



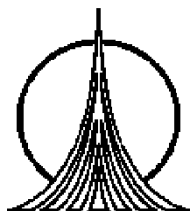
**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE
MÉXICO**

**FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES
ZARAGOZA**

**Estadística circular; Herramienta para analizar y modelar
las trayectorias de escape en la relación presa-depredador
de *Litopenaeus setiferus* y *Callinectes sapidus***

T E S I S
QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE
B I Ó L O G O
P R E S E N T A:
Eloisa Reyes Sánchez

DIRECTORA DE TESIS: M. EN C. PATRICIA RIVERA GARCÍA



MÉXICO. D. F.

2005



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Dedicatorias

Con todo el amor dedico esta tesis a mis padres Francisco y Benita por todo el esfuerzo, apoyo, cariño, dedicación y comprensión que han tenido para mí toda la vida. Los amo.

A mi hermano Edmundo por todo el apoyo incondicional que ha tenido para conmigo.

A mi abuelita Isidra por todo el amor brindado desde que llegue a su vida.

A mi abuelita Florencia (†), por que me hubiera gustado que estuviera conmigo este día.

A toda mi familia de Cuahutepec en especial por comprender mi ausencia para realizar este sueño.

A todas las personas que colaboraron siempre a mi lado para realizar esta tesis.

Y por ultimo sin restarle importancia le dedico esta tesis a Elo por que quedo demostrado que esta vez las matemáticas no la asustaron como solía pasarle.

AGRADECIMIENTOS

A Dios por permitirme llegar a realizar este sueño tan anhelado que creí muy lejano.

A la Universidad Nacional Autónoma de México y a la Facultad de Estudios Superiores Zaragoza por todo el apoyo durante mi formación y aprendizaje que adquirí a través de estos años. “Le doy las gracias”.

A la M. en C. Patricia Rivera García por todo el apoyo incondicional y amistad que me brindó durante toda la realización del presente trabajo. “ETERNAMENTE GRADECIDA”

A el M. en C. Armando Cervantes Sandoval por todos los conocimientos depositados en mi persona, le agradezco, espero no decepcionar toda su confianza, amistad y enseñanza que me proporcionó durante la realización de este trabajo.

A los sinodales M en C. Maria José Marques Dos Santos, Dr. José Luis Gómez Márquez y el Dr. Isaías H. Salgado Ugarte. Por su tiempo, paciencia además de las aportaciones durante el desarrollo para concluir el presente trabajo de investigación y por permitirme aprender de ustedes.

A la maestra Juana Maria de la paz por todos sus consejos, compañerismo y amistad.

Al Laboratorio de Ecología y Biología Marina Experimental de la UNAM; en Ciudad del Carmen, Campeche, ahora ubicada en el Sisal, Yucatán, por los videos proporcionados, especialmente al Dr. Xavier Chiappa Carrara.

Al Laboratorio de Aplicaciones Computacionales y toda su gente que labora en ese lugar les doy las gracias por permitirme aprender más de lo que implicaba la realización de ésta Tesis.

A todas esas personas que apreció por que convivieron conmigo en alguna etapa de este camino: Antelmo, Alberto, Arturo, Edna, Elvira, Esteban, Fernando Daniel, Israel, Janet, Jein, José B., José M., Gabriela, Gabriel, Genaro, Graciela, Gladys, Griselda, Mariano, Mario, Mónica, Maximinia, Mayra, Leonardo, Román, Romeo, Salvador, Selene, Teresa, Thelma, Verónica y Yasmín.

De manera especial a todos aquellos que compartieron momentos importantes y difíciles en mi vida, así mismo que me brindaron su amistad; les doy las gracias por su apoyo: Antelmo, Armando, Beto, Elvi, Juanita, Mario, Genaro, Gladys, Leo, Mariano, Paty, Thelma y Jaz.

INDICE

	Pág.
Índice de figuras.	vii
Índice de cuadros.	xi
Resumen.	1
Introducción.	2
Capítulo I. Antecedentes de estadística circular.	5
1.1 ¿Que es la Estadística Circular?	5
1.2 Aplicaciones de la Estadística Circular.	5
1.3 Antecedentes históricos.	6
Capítulo II. Fundamentos de la estadística circular.	10
2.1 Bases matemáticas de la estadística circular.	10
2.2 Direcciones.	10
2.3 Ángulos.	10
2.4 Radianes.	12
2.5 Características de estadística circular.	12
2.6 Presentación grafica de los datos circulares.	12
2.6.1 Diagramas de rosa.	12
2.6.2 Gráfico de datos originales (<i>Raw data plots</i>).	13
2.6.3 Histogramas circulares.	13
2.6.4 Histogramas lineales.	14
2.6.5 Histograma de tallo y hoja.	14
2.7 Distribución von Mises.	15
Capítulo III. Técnicas de estadística circular descriptiva.	16
3.1. El ángulo promedio.	16
3.1.1 Cálculo del ángulo promedio.	16
3.1.2 Descripción de la técnica del ángulo promedio.	17
3.2 Técnica del ángulo promedio para datos agrupados.	18
3.3 El promedio del ángulo promedio.	18
3.4 La mediana circular ó mediana angular.	19
3.5 La moda angular.	20
3.6 Varianza angular y Desviación estándar angular.	20
Capítulo IV. Técnicas de Estadística Inferencial (Aplicación a una sola muestra).	22
4.1. Límites de confianza para promedios poblacionales y ángulos medios.	22
4.1.1. Descripción de la técnica de límites de confianza.	22
4.2. La prueba de Rayleigh.	23

4.3. La prueba de V .	25
4.4. Prueba de R.	28
4.5. Prueba de Watson	30
4.6. Prueba de Kupier.	32
4.7. Prueba Ji-cuadrada.	33
Capítulo V. Estadística Inferencial (Pruebas para dos o más muestras).	36
5.1. Prueba de Watson y William.	40
5.1.1. Versión multimuestral de Watson y Williams.	40
5.2. Prueba Ji-cuadrada.	40
5.2.1. Versión multimuestral de Ji-cuadrada.	43
5.3. Prueba de Mardia-Watson-Wheeler.	42
5.3.1. Prueba multimuestral de Mardia-Watson y Wheeler.	44
5.4. Prueba Bimuestral de Watson.	45
5.4.1. Prueba de Watson con valores empatados.	47
5.4.2. Versión multimuestral de Watson.	49
Capítulo VI. Software ORIANA ver 2.0 para el análisis de datos circulares.	50
6.1 Como entrar y Salir de Oriana ver. 2.0.	51
6.2 Crear un archivo nuevo.	51
6.3 Salvar el archivo y el escritorio	52
6.3.1 Como salvar datos.	52
6.3.2. Salvar el escritorio.	52
6.3.3 Abrir un archivo existente.	53
6.4. Histogramas.	54
6.4.1. Histogramas de una sola muestra.	54
6.4.2. Histogramas de dos variables.	56
6.4.3. Diagramas de Dispersión.	58
6.5 Análisis de Datos.	60
6.5.1. Análisis estadísticos básicos.	60
6.5.2. Pruebas de hipótesis en una muestra.	62
6.5.3. Pruebas de hipótesis multimuestrales.	63
6.6. Observaciones.	65
Capítulo VII. Aspectos biológicos, y etológicos sobre la aplicación de la estadística circular en las trayectorias de escape de la presa (<i>Litopenaeus setiferus</i>).	66
7.1. Aspectos ecológicos de <i>Litopenaeus setiferus</i> y <i>Callinectes sapidus</i> .	66
7.1.1. Características de <i>Litopenaeus setiferus</i> Linnaeus, 176.	66
7.1.2. Características de <i>Callinectes sapidus</i> Rathbun, 1896	70
7.2. Patrones Conducta.	71
7.3. Trayectorias de escape	70

Material y método de trabajo.	76
1. Análisis de los fundamentos teóricos de la estadística circular.	76
2. Aplicación de fundamentos teóricos y obtención datos reales.	76
3. Aplicación de fundamentos prácticos a datos reales (análisis estadístico).	78
Resultados	80
Resultados de los análisis de los fundamentos teóricos de la estadística circular.	80
Resultados de los análisis de video.	80
Resultados gráficos.	83
Resultados de las pruebas estadísticas.	91
Discusión de resultados.	95
Conclusiones.	102
Recomendaciones.	103
Bibliografía.	104
Apéndices.	107

ÍNDICE DE FIGURAS

	Pág.
Figura 1.- Gráfica que indicaba los movimientos planetarios del siglo <i>X</i> .	6
Figura 2.- Gráfica CoxComb desarrollada por Florence Nightingale.	7
Figura 3.- Fracturas geológicas en análisis geológicos.	8
Figura 4.- Orientaciones de inflorescencia, semillas y de un crustáceo.	9
Figura 5.- El valor depende de un punto cero y un sentido de rotación (azimutal).	10
Figura 6.- Representación de un ángulo a .	10
Figura 7.- Ubicación de ejes x e y , y la relación de coordenadas.	11
Figura 8.- Coordenadas rectangulares de un vector (r) unitario.	11
Figura 9.- Representación de datos a) por medio de puntos b) por medio de radios.	12
Figura 10.- Diagramas de rosa mostrando sectores y área.	13
Figura 11.- Gráficos de datos originales con orientación específica.	13
Figura 12.- Histograma circular de 360° con sectores y área.	14
Figura 13.- Histograma lineal de 360° que muestra los datos frecuenciales.	14
Figura 14.- Histograma de tallo y hoja.	14
Figura 15.- Distribuciones de von Mises con diferentes parámetros de concentración.	15
Figura 16.- Diagrama de la hora promedio de accidentes de tráfico durante el día.	16
Figura 17.- Representación de la mediana angular.	19
Figura 18.- Mediana angular de orientaciones de aves provenientes de China.	20
Figura 19.- Moda angular	20
Figura 20.- Diferentes valores de desviación circular y radio asociado.	21
Figura 21.- Límites de confianza en un diagrama circular.	22
Figura 22.- Distribución de Rayleigh de petirrojos europeos.	25
Figura 23.- Experimento de palomas con respecto a la orientación de su nido.	28
Figura 24.- Experimento de palomas con respecto a la orientación del valle.	29
Figura 25.- Aplicación de la prueba de Kupier a una muestra circular.	33
Figura 26.- Orientación de peces en días nublados.	35
Figura 27.- Orientaciones de hormigas hacia su hormiguero.	39
Figura 28.- Abrir un archivo nuevo.	51
Figura 29.- Cuadro de diálogo de tipo de ángulos.	51
Figura 30.- Cuadro de diálogo de tipo de datos.	51
Figura 31.- Cuadro de diálogo de etiquetas.	51
Figura 32.- Cuadro de diálogo de título.	52
Figura 33.- Cuadro del editor de datos.	52
Figura 34.- Captura de datos en el data editor.	52
Figura 35.- Cuadro de diálogo de salvar archivo.	52
Figura 36.- Cuadro de diálogo de salvar escritorio.	52
Figura 37.- Cuadro de diálogo de abrir archivo.	53
Figura 38.- Nombre de la columna.	53

Figura 39.- Título del archivo.	53
Figura 40.- Captura de datos.	53
Figura 41.- Cuadro de diálogo de salvar archivo.	54
Figura 42.- Cuadro de Currently open file.	54
Figura 43.- Cuadro de diálogo de salvar escritorio.	54
Figura 44.- Cuadro de diálogo abrir escritorio.	54
Figura 45.- Archivo abierto.	54
Figura 46.- Cuadro de diálogo de histogramas.	55
Figura 47.- Opciones de histogramas.	55
Figura 48.- Ventana de gráficos.	55
Figura 49.- Cuadro de diálogo abrir escritorio.	55
Figura 50.- Menú de histogramas.	55
Figura 51.- Cuadro de tipo de histogramas.	56
Figura 52.- Cuadro de opciones de histogramas.	56
Figura 53.- Cuadro de título de histograma.	56
Figura 55.- Cuadro de diálogo tipo de histograma de dos variables.	56
Figura 56.- Cuadro de diálogo opciones de histogramas de dos variables.	57
Figura 57.- Ventana de gráficos.	57
Figura 58.- Captura de datos en dos columnas.	57
Figura 59.- Cuadro de diálogo tipo histogramas de dos variables.	58
Figura 60.- Cuadro de diálogo opciones de Histogramas de dos variables.	58
Figura 61.- Cuadro de diálogo opciones de histogramas de dos variables.	58
Figura 62.- Ventana de histogramas de dos variables resultantes.	58
Figura 63.- Cuadro de diálogo de gráficos de distribución.	58
Figura 64.- Cuadro de opciones de gráficos de distribución.	59
Figura 65.- Ventana de gráficos de distribución.	59
Figura 66.- Captura de datos en una columna.	59
Figura 67.- Cuadro de diálogo de tipo de gráfico de distribución.	59
Figura 68.- Cuadro de diálogo de selección de variable en gráficos de distribución.	60
Figura 69.- Ventana de distribución de von Mises.	60
Figura 70.- Menú de análisis estadísticos.	60
Figura 71.- Cuadro de diálogo de análisis estadísticos.	60
Figura 72.- Cuadro de selección de variable en análisis estadísticos.	60
Figura 73.- Ventana de resultados.	61
Figura 74.- Captura de datos en una columna.	61
Figura 75.- Selección de parámetros estadísticos.	61
Figura 76.- Ventana de resultados.	62
Figura 77.- Cuadro de diálogo de tipos de pruebas de hipótesis.	62
Figura 78.- Ventana de resultados.	62
Figura 79.- Captura de datos.	63
Figura 80.- Selección de la prueba de hipótesis.	63
Figura 81.- Resultados de las pruebas de hipótesis.	63
Figura 82.- Captura de datos en dos columnas.	64
Figura 83.- Cuadro de diálogo de selección de prueba multimuestral.	64
Figura 84.- Capturar datos en dos columnas.	64
Figura 85.- Seleccionar prueba multimuestral.	65
Figura 86.- Ventana de resultados de pruebas multimuestrales.	65

Figura 87.- Gráfico modificado.	65
Figura 88.- Camarón blanco <i>Litopenaeus setiferus</i> .	67
Figura 89. Órganos funcionales de escape en el genero <i>Litopenaeus</i> .	68
Figura 90. Distribución en México de <i>Litopenaeus setiferus</i>	68
Figura 91. Ciclo de vida del camarón.	69
Figura 92. Jaiba azul (<i>Callinectes sapidus</i>)	70
Figura 93. Distribución de <i>Callinectes sapidus</i> en México	93
Figura 94. El depredador realiza un ataque en el cuadrante anterior.	73
Figura 95.- El depredador realiza un ataque en el Cuadrante Posterior.	74
Figura 96.- Ataques del Estímulo artificial.	74
Figura 97.- Puntos estratégicos en el cuerpo del camarón, durante el “coletazo”.	75
Figura 98.- Orientaciones del Estímulo Artificial.	83
Figura 99.- Orientaciones y frecuencias del primer evento en el Estimulo artificial.	83
Figura 100.- Diagrama de Rosa de las orientaciones del primer evento en EA.	83
Figura 101.- Trayectorias de escape de <i>Litopenaeus setiferus</i> ante un EA.	83
Figura 102.- Orientaciones del primer evento del lado Ipsilateral en EA.	84
Figura 103.- Orientaciones y frecuencias del primer evento del lado Ipsilateral EA.	84
Figura 104.- Diagrama de Rosa del primer evento del lado Ipsilateral en EA.	84
Figura 105.- Trayectorias de escape de <i>Litopenaeus setiferus</i> del lado Ipsilateral en EA	84
Figura 106.- Orientaciones del primer evento del lado Contralateral en EA.	84
Figura 107.- Orientaciones y frecuencias del lado Contralateral en EA.	84
Figura 108.- Diagrama de Rosa del lado Contralateral en EA.	84
Figura 109.- Trayectorias de escape de <i>Litopenaeus setiferus</i> lado Contralateral en EA	84
Figura 110.- Orientaciones en el ataque a 0° del EA.	85
Figura 111.- Orientaciones y frecuencias en el ataque a 0° en EA.	85
Figura 112.- Diagrama de Rosa del ataque a 0° en el EA.	85
Figura 113.- Trayectorias de escape de <i>Litopenaeus setiferus</i> del ataque a 0° en EA.	85
Figura 114.- Orientaciones del lado Ipsilateral del EA en ataque a 0°.	85
Figura 115.- Orientaciones y frecuencias del lado Ipsilateral, en el ataque a 0° en EA.	85
Figura 116.- Diagrama de Rosa en el ataque a 0° del EA.	85
Figura 117.- Trayectorias de escape de <i>Litopenaeus setiferus</i> en el ataque a 0° en EA.	85
Figura 118.- Orientaciones de lado Contralateral, en el ataque a 0° del EA.	86
Figura 119.- Orientaciones y frecuencias de lado Contralateral, en el ataque a 0° en EA	86
Figura 120.- Diagrama de Rosa de lado Contralateral, en el ataque a 0° en EA.	86
Figura 121.- Trayectorias de escape de <i>Litopenaeus setiferus</i> de lado Contralateral, en el ataque a 0° en EA.	86
Figura 122.- Orientaciones del Estimulo Natural.	86
Figura 123.- Orientaciones y frecuencias en trayectorias de escape en EN.	86
Figura 124.- Diagrama de Rosa de Estimulo Natural.	86
Figura 125. Trayectorias de escape de <i>Litopenaeus setiferus</i> ante la presencia de EN.	86
Figura 126.- Orientaciones de lado Ipsilateral en EN.	87
Figura 127.- Orientaciones y frecuencias de lado Ipsilateral registradas en el EN.	87
Figura 128.- Diagrama de Rosa de lado Ipsilateral en EN.	87
Figura 129.- Trayectorias de escape de <i>Litopenaeus setiferus</i> de lado Ipsilateral en EN	87
Figura 130.- Orientaciones de lado Contralateral en EN.	87
Figura 131.- Orientaciones y frecuencias de lado Contralateral en el EA.	87
Figura 132.- Diagrama de Rosa del lado Contralateral en EN.	87

Figura 133.- Trayectorias de escape de <i>Litopenaeus setiferus</i> de lado Contralateral en EN.	87
Figura 134.- Orientaciones en el Cuadrante Anterior en EN.	88
Figura 135.- Orientaciones en el Cuadrante Anterior en EA.	88
Figura 136.- Diagrama de Rosa en el Cuadrante Anterior en EN.	88
Figura 137.- Trayectorias de escape de <i>Litopenaeus setiferus</i> en el Cuadrante Anterior en EN.	88
Figura 138.- Orientaciones de lado Ipsilateral en el Cuadrante Anterior en EN.	88
Figura 139.- Orientaciones de lado Ipsilateral en el Cuadrante Anterior en EN.	88
Figura 140.- Diagrama de Rosa de lado Ipsilateral en el Cuadrante Anterior en EN.	88
Figura 141.- Trayectorias de escape de <i>Litopenaeus setiferus</i> de lado Ipsilateral en el Cuadrante anterior en EN.	88
Figura 142.- Orientaciones de lado Contralateral en el Cuadrante Anterior en EN.	89
Figura 143.- Orientaciones de lado Contralateral en el Cuadrante Anterior en EN.	89
Figura 144.- Diagrama de Rosa de lado Contralateral en el Cuadrante Anterior, en EN.	89
Figura 145.- Trayectorias de escape de <i>Litopenaeus setiferus</i> de lado Contralateral en el Cuadrante Anterior, en EN.	89
Figura 146.- Orientaciones en el Cuadrante Posterior en el EN.	89
Figura 147.- Orientaciones y frecuencias en el Cuadrante Posterior en EN.	89
Figura 148.- Diagrama de Rosa en el Cuadrante Posterior en el EN.	89
Figura 149.- Trayectorias de escape de <i>Litopenaeus setiferus</i> en ataques presentes en el Cuadrante Posterior, en EN.	89
Figura 150.- Orientaciones de lado Ipsilateral en el Cuadrante Posterior en EN.	90
Figura 151.- Orientaciones y frecuencias de lado Ipsilateral en el Cuadrante Posterior registradas en EN.	90
Figura 152.- Diagrama de Rosa de lado Ipsilateral en el Cuadrante Posterior en el EN.	90
Figura 153.- Trayectorias de escape de <i>Litopenaeus setiferus</i> de lado Ipsilateral en el Cuadrante Posterior en EN.	90
Figura 154.- Orientaciones de lado Contralateral en el Cuadrante Posterior en EN.	90
Figura 155.- Orientaciones y frecuencias en trayectorias de escape de lado Contralateral en el Cuadrante Posterior en EN.	90
Figura 156.- Diagrama de Rosa de lado Contralateral en el Cuadrante Posterior en EN	90
Figura 157.- Trayectorias de escape de <i>Litopenaeus setiferus</i> de lado Contralateral en el Cuadrante Posterior en EN.	90

EN: Estimulo Natural
EA: Estimulo Artificial
CA: Cuadrante Anterior
CP: Cuadrante Posterior

ÍNDICE DE CUADROS

	Pág.
Cuadro 1. Resultados por video.	81
Cuadro 2. Resultados por tipo de ataque del Estímulo Artificial.	82
Cuadro 3. Resultados por tipo de ataque del Estímulo Natural.	82
Cuadro 4. Resultados de las respuestas al Estímulo Artificial.	83
Cuadro 5. Resultados gráficos de las respuestas al EA lado Ipsilateral.	84
Cuadro 6. Resultados gráficos de las respuestas al EA lado Contralateral.	84
Cuadro 7. Resultados gráficos del ataque a 0° del EA.	85
Cuadro 8. Resultados gráficos del ataque a 0° lado Ipsilateral de EA.	85
Cuadro 9. Resultados gráficos del ataque a 0° lado Contralateral de EA.	86
Cuadro 10. Resultados gráficos de la respuesta al Estímulo Natural.	86
Cuadro 11. Resultados gráficos de la respuesta al EN lado Ipsilateral.	87
Cuadro 12. Resultados gráficos de la respuesta al EN lado Contralateral.	87
Cuadro 13. Resultados gráficos de la respuesta a los ataques en el CA en EN.	88
Cuadro 14. Resultados gráficos de la respuesta del lado Ipsilateral en el CA en EN.	88
Cuadro 15. Resultados gráficos de la respuesta del lado Contralateral en CA en EN.	89
Cuadro 16. Resultados gráficos de la respuesta a los ataques en el CP en EN.	89
Cuadro 17. Resultados gráficos de la respuesta del lado Ipsilateral en el CP en EN.	90
Cuadro 18. Resultados gráficos de la respuesta del lado Contralateral en el CP en EN.	
Cuadro 19. Resultados de análisis básicos para cada tipo de ataque y su lado de respuesta	91
Cuadro 20. Resultados de la prueba de <u>Kupier</u> a los datos del primer evento.	92
Cuadro 21. Resultados de la prueba de <u>Rayleigh</u> a los datos del primer evento.	93
Cuadro 22. Resultados de la Prueba de <u>Rao</u> para EA Ipsilateral.	93
Cuadro 23. Resultados de la prueba de <u>Watson-Williams</u> a los tipos de ataque y lados.	94
Cuadro 24. Resultados de la Prueba de <u>Watson</u> ara EA Ipsilateral y EA Contralateral.	94
Cuadro 25. Resultados de la prueba de <u>Watson-Williams</u> para los dos tipos de estímulo.	94

EN: Estimulo Natural
EA: Estimulo Artificial
CA: Cuadrante Anterior
CP: Cuadrante Posterior

RESUMEN

El presente trabajo describe que es la estadística circular, los fundamentos teóricos y prácticos de algunas técnicas de análisis estadístico, tal como el ángulo promedio, mediana y moda angular, desviación y varianza angular; dentro de los parámetros descriptivos. Límites de confianza, prueba de Rayleigh, de V , Ji-cuadrada, Rao, Kuiper y Watson dentro de la estadística inferencial aplicada a una sola muestra. También se analiza la prueba de Watson-Williams, Ji-cuadrada, Mardia-Watson-Wheeler y Watson dentro de la estadística inferencial aplicada a dos o más muestras.

Se aplicaron algunas de estas pruebas a datos de orientación provenientes de experimentos videograbados de *Litopenaeus setiferus* interactuando con un estímulo natural (*Callinectes sapidus*) y un estímulo artificial (varilla de vidrio)

Se obtuvo un total de 46 trayectorias de escape. Estas se clasificaron dependiendo del estímulo, dirección de ataque y lado de escape, con base en esta clasificación se obtuvieron datos que posteriormente se analizaron con el software estadístico circular ORIANA Ver. 2.0, aplicando la prueba de Kuiper para analizar si la distribución se ajusta a la distribución normal circular, pruebas de Rayleigh y Rao para analizar la uniformidad circular, pruebas de Watson-Williams y Watson para comparar muestras entre si.

Los resultados del análisis demostraron unidireccionalidad en la mayoría de las muestras, indicador de la presencia de patrones de comportamiento. Se observó que *Litopenaeus setiferus* presenta una tendencia a escapar hacia el lado derecho, en ambos estímulos, las trayectorias producto de un estímulo artificial son más cortas que las provenientes de un estímulo natural. Esto ayuda a visualizar algunos factores que determinan el éxito del depredador ante una presa, ya que si está aprende un movimiento estereotipado ante el ataque de un depredador la probabilidad de que escape es mayor.

Se concluyó que la estadística circular es una herramienta valiosa para el análisis apropiado de datos direccionales y de tiempo, cuyo conocimiento y manejo enriquece la formación del biólogo, al aplicarla en los estudios etológicos y ecológicos.

INTRODUCCIÓN

Las matemáticas tuvieron su introducción en la Biología, con el fin de establecer relaciones cuantitativas entre distintas entidades y procesos biológicos. En 1939 Kostitzin (citado por Borges y Esquivel, 1991) dijo: “Todos estamos de acuerdo que las matemáticas tienen el derecho de entrar a las Ciencias Naturales, pero cuando se llega a razonar el por qué usarlas, nos topamos con cierta resistencia (...) este comportamiento se debe a una actitud conservadora o sumisa”. El razonamiento en general, no es un obstáculo para el biólogo, pero el razonamiento matemático lo sorprende, ya que está habituado a verificar paso por paso a través de la experimentación.

Así mismo Borges y Esquivel (1991) mencionan que las matemáticas en un principio jugaban un papel pobre en la Biología, sólo se utilizaba en trabajos de enumeración de especies y otras aplicaciones triviales; con el paso del tiempo las matemáticas fueron ganando terreno, gracias a las investigaciones realizadas en el área de la Medicina y la Biología, donde la aplicación de la estadística tiene mucho peso (Borges y Esquivel, 1991).

El desarrollo de la Biología ha hecho que se incrementen sus áreas de estudio, y en éstas se ha visto involucrada la estadística, la cual se ha convertido en una herramienta indispensable para muchos de los científicos. **La Estadística se define como el arte de la decisión frente a la incertidumbre** (Milton, 2001). Se dice que es un arte por la habilidad y el conjunto de artificios necesarios para la recolección de datos y para ajustarlos lo mejor, posible a la realidad, eliminando y reduciendo todas las fuentes posibles de error (Reyes, 1995). La estadística no sería necesaria si todos los organismos, fenómenos u objetos fueran idénticos por lo tanto la estadística permite describir y comprobar las variaciones para poder llegar a una conclusión (Norman y Streiner, 1996).

La mayoría de los biólogos se familiarizan con parte de la estadística, aquella que matemáticos como Zar (1996) y Batschelet (1981) entre otros denominan “estadística lineal”, aunque este adjetivo no siempre se ajuste, también se le puede denominar “estadística común” la cual permite tener una evidencia estadística de la variación de un estudio, pero no todos los datos que se obtienen de una investigación se pueden analizar con este tipo de estadística. Existen mediciones dentro de la biología donde los datos están dados en una escala diferente, como por ejemplo las orientaciones las cuales están dadas en grados, la frecuencia de los nacimientos los cuales se miden por escalas de tiempo cíclicas (día, semana, mes, año etcétera) de ahí que muchos matemáticos unieran conocimientos y esfuerzos y desarrollaran otra área en la estadística, pero con fundamentos diferentes y característicos, que permitieran hacer análisis vectoriales tan parecidos a los tradicionales, que dan una particularidad de carácter circular.

La estadística circular se ha utilizado en diversas áreas científicas, como principal fuente para realizar análisis estadísticos, sobre todo en áreas como la medicina, Geología y Biología: estudios de carácter etológico y botánico donde se reporta el uso de pruebas tales como la de Rayleigh y d Watson-Williams entre otras, pero no mencionan donde se pueden encontrar estas pruebas que por cierto no son localizables en los libros de estadística, así tampoco mencionan los fundamentos de la estadística circular, de ahí la importancia de que los biólogos la conozcan y tengan nociones para su aplicación. La Estadística circular es una herramienta derivada de las matemáticas, para el análisis de datos de tipo angular o de tiempo, los cuales se distribuyen en una superficie circular, dispuestos por orientaciones, algunas de sus características son parecidas a las de la estadística lineal, pero hay que tomar en cuenta que tienen diferentes fundamentos teóricos.

En México es muy reducido el uso de la estadística circular, esto se debe a que su aplicación está enfocada a estudios de orientación o de ritmos fisiológicos, los cuales no tienen mucho auge ya que en los estudios ecológicos de un organismo no suelen tener mucho peso el estudio del comportamiento direccional, el cual es muy importante dentro de la biología de la especie ya que determinan patrones de comportamiento.

Los estudios etológicos son muy reducidos, los existentes se enfocan a otro tipo de comportamiento tal como el reproductivo; pero estudios de comportamiento con base en orientaciones son muy escasos, de ahí la importancia de conocer y manejar los fundamentos teóricos, así como la aplicación de la estadística circular en estudios realizados en México.

Mediante el análisis de datos provenientes de distribuciones circulares; donde interesa conocer y establecer, si las trayectorias de escape de la presa tienen un campo probabilístico preferencial, el estudio de estos campos ayuda a interpretar las relaciones depredador presa así como la fase inicial de escape dadas las condiciones de interacción.

El objetivo de este trabajo es conocer los fundamentos teóricos y metodológicos de las técnicas de la estadística circular, como una herramienta para describir las trayectorias de escape de los organismos, a fin de conocer y establecer si las trayectorias de escape de una presa tienen un campo probabilístico preferencial, tomando como ejemplo una especie de camarón en interacción con uno de sus principales depredadores: la jaiba.

Para llevar a cabo esta meta se plantearon diversos objetivos específicos:

- Realizar una exhaustiva búsqueda bibliográfica para conocer y manejar los fundamentos de la estadística circular, así como de temas relacionados en el área de comportamiento en la relación presa-depredador.
- Analizar, depurar y realizar ejercicios prácticos para probar la efectividad de la técnica.
- Búsqueda y análisis teórico-práctico del software estadístico apropiado.
- Obtención de datos direccionales a través de un experimento videograbado.
- Análisis del video obtenido, vía computadora utilizando un software específico para este fin, analizando las posibles trayectorias de camarón ante dos tipos de estímulos (simulación de depredación).
- Analizar los datos obtenidos de las secuencias de video tomadas y determinar el método estadístico circular apropiado.
- Análisis estadístico y modelación gráfica de datos.
- Representación de trayectorias de escape.
- Determinar la posibilidad de un patrón preferencial de comportamiento en las orientaciones y trayectorias de escape de una especie de camarón.

Se realizó la búsqueda de información en diferentes entidades públicas y privadas, para conocer y manejar los fundamentos teóricos y herramientas necesarias. Tal como conceptos matemáticos, geométricos y trigonométricos aplicados a la estadística circular, con el objetivo de aplicarlos en un ejemplo biológico, que consistió en un experimento videograbado del camarón *Litopenaeus setiferus*, interactuando con dos tipos de estímulo, uno natural (el depredador *Callinectes sapidus*) y uno artificial (varilla de vidrio) obteniendo datos direccionales y unidireccionalidad, indicadora de patrones de comportamiento.

Se desglosó toda la información necesaria para el análisis de datos biológicos tales como historia, fundamentos, técnicas, uso de software de estadística circular y temas ecológicos. Todo en forma de capítulos:

El capítulo I expone que es la estadística circular, las áreas de aplicación, antecedentes históricos y algunos ejemplos biológicos actuales.

El capítulo II expone los fundamentos teóricos de la estadística circular, hace mención de unidades, funciones trigonométricas, conceptos requeridos y representaciones gráficas.

El capítulo III desglosa los fundamentos de las medidas de localización central y de dispersión de la estadística circular.

El capítulo IV describe las principales técnicas de pruebas de hipótesis paramétricas y no paramétricas para una muestra haciendo mención del propósito, idea básica, planteamiento de hipótesis, prueba estadística, regla de decisión y ejemplos desarrollados.

El capítulo V es similar al capítulo anterior, desglosa las pruebas de hipótesis paramétricas y no paramétricas para dos o más muestras haciendo mención del propósito, idea básica, planteamiento de hipótesis, prueba estadística, regla de decisión y su versión multimuestral y ejemplos desarrollados.

El capítulo VI es exclusivamente manejo de software ORIANA, el cual se desglosa a manera de manual, presentando las funciones básicas y más requeridas, además de ejemplos.

El capítulo VII maneja aspectos biológicos como la descripción ecológica de *Litopenaeus setiferus* y *Callinectes sapidus*, aspectos etológicos del comportamiento, conceptos de trayectorias, orientación, comportamiento y manejo de datos de orientación en trayectorias de escape del camarón ante ciertos estímulos.

Posteriormente se describe la metodología del trabajo, los resultados teóricos y prácticos, la discusión de resultados y conclusiones.

CAPÍTULO I

ANTECEDENTES DE ESTADÍSTICA CIRCULAR

1.1 ¿Qué es la Estadística circular?

La estadística circular es una herramienta para el análisis de datos de tipo angular o de tiempo, los cuales se distribuyen en una superficie circular dispuestos por orientaciones.

La estadística circular tiene un enorme potencial, pero se ha aplicado poco, reflejándose este hecho en la literatura estadística, donde se le menciona como un área derivada tanto de la estadística como de la matemática. La bibliografía clásica que define y analiza a la estadística circular de manera amplia es Zar (citado por Batschelet, 1981), quién dedica 2 capítulos a las distribuciones circulares. La estadística circular se ubica entre la estadística tradicional (comúnmente conocida como estadística lineal) y la estadística esférica (la cual se distribuye en tres dimensiones). Cuando se tiene una muestra de datos lineales se disponen grupos de datos en intervalos indefinidos mientras que datos esféricos son grupos dispuestos en un modelo gráfico tridimensional. En los últimos años se ha visto un desarrollo vigoroso de métodos estadísticos circulares para analizar registros de datos, se han desarrollado varios métodos estadísticos, particularmente en métodos no paramétricos y métodos básicos que contribuyen al análisis de datos (Fisher, 1993).

La estadística circular es ideal para analizar datos de tiempo, trayectorias y orientaciones. Los datos en forma de ángulos en orientaciones bidimensionales se encuentran en casi todas las áreas de la ciencia, como: la biología, geografía, geología, medicina, meteorología y física, entre otras.

1.2 Aplicaciones de la estadística circular

Es importante mencionar algunos ejemplos para dar una idea de cómo sacar provecho de esta herramienta, con el fin de entender ciertos fenómenos naturales. Algunas de las aplicaciones por área son:

Biología

Los estudios más representativos de la Estadística circular en la biología son:

- 1.- Orientaciones de aves de sus nidos y migraciones.
- 2.- Trayectorias de animales a partir de un punto referencial.
- 3.- Orientación en animales, en respuesta a un determinado estímulo.
- 4.- Efectos de luz polarizada en orientación de animales marinos.

Geografía

En geografía la Estadística circular se aplica a estudios de la ocurrencia de terremotos en una región, en longitud y latitud de cada epicentro.

La variación de los terremotos se estudia por año y día por medio de análisis de tiempo, obteniéndose de estos estudios datos de tipo angular. También se observan datos angulares cuando se determinan direcciones microsísmicas en una localidad particular.

Geología.

Los datos angulares se presentan en investigaciones de procesos geológicos que involucran el movimiento de materia de un lugar a otro en un determinado tiempo.

En estudios de direcciones magnéticas las técnicas de estadística circular se utilizan para interpretar estudios de paleomagnetismo de corriente y magnetismo polar en los tiempos geológicos, en estudios de orientaciones de fracturas y elementos presentes en rocas, se usan para interpretar fuerzas tectónicas.

Medicina

En medicina la Estadística circular y sus datos angulares se aplican al número de muertes o nacimientos tomados cada mes o cada año así como en estudios cardiológico-cíclicos.

Meteorología

La estadística circular se utiliza para la representación de mapas estelares, además de basar su notación en el intervalo 0° - 360° , esta representación se hace al norte (0°), al este (90°), al sur (180°), al oeste (270°).

Psicología

La aplicación de la Estadística circular se da en estadios de percepción bajo condiciones experimentales, por ejemplo la simulación de la gravedad cero en un viaje al espacio. También se utiliza en estudios de salto o de nado con el fin de observar la habilidad de orientación.

Física

Los datos angulares aparecen cuando se miden direcciones preferentes de ejes ópticos en los cristales de diferentes especímenes de rocas y también se presentan en varios problemas inferenciales de fases oscilatorias (Mardia, 1972).

Al igual que otras áreas de las matemáticas el desarrollo de esta herramienta abarca cientos de años de investigación, con la participación de matemáticos entre otros aportadores de técnicas, desarrollos y aplicaciones. En el capítulo II se desglosa la historia de la Estadística circular.

1.3 Antecedentes históricos

La estadística circular no es relativamente nueva ya que desde el siglo X se encuentran registros de análisis con carácter circular. La demanda de métodos para estudios de orientaciones o de movimientos originó la búsqueda de métodos adecuados para estos estudios, siendo mucho el tiempo para formar esta área de las matemáticas, hasta la fecha se siguen haciendo aportes novedosos a los ya desarrollados, también se cuenta con paquetes estadísticos, adecuados.

A finales del primer milenio se encontraron las primeras gráficas con características circulares. Funkhouser (citado por Fisher, 1993) comenta que en el siglo X o el XI se realizaban estudios astrológicos con base en el movimiento de los planetas a través del zodíaco en diagramas oscilatorios (Fig.1).

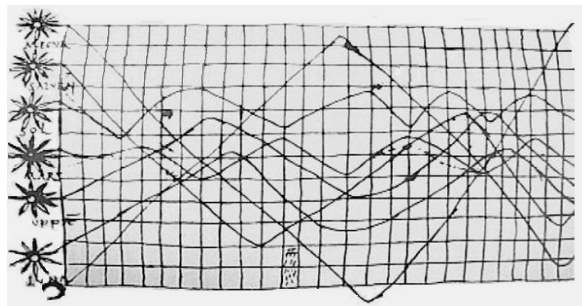


Figura 1.- Gráfica que indicaba los movimientos planetarios del siglo X

En 1767, el reverendo John Mitchell analizó las separaciones angulares entre las estrellas y encontró que el número de parejas cercanas era tan grande para ser consistente; formuló la siguiente hipótesis: las direcciones de las estrellas se distribuyen uniformemente. Mitchell infirió que tales direcciones se debían a fuerzas gravitacionales.

En 1996, Cox (citado por Fisher, 1993) comentó en su libro “*Elevación e Inflexión del Estrato*” que John Playfair puntualizó a finales siglo XVIII, que era necesario analizar datos direccionales que difirieran de la forma ordinaria y recomendó el uso de métodos vectoriales de direcciones promedio para obtener resultados.

En 1858, la enfermera Florence Nightingale, de la Armada Británica, durante la guerra de Crimea, usó una variedad de métodos que le ayudaran a registrar y analizar de manera más sencilla los registros sanitarios. En esa época el uso de la estadística no era muy común, pero se necesitaba avanzar en las reformas médicas y considerar que los fenómenos sociales podían ser objetivamente medidos haciendo análisis matemáticos.

Uno de estos fue una nueva gráfica, a la que llamó **CoxComb**, la cual consistía de un círculo dividido en doce partes iguales, con diferentes colores que representaban los meses del año (Fig. 2). Este diagrama es una primera referencia de lo que actualmente se conoce como *diagrama de rosa*; tenía como fin mejorar los registros sanitarios.

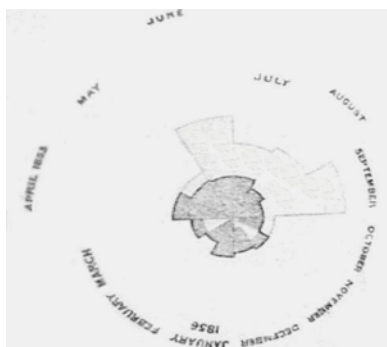


Figura 2.- Gráfica CoxComb desarrollada por Florence Nightingale.

También se realizaron análisis de datos de tipo geológico pero en ese entonces no había métodos de análisis disponibles que dieran una mejor resolución.

En el siglo XIX Lord Rayleigh desarrolló una prueba estadística para la uniformidad sobre un modelo alternativo de una dirección predilecta. Este fue desarrollado por veinte años, pero no llegó a oídos de los estadísticos. Posteriormente reapareció, para resolver problemas referentes a vibraciones en una misma frecuencia en una fase arbitraria.

En 1917 surgieron en el área de biogeografía, gráficas estándar de datos circulares conocidas como diagramas de rosa, para la representación de datos axiales. Schmidt (citado por Fisher, 1993) agrupó una muestra de datos axiales en intervalos de 5°, colocando los datos en radios secuenciales, comparando sus diagramas con trazos teóricos basados en versiones axiales bicartesianas.

A principios del siglo XX la utilización de métodos estadísticos para datos circulares se aplicaron y reportaron sólo en la literatura geológica, para el análisis de fracturas (Fig. 3).



Figura 3.-Fracturas geológicas en análisis geológicos

En 1918 von Mises introdujo la distribución probabilística normal circular, base de la inferencia estadística paramétrica de datos circulares.

En 1939, Krumbergn introdujo la idea básica del análisis de datos axiales por transformación de los resultados.

En los años 50 se comenzaron a desarrollar las técnicas probabilísticas apropiadas para distribuciones de datos circulares.

Gumbel investigó la conveniencia de aplicar distribuciones en modelación de grupos de datos de diferente tipo. Sin embargo, el desarrollo de métodos estadísticos para analizar datos circulares se vuelven razonablemente acertados en 1956, con los trabajos pioneros de Watson y Williams (Fisher, 1993).

Watson y Williams no solamente unificaron los problemas inferenciales que planteaba von Mises, sino que también aportaron novedosas ideas y resultados. Watson introdujo el análisis de varianza, pruebas paramétricas y no paramétricas entre otras. Mardia en 1972 realizó avances en pruebas tales como la correlación y la regresión y recientemente series de análisis temporal de datos circulares. Posteriormente Batschelet unificó y simplificó diversas metodologías para casos que presentaran datos de tipo angular en Biología (Mardia, 1972; Fisher, 1993).

Batschelet (citado por Fisher, 1993), realizó estudios sobre los métodos de análisis circular para la resolución de problemas biológicos, tales como la navegación de aves, orientaciones generales seleccionadas por organismos y la respuesta a la variación experimental del hábitat natural o de parte de ellos mismos. Describió numerosos experimentos, particularmente realizados por Schmidt-Koenig en palomas y sus orientaciones con base al viento y sus palomares. Batschelet también menciona estudios de orientaciones de moscas de agua en respuesta a sonidos específicos, orientaciones de salamandras y libélulas. Han sido muchas sus investigaciones en el ámbito de la Biología y sus aportaciones se consideran en todos los estudios que se han apoyado en la estadística circular (Fisher, 1993).

La Ecología es una de las ramas de la Biología que más ha hecho uso de ésta, las primeras aplicaciones se realizaron en el vuelo de las aves y orientaciones de otros animales como salamandras, hormigas e insectos; con el tiempo se han encontrado más aplicaciones. En Biología se han presentado análisis estadísticos circulares; los estudios se aplican en el estudio botánico del crecimiento de inflorescencia y la disposición de parásitos en éstas (Fig. 4a).

Otras orientaciones son la presencia de disposición de semillas, con respecto a factores externos (Fig. 4b) y trayectorias de movimiento continuo, escape o de ataque de animales tales como ratones y crustáceos (Fig.4c).

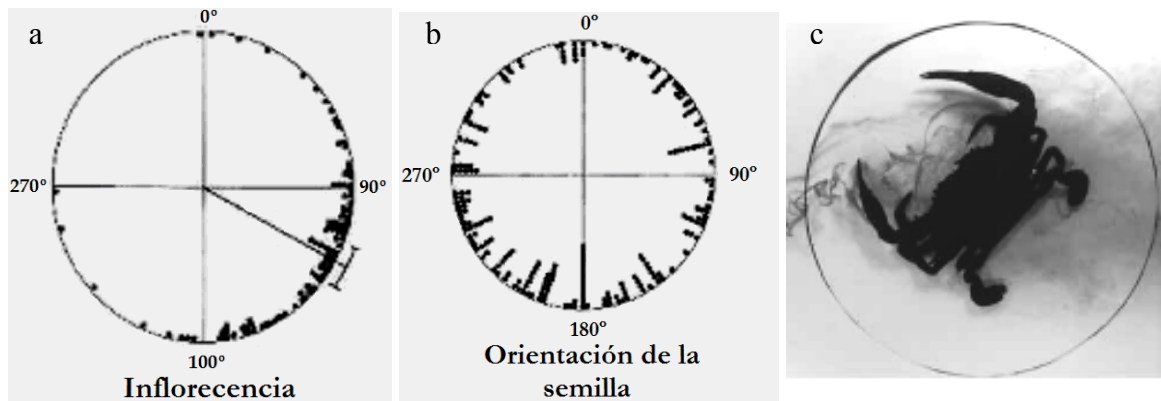


Figura 4.- Orientaciones de a) inflorescencia b) disposición de semillas c) movimiento direccional de un crustáceo.

Las aplicaciones de la estadística van en aumento pero para su utilización es necesario que se conozcan sus fundamentos matemáticos, los cuales son diferentes de la estadística común, la estadística circular tiene características únicas, que se describen en el siguiente capítulo.

CAPÍTULO II FUNDAMENTOS DE LA ESTADÍSTICA CIRCULAR

2.1 Fundamentos matemáticos de la estadística circular

La estadística circular se basa en un círculo para realizar análisis de trayectorias, direcciones o de tiempo, tomando en cuenta que el círculo es una línea cerrada, esto implica que existan diferencias algebraicas entre la estructura de un círculo y la de una línea. Esto tiene como consecuencia diferentes teorías de límite central. Para comprender mejor los fundamentos de la Estadística circular es necesario saber que características se manejan y que tipo de datos.

2.2 Direcciones

La estadística circular analiza direcciones con base en ángulos, de aquí la importancia de conocer que es una dirección y qué es un ángulo (Mardia, 1972). Los datos de orientación reciben el nombre de “datos direccionales”, mientras que las observaciones hechas en dos dimensiones se llaman “datos circulares” y direcciones representadas en dos ángulos como vectores de tres dimensiones se denominan “datos esféricos” (Jammalamadaka y SenGupta, 2001).

Las direcciones se pueden ubicar espacialmente en un x número de dimensiones espaciales, donde se representan por puntos en la circunferencia de un círculo o bien en la superficie de una esfera respectivamente (Mardia, 1972).

La representación numérica de direcciones ya sea un vector o un ángulo, es con referencia a un punto cero y a una rotación en el sentido de las manecillas del reloj. Una dirección positiva (Fig.5) recibe el nombre de “azimutal” (Jammalamadaka y SenGupta, 2001).



Figura 5.- El valor depende de un punto cero y un sentido de rotación (azimutal)

2.3 Ángulos

Una observación hecha en un círculo de **radio 1**, donde un ángulo denominado a se localiza entre dos puntos P y P' ($0^\circ < a < 360^\circ$) medidos en grados, le llama vector unitario y este dato puede describirse como un dato circular (Fig 6).

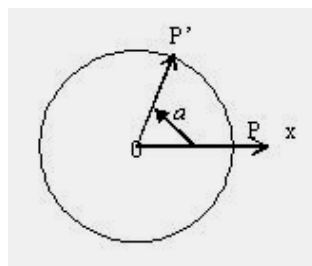


Figura 6.-- Representación de un ángulo a

La posición de un ángulo a en un plano se determina por coordenadas (x,y) respectivamente), para esto se hace uso del sistema de coordenadas cartesianas, el cual tiene su origen en el centro y dos ejes perpendiculares denominados X e Y .

En el círculo unitario (Mardia, 1972) el punto 0 se ubica en el centro del círculo, el eje vertical se convierte en el eje X y el eje horizontal se convierte en el eje Y . La ubicación de X en un eje vertical en lugar del horizontal, es por que el álgebra de los ángulos es diferente de las reglas en otras ramas de la matemática; el punto cero (0°) siempre se debe anclar hacia el norte en el eje positivo (Fig. 7).

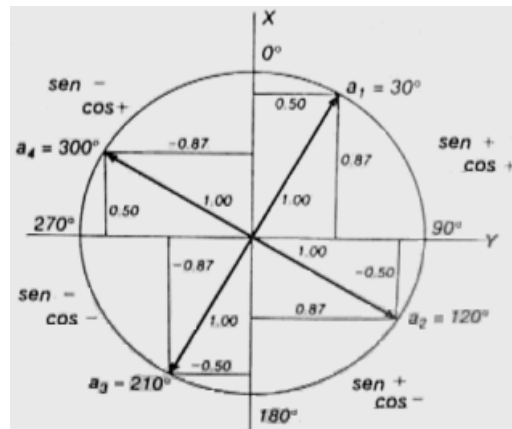


Figura 7.- Ubicación de ejes x e y , con la relación de coordenadas rectangulares.

Los procedimientos circulares utilizan dos funciones básicas de la trigonometría: seno y coseno, los cuales se ubican en los ejes de las coordenadas cartesianas, así la ordenada X indica el valor de coseno y la abscisa Y indica el valor de la función seno, por lo que matemáticamente en un círculo unitario es definido como: $x = \cos a$ y $y = \text{sen } a$, con estos valores se localizan los puntos referentes a los ejes X e Y en un círculo con la ayuda del radio si no se trata de un círculo unitario, aplicando las siguientes ecuaciones:

$$\cos a = \frac{x}{r}$$

$$\text{sen } a = \frac{y}{r}$$

Por lo que la localización de un punto en un plano circular (Fig. 8) está determinado por un radio (r) y un ángulo (a) localizados por las funciones trigonométricas seno y coseno (Zar, 1996).

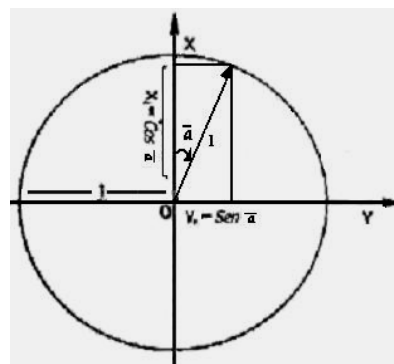


Figura 8.- Coordenadas rectangulares de un vector (r) unitario.

2.4 Radianes (Mardia 1972)

Algunas veces, por propósitos teóricos, es preferible trabajar el ángulo, a , en radianes. Tomando en cuenta que:

$$a = \frac{180\theta}{\pi} \quad \therefore \quad \theta = \frac{\pi a}{180}$$

Donde θ es el valor en radianes de un ángulo, el intervalo de a se encuentra ente $0 < a \leq 2\pi$ correspondiente al intervalo $0^\circ < a \leq 360^\circ$ del ángulo a .

2.5 Características de Estadística circular (Zar, 1996)

En contraste con otro tipo de escalas en la escala circular el punto cero se puede asignar en cualquier punto de un círculo, que está dividido en 360° los cuales son intervalos del mismo tamaño. Un ejemplo clásico de escala circular, son las horas del día, donde cada hora equivale a 15° , $(360^\circ/24)$ los meses del año es otro ejemplo, donde cada intervalo es de 30° $(360^\circ/12)$. Para convertir n unidades de tiempo en medidas de escala circular se utiliza la siguiente ecuación:

$$a = \frac{(360^\circ)(x)}{k}$$

Donde x es la unidad a convertir en un ángulo y k es el total de las unidades dentro de un ciclo. Esto se representa de la siguiente forma:

$$x = 6 \text{ horas} \quad k = 24 \text{ horas}$$

$$a = \frac{(360^\circ)(6hrs)}{(24hrs)} = \frac{360^\circ(1)}{4} = 90^\circ$$

2.6 Presentación gráfica de los datos circulares (Mardia, 1972)

Los datos circulares se pueden representar de dos maneras en un círculo, una es por medio de puntos y otra es por radios que muestren la orientación, desde el origen (centro) hasta el dato angular (Fig 9 a,b).

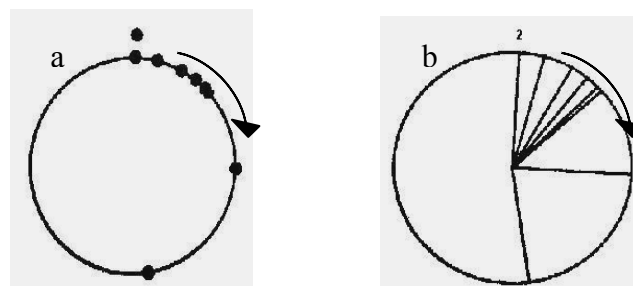


Figura 9.- Representación de datos a) por medio de puntos b) por medio de radios.

2.6.1 Diagramas de rosa (Mardia, 1972)

Los datos circulares se representan en diagramas circulares. Estos, a diferencia de las escalas lineales, no utilizan barras, sino sectores que no son de la misma área, pero pueden ser proporcionales. La frecuencia de las observaciones de cada clase se representa por radios.

En los siguientes diagramas (Fig. 10 a, b) se observan sectores de diferente tamaño, área y radios, los cuales representan la frecuencia de los datos donde el número de es indeterminado. Los ángulos se miden en la dirección de las manecillas del reloj con la dirección norte a 0°.

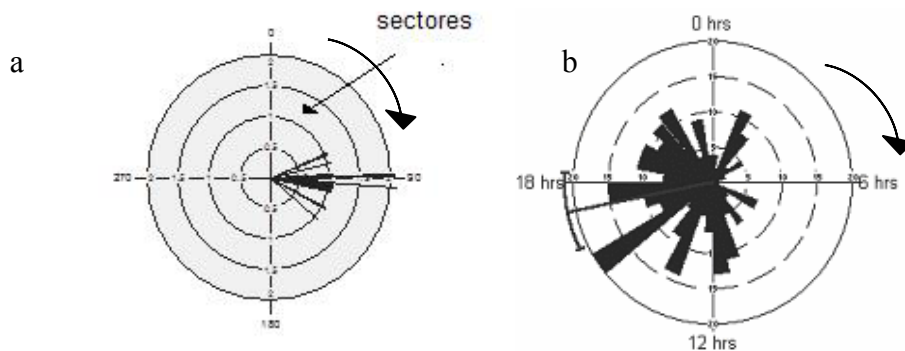


Figura 10.- Diagramas de rosa mostrando sectores a) de 0.5 y área de 1 y b) de 5 con área de datos de 10°

2.6.2 Gráfico de datos originales (*Raw data plots*) (Fisher, 1993)

Estos gráficos presentan datos de una muestra en forma de símbolos, esto permite evaluar el tamaño de la muestra de una ojeada, así como ver la distribución de los datos; por ejemplo, en muestras grandes, cada uno de los símbolos puede representar una observación múltiple.

Cada símbolo se puede representar con formas triángulos de para datos direccionales o en círculos llenos para datos bidireccionales trazando los datos en ambos lados del diagrama. Estos se pueden ubicar dentro o fuera del círculo y cuando el dato se repite se van alineando uno sobre otro en la dirección de los datos, estos se colocan dentro del círculo (Fig. 11 a, b), aunque también se pueden denotar externos.

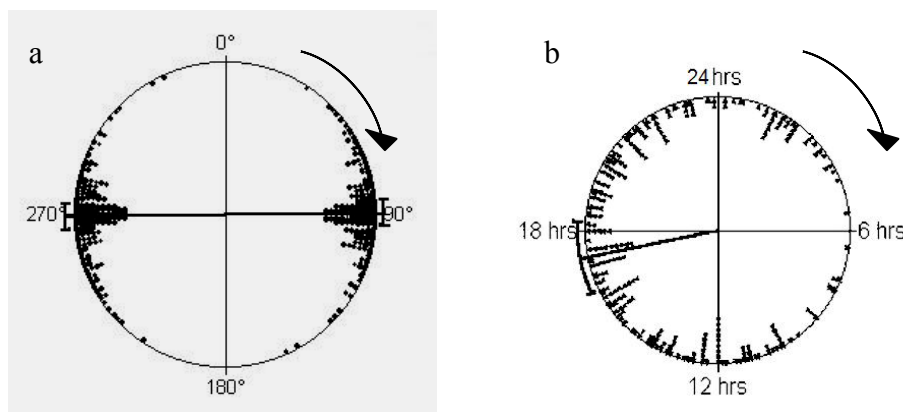


Figura 11.- Gráficos de datos originales, mostrando los datos en su orientación específica a) de un ciclo de 360°, b) y uno de 24 hr,

2.6.3 Histogramas circulares (Fisher, 1993)

Estos gráficos se hacen mediante barras que muestren el número de observaciones dentro de cada intervalo de clase y que surgen a partir del círculo. El ancho de las barras se puede determinar según la conveniencia, ya que las barras pueden tener el ancho de más de 1°. El siguiente gráfico tiene anchuras de 1° (Fig. 12).

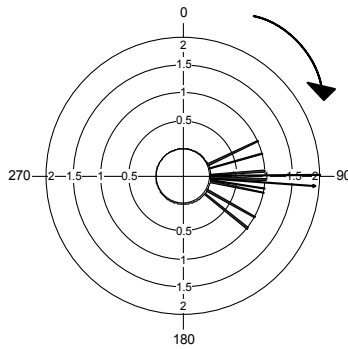


Figura 12.- Histograma circular de 360° con sectores de 0.5.

2.6.4 Histogramas lineales (Fisher, 1993)

Los histogramas lineales se construyen considerando los datos como si fueran lineales y no angulares, por lo que no se grafican en círculo sino en dos ejes (Fig. 13). Para construir los histogramas lineales, se selecciona el intervalo que va de 0° a 360° y se transforma en intervalos de tiempo, los cuales por comodidad también se agrupan en intervalos. En el eje de las ordenadas se grafican la frecuencia de los datos y en el eje de las abscisas los datos de tiempo o de orientación.

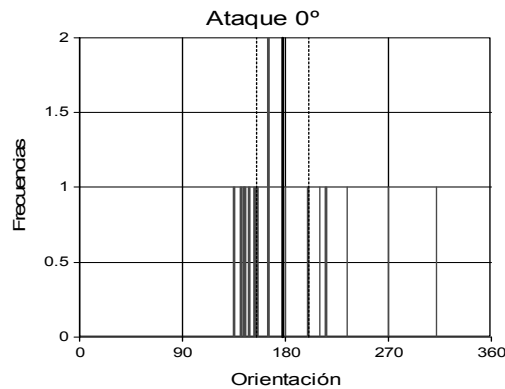


Figura 13.- Histograma lineal de 360° que muestra los datos frecuenciales.

2.6.5 Histograma de tallo y hoja (Fisher, 1993)

Existen también diagramas de tallo y hoja en los cuales se recomienda graficar los datos de manera individual; sin embargo, su notación es muy parecida a la de la estadística lineal ya que los datos se fraccionan en tallos de valores de 0 hasta 350, y en la hoja se colocan los datos unitarios que van desde el 0 hasta el 9 (Fig14).

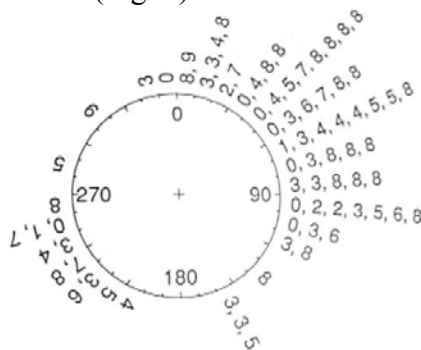


Figura 14.- Histograma de tallo y hoja.

2.7 Distribución von Mises (Batschelet, 1981)

La distribución de von Mises introducida en 1918, juega un papel similar al de la distribución normal, por esta razón es la base para pruebas estadísticas circulares paramétricas.

La distribución de von Mises es un modelo estadístico llamado también “distribución circular normal”, que enfatiza la importancia y similitud con la distribución normal; sin embargo, este término y el llamado “normal circular” es poco popular.

$$k(k \geq 0)$$

$$f(\theta) = \frac{1}{2\pi I_0(k)} \exp^{[k \cos(\theta - \theta_1)]}$$

Donde k es el parámetro de concentración y θ_1 es el ángulo promedio, la distribución von Mises es simétrica con respecto al ángulo promedio. Cuando $k = 0$, la distribución de von Mises degenera en la distribución uniforme ($\rho = 0$). Entre más grande sea k , la distribución se concentra más alrededor del ángulo promedio (Fig 15).

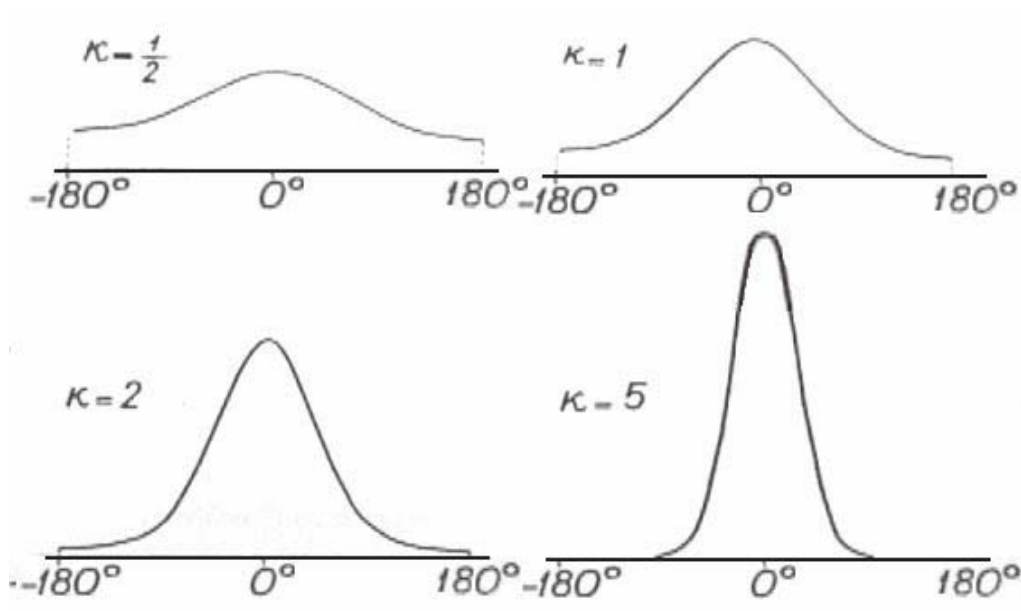


Figura 15.- Distribuciones de von Mises con diferentes parámetros de concentración

A continuación se introducen las técnicas de la estadística descriptiva, fundamentales para el análisis estadístico circulares.

CAPÍTULO III

TÉCNICAS DE ESTADÍSTICA CIRCULAR DESCRIPTIVA

En este apartado se examinarán las medidas de tendencia central como el promedio angular, mediana angular y moda angular así como medidas de dispersión tales como varianza y desviación estándar, describiendo su importancia y técnicas así como algunas observaciones complementarias.

3.1. El ángulo promedio (Batschelet, 1981)

El ángulo promedio es una medida de tendencia central que indica un valor representativo, en la estadística circular; indica una orientación preferida en una muestra de datos angulares. Presenta dos propiedades, primero indica dirección y segundo indica la longitud del radio. Este hecho se refleja en las diversas técnicas de la estadística circular, las cuales analizan una muestra de datos tomando como característica principal el ángulo promedio y su posición con respecto a los datos circundantes. El análisis del promedio circular se puede efectuar en una o más muestras, asociadas a una frecuencia. Por lo antes mencionado, Jammalamadaka y SenGupta (2001) llaman al promedio angular “la medida de localización más importante”.

El ángulo promedio es un valioso apoyo para localizar un dato angular representativo, ya sea de tiempo u orientación como lo muestra la Figura 16; el diagrama muestra la hora en que ocurren los accidentes de un día y ubica la hora promedio de estos, aproximadamente las 17:00, esto da pauta para poder entender que factores pudieran influir en ese horario para la presencia de accidentes, como la salida laboral, el cansancio, etcétera y poder plantear una posible solución.

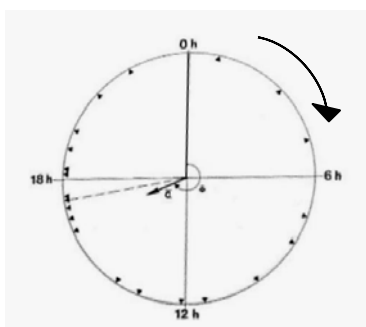


Figura. 16 Diagrama de la hora promedio de accidentes de tráfico durante el día.

3.1.1. Cálculo del ángulo promedio

Se define al ángulo promedio como la suma de todos los ángulos de una muestra dividida entre el número de éstos, sólo que la suma de los ángulos es diferente ya que primero es necesario obtener las coordenadas cartesianas de cada ángulo, es decir el valor de seno y coseno.

3.1.2 Descripción de la técnica del ángulo promedio (Zar, 1996)

Cuando se tienen n ángulos desde a_1 hasta a_n en una muestra, y se tienen sus coordenadas cartesianas (seno y coseno) se efectúa la suma de cada una de ellas, para obtener $\sum \text{sen } a_i$ y $\sum \text{cos } a_i$, los cuales se dividen entre el número de datos para obtener x e y .

$$x = \frac{\sum_{i=1}^n \cos a_i}{n} \qquad y = \frac{\sum_{i=1}^n \text{sen } a_i}{n}$$

Con estas coordenadas se obtiene la longitud del radio:

$$r = \sqrt{y^2 + x^2}$$

Y el valor del ángulo promedio designado como \bar{a} (donde \bar{a} es el ángulo promedio) se determina por la función inversa de:

$$\cos \bar{a} = \frac{x}{r} \quad \text{sen } \bar{a} = \frac{y}{r}$$

Ejemplo 1 (tomado y modificado de Zar, 1996)

Se desea calcular el ángulo promedio direccional de la inclinación de las ramas de un árbol, tomando las direcciones en forma de ángulos.

- El producto de la suma de cada una de las coordenadas cartesianas.

a_i (ángulo)	$\cos a_i$	$\text{sen } a_i$
45	0.70711	0.70711
55	0.57358	0.81915
81	0.15643	0.98769
96	-0.10453	0.99452
110	-0.34202	0.93969
117	-0.45399	0.89101
132	-0.66913	0.74315
154	-0.89879	0.43837

$$n=8 \quad \sum \cos a_i = -1.03134 \quad \sum \text{sen } a_i = 6.52069$$

Aplicando las ecuaciones descritas anteriormente para x e y

$$x = \frac{\sum_{i=1}^n \cos a_i}{n} = -0.12892 \quad y = \frac{\sum_{i=1}^n \text{sen } a_i}{n} = 0.81509$$

- Se obtiene r

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(-0.12892)^2 + (0.81509)^2} = \sqrt{0.68099} = 0.82522$$

- Las coordenadas cartesianas de \bar{a}

$$\cos \bar{a} = \frac{x}{r} = \frac{-0.12892}{0.82522} = -0.15623 \quad \text{sen } \bar{a} = \frac{y}{r} = \frac{0.81509}{0.82522} = 0.98772$$

Con la función inversa de este coseno y seno se obtiene un ángulo promedio de 81°, este ángulo es la orientación promedio de ramas inclinadas en el árbol., esto puede deberse a algún factor externo ubicado en esta dirección como el viento, la dirección de lluvia o por la salida del sol.

3.2. Técnica del ángulo promedio para datos agrupados (Zar, 1996)

Para este tipo de datos se utiliza una tabla de frecuencias, donde los ángulos se presentan con su frecuencia. Para su cálculo se utiliza las ecuaciones anteriores con la variable f que representa la frecuencia de cada uno de los datos. La frecuencia se multiplica antes de hacer la suma de coordenadas cartesianas de cada uno de los datos y se realiza el mismo método que para datos no agrupados.

$$x = \frac{\sum_{i=1}^n f_i \cos a_i}{n} \qquad y = \frac{\sum_{i=1}^n f_i \sen a_i}{n}$$

3.3 El promedio del ángulo promedio (Zar, 1996)

Cuando se tienen dos o más muestras (h) y se desea localizar el promedio de los ángulos promedio, se realiza un análisis de segundo orden utilizando las siguientes ecuaciones y se realiza el mismo método.

$\bar{x} = \frac{\sum r_j \cos \bar{a}_j}{h}$	$\bar{y} = \frac{\sum r_j \sen \bar{a}_j}{h}$	La suma de coordenadas cartesianas
$r = \sqrt{y^2 + x^2}$		Longitud del Radio
$\cos \bar{a} = \frac{\bar{x}}{r}$	$\sen \bar{a} = \frac{\bar{y}}{r}$	Coordenadas cartesianas

Ejemplo 2 (tomado y modificado de Zar, 1996).

Suponga que se tienen siete muestras de orientaciones de siete diferentes libélulas bajo iluminación especial, durante 10 tiempos se les permitió volar desde un punto específico. Se registraron las orientaciones, el promedio y el radio se muestran a continuación

- Es necesario primero obtener el valor de \bar{a} y r de cada una de las h muestras. Con el método descrito anteriormente se calculan las coordenadas cartesianas de cada muestra y se obtienen los valores trigonométricos de cada una tomando en cuenta que $h=7$ y $n=10$

muestra (j)	\bar{a}_j	r_j
1	160°	0.9854
2	169°	0.7747
3	117°	0.4696
4	140°	0.8794
5	186°	0.3922
6	134°	0.6952
7	171°	0.3338

- Obtener el producto de la suma de las coordenadas cartesianas de cada muestra $\sum x_j$ y $\sum y_j$

$x_j = r_j \cos \bar{a}_j$	$y_j = r_j \sin \bar{a}_j$
-0.84140	0.30624
-0.76047	0.14782
-0.21319	0.41842
-0.67366	0.56527
-0.39005	-0.04100
-0.48293	0.5009
-0.32969	0.05222
$\sum x_j = 3.69139$	$\sum y_j = 1.94906$

- Aplicando las ecuaciones descritas anteriormente, par \bar{x} e \bar{y}

$$\bar{x} = \frac{\sum x_j}{h} = \frac{-3.69139}{7} = -0.52734 \quad \bar{y} = \frac{\sum y_j}{h} = \frac{1.94906}{7} = 0.27844$$

- Con r

$$r = \sqrt{\bar{x}^2 + \bar{y}^2} = \sqrt{0.35562} = 0.59634$$

- Se obtiene las coordenadas cartesianas de \bar{a} :

$$\cos \bar{a} = \frac{\bar{x}}{r} = \frac{-0.52734}{0.59634} = -0.88429 \quad \sin \bar{a} = \frac{\bar{y}}{r} = \frac{0.27844}{0.59634} = 0.46691$$

La función inversa de este coseno y seno es de 152° , lo que indica que la dirección promedio de las siete libélulas es de 152° , este ángulo es la orientación promedio de las muestras de libélulas, la cual puede estar influenciada por factores ajenos, como luz, alimento o reproducción.

3.4 La mediana circular o mediana angular

Fisher (1993) menciona que la mediana circular es un parámetro difícil de calcular, sin embargo hace referencia del cálculo a partir de la siguiente ecuación:

$$d(\theta) = \pi - \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n |\pi - |\theta_j - \theta||$$

Sin embargo, otros autores proponen para el cálculo de la mediana algo más sencillo. Batschelet (1981) menciona “que el ángulo formado a partir del origen (0°) hasta el lugar donde los datos estén más cercanos (agrupados) entre sí, determina la “mediana angular”. Zar (1996) define que la mediana es indicada por el radio más cercano a la mayoría de los puntos (Fig. 17).

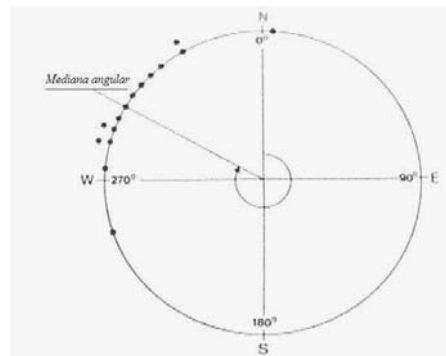


Figura. 17. Representación de la mediana angular.

En la Figura 18 se ejemplifica una ave proveniente de China, la cual pasa por un corredor con cambio de dirección (ángulo α) dirigiéndose hacia la salida tomando direcciones similares a la original, el ángulo β indica el ángulo promedio de 43° , cercano a la mediana de 47° (Batschelet, 1981).



Figura 18. Mediana angular de orientaciones de aves provenientes de China.

3.5 La moda angular (Zar, 1996)

El ángulo modal es el ángulo que más se repite y puede haber más de una moda en una muestra la Figura 19 muestra una representación gráfica de la moda angular.

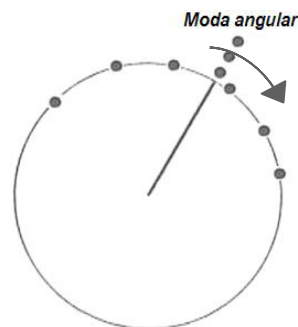


Figura 19. Moda angular..

3.6. Varianza angular y desviación estándar angular

El ángulo promedio de una muestra indica una dirección preferencial, pero no se puede obtener información sobre los valores circundantes al ángulo promedio, por esto, una medida de dispersión es tan importante como una de localización.

Cuando en una muestra los puntos se encuentran muy juntos, en un arco no más grande a 20° , se define un intervalo de dispersión cercano a 1 ya que las operaciones funcionales utilizan la r como una medida de concentración, así $1-r$ es una medida de dispersión, donde $1-r=0$ indica la ausencia de dispersión y $r=1$ es la máxima dispersión. Batschelet (1981) define la *varianza angular* como:

$$s^2=2(1-r) \text{ teniendo valores de } 0 \leq s^2 \leq 2$$

y la *desviación angular*, con un intervalo mínimo de 0° y un máximo de 81.05° como:

$$s = \frac{180^\circ}{\pi} \sqrt{2(1-r)}$$

Otra posibilidad de análisis y la más utilizada es la definida por Mardia (1972) como *varianza circular* y *desviación circular*, con el propósito de mostrar que una muestra de datos pequeña favorece una varianza angular pequeña y una desviación angular pequeña. El intervalo para la *varianza circular* es de $0 \leq s_0 \leq 1$.

$$s^2 = 1 - r \qquad s_0 = \frac{180^\circ}{\pi} \sqrt{-2 \ln r}$$

La *desviación circular* es análoga a la desviación estándar lineal en grados (para radianes sólo hay que eliminar el cociente $\frac{180^\circ}{\pi}$), según Zar (1996) los valores de s y s_0 sólo difieren en no mas de 2° .

La desviación estándar al ser una medida de dispersión está estrechamente ligada al radio, cuando la desviación es muy pequeña el radio es más grande. A su vez una desviación grande indica un radio pequeño y la presencia significativa de dispersión (Fig. 20).

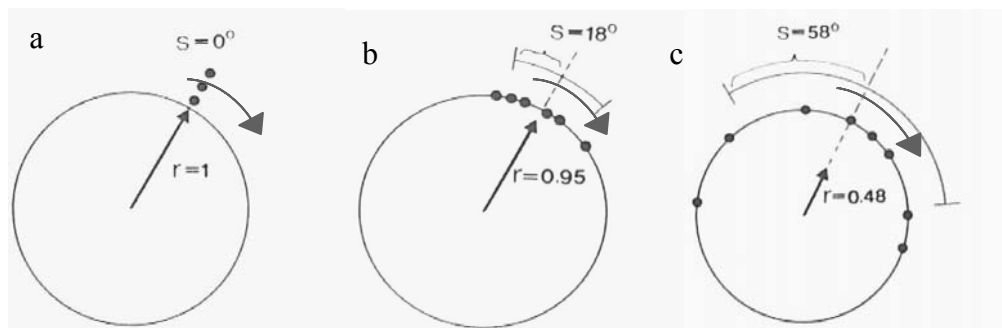


Fig. 20. Diferentes valores de desviación circular y radio asociado a) radio de 1 indica una desviación de 0° (sin presencia de distribución uniforme), b) radio de 0.95 indica una desviación de 18° , los datos presentan distancia entre sí, c) radio de 0.48 indica una desviación de 48° los datos están dispersos.

Con bases suficientes de la estadística circular descriptiva, como medidas de tendencia central y de dispersión, se puede comenzar a indagar dentro de la estadística inferencial, la cual ayuda a realizar análisis más característicos. En el siguiente capítulo se revisan las pruebas más importantes y más utilizadas de la estadística circular paramétrica y no paramétrica aplicadas a una muestra.

CAPÍTULO IV TÉCNICAS DE ESTADÍSTICA INFERENCIAL (PARA UNA SOLA MUESTRA)

Las medidas de dispersión son importantes para analizar orientaciones, en la estadística inferencial se describen: límites de confianza, pruebas para una, dos o más muestras. En este capítulo se revisan algunas de las pruebas aplicables a una sola muestra las cuales basan su análisis en la distribución uniforme (randomness) o en el ajuste a la distribución teórica de von Mises. Cada técnica presenta uno o dos ejemplos, uno de análisis biológico descrito principalmente por Batschelet (1981) donde solo se muestra su aplicación e importancia y otro de desarrollo numérico para describir la técnica por medio de pruebas estadísticas y valores críticos, estos se puede consultar en las tablas de valores críticos del apéndice. Las pruebas para dos o mas muestras se describirán en el capítulo V, desglosadas de la misma manera que las de este capítulo.

4.1 Límites de confianza para ángulos (Batschelet, 1981)

Los intervalos y límites de confianza se utilizan para encontrar la posición de un parámetro desconocido (Fig. 21), también se utilizan para las pruebas de hipótesis, que involucren un cierto parámetro.

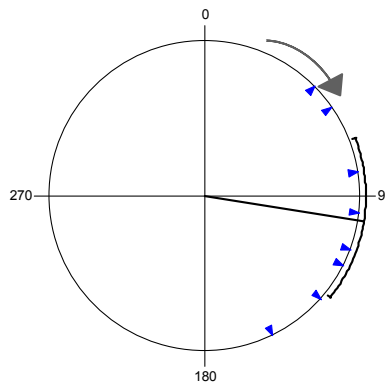


Figura 21. Límites de confianza en un diagrama circular

4.1.1 Descripción de la técnica de límites de confianza (tomado y modificado de Zar, 1996)

Este procedimiento se basa en la distribución de von Mises, los límites de confianza son:

$$L_i = \bar{a} - d \quad L_s = \bar{a} + d$$

Donde d determina el límite inferior y superior, $R = nr$ y r es el radio del ángulo promedio.

Para una n pequeña:	Para una n grande:
$\bar{a} \pm d \quad r > \frac{\chi_{\alpha,1}^2}{2n} \quad r \leq 0.9$ $d = \arccos \left[\frac{\sqrt{2n(2R^2 - n\chi_{\alpha,1}^2)}}{4n - \chi_{\alpha,1}^2} \right]$	$\bar{a} \pm d \quad r > \frac{\chi_{\alpha,1}^2}{2n} \quad r \geq 0.9$ $d = \arccos \left[\frac{\sqrt{n^2 - (n^2 - R^2)e^{-\frac{\chi_{\alpha,1}^2}{n}}}}{R} \right]$

Ejemplo 3 (tomado y modificado de Zar, 1996)

Determinar los límites de confianza para las orientaciones de las ramas inclinadas de un árbol con una confianza del 95%, usando los siguientes parámetros

$$\begin{aligned}n &= 8 \\ \bar{a} &= 104^\circ \\ r &= 0.87919 \\ R &= nr = (8)(0.87919) = 7.03352\end{aligned} \quad \chi_{\alpha,1}^2 = 3.841$$

Usando la ecuación anterior para n pequeña se tiene:

$$\begin{aligned}d &= \arccos \left[\frac{\sqrt{\frac{2(8)(2[7.03352]^2 - 8[3.841])}{4(8) - 3.841}}}{7.03352} \right] \\ &= \arccos(0.88514) \\ &= 28^\circ\end{aligned}$$

Con un 95% de confianza el intervalo es $104^\circ \pm 28^\circ$ para las orientaciones de las ramas inclinadas.

$$L_i = 104^\circ - 28^\circ = 76^\circ \quad L_s = 104^\circ + 28^\circ = 132^\circ$$

Esto indica que el intervalo se encuentra entre 76° y 132° .

4.2. La prueba de Rayleigh¹ (Batschelet, 1981)

La significancia de **R** (llamada *r* de Rayleigh) fue estudiada por primera vez por Lord Rayleigh en 1880, posteriormente en 1905 d.C. Kluver descubrió la hipótesis nula exacta; esta prueba es utilizada principalmente para estudios en diversos grupos de organismos. La prueba de Rayleigh es una prueba paramétrica cuyo propósito es estimar si la población de una muestra de datos difiere significativamente de la uniformidad, es decir si existe evidencia de unidireccionalidad en los datos.

Para obtener un intervalo de confianza en una distribución uniforme y cuantificarlo se usa la **R** de Rayleigh. La longitud de **R** es indicador de unidireccionalidad. Por ejemplo en una distribución uniforme la **R** siempre es pequeña; una **R** grande indica agrupamiento o concentración de datos en determinada orientación por lo que la hipótesis de uniformidad puede ser rechazada en favor de un patrón de distribución unidireccional. El planteamiento de hipótesis a probar es:

H₀: La muestra poblacional está uniformemente distribuida

H_a: La muestra poblacional no está uniformemente distribuida.

Las ecuaciones y la prueba estadística a utilizar son las siguientes:

¹ Lord Rayleigh (1842-1919), físico y matemático que ganó fama al descubrir el elemento químico Argón, además de hacer algunas otras contribuciones físicas importantes (Zar, 1996)

$y = \frac{\sum_{i=1}^n \text{sen } a_i}{n}$ $x = \frac{\sum_{i=1}^n \text{cos } a_i}{n}$	La suma de coordenadas cartesianas
$r = \sqrt{x^2 + y^2}$	Longitud del radio
$R = nr$	La R de Rayleigh
$z = \frac{R^2}{n}$	El estadístico llamado z de Rayleigh

Valores tabulares y regla de decisión

Se compara el valor de **z** calculada con el valor crítico de $z_{\alpha,n}$, en la Tabla de valores críticos de **z** de Rayleigh². Si el valor de **z** calculada es mayor al de **z** en tablas, la hipótesis nula se rechaza.

Ejemplo 4 (tomado y modificado de Zar, 1996)

Realizar la prueba de Rayleigh para los siguientes datos direccionales de la inclinación de las ramas de un árbol, 45°, 55°, 81°, 96°, 110°, 117°, 132°, 154°, con el propósito de saber si su distribución es uniforme o presentan unidireccionalidad en el tronco.

- Plantear el juego de hipótesis:

$H_0: \rho = 0$ (La distribución de las ramas inclinadas está distribuida uniformemente alrededor del tronco del árbol)

$H_a: \rho \neq 0$ (La distribución de las ramas inclinadas no está distribuida uniformemente alrededor del tronco del árbol)

- Obtener la suma de cada una de las coordenadas cartesianas.

a_i (ángulo)	$\text{cos } a_i$	$\text{sen } a_i$
45	0.70711	0.70711
55	0.57358	0.81915
81	0.15643	0.98769
96	-0.10453	0.99452
110	-0.34202	0.93969
117	-0.45399	0.89101
132	-0.66913	0.74315
154	-0.89879	0.43837

$$\sum \text{cos } a_i = -1.03134 \quad \sum \text{sen } a_i = 6.52069$$

- Aplicando las ecuaciones descritas anteriormente se obtienen los valores de **x** e **y**

$$x = \frac{\sum_{i=1}^n \text{cos } a_i}{n} = -0.12892 \quad y = \frac{\sum_{i=1}^n \text{sen } a_i}{n} = 0.81509$$

- Calcular **r**

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(-0.12892)^2 + (0.81509)^2} = \sqrt{0.68099} = 0.82522$$

² Ver Apéndice para consultar las tablas de valores críticos.

- La R y la z de Rayleigh

$$n = 8$$

$$r = 0.825222$$

$$R = nr = (8)(0.825222) = 6.60176$$

$$z = \frac{R^2}{n} = \frac{(6.60176)^2}{8} = 5.448$$

- Se busca el valor crítico en tablas y se toma una decisión con respecto a la hipótesis

Usando las tablas de los valores críticos de z para Rayleigh tenemos que: $z_{0.05,8}=2.899$ por lo tanto se rechaza H_0 (Ya que $z_{calculada} = 5.448 > z_{Tablas} = 2.899$). La prueba indica que la orientación de las ramas inclinadas no esta uniformemente distribuidas en el tronco del árbol, lo cual implica que existe unidireccionalidad en el crecimiento de las ramas inclinadas del árbol.

Ejemplo 5 (tomado de Batschelet, 1981)

Merkel (citado por Batschelet, 1981) observó petirrojos (*Erithacus rubecula*) en cautiverio expuestos a un campo magnético débil, se observó que tenían direcciones preferidas; se realizó una prueba de Rayleigh al 95% de confianza, con una $n=33$ y una $r=0.25$, la cual rechazó la hipótesis nula de uniformidad, concluyendo que los campos magnéticos influyen en la dirección de las aves en determinada dirección.

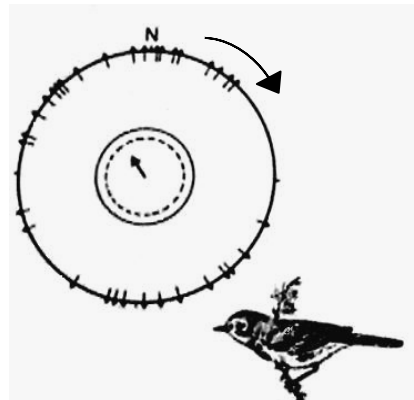


Figura 22. Distribución de Rayleigh de petirrojos europeos, en cautiverio expuestos a un campo magnético débil

4.3 La prueba de V (Batschelet, 1981)

Esta prueba fue introducida por Greenwood y Durand (citados por Batschelet, 1981) en problemas de orientación de animales, comparando con un promedio hipotético. Esta prueba paramétrica tiene como propósito observar si los ángulos tienden a agruparse alrededor de un determinado ángulo y si difiere significativamente de la uniformidad. En algunos experimentos ya se tiene un antecedente direccional o se tiene una dirección esperada, esta prueba indica si existe o no uniformidad en la muestra de datos, pero tomando en cuenta ese antecedente. El planteamiento de hipótesis a probar es:

H_0 : Las direcciones poblacionales se distribuyen uniformemente $H_0 : \rho = 0$

H_a : Las direcciones poblacionales no se distribuyen uniformemente ($\rho \neq 0$ y $\mu_a = 90^\circ$)

En la hipótesis alterna entra el ángulo esperado, por ejemplo 90°

Las ecuaciones y la prueba estadística a utilizar para el cálculo son las siguientes:

$\cos \bar{a} = \frac{x}{r} \quad \text{sen } \bar{a} = \frac{y}{r}$	El ángulo promedio
$R = nr$	La R de Rayleigh
$V = R \cos(\bar{a} - \mu_0)$	El estadístico V , donde μ_0 es el ángulo supuesto
$u = V \sqrt{\frac{2}{n}}$	Prueba de la significancia de V

Valores tabulares y regla de decisión

Se compara el valor de u calculada con el valor crítico $u_{\alpha, n}$, de la Tabla de valores críticos u de V para uniformidad circular. Si el valor de u calculada es mayor al de u de tablas, la hipótesis nula se rechaza.

Ejemplo 6 (tomado y modificado de Zar, 1996)

Realizar la prueba V para los siguientes datos direccionales de salidas de ratones hacia su madriguera desde un punto de liberación, $66^\circ, 75^\circ, 86^\circ, 88^\circ, 88^\circ, 93^\circ, 97^\circ, 101^\circ, 118^\circ, 130^\circ$, con el fin de saber si siguen un patrón de orientación cercano a su madriguera, la cual se localiza a 90° .

- Planteamiento de hipótesis:

$H_0: \rho = 0$ Las trayectorias de salida se distribuyen de manera uniforme alrededor del punto de salida (*randomness*)

$H_a: \rho \neq 0$ (Las trayectorias de salida no se distribuyen de manera uniforme alrededor del punto de salida)

- Obtener la suma de cada una de las coordenadas cartesianas

a_i (ángulo)	$\cos a_i$	$\text{sen } a_i$
66	0.40674	0.91355
75	0.25882	0.96593
86	0.06976	0.99756
88	0.03490	0.99939
88	0.03490	0.99939
93	0.05234	0.99863
97	0.12187	0.99255
101	0.19081	0.98163
118	0.46947	0.88295
130	0.64279	0.76604
n=10	$\sum \cos a_i = -0.672$	$\sum \text{sen } a_i = 9.49762$

- Aplicando las ecuaciones descritas se obtiene x , y , y r

$$x = -\frac{0.67216}{10} = -0.06722 \quad y = \frac{9.49762}{10} = 0.94976$$

$$r = \sqrt{(-0.06722)^2 + (0.94976)^2}$$

$$r = 0.95213$$

- El ángulo promedio

$$\cos \bar{a} = \frac{x}{r} = -0.07060 \quad \text{sen } \bar{a} = \frac{y}{r} = 0.99751$$

$$\bar{a} = 94^\circ$$

- La R de Rayleigh

$$R = (10)(0.95213)$$

- El estadístico V , donde 90° es el ángulo predicho

$$V = R \cos(94^\circ - 90^\circ)$$

$$= 9.5213 \cos(4^\circ)$$

$$= 9.498$$

- Se realiza la prueba de la significancia de V

$$u = V \sqrt{\frac{2}{n}} = (9.498) \sqrt{\frac{2}{10}}$$

$$= 4.248$$

- Se busca el valor crítico en tablas y se toma una decisión con respecto a la hipótesis

Usando las tablas de valores críticos de u , para la prueba V de uniformidad circular con $\alpha = 0.05$ $n = 10$ indica $u_{0.05,10} = 1.648$, que es menor que $u = 4.248$, por lo tanto se rechaza H_0 .

- Interpretación

El rechazar la hipótesis nula de uniformidad, indica que las salidas se orientan cercanamente a su nido.

Ejemplo 7 (tomado de Batschelet, 1981)

Se realizó un experimento con respecto a palomas liberadas lejos de sus nidos, Keeton obtuvo una muestra de datos, donde el ángulo promedio se aproximaba a la dirección verdadera del nido, pero la longitud de r era pequeña, la prueba de Rayleigh indicaba no uniformidad, por lo que se decidió hacer una prueba de V para corroborar esta prueba, tomando en cuenta la dirección del nido a 274° .

Las orientaciones registradas fueron 0° , 175° , 195° , 225° , 240° , 240° , 260° , 295° , 330° , 340° , 345° (Figura 23). Con estos datos se obtuvieron: $n = 11$, $r = 0.5104$, $\bar{a} = 274^\circ$, la prueba de V se tienen: $V = 0.50081$ $u = 2.38$

Esta prueba rechazó la hipótesis nula de uniformidad también, pero es más exacta que la de Rayleigh, por la comparación de un ángulo promedio. En conclusión las palomas se orientan hacia su nido.

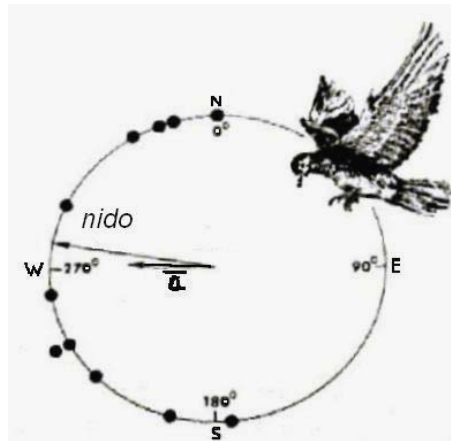


Figura 23.- Experimento de palomas con respecto a la orientación de su nido.

4.4 Prueba de R (Batschelet, 1981)

La prueba de espaciado de Rao, fue presentada en 1969 y tuvo sus primeras aplicaciones biológicas en 1976. Esta prueba de uniformidad se puede aplicar a distribuciones bimodales, como en orientaciones de hormigas, peces o aves. Esta prueba no paramétrica tiene como propósito saber si existe evidencia estadística de que la población de una muestra difiere significativamente de la uniformidad.

Bajo la hipótesis de uniformidad se espera que todos los datos estén espaciados de igual manera en el círculo, el segmento (espacio) entre dos puntos vecinos es $360^\circ/n$, las desviaciones pequeñas se pueden deber a fluctuaciones, pero grandes desviaciones indican unidireccionalidad, se asume que los ángulos están arreglados de manera ascendente. Se calcula la longitud de los n arcos entre puntos consecutivos. El planteamiento de hipótesis a probar es:

H_0 : La muestra está uniformemente distribuida

H_a : La muestra no está uniformemente distribuida

Las ecuaciones y la prueba estadística a utilizar, para el cálculo, son las siguientes:

$T_1 = \bar{a}_2 - \bar{a}_1$ $T_2 = \bar{a}_3 - \bar{a}_2$ $T_{n-1} = \bar{a}_n - \bar{a}_{n-1}$ $T_n = 360^\circ + \bar{a}_1 - \bar{a}_n$	Calculo de longitud de los n segmentos entre puntos consecutivos
$ T_i - (360^\circ/n) $	Valor absoluto de las desviaciones de T_i
$\sum T_i = 360^\circ$	La suma de las longitudes.
$U = \sum T_i - (360^\circ/n) $	La suma de las desviaciones positivas y negativas es la misma por lo que se puede utilizar la misma ecuación

Valores tabulares y Regla de decisión

Se compara el valor de U calculada con el valor crítico de $U_{\alpha,n}$ de la Tabla de valores críticos de espacio de Rao, si el valor de U calculada es mayor a U de tablas, la hipótesis nula se rechaza.

Ejemplo 8 (tomado de Batschelet, 1981)

Un conjunto de 13 palomas fueron liberadas en el Valle de Toggenburg, las aves no se dirigieron inmediatamente a su nido, sino que volaron directamente sobre el eje del valle en las siguientes direcciones arregladas en forma ascendente: 20°, 135°, 145°, 165°, 170°, 200°, 300°, 325°, 335°, 350°, 350° y 355° (Fig. 24).

Se desea saber si las salidas se distribuyeron de manera uniforme ya que a simple vista las orientaciones toman una distribución bimodal, realizar la prueba de Rao.

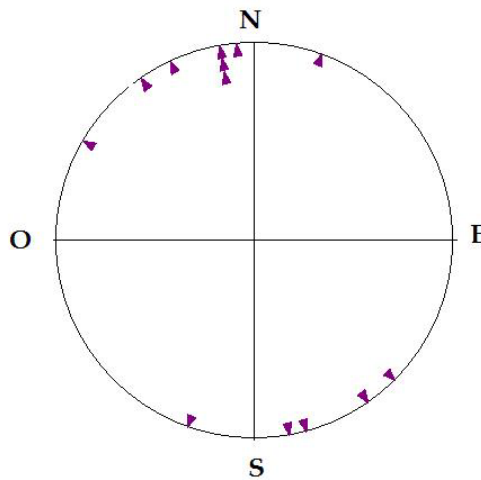


Figura 24.- Experimento de palomas con respecto a la orientación del valle.

- Planteamiento de hipótesis:

H_0 : Las orientaciones se distribuyen de manera uniforme a lo largo del valle

H_a : Las orientaciones no se distribuyen de manera uniforme a lo largo del valle

- Calcular la longitud de los segmentos entre puntos consecutivos.

i	$T_{n-1} = \bar{a}_n - \bar{a}_{n-1}$	T_i	i	$T_{n-1} = \bar{a}_n - \bar{a}_{n-1}$	T_i	i	$T_{n-1} = \bar{a}_n - \bar{a}_{n-1}$	T_i
1	20°-135°	-115°	5	170°-200°	-30°	9	335°-350°	-15°
2	135°- 145°	-10°	6	200°- 300°	-100°	10	350°- 350°	0°
3	145°- 165°	-20°	7	300°- 325°	-25°	11	350°- 350°	0°
4	165°- 170°	-5°	8	325°- 335°	-10°	12	350° - 355°	-5°
						13	360+(20-355)	$T_n = 25°$

- Calcular la desviación de T_i en valor absoluto y la suma de desviaciones.

Tomando en cuenta que $360/13 = 27.7°$

$ T_i - (360^\circ/13) $	Desviaciones positivas	$ T_i - (360^\circ/13) $	Desviaciones negativas
115°-27.7°	87.3°	10°-27.7°	17.7°
30°-27.7°	2.3°	20°-27.7°	7.7°
100°-27.7°	72.3°	5°-27.7°	22.7°
		25°-27.3°	2.7°
		10°-27.7°	17.7°
		15°-27.7°	12.7°
		0°-27.7°	27.7°
		0°-27.7°	27.7°
		5°-27.7°	22.7°
		25°-27.7°	2.7°
Suma	161.9°		162.0°

El valor de U es la suma de las desviaciones positivas y negativas, por lo tanto el resultado de la prueba estadística es $U=162^\circ$.

- Se busca el valor crítico en tablas y se toma una decisión con respecto a la hipótesis. El valor crítico en tablas con una $\alpha = 0.05$ y $n = 13$ es de 167.8° ; U calculada es menor que el valor crítico por lo que la diferencia no es significativa, la distribución se distribuye uniformemente aunque de manera bimodal. Se puede argumentar que la altura de las montañas en ambos lados del valle fuerza a las palomas a volar a lo largo del eje del valle en la misma preferencia pero en sentido contrario (Batschelet, 1981).

4.5. Prueba de Watson (Batschelet, 1981)

El método usado para la desviación de promedios cuadrados fue propuesto por Cramer, von Mises y Smirnov (citado por Batschelet, 1981) ajustado a pruebas circulares. Esta prueba de bondad de ajuste tiene como propósito probar si la distribución de la muestra se ajusta a una distribución teórica. En esta prueba se aplican las desviaciones de los promedios cuadrados, como prueba estadística, una desviación suficientemente grande indica que la muestra no se ajusta a la distribución teórica, por lo que también es una prueba de bondad de ajuste. El planteamiento de hipótesis a probar es:

H_0 : El patrón de distribución de la muestra coincide con una distribución teórica dada

H_a : El patrón de distribución de la muestra no coincide con una distribución teórica dada

Las ecuaciones y la prueba estadística a utilizar para el cálculo son las siguientes:

i	$u_i = \frac{a_i}{360^\circ}$	$\sum u_i^2$	Orden ascendente del dato, Transformación a medida de tipo angular y suma de cuadrados de u_i
	$\sum iu_i$	$\bar{u} = \frac{\sum u_i}{n}$	Suma de Productos de u_i por i y Promedio de \bar{u}
$U^2 = \sum u_i^2 - \frac{(\sum u_i)^2}{n} - \frac{2}{n} \sum iu_i + (n+1)\bar{u} + \frac{n}{12}$			Prueba de Watson

Valores tabulares y regla de decisión

Se compara el valor de U^2 calculado con el valor crítico de $U_{\alpha,n}^2$ de la Tabla de valores críticos de U^2 de Watson, si el valor con el valor calculado de U^2 , es mayor al de U^2 de tablas, la hipótesis nula se rechaza.

Ejemplo 9 (tomado y modificado de Zar, 1996)

Realizar la prueba de bondad de ajuste de Watson para los siguientes datos de trayectorias de aves liberadas cerca de un lago; las orientaciones fueron arregladas de forma ascendente con el fin de saber si la distribución de la muestra se ajusta a una distribución teórica. Registrándose las siguientes orientaciones: 45°, 55°, 81°, 96°, 110°, 117°, 132°, 154°.

- Planteamiento de hipótesis:

H₀: La muestra de datos proviene de una población que se ajusta a la distribución de von Mises.

H_a: La muestra de datos proviene de una población que no se ajusta a la distribución de von Mises.

- Los datos se ordenan ascendentemente y se calculan los parámetros necesarios para cada dato

i	a_i	u_i	u_i^2	iu_i
1	45°	0.1250	0.0156	0.125
2	55°	0.1528	0.0233	0.305
3	81°	0.2250	0.0506	0.675
4	96°	0.2667	0.0711	1.066
5	110°	0.3056	0.0934	1.528
6	117°	0.3250	0.1056	1.950
7	132°	0.3667	0.1345	2.566
8	154°	0.4278	0.1830	3.422
$n=8$		$\sum u_i = 2.1946$	$\sum u_i^2 = 0.6771$	$\sum iu_i = 11.639$

- Calculo promedio \bar{u} y la prueba de Watson:

$$\bar{u} = \frac{\sum u_i}{n} = \frac{2.1946}{8} = 0.2743$$

$$\begin{aligned}
 U^2 &= \sum u_i^2 - \frac{(\sum u_i)^2}{n} - \frac{2}{n} \sum iu_i + (n+1)\bar{u} + \frac{n}{12} \\
 &= 0.6771 - \frac{(2.1946)^2}{8} - \frac{2}{8}(11.6397) + (8+1)(0.2743) + \frac{8}{12} \\
 &= 0.6771 - 0.6020 - 2.9099 + 2.4687 + 0.6667 \\
 U^2 &= 0.2989
 \end{aligned}$$

- Se busca el valor crítico en tablas y se toma una decisión con respecto a la hipótesis

Dado que el valor de U^2 calculada es mayor al valor crítico $U_{0.05,8}^2 = 0.181$ se rechaza H_0 , indicando que la distribución de la muestra de las orientaciones de las aves no se ajusta a la distribución de von Mises.

Ejemplo 10 (tomado de Batschelet, 1981)

Se retoma la muestra bimodal del ejemplo 8 para realizar la prueba de bondad de ajuste de Watson a fin de saber si la distribución de la muestra coincide con la distribución teórica de von Mises.

i	a_i	u_i	u_i^2	iu_i
1	20	0.0555	0.0030	0.0555
2	135	0.375	0.1406	0.75
3	145	0.4027	0.1622	1.2083
4	165	0.4583	0.2100	1.8333
5	170	0.4722	0.2229	2.3611
6	200	0.5555	0.3086	3.3333
7	300	0.8333	0.6944	5.8333
8	325	0.9027	0.8150	7.2222
9	335	0.9305	0.8659	8.375
10	350	0.9722	0.9452	9.7222
11	350	0.9722	0.9452	10.6944
12	350	0.9722	0.9452	11.6666
13	355	0.9861	0.9724	12.8194
$n=13$		$\sum u_i = 8.8889$	$\sum u_i^2 = 7.2310$	$\sum iu_i = 75.8746$

La prueba de Watson calcula una $U^2 = 0.1361$, la cual comparando con el valor crítico de $U_{0.05,13}^2 = 0.1835$ aprox es menor, indicando que no se rechaza H_0 , es decir la distribución de la muestra se ajusta a la distribución teórica de von Mises.

4.6 Prueba de Kuiper (Batschelet, 1981)

Prueba de bondad de ajuste también se utiliza como prueba no paramétrica. Su propósito es probar si la muestra dada se ajusta a una distribución teórica.

Con base en la distribución teórica de la muestra se compara la distribución funcional de la muestra, para saber que tanto difiere una de la otra. La medida D^+ es una medida de desviación vertical por encima de la curva y D^- es un medida de desviación vertical por debajo de la curva, definiendo como una suma de las dos desviaciones.

$$V_n = D^+ + D^-$$

Los valores de V_n están entre 0 y 1, un valor pequeño de V_n indica un buen ajuste, mientras que un valor grande puede ser significativo. Se asume que los datos no están agrupados. El planteamiento de hipótesis a probar es:

H_0 : El patrón de distribución de la muestra se ajusta a la distribución teórica.

H_a : El patrón de distribución de la muestra es significativamente diferente de la distribución teórica.

Las ecuaciones y la prueba estadística a utilizar, son las siguientes:

$D_n^+ = \text{maximo de } \frac{1}{n} - x_1, \frac{2}{n} - x_2, \dots, 1 - x_n$	Diferencia de la distribución funcional de la muestra con respecto a la distribución teórica
$D_n^- = \text{máximo de } x_1, x_2 - \frac{1}{n}, x_3 - \frac{2}{n}, \dots, x_n - \frac{n-1}{n}$	Diferencia de la distribución teórica con respecto a la de la distribución funcional de la muestra
$V_n = D^+ + D^-$	Suma de las dos desviaciones
$K = n^{1/2}(V_n)$	Prueba K

Valores tabulares y regla de decisión

Se compara el valor de K calculada con el valor crítico de $K_{\alpha, n}$ de la Tabla de valores críticos de Kuiper para una muestra contra el valor de K calculada. Si el valor de K calculada es mayor a K de tablas, la hipótesis nula se rechaza.

Ejemplo 11 (tomado de Batschelet, 1981)

Se aplicó la prueba de Kuiper para los datos del Ejemplo 8, se desea que la muestra esté uniformemente distribuida. Dado que la función teórica asciende linealmente de 1° a 360° , se tiene $D^+ = 0.023$ $D^- = 0.369$ (Fig. 25), usando la prueba estadística K se obtiene:

$$K = 13^{1/2}(0.023 + 0.369) = 1.413$$

De la tabla de valores críticos con $\alpha = 0.05$ y $n = 13$ se obtiene $K_{0.01, 13} = 1.642$, como K calculada es menor que el valor crítico de K , no se rechaza la hipótesis de que existe ajuste de la muestra con respecto a la uniformidad.

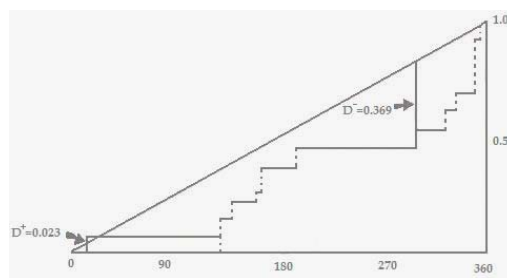


Figura 25.- Aplicación de la prueba de Kuiper a una muestra circular.

4.7 Prueba Ji-cuadrada (Batschelet, 1981)

Prueba de bondad de ajuste y de uniformidad. Su propósito es, probar si la distribución de la muestra se ajusta a una distribución teórica.

Para realizar esta prueba se subdivide el círculo en un número determinado de categorías k , donde cada arco contiene la frecuencia de los datos de la muestra, los intervalos de k deben ser iguales.

Se considera satisfactoria la distribución, si las desviaciones frecuenciales no presentan mucha diferencia de las frecuencias esperadas. Esta técnica sirve como prueba de bondad de ajuste y prueba de uniformidad. Las categorías k no deben ser del mismo tamaño y tienen que ser mayor que cuatro. El planteamiento de hipótesis a probar es:

H_0 : El patrón de distribución de la muestra se ajusta a la distribución teórica.

H_a : El patrón de distribución muestral no se ajusta a la distribución teórica

Las ecuaciones y la prueba estadística a utilizar son las siguientes:

$\hat{f} = n / k$	Tamaño de frecuencia por categoría
$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(n_i - \hat{f})^2}{\hat{f}_i}$	Prueba Ji-cuadrada

Valores tabulares y regla de decisión

Se compara el valor de χ^2 calculada con el valor crítico de $\chi^2_{\alpha, \nu}$ de la Tabla de valores críticos de Ji-Cuadrada, donde $\nu = k - 1$, si χ^2 calculada es mayor que χ^2 de tablas, la hipótesis nula se rechaza.

Ejemplo 12 (tomado y modificado de Zar, 1996)

Realizar la prueba de bondad de ajuste χ^2 para los siguientes datos circulares, producto de los movimientos de hormigas hacia su hormiguero después de un estímulo sonoro, la muestra se dividió en 12 categorías. Se toma en cuenta que $k=12$ y $n=105$ y plantear la hipótesis:

H_0 : El patrón de distribución es uniforme.

H_a : El patrón de distribución no es uniforme.

$$K=12 \quad n=105$$

a_i (grados)	f_i	\hat{f}_i
0-30	0	8.7500
30-60	6	8.7500
60-90	9	8.7500
90-120	13	8.7500
120-150	15	8.7500
150-180	22	8.7500
180-210	17	8.7500
210-240	12	8.7500
240-270	8	8.7500
270-300	3	8.7500
300-330	0	8.7500
330-360	0	8.7500

- Se obtiene el tamaño de frecuencia.

$$\hat{f} = 105/12 = 8.7500 \text{ para todas las } i$$

- Se aplica la prueba χ^2

$$\begin{aligned} \chi^2 &= \frac{(0 - 8.7500)^2}{8.7500} + \frac{(6 - 8.7500)^2}{8.7500} + \frac{(9 - 8.7500)^2}{8.7500} + \dots + \frac{(0 - 8.7500)^2}{8.7500} \\ &= 8.7500 + 0.8643 + 0.0071 + \dots + 8.7500 \\ &= 66.543 \end{aligned}$$

- Se busca y compara el valor crítico con el calculado

$$v = k - 1 = 11 \text{ (grados de libertad)}$$

$$\chi_{0.05,11}^2 = 19.675$$

- Interpretación

La hipótesis nula se rechaza ya que el valor de χ^2 calculado es mayor al valor crítico de χ^2 de tablas, indicando que el patrón de orientaciones no es uniforme, esto indica que los sonidos afectan las orientaciones de las hormigas.

Ejemplo 13 (tomado de Batschelet, 1981)

Goodyear (citado por Batschelet, 1981) estudió la orientación de los peces *Fundulus notti*, encontrando, que estos peces son capaces de orientarse en un día soleado y que esta habilidad se anula cuando el día es nublado, se examinó parte de estos datos de un día nublado, apoyando la hipótesis de uniformidad, el tamaño de la muestra fue de 50, se subdividió en 10 categorías ($\hat{f} = n/k = 50/10 = 5$). El valor de la prueba de $\chi^2 = 5.6$, ahora bien el valor crítico de tablas de χ^2 con $v = k - 1 = 9$ grados de libertad y $\alpha = 0.05$ es de $\chi^2 = 16.919$, el cual es un valor alto por lo que no se puede rechazar la hipótesis de uniformidad, indicando que los peces no se orientan en una dirección específica durante un día nublado (Fig 26).

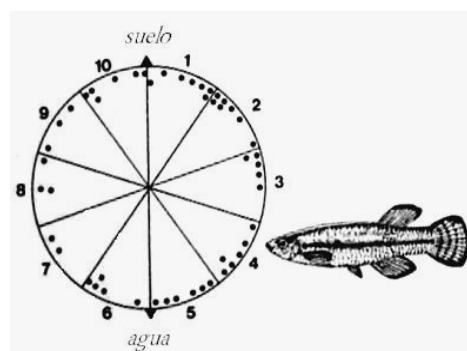


Figura 26.-. Orientación de peces días nublados.

En el siguiente capítulo se describirán las pruebas multimuestrales más usuales (Watson-Williams, Ji-cuadrada, Mardia-Watson-Wheeler y Watson) las cuales abarcan pruebas paramétricas y no paramétricas.

CAPÍTULO V

ESTADÍSTICA INFERENCIAL (PARA DOS O MÁS MUESTRAS)

5.1 Prueba de Watson y Williams (Batschelet, 1981)

La prueba de Watson y Williams, originalmente fue propuesta para analizar dos muestras, con un solo grado de libertad, posteriormente el parámetro K fue sugerido por Stephens (citado por Batschelet, 1981). Existen dos modalidades: bimuestral y multimuestral. Esta es la prueba multimuestral más utilizada en el campo de estudio de la biología, para analizar muestras de orientación en hormigas, aves o crustáceos entre otros. Esta prueba paramétrica. Tiene como propósito ver si el promedio de dos muestras independientes difieren entre sí. De cada muestra se calculan los componentes individuales para posteriormente compararlos y obtener un componente unificado de las dos muestras, se asume que las dos muestras se ajustan a la distribución von Mises. El planteamiento de hipótesis a probar es:

$$H_0: \mu_1 = \mu_2$$

$$H_a: \mu_1 \neq \mu_2$$

Las ecuaciones y la prueba estadística a utilizar para el cálculo son las siguientes:

Muestra 1		Muestra 2		
$\sum \text{sen } a_i$	$\sum \text{cos } a_i$	$\sum \text{sen } a_i$	$\sum \text{cos } a_i$	Suma de las funciones
$y_1 = \frac{\sum_{i=1}^n \text{sen } a_i}{n_1}$	$x_1 = \frac{\sum_{i=1}^n \text{cos } a_i}{n_1}$	$y_2 = \frac{\sum_{i=1}^n \text{sen } a_i}{n_2}$	$x_2 = \frac{\sum_{i=1}^n \text{cos } a_i}{n_2}$	Coordenadas
$r_1 = \sqrt{y_1^2 + x_1^2}$		$r_2 = \sqrt{y_2^2 + x_2^2}$		Radio muestral
\bar{a}_1		\bar{a}_2		promedio
$R_1 = n_1 + n_1$		$R_2 = n_2 + n_2$		R de Rayleigh
Por combinación de las dos muestras				
$\sum \text{sen } a_c = \sum \text{sen } a_1 + \sum \text{sen } a_2$				Suma de función seno combinada
$\sum \text{cos } a_c = \sum \text{cos } a_1 + \sum \text{cos } a_2$				Suma de función coseno combinada
$n_c = n_1 + n_2$				n combinada
$y_c = \frac{\sum \text{sen } a_i}{n_c}$		$x_c = \frac{\sum \text{cos } a_i}{n_c}$		Coordenadas combinadas
$r_c = \sqrt{y_c^2 + x_c^2} \quad \text{y} \quad R_c = (n_c)(r_c)$				Radio combinado y R de Rayleigh combinada
$r_w = \frac{n_1 r_1 + n_2 r_2}{n_c} = \frac{R_1 + R_2}{n_c}$				Longitud promedio de ambas muestras
K				Obtención por <u>Tablas del parámetro K</u> ($K_{r_w, 2}$)
$F = K \frac{(n_c - 2)(R_1 + R_2 - R_c)}{n_c - R_1 - R_2}$				La prueba F

Valores tabulares y regla de decisión

Se compara el valor de F calculada con el valor crítico $F_{a,1,n_c-2}$ de la Tabla de valores críticos de la distribución F , si el valor de F calculada es mayor que la F de tablas, la hipótesis nula se rechaza.

Ejemplo 14 (tomado y modificado de Zar, 1996)

Realizar la prueba de Watson y Williams, para buscar diferencias significativas en los promedios direccionales de las siguientes muestras, provenientes de las orientaciones de dos grupos de murciélagos, el segundo grupo bajo una onda sonora diferente, las orientaciones desde su madriguera son:

Control: 94, 65, 45, 52, 38, 47, 73, 82, 90, 40, 84.

Experimental: 77, 70, 61, 45, 50, 35, 48, 65, 36.

- Plantear el juego de hipótesis:

$$H_0: \mu_1 = \mu_2$$

$$H_a: \mu_1 \neq \mu_2$$

- Obtener los productos de la suma de cada una de las coordenadas cartesianas, el promedio y R .

Control			Experimental		
a_1 (ángulo)	$\text{sen } a_1$	$\text{cos } a_1$	a_2 (ángulo)	$\text{sen } a_2$	$\text{cos } a_2$
94	0.99756	-0.06976	77	0.97437	0.22495
65	0.90631	0.42262	70	0.93969	0.34202
45	0.70711	0.70711	61	0.87462	0.48481
52	0.78801	0.91866	45	0.70711	0.70711
38	0.61566	0.78801	50	0.76604	0.64279
47	0.73135	0.68200	35	0.57358	0.81915
73	0.95630	0.29237	48	0.74314	0.66913
82	0.99027	0.13917	65	0.90631	0.42262
90	0.00000	0.00000	36	0.58779	0.80902
40	0.64279	0.76604			
84	0.99863	0.05234			

$$\begin{array}{ll}
 n_1 = 11 & n_2 = 9 \\
 \sum \text{sen } a_1 = 9.33399 & \sum \text{cos } a_1 = 4.39556 & \sum \text{sen } a_2 = 7.07265 & \sum \text{cos } a_2 = 0.56907 \\
 y_1 = 0.84854 & x_1 = 0.3996 & y_2 = 0.78585 & x_2 = 0.56907 \\
 r_1 = 0.93792 & & r_2 = 0.97026 & \\
 \text{sen } \bar{a}_1 = 0.90470 & & \text{sen } \bar{a}_2 = 0.80994 &
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}\cos \bar{a}_1 &= 0.42605 \\ \bar{a}_1 &= 65^\circ \\ R_1 &= 10.31712\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\cos \bar{a}_2 &= 0.58651 \\ \bar{a}_2 &= 54^\circ \\ R_2 &= 8.73234\end{aligned}$$

- Por combinación de los 20 datos para ambas muestras:

$$\sum \cos a_i = 4.39556 + 5.12160 = 9.61716$$

$$\sum \text{sen } a_i = 9.33399 + 7.07265 = 16.40664$$

- n combinada

$$n_c = 11 + 9 = 20$$

- Aplicando las ecuaciones descritas para y_c e x_c

$$y_c = \frac{16.40664}{20} = 0.82033 \qquad x_c = \frac{9.61716}{20} = 0.47586$$

- Radio combinado y R de Rayleigh combinada

$$\begin{aligned}r_c &= 0.94836 \\ R_c &= 18.96720\end{aligned}$$

- Obtener la longitud promedio de ambas muestras el parámetro K y la prueba F

$$\begin{aligned}r_w &= \frac{10.317112 + 8.73234}{20} = 0.952 & K_{0.952,2} &= 1.0351 \\ F &= K \frac{(n_c - 2)(R_1 + R_2 - R_c)}{n_c - R_1 - R_2} \\ &= (1.0351) \frac{(20 - 2)(10.31712 + 8.73234 - 18.96720)}{20 - 10.31712 - 8.73234} = (1.0351) \frac{1.48068}{0.95054} \\ &= 1.61\end{aligned}$$

- Se busca el valor crítico en tablas y se toma una decisión con respecto a la hipótesis

El valor crítico es $F_{0.05,1,18} = 4.41$, por lo tanto, no se rechaza H_0 ya que la F calculada es menor a la F de tablas, lo que indica que la onda sonora no afectó significativamente la orientación de murciélagos de la muestra experimental

De esta manera se concluye, que el promedio de las dos muestras, se estima, en un mismo promedio poblacional, y que el mejor promedio estimado de estos promedios poblacionales se obtiene por:

$$\begin{aligned}\text{sen } \bar{a} &= \frac{y_c}{r_c} = 0.86500 & \cos \bar{a} &= \frac{x_c}{r_c} = 0.50177\end{aligned}$$

Entonces $\sin^{-1} a = \cos^{-1} a = 60^\circ$.

Ejemplo 15 (tomado y modificado de Batschelet, 1981)

Duelli y Whehner (citados por Batschelet, 1981) examinaron hormigas provenientes del desierto, *Cataglyphis bicolor* 10 hormigas se colocaron bajo luz solar y se observó su orientación hacia su hormiguero, otro grupo de 10 hormigas se colocó bajo luz artificial, y se observó su orientación hacia el hormiguero (Figura 27). Se asume que existe diferencia en la orientación de ambos grupos.

H_0 : Las hormigas se orientan de igual manera

H_a : Las hormigas no se orientan de igual manera

Ángulo	Frecuencias observadas	
	Experimental	Control
-20 (340)	1	0
-10 (260)	7	3
0	2	3
+10	0	3
+20	0	1
	$n_1 = 10$	$n_2 = 10$

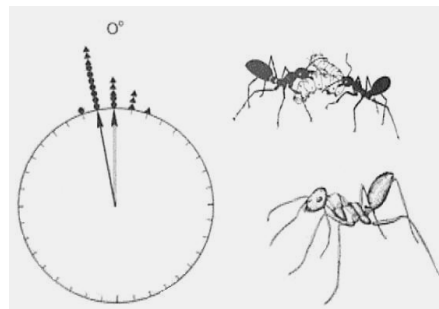
Aplicando la prueba de Watson y Williams, se tiene:

Muestra exp.	$\sum \sin a_i = -1.558$	$\sum \cos a_i = 9.833$	$R_1 = 9.956$
Muestra cont.	$\sum \sin a_i = 0.342$	$\sum \cos a_i = -1.558$	$R_2 = 9.854$
Combinación	$\sum \sin a_c = -1.216$	$\sum \cos a_c = 19.68$	$R_1 + R_2 = 19.810$
$R_1 + R_2 - R = 0.091$	$R_c = 19.719$	$n_c - (R_1 + R_2) = 0.190$	$K=1$

Aplicando la prueba F : $F = 1 \left(\frac{(18)(0.091)}{0.190} \right) = 8.6$

Con un $\alpha = 0.01$ de la tabla de valores críticos, resulta $F_{0.05,18} = 8.29$, como F calculada es mayor al valor crítico de tablas por lo que se concluye que el promedio direccional del experimento de hormigas es significativamente diferente del promedio direccional del grupo control.

Figura 27. Orientaciones de hormigas hacia su hormiguero bajo diferentes condiciones de luz.



5.1.1 Versión multimuestral de Watson y Williams (Zar, 1996)

La prueba de Watson-Williams se puede usar para pruebas multimuestrales donde la hipótesis nula indica igualdad en todas las muestras, $H_0: \mu_i = \mu_j = \dots = \mu_h$ y $H_a: \mu_i \neq \mu_j$ para algún $i \neq j$, el procedimiento es semejante. Se calcula los componentes individuales de cada muestra, para posteriormente compararlos y obtener un componente unificado de todas las muestras. El valor crítico a comparar es $F_{\alpha(1),k-1,h-k}$. La prueba estadística se modifica y queda como.

$r_W = \frac{\sum_{j=1}^h n_j r_j}{n_c} = \frac{\sum_{j=1}^h R_j}{n_c}$	Longitud promedio de todas las muestras (Donde h es el numero de muestras)
K	Obtención por <u>Tablas del parámetro K</u>
$F = K \frac{(n_c - h) \left(\sum_{j=1}^h R_j - R \right)}{(h - 1) \left(n_c - \sum_{j=1}^h R_j \right)}$	La prueba F

5.2 Prueba Ji-cuadrada (Batschelet, 1981)

Esta prueba se usa particularmente para obtener precisión en dos o más muestras de gran tamaño, independientes entre sí. Ésta prueba no paramétrica tiene como propósito saber si las muestras difieren significativamente una de la otra, sin especificar el tipo de diferencia. La muestra se divide en k categorías las frecuencias de cada una se despliegan a modo de tabla de contingencia. Por medio de esta tabla se calculan los parámetros asociados a la prueba estadística χ^2 .

Muestra	Categorías (k)				Total
#1	$f_{1,1}$	$f_{1,2}$	$f_{1,3}$	$f_{1,4} \dots f_{1,k}$	n_i
#2	$f_{2,1}$	$f_{2,2}$	$f_{2,3}$	$a_{2,4} \dots f_{2,k}$	n_2
Total	m_1	m_2	m_3	$m_4 \dots m_k$	n_c

El planteamiento de hipótesis a probar es:

H_0 : Las dos muestras son iguales o provienen de una misma población.

H_a : Las dos muestras no son iguales o no provienen de una misma población.

Las ecuaciones y la prueba estadística a utilizar para el cálculo son las siguientes:

$f_{ij} = n_i m_j / n_c$	Frecuencia esperada
$a_{i,j} - f_{i,j}$	Resta de frecuencias
$(a_{i,j} - f_{i,j})^2 / f_{i,j}$	Producto de frecuencias
$\chi^2 = \sum_{i,j} (a_{i,j} - f_{i,j})^2 / f_{ij}$	Prueba estadística Ji-cuadrada

Valores tabulares y regla de decisión

Se compara el valor de χ^2 calculada con el valor crítico $\chi_{\alpha, \nu}^2$, donde ν es $k - 1$ de la Tabla de valores críticos χ^2 , si el valor de χ^2 calculada es mayor al de χ^2 de tablas, la hipótesis nula se rechaza.

Ejemplo 16 (tomado y modificado de Zar, 1996)

Realizar la prueba de χ^2 suponiendo que las muestras provienen de las orientaciones de tortugas, la muestra 1 fue en tortugas jóvenes y la muestra 2 de tortugas mayores. Los siguientes datos se presentan a continuación dentro de la tabla de contingencia arreglados en n clases.

- Planteamiento de hipótesis:

H_0 : Las dos muestras de tortugas se orientan de igual forma.

H_a : Las dos muestras de tortugas no se orientan de igual forma.

- Calcular las frecuencias observadas y obtener la suma de estas

Grupos (grados)	Frec. obs.		Total	$f_{ij} = n_i m_j / n_c$ Frec. esp.		$a_{i,j} - f_{i,j}$		$(a_{i,j} - f_{i,j})^2 / f_{ij}$	
	#1	#2		#1	#2	#1	#2	#1	#2
0-45	0	0	0	0	0				
45-90	4	15	19	10.2	8.8	-6.2	6.2	3.8	4.3
90-135	0	27	27	14.5	12.5	-14.5	14.5	14.5	16.8
135-180	17	21	38	20.4	17.6	-3.4	3.4	0.6	0.7
180-225	28	5	33	17.7	15.3	10.3	-10.3	6.0	6.9
225-271	11	0	11	5.9	5.1	5.1	-5.1	4.4	5.1
270-315	15	0	15	8.0	7.0	7.0	-7.0	6.1	7.0
315-360	7	3	10	5.3	4.7	1.7	-1.7	0.5	0.6
Total	82	71	153	82	71	0	0	35.9	41.4

- Aplicar la prueba de la Ji-cuadrada

$$\chi^2 = 35.9 + 41.4 = 77.3$$

- Se busca el valor crítico en tablas y se toma una decisión con respecto a la hipótesis

El valor crítico de tablas con $\alpha = 0.05$ y $\nu = 7$ es de 14.449, este valor es menor a 77.3 por lo que se rechaza la hipótesis nula, es decir las tortugas no se orientan de igual forma con respecto a la edad que presenten.

5.2.1 Versión multimuestral de Ji-cuadrada (Batschelet, 1981; Zar, 1996)

Esta prueba se puede aplicar a más de dos muestras del mismo modo que para dos muestras, solo se modifica la tabla de contingencia para h muestras.

Muestras	1	2	3	...	Total
#1	$f_{1,1}$	$f_{1,2}$	$f_{1,3}$	$f_{1,4} \cdots f_{1,k}$	n_1
#2	$f_{2,1}$	$f_{2,2}$	$f_{2,3}$	$f_{2,4} \cdots f_{2,k}$	n_2
...
# h	$f_{h,1}$	$f_{h,2}$	$f_{h,3}$	$f_{h,4} \cdots f_{h,k}$	n_h
Total	m_1	m_2	m_3	$m_4 \cdots m_k$	n_c

Y se aplica las mismas ecuaciones y prueba estadística tomando en cuenta el número de muestras y se compara con $\chi^2_{\alpha, \nu}$.

$f_{ij} = n_i m_j / n_c$	Frecuencia esperada
$a_{i,j} - f_{i,j}$	Resta de frecuencias
$(a_{i,j} - f_{i,j})^2 / f_{i,j}$	Producto de frecuencias
$\chi^2 = \sum_{i,j} (a_{i,j} - f_{i,j})^2 / f_{i,j}$	Prueba estadística Ji-cuadrada

5.3 Prueba de Mardia-Watson-Wheeler (Batschelet, 1981)

Esta prueba fue propuesta en 1964 por Wheeler, Watson y Mardia, quienes descubrieron una prueba de independencia cuando buscaban una prueba bivariada, se hizo aplicable con una tabla de valores críticos. Eventualmente en honor a esta aportación la prueba se le nombró prueba de Mardia-Watson-Wheeler. Prueba no paramétrica. Esta prueba tiene el propósito de ver que tan significativamente diferentes son las muestras una de la otra, siendo que la diferencia puede darse en el ángulo promedio en la varianza angular o en ambos parámetros. Se asume que los datos son de una distribución circular y no presente datos con empate³. Se observa el orden en que los ángulos de una muestra y otra, están arreglados con espacios entre ellos del mismo tamaño.

$$d = 360^\circ / n_c \qquad n_c = n_1 + n_2$$

Si los datos de una muestra están suficientemente separados de los datos de la otra muestra, existe diferencia significativa en las muestras.

³ Un dato empatado es aquel que tiene el mismo valor en las muestras diferentes y que se le asigna el mismo valor de intervalo

A los valores de las muestras se les asigna un intervalo de dirección ($i = 1, 2, \dots, n$) concordante entre muestras en orden ascendente, tomando en cuenta que no estén empatados. El planteamiento de hipótesis a probar es:

H_0 = El origen de las poblaciones de dos muestras es idéntico

H_a = El origen de las poblaciones de dos muestras no es idéntico

Las ecuaciones y la prueba estadística a utilizar para el cálculo son las siguientes:

$d = \frac{(360)(\text{rango de } a)}{n_c}$	Intervalo circular para cada dato
$\text{sen } d_i \quad \text{cos } d_i$	Funciones trigonométricas para el orden de cada intervalo circular
$c_i = \sum_{j=1}^{n_i} \text{cos } d_j \quad s_i = \sum_{j=1}^{n_i} \text{sen } d_j$	Suma de funciones trigonométricas
$W = 2 \left[\frac{c_1^2 + s_1^2}{n_1} + \frac{c_2^2 + s_2^2}{n_2} \right]$	Prueba estadística W

Valores tabulares y regla de decisión

La d puede tener diferentes niveles de significancia, se compara el valor calculado de W con el valor crítico $\chi_{\alpha, v}^2$ de la Tabla de valores críticos de Ji-cuadrada, si el valor de W es mayor al de tablas, la hipótesis nula se rechaza concluyendo que las dos muestras difieren una de la otra significativamente.

Ejemplo 17 (tomado y modificado de Zar, 1996)

Aplicar la prueba de Mardia–Watson y Wheeler en los datos de las siguientes muestras que indican el desempeño direccional de dos grupos de pericos de su nido con respecto a la influencia de la dirección del viento, el grupo control estuvo en contacto con el viento, en el grupo experimental no había presencia de viento, muestra control: 35°, 45°, 50°, 55°, 60°, 70°, 85°, 95°, 105°, 120° y muestra experimental: 75°, 80°, 90°, 100°, 110°, 130°, 135°, 140°, 150°, 160°, 165°.

- Plantear el juego de hipótesis:

H_0 = La orientación de las dos muestras de pericos es idéntica.

H_a = La orientación de las dos muestras de pericos no es idéntica.

Se calcula la n y el intervalo circular para cada dato.

$$n_1 = 10 \quad n_2 = 11 \quad \text{y} \quad n_c = 21 \quad \frac{360^\circ}{n_c} = \frac{360^\circ}{21} = 17.1429^\circ$$

- Obtención de c y s para cada muestra

Muestra control

Muestra experimental

Dirección (grados)	Intervalo de dirección (orden)	Intervalo circular (grados) $d = \frac{(360)(\text{rango de } a)}{n_c}$	Dirección (grados)	Intervalo de dirección (orden)	Intervalo circular (grados) $d = \frac{(360)(\text{rango de } a)}{n_c}$
35	1	17.14			
45	2	34.29			
50	3	51.43			
55	4	68.57			
60	5	85.71			
70	6	172.86			
			75	7	120.00
			80	8	137.14
85	9	154.29			
			90	10	171.43
95	11	188.57			
			100	12	205.71
105	13	222.86			
			110	14	240.00
120	15	257.14			
			130	16	274.29
			135	17	291.43
			140	18	308.57
			150	19	325.71
			160	20	342.86
			165	21	360.00
		$c_1 = -0.2226$ $s_1 = 3.1726$			$c_2 = 0.2226$ $s_2 = -3.1726$

- Se aplica la prueba estadística de Watson.

$$W = 2 \left[\frac{c_1^2 + s_1^2}{n_1} + \frac{c_2^2 + s_2^2}{n_2} \right]$$

$$W = 2 \left\{ [(-0.2226)^2 + (3.1726)^2] / 10 + [(0.2226)^2 + (-3.1726)^2] / 11 \right\}$$

$$= 2 \{ 1.0115 + 0.9195 \} = 2 \{ 1.9310 \} = 3.862$$

- Se busca el valor crítico en tablas y se toma una decisión con respecto a la hipótesis. Con $\nu = 2$ el valor crítico es de $\chi_{0.05,2}^2 = 5.991$, por lo tanto no se rechaza H_0 ya que el valor de la χ^2 calculada es menor que el valor crítico de χ^2 en tablas, indicando que el origen de las dos muestras de pericos es idéntico.

5.3.1 Prueba multimuestral de Mardia-Watson –Wheeler (Batschelet, 1981; Zar, 1996)

Mardia (citado por Zar, 1996) extendió la prueba a más de dos muestras, este procedimiento es como el anterior donde todos los datos n para todas las h muestras están en el intervalo circular y el intervalo circular, d , se calcula para cada dato, esto aplica a cada muestra.

La prueba se apega a una $\chi_{\alpha,2(\nu)}$. Este procedimiento es aplicable, si cada n es menor que 10 y no se debe usar si estos datos presentan algún empate.

$d = \frac{(360)(\text{rango de } a)}{n_c}$	Intervalo circular para cada dato
$\text{sen } d_i \quad \text{cos } d_i$	Funciones trigonométricas para el orden de cada intervalo circular
$c_i = \sum_{j=1}^{n_i} \cos d_j \quad s_i = \sum_{j=1}^{n_i} \text{sen } d_j$ $W = 2 \sum_{i=1}^h \left[\frac{c_i^2 + s_i^2}{n_c} \right]$	Suma de funciones trigonométricas y Prueba estadística W multimuestral

5.4. Prueba Bimuestral de Watson (Batschelet, 1981)

La idea de usar la suma de cuadrados de desviaciones entre distribuciones funcionales fueron de Kramer y Kolmogorov. Watson modificó a partir de esta una prueba de distribución circular, posteriormente se le nombró la prueba U^2 de Watson. Esta prueba no paramétrica tiene el propósito de estimar si dos muestras difieren significativamente una de la otra. La diferencia se puede basar en el ángulo promedio, en la varianza angular o en algún otro parámetro. La prueba de Watson se aplica en muestras independientes de n datos en m observaciones circulares. Se recomienda usar la prueba de Watson en lugar de la prueba de Watson-Williams para dos muestras, cuando al menos una de las muestras no es unimodal, se puede usar en datos agrupados en intervalos no más grandes a 5° . Esta prueba usa sumas de desviaciones cuadradas, englobando las dos muestras en $n_c = n_1 + n_2$. Para los dos tamaños de muestras, n_1 y n_2 se denota la i ésima observación en la muestra 1 como a_{1i} y el j -ésimo dato en la muestra 2 como a_{2j} ordenadas de ascendente (Para llevar a cabo este procedimiento cabe resaltar que los datos de ambas muestras se deben alinear una con la otra de modo que a_{1i} (ángulo de la muestra 1) coincida ascendentemente con el dato a_{2j} , obteniendo los valores de i/n_1). El planteamiento de hipótesis a probar es:

H_0 = Las dos muestras tienen el mismo patrón poblacional.

H_a = Las dos muestras no tienen el mismo patrón poblacional

Las ecuaciones y la prueba estadística a utilizar para el cálculo son la siguiente.

Muestra 1 (n)	Muestra 2 (m)	
i	j	Orden ascendente de los datos
$\frac{i}{n_1}$	$\frac{j}{n_2}$	Frecuencia relativa acumulada
$d_k = \frac{i}{n_1} - \frac{j}{n_2}$		Diferencia entre las dos frecuencias relativas
$d_h^2 \quad \sum d_{2h}^2 \quad n_c = n_1 + n_2$		Valores d y n total
$U^2 = \frac{n_1 - n_2}{n_c^2} \left[\sum d_h^2 - \frac{(\sum d_h)^2}{n_c} \right]$		Prueba de U^2

Valores tabulares y regla de decisión

Se compara el valor de U^2 calculada con el valor crítico de U_{α, n_1, n_2} el cual se obtiene de la Tabla de valores críticos de la U^2 de Watson para dos muestras, si la prueba estadística U^2 calculada es mayor al valor crítico de U^2 en tablas, se rechaza la hipótesis, indicador que las muestras difieren significativamente.

Ejemplo 18 (tomado y modificado de Zar, 1996)

Realizar la prueba bimestral no paramétrica U^2 de Watson para los siguientes datos de dos grupos de aves de una especie las cuales son transportadas de su lugar de origen en Francia a España. Un grupo i (control) fue transportado en contenedores con aire natural durante el viaje, y el grupo j (experimental) sólo se aplicó aire puro. Se liberaron en un sitio donde la dirección de su lugar de origen estaba a 115° , a una distancia de 500 kilómetros.

- Plantear el juego de hipótesis:

H_0 = La forma de orientación de las muestras es igual

H_a = La forma de orientación de las muestras no es igual

- Se ordenan los datos, se calcula la frecuencia relativa, la diferencia y la suma de valores d .

i	Control $n_1 = 10$			Experimental $n_2 = 11$			d_h^2
	a_{1i} (ángulo)	$\frac{i}{n_1}$	j	a_{2j} (ángulo)	$\frac{j}{n_2}$	$d_k = \frac{i}{n_1} - \frac{j}{n_2}$	
1	35	0.1000			0.0000	0.1000	0.0100
2	45	0.2000			0.0000	0.2000	0.0400
3	50	0.3000			0.0000	0.3000	0.0900
4	55	0.4000			0.0000	0.4000	0.1600
5	60	0.5000			0.0000	0.5000	0.2500
6	70	0.6000			0.0000	0.6000	0.3600
		0.6000	1	75	0.0909	0.5091	0.2552
		0.6000	2	80	0.1818	0.4182	0.1749
7	85	0.7000			0.1818	0.5182	0.2685
		0.7000	3	90	0.2727	0.4273	0.1826
8	95	0.8000			0.2727	0.5273	0.2780
		0.8000	4	100	0.3636	0.4364	0.1904
9	105	0.9000			0.3636	0.5364	0.2877
		0.9000	5	110	0.4546	0.4454	0.1984
10	120	1.0000			0.4546	0.5454	0.2975
		1.0000	6	130	0.5455	0.4545	0.2066
		1.0000	7	135	0.6364	0.3636	0.1312
		1.0000	8	140	0.7273	0.2727	0.0744
		1.0000	9	150	0.8182	0.1818	0.0331
		1.0000	10	135	0.9091	0.0909	0.0083
		1.0000	11	165	0.0000	0.0000	0.0000
						$\sum d_{2,h} = 7.8272$	$\sum d_{2,h}^2 = 3.5018$

- El valor total de N $n_c = n_1 + n_2 = 21$

- Se aplica la prueba estadística U^2

$$\begin{aligned}
 U^2 &= \frac{n_1 - n_2}{n_c^2} \left[\sum d_h^2 - \frac{(\sum d_h)^2}{n_c} \right] \\
 &= \frac{(10)(11)}{21^2} \left[3.5018 - \frac{(7.8272)^2}{21} \right] \\
 &= 0.1458
 \end{aligned}$$

- Se busca el valor crítico en tablas y se toma una decisión con respecto a la hipótesis

El valor crítico en tablas es: $U_{0.05,10,11}^2 = 0.1856$, este valor es mayor a $U^2 = 0.1458$ por lo tanto no se rechaza H_0 ya que el valor de la U^2 calculada es menor que el valor crítico de U^2 en tablas, indicando que las dos muestras no se desvían significativamente una de la otra, aun con la diferencia de tipo de aire, el cual no influye en las orientaciones, de las aves después de viajar.

5.4.1 Prueba de Watson con valores empatados (Zar, 1996)

Cuando una porción de los datos de las dos muestras tienen un mismo valor numérico, la prueba de Watson (bimuestral) se modifica en su técnica para datos que presenten empate, esta prueba no paramétrica verifica si dos muestras difieren significativamente una de la otra, tomando en cuenta que los datos presentan empate. La diferencia se puede encontrar en el ángulo promedio, en la varianza angular o en algún otro parámetro. El procedimiento es parecido al anterior solo que al presentar datos con empate la forma de ordenar los datos en forma ascendente es diferente, se toma en cuenta que la muestra 1 es igual a n_1 y la muestra 2 igual a n_2 . El planteamiento de hipótesis a probar es:

H_0 = Las dos muestras tienen el mismo patrón poblacional.

H_a = Las dos muestras no tienen el mismo patrón poblacional

Las ecuaciones y la prueba estadística a utilizar para el cálculo son las siguientes:

Muestra 1 (n_1)	Muestra 2 (n_2)	
i	j	Orden ascendente de los datos
$a_{1j} f_{1,j}$	$a_{2j} f_{2,j}$	El dato y su frecuencia
m_{1i}	m_{2j}	Frecuencia relativa
$\frac{m_{1i}}{n_1}$	$\frac{m_{2j}}{n_2}$	Frecuencia relativa acumulada
$d_h = \frac{m_{1i}}{n_1} - \frac{m_{2j}}{n_2}$		Diferencia entre las dos frecuencias acumulativas
d_h^2		Valores d
f_h		Frecuencia de los datos empatados
$U^2 = \frac{n_1 n_2}{n_c^2} \left[\sum f_h d_h^2 - \frac{(\sum_{h=1}^{n_c} f_h d_h)^2}{n} \right]$		Prueba de U^2

Valores tabulares y regla de decisión

El valor crítico y la regla de decisión, es el mismo que para la prueba de Watson sin empate, la cual se obtiene de la Tabla de valores críticos de la prueba de Watson para dos muestras. Si la prueba estadística calculada es mayor al valor crítico en tablas, se rechaza la hipótesis, indicador de que las muestras difieren significativamente.

Ejemplo 19 (tomado y modificado de Zar, 1996)

Realizar la prueba U^2 de Watson para los siguientes datos con empate suponiendo que representan las salidas de dos grupos de ratones (i, j) capturados en la noche y liberados por la mañana.

- Plantear el juego de hipótesis:

H_0 = Las dos muestras son de una misma población, o de dos poblaciones que tienen la misma dirección.

H_a = Las dos muestras no son de una misma población, o de dos poblaciones que no tienen la misma dirección

- Se ordenan los datos de cada muestra ascendentemente⁴, se calcula la frecuencia relativa, la diferencia y la suma de valores d .

⁴ La forma de ordenar los datos es parecida al método, los datos de ambas muestras se deben alinear una con la otra de modo que donde a_{1i} (ángulo de la muestra 1) coincida ascendentemente con el dato a_{2j} , en la alineación se toma en cuenta el dato empatado.

i	a_{1j}	$f_{1,j}$	m_{1i}	$\frac{m_{1i}}{n_1}$	j	a_{2j}	$f_{2,j}$	m_{2j}	$\frac{m_{2j}}{n_2}$	$d_h = \frac{m_{1i}}{n_1} - \frac{m_{2j}}{n_2}$	d_h^2	f_h
				0.0000	1	30	1	1	0.1000	-0.1000	0.0100	1
				0.0000	2	35	1	2	0.2000	-0.2000	0.0400	1
1	40	1	1	0.0833					0.2000	-0.1167	0.0136	1
2	45	1	2	0.1667					0.2000	-0.0333	0.0011	1
3	50	1	3	0.2500	3	50	1	3	0.3000	-0.0500	0.0044	2
4	55	1	4	0.3333					0.3000	-0.0333	0.0711	1
				0.3333	4	60	1	4	0.4000	-0.0667	0.0336	1
				0.3333	5	65	2	6	0.6000	-0.2677	0.0803	2
5	70	1	5	0.4167					0.6000	0.1833	0.0470	1
				0.4167	6	75	1	7	0.7000	-0.2833	0.1003	1
6	80	2	7	0.5833	7	80	1	8	0.8000	-0.2167	0.0544	3
				0.5833	8	90	1	9	0.9000	-0.3167	0.1111	1
7	95	1	8	0.6667					0.9000	-0.2333	0.0625	1
				0.6667	9	100	1	10	1.0000	-0.3333	0.0069	1
8	105	1	9	0.6667					1.0000	-0.2500	0.0000	1
9	110	2	11	0.9167					1.0000	-0.0833	0.0069	2
10	120	1	12	1.0000					1.0000	0.0000	0.0000	1
			$n_1 = 12$					$n_2 = 10$		$\sum f_h d_h = -3.5334$	$\sum f_h d_h^2 = 0.8144$	

- Se obtiene el valor total de

$$n_c = 12 + 10 = 22$$

- Se aplica la prueba estadística U^2

$$U^2 = \frac{n_1 n_2}{n_c^2} \left[\sum f_h d_h^2 - \frac{(\sum_{h=1}^{n_c} f_h d_h)^2}{n} \right] = \frac{(12)(10)}{22^2} \left[0.8144 - \frac{(-3.5334)^2}{22} \right] = 0.0612$$

- Se busca el valor crítico en tablas y se toma una decisión con respecto a la hipótesis

El valor crítico en tablas es $U_{0.05,10,12}^2 = 0.2246$, por lo tanto no se rechaza H_0 , ya que el valor de la U^2 calculada es menor que el valor crítico de U^2 en tablas, lo que indica que ambas muestras son de una misma población de ratones o de una población en la misma dirección y la hora del día no afecta su orientación.

5.4.2 Versión multimuestral de Watson (Zar, 1996)

Mag (citado por Zar, 1996) extendió la prueba de U^2 de Watson a $k > 1$, pero los valores críticos citados no son válidos. En el siguiente capítulo se describe brevemente el uso y manejo del software estadístico ORIANA el cual es de gran ayuda para realizar las técnicas de este capítulo y el capítulo IV

CAPÍTULO VI

SOFTWARE ORIANA Ver. 2.0 PARA EL ANÁLISIS DE DATOS CIRCULARES

Oriana Ver. 2.0 (*Orientation analysis and circular statistics*) es un software de análisis estadístico para datos circulares que corre en la plataforma de Microsoft Windows, analiza orientaciones y algunos otros tipos de datos circulares. El hecho de que los datos circulares se midan en una escala cerrada o cíclica, significa que la mayoría de los análisis estadísticos tradicionales son inadecuados, por lo que el uso del software estadístico más común también lo sería. Oriana Ver. realiza análisis de datos circulares utilizando métodos estadísticos específicos y necesarios para trabajar con este tipo de datos, medidos en grados, horas u otras escalas circulares, los cuales dentro del entorno de Oriana se representan gráficamente de diversas maneras.

Los datos circulares pueden ser direcciones o datos de orientación medidos en ángulos y grados con un intervalo de 0° a 360° , estos datos pueden ser de tipo unidireccional o bidireccional; los datos vectoriales son líneas dirigidas en un sentido sin considerar números negativos y los datos axiales suelen ser datos bidireccionales con una escala de 0° a 180° . Oriana denomina como otro tipo de variables (datos) a: *datos direccionales de compás* con 16 diferentes compases: Norte, sur, Este, Oeste, Noreste, Sureste, etcétera; los *datos de tiempo* se presentan en horas, minutos y segundos en una escala de 24 horas, con un marcador de AM o PM; los *días de la semana* los cuales se dividen en siete grupos: Domingo, Lunes, Martes, Miércoles, Jueves, Viernes y Sábado; los *meses del año* se dividen en 12 grupos argumentando los cada mes; los *días del año* se encuentran en un intervalo de 1 a 365 días representando cada día como 0.9863° . Las *semanas del año* se dividen en 52 o 53, además de caracteres y datos lineales.

Este software realiza cálculos estadísticos básicos, como promedio, mediana, medidas de dispersión circular tales como promedio circular axial o vectorial, concentración de datos, variación y desviación estándar circular, intervalos de confianza para el promedio, así como el cálculo de pruebas estadísticas para una sola muestra con el fin de probar si los datos adquieren una distribución uniforme, pruebas para determinar si dos o más muestras presentan diferencias perceptibles una de otra. Los datos lineales permiten realizar análisis de correlación angular-linear, por ejemplo si se desea registrar la dirección del viento y velocidad de este o la dirección del movimiento de un animal con respecto a una distancia recorrida.

Oriana tiene la facilidad de capturar datos, en su hoja matriz con su formato específico de celdas por columnas separadas por cada sistema de datos o cada variable, el cual tiene la ventaja de ser compatible en la interfase gráfica de Windows con los estándares modernos de Windows para la estructura de menú, este permite mover fácilmente datos, resultados y gráficos entre los programas de Windows, de modo que se puedan pegar datos de otro programa en Oriana, como la transferencia de una tabla de resultados de Word a Oriana.

La descripción que se da a continuación del entorno del software es sólo muy breve y se enfoca principalmente direccionales y así como la creación de sus gráficos. El entorno también maneja diversas opciones de tiempo, con subgrupos, intercalando con datos circulares y datos lineales. Esto confiere al software un amplio campo de análisis.

6.1 Como entrar y salir de Oriana Ver. 2.0

Una vez instalado el programa, para entrar se sigue la secuencia:

Inicio-> Programas ->Oriana 2

Para salir se tienen dos opciones dentro de Oriana:

a) Haciendo clic en la esquina superior derecha.

b) En el menú principal seleccionar:

File -> Exit

6.2 Crear un archivo nuevo

a) El primer paso para la captura de datos es crear un archivo nuevo, esto se hace por medio de la siguiente secuencia: **File -> New** (Fig.28).

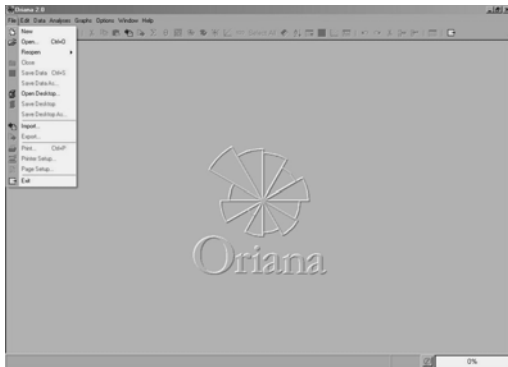


Figura 28. Abrir un archivo nuevo.

b) Para análisis de tipo angular y de orientación. En la caja de diálogo se selecciona **Angles (uni-directional, 0-360°)** -> **Next** (Fig.29).

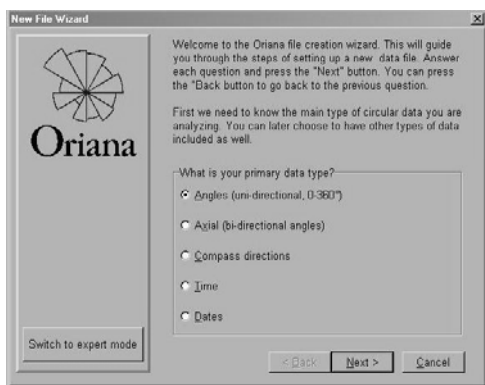


Figura 29. Cuadro de diálogo de tipo de ángulos.

c) La caja de diálogo da la opción de elegir como se organizaran los datos, seleccionar: **Circular, data only -> Next** (Fig.30).

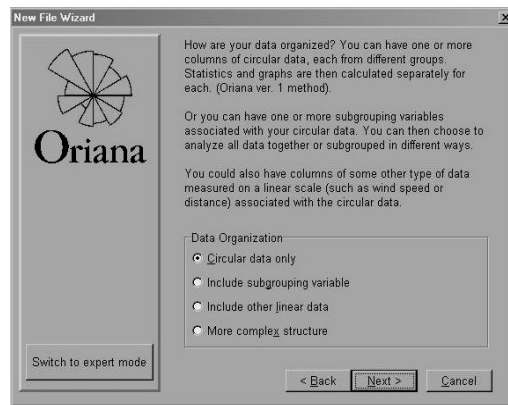


Figura 30. Cuadro de diálogo de tipo de datos

d) Esta caja de diálogo permite crear la matriz inicial de datos, que se puede hacer de cualquier tamaño conveniente, esto depende de la necesidad de cada usuario:

Number of columns: Cada columna corresponde a una variable diferente de estudio.

Labels (one per line): Estas son las etiquetas de cada una de las variables, es conveniente desde este paso etiquetar cada columna para que Oriana registre el # de variables, el nombre y sus casos. Se hace clic en **Next** (Fig.31).

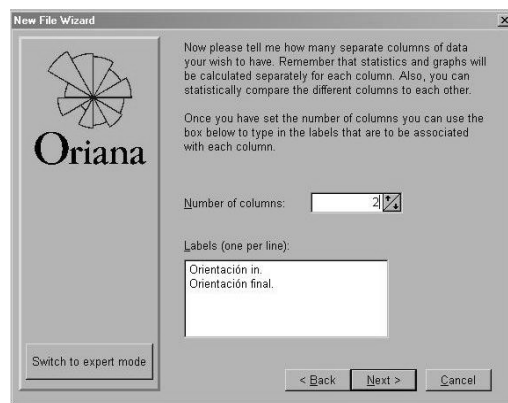


Figura 31. Cuadro de diálogo de etiquetas.

e) En el cuadro de diálogo de título (no es el título del archivo) se ingresa el nombre que identificará la muestra de datos y posteriormente **Finish** (Fig.32).

6.3.3 Abrir un archivo existente

Para abrir un archivo existente se utiliza la opción: **File -> Open**

En el cuadro de diálogo **Open** se selecciona el archivo y en la opción **Files of type** en la parte posterior se selecciona **All Oriana files (*.ori, *.odk)**. Para abrir todos los archivos de Oriana. **Data files (*.ori)** sólo abrirá el **Currently open file** (Fig.37). Y **Desktop files (*.odk)** abrirá todos los componentes de un archivo específico.

Nota: Desde el menú **File** se puede seleccionar **Open Desktop** y abrir todos los componentes.

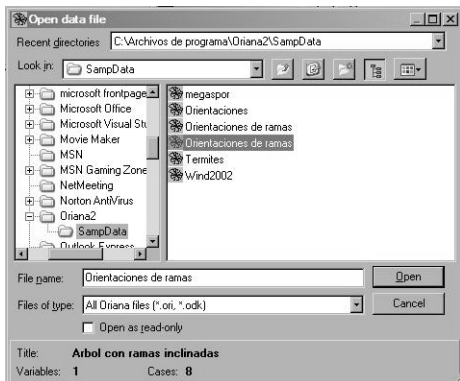


Figura 37. Cuadro de diálogo de abrir archivo.

Ejemplo 20

Crear un archivo con los siguientes datos, guardar el archivo y el escritorio con nombre "Inclinación de las ramas de un árbol"

Se desea obtener el ángulo promedio direccional de la inclinación de las ramas de un árbol, tomando las direcciones en forma de ángulos: 45, 55, 81, 96, 110, 117, 132, 154

Solución:

- 1.- Después de realizar la secuencia: **File -> New-> Next**
- Angles (uni-directional, 0-360°) -> Next**
- Circular, data only -> Next**

Marcar una sola columna con el nombre de ángulo y hacer clic en **Next** (Fig.38).

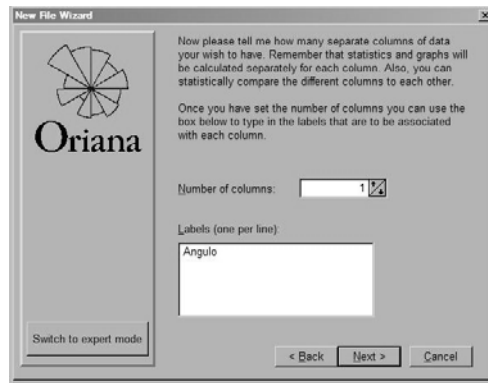


Figura 38. Nombre de la columna.

- 2.- En el cuadro de diálogo de título se nombra la muestra como: "orientación de las ramas" y dar **Finish** (Fig.39).



Figura 39. Título del archivo

- 3.- A continuación se capturan los datos dentro del Data editor (Fig.40).

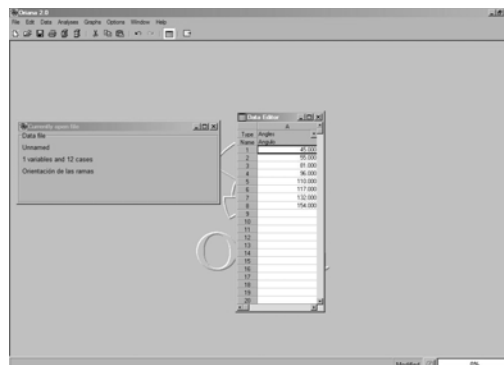


Figura 40. Captura de datos

- 4.- Se salva el archivo siguiendo: **File-> Save data as**

Y nombrándole como “Inclinación de las ramas de un árbol” en el cuadro de diálogo y se elige la opción Save (Fig.41).



Figura 41. Cuadro de diálogo de salvar archivo

Nota: En el cuadro de diálogo **Currently open file** se mostrará la ubicación del archivo, las variables y sus casos y el nombre de la muestra (Fig.42).

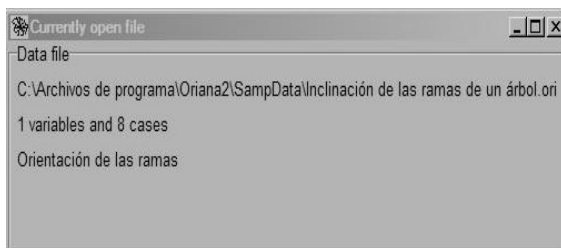


Figura 42. Cuadro de Currently open file

3.-Para salvar el escritorio se selecciona la opción:
File-> Save desktop as

Y se le da en nombre también de nombra también “Inclinación de las ramas de un árbol” y se le da la opción **Save** (Fig.43).

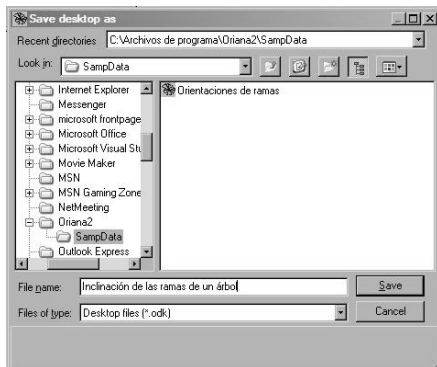


Figura 43. Cuadro de diálogo de salvar escritorio

4.- Para verificar el archivo seleccionando:
File -> Open

En el cuadro de dialogo seleccionar en Files of type: **Desktop files (*.odk)** para abrir tanto el archivo como el escritorio (Fig.44 y Fig.45).

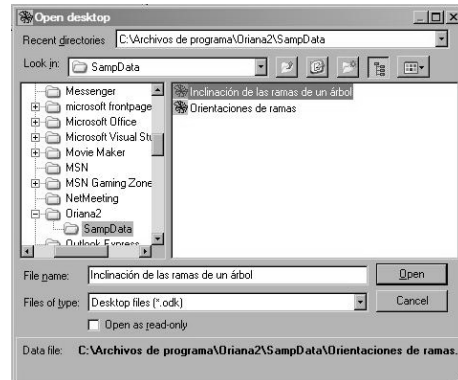


Figura 44. Cuadro de diálogo abrir escritorio

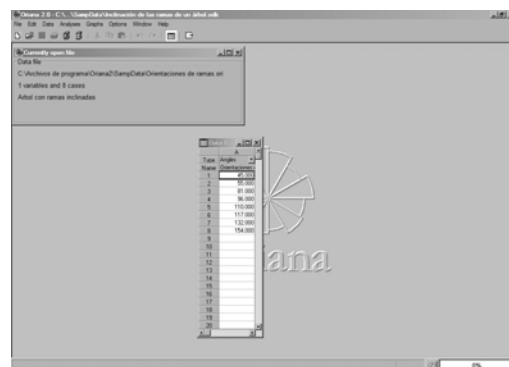


Figura 45. Archivo abierto

6.4 Histogramas

6.4.1 Histogramas de una sola muestra

Las gráficas de una sola muestra abarcan los Diagramas de rosa, Diagramas circulares de datos originales e Histogramas lineales. Para obtener una gráfica de datos, se debe seleccionar la opción:

Graphs -> Histograms

Se abre el cuadro de diálogo **Histograms**, el cual despliega todos los tipos de gráfico y se selecciona el que se requiera, en este caso **Radius of Wedge -> OK** (Fig.46).

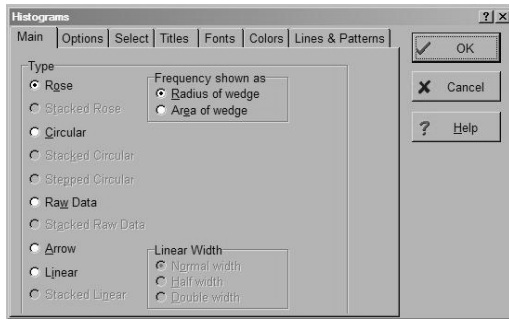


Figura 46. Cuadro de diálogo de histogramas

En el menú del cuadro se selecciona **Options** para cambiar las características de los diagramas, los gráficos se pueden presentar, con promedio y límites de confianza (95% o 90%) o sin estos, se selecciona la talla adecuada de los datos y el ancho de la clase, se recomienda que si no se está trabajando con clases se marque un 1 en la opción: **Class Width** y en **Simbol Size** (Fig.47).

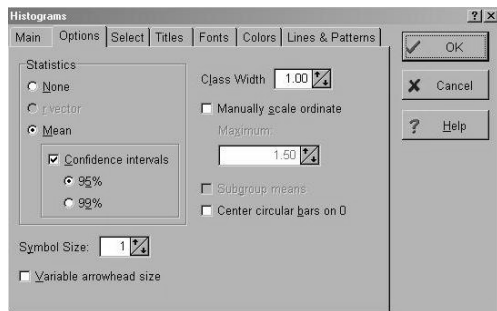


Figura 47. Opciones de histogramas

Al hacer clic en **OK** aparece la ventana de gráficos, esta ventana esta separada por hojas donde cada gráfico es una hoja, desde ahí se puede imprimir salvar, copiar o pegar directamente a un procesador de texto (Fig.48).

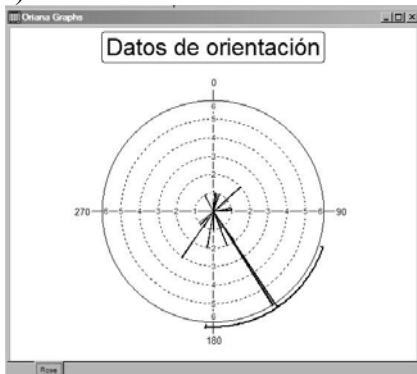


Figura 48. Ventana de gráficos

Ejemplo 21

Abrir el archivo “Inclinación de las ramas de un árbol” y hacer un diagrama de rosa, indicando su promedio y un nivel de confianza del 95%, y nombrándolos “inclinación de las ramas”

Solución:

1.-Abrir el archivo siguiendo la secuencia

File -> Open

En el cuadro de diálogo seleccionar *“Inclinación de las ramas de un árbol”* y en Files of type: **Desktop files (*.odk)** para abrir tanto el archivo como el escritorio (Fig.49).

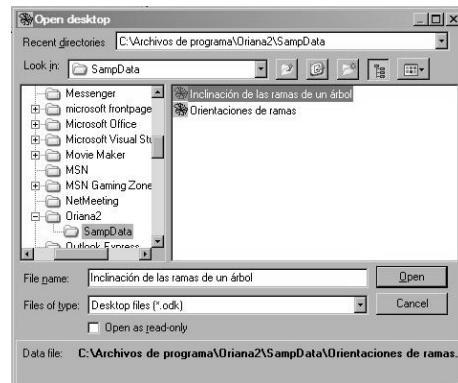


Figura 49. Cuadro de dialogo abrir escritorio

2.- Posicionándose en la ventana data editor seleccionar: **Graphs -> Histograms** (Fig.50).

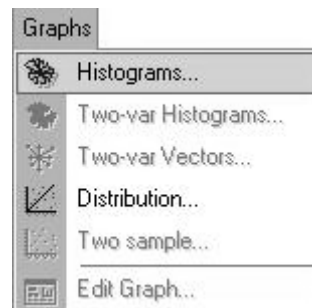


Figura 50. Menú de Histogramas

3.- En el cuadro de diálogo en **Type** seleccionar: **Rose y Radius of Wedge** -> **OK** (Fig.51).

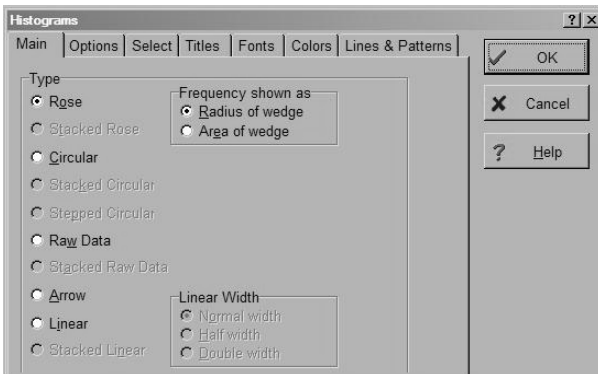


Figura 51. Cuadro de tipo de histogramas

4.- En el cuadro de diálogo en **Options**, se selecciona las opciones: **Mean, Confidence intervals, al 95%, Symbol Size y Class Width de 1** (Fig.52).

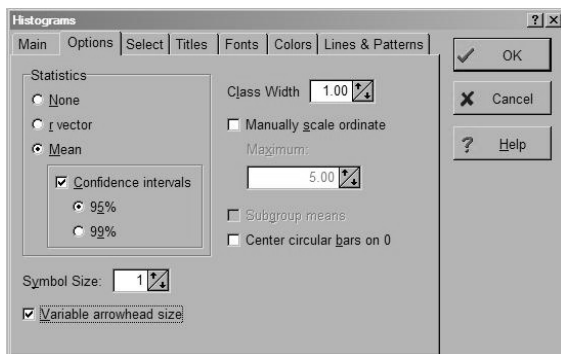


Figura 52. Cuadro de opciones de histogramas

5.- En el menú del cuadro de diálogo seleccionar **Titles** y escribir el nombre **“inclinación de las ramas”** y dar **OK** (Fig.53).

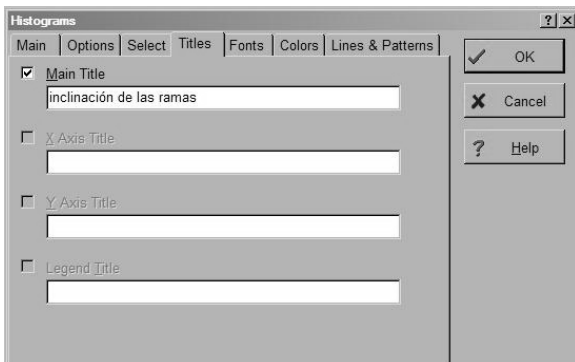


Figura 53. Cuadro de titulo de histograma

En la ventana del módulo **Oriana Graphs** se despliega el gráfico. El cual muestra que todas las orientaciones de las ramas se encuentran de un solo lado. Los análisis de los gráficos se complementan con los análisis numéricos que más adelante se revisan (Fig.54).

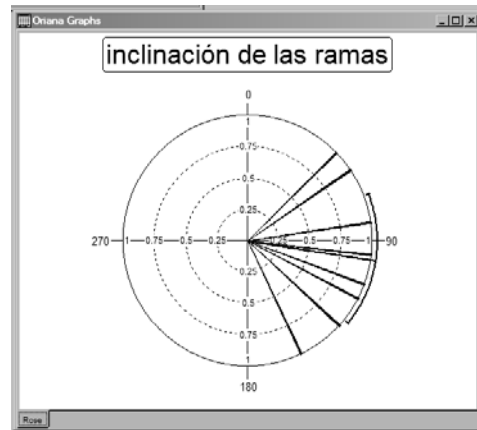


Figura 54. Ventana de histogramas resultantes.

6.4.2 Histogramas de dos variables

Para representar en una sola gráfica dos variables (pueden ser de diferente tipo, no necesariamente las dos variables son angulares) se sigue la secuencia:

Graphs ->Two-Var Histograms

En el cuadro de diálogo seleccionar: la opción **Stacked Rose y Radius of Wedge** además de **Number of segments** los cuales tienen que ser más de 1 (Fig.55).

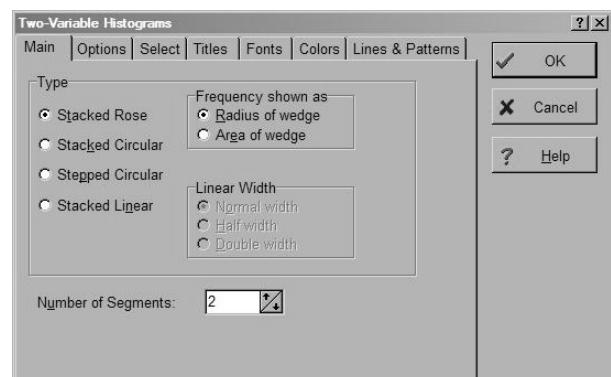


Figura 55. Cuadro de diálogo tipo de histogramas de dos variables

En el menú **Select** seleccionar una variable con respecto a una segunda variable, posteriormente dar **OK** (Fig.56).

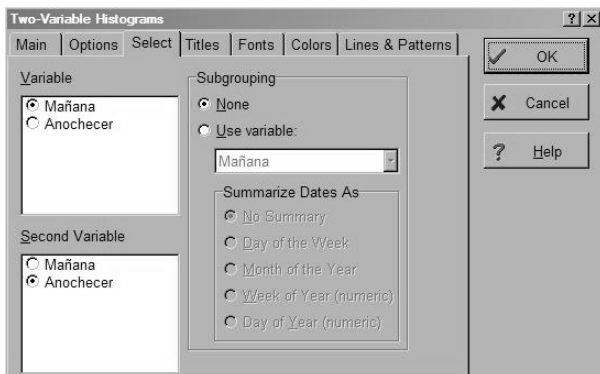


Figura 56. Cuadro de diálogo opciones de Histogramas de dos variables

La gráfica que se despliega, con **Oriana Graphs**, indica la muestra de la primera variable y su proporcionalidad con la segunda variable, por segmentos de colores distinguiéndolos (Fig.57).

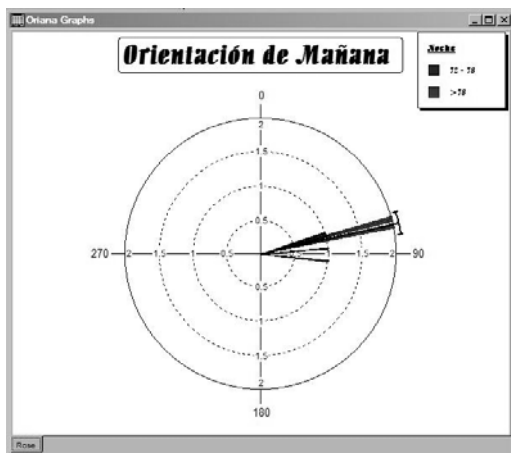


Figura 57. Ventana de gráficos.

Ejemplo 22

Los siguientes datos son de una muestra de orientaciones en grados y su distancia en metros, de una paloma saliendo de su nido hacia su alimento:

Orientación (°)	Distancia (m.)
78	4
58	6
49	8
69	7

47	5
52	2
23	6
25	7
77	8
78	10
45	7

Se desea observar la relación entre la orientación y la distancia de la paloma. Mediante un diagrama de Rosa de dos variables (**Stacked Rose**)

Solución:

1.- Capturar los datos angulares en una columna llamada **Orientación** y los datos lineales es en otra llamada **Distancia**, en esta columna en lugar de **Angles**, seleccionar **Linear** (Fig.58).

Type	Angles	Linear
Name	Orientación	Distancia
1	78.000	4.000
2	58.000	6.000
3	49.000	8.000
4	69.000	7.000
5	47.000	5.000
6	52.000	2.000
7	23.000	6.000
8	25.000	7.000
9	77.000	8.000
10	78.000	10.000
11	45.000	7.000
12		
13		
14		
15		
16		

Figura 58. Captura de datos en dos columnas

2.- Seleccionar en el menú principal: **Graphs** -> **Two-var Histograms**

En el cuadro de diálogo seleccionar: **Stacked Rose** y **Radius of wedge**, además de **Number of segments** los cuales son 3 en este ejercicio (Fig.59).

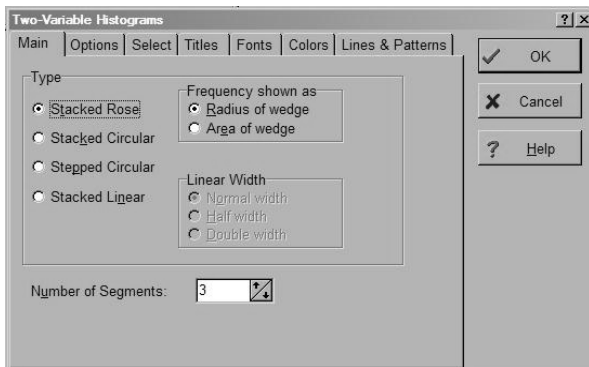


Figura 59. Cuadro de diálogo tipo histogramas de dos variables

3.- En el menú del cuadro de diálogo en **Options** seleccionar únicamente las opciones: **Mean**, **Symbol Size = 3**, **Class Width = 3** y **Subgroup means** (Fig.60).

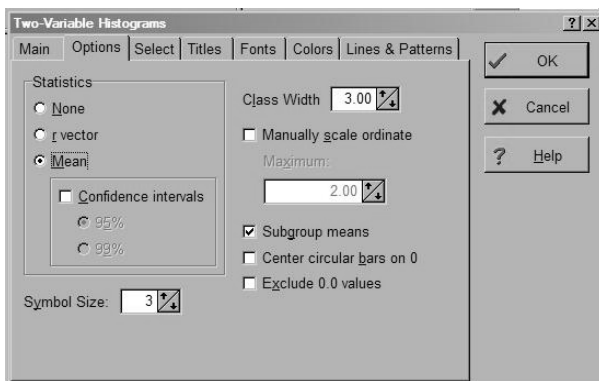


Figura 60. Cuadro de diálogo opciones de Histogramas de dos variables

4.- En el menú **Select** elegir la primera variable (Orientación) con respecto a la segunda variable (distancia) posteriormente dar **OK** (Fig.61).

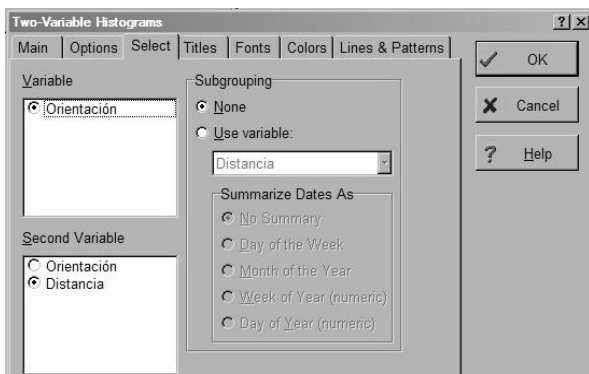


Figura 61. Cuadro de diálogo opciones de Histogramas de dos variables

5.- La gráfica indica que la orientación de la paloma en busca de alimento es en distancias más alejadas (de 4.5 m en adelante) de su origen en una orientación aproximada de 45° a 78° (Fig.62).

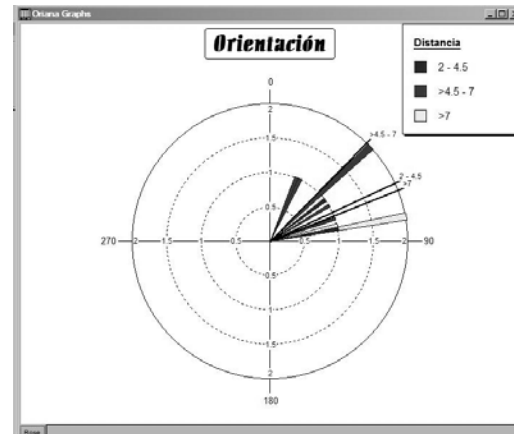


Figura 62. Ventana de histogramas de dos variables resultantes.

6.4.3 Diagramas de Dispersión

Se tienen dos opciones de gráficas de dispersión. Para esto se debe seleccionar:

Graphs -> Distribution

En el cuadro de diálogo y después se selecciona la opción: **Von Mises o Uniform** (depende de la necesidad del usuario) y en la opción **Symbol Size** el valor de 1 (Fig.63).

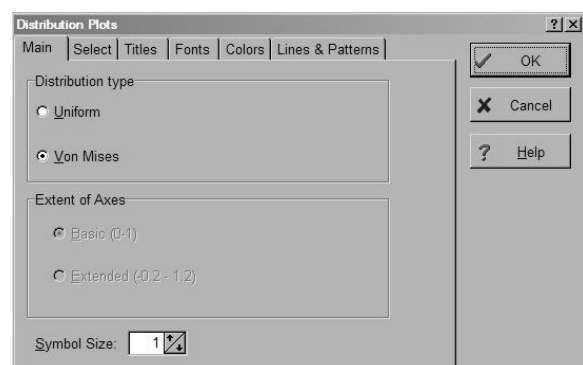


Figura 63. Cuadro de diálogo de gráficos de distribución.

Antes de dar **OK** en el menú **Select** se hace clic en la variable adecuada (sólo en caso de que la matriz tenga más de una columna), Fig. 64.

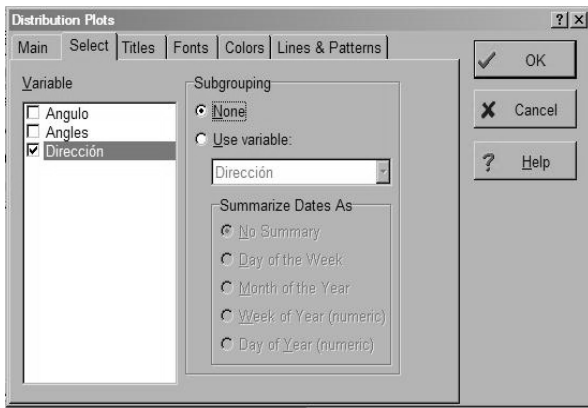


Figura 64. Cuadro de opciones de gráficos de distribución.

En la ventana **Oriana Graphs** se despliega el gráfico de distribución (Fig.65).

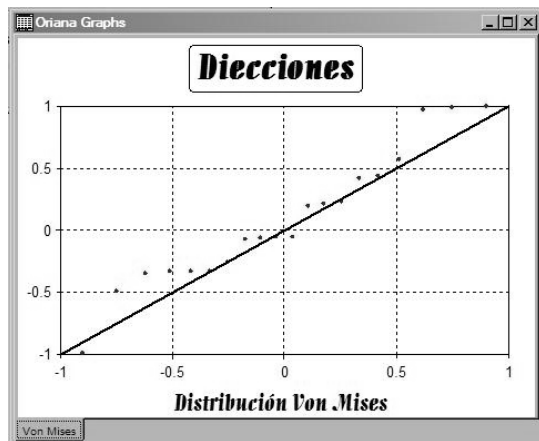


Figura 65. Ventana de gráficos de distribución

Nota: Se recomienda utilizar la distribución de von Mises conocida como la uniformidad circular la cual representa mejor los datos circulares.

Ejemplo 23

Los siguientes datos son de una muestra de orientaciones de un ave saliendo de su nido: $0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ, 180^\circ, 225^\circ, 270^\circ, 315^\circ, 0^\circ, 45^\circ, 45^\circ, 45^\circ, 90^\circ$,

Hacer un diagrama de distribución de **Von Mises** con el fin de corroborar que se ajusta la normalidad circular.

Solución:

1.- Capturar los datos en una columna llamada **Orientación** (Fig.66).

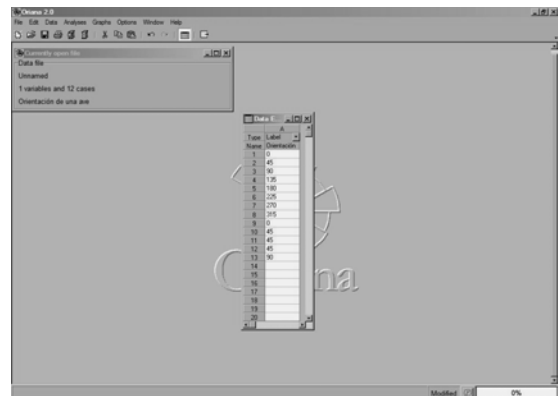


Figura 66. Captura de datos en una columna.

2.- Seguir la secuencia:

Graphics -> Distribution

Seleccionar la opción **Distribution type: Von Mises** con **Symbol Size** de valor 1 (Fig.67).

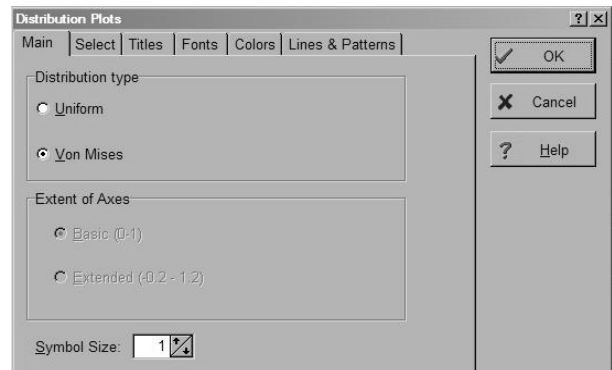


Figura 67. Cuadro de diálogo de tipo de gráfico de distribución

3.- Antes de dar OK en el menú del cuadro **Select** (solo en caso de que la matriz tenga más de una columna) seleccionar la variable **Orientación** (Fig.68).

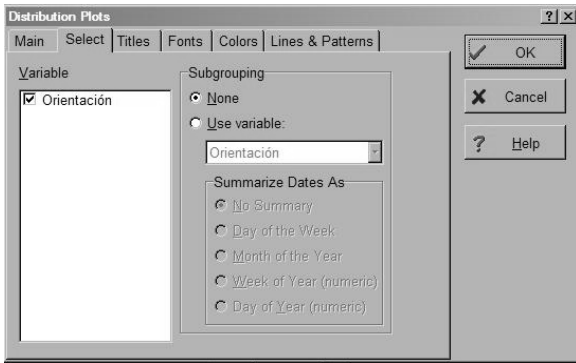


Figura 68. Cuadro de diálogo de selección de variable en gráficos de distribución

4.- En la ventana **Oriana Graphs** se puede observar que la muestra de datos se ajustan a la normalidad circular (Fig.69).

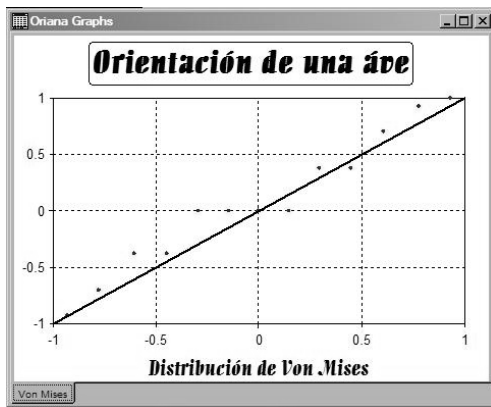


Figura 69. Ventana de distribución de von Mises.

6.5 Análisis de Datos.

6.5.1 Análisis estadísticos básicos.

Con los datos capturados, se puede realizar los análisis estadísticos básicos como las medidas de concentración y de dispersión siguiendo la secuencia: **Analyses ->Stats** (Fig.70).

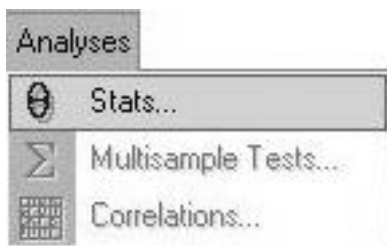


Figura 70. Menú de análisis estadísticos.

El cuadro de diálogo de **Statistics** permite seleccionar el o los parámetros necesarios, como el ángulo promedio, longitud del vector, mediana angular, concentración, varianza, desviación estándar, error estándar, e intervalos de confianza (Fig.71).

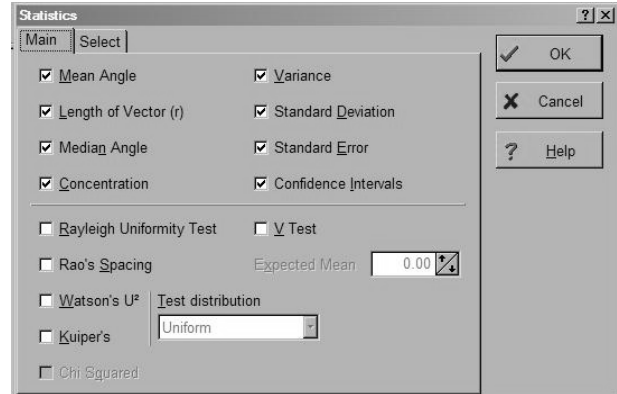


Figura 71. Cuadro de diálogo de análisis estadísticos.

En el menú del cuadro de diálogo en **Select**, se selecciona la variable adecuada (sólo en caso de que la matriz tenga más de una columna) y se da clic en **OK** (Fig.72).

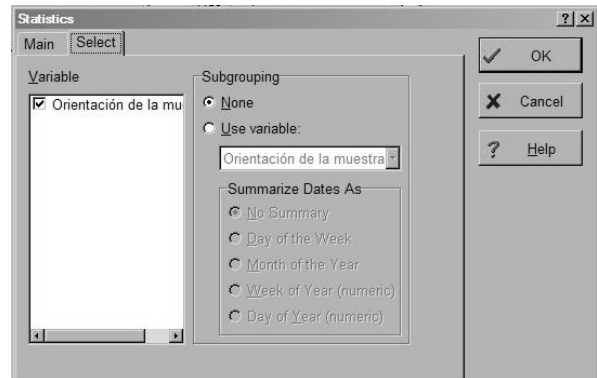


Figura 72. Cuadro de selección de variable en análisis estadísticos.

En la ventana **Oriana Results** se despliegan los valores asociados a cada parámetro seleccionado, Esta hoja de resultados indica el nombre de la muestra, la fecha y hora exacta del análisis, además del nombre de la variable, tipo de datos, número de datos observados y si se encuentran agrupados. (Fig. 73).

Con estos valores y complementando con las gráficas se puede concluir acerca del comportamiento de la muestra.

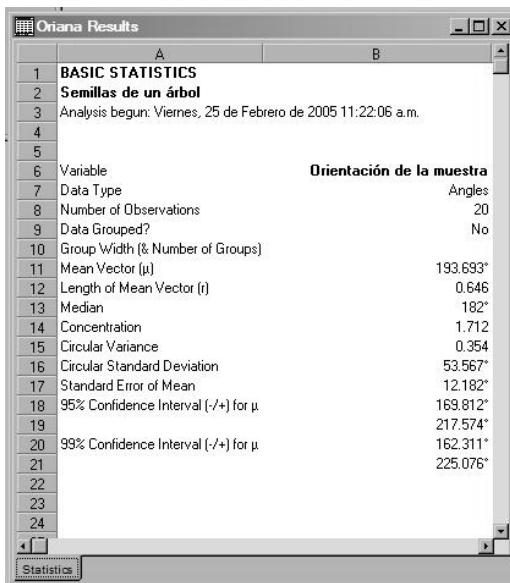


Figura 73. Ventana de resultados.

Ejemplo 24

Con los datos del ejemplo 20 realizar un análisis estadístico de las orientaciones de las ramas inclinadas de un árbol con base al promedio, concentración, desviación estándar y los límites de confianza.

Orientación (°)	Distancia (m.)
78	4
58	6
49	8
69	7
47	5
52	2
23	6
25	7
77	8
78	10
45	7

Solución:

1.- Con los datos capturados en una columna llamada **ángulo** seguir la secuencia:

Analyses ->Stats (Fig.74).

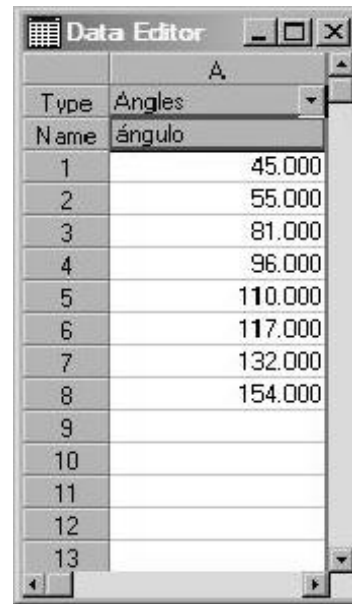


Figura 74. Captura de datos en una columna.

2.- En el cuadro de diálogo seleccionar: **Mean, Concentration, Standard Deviation y Confidence Intervals** (Fig.75).

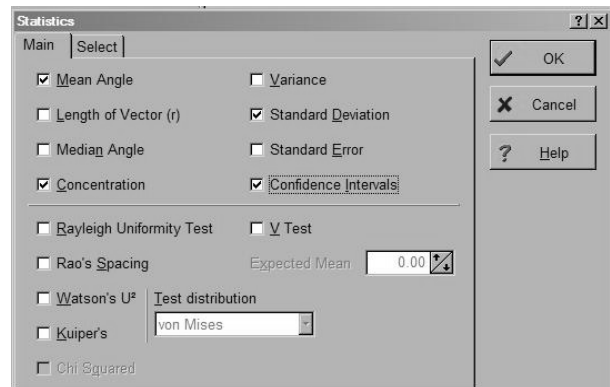


Figura 75. Selección de parámetros estadísticos

Seleccionar **OK**. En el cuadro de **Oriana Results** se despliegan en forma de lista los análisis hechos para la muestra de orientaciones de ramas.

3.- Con estos datos numéricos (Oriana diferencia de otros programas no tiene salidas de caracteres) el investigador puede observar que el ángulo promedio de las ramas es 98.998°, la concentración y la desviación estándar indican que las ramas inclinadas no están dispersas, los intervalos de confianza están al 90% y 95 % (Fig.76).

	A	B
1	BASIC STATISTICS	
2	Analysis begun: Lunes, 18 de Abril de 2005 11:42:	
3		
4		
5	Variable	ángulo
6	Data Type	Angles
7	Number of Observations	8
8	Data Grouped?	No
9	Group Width (& Number of Groups)	
10	Mean Vector (μ)	98.988°
11	Concentration	2.116
12	Circular Standard Deviation	35.515°
13	95% Confidence Interval (-/+) for μ	68.932°
14		129.043°
15	99% Confidence Interval (-/+) for μ	59.491°
16		138.484°

Figura 76. Ventana de resultados.

6.5.2 Pruebas de hipótesis de una muestra

Teniendo los datos capturados, se puede realizar las pruebas de hipótesis, se presenta una lista de cinco pruebas las cuales se ajustan dependiendo de la necesidad del investigador (**Rayleigh Uniformity Tests, Rao's Spacing, Watson's U^2 , Kuiper's, Chi Squared** y **V Test**) el procedimiento para cada una de ellas es el mismo.

Siguiendo la misma secuencia que en el apartado 6.5.1: **Analyses -> Tests**

El cuadro de diálogo de **Statistics**, permite seleccionar los parámetros necesarios, además de las pruebas de hipótesis. Se recomienda seleccionar los parámetros y la prueba necesaria solamente (**Ejemplo: Mean Angle, Concentration, Standard Deviation**) para evitar confusiones. Hacer clic en **OK** (Fig.77).

The dialog box 'Statistics' has two tabs: 'Main' and 'Select'. Under 'Main', the following options are checked: Mean Angle, Concentration, Confidence Intervals, Rayleigh Uniformity Test, and V Test. Under 'Select', the following options are checked: Variance, Standard Deviation, Standard Error, and Test distribution (set to 'von Mises'). The 'Expected Mean' is set to 274. Buttons for OK, Cancel, and Help are visible on the right.

Figura 77. Cuadro de diálogo de tipos de pruebas de hipótesis

En la ventana de **Oriana Results** se despliegan los valores asociados a cada parámetro seleccionado, esta hoja de resultados indica el nombre de la muestra, la fecha y hora exacta del análisis, además del nombre de la variable, tipo de datos, número de datos observados y si se encuentran agrupados además de los valores probabilísticos y críticos de las pruebas de hipótesis seleccionadas (Fig.78).

	A	B	C
1	BASIC STATISTICS		
2	Analysis begun: Lunes, 18 de Abril de 2005 03:24:09 p.m.		
3			
4			
5	Variable	orientación	
6	Data Type	Angles	
7	Number of Observations	11	
8	Data Grouped?	No	
9	Group Width (& Number of Groups)		
10	Mean Vector (μ)	273.589°	
11	Concentration	1.029	
12	Circular Standard Deviation	66.457°	
13	95% Confidence Interval (-/+) for μ	226.948°	
14		320.33°	
15	99% Confidence Interval (-/+) for μ	212.166°	
16		335.012°	
17	Rayleigh Test (Z)	2.865	
18	Rayleigh Test (p)	0.054	
19	Rao's Spacing Test (U)	146.818	
20	Rao's Spacing Test (p)	0.50 > p > 0.10	
21	Watson's U ² Test (von Mises, U ²)	0.049	
22	Watson's U ² Test (p)	0.5 > p > 0.25	
23	Kuiper's Test (von Mises, V)	1.081	
24	Kuiper's Test (p)	> 0.15	
25	V Test (V; expected mean 274°)	0.51	
26	V Test (u)	2.394	
27	V Test (p)	0.007	
28			
29	Warning: values with a line through them may be inaccurate because of low concentration (i.e. uniform distribution).		
30			
31			

Figura 78. Ventana de resultados.

Con los parámetros descriptivos e inferenciales se puede concluir acerca del comportamiento de la muestra.

Ejemplo 25

Realizar la prueba de Rayleigh y la prueba de V para corroborar el ejemplo 7

Con respecto a palomas liberadas lejos de sus nidos se obtuvo una muestra de datos, donde el ángulo promedio se aproximaba a la verdadera dirección del nido: $\bar{\alpha} = 274^\circ$. Las orientaciones registradas fueron $0^\circ, 175^\circ, 195^\circ, 225^\circ, 240^\circ, 240^\circ, 260^\circ, 295^\circ, 330^\circ, 340^\circ, 345^\circ$.

Corroborando con la salida los siguientes valores: $V=0.50081$ $u=2.38$

Tomando en cuenta:

H_0 : uniforme

H_a : no uniforme

Solución:

1.- Con los datos capturados en una columna llamada **orientación** seguir la secuencia: **Analyses ->Tests** (Fig.79).

	A
Type	Angles
Name	orientación
1	0.000
2	175.000
3	195.000
4	225.000
5	240.000
6	240.000
7	260.000
8	295.000
9	330.000
10	340.000
11	345.000
12	
13	

Figura 79. Captura de datos.

2.- En el cuadro de diálogo seleccionan las opciones: **Mean, Concentration, Standard Deviation y Confidence Intervals** (solo si se prefiere), **Rayleigh uniformity Test** y **V Test**, en la opción **Expected mean** se indica el promedio esperado, en este caso 274° . Hacer clic en OK (Fig.80).

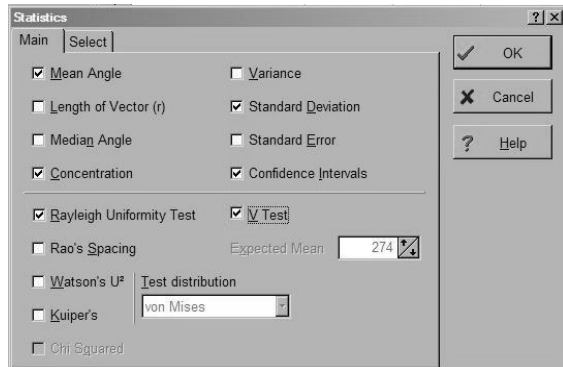


Figura 80. Selección de la prueba de hipótesis.

En la ventana de **Oriana Results** se despliegan los valores asociados a cada parámetro seleccionado, y de la prueba de V (Fig.81).

	A	B	C
1	BASIC STATISTICS		
2	Analysis begun: Lunes, 18 de Abril de 2005 03:12:57 p.m.		
3			
4			
5	Variable	orientación	
6	Data Type	Angles	
7	Number of Observations	11	
8	Data Grouped?	No	
9	Group Width (& Number of Groups)		
10	Mean Vector (μ)	273.589°	
11	Concentration	1.029	
12	Circular Standard Deviation	66.457°	
13	95% Confidence Interval (-/+) for μ	226.848°	
14		320.33°	
15	99% Confidence Interval (-/+) for μ	212.166°	
16		335.042°	
17	V Test (V; expected mean 274°)	0.51	
18	V Test (u)	2.394	
19	V Test (p)	0.007	
20	Warning: values with a line through them may be unreliable		
21	because of low concentration (i.e. uniform distribution).		
22			

Figura 81. Resultados de las pruebas de hipótesis.

La prueba de Rayleigh indica una probabilidad de 0.054 la cual es mayor a 0.05 por lo que no se rechaza la hipótesis nula, pero, la prueba de V que es más exacta por comparar un promedio esperado indica un valor de 0.007 menor a 0.05, por lo que la prueba indica que la distribución de esta muestra no está distribuida uniformemente indicando que las palomas si se saben orientar hacia sus nidos, además se corroboró los valores de $V=0.51$ y de $u=2.394$, los valores son diferentes, pero concordantes con los del capítulo V.

6.5.3 Pruebas de hipótesis multimuestrales

Ya con los datos capturados en dos columnas con las variables identificadas (muestra 1, muestra 2 o muestra n), se pueden realizar las pruebas de hipótesis multimuestrales; se presenta una lista de cuatro pruebas (**Watson-Williams F-Tests, Chi-Squared Tests, Mardia-Watson-Wheeler Tests y Watson U^2**) a seleccionar según la necesidad del investigador (Fig.82).

Type	Angles	Angles
Name	muestra 1	muestra 2
1	60.000	80.000
2	155.000	95.000
3	210.000	120.000
4	215.000	125.000
5	215.000	130.000
6	220.000	130.000
7	230.000	130.000
8	235.000	175.000
9	290.000	195.000
10	315.000	290.000

Figura 82. Captura de datos en dos columnas.

Siguiendo la secuencia:

Analyses ->Multisample Tests

El cuadro de diálogo de **Multisample Tests** permite seleccionar solo una de las pruebas multimuestrales. En la opción **Calculate tests as**, se puede seleccionar **Pairwise**, si se quiere los resultados en forma de matriz, de no ser así se selecciona **Multisample** posteriormente hacer clic en **OK** (Fig.83).

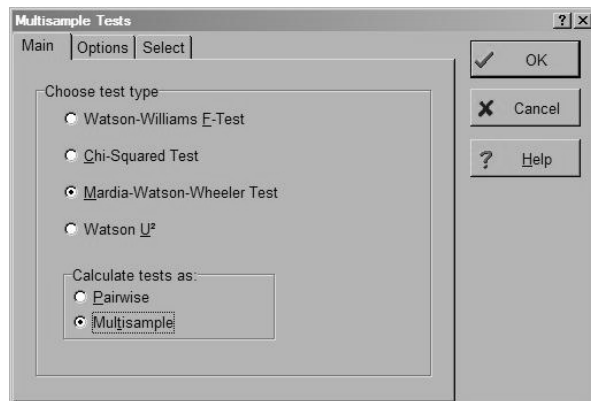


Figura 83. Cuadro de diálogo de selección de prueba multimuestral

En la ventana **Oriana Results** dependiendo de la prueba, se despliegan los valores asociados a la prueba estadística (F , χ^2 , W , U^2), además de los grados de libertad, el promedio y la probabilidad

Con estos valores se puede concluir acerca del comportamiento de las muestras.

Como ya se mencionó el procedimiento es el mismo para todas las muestras, solo un detalle es diferente en la χ^2 , en **Options** se requiere especificar el número de clases (arcos) requeridos, valor es específico de esta prueba.

Ejemplo 26.

Realizar la prueba de Watson y Williams, para saber si existen diferencias significativas en los promedios direccionales de los datos del ejemplo 13 provenientes de las orientaciones de dos grupos de murciélagos.

Control: 94, 65, 45, 52, 38, 47, 73, 82, 90, 40, 84.

Experimental: 77, 70, 61, 45, 50, 35, 48, 65, 36.

Tomando en cuenta:

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2$$

$$H_a : \mu_1 \neq \mu_2$$

Se desea saber si existen diferencias significativas entre los dos grupos de murciélagos.

Solución:

1.- Con los datos capturados en dos columnas llamadas **control** y **experimental**, seguir la secuencia: **Analyses ->Multisample Tests** (Fig.84).

Type	Angles	Angles
Name	Control	Experimental
1	94.000	77.000
2	65.000	70.000
3	45.000	61.000
4	52.000	45.000
5	38.000	50.000
6	47.000	35.000
7	73.000	48.000
8	82.000	65.000
9	90.000	36.000
10	40.000	
11	84.000	

Figura 84. Capturar datos en dos columnas.

2. - Seleccionar:

Watson-Williamas E-Tests

Hacer clic en OK (Fig.85).

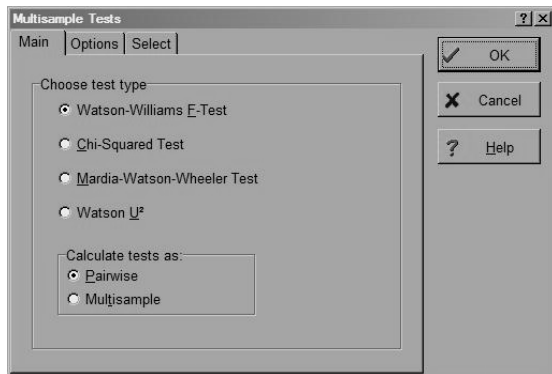


Figura 85. Seleccionar prueba multimuestral

La ventana de **Oriana Results** indica el valor de F (Fig.86).

Variables (& observations)	F	p	df	df2	Est. Mean
Control & Experimental (11 & 9)	1.563	0.227	1	18	59.74

Results in matrix format			
F scores (lower half) and probabilities (upper half)			
	Control	Experimental	
Control	-----	0.227	
Experimental	1.563	-----	

Figura 86. Ventana de resultados de pruebas multimuestrales

La prueba de **Watson-Williams** indica una probabilidad de 0.227, la cual es mayor que 0.05, por lo que no se rechaza la hipótesis nula, la prueba indica que las muestras son iguales en las orientaciones de los dos grupos de murciélagos desde su madriguera, independientemente de una onda sonora diferente, este resultado corrobora el resultado en el ejercicio 13.

6. 6 Observaciones

En el manejo de ORIANA es importante aclarar que los cambios hechos en los cuadros de diálogo en **Options, Select, Fonts, Colors, Lines y Patterns** quedan guardados en la memoria del software, es decir aplicación que se modifique y cierre el programa, aparecerá cuando abra de

nuevo el software, la Figura 87 ilustra uno de los cambios en colores y líneas en una gráfica.

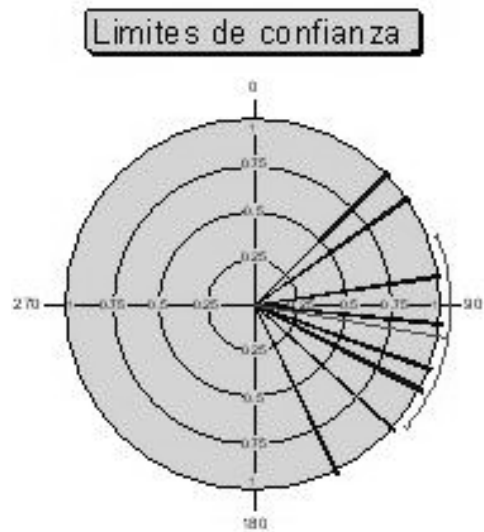


Figura 87. Gráfica modificada.

Nota:

Para analizar los datos en ORIANA se marcaron las muestras correspondientes, aunque permite hacer etiquetas con números negativos, las celdas lo impiden, por lo que se debe manejar cada dato negativo en su correspondencia positiva es decir en lugar de 91 se introdujo 269, esto se puede lograr capturando el dato como lineal y luego transformarlo a dato angular, para evitar confusiones. Todos los resultados registrados en este trabajo son en su correspondencia positiva.

(Kovach Computing Services 1994-2003)

Con los fundamentos teóricos y prácticos de la estadística circular, además del manejo de software adecuado se puede aplicar a un estudio de caso en la biología, en este caso a los movimientos direccionales de una especie de camarón ante el “ataque simulado” de un depredador y el ataque de un depredador como la jaiba como se vera en el capítulo VII.

CAPÍTULO VII

ASPECTOS BIOLÓGICOS Y ETOLÓGICOS SOBRE LA APLICACIÓN DE LA ESTADÍSTICA CIRCULAR EN LAS TRAYECTORIAS DE ESCAPE DE LA PRESA (*Litopenaeus setiferus*)

Las interacciones depredador-presa se han estudiado ampliamente en las últimas décadas y la generación de conocimientos útiles y novedosos sobre el tema es un objetivo primordial de investigación. La depredación puede influir en las poblaciones de presas locales limitando con ello su distribución. Una forma de estudiar interacciones poblacionales, tales como el comportamiento de escape, es mediante la construcción y observación de ecosistemas controlados de tamaño intermedio y con la ayuda de herramientas matemáticas (tales como la estadística circular) y computacionales (software y hardware adecuado) para analizar y comprender la información obtenida; esto en conjunción a definiciones etológicas como: estímulo, orientación, trayectoria, comportamiento y patrones de conducta; esto permite ver un panorama ecológico de la interacción entre *Litopenaeus setiferus* Linnaeus, 1767 y ciertos estímulos como ataques y la depredación.

Como ya se mencionó la estadística circular en Biología es una herramienta que ayuda a comprender interacciones ecológicas que determinan la estructura de las comunidades. Por ejemplo, los patrones de comportamiento de una presa se pueden estudiar y analizar con este tipo de estadística. Para mostrar su aplicación en esta tesis, se analizó al camarón *Litopenaeus setiferus* ante uno de sus principales depredadores *Callinectes sapidus* Rathbun, 1986, haciendo énfasis en las orientaciones de trayectorias de escape de la presa.

7.1 Aspectos ecológicos de *Litopenaeus setiferus* (camarón blanco) y *Callinectes sapidus* (jaiba azul).

Los crustáceos son un grupo de artrópodos de gran importancia económica, pueden ser dulceacuícolas o marinos, existen grupos terrestres, pero no han experimentado alguna evolución adaptativa importante para vivir en la tierra. *Litopenaeus setiferus* y *Callinectes sapidus* están dentro del grupo de los malacostráceos, la morfología general de los crustáceos básicamente es que el cuerpo está dividido en:

- Cefalotórax o porción frecuentemente cubierto por un caparazón.
- Abdomen o pelón que puede estar formado por segmentos y termina en la furca.
- Cabeza o cefalón con ojos compuestos y pedunculados y dos pares de antenas, apéndices bucales con mandíbulas, maxilas y maxilípedos.
- Patas abdominales o pleopodos que sirven de órganos copuladores y ovígeros. Patas ambulatorias o periopodos (Barnes, 1987).

7.1.1 Características de *Litopenaeus setiferus* Linnaeus, 1767 (camarón blanco)

El camarón *Litopenaeus setiferus* se encuentra en general a menos de 27 metros de profundidad, sus antenas son muy largas con respecto a la longitud de su cuerpo 2.5 o 3 veces mas, su cabeza tiene forma alargada y es relativamente delgada (Muncy, 1984).

Posee cromatóforos extensivamente espaciados característicos de un color blanco azulado, sus pleopodos presentan tonalidades rojo oscuro y el telson es de color verduzco en los márgenes, el abdomen tiene de cuatro a seis segmentos y el telson tiene un surco intermedio.

Los machos miden aproximadamente 182 mm. de longitud y la hembra puede llegar a medir 200 mm, se reporta que machos y hembras en la etapa juvenil son semejantes en longitud. La estructura de esta especie permite que se pueda deslizar rápidamente a su guarida o al sustrato presente. Comúnmente habita en estuarios y a lo largo de la costa de la zona litoral a profundidades de aproximadamente 30 m (Williams, 1984).



Figura. 88. Camarón blanco (*Litopenaeus setiferus*)

La ubicación taxonómica de *L. setiferus* (De la Fuente, 1994) es la siguiente:

Phylum	Arthropoda
Clase	Crustácea
Subclase	Malacostraca
Orden	Decapoda
Familia	Penaeidae
Género	<i>Litopenaeus</i>
Especie	<i>Litopenaeus setiferus</i> (Linnaeus, 1767)

Dentro de la anatomía funcional del camarón, los órganos responsables de escapes son el músculo abdominal estriado, el cual produce los movimientos de retroceso rápido para escapar de depredadores, las antenas las cuales detectan movimientos y los periópodos y pleopodos, responsables de la locomoción, ver Figura 89 (Boyd y Tucker, 1992).

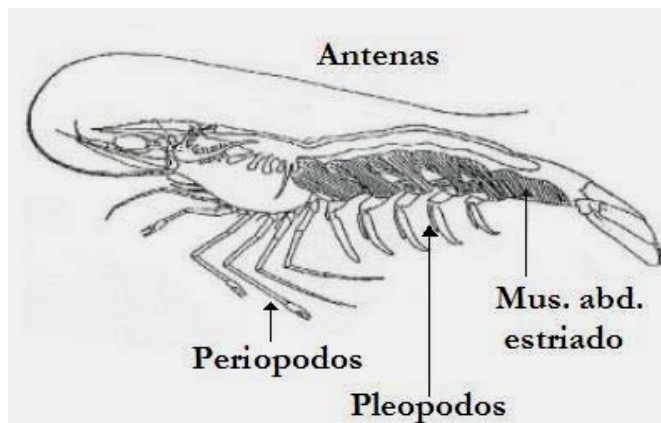


Figura 89. Órganos funcionales de escape en el genero *Litopenaeus*.

El camarón blanco del Golfo de México *L. setiferus* (antes *Penaeus setiferus*) es una de las especies de camarones más importantes del Atlántico de América y desde el punto de vista biológico pesquero, es una de las especies más estudiadas debido principalmente a la importancia económica de las capturas comerciales. Esta información permite ver al camarón blanco como una especie potencial para el desarrollo de esta actividad en el Golfo de México. En México es de gran valor comercial junto con otros peces, éste se distribuye desde el sur de los Estados Unidos hasta la Península de Yucatán (Fig. 90). Son abundantes en la Bahía adyacente a la Laguna de Términos, Campeche. (www.fis.com/panoramacuicola/noticias/noticial.htm).

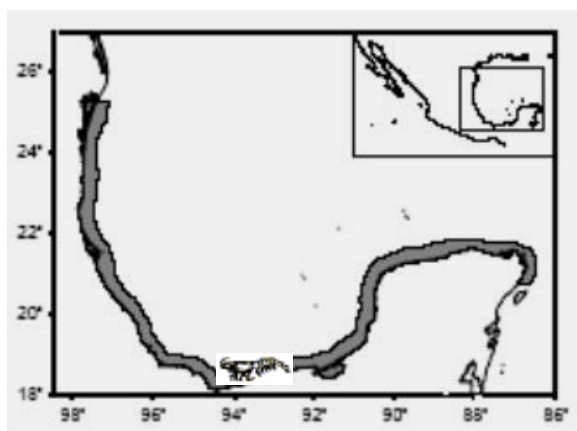


Figura 90. Distribución en México de *Litopenaeus setiferus*

En el golfo de México el *L. setiferus* se encuentra en profundidades de hasta 80 m. Los juveniles prefieren mudarse a sustratos sueltos y suelos arenosos. El mejor hábitat para estos es una área fangosa con aguas moderadamente salinas (Anderson, 1966). Los juveniles suelen ser más activos durante la luz del día a comparación de otras especies (www.sms.si.edu/IRLSpec/Penaeu_setife.htm).

En los camarones la reproducción es complicada, ya que en su desarrollo experimentan un largo proceso de metamorfosis, en el que suceden numerosas fases larvarias y mudas, presentando una morfología y peculiaridad especial.

La puesta de huevos se produce en forma masiva, se liberan en el agua más o menos 200 mil de un tamaño que oscila entre 200 y 500 micras, según las especies, estos crustáceos nacen después de 12 a 14 horas de puesto el huevo en la forma larval más simple, el "nauplio", en el que no hay segmentación y presenta un ojo central y tres pares de apéndices solamente, todos adaptados a la natación. Posteriormente suceden diversos cambios morfológicos que determinan la mayor complejidad de las larvas, con incorporación de nuevos segmentos y apéndices, pasando por: "metanauplio", "protozoea", " zoea" (tres fases) y "mysis" (cuatro fases), en este estadio se hacen presentes los apéndices en su forma definitiva (Fig. 91). Después de este estadio, comienza la fase postlarvaria, aunque no mide más que 8 mm cambia sus hábitos alimenticios y se posa en el fondo comenzando una vida bentónica; un individuo juvenil es semejante a un adulto.

(www.danival.org/intermareal/palaemonidae/camarón_anat_02a.html);
 (www.omega.ilce.edu.mx:3000/sites/ciencia/volumen2/ciencia3/063/htm).

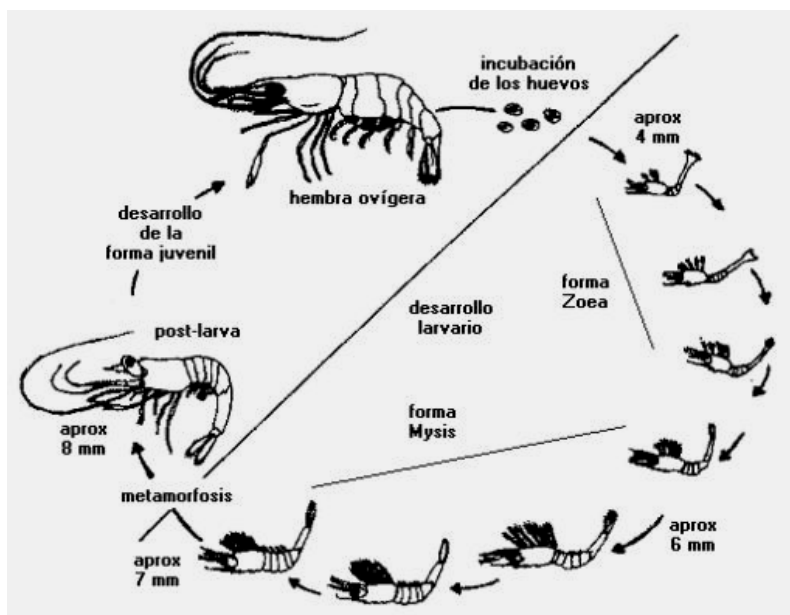


Figura. 91. Ciclo de vida del camarón.

La muda o ecdisis representa para los crustáceos la posibilidad de llevar a cabo los procesos normales de crecimiento. Esto ocurre de forma cíclica cada vez que el organismo está preparado para aumentar de talla y peso. El viejo exoesqueleto es liberado rápidamente y se produce una capa quitinosa que endurecerá hasta adquirir la consistencia y dureza del exoesqueleto anterior. Durante este proceso el cuerpo del camarón ha absorbido agua y la división celular se ve favorecida provocando el incremento de volumen y peso del animal (Van-Wormhoudt y Bellon-Humbert, 1996). El crecimiento de los crustáceos es discontinuo ya que depende de mudas sucesivas. La frecuencia de mudas y el aumento de talla en cada muda (exuvia) se encuentra en relación no solo con las condiciones del medio (temperatura, salinidad, oxígeno, fotoperíodo, etc.) sino de igual manera con los nutrientes requeridos por los organismos (Fernández y col, 1997). Esquemáticamente el ciclo de muda del camarón y los crustáceos en general es el siguiente:

MUDA > POSMUDA > INTERMUDA > PREMUDA > MUDA

Este ciclo se repite a todo lo largo de la vida del camarón y disminuye su frecuencia según el organismo se vaya haciendo mas viejo. (Vega-Villasante *y col.*, 2000).

7.1.2 Características de *Callinectes sapidus* Rathbun, 1896 (Jaiba azul).

El cefalotórax en el genero *Callinectes* se encuentra fusionado (cabeza y tórax). Poseen cinco pares de apéndices: el primer par constituye una fuerte pinza que se usa en defensa o para conseguir alimento. Los siguientes tres pares de apéndices sirven para caminar y el ultimo par se encuentra modificado en forma de remo para la natación. Su cuerpo es de forma oval mas ancho que largo y de color verde en la mayoría de las especies, aunque en algunas se presentan tonalidades café oscuro (Fig. 92). El dimorfismo sexual se distingue según la forma del abdomen, siendo para los machos largo y delgado en forma de “T” invertida, en las hembras sexualmente inmaduras toma una forma triangular, mientras que en las maduras es redondeado. Los pleopodos en las hembras están localizados por pares, uno en cada segmento abdominal excepto en el último, presentando una forma “Y” con pequeñas cerdas sobre las cuales se depositan los huevecillos fertilizados hasta su eclosión.

Las jaibas de este género habitan en fondos lodosos y arenosos, presentando gran adaptabilidad a un hábitat curialito y hábitos excavadores. Se distribuye ampliamente en las costas, desembocaduras de ríos y lagunas costeras, siendo especialmente numerosos en las áreas estuarinas. Se les encuentra en zonas templadas y tropicales. Su dieta es muy diversa, consta de algunos tipos de vegetación, pequeños peces, crustáceos, practicando incluso el canibalismo (Lara, 2004).



Figura. 92. Jaiba azul (*Callinectes sapidus*)

El patrón de distribución es muy amplio, son tolerantes a las variaciones de salinidad y no se asocian a algún sustrato específico (Raz y Sánchez, 1996). El intervalo de salinidad va de 1.9 a 25‰ (Arreguín, 1976); incluso se le encuentra en zonas hiperhalinas como la Laguna Madre de México (Williams 1974). Presenta migración por sexos durante su ciclo de vida, los machos prefieren una salinidad baja e incluso el agua dulce; las hembras prefieren salinidad alta, cerca de las bocas de comunicación marina (Millikin y Williams, 1984). La distribución de las especies de jaiba por litoral mexicano se muestra en la Figura 93



Figura. 93. Distribución de *Callinectes sapidus* en México.

La ubicación taxonómica *Callinectes sapidus* según Williams (1984) es :

Phylum	Arthropoda
Clase	Crustácea
Subclase	Malacostrácea
Orden	Decapoda
Sección	Brachiura
Familia	Portunidae
Genero	<i>Callinectes</i>
Especie	<i>Callinectes sapidus</i> (Rathbun, 1896)

El primer desove se produce aproximadamente a la edad de dos años, dos a nueve meses después del apareamiento. Más tarde, en verano, pueden tener un segundo desove y tercero a los tres años edad máxima de la especie. (Kaestner, 1980).

Las larvas eclosionan (a una temperatura de 18 °C) como larva zoea, la cual pasa por siete estadios. Las larvas son planctónicas y requieren para su desarrollo de salinidad oceánica (mayor a 28 ‰). En la etapa de “zoea” VII, las larvas son arrastradas por las corrientes a las zonas estuarinas, donde se lleva a cabo la metamorfosis con la que adquieren el estado de “megalopa”, forma en la que permanecen estas mudan al primer estadio de jaiba y la primera muda, cuando tiene el abdomen plegado sobre el cefalotórax, característico de una pequeña jaiba, y un tamaño aproximado de 10 mm (Millikin y Williams, 1984). La primera jaiba de 2.9 mm tiene su primera muda a los 3 días en que alcanzan 4.2 mm de ancho, con un incremento promedio de 1.3 mm. En la etapa juvenil los machos mudan unas 20 veces y las hembras 18, antes de que alcancen la madurez sexual, cuando tienen aproximadamente un año de edad. Las jaibas alcanzan el tamaño comercial de 120 mm (Williams, 1974).

7.2 Patrones de conducta.

En las relaciones depredador–presa, el resultado del ataque depende de la orientación y las trayectorias de los organismos involucrados.

La orientación es el primer paso de una táctica de evasión, esto es fundamental ya que con base en esta dirección se realizará posteriormente una trayectoria de escape, las cuales a su vez forman parte de un patrón de conducta fijo del organismo.

Es innegable que los animales nacen con cierto repertorio de conducta. Tales patrones precisos e identificables son característicos, innatos e identificables, de una especie dada, y se les llaman **patrones fijos de acción**. Los patrones fijos de acción se deben acoplar con movimientos de **orientación**, y el resultado es un **patrón de conducta** (Harre y Lamb, 1986). Es importante destacar, que en la mayoría de los casos una vez que el patrón de acción se ha iniciado, ya no se puede alterar. Los movimientos de orientación dependen de la dirección que tome el organismo. (Slater, 1991; Wallace y col, 1992).

El componente del patrón de fijo de acción una vez iniciado, es independiente de la aparición de cualquier cambio ambiental, y una vez que se inicia, continúa. La mayor cantidad de variaciones en la conducta del organismo, se presenta en la etapa mas temprana de la depredación, ya que en esta parte lo que haga el depredador estará dictado por la presa; conforme el trayecto del ataque avance la conducta se hace más estereotipada, ya que las opciones disminuyen. (Wallace y col, 1992).

Cada especie animal tiende a disponer de un conjunto de modelos de comportamiento estereotipados, algunos de los cuales los comparten con otras especies. A medida que se ha demostrado que las especies animales muestran grandes diferencias en su comportamiento, se ha llegado a la conclusión de que las teorías generales (que lo abarcan todo) son de escasa ayuda (Slater, 1991).

La palabra **comportamiento** generalmente se refiere a acciones de un objeto u organismo, usualmente en relación a su entorno o mundo de estímulos (Armin, 1982). Vaz (1984) lo define como un conjunto jerarquerizado de actos motores que comprenden movimientos elementales de músculos u otros órganos, posiciones o sucesiones de actividades que obedece a un patrón fijo de acción. El comportamiento puede ser consiente o inconsciente, público u oculto, voluntario o involuntario.

Matemáticamente el **comportamiento** es una serie de actos temporales, es decir que en determinado tiempo, se presenta un **acto** y la presencia de varios actos forman una serie donde H es la serie de actos temporales, e_t es la **entrada en determinado tiempo** y r_t la **respuesta en determinado tiempo**

$$H = r_t(e_t)$$

La entrada es el estímulo aplicado y la salida es la respuesta a este estímulo, a este proceso se le llama **orientación** (Borges y Esquivel 1991).

Armin (1982) define **estímulo** “como una modificación del medio, originado por encima de un umbral absoluto de respuesta, a una o varias excitaciones (estímulo)”. Dentro de la inmensa variedad de estímulos se denomina “**estímulo desencadenador**” al que genera una reacción en cadena en el organismo, donde intervienen sus capacidades sensoriales, nerviosas y locomotoras como parte de una respuesta. (Eibl, 1979).

Los organismos han desarrollado órganos sensoriales adaptados a diferentes tipos de estímulos (mecánicos, físicos, químicos), teniendo cada uno su propia gama de estímulos. Un órgano sensorial juega, en relación con el estímulo adecuado (Armin, 1982).

Retomando los componentes del comportamiento, si cada punto secuencial de entrada (estímulo) y salida (respuesta) se une, se forma una trayectoria conocida como *trayectoria del estado del sistema*. Dentro de la trayectoria se debe considerar que los datos expresados son discretos ya que estos se pueden distinguir uno de otro (Borges y Esquivel 1991). En el caso de organismos (presas) los escapes realizados ante un ataque se denominan **trayectorias de escape**, las trayectorias de escape son conjuntos de orientaciones en diferente espacio y tiempo, unidas entre sí.

En el ámbito de depredación, Vaz (1984) menciona que la supervivencia esta condicionada a las estrategias de escape y el conocimiento del entorno que presente la presa. Una forma de sobrevivir es pasar de inadvertido ante el depredador, por medio de tácticas como adaptaciones al sustrato o a cambiar de color.

7.3 Trayectorias de escape

Una *trayectoria de escape* es un tipo de movimiento provocado por cierta conducta de conservación de un organismo ante ciertos estímulos percibidos. La respuesta de escape de un animal tiene como objetivo minimizar la probabilidad de captura ante la aproximación de un depredador: la efectividad de las respuestas de escape depende de la trayectoria que el animal siga durante un ataque. Las trayectorias de escape suelen ser afectadas por el tipo de refugio que se presenta en el hábitat, la posición de este influye en la dirección tomada para el escape, contrariamente cuando un refugio no esta disponible, los animales pueden adoptar otras estrategias alternativas de escape (Arnott y col, 1999).

Las trayectorias de escape se definen con base en el estímulo aplicado. Cuando el estímulo proviene del ataque de un depredador, las respuestas se dan con base en la dirección donde el depredador ataca. Cuando el estímulo proviene del ataque de un depredador, las respuestas se clasifican con base a la dirección en que el depredador ataca en con respecto a la posición del eje axial del organismo donde la cabeza se ubica hacia el norte (0°). Se manejan dos cuadrantes de ataque **Cuadrante Anterior** y **Cuadrante Posterior**, dependiendo del lado elegido de escape de la presa se denomina escape **Ipsilateral** si es del lado derecho y escape **Contralateral** si se da en el lado izquierdo (Fig.94 y 95).

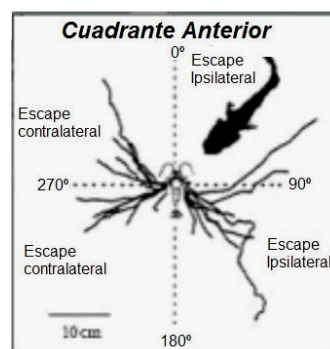
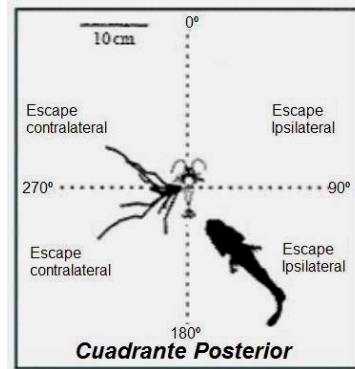


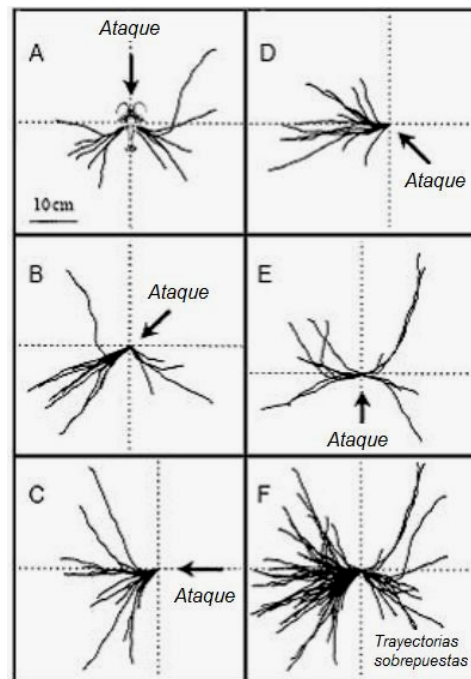
Figura 94. El depredador realiza un ataque en el cuadrante anterior.

Figura 95. El depredador realiza un ataque en el cuadrante posterior.



Los ángulos de ataques se miden con respecto al eje axial del organismo, donde 0° representa un ataque en dirección a la cabeza y 180° representa un ataque en la parte posterior del cuerpo. Es conveniente mencionar que todos los ángulos deben ser tomados en dirección de las manecillas del reloj para asignarle valores positivos, las respuestas se clasifican con base en la dirección aproximada del ataque: 0° , 45° , 90° , 135° , 180° en ángulos positivos (lado derecho del camarón) y -45° (315°), -90° (270°), -135° (225°) en ángulos negativos (lado izquierdo del camarón) ver Figura 96.

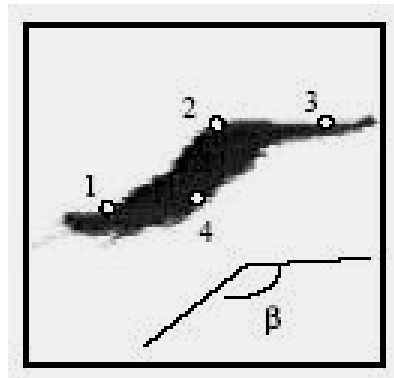
Figura 96. Ataques del estímulo artificial, donde (A) es a 0° , (B) a 45° , (C) a 90° , (D) a 135° , (E) a 180° (F) y todas las diferentes respuestas observadas.



Los ángulos de ataque se miden tomando como referencia el centro de masa del organismo. Para representar esto, se tomo como ejemplo a un camarón, durante el “coletazo” (tail flip⁵), sobresalen cuatro puntos en el cuerpo del camarón ver Fig. 97: donde 1.- la cabeza, 2.- el músculo del abdomen, 3.- el telson y 4.- el centro de masa (Arnott y col, 1999).

⁵ Movimiento característico de varios malacostracas que se produce muscularmente cuando se realiza un escape

Figura 97. Puntos estratégicos en el cuerpo del camarón, durante el “coletazo”.



Muchos crustáceos como camarones y langostas poseen una extensión en el abdomen que usan como mecanismo de propulsión en el agua, esto provoca un coleteo que también significa un gasto de energía, se cree que este comportamiento se emplea en escapes ante depredadores, pero también se puede dar durante algún choque o en respuesta a sustancias tóxicas.

La fuerza generada durante el coleteo se deriva de una combinación de fuerzas reactivas y fuerza resistivas, la expansión de los urópodos del camarón provocan una fuerza de empuje, se produce también una fuerte presión al final del coleteo. En lugares como el abdomen, el cefalotórax y otras partes, el coleteo también sirve para desplazarse (Arnott y col, 1999).

Los camarones utilizan la cabeza en conjunción con su cola para generar la fuerza durante el coleteo. Subsecuentemente los coleteos de un escape se presentan en respuesta al estímulo, a veces los escapes se presentan en el lado donde se aplica el estímulo. La probabilidad de cada tipo de escape varía cuando se cambia la dirección del ataque. Los elementos del comportamiento han sido identificados en fases iniciales y subsecuentes al escape (Arnott y col 1999).

Este capítulo describió los factores inmediatos en el estudio de la interacción entre la relación de una presa y su depredador, haciendo énfasis en la orientación de la presa, teniendo las bases teóricas presentes se procede a su aplicación en datos reales.

MATERIAL Y MÉTODO DE TRABAJO

Este trabajo consto de varias fases realizando, en primer lugar una exhaustiva búsqueda bibliográfica, en bases de datos e instituciones publicas, para recopilar toda la información posible. Como el trabajo requería de varios temas se implementó una búsqueda bibliográfica sobre los siguientes: estadística circular, trayectorias de escape y aspectos etológicos de la relación-presa depredador.

1 Análisis de los fundamentos teóricos de la estadística circular (búsqueda bibliográfica).

Toda la bibliografía recopilada se organizó, depuró y sistematizó para poder conocer los fundamentos teóricos y metodológicos de la estadística circular, además de seleccionar la bibliografía necesaria para comprender y asimilar los fundamentos de la trayectoria de escape. Se seleccionaron las fuentes bibliográficas sobre aspectos teóricos de la estadística circular, se revisaron cuidadosamente para asimilar los aspectos más importantes y fundamentales de estas herramientas. Se compararon por contenido temático y enfoque para seleccionar aquellos que más aportaban a la investigación biológica, con el fin de establecer un esquema teórico práctico general del contenido de este trabajo. Conforme se analizó la bibliografía fue necesario revisar otras fuentes de información de áreas como las matemáticas y la estadística, que ayudaran a comprender mejor algunos conceptos de este tipo y que fueron surgiendo, en el desarrollo del trabajo.

También se realizó una búsqueda en internet sobre el software apropiado reportado como, ORIANA (*Orientation Analysis and Circular Statistics*) Ver 0.2, para analizar su disposición y accesibilidad. Se exploró el software para realizar un análisis básico de su entorno y manejo antes de introducir los datos y obtener resultados.

Se buscó información sobre trayectorias de escape, especialmente del camarón *Litopenaeus setiferus* o especies cercanas, para una posterior aplicación de la Estadística circular. Se determino la forma de medir cada dato de orientación, con respecto al cuerpo del camarón y como plasmar las trayectorias de escape.

Se requirió de conceptos etológicos para comprender como se da realmente a nivel de conducta la interacción de depredador-presa, buscando definiciones básicas tales como estímulo, orientación, patrón de conducta que ayudaran y complementan el análisis estadístico desde el punto de vista biológico pero enfocado principalmente al escape de la presa.

2 Aplicación de los fundamentos teóricos y la obtención de datos reales

Como este tipo de estadística es ideal para el análisis de datos de orientación se trabajaron las trayectorias de escape de una especie de camarón *Litopenaeus setiferus* ante los movimientos de aproximación de la jaiba *Callinectes sapidus* (Estímulo Natural) y el simulacro de un ataque (Estímulo artificial), de modo que estas orientaciones de evasión fueran analizadas con la estadística circular.

Para estimar las trayectorias se trabajó con vídeo de un experimento realizado en el Laboratorio de Ecología y Biología Marina Experimental de la UNAM ubicado en Ciudad del Carmen, Campeche, de donde se proporcionaron los experimentos grabados desde una vista superior a 30 cuadros por segundo.

Las características del experimento fueron las siguientes. En un acuario rectangular de 40 cm. de largo 37 cm. de ancho y 30 cm. de alto provisto de una base blanca lleno con agua salobre (11-14 ppt) a una profundidad de 20 cm. se colocó un juvenil de camarón (presa) y un juvenil de jaiba (depredador) a una temperatura de 27°C y bajo luz artificial. La presa fue mantenida fuera de cualquier posibilidad de contacto físico con el depredador mediante una barra transparente con perforaciones, para permitir que la jaiba perciba estímulos visuales y químicos de la presa durante un periodo de 15 minutos a lo largo del cual el agua se mantuvo aireada. Antes de iniciar el experimento se retiró la fuente de aire y la barrera física, retirándola mediante un dispositivo operado detrás de un telón. Se manejaron dos estímulos, uno natural (depredador) y otro artificial (varilla de vidrio). Posteriormente se estudiaron y analizaron las secuencias de video obtenidas del experimento.

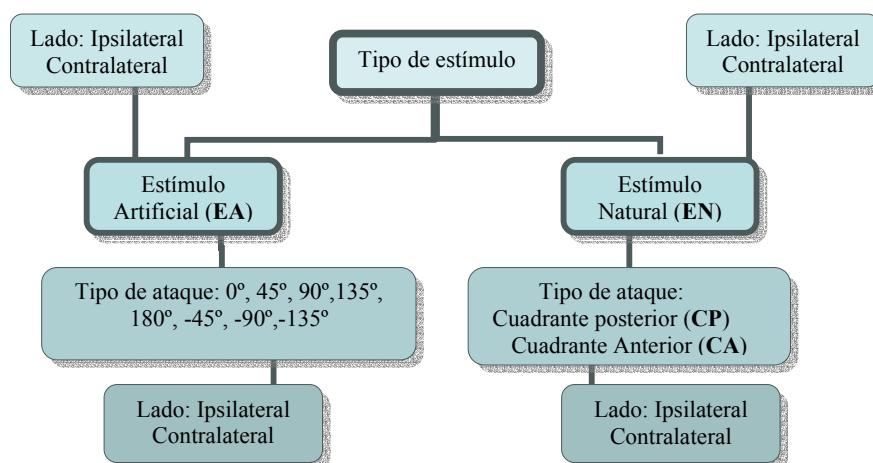
El análisis de video se realizó en el Laboratorio de Aplicaciones Computacionales de la FES Zaragoza, con el hardware y software adecuado para el análisis y manejo de video. En los videos de las trayectorias se observaron los tipos de escape presentes, de modo que se pudiera identificar cómo atacaba la jaiba y el lado del camarón que recibía el ataque, así como los movimientos característicos ante estos estímulos. Posteriormente en la computadora, estos movimientos se analizaron con ayuda de un software de manejo de video reproductor de video Pinnacle Studio Ver. 8, el cual tiene un monitor de simulación que permite ver el video cuadro por cuadro, se cortaron acetatos circulares de 12 centímetros de diámetro, para que abarcara el área del simulador de monitor, se marcaron los cuatro ejes principales así como el valor 0°, se utilizó un acetato para cada experimento realizado (trayectoria de escape), colocando sobre el monitor el acetato circular con el punto cero anclado en el centro de masa del camarón siguiendo el eje axial del cuerpo del camarón con la cabeza a 0° y la parte posterior del telson a 180°. Cuadro a cuadro se punteó cada uno de los movimientos del camarón siguiendo la ubicación del centro de masa.

El primer movimiento fue la primera orientación, (denominado evento principal o primer evento) los posteriores puntajes determinaron la trayectoria de escape, la cual se obtiene uniendo todos los puntos registrados. Posteriormente, se retira el acetato del monitor de la computadora y se traza una línea recta desde el centro en dirección hacia el punto de la orientación del primer evento, hasta interceptar la circunferencia del acetato y con un transportador gradiente circular se mide el valor presente. La forma final de la trayectoria de escape se obtiene uniendo todos los puntos registrados hasta el punto final (denominado evento final).

Una vez teniendo cada experimento plasmado, se procedió a clasificarlos para poder hacer análisis comparativos, el diagrama posterior indica la forma en que se clasificaron los acetatos, se clasificó primero con base en el estímulo aplicado: Estímulo Natural (abreviado preferiblemente con mayúscula, como EN) y Estímulo Artificial (abreviado EA), las trayectorias de escape plasmadas en los acetatos ya clasificadas, se conjuntaron en un solo modelo gráfico de papel albanene que permitiera visibilidad para sus trazos con la ayuda de un estilógrafo fino. Posteriormente se dividieron en lado de orientación, si la orientación se daba a la derecha del cuerpo del camarón, se clasificaba como Ipsilateral; de manera contraria, si la orientación se dirigía al lado izquierdo de denominaba Contralateral.

Una vez teniendo estos gráficos, se hizo la clasificación de las trayectorias tomando en cuenta el tipo de ataque, que para cada estímulo es diferente, el Estímulo Artificial tuvo ocho orientaciones de ataque (0° , 45° , 90° , 135° , 180° , -45° , -90° , -135°) y el Estímulo Natural tuvo dos orientaciones en el Cuadrante Anterior (abreviado CA) y el Cuadrante Posterior (abreviado CP), se conjuntaron las trayectorias clasificadas en papel albanene de modo que se tuviera un gráfico por cada tipo de ataque de cada estímulo. Por último, los acetatos de cada ataque clasificado se dividieron en el lado de la orientación del primer evento (Ipsilateral y Contralateral), de modo que se obtuvieron modelos gráficos en papel albanene de las trayectorias superpuestas del lado de orientación de determinado tipo de ataque, dentro de un estímulo.

Cada gráfica de papel albanene se plasmó en papel blanco para su digitalización. El diagrama que se presenta a continuación resume este tipo de clasificación:



Para el análisis estadístico se tomaron como resultado básico la primera orientación, ese dato se obtuvo con extrapolación de una línea recta dentro del acetato, estos datos se clasificaron de la misma forma que los acetatos así se obtuvo un determinado número de muestras de datos de orientación. Para el análisis estadístico se procedió a capturarlos en ORIANA.

3 Aplicación de fundamentos teóricos y prácticos a datos reales (análisis estadístico)

Ya obtenidos los datos clasificados, se generó un nuevo archivo dentro del entorno del software. Se marco cada etiqueta (Label) de las columnas con el nombre de la muestra, cuidando que existieran más de tres datos, en la columna, de lo contrario al software no le es posible realizar los cálculos. Se obtuvo con la ayuda del software, los gráficos de datos originales, lineales y diagramas de rosa; diagramas de datos originales para observar la localización de cada dato sobre una circunferencia, histograma lineal para facilitar la observación de las frecuencias y los diagrama de rosa para la representación del promedio, con el fin de observar la distribución gráfica de los datos de la primera orientación.

Se hicieron análisis de estadística descriptiva para observar como se comportaban los datos. Los parámetros seleccionados fueron: ángulo promedio, concentración y desviación estándar.

Para corroborar la distribución de los datos, antes de realizar pruebas inferenciales, se aplicaron pruebas para verificar el ajuste a la distribución von Mises (normalidad circular), como: Ji-cuadrada, Watson o Kuiper. Dependiendo de este análisis se aplicó una prueba inferencial de distribución uniforme paramétrica para aquellas que si se ajustaron a la distribución teórica (Rayleigh) y no paramétrica para aquellas que no se ajustaron (Rao), con el fin de determinar donde existen patrones de distribución uniforme. Para comparar muestras de estímulos y lados de orientación (Ipsilateral y Contralateral) se aplicaron pruebas multimuestrales paramétricas y no paramétricas (Watson-Williams y Watson). Estos resultados numéricos y gráficos de Oriana junto con los gráficos de trayectorias y los conceptos etológicos permitieron hacer un análisis general que posteriormente se discuten en el siguiente apartado donde se desglosa los resultados teóricos, de video, numéricos y gráficos de la metodología.

RESULTADOS

Con el fin de realizar el objetivo de esta tesis, se realizó una exhaustiva búsqueda bibliográfica, en donde se organizó, depuró y sistematizó la información necesaria para poder, fundamentar, analizar y comprender los parámetros implicados en la estadística circular como herramienta y su posterior aplicación en el análisis de orientaciones o en trayectorias de organismos para resolver problemas biológicos y etológicos. La búsqueda de información presentó algunas dificultades, ya que la información es escasa en temas como el de Estadística circular y trayectorias de escape en camarones peneidos, los cuales son básicos en la realización de esta tesis. A continuación se describen los resultados de los fundamentos teóricos, análisis de video, resultados numéricos y gráficos provenientes de las salidas de Oriana.

RESULTADOS DE LOS ANÁLISIS DE LOS FUNDAMENTOS TEÓRICOS DE LA ESTADÍSTICA CIRCULAR

La información de estadística circular en México es muy reducida, las principales bibliografías se encontraron en el IIMAS y en la FES Zaragoza, a comparación de otras herramientas matemáticas, solo se encontró cuatro bibliografías específicas del tema y una mas publicada por J. H. Zar (1996) que incluye 2 capítulos enfocados en este tema. Se revisaron los contenidos de cada uno de los libros, comparándolos entre si a fin de escoger una metodología accesible al lenguaje del biólogo. Los resultados teóricos de este trabajo se desglosaron en forma de capítulos, del capítulo I-V se muestran los fundamentos teóricos prácticos de la Estadística circular. El capítulo VI muestra el uso y manejo del software estadístico ORIANA el cual facilita la realización de las metodologías descritas en esta tesis. El capítulo VII abarca aspectos biológicos sobre el comportamiento, la orientación y las trayectorias de escape, la búsqueda bibliográfica sobre las trayectorias de escape en camarones es muy escasa, en México no se registró estudio alguno de *Litopenaeus setiferus* y su interacción con *Callinectes sapidus*, en el ámbito conductal, y a nivel internacional esta información es escasa, encontrando estudios de orientación únicamente en el camarón europeo *Cragon cragon*, los cuales recomiendan el uso de la Estadística circular.

RESULTADOS DE LOS ANÁLISIS DE VÍDEO.

Este experimento se realizó en el Laboratorio de Ecología y Biología Marina Experimental de la UNAM en Ciudad del Carmen, Campeche, el cual fue videograbado y proporcionado para su posterior análisis vía computadora, mencionando que son solo vídeos de prueba de un experimento piloto. De 23 videos solo 19 presentaron trayectorias visibles para su análisis (Cuadro 1). La realización de cada una de las trayectorias de escape; se hicieron por medio de acetatos circulares, de los cuales cada uno de ellos muestra una trayectoria siendo en su totalidad 46 trayectorias (Cuadro 1), de las cuales solo se analizó el primer evento, el cual determina el éxito o fracaso de un escape, se clasificaron por estímulo, tipo de ataque y lado de escape en un sólo diagrama representativo (Cuadro 2 y3).

No se consideraron todos los ataques dentro del Estímulo Artificial por la ausencia de un número significativo de trayectorias, a excepción de los ataque a 0°, los demás no se tomaron en cuenta.

Sin embargo, en el estímulo Natural los dos tipos de ataque si fueron considerados. En el estímulo artificial se presentaron en total 26 trayectorias, de las cuales el primer evento se clasificó con respecto a la orientación del ataque y la orientación de la trayectoria, fuera Ipsilateral o Contralateral. En el Estímulo Natural se registraron 20 trayectorias, 10 por cada cuadrante (Cuadrante anterior=CA y Cuadrante posterior=CP) los cuales se analizaron por lados.

Cuadro 1. Resultados por video						
# de video	Tiempo	Estímulo	Luz	# de trayectorias	Dirección Del ataque	Orientación de escape
0	01:29:12	artificial	Normal	1	0°	240°
				2	45°	270°
				3	0°	180°
				4	0°	240°
				5	180°	45°
				6	-45°	60°
				7	0°	143°
				8	0°	165°
				9	90°	237°
1	01:30:15	jaiba	Normal	0		
2						
3	00:14:10	jaiba	Violeta	1	CP	278°
4	00:12:09	jaiba	Violeta	1	CP	92°
5	00:12:23	jaiba	Violeta	1	CP	89°
6	00:13:11	jaiba	Normal-Violeta	1	CA	0°
				2	CA	341°
				3	CP	269°
7	00:29:00	jaiba	Normal	1	CP	36°
				2	CA	155°
8	00:12:02	jaiba	infrarroja	1	CA	227°
9	00:10:20	jaiba		1	CP	135°
10	00:12:22	jaiba	infrarroja	1	CA	127°
11	00:47:07	jaiba	infrarroja	1	CA	152°
12	00:22:23	jaiba	infrarroja	1	CA	136°
13	00:19:02	jaiba	infrarroja	1	CA	223°
					CA	226°
14	00:02:13	jaiba	infrarroja	1	CP	355°
15	00:06:29	jaiba	infrarroja	1	CA	140°
16	00:08:17	artificial	infrarroja	1	0°	153°
		artificial		2	45°	145°
		artificial		3	-45°	148°

Cuadro 1 (Continuación). Resultados por video						
17	00:50:13	jaiba	infrarroja	0		
18	00:50:11	artificial		1	45°	155°
				2	90°	145°
				3	-90°	145°
				4	0°	180°
				5	0°	234°
				6	0°	312°
				7	0°	165°
				8	0°	148°
				9	0°	141°
				10	-90°	150°
19	00:35:29	Jaiba	infrarroja	1	CP	280°
				2	CP	41°
20	00:15:16	jaiba	infrarroja	1	CP	9°
21	00:34:10	jaiba	infrarroja	Depredación		
22	00:21:02	artificial	infrarroja	1	0°	215°
				2	0°	200°
				3	0°	210°
				4	0°	135°

Cuadro 2. Resultados por tipo de Ataque del Estímulo Artificial			
Respuestas al Estímulo Artificial			
Ataque	# de trayectorias	Ipsilateral	Contralateral
0°	16	9	7
45°	3	2	1
90°	2	1	1
180°	1	1	****
-90°	2	2	****
-45°	2	2	*****
Total	26	17	9

**** Ausencia de trayectoria.

Cuadro 3. Resultados por tipo de ataque del Estímulo Natural			
Respuestas al Estímulo Natural			
Ataque	# de trayectorias	Ipsilateral	Contralateral
CA	10	6	4
CP	10	6	4
Total	20	12	8

RESULTADOS GRÁFICOS

Los cuadros 4-25 muestran los resultados gráficos, del Software por medio de tres tipos de gráficos: histogramas de datos originales, estos permiten ver en la circunferencia del círculo la posición exacta de cada uno de los datos, permitiendo observar si hay orientaciones iniciales agrupadas, por diagrama lineal que facilita la observación de manera más tradicional además de representar cada dato con su frecuencia y localización, por diagrama de rosa que permita ver los datos en forma de radios como en el diagrama lineal pero sobre un círculo así como la localización del ángulo promedio. Estos diagramas permiten observar las direcciones de los datos de la primera orientación del camarón ante la presencia de un estímulo natural y un estímulo Artificial, dependiendo de la dirección del ataque, los gráficos del software Oriana permiten observar la distribución gráfica de los datos y el diagrama total permite observar del rumbo de cada trayectoria y el movimiento del camarón, donde se observa que las trayectorias son diferentes aunque muchas de ellas son similares al principio de la trayectoria. Los análisis estadísticos descriptivos e inferenciales proporcionan una idea más clara de la distribución de estos datos.

Cuadro 4. Resultados de las respuestas al Estímulo Artificial

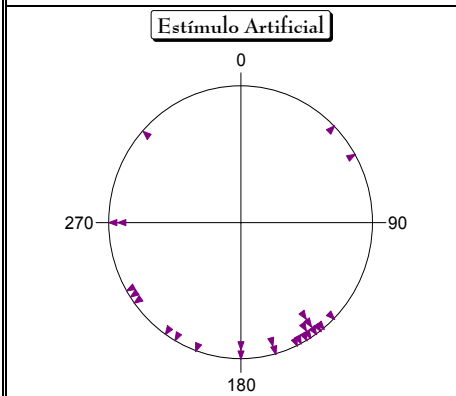


Figura 98. Orientaciones del primer evento en las trayectorias registradas del Estímulo Artificial.

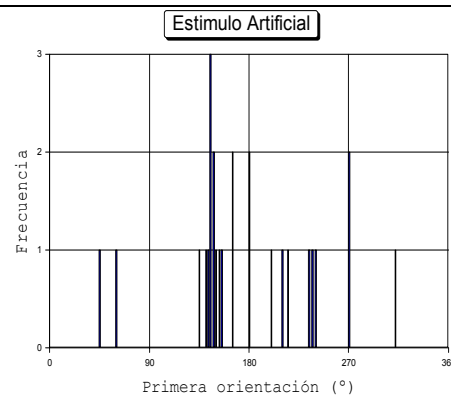


Figura 99. Orientaciones y frecuencias del primer evento en trayectorias de escape registradas en el Estímulo Artificial.

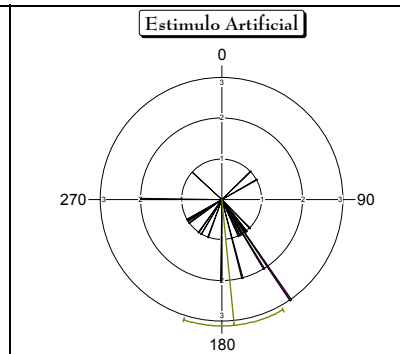


Figura 100. Diagrama de Rosa representando las orientaciones del primer evento en el Estímulo Artificial, indicando límites de confianza y promedio.

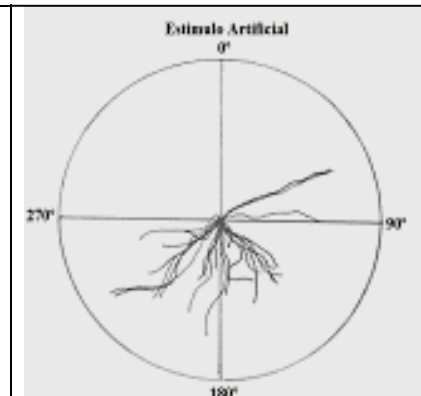
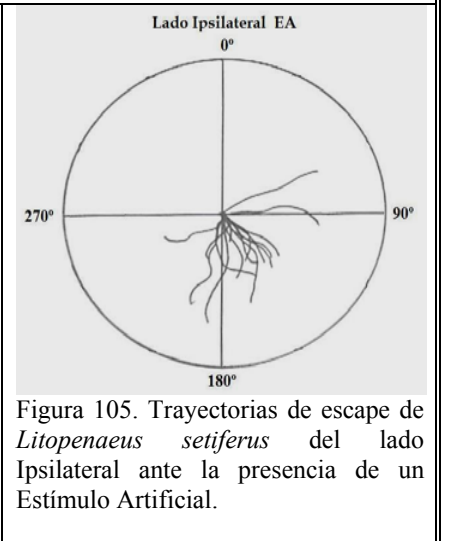
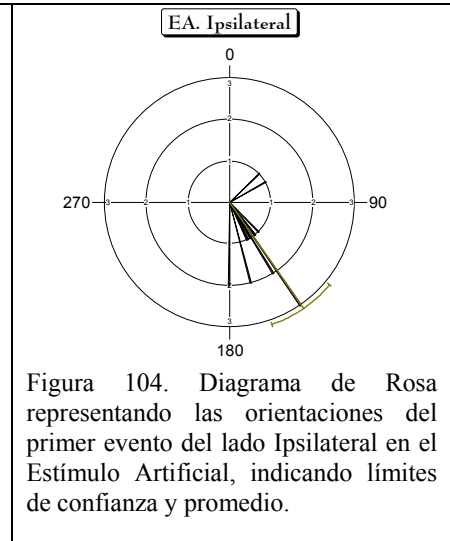
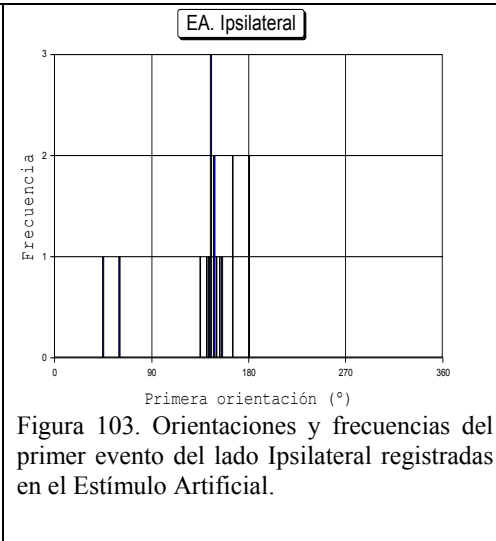
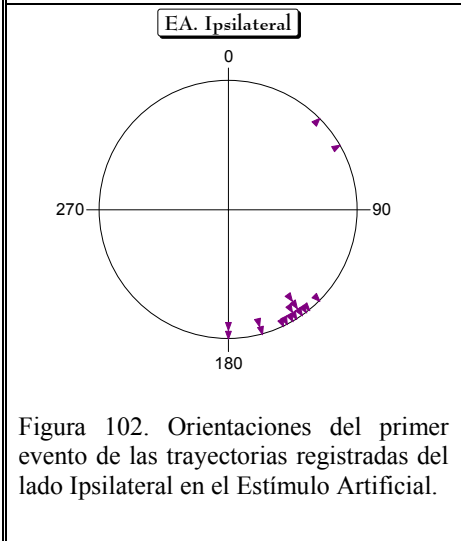
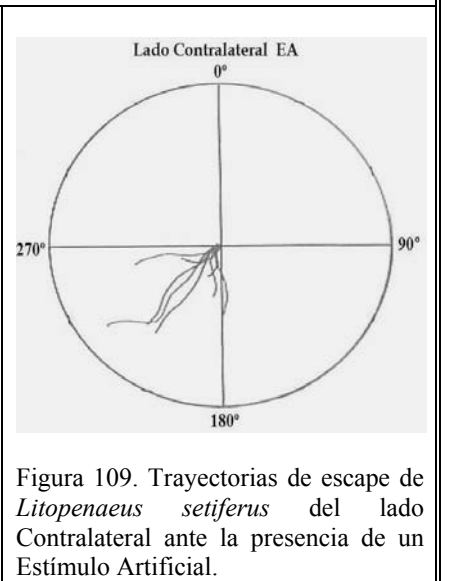
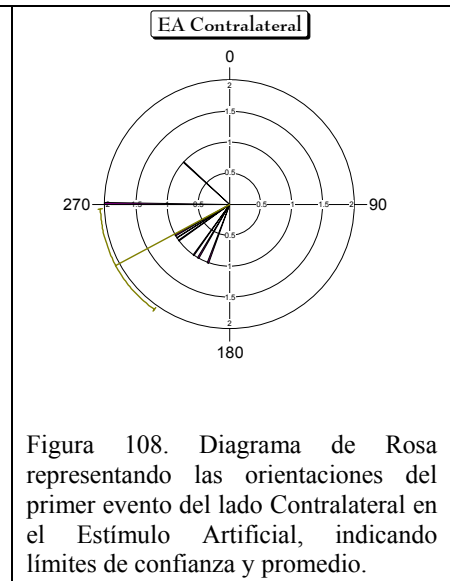
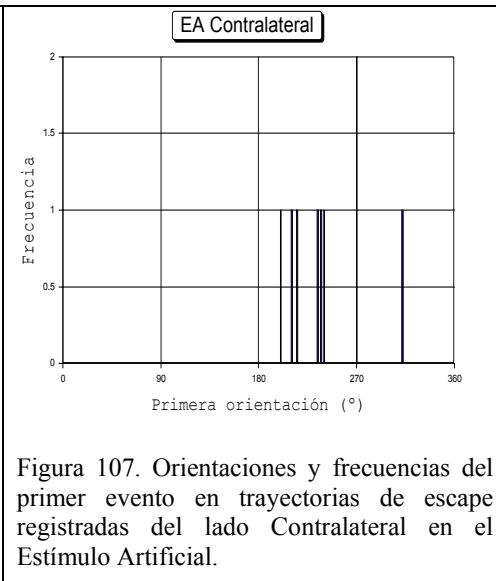
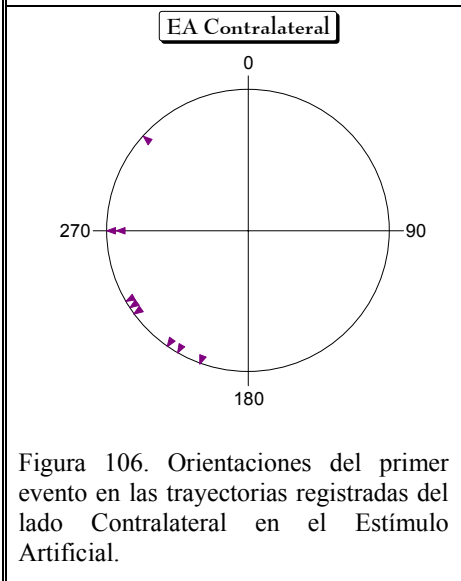


Figura 101. Trayectorias de escape de *Litopenaeus setiferus* ante la presencia de un Estímulo Artificial.

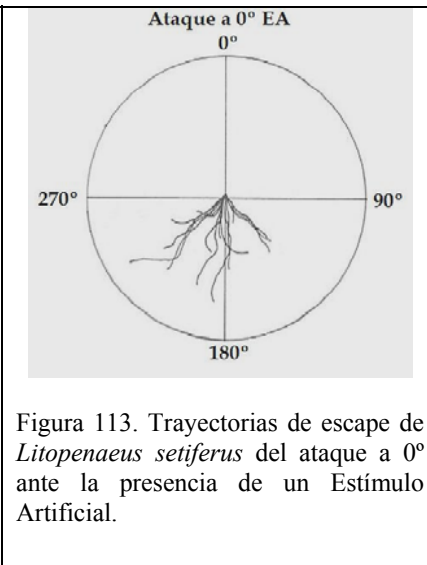
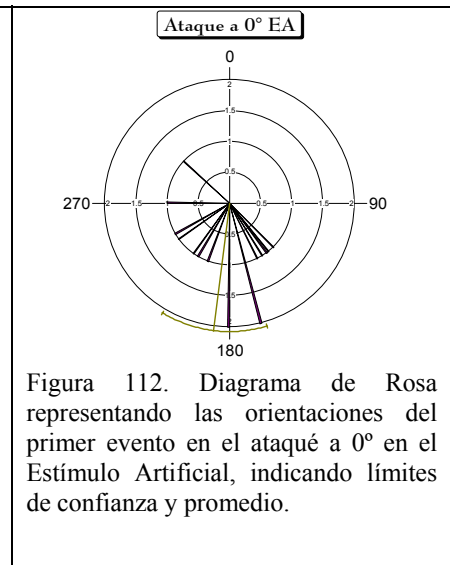
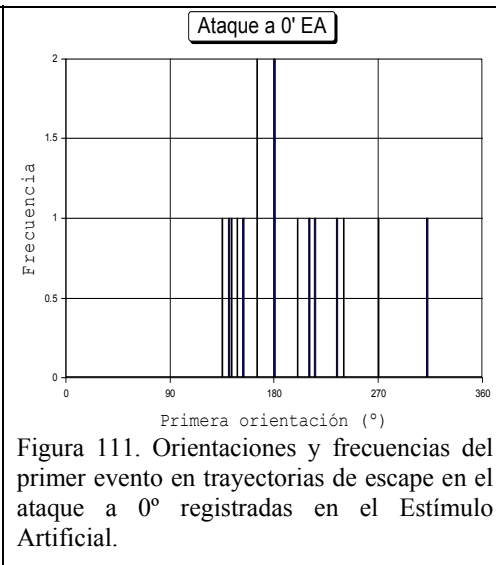
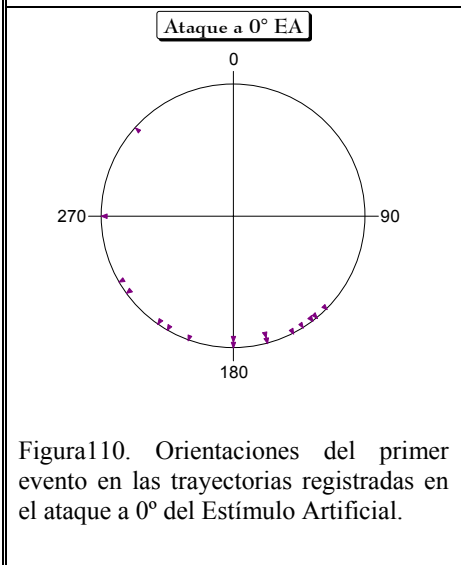
Cuadro 5. Resultados gráficos de las respuestas al Estímulo Artificial lado Ipsilateral



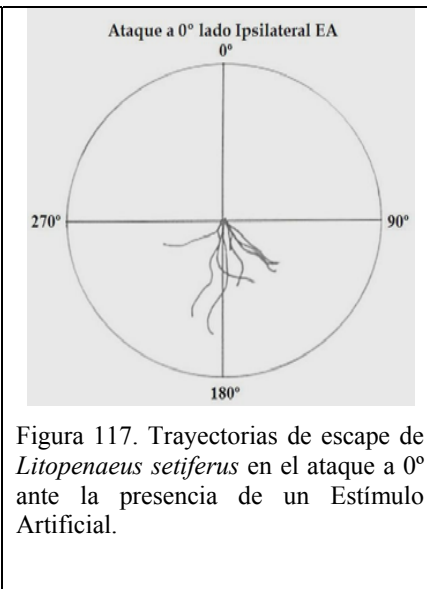
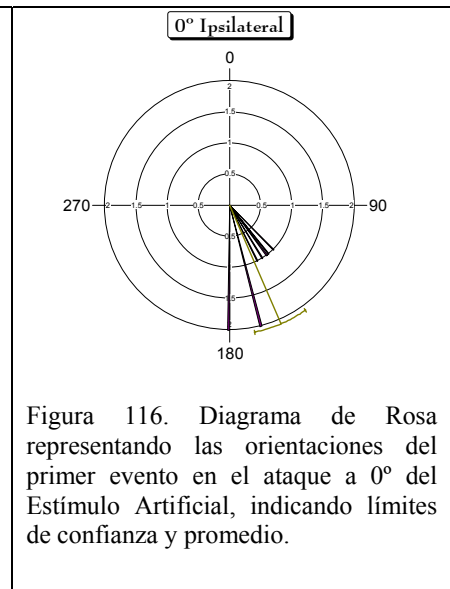
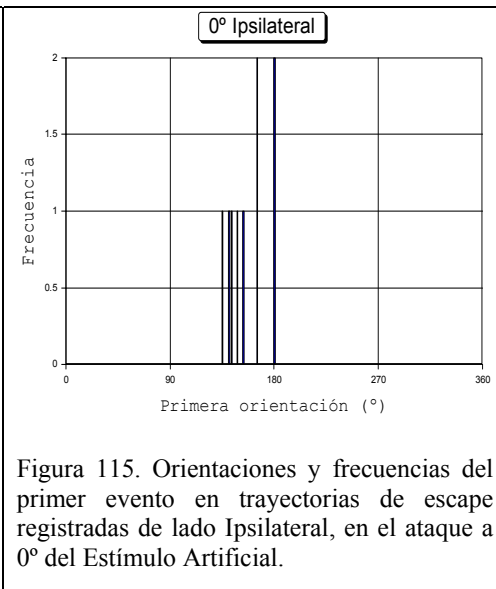
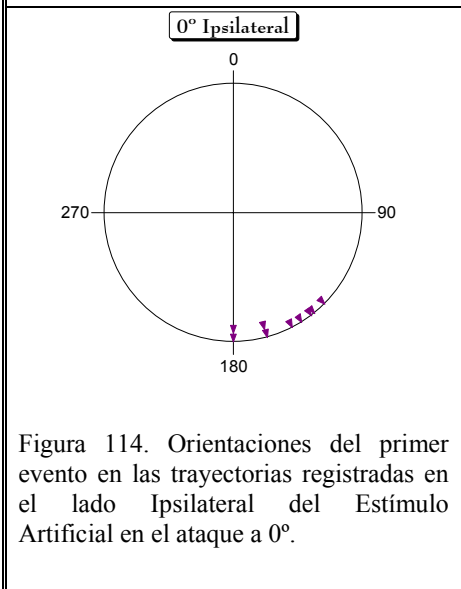
Cuadro 6. Resultados gráficos de las respuestas al Estímulo Artificial lado Contralateral



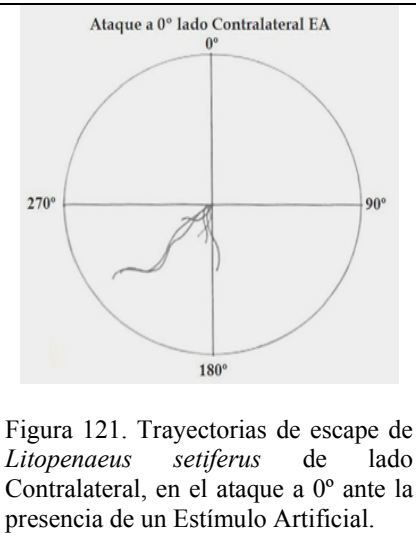
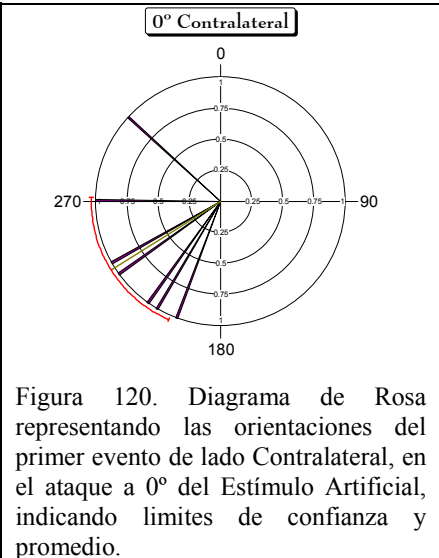
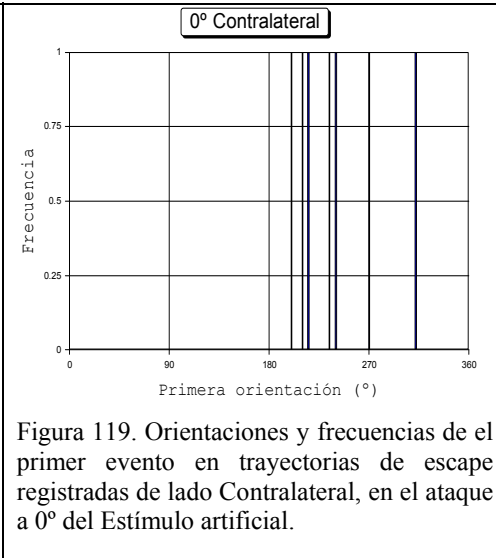
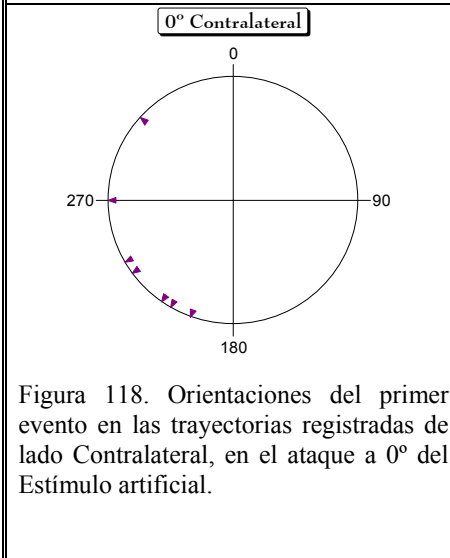
Cuadro 7. Resultados gráficos del ataque a 0° del Estímulo Artificial



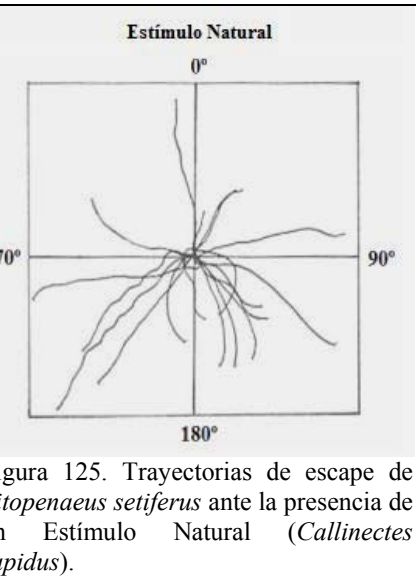
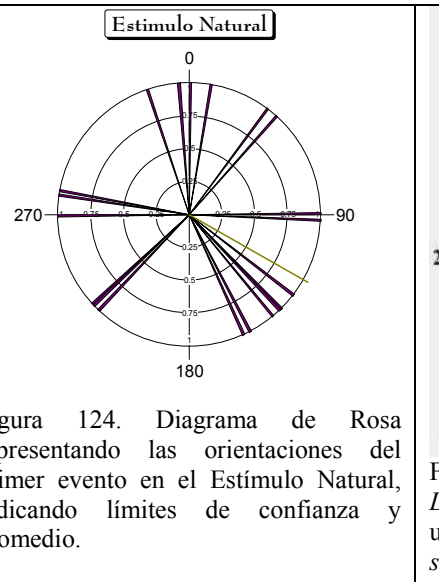
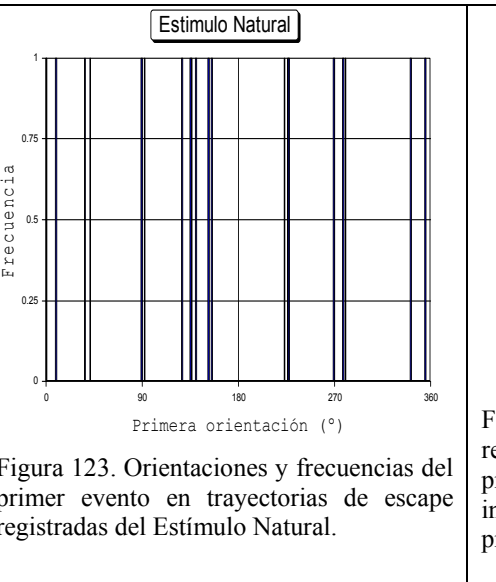
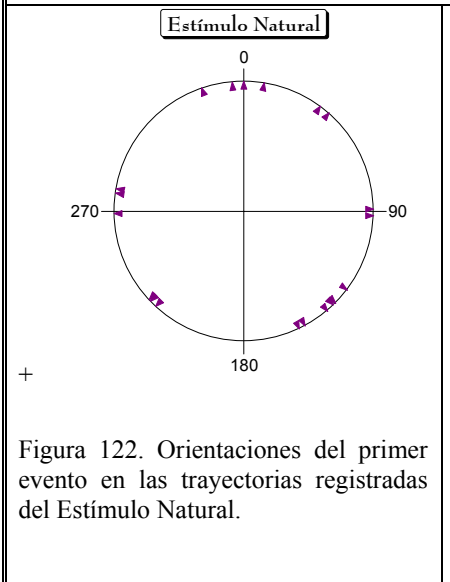
Cuadro 8. Resultados gráficos del ataque a 0° lado Ipsilateral de EA



Cuadro 9. Resultados gráficos del ataque a 0° lado Contralateral de EA



Cuadro 10. Resultados gráficos de la respuesta al Estímulo Natural



Cuadro 11. Resultados gráficos de la respuesta al Estímulo Natural lado Ipsilateral

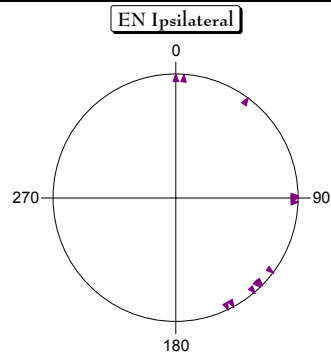


Figura 126. Orientaciones del primer evento en las trayectorias registradas de lado Ipsilateral en el Estímulo Natural.

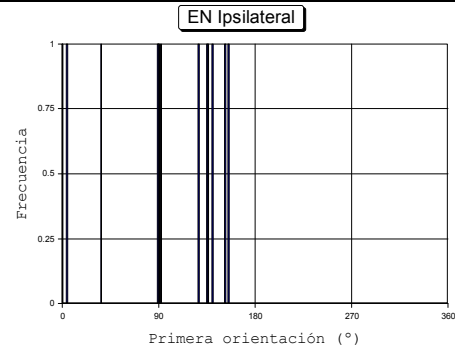


Figura 127. Orientaciones y frecuencias del primer evento en trayectorias de escape de lado Ipsilateral registradas en el Estímulo Natural.

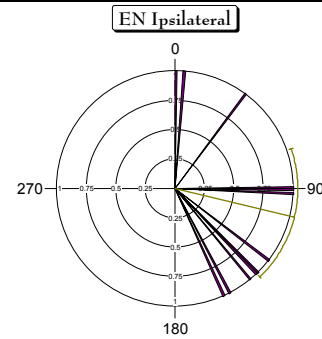


Figura 128. Diagrama de Rosa representando las orientaciones del primer evento de lado Ipsilateral en el Estímulo Natural, indicando límites de confianza y promedio.

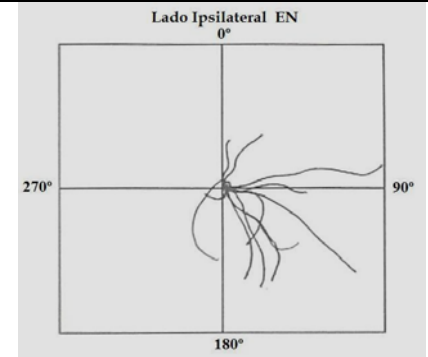


Figura 129. Trayectorias de escape de *Litopenaeus setiferus* de lado Ipsilateral ante la presencia de un Estímulo Natural (*Callinectes sapidus*).

Cuadro 12. Resultados gráficos de la respuesta al Estímulo Natural lado Contralateral

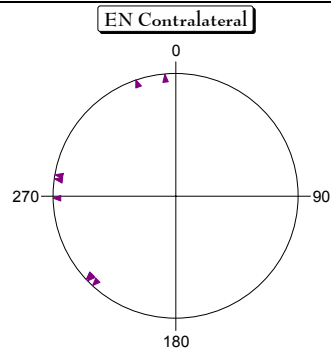


Figura 130. Orientaciones del primer evento en las trayectorias registradas de lado Contralateral en el Estímulo Natural.

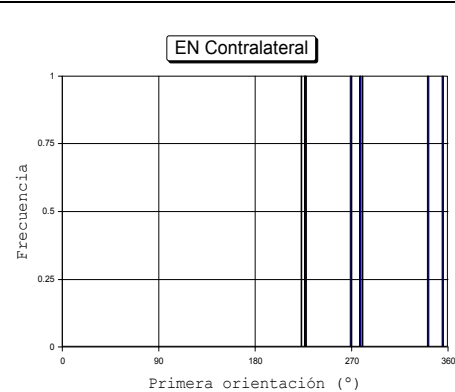


Figura 131. Orientaciones y frecuencias del primer evento en trayectorias de escape de lado Contralateral registradas en el Estímulo Natural.

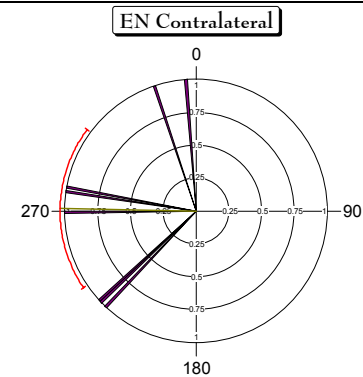


Figura 132. Diagrama de Rosa representando las orientaciones del primer evento de lado Contralateral en el Estímulo Natural, indicando límites de confianza y promedio.

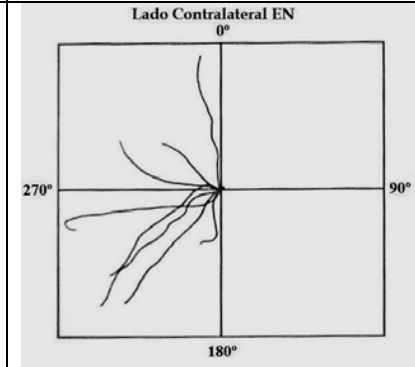


Figura 133. Trayectorias de escape de *Litopenaeus setiferus* de lado Contralateral ante la presencia de un Estímulo Natural (*Callinectes sapidus*).

Cuadro 3 3. Resultados gráficos de la respuesta a los ataques en el Cuadrante Anterior en EN

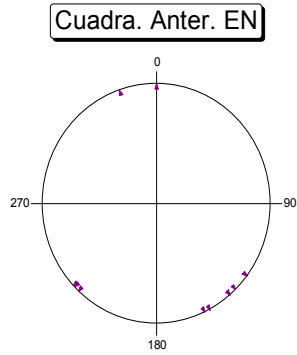


Figura 134. Orientaciones del primer evento en las trayectorias registradas en el Cuadrante Anterior en el Estímulo Natural.

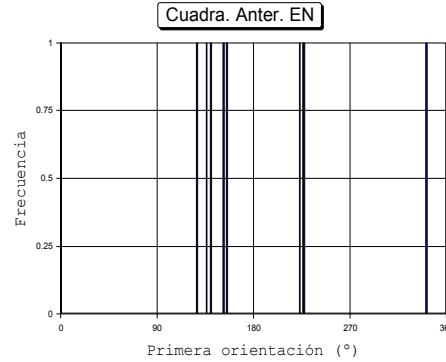


Figura 135. Orientaciones y frecuencias del primer evento en trayectorias de escape en al Cuadrante anterior en el Estímulo Natural.

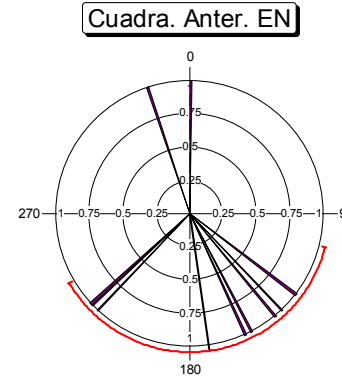


Figura 136. Diagrama de Rosa representando las orientaciones del primer evento en el Cuadrante Anterior en el Estímulo Natural, indicando límites de confianza y promedio.

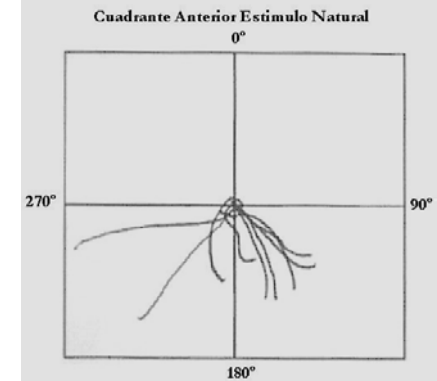


Figura 137. Trayectorias de escape de *Litopenaeus setiferus* en el Cuadrante Anterior ante la presencia de un Estímulo Natural (*Callinectes sapidus*)

Cuadro 14. Resultados gráficos de la respuesta del lado Ipsilateral en el Cuadrante Anterior en el Estímulo Natural

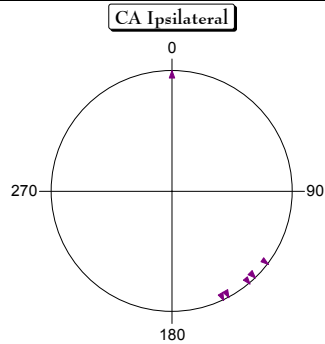


Figura 138. Orientaciones del primer evento en las trayectorias registradas de lado Ipsilateral en el Cuadrante Anterior en el Estímulo Natural.

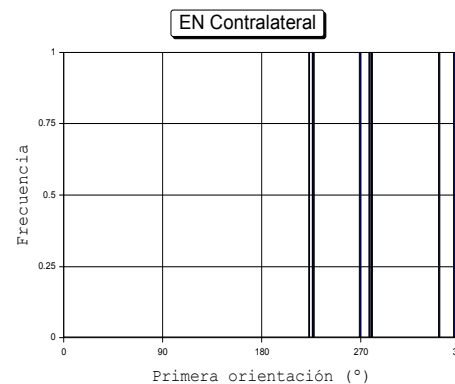


Figura 139. Orientaciones y frecuencias del primer evento en trayectorias de escape de lado Ipsilateral en el Cuadrante Anterior registradas en el Estímulo Natural.

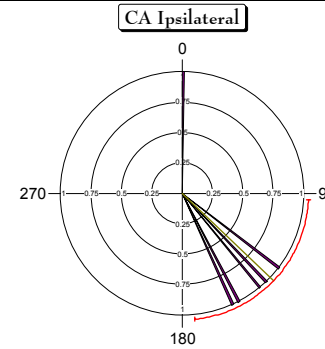


Figura 140. Diagrama de Rosa representando las orientaciones del primer evento de lado Ipsilateral en el Cuadrante Anterior en el Estímulo Natural, indicando límites de confianza y promedio.

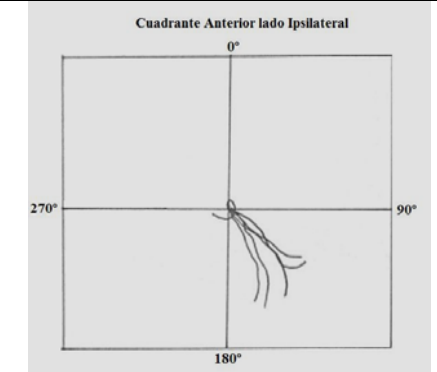


Figura 141. Trayectorias de escape de *Litopenaeus setiferus* de lado Ipsilateral en el Cuadrante anterior, ante la presencia de un Estímulo Natural (*Callinectes sapidus*).

Cuadro 15. Resultados gráficos de la respuesta del lado Contralateral en el Cuadrante Anterior en el Estímulo Natural

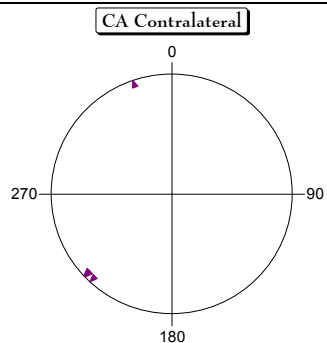


Figura 142. Orientaciones del primer evento en las trayectorias registradas de lado Contralateral en el Cuadrante Anterior en el Estímulo Natural.

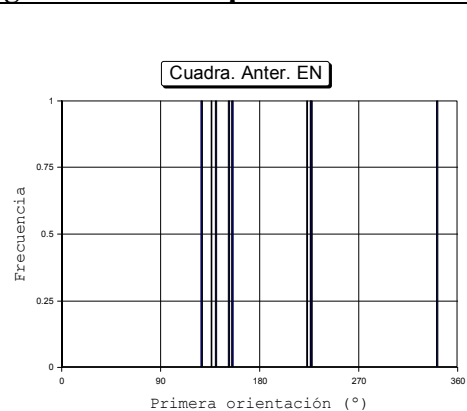


Figura 143. Orientaciones y frecuencias del primer evento en trayectorias de escape de lado Contralateral en el Cuadrante Anterior registradas en el Estímulo Natural.

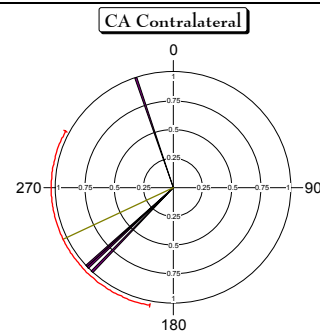


Figura 144. Diagrama de Rosa representando las orientaciones del primer evento de lado Contralateral en el Cuadrante Anterior, en EN, indicando límites de confianza y promedio.

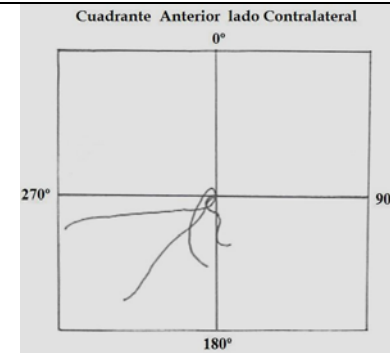


Figura 145. Trayectorias de escape de *Litopenaeus setiferus* de lado Contralateral en el Cuadrante Anterior, ante la presencia de un Estímulo Natural (*Callinectes sapidus*).

Cuadro 16. Resultados gráficos de la respuesta a los ataques en el Cuadrante Posterior en EN

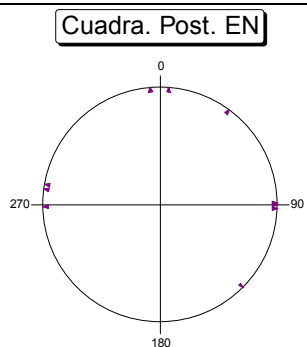


Figura 146. Orientaciones del primer evento en las trayectorias registradas en ataques en el cuadrante posterior en el Estímulo Natural.

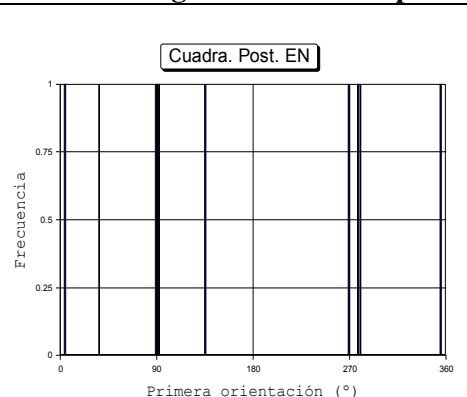


Figura 147. Orientaciones y frecuencias del primer evento en trayectorias de escape en ataques presentes en el Cuadrante Posterior registradas en el Estímulo Natural.

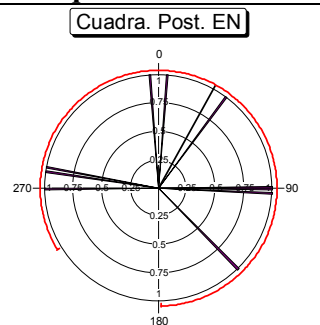


Figura 148. Diagrama de Rosa representando las orientaciones del primer evento en ataques presentes en el Cuadrante Posterior en el Estímulo Natural, indicando límites de confianza y promedio.

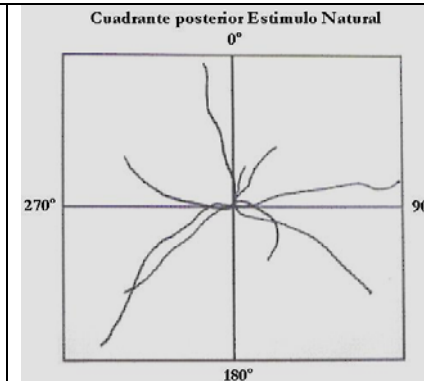


Figura 149. Trayectorias de escape de *Litopenaeus setiferus* en ataques presentes en el Cuadrante Posterior, ante la presencia de un Estímulo Natural (*Callinectes sapidus*).

Cuadro 17. Resultados gráficos de la respuesta del lado Ipsilateral en el Cuadrante Posterior en el Estímulo Natural

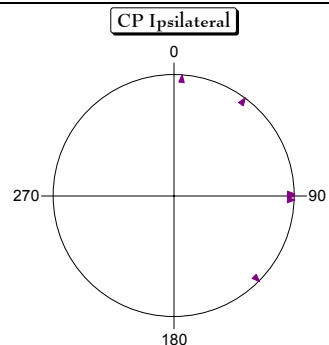


Figura 150. Orientaciones del primer evento en las trayectorias registradas de lado Ipsilateral en el Cuadrante Posterior en el Estímulo Natural.

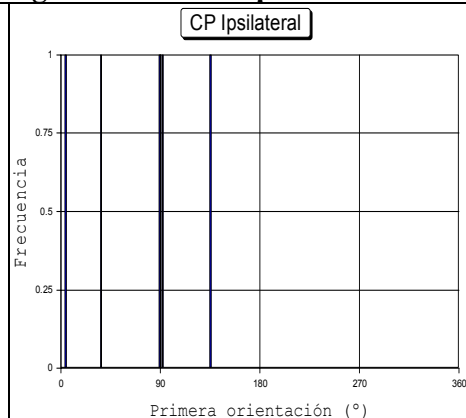


Figura 151. Orientaciones y frecuencias del primer evento en trayectorias de escape de lado Ipsilateral en el Cuadrante Posterior registradas en el Estímulo Natural.

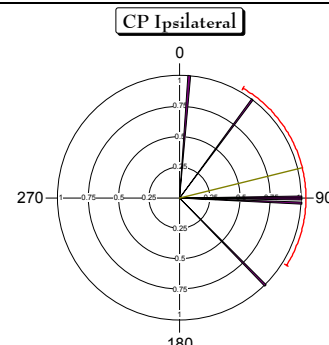


Figura 152. Diagrama de Rosa representando las orientaciones del primer evento de lado Ipsilateral en el Cuadrante Posterior en el Estímulo Natural, indicando límites de confianza y promedio.

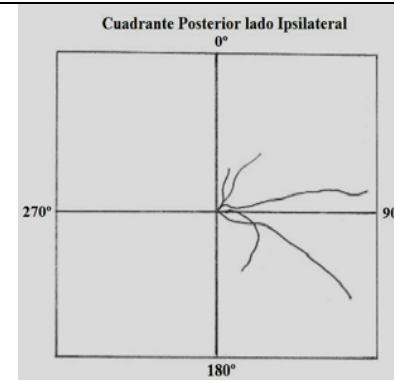


Figura 153. Trayectorias de escape de *Litopenaeus setiferus* de lado Ipsilateral en el Cuadrante Posterior, ante la presencia de un Estímulo Natural (*Callinectes sapidus*).

Cuadro 18. Resultados gráficos de la respuesta del lado Contralateral en el Cuadrante Posterior en el Estímulo Natural

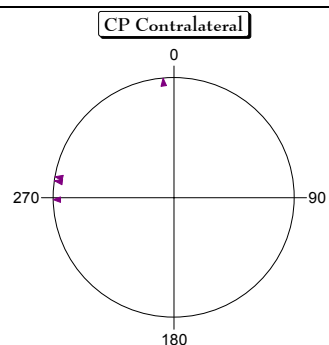


Figura 154. Orientaciones del primer evento en las trayectorias registradas de lado Contralateral en el Cuadrante Posterior en el Estímulo Natural.

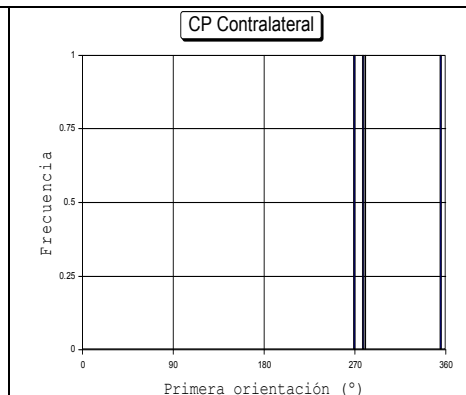


Figura 155. Orientaciones y frecuencias del primer evento en trayectorias de escape de lado Contralateral en el Cuadrante Posterior registradas en el Estímulo Natural.

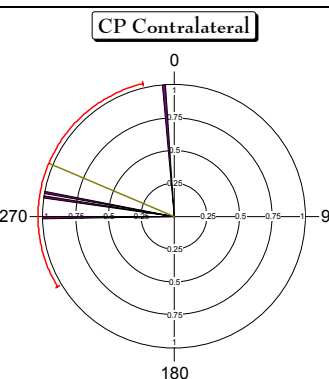


Figura 156. Diagrama de Rosa representando las orientaciones del primer evento de lado Contralateral en el Cuadrante Posterior en el Estímulo Natural, indicando límites de confianza y promedio.

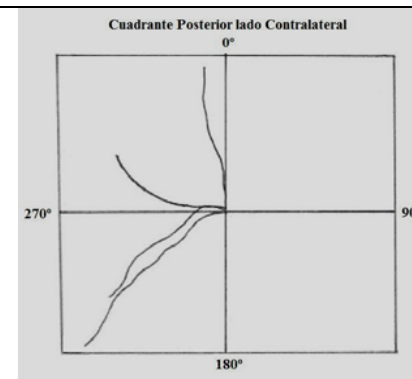


Figura 157. Trayectorias de escape de *Litopenaeus setiferus* de lado Contralateral en el Cuadrante Posterior, ante la presencia de un Estímulo Natural (*Callinectes sapidus*).

RESULTADOS DE LAS PRUEBAS ESTADÍSTICAS

Para complementar el análisis descriptivo de los gráficos de los datos de primera orientación de cada uno de los tipos de ataque y su lado de respuesta, se presentan los valores resultantes del ángulo promedio, su concentración y desviación estándar. (Cuadro 19)

Para comprobar los supuestos de normalidad circular se aplicó la prueba de Kuiper, encontrando los siguientes resultados (Cuadro 20), estos permiten observar si todos los tipos de ataque en determinado lado se ajustan a la normalidad, excepto las orientaciones del lado Ipsilateral dentro del Estímulo Artificial ya que la probabilidad es menor a 0.05 (<0.05), se aplicó esta prueba, ya que no se pudo aplicar la prueba de Ji-cuadrada circular (la más recomendada), pues requiere de frecuencias mayores a cuatro por cada clase, además Oriana no calculó todos los valores de la prueba de Watson (segunda recomendación), sin embargo los valores de esta prueba concordaban con los de Kuiper en la regla de decisión, se optó por la recomendación de Zar, utilizar la prueba de Kuiper, solo uno de los lados de escape del Estímulo Artificial no se ajustó a la distribución de von Mises (Cuadro 20), por lo que se tuvo que aplicar una prueba no paramétrica de uniformidad diferente a Rayleigh (Cuadro 21), usada para analizar los demás datos, Zar recomienda usar la prueba de Rao (Cuadro 22), estas pruebas indicaron cuales eran las distribuciones uniformes. Las distribuciones uniformes son aquellas que no tienen concentraciones significativas.

Cuadro 19. Resultados de los análisis básicos de cada uno de los tipos de ataque y su lado de respuesta.								
Análisis básicos								
Variable	Estímulo Artificial	EA. I Ipsilateral	EA Contralateral	Ataque a 0' EA	0° Ipsilateral	0° Contralateral	Estímulo Natural	EN Ipsilateral
No. de Observaciones	26	17	9	16	9	7	20	12
Promedio angular	174.391°	145.305°	241.731°	187.224°	156.613°	237.804°	119.691°	103.645°
Concentración	1.491	3.568	2.42	1.963	9.523	1.896	0.187	1.555
Varianza Circular	0.404	0.154	0.158	0.307	0.037	0.184	0.907	0.366
Variable	EN Contralateral	Cuadra. Anter. EN	CA Ipsilateral	CA Contralateral	Cuadra. Post. EN	CP Ipsilateral	CP Contralateral	
No. de Observaciones	8	10	6	4	10	6	4	
Promedio angular	271.339°	171.968°	133.528°	244.691°	28.743°	76.074°	292.87°	
Concentración	1.819	0.669	1.814	1.623	0.207	1.327	1.309	
Varianza Circular	0.31	0.592	0.304	0.32	0.729	0.251	0.169	

Cuadro 20. Resultados de la prueba de función distribucional <u>Kuiper</u> a los datos del primer evento								
Variable	Estímulo Artificial	EA. Ipsilateral	EA Contralateral	Ataque a 0° EA	0° Ipsilateral	0° Contralateral	Estímulo Natural	EN Ipsilateral
Tipo de dato	ángulo	ángulo	ángulo	ángulo	ángulo	ángulo	ángulo	ángulo
No. de Observaciones	26	17	9	16	9	7	20	12
Prueba de Kuiper (von Mises, V)	1.613	1.821	1.089	1.093	0.837	1.171	0.976	1.266
Prueba de Kuiper (p)	0.15 > p > 0.10	< 0.05	> 0.15	> 0.15	> 0.15	> 0.15	> 0.15	> 0.15
Variable	EN Contralateral	Cuadra. Alter. EN	CA Ipsilateral	CA Contralateral	Cuadra. Post. EN	CP Ipsilateral	CP Contralateral	
Tipo de dato	ángulo	ángulo	ángulo	ángulo	ángulo	ángulo	ángulo	
No. de Observaciones	8	10	6	4	10	6	4	
Prueba de Kuiper (von Mises, V)	1.103	1.278	1.63	1.641	1.133	1.297	1.543	
Prueba de Kuiper (p)	> 0.15	> 0.15	0.10 > p > 0.05	0.10 > p > 0.05	> 0.15	> 0.15	0.15 > p > 0.10	

Resultados de la aplicación de las pruebas de uniformidad circular Rayleigh (Cuadro 21) prueba paramétrica de distribución de uniformidad de todas las muestras que se ajustaron a la distribución de von Mises, con valores de z y p , la cual indica a excepción de CA lado Contralateral y CA en EN, las muestras no presentan distribución uniforme ya que cada una de las probabilidades es menor a 0.05; y la prueba de Rao (Cuadro 22) prueba no paramétrica para el lado Ipsilateral del Estímulo Artificial que no se ajusto a la distribución de von Mises, presenta el valor de U y p esta prueba indica que la distribución no es uniforme ya que la probabilidad es menor a 0.01.

Cuadro 21. Resultados de la aplicación de la prueba de <u>Rayleigh</u> a los datos del primer evento							
Variable	Estímulo Artificial	EA Contralateral	Ataque a 0' EA	0° Ipsilateral	0° Contralateral	Estímulo Natural	EN Ipsilateral
Tipo de dato	ángulo	ángulo	ángulo	ángulo	ángulo	ángulo	ángulo
No. de Observaciones	26	9	16	9	7	20	12
Prueba de Rayleigh (Z)	9.225	6.377	7.68	8.344	4.661	0.173	4.822
Prueba de Rayleigh (p)	4.38E-05	4.10E-04	1.75E-04	0	0.005	0.845	0.006
Variable	EN Contralateral	Cuadra. Anter. EN	CA Ipsilateral	CA Contralateral	Cuadra. Post. EN	CP Ipsilateral	CP Contralateral
Tipo de dato	ángulo	ángulo	ángulo	ángulo	ángulo	ángulo	ángulo
No. de Observaciones	8	10	6	4	10	6	4
Prueba de Rayleigh (Z)	3.811	1.664	2.907	1.849	0.733	3.369	2.761
Prueba de Rayleigh (p)	0.017	0.192	0.048	0.161	0.492	0.027	0.053

Cuadro 22. Resultados de la Prueba de <u>Rao</u> para EA Ipsilateral.	
Prueba de Rao	
Variable	EA. Ipsilateral
Tipo de dato	ángulo
No. de Observaciones	17
Prueba de Rao (U)	257.647
Prueba de Rao (p)	< 0.01

Prueba de Watson y Williams (prueba paramétrica para analizar si los lados de cada tipo de ataque son iguales o diferentes) la prueba indica el valor crítico F , probabilidad y grados de libertad, todos los lados son diferentes al ser la probabilidad menor a 0.05 (Cuadro 2).

Cuadro 23. Resultados de la prueba de <u>Watson-Williams</u> de cada uno de los tipos de ataque y su lado de respuesta.				
PRUEBA DE WATSON-WILLIAMS				
Variables (y observaciones)	F	p	gl	gl2
0° Ipsilateral y 0° Contralateral (9 y 7)	30.457	7.56E-05	1	14
EN Ipsilateral y EN Contralateral (12 y 8)	33.744	1.67E-05	1	18
Cuadra. Anter. EN y Cuadra. Post. EN (10 y 10)	8.862	0.008	1	18
CA Ipsilateral y CA Contralateral (6 y 4)	8.739	0.018	1	8
CP Ipsilateral y CP Contralateral (6 y 4)	22.42	0.001	1	8

Prueba de Watson U^2 (no paramétrica) para analizar si existe diferencia significativa en los lados del Estímulo Artificial (Cuadro 24), indicando el valor crítico U^2 , probabilidad y grados de libertad, esta prueba indica que no existe diferencia significativa ya que la probabilidad es menor a 0.001 (< 0.001).

Cuadro 24. Resultados de la Prueba de <u>Watson</u> para EA Ipsilateral y EA Contralateral				
PRUEBA DE WATSON U^2				
Variables (y observaciones)	U^2	p	gl	gl2
EA. Ipsilateral y EA Contralateral (17 y 9)	0.53	< 0.001	9	17

Prueba de Watson-Williams (paramétrica) para analizar si existe diferencia significativa en ambos tipos de estímulos (Cuadro 25) indicando el valor crítico F , probabilidad y grados de libertad, indica que no existe diferencia alguna en sus promedios ya que el valor de la probabilidad es mayor a 0.05. ($p = 0.212$).

Cuadro 25. RESULTADOS DE LA PRUEBA DE <u>WATSON-WILLIAMS</u> PARA LOS DOS TIPOS DE ESTÍMULO.			
PRUEBA DE WATSON-WILLIAMS			
Variables (y observaciones)	F	p	gl
Estímulo Artificial y Estímulo Natural (26 y 20)	1.604	0.212	1

Con los resultados teóricos, gráficos, estadístico descriptivos e inferenciales, se procede a realizar la discusión de estos en el siguiente capítulo.

DISCUSIÓN DE RESULTADOS

Para una mejor búsqueda y asimilación de la información el tema se dividió en tres bloques de información: estadística circular, trayectorias de escape y ecología del comportamiento en organismos. Cada uno de estos bloques engloba varios subtemas afines, los cuales tienen mucho peso para comprender su entorno. La búsqueda se realizó en la base de datos de la UNAM, DGBIBLIO, en las bibliotecas de la Facultad de Ciencias, FES Zaragoza, IPN, IIMAS, UAM: Iztapalapa y Xochimilco.

Dentro del análisis de información referente a la estadística circular, para este trabajo se ubicaron principalmente aplicaciones biológicas, fundamentos teóricos, fundamentos prácticos, técnicas y software apropiado con el fin de tener los elementos básicos y metodológicos para su posterior aplicación.

Se puede mencionar que para este trabajo, solo algunos autores tales como Mardia (1972), Batschelet (1981), Fisher (1993), Jammalamadaka y SenGupta (2001) y Zar (1996) son de los pocos matemáticos en trabajar esta novedosa técnica matemática.

Para analizar los fundamentos teóricos prácticos de la estadística circular se requiere de una previa asimilación de conceptos, análisis y aplicación de conceptos matemáticos tales como de geometría, trigonometría, círculo, radio, coordenadas, función seno, función coseno, plano cartesiano, grados y radianes, siendo también necesario conocer matemáticamente el manejo y uso de la estadística lineal, como el promedio, la desviación estándar, la varianza, los límites de confianza, pruebas de hipótesis, pruebas paramétricas, pruebas no paramétricas, nivel de significancia, tablas de valores críticos y pruebas estadísticas, conceptos que son parecidos entre un tipo de estadística y otra.

Fisher (1993) y Batschelet (1981) son de los pocos autores que presentan la historia que ha tenido la Estadística circular además de realizar una completa descripción de estos gráficos al mencionar el diagrama de rosa, histograma circular, gráfica de datos originales e histograma lineal. Mardia (1972) hace mención de las aplicaciones de la estadística circular en áreas científicas, como Biología, Geografía, Geología, entre otras, de una manera más detallada. Todos los autores presentan ejemplos de sus técnicas, solo que pocos presentan ejemplos biológicos, de todos los autores, solo Batschelet (1981) ejemplifica con experimentos biológicos hechos por biólogos. Dentro de la estadística inferencial no todos los autores hacen una clara diferencia entre el tipo de estadística a usar (paramétrica y no paramétrica), su aplicación a una o más muestras, tipo de distribución entre otras características. Una clasificación más detallada es la descrita por Zar (1996), el cual dentro de cada clasificación (tipo de estadística, distribución y número de muestra) describe varias técnicas apropiadas. Mardia (1972) y Batschelet (1981) complementan el estudio de la estadística circular con una introducción a la estadística esférica, un avance mayor al estudio tridimensional, la estadística esférica se basa en algunos preceptos de la estadística circular de manera que algunos factores ya están determinados y otros los complementan, por ejemplo el eje x e y ya están determinados, pero en la distribución esférica el eje z los complementa.

Se implementó un solo método descriptivo de las técnicas más utilizadas que fuera explicativo y aplicativo, ya que el lenguaje matemático es muy teórico, los autores difieren entre el simbolismo de los modelos numéricos, de manera que puede llegar a ser confusa la asimilación de una técnica. Un buen complemento para Biología es unificar la teoría y práctica de Batschelet (1981) y Zar (1996), ya que uno introduce de manera objetiva tanto los detalles como el propósito, la idea básica, el planteamiento de hipótesis, prueba estadística a utilizar y regla de decisión; el otro describe de manera numérica toda la técnica utilizando todos los resultados obtenidos y no sólo los más importantes como lo hace Batschelet (1981), Mardia (1972) y Fisher (1993) complementan muy poco la fusión de métodos, ya que Batschelet (1981) engloba muy bien los detalles teóricos.

Las técnicas de estadística circular de tipo inferencial descritas en este trabajo no son las únicas, pero si son de las más conocidas y utilizadas, además de que el software estadístico Oriana contiene estos análisis, lo que permite conocer cada técnica de manera teórica-numérica y hacer el cálculo de manera más rápida, de modo que se tenga más accesibilidad a cada una de las técnicas. Sin embargo, el conjunto de técnicas es muy grande, existen técnicas no paramétricas que se basan en la localización de la mediana así como en el cálculo de intervalos, existe la correlación y la regresión de tipo circular paramétrica y no paramétrica, series de escala circular parecidas a las matrices, entre otras, algunas son de mayor complejidad para analizar y comprender, se tendría que invertir mucho tiempo en cada una de ellas y caen fuera del alcance de este trabajo.

Con respecto a la búsqueda de trayectorias de escape, se encontraron escasos artículos, que estudien las trayectorias de escape en organismos, se encontró información sobre estudios de orientación en organismos como salamandras y cangrejos además de otros crustáceos de menor tamaño como el camarón europeo *Cragon cragon* (Arnott y col, 1998 y 1999), los cuales describen el mecanismo que realiza el camarón para escapar llamado “tail flip” (“coletazo”) así como la descripción de método de estudio en trayectorias de escape, describiendo el microecosistema experimental, el tipo de estímulo, análisis de movimientos y orientaciones utilizando video y computadora, clasificación de datos de orientación, y pruebas estadísticas de tipo circular (Prueba de Rayleigh y Prueba de Watson-Williams) para analizar los datos resultantes. Además de hacer otros tipos de análisis de vídeo, como la secuencia paso a paso del movimiento anatómica del camarón y el uso de modelos de evasión. El experimento de *Cragon cragon* fue fundamental para describir y analizar las trayectorias de camarón.

Arnott y col (1999) recomiendan realizar el análisis de datos circulares utilizando el software Oriana Ver. 2.0. Oriana es específico para realizar análisis estadístico circular, su uso es más sencillo y es compatible con los usuarios de Windows, ya que se maneja su entrada de datos en celdas, lo cual permite exportar e importar datos de programas como Excel, SPSS o Statgraphics. Se analizó su entorno con la ayuda del tutorial, para usarlo correctamente, una vez asimilado los fundamentos teóricos y prácticos de la estadística circular, se utilizaron los ejemplos numéricos que se encontraban en la bibliografía, corroborando su eficacia. Se resumieron los métodos más útiles para análisis de datos de tipo angular, desde abrir el programa hasta la realización de pruebas de hipótesis, solo se analizó el entorno de las aplicaciones de carácter biológico. La compañía Kovach Computing Services es quien distribuye el software en internet y se puede “bajar” un demo de 30 días.

Se necesita videografiar los movimientos del organismo ya que son demasiado rápidos para el ojo humano, pero con la ayuda de un software de reproducción, captura e edición de video como Pinnacle Studio Ver. 8 se puede analizar de manera más sencilla los movimientos. Conociendo la anatomía del camarón vista desde arriba se ubicó el contorno exacto del centro de masa, este tenía que ser visible para seguir los movimientos de la trayectoria, aquí se presenta un problema, si el camarón es muy pequeño es muy difícil seguir la localización exacta en el simulador del monitor del Pinnacle Studio Ver. 8, para esto se tendría que dibujar los ejes de los acetatos lo más fino que se pueda. No en todos los cuadros se alcanzaba a observar el movimiento del camarón completamente, existieron movimientos extremadamente rápidos que no se pudo localizar su exactitud de movimiento entre cuadro y cuadro.

Se puntea cada movimiento del centro de masa de la manera más fina, con la ayuda de un estilógrafo, de lo contrario un punto grueso puede abarcar más de una orientación, de modo que no se sabría cuál fue la exacta, antes de trazar la trayectoria sobre todos los puntos observados en el acetato, se extrapola con una línea recta: punto cero-primer orientación-circunferencia del acetato, con la ayuda de un transportador gradiente de 360° se obtuvo la orientación exacta, este método impide que haya errores de paralaje, ya que al principio se pensó en la localización de la primera orientación en acetatos cuadriculados, que permitieran obtener el valor del dato en sus funciones trigonométricas, lo cual sería adecuado si no se contara con un software que maneje datos angulares, los datos de la primera orientación se fueron clasificando para su comparación, con base en el tipo de estímulo, tipo de ataque y lado de escape finalmente se obtuvieron 15 muestras de datos angulares. Se obtuvo toda la trayectoria de cada experimento uniendo todos los puntos del acetato, cada trayectoria está dentro de un muestra de datos, esto por la clasificación de la primera orientación, conjuntándolas en un solo gráfico se obtuvieron los gráficos de trayectorias de escape, cada trayectoria se pintó en papel albanene, aquí se observó que varias de las trayectorias eran muy semejantes al comienzo de la trayectoria, esto puede ser confuso para pintarlas, el resultado fue que muchas trayectorias quedaran hacinadas una sobre la otra, se pensó en plasmar cada experimento de diferente color, pero seguía habiendo hacinamiento de colores, para resolverlo se manejaron dos tintas, la tinta del acetato de un color y la tinta del papel albanene de otro, y comenzando a dibujarla desde el final de la trayectoria hasta el inicio de esta. Para la digitalización de estos gráficos semitransparentes, se dibujaron en papel bond, el cual por medio de Word permitió hacer cuadrados divididos de forma exacta, para plasmar las trayectorias del Estímulo Natural y círculos divididos para las trayectorias del Estímulo Artificial, posteriormente se digitalizaron en la computadora.

Para hacer el análisis estadístico solo se tomó en cuenta la primera orientación que es la que determina el escape, sin considerar la orientación final, ya que esta es innecesaria para el análisis de patrones de conducta, podría ser de utilidad solo si se estudiara la distancia de la trayectoria con respecto a la orientación de ésta, teniendo un punto de referencia en el video que tenga un valor exacto, para poder hacer mediciones a escala; con la orientación final se podría hacer un análisis de correlación angular-lineal de la orientación y su velocidad, esto es difícil ya que la trayectoria no es una línea recta, lo que dificulta obtener un valor exacto de distancia recorrida, en determinado tiempo, se tendría que medir la distancia cuadro por cuadro lo más corto que se pueda, esto requiere de mucho tiempo y esfuerzo.

Antes de hacer análisis de tipo inferencial, como las pruebas recomendadas en la literatura, se resolvió hacer un análisis de dispersión teórica, lo preferible es basarse en una prueba seleccionada que permita determinar las pruebas necesarias para cada muestra, la mayoría de la gente que hace análisis estadístico suele hacerlo al revés, lo cual puede ocasionar análisis con un mayor grado de error, al no reunir el requisito necesario para su análisis. Pruebas como Ji-cuadrada, Watson, Kuiper permiten hacer este análisis de manera numérica, ya que el análisis gráfico no es muy confiable, pues los diagramas de dispersión pueden ser engañosos.

Tomando en cuenta lo anterior se aplicó una prueba de Kuiper a los datos para verificar el supuesto de normalidad circular, con base en este análisis, se aplicaron posteriormente pruebas de uniformidad (Rayleigh y Rao), y pruebas de comparación (Watson-Williams y Watson). El análisis estadístico hecho a los datos mostró que el Estímulo Artificial no presentó una distribución uniforme ($p=4.38E-05$) indicando que existen agrupaciones en estos datos, se observó que de 26 trayectorias 17 se presentaron en el lado Ipsilateral (Cuadro 2, 4, 20), sin embargo la distribución de este, no se ajustó a la distribución de von Mises ($p<0.05$), por lo que se le aplicó la prueba de Rao ($p<0.01$) indicando ausencia de uniformidad (Cuadro 20 y 22), posteriormente se aplicó la prueba de Watson (no paramétrica, por que una de las distribuciones no se ajustó a la distribución de von Mises), se encontró diferencia significativa entre ambos lados ($p=7.56E-05$) para comparar el lado Ipsilateral y el Contralateral, se encontró diferencia significativa entre ambos lados ($p=7.56E-05$) (Cuadro 24,5,6). En el ataque a 0° , único que se tomó en cuenta por presentar 16 trayectorias, número suficiente para realizar un análisis, las respuestas no presentaron una distribución uniforme ($p=1.75E-05$), indicando unidireccionalidad (Cuadro 2, 7 y 21), de las 16 trayectorias registradas, 9 se presentaron del lado Ipsilateral y 7 del lado Contralateral (Cuadro 8 y 9), la prueba de Watson y Williams indicó diferencia significativa entre ambos lados ($p=7.56E-05$), ver Cuadro 23.

El análisis global del Estímulo Natural indicó uniformidad en la distribución de las orientaciones de las trayectorias de escape ($p=0.845$), esto se puede deber a que los ataques de la jaiba fueron más homogéneos que los aplicados en el estímulo artificial que fueron determinados antes (Cuadro 20 y 10), sin embargo no se descarta un patrón de conducta ya que cuándo la distribución se dividió por lados Ipsilateral (Cuadro 11) y Contralateral (Cuadro 12), los análisis revelaron ausencia de uniformidad de las orientaciones, indicando concentración de datos (Cuadro 19). Los análisis hecho a los datos de orientación del Estímulo Natural indicaron que las orientaciones de escape presentaban una distribución uniforme, sin embargo también presentaba la mayoría de las trayectorias (12) en el lado Ipsilateral (Cuadro 3), por lo que se comparó sus lados, la prueba de Watson y Williams indicó que existe diferencia significativa entre estos ($p=1.67E-05$) ver cuadro 23. El cuadro 21 muestra los resultados del análisis hecho por la prueba de Rayleigh, a los cuadrantes anterior y posterior de ataque, esto reveló que ambos presentan una distribución uniforme ($CA=0.192$ y $CP=0.492$), sin embargo el cuadro 23 muestra los resultados de la prueba de Watson y Williams la cual indicó que las distribuciones de ambos cuadrantes, aunque uniformes en su distribución, son diferentes en sus promedios ($P=0.008$). Para corroborar esto se realizó un análisis comparativo de cada cuadrante con relación a sus lados Ipsilateral y Contralateral (Cuadro 5).

El Cuadrante Anterior presento 10 trayectorias (Cuadro 3 y 13), de las cuales 6 se presentaron en el lado Ipsilateral (Cuadro 14) y 4 de lado Contralateral (Cuadro 15) la prueba de Rayleigh indicó que únicamente el lado Contralateral esta uniformemente distribuido (Cuadro 21).

La prueba de Watson y Williams indicó que si existe diferencia entre el lado de escape en el Cuadrante Anterior (Cuadro 23). El Cuadrante Posterior también presentó 10 trayectorias (Cuadro 16), de las cuales 6 se presentaron en el lado Ipsilateral (Cuadro 17) y 4 en el lado Contralateral (Cuadro 18) la prueba de Rayleigh indicó que ambos lados presentan unidireccional o agrupación de datos (Cuadro 21).

Por último el análisis hecho a ambos estímulos se muestra en el Cuadro 25, este indica que los promedios son iguales ($p=0.212$), sin embargo también se puede interpretar como si las muestras fueran de una sola población (Zar, 1996), tomando en cuenta que los experimentos se realizaron con los mismos camarones, se puede argumentar que los patrones son específicos de la misma población, de ahí la importancia de analizar por tipo de ataque y lados de orientación de salida.

El análisis realizado indicó la existencia de patrones de comportamiento en las salidas direccionales del camarón, con respecto a esto, Wallace y col (1992) argumentan: “los organismos nacen con cierto repertorio de conducta”, la conducta evasiva del camarón ya está determinada como un patrón fijo de acción como lo denominan autores como Eibl (1979), Slater (1991), Manning y Stamp (1992); que solo se necesita un estímulo desencadenador como un ataque (Eibl, 1979; Drickramer y Vessey, 1994). En este caso la varilla de vidrio y el ataque de *Callinectes sapidus*.

Los dos estímulos aplicados a *Litopenaeus setiferus* no poseen las mismas características, por lo que el camarón no responde de igual manera en ambos estímulos (Eibl, 1979). Por otra parte Vaz (1984) menciona que “la potencia y característica del estímulo desencadenador aplicado determina la intensidad del patrón de conducta” esto se ve evidenciado en la diferencia de las trayectorias de escape en el estímulo artificial y el estímulo natural (ver Fig. 101 y Fig. 125) donde las respuestas del estímulo artificial son más cortas y más estereotipadas que las del estímulo natural.

En este trabajo el Estímulo Natural presentó diversos ataques en sus cuadrantes siempre y cuando el camarón se moviera dentro del entorno, el cual es el estímulo liberador para que la jaiba ataque. Arnott y col (1998) mencionan que el estímulo visual en camarones es de suma importancia en el éxito de escape ante un depredador, este sentido y la capacidad de percibir otros estímulos incondicionados producto de la presencia de la jaiba, generan una respuesta intensa, que se puede deber a que el camarón, al percibir la presencia de un depredador y un ataque de este, se concreta en escapar en la dirección más adecuada como mencionan Eibl (1979) y Vaz (1984).

Las trayectorias presentes en los cuadrantes presentaron el mismo número de trayectorias (diez) en ambos cuadrantes, el Cuadrante Anterior presentó más concentración (ver Fig. 140) que el posterior ($CA=0.669 > CP=0.207$, reportado en el cuadro 19).

Al analizar estas áreas, por lados de escape, el lado derecho siempre predominó en mayor concentración dentro del estímulo en general (ver Fig. 129; EN Ipsilateral =1.555 reportado en el cuadro 19) y dentro de la orientación de ataque (CA Ipsilateral =1.814 y CP Ipsilateral =1.327 reportado en el cuadro 19).

El hecho de que en la mayoría de las trayectorias se presenten del lado derecho se debe probablemente a que los patrones de conducta aunque son fijos y característicos de la especie y siempre se presentan a lo largo de la vida del organismo, estos tienen la capacidad de precisión, dirección y distancia de la fuente del estímulo, por lo que únicamente se necesita una experiencia desagradable para que el animal retenga información en su cerebro y posteriormente la aplique cuando reconozca el estímulo desencadenador como lo apoya Eibl (1979). Los camarones que han desarrollado tácticas de escape ante los estímulos, fijaron su curso de evasión hacia el lado derecho, incluso cuando se observó que el depredador se encontraba en esa misma dirección, aquí existe un punto interesante sobre el procesamiento de información; el camarón a pesar de percibir la presencia del depredador, si recibía un ataque de éste cerca o en la parte posterior y se orientaba hacia este mismo cuadrante del lado derecho preferentemente o de el lado izquierdo, que bien pudiera ser otra táctica de evasión para que el depredador lo pierda de vista al nadar bajo su cuerpo.

El estímulo natural, al ser un ataque de un depredador, presenta estímulos “incondicionados” como los llama Eibl (1979), en estos ataques no solo el estímulo desencadenador interviene en la respuesta, los estímulos “incondicionados” tales como señales químicas, visuales, olfativas y vibraciones, permiten al camarón conocer su entorno y adaptar su respuesta (Eibl, 1979; Vaz, 1984) particularmente por que su anatomía le permite ser un organismo mecanorreceptor, sus antenas y apéndices le permiten captar señales (estímulos) y realizar diversas formas de orientación (Vaz, 1984).

Con respecto al estímulo artificial, no se presentan los estímulos “incondicionales” que se presentaron en el estímulo artificial por lo que el camarón tiene que adaptarse a un ataque rápido que solo produce movimiento y ondas sonoras. Existe una clara evidencia de que si los ataques se efectúan cerca del área de la cabeza, el camarón tiende a escapar hacia el lado derecho, casi siempre hacia atrás, (ver Fig. 105) presentando una “taxía negativa” como denomina Slater (1991) a la respuesta dirigida en contra del estímulo aplicado. Las antenas son los órganos mas sensitivos del camarón, por lo que los estímulos percibidos suelen generar respuestas con un patrón de reacción tal como lo mencionan Van-Der (1971) y Barnes (1987) es decir si un camarón es atacado de frente su huida será mas estereotipada, lo que se demuestra con el análisis hecho a los datos de orientación del ataque a 0°. En este grupo de datos se encuentra la concentración más alta de todas (0° Ipsilateral = 9.523 reportado en el cuadro) lo que indica un alto grado de orientación (ver Fig. 113).

También se observó en los ataques que no se pudieron analizar vía estadística, que el camarón presentaba trayectorias relativamente cortas y variadas, siempre con una taxía negativa a la orientación de ataque. Vanz (1984) menciona que los crustáceos poseen pequeñas células sensoriales en todo su cuerpo que reciben constante información del entorno, pero estas células proporcionan áreas más sensitivas que otras por lo que un ataque a cualquier parte del cuerpo que **no** sea la cabeza y sin la presencia de otros estímulos “incondicionales” genera en una respuesta proporcional (Comparar Fig. 101 y 113).

Comprobado como se aplica la estadística circular a interacciones entre una presa y su depredador y otros estímulos parecidos cabe añadir que los biólogos se beneficiarían de gran manera si se permitieran manejar mas herramientas de carácter matemático y computacional, que complementen y faciliten sus investigaciones ya sean de carácter etológico u otro, la biología es un campo amplio para las aplicaciones estadísticas y no solo las tradicionales, existen diversas herramientas que son desconocidas pero que no es imposible conocerlas, aprenderlas y aplicarlas; como biólogo se estudian fenómenos cíclicos como los incendios, las tormentas, las lluvias , las sequías, la variación de las estaciones con la ayuda de la estadística circular se pudiera llevar un análisis mas exacto de las diferencias climáticas, se pudiera aplicar en los índices de reproducción, en nacimientos, muertes, migraciones anuales, crecimiento celular, parámetros químicos, etcétera que estén en intervalos de tiempo. El estudiar direcciones de organismos ya sean crustáceos, aves, peces y otros pequeños animales es ya una tarea del biólogo pero no del biólogo mexicano, de ahí la importancia de manejar diversas herramientas que permitan hacer estudios y tan avanzados como en otros países del mundo.

CONCLUSIONES

- El primer dato de orientación es el que determina el análisis de tipo estadístico, aunque la trayectoria complementa el análisis visual y gráfica de las orientaciones.

- Aplicar pruebas estadísticas de tipo circular a un estudio biológico implica, al igual que en la estadística lineal, verificar el cumplimiento de supuestos, como la normalidad circular, criterio valioso para validar la correcta selección y aplicación de las técnicas de Estadística circular.

- El análisis estadístico y de modelación gráfica de las orientaciones de las trayectorias de escape en *Litopenaeus setiferus*, con respecto a un estímulo aplicado y la interacción con el de depredador *Callinectes sapidus* indicó que:

a) Litopenaeus setiferus presenta patrones de comportamiento ante la presencia de un estímulo ya sea artificial (bastón) o natural (depredador).

b) Existe una clara diferencia en la presencia de las trayectorias en determinado tipo de ataque y lado de orientación de escape

c) El lado derecho del camarón es en su mayoría el preferido para orientarse y escapar

d) Las orientaciones con un patrón muy marcado de orientación se dan cuando se ataca directamente a la cabeza

e) Aunque el patrón de distribución es parecido para ambos estímulos, analizados a detalla presentan diferencias entre si.

f) La cercanía de un depredador produce trayectorias más largas y definidas que un estímulo artificial.

- El análisis estadístico hecho a datos de orientación del camarón *Litopenaeus setiferus*, corrobora lo que autores como Armin (1982), Harre y Lamb (1986), Wallace, King y Sanders (1992) mencionan como patrones fijos de conducta.

- El que *Litopenaeus setiferus* presente patrones de conducta de evasión ante ciertos ataques, incrementa su probabilidad de sobrevivir y decrece el éxito del depredador en un ataque directo.

- Aunque poco conocida la estadística circular es el método más adecuado para el análisis de datos de dirección y orientación dentro de estudios biológicos como la navegación de aves, trayectorias de animales, fenómenos cíclicos como las lluvias, tormentas o incendios, entre otros.

RECOMENDACIONES

- Un equipo de mayor resolución que permita observar entre 80 y 120 cuadros por segundo mejoraría el análisis de video ya que permitiría localizar de manera más exacta cada punto determinante de una trayectoria. Aunque se debe tomar en cuenta que entre mayor sea la resolución de video mayor es el tiempo que se invierte en el análisis de video y obtención de datos.
- Se recomienda la búsqueda de un software que permita ampliar la toma de video a pantalla completa y que permita manipular cuadro por cuadro.
- El uso de acetatos sobre la imagen en el monitor de la pantalla debe tener plasmados los ejes de la manera más fina, de ser posible la intersección de estos debe ser más pequeña que el centro de masa.
- Si se requiere de alguna otra prueba no descrita en este trabajo, pueden consultarse obras de autores como: Batschelet (1981), Mardia (1972), Fisher (1993), Jammalamadaka y SenGupta (2001) y Zar (1996) mencionados en la bibliografía.
- Si se requiere de pruebas que el software estadístico Oriana no maneje, se tendría que realizar una búsqueda en la red del software CirStats u otro similar.
- Se puede probar, la aplicación de este tipo de técnicas estadísticas, en estudios de tiempo en fenómenos ecológicos como los incendios, lluvias o huracanes, entre otros que se presenten cada año o de manera cíclica.
- Si se requiere estudiar tridimensionalmente el movimiento de un organismo, se debe tener secuencias de video no solo con vistas desde arriba, sino lateralmente, desde diferentes puntos de dirección y utilizar técnicas de estadística esférica.

BIBLIOGRAFÍA

Anderson, W.W. (1966). The shrimp and the shrimp fishery of the southern United States. U.S. Fish and Wildl. Serv. Bur. Commer. Fish. Fish. Leaflet. 589 pp

Armin, H. (1982). Diccionario de Etología. Ediciones Omega. Barcelona España. 879 pp.

Arnott, S. A., D. M. Neil, y A.D. Ansell. (1998). Tail-flip mechanism and size-dependent kinematics of escape swimming in the brown shrimp, *Cintervalon cintervalon*. Journal of Experimental Biology 201: 1771- 1784.

Arnott, S.A., D.M. Neil y A.D. Ansell. (1999). Escape trajectories of the brown shrimp *Cintervalon cintervalon*, and a theoretical consideration of initial escape angles from predators". Journal of Experimental Biology 202: 193-209.

Arreguín, S.F. (1976). Notas Preliminares sobre las Jaibas (Portunidae, Callinectes spp.) en las Lagunas de Madinga, Ver., Mex. Mem. Rec. Pesq. Cost. Mex. INP. México. Veracruz. Bol. Inf. Veracruz. Nov 1976: 159-171

Barnes, R. D. (1987). Zoología de los Invertebrados. 4ª ed. Nueva Editorial Interamericana. México D. F. 1160 pp.

Batschelet, E. (1981). Circular Statistics in Biology. Ed. Academic Press Inc. Londres Inglaterra. 371 pp.

Borges. C. L. y H. A. Esquivel. (1991). Apuntes de introducción a los modelos matemáticos en ecología. U.A.M Xochimilco. Mexico D.F. I-15 – I-18

Boyd, C.E. y C. S. Tucker (1992). Water quality and pond soil analysis for aquaculture. Alabama Agricultural Experiment Station. Universidad de Alabama 183 pp.

De la Fuente, J. A. (1994). "Zoología de Artrópodos". Editorial. Interamericana Mc Graw-Hill. Madrid España. 805 pp.

Drickramer, C. L. y D. Vessey (1994). Animal Behavior. Mechanisms ecology evolution. Publicaciones Brown. Londres. 447 pp.

Ebil, I. E. (1979). Etología: Introducción al estudio comparado del comportamiento. Editorial Omega, S, A. Barcelona España. 270 pp.

Fernández, L. I., O. M. Carrillo y V. A. Wormhoudt. (1997). Digestive enzyme activities of *Penaeus notialis* during reproduction and moulting cycle. Com. Biochem. Physiol. 118 (A): 1267-1271.

Fisher, N, I. (1993). Statistical analysis of circular data. Ed. University of Cambridge, Cambridge Gran Bretaña. 277 pp.

Harre, R y R. Lamb. (1986). "Diccionario de Etología y Aprendizaje Animal". Ediciones Pardos Iberica S.A. de C.V. España. 203 pp.

Jammalamadaka, S. R. y A. SenGupta. (2001). "Topics in circular statistics". Editorial Mundo Científico. Singapur. 322 pp.

Kaestner, A. (1980). *Invertebrate Zoology. Crustacea.* 3:346-347.

Lara A, M. B. (2004). "Selección de tamaños de mejillón (*Brachidontes exustus*, Linnaeus 1758) por parte de juveniles de *Callinectes sapidus* (Rathbun, 1896) en condiciones de laboratorio. Tesis de licenciatura. FES Zaragoza, UNAM. 74 pp

Manning, A. y M. Stamp (1992). *Introduction to Animal Behavior.* 4ª, Universidad de Cambridge, Inglaterra. 296 pp.

Mardia, K.V. (1972). *Statistics of directional data.* Ed. Academic Press. Londres. 311pp.

Millikin, M. R. y A.B. Williams. (1984). *Synopsis of biological data on the blue crab, Callinectes sapidus Rathbun.* FAO Fish. Synopsis N° 138. 30 p.

William, A.B. (1974). *The swimming crabs of the genus Callinectes (Decapoda: Portunidae).* Fish.Bull. 72(3):685-798.

Milton , S. J. (2001). *Estadística para la biología y ciencias de la salud.* Tercera edición. Edit. McGraw. Hill. Interamericana. España. 662 pp.

Muncy, R.J. (1984). *Species profiles: life histories and environmental requirements of coastal fishes and invertebrates (south Atlantic): white shrimp.* U.S. Fish and Wildl. Army Corps of Engineers. 19 p.

Norman, G. R. y D. L. Streiner. (1996). *Bioestadística.* Edit. Mosby /Dogma Libros. Madrid España. 260 pp.

Raz G., A. y A. J. Sánchez. (1996). *Catálogo ilustrado de cangrejos braquiuros (Crustacea) de la laguna de Tamiahua, Veracruz, México.* UNAM Inst. Biol., México. Cuaderno (31). 52 p.

Reyes, P. C. (1995). *Bioestadística aplicada a Agronomía, Biología, Química.* 2ª. Ed. Trillas México. 217 pp.

Slater P. J. (1991). *Introducción a la Etología.* Ed. Grijalbo S.A. de C. V. México D. F. 228 pp.

Van-Der W. K. (1971). *Comportamiento.* Compañía Editorial Continental, S, A., Barcelona, España. 210 pp.

Van-Wormhoudt, A. y C. Bellon-Humbert. (1996). *Bases biológicas del cultivo de crustáceos: Muda.* Editorial Acribia. 249 pp.

Vaz, R. F. (1984). *Etología, el estudio biológico del comportamiento animal.* Universidad regional de la republica de Montevideo, Uruguay. 153 pp.

Villasante, V. F., S. H. Nolasco., C, R Civeran., V, R. González y M. O. Suárez. (2000). “Alternativa para la alimentación del Camarón en Cultivo: El Manejo de la Muda”. Journal of Experimental Biology 202: 1574-1596

Wallace R. A., J.I. King y G.P. Sanders. (1992). Conducta y Ecología. La ciencia de la vida. Ed. Trillas de S. A. de C.V.. México D. F. 286 pp.

Williams, A.B. (1984). Shrimps, lobsters and crabs of the Atlantic coast of the eastern United States, Maine to Florida. Smithsonian Institution Press. Washington, D.C. 550 pp.

Zar, H. J. (1996). Biostatistical Analysis. 3^a Ed. Prentice Hall, New Jersey. 662 pp.

Direcciones electrónicas consultadas

www.danival.org/intermareal/palaemonidae/camarón_anat_02a.html

www.fis.com/panoramacuicola/noticias/noticia1.htm

www.omega.ilce.edu.mx:3000/sites/ciencia/volumen2/ciencia3/063/htm

www.sms.si.edu/IRLSpec/Penaeu_setife.htm

Referencia de software estadístico

Oriana - Copyright © 1994-2003 Kovach Computing Services. All Rights Reserved

<http://www.kovcomp.com/>

APENDICE

Tabla 1 Valores críticos de z para la prueba de Rayleigh.

n	$\alpha: 0.50$	0.20	0.10	0.05	0.02	0.01	0.005	0.002	0.001
6	0.734	1.639	2.274	2.865	3.576	4.058	4.491	4.985	5.297
7	0.727	1.634	2.278	2.885	3.627	4.143	4.617	5.181	5.556
8	0.723	1.631	2.281	2.899	3.665	4.205	4.710	5.322	5.743
9	0.719	1.628	2.283	2.910	3.694	4.252	4.780	5.430	5.885
10	0.717	1.626	2.285	2.919	3.716	4.289	4.835	5.514	5.996
11	0.715	1.625	2.287	2.926	3.735	4.319	4.879	5.582	6.085
12	0.713	1.623	2.288	2.932	3.750	4.344	4.916	5.638	6.158
13	0.711	1.622	2.289	2.937	3.763	4.365	4.947	5.685	6.219
14	0.710	1.621	2.290	2.941	3.774	4.383	4.975	5.725	6.271
15	0.709	1.620	2.291	2.945	3.784	4.398	4.996	5.759	6.316
16	0.708	1.620	2.292	2.948	3.792	4.412	5.015	5.789	6.354
17	0.707	1.619	2.292	2.951	3.799	4.423	5.033	5.815	6.388
18	0.706	1.619	2.293	2.954	3.806	4.434	5.048	5.838	6.418
19	0.705	1.618	2.293	2.956	3.811	4.443	5.061	5.858	6.445
20	0.705	1.618	2.294	2.958	3.816	4.451	5.074	5.877	6.469
21	0.704	1.617	2.294	2.960	3.821	4.459	5.085	5.893	6.491
22	0.704	1.617	2.295	2.961	3.825	4.466	5.095	5.908	6.510
23	0.703	1.616	2.295	2.963	3.829	4.472	5.104	5.922	6.528
24	0.703	1.616	2.295	2.964	3.833	4.478	5.112	5.935	6.544
25	0.702	1.616	2.296	2.966	3.836	4.483	5.120	5.946	6.559
26	0.702	1.616	2.296	2.967	3.839	4.488	5.127	5.957	6.573
27	0.702	1.615	2.296	2.968	3.842	4.492	5.133	5.966	6.586
28	0.701	1.615	2.296	2.969	3.844	4.496	5.139	5.975	6.598
29	0.701	1.615	2.297	2.970	3.847	4.500	5.145	5.984	6.609
30	0.701	1.615	2.297	2.971	3.849	4.504	5.150	5.992	6.619
32	0.700	1.614	2.297	2.972	3.853	4.510	5.159	6.006	6.637
34	0.700	1.614	2.297	2.974	3.856	4.516	5.168	6.018	6.654
36	0.700	1.614	2.298	2.975	3.859	4.521	5.175	6.030	6.668
38	0.699	1.614	2.298	2.976	3.862	4.525	5.182	6.039	6.681
40	0.699	1.613	2.298	2.977	3.865	4.529	5.188	6.048	6.692
42	0.699	1.613	2.298	2.978	3.867	4.533	5.193	6.056	6.703
44	0.698	1.613	2.299	2.979	3.869	4.536	5.198	6.064	6.712
46	0.698	1.613	2.299	2.979	3.871	4.539	5.202	6.070	6.721
48	0.698	1.613	2.299	2.980	3.873	4.542	5.206	6.076	6.729
50	0.698	1.613	2.299	2.981	3.874	4.545	5.210	6.082	6.736
55	0.697	1.612	2.299	2.982	3.878	4.550	5.218	6.094	6.752
60	0.697	1.612	2.300	2.983	3.881	4.555	5.225	6.104	6.765
65	0.697	1.612	2.300	2.984	3.883	4.559	5.231	6.113	6.776
70	0.696	1.612	2.300	2.985	3.885	4.562	5.235	6.120	6.786
75	0.696	1.612	2.300	2.986	3.887	4.565	5.240	6.127	6.794
80	0.696	1.611	2.300	2.986	3.889	4.567	5.243	6.132	6.801
90	0.696	1.611	2.301	2.987	3.891	4.572	5.249	6.141	6.813
100	0.695	1.611	2.301	2.988	3.893	4.575	5.254	6.149	6.822
120	0.695	1.611	2.301	2.990	3.896	4.580	5.262	6.160	6.837
140	0.695	1.611	2.301	2.990	3.899	4.584	5.267	6.168	6.847
160	0.695	1.610	2.301	2.991	3.900	4.586	5.271	6.174	6.855
180	0.694	1.610	2.302	2.992	3.902	4.588	5.274	6.178	6.861
200	0.694	1.610	2.302	2.992	3.903	4.590	5.276	6.182	6.865
300	0.694	1.610	2.302	2.993	3.906	4.595	5.284	6.193	6.879
500	0.694	1.610	2.302	2.994	3.908	4.599	5.290	6.201	6.891
∞	0.6931	1.6094	2.3026	2.9957	3.9120	4.6052	5.2983	6.2146	6.9078

Tabla 2 Valores críticos de u para la prueba de V

n	$\alpha: 0.25$	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005	0.0025	0.001	0.0005
8	0.688	1.296	1.649	1.947	2.280	2.498	2.691	2.916	3.066
9	0.687	1.294	1.649	1.948	2.286	2.507	2.705	2.937	3.094
10	0.685	1.293	1.648	1.950	2.290	2.514	2.716	2.954	3.115
11	0.684	1.292	1.648	1.950	2.293	2.520	2.725	2.967	3.133
12	0.684	1.291	1.648	1.951	2.296	2.525	2.732	2.978	3.147
13	0.683	1.290	1.647	1.952	2.299	2.529	2.738	2.987	3.159
14	0.682	1.290	1.647	1.953	2.301	2.532	2.743	2.995	3.169
15	0.682	1.289	1.647	1.953	2.302	2.535	2.748	3.002	3.177
16	0.681	1.289	1.647	1.953	2.304	2.538	2.751	3.008	3.185
17	0.681	1.288	1.647	1.954	2.305	2.540	2.755	3.013	3.191
18	0.681	1.288	1.647	1.954	2.306	2.542	2.758	3.017	3.197
19	0.680	1.287	1.647	1.954	2.308	2.544	2.761	3.021	3.202
20	0.680	1.287	1.646	1.955	2.308	2.546	2.763	3.025	3.207
21	0.680	1.287	1.646	1.955	2.309	2.547	2.765	3.028	3.211
22	0.679	1.287	1.646	1.955	2.310	2.549	2.767	3.031	3.215
23	0.679	1.286	1.646	1.955	2.311	2.550	2.769	3.034	3.218
24	0.679	1.286	1.646	1.956	2.311	2.551	2.770	3.036	3.221
25	0.679	1.286	1.646	1.956	2.312	2.552	2.772	3.038	3.224
26	0.679	1.286	1.646	1.956	2.313	2.553	2.773	3.040	3.227
27	0.678	1.286	1.646	1.956	2.313	2.554	2.775	3.042	3.229
28	0.678	1.285	1.646	1.956	2.314	2.555	2.776	3.044	3.231
29	0.678	1.285	1.646	1.956	2.314	2.555	2.777	3.046	3.233
30	0.678	1.285	1.646	1.957	2.315	2.556	2.778	3.047	3.235
32	0.678	1.285	1.646	1.957	2.315	2.557	2.780	3.050	3.239
34	0.678	1.285	1.646	1.957	2.316	2.558	2.781	3.052	3.242
36	0.677	1.285	1.646	1.957	2.316	2.559	2.783	3.054	3.245
38	0.677	1.284	1.646	1.957	2.317	2.560	2.784	3.056	3.247
40	0.677	1.284	1.646	1.957	2.317	2.561	2.785	3.058	3.249
42	0.677	1.284	1.646	1.958	2.318	2.562	2.786	3.060	3.251
44	0.677	1.284	1.646	1.958	2.318	2.562	2.787	3.061	3.253
46	0.677	1.284	1.646	1.958	2.319	2.563	2.788	3.062	3.255
48	0.677	1.284	1.645	1.958	2.319	2.564	2.789	3.063	3.256
50	0.677	1.284	1.645	1.958	2.319	2.564	2.790	3.065	3.258
55	0.676	1.284	1.645	1.958	2.320	2.565	2.791	3.067	3.261
60	0.676	1.283	1.645	1.958	2.320	2.566	2.793	3.069	3.263
65	0.676	1.283	1.645	1.958	2.321	2.567	2.794	3.071	3.265
70	0.676	1.283	1.645	1.958	2.321	2.567	2.795	3.072	3.267
75	0.676	1.283	1.645	1.959	2.322	2.568	2.796	3.073	3.269
80	0.676	1.283	1.645	1.959	2.322	2.568	2.796	3.074	3.270
90	0.676	1.283	1.645	1.959	2.322	2.569	2.797	3.076	3.272
100	0.676	1.283	1.645	1.959	2.323	2.570	2.798	3.077	3.274
120	0.675	1.282	1.645	1.959	2.323	2.571	2.800	3.080	3.277
140	0.675	1.282	1.645	1.959	2.324	2.572	2.801	3.081	3.279
160	0.675	1.282	1.645	1.959	2.324	2.572	2.802	3.082	3.280
180	0.675	1.282	1.645	1.959	2.324	2.573	2.802	3.083	3.282
200	0.675	1.282	1.645	1.959	2.325	2.573	2.803	3.084	3.282
300	0.675	1.282	1.645	1.960	2.325	2.574	2.804	3.086	3.285
∞	0.6747	1.2818	1.6449	1.9598	2.3256	2.5747	2.8053	3.0877	3.2873

Tabla 3 Valores de la prueba de Rao.

n	$\alpha = 0,01$	0,05	0,10
4	$U(\alpha) = 221.0$	186.5	171.7
5	212.0	183.6	168.8
6	206.0	180.7	166.3
7	202.7	177.8	164.9
8	198.4	175.7	163.4
9	195.1	173.5	162.4
10	192.2	172.1	161.3
11	189.7	170.3	160.2
12	187.6	169.2	159.2
13	185.8	167.8	158.4
14	184.0	166.7	157.7
15	182.2	165.6	157.0
16	180.7	164.9	156.6
17	179.6	164.2	155.9
18	178.2	163.1	155.2
19	177.1	162.4	154.8
20	176.0	161.6	154.4
25	171.9	158.9	152.7
30	168.8	156.7	151.4
35	166.4	155.0	150.3
40	164.4	153.6	149.5
45	162.7	152.4	148.7
50	161.2	151.4	148.1
100	152.8	146.8	143.7
200	146.8	142.6	140.4

Tabla 4 Valores críticos U^2 de Watson para una muestra.

n	$\alpha = 0,10$	0,05	0,025	0,01	.005
2	.143	.155	.161	.164	.165
3	.145	.173	.194	.213	.224
4	.146	.176	.202	.233	.252
5	.148	.177	.205	.238	.262
6	.149	.179	.208	.243	.269
7	.149	.180	.210	.247	.274
8	.150	.181	.211	.250	.278
9	.150	.182	.212	.252	.281
10	.150	.182	.213	.254	.283
12	.150	.183	.215	.256	.287
14	.151	.184	.216	.258	.290
16	.151	.184	.216	.259	.291
18	.151	.184	.217	.259	.292
20	.151	.185	.217	.261	.293
30	.152	.185	.219	.263	.296
40	.152	.186	.219	.264	.298
50	.152	.186	.220	.265	.299
100	.152	.186	.221	.266	.301
∞	.152	.187	.221	.267	.302

Tabla 7 Factor de corrección K para la prueba de Watson y Williams (continuación)

r	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.50	1.3235	1.3226	1.3217	1.3209	1.3200	1.3191	1.3183	1.3174	1.3166	1.3157
0.51	1.3148	1.3140	1.3132	1.3123	1.3115	1.3106	1.3098	1.3090	1.3081	1.3073
0.52	1.3065	1.3057	1.3049	1.3040	1.3032	1.3024	1.3016	1.3008	1.3000	1.2992
0.53	1.2984	1.2976	1.2968	1.2960	1.2952	1.2944	1.2936	1.2929	1.2921	1.2913
0.54	1.2905	1.2897	1.2890	1.2882	1.2874	1.2867	1.2859	1.2851	1.2844	1.2836
0.55	1.2829	1.2821	1.2814	1.2806	1.2799	1.2791	1.2784	1.2776	1.2769	1.2762
0.56	1.2754	1.2747	1.2740	1.2732	1.2725	1.2718	1.2710	1.2703	1.2696	1.2689
0.57	1.2682	1.2674	1.2667	1.2660	1.2652	1.2646	1.2639	1.2632	1.2625	1.2618
0.58	1.2611	1.2604	1.2597	1.2590	1.2582	1.2576	1.2569	1.2562	1.2555	1.2548
0.59	1.2542	1.2535	1.2528	1.2521	1.2514	1.2508	1.2501	1.2494	1.2487	1.2481
0.60	1.2474	1.2467	1.2461	1.2454	1.2447	1.2441	1.2434	1.2428	1.2421	1.2414
0.61	1.2408	1.2401	1.2395	1.2388	1.2382	1.2375	1.2369	1.2362	1.2356	1.2350
0.62	1.2343	1.2337	1.2330	1.2324	1.2318	1.2311	1.2305	1.2298	1.2292	1.2286
0.63	1.2280	1.2273	1.2267	1.2261	1.2254	1.2248	1.2242	1.2236	1.2230	1.2223
0.64	1.2217	1.2211	1.2205	1.2199	1.2192	1.2186	1.2180	1.2174	1.2168	1.2162
0.65	1.2156	1.2150	1.2144	1.2138	1.2132	1.2126	1.2120	1.2114	1.2108	1.2102
0.66	1.2096	1.2090	1.2084	1.2078	1.2072	1.2066	1.2060	1.2054	1.2048	1.2042
0.67	1.2036	1.2030	1.2024	1.2018	1.2012	1.2007	1.2001	1.1995	1.1989	1.1983
0.68	1.1977	1.1972	1.1966	1.1960	1.1954	1.1948	1.1943	1.1937	1.1931	1.1925
0.69	1.1920	1.1914	1.1908	1.1902	1.1897	1.1891	1.1885	1.1879	1.1874	1.1868
0.70	1.1862	1.1857	1.1851	1.1845	1.1840	1.1834	1.1828	1.1823	1.1817	1.1811
0.71	1.1806	1.1800	1.1794	1.1789	1.1783	1.1777	1.1772	1.1766	1.1761	1.1755
0.72	1.1749	1.1744	1.1738	1.1733	1.1727	1.1721	1.1716	1.1710	1.1705	1.1699
0.73	1.1694	1.1688	1.1682	1.1677	1.1671	1.1666	1.1660	1.1655	1.1649	1.1644
0.74	1.1638	1.1633	1.1627	1.1621	1.1616	1.1610	1.1605	1.1599	1.1594	1.1588
0.75	1.1583	1.1577	1.1572	1.1566	1.1561	1.1555	1.1550	1.1544	1.1539	1.1533
0.76	1.1528	1.1522	1.1517	1.1511	1.1505	1.1500	1.1494	1.1489	1.1483	1.1478
0.77	1.1472	1.1467	1.1461	1.1456	1.1450	1.1445	1.1439	1.1434	1.1428	1.1423
0.78	1.1417	1.1412	1.1406	1.1401	1.1395	1.1389	1.1384	1.1378	1.1373	1.1367
0.79	1.1362	1.1356	1.1351	1.1345	1.1340	1.1334	1.1328	1.1323	1.1317	1.1312
0.80	1.1306	1.1300	1.1295	1.1289	1.1284	1.1278	1.1272	1.1267	1.1261	1.1255
0.81	1.1250	1.1244	1.1239	1.1233	1.1227	1.1222	1.1216	1.1210	1.1205	1.1199
0.82	1.1193	1.1188	1.1182	1.1176	1.1170	1.1165	1.1159	1.1153	1.1147	1.1142
0.83	1.1136	1.1130	1.1124	1.1119	1.1113	1.1107	1.1101	1.1095	1.1090	1.1084
0.84	1.1078	1.1072	1.1066	1.1060	1.1054	1.1049	1.1043	1.1037	1.1031	1.1025
0.85	1.1019	1.1013	1.1007	1.1001	1.0995	1.0989	1.0983	1.0977	1.0971	1.0965
0.86	1.0959	1.0953	1.0947	1.0941	1.0935	1.0929	1.0922	1.0916	1.0910	1.0904
0.87	1.0898	1.0892	1.0885	1.0879	1.0873	1.0867	1.0861	1.0854	1.0848	1.0842
0.88	1.0835	1.0829	1.0823	1.0816	1.0810	1.0804	1.0797	1.0791	1.0785	1.0778
0.89	1.0772	1.0765	1.0759	1.0752	1.0746	1.0740	1.0733	1.0727	1.0720	1.0713
0.90	1.0707	1.0700	1.0694	1.0687	1.0681	1.0674	1.0667	1.0661	1.0654	1.0647
0.91	1.0641	1.0634	1.0627	1.0621	1.0614	1.0607	1.0601	1.0594	1.0587	1.0580
0.92	1.0573	1.0567	1.0560	1.0553	1.0546	1.0539	1.0532	1.0526	1.0519	1.0512
0.93	1.0505	1.0499	1.0491	1.0484	1.0477	1.0470	1.0463	1.0456	1.0449	1.0442
0.94	1.0436	1.0429	1.0422	1.0414	1.0407	1.0400	1.0393	1.0386	1.0379	1.0372
0.95	1.0365	1.0358	1.0351	1.0344	1.0337	1.0330	1.0322	1.0315	1.0308	1.0301
0.96	1.0294	1.0287	1.0279	1.0272	1.0265	1.0258	1.0251	1.0243	1.0236	1.0229
0.97	1.0222	1.0214	1.0207	1.0200	1.0192	1.0185	1.0178	1.0170	1.0163	1.0156
0.98	1.0148	1.0141	1.0134	1.0126	1.0119	1.0112	1.0104	1.0097	1.0089	1.0082
0.99	1.0075	1.0067	1.0060	1.0052	1.0045	1.0037	1.0030	1.0022	1.0015	1.0008

Tabla 8 Valores críticos de la distribución F

		Numerator DF = 1									
		0.50	0.20	0.10	0.05	0.02	0.01	0.005	0.002	0.001	0.0001
$\alpha(2)$	$\alpha(1)$	0.25	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005	0.0025	0.001	0.0005	0.00005
nom. DF											
1	5.83	39.9	161.	648.	4050.	16200.	64800.	405000.	1620000.		
2	2.57	8.53	18.5	38.5	98.5	199.	399.	799.	1599.	3199.	6399.
3	2.02	5.54	10.1	17.4	34.1	55.6	89.6	139.1	204.1	284.1	384.1
4	1.81	4.54	7.71	12.2	21.2	31.3	45.7	64.1	88.1	118.1	158.1
5	1.69	4.06	6.61	10.0	16.3	22.8	31.4	42.2	56.6	74.2	96.6
6	1.62	3.78	5.99	8.81	13.7	18.6	24.8	35.5	46.1	59.6	76.6
7	1.57	3.59	5.59	8.07	12.2	16.2	21.1	29.2	37.0	47.0	59.0
8	1.54	3.46	5.32	7.57	11.3	14.7	18.8	25.4	31.6	39.6	49.6
9	1.51	3.36	5.12	7.21	10.6	13.6	17.2	22.9	28.0	34.0	42.0
10	1.49	3.29	4.96	6.94	10.0	12.8	16.0	21.0	25.5	30.5	37.5
11	1.47	3.23	4.84	6.72	9.65	12.2	15.2	19.7	23.7	28.7	34.7
12	1.46	3.18	4.75	6.55	9.33	11.8	14.5	18.6	22.2	27.2	32.2
13	1.45	3.14	4.67	6.41	9.07	11.4	13.9	17.8	21.1	25.1	30.1
14	1.44	3.10	4.60	6.30	8.86	11.1	13.5	17.1	20.2	24.2	29.2
15	1.43	3.07	4.54	6.20	8.68	10.8	13.1	16.6	19.5	23.5	28.5
16	1.42	3.05	4.49	6.12	8.53	10.6	12.8	16.1	18.9	22.9	27.9
17	1.42	3.03	4.45	6.04	8.40	10.4	12.6	15.7	18.4	22.4	27.4
18	1.41	3.01	4.41	5.98	8.29	10.2	12.3	15.4	17.9	21.9	26.9
19	1.41	2.99	4.38	5.92	8.18	10.1	12.1	15.1	17.5	21.5	26.5
20	1.40	2.97	4.35	5.87	8.10	9.94	11.9	14.8	17.2	21.2	26.2
21	1.40	2.96	4.32	5.83	8.02	9.83	11.8	14.6	16.9	21.0	26.0
22	1.40	2.95	4.30	5.79	7.95	9.73	11.6	14.4	16.6	20.8	25.8
23	1.39	2.94	4.28	5.75	7.88	9.63	11.5	14.2	16.4	20.6	25.6
24	1.39	2.93	4.26	5.72	7.82	9.55	11.4	14.0	16.2	20.4	25.4
25	1.39	2.92	4.24	5.69	7.77	9.48	11.3	13.9	16.0	20.2	25.2
26	1.38	2.91	4.23	5.66	7.72	9.41	11.2	13.7	15.8	20.0	25.0
27	1.38	2.90	4.21	5.63	7.68	9.34	11.1	13.6	15.6	19.8	24.8
28	1.38	2.89	4.20	5.61	7.64	9.28	11.0	13.5	15.5	19.6	24.6
29	1.38	2.89	4.18	5.59	7.60	9.23	11.0	13.4	15.3	19.4	24.4
30	1.38	2.88	4.17	5.57	7.56	9.18	10.9	13.3	15.2	19.2	24.2
35	1.37	2.85	4.12	5.48	7.42	8.98	10.6	12.9	14.7	18.9	23.9
40	1.36	2.84	4.08	5.42	7.31	8.83	10.4	12.6	14.4	18.6	23.6
45	1.36	2.82	4.06	5.38	7.23	8.71	10.3	12.4	14.1	18.3	23.3
50	1.35	2.81	4.03	5.34	7.17	8.63	10.1	12.2	13.9	18.0	23.0
60	1.35	2.79	4.00	5.29	7.08	8.49	9.96	12.0	13.5	17.6	22.6
70	1.35	2.78	3.98	5.25	7.01	8.40	9.84	11.8	13.3	17.4	22.4
80	1.34	2.77	3.96	5.22	6.96	8.33	9.75	11.7	13.2	17.3	22.3
90	1.34	2.76	3.95	5.20	6.93	8.28	9.68	11.6	13.0	17.1	22.1
100	1.34	2.76	3.94	5.18	6.90	8.24	9.62	11.5	12.9	17.0	22.0
120	1.34	2.75	3.92	5.15	6.85	8.18	9.54	11.4	12.8	16.9	21.9
140	1.33	2.74	3.91	5.13	6.82	8.14	9.48	11.3	12.7	16.8	21.8
160	1.33	2.74	3.90	5.12	6.80	8.10	9.44	11.2	12.6	16.7	21.7
180	1.33	2.73	3.89	5.11	6.78	8.08	9.40	11.2	12.6	16.6	21.6
200	1.33	2.73	3.89	5.10	6.76	8.06	9.38	11.2	12.5	16.5	21.5
300	1.33	2.72	3.87	5.07	6.72	8.00	9.30	11.0	12.4	16.4	21.4
500	1.33	2.72	3.86	5.05	6.69	7.95	9.23	11.0	12.3	16.3	21.3
∞	1.32	2.71	3.84	5.02	6.64	7.88	9.14	10.8	12.1	16.1	21.1

Tabla 8 Valores críticos de la distribución F (continuación).

		Numerador DF = 2									
		$\alpha\{1\}$	0.50	0.20	0.10	0.05	0.02	0.01	0.005	0.002	0.001
Denom. DF		0.25	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005	0.0025	0.001	0.0005	0.0005
1	7.50	49.5	200.	800.	5000.	20000.	80000.	500000.	2000000.		
2	5.00	9.00	19.0	39.0	99.0	199.	399.	999.	1999.	2000.	
3	2.24	5.46	9.55	16.0	30.8	49.8	79.9	149.	237.		
4	2.00	4.32	6.94	10.6	18.0	26.3	38.0	61.2	87.4		
5	1.85	3.78	5.79	8.43	13.3	18.3	25.0	37.1	49.8		
6	1.76	3.46	5.14	7.26	10.9	14.5	19.1	27.0	34.8		
7	1.70	3.26	4.74	6.54	9.55	12.4	15.9	21.7	27.2		
8	1.66	3.11	4.46	6.06	8.65	11.0	13.9	18.5	22.7		
9	1.62	3.01	4.26	5.71	8.02	10.1	12.5	16.4	19.9		
10	1.60	2.92	4.10	5.46	7.56	9.43	11.6	14.9	17.9		
11	1.58	2.86	3.98	5.26	7.21	8.91	10.8	13.8	16.4		
12	1.56	2.81	3.89	5.10	6.93	8.51	10.3	13.0	15.3		
13	1.55	2.76	3.81	4.97	6.70	8.19	9.84	12.3	14.4		
14	1.53	2.73	3.74	4.86	6.51	7.92	9.47	11.8	13.7		
15	1.52	2.70	3.68	4.77	6.36	7.70	9.17	11.3	13.2		
16	1.51	2.67	3.63	4.69	6.23	7.51	8.92	11.0	12.7		
17	1.51	2.64	3.59	4.62	6.11	7.35	8.70	10.7	12.3		
18	1.50	2.62	3.55	4.56	6.01	7.21	8.51	10.4	11.9		
19	1.49	2.61	3.52	4.51	5.93	7.09	8.35	10.2	11.6		
20	1.49	2.59	3.49	4.46	5.85	6.99	8.21	9.95	11.4		
21	1.48	2.57	3.47	4.42	5.78	6.89	8.08	9.77	11.2		
22	1.48	2.56	3.44	4.38	5.72	6.81	7.96	9.61	11.0		
23	1.47	2.55	3.42	4.35	5.66	6.73	7.86	9.47	10.8		
24	1.47	2.54	3.40	4.32	5.61	6.66	7.77	9.34	10.6		
25	1.47	2.53	3.39	4.29	5.57	6.60	7.69	9.22	10.5		
26	1.46	2.52	3.37	4.27	5.53	6.54	7.61	9.12	10.3		
27	1.46	2.51	3.35	4.24	5.49	6.49	7.54	9.02	10.2		
28	1.46	2.50	3.34	4.22	5.45	6.44	7.48	8.93	10.1		
29	1.45	2.50	3.33	4.20	5.42	6.40	7.42	8.85	9.99		
30	1.45	2.49	3.32	4.18	5.39	6.35	7.36	8.77	9.90		
35	1.44	2.46	3.27	4.11	5.27	6.19	7.14	8.47	9.52		
40	1.44	2.44	3.23	4.05	5.18	6.07	6.99	8.25	9.25		
45	1.43	2.42	3.20	4.01	5.11	5.97	6.86	8.09	9.04		
50	1.43	2.41	3.18	3.97	5.06	5.90	6.77	7.96	8.88		
60	1.42	2.39	3.15	3.93	4.98	5.79	6.63	7.77	8.65		
70	1.41	2.38	3.13	3.89	4.92	5.72	6.53	7.64	8.49		
80	1.41	2.37	3.11	3.86	4.88	5.67	6.46	7.54	8.37		
90	1.41	2.36	3.10	3.84	4.85	5.62	6.41	7.47	8.28		
100	1.41	2.36	3.09	3.83	4.82	5.59	6.37	7.41	8.21		
120	1.40	2.35	3.07	3.80	4.79	5.54	6.30	7.32	8.10		
140	1.40	2.34	3.06	3.79	4.76	5.50	6.26	7.26	8.03		
160	1.40	2.34	3.05	3.78	4.74	5.48	6.22	7.21	7.97		
180	1.40	2.33	3.05	3.77	4.73	5.46	6.20	7.18	7.93		
200	1.40	2.33	3.04	3.76	4.71	5.44	6.17	7.15	7.90		
300	1.39	2.32	3.03	3.73	4.68	5.39	6.11	7.07	7.80		
500	1.39	2.31	3.01	3.72	4.65	5.35	6.06	7.00	7.72		
=	1.39	2.30	3.00	3.69	4.61	5.30	5.99	6.91	7.60		

Tabla 9 Valores críticos U^2 de Watson

n_1	n_2	$\alpha = 0.50$	0.20	0.10	0.05	0.02	0.01	0.005	0.002	0.001
4	4	0.1172	0.1875	---	---	---	---	---	---	---
4	5	0.0815	0.2037	0.2037	---	---	---	---	---	---
4	6	0.0875	0.1333	0.2167	0.2167	---	---	---	---	---
4	7	0.0844	0.1299	0.1688	0.2273	---	---	---	---	---
4	8	0.0903	0.1319	0.1632	0.2361	---	---	---	---	---
4	9	0.0855	0.1292	0.1752	0.2436	0.2436	---	---	---	---
4	10	0.0804	0.1232	0.1571	0.2018	0.2500	---	---	---	---
4	11	0.0828	0.1253	0.1556	0.1949	0.2556	---	---	---	---
4	12	0.0781	0.1302	0.1563	0.2031	0.2604	0.2604	---	---	---
4	13	0.0792	0.1244	0.1538	0.1855	0.2647	0.2647	---	---	---
4	14	0.0780	0.1227	0.1534	0.1931	0.2298	0.2685	---	---	---
4	15	0.0789	0.1228	0.1561	0.1807	0.2228	0.2719	0.2719	---	---
4	16	0.0781	0.1250	0.1531	0.1836	0.2281	0.2750	0.2750	---	---
4	17	0.0775	0.1223	0.1531	0.1839	0.2330	0.2778	0.2778	---	---
4	18	0.0764	0.1212	0.1490	0.1818	0.2197	0.2481	0.2803	---	---
4	19	0.0755	0.1213	0.1533	0.1796	0.2220	0.2517	0.2826	---	---
4	20	0.0764	0.1231	0.1535	0.1842	0.2264	0.2451	0.2847	---	---
4	21	0.0752	0.1200	0.1514	0.1819	0.2143	0.2486	0.2867	0.2867	---
4	22	0.0756	0.1211	0.1500	0.1823	0.2185	0.2517	0.2885	0.2885	---
4	23	0.0751	0.1194	0.1508	0.1814	0.2177	0.2394	0.2636	0.2901	---
4	24	0.0755	0.1202	0.1499	0.1797	0.2184	0.2411	0.2660	0.2917	---
4	25	0.0752	0.1200	0.1497	0.1814	0.2152	0.2441	0.2600	0.2931	---
4	26	0.0752	0.1191	0.1486	0.1816	0.2175	0.2396	0.2624	0.2944	---
4	27	0.0753	0.1199	0.1505	0.1786	0.2151	0.2360	0.2646	0.2957	0.2957
4	28	0.0748	0.1203	0.1496	0.1775	0.2165	0.2388	0.2667	0.2969	0.2969
4	29	0.0749	0.1198	0.1491	0.1794	0.2165	0.2369	0.2557	0.2980	0.2980
4	30	0.0745	0.1196	0.1493	0.1797	0.2140	0.2395	0.2578	0.2990	0.2990
5	5	0.0890	0.1610	0.2250	0.2250	---	---	---	---	---
5	6	0.0848	0.1333	0.1818	0.2424	---	---	---	---	---
5	7	0.0855	0.1284	0.1712	0.1998	0.2569	---	---	---	---
5	8	0.0846	0.1308	0.1654	0.2154	0.2692	---	---	---	---
5	9	0.0796	0.1242	0.1591	0.1909	0.2798	0.2798	---	---	---
5	10	0.0836	0.1236	0.1609	0.1956	0.2409	0.2889	0.2889	---	---
5	11	0.0810	0.1241	0.1560	0.1901	0.2287	0.2969	0.2969	---	---
5	12	0.0784	0.1235	0.1549	0.1863	0.2255	0.2608	0.3039	---	---
5	13	0.0777	0.1256	0.1563	0.1837	0.2298	0.2692	0.3102	---	---
5	14	0.0782	0.1218	0.1534	0.1820	0.2211	0.2571	0.3158	---	---
5	15	0.0782	0.1235	0.1515	0.1835	0.2248	0.2515	0.2835	0.3204	---
5	15	0.0766	0.1206	0.1552	0.1825	0.2230	0.2552	0.2897	0.3254	---
5	17	0.0761	0.1199	0.1520	0.1820	0.2205	0.2472	0.2792	0.3295	0.3295
5	18	0.0763	0.1208	0.1536	0.1797	0.2164	0.2464	0.2715	0.3333	0.3333
5	19	0.0754	0.1201	0.1517	0.1824	0.2193	0.2526	0.2745	0.3052	0.3368
5	20	0.0760	0.1216	0.1520	0.1824	0.2200	0.2416	0.2664	0.3096	0.3400
5	21	0.0755	0.1195	0.1510	0.1810	0.2206	0.2448	0.2712	0.2990	0.3429
5	22	0.0756	0.1201	0.1524	0.1820	0.2191	0.2426	0.2689	0.3033	0.3457
5	23	0.0755	0.1196	0.1513	0.1811	0.2178	0.2451	0.2737	0.2963	0.3209
5	24	0.0747	0.1195	0.1511	0.1810	0.2190	0.2437	0.2736	0.2983	0.3241
5	25	0.0754	0.1197	0.1517	0.1810	0.2168	0.2461	0.2674	0.3021	0.3272
5	26	0.0749	0.1186	0.1514	0.1806	0.2189	0.2447	0.2675	0.2943	0.3176
5	27	0.0748	0.1193	0.1508	0.1804	0.2165	0.2443	0.2674	0.2975	0.3207

Tabla 9 Valores críticos U^2 de Watson (continuación).

n_1	n_2	$\alpha = 0.50$	0.20	0.10	0.05	0.02	0.01	0.005	0.002	0.001
8	14	0.0751	0.1205	0.1533	0.1855	0.2224	0.2516	0.2796	0.3137	0.3381
8	15	0.0746	0.1210	0.1536	0.1855	0.2232	0.2507	0.2783	0.3130	0.3341
8	16	0.0761	0.1220	0.1542	0.1854	0.2222	0.2531	0.2795	0.3150	0.3417
8	17	0.0747	0.1200	0.1529	0.1841	0.2241	0.2524	0.2782	0.3124	0.3386
8	18	0.0748	0.1199	0.1528	0.1840	0.2244	0.2513	0.2813	0.3152	0.3397
8	19	0.0742	0.1196	0.1527	0.1839	0.2243	0.2526	0.2799	0.3145	0.3384
8	20	0.0741	0.1196	0.1527	0.1839	0.2239	0.2527	0.2795	0.3134	0.3393
9	9	0.0770	0.1250	0.1552	0.1867	0.2251	0.2663	0.2855	0.3404	0.3843
9	10	0.0760	0.1216	0.1544	0.1860	0.2257	0.2538	0.2865	0.3205	0.3614
9	11	0.0764	0.1208	0.1542	0.1845	0.2249	0.2552	0.2814	0.3168	0.3410
9	12	0.0767	0.1217	0.1543	0.1852	0.2257	0.2540	0.2804	0.3157	0.3395
9	13	0.0755	0.1205	0.1532	0.1850	0.2247	0.2526	0.2798	0.3187	0.3389
9	14	0.0752	0.1201	0.1532	0.1843	0.2243	0.2526	0.2809	0.3168	0.3409
9	15	0.0757	0.1201	0.1535	0.1850	0.2245	0.2541	0.2831	0.3152	0.3393
9	16	0.0744	0.1200	0.1533	0.1850	0.2244	0.2539	0.2822	0.3172	0.3439
10	10	0.0750	0.1225	0.1545	0.1850	0.2250	0.2545	0.2825	0.3170	0.3450
10	11	0.0756	0.1215	0.1544	0.1856	0.2237	0.2548	0.2791	0.3172	0.3405
10	12	0.0758	0.1212	0.1534	0.1848	0.2246	0.2545	0.2818	0.3155	0.3409
10	13	0.0749	0.1204	0.1532	0.1853	0.2254	0.2542	0.2816	0.3184	0.3452
10	14	0.0749	0.1201	0.1535	0.1847	0.2252	0.2550	0.2823	0.3181	0.3439
10	15	0.0747	0.1211	0.1536	0.1856	0.2256	0.2549	0.2837	0.3189	0.3440
11	11	0.0760	0.1211	0.1541	0.1857	0.2262	0.2540	0.2826	0.3194	0.3442
11	12	0.0751	0.1206	0.1535	0.1851	0.2253	0.2543	0.2839	0.3182	0.3439
11	13	0.0746	0.1206	0.1532	0.1853	0.2255	0.2546	0.2838	0.3193	0.3461
11	14	0.0752	0.1215	0.1528	0.1863	0.2266	0.2558	0.2844	0.3192	0.3438
14	14	0.070	0.117	0.151	0.183	0.226	0.258	0.289	0.330	0.361
16	16	0.070	0.117	0.151	0.184	0.227	0.259	0.291	0.332	0.364
18	18	0.070	0.117	0.151	0.184	0.228	0.260	0.292	0.334	0.366
20	20	0.069	0.117	0.151	0.185	0.228	0.261	0.293	0.335	0.367
25	25	0.069	0.117	0.152	0.185	0.229	0.262	0.295	0.338	0.370
30	30	0.069	0.117	0.152	0.186	0.230	0.263	0.296	0.339	0.372
35	35	0.069	0.117	0.152	0.186	0.231	0.264	0.297	0.340	0.373
40	40	0.069	0.117	0.152	0.186	0.231	0.264	0.298	0.341	0.374
50	50	0.069	0.117	0.152	0.187	0.231	0.265	0.299	0.343	0.376
60	60	0.069	0.117	0.152	0.187	0.232	0.266	0.299	0.343	0.377
80	80	0.069	0.117	0.152	0.187	0.232	0.266	0.300	0.344	0.378
100	100	0.069	0.117	0.152	0.187	0.233	0.267	0.300	0.345	0.378
∞	∞	0.0710	0.1167	0.1518	0.1869	0.2333	0.2684	0.3035	0.3500	0.3851