UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
Facultad de Economía

La ley de Okun:
Un análisis prospectivo para México, 1970-2004

TESIS

Que para obtener el título de
licenciado en economía

Presenta:
Jesús Manuel García Ramos

Director: Dr. Eduardo Loría

México, D. F., 2006

Universidad Nacional Autónoma de México
UNAM
Biblioteca Central
Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Soy la voz del hombre que resuena en los cielos
Que reniega y maldice
Y pide cuentas de por qué y para qué

Soy todo el hombre
El hombre herido por quién sabe quién
Por una flecha perdida del caos
Humano terreno desmesurado
Sí desmesurado y lo proclamo sin miedo
Desmesurado porque no soy burgués ni raza fatigada
Soy bárbaro tal vez
Desmesurado enfermo
Bárbaro limpio de rutinas y caminos marcados
No acepto vuestras sillas de seguridades cómodas
Soy el ángel salvaje que cayó una mañana
En vuestras plantaciones de preceptos
Poeta
Antipoeta
Culto
Anticulto
Animal metafísico cargado de congojas
Animal espontáneo directo sangrando sus problemas
Solitario como una paradoja
Paradoja fatal
Flor de contradicciones bailando un fox-trot
Sobre el sepulcro de Dios
Sobre el bien y el mal
Soy un pecho que grita y un cerebro que sangra
Soy un temblor de tierra
Los sismógrafos señalan mi paso por el mundo

Vicente Huidobro
Altazor, Canto I, Fragmento

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN I

CAPÍTULO 1. LA LEY DE OKUN

1.1. Los objetivos seminales de Arthur M. Okun 1

1.1.1. El producto potencial 3

1.1.2. La tasa de desempleo 4

1.2. Los modelos econométricos de Okun 5

1.3. El coeficiente de Okun y el producto potencial 9

1.4. Una relectura de la ley de Okun 11

CAPÍTULO 2. ESTUDIOS SOBRE LA LEY DE OKUN

2.1. Estudios teóricos 15

2.2. Estudios empíricos 23

2.3. Estudios para México 28

CAPÍTULO 3. PRODUCTO Y DESEMPLEO EN MÉXICO, 1970-2004

3.1. Comportamiento del producto y el desempleo, 1970-2004 30

3.1.1. Fase de gran crecimiento, 1970-1981 34

3.1.2. Fase de estancamiento

o de lento crecimiento, 1982-2004 37

3.2. Análisis estadístico de las series

Producto y Tasa de desempleo 42

3.2.1. Pruebas de raíces unitarias 42

3.2.2. Análisis de causalidad en el sentido de Granger 43

CAPÍTULO 4. ESTIMACIÓN DE LA LEY DE OKUN PARA MÉXICO

4.1. Aspectos metodológicos para la obtención

del producto potencial y el coeficiente de Okun 48

4.1.1. Modelos estructurales de series de tiempo 49

4.1.1.1. Supuestos básicos 52

4.1.1.2. Aspectos teóricos 53

4.1.1.3. Los modelos estado-espacio 60
4.1.1.4. El filtro de Kalman 65
4.2. Estimación del producto potencial y la ley de Okun 70
4.2.1. El producto potencial 71
4.2.2. La ley de Okun 76
4.2.2.1. Método: *Primeras Diferencias* 77
4.2.2.2. Método: *Prueba de Brechas* 80
4.2.2.3. Método: *Ajuste de Tendencia y Elasticidad* 84
4.3. Análisis de resultados 87

CONCLUSIONES 90

ANEXO 94

BIBLIOGRAFÍA 100

INTRODUCCIÓN

La mayoría de los países en desarrollo enfrentan grandes dificultades para resolver el deterioro que el desempleo provoca sobre la capacidad de crecimiento económico. Estimaciones de la OIT (2006) indican que en 2005 había 191.8 millones de desempleados (3.17% más que en 2003), el nivel más alto conocido hasta la fecha; mientras que 30% de la fuerza de trabajo mundial se encuentran subempleados; es decir, trabajan tiempo parcial o su pago está por debajo del que corresponde a su calificación. Alrededor de 2.2 millones de personas engrosaron las filas del desempleo y la economía mundial sólo generó diez millones de empleos por cada 1% de crecimiento económico.

El comienzo de los años noventa registró un cambio de tendencia en el desarrollo económico reciente de América Latina. La transformación radical en el entorno económico internacional, con la aplicación de programas de alivio de la deuda y el reinicio de los movimientos de capital hacia la región, puso fin a las transferencias de recursos hacia el exterior que había caracterizado la mayor parte de la década precedente. Ello posibilitó la puesta en marcha de programas de estabilización que lograron controlar la inflación, impulsaron la recuperación modesta de la inversión y reactivaron, aunque a tasas moderadas, el crecimiento económico. Sin embargo, la tasa de desempleo se elevó durante el decenio de 1990, alcanzando en promedio 10% de la fuerza de trabajo, y en ciertos países sudamericanos este indicador se disparó. Así, después de la

década de la estabilización de la reanudación del crecimiento, el desempleo era mayor que en 1990, punto final del periodo que siguió a la crisis de la deuda de principios de los años ochenta. Hoy las tasas de desempleo en varios países latinoamericanos son similares o incluso mayores que las tasas de desempleo más altas entre los países de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (Ros, 2005).

La Oficina Internacional del Trabajo (OIT, 2006) en su informe sobre Tendencias mundiales del empleo, reporta que en el 2005 el mayor incremento en el desempleo se registró en América Latina y el Caribe, donde el número de desempleados aumentó en 1.3 millones aproximadamente y la tasa de desempleo se incrementó de 0.3 puntos porcentuales entre 2004 y 2005.

Al igual que otros países latinoamericanos, México enfrenta el grave problema del desempleo debido a la insuficiencia del sector formal para crear fuentes de trabajo. Esto se debe en esencia a la estructura y forma de funcionamiento de la economía; lo cual significa, entre otros aspectos, un bajo nivel educativo y la existencia de trabajadores no calificados, así como un alto ingreso de los jóvenes al mercado de trabajo provenientes de la inercia demográfica de las décadas pasadas (Ampudia, 2003).

A finales de los años sesenta en México ya se discutían las dificultades futuras que el país enfrentaría para poder ampliar su capacidad de generación de empleos (Ibarra, 1970). La preocupación radicaba en los dos grandes costos

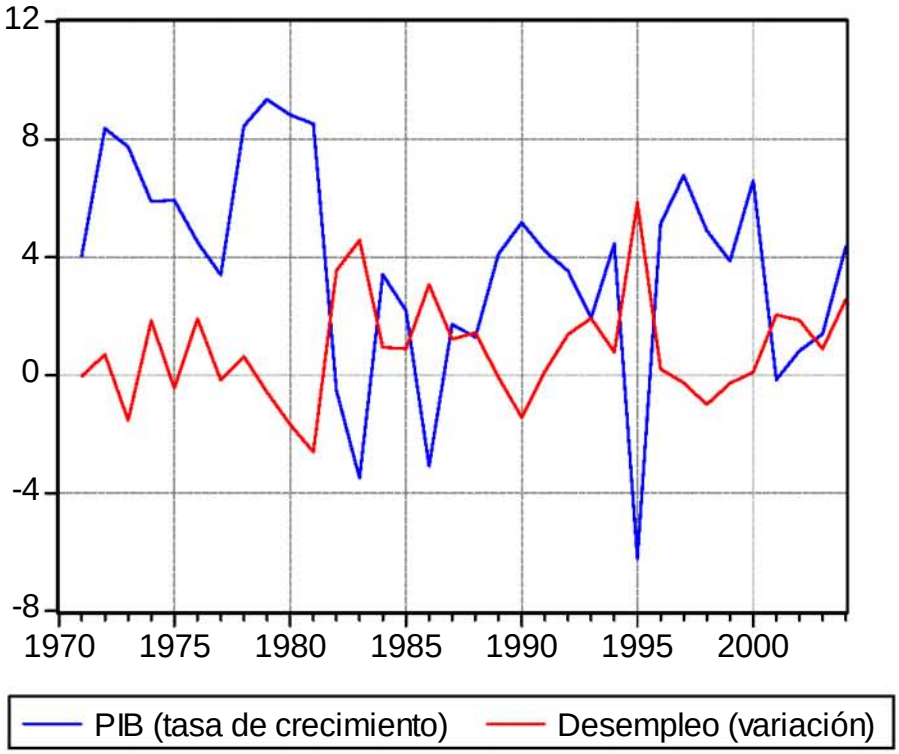
que produce el desempleo a mediano y largo plazos: 1) la producción perdida, y 2) las consecuencias negativas para la distribución del ingreso.

Desde entonces, el tema del desempleo se ha convertido en un punto fundamental en los objetivos del crecimiento. No resulta extraño que la relación entre producción y tasa de desempleo sea objeto de discusión actual, y que se cuestione en diversos trabajos de investigación la poca capacidad del sector formal de la economía para absorber a la creciente población que demanda fuentes de trabajo, así como la generación de mayor producto que respalde un crecimiento económico sostenido.

Si revisamos una serie larga del producto y de la tasa de desempleo, se puede observar, en un primer momento, la existencia de una relación inversa entre ambas variables (ver gráfica 1).

A partir de este primer acercamiento con los datos observados, se puede intuir que existe una correspondencia negativa entre el crecimiento del producto y la tasa de desempleo, y que sin duda, existe un sentido de causalidad entre las variables mencionadas.

Gráfica 1
México: PIB y Tasa de desempleo, 1970-2004



Fuente: Elaboración propia a partir de datos del INEGI y Loría (2005)

Entonces, es necesario plantear tres diferentes opciones: *a)* que el crecimiento económico influye en la tasa de desempleo; es decir, el crecimiento del producto disminuye la tasa de desempleo; *b)* que la tasa de desempleo incide sobre el crecimiento del producto, o mejor dicho, variaciones en la tasa de desempleo traerá como consecuencia variaciones en el producto; y *c)* que el sentido de causalidad es bidireccional.

Con base en un estudio estadístico realizado en 1962, Arthur Okun estableció una correlación empírica para la economía de Estados Unidos. La pregunta que se planteó, bajo la hipótesis de que el producto potencial será el

nivel de producción asociado a la tasa de desempleo que no acelera la inflación, fue: ¿cuánto tiene que crecer el PIB por encima del potencial para reducir el desempleo en un punto porcentual?

Según el mismo Okun, por cada punto porcentual de reducción de la tasa desempleo, el PIB real crecerá un 3.3 por ciento (Okun, 1962). De esta forma, el autor plantea una relación de causalidad entre los movimientos de la tasa de desempleo y el PIB real. A esta correspondencia estadística se le conoce como la ley de Okun y desde la administración del presidente Kennedy hasta nuestros días, ha jugado un papel trascendente en el análisis e implementación de política económica en los Estados Unidos; incluso James Tobin, Premio Nobel de Economía en 1981, calificó la Ley como "una de las regularidades empíricas más confiables de la macroeconomía" (Tobin, 1980).

Ahora bien, la ley de Okun menciona dos aspectos importantes: 1) La pérdida de producción que genera una elevada tasa de desempleo podrá cuantificarse al comparar el crecimiento observado del PIB con el del producto potencial, y 2) la reducción del desempleo no ocurrirá desde el primer incremento del producto, sino que, como primera condición, es necesario que la producción crezca en una medida mínima para que la tasa de desempleo comience a reducirse (*Ibid.*).

Este último punto resulta relevante: el crecimiento encuentra un detonante necesario en la productividad, en los procesos de innovación y desarrollo. Es aquí donde la ley de Okun se entremezcla con preceptos teóricos

de importancia que la robustecen medularmente; en este caso, con las leyes de Kaldor, las cuales se refieren a los efectos que genera la expansión del producto[1] en el conjunto de la economía.

Expuesta la importancia de la ley de Okun para la economía mexicana, el presente trabajo tiene como objetivo estimar, a partir de las tres metodologías propuestas por el autor, la ley de Okun para México, 1970-2004.

Para tales efectos se utilizarán algunas técnicas modernas de estimación: la metodología de los Modelos Estructurales de Series de Tiempo y del filtro de Kalman. Además, debido a que en su trabajo seminal Okun no esclarece la lectura correcta para su coeficiente, se evaluará el sentido de causalidad entre el producto y la tasa de desempleo. De esta forma, se pretende contribuir a evitar regresiones espurias y lecturas incorrectas de las hipótesis seminales del autor.

Como señala la teoría econométrica moderna, lo recomendable en este tipo de trabajos es contar con series estadísticas lo más largas como sea posible, porque ello permite mayores grados de libertad. En este caso, las respectivas estimaciones se harán a partir de datos anuales para el periodo 1970-2004, lo cual no representará una limitación debido a que se cuenta con suficientes observaciones.

Para el cumplimiento del objetivo planteado, el trabajo se abordará a partir de la siguiente estructura capitular:

---

[1] Principalmente el incremento del producto manufacturero.

En el capítulo 1 se destacarán los fundamentos metodológicos del artículo seminal de Okun, de tal forma que se pueda enriquecer y esclarecer los argumentos de autor.

En el capítulo 2 integraremos el análisis bibliográfico de los trabajos aplicados y teóricos que se han publicado sobre la ley de Okun. Se contrastarán los resultados reportados para varios países y para México, con el fin de tener el marco de referencia para abordar el caso de la economía mexicana. Esta revisión se hará a partir de la siguiente clasificación: a) Estudios teóricos; b) Estudios empíricos y; c) Estudios para México.

Con la finalidad de constituir un sólido marco de referencia y proporcionar los suficientes elementos cualitativos para entender la importancia del problema a partir del argumento de la ley de Okun, en el tercer capítulo se hará una revisión exhaustiva del comportamiento del producto y el desempleo.

En el capítulo 4 se desarrollarán las técnicas de estimación econométrica de cada una de las ecuaciones propuestas por Okun, así como los aspectos metodológicos para la obtención del producto potencial. Posteriormente, se aplicarán las pruebas de estabilidad a los coeficientes con el fin de analizar, contrastar y discutir los resultados para el caso de México.

Finalmente, en el último apartado se rescatarán las principales conclusiones obtenidas a lo largo del trabajo.

CAPÍTULO 1
LA LEY DE OKUN

Por su dimensión, la ley de Okun representa un concepto de suma importancia en macroeconomía. En su aspecto teórico esta regularidad empírica puede nutrirse con preceptos poskeynesianos y de la nueva escuela clásica. Desde el punto de vista empírico, es aprovechada en el pronóstico de la tasa de desempleo y producto potencial. Gracias a lo anterior, el coeficiente de Okun es un indicador estadístico fehaciente para la toma de decisiones en política económica.

El objetivo de los primeros apartados de este capítulo es destacar los fundamentos metodológicos que Okun estableció para el cálculo de su coeficiente. El apartado final pretende dilucidar algunos de los planteamientos y conclusiones que no quedan claros en trabajo seminal del autor, y que han sido blancos de diversas críticas a través de los años.

1.1. LOS OBJETIVOS SEMINALES DE ARTHUR M. OKUN

Publicado originalmente en 1962, durante la administración del presidente Kennedy, el trabajo de Okun "Potential GNP: Its Measurement and Significance" tenía como objetivo central responder el siguiente cuestionamiento: ¿cuánto puede producir la economía en condiciones de pleno empleo? En otras palabras, para Okun la medición del producto potencial

queda simplificada a una estimación que exprese en qué medida se ve deprimida la producción por un incremento en la tasa de desempleo.

El propósito de Okun al publicar esta relación fue enfatizar en el uso de políticas apropiadas para resolver el desempleo de su tiempo, además de hacer hincapié en los altos costos que éste genera. Okun señala que la distancia a que nos encontremos del objetivo de producción de pleno empleo constituirá una importante información para formular la política fiscal y monetaria; además, sugiere que:

La valoración de la producción potencial puede señalar los enormes costos sociales de los recursos ociosos. Si los programas para disminuir el desempleo de 5 ½ a 4 por ciento son presentados sólo como intentos de aumentar el "nivel" de la economía de 94 ½ a 96, pueden parecer poco redituables. Enfocarse en la brecha ayuda a recordar a los policy makers respecto a la gran recompensa asociada a ese mejoramiento. (Okun, 1962)

Sin embargo, su objetivo de pleno empleo debe entenderse como un esfuerzo por la máxima producción sin presión inflacionaria; o, con mayor precisión, como la consecución de un punto de equilibrio entre mayor producción y mayor estabilidad, con la adecuada consideración a la valoración social de ambos objetivos.

1.1.1. EL PRODUCTO POTENCIAL

Okun centró su atención en la cuantificación del producto potencial. Su argumento reside en que no existe medición más precisa para conocer los logros económicos de un país, especialmente cuando se analiza la brecha existente entre la producción observada y la producción potencial.[1] El principal resultado de este análisis: señalar los enormes costes sociales de los recursos ociosos.

Sobre lo anterior, Okun señala:

El fracaso en la utilización del potencial completo de un año puede influir al futuro del Producto Interno Bruto Potencial. En la medida en que las bajas tasas de utilización y consiguientes bajos beneficios y rentas personales mantengan baja la inversión en instalaciones, equipo, investigación, vivienda y educación, se retardará el crecimiento del Producto Interno Bruto Potencial. (Okun, 1962).

Es importante destacar que para Okun el producto potencial sólo podrá observarse cuando la tasa de desempleo sea del 4%, sujeta a variaciones estocásticas. En cualquier otro momento habrá una magnitud hipotética.[2] Así, la relación producto potencial-empleo va ligada directamente a la productividad agregada del trabajo.

Es decir, la medición ideal del producto potencial debería considerar las diversas influencias posibles de la tasa de desempleo, ya que esta variable

---

[1] La brecha constituye una importante información para formular las políticas fiscal y monetaria; de este modo, la cuantificación de la producción potencial ofrece una guía para la política de estabilización, ya que la valoración de la producción potencial señala los enormes costos sociales de los recursos ociosos.

[2] Okun (1962)

puede considerarse como una variable próxima a todas las formas en que se ve afectada la producción en presencia de recursos ociosos.

Okun enfatiza:

(...) cualquiera que sea la influencia de una negligente actividad económica sobre las horas medidas trabajadas, sobre la participación en la fuerza de trabajo, o sobre la productividad por hora-hombre, las magnitudes de todos esos efectos están ligadas a la tasa de desempleo. (Okun, 1962).

Además, Okun invita a cuestionar si los choques estocásticos que se presentan al estimar el producto potencial se deben a: 1) pautas irregulares o cíclicas en el crecimiento de la capacidad productiva, o 2) a una corrección imperfecta de la tasa de desempleo con la producción potencial no utilizada.

1.1.2. LA TASA DE DESEMPLEO

Para Okun, una tasa de desempleo del cuatro por ciento, bajo las condiciones del mercado de trabajo de Estados Unidos en el periodo de estudio, es la tasa objetivo de utilización de la fuerza de trabajo que subyace tras los cálculos del producto potencial realizado en su artículo seminal. Si se eligiera una tasa distinta, señala el autor, cambiarían los resultados, pero no los problemas metodológicos o estadísticos.

De esta forma, la medición del producto potencial queda simplificada a una estimación de en qué medida se ve deprimida la producción por una tasa

de desempleo mayor al 4%. Esta tasa *natural* de desempleo es equivalente al producto de pleno empleo.

Finalmente, Okun concluye que las mediciones resultantes de la fuerza de trabajo y de su tasa de desempleo no serán únicamente reflejos de la oferta; también estarán sujetas a la disponibilidad de puestos de trabajo. De esta forma, en un mercado de trabajo "negligente", las personas sin empleo pueden dejar de buscarlo una vez convencidas de que la búsqueda de un puesto es una tarea sin esperanza. El resultado: pérdida irremediable en la generación de producto.

1.2. LOS MODELOS ECONOMÉTRICOS DE OKUN

Inicialmente la ley de Okun está basada en datos de la década de 1950; no obstante, en revisiones posteriores se ha confirmado que la ley se sigue cumpliendo aunque la relación entre el producto y el desempleo depende de la estructura de cada economía. Por otra parte, como ya se ha señalado, Okun tuvo la precaución de advertir que su trabajo era válido para tasas de desempleo entre el 3% y el 7.5%, por lo cual no sería aplicable para todos los países de la misma forma y con los mismos métodos.

Los estudios empíricos posteriores al de Okun aplicados a distintos países retoman alguno de los tres modelos expuestos en el trabajo original. En la mayoría de los casos la variable dependiente fue la tasa de desempleo, mientras que la variable independiente consistió en alguna medida del producto.

A continuación se presentan las especificaciones originales de Okun:

1. Primeras diferencias. En esta ecuación se relacionan los cambios trimestrales de la tasa de desempleo, expresada como porcentaje, con los cambios trimestrales porcentuales del producto observado.

$$\Delta U_t = \beta_1 + \beta_2 \dot{Y}_t + \varepsilon_t \qquad [1]$$

Donde: U_t = Tasa de desempleo y $\dot{Y}_t$ = Tasa de crecimiento del producto.

2. Prueba de brechas. La brecha del producto en porcentaje se relaciona con la tasa de desempleo.

$$U_t = \beta_1 + \beta_2 Y_t^b + \varepsilon_t \qquad [2]$$

Donde: Y_t^b = Producto observado menos producto potencial, como porcentaje del producto potencial (todo en términos reales).

3. Ajuste de tendencia y elasticidad. El logaritmo del empleo se relaciona con la tendencia temporal y con el logaritmo del producto observado.

$$\ln E_t = \beta_1 + \beta_2 \ln Y_t + \beta_3 t + \varepsilon_t \qquad [3]$$

Donde: Y_t = Producto observado, $E = (100 - U_t)$ y t = tiempo.

Okun interpreta a β_2 como la elasticidad-producción de la tasa de empleo y β_2 como el producto de la elasticidad-producto y de la tasa de crecimiento potencial.

Con los datos empleados por Okun, la ecuación [1] reportó los mejores resultados. De acuerdo con esa estimación concluyó que por cada 0.3 puntos porcentuales de variación en la tasa de desempleo el producto en términos

reales disminuía 3.3 puntos porcentuales. Estimaciones más recientes para los Estados Unidos reportan un promedio de 2.38 como valor de la ley de Okun (Schnabel, 2002).

A fin de contrastar los diferentes resultados obtenidos por Okun, se presenta el siguiente cuadro:

Cuadro 1.1
Especificaciones econométricas de Okun

Método de estimación	Ecuación estimada	Coeficiente de Okun	Lectura/Resultados
Primeras diferencias	$\Delta U_t = \beta_1 + \beta_2 \dot{Y}_t + \varepsilon_t$ $\Delta U_t = 0.3 - 0.3\dot{Y}_t$	3.3	a) Por cada 1% extra de producto, el desempleo es 0.3 puntos más bajo. b) Un punto porcentual más en la tasa de desempleo significa 3.3% menos de producto.
Prueba de brechas	$U_t = \beta_1 + \beta_2 Y_t^b + \varepsilon_t$ $U_t = 3.72 + 0.36 Y_t^b$	2.8	a) Por cada 1% extra en la brecha del producto, el desempleo es 0.36 puntos más bajo. b) Un incremento del desempleo de un 1% está asociado a una pérdida de producto igual a 2.8% del producto potencial.
Ajuste de tendencia y elasticidad	$\ln E_t = \beta_1 + \beta_2 \ln Y_t + \beta_3 t + \varepsilon_t$ $\ln E_t = 212 + 0.4 \ln Y_t - 0.32t$	2.8 a 2.5	a) El coeficiente estimado sugiere que un incremento de un punto porcentual en el producto equivale a un incremento en el empleo entre 0.35 y 0.40 b) La reducción de un punto porcentual en el desempleo significa un 3% de incremento del producto.

Fuente: Okun (1962)

1.3. EL COEFICIENTE DE OKUN Y EL PRODUCTO POTENCIAL

La mayor conclusión empírica de Okun es: una reducción del desempleo tiene un efecto proporcional sobre la producción. Aproximadamente, la disminución de un punto porcentual en la tasa de desempleo produce un incremento de alrededor de 3% en el producto.

El argumento anterior es la consecuencia de relacionar la producción con la tasa de desempleo a partir de los tres métodos señalados. A partir de los resultados obtenidos, Okun proporciona la siguiente estimación, la igualdad más familiar para el cálculo del producto potencial mediante su coeficiente:

$$Y_t^p = Y_t\left[1 + 0.032(U_t - 4)\right] \qquad [4]$$

Donde: Y_t^p = Poducto potencial, Y_t = Producto observado, U_t = Tasa de desempleo, 0.032 = media ponderada de los coeficientes significativos de Okun (obtenida a través de los métodos de estimación señalados) y 4= Tasa objetivo de desempleo.

Durante la década de los 60's, el coeficiente de Okun fue utilizado para generar series de producto potencial, jugando un papel de suma importancia en la determinación de la dirección y magnitud de las políticas de estabilización en los Estados Unidos. (Barreto y Howland, 1993).

Es importante destacar que Okun nunca pretendió que su coeficiente fuera extrapolable fuera de su intervalo de estudio. Al respecto, el autor señala:

No tengo motivos para suponer que el coeficiente 3.2 sea aplicable si el desempleo fuera de 1% o 15% de la fuerza de trabajo. (Okun 1962).

No obstante, las aplicaciones más comunes en los trabajos empíricos y en muchos textos de macroeconomía simplemente señalan la relativa estabilidad de la relación entre los cambios en las tasas de desempleo y cambios en el producto como *ceteris paribus*, sin que se realicen los pertinentes análisis de cointegración y causalidad entre las variables y, de esta forma, incorporar elementos estadísticos que fortalezcan la construcción de mejores estimaciones. Además, suelen obviarse otros factores que influyen en esta relación.[3]

Okun apunta:

La simple adición de 1% de la fuerza de trabajo a los empleados sólo aumentará el empleo en algo más de 1%, exactamente $100/100-U$ *. Si la semana de trabajo y la productividad no cambiaran, el incremento de producción sólo sería de 1% más un porcentaje. El resultado de 3% indica que en un periodo de tasas de utilización crecientes han de provenir de alguno de los siguientes factores: incrementos inducidos del tamaño de la fuerza de trabajo; mayor media de horas de trabajo por semana, y mayor productividad.* (Okun, 1962).

1.4. UNA RELECTURA DE LA LEY DE OKUN

Resulta interesante señalar que a través de los años, la ley de Okun ha sido una evidencia estadística aceptada por la mayoría de los economistas. Incluso James

[3] Ver Friedman, N. y L. Michael (1974).

Tobin, Premio Novel de Economía en 1981, calificó la Ley como "una de las regularidades empíricas más confiables de la macroeconomía" (Tobin, 1980).

Sin embargo, a pesar de su aparente sencillez, el artículo seminal de Okun resulta oscuro y algo desconcertante. En un primer acercamiento, el autor nunca parece esclarecer la razón de asumir en sus regresiones que U es función de Y y por qué toma, posteriormente, el recíproco del parámetro β_2 y concluir que variaciones en la tasa de desempleo trae consigo variaciones en el producto. Realizar lo anterior, bajo un enfoque econométrico moderno, estaría sobreestimado al coeficiente de Okun.

Lo anterior tiene un peso crucial para el análisis económico. Como señalan Barreto y Howland (op. cit.) y Altig, Fitzerald y Rupert (1997), es sorprendente que en la época actual no se realice la pertinente identificación del orden de integración de las series, así como el análisis de causalidad entre el producto y la tasa de desempleo. En lugar de ello, los esfuerzos sólo se han enfocado en crear diversas especificaciones econométricas para una mejor estimación del coeficiente.

Barreto y Howland (1993) afirman que muchos autores, incluyendo al mismo Okun, erróneamente han asumido la validez de emplear el recíproco de las β_2's de las ecuaciones [1], [2] y [3] para predecir los valores del producto dada una variación en la tasa de desempleo. Si esto es así, la regresión inversa podría predecir mejor las variaciones del producto dado un cierto nivel de desempleo (ver cuadro 1.2).

Cuadro 1.2
Ley de Okun: Comparación de resultados

Método de estimación	*Okun*	$1/\beta_2$	*Barreto y Howland*	β_2
Primeras diferencias	$\Delta U_t = \beta_1 + \beta_2 \dot{Y}_t + \varepsilon_t$	*3.3*	$\dot{Y}_t = \beta_1 + \beta_2 \Delta U_t + \varepsilon_t$	*1.95*
Prueba de brechas	$U_t = \beta_1 + \beta_2 Y_t^b + \varepsilon_t$	*2.8*	$Y_t^b = \beta_1 + \beta_2 U_t + \varepsilon_t$	*2.35*
Ajuste de tendencia y elasticidad	$\ln E_t = \beta_1 + \beta_2 \ln Y_t + \beta_3 t + \varepsilon_t$	*2.5*	$\ln Y_t = \beta_1 + \beta_2 \ln E_t + \beta_3 t + \varepsilon_t$	*1.83*

Fuente: Okun (1962) y Barreto y Howland (1993)

Sin embargo, al releer cuidadosamente el trabajo de Okun, logran hallarse contundentes criterios:

1) Es claro que los β_2's pueden variar ante cambios en la estructura económica, "ya que las mejoras seculares de productividad y el crecimiento de la fuerza de trabajo tienden a elevar la tasa de desempleo" (Okun, 1962). Pero, dependiendo de cuál de las siguientes preguntas se desea responder, los análisis pueden dirigirse en dos sentidos:

1.1 ¿Cuánto producto se puede obtener dado un cierto nivel de desempleo en un periodo determinado?

1.2 ¿Qué nivel de desempleo se puede esperar dado un cierto nivel de producto en un periodo determinado?

Esta es la razón por la cuál Okun presenta las dos posibles lecturas que proporcionan sus regresiones (ver cuadro 1.1). De esta forma (después de realizar las pruebas de causalidad en el sentido de Granger), ya sea que Y esté

en función de U, o viceversa, se cuenta con la pertinente interpretación del parámetro β_2 y de su inverso.

2) Para usar los recíprocos de los β_2's debe asumirse que la estructura de la economía es invariante en el tiempo;[4] es decir, los β_1's deben adjudicarse como constantes o de cero crecimiento. De esta forma, si suponemos que β_1 de la ecuación [1] no varía en el tiempo se puede realizar justificadamente la siguiente transformación:

$$\Delta U_t = \beta_2 \dot{Y}_t$$
$$\Delta U_t = \beta_2 \dot{Y}_t$$
$$\dot{Y}_t = \frac{1}{\beta_2} \Delta U_t$$

Además, Okun hace una de las más acertadas observaciones para juzgar la validez de sus estimaciones: 1) Bondad de ajuste de la estimación, y 2) ausencia de tendencia en los residuos.

Estos criterios son de suma importancia, ya que permiten la posibilidad de estimar relaciones de largo plazo eficientemente.[5] Al parecer, Okun ya tenía en mente conceptos elementales (no formalizados) como estacionariedad y cointegración cuando realizó las estimaciones de su coeficiente.

Es interesante señalar que la literatura consultada en esta tesis no muestra de manera explícita que exista un consenso en cuanto a cuál regresión

---

[4] Al respecto, se asume que la tecnología y la legislación laboral tienden a ser relativamente estables en el tiempo (Garavito, 2002).

[5] Existe una relación de largo plazo entre dos variables, X_t y Y_t, si ambas crecen en el tiempo y no sucede lo mismo con el término de error; es decir, este es estacionario. Véase: Engle y Granger (op. cit.)

es la más adecuada porque en la mayoría de los trabajos no se realiza la pertinente identificación del orden de integración de las series, así como el análisis de causalidad entre el producto y la tasa de desempleo. En esencia, realizan la estimación de la ley de Okun con el único propósito de comparar coeficientes.

Como se verá en capítulos posteriores, ahora que se ha planteado la vigencia y eficacia de la ley de Okun, se realizará el adecuado análisis de las series empleadas para establecer cuál regresión es apropiada y dilucidar la mejor lectura de la ley de Okun para México.

CAPÍTULO 2
ESTUDIOS SOBRE LA LEY DE OKUN

De la revisión bibliográfica que se realizó para conocer el estado del arte del tema, se encontró que la mayoría de los trabajos publicados han tenido como objetivo primordial mejorar la estimación de la ley de Okun, haciendo a un lado la discusión teórica y econométrica de su validación.

Con el fin de sistematizar la información, estos trabajos pueden clasificarse en dos categorías: a) Estudios teóricos, donde se realiza una revisión y actualización de la ley de Okun a partir de sus fundamentos teóricos; y b) Estudios empíricos, cuyo objetivo fundamental es la estimación del coeficiente de Okun mediante diversos métodos de estimación. Además, en algunos de ellos se tiene el propósito de conocer las interrelaciones existentes entre diversos países, al identificar las reciprocidades y correlaciones en el desempleo y la producción.

De estos estudios destacaremos algunos resultados cualitativos que proporcionan elementos de análisis y discusión.

2.1. ESTUDIOS TEÓRICOS

El trabajo que destaca en este apartado es el de Barreto y Howland (1993). De hecho es el único que verdaderamente hace una crítica al trabajo seminal de Okun. Como pudo apreciarse en el capitulo anterior, ellos afirman que la regresión inversa podrá predecir mejor las variaciones del producto dado un

cierto nivel de desempleo. Concluyen que la ley de Okun puede ser una importante herramienta de análisis, siempre y cuando se esclarezca el sentido de causalidad entre el producto y la tasa de desempleo.[1] De esta forma, se evitará una sobreestimación del coeficiente.

Alting, et al. (1997) presentan un examen de la relación entre la utilización del recurso trabajo y la correlación crecimiento/desempleo resumida por la ley de Okun. Demuestran que la inestabilidad de la correspondencia, particularmente para periodos de tiempo cortos, tiene implicaciones importantes para la política monetaria.

Altig et al. realizaron una de las observaciones más importantes para el caso de Estados Unidos: concluyen que la relación de Okun (de tres puntos de crecimiento del producto contra uno del desempleo) es ahora de dos a uno. A decir de estos autores, este cambio se debe principalmente a la ruptura en la correlación entre la tasa de desempleo y la tasa de crecimiento poblacional, la tasa de fuerza laboral, el promedio de horas por trabajador, etc. Es decir, como lo señala Okun, su coeficiente ha sido afectado por los cambios en la productividad.

Attfield y Silverstone (1998), a partir de un análisis de variables de brechas y cointegración demostraron que si las variables potenciales de ambos lados de la ecuación [1] son definidos en términos de los valores de tendencia

---

[1] Aunque ellos no realizan las pruebas formalmente. Únicamente señalan las bondades de realizar la estimación de la ley de Okun con U en función de Y.

estocástica de largo plazo, el coeficiente de Okun puede ser interpretado como el coeficiente de cointegración entre las magnitudes observadas.

Esta ecuación de cointegración fue estimada por mínimos cuadrados ordinarios, la cual resultó igual 1.42. Sin embargo aunque el coeficiente es consistente, los autores señalan que el ajuste de la estimación ajuste no resulta el mejor.

Los autores corrigen este problema usando el método sugerido por Stock (1987 y 1988). De esta forma, la corrección del coeficiente de parcialidad (para el Reino unido) fue de 1.45, junto con la estimación del error estándar obtenido de 10000 simulaciones. Este resultado sorprende a los autores: la estimación de 1.45 es bajo en comparación con el coeficiente de Okun de 2.25 para Estados Unidos.

Attfield y Silverstone concluyen que si la producción y el desempleo son cointegradas, y se comparan las magnitudes potenciales de Okun con la tendencia estocástica o componente permanente en producción y desempleo, el coeficiente de Okun puede ser interpretado como el coeficiente de cointegración entre variables. La brecha entre producción y desempleo puede ser calculada, entonces, por el vector de cointegración de equilibrio ligada al modelo de dos variables.

Sogner y Stiassny (2000) utilizan métodos bayesianos para identificar los cambios discretos en la relación de Okun (cambios estructurales) y con ayuda del filtro de Kalman, observan si existen cambios "continuos". Concluyen que

suponer que el coeficiente de Okun no es determinista permite obtener mejores resultados de estimación.

Harris y Silverstone (2001), en su trabajo para siete países de la OCDE, concluyen que los desequilibrios entre crecimiento y tasa de desempleo se dan por los cambios en los ciclos económicos y de negocios. Para la estimación de los diferentes coeficientes de Okun, construyen modelos que incluyen cambios en el desempleo, el producto, la población y la tendencia en el tiempo.

Por su parte, Crespo, J. (2003), con datos para el periodo 1956-1999, modela la relación entre el desempleo y la brecha del producto para la economía de los Estados Unidos, con el propósito de comprobar que los efectos contemporáneos del crecimiento del producto sobre el desempleo son asimétricos y significativamente mayores en las recesiones que en las expansiones, y que los shocks al desempleo tienden a ser más persistentes en un régimen expansionista. Sus resultados reportan que un decremento de 1% en el producto cíclico está acompañado por un incremento de aproximadamente 0.45% en el desempleo si la economía está en recesión. Un incremento de 1% en el producto cíclico en una expansión reduce el desempleo en sólo 0.2%. Los resultados respaldan la existencia de asimetría en el coeficiente de Okun y un valor absoluto significativo mayor para las recesiones que para las expansiones. Esto implica que el desempleo cíclico es más sensible a cambios en el producto cíclico si la brecha de producto es negativa. Es decir, el desempleo es mayor en las expansiones.

Además, Crespo realiza una revisión de la ley de Okun. Afirma que la relación negativa entre el producto y el desempleo pude tomar una forma no lineal, así, un cambio en el producto causa cambios asimétricos en la tasa desempleo. Para demostrar lo anterior utilizó el filtro de Hodrick-Prescott y un modelo estructural bivariado de series de tiempo para aislar el componente cíclico de la variable de interés.

Friedman y Michael (1974), a partir de estimar por mínimos cuadrados para el periodo 1954-1970, definen la tasa de desempleo como una variable dependiente y al producto real y periodo de tiempo como variables independientes. Enfocan claramente el nexo entre el mercado de bienes y el mercado laboral para derivar y estimar una relación empírica de la ley de Okun, y demostrar que la relación es más compleja y amerita más atención que la literatura realiza. Los resultados a los que llegan indican que alzas en la tasa de desempleo son provocadas por el descenso en la tasa de crecimiento del producto real. Además, concluyen que:

1. El efecto del producto real en la tasa de desempleo tiene dos partes:
    a) Un efecto directo del empleo, el cual tiene una influencia negativa en la tasa de desempleo, funciona rápidamente.
    b) Mientras que un efecto indirecto en la dirección contraria funciona más lentamente en el crecimiento del stock capital y de la fuerza laboral.

2. La influencia de los cambios de la tasa de salarios reales sobre la tasa de desempleo es consistente con una "hipótesis de salarios relativos".
3. La respuesta de los patrones al precio de inflación predomina empíricamente sobre la respuesta análoga de los trabajadores al precio de inflación.
4. Los movimientos en los beneficios reales tienen un impacto en la tasa del desempleo, el cual es distinto del impacto de los movimientos correspondientes en el producto real.

Por otro lado, Lang y de Peretti (2002) construyen una versión de histéresis de la ley de Okun. Argumentan que el desempleo reacciona al crecimiento en una forma no lineal, y las fluctuaciones en la tasa de desempleo, cuando el crecimiento varía, no son las mismas durante las recesiones que en los auges económicos. De esta forma, el modelo planteado puede ayudar a resolver algunos problemas que se presentan en la especificación original de la ley de Okun.

Lang y de Peretti llegan a resultados muy variados. Para Francia, es claro que el modelo con especificación de histéresis es mejor que uno convencional; para Estados Unidos ocurre lo contrario. El caso del Reino Unido está en medio: los resultados de las pruebas de cointegración son positivas, tanto para la especificación con histéresis como para la lineal. Ellos concluyen que el modelo teórico que presentan permite construir una versión más fuerte de la ley de Okun. Además, al igual que otros autores y el mismo Okun, comprueban que el

desempleo reacciona a las fluctuaciones del crecimiento de manera no lineal, por tanto las fluctuaciones del desempleo, cuando el crecimiento varía, no son las mismas durante las expansiones o recesiones.

Puesto que la ley de Okun ha sido aceptada como una regularidad obvia que no requiere una prueba de hipótesis formal, Prachowny (1993) intentó remediar lo que él llama "negligencia relativa", ya que muchos textos toman la relación entre los cambios en las tasas de desempleo y los cambios en el producto sin mencionar que existen otros factores que influyen en esta correlación.[2] Al estimar las brechas del producto de los Estados Unidos, encuentra que la contribución marginal de la reducción de un punto en el desempleo representa sólo un incremento de 2 o 3% en el producto. El propósito de Prachowny no es generar un nuevo valor para el coeficiente original de Okun, sino enfocarse en la función de producción adyacente que liga la inversión laboral con otros factores de la producción y los servicios. De esta forma, los cambios en las horas semanales y los movimientos en la utilización de la capacidad instalada, en adición a ajustes en la brecha de desempleo, son significativos en los cambios de la brecha de producto. Prachowny concluye que al reducir un punto de desempleo sólo habrá como resultado un incremento de dos punto en el producto, debido principalmente a los cambios en la productividad mundial.

[2] Véase también: Okun (1962)

Weber (1995) propone tres periodos de estimación para los Estados Unidos: 1948-1988, 1948-1973 y 1973-1988. A partir de mínimos cuadrados, un modelo de rezagos distribuidos y un VAR bivariado de forma reducida concluye que el coeficiente de Okun original es demasiado grande. Además, los resultados sugieren que el cálculo del coeficiente es sensitivo al método usado para estimar el producto y el desempleo. Así, especificaciones dinámicas sugieren un menor valor para el coeficiente.

Schorderet (2001) demuestra que la dificultad de detectar la relación entre producción y desempleo se debe a un fenómeno de no linealidad. La discrepancia en el coeficiente de Okun evidencia la presencia de histéresis en el desempleo.

La evidencia empírica que encuentra indica que en Estados Unidos se requiere una expansión económica de más de 7 por ciento para disminuir el desempleo en uno por ciento en el largo plazo; mientras que una disminución de solamente 1.3 por ciento induce un aumento de uno por ciento.

Schorderet también demuestra que la teoría de la histéresis implica una respuesta asimétrica del desempleo de acuerdo con el estado de la economía. Es decir, cuando el desempleo reacciona a la desaceleración económica, éste decrece lentamente en caso de recuperación: las variables no tienen una relación simétrica aparente.

Entre otras metodologías, las realizadas por Knoester (1986), Paldam (1987) y Moosa (1997) ratifican la estrecha relación entre el producto y el

desempleo, aunque señalan que la magnitud del coeficiente de Okun depende del país y periodo de estudio. Sus estimaciones van de uno a dos por ciento para los Estados Unidos y Canadá, y de tres a cinco por ciento para Europa. También señalan que debido a la forma en que la ley de Okun se encuentra enmarcada, su análisis envuelve dos problemas empíricos. 1) el cálculo del producto potencial y la tasa natural de desempleo, y 2) identificar su existe una relación *ceteris paribus* entre los cambios en el desempleo y el producto real.

2.2. ESTUDIOS EMPÍRICOS

Abril et al. (1996) estiman la ley de Okun para Argentina para el periodo 1980-1996 con un Modelos Estructural de Series de Tiempo. Ellos proponen una formulación econométrica que evite la inclusión de tendencias determinísticas dentro de las variables explicativas. Así, su enfoque estadístico se centra en la introducción de una tendencia estocástica en el modelo de regresión, buscando tomar en cuenta cambios estructurales.

Reportan un coeficiente de 7.14. Es decir, un crecimiento que exceda en uno por ciento al valor de la tasa de crecimiento de producto se traduce en un descenso de la tasa de desempleo en 0.14%. Este resultado contrasta con los coeficientes obtenidos para otros países en el mismo periodo (1981-1994): Estados Unidos, 0.47; Alemania, 0.42; Reino Unido, 0.49; Japón, 0.23; Perú, 0.08. Los autores aclaran que el coeficiente de Okun reacciona a la forma en que se

ajustan las cantidades de trabajo empleado a las desviaciones temporales del producto.

Adanu (2002), para el caso de Canadá, utiliza el filtro Hodrick-Prescott para descomponer las series del producto y la tasa de desempleo en sus componentes de ciclo y tendencia, con el propósito de observar la sensibilidad del coeficiente de Okun. Argumenta que ello permite identificar cambios estructurales que pueden elevar o disminuir la ley de Okun.

Arias, et al. (2002), emplean dos metodologías alternativas para identificar el producto potencial y la tasa de desempleo natural: el filtro Hodkick-Prescott y el filtro de Baxter-King con el fin de aproximar la brecha del producto y del desempleo para Costa Rica en el periodo 1976-2001. El coeficiente que reportan es 0.20. De esta forma, si el crecimiento del PIB es de 1% superior al PIB potencial, la brecha del desempleo disminuirá en 0.20 puntos porcentuales. Es decir la economía costarricense tendría que crecer a tasas cercanas al 5% para obtener una baja del desempleo de 1%. Esto probablemente porque en Costa Rica la tasa de desempleo ha estado fluctuando alrededor de 5%, por lo que es difícil obtener reducciones adicionales en la tasa de desempleo. Concluyen que, para fines metodológicos, los resultados presentan una mayor bondad de ajuste si se utiliza el filtro de Hodrick-Prescott.

Para el caso de Perú, Garavito (2002) calcula el coeficiente de Okun a partir de los componentes cíclicos de las series. Como un paso previo a la estimación, Garavito calcula la sensibilidad del empleo ante variaciones del

producto, a partir del cálculo de la elasticidad respectiva. Los resultados a los que llega evidencian efectivamente una relación negativa de largo plazo entre la tasa de empleo y el producto.

El coeficiente de Okun que reporta es de 0.0854, que es bastante bajo con relación a otros países. Si bien un coeficiente de Okun reducido puede estar asociado a la rigidez en el mercado de trabajo, en el caso de Perú, indica Garavito, la baja sensibilidad de la tasa de desempleo a los cambios en el producto está determinada principalmente por el comportamiento procíclico de la fuerza laboral. Asimismo, el autor reporta que la tasa de crecimiento del producto debe ser al menos de 3.31% para que el desempleo no se eleve, y alrededor de 11% para reducir la tasa de desempleo en un punto porcentual.

Lemois, (2003) estima por mínimos cuadrados el coeficiente de Okun. El autor pretende que su estudio sirva como un primer paso para que se desarrollen diferentes técnicas de estimación del coeficiente de Okun para Puerto Rico. Los resultados a los que llega se encuentran entre 0.33 y 0.44. Los resultados revelan que por cada punto porcentual que el PIB aumente por encima de la tasa natural (3.5%), la tasa de desempleo disminuirá 0.33%. Por lo tanto, se concluye que existe una relación estadísticamente significativa de la Ley de Okun para el caso de Puerto Rico. Lemois sugiere que empleo de modelos dinámicos permitiría la formulación de políticas económicas mucho más efectivas.

El estudio realizado por Murillo y Usabiaga (2002), quienes emplean la metodología de los Vectores Autorregresivos, proporciona una estimación de la tasa de paro de equilibrio de la economía española. Ellos comprueban que, efectivamente, la evolución del desempleo de equilibrio puede aproximase a partir del crecimiento de la producción.

Freeman (2001) estima la ley de Okun utilizando una descomposición de tendencia/ciclo con la metodología propuesta por Baxter y King para 10 países industrializados. Un elemento importante de esta investigación es que incorporan la inversión de capital y trabajo. La estimación la hace para 3 periodos: 1958-1998, 1958-1978, 1979-1998. Los resultados de su trabajo señalan que la ley de Okun es dos a uno.

Un punto importante en el análisis de Freeman, y que es necesario retomar, es que considera que la ley de Okun envuelve dos problemas empíricos: 1) la ley de Okun hace referencia a la relación entre producto real y desempleo en el largo plazo y sus tendencias de equilibrio (producto potencial y tasa natural de desempleo),[3] y 2) Okun es claro al referirse que no existe ceteris paribus en la relación producto potencial-desempleo. Por lo tanto, cambios en el desempleo se refieren a inversión en capital, horas de trabajo y tasas de participación.

[3] Según Freeman (2001), estas tendencias de equilibrio deben ser estimadas con métodos de series de tiempo o construyendo una función de producción modificada

En un ejercicio similar, Lee (2001) estima la ley de Okun para una muestra de 16 países de la OECD con datos de la posguerra (periodo 955-1996).

Los resultados de Lee confirman que la Ley de Okun es válida desde una perspectiva internacional y desde el sentido de significancia estadística entre el producto y el desempleo.

Moosa (1997) compara la sensibilidad de la tasa de desempleo ante el crecimiento económico para los países del Grupo de los 7. Para ello utiliza varios modelos estructurales de series de tiempo y así, valora la estabilidad del coeficiente de Okun. El valor más alto es para Canadá (0.491) y el menor para Japón (0.094). Una conclusión importante de su trabajo es que el empleo es más sensible al crecimiento económico en Estados Unidos y Canadá que en Europa y Japón. Explica que esto puede ser por la rigidez o flexibilidad del mercado laboral. Los resultados obtenidos son importantes para el debate de los costos relativos, en términos de producto, inflación y desempleo.

Schnabel (2002) estima las tasas de tendencia del crecimiento para algunos países desarrollados aplicando la ley de Okun en primeras diferencias. De esta forma, analiza la posibilidad de usar las tasas de tendencia del crecimiento para evaluar la brecha del producto.

Sus resultados sugieren que una vez que el periodo cambia, los parámetros obtenidos en las regresiones, proveen medidas plausibles de la tendencia de crecimiento del producto. Sin embargo, usar estas medidas para construir brechas de producto es problemático. Esto implica que las relaciones

entre el producto y el mercado laboral tienen significativas divergencias en el mismo periodo. No se pueden identificar las causas precisas de los cambios en los parámetros entre países, debido a que para algunos los cambios en la tendencia parecen coincidir con cambios en el crecimiento de la fuerza laboral; para otros, las estimaciones pueden ser interpretadas como tasas potenciales de crecimiento. De cualquier forma, otros factores (entre ellos el crecimiento del stock de capital, cambios en la productividad y medidas en el mercado laboral) juegan también un papel importante.

2.3. ESTUDIOS PARA MÉXICO

Es importante destacar que para el caso de México únicamente se encontró como antecedente de este trabajo, el estudio de Rubén Chavarín (2001), quien hace una revisión empírica a partir de raíces unitarias para series con un rompimiento estructural. Chavarín concluye que: 1) la dirección de causalidad para México es del desempleo hacia producto, y 2) el valor calculado de la Ley de Okun es de alrededor de 2.4, lo cual representa el costo porcentual que un punto de desempleo causa en el producto.

Como puede apreciarse, en nuestro país hay una veta muy importante de investigación sobre este tema, que sin duda es necesario iniciar para la comprensión de un problema tan urgente como es la relación entre desempleo y producto.

CAPÍTULO 3
PRODUCTO Y DESEMPLEO EN MÉXICO, 1970-2004

Desde hace más de 25 años la economía mexicana enfrenta perspectivas de escaso crecimiento. Este escenario es consecuencia de un sinnúmero de factores económicos, sociales y políticos de diversa índole. Por esta razón, identificar la presencia de variables *proxy* que capturen la estructura dinámica del sistema económico mexicano, resulta esencial.

Con la finalidad de constituir un sólido marco de referencia y proporcionar los suficientes elementos cualitativos para entender la importancia del problema a partir del argumento de la ley de Okun, en este capítulo se hará una revisión exhaustiva del comportamiento del producto y el desempleo.

3.1. COMPORTAMIENTO DEL PRODUCTO Y EL DESEMPLEO, 1970-2004

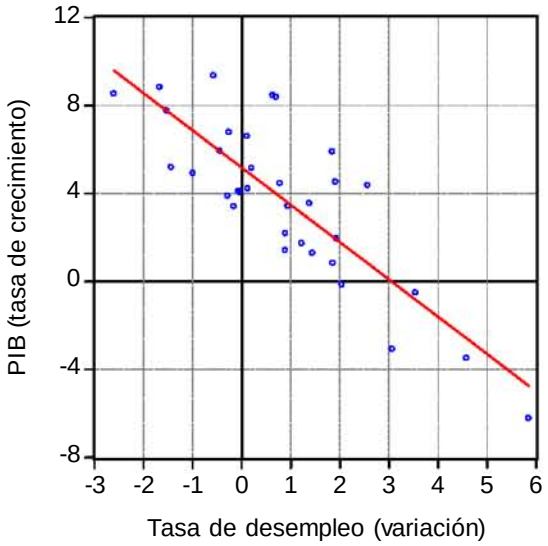
Las variables básicas de esta investigación son los datos anuales del Producto Interno Bruto (PIB) definido por el INEGI, y la Tasa de Desempleo (TADE). La TADE se obtiene mediante la siguiente fórmula:

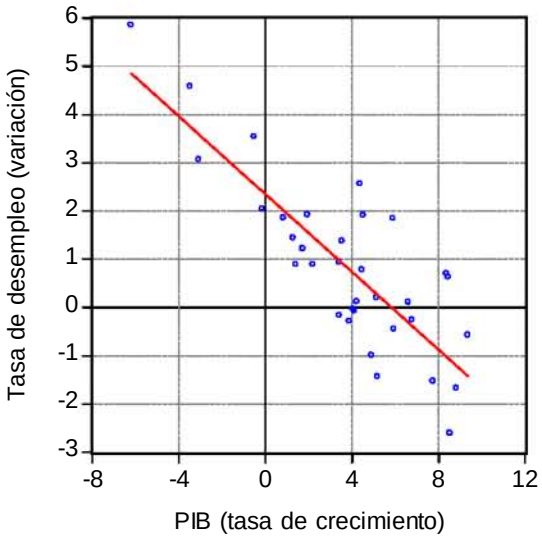
$$TADE = \left(\frac{PEA - PO}{PEA} \right) * 100$$

Donde: PEA = Población Económicamente Activa y PO = Población Ocupada.

Si observamos el diagrama de dispersión de ambas series, en principio puede observarse la existencia de una relación negativa. Este primer acercamiento induce a pensar que si crece el producto la tasa de desempleo disminuye (ver gráfica 3.1).

Gráfica 3.1
México: Tasa de desempleo y crecimiento del producto, 1970-2004



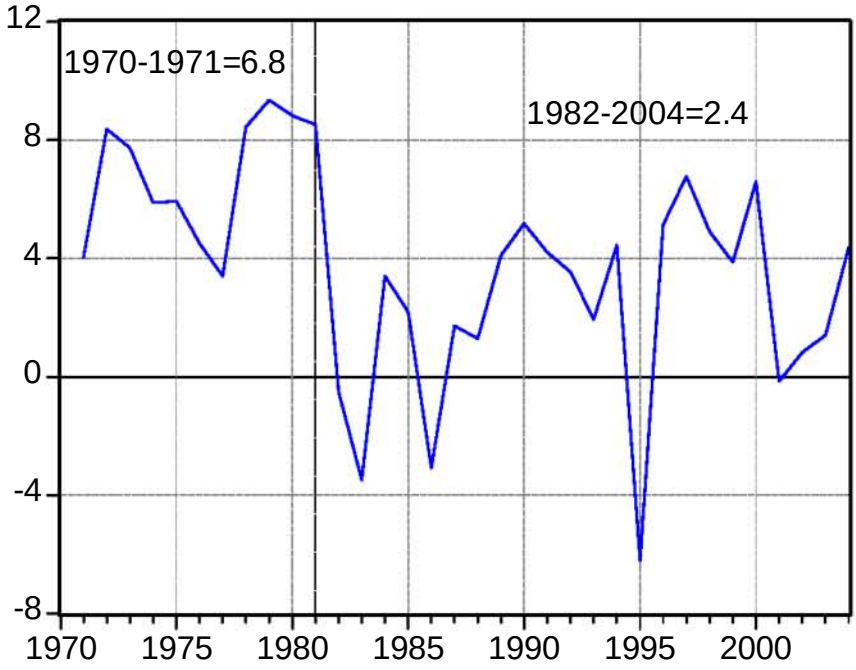


Fuente: elaborado a partir de la base de datos de Loría (2005)

Además, la información contenida en los datos observados nos permite identificar dos grandes fases (ver gráfica 3.2):

1. 1970-1981. Esta primera fase se caracteriza por altas tasas de crecimiento, las cuales corresponden a tasas medias de 6.8%
2. 1982-2004. Determinada por un estancamiento en la economía y altas tasas de desempleo, con tasas de crecimiento promedio de 2.4%. Asimismo, esta fase económica presenta experiencias interesantes en aplicación de programas de ajuste y recurrentes crisis cambiarias.

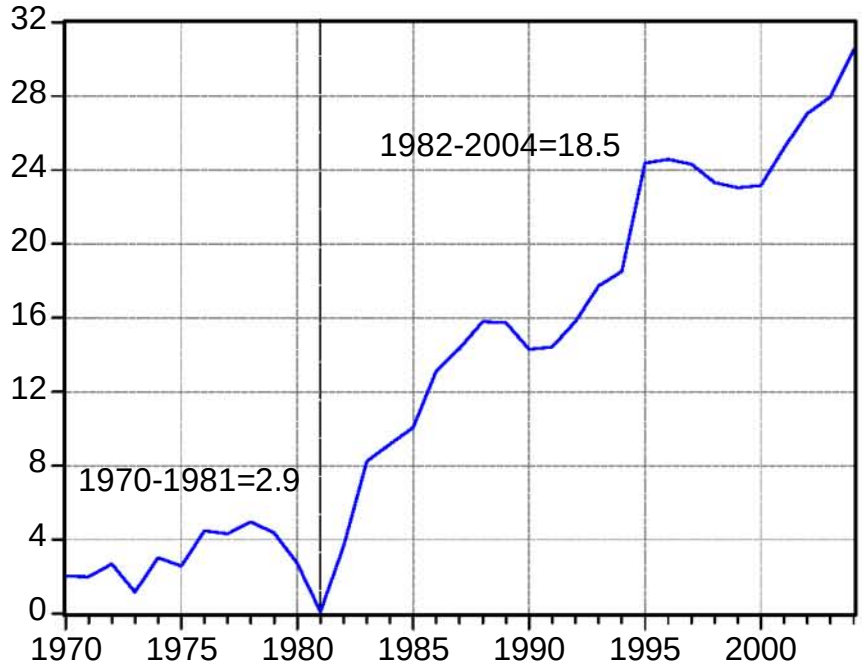
Gráfica 3.2
México: Crecimiento del producto, 1970-2004



Fuente: elaborado a partir de la base de datos de Loría (2005)

Esta tendencia del crecimiento coincide con el comportamiento histórico de la tasa de desempleo. En periodos de alto crecimiento corresponden bajas tasas de desempleo y viceversa (ver gráfica 3.3).

Gráfica 3.3
México: Tasa de desempleo, 1970-2004



Fuente: elaborado a partir de la base de datos de Loría (2005)

Los datos indican que en la fase de estancamiento la tasa de desempleo ha crecido de manera alarmante, lo que hace pensar que el sector productivo de la economía no ha sido capaz de generar empleos y de absorber a la creciente demanda de trabajo. La observación anterior coincide con uno de los argumentos de Okun: "En una economía en recesión la producción disminuirá en una proporción mayor que aquella en la que disminuye la tasa de desempleo". (Okun, 1960)

A continuación puntualizaremos el comportamiento del producto y el desempleo a partir de las dos fases de crecimiento señaladas; de esta forma, se podrá contar con mejores elementos de análisis.

3.1.1. FASE DE GRAN CRECIMIENTO, 1970-1981

Como ya se ha mencionado, esta fase se caracteriza por sus altas tasas de crecimiento y bajas tasas de desempleo (ver cuadro 3.1).

Cuadro 3.1
México: Algunos indicadores del crecimiento por periodos[1]

Periodo	$\dot{Y}$	U	$\dot{L}$	π
1970-1981	6.8	2.9	4.07	17.6
1972-1977	5.5	3.0	3.5	17.8
1978-1981	6.6	3.0	5.8	23.7
1982-2004	2.4	18.5	1.46	37.8
1982-1988	0.3	10.6	0.52	88.4
1989-2000	3.6	19.9	2.4	19.2
2000-2004	1.6	26.8	0.09	5.6
1980-2004	5.5	17.1	1.6	37.1
1970-2004	3.7	13.1	2.2	30.9

[1]Promedio anual.
$\dot{Y}$ = tasa de crecimiento promedio anual.
$U = TADE$ calculada de los datos del SCNM.
$\dot{L}$ = tasa media de crecimiento de población ocupada.
π = Inflación (promedio aritmético). INPC (dic-dic).
Fuente: elaborado a partir de la base de datos de Loría (2005).

Debemos recordar que, históricamente, esta etapa de la economía mexicana fue determinada por un periodo de crecimiento inflacionario, cuya política económica se determinó por políticas monetaria y fiscal expansivas (1972-1977)[1]. El crecimiento del PIB mostró tasas altas, pero a partir de 1973 la inflación comenzó a acelerarse y la tasa del PIB a reducirse. La tasa anual promedio de inflación durante el periodo fue de14.1%, pero llegó a ser de 29% en 1977. El PIB creció en más de 8% anual durante 1972 y 1973, pero en 1974

[1] La inflación promedio fue de 17.8% con crecimiento del producto de 5.9%.

creció solamente 6.1%, en 1975 5.3% y en 1976 4.5%. El comportamiento de la inflación indicó en parte la inelasticidad de la oferta ante el dinamismo de la demanda agregada, pero también los efectos del incremento en el precio mundial del petróleo, que en 1976 elevó los costos de producción.

1977 fue el año con menor crecimiento de ese periodo (3.4%) que indicó una desaceleración de la economía (la inflación fue de 29%) y un agotamiento del modelo de crecimiento; sin embargo, en 1978 se descubren reservas petroleras en México. Este hallazgo, junto con los altos precios mundiales del petróleo, cambió las expectativas futuras para México. La inversión pública y la privada responden a nuevas perspectivas de crecimiento, y el capital extranjero fluye hacia el país. El crecimiento en la inversión fue acompañado de mayores importaciones de bienes de capital e intermedios que ensancharon el déficit en la cuenta corriente de la balanza de pagos; con ello, la deuda externa se incrementó rápidamente. La política fiscal fue expansionista, al igual que la monetaria. La expansión monetaria fue acomodativa de las necesidades de financiamiento del sector público, ampliándose tanto el crédito interno como externo. El boom petrolero de 1978 permitió extender la fase de crecimiento hasta 1981 cuando el producto creció en 8.5%. Este año fue el último de grandes tasas porque la crisis de 1982 marcó el fin de la fase de gran crecimiento.

De 1978 a 1981 el crecimiento anual del PIB varió entre 8% y 9%, pero la inflación tendió a crecer (de 16.1 en 1978 hasta 28.6 en 1981). La dependencia del crecimiento económico en el sector petrolero fue evidente cuando los

precios mundiales del petróleo cayeron en 1981. Ante esta caída y las crecientes tasas de interés internacionales, las cuentas externas de México se deterioraron y en 1982 México se declaró incapaz de hacer frente a sus obligaciones con el exterior y el peso sufrió una fuerte devaluación. La inflación se disparó a 59%, mientras que el PIB se redujo 0.5%.

Un dato que destaca de esta fase, además del gran crecimiento, es que el sector formal de la economía permitía que el empleo creciera a tasas promedio de 4.1%, incluso mayores para los años del boom petrolero (5.85 para 1978-1981). Como veremos más adelante, a partir de 1982 el crecimiento del empleo también se vio restringido, para el periodo 1982-2004 en promedio creció en 1.46.

3.1.2. FASE DE ESTANCAMIENTO O DE LENTO CRECIMIENTO, 1982-2004

A partir de la crisis de 1982, inició en el país una fase cuya mayor característica es la disparidad del crecimiento, con desempleo creciente, estancamiento productivo, reducción en los niveles de vida y crisis recurrentes cuyo saldo principal se refleja en el nulo crecimiento de la economía en poco más de 20 años (ver gráfica 3.2). El periodo reviste especial importancia al menos por dos razones: 1) en enero de 1994 entró en vigor el Tratado de Libre Comercio de América del Norte (TLCAN), y 2) en 1995 se presentó una de las peores crisis

económica de los últimos tiempos que tuvo importantes repercusiones en el empleo y el desempleo.

De esta fase podemos destacar el periodo 1982-1988, cuyas crisis recurrentes fueron acompañadas de programas de estabilización. El crecimiento fue casi nulo (0.3%) y la tasa de desempleo se triplicó con relación al periodo 1970-1981. Los programas de estabilización más que impulsar el crecimiento se dedicaron al control de la inflación.

En 1983, el PIB cayó 3.5% pero la inflación siguió ascendiendo (80.8%) debido a las expectativas inflacionarias formadas a raíz de las tasas de inflación observadas en los años previos; sin embargo, en 1984 y 1985 se lograron tasas de crecimiento positivas de 3.4% y 2.2%, respectivamente, y la inflación fue de 59.1% y 63.7%. En 1985 los precios del petróleo caen de nuevo y la inflación en México era aún muy superior a la de los países socios comerciales; ambos factores llevan a un deterioro en la cuenta corriente y a la necesidad de una fuerte devaluación en 1987.

Esta devaluación refuerza las expectativas de inflación; y se convierte en un agravante del problema.

Es evidente que el estancamiento de la economía tuvo sus consecuencias en los niveles de empleo, que de venir creciendo a tasas medias por arriba del 4%, su crecimiento fue errático (0.52%). El efecto sobre los niveles de desempleo fue angustioso, de tasas de 3% pasaron a tasas cercanas al 11%. Sin duda estos resultados significaron fuertes presiones sociales.

Lo que destaca del periodo 1989-2000 es que parecía que la economía mexicana entraba en una fase de franca recuperación: el crecimiento promedio fue de 3.6% aun con la gran crisis de 1995. Esto indicaba que la economía se estaba acercando a su tasa de pleno empleo o de estado estacionario, que algunos autores ubican en 3.6% (ver Coutiño, 2000).

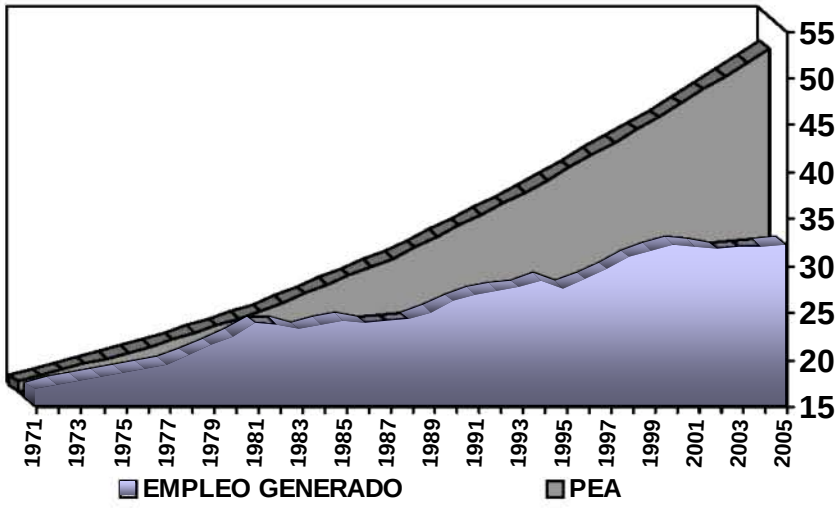
Sin embargo, este periodo de auge no logró impulsar la generación de empleos, de tal forma que aún con crecimiento económico la tasa de desempleo continuó incrementándose, pero ahora de manera muy acelerada, en promedio 19.9%. Este dato es contradictorio, ya que se esperaba (como consecuencia del TLCAN) una significativa generación de empleos al acceder a un mercado de bienes y servicios mayor que impulsara la actividad económica.

Desafortunadamente, la estructura productiva del país no resiste tasas de crecimiento por arriba del 3% porque de inmediato se incurre en crisis de sector externo (véase Loría, 2001a y 2001b).

Los saldos de toda la fase de lento crecimiento tiene su expresión más evidente en los resultados macroeconómicos del gobierno actual (2001-2004), que se puede distinguir por un estancamiento en el crecimiento (en promedio, el producto ha crecido en 1.6%), lo que ha provocado que la tasa de desempleo continúe elevándose. El dato para 2004 reporta el más alto de la historia económica del país (30.5%) y no hay signos de que esto se pueda resolverse en el corto plazo.

Se vuelve todavía más alarmante si nos referimos a los datos de empleo. La gráfica 3.4 es elocuente: la actividad productiva no ha sido capaz de generar las fuentes de trabajo que demanda la creciente PEA. La brecha entre empleos generados y PEA es cada vez mayor y es evidente que el problema ha cobrado fuerza a partir de la crisis de 1982, lo cual corresponde al inicio de la fase de estancamiento o de lento crecimiento. Lo preocupante es que todo parece indicar que estamos estancados en una trayectoria de equilibrio de estado estacionario muy baja, que implica fuertes restricciones al crecimiento sin incurrir en problemas de sector externo.

Gráfica 3.4
Generación de empleos, 1970-2004[1]



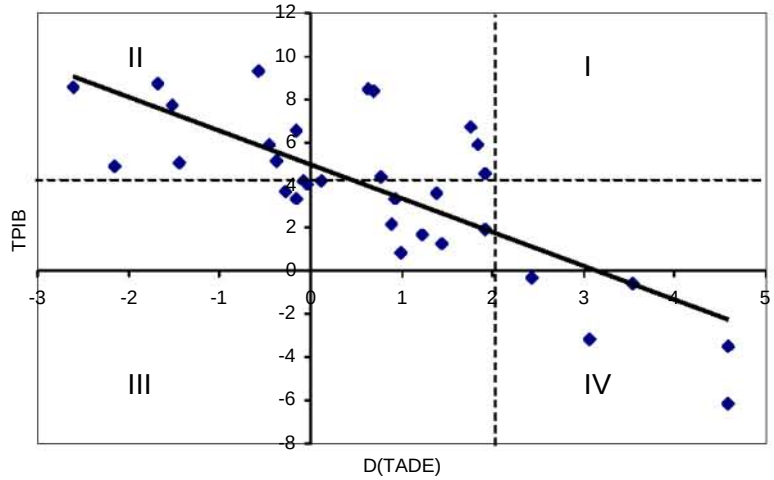
[1]Millones de personas.
Fuente: elaborado a partir de la base de datos de Loría (2005).

De acuerdo con lo anterior, podemos finalizar este apartado señalando que la tasa de desempleo y el crecimiento del producto muestran ciertas características de comportamiento en el tiempo. La gráfica 3.5 muestra la

evidente relación negativa entre la variación de la tasa de desempleo y la tasa de crecimiento del PIB. De ella puede destacarse lo siguiente:

1. Cuando la variación de la tasa de desempleo excede los dos puntos porcentuales, invariablemente se ve acompañado por un decremento del PIB en términos reales.
2. En la mayoría de los casos, el PIB crece en menos de 4% cuando se tiene una variación de la tasa de desempleo menor a 2 puntos porcentuales (cuadrante I).
3. Los decrementos en la tasa de desempleo están asociadas a tasas de crecimiento del PIB superiores a 4% (cuadrante II).

Gráfica 3.5
México: Variación de la tasa de desempleo y tasa de crecimiento del PIB



Fuente: elaborado a partir de la base de datos de Loría (2005)

Como ya se ha mencionado, este comportamiento conjunto corresponde a lo planteado por Okun, pues él demuestra que cuando una economía sale de una recesión la producción aumenta en una proporción mayor que el empleo, y

cuando entra en recesión la producción disminuye en una proporción mayor que aquella en la que disminuye el empleo. Esto confirma que para el caso de México la subutilización de la fuerza de trabajo efectivamente tiene un costo en términos de la reducción del producto.

3.2. ANÁLISIS ESTADÍSTICO DE LAS SERIES PRODUCTO Y TASA DE DESEMPLEO

Determinar el orden de integración de las variables de estudio es el primer paso para comprobar si existe una relación de largo plazo entre ellas. De esta forma, se evitan resultados espurios al emplear técnicas convencionales de regresión.

3.2.1. PRUEBAS DE RAÍCES UNITARIAS

Una de las ventajas al emplear los modelos estructurales de series de tiempo es la flexibilidad que proporcionan cuando se trabaja con series estacionarias y no estacionarias. No obstante, la palabra final queda a consideración del modelador.

El cuadro 4.2 presenta los resultados de las pruebas empleadas:

Cuadro 4.2
Pruebas de raíces unitarias, 1970-2004

	U	ΔU	$\ln Y$	$\dot{Y}$	Y^{bk}	$\ln E$
Media	13.11	0.83	13.84	3.75	-0.06	4.45
Mediana	14.30	0.74	13.85	4.16	-0.27	4.45
Desv. Est.	9.46	1.77	0.34	3.63	3.38	0.11
Sesgo	0.21	0.68	-0.49	-0.73	0.36	-0.31
Kurtosis	1.64	3.75	2.35	3.42	2.85	1.74
Jarque-Bera	2.93	3.44	2.03	3.28	0.82	2.88
Probabilidad	0.23	0.17	0.36	0.19	0.66	0.23
ADF	0.438	-4.71	-2.811	-3.914[1*]	-4.233	-2.641
DFGLS	-2.585	-4.91	-1.544[3]	-3.972[1*]	-4.201[3*]	-2.388
PP	-3.020	-4.71	-1.571[5]	-3.914[4*]	-4.353	-2.877
KPSS	0.361	0.16	1.370	0.137[7*]	0.039[8*]	0.460

Las pruebas en niveles no son significativas al 95% de confianza; ADF con un rezago, intercepto y tendencia; DF-GLS con un rezago tendencia e intercepto, PP con un rezago tendencia e intercepto; KPSS con un rezago tendencia e intercepto. [1]con tres rezagos, válida al 99%; [2]con cuatro rezagos; [3]sin rezagos; [4]con tres rezagos, válida al 90%; [5]con intercepto; [6]con tres rezagos. $\dot{Y}$ y Y^{bk} válidas al 99% de confianza; ADF con un rezago sin intercepto ni tendencia; DF-GLS sin rezagos y con intercepto; PP con un rezago sin tendencia ni intercepto; KPSS sin rezagos con tendencia e intercepto. [1*]sin rezagos con intercepto; [2*]un rezago tendencia e intercepto, válida al 90%; [3*]con un rezago; [4*]sin rezagos y con intercepto; [5*]con un rezago tendencia e intercepto; [6*]sin rezago tendencia e intercepto, válida al 95%; [7*]válida al 95%; [8*]con un rezago e intercepto válida al 95%.

Y^{bk} : brecha del producto calculada con filtro de Kalman.

Como puede apreciarse en el cuadro anterior, las diversas pruebas utilizadas apuntan que las series estadísticas U, Y^{bk}, $\ln Y$ y $\ln E \sim I(1)$, y que las series ΔU y $\dot{Y} \sim I(0)$. Ahora que se conoce el orden de integración de las series se procederá a realizar el análisis de causalidad en el sentido de Granger.

3.2.2. ANÁLISIS DE CAUSALIDAD EN EL SENTIDO DE GRANGER

La noción de causalidad en el sentido de Granger[2] es una técnica apropiada para revelar si un grupo de series se mueven conjuntamente a lo largo del tiempo y si las diferencias entre ellas son estables, aún cuando cada serie en particular contenga una tendencia estocástica; es decir, una variable X causa a una variable Y, si los valores presentes de Y se pueden predecir mejor con los valores pasados de X que sin usar estos últimos. Como señalan Muñoz y Vindas (1995), el vector de información estará compuesto de las dos series X_t y Y_t, así que si las variables relevantes no fueran incluidas podría haber una relación de causalidad sesgada, por ejemplo, si una tercera variable Z_t causara a X_t, a Y_t o a ambas.

Determinar el sentido y causalidad entre las variables de estudio podrá dilucidar la mejor lectura de la ley de Okun para México. El autor señala que los criterios para juzgar la validez de sus regresiones son: 1) bondad de ajuste y 2) ausencia de tendencia en los residuos. Estos criterios son de suma importancia, ya que permiten la posibilidad de estimar relaciones de largo plazo eficientemente.[3] Al parecer, Okun ya tenía en mente conceptos elementales (no formalizados) como estacionariedad y cointegración cuando realizó las estimaciones de su coeficiente.

---

[2] Engle y Granger (1989).

[3] Existe una relación de largo plazo entre dos variables, X_t y Y_t, si ambas crecen en el tiempo y no sucede lo mismo con el término de error; es decir, este es estacionario. Véase: Engle y Granger (op. cit.)

1. Primeras diferencias. Para estimar el primer método de Okun se procede a realizar el análisis de causalidad en el sentido de Granger para las series ΔU y $\dot{Y}$. El cuadro 4.3 presenta los resultados obtenidos:

Cuadro 4.3
Prueba de causalidad en el sentido de Granger, 1970-2004

Ho: No causalidad	F(5)	Probabilidad	Inferencia causal
ΔU no causa $\dot{Y}$	1.91	0.14	No existe causalidad
$\dot{Y}$ no causa ΔU	3.10	0.03	Existe causalidad
	F(6)		
ΔU no causa $\dot{Y}$	1.18	0.36	No existe causalidad
$\dot{Y}$ no causa ΔU	2.75	0.052	Existe causalidad

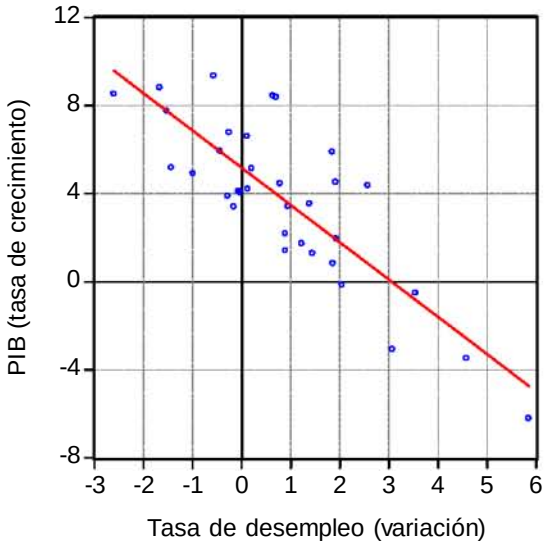
Nota: número de rezagos entre paréntesis.

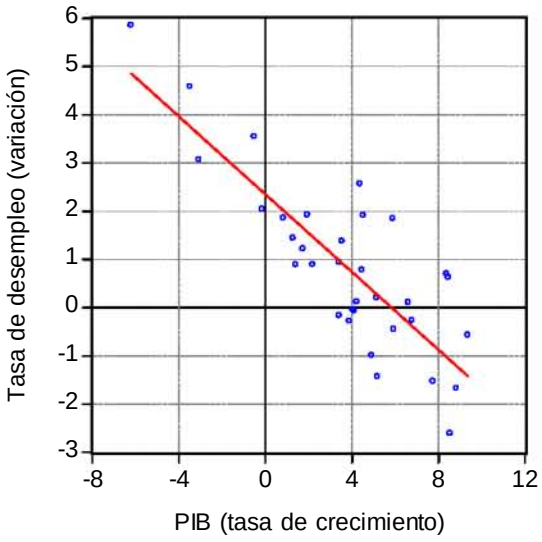
En un primer acercamiento, se puede apreciar que existe evidencia de causalidad en el sentido de Granger de la tasa de crecimiento del producto hacia la tasa de desempleo a partir del quinto rezago. Para despejar dudas,[4] se procede a graficar ΔU y $\dot{Y}$; de esta forma, si existe una relación de largo plazo entre ΔU y $\dot{Y}$ podrá visualizarse fácilmente.

La gráfica 4.5 confirma que ΔU y $\dot{Y}$ guardan una relación de largo plazo; conjuntamente, la gráfica 4.6 corrobora con claridad que ΔU y $\dot{Y}$ mantienen una relación inversa a lo largo del periodo de estudio. Sumado al análisis de causalidad anterior, puede concluirse que ΔU es función de $\dot{Y}$

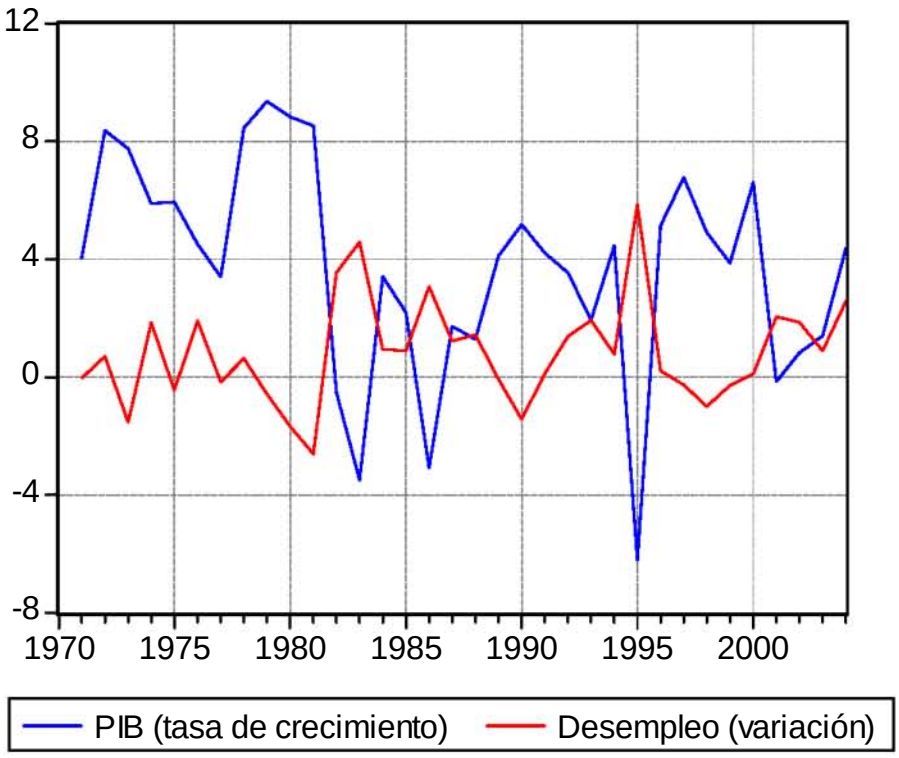
[4] Loría (2005).

Gráfica 4.5
Diagramas de dispersión: ΔU y $\dot{Y}$, 1970-2004





Gráfica 4.6
México: Producto y Tasa de desempleo, 1970-2004



2. Prueba de brechas. Para estimar el segundo método de Okun se procede a realizar el análisis de causalidad en el sentido de Granger para las series U y Y^{bk}. El cuadro 4.4 presenta los resultados obtenidos:

Cuadro 4.4
Prueba de causalidad en el sentido de Granger, 1970-2004

Ho: No causalidad	F(1)	Probabilidad	Inferencia causal
U no causa Y^{bk}	0.00654	0.93605	No existe causalidad
Y^{bk} no causa U	5.42656	0.02652	Existe causalidad
	F(2)**		
U no causa Y^{bk}	0.03705	0.96368	No existe causalidad
Y^{bk} no causa U	7.66670	0.00221	Existe causalidad

*No se observó causalidad de U a Y^{bk} con ninguna longitud de rezagos.
Nota: número de rezagos entre paréntesis.

Puede concluirse que existe evidencia de causalidad en el sentido de Granger de Y^{bk} hacia U a partir del primer rezago.

3. Ajuste de tendencia y elasticiada. Para estimar el tercer método de Okun se procede a realizar el análisis de causalidad en el sentido de Granger para las series $\ln E$ y $\ln Y$. El cuadro 4.5 presenta los resultados obtenidos:

Cuadro 4.5
Prueba de causalidad en el sentido de Granger, 1970-2004

Ho: No causalidad	F(1)	Probabilidad	Inferencia causal
$\ln E$ no causa $\ln Y$	3.65183	0.06529	Existe causalidad
$\ln Y$ no causa $\ln E$	4.41859	0.04377	Existe causalidad
	F(2)		
$\ln E$ no causa $\ln Y$	3.68436	0.03798	Existe causalidad
$\ln Y$ no causa $\ln E$	3.19147	0.05642	Existe causalidad

Nota: número de rezagos entre paréntesis.

Como puede apreciarse, existe evidencia de causalidad bidireccional en el sentido de Granger entre $\ln E$ y $\ln Y$ a partir del primer rezago. Este trabajo seguirá la especificación original de Okun; es decir, $\ln E$ en función de $\ln Y$. Como ambas series pertenecen al mismo orden de integración ($I(1)$), la estimación puede realizarse sin mayores consideraciones.

CAPÍTULO 4
ESTIMACIÓN DE LA LEY DE OKUN PARA MÉXICO, 1970-2004

4.1. ASPECTOS METODOLÓGICOS PARA LA OBTENCIÓN DEL PRODUCTO POTENCIAL Y EL COEFICIENTE DE OKUN

La estimación del producto potencial y la brecha del producto son elementos que proporcionan herramientas contundentes para la política macroeconómica de cualquier país. Como señala Miller (2003), en el corto plazo, la medición del tamaño y la persistencia de las brechas de producción proporciona una guía útil para el análisis del balance entre oferta y demanda y la consecuente medición de las presiones inflacionarias. En el mediano y largo plazos, el producto potencial ayuda a evaluar las capacidades de la oferta agregada, así como determinar si el nivel de crecimiento responde a factores de carácter permanente o transitorio.

Debido a que el producto potencial es una variable no observable, se han desarrollado diferentes técnicas para su estimación. En este sentido, las siguientes secciones del presente capítulo tienen el objetivo de revisar y comparar dos metodologías para la estimación del producto potencial. De igual forma, luego de estimar la brecha del producto se analizará la relación de ésta con la tasa de desempleo mediante las especificaciones econométricas de Okun ya expuestas.

4.1.1. MODELOS ESTRUCTURALES DE SERIES DE TIEMPO

Tradicionalmente, los componentes que describen la evolución de una serie temporal -tendencia, ciclo, estacionalidad y componente irregular- se han modelado de forma determinista; sin embargo, las fluctuaciones de tales componentes a lo largo del tiempo cobra significativa relevancia para efectos de análisis económicos. Por esta razón, debe considerarse que un patrón de comportamiento determinista no describirá correctamente la evolución temporal de una serie económica. [1]

Ahora bien, el problema en la estimación y medición de los distintos componentes o señales radica en la información que proporciona la serie económica observada. Ésta, generalmente, entremezcla residuos y variaciones irregulares; por lo que resulta imperante *filtrar* los datos para eliminar los efectos que provoquen ruido dentro de la serie.

En literatura económica existen diversas metodologías para la extracción y filtrado de componentes inobservables, de las cuales destacan: a) los métodos no estructurales, y b) los métodos estructurales.

Los métodos no estructurales o técnicas empíricas se basan en la descomposición de señales con filtros lineales deterministas. Los más representativos para el análisis económico son: las medias móviles, el suavizado exponencial, el X-11 ARIMA, el filtro Baxter-King y el filtro Hodrick-Prescott.

---

[1] Harvey (2004) y Kichian (1999)

El riesgo frecuente en la aplicación de las anteriores metodologías reside en que pueden realizarse ajustes espurios y que los componentes de la serie estén expuestos al efecto Slutsky-Yule.[2]

Los métodos estructurales o técnicas basadas en modelos econométricos estiman para cada uno de los componentes no observables de la serie de tiempo un modelo de regresión específico. Entre las metodologías más conocidas se encuentran: el TRAMO-SEATS y los Modelos Estructurales de Series de Tiempo.

El uso de modelos estructurales de series de tiempo constituyen un enfoque y técnica apropiados ya que, basados explícitamente en las propiedades estocásticas de los datos, permiten presentar los rasgos más sobresalientes de una serie de tiempo; además, admiten la posibilidad de que cada uno de los componentes inobservables típicos de la serie temporal posea una naturaleza aleatoria, de tal forma, que sus procesos evolucionen en función a una estructura específica.[3]

La forma conveniente para representar a los modelos estructurales de series de tiempo es mediante la notación *estado-espacio*, la cual permite la estimación y control de *estados*[4] desconocidos. Así, los componentes que

---

[2] Este efecto se refiere a que cuando una serie es filtrada a través de los métodos descritos pueden presentarse nuevas fluctuaciones, las cuales suelen confundirse con alguno de los componentes que se están buscando. Slutsky (1927), Yule (1927) y Frisch (1993).

[3] Durbin y Koopman (2000).

[4] Un *estado* contiene toda la información relativa al sistema en un cierto punto en el tiempo; además de la información más relevante del sistema, tratando de considerar el menor número de variables posibles. (Solera, 2003).

conforman una serie temporal serán las variables de estado inobservables y la serie, la magnitud observable relacionada con el vector de variables de estado.

Para calcular los componentes de un modelo estructural de series de tiempo que ha sido escrito en la notación *estado-espacio*, es apropiado utilizar el filtro de Kalman,[5] ya que esta técnica proporciona el medio de estimar los estados inobservables a partir de la magnitud observable relacionada con éstos,[6] de forma que la estimación se actualice cada vez que se dispone de nueva información.

El filtro de Kalman se construye básicamente con dos conjuntos de ecuaciones, uno de *actualización* y otro de *medida*, que pronostican y corrigen en forma recursiva una serie de tiempo. En esencia, el filtro calcula el nuevo *estado* a partir de su estimación previa añadiendo un término de corrección proporcional al error de predicción, de tal forma que este último es minimizado estadísticamente.

El objetivo primordial del filtro es calcular un estimador lineal, insesgado y óptimo del estado de un sistema en el momento t con la información disponible en $t-1$, y actualizarlo con la información adicional disponible en t.

El filtro de Kalman comenzó a ser aplicado a problemas estadísticos y de econometría a partir de 1970, con un trabajo sencillo pero conciso de Rosenberg (1973) para parámetros que varían en el tiempo. El subsiguiente desarrollo de la

[5] Kalman (1960)
[6] Durbin y Koopman (op. cit)

metodología de las series de tiempo estructurales comenzó con los estudios de Young (1984), Harvey (1989), West y Harrison (1989), Jones (1993) y Kitagawa y Gersh (1996).

La ventaja más importante en el uso del filtro de Kalman radica en que éste puede ser aplicado en tiempo real.[7] Esto es, en cuanto un nuevo dato es observado, el pronóstico y corrección para la próxima observación puede ser computado inmediatamente. Además, el filtro permite predecir un estado en el pasado, presente y futuro en cualquier punto de la serie.

A continuación se desarrollarán los principales modelos estructurales de series de tiempo empleados en este trabajo, así como la técnica de los modelos estado-espacio y del filtro de Kalman. El desarrollo teórico pertenece a diversos autores que se señalarán debidamente; el armado metodológico es propio.

4.1.1.1. SUPUESTOS BÁSICOS

El modelo estructural más simple de series temporales se construye con un componente de *tendencia estocástica* (μ_t) y *un término irregular* (ε_t). Otros componentes pueden añadirse, como un término de *ciclo* (ψ_t) y un término *estacional* (γ). Como señala Durbin y Koopman (2000), Hamilton (1994) Harvey (1989) y Kulkarni (1999), al igual que el componente de tendencia, éstos deben ser estocásticos, lo que le dará la flexibilidad necesaria para capturar los diferentes tipos de movimientos que ocurren en la práctica.

[7] Welch y Bishop (2001)

Un modelo univariante aditivo de series temporales puede definirse como:

$$y_t = \mu_t + \psi_t + \gamma_t + \varepsilon_t^y \qquad [1]$$

Donde: $t = 1,...,T$ y $\varepsilon_t^y \sim NID\left(0, \sigma^2_{\varepsilon^y}\right)$[8]

Es importante hacer hincapié en que un modelo estructural no necesariamente será definido en términos de todos los componentes no observables. En esencia dependerá de la periodicidad y longitud de la muestra. [9] También es importante señalar que las varianzas de las perturbaciones aleatorias que afectan a los distintos componentes del modelo se denominan *hiperparámetros*. Cuando las varianzas son diferentes de cero significa que el componente asociado es estocástico.[10]

4.1.1.2. ASPECTOS TEÓRICOS

I. LA TENDENCIA

La tendencia no se especifica como una función determinista del tiempo, sino que, se asume que es un proceso estocástico cuyo valor en un instante dado es el resultado de añadir al valor del componente en el instante anterior un

---

[8] $NID\left(0, \sigma^2\right)$ denota que las variables aleatorias son serialmente independientes y normalmente distribuidas con media cero y varianza σ^2.

[9] Durbin y Koopman (op. cit.).

[10] Harvey y Koopman (1992).

determinado incremento de carácter aleatorio y un término de perturbación aleatoria.[11]

La tendencia juega el papel de mayor importancia en el análisis económico de una serie de tiempo. Como señala Harvey (2000), en términos de predicción, la tendencia estimada es aquella parte de la serie que, cuando se extrapola, ofrecerá la más clara indicación de los movimientos futuros de largo plazo de la variable de estudio.

El modelo de nivel local. Siguiendo la metodología de Harvey (1989), Hamilton (1994) y Kikut (2003), la especificación más sencilla de la tendencia es aquella cuyas observaciones oscilan alrededor de un nivel medio (μ) que permanece constante en el tiempo. Si dichas oscilaciones son estacionarias y no están correlacionadas entre sí, la serie temporal tenderá a dicho nivel. Así, el modelo que describe ese comportamiento es:

$$y_t = \mu + \varepsilon_t^y \qquad [2]$$

Donde: $t = 1,...,T$ y $\varepsilon_t^y \sim NID\left(0, \sigma_{\varepsilon^y}^2\right)$.

Si se flexibiliza la formulación anterior permitiendo que el nivel de la serie evolucione a través del tiempo se obtiene el *modelo de nivel local*, el cual consiste de una caminata aleatoria con ruido; es decir, el nivel en cada momento del tiempo es el nivel del periodo anterior más un elemento aleatorio:

$$y_t = \mu_t + \varepsilon_t^y \qquad [3]$$

[11] Cabe la posibilidad de que el nivel o la pendiente no posea un carácter estocástico y, más aún, la pendiente puede estar o no presente. (Martín, 2002).

$$\mu_t = \mu_{t-1} + \varepsilon_t^{\mu} \qquad [3.1]$$

Donde: $t = 1,...,T$, $\varepsilon_t^{\mu} \sim NID\left(0, \sigma^2_{\varepsilon^{\mu}}\right)$ y $\varepsilon_t^{y} \sim NID\left(0, \sigma^2_{\varepsilon^{y}}\right)$.

ε_t^{y} y ε_t^{μ} respectivamente, son mutuamente independientes y la notación $NID\left(0, \sigma^2\right)$ denota normalidad y distribución independiente con media cero y varianza σ^2. Cuando $\sigma^2_{\varepsilon^{\mu}}$ es cero, el *nivel* es constante y se obtiene el modelo [2]. Y si $\sigma^2_{\varepsilon^{y}}$ es cero, pero $\sigma^2_{\varepsilon^{\mu}}$ es distinta de cero, la serie sólo posee un componente de nivel cuyo proceso generador es un camino aleatorio.

El modelo sirve para representar la evolución de una serie de tiempo sin estacionalidad ni ciclos, cuyo nivel medio cambia en el tiempo, pero que no tiene una tendencia sistemática a crecer o decrecer.

El modelo de tendencia lineal local. Este modelo generaliza [3.1] introduciendo una tendencia determinista (β), la cual es una constante que mide la tasa de crecimiento subyacente. De esta forma:

$$y_t = \mu_t + \varepsilon_t^{y} \qquad [4]$$

$$\mu_t = \mu_{t-1} + \beta + \varepsilon_t^{\mu} \qquad [4.1]$$

Donde: $t = 1,...,T$, $\varepsilon_t^{y} \sim NID\left(0, \sigma^2_{\varepsilon^{y}}\right)$ y $\varepsilon_t^{\mu} \sim NID\left(0, \sigma^2_{\varepsilon^{\mu}}\right)$.

En este modelo el nivel cambia aleatoriamente en el tiempo, pero la tasa de crecimiento promedio de la serie (β) es constante. Para que la tasa de crecimiento tenga un carácter estocástico, se procede de la siguiente forma:

$$y_t = \mu_t + \varepsilon_t^{y} \qquad [5]$$

$$\mu_t = \mu_{t-1} + \beta_{t-1} + \varepsilon_t^{\mu} \qquad [5.1]$$

$$\beta_t = \beta_{t-1} + \varepsilon_t^{\beta} \qquad [5.2]$$

Donde: $t = 1,...,T$, $\varepsilon_t^{y} \sim NID\left(0, \sigma_{\varepsilon^y}^2\right)$, $\varepsilon_t^{\mu} \sim NID\left(0, \sigma_{\varepsilon^\mu}^2\right)$ y $\varepsilon_t^{\beta} \sim NID\left(0, \sigma_{\varepsilon^\beta}^2\right)$.

ε_t^{μ} y ε_t^{β} respectivamente, son mutuamente independientes. Si ambas varianzas $\sigma_{\varepsilon^\mu}^2$ y $\sigma_{\varepsilon^\beta}^2$ son cero, la tendencia es determinista. Sólo cuando $\sigma_{\varepsilon^\beta}^2$ es cero, la tendencia β_t es estacionaria y la tendencia se reduce a una caminata aleatoria. El modelo resultante se conoce como *modelo de nivel local con deriva*, el cual considera un nivel estocástico y una pendiente fija:

$$y_t = \mu_t + \beta + \varepsilon_t^{y} \qquad [6]$$

Donde: $t = 1,...,T$ y $\varepsilon_t^{y} \sim NID\left(0, \sigma_{\varepsilon^y}^2\right)$.

Si la pendiente no es sólo constante sino nula, el modelo anterior se transforma en el *modelo de nivel local* [3].

El modelo sirve para representar el comportamiento de una serie de tiempo sin estacionalidad ni ciclos, cuya tasa de crecimiento evoluciona a lo largo del tempo.

El modelo de tendencia suavizada. Es posible mantener el carácter estocástico de la pendiente si ε_t^{μ} es igual a cero y ε_t^{β} es diferente de cero. Este modelo de nivel fijo y pendiente estocástica se denomina *modelo de tendencia suavizada:*

$$y_t = \mu_t + \varepsilon_t^{y} \qquad [7]$$

$$\mu_t = \mu_{t-1} + \beta_t \qquad [7.1]$$

$$\beta_t = \beta_{t-1} + \varepsilon_t^{\beta} \qquad [7.2]$$

Donde: $t = 1,...,T$, $\varepsilon_t^{y} \sim NID\left(0, \sigma^2_{\varepsilon^y}\right)$ y $\varepsilon_t^{\beta} \sim NID\left(0, \sigma^2_{\varepsilon^\beta}\right)$.

II. LOS CICLOS

Resulta importante distinguir entre la tendencia de largo plazo y los movimientos asociados a un componente cíclico. Un ciclo determinista describe un comportamiento periódico con frecuencia dada, lo cual puede ser modelado mediante una función de senos y cosenos[12]:

$$\psi_t = \alpha \cos(\lambda t) + \beta sen(\lambda t) \qquad [12]$$

Donde λ es la frecuencia angular del ciclo medida en radianes. Para incorporar carácter estocástico a la formulación se puede elegir alguna de las siguientes metodologías:

Formulación trigonométrica recursiva. Harvey y Koopman (1994) y Harvey y Trimbur (2001) sugieren modelar los ciclos de la manera siguiente:

$$\begin{bmatrix} \psi_t \\ \psi_t^* \end{bmatrix} = \rho \begin{bmatrix} \cos\lambda_c & \sin\lambda_c \\ -\sin\lambda_c & \cos\lambda_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_{t-1} \\ \psi_{t-1}^* \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_t^{\psi} \\ \varepsilon_t^{\psi^*} \end{bmatrix} \qquad [13]$$

Donde: $\psi_0 = \alpha$ y $\psi_0^* = \beta$; λ_c es la frecuencia medida en radianes, de tal forma que $2\pi / \lambda_c$ es el *periodo* del ciclo[13]; ρ es el factor de amortiguación, el cual recoge los comportamientos pseudocíclicos o "falsos" que caracterizan a

---

[12] Martín (2002) y Harvey (op. cit.).

[13] Es decir, el parámetro λ representa el número de veces que el ciclo se repite en un periodo de tiempo de longitud 2π. De este modo, el cociente $\lambda / 2\pi$ expresa el número de veces que se repite el ciclo por unidad de tiempo. Harvey (1992).

muchas series temporales económicas; y, por último, ε_t^{ψ} y $\varepsilon_t^{\psi^*}$ son dos ruidos Gaussianos mutuamente independientes con media cero y varianzas comunes σ_{ε}^2.

Dadas las condiciones iniciales de que el vector $(\psi_0, \psi_0^*)'$ tiene media cero y una matriz de covarianza $\sigma_{\psi}^2 I$ y $0 \leq \rho \leq 1$ (cuando $0 \leq \lambda_c \leq \pi$), entonces el proceso ψ_t es estacionario y no-determinístico con media cero, varianza $\sigma_{\psi}^2 = \sigma_{\varepsilon}^2 \left(1 - \rho^2\right)$ y función de autocorrelación (ACF): $\rho(\tau) = \rho^{\tau} \cos \lambda_c \tau, \tau = 0,1,2...$

Formulación auto-regresiva. Bajo la metodología de Alogoskoufis y Manning (1988), Martín (2002), Harvey (2004) y Harvey y Trimbur (op. cit.), el componente de ciclo de una serie puede definirse como un proceso AR(2):

$$\psi_t = \phi_1 \psi_{t-1} + \phi_2 \psi_{t-2} + \varepsilon_t^{\psi} \qquad [14]$$

Donde: $\varepsilon_t^{\psi} \sim N\left(0, \sigma_{\varepsilon^{\psi}}^2\right)$

De esta manera el modelo *tendencia-ciclo* quedaría formulado de la siguiente forma:

$$y_t = \mu_t + \psi_t + \varepsilon_t^y \qquad [15]$$

$$\mu_t = \mu_{t-1} + \beta_{t-1} + \varepsilon_t^{\mu} \qquad [15.1]$$

$$\beta_t = \beta_{t-1} + \varepsilon_t^{\beta} \qquad [15.2]$$

$$\begin{bmatrix} \psi_t \\ \psi_t^* \end{bmatrix} = \rho \begin{bmatrix} \cos \lambda_c & \sin \lambda_c \\ -\sin \lambda_c & \cos \lambda_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_{t-1} \\ \psi_{t-1}^* \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_t^{\psi} \\ \varepsilon_t^{\psi^*} \end{bmatrix} \qquad [15.3]$$

Donde: $t = 1,...,T$, $\varepsilon_t^y \sim NID\left(0, \sigma_{\varepsilon^y}^2\right)$, $\varepsilon_t^{\mu} \sim NID\left(0, \sigma_{\varepsilon^{\mu}}^2\right)$, $\varepsilon_t^{\beta} \sim NID\left(0, \sigma_{\varepsilon^{\beta}}^2\right)$, $\varepsilon_t^{\psi} \sim NID\left(0, \sigma_{\varepsilon^{\psi}}^2\right)$ y $\varepsilon_t^{\psi^*} \sim NID\left(0, \sigma_{\varepsilon^{\psi^*}}^2\right)$.

O bien:

$$y_t = \mu_t + \psi_t + \varepsilon_t^y \qquad [16]$$

$$\mu_t = \mu_{t-1} + \beta_{t-1} + \varepsilon_t^\mu \qquad [16.1]$$

$$\beta_t = \beta_{t-1} + \varepsilon_t^\beta \qquad [16.2]$$

$$\psi_t = \phi_1 \psi_{t-1} + \phi_2 \psi_{t-2} + \varepsilon_t^\psi \qquad [16.3]$$

Donde: $t = 1,...,T$, $\varepsilon_t^y \sim NID\left(0, \sigma^2_{\varepsilon^y}\right)$, $\varepsilon_t^\mu \sim NID\left(0, \sigma^2_{\varepsilon^\mu}\right)$, $\varepsilon_t^\beta \sim NID\left(0, \sigma^2_{\varepsilon^\beta}\right)$ y $\varepsilon_t^\psi \sim NID\left(0, \sigma^2_{\varepsilon^\psi}\right)$.

4.1.1.3. LOS MODELOS ESTADO-ESPACIO

Los modelos estado-espacio son esencialmente una notación para la estimación y control de *estados* desconocidos de un conjunto de medidas, mediante un proceso estocástico.[14] El estado de ese conjunto de medidas en un momento dado de tiempo se describe a través de un conjunto de variables que forman el vector de estado. Así, los sucesivos vectores de estado describen la evolución del sistema como función del tiempo. Como señalan Durbin y Koopman (2000), en un modelo estructural de series temporales, los elementos del vector de estado son los componentes no observables de la serie. De esta forma, los modelos estructurales de series de tiempo son un caso especial de modelos estado-espacio.

[14] Steyn (1996)

La estructura general lineal de un modelo estado-espacio para una serie de tiempo multivariable (y_t) consta de dos ecuaciones[15]:

1) Ecuación de observación o medida. El vector $N \times 1$ de variables observables, y_t, se asocian con un vector $m \times 1$ de variables no observables, x_t, llamado vector de *estado*, en un sistema dinámico descrito por:

$$y_t = A_t x_t + B_t z + C_t \varepsilon_t^y \qquad [17]$$

Donde: $t = 1,...,T$; A_t es una matriz de parámetros $N \times m$, B_t es una matriz $N \times k$ de coeficientes, z es un vector $k \times 1$ de variables exógenas observables, y ε_t^y es un vector $g \times 1$ de perturbaciones no correlacionadas serialmente con media cero y una matriz $N \times g$ de covarianza C_t; esto es: $E\left(\varepsilon_t^y\right) = 0$ y $Var\left(\varepsilon_t^y\right) = C_t$.

2) Ecuación de estado o transición: En general, los elementos de x_t no son observables. De cualquier forma, se presume que existe un proceso *Markov*[16] de primer orden para ser generados. La ecuación de estado establecerá una relación entre el estado actual y el estado en el instante del tiempo anterior:

$$x_t = D_t x_{t-1} + E_t z + F_t \varepsilon_t^x \qquad [18]$$

---

[15] Steyn (op. cit.), Kulkarni (1999), Kichian (1999), Durbin y Koopman (op. cit.) y Hamilton (1994)

[16] Un proceso Markov es un tipo especial de proceso estocástico donde sólo el valor presente de la variable es relevante para predecir el futuro. La historia pasada de la variable y el camino seguido por ésta para llegar al valor presente son irrelevantes. Kulkarni (op. cit.)

Donde: $t = 1,...,T$, D_t es una matriz $m \times m$, E_t es una matriz $m \times k$ y ε_t^x un vector $m \times 1$ de perturbaciones no correlacionadas serialmente con media cero y una matriz $m \times g$ de covarianza, F_t; esto es: $E(\varepsilon_t^x) = 0$ y $Var(\varepsilon_t^x) = F_t$.

Se consideran dos supuestos adicionales para una especificación en estado-espacio:[17]

1. El vector de estado inicial x_0 tiene media $\hat{x}_0$ y matriz de covarianza P_0:

$$E(x_o) = \hat{x}_0$$
$$Var(x_0) = P_0$$

2. Los términos de perturbación de la ecuación de medida y de la ecuación de observación no están correlacionadas entre sí y con el vector de estado inicial en cualquier momento del tiempo:

$$E(\varepsilon_t^y \varepsilon_B'^x) = 0, \forall B, t = 1,...,T$$
$$E(\varepsilon_t^y x_0') = 0, t = 1,...,T$$
$$E(\varepsilon_t^x x_0') = 0, t = 1,...,T$$

Las matrices A_t, B_t, C_t, D_t, E_t y F_t se consideran estocásticas. Así, el sistema es lineal y para cualquier momento del tiempo, el vector de variables observables y_t se puede expresar como una combinación lineal de valores presentes y pasados de perturbaciones (ε_t^y y ε_t^x), y del vector de estado inicial x_0. Ahora bien, las matrices A_t, D_t, E_t y F_t pueden depender de un conjunto de parámetros desconocidos que determinan las propiedades estocásticas del

[17] Harvey y Trimbur (op. cit.) y Martín (op. cit.).

modelo. Se denominan *hiperparámetros* (conforman las matrices C_t y F_t) para distinguirlos de los que intervienen en las matrices B_t y E_t, los cuales únicamente afectarán al valor esperado del estado y las observaciones de forma determinística.

La representación simplificada de un modelo en estado-espacio es la siguiente:

$$y_t = A_t x_t + \varepsilon_t^y \qquad [19]$$

$$x_t = B x_{t-1} + \varepsilon_t^x \qquad [20]$$

Donde: y_y es el vector $N \times 1$ de variables observables, A_t es la matriz de medida $N \times m$, ε_t^y es el vector $N \times 1$ de perturbaciones de la ecuación de medida tal que $\varepsilon_t^y \sim i.i.d.N_N(0,E)$ [18], x_t es el vector de estado $m \times 1$, B es la matriz de transición $m \times m$ y ε_t^x es el vector $m \times 1$ de perturbaciones tal que $\varepsilon_t^x \sim i.i.d.N_m(0,F)$.

Por sustituciones recursivas para la ecuación de estado[19]:

$$\begin{aligned} x_t &= B x_{t-1} + \varepsilon_t^x \\ x_t &= B\left(B x_{t-2} + \varepsilon_{t-1}^x\right) + \varepsilon_t^x \\ x_t &= B^2 x_{t-2} + B x_{t-1} + \varepsilon_{t-1}^x = \ldots \end{aligned}$$

$$x_t = B^t x_0 + \sum_{i=0}^{t-1} B^t \varepsilon_{t-i}^x \qquad [21]$$

Sustituyendo [21] en [19] se obtiene:

---

[18] $i.i.d.N$ denota que es una variable independiente e idénticamente distribuida normalmente con media cero y varianza constante.

[19] Steyn (op. cit.), Kulkarni (op. cit.), Kichian (op. cit.), Durbin y Koopman (op. cit.) y Hamilton (op. cit.).

$$y_t = A_t\left(B^t x_0 + \sum_{i=0}^{t-1} B^t \varepsilon_{t-i}^x \right) + \varepsilon_t^y \qquad [22]$$

Como paso final se construye la función de verosimilitud de los T vectores de observación.[20] De esta forma, si los vectores de vectores son $y = (y_1,...,y_T)'$, $x = (x_1,...,x_T)'$ y $\varepsilon^y = (\varepsilon_1^y,...,\varepsilon_T^y)'$; y sea la matriz $A = diag(A_1,...,A_T)$.

Entonces:

$$y = Ax + \varepsilon^y$$

Donde:

$$\varepsilon^y \sim N_{NT}(0,(I_T \otimes E))$$

Además:

$$x = B_1(i_T \otimes x_0) + B_2\varepsilon^x$$

Donde: $B_1 = diag(S, S^2,...,S^t)$, i_T es un vector unitario $T \times 1$, ε^x y $\varepsilon^x \sim N_{mT}(0,(I_t \otimes F))$

Por tanto,

$$E(y) = A\left[(Bd_0)',...,(B^T d_0)' \right]' \equiv \mu$$

Mientras que:

$$y = A\left[B_1(i_T \otimes x_0) + B_2\varepsilon^x\right] + \varepsilon^y$$

De esta forma se obtiene:

$$E\left[(y-\mu)(y-\mu)' \right] = \left[AB_1(i_T i_T' \otimes P_0)B_1'A' + AB_2(I_T \otimes F)B_2'A' + (I_T \otimes E)\right] = \Sigma$$

---

[20] Puede encontrarse un desarrollo más extenso en Hamilton (op. cit.) y en Durbin y Koopman (op. cit).

Como y es normal multivariante de dimensión NT con media μ y varianza Σ, la función de verosimilitud y el logaritmo natural de ésta son:

$$L(y)=\frac{\sqrt[2]{|\Sigma|^{-1}}}{(2\pi)^{\frac{NT}{2}}}\exp\left\{-\frac{1}{2}(y-\mu)\Sigma^{-1}(y-\mu)'\right\}$$

Y

$$\ln L(y)=-\frac{1}{2}\ln|\Sigma|-\frac{NT}{2}\ln(2\pi)-\frac{1}{2}(y-\mu)\Sigma^{-1}(y-\mu)'$$

4.1.1.4. EL FILTRO DE KALMAN

Como señala Morrison (1977) y Zivot (2005) y, el propósito del análisis del estado-espacio es inferir las propiedades relevantes de los estados $x_0,...x_t$ a partir de los valores observados $y_1,...y_t$ de la magnitud relacionada con el estado y del conocimiento de las propiedades del ruido (ε_t^x). Para ello es preciso establecer una relación entre los estados en los momentos t y $t-1$; es decir, entre x_t y x_{t-1}. Para el caso de sistemas dinámicos en tiempo discreto,[21] el filtro de Kalman representa la mejor opción.

El filtro de Kalman está construido por dos conjuntos de ecuaciones matemáticas conocidas como *ecuaciones de predicción* y *ecuaciones de actualización,* las cuales proveen una solución recursiva eficiente para la estimación del estado x_t. Permiten calcular el estimador óptimo del estado inobservable de un

[21] Kalman y Bucy (1961) desarrollaron el filtro para el caso de sistemas dinámicos en tiempo continuo. El filtro de Kalman se puede aplicar tanto para variables estacionarias como para no estacionarias ,y la combinación de ambas.

sistema en cada momento del tiempo con base en la información disponible en el momento x_{t-1} y actualizar, con la información adicional disponible en el momento x_t, dichas estimaciones. El filtro estima la solución por medio de un proceso de retroalimentación: pronostica y corrige.

El objetivo básico es determinar (estimar) los *estado*s internos de un sistema lineal.[22] De esta forma, para aplicar el filtro de Kalman a series de tiempo es necesario formular un modelo en estado-espacio y posteriormente, calcular medias y varianzas de las variables y ajustar el modelo a los datos, obteniendo de este modo las estimaciones máximo verosímiles de los parámetros desconocidos.

El filtro de Kalman permite obtener esta información de dos diferentes maneras: 1) encontrando un estimador insesgado del estado (x_t) que minimice el error cuadrático medio (Harvey, op. cit.), y 2) en términos más amplios, obteniendo la distribución del estado condicionada al conjunto de información disponible ($I_t : \{y_1,...,y_t\}$), (Steyn, op. cit.).[23] Los resultados de ambas son ciertamente aproximados.

Si re-escribimos la ecuación de medida [19] y la ecuación de estado [20] de tal forma que la distribución del estado esté condicionada al conjunto de observaciones, obtenemos:

$$f(y_t / x_t) \sim N_N(A_t x_t, E) \qquad [23]$$

[22] Welch y Bishop (2001).
[23] El segundo planteamiento adopta un enfoque Bayesiano, (Durbin y Koopman (op. cit.)).

$$f(x_t \mid x_{t-1}) \sim N_m(Bx_{t-1}, F) \qquad [24]$$

En general, el objetivo del filtro de Kalman es encontrar $f(x_t \mid I_k)$, donde $I_k : \{y_1, ..., y_k\}$. Como señala Harvey (1989) y Martín (op. cit.), dependiendo del conjunto de información (I_k) empleado se pueden distinguir tres casos: 1) Si $k < t$, se trata de un problema de predicción. Las estimaciones son extrapolaciones hacia el futuro de los componentes del vector de estado; 2) Si $k = t$, es un problema de filtrado. Permite actualizar las estimaciones del estado no observable a medida que se disponga de una nueva observación; y 3) $k = T$ o $k > t$, es un problema de suavización. Ofrece la mejor estimación del estado en cualquier instante del tiempo con toda la información de la muestra.

1. La predicción. Básicamente consiste en obtener $f(x_t \mid I_{t-1})$. Ello puede obtenerse si se conoce $f(x_t \mid x_{t-1})$, la cual viene dada por la ecuación del modelo de estado-espacio, y $f(x_{t-1} \mid I_{t-1})$, que es la solución al problema del filtro en el periodo anterior.

2. El filtrado. Consiste en obtener $f(x_t \mid I_t)$, para ello es necesario conocer $f(y_t \mid x_t)$, que viene dada por la ecuación de medida del modelo de estado-espacio, $f(x_t \mid I_{t-1})$ que se obtiene en la fase de predicción, y $f(y_t \mid I_{t-1})$, lo cual es un factor de normalización.

3. El algoritmo principal. La predicción y el filtrado se resuelven recursivamente, bajo el supuesto de normalidad a través de las ecuaciones de predicción del estado, que permiten proyectar hacia el futuro el estado actual y

estimar la varianza de la predicción, y las ecuaciones de actualización, que permiten incorporar una nueva observación a la estimación del estado y obtener una estimación mejorada del estado.[24] De esta forma se obtienen los dos conjuntos de ecuaciones base que estructuran el filtro:

I. Ecuaciones de predicción.

Predicción del estado

$$\hat{x}_{t/t-1} = B\hat{x}_{t-1} \qquad [25]$$

Varianza de la predicción del estado

$$P_{t/t-1} = BP_{t-1}B' + F \qquad [26]$$

II. Ecuaciones de actualización.

Estimación filtrada del estado

$$\hat{x}_t = \hat{x}_{t/t-1} + K_t e_t \qquad [27]$$

Varianza de la estimación filtrada del estado

$$P_t = P_{t/t-1} - K_t Q_t K_t' \qquad [28]$$

Factor de ponderación

$$K_t = P_{t/t-1}A_t'Q_t^{-1} \qquad [29]$$

Donde: $\hat{x}_{t/t-1}$ es la media, $P_{t/t-1}$ es la varianza, $e_t = y_t - A\hat{x}_{t/t-1}$, llamada *innovación de medida* o *residual,* son los errores de predicción cuya media es cero y cuya varianza Q_t es la varianza de y_t / I_{t-1}; es decir: $Q_t = A_t P_{t/t-1} A_t' + E$. La

[24] Kalman (op. cit) y Kalman y Bucy (op. cit).

ecuación [29] se conoce como *Ganancia de Kalman,*[25] es un factor que minimiza la covarianza del error de la ecuación de filtrado [27]. El proceso se repetirá tomando como punto de partida las nuevas estimaciones del estado y de la covarianza del error.

4. La suavización. En esta última etapa los estimadores $\hat{x}_{t/T}$ y $P_{t/T}$ aportan las predicciones óptimas del vector de estado x_t y de su matriz de covarianza empleando toda la información de la muestra. Durbin y Koopman (op. cit.), basados en el algoritmo de Anderson y Moore (1979), sugieren que el proceso de suavizado se genere con:

$$\hat{x}_{t/T} = \hat{x}_t + P_t^* \left(\hat{x}_{t+1/T} - B\hat{x}_t \right) \qquad [30]$$

$$P_{t/T} = P_t + P_t^* \left(P_{t+1/T} - P_{t+1/t} \right) P_t^* \qquad [31]$$

Donde:

$$P_t^* = P_t B_{t+1} P_{t+1/t}^{-1} \qquad [32]$$

Es importante señalar que durante la fase de suavizado, la serie de errores se puede utilizar para la construcción de pruebas de diagnóstico de observaciones anómalas, conocidas como puntos aberrantes, cambios de nivel o *outliers*. Como menciona Martín (op. cit.), los outliers pueden tener efectos transitorios o, por el contrario, afectar a las observaciones posteriores.[26]

---

[25] Welch y Bishop (op. cit).

[26] Para mayor información véase también: Harvey (2004), Harvey y Koopman (1992) y Durbin y Koopman (2000)

De esta forma, el ciclo angular del filtro de Kalman se realiza en dos fases, más una tercera resultante de las anteriores: 1) En la primera etapa se hace una predicción del estado en t a partir de la estimación filtrada del estado en $t-1$ mediante las ecuaciones [25] y [26]; 2) En la segunda etapa, se actualiza la predicción incorporando la observación y_t y se obtiene la estimación filtrada del estado, [27] y [28], ponderada por [29]. 3) En la última etapa se obtiene la función de densidad condicionada $f\left(x_{t_i}^{/} I_T\right)$, donde T es el número total de observaciones, en base a la información generada por la primera y segunda etapas.

4.2. ESTIMACIÓN DEL PRODUCTO POTENCIAL Y LA LEY DE OKUN

El programa empleado para el cálculo del producto potencial y la ley de Okun para México, 1970-2004, es STAMP (Koopman, S. J., A. C. Harvey, J. A. Doornik y N. Shephard, 2000). Este programa está especialmente diseñado para el tratamiento de modelos dinámicos con componentes inobservables; de esta forma, los modelos estructurales de series de tiempo pueden ser formulados directamente en términos de los componentes de interés; para ello, STAMP utiliza un potente algoritmo del filtro de Kalman para resolver los modelos en estado-espacio.

Con respecto al diagnóstico de los residuos[27] el programa suministra las pruebas habituales en el análisis de series de tiempo: bondad de ajuste, normalidad, autocorrelación, heterocedasticidad y cambio estructural. A continuación se presentarán brevemente las pruebas estadísticas empleadas:[28]

Cuadro 4.1
Pruebas estadísticas

Estadístico		Descripción
Bondad de ajuste	R^2	Estadístico clásico de determinación.
Normalidad	N	Estadístico *Bowman-Shenton* (Doornik y Hansen, 1994) que tiene una distribución χ^2 con dos grados de libertad cuando el modelo está correctamente especificado. El valor crítico al 5% es 5.99.
Autocorrelación	D	Estadístico clásico Durbin-Watson, distribuido aproximadamente como $N(2, 4/T)$.
	$r(j)$	Indica si existe autocorrelación en el rezago j, se distribuye aproximadamente como $N(0, 1/T)$.
	$Q(p,q)$	Estadístico *Box-Ljung* basado en las primeras p autocorrelaciones, debe ser comparado contra una distribución χ^2 con q grados de libertad. El valor crítico al 5% es 23.7.
Heterocedasticidad	$H(h)$	Distribuido aproximadamente como una F con (h,h) grados de libertad. El valor crítico al 5% es 1.84.

4.2.1. EL PRODUCTO POTENCIAL

Como se ha señalado en el capítulo 1, Okun centró su atención en la cuantificación del producto potencial. Su argumento reside en que no existe

[27] Rara vez presentados en trabajos que emplean modelos estructurales de series de tiempo y filtros de Kalman. Con excepción del trabajo de Abril, Ferullo y Gainza (1996)
[28] Puede verse un desarrollo más extenso en: Harvey y Koopman (1992).

medición más precisa para conocer los logros económicos de un país, especialmente cuando se analiza la brecha existente entre la producción observada y la producción potencial. El principal resultado de este análisis: señalar los enormes costes sociales de los recursos ociosos. Para Okun, la relación producto potencial-empleo va ligada directamente a la productividad agregada del trabajo. Es decir, la medición ideal del producto potencial debería considerar las diversas influencias posibles de la tasa de desempleo, ya que esta variable puede considerarse como una variable próxima a todas las formas en que se ve afectada la producción en presencia de recursos ociosos.

El modelo estado-espacio utilizado en este trabajo para calcular el producto potencial y la brecha del producto se presenta a continuación. Los resultados obtenidos a través del programa STAMP se presentan en el cuadro 4.1:

$$Y_t^P = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} x_t + + \begin{pmatrix} \sigma_\varepsilon^2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_t \\ \varepsilon_t^\mu \\ \varepsilon_t^\beta \end{pmatrix}$$

$$x_t = \begin{pmatrix} \mu_t \\ \beta_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} x_{t-1} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{\varepsilon^\beta}^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_t \\ \varepsilon_t^\mu \\ \varepsilon_t^\beta \end{pmatrix}$$

Cuadro 4.1
México: Producto Potencial, 1970-2004

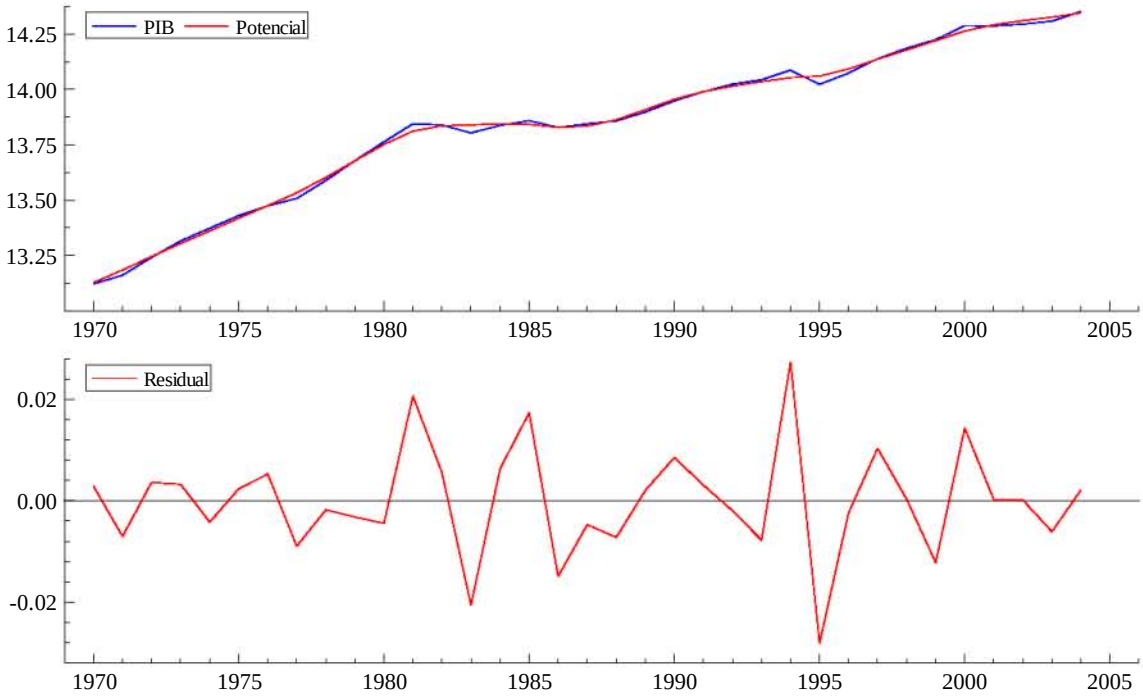
R^2		0.98
N		5.01
DW		1.94
R	(1)	0.08
	(8)	-0.07
Q	(8,6)	4.54
H	(11)	1.74

Nota: número de rezagos entre paréntesis.

Como puede observarse en el cuadro anterior, la bondad de ajuste del modelo muestra que el comportamiento de la tendencia del PIB queda recogido en un 96%; el valor del estadístico N es menor que su valor crítico al 5%, de esta forma, no se rechaza la hipótesis de normalidad en los residuos; el estadístico Durbin-Watson, con un valor aproximado a dos, revela que los residuos no presentan autocorrelación de primer orden; el estadístico r indica que no existe correlación en los residuos de los rezagos uno y ocho; el estadístico Box-Ljung es menor que su valor crítico al 5%, así que aceptamos la hipótesis de que los residuos son ruido blanco. Por último, aceptamos la hipótesis de homocedasticidad en los residuos, ya que el valor del estadístico H es menor que su valor crítico al 5%.

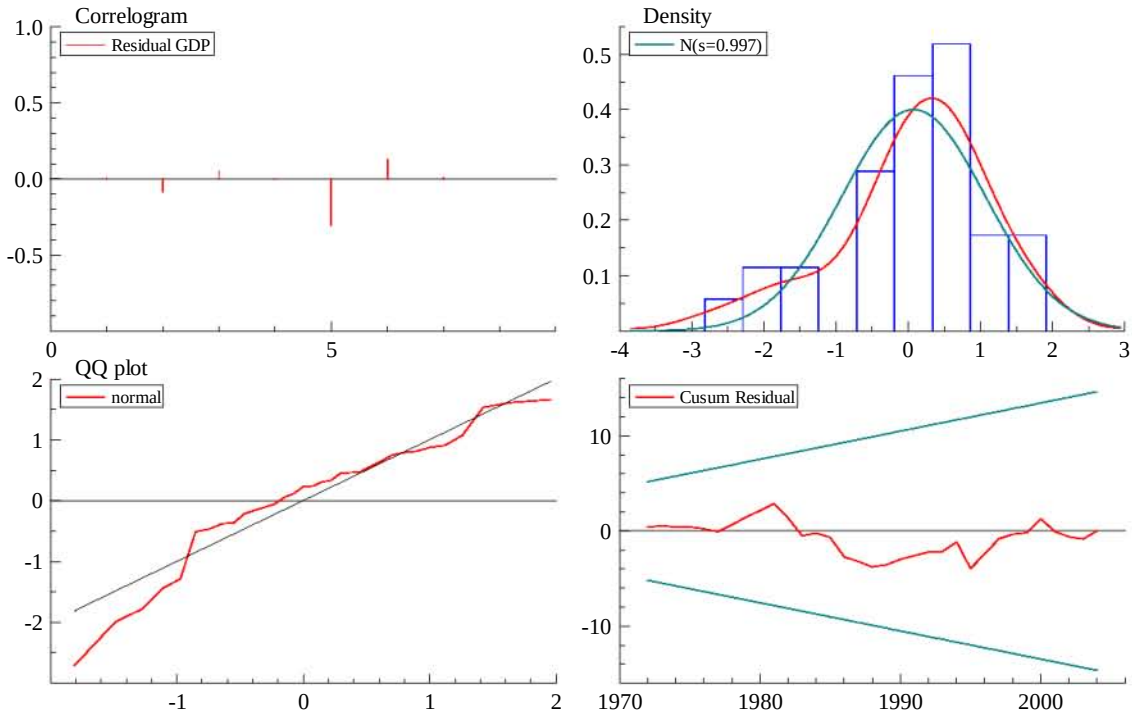
Es fácil apreciar los resultados anteriores en la gráfica 4.1: el ajuste de la estimación es bueno, ya que modela satisfactoriamente la tendencia de la serie. Asimismo, los residuos se comportan como ruido blanco.

Gráfica 4.1
Filtro de Kalman: Ajuste de estimación



Por último, la gráfica 4.2 muestra los residuos del modelo estimado con bandas de confianza al 95%. El correlograma y el histograma de los residuos confirman que no existe autocorrelación y que estos se distribuyen normalmente. Además, el resultado de las pruebas QQ y CUSUM indica que hay estabilidad en los parámetros del modelo, así que se rechaza la existencia de cambios estructurales que modifiquen el nivel o la pendiente de la serie.

Gráfica 4.2
Filtro de Kalman: Bondad de ajuste de residuales y pruebas de cambio estructural

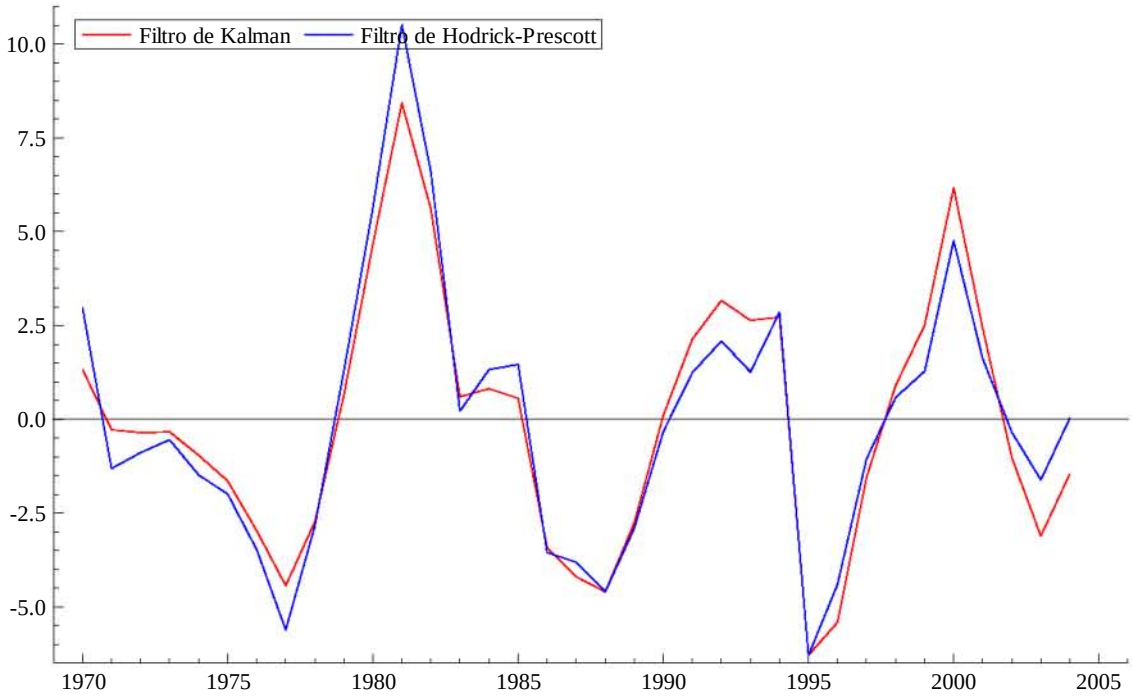


Respecto a la brecha del producto, la gráfica 4.3 presenta la estimación realizada con el modelo. Para análisis comparativo, la gráfica 4.4 muestra la brecha del producto calculada con el filtro de Kalman y el filtro Hodrick-Prescott (HP), respectivamente. Puede apreciarse que los resultados son próximos; sin embargo, como señala Harvey y Koopman (1994), Cerra y Chaman (2000) y Ozbeck y Ozlale (2005), la sensibilidad que presenta la brecha estimada con el filtro de Kalman es mayor que la estimada con el filtro HP, ya que esta última es una mera suavización de la serie[29] y el filtro de Kalman emplea toda la información de la serie de forma recursiva. Por lo anterior, este

[29] Véase anexo.

trabajo sólo considerará la brecha del producto estimada con el filtro de Kalman.

Gráfica 4.3
México: Brecha del producto con filtro de Kalman y filtro HP , 1970-2004



4.2.2. LA LEY DE OKUN

Una vez que se conoce el orden de integración de las series y la dirección de causalidad en el sentido de Granger (ver apartado 3.2. del tercer capítulo) es posible realizar la estimación correspondiente para cada una de las ecuaciones de Okun. A continuación se presentan los resultados obtenidos:

4.2.2.1. MÉTODO: *PRIMERAS DIFERENCIAS*

La ecuación [1] del primer capitulo se transforma en el modelo estado-espacio [1′], de tal forma que el filtro de Kalman pueda ser estimado. El cuadro 4.5 presenta los resultados obtenidos:

$$\Delta U_t = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dot{Y}_t \end{pmatrix} x_t + + \begin{pmatrix} \sigma_\varepsilon^2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_t \\ \varepsilon_t^\mu \\ \varepsilon_t^\beta \end{pmatrix}$$

$$x_t = \begin{pmatrix} \mu_t \\ \beta_t \\ \delta_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} x_{t-1} + \begin{pmatrix} 0 & \sigma_{\varepsilon^\mu}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_t \\ \varepsilon_t^\mu \\ \varepsilon_t^\beta \end{pmatrix} \qquad [1']$$

Cuadro 4.6
México: Ley de Okun, 1970-2004

$\Delta U_t = \underset{(9.33)}{2.349}\mu - \underset{(-8.29)}{0.403}\dot{Y}$		
R^2		0.80
N		1.48
DW		2.05
r	(1)	-0.17
	(7)	-0.11
Q	(7,6)	10.11
H	(11)	0.53

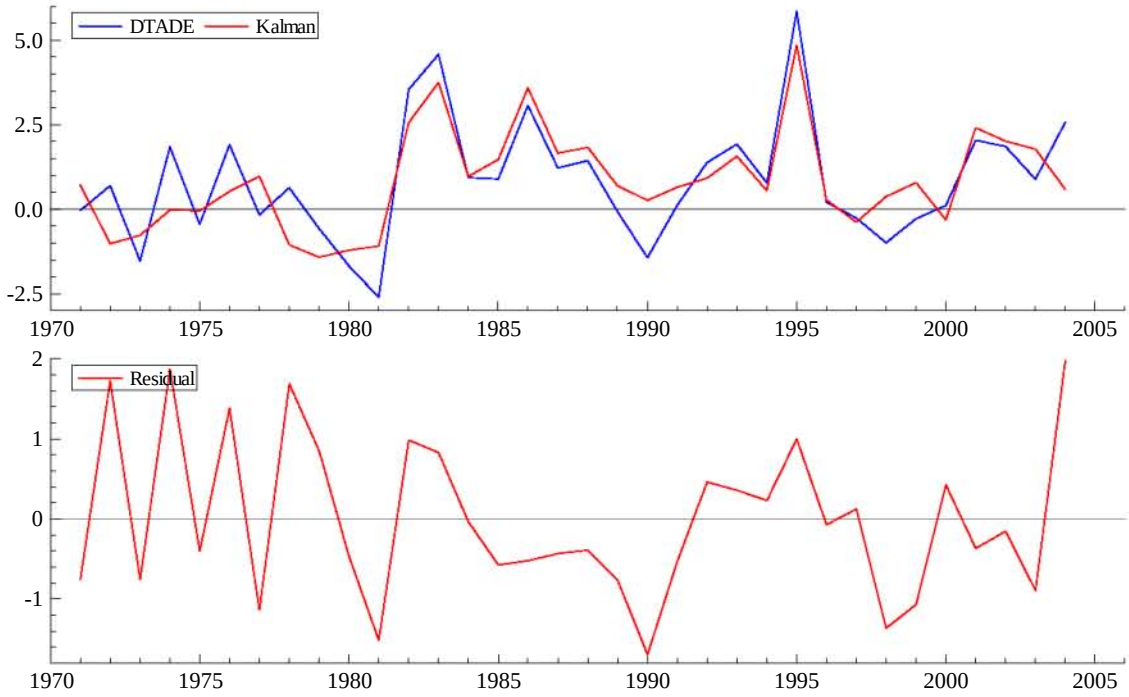
Nota: Número de rezagos entre paréntesis

La bondad de ajuste del modelo muestra que el comportamiento de ΔU queda recogido en un 80%; el valor del estadístico N es menor que su valor crítico al 5%, de esta forma, no se rechaza la hipótesis de normalidad en los residuos; el estadístico Durbin-Watson, con un valor aproximado a dos, revela que los residuos no presentan autocorrelación de primer orden; el estadístico r indica que no existe correlación en los residuos de los rezagos uno y siete; el

estadístico Box-Ljung es menor que su valor crítico al 5%, así que aceptamos la hipótesis de que los residuos son ruido blanco. Por último, aceptamos la hipótesis de homocedasticidad en los residuos, ya que el valor del estadístico H es menor que su valor crítico al 5%.

Como puede apreciarse en la gráfica 4.7, el ajuste de la estimación realizada es bueno, ya que $\dot{Y}$ modela satisfactoriamente el comportamiento ΔU; de igual forma, los residuos se comportan como ruido blanco. El parámetro β_2 calculado es menor a uno y tiene el signo correcto; además, resulta muy próximo al estimado originalmente por Okun.

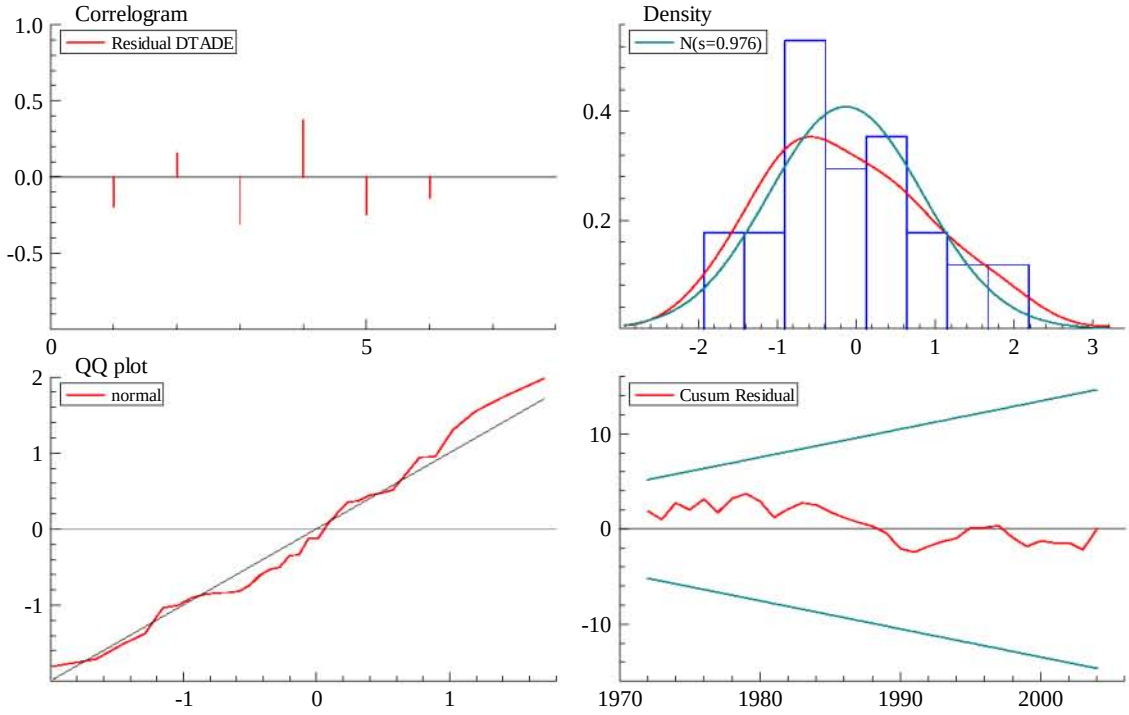
Gráfica 4.7
Primeras Diferencias: Ajuste de estimación



La gráfica 4.8 muestra los residuos del modelo con las bandas de confianza al 95%. El correlograma y el histograma de los residuos confirman

que no existe autocorrelación y que estos se distribuyen normalmente. Por otra parte, el resultado de las pruebas QQ y CUSUM indica que hay estabilidad en los parámetros del modelo, así que se rechaza la existencia de cambios estructurales.

Gráfica 4.8
Primeras Diferencias: Bondad de ajuste de residuales y pruebas de cambio estructural



Por último, respecto al parámetro β_2 calculado, éste tiene el signo esperado y es menor a la unidad. Las dos posibles lecturas para este coeficiente son:

1. Por cada 1% extra de producto, el desempleo es 0.4 puntos más bajo.

2. Si asumimos que la estructura de la tasa del desempleo es invariante en el tiempo, el recíproco de β_2 indica que un incremento de un punto porcentual en la tasa de desempleo trae consigo una pérdida del producto igual a 2.5%.

4.2.2.2. MÉTODO: *PRUEBA DE BRECHAS*

La ecuación [2] del primer capítulo se transforma en el modelo estado-espacio [2′], de tal forma que el filtro de Kalman pueda ser estimado. El cuadro 4.7 presenta los resultados obtenidos:

$$U_t = \begin{pmatrix} 1 & 0 & Y_t^{BK} \end{pmatrix} x_t + + \begin{pmatrix} \sigma_\varepsilon^2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_t \\ \varepsilon_t^\mu \\ \varepsilon_t^\beta \end{pmatrix}$$

$$x_t = \begin{pmatrix} \mu_t \\ \beta_t \\ \delta_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} x_{t-1} + \begin{pmatrix} 0 & \sigma_{\varepsilon^\mu}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{\varepsilon^\beta}^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_t \\ \varepsilon_t^\mu \\ \varepsilon_t^\beta \end{pmatrix} \qquad [2']$$

Cuadro 4.7
México: Ley de Okun, 1970-2004

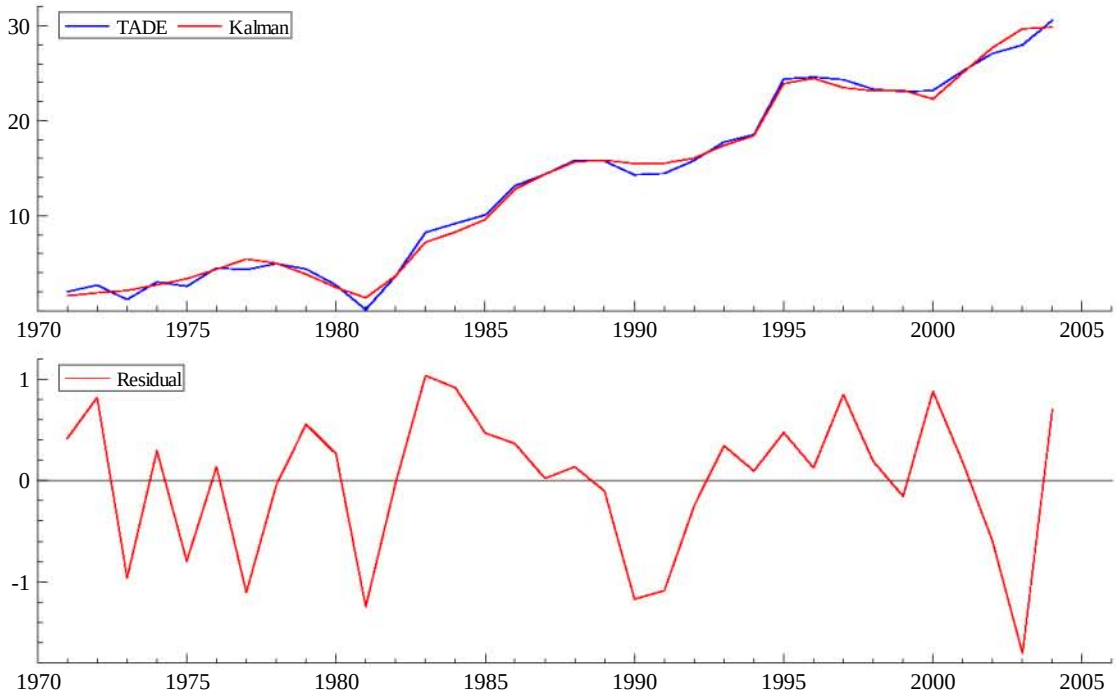
$U = \underset{(3.19)}{14.650}\,\mu + \underset{(9.81)}{0.456}\,Y^{BK}$		
R^2		0.98
N		1.29
DW		1.70
r	(1)	-0.06
	(8)	0.03
Q	(8,6)	8.85
H	(10)	0.77

Nota: Número de rezagos entre paréntesis

La bondad de ajuste del modelo muestra que el comportamiento del PIB queda recogido en un 70%, como ya se mencionó, una R^2 superior a 0.6 es considerada como satisfactoria; el valor del estadístico N es menor que su valor crítico al 5%, de esta forma, no se rechaza la hipótesis de normalidad en los residuos; el estadístico Durbin-Watson, con un valor aproximado a dos, revela que los residuos no presentan autocorrelación de primer orden; el estadístico r indica que no existe correlación en los residuos de los rezagos uno y ocho; el estadístico Box-Ljung es menor que su valor crítico al 5%, así que aceptamos la hipótesis de que los residuos son ruido blanco. Por último, aceptamos la hipótesis de homocedasticidad en los residuos, ya que el valor del estadístico H es menor que su valor crítico al 5%.

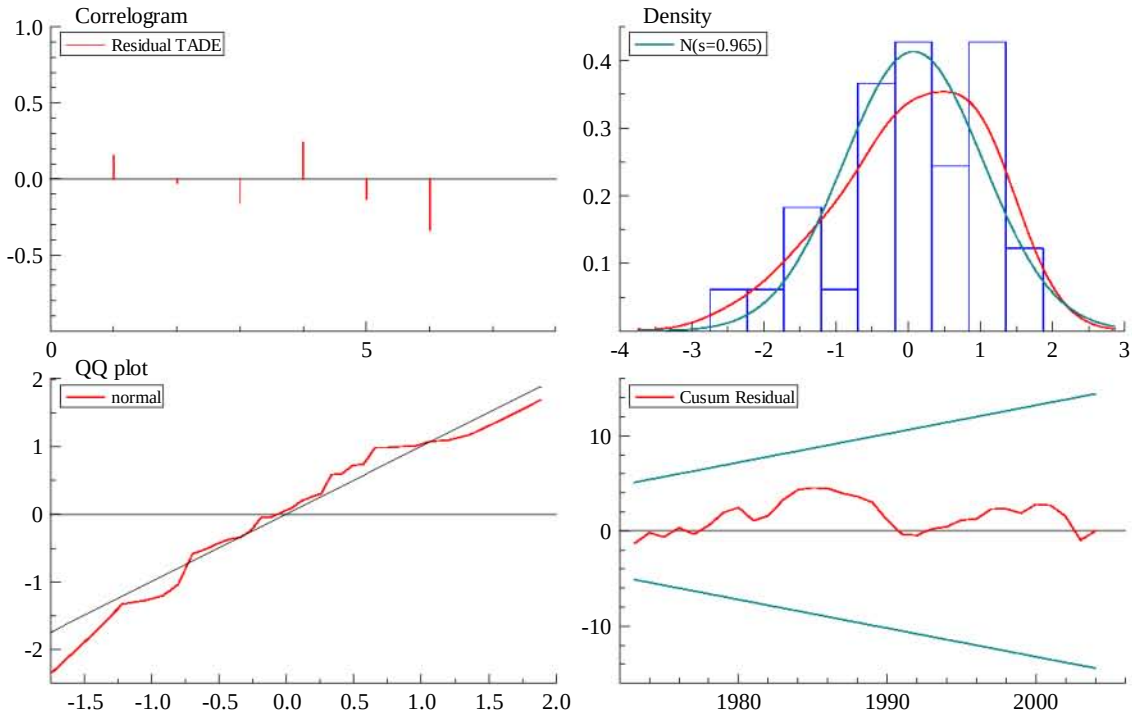
Como puede apreciarse en la gráfica 4.9, el ajuste de la estimación realizada es bueno, ya que modela satisfactoriamente el comportamiento de U en función de Y^{bk}; de igual forma, los residuos se comportan como ruido blanco. El parámetro β_2 calculado es menor a uno y tiene el signo correcto.

Gráfica 4.9
Prueba de Brechas: Ajuste de estimación



La gráfica 4.10 muestra los residuos del modelo con las bandas de confianza al 95%. El correlograma y el histograma de los residuos confirman que no existe autocorrelación y que estos se distribuyen normalmente. Por otra parte, el resultado de las pruebas QQ y CUSUM indica que hay estabilidad en los parámetros del modelo, así que se rechaza la existencia de cambios estructurales.

Gráfica 4.10
Prueba de Brechas: Bondad de ajuste de residuales y pruebas de cambio estructural



Por último, respecto al parámetro β_2 calculado, éste tiene el signo esperado y es menor a la unidad. Las dos posibles lecturas para este coeficiente son:

1. Por cada 1% extra en la brecha del producto, el desempleo es 0.52 puntos más bajo.
2. Si asumimos que la estructura de la tasa del desempleo es invariante en el tiempo, el recíproco de β_2 indica que un incremento de un punto porcentual de la tasa de desempleo está asociado a una pérdida del producto igual a 1.9% del producto potencial.

4.2.2.3. MÉTODO: *AJUSTE DE TENDENCIA Y ELASTICIDAD*

La ecuación [3] presentada en el primer capítulo se transforma en el modelo estado-espacio [3′], de tal forma que el filtro de Kalman pueda ser estimado. El cuadro 4.8 presenta los resultados obtenidos:

$$\ln E_t = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \ln Y_t \end{pmatrix} x_t + + \begin{pmatrix} \sigma_\varepsilon^2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_t \\ \varepsilon_t^\mu \\ \varepsilon_t^\beta \end{pmatrix}$$

$$x_t = \begin{pmatrix} \mu_t \\ \beta_t \\ \delta_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} x_{t-1} + \begin{pmatrix} 0 & \sigma_{\varepsilon^\mu}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{\varepsilon^\beta}^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_t \\ \varepsilon_t^\mu \\ \varepsilon_t^\beta \end{pmatrix} \qquad [3']$$

Cuadro 4.8
México: Ley de Okun, 1970-2004

$\ln E_t = \underset{(8.62)}{0.481} \ln Y_t - \underset{(-3.32)}{2.661}\mu$		
R^2		0.98
N		1.88
DW		1.77
r	(1)	-0.04
	(8)	0.04
Q	(8,6)	6.60
H	(10)	1.00

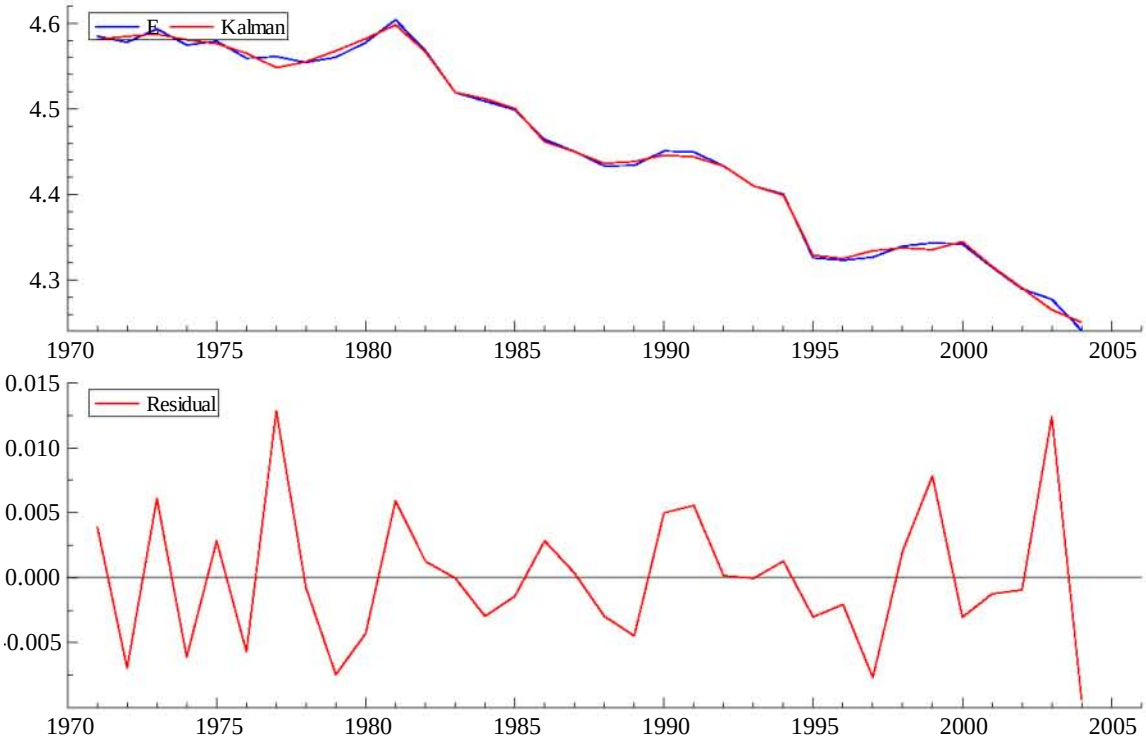
Nota: Número de rezagos entre paréntesis

La bondad de ajuste del modelo muestra que el comportamiento del PIB queda recogido en un 70%; el valor del estadístico N es menor que su valor crítico al 5%, de esta forma, no se rechaza la hipótesis de normalidad en los residuos; el estadístico Durbin-Watson, con un valor aproximado a dos, revela que los residuos no presentan autocorrelación de primer orden; el estadístico r indica que no existe correlación en los residuos de los rezagos uno y ocho; el

estadístico Box-Ljung es menor que su valor crítico al 5%, así que aceptamos la hipótesis de que los residuos son ruido blanco. Por último, aceptamos la hipótesis de homocedasticidad en los residuos, ya que el valor del estadístico H es menor que su valor crítico al 5%.

Como puede apreciarse en la gráfica 4.11, el ajuste de la estimación realizada es bueno, ya que modela satisfactoriamente el comportamiento de $\ln E$ en función de $\ln Y$; de igual forma, los residuos se comportan como ruido blanco. El parámetro β_2 calculado es menor a uno y tiene el signo correcto.

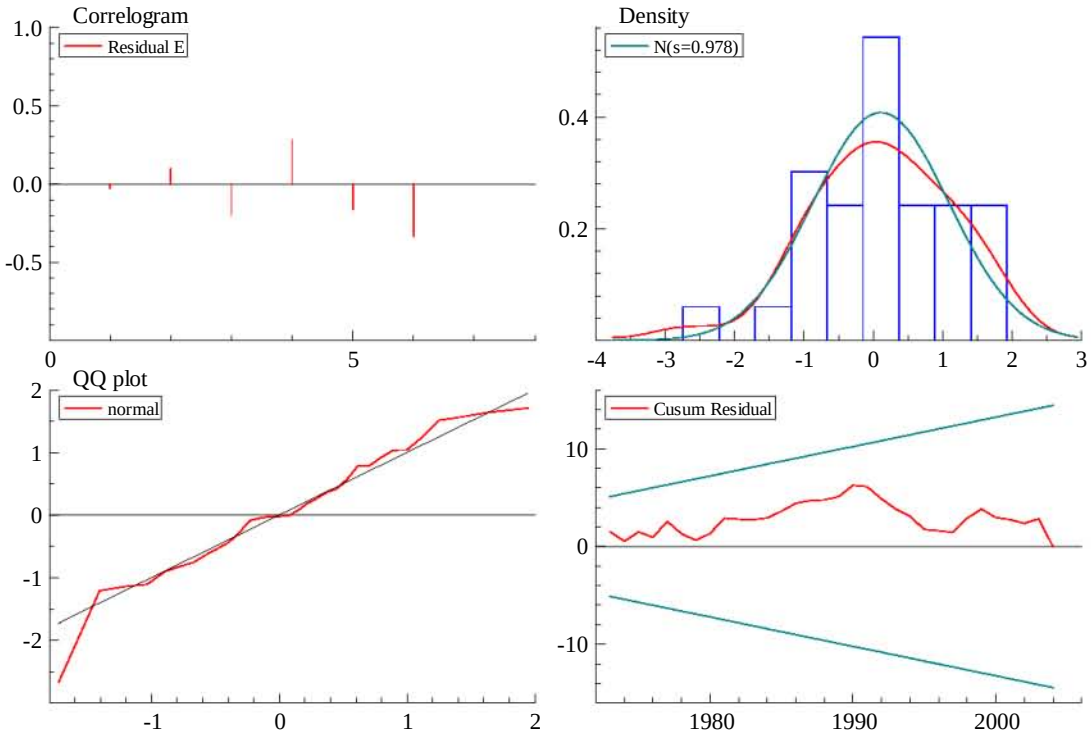
Gráfica 4.11
Ajuste de Tendencia y Elasticidad: Ajuste de estimación



La gráfica 4.12 muestra los residuos del modelo con las bandas de confianza al 95%. El correlograma y el histograma de los residuos confirman que no existe autocorrelación y que estos se distribuyen normalmente. Por otra

parte, el resultado de las pruebas QQ y CUSUM indica que hay estabilidad en los parámetros del modelo, así que se rechaza la existencia de cambios estructurales.

Gráfica 4.12
Ajuste de Tendencia y Elasticidad: Bondad de ajuste de residuales y pruebas de cambio estructural



Por último, respecto al parámetro β_2 calculado, éste tiene el signo esperado y es menor a la unidad. Las dos posibles lecturas para este coeficiente son:

1. Por cada 1% extra de producto equivale a un incremento en el empleo de 0.48 puntos.
2. Si asumimos que la estructura económica mexicana es invariante en el tiempo, el recíproco de β_2 indica que la reducción de un

punto porcentual de la tasa de desempleo significa un incremento del producto igual a 2.08%.

4.3. ANÁLISIS DE RESULTADOS

Resulta evidente que la ley de Okun se cumple para la economía mexicana y que el desempleo trae consigo una importante pérdida en términos del crecimiento del producto (ver cuadro 4.9). A través de la metodología econométrica empleada, se reporta que en promedio cada punto porcentual de incremento en la tasa de desempleo le ha costado a la economía una pérdida aproximada de 2.25 puntos porcentuales del producto.

Cuadro 4.9
Ley de Okun: Resumen de resultados

Modelo	Ecuación estimada	Coeficiente de Okun	Promedio
Primeras Diferencias	$\Delta U_t = 2.349\mu_t - 0.403\dot{Y}_t$ [1′]	2.481	2.25
Prueba de Brechas	$U_t = 14.65\mu_t + 0.456Y_t^{BK}$ [2′]	2.192	
Ajuste de Tendencia y Elasticidad	$\ln E_t = 0.481\ln Y_t - 2.661\mu_t$ [3′]	2.079	

Una bondad de los modelos empleados radica en su sensibilidad dinámica. De esta forma, la diferencia entre los parámetros β_1 de Okun y los μ_t de las ecuaciones [1′] a [3′], estriba en que estos últimos varían en el tiempo. Por ejemplo, si no hubiera crecimiento, ecuación [1′], las variaciones en la tasa de desempleo cambiarían año con año en una proporción de 2.349 pero multiplicada por las variaciones en la tendencia. De manera similar, los

resultados muestran que la economía mexicana ha sufrido una reducción en su capacidad de generar empleos, ecuación [3'], de 2.661 para cada observación (también multiplicada por las variaciones en la tendencia). Esta misma ecuación reporta una elasticidad empleo del producto de 0.481.[30] Por otro lado, conforme a la ecuación [2'], la tasa natural de desempleo para nuestro país sería de 14.65, valor próximo a la media registrada para todo el periodo de estudio.

Los resultados de las estimaciones son congruentes con los que reportan algunos de los autores consultados para la realización de este trabajo (cuadro 4.10); inclusive con los datos obtenidos por Chavarín (*op. cit.*); quien, utilizando datos trimestrales para el periodo 1987.1-2000.2, concluye que la ley de Okun (en su versión de *Primeras diferencias)* para México es de alrededor de 2.4.

Cuadro 4.10
Ley de Okun: Evidencia empírica para algunos países

País	Paldam (1948-1985)	Lee (1955-1996)	Moosa (1960-1995)	Schnabel (1960-2000)	Abril et al. (1961-1994)
Alemania	5.26	2.50	2.33	3.70	2.38
Australia	4.34	1.53	N. c.	2.70	N. c.
Canadá	3.22	1.66	2.03	3.03	N. c.
Estados Unidos	2.38	1.85	2.15	2.38	N. c.
Francia	8.33	2.94	2.71	5.88	N. c.
Inglaterra	2.77	1.38	2.57	2.00	2.04
Italia	7.14	1.08	4.95	7.14	N. c.
Japón	33.33	4.34	10.63	25.00	4.34

N. c.: No calculado

[30] De igual manera, llama la atención que es superior a la que estimó Okun en la ecuación [3], pero que resulta consistente con la diferencia en la intensidad del trabajo entre economías.

CONCLUSIONES

Los resultados obtenidos al estimar la ley de Okun para México son bastante robustos. Gracias a las pruebas de causalidad en el sentido de Granger, se ha podido determinar que, tal como lo planteó Okun, variaciones en el producto trae consigo variaciones en la tasa de desempleo. De esta forma, si el parámetro μ_t [1] de las tres diferentes especificaciones utilizadas es constante, el coeficiente de Okun de largo plazo se encuentra en el intervalo 2.079-2.481; en promedio, cada punto porcentual de incremento en la tasa de desempleo le ha costado a la economía una pérdida aproximada de 2.25 puntos porcentuales del producto.

Como ya se comentó anteriormente, una de las bondades en los parámetros calculados es su sensibilidad dinámica. Es decir, por la estructura de los modelos empleados, éstos responden con mayor facilidad a choques estocásticos que se presentan a lo largo de la muestra.

Si retomamos algunas de las observaciones de Okun, podemos señalar tres causas fundamentales que explican la variación en la tasa de desempleo en México y, por consiguiente, de la tasa de sacrificio entre producto y tasa de desempleo:

1. La incorporación de nueva población activa al mercado laboral. Si el porcentaje neto de población activa que se incorpora al mercado

[1] El cual equivale a β_1 de las tres especificaciones originales de Oku.

laboral es superior al del Producto, el resultado será mayor desempleo y viceversa.

2. Los proceso de innovación y desarrollo suelen incrementar la productividad de la mano de obra. El factor trabajo es más conflictivo y más difícil de administrar que el factor capital; esto se debe a que un mismo nivel de producción puede alcanzarse por un menor número de personas. Si no se incrementa la producción, el resultado será un incremento del desempleo.
3. Las empresas son ahorradoras de mano de obra. Las empresas suelen tener un exceso de mano de obra para atender perturbaciones en la demanda. Generalmente hace falta que el incremento de producción se consolide para que las empresas consideren que no se trata de un simple ciclo y contraten nuevo personal.

Respecto a lo anterior, Okun señala que los cambios de nivel de actividad económica estarán asociados a desplazamientos de la composición del empleo y de la producción por industrias. De esta forma, una economía poco activa como la mexicana se verá acompañada por una producción particularmente deprimida en las industrias manufactureras.

Además, no sólo el trabajo desocupado constituye una buena medida de los recursos inactivos: la productividad del trabajo depende directamente de la capacidad instalada y del equipo disponible. Okun enfatiza enérgicamente: “Los hombres ociosos se ven acompañados por máquinas ociosas”. Esta

correlación (de difícil medida, como apunta el autor) debe tenerse en cuenta al estimar la brecha entre el producto observado y el potencial.

Otra conclusión substancial de Okun se refiere a que los cambios en el nivel de actividad económica se asocian a desplazamientos en la composición del empleo y de la producción industrial. De esta forma, una economía poco dinámica como la mexicana se verá acompañada de lento crecimiento, principalmente en las industrias manufactureras, lo cual está en línea con el argumento central de Kaldor (1966). En este sentido, el trabajo ocioso constituye una buena medida de los recursos desutilizados, donde la productividad del trabajo participa directamente en la relación capacidad instalada-utilización del equipo disponible-crecimiento de largo plazo. Okun lo enfatiza enérgicamente: "Toda la discusión de este artículo supone que el trabajo ocioso es una medida satisfactoria de todos los recursos ociosos".

En México, la contribución en el producto y en el empleo de los sectores agropecuario y manufacturero continúa disminuyendo debido a su incapacidad dinámica y, por tanto, de retención productiva de fuerza de trabajo. Ello genera fuerte expulsión de fuerza laboral hacia los servicios, que observan fuertes problemas de productividad.

Ante un sector manufacturero poco dinámico y que ha perdido liderazgo en el crecimiento económico, es difícil pensar en que el problema del desempleo pueda contenerse en las condiciones actuales.

De acuerdo con Kaldor (op. cit.) es necesario que el sector manufacturero recupere su función de motor del crecimiento y, de este modo, se acelere la actividad agregada, lo que elevará el producto potencial y, sólo así, se reducirá la tasa macroeconómica de desempleo.

El problema de generación de empleo en México es sumamente complejo. La experiencia confirma que no existe política económica suficientemente eficiente para solucionarla.[2] Algunas observaciones y recomendaciones serían:

Primero, la contribución sector agropecuario en la creación de producto y generación de empleos continúa disminuyendo inevitablemente año con año. Para evitar su erosión se debe propiciar una mayor apertura a la inversión privada.

Segundo, es necesario lograr condiciones de estabilidad y certidumbre económicas a fin de atraer la atención de inversionistas nacionales y extranjeros.

Por último, no se trata de generar empleos por generarlos; sino mantener los que ya están y más aún: elevar la productividad del trabajo. Okun sugiere que la relación entre productividad y tasa de desempleo puede explicar satisfactoriamente la actividad económica de cualquier economía.

---

[2] Ver capítulo 3.

ANEXO
MODELOS NO ESTRUCTURALES DE SERIES DE TIEMPO

Kydland y Prescott (1990) sugieren que cualquier metodología no estructural que pretenda obtener el componente de tendencia de una serie de tiempo debe presentar las siguientes características:

1. La tendencia de la serie temporal debe ser, aproximadamente, la curva que se dibujaría a mano alzada sobre la gráfica de la serie original.
2. La tendencia será una transformación lineal de la serie, y esta trasformación debe poderse aplicar a cualquier serie de tiempo.
3. El tamaño de la muestra no debe incidir en el valor de las desviaciones cíclicas en una observación dada, excepto cerca del final del periodo muestral. En general, el método habrá de ser independiente a la longitud de la serie.[1]
4. El modelo final tendrá que estar bien definido, de fácil aplicación y uso.

La metodología desarrollada por Hodrick y Prescott (1997), con base en la técnica *Whittaker-Henderson Tipo A*,[2] cumple las características descritas anteriormente y suele brindar resultados consistentes.

---

[1] Baxter y King (1995).
[2] Whittaker (1923).

SUPUESTOS BÁSICOS

El procedimiento expuesto por Hodrick y Prescott pretende modelar aquellas desviaciones sistemáticas de las series temporales con respecto a un camino suave pero variable (tendencia), el cual es posible estimar mediante un proceso que ajuste una curva suave a los datos.

Para la obtención de esta curva se busca cumplir con dos restricciones: 1) Minimizar la distancia entre el valor observado y la tendencia, y 2) Minimizar el cambio en el valor de la tendencia.

Además, se debe mantener la hipótesis de que la tendencia del logaritmo natural de una serie de tiempo debe variar suavemente y que las fluctuaciones cíclicas no son más que desviaciones en torno a esta tendencia. En otras palabras, la metodología *filtra* el logaritmo natural de la serie extrayendo la tendencia (usando una trasformación lineal) y obtiene un componente cíclico como la diferencia entre la serie y su tendencia.[3]

Para lograr tal descomposición se propone como medida de variabilidad de la tendencia la suma de los cuadrados de las segundas diferencias. Como el procedimiento se realiza sobre el logaritmo de la serie, este criterio sugiere minimizar la variabilidad de la tasa de crecimiento de la tendencia.

[3] Cuando las series de tiempo se trabajan en logaritmos, el componente cíclico estará expresado en términos porcentuales aislado de cualquier unidad de medida.

EL FILTRO HODRICK-PRESCOTT

Como ya se ha descrito anteriormente, una serie de tiempo cualquiera y_t, donde $t = 1,...,T$, se puede describir como la suma de dos componentes: $y_t = \mu_t + \psi_t$. El primer componente, μ_t, representa la tendencia y el segundo, ψ_t, la parte cíclica. De esta forma, la medida de las fluctuaciones cíclicas está dada por: $\psi_t = y_t - \mu_t$.

Hodrick y Prescott proponen que la tendencia de una serie es la que minimiza la siguiente ecuación:

$$\min_{\{\mu_t\}_{t=-1}^{T}} \left\{ \sum_{t=1}^{T} \psi_t^2 + \lambda \sum_{t=1}^{T} \left[(\mu_t - \mu_{t-1}) - (\mu_{t-1} - \mu_{t-2}) \right]^2 \right\} \qquad [1]$$

El primer término de la ecuación [1] es la suma de las desviaciones de la serie respecto a la tendencia al cuadrado, y es una medida del grado de ajuste. El segundo término es la suma de cuadrados de las segundas diferencias de los componentes de tendencia y es una medida del grado de suavidad. Este modelo permite que el componente de tendencia de y_t cambie suavemente a lo largo del tiempo.

Dado que las dos restricciones que se impusieron se contradicen entre sí, es necesario otorgarle un peso a cada una de estas dos condiciones. Esta ponderación se refleja en el parámetro λ, el cual es un número positivo predeterminado de suavización. Su principal función en el problema de minimización es penalizar la suma de las segundas diferencias de la tendencia; en otras palabras, restringe la variabilidad de la tendencia. Entre menor sea el

parámetro, la tendencia puede fluctuar más, y entre mayor sea éste, la tendencia debe ser más suave. Cuando $\lambda \to \infty$, la tendencia se aproxima a una serie de la forma $\mu_t = \mu_0 + \beta t$, para una constante positiva β. Cuando se trabaja con el logaritmo de una serie de tiempo, si $\lambda \to \infty$, la tendencia crecerá a una tasa constante; es decir, la tendencia es lineal, no tiene variabilidad. Por último, si $\lambda = 0$, la tendencia es la misma serie.

EL PARÁMETRO DE SUAVIZACIÓN

El parámetro de suavización controla la aceleración de la tendencia. De esta forma, λ siempre debe ser positivo para que la segunda derivada sea positiva y se garantice la obtención de un mínimo. Para escoger un parámetro de suavización apropiado es importante tomar en cuenta las características económicas de la variable de interés; los valores propuestos por Hodrick y Prescott para λ son los siguientes: 100, 1600 y 14400 para datos anuales, trimestrales y mensuales, respectivamente.

Dada la incertidumbre que surge alrededor de los valores del parámetro de suavización, a continuación se describe brevemente el desarrollo que Hodrick y Prescott siguieron para su obtención:

Sí se consideran que el componente cíclico y las segundas diferencias de la tendencia (variaciones de la tasa de crecimiento) son dos procesos de ruido

blanco, normalmente distribuidos, media cero y con varianzas conocidas[4] σ_{ψ}^2 y σ_{μ}^2, respectivamente, entonces el filtro minimiza el error cuadrático medio, la esperanza condicional de μ_t, en [1], cuando el parámetro de suavización λ es $\frac{\sigma_{\psi}^2}{\sigma_{\mu}^2}$, o: $\sqrt{\lambda} = \frac{\sigma_{\psi}}{\sigma_{\mu}}$. Si μ_t es lineal, σ_{μ} es igual a cero y $\lambda \to \infty$. Un ajuste perfecto se obtiene cuando σ_{ψ} es igual a cero; lo que conlleva a que μ_t también es igual a cero para todo momento t.

Es interesante destacar que sustituyendo esta última expresión de λ en la ecuación [1] se obtiene un modelo con representación estado-espacio que puede resolverse fácilmente con el filtro de Kalman. Hodrick y Prescott utilizan este filtro para calcular eficientemente la esperanza condicional de μ_t dado y_t, donde λ es la relación entre la varianza de ψ_t y la varianza de μ_t. La minimización tendrá dos elementos: μ_0 y $\mu_0 - \mu_{t-1}$, los cuales son considerados como parámetros desconocidos.

Después de resolver el sistema en estado-espacio y bajo la hipótesis de que μ_t varía suavemente a través del tiempo, Hodrick y Prescott favorecen un valor para λ elevado, aún cuando advierten que éste no puede ser apropiado para todas las series temporales. Por ejemplo, si se supone un 5 por ciento de variabilidad en la tasa de crecimiento del componente cíclico, entonces la

[4] Las cuales en la práctica no se distribuyen normalmente, Hodrick y Prescott (1997).

variación de la tasa de crecimiento de la tendencia por trimestre es aproximadamente de un $1/8$ de un 1 por ciento; se tiene entonces:

$$\sqrt{\lambda} = \frac{5}{1/8}$$
$$\lambda = 1600$$

Muñoz y Kikut (1994) sugieren que para escoger un λ apropiado es importante tomar en cuenta las características económicas de las variables de interés. De forma complementaria, respaldan la aplicación del filtro con diferentes valores del parámetro hasta determinar cuál es el que minimiza la ecuación [1].

BIBLIOGRAFÍA

Abril, J. C., H. D. Ferullo y A. Gaínza (1996). *Estimación de la relación de Okun: Argentina 1980-1996*. Facultad de Ciencias Económicas, Universidad Nacional de Tucumán, Argentina.

Adanu, K. (2002). *A Cross-Province Comparison of Okun's Coefficient for Canada*. Department of Economics of Victoria, B.C., Canada.

Alogoskoufis, G. y A. Manning (1988). "On the persistence of unemployment", *Economic Policy*. No. 7.

Altig, D., T. Fitzgerald y P. Rupert (1997). "Okun's Law Revisited: Should we Worry about Low Unemployment?", *Economic Commentary*. Federal Reserve Bank of Cleveland.

Ampudia, V. (2003). "Crecimiento económico, estructura del empleo y economía informal en México", *Revista Mexicana del Trabajo y la Previsión Social.* Núm. 3, STPS, México.

Anderson, B. D. y J. B. Moore (1979). *Optimal Filtering*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ.

Arias, E., A. C. Kikut y J. Madrigal (2002). *Estimación de la Ley de Okun para Costa Rica*. Departamento de Investigación Económica, Banco Central de Costa Rica.

Attfield, C. y B. Silverston (1998). "Okun's Law, Cointegration and Gap Variables", *Journal of Macroeconomics*. Vol. 20, Núm. 3.

Barreto, H. y F. Howland (1993). *There are Two Okun's Law Relationships between Output and Unemployment.* Wabash College, Crawfordsville, USA.

Baxter, M. y R. G. King. (1995) *Measuring Business Cycles Approximate Band-Pass Filters for Economic Time Series*. NBER Working Paper Series, Núm. 5022, Cambridge, Massachusetts.

Burns, A. F. y W. C. Mitchell (1946). "Measuring Business Cycles", *NBER.* New York.

CEESP (2001). "Empleo y desempleo en México, 1994-2000", *Actividad Económica*. Centro de Estudios Económicos del Sector Privado, A. C., México.

Cerra, V. y S. Chaman (2000). *Alternative Methods of Estimating Potential Output and the Output Gap: An Application to Sweden*. IMF Working Paper, International Monetary Fund.

Chavarín, R. (2001). "El costo del desempleo medido en producto. Una revisión empírica de la Ley de Okun para México", *El Trimestre Económico*. Vol. LXVIII, Núm. 270, FCE, México.

Crespo, J. (2003). "Okun's Law Revisited", *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*. Núm. 65.

U.S. Department of Labor Bureau of Labor Statistics (2004). *Comparative Civilian Labor Force Statistics T en Countries 1959-2003*. Office of Productivity and Technology, United States.

Doornik, J. A. y H. Hansen (1994). *An omnibus test of univariate and multivariate normality.* Nuffield College, Oxford.

Dornbusch, R., S. Fischer y R. Startz (1998). *Macroeconomía*. McGraw Hill, 7a edición, Madrid, España.

Durbin, J. y S. J. Koopman

_____ (2000a). *Time Series Análisis by State Space Methods*. Oxford University Press, Oxford.

_____ (2000b). "Time Series Analysis of non-gaussian observations based on state space models from both classical and bayesian perspectives", *Journal of Royal Statistical Society.* 62.

Engle, R. F. y Granger, C.W.J. (1989): "Cointegration and Error Correction: Representation, Estimation and Testing, *Econometrica.* Vol. 55.

Freeman, D. G. (2001). "Panel Tests of Okun's Law for Ten Industrial Countries", *Economic Inquiry*. Vol. 39, Núm. 4.

Friedman, B. y L. Michael W. (1974). "Unemployment: Okun's Law, Labor Force, and Productivity", *The Review of Economics and Statistics*. Vol. 56, Núm. 2.

Frisch, R. A. (1933), "Propagation Problems and Impulse Problems in Dynamic Economics", *Economic Essays in Honor of Gustav Cassel*. Londres.

Garavito, C. (2002). *La Ley de Okun en el Perú: 1970-2000*. Pontificia Universidad Católica de Perú.

Granger, C. W. J.

_____ (2001). "Spurious regressions in econometrics", *A Companion to Theoretical Econometrics.* Blackwell, Oxford.

_____ (1999). *Empirical Modeling in Economics. Specification and Evaluation.* Cambridge University Press.

_____ (1981). "Some properties of time series data and their use in econometric model specification", *Journal of Econometrics.* 16.

Hamilton, J. D. (1994). *Time Series Analysis*. Princeton University Press.

Harris, R. y B. Silverstone (2001). "Testing for Asymmetry in Okun's Law: A Cross-Country Comparison", *Economics Bulletin*. Vol. 5.

Harvey, A. C.

_____ (2004). "Forecasting with Unobserved Components Time Series Models", *Handbook of Economic Forecasting*. Faculty of Economics, University of Cambridge.

_____ (2001). "Testing in Unobserved Components Models", *Journal of Forecasting*. 20.

_____ (2000). *Trend Analysis*. Faculty of Economics and Politics, University of Cambridge.

_____ (1989). *Forecasting Structural Time Series Models and the Kalman Filter*. Cambridge University Press, London.

Harvey, A. C. y S. J. Koopman

_____ (1994). "Trends and cycles in multivariate time series", *Journal of Business and Economic Statistics.* 10.

_____ (1992) "Diagnostic checking of unobserved components time series models", *Journal of Business and Economic Statistics.* 10.

Harvey, A. C. y T. Trimbur (2001). "General model-based filters for extracting cycles and trenes in economic time series", *The Review of Economic and Statistics.* Vol. 85, Núm. 2.

Hodrick, R. y E. C. Prescott (1997). "Postwar U.S. Business Cycles: An Empirical Investigation", *Journal of Money, Credit, and Banking.* Vol. 29, Núm. 1.

INEGI (2000). *Encuesta Nacional de empleo Urbano 2000*. INEGI, México.

Intriligator, M., R. Bodkin y T. Hsiao (1996). *Econometric Models, Techniques, and Applications.* 2a. edición., Prentice Hall, USA.

Kalman, R. (1960). "A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems", *Journal of Basic Engineering*. 82.

Kalman, R. y R. Bucy (1961) "New results in linear filtering and prediction theory", *Journal of Basic Engineering.* 83.

Kichian, M. (1999). *Measuring Potential Output within a State-Space Framework*. Bank of Canada, Otawa.

Kikut, A. C. (2003). *Uso del filtro de Kalman para estimar la tendencia de una serie*. Departamento de Investigaciones Económicas, División Económica, Banco Central de Costa Rica, Costa Rica.

Knoester, A. (1986). "Okun's Law Revisited", *Weltwirtschaftliches Archiv*. 122.

Koopman, S. J., A. C. Harvey, J. A. Doornik y N. Shephard (2000). *Structural Time Series Analyser , Modeller and Predictor.* Timberlake Consultants.

Kulkarni, V.G. (1999). *Modeling and Analysis of Stochastic Systems*. Chapman and Hall.

Kydland, F. E. y E. C. Prescott. (1990). "Business Cycles: Real Facts and a Monetary Myth," *Quarterly Review*. Federal Reserve Bank of Minneapolis, Primavera.

Lang, D. y Ch. de Peretti (2002). *A Strong Hysteretic model for Okun's Law: Theory and Preliminary investigation*. Université de la Méditerranée, Francia.

Lee, J. (2000). "The Robustness of Okun's Law: Evidence from OECD Countries", *Journal of Macroeconomics*. Vol. 22, Núm. 20.

Lemois, F. A. (2003). *Estimaciones de la Ley de Okun para Puerto Rico.* Junta de Planificación, Oficina de la Gobernadora, Estado Libre Asociado de Puerto Rico.

Loría, E.

_____ (2005). *Lecciones de econometría aplicada para México.* Mimeo.

_____ (2004). *Eudoxio: modelo macroeconométrico de la economía mexicana*. Versión 3.2. UNAM, México, mimeo.

_____ (2001a). "El desequilibrio comercial en México, ¿o por qué ahora no podemos crecer al 7%? Algunos elementos conceptuales", *Momento Económico*. Núm. 113. Instituto de Investigaciones Económicas. UNAM, México.

_____ (2004b). "La restricción externa dinámica al crecimiento de México, 1970-199", *Estudios Económicos.* El Colegio de México. Vol. 16, Núm. 2.

_____ (1999). "Integración económica y desempleo en el primer mundo", en Loría, E. y R. Escalante (coordinadores). *El empleo hoy, en México y el mundo*. Facultad de Economía, UNAM. México.

Lucas, R. E.

_____ (1977). "Understanding Business Cycles", *Carnegie-Rochester Series*. Núm.5.

_____ (1976). "Understanding Business Cycles," Karl Brunner and Allan H. Meltzer (eds.), *Stabilization of the domestic and International Economy*. Vol. 5, the Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy, Amsterdam.

Martín, G.

_____ (2002a). *Modelos Estructurales en el contexto de las series temporales económicas*. Departamento de Estadística Económica y Econometría, Universidad de La Laguna.

_____ (2002b). *Representación en el espacio de los estados y el filtro de Kalman en el contexto de las series temporales económicas*. Departamento de Estadística Económica y Econometría, Universidad de La Laguna.

Melo, L. F. (1997). *El producto potencial utilizando el filtro de Hodrick-Prescott con parámetros de suavización variable y ajustada.* Subgerencia de Estudios Económicos, Banco de la República, Santa Fé de Bogotá, Colombia.

Miller, S. (2003). "Métodos alternativos para la estimación del PIB potencial: una aplicación para el caso de Perú". *Estudios Económicos*. Gerencia de Estudios Económicos, Banco Central, Perú.

Morrison, G. y H. Pike (1977). "Kalman Filtering Applied to Statistical Forecasting", *Management Science*. Vol. 23, Núm. 7.

Moosa, I. A. (1997). "A Cross-Country Comparison of Okun's Law Coefficient", *Journal of Comparative Economics*. Núm. 24.

Muñoz, E. y A. C. Kikut (1994). *El Filtro de Hodrick y Prescott: una técnica para la extracción de la tendencia de una serie.* Departamento de Investigaciones Económicas, División Económica, Banco Central de Costa Rica.

Muñoz, E. y K. Vindas (1995). *Pruebas extendidas de Granger.* Departamento de Investigaciones Económicas, División Económica, Banco Central de Costa Rica.

Murillo, I. P. y C. Usabiaga (2002). *Estimaciones de la tasa de paro de equilibrio de la economía española a partir de la Ley de Okun*. Universidad de Extremadura y Universidad Pablo de Olavide, España.

Nourzad, F. y Y. Almaghrbi (1995). "Okun's Law and the Fulfillment of Wage and Prices Expectations", *Journal of PostKeynesian Economics*. Núm. 2.

Okun, A. (1962). "Potential GNP: Its Measurement and Significance", reimpreso en J. Pechman (ed.) (1983), *Economics for Policymaking*. MIT Press, Cambridge, MA.

OIT (2006). *Tendencias mundiales del empleo 2005*. Oficina Internacional del Trabajo, Ginebra.

Ozbeck, L. y U. Ozlale (2005). "Employing the extended Kalman filter in measuring the Output Gap", *Journal of Economics Dynamics & Control*. Núm. 29.

Parker, S. (2001). "Características del desempleo urbano", *Demos*. Núm. 11, México.

Paldam, M. (1987). "How Much does one Percent of Growth Change the Unemployment Rate?", *European Economic Review*. Núm. 31.

Prachowny, M. (1993). "Okun's Law: Theoretical Foundations and Revised Estimates", *The Review of Economics and Statistics*. Vol. 75, Núm. 2.

Prescott, E. C. (1986). "Theory Ahead of Business Cycle Measurement," *Quarterly Review*. Federal Reserve Bank of Minneapolis.

Proietti, T. (2002). *Forecasting with Structural Time Series Models*. Dipartimento di Scienze Statistiche, Universitá di Udine.

Ramos, J. R. (1993). "El problema del empleo: enfoques ortodoxos y estructurales", *Cuadernos de Economía*. Año 30, Núm. 90, Pontifica Universidad Católica de Chile.

Samuelson, P., W. Nordhaus, L. Dieck y J. Salazar, (2001). *Macroeconomía con aplicaciones a México.* McGraw Hill, México.

Schnabel, G. (2002). "Output Trends and Okun's Law", *BIS Working Papers.* Monetary and Economic Departmet, Bank for International Sttlements, Núm. 111.

Sögner, L. y A. Stiassny (2000). "A Cross-Country Study on Okun's Law", *Growth and Employment in Europe: Sustainability and Compatitiveness*. University of Economics and Business Administration, Vienna.

Schorderet, Y. (2001). "Revisiting Ok Law's: An Hysteretic Perspective", *Discussion Papers*. Department of Economics, University of California, San Diego.

Slutsky, E. (1927), "The Summation of Random Causes as the Source of Cyclic Processes", *Econometrica.* Núm. 5.

Solera, A. (2003). *El filtro de Kalman*. Departamento de Investigaciones Económicas, División Económica, Banco Central de Costa Rica, Costa Rica.

Steyn, I. J. (1996). *State Space Models in Econometrics: A field guide*. Vrije Universiteit.

Tobin, J. (1980). *In Memoriam. A Tribute to Arthur M. Okun.* The Brookings Institution, Washington, D.C.

Watson, M. W. (1986). "Univariate Detrending Methods with Stochastic Trends," *Journal of Monetary Economics*. 18.

Weber, Ch. E. (1995). "Cyclical Output, Cyclical Unemployment, and Okun's Coefficient: A New Approach", *Journal of Applied Econometrics*. Vol. 10, Núm. 4.

Welch, G. y G. Bishop (2001). *An introduction to the Kalman Filter*. Department of Computer Science, University of North Carolina.

Whittaker, E. T. (1923) "On a New Method of Graduations", *Proceedings of the Edinburgh Mathematical Society*, 41.

Zivot, E. (2005). *State-space Models and the Kalman Filter*. University of Washington.

Yann, S. (2001). *Revisiting Okun's Law: An Hysteretic Perspective.* Department of Economics, University of California.

Yule, G. U. (1927), "On a Method of Investigating Periodicities in Disturbed Series, with Special Reference to Wolfer's Sunspot Numbers," *Philosophical Transactions*. 226A