



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

INSTITUTO DE GEOFÍSICA

PROGRAMA DE POSGRADO EN CIENCIAS DE LA TIERRA

T E S I S

ANÁLISIS DE SEÑALES DE GPR MEDIANTE LA TRANSFORMADA DE WIGNER-VILLE APLICADO A UN CASO DE INGENIERÍA CIVIL.



QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:
MAESTRA EN CIENCIAS (EXPLORACIÓN)

P R E S E N T A

MARTHA ANGÉLICA ELIZONDO SÁMANO.

DIRECTOR DE TESIS:
Dr: RENÉ E. CHÁVEZ SEGURA.



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

AGRADECIMIENTOS

Un agradecimiento especial, a mi asesor de Tesis al Dr. René E. Chávez Segura, por realizar conmigo este tema de tesis y por su apoyo para la terminación de este trabajo.

Por su valiosa ayuda técnica al Dr. Andrés Tejero, porque ahí estuvo cuando tenía problemas y por que nunca me negó su ayuda.

Un sincero agradecimiento al Dr. José María Chávez, por todo su apoyo, por su calidad humana y porque siempre tuvo un espacio para mi.

A la Dra. Encarna Cámara por su gran apoyo incondicional cuando lo necesite.

Al Dr. Román Álvarez por sus observaciones que permitieron enriquecer este trabajo.

A la Dra. Leticia Flores, por permitirme trabajar a su lado y por su disposición de ayudarme en todo momento.

Al Dr. Víctor Manuel Velasco por abrirme una puerta al inicio de este trabajo y poder recabar la información necesaria.

Por su gran amistad agradezco a mis dos grandes amigas Alejandra Aguilar y Miriam Velasco, que siempre estuvieron dándome ánimos.

Agradezco a mis amigos Martín, Oscar, Denisse, Amador, Claudia, Héctor y Gerardo por todos sus comentarios, consejos y apoyo.

A mis compañeros.

A mis profesores por todas sus enseñanzas.

*Al **Instituto de Geofísica** por su contribución en mi formación profesional.*

*A mi Alma Mater, la **Universidad Nacional Autónoma de México**.*

DEDICATORIAS

A mis Hijos

Por ser la esencia de mi ser:

Armando por tu tiempo, ayuda incondicional en la realización de este trabajo y por que continúes hacia una vida de felicidad.

Fernando por estar conmigo en todo momento y por que alcances tus metas.

Ricardo por acompañarme siempre y que sigas adelante.

A ti Amando

Con amor, por lo que hemos vivido juntos y por tenerme un lugar reservado en tu corazón.

A mis Papás

Gonzalo y Martha por todo su amor, por el apoyo que siempre me han brindado y por ser los seres más tolerantes.

A mis Hermanos

Gonzalo, Verónica, Enrique y Carlos con cariño y para que continúen luchando

A mis Abuelos

Gonzalo, Guillermina, Mariano y Concepción cariñosamente.

A mis Tíos

Con respeto.

INDICE

	Pag
RESUMEN	1
CAPÍTULO I	
ANTECEDENTES	2
Fotografías Aereas e Imágenes Satelitales	6
Microgravimetría	6
Petite Sismique	6
Tomografía Eléctrica	7
CAPÍTULO II	
METODO DE GPR EN LA INGENIERÍA CIVIL	13
Fundamentos Teóricos del GPR	14
Descripción del Equipo de Georadar Utilizado	18
Areas de Aplicación de Georadar	19
Capacidad de Detección	19
Procedimiento Para Realizar un Estudio de GPR	26
Selección de Antenas	26
Metodología para el Trabajo de Campo	27
Usar Velocidades Estándares	27
Localización de Objetos a Profundidad	29
Identificación de Información	29
Procesamiento de Datos	29
Secuencia de Procesamiento	30
Corrección de Deriva del Tiempo Cero o Primer Arribo	31
Filtros	32
Filtros Verticales	32
Filtros Horizontales	33
Función de Ganancia	38
Escala de Color y Transformación de Color	39
Migración	40
Transformada de Fourier	40
Transformada de Hilbert	40
Corrección Estática	41
Superposición de Trazas	41
Interpretación de Resultados	41
Integración de Resultados	43
CAPÍTULO III	
ANÁLISIS DE SEÑALES EN TIEMPO-FRECUENCIA	44
Características de las Señales a Analizar	44
Representación Tiempo-Frecuencia de Wigner-Ville	47
Señales en el Domonio del Tiempo	48
Señales en el Dominio de la Frecuencia	49
Principio de Incertidumbre de Heisenberg	49
Representaciones Tiempo-Frecuencia	52
Representaciones Tiempo-Frecuencia Lineales	52
Representaciones Tiempo-Frecuencia Cuadráticas	56

Señal Analítica	-----	58
Función de Ambigüedad	-----	58
Propiedades Generales de las Representaciones Tiempo- Frecuencia	-----	60
Marginales	-----	60
Energía Total	-----	60
Invarianza ante desplazamientos Temporales y Frecuenciales	-----	61
Escalonado Lineal	-----	61
Soporte Finito de la Señal	-----	62
Distribuciones Reales y Positivas	-----	62
Frecuencia Instantánea y Grupo de Retardo	-----	62
Clase Cohen	-----	63
Clase Afín	-----	66
Distribución de Wigner-Ville	-----	67
Representación Pseudo Wigner-Ville	-----	69
Representación de Wigner-Ville Suavisada	-----	70
 CAPÍTULO IV		
ÁREA DE ESTUDIO EN LA DELEGACIÓN IZTAPALAPA	-----	71
Localización del Área de Estudio	-----	72
Bosquejo Geológico	-----	75
Geología y Geotécnica del Área	-----	77
Análisis de datos utilizando la Transformada de Wigner-Ville	-----	85
Resumen de la Estratigrafía	-----	101
 CONCLUSIONES	-----	109
 BIBLIOGRAFÍA	-----	111

RESUMEN

Las investigaciones del terreno mediante técnicas de reconocimiento, tanto de los materiales como de los procesos geológicos, permiten la cuantificación de un conjunto de propiedades geológico-geotécnicas para aplicaciones constructivas. Los métodos geofísicos juegan un papel importante en el conocimiento del subsuelo.

La necesidad de caracterizar el subsuelo a profundidades muy someras (<100 m.), requiere de una mayor resolución y la mínima perturbación del contexto general del medio, donde se ubica una obra civil. Los equipos electromagnéticos han ido evolucionando, en particular el Radar de Penetración Terrestre (GPR), hacia una mayor sensibilidad en la variación de la conductividad del terreno, mediante el control adecuado de la frecuencia en que se envía la señal electromagnética al subsuelo.

En esta investigación se hace un análisis basado en la descomposición de la señal de GPR, en alta y baja frecuencia, mediante un algoritmo de código de sub-bandas a través de un filtro óptimo, combinado con un proceso de aproximación estadístico, para detectar simultáneamente, cambios de la señal en tiempo y posición.

Dadas las características no estacionarias de las señales del GPR, se describe el procesamiento de datos mediante el uso combinado de ambos dominios, permitiéndonos aprovechar mejor las características de la señal, definiendo una función de dos variables, que localizan la energía de la señal. Este análisis espectral es llevado por medio de la transformación de Wigner- Ville, permitiendo ver los cambios de la señal y la posición del cambio en el tiempo.

Mediante una correlación cruzada, se da un criterio para diferenciar las anomalías estructurales en las observaciones de GPR, para poder interpretar discontinuidades en el subsuelo relacionadas con la información geológica.

Se presenta un ejemplo de un perfil de GPR, donde una serie de trazas son analizadas, medido en una zona de la Delegación Iztapalapa en la Ciudad de México, D. F. Esta zona fuertemente urbanizada, localizada en el lecho del antiguo lago, cuyos sedimentos son pobremente consolidados y donde la velocidad de extracción de agua de los acuíferos ha aumentado notablemente las áreas de subsidencia, manifestándose la presencia de fracturas y grietas, desde fines de la década de los años 60, incrementándose con el tiempo y presentándose un problema que afecta diversas obras de infraestructura, dañando áreas habitacionales, obras públicas principalmente escuelas, tuberías, vías de comunicación, etc.

Este estudio, permite extender las investigaciones para caracterizar el subsuelo desde el punto de vista geomecánico, logrando detectar áreas de alto riesgo con el análisis de la información geofísica combinándola con estudios geológicos previos, como son las columnas estratigráficas, en este caso particular la identificación de los estratos o estructuras geológicas como fallas, juntas, etc.

CAPÍTULO I

ANTECEDENTES.

En la vida económica de un país, las necesidades de satisfacer los requerimientos de la población con la creación de obras de infraestructura, hacen indispensable conocer detalladamente las propiedades del terreno y definir las posibilidades del mismo para sustentarlas.

Para ello se deben hacer estudios, donde los conocimientos científicos y técnicos sean aplicados a la solución de problemas geológicos y ambientales que afectan a las obras de ingeniería civil, dando respuestas a cuestiones como, dónde situar una obra pública o dónde hacer una instalación industrial, por dónde trazar una vía de comunicación o de conducción, o bien en que condiciones geológico-geotécnicas debe cimentarse un edificio, cómo excavar un talud, o un túnel o una instalación subterránea, con que tipo de materiales geológicos puede construirse una presa, un terraplén, una carretera, etc, a qué tratamientos debe someterse el terreno para evitar o corregir filtraciones, hundimientos o desprendimientos etc., en que tipo de materiales pueden almacenarse residuos tóxicos, urbanos o radioactivos, cómo prevenir terremotos, deslizamientos, etc. Para conocer la respuesta a cada una de estas preguntas, es necesario conocer las propiedades y características geotécnicas del subsuelo. Estos trabajos deben de realizarse durante las primeras etapas de una investigación *in situ*, conociendo y cuantificando las condiciones del subsuelo, que puedan afectar la viabilidad, el diseño y la construcción de una obra civil.

El objetivo de este trabajo, es conocer la viabilidad y el potencial que tienen los métodos de prospección geofísica, utilizando la información y relacionando los parámetros obtenidos para conocer el comportamiento del subsuelo durante la realización de cualquier obra de Ingeniería Civil.

Por lo tanto, la finalidad de la prospección geofísica, es detectar y localizar cuerpos y estructuras geológicas en el subsuelo, determinar sus dimensiones y sus propiedades físicas que dependen del fenómeno estudiado.

Para lo anterior se presentan los métodos de prospección geofísica utilizados con mayor frecuencia, con el fin de conocer las investigaciones que en México empiezan a tener un gran desarrollo, tanto en su aplicación cómo en el procesamiento de los datos obtenidos.

Se describe con mayor detalle el método de Radar de Penetración Terrestre (GPR). El procesamiento de datos de esta técnica se lleva a cabo mediante el filtrado de señales por medio de las representaciones Tiempo-Frecuencia cuadráticas, basándose en la función de la distribución de Wigner-Ville, y obteniendo con ello resultados más confiables.

Para ejemplificar esta técnica, se utilizan los datos obtenidos en el estudio de prospección geofísica con Radar de Penetración Terrestre (GPR) en una zona de la Delegación Iztapalapa en la Ciudad de México D.F. (Díaz, 2000), teniendo como objetivo principal caracterizar el subsuelo de manera cualitativa, y con ello localizar las discontinuidades que afecten las obras civiles.

Para conocer los parámetros que describen un problema de Ingeniería Civil y determinar el tipo y diseño más adecuado en la solución de un problema, el estudio debe tomar en cuenta los objetivos y metas trazadas inicialmente. Las Ciencias de la Tierra desde este punto de vista, tienen como objetivo el estudio del interior de la Tierra. El problema geotécnico puede combinarse con los métodos geofísicos para obtener una imagen integrada del subsuelo en relación con obras de Ingeniería Civil. En este capítulo se presentan tan sólo los principios Geotécnicos fundamentales para la solución a problemas que se pudieran presentar los estudios de Ingeniería Civil.

Las investigaciones geotécnicas deben estar relacionadas con las fases del proyecto. Estas fases se desarrollan en etapas cronológicas, permitiendo programar la investigación en el sitio, cuyo detalle en la obtención de datos, debe ser creciente y complementaria con la fase anterior y ésta en función de la naturaleza del proyecto debe alcanzar determinados objetivos (González, 2002).

La gran variedad de condiciones y características geológicas que presenta el subsuelo, como la diversidad de materiales rocosos, suelos, zonas fracturadas, tectonizadas y/o intemperizadas, hacen complicada la tarea de su caracterización.

En un entorno geográfico concreto, la acción del hombre altera las condiciones del medio natural al realizarse excavaciones, aplicar carga al terreno etc. La respuesta del terreno frente a esa alteración depende de su constitución y características, de los condicionantes geológicos del entorno y del acomodo de la obra realizada en él. Esta respuesta es compleja, depende de los materiales preexistentes en la zona y del tipo de acciones a que se someta. Si el terreno es un macizo rocoso, entendiéndose como macizo rocoso al conjunto de bloques de matriz rocosa que forman medios discontinuos, anisótropos y heterogéneos, la respuesta estará condicionada por la resistencia del macizo rocoso, la presencia de discontinuidades, que son planos de origen mecánico o sedimentario que independizan o separan los bloques de matriz rocosa en un macizo rocoso y de zonas alteradas, etc. Pero si se trata de suelos, la respuesta cambia sustancialmente.

Por la importancia de las investigaciones in situ, desde el punto de vista económico ó técnico, se hace indispensable planificar adecuadamente estas fases, adaptándose a las necesidades y objetivos de cada proyecto. El diseño de estas investigaciones in situ, hace necesario contar con métodos de investigación apropiados que nos proporcionen datos representativos y confiables, para obtener resultados relevantes y poderlos exponer claramente. La tabla No.1, muestra el desarrollo de las investigaciones in situ.

FASES DEL PROYECTO	OBJETIVOS GEOLÓGICOS Y GEOTÉCNICOS	ACTIVIDADES CARACTERÍSTICAS	TRABAJOS DE INVESTIGACIÓN
ESTUDIOS PREVIOS Y DE VIABILIDAD	<ul style="list-style-type: none"> • VIABILIDAD GEOLÓGICA. • IDENTIFICACIÓN DE RIESGOS GEOLÓGICOS. • CONDICIONES GEOLÓGICAS Y GEOTÉCNICAS GENERALES. 	<ul style="list-style-type: none"> • REVISIÓN DE INFORMACIÓN. • FOTOINTERPRETACIÓN. • VISITA Y RECONOCIMIENTO PREVIO DEL CAMPO. 	<ul style="list-style-type: none"> • TOPOGRAFÍA Y RELIEVE. • HIDROLOGÍA Y GEOHIDROLOGÍA. • MAPAS GEOLÓGICOS Y REGIONALES. • HISTORIA GEOLÓGICA. • SISMICIDAD Y OTROS RIESGOS GEOLÓGICOS. • FOTOGRAFÍAS AEREAS. • GEOMORFOLOGÍA • LITOLOGÍA Y ESTRUCTURAS • RIESGO GEOLÓGICO. • CARTOGRAFÍA GEOLÓGICA Y SÍNTESIS. • RECONOCIMIENTO DE SUELOS Y ROCAS. • FALLAS Y ESTRUCTURAS. • DATOS HIDROGEOLÓGICOS. • GEOMORFOLOGÍA. • PROBLEMAS GEOAMBIENTALES. • ACCESOS Y SITUACIÓN DE INVESTIGACIÓN IN SITU.
ANTEPROYECTO	<ul style="list-style-type: none"> • SELECCIÓN DE SITIOS Y TRAZADOS. • CLASIFICACIÓN GEOTÉCNICA DE MATERIALES. • SOLUCIONES GEOTÉCNICAS APROXIMADAS. 	<ul style="list-style-type: none"> • CARTOGRAFÍA GEOLÓGICA-GEOTÉCNICA. • DATOS HIDROLÓGICOS-HIDROGEOLÓGICOS. • INVESTIGACIÓN GEOTÉCNICA BÁSICA. 	<ul style="list-style-type: none"> • LITOESTATIGRAFÍA Y ESTRUCTURA. • GEOMORFOLOGÍA E HIDROLOGÍA. • CLASIFICACIÓN Y PROPIEDADES DE LOS MATERIALES. • IDENTIFICACIÓN DE ZONAS REGIONALES Y LOCALES. • SONDEOS Y CALICATAS. • PROSPECCIÓN GEOFÍSICA. • ENSAYOS DE LABORATORIO.
PROYECTO	<ul style="list-style-type: none"> • CARACTERIZACIÓN GEOTÉCNICA DETALLADA. • PARÁMETROS GEOTÉCNICOS PARA EL DISEÑO. 	<ul style="list-style-type: none"> • INVESTIGACIÓN GEOTÉCNICA DE DETALLE. • CARTOGRAFÍA GEOTÉCNICA DE DETALLE. 	<ul style="list-style-type: none"> • SONDEOS Y CALICATAS. • PROSPECCIÓN GEOFÍSICA. • ENSAYOS IN SITU Y ENSAYOS DE LABORATORIO. • MAPAS GEOLÓGICOS Y GEOTÉCNICOS. • SECTORIZACIÓN Y PROPIEDADES MECÁNICAS.
CONSTRUCCIÓN	<ul style="list-style-type: none"> • CONTROL GEOTÉCNICO E INSTRUMENTACIÓN. • VERIFICACIÓN Y ADAPTACIÓN DEL ANTEPROYECTO. 	<ul style="list-style-type: none"> • SEGUIMIENTO GEOTÉCNICO. • INSTRUMENTACIÓN. 	<ul style="list-style-type: none"> • PLANOS GEOTÉCNICOS DE OBRA. • ESTABILIDAD DE EXCAVACIONES Y TÚNELES. • CONTROL DE PARÁMETROS GEOTÉCNICOS. • CIMENTACIÓN DE ESTRUCTURAS. • INSTALACIÓN Y LECTURA INSTRUMENTAL. • ENSAYOS IN SITU. • CONTROL DE CALIDAD.
EXPLOTACIÓN	<ul style="list-style-type: none"> • CONTROL DE LA RESPUESTA MACIZO- ESTRUCTURA. • AUSCULTACIÓN 	<ul style="list-style-type: none"> • AUSCULTACIÓN. 	<ul style="list-style-type: none"> • SEGUIMIENTO OBRA TERRENO.

TABLA.1. OBJETIVOS DE LOS ESTUDIOS GEOLÓGICOS-GEOTÉCNICOS, EN FUNCIÓN DE LAS FASES DEL PROYECTO. (Tomada de González, 2000).

La Geotecnia, ha basado la investigación del subsuelo en sondeos y en el análisis de muestras de suelo y de roca, para conocer sus características. Sin embargo, la alteración que sufre el terreno y la necesidad de realizar perforaciones cada vez más profundas y en zonas donde el terreno presenta mayor dificultad para llevarlas a cabo, ha incrementado sus costos y en consecuencia ha sido necesario buscar otras metodologías, que permiten estudiar áreas más grandes y determinar con mayor precisión la localización de sondeos, con la menor alteración de las condiciones naturales del terreno.

Es aquí donde la prospección geofísica, que consiste en un conjunto de técnicas no destructivas con gran cobertura, que investigan el interior de la Tierra y que se consideran complementarias a los ensayos in situ y técnicas de investigación directa, como los sondeos mecánicos o las calicatas, ha tomado gran importancia en los últimos tiempos, como una herramienta de la Ingeniería Civil, para estudiar la geometría del subsuelo.

Los métodos geofísicos miden de manera indirecta diversas propiedades físicas o contrastes de estas en la roca que constituye la corteza terrestre, estas propiedades pueden ser: la densidad, susceptibilidad magnética, resistividad eléctrica, el grado de radioactividad y otros parámetros que están en función de las propiedades anteriores, como son: la magnetización, la permitividad eléctrica, la velocidad de transmisión de las ondas elásticas, etc. Estas propiedades se obtienen a través de la medición de los fenómenos físicos relacionados con la estructura de la Tierra, como el campo gravitacional, el campo magnético y el flujo térmico. Por otro lado se pueden producir en pequeña escala y artificialmente campos eléctricos, fuentes sísmicas, campos magnéticos, etc.

El propósito de la exploración geofísica, es interpretar adecuadamente las anomalías provocadas por la variación de aquellos parámetros en la observación de los campos mencionados, ya sean naturales o artificiales, de acuerdo con los modelos matemáticos que expliquen de forma razonable el comportamiento de la Tierra. Siendo su principal objetivo la definición de la geometría y la posición de la estructura que genera esas variaciones, sus propiedades físicas, su relación con las características generales de la región y su correlación con el conocimiento previo del área.

Dados los pequeños espesores que se investigan en el caso de una obra de Ingeniería Civil, de 0 a 150 m. aproximadamente de profundidad y la necesidad de conocer las características geotécnicas de los materiales del terreno, el principal problema al que se enfrenta la geofísica tradicional es la escala. Esta juega un papel importante en la planeación logística, de la adquisición de la información en los métodos de campo y en los sistemas de detección, por tal razón es necesario adecuar los métodos a utilizar (Ruiz, 1994).

La información obtenida en campo debe ser clara y confiable para lograr una adecuada interpretación de datos. Esta interpretación debe hacerse aplicando técnicas de procesamiento y modelado de datos, utilizando la información previa, con la finalidad de tener más elementos para establecer la relación existente entre el parámetro geofísico estudiado con el método y el objetivo buscado.

Los diferentes métodos geofísicos utilizados para el reconocimiento del subsuelo se catalogan según el parámetro físico investigado en la corteza terrestre. Para medir la densidad se utiliza el método gravimétrico, para la susceptibilidad magnética el método magnético, para la resistividad eléctrica el método eléctrico, para los niveles de radiación natural o inducida los métodos radioactivos, para medir la velocidad de propagación de ondas sísmicas los métodos sísmicos y para la conductividad eléctrica y permeabilidad magnética los métodos electromagnéticos. A continuación se describen algunos de los métodos geofísicos, que se han adecuado para su utilización en la Ingeniería Civil.

Las Fotografías Aéreas e Imágenes Satelitales. Esta es una de las herramientas geológicas con que cuenta el ingeniero. Estos elementos le permiten reconocer superficies muy extensas, en las cuales se pueden analizar fácilmente las características a nivel regional de la zona de trabajo, pudiéndose realizar un reconocimiento geológico y de los posibles efectos sobre el área de estudio y sus alrededores. Los elementos que se pueden identificar son: la distribución, el carácter y estructura del macizo rocoso, las geoformas que puedan afectarlo, como las fallas estructurales etc., y los fenómenos dinámicos como el vulcanismo, las modificaciones en la plataforma continental, entre otros. Su carácter extensivo permite apreciar factores regionales de posible interés en el proyecto y es una de las técnicas más rápidas y económicas.

La percepción remota es una técnica que permite adquirir imágenes de la superficie terrestre, desde sensores instalados en plataformas espaciales, a partir de la emisión de ondas electromagnéticas provenientes de la superficie terrestre. Esta emisión de ondas es detectada por reflexión de la energía solar o de un haz electromagnético. La energía recibida se transmite a la tierra, donde la señal es procesada para su posterior interpretación (Lira, 1997).

La Microgravimetría es una técnica derivada de la gravimetría, que se utiliza para investigar anomalías gravimétricas de pequeña escala. Es cada vez más usada en las investigaciones geotécnicas, con ella podemos definir la variación de densidad en el subsuelo.

Consiste en hacer mediciones gravimétricas sensibles en distintos puntos de la superficie terrestre, generalmente con espacios entre puntos de medida de 1 m. o menos y con sensibilidad de equipos de $1\mu\text{gal}$ ($1/10^{-6}$ gal), los cambios en estas mediciones son conocidos como anomalías gravimétricas y están directamente relacionadas a características del subsuelo con mediciones de densidad constante (Telford, et. al., 1978); (Siegel, 1995).

Su aplicación más común es en la detección y delineación de la geometría de las interfases sedimento-basamento a profundidad, así como de cavidades subterráneas naturales o hechas por el hombre, que pueden ser debidas a Karsticidad o al abandono de minas, también en el reconocimiento de fracturas, entre otras.

La técnica de **Petite Sismique** en la Ingeniería Civil es otro de los métodos sísmicos más utilizados. Esta es derivada del método de refracción sísmica, que utiliza una correlación empírica entre el módulo estático de deformación y la frecuencia de onda S. Fue propuesto en

1967 por Schneider (1967) y sus resultados se apoyan, en algunas investigaciones teóricas que explican cuantitativa y cualitativamente la relación entre el módulo estático y dinámico de deformación y la longitud de la onda de corte.

A través de los métodos sísmicos de exploración se obtienen módulos dinámicos de la roca, a partir de los cuales es factible estimar los módulos estáticos y de diseño de la obra civil. Schneider (1967), encontró que existía una correlación lineal entre la frecuencia de la onda transversal y el módulo estático de Young, así como de tipo exponencial entre el cociente del módulo dinámico y el módulo estático (E_d / E_s) y la longitud de la onda de corte. Su perfeccionamiento ha derivado el método de refracción sísmica conocido como “Petite Sismique”, el cual ofrece la oportunidad de obtener directamente y de manera rápida apreciaciones del módulo estático de Young y de la capacidad de carga de la roca, complementando con ello las mediciones directas de deformación de la roca, obtenidas por pruebas mecánicas de placa y de gato plano que son hechas en puntos aislados del macizo rocoso, llenando vacíos de información.

Este método proporciona información sobre la velocidad de ondas compresionales y de corte. Los módulos dinámicos que se derivan de dichas velocidades son por lo general de 1.5 a 13 veces mayores que las del módulo estático (Grupo de Estudio de Japón, 1964), esto depende del tipo de roca, grado de saturación, etc., y se debe a que las condiciones en que se llevan a cabo las mediciones para la obtención de los módulos. En los ensayos estáticos la roca es sometida a presiones entre 100 a 150 bares, durante varios días, en las pruebas dinámicas la excitación de la roca dura algunos milisegundos y la carga es prácticamente nula, aunque en los dos casos se considera a la roca como un cuerpo elástico y en realidad la roca se comporta como un cuerpo visco-elástico. Cuando la roca es de buena calidad el módulo dinámico se aproxima bastante al módulo elástico

Otro de los parámetros medido es el llamado tiempo total de amortiguamiento, que se ha considerado cómo el tiempo medido en el sismograma desde el inicio de la vibración (arribo de la onda P) hasta un décimo de amplitud máxima del movimiento de la onda S y este parámetro se relaciona con la calidad de la roca, porque los materiales de mayor rigidez producen vibraciones más duraderas que los materiales con mayores discontinuidades, más blandos o de menor rigidez (Marsal, 1975).

La Tomografía eléctrica es una técnica de prospección no destructiva que determina la distribución real de la resistividad del subsuelo. Esto es posible por el comportamiento geoelectrico de los materiales, de tal manera que nos permite obtener información sobre la estructura interna de cuerpos u objetos a partir de imágenes que representan diferentes cortes o planos de observación, mediante perfiles en dos dimensiones e imágenes en tres dimensiones del terreno, diferenciando todo tipo de discontinuidades mediante una adecuada interpretación.

Se emplea en el estudio de la Tierra para conocer la distribución de resistividades de manera lateral y a profundidad, es una herramienta útil en zonas geológicas complicadas, principalmente en la detección de cavidades, caracterización de acuíferos, etc.

En la tomografía eléctrica debe existir un compromiso con la rapidez en la adquisición de datos, la resolución y la fiabilidad de los mismos. La obtención de una imagen dependerá entre otras cosas de la longitud total del perfil, inicialmente limitada por la longitud de los cables. La metodología de adquisición de datos de resistividad, se hace mediante diferentes dispositivos siendo el más sencillo el dispositivo Wenner, y el más rápido de ejecución (Camara, et. al., 2000, Tejero, et. al., 2002).

En la tabla 2 siguiente se muestran los métodos geofísicos utilizados con mayor frecuencia en la Ingeniería Civil, básicamente podemos ver que estos métodos se dividen en dos grandes grupos: Prospección en Pozos y Prospección en Superficie, que dependiendo del fenómeno físico observado, se clasifican a su vez en varios métodos. Las mediciones se hacen mediante diferentes técnicas, las cuales han adecuado su escala de medición de acuerdo a las necesidades propias del problema a resolver.

Se emplean habitualmente para determinar espesores de rellenos o recubrimientos, posición de nivel freático, localización de cavidades, cubicación de bancos de materiales, localización de fallas o superficies de deslizamiento, espesor de roca alterada, localización de conducciones subterráneas, etc.

MÉTODOS DE PROSPECCIÓN GEOFÍSICA USADOS EN LA INGENIERIA CIVIL						
	MÉTODO	TÉCNICA	FENÓMENO FÍSICO OBSERVADO	PROPIEDAD FÍSICA OBTENIDA	ÁREA DE APLICACIÓN	APLICACIONES
PROSPECCIÓN EN LA SUPERFICIE	ELÉCTRICO	CALICATA ELÉCTRICA, TOMOGRAFÍA ELÉCTRICA, SONDEO ELÉCTRICO VERTICAL	CONDUCCIÓN DE LA CORRIENTE ELÉCTRICA	RESISTIVIDAD Y POTENCIAL ESPONTÁNEO	ESTRUCTURA DEL TERRENO Y AGUA SUBTERRÁNEA	INTERPRETACIÓN GEOLÓGICA, GRADO DE ALTERACIÓN EN ROCAS, CUBICACIÓN DE MATERIALES, CONTENIDO DE AGUA Y SALINIDAD
	SÍSMICO	REFRACCIÓN, REFLEXIÓN, TOMOGRAFÍA SÍSMICA, PETIT SISMIQUE	ONDAS ELÁSTICAS	VELOCIDAD DE ONDAS ELÁSTICAS	ESTRUCTURA Y CARACTERÍSTICAS DINÁMICAS DEL TERRENO	ESPESOR DE RECUBRIMIENTOS, CUBICACIÓN DE ÁREAS DE PRESTAMO, INVESTIGACIÓN GEOLÓGICA PROFUNDA EN LADERAS Y OBRAS SUBTERRÁNEAS, VELOCIDAD DE ONDAS P Y S, PROPIEDADES RESISTENTES, ZONAS DE ALTERACIÓN, CAVIDADES, MÓDULOS DINÁMICOS.
	GRAVIMÉTRICO	GRAVIMETRÍA, MICROGRAVIMETRÍA	Campo Gravitatorio	DENSIDAD	GEOLOGÍA Y GETECNIA	CONTACTOS LITOLÓGICOS CON CONTRASTE DE DENSIDAD, TERRENOS BLANDOS, CAVIDADES Y ZONAS DE DISOLUCIÓN, ZONAS DE FALLAS
	MAGNÉTICO	MAGNETOMETRÍA	CAMPO MAGNÉTICO	SUCEPTIBILIDAD MAGNÉTICA	MINERÍA Y GEOHIDROLOGÍA	GALERÍAS, MINAS ABANDONADAS, HUECOS RELLENOS DE ARCILLA, CONDUCCIONES ENTERRADAS, FALLAS, DIQUES MASAS MINERALIZADAS
	ELECTROMAGNÉTICO	EM EN EL DOMINIO DE LAS FRECUENCIAS, EM EN EL DOMINIO DEL TIEMPO, V.L.F., GEORADAR	CAMPO ELECTROMAGNÉTICO	CONDUCTIVIDAD ELÉCTRICA, PERMEABILIDAD MAGNÉTICA	GEOLOGÍA, Y ESTRUCTURA DEL TERRENO	INTERPRETACIÓN GEOLÓGICA, GRADO DE ALTERACIÓN EN ROCAS, CONTENIDO DE AGUA Y SALINIDAD
PROSPECCIÓN EN POZOS	SÍSMICO EN LOS SONDEOS	CROSS-HOLE, DAWN-HOLE, UP-HOLE	ONDAS ELÁSTICAS	VELOCIDAD DE ONDAS ELÁSTICAS	ESTRUCTURA Y CARACTERÍSTICAS DINÁMICAS DEL SUELO	LITOLOGÍA DEL SONDEO, VELOCIDAD DE ONDAS P Y S, MÓDULOS DINÁMICOS, PROPIEDADES RESISTENTES, ESCAVABILIDAD Y ESPESOR DE RECUBRIMIENTOS.
	ELÉCTRICO EN LOS SONDEOS	REGISTROS ELÉCTRICOS	CORRIENTE ELÉCTRICA	RESISTIVIDAD ELÉCTRICA, POTENCIAL ESPONTÁNEO, CONDUCTIVIDAD ELÉCTRICA	ESTRUCTURA DEL TERRENO Y AGUA SUBTERRÁNEA	SALINIDAD DE AGUA, RESISTENCIA DEL MATERIAL, SECUENCIA LITOLÓGICA
	REGISTROS RADIOACTIVOS	NUCLEAR O RADIOACTIVA	INTENSIDAD DE RAYOS RADIOACTIVOS	DENSIDAD Y SATURACIÓN, RADIACIÓN NATURAL Y RADIACIÓN INDUCIDA	PROPIEDADES DEL SUELO	INVESTIGACIÓN DE ARCILLAS, CONTENIDO DE AGUA, DENSIDAD DEL TERRENO
	PERFILES ACÚSTICOS	SÓNICA O ACUSTICA	REFLEXIÓN DE ONDAS SÓNICAS	IMPEDANCIA ACÚSTICA	ESTRUCTURA DEL SUBSUELO	PROPIEDADES MECÁNICAS, GRADO DE FRACTURACIÓN, SECUENCIA LITOLÓGICA

TABLA 2 Métodos de prospección Geofísica usados en la Ingeniería Civil. (Obtenida de Ruíz, 1994).

En la Geotecnia se integran diferentes ciencias afines a la Ingeniería Civil, con el fin de dar solución a los problemas que enfrenta el ingeniero al alterar las condiciones naturales del terreno, estas ciencias afines son: la Geología, la Mecánica de Suelos y la Mecánica de Rocas, en las cuales se configuran los principios fundamentales a la solución de problemas constructivos (Krynine, 1959).

La investigación del terreno mediante métodos y técnicas de reconocimiento, tanto de los materiales como de los procesos geológicos, permite la cuantificación de un conjunto de propiedades geológico-geotécnicas para aplicaciones constructivas. Esto se hace posible mediante los sistemas de clasificaciones geomecánicas.

La utilización del concepto de seguridad, habitualmente utilizado en ingeniería para expresar el grado de estabilidad de la obra, es incorporado a la práctica mediante el conocimiento del medio geológico y su interacción con las actividades constructivas, de manera que se puedan definir, evaluar e integrar los factores físicos y mecánicos que incidan y deban ser considerados en la obra de ingeniería.

El conocimiento de las condiciones geotécnicas favorables para que una obra civil se lleve a cabo, proporciona no sólo una mayor seguridad en la obra, sino un desarrollo sin imprevistos de las mismas, lo que influye significativamente en los costos y en los plazos de tiempo de la ejecución de la obra, de su operación y explotación. Por lo contrario, la presencia de problemas geotécnicos imprevistos, implica la adopción de soluciones más costosas, retrasos de tiempo en la ejecución de la obra y pérdidas en su operación y explotación.

La descripción y caracterización del subsuelo es una labor necesaria en todos los estudios de ingeniería, cuyo objetivo es el conocimiento de las propiedades y características geotécnicas del subsuelo. Como ya vimos, estos trabajos se realizan durante las primeras etapas del desarrollo del proyecto. Debido a la gran variedad de condiciones y propiedades, la caracterización del subsuelo es una tarea compleja, en su descripción se deben incluir todos los aspectos y parámetros que pueden ser observados, deducidos y medidos en el terreno.

La falta de datos sobre las características del subsuelo en donde se pretende construir una estructura ha sido causa de que, al erigirse ésta, se presenten problemas que bien podrían haber sido evitadas mediante un estudio del subsuelo antes de la construcción.

Cuando una estructura se asienta en forma desigual en el terreno, que como ya vimos es un medio discontinuo, anisótropo y heterogéneo, se provocan deformaciones que ocasionan grietas que perjudican su estabilidad y en muchos casos el asentamiento causa el colapso total. Un estudio adecuado del subsuelo facilita al ingeniero los datos necesarios para determinar el tipo y diseño económico más apropiado tanto de la cimentación como de la estructura. Lo que hay que entender bien es que no en todos los casos se necesitan los mismos estudios, en algunos casos serán métodos de muestreo y ensayos altamente especializados.

Mucha de la información que se requiere para diseñar una obra civil, se puede obtener analizando los parámetros físicos que se miden con los métodos geofísicos. Gracias a diversos estudios, en la actualidad podemos relacionar la velocidad de transmisión de ondas elásticas, con distintos tipos de rocas, estas velocidades son un buen indicador de las características geotécnicas de los materiales, a medida que los materiales se degradan y aumenta el grado de alteración, la velocidad disminuye. En la tabla 3 siguiente se relacionan las ondas longitudinales P con diversos materiales.

Velocidad de propagación de las ondas longitudinales en roca	
Roca Sana	Velocidad de propagación de las ondas Vp (m/s)
Arenisca	1 400 - 4 200
Basalto	4 500 - 6 500
Caliza	2 500 - 6 000
Conglomerado	2 500 - 5 000
Cuarcita	5 000 - 6 500
Diabasa	5 500 - 7 000
Dolerita	4 500 - 6 500
Dolomía	5 000 - 6 000
Gabro	4 500 - 6 500
Gneiss	3 100 - 5 500
Granito sano	4 500 - 6 000
Lutita	1 400 - 3 000
Marga	1 800 - 3 200
Mármol	3 500 - 6 000
Pizarra	3 500 - 5 000
Sal	4 500 - 6 000
Yeso	3 000 - 4 000

TABLA 3 Velocidad de propagación de las ondas longitudinales en los diferentes tipos de rocas. (Tomada de González, 2002).

También podemos relacionar la resistividad con diferentes tipos de suelo y de rocas. La resistividad, que es una propiedad intrínseca de la roca, que depende de la litología, estructura interna y sobre todo, de su contenido de agua, no siendo por tanto, una propiedad isótropa en la masa rocosa, se relaciona con la roca mediante la formula de Archie, con valores promedio, $\rho = (\phi S)^{-2} \rho_w$, donde (ρ) es la resistividad de la roca, (ρ_w) el agua contenida en los poros,

(φ) la porosidad y (S) la saturación. En la tabla 4 siguiente se presentan algunos valores de resistividad de suelos y rocas.

VALORES DE RESISTIVIDAD DE LAS FORMACIONES GEOLÓGICAS MÁS COMUNES	
Materiales	Resistividad $\rho(\Omega \cdot m)$
Margas	50-5 000
Calizas	300-10 000
Pizarras	100-1 000
Granito	300-10 000
Arcillas	1-20
Arenas	50-500
Conglomerados	1 000-10 000
Areniscas	50-5 000
Aluviones	50-800

TABLA 4 Valores de la resistividad de las formaciones geológicas mas comunes. (Tomada de González, 2002).

Una de las técnicas geofísicas comúnmente utilizadas en la Ingeniería Civil, debido a que las propiedades que mide están directamente relacionadas con las características del subsuelo, permitiéndonos relacionar de forma cualitativa la estratigrafía, el grado de alteración de la roca, la localización de nivel freático, la localización de estructuras como fallas, fracturas, etc., es el Radar de Penetración Terrestre (GPR o Georadar). Esta metodología se explicará en el capítulo siguiente.

CAPÍTULO II.

EL MÉTODO DE GPR EN LA INGENIERÍA CIVIL.

Actualmente la necesidad de caracterizar el subsuelo a profundidades muy someras (< 100 m) requiere de una mayor resolución y la mínima perturbación del contexto general del medio donde se ubica la obra civil. Los equipos electromagnéticos han ido evolucionando hacia una mayor sensibilidad en la variación de la conductividad del terreno a profundidades someras, mediante el control adecuado de la frecuencia con que se envía la señal electromagnética al subsuelo.

En particular, el GPR (Radar de Penetración Terrestre o Georadar), empieza a tener un gran desarrollo. Este tiene la cualidad de no alterar el medio ambiente, además de considerarse una técnica de alta resolución, no destructiva, de gran rapidez en su operación y relativamente menos costosa comparativamente con otras técnicas tradicionalmente utilizadas en la Geotecnia. La técnica de georadar consiste en la emisión hacia el medio de investigación de impulsos electromagnéticos de muy corta duración, con el fin de detectar estructuras y elementos de interés conocidos como anomalías. La técnica se fundamenta en las ecuaciones de Maxwell, las cuales relacionan el campo eléctrico y el campo magnético con las fuentes que los producen a partir de una serie de parámetros constantes para cada medio, estas constantes describen el comportamiento de las ondas electromagnéticas en diferentes materiales. La forma en que el campo electromagnético interactúa con el medio de propagación, determina el comportamiento de la señal enviada, presentando efectos de reflexión, transmisión, atenuación y dispersión.

Este método establece una geometría fija para las antenas, las que pueden trabajar de manera monoestática y en las cuales la misma antena es receptor y transmisor, que es el caso que se utiliza donde el ofset es cero, o bien, biestáticas en la cual dos antenas son colocadas paralelamente entre sí, con una separación adecuada. Estos arreglos se desplazan sobre un perfil, tomando lecturas en puntos equidistantes para obtener perfiles bidimensionales conocidos como Radagramas, los cuales nos proporcionan la información del medio a profundidad. El eje vertical presenta la escala de tiempos dobles de viaje de la señal electromagnética a través del subsuelo y el eje horizontal, representa las distancias sobre el perfil en donde se efectuaron las lecturas.

Todos los materiales presentan una resistencia al paso de corriente que está en función de la densidad de corriente y el gradiente de potencial eléctrico. Las diferentes resistividades de los materiales que componen el subsuelo producen variaciones, tanto horizontales como verticales; en función de la corriente aplicada y el potencial medido en la superficie, dichas variaciones revelan la composición, extensión y propiedades de los materiales en el subsuelo.

En la técnica de Georadar, la frecuencia es otro factor que determina la profundidad de penetración del impulso electromagnético en el medio. Esta técnica es comúnmente utilizada

porque las propiedades que mide están directamente relacionadas con características del subsuelo. Esto se obtiene mediante una representación gráfica del subsuelo, a lo largo de una línea de estudio, cuya profundidad dependerá de las condiciones del terreno. Por ejemplo, la resistividad eléctrica puede indicar el grado de saturación de una capa del subsuelo, lo que se relaciona con el grado de resistencia del material.

Otra característica del georadar es que la profundidad de penetración varía desde algunos centímetros hasta aproximadamente 100 m., dependiendo de la frecuencia de trabajo de las antenas de transmisión y recepción. Como otras técnicas, tiene sus limitaciones, la más importante se presenta cuando el medio de propagación de la señal posee alta conductividad eléctrica, en particular cuando tiene un alto contenido de humedad, especialmente donde existen materiales arcillosos ya que se atenúa rápidamente la señal (Annan, 1996). Con el equipo es posible determinar la presencia de estructuras, así como la zonificación de éstas y de diferentes cuerpos de interés.

FUNDAMENTOS TEÓRICOS DEL GPR.

En la prospección de georadar, se define electromagnéticamente el medio ya que éste controla la propagación de la señal transmitida en el subsuelo. La constante dieléctrica, la permeabilidad magnética y la conductividad son las propiedades de los materiales que conforman el subsuelo. En el radar las mediciones que se obtienen de estos parámetros son valores efectivos, es decir, una combinación de la parte real y la parte imaginaria de los tres, debido a que se presentan en el medio de forma compleja. Para poder medir los materiales del medio, deberán de presentar un contraste en los parámetros anteriores, para que el impulso electromagnético presente los efectos de reflexión, transmisión, atenuación y dispersión y sean detectados en la superficie.

El sistema GPR mide y registra amplitudes del campo eléctrico, como una función espacial de la posición, orientación y del tiempo. La Teoría Electromagnética, cuyas ecuaciones fueron formuladas por Maxwell en 1867 y sus expresiones en forma diferencial son 4, las cuales se escriben en el sistema Longitud – Masa – Tiempo – Voltaje – Corriente (LMTVI) de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \nabla \times \bar{\mathbf{E}} &= -\frac{\partial \bar{\mathbf{B}}}{\partial t} & \nabla \cdot \bar{\mathbf{D}} &= \rho \\ \nabla \times \bar{\mathbf{H}} &= \bar{\mathbf{J}} + \frac{\partial \bar{\mathbf{D}}}{\partial t} & \nabla \cdot \bar{\mathbf{B}} &= 0 \end{aligned}$$

Representa la formulación matemática de las leyes del electromagnetismo y relaciona el campo eléctrico y el campo magnético con sus fuentes. Estas relaciones se cumplen con las denominadas de continuidad que especifican el comportamiento de estos campos en las zonas en que existen distribuciones superficiales de carga, es decir, donde tenemos discontinuidades en el medio. A partir de estas discontinuidades, se puede determinar el comportamiento de onda de radar durante su propagación por un determinado medio (Wait, 1970, Chen – To, 1971 y Escobar, 2000). Las ecuaciones de Maxwell se representan de la siguiente manera:

$$\nabla \times \bar{E} = -\frac{\partial \bar{B}}{\partial t} = -\mu \frac{\partial \bar{H}}{\partial t}$$

$$\nabla \cdot \bar{H} = 0$$

$$\nabla \cdot \bar{B} = 0$$

$$\bar{B} = \mu \bar{H}$$

$$\nabla \cdot \bar{D} = \rho_f$$

$$\bar{D} = \epsilon \bar{E}$$

$$\nabla \times \bar{H} = \bar{J}_f + \frac{\partial \bar{D}}{\partial t}$$

En donde:

\bar{E} = Vector de Intensidad Eléctrica [V / m]

\bar{B} = Vector de Flujo Magnético o Inducción Magnética [Wb / m²]

\bar{D} = Vector de Flujo Eléctrico o Inducción Eléctrica o desplazamiento eléctrico [C / m²]

\bar{J} = Vector de densidad de Corriente [A/ m²], debido al movimiento de cargas en la materia

\bar{H} = Intensidad del campo magnético [A/m]

σ = Conductividad Eléctrica (Siemens

μ = Permeabilidad Magnética (Henry / m)

$\mu = \mu_r \mu_0$

μ_r = Permeabilidad magnética relativa del material.

- μ_0 = Permeabilidad magnética en el vacío cuyo valor es $4\pi \times 10^{-7}$
- ϵ = Constante Dieléctrica o Permitividad Eléctrica (Faraday / m)
- $\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0$
- ϵ_r = Permitividad Relativa o Constante Dieléctrica del Material
- ϵ_0 = Permitividad eléctrica en el vacío cuyo valor es 8.84×10^{-12} [F/m]
- ρ_f = Densidad de carga libre
- \bar{J}_f = Corriente de conducción verdadera

Y \bar{J} es el vector de conducción o existente en el medio.

Si tenemos un medio lineal, homogéneo e isótropo en ausencia de fuente, la ecuación de onda nos queda:

$$\nabla^2 \bar{E} - \mu\sigma \frac{\partial \bar{E}}{\partial t} - \mu\epsilon \frac{\partial^2 \bar{E}}{\partial t^2} = 0$$

$$\nabla^2 \bar{B} - \mu\sigma \frac{\partial \bar{B}}{\partial t} - \mu\epsilon \frac{\partial^2 \bar{B}}{\partial t^2} = 0$$

resolviendo la ecuación de onda para el campo eléctrico tenemos (Oleg, D.1966):

$$\bar{E} = E_0 e^{-i\gamma z} \bar{i}$$

donde, z = impedancia y γ^2 = constante de propagación, a partir de aquí podemos expresar el vector de propagación como:

$$\gamma = a - ib$$

donde a se le denomina constante de fase, la cual es responsable de ir retrazando a la onda electromagnética cuando ésta se desplaza en un medio y b es la constante de atenuación

$$a = \sqrt{\frac{\mu\omega}{2}} \sqrt{(\omega^2 \epsilon^2 + \sigma^2)^{\frac{1}{2}} + \omega\epsilon}$$

$$b = \sqrt{\frac{\mu\omega}{2}} \sqrt{(\omega^2 \varepsilon^2 + \sigma^2)^{\frac{1}{2}} - \omega\varepsilon}$$

Si en GPR, al aplicar altas frecuencia, las corrientes de desplazamiento efectivo son más importantes que las de conducción, es decir:

$$Q = \frac{\sigma}{\omega\varepsilon} \ll 1$$

En donde, la constante de fase solo depende de las características dieléctricas del medio.

$$a \approx \omega\sqrt{\mu\varepsilon}$$

Y las corrientes de desplazamiento eléctrico son más importantes que las corrientes de conducción. La constante de atenuación b solo depende del medio.

$$b \approx \frac{\sigma}{2} \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}$$

La distancia o recorrido de la onda, donde ésta alcanza el 36% de la amplitud de la onda original (Skin-depth), depende de los parámetros electromagnéticos de tal manera que:

$$\delta = \rho \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}$$

La velocidad de fase, que es la velocidad a la que debe moverse la onda para que todos los puntos en un mismo plano estén en la misma fase, es decir, tengan la misma constante de fase, es:

$$v_f = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}}$$

De acuerdo al rango de frecuencias en la cual opera el georadar (10 Mhz a 2Ghz), la longitud de onda varía de 0.15 m para altas frecuencias, hasta 30 m. para frecuencias más bajas, de esto

se deduce que la longitud de onda electromagnética (λ) es directamente proporcional a su velocidad de propagación (v) e inversamente proporcional a la frecuencia (f) utilizada ($\lambda = v / f$) lo cual significa que la resolución en cuanto a su capacidad de detección de anomalías, está en función de la frecuencia de operación y de las dimensiones del objetivo.

Las antenas del GPR se encargan de transformar el pulso electromagnético en una onda electromagnética, que se irradia en el subsuelo, esta onda electromagnética una parte es transmitida o refractada, otra se disipa y una última parte se refleja en el medio, las reflexiones son captadas mediante otra antena, que traduce dicha información en señal o pulso de voltaje que se registra en función del tiempo (Annan, 1992, Annan and Chua, 1992).

DESCRIPCIÓN DEL EQUIPO DE GEORADAR UTILIZADO. SIR-2000.

Los sistemas SIR, son sistemas digitales, con una antena por canal de operación, que se realiza de modo monoestático o biestático, la velocidad de escaneo es de 64 scans/ segundo, el almacenamiento digital de los datos es en disco duro, es un equipo portátil con alimentación de energía con baterías, pantalla de color VGA, y el procesamiento es avanzado en tiempo real, en el cual se le pueden aplicar funciones de ganancia y filtrado. El equipo está protegido contra variaciones de presión y humedad, consta de procesador de radar, pantalla, CPU, memoria de almacenamiento, disco duro y antena. En la figura 1 se puede ver un equipo de GPR, tomada de (Díaz, 2000).

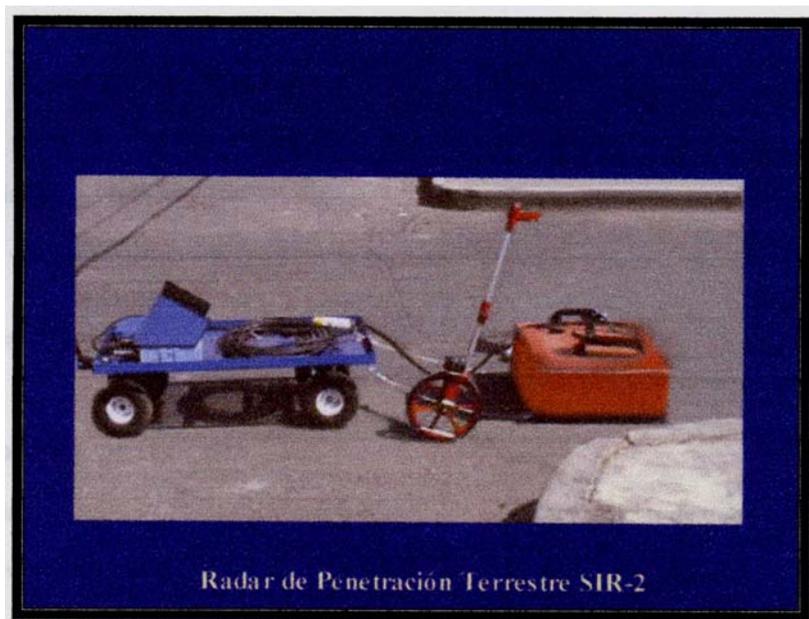


FIGURA 1

Equipo de Radar de Penetración Terrestre
Tomada de (Díaz, 2000).

ÁREAS DE APLICACIÓN DEL GEORADAR

Las aplicaciones de los sistemas SIR pueden ser en diferentes áreas como:

En la Ingeniería Civil

- En estructuras
- En la detección de: cables, tuberías, varillas, cavidades
- En estudios de caminos, autopistas, vías férreas.
- En la determinación de espesores de hielo.

En Medio Ambiente

- En el mapeo de desechos peligrosos
- En la detección de tanques de almacenamiento

En Geotecnia

- En el mapeo de cavidades, estratigrafía y en hundimientos
- Aguas Subterráneas
- En riesgo de minas

En Procedimientos Militares

- Seguridad perimetral.

Y en Arqueología.

CAPACIDAD DE DETECCIÓN.

La capacidad de detección de los sistemas SIR depende de las frecuencias de transmisión (UHF Y VHF) y van desde 10 Mhz a 2000 Mhz, con un promedio de radiación baja de 0.06 – 100 mW, y con antenas de diferentes frecuencias.

La profundidad de penetración, como ya vimos, depende de la conductividad del terreno, la mínima profundidad es aproximadamente de 4 cm. y la máxima profundidad es de aproximadamente 30 m.

El tamaño de los objetos que se detectan va desde hilos conductores (milímetros), hasta grandes características geológicas (decenas de metros)

Los conceptos que se manejan en un radar de penetración terrestre son, el establecer una geometría fija para las antenas, las cuales toman lecturas en puntos equidistantes para obtener

los radagramas, los cuales nos proporcionan la información del medio a profundidad. Recordando que el eje vertical presenta la escala de tiempos dobles de viaje de la señal electromagnética a través del subsuelo y en el eje horizontal se representa las distancias sobre el perfil en donde se efectuaron las lecturas, al presentarse un cambio en el subsuelo (cavidades, lentes de materiales, una interface, etc.), la señal se refleja detectando en el radagrama una anomalía, lo que a continuación se muestra en la figura 2:

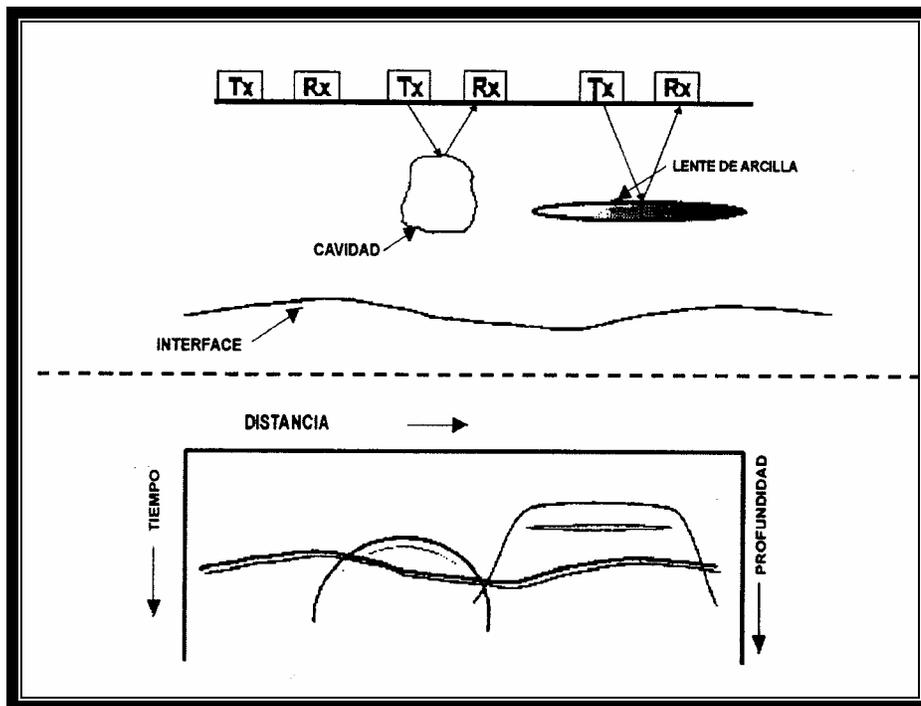


FIGURA 2 Conceptos que se manejan en GPR. (GSSI SIR SYSTEM notas de entrenamiento).

El sistema SIR, es un equipo de baja potencia el cual transmite energía electromagnética en un rango de frecuencias de 10 Mhz a 2000Mhz dentro del subsuelo, la potencia total de transmisión es de sólo unos miliwatts, que es menor a la utilizada en los radios de onda corta.

- 1) El pulso es generado en la unidad de control con una frecuencia de alrededor de 50 KHz., el ancho del pulso generado en la unidad de control varía de 0.5 a 2 ns., por ejemplo: a 50 KHz., el tiempo de recepción es de 20 microsegundos, en una antena de potencia normal; a 25KHz., el tiempo de recepción es de 40 microsegundos, en una antena de alta potencia.
- 2) El pulso generado es enviado por la unidad de control a través de un cable al circuito transmisor en la antena.
- 3) En la antena cada pulso generado por la unidad de control es transformado en uno bipolar, con una amplitud mayor que el original. La forma del pulso varía con la electrónica de las antenas. La transformación del pulso original en uno bipolar se puede ver en la siguiente figura:

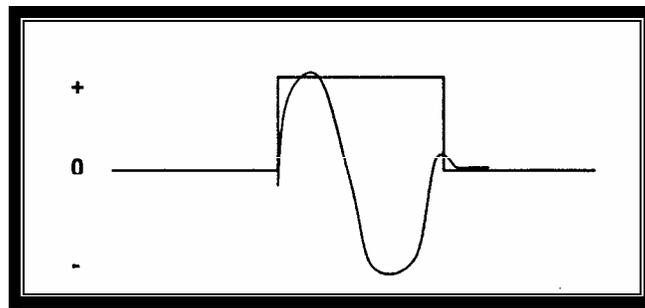
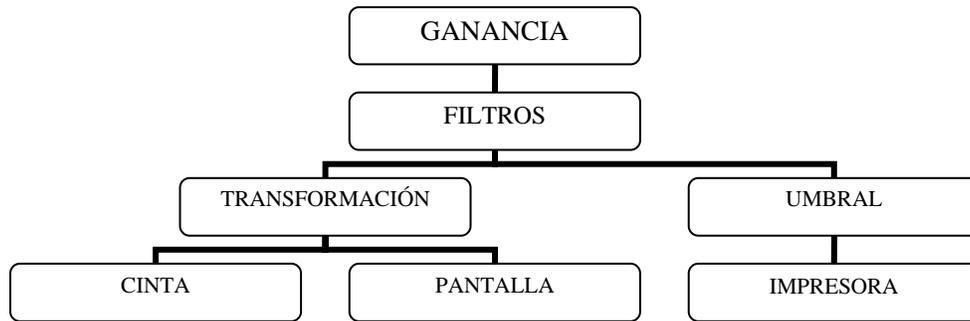


FIGURA 3 Pulso bipolar en GPR. (GSSI SIR SYSTEM notas de entrenamiento).

- 4) El pulso transmitido es radiado de la antena al subsuelo. El tamaño de la antena y las propiedades del subsuelo determinan la frecuencia de la energía propagada, es decir, una antena grande nos dará bajas frecuencias.
- 5) En el subsuelo las reflexiones ocurren cuando existe un cambio en las propiedades dieléctricas de los materiales. La parte reflejada de la señal viaja de regreso a la antena
- 6) El receptor de la antena detecta la señal reflejada y la envía de regreso a la unidad de control.
- 7) En la unidad de control la señal es procesada y desplegada en la pantalla.



- 8) La señal de salida se puede imprimir o mostrar en pantalla, la cual es una representación de una señal analógica.
- El eje horizontal es la distancia a lo largo de la superficie.
 - El eje vertical es el tiempo doble de viaje en nanosegundos.
 - La amplitud de la señal determina el tono de grises en el papel o el grado de color en la pantalla.

La siguiente figura 4 muestra cómo trabaja el sistema:

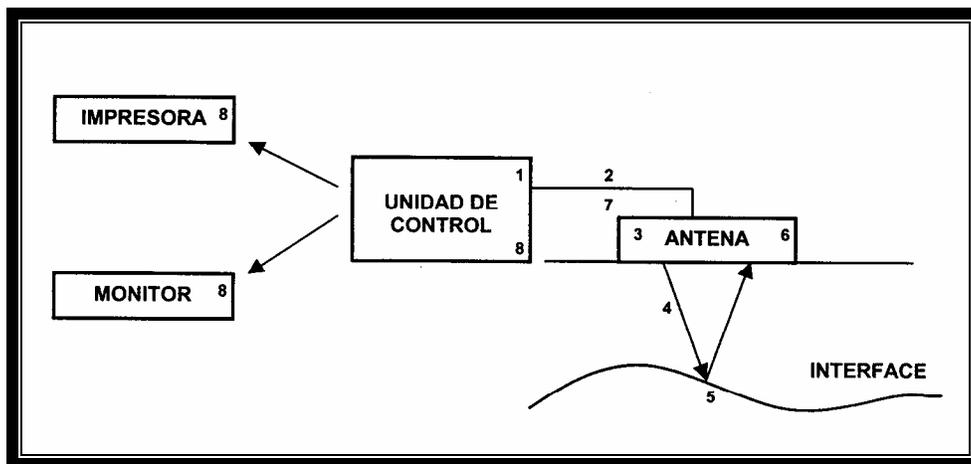


FIGURA 4

Sistema de trabajo del GPR. (GSSI SIR SYSTEM notas de entrenamiento).

La recepción de la señal del GPR es una imagen gráfica del perfil, conocida como Radagrama compuesto de trazas o scans, como se muestra en la figura 5:

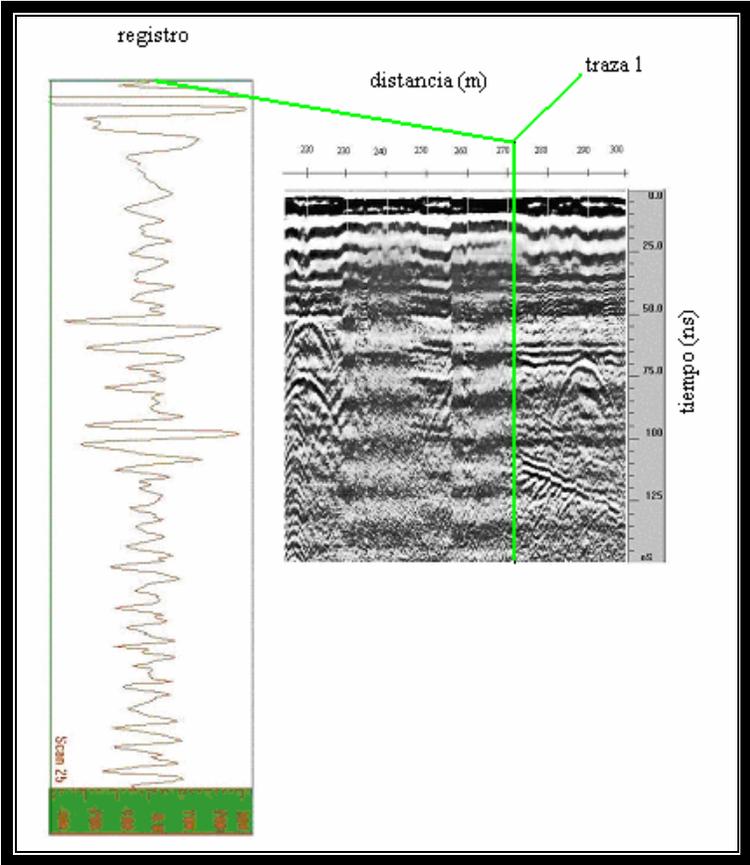


FIGURA 5 Imagen grafica del radargrama y la representación de una de sus trazas.

Existen cuatro formas de despliegue de los datos de un radagrama, en la figura 6 siguiente, los datos son representados en la escala de grises en un formato llamado LINESCA:

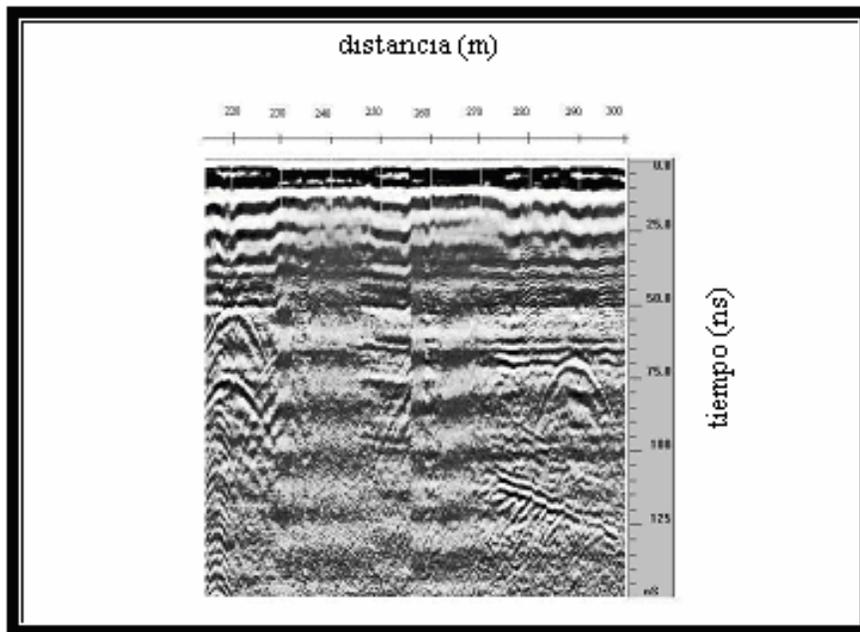


FIGURA 6 Escala de grises (LINESCAN)

Posteriormente en la figura 7, se presentan los mismos datos en una representación de escala de color en el mismo formato de LINESCAN:

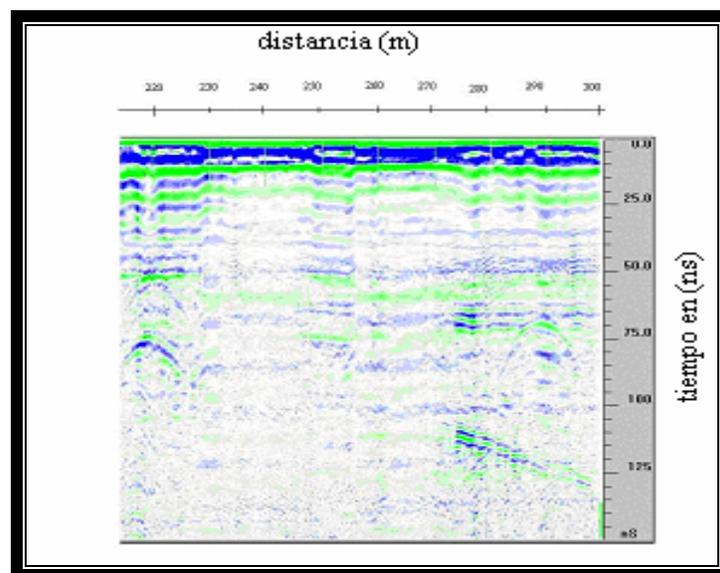


FIGURA 7 Escala de color (LINESCAN)

A continuación en la figura 8, se representa el radagrama, en forma de trazas sísmicas consecutivas llamada representación Wiggle.

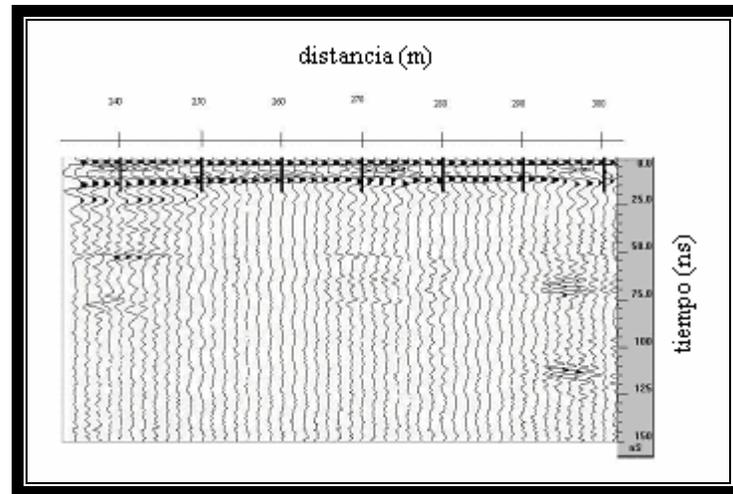


FIGURA 8 Trazas sísmicas. (WIGGLE).

Y la cuarta representación, son trazas en osciloscopio en la cual se presenta por separado cada una de las trazas que conforman el radagrama, como se muestra en la figura 9 una de estas trazas.

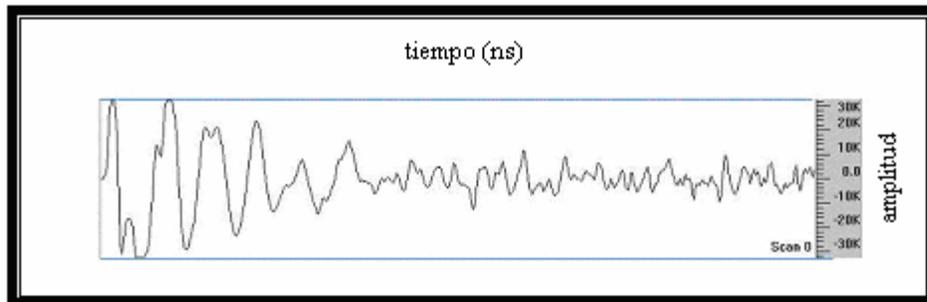


FIGURA 9 Trazas en osciloscopio

PROCEDIMIENTO PARA REALIZAR UN ESTUDIO CON GPR

Para realizar un estudio con un GPR, primero se deben estimar las características del objeto a estudiar, aproximar la profundidad a la cual se encuentra, las dimensiones y como están definidos sus límites o fronteras con otros objetos, cuales serían sus propiedades eléctricas y de los materiales que lo rodean.

Posteriormente, para determinar el tamaño de la malla para el área de estudio se define si es un objeto lineal, o un objeto de dimensiones limitadas, o bien, si es un objeto horizontal de grandes dimensiones, etc. En la figura 10 se muestran las configuraciones para hacer la malla de mediciones en el sistema de GPR.

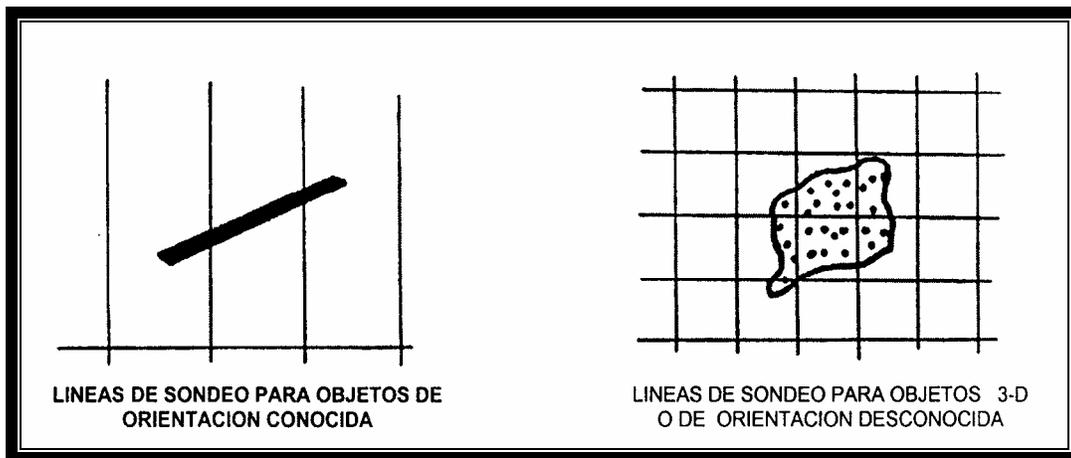


FIGURA 10

Configuraciones para hacer la malla de mediciones de GPR, (GSSI SIR SYSTEM notas de entrenamiento).

Selección de antenas

Para seleccionar las antenas apropiadas, se debe configurar primero el sistema SIR, realizando líneas de prueba, ajustando el sistema para obtener resultados óptimos y posteriormente adquirir los datos requeridos. La tabla 5 muestra la profundidad estándar para las antenas, sus aplicaciones, la frecuencia central a la que se emite a la antena la señal y el rango típico de la ventana de tiempo en que se adquieren los datos.

FRECUENCIA CENTRAL (MHz)	APLICACIONES	PROFUNDIDAD (m)	RANGO TÍPICO (ns)
80	Geología	5 - 30	400 - 700
MLF 16-80	Geología	5 - 30+	300 - 800
100	Geología Medio ambiente	4 - 25	300 - 500
200	Geología Medio ambiente	1 - 10	70 - 300
300	Geología superficial Ingeniería Medio ambiente	1 - 9	70 - 300
400	Geología superficial Ingeniería Medio ambiente Arqueología	0.5 - 4	20 - 100
500	Geología superficial Ingeniería Medio ambiente Arqueología	0.5 - 3.5	20 - 80
900	Concreto, Suelos Arqueología Puentes	0 - 1	10 - 20
1000	Concreto	0 - 0.5	10 - 15

TABLA 5

Profundidad de penetración estándar para las antenas. (GSSI SIR SYSTEM notas de entrenamiento).

Metodologías para trabajo de Campo.

La ejecución de trabajo en campo, en un estudio de GPR, se hace generalmente mediante las siguientes metodologías:

Usar velocidades estándares (de tablas). Este método se hace estimando la velocidad a partir de la constante dieléctrica con la aplicación de las siguientes relaciones:

$$V = c / (\epsilon_r)^{1/2}$$

$$TT = 1 / V = (\epsilon_r)^{1/2}$$

$$TT = 6.6 (\epsilon_r)^{1/2} \text{ [ns / m]}$$

$$TT = 2 (\epsilon_r)^{1/2}$$

Donde:

c = velocidad de la luz en el vacío (3×10^8 m/s)

ϵ_r = constante dieléctrica

v = velocidad del medio (m/ns)

TT = tiempo doble de viaje por unidad (ns/m)

En la tabla 6 se dan los tiempos dobles de viaje de la señal por unidad (TT) aproximados a diversos materiales.

MATERIAL	σ S/m	ϵ_r	TT ns/ft	TT ns/m
Aire	0	1	2	7
Agua dulce	$10^{-4} - 3 \times 10^{-2}$	81	18	59
Agua salada	4	81	18	59
Arena (seca)	$10^{-7} - 10^{-3}$	4 - 6	4 - 5	15
Arena (saturada)	$10^{-4} - 10^{-2}$	30	11	36
Aluvión (saturado)	$10^{-3} - 10^{-2}$	10	6	20
Arcilla (saturada)	$10^{-1} - 1$	8 - 12	6	20
Arena costera (seca)	0.002	10	6	20
Pantano selvático de				
tierras planas	0.008	12	7	23
Tierras de cultivo	0.01	15	8	26
Tierras de pastoreo	0.005	13	7	23
Hielo de agua dulce	10^{-2}	4	4	13
Suelo congelado	$10^{-5} - 10^{-2}$	4 - 8	5	16
Granito (seco)	10^{-8}	5	4.5	15
Caliza (seca)	10^{-9}	7 - 9	5	16
Dolomita		7 - 8	2.5	8
Cuarzo		4	4	13
Carbón		4 - 5	4	13
Concreto		6	5	16
Asfalto		3 - 5	4 - 5	13 - 16
Hielo de agua salada		4 - 12	4 - 7	13 - 23
PVC, Epóxico, Poliéster, Vinil, Caucho		3	4	13

**TT = tiempo doble de viaje por unidad

TABLA 6

Tiempos dobles de viaje por unidad, de diversos materiales, (GSSI SIR SYSTEM, notas de entrenamiento).

Localización de objetos de profundidad conocida.

En esta técnica se obtienen datos de una línea de GPR, perpendicular al eje de mayor longitud del objeto de profundidad conocida. Como puede ser un tanque o una tubería, se determina el tiempo de viaje de la señal del objeto, desde los datos de GPR, y se estima la velocidad del material usando la siguiente relación:

$$\text{Velocidad} = \text{tiempo de viaje} / \text{profundidad.}$$

Identificación de la información.

La ejecución de un trabajo de campo para un estudio de GPR, se iniciara con la selección en número y frecuencia de las antenas a utilizar, la longitud y separación de los perfiles que se realizarán, coordinando tales actividades, así cómo la instalación correcta de las antenas e interconexiones entre la consola principal, computadora y todos los accesorios necesarios. La técnica consiste en mantener fijas las distancias entre las antenas que se vayan a necesitar dependiendo de la frecuencia utilizada, para posteriormente efectuar las mediciones a lo largo del perfil en estudio, para una distancia elegida previamente en función de la profundidad de exploración requerida, obteniendo el radagrama, el cual proporcionará información del medio. Se deben analizar los registros obtenidos en campo, identificando tanto los reflectores que se pudieran observar y que coincida con la onda de aire producida por una señal, que viaja directamente de la antena receptora sobre la superficie del terreno a la velocidad de la luz (0.3 m/ns); el segundo evento se conoce como onda directa de terreno y es una señal que viaja a través de la capa más superficial del mismo.

En el radagrama el eje vertical representa el tiempo de lectura y el eje horizontal estará representado por las posiciones de las antenas sobre el perfil en estudio. Se realiza la alineación correspondiente en el primer reflector, en todas las lecturas realizadas, y se efectúa un procesamiento a los datos de campo utilizando diferentes filtros para obtener una señal más clara de las anomalías buscadas.

Se realiza la interpretación del sondeo de velocidades, para obtener la velocidad del medio y se procede a convertir los tiempos del eje vertical del radagrama, en profundidades reales.

PROCESAMIENTO DE LOS DATOS.

Como hemos visto, el contraste de las propiedades eléctricas de los materiales en el subsuelo determinan la reflexión, transmisión y atenuación de la señal durante su recorrido, además, la señal viaja en función del tiempo y se atenúa en función de la distancia. Relacionado con estas características físicas, existen otros factores que afectan a la señal, como podría ser la geometría del medio, la inclinación y la rugosidad de los reflectores, etc.

El efecto de difracción se aprecia en una sección, cuando la señal incide en cavidades, en cambios bruscos de pendiente o bien cuando el radio de curvatura de la anomalía es más pequeño o igual que la longitud de onda de la señal. Se observa generalmente como una “U” invertida, cuya amplitud máxima se localiza en algún punto a lo largo de la línea del perfil y decrece rápidamente conforme se aleja de ese punto (Cantos, 1973). Es producido cuando la señal electromagnética emitida por el radar es radiada en un cono tridimensional de 45° aproximadamente, incidiendo en estructuras localizadas dentro de la radiación de la antena. Sin embargo, las reflexiones captadas por el radar son señales que forman un ángulo crítico con la superficie de incidencia (Ley de Snell), provocando que el efecto de las estructuras del subsuelo se registren en las trazas, antes y después que el receptor se localice en la posición real del reflector.

La difusión se produce cuando el impulso electromagnético choca con objetos pequeños comparados con la longitud de onda y se caracteriza por la formación de pequeñas ondas, que propagan la energía en todas direcciones. Parte de lo que se considera ruido, puede deberse a este efecto, ya que produce energía distribuida al azar en la superficie (Cantos 1973).

Los efectos llamados múltiples se analizan, considerando la tendencia de los eventos, es decir, los tiempos de llegada entre eventos que se producen cuando la señal electromagnética encuentra un contraste de impedancia eléctrica entre interfaces, debido a que la energía se refleja varias veces dentro del medio hasta atenuarse. Si este contraste entre dos interfaces es muy cercano o intenso parte de la energía reflejada dentro de estas interfaces puede llegar al receptor más de una vez originando eventos repetidos a lo largo del barrido.

Secuencia de procesamiento.

Las trazas de un radagrama se componen de puntos coordinados, donde “x” es el intervalo de tiempo de registro (ns) y “y” es la amplitud del impulso. El primer pulso de la traza llega a la antena receptora y se denomina primer arribo o tiempo cero. El número de puntos que contiene una traza, está determinado por una ventana de tiempo y el intervalo de tiempo en que se registra cada dato.

Esta información se nos proporciona en las cabeceras de los registros, y son importantes por que nos permiten conocer información de los procesos que se han utilizado durante la adquisición de los datos en campo.

A los datos obtenidos con el GPR se les aplican procesos para resaltar o eliminar efectos cómo los descritos con anterioridad. A continuación, con el objeto de llegar a una interpretación y evaluación final de los registros, se describen algunos de los procesos y la secuencia sugerida para su aplicación:

- Editar los registros para poder determinar las zonas en las que existe una anomalía.
- Detectar las anomalías que se han producido durante el proceso de adquisición de datos por efectos externos al medio, analizarlas si es posible.
- Selección de escala para las amplitudes.
- Aplicación de los filtros para eliminar frecuencias no deseadas.
- Aplicación de migración, deconvolución y transformada de Hilbert.
- Correcciones estáticas.
- Ganancias.
- Stacking, suma de las trazas.
- Obtención de tiempos de propagación de cada uno de los medios (si se conocen y se pueden estimar los parámetros electromagnéticos).
- Obtención de profundidades correspondientes a cada una de las anomalías.
- Correlación de resultados con otros perfiles próximos o perpendiculares al estudiado.
- Correlación con los resultados de otros estudios geofísicos o geológicos y con la información previa del estudio efectuado.
- Interpretación final de los estudios y obtención de un modelo del medio que explique todas las anomalías observadas o la mayor parte de ellas, observando coherencia con los datos previos obtenidos y con los conocimientos geológicos de que se dispongan.

Los ejemplos para cada uno de los procesos explicados en el presente trabajo, se han realizado a través del programa de RADAN III, el cual nos permite editar los registros, efectuar operaciones matemáticas entre las trazas, realizar correcciones estáticas y dinámicas, aplicar filtros y seleccionar partes del registro.

Corrección de deriva del tiempo cero o primer arribo.

En la adquisición de los datos del GPR, las trazas sufren desfasamientos en sus primeros pulsos en escala de tiempo cero, esto es debido a que los elementos del equipo del radar sufren variaciones de temperatura, provocando que los primeros arribos tengan variaciones unos con otros con respecto al tiempo de llegada. El primer paso del procesado de datos, consiste en desplazar los primeros arribos de las trazas a una línea de tiempo cero, para encontrar el desfasamiento del tiempo entre señales, esto se logra mediante la función de cross-correlación, que proporciona el desplazamiento relativo entre dos conjuntos de datos. Telford, et.al., (1976).

Filtros

Los filtros son funciones que realzan o disminuyen las características de una función o señal, se pueden aplicar para seleccionar y/o eliminar frecuencias que contienen las señales, que generan ruido en los registros.

Existen dos grandes grupos de filtros, que a su vez cuentan con varios tipos de filtros, los cuales se deben escoger con mucho cuidado, para aplicarlos a los datos y obtener los resultados necesarios, a continuación se describen algunos de ellos.

- Los Filtros Verticales

Son los denominados F-K o filtros temporales, se aplican a cada una de las trazas del registro, por lo tanto son aplicados en la coordenada vertical de los registros, consisten en transformar las reflexiones registradas en el tiempo en datos en el dominio de la frecuencia utilizando la Transformada de Fourier, esto se logra multiplicando cada señal por un operador que vale la unidad en la banda de frecuencias que interesa conservar y que tiende a cero en la banda de frecuencias que no interesa, el filtrado se aplica en el espacio transformado en el cual los datos temporales (y por ello en distancias) se han transformado en datos frecuenciales (o en número de onda). Cuando se aplica este tipo de filtros es conveniente realizar un estudio de frecuencias antes de la aplicación y después de la misma, para comprobar que se ha realizado correctamente y para evitar perder información que podría ser útil y pueden ser:

Paso Altas.-El cual elimina frecuencias por abajo del ancho de banda seleccionado.

- Removes tilt. Remueve inclinaciones y elimina bajas frecuencias
- IIR. Respuesta al impulso infinito.
- Boxcar
- Triangular

Paso Bajas.-Elimina frecuencias por encima del ancho de banda seleccionado.

- Removes high freq. Noise. Remueve ruido de alta frecuencia.
- IIR
- Triangular.

También se utilizan para realizar correcciones de línea base o para eliminar parte del ruido electrónico inherente a cada traza.

- Los Filtros Horizontales

Son denominados también espaciales, se aplican horizontalmente al registro, es decir, en forma espacial, su objetivo es la eliminación del ruido de fondo de un radagrama. Este ruido puede ser de altas frecuencias, el cual se registra en pocas trazas seguidas, generado al deslizar la antena por un terreno irregular. También se pueden registrar altas frecuencias, apareciendo en bastantes trazas consecutivas, esto es ocasionado probablemente por un reflector externo. Al hacer el filtrado del ruido, generado al deslizar la antena por un terreno irregular, la salida del filtro es la traza promedio resultante. En el segundo caso consiste en un promedio de trazas consecutivas, pero la salida del filtro es el resultado de restar la traza promedio obtenida a la traza central de las trazas consecutivas.

Paso Altas.-El cual remueve ruido de fondo.

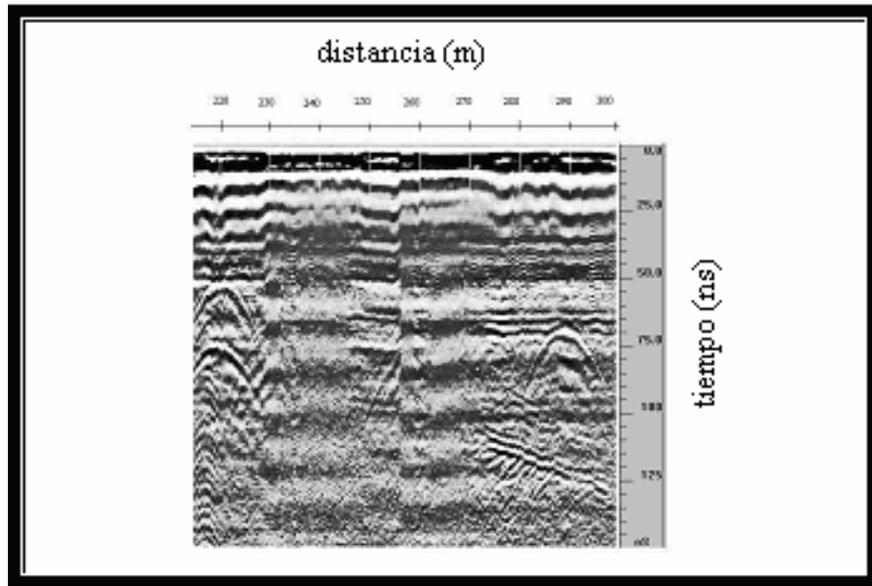
- Apilamiento. Promedio de corrida.
- IIR respuesta al impulso infinito.
- Boxcar.
- Triangular

Paso Bajas-Elimina frecuencias por arriba del ancho seleccionado.

- Background Removal. Remoción de ruido
- IIR respuesta al impulso infinito
- Boxcar
- Triangular

En la figura 11 se muestran tres figuras en formato LINESCAN, en la primera se muestra el radagrama, posteriormente es filtrado por un filtro horizontal paso-altas y después es filtrado por un filtro pasa-bajas.

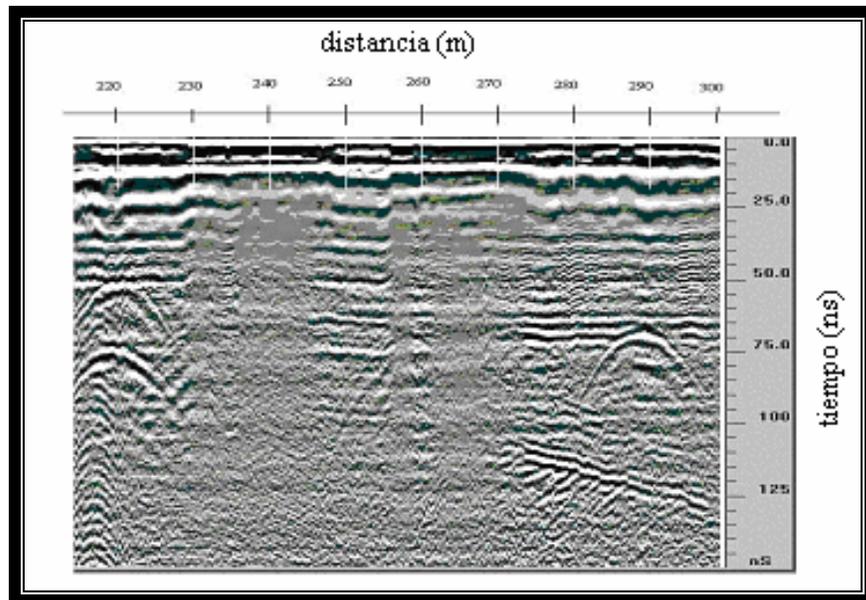
RADARGRAMA LINESCAN



a)

FILTROS HORIZONTALES

PASA-ALTA



b)

PASA -BAJA

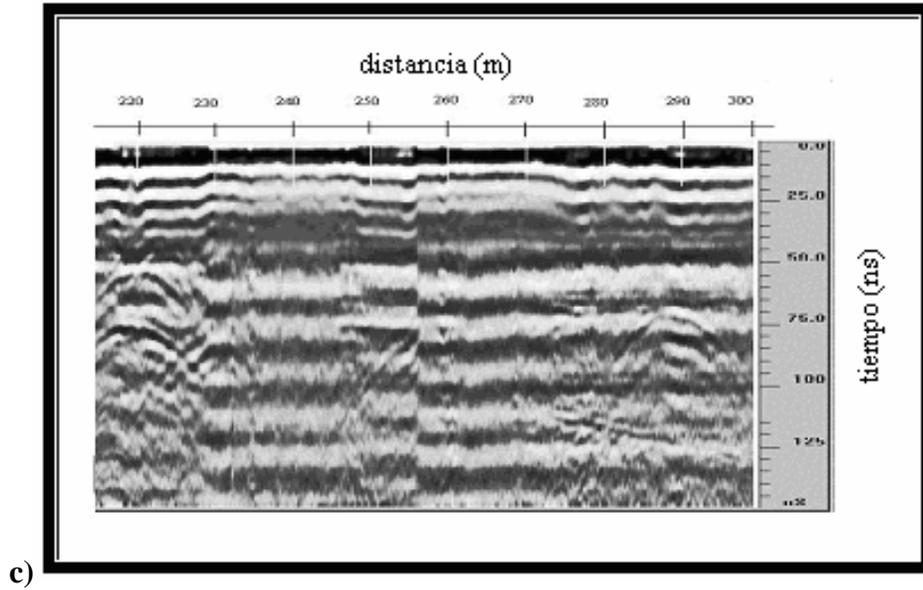


FIGURA 11

Formato LINESCAN
a) Radagrama.
Filtros horizontales
b) pasa-alta
c) pasa-baja.

Filtros Verticales Pasa - Bajas

La figura 12, nos muestra un esquema donde se puede ver una traza del radagrama en su representación en osciloscopio sin filtrar y la misma traza filtrada aplicándole un filtro vertical pasa-bajas.

Datos sin filtrar

Datos filtrados

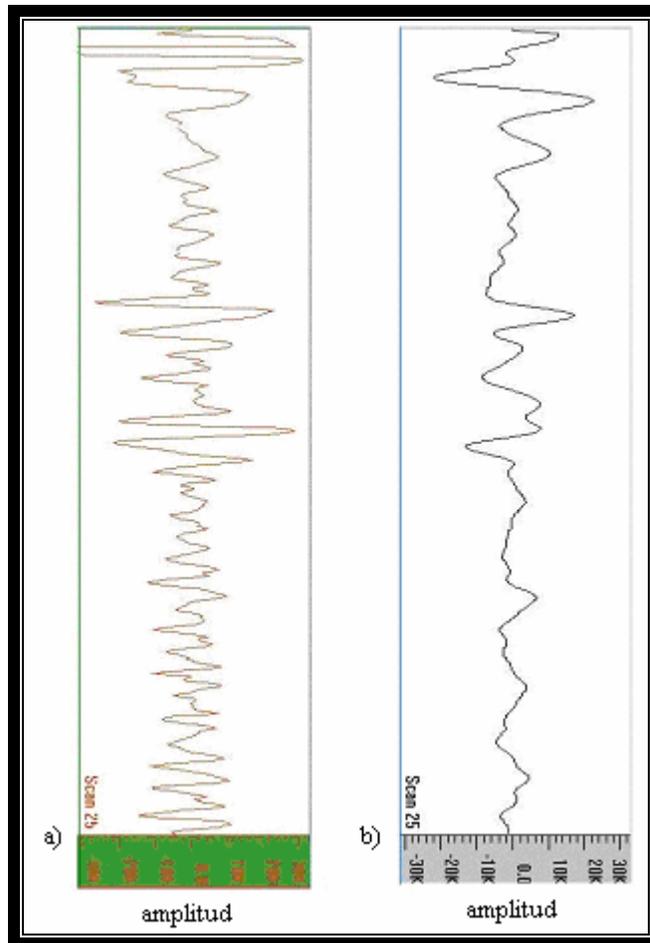


FIGURA 12

TRAZAS EN OSCILOSCOPIO

- a) Trazas del radagrama sin filtrar.
- b) Trazas del radagrama filtrada con un filtro vertical, pasa-bajas.

Filtro Verticales Paso – Alta.

En la figura 13, se puede ver una traza del radagrama en su representación en osciloscopio y la misma traza, pero filtrada pasando por ella un filtro vertical pasa – altas.

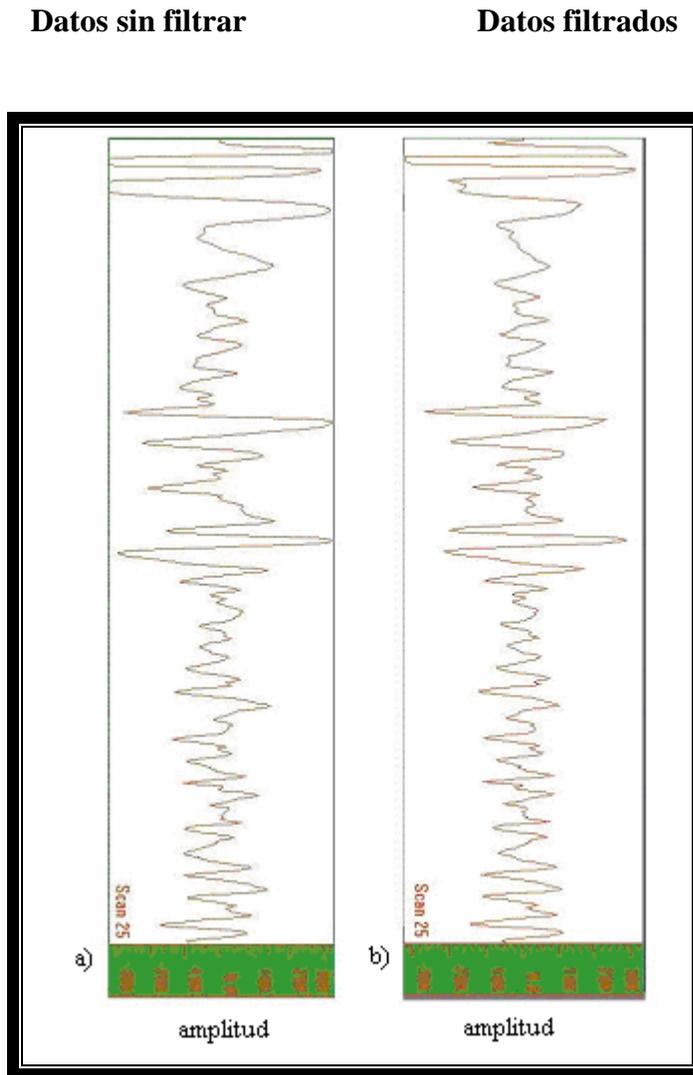


FIGURA 13

TRAZAS EN OSCILOSCOPIO
a) Trazas del radagrama sin filtrar.
b) Trazas del radagrama filtrada por un filtro vertical pasa-altas.

Función de Ganancia.

Con la función de ganancia se amplifica la señal, ésta no tiene que ser constante durante toda la longitud de las trazas, se puede variar con el tiempo de propagación de la onda. Tiene por objeto amplificar eventos asociados con reflexiones profundas o poco energéticas, aumentando las amplitudes que, por su pequeño tamaño, no serían tomadas en cuenta en la interpretación de los registros. Se utiliza para corregir los efectos de disminución de energía producidos durante la propagación de la señal.

La función de ganancia puede ser desde 2 a 8 puntos, existe una función de ganancia lineal de 2 puntos, que es buena para rangos bajos de frecuencia, aplicar 5 puntos de ganancia para rangos grandes. La función de ganancia deberá ser suave, las reflexiones fuertes no deberán exceder las $\frac{3}{4}$ partes del ancho de la ventana. Una función de ganancia grande causa recortes de la señal, las ganancias bajas causan pérdida de datos. En la figura 14 siguiente, se puede ver la pantalla en el equipo en la cual se puede modificar la función de ganancia, aplicada al iniciar el estudio.

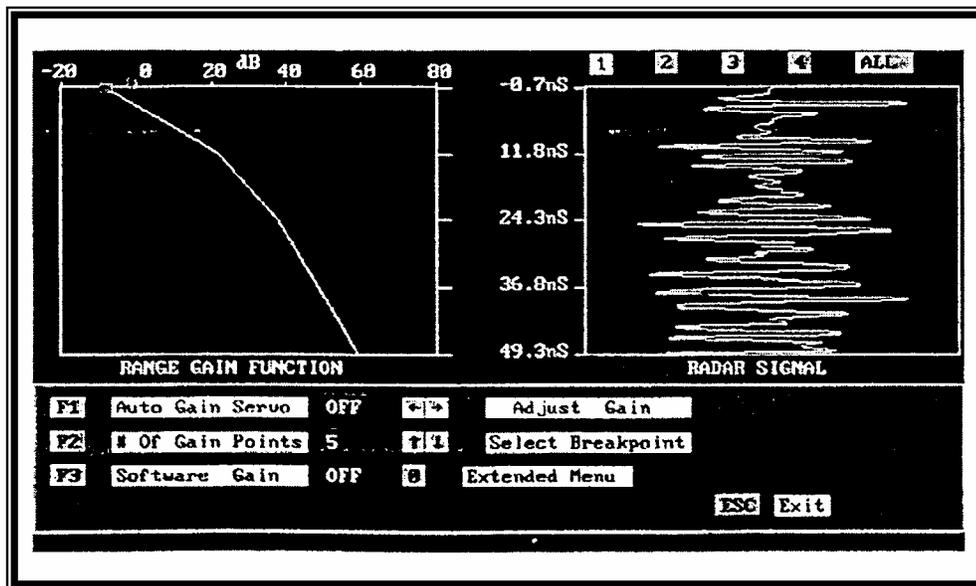


FIGURA 14

Función de ganancia aplicada al iniciar el estudio.

Escala de color y transformación de color.

El despliegue de datos de un radagrama, puede efectuarse en un formato denominado escala de color, en donde a cada punto de las trazas se le asigna un color, en función de una escala lineal de amplitudes, obteniendo un registro continuo de las reflexiones del subsuelo basado en la escala de colores (Annan, 1976). En la escala de color hay 16 amplitudes de color, 8 positivas y 8 negativas. Existen varias transformaciones de color: la transformación de color, lineal # 1, hay que utilizarla mientras las ganancias se estén seleccionando, la transformación de color, raíz cuadrada #2, es buena para mostrar reflexiones de baja amplitud, y la transformación de color, elevada al cuadrado #4, es buena cuando los objetos son de muy alta amplitud, ejemplo, metal. En la figura 15 se puede ver el despliegue de datos de un radagrama donde la tabla de color es aplicada en 22 y el número de color es 16.

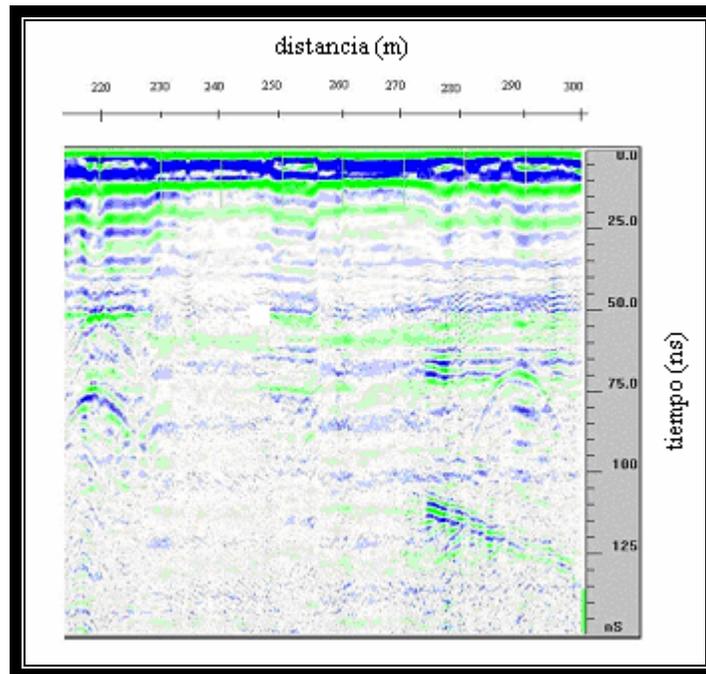


FIGURA15 El radagrama en escala de color, donde la tabla de color es aplicada en 22 y el No. de color es 16

Migración.

El proceso de migración resuelve la ecuación de onda mediante la transformada de Fourier, usando una aproximación espacial F-K en el dominio de la frecuencia-número de onda, para producir la imagen migrada de una sección del radar. Es un proceso mediante el cual es posible eliminar los efectos de difracción, distorsión e interferencia que se observan en un radagrama y su propósito es enfocar la energía dispersa de los reflectores y difractores a su posición original, determinando su forma y localización en el subsuelo (Fisher,et.al., 1992).

La información de tiempo es registrada en un plano vertical, sin tomar en cuenta el desplazamiento lateral del reflector a profundidad, causando el efecto de difracción. Este efecto es eliminado mediante la migración, calculando el desplazamiento de la vertical (señal registrada) al plano normal (posición real) del elemento reflejante y produciendo una reconstrucción original del campo de onda en el espacio, con el fin de determinar la forma y localización de los reflectores a profundidad (Stanislav, 1984).

Para utilizar este tipo de tratamiento se necesita estimar la velocidad promedio de propagación del medio, pero puede conocerse a partir de las hipérbolas generadas en las difracciones. Consiste básicamente en calcular la ecuación de cada una de estas hipérbolas desplazando al reflector al vértice de la hipérbola. Como la ecuación de la hipérbola depende de la velocidad de propagación en el medio, un error en este parámetro ocasiona que la velocidad estimada sea inferior a la real (colapsar la hipérbola totalmente), o bien que se produzca el efecto de submigrado, el cual consiste en que la velocidad estimada sea superior a la real.

Transformada de Fourier.

Es una forma de tratar los datos, conocida ampliamente, consiste en un análisis frecuencial que permite el estudio de la evolución de los parámetros de la señal en función de la frecuencia.

Se utiliza generalmente para obtener los espectros de frecuencia de las trazas, para poder seleccionar mejor los filtros, las frecuencias que se pueden aplicar o para comprobar los efectos que sobre las frecuencias ha tenido la aplicación de alguno de los mencionados filtros.

Transformada de Hilbert.

Es un procedimiento matemático que expresa la relación entre la parte real y la parte imaginaria de una señal, con lo que se puede obtener una envolvente de las amplitudes de los registros, la fase y la frecuencia instantánea. Esta última puede utilizarse como indicador del tipo de filtrado que sufre la señal durante su propagación por el medio, es decir, que proporciona la información del comportamiento del medio frente a la señal. La obtención de la envolvente de una traza, proporciona información del comportamiento del medio acerca de la amplitud instantánea de la señal, por lo tanto, acerca de la energía implicada en cada evento.

Corrección Estática.

Se utiliza para corregir los efectos que se producen sobre un registro por la topografía de la superficie o debido a variaciones bruscas de la velocidad en el medio.

Superposición de Trazas.

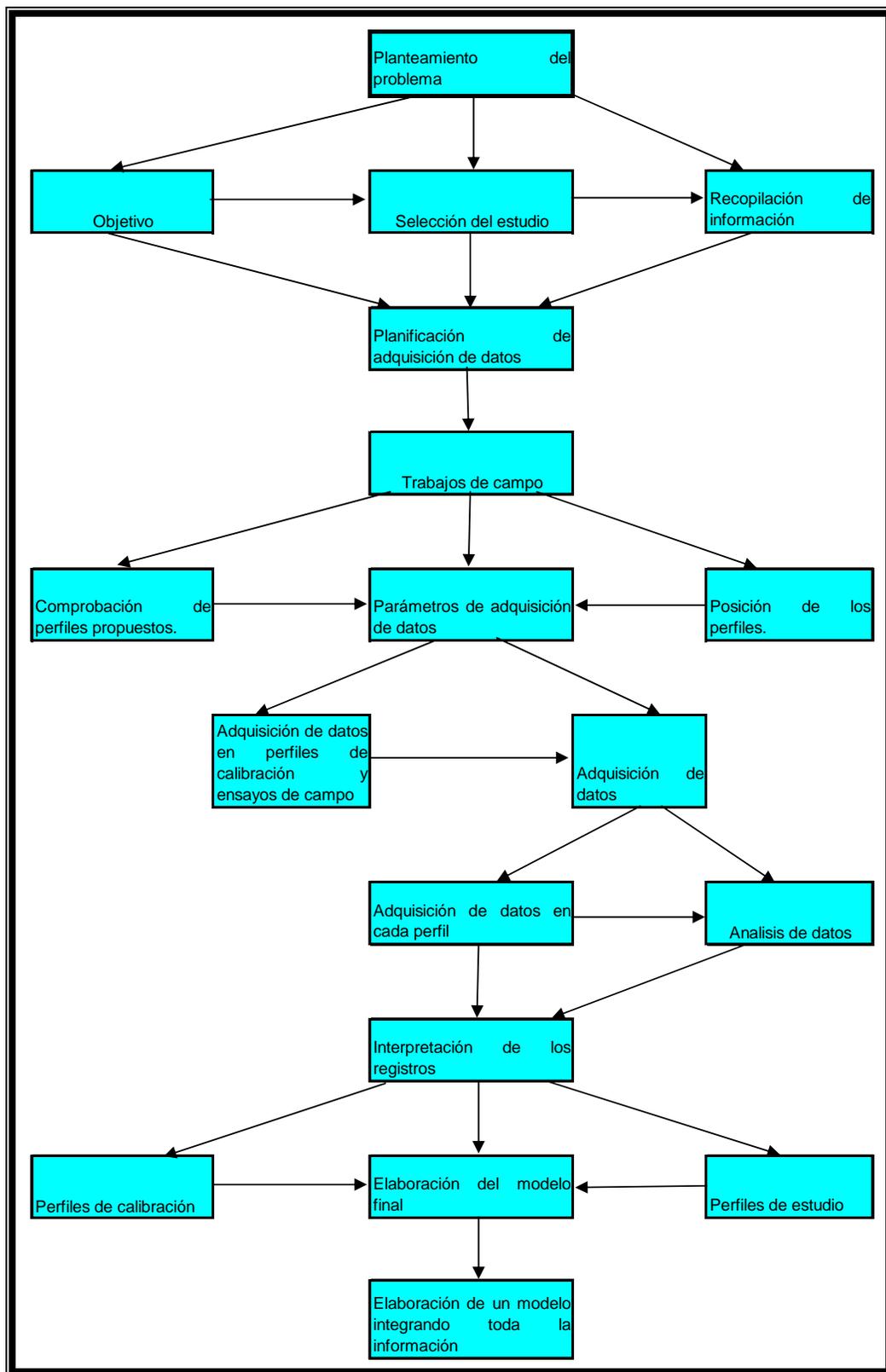
Cuando se realiza una adquisición de datos en perfiles mediante antenas mono-estáticas, este tipo de corrección es posible. Consiste en la suma aritmética de dos o más trazas consecutivas y el resultado enfatiza los eventos coherentes y disminuye la amplitud de ruido mejorando la relación entre la señal y el ruido. Pero este procedimiento empeora la resolución horizontal de estudio.

En caso de antenas bi-estáticas, el objetivo final es mejorar la relación entre la señal y el ruido de un registro, superpone todas las trazas que pertenecen a un punto medio común (CMP), y enfatiza las señales coherentes disminuyendo las incoherentes por interferencia destructiva cuando se adquieren los datos, para ello es necesario obtener la velocidad denominada Stacking.

INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS.

Una vez obtenido el radagrama final, éste deberá ser analizado, diferenciando aquellas anomalías geofísicas producidas por efectos causados por estructuras externas, así como los efectos producidos por los cuerpos de interés. En ocasiones es posible dar una interpretación directa a los registros, pero muchas veces antes de llegar a una interpretación final, se requiere de un largo proceso de interpretación.

El siguiente esquema muestra el proceso seguido en un estudio de georadar, desde la planificación hasta la obtención de resultados y su interpretación, aunque para poder interpretar correctamente no siempre es necesario efectuar todos los pasos y las correcciones explicadas.



INTEGRACIÓN DE RESULTADOS.

Los resultados de la prospección por GPR, se deben presentar en un informe técnico, el cual debe incluir lo siguiente:

1° Un plano de localización del área estudiada, que destaque claramente su ubicación física en relación con el entorno geográfico de la zona. Este plano debe mostrar claramente la información sobre las poblaciones cercanas, las rutas de acceso y las distancias aproximadas, que permitan el acceso al sitio estudiado.

2° Un plano de ubicación de los trabajos realizados, que muestre la posición de cada uno de estos en el área estudiada, indicando todas las referencias que permitan ubicarlos

3° Un plano que contenga las líneas de radar, mostrando los radagramas realizados con sus respectivas zonas anómalas, que identifiquen los diferentes rasgos de los materiales en el subsuelo.

4° Se integra toda la información disponible junto con el modelo final elaborado.

Las técnicas de procesamiento de los datos descritas en este capítulo, son aplicables en el dominio del tiempo o en el dominio de la frecuencia. Sin embargo dadas las características no estacionarias de las señales de georadar, se pueden utilizar técnicas de análisis que incluyan ambos dominios, a partir de series de tiempo.

Tanto la descripción temporal de una señal $s(t)$, como la frecuencial $S(f)$, la representan de forma determinista en su totalidad, suministrando toda la información disponible, pero no ofrece de manera clara la localización temporal de una componente frecuencial concreta, o el espectro en un instante determinado.

Si se habla de señales aleatorias se sabe que el espectro es un concepto válido solo cuando el proceso es estacionario. Si se trata de procesos no estacionarios hay que definir si es posible, un espectro variante en el tiempo (Flandrin, 1984).

En una distribución Tiempo – Frecuencia se consigue o se aproxima una localización de la energía de la señal simultáneamente en tiempo y en frecuencia.

En el capítulo siguiente, se describe el uso combinado de ambos dominios, permitiéndonos aprovechar mejor las características presentes en la señal, definiendo una función de dos variables, Tiempo – Frecuencia, que localice la energía de la señal.

CAPÍTULO III

ANÁLISIS DE SEÑALES EN TIEMPO-FRECUENCIA.

La Geofísica a partir de varios métodos ya implementados en el ámbito de la Ingeniería, nos permite conocer el subsuelo por medio de señales generadas a través de ondas mecánicas, eléctricas, magnéticas o electromagnéticas, que se relacionan con funciones matemáticas, utilizando para ello el procesamiento de señales, que consiste en una serie de procesos matemáticos, que distinguen o realzan anomalías de los fenómenos físicos observados por estos métodos, para obtener así las características del medio.

En este capítulo describiremos de manera general algunas de las herramientas que tenemos a nuestra disposición en el ámbito del análisis tiempo y frecuencia, así como las características de la señal a analizar, para ello existe la necesidad de presentar la información coleccionada por los diferentes métodos como una función de tiempo.

La necesidad de adquirir la información en tiempo real, ha creado un gran interés en nuevos métodos para recoger la información; el análisis de series de tiempo, es un análisis secuencial de la información, donde el término serie de tiempo, es aplicable a series de información tanto temporales como espaciales.

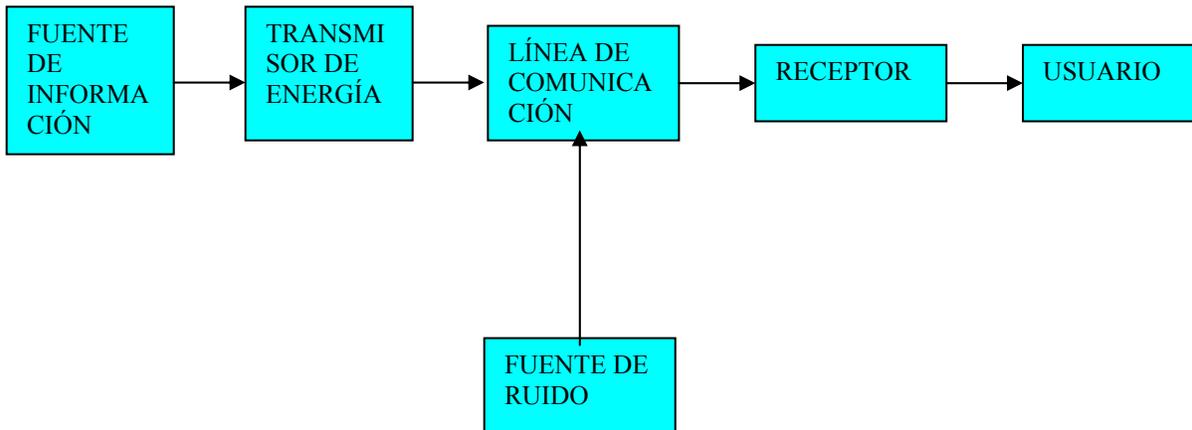
CARACTERÍSTICAS DE LA SEÑAL A ANALIZAR.

El método de GPR, se basa en la propagación de ondas electromagnéticas en un medio no homogéneo y que consiste de diferentes capas y propiedades, generando un impulso que interactúa con el medio en donde las ondas se transmiten, se reflejan y se dispersan. Fenómeno ya descrito en el capítulo anterior.

Las ondas que se reflejan en las diferentes capas, son recibidas en forma de señal por un receptor. Las señales se identifican por dos propiedades, la amplitud en el tiempo y la amplitud en la frecuencia, y que contienen:

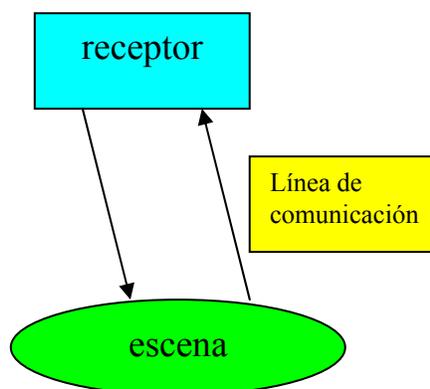
$$\text{Información real} \left\{ \begin{array}{l} \text{Necesaria} \\ \text{No necesaria} \end{array} \right. + \text{Ruido}$$

Estableciendo un esquema de comunicación que consta de:



Donde la fuente de información es la porción de la señal que a nosotros nos interesa; el transmisor, es la corriente eléctrica que se envía en forma de impulso electromagnético. Esta señal está en función del parámetro a medir y del tiempo $S(\alpha, t)$. La línea de comunicación que recibe la señal y la codifica. El receptor que entiende la codificación y nos da los parámetros que medimos y el ruido, que proporciona una información adicional, conformando la señal recibida.

Este sistema nos permite establecer un canal de comunicación con el receptor.



Obteniendo un parámetro α estimado, en donde es necesario que este parámetro sea lo más parecido a la señal emitida, esto quiere decir que debemos responder a las siguientes preguntas: ¿Qué queremos medir?, ¿Cómo debemos medirlo? y ¿Cuánto tenemos que medir? Con estos elementos, nosotros podemos establecer la ecuación de observación:

$$U(\alpha, t) = S(\alpha, t) + n(t) \quad \text{-----} \quad (3.1)$$

Donde $U(\alpha, t)$ es la señal que recibimos, $S(\alpha, t)$ es la señal que enviamos y $n(t)$ es ruido.

Las señales tienen ciertas características como son: la longitud de onda (λ), que es la distancia entre dos frentes de onda que están en la misma fase y se mide en m/ciclo. La amplitud, que es la máxima elongación de su posición de equilibrio que alcanzan las partículas. El período, que es el tiempo que tarda en realizarse un ciclo de la onda, y la frecuencia, que es el número de ondas emitidas por el centro emisor en un segundo, se mide en ciclos/seg = Hertz.

Para poder utilizar este tipo de señales hay que discretizar o digitalizar la señal, en un período de tiempo que contiene un pedazo de la información. Para clasificar esta información se dice que la señal es de tipo continuo si esta señal puede tomar cualquier forma, o bien de tipo discreto si la señal toma únicamente ciertos valores, y para trabajar con ella existen varios procesos de clasificación como:

Los procesos estacionarios, que son aquellos que no dependen del tiempo y los procesos no estacionarios que son aquellos que dependen del tiempo.

Los procesos también pueden ser de tipo determinado cuando el argumento de la señal está definido en cada momento del tiempo, o bien, procesos aleatorios donde el argumento de la señal no está determinado en un tiempo.

Las señales físicas son obtenidas por receptores registrando en ellos la variación del tiempo, por lo tanto, la primera representación de la señal obtenida naturalmente, es en el tiempo. Si se conoce la variación del tiempo en que ocurren y la amplitud de cada frecuencia que contienen, se identifica completamente la señal.

La información de la señal obtenida en series de tiempo, se analiza después de ser editada y verificada, usualmente involucrando muestreos derivados de las cantidades estadísticas. Estas cantidades indican como los sensores ayudan a caracterizar la variabilidad de las observaciones. Sin embargo, las cantidades estadísticas nos dan sólo una pequeña idea, dentro de los diferentes tipos de señales, de cómo son mezcladas cuando se hace el registro de la señal.

La propuesta de este capítulo es presentar otras metodologías, que examinen la serie de información en términos de Tiempo-Frecuencia contenidas en la señal. El análisis secuencial de la información es conocido como análisis de serie de tiempo, en este trabajo se presenta una

de estas técnicas de análisis de las representaciones Tiempo-Frecuencia cuadráticas, basándose en la función de la distribución de Wigner-Ville. El término de serie de tiempo será aplicado en ambos dominios, tanto en el tiempo como en la frecuencia.

Representación Tiempo-Frecuencia Wigner-Ville.

Las representaciones Tiempo-Frecuencia son capaces de focalizar cambios en frecuencia con respecto al tiempo, por lo que la clasificación o detección de determinadas propiedades de la señal analizada se mejoran.

En el intento de obtener las funciones capaces de representar simultáneamente el hecho físico de la variación del espectro de frecuencias con respecto al tiempo y utilizar esta función de una variable, tal como se emplea la función de densidad de energía. Una primera aproximación a las transformadas Tiempo - Frecuencia, consiste en analizar la señal con la transformada de Fourier consecutivas y de corta duración (STFT). Es posible conocer con más precisión la evolución de la componente espectral, tomando pequeñas ventanas de la señal, para poder apreciar de cada una de ellas su variación con el tiempo en la distribución espectral.

Posteriormente se desarrolla la Representación Espectrograma, esta representación equivale directamente dentro de las representaciones Tiempo- Frecuencia cuadráticas, a la transformada de Fourier consecutiva y de corta duración, consiste en valorar al cuadrado la transformada de Fourier consecutiva y de corta duración obteniéndose el espectrograma.

A partir de esta representación, surgen numerosos trabajos de aplicación para solucionar el problema de conocer la evolución de las componentes espectrales con el tiempo, su baja resolución lleva a intentar obtener métodos más eficaces como la Transformada Wavelet (Daubechies, 1992).

Wigner, (1932), obtiene una distribución para el estudio de fenómenos relacionados con la mecánica cuántica Ville, (1948), establece la forma actual de la Distribución Wigner-Ville que es la base de una gran familia de distribuciones cuadráticas. Gabor, (1946), en el contexto de la mecánica cuántica sienta las bases de la mayoría de las distribuciones Tiempo-Frecuencia, como se conocen actualmente.

Otro de los avances importantes es la obtención de la Función de Ambigüedad, relacionada con la distribución Wigner, que origina la función de correlación Tiempo-Frecuencia, aportando nueva información acerca de las características de la señal especialmente en radar y comunicaciones (Lieb,1990; Rihaczeck, 1969; Steiner, 1981).

Cohen (1996), propone un método general para la obtención de una familia de distribuciones Tiempo-Frecuencia llamada Clase Cohen que se basa en una distribución genérica, que permite obtener las distribuciones publicadas hasta esa fecha y desarrolla nuevos tipos

mediante la definición particular de una función englobada dentro de la definición general, a la que Claasen (a,b,c; 1980), llama “kernel”.

Las señales que ocurren generalmente en la naturaleza, son no estacionarias, es decir, son aquellas cuyas propiedades varían a lo largo del tiempo, esto nos lleva a que la variable intrínseca sea el tiempo y que en la adquisición o generación de la señal tenga como paso imprescindible el tratamiento de la señal en el dominio temporal

El concepto de estacionariedad, implica que sus propiedades o momentos estadísticos no varían a lo largo del tiempo, y en sentido amplio Porat (1994), permite realizar estimaciones bastante fiables. Esta suposición restringe el ámbito de aplicación ya que en el caso de señales no estacionarias la señal varía en el tiempo, por lo tanto, al aplicar métodos para señales estacionarias, los resultados no siempre son los esperados.

Señales en el Dominio del Tiempo.

La señal en el dominio temporal se define a través de dos características especiales: el tiempo medio y la duración.

Al momento en el tiempo en el que ambos lados de él se concentra la densidad de energía de la señal corresponde al Tiempo Medio. Puebles (1987) lo define como el valor absoluto de t , o como el valor absoluto de t^2 :

$$\langle t \rangle = \int t |S(t)|^2 dt \quad \text{----- 3(2)}$$

$$\langle t^2 \rangle = \int t^2 |S(t)|^2 dt \quad \text{----- 3(3)}$$

A la desviación estándar de la señal o momento central de segundo orden, se define como Duración (Kay, 1993), esto nos dice, si los datos de una serie están muy alejados respecto a la media de esta serie, indicándonos el tiempo alrededor del tiempo medio en el cual la señal persiste.

$$\sigma_t^2 = \langle t^2 \rangle - \langle t \rangle^2 \quad \text{-----3(4)}$$

Señales en el Dominio de la Frecuencia.

La representación de una señal observada en el dominio de la frecuencia permite:

- 1ª Conocer el origen de la señal en el análisis espectral.
- 2º Conocer los diferentes medios por los que viaja una señal, porque la frecuencia varía con el medio que atraviesa.
- 3º La simplicidad, debida a que una sencilla suma de sinusoides se reduce a elementos frecuenciales puntuales mediante la transformada de Fourier.
- 4º Que las ecuaciones diferenciales ordinarias y parciales sean una herramienta muy potente para su solución.

La Transformada de Fourier, consiste en la descomposición de una señal en la suma de señales sinusoidales de diferentes frecuencias (Proakis, 1997), cada senoide de frecuencia ω contribuye a la formación de la señal $s(t)$ en una cantidad que se conoce como espectro de la señal $S(\omega)$. En el dominio de la frecuencia, también se define una densidad de energía, que localiza las frecuencias más relevantes contenidas en la señal y una media frecuencial, así como su desviación estándar conocida como “ancho de banda”.

$$S(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int s(t)e^{j\omega t} dt \quad \text{----- 3(5)}$$

$$x(v) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-j2\pi vt} dt \quad \text{----- 3(6)}$$

Principio de Incertidumbre de Heisenberg.

Para el análisis de señales, el principio de incertidumbre de Heisenberg, no está relacionado con el tema originalmente descrito en el marco de la Teoría de la Mecánica Cuántica, se toma el mismo nombre debido a la analogía entre ambos temas, en este caso se trata de dos variables relacionadas entre sí, donde existe alguna propiedad que no se puede cumplir al mismo tiempo para ambas, es decir, los operadores asociados a dichas variables no conmutan, esto es importante pero no implica la imposibilidad de tener la densidad energética en el plano Tiempo – Frecuencia bien definida.

En este caso las variables son el tiempo y la frecuencia, este principio supone que en una Transformada Tiempo-Frecuencia llega a un punto límite en el que el ancho de banda o

duración, para frecuencia y tiempo respectivamente, no puede ser mejorado simultáneamente (Vetterli, 1995). Este límite viene impuesto por:

$$\sigma_t \cdot \sigma_\omega \geq \frac{1}{2} \quad \text{----- 3(7)}$$

Un camino sencillo para caracterizar una señal simultáneamente en el tiempo y en la frecuencia, es considerar su localización y dispersión en cada una de estas representaciones, esto puede obtenerse tomando, la distribución de probabilidad y viendo su valor medio y su desviación estándar.

Así tenemos que a partir de:

$$|x(t)|^2 \quad \text{y} \quad |X(v)|^2 \quad \text{Distribución de probabilidad} \quad \text{----- 3(8)}$$

$$t_m = \frac{1}{E_x} \int_{-\infty}^{\infty} t |x(t)|^2 dt \quad \text{Promedio de tiempo} \quad \text{----- 3(9)}$$

$$v_m = \frac{1}{E_x} \int_{-\infty}^{\infty} v |X(v)|^2 dv \quad \text{Promedio de frecuencia} \quad \text{----- 3(10)}$$

$$T^2 = \frac{4\pi}{E_x} \int (t - t_m)^2 |x(t)|^2 dt \quad \text{Tiempo expandido} \quad \text{----- 3(11)}$$

$$B^2 = \frac{4\pi}{E_x} \int_{-\infty}^{\infty} (v - v_m)^2 |X(v)|^2 dv \quad \text{Frecuencia expandida} \quad \text{----- 3(12)}$$

Donde E_x es la energía de la señal limitada:

$$E_x = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt < \infty \quad \text{----- 3(13)}$$

De tal manera que una señal puede ser caracterizada en el plano tiempo-frecuencia, por su posición media (t_m, v_m) y en el dominio de localización de energía media, donde el área es proporcional al producto tiempo-ancho de banda, $T \times B$.

Una interesante propiedad de este producto es que su límite inferior: $T \times B \geq 1$, es conocido como la Ecuación de Heisenberg – Gabor, la cual nos muestra que una señal no puede tener a la vez un soporte en el tiempo y la frecuencia, debido a la definición de la Transformada de Fourier.

Cuando el límite $T \times B = 1$ es alcanzado por la función gaussiana:

$$x(t) = C \exp\left[-\alpha(t - t_m)^2 + j2\pi\nu_m(t - t_m)\right] \quad \text{----- 3 (14)}$$

Donde $C \in \mathbb{R}$ y $\alpha \in \mathbb{R}_+$, por lo tanto las señales gaussianas son aquellas en las cuales se minimiza el producto $T \times B$ acordado por la desigualdad de Heisenberg - Gabor.

Esta propiedad supone una restricción importante para las representaciones Tiempo-Frecuencia, por ello, conociendo la aplicación en la que se va utilizar y las características de resolución temporal y espectral de cada transformada Tiempo –Frecuencia en particular, habrá que decidir en cada caso la representación más apropiada.

La figura 16, muestra cómo para la misma señal compuesta de dos señales chirp, con una modulación lineal en frecuencia, calculando primero con una ventana temporal grande y después con una ventana temporal estrecha, podemos ver que con la segunda ventana la resolución frecuencial empeora.

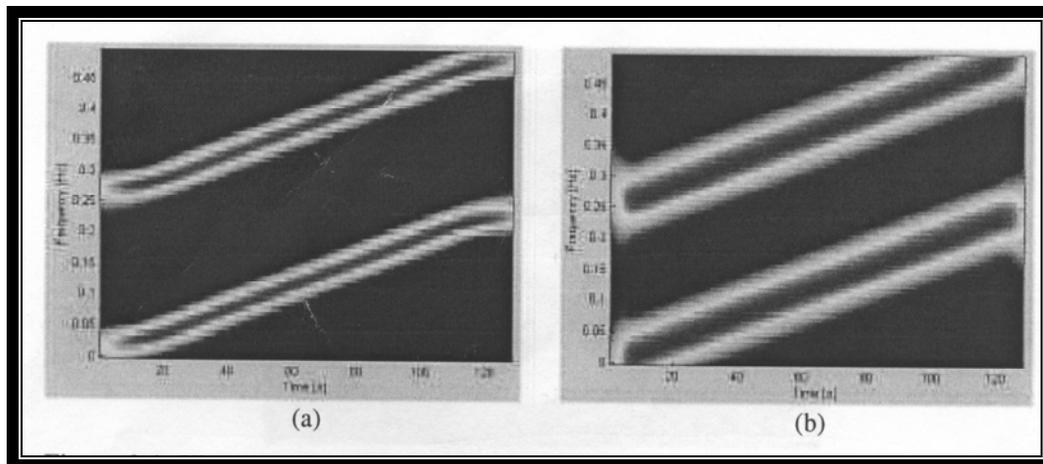


FIGURA 16

Visualización del principio de incertidumbre aplicado a una señal con diferentes ventanas temporales. Tomado de Rosado (2000).

Representación Tiempo-Frecuencia.

En una representación Tiempo-Frecuencia, se puede apreciar cómo han evolucionado las componentes frecuenciales a lo largo del tramo de tiempo analizado. Ésta consiste en una superficie tridimensional, cuyos ejes son el tiempo y la frecuencia y para cada par (t, f) , se dispone de un valor de amplitud al que se le va a llamar “energía” del punto. Este no es un significado clásico, ya que no siempre los valores de amplitud obtenidos corresponden con la definición teórica de energía. Se emplea únicamente para conocer la forma de la señal en el plano tiempo-frecuencia y obtener el valor de la concentración de intensidad en cada punto de la distribución global, apreciando la evolución de dicha amplitud tanto en el tiempo como en la frecuencia.

Dependiendo de la aplicación de las representaciones Tiempo-Frecuencia, resulta conveniente que satisfagan diferentes propiedades o tengan características de resolución y términos de interferencia concretos. Se han desarrollado las representaciones Tiempo-Frecuencia Lineales (Hlawatsch, 1991), posteriormente se desarrolla una amplia gama de diferentes representaciones que se pueden agrupar dentro de las llamadas representaciones Tiempo-Frecuencia cuadráticas como la Clase de Cohen y la Clase Afín.

En las representaciones lineales se muestra la señal descompuesta en el plano tiempo frecuencia basada en la amplitud de la señal temporal. En las representaciones cuadráticas, la descomposición se realiza basándose en la energía. La distribución en el plano tiempo-frecuencia es la energía de la señal, que para obtenerse se requiere de la señal al cuadrado.

Mediante un cálculo Tiempo-Frecuencia, normalmente se tiene una prueba de decisión más sencilla para resolver problemas de clasificación o detección. Cuando en la teoría de decisión no existe un criterio totalmente establecido, mediante el cálculo Tiempo-Frecuencia es posible formular soluciones mejores, basadas en una mejor comprensión de la señal analizada, modificando fácilmente el algoritmo de detección para mejorar la robustez del detector.

Representaciones Tiempo-Frecuencia Lineales.

Debido a su sencillez y similitud en cuanto a concepto y estrategia de cálculo con los métodos espectrales clásicos, las representaciones Tiempo-Frecuencia lineales son ampliamente utilizadas (Callahan, 1976; Portnoff, 1981; Allen, 1982).

Estas representaciones cumplen el principio de superposición y también se les llama descomposiciones atómicas, ya que proyectan la señal en el plano de forma que se obtienen celdas, que conforman la representación global.

Entre las principales exponentes de este tipo de representaciones se encuentran la Transformada Corta de Fourier, la Transformada de Gabor y la Transformada Wavelet.

La Transformada Corta de Fourier (STFT) toma, para una señal de larga duración, pequeños tramos de ella, realizando lo que se llama ventana y se calcula la Transformada de Fourier de ese tramo. Se pueden conocer las componentes frecuenciales de cada tramo en esa ventana de tiempo. De esta manera se analiza cada Transformada de Fourier obtenida en las ventanas y se observa el cambio de dichas componentes frecuenciales. La Transformada Corta de Fourier se define como:

$$\text{STFT}(t, f) = \int_{\tau} [x(\tau) \cdot \gamma^*(\tau - t)] \cdot e^{-j2\pi f\tau} d\tau \quad \text{----- 3(15)}$$

Para obtener buena resolución, la elección del tamaño de la ventana $\gamma(t)$ es crítica, si lo que se desea es obtener una gran resolución en el dominio temporal se debe elegir una ventana de poca longitud, pero la distribución espectral estará muy dispersa y no podemos conocer con exactitud sus componentes. En cambio, si se elige una ventana de gran longitud, nos mostrará con más precisión las componentes en frecuencia, pero perderemos la información relativa, su posición en el tiempo. Su principal campo de aplicación dentro del procesado de señales ha sido la identificación de sistemas, estimación espectral, detección de señales, estimación de parámetros, etc.

La Transformada de Gabor, consiste en una representación basada en la obtención de los llamados “átomos” (a_{mk}), estos complementan una rejilla donde un eje corresponde a la frecuencia y el otro al tiempo (Gabor, 1946; Bastiaans, 1995; Zeevi, 1995).

$$a_{mk} = \int x(t) \cdot \omega_{mk}^*(t) dt \quad \text{----- 3(16)}$$

donde:

$$\omega_{mk}(t) = \omega(t - mT) e^{jk\Omega t} \quad \text{----- 3(17)}$$

Es una función de ventana con una celda de muestreo $\Omega T \leq 2\pi$, con m y k enteros y que cumple las dos condiciones de biortonormalidad. Gabor propuso la función gaussiana.

a_{mk} nos indica que una señal puede ser reconstruida, mediante sumas de señales provenientes de una señal básica (la función ventana) desplazadas en el tiempo y moduladas en frecuencia, proporcionándonos los valores de amplitud para cada átomo.

De esta manera, si la celda de muestreo es demasiado grande no tendremos suficiente información para reconstruir la señal original, pero si es muy pequeña, la representación es redundante. (Qian, 1996).

Esta transformada puede considerarse como la inversa de la transformada corta de Fourier muestreada, y si $\Omega T < 2\pi$ puede decirse que tenemos un sobre muestreo. Esta transformada se ha empleado para generación de imágenes (Zeevi, 1995).

La figura 17, muestra la disposición del plano tiempo frecuencia utilizado en la formación de la Transformada Tiempo-Frecuencia de Gabor.

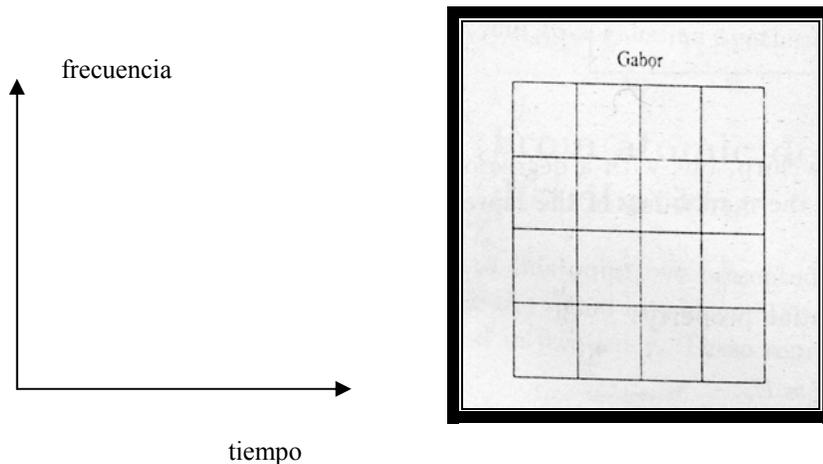


FIGURA 17

Disposición del plano tiempo- frecuencia utilizado en la formación de la Transformada Tiempo-Frecuencia de Gabor. Tomada de Herley (1993).

La Transformada Wavelet, básicamente consiste en la proyección de la señal de origen sobre una familia de funciones de media cero (wavelets) que se deduce de la función base llamada “wavelet madre” a partir de traslaciones y expansiones temporales de la misma.

Su expresión general es:

$$WT(t,f) = \int \sqrt{\left| \frac{f}{f_0} \right|} \cdot \gamma^* \frac{f}{f_0} \left(\frac{f}{f_0} (\tau - t) \right) d\tau \quad \text{----- 3 (18)}$$

Donde a $\frac{f}{f_0}$ se le conoce como factor de escala y a f_0 es la frecuencia central de la función wavelet $\gamma(t)$.

Esta función cambia con el factor de escala la duración y el ancho de banda de la wavelet, pero no cambia la forma. La transformada Wavelet es una proyección de la señal original sobre estas funciones simples, que utilizan pequeñas ventanas temporales a altas frecuencias y grandes ventanas a bajas frecuencias, es decir, las altas frecuencias tienen una mala resolución frecuencial y mejor resolución temporal que las bajas, resolviendo en parte la limitación de resolución de la Transformada corta de Fourier, debido a que para determinadas frecuencias esta resolución mejora notablemente. Estas proyecciones hacen que la transformada Wavelet sea equivalente a hacer pasar la señal a través de un banco de filtros pasa-banda con ancho de banda relativamente constante. Rioul, (1991).

La transformada Wavelet no proporciona una representación Tiempo-Frecuencia, sino que en lugar de eje frecuencial, dispone de un eje de escalas, que está relacionado con la frecuencia. La escala no es lineal, por lo que da un mayor peso a unas frecuencias que a otras. La resolución depende de la función Wavelet empleada que determina f_0 y por tanto, la escala aplicar.

Se ha aplicado con éxito en la codificación de señales de resonancia magnética y detección VF (Millet, 1997).

La figura 18, muestra la disposición del plano tiempo frecuencia en la Transformada Wavelet.

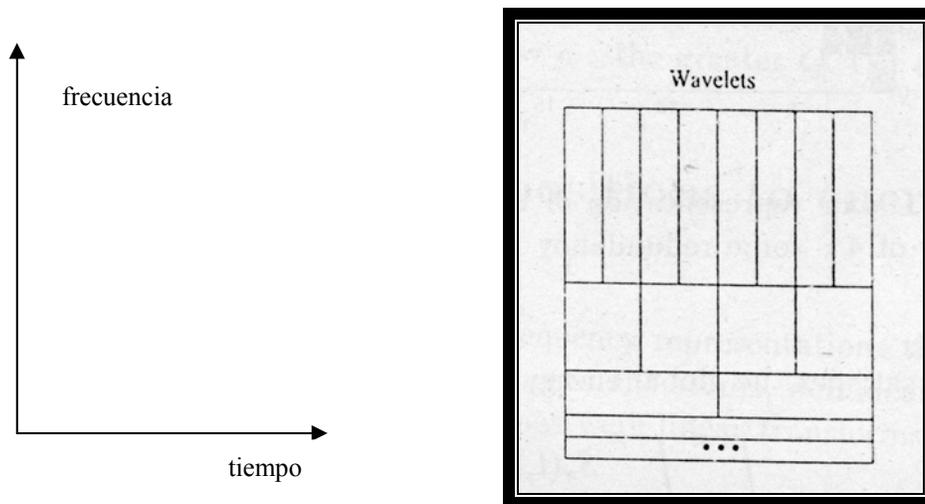


FIGURA 18

Disposición del plano tiempo- frecuencia en la Transformada Wavelet. Tomada de Herley (1993).

Representaciones Tiempo-Frecuencia Cuadráticas (Bilineales).

Las representaciones Tiempo- Frecuencia Cuadráticas, son aquellas en las que la dependencia con respecto a la señal es cuadrática. Esto permite asumir que se trata de una distribución energética dado que la energía es una representación cuadrática de la señal, por ello también se les llama “representaciones energéticas” y tratan de combinar los conceptos de potencia instantánea y densidad espectral de energía. Es decir, para una señal $s(t)$:

$$p_s(t) = |s(t)|^2 \quad \text{y} \quad P_s(f) = |S(f)|^2, \text{ respectivamente} \quad \text{-----} \quad 3(19)$$

Aunque no siempre pueden ser interpretadas como energía, ya que para ello deben cumplir las propiedades marginales (que se describirán más adelante). A través de la representación Tiempo-Frecuencia, siempre es posible hacerse una idea de la distribución energética aproximada de la señal analizada.

Las representaciones Tiempo-Frecuencia muestran la evolución de las componentes frecuenciales de una señal a lo largo del tiempo.

Los términos de interferencia, son los principales inconvenientes de las representaciones Tiempo-Frecuencia bilineales. Estos términos se generan debido a la presencia cuadrática de

la señal que contiene varias componentes frecuenciales incluyendo el ruido (Señal multicomponente).

Para una señal formada por la suma de dos señales monofrecuenciales se tiene que:

$$s(t) = s_1(t) + s_2(t) = e^{j2\pi \cdot f_1 \cdot t} + e^{j2\pi \cdot f_2 \cdot t} \quad \text{----- 3(20)}$$

donde, la transformada Tiempo-Frecuencia de $s(t)$ está dada por dos términos llamados “auto términos” correspondientes a la representación Tiempo-Frecuencia de cada señal monofrecuencial, más dos términos cruzados (Loughlin, 1993).

$$TFR_x(t, F) = |c_1|^2 TFR_{x_1}(t, f) + |c_2|^2 TFR_{x_2}(t, f) + c_1 c_2 * TFR_{x_{1,2}} + c_2 c_1 * TFR_{x_{2,1}}(t, f) \quad \text{-----3(21)}$$

En estas representaciones, los términos cruzados o de interferencia generan contribuciones inexistentes, de hecho, ocurre que aparecen términos de energía en zonas donde resulta incongruente tenerlos. Para cualquier señal, se genera su correspondiente término cruzado, donde la señal útil puede ser perjudicada por la presencia de un gran número de componentes añadidas.

La representación Tiempo-Frecuencia para una señal que contenga N componentes frecuenciales, estará constituida por N términos de señal más $N(N-1)/2$ términos cruzados, por lo que su número crece de forma cuadrática con el número de componentes.

Un serio problema para poder realizar un análisis en las representaciones Tiempo-Frecuencia, es que los términos de interferencia pueden enmascarar a los propios, sobre todo en las representaciones que proporcionan resultados reales. Esto es debido a que si no existe alguna atenuación, la amplitud de los términos cruzados es el doble que los propios o auto términos.

Los llamados “kernel” se utilizan para atenuar los términos cruzados, proporcionando más intensidad a los términos propios, en muchas ocasiones consisten en filtros bidimensionales (Claasen, a,b,c, 1980).

Son muchos los autores que proponen diferentes tipos de kernel, cada uno de ellos posee diferentes propiedades en cuanto a atenuación de términos cruzados. Algunos de ellos dejan de satisfacer las propiedades de las representaciones, debido a la inclusión del kernel, disminuyendo la resolución que se produce por el filtrado a que se somete la señal, generando una dispersión de energía en los ejes temporal y frecuencial.

Señal Analítica.

Al dominio de los números reales pertenecen las señales que se obtienen de los fenómenos naturales que se desea analizar. Si de esta señal real obtenemos su espectro, veremos que es simétrico con respecto al origen. Esta característica no es deseable para las representaciones Tiempo-Frecuencia, porque tendríamos un plano con información duplicada añadiendo interferencia a la distribución. En la obtención de una representación Tiempo-Frecuencia se deben tener en cuenta las señales que intervienen para calcular cada punto (t, f), porque provocaría una distorsión en la representación. La señal analítica intenta evitar este problema. De tal forma que, la señal analítica es una señal compleja que tiene como característica principal, poseer un espectro positivo, eliminando información redundante (Cohen, 1995).

Si tenemos una señal temporal real, la parte real de la señal analítica se obtiene conservando la misma señal original, y la parte compleja se obtiene aplicando la transformada de Hilbert a la señal real (Kay, 1993).

$$A[x(t)] = x(t) + jH[x(t)] \Leftarrow H[x(t)] = \frac{1}{\pi} \int \frac{x(\tau)}{t - \tau} d\tau \quad \text{-----}3(22)$$

Para un tratamiento discreto de la señal, en el caso de las representaciones Tiempo-Frecuencia, es necesario muestrear la señal a 4 veces la frecuencia de Nyquist, para evitar el aliasing, o bien, obtener la señal analítica para que la frecuencia de 2 veces la frecuencia de Nyquist sea un valor suficiente. Esto es porque la versión discreta de estas representaciones se ve afectada por un aliasing espectral, en particular si la señal es muestreada a la frecuencia de Nyquist, consecuentemente el número de términos de interferencia disminuye significativamente

Función Ambigüedad.

Esta función permite sintetizar señales con propiedades muy específicas, si se genera una señal que tenga una función de ambigüedad concreta y que cumpla ciertas características en el plano ambiguo, las propiedades que tendrá a nivel temporal y frecuencial serán las que concretamente se han definido.

Fue empleada originalmente para aplicaciones de radar (Rihaczek, 1969; Steiner, 1981; Lieb, 1990) y fue definida por Woodward (1953), aunque Ville (1948) y Moyal (1949) ya habían sentado las bases para su obtención, puede interpretarse como una función de correlación tiempo-frecuencia recordando que la función de auto-correlación que depende del tiempo es de la forma:

$$R(t, \tau) = x\left(t + \frac{\tau}{2}\right)x^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right) \quad \text{-----} 3(23)$$

A partir de esta ecuación se obtiene la expresión de Wigner-Ville

$$WV(t, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int x\left(t + \frac{\tau}{2}\right) x^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right) e^{-j\tau\omega} d\tau \quad \text{----- 3(24)}$$

Si se cambia la variable de integración y tomamos la Transformada de Fourier con respecto a t , tendremos la función de ambigüedad simétrica (Woodward, 1953; Van Trees, 1971).

$$AF(t, \nu) = \int x\left(t + \frac{\tau}{2}\right) x^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right) e^{-j2\pi\nu\tau} d\tau \quad \text{----- 3(25)}$$

Si tomamos dos señales diferentes, en lugar de tomar la misma señal para el producto de la señal y su conjugado, se obtiene la función de ambigüedad cruzada. Esta representación no nos proporciona información respecto a las variables absolutas de tiempo y frecuencia, sino respecto a las ordenadas relativas τ y ν , llamadas retardo y doppler respectivamente debido a su amplia utilización en radar.

Esta función sirve de base para poder expresar cualquier distribución Tiempo-Frecuencia en función de ella. Debido a su gran similitud con la distribución Wigner-Ville, resulta inmediata la relación entre ambas, constituyendo lo que se llama un “Par de Fourier” (Claasen, c, 1980), esto quiere decir, que la función de ambigüedad se obtiene con la transformada doble de Fourier de la distribución Wigner-Ville y viceversa.

Es importante que $AF_x(0,0) = 1$, para una representación normalizada, es decir, para una representación de la función de ambigüedad es necesario tener en cuenta la característica por la que el valor máximo de energía de la representación se produce en el origen de la distribución $AF_x(0,0)$ (Hlawatsch, 1992).

La función de ambigüedad genera términos cruzados, donde los propios de la señal se localizan alrededor del origen, dejando a los términos de interferencia como los más alejados del origen.

Una representación Tiempo-Frecuencia, se puede expresar como la función de ambigüedad más un kernel añadido que será el que modifica el comportamiento, permitiendo la atenuación de los términos cruzados e intentando dejar los términos propios intactos. Este kernel se suele expresar en el plano ambiguo porque su caracterización resulta más precisa, con lo que la función de suavizado que se defina se podrá adaptar más a las necesidades planteadas.

PROPIEDADES GENERALES DE LAS REPRESENTACIONES TIEMPO-FRECUENCIA.

Las representaciones Tiempo-Frecuencia muestran la evolución de las componentes frecuenciales en una señal a lo largo del tiempo. Para el caso de representaciones cuadráticas, se desea que estas nos muestren la cantidad de energía que existe en cada punto del plano Tiempo-Frecuencia, con lo que la distribución se podría tratar como otro tipo, de densidad de energía, pudiendo calcular momentos locales y globales. Para averiguar que condiciones deben cumplirse para que una representación de este tipo se corresponda con una densidad de energía, en el sentido estricto de la palabra debemos comprobar diversas propiedades:

Marginales.

Las condiciones marginales de tiempo y frecuencia establecen:

$$P(\omega) = \int P(t, \omega) dt = |S(\omega)|^2 \quad \text{----- } 3(26)$$

$$P(t) = \int P(t, \omega) d\omega = |s(t)|^2 \quad \text{----- } 3(27)$$

donde $P(t, \omega)$ se corresponde con la intensidad en el punto (t, ω) del plano tiempo-frecuencia, $|s(t)|^2$ es la intensidad de la señal en el tiempo t , y $|S(\omega)|^2$ la intensidad en la frecuencia ω . Cuando se suman todos los términos de la distribución correspondientes a un mismo tiempo y frecuencia, se obtiene la energía instantánea y el espectro de densidad de energía respectivamente.

Esta propiedad se debe comprobar, porque se debe obtener respectivamente la energía instantánea y el espectro de densidad de energía, cuando sumamos todos los términos de una distribución correspondiente a un mismo tiempo o frecuencia.

Energía Total.

Si los marginales se cumplen, esta propiedad de energía total se cumple automáticamente, aunque lo contrario no es cierto, si la transformada tiempo-frecuencia se corresponde con una densidad de energía, se debe cumplir que:

$$\iint P(t, \omega) d\omega dt = \int |s(t)|^2 dt = \int |S(\omega)|^2 d\omega \quad \text{----- } 3(28)$$

Invarianza ante Desplazamientos Temporales y Frecuenciales.

Sea una señal $s(t)$, en la cual respectivamente se tiene desplazamiento en el tiempo, o existe un desplazamiento en frecuencia:

$$\tilde{s}(t) = s(t - t_0), \quad \text{----- } 3(29)$$

$$\tilde{s}(t) = s(t)e^{j\omega_0 t} \quad \text{----- } 3(30)$$

donde, la representación Tiempo-Frecuencia correspondiente a dicha señal cumple la propiedad de invarianza respectivamente ante desplazamientos temporales y frecuenciales si:

$$P_{\tilde{x}}(t, \omega) = P_x(t - t_0, \omega) \quad \text{----- } 3(31)$$

$$P_{\tilde{x}}(t, \omega) = P_x(t, \omega - \omega_0) \quad \text{----- } 3(32)$$

Escalado Lineal.

La versión escalada de una señal $s(t)$ dada es:

$$s_c(t) = \sqrt{a} \cdot s(at) \quad \text{----- } 3(33)$$

con lo que $s_c(t)$ es expandida o reducida dependiendo si a es mayor o menor que la unidad.

Al obtener el espectro de la señal:

$$S_s(\omega) = \frac{1}{\sqrt{a}} S\left(\frac{\omega}{a}\right) \quad \text{----- } 3(34)$$

si la señal se comprime, el espectro se expande y viceversa. Para que esta propiedad se cumpla en las distribuciones Tiempo-Frecuencia, debemos obtener que:

$$P_s(t, \omega) = P\left(at, \frac{\omega}{a}\right) \quad \text{----- } 3(35)$$

Esta propiedad resulta bastante útil en señales con transitorios de corta duración, pues ello permite una mejor apreciación dependiendo de la escala que emplee.

Soporte Finito de la Señal.

Esta condición se cumple si la representación Tiempo-Frecuencia no toma valores mientras no lo hace la señal. Matemáticamente la propiedad viene expresada de la siguiente forma:

$$P(t, \omega) = 0 \text{ para } t \notin (t_1, t_2), \text{ si } s(t) = 0 \text{ para cualquier } t \notin (t_1, t_2) \text{ ----- 3(36)}$$

$$P(t, \omega) = 0 \text{ para } \omega \notin (\omega_1, \omega_2), \text{ si } S(\omega) = 0 \text{ para cualquier } \omega \notin (\omega_1, \omega_2) \text{ ---- 3(37)}$$

Esto parece obvio, pero no siempre se cumple, es la condición de que la representación Tiempo-Frecuencia no comience mientras la señal no lo haya hecho (comienzo de la señal en tiempo t_1) y que no se siga manteniendo una vez que la señal ha finalizado (finalización de la señal en el tiempo t_2).

Distribuciones Reales y Positivas.

También es necesario que se cumplan las propiedades de valor positivo y su pertenencia al conjunto de números reales definidas como:

$$P(t, \omega) = P^*(t, \omega) \text{ -----3(38)}$$

$$P(t, \omega) \geq 0 \text{ ----- 3(39)}$$

Esto es, porque es importante que los resultados que la distribución Tiempo-Frecuencia proporciona, sean fácilmente manejables.

Frecuencia Instantánea y Grupo de Retardo.

La frecuencia instantánea y grupo de retardo, vienen definidos por la derivada en el tiempo de fase de la señal y la derivada en la frecuencia de la parte imaginaria de la transformada de Fourier de la señal, respectivamente:

$$\phi'(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d \arg x(t)}{dt} \Rightarrow \text{Frecuencia Instantánea} \text{ ----- 3(40)}$$

$$\psi'(\omega) = -\frac{d \arg X(\omega)}{d\omega} \Rightarrow \text{Retardo de Grupo} \quad \text{----- 3(41)}$$

Para señales con determinadas propiedades, una de las formas de describir la evolución frecuencial de la señal a lo largo del tiempo y que puede ser válida para su caracterización, es a través de ellas.

La frecuencia instantánea nos da idea del valor frecuencial imperante en un determinado momento y que, a su vez, puede ser suma de varias componentes frecuenciales, así decimos que una representación Tiempo-Frecuencia cumple la propiedad de Frecuencia Instantánea si:

$$\frac{\int \omega P(t, \omega) d\omega}{\int P(t, \omega) d\omega} = \phi'(t) \quad \text{----- 3(42)}$$

Es decir, la frecuencia media de la representación Tiempo-Frecuencia en un determinado momento coincide con la frecuencia instantánea de la señal en ese instante, esta magnitud proporciona información útil sólo si la señal contiene en cada instante un rango de frecuencias estrecho.

En el plano temporal se define el grupo de retardo, que nos proporciona una idea del tiempo medio de llegada de una determinada frecuencia dentro de la señal analizada, dentro de las transformadas Tiempo-Frecuencia, se dice que cumplen la propiedad del grupo de retraso si:

$$\frac{\int t P(t, \omega) dt}{\int P(t, \omega) dt} = \psi'(\omega) \quad \text{----- 3(43)}$$

El centro de gravedad o media en la dirección temporal debe ser igual al grupo de retardo.

CLASE COHEN.

El trabajo de Leon Cohen (Cohen, 1996), nos permite ver un avance significativo en el estudio y desarrollo de las representaciones Tiempo-Frecuencia, el problema de diseñarlas se reduce al hecho de elegir una función llamada “kernel”, en la que siguiendo ciertas normas se puede asegurar su buen comportamiento.

Para definir, se dice que una representación Tiempo-Frecuencia pertenece a la clase Cohen si satisface las propiedades de invarianza ante desplazamiento temporales e invarianza ante

desplazamientos frecuenciales, de esta manera, cualquier distribución Tiempo-Frecuencia se puede obtener mediante la expresión:

$$TFR(t, \omega) = \frac{1}{2\pi} \iint AF(\tau, \nu) \Phi(\tau, \nu) e^{j(t\nu - \omega\tau)} d\tau d\nu \quad \text{----- 3(44)}$$

Donde, $\phi(\tau, \nu)$ constituye el “kernel” y $AF(\tau, \nu)$ es la función de ambigüedad correspondiente a la señal de origen de la representación. La ecuación anterior se puede expresar en función de la señal de origen o de su espectro, como:

$$TFR(t, \omega) = \frac{1}{2\pi} \iint \Phi(t - u, \tau) x(u + \frac{\tau}{2}) x^*(u - \frac{\tau}{2}) e^{-j\omega\tau} d\tau du \quad \text{----- 3(45)}$$

$$TFR(t, \omega) = \frac{1}{2\pi} \iint \Gamma(\omega - u) X(u + \frac{\nu}{2}) X^*(u - \frac{\nu}{2}) e^{-j\nu t} d\nu du \quad \text{----- 3(46)}$$

Cualquier representación Tiempo-Frecuencia de esta clase puede considerarse como una variante de la representación de Wigner-Ville a la que se añade un “kernel”.

Y la clase general de Cohen en función de la representación Wigner-Ville es:

$$TFR(t, \omega) = \frac{1}{2\pi} \iint \Phi(t - u, \omega - \nu) WV(u, \nu) du d\nu \quad \text{----- 3(47)}$$

Para la elección del núcleo o kernel, la tabla 7, muestra los requisitos que éste debe cumplir para que se verifiquen determinadas propiedades.

Propiedad	Condición del núcleo (kernel)
Invarianza ante desplazamientos temporales	Debe ser independiente de la variable temporal t
Invarianza ante desplazamientos frecuenciales	Debe ser independiente de la variable temporal ω
Real	$\Phi(\tau, \nu) = \Phi(-\tau, -\nu)$
Marginal temporal	$\Phi(0, \nu) = 1$
Marginal frecuencial	$\Phi(\tau, 0) = 1$
Frecuencia instantánea	$\Phi(0, \nu) = 1$ y $\left. \frac{\partial \Phi(\tau, \nu)}{\partial \tau} \right _{\tau=0} = 0$
Retardo de grupo	$\Phi(\tau, 0) = 1$ y $\left. \frac{\partial \Phi(\tau, \nu)}{\partial \nu} \right _{\nu=0} = 0$
Positiva	$\Phi(\tau, \nu)$ es la función de ambigüedad de una función arbitraria del tiempo $\gamma(t)$, o bien es dependiente de la señal $x(t)$

TABLA 7 Condiciones a satisfacer por el Kernel para que la representación Tiempo-Frecuencia cumpla determinadas propiedades. Tomado de Rosado, (2000)

Estos núcleos se pueden interpretar como un filtro bidimensional cuya función es la de proporcionar una buena eliminación de los términos cruzados, sin provocar alta distorsión de los términos propios de la señal, el núcleo debe aproximarse lo más posible a un filtro pasabaja ideal.

Debido a que se utilizan funciones cuadráticas con respecto a la señal original, la función de correlación toma gran importancia. Esto es, dependiendo de cómo se defina, dará lugar a diferentes tipos de representaciones. La densidad de energía espectral obtenida a partir de la función de auto-correlación esta dada por (Peebles, 1987):

$$|S(\omega)|^2 = \frac{1}{2\pi} \int R(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \quad \text{----- 3(48)}$$

$$\text{con, } R(\tau) = \int s^*(t) s(t + \tau) dt = \int s^*(t - \tau) s(t) dt = \int s^*(t - \frac{\tau}{2}) s(t + \frac{\tau}{2}) dt \quad \text{---- 3(49)}$$

y generalizando el concepto de auto-correlación, una representación Tiempo-Frecuencia se puede expresar como:

$$P(t, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int R_t(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \quad \text{----- 3 (50)}$$

En este caso $R_t(\tau)$ es una función de auto-correlación local variable en el tiempo.

CLASE AFÍN.

Una distribución Tiempo-frecuencia pertenece a la Clase Afín cuando cumple con la propiedad de ser invariante ante cambios de escala y ante traslaciones (Rioul, 1992; Hlawatsch, 1992).

Similarmente a las representaciones de la clase Cohen, existen cuatro formas básicas en las que se puede expresar una distribución perteneciente a la clase Afín (Boudreaux-Bartels, 1995):

$$TFR(t, f) = \iint AF(\tau, \nu) \Phi(f\tau, \frac{\nu}{f}) e^{j2\pi\nu} d\tau d\nu \quad \text{----- 3(51)}$$

Donde Φ constituye el “kernel” y $AF(\tau, \nu)$ es la función de ambigüedad correspondiente a la señal origen de a representación $x(t)$. Las otras tres representaciones están en función del de sus respectivos “kernel” y son:

$$TFR(t, f) = |f| \iint \varphi(f(u-t), f\tau) x(t + \frac{\tau}{2}) x^*(t - \frac{\tau}{2}) d\tau du \quad \text{-----3(52)}$$

$$TFR(t, f) = \frac{1}{|f|} \iint \Gamma(\frac{u}{f}, \frac{\nu}{f}) X(u + \frac{\nu}{2}) X^*(u - \frac{\nu}{2}) e^{-j2\pi\nu} d\nu du \quad \text{----- 3(53)}$$

$$TFR(t, f) = \iint \Psi(f(t-u), \frac{\nu}{f}) WV(\tau, \nu) e^{j2\pi\nu} d\tau d\nu \quad \text{----- 3(54)}$$

Donde $X(t)$ es la transformada de Fourier de la señal de origen $x(t)$, y $WV(\tau, \nu)$ la transformada de Wigner-Ville de la señal $x(t)$ origen de la distribución, esto quiere decir que una representación de este tipo consiste en un suavizado de la distribución Wigner-Ville.

Al igual que en el caso de la clase Cohen, estas distribuciones pueden ser clasificadas dependiendo de las propiedades que cumplen.

Las distribuciones Tiempo-Frecuencia simultáneamente pueden ser de la clase Cohen y de la clase Afín. Tendremos una representación Tiempo-Frecuencia que pertenece únicamente a la clase Afín sólo en el caso en que no se preserven los desplazamientos en frecuencia, pero sí en tiempo. Los escalogramas de las distribuciones de D-Flandrin, Unterberger y Bertrand son ejemplos de ello.

La clase llamada invariante ante desplazamientos y escalado, se da cuando la distribución Tiempo-Frecuencia cumple las propiedades de tal forma que pertenecen a ambas clases (Hlawatsch, 1992 y Boudreaux-Bartels, 1995).

En la tabla 8 se muestran agrupadas según su pertenencia a las diferentes clases:

Clase de Cohen	Clase Invariante ante desplazamientos y escalado	Clase Afín
Distr. de Butterworth	Choi-Williams	Distr. activa de Unterberger
Choi-Williams generalizada	Rihaczeck	Distr. de D-Flandrin
Distr. Cone-kernel	Distr. de Interferencias reducidas	Escalograma
Ditr. Pseudo Wigner-Ville	Distr. de Wigner generalizada	Distr. de Bertrand
Distrib. Levin	Distr. de Wigner generalizada real	Distr. pasiva de Unterberger
Espectrograma	Distr. de Wigner	
Distr. pseudo Wigner-Ville suavizada		

TABLA 8

Clases de representaciones Tiempo –Frecuencia y pertenencia de las representaciones a cada clase. Tomada de Rosado, (2000).

DISTRIBUCIÓN DE WIGNER-VILLE.

La distribución Wigner y la función de ambigüedad no se utilizan en el análisis de señales, por la presencia de términos de interferencia o cruzados, que en el plano Tiempo-Frecuencia pueden llegar a confundir la interpretación de la señal. Al tratar de discretizar la distribución Wigner, Claassen (1983) y Jean y Williams (1992) se dieron cuenta que no era tan sencilla

como la Transformada de Fourier con Ventanas, porque es una función de período de $\frac{1}{2}$ en frecuencia y para señales de banda limitada exige que la señal $s(t)$ se haya muestreado a una frecuencia superior a la de Nyquist, si se quiere evitar el aliassin. Por esta razón, se utiliza la señal analítica evitando el doblamiento en frecuencia de muestreo.

La distribución Wigner de la señal analítica obtenida a partir de la señal real, se acostumbra llamar Distribución de Wigner-Ville a partir de la función de auto-correlación dependiente del tiempo que es de la forma:

$$R(t, \tau) = x\left(t + \frac{\tau}{2}\right)x^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right) \quad \text{----- 3 (23)}$$

Se obtiene la expresión de la distribución de Wigner-Ville:

$$WV(t, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int x\left(t + \frac{\tau}{2}\right)x^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right)e^{-j\tau\omega} d\tau \quad \text{----- 3(55)}$$

Y que es la base sobre la cual se puede construir el resto de las distribuciones (Wigner, 1932; Ville, 1948; Cohen, 1996). Esta distribución es muy importante y de gran interés debido a que cumple las siguientes propiedades:

- 1.- Conservación de la energía.
- 2.- Propiedades marginales
- 3.- Pertenencia a los reales
- 4.- Invarianza ante traslación
- 5.- Invarianza ante dilataciones
- 6.- Propiedad de la frecuencia instantánea
- 7.- Propiedad de retardo de grupo

Todas ellas descritas anteriormente. Su principal problema reside en la gran cantidad de términos de interferencia que generan, de tal manera que una regla para conocer la situación de estos términos fue dada por Auger (1997) y es la siguiente:

“Dos puntos del plano Tiempo-Frecuencia generan un tercer punto localizado en el punto medio geométricos. Además, este término oscila perpendicularmente a la línea que une los dos puntos de origen, con una frecuencia proporcional a la distancia que los separa”.

Recordando que en la distribución Wigner-Ville los términos cruzados se sitúan a medio camino entre dos contribuciones de señal de radar diferentes en tiempo y/o frecuencia.

El kernel correspondiente a la ecuación:

$$TFR(t, \omega) = \frac{1}{2\pi} \iint AF(\tau, \nu) \Phi(\tau, \nu) e^{j((t\nu - \omega\tau))} d\tau d\nu \quad \text{----- 3(56)}$$

Para la distribución Wigner-Ville es:

$$\Phi(\tau, \nu) = 1$$

REPRESENTACIÓN PSEUDO-WIGNER-VILLE.

La expresión matemática para la representación Pseudo-Wigner-Ville es la siguiente:

$$PWV(t, \omega) = \iint h(\tau) x(u + \frac{\tau}{2}) x^*(u - \frac{\tau}{2}) e^{-j\tau\omega} d\tau du \quad \text{----- 3(57)}$$

Se puede decir que esta representación consiste en una versión por ventanas de la representación Wigner-Ville (Claasen, a,b,c,1980), estas ventanas temporales son equivalentes a un suavizado en frecuencia, las interferencias resultan altamente atenuadas en comparación con la representación Wigner-Ville, esta mejora se produce a costa de sacrificar algunas de las propiedades que antes se cumplían y ahora no, como son las propiedades marginales, y además se produce una ligera distorsión de los términos propios.

El kernel correspondiente a la ecuación de cualquier distribución Tiempo-Frecuencia para la distribución Pseudo-Wigner-Ville es:

$$\Phi(\tau, \nu) = \eta(\frac{\tau}{2}) \eta^*(-\frac{\tau}{2}) \quad \text{----- 3(58)}$$

REPRESENTACIÓN PSEUDO WIGNER-VILLE SUAVIZADA.

En esta representación, la ventana que se realiza anteriormente se sustituye por una función de suavizado separable (Flandrin, 1984):

$$\Pi(t, \omega) = g(t)H(-\omega) \quad \text{----- 3(59)}$$

Donde $H(-\omega)$ es la transformada de Fourier de la función de ventana $h(t)$.

Esta función permite controlar de forma independiente el suavizado en el eje temporal y en el frecuencial, proporcionando una resolución diferente en cada uno de los ejes.

$$SPWV(t, \omega) = \iint h(\tau)g(u-t)x(u+\frac{\tau}{2})x^*(u-\frac{\tau}{2})e^{-j\tau\omega}d\tau du \quad \text{----- 3 (60)}$$

El Kernel correspondiente a la ecuación de cualquier distribución Tiempo-Frecuencia para la distribución Pseudo-Wigner-Ville suavizada es:

$$\Phi(\tau, \nu) = \Gamma(\nu)\eta(\frac{\tau}{2})\eta^*(-\frac{\tau}{2})$$

Hasta el momento hemos descrito las herramientas matemáticas que tenemos a nuestra disposición dentro del ámbito Tiempo-Frecuencia, así como las características de la señal a analizar.

Se realiza un estudio en la Delegación Iztapalapa, donde partiendo de los datos obtenidos en forma de señal por un sistema GPR, SIR-2000, y procesadas para disponer de ellas como datos digitalizados de 16 bits, a una frecuencia central de 200 MHz, se pretende obtener información para la determinación de las propiedades características del subsuelo, orientada a la caracterización geomecánica del mismo.

Este análisis se hace como un procedimiento para la determinación de las características del subsuelo, justificando el empleo de la Transformada de Wigner-Ville, por la información que se puede obtener de ella en la localización tiempo-frecuencia, que nos proporciona en la búsqueda de las altas frecuencias de una señal de características no estacionarias, información detallada y rápida, con la finalidad de facilitar el análisis.

El cálculo de las expresiones matemáticas correspondientes a la Transformada Tiempo-Frecuencia de Wigner-Ville, se realiza en las versiones discretas de esa ecuación, se ha utilizado el programa de Matlab y la librería proporcionada por Auger (1995), y modificada por Velazco, (2005), para su utilización en los datos obtenidos en GPR.

CAPÍTULO IV

ÁREA DE ESTUDIO EN LA DELEGACIÓN IZTAPALAPA.

En la Ciudad de México se ha venido registrando un creciente número de casos de hundimientos regionales, asociados a la explotación de agua subterránea, generados por el abatimiento del nivel de agua que tiene lugar en el acuífero. El fenómeno se debe a la compresión de las formaciones acuíferas por la transferencia de esfuerzos que tienen lugar, de su fase líquida a su fase sólida, al extraer parte del agua contenida en sus huecos.

Recientemente, se han podido comprender los mecanismos de bombeo-hundimiento regionales y de subsidencia. A partir de la segunda década del siglo pasado, se incrementó la perforación de pozos profundos, aumentando también los hundimientos regionales, debido al acelerado crecimiento de la Ciudad y a la necesidad de abastecer de agua potable a su población,.

La zona compresible de la Ciudad de México forma parte del fondo de los lagos de Texcoco y de la Gran Tenochtitlán, salado el primero y dulce el segundo, que se encontraban separados por el Albarradón de Netzahualcóyotl. El espesor de las arcillas, que cubren el acuífero local, va de cero en su frontera con lo que hoy se llama zona de transición, al poniente de la ciudad, hasta más de 50 m., en la zona del lago.

La subsidencia causada por la consolidación de los suelos, es evidenciada por largas fracturas superficiales, que provocan serios problemas en la infraestructura de la Ciudad. En la Delegación Iztapalapa, se ha manifestado la presencia de fracturas y grietas desde fines de la década de los años 60, incrementándose con el tiempo y presentándose un problema que afecta diversas obras de infraestructura, como áreas habitacionales, escuelas, tuberías, vías de comunicación, etc. Por esta razón se han hecho varios estudios que documentan la distribución espacial y caracterización de los sistemas de falla en la superficie, así como también los mecanismos y fenómenos que provocan su deformación y reactivación.

Con el fin de extender estas investigaciones y poder caracterizar este sitio desde el punto de vista geomecánico, este estudio se llevó a cabo en la unidad habitacional Ejército de Oriente. Se realizó en años anteriores una prospección geofísica con varios perfiles de georadar, analizados con técnicas de procesamiento tradicionales (Díaz, 2000), Uno de estos perfiles se ha reinterpretado, por medio de técnicas de procesamiento de datos. Se utilizó la transformada tiempo-frecuencia de Wigner-Ville, tratando de mejorar los resultados de los métodos espectrales y temporales clásicos.

LOCALIZACIÓN DEL ÁREA DE ESTUDIO.

La Delegación Iztapalapa forma parte del Distrito Federal, entre 19° 24' – 19° 17' de latitud Norte y 98° 58' - 99° 06' de longitud Oeste, con una altura promedio de 2 240 m.s.n.m. Colinda al Norte con la Delegación Iztacalco y el Municipio de Nezahuacóyotl del Estado de México, al Este con los Municipios de La Paz y Valle de Chalco Solidaridad del Estado de México y la Delegación Tláhuac, al Sur con las Delegaciones Tláhuac y Xochimilco y al Oeste con las Delegaciones Coyoacán y Benito Juárez.

Dentro de la delegación se encuentran varios rasgos topográficos, como la Sierra Santa Catarina, El Cerro de la Estrella (2460 m.) y el Peñón del Marqués (2400m.); dentro de la Sierra Santa Catarina sobresalen el Volcán Guadalupe (2820 m.), el Cerro Tecuautzi (2640 m.), el Cerro Tetecón (2480 m.) el Yuhualixqui (2420 m.) y el Volcán Xaltepec (2500 m.), que forman parte de la Cuenca de México, desde el punto de vista físico - geográfico, la cual se ubica en la parte centro de la provincia geológica conocida como el Cinturón Volcánico Transmexicano de edad Cenozoica de origen volcánico y ambiente geotectónico de arco continental. En la figura 19, podemos ver la localización del área de estudio.

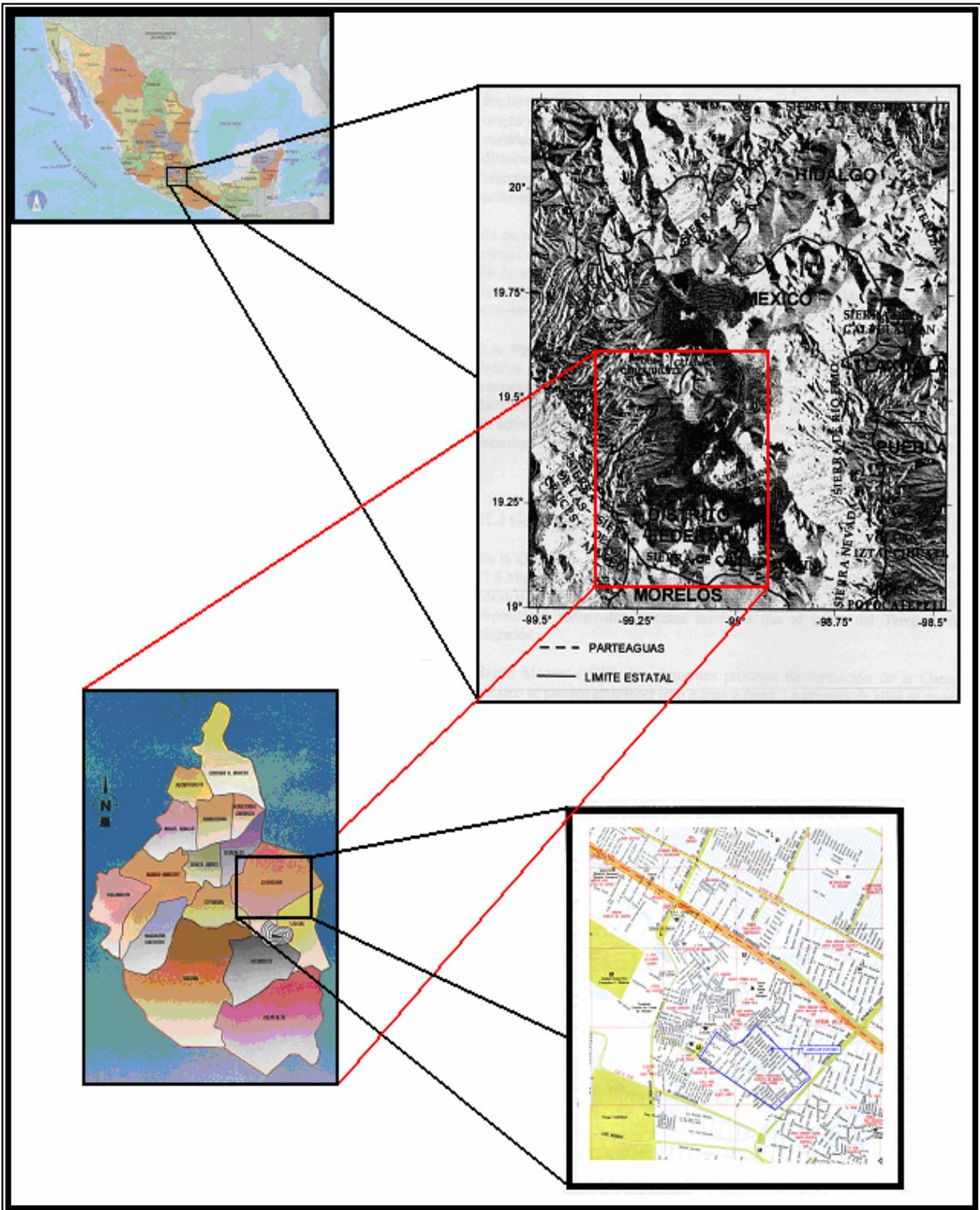


FIGURA 19 Mapa de Localización de localización de la Delegación Iztapalapa

En la zona de estudio se localiza la Unidad habitacional Ejército de Oriente, sección Peñón, delimitada por las calles Fuerte Loreto, Av. Exploradores de Zaragoza, Escuadrón Trujano, Batalla 5 de Mayo y por La Canteras del Peñón, donde se hicieron los perfiles de radar. En la figura 20 vemos una ampliación de la localización de la zona de estudios en la Guía Roji de la Ciudad de México.

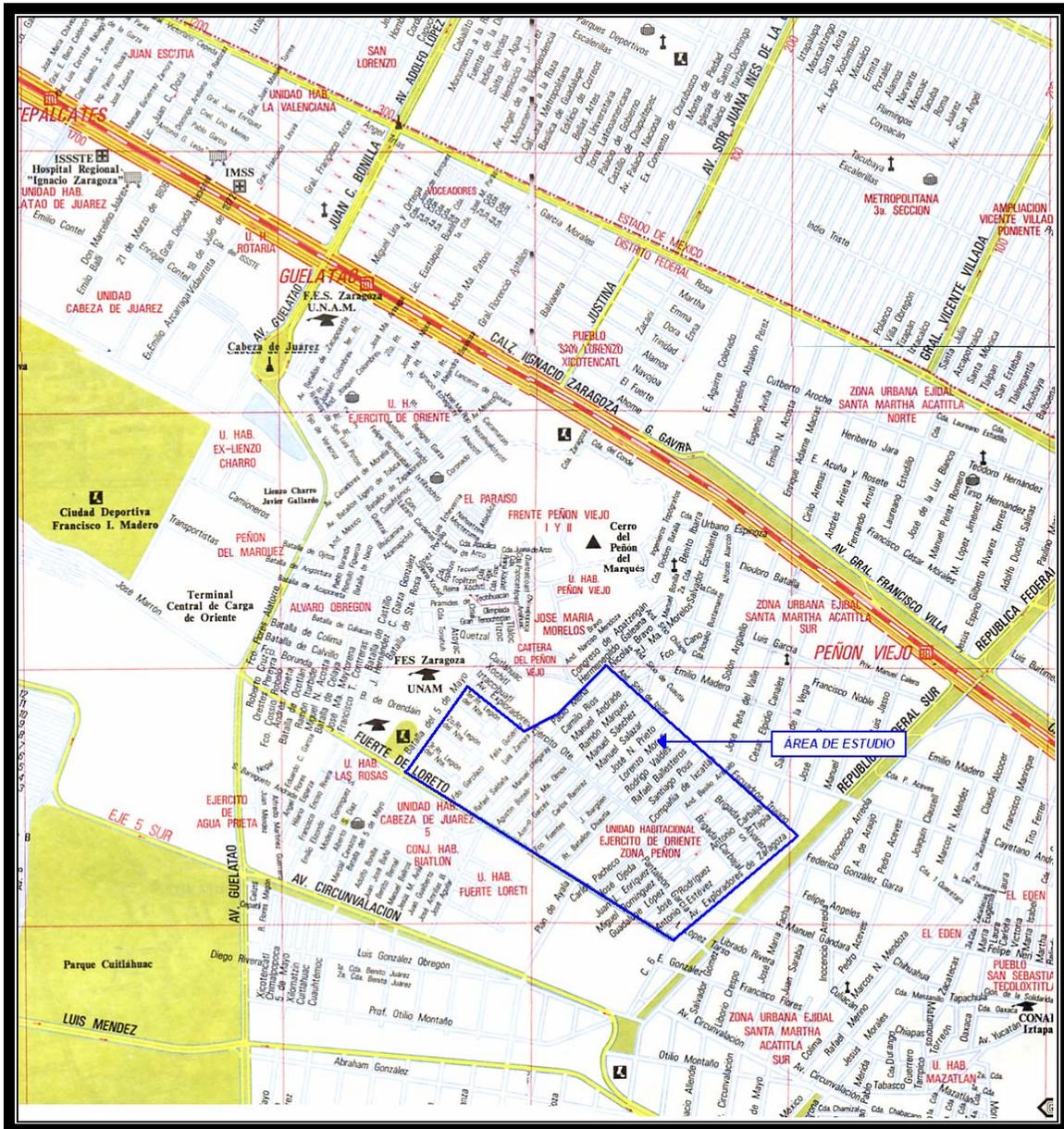


FIGURA 20

Localización del área de estudio.
(Guía-Roji del Ciudad de México D.F.)

BOSQUEJO GEOLÓGICO.

En la cuenca de México se distinguen tres zonas importantes: la Zona Lacustre (Zona III), la Zona Aluvial (Zona II), y la Zona Pétreo (Zona I) (Mooser 1978), las zonas de Transición ocurren en las fronteras de las tres zonas anteriores mostradas en la figura 21:

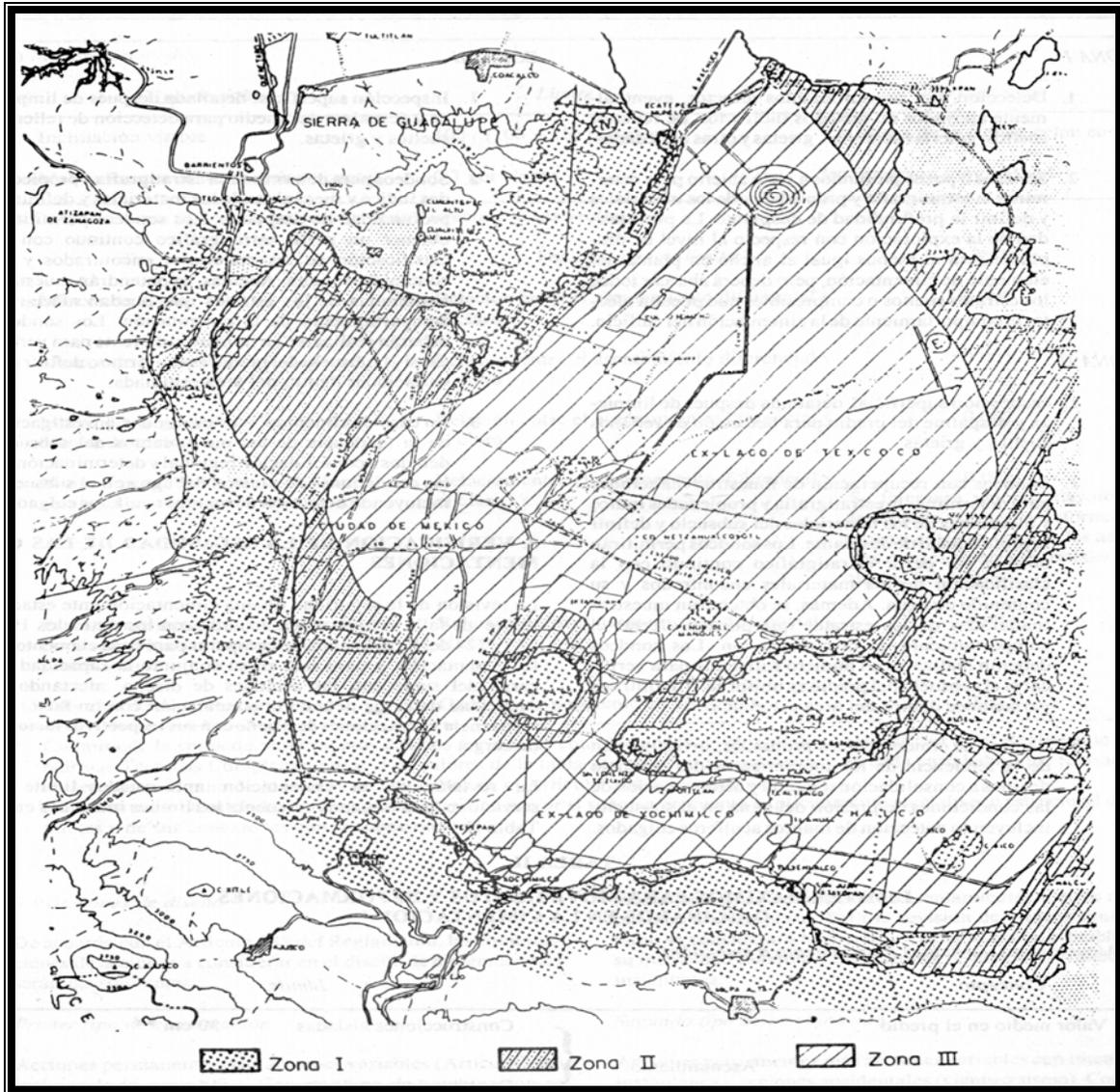


FIGURA 21

Zonificación Geotécnica
(Tomadas de Mooser, 1974).

A fin de dar una idea de la distribución de los materiales, se presenta un corte transversal en la dirección E – W del Valle de México (Matías, 2001), en la figura 22 siguiente.

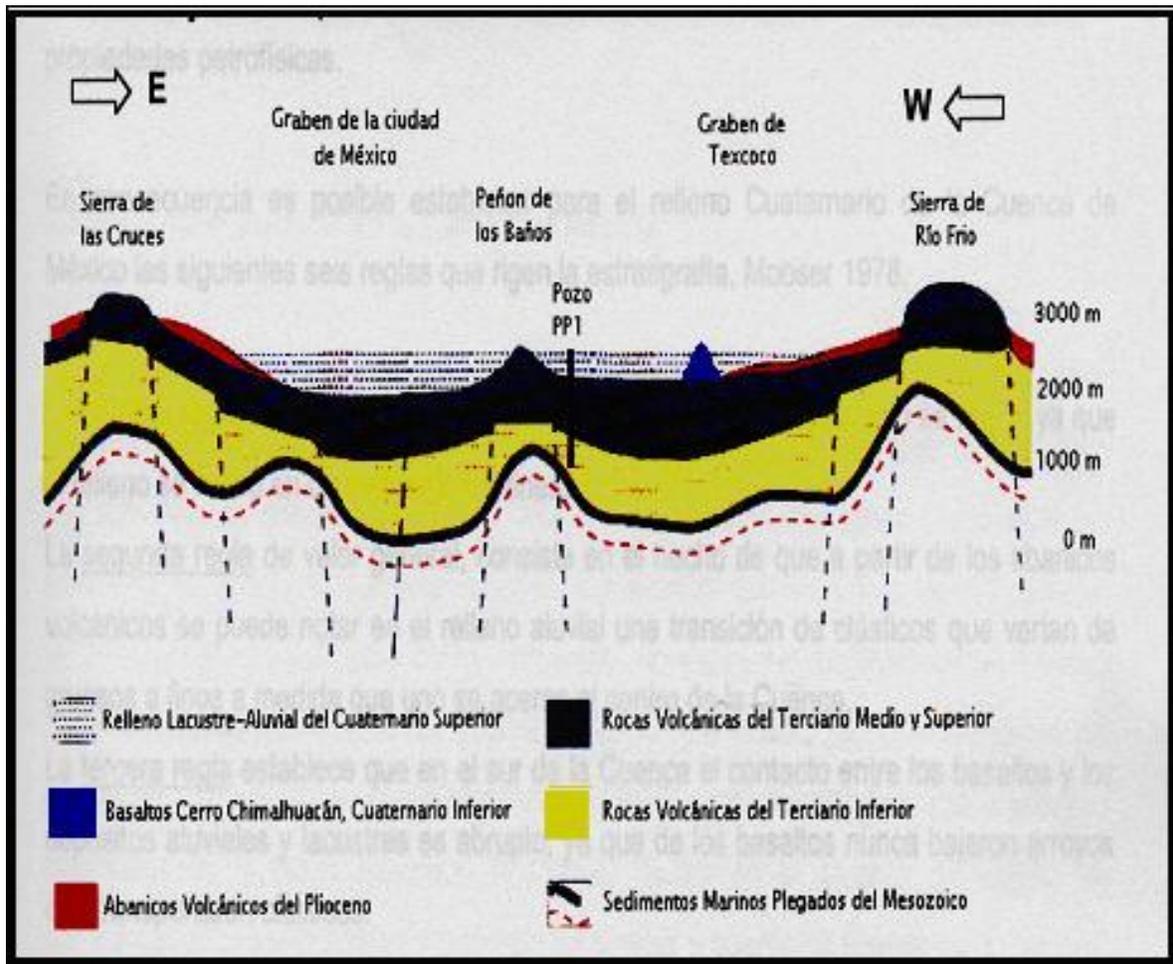


FIGURA 22

Materiales en Profundidad
Cortes E – W.
Tomada de Matías (2002).

La Zona Lacustre está constituida principalmente por mantos arcillosos. En esta área, sobre todo en la Ciudad de México, existe amplia información experimental, permitiendo estimar valores medios de la resistencia al corte y compresibilidad, pero en las zonas de Xochimilco, Chalco y Zumpango, existe gran escasez de datos. Es de esperarse la existencia de asentamientos importantes por consolidación, también hundimientos regionales inducidos por el abatimiento de presión piezométrica en los acuíferos. Como son formaciones blandas, la capacidad de carga puede ser determinante para el diseño de cimentaciones superficiales. La ubicación de las capas duras y la composición de la formación subyacente es necesaria para proyectar cimentaciones piloteadas, también se debe hacer el análisis de estabilidad de taludes permanente en canales y excavaciones y se sugiere la determinación de la resistencia por cortante a largo plazo.

La Zona Aluvial, debido a la heterogeneidad de materiales e historia de su deposición, no permite establecer correlaciones de sus propiedades y de la secuencia de sus formaciones. Estos materiales pueden estar dispuestos en estratos o en forma lenticular, dependiendo de esto el espesor de la cubierta superficial y la dureza de los suelos. Los problemas asociados a esta zona, son principalmente de asentamiento diferencial y en menor grado de capacidad de carga; una cimentación en esta zona está condicionada por la disposición de los estratos.

La Zona Pétreo está comprendida en las partes altas del Valle y se pueden identificar diferentes tipos de roca como pueden ser tobas, lavas, tezontles, etc. Se caracteriza por presentar problemas mejor definidos en cuestión de cimentaciones, con excepción de terrenos afectados por la explotación de minas de arena, grava y tezontle. La compresibilidad de esta zona es despreciable y la capacidad de carga es alta.

En las Zonas de Transición se han encontrado tres condiciones típicas:

La Progresiva, en la cual la formación rocosa aparece cubierta por depósitos de origen aluvial, a su vez subyacentes a las capas más recientes de arcilla lacustre.

La Interestratificada, en donde se identifican características de las regiones aluvial y lacustre. Se presenta en forma alternada, dando lugar a la intercalación de mantos arcillosos con otros de matriz granular contaminados con finos, generalmente duros y más resistentes.

La Abrupta, que se distingue porque los depósitos lacustres están en contacto con la formación rocosa, tapizada por derrubios o suelo residual. En el caso de derrames de lava sobre arcillas o suelos aluviales cubiertos por otras capas más recientes de la formación lacustre o acarreo fluvial, puede clasificarse como interestratificada. Esto suele verse en algunos lugares como el Cerro de la Estrella, delegación Iztapalapa..

La variedad de condiciones que pueden encontrarse en estas zonas de transición, hace difícil la elección anticipada del tipo de exploración y muestreo requerido, se debe contar con equipos versátiles y tener el conocimiento de métodos de exploración, teniendo cuidado en observar en

campo la localización de grietas o fallas y el asentamiento diferencial, que pueden ser determinantes en el diseño de la cimentación.

Es importante señalar que la delimitación de estas zonas es aproximada, debido a la reducida y dispersa información recabada casi sin excepción, sobre estratigrafía y propiedades. Los datos que se tienen corresponden a sondeos realizados para estudios previos de predios en que se han proyectado obras de importancia.

GEOLOGÍA Y GEOTECNIA DEL ÁREA.

Hacia finales del Plioceno, con la existencia de la mayoría de las sierras que circundan el Valle de México, se originó un periodo principalmente de acumulación de sedimentos producto del intemperismo y erosión, provocado por la intensa actividad fluvial (Aguayo et al, 1989). Durante el Pleistoceno y el Holoceno la acumulación de sedimentos continuó, con una nueva reactivación volcánica, que dio lugar a la formación de conos cineríticos en la parte meridional del Valle, entre los que se encuentra El Peñón del Marqués.

En base a la observación de los pozos perforados (figura 23), se hace una breve descripción de la historia geológica del área con la correlación litoestratigráfica de la zona.

La correlación litoestratigráfica realizada en los pozos ubicados en la ladera derecha del Peñón indica que la actividad volcánica se inicia con una etapa esencialmente piroclástica, mezcla de ceniza y tezontle, seguida por la expulsión de una delgada capa de lava de composición básica, intercalándose con ceniza y tezontle. Afectadas por el clima, así como agentes del intemperismo y erosión, se acumularon en forma heterogénea, el análisis de los pozos muestra la secuencia vulcano-clástica que se representa por los continuos cambios de facies producto de la actividad volcánica, sugiriendo que existió una cercanía al conducto emisor, a una de las direcciones principales de los derrames de lava y el depósito de material piroclástico. En el oeste, sobre el límite entre el aparato volcánico y la zona del lago, se observa material más consolidado, lava y fragmentos más pequeños de piroclastos y ceniza, mezclados con arcilla lacustre.

De esto se puede decir que la actividad cesa después de varias emisiones intercaladas de ceniza, piroclastos, tezontle y esporádicos derrames de lava, alcanzando sobre la planicie lacustre un espesor de 132 m, posteriormente se encuentra un considerable espesor de arcilla que sugiere la invasión del ambiente lacustre en el área, marcando todo esto periodos climáticos en donde prevalecía el clima húmedo y lluvioso.

La zona de estudio se encuentra en el área del Peñón del Marqués. Desde el punto de vista geotécnico, esta zona se encuentra casi en su totalidad en la Zona de Transición Abrupta y hacia el sur oriente en la Zona Lacustre.

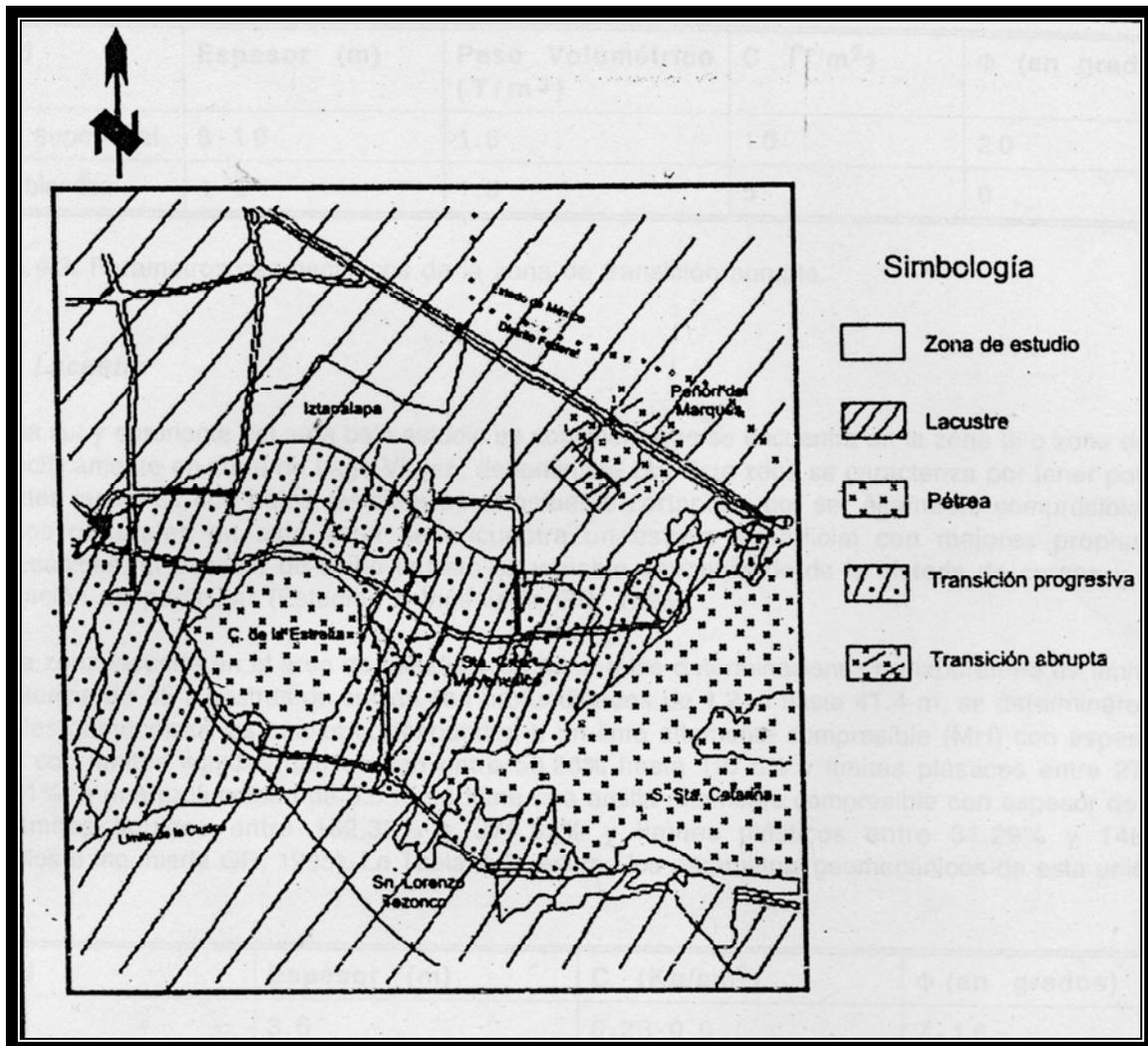


FIGURA 23

Zonificación geotécnica del área.
Tomado de Marsal (1975).

El crestón llamado Peñón del Marqués o Peñón Viejo, está compuesto por dos cuerpos extrusivos. El cuerpo norte es el más reciente y pertenece, de acuerdo a la descripción geológica, al Grupo Chichinautzin. Superficialmente y en cortes que se han hecho para extraer materiales de construcción, se observan capas de espuma de lava (tezontle). El cuerpo sur que es el más viejo y su edad es de más de 700 000 años.

Al pie del Peñón y en torno a él se encuentran arenas volcánicas negras en abundancia, distribuidas en horizontes que dan idea de la frecuencia e intensidad de las explosiones que las generaron.

Una de las características más significativas de la zona es que no existe transición entre los depósitos lacustres y la roca ígnea que forma el cerro, lo que ocasiona en algunos puntos problemas de cimentación críticos por hundimientos diferenciales.

Las fracturas presentes en la zona de estudio son de tipo hidrodinámico y por esfuerzos debidos a estructuras civiles. Las de tipo hidrodinámico pueden ser ocasionadas por varios mecanismos:

Fracturas ocasionadas por tensión debidas a fuerzas horizontales de filtración en los acuíferos confinados, provocando al principio hundimientos del terreno, después se presentan fallas de colapso y finalmente se forman dos grietas paralelas al dren de extracción (Juárez, 1961; Figueroa, 1984).

Fracturas de tensión ocasionadas por abatimiento piezométrico, generadas por la contracción horizontal que se presenta en la zona (Figueroa, 1987), cuando se extrae el agua subterránea por medio de pozo se forma un cono de abatimiento, en los bordes de dicho cono se presentan cambios bruscos de gradiente hidráulico y en estas zonas se forman grietas.

Fracturas ocasionadas por la geometría irregular en los basamentos rocosos (Figueroa, 1984). En el basamento rocoso que se encuentra arriba de un acuífero presenta geometría irregular y se produce abatimiento del nivel piezométrico, induciendo esfuerzos cortantes verticales que ocasionan grietas.

Fracturas ocasionadas por el colapso de un estrato pumítico de muy baja resistencia (Figueroa, 1989), esto ocurre en áreas donde se tienen estratos de arena-gravas pumíticas y si son sometidas a esfuerzos de tensión, como por ejemplo en las grietas paralelas a las curvas de nivel en la zona de pie de monte del Cerro de Peñón del Marqués.

La distribución espacial de estas fracturas fue mapeada en diferentes trabajos (Cabral- Cano et al., 2000; Lugo et al., 1996) estas se presentan en cuanto a rumbo y dirección en grupos.

El grupo de fracturas que se considera ocasionado por la geometría irregular en los basamentos rocosos, o bien por colapso de estratos de baja resistencia a esfuerzos de tensión, se localizan con rumbos paralelos a las curvas de nivel del Cerro del Peñón del Marqués, con una longitud que oscila de 200 a 500 m, formando espaciamientos entre ellas de 20 a 50 m y desplazamientos verticales máximos registrados en campo de 0.70 m y horizontales hasta de 0.10 m.

El grupo de fracturas consideradas de tensión, debidas a fuerzas horizontales de filtración en acuíferos confinados, o bien, a tensión asociada a abatimientos piezométricos y por la geometría irregular en los basamentos rocosos, tienen rumbos NW – SE y afloran principalmente en la parte nororiente del área de estudio, desde Ejército de Oriente hasta Escuadrón Trujano, con longitud desde 20 hasta 300 m. El rumbo preferencial es NW – SE

30° - 45°, los desplazamientos verticales medidos en campo van de 0.02 hasta 5.0 cm y los horizontales desde 0.20 hasta 10.0 cm.

Y un tercer grupo de fracturas ocasionadas por esfuerzos debidos a obras civiles, fracturas de tensión debidas a fuerzas horizontales de filtración en acuíferos confinados y fracturas de tensión relacionadas a abatimiento piezométrico, siendo este tipo de fracturas menos predominantes que las anteriores con rumbos NE – SW y en general en la zona de estudio tienen longitudes de 20 a 50 m con rumbo preferencial de NE – SW 5° - 42°, presentando desplazamientos verticales que van de 0.20 hasta 5.0 cm y horizontales de 2.0 a 6.0 cm.

La figura 24 muestra la cartografía de estas fracturas.

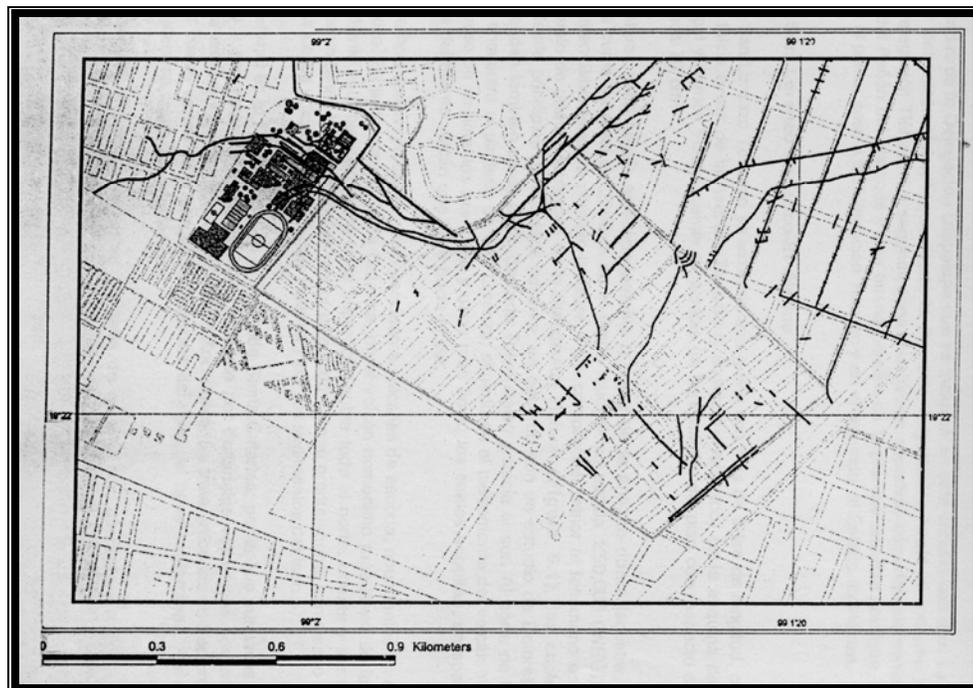


FIGURA 24

Localización de fracturas en superficie
Tomada de Cabral-Cano, et. al. (2000)

Los resultados de los estudios realizados por Díaz (2000), con el método electromagnético de GPR y procesados los datos mediante técnicas tradicionales, nos muestran fracturas que son

relativamente someras, otras parecen ser de carácter regional, que siguen un patrón que puede correlacionarse con las fracturas mapeadas en superficie.

La figura 25 nos muestra la ubicación de los perfiles realizados mediante el método electromagnético GPR en al Unidad Habitacional Ejército de Oriente en la zona del Peñón del Marqués por Díaz (2000).

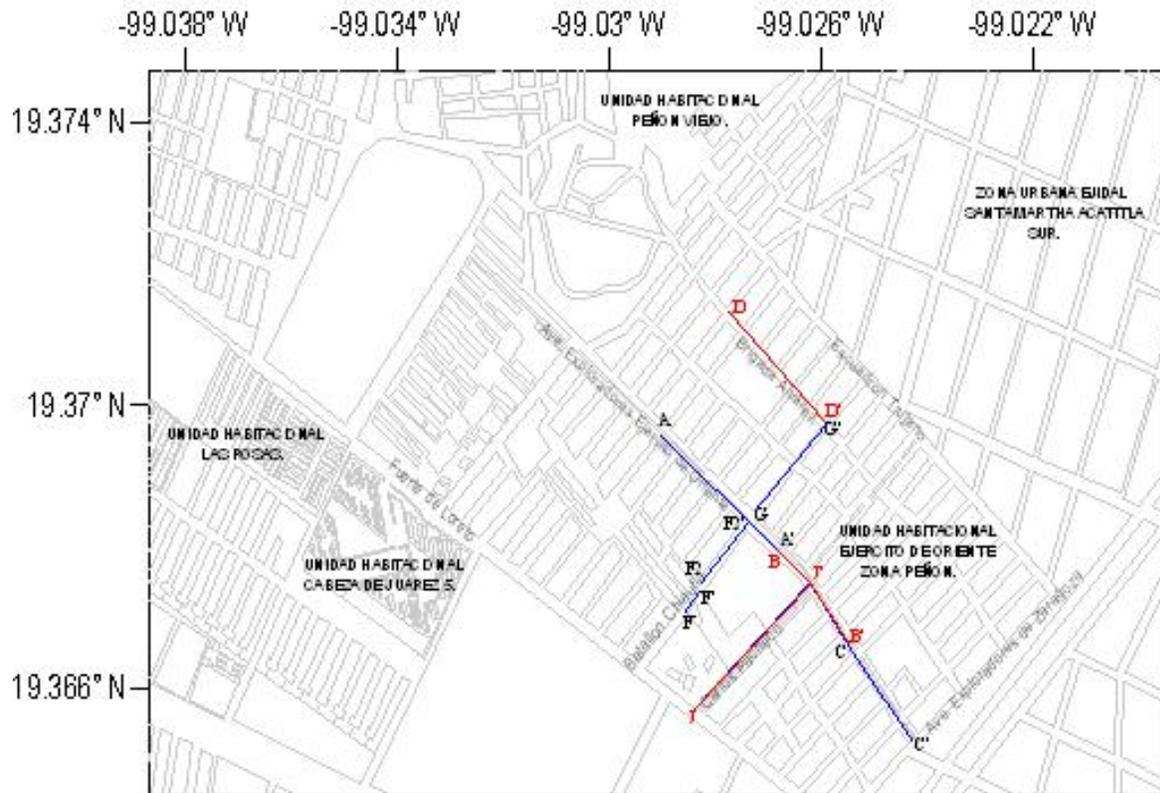


FIGURA 25

Ubicación de perfiles de GPR.
Tomada de Díaz (2000)

El levantamiento de 8 perfiles de GPR fue hecho a lo largo de las calles seleccionadas, cerca de escuelas y casas habitacionales; en la figura 26 se muestra el perfil A-A' en el se pueden observar, sobre la superficie, evidencia de la existencia de las fracturas.

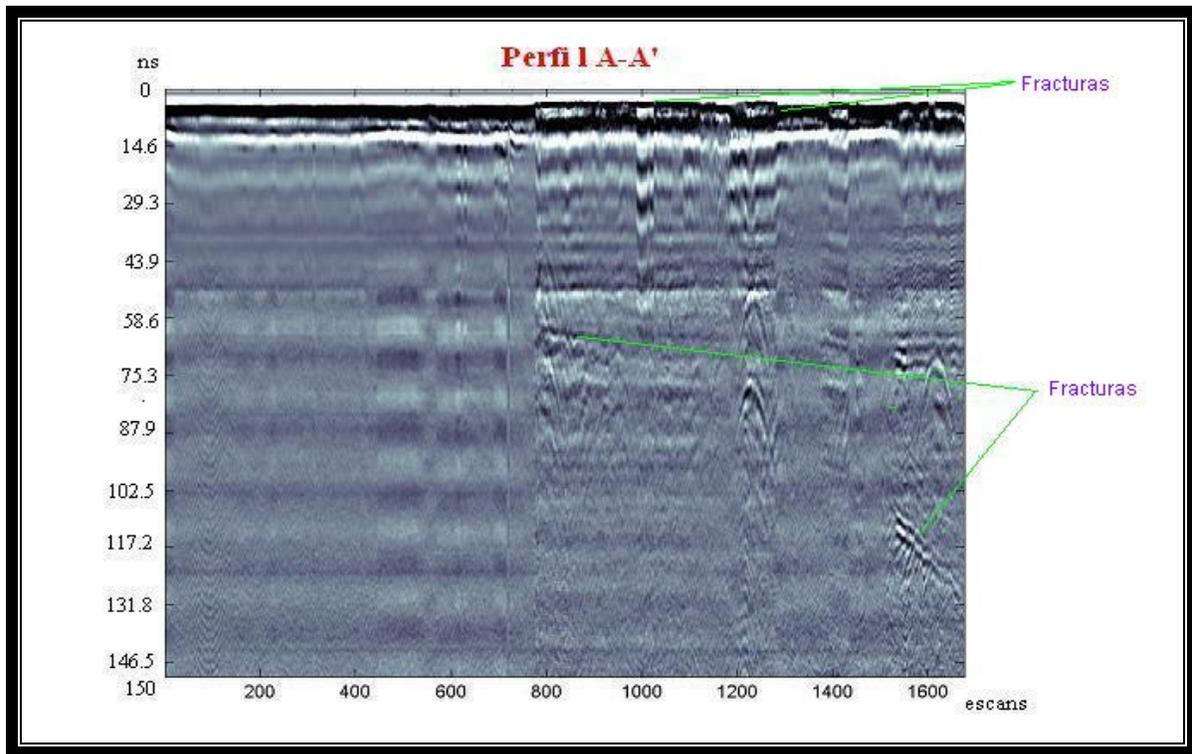


FIGURA 26 Perfil A-A' tomado a lo largo de la calle Exploradores de Oriente. Tomado de Díaz, (2000).

La correlación entre las fracturas mapeadas por el método de GPR y las observadas en superficie fue hecha por Cabral- Cano et al. (2000). La figura 27 muestra las fracturas mapeadas por el método de GPR y localizadas visualmente en el área de estudio.

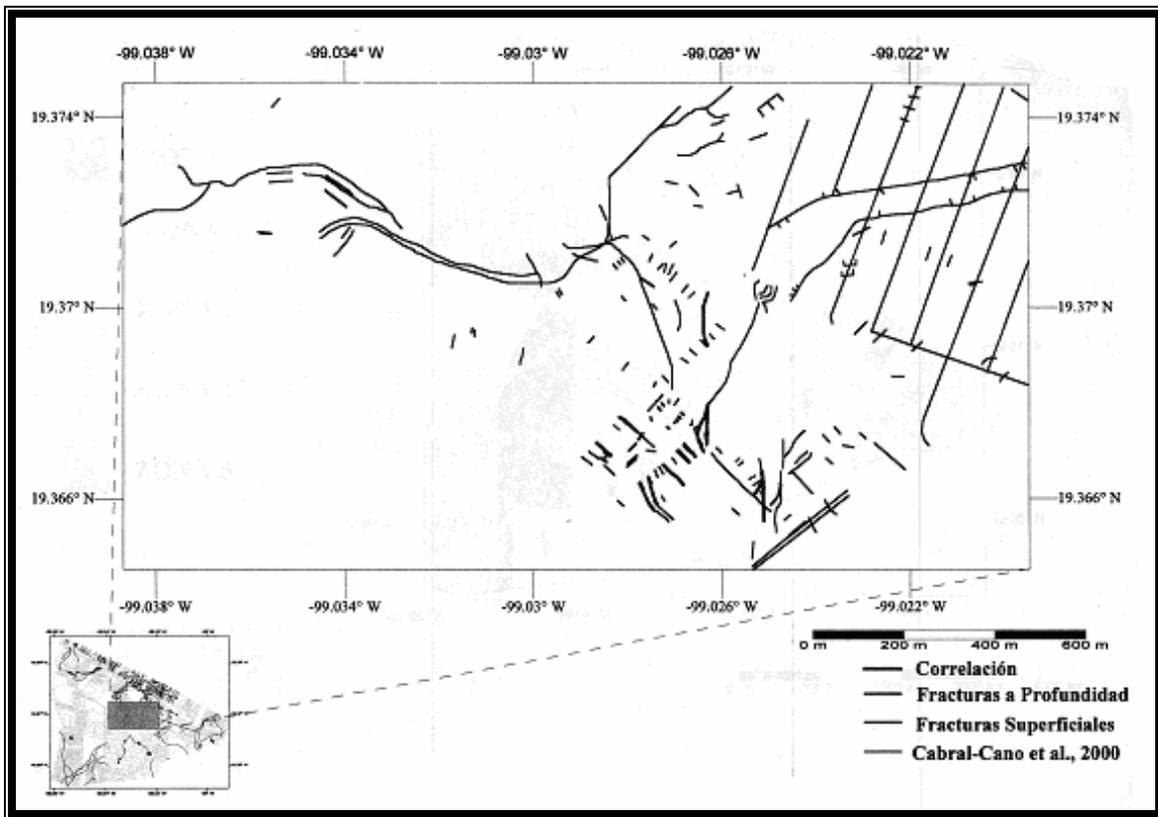


FIGURA 27

Correlación entre las fracturas mapeadas por el GPR y las observadas en superficie. Tomada de Díaz, (2000).

La figura 28, muestra las fracturas vista en la superficie de la zona de estudio y detectada por el GPR.



FIGURA 28

Fracturas vistas en la superficie de la zona de estudio. Tomada de Díaz (2000).

ANÁLISIS DE DATOS UTILIZANDO LA TRANSFORMADA DE WIGNER-VILLE.

A partir de estos resultados obtenidos por Díaz (2000) y con el fin de extenderlos, se realizó un análisis por traza de los datos, por medio de transformaciones en tiempo-frecuencia, se escogió el perfil tomado a lo largo de la calle Exploradores de Oriente en la sección A-A', con una longitud total de 300 m. Elegimos la parte del final de la sección, es decir, de los 270 m. a

los 300 m. porque en ella se distinguían varios efectos de la señal como los de difracción y múltiples, como se muestra la figura 29, en esta sección también se localizaron las 6 trazas de esa sección que se han tomado para ejemplificar el proceso en el presente estudio:

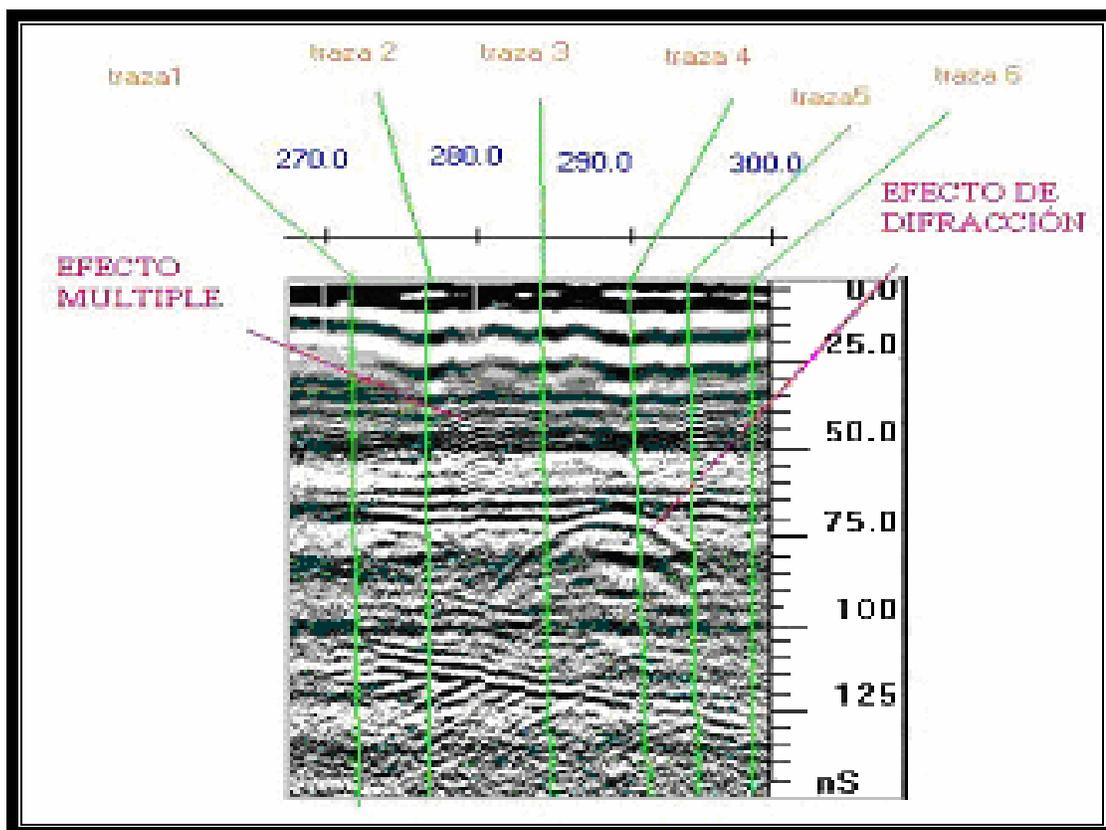


FIGURA 29

Perfil sección a-a', en su parte final y trazas que se tomaron para ejemplificar el proceso en el presente estudio. Tomada de Díaz , (2000).

Se desplegaron las trazas en formato Wiggle y se localizaron, con la finalidad de visualizar mejor la forma de la traza en el perfil, como se muestra en la figura 30.

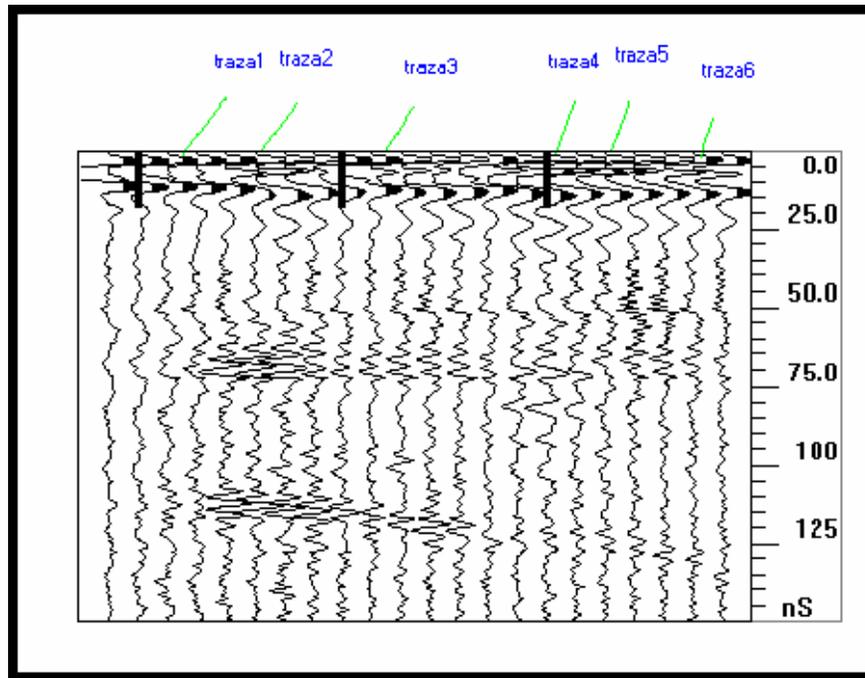


FIGURA 30 Despliegue de datos en formato Wiggle y las trazas

Se obtuvo su espectro de amplitud por medio de la transformada de Fourier de cada una de las trazas del radagrama, donde se distinguen las frecuencias pero no el tiempo en que ocurren estas frecuencias. En la figura 31 se presenta como ejemplo, la primera de las trazas escogidas en el perfil, en la parte superior se muestra la traza en formato de osciloscopio, y en la parte inferior su espectro de amplitud obtenido a través de la transformada de Fourier.

TRAZA 1

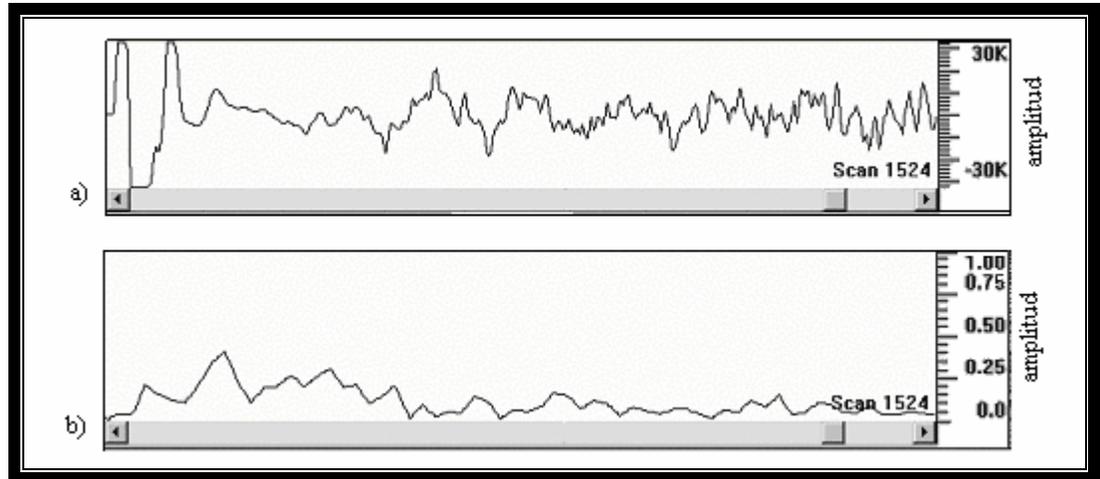


FIGURA 31 a) Se muestra la traza 1, en formato de osciloscopio
b) Se muestra el espectro de amplitud obtenido por medio de la Transformada de Fourier de la traza 1

Los datos obtenidos por el sistema SIR-2000 son desplegados en un archivo cuyo formato es de tipo SEG-Y. Con la finalidad de poder trabajar en la paquetería de MATLAB y procesar los datos, fueron pasados a un archivo de excel. (txt).

Se verificó que los datos se acercaran a una distribución gaussiana, recordando que las señales gaussianas son aquellas en las cuales se minimiza el producto tiempo-ancho de banda acordado por la desigualdad de Heisenberg- Gabor,

Un primer acercamiento para acentuar los reflejos en un radagrama fue filtrar cada una de las trazas por medio de un filtro de variable en el tiempo, que está dado por el algoritmo código de sub-bandas descrito a continuación.

La figura 32 muestra un esquema del algoritmo código de sub-bandas utilizado, donde el procedimiento comienza pasando la señal a través de un filtro óptimo de media banda con respuesta al impulso $h[n]$ (González, et. al., 2000).

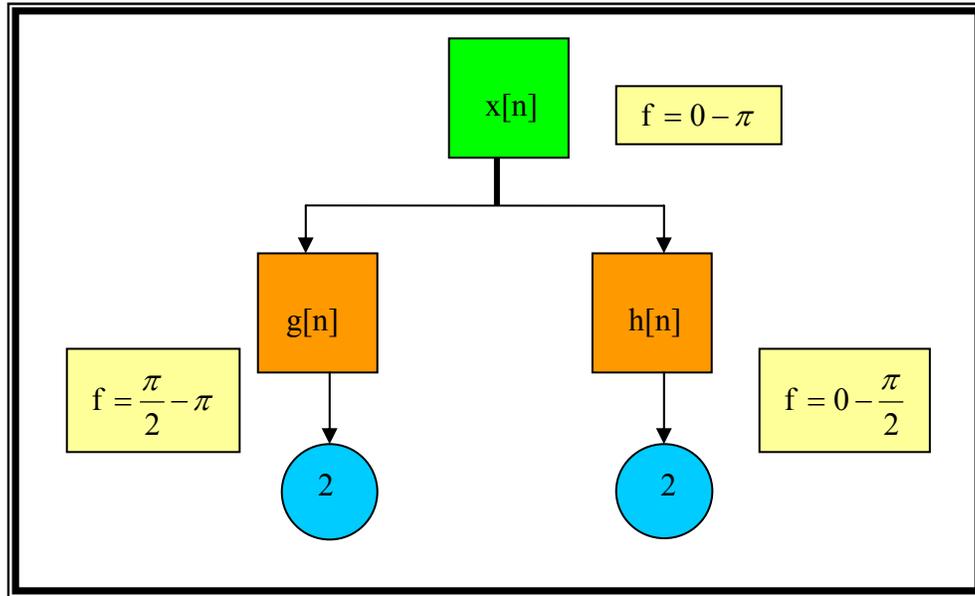


FIGURA 32 Algoritmo código de sub-banda.
González (2000).

Cada nivel de descomposición esta dado por:

$$y_{\text{alta}}[k] = \sum_n x[n] \cdot g[2k - n] \quad \text{----- 5 (1)}$$

$$y_{\text{baja}}[k] = \sum_n x[n] \cdot h[2k - n] \quad \text{----- 5 (2)}$$

Si la información principal de la señal se encuentra en las altas frecuencias, como ocurre en muchos de los fenómenos físicos observados, la localización en el tiempo de estas frecuencias puede ser más precisa, dado que son caracterizadas por mayor número de muestras. Si la información se encuentra en las bajas frecuencias, la localización en el tiempo no es muy precisa, dado que son pocas las muestras empleadas para representar a la señal en estas frecuencias. Este procedimiento ofrece una buena resolución en el tiempo para altas frecuencias y una buena resolución en frecuencia para bajas frecuencias, la mayoría de las

señales en la práctica son de este tipo. Este filtro nos permite ver como se comporta la traza, obteniéndose en la salida del filtro dos partes de la señal, correspondiente una a las altas frecuencias y otra a las bajas frecuencias; este procedimiento puede ser repetitivo, cada vez en una parte de la señal, sin embargo la frecuencia de corte no se puede determinar con precisión, de tal manera que, debe hacerse de forma aleatoria. La figura 33, muestra la traza 1 sin filtrar, la traza 1 filtrada con el filtro de variable del tiempo en su salida en baja frecuencias y comparada con la traza original y por último vemos la salida en altas frecuencias de la señal.

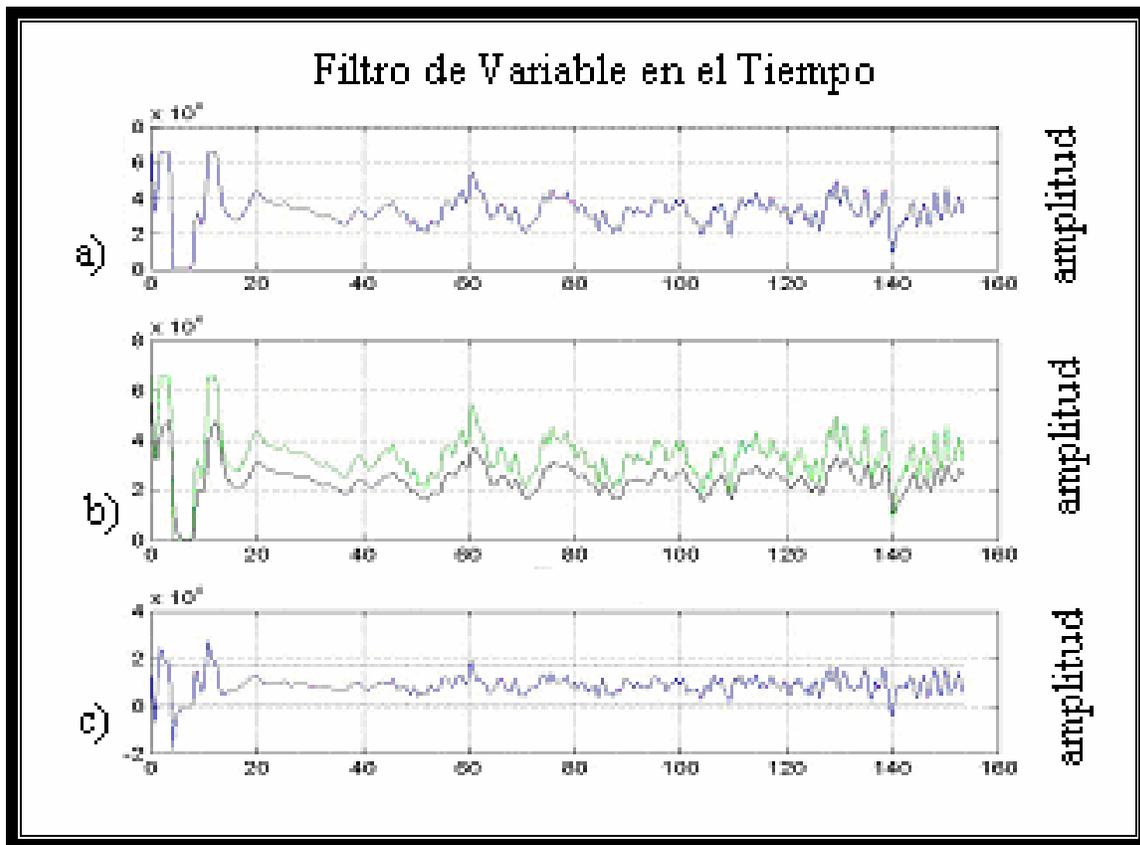


FIGURA 33

- a) Traza 1 sin filtrar
- b) Traza 1 filtrada a través del filtro variable en el tiempo en su salida de baja frecuencia (negro) y comparado con la traza original (verde).
- c) Traza 1 filtrada a través del filtro variable de tiempo en su salida de alta frecuencia.

Con la finalidad de visualizar mejor las salidas de la traza obtenida con el filtro, tanto pasa-baja como pasa-alta, se compararon, lo cual permitió ver cambios de frecuencia en la traza

que podían ser asociados a un reflector, pero no eran claros. En la figura 34, se presenta esta comparación, en la primera parte se muestra la traza 1 original, en la segunda parte la traza 1 filtrada con el filtro en su salida pasa-baja, en la tercera parte la traza 1 filtrada en su salida pasa-alta, en la cuarta parte se muestra, la traza 1 filtrada en su salida pasa-baja comparada con la traza original y en la quinta parte se muestra la traza 1 original, la traza 1 filtrada en sus dos salidas y elevadas al cuadrado. Sin embargo todavía no eran muy claros los resultados, sobre todo en las altas frecuencias donde se esperaba una mejor contribución de la señal.

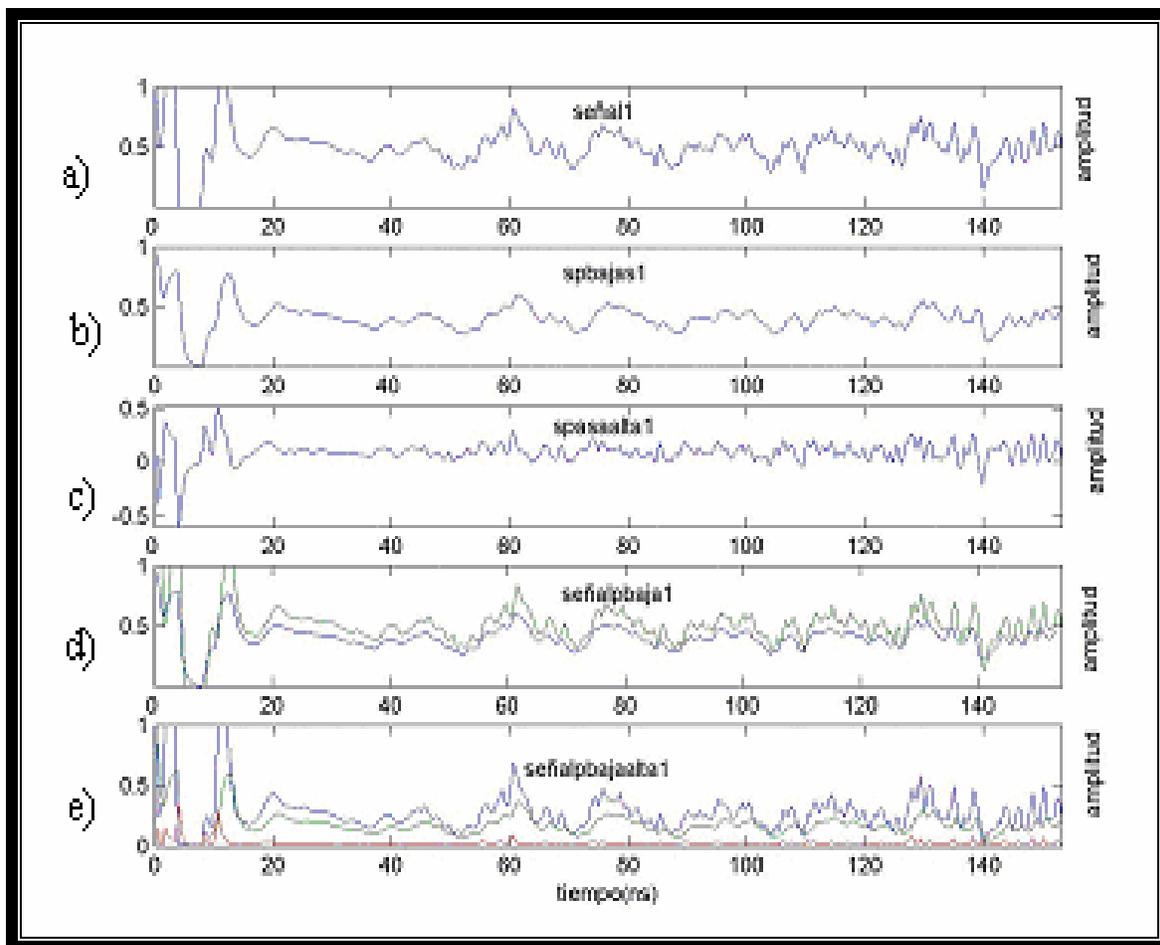


FIGURA 34

- a) Traza 1 original
- b) Traza 1 filtrada en su salida pasa-baja
- c) Traza 1 filtrada en su salida pasa-alta
- d) Traza 1(verde) comparada con su salida pasa-baja (negro)
- e) Traza 1 (negro) comparada con su salida pasa-baja (verde) y con su salida pasa-alta (rojo) elevadas al cuadrado.

Posteriormente se consideró que la primera parte de la traza correspondía a lo que se llama zona ciega o capa de aire, que se produce en el contacto de la antena con la superficie

pavimentada. Por lo que se multiplico por cero la traza de 0 ns. hasta 40ns., y lo demás se multiplica por uno. Esto se hizo con la finalidad de quitar el reflejo correspondiente a la capa de aire o zona ciega. Y que la señal no sufriera un desplazamiento en tiempo si se aplicaba algún filtro. En la figura 35, se muestra la traza 1 a partir de los 40 ns.; la traza 1 a partir de los 40 ns y comparada con su salida pasa-baja. del filtro a partir de los 40 ns y la traza 1 a partir de los 40 ns en su salida pasa-alta del filtro.

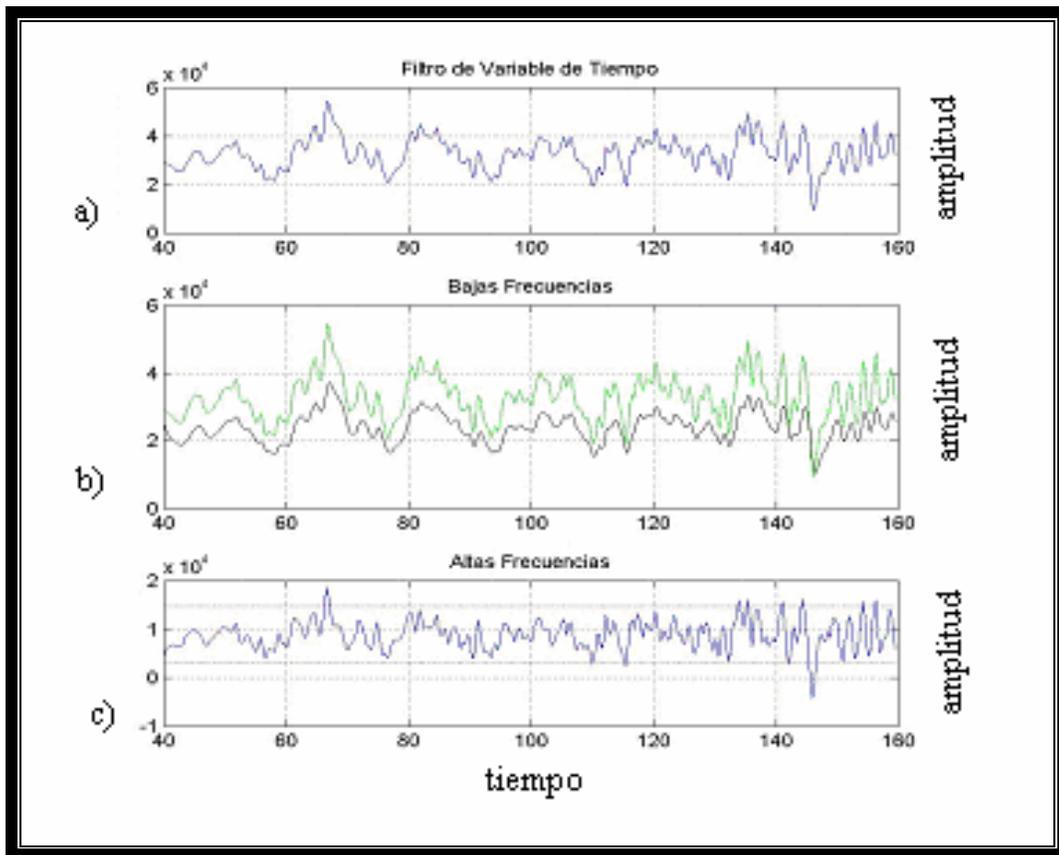


FIGURA 35

- a) traza 1, a partir de los 40 ns
- b) traza 1, a partir de los 40 ns y comparada con su salida pasa-baja a partir de los 40 ns. del filtro
- c) traza 1, a partir de los 40 ns en su salida pasa-alta del filtro.

Se ajustó el filtrado tratando de encontrar la mejor frecuencia de corte, en la figura 36 se muestra la traza 1 filtrada ajustando el filtro con la finalidad de obtener mejor resolución.

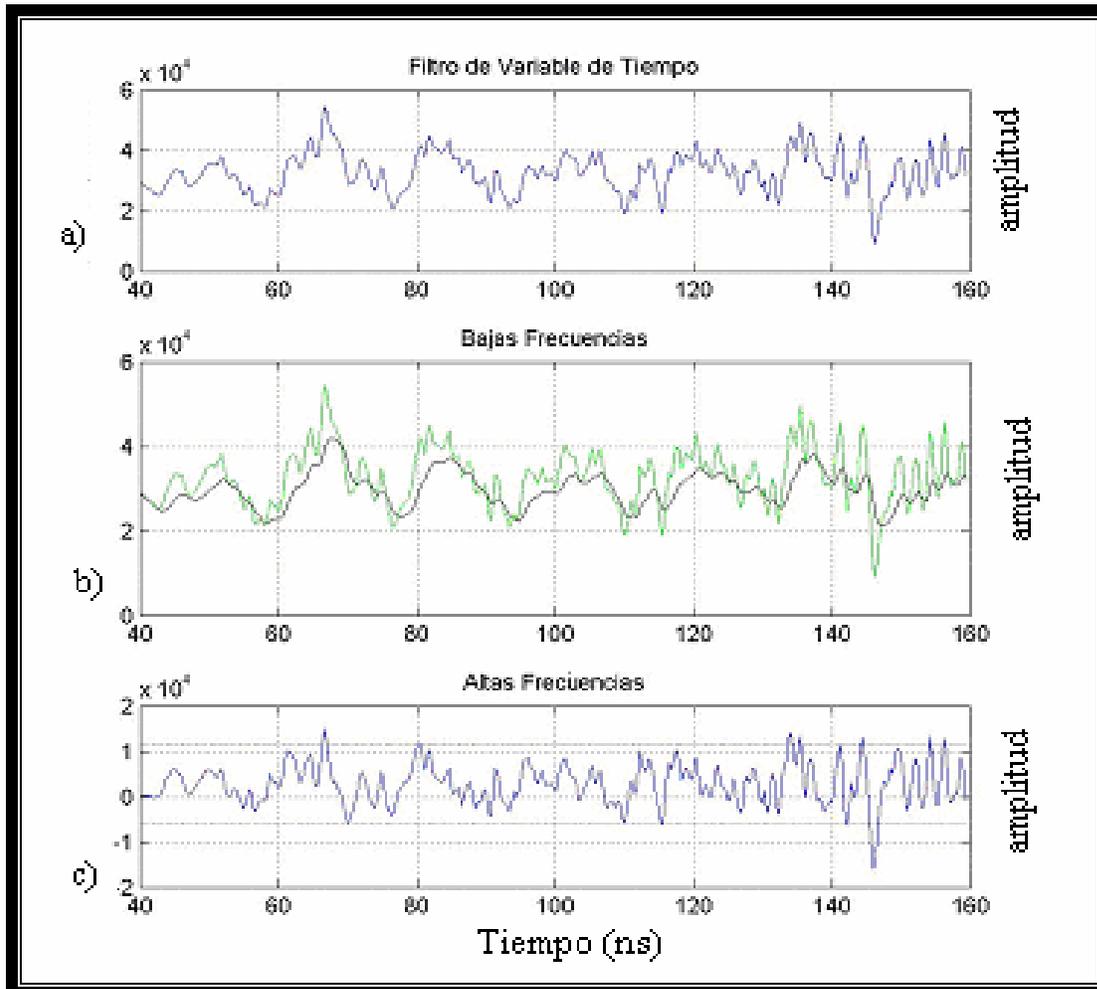


FIGURA 36 a) traza 1 original
 b) traza 1 original y comparada con la traza filtrada con el filtro ajustado en su salida pasa- baja
 c) traza 1 filtrada con el filtro ajustado en su salida pasa-alta

Se obtuvo la dispersión en la parte del filtrado en la salida de alta frecuencia, lo cual permitió ver los valores que son mayores a los parámetros dados en la dispersión (rango de -1,1) y que se podían asociar a reflejos importantes en la señal. Esto produce una buena resolución en el tiempo para altas frecuencias, considerados estos valores como cambios, en los cuales se encuentra la información principal. En la figura 37, se muestran estos valores, considerados cambios en la señal en su alta frecuencia y que se asociaron a reflejos importantes.

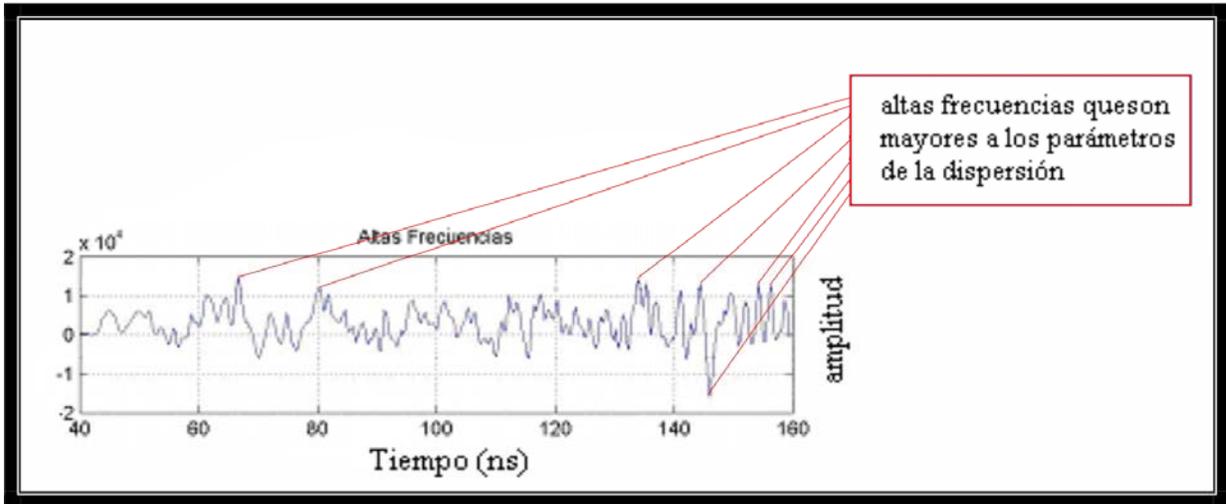


FIGURA 37 Traza 1 en su salida en altas frecuencias. Los valores de frecuencias que son mayores a los parámetros considerados en la dispersión, y que se saocian a reflejos importantes en los que se encuentran los cambios de la señal.

Se obtuvo el espectro de potencia de la señal y con ello la frecuencia central de emisión de la antena.

Sin embargo la sección es todavía ruidosa, y no nos permite ver una buena vusualización de los reflejos de tal manera que se opto por hacer el análisis espectral de la señal por medio de la Transformada Tiempo-Frecuencia de Wigner-Ville, recordando que las expresiones matemáticas utilizadas, son versiones discretas de la ecuación de Wigner-Ville siguiente:

$$WV(t, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int x\left(t + \frac{\tau}{2}\right) x^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right) e^{-j\tau\omega} d\tau \quad \text{----- } 3(55)$$

con la cual, se obtuvo en el plano tiempo-frecuencia, la distribución de la frecuencia en el tiempo, donde se puede detectar una región en la frecuencia de la señal, donde se podían distinguir también los armónicos en el tiempo. En la figura 38 se muestra el análisis espectral en el plano tiempo-frecuencia de la traza 1, mediante la transformada de Wigner.Ville, en él se pueden ver los términos de interferencia generados entre dos contribuciones diferentes de la señal de radar, la región en frecuencia donde se observa que los rangos de variación están entre 100 y 300 Mhz. y que contiene la información principal y la distribución de estos armónicos en el tiempo. También se observa el espectro de potencia de la señal, relacionado

con en el plano tiempo-frecuencia obtenido en el análisis espectral y cuya potencia central es de 200 Mhz., que coincide con la frecuencia central emitida por la antena del Radar de Penetración Terrestre.

TRAZA 1

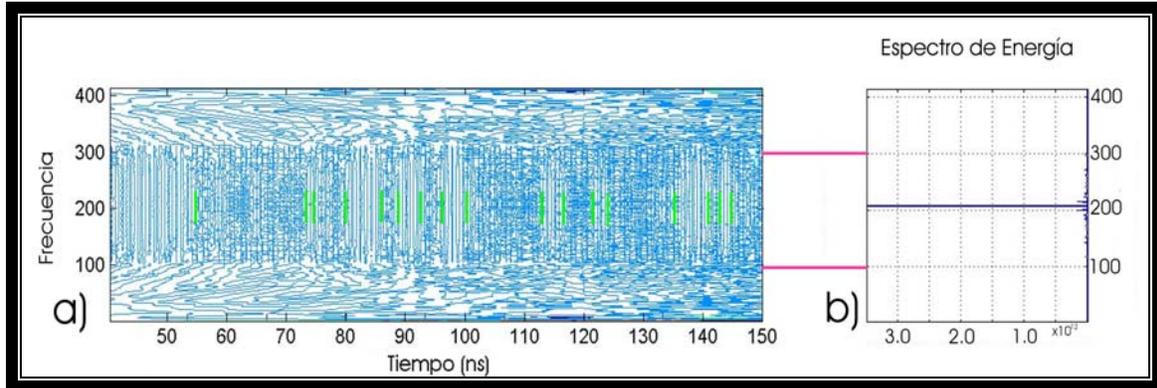


FIGURA 38

a) Análisis espectral de la traza 1, el plano tiempo-frecuencia obtenido por medio de la Transformada de Wigner – Ville en él se pueden ver los términos de interferencia situados entre las dos contribuciones de la señal de radar y la región en frecuencia donde se observa que los rangos de variación están entre 100 y 300 Mhz., la cual contiene la información principal..

b) Espectro de potencia, su correlación con el plano tiempo-frecuencia y la frecuencia central de 200 Mhz que coincide con la frecuencia central.

Este proceso se aplicó a las 5 trazas, elegidas al inicio del proceso, como una metodología de análisis por medio de la transformada tiempo-frecuencia de Wigner-Ville, identificando en cada una de las trazas, la localización de los armónicos en el tiempo, y la región en frecuencia donde se observa que los rangos de variación están entre 100 y 300 Mhz., donde se encuentra la información principal de la señal.

A continuación en las figuras 39, 40, 41, 42 y 43 se presentan estas trazas relacionadas con el plano tiempo-frecuencia.

TRAZA 2

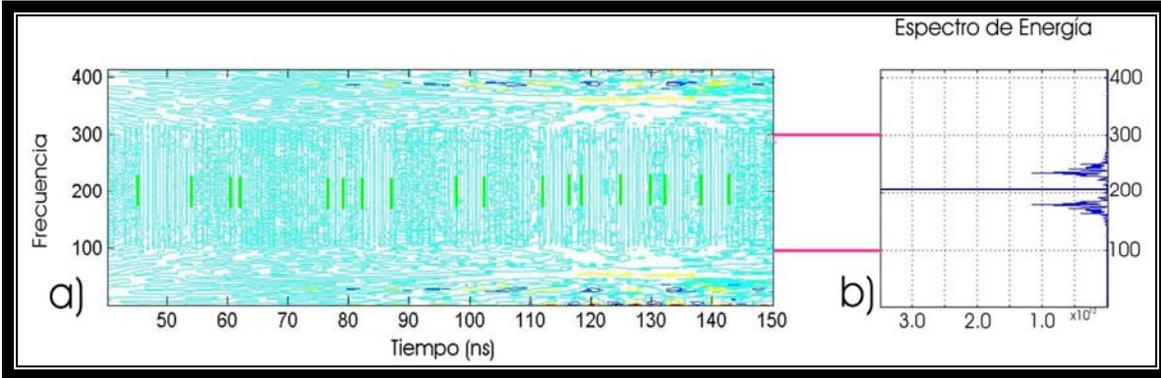


FIGURA 39 Análisis espectral de la traza 2

TRAZA 3

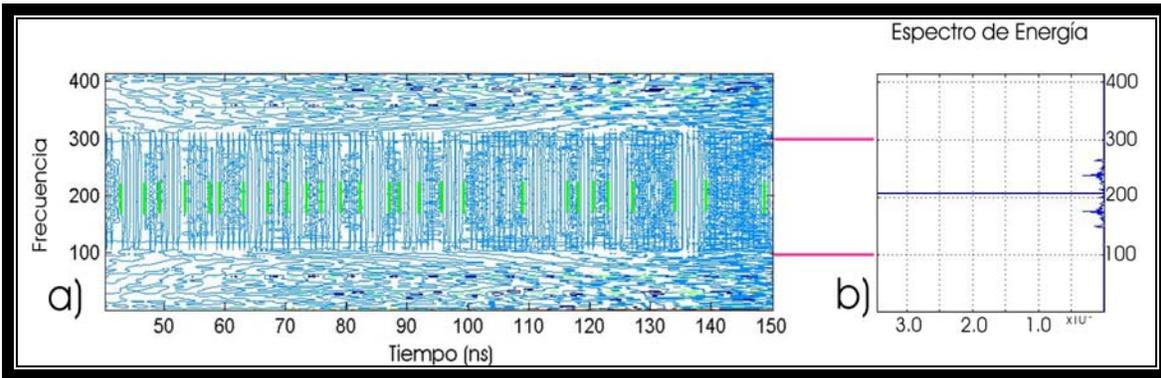


FIGURA 40 Análisis espectral de la traza 3

TRAZA 4

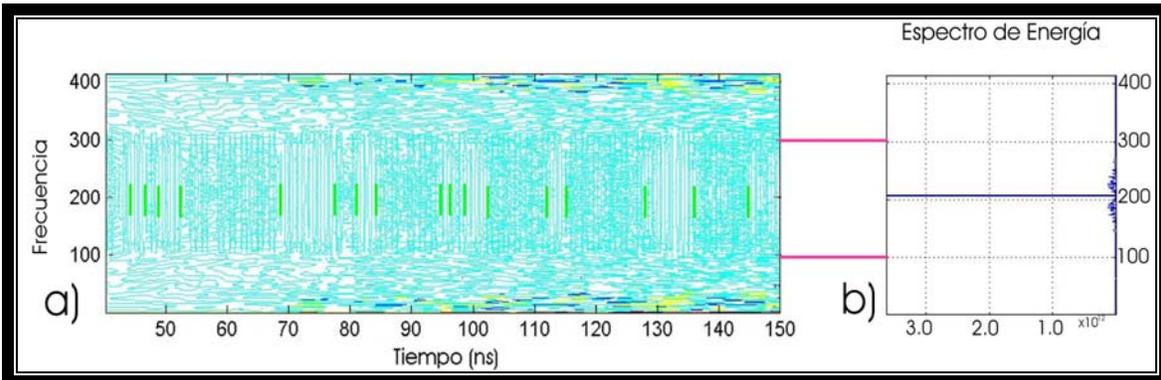


FIGURA 41 Análisis espectral de la traza 4

TRAZA 5

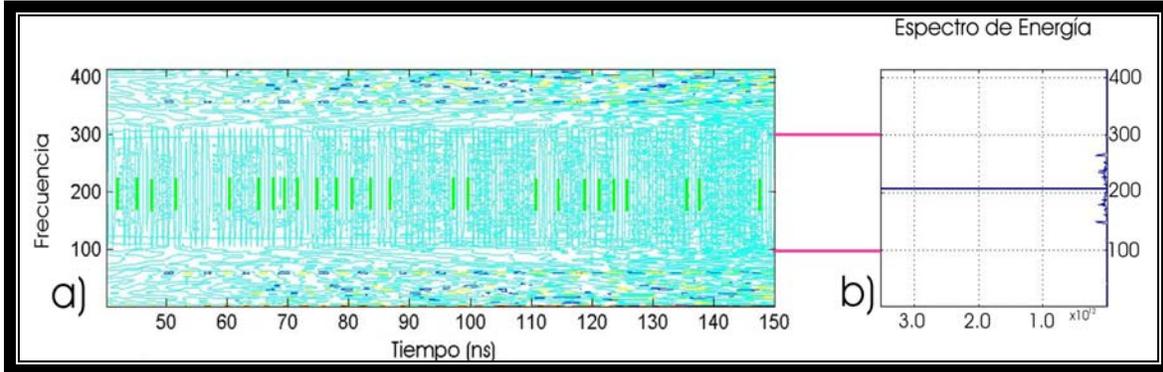


FIGURA 42

Análisis espectral de la traza 5.

TRAZA 6

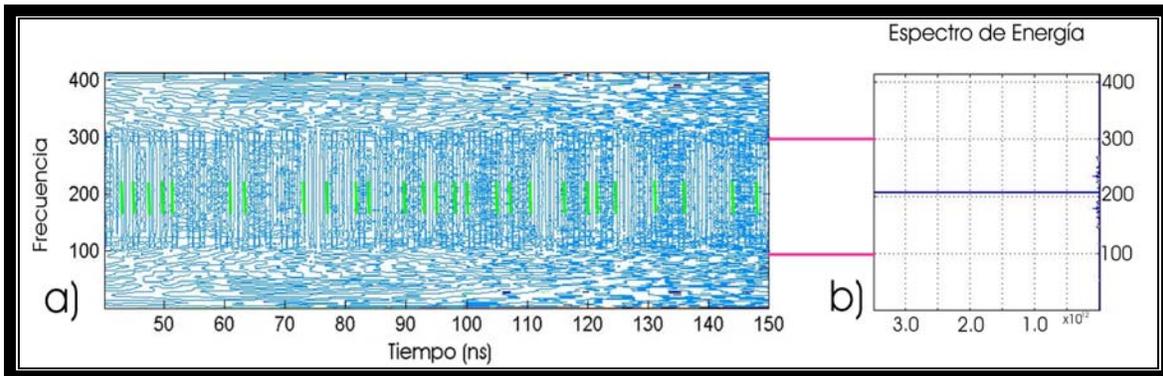


FIGURA 43

Análisis espectral de la traza 6.

Posteriormente se filtro cada una de estas trazas en la región en frecuencia considerada que contiene la información principal, es decir, entre 100 y 300 Mhz, por medio de un filtro pasa-banda lo cual permitió ver los reflejos en el cual se presentaba el cambio en propiedades del material. En la figura 44 se presentan las 6 trazas filtradas.

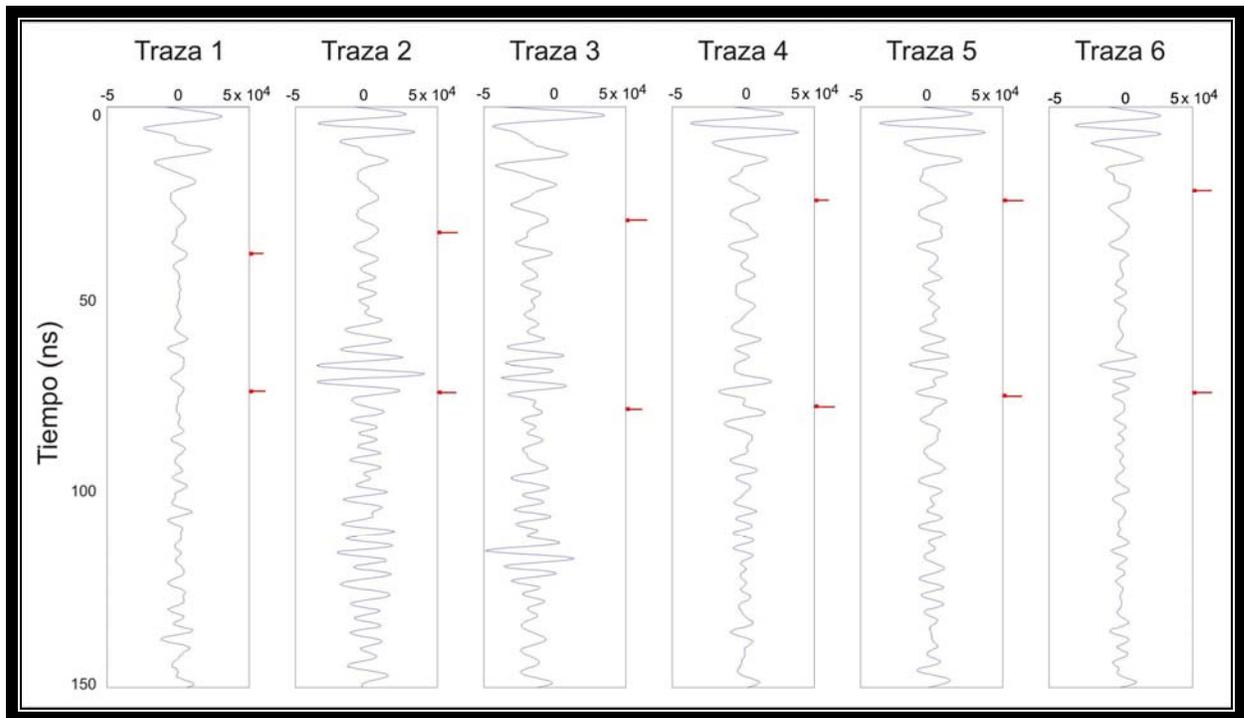


FIGURA 44 Trazas filtradas, primero y segundo reflejo de la señal

Con la finalidad de interpretar la sección de georadar estudiada con esta técnica y dado que cuando se realizaron los estudios de prospección con el radar de penetración terrestre en el sitio, no se tuvo la posibilidad de calibrar las líneas de radar con un sondeo que proporcionara la información geotécnica del subsuelo en el lugar, se han tomado los estudios realizados en varios sondeos geotécnicos y litológicos cuya estratigrafía condensada se muestra en la tabla 9:

SONDEO	LOCALIZACIÓN	Z.P.	L O N G I T U D	N.F.	ESTRATIGRAFÍA CONDENSADA																																							
					FORMACIÓN SUPERFICIAL				2ª FORMACIÓN				3ª FORMACIÓN				4ª FORMACIÓN				5ª FORMACIÓN																							
					SUCS	w%	N	Prof.m.	SUCS	w%	N	prof.m.	SUCS	w%	N	prof.m.	SUCS	w%	N	prof.m.	SUCS	w%	N	prof.m.																				
1	PREPA 1, D.F.	13	10		CL YML	20			3	CH		150			5	MH	50			7	basalto					9.5																		
2	C-4, Sta.Cruz y Av.6	13	38	2	CL	80		8	3	SM		450	10	>50	12	CH	250		12	37																								
3	Av.12 entre M.Acuña y G.Canar	13	50	3	MH	70		PP	3.5	CH		180		PP	18	SM	25		>50	23	CH	250		PP	50																			
4	Peñón No.2		234		CL				4	SM					18	SM				234	litologico																							
5	Peñón No.4		240		CL				25	SM					120	SM				240	litologico																							
6	Peñón No.5		240		CL				50	SM					170	SM				245	litologico																							
7	Peñón No. 6		235		CL				40	SM					190	SM				235	litologico																							
8	Ejercito de oriente	13	15	3	SM	50		25	4	CL		25		50	8	CH	250		PP							13																		
9	B. 5 de Mayo, Quetzal y Cuite	13	40		SM	40	8	>50	8	CH	100	400	1	5	41																													
10	B. 5 de Mayo, Quetzal y Cuite	13	39		SM	30		18	5.5	CH		2		8	11	SM	40		8	17.5	CH	260	PP	20	38	SP	20		50	39														
11	B. 5 de Mayo, Quetzal y Cuite	13	32	4.8	SM	40	7	30	9	CH		150		5	30.5	Tezon tle			32																									
12	B. 5 de Mayo, Quetzal y Cuite	13	23		SM	30		20	9.8	CH		180		8	14	SM	20		10	16	CH,MH	120	PP	50	22	SM	40	20	50	23														
13	I.Zaragoza y C-1 ENEP, Aragón	9	32	2	ML	70			1.5	CH		450			32	SM				35	SC							42																
14	Prolong.P.E.Calles y Prolong. C-73	13	40	1	MH	30		7	4	CH,SC	150	30	10	30	40	Arena a 9 m.y a 25 m.																												
15	B. 5 de Mayo, Quetzal y Cuite	13	74.5	4	CH	100		5	5	CH		350		PP	45	CH	250		PP	72.1					40		50	74.5																

TABLA 9

Estratigrafía condensada de los sondeos, los sondeos litológicos, fueron tomados de Valencia (2002); los sondeos geotécnicos de Marsal (1978) y el Poza No. 13 tomado de Matías (2001).

Los sondeos han sido localizados en la planta topográfica, como se ve en la figura 45. Los sondeos 4, 5, 6 y 7 son de tipo litológico, se utilizó información de los análisis realizados en los 4 pozos, contemplados en el convenio llevado a cabo entre el Instituto de Geología de la UNAM y la Dirección General de Construcción y Operación Hidráulica (DGCOH) en los años 1999 y 2000. Algunos de los datos de los cortes litológicos proporcionados por la DGCOH, no son del todo confiables. La sección A-A' muestra la distribución de los sondeos 9,10,11,12 y 13. El pozo 13, es el pozo de agua potable Neza No. 5, hecho por la Facultad de Ingeniería de la UNAM, el cual fue tomado hasta la primera capa dura y la profundidad real del sondeo fue de 350 m. La información de los pozos restante fueron tomadas de Marsal (1978). También se muestra el corte h-h' que pasa por los pozos 10, 11 y 12.

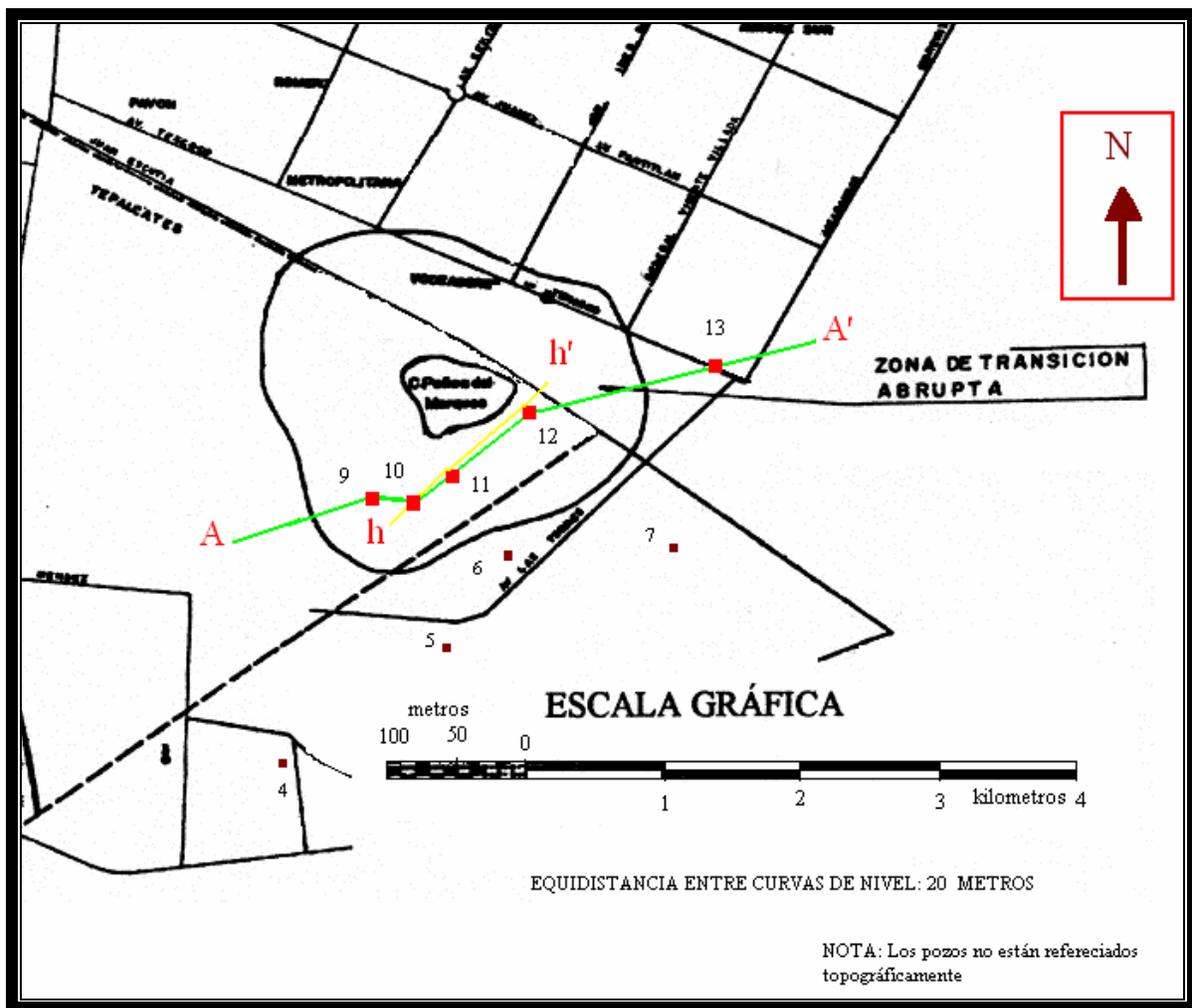


FIGURA45

Localización en la planta topográfica del Corte h – h' y de la distribución de los sondeos de la sección A-A'.

En el corte h – h' mostrado en la figura 46 se observa que la pendiente de las capas incompresibles de arena con gravas de tezontle, penetra en los mantos compresibles y tienen una pendiente mayor al 10 %.

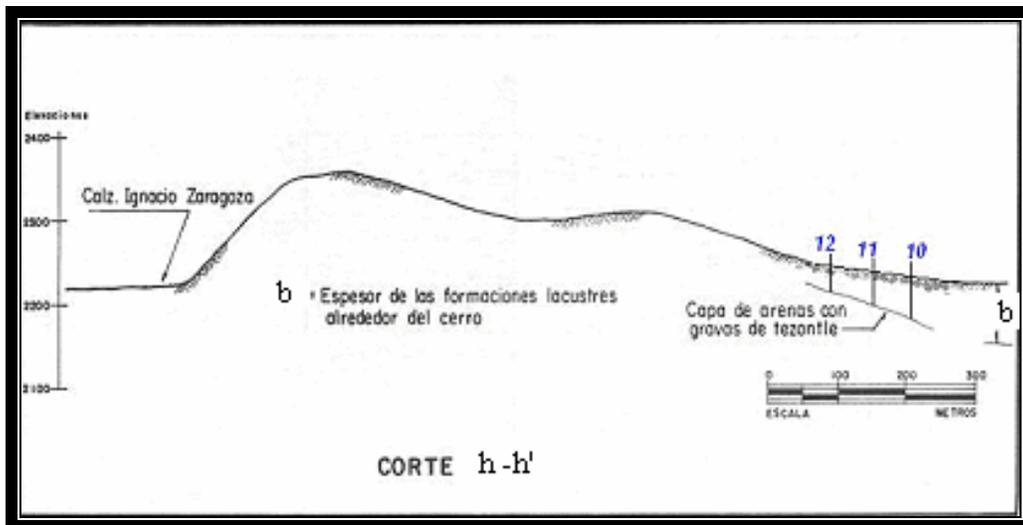


FIGURA 46

Corte h - h' en el Peñón del Marqués
Tomada de Marsal (1978).

RESUMEN DE LA ESTRATIGRAFÍA.

Del reporte estratigráfico obtenido de los pozos se observó, que en un radio de 2 km. en torno al Cerro del Peñón del Marqués, el depósito más somero es material orgánico de aproximadamente 1 m. de profundidad.

Subyaciendo a este depósito se encuentra una formación llamada Unidad Superficial, constituida por limos y arcillas plásticas como lo definió, Ortega (1989).

Bajo esta formación se encuentra un depósito de 33m. en promedio de espesor, conocida como Unidad Arcillosa Superior (U. A. S.); constituida por capas de arenas arcillosas muy compresibles, saturadas y plásticas, así la nombraron Matías (2001) y Ortega (1989); por

otra parte a esta formación la describe Marsal (1959), como un paquete constituido por capas arcillosas muy compresibles y saturadas.

A una profundidad promedio de 33 a 36 m. se encuentra la Primera Capa Dura con un espesor promedio de 3m., constituida por materiales limo- arenosos compactos y rígidos.

Se hace una correlación estratigráfica en la zona para tener una visión de las diferentes estratigrafías que presenta el subsuelo, se realizó una sección denominada A-A' mostrada en la figura 40 cuya longitud aproximada es de 600 m., dicha sección parte del pozo 9, continua con el sondeo 10 y posteriormente con el pozo 11 y 12, que están localizados a lo largo de las calles Batalla del 5 de Mayo, Quetzal y Cuite. Finalmente la sección termina en el pozo Neza No. 5 hecho por la Facultad de Ingeniería de la UNAM.

En el pozo 10, el primer metro de profundidad pertenece a un relleno de material orgánico con restos de material de construcción como tabique y vidrio, en el pozo 11 este material aumenta a poco más de metro y medio y disminuye en el pozo 12 a unos 0.80 m. y vuelve a profundizarse en el pozo 13 presentando aproximadamente 1.00 m.

Subyaciendo a este material orgánico, se encuentra la Unidad Superficial, constituida por limos y arcillas plásticas, en el pozo 10 tiene un espesor de aproximadamente metro y medio, en el pozo 11 aumenta a unos tres metros y medio y en el pozo 12 disminuye a unos dos metros de espesor, disminuyendo más en el pozo 13 a poco menos de dos metros.

Abajo de la Unidad Superficial, se encuentra la Unidad Arcillosa Superior en el pozo 10 es de aproximadamente 19 m. de espesor, en el pozo 11 es de 26 m. en el pozo 12 es de 30 m. y en el pozo 13 es de 40 m.

Suyaciendo la Unidad Arcillosa Superior, se encuentra la Primera Capa Dura de aproximadamente 3m., de espesor en el pozo 13, y sólo se alcanza a tocar en los pozos 12 y 11.

En la figura 47 se muestra la sección A-A' estratigráfica de los pozos, descrita anteriormente en la planta topográfica con la finalidad de dar una idea a profundidad de los materiales existentes.

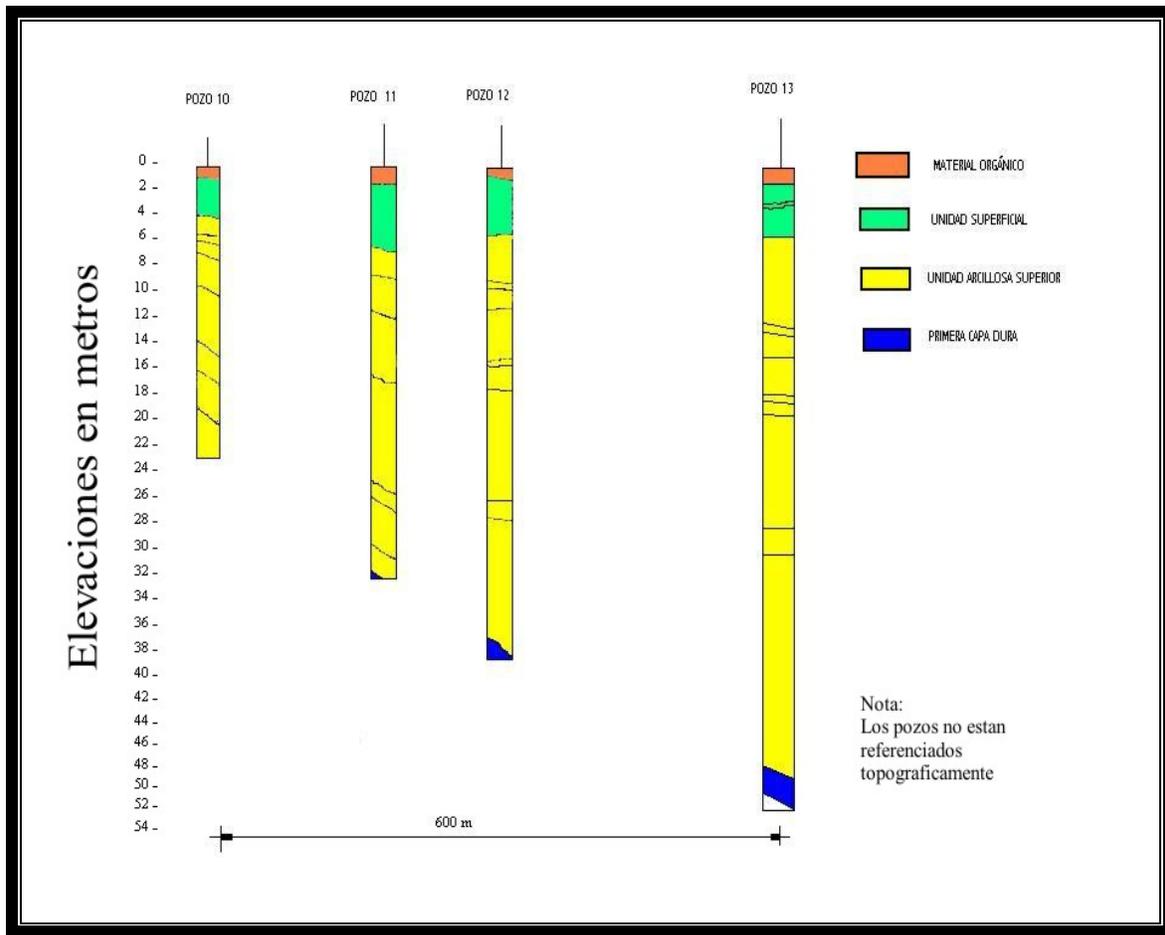


FIGURA 47

Sección A-A' estratigrafía de Pozos

De tal forma que en la zona se encuentran arcillas de alta compresibilidad hasta 77m de profundidad y roca aflorando superficialmente.

En la parte norponiente de la zona de estudio, se reportaron espesores de materia orgánica hasta de 1m. de espesor, se observó que superficialmente se encuentran arenas limosas de compacidad media a alta con contenidos de agua menores de 100%. Después se tienen arcillas de alta compresibilidad con contenidos de agua variables de entre 100 y 400%. A una profundidad promedio de 7m. se presenta un estrato de arena limosa de baja compresibilidad, la cual sobreyace a capas de arena y grava de tezontle con contenidos de agua muy bajos, esta unidad es la que se considera con menor capacidad de carga

En la zona de transición abrupta se tienen dos características, primero la presencia de grietas cuya traza tiende a ser paralela a las curvas de nivel del cerro, que hace necesario hacer estudios detallados de la zona, y la segunda la existencia de antiguos manantiales, donde actualmente el bombeo de los estratos permeables ha abatido los niveles piezométricos a tal grado, que la zona permeable y fracturada debe funcionar como pozo de absorción, abatiendo localmente la presión de poro, lo que ha hecho desaparecer dichos manantiales.

La zona de transición donde se presentan estas condiciones estratigráficas no se puede delimitar con precisión, esto es debido a la escasez de sondeos y de las irregularidades topográficas del sitio, aunque se considera que en un radio de 600 a 1 000 m. alrededor del cerro es probable encontrar tales condiciones.

La tabla 10 muestra el resumen de los parámetros geomecánicos de la zona.

Unidad	Espesor (m)	Peso volumétrico (T/m ³)	C (T/m ²)	Φ(en grados)
Costra superficial	8 – 10	1.6	10	20
Suelos blandos	4 – 6	1.3	5	

TABLA 10 Parámetros geomecánicos de la zona de transición abrupta
Tomada de Cabral-Cano, et. al. (2000)

La zona sur y suroriente del área de estudio se considera que se encuentra en la zona del Lago Virgen, esta zona se caracteriza por tener potentes depósitos lacustres con baja resistencia al esfuerzo cortante y por ser altamente compresible. En términos generales en esta zona se encuentra un estrato superficial con mejores propiedades geomecánicas, considerando el espesor de dicho estrato como variable dependiendo de la historia de cargas y de su localización en particular. El resumen de los parámetros geomecánicos de esta unidad se muestran en la tabla 11:

Unidad	Espesor (m)	C (kg/cm ²)	Φ (en grados)
Limosa	3.6	0.23 – 0.6	7 – 18
Arcillosa	3.6	0.19 – 0.53	0 – 7

TABLA 11 Parámetros geotécnicos de la zona.
Tomada de Cabral-Cano, et. al. (2000)

En la tabla 12, se muestra la información geofísica existente en la zona, hecha a través de varios estudios por la Comisión Nacional del Agua, y la empresa CIGSA (2000). La cual coincide, con los tipos de materiales descritos anteriormente, en los sondeos mecánicos.

CLASIFICACIÓN GEOTÉCNICO-GEOFÍSICA					
Zonificación Litoógica	Unidad Geofísica	Velocidad de ondas p (m/s)	Resistividad (ohm-m)	Densidad promedio extrapolada	Correlación con materiales
Transición	U2a	1300-1900	10-22	1.7-2.2	Material mediano a grueso (arcillas, arenas y gravas)
	U2d	1900-2500	22-40	1.9-2.1	material granular y roca alterada Gravas, arenas y tobas, con intercalaciones de arcillas volcánicas muy compresibles

TABLA 12 Clasificación geotécnico-geofísica. Tomada de Informe Comisión Nacional de Agua (2000).

El análisis de los datos geotécnicos anteriores, nos permitió interpretar la sección de radar de la figura 26. La figura 48 muestra la traza 1 original, el plano tiempo-frecuencia, la traza 4 filtrada en la región de frecuencia que contiene la información principal y muestra los reflejos de la señal considerado como un cambio de propiedades, siendo que la discontinuidad de una señal puede consistir en un cambio abrupto de una baja frecuencia a una alta frecuencia o viceversa, debido al traslado de la señal de una capa del subsuelo a otra. Finalmente la correspondencia cualitativa de la traza filtrada con la estratigrafía condensada del pozo 12 en el sondeo mecánico.

Analizándolo de manera más detallada, es posible determinar la estratigrafía del subsuelo, tomando como base la profundidad del cambio en las características de los materiales obtenidas por medio del sondeo mecánico. Esta técnica nos permite determinar de manera directa la región de frecuencia donde se encuentra la mayor información, de tal manera, que nos permite distinguir las frecuencias de corte en este caso entre 100 y 300 Mhz., de

manera que al filtrar entre estas dos frecuencias de corte, nos permite visualizar los reflejos importantes en una señal. Diferenciar límites o discontinuidades de manera más confiable entre las distintas capas del subsuelo.

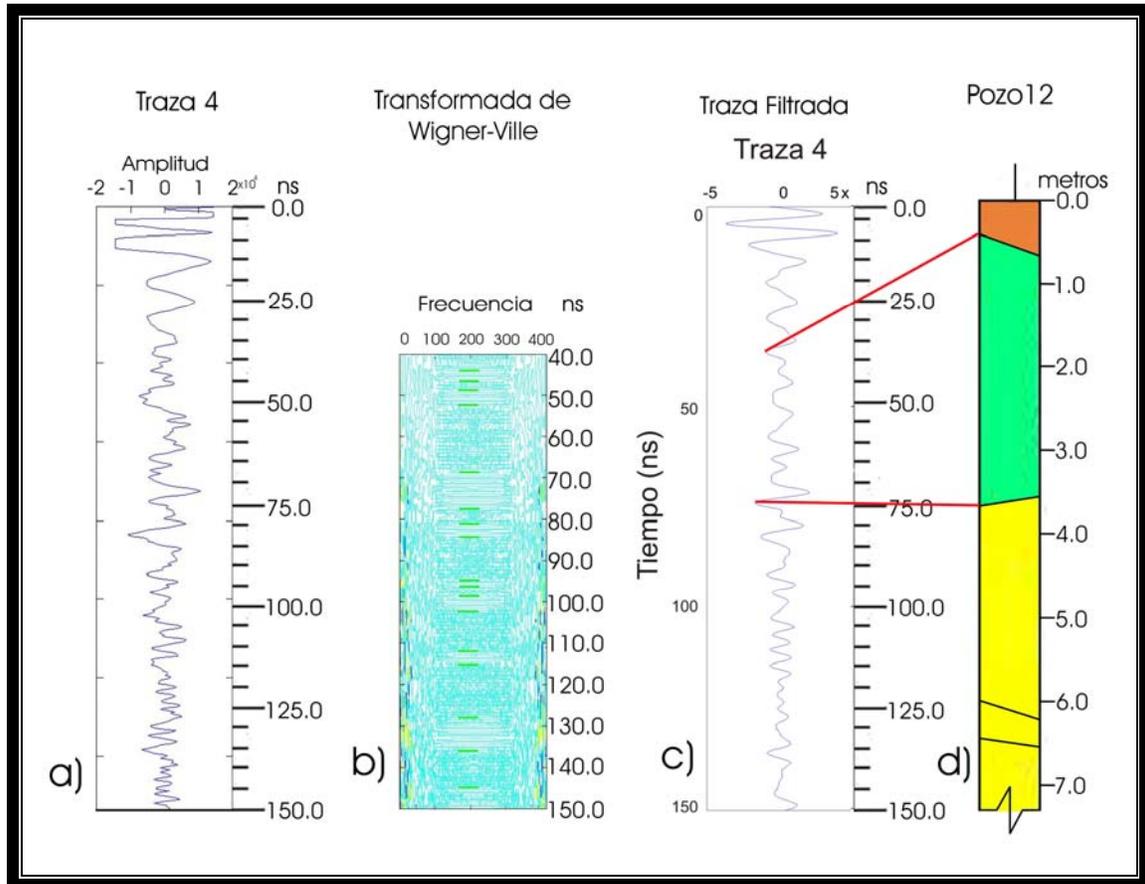
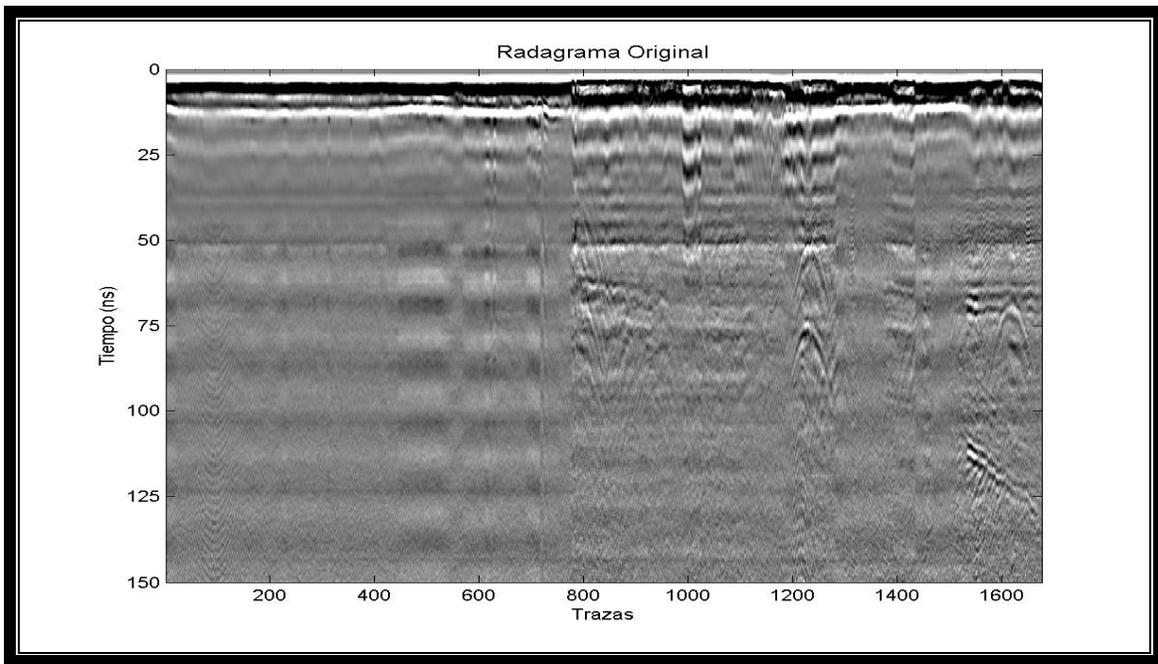
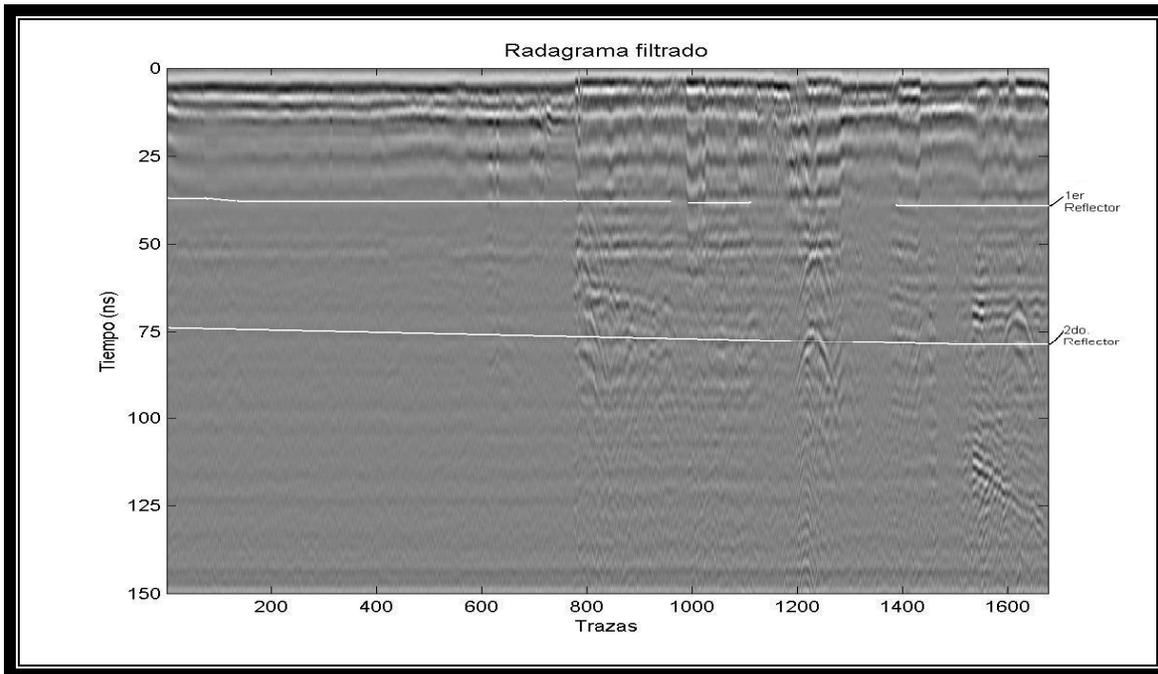


FIGURA 48 a) Traza 1 original.
 b) El plano tiempo-frecuencia que nos muestra la región de frecuencia que contiene información principal.
 c) Traza filtrada en la banda de frecuencias (100 a 300 Mhz.).
 d) Relación de la columna estratigráfica con la traza filtrada.

Si se reconstruye el radagrama de las trazas filtradas y se compara con el radagrama original, se distingue el primer reflector claramente. De tal manera que en el radagrama, se presentan cambios en los parámetros medidos por el GPR, y con esta técnica podemos diferenciarlos de manera más confiable. La figura 54 muestra esta comparación.



a)



b)

FIGURA 54

a) Se presenta el radagrama original
 b) Radagrama filtrado que muestra los reflectores considerados como estratos

Aproximadamente entre los 30 ns. del tiempo doble de viaje de la señal, se ve en el radagrama filtrado un primer reflector horizontal asociado a la primera capa identificada como la Unidad Superficial diferenciando el primer límite a una distancia aproximada de 1.00 de profundidad y a 75 ns de tiempo doble de viaje de la señal, se ve en el radagrama filtrado un segundo reflector, que permitió diferenciar el segundo límite en las capas del subsuelo a una distancia aproximada de 3.5 m. de profundidad correspondiente a la segunda capa denominada Unidad Arcillosa Superficial.

Estos datos en tiempo y profundidad obtenidos cualitativamente en los reflectores anteriores, permitió obtener la velocidad media de propagación de la onda electromagnética en el medio, aproximadamente de 0.045 m/ns, correspondiente a una arcilla saturada sin embargo cabe mencionar que el rango de este tipo de material varía de manera substancial, lo cual también coincide con a la unidad arcillosa superior en el pozo analizado.

Se muestra que la transformada en tiempo y frecuencia de Wigner-Ville puede detectar la región de frecuencias, en este caso particular las frecuencias se produjeron entre 100 y 300 Mhz, siendo la frecuencia central de 200 MHz. La característica principal de este análisis es que los cambios son localizados en tiempo y frecuencia, proporcionando el sitio del cambio en el tiempo, las frecuencias de corte en que se encuentra la información principal de manera directa.

CONCLUSIONES

El Radar de Penetración Terrestre (GPR) ha evolucionado hacia una mayor sensibilidad en la variación de la permitividad eléctrica del terreno, mediante el control adecuado de la frecuencia a la que se envía la señal electromagnética al subsuelo.

Con el análisis desarrollado en este trabajo se puede tener una visión clara de las características de las señales, que de manera natural no es posible visualizar, como la detección de discontinuidades o cambios, que sufre en su tiempo doble de viaje la señal.

Las señales que se reciben se analizaron mediante un proceso de filtrado óptimo, combinado con un proceso estadístico para detectar simultáneamente cambios de tiempo y posición, en este proceso fue necesario el análisis de espectro de frecuencias obtenido a través de la Transformada de Fourier, en el que cada una de las frecuencias se presenta en todo el período de tiempo, de tal manera que se desconoce el período de tiempo en el cual se produce cada una de las frecuencias. De tal forma que depende de la selección aleatoria de la frecuencia de corte, la cual puede ser más adecuada o no serlo, siendo de manera ideal el analizar todas las frecuencias presentes en el fenómeno y después seleccionar la óptimas

Las características no estacionarias de las señales del GPR, nos permite decidir realizar el procesamiento de datos mediante el uso combinado de ambos dominios, tiempo y frecuencia, permitiéndonos aprovechar mejor las características de la señal, definiendo una función de dos variables, que localizan la energía de la señal. Este análisis espectral es llevado por medio de la transformación de Wigner- Ville, permitiendo ver los cambios de la señal y la posición del cambio en el tiempo.

Se muestra que la transformada en tiempo y frecuencia de Wigner-Ville puede detectar la región en que se encuentran las frecuencias que contienen la información principal, en este caso particular, las frecuencias se produjeron entre 100 y 300 Mhz, siendo la frecuencia central de 200 MHz, que corresponde a la frecuencia emitida por el Radar de Penetración Terrestre y el instante en el cual los armónicos se presentan cuando existe un cambio en la señal. De tal forma que nos permite acortar tiempo en la determinación de las frecuencias de corte.

Sin embargo, se vio que el análisis por medio de la transformada de Wigner- Ville, produce una gran cantidad de términos de interferencia, que se sitúan entre dos contribuciones de la señal de radar en frecuencia.

Analizando con más detalle las señales, se pudo determinar de manera cualitativa la estratigrafía del subsuelo, basándonos en la profundidad en la cual la señal indicaba un cambio en su amplitud y en su frecuencia.

De acuerdo a los estudios de los sondeos y de los estudios geofísicos de la zona y comparando la información obtenida al procesar los datos conocidos con anterioridad en la

zona de estudio, con el análisis de la información obtenida en las graficas por medio de la transformada de Wigner-Ville, tenemos una mayor precisión en la localización de los cambios de las características geológicas-geotécnicas que se presentan en el subsuelo.

En la zona, el resumen estratigráfico muestra dos primeras capas, una el material orgánico y la otra la unidad superficial, cuyos reflectores se encuentran el primero a 30 ns, de la información obtenida de la señal, el segundo reflector localizado en la señal aproximadamente a 75 ns., fue relacionado con límite entre las capas de subsuelo, diferenciando la capa de material orgánico con la capa superficial y esta con la unidad arcillosa superior, donde se puede determinar de manera cualitativa la profundidad a la que se encuentran.

Las observaciones anteriores muestran la utilidad de este tipo de análisis cualitativo, e inclusive posteriormente ordenarlo de acuerdo a estudios cuantitativos, abordando aspectos metodológicos de calibración del georadar y de caracterización de propiedades que rigen la propagación y atenuación de ondas electromagnéticas en el subsuelo, conociendo con mayor precisión el comportamiento de la señal.

Por lo anterior, el georadar es una herramienta cada vez más utilizada en diferentes ámbitos geológicos y de Ingeniería Civil. El procesamiento de datos en este trabajo, muestra una metodología del análisis en tiempo-frecuencia, basado en la descomposición de la señal de Radar de Penetración Terrestre en bajas y altas frecuencias, permite mediante el análisis estadístico ver los cambios de la señal diferenciar y el sitio del cambio en el tiempo. El análisis espectral mediante la Transformada de Wigner –Ville nos permite ver, la región de frecuencias que ocurren en la señal en determinados tiempos de manera directa, y mediante la correlación se da un criterio que sirve para diferenciar las anomalías en el radagrama y la posible identificación de discontinuidades en el subsuelo. En este caso particular, diferentes estratos del subsuelo o estructuras geológicas existentes como fallas, juntas etc., proporcionándonos datos representativos y confiables.

En base a este trabajo, podemos continuar con el estudio y análisis de datos aplicando modelos matemáticos con datos sintéticos o bien alguna otra metodología como la transformada de Pseudo Wigner-Ville y Pseudo Wigner-Ville suavizada, para poder comparar las informaciones con los diferentes métodos, tratando de mejorar las interferencias producidas por este método y que al aplicarlos a la Ingeniería Civil se pueda corroborar con mayor precisión y veracidad cada uno de los datos obtenidos por el georadar, siguiendo metodologías de calibración tanto de aparatos como en los sondeos, correlacionándolos con los sondeos mecánicos y con otras diferentes técnicas geofísicas.

B I B L I O G R A F I A

- ✚ Aguayo, C. J.E., Marín, C. S., Sánchez, D. F., 1989. Evolución geológica de la Cuenca de México, Simposio sobre Tópicos Geológicos de la Cuenca del valle de México. Sociedad Mexicana de Mecánica de Suelos, A. C., pp 25-41.
- ✚ Allen, J. B., 1982. “Application of Short-time Fourier transform to speech processing and spectral analysis”. IEEE Int. Conf. Acoust. Speech Sig. Proc., pp. 1012-1015 Mayo.
- ✚ Aguayo, C. J.E., Marín, C. S., Sánchez, D. F., 1989. Evolución geológica de la Cuenca de México, Simposio sobre Tópicos Geológicos de la Cuenca del valle de México. Sociedad Mexicana de Mecánica de Suelos, A. C., pp 25-41.
- ✚ Annan, 1976. Impulse Radar Sounding in Permafrost. Radio Science. Vol. 11, No. 4, 383-394, pp.
- ✚ Annan, 1992. Ground Penetrating Radar Workshop Notes Sensor and Software. Ground Penetrating Radar. Ontario Canada. 125, pp.
- ✚ Auger, F., Flandrin, P., Gonçalvès, P, Lemoine, O., 1997. Time-frequency Toolbox for use with MATLAB. CNRS. Francia.
- ✚ Bastiaans, M. J., 1995. Gabor’s expansion and the Zak transform for continuous-time and discrete-time signals: critical sampling and rational oversampling. Eindhoven University of Technology Research Reprints. EUT Report 95-E-295. NETHERLANDS. ISBN:90-6144-295-8.
- ✚ Boudreaux - Bartels, G. F., Murria, R., 1995. Time-frequency signal representations for biomedical signal en The Biomedical Engineering Handbook. Bronzino, J. D., eds. IEEE Press. CRC Press. USA.
- ✚ Cabral-Cano, E., Lugo-Hubp., Ortega, A., Duran-Carmona, V., 2000. Análisis de Fallas y Fracturas en la Delegación Iztapalapa. Reporte preliminar. UNAM. pp. 47.
- ✚ Callahan, M. J., 1976. Acoustic signal processing based on the short-time spectrum. University of Utah. Report CSC-76-209, Marzo.
- ✚ Camara, M.E., Chávez, R.E., Tejero, A., 2000. Aplicación de la Tomografía Eléctrica en Estudios de Prospección Geofísica, Revista Española de Física, vol. 18, No. 2, 2004, Real Sociedad Española de Física.
- ✚ Claasen, T. A. C. M., 1980. Mecklenbrauker, W. F. G., 1980, (a). The Wigner distribution- a tool for time-frequency signal analysis; Part I: continuous time signals. Philips, J. Res., pp 217 – 250. vol. 35.
- ✚ Claasen, T. A. C. M., 1980. Mecklenbrauker, W. F. G., 1980, (b). The Wigner distribution- a tool for time-frequency signal analysis; Part II: discrete time signals. Philips, J. Res., pp. 276 – 300. vol. 35.
- ✚ Claasen, T. A. C. M., 1980. Mecklenbrauker, W. F. G., 1980, (c). The Wigner distribution- a tool for time-frequency signal analysis; Part III: relations with other time-frequency signals transformations. Philips, J. Res., pp. 372 – 389. vol. 35.
- ✚ Cohen , L., 1996. Generalized phase-space distribution functions. J. Math. Phys. Pp. 781 – 786, vol. 7.

- ✚ Cohen, L., 1995. Time – Frequency Analysis. Prentice Hall Signal Processing Series. USA. ISBN: 013 – 594532-1.
- ✚ Daubechies, I., 1990. The wavelet transform, time-frequency localization and signal análisis. IEEE Trans. Inform Theory, vol. 36 n. 5. pp. 961 – 1005.
- ✚ Díaz, M. O. (2000). Determinación de Zonas de Riesgo Geológico-Ambiental en la Cuenca de México mediante Sensores Remotos y Radar de Penetración Somera. Tesis UNAM
- ✚ Escobar-Salguero, L. H., Cortes-Soto, F. O., 2000. Fundamentos de la Teoría Electromagnética. Facultad de Ingeniería, UNAM; México, 243, pp.
- ✚ Ferrer, M., Gonzáles de Vallejo, L., 1999. Manual de campo para la descripción y caracterización de macizos rocosos en afloramientos. IGME.
- ✚ Figueroa, V. G. E., 1989. Mecanismos de producción de grietas inducidos por la explotación del agua subterránea. Alternativas tecnológicas 29. Academia Mexicana de Ingeniería. México, D.F.
- ✚ Figueroa, V. G. E., 1987. Structural Stability problems of wells and aquifers. Workshop on leaky aquifer mechanics. Instituto de Geofísica, UNAM, México, D. F.
- ✚ Figueroa, V. G. E., Yamamoto, s., 1984. Techniques for predictions of subsidence. Publicado en el libro: Guidebook to studies of lands subsidence due to groundwater withdrawal. UNESCO.
- ✚ Flandrin, M., Escudiè, B., 1984. An interpretation of the pseudo Wigner – Ville distribution. Signal Processing. Pp 27 – 36. vol. 6.
- ✚ Fookes, P.C., 1969. Geotechnique, vol.19, No. 1, 52-74, pp.
- ✚ Gabor, D., 1946. Theory of communication. Journal IEE (London). Pp 429 – 457. vol. 93.
- ✚ González, G. A. C., Hernández, V. J. M., (2000). Análisis de Señales en el Subsuelo Utilizando Wavelet. Instituto Tecnológico de Toluca, Metepec, Edo. de Méx
- ✚ González de Vallejo, L., Ferrer, M., Ortuño, L., Oteo, C., 2002. Ingeniería Geológica. Prentice may, Madrid.
- ✚ Grupo de Estudio de Japón, 1964., Congreso Internacional de Grandes Presas., Edimburgo.
- ✚ Heley, C., Kovacèvic,J., Ramchandran J., 1992 Arbitrary orthogonal tilings of the time- frequency plane. In Symp. On Time-Frequency and Time- Scale Analysis, Victoria, Bc. pp. 11-14.
- ✚ Hlawastsch, F., 1991. Time- frequency methods for signal processing. Thechnical Report 1292 – 0001. Dpt. Of Electrical Engineering University of Rhode Island.
- ✚ Juárez – Badillo, 1991. Grietas por fuerza de filtración en agrietamiento de suelos. Sociedad Mexicana de Mecánica de Suelos, Me´xico, pp 39-42.
- ✚ Jeong, J., Williams, W. J., 1992. Kernel design for reduced interferente distributions. IEEE Transactions on Signal Processing. Pp 402 – 412. vol. 40. n. 2.
- ✚ Kay, S. M., 1993. Fundamentals of Statical Signal Processing. Estimation Theory. PTR Pretice Hall Inc. USA. ISBN: 0 – 13 – 345711 – 7.

- ✚ Krynine, D.P., 1957. Principios de Geología y Geotécnia para ingenieros. España, Omega.
- ✚ Lieb, E. H., 1990. Integral bound for radar ambiguity functions and Wigner distributions. *J. Math. Phys.* pp. 594 – 599. vol. 31. n. 3. Marzo.
- ✚ Lira, J., 1997. La Percepción Remota, nuestros ojos desde el espacio. La ciencia para todos. Fondo de Cultura Económica. SEP, Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología. México, 150, pp.
- ✚ Loughlin, P. J., Pitton, J. W., Atlas, L. E., 1993. Bilinear Time – Frequency Representations. New Insights and Properties. *IEEE Transactions on Signal Processing.* pp. 750 – 767. vol. 41. n. 2. Febrero.
- ✚ Lugo, I. T., Garrido, J.L., 1993. La Ingeniería de Rocas en las Obras Civiles y Mineras. IV Reunion Nacional. Sociedad Mexicana de Mecánica de Rocas. Taxco.
- ✚ Matías, B., 2001. Riesgo geológico asociado a la sobreexplotación en la zona centro de Ciudad Nezahualcoytl, Estado de México. Tesis UNAM.
- ✚ Marsal, J.R., Reséndiz, N.D., 1979. Presas de Tierra y Enrocamiento, Limusa, Mexico.
- ✚ Marsal, R. J., 1978. La estratigrafía y sus implicaciones, Simposio de la Sociedad Mexicana de Mecánica de Suelos.
- ✚ Marsal, R. J., Mazari, M. 1959. El Subsuelo de la Ciudad de México. UNAM.
- ✚ Marshal, S. V., DuBroff, E.R., Skitek, G.G., 1982. Electromagnetic Concept and application. Ed Prentice Hall International (USA), 734, pp.
- ✚ Millet-Roig, J., Vilanova-Jordá, E., Mocholí, A., Rieta, J. M., 1997. VT and VF discrimination by means of time-frequency distributions. Firth Conference of the European society for engineering and medicine. ESEM' 99, pp. 461 – 462 Barcelona, Junio.
- ✚ Mooser F., 1978. Geología del relleno cuaternario de la cuenca de México. Simposio de la Sociedad Mexicana de Mecánica de Suelos.
- ✚ Mooser, F., 1974. Mapa Geológico de la Ciudad de México y zonas colindantes. Dirección General de Obras Hidráulicas, DDF.
- ✚ Moyal, J. E., 1949. Quantum mechanics as statical theory. *Proc. Cambridge Phil. Soc.*, pp. 99 – 124, vol. 45.
- ✚ Oleg, D. J., 1966. Electricity and Magnetism, an introduction to the theory of electric and magnetic field. Electret Scientific Company Star City. West Virginia University.
- ✚ Peebles, P. Z., 1987. Probability Random Variables and Random Signal Principles. McGraw-Hill International Editions. USA. ISBN: 0 – 07 – 100234 – 0.
- ✚ Porat, B., 1994. Digital Processing of Random Signals Theory and Methods. Prentice Hall Information and System Sciences Series. USA. ISBN: 0 – 13- 063751 – 3.
- ✚ Portnoff, M. R., 1981. Short-time Fourier analysis of sampled speech. *IEEE Trans. Acoust. Speech. Sig. Proc.*, pp. 364 – 373. vol. 29. Junio.
- ✚ Proakis, J. G., Manolakis, D.G., 1997. Tratamiento digital de señales. Principios, algoritmos y aplicaciones. 3ª edición Prentice Hall.

- ✚ Quian, S., Chen, D., 1996. Joint Time – Frequency analysis: methods and applications. Prentice Hall. PTR. USA. ISBN: 0 – 13 – 254384 – 2.
- ✚ Rihaczek , W., 1969. Principles of High-resolution Radar. Mc Graw-Hill. New York.
- ✚ Rioul, O., Flandrin, P., 1992. Time – scale energy distributions: a general class extending wavelet transform. IEEE transactions on Signal Processing. pp. 1746 – 1757. vol. 40. n. 7.
- ✚ Rioul, O., Vetterli, M., Wavelets and signal processing. IEEE Signal Processing Magazine. pp. 14 – 38. Octubre.
- ✚ Rosado, M. A., 2000. Desarrollo de Técnicas de Detección de Fibrilacion Ventricular basda en algoritmos tiempo – frecuencia. Tesis Doctoral. Universidad de Valencia.
- ✚ Ruiz, R.J., 1994. Geología Aplicada a la Ingeniería Civil, B.4, Geofísica. CFE.
- ✚ Ruiz, V.M., Gonzáles, H.S. 2002. Geología Aplicada a la Ingeniería Civil. Editorial Limusa. 256, pp.
- ✚ Schneider, B., 1967. Moyens Nouveaux de Resonance de Massifs Rocheux, Annales de l'ITBTP, No. 235-236, Paris.
- ✚ Siegel, H. O., 1995. High precision gravity survey guide, Sintrex Ltd, 120 pp.
- ✚ Steiner, S., 1981. Algorithms for ambiguity function processing. IEEE Trans. Acoust. Speech Sig. Proc. pp. 588 – 599. vol ASSP – 29.
- ✚ Stevens, A. J., Lodha, A. L. and Soonawala, N.M., 1995. The Application of Ground Penetrating Radar for Mapping Fracture in Plutonic Rock Within the White Shell Research Area. Paniawa Manitoba Canada. Journal Applied Geophysics. Vol. 33, 125- 141, pp.
- ✚ Tejero, A., Chávez, R. E., Urbietta, J., y Flores-Márquez, E. L., 2002. Cavity detection in southwestern hilly portion of Mexico City by resistivity imaging: Journal of Environmental and Eneering Geophysics, 7-3, 130-139.
- ✚ Telford, W. M., Geldart, L.P., Sheriff, R.E. and Keys, D.A., 1978. Applied Geophysics, Cambridg University Press, 860 pp.
- ✚ Valencia, G., 2002. Geología y coorelación litoestratigráfica del subsuelo en la porción sur-sueste del Valle de México. Tesis UNAM.
- ✚ VanTrees, H. L., 1971. Detection Estimation and Modulation Theory. Part III. J. Wiley and Sons Publishing, New Cork.
- ✚ Velazco, H. V.M., 2004. El Sistema de exploración Aeroespacial “Quetzalcoatl” y su aplicación a la percepción remota del subsuelo. Depto. De Investigaciones Solares y Planetrias, Instituto de Geofisica. UNAM.
- ✚ Vetterli, M., Kovacevic, J., 1995. Wavelets and Subband Coding. Prentice may. PTR. USA. ISBN: 0 – 13-097080 -8.
- ✚ Ville, J., 1948. Theorie et applications de la notion de signal analytique. Cables et Transmisión, pp. 61 – 74. vol. 2A.
- ✚ Vega, P.G., 2001. Tesis Doctoral. Radar del Subsuelo. Evaluación para aplicaciones en Arqueología y en patrimonio histórico, artístico. Departamento de Ingeniería del Terreno, Cartografía y Geofísica. Universidad Politécnica de Cataluña. 3 volúmenes. Barcelona.

- ✚ Wait, J.R., 1970. *Electromagnetic Waves in Stratified Media*. Pergamon Press. Oxford-New York. 608, pp.
- ✚ Wigner, E. P., 1932. On the quantum correction for thermodynamic equilibrium. *Physics Review.*, pp. 749 – 759. vol. 40.
- ✚ Woodward, P. M., 1953. *Probability and information theory with application to radar*. Pergamon Press. London.
- ✚ Zeevi, J., Coifman. R., (Eds.): 1995. *Signal and image Representation in combined spaces*. Academic Press Inc. Capítulo realizado por Bastiaans, M. J., y titulado Gabor's expansion and Zak transform for continuous-time and discrete-time signal.