonte superficial (0-15 cm), es el más contrastante de los tres. Los agregados se clasifican como bloques subangulares, típicos de los Vertisoles, de tamaño menor que los elementos estructurales de los horizontes subyacentes. Sin embargo, la pedalidad del suelo es medianamente desarrollada, por lo que predominan los poros cavidades, y la separación de los bloques no es completa. Se observa una variedad de tamaños de poros, siendo muchos de ellos del tipo cavidad aislada. Los siguientes dos horizontes (15-30 y 30-45 cm), forman agregados de tipo bloques subangulares, producidos por los procesos de expansión y contracción alternados. Los poros se agrupan formando grietas de diferente grosor, conectadas entre sí y distribuidas por toda la imagen. De la descripción micromorfológica, se puede inferir que la capa superficial se encontraba húmeda al momento del muestreo.

c) El horizonte superficial del perfil del ex-lago de Texcoco (0-10 cm), que se muestra en la Figura 4.7, presenta una organización microestructural del tipo migas con bloques subangulares poco frecuentes y agregación fuertemente desarrollada. La porosidad estimada del tipo empaquetamiento complejo es de 50%. Los tres horizontes restantes (56-67, 69-80 y 110-120 cm), se caracterizan por una microestructura masiva, con contenido abundante de arcilla. El horizonte más profundo (110-120 cm)], presenta restos de microfauna carbonatada, predominando las diatomeas. El espacio poroso se organiza en cavidades de diferentes dimensiones, interconectadas por canales de distintos tamaños.

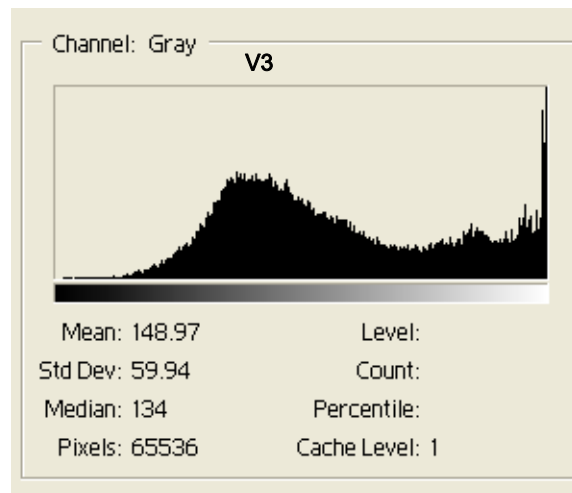
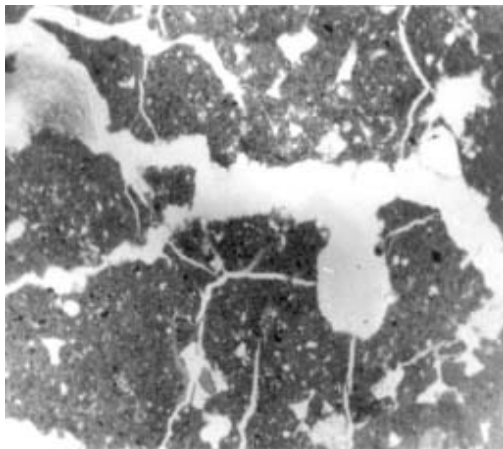
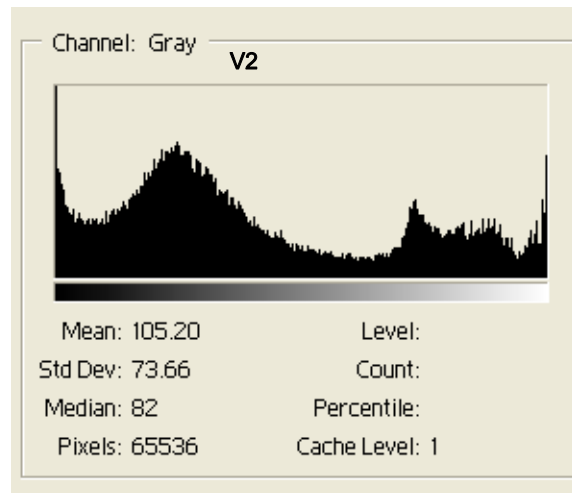
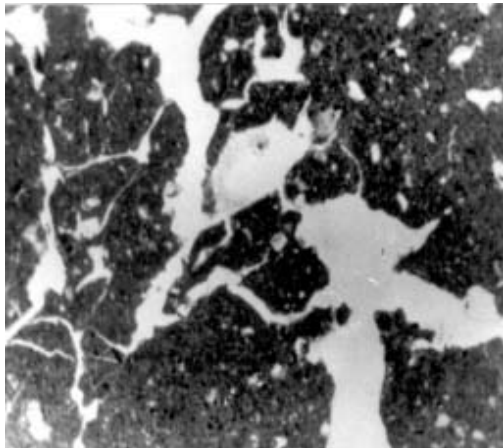
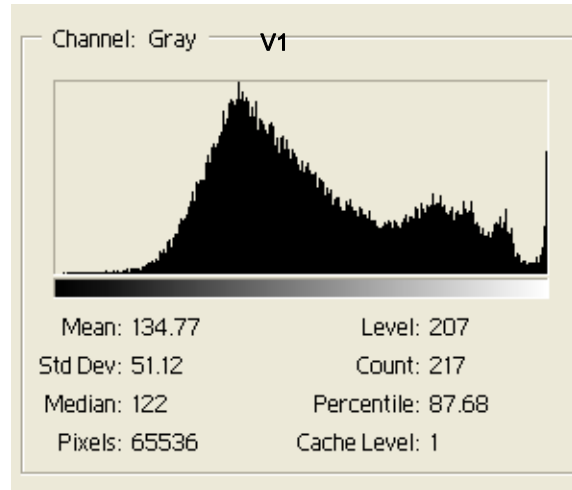
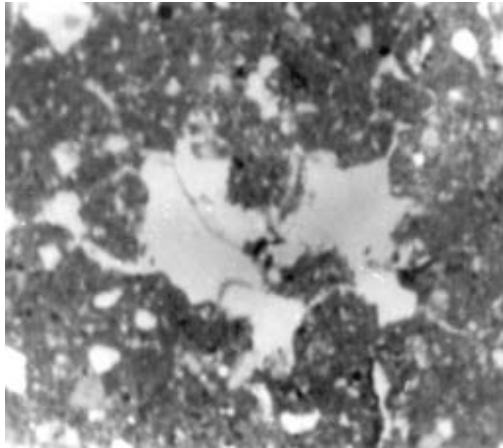


Figura 4.6
Imágenes de láminas delgadas del perfil de Vertisol Éutrico con sus histogramas correspondientes

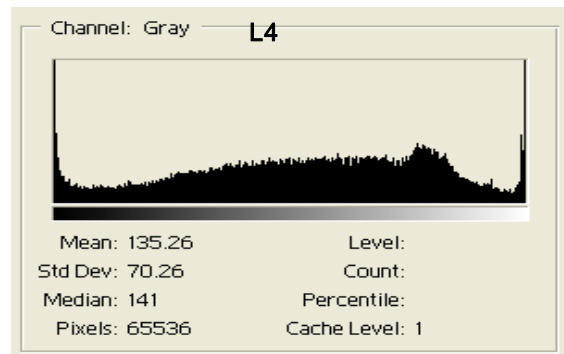
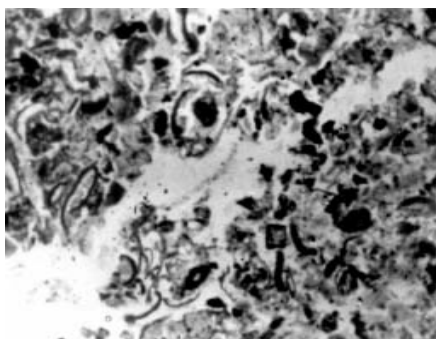
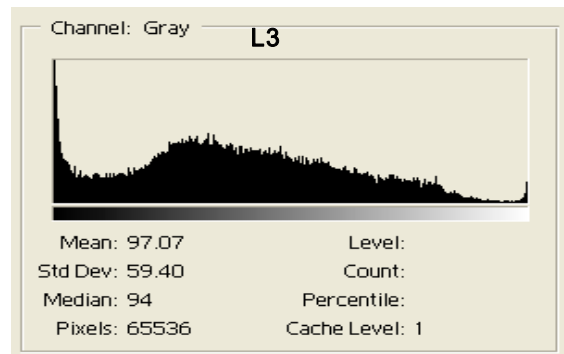
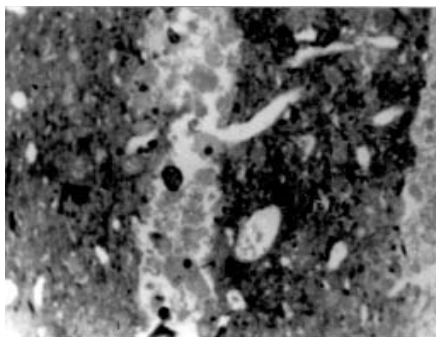
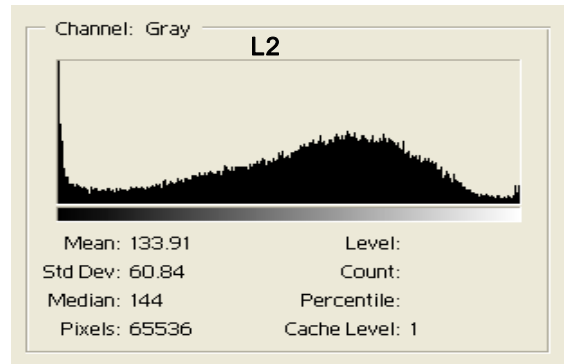
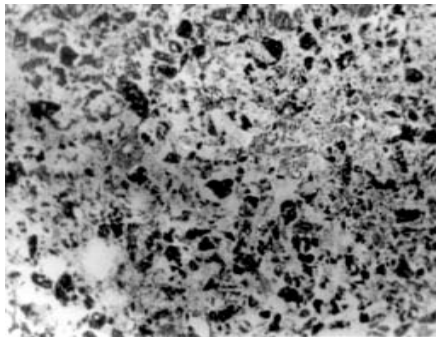
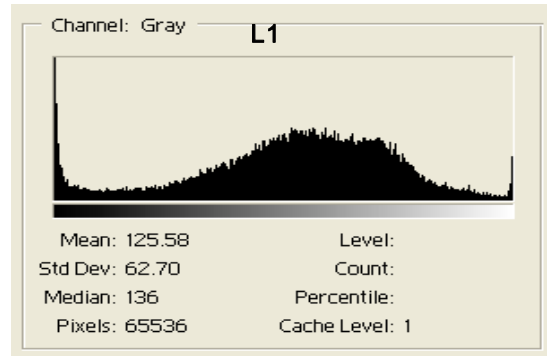
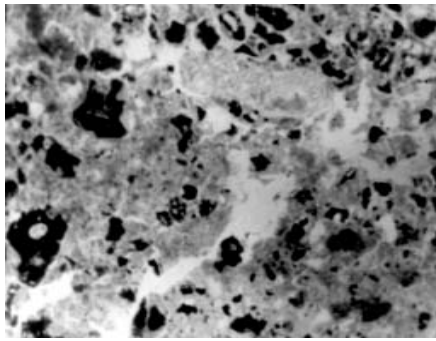


Figura 4.7
Imágenes de láminas delgadas del perfil del ex-lago de Texcoco con sus histogramas correspondientes

d) En el perfil de tepetates (Figura 4.8), las cuatro capas analizadas se caracterizan por tener una estructura masiva, con predominio de poros aislados. La morfología de los poros en cada capa, tiene características peculiares. La capa superior es la que tiene una máxima porosidad. En las capas subyacentes se aprecian poros de tipo canales, vesículas y cámaras, rellenos con capas microlaminares alternadas de arcilla pura y limo, siendo mínima la interconexión entre los poros.

En el trabajo titulado “Los tepetates de México: caracterización y rehabilitación para la Agricultura” [Oleschko et al., 1992], se hizo una descripción detallada de los rasgos micromorfológicos que caracterizan a los tepetates, identificando cuatro grupos de agentes cementantes dentro del espacio poroso [Oleschko *et al.*,1992]: 1) arcilla, en 90 % de las láminas delgadas; 2) carbonatos, relacionados con las superficies modernas del terreno o distribuidos a lo largo de las fisuras en horizontes profundos; 3) óxidos de fierro y manganeso en forma de nódulos y motas, así como revestimientos de hidróxidos. Estas sustancias amorfas y criptocristalinas también se presentan dentro de las retículas de arcillas, que se caracterizan por un bajo nivel de cristalización; y 4] sílice, este último elemento no se ha detectado a través de observaciones directas con el microscopio óptico; sin embargo, según los resultados de SEM-EDXRA [Oleschko *et al.*,1992], se hizo evidente su sobreconcentración dentro de los revestimientos y rellenos arcillosos.

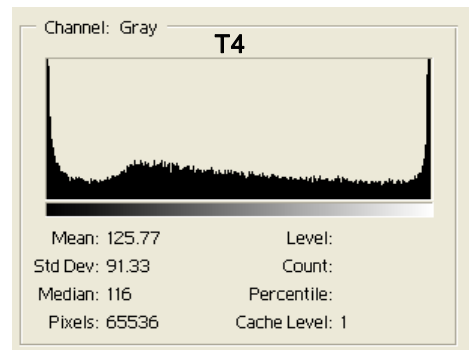
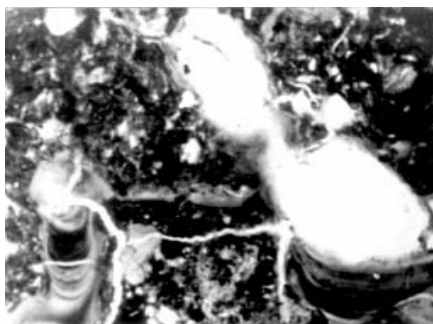
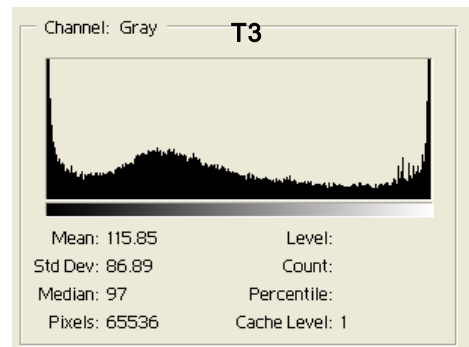
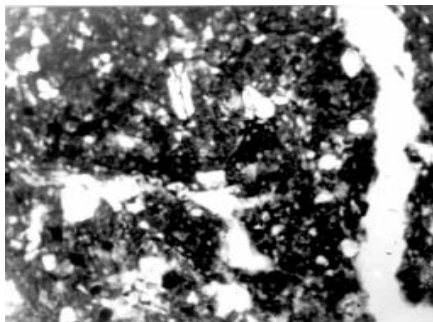
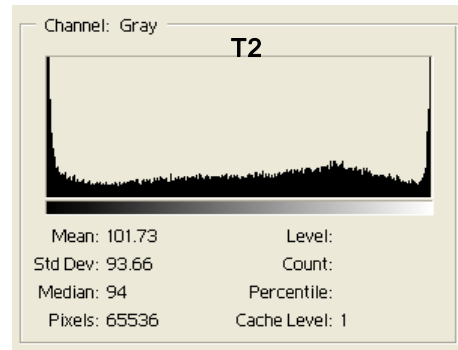
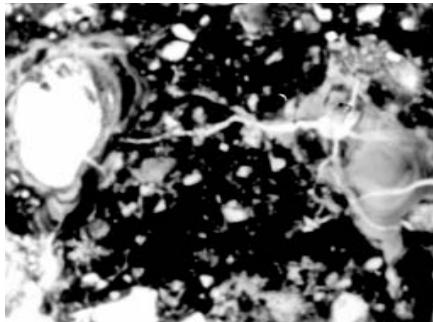
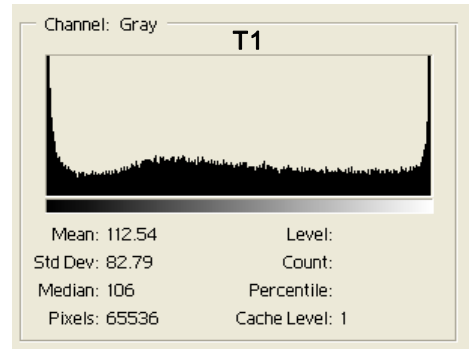
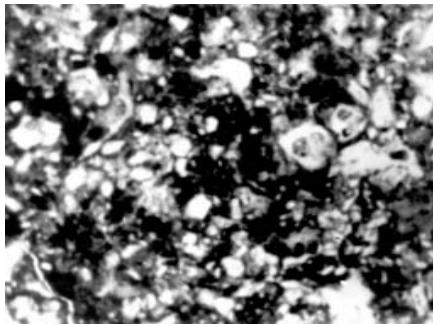


Figura 4.8
Imágenes de láminas delgadas del perfil de tepetates con sus histogramas correspondientes

En el Cuadro 4.1 se presentan las características evaluadas de los suelos bajo estudio, resaltando las capas con propiedades contrastantes y el manejo o la condición natural en la cual se encontró al horizonte de interés al momento del muestreo.

Cuadro 4.1
Características de los suelos bajo estudio

Suelo (imagen)	Prof. (cm)	Da ($[\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}]$)	Descripción morfológica
Andosol Melánico			
(A1)	0-18	0.39	Horizonte melánico
(A2)	18-55	0.37	Limo arenoso
(A3)	55-95	0.32	Limo arenoso
Vertisol Éutrico			
(V1)	0-15	1.07	Capa arable
(V2)	15-30	1.23	Capa arable
(V3)	30-45	1.35	Piso de arado
Sedimentos de Texcoco			
(L1)	0-10	0.90	Horizonte mólico
(L2)	56-67	1.21	Cenizas volcánicas basálticas
(L3)	69-80	0.43	Limoso con pequeños subhorizontes de arcilla
(L4)	110-120	0.28	Arcilla
Tepetates			
(T1)	0-25	1.57	Coluvión
(T2)	124-150	1.25	Tepetate t2a
(T3)	200-220	1.68	Tepetate t2a endurecido
(T3)	420-460	1.66	Tepetate t3, muy endurecido

Como se observa, los suelos comparados abarcan un amplio rango de horizontes, desde los friables ($Da=0.32$) hasta los más compactados ($Da=1.68$). Esta amplia gama de capas con propiedades contrastantes, es especialmente útil para demostrar que los parámetros fractales son indicadores del grado de compactación de los medios porosos, así como de los rasgos específicos de sus patrones estructurales.

4.6. RESULTADOS

La caracterización fractal de los medios porosos naturales, como el suelo, demanda identificar con precisión los patrones que conforman la estructura de estos materiales (sólidos y poros). Debido a esto, los resultados del presente capítulo se abordan primeramente, en discutir dos técnicas que se han diseñado para segmentar las imágenes digitales. El análisis fractal se realiza empleando los algoritmos diseñados en *LAFSINA*: Linfrac, Fractal y Bromov. Finalmente se calibra una técnica alternativa, denominada Firma Fractal de los Tonos de Gris (FIFRATOG) y se discuten sus principales ventajas.

4.6.1 Definición del umbral

Numerosos autores han demostrado que el análisis fractal de la estructura del suelo, realizado a partir de imágenes bidimensionales, es una técnica confiable y precisa que, refleja los diversos aspectos cuantitativos de la estructura del suelo, a la escala de observación del análisis [Pentland, 1984; Anderson *et al.*, 1996; Crawford y Matsu, 1996; Oleschko, 1998; Chang *et al.*, 2002; Belkasim *et al.*, 2002].

En la presente investigación, la caracterización fractal se realizó directamente sobre las imágenes en tonos de gris, por lo que fue necesario, antes de comenzar el análisis, delimitar con precisión el conjunto de tonos de gris que corresponde a la fracción de poros y a la de sólidos. Los tonos claros de las fotografías (tomadas bajo luz polarizada plana), se asociaron al conjunto de poros del suelo, mientras que la matriz o conjunto de sólidos (minerales, arcillas, materiales amorfos etc.), quedó representada por los tonos oscuros.

El procedimiento de extracción de un rasgo específico de interés a partir de una imagen digital, conocido como segmentación, no es un problema que se presente solamente durante el análisis fractal, siendo básico para cualquier investigador que utilice imágenes digitales para un propósito determinado [Parrot, 1997].

Un aspecto importante para el análisis de las imágenes, así como para entender los alcances de las conclusiones derivadas de éste, es considerar que una imagen no es más que la representación o réplica simplificada del sistema bajo estudio. La imagen empleada, que finalmente es la base del análisis, es el resultado de la interacción entre los atributos del sistema, el objeto de estudio, las características del método que se utiliza para obtener la imagen, y las propiedades del medio dentro del cual se encuentra el objeto [cita]. Dicha interacción obedece a las leyes ópticas básicas de reflexión y dispersión de las ondas.

Por consiguiente, la fotografía de una lámina delgada observada al microscopio, es el resultado de la compleja integración de una serie de elementos, vía los principios de la óptica. Entre los elementos mencionados se destaca: el grosor de la lámina, características del microscopio, intensidad de la luz, características de la cámara, proceso del revelado y la impresión [citas]. Si a esto se añade el proceso de digitalización que se realiza utilizando un scanner, y manipulando tanto la resolución como el contraste, y el brillo de la imagen, resulta comprensible la complejidad de la información que integra una imagen, y la dificultad que significa la búsqueda de una frontera que separe con absoluta precisión, el patrón de sólidos, del de poros. Sin embargo, cuando todos los factores mencionados

se mantienen controlados, o es factible conocerlos, las imágenes digitales resultan ser una base sólida, para el análisis fractal comparativo de diversos sistemas naturales.

Al digitalizar la fotografía de una lámina delgada, sus principales componentes (vacíos, minerales, arcilla, materia orgánica, etc.), se observan dentro de un espectro de 256 niveles de luminosidad, expresado en tonos de gris. Debido a la heterogeneidad de las características de los elementos que constituyen la imagen, así como a la superposición de unos componentes sobre otros, en una lámina de 30 μ m de grosor, a cada uno de los elementos se le puede atribuir una amplia gama de tonos. Es decir, un mineral no quedará necesariamente representado por un solo tono de gris, siendo normalmente definido por varios, cuya distribución depende de su color original así como de los límites que tenga con otros elementos del entorno. Así mismo, los poros aparecerán como objetos de cierta densidad, lo que demuestra la importancia del concepto de “densidad de poro”.

De aquí se desprende otro hecho importante; la posibilidad de precisar de un modo absoluto las fronteras dentro de una imagen. Estas fronteras o límites no son rígidos, ni exactos; por el contrario, la mayoría de los componentes de los sistemas naturales presentan límites difusos o borrosos (“fuzzy”), que pasan de un elemento a otro gradualmente [Oleschko]. Cuando estos sistemas se representan en el espacio raster, la exigencia de definir los límites precisos es poco justificada, puesto que se debe establecer tajantemente si un píxel pertenece o no, a un rasgo o tema específico, y esto no siempre resulta factible o justificado [Parrot, 1997].

Definir el umbral que permita discriminar al conjunto de poros del de sólidos, a partir de una imagen digital de una lámina delgada de suelo, es una tarea más que complicada. Se puede decir que es una tarea sesgada, responsable principal de la disminución significativa de la precisión y exactitud del análisis fractal.

En los libros de texto sobre el tratamiento de imágenes digitales, se menciona que una técnica sencilla para realizar la segmentación se basa en el histograma de la imagen, seleccionando sus puntos de inflexión, como límites del umbral entre un tema y otro. Sin embargo, por la naturaleza de las imágenes utilizadas en este trabajo, la información que se puede obtener de su histograma, no es una herramienta suficiente que permita definir con precisión los tonos que separan los poros, de los sólidos (Figuras 4.5-4.8). Pocos histogramas experimentales presentan un carácter bimodal. Cada uno define distribuciones particulares, según la naturaleza de la imagen de la que proviene. Además, debido al proceso de digitalización, con el cual se obtuvo una imagen compuesta por 256 tonos de gris, la mayoría de los histogramas presentan dos áreas de saturación en los extremos

(Figuras 4.5-4.8), lo que hace menos evidente la presencia de máximos y mínimos en la parte media.

Para el análisis de las imágenes microscópicas de suelos, en el presente estudio se compararon dos procedimientos de segmentación: 1) segmentación visual (comúnmente utilizado para el análisis de las imágenes digitales) y 2) segmentación por llenado continuo o cambio de pendiente.

4.6.2 Segmentación visual

En trabajos realizados por Oleschko *et al.*, [1998] sobre la caracterización fractal de los suelos, la pipeta del paquete comercial utilizado en el análisis de las imágenes, se ha empleado como técnica para definir el umbral, entre poros y sólidos. De esta manera, la selección del umbral se vuelve responsabilidad del investigador, quedando sujeto a sus criterios y experiencias. Como una técnica alternativa para definir el umbral, se realizó un análisis visual de cada imagen, empleando la paleta de colores del programa comercial Paint Shop Pro V.4. El procedimiento consistió en colorear de manera regular tono por tono, los píxeles de cada imagen analizada, iniciando con el valor 0, después 1 y así sucesivamente hasta tener coloreado [según la apreciación visual] todo el patrón de sólidos. El rango de colores restantes, hasta 255, se asoció al patrón de poros. Con este procedimiento, se obtuvieron los umbrales que se reportan en el Cuadro 4.2. presentando la información contenida en las imágenes de manera segmentada en dos temas: poros y sólidos.

Cuadro 4.2
Umbrales de las imágenes micromorfológicas de suelos obtenidos por segmentación visual para los patrones de poros y sólidos

Imagen	Profundidad (cm)	Umbral de poros	Umbral de sólidos
A1	0-18	127-255	0-126
A2	18-55	127-255	0-126
A3	55-95	127-255	0-126
V1	0-15	160-255	0-159
V2	15-30	160-255	0-159
V3	30-45	160-255	0-159
L1	0-10	136-255	0-135
L2	56-67	125-255	0-124
L3	69-80	99-255	0-98
L4	110-120	128-255	0-127
T1	0-25	167-255	0-166
T2	124-150	176-255	0-175
T3	200-220	144-255	0-143
T4	420-460	144-255	0-143

En el cuadro anterior, se observa que los suelos con un desarrollo genético importante como los Andosoles y Vertisoles, mantienen el umbral que separa a los sólidos de los poros constante en las tres capas identificadas. En suelos de origen eminentemente sedimentario, como son los del ex-lago de Texcoco o los tepetates, los patrones de poros y sólidos para cada capa u horizonte, se separan por umbrales peculiares.

Establecer un umbral con estos criterios, como ya se mencionó, resulta subjetivo y demanda un amplio conocimiento previo, por parte del investigador, de las características y propiedades de los patrones estructurales de poros y sólidos, manifiestan en una imagen digital. Por esta razón, se ha diseñado un método, que en apariencia resulta más objetivo y preciso para definir el umbral en las imágenes de suelos y sedimentos, el cual se discute en el próximo apartado.

Con los umbrales obtenidos por el método visual, se calcularon las dimensiones fractales para los patrones de poros y sólidos aplicando los tres algoritmos diseñados en el LAFSINA: Linfrac, Fractal y Bromov. Los resultados de los tres análisis mencionados se muestran en el Cuadro 5.3. El comportamiento de las dimensiones fractales de ambos conjuntos, en relación con la profundidad y la génesis de las capas y horizontes de los suelos analizados, aparecen en la gráfica de la Figura 4.9.

Cuadro 4.3
Dimensiones fractales calculadas para los umbrales obtenidos por segmentación visual en imágenes microscópicas de suelos

Imagen	Prof. (cm)	Linfrac (D _l)		Fractal (D _m)		Bromov (\bar{d})	
		poros	sólidos	poros	sólidos	poros	sólidos
Andosol Melánico							
A1	0-18	0.98	0.98	1.89	1.90	1.50	1.59
A2	18-55	0.99	0.97	1.90	1.87	1.73	1.67
A3	55-95	0.93	0.97	1.86	1.89	1.45	1.87
Vertisol Éutrico							
V1	0-15	0.97	1.00	1.78	1.94	1.74	2.00
V2	15-30	0.96	0.99	1.76	1.94	1.64	1.99
V3	30-45	0.96	0.97	1.82	1.92	1.56	1.82
Sedimentos del Lago							
L1	0-10	0.99	0.97	1.89	1.88	1.60	1.64
L2	56-67	0.99	0.96	1.93	1.85	1.81	1.29
L3	69-80	0.97	1.02	1.87	1.89	1.84	1.66
L4	110-120	1.00	0.96	1.91	1.86	1.80	1.60
Tepetates							
T1	0-25	0.89	0.98	1.78	1.94	1.60	1.97
T2	124-150	0.95	0.98	1.77	1.94	1.73	1.93
T3	200-220	0.99	0.95	1.81	1.92	1.62	1.91
T4	420-460	0.98	0.94	1.84	1.90	1.76	1.85

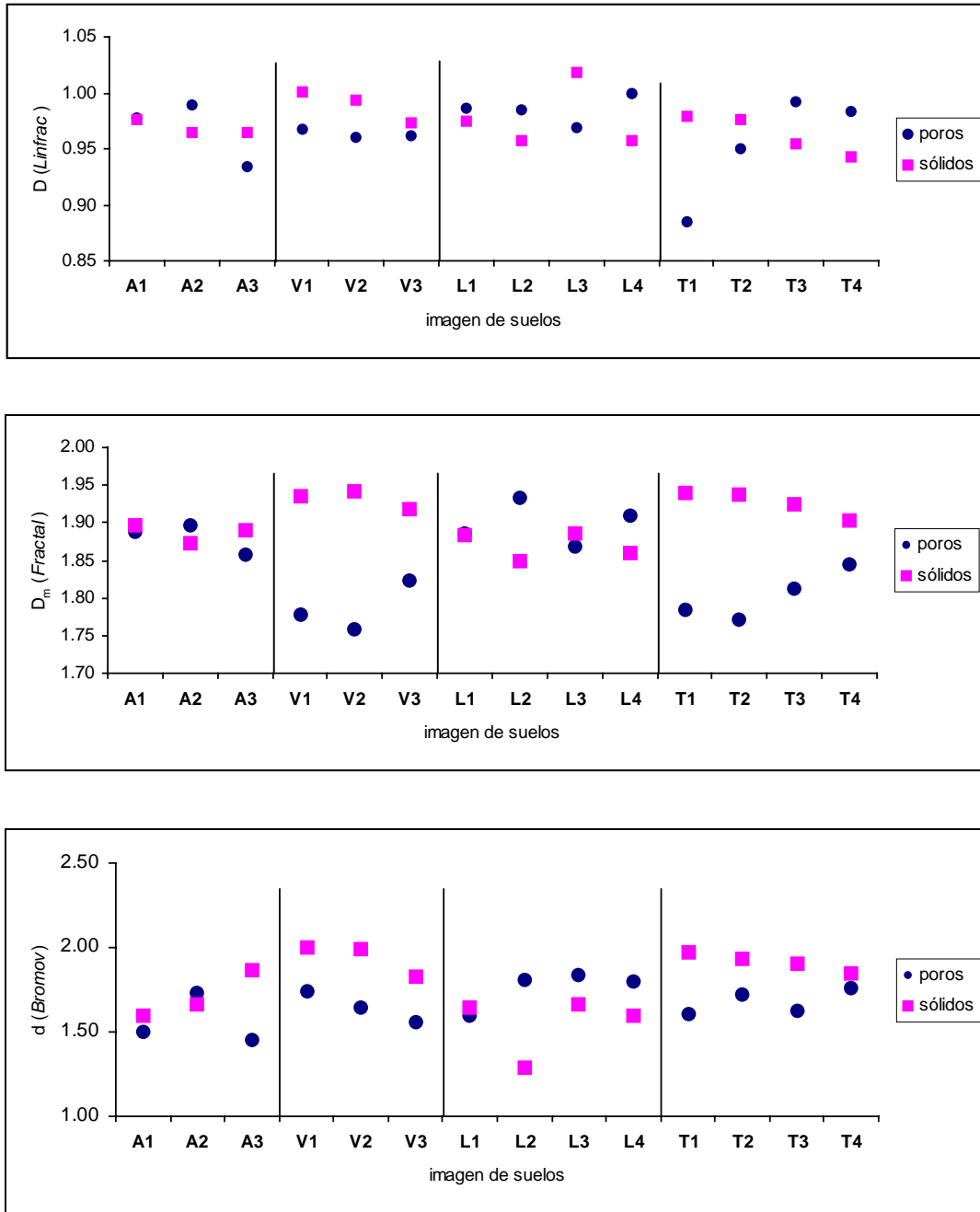


Figura 4.9 Dimensiones fractales calculadas por los algoritmos Linfrac, Fractal y Bromov para las microfotografías de suelos segmentadas por el método visual

Los valores de la dimensión fractal lineal oscilan entre 0.89 y 1.02 sin mostrar relación alguna con los tipos de suelo o con las peculiaridades de su patrón estructural. Se concluye que, en suelos de distinta génesis y propiedades contrastantes, la dimensión fractal lineal (D_l), extraída a partir de las imágenes digitales segmentadas con el procedimiento visual y calculada por el algoritmo Linfrac, no es sensible para distinguir entre las diversas rugosidades de los patrones estructurales.

La dimensión fractal de masa (D_m), calculada por el algoritmo Fractal, muestra relaciones específicas entre los conjuntos de poros y sólidos, para las capas de los cuatro suelos evaluados, ajustándose a las tendencias generales de la dinámica de las propiedades físicas, en los suelos correspondientes, en función de la profundidad y el manejo.

En el perfil de Andosol, los valores de D_m para ambos conjuntos son similares para los horizontes comparados, lo que hace suponer que la estructura de las tres capas evaluadas del perfil, mantienen un arreglo estructural semejante.

En el perfil de Vertisol se detectó una importante variación de las D_m de sólidos y poros. En las tres capas evaluadas la dimensión del conjunto de poros es menor que la de sólidos, y la mayor diferencia se presenta en la capa V2 (15-30 cm), que coincide con el piso de arado observado en el campo por otras técnicas [Vuelvas, 2000].

Los sedimentos del perfil del ex-lago de Texcoco no presenta alguna tendencia clara de cambio con la profundidad. En la primera (0-15 cm) y tercera (69-80 cm) capas, la D_m de sólidos y poros prácticamente es igual; en tanto que, para la segunda (56-67 cm), que coincide con el estrato de ceniza volcánica, el conjunto de poros presenta la mayor D_m de todo el perfil y los sólidos el menor valor. En la capa más profunda (110-120 cm), la D_m del conjunto de poros es mayor a la D_m de sólidos, pero, la diferencia es menor de la que se presenta en la segunda capa.

En las capas de tepetate, se observaron las mayores variaciones de D_m entre los conjuntos de poros y sólidos. En las cuatro capas, D_m de sólidos, fue mayor que la dimensión fractal de masa en poros, lo cual refleja el proceso de compactación característico de estos materiales. Sin embargo, la diferencia entre D_m de sólidos y de poros, disminuye con la profundidad.

Los resultados obtenidos con el algoritmo Bromov, diseñado para calcular la dimensión fractal espectral o fractón (\bar{d}), muestran un comportamiento específico en cada perfil de suelo se presentó. Si bien es cierto que \bar{d} está relacionada con la tortuosidad del patrón estructural y se define principalmente por la continuidad del espacio poroso, en

esta investigación también se evalúa \bar{d} para el patrón de sólidos, con la idea de comparar la conectividad de ambos patrones.

En Andosol, \bar{d} de sólidos se incrementó con la profundidad, en tanto que \bar{d} de poros no mostró tendencia clara. En el perfil de Vertisol, \bar{d} es mayor para el conjunto de sólidos en las tres capas evaluadas y disminuye ligeramente con la profundidad. Para el perfil del ex-lago se observan tendencias menos claras, los valores de \bar{d} para poros son mayores que los de sólidos, en las cuatro capas del perfil. Por último, en el perfil de tepetates se observan las tendencias más regulares: \bar{d} es mayor para el conjunto de sólidos en las cuatro capas y disminuye con la profundidad, mientras que \bar{d} de poros, tiene el comportamiento opuesto. Como resultado de esta etapa de investigación se concluyó que la técnica de segmentación visual de las imágenes digitales no es suficientemente precisa para detectar los rasgos peculiares de los patrones estructurales de los medios porosos. A continuación se procedió a diseñar otras técnicas más exactas de “thresholding” para las imágenes.

4.6.3 Segmentación por llenado continuo y cambio de pendiente

Esta técnica, propuesta por Parrot *et al.*, [2002] durante el desarrollo de la presente investigación, se basa en la suposición de que, la dimensión fractal es un parámetro que permite mostrar las diferencias de la ocupación del espacio, por los diversos patrones que se encuentran en una imagen. Es decir, dado que la dimensión fractal es un indicador del grado y carácter de ocupación del espacio Euclidiano por un tema específico, se supone que, al graficar la dimensión fractal, calculada llenando la imagen de manera continua y regular con los tonos de gris, contra los rangos de gris, se puede identificar el paso de un tema de interés al otro al observar un cambio de pendiente en la curva. Estos cambios se asocian a las características peculiares de los objetos que constituyen la imagen, por lo cual esta técnica podría ser precisa y objetiva para definir, los umbrales que corresponde a los diversos patrones estructurales de cada imagen.

En la Figura 4.9 se muestra un ejemplo del comportamiento de D_m , para la imagen del horizonte superficial de Andosol (A1) al ir ocupándola uno a uno con los tonos de gris, iniciando con el valor 0 y llegando al 254. En la gráfica se aprecia que el cambio más importante de pendiente se presenta en el intervalo de 80 a 100;. Con esta información, se concluyó que el conjunto de sólidos quede definido por los tonos de gris de 0 a 80, y el de poros de 100 a 255. El rango de 80- 100, se asocia a la frontera borrosa entre ambos conjuntos.

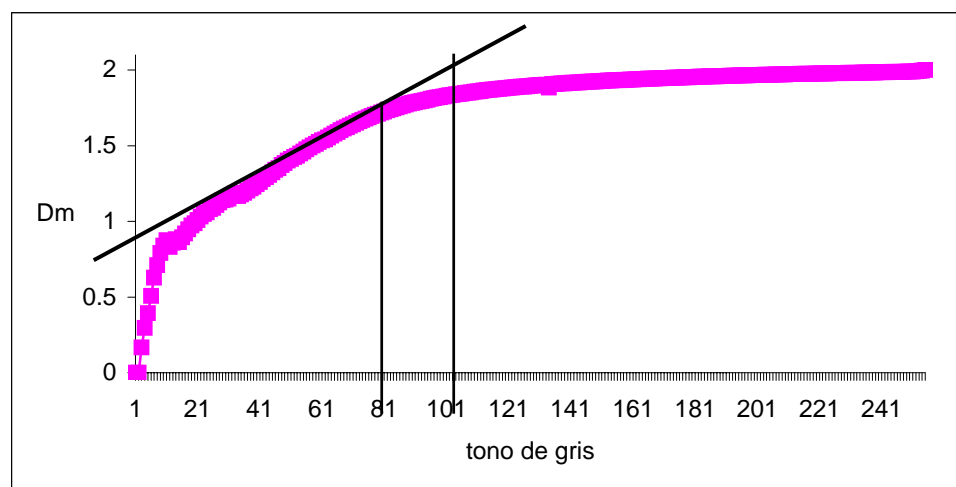


Figura 4.9
Dinámica de D_m , con el llenado continuo de la microfotografía de Andosol (0-18 cm)

La capacidad de la técnica para separar un tercer elemento de la imagen, correspondiente a la frontera entre los sólidos y poros, representa para nosotros un logro importante, que incrementa la precisión de la caracterización fractal de la estructura de los medios porosos, a partir de imágenes digitales.

La tendencia de la gráfica anterior, sugiere un comportamiento multifractal de las características de la imagen, confirmando que una imagen en tonos de gris, es un claro ejemplo de un objeto multifractal [cita]. Sin embargo, el análisis que se realiza en esta investigación, demuestra que con un cierto grado de aproximación es factible aceptar una distribución unifractal, dado el desarrollo del marco teórico y los programas computacionales que se manejan en LAFSINA.

Dentro de este marco de aproximación y con la finalidad de optimizar el análisis en las imágenes restantes, el llenado continuo se realizó por intervalos de 20 tonos de gris. Los intervalos de tonos de gris evaluados fueron: 0-20, 0-40, 0-60, 0-80, 0-100, 0-120, 0-140, 0-160, 0-180, 0-200, 0-220 y 0-240. La dinámica de D_m , se obtiene al graficar el rango de los tonos de gris contra D_m , como se muestra en las gráficas de las Figuras desde 4.10 hasta 4.13.

Las curvas señaladas muestran que cada suelo tiene un comportamiento particular, en cuanto a la irregularidad del patrón de llenado dentro del espacio Euclidiano, y que los cambios de pendiente de las curvas, se relacionan con la distribución y características de los patrones de sólidos y poros que tiene cada imagen.

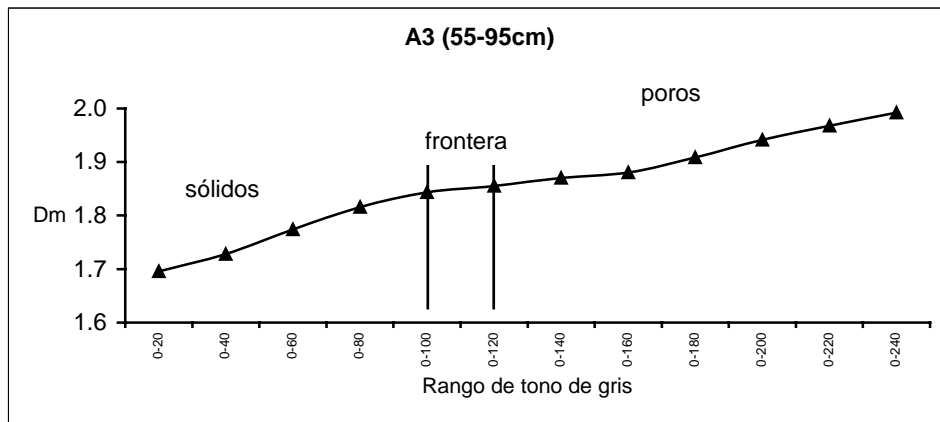
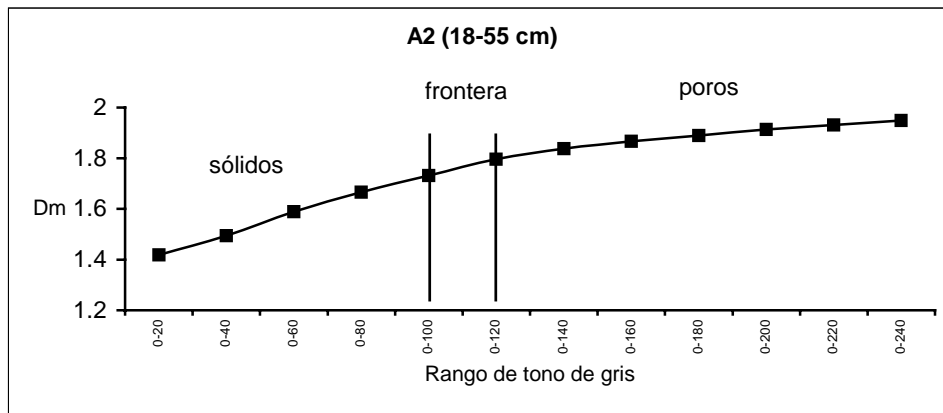
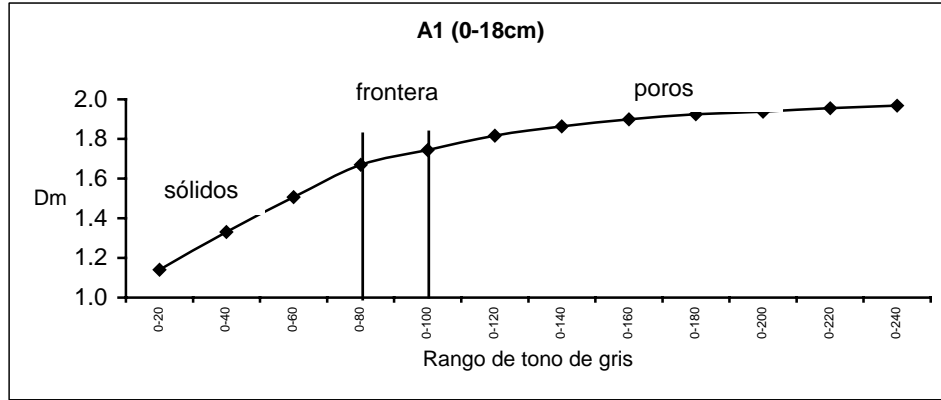


Figura 4.10
Dinámica de D_m con el llenado continuo del espacio Euclidiano en imágenes de láminas delgadas del perfil de Andosol Melánico

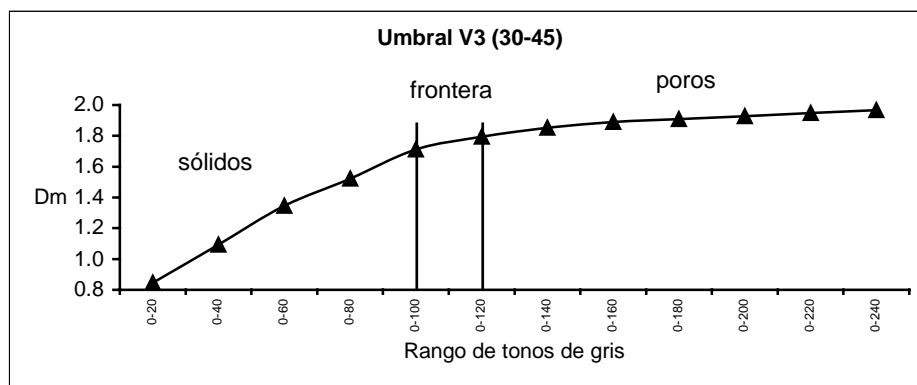
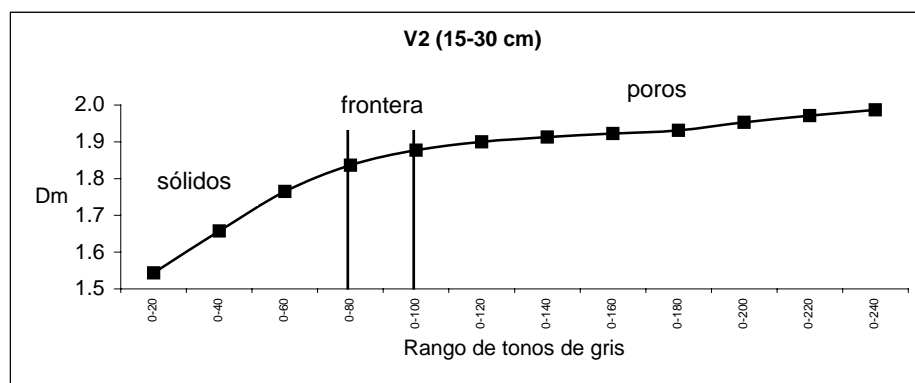
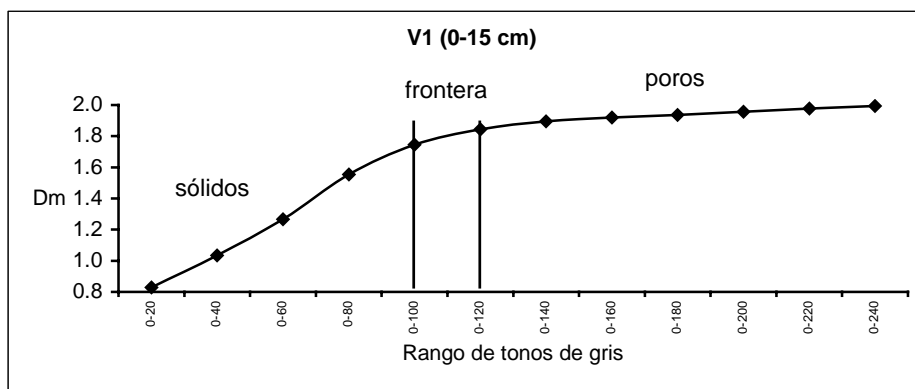


Figura 4.11
Dinámica de D_m con el llenado continuo del espacio Euclidiano en imágenes de láminas delgadas del perfil de Vertisol Éutrico

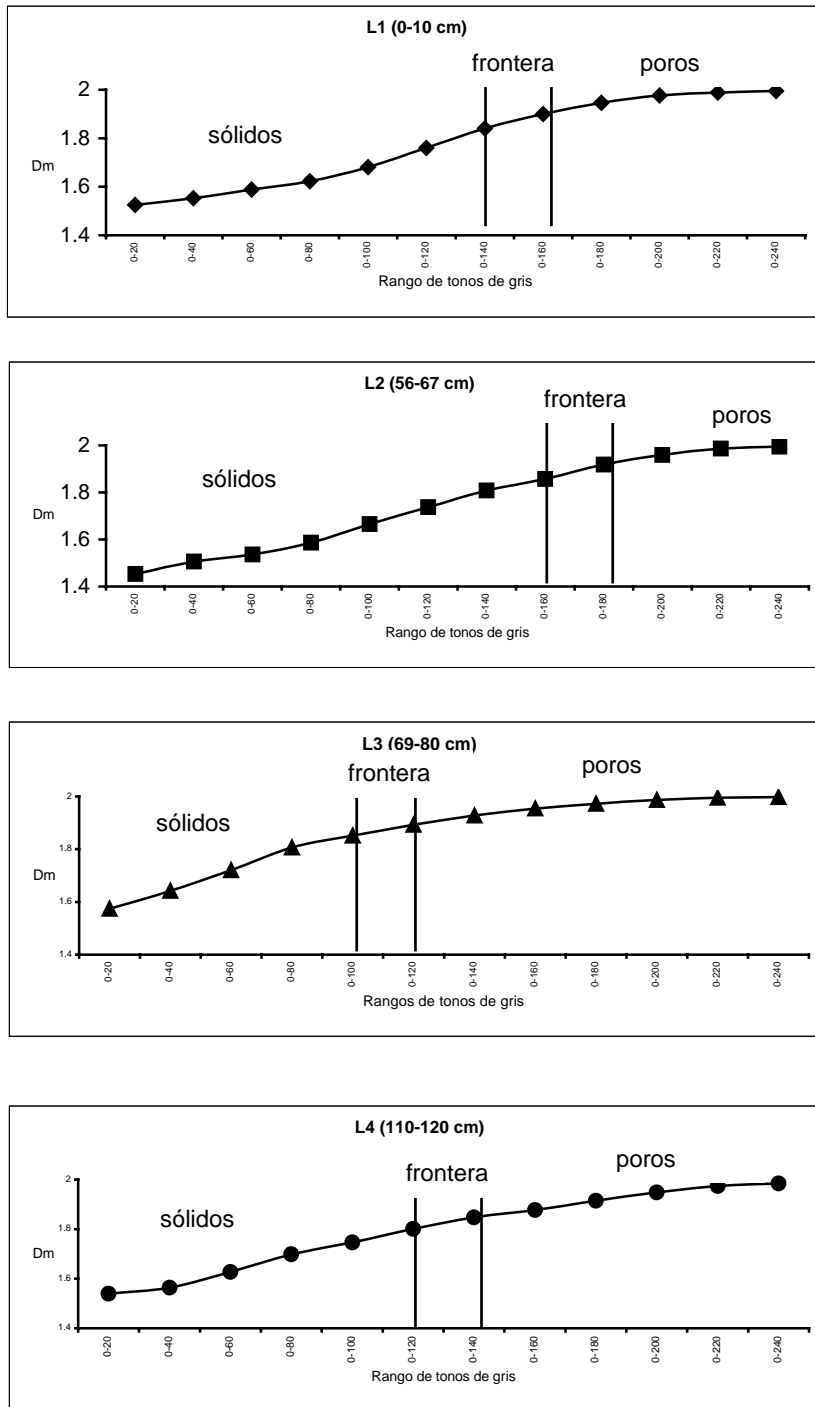


Figura 4.12
Dinámica de D_m con el llenado continuo del espacio Euclidiano en imágenes de láminas delgadas del perfil de sedimentos, ex-lago de Texcoco

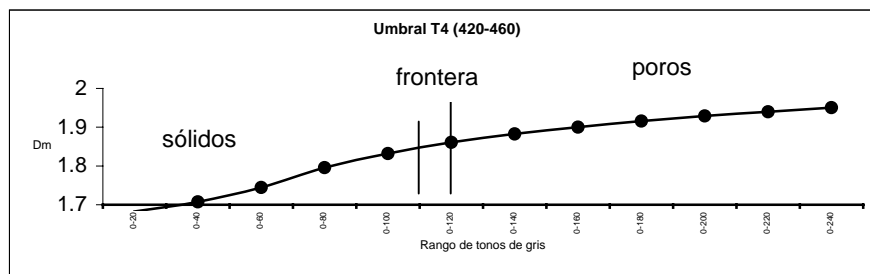
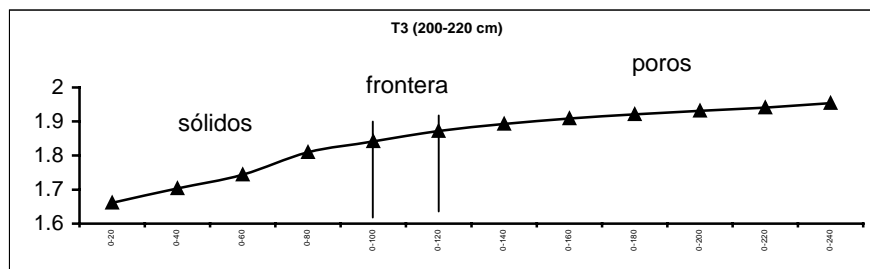
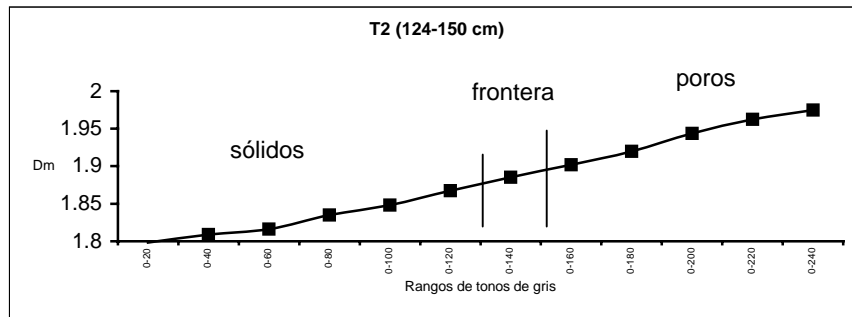
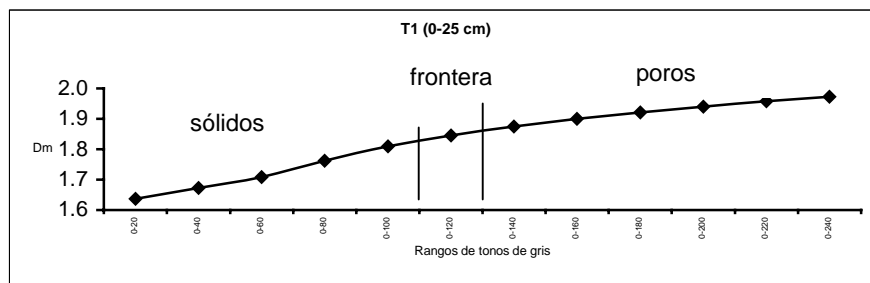


Figura 4.13
Dinámica de D_m con el llenado continuo del espacio Euclidiano en imágenes de láminas delgadas del perfil de tepetates

De las gráficas anteriores se desprenden dos aspectos importantes: primero, la capacidad de la nueva técnica desarrollada por Parrot *et al.*, [2002] para definir de manera insesgada el umbral para los tres conjuntos estructurales (poros, sólidos y el límite o frontera entre ambos) en imágenes digitales de suelos. Los tres conjuntos señalados no pueden ser identificados a partir de la información del histograma o por el método de segmentación visual. Los umbrales obtenidos para los suelos de interés con este procedimiento se reportan en el Cuadro 4.4.

Cuadro 4.4
Umbrales obtenidos por segmentación a través del llenado continuo o cambio de pendiente en imágenes micromorfológicas de suelos

Imagen	Umbral de poros	Umbral de la frontera	Umbral de sólidos
A1	101-255	81-100	0-80
A2	121-255	101-120	0-100
A3	121-255	101-120	0-100
V1	101-255	91-100	0-90
V2	101-255	81-100	0-80
V3	101-255	91-100	0-90
L1	141-255	121-140	0-120
L2	141-255	121-140	0-120
L3	121-255	101-120	0-100
L4	121-255	111-120	0-110
T1	121-255	111-120	0-110
T2	141-255	131-140	0-130
T3	121-255	101-120	10-100
T4	121-255	111-120	0-110

El segundo aspecto a resaltar con los resultados de este método de segmentación, es observar que en aquellos suelos, donde los patrones estructurales se definen claramente como los sedimentos del ex-lago de Texcoco y los tepetates la identificación de la frontera en la gráfica por el cambio de pendiente, resulta menos evidente.

La tendencia que se observa en las gráficas, asociada a una distribución exponencial, sugiere inferir un comportamiento autosimilar de los tres componentes de las imágenes. Esta afirmación se corrobora, al graficar el logaritmo de los tonos de gris vs. D_m , y obtener una recta para las 14 imágenes analizadas dentro de las zonas de sólidos, poros y la frontera entre ellos. Un ejemplo para cada perfil de suelo, se muestra en la Figura 4.14. Los gráficos para todas las imágenes se presentan en el Anexo.

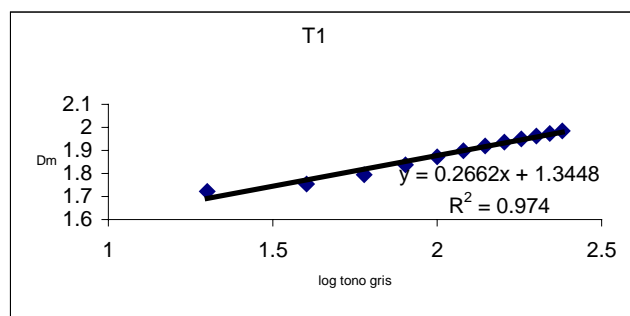
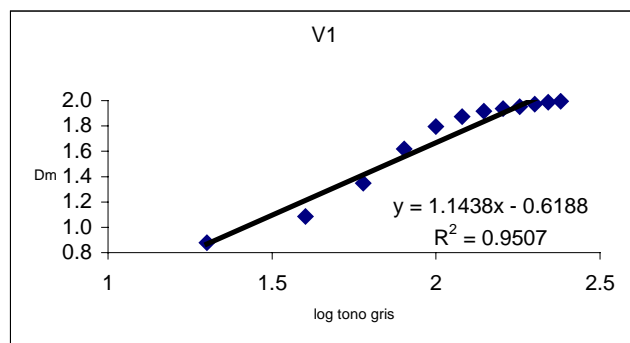
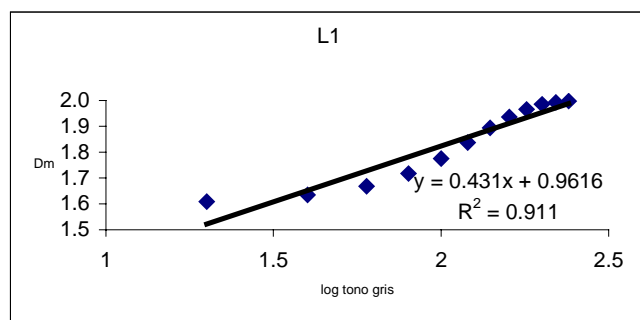
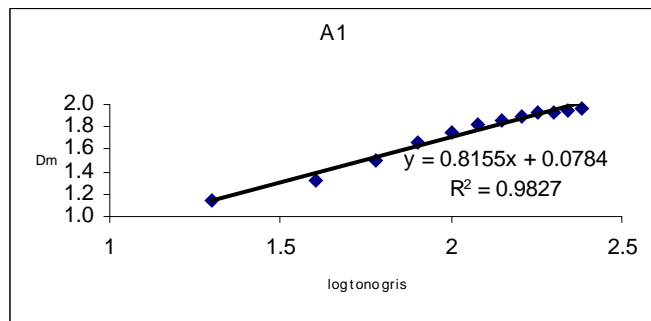


Figura 4.14
Ejemplo de la distribución autosimilar de los rasgos estructurales extraídos de las fotografías de láminas delgadas de cuatro horizontes de suelos

El ajuste de todas las curvas a una recta mostró una $R^2 > 0.9$, lo que sugiere que todas las capas u horizontes se pueden caracterizar mediante una distribución aproximadamente unifractal.

Con los umbrales obtenidos a partir de esta técnica de llenado continuo, se calculó D_m con el algoritmo Fractal, para cada componente de la imagen. Los resultados se resumen en el Cuadro 4.5.

Cuadro 4.5.
 D_m para los conjuntos estructurales de las imágenes de suelos segmentadas por el procedimiento de llenado continuo

Imagen	Prof. (cm)	D_m (Fractal)		
		sólidos	frontera	poros
Andosol Melánico				
A1	0-18	1.75	1.74	1.93
A2	18-55	1.81	1.69	1.90
A3	55-95	1.87	1.55	1.86
Vertisol Éutrico				
V1	0-15	1.72	1.67	1.94
V2	15-30	1.88	1.68	1.84
V3	30-45	1.70	1.65	1.96
Sedimentos del Lago				
L1	0-10	1.84	1.72	1.87
L2	56-67	1.84	1.72	1.91
L3	69-80	1.89	1.67	1.81
L4	110-120	1.83	1.59	1.92
Tepetates				
T1	0-25	1.89	1.56	1.86
T2	124-150	1.90	1.47	1.83
T3	200-220	1.88	1.63	1.84
T4	420-460	1.87	1.52	1.87

Las tendencias de cambio de D_m para los tres conjuntos estructurales descritos, con relación al tipo de suelo, se muestran en la Figura 4.15. En todas las imágenes analizadas, D_m de frontera representa el menor valor de los tres conjuntos analizados, pero el mayor grado de variación (C.V.=5.07). Es evidente que la frontera entre los dos conjuntos básicos (sólidos y poros) ocupa menos espacio.

Para el perfil de Andosol, la D_m de poros es mayor que la de sólidos y su valor disminuye con la profundidad, al contrario de D_m de sólidos que se incrementa con la misma. La diferencia entre las dimensiones de los conjuntos de poros y sólidos, también disminuye con la profundidad y se observa que, en la capa 3 (55-95 cm), ambas dimensiones se vuelven prácticamente iguales. Esto obedece al hecho, de que las capas super-

ficiales son las más alteradas por los trabajos de labranza, con los cuales se incrementa el espacio poroso, mientras que la capa inferior aún no ha sido removida.

En el perfil del Vertisol, D_m del conjunto de poros de las capas 1 y 3, es mayor que D_m de sólidos, mientras que en la capa 2, D_m de poros y sólidos se hace prácticamente igual, lo que se asocia al proceso de compactación que se presenta en esta capa, y que se identifica con el piso de arado [Vuelvas, 2000].

En tres de las cuatro capas del perfil del ex-lago de Texcoco, D_m de sólidos es mayor que D_m de poros, incrementándose la diferencia entre ambas dimensiones con la profundidad. En la capa 3 (69-80 cm), se presentó un comportamiento contrario, que no se ajusta a la tendencia observada en las otras capas.

En las cuatro capas del perfil de tepetates, D_m de sólidos es mayor que D_m de poros, lo que refleja el proceso de compactación natural al que han sido sometidas estas capas.

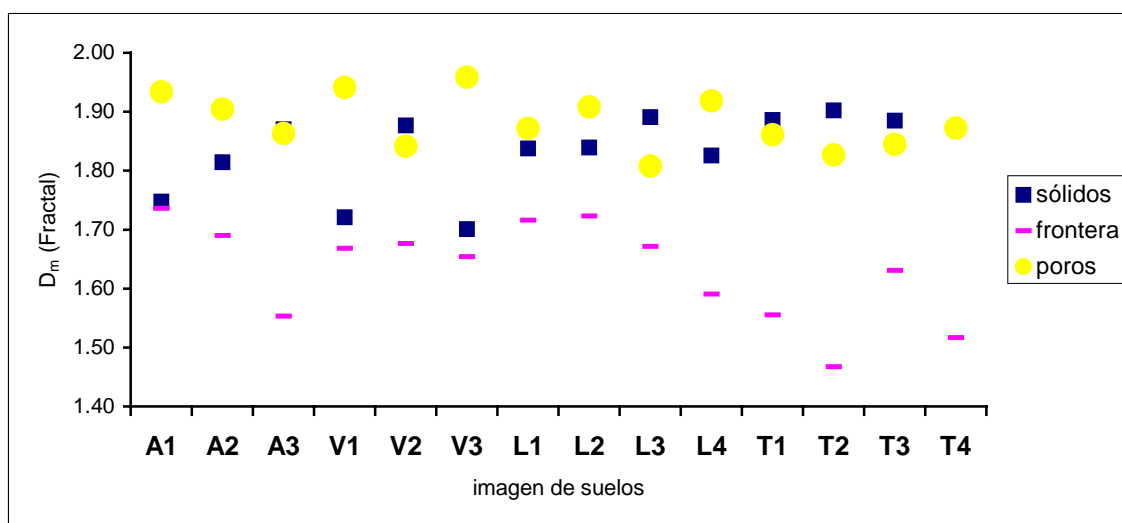


Figura 4.15

Dimensión fractal de masa calculada por Fractal para las fotografías de láminas delgadas de suelos, segmentadas por el método de llenado continuo o cambio de

Para obtener una representación gráfica y comparar ambas técnicas de segmentación, las imágenes se binarizaron con el algoritmo Binar diseñado por Parrot [1997] para cada uno de los umbrales, definidos por los dos métodos de segmentación propuestos. Las imágenes binarizadas y la imagen original se muestran en las Figuras 4.16 a la 4.19.

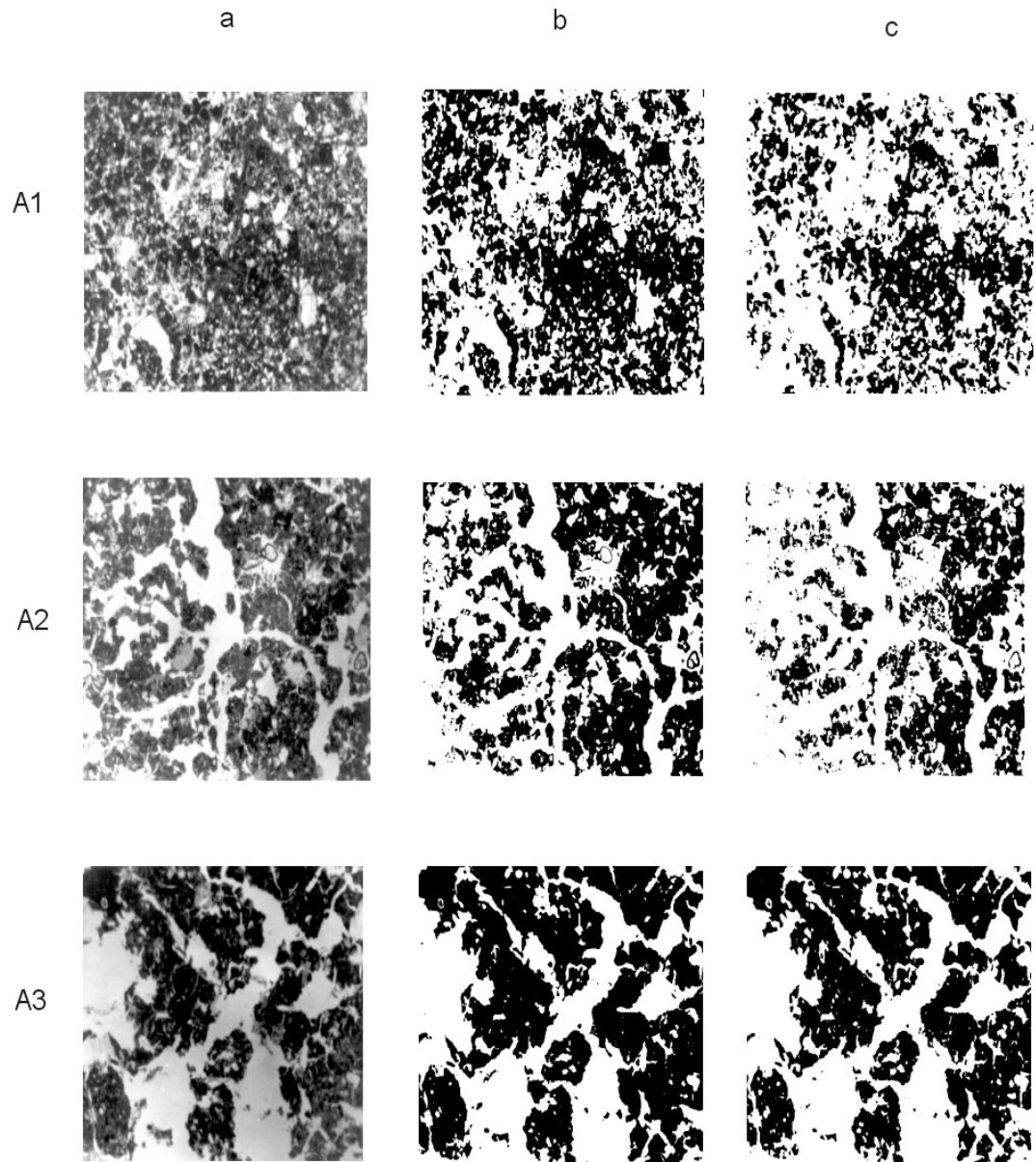


Figura 4.16
Binarización para las imágenes de láminas delgadas del perfil de Andosol Melánico:
a) imagen original, b) segmentación visual y c) segmentación por llenado continuo

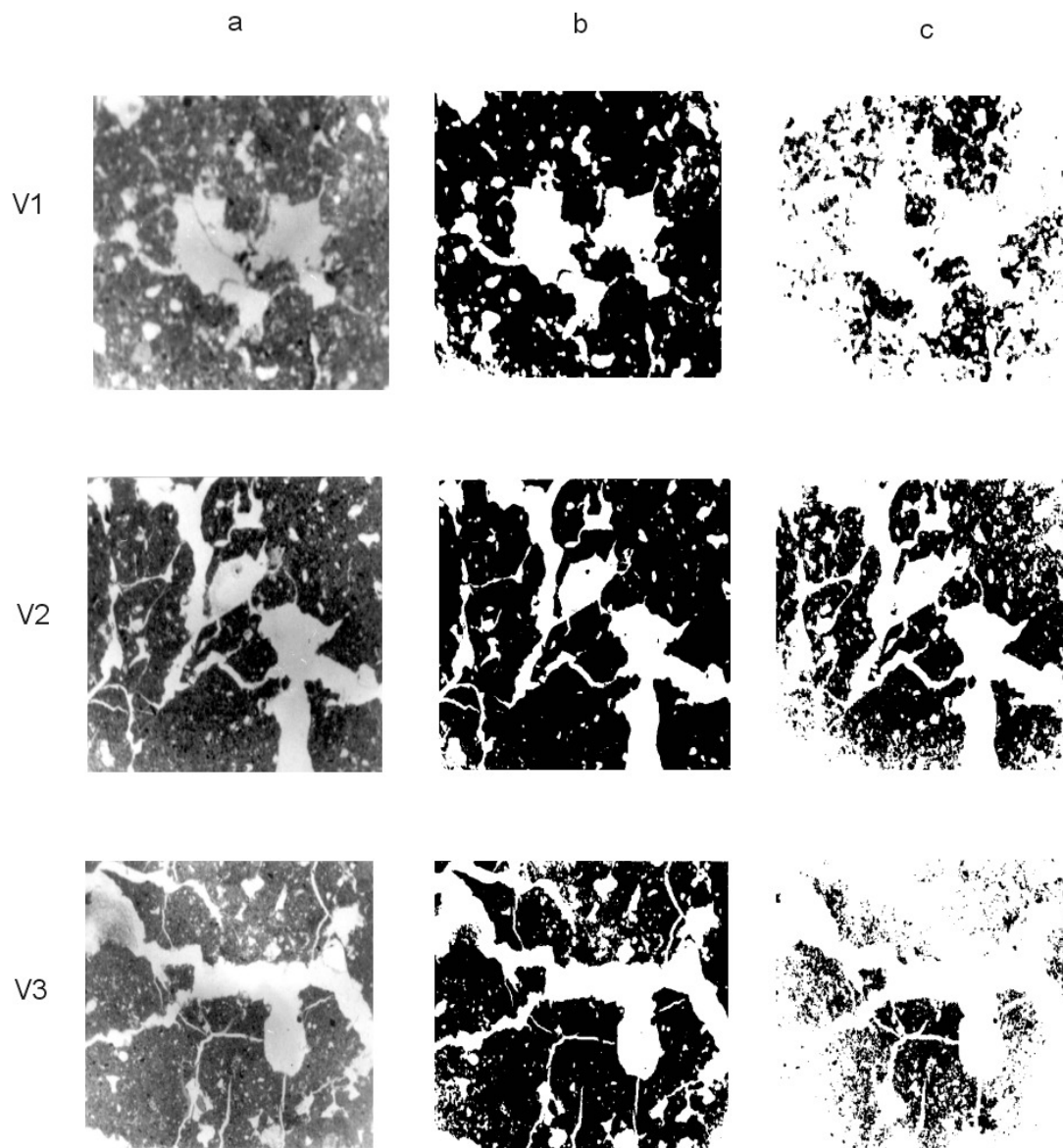


Figura 4.17
 Binarización para las imágenes de láminas delgadas del perfil de Vertisol Útrico: a) imagen original, b) segmentación visual y c) segmentación por llenado continuo

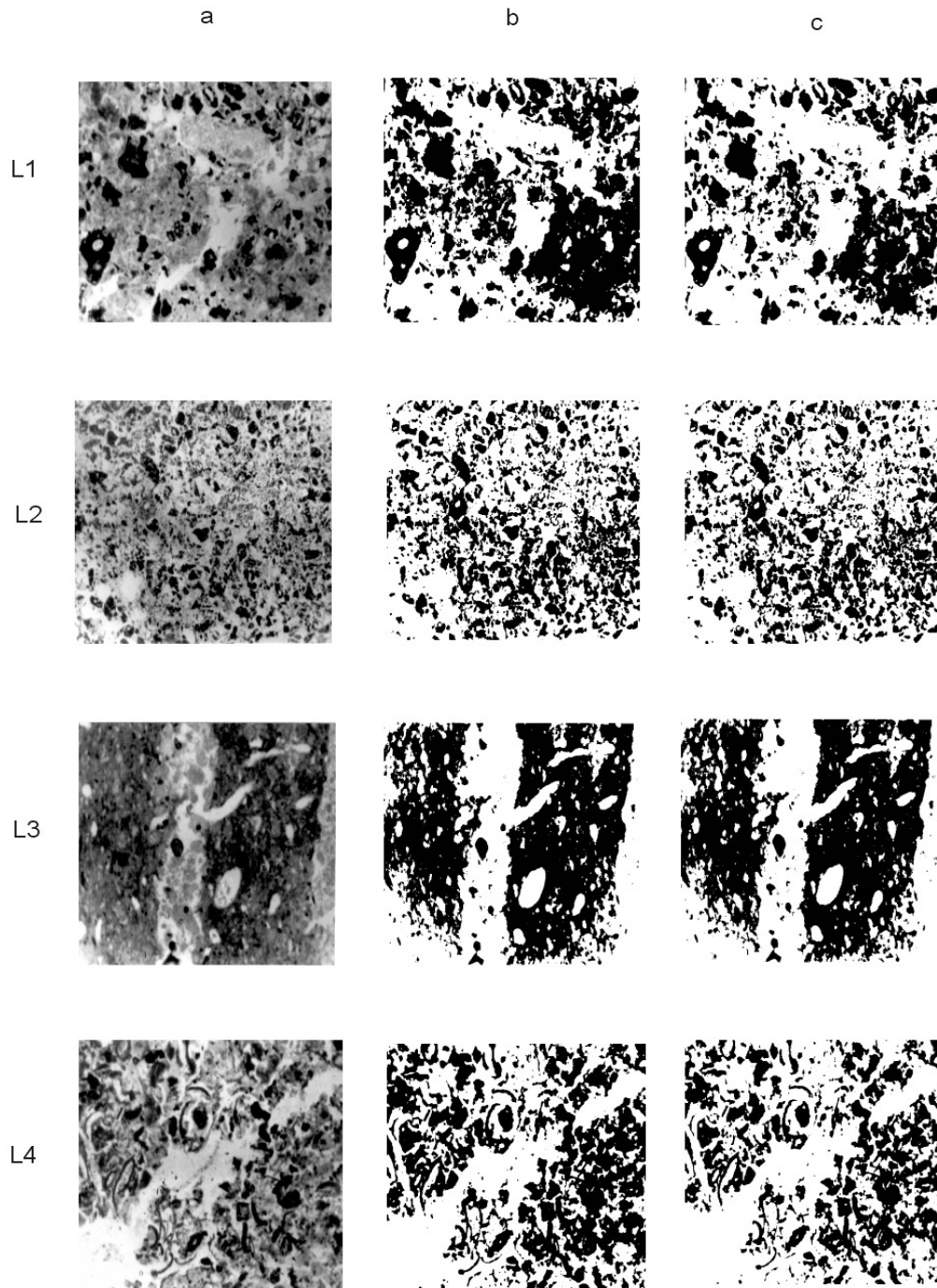


Figura 4.18
Binarización para las imágenes micromorfológicas del perfil del ex-lago de Texcoco:
a) imagen original, b) segmentación visual y c) segmentación por llenado continuo

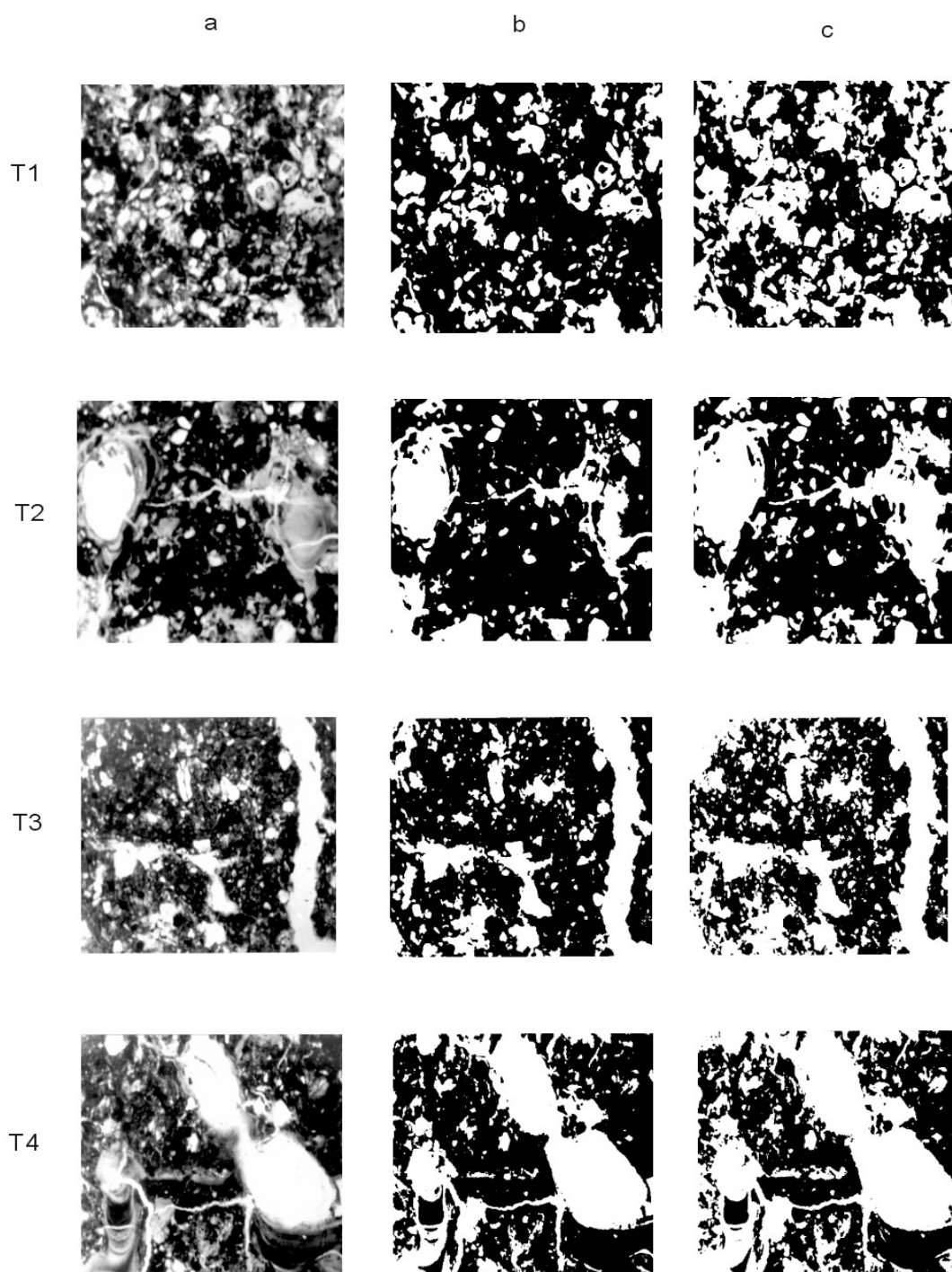


Figura 4.19

Binarización para las imágenes micromorfológicas del perfil de tepetates: a) imagen original, b) segmentación visual y c) segmentación por llenado continuo

Las imágenes binarizadas, de las Figuras 4.16-1.19 muestran que aparentemente el método visual es más eficiente para realizar la segmentación. Sin embargo, dado que el método de llenado permite extraer tres patrones con el simple proceso de binarización no es posible obtener la representación real, de la distribución de los patrones estructurales. Por lo que las imágenes segmentadas a través de esta técnica se deben editar en tres tonos de gris, para obtener una mejor apreciación de la distribución de los patrones estructurales.

Para evaluar la relación entre la dimensión fractal de masa (D_m), calculada por ambos métodos de segmentación, se hizo un análisis de correlación simple con el paquete estadístico Statgraphics Plus, comparando la dimensión fractal de masa de los patrones de poros y sólidos obtenida para el método visual, contra la dimensión de poros, sólidos y frontera definidos por el método de llenado continuo. En las seis regresiones calculadas se obtuvieron coeficientes de regresión menores a 0.5, demostrando que no existe relación alguna entre las dimensiones obtenidas por ambos métodos de segmentación. Esto demuestra una vez más que el proceso de segmentación es decisivo en la caracterización fractal de medios porosos a través de sus imágenes digitales y que la definición del umbral determina los resultados de las dimensiones fractales, aunque estas sean evaluadas con el mismo algoritmo.

4.6.4 Firma Fractal de la Distribución de los Tonos de Gris (FFDTG)

4.6.4.1 Método de llenado continuo

Al analizar el comportamiento de la dimensión fractal de masa, conforme se va ocupando el espacio Euclidiano, se planteó la idea de obtener una sola dimensión fractal que caracterizara a toda la rugosidad de distribución de los tonos de gris sobre la imagen [Oleschko *et al.*, 2003]. Un primer intento para obtener esta dimensión, consistió en graficar todo el conjunto de datos correspondientes al número y tamaño de cajas, que se obtienen al calcular la dimensión fractal por intervalos de 20 tonos de gris, con el algoritmo Fractal. Al hacer el ajuste lineal de los 192 puntos obtenidos, a través del método de mínimos cuadrados, se obtiene un valor de pendiente que se asocia a la dimensión fractal de masa, representativa de toda la imagen. En las Figuras 4.20 a 4.23 se muestran las gráficas del ajuste promedio de los datos, la pendiente de la recta que corresponde a la dimensión fractal de la imagen y el coeficiente de correlación para los horizontes de suelos. El concentrado de estos datos se reporta en el Cuadro 4.6.

Cuadro 4.6 Dimensión fractal por calculada por la técnica de la Firma Fractal de la Distribución de Tonos de Gris con el método de llenado continuo

Imagen	Prof. [cm]	Dm (FFDTG)	R^2
Andosol Melánico			
A1	0-18	1.75	0.99
A2	18-55	1.76	0.99
A3	55-95	1.87	0.99
Vertisol Éutrico			
V1	0-15	1.65	0.99
V2	15-30	1.88	0.99
V3	30-45	1.63	0.99
Sedimentos del Lago			
L1	0-10	1.83	0.99
L2	56-67	1.82	0.99
L3	69-80	1.88	0.99
L4	110-120	1.82	0.99
Tepetates			
T1	0-25	1.88	0.99
T2	124-150	1.90	0.99
T3	200-220	1.87	0.99
T4	420-460	1.85	0.99

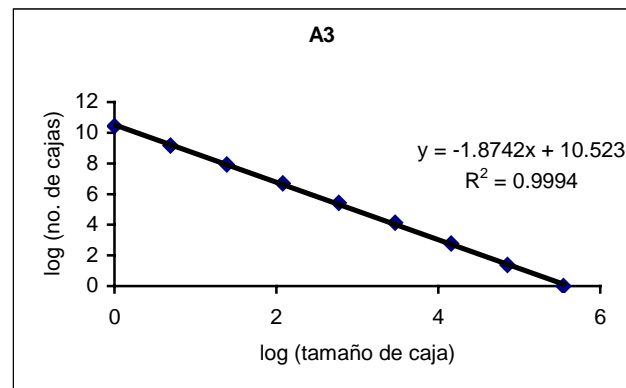
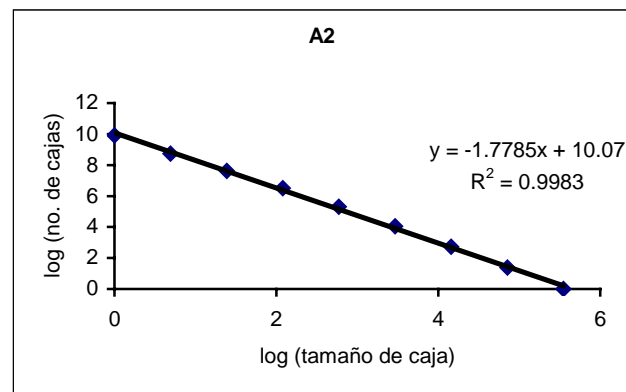
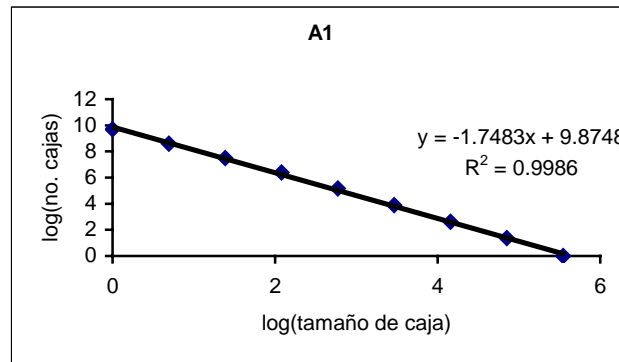


Figura 4.20
Dimensión fractal media por intervalos de tonos de gris para Andosol Melánico

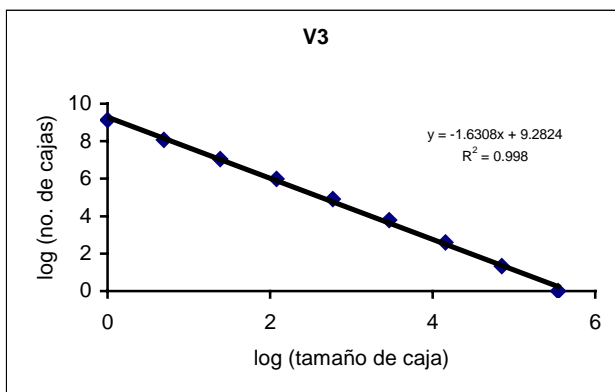
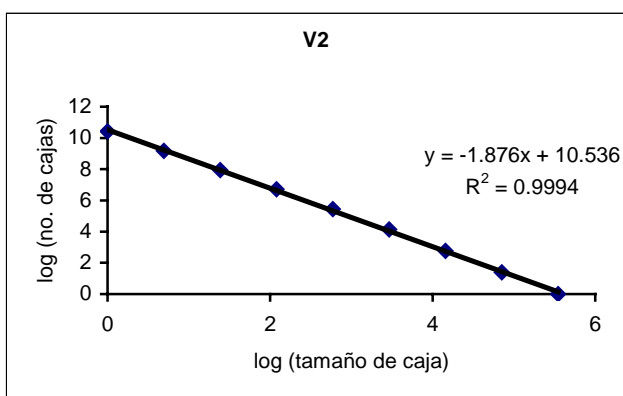
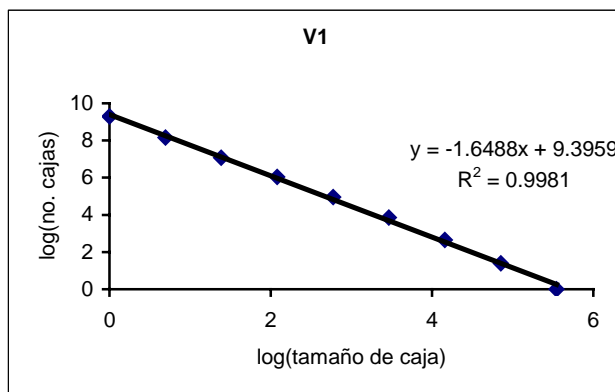


Figura 4.21
Dimensión fractal media por intervalos de tonos de gris para Vertisol Éútrico

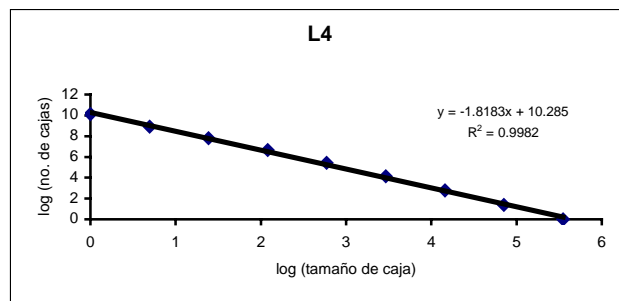
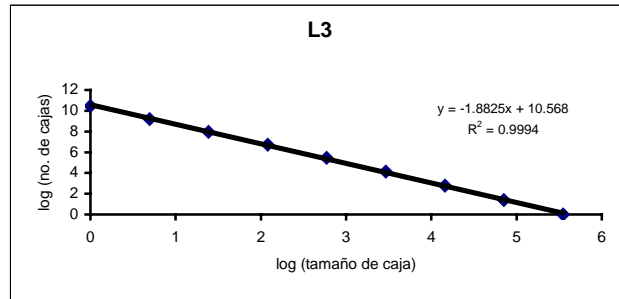
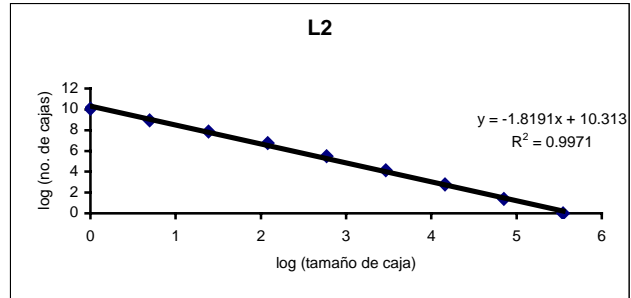
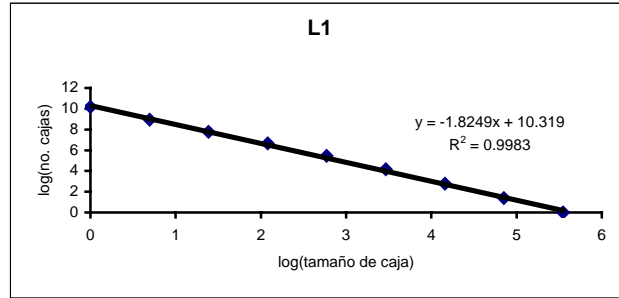


Figura 4.22
Dimensión fractal media por intervalos de tonos de gris para sedimentos del ex-lago de Texcoco

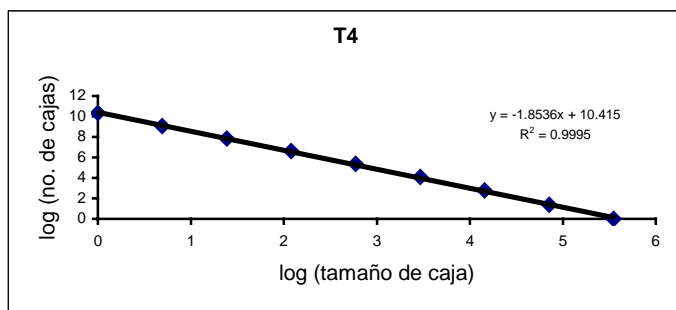
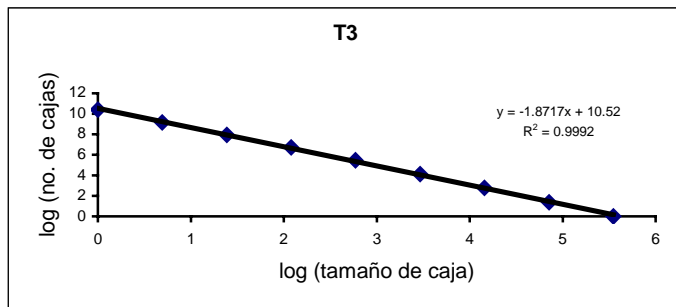
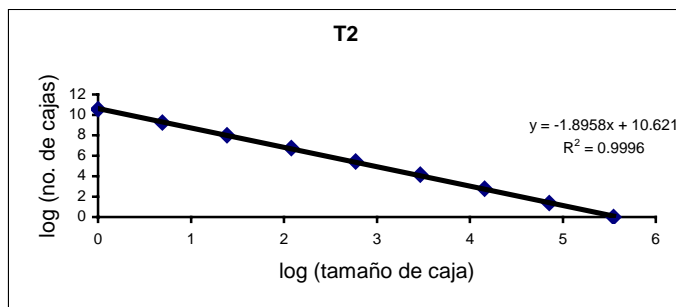
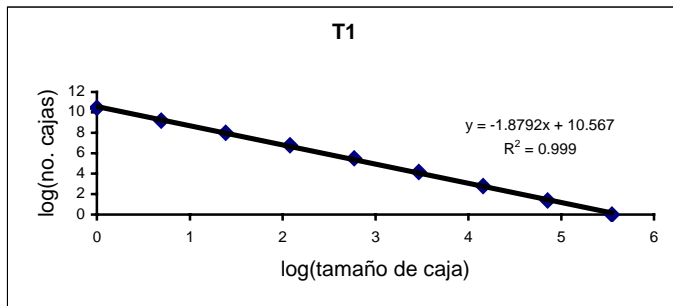


Figura 4.23
Dimensión fractal media por intervalos de tonos de gris para el perfil de tepetates

Para analizar de manera gráfica la rugosidad de las dimensiones obtenidas con este método y su relación con el tipo de suelo es recomendable analizar la Figura 4.24 en la cual se observa que cada perfil de suelos presenta un comportamiento peculiar de la dimensión, obtenida por el método de llenado continuo.

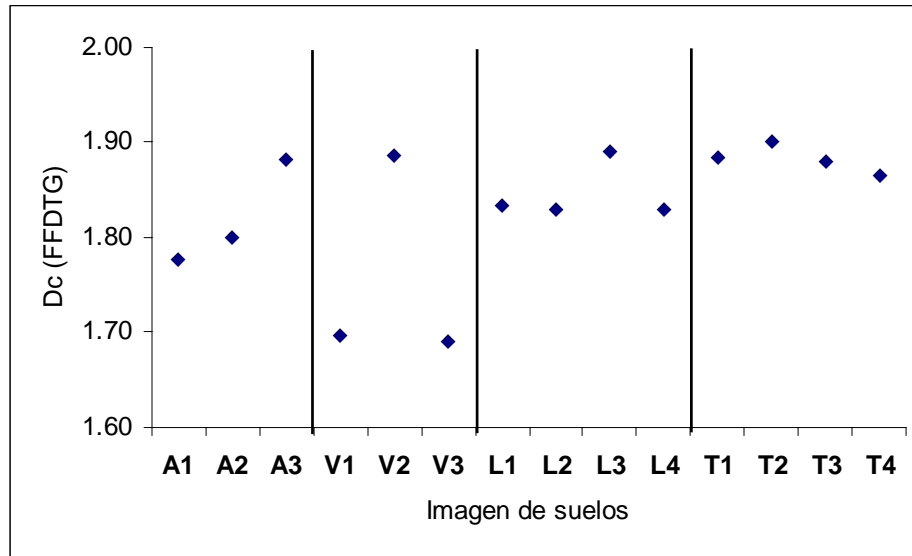


Figura 4.24

D_m de la FFDTG obtenida por llenado continuo para las imágenes de láminas delgadas de suelos

En el Andosol, los valores de la dimensión se incrementan con la profundidad; hecho que se relaciona con el grado de alteración de las capas [Campos, 2002].

En el perfil de Vertisol se presenta la mayor variación de D_m , en las capas 1 y 3 se calcularon los menores valores de todos los suelos, mientras que para la capa 2, se reporta uno de los valores más altos [Vuelvas, 2000].

Tres de las capas de los sedimentos del ex-lago, presentan la misma dimensión [0.83], y sólo en la capa 3 se obtuvo un valor más alto. Las capas del perfil de tepetates, manifestaron en general las dimensiones más altas; mostrando una tendencia a partir de la capa 2 de disminuir D_c con la profundidad.

El significado físico de esta dimensión fractal general, se asocia con el grado de ocupación de los sólidos en el espacio bidimensional, característica que se correlacionó directamente con la compactación del material. Para demostrar visualmente esta última dependencia, se presenta la gráfica de regresión de la Figura 4.25, en la cual, ordenando las imágenes de los perfiles de suelo según su grado de compactación, estos últimos se

correlacionaron con su dimensión fractal, obteniendo una R^2 de 0.43. A pesar de que este valor muestra que la relación no es muy estrecha, se debe considerar que los datos se obtuvieron de una sola imagen por horizonte y que la variación de las propiedades entre los suelos a comparar fue muy amplia. Se sugiere que con el incremento del número de imágenes analizadas por cada horizonte, se obtendría un análisis más robusto.

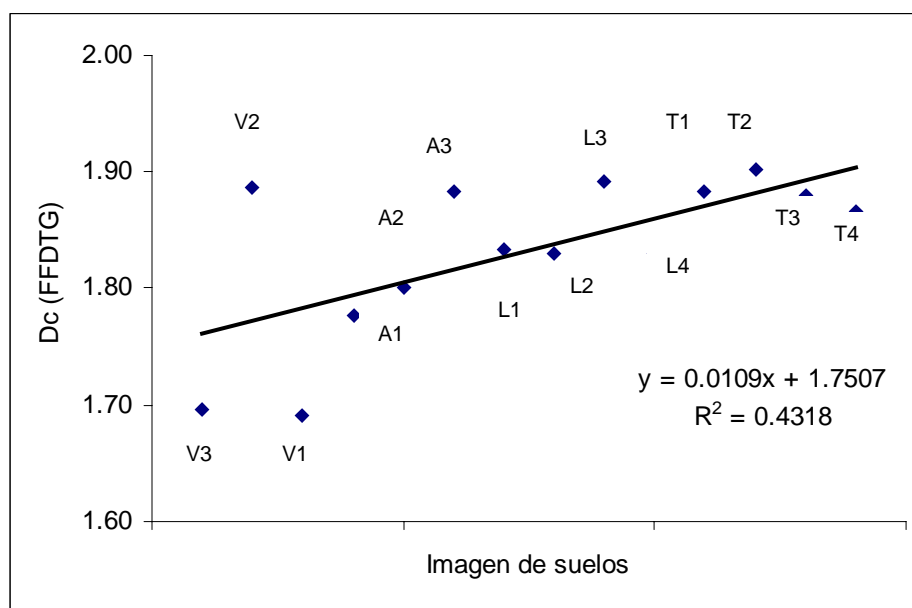


Figura 4.25
Correlación entre dimensión fractal y tipo de suelo según el grado de compactación

4.6.4.2 Método de Histograma generalizado (Histo-Gene), dimensión global

La frecuencia y distribución de los tonos de gris que forman una imagen, son las características que definen la rugosidad y las propiedades geométricas de los elementos que la conforman. Con este planteamiento, Oleschko *et al.*, [2003] proponen una nueva técnica de análisis fractal para imágenes digitales, a la que han llamado Firma Fractal de los Tonos de Gris (FIFRATOG). La técnica se basa en codificar los píxeles de una imagen, en sus coordenadas con su correspondiente tono de gris. Este procedimiento de codificación se realiza con el algoritmo desarrollado por Parrot [2003], denominado Histograma Generalizado (Histo-Gene), el cual proporciona para cada imagen analizada, un archivo formado por una columna donde se ordenan de manera ascendente, línea por línea, los píxeles que conforman a la imagen con su valor correspondiente de tono de gris.

Los archivos generados para las imágenes de suelos evaluadas en la presente investigación (con tamaño 256x256 pixeles), constan de 65 536 datos, con los cuales se construye el perfil de la distribución de los tonos de gris, que forma un conjunto auto-afin y representa la firma fractal de la imagen. En las Figuras 4.26-4.29, se presentan las firmas fractales de los horizontes y capas de los suelos estudiados. Se observa que cada horizonte presenta un perfil peculiar, definido por su patrón estructural. Este hecho es el que se ha denominado firma fractal de los tonos de gris.

Una vez obtenidas las firmas fractales de cada imagen, la dimensión fractal de estas firmas se calcula con el programa Benoit, utilizando el método de análisis fractal de trazas auto-afines, aplicando las técnicas de análisis reescalado (R/S) y ondoletas (wavelets). Los resultados se reportan en el Cuadro 4.7. A esta dimensión fractal se le denominó Firma Fractal Global de los Tonos de Gris (FIFRAGOTOG).

Cuadro 4.7
Dimensiones fractales de las FFGDTG de las microfotografías de suelos

Imagen	R/S completo		R/S ajustado		Ondoletas
	D _{hg}	SD	D _{hg}	SD	D _{hg}
Andosol Melánico					
A1	1.93	0.26	1.88	0.09	1.77
A2	1.95	0.35	1.83	0.10	1.54
A3	1.95	0.35	1.87	0.18	1.43
Vertisol Éutrico					
V1	1.85	0.77	1.63	0.07	1.48
V2	1.89	0.54	1.71	0.08	1.49
V3	1.93	0.32	1.83	0.14	1.54
Sedimentos del Lago					
L1	1.94	0.44	1.83	0.12	1.59
L2	1.91	0.43	1.81	0.09	1.87
L3	1.88	0.78	1.69	0.09	1.60
L4	1.96	0.31	1.85	0.09	1.64
Tepetates					
T1	1.96	0.26	1.84	0.11	1.49
T2	1.89	0.31	1.76	0.10	1.42
T3	1.96	0.33	1.88	0.18	1.47
T4	1.91	0.38	1.78	0.13	1.48

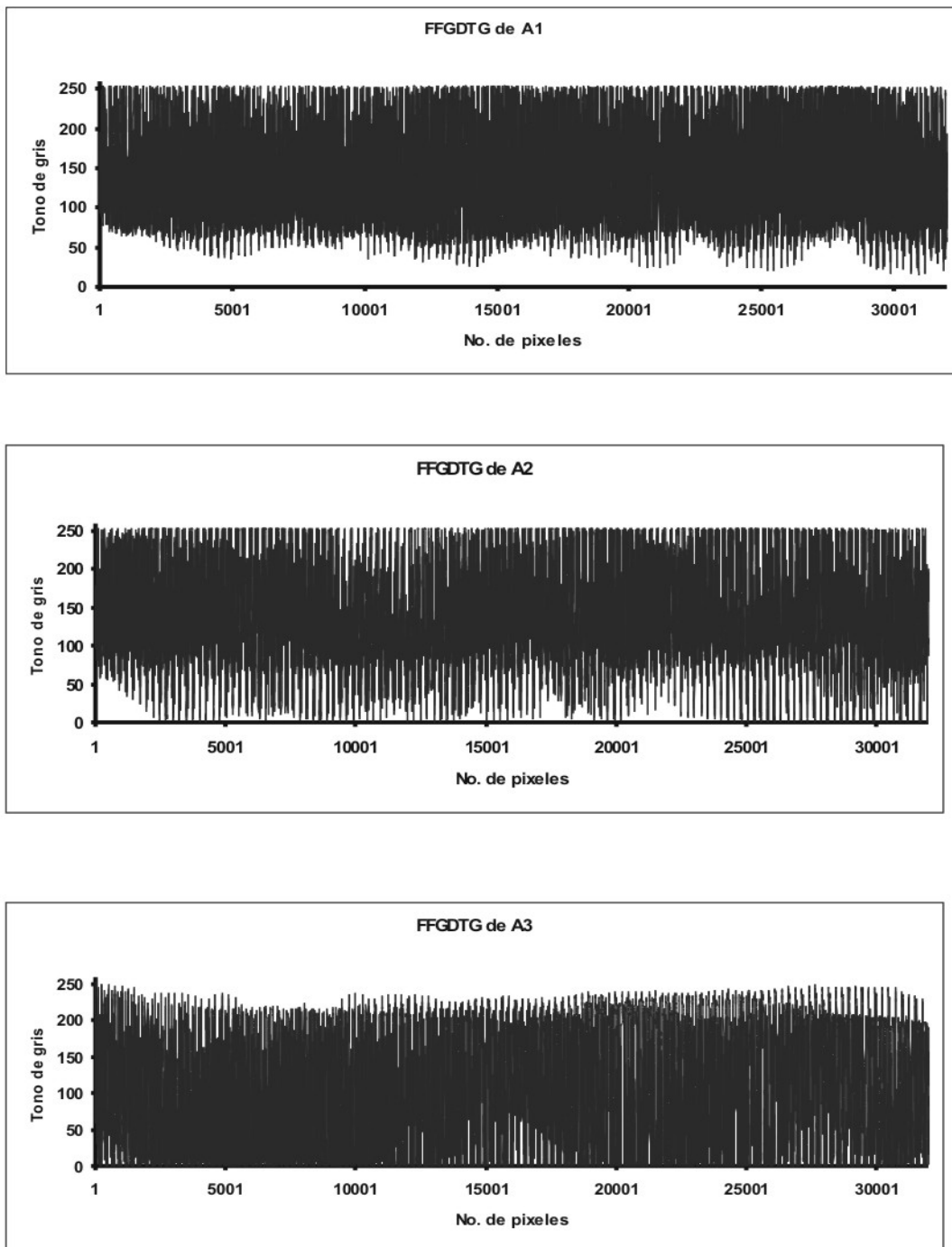


Figura 4.26
Firma fractal global de la distribución de los tonos de gris a lo largo del perfil de Andosol

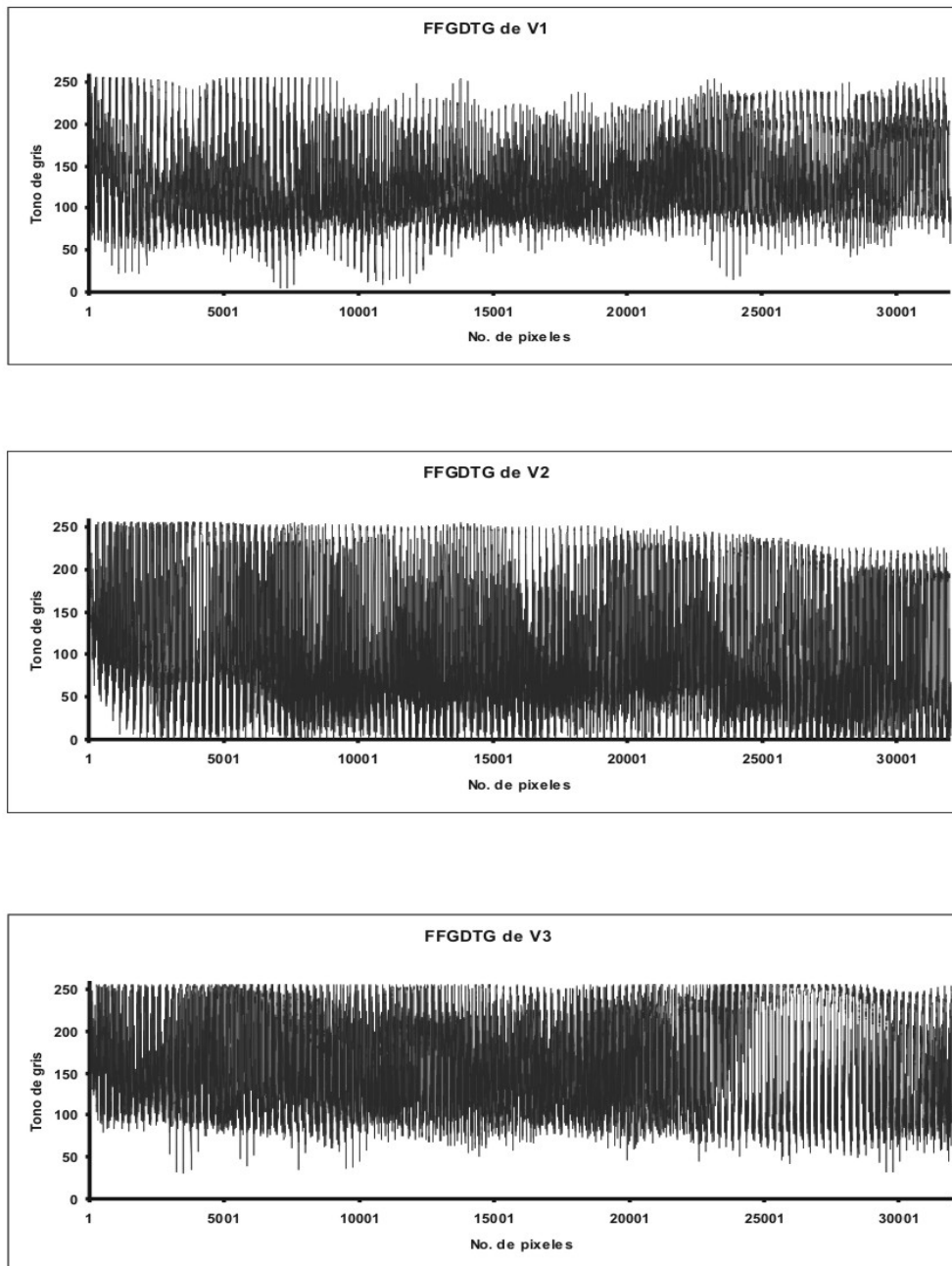


Figura 4.27
Firma fractal global de la distribución de los tonos de gris a lo largo del perfil de Vertisol

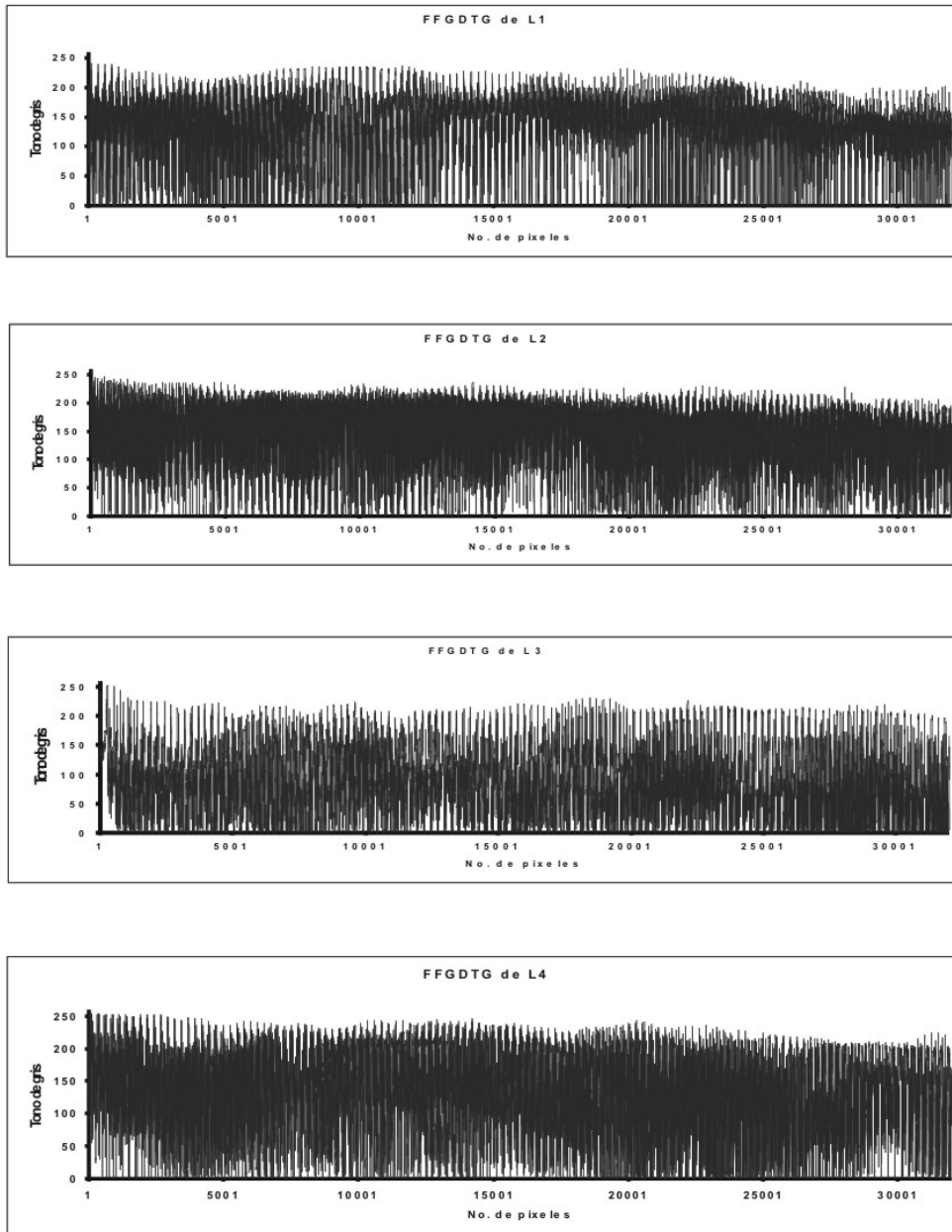


Figura 4.28
 Firma fractal global de la distribución de los tonos de gris a lo largo del perfil del exlago de Texcoco

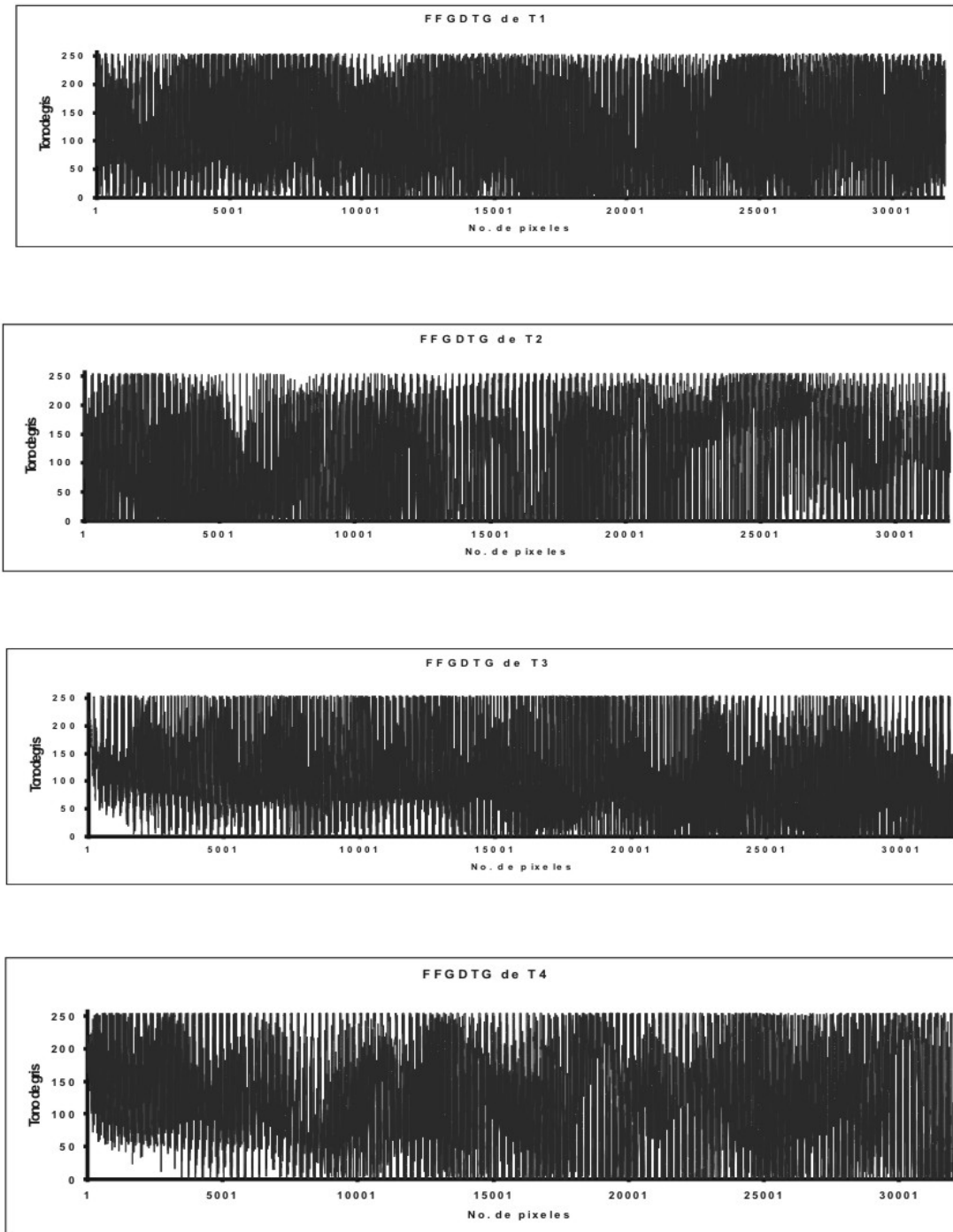


Figura 4.29
Firma fractal global de la distribución de los tonos de gris a lo largo del perfil de tepetates

La distribución de las dimensiones fractales, calculadas por Benoit, para la Firma Fractal Global en relación con los horizontes y suelos analizados, se muestra en las gráficas de la Figura 4.30. En general para todos los suelos, la dimensión calculada por el método R/S, tomando en cuenta todos los puntos de la distribución ($D_{C_{R/S}}$), mostró los valores más altos, con valores de SD de 0.2 a 0.7. Las gráficas que se obtienen con Benoit (Anexo), muestran el carácter multifractal de las imágenes, sobre todo en las capas de Andosoles, Vertisoles y los sedimentos del ex-lago de Texcoco.

Para disminuir la SD y obtener un ajuste lineal de las curvas, se eliminaron los puntos que más se desviaron de la distribución, obteniendo un valor de dimensión llamado dimensión ajustada ($D_{a_{R/S}}$). Estos valores son menores a los calculados para $D_{C_{R/S}}$; siendo, la tendencia de su dinámica para las capas y horizontes evaluados la misma.

En cuanto a las dimensiones fractales, calculadas por el método de ondoletas, se obtuvieron los valores menores para todas las imágenes analizadas y en general, una tendencia inversa a la obtenida por el método R/S.

a) En el perfil de Andosol se observó mínima variación de la dimensión, calculada por el método R/S (C.V.=0.44) que se incrementó con la profundidad, mientras que en la dimensión calculada por el método de ondoletas, la variación fue mayor (C.V.=10.8%) disminuyendo con la profundidad.

b) Para el perfil de Vertisol, los tres métodos de cálculo de la dimensión mostraron un incremento de la dimensión con la profundidad. En cuanto a la variación de R/S se obtuvo un C.V. de 2.06%, siendo éste menor con el método de ondoletas (C.V.=2.01).

c) En el ex-lago de Texcoco, las dimensiones calculadas por los tres procedimientos, no manifiestan alguna tendencia significativa de cambio con la profundidad. Con el método R/S, tres de las cuatro capas evaluadas presentan valores similares, determinándose un valor mucho menor para la capa 3. Con el método de ondoletas, la capa 2 es la que tuvo una dimensión mayor que el resto.

d) Finalmente para el perfil de tepetates, con el método R/S se obtuvo una alterancia de valores de dimensión entre las capas. Utilizando ondoletas la variación fue menos significativa, pero no se apreció alguna tendencia importante.

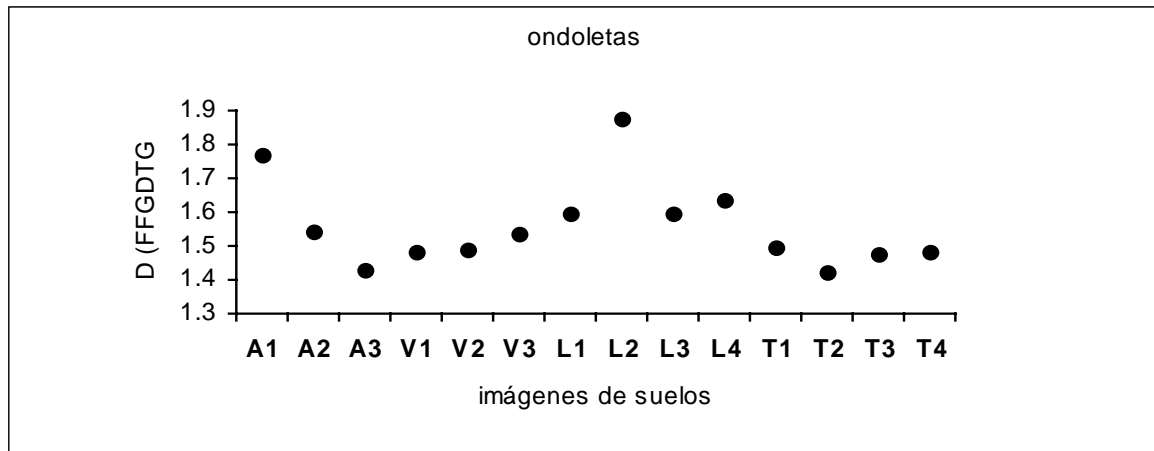
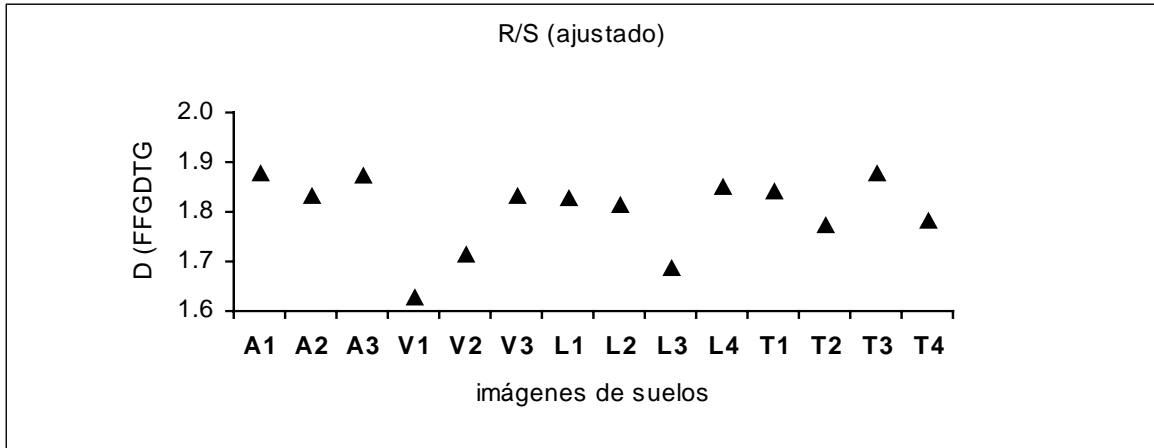
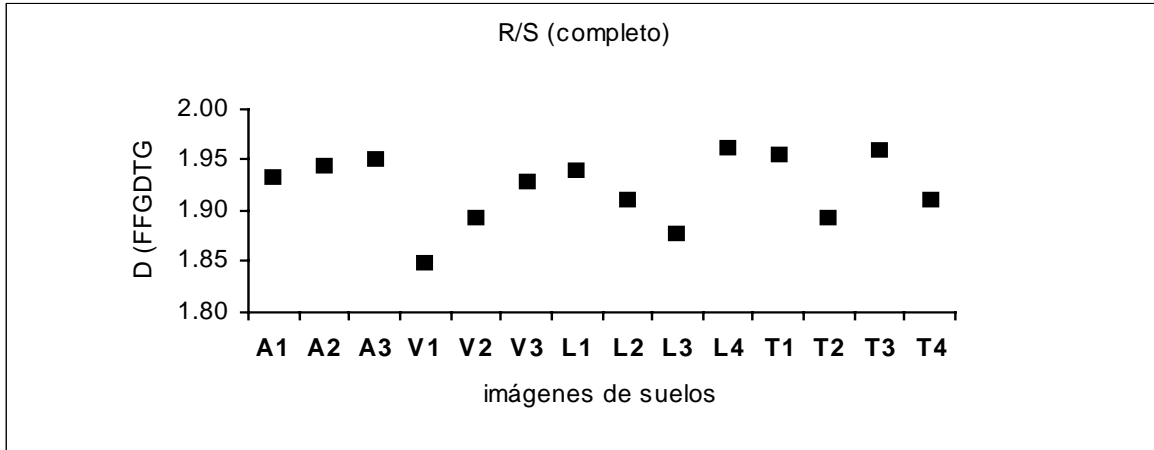


Figura 4.30
Variación de las dimensiones fractales de la Firma Fractal Global para suelos y sedimentos

A fin de establecer la correlación entre este conjunto de dimensiones, y los patrones estructurales que presentan las imágenes, se calculó el grado de asociación de estas variables con las dimensiones fractales de sólidos y poros, evaluadas a partir de imágenes segmentadas. El tipo y grado de asociación se infiere de los coeficientes de determinación mostrados en la Figura 4.31.

La dimensión para la Firma Fractal Global, calculada por el método de ondoletas, fue la única que mostró correlación con las dimensiones de los componentes estructurales, separados por los procedimientos de segmentación. Debido a la correspondencia que se encontró entre las D_m de poros y sólidos, calculadas a partir de las imágenes segmentadas por el método visual, ambas dimensiones mostraron buen ajuste con este parámetro ($r=0.80$) con poros y $r=0.75$ con sólidos). Pero en sentido opuesto, es decir, la relación con D_{mp} es directa, mientras que con D_{ms} es inversa. Una tercera correlación se presentó con el patrón denominado frontera, obtenido a partir del método de segmentación por llenado continuo con $r=0.72$. Las correlaciones señaladas permiten suponer que en medios naturales porosos, como los suelos, la dimensión fractal de la Firma Fractal Global calculada por el método de ondoletas, está relacionada con la distribución de los conjuntos que presenta algún carácter borroso o “fuzzy”. Esto debido a que en la segmentación visual, se inició llenando los sólidos y cuando se consideró haber cubierto todos ellos, el resto de la imagen se caracterizó como poro, incluyendo en este conjunto la frontera entre ambos patrones.

Debe señalarse que por la naturaleza tan contrastante de las imágenes analizadas, resulta difícil establecer, en esta primera aproximación, correlaciones definitivas entre las dimensiones de las firmas fractales. Es imprescindible realizar más trabajos de correlación, con mayor número de datos, entre las diferentes dimensiones y las propiedades físicas de los medios porosos estudiados. Sin embargo, el objetivo principal de este trabajo fue únicamente describir y calibrar tanto los algoritmos, como la técnica de FIFRATOG, aplicando a todos ellos la caracterización fractal de imágenes digitales de los medios porosos naturales, con el propósito de demostrar sus principales ventajas y limitaciones.

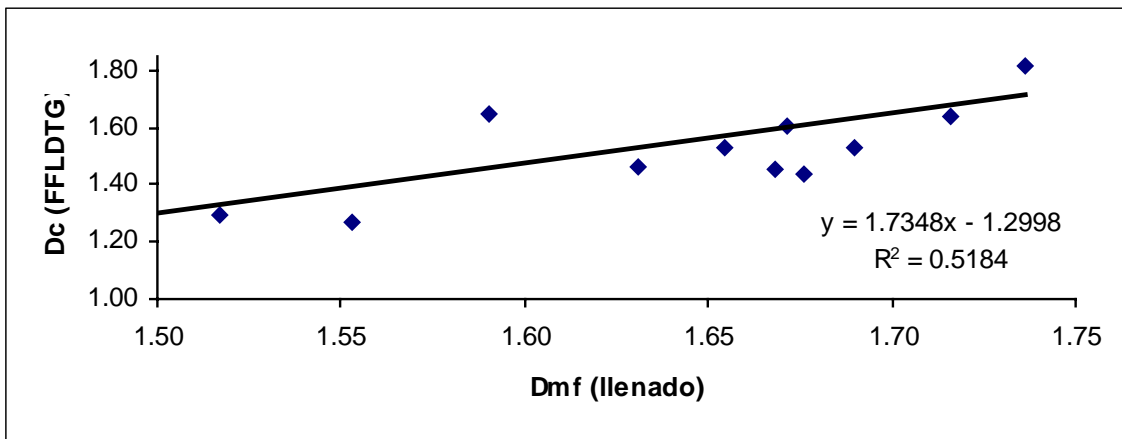
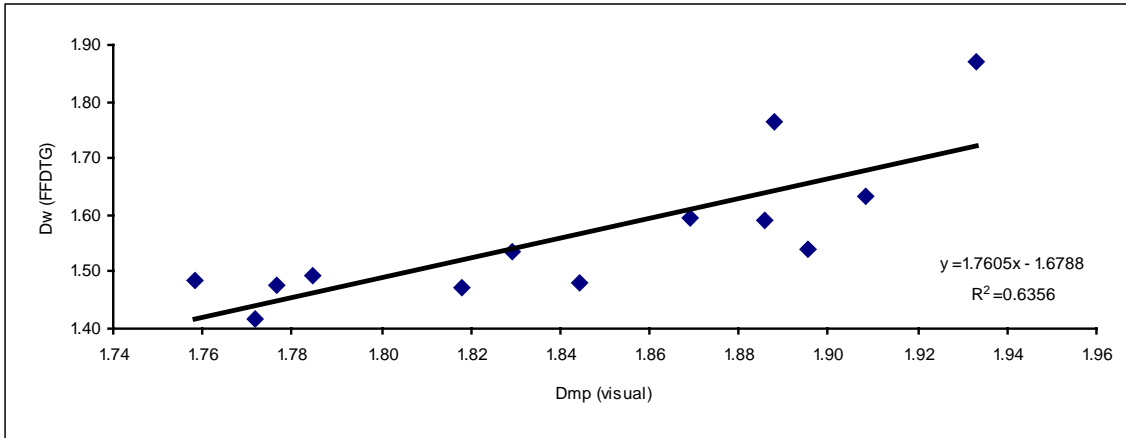
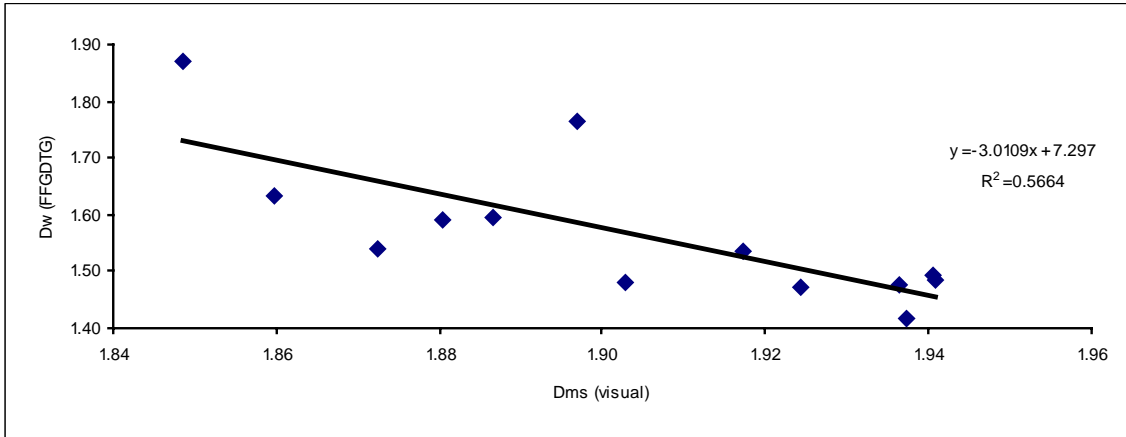


Figura 4.31
Correlación entre las dimensiones fractales de los patrones de poros y sólidos con la dimensión de Firma Fractal Global para los suelos y sedimentos analizados

4.6.4.3 Método del Histograma generalizado (Histo-Gene), dimensión por línea

Una ventaja que tiene el empleo la técnica de FIFRATOG, es la posibilidad de extraer con toda la precisión posible, una parte u objeto de la imagen para hacer su análisis fractal individual [Oleschko *et al.*, 2003]. En este trabajo se extrajo una línea de referencia de cada imagen de las láminas delgadas de suelos (línea 128), con el objeto de obtener la firma fractal local para la distribución de los tonos de gris, calcular su dimensión fractal, comparar las dimensiones obtenidas entre si y con la dimensión obtenida para toda la imagen. La geometría de las firmas fractales locales para cada perfil, puede observarse en las Figuras 4.32 a la 4.35, y los datos de las dimensiones fractales, calculadas con tres métodos del paquete Benoit, en el Cuadro 4.8.

Cuadro 4.8
Dimensiones fractales de las líneas de referencia extraídas por la técnica FIFRATOG

Imagen	R/S completo		R/S ajustado		Ondoletas	
	D_{chl}	SD	D_{ajhl}	SD	D_{hl}	
Andosol Melánico						
A1_L128	1.76	0.02	1.75	0.01	1.81	
A2_L128	1.59	0.01	1.55	0.01	1.53	
A3_L128	1.55	0.02	1.48	0.01	1.27	
Vertisol Éutrico						
V1_L128	1.37	0.03	1.28	0.01	1.46	
V2_L128	1.65	0.01	1.70	0.01	1.44	
V3_L128	1.69	0.02	1.59	0.01	1.53	
Sedimentos del Lago						
L1_L128	1.69	0.02	1.74	0.01	1.64	
L2_L128	1.74	0.01	1.64	0.00	1.98	
L3_L128	1.65	0.02	1.58	0.01	1.60	
L4_L128	1.72	0.01	1.66	0.01	1.65	
Tepetates						
T1_L128	1.63	0.03	1.55	0.01	1.65	
T2_L128	1.51	0.02	1.60	0.01	1.38	
T3_L128	1.73	0.02	1.81	0.01	1.47	
T4_L128	1.46	0.01	1.55	0.01	1.29	

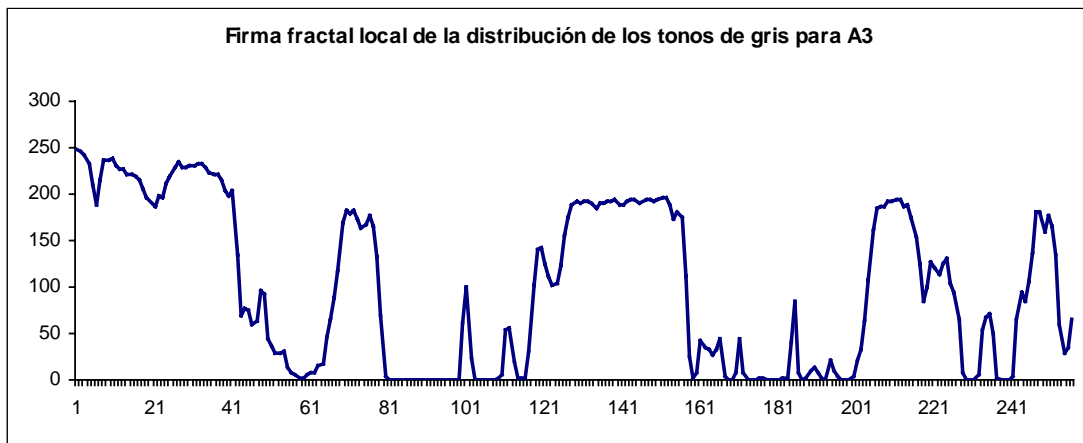
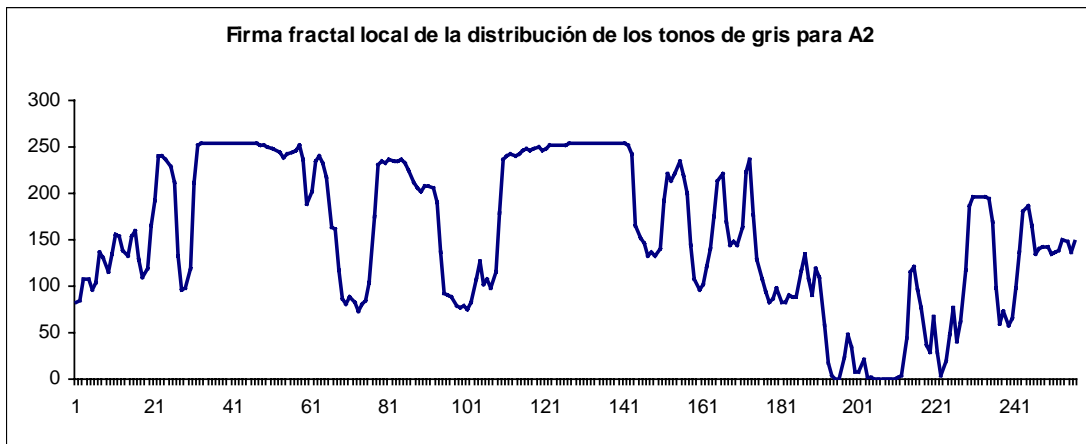
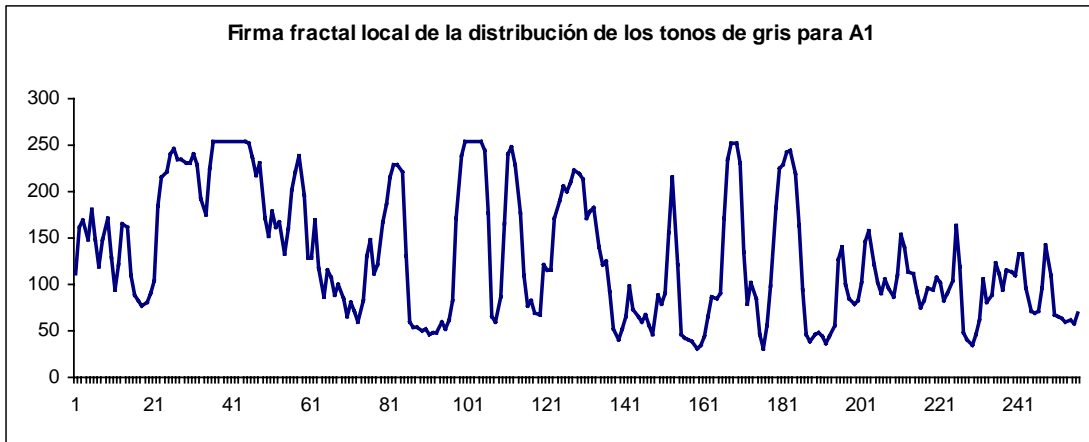


Figura 4.32
Firma fractal local para la línea 128 en las imágenes de láminas delgadas del perfil de Andosol Melánico

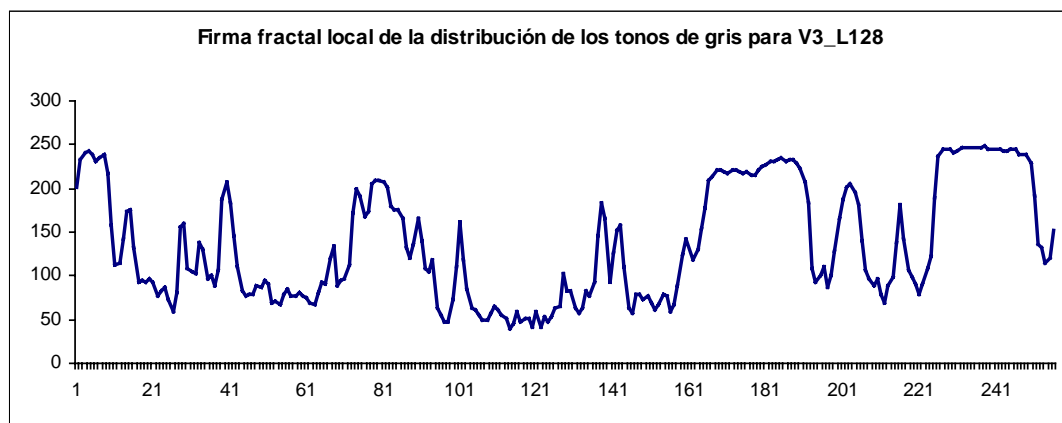
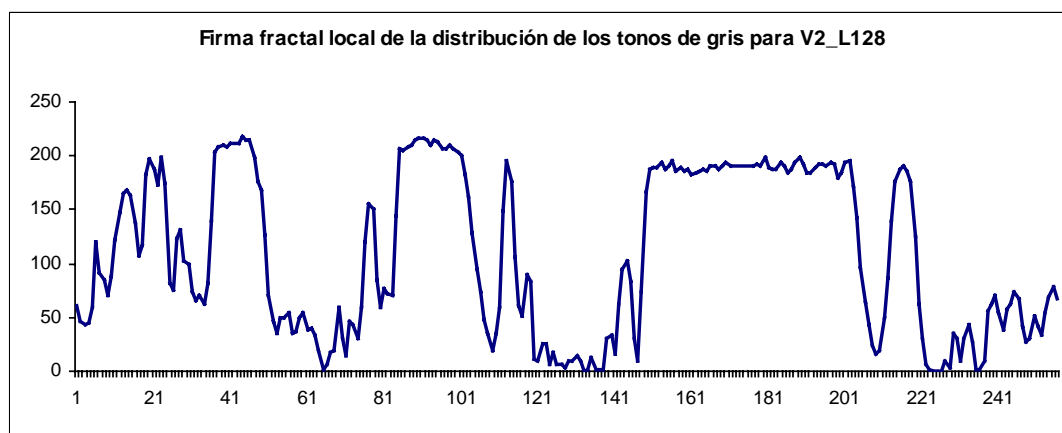
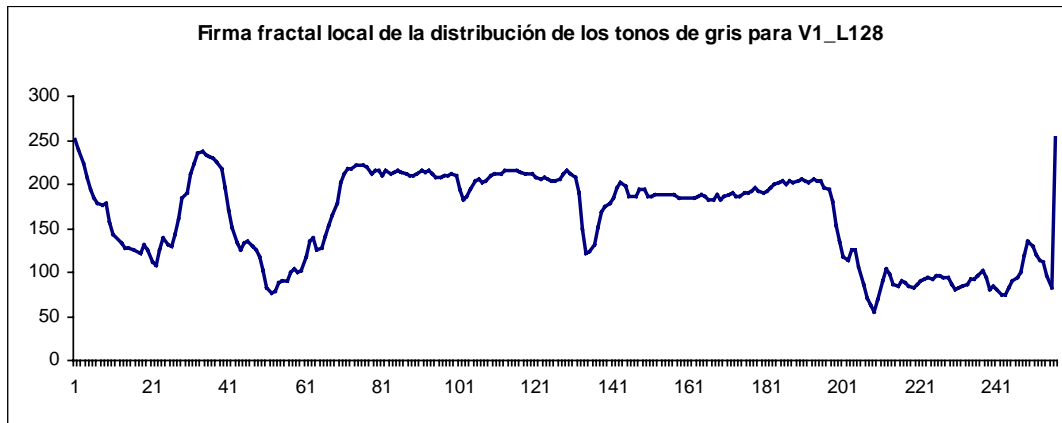


Figura 4.33
Firma fractal local para la línea 128 en las imágenes de láminas delgadas del perfil de Vertisol Eútrico

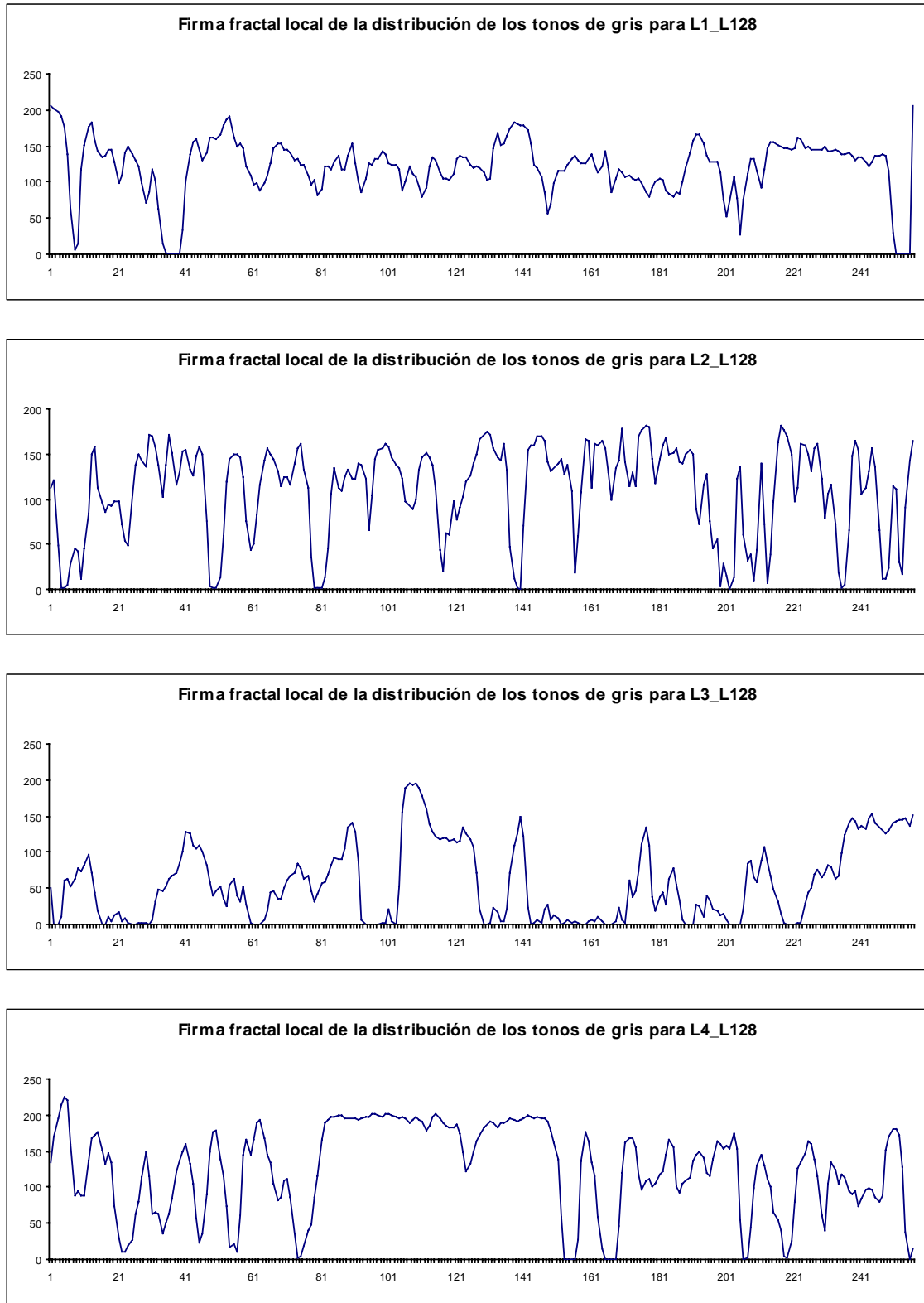


Figura 4.34
Firma fractal local para la línea 128 en las imágenes de láminas delgadas de los sedimentos del ex-lago de Texcoco

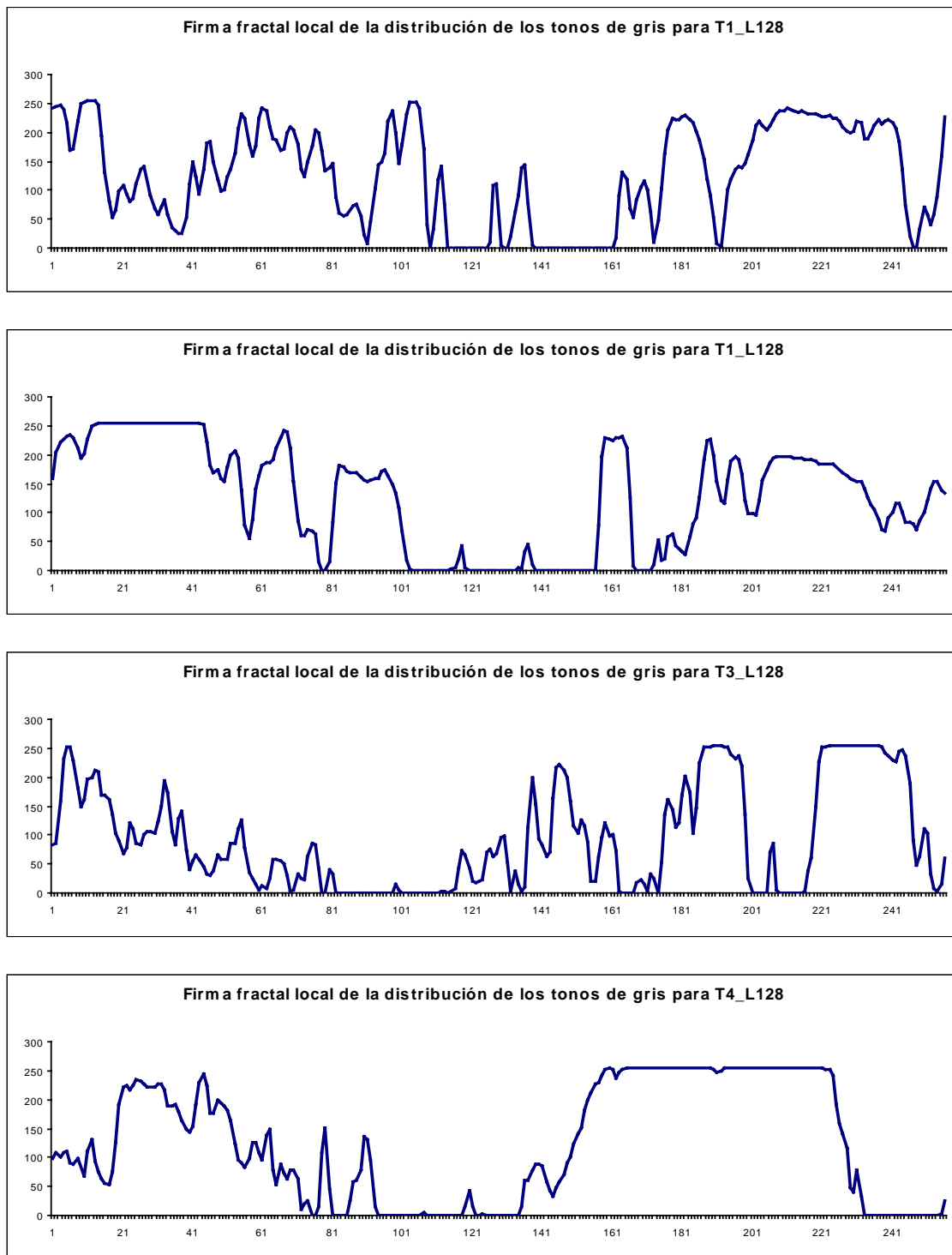


Figura 4.35
 Firma fractal local para la línea 128 en las imágenes de láminas delgadas de los sedimentos del ex-lago de Texcoco

En la Figura 4.36 se aprecian las distribuciones de las dimensiones fractales calculadas por diferentes métodos con relación al tipo de suelo y su ubicación en el perfil. En todas las imágenes analizadas, las dimensiones calculadas para la línea de referencia disminuyeron en comparación con las dimensiones obtenidas para la imagen completa. Esto debido a que la rugosidad de una línea no siempre refleja de manera objetiva la rugosidad de los datos de la imagen completa. Por otra parte y de manera general, se observa que el comportamiento de las dimensiones locales no es el mismo que el de las dimensiones globales de las imágenes de los cuatro suelos analizados. Sin embargo, un análisis de correlación mostró que la dimensión calculada por R/Sc para la línea de referencia refleja de una manera aceptable la dimensión global calculada por R/Sc ($r=0.75$), R/Sa ($r=0.82$) y ondoletas ($r=0.79$). Esto confirma que si bien, una línea es representativa de una imagen total de la cual proviene, ella también permite obtener información suficientemente más fina de cualquier elemento de la imagen.

4.7. CONCLUSIONES

- Los patrones estructurales de los suelos y horizontes estudiados se ajusta de un modo estadístico a la distribución fractal.
- El principal problema para realizar el análisis fractal de medios porosos, a partir de sus imágenes digitales es definir el umbral que permita identificar los patrones estructurales (poros y sólidos).
- El método de segmentación por cambio de pendiente, calibrado en la presente investigación, es más sensible para definir los rasgos estructurales en una imagen digital, y permite identificar incluso la frontera borrosa entre sólidos y poros.
- La técnica de la Firma Fractal de Tonos de Gris, calibrada para el análisis de suelos de génesis contrastante es útil para identificar las variaciones que presentan sus patrones estructurales, superando el problema de la segmentación las imágenes (thresholding). Ahora es recomendable realizar trabajos de correlación de la firma fractal con propiedades físicas para llegar a una interpretación física de la dimensión obtenida por esta técnica para los medios porosos.

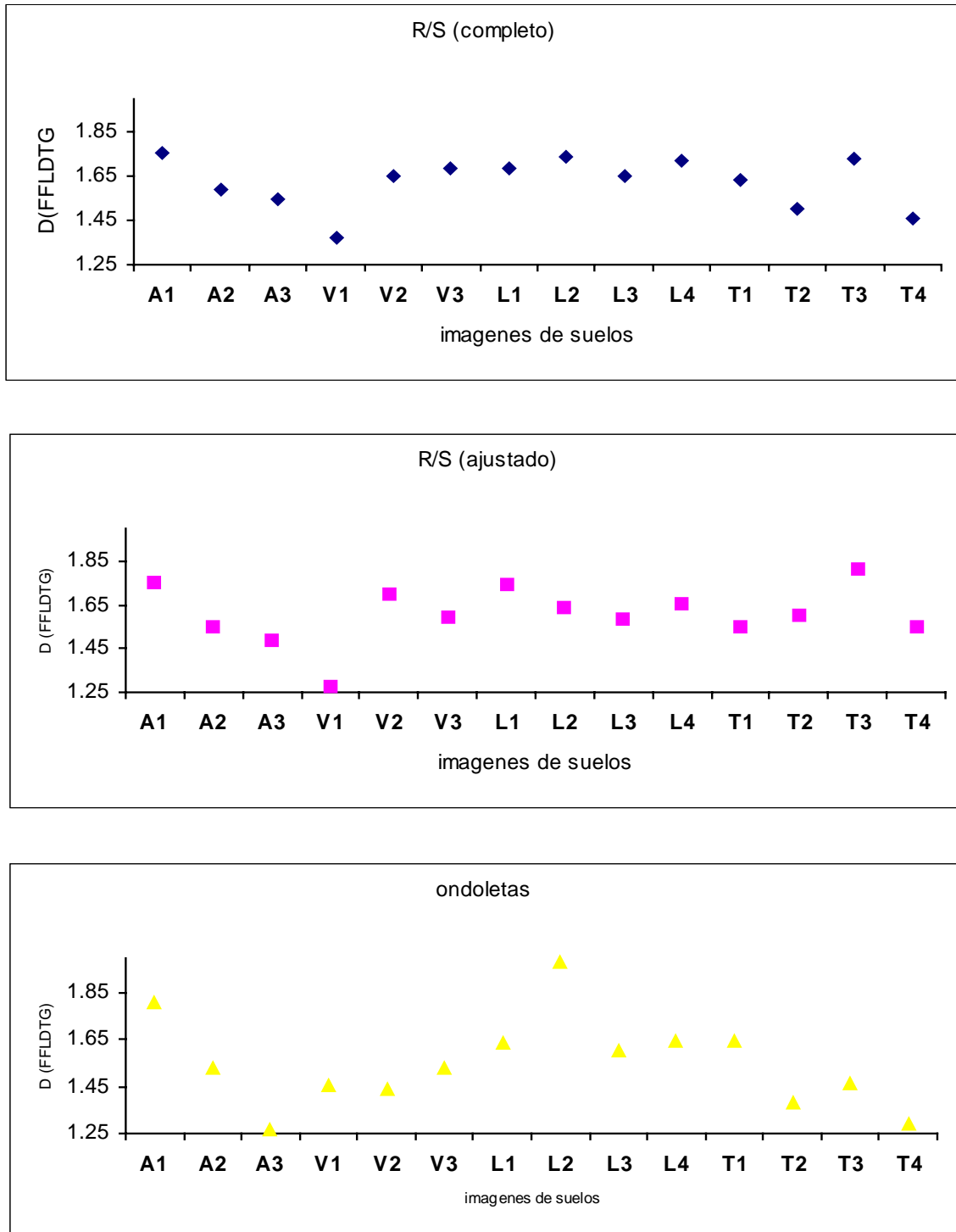


Figura 4.36
Distribución de las dimensiones fractales por FFLDTG por línea para suelos y sedimentos



V. CONCLUSIONES GENERALES

- ❖ La geometría fractal es una herramienta matemática, actualmente en pleno desarrollo, que permite caracterizar de manera cuantitativa la estructura de los sistemas naturales porosos a través de clasificadores fractales de diferente naturaleza.
- ❖ El medio más confiable para realizar un análisis fractal es el uso de imágenes digitales, los resultados que se obtengan dependerán sobre todo, del proceso de segmentación para extraer el conjunto de interés. Hasta ahora los procedimientos para definir el umbral en una imagen no están estandarizados, en esta investigación el método de segmentación por cambio de pendiente resultó ser el más sensible para identificar la frontera borrosa entre los conjuntos de sólidos y poros.
- ❖ Los algoritmos diseñados para evaluar la dimensión de masa fractal (Linfrac y Fractal) y la dimensión fractal espectral (Bromov), son suficientemente precisos y exactos. Por lo tanto, es posible utilizarlos para describir el patrón estructural de los mismos. Además mostraron ser eficientes en cuanto al tiempo de cálculo empleado por la computadora y pueden manejar imágenes de cualquier tamaño ya sean binarizadas o en tonos de gris.
- ❖ Participar en el diseño y desarrollo de los algoritmos permite entender el significado físico de las dimensiones calculadas, al comprender cómo se realiza la evaluación en lugar de utilizar programas comerciales que funcionan como cajas negras.
- ❖ Todas las dimensiones fractales calculadas en los dos sistemas naturales estudiados (núcleos y suelos) se ajustaron en algún grado a la porosidad de cada subsistema, lo que permitió identificar la variación de cada patrón estructural.
- ❖ La implementación de la técnica de la Firma Fractal de Tonos de Gris y las líneas de referencia en el análisis fractal, proporciona tanto la información global como local sobre la rugosidad y lagunaridad de la porosidad, superando el problema de la segmentación las imágenes (thresholding)..
- ❖ El esquema de clasificación fractal propuesto permite contar con una metodología moderna para caracterizar la geometría interna de los medios porosos. Ahora es recomendable realizar trabajos de correlación de la firma fractal con propiedades físicas para llegar a una interpretación física de la dimensión obtenida por esta técnica para los medios porosos.



BIBLIOGRAFÍA

- Ackermann, R.V., Schlische, R.W. and Withjack, M.O. 2001. The geometric and statistical evolution of normal fault systems: an experimental study of the effects of mechanical layer thickness on scaling laws. *Journal of Structural Geology*, 23, (11), 1803-1819.
- Acuña, J. A., and Yortsos, Y. C., 1991, Numerical construction and flow simulation in networks of fractures using fractal geometry: *Society of Petroleum Engineers, SPE* 22703, p. 1-7.
- Addison, P. S., 1997, *Fractals and chaos an illustrated course*, Institute of Physics Publishing, Bristol and Philadelphia, 256 p.
- Allain, C., and Cloitre, M., 1991, Characterizing the lacunarity of random and deterministic fractal sets. *Physical Review A*. V. 44 no. 6, 3552-3558.
- Alves, L.M.; Vilarin da S.R. and Joachim M.B. 2001. Influence of crack fractal geometry on elastic-plastic fracture mechanics. *Physica A* 295, 144-148.
- Anderson, A. N., McBratney, A. B., and Crawford, J. W., 1998, Applications of fractal to soil studies, in Sparks, D. L., ed., *Advances in Agronomy*, v. 63, Academic Press, p. 2-76.
- Anderson, A.N., McBratney, A.B. and FitzPatrick, E.A., 1996, Soil mass, surface, and spectral dimensions estimates from thin section photograph: *Soil Sci. Soc. Am. J.* 60, 962-969.
- Andrle, R. 1992. Estimating Fractal Dimension with the Divider Method in Geomorphology: *Geomorphology*, vol. 5, 131-141.
- Antonellini, M., 1992, Geometry and distribution of deformation bands in porous sandstones, Delicate Arch area, Arches National Park, Utah, in Pollard, D.D. and Aydin, A., eds. v. 3 Stanford University, Stanford California.
- Asvestas, P., Matsopoulos, G.K., Nikita, K.S. 1999. Estimation of fractal dimension of images using a fixed mass approach. *Pattern Recognition Letters*, 20, 347-354.
- Avery, I. Hall, F.R. and Sturgess, C.E.N. 1998. Fractal modelling of materials. *Journal of Materials Processing Technology* 80-81, 565-571.
- Aviles, C. A. and Scholz, C. H., 1987, Fractal analysis applied to characteristic segments of the San Andreas fault, *Journal of Geophysical Research*, v. 92, no. B1, p. 331-344.
- Babadagli, T. and K. Develi. 2003. Fractal characteristics of rocks fractured under tension. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics* 39 73-88.
- Badii, R. 1992, Complexity and unpredictable scaling of hierarchical structures, in *Chaotic Dynamics, Theory and Practice*, T Bountis ed. Plenum, New York.
- Badii, R., and Politi, A., 1997, *Complexity hierarchical structures and scaling in physics*: Cambridge University Press, p. 318.
- Bagde, M.N., Raina, A.K., Chakraborty, A.K. and Jethwa, J.L. 2002. Rock mass characterization by fractal dimension. *Engineering Geology* 63, 141-155.
- Bahat, D., and Engelder, T., 1984, Surface morphology on cross-fold joints of the Appalachian plateau, New York and Pennsylvania. *Tectonophysics*, v. 104p. 299-313.
- Balankin, A.S. 1997. Physics of fracture and mechanics of self-affine cracks. *Engineering Fracture Mechanics*. 57, 135-203.
- Balankin A., Oleschko, K., et al. 2000, Comportamiento fractal de sistemas complejos: *Científica ESIME*, no. 22, p. 19-28.

- Barton, C.C. and Larsen E. 1985. Fractal Geometry of two-dimensional fracture networks of Yucca Mountain, southwestern Nevada. *Int. Symp. on Fundamentals of Rock Joint*, Oslo. p. 77-84.
- Baveye, P., Boast, C., Ogawa, S., Parlange, J-Y. and Steenhuis, T., 1998, Influence of image resolution and thresholding on the apparent mass fractal characteristics of preferential flow patterns in field soil: *Water Resources Research*, v. 34, p. 2783-2796.
- Bayly, M.B. 1992. *Mechanics in structural geology*. New York Springer 253 p.
- Bejan, A., Badescu V. and De Vos A. 2000. Constructal theory of economics, *Applied Energy*, 67 (1-2), 37-60.
- Belkasim, S., Ghazal, A. and Basir, O. A. 2003. Phase-based optimal image thresholding, *Digital Signal Processing*, In Press, Corrected Proof, Available online 19 July 2003,
- Berfield, W. C., 1994, Multifractal characteristics of natural fracture apertures, *Geophysics. Research Letters*, v. 21, no. 24, p. 2641-2644.
- Biswas, M.K., T. Ghose, S. Guha, P. Kumar. 1998. Fractal dimension estimation for texture images: A parallel approach. *Pattern Recognition Letters* 19,309-313.
- Blumen, A., Klafter, J., White, B.S. and Zumofen, G., 1984, Continuous-Time Random Walks on Fractals: *Physical Review Letters*, v. 53, 14:1301-1304.
- Boddy L., J.M. Wells, C. Culshaw y D.P. Donnelly. 2000. Fractal analysis in studies of mycelium in soil. Pachepsky, Ya. A., Crawford J. W. and Rawls W. J. (eds.) *Fractals in Soil Science*. Elsevier. p. 211-238.
- Breslin M.C. and Belward, J.A.. 1999. Fractal dimensions for rainfall time series. *Mathematics and Computers in Simulation*. 48, 437-446.
- Bresson, L.M. and Moran, C,J. 1998. High-resolution bulk density images, using calibrated X-ray radiography of impregnated soil slices. *Soil Science Society of America Journal* 62 (2): 299-305.
- Brown, S. A., 1987. A Note on the Description of Surface Roughness Using Fractal Dimension: *Geophys. Res. Lett.*, vol. 14, 1095-1098.
- Bunde A. y S. Havlin (Eds.), 1991. *Fractals and Disordered Systems*, Springer-Verlag. Berlin Heidelberg, p. 350.
- Bushell, G.C., Y.D. Yan, D. Woodfield, J. Raper, R. Amal. 2002. On techniques for the measurement of the mass fractal dimension of aggregates. *Advances in Colloid and Interfaces Science* 95 1-50.
- Campos, C.A. 2002. Monitoreo edafo-ecológico del área del Cofre de Perote. IRENAT, Colegio de Posgraduados, Montecillo México.
- Carpinteri, A., Ciaia B. and Invernizzi S. 2002. Applications of fractal geometry and renormalization group to the Italian seismic activity. *Chaos, Solitons and Fractals*, 14, (6), 917-928.
- Carr, J.R. 1997. Statistical self-affinity, fractal dimension, and geologic interpretation. *Engineering Geology* 48, 269-282.
- Castleman, K. R., 1996, *Digital image processing*, Prentice Hall, New Jersey, xxxp.
- Célerié F., Prades S., Bomady D., Ferrero L., Bouchaud E., Guillot C. and Marlière. 2003. Glass Breaks like Metal, but at the Nanometer Scale. *Physical Review Letters* 90:7 p. 1-4
- Chang, J.-H., Fan, K.-Ch. and Chang, Y.-L. 2002 Multi-modal gray-level histogram modeling and decomposition. *Image and vision computing* 20, 203-216
- Chaos, Solitons and Fractals. 2003. *Fractals in geophysics*, preface. 19, 237-239.
- Chaudhuri, B. B and Sarkar, N. 1995. Multifractal and generalized dimensions of gray-tone digital images. *Signal Processing*, vol 42, 181-190.
- Cheng, Q. 1999. Multifractality and special statistics. *Computer and Geosciences*, v. 25, 949-961.

- Cheng, Q. 1999. The gliding box method for multifractal modeling. *Computer and Geosciences*. 25 1073-1079.
- Chernyshev, S. N., and Dearman, W. R., 1991, *Rock fractures*, Butterworth-Heinemann,
- Chilès, J. P., 1988 Fractal and geostatistical methods for modeling of a fracture network; *Mathematical Geology*, v. 20 no. 6 p. 631-654.
- Committee on Fracture Characterization and Fluid Flow, U.S. National Committee for Rock Mechanics, 1994, *Rock fractures and fluid flow, Contemporary Understanding and Applications*. National Academy Press p. 29-101.
- Crawford, J. W., Matsui, N. and Young, I. M. 1996. The relation between the moisture-release curve and the structure of soil. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Science & Geomechanics Abstracts*. 33, 202A
- Crawford, J. W., Pachepsky, Y. A., and Rawls, W. J., 1999, Integrating processes in soils using fractal models, *Geoderma*, v. 88 p. 103-107.
- Crawford, J. W., Sleeman, B. D., and Young, I. M., 1993, On the relation between number-size distributions and the fractal dimension of aggregates: *Journal of Soil Science*, v. 44 p. 555-565.
- Dauben, J. W. 2000. Poincare Henri. Mathematics School. Science Faculty, Central University of Venezuela.
- Davis, G.H. 1996. *Structural geology of rocks and regions*. New York, J. Wiley.
- De Graff, J. M., and Aydin, A., 1993, Effect of thermal regime on growth increment and spacing of contraction joints in basaltic lava, *Journal of Geophysical Research*, v 98 p. 6411-6430.
- Dexter, A. R. 1976. Internal structure of tilled soil. *J Soil Sci*. 27,267-278.
- Diego, P. and Giampiero, P. 2000. Chaotic dynamics and fractals in magmatic interaction processes: a different approach to the interpretation of mafic microgranular enclaves. *Earth Planet. Sci. Lett*. 175, 93-103.
- Dimri V.P. (ed). 2000. *Application of Fractals in Earth Sciences*. A.A. Balkema/Rotterdam/Brookfield. 238 p.
- Dougan, L.T.; Addison, P.S.; McKenzie, W.M.C. 2000. Fractal analysis of fracture: A comparison of dimension estimates. *Mechanics Research Communications*. 27, 383-392.
- Du Buf, J.M.H., Kardan, M. and Spann, M. 1990. Texture feature performance for image segmentation. *Pattern Recognition*, Vol 23, 291-309.
- Dubuc, B., J. Quiniou, C. Roques-Carmes, C. Tricot y S. Zucker. 1989. Evaluating the Fractal Dimension of Profiles : *Phys. Rev. Rev* vol. 39, 1500-1512.
- Engelder, T., 1987, Joints and shear fractures in rock, in Atkinson B. K., ed. *Fracture mechanics of rock*, Academy Press New York, 27-69 p.
- Escultura, E.E 2001. Turbulence: theory, verification and applications. *Nonlinear Analysis*, 47 (9), 5955-5966
- Escultura, E.E. 2002. The flux theory of gravitation V: the mathematics of the new physics. *Applied Mathematics and Computation*, 130, 145-169.
- Falconer, K. 1995. *Fractal geometry: mathematical foundations and applications*, Wiley, New York, p. 288.
- Feder, J. and Jossang, T. 1995, Fractal patterns in porous media flow: Modeling of laboratory, in Barton, C. and La Pointe, P.R., eds., *Fractal in petroleum geology and processes*, Plenum Press, p. 179-222.
- Feder, J., 1988, *Fractals*: Plenum Press. New York and London, 283 p.
- Ficker T, Benesovsky P 2002. Deterministic fractals. *European Journal of Physics* 23 (4): 403-408.
- García, R.J.C. 2000. Relaciones topológicas en una representación raster. [Tesis de Maestría en Ciencias] con especialidad en Ingeniería en Sistemas

- Computacionales, Departamento de Ingeniería en Sistemas Computacionales, Escuela de Ingeniería, Universidad de las Américas, Puebla.
- Gauthier, B.D.M. and Lake, S.D. 1993. Probabilistic Modeling of Faults Below the Limit of Seismic Resolution in Pelican Field, North Sea, Offshore United Kingdom. The American Association of Petroleum Geologist Bulletin, 761-777.
- Geladi, P., and Grahn, H., 1996, Multivariate image analysis: John Wiley and Sons, 316 p.
- Gilbert, L. E. 1989. Are Topographic Data Set Fractal? Pure Appl. Geophys. vol. 131, 241-254.
- Giménez, D., Perfect E., Rawls W.J., and Pachepsky Ya. 1997. Fractal models for predicting soil hydraulic properties: a review. Engineering Geology 48, 161-183.
- Gomendy, V., Bartoli, F., Burtin. G., Doirisse, M., Philippy, R., Niquet, S., and Vivier, H., 1999, Silty topsoil structure and its dynamics: the fractal approach: Geoderma v. 88, p. 165-189.
- Gómez-Allende, D. M., 1994, Reconocimiento de formas y visión artificial, Addison-Wesley Iberoamericana, 433 p.
- Gonzalez, R. C., and Woods, R. E., 1992, Digital image processing, Addison-Wesley Publishing Company, 716 p.
- Gutiérrez, C. M. del C., 1997, Los suelos de la ribera oriental del ex-lago de Texcoco (macro y micromorfología), [Tesis de doctorado]: IRENAT Colegio de Postgraduados, México, xxx p.
- Hatcher, R.D. 1990. Structural geology: principles, concepts and problems. Columbus, Merrill 531 p.
- Hewett, T. A., 1994, Fractal methods for fracture characterization: in Yarus, J. M., and Chambers, R. L., eds., Stochastics modeling and geostatistics principles, methods and case studies: AAPG Computer Applications in Geology, no. 3, p. 249-260.
- Hirata, T., 1989, Fractal dimension of fault systems in Japan: fractal structure in rock fracture geometry at various scales, Pure and Applied Geophysics, v. 131, no. 1 p. 290-305.
- Horgan, G. 1998. Wavelets for SAR image smoothing. Photogrammetric Engineering and Remote Sensing. 64 (12): 1171-1177.
<http://euler.ciens.ucv.ve/English/mathematics/poincare.html>
- Huang, Q., Lorch, J. R., and Dubes, R. C., 1994, Can the fractal dimension of image be measured?: Pattern Recognition, v. 27, no. 3, p. 339-349.
- Huang, Q., Lorch, J. R., and Dubes, R. C., 1994, Can the fractal dimension of image be measured?: Pattern Recognition, v. 27, no. 3, p. 339-349.
- Hunt, A.G. 2003. Percolative transport in fractal porous media. Chaos, Solitons and Fractals. Disponible en línea www.sciencedirect.com.
- Instituto Mexicano del Petróleo. 2003. La investigación en el IMP en línea: <http://www.imp.mx/publicaciones/libro/>
- Iovane, G. 2003. Varying G, accelerating Universe, and other relevant consequences of a stochastic self-similar and fractal Universe. Chaos Solitons & Fractals. Disponible en: www.sciencedirect.com.
- Jaggi, S., Quattrochi, D. A. and Lam, N. S.-N. 1993 Implementation and operation of three fractal measurement algorithms for analysis of remote-sensing data. Computers and Geosciences. 19, 745-767.
- Jahn R. and Truckenbrodt H. 2003. A simple fractal analysis method of the surface roughness. J. Materials Processing Technology. Disponible en: www.elsevier.com/locate/jmatprotec
- Jähne, B., 1997, Digital image processing concepts, algorithms and scientific applications, Ed. Springer 4th edition, 55 p.

- Jain, A. K., 1989, Fundamentals of digital image processing, Prentice Hall Information and System Sciences Series, 569 p.
- Jansing, E.D., Albert, T.A. and Chenoweth, D.L. 1999. Two-dimensional entropic segmentation. *Pattern Recognition Letters*. Vol 20, 329-336
- Kampichler C. 2000. Fractal concepts in studies of soil fauna. *In* Pachepsky, Ya. A., Crawford J. W. and Rawls W. J. (eds). 2000. *Fractals in Soil Science*. Elsevier. p. 193-210.
- Kaye, B. H., 1989, A random walk through fractal dimensions, VCH Publishers, 421 p.
- Klinkenberg, B. 1994. A review of Methods Used to Determine the Fractal Dimension of Linear Features. *Mathematical Geology*, vol. 26 (1) 23-46.
- Kolibal, J y J. Monde. 1998. Fractal Image Error Análisis. *Computer and Geosciences* vol. 24 (8), 785-795.
- Korvin, G. 1992. *Fractal models in the Earth Science*, Elsevier, Amsterdam, 395 p.
- Le Pointe, P. R., and Hudson, J. A., 1985, Characterization and interpretation of rock mass joint patterns, SpecialPaper 199, Geological Society of America, Denver Colorado p. 37.
- Liu, S.C. and Chang, S. 1997. Dimension estimation of discrete-time fractional Brownian motion with applications to image texture classification. *IEEE Transactions On Image Processing* 6 (8): 1176-1184.
- Long, J.C.S. and Billaux, D.M. 1987. From Field Data to Fracture Network Modeling: An Example Incorporating Spatial Structure. *Water Resources Research*. 23, 1201-1216.
- Luna, O.P., 1980, Clasificación de los terrenos del ex-lago de Texcoco y su relación con el levantamiento de suelos [Tesis de Licenciatura]: Universidad Autónoma Chapingo, México.
- Malamud, B.D. y Turcotte, D.L. 1999. Self-affine time series: measures of weak and strong persistence. *Journal of statistical planning and inference*, 80 173-196.
- Mandelbrot, B. B. 2002. *Gaussian Self-Affinity and Fractals*; vol. H New York Springer 654 p.
- Mandelbroth, B. B., 1983, *The fractal Geometry of Nature*: W.H. Freeman and Company, New York, 468 p.
- Mani, V.; Mohanty K.K. 1999. Effect of pore-space spatial correlations on two-phase flow in porous media. *Journal of Petroleum Science and Engineering* 23, 173-188.
- Marret, R. and Allmendinger R.W. 1991. Estimates of strain due to brittle faulting: sampling of fault populations. *Journal of Structural Geology* 13, 735-738.
- Martínez Angeles, R. 2002. Metodología de caracterización estática mediante tomografía de rayos X, Capítulo 4 Reporte final. No publicado.
- Martínez-Angeles, R., and Perez-Rosales, C. 2000. Determination of Basic Geometrical Characteristics of Fractured Porous Media by X-Ray Computerized Tomography and Digital Photography. *Society of Petroleum Engineers* 58990.
- Martínez-Angeles, R., Hernández-Escobedo, L., and Perez-Rosales, C. 2002. Residual Oil Saturation Determination in Vuggy and Fractured Carbonates. *Society of Petroleum Engineers* 74347.
- Martínez-Mena, M., Deeks L. K. and Williams A. G., 1999. An evaluation of a fragmentation fractal dimension technique to determine soil erodability: *Geoderma*, v. 90 p. 87-98.
- McBratney, A. B. y R. Webster. 1986. Choosing Functions for Semi-Variograms of Soil Properties and Fitting Them to Sampling Estimates: *J. Soil Sci.* vol37, 617-639.
- Middleton, G.V. Ed., 1991. *Nonlinear dynamics, chaos and fractals with applications to geological systems*. Short Course Notes v. 9 Geological Association of Canada Toronto Ontario.

- Miranda, J.G.V. and Andrade, R.F.S.. 2001. R/S análisis of pluviometric recrds: comparison with numerical experiments. *Physica A*. 295, 38-41.
- Miranda, M. M. E., 2000, Análisis multiescalar de la estructura del suelo: caso de dos geosistemas con propiedades contrastantes [Tesis de Maestría]: Colegio de Postgraduados, México, 141 p.
- Morales M. Daniel 2002. Análisis fractal de imágenes de tomografía de núcleos. Reporte final Proyecto D.00005 Instituto Mexicano del Petróleo.
- Nanjo, K., Nagahama H. and Satomura M. 1998. Rates of aftershock decay and the fractal structure of active fault systems. *Tectonophysics*, 287, 173-186.
- Ogawa, S., Baveye, P., Boast, C. W., Parlange J.-Y. And Steenhuis, T., 1999, Surface fractal characteristics of preferential flow patterns in field soils: evaluation and effect of image processing: *Geoderma*, v. 88 p. 109-136.
- Oleschko, K., 1998, Delesse principle and statistical fractal set: 1. Dimensional equivalents: *Soil and Tillage Research*, v. 49, p. 255-266.
- Oleschko, K. 1999. Delesse principle and statistical fractal sets: 2. Unified Fractal Model for soil porosity. *Soil and Tillage Research*, 52, (3-4), 247-257
- Oleschko, K. 2003. Fractal radar scattering from soil. *Physical Review E*,. vol 67.
- Oleschko, K, Fuentes, C., Brambila, F., and Alvarez, R., 1997, Linear fractal analysis of three Mexican soils in different management systems: *Soil Technology*, v. 10 p. 207-223.
- Oleschko, K., Parrot J.F., Korvin, G., Steves, M., Bauclin, M., Ronquillo, G. and Brambila F. 2003. Fractal images informatic. (en elaboración).
- Oleschko, K., Parrot J.F., Korvin, G., Steves, M., Bauclin, M., Ronquillo, G. and Brambila F. 2003. Fractal images informatic. (en revisión).
- Oleschko, K., Parrot J.F., Taud H. y Miranda M.M.E. 1998. Análisis fractal comparativo de algunos suelos de México: un paso hacia la modelación de flujos. XVII Congreso Latinoamericano de Hidráulica, Oaxaca, México p. 757-765.
- Oleschko, K., Solleiro, R. E., Figueroa, S. B., Miranda, M. E., and Vuelas, C. M. A., 2000, Mass fractal dimensions and some selected physical properties of contrasting soils and sediments of Mexico: *Soil and Tillage Research*, v. 55 p. 43-61.
- Oleschko, K., Zebrowski P., Quantín, P, and Fedoroff N. 1992. Los patrones morfológicos de la arcilla en los tepetates de México. *Materiales del 1er. Simposio Internacional Suelos Volcánicos endurecidos. CONACYT-ORSTOM. TERRA*, número especial, 10:183-191.
- Oleschko, K., Zebrowski, C., Quantin, P., y Fedoroff, N., 1992, Patrones micromorfológicos de organización de arcillas en tepetates (México) .*TERRA* vol. 10 (Número especial) p 183-191.
- Oleschko. K. 1995. Perspectivas de la percepción remota de las propiedades físicas de suelos, *Terra* v. 13 no. 1 p. 30-48.
- Orbach R. 1986, Dynamics of fractal networks: *Science*, v. 231 p. 814-819.
- Pachepsky, Ya. A., Crawford J. W. and Rawls W. J. (editors). 2000. *Fractals in Soil Science*. Elsevier. p. 295.
- Paredes, C., and Elorza, F. J., 1999, Fractal and multifractal analysis of fractured geological media: surface-subsurface correlation: *Computer and Geosciences* v. 25, p 1081-1096.
- Parrot, J. F. 1997. Implementación y operación del algoritmo "Binar". Instituto de Geografía. UNAM. México, D.F. No publicado.
- Parrot, J. F. 1997. Reconocimiento de formas en el espacio raster. Apuntes del curso, Morelia México.
- Parrot, J. F. 2003. Implementación y operación del algoritmo "Hist-Gene". Instituto de Geografía. UNAM. México, D.F. No publicado.

- Parrot, J. F. y Rico, J. 1997. Implementación y operación de los algoritmos "Linfrac" y "Fractal". Informe Final Proyectos DGAPA, Instituto de Geología. UNAM. México, D.F.
- Parrot, J. F. y Taud H. 1998. Implementación y operación del algoritmo "Bromov". Informe Final Proyectos DGAPA, Instituto de Geología. UNAM. México, D.F.
- Parrot, J. F., Miranda M.M.E. y Taud H. 2002. Implementación de la técnica de segmentación de imágenes digitales por llenado continuo. Instituto de Geografía. UNAM. México, D.F. No publicado.
- Pedryez, W. and Bargiela A. 2003. Fuzzy fractal dimensions and fuzzy modeling. *Information Sciences*. 153, 199-216.
- Pentland, A. 1984, Fractal based description of natural scenes: *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Intelligence*, v. Pami-6, No. 6, p. 661-674.
- Pentland, A., 1986, Shading into Texture: *Artificial Intelligence*, vol 29 p. 147-170.
- Perfect, E. and Kay, B. D., 1995, Applications of fractals in soils and tillage research: a review: *Soil and Tillage Research*, v. 36, p. 1-20.
- Perfect, E., and Blevins, R. L., 1997, Fractal characterisation of soil aggregation and fragmentation as influenced by tillage treatment: *Soil Sci. Soc. Am. J.* v. 61 p. 896-900.
- Perrier, E., Bird N. and Rieu M. 1999. Generalizing the fractal model of soil structure: the pore-solid fractal approach. *Geoderma* 88(3-4): 137-164.
- Piggott, A.R 1997. Fractal relations for the diameter and trace length of disc-shaped fractures. *J. Geophysical Research-Solid Earth* 102 (B8), 18121-18125.
- Plotnick, R. E., Gardner, R. H., Hargrove, W. W., Prestegard, K., y Perlmutter M., 1996, Lacunarity analysis: A general technique for the analysis of spatial patterns. *Physical Review E*. V. 53 no. 5 5461-54-68.
- Quantin, P. 1992. L'induration des matériaux volcaniques pyroclastiques en Amérique Latine: processus géologiques et pédologiques. *Terra*, 10, México p 24-34.
- Rice, J. R., 1992, Fault stress, pore pressure distributions, and the weakness of the San Andreas fault, in Evans, B. and Wong, T. F., eds. *Earthquake mechanics and transport properties of rock*, London Academic Press p. 475-503.
- Rice, J. R., 1993, Spatio-temporal complexity of slip on a fault: *Journal of Geophysical Research*, v. 98, p. 9885-9907.
- Rice, J.A., Tombácz, E., and Malekani, K. 1999. Applications of light and X-ray scattering to characterize the fractal properties of soil organic matter, *Geoderma*, 88 (3-4), 251-264.
- Rieu, M., and Sposito, G., 1991, Fractal fragmentation, soil porosity and water properties: I. Theory: *Soil Sci. Am. J.* v. 55 p. 1231-1238.
- Rigby S.P. 1998. Theoretical Aspects of the Estimation of Pore and Mass Fractal Dimensions of Porous Media on the Macroscopic Scale using NMR Imaging, Chaos, Solitons, and Fractals. Vol 9, 1519-1527.
- Rozanov, B.G., 1986, *Morfología de suelos (en ruso)*, Moscú, MGU, p. 320.
- Russ, J. C., 1994, *The image processing handbook*, CRC Press, 2nd edition, 674 p.
- Ryan, T. M., and Sammins, C. G., 1978, Cyclic fracture mechanisms in cooling basalt. *Geological Society of America Bulletin*, v. 89 p. 1295-1308.
- Sammis, C. G., An, L. J. and Ershaghi I., 1991, Fractal patterns in graywacke outcrops at The Geysers geothermal field: 16th Workshop on Geothermal Reservoir Engineering, Stanford University, Stanford, California.
- Sarkar, N. and Chaudhuri B. B., 1992, An efficient approach to estimate fractal dimension of textural images: *Pattern Recognition* v. 25 No. 9, pp. 1035-1041.
- Shepard M.K. and Campbell B.A. 1999. Radar Scattering from a self-affine fractal surface: Near-Nadir regime. *Icarus* 141, 156-171.

- Sokolowska, Z. and Sokolowski S. 1999. Influence of humic acid on surface fractal dimension of kaolin: analysis of mercury porosimetry and water vapour adsorption data. *Geoderma*, 88 (3-4), 233-249.
- Sornette, D. and Pisarenko, V. 2003. Fractal plate tectonics *Geophys Res Lett* 30 (3): Art. No. 1105.
- Sposito, G. and Reginato, R. 1992. Opportunities in basic soil science research. Soil Science Society of America. USA 109 p.
- Srivastava, V. 2000. The Fractal Redux, in Dimri V.P. (ed). 2000. Application of Fractals in Earth Sciences. A.A. Balkema/Rotterdam/Brookfield. P 17-24.
- Stoyan, D. and Stoyan, H., 1994, Fractals, random shapes and point fields methods of geometrical statistics: Wiley series in probability and mathematical statistics, p. 389.
- Suppe, J., 1985, Principles of Structural Geology, Prentice-Hall, Inc. Englewood, New Jersey.
- Turcotte, D. L., 1986, Fractals and Fragmentation, *Journal of Geophysical Research*, v. 91, no. B2, pp. 1921-1926.
- Turcotte, D. L., 1997. Fractal and chaos in geology and geophysics. Cambridge university. Press. Second Edition. 398 p.
- Turcotte, D.L. 2003. The relationship of fractals in geophysics to "the new science". *Chaos, Solitons and Fractals*, disponible en: www.sciencedirect.com.
- Turner, M.J., Blackledge J. M. and Andrews P.R. 1998. Fractal Geometry in Digital Imaging. De Montfort University, Academic Press. p. 328.
- Van der Pluijm, B.A. 1997. Earth structure: an introduction to structural geology and tectonics. WCB McGraw-Hill.
- Van Dijk, J.P., Bello, M., Toscano, C., Versan A. And Nardon, S. 2000. Tectonic model and three-dimensional fracture network análisis of Monte Alpi (southern Apennines). *Tectonophysics* 324, 203-237.
- Velde, B., Dubois, J., Touchard G., and Badri, A., 1990, Fractal analysis of fractures in rocks: the Cantor's dust method, *Tectonophysics*, v. 179, p. 345-352.
- Vicente, J. and Guillemant, P. 2002. An image processing technique for automatically detecting forest fire. *International Journal of Thermal Sciences*. 41 (12), 1113-1120.
- Voss, K. 1993. Discrete images, objects, and functions. Springer.
- Vuelvas C.M.A. 2000. Modelo estructural del Vertisol y su implicación en el diseño de la fertigación del ajo. [Tesis de Doctorado] Colegio de Postgraduados Instituto de Recursos Naturales, Montecillo, México.
- Walsh, J.J., Watterson, J. and Yielding G. 1991. The importance of small scale faulting in regional extension. *Nature* 351, 391-393.
- Wang, Q., Chi, Z. and Zhao, R. 2002. Image Thresholding by Maximizing the Index of Nonfuzziness of the 2-D Grayscale Histogram. *Computer Vision and Image Understanding*, Vol. 85, 100-116.
- Webster, R., 2001, Statistics to support soil research and their presentation: *European Journal of Soil Science*, v. 52, p. 331-340.
- Xu, Y.F. and Dong, P. 2003. Fractal approach to hydraulic properties in unsaturated porous media. *Chaos Solitons and Fractals*, 19 (2), 327-337.
- Zebrowski, C. P. Quantin, H. Arias y G. Werner. 1991. Les tepetates, récupération et mise en valeur des terres volcaniques indurées au Mexique. ORSTOM Actualités, 33 Paris, France.

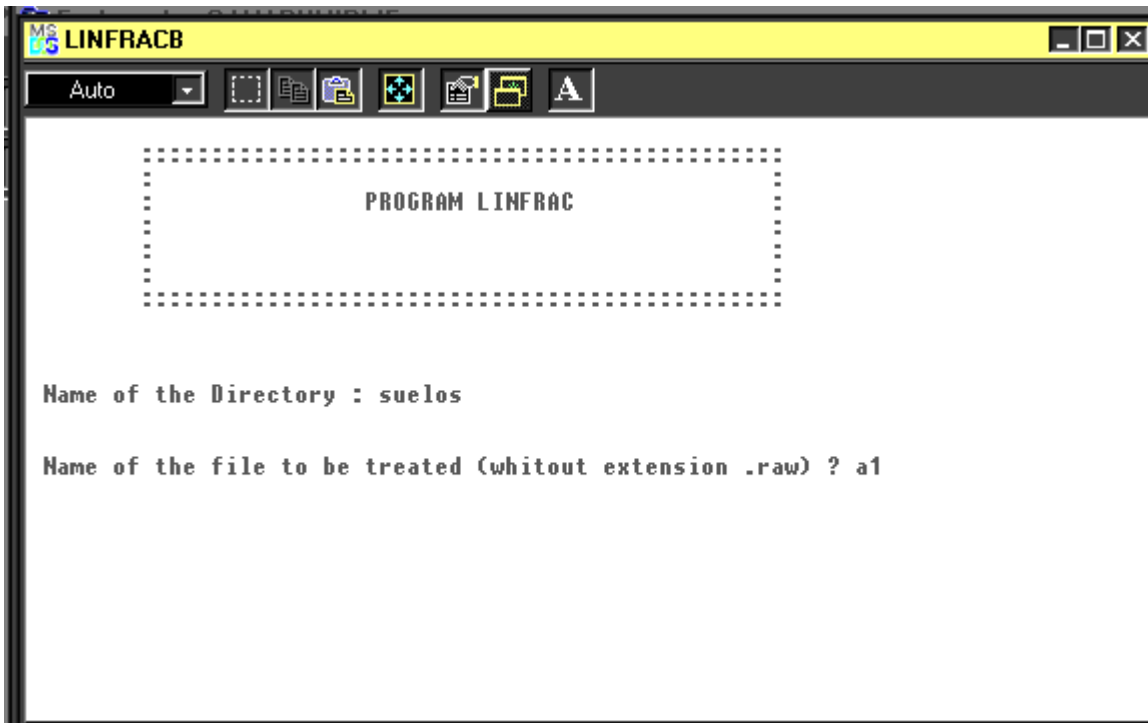


Anexo A

Descripción de los algoritmos

A1. Algoritmo Linfrac

A continuación se muestran las ventanas de trabajo y se describen los archivos de salida del algoritmo Linfrac



```

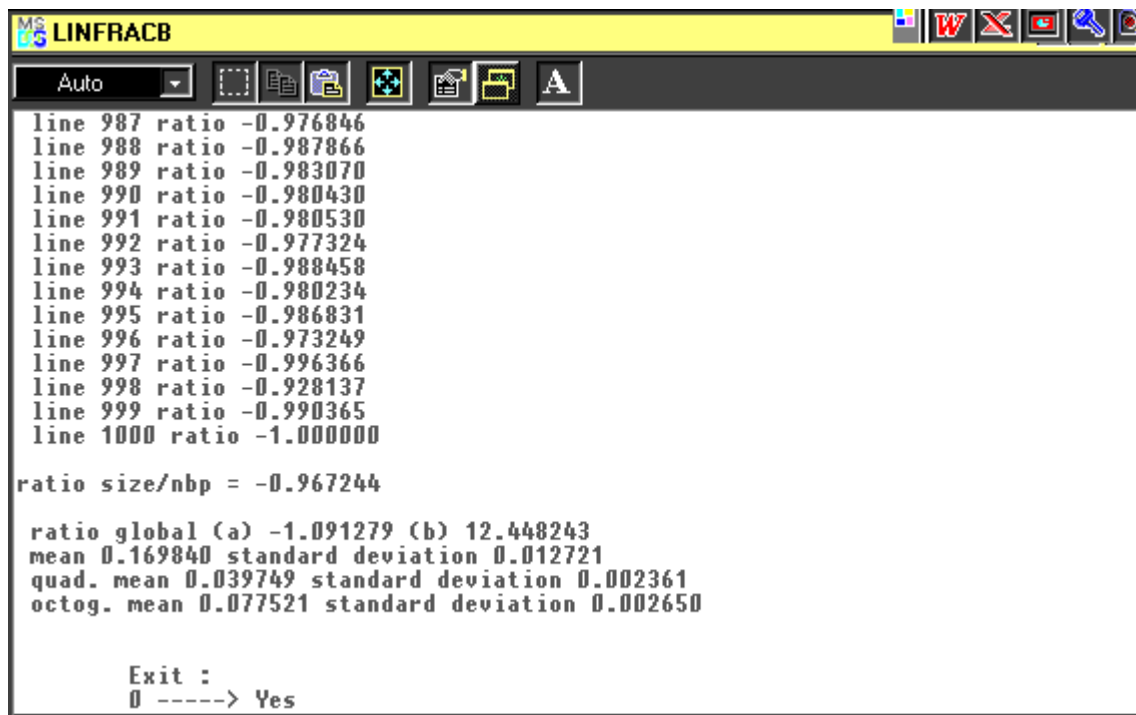
MS-DOS LINFRACB
Auto
Name of the file to be treated (whitout extension .raw) ? a1
nomim1 c:\images\suelos\a1.raw nomdescr1 c:\images\suelos\a1.txt
THE FILE HAS :
      1000 LINES
    AND 1000 COLUMNS
0 -----> Use of the generic name a1 ?
1 -----> Creation of a new File ? 0
PARAMETERS :
  (1) Threshold :
      minimum ? 195
      maximum ? 255
  (2) Treatment :
      0 =====> ratio using the number of segments
      1 =====> ratio using the size of the segment

```

```

MS-DOS LINFRACB
Auto
0 -----> Use of the generic name a1 ?
1 -----> Creation of a new File ? 0
PARAMETERS :
  (1) Threshold :
      minimum ? 195
      maximum ? 255
  (2) Treatment :
      0 =====> ratio using the number of segments
      1 =====> ratio using the size of the segment
      1
      The lenght of the line is : 1000
      Number of common dividers : 16
      1 2 4 5 8 10 20 25 40 50 100 125 200 250 500 1000
three possibilities :
      0 ===> research of more common dividers
      1 ===> aproximation using all the boxes from size min. to size max.
      2 ===> taking into account these dividers

```

```
MS-DOS LINFRACB
Auto
line 987 ratio -0.976846
line 988 ratio -0.987866
line 989 ratio -0.983070
line 990 ratio -0.980430
line 991 ratio -0.980530
line 992 ratio -0.977324
line 993 ratio -0.988458
line 994 ratio -0.980234
line 995 ratio -0.986831
line 996 ratio -0.973249
line 997 ratio -0.996366
line 998 ratio -0.928137
line 999 ratio -0.990365
line 1000 ratio -1.000000

ratio size/nbp = -0.967244

ratio global (a) -1.091279 (b) 12.448243
mean 0.169840 standard deviation 0.012721
quad. mean 0.039749 standard deviation 0.002361
octog. mean 0.077521 standard deviation 0.002650

Exit :
0 -----> Yes
```

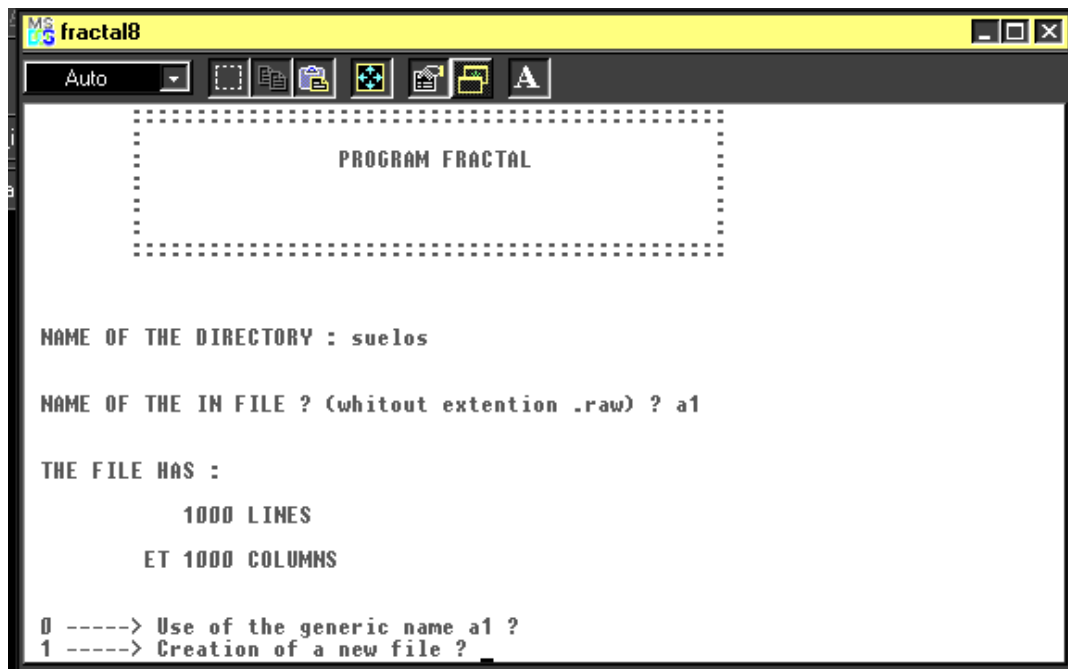
Los archivos de salida son:

*_lf.txt guarda los datos del umbral, divisores empleados, pendiente calculada en cada línea, pendiente promedio y dimensión global.

- i. *_lf.xls es una hoja de cálculo en Excel con dos columnas en la primera aparece el tamaño de los segmentos empleados en cada línea y en la segunda el número de segmentos ocupados por la forma estudiada a cada tamaño de segmento. En las columnas aparecen todas las líneas que conforman a la imagen; cada línea puede identificarse al aparecer el valor cero.
- ii. *_lf.xls es una hoja de cálculo con dos columnas en la primera aparece el tamaño de los segmentos empleados en toda la imagen y en la segunda el número de segmentos ocupados por la forma estudiada a cada tamaño de segmento. Con estos datos se puede calcular la dimensión global.

A2. Algoritmo Fractal

Las ventanas de trabajo para el algoritmo fractal se muestran a continuación:



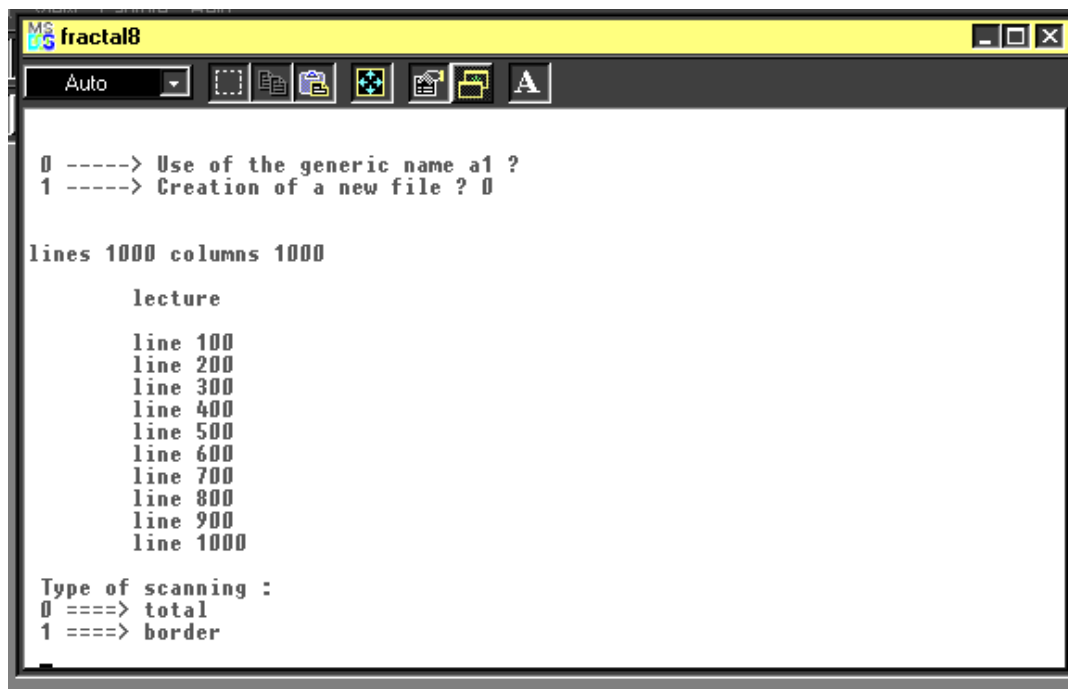
```
MS fractal8
Auto
PROGRAM FRACTAL

NAME OF THE DIRECTORY : suelos

NAME OF THE IN FILE ? (whitout extention .raw) ? a1

THE FILE HAS :
    1000 LINES
    ET 1000 COLUMNS

0 ----> Use of the generic name a1 ?
1 ----> Creation of a new file ?
```



```
MS fractal8
Auto
0 ----> Use of the generic name a1 ?
1 ----> Creation of a new file ? 0

lines 1000 columns 1000

    lecture
    line 100
    line 200
    line 300
    line 400
    line 500
    line 600
    line 700
    line 800
    line 900
    line 1000

Type of scanning :
0 ----> total
1 ----> border
```

```

MS fractal8
Auto
line 900
line 1000

Type of scanning :
0 ==> total
1 ==> border
0

Type of ratio :
0 ==> Ns/Size
1 ==> Ns/Number of boxes
0

number of comun dividers : 16
1 2 4 5 8 10 20 25 40 50 100 125 200 250 500 1000
four possibilities :
0 ==> cuting the file in a given range
1 ==> aproximation using all the boxes from size 1 to maximum size
2 ==> taking into account these dividers
3 ==> cuting the file for a maximum of deviders  2

Type of the file in :
0 -----> 1 bit
1 -----> 8 bits

```

```

MS fractal8
Auto
0 ==> cuting the file in a given range
1 ==> aproximation using all the boxes from size 1 to maximum size
2 ==> taking into account these dividers
3 ==> cuting the file for a maximum of deviders  2

Type of the file in :
0 -----> 1 bit
1 -----> 8 bits
1

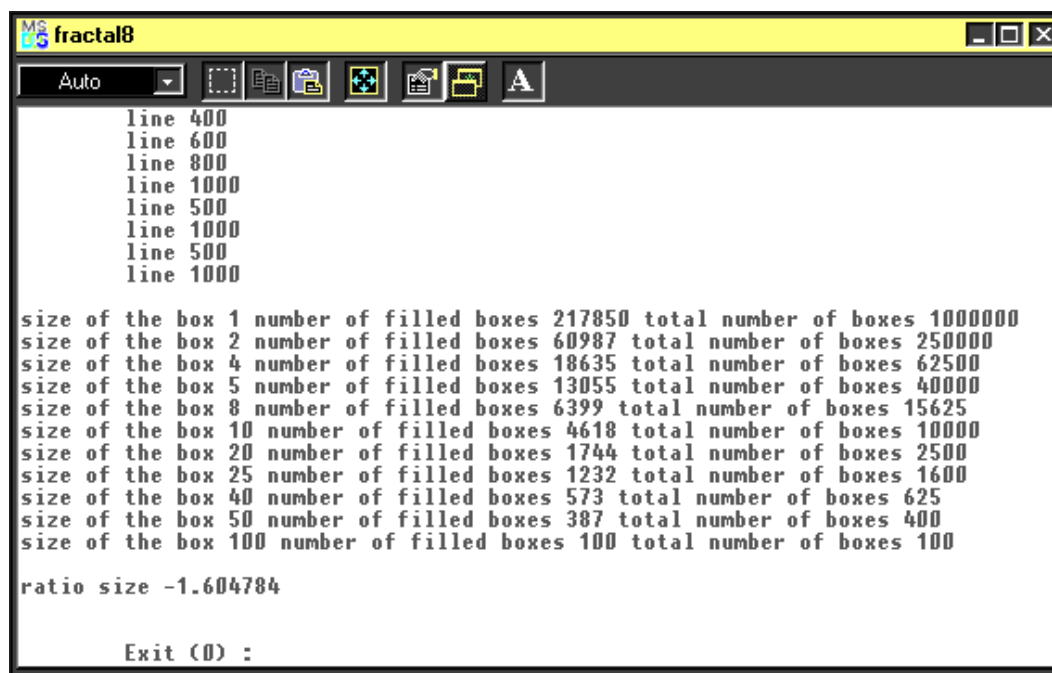
minimum ? 195
maximum ? 255

SIZE OF THE GREATEST BOX ? 500

PROCESS USING THE FINAL SIZE 500
0 ==> until this size
1 ==> until equality between the number of filled boxes
and the total number of boxes  1

TYPE OF TREATMENT ?
0 ==> partial fitting
1 ==> total fitting

```



```
MS fractal8
Auto
line 400
line 600
line 800
line 1000
line 500
line 1000
line 500
line 1000

size of the box 1 number of filled boxes 217850 total number of boxes 1000000
size of the box 2 number of filled boxes 60987 total number of boxes 250000
size of the box 4 number of filled boxes 18635 total number of boxes 62500
size of the box 5 number of filled boxes 13055 total number of boxes 40000
size of the box 8 number of filled boxes 6399 total number of boxes 15625
size of the box 10 number of filled boxes 4618 total number of boxes 10000
size of the box 20 number of filled boxes 1744 total number of boxes 2500
size of the box 25 number of filled boxes 1232 total number of boxes 1600
size of the box 40 number of filled boxes 573 total number of boxes 625
size of the box 50 number of filled boxes 387 total number of boxes 400
size of the box 100 number of filled boxes 100 total number of boxes 100

ratio size -1.604784

Exit (0) :
```

Los archivos de salida del algoritmo Fractal son los siguientes:

- ***_fr.txt** archivo de texto en el cual aparece la información acerca de: características de la imagen, umbral seleccionado y opciones empleadas en el tratamiento.
- ***_fg.xls**, es una hoja de Excel con dos columnas, en la primera aparece el tamaño de las cajas y en la segunda el número de cajas llenas correspondientes a cada tamaño. Con estos datos es posible construir la gráfica *log-log* que permite observar en detalle la distribución de los puntos, calcular la pendiente y ver que tan bueno es el ajuste de los datos a una recta.


```
MS BROMOV B
Auto
1000 LINES
AND 1000 COLUMNS

0 -----> Use of the generic name a1 ?
1 -----> Creation of a new File ? 0

PARAMETERS :
(1) Threshold :
    minimum ? 195
    maximum ? 255
(2) Maximun number of walks ? 500
(3) Maximun number of steps greater than 1 (crossings)? 50
(4) Minimun number of pixels in a path ? 50
(5) Maximun number of test in a crossing ? 5
(6) Maximun number of pixel for the alleatory distance ? 50
```

```
MS BROMOV B
Auto
walk number 360mber 359
walk number 380mber 379
walk number 400mber 399
walk number 420mber 419
walk number 440mber 439
walk number 460mber 459
walk number 480mber 479
walk number 500mber 499

mean ratio = 1.011841
Dim = 2.023682
percentage of visited pixels 42.547625

Dim 2 = 1.432721
Dim 3 = 1.795268

line 200
line 400
line 600
line 800
line 1000

Exit [0]
```

Los archivos que se generan al analizar una imagen con este algoritmo son:

***_bm.raw** es una imagen similar a la original, creada por el programa, donde se grafican todos los caminos, trayectorias y pasos nulos generados sobre el rasgo analizado. Los caminos se identifican por el valor 1 en la escala de gris en la imagen generada (Figura A.1).

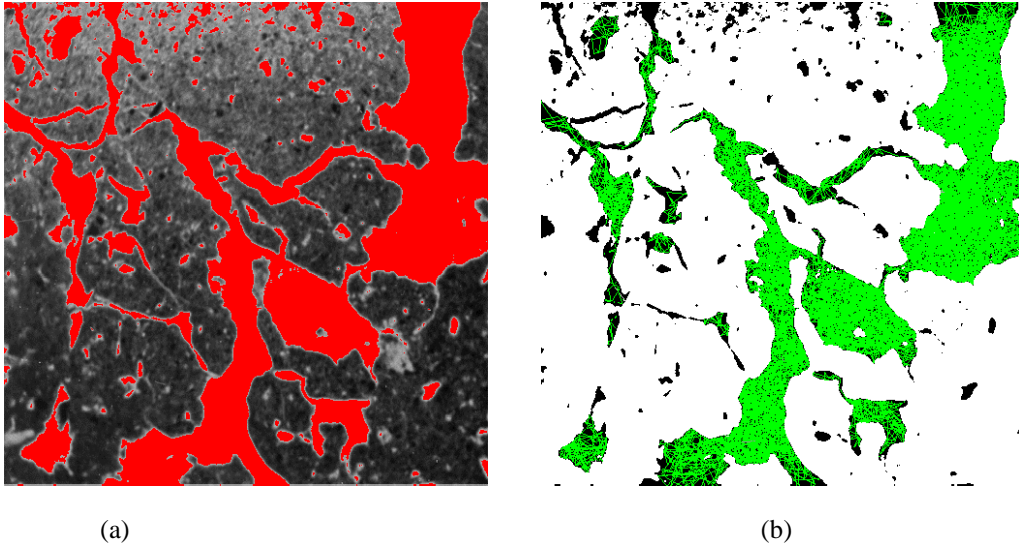


Figura A.1

a) Imagen original de macrofotografía de Vertisol b) imagen generada por Bromov con 500 caminos aleatorios.

- ii) ***_bm.txt** archivo de texto en el que se resumen los parámetros empleados en el tratamiento y se enlistan los caminos diseñados con la pendiente calculada. Al final aparece la razón media, el porcentaje de píxeles visitados y los valores que corresponde al valor de la dimensión espectral o fractón.
- iii) ***_bm2.txt** genera un listado de los caminos trazados y reporta para cada uno: el número total de pasos dados, total de pasos nulos y total de sitios visitados una sola vez.
- iv) ***_bm2.xls** presenta dos columnas de datos la primera corresponde al \ln de los sitios visitados una sola vez y la segunda al \ln del total de pasos dados. Al graficar estos datos se obtiene la recta cuya pendiente es la dimensión espectral o fractón (\bar{d}).

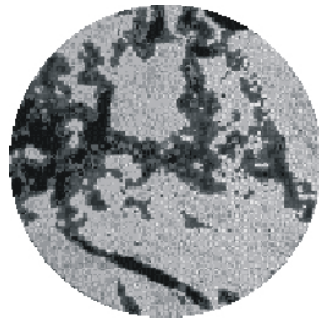
Anexo B

Imágenes tomográficas de los YNF

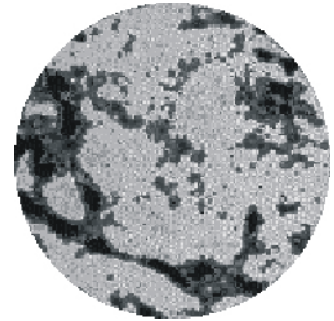
B1. Núcleo I



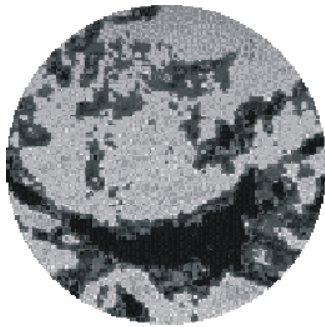
NI-01



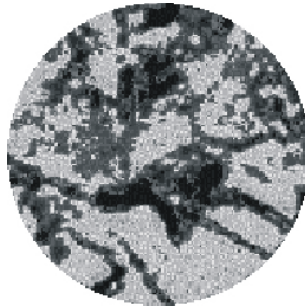
NI-02



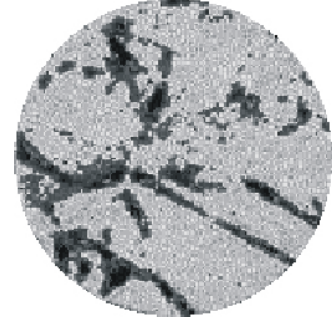
NI-03



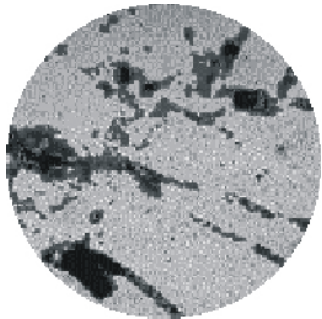
NI-04



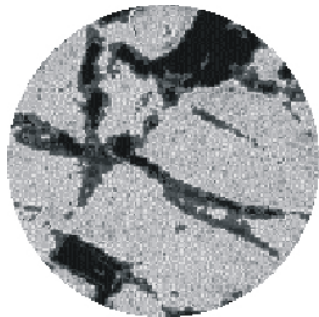
NI-05



NI-06



NI-07

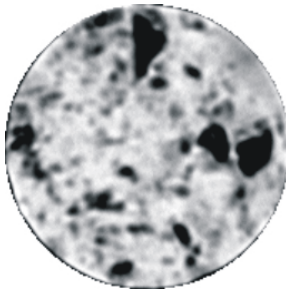


NI-08

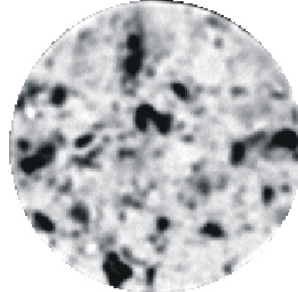


NI-09

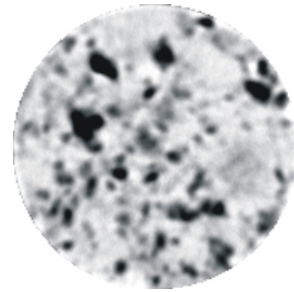
B2. Núcleo II



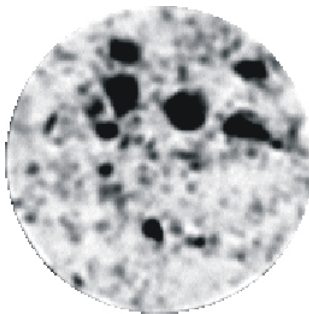
NII-01



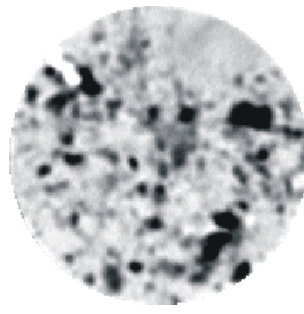
NII-02



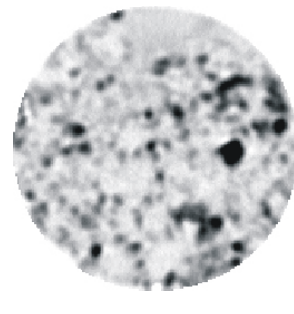
NII-03



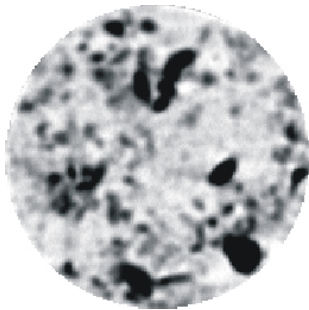
NII-04



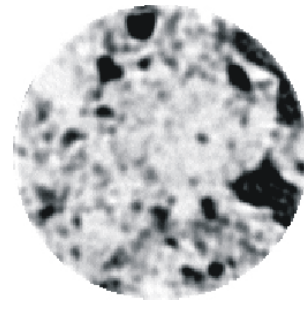
NII-05



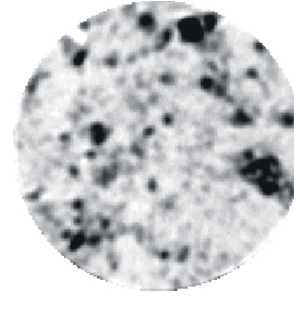
NII-06



NII-07

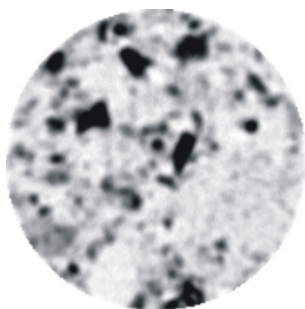


NII-08

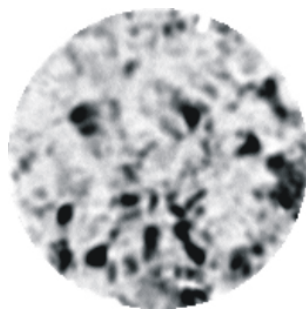


NII-09

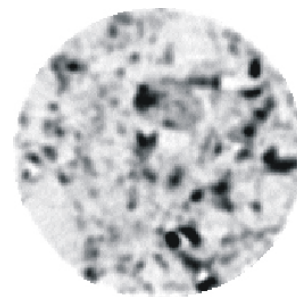
... continuación Núcleo II



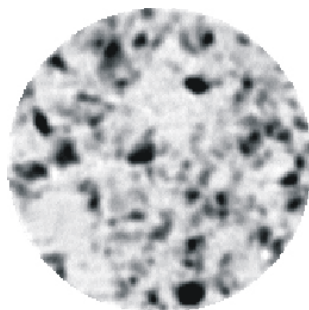
NII-10



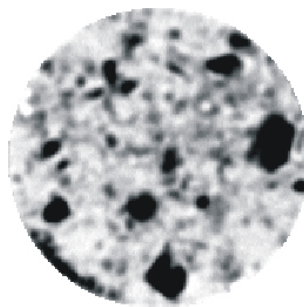
NII-11



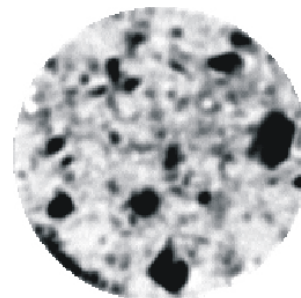
NII-12



NII-13

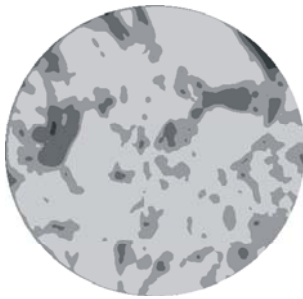


NII-14

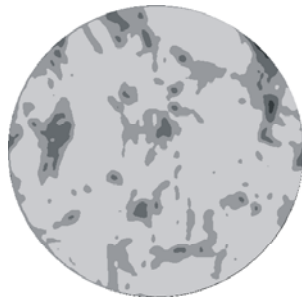


NII-15

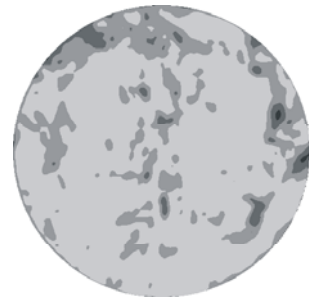
B3. Núcleo III



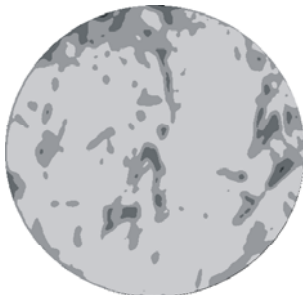
NIII-02



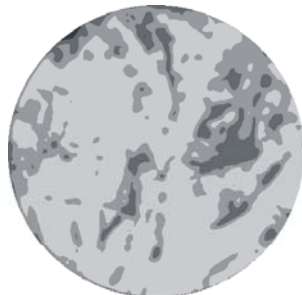
NIII-04



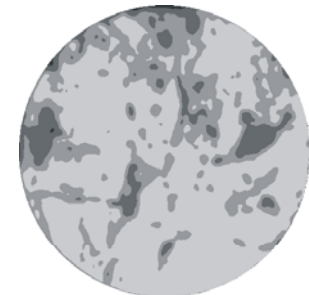
NIII-06



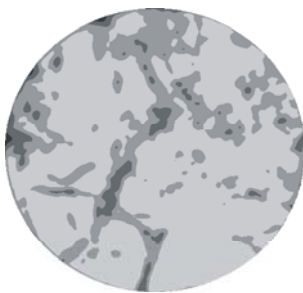
NIII-08



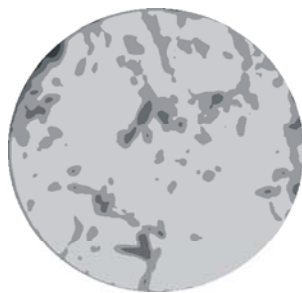
NIII-10



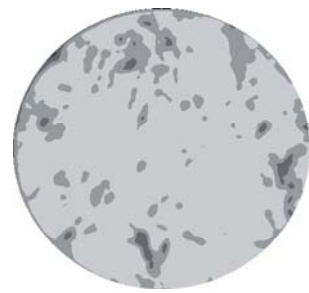
NIII-12



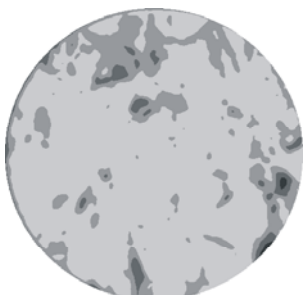
NIII-14



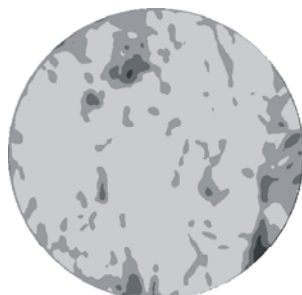
NIII-16



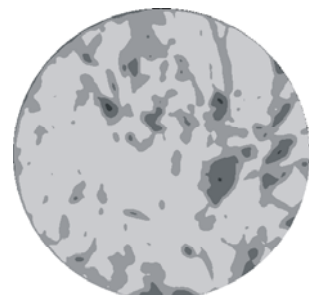
NIII-18



NIII-20

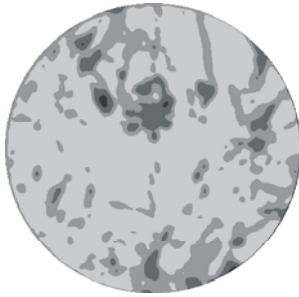


NIII-22

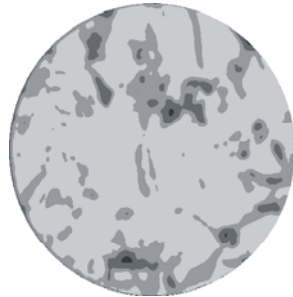


NIII-24

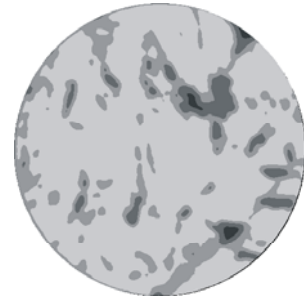
... continuación Núcleo III



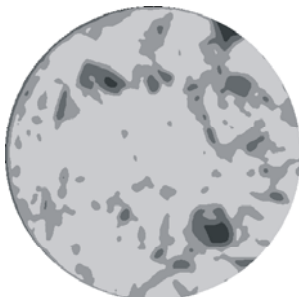
NIII-26



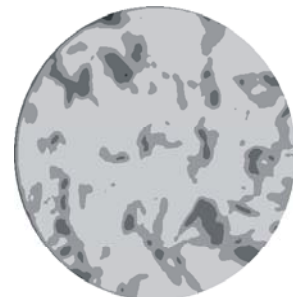
NIII-28



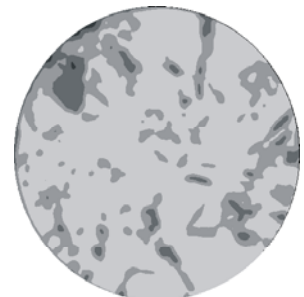
NIII-30



NIII-32



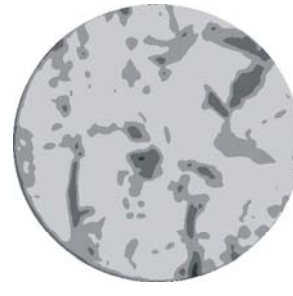
NIII-34



NIII-36



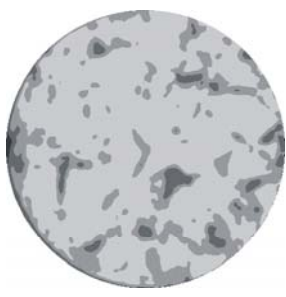
NIII-38



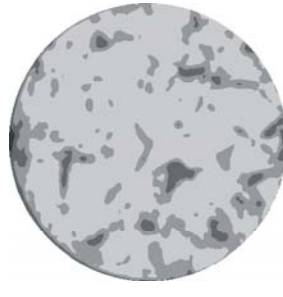
NIII-40



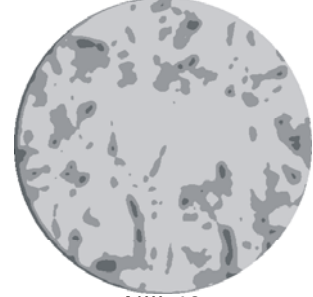
NIII-42



NIII-44

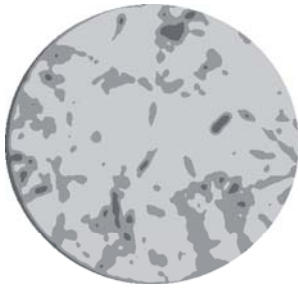


NIII-46

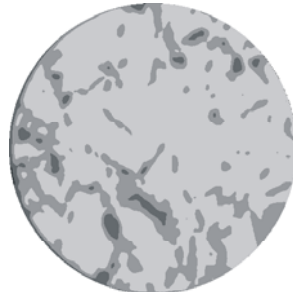


NIII-48

... continuación Núcleo III



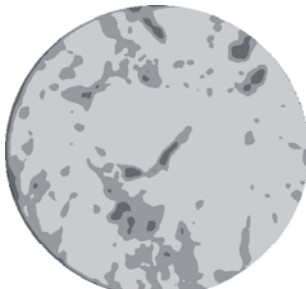
NIII-50



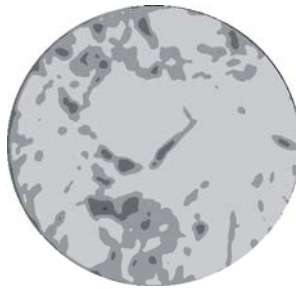
NIII-52



NIII-54



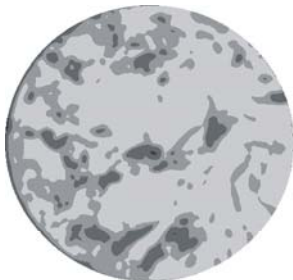
NIII-56



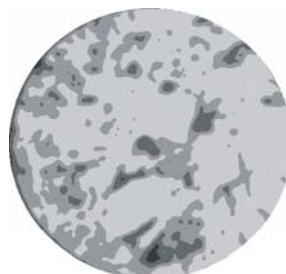
NIII-58



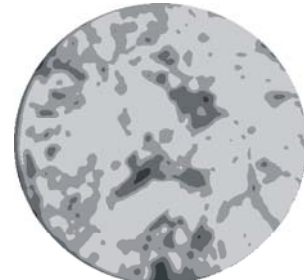
NIII-60



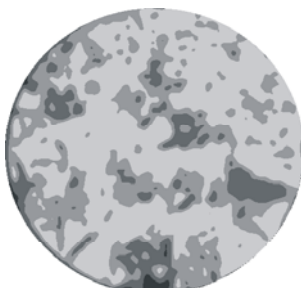
NIII-62



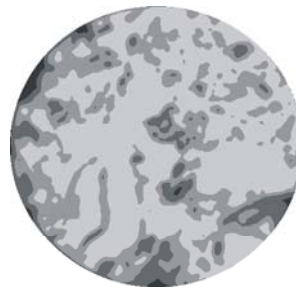
NIII-64



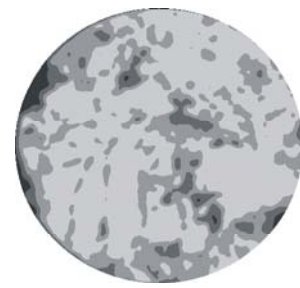
NIII-66



NIII-68

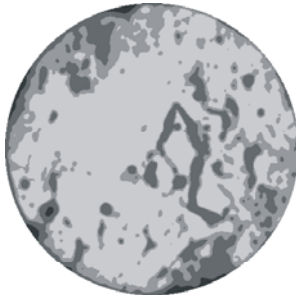


NIII-70

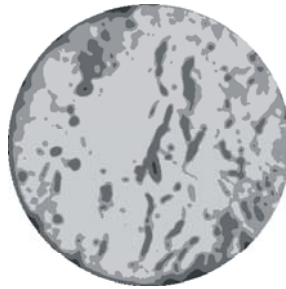


NIII-72

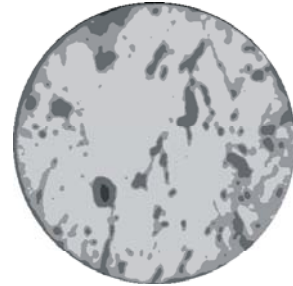
B4. Núcleo IV



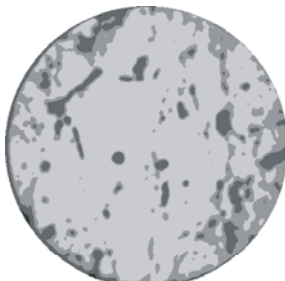
NIV-02



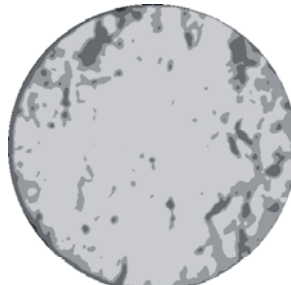
NIV-04



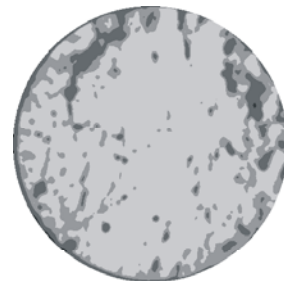
NIV-06



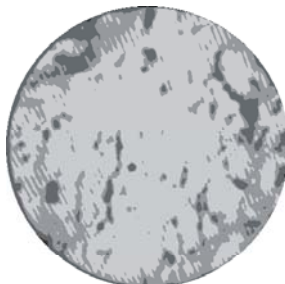
NIV-08



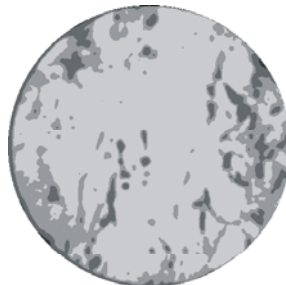
NIV-10



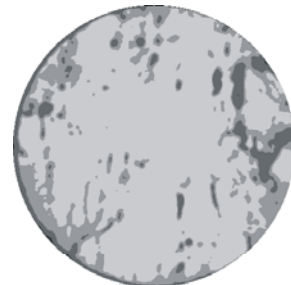
NIV-12



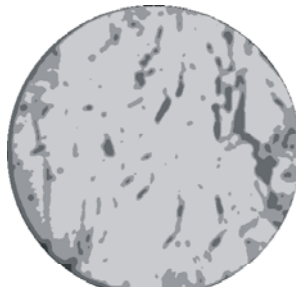
NIV-14



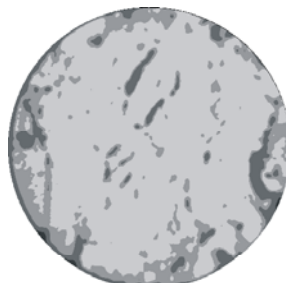
NIV-16



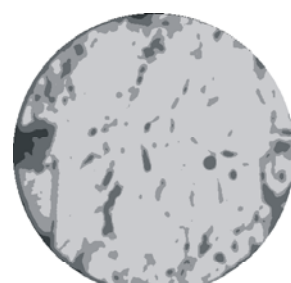
NIV-18



NIV-20

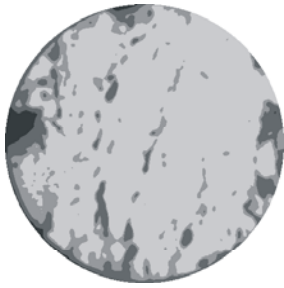


NIV-22

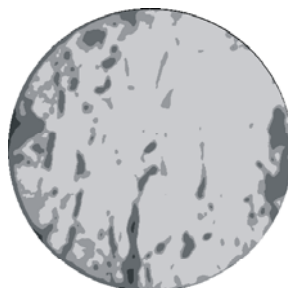


NIV-24

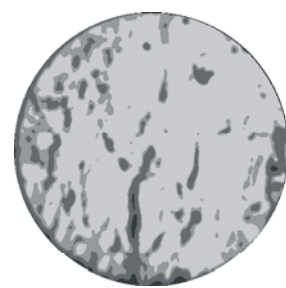
... continuación Núcleo IV



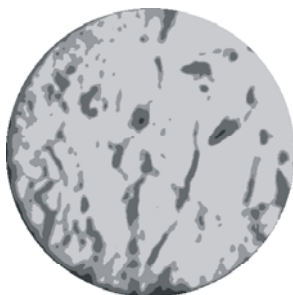
NIV-26



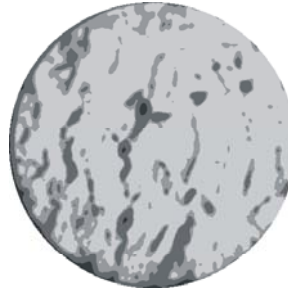
NIV-28



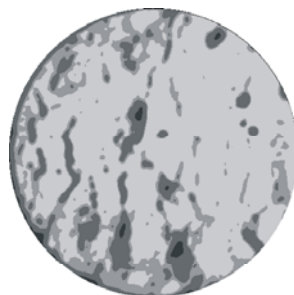
NIV-30



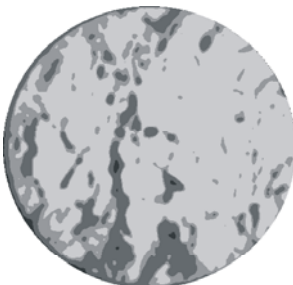
NIV-32



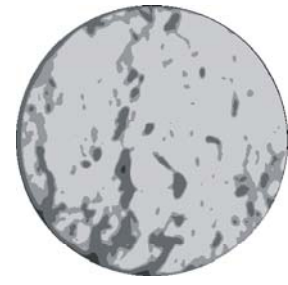
NIV-34



NIV-36



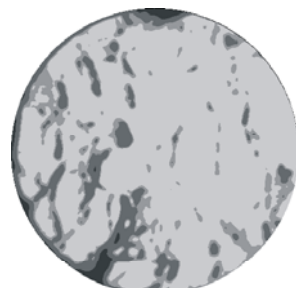
NIV-38



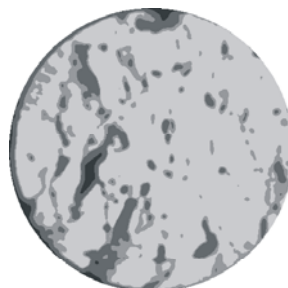
NIV-40



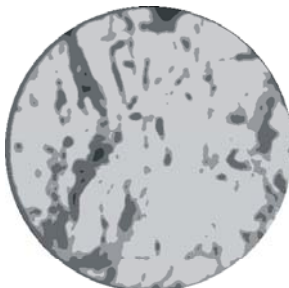
NIV-42



NIV-44

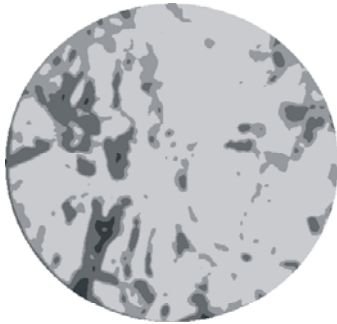


NIV-46

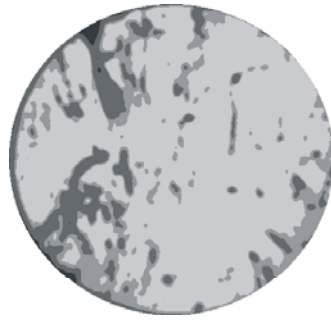


NIV-48

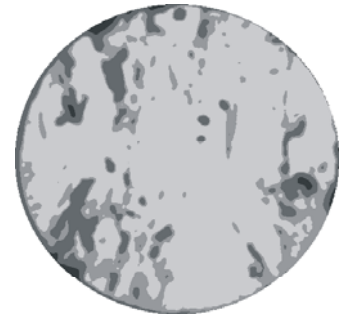
... continuación Núcleo IV



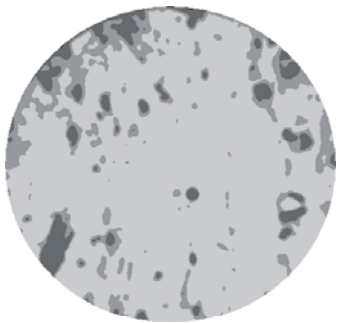
NIV-50



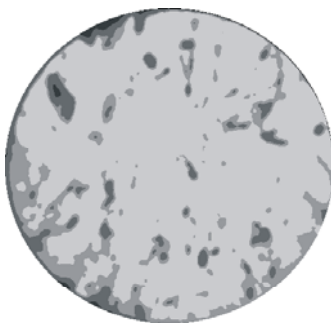
NIV-52



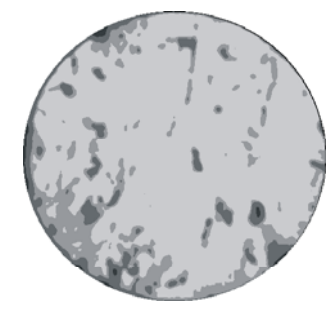
NIV-54



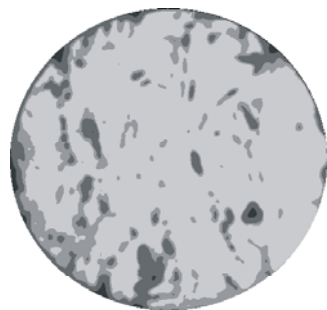
NIV-56



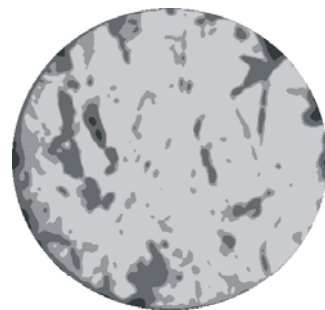
NIV-58



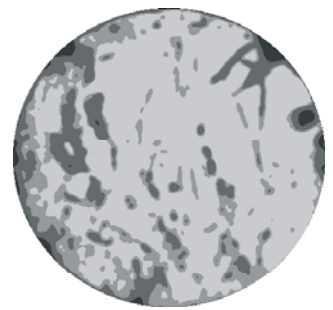
NIV-60



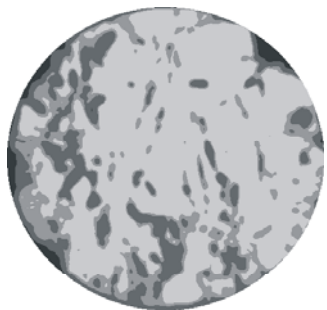
NIV-62



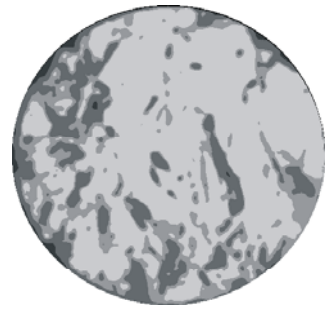
NIV-64



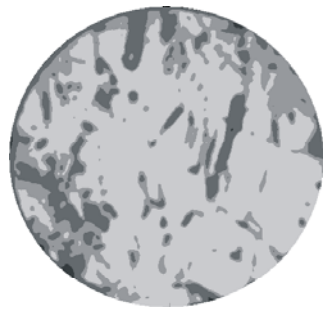
NIV-66



NIV-68



NIV-70



NIV-72

Anexo C

*Resultados del análisis fractal de las imágenes tomográficas de
YNF*

Estadísticas del análisis del Núcleo III																	
-	Porosidad				Linfrac			Fractal			Bromov			% Area ocupada			
	Por Vug.	Por. Frac	Vu+Fr	Por Tot.	Por Vug.	Por. Frac	Por Tot.	Por Vug.	Por. Frac	Por Tot.	Por Vug.	Por. Frac	Por Tot.	Por Vug.	Por. Frac	Por Tot.	Matriz
	por-cav	por-frac	por-c+f	50-151	DI-cav	DI-frac	DI-tot	Dm-cav	Dm-frac	Dm-tot	d-cav	d-frac	d-tot	ar-cav	ar-frac	ar-tot	ar-matriz
Media	10.160	3.851	14.011	11.521	0.647	0.941	0.956	1.354	1.676	1.837	1.200	1.423	1.901	4.425	20.154	24.579	53.742
Error	0.469	0.085	0.542	0.451	0.017	0.003	0.002	0.012	0.006	0.004	0.019	0.012	0.009	0.336	0.451	0.735	0.720
Mediana	9.482	3.815	13.327	10.874	0.630	0.944	0.957	1.349	1.677	1.833	1.182	1.434	1.917	3.795	19.960	23.790	54.480
Des est	2.890	0.522	3.341	2.783	0.105	0.017	0.014	0.075	0.036	0.022	0.116	0.076	0.053	2.070	2.780	4.533	4.436
Varianza	8.352	0.273	11.160	7.743	0.011	0.000	0.000	0.006	0.001	0.000	0.013	0.006	0.003	4.285	7.727	20.546	19.679
Curtosis	0.271	-0.446	0.272	0.266	-0.274	1.922	0.605	-0.560	2.974	-0.102	-0.379	0.140	1.994	-0.081	-0.401	-0.092	0.049
Rango	12.386	2.173	14.488	11.900	0.490	0.085	0.066	0.312	0.190	0.093	0.454	0.316	0.236	8.470	11.680	19.130	19.160
Mínimo	5.207	2.753	7.960	6.791	0.405	0.887	0.917	1.205	1.548	1.791	1.009	1.238	1.737	1.130	14.240	15.990	43.360
Máximo	17.593	4.926	22.448	18.691	0.896	0.972	0.983	1.516	1.738	1.884	1.463	1.554	1.973	9.600	25.920	35.120	62.520
Suma	386.092	146.341	532.434	437.785	24.582	35.749	36.314	51.457	63.678	69.799	43.217	54.085	72.243	168.140	765.870	934.010	2042.210
Cuenta	38.000	38.000	38.000	38.000	38.000	38.000	38.000	38.000	38.000	38.000	36.000	38.000	38.000	38.000	38.000	38.000	38.000
CV	0.284	0.136	0.238	0.242	0.162	0.018	0.014	0.056	0.022	0.012	0.096	0.053	0.028	0.468	0.138	0.184	0.083

Resultados del análisis del Núcleo IV

Imagen	Porosidad				Linfrac			Fractal			Bromov			% Area ocupada			
	por-cav	por-frac	por-c+f	50-151	DI-cav	DI-frac	DI-tot	Dm-cav	Dm-frac	Dm-tot	d-cav	d-frac	d-tot	ar-cav	ar-frac	ar-tot	ar-matriz
2	18.425	3.606	22.031	23.181	0.962	0.939	0.962	1.621	1.699	1.884	1.391	1.215	1.834	13.970	19.020	32.990	45.530
4	15.347	3.913	19.260	20.431	0.946	0.926	0.945	1.587	1.713	1.882	1.236	1.041	1.855	11.750	20.380	32.130	46.340
6	13.063	3.372	16.435	17.724	0.992	0.914	0.960	1.546	1.682	1.861	1.212	1.183	1.670	9.600	17.650	27.250	51.000
8	10.554	3.157	13.711	15.079	0.964	0.946	0.974	1.507	1.668	1.848	1.098	1.179	1.861	7.890	16.490	24.380	54.120
10	8.376	2.807	11.182	12.640	0.983	0.944	0.979	1.469	1.643	1.830	1.081	1.075	1.563	6.380	14.680	21.060	57.430
12	10.339	3.088	13.427	14.809	0.983	0.956	0.975	1.504	1.663	1.846	1.220	1.163	1.740	7.730	16.150	23.880	54.640
14	10.530	3.889	14.419	15.690	0.955	0.949	0.959	1.506	1.712	1.868	1.139	1.218	1.688	7.750	20.450	28.200	50.270
16	9.654	3.406	13.060	14.413	0.976	0.929	0.949	1.487	1.680	1.850	1.221	1.231	1.857	7.120	17.830	24.950	53.510
18	8.777	2.952	11.728	13.159	0.972	0.949	0.975	1.465	1.650	1.835	1.061	1.237	1.764	6.440	15.440	21.880	56.590
20	8.230	2.954	11.184	12.625	0.899	0.951	0.990	1.464	1.654	1.834	1.048	1.241	1.785	6.210	15.500	21.710	56.770
22	9.364	2.834	12.198	13.633	0.937	0.962	0.961	1.474	1.642	1.833	1.175	1.257	1.764	6.700	14.940	21.640	56.770
24	11.102	2.596	13.698	15.130	0.963	0.926	0.977	1.510	1.628	1.835	1.399	1.179	1.726	8.200	13.650	21.850	56.630
26	12.422	2.264	14.686	16.135	0.969	0.949	0.969	1.534	1.599	1.830	1.453	1.168	1.663	9.370	11.860	21.230	57.310
28	13.397	2.509	15.905	17.303	0.962	0.964	0.967	1.550	1.622	1.840	1.334	1.126	1.632	9.760	13.153	22.913	55.290
30	14.443	2.682	17.126	18.479	0.949	0.943	0.976	1.571	1.641	1.848	1.246	1.080	1.860	10.930	14.080	25.010	53.300
32	13.798	2.738	16.536	17.895	0.960	0.948	0.979	1.561	1.646	1.850	1.238	1.036	1.670	10.380	14.400	24.780	53.700
34	13.821	2.766	16.587	17.942	0.965	0.951	0.962	1.563	1.648	1.852	1.271	1.111	1.835	10.540	14.530	25.070	53.480
36	16.241	2.954	19.195	20.476	0.967	0.974	0.995	1.591	1.661	1.863	1.312	1.068	1.846	12.180	15.550	27.730	50.670
38	16.722	2.784	19.505	20.800	0.977	0.947	0.974	1.600	1.648	1.860	1.452	1.091	1.850	12.640	14.660	27.300	51.210
40	13.375	2.474	15.849	17.252	0.959	0.956	0.978	1.554	1.625	1.839	1.406	1.111	1.751	10.090	12.990	23.080	55.230
42	14.191	2.266	16.457	17.871	0.977	0.935	0.963	1.565	1.610	1.839	1.365	1.036	1.694	10.760	11.830	22.590	55.870
44	13.962	2.173	16.135	17.566	0.989	0.930	0.970	1.559	1.603	1.835	1.400		1.817	10.410	11.380	21.790	56.600
46	13.748	2.387	16.135	17.542	0.962	0.960	0.952	1.561	1.620	1.841	1.349		1.835	10.510	12.470	22.980	55.560
48	15.853	2.596	18.449	19.786	0.949	0.937	0.963	1.587	1.638	1.845	1.412		1.592	11.920	13.600	25.520	52.880
50	15.088	2.845	17.933	19.252	0.971	0.957	0.991	1.580	1.651	1.855	1.358	1.068	1.832	11.550	14.950	26.500	52.060
52	13.902	2.611	16.513	17.887	0.969	0.984		1.562	1.633	1.845	1.374	1.137	1.804	10.570	13.620	24.190	54.343
54	13.075	2.685	15.759	17.140		0.956		1.550	1.638	1.844	1.325	1.057	1.859	9.760	14.140	23.900	54.420
56	10.325	2.351	12.676	14.156	0.915	0.957	0.993	1.495	1.611	1.825	1.179	1.137	1.674	7.570	12.390	19.960	58.560
58	8.260	2.359	10.620	12.140	0.984	0.981	0.991	1.449	1.609	1.817	1.228	1.061	1.789	5.910	12.340	18.250	60.150
60	8.597	2.512	11.109	12.602	0.919	0.959	0.972	1.463	1.620	1.821	1.139	1.248	1.694	6.330	13.190	19.520	58.800
62	11.303	2.431	13.735	15.185	0.983	0.943	0.943	1.515	1.618	1.831	1.246	1.148	1.795	8.290	12.760	21.050	57.350
64	14.792	2.552	17.344	18.708	0.981	0.948	0.956	1.570	1.630	1.847	1.282	1.035	1.810	11.200	13.350	24.550	53.950
66	17.285	3.006	20.291	21.545	0.979	0.966	0.983	1.602	1.662	1.866	1.395	1.070	1.836	13.020	15.780	28.800	49.590
68	18.999	3.029	22.028	23.244	0.977	0.955	0.985	1.625	1.665	1.872	1.440		1.940	14.570	15.870	30.440	48.100
70	19.457	3.165	22.622	23.811	0.969	0.925	0.974	1.631	1.673	1.876	1.241	1.133	1.929	14.850	16.580	31.430	46.820
72	17.432	3.361	20.792	21.996	0.955	0.944	0.993	1.615	1.691	1.877	1.212	1.156	1.712	13.090	17.700	30.790	47.610
74	21.623	3.308	24.931	26.058	0.971	0.958	0.988	1.654	1.680	1.885	1.435	1.128	1.871	16.520	17.410	33.930	44.540
76	19.136	2.899	22.035	23.265	0.955	0.965	0.976	1.623	1.654	1.869	1.403	1.111	1.815	14.550	15.270	29.820	48.700

Estadísticas del análisis del Núcleo III

- estadística	Porosidad Por.				Linfrac Por.			Fractal Por.			Bromov Por.			% Area ocupada Por.			
	Por Vug.	Frac	Vu+Fr	Por Tot.	Por Vug.	Frac	Por Tot.	Por Vug.	Frac	Por Tot.	Por Vug.	Frac	Por Tot.	Por Vug.	Frac	Por Tot.	Matriz
	por-cav	por-frac	por-c+f	50-151	DI-cav	DI-frac	DI-tot	Dm-cav	Dm-frac	Dm-tot	d-cav	d-frac	d-tot	ar-cav	ar-frac	ar-tot	ar-matriz
Media	13.553	2.849	16.402	17.751	0.963	0.950	0.972	1.549	1.648	1.850	1.284	1.133	1.777	10.184	14.948	25.133	53.308
Error	0.572	0.070	0.592	0.578	0.003	0.002	0.002	0.009	0.005	0.003	0.019	0.012	0.015	0.448	0.368	0.646	0.645
Mediana	13.773	2.795	16.285	17.645	0.967	0.949	0.974	1.560	1.647	1.847	1.276	1.131	1.799	10.395	14.670	24.465	54.035
Des est	3.526	0.433	3.652	3.562	0.020	0.015	0.014	0.055	0.029	0.018	0.117	0.068	0.090	2.764	2.271	3.982	3.978
Varianza	12.429	0.187	13.338	12.691	0.000	0.000	0.000	0.003	0.001	0.000	0.014	0.005	0.008	7.639	5.160	15.853	15.824
Curtosis	-0.604	0.178	-0.508	-0.517	2.481	0.213	-0.596	-0.878	-0.309	-0.675	-0.894	-1.049	-0.371	-0.616	0.136	-0.487	-0.500
Rango	13.393	1.740	14.312	13.918	0.093	0.070	0.052	0.206	0.114	0.068	0.406	0.223	0.377	10.610	9.070	15.680	15.610
Mínimo	8.230	2.173	10.620	12.140	0.899	0.914	0.943	1.449	1.599	1.817	1.048	1.035	1.563	5.910	11.380	18.250	44.540
Máximo	21.623	3.913	24.931	26.058	0.992	0.984	0.995	1.654	1.713	1.885	1.453	1.257	1.940	16.520	20.450	33.930	60.150
Suma	515.006	108.278	623.284	674.546	35.648	36.084	35.000	58.873	62.633	70.281	48.776	38.536	67.514	387.010	568.033	955.043	2025.693
Cuenta	38	38	38	38	37	38	36	38	38	38	38	34	38	38	38	38	38
CV	0.260	0.152	0.223	0.201	0.021	0.016	0.014	0.035	0.018	0.010	0.091	0.060	0.051	0.271	0.152	0.158	0.075