



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA  
DE MÉXICO**

---

---

**FACULTAD DE CIENCIAS**

**ANÁLISIS DE LAS DISTRIBUCIONES FOTÓNICAS  
HORARIAS EN RECEPTORES TUBULARES DE  
CONCENTRADORES SOLARES**

**T E S I S**  
QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:  
**FÍSICA**

**P R E S E N T A:**

**Alejandra Liryad Alvarez del Castillo Moctezuma**



**Tutor: Dr. Claudio A. Estrada Gasca**

**2006**



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## Hoja de Datos del Jurado

1. Datos del alumno Alvarez del Castillo Moctezuma Alejandra Liryad 55 70 02 75 Universidad Nacional Autonoma de Mexico Facultad de Ciencias Fisica 098136706
2. Datos del tutor Dr Claudio Alejandro Estrada Gasca
3. Datos del sinodal 1 Dr Roberto Best y Brown
4. Datos del sinodal 2 Dr Agustin Muhlia Velasquez
5. Datos del sinodal 3 Dr Hector Gerardo Riveros Rotge
6. Datos del sinodal 4 Dr Rafael Almanza Salgado
7. Datos del trabajo escrito Analisis de las Distribuciones Fotonicas Horarias en Receptores Tubulares de Concentradores Solares 98 p 2006

*A mis padres*

*Reynalda Moctezuma Estrada*

*Luis A. Álvarez del Castillo Moctezuma*

*a mis hermanos*

*Rebeca y Luis Antonio*

*y al que es y será por siempre el amor de mi vida*

*Luis G. Viduira Escobar*

*...gracias por su apoyo incondicional*

## **AGRADECIMIENTOS**

Agradezco a mi asesor al Dr. Claudio A. Estrada Gasca por su apoyo y ayuda en la elaboración de la tesis.

Gracias a mi jurado: al Dr. Roberto Best y Brown, al Dr. Agustín Muhlia Velásquez, al Dr. Héctor Riveros Rotge y al Dr. Rafael Almanza Salgado, por sus comentarios y críticas hacia mi trabajo de tesis.

Agradezco a CONACYT por la beca otorgada durante la realización de mi tesis, dentro del proyecto denominado: Estudio de la fotocátalisis para el tratamiento de contaminantes en solución acuosa utilizando energía solar.

Agradezco a PAPIT por la beca otorgada durante la realización de mi tesis, dentro del proyecto denominado: Calorímetro de cavidad para medición de altos flujos radiativos.

Un agradecimiento muy especial a Carlos Alberto Pérez Rábago por su gran ayuda y paciencia en la elaboración de la tesis.

Agradezco también al Dr. Camilo A. Arancibia Bulnes por sus comentarios sobre los resultados obtenidos.

Agradezco a David Riveros por su apoyo en la elaboración del código numérico.

Y finalmente agradezco a Maribel Fernández Pérez por su apoyo en la impresión de la tesis.

---

---

## INDICE

Nomenclatura	iii
Lista de figuras	iv
Lista de tablas	iix
Resumen	ix
1. Introducción	1
1.1 Problema de contaminantes en agua	1
1.2 Método fotocatalítico	2
1.3 Distribuciones fotónicas en fotorreactores	6
1.4 Planteamiento del problema	7
1.5 Objetivo de la tesis	8
2. Método Teórico	9
2.1 Dispositivos de captación solar usados en la fotocatalisis	9
a) Sistema solar sin concentración	10
b) Concentrador cilindro-parabólico (CCP)	12
c) Concentrador cilindro-parabólico compuesto (CPC)	13
2.2 Definición del problema físico	14
2.3 Modelo matemático	15
a) CCP	16
b) CPC	24
2.4 Algoritmo de solución	28
3. Resultados Numéricos y Análisis	39
3.1 Concentrador cilindro-parabólico (CCP)	40
3.2 Concentrador cilindro-parabólico compuesto (CPC)	54
4. Conclusiones	72
Apéndices	75
A1 Cálculo de la ecuación del rayo reflejado	75
A2 Programas	78
Referencias	96

---

---

---

---

## NOMENCLATURA

### Latinas

$A_a$	Abertura del concentrador	$m$
$D_r$	Diámetro del receptor	$m$
$D_f$	Distancia focal	$m$
$E_c$	Energía captada por el concentrador	$w$
$f$	Foco de la parábola	$m$
$F_r$	Distribución de flujo normalizada	$W/m^2$
$G_b$	Radiación solar	$W/m^2$
$S$	Distribución de intensidad angular	$W/m^2$

### Griegas

$\alpha$	Ángulo de la normal	<i>Grados</i>
$\beta$	Ángulo del rayo reflejado	<i>Grados</i>
$\delta$	Magnitud del rayo reflejado	$m$
$\phi$	Función de flujo de energía	$W/m^2$
$\varphi$	Ángulo de borde	<i>Grados</i>
$\gamma$	Ángulo de incidencia	<i>Grados</i>
$\nu$	Ángulo de cada subintervalo	<i>Grados</i>
$\theta$	Ángulo de la tangente a la parábola	<i>Grados</i>
$\theta_A$	Semiángulo de aceptación	<i>Grados</i>
$\theta_s$	Ángulo sólido	<i>Grados</i>
$\rho$	Reflectividad del espejo	–
$\sigma$	Dispersión de la distribución gaussiana	–

---

---

## LISTA DE FIGURAS

1.1	Sistema fotocatalítico comercial con 72 lámparas fluorescentes UV para tratamiento de aguas.	4
2.1	Instalación experimental de un sistema de placa plana (PSA).	11
2.2	Sistema tubular (CIE-UNAM).	11
2.3	a) Concentrador cilindro-parabólico Helioman con seguimiento en dos ejes para aplicaciones de fotocátalisis (PSA-CIEMAT), b) DICEF con seguimiento, instalado en la plataforma de concentración solar (CIE-UNAM).	12
2.4	Ejemplo de un concentrador CPC para aplicaciones fotocatalíticas, donde se puede observar la configuración de los tubos reactores.	14
2.5	Distribuciones: a) uniforme y b) gaussiana de la intensidad solar dentro de un cono de luz.	16
2.6	Representación del trazado de un rayo para el caso de un sol puntual en el CCP.	17
2.7	Representación del trazado del cono de luz considerando una fuente de incidencia extendida.	19
2.8	Representación esquemática de un concentrador cilindro-parabólico (CCP) en sección transversal.	20
2.9	Representación del intervalo en el que incide el cono reflejado en el receptor, suponiendo un Sol uniforme.	21
2.10	Representación del intervalo en el que inciden 2 conos reflejados en el fotorreactor, suponiendo un Sol gaussiano.	22
2.11	a) Representación de la distribución del número de rayos con respecto a la posición en el receptor. b) Representación de la distribución de flujo de energía con respecto a la posición en el receptor	23
2.12	Representación esquemática para el diseño de un concentrador tipo CPC.	25
2.13	Representación del trazado de rayos para un CPC.	26
2.14	Diagrama general inicial de flujo del código numérico para la obtención de la distribución de flujo de energía de radiación para un concentrador CCP y CPC.	28
2.15	Diagrama de flujo para el caso de un concentrador CCP considerando un Sol uniforme.	30
2.16	Trazado de rayos reflejados para el caso de una fuente de incidencia extendida, en un concentrador CCP con una abertura de $A_a = 1.00\text{m}$ , una distancia focal $D_f = 0.25\text{m}$ y un diámetro $D = 0.0047\text{m}$ .	31
2.17	Distribución de densidad de flujo de energía de radiación en el fotorreactor tubular para un concentrador CCP considerando un Sol uniforme a una distancia focal de $D_f = 0.25\text{m}$ y una abertura del concentrador de $A_a = 1.00\text{m}$ , con un diámetro de $0.0047\text{m}$ .	32



---

<b>2.18</b>	Diagrama de flujo para el caso de un concentrador CCP considerando un Sol gaussiano.	33
<b>2.19</b>	Distribución de densidad de flujo de energía de radiación en el fotorreactor tubular para un concentrador CCP considerando un Sol gaussiano a una distancia focal de $D_f = 0.25\text{m}$ y una abertura del concentrador de $A_a = 1.00\text{m}$ .	34
<b>2.20</b>	Diagrama de flujo para el caso de un concentrador CPC considerando un Sol uniforme.	35
<b>2.21</b>	Representación del trazado de rayos para un concentrador CPC con un ángulo de borde de $90^\circ$ y con ángulo de incidencia de $0^\circ$ , con una abertura de $A_a = 0.075\text{m}$ y un diámetro $D = 0.025\text{m}$ .	36
<b>2.22</b>	Distribución de densidad de flujo de energía de radiación en el fotorreactor tubular para un concentrador CPC, considerando un Sol uniforme, con una ángulo de aceptación de $90^\circ$ , un ángulo de incidencia de $0^\circ$ , una abertura del concentrador de $0.075\text{m}$ y el diámetro del fotorreactor es de $0.025\text{m}$ .	36
<b>2.23</b>	Diagrama de flujo para el caso de un concentrador CPC considerando un Sol gaussiano.	37
<b>2.24</b>	Distribución de densidad de flujo de energía de radiación en el fotorreactor tubular para un concentrador CPC, considerando un Sol gaussiano, con una ángulo de aceptación de $90^\circ$ , un ángulo de incidencia de $0^\circ$ , una abertura del concentrador de $0.075\text{m}$ y el radio del fotorreactor es de $0.025\text{m}$ .	39
<b>3.1</b>	Esquema de la manera en como se toma la orientación de los ángulos en el fotorreactor para los concentradores CCP y CPC.	40
<b>3.2</b>	Trazado de rayos para el cálculo de la distribución de densidad de flujo radiativo concentrado en el fotorreactor del concentrador DICEF que es un captador de tipo CCP.	41
<b>3.3</b>	Distribución de densidad de flujo radiativo en el fotorreactor tubular para un concentrador CCP considerando: i) un Sol uniforme y ii) un Sol gaussiano. a) y c) Representación esquemática del flujo radiativo en el fotorreactor en coordenadas polares; b) y d) Coordenadas cartesianas.	42
<b>3.4</b>	Estudio paramétrico en un concentrador CCP, suponiendo un Sol uniforme. Caso en donde se varía la distancia focal y se mantiene constante la abertura del concentrador ( $A_a = 1.00\text{ m}$ ). El diámetro del fotorreactor es $D_r = 0.0047\text{ m}$ .	44
<b>3.5</b>	Estudio paramétrico en un concentrador CCP, suponiendo un Sol uniforme. Caso en donde se varía la abertura del concentrador manteniendo la distancia focal constante ( $D_f = 0.25\text{ m}$ ).	45
<b>3.6</b>	Estudio paramétrico en un concentrador CCP, suponiendo un Sol uniforme. Caso en donde se varía el diámetro del receptor manteniendo constante la abertura del concentrador ( $A_a = 1.00\text{ m}$ ) y la distancia focal ( $D_f = 0.25\text{ m}$ ).	45
<b>3.7</b>	Estudio paramétrico en un concentrador CCP, suponiendo un Sol gaussiano. Caso	46

---

---

	en donde se varía la distancia focal y se mantiene constante la abertura del concentrador ( $A_a = 1.00$ m). El diámetro del fotorreactor es $D = 0.0047$ m.	
<b>3.8</b>	Estudio paramétrico en un concentrador CCP, suponiendo un Sol gaussiano. Caso en donde se varía la abertura del concentrador manteniendo la distancia focal constante ( $D_f = 0.25$ m).	47
<b>3.9</b>	Estudio paramétrico en un concentrador CCP, suponiendo un Sol Gaussiano. Caso en donde se varía el diámetro del receptor manteniendo constante la abertura del concentrador ( $A_a = 1.00$ m) y la distancia focal ( $D_f = 0.25$ m).	47
<b>3.10</b>	Trazado de rayos para el cálculo de la distribución de flujo radiativo concentrado en el fotorreactor del concentrador DICEF que es un captador de tipo CCP.	48
<b>3.11</b>	Distribución de densidad de flujo radiativo en el fotorreactor tubular para el concentrador DICEF considerando: i) un Sol uniforme y ii) un Sol gaussiano. A) y b) Coordenadas cartesianas.	49
<b>3.12</b>	Estudio paramétrico en un concentrador CCP- DICEF, suponiendo un Sol uniforme. Caso en donde se varía la distancia focal y se mantiene constante la abertura del concentrador ( $A_a=1.00$ m).El diámetro del fotorreactor es $D_r=0.025$ m.	50
<b>3.13</b>	Estudio paramétrico en un concentrador CCP- DICEF, suponiendo un Sol uniforme. Caso en donde se varía la abertura del concentrador manteniendo la distancia focal constante ( $D_f = 0.25$ m). El diámetro del fotorreactor es $D_r = 0.025$ m.	51
<b>3.14</b>	Estudio paramétrico en un concentrador CCP- DICEF, suponiendo un Sol gaussiano. Caso en donde se varía la distancia focal y se mantiene constante la abertura del concentrador ( $A_a = 1.00$ m). El diámetro del fotorreactor es $D_r = 0.025$ m.	51
<b>3.15</b>	Estudio paramétrico en un concentrador CCP-DICEF, suponiendo un Sol gaussiano. Caso en donde se varía la abertura del concentrador manteniendo la distancia focal constante ( $D_f = 0.25$ m).El diámetro del fotorreactor es $D_r=0.025$ m.	52
<b>3.16</b>	Distribución de densidad de flujo radiativo para un CCP – DICEF, generada con base a los polinomios de la tabla 3.3.	53
<b>3.17</b>	Trazado de rayos para el cálculo de la distribución de flujo radiativo concentrado en el fotorreactor del concentrador CPC con un ángulo de radiación incidente de $0^\circ$ .	55
<b>3.18</b>	Distribución de densidad de flujo radiativo en el fotorreactor tubular para un concentrador CPC, considerando i) un Sol uniforme, y ii) un Sol gaussiano con ángulo de aceptación de $90^\circ$ y un ángulo de radiación incidente de $0^\circ$ (hora solar 12:00). a) y c) Representación esquemática del flujo radiativo en el fotorreactor en coordenadas polares; b) y d) Coordenadas cartesianas.	56
<b>3.19</b>	Trazado de rayos para el cálculo de la distribución de densidad de flujo radiativo concentrado en el fotorreactor del concentrador CPC con un ángulo de radiación	57

---

---

---

	incidente de $15^\circ$ .	
<b>3.20</b>	Distribución de densidad de flujo radiativo en el fotorreactor tubular para un concentrador CPC, considerando un Sol uniforme, y un Sol gaussiano con ángulo de aceptación de $90^\circ$ y un ángulo de radiación incidente de $45^\circ$ (hora solar 11:00). a) y c) Representación esquemática del flujo radiativo en el fotorreactor, b) y d) Coordenadas cartesianas.	58
<b>3.21</b>	Trazado de rayos para el cálculo de la distribución de densidad de flujo radiativo concentrado en el fotorreactor del concentrador CPC con un ángulo de radiación incidente de $30^\circ$ .	58
<b>3.22</b>	Distribución de densidad de flujo radiativo en el fotorreactor tubular para un concentrador CPC, considerando i) un Sol uniforme, y ii) un Sol gaussiano con ángulo de aceptación de $90^\circ$ y un ángulo de radiación incidente de $30^\circ$ (hora solar 10:00). a) y c) Representación esquemática del flujo radiativo en el fotorreactor, b) y d) Coordenadas cartesianas.	59
<b>3.23</b>	Trazado de rayos para el cálculo de la distribución de densidad de flujo radiativo concentrado en el fotorreactor del concentrador CPC con un ángulo de radiación incidente de $45^\circ$ .	60
<b>3.24</b>	Distribución de densidad de flujo radiativo en el fotorreactor tubular para un concentrador CPC, considerando i) un Sol uniforme, y ii) un Sol gaussiano con ángulo de aceptación de $90^\circ$ y un ángulo de radiación incidente de $45^\circ$ (hora solar 9:00). a) y c) Representación esquemática del flujo radiativo en el fotorreactor, b) y d) Coordenadas cartesianas.	61
<b>3.25</b>	Trazado de rayos para el cálculo de la distribución de densidad de flujo radiativo concentrado en el fotorreactor del concentrador CPC con un ángulo de radiación incidente de $60^\circ$ .	61
<b>3.26</b>	Distribución de densidad de flujo radiativo en el fotorreactor tubular para un concentrador CPC, considerando i) un Sol uniforme, y ii) un Sol gaussiano con ángulo de aceptación de $90^\circ$ y un ángulo de radiación incidente de $60^\circ$ (hora solar 8:00). a) y c) Representación esquemática del flujo radiativo en el fotorreactor, b) y d) Coordenadas cartesianas.	62
<b>3.27</b>	Trazado de rayos para el cálculo de la distribución de densidad de flujo radiativo concentrado en el fotorreactor del concentrador CPC con un ángulo de radiación incidente de $75^\circ$ .	63
<b>3.28</b>	Distribución de densidad de flujo radiativo en el fotorreactor tubular para un concentrador CPC, considerando i) un Sol uniforme, y ii) un Sol gaussiano con ángulo de aceptación de $90^\circ$ y un ángulo de radiación incidente de $75^\circ$ (hora solar 7:00). a) y c) Representación esquemática del flujo radiativo en el fotorreactor en coordenadas polares; b) y d) Coordenadas cartesianas.	64

---

---

---

---

## LISTA DE TABLAS

<b>3.1</b>	Especificaciones de diseño para un sistema CCP.	40
<b>3.2</b>	Especificaciones de diseño para el DICEF.	48
<b>3.3</b>	Funciones $F(\delta)$ para un concentrador CCP - DICEF suponiendo un Sol gaussiano.	53
<b>3.4</b>	Especificaciones de diseño para un sistema CPC.	54
<b>3.5</b>	Funciones $F(\delta)$ para un concentrador CPC suponiendo un Sol gaussiano, considerando un ángulo de incidencia de $0^\circ$ .	65
<b>3.6</b>	Funciones $F(\delta)$ para un concentrador CPC suponiendo un Sol gaussiano, considerando un ángulo de incidencia de $15^\circ$ .	66
<b>3.7</b>	Funciones $F(\delta)$ para un concentrador CPC suponiendo un Sol gaussiano, considerando un ángulo de incidencia de $30^\circ$ .	67
<b>3.8</b>	Funciones $F(\delta)$ para un concentrador CPC suponiendo un Sol gaussiano, considerando un ángulo de incidencia de $45^\circ$ .	68
<b>3.9</b>	Funciones $F(\delta)$ para un concentrador CPC suponiendo un Sol gaussiano, considerando un ángulo de incidencia de $60^\circ$ .	69
<b>3.10</b>	Funciones $F(\delta)$ para un concentrador CPC suponiendo un Sol gaussiano, considerando un ángulo de incidencia de $75^\circ$ .	70

---

---

## RESUMEN

Hoy en día, el problema de la contaminación del agua, ha generado nuevas tecnologías para el tratamiento del éste recurso. En particular se tiene el método fotocatalítico, que además de ser una demostración de la aplicación de la energía solar, también su versatilidad permite el tratamiento de mezclas complejas. Los sistemas de concentración que han sido utilizados en este tipo de procesos son los de placa plana, los de canal parabólico y los de canal parabólico compuesto. Es en el fotorreactor o receptor, de cada tipo de concentrador, donde se llevan a cabo las reacciones para la degradación de moléculas de contaminantes disueltas en agua.

En este trabajo se presenta un estudio de las distribuciones fotónicas que se obtienen en fotorreactores tubulares utilizando dos tipos de concentradores: concentradores de canal parabólico (CCPs) y los concentradores parabólicos compuestos (CPCs), estas distribuciones son la condición de frontera de las ecuaciones de transporte radiativo que al ser resueltas permiten conocer la distribución fotónica dentro del fotorreactor donde se lleva a cabo los procesos fotocatalíticos. Estas distribuciones fotónicas dentro del reactor son usadas para determinar la cantidad de fotocatalizador o el tiempo de residencia necesario para llevar a cabo un proceso óptimo en la degradación.

Para calcular las distribuciones fotónicas en la frontera del fotorreactor, se elaboró un programa que simula el trazado de rayos en cada uno de los concentradores. Una vez obtenido el trazado de rayos, se calculó la posición que ocupa cada rayo que intercepta con el receptor considerando dos modelos solares: sol uniforme y sol gaussiano. De esta manera se obtiene la distribución que se genera en la superficie del fotorreactor.

Finalmente y una vez obtenidas las distribuciones de flujo radiativo numéricamente, se hizo un ajuste polinomial que depende solo de la posición angular de los rayos que inciden en el fotorreactor, lo cual permite facilitar el uso de estas distribuciones como condiciones de frontera en la ecuación de transporte radiativo.

---

# Capítulo 1

---

## Introducción

### 1.1 El Problema de la contaminación del agua

El volumen total de agua en el mundo permanece constante; únicamente cambian su calidad y su disponibilidad. El agua está en continuo movimiento, reciclándose en un proceso conocido como ciclo hidrológico. En este ciclo, el sol produce la evaporación del agua en los océanos, la cual forma las nubes que dan origen a las precipitaciones. La evaporación también tiene lugar en lagos, ríos e incluso en el propio suelo [Blanco, 2002]. Aunque el 80% de las precipitaciones vuelven a caer en los océanos, el resto cae sobre tierra firme. Esta agua se infiltra en el suelo y abastece los acuíferos subterráneos, alimenta los ríos y lagos y provee toda el agua necesaria para plantas, animales y los seres humanos.

Tiempo atrás, cuando la población era menor y no había tantas industrias, los desechos que llegaban a los lagos y ríos eran escasos, la propia naturaleza se hacía cargo de destruir o

absorber a los contaminantes de manera natural. En la actualidad no sucede así, los altos índices demográficos, el crecimiento industrial y la aparición de desechos cada vez más tóxicos y no biodegradables hacen imposible que la naturaleza pueda por si misma eliminar la inmensa cantidad de compuestos tóxicos. Lo anterior da por resultado que una gran parte de las aguas en la superficie terrestre están contaminadas hasta el punto de hacerlas peligrosas para la salud humana y dañinas para la vida.

El conocimiento de la naturaleza del agua residual resulta esencial para poder abordar cualquier tipo de iniciativa dirigida al tratamiento de aguas contaminadas. Los parámetros que determinan la naturaleza de ésta contaminación pueden clasificarse en tres tipos: físicos (contenido de sólidos y temperatura), químicos (compuestos orgánicos e inorgánicos) y biológicos (microorganismos).

Hoy en día, este problema y la creciente demanda de la sociedad para solucionar este terrible problema, ha generado nuevas tecnologías para el tratamiento del agua, entre las cuales están los procesos biológicos (anaerobios y aerobios) y los procesos físico-químicos (sedimentación, fotocátalisis, entre otros). El tratamiento del agua a través del método fotocatalítico ha despertado un gran interés en la comunidad científica, ya que además de ser una demostración de la aplicación de la energía solar, también su versatilidad permite el tratamiento de mezclas complejas de contaminantes.

## **1.2 Método fotocatalítico**

La fotocátalisis puede definirse como la “aceleración de una fotorreacción en presencia de un catalizador la cual requiere de una cantidad de energía radiativa que propicia la reacción de oxidación-reducción” [Kisch, 1989]. Los métodos fotocatalíticos, para la degradación de contaminantes disueltos en agua, se basan en proporcionar energía a los compuestos químicos en forma de radiación, que es absorbida por las diferentes moléculas para alcanzar estados excitados el tiempo necesario para experimentar reacciones. La energía radiante es absorbida por las moléculas en forma de unidades cuantizadas denominadas fotones, los cuales contienen la energía requerida para excitar electrones específicos y formar radicales libres, dando lugar a una serie de reacciones en cadena.

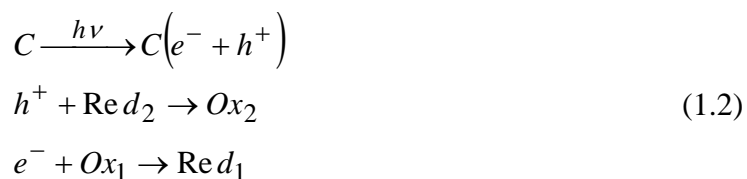
Hay básicamente dos tipos de procesos fotocatalíticos:

---

- Fotocatálisis homogénea: la interacción de especies capaces de absorber fotones (complejos de metales de transición, colorantes orgánicos, entre otros), un sustrato o reactivo (ej.: el contaminante) y radiación; pueden también conducir a la modificación química del sustrato. La especie capaz de absorber fotones (C) es activada a través de la radiación a un estado excitado (C\*). La interacción posterior con el reactivo (R) lleva a este a un estado excitado (R\*) que acelera el proceso hasta la obtención de los productos finales (P).



- Fotocatálisis heterogénea: emplea semiconductores en suspensión como catalizador. La interacción de un fotón produce la aparición de un par electrón/hueco (e- y h+) en el catalizador que puede ser un semiconductor (TiO<sub>2</sub>, ZnO). Los electrones excitados son transferidos al espécimen reducible (Ox1) al mismo tiempo que el catalizador acepta electrones del espécimen oxidable (Red2) que ocupan los huecos generados en la banda de valencia del semiconductor. En ambas direcciones, el flujo electrónico neto es nulo y el catalizador permanece inalterado.



En ambos casos, el catalizador debe de poder ser reutilizado después de actuar en el sistema de oxidación-reducción sin sufrir cambios significativos.

Estos procesos fotocatalíticos pueden ser aplicados a contaminantes peligrosos no biodegradables y también son válidos para mezclas complejas de contaminantes orgánicos. Algunos ejemplos son los contaminantes persistentes como los residuos agroquímicos (plaguicidas), fenoles, hidrocarburos halogenados, compuestos biocidas procedentes de la industria farmacéutica, residuos de preservar la madera, cianuros, etc., éstos están entre las aplicaciones de aguas residuales industriales [Vincent, (1998)]. Otras aplicaciones interesantes

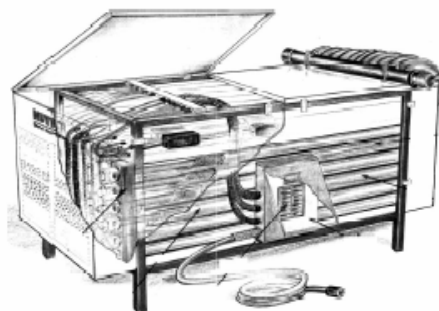


son el tratamiento de aguas subterráneas contaminadas, limpieza de vertederos contaminados y la desinfección del agua [Acher et al., (1990)].

No obstante la importancia y el conocimiento generado para ambos procesos, fotocátalisis homogénea y heterogénea, hasta la fecha el que ha sido estudiado más exhaustivamente en sus fundamentos y aplicaciones es el proceso heterogéneo.

En un alto porcentaje de estudios sobre fotocátalisis se emplean como fuente radiativa lámparas eléctricas que emiten en el ultravioleta (UV). Las más empleadas son las de mercurio, las de xenón y los denominados simuladores solares. Estas lámparas proporcionan luz en un rango de longitudes de onda por debajo de los 400nm, esencial para la excitación de algunos catalizadores como el Dióxido de Titanio ( $\text{TiO}_2$ ). Algunas otras lámparas proporcionan luz monocromática y en ocasiones se usan filtros a fin de obtenerla. Las intensidades energéticas empleadas van de los 20 a  $1350 \text{ W m}^{-2}$  con potencias de unas cuantas decenas a cientos de watts. Para eliminar la radiación infrarroja y evitar el calentamiento del reactor, se utilizan filtros especiales. El empleo de lámparas permite la caracterización precisa del tipo e intensidad de luz que se obtiene.

Existen una gran variedad de lámparas a nivel comercial. Un ejemplo de un sistema de fotocátalisis con lámparas se muestra en la Figura 1.1. En este tipo de dispositivos el agua contaminada circula a través del espacio existente entre dos tubos concéntricos de vidrio, y la fuente de luz UV se encuentra dentro del tubo interior. En estos sistemas se emplean 72 lámparas fluorescentes de 40 watts cada una, es decir para un sistema de este tipo se requiere de una potencia eléctrica de 2880 watts.



**Figura 1.1.** Sistema fotocatalítico comercial con 72 lámparas fluorescentes UV para tratamiento de aguas.

Un valor agregado que tiene el emplear fotocatalisis como proceso de degradación de contaminantes, es la posibilidad de emplear la radiación solar como fuente de energía, ya que a diferencia del uso de lámparas donde la energía que se requiere es demasiada y por lo tanto los costos son altos, para este caso es gratis.

La utilización de la luz solar en la eliminación de contaminantes ha sido documentada ampliamente durante las dos ultimas décadas, y de manera natural, los compuestos químicos orgánicos disueltos en agua, adsorbidos en superficies minerales o en las hojas de las plantas, se descomponen con la incidencia prolongada de la luz del Sol. La descontaminación fotocatalítica solar es en la actualidad una de las más exitosas aplicaciones de la fotoquímica solar. Un gran número de experiencias usando diferentes fotorreactores solares han sido llevadas a cabo en las instalaciones de la Plataforma Solar de Almería (PSA) [Malato et al., (1999)].

El proceso de descontaminación mediante fotocatalisis solar consiste en utilizar la parte de radiación UV del espectro solar, entre el 3.5 y 8% del total del espectro, para fotoexcitar un catalizador en presencia de oxígeno. En estas circunstancias y por interacción con el agua, se generan especies oxidantes que pueden atacar los contaminantes oxidables produciendo la destrucción progresiva de éstos hasta moléculas de CO<sub>2</sub> y ácidos inorgánicos diluidos.

El desarrollo de la fotocatalisis solar se inició a finales de los años 80, partiendo de los diseños y sistemas ya existentes para procesos térmicos de baja y media temperatura (fundamentalmente concentradores cilindro-parabólicos (CCP's) y sistemas sin concentración). Tiempo después las modificaciones iniciales de estos equipos existentes consistieron en el reflector solar, dado que éste debe ser transparente a la luz para poder introducir los fotones dentro del fluido que se quiere tratar. Otro tipo de captadores que se utilizaron más tarde fueron los Concentradores Cilindro-Parabólico Compuesto (CPC's), éstos son una interesante mezcla entre los concentradores (CCP's) y los sistemas sin concentración, y suponen una de las mejores opciones para las aplicaciones fotocatalíticas utilizando la luz solar. En el capítulo 2, se hará una descripción más detallada de cada uno de los sistemas de concentración mencionados.

Un gran número de parámetros influyen tanto cualitativa como cuantitativamente en el proceso de oxidación-reducción fotocatalizado mediante energía solar. Como consecuencia,

---

éstos resultan determinantes en la eficiencia global del proceso. Algunos de los más importantes son las características del catalizador, la intensidad y distribución de la radiación, la naturaleza y concentración del contaminante y la calidad de energía involucrada. La captación de esta última es uno de los parámetros fundamentales de diseño para la aplicación de procesos de fotocatalisis solar en la degradación de contaminantes.

### **1.3 Distribuciones fotónicas en fotorreactores.**

Actualmente existen pocas referencias como: Cuevas (2003); Arancibia-Bulnes y Cuevas (2004); Bandala (2004) donde se obtengan las distribuciones fotónicas en el fotorreactor para diferentes tipos de concentradores, y menos aún los trabajos enfocados a la manera de como llega la radiación incidente al captador (Farinha-Mendes y Collares-Pereira (1998)), factor importante que determina la forma de las distribuciones fotónicas a diferentes horas del día dentro de los reactores fotocatalíticos.

Cuevas (2003) desarrolló un modelo analítico que permite evaluar la cantidad de radiación que se absorbe en cada punto del fotorreactor tubular en un sistema sin concentración y en un concentrador CCP, además encuentra la distribución de la radiación en el fotorreactor para cada uno de los sistemas de concentración.

Arancibia-Bulnes y Cuevas (2004) calcularon la distribución de la radiación absorbida por un reactor solar de canal parabólico, tomando en cuenta la distribución de flujo en las paredes del reactor y considerando que el catalizador esta en forma de micro-partículas y en suspensión en agua.

Bandala (2004) llevó a cabo un estudio comparativo entre distintas geometrías de captación solar a través de su eficiencia, definida en términos de flujo de radiación y la eficiencia de reacción. Dentro de este trabajo encuentra además las distribuciones de irradiancia para cada sistema de concentración, basándose en los cálculos de Cuevas (2003).

Farinha-Mendes y Collares-Pereira (1998), obtienen las distribuciones fotónicas a diferentes horas del día, mediante una simulación por trazado de rayos. Estas simulaciones permiten analizar la configuración óptica de un diseño determinado de reactor y se extraen conclusiones que permiten la mejora de este dispositivo. Estas simulaciones fueron realizadas por el

---

Departamento de Energía Renováveis (DER) del Instituto Nacional de Engenharia e Tecnología Industrial (INEGI, Portugal), considerando un sistema de concentración tipo CPC con un semiángulo de  $60^\circ$ , un ángulo de truncamiento de  $80^\circ$ , el radio del reactor de 13.6mm. Sin embargo no presenta soluciones para otro tipo de configuraciones de concentradores, que permitan una optimización de los sistemas.

Este trabajo de tesis es una extensión de los estudios anteriores y se enfoca al estudio de las distribuciones fotónicas en el fotorreactor para dos de las geometrías de concentración más utilizadas para procesos fotocatalíticos, tomando en cuenta, para cada caso, la manera como llega la radiación incidente al captador.

#### **1.4 Planteamiento del problema.**

En el Centro de Investigaciones en Energía (CIE) de la UNAM, se vienen realizando desde 1996, investigaciones en el campo de tratamiento de aguas mediante energía solar. Recientemente, y dentro del proyecto denominado “Estudio de la fotocatalisis para el tratamiento de contaminantes en solución acuosa utilizando energía solar”, se ha planteado el estudio de diferentes geometrías de concentradores solares para hacer más eficiente el proceso de degradación fotocatalítica de compuestos orgánicos disueltos en agua.

La revisión bibliográfica realizada como parte de este trabajo mostró que la mayor parte de las investigaciones hechas en el campo de la degradación fotocatalítica de contaminantes, se enfocan al estudio de la cinética de las reacciones que ocurren dentro del fotorreactor considerando, en la mayoría de los casos, que la radiación incide normal al captador, y prestan poca atención al proceso fotónico que conlleva a todo el fenómeno.

El sistema que se tiene es el líquido contenido en un volumen determinado por el receptor tubular del concentrador que actúa como reactor fotocatalítico. Este líquido es el agua contaminada por compuestos orgánicos que tiene en suspensión las partículas semiconductoras del catalizador. Como se sabe, las reacciones fotocatalíticas dependen tanto del número de partículas del catalizador como del número de fotones y su distribución incidentes en el reactor. Por ello, para poder optimizar las reacciones fotocatalíticas, se hace necesario determinar las distribuciones fotónicas dentro de los reactores. Para poder determinar estas distribuciones se requiere resolver las ecuaciones de transporte radiativo que utilizan como

---

condición de frontera las distribuciones de radiación en la superficie del fotorreactor. Este trabajo está enfocado a determinar justo estas distribuciones de energía de radiación en la superficie del fotorreactor.

Hasta ahora los sistemas utilizados han sido con seguimiento solar, es decir, en condiciones ideales de incidencia normal al captador. Sin embargo, se requiere conocer el comportamiento de los captadores cuando la incidencia solar no es normal al mismo, esto es, cuando el sol se encuentra en distintas posiciones durante el día con respecto a la normal del concentrador.

### **1.5 Objetivo de la tesis.**

El objetivo general de la tesis es estudiar teóricamente las distribuciones fotónicas que se obtienen en la superficie de los receptores tubulares de diferentes concentradores solares que se utilizan en la degradación fotocatalítica de moléculas de contaminantes disueltas en agua, como función de la posición solar.

Los objetivos específicos son dos, a saber:

1. La elaboración de un código numérico de trazado de rayos para calcular distribuciones de densidad de flujo de energía en la superficie del fotorreactor fotocatalítico suponiendo tanto la incidencia de un Sol uniforme como la de un Sol normal, y
2. La realización de un estudio de distribuciones de densidad de flujo radiativo expresadas en forma paramétrica para los concentradores CCP y CPC. Para este último concentrador se considera el movimiento del Sol a lo largo del día. Las distribuciones obtenidas dan la condición de frontera para calcular la ecuación de transferencia de energía de radiación en el fotorreactor.

---

## Capítulo 2

---

### Modelo Teórico

#### 2.1 Dispositivos de Captación Solar Usados en la Fotocatálisis.

En la fotocatalisis solar se utilizan sistemas que captan eficientemente la radiación solar y la concentran en reactores adecuados para promover reacciones químicas de degradación de los contaminantes presentes en el agua. Los dispositivos que captan la radiación solar se conocen como concentradores solares y pueden clasificarse de acuerdo al factor de concentración geométrica ( $C_g$ ). Éste se define como la razón entre el área de abertura del captador y el área del receptor. El área de abertura es el área del concentrador que intercepta la radiación solar incidente y el área del receptor es la que recibe la radiación solar concentrada. Tradicionalmente se clasifican en tres grandes grupos, dependiendo del nivel de concentración que se puede alcanzar [Rabl, 1985].

- Sistemas de nula o baja concentración (menor o igual a 10 soles).
- Sistemas de media concentración (de 11 a 35 soles).
- Sistemas de alta concentración (mayor a 35 soles).

En aplicaciones fotocatalíticas, dentro del intervalo de trabajo de los procesos fotocatalíticos, la cantidad de radiación útil captada es muy importante.

El equipamiento específico necesario para aplicaciones fotocatalíticas tiene mucho en común como el utilizado en aplicaciones térmicas. Como resultado los sistemas fotocatalíticos han seguido diseños convencionales de captación solar térmica tal como el canal parabólico y los sistemas sin concentración. A partir de este punto, los diseños empiezan a ser diferentes, puesto que el fluido debe estar expuesto a radiación solar ultravioleta y, por lo tanto, el receptor debe ser transparente al ultravioleta, sin que exista un incremento significativo en la temperatura de la reacción.

El Nacional Renewable Energy Laboratory (NREL, USA), desarrolló el primer sistema solar para llevar a cabo experimentos de tratamiento de agua. Posteriormente se instaló otro sistema en los Laboratorios Livermore (California). En 1990, el CIEMAT (España) inició también un programa de investigación en la Plataforma Solar de Almería (PSA). Sus primeros sistemas experimentales estaban basados, fundamentalmente, en concentradores cilindro-parabólicos, que era la tecnología más desarrollada. En el CIE - UNAM se iniciaron también los estudios de fotocatálisis con concentradores cilindro-parabólicos en el año de 1995.

A continuación se describe con detalle los diferentes tipos de captadores solares.

### **a) Captadores Solares Sin Concentración.**

Los captadores solares sin concentración son sistemas estáticos sin mecanismos de seguimiento solar. Estos sistemas se orientan en dirección norte-sur con una inclinación igual a la latitud del lugar.

En los últimos años se han desarrollado y ensayado un gran número de reactores solares sin concentración para aplicaciones de fotoquímica en general y en especial para procesos fotocatalíticos solares [Pacheco *et al.*, (1993); Márquez *et al.*, (1999); Alfano *et al.*, (2000); Malato *et al.*, (2002)]. Estos se clasifican de la siguiente manera:

- Sistema de placa plana o cascada: éstos están formados por una superficie inclinada hacia el sol por la que fluye el agua a tratar. El catalizador se fija a la superficie de la placa y suelen estar abiertos a la atmósfera, por lo que no pueden ser utilizados para tratar aguas con componentes volátiles, ver Figura 2.1.



**Figura 2.1.** Instalación experimental de un sistema de placa plana (PSA).

- Sistema tubular: esta clase de sistemas consisten en un número determinado de pequeños tubos conectados en serie a través de los cuales fluye el agua a tratar con el catalizador en solución, ver Figura 2.2.



**Figura 2.2.** Sistema tubular (CIE-UNAM).

La principal ventaja de este tipo de sistemas es su simplicidad y menor costo de fabricación dado que sus componentes son más sencillos, lo que se traduce en una reducción en el costo de mantenimiento [Dillert et al., (1999a)]. Además, las estructuras que soportan a los sistemas sin concentración solar son más fáciles y baratas de instalar que los sistemas con concentración y la superficie necesaria para su instalación es menor debido a que la proyección de sombras es menor.

Por otro lado, aunque los reactores sin concentración poseen importantes ventajas, su diseño no es trivial debido a la necesidad de grandes áreas de reactores, de material resistente al agua y químicamente inerte a la radiación UV. Entonces, estos sistemas requieren una superficie de fotorreactores mucho más significativa que los sistemas con concentración y, como consecuencia, los sistemas a escala real deben ser diseñados para soportar elevadas presiones



de operación para bombear el fluido a través del campo de fotorreactores [Enzweilwer et al., (1994)].

### b) Concentrador Cilindro-Parabólico (CCP).

Los concentradores de canal parabólico (CCP) tienen la geometría más representativa de los sistemas de concentración solar media. Éstos tienen un mecanismo que puede realizar el seguimiento del Sol en ángulo azimutal (movimiento de este a oeste) o en elevación (movimiento norte- sur), dependiendo de la configuración y orientación de los concentradores. Estos se basan en una parábola que refleja y concentra la luz solar sobre su foco. En dicho foco está situado el receptor ó fotorreactor tubular transparente de vidrio. El objetivo de los sistemas de seguimiento es poder concentrar la radiación solar directa.

En la Figura 2.3 inciso a) se muestra uno de los primeros concentradores CCP desarrollado en la Plataforma Solar de Almería (España, 1990). Éste ha sido operado en grandes plantas piloto y puede considerarse una de las primeras etapas en la industrialización de los procesos fotocatalíticos.

En la Figura 2.3 inciso b) se muestra el DICEF, desarrollado en la Coordinación de Concentración Solar del CIE-UNAM (México, 1995), éste también ha resultado ser un instrumento valioso en la investigación de los procesos de la degradación fotocatalítica con energía solar. Actualmente se encuentra en operación en las instalaciones del Instituto Mexicano de Tecnología del Agua, donde se llevan a cabo experimentos con procesos fotocatalíticos de compuestos orgánicos contaminantes.

a)



b)



**Figura 2.3.** a) Concentrador cilindro-parabólico Helioman con seguimiento en dos ejes para aplicaciones de fotocatalisis (PSA-CIEMAT), b) DICEF con seguimiento, instalado en la plataforma de concentración solar (CIE-UNAM).

Sin embargo, aunque con este tipo de concentradores se pueden obtener altas temperaturas de operación, estos presentan varios problemas técnicos. Deben orientarse continuamente al sol de manera precisa mediante un mecanismo apropiado debido a que este tipo de captadores utilizan únicamente la energía solar directa. Por otra parte, el acabado de las superficies que constituyen el sistema óptico no sólo debe ser de buena calidad, sino que debe mantener sus propiedades por largos períodos de tiempo sin ser deterioradas por factores del medio ambiente, donde generalmente existen componentes oxidantes y corrosivos.

En resumen, se puede decir que los problemas de operación que se acaban de mencionar, junto con los altos costos de los materiales utilizados en este tipo de concentradores, han dado cabida a que se trabaje preferentemente con captadores fijos, como es el caso de los concentradores de tipo CPC.

### **c) Concentrador Cilindro-Parabólico Compuesto (CPC).**

Los CPCs surgieron en los años 70 [Welford y Winston, (1978)] para conseguir concentración solar mediante dispositivos estáticos [Collares-Pereira, (1995)], ya que consiguen concentrar sobre el receptor toda aquella radiación que llega dentro de un intervalo de horas del día, a esto se le denomina “ángulo de aceptación” del concentrador.

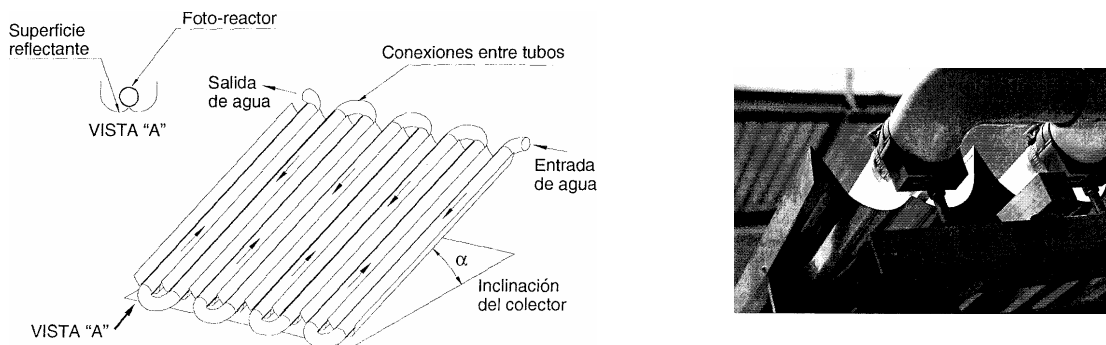
Los reactores tipo CPC son sistemas estáticos con una superficie reflectante enfocada hacia un fotorreactor cilíndrico siguiendo una involuta. Estos dispositivos proporcionan una de las mejores ópticas para los sistemas de baja concentración.

Gracias a la geometría de la superficie reflectante de los CPC, casi toda la radiación que llega al área de abertura del concentrador (incluyendo la difusa) puede ser captada y estar disponible para el proceso fotocatalítico en el fotorreactor. La radiación UV reflejada por el CPC es además distribuida alrededor de la parte posterior del tubo fotorreactor y, como resultado, la mayor parte de la circunferencia del tubo fotorreactor se encuentra iluminada. Otra ventaja es que el agua es más fácilmente conducida y distribuida que en los diseños de los sistemas sin concentración.

Como resultado, la radiación UV incidente en el receptor es muy similar a la de los fotorreactores basados en sistemas de placa plana. La eficiencia máxima de captación anual, para captadores estáticos sin seguimiento, se consigue con un ángulo de inclinación del concentrador sobre la horizontal equivalente a la latitud del lugar. Todos estos factores contribuyen a un excelente comportamiento de los concentradores CPCs en las aplicaciones

---

fotocatalíticas solares. En la figura 2.4 se muestra un esquema de la configuración de un concentrador CPC.



**Figura 2.4.** Ejemplo de un concentrador CPC para aplicaciones fotocatalíticas, donde se puede observar la configuración de los tubos reactores.

## 2.2 Definición del problema físico

Estos sistemas de concentración utilizados para procesos fotocatalíticos, han venido a ser una herramienta muy útil para aquellos que se dedican a esta área de la investigación, debido a que la energía que emplean estos mecanismos es gratuita.

Para este trabajo se estudiarán únicamente los concentradores de tipo CCP y CPC en dos dimensiones. Para el CCP se considerará con seguimiento continuo del Sol y para el CPC estático y a diferentes horas del día. Para este último se considera un ángulo de borde de  $90^\circ$  debido a que es el más adecuado para procesos fotocatalíticos.

Este trabajo está enfocado a determinar las distribuciones que se forman en la superficie del receptor, y para ello se estudiará la manera como la radiación incidente se refleja en el concentrador, y la posición que ocupa cada rayo reflejado al interceptar con el fotorreactor. La importancia de estudiar estas distribuciones se debe a que, para procesos fotocatalíticos, éstas se utilizan como condición de frontera para el desarrollo de la ecuación de transporte de radiación en el interior del fotorreactor.

En el modelo matemático que se implementará en esta tesis, se han realizado ciertas suposiciones, éstas se adoptan a fin de simplificar las ecuaciones que serán desarrolladas posteriormente.

Las suposiciones al problema físico para modelar matemáticamente al sistema, son las siguientes:

### 1. Superficie del concentrador.

Se supone una superficie perfectamente especular, con la finalidad de que la distribución del Sol reflejada sea igual a la distribución del Sol que incide en el concentrador.

### 2. Fuente de radiación incidente (el Sol).

Se suponen dos casos para la distribución de la radiación incidente en el concentrador: 1) un Sol uniforme y 2) un Sol gaussiano.

## 2.3 Modelo Matemático

Para determinar teóricamente las distribuciones que se forman en la superficie del fotorreactor, se elabora un código numérico propio, en el cual se hace trazado de rayos para cada tipo de concentrador. Éste consiste en determinar primero el ángulo con el que inciden al concentrador los conos de luz procedentes de la fuente luminosa, en este caso se emplea como fuente al Sol. Estos conos de luz inciden con un ángulo  $i$  en la superficie especular. Por la ley de reflexión cada cono incidente es reflejado con el mismo ángulo de incidencia  $i$  y en el mismo plano formado por la normal y el rayo incidente. Los conos reflejados interceptan con el fotorreactor, el cual se ubica en el foco de la parábola. Para cada cono incidente se supone una distribución solar: a) uniforme y b) gaussiana. Estas distribuciones se explican de manera detallada a continuación.

### SOL UNIFORME Y SOL GAUSSIANO

La distribución de la intensidad solar dentro de un cono de luz incidiendo en una superficie especular, puede ser considerada uniforme, como una primera aproximación, ó gaussiana aproximándose más a la realidad. La figura 2.5 muestra estas distribuciones como función del ángulo sólido del cono solar.

Para el caso de la figura 2.5 inciso a), se tiene la distribución en el cono solar cuando se considera un Sol uniforme, la intensidad solar es de la forma:

$$\bar{S}(\nu) = 1 \quad -\theta_s \leq \nu \leq \theta_s \quad (2.1)$$

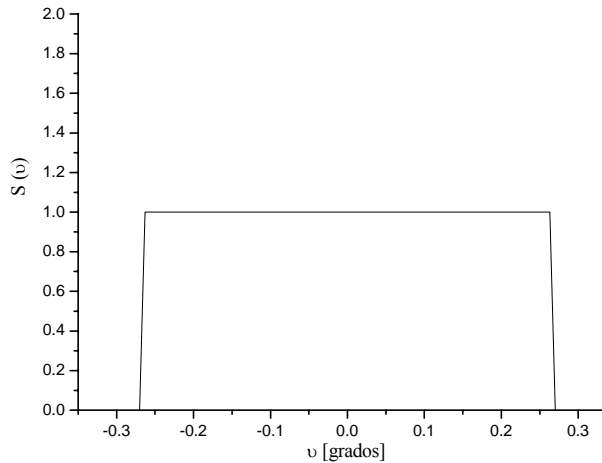
$$S(\nu) = 0 \quad \nu < -\theta_s, \quad \nu > \theta_s$$

En el inciso b) de la figura 2.5 se tiene la distribución que se le da a cada cono reflejado suponiendo un Sol gaussiano; esta curva es generada por la siguiente ecuación normalizada [Romero, 1994]:

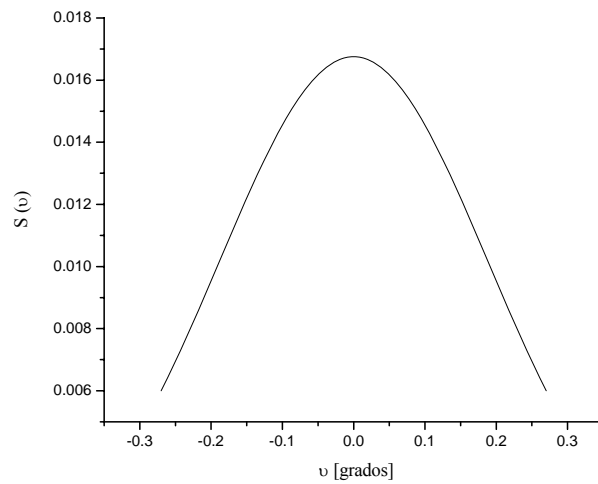
$$\bar{S}(\nu) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left[-\frac{\nu^2}{2\sigma^2}\right] \quad (2.2)$$

donde  $S$  es la distribución de intensidad angular de los rayos entrantes al fotorreactor,  $\nu$  es el ángulo de cada subintervalo, y  $\sigma = 0.188$  [Winter, 1991] es la dispersión de la distribución.

a) Distribución uniforme



b) Distribución gaussiana



**Figura.2.5.** Distribuciones: a) uniforme y b) gaussiana de la intensidad solar dentro de un cono de luz.

A continuación se muestran las ecuaciones que llevan a la elaboración del trazado de rayos y al cálculo de las distribuciones requeridas, primero para el caso de un concentrador cilindro-parabólico y segundo para un concentrador tipo CPC.

### a) Concentrador Cilindro-Parabólico (CCP).

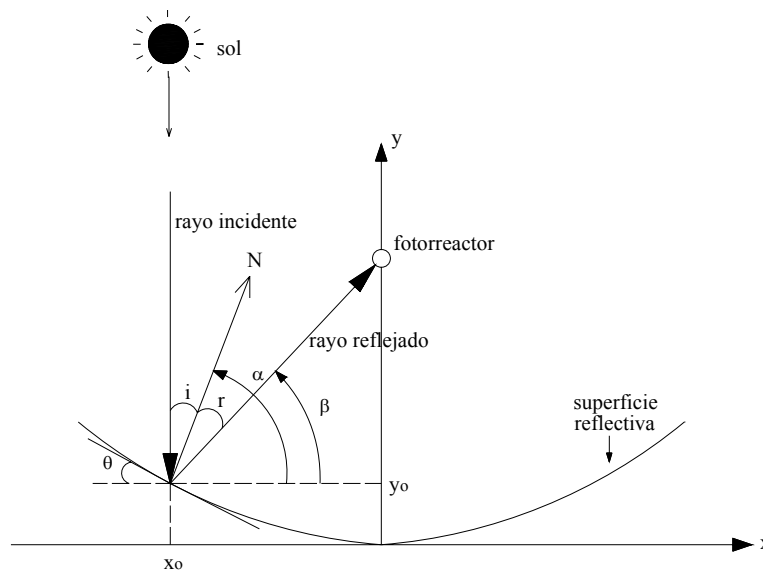
Los componentes básicos de un concentrador solar de canal parabólico (CCP) para aplicaciones fotocatalíticas son: la superficie reflectiva o concentrador, el tubo absorbedor (fotorreactor) y el sistema de seguimiento solar, ver la Figura 2.6. El concentrador requiere reflejar la mayor cantidad de rayos incidentes a la zona donde se encuentra el fotorreactor. La geometría de una parábola permite que todos los rayos que llegan paralelos a su eje principal,

sean reflejados a un punto llamado foco, es aquí donde se localiza el centro del fotorreactor. La ecuación que describe a la parábola es:

$$y = \frac{x^2}{4f} \quad (2.3)$$

donde  $f$  es el foco de la parábola.

Para simular el trazado de rayos en el CCP, se considera primero el caso más simple, en donde la fuente de radiación incidente, el Sol, es puntual y llega de manera paralela al eje principal. Considérese la parábola definida por la ecuación 2.3 dibujada en la figura 2.6, con el eje  $x$  como eje de las abscisas y el eje  $y$  el de las ordenadas. El rayo incidente a la superficie especular definida por la parábola, incide paralelamente al eje principal en el punto  $x_o, y_o$ ; con un ángulo  $i$  con relación a la normal o la superficie en ese punto, y por la ley de reflexión el rayo se refleja con un ángulo  $r$  igual al de incidencia.



**Figura 2.6.** Representación del trazado de un rayo para el caso de un sol puntual en el CCP.

Para conocer la distribución fotónica en el receptor se requiere conocer las ecuaciones de los rayos incidentes al concentrador y reflejados e incidentes al receptor. Estas ecuaciones se desarrollan a continuación.

La ecuación del rayo reflejado es de la forma:

$$y_r = y_o + m_R(x_r - x_o) \quad \text{donde} \quad m_R = \tan(\beta) \quad (2.4)$$

En la figura 2.6, se observa que el rayo reflejado tiene un ángulo  $\beta$  el cual se define como:

$$\beta = \alpha - r \quad (2.5)$$

Se sustituye la expresión (2.5) en la ecuación (2.4) y utilizando una regla trigonométrica, se obtiene:

$$m_R = \tan(\beta) = \tan(\alpha - r) = \frac{\tan(\alpha) - \tan(r)}{1 + \tan(\alpha)\tan(r)} \quad (2.6)$$

Para obtener  $\tan(\alpha)$  de la ecuación anterior, puede partirse de la primera derivada en el punto  $[x_o, y_o]$  sobre la superficie reflectante, la cuál corresponde a la pendiente  $m_T$  de la recta tangente a la curva del concentrador (ec. 2.3),

$$m_T = y'(x_o) = \frac{2x_o}{4f} = \frac{x_o}{2f} \quad (2.7)$$

y por lo tanto la pendiente de la normal a la superficie, en el punto  $[x_o, y_o]$ , ésta dada por:

$$m_N = \tan(\alpha) = -\frac{1}{m_T} = -\frac{2f}{x_o} \quad (2.8)$$

Para obtener la  $\tan(r)$  de la ecuación (2.6), se observa que el ángulo  $\theta$  de la recta tangente con la horizontal en el punto  $[x_o, y_o]$  es igual al ángulo  $i$  del rayo incidente con la vertical, por lo tanto:

$$m_T = \tan(-\theta) = -\tan(\theta) = -\tan(i) = \frac{x_o}{2f} \quad (2.9)$$

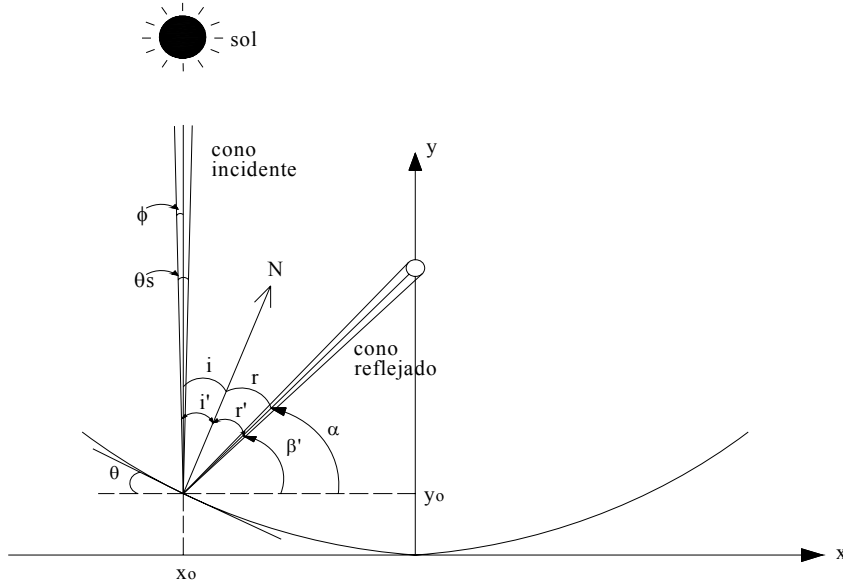
Por otro lado, como ya se mencionó, por la ley de reflexión se tiene que el ángulo de incidencia  $i$  es igual al ángulo de reflexión  $r$ , esto implica que:

$$\tan(r) = -\frac{x_o}{2f} \quad (2.10)$$

Sustituyendo las ecuaciones (2.8) y (2.10) en (2.6), finalmente se obtiene la pendiente de la recta del rayo reflejado  $m_R$ :

$$m_R = \frac{x_o^2 - 4f^2}{4fx_o} \quad (2.11)$$

Sin embargo, se sabe que la fuente radiativa, el Sol, no es puntual, sino una fuente extendida, con cierta distribución, esto implica que el rayo que incide en el concentrador es ahora un cono de luz con un ángulo  $\theta_s = 32'$ , ver Figura 2.7.



**Figura 2.7.** Representación del trazado del cono de luz considerando una fuente de incidencia extendida.

Para hacer el análisis del trazado de rayos para el cono de luz, se sigue la misma metodología que para el caso de una fuente de incidencia puntual, sólo que para este caso se considera que el ángulo de incidencia  $i'$  es:

$$i' = i \pm \phi \quad \text{donde} \quad \phi = 16' \quad (2.12)$$

Considerando el mismo procedimiento que se hizo para el caso de la fuente puntual, la pendiente del cono reflejado resulta ser:

$$m_{R'} = \frac{x_o^2 - 4f^2 \mp 4fKx_o}{4fx_o \pm Kx_o^2 \mp K4f^2} \quad \text{donde} \quad \tan(\phi) = cte. = K \quad (2.13)$$

Se sustituye  $m_{R'}$  en (2.4) y se obtienen las ecuaciones de los rayos reflejados del cono de luz.

La ec. (2.4) con la ec. (2.13) representa la ecuación del cono de luz solar reflejado por la superficie especular que va a pasar por la zona focal del sistema. Ahora se tiene que conocer el tamaño del tubo receptor para determinar como el cono reflejado incide sobre él.

Considerando que la proyección del cono solar debe ser interceptada por el receptor, se tiene que el diámetro del receptor esta dado como [Duffie, 1991]:

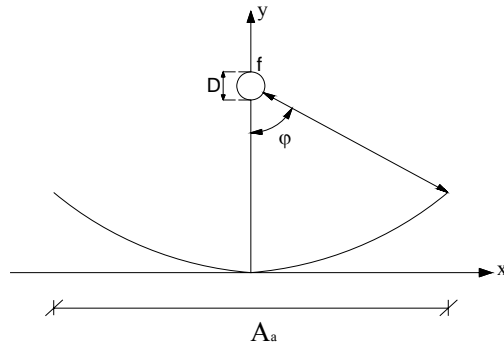
$$D = \frac{A_a \text{sen}(0.267)}{\text{sen}\phi} \quad (2.14)$$



donde

$$\varphi = \tan^{-1} \left( \frac{8 \left( \frac{f}{A_a} \right)}{16 \left( \frac{f}{A_a} \right)^2 - 1} \right) \quad (2.15)$$

donde  $\varphi$  corresponde al ángulo de borde,  $f$  es el foco de la parábola y  $A_a$  es la abertura del concentrador, ver Figura 2.8.



**Figura 2.8.** Representación esquemática de un concentrador cilindro-parabólico (CCP) en sección transversal.

Con el diámetro  $D$  que es el diámetro ideal, que está dado por la ec. (2.14), se puede determinar la ecuación del círculo que define la superficie del receptor. De hecho dicho círculo está centrado en el foco  $f$ , cuyas coordenadas son  $(0, f)$  y su ecuación es:

$$(y - f)^2 + (x)^2 = \frac{D_r^2}{4} \quad (2.16)$$

$$(y - f)^2 + x^2 = \frac{D^2}{4}$$

Normalmente el diámetro  $D_r$  del receptor corresponde al diámetro real, es mayor a  $D$ , debido a que se deben considerar errores en la reflexión y se pretende que todos los rayos reflejados incidan en el receptor.

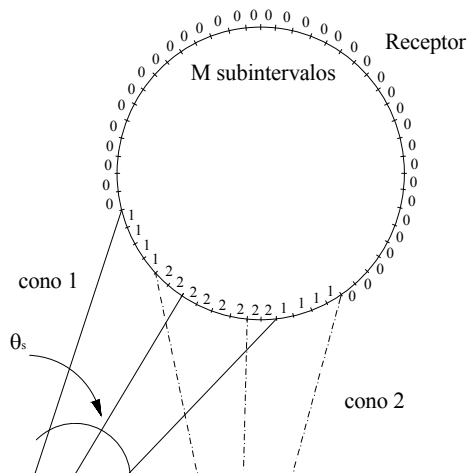
Resolviendo simultáneamente las ecuaciones (2.4) y (2.16) se determinan los puntos de intersección de un cono de luz en el receptor. La distribución de radiación que queda dentro de este segmento de intersección del cono de luz en el fotorreactor, depende del tipo de Sol que se considere: uniforme ó gaussiano.

La suma de las distribuciones de los segmentos de intersección en toda la superficie del fotorreactor da la distribución fotónica que estamos buscando.

### DISTRIBUCIÓN EN EL FOTORREACTOR SUPONIENDO UN SOL UNIFORME.

Para calcular la distribución fotónica en el receptor suponiendo un Sol uniforme, se siguen los siguientes pasos:

- 1) Se hace una discretización de la superficie del receptor en  $M$  subintervalos, donde cada subintervalo es mucho menor que el segmento de intersección de los rayos que inciden en el receptor, ver figura 2.9.
- 2) Cada rayo que es reflejado con un cono de luz define un intervalo en el receptor enmallado.
- 3) A cada subintervalo del enmallado del receptor donde incide un cono de luz, se le suma la unidad, como se muestra en la figura 2.9.
- 4) Se realiza el mismo procedimiento para cada cono de luz y se suma el número de rayos incidentes en un subintervalo de la superficie del receptor.
- 5) Finalmente, con esta información se genera la distribución  $f_r$  del número de rayos con respecto a la posición en el receptor.



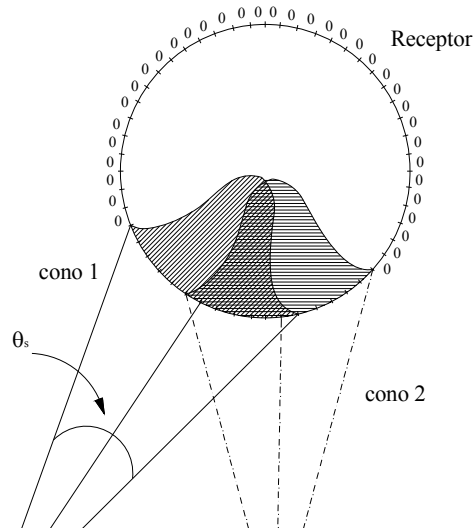
**Figura 2.9.** Representación del intervalo en el que incide el cono reflejado en el receptor, suponiendo un Sol uniforme.

### DISTRIBUCIÓN EN EL FOTORREACTOR SUPONIENDO UN SOL GAUSSIANO

Para calcular la distribución fotónica en la superficie del receptor, suponiendo un Sol gaussiano, se siguen los siguientes pasos:

- 1) Se hace una discretización de la superficie del receptor en  $M$  subintervalos.

- 2) Se discretiza el cono de luz en  $K$  subintervalos.
- 3) Cada rayo que es reflejado con un cono de luz define un intervalo en el receptor enmallado.
- 4) Al intervalo donde inciden los  $K$  rayos del cono de luz, se le da un valor de manera normal o gaussiano, ver Figura 2.10.

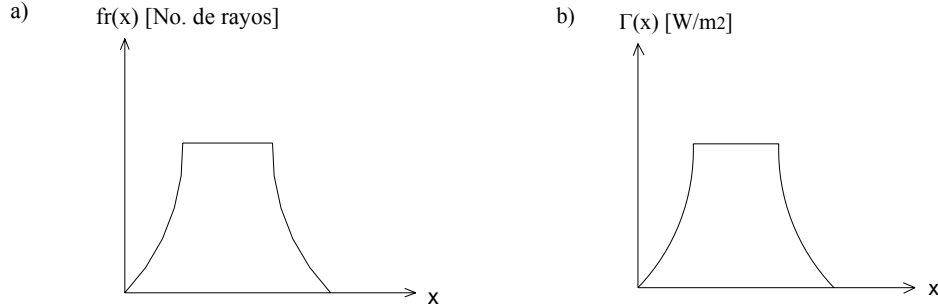


**Figura 2.10.** Representación del intervalo en el que inciden 2 conos reflejados en el fotorreactor, suponiendo un Sol gaussiano.

- 5) Este valor que se le da a cada rayo del cono corresponde a una curva de distribución gaussiana normalizada generada por la ecuación (2.2) [Romero, 1994]: Se realiza el mismo procedimiento para cada cono de luz y se contabiliza el número de rayos incidentes en una subregion en el receptor.
- 6) Finalmente, con esta información se genera la distribución del número de rayos con respecto a la posición en el receptor

#### TRANSFORMACIÓN DE $f_r(x)$ EN $\Gamma_r(x)$ .

Ahora, para relacionar esta simulación por trazado de rayos con lo que físicamente pasa, se requiere una transformación de número de rayos a densidad de flujo de energía  $\Gamma(x)$ , ver Figura 2.11.



**Figura 2.11.** a) Representación de la distribución del número de rayos con respecto a la posición en el receptor. b) Representación de la distribución de densidad de flujo de energía con respecto a la posición en el receptor.

La energía total que incide en el concentrador se puede calcular como:

$$E_c = \rho A G_b \quad (2.17)$$

donde  $\rho$  es la reflectividad del espejo,  $A$  es el área de aceptación del concentrador y  $G_b$  es la radiación solar que incide de manera directa.

La energía concentrada incidente en el receptor se puede ver como la integral de la distribución de los rayos multiplicado por una constante  $C$ , donde  $C$  es una constante de conversión cuyas unidades son tales que al multiplicarse por la integral produce  $W/m^2$ , esto es,

$$E_c = C \int_{-x}^x f_r(x) dx \quad (2.18)$$

Se define  $F_r(x)$  como la distribución de flujo normalizada como

$$F_r(x) = \frac{f_r(x)}{\int f_r(x) dx} \quad (2.19)$$

Para demostrar que  $F_r(x)$  esta normalizada a uno se integra la función.

$$\int F_r(x) dx = \int \frac{f_r(x) dx}{E_c / C} = \frac{C}{E_c} \int f_r(x) dx = \frac{C}{E_c} \left( \frac{E_c}{C} \right) = 1 \quad (2.20)$$

De la ecuación (2.18) y de la ecuación (2.19), se obtiene:

$$F_r(x) = \frac{f_r(x)}{\frac{E_c}{C}} \quad (2.21)$$

$$\Rightarrow E_c F_r(x) = C f_r(x) = \Gamma(x) \quad (2.22)$$

donde  $\Gamma(x)$  es la función de densidad de flujo de energía medida en  $W/m^2$  y queda expresada como

$$\Gamma(x) = E_c F_r(x) \quad (2.23)$$

Esta ecuación es válida para ambas distribuciones encontradas para cada tipo de Sol.

En el próximo capítulo se presentan los resultados de las distribuciones para el CCP, considerando un Sol uniforme y un Sol gaussiano.

### **b) Concentrador Cilindro-Parabólico Compuesto (CPC).**

La ecuación explícita para el diseño de un concentrador CPC con un fotorreactor tubular se puede obtener de la figura 2.12, donde un punto genérico S puede describirse en términos de dos parámetros: ángulo  $\theta$ , formado por las líneas originadas en O (centro del fotorreactor) hacia A y R, y la distancia  $\xi_s$ , que viene dada por el segmento RS (tangente al fotorreactor en el punto R), esto es,

$$\theta = \angle \overline{OA}, \overline{OR} \quad (2.24)$$

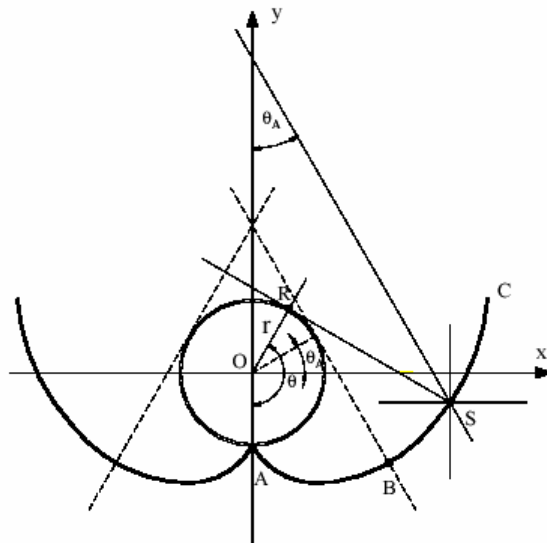
$$\xi_s = \overline{RS} \quad (2.25)$$

Un parámetro importante para la definición del CPC es el ángulo de aceptación  $2\theta_A$ , el cual es el rango angular sobre el cual la mayoría de los rayos incidentes en el concentrador son reflejados al fotorreactor sin que éste sea movido de posición.

La solución matemática para la curva de la figura 2.12 se obtiene en dos partes separadas: una involuta ordinaria para el tramo entre los puntos A - B y una porción exterior desde B - C, de acuerdo con las siguientes ecuaciones:

$$\xi = r\theta \quad \text{para} \quad |\theta| \leq \theta_A + \frac{\pi}{2} \quad \text{parte AB de la curva (involuta)}. \quad (2.26)$$

$$\xi = r \left( \frac{\theta + \theta_A + \pi/2 - \cos(\theta - \theta_A)}{1 + \text{sen}(\theta - \theta_A)} \right) \quad \text{para} \quad \theta_A + \frac{\pi}{2} \leq |\theta| \leq \frac{3\pi}{2} - \theta_A \quad \text{parte BC de la curva.}$$



**Figura 2.12.** Representación esquemática para el diseño de un concentrador tipo CPC.

Las dos expresiones para  $\xi(\theta)$  son equivalentes para el punto B, donde  $\theta = \theta_A + \pi/2$ . La curva es generada al calcular  $\xi$  incrementando  $\theta$  en radianes, y calculando las coordenadas  $x, y$  por:

$$x_{CPC} = r \operatorname{sen}(\theta) - \xi \cos(\theta) \quad (2.27)$$

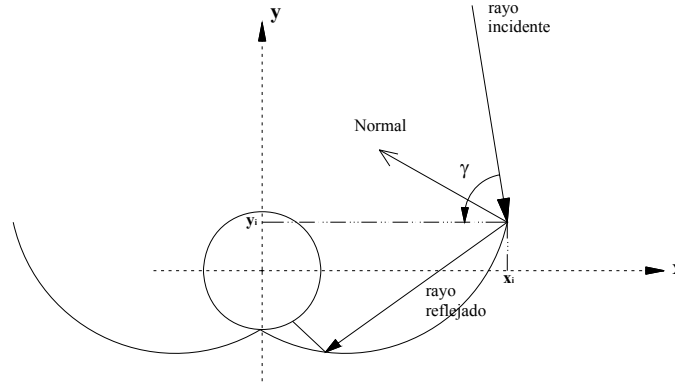
$$y_{CPC} = -r \cos(\theta) - \xi \operatorname{sen}(\theta)$$

El semiángulo de aceptación ( $\theta_A$ ) que se recomienda para aplicaciones fotoquímicas, es de  $90^\circ$ . Este amplio ángulo de aceptación permite al receptor captar, tanto la luz directa como una gran parte de la difusa, con la ventaja adicional de absorber errores tanto en la superficie reflectante como de alineamiento del tubo receptor, lo que resulta importante para conseguir un bajo costo del sistema. Para este ángulo de aceptación cada curva del CPC es una involuta ordinaria (los puntos B y C coinciden), toda la radiación UV que alcanza el área de abertura del CPC puede ser captada y reconducida hasta el fotorreactor. La luz reflejada por el CPC es distribuida hacia la parte posterior del fotorreactor tubular con lo que casi la totalidad de la circunferencia del tubo receptor queda iluminada y la luz incidente en él es muy similar a la de una placa plana.

## METODOLOGIA DEL TRAZADO DE RAYOS

Como vimos, para el caso de un concentrador cilindro-parabólico partíamos de la ecuación de los rayos reflejados sin tomar en cuenta el ángulo de inclinación de los rayos incidentes, y esto es debido a que estos sistemas sólo funcionan cuando los rayos incidentes son paralelos al eje

del concentrador; sin embargo, para el CPC este ángulo es importante ya que estos sistemas de concentración, como ya se mencionó, están diseñados para funcionar todo el día y esto implica que los rayos dependan del ángulo de incidencia  $\gamma$  (ver Figura 2.13).



**Figura 2.13.** Representación del trazado de rayos para un CPC.

Para calcular la magnitud y dirección del rayo reflejado se considera la siguiente ecuación [Riveros, 1986]:

$$r_o = i_o - 2(n \cdot i_o)n \quad (2.28)$$

donde  $i_o$  es el vector unitario del rayo incidente en el origen, y  $n$  es la normal al punto del concentrador en donde incide el rayo. Cabe resaltar que la ecuación (2.28) es valida solo en el origen (0,0), por lo tanto, para encontrar las coordenadas del rayo reflejado se tiene que sumar el intervalo o la distancia correspondiente al rayo incidente.

Al trazar los rayos reflejados (ec. 2.29) del primer cono de luz se verifica si éstos interceptan con el círculo. Para saber esto se igualan las siguientes ecuaciones:

$$\bar{r} = \bar{r}_o + \kappa \delta \quad (2.29)$$

$$\|(\bar{r} - \bar{r}_c)\| = R^2 \quad (2.30)$$

La ecuación (2.29) es el vector del rayo reflejado donde  $\delta$  y  $\kappa$  corresponden a la magnitud y dirección del rayo, respectivamente. La ecuación (2.30) corresponde a la ecuación del círculo.

De la ec. (2.29) se tiene que,

$$\bar{r} = \begin{cases} r_{ox} + \kappa_x \delta \\ r_{oy} + \kappa_y \delta \end{cases} \quad (2.31)$$

Se sustituye la ec. (2.31) en (2.30) y se obtiene:

$$([r_{ox} + \kappa_x \delta] - r_{cx})^2 + ([r_{oy} + \kappa_y \delta] - r_{cy})^2 = R^2 \quad (2.32)$$

Desarrollando el álgebra de la ecuación (2.32), resulta una ecuación cuadrática en función de la magnitud de la trayectoria  $\beta$ ,

$$A\beta^2 + B\beta + C = 0 \quad (2.33)$$

$$A = \kappa_x^2 + \kappa_y^2$$

$$B = 2r_{ox}\kappa_x + 2r_{oy}\kappa_y$$

$$C = r_{ox}^2 + r_{oy}^2 - R^2$$

La solución a la ecuación (2.33) es de la forma:

$$\beta = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} \quad (2.34)$$

Sin embargo, para saber si hay o no intersección con el círculo basta con conocer el signo de la parte interna de la raíz, si ésta es positiva significa que hay intersección de lo contrario no hay intersección con el círculo.

Para el caso en donde los rayos reflejados no interceptan con el círculo, se busca entonces el punto de intersección con la involuta de forma numérica. Este procedimiento se realiza de la siguiente manera:

- 1) Al conocer el ángulo de incidencia, se conoce también el ángulo de reflexión, de aquí se calcula la pendiente de la recta, y por lo tanto, la ecuación del rayo reflejado.
- 2) Evaluamos la ecuación del rayo reflejado con las  $x_{CPC}$  de la ec. (2.27), obteniendo nuevos valores de  $y$ .
- 3) Se calcula la diferencia entre los nuevos valores de  $y$  de la ecuación del rayo reflejado con las  $y_{CPC}$  de la ec. (2.27).
- 4) Al obtener esta diferencia se observa que en algún punto hay un cambio de signo; es este punto el que se toma como intersección entre el rayo reflejado y la involuta. Entre mas subdivisiones haya en la involuta más aproximado será este valor.
- 5) Este procedimiento se repite hasta que se encuentra intersección con el círculo.

Una vez obtenido el trazado de rayos, se calcula, de la misma manera que en el caso del concentrador CCP, la distribución de densidad de flujo de energía que se forma en la



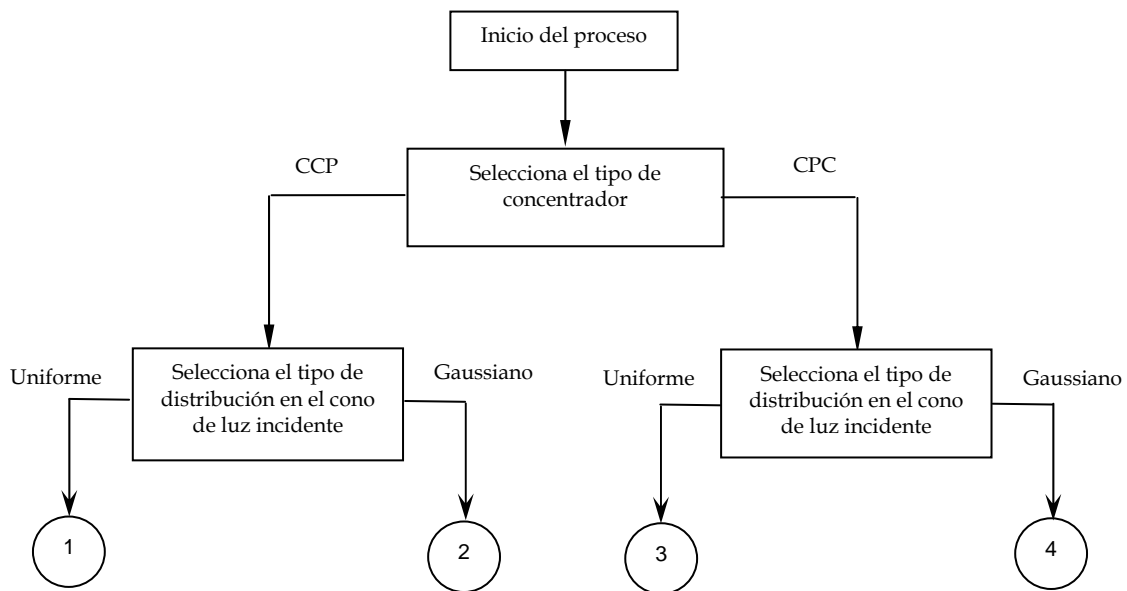
superficie del fotorreactor, suponiendo que la radiación que llega al concentrador es: a) uniforme y b) gaussiana.

A continuación se presenta el algoritmo de solución así como el diagrama de flujo para la obtención de las distribuciones de densidad de flujo de energía de radiación.

## 2.4 Algoritmo de solución

Toda esta secuencia de ecuaciones vista en la sección anterior, permiten calcular el trazado de rayos y en particular la distribución de densidad de flujo de energía de radiación en la superficie del fotorreactor, considerando como concentradores al CCP y al CPC. Los algoritmos de las figuras 2.14, 2.15, 2.18, 2.20 y 2.23 fueron codificados en un programa en MatLab versión 7.0 y fueron corridos usando una PC, Pentium 4 con procesador intel (R).

El diagrama de flujo de la figura 2.14 muestra el programa general en donde dependiendo de las necesidades del usuario, éste pueda escoger que tipo de concentrador usar (CCP ó CPC) y que tipo de distribución tendrán los rayos incidentes al concentrador (uniforme o gaussiano).

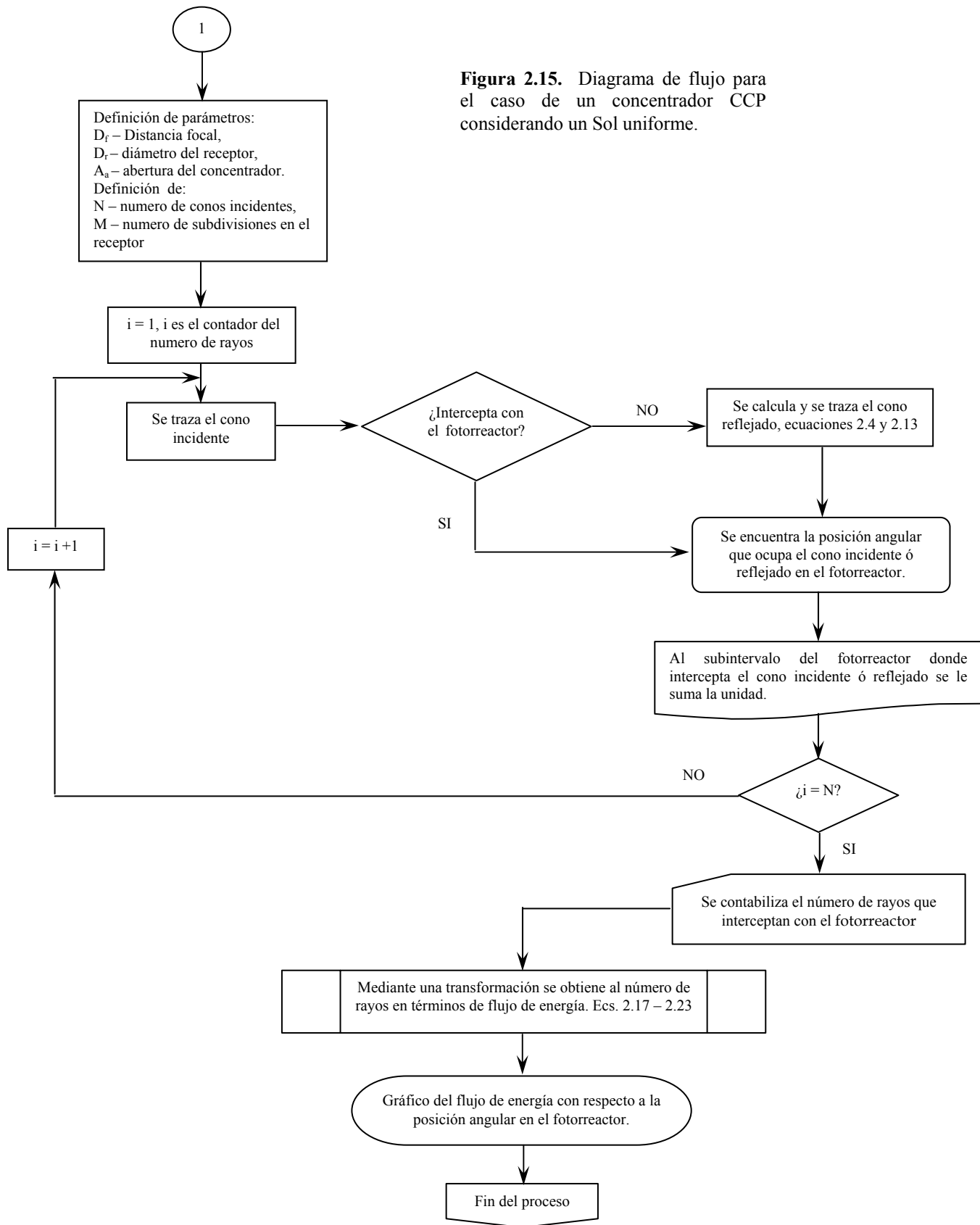


**Figura 2.14.** Diagrama general inicial de flujo del código numérico para la obtención de la distribución de densidad de flujo de energía de radiación para un concentrador CCP y CPC.

La continuación del diagrama de flujo de la figura 2.14, para el caso de un concentrador CCP suponiendo un Sol uniforme, corresponde a la figura 2.15. Las variables del usuario para este código son:  $N$  = número de conos incidentes,  $M$  = número de subintervalos en el fotorreactor,

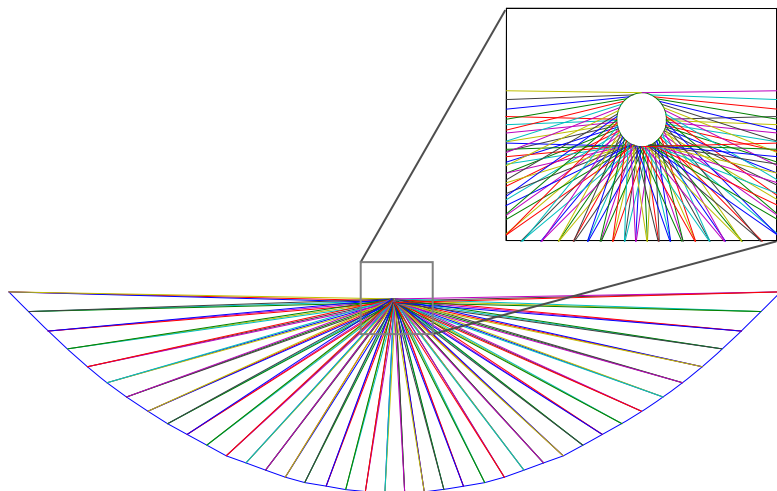
$D_f$  = distancia focal en metros (distancia a la que se encuentra el receptor del concentrador)  $D_r$  = diámetro del receptor y  $A_a$  = abertura del concentrador en metros. Antes de trazar el cono incidente, se traza la parábola y el receptor con las ecuaciones (2.3) y (2.14), respectivamente. Al trazar el cono incidente se verifica por medio de una subrutina si existe intersección con el fotorreactor, si no es así, entonces se traza el cono reflejado. Ésta subrutina funciona dando como input la pendiente y la ordenada al origen de la ecuación del rayo incidente así como las coordenadas del centro del receptor y el radio de éste, y devuelve como output las coordenadas de la intersección, si es que la hay, si no es así devuelve un no número (NaN). Como el diámetro ideal del receptor se calcula con base al ángulo solar, se asegura que el cono reflejado intercepta con el fotorreactor y esto implica que no haya rayos perdidos.

Para conocer la posición que ocupa cada uno de los  $N$  conos, ya sea incidentes o reflejados, en el receptor, éste se divide en  $M$  subintervalos. Al intervalo que define el cono en el fotorreactor se le suma la unidad. Se contabiliza el número de rayos que interceptaron en el receptor y mediante la transformación vista en la sección 2.3 del presente capítulo, se obtiene al número de rayos en términos de densidad de flujo de energía. Con esto finalmente se pueden graficar tanto el trazado de rayos, como la distribución de densidad de flujo de energía de radiación con respecto a la posición en el receptor.

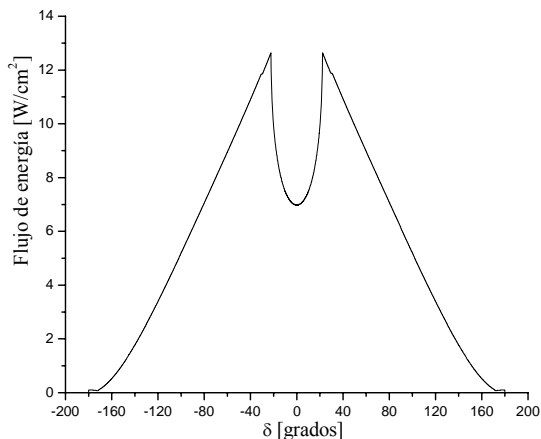


## SOLUCIONES TÍPICAS

Para ejemplificar los resultados que se obtienen en el programa cuyo algoritmo aparece en la figura 2.15, considérese un concentrador de canal parabólico con una distancia focal  $D_f = 0.25$  m, una abertura  $A_a = 1.00$  m y un diámetro ideal del fotorreactor  $D = 0.0047$  m; un número total de conos incidentes  $N = 1200$  y un número total de subintervalos  $M = 3000$  en el fotorreactor. La figura 2.16 muestra el trazado de rayos para este caso, con una ampliación en el recuadro de lo que ocurre cerca del receptor. En esta figura se muestran los rayos reflejados pero no los rayos incidentes debido a exceso de líneas en el gráfico. La figura 2.17 muestra la distribución de densidad de flujo de energía de radiación con respecto a la posición que ocupan los rayos que interceptan en el fotorreactor con los mismos parámetros que para el trazado de rayos. En esta se puede observar que se tiene dos máximos relativos con un flujo de energía de  $13 \text{ W/cm}^2$  y un mínimo relativo en  $7.0 \text{ W/cm}^2$  aproximadamente.

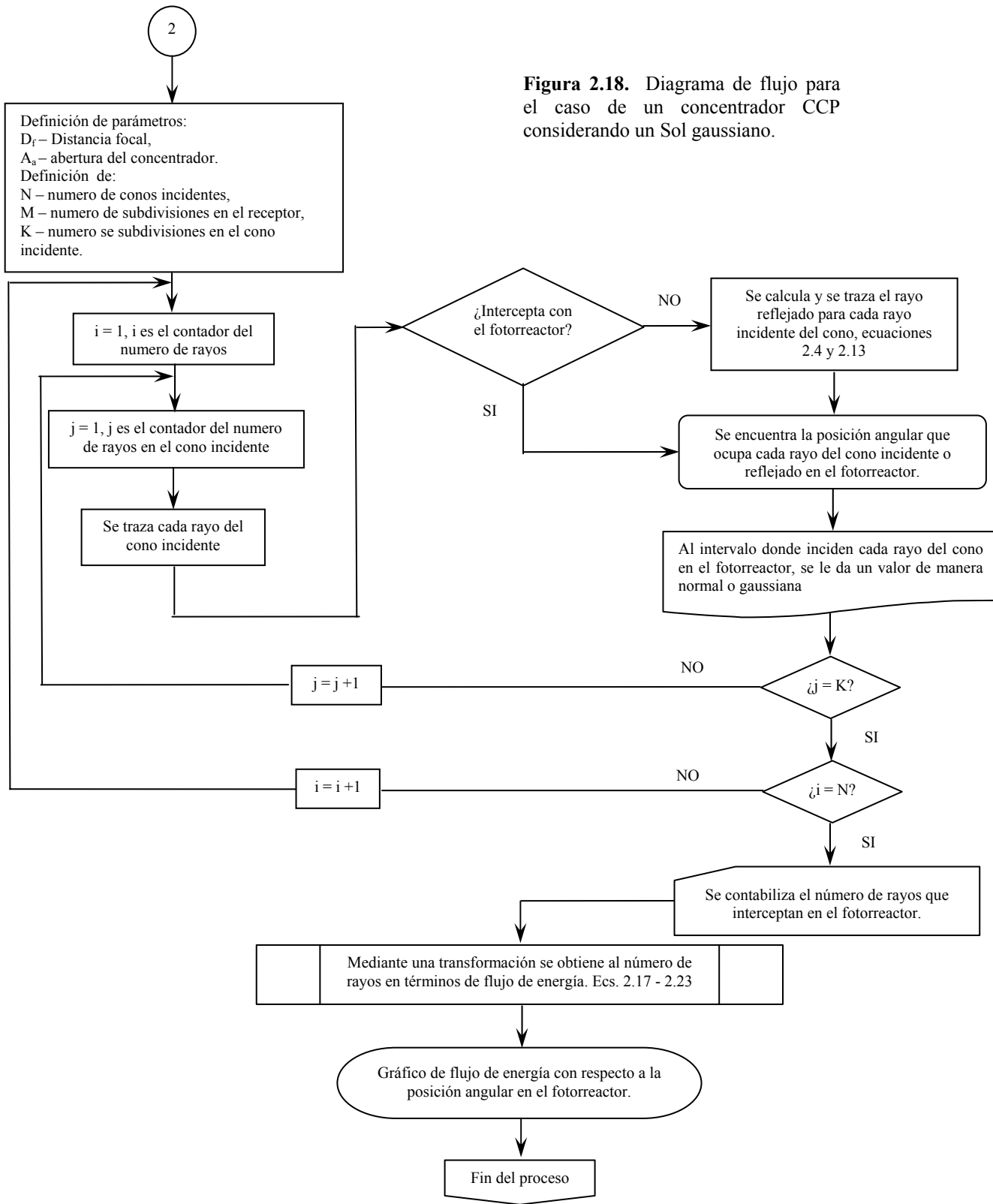


**Figura 2.16.** Trazado de rayos reflejados para el caso de una fuente de incidencia extendida, en un concentrador CCP con una abertura de  $A_a = 1.00$  m, una distancia focal  $D_f = 0.25$  m y un diámetro  $D = 0.0047$  m.



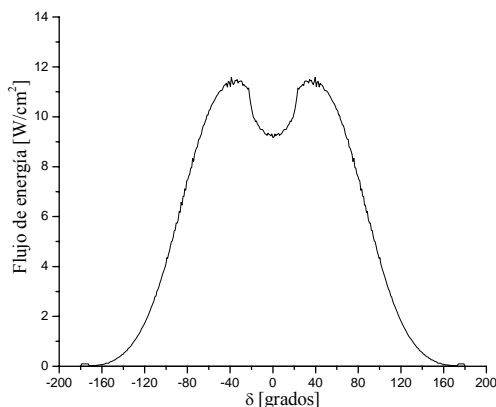
**Figura 2.17.** Distribución de densidad de flujo de energía de radiación en el fotorreactor tubular para un concentrador CCP considerando un Sol uniforme a una distancia focal de  $D_f = 0.25\text{m}$  y una abertura del concentrador de  $A_a = 1.00\text{m}$ , con un diámetro del fotorreactor de  $0.0047\text{m}$ .

El diagrama de flujo de la figura 2.18 corresponde al caso de un concentrador CCP suponiendo un Sol gaussiano. Este diagrama es muy similar al de la figura anterior, con la diferencia de que el cono incidente se divide en  $K$  subintervalos y por consecuencia se agrega  $K$  a las variables del usuario. Se sigue el mismo procedimiento que para el caso de un Sol uniforme, sin embargo cuando se calcula la posición angular que ocupa cada rayo de los  $N$  conos en el receptor, en vez de sumarle uno al subintervalo, en este caso se le da un valor de manera normal o gaussiana con base en la ecuación (2.2). El resto del programa es análogo al caso anterior.



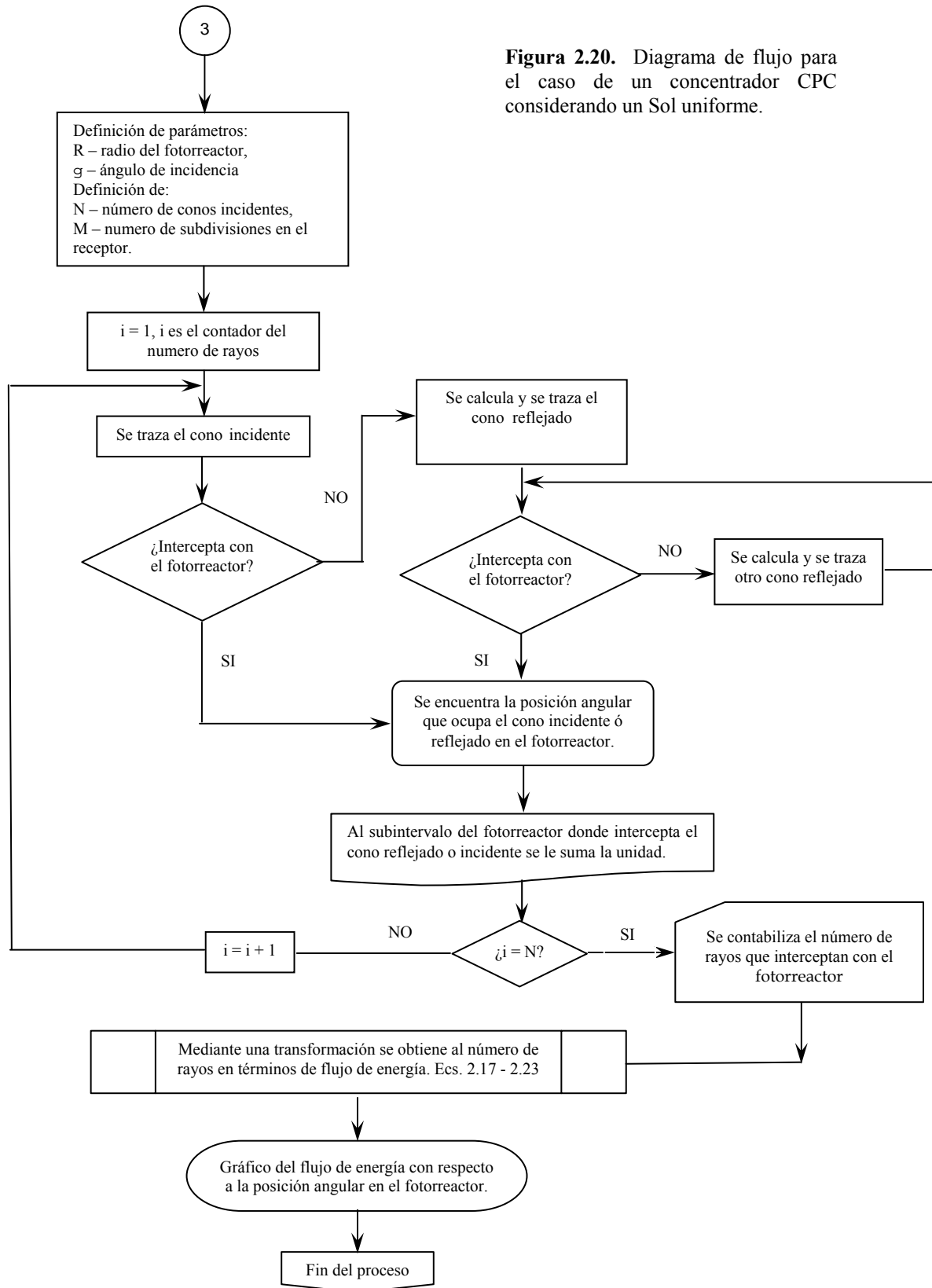
**Figura 2.18.** Diagrama de flujo para el caso de un concentrador CCP considerando un Sol gaussiano.

Como ejemplo de los resultados que se obtienen con el programa mostrado en el algoritmo de la figura 2.18, se considera los siguientes parámetros:  $D_f = 0.25$  m,  $A_a = 1.00$  m,  $D = 0.0047$  m,  $N = 500$  conos incidentes,  $M = 500$  subintervalos en el receptor y  $K = 200$  subdivisiones en el cono. Con estos datos se obtiene la distribución de densidad de flujo de energía de radiación con respecto a la posición en el fotorreactor, mostrada en la figura 2.18. En esta figura se puede observar la similitud de la distribución con sol gaussiano con la distribución obtenida con Sol uniforme de la figura 2.17. Obsérvese en este caso como los picos máximos han sido suavizados. En este ejemplo no se muestra el trazado de rayos debido al exceso de líneas en el dibujo y su poca claridad.



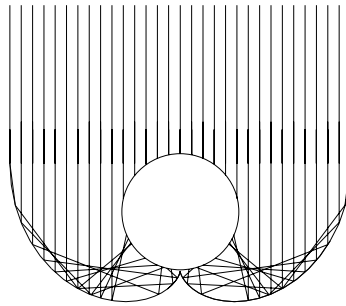
**Figura 2.19.** Distribución de densidad de flujo de energía de radiación en el fotorreactor tubular para un concentrador CCP considerando un Sol gaussiano a una distancia focal de  $D_f = 0.25$  m y una abertura del concentrador de  $A_a = 1.00$  m.

En la figura 2.20 se muestra el diagrama de flujo del algoritmo que corresponde al caso de un concentrador tipo CPC suponiendo un Sol uniforme. Las variables del usuario para el código son:  $N$  = número de conos incidentes,  $M$  = número de subintervalos en el fotorreactor,  $R$  = radio del fotorreactor en metros, y  $\gamma$  = ángulo con el que llegan los rayos incidentes al concentrador. Se inicia el programa trazando el CPC con base en la ecuación (2.27) y trazando cada uno de los  $N$  conos incidentes, también se discretiza al fotorreactor con  $M$  subintervalos. Al trazar el primer cono incidente se calcula por las ecs. (2.33) y (2.34) si éste intercepta con el fotorreactor, de no ser así se calcula el primer cono reflejado, si éste no intercepta con el receptor se calcula entonces un segundo cono reflejado; éste procedimiento continúa hasta que haya intercepción con el fotorreactor. Una vez que se hizo esto para cada uno de los  $N$  conos, se calcula la posición angular que ocupa cada uno de los  $N$  conos, tanto incidentes como reflejados, en el receptor. Se contabiliza el número de rayos que interceptaron con el fotorreactor y mediante la misma transformación que se realizó para el caso anterior, se obtiene el número de rayos en términos de densidad de flujo de energía. Con esto finalmente se grafica el trazado de rayos y la distribución de densidad de flujo radiativo con respecto a la posición en el fotorreactor.

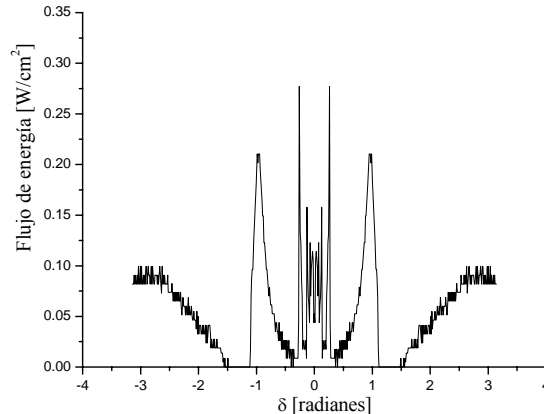




Para ejemplificar los resultados que se obtienen con el programa cuyo algoritmo se muestra en la figura 2.20, considérese un concentrador CPC con una abertura  $A_a = 0.075$  m, un ángulo de aceptación  $\gamma = 0^\circ$ , el diámetro del receptor  $D = 0.025$  m; un número total  $N = 3000$  conos incidentes y  $M = 800$  subintervalos en el receptor. La figura 2.21 muestra el trazado de rayos para este caso. La figura 2.22 muestra la distribución de densidad de flujo de energía de radiación con respecto a la posición que ocupan los rayos que interceptan en el fotorreactor con los mismos parámetros que para el trazado de rayos. En ella se observan múltiples picos sobre todo en la parte inferior del receptor, además se obtiene una distribución mas uniforme, a lo largo de la superficie del fotorreactor, en comparación al CCP.

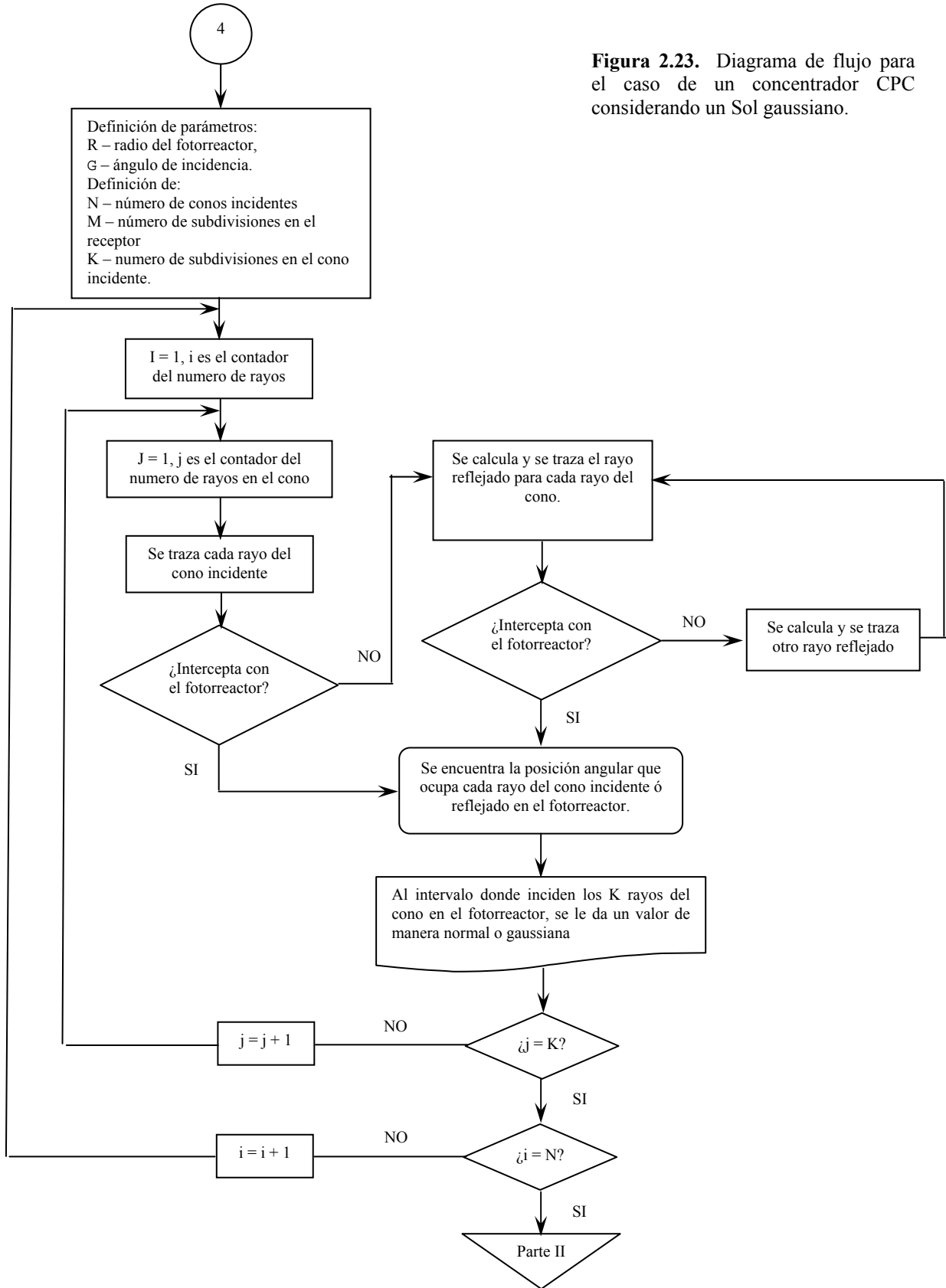


**Figura 2.21.** Representación del trazado de rayos para un concentrador CPC con un ángulo de borde de  $90^\circ$  y con ángulo de incidencia de  $0^\circ$ , con una abertura de  $A_a = 0.075$ m y un diámetro  $D = 0.025$ m.

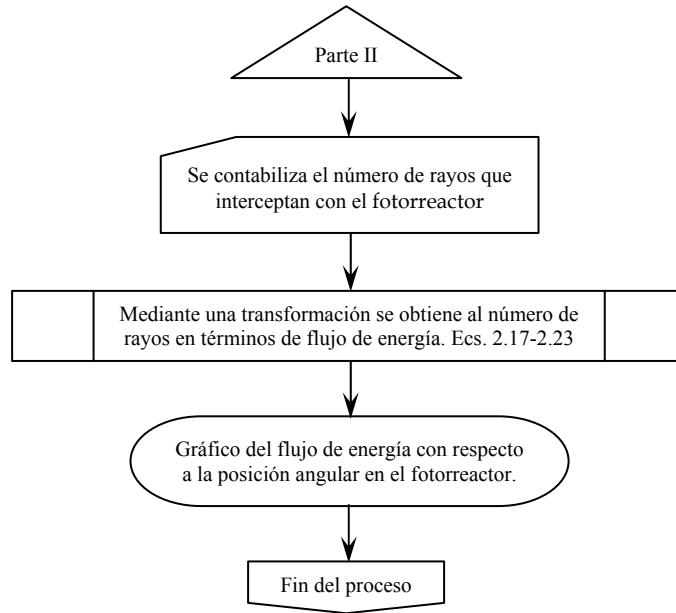


**Figura 2.22.** Distribución de densidad de flujo de energía de radiación en el fotorreactor tubular para un concentrador CPC, considerando un Sol uniforme, con una ángulo de aceptación de  $90^\circ$ , un ángulo de incidencia de  $0^\circ$ , una abertura del concentrador de  $0.075$ m y el diámetro del fotorreactor es de  $0.025$ m.

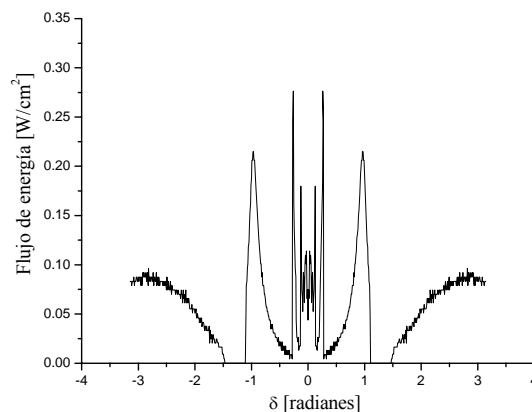
Finalmente, en la figura 2.23 corresponde al diagrama de flujo para un concentrador CPC suponiendo un Sol gaussiano. Este programa es muy semejante al de la figura 2.20, solo que aquí se hace una subdivisión del cono incidente en  $K$  particiones, y además, al calcular la posición que ocupa cada uno de los  $K$  rayos de los  $N$  conos en el receptor, en vez de sumarle uno a cada subintervalo del fotorreactor, se le da un valor de manera normal o gaussiana al intervalo con base en la ec. (2.2). El resto del programa es análogo al de la figura anterior.



**Figura 2.23.** Diagrama de flujo para el caso de un concentrador CPC considerando un Sol gaussiano.



Como ejemplo de los resultados que se obtienen con el programa basado en el algoritmo de la figura 2.23, se consideran los siguientes parámetros:  $A_a = 0.075$  m,  $\gamma = 0^\circ$ ,  $D = 0.025$  m,  $N = 600$  conos incidentes,  $M = 300$  subintervalos en el receptor y  $K = 200$  particiones en el cono. Con base a estos datos se obtiene la distribución de densidad de flujo de energía de radiación con respecto a la posición del fotorreactor, mostrada en la figura 2.24. De la misma manera que en el caso del CCP se tiene una similitud en la distribución gaussiana con la distribución obtenida con Sol uniforme de la figura 2.22. Obsérvese que en este caso tiene mayor definición en los picos. En este ejemplo no se muestra el trazado de rayos debido al exceso de líneas en el dibujo y su poca claridad.



**Figura 2.24.** Distribución de densidad de flujo de energía de radiación en el fotorreactor tubular para un concentrador CPC, considerando un Sol gaussiano, con un ángulo de aceptación de  $90^\circ$ , un ángulo de incidencia de  $0^\circ$ , una abertura del concentrador de 0.075m y el diámetro del fotorreactor es de 0.025m.

El análisis detallado de los resultados obtenidos se ven en el capítulo siguiente.

---

## Capítulo 3

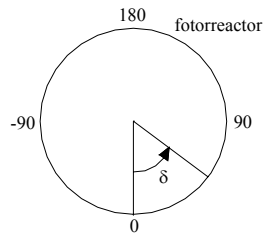
---

### Resultados Numéricos y Análisis

En el Capítulo anterior se presentaron los dispositivos concentradores bajo estudio, a saber, los concentradores CCP y CPC; el problema físico de interés, este es la necesidad de determinar las distribuciones fotónicas incidentes en el fotorreactor; el problema matemático a resolver; los modelos de sol que se usarían (sol uniforme y sol gaussiano), el algoritmo de solución para los diferentes casos analizados y los resultados típicos de los códigos numéricos desarrollados.

En este capítulo se presentan las distribuciones fotónicas como función de la posición angular en el fotorreactor para diferentes casos de interés. Se consideran las diferencias de usar los dos diferentes modelos de sol; así como la variación de la distancia focal, de la abertura del captador o el ángulo de los rayos incidentes, en el caso de los captadores CPC.

La Figura 3.1 muestra la manera como se toma la orientación de los ángulos en el receptor, tanto para el concentrador CCP como para el CPC.



**Figura 3.1.** Esquema de la manera en como se toma la orientación de los ángulos en el fotorreactor para los concentradores CCP y CPC.

Para las dos geometrías de concentradores utilizadas, se supone un día claro con una radiación incidente  $G_b = 1000 \text{ W/m}^2$ .

### 3.1 Concentrador Cilindro-Parabólico (CCP)

Para la modelación de la distribución de densidad de flujo de energía en el receptor se tomo como referencia el concentrador de canal parabólico desarrollado en el CIE-UNAM y denominado DICEF (Dispositivo Concentrador para el Estudio de la Fotocatálisis), el cual ha sido utilizado ampliamente en estudios de fotocatalisis. El DICEF tiene las características mostradas en la Tabla 3.1. Cabe mencionar que el diámetro del fotorreactor que se da en esta tabla corresponde al diámetro ideal generado por la imagen solar sin considerar errores ópticos, y este se obtiene de la Ec. (2.12) presentada en el capítulo anterior.

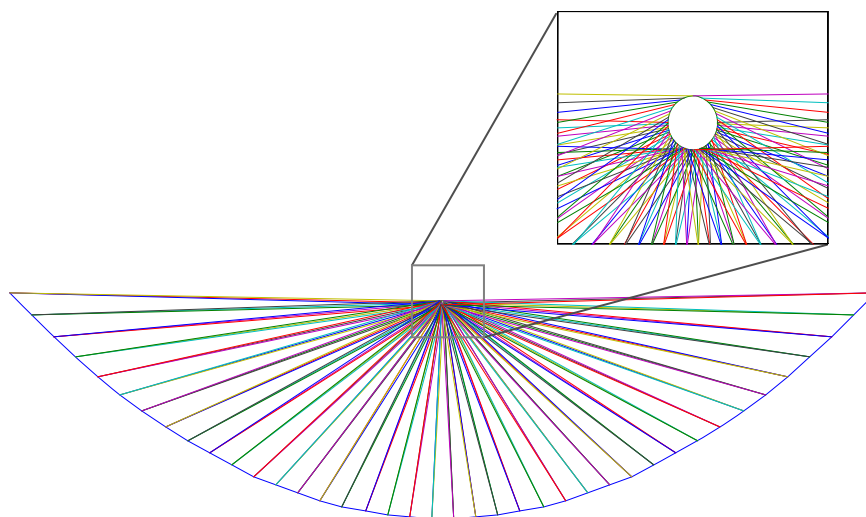
**Tabla 3.1.** Especificaciones de diseño para un sistema CCP.

Especificaciones de diseño	Medida
Abertura del concentrador	1.00m
Distancia focal	0.25m
Diámetro del fotorreactor	0.0047m
Angulo de aceptación	90°

Es claro que al ser una solución numérica la que permite el cálculo de la distribución fotónica en el fotorreactor, ésta es una aproximación y depende del número  $N$  de rayos considerados, del número  $M$  de subintervalos considerados en el fotorreactor y del número  $K$  de subdivisiones en el cono solar incidente para el caso gaussiano. Por ello se hizo un estudio de independencia de malla para que las distribuciones finales no dependieran de los tamaños de las mallas y del número de rayos. Se encontró después de este análisis que  $N$  debería ser mayor o igual a 1200 para un sol uniforme y mayor o igual a 500 para el sol gaussiano; que  $M$

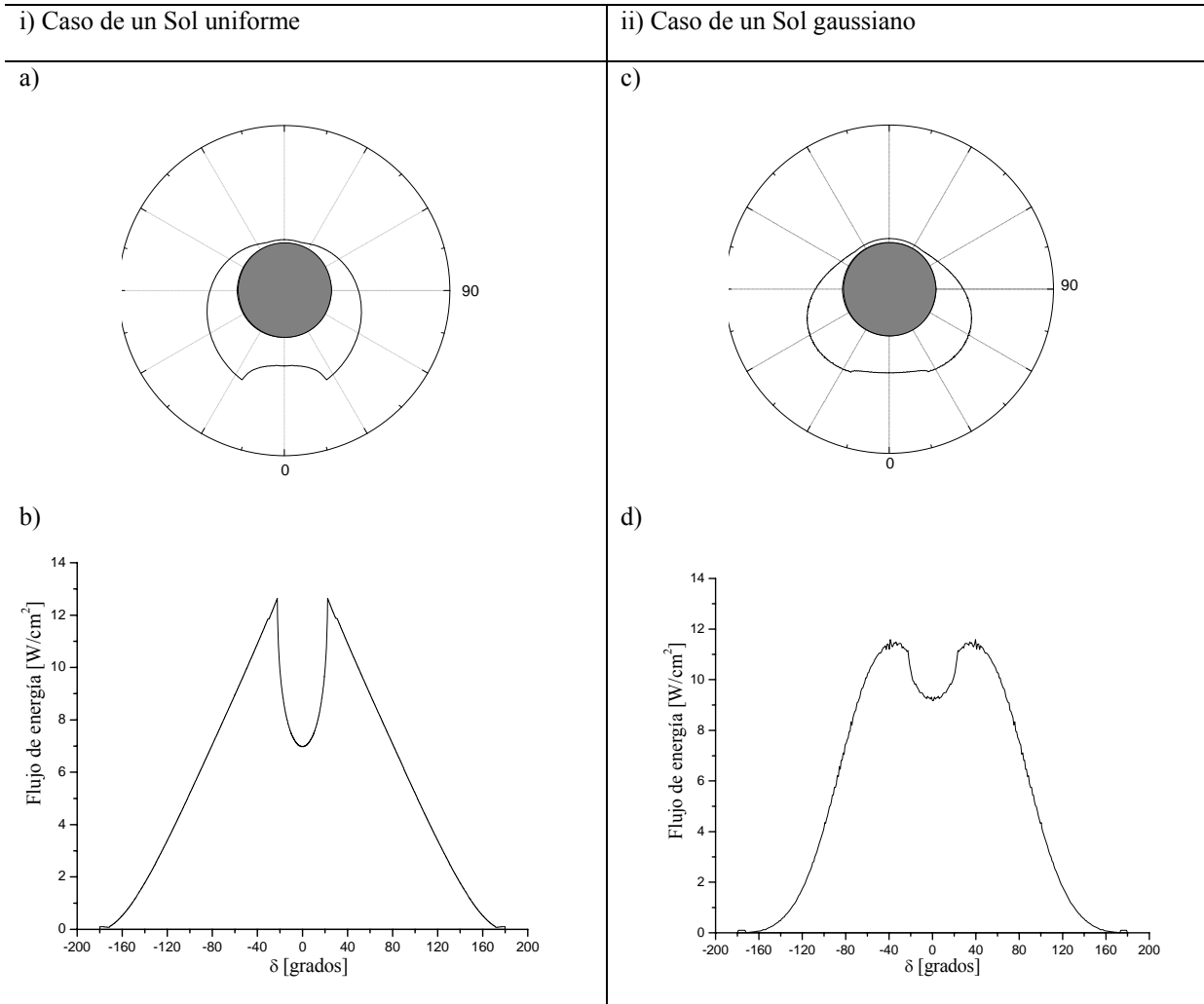
debería ser mayor o igual a 3000 para el sol uniforme y mayor igual que 200 para el sol gaussiano: y que  $K$ , el número de subdivisiones en el cono gaussiano debería ser mayor a 200.

La figura 3.2 muestra el trazado de rayos para el cálculo de la distribución de densidad de flujo radiativo concentrado en el fotorreactor del concentrador DICEF, considerando ideal el diámetro del fotorreactor. En el recuadro se ve una ampliación de lo que ocurre en el receptor. Este trazado de rayos sirve para ambos casos de modelo de Sol.



**Figura 3.2.** Trazado de rayos para el cálculo de la distribución de densidad de flujo radiativo concentrado en el fotorreactor del concentrador DICEF que es un captador de tipo CCP.

La figura 3.3 muestra las distribuciones fotónicas calculadas en el fotorreactor tubular del DICEF, con base en las características de la tabla 3.1, para i) el caso de Sol uniforme y ii) el caso de Sol gaussiano. La figura 3.3a muestra la distribución de densidad de flujo radiativo concentrado en coordenadas polares, en tanto que la figura 3.3b lo hace para coordenadas cartesianas. Ambos corresponden al caso del sol uniforme. Las figuras 3.3c y 3.3d corresponden el caso del sol gaussiano. Estas distribuciones son las distribuciones típicas que se obtuvieron para este caso de concentrador.



**Figura 3.3.** Distribución de densidad de flujo radiativo en el fotorreactor tubular para un concentrador CCP considerando: i) un Sol uniforme y ii) un Sol gaussiano. a) y c) Representación esquemática de la densidad de flujo radiativo en el fotorreactor en coordenadas polares: b) y d) Coordenadas cartesianas.

En la figura 3.3, y para el caso de un Sol uniforme, se puede ver que hay un aumento de densidad de flujo de energía para la parte entre  $-180^\circ$  a  $-40^\circ$  aproximadamente, para la parte desde  $-40^\circ$  hasta  $0^\circ$  hay un decaimiento y después vuelve a ver un crecimiento hasta el ángulo de  $40^\circ$ , el comportamiento en este intervalo, el cual se observa como un columpio, es debido a la propia geometría del concentrador, además los rayos que llegan en esta zona tienen menos intensidad de radiación ya que la distancia que recorren de la superficie del concentrador al receptor es menor que en los extremos del captador. Para los ángulos posteriores a  $40^\circ$  hay nuevamente un descenso de densidad de flujo de energía. En esta figura se observan dos máximos relativos con una densidad de flujo de energía de aproximadamente  $13 \text{ W/cm}^2$  a  $-40^\circ$  y  $40^\circ$  y un mínimo relativo en  $7.0 \text{ W/cm}^2$  a  $0^\circ$ .

Para el caso donde se supone un Sol gaussiano, se muestra que hay un aumento de densidad de flujo de energía desde  $-180^\circ$  a  $-40^\circ$  aproximadamente; similar al caso anterior pero de forma menos abrupta, aparece un decaimiento de energía hasta  $0^\circ$  y de nuevo un aumento hasta  $40^\circ$ . Después vuelve a ver un descenso de densidad de flujo de energía hasta  $180^\circ$ . Los máximos relativos aparecen a  $-40^\circ$  y  $40^\circ$  con un irradiancia de  $12 \text{ W/cm}^2$  y un mínimo relativo a  $0^\circ$  de  $9 \text{ W/cm}^2$ .

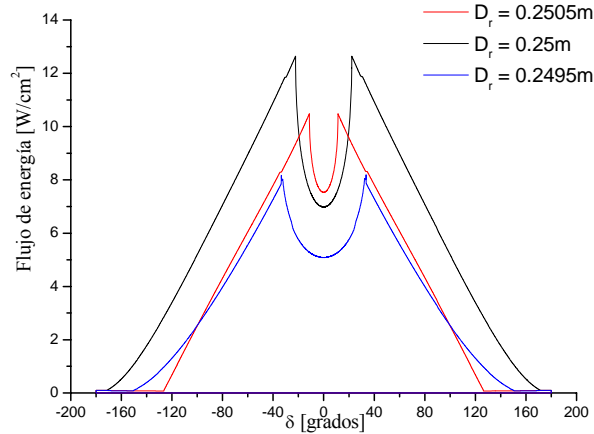
### ESTUDIO PARAMÉTRICO

A continuación se presenta un estudio paramétrico para el concentrador CCP. El receptor utilizado en el cálculo de las distribuciones fotónicas presentadas en la figura 3.3 tienen un diámetro  $D_r = 0.0047 \text{ m}$  (4.7 mm) que corresponde al diámetro ideal generado por la imagen solar sin error óptico para el concentrador CCP analizado. Con este diámetro de receptor y considerando primero un Sol Uniforme (SU) y después un Sol Gaussiano (SG), se analizará la influencia en la distribución fotónica de la variación de la posición del receptor ( $D_f$ ) respecto a la distancia focal y de la variación del área de la abertura ( $A_a$ ) del CCP. Así mismo, se analizará la variación del diámetro del receptor  $D_r$ . Así se tendrán los siguientes casos:

- |      |     |                                     |                                 |                                   |
|------|-----|-------------------------------------|---------------------------------|-----------------------------------|
| i)   | SU, | $D_r = 0.0047 \text{ m}$ ,          | $A_a = 1 \text{ m}$ ,           | $D_f = 0.2495 - 0.2505 \text{ m}$ |
| ii)  | SU, | $D_r = 0.0038 - 0.0056 \text{ m}$ , | $A_a = 0.80 - 1.20 \text{ m}$ , | $D_f = 0.25 \text{ m}$            |
| iii) | SU, | $D_r = 0.005 - 0.025 \text{ m}$ ,   | $A_a = 1 \text{ m}$ ,           | $D_f = 0.25 \text{ m}$            |
| iv)  | SG, | $D_r = 0.0047 \text{ m}$ ,          | $A_a = 1 \text{ m}$ ,           | $D_f = 0.2495 - 0.2505 \text{ m}$ |
| v)   | SG, | $D_r = 0.0038 - 0.0056 \text{ m}$ , | $A_a = 0.80 - 1.20 \text{ m}$ , | $D_f = 0.25 \text{ m}$            |
| vi)  | SG, | $D_r = 0.005 - 0.025 \text{ m}$ ,   | $A_a = 1 \text{ m}$ ,           | $D_f = 0.25 \text{ m}$            |

La figura 3.4 muestran el Caso i) donde la fuente de radiación tiene una distribución en su densidad de flujo de forma uniforme, el diámetro del receptor  $D_r$  es de  $0.0047 \text{ m}$  y la abertura del concentrador  $A_a$  es de  $1.00 \text{ m}$ . En ésta figura se presentan tres distribuciones correspondientes a las posiciones del receptor con respecto a la distancia focal de  $D_f = 0.2495, 0.25, 0.2505 \text{ m}$ .

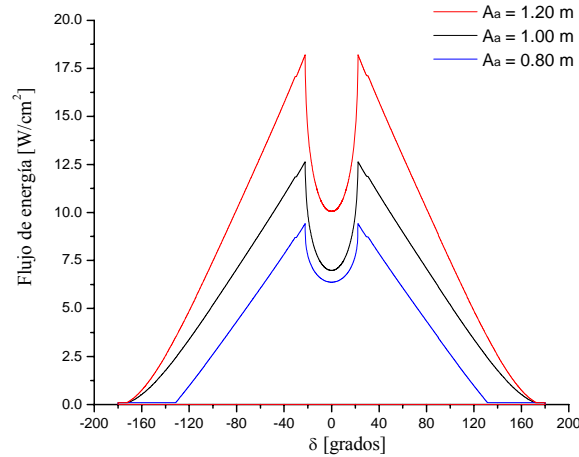




**Figura 3.4.** Estudio paramétrico en un concentrador CCP, suponiendo un Sol uniforme. Caso en donde se varía la distancia focal y se mantiene constante la abertura del concentrador ( $A_a = 1.00$  m). El diámetro del fotorreactor es  $D_r = 0.0047$  m.

En la figura 3.4 se puede ver que para  $D_f = 0.25$ m, que equivale al foco de la parábola, se tiene, como era de esperarse, la mayor concentración de densidad de flujo de energía, ya que estos sistemas están diseñados para tener su máxima concentración en el punto focal de la parábola. Para distancias por arriba del foco, se observa que la concentración baja y el columpio que se forma en la parte central de la curva es más angosto y pequeño en comparación a la distribución que corresponde a la distancia focal de 0.25m, esto es debido a que la mayor parte de los rayos que interceptan con el fotorreactor se concentran en la parte inferior de éste. Para las distancias por abajo del foco, las concentraciones que se tienen están por debajo del resto de las distribuciones, además los columpios que se forman en el centro de la curva son más amplios debido a que existe mayor concentración de rayos en la parte media-superior del fotorreactor.

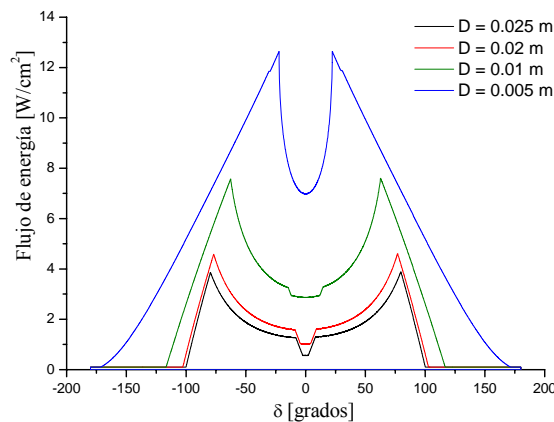
La figura 3.5 muestran el Caso ii) donde la fuente de radiación tiene una distribución en su densidad de flujo de forma uniforme, el diámetro del receptor  $D_r$  varía, según el ángulo de borde que corresponde a las ecs. (2.14) y (2.15), de 0.0038 a 0.0056 m; la posición del receptor con respecto a la distancia focal  $D_f$  es de 0.25 m y la abertura del concentrador  $A_a$  toma los valores de 0.80, 1.0, 1.20 m.



**Figura 3.5.** Estudio paramétrico en un concentrador CCP, suponiendo un Sol uniforme. Caso en donde se varía la abertura del concentrador manteniendo la distancia focal constante ( $D_f = 0.25$  m).

En la figura 3.5 se observa que a medida que aumenta el tamaño de la abertura del concentrador, es mayor la concentración radiativa que se tiene; además se puede ver que también el tamaño del columpio, que se forma en la parte central de la curva, aumenta debido a que, a mayor abertura, mayor es la cantidad de rayos que interceptan en la parte superior del fotorreactor. En el caso contrario, cuando disminuye la abertura del concentrador, la mayor parte de los rayos reflejados interceptan en la parte inferior del fotorreactor, provocando que este columpio se haga más pequeño.

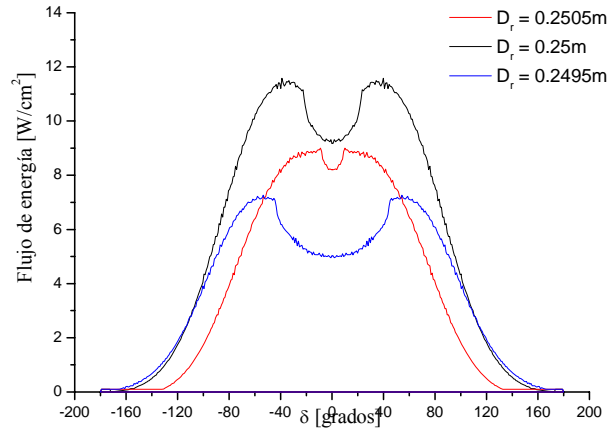
La figura 3.6 muestran el Caso iii) donde la fuente de radiación incidente también es uniforme, y la posición del receptor con respecto a la distancia focal  $D_f$  es de 0.25 m, la abertura del concentrador  $A_a$  toma el valor de 1.0 m y ahora es el radio del receptor  $D_r$  el que varía tomando los valores de 0.005, 0.01, 0.02, 0.025 m.



**Figura 3.6.** Estudio paramétrico en un concentrador CCP, suponiendo un Sol uniforme. Caso en donde se varía el diámetro del receptor manteniendo constante la abertura del concentrador ( $A_a = 1.00$  m) y la distancia focal ( $D_f = 0.25$  m).

En esta figura es claro ver que si el diámetro del fotorreactor crece existe mayor distribución de los rayos incidentes en la superficie del receptor, provocando menor concentración radiativa. La distribución que corresponde a  $D_r = 0.005$  m es el caso del diámetro ideal, es decir, sin considerar errores ópticos en la superficie del concentrador.  $D_r = 0.025$  m corresponde al diámetro real del fotorreactor utilizado comúnmente para procesos de fotocatalisis en concentradores de tipo CPC. El columpio que se forma en la parte central para los casos donde  $D_r = 0.02$  y  $D_r = 0.025$  m representa mayor sombreado en esa zona del fotorreactor, debido a que el diámetro es mayor que en los otros dos casos.

La figura 3.7 muestran el Caso iv) donde la fuente de radiación tiene una distribución en su densidad de flujo de forma gaussiana, el radio del receptor  $D_r$  es de 0.0047 m y la abertura del concentrador  $A_a$  es de 1.00 m. En ésta figura se presentan tres distribuciones correspondientes a las posiciones del receptor con respecto a la distancia focal de  $D_f = 0.2495, 0.25, 0.2505$  m.

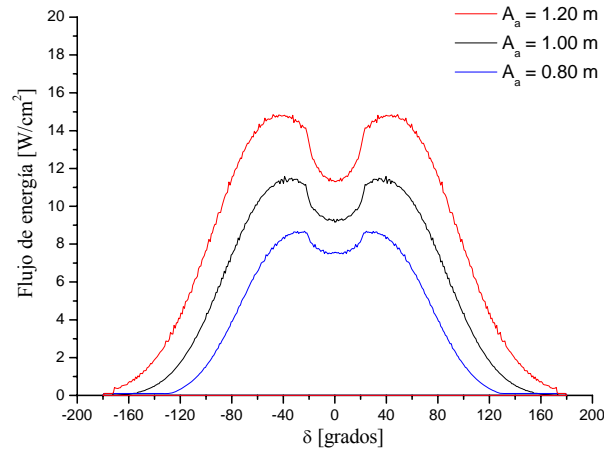


**Figura 3.7.** Estudio paramétrico en un concentrador CCP, suponiendo un Sol gaussiano. Caso en donde se varía la distancia focal y se mantiene constante la abertura del concentrador ( $A_a = 1.00$  m). El diámetro del fotorreactor es  $D = 0.0047$  m.

El caso que se ve en la figura 3.7 es muy similar al de la figura 3.4. Las distribuciones que se obtienen para el caso de un Sol gaussiano, tienen el mismo comportamiento que cuando se considera un Sol uniforme, solo que para el primer caso, los máximos de densidad de flujo de energía se suavizan en comparación a las distribuciones de la figura 3.4. La concentración radiativa es menor en las distribuciones que tienen al fotorreactor ya sea por arriba o por abajo del foco, que el caso de donde se tiene una distancia focal de 0.25m, esto es porque en el foco del concentrador se recibe mayor cantidad de radiación.

La figura 3.8 muestran el Caso v) donde la fuente de radiación tiene una distribución en su densidad de flujo de forma gaussiana, el radio del receptor  $D_r$  varía, según el ángulo de borde que corresponde a las ecs. (2.14) y (2.15), de 0.0038 a 0.0056 m; la posición del receptor con

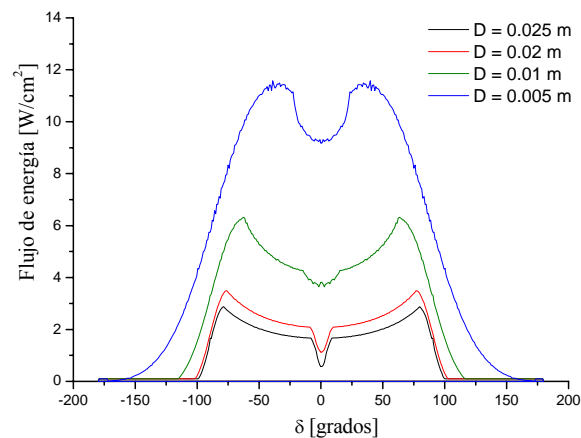
respecto a la distancia focal  $D_f$  es de 0.25 m y la abertura del concentrador  $A_a$  toma los valores de 0.80, 1.0, 1.20 m.



**Figura 3.8.** Estudio paramétrico en un concentrador CCP, suponiendo un Sol gaussiano. Caso en donde se varía la abertura del concentrador manteniendo la distancia focal constante ( $D_f = 0.25$  m).

Análogamente a la figura 3.5, en la figura 3.8 se tiene que a mayor abertura, mayor es la energía que incide en el concentrador y por lo tanto, mayor es la cantidad de rayos reflejados en la parte superior del fotorreactor; por eso la razón de la amplitud del columpio. Para el caso donde sea menor la abertura del concentrador, la situación es la misma, solo que viceversa.

La figura 3.9 muestran el Caso vi) donde la fuente de radiación incidente también es gaussiana, y la posición del receptor con respecto a la distancia focal  $D_f$  es de 0.25 m, la abertura del concentrador  $A_a$  toma el valor de 1.0 m y ahora es el radio del receptor  $D_r$  el que varía tomando los valores de 0.005, 0.01, 0.02, 0.025 m.



**Figura 3.9.** Estudio paramétrico en un concentrador CCP, suponiendo un Sol Gaussiano. Caso en donde se varía el diámetro del receptor manteniendo constante la abertura del concentrador ( $A_a = 1.00$  m) y la distancia focal ( $D_f = 0.25$  m).

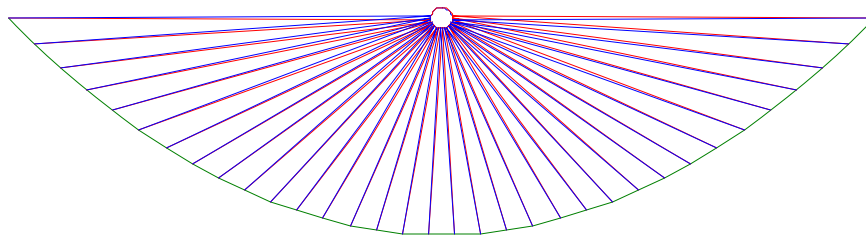
El caso de la figura 3.9 es similar al de la figura 3.6. La concentración que se obtiene con un diámetro  $D_r = 0.025$  m, que corresponde al diámetro real, es menor que para el caso donde  $D_r = 0.005$  m, que corresponde al diámetro ideal. El columpio que se forma en la parte central para los casos donde  $D_r = 0.02$  y  $D_r = 0.025$  m representa mayor sombreamiento en esa zona del fotorreactor como en la figura 3.6, debido a que el diámetro es mayor que en los otros dos casos.

A continuación se muestra el estudio tanto de trazado de rayos, como las distribuciones que se obtienen, considerando las características reales del DICEF, éstas se muestran en la tabla 3.2

**Tabla 3.2.** Especificaciones de diseño del DICEF.

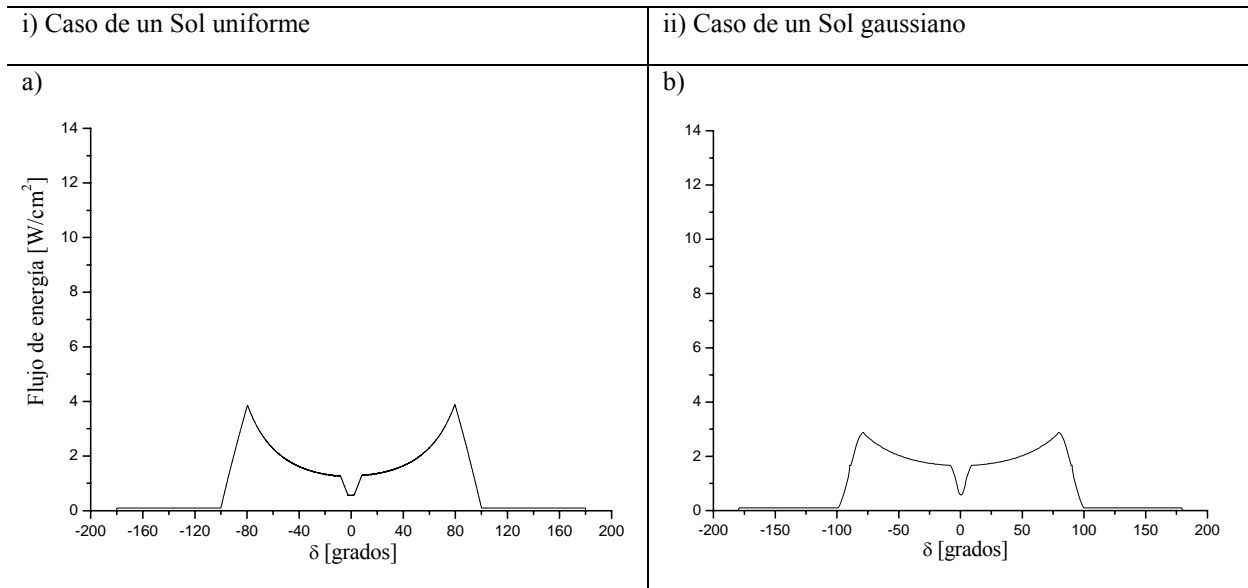
Especificaciones de diseño	Medida
Abertura del concentrador	1.00m
Distancia focal	0.25m
Diámetro del fotorreactor	0.025m
Angulo de aceptación	90°

La figura 3.10 muestra el trazado de rayos para el cálculo de la distribución de densidad de flujo radiativo concentrado en el fotorreactor. En este caso se toman las características mostradas en la tabla 3.2. Este trazado de rayos sirve para ambos casos de modelo de Sol.



**Figura 3.10.** Trazado de rayos para el cálculo de la distribución de densidad de flujo radiativo concentrado en el fotorreactor del concentrador DICEF que es un captador de tipo CCP.

La figura 3.11 muestra las distribuciones fotónicas calculadas en la superficie del fotorreactor tubular del DICEF, para i) Sol uniforme y ii) Sol gaussiano. La figura 3.11a y 3.11b muestra la distribución de densidad de flujo radiativo concentrado en coordenadas cartesianas.



**Figura 3.11.** Distribución de densidad de flujo radiativo en el fotorreactor tubular para el concentrador DICEF considerando: i) un Sol uniforme y ii) un Sol gaussiano. a) y b) Coordenadas cartesianas.

Las distribuciones que se obtienen en la figura 3.11 corresponden a un diámetro mayor que para el caso anterior, y el resultado que se observa es de una menor concentración a lo largo de la superficie del fotorreactor, suponiendo cualquiera de los dos casos i) Sol uniforme y ii) Sol gaussiano.

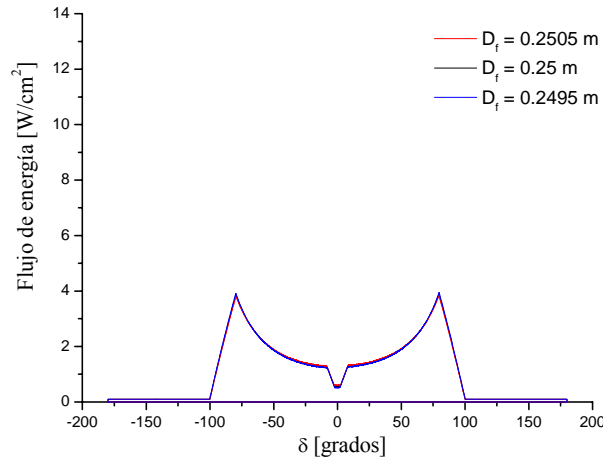
### ESTUDIO PARAMÉTRICO

A continuación se presenta un estudio paramétrico para el concentrador DICEF. El receptor utilizado en el cálculo de las distribuciones fotónicas presentadas en la figura 3.3 tienen un diámetro  $D_r = 0.025$  m que corresponde al diámetro real, por el que circula el líquido a tratar. Con este diámetro de receptor y considerando primero un Sol Uniforme (SU) y después un Sol Gaussiano (SG), se analizará la influencia en la distribución fotónica de la variación de la posición del receptor ( $D_f$ ) respecto a la distancia focal y de la variación del área de la apertura ( $A_a$ ) del CCP, como en el caso anterior donde  $D_r = 0.0047$ m. Así se tendrán los siguientes casos:

- |      |     |                  |                       |                           |
|------|-----|------------------|-----------------------|---------------------------|
| i)   | SU, | $D_r = 0.025$ m, | $A_a = 1$ m,          | $D_f = 0.2495 - 0.2505$ m |
| ii)  | SU, | $D_r = 0.025$ m, | $A_a = 0.80 - 1.20$ m | $D_f = 0.25$ m            |
| iii) | SG, | $D_r = 0.025$ m, | $A_a = 1$ m,          | $D_f = 0.2495 - 0.2505$ m |

iv) SG,  $D_r = 0.025$  m,  $A_a = 0.80 - 1.20$  m  $D_f = 0.25$  m

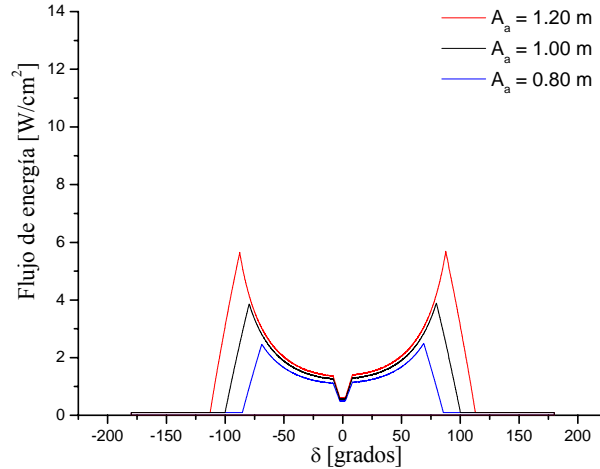
La figura 3.12 muestran el Caso i) donde la fuente de radiación tiene una distribución en su densidad de flujo de forma uniforme, el diámetro del receptor  $D_r$  es de 0.025 m y la abertura del concentrador  $A_a$  es de 1.00 m. En ésta figura se presentan tres distribuciones correspondientes a las posiciones del receptor con respecto a la distancia focal de  $D_f = 0.2495$ , 0.25, 0.2505 m.



**Figura 3.12.** Estudio paramétrico en un concentrador CCP- DICEF, suponiendo un Sol uniforme. Caso en donde se varía la distancia focal y se mantiene constante la abertura del concentrador ( $A_a = 1.00$  m). El diámetro del fotorreactor es  $D_r = 0.025$  m.

Al analizar la figura 3.12 se puede decir que no existe prácticamente ninguna variación en las distribuciones de densidad de flujo de energía de radiación, esto se debe a que se considera un diámetro mucho más grande que para el caso de la figura 3.4. Al mover la posición del receptor distancias tan pequeñas, provoca que no exista ningún cambio relativo en las distribuciones.

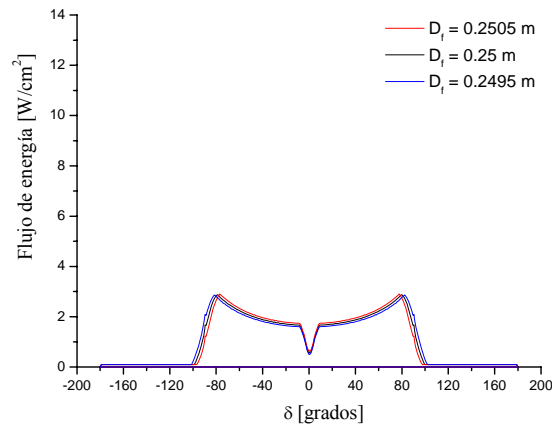
La figura 3.13 muestra el caso ii) donde la fuente de radiación tiene una distribución en su densidad de flujo de forma uniforme, el diámetro del receptor es de 0.025 m, la posición del receptor con respecto a la distancia focal  $D_f$  es de 0.25 m y la abertura del concentrador  $A_a$  toma los valores de 0.80, 1.00, 1.20 m.



**Figura 3.13.** Estudio paramétrico en un concentrador CCP- DICEF, suponiendo un Sol uniforme. Caso en donde se varía la abertura del concentrador manteniendo la distancia focal constante ( $D_f = 0.25$  m). El diámetro del fotorreactor es  $D_r = 0.025$  m.

Para el caso que se muestra en la figura 3.13 se observa que en comparación al de la figura 3.5, el comportamiento es semejante, sin embargo la concentración es mucho menor.

La figura 3.14 muestran el Caso iii) donde la fuente de radiación tiene una distribución en su densidad de flujo de forma gaussiana, el radio del receptor  $D_r$  es de 0.025 m y la abertura del concentrador  $A_a$  es de 1.00 m. En ésta figura se presentan tres distribuciones correspondientes a las posiciones del receptor con respecto a la distancia focal de  $D_f = 0.2495, 0.25, 0.2505$  m.

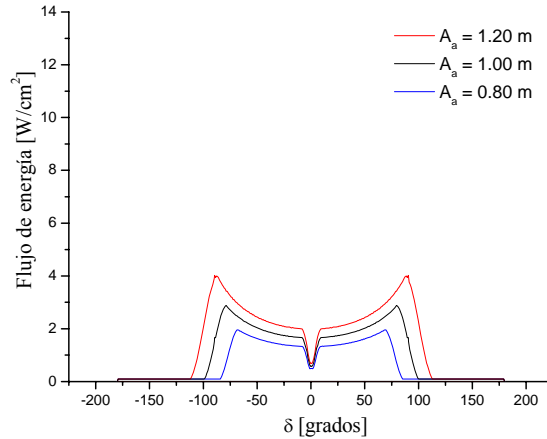


**Figura 3.14.** Estudio paramétrico en un concentrador CCP- DICEF, suponiendo un Sol gaussiano. Caso en donde se varía la distancia focal y se mantiene constante la abertura del concentrador ( $A_a = 1.00$  m). El diámetro del fotorreactor es  $D_r = 0.025$  m.



El comportamiento de la figura 3.14 es similar al de la figura 3.12, y las razones por las cuales las distribuciones de densidad de flujo radiativo no tienen ninguna variación se deben a que el diámetro del receptor es mucho más grande que el mostrado en la figura 3.7.

La figura 3.15 muestra el caso iv) donde la fuente de radiación tiene una distribución en su densidad de flujo de forma gaussiana, el radio del receptor  $D_r$  es de 0.025 m, la posición del receptor con respecto a la distancia focal  $D_f$  es de 0.25 m y la abertura del concentrador  $A_a$  toma valores de 0.80, 1.00, 1.20 m.



**Figura 3.15.** Estudio paramétrico en un concentrador CCP- DICEF, suponiendo un Sol gaussiano. Caso en donde se varía la abertura del concentrador manteniendo la distancia focal constante ( $D_f = 0.25$  m). El diámetro del fotorreactor es  $D_r = 0.025$  m.

Finalmente se obtiene en la figura 3.15 el estudio cuando se hace variar la abertura del concentrador. En ella se observa un comportamiento semejante al de la figura 3.8, solo que en este caso la concentración es menor.

### AJUSTE POLINOMIAL A LAS FUNCIONES DE DISTRIBUCIÓN DE DENSIDAD DE FLUJO DE ENERGÍA

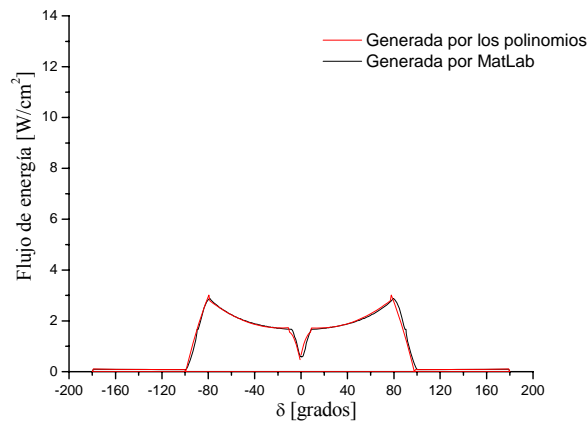
Como ya se menciona, la razón por la cual se encuentran estas distribuciones, se debe a que estos gráficos funcionan como condición de frontera para la ecuación de transporte de radiación. Sin embargo estas gráficas se calculan de manera numérica con base en los algoritmos vistos en el capítulo anterior, lo cual resulta poco viable para utilizarse como condición de frontera, por lo que se busca una función que se aproxime a las curvas generadas por los programas y dependa de la posición que ocupa cada rayo que intercepta en el fotorreactor. Para encontrar estas funciones, aproximamos la curva tomando intervalos, a una serie de polinomios como se muestra en la tabla 3.3.

**Tabla 3.3.** Funciones  $F(d)$  para un concentrador CCP - DICEF suponiendo un Sol gaussiano.

Intervalo	Función	Coefficientes
$-180^\circ \leq \delta < -96^\circ$	$F_1(\delta) = a_1 + b_1\delta + c_1\delta^2$	$a_1 = 0.0658$
		$b_1 = -1.859 \times 10^{-5}$
		$c_1 = 1.031 \times 10^{-6}$
$-96^\circ \leq \delta < -79^\circ$	$F_2(\delta) = a_2 + b_2\delta + c_2\delta^2$	$a_2 = 1.1846$
		$b_2 = -0.1628$
		$c_2 = -1.773 \times 10^{-3}$
$-79^\circ \leq \delta < -15^\circ$	$F_3(\delta) = a_3 + b_3\delta + c_3\delta^2$	$a_3 = 1.8005$
		$b_3 = 9.714 \times 10^{-3}$
		$c_3 = 2.886 \times 10^{-4}$
$-15^\circ \leq \delta < 0^\circ$	$F_4(\delta) = a_4 + b_4\delta + c_4\delta^2 + d_4\delta^3$	$a_4 = 0.4692$
		$b_4 = -0.2191$
		$c_4 = -0.0104$
		$d_4 = -7.371 \times 10^{-5}$

Solo se analiza el caso donde se supone un Sol gaussiano, debido a que se aproxima más a la realidad. Como la gráfica es simétrica, para el intervalo de  $0^\circ$  a  $180^\circ$  las funciones son las mismas que en la tabla 3.3, solo cambia el signo de los coeficientes donde  $d$  es impar.

La figura 3.16 muestra la distribución de densidad de flujo radiativo en el fotorreactor para el caso de un Sol gaussiano en un CCP, considerando las características reales del DICEF mostradas en la tabla 3.2. Esta distribución es generada con base a las funciones mostradas en la tabla 3.3.



**Figura 3.16.** Distribución de densidad de flujo radiativo para un CCP – DICEF, generada con base en los polinomios de la tabla 3.3.

Se puede observar que existe gran similitud entre la distribución de la figura 3.11d, generada numéricamente, con la distribución de la figura 3.16, generada por medio de un conjunto de polinomios. Esto indica que para las condiciones de frontera que se requieren para resolver la ecuación de transporte de radiación en el interior del fotorreactor, se puede utilizar esta aproximación realizada a base de polinomios.

### 3.2 Concentrador parabólico compuesto (CPC)

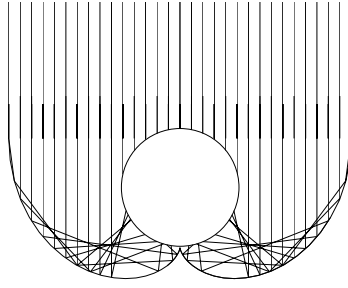
Para la modelación de la distribución de la densidad de flujo de energía en el receptor se tomo como referencia una serie de pequeños concentradores de tipo CPC, utilizados en varios estudios de fotocatalisis en el CIE-UNAM. Cada uno de los CPCs tiene las características de la tabla 3.4.

**Tabla 3.4.** Especificaciones de diseño para un sistema CPC.

<b>Especificaciones de diseño</b>	<b>Medida</b>
Semiángulo de aceptación	90°
Abertura del concentrador	0.075m
Longitud del concentrador	1.00m
Diámetro del fotorreactor	0.025m

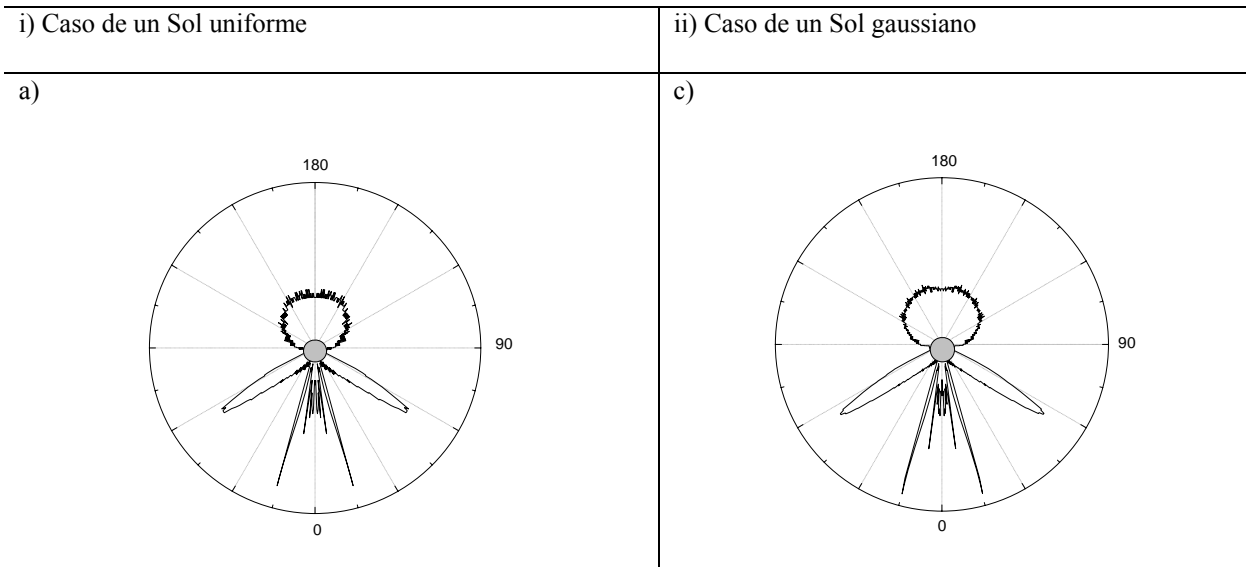
Semejante al caso del CCP, es claro ver que al ser una solución numérica la que permite el cálculo de la distribución fotónica en el fotorreactor, ésta es una aproximación y depende del número N (rayos incidentes), del número M (subintervalos en el fotorreactor) y K (subdivisiones en el cono solar incidente) para el caso gaussiano. Por esta razón se hizo nuevamente un estudio de independencia de malla para que las distribuciones finales no dependieran de los tamaños de las mallas y del número de rayos. Después de este análisis se encontró que N debe ser igual o mayor a 3000 para un Sol uniforme y mayor o igual a 600 para el Sol gaussiano; que M debe ser igual o mayor a 800 para el Sol uniforme y mayor o igual que 300 para el Sol gaussiano; y que K debe ser igual o mayor a 200 subdivisiones.

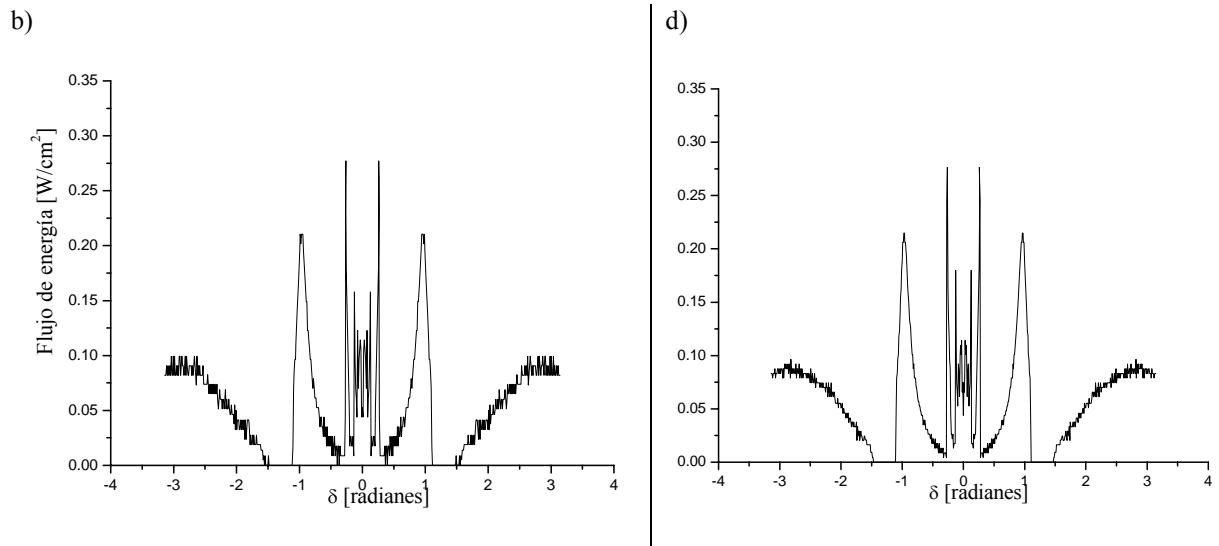
La figura 3.17 muestra el trazado de rayos para el cálculo de la distribución de densidad de flujo radiativo concentrado en el fotorreactor, del concentrador CPC, considerando el ángulo de radiación incidente de 0°. Este trazado de rayos sirve para ambos casos de modelo de Sol.



**Figura 3.17.** Trazado de rayos para el cálculo de la distribución de densidad de flujo radiativo concentrado en el fotorreactor del concentrador CPC con un ángulo de radiación incidente de  $0^\circ$ .

La figura 3.18 muestra las distribuciones fotónicas calculadas en el fotorreactor tubular del CPC, para una radiación incidente de  $0^\circ$ ; para i) el caso de un Sol uniforme y ii) el caso de un Sol gaussiano. Las figuras 3.18a y 3.18c, muestran la distribución de densidad de flujo radiativo concentrado en el fotorreactor en coordenadas polares, en tanto que las figuras 3.18b y 3.18d lo hace para coordenadas cartesianas.





**Figura 3.18.** Distribución de densidad de flujo radiativo en el fotorreactor tubular para un concentrador CPC, considerando i) un Sol uniforme, y ii) un Sol gaussiano con ángulo de aceptación de  $90^\circ$  y un ángulo de radiación incidente de  $0^\circ$  (hora solar 12:00). a) y c) Representación esquemática de la densidad de flujo radiativo en el fotorreactor en coordenadas polares; b) y d) Coordenadas cartesianas.

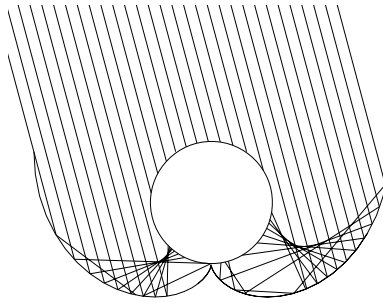
En la figura 3.18 se puede ver que la curva que se obtiene se distribuye de manera uniforme a lo largo del fotorreactor, lo cual es importante para aplicaciones fotocatalíticas solares. Como se puede ver en la figura existe poca diferencia entre el caso de un Sol uniforme y un Sol gaussiano, sin embargo, para sistemas realistas se recomienda utilizar el caso de un Sol gaussiano debido a que se asemeja más a la realidad que el caso de un Sol uniforme.

## ESTUDIO PARAMÉTRICO HORARIO

### Caso $\gamma = 15^\circ$

A continuación se presenta un estudio paramétrico para el concentrador CPC. Se considera primero el caso de un Sol Uniforme y después un Sol Gaussiano, se analizará la influencia en la distribución fotónica de la variación del ángulo con el que inciden los rayos al concentrador. En éste se toman las 5 horas previas al medio día solar y se obtiene la distribución de densidad de flujo radiativo para cada hora.

La figura 3.19 muestra el trazado de rayos para el cálculo de la distribución de densidad de flujo radiativo concentrado en el fotorreactor, del concentrador CPC, considerando el ángulo de radiación incidente de  $15^\circ$ . Este trazado de rayos sirve para ambos casos de modelo de Sol.



**Figura 3.19.** Trazado de rayos para el cálculo de la distribución de densidad de flujo radiativo concentrado en el fotorreactor del concentrador CPC con un ángulo de radiación incidente de  $15^\circ$ .

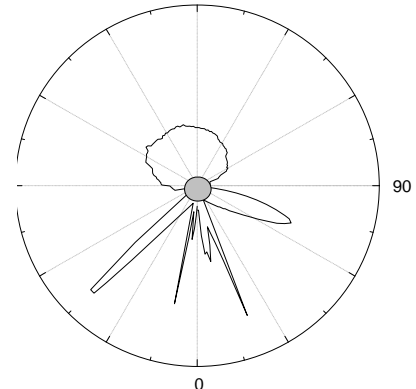
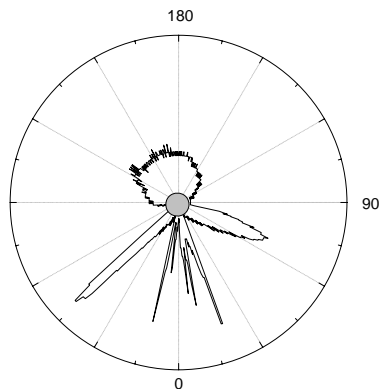
La figura 3.20 muestra las distribuciones fotónicas calculadas en el fotorreactor tubular del CPC, para una radiación incidente de  $15^\circ$ ; para i) el caso de un Sol uniforme y ii) el caso de un Sol gaussiano. Las figuras 3.20a y 3.20c, muestran la distribución de densidad de flujo radiativo concentrado en el fotorreactor en coordenadas polares, en tanto que las figuras 3.20b y 3.20d lo hace para coordenadas cartesianas.

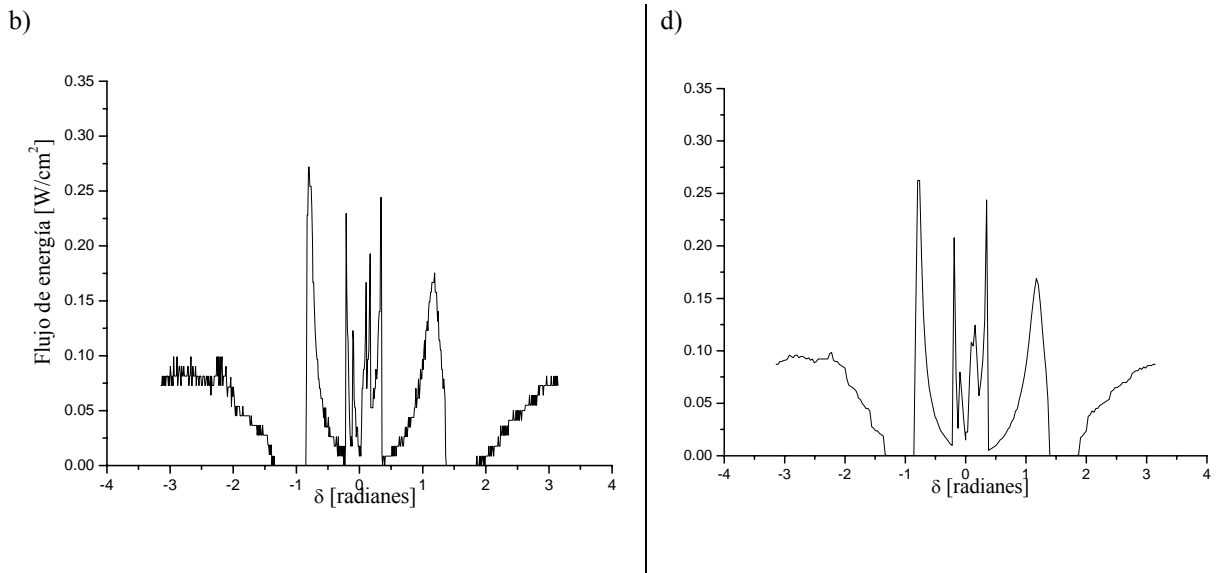
i) Caso de un Sol uniforme

ii) Caso de un Sol gaussiano

a)

c)



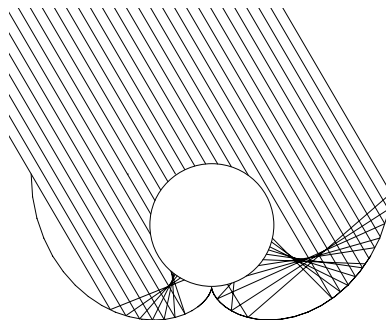


**Figura 3.20.** Distribución de densidad de flujo radiativo en el fotorreactor tubular para un concentrador CPC, considerando un Sol uniforme, y un Sol gaussiano con ángulo de aceptación de  $90^\circ$  y un ángulo de radiación incidente de  $45^\circ$  (hora solar 11:00). a) y c) Representación esquemática de la densidad de flujo radiativo en el fotorreactor, b) y d) Coordenadas cartesianas.

En la figura 3.20 se observa que la radiación se distribuye de manera uniforme a lo largo de la superficie del fotorreactor, sin embargo, a diferencia de la figura 3.18, la concentración de densidad de flujo de energía es menor en cada pico de la distribución. La diferencia entre el caso de un Sol uniforme con el de un Sol gaussiano es mínima, sin embargo para el segundo se ve mejor definida la curva de distribución que en inciso b).

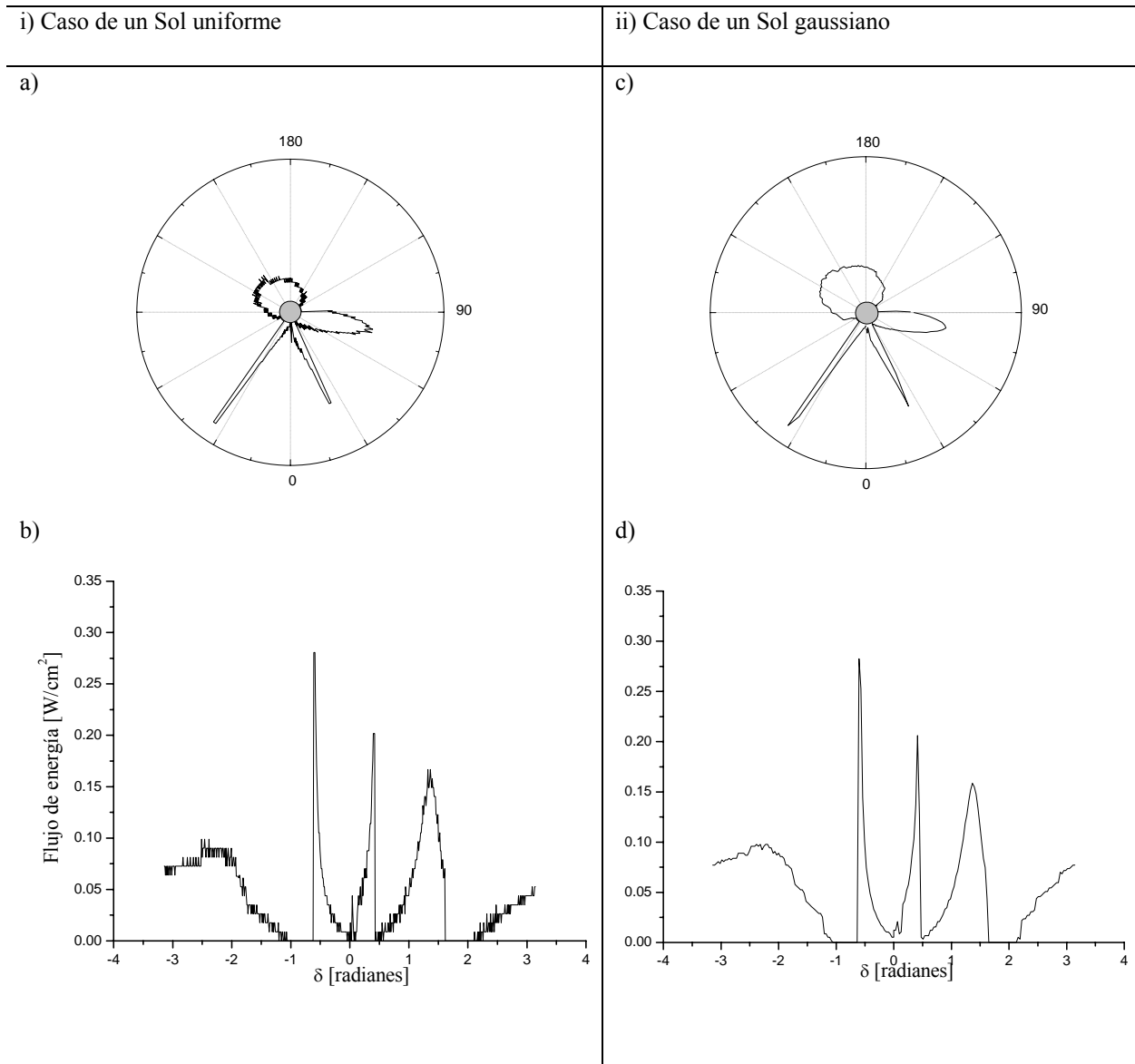
#### Caso $\gamma = 30^\circ$

La figura 3.21 muestra el trazado de rayos para el cálculo de la distribución de densidad de flujo radiativo concentrado en el fotorreactor, del concentrador CPC, considerando el ángulo de radiación incidente de  $30^\circ$ . Este trazado de rayos sirve para ambos casos de modelo de Sol.



**Figura 3.21.** Trazado de rayos para el cálculo de la distribución de densidad de flujo radiativo concentrado en el fotorreactor del concentrador CPC con un ángulo de radiación incidente de  $30^\circ$ .

La figura 3.22 muestra las distribuciones fotónicas calculadas en el fotorreactor tubular del CPC, para una radiación incidente de  $30^\circ$ ; para i) el caso de un Sol uniforme y ii) el caso de un Sol gaussiano. Las figuras 3.22a y 3.22c, muestran la distribución de densidad de flujo radiativo concentrado en el fotorreactor en coordenadas polares, en tanto que las figuras 3.22b y 3.22d lo hace para coordenadas cartesianas.



**Figura 3.22.** Distribución de densidad de flujo radiativo en el fotorreactor tubular para un concentrador CPC, considerando i) un Sol uniforme, y ii) un Sol gaussiano con ángulo de aceptación de  $90^\circ$  y un ángulo de radiación incidente de  $30^\circ$  (hora solar 10:00). a) y c) Representación esquemática de la densidad de flujo radiativo en el fotorreactor, b) y d) Coordenadas cartesianas.

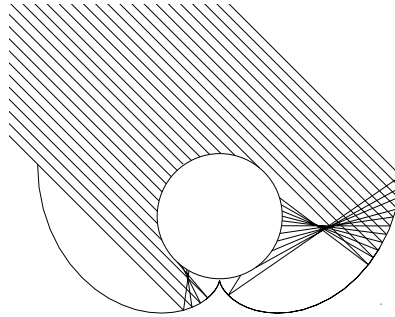
Las distribuciones que se muestran en la figura 3.22 son menos uniformes que en las figuras anteriores. Los picos que se forman en las distribuciones indican que la cantidad de rayos que



caen en ese intervalo es mayor que en el resto del fotorreactor y por lo tanto la concentración es alta.

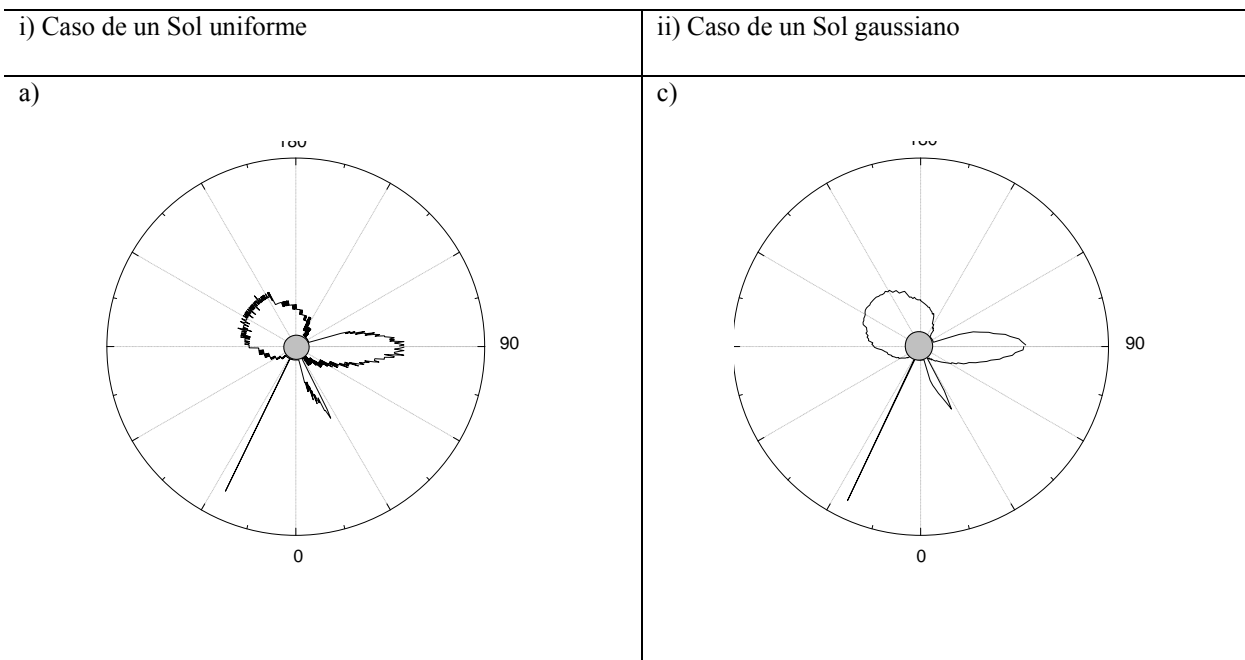
**Caso  $\gamma = 45^\circ$**

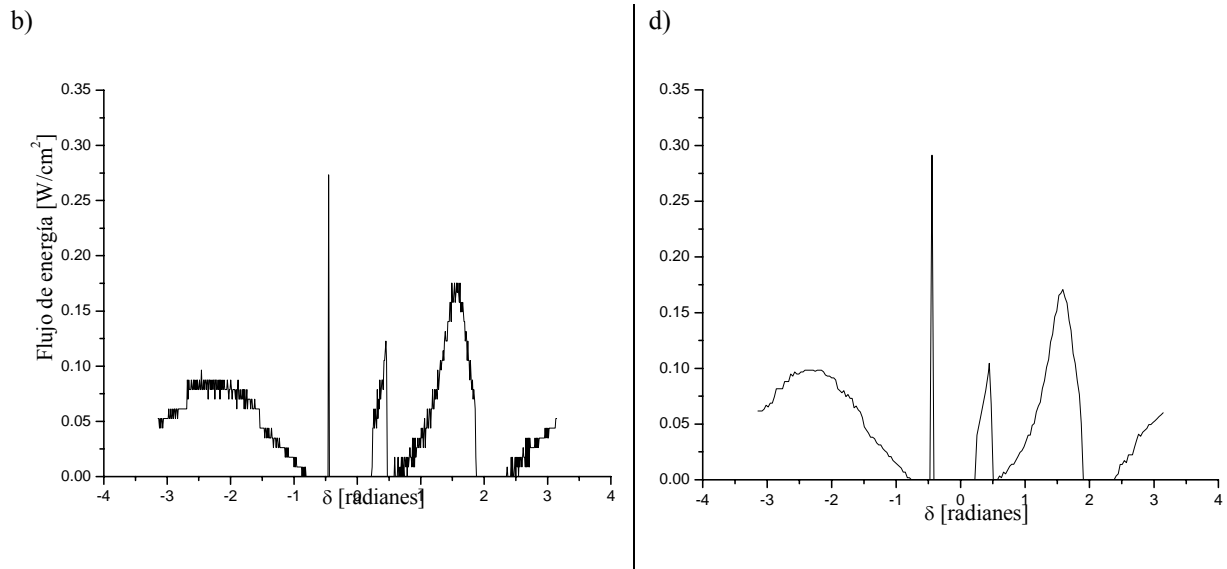
La figura 3.23 muestra el trazado de rayos para el cálculo de la distribución de densidad de flujo radiativo concentrado en el fotorreactor, del concentrador CPC, considerando el ángulo de radiación incidente de  $45^\circ$ . Este trazado de rayos sirve para ambos casos de modelo de Sol.



**Figura 3.23.** Trazado de rayos para el cálculo de la distribución de densidad de flujo radiativo concentrado en el fotorreactor del concentrador CPC con un ángulo de radiación incidente de  $45^\circ$ .

La figura 3.24 muestra las distribuciones fotónicas calculadas en el fotorreactor tubular del CPC, para una radiación incidente de  $45^\circ$ ; para i) el caso de un Sol uniforme y ii) el caso de un Sol gaussiano. Las figuras 3.24a y 3.24c, muestran la distribución de densidad de flujo radiativo concentrado en el fotorreactor en coordenadas polares, en tanto que las figuras 3.24b y 3.24d lo hace para coordenadas cartesianas.



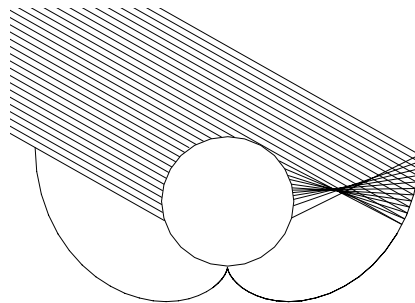


**Figura 3.24.** Distribución de densidad de flujo radiativo en el fotorreactor tubular para un concentrador CPC, considerando i) un Sol uniforme, y ii) un Sol gaussiano con ángulo de aceptación de  $90^\circ$  y un ángulo de radiación incidente de  $45^\circ$  (hora solar 9:00). a) y c) Representación esquemática de la densidad de flujo radiativo en el fotorreactor, b) y d) Coordenadas cartesianas.

Para la figura 3.24, que es el caso donde la radiación incide con un ángulo de  $45^\circ$  con respecto al eje del concentrador, se observa que la mayor parte de la concentración se da en la parte media-superior del fotorreactor, sin embargo existen aún rayos que caen en la parte inferior de éste. En particular se tienen los rayos que caen en el intervalo de  $-30^\circ$  aproximadamente, estos rayos representan una gran cantidad de densidad de flujo de energía concentrado, provocando un pico muy alto en comparación al resto de la distribución.

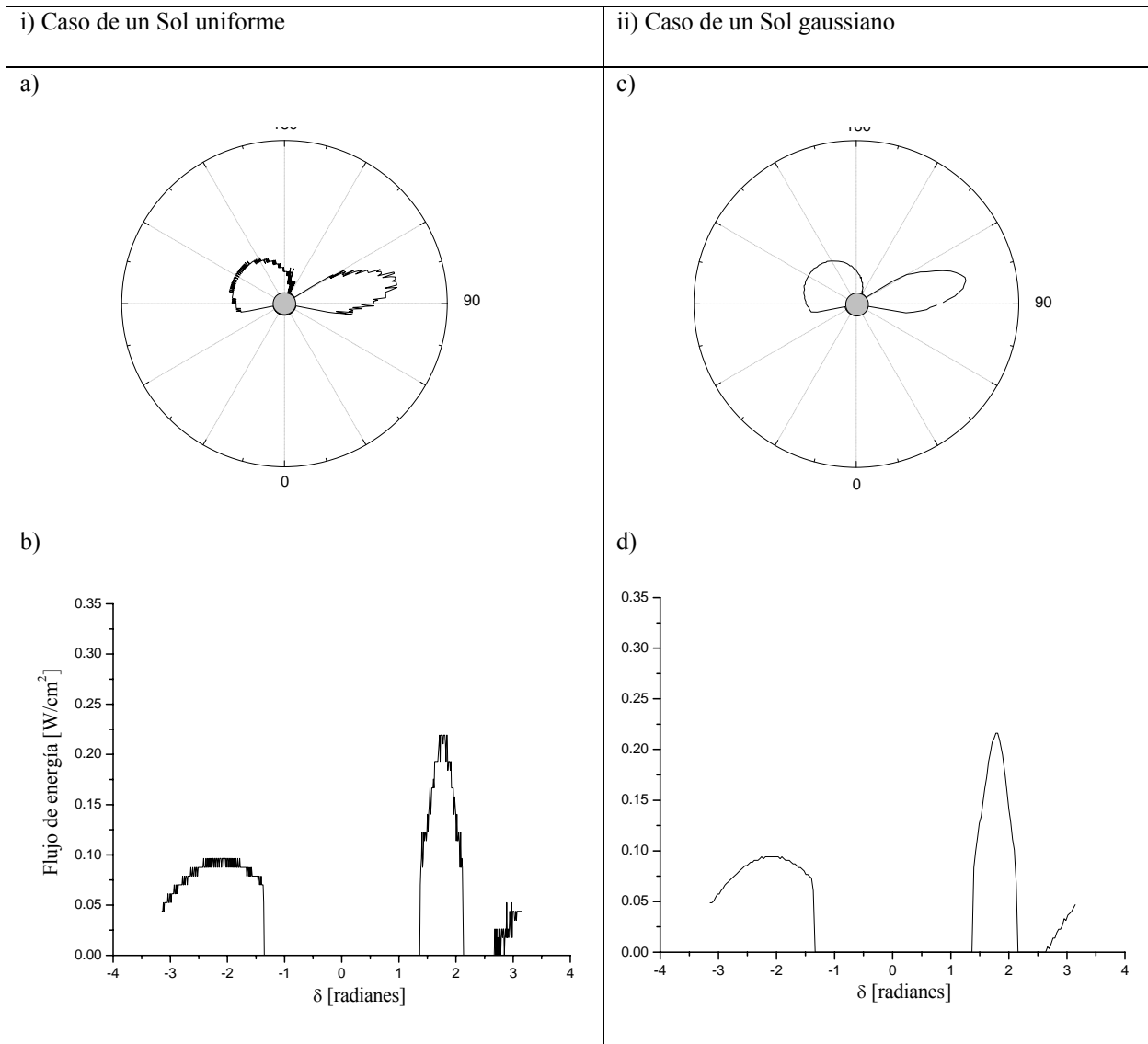
#### Caso $\gamma = 60^\circ$

La figura 3.25 muestra el trazado de rayos para el cálculo de la distribución de densidad de flujo radiativo concentrado en el fotorreactor, del concentrador CPC, considerando el ángulo de radiación incidente de  $60^\circ$ . Este trazado de rayos sirve para ambos casos de modelo de Sol.



**Figura 3.25.** Trazado de rayos para el cálculo de la distribución de densidad de flujo radiativo concentrado en el fotorreactor del concentrador CPC con un ángulo de radiación incidente de  $60^\circ$ .

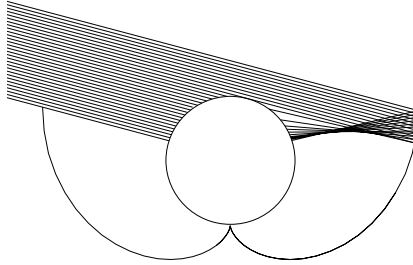
La figura 3.26 muestra las distribuciones fotónicas calculadas en el fotorreactor tubular del CPC, para una radiación incidente de  $60^\circ$ ; para i) el caso de un Sol uniforme y ii) el caso de un Sol gaussiano. Las figuras 3.26a y 3.26c, muestran la distribución de densidad de flujo radiativo concentrado en el fotorreactor en coordenadas polares, en tanto que las figuras 3.26b y 3.26d lo hace para coordenadas cartesianas.



**Figura 3.26.** Distribución de densidad de flujo radiativo en el fotorreactor tubular para un concentrador CPC, considerando i) un Sol uniforme, y ii) un Sol gaussiano con ángulo de aceptación de  $90^\circ$  y un ángulo de radiación incidente de  $60^\circ$  (hora solar 8:00). a) y c) Representación esquemática de la densidad de flujo radiativo en el fotorreactor, b) y d) Coordenadas cartesianas.

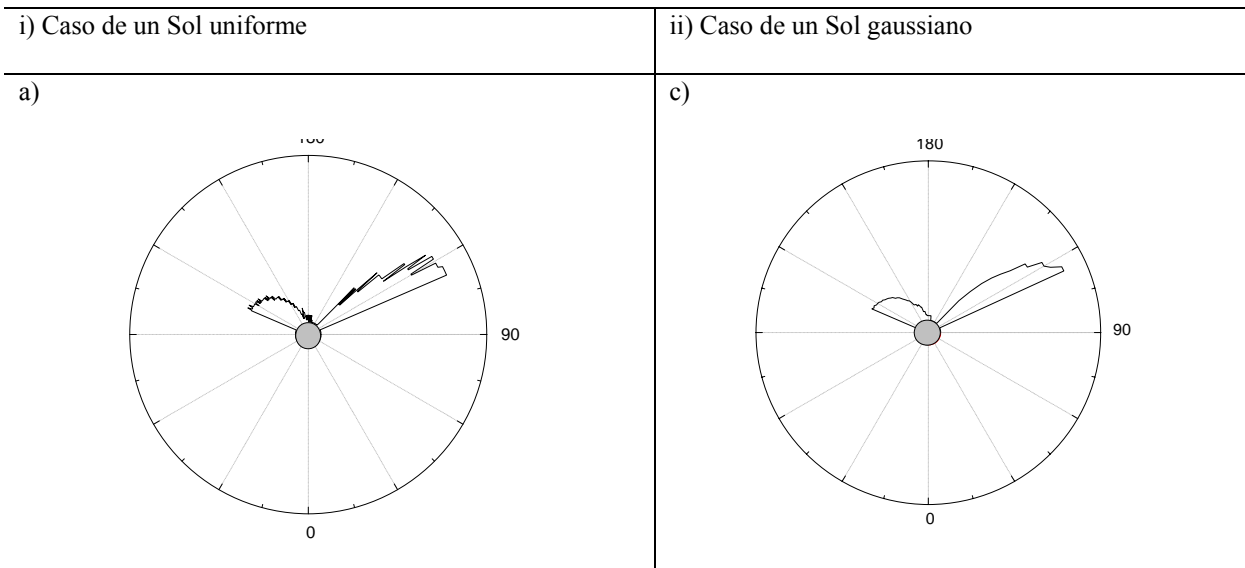
**Caso  $\gamma = 15^\circ$** 

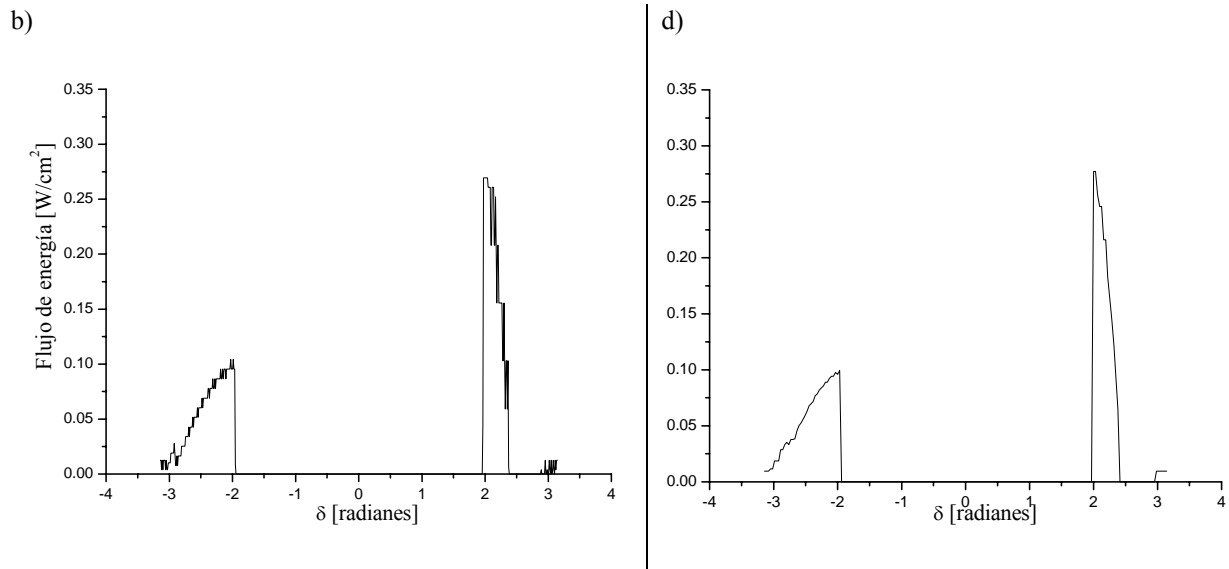
La figura 3.27 muestra el trazado de rayos para el cálculo de la distribución de densidad de flujo radiativo concentrado en el fotorreactor, del concentrador CPC, considerando el ángulo de radiación incidente de  $75^\circ$ . Este trazado de rayos sirve para ambos casos de modelo de Sol.



**Figura 3.27.** Trazado de rayos para el cálculo de la distribución de densidad de flujo radiativo concentrado en el fotorreactor del concentrador CPC con un ángulo de radiación incidente de  $75^\circ$ .

La figura 3.28 muestra las distribuciones fotónicas calculadas en el fotorreactor tubular del CPC, para una radiación incidente de  $75^\circ$ ; para i) el caso de un Sol uniforme y ii) el caso de un Sol gaussiano. Las figuras 3.28a y 3.28c, muestran la distribución de densidad de flujo radiativo concentrado en el fotorreactor en coordenadas polares, en tanto que las figuras 3.28b y 3.28d lo hace para coordenadas cartesianas.





**Figura 3.28.** Distribución de densidad de flujo radiativo en el fotorreactor tubular para un concentrador CPC, considerando i) un Sol uniforme, y ii) un Sol gaussiano con ángulo de aceptación de  $90^\circ$  y un ángulo de radiación incidente de  $75^\circ$  (hora solar 7:00). a) y c) Representación esquemática de la densidad de flujo radiativo en el fotorreactor en coordenadas polares; b) y d) Coordenadas cartesianas.

Para las figuras 3.26 y 3.28 es claro ver, con base en el trazado de rayos mostrado en el inciso a), que en la parte inferior del fotorreactor no hay rayos reflejados ni rayos incidentes y por consiguiente no hay concentración de energía en esta zona; toda la concentración de radiación se da en la parte superior del receptor como se muestra mas claramente en el inciso b).

Finalmente, de las figuras se tiene que durante las primeras horas de la mañana, ó las últimas de la tarde, la radiación ilumina predominantemente la parte superior del fotorreactor, mientras que para las horas centrales del día es la parte inferior la que recibe la mayor parte de la radiación captada por el CPC.

Las distribuciones de densidad de flujo radiativo en el fotorreactor considerando un Sol uniforme y un Sol gaussiano, para el caso de las horas posteriores del mediodía, son simétricas a las distribuciones obtenidas para el concentrador CPC.

### **AJUSTE POLINOMIAL A LAS FUNCIONES DE DISTRIBUCIÓN DE DENSIDAD DE FLUJO DE ENERGÍA.**

Similar al caso del CCP, se buscan las funciones dependientes de la posición del fotorreactor para el caso del CPC. Las funciones se aproximan a polinomios igual que en el caso anterior. Las tablas 3.5 – 3.10 muestran las funciones correspondientes a las figuras 3.16 – 3.26,

respectivamente. Es importante resaltar que las funciones se encontraron solo para el caso de un Sol gaussiano, debido a que se aproxima mas a la realidad.

**Tabla 3.5.** Funciones  $F(\delta)$  para un concentrador CPC suponiendo un Sol gaussiano, considerando un ángulo de incidencia de  $0^\circ$ .

Intervalo	Función	Coefficientes
$-180^\circ \leq \delta < -84^\circ$	$F_1(\delta) = a_1 + b_1\delta + c_1\delta^2 + d_1\delta^3$	$a_1 = -0.0866$
		$b_1 = -0.0079$
		$c_1 = 0.0591$
		$d_1 = 0.0142$
$-80^\circ \leq \delta < -63^\circ$	$F_2(\delta) = 0$	—
$-63^\circ \leq \delta < -55^\circ$	$F_3(\delta) = a_3 + b_3\delta + c_3\delta^2 + d_3\delta^3$	$a_3 = -1.2281$
		$b_3 = -1.8157$
		$c_3 = 1.642$
		$d_3 = 2.0424$
$-55^\circ \leq \delta < -16^\circ$	$F_4(\delta) = a_4 + b_4\delta + c_4\delta^2 + d_4\delta^3$	$a_4 = 0.0577$
		$b_4 = 0.1257$
		$c_4 = -0.1579$
		$d_4 = -0.4632$
$-16^\circ \leq \delta < -15^\circ$	$F_5(\delta) = a_5 + b_5\delta + c_5\delta^2$	$a_5 = -1.8941$
		$b_5 = -27.341$
		$c_5 = -72.823$
$-15^\circ \leq \delta < -8^\circ$	$F_6(\delta) = a_6 + b_6\delta + c_6\delta^2 + d_6\delta^3$	$a_6 = 0.3246$
		$b_6 = 3.372$
		$c_6 = 4.7128$
		$d_6 = -25.728$
$-9^\circ \leq \delta < -7^\circ$	$F_7(\delta) = a_7 + b_7\delta + c_7\delta^2$	$a_7 = 2.3762$
		$b_7 = 16.868$
		$c_7 = -4.4439$
$-7^\circ \leq \delta < -5^\circ$	$F_8(\delta) = a_8 + b_8\delta + c_8\delta^2$	$a_8 = -0.0611$
		$b_8 = 0.3967$
		$c_8 = 16.797$
$-5^\circ \leq \delta < -4^\circ$	$F_9(\delta) = a_9 + b_9\delta + c_9\delta^2$	$a_9 = 0.4416$
		$b_9 = 4.2547$
		$c_9 = -0.7309$

$-4^\circ \leq \delta < 0^\circ$	$F_{10}(\delta) = a_{10} + b_{10}\delta + c_{10}\delta^2 + d_{10}\delta^3 + e_{10}\delta^4$	$a_{10} = 0.0539$
		$b_{10} = -1.8059$
		$c_{10} = -16.767$
		$d_{10} = 23.714$
		$e_{10} = -20.593$

Como la gráfica es simétrica, para el intervalo de  $0^\circ$  a  $180^\circ$  las funciones son las mismas que en la tabla 2.2, solo cambia el signo de los coeficientes donde  $\delta$  tiene exponente impar.

**Tabla 3.6.** Funciones  $F(\delta)$  para un concentrador CPC suponiendo un Sol gaussiano, considerando un ángulo de incidencia de  $15^\circ$ .

Intervalo	Función	Coefficientes
$-180^\circ \leq \delta < -74^\circ$	$F_1(\delta) = a_1 + b_1\delta + c_1\delta^2 + d_1\delta^3$	$a_1 = -0.0949$
		$b_1 = -0.0267$
		$c_1 = 0.0632$
		$d_1 = 0.0172$
$-74^\circ \leq \delta < -49^\circ$	$F_2(\delta) = 0$	—
$-49^\circ \leq \delta < -43^\circ$	$F_3(\delta) = a_3 + b_3\delta + c_3\delta^2 + d_3\delta^3$	$a_3 = -9.8016$
		$b_3 = -15.977$
		$c_3 = 9.8784$
		$d_3 = 17.718$
$-43^\circ \leq \delta < -13^\circ$	$F_4(\delta) = a_4 + b_4\delta + c_4\delta^2$	$a_4 = 1.817 \times 10^{-10}$
		$b_4 = 0.999$
		$c_4 = 1.4663 \times 10^{-8}$
$-13^\circ \leq \delta < -11^\circ$	$F_5(\delta) = a_5 + b_5\delta + c_5\delta^2$	$a_5 = 1.2998$
		$b_5 = 5.3081$
		$c_5 = -2.2448$
$-11^\circ \leq \delta < -7^\circ$	$F_6(\delta) = a_6 + b_6\delta + c_6\delta^2$	$a_6 = 4.451 \times 10^{-3}$
		$b_6 = 1.7505$
		$c_6 = 14.569$
$-7^\circ \leq \delta < 0^\circ$	$F_7(\delta) = a_7 + b_7\delta + c_7\delta^2 + d_7\delta^3 + e_7\delta^4$	$a_7 = 8.343 \times 10^{-3}$
		$b_7 = -1.317$
		$c_7 = -5.7038$
		$d_7 = 19.918$
		$e_7 = -35.174$

$0^\circ \leq \delta < 9^\circ$	$F_8(\delta) = a_8 + b_8\delta + c_8\delta^2 + d_8\delta^3$	$a_8 = 0.0135$
		$b_8 = 0.8017$
		$c_8 = 2.2638$
		$d_8 = -18.639$
$9^\circ \leq \delta < 14^\circ$	$F_9(\delta) = a_9 + b_9\delta + c_9\delta^2 + d_9\delta^3$	$a_9 = 0.5701$
		$b_9 = -3.6276$
		$c_9 = 3.1582$
		$d_9 = 13.179$
$14^\circ \leq \delta < 20^\circ$	$F_{10}(\delta) = a_{10} + b_{10}\delta + c_{10}\delta^2 + d_{10}\delta^3$	$a_{10} = 1.0026$
		$b_{10} = -5.8277$
		$c_{10} = 3.3863$
		$d_{10} = 20.183$
$20^\circ \leq \delta < 22^\circ$	$F_{11}(\delta) = a_{11} + b_{11}\delta + c_{11}\delta^2$	$a_{11} = 2.3679$
		$b_{11} = -4.7617$
		$c_{11} = -3.7902$
$22^\circ \leq \delta < 69^\circ$	$F_{12}(\delta) = a_{12} + b_{12}\delta + c_{12}\delta^2$	$a_{12} = 0.0912$
		$b_{12} = -0.3348$
		$c_{12} = 0.3358$
$69^\circ \leq \delta < 80^\circ$	$F_{13}(\delta) = a_{13} + b_{13}\delta + c_{13}\delta^2$	$a_{13} = -2.8376$
		$b_{13} = 5.3282$
		$c_{13} = -2.3571$
$80^\circ \leq \delta < 105^\circ$	$F_{14}(\delta) = 0$	—
$105^\circ \leq \delta < 180^\circ$	$F_{15}(\delta) = a_{15} + b_{15}\delta + c_{15}\delta^2$	$a_{15} = -0.3456$
		$b_{15} = 0.2699$
		$c_{15} = -0.0422$

**Tabla 3.7.** Funciones  $F(\delta)$  para un concentrador CPC suponiendo un Sol gaussiano, considerando un ángulo de incidencia de  $30^\circ$ .

Intervalo	Función	Coefficientes
$-180^\circ \leq \delta < -60^\circ$	$F_1(\delta) = a_1 + b_1\delta + c_1\delta^2$	$a_1 = -0.2109$
		$b_1 = -0.2476$
		$c_1 = -0.0503$
$-60^\circ \leq \delta < -36^\circ$	$F_2(\delta) = 0$	—
$-36^\circ \leq \delta < -34^\circ$	$F_3(\delta) = a_3 + b_3\delta + c_3\delta^2$	$a_3 = 3.768$
		$b_3 = 2.8126$
		$c_3 = -4.9228$



$-34^\circ \leq \delta < 0^\circ$	$F_4(\delta) = a_4 + b_4\delta + c_4\delta^2 + d_4\delta^3 + e_4\delta^4$	$a_4 = 4.953 \times 10^{-3}$
		$b_4 = -0.1557$
		$c_4 = -0.7241$
		$d_4 = -0.2415$
		$e_4 = 2.9533$
$0^\circ \leq \delta < 24^\circ$	$F_5(\delta) = a_5 + b_5\delta + c_5\delta^2 + d_5\delta^3 + e_5\delta^4$	$a_5 = 8.383 \times 10^{-3}$
		$b_5 = 0.1563$
		$c_5 = -0.3929$
		$d_5 = 0.6672$
		$e_5 = 4.8194$
$24^\circ \leq \delta < 29^\circ$	$F_6(\delta) = a_6 + b_6\delta + c_6\delta^2 + d_6\delta^3$	$a_6 = 2.1557$
		$b_6 = -4.9395$
		$c_6 = -2.9859$
		$d_6 = 8.4577$
$29^\circ \leq \delta < 80^\circ$	$F_7(\delta) = a_7 + b_7\delta + c_7\delta^2 + d_7\delta^3$	$a_7 = 0.0173$
		$b_7 = -0.0408$
		$c_7 = -7.494 \times 10^{-3}$
		$d_7 = 0.0823$
$80^\circ \leq \delta < 94^\circ$	$F_8(\delta) = a_8 + b_8\delta + c_8\delta^2 + d_8\delta^3$	$a_8 = -0.6229$
		$b_8 = 0.4562$
		$c_8 = 0.7129$
		$d_8 = -0.4589$
		$e_8 = -8.209 \times 10^{-5}$
$94^\circ \leq \delta < 122^\circ$	$F_9(\delta) = 0$	—
$122^\circ \leq \delta < 180^\circ$	$F_{10}(\delta) = a_{10} + b_{10}\delta + c_{10}\delta^2 + d_{10}\delta^3$	$a_{10} = -0.1532$
		$b_{10} = -0.0155$
		$c_{10} = -0.072$
		$d_{10} = -0.0139$

**Tabla 3.8.** Funciones  $F(\delta)$  para un concentrador CPC suponiendo un Sol gaussiano, considerando un ángulo de incidencia de  $45^\circ$ .

Intervalo	Función	Coefficientes
$-180^\circ \leq \delta < -44^\circ$	$F_1(\delta) = a_1 + b_1\delta + c_1\delta^2 + d_1\delta^3$	$a_1 = -0.0589$
		$b_1 = -0.0396$
		$c_1 = 0.0484$

		$d_1 = 0.0158$
$-44^\circ \leq \delta < -27^\circ$	$F_2(\delta) = 0$	—
$-27^\circ \leq \delta < -24^\circ$	$F_3(\delta) = a_3 + b_3\delta + c_3\delta^2 + d_3\delta^3$	$a_3 = -41.71$
		$b_3 = -154.73$
		$c_3 = -58.56$
		$d_3 = 173.15$
$-24^\circ \leq \delta < 13^\circ$	$F_4(\delta) = 0$	—
$13^\circ \leq \delta < 29^\circ$	$F_5(\delta) = a_5 + b_5\delta + c_5\delta^2 + d_5\delta^3 + e_5\delta^4 + f_5\delta^5 + g_5\delta^6$	$a_5 = -0.2196$
		$b_5 = 2.0362$
		$c_5 = -5.8637$
		$d_5 = 3.1107$
		$e_5 = 15.956$
		$f_5 = 4.9432$
		$g_5 = -54.347$
$29^\circ \leq \delta < 33^\circ$	$F_6(\delta) = 0$	—
$33^\circ \leq \delta < 91^\circ$	$F_7(\delta) = a_7 + b_7\delta + c_7\delta^2 + d_7\delta^3$	$a_7 = 9.393 \times 10^{-3}$
		$b_7 = -0.0269$
		$c_7 = -0.0106$
		$d_7 = 0.0609$
$91^\circ \leq \delta < 109^\circ$	$F_8(\delta) = a_8 + b_8\delta + c_8\delta^2 + d_8\delta^3$	$a_8 = -0.6708$
		$b_8 = 0.3357$
		$c_8 = 0.6689$
		$d_8 = -0.3444$
$109^\circ \leq \delta < 136^\circ$	$F_9(\delta) = 0$	—
$136^\circ \leq \delta < 180^\circ$	$F_{10}(\delta) = a_{10} + b_{10}\delta + c_{10}\delta^2 + d_{10}\delta^3$	$a_{10} = -0.1931$
		$b_{10} = -0.0288$
		$c_{10} = 0.0817$
		$d_{10} = -0.0149$

**Tabla 3.9.** Funciones  $F(\delta)$  para un concentrador CPC suponiendo un Sol gaussiano, considerando un ángulo de incidencia de  $60^\circ$ .

Intervalo	Función	Coefficientes
$-180^\circ \leq \delta < -76^\circ$	$F_1(\delta) = a_1 + b_1\delta + c_1\delta^2 + d_1\delta^3$	$a_1 = -0.0385$
		$b_1 = -0.0671$
		$c_1 = 0.0208$

		$d_1 = 0.0108$
$-76^\circ \leq \delta < 78^\circ$	$F_2(\delta) = 0$	—
$78^\circ \leq \delta < 103^\circ$	$F_3(\delta) = a_3 + b_3\delta + c_3\delta^2 + d_3\delta^3$	$a_3 = -1.2651$
		$b_3 = 0.4591$
		$c_3 = 0.8676$
		$d_3 = -0.3703$
$103^\circ \leq \delta < 124^\circ$	$F_4(\delta) = a_4 + b_4\delta + c_4\delta^2 + d_4\delta^3$	$a_4 = -0.9314$
		$b_4 = 0.3043$
		$c_4 = 0.7904$
		$d_4 = -0.3365$
$124^\circ \leq \delta < 151^\circ$	$F_5(\delta) = 0$	—
$151^\circ \leq \delta < 180^\circ$	$F_6(\delta) = a_6 + b_6\delta + c_6\delta^2 + d_6\delta^3$	$a_6 = -0.0693$
		$b_6 = -0.02$
		$c_6 = -0.0155$
		$d_6 = 8.841 \times 10^{-4}$

**Tabla 3.10.** Funciones  $F(\delta)$  para un concentrador CPC suponiendo un Sol gaussiano, considerando un ángulo de incidencia de  $75^\circ$ .

Intervalo	Función	Coefficientes
$-180^\circ \leq \delta < -113^\circ$	$F_1(\delta) = a_1 + b_1\delta + c_1\delta^2 + d_1\delta^3$	$a_1 = 0.1816$
		$b_1 = -0.0195$
		$c_1 = -3.952 \times 10^{-2}$
		$d_1 = -4.878 \times 10^{-3}$
$-113^\circ \leq \delta < -111^\circ$	$F_2(\delta) = a_2 + b_2\delta + c_2\delta^2 + d_2\delta^3$	$a_2 = 17.087$
		$b_2 = -4.678$
		$c_2 = -1.290$
		$d_2 = -0.0114$
$-111^\circ \leq \delta < 113^\circ$	$F_3(\delta) = 0$	—
$113^\circ \leq \delta < 116^\circ$	$F_4(\delta) = a_4 + b_4\delta + c_4\delta^2 + d_4\delta^3$	$a_4 = -168.52$
		$b_4 = -30.615$
		$c_4 = -155.12$
		$d_4 = -48.804$
$116^\circ \leq \delta < 138^\circ$	$F_5(\delta) = a_5 + b_5\delta + c_5\delta^2 + d_5\delta^3$	$a_5 = -1.047$
		$b_5 = 0.2589$
		$c_5 = 0.8104$
		$d_5 = -0.3056$

$138^\circ \leq \delta < 169^\circ$	$F_6(\delta) = 0$	—
$169^\circ \leq \delta < 180^\circ$	$F_7(\delta) = a_7 + b_7\delta + c_7\delta^2 + d_7\delta^3$	$a_7 = -0.0529$
		$b_7 = -0.0128$
		$c_7 = -0.0155$
		$d_6 = -1.532 \times 10^{-3}$

Estas funciones que dependen de la posición que ocupa cada rayo que incide en el fotorreactor, se ajustan muy bien a las distribuciones generadas numéricamente. Por lo tanto, en lugar de utilizar el programa para obtener estas distribuciones, se puede utilizar directamente estas funciones como condiciones de frontera para poder resolver la ecuación de transporte radiativo dentro del fotorreactor en procesos fotocatalíticos.

---

## Conclusiones

---

En esta tesis se desarrollo un código numérico para el cálculo del trazado de rayos en el caso de un concentrador cilindro-parabólico (CCP) y para el caso de un concentrador cilindro-parabólico compuesto (CPC), y con base en esto obtener teóricamente la distribución con respecto a la posición de los rayos que inciden en el fotorreactor tubular. Estas distribuciones son muy útiles para aquellos que estudian las reacciones dentro del fotorreactor en procesos fotocatalíticos, ya que estas distribuciones se utilizan como condición de frontera en la ecuación de transferencia de energía de radiación en el fotorreactor.

Se estudian dos casos de distribución de los rayos que inciden en el concentrador con el objetivo de comparar una con otra y verificar que los resultados sean correctos: el primero es cuando se supone un Sol uniforme y el segundo cuando se supone un Sol gaussiano; este último es el caso que más se asemeja a la distribución del Sol.

El estudio paramétrico que se realizó para el CCP, es con base en el concentrador de canal parabólico DICEF, construido en el CIE – UNAM. Para este concentrador se tomaron dos casos, el primero de ellos es considerando que el diámetro del receptor era de  $D_r = 0.0047\text{m}$ , que es el que corresponde cuando no se tienen errores ópticos en la superficie del captador. Sin embargo para procesos fotocatalíticos este radio es irreal, el fluido a tratar no podría pasar por ese diámetro, por eso la razón de hacerlo con un diámetro de  $D_r = 0.025\text{m}$ , que corresponde al diámetro que mas comúnmente se usa para este tipo de procesos.

Al realizar el estudio paramétrico para el DICEF, se toman tres casos: el primero es hacer variar la posición del fotorreactor considerando constante el diámetro del receptor así como la abertura del concentrador. Las conclusiones para este caso son las siguientes:

1. Los resultados que se presentan indican que la mayor concentración se obtiene cuando el receptor está situado en el foco de la parábola (concentrador), como era de esperarse. Cuando el receptor está por arriba del foco, las concentraciones disminuyen y las distribuciones se vuelven más angostas. Cuando el receptor está por abajo del foco, las concentraciones son más bajas, pero las distribuciones ahora se hacen más amplias.
2. Para el segundo caso que es cuando se hace variar la abertura del concentrador y por lo tanto también varía el diámetro del fotorreactor, según la ec. (2.14), manteniendo constante el diámetro y la posición del fotorreactor; los resultados que se obtienen indican que a mayor abertura, mayor concentración se tiene en el receptor, debido a que hay mayor cantidad de rayos que inciden en el concentrador.
3. En el tercer caso donde se hace variar el diámetro del fotorreactor desde 0.005m hasta 0.025m; manteniendo constante la posición del receptor así como la abertura del concentrador; los resultados indican que, entre mayor sea el diámetro del fotorreactor, menor será la radiación concentrada en él, debido a que existe mayor área en el receptor en donde interceptan los rayos reflejados y por lo tanto una mayor distribución a lo largo de la superficie del fotorreactor.
4. Se puede entonces concluir con base en este estudio realizado para un CCP, que este tipo de concentrador, en este caso el DICEF, es viable usarlo siempre y cuando el diámetro del fotorreactor sea de 0.025m que sería aproximadamente 1 pulgada, además aunque la concentración que se obtiene no es muy alta, para procesos fotocatalíticos este dato no es indispensable, ya que lo que se busca es una mejor distribución a lo largo de todo el día.
5. Finalmente de acuerdo a las distribuciones obtenidas para el caso del concentrador de canal parabólico, se tiene que la radiación se distribuye de manera más o menos uniforme, sin embargo este tipo de concentradores presenta una desventaja importante a pesar de que se obtienen concentraciones altas en comparación a las del CPC. Esta desventaja es que deben orientarse continuamente al Sol de manera precisa mediante un mecanismo apropiado ya que este tipo de sistemas utilizan únicamente la energía solar directa. Esta es la razón principal por la que se estudió otro sistema de concentración, el CPC.

Para el caso del concentrador CPC, las distribuciones que se tienen para un ángulo de incidencia de  $0^\circ$ , son uniformes a lo largo de la superficie del receptor. Aunque no se tengan

---

concentraciones altas, la ventaja de estos sistemas es que no necesitan de un mecanismo de seguimiento del Sol, ya que estos, como ya se mencionó, están diseñados para funcionar todo el día.

El estudio paramétrico que se plantea para este caso, es el de ir variando el ángulo con el que inciden los rayos al concentrador y las conclusiones para este caso son las siguientes:

1. Las distribuciones que se obtiene haciendo este estudio muestran que durante las primeras horas de la mañana, ó las últimas de la tarde, la radiación ilumina predominantemente la parte superior del fotorreactor, mientras que para las horas centrales del día es la parte inferior la que recibe la mayor parte de la radiación captada por el CPC. Si se juntaran todas las distribuciones en una sola, se observaría que el fotorreactor queda iluminado de manera regular a lo largo de su superficie.
2. Se puede concluir por lo tanto, que los concentradores de tipo CPC de baja concentración, resultan sistemas adecuados para aplicaciones de fotocátalisis solar.

Sin embargo, el objetivo principal de este trabajo era encontrar una función que representara el comportamiento en la superficie del fotorreactor. Para ello y con base en las distribuciones de densidad de flujo de energía de radiación obtenidas por el programa realizado en MatLab, se hace un ajuste por medio de polinomios a cada una de estas distribuciones para obtener de manera más sencilla funciones que dependan únicamente de la posición que ocupa cada rayo que incide en el fotorreactor. Los resultados obtenidos indican que el ajuste que se realizó se asemeja bastante a las distribuciones generadas numéricamente. Por lo tanto, estas funciones pueden ser utilizadas como condición de frontera para la ecuación de la transferencia de energía de radiación en procesos de fotocátalisis.

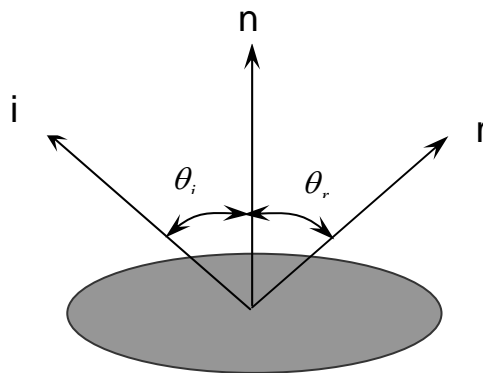
---

## Apéndice A1

---

### Ángulo de reflexión

Una vez calculada la normal en un punto, se puede utilizar la normal y la dirección de la fuente de luz para computar la dirección de una reflexión perfecta. Una superficie ideal se caracteriza en que el ángulo de incidencia es igual al ángulo de reflexión, como se ve en la siguiente figura.



- El ángulo de incidencia es el ángulo entre la normal y la fuente de luz (asumiendo que es una fuente de punto).



- El ángulo de reflexión es el ángulo entre la normal y la dirección en que la luz se refleja.

En dos dimensiones existe un solo ángulo satisfaciendo la condición del ángulo.

En tres dimensiones, existen un infinito número de ángulos satisfaciendo la condición, por lo cual debe agregarse:

En un punto  $p$  sobre la superficie, el rayo de luz entrante, el rayo de luz reflejado, y la normal en el punto deben todos yacer sobre el mismo plano.

Estas dos condiciones son suficientes para determinar  $r$  de  $n$  y  $l$ . Para simplificar los cálculos se supone que los vectores  $l$  y  $n$  están normalizados, además del vector resultante  $r$

$$|\mathbf{l}| = |\mathbf{n}| = |\mathbf{r}| = 1$$

Si  $\theta_i = \theta_r$ , entonces

$$\cos(\theta_i) = \cos(\theta_r)$$

Usando el producto punto, la condición del ángulo es

$$\cos(\theta_i) = i \cdot n = \cos(\theta_r) = n \cdot r$$

La condición coplana implica que  $r$  se puede escribir como una combinación lineal de  $l$  y  $n$

$$r = \alpha i + \beta n$$

Tomando el producto punto con  $n$ , se encuentra que

$$(1) \quad n \cdot r = \alpha i \cdot n + \beta = i \cdot n$$

Se obtiene una segunda condición entre  $a$  y  $b$  del requisito que  $r$  sea un vector unitario

$$(2) \quad 1 = r \cdot r = \alpha^2 + 2\alpha\beta i \cdot n + \beta^2$$

Resolviendo estas dos ecuaciones se obtiene, de (1)

$$\beta = i \cdot n - \alpha i \cdot n = (1 - \alpha) i \cdot n$$

reemplazando en (2)

$$\begin{aligned} \alpha^2 + 2\alpha\beta i \cdot n + \beta^2 &= \alpha^2 + 2\alpha(1 - \alpha)(i \cdot n) + (1 - \alpha)^2 (i \cdot n)^2 = 1 \\ &= \alpha^2 + (2\alpha + (1 - \alpha))(1 - \alpha)(i \cdot n) + (1 - \alpha)^2 (i \cdot n)^2 \\ &= \alpha^2 + (1 - \alpha^2)(i \cdot n) + (1 - \alpha)^2 (i \cdot n)^2 = 1 \end{aligned}$$

ó

$$\alpha^2(1 - (i \cdot n)^2) = 1 - (i \cdot n)^2$$

Resolviendo para  $\alpha$  se obtiene

$$\alpha^2 = 1$$

Si  $\alpha = 1$ , entonces, de (1),  $\beta = 0$ , lo que lleva a la identidad.

Si  $\alpha = -1$ , entonces, de (1),  $\beta = 2(i \cdot n)$ , por lo cual de

$$r = \alpha i + \beta n$$

se obtiene

$$r = i - 2(n \cdot i)n$$

---

## Apéndice A2

---

### PROGRAMAS

#### Programa general

% PROGRAMA GENERAL

% Inicio del programa

% Este programa despliega en pantalla la distribución fotónica que se forma en el perímetro del fotorreactor.

% Tanto para el CCP como para el CPC se tiene dos diferentes casos de distribución con la que llegan los rayos % incidentes:

% 1) Caso donde se considera un Sol uniforme.

% 2) Caso donde se considera un Sol gaussiano.

clear;

% Tipos de concentradores:

CCP = 1;

CPC = 2;

% Seleccionar el tipo de concentrador con el que se trabajará.

Concentrador = CCP;

---

---

```

if Concentrador == CCP

% Tipo de distribución de los rayos incidentes.
Pillbox = 11;
Gaussiana = 12;

%----- variables del usuario -----

% Seleccionar el tipo de distribución y parámetros.

distribucion = Gaussiana;

f      = 0.25;      % Distancia focal (metros), 0.2495 < f < 0.2505.
x_max  = 0.50;      % Radio máximo de la parábola (metros).
N      = 500;      % Número de conos incidentes (para Pillbox N > 2000, para Gaussiana N > 500).
N_rec  = 200;      % Número de subdivisiones en el fotorreactor (para Pillbox N_rec > 3000, para
                  % Gaussiana N_rec > 200).
N_rho  = 200;      % Número de subdivisiones del cono solar (para Gaussiana N_rho > 200).
%-----

if distribucion == Pillbox
    CCP_p = pillboxCCP (f,x_max,N,N_rec);
    plot (CCP_p(:,1),CCP_p(:,2));      % despliega en pantalla la distribución de flujo de energía
else
    CCP_g = gaussianoCCP (f,x_max,N,N_rec,N_rho);
    plot (CCP_g(:,1),CCP_g(:,2));      % despliega en pantalla la distribución de flujo de energía
end

else

% Tipo de distribución de los rayos incidentes:
Pillbox = 21;
Gaussiano = 22;

% -----variables del usuario-----

% Selecciona el tipo de distribución y parámetros.

distribucion = Gaussiana;

R      = 0.32;      % Radio del receptor.
N      = 600;      % Numero de conos incidentes (para Pillbox N > 5500, para Gaussiana N > 600).
psi    = 15;      % Ángulo de incidencia (0° < psi < 75°).
N_rec  = 300;      % Numero de subdivisiones en el fotorreactor (para Pillbox N_rec > 800, para
                  %Gaussiana N_rec > 300).
N_rho  = 200;      % Número de subdivisiones del cono solar (para Gaussiana N_rho > 200).
%-----

if distribucion == Pillbox
    CPC_p = pillboxCPC (R,psi,N,N_rec);
    plot (CPC_p(:,1),CPC_p(:,2));      % despliega en pantalla la distribución de flujo de energía
else
    CPC_g = gaussianoCPC (R,psi,N,N_rec,N_rho);
    plot (CPC_g(:,1),CPC_g(:,2));      % despliega en pantalla la distribución de flujo de energía
end

end

% Fin del Programa

```

---



---

## **Programas para la construcción de los códigos del CCP y CPC**

### **circulo.m**

```
% Construcción del círculo
% input (R,N,f)
% [Radio, numero de discretizaciones en la parábola, distancia focal]
% output (x,y)
```

```
function c=circulo(R,N,df)
```

```
delta = (2*pi)/(N-1);
t = [0:delta:2*pi];
x = R*cos(t);
y = R*sin(t) + df;
x = x';
y = y';
c = [x,y];
```

### **Distribucion.m**

```
% Manera en la que la discretización hecha en el cono de luz toma valores
% input (sigma, rho (ángulo sólido), numero de div.)
% output (rho,dist. E)
```

```
function e= Distribucion(sigma,rho,N_rho);
```

```
theta =[-rho:rho/N_rho:rho]; % Angulo sólido del cono de luz
e(:,1) = theta';
e(:,2) = (exp((-theta.^2)/(2*sigma^2)))/(2*pi*sigma^2);
b=sum(e(:,2));
e(:,2) = e(:,2)/b;
```

### **inter\_circ.m**

```
% Calculo de la intersección del rayo reflejado o rayo incidente con el
% receptor
% input (R,rf,)
% (Radio, vector de dirección del rayo reflejado, (x_1,y_1) coordenadas de la involuta)
% output (E)
```

```
function E = inter_circ (R,rf,x_1,y_1)
```

```
A = rf(:,1)^2 + rf(:,2)^2;
B = 2*x_1*rf(:,1) + 2*y_1*rf(:,2);
C = x_1.^2 + y_1.^2 - R^2;
E = B^2 - 4*A*C;
```

### **interseccion.m**

```
% Intersección de rayos reflejados y círculo
% input (m,P,R,f)
% [pendiente, coordenadas de la parábola, radio, distancia focal]
% output (x,y)
```

```
function [x_c,y_c] = interseccion (m,b,Rr,x_1,y_1,q)
```

```
[x_int,y_int]= linecirc(m,b,0,0,Rr);
```

---



---

```
r(1)=sqrt((x_int(1)-x_1(q))^2+(y_int(1)-y_1(q))^2);
r(2)=sqrt((x_int(2)-x_1(q))^2+(y_int(2)-y_1(q))^2);
[u,w]=min(r');
```

```
x_c(:,1)= x_int(w);
y_c(:,1)= y_int(w);
```

**normal.m**

```
% Calculo de la normal para cada punto en la involuta
% input (q,D,x,y)
% output (xp,yp)
```

```
function N = normal (D,x,y)
```

```
d_x = x(2) - x(1);
d_y = y(2) - y(1);
alpha = atan (d_y/d_x);
normal = alpha + pi/2;
n = [D*cos(normal), D*sin(normal)];
```

```
% normalización
norma = (n(:,1)^2) + (n(:,2)^2);
raiz = norma^0.5;
N = [n(:,1)/raiz,n(:,2)/raiz];
```

**normal1.m**

```
% Calculo de la normal para cada punto en la involuta
% input (q,D,x,y)
% output (xp,yp)
```

```
function N = normal (D,x,y)
```

```
d_x = x(2) - x(1);
d_y = y(2) - y(1);
alpha = atan (d_y/d_x);
normal = alpha - pi/2;
n = [D*cos(normal), D*sin(normal)];
```

```
% normalización
norma = (n(:,1)^2) + (n(:,2)^2);
raiz = norma^0.5;
N = [n(:,1)/raiz,n(:,2)/raiz];
```

**discretizado.m**

```
% calculo de la discretización en el receptor
% input (N_rec, R) [numero de particiones en el receptor, radio]
% output (x_rec)
% [discretizacion en radianes, discretización en coordenadas cartesiana (x_rec,y_rec)]
```

```
function alpha = discretizado (N_rec,R,x_min,x_max)
```

```
delta_alpha = (x_max-x_min)/(N_rec-1);
alpha = [x_min:delta_alpha:x_max];
alpha = alpha + 90;
x_rec = cosd(alpha)*R;
```

**discretizado1.m**

```
% calculo de la discretización en el receptor
% input (N_rec, R) [numero de particiones en el receptor, radio]
```

---

```
% output (x_rec)
% [discretización en radianes, discretización en coordenadas cartesianas (x_rec,y_rec)]
```

```
function alpha = discretizado (N_rec,R,x_min,x_max)
```

```
delta_alpha = (x_max-x_min)/(N_rec-1);
alpha = [x_min:delta_alpha:x_max];
alpha = alpha + 90;
x_rec = cosd(alpha)*R;
```

#### **receptor.m**

```
% Calculo del radio del receptor a partir de
% los parametros del concentrador
% input (x_max,f)
% output (R)
% R = radio del receptor
```

```
function R = receptor (x_max,f)
```

```
a = 2*x_max;
```

```
phi = atand ((8*(f/a))/(16*((f/a)^2) - 1));
Diametro = a*(sind (0.267))/(sind(phi)); % diametro del receptor semicircular
R = Diametro/2; % radio del receptor
```

#### **rayo\_refle.m**

```
% calculo de los rayos reflejados
% input (rayo incidente, normal)
% output (coordenadas del rayo reflejado)
```

```
function rf = rayo_refle (I,n)
```

```
pp = (-I(1))*n(1) + (-I(2))*n(2);
r_x = -I(1) - 2*pp*n(1);
r_y = -I(2) - 2*pp*n(2);
```

```
rf = [r_x,r_y];
```

#### **circulo1.m**

```
% Construcción del círculo
% input (R,N)
% [Radio, numero de discretizaciones en la parábola]
% output (x,y)
```

```
function c = circulo1(R,N,sobre_dim)
```

```
delta = (2*pi)/(N);
t = [0:delta:2*pi];
x = R*cos(t);
y = R*sin(t)+ sobre_dim;
x = x';
y = y';
c = [x,y];
```

---

---



---

## **Programa para el CCP considerando un Sol gaussiano.**

```

% Simulación por trazado de rayos para un concentrador parabólico
% Caso en donde suponemos una distribución normal o gaussiana
% Gráfico de la distribución de flujo de energía

function CCP_g = gaussiano (f,x_max,N,N_rec,N_rho)

Rho = 0.95; % reflectividad

% cálculo del receptor
fp = 0.24;
R = receptor (x_max,fp);
if R < 0
    R = -R;
else
    R = R;
end

% Angulo sólido del cono de luz
sigma = 0.1884; % desviación estandar de la distribución gaussiana
rho = 0.27; % ángulo del cono de luz

if N_rho > 0
    Ang_E = Distribucion(sigma,rho,N_rho);
else
    Ang_E = [0, 1];
end
T = pi*Ang_E(:,1)/180;
plot(Ang_E(:,1),Ang_E(:,2));
M = length(T);

% construcción de la parábola
x_min = -x_max;
delta_x =(x_max-x_min)/(N-1);
x_parabola = [x_min:delta_x:x_max];
x_parabola = x_parabola';
y_parabola = x_parabola.^2/(4*fp) - fp;

% construcción del círculo
df = -(fp-f);
C = círculo (R,N,df); % ver círculo.m
plot(x_parabola,y_parabola,C(:,1),C(:,2));

% Rayos incidentes
psi = 90;
D = 200*R; % longitud de los rayos incidentes
c_solar = pi*rho/180;
psi_r = pi*psi/180;

% coordenadas del rayo incidente
for i = 1:N/2
    for j = 1:M
        I(j,:) = [D*cos(psi_r + T(j)), D*sin(psi_r + T(j))];

        xi(i,j) = x_parabola(i) + I(j,1); % rayos incidentes
        yi(i,j) = y_parabola(i) + I(j,2);
        zi = [xi(i,j),x_parabola(i)];
        Zi = [yi(i,j),y_parabola(i)];
        line(zi,Zi);
    end
end

```

---



---



---

```

A = I(j,1)^2 + I(j,2)^2;
B = 2*xi(i,j)*I(j,1) + 2*yi(i,j)*I(j,2);
C = xi(i,j)^2 + yi(i,j)^2 - R^2;
E = B^2 - 4*A*C;

Theta(j) = tan (T(j));
if E > 0
    x_c(i) = x_parabola(i);
    y_c(i) = sqrt (R^2-x_parabola(i)^2) ;
else
    if fp == f
        m(i,j) = (x_parabola(i)^2 - 4*f^2 - 4*f*Theta(j)*x_parabola(i))/(Theta(j)*x_parabola(i)^2 -
            Theta(j)*4*f^2 + 4*f*x_parabola(i));
    else
        mg(i) = (df - y_parabola(i))/(-x_parabola(i));
        thetag = atan (mg(i)) - Theta(j);
        m(i,j) = tan (thetag);
    end
    b(i,j) = y_parabola(i) - m(i,j)*x_parabola(i);
    [x_int(i,j,:),y_int(i,j,:)] = linecirc(m(i,j),b(i,j),0,df,R);
    [r_min(i,j,:),n_min(i,j,:)] = min(x_int(i,j,:));
    x_c(i,j) = x_int(i,j,n_min(i,j,:));
    y_c(i,j) = y_int(i,j,n_min(i,j,:));
    y_c(i,j) = y_c(i,j) - df;
end
hola(i,j) = abs(x_c(i,j));
if hola(i,j) > 0
    z(i,j) = i;
end
x1_i = [x_c(i,j),x_parabola(i)];
y1_i = [y_c(i,j),y_parabola(i)];
line (x1_i,y1_i);
end
end
for i = N/2+1:N
    for j = 1:M
        I(j,:) = [D*cos(psi_r + T(j)), D*sin(psi_r + T(j))];

        xi(i,j) = x_parabola(i) + I(j,1);    % rayos incidentes
        yi(i,j) = y_parabola(i) + I(j,2);
        zi = [xi(i,j),x_parabola(i)];
        Zi = [yi(i,j),y_parabola(i)];
        line(zi,Zi);

        A = I(j,1)^2 + I(j,2)^2;
        B = 2*xi(i,j)*I(j,1) + 2*yi(i,j)*I(j,2);
        C = xi(i,j)^2 + yi(i,j)^2 - R^2;
        E = B^2 - 4*A*C;

        Theta(j) = tan (T(j));
        if E > 0
            x_c(i) = x_parabola(i);
            y_c(i) = sqrt (R^2-x_parabola(i)^2) ;
        else
            if fp == f
                m(i,j) = (x_parabola(i)^2 - 4*f^2 - 4*f*Theta(j)*x_parabola(i))/(Theta(j)*x_parabola(i)^2 -
                    Theta(j)*4*f^2 + 4*f*x_parabola(i));
            else
                mg(i) = (df - y_parabola(i))/(-x_parabola(i));
                thetag = atan (mg(i)) - Theta(j);
            end
        end
    end
end

```

---

```

        m(i,j) = tan (thetag);
    end
    b(i,j) = y_parabola(i) - m(i,j)'.*x_parabola(i);
    [x_int(i,j,:),y_int(i,j,:)] = linecirc(m(i,j),b(i,j),0,df,R);
    [r_min(i,j,:),n_min(i,j,:)] = max(x_int(i,j,:));
    x_c(i,j) = x_int(i,j,n_min(i,j,:));
    y_c(i,j) = y_int(i,j,n_min(i,j,:));
    y_c(i,j) = y_c(i,j) - df;
    end
    hola(i,j) = abs(x_c(i,j));
    if hola(i,j) > 0
        z(i,j) = i;
    end
    x1_i = [x_c(i,j),x_parabola(i)];
    y1_i = [y_c(i,j),y_parabola(i)];
    line (x1_i,y1_i);
end
end

% indica el punto en el concentrador donde inicia zona de reflexión
for i = 1:N/2
    for j = 1:M
        if f < fp
            while z(i,1) == 0
                zona_r = i+1;
                i = i+1;
            end
        else
            while z(i,M) == 0
                zona_r = i+1;
                i = i+1;
            end
        end
        break;
    end
end
break;
end

% Calculo de la posición angular en el receptor de los rayos reflejados

for i = 1:N
    for j = 1:M
        if x_c(i,j) > 0
            gamma1(i,j) = atan ((y_c(i,j))/x_c(i,j));
            gamma1(i,j) = (gamma1(i,j)*180/pi) + 90;
        else
            gamma1(i,j) = atan ((y_c(i,j))/x_c(i,j));
            gamma1(i,j) = (gamma1(i,j)*180/pi) - 90;
        end
    end
end

% Discretización del receptor
delta_alpha = (180)/(N_rec-1); % para la primera mitad del receptor (parte izquierda)
alpha = [-90:delta_alpha:90];
beta = alpha + 90;

delta_alpha1 = (-180)/(N_rec-1);% para la segunda mitad del receptor (parte derecha)
alpha1 = [90:delta_alpha1:-90];
beta1 = alpha1 + 90;

beta = -beta;

```

```

B = [beta';beta1'];

% Calculo de la distribución gaussiana
H = zeros(N,2*N_rec);

for i=1:N
    for j=1:M
        for w=1:(2*N_rec)- 1
            if gamma1(i,j) <= B(w) && B(w+1) < gamma1(i,j)
                H(i,w) = H(i,w) + Ang_E(j,2);
            end
        end
    end
end

S= sum (H);

% calculo del area de concentración
L = 1;          % longitud del concentrador
if f== 0.25
    x_max = x_max;
else
    x_max = -x_parabola(zona_r);
end
Ac = 2*x_max*L;          % area del concentrador
Ar = 2*R*L;              % area del receptor
Cc = Ac/Ar;              % factor de concentración

Id = ((Ac)/(L))*0.1;     % intensidad (W/cm2)
Ec = Rho*Id*Ac;

% normalización
delta_alpha = 180/(N_rec-1);
s = sum(S);
DX = delta_alpha*R;

for j = 1:N_rec
    Fr = S(:)/(s*DX);
end

Fr=Fr*Ec;

% Grafico de la distribución
CCP_g = [B,Fr];

% Fin del programa

```

### **Programa para el CPC considerando un Sol gaussiano.**

```

% Formación de un CPC

function CPC_g = gaussianoCPC (R,psi,N,N_rec,N_rho)

ang      = 90;          % angulo de aceptación

sobre_dim = 0.08;      % sobredimensionamiento del receptor
% Esta consideración no debe ser modificada por el usuario.

```

---

```

% construcción del receptor (circular)

Rr = R + sobre_dim*R;
c = circulo1 (Rr,N,sobre_dim*R);

% construcción de la involuta - sección derecha

theta = pi*ang/180;
T = theta + pi/2;
delta_T = T/(N-1);
phi = [0:delta_T:T];
rho = R*phi;

for i = 1:N
    x_1(i,1) = [R*sin(phi(i)) - rho(i)*cos(phi(i))];
    y_1(i,1) = [-R*cos(phi(i)) - rho(i)*sin(phi(i))];
    x_2(i,1) = [x_1(i)*(-1)];
    y_2(i,1) = [y_1(i)];
end

x_2=x_2(N:-1:1);
y_2=y_2(N:-1:1);

D = 8*R; % longitud de los rayos incidentes
alpha = 0.27; % angulo sólido
c_solar = pi*alpha/180;
psi_r = pi*psi/180;

% angulos del cono de luz
sigma = 0.16; % des. est. de la distribución gauss
rho = 0.27; % ángulo del cono de luz
N_rho = 200; % num de divisiones del ángulo solido
if N_rho > 0
    Ang_E=Distribucion(sigma,rho,N_rho);
else
    Ang_E = [0, 1];
end
M=length(T);

% linea de base
delta = (2*x_1(N))/(N-1);
xI = [x_2(1):delta:x_1(N)];
yI = y_1(N);
xI = xI';
yI = yI';
plot (x_1,y_1,x_2,y_2,c(:,1),c(:,2),xI,yI)

% Rayos incidentes de la involuta izquierda

for i = 1:N/2
    for k = 1:M
        % coordenadas del rayo incidente
        I(k,:) = [D*cos(psi_r + T(k)), D*sin(psi_r + T(k))];
        salida = 0;
        while salida == 0
            % calculo de los rayos incidentes
            xi(i,k) = xI(i) + I(k,1); % rayos incidentes centrales
            yi(i,k) = yI + I(k,2);

            zi = [xi(i,k),xI(i)];
            Zi = [yi(i,k),yI];
        end
    end
end

```

---

```

line(zi,Zi);

A = I(k,1)^2 + I(k,2)^2;
B = 2*xi(i,k)*I(k,1) + 2*yi(i,k)*I(k,2);
C = xi(i,k)^2 + yi(i,k)^2 - R^2;
E = B^2 - 4*A*C;

if E > 0
    % significa que hay intersección con el círculo
    % calculo de las coordenadas de la interseccion
    if psi == 90
        x_c(i,k) = xI(i);
        y_c(i,k) = sqrt(Rr^2-xI(i)^2);

        salida = 1;
    else
        m(i,k) = (yi(i,k)-yI)/(xi(i,k)-xI(i));
        b(i,k) = yi(i,k) - m(i,k).*xi(i,k);
        [x_int(i,k,:),y_int(i,k,:)] = linecirc(m(i,k),b(i,k),0,0,Rr);
        [u(i,k,:),w(i,k,:)] = min(x_int(i,k,:));
        x_c(i,k)= x_int(i,k,w(i,k,:));
        y_c(i,k)= y_int(i,k,w(i,k,:));

        salida = 1;
    end
else
    q = i;

    while E <= 0

        % calculo de la ec. de la recta del rayo reflejado
        m(i,k) = (yi(i,k)-yI)/(xi(i,k)-xI(q));
        b(i,k) = yi(i,k) - m(i,k).*xi(i,k);

        ye = m(i,k).*x_2 + b(i,k);
        dif_y= ye - y_2;

        DIF = 0;
        if psi == 90
            j = q;
            if I(k,1) > 0
                while DIF <= 0
                    DIF = dif_y(j);
                    q = j;
                    j = j+1;
                end
            else
                while DIF >= 0
                    DIF = dif_y(j);
                    q = j;
                    j = j+1;
                end
            end
        else
            j=q+1;
            while DIF >= 0
                DIF = dif_y(j);
                q = j;
                j = j+1;
            end
        end
    end

    % Se selecciona el punto de intersección con la involuta

    % calculo de los rayos incidentes

```

---

```

xi(i,k) = x_2(q) + I(k,1);          % rayos incidentes del cono
yi(i,k) = y_2(q) + I(k,2);

m(i,k) = (yi(i,k) - y_2(q))/(xi(i,k)-x_2(q));
b(i,k) = yi(i,k) - m(i,k).*xi(i,k);

zi = [xi(i,k),x_2(q)];
Zi = [yi(i,k),y_2(q)];
line(zi,Zi);

E = inter_circ (Rr,I(k,:),x_2(q),y_2(q));

if E > 0                               % significa que hay intersección con el círculo
                                        % calculo de las coordenadas de la interseccion
    if psi == 90
        x_c(i,k) = xI(i);
        y_c(i,k) = sqrt (Rr^2-xI(i)^2);

        salida = 1;
    else
        m(i,k) = (yi(i,k)-y_2(q))/(xi(i,k)-x_2(q));
        b(i,k) = yi(i,k) - m(i,k).*xi(i,k);
        [x_int(i,k,:),y_int(i,k,:)] = linecirc(m(i,k),b(i,k),0,0,Rr);
        [u(i,k,:),w(i,k,:)] = min(x_int(i,k,:));

        x_c(i,k)= x_int(i,k,w(i,k,:));
        y_c(i,k)= y_int(i,k,w(i,k,:));
        salida = 1;
    end
else
    % Calculo de la normal
    x=[x_2(q),x_2(q+1)];
    y=[y_2(q),y_2(q+1)];
    n3 = normalI (D,x,y);
    xn(i,k) = x_2(q)+ n3(1);
    yn(i,k) = y_2(q)+ n3(2);

    % Calculo del rayo incidente
    gamma(i,k) = atan (m(i,k));
    if psi == 90
        if I(k,1) < 0
            I1(k,:) =[-D*cos(gamma(i,k)), -D*sin(gamma(i,k))];
        else
            I1(k,:) =[D*cos(gamma(i,k)), D*sin(gamma(i,k))];
        end
    else
        I1(k,:) =[-D*cos(gamma(i,k)), -D*sin(gamma(i,k))];
    end

    % calculo del rayo reflejado
    rf3(k,:) = rayo_refle (I1(k,:),n3);

    xf(i,k) = rf3(k,1)+ x_2(q);
    yf(i,k) = rf3(k,2)+ y_2(q);

    zr = [xf(i,k),x_2(q)];
    Zr = [yf(i,k),y_2(q)];
    line(zr,Zr);

    A = rf3(k,1)^2 + rf3(k,2)^2;
    B = 2*x_2(q)*rf3(k,1) + 2*y_2(q)*rf3(k,2);
    C = x_2(q)^2 + y_2(q)^2 - (Rr)^2;

```

---

---

```

E = B^2 - 4*A*C;

while E <= 0

    % calculo de la ec. de la recta del rayo reflejado
    m(i,k) = (yf(i,k)-y_2(q))/(xf(i,k)-x_2(q));
    b(i,k) = yf(i,k) - m(i,k).*xf(i,k);

    ye = m(i,k).*x_2 + b(i,k);
    dif_y = ye-y_2;

    DIF = 0;
    j=q+1;
    while DIF >= 0          % Se selecciona el punto de intersección con la involuta
        DIF = dif_y(j);
        q=j;
        j = j+1;
    end
    % Calculo de la segunda normal
    x=[x_2(q),x_2(q+1)];
    y=[y_2(q),y_2(q+1)];
    n3 = normal1 (D,x,y);
    xn(i,k) = x_2(q)+ n3(1);
    yn(i,k) = y_2(q)+ n3(2);

    % Calculo del rayo incidente
    gamma(i,k) = atan (m(i,k));
    I1(k,:) = [-D*cos(gamma(i,k)), -D*sin(gamma(i,k))];

    % calculo del rayo reflejado
    rf3(k,:) = rayo_refle (I1(k,:),n3);
    xf(i,k) = rf3(k,1)+ x_2(q);
    yf(i,k) = rf3(k,2)+ y_2(q);
    zr = [xf(i,k),x_2(q)];
    Zr = [yf(i,k),y_2(q)];
    line(zr,Zr);

    A = rf3(k,1)^2 + rf3(k,2)^2;
    B = 2*x_2(q)*rf3(k,1) + 2*y_2(q)*rf3(k,2);
    C = x_2(q)^2 + y_2(q)^2 - Rr^2;
    E = B^2 - 4*A*C;

    % calculo de las coordenadas de interseccion
    m(i,k) = (yf(i,k)-y_2(q))/(xf(i,k)-x_2(q));
    b(i,k) = yf(i,k) - m(i,k).*xf(i,k);
    [x_int(i,k,:),y_int(i,k,:)] = linecirc(m(i,k),b(i,k),0,0,Rr);
    [u(i,k,:),w(i,k,:)] = min(x_int(i,k,:));
    x_c(i,k) = x_int(i,k,w(i,k,:));
    y_c(i,k) = y_int(i,k,w(i,k,:));

    if x_c(i,k) > 0
        E = 0;
    else
        continue
    end
end
E = 1;
% calculo de las coordenadas de interseccion
m(i,k) = (yf(i,k)-y_2(q))/(xf(i,k)-x_2(q));
b(i,k) = yf(i,k) - m(i,k).*xf(i,k);
[x_int(i,k,:),y_int(i,k,:)] = linecirc(m(i,k),b(i,k),0,0,Rr);
[u(i,k,:),w(i,k,:)] = min(x_int(i,k,:));

```

---

```

        x_c(i,k)= x_int(i,k,w(i,k,:));
        y_c(i,k)= y_int(i,k,w(i,k,:));

        salida = 1;
        end
        E = 1;
    end
end
end
end
end
end

% Rayos incidente de la involuta derecha
if psi == 90
    h = 1;
else
    for i = (N/2)+1:N-1
        for k = 1:M
            % coordenadas del rayo incidente
            I(k,:) = [D*cos(psi_r + T(k)), D*sin(psi_r + T(k))];
            salida = 0;
            while salida == 0
                % calculo de los rayos incidentes
                xi(i,k) = xI(i) + I(k,1);           % rayos incidentes centrales
                yi(i,k) = yI(i) + I(k,2);

                zi = [xi(i,k),xI(i)];
                Zi = [yi(i,k),yI(i)];
                line(zi,Zi);

                A = I(k,1)^2 + I(k,2)^2;
                B = 2*xi(i,k)*I(k,1) + 2*yi(i,k)*I(k,2);
                C = xi(i,k)^2 + yi(i,k)^2 - R^2;
                E = B^2 - 4*A*C;

                if E > 0                               % significa que hay intersección con el círculo
                                                            % calculo de las coordenadas de la interseccion
                    if psi == 90
                        x_c(i,k) = xI(i);
                        y_c(i,k) = sqrt(Rr^2-xI(i)^2);

                        salida = 1;
                    else
                        m(i,k) = (yi(i,k)-yI)/(xi(i,k)-xI(i));
                        b(i,k) = yi(i,k) - m(i,k).*xi(i,k);
                        [x_int(i,k,:),y_int(i,k,:)] = linecirc(m(i,k),b(i,k),0,0,Rr);
                        [u(i,k,:),w(i,k,:)] = min(x_int(i,k,:));
                        x_c(i,k)= x_int(i,k,w(i,k,:));
                        y_c(i,k)= y_int(i,k,w(i,k,:));

                        salida = 1;
                    end
                end
            end
            q = i;

            while E <= 0

                % calculo de la ec. de la recta del rayo reflejado
                m(i,k) = (yi(i,k)-yI)/(xi(i,k)-xI(q));
                b(i,k) = yi(i,k) - m(i,k).*xi(i,k);

                ye = m(i,k).*x_1 + b(i,k);

```



---

```

dif_y= ye - y_1;

DIF = 0;
j=1;
while DIF >= 0                                % Se selecciona el punto de intersección con la involuta
    DIF = dif_y(j);
    q = j-1;
    j = j+1;
end

% calculo de los rayos incidentes
xi(i,k) = x_1(q) + I(k,1);                    % rayos incidentes del cono
yi(i,k) = y_1(q) + I(k,2);

m(i,k) = (yi(i,k) - y_1(q))/(xi(i,k)-x_1(q));
b(i,k) = yi(i,k) - m(i,k).*xi(i,k);

zi = [xi(i,k),x_1(q)];
Zi = [yi(i,k),y_1(q)];
line(zi,Zi);

E = inter_circ (Rr,I(k,:),x_1(q),y_1(q));

if E > 0                                        % significa que hay intersección con el círculo
                                                % calculo de las coordenadas de la interseccion
    if psi == 90
        x_c(i,k) = xI(i);
        y_c(i,k) = sqrt (Rr^2-xI(i)^2);

        salida = 1;
    else
        m(i,k) = (yi(i,k)-y_1(q))/(xi(i,k)-x_1(q));
        b(i,k) = yi(i,k) - m(i,k).*xi(i,k);
        [x_int(i,k,:),y_int(i,k,:)] = linecirc(m(i,k),b(i,k),0,0,Rr);
        [u(i,k,:),w(i,k,:)] = min(x_int(i,k,:));

        x_c(i,k)= x_int(i,k,w(i,k,:));
        y_c(i,k)= y_int(i,k,w(i,k,:));
        salida = 1;
    end
else
% Calculo de la normal
x=[x_1(q),x_1(q+1)];
y=[y_1(q),y_1(q+1)];
n3 = normal1 (D,x,y);
xn(i,k) = x_1(q)+ n3(1);
yn(i,k) = y_1(q)+ n3(2);

% Calculo del rayo incidente
gamma(i,k) = atan (m(i,k));
if psi == 90
    if I(k,1) < 0
        I1(k,:) = [-D*cos(gamma(i,k)), -D*sin(gamma(i,k))];
    else
        I1(k,:) = [D*cos(gamma(i,k)), D*sin(gamma(i,k))];
    end
else
    I1(k,:) = [-D*cos(gamma(i,k)), -D*sin(gamma(i,k))];
end

% calculo del rayo reflejado
rf3(k,:) = rayo_refle (I1(k,:),n3);

```

---

```

xf(i,k) = rf3(k,1)+ x_1(q);
yf(i,k) = rf3(k,2)+ y_1(q);

zr = [xf(i,k),x_1(q)];
Zr = [yf(i,k),y_1(q)];
line(zr,Zr);

A = rf3(k,1)^2 + rf3(k,2)^2;
B = 2*x_1(q)*rf3(k,1) + 2*y_1(q)*rf3(k,2);
C = x_1(q)^2 + y_1(q)^2 - (Rr)^2;
E = B^2 - 4*A*C;

while E <= 0

    % calculo de la ec. de la recta del rayo reflejado
    m(i,k) = (yf(i,k)-y_1(q))/(xf(i,k)-x_1(q));
    b(i,k) = yf(i,k) - m(i,k).*xf(i,k);

    ye = m(i,k).*x_1 + b(i,k);
    dif_y = ye - y_1;

    DIF = 0;
    j = 1;
    while DIF <= 0           % Se selecciona el punto de intersección con la involuta
        DIF = dif_y(j);
        q = j-1;
        j = j+1;
    end
    % Calculo de la segunda normal
    x=[x_1(q),x_1(q+1)];
    y=[y_1(q),y_1(q+1)];
    n3 = normal1 (D,x,y);
    xn(i,k) = x_1(q)+ n3(1);
    yn(i,k) = y_1(q)+ n3(2);

    % Calculo del rayo incidente
    gamma(i,k) = atan (m(i,k));
    I1(k,:) =[D*cos(gamma(i,k)), D*sin(gamma(i,k))];

    % calculo del rayo reflejado
    rf3(k,:) = rayo_refle (I1(k,:),n3);
    xf(i,k) = rf3(k,1)+ x_1(q);
    yf(i,k) = rf3(k,2)+ y_1(q);
    zr = [xf(i,k),x_1(q)];
    Zr = [yf(i,k),y_1(q)];
    line(zr,Zr);

    A = rf3(k,1)^2 + rf3(k,2)^2;
    B = 2*x_1(q)*rf3(k,1) + 2*y_1(q)*rf3(k,2);
    C = x_1(q)^2 + y_1(q)^2 - Rr^2;
    E = B^2 - 4*A*C;

    % calculo de las coordenadas de interseccion
    m(i,k) = (yf(i,k)-y_1(q))/(xf(i,k)-x_1(q));
    b(i,k) = yf(i,k) - m(i,k).*xf(i,k);
    [x_c(i,k,:),y_c(i,k,:)] = interseccion (m(i,k),b(i,k),Rr,x_1,y_1,q);

    if x_c(i,k) < 0
        E = 0;
    else
        continue
    end
end

```



---

```
Rho = 0.95;           % reflectividad
L = 1;               % longitud del concentrador
Ac = 2*x_1(N)*L;    % area del concentrador
Ar = 2*Rr*pi;       % area del receptor
Cc = Ac/Ar;         % area de concentracion

Id = 0.1;           % intensidad (W/cm2)
Ec = Rho*Id*Ac;

% normalización
delta_alpha = 2*pi/(N_rec-1);
s = sum(S);
DX = delta_alpha*R;

for j = 1:N_rec
    Fr = S(:)/(s*DX);
end

if psi == 90
    Fr = Fr/2;
end
Fr=Fr*Ec;

% Grafico de la distribución
CPC_g = [B,Fr];

% Fin del programa
```

---

---

## Bibliografía

---

Acher, A.; Fischer, E.; Zellinger, R.; Manor, Y., (1990). *Photochemical disinfection of effluents*. Pilot plant studies. Wat. Res. 24.

Alfano, O.M.; Bahnemann, D.; Cassano, A.E.; Dillert, R.; Goslich, R., (2000). *Photocatalysis in water environments using artificial and solar light*. Catalysis Today 58.

Arancibia, C.A., E.R. Bandala and C.A. Estrada, 2002. *Radiation Absorption and Rate Constants for Carbaryl Photocatalytic Degradation in a Solar Collector*. Catalysis Today, Vol. 76, Issues 2-4, pp. 149-159, (ARI-21.pdf)

Bandala, E., S. Gelover, M.T. Leal, C. Arancibia, A. Jiménez and C.A. Estrada, 2002. *Solar Photocatalytic Degradation of Aldrin*. Catalysis Today, Vol. 76, Issues 2-4, pp. 189-199, (ARI-22.pdf)

Bandala, E.R., C.A. Arancibia-Bulnes, S.L. Orozco and C.A. Estrada, 2004. *Solar photoreactors comparison based on oxalic acid photocatalytic degradation*. En prensa en el Journal of Solar Energy 77 503-512 PII, (ARI-25.pdf).

Blanco, J. y Malato, S., (1996), *Tecnología de Fotocatálisis Solar*. Editorial Instituto de Estudios Almerienses, Almería.

Blanco J., (2002). *Desarrollo de colectores solares CPC para aplicaciones fotoquímicas de degradación de contaminantes persistentes en agua*. Plataforma Solar de Almería. CIEMAT.

---

Cabanillas, R.E., C.A. Estrada and F. Avila. 1995. *A Device for Measuring the Angular Distribution of Incident Radiation on Tubular Solar Collectors*. Int. J. Renewable Energy, Vol 6, No 7, pp 843-847. Pergamon, Gran Bretaña.

Collares-Pereira, M., (1995). *The relevance of Non-Imaging optics for solar energy: a review*. Revista de Engenharia Técnica, IST, No. 3.

Dillert, R.; Cassano, A.E.; Goslich, R.; Bahnemann, D. W., (1999a). *Large Scale Studies in Solar Catalytic Wastewater Treatment*. Catalysis Today 54.

Duffie J., Beckman W., (1991). *Solar Engineering of Thermal Processes*. Segunda edición. Edit. John Wiley y sons, INC.

Enzweiler, R.J.; et al., (1994). *A Pilot Scale Investigation of Photocatalytic Detoxification of BETX Water*. ASME Inter. Solar En. Conf. San Francisco, USA.

Estrada, C.A., J.G. Cervantes and G. Álvarez, 1994. *Ray Tracing Analysis of the Optical Performance of a Concentrating Solar Surface Formed by Mechanical Loading of a Circular Reflective Plate*. Proceedings of the International Conference on Comparative Assessments of Solar Power Technologies, Vol 1 pags. 401-409. Ben Gurion University of the Negev, Beer-Sheva, Israel.

Gelover, S., T. Leal, E.R. Bandala, A. Román, A. Jiménez y C.A. Estrada, 2000. *Catalytic Photodegradation of Alkyl Surfactants*. J. Water Science and Technology Vol 42, No. 5-6 pp 101-106, IWA Publishing. (ARI-20.pdf)

Jiménez, A, C.A. Estrada, A.D. Cota y A. Román, 1999. *Photocatalytic Degradation of DBSNa Using Solar Energy*. Journal of Solar Energy Materials and Solar Cells 60 (2000) 85-95. (ARI-16.pdf)

Rabl, A., (1985), *Active Solar Collectors and Their Applications*, Center For Energy and Environmental Studies, Oxford University Press. Londres, Inglaterra.

Malato, S.; Blanco, J.; Herrmann, J. M., (1999). *Solar Catálisis for Water Decontamination*. Catalysis Today, Vol. 54. (16 artículos).

Malato, S.; Blanco, J.; Vidal, A.; Richter, C., (2002). *Photocatalysis with solar energy at a piulot-plant scale: an overview*. Appl. Catal. B: Environ. Vol. 37.

Malato S., J. Blanco and CA Estrada, 2004. *Photocatalysis*. Solar Energy 77 (2005 ) 443-444, (ARI-31.pdf)

Márquez, L.; Héctor, M.; Tiscareno, F., (1999). *Photooxidation in Wastewater Treatment*. Ing. Quím.

Pacheco, K; Watt, A.S; Turchi, C.S., (1993). *Solar Detoxification of Water: Outdoor Testing of Prototype Photoreactors*. ASME/ASES Joint Solar Energy Conference, eds. Allan Kirkpatrick, and William Worek.

---

Riveros, H. G., Oliva A. I., (1986). *Graphical Analysis of Sun Concentrating Collectors*. Solar Energy, Vol. 36, No.4, pp. 313-322.

Roman, A., C.A. Estrada, A. Jiménez, 1995. *Dispositivo Concentrador para el Estudio de la Fotocatálisis: DICEF*. Memorias de la XIX Semana Nacional de Energía Solar, Vol. único, pags. 31-34. Editó UABCS-ANES, México.

Romero V, (1994). *Circe2/Dekgen2: A Software Package for Facilitated Optical Analysis of 3-D Distributed Solar Energy Concentrators*. Sandia National Laboratories.

Vincent, M., (1998). *Solar Detox Market En Proceedings of Training and Mobility of Researchers Summer School: Industrial Applications of Solar Chemistry*. Almería, CIEMAT.

Welford, W.T.; Winston, R., (1978). *The Optics of Non-Imaging Concentrators Light and Solar Energy*. Academic Press.

Winter, C.J., Sizmann R.L., Vant – Hull L.L., (1991). *Solar power plants*. Springer – Verlag Berling Heidelberg.