



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
FACULTAD DE INGENIERÍA

“SIMULACIÓN MULTIFÁSICA TRIDIMENSIONAL EN
YACIMIENTOS NATURALMENTE FRACTURADOS”

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE
INGENIERO PETROLERO

P R E S E N T A N :
JESÚS TADEO RESÉNDIZ TORRES
OSCAR PEÑA CHAPARRO



DIRECTOR: DR. VICTOR HUGO ARANA ORTIZ

MEXICO, DF.

JUNIO, 2005



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

AGRADECIMIENTOS

Al Grupo de Simulación Numérica de Yacimientos (GSNY) y a la Facultad de Ingeniería de la UNAM por todas las facilidades otorgadas para la realización de este trabajo.

AGRADECIMIENTOS

A DIOS

Por construir este mi universo, mi vida y mi alma dejar ser parte de todo para evolucionar.

A MIS PADRES

Por todo su apoyo y educación en esta vida terrea, gracias.

A MIS AMIGOS

Uriel, Rodrigo, Humberto, David, Víctor y a todos y cada uno de mis amigos que he tenido y tendré a lo largo de esta vida gracias por su valiosa amistad y comprensión.

A YULI

Gracias por todo tu cariño y por esos momentos inolvidables a tu lado TE QUIERO MUCHO.

A MI AMIGO Y COMPAÑERO DE TESIS:

Oscar Peña por brindarme un gran apoyo en todos los sentidos, y por ser lo que eres siempre evolucionando y mirar hacia delante.

“Todo es simbólico y Trascendental en esta gran epopeya de los seres humanos recordar que siempre que se busque se encontrara que toda las causas traen efectos y que nosotros somos parte del todo y el todo es parte de nosotros”

JEGUG TADEO REGENDIZ DOMING

AGRADECIMIENTOS

Ese trabajo representa el final de una etapa de mi vida y el inicio de otra, pero antes quiero agradecer a la gente que he conocido durante todo este tiempo y que de alguna manera forman parte de este trabajo.

A MIS PADRES:

Agradezco en especial a mis padres Gloria Chaparro Pérez y Ángel Peña Rodríguez quienes me dieron la vida y me han apoyado todo este tiempo, siempre les estaré agradecido y no les fallaré.

A MIS HERMANOS:

Ángel, Juan Carlos y José Luis por su apoyo durante mis estudios.

A MI ESCUELA:

A la Facultad de Ingeniería por brindarme sus instalaciones para mi formación profesional y la Universidad Nacional Autónoma de México por darme la oportunidad de pertenecer a ella donde más allá de clases tuve muchas lecciones de vida.

A MIS AMIGOS:

A un grupo de amigos que conozco desde hace muchos años y que a pesar de que cada uno de nosotros ha elegido su camino conservamos una gran amistad y que son Juan, Iván, José Manuel, Javier, Godínez, Soster, Gerardo, Adrián, Héctor y a aquellos que a pesar de no verlos, se que cuento con ellos, Josué, Erika y Alicia (si tú).

A MIS AMIGOS PETROLEROS:

Con quienes compartí gran parte del tiempo y que son grades amigos como José Luis Morelia de S., Francisco, José Luis Hernández, José Castillo, Oscar Dimas, Lidia, Daniel Augusto, Ramiro, Fidel, Arturo, Oscar Castillo, Lucino, Lucía, Juan Cristóbal, Miguel Ángel, Melissa, Lizbeth, Elizabeth, Claudia, Rodrigo y en especial a Uriel Cedillo y Orlando Hernández por su amistad y Erika por su apoyo en estos momentos así como a todos aquellos que me brindaron su amistad.

A MIS PROFESORES:

Que contribuyeron con mi formación, en especial al Ing. Manuel Villamar Viguera, Ing. Salvador Macías Herrera, M.I. Agustín Galindo Nava, M.I. Nestor Martínez Romero y al Dr. Víctor Hugo Arana Ortiz que me brindó su apoyo.

A MI COMPAÑERO DE TESIS Y AMIGO:

Tadeo por su apoyo y motivación en estos días para la elaboración de este trabajo.

Finalmente y no por ello menos importante a Dios por haberme dejado conocerlos y permitirme contar con su amistad.

Oscar Peña Chaparro

ÍNDICE

RESUMEN	<i>i</i>
LISTA DE FIGURAS	<i>ii</i>
LISTA DE TABLAS	<i>iii</i>
CAPITULO I. INTRODUCCIÓN	1
CAPÍTULO II. FORMULACIÓN MATEMÁTICA DEL PROBLEMA	6
II.1 Geología de un Yacimientos Naturalmente Fracturado.....	6
II.2 Propiedades Petrofísicas de un Yacimiento Naturalmente Fracturado.....	7
II.3 Modelo Matemático Yacimiento Fracturado.....	14
II.3.1 Ecuaciones Diferenciales para la Fractura.....	15
II.3.2 Ecuaciones Diferenciales para la Matriz.....	16
II.3.3 Función de Transferencia de Fluidos Matriz-Fractura.....	18
II.4 Condiciones Iniciales y de Frontera.....	19
II.4.1 Condiciones Iniciales.....	19
II.4.2 Condiciones de Frontera.....	37
CAPÍTULO III. FORMULACIÓN NUMÉRICA DEL PROBLEMA	39
III.1 Ecuaciones de Flujo en Diferencias Finitas.....	39
III.1.1 Ecuaciones de las Fracturas.....	40
III.1.2 Ecuaciones de los Bloques de Matriz.....	45
III.2 Solución del Sistema de Ecuaciones.....	47
III.2.1 Linealización del Sistema de Ecuaciones.....	47
III.3 Reducción Matricial del Sistema de Ecuaciones.....	55
III.4 Modelo de Pozo.....	58
III.5 Algoritmo de Solución.....	61

CAPÍTULO IV. VALIDACIÓN.....	64
IV.1 Flujo Monofásico.....	64
IV.1.1 Validación Modelo Homogéneo Radial.....	64
IV.1.2 Validación Modelo Fracturado Radial.....	69
IV.2 Flujo Multifásico.....	74
IV.2.1 Validación Modelo Fracturado Cartesiano.....	74
IV.2.2 Validación Modelo Fracturado Cartesiano.....	77
CAPÍTULO V. ANÁLISIS DE RESULTADOS.....	80
V.1 Flujo Monofásico.....	80
V.1.1 Modelo Homogéneo Radial.....	80
V.1.2 Modelo Fracturado Radial.....	82
V.2 flujo Multifásico.....	83
V.2.1 Modelo Homogéneo Cartesiano.....	83
V.2.2 Modelo Fracturado Cartesiano.....	84
CAPÍTULO VI. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	86
VI.1 Conclusiones.....	86
VI.2 Recomendaciones.....	87
NOMENCLATURA.....	88
REFERENCIAS.....	92
APÉNDICE A.....	95
APÉNDICE B.....	100

APÉNDICE C	107
APÉNDICE D	110
APÉNDICE E	114
APÉNDICE F	122

RESUMEN

Los modelos son usados para describir procesos que suceden en todas las ramas de la ciencia y tecnología. En un modelo matemático, el sistema o fenómeno a ser modelado es expresado en términos de ecuaciones. Este es el caso del flujo de fluidos en los yacimientos petroleros cuando se desea modelar matemáticamente el comportamiento a escala de campo. Para realizar este análisis se debe recurrir a un simulador numérico de yacimientos. Un Simulador Numérico de Yacimientos (SNY) combina la física, matemáticas e ingeniería de yacimientos para obtener algoritmos que deben ser programados para desarrollar una herramienta que sea capaz de predecir el comportamiento de un yacimiento de hidrocarburos bajo diferentes condiciones de explotación. Los simuladores de yacimientos son usados principalmente porque son capaces de resolver problemas a escala de yacimiento que no pueden ser resueltos analíticamente o de alguna otra manera.

El objetivo principal de este trabajo es construir un simulador numérico para ser usado en yacimientos naturalmente fracturados conteniendo tres fases: aceite, gas y agua. Las características principales del simulador son las siguientes: flujo isotérmico de aceite gas y agua, discretización en diferencias finitas en tres dimensiones en coordenadas radiales y cartesianas, equilibrio inicial gravitacional y capilar, y formulación totalmente implícita.

Este trabajo esta organizado de la siguiente manera: se presenta una breve pero concisa introducción del tópico, se plantea el modelo matemático seguido de su solución numérica. Posteriormente se analizan algunos casos con su validación analítica y con software comercial. Finalmente se presenta la discusión de resultados.

I. INTRODUCCIÓN

Los modelos son usados para describir procesos que suceden en todas las ramas de la ciencia y tecnología. Diferentes tipos de modelos son usados en todas las áreas de la Industria Petrolera incluyendo la administración de Yacimientos. Los modelos pueden ser físicos o matemáticos. Los primeros son aquellos que a una escala apropiada se construyen para analizar algún fenómeno y estudiarlo, por ejemplo, un tubo de acrílico para modelar el flujo de fluidos a través de tuberías o una celda PVT para modelar el comportamiento de un fluido en el yacimiento. En un modelo matemático el sistema o fenómeno a ser modelado es expresado en términos de ecuaciones. Estas ecuaciones deberán de reproducir el comportamiento del sistema a diferentes condiciones. Obviamente que algunos sistemas o fenómenos no es posible reproducirlos mediante modelos físicos, ya sea por que son muy costosos o simplemente es imposible. En este caso se debe recurrir a modelos matemáticos. Este es el caso del flujo de fluidos en los yacimientos petroleros cuando se desea analizarlos a gran escala. En general, si se desea modelar matemáticamente el flujo de fluidos en medios porosos a escala de yacimiento se debe recurrir a un simulador numérico de yacimientos. De esta manera la Simulación Numérica de Yacimientos (SNY) combina la física, matemáticas e ingeniería de yacimientos para obtener algoritmos que deben ser programados para desarrollar una herramienta que sea capaz de predecir el comportamiento de un yacimiento de hidrocarburos bajo diferentes condiciones de explotación. **(Coats, 1969)** define a un simulador numérico como un conjunto de ecuaciones diferenciales parciales que expresan la conservación de masa y/o energía.

La importancia de la simulación de yacimientos, y por lo tanto de un simulador numérico de yacimientos, radica en su papel dentro de la administración de un yacimiento.

El proceso de la administración de un yacimiento o un activo petrolera integra los siguientes puntos **(Gringarten, A.C. et al, 1998)**: (1) Adquisición de información, (2) validación de información, (3) integración de la información en un modelo de yacimiento, (4) comportamiento del modelo de yacimiento con un *simulador numérico de yacimientos*, (5) calibración del modelo del yacimiento (ajuste de historia), (6) acoplamiento del modelo del yacimiento con las instalaciones superficiales, y (7) realización de pronósticos de producción. De los anteriores siete puntos, la simulación numérica de yacimientos es la herramienta fundamental para la realización de los cinco últimos. De aquí la importancia de contar con un simulador numérico de yacimientos propio para la administración efectiva de yacimientos.

Dentro del contexto de la administración de yacimientos, el principal objetivo de la simulación de yacimientos es proporcionar al ingeniero de diseño de explotación una herramienta confiable para predecir el comportamiento de los yacimientos de hidrocarburos bajo diferentes condiciones de operación. El modelar el comportamiento de un yacimiento de hidrocarburos bajo diferentes esquemas de producción reduce el riesgo asociado a la elección del plan de explotación y por lo tanto minimiza los flujos de efectivo negativos.

(Matax y Dalton 1990) mencionan que la simulación de yacimientos es la única forma de describir cuantitativamente el flujo de fluidos en un yacimiento heterogéneo, cuya producción se determina no solamente por las propiedades del yacimiento, sino también por la demanda del mercado, las estrategias de inversión y las políticas gubernamentales.

A medida que las computadoras digitales surgieron, los simuladores lo hicieron. La primeras versiones a aparecieron en los años 50`s **(Coats, K.H., 1982)**. Anterior a esto, los pronósticos se basaban en soluciones analítica de una

sola fase, la ecuación de Buckley-leverett (**Welge, H.G. 1952**), o simplemente usando el método de balance de materia (**Dake, L.P., 1979**).

En la década de los 60`s surgieron los simuladores de aceite negro (**Odeh, A.S, 1969**). A medida de la capacidad de las computadoras crecía, surgieron los simuladores composicionales (**Kazemi, H. y Vestal, C.R, 1978**). Posteriormente con el avance en la caracterización estática de los yacimientos surgieron mejoras en las simulación de yacimientos, (**Young, L.C., y Stephenson, R.E, 1982**).

Los simuladores de yacimientos son usados principalmente porque son capaces de resolver problemas a escala de yacimiento que no pueden ser resueltos analíticamente o de alguna otra manera. Este es el caso del comportamiento de flujo multifásico de fluidos en yacimientos naturalmente fracturados. Un yacimiento naturalmente fracturado es un yacimiento que contiene fracturas, las cuales se crearon naturalmente debido a esfuerzos de tensión y compresión. Los Yacimientos Naturalmente Fracturados (YNF) tienen gran importancia en nuestro país debido a que actualmente aportan cerca del 80 % de la producción de aceite. La capacidad de explotar óptimamente un yacimiento de hidrocarburos depende principalmente de que tanto entendemos el sistema roca- fluidos, esto es el yacimiento como un sistema. Es bien conocido que cualquier estudio a un yacimiento va encaminando a entender tal sistema. En general, el ingeniero de diseño de explotación usa modelos de yacimiento para descifrar y entender la interacción de los procesos y variables involucradas en el sistema para arribar a un análisis práctico del yacimiento. La complejidad del modelamiento del flujo de fluidos en un yacimiento aumenta a medida que la heterogeneidad, el fracturamiento por ejemplo, lo hace. El desarrollo de modelos para simular formaciones fracturadas tiene sus orígenes a principios de los 60`s (**Barenblatt et. al. 1960**).

Cuatro distintos modelos conceptuales han sido empleados en la simulación de flujo de fluidos en YNF: Fractura explicita discreta, Red de fracturas discretas, Doble Medio continuo, y Un medio continuo. Estos modelos pueden ser distinguidos en base al medio que almacena y al medio que transporta. Un compendio de modelos para yacimientos naturalmente fracturados puedes ser encontrado en **(Diodato, 1994)**.

Este trabajo considera el modelo doble medio continuo que en el campo de la ingeniería de yacimientos se conoce como modelo de doble porosidad / una permeabilidad. Este modelo fue introducido por **(Barenblatt et. al. 1960)** y extendido posteriormente por **(Warren and Root, 1963)** en la teoría de pruebas de presión.

El modelo de doble porosidad / una permeabilidad esta basado en la idealización de dos medios superpuestos: bloques de matriz rodeados de una red de fracturas. El sistema de bloques de matriz contiene la mayor parte del volumen y es considerado como un sistema discontinuo en términos de transferencia de fluido. Por otro lado, el sistema de fracturas contiene un volumen pequeño de hidrocarburos, pero debido a su concepción física, posee una gran permeabilidad lo cual facilita el flujo de fluidos hacia los pozos productores. Los bloques de matriz alimentan a las fracturas de manera que los dos sistemas interactúan mediante una función de transferencia de fluidos formando un modelo de doble porosidad y una permeabilidad. En el caso donde la permeabilidad en los bloques de matriz sea considerable, los dos sistemas llegan a ser continuos, y el modelo se le conoce como doble porosidad – doble permeabilidad. La primera aproximación del modelado completo de un campo de yacimientos fracturados fue descrito por Kazemi. **(Kazemi y Merrill, 1976)**.

En el modelo de doble porosidad una permeabilidad, el flujo de fluidos entre matriz y fractura es proporcional a un factor de forma, generalmente representado como σ , y la diferencia de presión entre un bloque de matriz y su fractura circundante como lo muestra **(Kazemi y Merrill, 1976.)** Asimismo, **(Kazemi y Gilman 1993)**, han contribuido a modelar sistemas a escala de yacimiento utilizando modelos de doble porosidad.

El objetivo principal de este trabajo es construir un simulador numérico para ser usado en yacimientos naturalmente fracturados conteniendo tres fases: aceite, gas y agua. Asimismo, se pretende que este trabajo sea la base para estudios subsecuentes del comportamiento de procesos dinámicos en yacimientos naturalmente fracturados.

Las características principales del simulador son las siguientes: discretización en diferencias finitas en tres dimensiones en coordenadas radiales y cartesianas, flujo isotérmico de aceite gas y agua, equilibrio inicial gravitacional y capilar, y formulación totalmente implícita. Desde el punto de vista computacional, se uso memoria dinámica, estructural modular para implantar procesamiento en paralelo, construcción de un parser para la lectura de datos, y formatos de salida de resultados para su fácil análisis.

La estructura de esta tesis es la siguiente: se presenta una breve pero concisa introducción del tópico, se plantea el modelo matemático seguido de su solución numérica. Posteriormente se analizan algunos casos con su validación analítica y con software comercial. Finalmente se presenta la discusión de resultados.

II. FORMULACIÓN MATEMÁTICA DEL PROBLEMA

II.1 Geología de un Yacimiento Naturalmente Fracturado

Una fractura es una discontinuidad de una superficie plana en la cual una pérdida de la cohesión ha tenido lugar, es decir una fractura en una roca, es el resultado de una ruptura, y durante los procesos de deformación y alteración de la misma, la fractura puede ser ocupada por fluidos que contiene la roca. **(Kazemi,H. et. al. 1976)** Un YNF es aquel yacimiento que contiene fracturas creadas por la naturaleza. Estas fracturas naturales pueden tener un efecto positivo o negativo en el flujo de los fluidos del yacimiento. En el caso de fracturas abiertas sin cementación o mineralización parcial, el efecto puede favorecer el flujo de aceite, pero a su vez favorecer el flujo de agua o gas debido a los efectos de conificación. Fracturas totalmente cementadas o mineralizadas pueden crear barreras impermeables por las que los fluidos no podrán pasar, este es el caso de las estilolitas, esto puede crear compartimientos incomunicados que no representarían una recuperación económicamente viable.

Un YNF contempla dos sistemas superpuestos: un sistema de bloques de matriz y otro sistema de fracturas superpuestos e interactuando simultáneamente. Cada sistema tiene propiedades petrofísicas diferentes: las fracturas poseen alta permeabilidad y un almacenamiento de fluidos pequeño, los bloques de matriz poseen baja permeabilidad y alto almacenamiento de fluidos. La interacción entre los bloques de matriz y el sistema de fracturas definirán en gran medida la recuperación de los hidrocarburos contenidos en el YNF.(Fig. 1)

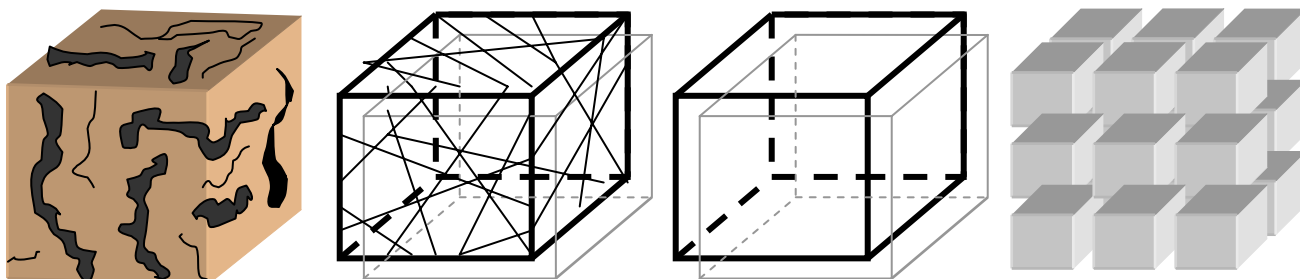


Figura 1 .- Idealización de un yacimiento fracturado

II.2 Propiedades Petrofísicas de un Yacimiento Naturalmente Fracturado

Distribución de las fracturas

Se ha demostrado que la orientación de las fracturas, medida en un afloramiento, es similar a la determinada en núcleos orientados tomados a una mayor profundidad. También se ha demostrado que los esfuerzos existentes en el subsuelo condicionan la orientación de las fracturas inducidas artificialmente. **(Aguilera, 1995)**

Como muchos yacimientos solo pueden producir en forma económica, mediante el fracturamiento de sus pozos, las características de las fracturas así inducidas deben evaluarse, para incluirlas en los modelos matemáticos.

Porosidad en los YNF

El conocimiento de la porosidad de un yacimiento es fundamental para estimar la cantidad de fluidos que este puede almacenar. En el caso de un YNF vamos a tener dos tipos de porosidad: una asociada a la matriz de la roca (primaria) y otra asociada al sistema de fracturas (secundaria). **(Aguilera, 1995)**

La porosidad secundaria comprende macro y micro fracturas, además de vóculos. A continuación se explica con más detalle cada tipo de porosidad.

- Porosidad Primaria

La porosidad primaria se establece al momento en que el sedimento inicialmente se deposita. Por lo tanto, es una característica inherente a la roca.

El valor de la porosidad primaria depende de varios factores, entre ellos el arreglo y distribución que guardan los granos del sedimento, la cementación y el grado de interconexión entre los espacios porosos.

Graton y Fraser (1935) evaluaron la porosidad de dos configuraciones de empacamiento de granos: cúbica y romboédrica (figura 1.2).

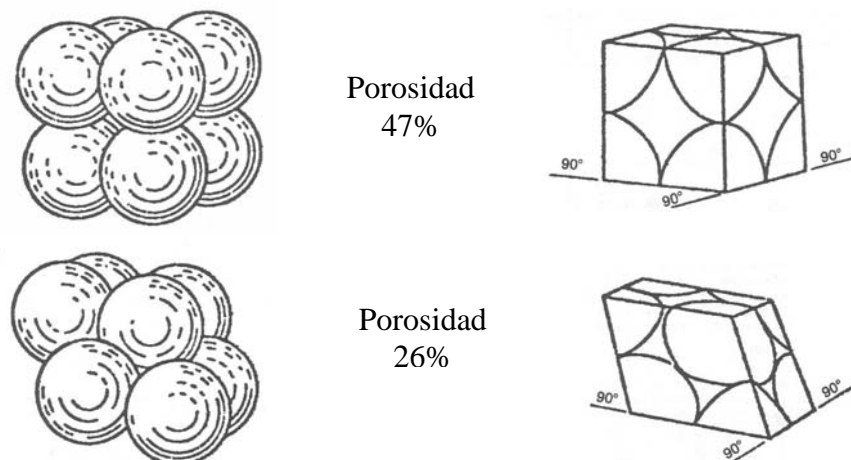


Figura 1.2. – Configuraciones de empacamiento cúbico y romboédrico

La porosidad para ambos arreglos únicamente depende del empacamiento de los granos y no de su radio.

- Porosidad Secundaria

La porosidad secundaria es el resultado de procesos geológicos después de la depositación de la roca sedimentaria y no tiene relación con la forma de las partículas.

La porosidad secundaria puede relacionarse a un punto en específico de la roca, o al volumen total de la roca. Para el primer caso, la porosidad de la fractura resulta un número muy grande, casi cercano a 100%.

Para el segundo caso, la porosidad resulta un número muy pequeño. Por esto la porosidad de la fractura es dependiente de la escala.

Efecto de la Porosidad en YNF

Tenemos que ver como afecta la porosidad el flujo de fluidos en YNF. La porosidad secundaria puede afectar positiva o negativamente el flujo de los fluidos a través del medio poroso.

La determinación de la proporción de la porosidad que corresponde a la matriz, y la que está constituida por el sistema de cavernas, fracturas, etc., es muy importante. Los efectos gravitacionales imperarán en el sistema secundario, donde las fases se separan con facilidad. En un sistema poroso matricial, con baja capacidad de flujo, el desplazamiento de los fluidos estará generalmente controlado por las fuerzas capilares. En algunos casos más del 50% de la porosidad total corresponde a la secundaria.

Generalmente los YNF deben tratarse como un sistema de dos porosidades, uno en la matriz y otro en las fracturas. La interacción (flujo cruzado) entre estas dos porosidades puede afectar considerablemente el comportamiento de un yacimiento. Cuando la comunicación es buena, ambos sistemas de porosidad pueden responder al gradiente de presión total.

La capacidad de almacenamiento y la recuperación de hidrocarburos en los yacimientos fracturados pueden variar considerablemente. La porosidad primaria y la secundaria se pueden presentar en diversas combinaciones. Cuando la capacidad de almacenamiento en los poros de la matriz es grande, comparada con la de las fracturas, se tienen las mejores condiciones de explotación, aunque se pueden presentar problemas durante la perforación, como pérdidas de circulación, brotes, entre otros. En estos yacimientos la matriz posee una permeabilidad vertical que, aunque relativamente baja (de 10 a 100 mD), permite la acción efectiva de la segregación gravitacional del gas liberado en dicha matriz.

La interacción entre los fluidos contenidos en los bloques matriciales y los existentes en las fracturas, facilitan el desplazamiento del aceite, permitiendo obtener recuperaciones substanciales.

Otro caso es cuando existe la misma capacidad de almacenamiento en la matriz y en las fracturas. En este caso la matriz es compacta y de baja permeabilidad, mientras que las fracturas poseen una permeabilidad altísima.

El último caso se da en una formación con porosidad muy baja o nula en la matriz, en la que prácticamente toda la capacidad de almacenamiento se debe a las fracturas. La saturación de agua puede ser muy alta en una matriz de baja porosidad; pero la saturación es generalmente inmóvil. Los yacimientos de este tipo generalmente producen con altos gastos iniciales; pero éstos declinan drásticamente en muy corto tiempo.

Permeabilidad de la Roca

La permeabilidad es una propiedad del medio poroso y es una medición de la capacidad del medio para transmitir fluidos. Los yacimientos pueden tener permeabilidad primaria y secundaria. La permeabilidad primaria también se conoce como permeabilidad de la matriz, y la permeabilidad secundaria se conoce como permeabilidad de la fractura **(Aguilera, 1995)**.-

Permeabilidad de la matriz

Es la permeabilidad de la roca sin tomar en cuenta las fracturas. Tomando en cuenta la ley de Darcy, para fluidos incompresibles, la permeabilidad puede calcularse con la siguiente ecuación:

$$k = v \frac{\mu L}{\Delta p} = \frac{q \mu L}{A \Delta P} \quad (2.1)$$

Reacomodando términos y expresada en unidades prácticas la ecuación de Darcy queda de la siguiente manera:

$$q = \frac{0.001127kA\Delta P}{\mu L} \quad (2.2)$$

Dónde:

- q = gasto [bpd]
- k = permeabilidad [md]
- A = área [pie²]
- ΔP = diferencial de presión [lb/pg²]
- μ = viscosidad [cp]
- L = distancia [pies]

Permeabilidad de la fractura

La presencia de fracturas abiertas y no cementadas incrementa de manera considerable la permeabilidad de la roca. Es posible estimar la permeabilidad de una fractura con un método similar al utilizado para la permeabilidad vulgar.

La permeabilidad de la fractura con base en el ancho de la fractura es **(Aguilera, 1995):**

$$k_f = 54 \times 10^6 w_o^2 \text{ darcys} \quad (2.3)$$

En dónde w_o es el ancho de la fractura en pulgadas.

Efecto de la permeabilidad en YNF

La permeabilidad tiene un efecto considerable en el flujo de fluidos y por consecuencia en la recuperación de aceite. En yacimientos naturalmente fracturados la permeabilidad actúa de manera diferente que en yacimientos sin fracturas. Los conductos que forman las fracturas pueden favorecer de manera significativa la permeabilidad de la formación.

La interacción entre la permeabilidad de la matriz y la permeabilidad de la fractura juega también un papel importante en la facilidad de flujo de los fluidos. Puede que tengamos muy buena permeabilidad en la fractura, pero si la mayor parte de los hidrocarburos se encuentran en la matriz y no hay flujo entre la matriz y las fracturas, no habrá flujo hacia el pozo o será muy reducido. En cambio si la permeabilidad de la matriz y la fractura se relacionan de manera favorable, el flujo de los fluidos a través del medio poroso puede verse mejorado y como consecuencia la recuperación de hidrocarburos será mejor.

Para efectos de la simulación de yacimientos, las permeabilidades relativas seleccionadas para aplicarse en los modelos matemáticos determinan los resultados de la predicción del comportamiento del yacimiento. Los valores de permeabilidades relativas obtenidas en laboratorio pueden distar mucho de los valores reales de la formación, esto debido a las heterogeneidades de la formación y a que los valores son obtenidos a partir de núcleos que representan solamente una porción muy pequeña de la formación. Es por esta razón que es necesario ajustar los datos de permeabilidad relativa en la simulación de yacimientos para obtener un ajuste histórico que concuerde con el comportamiento pasado del yacimiento.

Los yacimientos naturalmente fracturados conceptualmente se consideran constituidos por dos medios, fracturas y bloques de matriz, que interactúan en el dominio del espacio del yacimiento y del tiempo. Warren y Root (**Warren, J.E. &**

Root, P.J 1964), presentan un modelo que idealiza a un medio fracturado como un sistema formado por bloques de forma de paralelepípedo rectangular, separados por una red de fracturas ortogonales. Ambos medios tienen características distintas, siendo los bloques de matriz los que generalmente presentan una capacidad alta de almacenamiento de hidrocarburos y una permeabilidad baja, además de tener una porosidad primaria formada durante la depositación y litificación de los sedimentos. Las fracturas, al contrario de los bloques de matriz, generalmente presentan una capacidad de almacenamiento baja y una permeabilidad alta y constituyen un medio de porosidad secundaria formada posteriormente a la depositación.

En la literatura se han publicado dos modelos para conceptualizar un yacimiento naturalmente fracturado: modelo de doble porosidad (**Warren, J.E. & Root, P.J 1964**) y modelo de doble porosidad-doble permeabilidad (**Hill, A.C. y Thomas, G.W. 1985**). En este trabajo se considera el modelo de doble porosidad, que a continuación se explica.

Los simuladores numéricos de yacimientos se han utilizado para simular yacimientos de flujo multifásico de “simple-porosidad”. Tales simuladores no se pueden utilizar para estudiar el comportamiento de flujo en yacimientos naturalmente fracturados como sistemas de doble-porosidad. Es decir, una porosidad se asocia a los bloques de la matriz y la otra representa el de las fracturas. Las fracturas proporcionan la trayectoria principal de flujo de fluidos del yacimiento llevando el aceite al pozo. Los bloques de matriz actúan como el medio almacenador.

La teoría de la doble porosidad se basa en que, las fracturas forman una serie continua llenada por los bloques no continuos de la matriz. Es decir las fracturas son los límites de los bloques de matriz. (**Kazemi, H. et. al. 1976**)

La teoría de la doble porosidad se basa en lo siguiente: las fracturas forman un sistema continuo y los bloques de matriz un sistema no continuos. Es decir las fracturas son los límites de los bloques de matriz (**Kazemi, H. et. al. 1976**). Las fracturas son el medio por el cual los fluidos fluyen del yacimiento hacia los pozos, mientras que los bloques de matriz se consideran discontinuos, su interacción se da a través de las fracturas (**Gilman, J.R. y Kazemi, H. 1983**). Los bloques de matriz presentan una alta capacidad de almacenamiento, conteniendo la mayor parte de los fluidos del yacimiento y sirven de fuente a las fracturas. Los fluidos contenidos en los bloques de matriz se transfieren a las fracturas bajo diversos mecanismos, como la imbibición agua-aceite, la imbibición de aceite, el drene de aceite y la expansión de la roca y fluidos, y posteriormente fluyen a los pozos.

II.3 Modelo Matemático Yacimiento Fracturado.

En este trabajo se considera el flujo multifásico de aceite, gas y agua en un yacimiento naturalmente fracturado, bajo condiciones isotérmicas. Se considera que la fase agua no intercambia masa con las fases hidrocarburos, esto es, son fluidos inmiscibles.

Conforme a lo descrito en el párrafo anterior, las ecuaciones que describen el flujo multifásico en un yacimiento naturalmente fracturado considerando el modelo de doble porosidad, comprende el siguiente conjunto de ecuaciones en cada uno de los medios, fracturas y bloques de matriz:

- 3 ecuaciones de flujo en el medio poroso, una para cada fase
- 2 expresiones de presión capilar que relacionan la presión de la fase agua, fase aceite y fase gas.
- 1 ecuación de restricción para las saturaciones de las fases.

De esta manera, se tiene un total de (2×6) ecuaciones que describen matemáticamente el problema en cuestión.

II.3.1 Ecuaciones Diferenciales para la Fractura.

Las ecuaciones para el flujo multifásico en yacimientos de aceite negro en el medio continuo, las fracturas, se desarrollan en el Apéndice A. Estas son:

Aceite

$$\nabla \cdot \left[\frac{b_o k k_{ro}}{\mu_o} (\nabla p_o - \gamma_o \nabla D) \right] + [b_o q_o] + \tau_{omf} = \frac{\partial}{\partial t} [\phi (b_o S_o)] \quad (2.1)$$

Gas

$$\begin{aligned} & \nabla \cdot \left[\hat{R}_s b_o \frac{k k_{ro}}{\mu_o} (\nabla p_o - \gamma_o \nabla D) + b_g \frac{k k_{rg}}{\mu_g} (\nabla p_g - \gamma_g \nabla D) \right] \\ & + \left[\hat{R}_s b_o q_o + b_g q_g \right] + \hat{R}_s \tau_{omf} + \tau_{gmf} = \frac{\partial}{\partial t} \left[\phi (\hat{R}_s b_o S_o + b_g S_g) \right] \end{aligned} \quad (2.2)$$

Agua

$$\nabla \cdot \left[\frac{k k_{rw}}{B_w \mu_w} (\nabla p_w - \gamma_w \nabla D) \right] + b_w q_w + \tau_{wmf} = \frac{\partial}{\partial t} [\phi b_w S_w] \quad (2.3)$$

En el flujo multifásico el concepto de capilaridad es importante. Entre los factores que afectan este concepto están: la tensión interfacial entre los fluidos y la roca, la mojabilidad de la roca, la geometría del espacio poroso, y la historia de

saturaciones. En este trabajo, se desprecian los efectos de la composición de las fases sobre la tensión interfacial y consecuentemente sobre la presión capilar.

Las ecuaciones de presión capilar son:

$$Pc_{go}(S_g) = p_g - p_o \quad (2.4)$$

$$Pc_{wo}(S_w) = p_o - p_w \quad (2.5)$$

Las ecuaciones de restricción de las saturaciones de las fases aceite y gas, que complementan las ecuaciones de las fracturas son :

$$S_o + S_g + S_w = 1 \quad (2.6)$$

En la ecuación (2.1 y 2.2), τ_{omf} y τ_{gmf} representan el ritmo de intercambio de masa entre matriz y fractura de las fase aceite y gas respectivamente, a condiciones de yacimiento por unidad de volumen de roca. En la ecuación (2.3), $\hat{\tau}_{wmf}$, representa el ritmo de intercambio de la fase agua, a las mismas condiciones, entre los bloques de matriz y las fracturas.

II.3.2 Ecuaciones Diferenciales para la Matriz.

El subconjunto de ecuaciones que modelan el flujo en los bloques de matriz, considerando un modelo de doble porosidad, es el siguiente:

Aceite

$$-\{\tau_{omf}\} = \frac{\partial}{\partial t} [\phi(b_o S_o)]_m \quad (2.7)$$

Gas

$$-\left\{\hat{R}_s \tau_{omf} + \tau_{gmf}\right\} = \frac{\partial}{\partial t} \left[\phi \left(\hat{R}_s b_o S_o + b_g S_g \right) \right]_m \quad (2.8)$$

Agua

$$-\tau_{wmf} = \frac{\partial}{\partial t} \left[\phi b_w S_w \right]_m \quad (2.9)$$

Las ecuaciones de presión capilar son :

$$Pc_{gom}(S_{gm}) = p_{gm} - p_{om} \quad (2.10)$$

$$Pc_{wom}(S_{wm}) = p_{om} - p_{wm} \quad (2.11)$$

Además de las ecuaciones anteriores, se tiene la siguiente restricción:

$$S_{om} + S_{gm} + S_{wm} = 1 \quad (2.12)$$

Nótese que no existen términos de flujo en las ecuaciones (2.7),(2.8) y (2.9) para los bloques de matriz, y de acuerdo con el principio de conservación de masa, el ritmo de intercambio de fluidos matriz-fracturas es igual al ritmo de acumulación de fluidos en los bloques de matriz.

II.3.3 Función de Transferencia de Fluidos Matriz-Fractura.

El ritmo de intercambio de fluidos matriz-fractura, que interviene en las ecuaciones (2.1),(2.2),(2.3),(2.7),(2.8) y (2.9) depende de las condiciones locales de presión, saturación y composición de los fluidos en los bloques de matriz y en las fracturas. En los diferentes trabajos publicados sobre yacimientos fracturados, el aspecto más importante y complejo para modelar éste tipo de yacimientos es la correcta solución del intercambio de fluidos entre los bloques de matriz y las fracturas que los rodean. (**Kazemi, H., Merril, L.S., Porterfield, K.L. and Zeman, P.R.:1976**)

En este trabajo, la transferencia de fluidos entre ambos sistemas se representa de acuerdo a la extensión de la teoría de Warren y Root (**Warren, J.E. & Root, P.J 1964**), hecha por Kazemi (**Gilman, J.R. y Kazemi, H. 1983**)

Dependiendo de la fase en cuestión, la función de transferencia de fluidos matriz-fractura se representa mediante las siguientes expresiones:

$$\hat{t}_{omf} = \sigma \left[\frac{\rho_o k k_{ro}}{\mu_o} \right]_{mf} (p_{om} - p_o) \quad (2.13)$$

$$\hat{t}_{gmf} = \sigma \left[\frac{\rho_g k k_{rg}}{\mu_g} \right]_{mf} (p_{gm} - p_g) \quad (2.14)$$

$$\hat{t}_{wmf} = \sigma \left[\frac{k k_{rw}}{B_w \mu_w} \right]_{mf} (p_{wm} - p_w) \quad (2.15)$$

En las ecuaciones (2.13) a (2.15), σ , es un factor de forma, que depende de la geometría de los bloques de matriz.

II.4. Condiciones Iniciales y de Frontera.

La formulación de un problema de flujo de fluidos a través de medios porosos está incompleta si no se definen las condiciones iniciales y de frontera. Las condiciones iniciales, definen la distribución de presiones, de saturaciones al tiempo cero. Por otra parte, la forma en que el yacimiento interactúa con sus alrededores durante su vida productiva es introducida a través de las condiciones de frontera.

II.4.1 Condiciones Iniciales.

Todo simulador numérico parte de la generación de un modelo analítico que representa el comportamiento de los fluidos (aceite, gas y agua) en el medio poroso, el cual se encuentra expresado por medio de ecuaciones en derivadas parciales (EDP) las cuales son en su forma general no lineales por lo que para resolverlas se requieren de métodos numéricos que nos permitan aproximarnos a su solución.

Al resolver las EDP obtenemos sistemas de ecuaciones lineales que resolvemos de forma iterativa; pero como toda EDP requerimos de condiciones de frontera y de condiciones iniciales; tal inicialización lo que busca es representar de forma aproximada el estado del yacimiento previo a su simulación por lo que se establece para cada bloque de la malla la presión de la fase de hidrocarburos y la saturación de fluidos asumiendo que el yacimiento se encuentra en equilibrio inicialmente (la velocidad de cada una de las fases es igual a cero); y es importante una correcta inicialización de la malla ya que de no serlo tendríamos diferencias de potencial que ocasionarían movimiento de los fluidos a pesar de no existir pozos activos.

Esta inicialización se presenta al tomar en cuenta que tanto la presión como la saturación varía con respecto a la profundidad definiendo zonas con flujo de una fase y zonas de transición donde tenemos flujo de varias fases.

Para el caso de aceite negro se establece la presión de la fase aceite por celda y su saturación de agua y gas principalmente; empleando además relaciones de presión capilar y la ecuación de saturación.

Antes de inicializar la malla se requiere información sobre la geometría del yacimiento y las propiedades de la roca y de los fluidos, de entre las cuales listamos las más importantes a continuación:

- Dimensiones del yacimiento y profundidad de la cima.
- La presión a una profundidad de referencia del yacimiento para establecer el equilibrio vertical en el yacimiento.
- Curvas de presiones capilares de los sistemas agua-aceite y gas aceite para la distribución de saturaciones y los contactos (gas-aceite y/o agua-aceite) si es que existen.
- Fase en que se encuentra el fluido inicialmente el yacimiento (líquido o gas).
- Saturación de agua irreductible (S_{wi}).
- Saturación de aceite residual (S_{or}).
- Saturación crítica de gas (S_{gc}).

Los datos de presión capilar son obtenidos por medio de pruebas de laboratorio en núcleos y también con correlaciones publicadas, representando una diferencia de presión que existe entre la fase no mojante y la mojante del sistema analizado. Por otro lado, del análisis de registros y de pruebas de formación se obtiene información aproximada que nos permite determinar la profundidad de los contactos iniciales de gas/aceite y agua/aceite, los cuales usamos como puntos de referencia para establecer la distribución vertical de saturación de agua y saturación de gas dentro del modelo.

En un yacimiento pueden existir hasta cinco diferentes zonas verticalmente desde la cima hasta la base que se muestran en la siguiente figura:

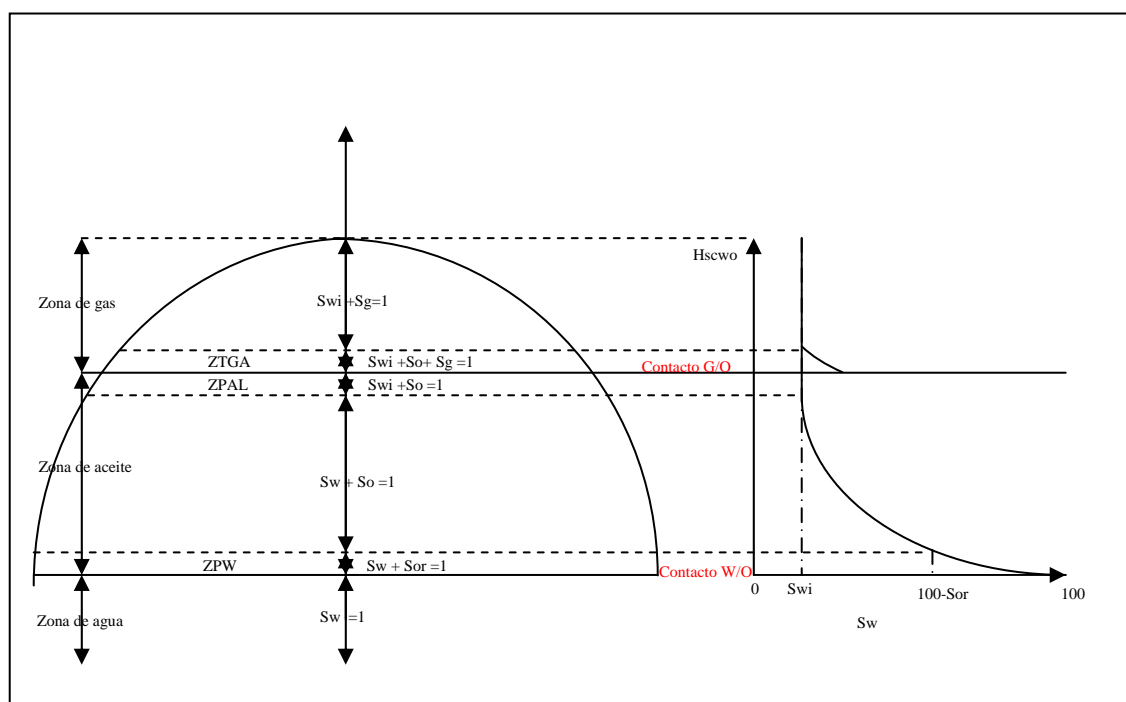


Figura 2.1 Zonas de fluidos en el yacimiento

A partir de la figura, la primer zona se encuentra abajo del contacto agua-aceite (en caso de que exista) y es una **Zona de Agua** donde el fluido que satura los poros es agua de formación, la presión capilar es nula por la presencia de una sola fase por lo que el gradiente de presiones se obtiene a partir del contacto y conocemos que $S_g = 0$ y $S_o = 0$; siendo $S_w = 1$.

Entre el contacto agua-aceite y gas-aceite tenemos dos zonas, la primera es una **Zona de Transición Agua/Aceite** a partir del contacto ya que tenemos una distribución de la saturación de agua hasta el contacto gas aceite; esta zona se caracteriza por tener flujo de ambas fases hacia los pozos y la cual termina a la profundidad en que la saturación de agua es igual a la irreductible; a partir de esta profundidad hasta el contacto gas-aceite tenemos una **Zona de Aceite** donde tenemos flujo solamente de aceite y saturación de agua irreductible $S_w = S_{wi}$, saturación de aceite $S_o = 1 - S_{wi}$.

Arriba del contacto gas-aceite tenemos dos zonas, una **Zona de Transición Gas/Aceite** donde la saturación de agua es igual a la saturación de agua irreductible S_{wi} , y tenemos una distribución vertical de saturación de aceite donde fluye aceite y gas, hasta la profundidad en que solo fluye gas debido a que la saturación de aceite es nula o residual: y a partir de esta profundidad hasta la cima del yacimiento tenemos una **Zona de Gas** donde solo fluye gas.

Las zonas de transición muestran una distribución de saturaciones la cual puede ser causada por baja permeabilidad, alta tensión interfacial o una pequeña diferencia entre las densidades del agua y aceite y en ocasiones también puede deberse a un proceso químico que altera localmente la mojabilidad del medio. En cada una de las zonas mencionadas se tiene la siguiente distribución de saturaciones:

Zona de agua (Abajo del contacto agua aceite):

SATURACIONES	
$S_w =$	1.0
$S_g =$	0.0
$S_o =$	0.0
PRESION CAPILAR	
$P_{c\ w/o} =$	0.0

Tabla 2.1

Zona de transición entre el agua y el aceite:

SATURACIONES	
$S_w =$	S_w
$S_g =$	0.0
$S_o =$	$1.0 - S_w$
PRESION CAPILAR	
$P_{c\ w/o} =$	$P_o - P_w$

Tabla 2.2

Donde la saturación de agua se calcula a partir de los datos de presión capilar.

Zona de aceite (abajo del contacto gas aceite):

SATURACIONES	
$S_w =$	S_{wi}
$S_g =$	0.0
$S_o =$	$1.0 - S_w$
PRESION CAPILAR	
$P_{c\ w/o} =$	$P_o - P_w$

Tabla 2.3

Donde la presión capilar es agua/aceite es mayor que la presión capilar a la que se tiene una saturación de agua irreductible.

Zona de transición entre el gas y aceite:

SATURACIONES	
$S_w =$	S_{wi}
$S_g =$	S_g
$S_o =$	$1.0 - S_g - S_w$
PRESION CAPILAR	
$P_{c\ g/o} =$	$P_g - P_o$

Tabla 2.4

Donde la saturación de gas se obtiene a partir de los datos de presión capilar de la fase gas/aceite.

Zona de gas:

SATURACIONES	
$S_w =$	S_{wi}
$S_g =$	$1.0 - S_{wi}$
$S_o =$	S_{or}
PRESION CAPILAR	
$P_{c\ g/o} =$	$P_g - P_o$

Tabla 2.5

Donde la saturación de aceite es la residual o puede ser nula y la presión capilar gas/aceite es mayor a la que se tiene cuando la saturación de aceite es la residual.

Inicialización de la presión

Para la inicialización de la malla se establece una distribución de presiones de forma vertical para los fluidos en el yacimiento; ya que suponemos equilibrio gravitacional y capilar significa que no existe flujo de las fases al tiempo cero; es decir, los gradientes de potencial de las fases en cualquier punto y en cualquier dirección son cero. Esto es, considerando la ley de Darcy:

$$\frac{kk_{rp}}{\mu_p} (\nabla p_p - \gamma_p \nabla p) = 0 \quad (2.16)$$

Donde $p = o$ (aceite), g (gas), w (agua).

A lo largo de un plano horizontal XY ubicado en una posición cualquiera con Z constante, se tiene que:

$$\frac{\partial p_p}{\partial x} = 0 \quad y \quad \frac{\partial p_p}{\partial y} = 0 \quad (2.17)$$

Lo que indica que en condiciones de equilibrio, las presiones en un plano horizontal cualquiera permanecen constantes. En estas condiciones, también tenemos que en la dirección de Z:

$$\frac{\partial p_p}{\partial z} - \gamma_p = 0 \quad (2.18)$$

Lo que significa que en condiciones de equilibrio, la distribución vertical de presiones está dada por el peso de la columna de los fluidos.

Si conocemos la presión de referencia $p_{p,ref}$, medida a una profundidad de referencia z_{ref} , es posible calcular la presión en cualquier profundidad en el yacimiento. A partir de la ecuación anterior tenemos que:

$$\partial p_p = \gamma_p \partial z$$

que al integrar:

$$\int_{p_{p,ref}}^{p_p} dp_p = \int_{z_{ref}}^z \gamma_p(p) dz$$

nos queda:

$$p_p = p_{p,ref} - \bar{\gamma}_p(\bar{p}_p) [z - z_{ref}] \quad (2.19)$$

Y el signo negativo junto al peso se debe a los ejes que se están manejando.

En esta ecuación p_p puede aproximarse como el promedio aritmético de las presiones p_p y $p_{p,ref}$.

$$\bar{p} = \frac{p + p_{ref}}{2} \quad (2.20)$$

Debido a que contiene implícitamente a la presión p_p , ya que $\bar{\gamma}_p$ depende de esa variable; la solución de p_p puede obtenerse a través del método iterativo de Newton-Raphson.

De la ecuación (2.19) creamos una función de residuos la cual queda:

$$F(p) = p_p - p_{p,ref} + \bar{\gamma}_p(\bar{p}_p) [z - z_{ref}] = 0 \quad (2.21)$$

que al expandir en series de Taylor y truncar para la primera derivada queda:

$$F(p)^{v+1} = F(p)^v + \left(\frac{dF(p)}{dp} \right)^v \hat{\partial}p^{v+1} \approx 0$$

despejando a $\hat{\partial}p^{v+1}$:

$$\hat{\partial}p^{v+1} = - \frac{F(p)^v}{\left(\frac{dF(p)}{dp} \right)^v}$$

Lo cual representa el incremento de presión a partir del punto de referencia.

Si de la presión media tenemos que $p = 2\bar{p} - p_{ref}$, los términos de la ecuación (2.19) quedan:

$$F(p) = 2(\bar{p} - p_{ref}) + \bar{\gamma}_p [z - z_{ref}] \quad (2.22)$$

$$\frac{dF(p)}{dp} = 2 - (z_{ref} - z) \frac{d\rho}{dp} \quad (2.23)$$

Y el equilibrio se establece a partir del punto de referencia hacia arriba y debajo de la malla para cada fase como se ve a continuación:

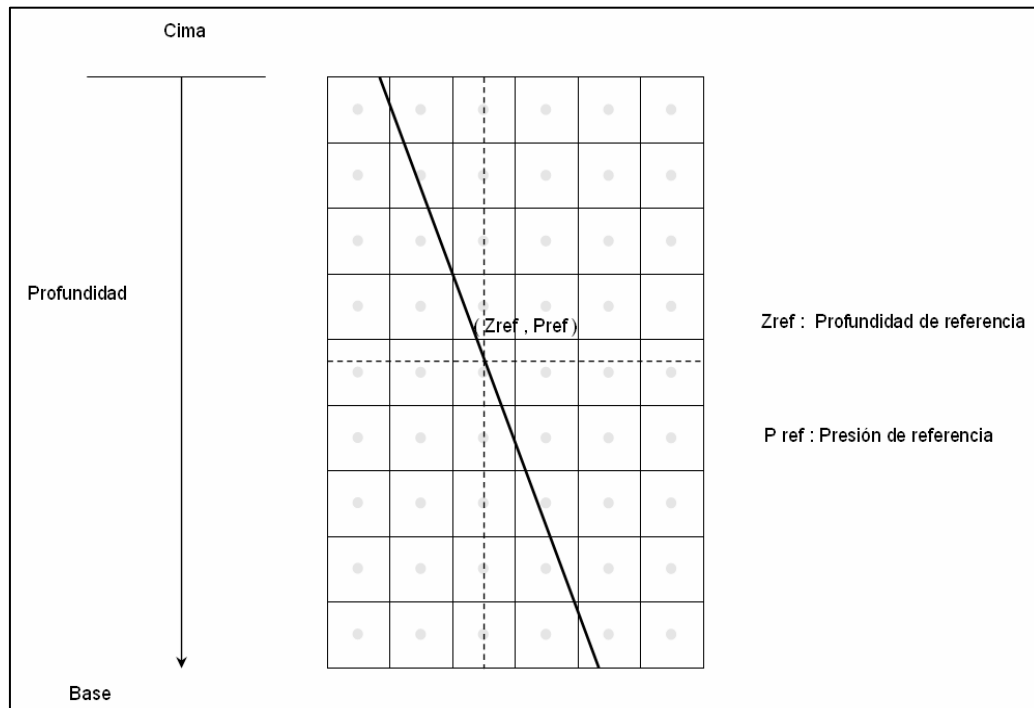


Figura 2.2 Equilibrio vertical de presiones

De lo anterior la ecuación escrita para la fase aceite es la siguiente:

$$p_o = p_{o,ref} + \bar{\gamma}_o(\bar{p}_o)[z - z_{ref}] \quad (2.24)$$

Y se calcula para todas las celdas de la malla donde tenemos aceite, por lo que abajo del contacto agua/aceite no se calcula.

Cuando existe capa de gas en el yacimiento, podemos conocer la presión en el contacto gas-aceite a partir de la presión de la fase aceite en el contacto y considerando la presión capilar gas/aceite de entrada podemos obtener la presión de la fase gas en el contacto:

$$p_{g,zcgo} = p_o + p_{cgo,e} \quad (2.25)$$

y a partir de ella es posible calcular la presión de la fase gas en el contacto gas-aceite en base al gradiente tomando ahora las propiedades del gas. Una vez calculada obtenemos la presión capilar gas/aceite:

$$P_{c_{go}} = p_{g,zcgo} - p_{o,zcgo} \quad (2.26)$$

De manera análoga cuando existe agua en el yacimiento, se puede obtener la presión de la fase agua en el contacto agua-aceite empleando la presión capilar agua/aceite de entrada mediante:

$$p_{w,zcwo} = p_{o,zcwo} - P_{c_{wo,e}} \quad (2.27)$$

Para posteriormente realizar el equilibrio y determinar la presión del agua y con la presión de aceite obtener la presión capilar agua aceite.

$$P_{c_{wo}} = p_{o,zcwo} - p_{w,zcgo} \quad (2.28)$$

La distribución de presiones de las fases gas y agua pueden entonces calcularse a partir de las siguientes ecuaciones:

$$p_g = p_{g,zcgo} + \bar{\gamma}_g \bar{p}_g [z - z_{cgo}] \quad \text{y,} \quad p_w = p_{w,zcwo} + \bar{\gamma}_w \bar{p}_w [z - z_{cwo}] \quad (2.29)$$

Conocida la distribución vertical de presiones de las fases en el yacimiento, es posible calcular la distribución de presiones capilares, dado que:

$$P_{c_{go}}(S_g) = p_g(z) - p_o(z) \quad \text{y,} \quad P_{c_{wo}}(S_w) = p_o(z) - p_w(z) \quad (2.30)$$

Lo cual nos permitirá establecer la distribución de saturaciones verticalmente en el yacimiento.

Inicialización de saturaciones

Al obtener las presiones de la fase en los contactos (gas/aceite y agua/aceite) calculamos la presión de la fase y a partir de la definición de presión capilar obtenemos las presiones capilares para cada sistema, usando un proceso de interpolación inversa, obtenemos de las curvas $P_{c_{go}}$ contra S_g y $P_{c_{wo}}$ contra S_w , la distribución inicial de saturaciones de las fases gas y agua, S_g y S_w respectivamente. La saturación de aceite la obtenemos de la siguiente ecuación:

$$1 = S_o + S_g + S_w \quad (2.31)$$

De las curvas de presiones capilares agua aceite tomamos en cuenta el valor máximo de presión capilar, ya que si el valor a interpolar es mayor asignamos una saturación de agua irreductible; por otro lado si el valor interpolado es menor que la saturación de agua irreductible, ajustamos a este valor de saturación. De forma equivalente se procede con la saturación de gas considerando la saturación de aceite residual.

Después de calcular la saturación de agua, definimos zonas de movilidad de una y dos fases, para la zona de flujo de agua y la zona donde fluye el aceite, la presión del agua y del aceite permanecen sin cambios, pero en la zona donde solo fluye aceite, la presión del agua es corregida donde $p_w = p_o - p_{cwo}(S_{wi})$. De igual manera en la zona donde solo fluye agua, la presión de aceite es ajustada $p_o = p_w - p_{cwo}(1 - S_{or})$ y en la zona de gas aceite realizamos este mismo ajuste para el gas y aceite lo que deja los gradientes para cada fase de la siguiente forma:

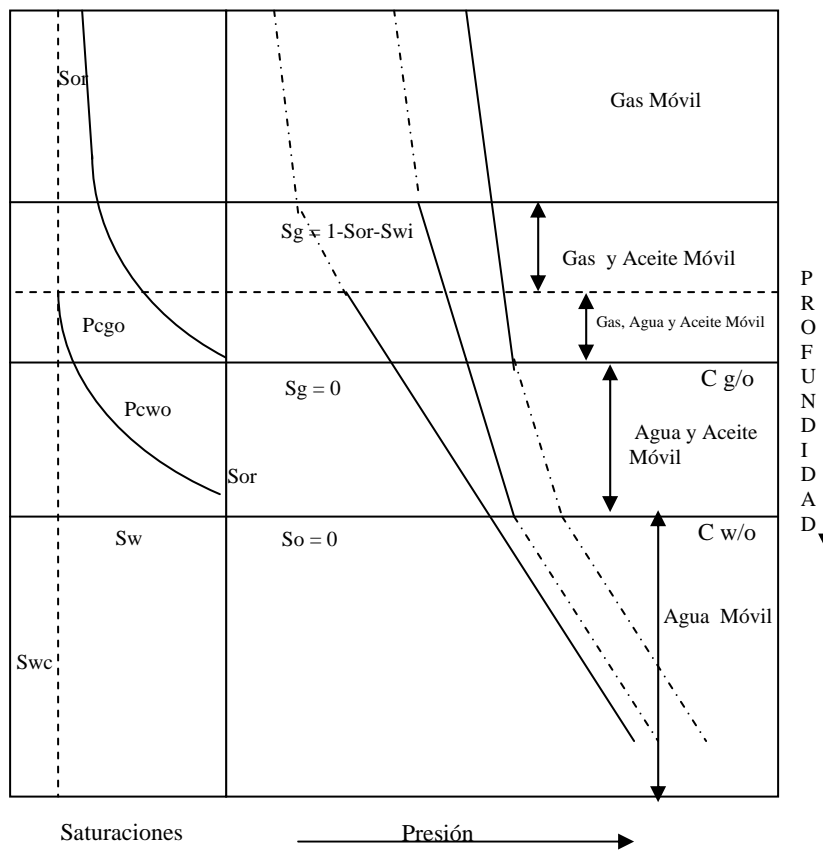


Figura 2.3 Distribución de presiones y saturaciones en dirección vertical.

Para el cálculo de las saturaciones debemos realizar el siguiente análisis:

1. Celdas abajo del contacto agua aceite $S_w = 1.0$, $S_g = 0.0$.
2. Celdas con presión mayor que la presión de saturación, $P_{i,j,k} \geq P_{sat}$ y abajo del contacto gas aceite:
 - a. Determinamos la presión capilar agua/aceite a la profundidad $Z_{i,j,k}$.
 - b. Verificamos que el contacto agua/aceite no se encuentre dentro de la celda analizada

Si la presión capilar agua/aceite es mayor que la presión capilar agua/aceite máxima, las saturaciones serían las siguientes:

$$S_{w\ i,j,k} = S_{wi}$$

Si es menor, la S_w se calcula con una interpolación inversa para la P_{cwo} en el centro del bloque.

3. Celdas arriba del contacto gas/aceite S_w se obtiene de la distribución de saturaciones de agua a partir de la base del yacimiento.
 - a. Determinamos la presión capilar gas/aceite a la profundidad $Z_{i,j,k}$.
 - b. Verificamos si el contacto gas/aceite no se encuentra dentro de la celda.

Si la presión capilar es mayor que la presión capilar máxima gas/aceite, la saturación de gas es igual:

$$S_{g\ i,j,k} = 1.0 - S_{w\ i,j,k} - S_{or}$$

Si es menor, la saturación de gas se calcula con una interpolación inversa para la P_{cgo} en el centro del bloque.

4. Si el contacto se encuentra dentro de la celda analizada se requiere el siguiente análisis y balance de materia para cada contacto:

Contacto Agua/aceite

Para la celda que contiene el contacto agua/aceite, esto es, el Z_{cwo} se encuentra entre el $z_{b_{i,j,k}} + \frac{\Delta z}{2}$ y $z_{b_{i,j,k}} - \frac{\Delta z}{2}$ se calcula una saturación de

aceite ponderada por la altura que ocupa dentro de la celda i, j, k . Por lo que se determina la saturación de aceite arriba del Z_{cwo} (zona 1), como se muestra en la figura:

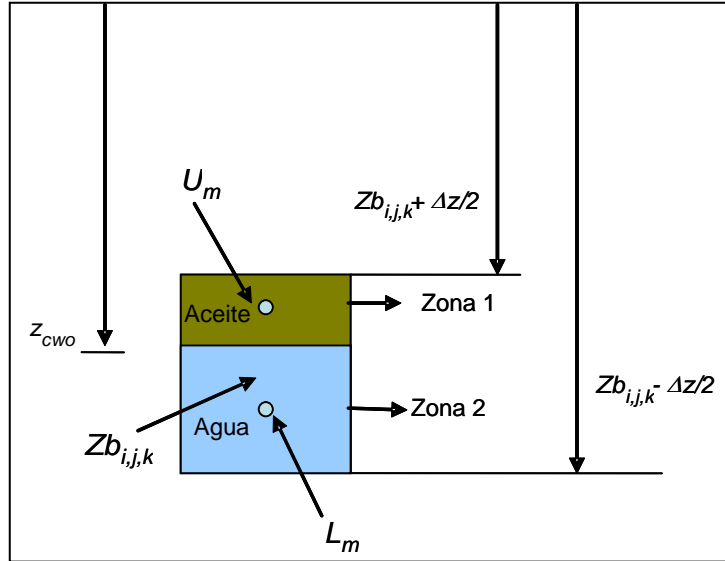


Figura 2.4 Celda que contiene el contacto agua/aceite

Si la presión capilar $P_{cwo,U_m} < P_{cwo,max}$, la saturación de agua se obtiene por medio de una interpolación inversa usando el punto medio de la zona 1 para una presión capilar en el punto medio $P_{cwo,U_m} = P_{o,U_m} - P_{w,U_m}$, donde el punto medio se obtiene:

$$U_m = \frac{zb_{i,j,k} + \frac{\Delta z}{2} - z_{cwo}}{2} + z_{cwo} \quad (2.32)$$

Si la $P_{cwo,U_m} < P_{cwo,max}$ entonces existe una distribución de agua y aceite debido a capilaridad y se realiza una interpolación inversa para determinar S_{w,U_m} con lo que la saturación de aceite resulta:

$$S_{o,U_m} = 1.0 - S_{w,U_m}$$

Si la $P_{cwo,Um} > P_{cwo,max}$ la saturación de aceite en la zona 1 es la saturación de aceite residual, y para la celda la saturación de aceite n el bloque es:

$$S_{o,i,j,k} = \frac{S_{o,Um} \left[\left(z_{b_{i,j,k}} + \frac{\Delta z_{i,j,k}}{2} \right) - z_{cwo} \right]}{\Delta z} \quad (2.33)$$

La anterior expresión se obtiene de la definición de saturación de aceite:

$$S_o = \frac{V_o}{V_p} = \frac{\Delta x \Delta y \left([\Delta z S_o]_{zona1} + [\Delta z S_o]_{zona2} \right) \phi}{\Delta x \Delta y \Delta z \phi} = \frac{([\Delta z S_o]_{zona1} + [\Delta z S_o]_{zona2})}{\Delta z}$$

Y la saturación de gas queda:

$$S_{g,i,j,k} = 0.0$$

Contacto Gas/Aceite

Para el caso en el que la celda contiene el contacto gas/aceite, esto es, el Z_{cgo} se encuentra entre el $z_{b_{i,j,k}} + \frac{\Delta z}{2}$ y $z_{b_{i,j,k}} - \frac{\Delta z}{2}$ se calcula una saturación de aceite ponderada por la altura que ocupa cada fase dentro de la celda i, j, k. Primero, se determina la saturación de aceite arriba del Z_{cgo} (zona 1), como se muestra en la siguiente figura:

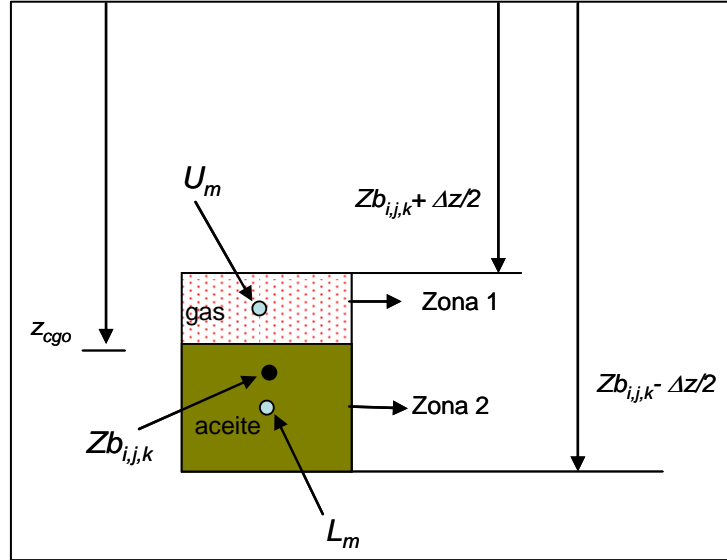


Figura 2.5 Celda que contiene el contacto gas/aceite

Si la presión capilar $P_{cgo} < P_{cgo,max}$ existen ambas fases (gas y aceite). Para determinar la S_g en el punto medio de la zona 1 se realiza una interpolación inversa usando $P_{cgo, Um} = P_{g, Um} - P_{o, Um}$ en el punto medio, esto es:

$$U_m = \frac{z_{b_{i,j,k}} + \frac{\Delta z}{2} - z_{cgo}}{2} + z_{cgo} \quad (2.34)$$

Si la $P_{cgo, Um} < P_{cgo,max}$ entonces existe una distribución de aceite y gas debido a capilaridad. En este caso se realiza una interpolación inversa para determinar $S_{g, Um}$ usando $P_{cgo, Um}$ y de esta manera determinar la saturación de aceite en la zona 1:

$$S_{o, Um} = 1.0 - S_{g, Um} - S_{w, i, j, k}$$

Si $P_{cgo, Um} > P_{cgo, max}$ la saturación de aceite en la zona 1 es cero.

Para la zona 2, abajo del Z_{cgo} la saturación de aceite es $(1-S_{w,i,j,k})$, por lo tanto, las saturaciones de fluidos en el bloque es la siguiente:

$$S_{o,i,j,k} = \frac{(1 - S_{w,i,j,k}) \left[z_{cgo} - \left(zb_{i,j,k} - \frac{\Delta z_{i,j,k}}{2} \right) \right] + S_{o,Um} \left[\left(zb_{i,j,k} + \frac{\Delta z_{i,j,k}}{2} \right) - z_{cgo} \right]}{\Delta z} \quad (2.35)$$

Y la saturación de gas queda:

$$S_{g,i,j,k} = 1.0 - S_o - S_{wi,j,k} \quad (2.36)$$

$$S_{w,i,j,k} = S_{wi,j,k} \quad (2.37)$$

En base a lo anterior, dentro del simulador se establece la siguiente metodología para la inicialización de la malla:

- Verificamos el tipo de fluido y la presencia de contactos (agua/aceite y gas/aceite) en el yacimiento.
- A partir del punto de referencia contamos el número de nodos en dirección vertical que se encuentran abajo del punto de referencia, así como el número de nodos debajo de cada contacto existente.
- Calculamos la presión del aceite en los contactos
- Calculamos la presión del agua en el contacto agua/aceite y la presión del gas en el contacto gas/aceite considerando la presión capilar de entrada.
- Si existe contacto agua/aceite realizamos el equilibrio gravitacional desde la base a la cima.

- A partir del punto de referencia realizamos el equilibrio desde el contacto agua/aceite (si existe) hasta la cima del yacimiento.
- A partir del contacto gas aceite realizamos el equilibrio para el gas hasta la cima.
- Con los datos de presión para cada fase en cada nodo, obtenemos las presiones capilares de cada sistema.
- A partir de los datos de presiones capilares calculados y de las curvas de presiones capilares, interpolamos y obtenemos las saturaciones de gas o de agua de manera vertical.
- En las zonas donde tenemos dos fases pero solo fluye una corregimos las presiones capilares.

II.4.2 Condiciones de Frontera.

La interacción del yacimiento con sus alrededores, se especifica a través de condiciones de frontera. En el caso de la frontera externa, o sea, los límites del yacimiento, es común especificar cero flujos a través de ella. Tal situación es expresada matemáticamente de la siguiente manera,

$$\left(\nabla p_p - \gamma_p \nabla D\right)_S = 0 \quad (2.38)$$

donde S es la dirección perpendicular al contorno del yacimiento. También se puede especificar una condición, donde es conocida a través del tiempo.

En problemas donde existe una frontera interna, como es el caso de flujo hacia un pozo, se pueden tener las siguientes condiciones de frontera:

1) Gasto especificado.

De acuerdo con la ecuación de Darcy, escrita en la frontera interna para la fase p , se tiene:

$$(p_p - p_{wf}) = \frac{\mu_p q_p}{IP(k_{rp})} \quad (2.39)$$

Donde el índice de productividad, IP , es mostrado en el Apéndice C.

2) Presión especificada.

En este caso se especifica la presión de la fase p en la frontera, a lo largo del tiempo. Esto es:

$$p_p(\text{frontera}, t) = p_p(t)_{\text{frontera}} \quad (2.40)$$

III. FORMULACIÓN NUMÉRICA DEL PROBLEMA

El conjunto de ecuaciones que describen el comportamiento de flujo de fluidos en el yacimiento, ecuaciones (3.1) a (3.9) y (3.10) a (3.22), para las fracturas y los bloques de matriz respectivamente, son no lineales, y por consiguiente no se pueden resolver por métodos analíticos.

Se recurre a métodos numéricos para solucionarlas mediante su aproximación en diferencias finitas, lo que genera un sistema algebraico de ecuaciones no lineales, que puede ser resuelto mediante el método iterativo de Newton-Raphson. En cada iteración, el método de Newton-Raphson genera un sistema algebraico de ecuaciones lineales que puede resolverse mediante algún algoritmo aplicable a la solución de sistemas de ecuaciones con matrices dispersas.

En este capítulo, se presentan las ecuaciones aproximadas de flujo para el modelo de doble porosidad y se revisa la aplicación del método de Newton-Raphson a la solución de los sistemas de ecuaciones algebraicas no lineales correspondientes. También se aprovecha el esquema matricial resultante para reducirlo mediante operaciones matriciales y optimizar su solución.

III.1. Ecuaciones de Flujo en Diferencias Finitas.

Los sistemas de ecuaciones no lineales (3.1) a (3.9) y (3.10) a (3.22), para las fracturas y los bloques de matriz respectivamente, se resuelven numéricamente. El carácter continuo de estas ecuaciones, en espacio y tiempo, se cambia por un carácter discreto mediante su aproximación en diferencias finitas (Coats, K.H 1980).

Los términos de flujo de las ecuaciones de las fracturas se aproximan mediante diferencias centrales y los términos de acumulación en las fracturas y en los bloques de matriz mediante diferencias regresivas. Este proceso de discretización da como resultado un sistema de ecuaciones algebraicas no lineales en cada etapa de tiempo.

Estas ecuaciones, que son las que constituyen el simulador, son escritas en términos de operadores en diferencias como se muestra más adelante. La aproximación en diferencias finitas de los sistemas de ecuaciones (3.1) a (3.9) y (3.10) a (3.22), se desarrollan en detalle en el Apéndice B.

III.1.1. Ecuaciones de las Fracturas.

Las ecuaciones de flujo en las fracturas, aproximadas mediante diferencias finitas son las siguientes:

Aceite,

$$\Delta \left[T_o (\Delta p_o + \gamma_o \Delta D) \right]_{ijk}^{n+1} + \left[b_o q_o \right]_{ijk}^{n+1} + \left[\tau_{omf} \right]_{ijk}^{n+1} = \frac{V_{r,ijk}}{\Delta t} \Delta_t \left[\phi b_o (1 - S_g - S_w) \right]_{ijk} \quad (3.1)$$

Gas:

$$\Delta \left[T_g (\Delta p_g + \gamma_g \Delta D) \right]_{ijk}^{n+1} + \Delta \left[\hat{R}_s T_o (\Delta p_o + \gamma_o \Delta D) \right]_{ijk}^{n+1} + \left[b_g q_g + \hat{R}_s b_o q_o \right]_{ijk}^{n+1} + \left[\tau_{gmf} + \hat{R}_s \tau_{omf} \right]_{ijk}^{n+1} = \frac{V_{r,ijk}}{\Delta t} \Delta_t \left[\phi b_g S_g + \phi b_o \hat{R}_s (1 - S_g - S_w) \right]_{ijk} \quad (3.2)$$

Agua:

$$\Delta [T_w (\Delta p_w - \gamma_w \Delta D)]_{ijk}^{n+1} + [b_w q_w]_{ijk}^{n+1} + [\tau_{wmf}]_{ijk}^{n+1} = \frac{V_{r,ijk}}{\Delta t} \Delta_t [\phi b_w S_w]_{ijk} \quad (3.3)$$

Las ecuaciones de presión capilar se discretizan de la siguiente manera:

$$PC_{go,ijk}^{n+1} (S_g) = p_{g,ijk}^{n+1} - p_{o,ijk}^{n+1} \quad (3.4)$$

$$PC_{wo,ijk}^{n+1} (S_w) = p_{o,ijk}^{n+1} - p_{w,ijk}^{n+1} \quad (3.5)$$

Las ecuaciones de restricción restantes:

$$(S_o + S_g + S_w)_{ijk}^{n+1} = 1 \quad (3.6)$$

En (3.1) (3.2) y (3.3), se tiene que la transmisibilidad de las fases en las fracturas se define como:

$$T_o = \alpha \left(\frac{b_o k_{ro}}{\mu_o} \right) \quad (3.7)$$

$$T_g = \alpha \left(\frac{b_g k_{rg}}{\mu_g} \right) \quad (3.8)$$

$$T_w = \alpha \left(\frac{k_{rw}}{B_w \mu_w} \right) \quad (3.9)$$

Donde α , es un factor geométrico que depende del sistema de coordenadas geométricas elegidas. La definición se muestra en el Apéndice C.

Para evaluar las transmisibilidades de los fluidos en las fracturas, en las fronteras de las celdas, se utiliza el concepto corriente arriba; es decir, las propiedades dentro de los paréntesis se evalúan a las condiciones de presión, saturación de la celda de mayor potencial.

Las aproximaciones de la transferencia de fluidos matriz-fractura, mostrada en II.2.3, es el siguiente:

$$\left(\tau_{omf}\right)_{ijk}^{n+1} = \left[T_{omf} \left(p_{om} - p_o\right)\right]_{ijk}^{n+1} \quad (3.10)$$

$$\left(\tau_{gmf}\right)_{ijk}^{n+1} = \left[T_{gmf} \left(p_{gm} - p_g\right)\right]_{ijk}^{n+1} \quad (3.11)$$

y

$$\left(\tau_{wmf}\right)_{ijk}^{n+1} = \left[T_{wmf} \left(p_{wm} - p_w\right)\right]_{ijk}^{n+1} \quad (3.12)$$

Nótese que $\tau_{pmf} = V_{r,ik} \hat{\tau}_{pmf}$, $p = o, g, w$. La transmisibilidad de las fases entre los bloques de matriz y las fracturas es definida como:

$$T_{omf} = \sigma V_r k_m \left(\frac{b_o k_{ro}}{\mu_o} \right)_{mf} \quad (3.13)$$

$$T_{gmf} = \sigma V_r k_m \left(\frac{b_g k_{rg}}{\mu_g} \right)_{mf} \quad (3.14)$$

$$T_{wmf} = \sigma V_r k_m \left(\frac{k_{rw}}{B_w \mu_w} \right)_{mf} \quad (3.15)$$

Para evaluar las transmisibilidades de los fluidos entre los bloques de matriz y las fracturas, se utiliza el concepto corriente arriba (**Coats, K.H 1980**), que puede ser, las fracturas o los bloques de matriz. Es decir, las propiedades dentro del paréntesis se evalúan a las condiciones del medio de mayor potencial.

Las ecuaciones (3.4) a (3.9) pueden ser acopladas en las ecuaciones (3.1), (3.2) y (3.3) para reducir el número de ecuaciones y de incógnitas del sistema.

Las presiones de las fases gas y agua, p_g y p_w respectivamente, pueden ser eliminadas usando las relaciones de presión capilar, dadas en (3.4) y (3.5):

$$p_g = p_o + Pc_{go} \quad (3.16)$$

$$p_w = p_o - Pc_{wo} \quad (3.17)$$

La saturación de aceite, S_o , puede ser eliminada usando la relación expresada en (3.6):

$$S_o = 1 - S_g - S_w \quad (3.18)$$

La porosidad de cada medio en el nivel de tiempo $n+1$, se puede escribir en función de la compresibilidad de la roca, c_r , considerada como constante:

$$\phi^{n+1} = \phi^n \left[1 + c_r (p_o^{n+1} - p_o^n) \right] \quad (3.19)$$

Acoplando las expresiones (3.16) a (3.18) en (3.1) y (3.2), el sistema reducido de ecuaciones es el siguiente:

Aceite:

$$\begin{aligned} & \Delta \left[T_o (\Delta p_o - \gamma_o \Delta D) \right]_{ijk}^{n+1} + \left[b_o q_o + \right]_{ijk}^{n+1} + \left[T_{omf} (p_{om} - p_o) \right]_{ijk}^{n+1} \\ & = \frac{V_{r,ijk}}{\Delta t} \Delta_t \left[\phi \left(b_o (1 - S_g - S_w) \right) \right]_{ijk} \end{aligned} \quad (3.20)$$

Gas:

$$\begin{aligned} & \Delta \left[T_g (\Delta p_o + \Delta P c_{go} - \gamma_g \Delta D) \right]_{ijk}^{n+1} + \Delta \left[\hat{R}_s T_o (\Delta p_o - \gamma_o \Delta D) \right]_{ijk}^{n+1} + \left[b_g q_g + \hat{R}_s b_o q_o \right]_{ijk}^{n+1} \\ & + \left[T_{gmf} (p_{om} - p_o + P c_{gom} - P c_{go}) + \hat{R}_s T_{omf} (p_{om} - p_o) \right]_{ijk}^{n+1} \\ & = \frac{V_{r,ijk}}{\Delta t} \Delta_t \left[\phi b_g S_g + \phi b_o \hat{R}_s (1 - S_g - S_w) \right]_{ijk} \end{aligned} \quad (3.21)$$

Agua:

$$\begin{aligned} & \Delta \left[T_w (\Delta p_o - \Delta P c_{wo} - \gamma_w \Delta D) \right]_{ijk}^{n+1} + \left[b_w q_w \right]_{ijk}^{n+1} \\ & + \left[T_{wmf} (p_{om} - p_o - P c_{wom} + P c_{wo}) \right]_{ijk}^{n+1} = \frac{V_{r,ijk}}{\Delta t} \Delta_t \left[\phi b_w S_w \right]_{ijk} \end{aligned} \quad (3.22)$$

El sistema definido por (3.20) a (3.22) para las fracturas, constituye en cada celda ijk de la malla un subsistema de 6 ecuaciones algebraicas no lineales, con la presión de la fase aceite p_o , las saturaciones de las fases gas, S_g y agua S_w .

III.1.2. Ecuaciones de los Bloques de Matriz.

Siguiendo un procedimiento similar para los bloques de matriz, el sistema de ecuaciones diferenciales que modelan el flujo multifásico en los bloques de matriz, mostradas en (3.10) a (3.15), aproximadas mediante diferencias finitas son las siguientes:

Aceite

$$-\left[\tau_{omf}\right]_{ijk}^{n+1} = \frac{V_{r,ijk}}{\Delta t} \Delta_t \left[\phi b_o (1 - S_g - S_w)\right]_{m,ijk} \quad (3.23)$$

Gas:

$$-\left[\tau_{gmf} + \hat{R}_s \tau_{omf}\right]_{ijk}^{n+1} = \frac{V_{r,ijk}}{\Delta t} \Delta_t \left[\phi b_g S_g + \phi b_o \hat{R}_s (1 - S_g - S_w)\right]_{m,ijk} \quad (3.24)$$

Agua,

$$-\left[\tau_{wmf}\right]_{ijk}^{n+1} = \frac{V_{r,ijk}}{\Delta t} \Delta_t \left[\phi_m b_{wm} S_{wm}\right]_{m,ijk} \quad (3.25)$$

Donde

Aceite

$$-\left[\tau_{omf}\right]_{ijk}^{n+1} = -\left[T_{omf}(p_{om} - p_o)\right]_{ijk}^{n+1} \quad (3.26)$$

Gas

$$-\left[\tau_{gnf} + \hat{R}_s \tau_{omf}\right]_{ijk}^{n+1} = -\left[T_{gnf}(p_{om} - p_o + P_{cgom} - P_{cgo}) + (\hat{R}_s T_o)_{mf}(p_{om} - p_o)\right]_{ijk}^{n+1} \quad (3.27)$$

Agua

$$-\left[\tau_{wmf}\right]_{ijk}^{n+1} = -\left[T_{wmf}(p_{om} - p_o - P_{cwom} + P_{cwo})\right]_{ijk}^{n+1} \quad (3.28)$$

El sistema definido por (3.26) a (3.28) para los bloques de matriz, constituye un subsistema de 3 ecuaciones algebraicas no lineales con la presión de las fase aceite p_{om} , las saturaciones de las fases gas, S_{gm} , y agua, S_{wm} .

Concluyendo, el sistema algebraico de ecuaciones en diferencias finitas, expresado por las ecuaciones (3.20) a (3.22), para el sistema de fracturas y los bloques de matriz, consiste en cada nivel de tiempo $n+1$, y en cada celda ijk de la malla de cálculo, de un conjunto de 2×3 ecuaciones con el mismo número de incógnitas.

III.2. Solución del Sistema de Ecuaciones.

El conjunto de ecuaciones en diferencias, que describe el comportamiento de flujo de fluidos en el yacimiento, ecuaciones (3.20) a (3.22), (3.26) a (3.28) constituyen un sistema algebraico de ecuaciones no lineales. Debido a esto, su solución se obtiene mediante el método iterativo de Newton-Raphson, lo que genera en cada iteración un sistema lineal de ecuaciones. En el Apéndice D, se describe en detalle el método iterativo de Newton-Raphson.

Los sistemas lineales de ecuaciones se resuelven en este trabajo empleando un método iterativo de solución de sistemas de ecuaciones lineales llamado GMRES. (Saad, Y. and Schultz, M. 1983)

III.2.1 Linealización del Sistema de Ecuaciones.

El conjunto de ecuaciones (3.20) a (3.22), (3.26) a (3.28) son no lineales. En este trabajo dicho sistema se resuelve mediante el método Totalmente-Implícito.

Debido a que las ecuaciones de la matriz no tienen términos de flujo, únicamente existen el término de acumulación y el término de transferencia de fluidos, las ecuaciones son tratadas de una manera totalmente implícita.

Sistema de ecuaciones por Newton Raphson.

Para nuestro caso, a partir de las expresiones (3.1) a (3.3), y (3.26) a (3.28) considerando tres dimensiones, se definen las siguientes funciones de residuos. En la fractura se tiene:

Aceite

$$\begin{aligned}
 R_{o,ijk}^{n+1} &= \Delta \left[T_o (\Delta p_o - \gamma_o \Delta D) \right]_{ijk}^{n+1} + \left[b_o q_o \right]_{ijk}^{n+1} + \left[(T_o)_{mF} (p_{om} - p_o) \right]_{ijk}^{n+1} \\
 &- \frac{V_{r,ijk}}{\Delta t} \Delta_t \left[\phi (b_o (1 - S_g - S_w)) \right]_{ijk} = 0
 \end{aligned} \tag{3.29}$$

Gas

$$\begin{aligned}
 R_{g,ijk}^{n+1} &= \Delta \left[T_o \hat{R}_s (\Delta p_o - \gamma_o \Delta D) \right]_{ijk}^{n+1} + \Delta \left[T_g (\Delta p_o + \Delta P c_{go} - \gamma_g \Delta D) \right]_{ijk}^{n+1} + \left[b_g q_g + b_o q_o \hat{R}_s \right]_{ijk}^{n+1} \\
 &+ \left[(T_o \hat{R}_s)_{mF} (p_{om} - p_o) + (T_g)_{mF} (p_{om} - p_o + P c_{gom} - P c_{go}) \right]_{ijk}^{n+1} \\
 &- \frac{V_{r,ijk}}{\Delta t} \Delta_t \left[\phi (b_o (1 - S_g - S_w) \hat{R}_s + b_g S_g) \right]_{ijk} = 0
 \end{aligned} \tag{3.30}$$

Agua:

$$\begin{aligned}
 R_{w,ijk}^{n+1} &= \Delta \left[T_w (\Delta p_o - \Delta P c_{wo} - \gamma_w \Delta D) \right]_{ijk}^{n+1} + \left[b_w q_w \right]_{ijk}^{n+1} \\
 &+ \left[T_{wmf} (p_{om} - p_o - P c_{wom} + P c_{wo}) \right]_{ijk}^{n+1} - \frac{V_{r,ijk}}{\Delta t} \Delta_t \left[\phi b_w S_w \right]_{ijk} = 0
 \end{aligned} \tag{3.31}$$

En los bloques de matriz:

Aceite:

$$R_{om,ijk}^{n+1} = - \left[(T_o)_{mF} (p_{om} - p_o) \right]_{ijk}^{n+1} - \frac{V_{r,ijk}}{\Delta t} \Delta_t \left[\phi (b_{om} (1 - S_{gm} - S_{wm})) \right]_{ijk} = 0 \tag{3.32}$$

Gas:

$$R_{gm,ijk}^{n+1} = - \left[(T_o \hat{R}_s)_{mF} (p_{om} - p_o) + (T_g)_{mF} (p_{om} - p_o + PC_{gom} - PC_{go}) \right]_{ijk}^{n+1} \quad (3.33)$$

$$- \frac{V_{r,ik}}{\Delta t} \Delta_t \left[\phi (b_{om} (1 - S_{gm} - S_{wm}) \hat{R}_{sm} + b_{gm} S_{gm}) \right]_{ijk} = 0$$

Agua:

$$R_{wm,ijk}^{n+1} = - \left[T_{wnf} (p_{om} - p_o - PC_{wom} + PC_{wo}) \right]_{ijk}^{n+1} - \frac{V_{r,ik}}{\Delta t} \Delta_t [\phi b_w S_w]_{m,ijk} = 0 \quad (3.34)$$

Si se definen los siguientes vectores de incógnitas, o variables primarias, en la celda ijk , para las fracturas:

$$\mathbf{U}_{f,ijk} = (p_o, S_g, S_w)_{ijk}^f \quad (3.35)$$

para los bloques de matriz,

$$\mathbf{U}_{m,ijk} = (p_o, S_g, S_w)_{m,ijk}^f \quad (3.36)$$

Entonces, la dependencia de las funciones de residuos, es :

Fracturas

Aceite

$$R_{o,ijk} = R_{o,ijk} (\mathbf{U}_{f,ijk-1}, \mathbf{U}_{f,ij-1k}, \mathbf{U}_{f,i-1jk}, \mathbf{U}_{f,ijk}, \mathbf{U}_{m,ijk}, \mathbf{U}_{f,i+1jk}, \mathbf{U}_{f,ij+1k}, \mathbf{U}_{f,ijk+1}) = 0 \quad (3.37)$$

Gas

$$R_{g,ijk} = R_{g,ijk} \left(\mathbf{U}_{f,ijk-1}, \mathbf{U}_{f,ij-1k}, \mathbf{U}_{f,i-1jk}, \mathbf{U}_{f,ijk}, \mathbf{U}_{m,ijk}, \mathbf{U}_{f,i+1jk}, \mathbf{U}_{f,ij+1k}, \mathbf{U}_{f,ijk+1} \right) = 0 \quad (3.38)$$

Agua

$$R_{w,ijk} = R_{w,ijk} \left(\mathbf{U}_{f,ijk-1}, \mathbf{U}_{f,ij-1k}, \mathbf{U}_{f,i-1jk}, \mathbf{U}_{f,ijk}, \mathbf{U}_{m,ijk}, \mathbf{U}_{f,i+1jk}, \mathbf{U}_{f,ij+1k}, \mathbf{U}_{f,ijk+1} \right) = 0 \quad (3.39)$$

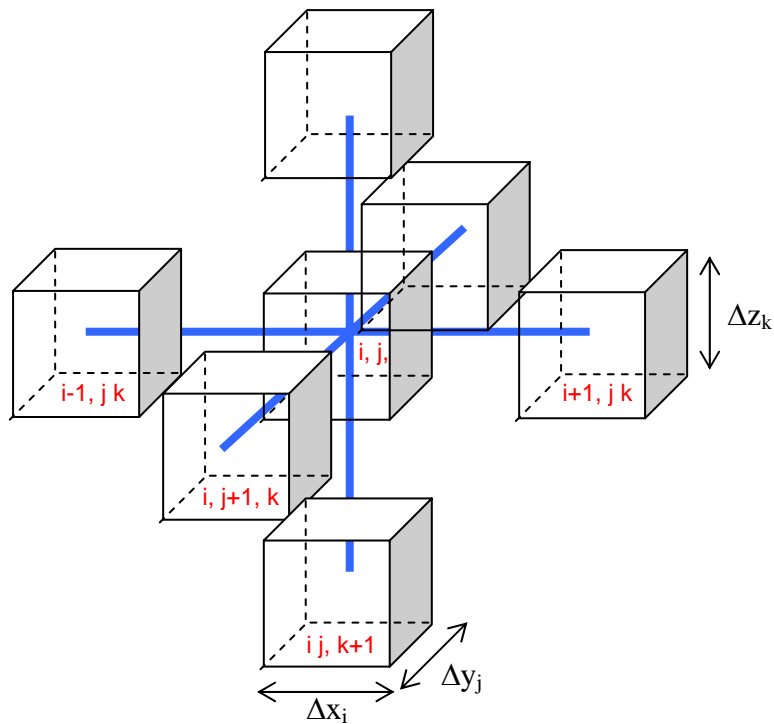


Figura 3.1 Bloque de celdas para un Yacimiento Tridimensional

Matriz

Aceite

$$R_{om,ijk} = R_{om,ijk} (\mathbf{U}_{f,ijk}, \mathbf{U}_{m,ijk}) = 0 \quad (3.40)$$

Gas

$$R_{gm,ijk} = R_{gm,ijk} (\mathbf{U}_{f,ijk}, \mathbf{U}_{m,ijk}) = 0 \quad (3.41)$$

Agua

$$R_{wm,ijk} = R_{wm,ijk} (\mathbf{U}_{f,ijk}, \mathbf{U}_{m,ijk}) = 0 \quad (3.42)$$

El algoritmo iterativo de solución de Newton-Raphson (**Ertekin Turgay et.al., 2001**) se establece expandiendo las funciones de residuos en la iteración $(\nu + 1)$ mediante el truncamiento de la serie de Taylor, alrededor del nivel iterativo conocido (ν) . Esto conduce al siguiente sistema de ecuaciones lineales:

En las fracturas:

$$\sum_{j,l} \left\{ \frac{\partial R_{p,ijk}^{\nu}}{\partial p_{o,j,l}} \delta p_{o,j,l}^{\nu+1} + \frac{\partial R_{p,ijk}^{\nu}}{\partial S_{g,j,l}} \delta S_{g,j,l}^{\nu+1} + \frac{\partial R_{p,ijk}^{\nu}}{\partial S_{w,j,l}} \delta S_{w,j,l}^{\nu+1} \right\} + \frac{\partial R_{p,ijk}^{\nu}}{\partial p_{om,ijk}} \delta p_{om,ijk}^{\nu+1} + \frac{\partial R_{p,ijk}^{\nu}}{\partial S_{gm,ijk}} \delta S_{gm,ijk}^{\nu+1} + \frac{\partial R_{p,ijk}^{\nu}}{\partial S_{wm,ijk}} \delta S_{wm,ijk}^{\nu+1} = -R_{p,ijk}^{\nu} \quad (3.43)$$

Donde p=fase aceite o fase gas

Agua:

$$\sum_{j,l} \left\{ \frac{\partial R_{w,ijk}^v}{\partial p_{o,l}} \delta p_{o,j,l}^{v+1} + \frac{\partial R_{w,ijk}^v}{\partial S_{w,l}} \delta S_{w,j,l}^{v+1} \right\} + \frac{\partial R_{w,ijk}^v}{\partial p_{om,ijk}} \delta p_{om,ijk}^{v+1} + \frac{\partial R_{w,ijk}^v}{\partial S_{wm,ijk}} \delta S_{wm,ijk}^{v+1} = -R_{w,ijk}^v \quad (3.44)$$

$$l = i, jk - 1;$$

$$i, j - 1, k;$$

$$i - 1, jk;$$

Donde $i, j, k;$

$$i + 1, j, k;$$

$$i, j + 1, k$$

$$i, j, k + 1;$$

En los bloques de matriz:

Aceite:

$$\frac{\partial R_{pm,ijk}^v}{\partial p_{o,ijk}} \delta p_{o,ijk}^{v+1} + \frac{\partial R_{pm,ijk}^v}{\partial S_{g,ijk}} \delta S_{g,ijk}^{v+1} + \frac{\partial R_{pm,ijk}^v}{\partial S_{w,ijk}} \delta S_{w,ijk}^{v+1} + \frac{\partial R_{pm,ijk}^v}{\partial p_{o,m,ijk}} \delta p_{o,m,ijk}^{v+1} + \frac{\partial R_{pm,ijk}^v}{\partial S_{gm,ijk}} \delta S_{gm,ijk}^{v+1} + \frac{\partial R_{pm,ijk}^v}{\partial S_{wm,ijk}} \delta S_{wm,ijk}^{v+1} = -R_{pm,ijk}^v \quad (3.45)$$

Donde p= fase aceite o fase gas

Agua:

$$\frac{\partial R_{wm,ijk}^v}{\partial P_{o,ijk}} \delta p_{o,ijk}^{v+1} + \frac{\partial R_{wm,ijk}^v}{\partial S_{w,ijk}} \delta S_{w,ijk}^{v+1} + \frac{\partial R_{wm,ijk}^v}{\partial P_{om,ijk}} \delta p_{om,ijk}^{v+1} + \frac{\partial R_{wm,ijk}^v}{\partial S_{wm,ijk}} \delta S_{wm,ijk}^{v+1} = -R_{wm,ijk}^v \quad (3.46)$$

Se tiene en (3.43) a (3.46), un sistema de ecuaciones, donde las incógnitas son los cambios iterativos de las presiones y saturaciones en cada una de las celdas, tanto en la fractura como en la matriz: $(\delta p_o, \delta S_g, \delta S_w)_{ijk}^{v+1}$, y, $(\delta p_o, \delta S_g, \delta S_w)_{m,ijk}^{v+1}$ donde $i = 1, 2, \dots, I$, $j = 1, 2, \dots, J$, $k = 1, 2, \dots, K$. En particular $\delta p_{o,ijk}^{v+1} = p_{o,ijk}^{v+1} - p_{o,ijk}^v$; las incógnitas restantes se definen similarmente.

Nótese que con el fin de simplificar la escritura, el superíndice correspondiente al nivel de tiempo $n+1$ fue eliminado de las expresiones (3.43) a (3.46).

El proceso iterativo del nivel de tiempo $n+1$ se inicia comúnmente con la siguiente estimación de la solución:

Para las fracturas:

$$(p_o, S_g, S_w)_{ijk}^0 = (p_o, S_g, S_w)_{ijk}^n \quad (3.47)$$

Para los bloques de matriz:

$$(p_o, S_g, S_w)_{m,ijk}^0 = (p_o, S_g, S_w)_{m,ijk}^n \quad (3.48)$$

Y termina cuando los cambios iterativos de las incógnitas en la fractura y la matriz son menor a una tolerancia estipulada, ε . Por ejemplo, $|\delta p_{o,ijk}^{v+1}| < \varepsilon$; las incógnitas restantes se definen similarmente, tanto para las fracturas como para los bloques de matriz.

El sistema lineal de ecuaciones obtenido mediante la aplicación del método iterativo de Newton-Raphson en la iteración $(v+1)$, expresiones (3.43) a (3.46), puede escribirse en forma compacta como sigue :

$$[\mathbf{J}]^v \delta \mathbf{U}^{v+1} = -\mathbf{R}^v \quad (3.49)$$

Donde $[\mathbf{J}]$ se conoce como la matriz Jacobiana, $\delta \mathbf{U}$ es el vector de incógnitas y \mathbf{R} es el vector de residuos.

La estructura matricial del subsistema de ecuaciones para la celda ik , (3.43) a (3.46), es el siguiente:

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} E_{ff} & [0] \\ [0] & [0] \end{bmatrix}_{i-1,jk}^v \begin{bmatrix} \delta U_f \\ \delta U_m \end{bmatrix}_{i-1,jk}^{v+1} + \begin{bmatrix} G_{ff} & [0] \\ [0] & [0] \end{bmatrix}_{i,j-1,k}^v \begin{bmatrix} \delta U_f \\ \delta U_m \end{bmatrix}_{i,j-1,k}^{v+1} + \\ & \begin{bmatrix} C_{ff} & [0] \\ [0] & [0] \end{bmatrix}_{ij,k-1}^v \begin{bmatrix} \delta U_f \\ \delta U_m \end{bmatrix}_{ij,k-1}^{v+1} + \begin{bmatrix} A_{ff} & A_{fm} \\ A_{mf} & A_{mm} \end{bmatrix}_{ijk}^v \begin{bmatrix} \delta U_f \\ \delta U_m \end{bmatrix}_{i,j,k}^{v+1} + \\ & \begin{bmatrix} B_{ff} & [0] \\ [0] & [0] \end{bmatrix}_{ij,k+1}^v \begin{bmatrix} \delta U_f \\ \delta U_m \end{bmatrix}_{ij,k+1}^{v+1} + \begin{bmatrix} F_{ff} & [0] \\ [0] & [0] \end{bmatrix}_{i,j+1,k}^v \begin{bmatrix} \delta U_f \\ \delta U_m \end{bmatrix}_{i,j+1,k}^{v+1} + \\ & \begin{bmatrix} D_{ff} & [0] \\ [0] & [0] \end{bmatrix}_{i+1,jk}^v \begin{bmatrix} \delta U_f \\ \delta U_m \end{bmatrix}_{i+1,jk}^{v+1} = - \begin{bmatrix} R_f \\ R_m \end{bmatrix}_{ijk}^v \end{aligned} \quad (3.50)$$

Donde $E_{ff}, G_{ff}, C_{ff}, A_{ff}, A_{fm}, B_{ff}, F_{ff}, D_{ff}, A_{mf}, A_{mm}$ son submatrices de orden $(3) \times (3)$.

Las submatrices A_{ff} y A_{fm} , contienen las derivadas de las funciones de residuos de las fracturas con respecto a las incógnitas de la fractura y de la matriz en la celda ijk , respectivamente. Las submatrices A_{mf} y A_{mm} , contienen las derivadas de las funciones de residuos de los bloques de matriz con respecto a las incógnitas de la fractura y de la matriz en la celda ijk , respectivamente. Las submatrices $E_{ff}, G_{ff}, C_{ff}, B_{ff}, F_{ff}$, y D_{ff} contienen las derivadas de las funciones de residuos de las fracturas con respecto a las incógnitas de las fracturas en las celdas $i,j,k-1; i-1,k; j-1,k; i+1,k; j+1,k$ e $i,j,k+1$ respectivamente.

III.3. Reducción Matricial del Sistema de Ecuaciones.

La estructura matricial del sistema lineal de ecuaciones (3.50), permite reducirlo a un sistema de 3 ecuaciones con 3 incógnitas por celda, similar al que se obtiene en el caso de yacimientos homogéneos de aceite negro. La reducción del sistema de ecuaciones se hace en tres etapas, que a continuación se discuten.

Reducción mediante el complemento de Shur

Nótese que la estructura matricial del sistema de ecuaciones mostrado en (3.50) permite llevar a cabo una primera reducción del problema matricial acoplando las ecuaciones de la matriz en las ecuaciones de la fractura (**Arana y Rodríguez, 1995**). Para esto, el subsistema de ecuaciones (3.50) puede escribirse de la siguiente manera:

Ecuaciones de las fracturas:

$$\begin{aligned}
 E_{ff,ijk}^v \delta U_{f,i-1,jk}^{v+1} + G_{ff,ijk}^v \delta U_{f,ij-1k}^{v+1} + C_{ff,ijk}^v \delta U_{f,ijk-1}^{v+1} + A_{ff,ijk}^v \delta U_{f,ijk}^{v+1} + A_{fm,ijk}^v \delta U_{m,ijk}^{v+1} \\
 + B_{ff,ijk}^v \delta U_{f,ijk+1}^{v+1} + F_{ff,ijk}^v \delta U_{f,ij+1k}^{v+1} + D_{ff,ijk}^v \delta U_{f,i+1,jk}^{v+1} = -R_{f,ijk}^v
 \end{aligned} \quad (3.51)$$

Ecuaciones de los bloques de matriz:

$$A_{mf,ik}^v \delta U_{f,ik}^{v+1} + A_{mm,ik}^v \delta U_{m,ik}^{v+1} = -F_{m,ik}^v \quad (3.52)$$

Ahora bien, de la expresión (3.52), se resuelve para las incógnitas de la matriz $\delta U_{m,ik}^{v+1}$, en términos de las incógnitas de la fractura, $\delta U_{f,ik}^{v+1}$, como sigue :

$$\delta U_{m,ik}^{v+1} = -R_{m,ik}^{*v} - A_{mf,ik}^{*v} \delta U_{f,ik}^{v+1} \quad (3.53)$$

Donde

$$A_{mf,ik}^{*v} = [A_{mm,ik}^v]^{-1} A_{mf,ik}^v \quad (3.54)$$

y

$$R_{m,ik}^{*v} = [A_{mm,ik}^v]^{-1} R_{m,ik}^v \quad (3.55)$$

La expresión (3.53), representa la solución de las incógnitas en la matriz, en función de las incógnitas de la fractura.

Sustituyendo (3.53) , en la ecuación de las fracturas, expresión (3.51), se tiene lo siguiente :

$$\begin{aligned}
 E_{ff,ijk}^v \delta U_{f,i-1jk}^{\nu+1} + G_{ff,ijk}^v \delta U_{f,ij-1k}^{\nu+1} + C_{ff,ijk}^v \delta U_{f,ijk-1}^{\nu+1} + A_{ff,ijk}^v \delta U_{f,ijk}^{\nu+1} + A_{fm,ijk}^v \left[-R_{m,ijk}^{*v} - A_{mf,ijk}^{*v} \delta U_{f,ijk}^{\nu+1} \right] \\
 + B_{ff,ijk}^v \delta U_{f,ijk+1}^{\nu+1} + F_{ff,ijk}^v \delta U_{f,ij+1k}^{\nu+1} + D_{ff,ijk}^v \delta U_{f,i+1jk}^{\nu+1} = -R_{f,ijk}^v
 \end{aligned} \quad (3.56)$$

Agrupando:

$$\begin{aligned}
 E_{ff,ijk}^v \delta U_{f,i-1jk}^{\nu+1} + G_{ff,ijk}^v \delta U_{f,ij-1k}^{\nu+1} + C_{ff,ijk}^v \delta U_{f,ijk-1}^{\nu+1} + A_{ff,ijk}^{*v} \delta U_{f,ijk}^{\nu+1} \\
 + B_{ff,ijk}^v \delta U_{f,ijk+1}^{\nu+1} + F_{ff,ijk}^v \delta U_{f,ij+1k}^{\nu+1} + D_{ff,ijk}^v \delta U_{f,i+1jk}^{\nu+1} = -R_{f,ijk}^{*v}
 \end{aligned} \quad (3.57)$$

Siendo,

$$A_{ff,ik}^{*v} = A_{ff,ik}^v - A_{fm,ik}^v A_{mf,ik}^* \quad (3.58)$$

$$R_{f,ik}^* = -R_{f,ik}^v + A_{fm,ik}^v R_{m,ik}^{*v} \quad (3.59)$$

Nótese que el subsistema de ecuaciones (3.55), consiste de 3 ecuaciones con 3 incógnitas por cada celda de la malla de cálculo. El subsistema de ecuaciones (3.55) contiene sólo incógnitas de las fracturas, o sea, $\delta U_{f,ik}^{\nu+1}$.

La estructura matricial del subsistema de ecuaciones reducido (3.55), posee una estructura matricial similar a la que se obtiene para un yacimiento homogéneo.

El acoplamiento de las ecuaciones, en la manera descrita, reduce la cantidad de memoria y de tiempo de cómputo requeridos en la simulación de yacimientos fracturados. Con esto, los requerimientos son ligeramente mayores a los correspondientes al caso de yacimientos no fracturados.

III.4 Modelo de Pozo

En las ecuaciones de flujo multifásico en un medio poroso existe un término que nos representa a los pozos (productores e inyectores) y que se relaciona con la presión que se tiene en el pozo a la altura del intervalo disparado que se conoce como presión de fondo fluyendo.

Al examinar las presiones de los bloques obtenidas en una simulación numérica observamos en la celda que contiene al pozo, que existe una diferencia entre la presión del bloque y la presión de fondo del pozo medida en una prueba de presión por lo que se determinó que existe una relación entre ellas y se derivó una expresión que relaciona ambas presiones (**Peaceman, D. W. 1977**). Cuando modelamos el comportamiento de un yacimiento por métodos numéricos, generalmente las dimensiones horizontales de cualquier bloque que contenga algún pozo son mucho mayores que las dimensiones del agujero del pozo por lo que la presión calculada para el bloque del pozo es muy diferente a la presión de fondo fluyendo del pozo por lo que se realiza una corrección a la presión del bloque.

Una relación entre estas presiones puede ser introducida al simulador empleando el Índice de Productividad del pozo (WI) el cual nos da la relación entre la presión del pozo y la presión del yacimiento; para cada bloque disparado la magnitud de WI es requerida para relaciona el gasto del pozo con la presión del bloque:

$$q_{w,ijk} = \frac{WI}{\mu} (p_{b,ijk} - p_{wf,ijk}) \quad (3.60)$$

Y para flujo multifásico tenemos:

$$q_{w,ijk} = WI \frac{k_{r,p}}{\mu_p} (p_{b,p,ijk} - p_{wf,ijk}) \quad (3.61)$$

Donde:

$p = o, g, w$

$k_{r,p}$ = permeabilidad relativa a la fase

μ = viscosidad

$P_{b,ijk}$ = presión del bloque i,j,k

$P_{wf,ijk}$ = presión de fondo fluyendo de la celda i,j,k

$q_{w,ijk}$ = gatso del pozo

WI = Índice de Productividad

Es conveniente asociar un radio equivalente con el bloque del pozo. Este es el radio donde la presión de flujo estacionario para el pozo es igual a la presión calculada numéricamente para el bloque del pozo (**Peaceman, D. W. 1977**); este radio se evalúa de la siguiente manera de acuerdo a las características del yacimiento:

Yacimiento Isotrópico:

$$r_0 = 0.14(\Delta x^2 + \Delta y^2) \quad (3.62)$$

Yacimiento Anisotrópico:

$$r_0 = 0.28 \frac{\left[\left(\frac{k_y}{k_x} \right)^{\frac{1}{2}} \Delta x^2 + \left(\frac{k_x}{k_y} \right)^{\frac{1}{2}} \Delta y^2 \right]^{\frac{1}{2}}}{\left(\frac{k_y}{k_x} \right)^{\frac{1}{4}} + \left(\frac{k_x}{k_y} \right)^{\frac{1}{4}}} \quad (3.63)$$

Y finalmente requerimos el índice de productividad (WI) para cada pozo el cual obtenemos con la siguiente expresión:

$$WI = \left[\frac{2\pi \sqrt{k_x k_y} \Delta z}{\ln \left(\frac{r_o}{r_w} \right)} \right] \quad (3.64)$$

De donde tenemos que la presión de fondo fluyendo es:

$$P_{wf} = P_{bloque} - \frac{q\mu}{WI} \quad (3.65)$$

III.5 Algoritmo de Solución

A continuación presentamos el algoritmo de programación del simulador de aceite negro en el cual observamos las tareas principales realizadas en el código. Para este simulador existen varios módulos los cuales realizan tareas específicas entre las que se encuentra la lectura de datos, creación de la malla, cálculos PVT, generación del jacobiano, contribución de doble porosidad, solución del sistema de ecuaciones e impresión de resultados.

La primer parte del simulador comprende la lectura de datos donde recibimos toda la información que se toma en el campo, la cual incluye datos petrofísicos, geométricos, de fluidos, de simulación, de pozos y de control numérico.

Una vez que leemos toda la información reservamos la memoria que requerimos para los cálculos, generamos la malla dependiendo del tipo de sistema coordinado a emplear y calculamos el índice de productividad de los pozos.

A continuación inicializamos la malla de simulación lo cual consiste en asignar a cada celda un valor de presión y saturación de gas y agua, lo que nos representa el estado del yacimiento en condiciones estáticas.

Posteriormente calculamos el volumen poroso por celda, las propiedades petrofísicas y de fluidos en cada celda y los valores requeridos para el término fuente. Lo siguiente es el inicio del ciclo numérico el cual comienza con la construcción de la matriz jacobiana junto con el término independiente, la cual se resuelve y verifica tolerancias de convergencia. Una vez que los resultados convergen imprime los resultados en archivos de salida y calcula un nuevo incremento de tiempo para avanzar en el tiempo.

El diagrama de flujo del simulador a grandes rasgos es el siguiente:

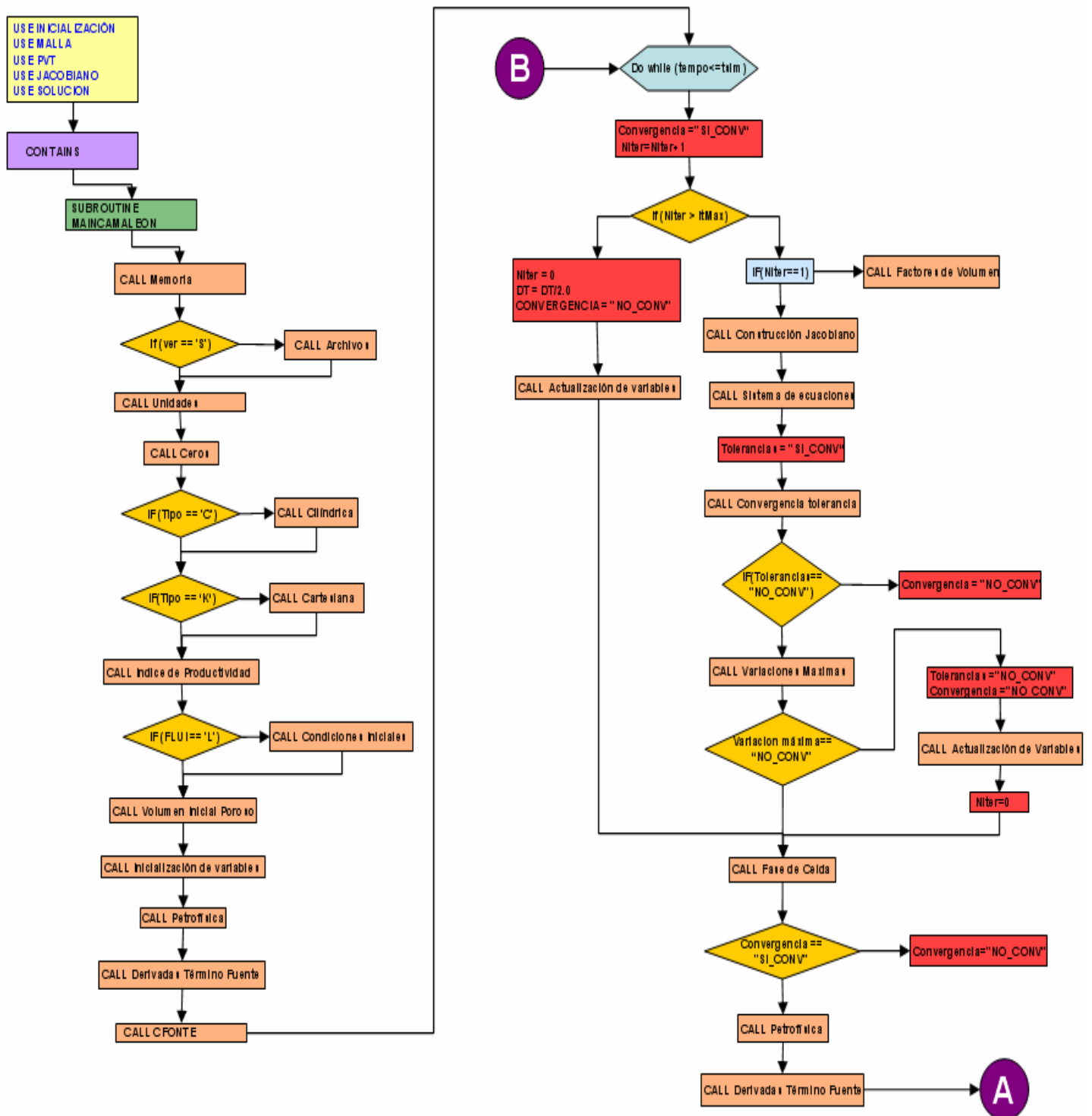


Figura 3.2 Diagrama de flujo del Simulador de Aceite Negro

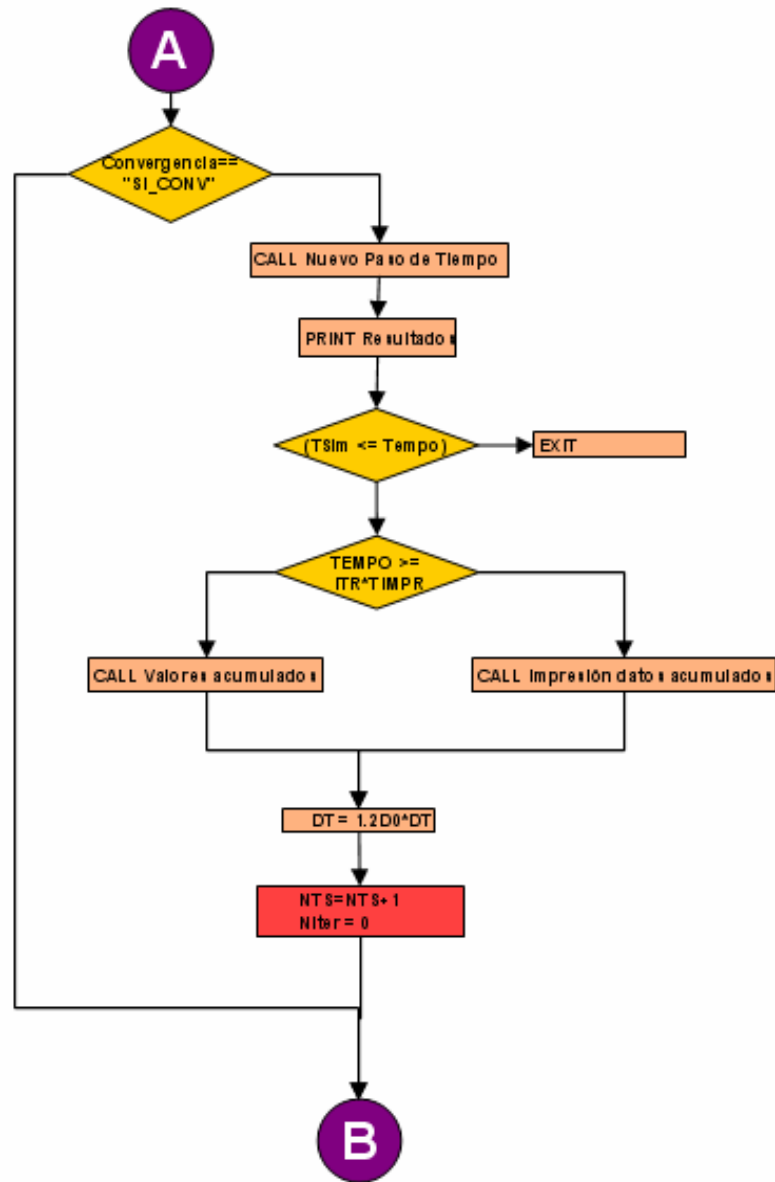


Figura 3.2 Diagrama de flujo del Simulador de Aceite Negro (cont.)

IV. VALIDACIÓN

La validación del modelo se realizó en dos partes principales, la primera consistió en la verificación del modelo para un yacimiento con una porosidad u homogéneo considerando geometría radial y basado en la teoría del análisis de pruebas de presión donde a partir de los resultados obtenidos calculamos parámetros del yacimiento, posteriormente verificamos los resultados del modelo para una malla cartesiana con flujo multifásico empleando software comercial (ECLIPSE100® y CMG); la segunda parte de esta validación consistió en la verificación del modelo de doble porosidad para el caso de un yacimiento en coordenadas cilíndricas por medio de la solución analítica propuesta por Warren & Root para flujo transitorio de una sola fase y posteriormente validamos resultados considerando una malla en coordenadas cartesianas con software comercial con un caso con inyección de agua.

IV.1 Flujo Monofásico

IV.1.1 Validación Modelo Homogéneo Radial

De acuerdo a la teoría de análisis de pruebas de presión tenemos que para el modelo radial empleamos la gráfica para flujo radial y el modelo empleado durante la interpretación de pruebas de presión para un periodo de flujo Pseudo-estacionario donde se presentan los efectos de frontera del yacimiento y tenemos un abatimiento de presión constante a lo largo del yacimiento.

Para estos modelos empleamos la gráfica en coordenadas cartesianas de P_{wf} Vs Tiempo para el periodo de flujo estacionario y la gráfica especializada semilogarítmica para el periodo de flujo radial, además de la gráfica doble logarítmica para identificar los periodos de flujo que se presentan.

Los datos son para un yacimiento homogéneo e isotrópico con flujo de aceite en etapa de bajosaturación y son principalmente:

DATOS	
CELDAS EN DIRECCIÓN RADIAL:	10
CELDAS EN DIRECCIÓN TANGENCIAL:	1
CELDAS EN DIRECCIÓN Z:	1
GASTO (M ³ /DIA):	100.0
RADIO DEL POZO (M):	0.1
RADIO DEL ÁREA DE DRENE (M):	1000.0
ESPESOR (M):	50.0
COMPRESIBILIDAD DE LA ROCA (1/MPA):	0.44 x 10 ⁻³
PRESIÓN DE REFERENCIA (MPA):	38.6741
PROFUNDIDAD DE REFERENCIA (M):	2490.0
PRESIÓN DE BURBUJEO (MPA):	38.62
SATURACIÓN DE AGUA:	0.0
TIEMPO DE SIMULACIÓN (DÍAS):	2.5
POROSIDAD A 14.7 PSI:	0.1
PERMEABILIDAD (MD):	100.0
FACTOR DE VOLUMEN:	1.854
VISCOSIDAD (CP):	0.21
DENSIDAD DEL ACEITE (KG/M ³):	578.9
RELACIÓN DE SOLUBILIDAD (M ³ /M ³):	272.484

Tabla 4.1 Yacimiento Homogéneo Radial

El resto de los datos se presentan en el Apéndice F

Para el análisis de pruebas de presión tenemos el comportamiento de la Δp con respecto al tiempo, el cual es el siguiente:

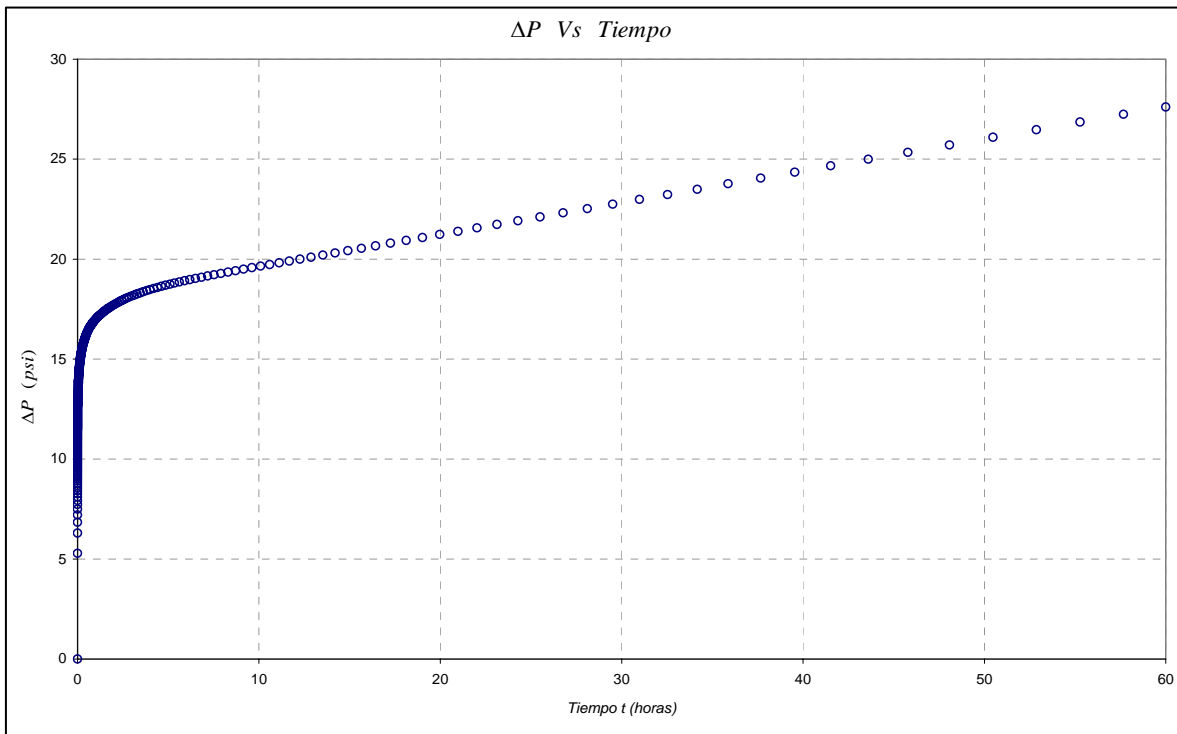


Figura 4.1 Gráfica de ΔP (psi) Vs Tiempo (horas).

De la gráfica logarítmica observamos un periodo de flujo radial seguido por un periodo de flujo pseudoestacionario que se muestran a continuación:

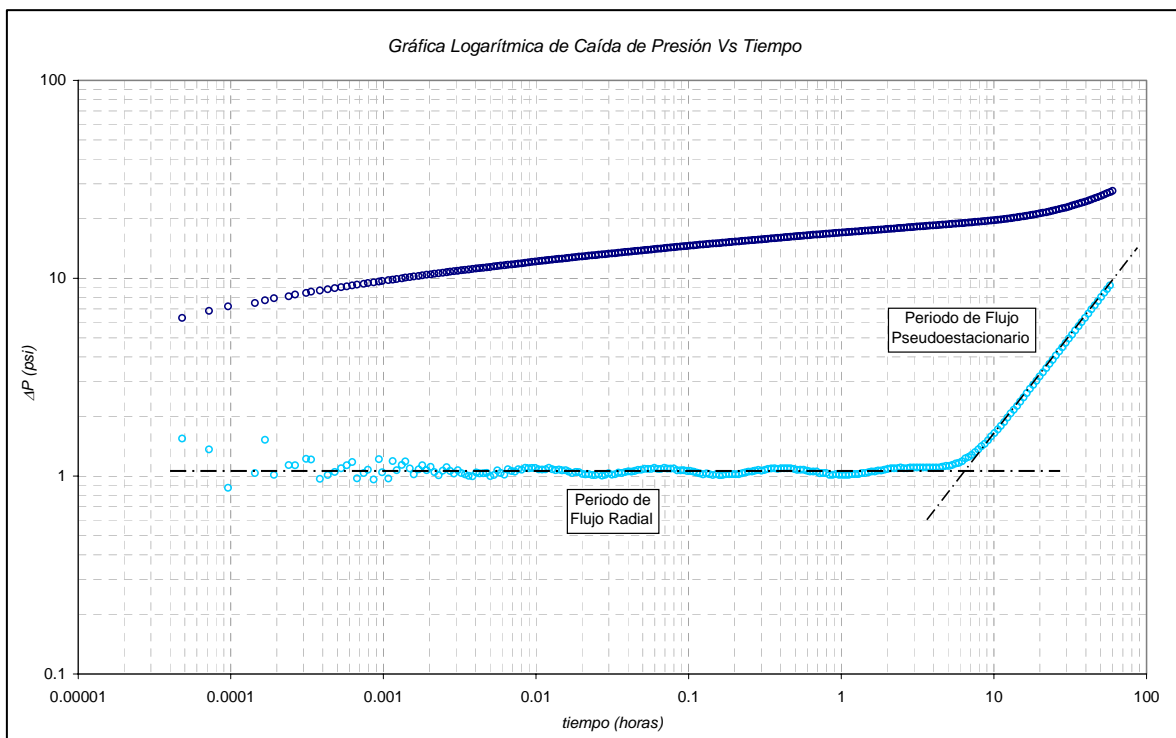


Figura 4.2 Gráfica logarítmica de ΔP (psi) Vs Tiempo (horas).

Para flujo pseudoestacionario tenemos que se presenta diez horas después de iniciada la prueba y de la gráfica cartesiana obtenemos la pendiente de la recta en el periodo pseudoestacionario con lo cual obtenemos el volumen poroso drenado y la permeabilidad del yacimiento.

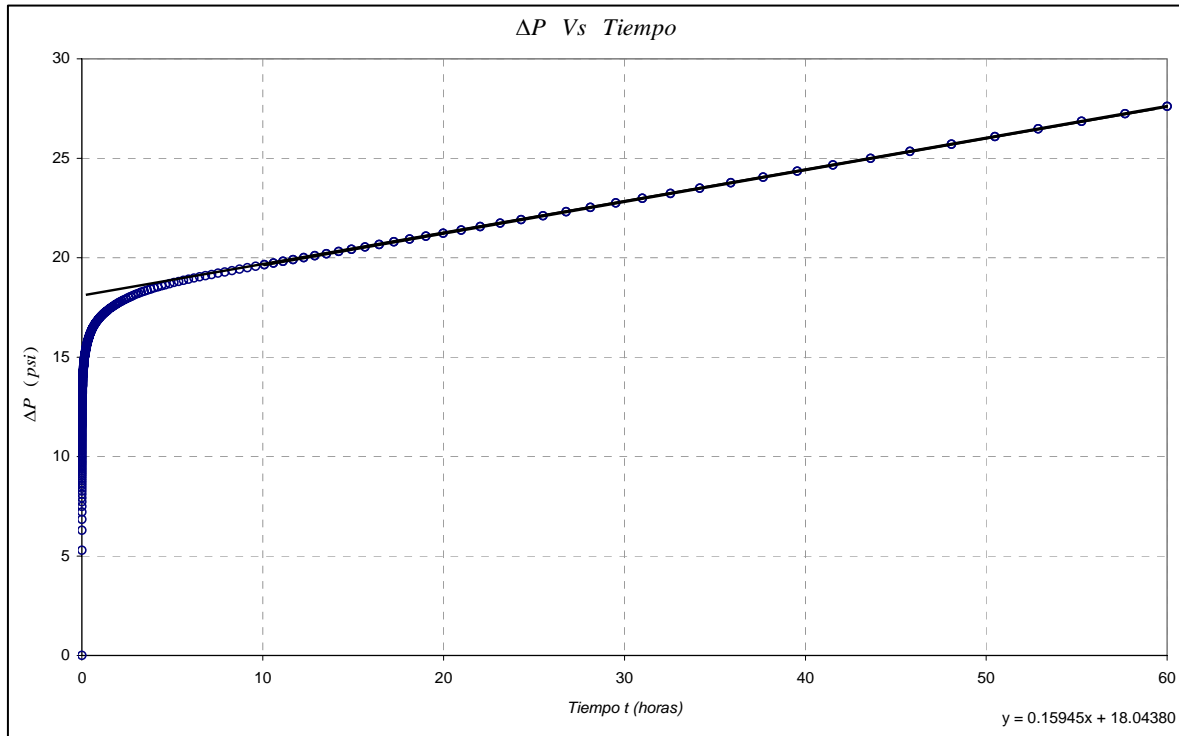


Figura 4.3 Gráfica de ΔP (psi) Vs Tiempo (horas) para el Pseudoestacionario.

De la gráfica la pendiente de la recta en el pseudoestacionario es de: 0.15945, por lo que el volumen poroso drenado puede ser calculado y debe ser equivalente al que se obtiene de calcular el volumen de hidrocarburos de un cilindro con una porosidad dada. El volumen poroso calculado de la prueba es de es de:

$$V_p = \phi h A = \frac{2\pi\alpha\beta q B}{c^* m^*} = \frac{2\pi(141.2)(2.637 \times 10^{-4})(100 \times 6.28)(1.854)}{0.15945(0.006894757 \times 0.44 \times 10^{-3})} = 5.6311 \times 10^6 \text{ [pies}^3\text{]}$$

Y el volumen poroso obtenido basado en la geometría del yacimiento es el siguiente:

$$V_p = \pi\phi h(r_e^2 - r_w^2) = \pi(0.101703)(50)(1000^2 - 0.1^2)(3.28^3) = 5.6373 \times 10^6 \text{ [pies}^3\text{]}$$

Donde la porosidad empleada para este cálculo de volumen es ligeramente mayor a la que se presenta a los datos debido a que se lleva a las condiciones de yacimiento.

Por otro lado, de las gráficas especializadas empleadas en la interpretación de pruebas de presión, para flujo radial tenemos la siguiente donde empleamos una escala semilogarítmica y para el primer periodo de flujo tenemos una recta cuya pendiente se observa en la gráfica y nos permita estimar la permeabilidad del volumen poroso y que debe coincidir con la empleada en el simulador, entonces:

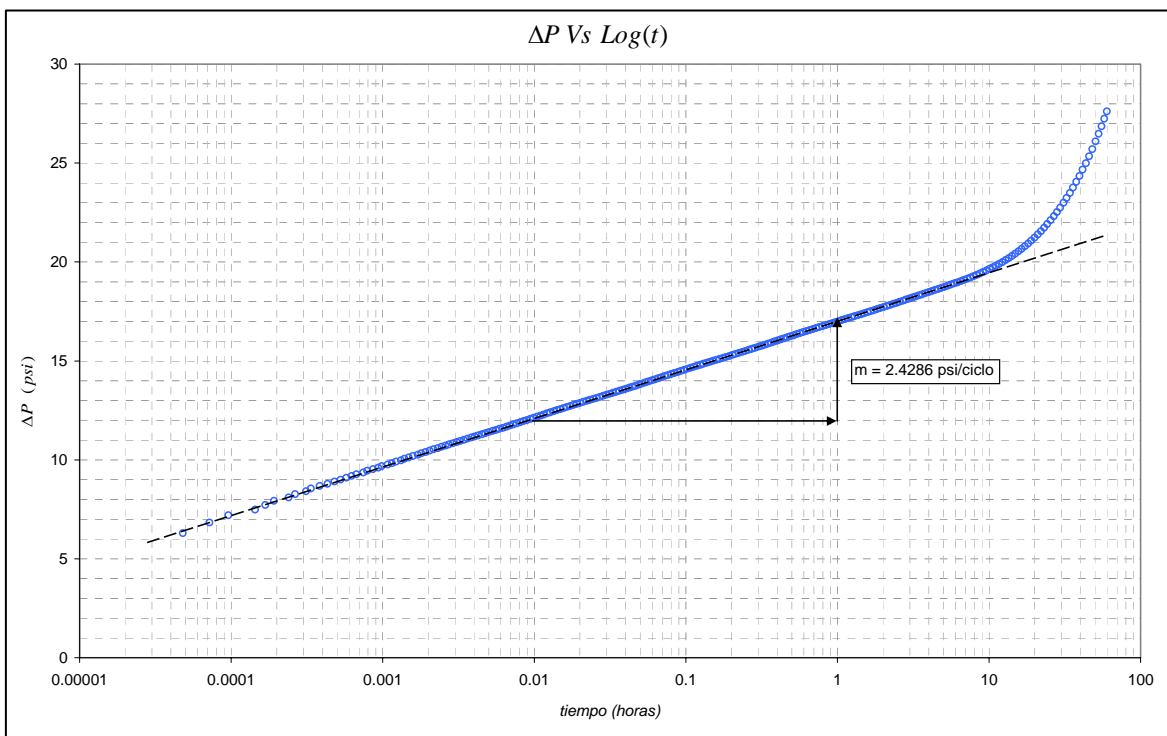


Figura 4.4 Gráfica semilogarítmica de ΔP (psi) Vs Tiempo (horas) para el periodo radial.

donde:

$$k = \frac{1.151\alpha q B \mu}{mh} = \frac{1.151(141.2)(100 \times 6.28)(1.854)(0.21)}{2.4286(50 \times 3.28)} = 99.7697 \text{ [mD]}$$

La cual concuerda con la permeabilidad presentada como dato de 100 mD.

IV.1.2 Validación Modelo Fracturado Radial

Modelo de Warren y Root.

En un yacimiento de doble porosidad, una matriz porosa de baja conductividad se encuentra adyacente a un medio de alta conductividad, las fracturas. En este modelo los fluidos fluyen hacia el pozo a través de las fracturas, mientras que los bloques de matriz las alimentan continuamente, *Figura 4.5*.

Los efectos de doble porosidad están descritos en términos de dos parámetros adimensionales, λ y ω , que relacionan las propiedades de la matriz con las propiedades de la fractura. λ depende de la relación de transmisibilidades matriz-fractura, mientras que ω relaciona la capacidad de almacenamiento de la fractura con la capacidad de almacenamiento del sistema completo. λ y ω están definidas por las ecuaciones siguientes:

$$\lambda = \alpha \frac{k_m}{k_f} r_w^2$$

$$\omega = \frac{\phi_f c_{if}}{\phi_f c_{if} + \phi_m c_{im}}$$

α es un factor de forma que depende de la geometría de flujo entre la matriz y las fracturas.

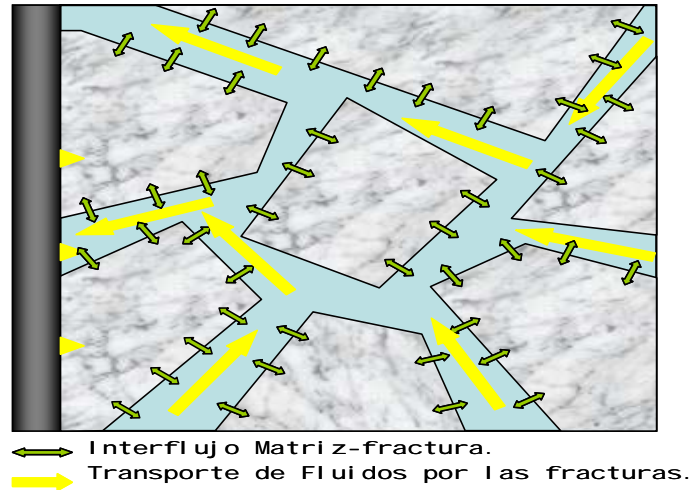


Figura.4.5. Esquema del flujo de los fluidos en un yacimiento naturalmente fracturado.

Las expresiones en forma adimensional que describen el flujo en medio de doble porosidad obtenidas por Warren y Root fueron:

$$\frac{\delta^2 P_{fd}}{\delta r_D^2} + \frac{1}{r_D} \frac{\delta P_{fd}}{\delta r_D} = (1 - \omega) \frac{\delta P_{mD}}{\delta t_D} + \omega \frac{\delta P_{fd}}{\delta t_D}$$

Para el medio continuo, es decir la fractura, y

$$(1 - \omega) \frac{\delta P_{mD}}{\delta t_D} = \lambda (P_{fd} - P_{mD})$$

Para el medio discontinuo, es decir, la matriz.

La solución de estas ecuaciones para un yacimiento infinito y para un yacimiento finito con un pozo productor a gasto constante es

$$P_{wD} = \frac{1}{2} \left[\ln t_D + 0.80908 + E_i \left(\frac{-\lambda t_D}{\omega(1-\omega)} \right) - E_i \left(\frac{-\lambda t_D}{(1-\omega)} \right) \right] + S$$

Para un yacimiento infinito, y

$$P_{wD} = \left(\frac{2}{r_D^2 - 1} \right) \left[\frac{1}{4} + t_D + \frac{(1 - \omega)^2}{\lambda} \left(1 - e^{\frac{-\lambda t_D}{\omega(1-\omega)}} \right) \right] - \frac{3r_D^4 - 4r_D^4 \text{Ln } r_D - 2r_D^2 - 1}{4(r_D^2 - 1)^2}$$

Para un yacimiento finito, donde r_D y t_D son el radio y tiempo adimensionales, definidos por:

$$r_D = \frac{r}{r_w}$$

$$t_D = \frac{0.0002637 k_f t}{[(\phi c_i)_f + (\phi c_i)_m] \mu r_w^2}$$

El factor S de representa el factor de daño y el termino $E_i(x)$ representa la función Integral Exponencial. La presión real puede ser obtenida de la definición de presión adimensional

$$P_D = \frac{k_f h [P_i - P(r, t)]}{141.2 q B \mu}$$

Una gráfica semilog de la presión Vs. tiempo revela la presencia de dos líneas rectas paralelas en lugar de una, como lo obtenido generalmente para el caso de un yacimiento convencional, *Figura 4.6*. Dado que el sistema de fracturas es de alta transmisibilidad y esta directamente conectado al pozo, este responde primero; la matriz no esta conectada de forma directa al pozo y es de baja transmisibilidad, por lo tanto responde después. La separación entre las dos rectas depende de la capacidad de almacenamiento relativa, ω , mientras que el periodo de transición de la presión de la primera a la segunda línea será una función la relación de transmisibilidades, λ .

Los valores de ω pueden ser menor o igual a uno. El caso especial de $\omega = 1$ ocurre cuando la porosidad de la matriz es cero, en este caso se tiene un comportamiento como el de un yacimiento convencional (de una porosidad). En yacimientos naturalmente fracturados, ϕ_{ϕ} es generalmente muy pequeña, sin embargo, la alta compresibilidad de la fractura, c_{ff} , resulta, frecuentemente, en valores menores a 0.1 para ω . Los valores de λ habitualmente se encuentran en el rango de 10^{-3} a 10^{-10} . Valores mayores a 10^{-3} para λ significan que la heterogeneidad del yacimiento es insuficiente para que los efectos de doble porosidad sean de importancia, y nuevamente se tiene un comportamiento de un yacimiento convencional.

La información empleada para esta validación se presenta en el Apéndice F en los datos del yacimiento fracturado y considera flujo monofásico de fluido ligeramente compresible y, presiones capilares nulas y tenemos los siguientes datos:

DATOS	
PRESIÓN INICIAL (MPA)	39.9895906
GASTO (M ³ /DIA)	300.0
RADIO DEL POZO (M)	0.10
ESPESOR (M)	50.0
PERMEABILIDAD DE LA FRACTURA (MD)	1000.0
PERMEABILIDAD DE LA MATRIZ (MD)	1.0
POROSIDAD DE LA FRACTURA	0.005
POROSIDAD DE LA MATRIZ	0.25
COMPRESIBILIDAD DE LA FRACTURA (1/MPA)	2.90×10^{-3}
COMPRESIBILIDAD DE LA MATRIZ (1/MPA)	4.35×10^{-4}
FACTOR DE FORMA (1/M ²)	1.0
COMPRESIBILIDAD DEL FLUIDO (1/MPA)	$1.098733436 \times 10^{-3}$
VISCOSIDAD (CP)	0.89
FACTOR DE VOLUMEN DEL FLUIDO	1.147

Tabla 4.2 Yacimiento Fracturado Radial

En el caso del simulador se crea un archivo de datos donde se tiene flujo en una sola fase durante un tiempo de simulación de 2 días. Los resultados obtenidos se muestran en la siguiente gráfica:

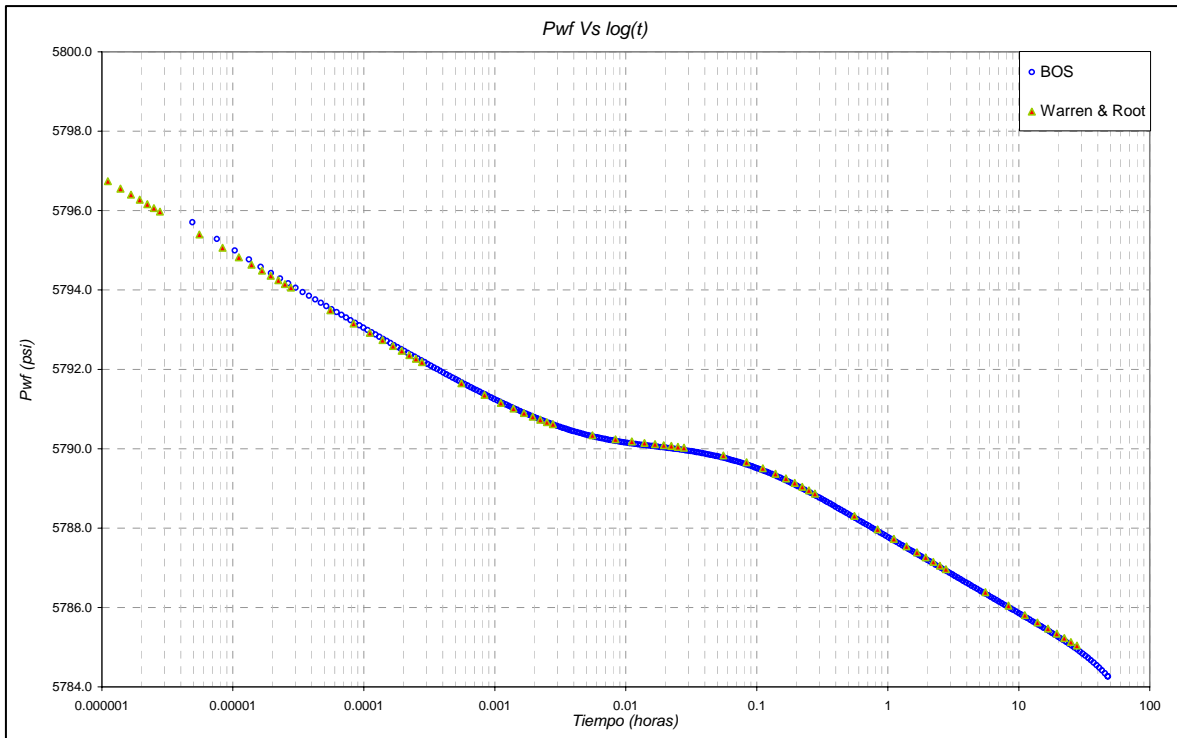


Figura 4.6 Gráfica de P_{wf} Vs Tiempo para un yacimiento con doble porosidad.

Para la validación consideramos un caso donde solo fluye aceite en el yacimiento en una etapa de bajosaturación obteniendo un buen ajuste, presentando una diferencia no mayor a 0.3 lb/pg^2 entre la solución analítica y la numérica, la información empleada se muestra en el Apéndice D y observamos que se desprecian los efectos capilares.

IV.2 Flujo Multifásico

IV.2.1 Validación Modelo Homogéneo Cartesiano

La verificación del modelo en un sistema cartesiano para flujo multifásico se realizó comparando los resultados del modelo con simuladores comerciales (ECLIPSE y CMG) basados en información publicada en artículos técnicos.

El caso que empleamos para la validación considera un yacimiento con dimensiones de 10,000 pies en la dirección de X y Y, y 150 pies de espesor, un pozo con gasto de 3000 bpd localizado en la celda (5, 5, 1) con una celda disparada, usando una malla de 10 celdas en X, 10 celdas en Y y 3 celdas en Z para un tiempo de 10,000 días, el resto de la información empleada para este caso se muestra en el Apéndice E.

A continuación mostramos los resultados obtenidos para la presión del bloque en donde se encuentran el pozo y la presión de fondo fluyendo.

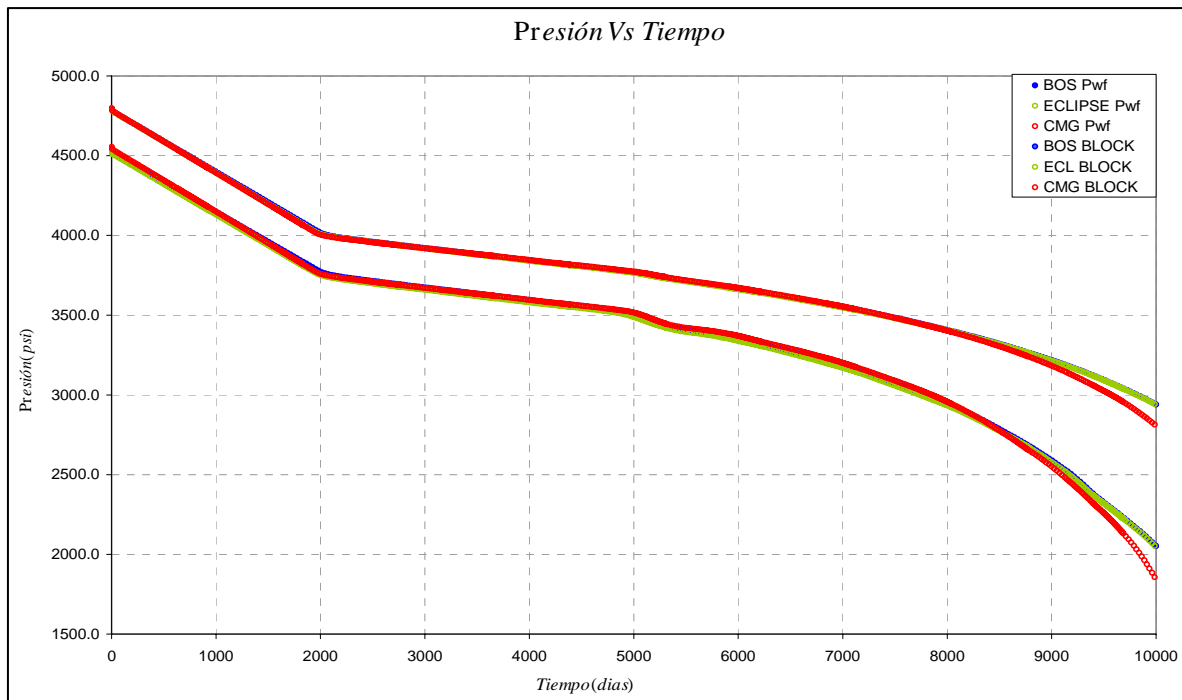


Figura 4.7 Gráfica de P_{bloque} Vs Tiempo y P_{wf} Vs Tiempo para los tres simuladores.

Para la validación de flujo multifásico en una malla cartesiana tenemos una gráfica donde se muestra la presión de fondo fluyendo junto a la presión del bloque productor para simuladores comerciales y nuestro simulador.

Para la producción de aceite y gas tenemos los siguientes resultados donde tenemos gasto constante de aceite.

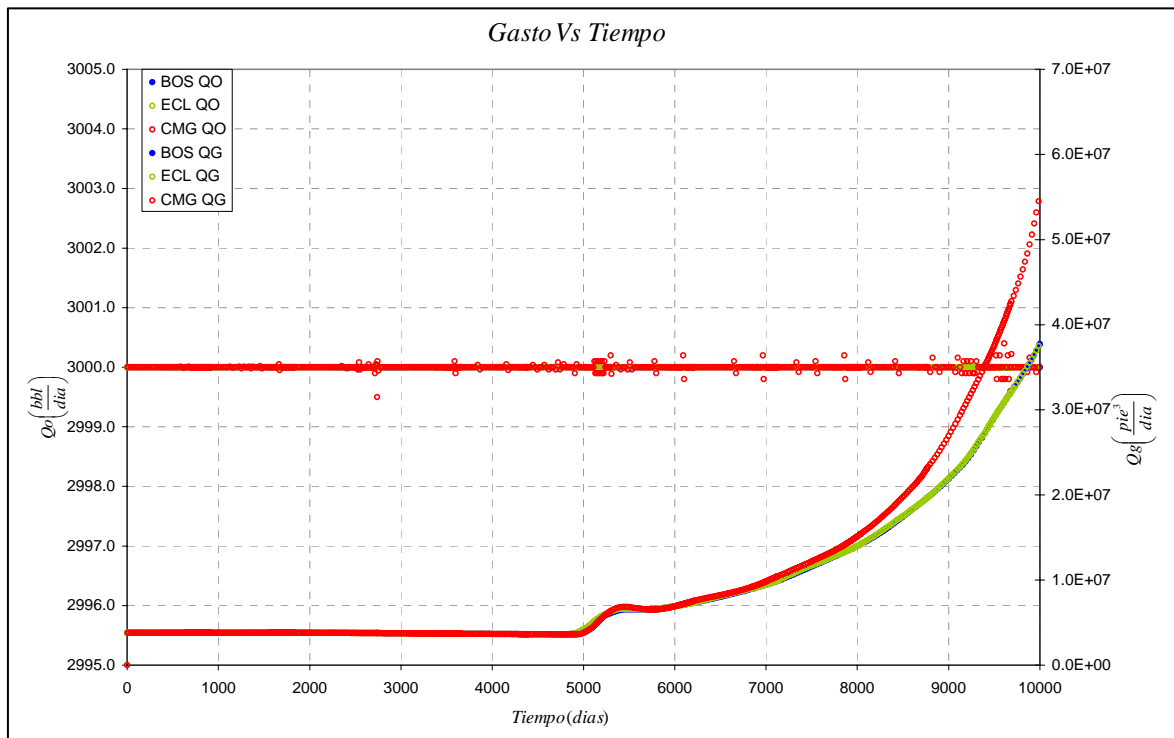


Figura 4.8 Gráfica de Gasto de aceite Vs Tiempo y Gasto de gas Vs Tiempo para los tres simuladores.

Y la relación Gas-Aceite es:

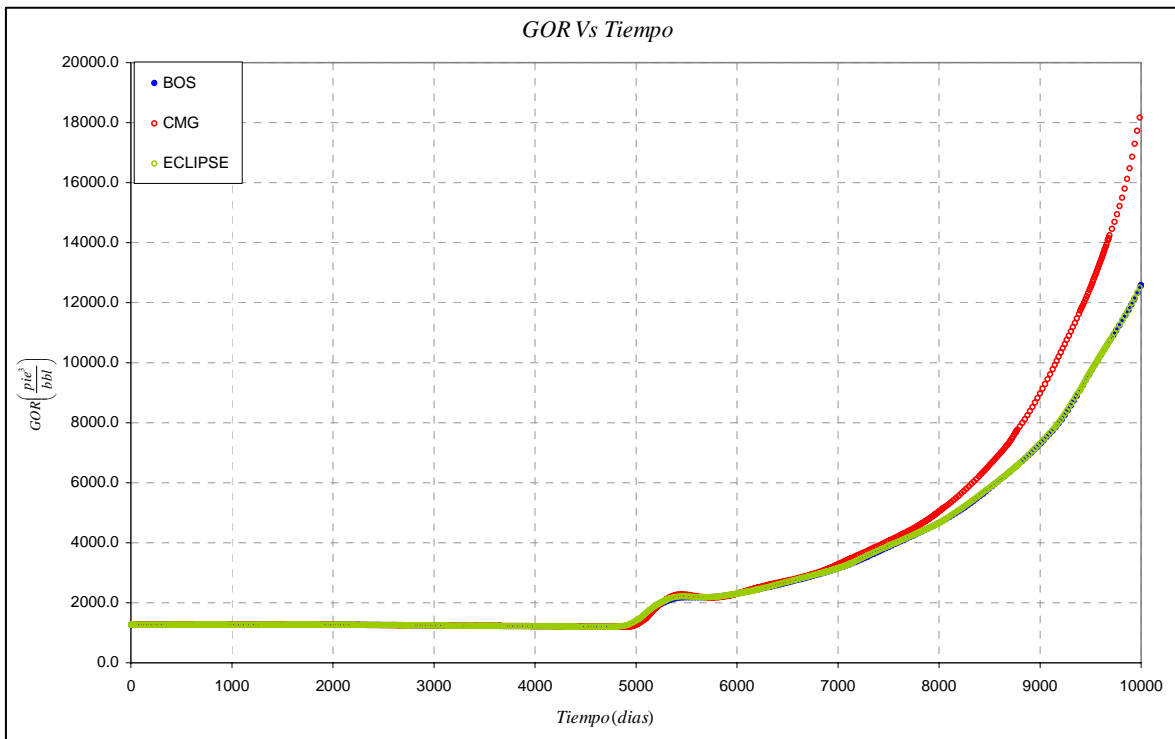


Figura 4.9 Gráfica de Relación Gas-Aceite Vs Tiempo para los tres simuladores.

En estas gráficas el simulador que presentamos se ajusta más al comportamiento de eclipse y presentan ambas diferencias con respecto a los resultados arrojados por CMG, debido probablemente al modelo de pozo empleado en los simuladores.

IV.2.2 Validación Modelo Fracturado Cartesiano

Para la validación del modelo de doble porosidad consideramos un caso con inyección de agua el cual representamos en Eclipse, donde consideramos cuatro pozos en el yacimiento de los cuales uno es productor y tres son inyectores, la malla que empleamos fue de 10 celdas en la dirección de “X”, 10 celdas en la dirección de “Y” y 3 celdas en la dirección de “Z”, además los pozos inyectores se abren a los 1000 días de simulación; el resto de la información de comportamiento de fluidos (PVT), de petrofísica y del yacimiento se encuentra en el Apéndice E.

Los resultados obtenidos se muestran a continuación y presentamos el comportamiento de la presión del bloque y la presión de fondo fluyendo para el pozo productor:

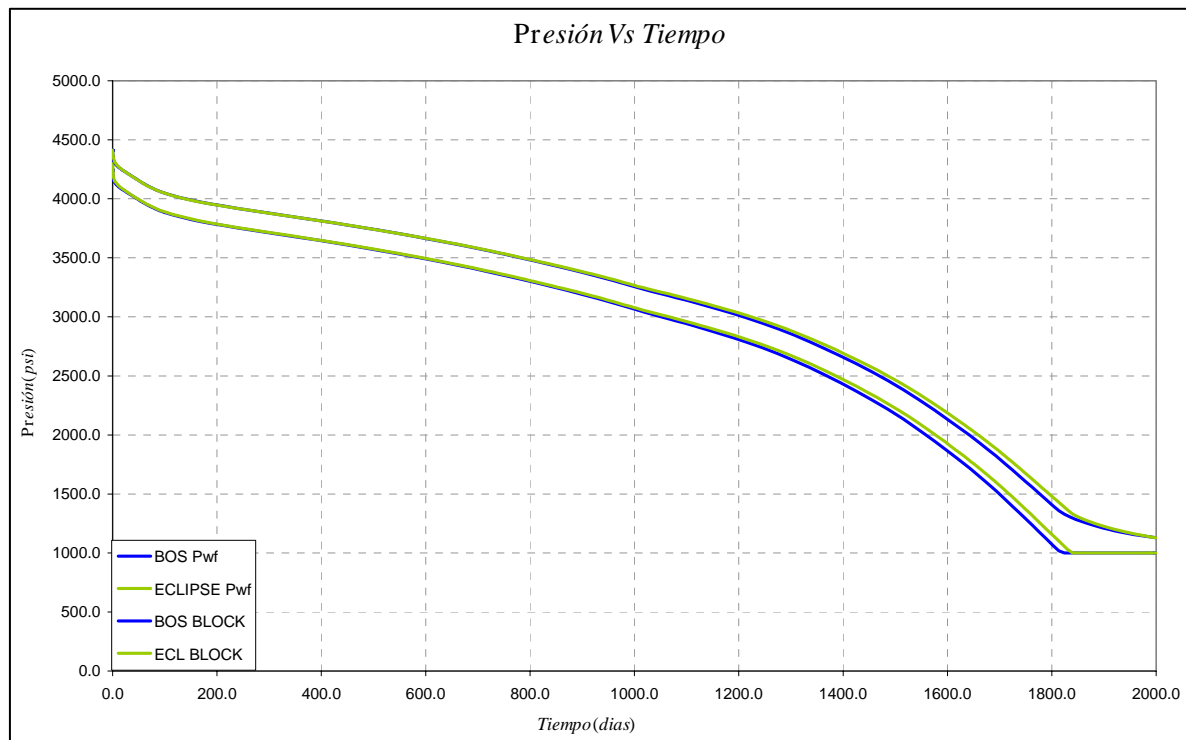


Figura 4.10 Gráfica de P_{wf} Vs Tiempo del pozo productor en un yacimiento con doble porosidad en coordenadas cartesianas.

Aquí observamos el ajuste del comportamiento de presión para ambos simuladores durante la simulación. Antes de la inyección se observa un ajuste bueno de ambos simuladores, pero a partir de la inyección a los 1000 días se observa una diferencia en la presión del bloque entre los dos simuladores y que repercute en la presión de fondo del pozo y esta diferencia se acentúa conforme avanza el tiempo; esto se debe a las propiedades del agua de inyección lo cual genera un incremento de presión diferente en ambos simuladores y que explicaremos en el siguiente capítulo.

A continuación presentamos una gráfica donde presentamos los ritmos de producción de aceite y gas y donde también observamos algunas diferencias a partir del punto en que comenzamos a inyectar.

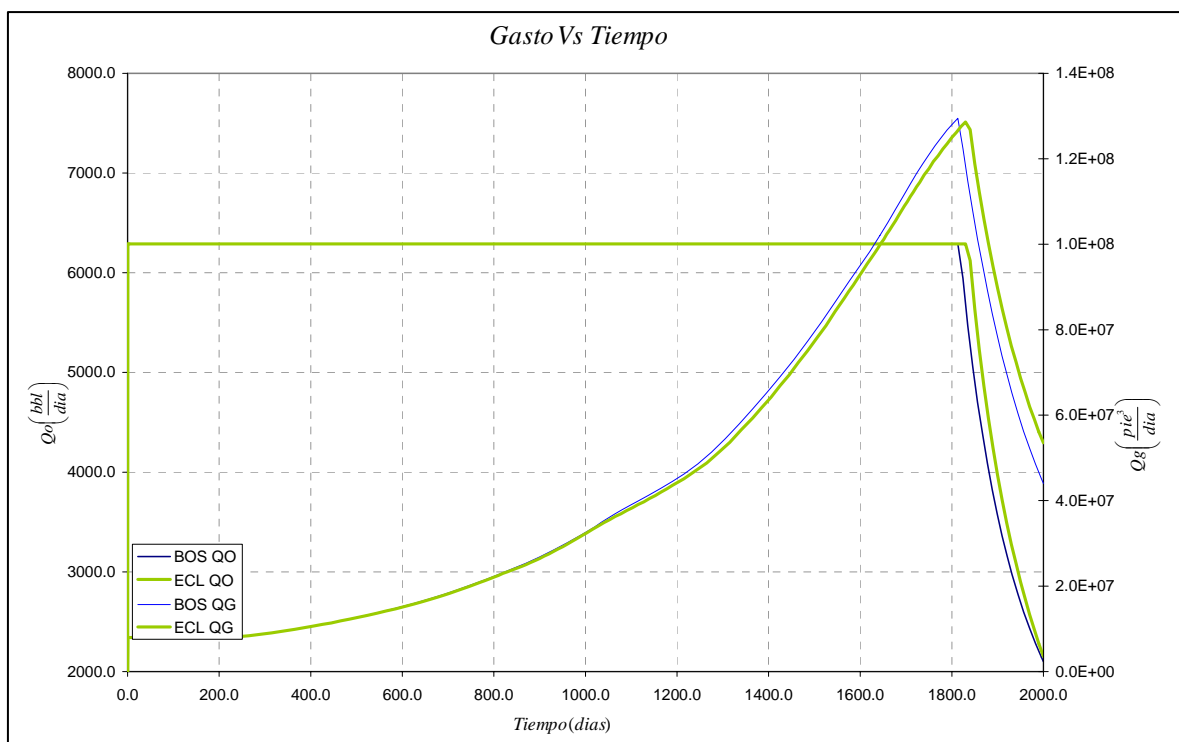


Figura 4.11 Gráfica de Q_o y Q_g Vs Tiempo.

Finalmente presentamos el comportamiento de la presión de fondo fluyendo con respecto al tiempo para los pozos inyectoros:

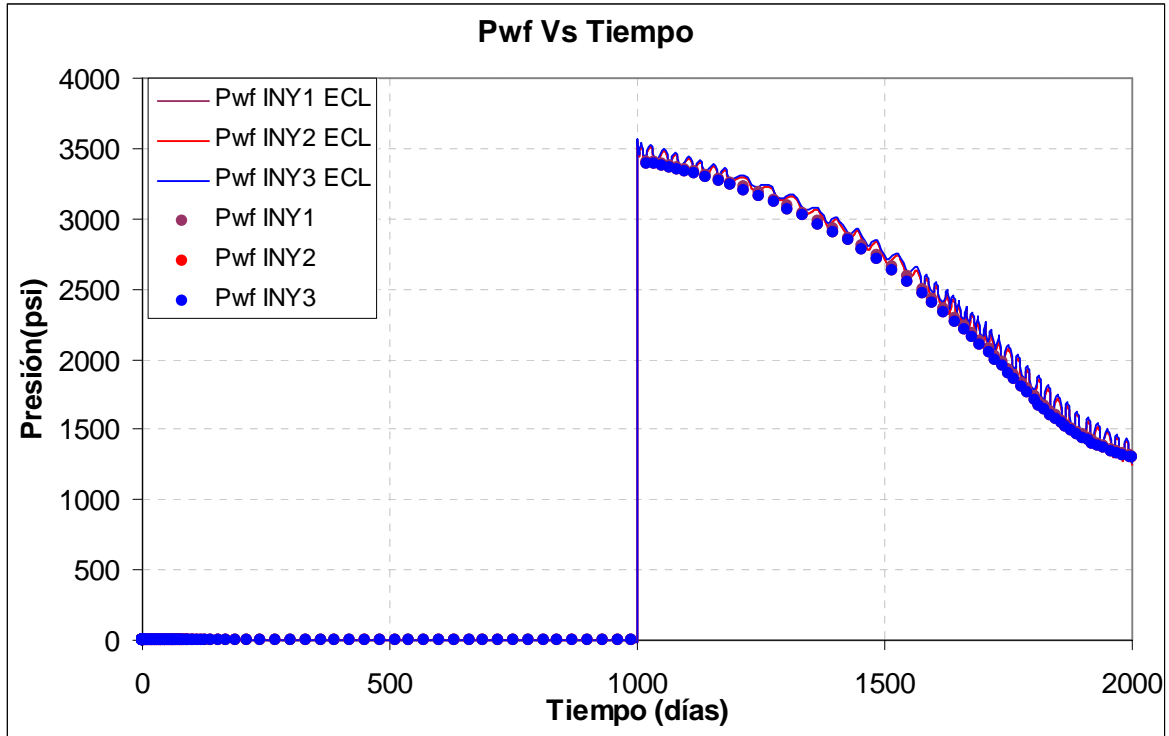


Figura 4.12 Gráfica de Pwf Vs Tiempo.

V. ANÁLISIS DE RESULTADOS

En este capítulo se presenta el análisis de los resultados obtenidos para la validación en coordenadas radiales y cartesianas para un modelo homogéneo y de doble porosidad, los casos empleados con coordenadas radiales consideran flujo monofásico por lo que no consideramos fuerzas capilares y saturaciones mientras que en los casos en coordenadas cartesianas consideramos flujo multifásico y un caso representa abatimiento natural de presión del yacimiento mientras que el otro considera inyección de agua en el yacimiento posterior a una etapa de explotación.

V.1 Flujo Monofásico

V.1.1 Modelo Homogéneo Radial

En el caso de la validación del modelo homogéneo en coordenadas radiales se empleó la teoría de Análisis de Pruebas de Presión; analizamos los resultados como una prueba de decremento donde la presión del yacimiento decae debido a la extracción de fluidos; el yacimiento es homogéneo e isotrópico, es decir, de permeabilidad y porosidad constante. Consideramos flujo en una sola fase en un yacimiento de forma cilíndrica con porosidad y permeabilidad constante.

A partir de la simulación obtuvimos el comportamiento de la presión de fondo fluyendo con respecto al tiempo por medio del modelo de pozo de Peaceman donde relacionamos la presión de fondo fluyendo con la presión del bloque de malla donde se encuentra el pozo y al analizar los resultados determinamos la permeabilidad de la roca para el periodo de flujo radial la cual fue de 99.7697 mD. El volumen poroso drenado al alcanzar los efectos de frontera el cual fue de 5.6311×10^6 pies³. Ya que conocemos las dimensiones del yacimiento podemos calcular el volumen poroso de acuerdo a la geometría siendo el

resultado de 5.6373×10^6 pies³ y para la simulación numérica consideramos una permeabilidad de 100 mD.

El porcentaje de error entre los valores obtenidos por ambos métodos en el cálculo del volumen poroso considerando como exacto el calculado a partir de la geometría del yacimiento, es el siguiente:

$$(\%)_{error} = \frac{|5.6373 \times 10^6 - 5.6311 \times 10^6|}{5.6373 \times 10^6} \times 100 = 0.10998\%$$

En el caso de la permeabilidad obtuvimos la permeabilidad del yacimiento por ambos métodos y coincidieron en los resultados con una ligera diferencia, la cual se debe a errores de redondeo y truncamiento que se presentan al emplear factores de conversión y por el manejo de tolerancias dentro del simulador.

La primer gráfica presentada para esta validación muestra la caída de presión ΔP Vs Tiempo y no la presión de fondo fluyendo como podría esperarse debido que para pruebas de incremento o decremento con lo que se acostumbra trabajar es con ΔP . Posteriormente tenemos una gráfica doble logarítmica de ΔP Vs Tiempo donde observamos en la derivada la presencia de los dos periodos de flujo: radial y pseudoestacionario; del periodo radial tenemos un comportamiento horizontal con oscilaciones debidas a la forma en que se realizó el cálculo de la derivada.

Por otro lado mostramos una gráfica en coordenadas cartesianas donde calculamos la pendiente de la recta donde tenemos flujo pseudoestacionario y a partir de la cual obtenemos el volumen poroso drenado y finalmente mostramos una gráfica en escala semilogarítmica de la cual obtenemos la pendiente de la recta a partir de la cual podemos calcular la permeabilidad del medio poroso.

V.1.2 Modelo Fracturado Radial

Para el modelo de doble porosidad, en su validación empleamos el modelo de doble porosidad de Warren & Root para una malla radial y consideramos un caso donde solo fluye aceite en el yacimiento en una etapa de bajosaturación.

El yacimiento tiene una porosidad y permeabilidad constantes, además los efectos capilares son nulos y la permeabilidad relativa al aceite es uno con lo que la condición de flujo monofásico se cumple.

Para un periodo pequeño de tiempo obtenemos el comportamiento típico de un yacimiento con doble porosidad donde el fluido que llega al pozo al principio lo aportan las fracturas y posteriormente la matriz aporta su fluido a las fracturas para que llegue al pozo obteniendo un buen ajuste, presentando una diferencia no mayor a 0.3 lb/pg^2 entre las soluciones. El periodo de tiempo de simulación fue de 2 días y se muestra la gráfica en escala semilogarítmica de la presión de fondo fluyendo con tiempo (P_{wf} Vs Tiempo).

La diferencia existente entre ambas soluciones puede mejorarse si empleamos una tolerancia menor para las variables del simulador.

V.2 Flujo Multifásico

V.2.1 Modelo Homogéneo Cartesiano

Para la validación de flujo multifásico en una malla cartesiana empleamos simuladores comerciales y a partir de los resultados obtuvimos una gráfica donde se muestra la presión de fondo fluyendo junto a la presión del bloque de malla productor para los simuladores comerciales y nuestro simulador donde observamos que se ajusta mejor al comportamiento mostrado por Eclipse y la diferencia de presiones máxima mostrada es aproximadamente de 20 lb/pg², mientras que para el caso de CMG tenemos una mayor diferencia en las presiones ya que al avanzar el tiempo tenemos una mayor caída de presión la cual aumenta conforme aumenta el tiempo. Esta diferencia puede ser ocasionada por los factores de conversión empleados y por el modelado del problema mismo como condiciones de convergencia, cambios máximos por iteración, modelo de pozo, etc.

Además tenemos la gráfica de los gastos de gas y aceite donde nuevamente la producción de gas mostrada por el simulador se ajusta a la obtenida de Eclipse, mientras que CMG se comporta de manera diferente, finalmente este mismo comportamiento se observa en la Relación Gas Aceite Producido.

Las diferencias que se observan pueden deberse también al modelo de pozo empleado y a las consideraciones matemáticas que se toman en cuenta al momento de generar los elementos de la matriz jacobiana obtenida al linealizar con Newton Raphson. Los resultados obtenidos son similares para el caso en el que la producción de aceite (gasto) se mantiene constante y las diferencias entre los simuladores se presentan al momento de considerar presión constante donde el gasto de gas se incrementa y el gasto de aceite disminuye.

V.2.2 Modelo Fracturado Cartesiano

Para el caso de doble porosidad con una malla en coordenadas cartesianas se consideró flujo de tres fases. Presentamos primero la gráfica de la presión del bloque junto con la presión de fondo fluyendo para el pozo productor en la que observamos que los resultados se ajustan bien durante los primeros mil días de explotación pero cuando comenzamos a inyectar los resultados varían entre si, aumentando tal diferencia conforme aumenta el tiempo y se presenta desde que inyectamos, hasta cuando alcanzamos presión constante en el pozo alrededor de los 1800 días y se tiene una diferencia máxima cercana a 100 lb/pg².

Posteriormente presentamos una gráfica con los ritmos de producción de aceite y gas, donde podemos observar para el aceite que cuando es variable tenemos una diferencia entre los simuladores y para el gasto de gas la diferencia se presenta a partir del momento en que empezamos a inyectar.

Finalmente presentamos una gráfica con la presión de fondo fluyendo para los tres pozos inyectores y observamos un comportamiento similar entre los resultados pero con diferencias cercanas a 100 lb/pg².

Las diferencias que observamos entre los simuladores se debe a las propiedades PVT del agua, en especial a las densidades y a los factores de volumen los cuales generan un gradiente de presión mayor o menor por la columna de fluido influyendo directamente en la presión en la celda y a su vez en toda la malla de simulación, por esto, todos los resultados se ven afectados; al momento de inyectar la presión de inyección debe ser mayor que la presente en el yacimiento para que pueda fluir hacia el yacimiento, esta presión de inyección interviene en el cálculo de las propiedades PVT.

Por otro lado, al aumentar la presión del fluido en el yacimiento provocamos que la presión de burbujeo varíe en el yacimiento por lo que ahora tenemos un problema de Yacimientos con Presión de Burbuja Variable lo que requiere una modificación y extensión del modelo matemático, ya que la presión en la celda de inyección y sus alrededores aumenta en lugar de abatirse, el aceite presente en las celdas tiende a disolver más gas por lo que su presión de burbujeo varía.

Finalmente debemos considerar que el agua inyectada a una alta presión puede disolver gas hidrocarburo en cantidades no tan grandes como el aceite pero que influye en el modelo matemático y por lo tanto en el modelo numérico.

El simulador tiene la capacidad para representar escenarios de explotación primaria de un yacimiento de aceite negro (depresionamiento natural) donde tenemos arreglos de pozos productores, y es útil cuando se descubren campos o cuando se encuentra en una etapa temprana de explotación ya que en la producción se debe a la energía propia del yacimiento.

Por otro lado se pueden representar escenarios de recuperación secundaria en el caso de inyección de agua lo cual es muy útil en campos maduros que requieren de un nuevo esquema de explotación o en campos donde la producción ya no es económicamente rentable, y la inyección de agua es una buena opción.

VI. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

En relación al trabajo anterior, se pueden establecer las siguientes conclusiones y recomendaciones:

VI.1 Conclusiones

1. Se presenta un simulador numérico que puede predecir el comportamiento de yacimientos naturalmente fracturados a escala de campo bajo diferentes escenarios.
2. La validación del simulador fue satisfactorio considerando soluciones analíticas y simuladores comerciales.
3. El simulador nos permite representar escenarios de depresionamiento natural de un yacimiento fracturado de una forma confiable debido a la gran cantidad de parámetros que pueden incluirse.
4. El simulador puede ser usado para modelar pruebas de pozo al manejar la geometría radial.

VI.2 Recomendaciones

1. Esta versión deberá extenderse a una versión de Aceite Negro Tipo Beta Modificado para manejo de yacimientos de aceite volátil y de gas y condensado para un yacimiento homogéneo o de doble porosidad.
2. Incluir un módulo de acuíferos donde se represente al yacimiento con un acuífero activo de fondo o de flanco ya que los acuíferos forman parte del yacimiento e intervienen en la producción de hidrocarburos.
3. Integrar un módulo para manejo de pozos de producción o inyección el cual puede manejar varias restricciones como gastos de agua, aceite o gas, presiones de fondo del pozo, relaciones de gas/aceite, de agua/aceite o gas/líquido, entre otras
4. Implantar en el simulador algoritmos para solucionar el problemas de yacimientos de aceite con presión de burbuja variable.

NOMENCLATURA.

b_w	inverso del factor de volumen de agua
B_w	factor de volumen de agua
c_r	compresibilidad del volumen rocoso
D	profundidad
R	función de residuos
\hat{R}_s	relación de solubilidad
IP	índice de productividad de pozo
$[J]$	matriz Jacobiana
k_{rp}	permeabilidad relativa a la fase p
k_{ro}	permeabilidad relativa a la fase aceite
k_{rg}	permeabilidad relativa a la fase gas
k_{rw}	permeabilidad relativa a la fase agua
k_{row}	permeabilidad relativa a la fase aceite en presencia de agua
k_{rog}	permeabilidad relativa a la fase aceite en presencia de gas
k	permeabilidad absoluta
L_x	longitud en la dirección x del bloque de matriz
L_y	longitud en la dirección y del bloque de matriz
L_z	longitud en la dirección z del bloque de matriz
p	presión
p_p	presión de la fase p
$p_{p,z}$	presión de la fase p en la profundidad z
p_{ref}	presión de referencia
p_{wf}	presión de fondo fluyendo
P_{cgo}	presión capilar gas aceite
P_{cwo}	presión capilar agua aceite
q_p	gasto volumétrico de la fase p .

r	dirección radial o coordenada en la dirección r
r_e	radio externo para geometría cilíndrica
r_s	relación aceite disperso en gas
r_o	radio de una celda con pozo para geometría cilíndrica
r_w	radio de pozo
S_a	saturación de la fase agua
S_g	saturación de la fase gas
S_o	saturación de la fase aceite
S_p	saturación de la fase p
S_{wi}	saturación de agua irreductible
T_p	transmisibilidad de la fase p
t	tiempo
T	temperatura
T_s	temperatura de separación
U	vector genérico de incógnitas.
V_r	volumen de roca
V_p	volumen poroso
w	factor acéntrico
W	vector genérico
x	dirección x o coordenada en la longitud x
α	factor geométrico
Δt	intervalo de tiempo
Δ	operador diferencias
ε	tolerancia
δu	variación de iteraciones newtonianas de u
ϕ	porosidad
σ	factor de forma
θ	relativo a tratamiento semi-implícito
γ_p	peso específico de la fase p

$\bar{\gamma}_p$	peso específico medio de la fase p
λ_p	movilidad de la fase p
$\hat{\tau}_{omf}$	intercambio matriz-fractura de aceite por unidad de volumen de roca
$\hat{\tau}_{gmf}$	intercambio matriz-fractura de gas por unidad de volumen de roca
τ_{wmf}	intercambio matriz-fractura de agua
μ_p	viscosidad de la fase p

Subíndices.

<i>g</i>	fase gas
<i>f</i>	fractura
<i>h</i>	hidrocarburo
<i>i</i>	relativo a dirección x o radial
<i>i+1/2</i>	fronteras de la celda <i>i</i>
<i>k</i>	índice relativo a la dirección z
<i>m</i>	matriz.
<i>mf</i>	matriz-fractura.
<i>n</i>	índice de nivel de tiempo
<i>o</i>	fase aceite
<i>r</i>	dirección radial, roca
<i>ref</i>	referencia
<i>S</i>	superficie
<i>t</i>	tiempo
<i>T</i>	transpuesto
<i>w</i>	fase agua
<i>x</i>	dirección x
<i>z</i>	dirección z
<i>v</i>	nivel de iteración.

REFERENCIAS.

1. **Acs G., Doleschall, S. y Farkas, E.:** "General Purpose Compositional Model", *Soc. Pet. Eng. J.*, (Ago 1985), 543-553.
2. **Aguilera, R.:** Naturally Fractured Reservoirs, Penn Well Publishing Co., Tulsa, OK (1995).
3. **Arana O.V. y Rodriguez F.A.:** "A Semi-implicit Formulation for Compositional Simulation of Fractured Reservoir" Paper SPE 36108 presented at the IV Latin American and Caribbean Petroleum Engineering Conference of SPE Trinidad y Tobago, (Abril 1996)
4. **Arps, J.J.:** "Analysis of Decline Curves", *Trans., AIME*, 1945, 228-247.
5. **Aziz, K. & Settari, A.:** "Petroleum Reservoir Simulation", London, *Applied Science Pub.*, 1979.
6. **Barenblatt, G.I., Zheltov, I. P., and Kochina, I.N.:** "Basic Concepts in the Theory of Seepage of Homogenous Liquid in Fissured Rocks", *PMM*, Vol. 24, No. 5, (1960).
7. **Branco, C.M. y Rodriguez, F.A.:** "A Semi-Implicit Formulation for Compositional Reservoir Simulation" Paper SPE 27053 presented at the III Latin American and Caribbean Petroleum Engineering Conference of SPE, Buenos Aires, Arg, (Abril 1994), 377-291.
8. **Breitenbach, E.A.:** "Reservoir Simulation ; State of the ART", *J. Pet. Tech.*, (Sep 1991) 1033-36
9. **Coats, K.H.:** "Reservoir Simulation : State - of - Art", *J. Pet. Tech.*, (Aug. 1982) 1633-42.
10. **Coats, K.H.:** "An Equation of State Compositional Model", *Soc. Pet. Eng. J.*, (Oct. 1980) 363-76.

11. **Coats, K.H.:** “ Implicit Compositional Simulation of Single Porosity and Dual-Porosity Reservoirs”, SPE 18427, Proc. Tenth SPE Reservoir Simulation Symposium, (Feb 1989), 239-275.
12. **Chien, M.C., Lee, S.T. and Chen, W.H. :** “A New Full Implicit Compositional Simulator “ *Soc. Pet. Eng.*, SPE 13385, (1985).
13. **Chopra, A.K. and Carter, R.C., :** “Proof of the Two-Phase Steady-State Theory for Flow Through Porous Media”, *SPEFE*, (Dec 1986).
14. **Dake, L.P.:**” Fundamentals of Reservoir Engineering “, *Elsevier*, 1979.
15. **Diodato, D.M.:**”A Compendium of Fracture Flow Models”, center for environmental restoration Systems, Argonne National Laboratory, 1994
16. **Dean, R.H. y Lo, L.L.:**”Simulations of Naturally Fractured Reservoir”, *SPEFE* (May. 1988), 638-48.
17. **ECLIPSE** Reference Manual 2005a, Schlumberger
18. **ECLIPSE** Technical Description 2005a, Schlumberger
19. **Ertekin Turgay et.al.:**”Basic Applied Reservoir Simulation” SPE Textbook Texas 2001
20. **Gilman, J.R. y Kazemi, H.:** “Improvement in Simulation of Naturally Fractured Reservoir”, *Soc. Pet. Eng. J.*, (Ago. 1983), 695-707.
21. **IMEX** Reference Manual 2005 Computer Modeling Group
22. **Kazemi, H., Merrill, L.S., Porterfield, K.L. and Zeman, P.R.:**”Numerical Simulation Of Water-Oil Flow in Naturally Fractured Reservoir” *Soc. Pet. Eng. J.*, (Dic. 1976), 317-326.

23. **Nghiem, L.X., Fong, D.K. y Aziz, D.K.:** “ Compositional Modeling With an equation of State”, *Soc. Pet. Eng. J.*,(Dec 1984), 687-698.
24. **Odeh, A.S.:** “ Reservoir Simulation - What Is It ? “, *J. Pet. Tech.* , (Nov. 1969) 1383-88.
25. **Peaceman D.W.:**”Interpretation of Well-Block pressures in Numerical Reservoir Simulation” SPE 1978
26. **Rossen, R.H. y Shen, E.I.:** “Simulation of Gas/Oil Drainage and Water/Oil Imbibition in Naturally Fractured Reservoirs”, *SPE* (Nov. 1989), 464-70.
27. **Saad, Y. and Schultz, M.** "GMRES: A Generalized Minimal Residual Algorithm for Solving Nonsymmetric Linear Systems." *SIAM J. Sci. Statist. Comput.* **7**, 856-869, 1986.
28. **Sonier, F., Souillard, P. y Blaskovick, F.T.:** “Numerical Simulation of Naturally Fractured Reservoir”, *SPE* (Nov. 1988), 1114-22.
29. **Thomas, L.K., Dixon, T.N., y Pierson, R.G.:** “Fractured Reservoir Simulation” *Soc. Pet. Eng. J.*,(Feb. 1983), 42-54.
30. **Warren, J.E. & Root, P.J.:**”The Behavior of Naturally Fractured Reservoirs”, *Soc. Pet. Eng. J.*, (Sept. 1964), 245-55.
31. **Welge, H.G.,** “A simplified method for computing oil recovery by gas or water drive”, *Transaction of the AIME*, 195; 91-98,1952.

APÉNDICE A.

Para obtener las ecuaciones de flujo multifásico, considérese un volumen elemental representativo del medio poroso, en donde existe flujo unidimensional, Figura A.1. Con base en el principio de conservación de materia se puede establecer el siguiente balance de materia en el elemento.

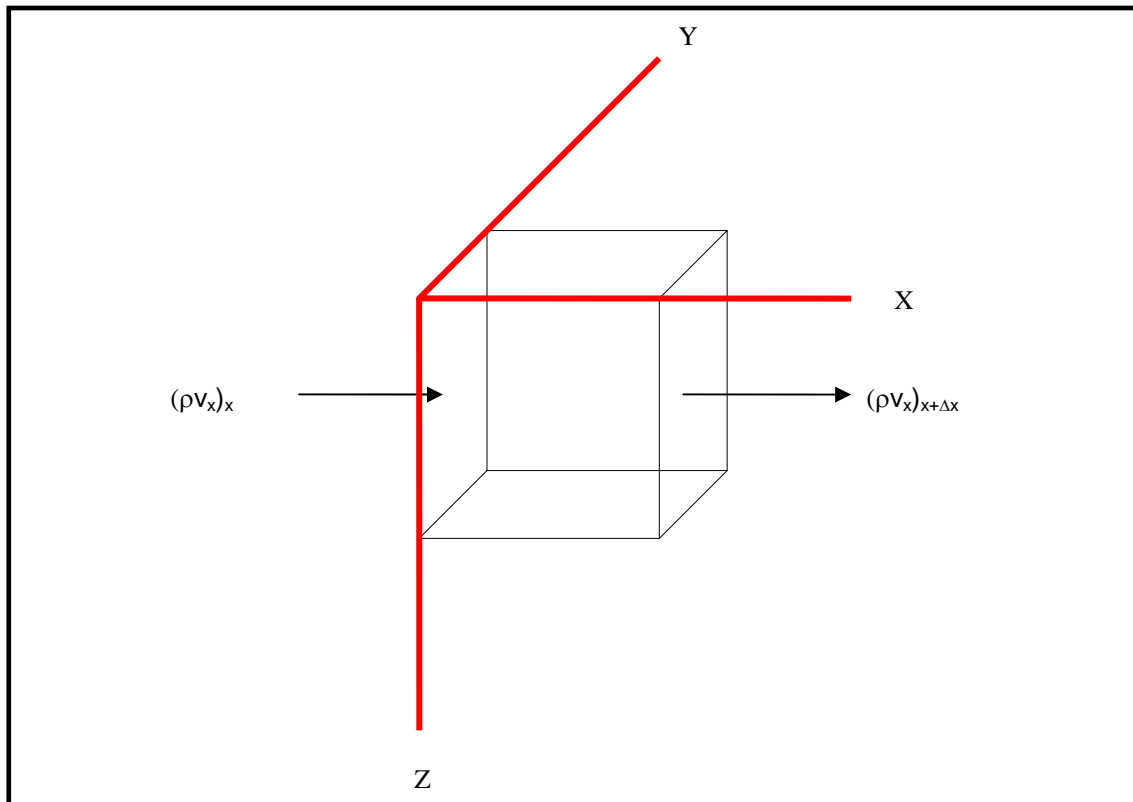


Figura A.1.- Volumen Elemental Representativo

Hay 3 posibles fases móviles en el elemento de volumen. La fase agua no intercambia su masa con otras fases. Las 2 fases restantes (aceite y gas), se encuentran en equilibrio en espacio y tiempo.

Considérese la conservación de masa para cada fase.

Ritmo de entrada de masa al volumen de control

$$(A_{yz}\rho_o v_{ox})\Big|_x + (A_{xz}\rho_o v_{oy})\Big|_y + (A_{xy}\rho_o v_{oz})\Big|_z \quad (\text{A.1})$$

Ritmo de salida de masa del volumen de control

$$(A_{yz}\rho_o v_{ox})\Big|_{x+\Delta x} + (A_{xz}\rho_o v_{oy})\Big|_{y+\Delta y} + (A_{xy}\rho_o v_{oz})\Big|_{z+\Delta z} \quad (\text{A.2})$$

Donde:

A_{yz} , A_{xz} , A_{xy} , Es el área transversal del elemento en los planos yz, xz, xy expuestos al flujo.

ρ_o Es la densidad de la fase aceite

v_{ox} , v_{oy} , v_{oz} Son las velocidades macroscópicas de la fase aceite en las direcciones x, y, z.

El ritmo de acumulación de masa en el volumen de control, está dado por el ritmo de cambio de masa, contenidos en las fases aceite y gas en el espacio poroso, esto es :

Ritmo de acumulación de masa del elemento en el volumen de control =

$$A\Delta x \frac{\partial}{\partial t}(\phi S_o \rho_o) \quad (\text{A.3})$$

El ritmo de producción / inyección de masa en el volumen de control, definiendo $\hat{q}_p =$ gasto volumétrico de la fase $p = o, g, w$ a condiciones de yacimiento por unidad de volumen de roca, es:

Ritmo de producción/ inyección de masa =

$$A\Delta x(\rho_o q_o) \quad (A.4)$$

Substituyendo las ecuaciones (A.1) a (A.4) en el postulado de conservación de materia, dividiendo la expresión resultante entre el volumen de control, $A\Delta x$, re- arreglando y tomando límites cuando $\Delta x \rightarrow 0$, se llega a :

$$-\frac{\partial}{\partial x}(\rho_o v_{ox}) + \rho_o q_o = \frac{\partial}{\partial t}[\phi(\rho_o S_o)] \quad (A.5)$$

Donde: $p = o, g, w$.

La ecuacion (A.5) puede extenderse al caso de flujo multidimensional. En notación del operador diferencial nabla ∇ , estas ecuaciones pueden escribirse en forma más general como:

$$-\nabla \cdot [(\rho_o v_o)] + \rho_o q_o = \frac{\partial}{\partial t}[\phi(\rho_o S_o)] \quad (A.6)$$

Para flujo laminar en el yacimiento, podemos expresar la velocidad de cada fase mediante la ecuación de Darcy :

$$v_p = -\frac{kk_{rp}}{\mu_p}(\nabla p_p - \gamma_p \nabla D) \quad (A.7)$$

Donde : $p = o, g, w$.

Substituyendo la ecuación (A.7) en la ecuación (A.6), se tiene lo siguiente:

$$\nabla \cdot \left[\rho_o \frac{kk_{ro}}{\mu_o} (\nabla p_o - \gamma_o \nabla D) \right] + \rho_o q_o = \frac{\partial}{\partial t} [\phi(\rho_o S_o)] \quad (A.8)$$

Para el caso del aceite se considera que:

$$\rho @ c.y. = \frac{\rho @ c.s.}{B_o} \quad (A.9)$$

Si sustituimos (A.9) en (A.8) se tiene que:

$$\nabla \cdot \left[\left(\frac{\rho @ c.s.}{B_o} \right) \frac{kk_{ro}}{\mu_o} (\nabla p_o - \gamma_o \nabla D) \right] + \left(\frac{\rho @ c.s.}{B_o} \right) q_o = \frac{\partial}{\partial t} \left[\left(\frac{\rho @ c.s.}{B_o} \right) \phi(S_o) \right] \quad (A.10)$$

Sabemos que $\rho @ c.s. = \text{cte}$ y que $b_o = \frac{1}{B_o}$ tenemos.

$$\nabla \cdot \left[\frac{b_o kk_{ro}}{\mu_o} (\nabla p_o - \gamma_o \nabla D) \right] + [b_o q_o] + \tau_{omf} = \frac{\partial}{\partial t} [\phi(b_o S_o)] \quad (A.11)$$

Nótese que el operador diferencial nabla ∇ , se define en el sistema de coordenadas cartesianas como:

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} i + \frac{\partial}{\partial y} j + \frac{\partial}{\partial z} k \quad (A.12)$$

y el vector de velocidades de la fase $p = o, g, w$, v_p , es :

$$v_p = v_{px} i + v_{py} j + v_{pz} k \quad (A.13)$$

Un tratamiento similar para la fase gas considerando el gas disuelto que se tiene en el aceite se conduce a lo siguiente:

$$\begin{aligned} & \nabla \cdot \left[\hat{R}_s b_o \frac{kk_{ro}}{\mu_o} (\nabla p_o - \gamma_o \nabla D) + b_g \frac{kk_{rg}}{\mu_g} (\nabla p_g - \gamma_g \nabla D) \right] \\ & + \left[\hat{R}_s b_o q_o + b_g q_g \right] + \hat{R}_s \tau_{omf} + \tau_{gmf} = \frac{\partial}{\partial t} \left[\phi \left(\hat{R}_s b_o S_o + b_g S_g \right) \right] \end{aligned} \quad (A.14)$$

Un tratamiento similar para la fase agua conduce a lo siguiente:

$$\nabla \cdot \left[\frac{kk_{rw}}{B_w \mu_w} (\nabla p_w - \gamma_w \nabla D) \right] + b_w q_w + \tau_{wmf} = \frac{\partial}{\partial t} [\phi b_w S_w] \quad (A.15)$$

Las ecuaciones (A.11) ,(A.14) y (A.15) describen el flujo multifásico en un yacimiento bajo condiciones isotérmicas y laminares.

APÉNDICE B.

El sistema de ecuaciones que representa el comportamiento de flujo multifásico en yacimientos naturalmente fracturados, es un sistema de ecuaciones no lineal y no pueden resolverse por métodos analíticos.

Por lo tanto, es necesario transformar las ecuaciones de su forma continua a su forma discreta, mediante lo cual se llega a una solución aproximada del sistema de ecuaciones.

La solución numérica del sistema de ecuaciones se refiere a resultados en puntos discretos dentro del sistema. La discretización en el espacio se lleva a cabo dividiendo al yacimiento en celdas, cuyo conjunto constituye una malla. Esto se realiza mediante el empleo de diferencias centrales.

La discretización del tiempo se efectúa segmentando el tiempo en intervalos consecutivos, $n = 0, 1, 2, \dots$ de tamaño arbitrario, mediante el empleo de diferencias regresivas.

A continuación se presenta la aproximación de las ecuaciones diferenciales en ecuaciones de diferencias, obtenidas a través de un esquema en diferencias finitas.

Realizando el análisis para el medio de las fracturas y partiendo de la ecuación (3.1), solo para los componentes hidrocarburos de la fase líquida, considerando una sólo dirección en el nivel de tiempo $(n+1)$ y empleando un esquema implícito, se tiene :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\left(b_o \frac{kk_{ro}}{\mu_o} \left(\frac{\partial p_o}{\partial x} - \gamma_o \frac{\partial D}{\partial x} \right) \right) + \right]_i^{n+1} + (b_o q_o)_i^{n+1} + \{ \tau_{omf} \}_i^{n+1} = \frac{\partial}{\partial t} [\phi(b_o S_o)]_i^{n+1} \quad (B.1)$$

Considerando,

$$u = \lambda_{ox} \left(\frac{\partial p_o}{\partial x} - \gamma_o \frac{\partial D}{\partial x} \right) \quad (B.2)$$

donde :

$$\lambda_{ox} = b_o \frac{kk_{ro}}{\mu_o} \quad (B.3)$$

Ahora, sustituyendo la ecuación (B.2) en el término de flujo de la ecuación (B.1), se tiene :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\lambda_{ox} \left(\frac{\partial p_o}{\partial x} - \gamma_o \frac{\partial D}{\partial x} \right) \right]_i^{n+1} = \frac{\partial u_i^{n+1}}{\partial x_i} \quad (B.4)$$

Empleando diferencias centrales en la ecuación (B.4), se tiene :

$$\frac{\partial u_i^{n+1}}{\partial x_i} = \frac{u_{i+\frac{1}{2}}^{n+1} - u_{i-\frac{1}{2}}^{n+1}}{\Delta x_i} \quad (B.5)$$

donde :

$$u_{i+\frac{1}{2}}^{n+1} = (\lambda_{ox})_{i+\frac{1}{2}}^{n+1} \left[\frac{p_{o,i+1} - p_{o,i}}{\Delta x_{i+\frac{1}{2}}} - \gamma_{o,i+\frac{1}{2}} \frac{D_{i+1} - D_i}{\Delta x_{i+\frac{1}{2}}} \right]^{n+1} \quad (B.6)$$

y

$$u_{i-\frac{1}{2}}^{n+1} = (\lambda_{ox})_{i-\frac{1}{2}}^{n+1} \left[\frac{p_{o,i} - p_{o,i-1}}{\Delta x_{i-\frac{1}{2}}} - \gamma_{o,i-\frac{1}{2}} \frac{D_i - D_{i-1}}{\Delta x_{i-\frac{1}{2}}} \right]^{n+1} \quad (\text{B.7})$$

Sustituyendo las ecuaciones (B.6) y (B.7) en (B.5), se tiene :

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_i^{n+1}}{\partial x_i} = & \frac{1}{\Delta x_i} (\lambda_{ox})_{i+\frac{1}{2}}^{n+1} \left[\left(\frac{p_{o,i+1} - p_{o,i}}{\Delta x_{i+\frac{1}{2}}} - \gamma_{o,i+\frac{1}{2}} \frac{D_{i+1} - D_i}{\Delta x_{i+\frac{1}{2}}} \right)^{n+1} \right] - \\ & \frac{1}{\Delta x_i} (\lambda_{ox})_{i-\frac{1}{2}}^{n+1} \left[\left(\frac{p_{o,i} - p_{o,i-1}}{\Delta x_{i-\frac{1}{2}}} - \gamma_{o,i-\frac{1}{2}} \frac{D_i - D_{i-1}}{\Delta x_{i-\frac{1}{2}}} \right)^{n+1} \right] \end{aligned} \quad (\text{B.8})$$

Discretizando el término de acumulación empleando diferencias regresivas en tiempo, se tiene:

$$\frac{\partial}{\partial t} [\phi(b_o S_o)]_i^{n+1} = \frac{1}{\Delta t^{n+1}} [(\phi b_o S_o)^{n+1} - (\phi b_o S_o)^n]_i \quad (\text{B.9})$$

Sustituyendo las ecuaciones (B.8) y (B.9) en (B.1), se tiene :

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{\Delta x_i} (\lambda_{ox})_{i+\frac{1}{2}}^{n+1} \left[\left(\frac{p_{o,i+1} - p_{o,i}}{\Delta x_{i+\frac{1}{2}}} - \gamma_{o,i+\frac{1}{2}} \frac{D_{i+1} - D_i}{\Delta x_{i+\frac{1}{2}}} \right)^{n+1} \right] - \\
 & \frac{1}{\Delta x_i} (\lambda_{ox})_{i-\frac{1}{2}}^{n+1} \left[\left(\frac{p_{o,i} - p_{o,i-1}}{\Delta x_{i-\frac{1}{2}}} - \gamma_{o,i-\frac{1}{2}} \frac{D_i - D_{i-1}}{\Delta x_{i-\frac{1}{2}}} \right)^{n+1} \right] + (b_o q_o)_i^{n+1} + \{\tau_{omf}\}_i^{n+1} \\
 & = \frac{1}{\Delta t^{n+1}} [(\phi b_o S_o)^{n+1} - (\phi b_o S_o)^n]_i
 \end{aligned} \tag{B.10}$$

Multiplicando la ecuación (B.10) por el volumen de roca de la celda i, $Vr_i = A\Delta x_i$, se tiene :

$$\begin{aligned}
 & \left(\frac{\lambda_{ox} A}{\Delta x_i} \right)_{i+\frac{1}{2}}^{n+1} \left[p_{o,i+1} - p_{o,i} - \gamma_{o,i+\frac{1}{2}} (D_{i+1} - D_i) \right]^{n+1} - \\
 & \left(\frac{\lambda_{ox} A}{\Delta x_i} \right)_{i-\frac{1}{2}}^{n+1} \left[p_{o,i} - p_{o,i-1} - \gamma_{o,i-\frac{1}{2}} (D_i - D_{i-1}) \right]^{n+1} + (b_o q_o)_i^{n+1} + \{\tau_{omf}\}_i^{n+1} \\
 & = \frac{Vr_i}{\Delta t^{n+1}} [(\phi b_o S_o)^{n+1} - (\phi b_o S_o)^n]_i
 \end{aligned} \tag{B.11}$$

Introduciendo el concepto de transmisibilidad para la fase aceite :

$$T_{ox} = \frac{\lambda_{ox} A}{\Delta x_i} \tag{B.12}$$

Las transmisibilidades de la fase gas y aceite se definen de forma similar.

Sustituyendo la ecuación (B.12) en (B.11), se tiene :

$$\begin{aligned} & (T_o)_{i+\frac{1}{2}}^{n+1}(\Delta p_o - \gamma_o \Delta D)_{i+\frac{1}{2}}^{n+1} - (T_o)_{i-\frac{1}{2}}^{n+1}(\Delta p_o - \gamma_o \Delta D)_{i-\frac{1}{2}}^{n+1} + (b_o q_o)_i^{n+1} + \{\tau_{omf}\}_i^{n+1} \\ & = \frac{Vr_i}{\Delta t} \Delta_t [\phi(b_o S_o)]_i \end{aligned} \quad (B.13)$$

La ecuación (B.13) se puede expresar de una manera más compacta, empleando operadores en diferencias, como se muestra a continuación :

$$\Delta [T_o (\Delta p_o - \gamma_o \Delta D)]_i^{n+1} + (b_o q_o)_i^{n+1} + \{\tau_{omf}\}_i^{n+1} = \frac{Vr_i}{\Delta t} \Delta_t [\phi(b_o S_o)]_i \quad (B.14)$$

Nótese que en (B.14) se ha incluido los operadores diferencias centrales, Δu_i^{n+1} , y diferencias regresivas, $\Delta_t u_i^{n+1}$, definidos como :

$$\Delta u_i^{n+1} = u_{i+\frac{1}{2}}^{n+1} - u_{i-\frac{1}{2}}^{n+1} \quad (B.15)$$

$$\Delta_t u_i^{n+1} = u_i^{n+1} - u_i^n \quad (B.16)$$

Procediendo en forma similar para las ecuaciones que modelan el flujo en las fracturas en un modelo de aceite negro, (3.1) y (3.2), para las tres fases y considerando flujo en tres direcciones, se tienen las siguientes expresiones :

Para el aceite,

$$\begin{aligned} & \Delta [T_o (\Delta p_o - \gamma_o \Delta D)]_{ijk}^{n+1} + (b_o q_o)_{ijk}^{n+1} \\ & + \left\{ \tau_{omf} \right\}_{ijk}^{n+1} = \frac{Vr_{ik}}{\Delta t} \Delta_t [\phi (b_o S_o)]_{ijk} \end{aligned} \quad (B.17)$$

Para el gas,

$$\begin{aligned} & \Delta [T_o R_s (\Delta p_o - \gamma_o \Delta D)]_{ijk}^{n+1} + \Delta [T_g (\Delta p_g - \gamma_g \Delta D)]_{ijk}^{n+1} + (R_s b_o q_o + b_g q_g)_{ijk}^{n+1} \\ & + \left\{ \tau_{omf} R_s + \tau_{gmf} \right\}_{ijk}^{n+1} = \frac{Vr_{ik}}{\Delta t} \Delta_t [\phi (R_s b_o S_o + b_g S_g)]_{ijk} \end{aligned} \quad (B.18)$$

Para el agua,

$$\Delta [T_w (\Delta p_w - \gamma_w \Delta D)]_{ijk}^{n+1} + (b_w q_w)_{ijk}^{n+1} + (\tau_{wmf})_{ijk}^{n+1} = \frac{Vr_{ik}}{\Delta t} \Delta_t [\phi b_w S_w]_{ijk} \quad (B.19)$$

Para los bloques de matriz, ecuaciones 3.9 y 3.10, debido a su conceptualización, únicamente se discretiza el término de acumulación, presentando las siguientes ecuaciones:

Para los hidrocarburos,

$$-(\tau_{omf} + \tau_{gmf})_{ijk}^{n+1} = \frac{Vr_{ik}}{\Delta t} \Delta_t [\phi(b_o S_o + b_g S_g)]_{m,ijk} \quad (\text{B.20})$$

Para el agua,

$$-(\tau_{wmf})_{ijk}^{n+1} = \frac{Vr_{ik}}{\Delta t} \Delta_t [\phi b_w S_w]_{m,ijk} \quad (\text{B.21})$$

Nótese el cambio de $\hat{\tau}_{cp,mf}$ y \hat{q}_p , por $\tau_{p,mf}$ y q_p , respectivamente, donde $p = o, g, w$.

APÉNDICE C.

En este Apéndice se muestran los índices de productividad, IP , utilizados en para geometría cartesiana y radial.

Índice de productividad, IP .

$$IP_k = \frac{2\pi k \Delta z}{\ln\left(\frac{r_o}{r_w}\right)} \quad (C.1)$$

donde r_w es el radio del pozo y Δz es el espesor de la celda que contiene al pozo. Para geometría radial, las variables de la expresión (C.1) significan lo siguiente :

k : permeabilidad absoluta en la dirección radial,
 r_o : radio de la celda que contiene al pozo.

En el caso de geometría cartesiana, las variables significan lo siguiente :

k : promedio geométrico de las permeabilidades horizontal y vertical de la celda que contiene al pozo.

$$r_o = 0.14 \Delta x_{ik} (1 + \beta^2)^{1/2} \quad (C.2)$$

donde $\beta = \frac{\Delta x_{ik}}{\Delta y}$ para $0.5 < \beta < 2$.

Factor geométrico, α

Para geometría cartesiana, en dirección x, se tiene lo siguiente :

$$\alpha_{i\pm\frac{1}{2}} = \frac{2\Delta y \Delta x_k}{\frac{\Delta x_i}{k_{x,i}} + \frac{\Delta x_{i\pm 1}}{k_{x,i\pm 1}}} \quad (\text{C.3})$$

para la dirección z ,

$$\alpha_{k\pm\frac{1}{2}} = \frac{2\Delta y \Delta x_i}{\frac{\Delta z_k}{k_{z,k}} + \frac{\Delta z_{k\pm 1}}{k_{z,k\pm 1}}} \quad (\text{C.4})$$

Para geometría cilíndrica se tiene para la dirección radial :

$$\alpha_{i+\frac{1}{2}} = \frac{2\pi\Delta z_k}{\frac{1}{k_{r,i}} \ln \frac{r_{i+\frac{1}{2}}}{r_i} + \frac{1}{k_{r,i+1}} \ln \frac{r_{i+1}}{r_{i+\frac{1}{2}}}} \quad (\text{C.5})$$

y,

$$\alpha_{i-\frac{1}{2}} = \frac{2\pi\Delta z_k}{\frac{1}{k_{r,i-1}} \ln \frac{r_{i-\frac{1}{2}}}{r_{i-1}} + \frac{1}{k_{r,i}} \ln \frac{r_i}{r_{i-\frac{1}{2}}}} \quad (\text{C.6})$$

Para la dirección vertical z, se tiene lo siguiente :

$$\alpha_{k+\frac{1}{2}} = \frac{2\pi \left(r_{i+\frac{1}{2}}^2 - r_{i-\frac{1}{2}}^2 \right)}{\frac{\Delta z_k}{k_{z,k}} + \frac{\Delta z_{k+1}}{k_{z,k+1}}} \quad (\text{C.7})$$

y,

$$\alpha_{k-\frac{1}{2}} = \frac{2\pi \left(r_{i+\frac{1}{2}}^2 - r_{i-\frac{1}{2}}^2 \right)}{\frac{\Delta z_k}{k_{z,k}} + \frac{\Delta z_{k-1}}{k_{z,k-1}}} \quad (\text{C.8})$$

APÉNDICE D.
Método de Newton

Aproximación

$$x_i = x_o - \frac{f(x_o)}{f'(x_o)} \quad (\text{D.1})$$

Esta expresión se obtiene de un desarrollo en Serie de Taylor. Sea r un cero de f y sea x una aproximación a r tal que $r = x + h$. Si f' existe y es continua por el teorema de Taylor se tiene:

$$0 = f(r) = f(x+h) = f(x) + hf'(x) + O(h^2) \quad (\text{D.2})$$

Donde $h = r - x$, si está próximo a r , es razonable ignorar el termino $O(h^2)$ y tenemos

$$0 = f(x) + hf'(x) \quad (\text{D.3})$$

Donde $h = \frac{f(x)}{f'(x)}$ si $r = x + h$

$$r = x - \frac{f(x)}{f'(x)} \quad (\text{D.4})$$

El método tiene una interpretación geométrica consiste en una linealización de la función es decir f se reemplaza por una recta tal que contiene el punto (x_0, y_0) y cuya pendiente coincide con la derivada de la función en el punto $f(x_0)$ La nueva aproximación a la raíz se obtiene de la iteración de la función lineal en el eje x de ordenadas.

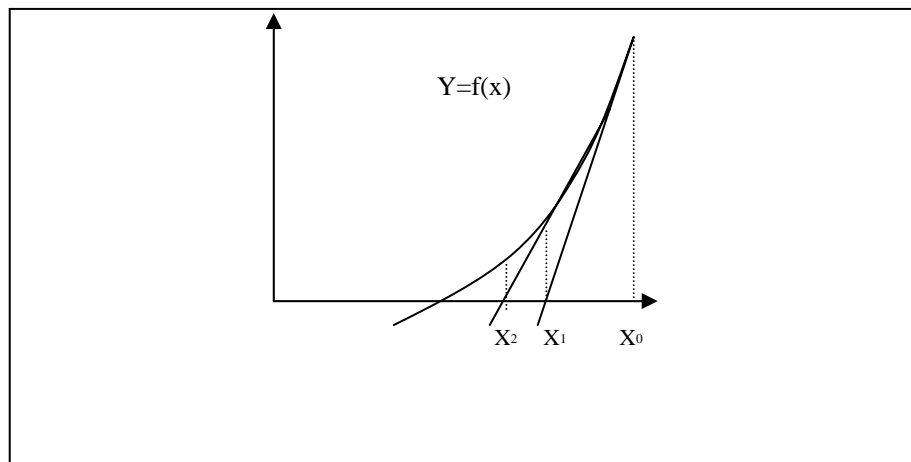


Figura. D.1 Interpretación geométrica de Newton Raphson.

La ecuación de la recta en el punto $(x_0, f(x_0))$ y pendiente $f'(x_0)$ es $y - f(x_0) = f'(x_0)(x - x_0)$; donde haciendo $y = 0$ y despejando x obtenemos:

$$x = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)} \quad (\text{D.5})$$

Supóngase un sistema de ecuaciones no lineal que depende de tres variables: x, y, z . Esto es: $F_i(x, y, z)$ donde $i = 1, 2, 3$.

Para resolverlo con el método de Newton, es necesario reemplazar la función $F(x,y,z)$ por su expansión en serie de Taylor alrededor de x^k, y^k, z^k , de la siguiente manera:

$$F_i(x^{k+1}, y^{k+1}, z^{k+1}) = F_i(x^k, y^k, z^k) + \frac{\partial F_i(x^k, y^k, z^k)}{\partial x} (\delta x) + \frac{\partial F_i(x^k, y^k, z^k)}{\partial y} \delta y + \frac{\partial F_i(x^k, y^k, z^k)}{\partial z} \delta z + \dots \quad (D.6)$$

donde

$$\delta x = x^{k+1} - x^k$$

$$\delta y = y^{k+1} - y^k$$

$$\delta z = z^{k+1} - z^k$$

Truncando hasta la primera derivada e igualando a cero para obtener la solución, se tiene lo siguiente:

$$F_i(x^k, y^k, z^k) + \frac{\partial F_i(x^k, y^k, z^k)}{\partial x} (\delta x) + \frac{\partial F_i(x^k, y^k, z^k)}{\partial y} \delta y + \frac{\partial F_i(x^k, y^k, z^k)}{\partial z} \delta z = 0 \quad (D.7)$$

o en forma matricial

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial x} & \frac{\partial F_1}{\partial y} & \frac{\partial F_1}{\partial z} \\ \frac{\partial F_2}{\partial x} & \frac{\partial F_2}{\partial y} & \frac{\partial F_2}{\partial z} \\ \frac{\partial F_3}{\partial x} & \frac{\partial F_3}{\partial y} & \frac{\partial F_3}{\partial z} \end{bmatrix}^k \begin{bmatrix} \delta x \\ \delta y \\ \delta z \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{bmatrix}^k$$

Para obtener el valor de la incógnita,

$$x^{k+1} = x^k + \delta x$$

$$y^{k+1} = y^k + \delta y$$

$$z^{k+1} = z^k + \delta z$$

El algoritmo converge hasta que se cumpla la siguiente tolerancia.

$$(x^{k+1} - x^k) \leq \varepsilon_1$$

$$(y^{k+1} - y^k) \leq \varepsilon_2$$

$$(z^{k+1} - z^k) \leq \varepsilon_3$$

APÉNDICE E.

Datos utilizados para la validación en coordenadas cartesianas Homogéneo

Dimensiones de la Malla (x, y, z):	(10, 10, 3)
Inicio de la simulación:	19 oct 1982
Cima del yacimiento:	8325 ft
Numero de pozos:	1
Pozos Productores:	1
Posiciones de los pozos (x, y, z):	(5, 5 ,3)
Pozos Inyectores:	0
Compresibilidad de la roca @ C.S. :	3.0e-6
Contacto agua-aceite:	8500 ft
Contacto gas-aceite:	8200 ft
Profundidad de referencia:	8400 ft
Presión de referencia:	4800 psi
Relación de solubilidad:	1.270 Mscf/stb
Swi:	0.12
Tiempo total de Simulación :	10000 dias

Propiedades Petrofísicas

Aceite

S_o	K_{row}	K_{rog}
0.000	0.0	0.000
0.001	1.0	0.000
0.030	1.0	0.000
0.180	1.0	0.000
0.281	1.0	0.004
0.380	1.0	0.014
0.430	1.0	0.027
0.480	1.0	0.054
0.573	1.0	0.110
0.630	1.0	0.200
0.680	1.0	0.350
0.760	1.0	0.700
0.795	1.0	0.842
0.831	1.0	0.921
0.858	1.0	0.968
0.880	1.0	1.000

Agua

S_w	K_{rw}	P_{cow}
0.12	0.0000	0.0
1.00	0.00001	0.0

Gas

S_g	K_{rg}	P_{cog}
0.000	0.000	0.0
0.022	0.002	0.0
0.049	0.007	0.0
0.085	0.019	0.0
0.120	0.034	0.0
0.200	0.075	0.0
0.250	0.125	0.0
0.307	0.190	0.0
0.400	0.410	0.0
0.450	0.600	0.0
0.500	0.720	0.0
0.599	0.870	0.0
0.700	0.940	0.0
0.850	0.980	0.0
0.880	0.984	0.0
1.000	1.000	0.0

PVT Aceite

R_s	$P_o(\text{psi})$	B_o	$\mu_o(\text{cp})$
0.0010	14.700	1.062	1.040
0.0905	264.70	1.150	0.975
0.1800	514.70	1.207	0.910
0.3710	1014.7	1.295	0.830
0.6360	2014.7	1.435	0.695
0.7750	2514.7	1.500	0.641
0.9300	3014.7	1.565	0.594
1.2700	4014.7	1.695	0.510
5014.7	1.6710	0.549	
9014.7	1.5790	0.740	
1.6180	5014.7	1.827	0.449
9014.7	1.7260	0.605	

PVT Agua

$P_w(\text{psi})$	B_w	$\mu_w(\text{cp})$
14.7000	1.0410	0.31
264.6998	1.0403	0.31
514.6994	1.0395	0.31
1014.6990	1.0380	0.31
2014.6980	1.0350	0.31
2513.9975	1.0335	0.31
3014.6970	1.0320	0.31
4014.6960	1.0290	0.31
9014.6911	1.0130	0.31

PVT Gas

$P_g(\text{psi})$	B_g	$\mu_g(\text{cp})$
14.700	166.666	0.0080
264.70	12.093	0.0096
514.70	6.274	0.0112
1014.7	3.197	0.0140
2014.7	1.614	0.0189
2514.7	1.294	0.0208
3014.7	1.080	0.0228
4014.7	0.811	0.0268
5014.7	0.649	0.0309
9014.7	0.386	0.0470

Densidades a condiciones estándar Homogéneo

$$\rho_o = 49.1 \text{ lb/ft}^3$$

$$\rho_w = 64.79 \text{ lb/ft}^3$$

$$\rho_g = 0.06054 \text{ lb/ft}^3$$

Datos utilizados para la validación en coordenadas cartesianas Fracturado:

Dimensiones de la Malla (x, y, z):	(10, 10, 3)
Inicio de la simulación:	19 oct 1982
Cima del yacimiento:	8325 ft
Numero de pozos:	1
Pozos Productores:	1
Posiciones de los pozos (x, y, z):	(2, 2 ,2), (2, 2 ,3)
Pozos Inyectores:	3
Posiciones de los pozos (x, y, z):	(2,9,4), (2,9,5), (2,9,6), (9,2,4), (9,2,5), (9,2,6), (9,9,4), (9,9,5), (9,9,6)
Compresibilidad de la roca @	3.0e-6
C.S. :	
Contacto agua-aceite:	16061.7ft
Contacto gas-aceite:	3719.16 ft
Profundidad de referencia:	8400 ft
Presión de referencia:	4219.86 psi
Relación de solubilidad:	1.270 Mscf/stb
Swi:	0.16
Tiempo total de Simulación :	2000 días

Propiedades Petrofísicas

Aceite

S _o	K _{row}	K _{rog}
MATRIZ		
0.00	0.000	0.000
0.16	0.000	0.000
0.20	0.006	0.003
0.30	0.017	0.012
0.40	0.045	0.040
0.50	0.100	0.100
0.60	0.220	0.210
0.70	0.388	0.420
0.80	0.650	0.820
0.84	1.000	1.000
FRACTURA		
0.00	0.00	0.00
1.00	1.00	1.00

Agua

S_w	K_{rw}	P_{cow}
MATRIZ		
0.16	0.000	8.55998
0.20	0.002	5.60991
0.30	0.021	2.88001
0.40	0.056	1.72000
0.50	0.113	1.17002
0.60	0.209	0.72997
0.70	0.324	0.39001
0.80	0.439	0.20001
0.84	0.503	0.09993
1.00	1.000	0.00000
FRACTURA		
0.00	0.00	0.00
1.00	1.00	0.00

Gas

S_g	K_{rg}	P_{cog}
MATRIZ		
0.00	0.000	0.00000
0.04	0.003	0.00174
0.14	0.030	0.00682
0.24	0.076	0.01624
0.34	0.140	0.02988
0.44	0.230	0.05439
0.54	0.320	0.09442
0.64	0.480	0.14373
0.68	0.617	0.17405
0.84	1.000	0.30806
FRACTURA		
0.00	0.00	0.00
1.00	1.00	0.00

PVT Aceite

R_s	$P_o(\text{psi})$	B_o	$\mu_o(\text{cp})$
0.0010	14.700	1.062	1.040
0.0905	264.70	1.150	0.975
0.1800	514.70	1.207	0.910
0.3710	1014.7	1.295	0.830
0.6360	2014.7	1.435	0.695
0.7750	2514.7	1.500	0.641
0.9300	3014.7	1.565	0.594
1.2700	4014.7	1.695	0.510
5014.7	1.6710	0.549	
9014.7	1.5790	0.740	
1.6180	5014.7	1.827	0.449
9014.7	1.7260	0.605	

PVT Agua

$P_w(\text{psi})$	B_w	$\mu_w(\text{cp})$
14.7000	1.041	0.31
264.6998	1.0403	0.31
514.6994	1.0395	0.31
1014.6990	1.038	0.31
2014.6980	1.035	0.31
2513.9975	1.0335	0.31
3014.6970	1.032	0.31
4014.6960	1.029	0.31
9014.6911	1.013	0.31

PVT Gas

$P_g(\text{psi})$	B_g	$\mu_g(\text{cp})$
14.70	166.666	0.0080
264.7	12.093	0.0096
514.7	6.274	0.0112
1014.7	3.197	0.0140
2014.7	1.614	0.0189
2514.7	1.294	0.0208
3014.7	1.080	0.0228
4014.7	0.811	0.0268
5014.7	0.649	0.0309
9014.7	0.386	0.0470

Densidades a condiciones estándar Fracturado

$$\rho_o = 49.1 \text{ lb/ft}^3$$

$$\rho_w = 64.79 \text{ lb/ft}^3$$

$$\rho_g = 0.06054 \text{ lb/ft}^3$$

Para condiciones de yacimiento se calcularon las densidades con las siguientes ecuaciones:

Aceite:

$$\rho_o = \frac{\rho_{o@CS} + \rho_{g@CS} * R_s}{B_o} \quad (E.1)$$

Agua:

$$\rho_w = \frac{\rho_{w@CS} + \rho_{g@CS} * R_{sw}}{B_w} \quad (E.2)$$

Gas:

$$\rho_g = \frac{\rho_{g@CS}}{B_g} \quad (E.3)$$

Con estos datos se crearon los archivos de entrada (DATA) para los simuladores comerciales ECLIPSE 100® y CMG® así como también para el simulador de Aceite Negro.

APÉNDICE F.

Datos utilizados para la validación en coordenadas cilíndricas Homogéneo:

Dimensiones de la Malla (ρ, θ, z):	(10, 1, 1)
DT inicial:	0.000001
Cima del yacimiento:	8169.29 ft
Numero de pozos:	1
Pozos Productores:	1
Posiciones de los pozos (ρ, θ, z):	(1, 1 ,1)
Pozos Inyectores:	0
Compresibilidad de la roca @ C.S. :	3.0e-6
Contacto agua-aceite:	-
Contacto gas-aceite:	-
Profundidad de referencia:	8169.29 ft
Presión de referencia:	5609.21 psi
Relación de solubilidad:	1.5298 Mscf/stb
Swi:	0
Tiempo total de Simulación :	2.5 días

Propiedades Petrofísicas

S_g	K_{rg}	K_{rog}
0.00	0.0	1.0
0.01	0.0	1.0
0.06	0.0	1.0
0.08	0.0	1.0
0.1	0.0	1.0
0.12	0.0	1.0
0.14	0.0	1.0
0.16	0.0	1.0
0.18	0.0	1.0
0.20	0.0	1.0
0.22	0.0	1.0
0.24	0.0	1.0
0.26	0.0	1.0
0.28	0.0	1.0
0.38	0.0	1.0
0.42	0.0	1.0
0.50	0.0	1.0
0.60	0.0	1.0
0.70	0.0	1.0
0.82	0.0	1.0
1.00	0.0	1.0

S_w	K_{rw}	K_{row}
0.0	0.0	1.0
0.5	0.0	1.0

S_g	PC_{go}
0.00	0.0
0.10	0.0
0.20	0.0
0.30	0.0
0.40	0.0
0.50	0.0
0.60	0.0
0.70	0.0
0.73	0.0

S_w	PC_{wo}
0.000	0.0
0.225	0.0
0.250	0.0
0.300	0.0
0.350	0.0
0.400	0.0
0.450	0.0
0.500	0.0
0.600	0.0
0.700	0.0
0.800	0.0
1.000	0.0

PVT Aceite

P_o (MPa)	B_o (m ³ /m ³)	μ_o (cp)	ρ_o (kg/m ³)	R_{so} (m ³ /m ³)
11.5	1.3001	0.529	677.4	65.361
14.0	1.3359	0.487	669.1	79.608
17.4	1.3891	0.436	657.5	100.445
20.6	1.4425	0.397	646.3	120.926
24.5	1.5141	0.351	632.5	148.175
28.3	1.5938	0.310	618.3	178.094
31.3	1.6630	0.278	606.8	203.562
34.0	1.7315	0.248	596.4	228.851
36.2	1.7953	0.229	587.0	251.647
38.2	1.8540	0.210	578.9	272.484
43.1	1.8540	0.210	578.9	272.484

PVT Gas

P_g (MPa)	B_g (m ³ /m ³)	μ_g (cp)	ρ_g (kg/m ³)	R_{sg} (m ³ /m ³)
11.5	0.01112	0.0162	83.63744	0.0
14.0	0.00910	0.0171	102.2235	0.0
17.4	0.00730	0.0184	127.3862	0.0
20.6	0.00623	0.0197	149.1911	0.0
24.5	0.00538	0.0213	172.6821	0.0
28.3	0.00480	0.0230	193.6867	0.0
31.3	0.00446	0.0244	208.3045	0.0
34.0	0.00422	0.0255	220.5088	0.0
36.2	0.00404	0.0265	230.0029	0.0
38.2	0.00391	0.0274	237.9341	0.0
43.1	0.00391	0.0274	237.9341	0.0

PVT Agua

P_w (MPa)	B_w (m ³ /m ³)	μ_w (cp)	ρ_w (kg/m ³)
11.5	1.070000	0.35	973.906542
14.0	1.069984	0.35	973.920921
17.4	1.069962	0.35	973.941021
20.6	1.069942	0.35	973.95959
24.5	1.069917	0.35	973.982227
28.3	1.069892	0.35	974.004664
31.3	1.069873	0.35	974.022147
34.0	1.069856	0.35	974.037897
36.2	1.069842	0.35	974.050788
38.2	1.069829	0.35	974.062471
43.1	1.069829	0.35	974.062471

Datos utilizados para la validación en coordenadas cilíndricas Fracturado

Dimensiones de la Malla (ρ, θ, z):	(15, 1, 1)
DT inicial:	0.0000001
Cima del yacimiento:	8169.29 ft
Numero de pozos:	1
Pozos Productores:	1
Posiciones de los pozos (ρ, θ, z):	(1, 1, 1)
Pozos Inyectores:	0
Compresibilidad de la roca @ C.S. matriz :	2.9 e-06
Compresibilidad de la roca @ C.S. fractura :	1.9 e-05
Contacto agua-aceite:	-
Contacto gas-aceite:	-
Profundidad de referencia:	8251.31
Presión de referencia:	5800 psi
Relación de solubilidad:	1.8097 Mscf/stb
Swi:	0
Tiempo total de Simulación :	2 días

Propiedades Petrofísicas

S_w	K_{rw}	K_{row}
FRACTURA		
0.0	0.0	1.0
0.5	0.0	1.0
MATRIZ		
0.0	0.0	1.0
0.4	0.0	1.0

S_g	P_{cgo}
FRACTURA	
0.0	0.0
0.1	0.0
0.2	0.0
0.3	0.0
0.4	0.0
0.5	0.0
0.6	0.0
0.7	0.0
0.73	0.0
0.82	0.0
1	0.0
MATRIZ	
0	0.0
0.1	0.0
0.2	0.0
0.3	0.0
0.4	0.0
0.5	0.0
0.6	0.0
0.7	0.0
0.73	0.0

S_w	P_{cwo}
FRACTURA	
0	0.0
0.225	0.0
0.25	0.0
0.3	0.0
0.35	0.0
0.4	0.0
0.45	0.0
0.5	0.0
0.6	0.0
0.7	0.0
0.8	0.0
1	0.0
MATRIZ	
0	0.0
0.2	0.0
0.25	0.0
0.3	0.0
0.35	0.0
0.4	0.0
0.45	0.0
0.5	0.0
0.6	0.0
0.7	0.0
0.8	0.0
1	0.0

S_g	K_{rg}	K_{rog}
FRACTURA		
0	0.0	1.0
0.06	0.0	1.0
0.08	0.0	1.0
0.1	0.0	1.0
0.12	0.0	1.0
0.14	0.0	1.0
0.16	0.0	1.0
0.18	0.0	1.0
0.2	0.0	1.0
0.22	0.0	1.0
0.24	0.0	1.0
0.26	0.0	1.0
0.28	0.0	1.0
0.38	0.0	1.0
0.42	0.0	1.0
0.5	0.0	1.0
0.6	0.0	1.0
0.7	0.0	1.0
1	0.0	1.0
MATRIZ		
0	0.0	1.0
0.06	0.0	1.0
0.08	0.0	1.0
0.1	0.0	1.0
0.12	0.0	1.0
0.14	0.0	1.0
0.16	0.0	1.0
0.18	0.0	1.0
0.2	0.0	1.0
0.22	0.0	1.0
0.24	0.0	1.0
0.26	0.0	1.0
0.28	0.0	1.0
0.38	0.0	1.0
0.42	0.0	1.0
0.5	0.0	1.0
0.6	0.0	1.0
0.7	0.0	1.0
0.82	0.0	1.0

PVT Aceite

P_o (MPa)	B_o (m ³ /m ³)	μ_o (cp)	ρ_o (kg/m ³)	R_{so} (m ³ /m ³)
2.7624	1.0120	1.17	938.1	29.39
5.5249	1.0255	1.14	933.4	59.66
8.2873	1.0380	1.11	926.9	89.05
11.0498	1.0510	1.08	921.6	118.43
13.8122	1.0630	1.06	911.9	147.46
16.5746	1.0750	1.03	900.3	175.42
19.3371	1.0870	1.00	887.8	201.25
22.0995	1.0985	0.98	871.4	226.18
24.8619	1.1100	0.95	854.1	247.55
27.6244	1.1200	0.94	834.1	267.14
30.3868	1.1300	0.92	812.6	284.95
33.1492	1.1400	0.91	790.9	298.49
35.9117	1.1480	0.90	770.5	311.67
38.6741	1.1550	0.89	744.8	322.35
45.0000	1.1470	0.89	765.8	322.35

PVT Gas

P_g (MPa)	B_g (m ³ /m ³)	μ_g (cp)	ρ_g (kg/m ³)	R_{sg} (m ³ /m ³)
2.7624	0.0331	0.0130	33.9	0.0
5.5249	0.0166	0.0135	67.9	0.0
8.2873	0.0110	0.0140	102.2	0.0
11.0498	0.0083	0.0145	136.3	0.0
13.8122	0.0066	0.0150	169.7	0.0
16.5746	0.0055	0.0155	204.4	0.0
19.3371	0.0047	0.0160	238.4	0.0
22.0995	0.0042	0.0165	270.7	0.0
24.8619	0.0037	0.0170	308.1	0.0
27.6244	0.0033	0.0175	339.5	0.0
30.3868	0.0030	0.0180	370.9	0.0
33.1492	0.0028	0.0185	408.8	0.0
35.9117	0.0025	0.0190	445.1	0.0
38.6741	0.0024	0.0195	476.9	0.0
45.0000	0.0024	0.0195	476.9	0.0

PVT Agua

$P_w(\text{MPa})$	$B_w(\text{m}^3/\text{m}^3)$	$\mu_w(\text{cp})$	$\rho_w(\text{kg}/\text{m}^3)$
2.7624	1.0130	0.96	996.6
5.5249	1.0118	0.96	997.7
8.2873	1.0106	0.96	998.9
11.0498	1.0094	0.96	1000.1
13.8122	1.0082	0.96	1001.3
16.5746	1.0070	0.96	1002.5
19.3371	1.0058	0.96	1003.7
22.0995	1.0046	0.96	1004.9
24.8619	1.0034	0.96	1006.1
27.6244	1.0022	0.96	1007.3
30.3868	1.0010	0.96	1008.5
33.1492	0.9999	0.96	1009.7
35.9117	0.9987	0.96	1010.9
38.6741	0.9975	0.96	1012.1
45.0000	0.9975	0.96	1012.1