



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA

INSTITUTO DE INGENIERÍA

**OBSERVADORES ADAPTABLES PARA EDIFICIOS
CON AMORTIGUADORES MAGNETO-REOLÓGICOS**

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE

DOCTOR EN INGENIERÍA

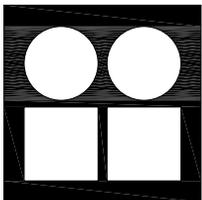
P R E S E N T A

RENÉ ENRIQUE JIMÉNEZ FABIÁN

TUTOR

DR. LUIS AGUSTÍN ÁLVAREZ ICAZA LONGORIA

2006





Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Esta tesis fue aprobada por el siguiente jurado:

Dr. Gerardo Espinosa Pérez
Presidente

Dr. José Alberto Escobar Sánchez
Secretario

Dr. Luis Álvarez Icaza Longoria
Primer Vocal

Dr. Rubén Garrido Moctezuma
Segundo Vocal

Dr. David Murià Vila
Tercer Vocal

Dr. Óscar López Bátiz
Primer Suplente

Dra. Cristina Verde Rodarte
Segundo Suplente

Dr. Luis Álvarez Icaza Longoria

Tutor

Universidad Nacional Autónoma de México, Ciudad Universitaria, México D.F.

2006

Observadores adaptables para edificios con amortiguadores magneto-reológicos

Tesis presentada por

René Enrique Jiménez Fabián

Ingeniero Mecánico (Universidad Nacional Autónoma de México), 1999
Maestro en Ingeniería (Universidad Nacional Autónoma de México), 2002

en el área de Ingeniería Eléctrica, campo de conocimiento de Control

para obtener el grado de

Doctor

en

Ingeniería

en el

Programa de Maestría y Doctorado en Ingeniería

de la

Universidad Nacional Autónoma de México

Ciudad Universitaria, México D.F.

Comité tutorial:

Dr. Luis Álvarez Icaza Longoria, Director de Tesis

Dr. José Alberto Escobar Sánchez

Dr. Gerardo René Espinosa Pérez

2006

A Cristina, Enrique, Isaac y Rebeca.

Agradecimientos

La presente investigación es el resultado de una trayectoria de estudio cuyo inicio y recorrido debo enteramente a mis padres, Cristina y Enrique, y a mi hermano, Isaac, quienes siempre me han proporcionado su apoyo y su cariño incondicional. A mi hermano también agradezco su ayuda en algunos aspectos técnicos sobre \LaTeX , sistema de edición en el cual fue creado este documento. También quiero manifestar mi agradecimiento y mi amor infinito a mi compañera de vida, Rebeca, con quien soy feliz de compartirlo todo, en especial, el logro de esta tesis. Su apoyo y su paciencia fueron decisivos no sólo para superar muchas etapas de la vida cotidiana de este período sino para ayudarme a ser una mejor persona en todo momento. Las palabras no son suficientes para expresar mi gratitud hacia ustedes.

También quiero agradecer a los miembros de mi comité tutorial su colaboración y ayuda. Agradezco a Luis Álvarez por su guía y sus acertados consejos en todos los aspectos académicos de esta etapa formativa y por toda la gestión tanto de índole académica como administrativa que implicó el desarrollo del presente trabajo, a José Alberto Escobar por su entusiasta apoyo en el área de estructuras civiles y por su ayuda en el diseño de la estructura a escala usada en la experimentación y a Gerardo Espinosa por las valiosas ideas que aportó a este trabajo. A los demás miembros del jurado les agradezco sus revisiones y comentarios.

Agradezco el apoyo del personal del Instituto de Ingeniería de la UNAM que colaboró en el desarrollo experimental de este trabajo. Iván López ayudó en la preparación de la instrumentación y en la documentación gráfica del proyecto. El trabajo de Marcela Baena fue de mucha utilidad en la caracterización de la estructura. Raymundo Mondragón llevó a cabo la calibración del sensor de fuerza y la determinación del peso de la estructura. Alfredo Pérez realizó un excelente trabajo en la manufactura de la estructura a escala y de diversos elementos de sujeción. Rodolfo Peters, Enrique Gómez y Ponciano Trinidad resolvieron varias cuestiones relacionadas con los sensores y los equipos de adquisición de datos. En particular, quiero resaltar la participación de Concepción Hernández quien, entre otras cosas, estuvo a cargo del MTS, de la calibración de sensores y del montaje de dispositivos para la caracterización del amortiguador. Su ayuda fue decisiva para llevar a buen término la primera parte de este proyecto. Todos los experimentos realizados con la estructura tuvieron lugar en la Mesa Vibradora del Instituto de Ingeniería, cuya operación estuvo a cargo de Roberto Durán, a quien agradezco mucho su valiosa ayuda en la asignación oportuna de tiempo para los experimentos, en la caracterización de la estructura y en la realización de los ensayos de los observadores adaptables, tema central de este trabajo. Agradezco también a David Murià por facilitar el uso de equipos y materiales de la Coordinación de Estructuras, incluida la Mesa Vibradora. Quiero extender un agradecimiento especial a Rolando Carrera quien colaboró de manera directa en prácticamente todos los ensayos y quien se encargó, entre muchas otras cosas, de la puesta a punto de todos los sistemas de adquisición de datos, calibración de sensores, cableado y transporte de equipo. Su ayuda fue determinante en la obtención de los resultados experimentales que aquí se presentan.

Agradezco también a todos mis compañeros del Instituto de Ingeniería de la UNAM, en particular a los de la Coordinación de Automatización, por su amistad y por su ayuda desinteresada.

Especialmente estoy muy agradecido con Armando Ortiz, a quien debo mis primeros pasos en la investigación y en la docencia; y con Rolando Peralta, quien despertó en mí la pasión por los sistemas dinámicos y el control.

Este trabajo no hubiera sido posible sin la ayuda del Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología, canalizada a través de la beca de posgrado que recibí durante el tiempo que tomó la realización de este trabajo. También agradezco profundamente a la Universidad Nacional Autónoma de México, mi segunda casa, por el apoyo económico otorgado por la Dirección General de Estudios de Posgrado a través del Departamento de Asignación de Becas.

René Jiménez
Ciudad Universitaria, México, D.F., agosto de 2006

Resumen

En este trabajo se estudiaron dos problemas relacionados con la protección de edificios contra sismos: el modelado de un amortiguador variable y la estimación de señales no disponibles en tiempo real, requeridas en análisis de vibraciones y control. Los principales propósitos fueron la verificación experimental de un modelo matemático para un amortiguador variable y el diseño de observadores adaptables para edificios con este tipo de amortiguadores, que sólo utilizaran aceleraciones y que fueran capaces de estimar los parámetros estructurales y los parámetros de los amortiguadores.

Mediante varios experimentos realizados con un amortiguador a escala y empleando métodos de estimación de parámetros se verificó la validez del modelo mencionado. Los resultados confirmaron que el modelo propuesto es capaz de reproducir adecuadamente la dinámica del amortiguador.

El desarrollo de los observadores se basó en la dinámica de una estructura de marco plano equipada con un amortiguador magneto-reológico. Realizando análisis de estabilidad se derivaron dos algoritmos para estimar los parámetros estructurales y las posiciones y velocidades de los pisos a partir de mediciones de aceleración. La principal aportación de estos algoritmos es que no requieren de transformaciones especiales de los estados, permitiendo así la reconstrucción de señales con un fuerte sentido físico. Estas señales pueden ser utilizadas en forma directa no sólo en problemas de control sino también en análisis de vibraciones y evaluación de daño.

Abstract

This work addresses two important issues related to the seismic protection of buildings: the mathematical description of a variable damper and the estimation of non-measurable signals that are required for vibration analysis and control. The main objectives of this work were the experimental verification of a mathematical model for a variable damper and the design of adaptive state observers that would use only acceleration measurements and that would be able to estimate the structural and damper parameters.

Damper's model verification was carried out through several tests with a small-scale damper and utilizing parameter estimation methods. The results of this process confirmed that the proposed model is able to reproduce the dynamic behavior of the damper with an acceptable level of accuracy.

The development of the observer was based on the dynamics of a shear building with a magneto-rheological damper. Two algorithms for the identification of structural parameters and the estimation of storey positions and velocities from acceleration measurements were derived from stability analysis. The main contribution of the present work is that the proposed schemes do not require special state transformations, commonly used in other schemes. Therefore, the estimated signals have strong physical meaning and can be utilized not only in control schemes but also in vibration analysis and damage assessment.

The proposed schemes were evaluated through experiments on a small-scale metallic structure.

Contenido

Índice de figuras	x
Índice de tablas	xiii
1. Introducción	1
1.1. Dispositivos semiactivos en la atenuación de vibraciones en estructuras	1
1.2. Modelado de amortiguadores magneto-reológicos	3
1.3. Estimación simultánea de estados y parámetros	5
1.4. Problemas abordados y ejes principales de la investigación	6
1.5. Principales contribuciones	11
2. Ajuste y verificación experimental del modelo modificado de LuGre	13
2.1. Descripción del amortiguador magneto-reológico RD-1005-3	13
2.2. Comportamiento dinámico	14
2.3. Adaptación preliminar de parámetros	15
2.4. Ajuste del modelo modificado de LuGre para describir la dinámica del RD-1005-3	15
2.4.1. Medición de f_0	16
2.4.2. Estimación de δ	17
2.4.3. Variación del cociente β/α en función de la corriente	18
2.4.4. Variación de γ en función de la corriente	20
2.4.5. Estimación recursiva de parámetros.	21
2.5. Verificación experimental del modelo modificado de LuGre	25
2.6. Observador en lazo cerrado	27
2.7. Simplificación del modelo modificado de LuGre	30
2.8. Conclusiones	31
3. Caracterización de la estructura	33
3.1. Parámetros teóricos	33
3.2. Comportamiento dinámico	35
3.2.1. Frecuencias naturales	35
3.2.2. Identificación de parámetros	37
3.3. Conclusiones	42
4. Observador adaptable basado en mediciones de aceleración y fuerza	43
4.1. Modelo en el espacio de estados y parametrización	43
4.2. Diseño	43
4.3. Evaluación	46
4.4. Conclusiones	52

5. Observador adaptable basado únicamente en mediciones de aceleración	54
5.1. Modelo en el espacio de estados y parametrización	54
5.2. Diseño	56
5.3. Evaluación	61
5.4. Conclusiones	71
6. Conclusiones generales	73
Referencias	76
Apéndices	81
A. Observabilidad de la pareja (A, D)	81
B. Equipo usado en la experimentación	83
B.1. Equipo usado en la caracterización del RD-1005-3	83
B.2. Estructura de cinco grados de libertad	85

Índice de figuras

1.1. Amortiguador magneto-reológico Rheonetic RD-1003-5 de Lord Corporation.	7
1.2. Estructura de marco plano con n grados de libertad.	8
1.3. Esquema de la estructura metálica usada en la experimentación: (a) vista en planta, (b) vista lateral en la dirección x^* (dirección de la excitación), (c) vista lateral en la dirección x^{**} y (d) vista tridimensional.	9
1.4. Estructura metálica y marco de referencia instalados en la Mesa Vibradora del Instituto de Ingeniería de la UNAM.	10
1.5. Amortiguador magneto-reológico instalado en la estructura.	10
2.1. Corte esquemático del RD-1003-5.	13
2.2. Variación de la fuerza generada por el RD-1005-3 con respecto al tiempo, para diferentes niveles de corriente.	14
2.3. Variación de la fuerza generada por el RD-1005-3 para diferentes niveles de corriente: (a) con respecto al desplazamiento y (b) con respecto a la velocidad.	14
2.4. (a) Identificación preliminar de los parámetros del amortiguador. (b) Voltaje usado en la estimación preliminar de los parámetros del amortiguador.	16
2.5. Fuerza debida a un desplazamiento a velocidad constante ($i = 0.25$ A, $\delta m \approx 0.489$ N).	18
2.6. (a) Fuerza f_c correspondiente a diferentes niveles de corriente. (b) Variación de f_c con respecto a la corriente.	20
2.7. (a) Fuerza f_g para diferentes niveles de corriente. (b) Variación de γ en función de la corriente.	21
2.8. (a) Estimación recursiva del parámetro α . (b) Estimación recursiva del parámetro ε	22
2.9. Estimación recursiva del vector de parámetros del modelo mLG.	24
2.10. Convergencia a cero de la norma l_2 del error de estimación de fuerza.	24
2.11. Comparación entre la fuerza medida y la fuerza proporcionada por el modelo mLG para una rampa de corriente y desplazamiento sinusoidal.	25
2.12. Comparación entre la fuerza medida y la fuerza proporcionada por el modelo mLG, en función del desplazamiento (izquierda) y en función de la velocidad (derecha), para una rampa de corriente y desplazamiento sinusoidal.	26
2.13. Comparación entre la fuerza medida y la fuerza dada por el modelo para entradas pseudoaleatorias.	26
2.14. Entradas pseudoaleatorias: (a) Desplazamiento del vástago del amortiguador. (b) Corriente.	27
2.15. Porcentaje de error en la estimación de la fuerza con respecto a la capacidad nominal del RD-1005-3.	27
2.16. Comparación del estado estimado en lazo abierto con el estimado en lazo cerrado.	29
2.17. (a) Convergencia del estado estimado a la solución de equilibrio usando el observador en lazo cerrado. (b) Comparación entre la fuerza medida y la fuerza del modelo con el observador en lazo cerrado.	29
2.18. Porcentaje de error de estimación de la fuerza usando el observador en lazo cerrado.	30
2.19. Comparación entre la fuerza medida y las predicciones de fuerza de los modelos Σ_v y Σ_i con el observador en lazo abierto.	32
2.20. Comparación entre la fuerza medida y las predicciones de fuerza de los modelos Σ_v y Σ_i con el observador en lazo cerrado.	32

3.1. (a) Estructura a escala. (b) Dirección del movimiento.	34
3.2. Densidad espectral de potencia de la respuesta del quinto piso bajo la excitación del sismo NRT (estructura sin amortiguador).	36
3.3. Densidad espectral de potencia de la respuesta del quinto piso bajo la excitación del sismo KBE (estructura con amortiguador).	36
3.4. Desplazamiento del tercer piso bajo la excitación del sismo SCT (estructura sin amortiguador).	40
3.5. Velocidad del quinto piso bajo la excitación del sismo SCT (estructura sin amortiguador).	40
3.6. Aceleración del primer piso bajo la excitación del sismo SCT (estructura sin amortiguador).	40
3.7. Desplazamiento del tercer piso bajo la excitación del sismo KBE (estructura con amortiguador).	41
3.8. Velocidad del quinto piso bajo la excitación del sismo KBE (estructura con amortiguador).	41
3.9. Aceleración del primer piso bajo la excitación del sismo KBE (estructura con amortiguador).	41
4.1. Entradas para el experimento con Ω_ζ : (a) Sismo SCT. (b) Corriente en el amortiguador.	47
4.2. Norma euclidiana de los errores de estimación: (a) Error de salidas. (b) Error de estados $\tilde{\zeta}$	47
4.3. Estimación a través de Ω_ζ de las señales del primer piso: (a) Desplazamiento. (b) Velocidad.	48
4.4. Estimación a través de Ω_ζ de las señales del segundo piso: (a) Desplazamiento. (b) Velocidad.	48
4.5. Estimación a través de Ω_ζ de las señales del tercer piso: (a) Desplazamiento. (b) Velocidad.	49
4.6. Estimación a través de Ω_ζ de las señales del cuarto piso: (a) Desplazamiento. (b) Velocidad.	49
4.7. Estimación a través de Ω_ζ de las señales del quinto piso: (a) Desplazamiento. (b) Velocidad.	50
4.8. Estimación de los elementos de $\hat{\Theta}_k$	51
4.9. Estimación de los elementos de $\hat{\Theta}_c$	51
4.10. Estimación de los elementos de $\hat{\Theta}_m$	52
4.11. Comparación entre la medición del desplazamiento del quinto piso, su estimación a través de Ω_ζ y la doble integración numérica de la aceleración de ese piso.	53
5.1. Entradas para el experimento con Ω_ξ : (a) Sismo SCT. (b) Voltaje en el amortiguador.	61
5.2. Norma euclidiana de los errores de estimación: (a) Error de estimación de salidas. (b) Error de estimación de estados $\tilde{\xi}$	63
5.3. Estimación a través de Ω_ξ de las señales del primer piso: (a) Desplazamiento. (b) Velocidad.	63
5.4. Estimación a través de Ω_ξ de las señales del segundo piso: (a) Desplazamiento. (b) Velocidad.	64
5.5. Estimación a través de Ω_ξ de las señales del tercer piso: (a) Desplazamiento. (b) Velocidad.	64
5.6. Estimación a través de Ω_ξ de las señales del cuarto piso: (a) Desplazamiento. (b) Velocidad.	65
5.7. Estimación a través de Ω_ξ de las señales del quinto piso: (a) Desplazamiento. (b) Velocidad.	65
5.8. Ajuste en tiempo real de los elementos de (a) $\hat{\theta}_k$ y (b) $\hat{\theta}_c$	66
5.9. (a) Simulación numérica de la estimación de x_1 . (b) Detalle de la corrección de la estimación.	67
5.10. Norma euclidiana de los errores de estimación usando simulación numérica: (a) Error de estimación de salidas. (b) Error de estimación de estados $\tilde{\xi}$	67
5.11. Ajuste en simulación numérica de los elementos de (a) $\hat{\theta}_k$ y (b) $\hat{\theta}_c$	68
5.12. Estimaciones generadas con Ω_ξ con condiciones iniciales cercanas a las del experimento: (a) Desplazamiento del primer piso. (b) Desplazamiento del cuarto piso.	68
5.13. Comparación de la medición de \dot{x}_4 y $\hat{\dot{x}}_4$ obtenida con Ω_ξ en un ensayo con el sismo KBE.	69
5.14. Estimación de los parámetros del amortiguador: (a) $\frac{\hat{\vartheta}_0}{m_1}$. (b) $\frac{\hat{\vartheta}_1}{m_1}$	69
5.15. Estimación del parámetro $\frac{\hat{\vartheta}_0}{m_1}$	70
5.16. (a) Gráfica de la función estimada $\hat{\mu}(v)$ con respecto al tiempo. (b) Comparación entre la estimación de z y la solución de equilibrio \hat{z}_e	70
B.1. Equipo usado en la caracterización del RD-1005-3.	84
B.2. (a) Amortiguador y celda de carga montados en el MTS. (b) Equipo de adquisición de datos.	85
B.3. Controlador RD-3002-1.	86
B.4. Diagrama de conexiones para la caracterización experimental del RD-1005-3.	87
B.5. Estructura metálica a escala.	87

B.6. Montaje del RD-1005-3 y la celda de carga en la estructura.	88
B.7. Acelerómetro del cuarto piso.	88
B.8. Transformador diferencial lineal del tercer piso.	89
B.9. LVDT para la medición del desplazamiento de la Mesa Vibradora.	89

Índice de tablas

2.1. Algunas mediciones del parámetro f_0 para diferentes niveles de corriente.	17
2.2. Estimación del parámetro δ para diferentes niveles de corriente a velocidad constante.	19
2.3. Variación del cociente β/α con respecto a la corriente suministrada.	20
2.4. Variación de γ correspondiente a diferentes niveles de corriente.	21
2.5. Valores obtenidos al finalizar el proceso de identificación recursivo.	25
2.6. Parámetros para el modelo Σ_v	31
2.7. Parámetros para el modelo Σ_i	31
3.1. Frecuencias dominantes en el espectro de la respuesta de la estructura (Hz).	37
3.2. Frecuencias naturales de la estructura (Hz).	42
4.1. Comparación de las frecuencias estimadas a través de Ω_ζ y las obtenidas con la estimación recursiva usando Φ_S (Hz).	52
5.1. Valores iniciales de los parámetros del modelo Σ_f	62
5.2. Comparación de las frecuencias estimadas a través de Ω_ξ y las obtenidas con la estimación recursiva usando Φ_S (Hz).	71

Capítulo 1

Introducción

Las trágicas consecuencias que suelen acompañar a los terremotos de gran intensidad resaltan la importancia de desarrollar mejores técnicas para proteger edificios y estructuras contra este tipo de fenómenos. En las últimas décadas se han propuesto novedosas estrategias enfocadas a la disminución de los efectos causados por los sismos usando los últimos adelantos tecnológicos de las ingenierías civil y mecánica. Sin embargo, la complejidad de estos eventos naturales y nuestra escasa capacidad de predecirlos con exactitud mantienen latente la necesidad de encontrar mecanismos que permitan aumentar el nivel de seguridad en las estructuras civiles.

En los últimos años la teoría de control ha empezado a jugar un papel importante en la creación de nuevos esquemas de protección de estructuras. El avance tecnológico en los sistemas computacionales y el desarrollo de nuevos materiales para la construcción de actuadores de gran escala han propiciado una intensa búsqueda de la aplicación de técnicas de control en la ingeniería sísmica. Este nuevo enfoque permite la integración de diversas tecnologías que antes no mantenían una relación estrecha pero que, en conjunto, hacen posible dotar a los sistemas estructurales de nuevas capacidades, por ejemplo, la adaptación en tiempo real a diferentes condiciones de operación. El resultado es un mejoramiento del comportamiento dinámico frente a sismos u otras excitaciones que puedan producir daño.

1.1. Dispositivos semiactivos en la atenuación de vibraciones en estructuras

Los sistemas de protección de estructuras se pueden clasificar en tres grandes grupos: [1] los sistemas que utilizan disipadores pasivos de energía (Soong, T.T. y Dargush, G.F., 1997), como es el caso del aislamiento sísmico (Skinner, R.I. *et al.*, 1993); [2] los sistemas activos, cuyo funcionamiento se fundamenta en la adición de energía mediante fuentes externas (Spencer, B.F. y Sain, M.K., 1997); y [3] los sistemas semiactivos.

El control semiactivo constituye un área de investigación reciente que busca combinar la confiabilidad de los sistemas pasivos y la versatilidad de los sistemas activos. Un sistema de control semiactivo es aquél cuyas acciones van encaminadas estrictamente a la modificación del régimen de disipación de energía. Se han propuesto varios dispositivos semiactivos para disipar la energía en sistemas estructurales. Estos dispositivos utilizan la fuerza de fricción generada en fluidos o en superficies de contacto y se caracterizan por funcionar con menos energía que la requerida por actuadores hidráulicos o motores eléctricos usados en los sistemas activos. Otra ventaja que ofrecen es que en caso de interrupción del suministro de energía su comportamiento es equivalente al de los sistemas pasivos. Amortiguadores controlables, soportes de fricción controlable, aislamientos de fricción controlable y dispositivos de rigidez variable son ejemplos de disipadores semiactivos.

Entre los dispositivos semiactivos más recientes se encuentran los amortiguadores cuyo mecanismo de disipación se deriva de la fuerza de fricción generada en un fluido cuyas propiedades mecánicas pueden modificarse en tiempo real. La principal característica de estos fluidos es su capacidad para cambiar en

forma reversible de un estado de libre flujo a un estado semisólido con una resistencia a la fluencia que puede modificarse a través de un campo eléctrico o magnético (Janocha, H., 2001). De acuerdo con la naturaleza del campo, estos fluidos pueden clasificarse en dos tipos: fluidos electro-reológicos y fluidos magneto-reológicos.

Las propiedades mecánicas de dichos fluidos son similares. El tiempo de respuesta en ambos casos está en el orden de 10^{-3} s. Sin embargo, el rango del esfuerzo de fluencia de los fluidos electro-reológicos (de 0.002 a 5 kPa) es más estrecho que el de los fluidos magneto-reológicos (de 0.001 a 100 kPa). La potencia requerida para activarlos va de 2 a 50 W, aunque en el caso de los fluidos electro-reológicos se requieren voltajes relativamente grandes (de 2 a 5 kV) en comparación con el voltaje requerido por los fluidos magneto-reológicos (de 2 a 25 V). Desde un punto de vista práctico, los fluidos magneto-reológicos poseen propiedades superiores a las de su contraparte electro-reológica: Inmunidad a contaminantes, estabilidad de su composición física a largo plazo y buena relación entre volumen y rango de resistencia a la fluencia (Spencer, B.F. *et al.*, 1997).

Los amortiguadores magneto-reológicos se encuentran entre los dispositivos semiactivos que mayor atención han recibido por parte de los investigadores en el área de atenuación de vibraciones. Un amplio rango de resistencia a la fluencia (típicamente de 0.001 a 100 kPa), bajo costo y bajos requerimientos de potencia (menos de 50 W en la mayoría de los casos) permiten la utilización de estos dispositivos en las más diversas aplicaciones, desde la atenuación de vibraciones en lavadoras domésticas, hasta la reducción de la respuesta dinámica en estructuras civiles (Jolly, M.R. *et al.*, 1999; Janocha, H., 2001; Carlson, J.D. *et al.*, 2001; Chrzan, M.J. y Carlson, J.D., 2001; McManus, S.J. y St. Clair, K.A., 2002; Yao, G.Z. *et al.*, 2002). Actualmente existen varios modelos en el mercado (Carlson, J.D. *et al.*, 1996) incluyendo uno para aplicaciones en la ingeniería civil (Lord Corporation, 2002b).

Durante los últimos quince años han sido publicados diversos trabajos enfocados al desarrollo de sistemas de control semiactivo para reducir los daños provocados por sismos. El objetivo principal en la mayoría de los casos es la reducción de los desplazamientos relativos entre los pisos y la reducción de las velocidades. Por ejemplo, Dyke, S.J. *et al.* (1996b) proponen una ley de control de dos posiciones basada en control óptimo discontinuo para una estructura de varios grados de libertad. Jansen, L.M. y Dyke, S.J. (2000) presentan un estudio comparativo de leyes de control de dos posiciones que usan amortiguadores magneto-reológicos. Ribakov, Y. y Gluck, J. (2002) estudian un esquema de aislamiento de la base con amortiguadores magneto-reológicos. Erkus, B. *et al.* (2002) muestran que el desempeño de un esquema de aislamiento semiactivo supera a su contraparte pasiva en la reducción de la respuesta de un puente de gran altura usando un regulador lineal cuadrático. Aldemir, U. (2003) diseñó un sistema semiactivo de masa-amortiguador (tuned-mass damper) mediante técnicas de control óptimo.

En trabajos recientes (Álvarez, L. y Jiménez, R., 2003b) se presentan dos leyes de control basadas en el método de perturbaciones singulares para una estructura con un amortiguador magneto-reológico. Una estrategia basada en la técnica de modulación de frecuencia es sugerida por Álvarez, L. y Carrera, R. (2003) cuando se conoce la frecuencia fundamental de la excitación. Chase, J.G. *et al.* (2003) analizan la utilización de un regulador cuadrático con retroalimentación de la derivada de la aceleración con respecto al tiempo para estructuras sujetas a excitación impulsiva. Lyan-Ywan, L. (2004) muestra que un esquema de protección basado en disipadores de fricción variable con retroalimentación de desplazamientos y velocidades de los pisos puede alcanzar los mismos niveles de atenuación que su contraparte activa. Symans, M.D. y Constantinou, M.C. (1999) presentan una revisión general del control semiactivo de estructuras.

Aunque en algunos trabajos sobre el control semiactivo de estructuras usando amortiguadores magneto-reológicos se presentan resultados sobresalientes de la reducción de la respuesta dinámica de estructuras (Dyke, S.J. *et al.*, 1996b; Dyke, S.J. *et al.*, 1996c; Nagarajaiah, S. *et al.*, 2000), en general no se ha explotado cabalmente la dinámica de los amortiguadores magneto-reológicos. En general, los esquemas de control desarrollados hasta ahora se limitan a algoritmos de dos posiciones (amortiguador “apagado” o “encendido” a la máxima capacidad) debido, en gran parte, a que la mayoría de los modelos matemáticos para estos dispositivos no son capaces de describir la dinámica de los amortiguadores o son extremadamente complicados, haciéndose difícil su uso en el diseño de controladores.

Otro inconveniente de la mayoría de los algoritmos de control ya desarrollados es que requieren del conocimiento exacto de los parámetros estructurales. En general, determinar en forma exacta los parámetros de cualquier sistema es una tarea difícil. La información *a priori* con la que se cuenta durante el diseño de una estructura permite obtener aproximaciones de los parámetros dinámicos de ésta. Sin embargo, la

gran cantidad de factores involucrados en la etapa de construcción y, posteriormente, durante su uso, hacen prácticamente imposible obtener en forma exacta el valor de dichos parámetros. Además, las diferentes cargas dinámicas que se presentan en los elementos estructurales, por ejemplo las debidas a la acción del viento o a sismos, hacen que estos parámetros se modifiquen con el transcurso del tiempo. Las masas de los pisos y los coeficientes de rigidez y amortiguamiento son requeridos también para el diseño de los esquemas pasivos y para la evaluación de daño *a posteriori* provocado por sismos de gran intensidad.

Algunas estrategias de control semiactivo se basan en la retroalimentación de aceleración (Dyke, S.J. *et al.*, 1996a; Arfiadi, U. y Hadi, M.N.S., 2001). Sin embargo, la gran mayoría de los esquemas de control propuestos hasta ahora requieren en tiempo real de datos de los desplazamientos y velocidades de los pisos para poder calcular las acciones de control en cada instante. Por ejemplo, los algoritmos basados en la teoría de Lyapunov mencionados por Jansen, L.M. y Dyke, S.J. (2000) requieren conocer los parámetros de la estructura, además de las mediciones de la fuerza en los disipadores y de la medición del vector de estados, compuesto por desplazamientos y velocidades. Estos autores también mencionan dos leyes de control de dos posiciones basadas en la retroalimentación de velocidades y fuerza. Yamada, K. y Kobori, T. (2001) hacen una revisión de los conceptos de dinámica estructural y de las estrategias lineales de control más comunes, las cuales, en general, requieren de los desplazamientos y/o velocidades absolutos. Chase, J.G. *et al.* (2004) utilizan desplazamientos y velocidades en un esquema de control óptimo para minimizar las aceleraciones de los pisos de una estructura sujeta a excitación sísmica.

Contar en tiempo real con datos de la aceleración del terreno y las aceleraciones, velocidades y desplazamientos de cada piso también es útil en la evaluación del daño sufrido por la estructura y para caracterizar su comportamiento después de un sismo. Sin embargo, es poco factible que en todos los casos prácticos se cuente con los medios para medir en forma directa los desplazamientos y las velocidades absolutas de todos los pisos de una estructura civil ya que la instalación y el mantenimiento de una gran cantidad de sensores y dispositivos de adquisición y procesamiento de datos representan un esfuerzo considerable y, por consiguiente, un costo elevado.

La medición de la aceleración puede ser una opción viable para la caracterización y el control de un sistema estructural ya que los acelerómetros producen mediciones absolutas (con respecto a un sistema de referencia inercial), es decir, no requieren de referencias fijas, a diferencia de los sensores de posición que producen mediciones que dependen de una referencia conocida. La aceleración del terreno difícilmente se podría reconstruir a través de mediciones de posición debido a que durante un sismo todas las posibles referencias sobre el edificio y en sus cercanías son afectadas por el propio movimiento sísmico. Por otro lado, siempre es deseable evitar la derivación numérica de señales para no amplificar el ruido de alta frecuencia inherente a las mediciones, por lo que tampoco resulta conveniente el uso de medidores de velocidad, que en general también requieren de referencias fijas.

De la discusión anterior se desprende que entre los principales retos que enfrenta el diseño y la implantación de controladores semiactivos están los siguientes:

1. El modelado de la dinámica de los amortiguadores magneto-reológicos,
2. La identificación en tiempo real de los parámetros de los amortiguadores.
3. La identificación en tiempo real de los parámetros estructurales.
4. La estimación de los estados (posiciones y velocidades) a partir de mediciones de aceleración.

En el contexto del control de estructuras los últimos tres puntos conllevan a la estimación simultánea, en tiempo real, de los parámetros y los estados del sistema, tema , hasta ahora, poco estudiado.

1.2. Modelado de amortiguadores magneto-reológicos

Los fluidos magneto-reológicos están constituidos por partículas microscópicas de material ferromagnético (generalmente hierro) en suspensión en un fluido portador no magnetizable (generalmente aceite). Estos materiales se caracterizan por tener propiedades reológicas modificables bajo la acción de un campo magnético (Bossis, G. *et al.*, 2002). En ausencia de campo magnético, las partículas ferromagnéticas se encuentran distribuidas en forma aleatoria, provocando un flujo semejante al que presentaría el fluido portador

sin partículas. Cuando se aumenta la intensidad del campo magnético, las partículas tienden a alinearse a lo largo de las líneas de campo, formando microestructuras en forma de cadena. Estas microestructuras aumentan la resistencia a la fluencia del fluido, provocando una condición de flujo similar a la de un sólido con baja resistencia mecánica. El esfuerzo de fluencia del fluido magneto-reológico varía en forma monótona creciente conforme aumenta el campo magnético aplicado (Bossis, G. *et al.*, 2003).

El comportamiento de los fluidos magneto-reológicos depende de numerosos factores como son la temperatura, la interacción entre partículas, la concentración de éstas, fenómenos de sedimentación, forma y volumen de las partículas, viscosidad del fluido portador, etc. (Vékás, L. *et al.*, 2000). En consecuencia, el modelado matemático de los amortiguadores magneto-reológicos guiado por los fenómenos físicos involucrados puede ser una tarea sumamente complicada.

A nivel macroscópico, la dinámica de los amortiguadores magneto-reológicos es altamente no lineal. Entre otros fenómenos se presentan ciclos de histéresis de la fuerza producida con respecto al desplazamiento y a la velocidad del vástago. Este comportamiento no lineal se puede asociar a la velocidad relativa de las piezas móviles y a la magnitud del campo magnético aplicado.

En trabajos recientes se han propuesto algunos modelos para representar la dinámica de este tipo de amortiguadores. En general, se trata de modelos determinísticos basados en modelos dinámicos de fricción. Spencer, B.F. *et al.* (1996) presentan algunos modelos basados en los modelos de fricción de Bingham y Bouc-Wen. Butz, T. y von Stryk, O. (1999) analizan varios modelos dinámicos: el modelo de Powell, basado en elementos mecánicos no lineales; el modelo BigMax, basado en el modelo de fricción de Maxwell; dos modelos basados en fenómenos de deformación viscosa elasto-plástica; un modelo polinomial y otro basado en redes neuronales. Kim, B. y Roschke, P.N. (1999) presentan un proceso de linealización del comportamiento de un amortiguador usando una red neuronal, probado solamente con entradas sinusoidales. Choi, S.B. *et al.* (2001) también presentan un modelo polinomial para una clase de amortiguador.

Desafortunadamente, la mayoría de estos modelos no logra representar el rico comportamiento dinámico de los amortiguadores magneto-reológicos porque su estructura no es capaz de reproducir ciclos de histéresis, o porque son válidos únicamente para un conjunto reducido de entradas o para condiciones dinámicas muy específicas, por ejemplo, movimiento sinusoidal en estado estacionario. O bien, en el otro extremo, las ecuaciones que describen algunos de estos modelos son demasiado complicadas, haciendo difícil su uso. Por ejemplo, el modelo modificado de Bouc-Wen (Spencer, B.F. *et al.*, 1996) es capaz de reproducir adecuadamente la fuerza generada por un amortiguador en correlación con datos experimentales. Sin embargo, su complejidad lo hace poco conveniente para desarrollar algoritmos de control e identificación de parámetros en tiempo real. Este modelo está descrito por tres ecuaciones diferenciales no lineales en las variables involucradas, con catorce parámetros a sintonizar según el amortiguador del que se trate. Dichas ecuaciones también son no lineales en algunos parámetros. Además, dos de los estados de este modelo no son medibles directamente y hasta la fecha no hay trabajos que reporten el diseño de observadores para este modelo.

Con el compromiso de desarrollar un modelo más simple que los propuestos anteriormente se realizó un estudio en simulación numérica para desarrollar un nuevo modelo a partir del modelo de Lund-Grenoble (LuGre), propuesto por Canudas de Wit, C. *et al.* (1995). El modelo de LuGre, que es una extensión del modelo propuesto por Dahl (Dahl, 1968), ha sido ampliamente utilizado en la descripción de fenómenos no lineales de fricción (Canudas de Wit, C. y Lischinsky, P., 1997). Entre sus principales características resaltan su capacidad de reproducir ciclos de histéresis y fenómenos de adherencia a bajas velocidades y su relativa sencillez matemática en comparación con otros modelos de fricción.

Tomando como referencia el modelo modificado de Bouc-Wen se calcularon varias series de datos correspondientes a la fuerza desarrollada por un amortiguador, bajo condiciones típicas de operación. Estos datos sirvieron para construir el siguiente modelo de caja negra, publicado recientemente (Álvarez, L. y Jiménez, R., 2002c) y que en lo sucesivo se denominará modelo modificado de LuGre (mLG)

$$\dot{z} = \dot{x} - \eta(v)|\dot{x}|z, \quad (1.1)$$

$$f = \sigma(v)z + \sigma_1\dot{z} + \sigma_2\dot{x}. \quad (1.2)$$

En este modelo, f (N) es la fuerza ejercida por el amortiguador, \dot{x} (m/s) es la velocidad relativa entre los extremos móviles, v (V) es el voltaje aplicado en las terminales eléctricas. σ_1 y σ_2 (N·s/m) son coeficientes de amortiguamiento viscoso. El modelo original de LuGre trata de describir cuantitativamente la fuerza de

fricción entre dos superficies a través de una estimación de la flexión promedio de una serie de filamentos que representan a nivel microscópico los puntos de contacto entre dichas superficies. La flexión promedio de los filamentos constituye el estado del modelo. En el caso del modelo mLG, el estado z (m) se puede interpretar como una medida de la deformación elástica del fluido magneto-reológico, provocada por el movimiento del émbolo.

Para incluir los efectos que provoca el campo magnético sobre el fluido magneto-reológico Álvarez, L. y Jiménez, R. (2002c) propusieron las funciones

$$\begin{aligned}\eta(v) &= \sigma_0 a_0 (1 + a_1 v) > 0, \\ \sigma(v) &= \sigma_0 v \geq 0,\end{aligned}$$

que ayudan a describir la variación de f debida al voltaje aplicado. Para estas funciones, σ_0 (N/(m·V)) es un coeficiente de rigidez asociado a v , a_0 (V/N) y a_1 (V⁻¹) son parámetros constantes que modelan la variación del régimen de deformación del fluido con respecto al voltaje aplicado. Por simplicidad, y basándose en el modelo de Dahl (Dahl, 1968), en este modelo no se consideró ningún término asociado al efecto Stribeck (Armstrong-Hélouvy, B., 1991).

El modelo dado por (1.1) y (1.2), además de ser efectivamente más simple que la mayoría de los modelos antes mencionados, ha demostrado en simulación numérica tener un buen desempeño en la reproducción del comportamiento dinámico de un amortiguador magneto-reológico. Jiménez, R. y Álvarez, L. (2003) presentan una comparación entre la respuesta del modelo modificado de Bouc-Wen y la del modelo mLG.

El modelo mLG ha sido empleado en diversos estudios numéricos de control semiaactivo e identificación paramétrica de estructuras. La estructura de este modelo ha mostrado una gran flexibilidad ya que bajo pequeñas modificaciones ha sido adecuado a las necesidades específicas de varios métodos de control. También ha permitido proponer esquemas para atenuar la respuesta dinámica de edificios de marco plano y en la identificación en tiempo real de los parámetros estructurales. Se ha estudiado el diseño de dos leyes de control por modos deslizantes, una que considera el modelo mLG completo y otra con una versión simplificada de éste, obtenida mediante el método de perturbaciones singulares (Álvarez, L. y Jiménez, R., 2003b). Ambos esquemas de control permiten obtener reducciones cercanas al 80 % de los desplazamientos de los pisos bajo la excitación del sismo El Centro 1940.

Álvarez, L. y Carrera, R. (2003) diseñan un controlador basado en un regulador cuadrático con modulación de frecuencia y un modelo inverso para el amortiguador magneto-reológico, basado en el modelo mLG. Los resultados presentados por estos autores muestran reducciones de los desplazamientos incluso mayores al 90 % en comparación con la respuesta libre de la estructura para el sismo SCT 1985 de la ciudad de México.

Desde la perspectiva de la ingeniería civil, en el trabajo de simulación numérica de Baena, M. (2005) se describe el comportamiento sísmico de una estructura a escala (la misma que se utilizó en el presente estudio) controlada con un amortiguador magneto-reológico descrito dinámicamente a través del modelo mLG inverso. En dicho trabajo también se proponen nuevas opciones de diseño de estructuras contemplando la contribución de amortiguadores magneto-reológicos. El modelo mLG también ha sido usado en el diseño de una ley de control basada en pasividad (Cornejo, C., 2004) y en el diseño de esquemas de estimación de parámetros en tiempo-real (Jiménez, R., 2002; Jiménez, R. y Álvarez, L., 2002).

1.3. Estimación simultánea de estados y parámetros

El problema de estimar simultáneamente el estado y los parámetros de un sistema ha sido estudiado desde la década de 1970 a través de lo que se denomina *observadores adaptables*. Un observador adaptable se define como un sistema dinámico capaz de identificar los parámetros y construir una estimación de los estados de un sistema físico exclusivamente a través de las señales de entrada y salida (Lüders, G. y Narendra, K.S., 1974b). La mayor parte de los trabajos realizados hasta la fecha sólo introducen soluciones para sistemas lineales de una entrada y una salida (Carroll, R.L. y Lindorff, D.P., 1973; Lüders, G. y Narendra, K., 1973; Kreisselmeier, G., 1977; Narendra, K.S. y Annaswamy, A.M., 1989; Ioannou, P.A. y Sun, J., 1996), o de múltiples entradas con una única salida (Lüders, G. y Narendra, K.S., 1974b; Lüders, G. y Narendra,

K.S., 1974a). Para sistemas lineales multivariables se han propuesto soluciones a través de la reducción a una sola salida o a través de formas canónicas (Lüders, G. y Narendra, K.S., 1974a) o soluciones para sistemas que no contienen productos entre estados y parámetros desconocidos (Zhang, Q., 2001; Zhang, Q., 2002).

Existen resultados para sistemas no lineales de una entrada y una salida (Bastin, G. y Gevers, M.R., 1988) y multivariables que son susceptibles de ser transformados a formas canónicas (Marino, R., 1990; Marino, R. y Tomei, P., 1992; Marino, R. y Tomei, P., 1995a; Marino, R. y Tomei, P., 1995b) o formas en que los parámetros desconocidos aparecen en forma lineal con respecto a señales medidas (Zhang, Q., 2001; Zhang, Q. y Xu, A., 2001). En los trabajos de Rajamani, R. y Hedrik, K. (1995), Cho, Y.M. y Rajamani, R. (1997) y Besançon, G. (2000) no se requiere de transformaciones especiales; sin embargo, se parte de la suposición de que existe una función de Lyapunov con ciertas propiedades y, además, Rajamani, R. y Hedrik, K. (1995), Cho, Y.M. y Rajamani, R. (1997) precisan del cálculo explícito de parámetros involucrados en dicha función para garantizar la estabilidad del esquema propuesto, tarea para la que no se tiene una metodología de solución.

En general, los observadores adaptables propuestos hasta este momento se basan en formas especiales que requieren de transformaciones estáticas y dinámicas de los estados (Zhang, Q., 2005) las cuales conducen a la estimación de estados artificiales que no corresponden con variables físicas. Otra desventaja común de estos trabajos es que los observadores que proponen se basan en formas canónicas en donde la salida o salidas del sistema dependen exclusivamente de los estados estimados, excluyendo aquéllos en los que las salidas también dependen de los parámetros estimados y de las entradas.

En el área de dinámica estructural han aparecido algunos trabajos sobre el diseño de observadores para identificación paramétrica y control. Lus, H. *et al.* (1999) sugiere un esquema basado en el filtro de Kalman para la identificación de los parámetros dinámicos de una estructura de múltiples grados de libertad sujeta a una excitación sísmica. Ni, Y.Q. *et al.* (2002) desarrollaron un controlador basado en una red neuronal usando la observación de un subconjunto de los estados del sistema. Nagaraiaiah, S. y Zhiling, L. (2004) utilizan un observador convencional de orden reducido para estimar algunos estados no medidos y las condiciones iniciales en un esquema de identificación por intervalos de tiempo. En otro trabajo previo (Jiménez, R. y Álvarez, L., 2004) se diseña un observador adaptable para estimar simultáneamente algunos de los parámetros de un amortiguador magneto-reológico y el estado completo de una estructura con control semiactivo. En todos estos trabajos se requiere de la medición de algunos estados o del conocimiento de algunos parámetros del sistema. A excepción de Jiménez, R. y Álvarez, L. (2004), los resultados presentados hasta este momento por otros autores no contemplan la dinámica de los disipadores semiactivos del sistema.

1.4. Problemas abordados y ejes principales de la investigación

En el presente trabajo se estudiaron dos problemas básicos que se pueden encontrar cuando se diseña un esquema de control semiactivo para una estructura civil: [1] la descripción matemática de la dinámica de los amortiguadores magneto-reológicos y [2] la reconstrucción, en presencia de incertidumbre paramétrica, de señales no disponibles que pueden ser requeridas para la caracterización de la estructura y/o el control.

Con respecto al primer problema, el objetivo fue adecuar el modelo mLG a los datos experimentales del comportamiento de un amortiguador magneto-reológico, buscando que su forma facilitara su utilización en el diseño de esquemas de observación de estados e identificación paramétrica en tiempo real, temas que hasta el momento resultan difíciles de abordar con los modelos propuestos por otros autores (Butz, T. y von Stryk, O., 1999).

La metodología empleada en la verificación experimental se fundamentó en el análisis de la dinámica de una versión generalizada del modelo mLG y en técnicas recursivas de identificación de parámetros. Los experimentos se llevaron a cabo usando un amortiguador magneto-reológico comercial modelo RD-1005-3 de la marca Rheonetic[®], producido por Lord Corporation (Lord Corporation, 2002a), mismo que se muestra en la Figura 1.1.

Este amortiguador está diseñado para la atenuación de las vibraciones en asientos de camiones de carga; no obstante, sus características dinámicas son similares a las de un amortiguador magneto-reológico de gran escala (Yang, G. *et al.*, 2002). Se introdujeron algunas modificaciones al modelo mLG para mejorar la aproximación de la fuerza del amortiguador con respecto a los datos experimentales. Este hecho no constituyó una limitante pues fue posible preservar la simplicidad del modelo, facilitándose así su empleo en



Figura 1.1: Amortiguador magneto-reológico Rheonetic RD-1003-5 de Lord Corporation.

el diseño de observadores adaptables. Los experimentos correspondientes a esta etapa fueron realizados en el Laboratorio de Estructuras del Instituto de Ingeniería de la UNAM. Finalmente, el modelo fue probado en condiciones similares a las de operación usando datos obtenidos experimentalmente de una estructura civil también de escala reducida (descrita más adelante) sujeta a excitación sísmica y equipada con un RD-1005-3. En este último experimento los voltajes suministrados al amortiguador fueron calculados de acuerdo con una ley de control basada en modulación de frecuencia (Álvarez, L. y Carrera, R., 2003). En el Apéndice B se dan los detalles del equipo usado en la experimentación.

Para el segundo problema el objetivo fue el diseño de esquemas de estimación de parámetros y observación de estados para una estructura equipada con un disipador semiactivo, tema poco estudiado hasta ahora. La verificación experimental del modelo mLG consolida el punto de partida para el diseño de los observadores adaptables. El propósito de estos observadores es proporcionar un mecanismo para producir datos confiables de posición y velocidad de los pisos de la estructura cuando no se cuenta con sus mediciones directas. Para cubrir este objetivo el trabajo se dividió en dos etapas, dando como resultado dos observadores adaptables. En ambos esquemas se supone que ninguno de los parámetros de la estructura es conocido en forma exacta y que las velocidades y desplazamientos de cada piso no pueden ser medidos directamente, sino que deben inferirse a partir de las mediciones de la aceleración del terreno y de las aceleraciones de cada uno de los pisos. Los esquemas propuestos parten de una somera aproximación del valor de los parámetros de la estructura y, mediante el procesamiento en tiempo real de las mediciones disponibles, reconstruyen simultáneamente un conjunto de parámetros constituido por las matrices de inercia, rigidez y amortiguamiento, y el estado del sistema, compuesto por las posiciones y velocidades de los pisos medidas con respecto al nivel del terreno. En el primer esquema también se requiere de la fuerza del amortiguador. En el segundo esquema se omite la medición de la fuerza del amortiguador y, a través de una versión simplificada del modelo mLG, se estiman los parámetros del amortiguador y su estado.

Para abordar el problema de diseño de observadores adaptables se partió de las siguientes hipótesis:

Hipótesis 1 *El edificio en cuestión se comporta como una estructura de marco plano de n grados de libertad como la que se muestra en el esquema de la Figura 1.2.*

Hipótesis 2 *Esta estructura tiene un solo amortiguador magneto-reológico instalado entre el nivel de terreno y el primer piso.*

Hipótesis 3 *Se cuenta únicamente con mediciones en tiempo real de la aceleración absoluta del terreno, de las aceleraciones absolutas de cada uno de los pisos y de la fuerza del amortiguador magneto-reológico.*

Hipótesis 4 *Se desconoce el valor exacto de todos los parámetros del sistema.*

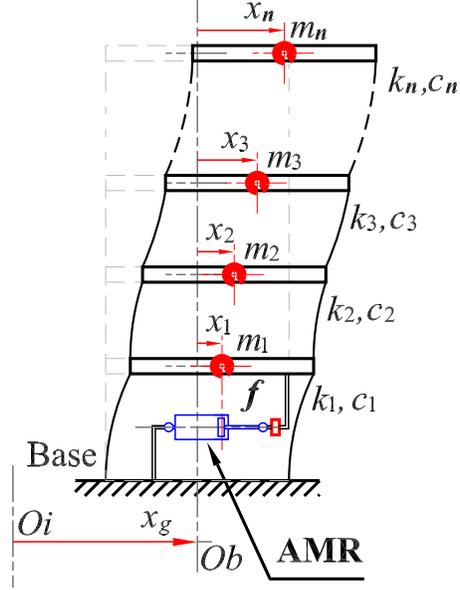


Figura 1.2: Estructura de marco plano con n grados de libertad.

La dinámica de la estructura se puede describir mediante un modelo lineal e invariante en el tiempo con parámetros concentrados, los cuales corresponden a la masa de cada uno de los pisos y a los coeficientes de amortiguamiento y rigidez laterales de las columnas. La ecuación de movimiento está dada por

$$\mathbb{M}\ddot{x} + \mathbb{C}\dot{x} + \mathbb{K}x + \mathbb{B}f = -\mathbb{M}l\ddot{x}_g, \quad (1.3)$$

donde $\mathbb{M} \in \mathbf{R}^{n \times n}$, $\mathbb{C} \in \mathbf{R}^{n \times n}$ y $\mathbb{K} \in \mathbf{R}^{n \times n}$ son respectivamente las matrices de inercia, amortiguamiento y rigidez de la estructura. Para una estructura de marco plano las matrices de este modelo están definidas como sigue

$$\mathbb{M} = \mathbb{M}^T = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & m_3 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & m_n \end{bmatrix}, \quad (1.4)$$

$$\mathbb{K} = \mathbb{K}^T = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 & \cdots & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 & \cdots & 0 \\ 0 & -k_3 & k_3 + k_4 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & k_n \end{bmatrix}, \quad (1.5)$$

$$\mathbb{C} = \mathbb{C}^T = \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 & 0 & \cdots & 0 \\ -c_2 & c_2 + c_3 & -c_3 & \cdots & 0 \\ 0 & -c_3 & c_3 + c_4 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & c_n \end{bmatrix}, \quad (1.6)$$

donde $m_j > 0$ ($j = 1, 2, \dots, n$) representa la masa del j -ésimo piso. Los parámetros $c_j > 0$ y $k_j > 0$ denotan los coeficientes de amortiguamiento y rigidez en la dirección horizontal entre el j -ésimo y el $(j - 1)$ -ésimo pisos de la estructura.

Las componentes del vector $x = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ \dots \ x_n]^T \in \mathbf{R}^n$ son los desplazamientos de las masas, medidos con respecto a la base de la estructura, en el sistema de referencia unidimensional Ob . f es la fuerza del amortiguador. $\mathbb{B} = [1 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0]^T \in \mathbf{R}^n$ es el vector de distribución de la fuerza debida al amortiguador. Las variables \dot{x} y \ddot{x} simbolizan respectivamente la primera y segunda derivadas con respecto al tiempo del vector de desplazamientos. $l = [1 \ 1 \ 1 \ \dots \ 1]^T \in \mathbf{R}^n$ es el vector de distribución de la excitación sísmica, denotada por \ddot{x}_g , misma que representa la aceleración del terreno medida con respecto al sistema de referencia inercial Oi . De esta forma,

$$\psi = \ddot{x} + l\ddot{x}_g \quad (1.7)$$

constituye el vector de aceleraciones absolutas de los pisos de la estructura.

Sistemas como el descrito en los párrafos anteriores han sido estudiados en diversos trabajos sobre protección antisísmica de estructuras (Dyke, S.J. *et al.*, 1996b).

El diseño de los observadores se fundamentó en la teoría de Lyapunov y fue respaldado con simulaciones numéricas para sistemas estructurales de dos y tres grados de libertad (Jiménez, R. y Alvarez, L., 2004; Jiménez, R. y Alvarez, L., 2006).

Para reforzar los resultados teóricos se realizaron varios experimentos, para lo cual se empleó una estructura metálica a escala reducida 1 : 13.5 (Baena, M., 2005, escala de longitud) de 0.3×0.6 m de base y 1.5 m de altura con cinco niveles, cada uno con 0.3 m de entrepiso. Un esquema con las dimensiones más relevantes de esta estructura se muestra en la Figura 1.3 (tomada de Baena, M. (2005)).

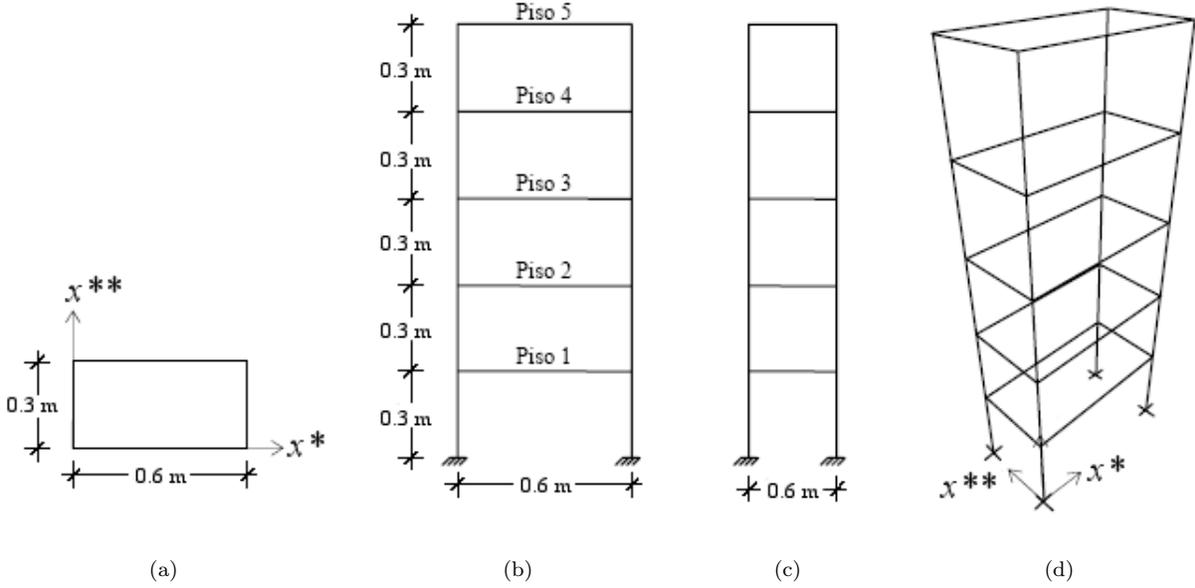


Figura 1.3: Esquema de la estructura metálica usada en la experimentación: (a) vista en planta, (b) vista lateral en la dirección x^* (dirección de la excitación), (c) vista lateral en la dirección x^{**} y (d) vista tridimensional.

La Figura 1.4 se presenta una imagen de su montaje en la Mesa Vibradora del Instituto de Ingeniería de la UNAM, donde se llevaron a cabo los experimentos. Para realizar el control se instaló un RD-1005-3 entre la base y el primer piso, como se muestra en la Figura 1.5. La estructura se equipó con sensores para medir el desplazamiento de los pisos con respecto a la base, la aceleración absoluta de éstos y la fuerza

provocada por el amortiguador. También se midieron el desplazamiento y la aceleración absoluta de la base. En el Apéndice B se describe el equipo usado en la experimentación.

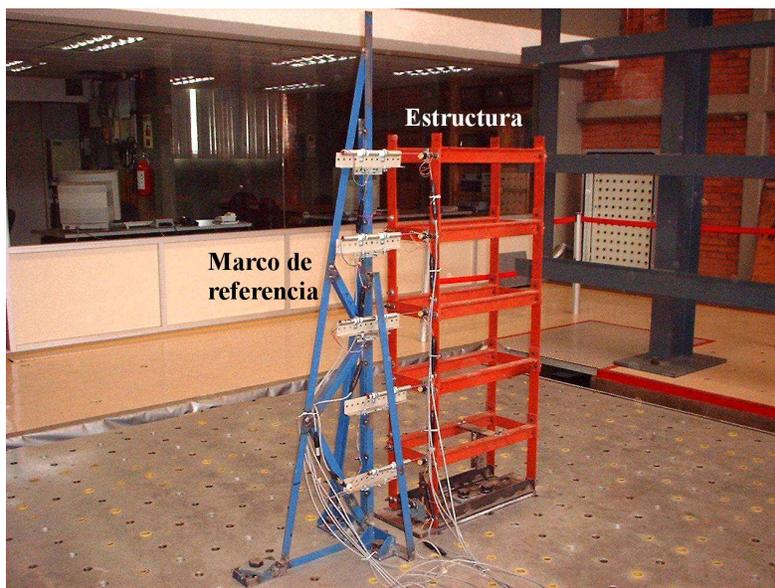


Figura 1.4: Estructura metálica y marco de referencia instalados en la Mesa Vibradora del Instituto de Ingeniería de la UNAM.

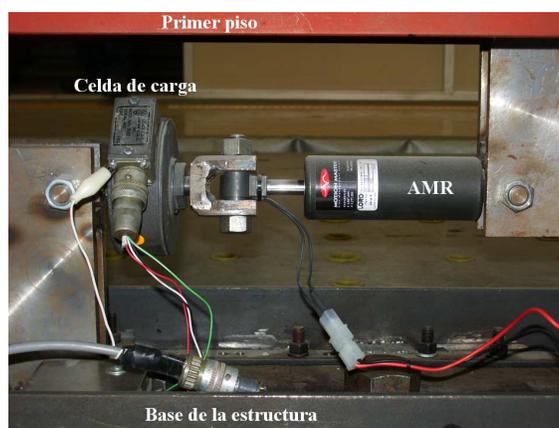


Figura 1.5: Amortiguador magneto-reológico instalado en la estructura.

Dada su construcción, el comportamiento dinámico de esta estructura corresponde razonablemente al de un marco plano de cinco grados de libertad (Baena, M., 2005) ya que la rigidez lateral en la dirección x^* , en la cual se aplicó exclusivamente la excitación sísmica, es dos órdenes de magnitud menor que en la dirección x^{**} . El comportamiento dinámico de la estructura se determinó analizando su respuesta a barridos de frecuencia y a excitaciones sísmicas de gran intensidad mediante métodos recursivos de estimación de parámetros.

Como fuente de excitación sísmica se usaron los siguientes registros de aceleración: (1) ciudad de México, 19 de septiembre de 1985, componente Este-Oeste, estación SCT (SCT); (2) Northridge, 17 de enero de 1994, estación Tarzana - Cedar Hill Nursery A (NRT) y (3) ciudad de Kobe, 17 de enero de 1995, estación Marine Observatory (KBE). El período de muestreo original de estas excitaciones es de 0.02 s. De acuerdo con la escala de la estructura, el resultado de un análisis de similitud (Baena, M., 2005) indica que la escala

de tiempo debe ser reducida en un factor de 13.5, dando como resultado un período de muestreo de 0.00148 s. Sin embargo, el período de muestreo de los sismos se modificó a 0.002 s, correspondiendo a una reducción de diez unidades, con la finalidad de mejorar la relación señal a ruido y lograr que la respuesta de la estructura pudiera ser medida adecuadamente con el equipo de adquisición de datos utilizado.

1.5. Principales contribuciones

A través de datos experimentales se logró la adecuación del modelo mLG para obtener una representación de la dinámica de un amortiguador a escala. Dicho modelo ofrece varias ventajas en comparación con otros modelos (Butz, T. y von Stryk, O., 1999). Por ejemplo, capacidad de reproducir ciclos de histéresis, mayor simplicidad matemática, linealidad en los parámetros y un reducido número de éstos. Tales propiedades facilitan el diseño de esquemas de identificación de parámetros en tiempo real.

Para ubicar el contexto en el que se desarrollaron los observadores adaptables hay que notar que el modelo del edificio de n grados de libertad descrito en la sección anterior constituye un sistema dinámico de varias entradas y varias salidas, lineal si se mide la fuerza del amortiguador y no lineal si se incluye la dinámica del amortiguador. Considerando el vector de salidas ψ del sistema, de (1.3) se infiere que ésta depende directamente de los parámetros, de los desplazamientos y de las velocidades de los pisos de la estructura.

La generalización de los esquemas de observación de estados y estimación de parámetros desarrollados para sistemas lineales de una sola salida (Lüders, G. y Narendra, K.S., 1974*b*; Narendra, K.S. y Annaswamy, A.M., 1989; Ioannou, P.A. y Sun, J., 1996) a sistemas de varias salidas no es sencilla en ningún caso, además de que, al igual que algunos de los observadores concebidos para sistemas lineales de varias variables (Lüders, G. y Narendra, K.S., 1974*b*; Lüders, G. y Narendra, K.S., 1974*a*), requieren de transformaciones estáticas y dinámicas de los estados que destruyen el sentido físico de las variables del sistema, condición que se presenta en la mayoría de los esquemas propuestos tanto para sistemas lineales como no lineales (Zhang, Q., 2005).

En el caso no lineal, (1.3) no satisface las condiciones necesarias para que exista una transformación que lleve al sistema a la forma estudiada por Marino, R. y Tomei, P. (1995*b*); además, en el supuesto caso en que dicha transformación existiera, ésta sería necesariamente no lineal. En otros casos (Zhang, Q., 2001; Zhang, Q. y Xu, A., 2001; Zhang, Q., 2002), tanto para sistemas lineales como no lineales, además de requerirse transformaciones dinámicas de los estados también se requiere que los parámetros aparezcan en forma lineal con respecto a señales conocidas, es decir, que el modelo matemático no contenga productos entre estados y parámetros desconocidos, condición que no satisface (1.3).

Otro inconveniente que presentan los observadores referidos es que, en general, están diseñados para sistemas cuyas salidas dependen exclusivamente de los estados estimados. En el caso estudiado en esta tesis el vector de salidas del sistema está constituido por las aceleraciones absolutas, mientras que el vector de estados está compuesto por las posiciones y velocidades. Si se quisiera mantener esta salida se tendría que recurrir a la derivada con respecto al tiempo de las entradas para poder construir los estimadores.

La principal ventaja de los observadores adaptables presentados en este trabajo es que, a diferencia de la gran mayoría de las técnicas de diseño de observadores adaptables, la técnica desarrollada aquí no requiere de formas especiales ni de formas canónicas o transformaciones que generalmente conducen a la reconstrucción de estados y parámetros artificiales con poco o ningún sentido físico. Los estados determinados a través de los observadores propuestos conducen a datos que directamente se pueden utilizar en otros procesos en tiempo real y también en procesos fuera de línea relacionados con el análisis de vibraciones y la evaluación del daño y del comportamiento futuro de una estructura después de haber sufrido un sismo.

La salida utilizada es la salida propuesta ψ que depende tanto de los estados como de los parámetros estimados, los cuales no se requiere que aparezcan en forma lineal con respecto a señales conocidas.

En los trabajos de Rajamani, R. y Hedrik, K. (1995), Cho, Y.M. y Rajamani, R. (1997) y Besançon, G. (2000) no se requiere de transformaciones especiales; sin embargo, parten de la suposición de que existe una función de Lyapunov con ciertas propiedades y, además, Rajamani, R. y Hedrik, K. (1995), Cho, Y.M. y Rajamani, R. (1997) precisan del cálculo explícito de parámetros involucrados en dicha función para garantizar la estabilidad del esquema propuesto, tarea para la que no se tiene una metodología de solución.

Para los esquemas que se proponen en el presente trabajo se derivaron condiciones suficientes para garantizar la estabilidad y la convergencia de las señales estimadas exclusivamente a través de las matrices de ganancias de los observadores. Para el observador basado únicamente en mediciones de aceleración dichas condiciones se pueden verificar fácilmente mediante una desigualdad matricial que involucra sólo a la matriz de ganancias del observador y que implica la existencia de una función de Lyapunov que garantiza su estabilidad. No se requiere del cálculo de los parámetros de dicha función.

No obstante se trata de esquemas basados en la integración de aceleraciones, el hecho de que se realice en lazo cerrado evita la necesidad de conocer en forma exacta las condiciones iniciales del sistema. Tampoco se requiere de ningún método de corrección de base para evitar errores numéricos de deriva en las señales estimadas.

La metodología desarrollada para caracterizar el comportamiento del amortiguador y los resultados experimentales de esa etapa aparecen publicados en Jiménez, R. y Álvarez, L. (2005). Los resultados de las simulaciones numéricas para el segundo objetivo aparecen publicados en Jiménez, R. y Álvarez, L. (2004), Jiménez, R. y Alvarez, L. (2004), Jiménez, R. y Alvarez, L. (2006) y Álvarez, L. y Jiménez, R. (2003*a*).

Capítulo 2

Ajuste y verificación experimental del modelo modificado de LuGre

En este capítulo se presenta el procedimiento seguido en la verificación experimental del modelo mLG. Los experimentos realizados fueron encaminados a la adecuación de dicho modelo para describir la dinámica de un amortiguador RD-1005-3. Se exponen los resultados experimentales más importantes que respaldan el modelo propuesto y demuestran su utilidad en la descripción matemática de la dinámica del amortiguador utilizado. En la parte final de este capítulo se proponen algunas simplificaciones y mejoras del modelo desarrollado. Gran parte de los resultados preliminares de esta etapa de la investigación se encuentran publicados por Jiménez, R. y Álvarez, L. (2005).

2.1. Descripción del amortiguador magneto-reológico RD-1005-3

El RD-1005-3 es un amortiguador compacto con una carrera de 53.34 mm (Figura 1.1). Es capaz de desarrollar una fuerza reactiva nominal de hasta 2224 N. Esta fuerza puede ser controlada a través de la corriente suministrada, la cual puede variar en el rango de 0.0 a 2.0 A. El tiempo de respuesta para un escalón de 0.0 a 1.0 A y una velocidad del vástago de magnitud 51.0 mm/s es del orden de 100 ms. En el interior del RD-1005-3 se encuentra un acumulador de nitrógeno a 2 MPa para compensar los cambios de volumen del fluido magneto-reológico provocados por el vástago y por el aumento de la temperatura del dispositivo (Lord Corporation, 2002a). El campo magnético es generado a través de un conjunto de bobinas instaladas en el émbolo. La Figura 2.1 muestra un esquema del interior del RD-1005-3.

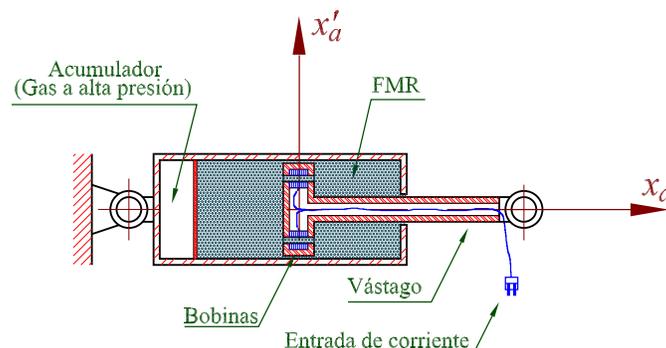


Figura 2.1: Corte esquemático del RD-1003-5.

La fuerza requerida para desplazar el émbolo del amortiguador, denotada por f (N), y el desplazamiento de éste, denotado por x (m), fueron medidos a lo largo de la coordenada horizontal del sistema de

referencia (x_a, x'_a) , mostrada en la Figura 2.1, cuyo origen se encuentra a la mitad de la carrera del vástago del amortiguador. El sentido positivo de ambas cantidades se considera hacia la derecha.

2.2. Comportamiento dinámico

El funcionamiento del RD-1005-3 se basa en el cambio de la resistencia a la fluencia del fluido magneto-reológico debido a la variación de la magnitud del campo magnético generado en las bobinas. Macroscópicamente se puede establecer una relación de dependencia entre la fuerza requerida para desplazar el vástago del amortiguador, la corriente suministrada, la velocidad y el desplazamiento relativos de los extremos móviles del amortiguador.

Tomando la fuerza como variable de salida, el comportamiento dinámico del RD-1005-3 resulta fuertemente no lineal, mostrando ciclos de histéresis con respecto al desplazamiento y la velocidad del vástago. La Figura 2.2 muestra diferentes curvas de fuerza para diferentes niveles de corriente, usando un desplazamiento sinusoidal de ± 12 mm y 0.9 Hz. Las Figuras 2.3 (a) y (b) presentan, respectivamente, la variación de la fuerza en relación con el desplazamiento y la velocidad.

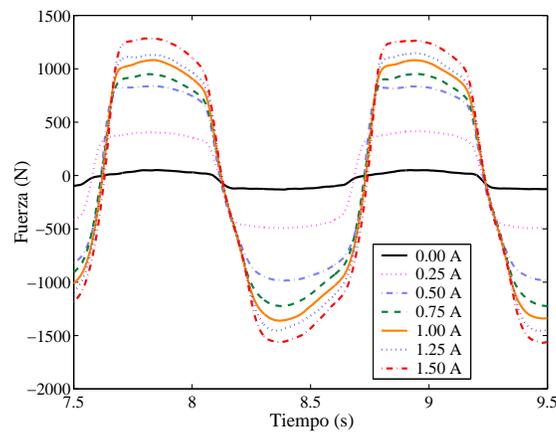


Figura 2.2: Variación de la fuerza generada por el RD-1005-3 con respecto al tiempo, para diferentes niveles de corriente.

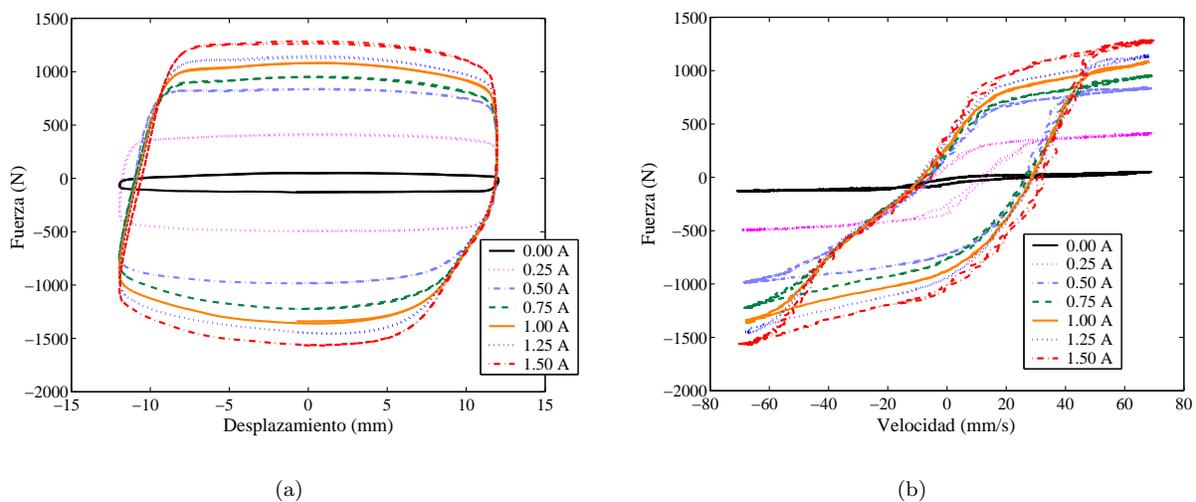


Figura 2.3: Variación de la fuerza generada por el RD-1005-3 para diferentes niveles de corriente: (a) con respecto al desplazamiento y (b) con respecto a la velocidad.

2.3. Adaptación preliminar de parámetros

El funcionamiento del acumulador provoca que en la ausencia de fuerzas externas el vástago tienda a desplazarse hacia el final de su carrera. Este fenómeno se puede representar mediante la adición de un término de rigidez lineal a la ecuación de fuerza (1.2) que equivale a considerar un resorte que obliga al vástago a salir. Con esto, el modelo mLG toma la siguiente forma

$$\dot{z} = \dot{\mathbf{x}} - \sigma_0 a_0 |\dot{\mathbf{x}}| z (1 + a_1 v) , \quad (2.1)$$

$$f = \sigma_0 z v + \sigma_1 \dot{z} + \sigma_2 \dot{\mathbf{x}} + \delta \mathbf{x} + f_0 , \quad (2.2)$$

donde δ (N/m) es la constante de rigidez del resorte y f_0 (N) es la fuerza residual del acumulador, misma que satisface $f_0 = \delta \mathbf{x}_0$. Aquí, \mathbf{x}_0 representa la compresión inicial del resorte, dado que el sistema de referencia para la posición está ubicado a la mitad de la carrera del émbolo. El estado z es reemplazado en (2.1) por su estimado \hat{z} , convirtiendo así a esta ecuación en un observador no lineal en lazo abierto para dicha variable no medida. En forma similar a lo encontrado en trabajos previos (Jiménez, R., 2002), si se supone σ_2 conocido, (2.2) puede parametrizarse en forma lineal de la siguiente manera

$$\dot{\hat{z}} = \dot{\mathbf{x}} - (\widehat{\sigma_0 a_0} + \widehat{\sigma_0 a_0 a_1} v) |\dot{\mathbf{x}}| \hat{z} , \quad (2.3)$$

$$\hat{f} = [\hat{z} v \quad -|\dot{\mathbf{x}}| \hat{z} \quad -|\dot{\mathbf{x}}| \hat{z} v \quad \dot{\mathbf{x}} \quad \mathbf{x} \quad 1] \begin{bmatrix} \widehat{\sigma_0} & \widehat{\sigma_0 \sigma_1 a_0} & \widehat{\sigma_0 \sigma_1 a_0 a_1} & \widehat{\sigma_1} + \sigma_2 & \widehat{\delta} & \widehat{f_0} \end{bmatrix}^T . \quad (2.4)$$

Esta parametrización puede ser usada en un esquema de identificación-observación como el propuesto por Jiménez, R. (2002) con la incorporación de los términos de rigidez lineal antes mencionados.

Usando el RD-1005-3 se realizaron diversas pruebas con el fin de obtener una estimación preliminar de los parámetros del modelo. Se utilizó un esquema basado en el método recursivo de gradiente con normalización cuya sensibilidad a la variación de los parámetros permite detectar cualquier cambio que éstos puedan sufrir (Ioannou, P.A. y Sun, J., 1996). Los valores iniciales de los parámetros se fijaron cercanos a cero para observar si existía alguna tendencia especial en la convergencia de éstos. El desplazamiento del vástago del amortiguador fue medido en tiempo real mientras que la velocidad fue estimada a partir de dicha medición a través de un filtro pasa bajas frecuencias de segundo orden como el descrito en el Apéndice B.

En varios experimentos se observó cualitativamente que el parámetro asociado a la velocidad, $\sigma_1 + \sigma_2$, está influenciado por el voltaje aplicado. En la Figura 2.4 (a) se muestra la variación de los parámetros con respecto al tiempo, usando un desplazamiento sinusoidal de 20.0 mm de amplitud y frecuencia de 1.0 Hz. En esta figura se puede apreciar que la variación de $\widehat{\sigma_1} + \sigma_2$ presenta un comportamiento que parece depender del voltaje aplicado, mostrado en la Figura 2.4 (b). La frecuencia dominante de la señal asociada a este parámetro es de 8.9 Hz, que coincide precisamente con la frecuencia del voltaje de entrada.

Esta nueva evidencia muestra que existe un fenómeno de disipación viscosa que involucra a la velocidad del vástago y que además varía conforme varía el voltaje aplicado. Esta hipótesis es aceptable desde el punto de vista físico dado que al aumentar el voltaje (y por consiguiente, la corriente y la intensidad del campo magnético en las bobinas del amortiguador) también aumenta la viscosidad del fluido magneto-reológico.

Estos resultados plantearon la conveniencia de cuantificar la variación de los parámetros del modelo mLG debida al campo magnético aplicado al fluido magneto-reológico con la idea de obtener una mejor estimación de la fuerza. En los siguientes apartados se describe la metodología seguida para evaluar la dependencia de algunos de los parámetros con respecto a la corriente suministrada. El voltaje no se considerará como la variable de entrada para poder obtener un modelo que no esté afectado por el proceso de conversión en la fuente de corriente que alimenta al amortiguador.

2.4. Ajuste del modelo modificado de LuGre para describir la dinámica del RD-1005-3

Considerando (2.1), (2.2) y la evidencia experimental señalada anteriormente se propusieron los parámetros generalizados $\alpha(i) > 0$ (mm)⁻¹, $\beta(i) > 0$ (N/mm) y $\gamma(i) > 0$ (N·s/mm) como posibles funciones

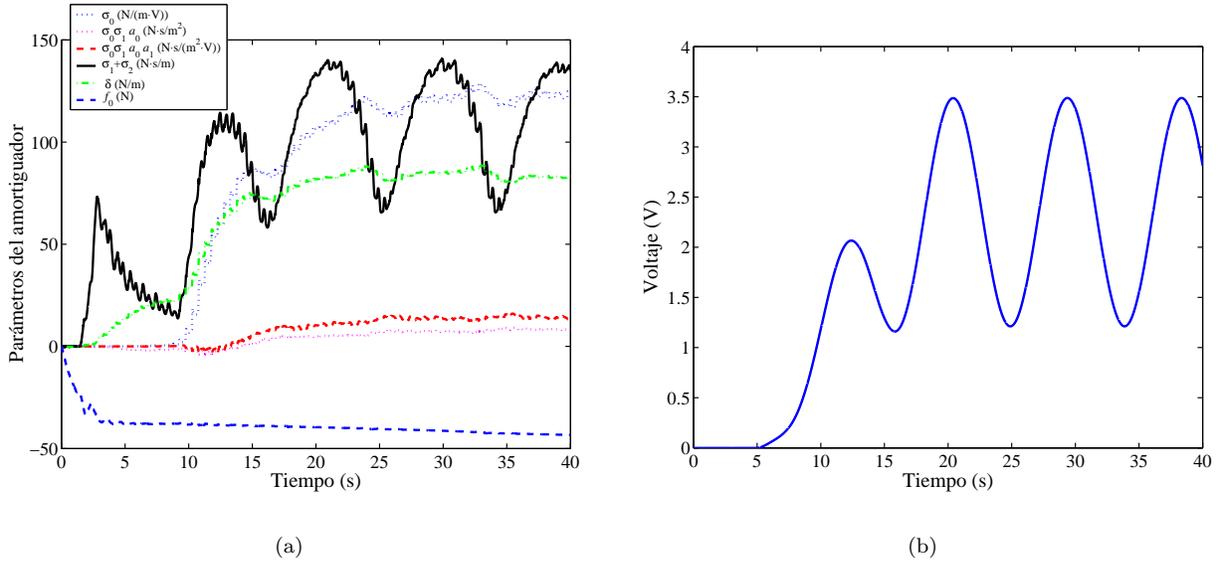


Figura 2.4: (a) Identificación preliminar de los parámetros del amortiguador. (b) Voltaje usado en la estimación preliminar de los parámetros del amortiguador.

de la corriente, denotada por i (A). Usando estos nuevos parámetros, el modelo mLG se puede reescribir de la siguiente manera

$$\dot{z} = \hat{x} - \alpha(i)|\hat{x}|z, \quad z(0) = z_0, \quad (2.5)$$

$$f = \beta(i)z + \gamma(i)\hat{x} + \delta x + \varepsilon \dot{z} + f_0. \quad (2.6)$$

De acuerdo con los datos experimentales, los parámetros $\delta > 0$ (N/m) y $\varepsilon > 0$ (N-s/m) se pueden suponer constantes.

De acuerdo con las restricciones físicas de los equipos utilizados (véase el Apéndice B) se pueden hacer las siguientes suposiciones:

Suposición 1 La corriente suministrada al amortiguador magneto-reológico, denotada por $i(t)$, es una función continua $\forall t \in [0, +\infty)$ tal que $i : [0, +\infty) \rightarrow I_s$, donde $I_s = \{i \in \mathbf{R} : 0 \leq i \leq i_{m\acute{a}x}\}$ para alguna constante real positiva $i_{m\acute{a}x}$ que representa la corriente máxima soportada por el amortiguador.

Suposición 2 La velocidad del vástago del amortiguador magneto-reológico, denotada por $\hat{x}(t)$, es una función continua $\forall t \in [0, +\infty)$ tal que $\hat{x} : [0, +\infty) \rightarrow \dot{X}_s$, donde $\dot{X}_s = \{\chi \in \mathbf{R} : |\chi| \leq \dot{x}_{m\acute{a}x}\}$ para alguna constante real positiva $\dot{x}_{m\acute{a}x}$ que representa la velocidad máxima del vástago.

Siguiendo las ideas expuestas por Canudas de Wit, C. y Lischinsky, P. (1997), los parámetros del modelo de LuGre pueden ser estimados mediante experimentos que aíslen los efectos debidos a cada uno de los términos de (2.6). Para separar dichos efectos se diseñó una serie de experimentos consistentes en pruebas a velocidad nula y pruebas a velocidad constante. Estos experimentos permitieron describir la dependencia de los parámetros generalizados con respecto a la corriente suministrada al amortiguador. Posteriormente, diferentes experimentos de identificación permitieron ajustar los parámetros del modelo para describir la dinámica del RD-1005-3.

2.4.1. Medición de f_0

El parámetro f_0 puede ser determinado fácilmente ya que representa la fuerza que ejerce el amortiguador a velocidad nula, cuando el émbolo se encuentra a la mitad de su recorrido, es decir, en $x = 0$.

Para descartar cualquier dependencia de este parámetro con respecto a la corriente se realizó una serie de mediciones de fuerza para diferentes niveles de corriente cuando \boldsymbol{x} era cercana a 0.0 mm. Naturalmente f_0 no varía significativamente con respecto a la corriente, como se puede apreciar en la Tabla 2.1 donde se muestran los resultados de uno de los experimentos realizados. De diecinueve mediciones, el valor promedio de f_0 es -45.811 N.

Tabla 2.1: Algunas mediciones del parámetro f_0 para diferentes niveles de corriente.

i (A)	\boldsymbol{x} (mm)	f_0 (N)
0.00	-0.058	-45.339
0.50	-0.061	-46.885
1.00	-0.063	-46.231
1.50	-0.065	-45.913

2.4.2. Estimación de δ

El parámetro δ puede ser determinado de dos formas. La primera consiste en tomar mediciones de fuerza para diferentes valores de \boldsymbol{x} a velocidad cero (de la misma forma en que se haría para caracterizar cualquier elemento mecánico en el rango elástico). $\delta = 1.073$ N/mm corresponde al promedio de las estimaciones obtenidas con este método en diecinueve series realizadas midiendo la fuerza cuando $\boldsymbol{x} = 0.0$ mm y en los extremos positivo ($\boldsymbol{x} = 25.0$ mm) y negativo ($\boldsymbol{x} = -25.0$ mm) de la posición del vástago. Otra forma de estimar δ es mediante pruebas a velocidad constante. Considérese el siguiente desplazamiento

$$\boldsymbol{x} = mt + m_0, \quad (2.7)$$

donde t (s) es el tiempo, m (mm/s) y m_0 (mm) son constantes.

Teorema 1 Si se satisfacen las Suposiciones 1 y 2, y si el parámetro $\alpha(i)$ es una función continua en I_s tal que $\alpha : I_s \rightarrow A$, donde $A = \{a \in \mathbf{R} : 0 < \alpha_{mín} \leq a \leq \alpha_{máx}\}$, con $\alpha_{mín}$ suficientemente grande, entonces la solución de equilibrio de (2.5), cuando $\dot{\boldsymbol{x}} \neq 0$, dada por

$$z_e = \frac{\dot{\boldsymbol{x}}}{\alpha(i)|\dot{\boldsymbol{x}}|}, \quad (2.8)$$

es asintóticamente estable $\forall \dot{\boldsymbol{x}} \neq 0$. Cuando $\dot{\boldsymbol{x}} = 0$ la dinámica de z es nula.

Demostración: Si $\alpha_{mín}$ es suficientemente grande entonces la función $\alpha(i)$ puede considerarse como una perturbación singular. En consecuencia, (2.8) califica como una solución cuasiestacionaria de (2.5). Considere (2.5) escrita como

$$\dot{z} = g(u, z),$$

donde $g : U \times Z \rightarrow \mathbf{R}$, $U = \{u \in \mathbf{R} : u = \alpha(i)|\dot{\boldsymbol{x}}(t)|, \dot{\boldsymbol{x}} \neq 0, 0 < u \leq \alpha_{máx} \dot{\boldsymbol{x}}_{máx}\}$. Suponiendo $\dot{z}_e = g(u, z_e)$, los cambios de variable $\dot{\boldsymbol{z}} = g(u, z) - g(u, z_e)$ y $\boldsymbol{\varkappa}_0 = z_0 - z_{e_0}$, $z_{e_0} = z_e(\alpha_0, \dot{\boldsymbol{x}}_0)$ transforman a (2.5) en

$$\dot{\boldsymbol{\varkappa}} = -u\boldsymbol{\varkappa}, \quad \boldsymbol{\varkappa}(0) = \boldsymbol{\varkappa}_0, \quad (2.9)$$

cuya solución existe y es única dado que la parte derecha de esta ecuación satisface la condición de Lipschitz con respecto a $\boldsymbol{\varkappa}$, para toda $u \in U$, es decir,

$$\begin{aligned} \|\alpha|\dot{\boldsymbol{x}}\boldsymbol{\varkappa}_1 + \alpha|\dot{\boldsymbol{x}}\boldsymbol{\varkappa}_2\| &\leq \alpha_{máx} \dot{\boldsymbol{x}}_{máx} \|\boldsymbol{\varkappa}_1 - \boldsymbol{\varkappa}_2\| \\ \|\alpha|\dot{\boldsymbol{x}}\boldsymbol{\varkappa}_0\| &\leq h \end{aligned}$$

para cualquier $\varkappa_1, \varkappa_2 \in \mathbf{R}$ y para alguna constante positiva h . Por otro lado, la variación con respecto al tiempo de la candidata a función de Lyapunov

$$V_{\varkappa}(\varkappa) = \frac{1}{2}\varkappa^2,$$

evaluada a lo largo de las trayectorias de (2.9) da por resultado

$$\dot{V}_{\varkappa} = -\alpha|\dot{\mathbf{x}}|\varkappa^2 \leq 0$$

$\forall \alpha(i) \in [\alpha_{mín}, \alpha_{máx}]$ y $\forall |\dot{\mathbf{x}}| \in (0, \dot{\mathbf{x}}_{máx}]$. Este hecho garantiza que para toda $\dot{\mathbf{x}} \neq 0$ el punto de equilibrio $\varkappa = 0$ de (2.9) sea asintóticamente estable. Se sigue entonces que z_e es una solución asintóticamente estable para (2.5) cuando $\dot{\mathbf{x}} \neq 0$. ■

Corolario 1 Si se satisfacen las Suposiciones 1 y 2, y $\alpha(i)$ sigue lo estipulado en el Teorema 1, entonces, para $\mathbf{x} = m t + m_0$, donde $t \in [0, +\infty)$, $m, m_0 \in \mathbf{R}$, $m \neq 0$, la solución de (2.5) tiende asintóticamente a $z_e = \frac{m}{\alpha(i)|m|}$.

En consecuencia, la fuerza del amortiguador estaría descrita por

$$f = \frac{\beta(i)m}{\alpha(i)|m|} + \gamma(i)m + \delta m t + \delta m_0 + f_0,$$

donde $\frac{\beta(i)m}{\alpha(i)|m|}$, $\gamma(i)m$, δm_0 y f_0 se consideran constantes para valores fijos de i . Por ejemplo, para $m > 0$, la trayectoria de f es una línea recta con pendiente δm , como se muestra en la Figura 2.5 producida por un desplazamiento a velocidad constante de 0.643 mm/s y una corriente constante de 0.25 A. De esta forma se realizaron varios experimentos usando diferentes niveles de corriente para estimar el parámetro δ a través de una aproximación lineal de δm . La Tabla 2.2 muestra las mediciones registradas en una serie de experimentos de este tipo.

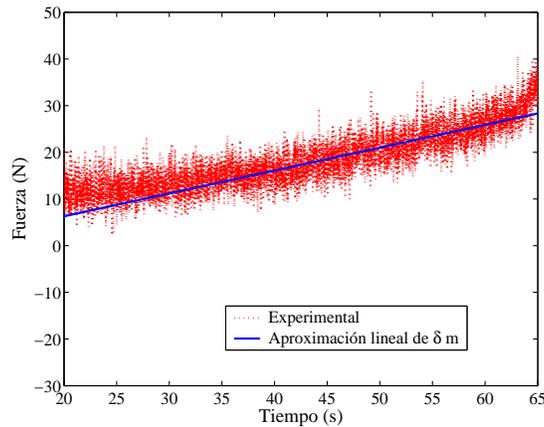


Figura 2.5: Fuerza debida a un desplazamiento a velocidad constante ($i = 0.25$ A, $\delta m \approx 0.489$ N).

Como se esperaba, el parámetro δ no presenta una variación importante con respecto a la corriente. El valor promedio de las estimaciones de δ es 1.034 N/mm.

2.4.3. Variación del cociente β/α en función de la corriente

Despreciando cualquier posible variación de α con respecto a la velocidad y definiendo $f_c = f - \delta \mathbf{x} - f_0$, con los valores promedio obtenidos para los parámetros δ y f_0 , la fuerza del amortiguador, en términos

Tabla 2.2: Estimación del parámetro δ para diferentes niveles de corriente a velocidad constante.

i (A)	m (mm/s)	δm (N/s)	δ (N/mm)
0.00	0.644	0.414	0.642
0.25	0.641	0.489	0.764
0.50	0.643	0.804	1.251
0.75	0.639	0.748	1.170
1.00	0.643	0.704	1.096
1.25	0.644	0.730	1.135
1.50	0.647	0.758	1.177

de los parámetros aún desconocidos, puede expresarse como $f_c = \beta(i)z + \gamma(i)\dot{\mathbf{x}} + \varepsilon\dot{z}$. Usando nuevamente el desplazamiento de velocidad constante expresado en (2.7), la fuerza f_c corresponde a

$$f_c = \frac{\beta(i)}{\alpha(i)} \frac{m}{|m|} + \gamma(i)m.$$

Considerando el rango de operación del RD-1005-3, para una velocidad pequeña, por ejemplo $m \leq 1.0$ mm/s, se supuso que la magnitud de f_c estaba dominada por el término $\beta(i)/\alpha(i)$, despreciándose el término $\gamma(i)m$. Contrariamente, para un desplazamiento de mayor velocidad, por ejemplo $m \geq 100.0$ mm/s, se supuso que la magnitud de f_c estaba dominada por $\gamma(i)m$, restándole importancia al otro término. Estas suposiciones permitieron obtener una aproximación del comportamiento de $\beta(i)/\alpha(i)$ dentro del rango de operación del amortiguador en cuestión.

Se llevó a cabo una serie de mediciones de la fuerza ejercida por el amortiguador para diferentes niveles de corriente usando desplazamientos con una velocidad constante de 0.643 mm/s aproximadamente. La Tabla 2.3 muestra los resultados de uno de los experimentos. La Figura 2.6 (a) muestra las mediciones de f_c y una aproximación lineal de ésta. Cabe aclarar que en este experimento también es posible estimar simultáneamente el parámetro δ ya que el perfil de desplazamiento es igual al usado en la apartado anterior. De hecho, el procedimiento consistió en el cálculo de f_0 seguido de la estimación de δ para encontrar los valores de f_c que se muestran en la Figura 2.6 (a). El promedio de las estimaciones del parámetro δ para el experimento presentado en el la Tabla 2.3 es de 1.0321 N/mm.

Regresando al modelo dado por (1.1) y (1.2), si se considera que $v \in [0.43, 4.77]$ V (véase la Sección B.1), el cociente β/α correspondería a

$$\frac{\beta(i)}{\alpha(i)} = \frac{i}{\eta(i)} = \frac{i}{a_0(1 + a_1i)} \quad (2.10)$$

reemplazando a v por i , para algún a_0 y a_1 que pueden ser ajustados directamente con base en los datos experimentales. La mejor aproximación de (2.10) a los datos obtenidos, usando la función `fit` de MATLAB[®], se obtiene cuando $a_0 = 0.014$ V/N y $a_1 = 0.239$ V⁻¹, con una diferencia máxima de 2.7% con respecto a la curva experimental.

Otra opción para describir la variación de β/α es a través del polinomio de primer grado

$$\frac{\beta(i)}{\alpha(i)} = q_1i + q_2, \quad (2.11)$$

donde $q_1 = 52.36$ N/A y $q_2 = 3.15$ N. Esta descripción es más simple que la dada en (2.10) y su manejo numérico es más sencillo; sin embargo, es menos exacta: la diferencia máxima en este caso es de 6.03% con respecto a la curva experimental. Por simplicidad, (2.11) fue usada para determinar los parámetros faltantes. La Figura 2.6 (b) muestra la variación de f_c con respecto a la corriente y las correspondientes aproximaciones dadas por (2.10) y (2.11).

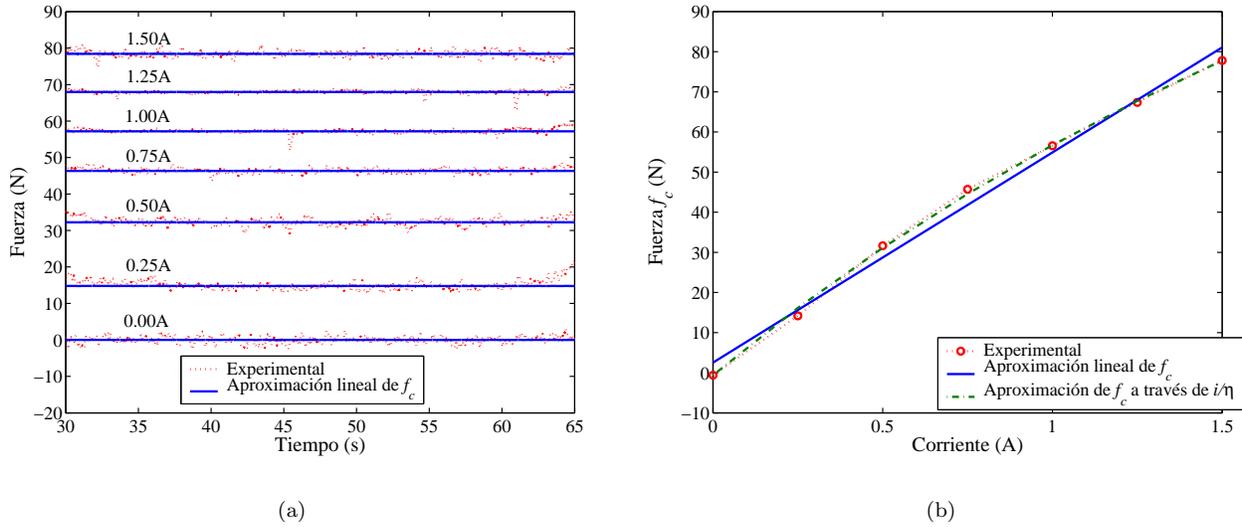


Figura 2.6: (a) Fuerza f_c correspondiente a diferentes niveles de corriente. (b) Variación de f_c con respecto a la corriente.

Tabla 2.3: Variación del cociente β/α con respecto a la corriente suministrada.

i (A)	m (mm/s)	δ (N/mm)	β/α (N)
0.00	0.643	0.645	0.000
0.25	0.642	0.759	14.782
0.50	0.643	1.249	32.252
0.75	0.643	1.163	46.328
1.00	0.641	1.096	57.178
1.25	0.643	1.135	67.968
1.50	0.644	1.179	78.414

Observación 1 El hecho de que (2.10) pueda describir la variación de β/α , cuantificada experimentalmente, confirma que el modelo propuesto originalmente en (Álvarez, L. y Jiménez, R., 2002c) es un buen candidato para representar la dinámica del RD-1005-3.

2.4.4. Variación de γ en función de la corriente

Con la primera estimación de β/α , dada por (2.11), el término relacionado con la velocidad se puede reducir a $\gamma m = f_g$, para el desplazamiento dado en (2.7), donde f_g está definida como

$$f_g = f_c - (q_1 i + q_2) \frac{m}{|m|}.$$

Con estas consideraciones se registraron mediciones de la fuerza generada por el amortiguador para diferentes niveles de corriente, bajo un desplazamiento a velocidad constante. Los resultados de uno de los experimentos de este tipo se presentan en la Tabla 2.4 mientras que la Figura 2.7 (a) muestra las mediciones de f_g . La Figura 2.7 (b) muestra la dependencia de γ con respecto a la corriente. La variación de este

parámetro en función de i puede modelarse a través de

$$\gamma(i) = p_1 i^2 + p_2 i + p_3, \quad (2.12)$$

donde $p_1 = -5.53 \text{ N}\cdot\text{s}/(\text{mm}\cdot\text{A}^2)$, $p_2 = 17.59 \text{ N}\cdot\text{s}/(\text{mm}\cdot\text{A})$, y $p_3 = 1.02 \text{ N}\cdot\text{s}/\text{mm}$. Esta relación es válida únicamente en el rango $[0.00, 1.87] \text{ A}$.

Tabla 2.4: Variación de γ correspondiente a diferentes niveles de corriente.

i (A)	m (mm/s)	γ (N·s/mm)
0.00	100.852	0.927
0.25	98.570	4.693
0.50	99.243	9.037
0.75	97.616	11.551
1.00	97.773	12.932
1.25	98.537	13.805
1.50	97.728	14.710
1.75	98.206	15.284

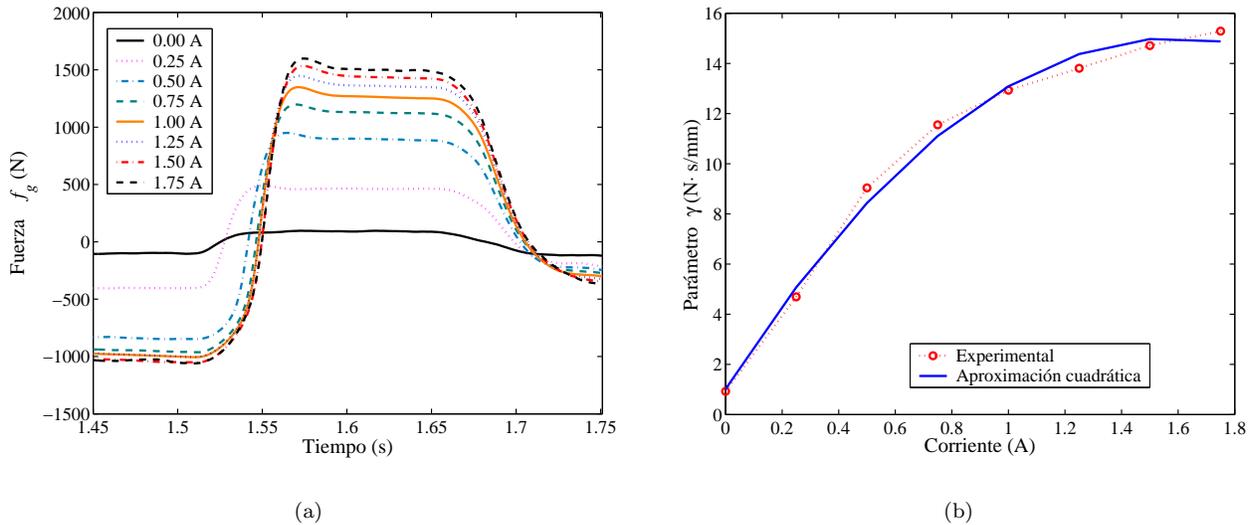


Figura 2.7: (a) Fuerza f_g para diferentes niveles de corriente. (b) Variación de γ en función de la corriente.

2.4.5. Estimación recursiva de parámetros.

Los parámetros α y ε pueden determinarse simultáneamente con base en las estimaciones previas de β/α , δ , f_0 y mediante el uso de métodos recursivos de identificación paramétrica. Para simplificar la descripción de la dinámica del amortiguador y para mantener la linealidad con respecto a los parámetros, se supuso que (2.11) y (2.12) son válidas también para velocidad y corriente variantes en el tiempo. Además, se supuso también que α y ε son constantes, despreciando cualquier relación con la corriente o la velocidad.

De esta forma, se consideró que

$$\beta(i) = \alpha(q_1 i + q_2), \quad \alpha \in \mathbf{R}$$

y (2.12) son suficientes para describir en forma adecuada los efectos debidos a la corriente. Con estas suposiciones, el modelo mLG puede expresarse como

$$\dot{z} = \dot{\mathbf{x}} - \alpha|\dot{\mathbf{x}}|z, \quad (2.13)$$

$$f_a = \alpha(q_1 i + q_2)z + \varepsilon \dot{z}, \quad (2.14)$$

donde el término $f_a = f - \gamma(i)\dot{\mathbf{x}} - \delta\mathbf{x} - f_0$ es conocido.

El estado z puede ser estimado mediante el siguiente observador adaptable

$$\dot{\hat{z}} = \dot{\mathbf{x}} - \hat{\alpha}|\dot{\mathbf{x}}|\hat{z}, \quad (2.15)$$

donde \hat{z} y $\hat{\alpha}$ son los estimados de z y α , respectivamente.

La ecuación (2.14) puede parametrizarse de la siguiente forma

$$\hat{f}_a = [(q_1 i + q_2)\hat{z}, \hat{z}] \begin{bmatrix} \hat{\alpha} \\ \hat{\varepsilon} \end{bmatrix},$$

donde \hat{z} es la solución de (2.15) y $\hat{\varepsilon}$ es el estimado de ε .

Mediante el método recursivo estándar de gradiente con normalización y proyección de parámetros (Ioannou, P.A. y Sun, J., 1996) se encontraron los estimados de α y ε que se muestran en las Figuras 2.8 (a) y (b).

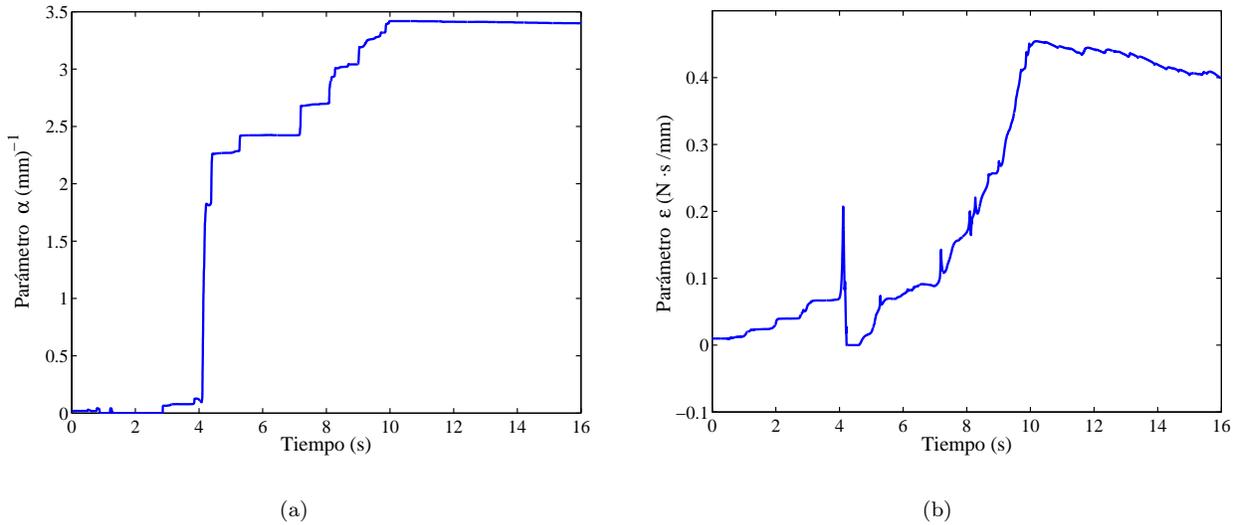


Figura 2.8: (a) Estimación recursiva del parámetro α . (b) Estimación recursiva del parámetro ε .

Observación 2 La estabilidad del esquema de identificación paramétrica se garantiza con la normalización del vector de señales $u_\alpha = [(q_1 i + q_2)\hat{z}, \hat{z}]$ y la señal de normalización $\varphi_\alpha^2 = 1 + \|u_\alpha\|^2$ que hacen que los parámetros estimados permanezcan acotados sin importar que los elementos de u_α lo estén o no (Ioannou, P.A. y Sun, J., 1996). El operador $\|\cdot\|$ denota la norma euclidiana, también representada por l_2 (Horn, R.A. y Johnson, C.R., 1993).

Observación 3 *La estabilidad del observador adaptable (2.15) se garantiza con la proyección de $\hat{\alpha}$ en el intervalo $(0, \bar{\alpha}]$, donde $\bar{\alpha} > 0$. Estas condiciones aseguran que todas las trayectorias de (2.15) tienden a la solución de equilibrio $\bar{z} = \dot{\mathbf{x}}/(\hat{\alpha}|\dot{\mathbf{x}}|)$, que es asintóticamente estable.*

Con los resultados de la estimación recursiva de α y ε se puede completar el modelo dado por (2.5) y (2.6). Sin embargo, a excepción de la última prueba, toda la información obtenida hasta este punto corresponde a experimentos realizados con niveles de corriente constantes y para regímenes de velocidad que no reflejan del todo la dinámica del amortiguador asociada a estas variables. Para mejorar esta cuestión se recurrió a un ajuste recursivo de todos los parámetros del modelo utilizando excitaciones más ricas desde el punto de vista dinámico. La estructura propuesta para los parámetros β/α y γ sirvió de base para esta nueva tarea.

Manteniendo la suposición de que α es constante y usando el cambio de variables $y = \alpha z$, el modelo mLG toma la siguiente forma

$$\frac{1}{\alpha}\dot{y} = \dot{\mathbf{x}} - |\dot{\mathbf{x}}|y, \quad (2.16)$$

$$f = \frac{\beta(i)}{\alpha}y + \gamma(i)\dot{\mathbf{x}} + \delta\mathbf{x} + \frac{\varepsilon}{\alpha}\dot{y} + f_0, \quad (2.17)$$

donde y (m/m) constituye una descripción normalizada de la deformación elástica del fluido, representada originalmente por z .

Usando (2.11) y (2.12), (2.17) puede reescribirse como

$$f = \hat{u}_\phi \theta_\phi, \quad (2.18)$$

donde $\hat{u}_\phi = [\hat{y}i, \hat{y}, i^2\dot{\mathbf{x}}, i\dot{\mathbf{x}}, \dot{\mathbf{x}}, \mathbf{x}, |\dot{\mathbf{x}}|\hat{y}, 1]$ y $\theta_\phi = [q_1, q_2, p_1, p_2, p_3 + \varepsilon, \delta, -\varepsilon, f_0]^T$ son el vector de señales conocidas y el vector de parámetros, respectivamente. La variable \hat{y} , estimación del estado y , es la solución de la ecuación

$$\frac{1}{\alpha}\dot{\hat{y}} = \dot{\mathbf{x}} - |\dot{\mathbf{x}}|\hat{y}, \quad (2.19)$$

que representa un observador en lazo abierto bajo la suposición de que α es conocido.

Observación 4 *La suposición de que el valor de α es conocido puede ser relajada usando un observador adaptable para el estado z . Considérese (2.6). Cuando $\varepsilon = 1$, el modelo toma la siguiente forma lineal en los parámetros*

$$f - \dot{\mathbf{x}} = [i\hat{z}, \hat{z}, i^2\dot{\mathbf{x}}, i\dot{\mathbf{x}}, \dot{\mathbf{x}}, \mathbf{x}, 1, -|\dot{\mathbf{x}}|\hat{z}] [\beta_1, \beta_2, p_1, p_2, p_3, \delta, f_0, \alpha]^T. \quad (2.20)$$

Los parámetros β_1 y β_2 surgen de la ecuación $\beta(i) = \alpha(q_1i + q_2) = \beta_1i + \beta_2$. El observador para este caso tendría una forma similar a aquél descrito por (2.15). La suposición $\varepsilon = 1$ es mucho menos restrictiva que conocer en forma exacta el valor de α dado que en (2.20) el efecto de ε es absorbido en α misma, al incorporar la definición de \hat{z} en (2.14).

También para este caso, la solución de equilibrio de (2.19), dada por $y_e = \text{sig}(\dot{\mathbf{x}})$, resulta ser asintóticamente estable.

La expresión (2.18) puede ser utilizada con varios métodos recursivos de identificación de parámetros. Sin embargo, se prefirió el método de mínimos cuadrados para garantizar que las estimaciones alcanzaran valores constantes (Ioannou, P.A. y Sun, J., 1996). La Figura 2.9 muestra la variación con respecto al tiempo de los elementos del vector de parámetros durante una prueba de identificación usando entradas pseudoaleatorias. El vector inicial de parámetros se construyó con valores similares a los estimados en las pruebas anteriores. La Figura 2.10 presenta la norma l_2 del error de estimación de la salida, $\tilde{f} = f - \hat{f}$. Los valores obtenidos al final de la estimación se muestran en la Tabla 2.5.

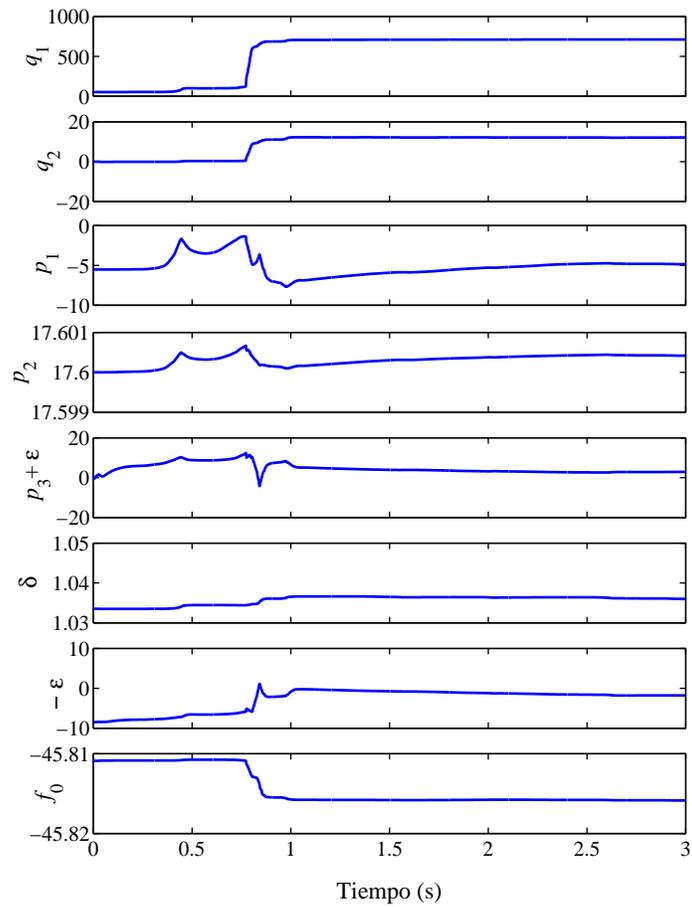


Figura 2.9: Estimación recursiva del vector de parámetros del modelo mLG.

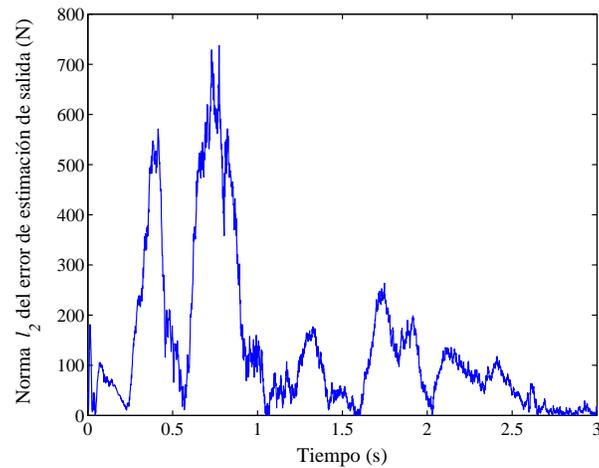


Figura 2.10: Convergencia a cero de la norma l_2 del error de estimación de fuerza.

Tabla 2.5: Valores obtenidos al finalizar el proceso de identificación recursivo.

Parámetro	Valor	Unidades (S.I.)
α	3.40	$(\text{mm})^{-1}$
q_1	833.85	N/A
q_2	14.72	N
p_1	-10.80	$\text{N}\cdot\text{s}/(\text{mm}\cdot\text{A}^2)$
p_2	17.75	$\text{N}\cdot\text{s}/(\text{mm}\cdot\text{A})$
p_3	0.50	$\text{N}\cdot\text{s}/\text{mm}$
ε	0.60	$\text{N}\cdot\text{s}/\text{mm}$
δ	1.03	N/mm
f_0	-45.82	N

2.5. Verificación experimental del modelo modificado de LuGre

Para verificar la capacidad de reproducir la dinámica del RD-1005-3 del modelo mLG se usaron (2.16) y (2.17) con los parámetros de la Tabla 2.5 y se realizaron diversas pruebas en simulación numérica utilizando datos experimentales en las entradas (desplazamiento y corriente) para comparar la respuesta del modelo con las mediciones de fuerza disponibles.

En las Figuras 2.11 y 2.12 se compara la fuerza medida y la fuerza proporcionada por el modelo para una rampa de corriente de 0.0 a 1.2 A con un desplazamiento sinusoidal de 20.0 mm de amplitud y una frecuencia de 0.5 Hz.

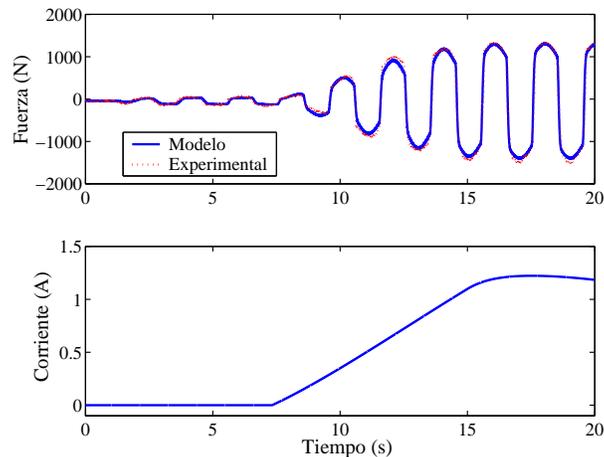


Figura 2.11: Comparación entre la fuerza medida y la fuerza proporcionada por el modelo mLG para una rampa de corriente y desplazamiento sinusoidal.

El error máximo en la estimación de la fuerza en este experimento es de 8.9% con respecto a la capacidad nominal (2.2 kN), debido a que existe un desfase con respecto a la señal experimental. En relación con el desplazamiento, la estimación presenta un error de hasta 7.2% y en relación con la velocidad hasta de 9.1% del valor nominal de fuerza (Figura 2.12). La Figura 2.13 muestra la respuesta del modelo para el desplazamiento y la corriente que se muestran en las Figura 2.14 (a) y (b), respectivamente. Dichas entradas son pseudoaleatorias (con saturación en el caso de la corriente) con un mayor nivel de excitación en frecuencia que en el caso anterior.

A velocidades cercanas a cero se observan algunas discrepancias entre las mediciones y la respuesta

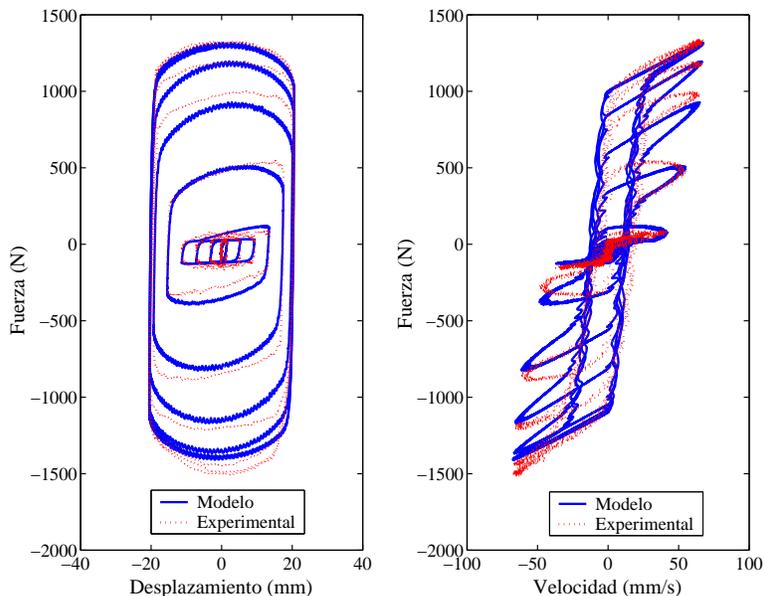


Figura 2.12: Comparación entre la fuerza medida y la fuerza proporcionada por el modelo mLG, en función del desplazamiento (izquierda) y en función de la velocidad (derecha), para una rampa de corriente y desplazamiento sinusoidal.

del modelo que corresponden con los picos de la medición de fuerza de la Figura 2.13. Cuando la velocidad del vástago es cero el modelo tiende a sobreestimar la fuerza generada por el amortiguador. Esta deficiencia puede atribuirse a la incapacidad del modelo de describir el fenómeno Stribeck (Armstrong-Hélouvry, B., 1991; Canudas de Wit, C. *et al.*, 1995) el cual se observa a bajas velocidades. Este fenómeno fundamentalmente consiste en una disminución súbita de la fuerza de fricción al aumentar la velocidad después de que ésta ha disminuido casi o incluso a cero (por ejemplo, cuando la velocidad cambia de signo). En todas las pruebas, el promedio del porcentaje de error en estimación con respecto a la capacidad nominal del amortiguador (2.2 kN) es menor a 15.0%. Sin embargo, cuando la velocidad está en la vecindad del origen, el error se dispara incluso hasta 79.0% del valor nominal. En la Figura 2.15 se muestra el porcentaje de error obtenido en este experimento. Los máximos relativos de la curva de error corresponden en la mayoría de los casos a velocidades prácticamente nulas.

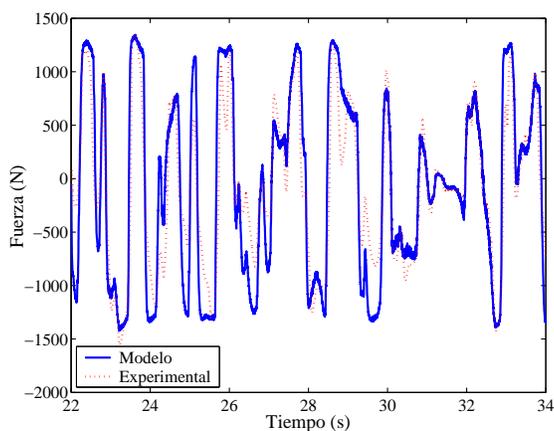


Figura 2.13: Comparación entre la fuerza medida y la fuerza dada por el modelo para entradas pseudoaleatorias.

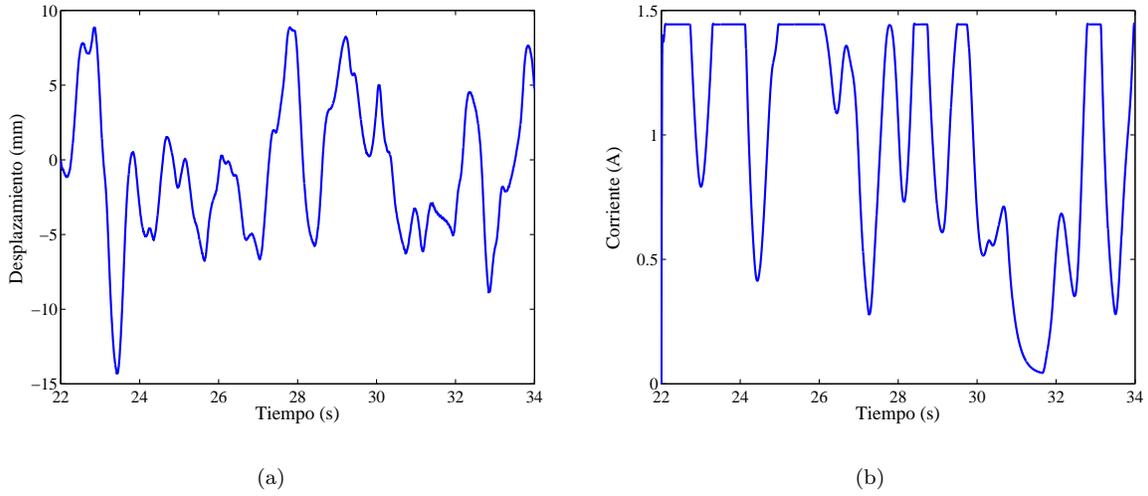


Figura 2.14: Entradas pseudoaleatorias: (a) Desplazamiento del vástago del amortiguador. (b) Corriente.

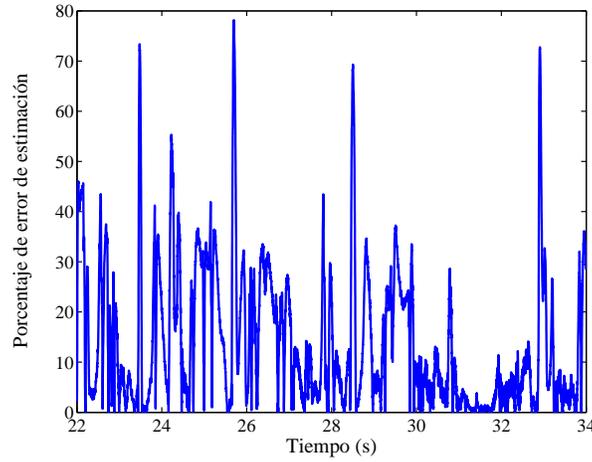


Figura 2.15: Porcentaje de error en la estimación de la fuerza con respecto a la capacidad nominal del RD-1005-3.

2.6. Observador en lazo cerrado

El cálculo de la fuerza del amortiguador puede mejorarse agregando un término de corrección a la ecuación del observador.

Teorema 2 *Considérese el siguiente observador en términos de la deformación normalizada y α constante*

$$\frac{1}{\alpha} \dot{\hat{y}} = \dot{\mathbf{x}} - |\dot{\mathbf{x}}| \hat{y} + \kappa \tilde{f}, \quad (2.21)$$

$$\hat{f} = \frac{1}{\alpha} \beta(i) \hat{y} + \gamma(i) \dot{\mathbf{x}} + \delta \mathbf{x} + \frac{\epsilon}{\alpha} \dot{\hat{y}} + f_0, \quad (2.22)$$

donde $\tilde{f} = f - \hat{f}$ es el error de estimación de la fuerza y κ es un número real positivo, $\kappa > -1/\epsilon$, \hat{f} es el estimado de f en (2.22), la velocidad del vástago satisface $|\dot{\mathbf{x}}| \leq \dot{\mathbf{x}}_{\max}$ y las funciones $\beta(i)$ y $\gamma(i)$ satisfacen

$0 < \beta(i) \leq \beta_{\max}$ y $0 < \gamma(i) \leq \gamma_{\max}$, respectivamente. Entonces, conforme κ tiende a infinito, el error de estimación de fuerza tiende a cero para toda $\alpha > 0$ suficientemente grande.

Demostración: Primero se mostrará que las trayectorias de (2.21) tienden exponencialmente a su solución de equilibrio

$$y_e = \frac{(1 - \kappa\gamma(i)) \dot{\mathbf{x}} - \kappa(\delta\mathbf{x} + f_0 - f)}{|\dot{\mathbf{x}}| + \frac{\kappa}{\alpha}\beta(i)}$$

para posteriormente probar que $\tilde{f} \rightarrow 0$ cuando $\kappa \rightarrow \infty$.

Sustituyendo (2.17) en (2.21) se obtiene

$$\dot{\hat{y}} = \Gamma_y g(\hat{y}) ,$$

donde

$$\frac{1}{\Gamma_y} = \frac{1}{\alpha}(1 + \kappa\epsilon) > 0 ,$$

y

$$g(\hat{y}) = (1 - \kappa\gamma(i)) \dot{\mathbf{x}} - \left(|\dot{\mathbf{x}}| + \frac{\kappa}{\alpha}\beta(i) \right) \hat{y} + \kappa(f - \delta\mathbf{x} - f_0) .$$

El cambio de variables $F = \hat{y} - y_e$ conduce a

$$\begin{aligned} \dot{F} &= \Gamma_y g(F + y_e) - \Gamma_y g(y_e) \\ &= -\Gamma_y \left(|\dot{\mathbf{x}}| + \frac{\kappa}{\alpha}\beta(i) \right) F , \quad \frac{1}{\alpha}\beta(i) > 0 , \end{aligned} \quad (2.23)$$

cuyo punto de equilibrio es $F = 0$. Considérese ahora la candidata a función de Lyapunov

$$V_F(F) = \frac{1}{2}F^2 . \quad (2.24)$$

La variación de (2.24) a lo largo de las trayectorias de (2.23) resulta en

$$\dot{V}_F(F) = -\Gamma_y \left(|\dot{\mathbf{x}}| + \frac{\kappa}{\alpha}\beta(i) \right) F^2 \leq 0 .$$

Entonces, $F \rightarrow 0$ exponencialmente y, en consecuencia, $\hat{y} \rightarrow y_e$ también en forma exponencial. Por lo tanto, el error de estimación puede expresarse de la siguiente manera

$$\tilde{f} = f + \frac{\kappa\beta(i)}{\alpha \left(|\dot{\mathbf{x}}| + \frac{\kappa}{\alpha}\beta(i) \right)} \left(\delta\mathbf{x} + f_0 - f - \frac{1}{\kappa}(1 - \kappa\gamma(i))\dot{\mathbf{x}} \right) - (\gamma(i)\dot{\mathbf{x}} + \delta\mathbf{x} + f_0) ,$$

donde

$$\lim_{\kappa \rightarrow \infty} \frac{\kappa\beta(i)}{\alpha \left(|\dot{\mathbf{x}}| + \frac{\kappa}{\alpha}\beta(i) \right)} = 1$$

y

$$\lim_{\kappa \rightarrow \infty} \frac{-1}{\kappa}(1 - \kappa\gamma(i))\dot{\mathbf{x}} = \gamma(i)\dot{\mathbf{x}}$$

por lo que $\tilde{f} \rightarrow 0$ cuando $\kappa \rightarrow \infty$. ■

Esta propiedad es especialmente útil en esquemas de control que requieren la estimación del estado del modelo mLG cuando se dispone de la medición en tiempo real de la fuerza del amortiguador, como los que proponen Jiménez, R. (2002), Álvarez, L. y Carrera, R. (2003) y Álvarez, L. y Jiménez, R. (2003b).

En la Figura 2.16 se presenta la estimación de y a través de (2.21) y la estimación obtenida con el observador en lazo abierto dado por (2.19). Para esta prueba se fijó el valor de κ en 1.0 mm/(N·s) y se usaron los parámetros de la Tabla 2.5. La Figura 2.17 (a) muestra la convergencia de \hat{y} a la solución de equilibrio y_e de (2.21). Como puede apreciarse en la Figura 2.17 (b), la estimación de la fuerza converge a la trayectoria de la fuerza medida.

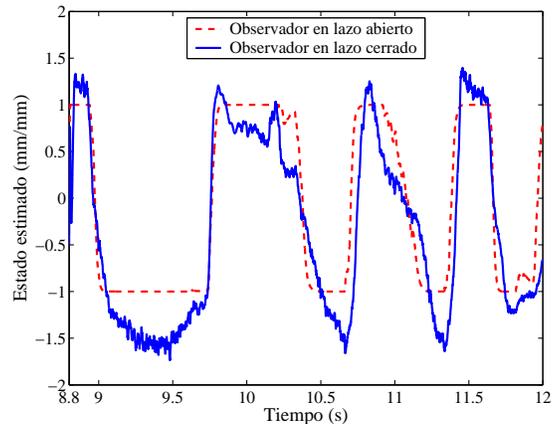


Figura 2.16: Comparación del estado estimado en lazo abierto con el estimado en lazo cerrado.

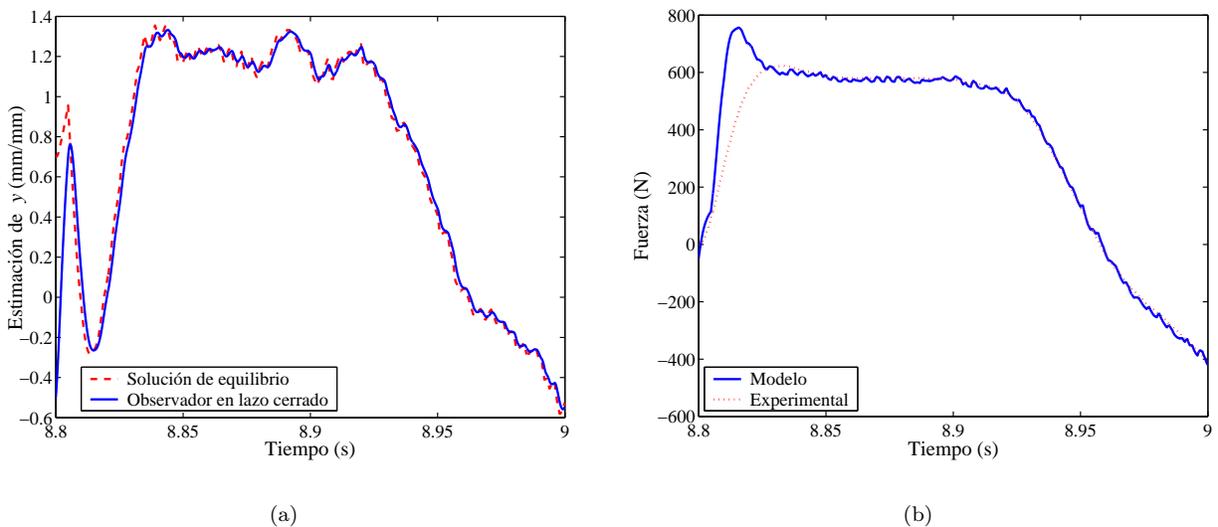


Figura 2.17: (a) Convergencia del estado estimado a la solución de equilibrio usando el observador en lazo cerrado. (b) Comparación entre la fuerza medida y la fuerza del modelo con el observador en lazo cerrado.

Los resultados muestran una mejoría del desempeño del modelo gracias al término de corrección en el observador de y . Esto se puede apreciar en la Figura 2.18, donde se muestra el porcentaje de error de estimación de la fuerza con respecto a la capacidad nominal del amortiguador. Para esta prueba, el máximo error observado es menor al 4.0%.

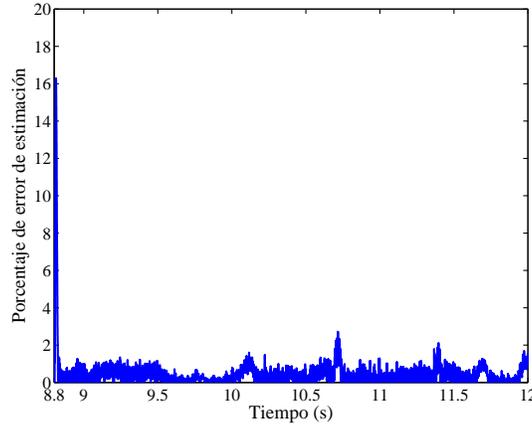


Figura 2.18: Porcentaje de error de estimación de la fuerza usando el observador en lazo cerrado.

Observación 5 El Teorema 2 muestra que cuando κ tiende a infinito el error de estimación de la fuerza tiende a cero; sin embargo, para valores relativamente pequeños de κ , como el usado en el experimento mostrado en esta sección, la estimación que se obtiene de la fuerza es buena para fines prácticos. Conforme se incrementa el valor de κ , el porcentaje de error de estimación de fuerza se reduce. Por ejemplo, para $\kappa = 100 \text{ mm}/(\text{N}\cdot\text{s})$, el porcentaje de error es menor al 0.02 % del valor nominal de fuerza del amortiguador.

2.7. Simplificación del modelo modificado de LuGre

Considerando el problema planteado en la Sección 1.4, cuando el amortiguador se encuentra colocado entre el primer piso y la base de la estructura, el modelo mLG se reduce a

$$\begin{aligned}\dot{z} &= \dot{x}_1 - \alpha(i)|\dot{x}_1|z, \\ f &= \beta(i)z + \gamma_{nl}(i)\dot{x}_1 - \varepsilon\alpha(i)|\dot{x}_1|z,\end{aligned}$$

donde γ_{nl} sólo contiene términos no lineales de amortiguamiento. Los términos lineales de rigidez y amortiguamiento pueden ser incorporados al modelo matemático de la estructura. La fuerza residual del amortiguador (f_0) es contrarrestada por la resistencia a la deformación que ofrecen los soportes de éste y las columnas que van del nivel del terreno al primer piso.

Tomando en cuenta lo sugerido en la Observación 4, el modelo dado por (1.1) y (1.2) se puede simplificar suponiendo $\sigma_1 = 1$. Con esta suposición se facilita la estimación de todos los parámetros en tiempo real a través del modelo Σ_v , representado por

$$\dot{z} = \dot{x}_1 - \sigma_0 a_0 (1 + a_1 v) |\dot{x}_1| z, \quad (2.25)$$

$$f = \sigma_0 v z - \sigma_0 a_0 (1 + a_1 v) |\dot{x}_1| z. \quad (2.26)$$

En forma similar, el modelo dado por (2.5) y (2.6), suponiendo $\varepsilon = 1$ y $\alpha > 0$ constante, se transforma en Σ_i , dado por

$$\dot{z} = \dot{x}_1 - \alpha |\dot{x}_1| z, \quad (2.27)$$

$$f = (\beta_1 i + \beta_2) z + (\gamma_1 i - \gamma_2 i^2) \dot{x}_1 - \alpha |\dot{x}_1| z. \quad (2.28)$$

Ambas versiones reducidas del modelo mLG pueden emplearse directamente en un esquema de identificación de parámetros con un observador adaptable para z . La normalización de los vectores de señales conocidas y la proyección de los parámetros correspondientes al término $|\dot{x}_1|z$ en las ecuaciones de estado (2.25) y (2.27) garantizan la estabilidad de los algoritmos.

La Tabla 2.6 muestra los valores finales de los parámetros de Σ_v mientras que la Tabla 2.7 presenta los valores finales de los parámetros del modelo Σ_i en un proceso de identificación basado en mínimos

Tabla 2.6: Parámetros para el modelo Σ_v .

Parámetro	Valor	Unidades (S.I.)
σ_0	262.6767	N/(mm·V)
a_0	0.0072	V/N
a_1	0.0687	V ⁻¹

Tabla 2.7: Parámetros para el modelo Σ_i .

Parámetro	Valor	Unidades (S.I.)
α	3.47	(mm) ⁻¹
β_1	454.23	N/(A·mm)
β_2	6.30	N/mm
γ_1	16.39	N·s/(mm·A)
γ_2	9.07	N·s/(mm·A ²)

cuadrados recursivo sin factor de olvido, normalizado y con proyección de parámetros. Estos resultados se obtuvieron con datos experimentales generados a partir de un experimento en la estructura con el sismo SCT. La entrada de voltaje (corriente) en los modelos fue generada mediante una ley de control basada en modulación de frecuencia (Álvarez, L. y Carrera, R., 2003).

La Figura 2.19 muestra una comparación entre las señales de fuerza generadas mediante Σ_v y Σ_i y la fuerza medida. El modelo Σ_i mantiene un error menor a 9.0% de la fuerza máxima registrada en el experimento. El modelo Σ_v presenta un porcentaje de error cercano a 18.0% debido a una sobreestimación de la magnitud de la fuerza en la parte más intensa del sismo.

El desempeño de los modelos Σ_v y Σ_i también puede mejorarse mediante un observador en lazo cerrado para el estado z , como se puede apreciar en la Figura 2.20 donde se cotejan las señales generadas con dichos modelos y la medición de la fuerza en tiempo real. Para esta prueba se obtuvieron errores máximos de 2.34% para Σ_v y 2.18% para Σ_i con respecto a la fuerza máxima registrada usando $\kappa = 5.0$ mm/(N·s).

2.8. Conclusiones

El modelo mLG presenta varias ventajas desde el enfoque de la teoría de control. Con respecto a otros que han aparecido en la literatura, éste ofrece mayor simplicidad matemática y linealidad en los parámetros. Además, se demostró que es posible construir un observador para reconstruir el estado del modelo, el cual puede ser usado para mejorar la reproducción de la fuerza, hecho que resulta útil en el diseño de esquemas de control que requieren tanto del estado del modelo como de la fuerza generada por el amortiguador (Jiménez, R., 2002; Álvarez, L. y Carrera, R., 2003; Álvarez, L. y Jiménez, R., 2003b).

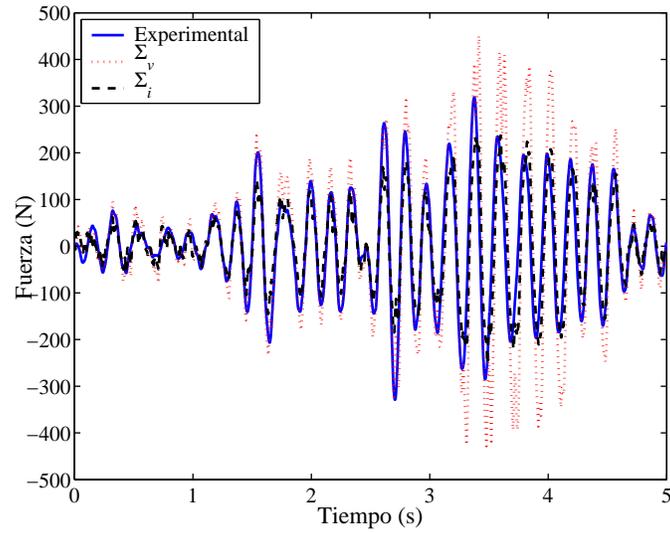


Figura 2.19: Comparación entre la fuerza medida y las predicciones de fuerza de los modelos Σ_v y Σ_i con el observador en lazo abierto.

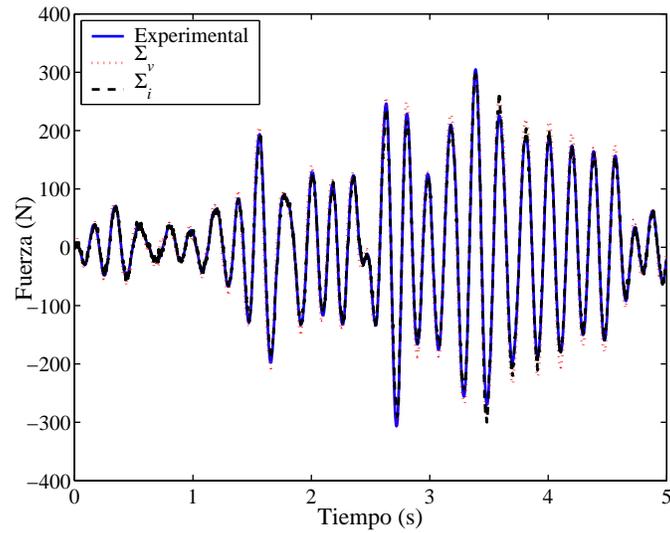


Figura 2.20: Comparación entre la fuerza medida y las predicciones de fuerza de los modelos Σ_v y Σ_i con el observador en lazo cerrado.

Capítulo 3

Caracterización de la estructura

En este capítulo se presenta la información usada como referencia para el diseño de los observadores adaptables y para su evaluación experimental. Para evaluar el funcionamiento de dichos observadores se recurrió al cálculo teórico de los parámetros de la estructura a escala. Los resultados de este cálculo se utilizaron en la determinación de los valores iniciales de los parámetros de los observadores. El propósito de este cálculo fue encontrar estimaciones razonables, no necesariamente exactas, de los parámetros estructurales para mostrar que es suficiente contar con una somera aproximación de éstos para lograr reconstruir los estados del sistema e incluso mejorar dicha aproximación en tiempo real a través de las leyes de identificación de parámetros implícitas en los algoritmos desarrollados.

Dichas leyes de identificación se basan en el estimador de parámetros que se presenta en este capítulo, diseñado a partir del método recursivo de mínimos cuadrados. Este estimador fue desarrollado con la idea de ajustar los parámetros del sistema en tiempo real a partir de excitaciones sísmicas, ya que es precisamente durante este tipo de fenómenos cuando se pretende utilizar los observadores. Este estimador también fue evaluado experimentalmente usando datos generados con la estructura a escala.

Se presenta también la determinación experimental de los parámetros estructurales con la finalidad de usar esta información como referencia para evaluar las señales producidas por los observadores. La validez de los parámetros determinados de esta forma se verificó usando datos de la respuesta de la estructura derivados de diferentes excitaciones sísmicas.

3.1. Parámetros teóricos

La estructura usada en la experimentación es tridimensional, como se aprecia en la Figura 3.1(a); sin embargo, para conseguir que su dinámica correspondiera a la de un edificio de marco plano ésta se construyó de tal forma que el movimiento predominara en la dirección horizontal, que corresponde con la dirección de la excitación de la mesa vibradora donde fue instalada, como se indica en la Figura 3.1(b). La rigidez de las columnas en la dirección perpendicular al plano de dicha figura es dos órdenes de magnitud mayor que en la dirección de la excitación.

El cálculo teórico de los parámetros de una estructura requiere del conocimiento de las propiedades de los materiales usados y de diversos factores como son la geometría y distribución de los elementos estructurales. Por simplicidad, se consideró a la estructura sin amortiguador con el objeto de poder comparar los datos experimentales de la respuesta con la predicción del modelo lineal, calculada a partir de los datos generados por el estimador que se presenta en la Sección 3.2.2 de este mismo capítulo.

El modelo matemático para la estructura sin amortiguador está dado por la siguiente ecuación diferencial matricial

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = -M\ddot{x}_g .$$

Basándose en este modelo y en las propiedades físicas de los materiales empleados en la construcción de la estructura (Apéndice B), se calcularon las matrices de inercia, amortiguamiento y rigidez definidas en (1.4), (1.5) y (1.6), respectivamente.

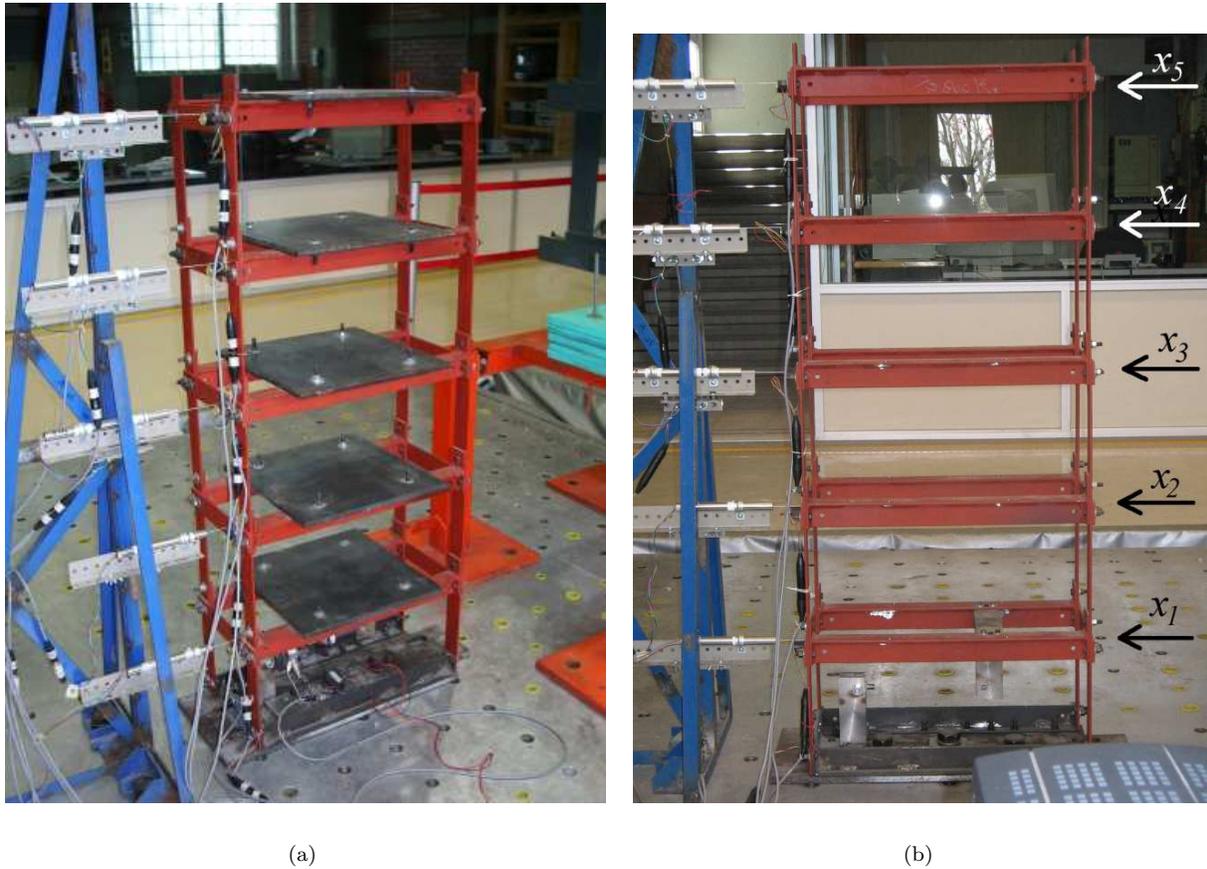


Figura 3.1: (a) Estructura a escala. (b) Dirección del movimiento.

Considerando la masa de la estructura, los elementos de sujeción, los aditamentos y la masa de cada una de las placas colocadas en los diferentes pisos, la matriz de inercia toma los siguientes valores

$$\mathbb{M}_0 = \text{diag}(33.17, 29.74, 29.78, 29.70, 22.78) \text{ kg} .$$

Las vigas horizontales de la estructura fueron construidas de tal forma que su rigidez fuera mucho mayor que la de las columnas. De esta forma, el cálculo de la rigidez lateral entre los pisos j y $j-1$, denotada por k_j , $j = 1, 2, \dots, n$, se puede realizar mediante la expresión (Chopra, 1995)

$$k_j = 4 \frac{12\mathcal{E}_c\mathcal{I}_c}{h_c^3} ,$$

dado que todas las columnas son iguales. El parámetro $\mathcal{E}_c = 200 \text{ GPa}$ es el módulo de elasticidad para el acero usado en la construcción de las columnas y demás elementos estructurales. La constante $\mathcal{I}_c = 4.57 \times 10^{-10} \text{ m}^4$ es el momento de inercia de área de la sección transversal de cada columna, las cuales tienen un espesor h_c de 4.76 mm. Dado que las vigas horizontales se encuentran igualmente espaciadas, y que todas las columnas poseen la misma geometría y sus propiedades mecánicas son prácticamente constantes y uniformes en todas las direcciones, se puede suponer también que las rigideces de cada entrepiso son iguales. Entonces, una

primera estimación de la matriz de rigideces es

$$\mathbb{K}_0 = 636.8 \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \frac{\text{kN}}{\text{m}} .$$

A través de la solución del problema de valores propios

$$(\mathbb{M}^{-1}\mathbb{K}) \phi_j = \lambda_j \phi_j \quad (3.1)$$

se pueden estimar las n frecuencias naturales dadas por $\omega_j = \sqrt{\lambda_j}$, donde ϕ_j es el j -ésimo modo de vibración y λ_j es el j -ésimo valor propio de $(\mathbb{M}^{-1}\mathbb{K})$ (Chopra, 1995). Tomando los valores de \mathbb{M}_0 y \mathbb{K}_0 , las frecuencias naturales teóricas son 6.90, 19.83, 30.76, 39.31 y 44.75 Hz (43.35, 124.60, 193.27, 247.00 y 281.17 rad/s).

Por otro lado, para estructuras metálicas el coeficiente de amortiguamiento relativo se encuentra generalmente alrededor del 6% (Chopra, 1995). Suponiendo que la matriz \mathbb{C} sigue la forma típica de amortiguamiento de Rayleigh (Chopra, 1995) y usando las frecuencias naturales encontradas con los valores de \mathbb{M}_0 y \mathbb{K}_0 se tiene que

$$\mathbb{C}_0 = 313.9422 \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \frac{\text{N}\cdot\text{s}}{\text{m}} .$$

3.2. Comportamiento dinámico

La caracterización experimental de la estructura a escala se realizó de dos formas distintas. La primera consistió en determinar las frecuencias naturales de vibración mediante el análisis espectral de la respuesta de la estructura debida a barridos de frecuencia y a excitaciones sísmicas. La segunda consistió en la determinación de los parámetros estructurales mediante un algoritmo de identificación paramétrica diseñado especialmente para el procesamiento de datos en tiempo real. El objetivo de dicho algoritmo es mejorar las estimaciones iniciales de los parámetros estructurales de tal forma que la respuesta reproducida mediante el modelo matemático de la estructura se aproxime mejor a las mediciones. El algoritmo de identificación se utilizó en experimentos con y sin el amortiguador instalado.

3.2.1. Frecuencias naturales

Los barridos de frecuencia se realizaron de 4.0 a 8.5 Hz para incluir frecuencias por arriba y por abajo de la frecuencia fundamental teórica con un margen aceptable. Las magnitudes de las aceleraciones usadas fueron de 0.5 y 1.0 m/s², suficientes para obtener desplazamientos y aceleraciones en los pisos de la estructura con una relación señal a ruido adecuada. La frecuencia fundamental determinada en estos experimentos a través del espectro de la respuesta es en promedio de 5.4 Hz para la estructura sin amortiguador y 6.0 Hz con el amortiguador instalado, usando una corriente constante de 1.0 A (valor medio del rango de corriente del RD-1005-3).

La respuesta a los sismos NRT y KBE se usó para determinar simultáneamente las frecuencias naturales de todos los modos de vibración. Para el caso en el que el amortiguador se encontraba instalado también se usó como excitación sísmica una señal de ruido blanco¹ (en banda de 0.0 a 50.0 Hz) con amplitud de 0.7 m/s². En este último caso se empleó una corriente pseudoaleatoria, denotada por i_{prb} , que posee una distribución uniforme en el rango de (0.0, 2.0) A y valor rms de 0.92 A para obtener una estimación representativa de las frecuencias de vibración de la estructura.

¹Los datos correspondientes a la excitación con ruido blanco se realizaron en fechas posteriores a la terminación de este estudio y sólo se incluyen aquí para fines de comparación. Este tipo de entrada únicamente se empleó con el amortiguador instalado en la estructura ya que se considera este caso como el de mayor relevancia para los propósitos de esta tesis.

Es necesario aclarar que cuando el amortiguador está acoplado a la estructura, el sistema dinámico completo tiene un comportamiento no lineal y por lo tanto las frecuencias de vibración estimadas experimentalmente no tienen la misma interpretación teórica, a través del modelo matemático del sistema, que en el caso lineal. De hecho, experimentalmente se observó que dichas frecuencias aumentan en forma no lineal conforme aumenta la corriente en el amortiguador. Por esta razón se eligió a i_{prb} como patrón de suministro de corriente en todos los experimentos para incluir, hasta cierto punto, el efecto de la variación de la corriente y mantener condiciones similares en los ensayos con el amortiguador para generar datos susceptibles de comparación. En la Figura 3.2 se muestra el resultado de una prueba hecha con la estructura sin el amortiguador y con la entrada NRT. La Figura 3.3 presenta el resultado de un ensayo correspondiente al sismo KBE con el amortiguador instalado. En esta figura se muestra una mayor distorsión en el espectro de la respuesta debido, posiblemente, al comportamiento no lineal del sistema. La Tabla 3.1 muestra las frecuencias dominantes en las densidades de potencia espectral de algunos ensayos².

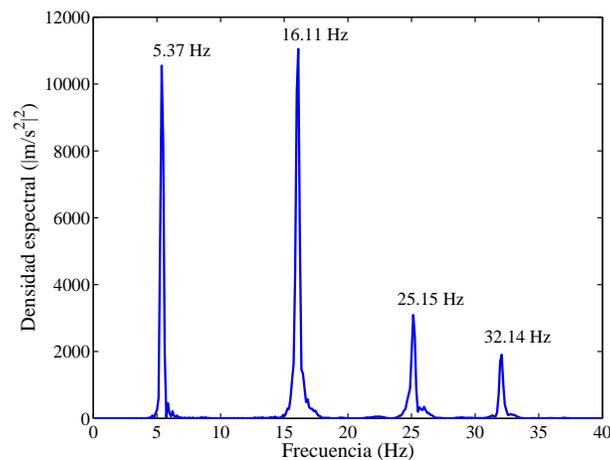


Figura 3.2: Densidad espectral de potencia de la respuesta del quinto piso bajo la excitación del sismo NRT (estructura sin amortiguador).

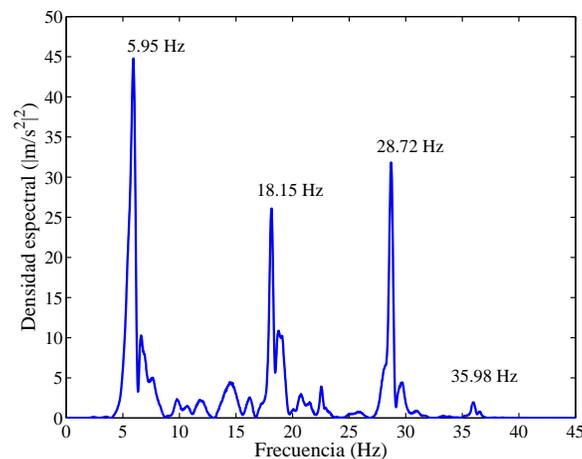


Figura 3.3: Densidad espectral de potencia de la respuesta del quinto piso bajo la excitación del sismo KBE (estructura con amortiguador).

²La notación $\langle \cdot \rangle$ indica valores con alta incertidumbre, provenientes de datos poco legibles en las gráficas.

Tabla 3.1: Frecuencias dominantes en el espectro de la respuesta de la estructura (Hz).

Modo	Estructura sin amortiguador			Estructura con amortiguador			
	KBE	NRT	Promedio	Ruido blanco	KBE	NRT	Promedio
1	5.49	5.37	5.43	5.95	5.95	5.75	5.88
2	16.15	16.11	16.13	18.12	18.15	16.98	17.75
3	28.50	25.15	26.83	28.70	28.72	27.95	28.46
4	38.20	32.14	35.17	36.19	35.98	34.65	35.61
5	⟨No legible⟩	⟨36.98⟩	⟨36.98⟩	⟨No legible⟩	⟨40.10⟩	⟨38.30⟩	⟨39.20⟩

3.2.2. Identificación de parámetros

En la estimación de los parámetros estructurales se empleó una parametrización matricial para sistemas multivariables (Tao, G., 2003; Ángeles, J.M. y Álvarez, L., 2005), junto con una ley de identificación de parámetros basada en el método de mínimos cuadrados (Jiménez, R., 2002).

La ecuación de salida del sistema (1.3), definida en (1.7), permite una parametrización dada por

$$\psi = \Theta u, \quad (3.2)$$

donde $\Theta = [\Theta_k \ \Theta_c \ \Theta_m] \in \mathbf{R}^{n \times (2n+1)}$ es la matriz de parámetros y $u = [u_k^T \ u_c^T \ u_m^T]^T \in \mathbf{R}^{(2n+1) \times 1}$ es el vector de señales. A su vez, los elementos de la matriz de parámetros están definidos como

$$\Theta_k = \begin{bmatrix} -\frac{k_1}{m_1} & \frac{k_2}{m_1} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{k_2}{m_2} & \frac{k_3}{m_2} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{k_3}{m_3} & \frac{k_4}{m_3} & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -\frac{k_{n-1}}{m_{n-1}} & \frac{k_n}{m_{n-1}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & -\frac{k_n}{m_n} \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^{n \times n},$$

$$\Theta_c = \begin{bmatrix} -\frac{c_1}{m_1} & \frac{c_2}{m_1} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{c_2}{m_2} & \frac{c_3}{m_2} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{c_3}{m_3} & \frac{c_4}{m_3} & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -\frac{c_{n-1}}{m_{n-1}} & \frac{c_n}{m_{n-1}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & -\frac{c_n}{m_n} \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^{n \times n}$$

y

$$\Theta_m = \begin{bmatrix} \frac{1}{m_1} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \in \mathbf{R}^{n \times 1}. \quad (3.3)$$

Por otro lado, las componentes del vector de señales están definidas por

$$u_k = [x_1, x_2 - x_1, x_3 - x_2, \dots, x_n - x_{n-1}]^T \in \mathbf{R}^{n \times 1},$$

$$u_c = [\dot{x}_1, \dot{x}_2 - \dot{x}_1, \dot{x}_3 - \dot{x}_2, \dots, \dot{x}_n - \dot{x}_{n-1}]^T \in \mathbf{R}^{n \times 1}$$

y

$$u_m = [-f] \in \mathbf{R} .$$

El producto matricial expresado en (3.2) cumple con las siguientes igualdades $-\mathbb{M}^{-1}\mathbb{K}x = \Theta_k u_k$, $-\mathbb{M}^{-1}\mathbb{C}\dot{x} = \Theta_c u_c$ y $-\mathbb{M}^{-1}\mathbb{B}f = \Theta_m u_m$. Nótese que para el caso en que la estructura no tiene el amortiguador instalado la contribución de Θ_m y u_m es nula en (3.2) dado que $f(t) = 0 \forall t \in [0, \infty)$.

La ley de identificación de parámetros tiene la siguiente forma

$$\hat{\Theta}^T = \Gamma u \tilde{\psi}^T, \quad \Gamma = \Gamma^T > 0, \quad (3.4)$$

$$\dot{\Gamma} = -\Gamma u u^T \Gamma, \quad \Gamma(0) = \Gamma_0 > 0, \quad (3.5)$$

$$\hat{\psi} = \hat{\Theta} u, \quad (3.6)$$

donde $\Gamma(t) \in \mathbf{R}^{2n+1 \times 2n+1}$ es la matriz de covarianza, solución de (3.5), $\hat{\psi}$ es la estimación de ψ y $\hat{\Theta}$ está formada por las estimaciones de los elementos de Θ . El vector u se forma a través de las mediciones de la fuerza del amortiguador (en el caso en el que el amortiguador esté montado en la estructura), de la posición de los pisos y de sus derivadas estimadas a partir de filtros estables de segundo orden. La variable ψ representa el error de estimación de la salida, definido por

$$\tilde{\psi} = \psi - \hat{\psi}. \quad (3.7)$$

De aquí en adelante, el sistema dinámico compuesto por (3.4), (3.5) y (3.6) será nombrado Φ_S .

Observación 6 *La ley de identificación de parámetros expresada en (3.4) y (3.5) está basada en los trabajos previos de Jiménez, R. (2002), Jiménez, R. y Álvarez, L. (2002) y Álvarez, L. y Jiménez, R. (2002b). La diferencia introducida aquí es la parametrización matricial para sistemas multivariables (Tao, G., 2003) que permite un manejo numérico más eficiente en comparación con las parametrizaciones convencionales para el caso de mínimos cuadrados. Por ejemplo, un algoritmo estándar de mínimos cuadrados con una parametrización vectorial de una estructura de marco plano de n grados de libertad requiere del cálculo de una matriz de covarianza de $4n + 1 \times 4n + 1$ mientras que con la parametrización matricial se requiere calcular una matriz de covarianza de $2n + 1 \times 2n + 1$. La parametrización matricial es especialmente útil en la identificación de modelos estructurales en tiempo real, donde se requiere de programas computacionalmente eficientes, y en la identificación de estructuras en dos y tres dimensiones, donde la cantidad de parámetros a determinar aumenta considerablemente (Ángeles, J.M. y Álvarez, L., 2005).*

Es importante resaltar que este esquema recursivo de identificación de parámetros constituye el punto de partida para el diseño de los observadores adaptables que se presentan en los siguientes capítulos.

Dado que el esquema de identificación que aquí se propone fue diseñado para ser ejecutado en tiempo real, fundamentalmente durante una excitación de gran intensidad (aunque de ninguna manera se limita a esta situación), para la determinación experimental de los parámetros estructurales ($\mathbb{M}^{-1}\mathbb{K}$) y ($\mathbb{M}^{-1}\mathbb{C}$) se utilizaron los sismos SCT, NRT y KBE. El vector u_k se construyó directamente con las señales filtradas de los transformadores diferenciales instalados en el marco de referencia (véase la Sección B.2 del Apéndice B para más detalles de la instrumentación utilizada). Las velocidades requeridas para el vector u_c se estimaron a través de la derivada de los desplazamientos medidos, filtrada con un pasa bajas frecuencias de segundo orden tipo Butterworth. El vector u_m se construyó con la medición filtrada de una celda de carga. Los resultados obtenidos concuerdan con los resultados del análisis espectral de la respuesta. Por ejemplo, para un ensayo derivado del sismo SCT se determinaron las siguientes matrices para la estructura sin amortiguador

$$\widehat{(\mathbb{M}^{-1}\mathbb{K})}_{\text{sin amortiguador}} = 1.0 \times 10^4 \begin{bmatrix} 3.39 & -1.48 & 0 & 0 & 0 \\ -1.59 & 2.77 & -1.18 & 0 & 0 \\ 0 & -0.67 & 1.36 & -0.69 & 0 \\ 0 & 0 & -1.14 & 2.69 & -1.55 \\ 0 & 0 & 0 & -2.17 & 2.17 \end{bmatrix} \frac{\text{N}}{\text{m}\cdot\text{kg}} \quad (3.8)$$

y

$$\widehat{(\mathbb{M}^{-1}\mathbb{C})}_{\text{sin amortiguador}} = \begin{bmatrix} 15.45 & -10.32 & 0 & 0 & 0 \\ -3.40 & 14.49 & -11.10 & 0 & 0 \\ 0 & -8.50 & 15.77 & -7.27 & 0 \\ 0 & 0 & -8.21 & 16.11 & -7.90 \\ 0 & 0 & 0 & -10.85 & 10.85 \end{bmatrix} \frac{\text{N}\cdot\text{s}}{\text{m}\cdot\text{kg}}. \quad (3.9)$$

La frecuencia fundamental calculada con (3.1) y (3.8) es 5.41 Hz.

De manera análoga, para un ensayo con la estructura equipada con el amortiguador y en el que se usó el sismo SCT se determinaron los siguientes parámetros

$$\widehat{(\mathbb{M}^{-1}\mathbb{K})}_{\text{con amortiguador}} = 1.0 \times 10^4 \begin{bmatrix} 3.40 & -1.58 & 0 & 0 & 0 \\ -1.83 & 3.37 & -1.55 & 0 & 0 \\ 0 & -1.38 & 2.82 & -1.45 & 0 \\ 0 & 0 & -1.44 & 2.72 & -1.28 \\ 0 & 0 & 0 & -1.79 & 1.79 \end{bmatrix} \frac{\text{N}}{\text{m}\cdot\text{kg}}, \quad (3.10)$$

$$\widehat{(\mathbb{M}^{-1}\mathbb{C})}_{\text{con amortiguador}} = \begin{bmatrix} 37.58 & -34.87 & 0 & 0 & 0 \\ -46.11 & 63.11 & -17.00 & 0 & 0 \\ 0 & -7.14 & 12.29 & -5.15 & 0 \\ 0 & 0 & -9.87 & -7.87 & 17.74 \\ 0 & 0 & 0 & 0.39 & -0.39 \end{bmatrix} \frac{\text{N}\cdot\text{s}}{\text{m}\cdot\text{kg}} \quad (3.11)$$

y

$$\widehat{\left(\frac{1}{m_1}\right)}_{\text{con amortiguador}} = 0.0379 \frac{1}{\text{kg}}. \quad (3.12)$$

Con estos parámetros la frecuencia fundamental es de 6.09 Hz.

Cabe hacer notar que cuando se dispone de la medición de la fuerza del disipador de energía la reconstrucción de las matrices se puede hacer en forma completa, es decir, se pueden determinar todos los elementos de \mathbb{M} , \mathbb{K} y \mathbb{C} dado que se tiene la estimación de $\frac{1}{m_1}$ en (3.3). A partir de este valor es posible recuperar k_1 y k_2 del primer renglón de $\mathbb{M}^{-1}\mathbb{K}$. Con estos dos valores se puede encontrar m_2 a partir de los elementos del segundo renglón de $\mathbb{M}^{-1}\mathbb{K}$, y así sucesivamente.

La validez de los resultados obtenidos en estos experimentos se confirmó comparando la respuesta medida de la estructura con la respuesta que ofrece el modelo matemático con parámetros constantes bajo la misma excitación, como se aprecia en las Figuras 3.4, 3.5 y 3.6 donde se comparan las mediciones y las estimaciones del desplazamiento del tercer piso, la velocidad del quinto piso y la aceleración absoluta del primer piso de la estructura sin amortiguador con el sismo SCT como excitación. En forma similar, en las Figuras 3.7, 3.8 y 3.9 se cotejan los datos experimentales con la predicción del modelo matemático de la estructura con el amortiguador instalado. Para este último ensayo se suministró una corriente similar a i_{prb} en el amortiguador y se usó el registro de aceleración del sismo KBE. En la Tabla 3.2 se comparan las frecuencias naturales calculadas teóricamente, los promedios de las encontradas con el análisis espectral y las estimadas con el método de mínimos cuadrados.

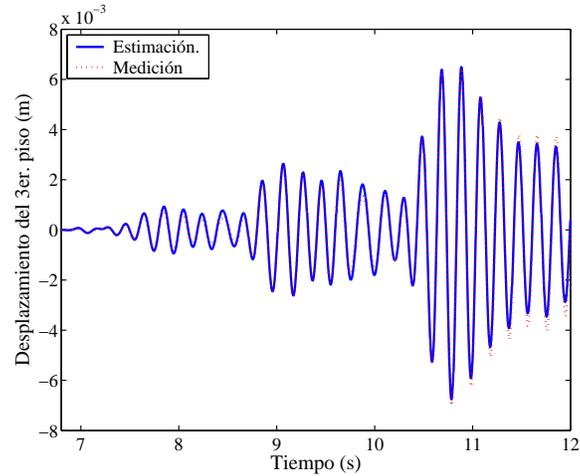


Figura 3.4: Desplazamiento del tercer piso bajo la excitación del sismo SCT (estructura sin amortiguador).

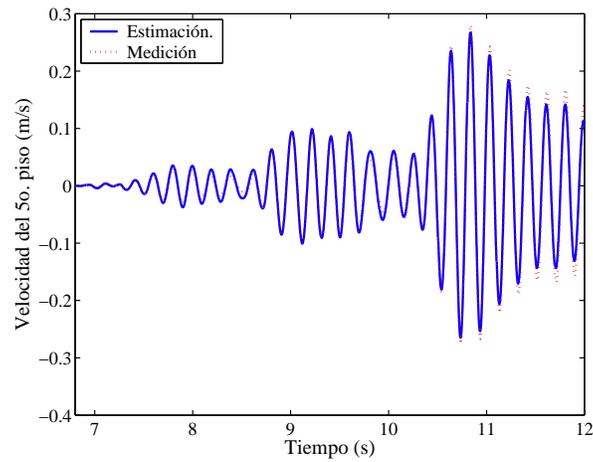


Figura 3.5: Velocidad del quinto piso bajo la excitación del sismo SCT (estructura sin amortiguador).

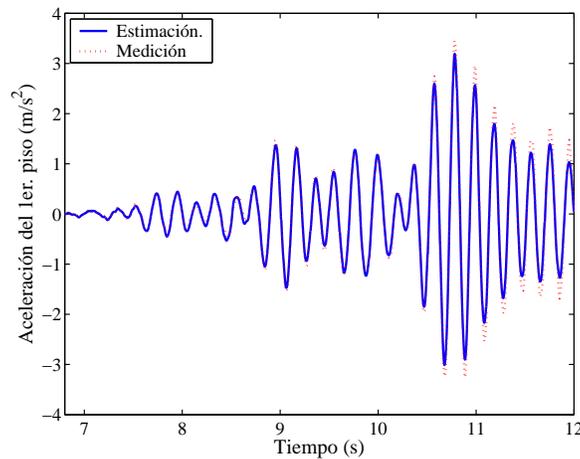


Figura 3.6: Aceleración del primer piso bajo la excitación del sismo SCT (estructura sin amortiguador).

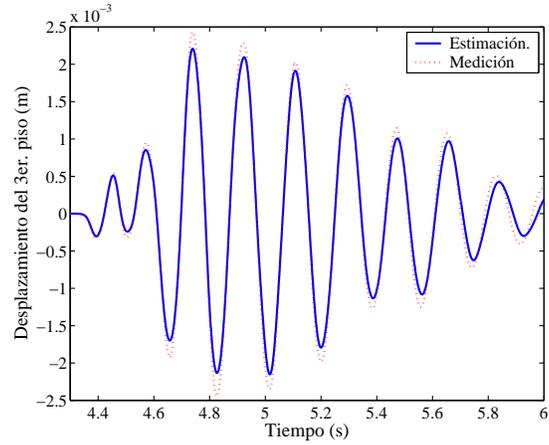


Figura 3.7: Desplazamiento del tercer piso bajo la excitación del sismo KBE (estructura con amortiguador).

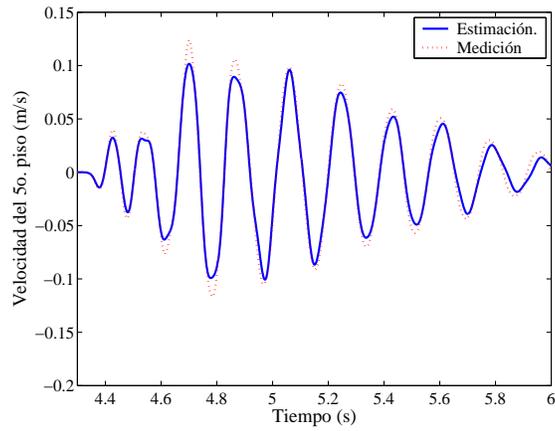


Figura 3.8: Velocidad del quinto piso bajo la excitación del sismo KBE (estructura con amortiguador).

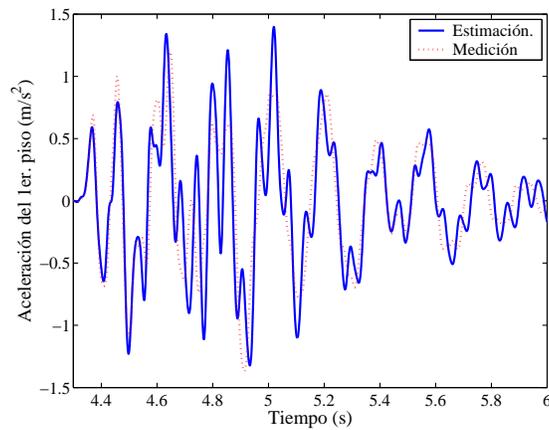


Figura 3.9: Aceleración del primer piso bajo la excitación del sismo KBE (estructura con amortiguador).

Tabla 3.2: Frecuencias naturales de la estructura (Hz).

Teóricas (sin amortiguador)	Estructura sin amortiguador		Estructura con amortiguador	
	Análisis espectral	$\Phi_S(f=0)$	Análisis espectral	Φ_S
6.90	5.43	5.41	5.88	6.09
19.83	16.13	15.94	17.75	17.46
30.76	26.83	23.00	28.46	26.05
39.31	35.17	33.37	35.61	33.32
44.75	$\langle 36.98 \rangle$	34.80	$\langle 39.20 \rangle$	37.98

3.3. Conclusiones

Las diferencias en las estimaciones experimentales de las frecuencias naturales para la estructura estudiada son del orden de 25% en comparación con las calculadas a partir de los valores nominales de la propiedades mecánicas de los materiales. Uno de los propósitos de los siguientes capítulos es mostrar que gracias a los observadores propuestos tal error en la estimación de los parámetros no representa un obstáculo para la estimación de los estados.

Las comparaciones entre la respuesta experimental de la estructura y la que se obtiene con el modelo matemático que utiliza los parámetros estimados (constantes) muestran que los parámetros obtenidos con el esquema de identificación representan adecuadamente la dinámica de este sistema en un rango aceptable de las excitaciones seleccionadas. Por ejemplo, en el experimento correspondiente al sismo SCT, las predicciones de la velocidad y la aceleración difieren en amplitud con respecto a las mediciones sólo después de 10.8 s. En el experimento que corresponde al sismo KBE también se aprecian algunas diferencias tanto en la amplitud de las señales estimadas como en su fase.

El cálculo de las frecuencias naturales a través de los parámetros estimados presenta en promedio un error del 6.64% con relación a los valores experimentales obtenidos con el análisis espectral, valor aceptable para casos prácticos. En los siguientes capítulos estos parámetros serán usados como referencia para evaluar los resultados generados por los observadores adaptables propuestos en esta tesis.

Capítulo 4

Observador adaptable basado en mediciones de aceleración y fuerza

En este capítulo se presenta un observador adaptable para una estructura de n grados de libertad basado en las mediciones de la aceleración de cada uno de los pisos, la aceleración del terreno y la fuerza del amortiguador. La principal ventaja que ofrece este diseño es que, a diferencia de la mayoría de los esquemas lineales propuestos hasta este momento, el esquema presentado aquí no requiere de formas canónicas para su construcción, permitiendo así la estimación de señales con un fuerte sentido físico, susceptibles de ser usadas en otros procedimientos de análisis de estructuras. La capacidad de reconstruir las posiciones y velocidades de los pisos sin necesidad de conocer exactamente las condiciones iniciales y, sobre todo, sin requerir el conocimiento riguroso de los parámetros estructurales se manifiesta a través de los resultados experimentales obtenidos con la estructura a escala descrita en los capítulos precedentes. Resultados preliminares derivados de simulaciones numéricas de una estructura de dos grados de libertad son presentados por Jiménez, R. y Alvarez, L. (2004).

4.1. Modelo en el espacio de estados y parametrización

Definiendo el vector de estados como $\zeta = [x^T, \dot{x}^T]^T \in \mathbf{R}^{2n}$, la ecuación matricial (1.3) se puede expresar como un sistema en variables de estado, Σ_ζ , dado por

$$\dot{\zeta} = A\zeta + Bf + C\ddot{x}_g, \quad (4.1)$$

$$\psi = D\zeta + Ef, \quad (4.2)$$

donde las funciones $\psi(t) \in \mathbf{R}^n$, $\ddot{x}_g(t) \in \mathbf{R}$ y $f(t) \in \mathbf{R}$ se conocen para cada instante de tiempo. Las matrices del sistema están definidas de la siguiente forma

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} \mathbb{O}_{n \times n} & \mathbb{I}_{n \times n} \\ -\mathbb{M}^{-1}\mathbb{K} & -\mathbb{M}^{-1}\mathbb{C} \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^{2n \times 2n}, \quad B = \begin{bmatrix} \mathbb{O}_n \\ -\mathbb{M}^{-1}\mathbb{B} \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^{2n \times 1}, \quad C = \begin{bmatrix} \mathbb{O}_n \\ -l \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^{2n \times 1}, \\ D &= [-\mathbb{M}^{-1}\mathbb{K} \quad -\mathbb{M}^{-1}\mathbb{C}] \in \mathbf{R}^{n \times 2n} \quad \text{y} \quad E = [-\mathbb{M}^{-1}\mathbb{B}] \in \mathbf{R}^{n \times 1}, \end{aligned} \quad (4.3)$$

donde $\mathbb{I}_{n \times n}$ es la matriz identidad de dimensión n . \mathbb{O}_n representa un vector columna nulo de n componentes. En general, para este trabajo, $\mathbb{O}_{i \times j}$ es una matriz nula de i renglones y j columnas. La ecuación de salidas (4.2) permite una parametrización matricial idéntica a la descrita en la Sección 3.2.2.

4.2. Diseño

El problema de diseño del observador adaptable para Σ_ζ puede abordarse considerando que la estructura civil constituye un sistema dinámico estable bajo la suposición de que el diseño y la construcción

de dicha estructura cumplen con las normas establecidas que garantizan su integridad para un escenario típico de excitación sísmica y que dentro del mismo sus elementos estructurales permanecen dentro del régimen elástico.

Sin pérdida de generalidad se puede considerar que en la ausencia de excitación, las trayectorias de (4.1) tienden en forma natural al punto de equilibrio $\zeta = \mathbb{O}_{2n}$. De esta forma es posible afirmar que para cualquier estructura civil diseñada y construida correctamente la matriz A es estable, es decir, todos sus valores propios tienen parte real negativa. Más aún, si las matrices \mathbb{M} , \mathbb{K} y \mathbb{C} poseen la estructura propuesta en (1.4), (1.5) y (1.6), el par (A, D) es observable, como se demuestra en el Apéndice A.

Con las consideraciones enunciadas arriba, si se dispone de la medición en tiempo real de las aceleraciones absolutas de cada piso ($\ddot{x}_j + \ddot{x}_g$, $j = 1, 2, \dots, n$), la aceleración de la base de la estructura (\ddot{x}_g), y la fuerza (f) que ejerce el amortiguador, entonces es posible construir un observador adaptable para ζ usando las siguientes ecuaciones

$$\dot{\hat{\zeta}} = \hat{A}\hat{\zeta} + \hat{B}f + C\ddot{x}_g + L\tilde{\psi}, \quad (4.4)$$

$$\hat{\psi} = \hat{D}\hat{\zeta} + \hat{E}f = \hat{\Theta}\hat{u}, \quad (4.5)$$

$$\hat{\Theta}^T = \Gamma\hat{u}\tilde{\psi}^T, \quad \Gamma = \Gamma^T > 0, \quad (4.6)$$

$$\dot{\Gamma} = -\Gamma\hat{u}\hat{u}^T\Gamma, \quad \Gamma(0) = \Gamma_0 > 0, \quad (4.7)$$

donde $\hat{\zeta}$ es el estado estimado. Las matrices \hat{A} , \hat{B} , \hat{D} y \hat{E} son las estimaciones de las matrices del sistema en variables de estado. Estas estimaciones son construidas indirectamente a través de los elementos de $\hat{\Theta}_k$, $\hat{\Theta}_c$ y $\hat{\Theta}_m$, que representan a su vez los estimados de las componentes de Θ en (3.2). $L \in \mathbf{R}^{2n \times n}$ es la matriz de ganancias del término de retroalimentación del observador en (4.4).

Las Ecuaciones (4.6) y (4.7) definen una ley de adaptación de parámetros basada en el algoritmo de mínimos cuadrados (Ioannou, P.A. y Sun, J., 1996), donde el vector \hat{u} , que es el estimado de u , depende exclusivamente del estado estimado y la fuerza medida. $\Gamma(t) \in \mathbf{R}^{2n+1 \times 2n+1}$ es la matriz de covarianza, solución de (4.7). El sistema dinámico representado por (4.4), (4.5), (4.6) y (4.7) será designado por Ω_ζ en lo sucesivo.

Suponiendo que existe $P = P^T > 0$ tal que $P(T - L) = D^T$, donde $T = [\mathbb{O}_{n \times n} \quad \mathbb{I}_{n \times n}]^T$, el seguimiento asintótico del estado y la salida se puede lograr si la matriz L se selecciona de tal forma que la siguiente desigualdad matricial sea satisfecha

$$-2LL^T + LT^T + TL^T \leq 0. \quad (4.8)$$

Con estas condiciones se puede mostrar que las trayectorias de Ω_ζ hacen que el error de salida y el error de estimación de los estados tiendan a cero asintóticamente y que los parámetros estimados permanezcan acotados. Como es usual, la condición de excitación persistente es requerida para que los parámetros estimados converjan a los valores esperados. El siguiente teorema resume lo expuesto en los párrafos anteriores.

Teorema 3 *Considérese el sistema dinámico Σ_ζ con los parámetros definidos en (4.3). Si se satisfacen las siguientes proposiciones*

1. *A es una matriz estable, es decir, todos sus valores propios tienen parte real negativa.*
2. *La matriz L satisface (4.8).*
3. *Existe $P = P^T > 0$ tal que $PL_2 = D^T$, donde $L_2 = T - L$.*
4. *El par $(A, (\rho + 1)[-2LL^T + LT^T + TL^T])$ es observable para $\rho > 0$*

Entonces, el error de estimación del estado, definido por $\tilde{\zeta} = \zeta - \hat{\zeta}$, y el error de estimación de la salida $\tilde{\psi}$, definido en (3.7), satisfacen

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{\zeta} = \mathbb{O}_{2n}, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{\psi} = \mathbb{O}_n \quad y \quad \tilde{\Theta} = \Theta - \hat{\Theta} \in \mathcal{L}_\infty.$$

Demostración: Considérese la dinámica del error de observación del estado expresada como

$$\dot{\tilde{\zeta}} = \dot{\zeta} - \dot{\hat{\zeta}} = A\tilde{\zeta} + \tilde{A}\hat{\zeta} + \tilde{B}f - L\tilde{\psi}. \quad (4.9)$$

Por otro lado, el error de estimación de la salida puede escribirse de la siguiente forma

$$\tilde{\psi} = \psi - \hat{\psi} = D\tilde{\zeta} + \tilde{D}\hat{\zeta} + \tilde{E}f. \quad (4.10)$$

Al sustituir (4.10) en (4.9) se obtiene $\dot{\tilde{\zeta}} = F\tilde{\zeta} + (\tilde{A} - L\tilde{D})\hat{\zeta} + (\tilde{B} - L\tilde{E})f$, donde $F = A - LD$, $\tilde{A} = A - \hat{A}$, $\tilde{D} = D - \hat{D}$ y $\tilde{E} = E - \hat{E}$. Considérese ahora la siguiente candidata a función de Lyapunov

$$V_{\zeta} = \frac{1}{2}\tilde{\zeta}^T P \tilde{\zeta} + \frac{1}{2}\text{tr}\left(\tilde{\Theta}\Gamma^{-1}\tilde{\Theta}^T\right), \quad V_{\zeta}(t=0) = V_{\zeta_0}, \quad P = P^T > 0,$$

cuya variación con respecto al tiempo, a lo largo de las trayectorias de la dinámica del error, está descrita por

$$\dot{V}_{\zeta} = \frac{1}{2}\tilde{\zeta}^T [PF + F^T P] \tilde{\zeta} + \tilde{\zeta}^T P \left[(\tilde{A} - L\tilde{D})\hat{\zeta} + (\tilde{B} - L\tilde{E})f \right] + \text{tr}\left(\tilde{\Theta}\Gamma^{-1}\dot{\tilde{\Theta}}^T\right) + \frac{1}{2}\text{tr}\left(\tilde{\Theta}\dot{\Gamma}^{-1}\tilde{\Theta}^T\right). \quad (4.11)$$

Sustituyendo en (4.11) la dinámica de $\dot{\Gamma}$ dada en (4.7) y usando las igualdades $\dot{\Gamma}^{-1} = \Gamma^{-1}\dot{\Gamma}\Gamma^{-1}$ y $\dot{\tilde{\psi}} = \Theta\dot{\tilde{u}} + \tilde{\Theta}\dot{\hat{u}}$, el cambio con respecto al tiempo de V_{ζ} se puede expresar como

$$\dot{V}_{\zeta} = \frac{1}{2}\tilde{\zeta}^T [PF + F^T P] \tilde{\zeta} + \tilde{\zeta}^T P \left[(\tilde{A} - L\tilde{D})\hat{\zeta} + (\tilde{B} - L\tilde{E})f \right] - \tilde{u}^T \Theta^T \tilde{\Theta} \dot{\hat{u}} - \frac{1}{2}\text{tr}\left(\tilde{\Theta}\dot{\hat{u}}\dot{\hat{u}}^T \tilde{\Theta}^T\right).$$

Obsérvese que la definición de las matrices A y D implica las igualdades $\tilde{A} = T\tilde{D}$ y $\tilde{B} = T\tilde{E}$, donde $T = [\mathbb{O}_{n \times n} \quad \mathbb{I}_n]^T$. Este hecho conduce a

$$\dot{V}_{\zeta} = \frac{1}{2}\tilde{\zeta}^T [PF + F^T P] \tilde{\zeta} + \tilde{\zeta}^T P L_2 \left[\tilde{D}\hat{\zeta} + \tilde{E}f \right] - \tilde{u}^T \Theta^T \tilde{\Theta} \dot{\hat{u}} - \frac{1}{2}\text{tr}\left(\tilde{\Theta}\dot{\hat{u}}\dot{\hat{u}}^T \tilde{\Theta}^T\right), \quad (4.12)$$

donde $L_2 = T - L$. Sustituyendo las igualdades $\tilde{D}\hat{\zeta} + \tilde{E}f = \tilde{\Theta}\hat{u}$ y $\tilde{u}^T \Theta^T = \left(D\tilde{\zeta}\right)^T$ en (4.12) se obtiene

$$\begin{aligned} \dot{V}_{\zeta} &= \frac{1}{2}\tilde{\zeta}^T [PF + F^T P] \tilde{\zeta} - \tilde{\zeta}^T (D^T - PL_2) \tilde{\Theta} \dot{\hat{u}} - \frac{1}{2}\text{tr}\left(\tilde{\Theta}\dot{\hat{u}}\dot{\hat{u}}^T \tilde{\Theta}^T\right) \\ &= -\tilde{\zeta}^T Q \tilde{\zeta} - \frac{1}{2}\text{tr}\left(\tilde{\Theta}\dot{\hat{u}}\dot{\hat{u}}^T \tilde{\Theta}^T\right), \end{aligned}$$

donde $PF + F^T P = -2Q$ y $D^T = PL_2$. Nótese que sólo se requiere mostrar la existencia de P ya que ésta no se utiliza en el cálculo de Ω_{ζ} . Considérese $L_2^T = DR$ donde $R = P^{-1}$, entonces, para algún número real positivo ρ la desigualdad matricial

$$AR + RA^T = (\rho + 1) [-2LL^T + LT^T + TL^T] \leq 0 \quad (4.13)$$

implica

$$\begin{aligned} AR + RA^T + 2LL^T - LT^T - TL^T &\leq 0 \\ PA - PLD + A^T P - D^T L^T P &\leq 0 \\ PF + F^T P &\leq 0 \end{aligned}$$

dado que $-2LL^T + LT^T + TL^T \leq 0$. De esta forma, (4.13) implica la existencia de $R > 0$ y en consecuencia, la existencia de $P > 0$ si la matriz A es estable. Por lo tanto,

$$\dot{V}_{\zeta} = -\tilde{\zeta}^T Q \tilde{\zeta} - \frac{1}{2}\text{tr}\left(\tilde{\Theta}\dot{\hat{u}}\dot{\hat{u}}^T \tilde{\Theta}^T\right) \leq 0. \quad (4.14)$$

Así, la estabilidad de los puntos de equilibrio $\tilde{\zeta} = \mathbb{O}_{2n}$ y $\tilde{\Theta} = \mathbb{O}_{n \times (2n+1)}$ queda demostrada. La convergencia a cero de los errores de estimación del estado y de la salida se puede verificar usando el Lema de Barbălat (Ioannou, P.A. y Sun, J., 1996). De (4.14) se tiene que la función $V_{\zeta} \geq 0$ no aumenta conforme $t \rightarrow \infty$, entonces $\lim_{t \rightarrow \infty} V_{\zeta} = V_{\zeta_{m\acute{a}x}}$, donde $V_{\zeta_{m\acute{a}x}}$ es un número real finito. Por lo tanto, de (4.14) se tiene que

$$\int_0^{\infty} \dot{V}_{\zeta} dt = V_{\zeta_{m\acute{a}x}} - V_{\zeta_0} ,$$

que implica

$$\begin{aligned} - \int_0^{\infty} \left[\tilde{\zeta}^T Q \tilde{\zeta} + \frac{1}{2} \text{tr} \left(\tilde{\Theta} \hat{u} \hat{u}^T \tilde{\Theta}^T \right) \right] dt &\leq -q_{m\acute{e}n} \int_0^{\infty} \|\tilde{\zeta}\|^2 dt - \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \|\tilde{\Theta} \hat{u}\|^2 dt \\ V_{\zeta_0} - V_{\zeta_{m\acute{a}x}} &\geq q_{m\acute{e}n} \int_0^{\infty} \|\tilde{\zeta}\|^2 dt + \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \|\tilde{\Theta} \hat{u}\|^2 dt , \end{aligned}$$

donde $q_{m\acute{e}n}$ es el mínimo de los valores propios de Q . En consecuencia, $\tilde{\zeta} \in \mathcal{L}_2$ y $\tilde{\Theta} \hat{u} \in \mathcal{L}_2$. A su vez, $\tilde{\zeta} \in \mathcal{L}_2$ implica $\tilde{u} \in \mathcal{L}_2$. Por lo tanto, $\tilde{\psi} = \Theta \tilde{u} + \tilde{\Theta} \hat{u} \in \mathcal{L}_2$, dado que $\|\Theta\|$ es un número finito. De (4.14) también se puede concluir que $\tilde{\zeta} \in \mathcal{L}_{\infty}$ y $\tilde{\Theta} \in \mathcal{L}_{\infty}$. De esto último se deduce que $\hat{\zeta} = \zeta - \tilde{\zeta} \in \mathcal{L}_{\infty}$, que implica $\hat{u} \in \mathcal{L}_{\infty}$ y $\tilde{\psi} \in \mathcal{L}_{\infty}$. Con esto, de (4.10) se tiene que $\dot{\hat{\zeta}} \in \mathcal{L}_{\infty}$.

Considérese ahora la derivada con respecto al tiempo de (4.10), dada por

$$\dot{\tilde{\psi}} = D \dot{\tilde{\zeta}} + \tilde{\Theta} \dot{\hat{u}} + \dot{\tilde{\Theta}} \hat{u} . \quad (4.15)$$

De (4.6), $\dot{\tilde{\Theta}} \in \mathcal{L}_{\infty}$. Además, $\dot{\hat{\zeta}} = \dot{\zeta} - \dot{\tilde{\zeta}} \in \mathcal{L}_{\infty}$, que a su vez implica $\dot{\hat{u}} \in \mathcal{L}_{\infty}$. Con estos hechos, a partir de (4.15) se determina que $\dot{\tilde{\psi}} \in \mathcal{L}_{\infty}$

En conclusión, dado que $\tilde{\zeta}, \dot{\tilde{\zeta}} \in \mathcal{L}_{\infty}$ y $\tilde{\zeta} \in \mathcal{L}_2$ entonces $\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{\zeta} = \mathbb{O}_{2n}$. De igual forma, $\tilde{\psi}, \dot{\tilde{\psi}} \in \mathcal{L}_{\infty}$ y $\tilde{\psi} \in \mathcal{L}_2$ conllevan $\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{\psi} = \mathbb{O}_n$. ■

4.3. Evaluación

El observador adaptable presentado en esta sección fue evaluado experimentalmente usando la estructura descrita en el Apéndice B. Utilizando los valores teóricos \mathbb{M}_0 , \mathbb{K}_0 y \mathbb{C}_0 se calcularon diferentes matrices de ganancias para el observador. Con cada una de éstas se realizaron diferentes ensayos sometiendo a la estructura a los sismos SCT, KBE y NRT con el observador adaptable corriendo en tiempo real. Se seleccionaron condiciones iniciales para el estado estimado con diferencias de alrededor de 33% con respecto a las condiciones iniciales del experimento con la idea de resaltar la convergencia de las señales estimadas.

El diseño de esta matriz se basó en las matrices \mathbb{M}_0 , \mathbb{K}_0 y \mathbb{C}_0 , suponiendo que éstas constituyen los únicos datos disponibles en una situación práctica. Si bien la estabilidad y la convergencia de las señales estimadas se garantiza si la matriz L satisface (4.8), mediante varios ensayos en simulación numérica se encontró que el método estándar de ubicación de polos (Chen, C.T., 1984), usando las matrices A_0 y D_0 construidas con \mathbb{M}_0 , \mathbb{K}_0 y \mathbb{C}_0 según las definiciones de A y D en (4.3), permite encontrar los elementos de L de manera relativamente sencilla, verificando, claro está, que el resultado arrojado por este método satisfaga la condición expresada en (4.8). La matriz

$$L = \begin{bmatrix} -0.1057 & -0.0948 & -0.0949 & -0.0947 & -0.0726 \\ -0.0107 & -0.0191 & -0.0192 & -0.0191 & -0.0147 \\ -0.0107 & -0.0192 & -0.0288 & -0.0288 & -0.0222 \\ -0.0106 & -0.0190 & -0.0286 & -0.0380 & -0.0292 \\ -0.0108 & -0.0194 & -0.0291 & -0.0386 & -0.0370 \\ -10.5257 & -10.3337 & -10.3477 & -10.3198 & -7.9184 \\ -0.5754 & -0.0318 & -1.0371 & -1.0335 & -0.7953 \\ -0.5799 & -1.0398 & -0.5568 & -1.5648 & -1.2094 \\ -0.5665 & -1.0158 & -1.5303 & -1.0369 & -1.5644 \\ -0.5938 & -1.0648 & -1.5957 & -2.1076 & -1.0120 \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

se utilizó en un ensayo con la excitación SCT mostrada en la Figura 4.1 (a).

También usando simulación numérica se encontró que una selección apropiada de la matriz Γ_0 puede ser una matriz diagonal cuyos elementos sean por lo menos un orden de magnitud mayores al orden esperado de los parámetros a estimar. Para el ejemplo presentado, $\Gamma_0 = \text{diag}(3.0 \times 10^6, \dots, 3.0 \times 10^1, \dots, 0.7)$.

Como el énfasis de estas pruebas se puso en la observación del estado y en la estimación de parámetros, en este ensayo no se usó ninguna ley de control para generar la corriente del amortiguador sino que dicha corriente correspondió a la señal pseudoaleatoria mostrada en la Figura 4.1 (b), la cual posee las mismas propiedades que i_{prb} con el objeto de poder comparar los resultados de este experimento con los expuestos en el Capítulo 3.

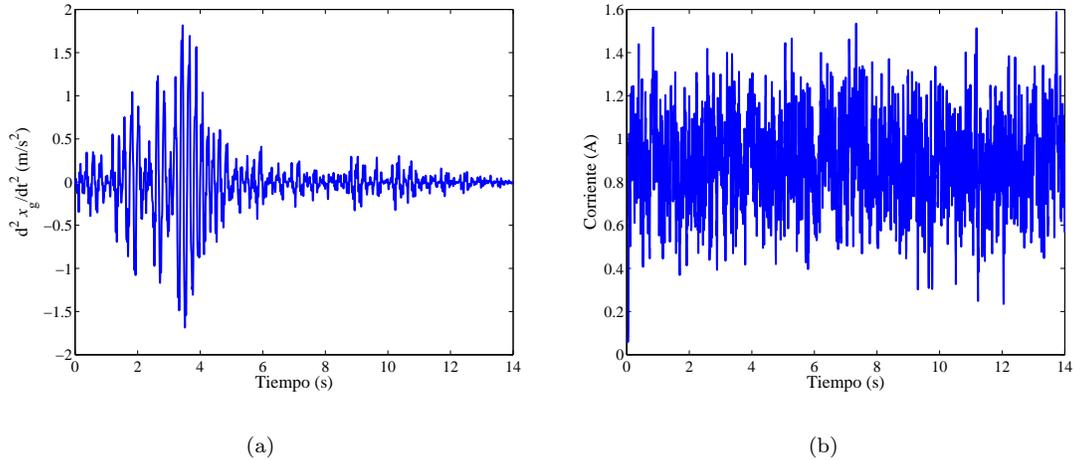


Figura 4.1: Entradas para el experimento con Ω_ζ : (a) Sismo SCT. (b) Corriente en el amortiguador.

Las Figuras 4.2 (a) y (b) muestran respectivamente la norma euclidiana de los errores de estimación de la salida y del estado. Como se puede apreciar, estas cantidades se aproximan a cero en menos de 0.5 s. Esto indica que la convergencia del estado y la salida estimados hacia el estado y la salida medidos se logra con la parte inicial de la excitación, antes de entrar en la parte intensa del sismo.

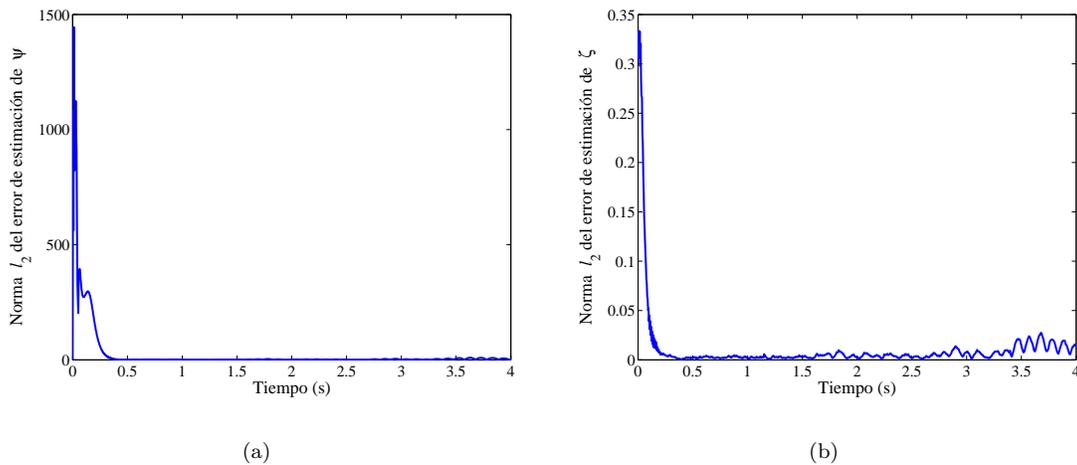


Figura 4.2: Norma euclidiana de los errores de estimación: (a) Error de salidas. (b) Error de estados $\tilde{\zeta}$.

Este hecho resulta conveniente si se piensa que un esquema de control debe actuar fundamentalmente durante la parte intensa del sismo.

La corrección de los desplazamientos estimados sucede durante los primeros 0.25 s, como se muestra en las gráficas del lado izquierdo de las Figuras 4.3 a 4.7, donde dichas estimaciones se comparan con las mediciones en tiempo real. En forma similar, la estimación de las velocidades sufre una corrección importante durante los primeros 0.3 s, como se muestra en las gráficas del lado derecho de las mismas figuras.

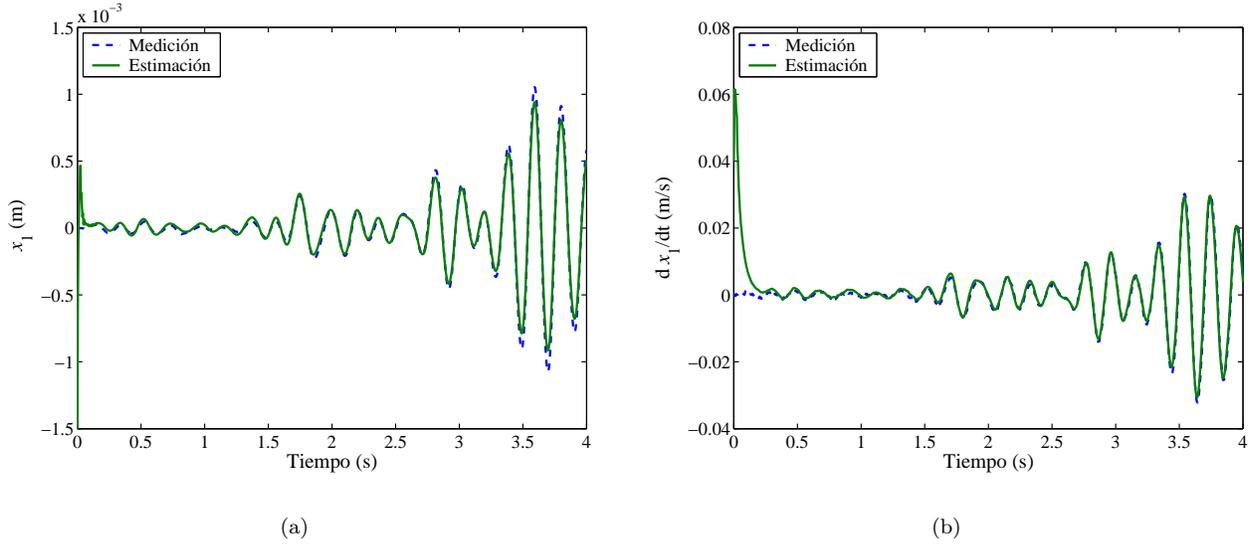


Figura 4.3: Estimación a través de Ω_ζ de las señales del primer piso: (a) Desplazamiento. (b) Velocidad.

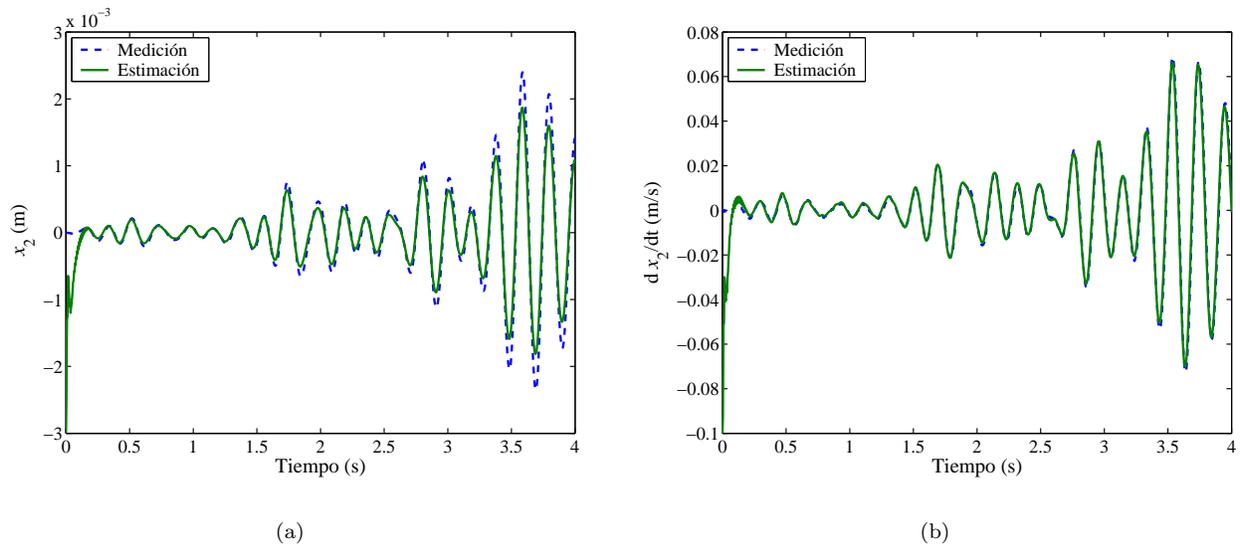
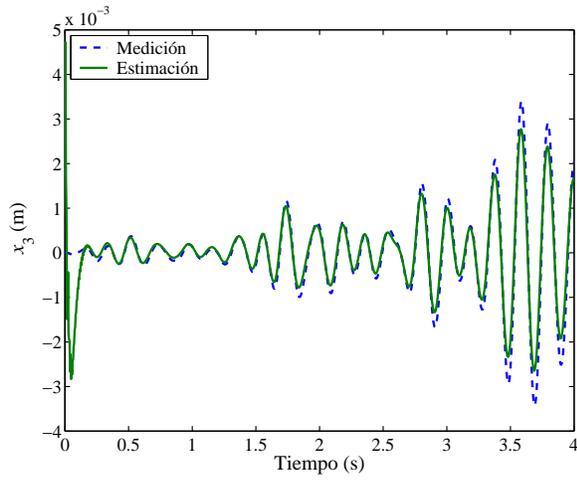
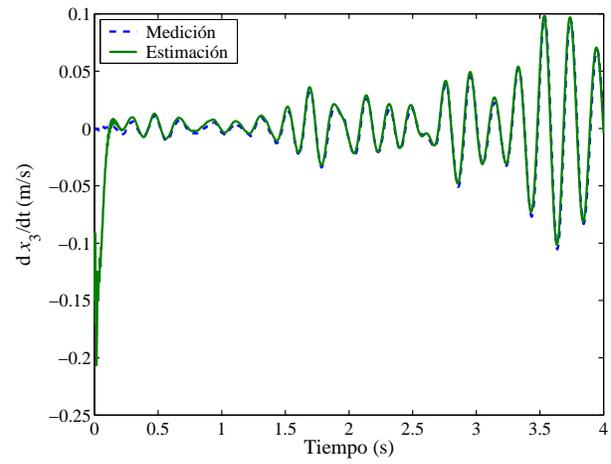


Figura 4.4: Estimación a través de Ω_ζ de las señales del segundo piso: (a) Desplazamiento. (b) Velocidad.

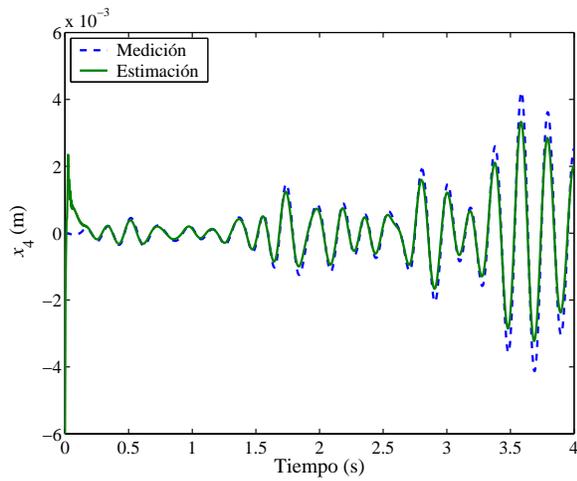


(a)

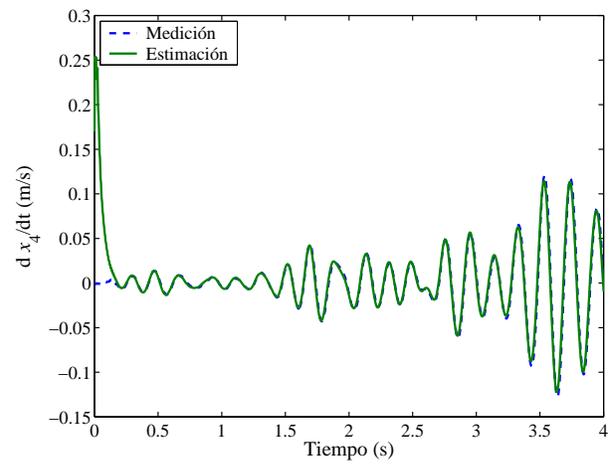


(b)

Figura 4.5: Estimación a través de Ω_ζ de las señales del tercer piso: (a) Desplazamiento. (b) Velocidad.



(a)



(b)

Figura 4.6: Estimación a través de Ω_ζ de las señales del cuarto piso: (a) Desplazamiento. (b) Velocidad.

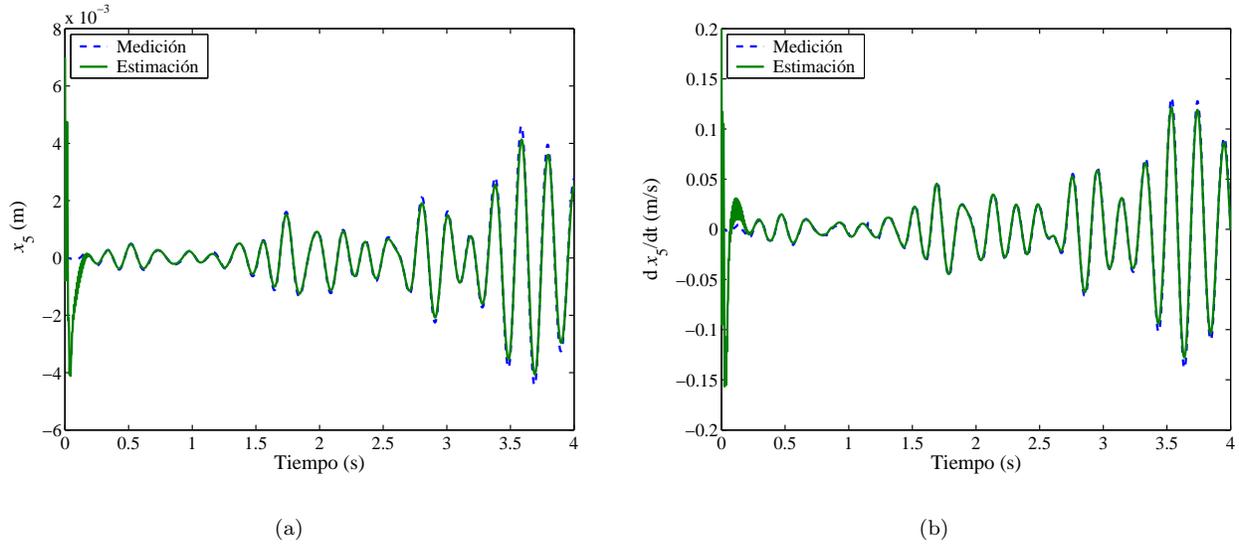


Figura 4.7: Estimación a través de Ω_C de las señales del quinto piso: (a) Desplazamiento. (b) Velocidad.

Las Figuras 4.8, 4.9 y 4.10 muestran el cambio en el tiempo de los elementos no nulos de las matrices $\widehat{\Theta}_k$, $\widehat{\Theta}_c$ y $\widehat{\Theta}_m$, respectivamente. Los parámetros estimados alcanzan valores constantes en un período de tiempo relativamente corto. En el ejemplo presentado, los elementos de $\widehat{\Theta}_k$ y $\widehat{\Theta}_c$ alcanzan sus valores finales en menos de 0.25 s. Dichas estimaciones se aproximan a los valores estimados a través de Φ_S . Sin embargo, en la mayoría de los casos no convergen exactamente a dichos valores. Para el ejemplo presentado, el resultado final de la estimación de $\widehat{M}^{-1}\mathbb{K}$ es

$$\widehat{M}^{-1}\mathbb{K} = 1.0 \times 10^4 \begin{bmatrix} 3.78 & -1.88 & 0 & 0 & 0 \\ -2.00 & 3.62 & -1.62 & 0 & 0 \\ 0 & -1.43 & 2.99 & -1.56 & 0 \\ 0 & 0 & -1.59 & 2.35 & -0.78 \\ 0 & 0 & 0 & -0.86 & 0.86 \end{bmatrix} \frac{\text{N}}{\text{m}\cdot\text{kg}}, \quad (4.17)$$

que difiere del presentado en (3.10).

Este fenómeno se debe a que el algoritmo de identificación de parámetros basado en el método simple de mínimos cuadrados (Ioannou, P.A. y Sun, J., 1996) tiene la desventaja de cesar su funcionamiento una vez que el error de estimación de la salida es cero. Los elementos de la matriz Γ tienden a cero cuando el error de estimación de la salida tiende a cero. En consecuencia, cualquier diferencia entre las salidas estimadas y las salidas medidas que aparezca posteriormente ya no es corregida a través del algoritmo de estimación de parámetros. Sin embargo, el error de estimación de salida se mantiene prácticamente en cero, como se aprecia en la Figura 4.2 (a), debido a que el observador de estados compensa los errores de estimación de las salidas a través de las estimaciones de los estados, una vez que los parámetros dejan de ser actualizados. Esto se aprecia en las gráficas de desplazamiento de las Figuras 4.3 a 4.7, donde se presentan diferencias entre el desplazamiento medido después de aproximadamente 1.5 s.

No obstante lo anterior, el ajuste en tiempo real de $\widehat{M}^{-1}\mathbb{K}$ y $\widehat{M}^{-1}\mathbb{C}$ conduce a una disminución en el porcentaje de error inicial de los parámetros en comparación con los resultados del análisis espectral y el método recursivo. Para mostrar esto se calcularon las frecuencias naturales de la estructura a través de las matrices estimadas con el observador. La mejoría en la estimación de la frecuencia fundamental es más marcada que en el resto de las frecuencias, como se observa en la Tabla 4.1 donde se comparan las estimaciones con las referencias experimentales para el caso presentado. El porcentaje de error en la estimación de la frecuencia fundamental inicia en 13.3% y con el ajuste en tiempo real se reduce a 1.6% en relación con la frecuencia fundamental encontrada con Φ_S .

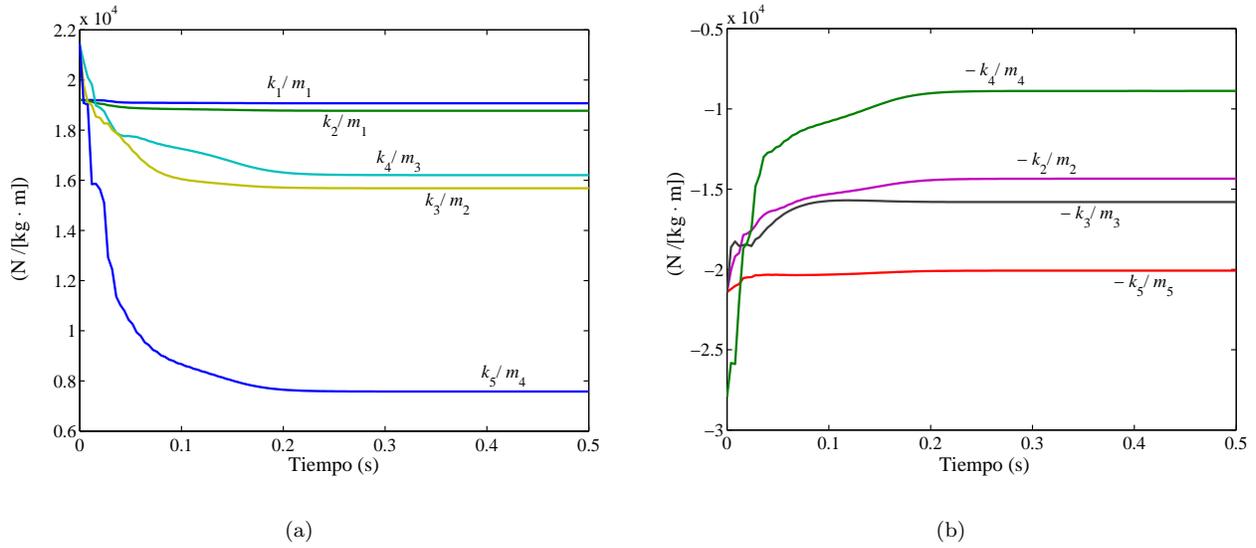


Figura 4.8: Estimación de los elementos de $\hat{\Theta}_k$.

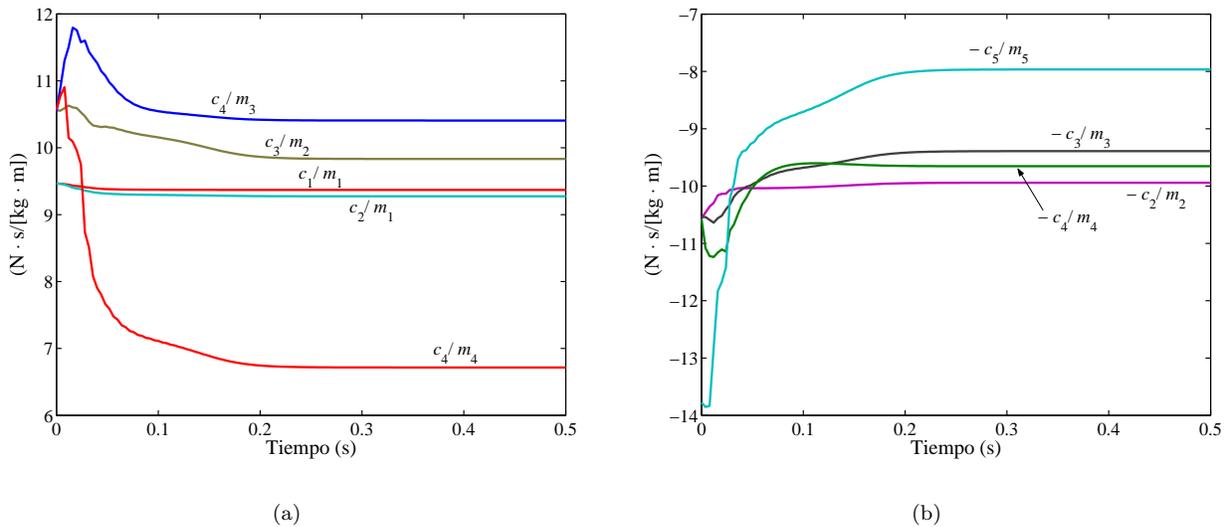


Figura 4.9: Estimación de los elementos de $\hat{\Theta}_c$.

Para resaltar la utilidad del observador adaptable se realizó la comparación entre la estimación de posiciones y velocidades con el resultado de integrar directamente las aceleraciones de los pisos. El saldo es favorable para el observador, como se muestra en la Figura 4.11, donde se compara el desplazamiento del quinto piso con la estimación arrojada por Ω_ζ y con la doble integral de la aceleración con corrección de base (condición inicial forzada a cero), encontrada con el método de Runge-Kutta. En dicha figura se aprecia que la integración numérica genera una señal divergente, mientras que la estimación generada por Ω_ζ tiende asintóticamente a la medición del desplazamiento, a pesar de que la condición inicial en el observador es completamente diferente a la del experimento.

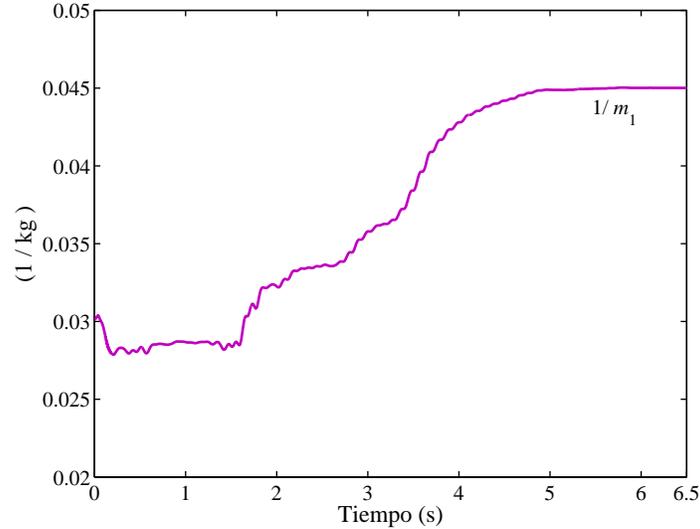


Figura 4.10: Estimación de los elementos de $\hat{\Theta}_m$.

Tabla 4.1: Comparación de las frecuencias estimadas a través de Ω_ζ y las obtenidas con la estimación recursiva usando Φ_S (Hz).

Estimación inicial Ω_ζ	Estimación final Ω_ζ	Estimación recursiva Φ_S	Error inicial (%)	Error final (%)
6.90	5.99	6.09	13.3	1.6
19.83	15.53	17.46	13.6	11.1
30.76	23.29	26.05	18.1	10.6
39.31	32.58	33.32	18.0	2.22
44.75	39.46	37.98	17.8	3.89

4.4. Conclusiones

Se presentó el diseño de un observador adaptable para un edificio de marco plano equipado con un amortiguador magneto-reológico que utiliza las mediciones de la aceleración del terreno, de la aceleración de los pisos y de la fuerza en el amortiguador. El diseño se basa en la teoría de estabilidad de Lyapunov y explota la estructura intrínseca de las matrices de parámetros del modelo para proponer la ley de adaptación paramétrica.

Las evaluaciones experimentales mostraron que las señales reconstruidas por el observador se aproximan a las señales medidas a pesar de que los parámetros de la estructura con los que se calcularon las ganancias del observador no correspondían con los determinados experimentalmente y que las condiciones iniciales diferían hasta en un 35% con respecto a las condiciones iniciales de los experimentos. A través del cálculo de las frecuencias naturales se observó una mejoría en las estimaciones de los parámetros del sistema, en especial con respecto a la estimación de la frecuencia fundamental.

Se presentaron condiciones suficientes para garantizar el seguimiento asíntótico de los estados y de la salida del sistema. Las primeras dos premisas del Teorema 3 se pueden lograr con una selección adecuada de la matriz L y si la estructura en la cual se usará el observador es estable. Para la premisa 3 de dicho teorema no se encontró un método de verificación directo, aunque se observó que numéricamente es posible determinar si es factible satisfacerla a través de programas de cálculo de desigualdades matriciales lineales (El Ghaoui, L. *et al.*, 1995) usando los parámetros estimados a través de Φ_S . Desde luego, dicha verificación numérica no se

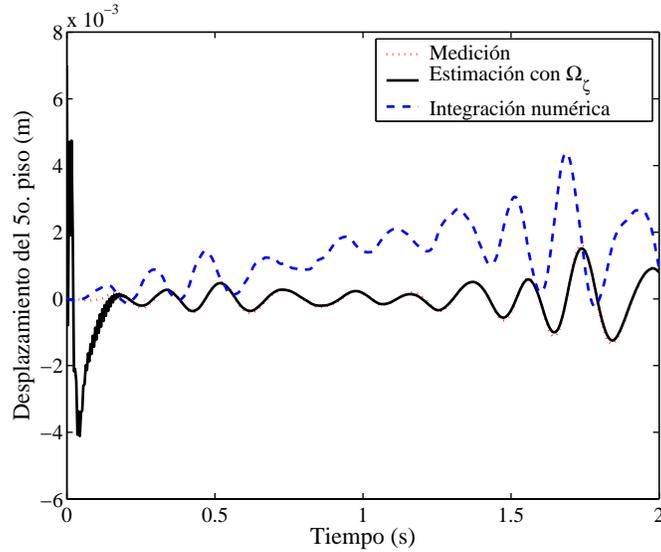


Figura 4.11: Comparación entre la medición del desplazamiento del quinto piso, su estimación a través de Ω_ζ y la doble integración numérica de la aceleración de ese piso.

puede llevar a cabo en la práctica si no se cuenta con estimaciones confiables de los parámetros estructurales. Una posible ruta para una investigación futura puede ser buscar las condiciones que debe satisfacer L para garantizar que $G_\zeta(s) = D(s\mathbb{I}_{2n \times 2n} - F)^{-1}L_2$ sea estrictamente positiva real y en consecuencia se satisfaga la tercera premisa del Teorema 3. Si esto se lograra, también se podría eliminar la segunda premisa. La última premisa de dicho teorema puede relajarse si la desigualdad matricial (4.8) se satisface en forma estricta, es decir, si se logra que la matriz L satisfaga $-2LL^T + LT^T + TL^T < 0$.

En los experimentos realizados se observó que el observador adaptable es capaz de estimar adecuadamente los estados y los parámetros de la estructura en un cierto intervalo de tiempo, por ejemplo, para la parte inicial del sismo, donde la excitación es moderadamente intensa (menos de 0.5 m/s^2 , durante los primeros 1.5 s). Esto provoca que el error de estimación de las salidas se reduzca prácticamente a cero y, en consecuencia, la matriz de covarianza se vuelva arbitrariamente pequeña y el algoritmo de identificación se detenga en algún punto, dejando los parámetros estimados en un valor constante que no corresponde del todo con los valores encontrados con el algoritmo de identificación usando mediciones de desplazamiento y velocidad (Φ_S). Dado que las señales generadas por el modelo matemático de la estructura con parámetros constantes no coinciden exactamente con las mediciones (véase la Sección 3.2 del Capítulo 3), es razonable esperar que también existan diferencias entre los estados estimados y las mediciones, una vez que los parámetros se mantienen constantes. Esto ocasiona que el observador introduzca errores en los estados estimados para compensar las deficiencias en los parámetros estimados y lograr que el error de estimación de las salidas se mantenga en cero.

En consecuencia, otro punto a desarrollar en una futura investigación es mejorar el algoritmo de identificación de parámetros que, como se comentó anteriormente, interrumpe el ajuste de los parámetros una vez que los errores de estimación de las salidas se reducen a cero. Una posible opción es la incorporación de factores de olvido en la ley de estimación de parámetros o el uso de otros algoritmos como gradiente o mínimos cuadrados con reinicio de la matriz de ganancias.

Si bien se presentaron las condiciones para seleccionar adecuadamente la matriz L , convendría establecer alguna metodología más precisa que permita su diseño en función de algún parámetro de desempeño (por ejemplo, la velocidad de convergencia de los parámetros y estados estimados) y no sólo considerar el aspecto de estabilidad.

Capítulo 5

Observador adaptable basado únicamente en mediciones de aceleración

En este capítulo se presenta un observador adaptable para una estructura de n grados de libertad basado únicamente en las mediciones de la aceleración de cada uno de los pisos y en la aceleración del terreno. La idea fundamental que subyace en el desarrollo de este observador es eliminar la necesidad de contar con la medición en tiempo real de la fuerza del amortiguador del esquema previo, simplificando así la instrumentación del sistema.

El observador que aquí se presenta está diseñado para una estructura equipada con un solo amortiguador instalado entre la base y el primer piso. Para el diseño de dicho observador se usaron los conocimientos sobre la dinámica del amortiguador obtenidos en el Capítulo 2 y se tomó como base el observador presentado en el capítulo anterior.

El funcionamiento de este nuevo observador también se evaluó experimentalmente. Resultados preliminares derivados de simulaciones numéricas de una estructura de tres grados de libertad fueron publicados por Jiménez, R. y Alvarez, L. (2006).

5.1. Modelo en el espacio de estados y parametrización

Con el fin de simplificar la tarea de identificación en tiempo real de los parámetros del modelo del amortiguador, la dinámica de este dispositivo se representó con el siguiente modelo

$$\dot{z} = \dot{x}_1 - \mu(v)|\dot{x}_1|z, \quad (5.1)$$

$$\mu(v) = \frac{1}{m_1}(\varrho_0 + \varrho_1 v) > 0, \quad (5.2)$$

$$f = \vartheta_0 z + \vartheta_1 m_1 \dot{z} + \vartheta_2 \dot{x}_1, \quad (5.3)$$

donde ϱ_0 (kg/m), ϱ_1 (kg/(m·V)), ϑ_0 (N/m), $\vartheta_1 = 1 \text{ s}^{-1}$, ϑ_2 (N·s/m) son parámetros constantes. La función positiva $\mu(v)$ tiene una cota superior, $\mu_{\text{máx}}$, para todo $v = v(t) \in [0, v_{\text{máx}}]$, donde $v_{\text{máx}} > 0$ es el voltaje máximo suministrado al amortiguador. Este modelo, representado por Σ_f , se basa en el modelo Σ_v , descrito en el Capítulo 2. Su estructura sigue a la del modelo mLG original, a excepción de los parámetros utilizados y del término $\vartheta_0 z$ que no incluye el efecto del voltaje. Estas modificaciones fueron introducidas para estimar directamente los parámetros de la ecuación de estado (5.1) que, junto con ϑ_0 , se suponen desconocidos. Dichas modificaciones no alteran la estructura esencial del modelo mLG, el comportamiento de z satisface lo establecido en el Teorema 1 reemplazando $\alpha(i)$ por $\mu(v)$.

Si se define un nuevo vector de estados como $\xi = [x^T \ \dot{x}^T \ z]^T \in \mathbf{R}^{2n+1}$, el modelo matricial expresado

en (1.3) puede escribirse como un sistema en el espacio de estados Σ_ξ , descrito por

$$\dot{\xi} = \Delta\xi + \mathcal{B}\theta_f|\dot{x}_1|z + \Pi\ddot{x}_g, \quad (5.4)$$

$$\psi = \Lambda\xi + b\theta_f|\dot{x}_1|z, \quad (5.5)$$

donde

$$\begin{aligned} \Delta &= \begin{bmatrix} \mathbb{O}_{n \times n} & \mathbb{I}_{n \times n} & \mathbb{O}_n \\ -\mathbb{M}^{-1}\mathbb{K} & -\mathbb{M}^{-1}(\mathbb{C} + \mathbb{C}_\vartheta) & -\Delta_\vartheta \\ \mathbb{O}_n^T & \mathbb{B}^T & 0 \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^{2n+1 \times 2n+1}, \quad \mathcal{B} = \begin{bmatrix} \mathbb{O}_{n \times 2} \\ b \\ -\mathbb{V} \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^{2n+1 \times 2}, \\ \Pi &= \begin{bmatrix} \mathbb{O}_n \\ -l \\ 0 \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^{2n+1}, \quad \Lambda = [-\mathbb{M}^{-1}\mathbb{K} \quad -\mathbb{M}^{-1}(\mathbb{C} + \mathbb{C}_\vartheta) \quad -\Delta_\vartheta] \in \mathbf{R}^{n \times 2n+1}, \\ \mathbb{C}_\vartheta &= \text{diag}(m_1 + \vartheta_2, 0, \dots, 0) \in \mathbf{R}^{n \times n}, \quad b = \begin{bmatrix} \mathbb{V} \\ \mathbb{O}_{n-1 \times 2} \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^{n \times 2}, \\ \mathbb{V} &= [1 \quad v] \in \mathbf{R}^{1 \times 2}, \quad \Delta_\vartheta = \begin{bmatrix} \vartheta_0 \\ m_1 \\ \mathbb{O}_{n-1} \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^n, \quad y \quad \theta_f = \begin{bmatrix} \varrho_0 \\ m_1 \\ \varrho_1 \\ m_1 \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^2. \end{aligned} \quad (5.6)$$

En este caso, la forma tridiagonal de las matrices \mathbb{M} , \mathbb{K} y \mathbb{C} permite la siguiente parametrización del vector de salidas del sistema:

$$\psi = U\theta,$$

donde los elementos de $U = [U_k \ U_c \ U_z \ U_f] \in \mathbf{R}^{n \times 4n+1}$ están definidos por las siguientes matrices de señales

$$\begin{aligned} U_k &= - \begin{bmatrix} x_1 & x_1 - x_2 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & x_2 - x_1 & x_2 - x_3 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & x_3 - x_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & x_n - x_{n-1} \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^{n \times 2n-1}, \\ U_c &= - \begin{bmatrix} \dot{x}_1 & \dot{x}_1 - \dot{x}_2 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \dot{x}_2 - \dot{x}_1 & \dot{x}_2 - \dot{x}_3 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dot{x}_3 - \dot{x}_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & \dot{x}_n - \dot{x}_{n-1} \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^{n \times 2n-1}, \\ U_z &= \begin{bmatrix} -z \\ \mathbb{O}_{n-1} \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^n \quad y \quad U_f = \begin{bmatrix} |\dot{x}_1|z & |\dot{x}_1|zv \\ \mathbb{O}_{n-1} & \mathbb{O}_{n-1} \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^{n \times 2}. \end{aligned}$$

Los elementos de $\theta = [\theta_k^T \ \theta_c^T \ \theta_z^T \ \theta_f^T]^T \in \mathbf{R}^{4n+1}$ están definidos por los siguientes vectores de parámetros

$$\begin{aligned} \theta_k &= \left[\frac{k_1}{m_1} \quad \frac{k_2}{m_1} \quad \frac{k_2}{m_2} \quad \frac{k_3}{m_2} \quad \frac{k_3}{m_3} \quad \cdots \quad \frac{k_n}{m_n} \right]^T \in \mathbf{R}^{2n-1}, \\ \theta_c &= \left[\frac{c_1 + \vartheta_1 m_1 + \vartheta_2}{m_1} \quad \frac{c_2}{m_1} \quad \frac{c_2}{m_2} \quad \frac{c_3}{m_2} \quad \frac{c_3}{m_3} \quad \cdots \quad \frac{c_n}{m_n} \right]^T \in \mathbf{R}^{2n-1}, \\ \theta_z &= \left[\frac{\vartheta_0}{m_1} \right] \in \mathbf{R}, \end{aligned} \quad (5.7)$$

junto con θ_f definido en (5.6).

5.2. Diseño

Si se parte nuevamente de la suposición de que el sistema estructural es estable y se mantiene dentro del régimen elástico bajo las condiciones de excitación sísmica para las cuales fue diseñado y, además, si se dispone en tiempo real únicamente de las mediciones de la aceleración absoluta de cada uno de los pisos de la estructura ($\ddot{x}_j + \ddot{x}_g$, $j = 1, 2, \dots, n$) y también de la aceleración del terreno (\ddot{x}_g) para cada instante de tiempo, entonces es posible construir un observador adaptable para estimar simultáneamente el estado y el vector de parámetros del sistema (incluyendo los parámetros del amortiguador) usando el siguiente sistema dinámico

$$\dot{\hat{\xi}} = \hat{\Delta}\hat{\xi} + \mathcal{B}\hat{\theta}_f|\hat{x}_1|\hat{z} + \Pi\ddot{x}_g + J\tilde{\psi}, \quad (5.8)$$

$$\hat{\psi} = \hat{\Lambda}\hat{\xi} + b\hat{\theta}_f|\hat{x}_1|\hat{z} = \hat{U}\hat{\theta}, \quad (5.9)$$

$$\dot{\hat{\theta}} = \frac{1}{\varphi^2}\Upsilon\hat{U}^T\tilde{\psi}, \quad \Upsilon = \Upsilon^T > 0, \quad (5.10)$$

$$\dot{\Upsilon} = -\frac{1}{\varphi^2}\Upsilon\hat{U}^T\hat{U}\Upsilon, \quad \Upsilon(0) = \Upsilon_0 > 0, \quad (5.11)$$

denotado por Ω_ξ , donde $\hat{\xi}$ es el vector de estados estimado y $\hat{\theta}$ es el estimado del vector de parámetros. Las matrices $\hat{\Delta}$ y $\hat{\Lambda}$ son, respectivamente, las estimaciones de Δ y Λ . Al igual que el observador diseñado en el capítulo anterior, las matrices estimadas son reconstruidas en forma indirecta a través de las componentes de los vectores estimados de parámetros, designados por $\hat{\theta}_k$, $\hat{\theta}_c$, $\hat{\theta}_z$ y $\hat{\theta}_f$, que obedecen a la parametrización presentada en la sección previa. $J \in \mathbf{R}^{2n+1 \times n}$ es la matriz de ganancias en la retroalimentación del observador. El término de retroalimentación está basado en el error de estimación de las salidas del sistema. La matriz Υ es la matriz de covarianza de la ley de identificación de parámetros expresada en (5.10) y (5.11), basada en el algoritmo de mínimos cuadrados normalizado. La normalización de las señales garantiza que los parámetros estimados sean acotados (Ioannou, P.A. y Sun, J., 1996). Este hecho, a su vez, ayuda a demostrar la estabilidad del esquema completo. El error normalizado de estimación de las salidas está definido por

$$\tilde{\psi}_\nu = \frac{\tilde{\psi}}{\varphi^2} = \frac{\psi - \hat{\psi}}{\varphi^2}$$

y

$$\varphi^2 = \varphi_0 + \nu_s^2,$$

donde φ_0 es un número real mayor o igual a uno y $\nu_s^2 \geq 0$ es una señal escalar de normalización tal que $\frac{\hat{U}}{\varphi} \in \mathcal{L}_\infty$. En esta ley de adaptación la matriz \hat{U} depende completamente del estado estimado.

El seguimiento asintótico de los estados se puede llevar a cabo si se considera que, además de $v_{m\acute{a}x}$ y $\mu_{m\acute{a}x}$, existe también una cota superior $\hat{x}_{1,m\acute{a}x}$ para el desplazamiento del primer piso, condición que siempre se satisface dado que se supone que la estructura es estable. Aunado a esto, si la matriz J se elige de tal suerte que se satisfagan simultáneamente

$$-\wp_{m\acute{a}x}\mathbb{I}_\xi - 2JJ^T + JY^T + YJ^T < 0, \quad (5.12)$$

$$J_{2n+1,\{\cdot\}} = \mathbb{O}_{1 \times n} \quad (5.13)$$

y

$$J_{\{\cdot\},1} = [\check{\mathbb{O}}_{1 \times n} \quad \ell \quad \check{\mathbb{O}}_{1 \times n-1} \quad 0]^T \quad (5.14)$$

para algún número real positivo $\wp_{m\acute{a}x}$, donde $Y = [\mathbb{O}_{n \times n} \quad \mathbb{I}_{n \times n} \quad \mathbb{O}_n]^T$, \mathbb{I}_ξ es la matriz identidad de dimensión $2n + 1$, $J_{2n+1,\{\cdot\}}$ representa el último renglón de J , $J_{\{\cdot\},1}$ representa la primera columna de J , $\check{\mathbb{O}}_{1 \times (\cdot)}$ satisface $\|\check{\mathbb{O}}_{1 \times (\cdot)}\| < \epsilon$, con $\epsilon \in \mathbf{R}$ y $\ell \in \mathbf{R}$ suficientemente pequeños (inclusive iguales a cero), entonces se

puede demostrar que existe una matriz S tal que $S = S^T > 0$ que implica que el error de estimación de los estados, definido por

$$\tilde{\xi} = \xi - \hat{\xi} \quad (5.15)$$

y el error de estimación de salidas, definido en (3.7) tienden asintóticamente a cero, y que los parámetros estimados se mantienen acotados. Como es usual, se requiere que las excitaciones y la estructura del sistema satisfagan la condición de excitación persistente (Ioannou, P.A. y Sun, J., 1996) para que los parámetros estimados se aproximen a los parámetros esperados.

Teorema 4 *Considérese el sistema dinámico Σ_ξ con los parámetros definidos en (5.6). Si se satisfacen las siguientes condiciones*

1. *La matriz Δ no tiene valores propios con parte real positiva.*
2. *Las señales $v(t)$, $\mu(v)$ y $\dot{x}_1(t)$ respectivamente satisfacen $v_{m\acute{a}x} \geq v(t) \geq 0$, $\mu_{m\acute{a}x} \geq \mu(v) > 0$ y $|\dot{x}_1(t)| \leq \dot{x}_{1m\acute{a}x} \forall t \in [0, \infty)$.*
3. *Las entradas del sistema tienen un nivel suficiente de excitación para identificar apropiadamente por lo menos los parámetros $\frac{\varrho_0}{m_1}$ y $\frac{\varrho_1}{m_1}$, de tal forma que $\hat{\mu}_{m\acute{a}x} \geq \hat{\mu}(v) = \frac{\hat{\varrho}_0}{m_1} + \frac{\hat{\varrho}_1}{m_1} v \geq \hat{\mu}_{m\acute{m}n} > 0$, con $\hat{\mu}_{m\acute{m}n}$ suficientemente grande.*
4. *La señal de normalización v_s^2 se diseña de tal forma que $\frac{\hat{U}}{\varphi} \in \mathcal{L}_\infty$ con $\varphi^2 = \varphi_0 + v_s^2$, $v_s^2 \geq 0$ y $\varphi_0 \geq 1$.*
5. *La matriz J satisface (5.12), (5.13) y (5.14).*
6. *Las condiciones iniciales del observador satisfacen $|\hat{z}(0)| \leq z_0$ y $|\dot{\hat{x}}_1(0)| \leq \dot{x}_{1_0}$, para algún par de números finitos z_0 y $\dot{x}_{1_0} \in \mathbf{R}$.*

Entonces, el error de estimación de los estados definido en (5.15), y el error de estimación de las salidas, definido en (3.7) satisfacen

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{\xi} = \mathbb{O}_{2n+1}, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{\psi} = \mathbb{O}_n \quad \text{y} \quad \tilde{\theta} = \theta - \hat{\theta} \in \mathcal{L}_\infty.$$

Demostración: Considérese la matriz de estados expresada como

$$\Delta = \Delta_E + \Delta_z, \quad (5.16)$$

donde

$$\Delta_E = \begin{bmatrix} \mathbb{O}_{n \times n} & \mathbb{I}_{n \times n} & \mathbb{O}_n \\ -\mathbb{M}^{-1}\mathbb{K} & -\mathbb{M}^{-1}(\mathbb{C} + \mathbb{C}_\vartheta) & -\Delta_\vartheta \\ \mathbb{O}_n^T & \mathbb{B}^T & -\rho_z \frac{\varsigma_{m\acute{a}x}^2}{S_{2n+1 \times 2n+1}} \end{bmatrix},$$

$$\Delta_z = \text{diag} \left(0, 0, \dots, \rho_z \frac{\varsigma_{m\acute{a}x}^2}{S_{2n+1 \times 2n+1}} \right),$$

$\varsigma_{m\acute{a}x}^2$ es el máximo valor propio de S^2 , S es una matriz simétrica positiva definida, $S_{2n+1 \times 2n+1}$ es el elemento ubicado en el renglón $2n+1$ y en la columna $2n+1$ de dicha matriz y ρ_z es un número real positivo arbitrario que garantiza que todos los valores propios de Δ_E tengan parte real negativa. Tomando el lado derecho de (5.16) la dinámica del error de estimación de estados puede expresarse de la siguiente manera

$$\dot{\tilde{\xi}} = \left(\Delta_E - J\Lambda \right) \tilde{\xi} + \left(\tilde{\Delta} - J\tilde{\Lambda} \right) \hat{\xi} + (\mathcal{B} - Jb) \left(\theta_f |\dot{x}_1| z - \hat{\theta}_f |\dot{\hat{x}}_1| \hat{z} \right) + \Delta_z \tilde{\xi},$$

donde $\tilde{\Delta} = \Delta - \hat{\Delta} = \Delta_E - \hat{\Delta}_E$, $\tilde{\Lambda} = \Lambda - \hat{\Lambda}$. Obsérvese que $\tilde{\Delta} = Y\tilde{\Lambda}$ y $\mathcal{B} = Nb$, donde

$$N = \begin{bmatrix} \mathbb{O}_{n \times n} & \mathbb{B}^T & \mathbb{O}_{n-1 \times n} & -\mathbb{B}^T \end{bmatrix}.$$

Definiendo $J_N = N - J$ se tiene que

$$\dot{\tilde{\xi}} = (\Delta_E - J\Lambda)\tilde{\xi} + (\tilde{\Delta} - J\tilde{\Lambda})\hat{\xi} + J_N b \left(\theta_f |\dot{x}_1| z - \hat{\theta}_f |\dot{x}_1| \hat{z} \right) + \Delta_z \tilde{\xi}.$$

Considérese ahora la siguiente candidata a función de Lyapunov

$$V_\xi = \frac{1}{2} \tilde{\xi}^T S \tilde{\xi} + \frac{1}{2} \tilde{\theta}^T \Upsilon^{-1} \tilde{\theta} \geq 0, \quad (5.17)$$

donde $\tilde{\theta} = \theta - \hat{\theta}$ define el error de estimación del vector de parámetros. Expresando el error de estimación de salidas como $\tilde{\psi} = \tilde{U}\theta + \hat{U}\tilde{\theta}$ y usando (5.10), (5.11) y la igualdad $\dot{\Upsilon}^{-1} = \Upsilon^{-1}\dot{\Upsilon}\Upsilon^{-1}$, la derivada de (5.17) con respecto al tiempo, evaluada a lo largo de las trayectorias de la dinámica del error de observación de estados, está dada por

$$\begin{aligned} \dot{V}_\xi &= \frac{1}{2} \tilde{\xi}^T [S(\Delta_E - J\Lambda) + (\Delta_E - J\Lambda)^T S] \tilde{\xi} + \tilde{\xi}^T S [J_Y \tilde{\Lambda} \hat{\xi} + J_N b \left(\theta_f |\dot{x}_1| z - \hat{\theta}_f |\dot{x}_1| \hat{z} \right) + \Delta_z \tilde{\xi}] + \\ &\quad - \frac{1}{\varphi^2} \tilde{\theta}^T \hat{U}^T \tilde{U} \theta - \frac{3}{2\varphi^2} \tilde{\theta}^T \hat{U}^T \hat{U} \tilde{\theta}, \end{aligned}$$

donde $J_Y = Y - J$. Si se define $\tilde{\theta}_f = \theta_f - \hat{\theta}_f$, a través de la desigualdad del triángulo se llega a

$$\begin{aligned} \dot{V}_\xi &\leq \frac{1}{2} \tilde{\xi}^T [S(\Delta_E - J\Lambda) + (\Delta_E - J\Lambda)^T S] \tilde{\xi} + \\ &\quad + \tilde{\xi}^T S [J_Y \tilde{\Lambda} \hat{\xi} + J_N b \left(\theta_f |\dot{x}_1| \hat{z} - \theta_f \hat{z} \text{sig}(\dot{x}_1) \dot{x}_1 + \tilde{\theta}_f |\dot{x}_1| \hat{z} \right) + \Delta_z \tilde{\xi}] + \\ &\quad - \frac{1}{\varphi^2} \tilde{\theta}^T \hat{U}^T \tilde{U} \theta - \frac{3}{2\varphi^2} \tilde{\theta}^T \hat{U}^T \hat{U} \tilde{\theta}, \end{aligned}$$

la cual puede ser mejor expresada como

$$\begin{aligned} \dot{V}_\xi &\leq \frac{1}{2} \tilde{\xi}^T [S(\Delta_E - J\Lambda) + (\Delta_E - J\Lambda)^T S] \tilde{\xi} + \tilde{\xi}^T S [J_Y \tilde{\Lambda} \hat{\xi} + J_N (F_1 \tilde{\xi} + F_2 \tilde{\theta}) + \Delta_z \tilde{\xi}] + \\ &\quad - \frac{1}{\varphi^2} \tilde{\theta}^T \hat{U}^T \tilde{U} \theta - \frac{3}{2\varphi^2} \tilde{\theta}^T \hat{U}^T \hat{U} \tilde{\theta} \end{aligned}$$

definiendo

$$F_1 = \mu(v) \left[\mathbb{O}_{n \times n} \quad \text{diag}(\text{sig}(\dot{x}_1) \hat{z}, 0, \dots, 0)_{n \times n} \quad \begin{bmatrix} |\dot{x}_1| & \mathbb{O}_{1 \times n-1} \end{bmatrix}^T \right]$$

y

$$F_2 = [\mathbb{O}_{n \times 4n-1} \quad \hat{U}_f].$$

Expresando en forma simétrica el término que involucra a F_1 y aprovechando las igualdades $\tilde{\Lambda} \hat{\xi} = \hat{U} \tilde{\theta} - F_2 \tilde{\theta}$ y $\theta^T \tilde{U}^T = \tilde{\xi}^T \Lambda^T + \tilde{\xi}^T F_1^T$ se llega a

$$\begin{aligned} \dot{V}_\xi &\leq \frac{1}{2} \tilde{\xi}^T [S(\Delta_E - J\Lambda) + (\Delta_E - J\Lambda)^T S] \tilde{\xi} + \frac{1}{2} \tilde{\xi}^T [S J_N F_1 + F_1^T J_N^T S] \tilde{\xi} + \\ &\quad + \tilde{\xi}^T S [J_Y (\hat{U} - F_2) + J_N F_2] \tilde{\theta} + \tilde{\xi}^T S \Delta_z \tilde{\xi} - \frac{1}{\varphi^2} \theta^T \tilde{U}^T \hat{U} \tilde{\theta} - \frac{3}{2\varphi^2} \tilde{\theta}^T \hat{U}^T \hat{U} \tilde{\theta} \\ &\leq \frac{1}{2} \tilde{\xi}^T [S(\Delta_E - J\Lambda) + (\Delta_E - J\Lambda)^T S] \tilde{\xi} + \frac{1}{2} \tilde{\xi}^T [S J_N F_1 + F_1^T J_N^T S] \tilde{\xi} + \\ &\quad + \tilde{\xi}^T \left[S(N - Y) F_2 + \left(S J_Y - \frac{1}{\varphi^2} \Lambda^T - \frac{1}{\varphi^2} F_1^T \right) \hat{U} \right] \tilde{\theta} + \rho_z \tilde{\xi}^T S S \tilde{\xi} - \frac{3}{2\varphi^2} \tilde{\theta}^T \hat{U}^T \hat{U} \tilde{\theta}. \end{aligned}$$

Construyendo la forma cuadrática

$$0 \leq \frac{1}{2} \left[\rho_1 \varphi \tilde{\xi}^T S - \frac{1}{\rho_1 \varphi} \tilde{\theta}^T F_2^T (N - Y)^T \right] \begin{bmatrix} \rho_1 \varphi \tilde{\xi}^T S - \frac{1}{\rho_1 \varphi} \tilde{\theta}^T F_2^T (N - Y)^T \end{bmatrix}^T$$

se muestra que

$$\begin{aligned}\tilde{\xi}^T S(N - Y)F_2\tilde{\theta} &\leq \frac{1}{2} \left[\rho_1^2 \varphi^2 \tilde{\xi}^T S S \tilde{\xi} + \frac{1}{\rho_1^2 \varphi^2} \tilde{\theta}^T F_2^T (N - Y)^T (N - Y) F_2 \tilde{\theta} \right] \\ \tilde{\xi}^T S(N - Y)F_2\tilde{\theta} &\leq \frac{1}{2} \left[\rho_1^2 \varphi^2 \tilde{\xi}^T S S \tilde{\xi} + \frac{1}{\rho_1^2 \varphi^2} \tilde{\theta}^T \hat{U}^T \hat{U} \tilde{\theta} \right],\end{aligned}\quad (5.18)$$

dado que

$$(N - Y)^T (N - Y) = \begin{bmatrix} 0 & \mathbb{O}_{1 \times n-1} \\ \mathbb{O}_{n-1 \times 1} & \mathbb{I}_{n-1 \times n-1} \end{bmatrix} + \mathbb{B}\mathbb{B}^T = \mathbb{I}_{n \times n}.$$

En (5.18) ρ_1 es un número real positivo. En forma similar se puede mostrar que

$$\tilde{\xi}^T S J_Y \hat{U} \tilde{\theta} \leq \frac{1}{2} \left[\rho_2^2 \varphi^2 \tilde{\xi}^T S S \tilde{\xi} + \frac{1}{\rho_2^2 \varphi^2} \tilde{\theta}^T \hat{U}^T J_Y^T J_Y \hat{U} \tilde{\theta} \right]$$

y

$$-\frac{1}{\varphi^2} \tilde{\xi}^T F_1^T \hat{U} \tilde{\theta} \leq \frac{1}{2} \left[\frac{r_4^2}{\varphi^2} \tilde{\xi}^T F_1^T F_1 \tilde{\xi} + \frac{1}{r_4^2 \varphi^2} \tilde{\theta}^T \hat{U}^T \hat{U} \tilde{\theta} \right].$$

donde ρ_2 y r_4 también son números reales positivos. Ahora bien, suponiendo que $\lambda_{\Lambda máx}^2$ es el mayor de los valores propios de $\Lambda^T \Lambda$ y ρ_3 es un número real positivo, la siguiente desigualdad también se satisface

$$\begin{aligned}-\frac{1}{\varphi^2} \tilde{\xi}^T \Lambda^T \hat{U} \tilde{\theta} &\leq \frac{1}{2} \left[\frac{\rho_3^2 \zeta_{máx}^2}{\lambda_{\Lambda máx}^2 \varphi^2} \tilde{\xi}^T \Lambda^T \Lambda \tilde{\xi} + \frac{\lambda_{\Lambda máx}^2}{\rho_3^2 \zeta_{máx}^2 \varphi^2} \tilde{\theta}^T \hat{U}^T \hat{U} \tilde{\theta} \right] \\ -\frac{1}{\varphi^2} \tilde{\xi}^T \Lambda^T \hat{U} \tilde{\theta} &\leq \frac{1}{2} \left[\frac{\rho_3^2}{\varphi^2} \tilde{\xi}^T S S \tilde{\xi} + \frac{\lambda_{\Lambda máx}^2}{\rho_3^2 \zeta_{máx}^2 \varphi^2} \tilde{\theta}^T \hat{U}^T \hat{U} \tilde{\theta} \right].\end{aligned}$$

Obsérvese que (5.10) y (5.11) constituyen un esquema de identificación de parámetros normalizado. Si φ se diseña para satisfacer $\frac{\hat{U}}{\varphi} \in \mathcal{L}_\infty$ entonces el vector de parámetros estimados también pertenece a \mathcal{L}_∞ independientemente de si los elementos de la matriz \hat{U} están o no acotados (Ioannou, P.A. y Sun, J., 1996). Considérese ahora la ecuación del estado estimado \hat{z} , que corresponde al último renglón de (5.8) y que puede ser expresada como

$$\dot{\hat{z}} = \dot{\hat{x}}_1 - \hat{\mu}(v)|\hat{x}_1|\hat{z} + J_{2n+1, \{\cdot\}} \tilde{\psi}, \quad (5.19)$$

donde $\hat{\mu}(v) = \frac{\hat{\varrho}_0}{m_1} + \frac{\hat{\varrho}_1}{m_1} v > 0$ si $\frac{\hat{\varrho}_0}{m_1}$ y $\frac{\hat{\varrho}_1}{m_1}$ son estimados apropiadamente (premisa 3 de este teorema). Si en $t = 0$, cuando el proceso de adaptación inicia, $|\hat{z}(0)| \leq z_0$ y $|\hat{x}_1(0)| \leq \dot{x}_{1_0}$, z_0 y $\dot{x}_{1_0} \in \mathbf{R}$, se puede mostrar que cuando $J_{2n+1, \{\cdot\}} = \mathbb{O}_{1 \times n}$ la solución de equilibrio de (5.19), dada por

$$\hat{z}_e = \frac{\mathbf{sig}(\hat{x}_1)}{\hat{\mu}(v)},$$

es asintóticamente estable para todo $\hat{x}_1 \neq 0$. Para $\hat{x}_1 = 0$ el estado estimado \hat{z} no cambia con respecto al tiempo. Por lo tanto se cumple que $|\hat{z}| \leq z_{máx}$, para algún número finito $z_{máx} > 0$. Por otro lado, el único valor propio de

$$F_1^T F_1 = \mu^2(v) \begin{bmatrix} \mathbb{O}_{2n+1 \times n} & \begin{bmatrix} \mathbb{O}_{n \times 1} \\ \hat{z}^2 \\ \mathbb{O}_{n-1 \times n} \\ \mathbf{sig}(\hat{x}_1) \hat{z} |\hat{x}_1| \end{bmatrix} \\ \mathbb{O}_{2n+1 \times n-1} & \begin{bmatrix} \mathbb{O}_{n \times 1} \\ \mathbf{sig}(\hat{x}_1) \hat{z} |\hat{x}_1| \\ \mathbb{O}_{n-1 \times 1} \\ |\hat{x}_1|^2 \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

no idénticamente igual a cero es $\mu^2 (\hat{z}^2 + |\dot{x}_1|^2)$. Entonces, dado que la velocidad del primer piso satisface $\dot{x}_1 \leq \dot{x}_{1_{m\acute{a}x}}$, el término $-\frac{1}{\varphi^2} \tilde{\xi}^T F_1^T \hat{U} \tilde{\theta}$ satisface a su vez

$$\begin{aligned} -\frac{1}{\varphi^2} \tilde{\xi}^T F_1^T \hat{U} \tilde{\theta} &\leq \frac{1}{2} \left[\frac{r_4^2}{\varphi^2} \tilde{\xi}^T F_1^T F_1 \tilde{\xi} + \frac{1}{r_4^2 \varphi^2} \tilde{\theta}^T \hat{U}^T \hat{U} \tilde{\theta} \right] \\ &\leq \frac{1}{2} \left[\frac{r_4^2}{\varphi^2} \tilde{\xi}^T F_{1_{m\acute{a}x}}^T F_{1_{m\acute{a}x}} \tilde{\xi} + \frac{1}{r_4^2 \varphi^2} \tilde{\theta}^T \hat{U}^T \hat{U} \tilde{\theta} \right] \\ &\leq \frac{1}{2} \left[\frac{\rho_4^2}{\varphi^2} \tilde{\xi}^T S S \tilde{\xi} + \frac{\lambda_{F_{1_{m\acute{a}x}}}^2}{\rho_4^2 \varsigma_{m\acute{a}x}^2 \varphi^2} \tilde{\theta}^T \hat{U}^T \hat{U} \tilde{\theta} \right], \end{aligned}$$

donde

$$\begin{aligned} F_{1_{m\acute{a}x}} &= \mu_{m\acute{a}x} \left[\mathbb{O}_{n \times n} \quad \text{diag}(z_{m\acute{a}x}, 0, \dots, 0)_{n \times n} \quad [\dot{x}_{1_{m\acute{a}x}} \quad \mathbb{O}_{1 \times n-1}]^T \right], \\ r_4^2 &= \frac{\lambda_{F_{1_{m\acute{a}x}}}^2}{\rho_4^2 \varsigma_{m\acute{a}x}^2}, \\ \lambda_{F_{1_{m\acute{a}x}}}^2 &= \mu_{m\acute{a}x}^2 (z_{m\acute{a}x}^2 + \dot{x}_{1_{m\acute{a}x}}^2), \end{aligned}$$

Así, la derivada de V_ξ con respecto al tiempo cumple con la siguiente desigualdad

$$\begin{aligned} \dot{V}_\xi &\leq \frac{1}{2} \tilde{\xi}^T [S(\Delta_E - J\Lambda) + (\Delta_E - J\Lambda)^T S] \tilde{\xi} + \\ &\quad + \frac{1}{2} \tilde{\xi}^T [S J_N F_{1_{m\acute{a}x}} + F_{1_{m\acute{a}x}}^T J_N^T S] \tilde{\xi} + \wp \tilde{\xi}^T S S \tilde{\xi} - \frac{\varpi}{2\varphi^2} \tilde{\theta}^T \hat{U}^T \hat{U} \tilde{\theta}, \end{aligned} \quad (5.20)$$

donde

$$\wp = \rho_z + \frac{1}{2} \rho_1^2 \varphi^2 + \frac{1}{2} \rho_2^2 \varphi^2 + \frac{\rho_3^2}{\varphi^2} + \frac{\rho_4^2}{\varphi^2}$$

y

$$\varpi = 3 - \frac{1}{\rho_1^2} - \frac{\lambda_{J_Y^{m\acute{a}x}}^2}{\rho_2^2} - \frac{\lambda_{\Lambda^{m\acute{a}x}}^2}{\rho_3^2 \varsigma_{m\acute{a}x}^2} - \frac{\lambda_{F_{1_{m\acute{a}x}}}^2}{\rho_4^2 \varsigma_{m\acute{a}x}^2}.$$

$\lambda_{J_Y^{m\acute{a}x}}^2$ es el mayor de los valores propios de $J_Y^T J_Y$. Hay que hacer notar que siempre se pueden elegir ρ_1 , ρ_2 , ρ_3 y ρ_4 de tal forma que (5.20) sea satisfecha, al mismo tiempo que

$$3 > \frac{1}{\rho_1^2} + \frac{\lambda_{J_Y^{m\acute{a}x}}^2}{\rho_2^2} + \frac{\lambda_{\Lambda^{m\acute{a}x}}^2}{\rho_3^2 \varsigma_{m\acute{a}x}^2} + \frac{\lambda_{F_{1_{m\acute{a}x}}}^2}{\rho_4^2 \varsigma_{m\acute{a}x}^2}.$$

En consecuencia, $\varpi > 0$ y $\wp > 0$. Además, ρ_1 siempre se puede elegir de tal forma que $\wp \geq \wp_{m\acute{a}x}$. Por otro lado, el término $J_N F_{1_{m\acute{a}x}}$, cuya forma es

$$J_N F_{1_{m\acute{a}x}} = \begin{bmatrix} \mathbb{O}_{2n+1 \times n} & \begin{bmatrix} \mathbb{O}_n \\ -1 \\ \mathbb{O}_n \end{bmatrix} + \mu_{m\acute{a}x} z_{m\acute{a}x} J_{\{\cdot\},1} & \mathbb{O}_{2n+1 \times n-1} & \begin{bmatrix} \mathbb{O}_n \\ -1 \\ \mathbb{O}_n \end{bmatrix} + \mu_{m\acute{a}x} \dot{x}_{1_{m\acute{a}x}} J_{\{\cdot\},1} \end{bmatrix},$$

depende de los valores de $J_{\{\cdot\},1}$, del valor de $\mu_{m\acute{a}x}$, de $\dot{x}_{1_{m\acute{a}x}}$ y de $z_{m\acute{a}x}$ (el cual no depende de la magnitud de \hat{x}_1). Por lo tanto, si $J_{\{\cdot\},1}$ satisface (5.14) se puede suponer que $J_N F_{1_{m\acute{a}x}}$ actúa como una perturbación pequeña sobre Δ_E tal que $\Delta_E + J_N F_{1_{m\acute{a}x}}$ mantiene todos sus valores propios con parte real negativa. Ahora bien, si J cumple con (5.12) para el mínimo valor de \wp , representado por $\wp_{m\acute{a}x}$, entonces $-\wp \mathbb{I}_\xi - 2J J^T + J Y^T + Y J^T < 0$ y, por lo tanto,

$$(\Delta_E + J_N F_{1_{m\acute{a}x}}) Z + Z (\Delta_E + J_N F_{1_{m\acute{a}x}})^T = (\tau + 1) [-\wp \mathbb{I}_\xi - 2J J^T + J Y^T + Y J^T] < 0$$

implica la existencia de $S^{-1} = Z = Z^T > 0$ para cualquier $\tau > 0$ dado que $\Delta_E + J_N F_{1_{m\dot{x}}}$ es una matriz estable. Se sigue entonces que

$$\begin{aligned} & (\Delta_E + J_2 F_{1_{m\dot{x}}})Z + Z(\Delta_E + J_2 F_{1_{m\dot{x}}})^T + \wp \mathbb{I}_\xi + 2JJ^T - JY^T - YJ^T \leq 0 \\ & S(\Delta_E + J_2 F_{1_{m\dot{x}}}) + (\Delta_E + J_2 F_{1_{m\dot{x}}})^T S + \wp SS + 2SJJ^T S - SJY^T S - SYJ^T S \leq 0 \\ & S(\Delta_E - J\Lambda) + (\Delta_E - J\Lambda)^T S + SJ_2 F_{1_{m\dot{x}}} + F_{1_{m\dot{x}}}^T J_2^T S + \wp SS \leq 0 . \end{aligned}$$

Por lo tanto se puede concluir que $\dot{V}_\xi \leq 0$ y en consecuencia los puntos de equilibrio $\tilde{\xi} = \mathbb{O}_{2n+1}$ y $\tilde{\theta} = \mathbb{O}_n$ son estables. La convergencia asintótica de $\tilde{\xi} \rightarrow \mathbb{O}_{2n+1}$ y $\tilde{\psi} \rightarrow \mathbb{O}_n$ puede verificarse usando el Lema de Barbălat (Ioannou, P.A. y Sun, J., 1996). ■

5.3. Evaluación

Experimentalmente se realizaron varias pruebas sometiendo la estructura a escala a los sismos SCT, KBE y NRT. Para el amortiguador se usaron voltajes aleatorios tales que la corriente suministrada tuviera propiedades similares a las de i_{prb} . Para ilustrar el funcionamiento del observador se presentan a continuación los resultados de uno de estos ensayos.

En la Figura 5.1 (a) se muestra el registro de la aceleración de la plataforma de la Mesa Vibradora para un ensayo en tiempo real. La excitación corresponde al sismo SCT. El voltaje suministrado al amortiguador se exhibe en la Figura 5.1 (b).

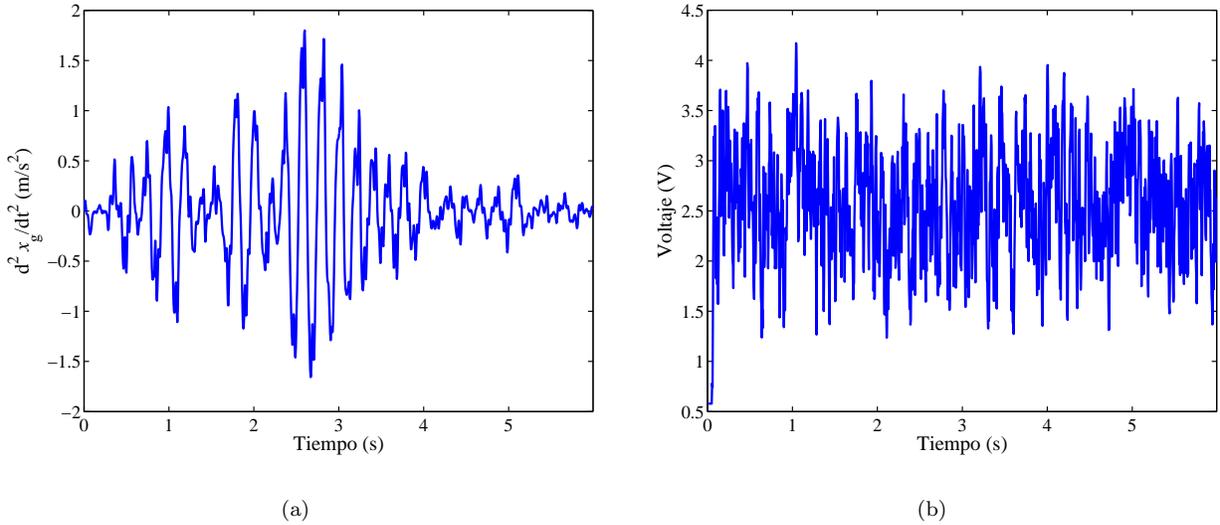


Figura 5.1: Entradas para el experimento con Ω_ξ : (a) Sismo SCT. (b) Voltaje en el amortiguador.

La matriz de ganancias del observador se diseñó iterativamente en dos etapas. La primera consistió en resolver un problema estándar de ubicación de polos para las matrices Δ_0 y Λ_0 construidas con \mathbb{M}_0 , \mathbb{K}_0 , \mathbb{C}_0 y con los parámetros de la Tabla 5.1 para el modelo Σ_f . Dichos parámetros fueron calculados con base en aquéllos de la Tabla 2.6, con el valor de $\left(\frac{1}{m_1}\right)_{\text{con amortiguador}}$ presentado en la Sección 3.2.2 y tomando la cota superior del voltaje para estimar ϑ_0 . Además, al resultado se agregó un error del orden del 70 %.

Por simplicidad y dado que la estimación de la fuerza del amortiguador no es uno de los objetivos de este esquema adaptable, el valor de ϑ_2 se supuso cero. Teóricamente, su contribución se incluye en el primer elemento de $\hat{\theta}_c$ en (5.7).

Tabla 5.1: Valores iniciales de los parámetros del modelo Σ_f .

Parámetro	Valor	Unidades (S.I.)
$\left. \frac{\widehat{\vartheta}_0}{m_1} \right _{t=0}$	6.82×10^4	N/(m·kg)
$\left. \frac{\widehat{\varrho}_0}{m_1} \right _{t=0}$	5.82×10^3	m ⁻¹
$\left. \frac{\widehat{\varrho}_1}{m_1} \right _{t=0}$	1.10×10^3	(m·V) ⁻¹

En la siguiente etapa se ajustaron los valores de la versión preliminar de J para satisfacer las condiciones $J_{11,\{\cdot\}} = \mathbb{O}_{1 \times 5}$, $J_{\{\cdot\},1} = \left[\check{\mathbb{O}}_{1 \times 5} \ell \check{\mathbb{O}}_{1 \times 4} 0 \right]^T$, $\ell = 0.998$ con $\left\| \check{\mathbb{O}}_{1 \times (\cdot)} \right\| < 0.006$ y la desigualdad matricial (5.12). El resultado de este proceso para el caso presentado es

$$J = \begin{bmatrix} -0.001 & -0.001 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ -0.001 & -0.002 & -0.001 & -0.001 & -0.001 \\ -0.001 & -0.002 & -0.002 & -0.002 & -0.001 \\ -0.001 & -0.002 & -0.002 & -0.002 & -0.002 \\ -0.001 & -0.002 & -0.002 & -0.002 & -0.002 \\ 0.998 & -0.002 & -0.001 & 0.000 & 0.001 \\ -0.003 & 0.995 & -0.004 & -0.003 & -0.001 \\ -0.003 & -0.005 & 0.993 & -0.006 & -0.004 \\ -0.003 & -0.005 & -0.007 & 0.992 & -0.006 \\ -0.003 & -0.005 & -0.007 & -0.008 & 0.992 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \end{bmatrix} \quad (5.21)$$

usando como referencia para el cálculo polos sobre el eje real alrededor de 12.0. Esta matriz satisface (5.12) con $\varphi_{\min} \geq 0.05$.

La matriz Υ_0 se tomó como una matriz diagonal con elementos un orden de magnitud mayores que los parámetros asociados a cada bloque, es decir, para U_k se usaron elementos en la diagonal del orden de 1×10^5 , para U_c se usaron elementos del orden de 1×10^1 , y así sucesivamente. La señal de normalización se construyó con el cuadrado de la norma matricial de Frobenius (Horn, R.A. y Johnson, C.R., 1993) de la matriz \hat{U} y $\varphi_0 = 1$.

En las Figuras 5.2 (a) y 5.2 (b) se muestra el cambio en el tiempo de las normas euclidianas de los errores de estimación de las salidas y de los estados, respectivamente. En estas figuras se puede apreciar que en menos de un segundo ambos errores se aproximan a cero, permaneciendo en un nivel aceptable para el resto del experimento (alrededor del 10% del error inicial).

En las Figuras 5.3 a 5.7 se comparan los estados medidos con sus respectivas estimaciones obtenidas a través de Ω_ε . Las condiciones iniciales de los estados estimados difieren en un 20% con respecto a las del experimento. La corrección de los desplazamientos empieza a tener efecto a partir de 1.0 s, cuando la excitación incrementa su intensidad. El seguimiento de las velocidades mejora incluso antes de 0.5 s. Aunque la excitación dura aproximadamente 6.0 s en estas figuras sólo se muestran los primeros tres segundos, lapso en el cual ocurre el comportamiento dinámico más relevante de las señales estimadas.

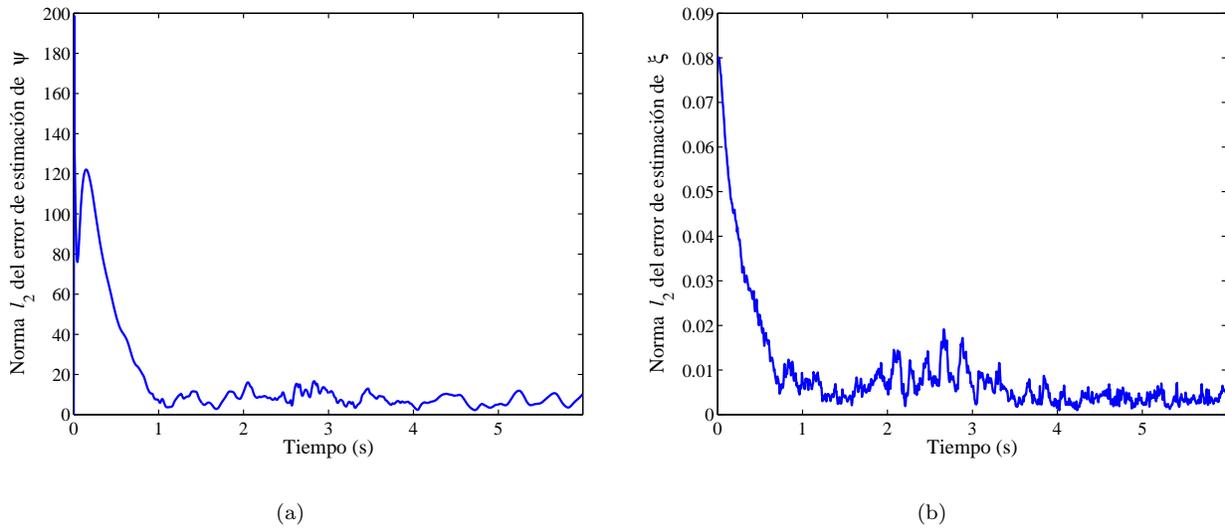


Figura 5.2: Norma euclidiana de los errores de estimación: (a) Error de estimación de salidas. (b) Error de estimación de estados ξ .

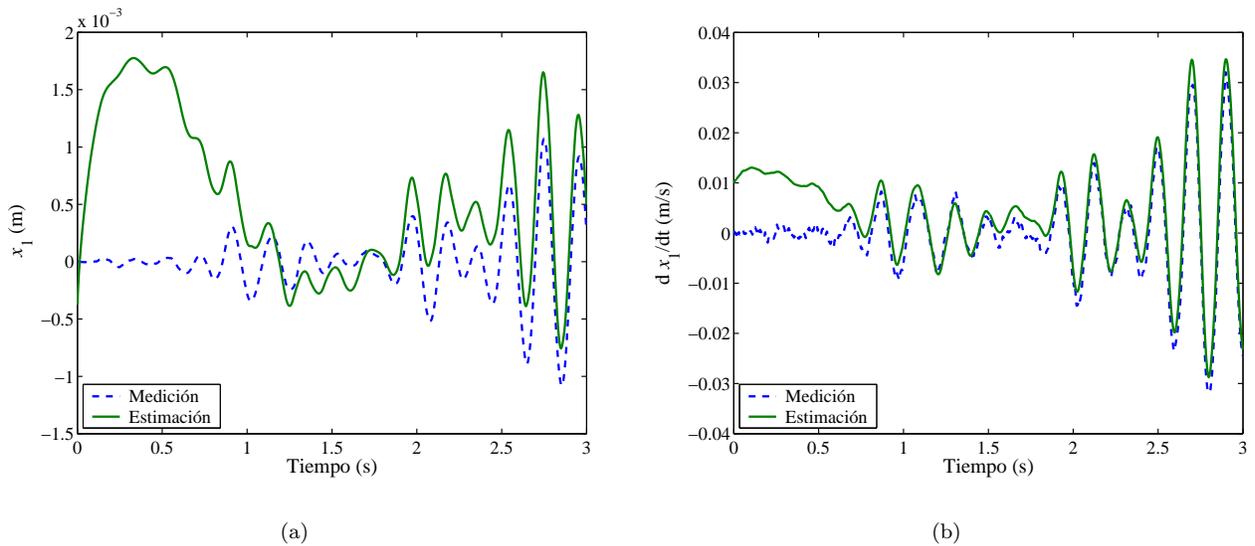
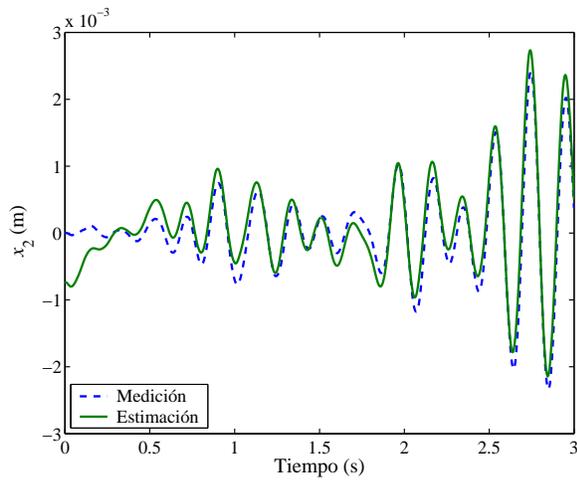
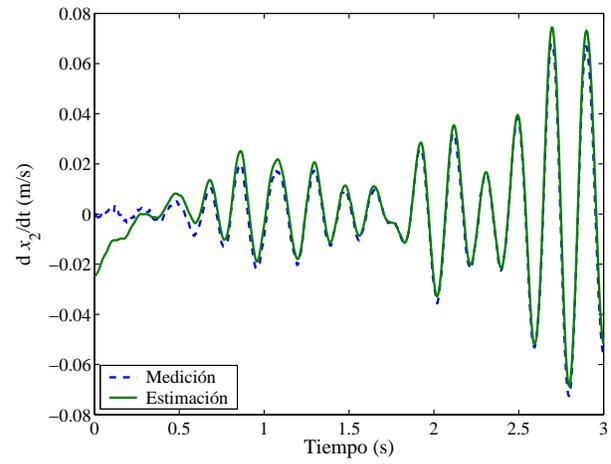


Figura 5.3: Estimación a través de Ω_ξ de las señales del primer piso: (a) Desplazamiento. (b) Velocidad.

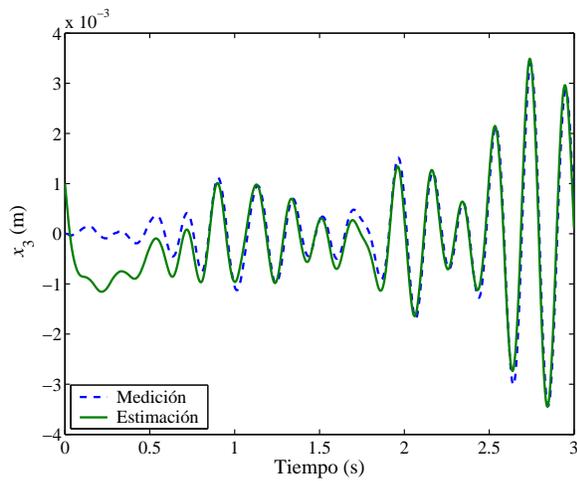


(a)

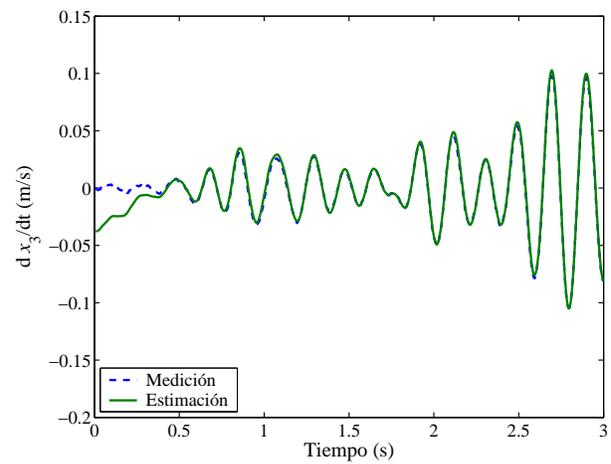


(b)

Figura 5.4: Estimación a través de Ω_ξ de las señales del segundo piso: (a) Desplazamiento. (b) Velocidad.



(a)



(b)

Figura 5.5: Estimación a través de Ω_ξ de las señales del tercer piso: (a) Desplazamiento. (b) Velocidad.

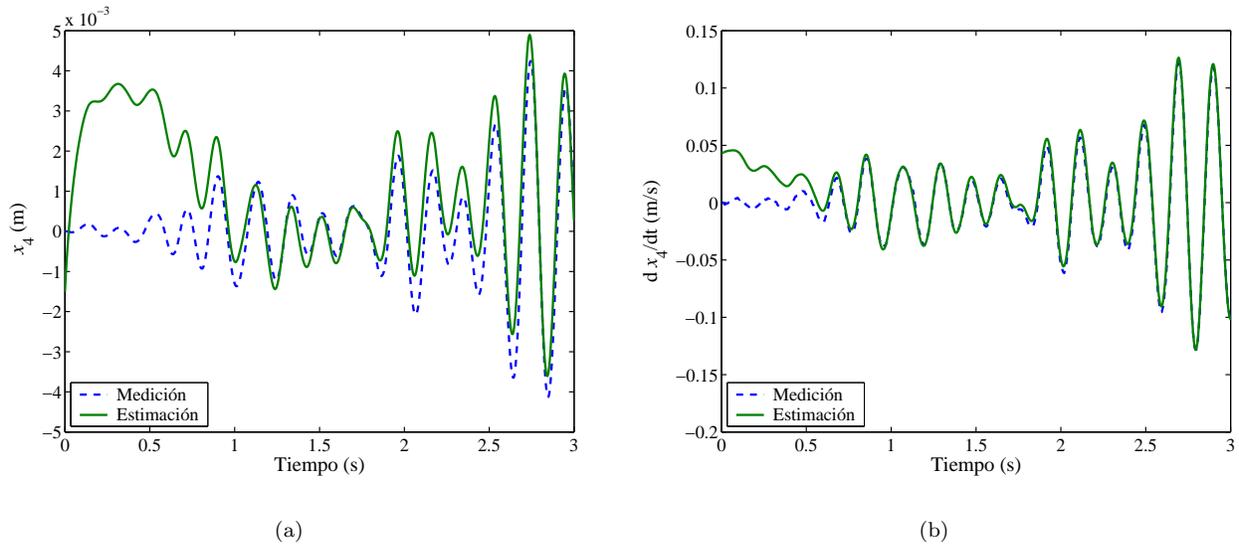


Figura 5.6: Estimación a través de Ω_ξ de las señales del cuarto piso: (a) Desplazamiento. (b) Velocidad.

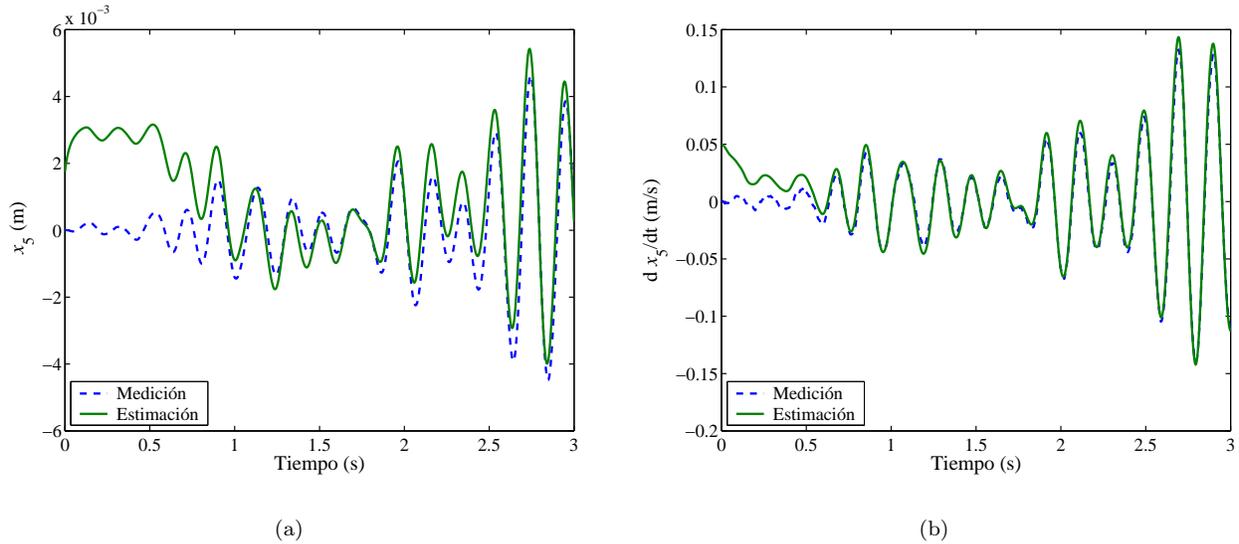


Figura 5.7: Estimación a través de Ω_ξ de las señales del quinto piso: (a) Desplazamiento. (b) Velocidad.

La comparación entre los estados estimados y sus respectivas mediciones muestra algunas diferencias, como en el observador anterior, debidas al comportamiento del algoritmo de identificación de parámetros. El ajuste en tiempo real de los parámetros estimados $\hat{\theta}_k$ y $\hat{\theta}_c$ se muestra en las Figuras 5.8 (a) y (b). En estas figuras se aprecia que las estimaciones alcanzan valores prácticamente constantes durante los primeros 0.5 s, tiempo en el que el error de salida reduce su valor a menos del 10 % de su valor inicial. Los parámetros estructurales no sufren ya ningún ajuste importante después de 1.0 s y, aunque se aproximan a los valores esperados (Sección 3.2.2), no convergen exactamente. Para el ejemplo presentado, el resultado final de la

estimación de $\mathbb{M}^{-1}\mathbb{K}$ es

$$\widehat{\mathbb{M}^{-1}\mathbb{K}} = 1.0 \times 10^4 \begin{bmatrix} 3.04 & -1.48 & 0 & 0 & 0 \\ -1.94 & 4.08 & -2.13 & 0 & 0 \\ 0 & -1.78 & 2.55 & -0.77 & 0 \\ 0 & 0 & -0.87 & 2.72 & -1.84 \\ 0 & 0 & 0 & -2.55 & 2.55 \end{bmatrix} \frac{\text{N}}{\text{m}\cdot\text{kg}}, \quad (5.22)$$

que también difiere del presentado en (3.10). Por lo tanto, es razonable que existan diferencias entre los estados medidos y los estados estimados y además, éstas se pueden atribuir a que el observador tiende a compensar las variaciones del error de estimación de las salidas a través de las estimaciones de los estados, introduciendo errores en estas últimas.

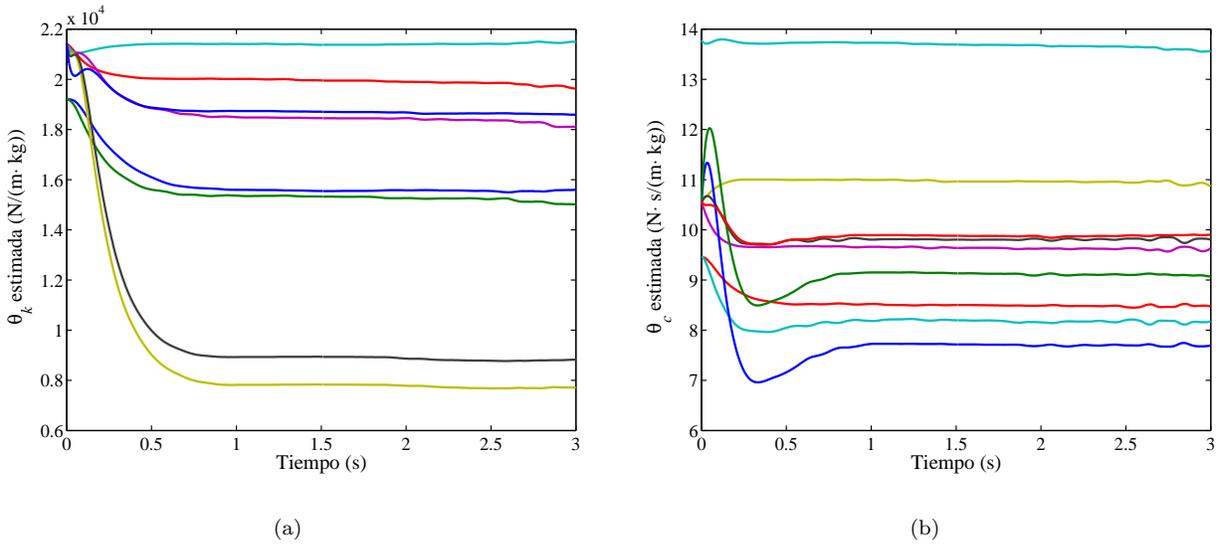


Figura 5.8: Ajuste en tiempo real de los elementos de (a) $\hat{\theta}_k$ y (b) $\hat{\theta}_c$.

Las diferencias relativamente grandes que se aprecian al inicio del experimento, sobre todo en las estimaciones de los desplazamientos (Figuras 5.3 (a), 5.6 (a) y 5.7 (a)), pueden deberse a la selección de los parámetros del observador L y Γ_0 . Usando simulación numérica con los datos experimentales se obtuvieron mejores resultados utilizando valores en la diagonal de Γ_0 mil veces más grandes en comparación con los usados en los experimentos en tiempo real y polos de referencia del orden de 3×10^2 . La Figura 5.9 (a) muestra la estimación del desplazamiento del primer piso. En la Figura 5.9 (b) se muestran los detalles de la corrección de la estimación con relación a la medición de dicha variable.

A pesar de que la corrección de la estimación sucede en un tiempo menor en comparación con el experimento en tiempo real, la estimación de los estados presenta diferencias con respecto a los estados estimados. En la Figura 5.10 (a) se puede observar que la norma del error de estimación de las salidas converge a cero prácticamente en forma instantánea. Sin embargo, la convergencia de esta señal se da a cambio de un incremento en el error de estimación de los estados, como se muestra en la Figura 5.10 (b), dado que el algoritmo de identificación de parámetros deja de funcionar también de forma rápida. Los parámetros estimados en este ensayo de simulación numérica alcanzan sus valores finales en menos de 0.05 s (Figura 5.11).

Lamentablemente, los recursos computacionales disponibles para los experimentos no fueron suficientes para usar una configuración de los parámetros del observador como la que se usó en dicha simulación numérica. Para poder, para poder ejecutar esta última se requirió de un paso de integración variable entre 1×10^{-3} y 1×10^{-8} s debido a la escala de tiempo de la estructura. El sistema de tiempo real (Real Time Windows Target[®]) usado en los experimentos sólo maneja algoritmos de integración de paso fijo y, en el

caso del equipo de cómputo utilizado (Apéndice B), los tiempos de muestreo deben ser mayores a 4 ms para poder ejecutar en tiempo real el observador adaptable presentado en este capítulo.

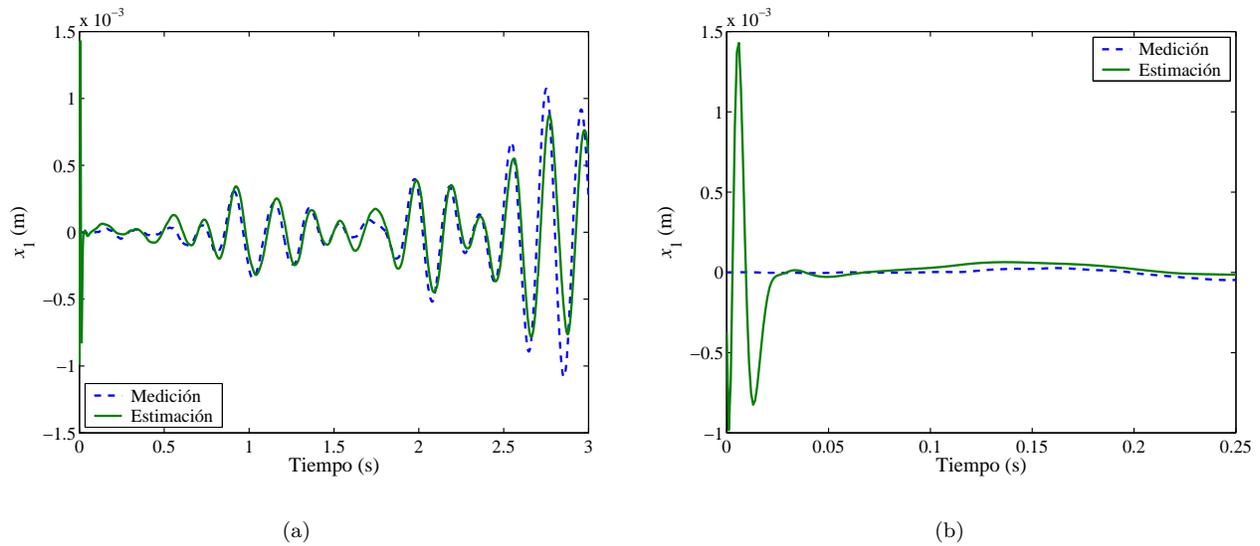


Figura 5.9: (a) Simulación numérica de la estimación de x_1 . (b) Detalle de la corrección de la estimación.

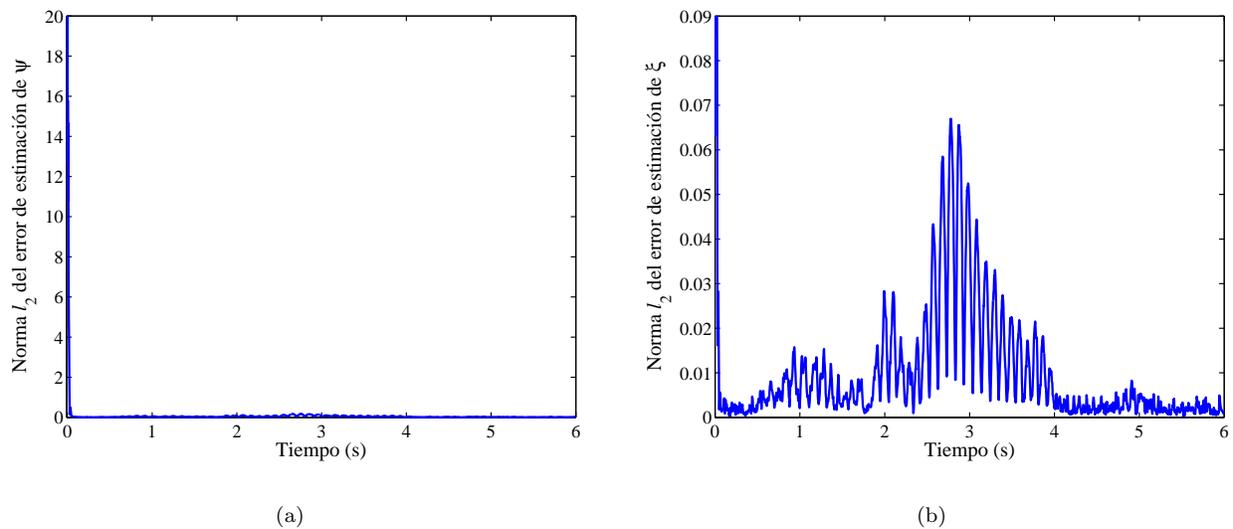


Figura 5.10: Norma euclidiana de los errores de estimación usando simulación numérica: (a) Error de estimación de salidas. (b) Error de estimación de estados $\tilde{\xi}$.

La idea de utilizar condiciones iniciales marcadamente diferentes a las del experimento fue para poner énfasis en el funcionamiento del observador. En un caso práctico es completamente válido buscar para el observador las condiciones iniciales más cercanas a las condiciones del sistema físico. Sin embargo, es conveniente mantener un equilibrio en la selección de las condiciones iniciales, de tal forma que el error de

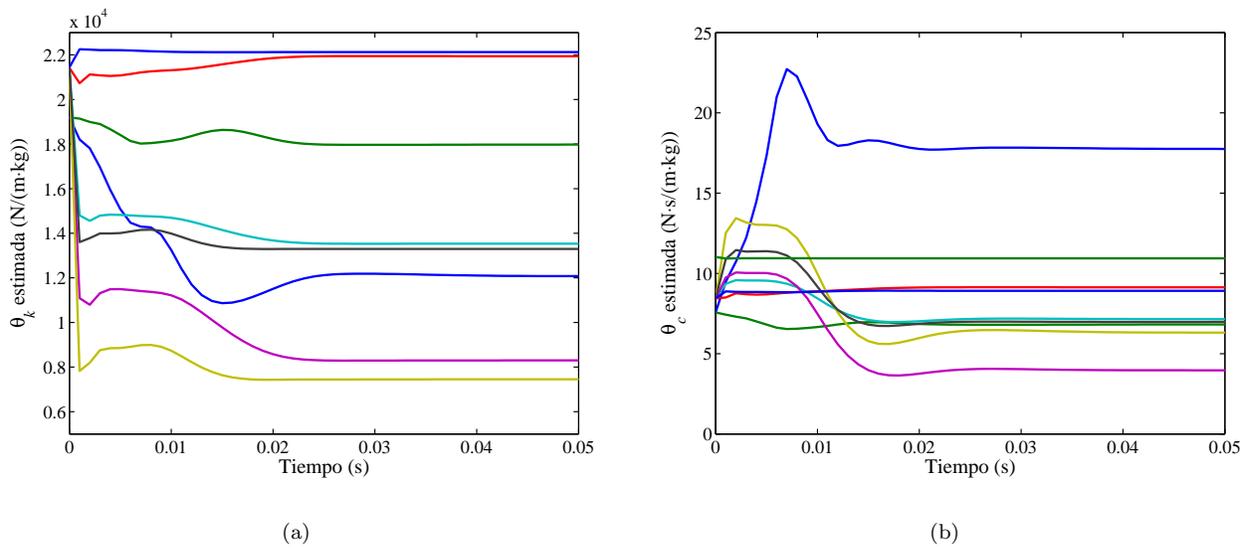


Figura 5.11: Ajuste en simulación numérica de los elementos de (a) $\hat{\theta}_k$ y (b) $\hat{\theta}_c$.

estimación de las salidas inicialmente no sea cero para que el algoritmo de identificación de parámetros tenga oportunidad de ajustar las estimaciones iniciales.

La convergencia de las estimaciones de los estados mejora cuando se comienza con condiciones iniciales menos disímiles a las del experimento, como se aprecia en las Figuras 5.12 (a) y (b), donde se comparan, respectivamente, las estimaciones en tiempo real de x_1 y x_4 con las correspondientes señales medidas. Esta pareja de señales es la que tarda más en converger en el caso presentado (c.f. Figuras 5.3 (a) y 5.6 (a)).

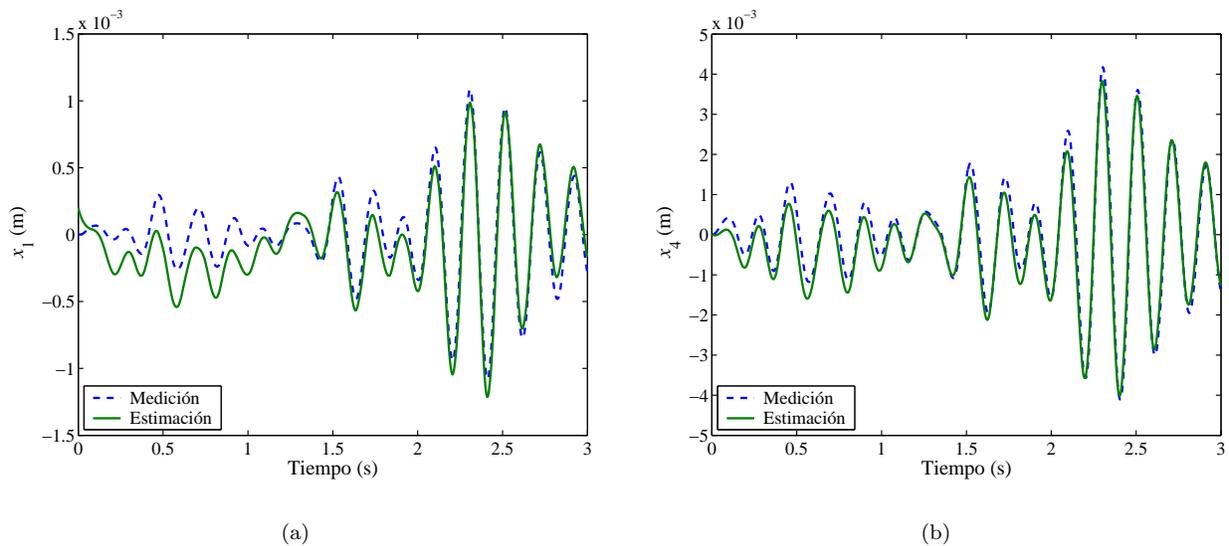


Figura 5.12: Estimaciones generadas con Ω_ξ con condiciones iniciales cercanas a las del experimento: (a) Desplazamiento del primer piso. (b) Desplazamiento del cuarto piso.

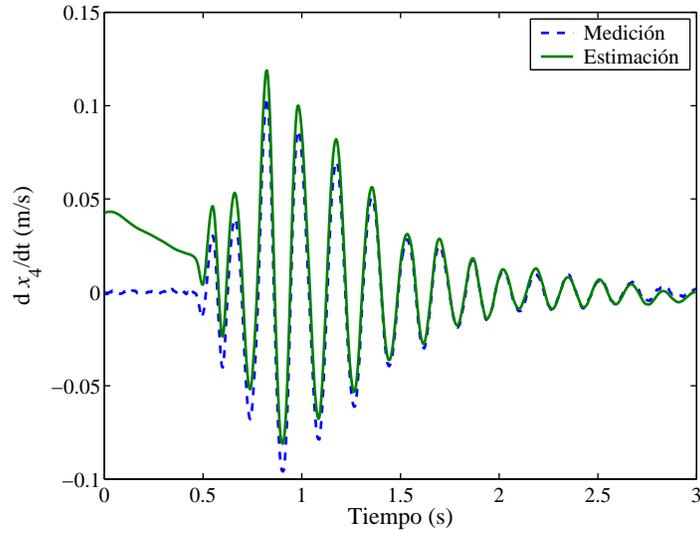


Figura 5.13: Comparación de la medición de \dot{x}_4 y $\hat{\dot{x}}_4$ obtenida con Ω_ξ en un ensayo con el sismo KBE.

Usando otras excitaciones, por ejemplo el sismo KBE, también se obtuvieron buenos resultados, como se aprecia en la Figura 5.13 donde se compara la estimación de la velocidad del cuarto piso con la derivada del desplazamiento medido, obtenida a través de un filtro de segundo orden.

El ajuste de los parámetros del amortiguador se muestra en las Figuras 5.14 (a) 5.14 (b) y 5.15. Con estas estimaciones la función $\hat{\mu}(v)$ es positiva, como es requerido por el algoritmo. La Figura 5.16 (a) muestra la gráfica de esta cantidad con respecto al tiempo. En la Figura 5.16 (b) se traza la estimación de z y se compara con la solución de equilibrio de (5.19). Para este caso $z_{m\dot{a}\omega} \approx 1 \times 10^{-4}$ m.

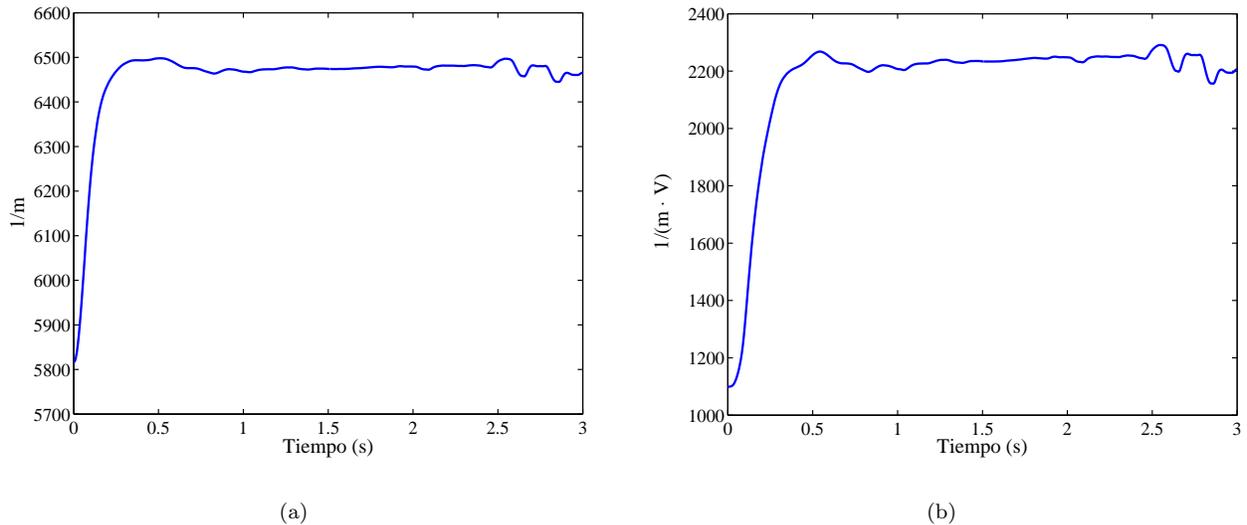


Figura 5.14: Estimación de los parámetros del amortiguador: (a) $\widehat{\frac{\varrho_0}{m_1}}$. (b) $\widehat{\frac{\varrho_1}{m_1}}$.

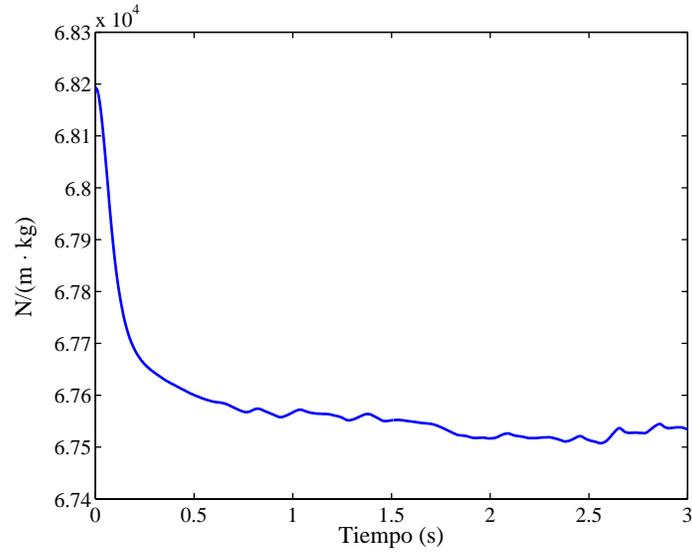


Figura 5.15: Estimación del parámetro $\frac{\hat{\vartheta}_0}{m_1}$.

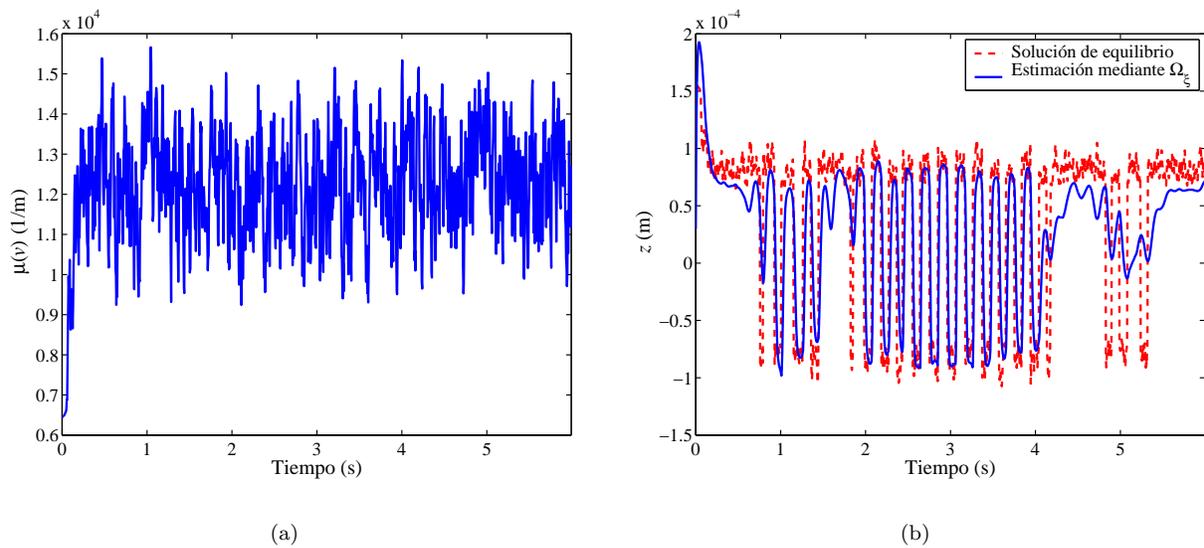


Figura 5.16: (a) Gráfica de la función estimada $\hat{\mu}(v)$ con respecto al tiempo. (b) Comparación entre la estimación de z y la solución de equilibrio \hat{z}_e .

Calculando las frecuencias naturales de la estructura con los valores finales de dichas estimaciones se puede concluir que hay una mejoría con respecto a los valores iniciales, como se muestra en la Tabla 5.2, donde se comparan los resultados de este experimento con los encontrados usando Φ_S . En estas pruebas la estimación de la frecuencia fundamental presentó un error menor al 1.5% con relación al valor determinado experimentalmente en el Capítulo 3.

Tabla 5.2: Comparación de las frecuencias estimadas a través de Ω_ξ y las obtenidas con la estimación recursiva usando Φ_S (Hz).

Estimación inicial Ω_ξ	Estimación final Ω_ξ	Estimación recursiva Φ_S	Error inicial (%)	Error final (%)
6.90	6.17	6.09	13.3	1.3
19.83	15.51	17.46	13.6	11.2
30.76	26.76	26.05	18.1	2.7
39.31	35.07	33.32	18.0	5.25
44.75	39.49	37.98	17.8	3.98

5.4. Conclusiones

En este capítulo se presentó un observador adaptable para estimar el vector de estados compuesto por los desplazamientos y velocidades de los pisos de una estructura de n grados de libertad y del estado del modelo del amortiguador. Este observador está basado en las mediciones de aceleración absoluta y no requiere de la medición de fuerza en el amortiguador, como sucede en el esquema presentado en el Capítulo 4. Además de la reconstrucción de estas señales, dicho observador permite el ajuste en tiempo real de los parámetros estructurales, mejorando así la estimación de las frecuencias naturales de la estructura.

Al igual que en el caso anterior, este esquema es capaz de reconstruir las posiciones y velocidades de los pisos sin necesidad de conocer las condiciones iniciales y también es capaz de identificar los parámetros estructurales y los parámetros del amortiguador.

Al usar el modelo dinámico del amortiguador para prescindir de la medición de la fuerza el sistema se vuelve no lineal. Esquemas propuestos por otros autores no son aplicables al modelo usado para la estructura. Por ejemplo, no se satisfacen las condiciones necesarias para que exista una transformación que lleve al sistema a la forma estudiada por Marino, R. y Tomei, P. (1995b). Por otro lado, los parámetros aparecen asociados a los estados desconocidos, por lo que los trabajos de Zhang, Q. (2001), Zhang, Q. y Xu, A. (2001) y Zhang, Q. (2002) tampoco son útiles para el problema estudiado.

La principal contribución del esquema propuesto, al igual que en el caso del esquema anterior, es que no se requiere de transformaciones de los estados y tampoco se requiere que el sistema se pueda llevar a una forma canónica para el diseño del observador. Por lo tanto, las señales estimadas corresponden directamente con las variables y los parámetros físicos de la estructura y el amortiguador. De esta manera, los estados determinados a través del observador propuesto conducen a datos que directamente se pueden utilizar en otros procesos en tiempo real y también en procesos fuera de línea relacionados con el análisis de vibraciones y la evaluación de daño y comportamiento futuro de una estructura después de haber sufrido un sismo.

Se presentaron también condiciones suficientes para garantizar el seguimiento asintótico de los estados del sistema. Entre estas condiciones, la que corresponde a la premisa 3 del Teorema 4 puede ser relajada si se usa un esquema de identificación con proyección de parámetros para garantizar que $\hat{\mu} > 0$.

Con respecto al diseño anterior, el diseño del observador que se presenta en este capítulo no exige suponer ninguna propiedad especial en los parámetros de la función de Lyapunov que garantiza su estabilidad. Más aún, se derivaron condiciones suficientes para garantizar la estabilidad y la convergencia de las señales estimadas exclusivamente a través de la matriz de ganancias del observador. Dichas condiciones se pueden satisfacer fácilmente mediante una selección apropiada de esta matriz la cual, entre otras cosas, debe cumplir con una desigualdad matricial que implica la existencia de una función de Lyapunov que asegura la estabilidad del observador.

No se requiere el cálculo de los parámetros de dicha función de Lyapunov, a diferencia de los observadores propuestos por Rajamani, R. y Hedrik, K. (1995), Cho, Y.M. y Rajamani, R. (1997) y Besançon, G. (2000) que, si bien no necesitan de transformaciones especiales, parten de la suposición de que existe una función de Lyapunov con ciertas propiedades y, además, Rajamani, R. y Hedrik, K. (1995), Cho, Y.M. y Rajamani, R. (1997) precisan del cálculo explícito de parámetros involucrados en dicha función para

garantizar la estabilidad del esquema propuesto, tarea para la que no han propuesto una metodología de solución.

Se ha mostrado, pues, que la selección de la matriz de ganancias del observador juega un papel importante en la estabilidad del esquema propuesto aquí. Si bien las condiciones asociadas a esta matriz conducen a la estabilidad del observador, las posibilidades para su elección son muchas y convendría estudiar el efecto de dicha elección en aspectos como la velocidad de convergencia de las señales estimadas. Lo mismo sucede para la matriz de covarianza de la ley de identificación de parámetros, cuya selección inicial influye también en la convergencia de los parámetros estimados.

También resultaría conveniente trabajar en la parametrización del observador que usa solamente mediciones de aceleración para lograr un esquema similar al del observador con medición de fuerza, el cual emplea una parametrización matricial y un vector de señales que hacen computacionalmente más eficiente el cálculo de la matriz de covarianza. En el primer caso, para un edificio de n grados de libertad se requiere del cálculo en tiempo real de una matriz de $4n + 1 \times 4n + 1$, que con una parametrización matricial se reduciría a una de $2n + 1 \times 2n + 1$.

Al igual que en el caso presentado en el capítulo anterior, como trabajo a futuro se puede pensar en la utilización de otros algoritmos de estimación de parámetros para mejorar el desempeño del observador.

Este observador adaptable puede resultar útil en problemas de control por retroalimentación de estados, como aquellos que proponen Jiménez, R. (2002), Álvarez, L. y Carrera, R. (2003), Álvarez, L. y Jiménez, R. (2003b) y Álvarez, L. y Jiménez, R. (2002a), y en la evaluación *a posteriori* del daño en estructuras cuando sólo se cuenta con las mediciones de aceleración de los pisos.

Capítulo 6

Conclusiones generales

En este trabajo se estudiaron dos problemas fundamentales relacionados con el control semiactivo de estructuras: el modelado matemático de amortiguadores magneto-reológicos y el diseño de esquemas para reconstruir señales no medidas, contemplando la incertidumbre paramétrica del sistema.

Con respecto al modelado de amortiguadores se desarrolló una descripción dinámica basada en el modelo de fricción de LuGre. El modelo propuesto ofrece varias ventajas con respecto a los modelos desarrollados por otros autores. Entre éstas se destacan su forma lineal en los parámetros, la mínima cantidad de éstos y su relativa sencillez analítica, ventajas que no se oponen a su capacidad de reproducir la respuesta del amortiguador bajo condiciones comunes de operación.

Con base en datos experimentales generados con un amortiguador magneto-reológico a escala se introdujeron algunas modificaciones al modelo original para obtener una mejor aproximación de la dinámica del amortiguador utilizado. De estos cambios se derivaron tres versiones del modelo, una de carácter general, útil para estudiar el comportamiento del amortiguador en diversas situaciones de operación; las otras dos, correspondientes a versiones simplificadas para amortiguadores que se encuentran instalados en una estructura.

Experimentalmente se verificó el desempeño de dicho modelo tanto en pruebas con el amortiguador aislado como en pruebas en una estructura a escala sujeta a excitación sísmica. Los resultados obtenidos confirmaron que el modelo propuesto reproduce la fuerza generada por el amortiguador con un error menor al 15% con respecto a la capacidad nominal del dispositivo, excepto a bajas velocidades, ya que el modelo propuesto no contempla fenómenos de adherencia en la transición de signo de la velocidad del vástago del amortiguador.

La predicción de la fuerza usando el modelo propuesto pudo mejorarse a menos del 4% de error con respecto a la capacidad nominal del amortiguador gracias a que la forma de dicho modelo permite el diseño de observadores en lazo cerrado para estimar su estado cuando se dispone de la medición en tiempo real de la fuerza. Esto último resulta útil en el diseño de esquemas de control que requieren tanto del estado del modelo como de la fuerza generada por el amortiguador.

Con respecto a la reconstrucción de señales no medidas se presentaron dos observadores adaptables para estimar los desplazamientos y las velocidades relativas a la base de una estructura de marco plano de varios grados de libertad, equipada con un amortiguador magneto-reológico. El primero de estos observadores utiliza las mediciones de la aceleración del terreno, la aceleración absoluta y la fuerza generada por un disipador de energía instalado entre el primer piso y el nivel de terreno. El segundo se basa solamente en la medición de las aceleraciones y aprovecha el modelo propuesto para el amortiguador magneto-reológico. Ambos esquemas no requieren del conocimiento exacto de los parámetros de la estructura ni de los parámetros del amortiguador pues son capaces de estimar simultáneamente los estados y los parámetros del sistema.

La principal contribución de los observadores adaptables presentados en esta tesis, en comparación con observadores desarrollados por otros autores, es que el procedimiento de diseño que aquí se propone no requiere de transformaciones especiales de los estados y tampoco se requiere que el sistema se pueda llevar a una forma canónica para poder realizar el diseño de los observadores. De esta manera se preserva la forma de los modelos tanto de la estructura como del amortiguador y, en consecuencia, estos observadores llevan a la estimación directa de parámetros y señales con una fuerte interpretación física. Los datos estimados a

través de estos esquemas pueden ser utilizados en otros procesos en tiempo real y en técnicas de análisis de vibraciones o evaluación de daño. También existen técnicas de control avanzadas, como el control basado en pasividad, que requieren de formulaciones basadas en la energía del sistema y que prestan especial atención a las variables físicas de los sistemas controlados.

Para ambos diseños se presentaron condiciones suficientes para garantizar la convergencia asintótica a cero de los errores de estimación y la estabilidad de los algoritmos de adaptación de parámetros en términos de la matriz de ganancias de la retroalimentación de los observadores.

El modelo de la estructura usado para diseñar el observador basado únicamente en mediciones de aceleración corresponde a un sistema no lineal para el cual la mayoría de las técnicas de diseño de observadores adaptables propuestas por otros autores no son aplicables, de ahí la utilidad y la originalidad del trabajo desarrollado en la presente investigación.

A diferencia del observador que utiliza también la medición de la fuerza y de observadores propuestos por otros autores, el diseño del observador basado únicamente en mediciones de aceleración no requiere suponer ninguna propiedad especial en los parámetros de la función de Lyapunov que garantiza su estabilidad. Más aún, se derivaron condiciones suficientes para asegurar la estabilidad y la convergencia de las señales estimadas exclusivamente a través de la matriz de ganancias del observador. Dichas condiciones se pueden satisfacer fácilmente mediante una selección apropiada de esta matriz. Entre otras cosas, ésta debe cumplir con una desigualdad matricial que implica la existencia de una función de Lyapunov que garantiza la estabilidad del observador. Su implantación no requiere del cálculo explícito de los parámetros de dicha función, a diferencia de algunos observadores adaptables propuestos en otros trabajos.

Todos los resultados teóricos fueron puestos a prueba en experimentos en una estructura metálica a escala excitada con sismos de gran intensidad. Las comparaciones entre la respuesta experimental de la estructura y la que se obtiene con el modelo matemático que utiliza los parámetros constantes, estimados mediante un algoritmo de mínimos cuadrados simple con mediciones de desplazamiento y velocidad, muestran que los parámetros obtenidos con dicho esquema de identificación representan adecuadamente la dinámica de este sistema en un rango aceptable de las excitaciones seleccionadas. El cálculo de las frecuencias naturales a través de dichos parámetros muestra un error promedio del 6.64 % con relación a los valores experimentales obtenidos con un análisis espectral. Estos resultados motivaron el uso de este algoritmo de identificación como base para el desarrollo de los observadores propuestos en este trabajo.

Una propiedad importante de los observadores concebidos en esta tesis es que no requieren del conocimiento exacto de ninguno de los parámetros del sistema. La hipótesis de partida fue que absolutamente todos los parámetros, tanto de la estructura como del amortiguador, eran desconocidos. Las evaluaciones experimentales mostraron que los estados estimados se aproximan razonablemente bien a las señales medidas y que dicho algoritmo de identificación es capaz de ajustar en tiempo real los parámetros de la estructura, disminuyendo el error entre los valores de referencia y las estimaciones iniciales usadas en los observadores. Dicha disminución se pudo observar de manera indirecta a través del cálculo de las frecuencias naturales. En especial, el error en la estimación de la frecuencia fundamental pasó de un error inicial de 13.3 % a un error final de 1.3 % con respecto al valor de referencia.

Otra ventaja que se ofrece en este trabajo es que los observadores propuestos evitan la deriva de las señales estimadas (desplazamientos y velocidades) que normalmente se presenta a través de la integración numérica de las señales de aceleración, dado que no se conocen en forma exacta las condiciones iniciales en una situación real de excitación sísmica.

Ahora bien, los resultados obtenidos gracias a este estudio apuntan hacia nuevas direcciones de investigación.

Una extensión posible sería buscar la integración de los esquemas adaptables propuestos a alguna estrategia de control por retroalimentación de desplazamiento y velocidad. Por ejemplo, controladores basados en la teoría de Lyapunov, que necesitan los parámetros de la estructura, los estado del amortiguador y los desplazamientos y velocidades de los pisos; o controladores basados en la técnica de pasividad que también requieren de los desplazamientos y las velocidades de los pisos.

Otra posible extensión de este trabajo podría ser la investigación del uso de algoritmos de identificación de parámetros más sofisticados. Una opción es la incorporación de factores de olvido para que la actualización de los parámetros no sea interrumpida. Otra opción es el uso de otros algoritmos como gradiente o mínimos cuadrados con reinicio de la matriz de covarianza. Este último algoritmo evitaría que

la matriz de covarianza se volviera arbitrariamente pequeña, y por consiguiente, evitaría que el algoritmo de identificación disminuyera su efectividad prematuramente.

Sería interesante establecer alguna metodología que permitiera el diseño de las matrices de ganancias de los observadores en función de algún parámetro de desempeño, por ejemplo la velocidad de convergencia de los parámetros y estados estimados y no sólo considerar el aspecto de estabilidad. Para esto podría recurrirse a un enfoque basado en la energía del sistema que permita tener una interpretación física de los parámetros de los observadores y que dé la pauta para una selección adecuada.

Desde luego, otra posibilidad es también el ensayo de estos observadores usando prototipos de mayor escala, por ejemplo a través de técnicas pseudodinámicas de experimentación o en estructuras reales que cuenten con la instrumentación adecuada.

También podría abordarse la extensión de los algoritmos presentados a modelos estructurales en tres dimensiones, quizás con más de un disipador de energía, y modelos que consideren la interacción de la estructura con el suelo y la acción del viento.

Por último, una línea más de exploración sería definir en forma general la clase de sistemas no lineales a la cual se puede aplicar el esquema propuesto y tratar de extender los resultados presentados aquí a otros sistemas físicos que requieran la estimación de posiciones y velocidades a través de la medición de aceleración, o señales análogas a éstas.

Referencias

- Aldemir, U. (2003). Optimal control of structures with semiactive-tuned mass dampers. *Journal of Sound and Vibration* **126**(4), 847–874.
- Álvarez, L. y Carrera, R. (2003). Frequency shaped semi-active control of civil structures. En: *Proceedings of the American Control Conference, Denver Colorado*. pp. 1422–1427.
- Álvarez, L. y Jiménez, R. (2002a). Control semiactivo de estructuras con amortiguadores magneto-reológicos. En: *Memorias del Congreso Latinoamericano de Control Automático CLCA2002, Guadalajara, Jalisco, México*.
- Álvarez, L. y Jiménez, R. (2002b). Identificación en tiempo real de estructuras con amortiguadores magneto-reológicos. En: *Memorias del Congreso Latinoamericano de Control Automático CLCA2002, Guadalajara, Jalisco, México*.
- Álvarez, L. y Jiménez, R. (2002c). Real-time identification of magneto-rheological dampers. En: *Proceedings of the 15th Triennial IFAC World Congress, Barcelona España*. Vol. L.
- Álvarez, L. y Jiménez, R. (2003a). Observador adaptable para el control semiactivo de estructuras civiles. En: *Memorias del Congreso Nacional de la Asociación de México de Control Automático, Ensenada, Baja California, México*. pp. 360–365.
- Álvarez, L. y Jiménez, R. (2003b). Semi-active control of civil structures using magnetorheological dampers. En: *Proceedings of the American Control Conference, Denver Colorado*. pp. 1428–1433.
- Ángeles, J.M. y Álvarez, L. (2005). 3D identification of buildings seismically excited. En: *Proceedings of the 2005 IFAC World Congress, Prague, Czech Republic*.
- Arfiadi, U. y Hadi, M.N.S. (2001). Optimal direct (static) output feedback controller using real coded genetic algorithms. *Computers and Structures* **79**(17), 1625–1634.
- Armstrong-Hélouvy, B. (1991). *Control of machines with friction*. Kluwer Academic Publishers. USA.
- Baena, M. (2005). Respuesta sísmica de un modelo estructural controlado con amortiguadores magneto-reológicos. Tesis de maestría. Programa de Maestría y Doctorado en Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México.
- Bastin, G. y Gevers, M.R. (1988). Stable adaptive observers for nonlinear time-varying systems. *IEEE Transactions on Automatic Control* **33**(7), 650–658.
- Besançon, G. (2000). Remarks on nonlinear adaptive observer design. *Systems & Control Letters* **41**(4), 271–280.
- Bossis, G., Khuzir, P. and Lacis, S. y Volkova, O. (2003). Yield behavior of magnetorheological suspensions. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials* **258–259**, pp. 456–458.
- Bossis, G., Lacis, S., Meunier, A. y Volkova O. (2002). Magnetorheological fluids. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials* **252**, pp. 224–228.

- Butz, T. y von Stryk, O. (1999). Modelling and simulation of rheological fluid devices. Reporte Técnico SFB-438-9911(99). Sonderforschungsbereich 438. Technische Universität München, D-80290 München, Germany.
- Canudas de Wit, C., Olsson, H., Åstrom, K. J. y Lischinsky, P. (1995). A new model for control of systems with friction. *IEEE Transactions on Automatic Control* **40**(3), pp. 419–425.
- Canudas de Wit, C. y Lischinsky, P. (1997). Adaptive friction compensation with partially known dynamic friction model. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing* **11**, 65–80.
- Carlson, J.D., Catanzarite, D.M. y St. Clair, K.A. (1996). Commercial magneto-rheological fluid devices. *International Journal of Modern Physics* **10**(23,24), 2857–2865.
- Carlson, J.D., Matthis, W. y Toscano, J.R. (2001). Smart prosthetics based on magnetorheological fluids. En: *Proceedings of the 8th Annual Symposium on Smart Structures and Materials, Newport Beach, CA, USA*.
- Carroll, R.L. y Lindorff, D.P. (1973). An adaptive observer for single-input single-output linear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control* **18**(5), 428–434.
- Chase, J.G., Barroso, L.R. y Hunt, S. (2003). Quadratic jerk regulation and the seismic control of civil structures. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics* **1**(32), 2047–2062.
- Chase, J.G., Barroso, L.R. y Hunt, S. (2004). The impact of total acceleration control for semi-active earthquake hazard mitigation. *Engineering Structures* **26**(2), 201–209.
- Chen, C.T. (1984). *Linear System Theory and Design*. Holt, Rinehart and Winston. USA.
- Cho, Y.M. y Rajamani, R. (1997). A systematic approach to adaptive observer synthesis for nonlinear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control* **42**(4), 534–537.
- Choi, S.B., Lee, S.K., Rakheja, S. y Sun, C.Y. (2001). A hysteresis model for the field-dependent damping force of a magnetorheological damper. *Journal of Sound and Vibration* **2**(245), 375–383.
- Chopra, A.K. (1995). *Dynamics of Structures: Theory and Applications to Earthquake Engineering*. Prentice-Hall. Upper Saddle River, NJ, USA.
- Chrzan, M.J. y Carlson, J.D. (2001). MR fluid sponge devices and their use in vibration control of washing machines. En: *Proceedings of the 8th Annual Symposium on Smart Structures and Materials, Newport Beach, CA, USA*.
- Cornejo, C. (2004). Control basado en pasividad de un edificio. Tesis de maestría. Programa de Maestría y Doctorado en Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México.
- Dahl, P.P. (1968). A solid friction model. Reporte Técnico TOR-158(3107-18). The Aerospace Corporation. El Segundo, CA, USA.
- Dyke, S.J., Spencer, B.F., Quast, P., Sain, M.K., Kaspari Jr, D.C. y Soong, T.T. (1996a). Acceleration feedback control for MDOF structures. *ASCE Journal of Engineering Mechanics* **122**(9), pp. 907–918.
- Dyke, S.J., Spencer, B.F., Sain, M.K. y Carlson, J.D. (1996b). Modelling and control of magnetorheological dampers for seismic response reduction. *Smart Materials and Structures* **5**(5), pp. 565–575.
- Dyke, S.J., Spencer, B.F., Sain, M.K. y Carlson, J.D. (1996c). Seismic response reduction using magnetorheological dampers. En: *Proceedings of the 1996 IFAC World Congress, San Francisco*. Vol. L. pp. 145–150.
- El Ghaoui, L., Nikoukhaha, R. y Delebecque, F. (1995). LMITOOL: a package for lmi optimization. En: *Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control, New Orleans, USA*.
- Erkus, B., Abé, M. y Fujino, Y. (2002). Investigation of semi-active control for seismic protection of elevated highway bridges. *Engineering Structures* **1**(24), 281–293.

- Horn, R.A. y Johnson, C.R. (1993). *Matrix Analysis*. Cambridge University Press. USA.
- Ioannou, P.A. y Sun, J. (1996). *Robust Adaptive Control*. Prentice-Hall. Upper Saddle River, NJ, USA.
- Janocha, H. (2001). Application potential of magnetic field driven new actuators. *Journal of Sensors and Actuators A: Physical* **91**(1-2), 126–132.
- Jansen, L.M. y Dyke, S.J. (2000). Semi-active control strategies for MR dampers: A comparative study. *ASCE Journal of Engineering Mechanics* **126**(8), 795–803.
- Jiménez, R. (2002). Control semiactivo de estructuras civiles utilizando amortiguadores magneto-reológicos. Tesis de maestría. Programa de Maestría y Doctorado en Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México.
- Jiménez, R. y Alvarez, L. (2004). Observador adaptable para edificios basado en mediciones de fuerza y aceleración. En: *Memorias del Congreso Anual de la Asociación de México de Control Automático, Ciudad de México*. pp. 318–323.
- Jiménez, R. y Alvarez, L. (2006). A state observer for a building with a magneto-rheological damper and parameter uncertainty. En: *Proceedings of the American Control Conference, Minneapolis, MN., USA*.
- Jiménez, R. y Álvarez, L. (2002). Real-time identification of structures with magnetorheological dampers. En: *Proceedings of the 41st IEEE Conference on Decision and Control, Las Vegas, Nevada, USA*.
- Jiménez, R. y Álvarez, L. (2003). Identificación en tiempo real de amortiguadores magneto-reológicos. *Ingeniería. Investigación y Tecnología* **IV**(2), 109–118.
- Jiménez, R. y Álvarez, L. (2004). Civil structures semi-active control with limited measurements. En: *Proceedings of the American Control Conference, Boston, MA, USA*.
- Jiménez, R. y Álvarez, L. (2005). LuGre friction model for a magnetorheological damper. *Structural Control and Health Monitoring* **12**(1), 91–116.
- Jolly, M.R., Bender, J.W. y Carlson, J.D. (1999). Properties and applications of commercial magnetorheological fluids. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures* **10**(1), 5–13.
- Kim, B. y Roschke, P.N. (1999). Linearization of magnetorheological behavior using a neural network. En: *Proceedings of the American Control Conference, San Diego, California*. pp. 4501–4505.
- Kreisselmeier, G. (1977). Adaptive observers with exponential rate of convergence. *IEEE Transactions on Automatic Control* **22**(1), 28–847.
- Lüders, G. y Narendra, K. (1973). An adaptive observer and identifier for a linear system. *IEEE Transactions on Automatic Control* **18**(5), 496–499.
- Lüders, G. y Narendra, K.S. (1974a). A new canonical form for an adaptive observer. *IEEE Transactions on Automatic Control* **19**(6), 117–119.
- Lüders, G. y Narendra, K.S. (1974b). Stable adaptive schemes for state estimation and identification of linear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control* **19**(6), 841–847.
- Lord Corporation (2002a). Magneto-rheological Damper RD-1005-3 Product bulletin. Lord Corporation, Materials Division, Customer Service Department, USA.
- Lord Corporation (2002b). MR 180 KN Damper Preliminary product bulletin. Lord Corporation, Materials Division, Customer Service Department, USA.
- Lord Corporation (2002c). Wonder Box Device Controller RD-3002-1 Product bulletin. Lord Corporation, Materials Division, Customer Service Department, USA.

- Lus, H., Betti, R. y Longman, R.W. (1999). Identification of linear structural systems using earthquake-induced vibration data. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics* **28**(11), 1449–1467.
- Lyan-Ywan, L. (2004). Semi-active modal control for seismic structures with variable friction dampers. *Engineering Structures* **1**(26), 437–454.
- Marino, R. (1990). Adaptive observers for single output nonlinear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control* **35**(9), 1054–1058.
- Marino, R. y Tomei, P. (1992). Global adaptive observers for nonlinear systems via filtered transformations. *IEEE Transactions on Automatic Control* **37**(8), 1239–1245.
- Marino, R. y Tomei, P. (1995a). Adaptive observers with arbitrary exponential rate of convergence for nonlinear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control* **40**(7), 1300–1304.
- Marino, R. y Tomei, P. (1995b). *Nonlinear Control Design: Geometric, Adaptive and Robust*. Prentice Hall Europe. Great Britain.
- McManus, S.J. y St. Clair, K.A. (2002). Evaluation of vibration and shock attenuation performance of a suspension seat with a semi-active magnetorheological fluid damper. *Journal of Sound and Vibration* **253**(1), 313–327.
- Nagarajaiah, S., Sahasrabudhe, S. y Iyer, R. (2000). Seismic response of sliding isolated bridges with MR dampers. En: *Proceedings of the American Control Conference, Chicago, Illinois*. pp. 4437–4441.
- Nagarajaiah, S. y Zhiling, L. (2004). Time segmented least squares identification of base isolated buildings. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering* **24**(8), 577–586.
- Narendra, K.S. y Annaswamy, A.M. (1989). *Stable Adaptive Systems*. Prentice-Hall. Englewood Cliffs, NJ, USA.
- Ni, Y.Q., Chen, Y., Ko, J.M. y Cao, D.Q. (2002). Neuro-control of cable vibration using semi-active magnetorheological dampers. *Engineering Structures* **24**(3), 295–307.
- Rajamani, R. y Hedrik, K. (1995). Adaptive observers for active automotive suspensions: Theory and experiment. *IEEE Transactions on Control Systems Technology* **3**(1), 86–93.
- Ribakov, Y. y Gluck, J. (2002). Selective controlled base isolation system with magnetorheological dampers. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics* **1**(31), 1301–1324.
- Skinner, R.I., Robinson, W.H. y McVerry, G.H. (1993). *An Introduction to Seismic Isolation*. John Wiley & Sons. West Sussex, Great Britain.
- Soong, T.T. y Dargush, G.F. (1997). *Passive Energy Dissipation Systems in Structural Engineering*. John Wiley & Sons. Great Britain.
- Spencer, B.F., Carlson, J.D., Sain, M.K. y Yang, G. (1997). On the current status of magnetorheological dampers: Seismic protection of full-scale structures. En: *Proceedings of the American Control Conference*. pp. 458–462.
- Spencer, B.F., Dyke, S.J., Sain, M.K. y Carlson, J.D. (1996). Phenomenological model of a magnetorheological damper. *ASCE Journal of Engineering Mechanics* **123**(3), pp. 230–238.
- Spencer, B.F. y Sain, M.K. (1997). Controlling buildings: a new frontier in feedback. *IEEE Control Systems Magazine* **17**(6), pp. 19–35. Special issue on emerging technologies.
- Symans, M.D. y Constantinou, M.C. (1999). Semi-active control systems for seismic protection of structures: a state-of-the-art review. *Engineering Structures* **21**(6), 469–487.
- Tao, G. (2003). *Adaptive Control Design and Analysis*. John Wiley & Sons. USA.

- Vékás, L., Raşa, M. y Bica, D. (2000). Physical properties of magnetic fluids and nanoparticles from magnetic and magneto-rheological measurements. *Journal of Colloid and Interface Science* **231**(2), 247–254.
- Yamada, K. y Kobori, T. (2001). Fundamental dynamics and control strategies for aseismic structural control. *International Journal of Solids and Structures* **38**(34-35), 6079–6121.
- Yang, G., Spencer Jr., B.F., Carlson, J.D. y Sain, M.K. (2002). Large-scale MR fluid dampers: modeling and dynamic performance considerations. *Journal of Engineering Structures* **1**(24), 309–323.
- Yao, G.Z., Yap, F.F., Chen, G., Li, W.H. y Yeo, S.H. (2002). MR damper and its application for semi-active control of vehicle suspension system. *Journal of Mechatronics* **12**(7), 963–973.
- Zhang, Q. (2001). A new approach to adaptive observer design for MIMO systems. En: *Proceedings of the American Control Conference, Arlington, VA*. pp. 1545–1550.
- Zhang, Q. (2002). Adaptive observer for multiple-input-multiple-output (MIMO) linear time-varying systems. *IEEE Transactions on Automatic Control* **47**(3), 525–529.
- Zhang, Q. (2005). Revisiting different adaptive observers through a unified formulation. En: *44th IEEE Conference on Decision and Control, and the European Control Conference*. pp. 3067–3072.
- Zhang, Q. y Xu, A. (2001). Global adaptive observer for a class of nonlinear systems. Reporte Técnico 4246. Institut National de Recherche en Informatique et en Automatique. Technische Universität München, D-80290 München, Germany.

Apéndice A

Observabilidad de la pareja (A, D)

Teorema 5 *Considere el sistema dinámico Σ_ζ dado por (4.1) y (4.2). Si la matriz A no tienen polos sobre el eje imaginario, entonces el par (A, D) es observable.*

Demostración: El par (A, D) es observable si y sólo si para todo valor propio $\lambda_A \in \mathbf{C}$ de A , la matriz

$$O_{AD} = \begin{bmatrix} \lambda \mathbb{I}_{2n \times 2n} - A \\ D \end{bmatrix}$$

tiene rango $2n$ (Chen, C.T., 1984).

Usando la definición de A dada en (4.3) y la estructura supuesta de las matrices \mathbb{M} , \mathbb{K} y \mathbb{C} , expresada en (1.4), (1.5) y (1.6), la matriz compleja O_{AD} de $3n \times 2n$ toma la siguiente forma

$$O_{AD} = \begin{bmatrix} \lambda \mathbb{I}_{n \times n} & -\mathbb{I}_{n \times n} \\ \mathbb{M}^{-1} \mathbb{K} & \lambda \mathbb{I}_{n \times n} + \mathbb{M}^{-1} \mathbb{C} \\ -\mathbb{M}^{-1} \mathbb{K} & -\mathbb{M}^{-1} \mathbb{C} \end{bmatrix} \quad (\text{A.1})$$

Entonces, para que O_{AD} tenga rango $2n$ se requiere que las columnas de (A.1), denotadas por s_1, s_2, \dots, s_{2n} , sean linealmente independientes. Por contradicción, suponiendo que existen escalares $\epsilon_1, \epsilon_2, \dots, \epsilon_{2n} \in \mathbf{C}$ no todos iguales a cero para alguno de los valores propios de A , denotado por λ_A , tales que

$$\epsilon_1 s_1 + \epsilon_2 s_2 + \dots + \epsilon_{2n} s_{2n} = \mathbb{O}_{3n} \quad (\text{A.2})$$

se tendría que $\text{ran}(O_{AD}) < 2n$. De esta forma, la combinación lineal expresada en (A.2) conduce a las siguientes identidades, originadas en los primeros n renglones

$$\begin{aligned} \epsilon_1 \lambda_A &= \epsilon_{n+1} \\ \epsilon_2 \lambda_A &= \epsilon_{n+2} \\ &\vdots \\ \epsilon_n \lambda_A &= \epsilon_{2n} \end{aligned}$$

con lo que el sistema de $3n$ ecuaciones lineales implícito en (A.2) se reduce a uno de $2n$ incógnitas con $2n$ ecuaciones. Considérese ahora las ecuaciones correspondientes a los renglones $n+1$ y $2n+1$

$$\epsilon_1 \left[\frac{k_1 + k_2}{m_1} + \lambda_A \left(\lambda_A + \frac{c_1 + c_2}{m_1} \right) \right] - \epsilon_2 \left(\frac{k_2}{m_1} + \lambda_A \frac{c_2}{m_1} \right) = 0 \quad (\text{A.3})$$

$$-\epsilon_1 \left(\frac{k_1 + k_2}{m_1} + \lambda_A \frac{c_1 + c_2}{m_1} \right) + \epsilon_2 \left(\frac{k_2}{m_1} + \lambda_A \frac{c_2}{m_1} \right) = 0 \quad (\text{A.4})$$

las cuales, gracias a la estructura tridiagonal por bloques de O_{AD} , constituyen un sistema de ecuaciones lineal y homogéneo de 2×2 cuya solución no trivial existe si y sólo si el espacio nulo de la matriz de coeficientes de dicho sistema contiene algún vector diferente de cero. Esto se puede verificar si el determinante de dicha matriz es nulo, es decir

$$\lambda_A^2 \left(\frac{k_2}{m_1} + \lambda_A \frac{c_2}{m_1} \right) = 0$$

para lo cual se requiere que

$$\lambda_A = -\frac{k_2}{c_2} \neq 0 \quad (\text{A.5})$$

ya que, por hipótesis, $\lambda_A = 0$ no es un valor propio de A .

Considerando ahora las ecuaciones correspondientes a los renglones $n+2$ y $2n+2$

$$-\epsilon_1 \left(\frac{k_2}{m_2} + \lambda_A \frac{c_2}{m_2} \right) + \epsilon_2 \left[\frac{k_2 + k_3}{m_2} + \lambda_A \left(\lambda_A + \frac{c_2 + c_3}{m_2} \right) \right] - \epsilon_3 \left(\frac{k_3}{m_2} + \lambda_A \frac{c_3}{m_2} \right) = 0 \quad (\text{A.6})$$

$$\epsilon_1 \left(\frac{k_2}{m_2} + \lambda_A \frac{c_2}{m_2} \right) - \epsilon_2 \left[\frac{k_2 + k_3}{m_2} + \lambda_A \frac{c_2 + c_3}{m_2} \right] + \epsilon_3 \left(\frac{k_3}{m_2} + \lambda_A \frac{c_3}{m_2} \right) = 0 \quad (\text{A.7})$$

y suponiendo que $\epsilon_1 \neq 0$, $\epsilon_2 \neq 0$ y que se satisface (A.5), se puede entonces formar un sistema de ecuaciones homogéneo en ϵ_2 y ϵ_3 , similar al dado en (A.3) y (A.4). De igual forma, para que exista una solución no trivial para ϵ_2 y ϵ_3 se requiere que el espacio nulo de la matriz de coeficientes de este nuevo sistema contenga algún vector distinto de cero. Verificando nuevamente la condición del determinante se concluye que la única forma en que exista $\epsilon_3 \neq 0$ es que $k_3 = \frac{c_3}{c_2} k_2$. Sin embargo, sustituyendo este resultado en (A.6) se llega a

que $\epsilon_2 \left(\frac{k_2}{c_2} \right)^2 = 0$, que implica $\epsilon_2 = 0$. Entonces, para satisfacer (A.3) y (A.4) simultáneamente con $\epsilon_1 \neq 0$ se requiere satisfacer al mismo tiempo

$$\frac{k_1 + k_2}{m_1} + \lambda_A \left(\lambda_A + \frac{c_1 + c_2}{m_1} \right) = 0 \quad (\text{A.8})$$

$$-\frac{k_1 + k_2}{m_1} - \lambda_A \frac{c_1 + c_2}{m_1} = 0 \quad (\text{A.9})$$

con $\lambda_A = -\frac{k_2}{c_2} \neq 0$. Para satisfacer (A.9) se necesita que $k_2 = \frac{c_2}{c_1} k_1$. Sustituyendo este resultado en (A.8) se tiene

$$\frac{\left(\frac{c_1}{c_2} + 1 \right) k_2}{m_1} - \frac{k_2}{c_2} \left(-\frac{k_2}{c_2} + \frac{c_1 + c_2}{m_1} \right) = \left(\frac{k_2}{c_2} \right)^2 \neq 0$$

dado que m_j , k_j y c_j son números reales estrictamente positivos para $j = 1, 2, \dots, n$. Esto a su vez implica que $\epsilon_1 = 0$. Tomando las ecuaciones de los renglones restantes se sigue que $\epsilon_3 = \epsilon_4 = \dots = \epsilon_{2n} = 0$. Por lo tanto, $\text{ran}(O_{AD}) = 2n$ para todo valor propio de A y en consecuencia, (A, D) es observable. ■

Apéndice B

Equipo usado en la experimentación

B.1. Equipo usado en la caracterización del RD-1005-3

Para llevar a cabo la verificación experimental del modelo mLG se utilizó un Sistema de Prueba de Materiales (MTS) modelo 810, ubicado en el Laboratorio de Estructuras del Instituto de Ingeniería de la Universidad Nacional Autónoma de México (Figuras B.1 y B.2). El RD-1005-3 se instaló en serie con el actuador del MTS para inducir diferentes desplazamientos en el vástago. Las señales de desplazamiento se adquirieron a través de un transformador diferencial variable lineal instalado en el actuador del MTS. La señal de fuerza del amortiguador se midió usando una celda de carga ELBOW con capacidad de 8.9 kN. La interfaz de acondicionamiento de señales del MTS sirvió para la adecuación de las señales y la comunicación hacia el sistema de registro y procesamiento de datos. El registro de datos en tiempo real se llevó a cabo en una computadora industrial Intel Celeron[®] equipada con una tarjeta de adquisición de datos PCI-MIO-16E4 de National Instruments. El módulo Real Time Windows Target[®], Simulink[®] y MATLAB[®] R13 sirvieron para el procesamiento de datos y la programación y ejecución de programas de identificación paramétrica. El tiempo de muestreo para todos los experimentos correspondientes a esta etapa fue de 1.0 ms. El desplazamiento del vástago del amortiguador fue regulado a través de una señal de referencia (x_r) generada en la computadora y transmitida hacia el MTS. La corriente de excitación del amortiguador fue proporcionada mediante el controlador RD-3002-1 Wonder Box[®] (WB) de Lord Corporation (Figura B.3). El WB requiere un voltaje de referencia externo que puede variar entre 0.0 y 5.0 V de corriente directa el cual fue suministrado a través de la tarjeta de adquisición de datos. La salida de corriente de este dispositivo está en el rango de 0.0 a 2.0 A y varía en forma proporcional al voltaje de entrada. La alimentación del WB requiere de una fuente de 12.0 V y 2.0 A de corriente directa ((Lord Corporation, 2002c)).

Experimentalmente se determinó que $i(v) = 0.42v - 0.18$ describe la relación entre la corriente que circula en las bobinas del émbolo i (A) (salida del WB) y el voltaje v (V) aplicado al RD-1003-5 (entrada del WB). Esta relación es válida para $v \in [0.43, 4.77]$ V ya que, debido a limitaciones en la fuente de poder del WB, no fue posible cubrir el rango completo de corriente de trabajo del amortiguador en cuestión. El rango de corriente manejado fue de 0.00 a 1.87 A.

Todas las señales fueron filtradas mediante

$$\frac{H_0 w_c^2}{s^2 + w_c/F_Q s + w_c^2} \quad (\text{B.1})$$

que constituye un filtro pasa bajas de segundo orden con frecuencia de corte w_c , ganancia H_0 y factor de calidad F_Q . La velocidad del vástago fue estimada a partir del filtro

$$\frac{H_0 w_c^2 s}{s^2 + w_c/F_Q s + w_c^2} \quad (\text{B.2})$$

Para la caracterización del amortiguador en general se usaron los valores $w_c = 195.0$ rad/s, $F_Q = 0.7072$ y $H_0 = 1.0$. La Figura B.4 muestra el diagrama de conexiones y flujo de señales entre los diferentes componentes del equipo de experimentación.



Figura B.1: Equipo usado en la caracterización del RD-1005-3.

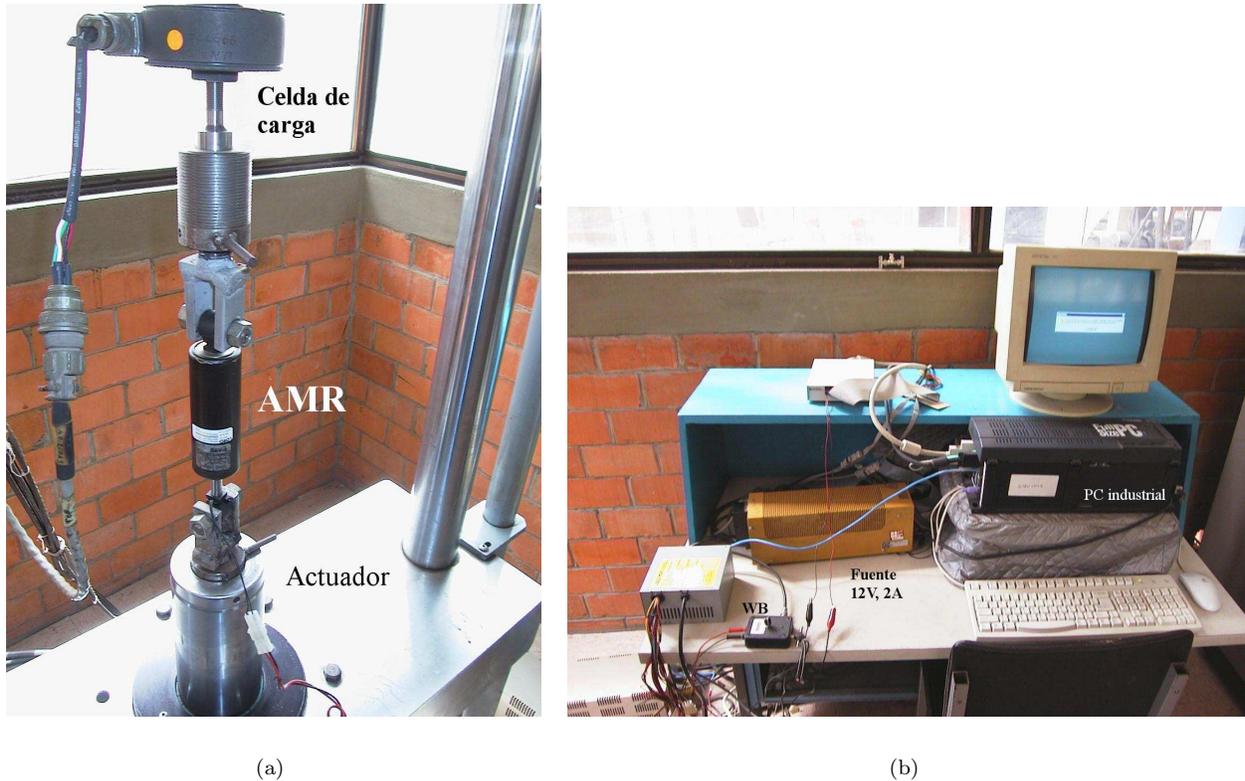


Figura B.2: (a) Amortiguador y celda de carga montados en el MTS. (b) Equipo de adquisición de datos.

B.2. Estructura de cinco grados de libertad

Para verificar experimentalmente el desempeño de los observadores adaptables propuestos se utilizó una estructura metálica a escala con cinco niveles, con una altura total de 1.5 m y un peso aproximado de 681.6 N. Si bien en cada uno de los niveles de esta estructura se pueden colocar placas de diferentes pesos para modificar la masa de cada uno de los pisos, se optó por utilizar placas de 16.5 kg en las pruebas mencionados en este trabajo. La Figura B.5 presenta una imagen de dicha estructura.

Entre la base y el primer nivel se colocaron soportes para instalar un RD-1005-3, como se aprecia en la Figura B.6. La medición de la fuerza desarrollada por amortiguador se tomó usando la celda de carga mencionada en el apartado previo, con la adición de una etapa de filtrado y otra de amplificación.

La instrumentación de la estructura consta de acelerómetros CFX modelo USQ con un rango de $\pm 20 \text{ m/s}^2$ (Figura B.7), ubicados en cada uno de los pisos de la estructura. La posición de cada piso con respecto a la base se midió usando transformadores diferenciales variables lineales TRANS-TEK modelo 0246 con un rango de trabajo de $\pm 76.2 \text{ mm}$, como el mostrado en la Figura B.8, colocados sobre un marco de referencia montado sobre la plataforma de la Mesa Vibradora. El marco de referencia fue construido de tal forma que el movimiento de la Mesa Vibradora lo influyera de manera mínima. El desplazamiento de la Mesa Vibradora se midió con el transformador diferencial mostrado en la Figura B.9. Para medir la aceleración de la excitación se usó un acelerómetro en la base de la estructura.

Gracias a la instrumentación descrita anteriormente en los experimentos que involucraron a la

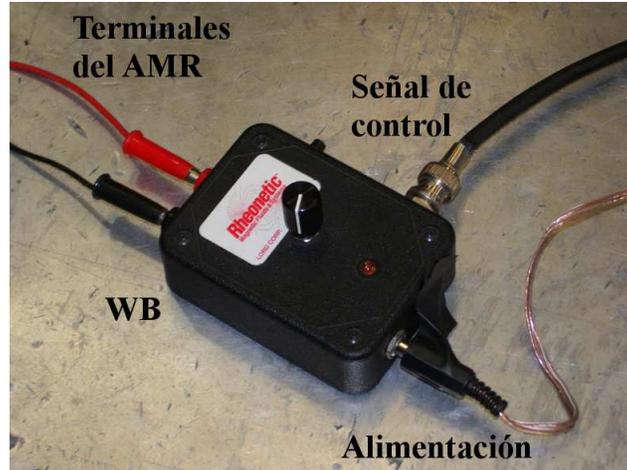


Figura B.3: Controlador RD-3002-1.

estructura a escala se contó con las mediciones de

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix}, \quad x_g, \quad \psi = \begin{bmatrix} \ddot{x}_1 + \ddot{x}_g \\ \ddot{x}_2 + \ddot{x}_g \\ \ddot{x}_3 + \ddot{x}_g \\ \ddot{x}_4 + \ddot{x}_g \\ \ddot{x}_5 + \ddot{x}_g \end{bmatrix}, \quad \ddot{x}_g, \quad f \quad (\text{B.3})$$

y con las componentes del vector de velocidades, \dot{x} , estimadas a través de filtros de segundo orden pasa bajas frecuencias como el de (B.2). Las demás señales también fueron filtradas con (B.1). Para esta etapa de la investigación se usó $w_c = 314.15$ rad/s y los valores de F_Q y H_0 mencionados en la sección previa.

Los algoritmos de control, identificación paramétrica y observación adaptable fueron implantados en una computadora Dell Dimension 2400 con un procesador Intel Pentium 4 a 2.7 GHz bajo Windows XP versión profesional. Esta computadora cuenta con dos tarjetas de adquisición de datos PCI-MIO-16E4 de National Instruments para tomar las lecturas de todos los sensores y para generar la señal de voltaje para el amortiguador. La programación de los algoritmos de control e identificación de parámetros se realizó usando Simulink[©] y el módulo de Real-Time Windows Target[©] de la versión R13 de MATLAB[©]. La implantación de los algoritmos de observación adaptable requirió de programas muy eficiente para su ejecución en tiempo real, debido a la complejidad de las ecuaciones y a los tiempos de muestreo requeridos por los algoritmos. El período de muestreo para el observador basado en mediciones de aceleración fue de 2.0 ms, mientras que para el observador que utiliza sólo las aceleraciones se usó un período de muestreo de 5.0 ms, dada su mayor complejidad y las limitaciones de la computadora utilizada. Se desarrollaron Funciones S en línea, programadas en lenguaje C y en lenguaje TLC de Real-Time Workshop para ejecutar las funciones básicas requeridas por los observadores tales como conversión de unidades, compensación de corrimientos, filtrado, construcción de vectores y matrices de señales, cálculo de señales de normalización, algoritmos de adaptación de parámetros, cálculo de las estimaciones de los estados y de las salidas, entre otras. El registro de datos se hizo con la interfaz de Real Time Windows Target. El procesamiento de datos fuera de línea se realizó usando las funciones estándar de MATLAB[©].

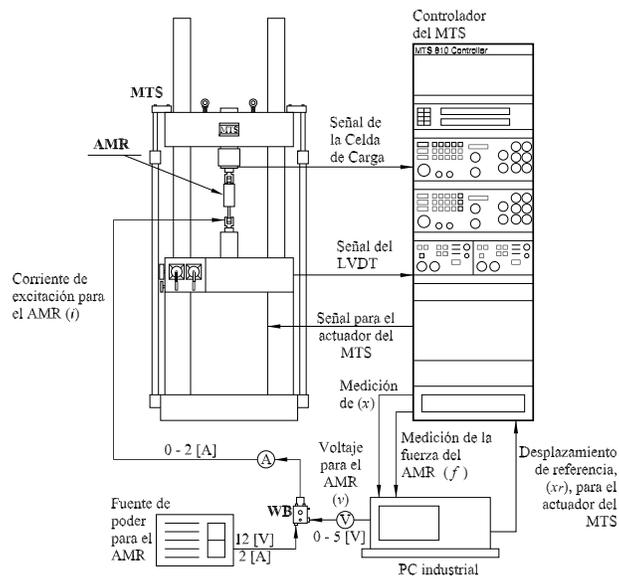


Figura B.4: Diagrama de conexiones para la caracterización experimental del RD-1005-3.



Figura B.5: Estructura metálica a escala.

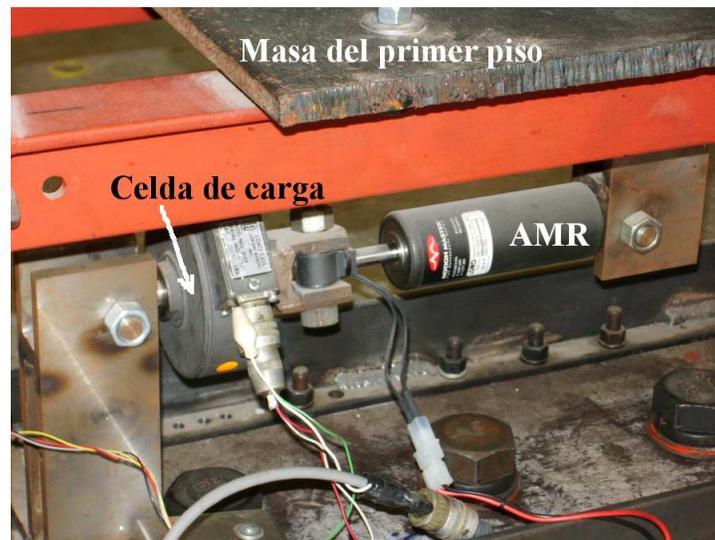


Figura B.6: Montaje del RD-1005-3 y la celda de carga en la estructura.



Figura B.7: Acelerómetro del cuarto piso.

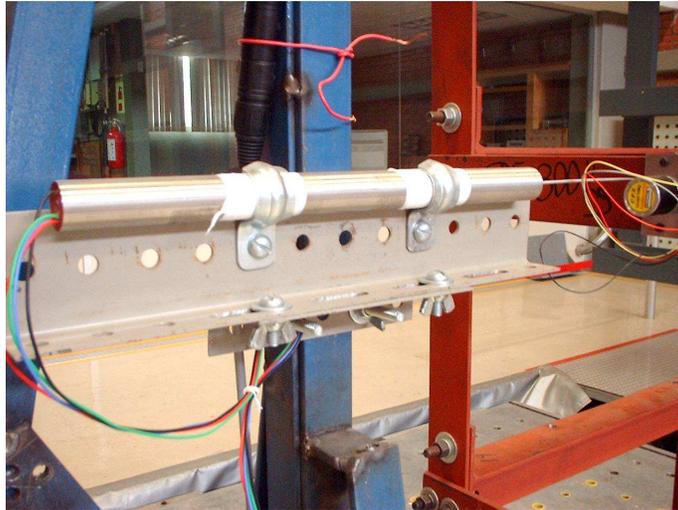


Figura B.8: Transformador diferencial lineal del tercer piso.

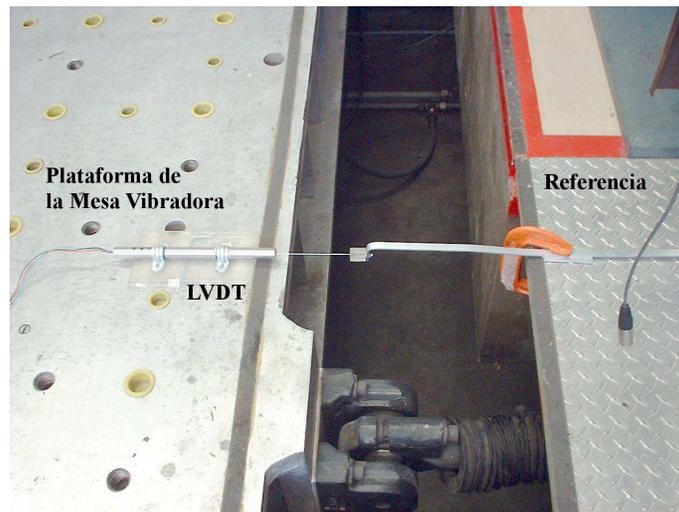


Figura B.9: LVDT para la medición del desplazamiento de la Mesa Vibradora.