

TRANSFERENCIA DE CALOR EN FLUIDOS
VISCOELÁSTICOS OSCILANDO
DENTRO DE UN COLECTOR SOLAR

Por

Alejandro A. Lambert Arista

TRABAJO PRESENTADO PARA
OBTENER EL GRADO DE
DOCTOR EN INGENIERÍA (ENERGÍA)

SEPTIEMBRE 2005



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Contenido

Contenido	II
<i>Dedicatoria</i>	IV
Agradecimientos	v
Lista de Símbolos	VII
Resumen	IX
Abstract	XI
Introducción	1
1. Mejoramiento de la Transferencia Axial de Calor en un Flujo Oscilatorio	6
1.1. Introducción	6
1.2. Campos de Velocidad y Temperatura	7
1.3. Difusividad Térmica Efectiva	15
1.3.1. Evaluación de κ_e	16
1.3.2. Comparación cuantitativa entre la difusividad efectiva y la difusividad molecular	23
2. Análisis de la Generación de Entropía en un Flujo Oscilatorio	25
2.1. Introducción	26
2.2. Campos de Velocidad y Temperatura	26
2.3. Razón de Generación de Entropía	27
2.3.1. Condición Isotérmica	28
2.3.2. Condición No-Isotérmica	32

3. Transferencia Axial del Calor Colectado por un CPC usando un Flujo Oscilatorio. Desarrollo Experimental	35
3.1. Introducción	35
3.2. Arreglo Experimental	37
3.2.1. Dispositivo para la Generación de un Gradiente Oscilatorio de Presión	37
3.2.2. Sistema de Medición de Temperatura	38
3.2.3. Sistema de Adquisición de Datos	41
3.2.4. Frecuencia y amplitud de oscilación del pistón	41
3.3. Resultados	43
3.4. Discusión de Resultados	48
Conclusiones	50
Apéndice A. Números Adimensionales	52
Apéndice B. Calibración de Termopares y Adquisición de Datos	53
Bibliografía	57

Dedicatoria

A Edna, por tu compañía, apoyo y paciencia. Gracias por permitirme caminar a tu lado. Eres una mujer admirable.

A mis hijos, Diego, Camila y Rodrigo, porque su luz ilumina mi camino.

A mis padres, Carolina y Adolfo, porque son el pilar de mi vida.

A mis hermanos, Anna Karina, Raúl, Adolfo y Christian, por su amor y apoyo incondicional. Los extraño y adoro.

A toda mi familia, abuelos, tíos, primos y sobrinos, porque cada uno de ustedes forma parte importante de mi vida.

A mi tío Paco, Ing. Francisco Arista Patiño (q.e.p.d.), y a mi prima Sandra, Arq. Sandra García Compeán (q.e.p.d.), por los momentos que conviví con ustedes.

Agradecimientos

De manera muy especial agradezco a mi asesor principal, Dr. Antonio del Río Portilla, por los conocimientos transmitidos pero sobretodo por su apoyo, confianza y calidad humana que siempre me brindo.

También en forma muy especial, agradezco al Dr. Sergio Cuevas García y al Dr. Mariano López de Haro sus enriquecedoras observaciones y marcado interés por obtener un buen trabajo. Ha sido un honor trabajar con ustedes.

Al Dr. Oscar Alfredo Jaramillo Salgado por su apoyo e interés en nuestra investigación. A los investigadores Dr. Federico Méndez Lavielle, Dr. Claudio Estrada Gasca y Dr. José Luis Fernández Zayas, por sus enriquecedores comentarios dados en cada reunión de trabajo. Al Ing. Jesús Quiñones Aguilar por su invaluable ayuda en el montaje del dispositivo experimental.

A todos mis compañeros estudiantes del CIE (2002-2005) que hicieron más agradable mi estancia en este centro, pero muy especialmente a Ma. Elena, Gaby, Miller, Daniel, Saúl y Guillermo B., por su apoyo y compañía. A la LSC Esther García por su apoyo y amistad.

Mi gratitud a la Universidad Nacional Autónoma de México y al Centro de Investigación en Energía por las facilidades brindadas con las instalaciones y equipo para la realización de este trabajo.

A mi Universidad, la Universidad Autónoma de Baja California, por su apoyo para lograr este sueño. A los directivos de la UABC, particularmente de la Facultad de Ingeniería (Mxli) y de la Coordinación de Cooperación Internacional e Intercambio Académico, por el apoyo brindado.

A la SEP, por el apoyo económico brindado estos tres años a través del Programa de Mejoramiento del Profesorado (PROMEP). Asimismo, a la DGEP-UNAM, DGAPA-UNAM (proyecto IN111705-2) y al CONACYT (proyecto 38538), por los apoyos brindados para asistir a eventos académicos así como para la adquisición de equipo y material.

Lista de Símbolos

a	Radio interno del tubo, [m].
A	Area transversal del tubo, [m ²].
A_0	Amplitud adimensional de oscilación del fluido.
A_p	Amplitud de oscilación del pistón, [m].
c	Calor específico, [J kg ⁻¹ K ⁻¹].
D	Diámetro interno del tubo, [m].
Ec	Número de Eckert.
f	Frecuencia de alimentación al motor, [Hz].
g	Factor de deslizamiento del motor.
H_x	Razón entre el flujo de calor en régimen oscilatorio y el flujo de calor molecular.
J_0	Función cilíndrica de Bessel de orden cero.
J_1	Función cilíndrica de Bessel de primer orden.
k	Conductividad térmica, [W m ⁻¹ K ⁻¹].
N_s	Número de revoluciones del motor, [Hz].
p	Presión, [N m ⁻²].
Pr	Número de Prandtl.
Pe	Número de Péclet.
Q	Tasa de flujo volumétrico, [m ³ s ⁻¹].
\dot{q}_m''	Flujo de calor molecular, [Wm ²].
\dot{q}_o''	Flujo de calor en régimen oscilatorio, [Wm ²].
r	Coordenada radial, [m].

Re	Número de Reynolds.
Re_{max}	Número de Reynolds máximo.
Re_{ω}	Número de Reynolds oscilatorio.
t	Tiempo, [s].
t_m	Tiempo de relajación time, [s].
T	Temperatura, [K].
$\bar{u}(t)$	Velocidad media, [m s ⁻¹].
\mathbf{v}	Velocidad del fluido, [m s ⁻¹].
V	Componente axial de la velocidad del fluido, [m s ⁻¹].
$Wo = a\sqrt{\omega/\nu}$	Número de Womersley.
x	Coordenada axial, [m].
x_m	Desplazamiento axial del fluido, [m].
x_{max}	Desplazamiento axial máximo del fluido, [m].
	Número de Deborah.
<i>Greek letters</i>	
$\alpha = a^2\rho/\eta t_m$	
β_v	Parámetro, dependiente de la frecuencia, de la ecuación diferencial de Bessel para la velocidad.
β_T	Parámetro, dependiente de la frecuencia, de la ecuación diferencial de Bessel para la temperatura.
$\gamma = \partial T/\partial x$	Gradiente axial de la temperatura promediado en tiempo, [K m ⁻¹].
η	Viscosidad dinámica, [kg m ⁻¹ s ⁻¹].
$\kappa = k/\rho c_v$	Difusividad térmica molecular, [m ² s ⁻¹].
κ_e	Difusividad térmica efectiva, [m ² s ⁻¹].
$\hat{\kappa}_e$	Difusividad térmica efectiva adimensional.
ν	Viscosidad cinemática, [m ² s ⁻¹].
ρ	Densidad, [kg m ⁻³].
τ	Tensor de esfuerzos viscosos, [kg m ⁻¹ s ⁻²].
ω	Frecuencia angular, [Hz].

Resumen

Con la intención de contribuir al aumento de la eficacia de los dispositivos de captación solar, en este trabajo proponemos el uso de un flujo laminar oscilatorio para mejorar la transferencia axial de calor en el fluido térmico utilizado. La idea es explorar la posibilidad de transferir el calor colectado desde un dispositivo solar hasta, por ejemplo, un tanque térmico de almacenamiento, por medio del movimiento oscilatorio de media cero de un fluido contenido en un tubo. Este método tiene como ventaja el hecho de que la difusividad térmica efectiva de un fluido en movimiento oscilatorio es varios órdenes de magnitud mayor que la difusividad molecular del fluido. Por lo tanto, el transporte axial de calor a lo largo del tubo es sustancialmente mayor cuando el fluido oscila que cuando está estático. Además, estimaciones preliminares muestran un notable mejoramiento en la transferencia de calor usando flujos oscilatorios en comparación con la convección de calor forzada por medio de un flujo unidireccional constante. En este trabajo se analizó el comportamiento de la difusividad térmica efectiva usando tanto fluidos Newtonianos como viscoelásticos. En el caso del fluido Newtoniano se presenta un único valor máximo de esta cantidad para una determinada frecuencia de oscilación. En contraste, para el fluido viscoelástico se presentan distintos valores máximos para diferentes frecuencias de resonancia, siendo el máximo absoluto varios órdenes de magnitud mayor que el del fluido Newtoniano. Este notable mejoramiento de la transferencia de calor puede aumentar la eficiencia de los dispositivos térmicos (e.g. dispositivos de energía solar) incrementando la tasa de transferencia axial de calor en el sistema. Por otra parte, realizamos evaluaciones

experimentales del transporte axial del calor colectado por un concentrador parabólico compuesto, a través de un tubo de sección transversal constante utilizando un fluido Newtoniano en flujo oscilatorio. Las mediciones de temperatura muestran una mayor tasa en la transferencia axial de calor en el flujo oscilatorio comparada con el transporte axial de calor por difusión molecular presente en otro tubo usado como referencia.

Adicionalmente, realizamos un análisis de la razón de generación de entropía global para determinar las irreversibilidades del proceso con base en las frecuencias de oscilación. Este análisis muestra claramente que la selección de frecuencias de resonancia optimizan la transferencia de calor en el sentido de que maximizan la tasa de transferencia.

Abstract

With the intention to contribute to the increase of the effectiveness of solar collector devices, in this work we propose the use of oscillatory laminar flows to enhance the axial heat transfer in the used thermal fluid. The idea is to explore the possibility of transferring the heat collected from a solar device to a thermal storage tank by means of a zero-mean oscillating fluid contained in a tube. This method takes advantage of the fact that the effective thermal diffusivity of a fluid in oscillatory motion is several orders of magnitude higher than the fluid molecular diffusivity. Therefore, the axial heat transport along the tube is substantially higher when the fluid oscillates than when the fluid is static. Also, preliminary estimations show a dramatic heat transfer enhancement using oscillatory flows compared with the forced convection of heat by standard unidirectional flows. We explore the behavior of the effective thermal diffusivity using both Newtonian and viscoelastic fluids. For the Newtonian fluid a single maximum value of this quantity is exhibited for a given oscillation frequency. In contrast, several maxima for different resonant frequencies are observed for the viscoelastic fluid. Further, the absolute maximum of the enhanced thermal diffusivity for the viscoelastic fluid is several orders of magnitude larger than that of the Newtonian fluid. This dramatic heat transfer enhancement may rise the efficiency of thermal devices (e.g. solar energy devices) by improving the axial heat transfer rates in the system. On the other hand, we made experimental evaluations of the axial transport of the heat collected by a CPC, using a Newtonian fluid in oscillating flow. The temperature measures show a higher axial heat transfer rates in the oscillatory flow than that for the fluid molecular diffusivity in the reference system.

Additionally, the global entropy generation of the oscillatory flow for the viscoelastic fluid has been calculated explicitly for non-isothermal flow conditions. This quantity shows well-defined peaks which occur at the same values of the frequency where the resonance behavior of effective diffusivity appears. It is found that resonant frequencies can be considered optimal in the sense that they maximize the axial heat transfer in the oscillatory flow at the expense of maximum dissipation.

Introducción

En la actualidad el empleo de fuentes de energía renovables es imperante para el desarrollo del hombre. La inminente caída en las reservas mundiales de hidrocarburos así como la procuración de un desarrollo sustentable de la humanidad, son los principales factores que están acelerando las investigaciones en este campo para resolver muchos de los problemas técnicos que han detenido el rápido crecimiento y, por lo tanto, la mayor utilización de las tecnologías que nos permitan aprovechar estas fuentes renovables de energía. En general, la comunidad científica coincide en indicar que la energía solar es la fuente de energía no convencional más promisoría. Sin embargo, también se reconoce que antes de que se le pueda utilizar a gran escala se deberán resolver muchos problemas técnicos y económicos de importancia.

En el caso particular de los dispositivos de captación solar se ha realizado una interesante retroalimentación a través de los años que ha redituado en un incremento en la cantidad de energía calorífica absorbida en relación con la que incide [1]. Tal incremento se debe principalmente a mejoras realizadas tanto en la geometría del colector como en la utilización de materiales más eficientes para constituir los componentes que conforman dichos dispositivos. En cuanto a los procesos físicos involucrados en el funcionamiento de estos aparatos, desde el proceso de captación de la radiación solar hasta el proceso de transporte de la energía calorífica a través del flujo del fluido térmico, el avance no ha sido significativo. En este sentido, algunos investigadores coinciden en señalar la necesidad de estudiar nuevas formas de transportar la energía calorífica transferida al fluido de trabajo y, con esto, mejorar la eficiencia del colector [2, 3, 4].

La necesidad de mejorar el rendimiento o eficiencia de los dispositivos de captación solar (razón entre la energía útil y la energía solar que incide sobre el colector – energía

disponible –) genera el interés por analizar distintas opciones que conlleven a tal posibilidad. Uno de los fenómenos más importantes que se llevan a cabo en el proceso de aprovechamiento de la energía solar es el transporte del calor absorbido por el fluido térmico (calor útil) que fluye a través de los ductos de dichos sistemas. La posibilidad de mejorar la transferencia de la energía captada utilizable es un proceso que vale la pena explorar ya que puede traer beneficios en aspectos como la reducción de las pérdidas de calor a través del colector, así como el aumento del factor de remoción del calor. Todo esto como consecuencia de una tasa más alta de transferencia de calor que a su vez se refleja en el aumento de la eficiencia de los captadores solares. Por tal motivo, es conveniente analizar el mecanismo físico de transferencia de calor a través del fluido térmico de un captador solar. Esto ya ha sido estudiado con detalle [1], sin embargo, en otro contexto se ha encontrado [5] que el uso de un sistema que ponga a oscilar al fluido incrementa la transferencia axial de calor en un tubo.

El principal objetivo de este trabajo es precisamente contribuir al aumento de la rapidez en el transporte de calor. Para esto, hemos analizado un proceso físico con el que se puede mejorar la transferencia del calor absorbido por el fluido térmico utilizado en un dispositivo de captación solar. Este proceso está basado en la utilización de un flujo oscilatorio que mejora el proceso de transporte.

Por otro lado, existen varios fenómenos de interés donde la presencia de un flujo oscilatorio de media cero provoca el mejoramiento de un proceso de transporte [6, 7, 8, 9]. De hecho, la dispersión axial de contaminantes en un flujo laminar oscilatorio dentro de tubos capilares puede ser incrementada considerablemente con respecto a la que se obtiene por difusión molecular pura en ausencia de flujo [10, 11]. Pero sin duda, el fenómeno más interesante para aplicaciones solares es el reportado por Kurzweg [5, 12, 13, 14]. Él encontró que para una frecuencia de oscilación dada en el flujo oscilatorio de un fluido Newtoniano en un ducto, la difusividad térmica efectiva alcanza un máximo. Esto conduce a una transferencia longitudinal de calor mejorada sin que se involucre una transferencia neta convectiva de masa. La transferencia de calor mejorada utilizando fluidos Newtonianos en movimiento oscilatorio ha generado diversos estudios teóricos [15, 16, 17, 18] y experimentales [19, 20, 21, 22] con distintos enfoques por parte de la comunidad científica. Sin embargo, este proceso no ha sido

explorado en el área de la ingeniería solar, así como tampoco se ha explorado la transferencia de calor mejorada en fluidos con características distintas a las de los Newtonianos.

En otro contexto, algunos investigadores han observado un comportamiento muy interesante de un fluido viscoelástico que se encuentra en régimen de flujo oscilatorio. De hecho, del Río *et al.* [23], Tsiklauri y Beresnev [24] así como Castrejón-Pita *et al.* [25] encontraron que la permeabilidad dinámica de un fluido viscoelástico fluyendo en un tubo puede mejorarse sustancialmente al oscilar en frecuencias resonantes específicas. Estos fenómenos han encontrado aplicaciones importantes en áreas de interés tecnológico tales como los reactores nucleares, los procesos de combustión y la recuperación secundaria de petróleo [26, 27], y han sido útiles también para el entendimiento de flujos fisiológicos como los que se presentan en los sistemas circulatorio y respiratorio [28, 29]. Todos estos resultados han motivado el explorar las consecuencias del mejoramiento de la respuesta dinámica de un fluido viscoelástico oscilando bajo condiciones distintas [23, 24, 30, 31, 32, 33, 34]. En el contexto que nos interesa es importante determinar si el uso de fluidos viscoelásticos en movimiento oscilatorio genera una difusividad térmica mejorada. En caso afirmativo, podrían ser excelentes candidatos como fluidos de trabajo para el transporte de calor en un colector solar.

Para lograr el objetivo que nos hemos definido, iniciamos nuestro trabajo analizando cómo se manifiesta la transferencia de calor a través de un fluido que fluye bajo la acción de un gradiente de presión oscilatorio y que se encuentra contenido en un tubo de sección transversal constante. Suponemos además que el fluido en los extremos del tubo se encuentra a distintas temperaturas y que la pared del tubo es adiabática. Para evidenciar nuestros resultados teóricos, se implementó un arreglo experimental en el que buscamos encontrar una transferencia de calor a través de un fluido Newtoniano confinado en un tubo y que se encuentra en régimen oscilatorio. Adicionalmente, calculamos la razón de generación de entropía del flujo oscilatorio del fluido viscoelástico con el objetivo de determinar su comportamiento en condiciones de resonancia. Conociendo este comportamiento es posible caracterizar las irreversibilidades del proceso así como determinar la manera de optimizarlo con base en las frecuencias de oscilación. Este análisis puede servir como criterio para el diseño

de tubos que optimizen el transporte de calor axial en los colectores solares.

En este contexto, recientemente una gran variedad de sistemas han sido analizados y optimizados usando el método de Minimización de Generación de Entropía (MGM) [35, 36, 37]. La relación existente entre generación de entropía (irreversibilidad) y pérdida de trabajo disponible (exergía destruída) es dictada por el teorema de Gouy-Stodola que establece que la pérdida de trabajo disponible es directamente proporcional a la razón de generación de entropía [38]. La forma exacta de esta relación de proporcionalidad depende de las características específicas del sistema de interés. En sistemas donde interviene de flujo de fluidos, la fricción es uno de los principales mecanismos responsables de la generación de entropía, por lo que, se debe invertir trabajo útil para desplazar al fluido a través del tubo. En el contexto de flujos oscilantes, Bejan [28, 29] ha propuesto algunas aplicaciones interesantes del método de optimización termodinámica. En particular, ha mostrado que en el sistema respiratorio, la minimización de los requerimientos de energía mecánica por parte de los músculos del tórax durante el ciclo de inhalación y respiración corresponde a los movimientos de inhalación y exhalación más largos posibles, mientras que en el proceso de la eyaculación, la maximización de la energía mecánica transmitida al líquido seminal expulsado explica la existencia de un intervalo de tiempo óptimo entre ocurrencias de éxtasis. Debe puntualizarse que estos trabajos consideran sólo el comportamiento viscoso de los fluidos. Sin embargo, muchos de los fluidos biológicos presentan una naturaleza viscoelástica por lo que la modelación de estos fenómenos debe reflejar también este comportamiento elástico.

En el primer capítulo de este trabajo analizamos la transferencia de calor en un fluido oscilando con media cero en un tubo y encontramos que: *a)* La difusividad térmica efectiva para un fluido viscoelástico es notablemente mayor que la obtenida para un fluido Newtoniano bajo el mismo regimen oscilatorio; asimismo, *b)* nuestros resultados demuestran que el mejoramiento en la difusividad térmica sólo se presenta cuando se consideran distribuciones radiales de velocidad y temperatura.

En el segundo capítulo se analiza la razón de generación de entropía, bajo las mismas condiciones utilizadas en el capítulo anterior, y se encuentra que *c)* el campo de temperaturas juega un papel mucho más importante que el campo de velocidades

en las irreversibilidades generadas en este proceso de conducción de calor.

En el tercer capítulo se presenta primeramente una descripción del dispositivo experimental en el que se usaron concentradores parabólicos compuestos (CPC) como fuentes de calor. Posteriormente, se presentan los resultados obtenidos del transporte axial de calor que ocurre en un fluido que oscila dentro de un tubo de sección transversal constante. Una parte del tubo fue calentado con la radiación solar captada por un CPC. A su vez, otro tubo similar fue calentado de manera idéntica, pero con la diferencia de que el fluido en su interior se mantuvo estático. Encontramos que *d)* bajo las condiciones normales de operación de un colector solar CPC, existe una mejora en el transporte axial de calor cuando el fluido se encuentra oscilando y ésta depende de la frecuencia de oscilación.

Finalmente, en el último capítulo se resumen las conclusiones más importantes de este trabajo de investigación.

Capítulo 1

Mejoramiento de la Transferencia Axial de Calor en un Flujo Oscilatorio

En este capítulo presentamos el desarrollo matemático de la transferencia de calor en un fluido que se encuentra oscilando dentro de un tubo de sección transversal constante. Basándonos en los trabajos de Kurzweg [12, 13], de la conductividad mejorada en un fluido Newtoniano que se encuentra oscilando, y en el análisis de del Río *et al.* [23], en el que predicen un incremento en la velocidad media del flujo de un fluido viscoelástico que depende de la frecuencia de oscilación, realizamos un desarrollo matemático alternativo en el que combinamos las dos ideas anteriores para analizar cómo se lleva a cabo la transferencia de calor en un fluido en presencia de un flujo oscilatorio. Dicho análisis se realizó considerando dos tipos de fluidos, Newtoniano y Maxwelliano, y pretende mostrar las ventajas en la transferencia de calor que conlleva el uso de un fluido oscilando en lugar de usar un flujo estacionario.

1.1. Introducción

Nuestra intención al analizar los fenómenos de difusividad térmica mejorada en un flujo oscilatorio y de la mayor respuesta dinámica de un fluido viscoelástico, y

combinarlos, se dirige a encontrar un mecanismo de bombeo de calor que logre aumentar la cantidad de calor útil y de este modo incrementar el rendimiento de los dispositivos de captación solar. Es por esto que consideramos para nuestro análisis un colector solar estándar como el presentado en la figura 1.1. En éste se encuentra contenido un fluido térmico que transporta el calor desde el encapsulado del colector solar hasta un tanque de almacenamiento térmico. En un extremo, un tubo une al colector con una bomba, mientras que en el extremo opuesto otro tubo lo conecta con el tanque de almacenamiento térmico. Durante el proceso de calentamiento, la bomba genera un movimiento oscilatorio del fluido de tal forma que se establece un flujo laminar oscilante con media cero a través del colector solar. De esta forma, no se tiene circulación global del fluido de trabajo. El flujo oscilatorio también se transmite a través del tubo que conecta al colector con el tanque de almacenamiento térmico. De hecho, se genera un gradiente de temperatura axial en este tubo debido a la diferencia de temperaturas entre el colector y el tanque. Por lo tanto, el problema es determinar la transferencia de calor axial a lo largo del tubo debido a esta diferencia de temperaturas bajo condición oscilante. En particular, estamos interesados en determinar la difusividad térmica efectiva del fluido de trabajo en movimiento oscilatorio dentro del tubo. Con el fin de simplificar el análisis, solamente consideraremos el proceso de transporte que se presenta en el tubo recto que conecta al colector con el tanque de almacenamiento. Así, describiremos el flujo laminar de un fluido dentro de un tubo cilíndrico rígido de radio a bajo un gradiente de presión oscilatorio aplicado en la dirección longitudinal x . Además, suponemos que el tubo está térmicamente aislado y expuesto a una diferencia constante de temperaturas entre sus extremos.

1.2. Campos de Velocidad y Temperatura

En esta sección se presenta la formulación del problema a partir de las ecuaciones de básicas del movimiento de fluidos para obtener los campos de velocidad y temperatura que se desarrollan en el régimen oscilatorio en el que se encuentra nuestro fluido dentro del tubo cilíndrico de sección transversal constante. Con estos campos, en la siguiente sección, se determinará una expresión para calcular la difusividad

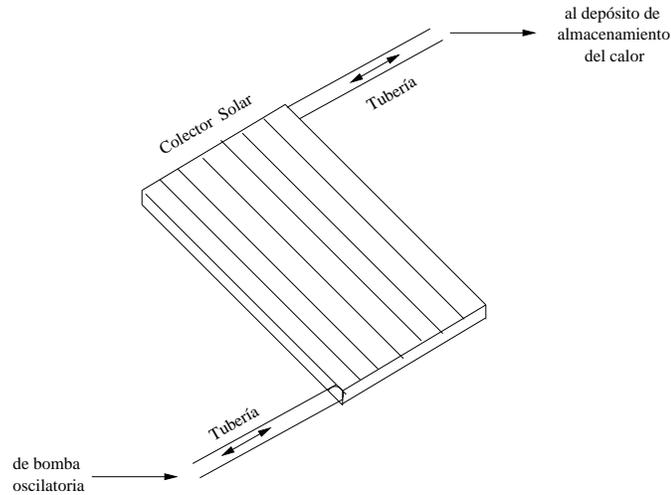


Figura 1.1: Sistema típico de colección solar.

térmica efectiva. Consideraremos el caso de un fluido Newtoniano y el de un fluido viscoelástico.

Las ecuaciones que gobiernan este proceso físico son, la ecuación de balance de masa para un flujo incompresible

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0, \quad (1.2.1)$$

la ecuación de balance de cantidad de movimiento

$$\rho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \rho (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = -\nabla p - \nabla \cdot \boldsymbol{\tau}, \quad (1.2.2)$$

y la ecuación de balance de energía

$$\rho c \left(\frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla T \right) = k \nabla^2 T + \eta \Phi, \quad (1.2.3)$$

donde \mathbf{v} , p , $\boldsymbol{\tau}$ y T representan el vector velocidad, la presión, el tensor de esfuerzos viscosos y la temperatura, respectivamente, mientras que ρ , η , c y k son la densidad, la viscosidad dinámica, el calor específico y la conductividad térmica del fluido, respectivamente, que consideramos constantes. En la ecuación (1.2.3), Φ es la función

de disipación y el producto $\eta\Phi$ representa la disipación viscosa o razón de conversión irreversible de energía mecánica a energía interna vía efectos viscosos [35]. En nuestro análisis este término será considerado despreciable debido a que sólo es importante cuando se trabaja con fluidos con viscosidad alta, como es el caso de los aceites [12]. Por otra parte, la ecuación constitutiva del tensor de esfuerzos viscosos depende de la naturaleza del fluido de trabajo. En el caso de un fluido Newtoniano τ está dado por:

$$\tau = -\eta\nabla\mathbf{v}, \quad (1.2.4)$$

mientras que para el caso de fluidos viscoelásticos existen varios modelos que reproducen el comportamiento de este tipo de fluidos. Nosotros consideramos el modelo más sencillo que es el dado por el modelo lineal de Maxwell [39], esto es,

$$t_m \frac{\partial\tau}{\partial t} = -\eta\nabla\mathbf{v} - \tau, \quad (1.2.5)$$

donde t_m es el tiempo de relajación de Maxwell definido como la relación entre la viscosidad Newtoniana y el módulo de elasticidad de la ley de Hooke. El término del lado izquierdo de la Ec. 1.2.5 introduce el comportamiento elástico del fluido. Por otra parte, se observa claramente que cuando $t_m = 0$ se recupera el modelo newtoniano.

Suponemos que el flujo se desarrolla en la dirección axial x únicamente y que el campo de velocidad no depende de la coordenada axial. Tal suposición es razonable cuando se analiza el flujo en un tubo recto en una región suficientemente alejada de los extremos del tubo. Además suponemos que las condiciones del flujo son tales que no existe desprendimiento de capa límite. En tal caso, tenemos que $(\mathbf{v} = (v_x(y, z), 0, 0))$, de manera que se satisface automáticamente la ecuación de continuidad para fluidos incompresibles (1.2.1) y, adicionalmente, el término no lineal de la ecuación (1.2.2) es idénticamente cero, con lo que la ecuación de cantidad de movimiento se reduce a

$$\rho \frac{\partial v_x}{\partial t} = -\nabla p - \nabla \cdot \tau, \quad (1.2.6)$$

y la ecuación de energía, despreciando la disipación viscosa, queda como

$$\frac{\partial T}{\partial t} + v_x \frac{\partial T}{\partial x} = \kappa \nabla^2 T, \quad (1.2.7)$$

siendo $\kappa = \frac{k}{\rho c}$ la difusividad térmica del fluido. Puesto que las ecuaciones (1.2.1) y (1.2.6) están desacopladas de la ecuación (1.2.7), el campo de velocidades puede ser determinado a partir de la ecuación (1.2.6) usando las relaciones constitutivas (1.2.4) o (1.2.5) y la condición de no deslizamiento en la pared del tubo.

Para el caso de un fluido Newtoniano, caracterizado por la ecuación (1.2.4), la ecuación de movimiento (1.2.6) toma la forma

$$\rho \frac{\partial v_x}{\partial t} - \eta \left(\frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} \right) = -\frac{dp}{dx}, \quad (1.2.8)$$

y, expresada en coordenadas cilíndricas (r, θ, x) , resulta ser

$$\frac{\partial v_x}{\partial t} - \frac{\nu}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dv_x}{dr} \right) = -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx}, \quad (1.2.9)$$

donde ν es la viscosidad cinemática del fluido.

Si el fluido dentro del tubo es viscoelástico, cuya relación constitutiva está dada por la ecuación (1.2.5), derivamos (1.2.6) respecto del tiempo y tomamos la divergencia de la ecuación (1.2.5) y usando el teorema de Clairaut para intercambiar las derivadas parciales, tenemos

$$\rho \frac{\partial^2 \mathbf{v}}{\partial t^2} = -\frac{\partial \nabla p}{\partial t} - \nabla \cdot \frac{\partial \boldsymbol{\tau}}{\partial t}, \quad (1.2.10)$$

$$t_m \nabla \cdot \frac{\partial \boldsymbol{\tau}}{\partial t} = -\eta \nabla^2 \mathbf{v} - \nabla \cdot \boldsymbol{\tau}, \quad (1.2.11)$$

y combinando estas dos ecuaciones se obtiene

$$t_m \rho \frac{\partial^2 \mathbf{v}}{\partial t^2} + \rho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = -t_m \frac{\partial}{\partial t} (\nabla p) - \nabla p + \eta \nabla^2 \mathbf{v}. \quad (1.2.12)$$

Como suponemos que el flujo se desarrolla en la dirección axial x , la ecuación (1.2.12) expresada en coordenadas cilíndricas, queda

$$t_m \frac{\partial^2 v_x}{\partial t^2} + \frac{\partial v_x}{\partial t} - \frac{\nu}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dv_x}{dr} \right) = -\frac{1}{\rho} \left[t_m \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{dp}{dx} \right) + \frac{dp}{dx} \right], \quad (1.2.13)$$

donde, nuevamente, en el caso en que $t_m = 0$ se recupera la ecuación de movimiento (1.2.9) para un fluido Newtoniano. Las condiciones de frontera que junto con las ecuaciones (1.2.9) o (1.2.13) completan el problema hidrodinámico de valor en la frontera, para cada uno de los fluidos utilizados, son

$$\begin{aligned} v_x(r=0, t) &= \text{finita}, \\ v_x(r=a, t) &= 0. \end{aligned}$$

Una herramienta matemática muy útil para trabajar esta clase de flujos periódico-temporales es la transformada de Fourier. Ésta nos permite dar una descripción del flujo en el dominio de la frecuencia en lugar del dominio del tiempo. Entonces, para resolver las ecuaciones (1.2.9) y (1.2.13), hacemos uso de la transformada de Fourier la cual se define como

$$F(r, \omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^\infty f(r, t) e^{-i\omega t} dt, \quad (1.2.14)$$

con lo que las ecuaciones a resolver se transforman, respectivamente, en

$$\frac{d^2 V}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dV}{dr} - \frac{i\omega}{\nu} V = \frac{1}{\eta} \frac{dP}{dx}, \quad (1.2.15)$$

y en

$$\frac{d^2 V}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dV}{dr} + \frac{\rho(t_m \omega^2 - i\omega)}{\eta} V = \frac{(1 + i\omega t_m)}{\eta} \frac{dP}{dx}, \quad (1.2.16)$$

y las condiciones de frontera quedan como

$$\begin{aligned} V(r=0, \omega) &= \text{finita}, \\ V(r=a, \omega) &= 0. \end{aligned}$$

Las ecuaciones resultantes (1.2.15) y (1.2.16) son ecuaciones diferenciales ordinarias (EDO) no homogéneas cuyas soluciones son de la forma $V(r, \omega) = V_c(r, \omega) + V_p(r, \omega)$, siendo V_c la solución de la EDO homogénea correspondiente y V_p una integral particular de la EDO no homogénea. Como las EDO homogéneas correspondientes son ecuaciones de Bessel de orden cero, entonces,

$$V_c(r, \omega) = c_1 J_0(\beta_v r) + c_2 Y_0(\beta_v r),$$

con lo que

$$V(r, \omega) = c_1 J_0(\beta_v r) + c_2 Y_0(\beta_v r) + V_p(r, \omega),$$

donde J_0 y Y_0 son las funciones de Bessel del primer y segundo tipo, respectivamente, mientras que β_v es un parámetro que aparece en las ecuaciones diferenciales de Bessel para la velocidad (Ecs. 1.2.15 y 1.2.16), y tiene la forma

$$\beta_v^2(\omega) = \begin{cases} \frac{-i\omega\rho}{\eta} & \text{Caso Newtoniano} \\ \frac{\rho}{\eta t_m} [(t_m\omega)^2 - i\omega t_m] & \text{Caso viscoelástico} \end{cases} \quad (1.2.17)$$

Puesto que las funciones $Y_n(r)$ divergen en $r = 0$ y la solución debe ser acotada en ese punto, entonces escogemos $c_2 = 0$, de tal forma que las soluciones generales de (1.2.15) y (1.2.16), una vez agregada la solución particular V_p de la parte no homogénea, quedan, en el caso Newtoniano, como

$$V(r, \omega) = c_1 J_0(\beta_v r) + \frac{1}{\beta_v^2 \eta} \frac{dP}{dx},$$

y en el caso viscoelástico

$$V(r, \omega) = c_1 J_0(\beta_v r) + \frac{1 + i\omega t_m}{\beta_v^2 \eta} \frac{dP}{dx}.$$

Al aplicar la condición de no deslizamiento sobre la pared del cilindro $V(a, \omega) = 0$, se obtiene,

$$V(r, \omega) = \phi(\omega) \left[1 - \frac{J_0(\beta_v r)}{J_0(\beta_v a)} \right] \frac{dP}{dx}, \quad (1.2.18)$$

donde

$$\phi(\omega) = \begin{cases} \frac{1}{\beta_v^2 \eta} & \text{Caso Newtoniano,} \\ \frac{1+i\omega t_m}{\beta_v^2 \eta} & \text{Caso viscoelástico.} \end{cases} \quad (1.2.19)$$

Una vez obtenidos los perfiles de velocidad, procedemos ahora a resolver la ecuación de balance de energía con el fin de determinar el transporte axial de energía térmica a través del tubo que comunica con el tanque de almacenamiento térmico. Para establecer como se transporta la energía en una geometría cilíndrica, determinamos cómo es el campo de temperatura a partir de la ecuación de conservación de energía (1.2.7) expresada en coordenadas cilíndricas

$$\frac{\partial T}{\partial t} + v_x \frac{\partial T}{\partial x} = \kappa \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right), \quad (1.2.20)$$

donde v_x está dada por la transformada inversa de Fourier de la ecuación (1.2.18).

Antes de resolver la ecuación (1.2.20) consideramos la diferencia de magnitud que existe entre los gradientes axial y transversal de temperatura debido a las oscilaciones del fluido. Durante la mayor parte del ciclo, el fluido cercano a la región de las paredes del tubo tendrá una temperatura diferente de aquella en el centro del flujo dando como resultado que grandes cantidades de calor se transfieran radialmente y, por lo tanto, sean transportadas axialmente. En la figura 1.2 se presenta un esquema con 9 etapas de un ciclo completo de oscilación del fluido, en las que se observa el desarrollo del perfil de velocidades de un fluido Newtoniano así como del movimiento de los elementos de volumen con sus respectivas temperaturas. En el primer cuarto del ciclo (figuras 1.2a-1.2c) se puede ver que conforme el fluido avanza hacia adelante y llega al desplazamiento máximo (figura 1.2c), los elementos de volumen en la región central del flujo avanzan más rápido que los elementos adyacentes a la pared del tubo debido al perfil parabólico de velocidades. Así, el fluido en la región central del flujo tendrá una mayor temperatura que el fluido en la zona cercana a las paredes del

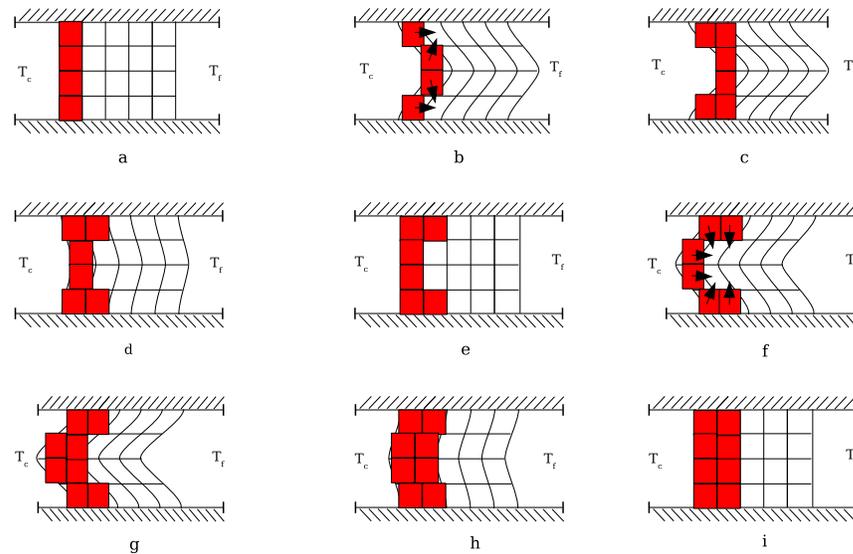


Figura 1.2: Algunas etapas del movimiento oscilatorio de un fluido Newtoniano. Se observa que durante la mayor parte del ciclo el fluido cercano a la región de las paredes del tubo tendrá una temperatura diferente de aquella en el centro del flujo dando como resultado que grandes cantidades de calor se transfieran radialmente y sean transportadas axialmente de manera periódica.

tubo transfiriéndose calor del centro hacia la pared del tubo (figuras 1.2b y 1.2c). En el retroceso del fluido, del máximo al mínimo desplazamiento (figuras 1.2c - 1.2g), nuevamente retrocede más rápido el fluido en la región del centro, y debido a la mayor temperatura del fluido cercano a la pared del tubo con respecto al de la región central, se transfiere calor de la región de la pared hacia la región del centro (figuras 1.2f y 1.2g). Al terminar el ciclo (figura 1.2i) una gran cantidad de calor ha sido transportada axialmente. De esta forma, un gradiente grande de temperatura en la dirección radial y dependiente del tiempo, producido por las oscilaciones del fluido, es el motor de este mecanismo físico de mejoramiento.

Así, las oscilaciones del fluido generan un gradiente grande de temperatura en la dirección radial lo que provoca que el fluido cercano a la región de las paredes del

tubo tenga una temperatura diferente de aquélla en el centro del flujo dando como resultado que grandes cantidades de calor se transfieran radialmente en cada ciclo y, por lo tanto, sean transportadas axialmente. Debido a lo anterior, el gradiente transversal de temperatura es mucho mayor que el gradiente axial, de tal forma que la difusión de calor axial es mucho menor que la radial. Esto significa que el término $\partial^2 T / \partial r^2$ es mucho mayor que $\partial^2 T / \partial x^2$, de hecho, si $\partial^2 T / \partial x^2 = 0$ entonces podemos suponer que $\partial T / \partial x$ es constante. Esta aproximación no está muy alejada de la realidad si consideramos que en el fenómeno de la difusión molecular pura en ausencia de flujo el gradiente de temperatura también es constante. Con estas consideraciones, se puede proponer una solución a la ecuación de energía de la forma

$$T(r, x, t) = \gamma x + \gamma f(r, t),$$

donde γ es una constante. De hecho, Kurzweg [12] propuso una solución a la ecuación (1.2.20) que supone un gradiente constante de temperatura axial promediado en tiempo $\gamma = \partial T / \partial x$, por lo que T toma la forma

$$T(r, x, t) = \gamma [x + ag(r) e^{-i\omega t}], \quad (1.2.21)$$

siendo g una función que describe la dependencia radial que tiene la temperatura. Esta expresión exhibe un comportamiento lineal de T en la dirección axial así como una variación transversal dependiente del tiempo. Con este campo de temperaturas se puede calcular el flujo de energía a lo largo del tubo. La ecuación (1.2.21) representa una solución aproximada del campo de temperaturas, pero permite un tratamiento analítico del problema.

1.3. Difusividad Térmica Efectiva

Una vez que determinamos las distribuciones de velocidad y temperatura en el interior de la sección del tubo bajo análisis, podemos calcular la transferencia de calor mejorada que ocurre del extremo con temperatura alta al extremo con temperatura baja. Sin embargo, con el objetivo de analizar el papel de la distribución radial de

velocidades en la transferencia de calor aquí descrita, consideraremos tres posibles casos relacionados con la dependencia o independencia radial que presentan las distribuciones de velocidad y temperatura. En cada uno de estos casos determinaremos la conducción de calor efectiva.

El flujo axial de calor por unidad de área en la sección transversal de la configuración bajo análisis, está dado por la difusividad térmica efectiva κ_e multiplicada por el gradiente de temperatura axial γ , y es igual al promedio temporal del flujo de calor por convección en la dirección axial producido por la interacción de los perfiles de velocidad y temperatura variando en la dirección radial [12], esto es,

$$-\kappa_e \gamma = \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} \int_0^a [T(r, x, t)]_R [V(r, t)]_R r dr dt, \quad (1.3.1)$$

donde el subíndice R representa la parte real de cada expresión. En esta definición hemos despreciado la pequeña contribución de calor por conducción en la dirección axial, tal como lo proponen algunos autores como Kurzweg ([12]).

1.3.1. Evaluación de κ_e

Con el objetivo de analizar y comprender como se comporta la difusividad térmica efectiva en distintas condiciones, hemos considerado tres casos cuyas diferencias radican en la dependencia o independencia radial que presentan las distribuciones de velocidad y temperatura antes desarrolladas. Los casos son los siguientes: *a)* Independencia radial de la temperatura y del perfil de velocidades; *b)* Independencia radial del perfil de velocidades y distribución radial de temperaturas; y, *c)* Distribuciones radiales de la temperatura y del perfil de velocidades. En cada uno de los tres casos, partimos de las ecuaciones (1.2.18) y (1.2.21) que corresponden a las distribuciones de velocidad y temperatura, respectivamente.

Para determinar una expresión de la velocidad independiente del radio, podemos suponer un perfil de velocidades de flujo medio. Esta situación es análoga a un flujo tapón. Así, integrando la velocidad (Ec. 1.2.18) en dirección radial obtenemos el flujo $\hat{Q}(\omega)$ que pasa por la sección transversal del tubo de área A , esto es,

$$\begin{aligned}\hat{Q} &= \int_0^{2\pi} \int_0^a V(r, \omega) r dr d\theta \\ &= \int_0^{2\pi} \int_0^a \phi(\omega) \left[1 - \frac{J_0(\beta_v r)}{J_0(\beta_v a)} \right] \frac{dP}{dx} r dr d\theta\end{aligned}$$

o bien,

$$\hat{Q} = \frac{K(\omega)}{\eta} \frac{dP}{dx}, \quad (1.3.2)$$

donde $K(\omega)$ se define como

$$K(\omega) = \pi a^2 \eta \phi(\omega) \left[1 - \frac{2J_1(\beta_v a)}{a\beta_v J_0(\beta_v a)} \right], \quad (1.3.3)$$

y es conocida como la permeabilidad dinámica [23].

Para determinar una distribución aproximada de la temperatura resolvemos la ecuación de conservación de energía (1.2.20) con dos perfiles de velocidad tanto para los fluidos Newtonianos como para los viscoelásticos. Los dos perfiles de velocidad son el de flujo medio, dado por la ecuación (1.3.2), y el de distribución radial (ec. 1.2.18), que para el caso de los fluidos Newtonianos es parabólico (sólo a bajas frecuencias), no así para los viscoelásticos. De esta forma, y en combinación con las suposiciones de dependencia e independencia radial de la temperatura, se obtienen los siguientes tres casos de la ecuación de energía. En la primera situación suponemos independencia radial del campo de temperaturas y usamos el perfil de velocidades de flujo medio, por lo tanto, la ecuación de balance de energía se reduce a

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{Q}{A} \frac{\partial T}{\partial x} = \kappa \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}, \quad (1.3.4)$$

donde $Q = Q(t)$ es la transformada inversa de Fourier de $\hat{Q}(\omega)$ (ec. 1.3.2). En el segundo caso suponemos dependencia radial de la temperatura y se usa el perfil de velocidades de flujo medio, de modo que la ecuación de transferencia de calor toma la forma

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{Q}{A} \frac{\partial T}{\partial x} = \kappa \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right). \quad (1.3.5)$$

Finalmente, el tercer caso corresponde a la situación más real, esto es, consideramos una distribución de temperaturas dependiente de la coordenada radial y un perfil de velocidades también dependiente de r .

$$\frac{\partial T}{\partial t} + V(r, t) \frac{\partial T}{\partial x} = \kappa \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right). \quad (1.3.6)$$

En cada uno de los tres casos, completamos el problema de valor en la frontera con las condiciones para T , y por lo tanto para g (ver Ec. 1.2.21). Suponemos que existe simetría con respecto al eje del tubo ($r = 0$) y que existe una frontera adiabática en la pared del tubo ($r = a$). Esto es,

$$\begin{aligned} g'(r = 0) &= 0, \\ g'(r = a) &= 0. \end{aligned} \quad (1.3.7)$$

Para resolver la ecuación de conservación de energía en cada una de las tres situaciones descritas en los párrafos anteriores, sustituimos la expresión de la temperatura dada por la ecuación (1.2.21) en las ecuaciones (1.3.4), (1.3.5) o (1.3.6) para entonces resolver la ecuación resultante de g . Por ejemplo, al sustituir la ecuación (1.2.21) en la ecuación (1.3.6) obtenemos una ecuación diferencial no homogénea de 2^o orden para g dada como

$$\frac{d^2 g(r)}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dg(r)}{dr} + i \frac{\omega}{\kappa} g(r) = \frac{v_x}{a\kappa} e^{i\omega t}, \quad (1.3.8)$$

y las condiciones de frontera para g son las indicadas por (1.3.7). La solución general de esta ecuación diferencial de Bessel es

$$g(r) = c_3 J_0(\beta_t r) + c_4 Y_0(\beta_t r) + g_p(r),$$

donde $\beta_T^2 = i \frac{\omega}{\kappa}$ y $g_p(r)$ es la integral particular de la ecuación (1.3.8). Finalmente, aplicando las condiciones de frontera obtenemos

$$g(r) = \frac{\Phi(\omega) P_x}{\kappa(\beta_v^2 - \beta_T^2)} \left[-\frac{\beta_v J_1(\beta_v a) J_0(\beta_T r)}{\beta_T J_0(\beta_v a) J_1(\beta_T a)} + \frac{J_0(\beta_v r)}{J_0(\beta_v a)} + \frac{(\beta_v^2 - \beta_T^2)}{\beta_T^2} \right], \quad (1.3.9)$$

siendo J_1 la función de Bessel de primera clase de orden uno. Con esto, al sustituir $g(r)$ en la expresión para $T(r, x, t)$ (Ec. 1.2.21) obtendremos la distribución de temperaturas en el interior del tubo.

Una vez obtenidas relaciones explícitas de velocidad y temperatura, determinamos la difusividad térmica efectiva promedio κ_e a partir de la ecuación (1.3.1), para lo cual, con el objetivo de obtener resultados analíticos, hemos escogido un gradiente de presión armónico dado por la parte real de la expresión $P_x e^{-i\omega_0 t}$, siendo P_x la amplitud del gradiente de presión. De esta forma se obtiene la expresión

$$\kappa_e = -\frac{1}{4} \int_0^a [\overline{V}g + \overline{g}V] dr, \quad (1.3.10)$$

en donde las barras hacen referencia al complejo conjugado de la función marcada. En los primeros dos casos, el integrando de la ecuación (1.3.10) es igual a cero dando como consecuencia $\kappa_e = 0$. Este resultado indica que no existe mejoramiento térmico efectivo cuando usamos la velocidad de flujo medio ($v_x \neq v_x(r)$) con una distribución no radial de temperatura ($T \neq T(r)$) como en el primer caso, o con una distribución radial de la temperatura ($T = T(r)$) como en el segundo caso, tanto para fluidos Newtonianos como para fluidos viscoelásticos. En estas situaciones $T \neq T(r)$ implica que no hay una variación radial significativa de la temperatura, por lo que se puede considerar una distribución radial constante, esto es $g = cte$. Por otro lado, la independencia radial de la distribución de velocidad $v_x \neq v_x(r)$ puede suponerse como una situación de flujo medio Q que, como se indicó anteriormente, es una situación análoga al flujo tapón. Estos resultados muestran que la capa límite adyacente a la pared del tubo juega un papel muy importante en el proceso de transferencia de calor por lo que debe ser considerada.

En virtud de lo anterior, es clara la importancia de considerar la distribución radial de velocidades. De hecho, en el tercer caso utilizamos distribuciones radiales tanto para el campo de velocidades como para el de temperaturas. Con esto, la integración en la dirección radial dió por resultado

$$\begin{aligned}
\kappa_e = & \frac{a|\phi(\omega)|^2 P_x^2}{2\kappa} \left[\operatorname{Re} \left\{ \frac{\bar{\beta}_v}{(\bar{\beta}_v^2 - \bar{\beta}_T^2)(\beta_v^2 - \bar{\beta}_T^2)} \right. \right. \\
& \cdot \left. \frac{J_1(\bar{\beta}_v a)}{J_0(\bar{\beta}_v a)} \left[1 - \frac{\beta_v J_1(\beta_v a) J_0(\bar{\beta}_T a)}{\bar{\beta}_T J_0(\beta_v a) J_1(\bar{\beta}_T a)} \right] \right\} \\
& \left. + \frac{\operatorname{Re}\{\beta_v^2\}}{|\beta_v^2 - \bar{\beta}_T^2|^2} \operatorname{Im} \left\{ \frac{\beta_v J_1(\beta_v a)}{J_0(\beta_v a)} \right\} \operatorname{Im} \left\{ \frac{1}{\beta_v^2} \right\} \right] \quad (1.3.11)
\end{aligned}$$

donde $\operatorname{Re}\{\}$ y $\operatorname{Im}\{\}$ denotan la parte real y la parte imaginaria, respectivamente, de la expresión indicada. Debe notarse que la ecuación (1.3.11) proporciona la difusividad térmica efectiva tanto para fluidos Newtonianos como para fluidos de Maxwell, dependiendo de la forma de $\phi(\omega)$ seleccionada.

Al desarrollar la ecuación (1.3.11) hemos introducido los números adimensionales de Prandtl, $Pr = \nu/\kappa$, de Péclet, $Pe = V_0 a/\kappa$ y de Womersley, $Wo = a\sqrt{\omega/\nu}$, para ambos tipos de fluidos, así como el inverso del número de Deborah $\alpha = (a^2\rho)/(\eta t_m)$ para fluidos viscoelásticos (ver apéndice). Con esto, se obtienen expresiones adimensionales de la difusividad térmica mejorada κ_e^* de la forma

$$\kappa_e^* = \begin{cases} Pe \cdot \Phi(Pr, Wo) & \text{Caso Newtoniano} \\ Pe \cdot \Phi(Pr, Wo, \alpha) & \text{Caso viscoelástico} \end{cases} \quad (1.3.12)$$

Es importante hacer notar que los resultados obtenidos por Kurzweg [12, 13] son recuperados a partir de la ecuación (1.3.11) bajo la suposición de que el fluido es Newtoniano.

La figura (1.3) muestra el comportamiento de la difusividad efectiva κ_e como función del número de Womersley, Wo , suponiendo que el fluido de trabajo es Newtoniano y tiene un número de Prandtl cercano al del agua ($Pr = 10$). La curva presenta un único valor máximo de $\kappa_e \sim 90 \frac{m^2}{s}$ en aproximadamente $Wo = 1.2$. Este comportamiento coincide con el que presenta Kurzweg [12] para un fluido con el mismo valor de Pr que fluye a través de un tubo aislado térmicamente.

Los resultados de las tres aproximaciones muestran que el incremento en la difusividad térmica efectiva es una consecuencia de la interacción del perfil de velocidades

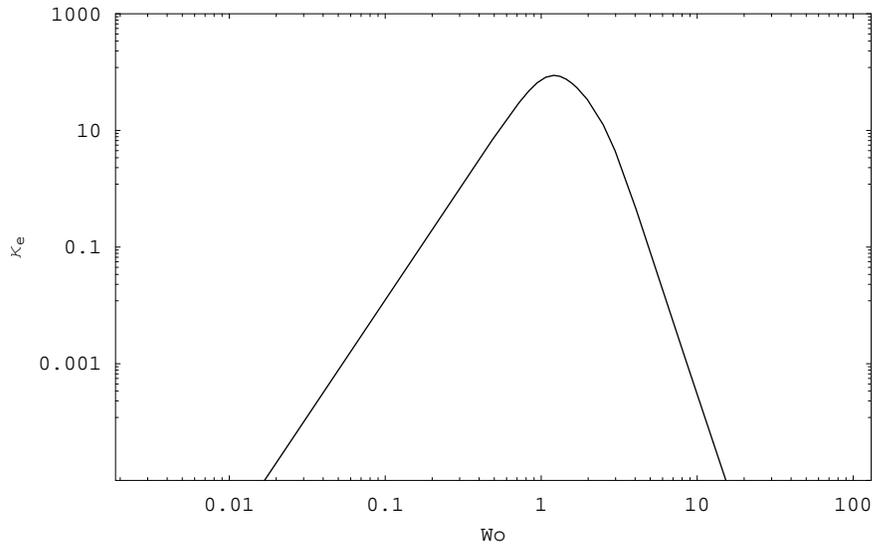


Figura 1.3: κ_e como función del número de Womersley Wo para un número de Prandtl $Pr = 10$, representativo del agua.

con la distribución de temperatura en el interior del tubo. El proceso está basado en la interacción de la difusión de energía térmica en la dirección radial con un transporte longitudinal periódico [15]. El resultado es un incremento muy significativo de la capacidad del fluido para transportar calor longitudinalmente, tal como lo mostraron Kurzweg y Chen [14] al analizar el flujo de calor longitudinal en la capa límite adyacente a una placa con movimiento oscilatorio. En sus trabajos, Kurzweg [12] encontró para el caso de agua contenida en un canal rectangular, con un gradiente de temperatura $\gamma = 10 \text{ }^{\circ}\text{C}/\text{cm}$ y a una frecuencia de oscilación de 300 rad/s, que la difusividad térmica efectiva puede generar un flujo de calor axial mejorado de $1.8 \times 10^6 \text{ W}/\text{cm}^2$. Este valor es dos órdenes de magnitud mayor que los mejores valores que se han obtenido con tubos de calor de metales líquidos [12]. Para el caso de flujos oscilatorios de metales líquidos en tubos, Kurzweg [13] encontró que la difusividad efectiva es tres órdenes de magnitud mayor que la difusividad molecular.

Para un fluido de trabajo viscoelástico la difusividad térmica efectiva presenta un comportamiento resonante caracterizado por la aparición de valores máximos locales a distintas frecuencias de oscilación. La figura 1.4 muestra la difusividad térmica efectiva

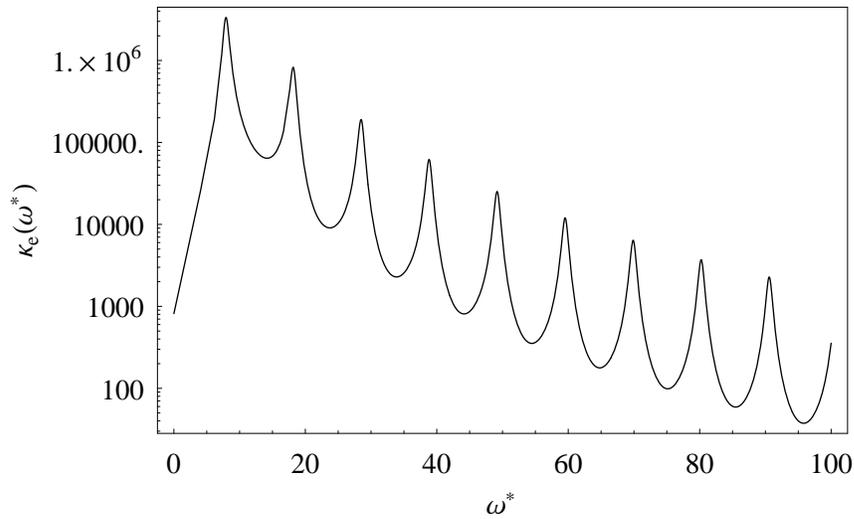


Figura 1.4: κ_e como función de la frecuencia adimensional ω^* para un fluido viscoelástico con número de Prandtl $Pr = 10$.

para un fluido viscoelástico con un número de Prandtl $Pr = 10$ como función de la frecuencia adimensional $\omega^* = \omega t_m$. En este caso se ha utilizado ω^* por considerarlo un parámetro adimensional más conveniente en el análisis de la difusividad efectiva de este tipo de fluidos. La figura corresponde a un número de Deborah inverso $\alpha = 0.01$ que caracteriza el comportamiento viscoelástico del fluido.

Para propósitos de comparación, hemos considerado el mismo valor de α usado por del Río *et al.* [23]. Este corresponde a un fluido con tiempo de relajación del orden de segundos, con densidad y viscosidad del mismo orden que las del agua y un radio del tubo del orden de centímetros. Con este valor, el comportamiento viscoelástico está bien establecido. De hecho, las propiedades físicas del cloruro de cetilpiridinio y solución de salicilato de sodio (CPyCl/NaSal, 60/100) [41, 40] dan un valor de α cercano a 0.01.

En el rango de frecuencias considerado en la figura 1.4, se observan tres valores máximos locales siendo el primero el máximo absoluto. Éste alcanza un valor de 3.4×10^8 para $\omega^* = 24.05$ que corresponde a un número de Womersley $Wo = 0.49$. Como se puede observar, este valor de κ_e es varios órdenes de magnitud mayor que la

difusividad térmica efectiva encontrada para el caso Newtoniano, lo cual proporciona un proceso de bombeo de calor muy interesante desde el punto de vista tecnológico, con posibilidades de aplicación en el campo de la energía solar. Otra característica importante del comportamiento de κ_e observado en esta figura, es el hecho de que las frecuencias de resonancia de la difusividad térmica efectiva coinciden con las de la permeabilidad dinámica [23].

1.3.2. Comparación cuantitativa entre la difusividad efectiva y la difusividad molecular

Con el objetivo de dar una idea cuantitativa de este mejoramiento térmico, hemos comparado el flujo de calor axial bajo condiciones oscilatorias con el flujo de calor molecular en la misma dirección. Así, definiendo H_x como la razón entre el flujo de calor en régimen oscilatorio (q_o'') y el flujo de calor molecular (q_m''), se tiene

$$H_x = \frac{q_o''}{q_m''}$$

donde $q_o'' = -\rho c \kappa_e (\partial T / \partial x)$ y $q_m'' = -k (\partial T / \partial x)$. Si $\hat{\kappa}_e = \kappa_e / \kappa$ es la difusividad térmica efectiva adimensional, entonces H_x será

$$H_x = \frac{-k \hat{\kappa}_e \frac{\partial T}{\partial x}}{-k \frac{\partial T}{\partial x}} = \hat{\kappa}_e. \quad (1.3.13)$$

Este resultado muestra que para un fluido con propiedades constantes, el flujo de calor asociado al movimiento oscilatorio es $\hat{\kappa}_e$ veces el flujo de calor molecular.

Para fines de utilización del proceso de bombeo de calor mediante flujos oscilatorios en colectores solares, es importante hacer una comparación con el proceso de bombeo térmico que se lleva a cabo cuando la convección de calor es forzada por medio del flujo uniforme unidireccional del sistema de circulación de dichos dispositivos. En el caso de un flujo oscilatorio, el flujo neto de calor por unidad de área de la sección transversal del tubo que corresponde a un gradiente de temperatura, γ , determinado es

$$(\dot{q})_\omega = \kappa_e \rho c \gamma, \quad (1.3.14)$$

donde hemos despreciado la pequeña contribución al proceso de transferencia de calor de la conducción en la dirección axial. En el caso de un flujo unidireccional con velocidad característica U , el flujo de calor por unidad de área de la sección transversal puede ser estimado como

$$(\dot{q})_U = \frac{1}{2} \rho U a c \gamma. \quad (1.3.15)$$

Por lo tanto, el cociente de estas cantidades es

$$\frac{(\dot{q})_\omega}{(\dot{q})_U} = \frac{2}{Pe} \frac{\kappa_e}{\kappa}, \quad (1.3.16)$$

donde el número de Péclet está dado por $Pe = Ua/\kappa$. Considerando que la difusividad térmica del fluido viscoelástico es similar a la del agua, $\kappa \approx 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$, entonces la razón κ_e/κ es del orden de 10^{15} . Por otro lado, en un colector solar estándar con un flujo másico de 0.03 kg/s , el número de Péclet es cercano a $Pe = 7000$ [1]. Por lo tanto, en estas condiciones la ecuación (1.3.16) predice que el flujo de calor axial por unidad de área de sección transversal con el fluido viscoelástico oscilando, es 10^{11} veces mayor que el flujo de calor que se obtiene a través de un flujo unidireccional. Sin embargo, recientemente se ha mostrado [25] que la teoría lineal usada en este trabajo no puede reproducir exactamente la amplitud de la velocidad. En consecuencia, esto puede conducir a una sobreestimación de la difusividad térmica efectiva. No obstante, las estimaciones parecen indicar una mejoría en la transferencia de calor axial utilizando un fluido viscoelástico en movimiento oscilatorio en comparación al transporte por convección forzada unidireccional.

Al considerar la notable mejora en la conducción de calor y el inminente carácter irreversible del proceso de transferencia de energía calorífica, resulta lógico tratar de investigar acerca de las irreversibilidades asociadas a este fenómeno. Estas irreversibilidades nos indicarán la manera de optimizar el proceso con base en las frecuencias de oscilación. De esta forma, se puede obtener un criterio para el diseño de tubos que optimicen el transporte de calor axial en los colectores solares. Por tal motivo, en el siguiente capítulo analizaremos el comportamiento de la razón de generación de entropía asociada a esta conducción mejorada de calor. Específicamente, investigaremos el caso viscoelástico por su notable mejoría.

Capítulo 2

Análisis de la Generación de Entropía en un Flujo Oscilatorio

En este capítulo analizamos la razón de generación de entropía global en un fluido viscoelástico oscilando dentro de un tubo que, podemos suponer, forma parte del sistema de circulación de un dispositivo de captación solar. El objetivo es determinar el comportamiento del flujo en condiciones de resonancia y así tener herramientas para el diseño de tubos que optimicen el transporte de calor axial [35, 38]. Con la meta de entender plenamente las irreversibilidades, el análisis se realiza considerando dos casos, el caso isotérmico, por su simplicidad, y el caso con transporte de calor, que es el relevante para este trabajo. Además, debido al hecho de que la difusividad térmica mejorada es mayor para el caso viscoelástico, sólo presentamos resultados para el fluido de Maxwell. Como se verá, la razón de generación de entropía global presenta picos bien definidos en las frecuencias de resonancia donde el flujo tiene las máximas velocidades. Se muestra que las frecuencias de resonancia pueden ser consideradas óptimas en el sentido de que en esos valores se maximiza la potencia transmitida al flujo oscilatorio a expensas de máxima disipación. En otras palabras, al bombear un fluido viscoelástico a la frecuencia de resonancia se provocará que la transferencia de calor axial sea la más rápida posible al variar la frecuencia.

2.1. Introducción

En el primer capítulo se presentaron los resultados analíticos de la transferencia de calor en fluidos oscilando dentro de un tubo. Se mostró que con la inclusión de un flujo oscilante se incrementa en varios órdenes de magnitud la difusividad térmica efectiva, comparada con el proceso de transferencia de masa a flujo constante. Además, esta difusividad efectiva es mayor cuando el fluido tiene características viscoelásticas (fluido de Maxwell) que cuando es un fluido viscoso (Newtoniano). De acuerdo a nuestros resultados pudimos corroborar que el mejoramiento en la difusividad térmica es resultado de la interacción entre las distribuciones de velocidad y temperatura en la dirección radial tal como lo menciona Kurzweg para un fluido Newtoniano [13, 12] y, además, encontramos que ocurre un comportamiento similar en un fluido viscoelástico. Sin embargo, la evaluación de las irreversibilidades intrínsecas asociadas con el flujo oscilatorio no ha sido realizada explícitamente.

En este capítulo analizamos estas irreversibilidades utilizando la razón de generación de entropía que caracteriza al flujo oscilatorio con media cero de un fluido de Maxwell. Con el objetivo de conocer todos los aspectos de las irreversibilidades de este proceso, en un primer caso presentamos la relación existente entre la máxima permeabilidad (y, por lo tanto, máxima amplitud de velocidad) del flujo oscilatorio con media cero y la razón de generación de entropía en condiciones isotérmicas debida únicamente a disipación viscosa (sección 2.3). En el segundo caso, que es el de interés para aplicaciones solares, consideramos las irreversibilidades generadas por los dos efectos, el flujo de calor y la disipación viscosa (sección 2.4).

2.2. Campos de Velocidad y Temperatura

Consideramos el flujo de un fluido de Maxwell a través de un tubo cilíndrico rígido de radio a . Sobre el fluido actúa un gradiente de presión oscilatorio aplicado en la dirección longitudinal x . Este problema fue resuelto analíticamente en el primer capítulo, la expresión obtenida para el campo de velocidad $V(r, t)$ correspondiente a este tipo de fluidos es la transformada inversa de Fourier de la ecuación (1.2.18) que

tiene la forma

$$v_x(r, t) = \frac{1 + i\omega_0 t_m}{\beta_v^2 \eta} \left[1 - \frac{J_0(\beta_v r)}{J_0(\beta_v a)} \right] \frac{dp}{dx}, \quad (2.2.1)$$

donde la condición de no deslizamiento $V(a) = 0$ ha sido impuesta en la pared del cilindro. Aquí $\beta_v = \sqrt{(\rho/\eta t_m)[(t_m \omega_0)^2 - i\omega_0 t_m]}$. Todas las propiedades físicas del fluido son consideradas constantes. Con el fin de obtener resultados analíticos, se considera un gradiente de presión armónico dado por la parte real de la expresión $P_x e^{-i\omega_0 t}$, donde P_x es la amplitud constante del gradiente de presión y ω_0 es la frecuencia angular. Con esta suposición, la expresión adimensional del campo de velocidad es

$$V^*(r^*, t^*) = \frac{1 + i\omega^*}{\alpha \varpi} \left(1 - \frac{J_0(\sqrt{\alpha \varpi} r^*)}{J_0(\sqrt{\alpha \varpi})} \right) e^{-it^*}, \quad (2.2.2)$$

donde $V^* = v_x/V_o$, siendo $V_o = (a^2/\eta)P_x$, $\omega^* = \omega_0 t_m$, $r^* = r/a$ y $t^* = t\omega_0$. Aquí, $\varpi = (\omega_0 t_m)^2 - i\omega_0 t_m$ y, como en el primer capítulo, $\alpha = (\rho a^2)/(\eta t_m)$ es el inverso del número de Deborah para fluidos viscoelásticos.

En el capítulo anterior se utilizó la siguiente expresión para el campo de temperaturas (1.2.21),

$$T(r, x, t) = \gamma [x + ag(r) e^{-i\omega t}], \quad (2.2.3)$$

que expresada adimensionalmente toma la forma

$$T^*(r^*, x^*, t^*) = x^* + g^*(r^*) e^{-it^*}, \quad (2.2.4)$$

donde $T^* = T/(a\gamma)$. Con esta formulación adimensional estamos listos para estudiar la producción de entropía.

2.3. Razón de Generación de Entropía

En esta sección analizaremos la razón de generación de entropía considerando dos situaciones distintas. En la primera de ellas se presentan condiciones isotérmicas y en la segunda se considera el transporte de calor. Debido al hecho de que el transporte

axial de calor mejorado es más intenso para el caso del fluido viscoelástico, sólo se presentarán los resultados correspondientes al fluido de Maxwell.

2.3.1. Condición Isotérmica

Como una primera parte del análisis restringiremos nuestro estudio a una condición isotérmica. Es claro que esta situación no es relevante para el transporte de energía solar, pero nos permitirá entender aspectos relacionados con el caracter óptimo del bombeo a frecuencia de resonancia. Además, debido a la suposición de que el fluido es una sustancia simple, el fenómeno de difusión de masa no se considera. Con estas aproximaciones, la razón de generación de entropía local adimensional, \dot{S}^* , se debe únicamente a la disipación viscosa y está dada por [42]

$$\dot{S}^*(r^*, t^*) = \frac{1}{T^*} \left(\frac{\partial V^*}{\partial r^*} \right)^2, \quad (2.3.1)$$

donde $\dot{S}^* = S/(V_o^2 \eta / T_o a^2)$ y $T^* = T/T_o$, siendo T_o la temperatura media dimensional del fluido. Por simplicidad, la temperatura adimensional fue considerada como $T^* = 1$ en todos los cálculos que se presentan en esta sección. Con el fin de obtener la razón de generación de entropía global por unidad de longitud en la dirección axial, $\langle \dot{S}^* \rangle$, \dot{S}^* se integra en la sección transversal del tubo. Así, $\langle \dot{S}^* \rangle$ es función solamente de t^* , ω^* y α . La velocidad correspondiente, promediada en la sección transversal del tubo, es

$$\langle V^* \rangle = \frac{2\pi}{A} \int_0^1 V^*(r^*, t^*) r^* dr^*. \quad (2.3.2)$$

donde A es el área de la sección transversal. Podemos ahora usar las ecuaciones (2.3.1) y (2.3.2) para caracterizar el comportamiento resonante del sistema.

En la figura 2.1 se presenta el comportamiento de las amplitudes de V^* y $\langle \dot{S}^* \rangle$ (líneas punteada y sólida, respectivamente), como función de la frecuencia adimensional para un valor del número de Deborah $\alpha = 0.01$. Se puede observar que los valores máximos de $\langle \dot{S}^* \rangle$ se encuentran en las frecuencias de resonancia donde también $\langle V^* \rangle$ es máxima. Este resultado tiene implicaciones importantes en términos del trabajo útil que es invertido para mover al fluido a través del tubo:

la máxima velocidad es obtenida a expensas de la máxima disipación. Por otra parte, a partir de la relación existente entre trabajo W y velocidad v ,

$$\frac{dW}{dt} = PAv,$$

es claro que conociendo la presión P y el área A de la sección transversal del tubo, los máximos de velocidad del fluido generan también máximos de potencia. Por lo tanto, puede concluirse que las frecuencias resonantes podrán considerarse óptimas en el sentido de que maximizan la potencia transmitida al fluido a través del flujo oscilante. El hecho de que tanto los máximos de velocidad como los máximos de razón de generación de entropía aparezcan en las frecuencias de resonancia no es un resultado obvio a partir de las ecuaciones (2.2.2) y (2.3.1). Sin embargo, esto se hace evidente cuando se considera una aproximación promedio en términos de la ley de Darcy. La ley fenomenológica para un flujo medio (o velocidad promedio) dependiente de la frecuencia puede ser expresada como

$$\mathbf{J} = \langle \mathbf{V}^* \rangle = -K(\omega^*) \nabla P,$$

donde $K(\omega^*)$ es la permeabilidad dinámica [23] definida en la ecuación (1.3.3). Por lo tanto, al expresar la razón de generación de entropía global como el producto de flujos y fuerzas generalizadas [43], se obtiene

$$\langle \dot{S}^* \rangle = -\frac{1}{T} \mathbf{J} \cdot \nabla P = \frac{K(\omega^*)}{T} |\nabla P|^2 \quad (2.3.3)$$

donde con el fin de satisfacer la condición $\langle \dot{S}^* \rangle \geq 0$, la permeabilidad dinámica debe ser una cantidad positiva definida. Con esto, es claro a partir de la Ec. (2.3.3) que se obtendrán valores máximos de $\langle \dot{S}^* \rangle$ en aquellas frecuencias en las cuales la $K(\omega^*)$ es máxima. Pero precisamente, de la ley de Darcy, éstas son las frecuencias que conducen a flujo medio o velocidad promedio máxima.

En la misma Fig. 2.1, podemos observar un comportamiento interesante: mientras los valores máximos de V^* decrecen conforme aumenta la frecuencia, los valores máximos de $\langle \dot{S}^* \rangle$ permanecen casi constantes. Este comportamiento remarca la importancia de la primera frecuencia de resonancia donde se obtiene el mayor valor

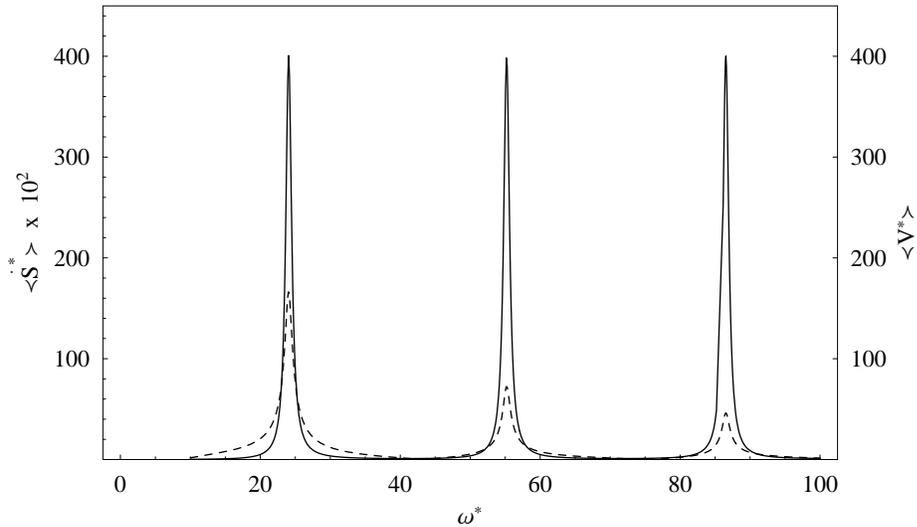


Figura 2.1: Las amplitudes de la velocidad adimensional V^* (línea punteada) y de la razón de generación de entropía global $\langle \dot{S}^* \rangle$ (línea sólida) como funciones de la frecuencia adimensional ω^* con $\alpha = 0.01$.

de velocidad promedio. Las irreversibilidades asociadas a la aparición del primer pico de velocidad son aproximadamente las mismas que aquellas relacionadas con la aparición en las siguientes resonancias, aunque los valores máximos de velocidad decrecen conforme aumenta la frecuencia. Esto implica que para frecuencias mayores se disipa la misma energía al mover el fluido, pero obtendremos flujos con velocidades máximas menores. En la Fig. 2.2 se puede observar el comportamiento general que presentan los valores máximos y mínimos de la razón de generación de entropía global en función de la frecuencia adimensional. En esta figura se muestra el comportamiento casi constante de los valores máximos de $\langle \dot{S}^* \rangle$, mientras que para los valores mínimos se observa un drástico aumento desde el valor que corresponde a la frecuencia cero hasta el primer mínimo observado, pero a partir de ese valor los siguientes valores mínimos permanecen casi constantes. De hecho, alcanzan el valor límite de 99.92 conforme $\omega^* \rightarrow \infty$. Es importante enfatizar el hecho de que el menor mínimo de $\langle \dot{S}^* \rangle$ corresponde a un estado estacionario, *i.e.*, a frecuencia cero. Este resultado concuerda con el teorema de Prigogine, el cual establece un mínimo de producción de entropía

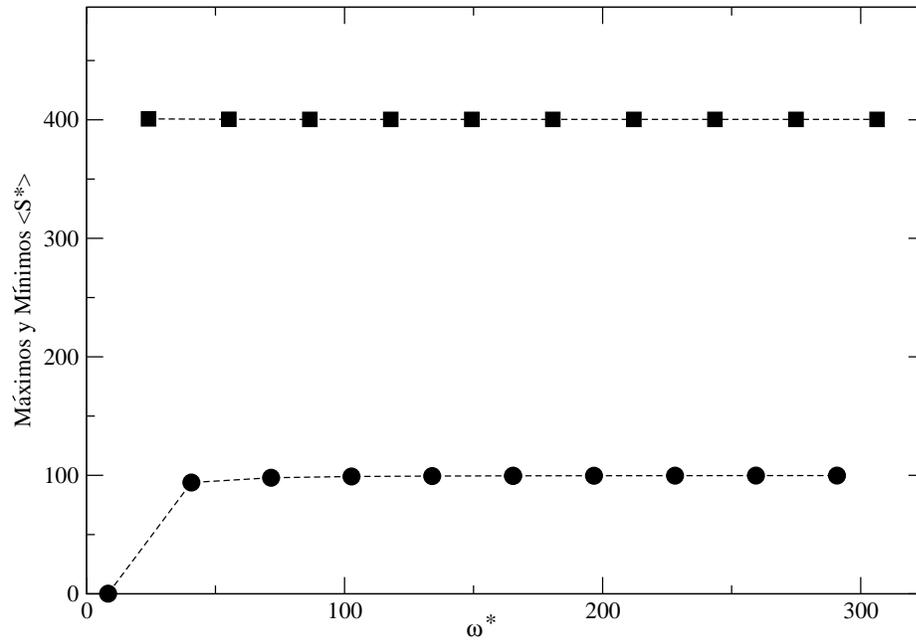


Figura 2.2: Valores máximos ($\times 10^2$, cuadrados) y mínimos (puntos) de $\langle \dot{S}^* \rangle$ a diferentes frecuencias de resonancia. La línea intermitente sólo muestra la tendencia de ambos comportamientos.

para estados estacionarios con coeficientes de Onsager constantes [43].

Hasta el momento, hemos analizado el flujo oscilatorio con media cero de un fluido de Maxwell en condiciones de resonancia a partir de la razón de generación de entropía global. Bajo la suposición de condiciones isotérmicas, se encontró que la razón de generación de entropía global es maximizada en las mismas frecuencias donde el flujo presenta comportamiento resonante. En estas condiciones las velocidades promedio son máximas y la potencia transmitida al fluido a través del flujo oscilatorio también es máxima. Por lo tanto, el bombeo en las frecuencias de resonancia puede ser considerado óptimo debido a la maximización de la potencia. Sin embargo, desde un punto de vista termodinámico, las velocidades promedio máximas son alcanzadas a través de la maximización de las irreversibilidades del flujo. En vista de la naturaleza viscoelástica de varios fluidos biológicos, estos resultados pueden ser de gran ayuda para un mejor entendimiento de algunos procesos fisiológicos de carácter oscilante

[28, 29, 23].

Este análisis isotérmico nos permitió entender que la transferencia de energía puede ocurrir en régimen de potencia máxima. En la siguiente subsección consideraremos las irreversibilidades debidas al flujo de calor, es decir, las irreversibilidades en condiciones no-isotérmicas.

2.3.2. Condición No-Isotérmica

En esta subsección calcularemos la razón de generación de entropía \dot{S} considerando las irreversibilidades debidas a la disipación viscosa y al flujo de calor que involucran, respectivamente, las distribuciones de velocidad y temperatura. En este caso, \dot{S} toma la forma

$$\dot{S} = \frac{k}{T^2} \left[\left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)^2 \right] + \frac{\mu}{T} \left(\frac{\partial V}{\partial r} \right)^2, \quad (2.3.4)$$

que expresada en forma adimensional queda

$$\dot{S}^*(r^*, t^*) = \frac{Pe^2}{T^{*2}} \left[\left(\frac{\partial T^*}{\partial r^*} \right)^2 + \left(\frac{\partial T^*}{\partial z^*} \right)^2 \right] + \frac{Ec \cdot Pr \cdot \frac{L_0}{a}}{T^*} \left(\frac{\partial V^*}{\partial r^*} \right)^2, \quad (2.3.5)$$

donde $V^* = V/\sqrt{a\gamma k/\eta}$, $T^* = T/(a\gamma)$ y $\dot{S}^* = \dot{S}/(k/a^2)$. Aquí, $Ec = V^2/(c\Delta T)$ es el número de Eckert (ver apéndice A) y el producto $Ec \cdot Pr$ proporciona una medida de la importancia de la disipación viscosa. Con esto, si $Ec \cdot Pr$ es pequeño entonces la disipación viscosa puede ser despreciable.

Al analizar detenidamente la Ec. 2.3.5 podemos observar que generalmente el valor de Pe^2 será mayor que el producto $Ec \cdot Pr \cdot \frac{L_0}{a}$, de tal forma que se puede anticipar que la mayor generación de entropía se debe al flujo de calor. Este resultado lo pudimos verificar al evaluar \dot{S}^* sin considerar la parte viscosa y comparándola con la expresión completa. Por lo tanto, es necesario analizar la producción de entropía en el caso no isotérmico ya que puede ser diferente del caso de la subsección anterior. Para esto,

integramos \dot{S}^* (Ec. 2.3.5) en la sección transversal del tubo con lo que obtenemos la razón de generación de entropía global por unidad de longitud en la dirección axial, $\langle \dot{S}^* \rangle$, causada por los efectos viscosos y térmicos del flujo oscilatorio del fluido Maxwelliano.

La Fig. 2.3 muestra el comportamiento de las amplitudes de $\langle \dot{S}^* \rangle$ (línea sólida) y de κ_e (línea punteada) como función de la frecuencia adimensional para un valor del número de Deborah $\alpha = 0.01$. Se puede observar que los valores máximos de $\langle \dot{S}^* \rangle$ se encuentran en las frecuencias de resonancia donde también κ_e y $\langle V^* \rangle$ son máximas. Con este resultado podemos concluir que en régimen de flujo oscilatorio la máxima velocidad y la máxima tasa de transferencia de calor se obtienen a expensas de la máxima disipación.

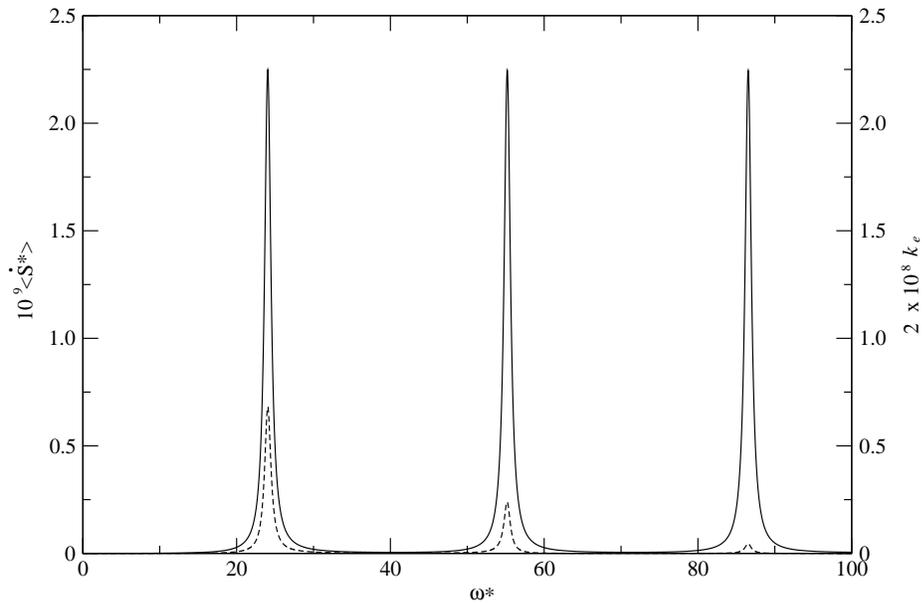


Figura 2.3: Las amplitudes de la difusividad térmica efectiva κ_e (línea punteada) y de la razón de generación de entropía global no-isotérmica $\langle \dot{S}^* \rangle$ (línea sólida) como funciones de la frecuencia adimensional ω^* , para un fluido de Maxwell con $\alpha = 0.01$.

En la misma Fig. 2.3, se observa que los valores máximos de $\langle \dot{S}^* \rangle$ permanecen

casi constantes mientras que los valores máximos de κ_e disminuyen conforme aumenta la frecuencia, tal como ocurrió con las amplitudes de velocidad. Análogamente, esto nos indica que las irreversibilidades asociadas al primer máximo de κ_e son casi las mismas que aquellas relacionadas con la aparición de los siguientes máximos, aunque los valores máximos de κ_e decrecen conforme aumenta la frecuencia. En este caso, este comportamiento implica que para frecuencias mayores se disipa la misma energía al transportar el calor aunque este transporte no sea tan rápido como el que se da a frecuencias más bajas.

Con esto confirmamos que el uso de un régimen oscilante para el transporte de energía térmica en un tubo opera en una situación de máxima potencia, optimizando el proceso de transferencia.

Capítulo 3

Transferencia Axial del Calor Colectado por un CPC usando un Flujo Oscilatorio. Desarrollo Experimental

En este capítulo presentamos los resultados experimentales del transporte axial de calor que ocurre en un fluido que oscila dentro de un tubo de sección transversal constante. Una parte del tubo es calentado con la radiación solar que es captada por un concentrador parabólico compuesto. A su vez, otro tubo de las mismas dimensiones es calentado de manera idéntica, la única diferencia es que el fluido en su interior se mantiene estático. En este caso, el transporte de calor axial se da por pura difusión molecular. A pesar de no considerar un gradiente de temperatura constante entre los extremos de la sección del tubo bajo análisis, tal como se consideró en el análisis teórico, los resultados muestran que existe una mejora en el transporte axial de calor cuando el fluido se encuentra oscilando y, como se mostró teóricamente, ésta depende de la frecuencia de oscilación.

3.1. Introducción

En los capítulos anteriores, se presentaron resultados analíticos acerca de la transferencia de calor en fluidos oscilando dentro de un tubo. Se mostró que con la inclusión

de un flujo oscilante se incrementa en varios órdenes de magnitud la conductividad térmica efectiva, comparada con el proceso de transferencia de masa a flujo constante, y que ésta es mayor cuando el fluido tiene características viscoelásticas (fluido de Maxwell) que cuando es sólo un fluido viscoso (Newtoniano). Además, se encontró que esa mejora depende de la frecuencia de oscilación. Para el caso de un fluido Newtoniano el valor máximo de la difusividad térmica efectiva $\kappa_e \sim 90 \frac{m^2}{s}$ se presenta a una frecuencia $\omega \sim 0.02 \text{ Hz}$ (figura 1.3) y en el intervalo de frecuencias de 0.003 Hz a 0.327 Hz se tiene al menos la centésima parte del valor máximo. Éste es un aspecto muy importante desde el punto de vista práctico ya que se requieren dispositivos especializados para poder generar oscilaciones a frecuencias tan bajas y así lograr la máxima tasa de transporte axial de calor que predice la teoría. Esta dificultad no se presenta cuando el fluido de trabajo es viscoelástico ya que, como se mostró analíticamente (1.4), la difusividad térmica efectiva de un fluido de Maxwell tiene un comportamiento resonante con valores máximos a distintas frecuencias de oscilación. Esto permite trabajar en un rango de frecuencias más accesible a expensas de un valor máximo de difusividad térmica efectiva menor.

Una suposición muy importante en el desarrollo analítico fue la de mantener los extremos del tubo a temperaturas constantes pero distintas, lo que generaba un gradiente constante de temperaturas entre los extremos. Por razones puramente prácticas esta suposición no se consideró en los experimentos ya que difícilmente se puede tener esta condición en un sistema de colección solar. De hecho, la variación de la radiación solar genera un constante cambio en el ingreso de calor al sistema lo que produce que los gradientes de temperatura estén variando con el tiempo de tal forma que la temperatura en el fluido no se homogeniza mientras la temperatura de la fuente de calor (colectores solares) esté aumentando.

El objetivo principal de este desarrollo experimental es mostrar que los resultados teóricos obtenidos para el comportamiento de la difusividad térmica efectiva κ_e , tienen aplicación en el sistema de circulación global de un colector solar. En la siguiente sección se describe el arreglo experimental para lograr este objetivo. Enseguida, se presentan los resultados obtenidos en el experimento y se hace un análisis de las similitudes y discrepancias entre los resultados experimentales y lo predicho

por la teoría. Finalmente, en la última sección se presenta, a manera de conclusiones, un análisis de las concordancias entre la experimentación y la teoría, así como una explicación de las posibles causas que generaron diferencias entre ambos enfoques.

3.2. Arreglo Experimental

En esta sección describimos de manera general el montaje y preparación del dispositivo utilizado para medir el transporte de calor axial así como de la instrumentación necesaria para la evaluación de dicho transporte.

3.2.1. Dispositivo para la Generación de un Gradiente Oscilatorio de Presión

En la figura 3.1 se observa el dispositivo utilizado en nuestro experimento. Éste consiste de dos concentradores parabólicos compuestos (CPC's) de aproximadamente 1 m de longitud, montados en marcos de madera. Dos tubos de cobre de aproximadamente 2 m de longitud y 0.254 m de diámetro interno. Un motor trifásico marca Siemens de 3 caballos de fuerza y un controlador de frecuencias modelo GPD 315/V7 marca Yaskawa. Estos elementos se instalaron de la siguiente manera: En la mesa de trabajo se fijó el motor así como el controlador de frecuencias. El sistema eléctrico del motor está cableado hacia el controlador de forma tal que el encendido, apagado y variación de la frecuencia de la señal de entrada al motor se manejan a través de este aparato. Por otra parte, en el eje del motor se instaló una masa excéntrica que acciona al pistón a través de una biela (3.2). El vaivén del pistón (movimiento oscilatorio) se realiza en el interior de la camisa de acero inoxidable que está ensamblada en el extremo de uno de los tubos. El extremo opuesto se deja abierto con un segmento corto ($\sim 0.1m$) de tubo instalado en posición vertical que es unido al tubo principal a través de un codo de cobre de 90^0 . En el otro tubo el fluido permanece estático con ambos extremos abiertos en forma similar al extremo abierto del tubo con flujo oscilatorio. Ambos tubos se ensamblaron a los concentradores parabólicos compuestos, que sirvieron como fuente de calor en el experimento. La mitad de los tubos que ensambla

en estos concentradores se pintó de negro con la finalidad de que absorbieran la mayor cantidad de radiación que llega a su superficie. Los concentradores permanecieron fijos a la mesa de trabajo por medio de los marcos de madera que los sujetan. Los tubos se llenaron con el fluido de trabajo y para iniciar el funcionamiento del motor se ajusta la frecuencia deseada y se presiona el botón de inicio del controlador de frecuencias.

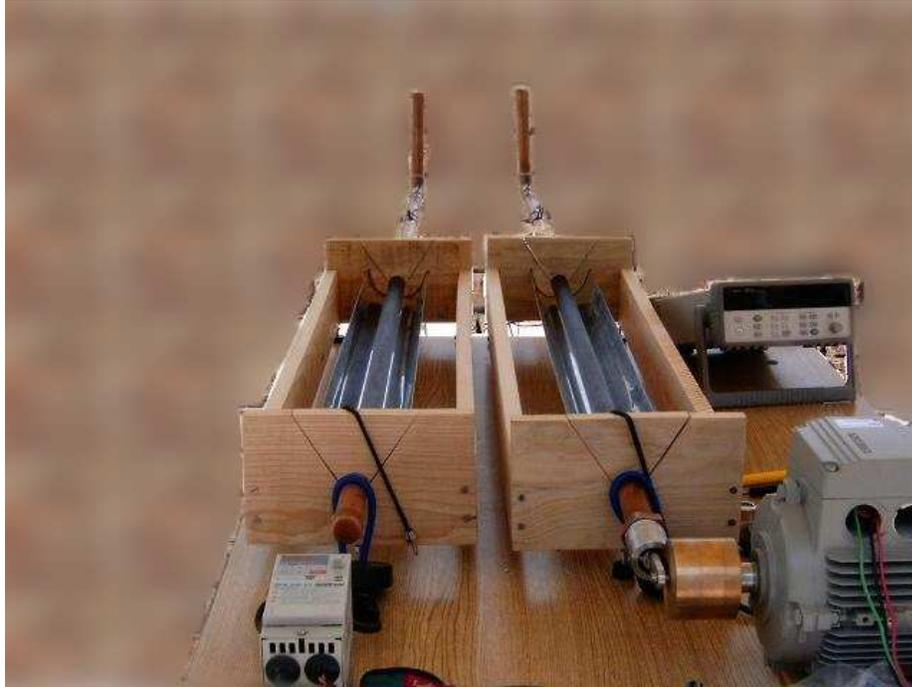


Figura 3.1: Arreglo experimental, el fluido en el dispositivo de la izquierda se mantiene con flujo cero y el de la derecha se somete a oscilación.

Este sencillo sistema mecánico permite hacer que el fluido sea sometido a un gradiente oscilatorio de presión en una forma sinusoidal. Ahora, para poder evaluar la transferencia de calor se requiere medir la temperatura.

3.2.2. Sistema de Medición de Temperatura

Para evaluar el transporte de calor axial a través del fluido de trabajo en el interior de los tubos, debido a la difusividad térmica efectiva generada por el flujo oscilatorio

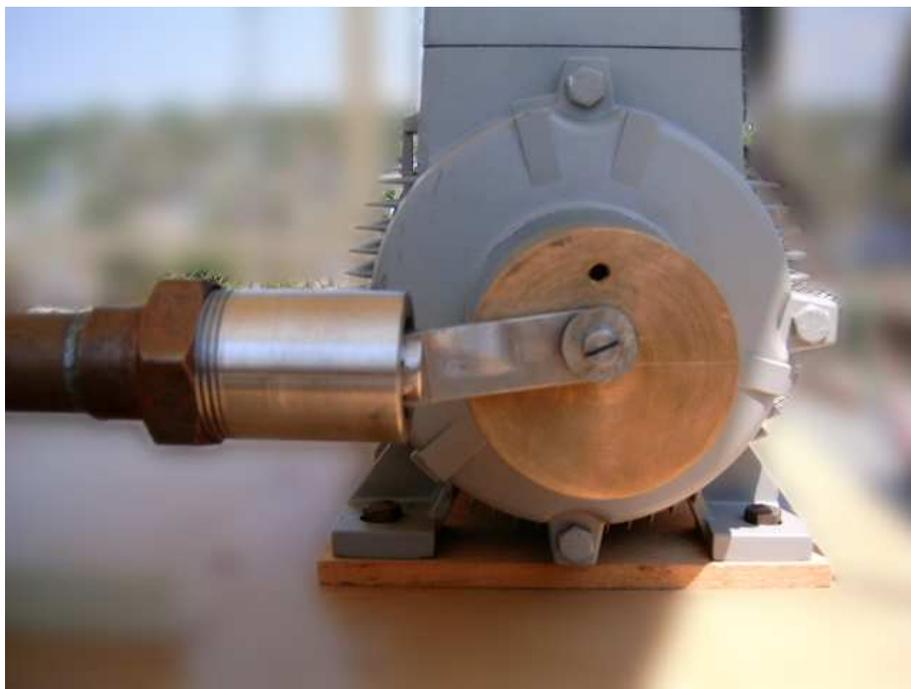


Figura 3.2: Mecanismo generador del movimiento oscilatorio del pistón.

en uno de ellos y a la difusión molecular en el otro, se utilizaron termopares para medir la temperatura en el exterior de los tubos aprovechando la rapidez con la que el calor fluye a través del cobre, la cual está indicada por su conocido alto valor de conductividad térmica (sólo superado por la plata pura) y que presenta un rango de valores que disminuye desde los $386 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ a $0 \text{ }^\circ\text{C}$ hasta los $379 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ a $100 \text{ }^\circ\text{C}$ [44]. Los termopares usados son del tipo T (cobre-constantán). Éste es un aspecto importante al momento de conectar los termopares al sistema de adquisición de datos. El uso de este tipo de termopares es recomendable para rangos de temperatura entre $-270 \text{ }^\circ\text{C}$ y $400 \text{ }^\circ\text{C}$ y es adecuado para ambiente con humedad. La fijación de los 6 termopares en cada tubo se realizó utilizando un cemento cerámico de alta temperatura marca Omega. Entre las características importantes de este cemento se encuentran: resistencia en un amplio rango de temperaturas (-200^0 C a 843^0 C), conductor de calor, excelente adherencia a metales y gran fuerza mecánica. Los termopares se instalaron en tres regiones de los tubos, dos en cada una. En cada región, un termopar

se fija en la parte superior del tubo y el otro en la parte inferior, tal como se muestra en la figura 3.3. La primera región se sitúa a 0 m del colector, es decir, inmediatamente después de la fuente de calor, la segunda y tercera regiones a 0.5 m y a 1 m de la fuente, respectivamente. La numeración de los termopares especifica su posición en cada uno de los tubos. Los termopares del 1 al 6 registran la temperatura en el tubo con fluido estático mientras que los termopares del 7 al 12 lo hacen en el tubo con fluido oscilante. Los termopares 1, 2 y 3 así como 7, 8 y 9 están fijos en la parte inferior de los tubos. De esta forma, los termopares 4, 5 y 6 y 10, 11 y 12 están fijos a la parte superior de sus respectivos tubos. Finalmente, los termopares 3 y 6 así como 9 y 12 están en la marca de los 0 m , los termopares 2 y 5 así como 8 y 11 están en la marca de los 0.5 m mientras que los termopares 1 y 4 así como 7 y 10 están en la marca de 1 m , en sus correspondientes tubos. Antes de ejecutar las mediciones, se realizaron una serie de procedimientos para la calibración de cada uno de los termopares (ver apéndice B).

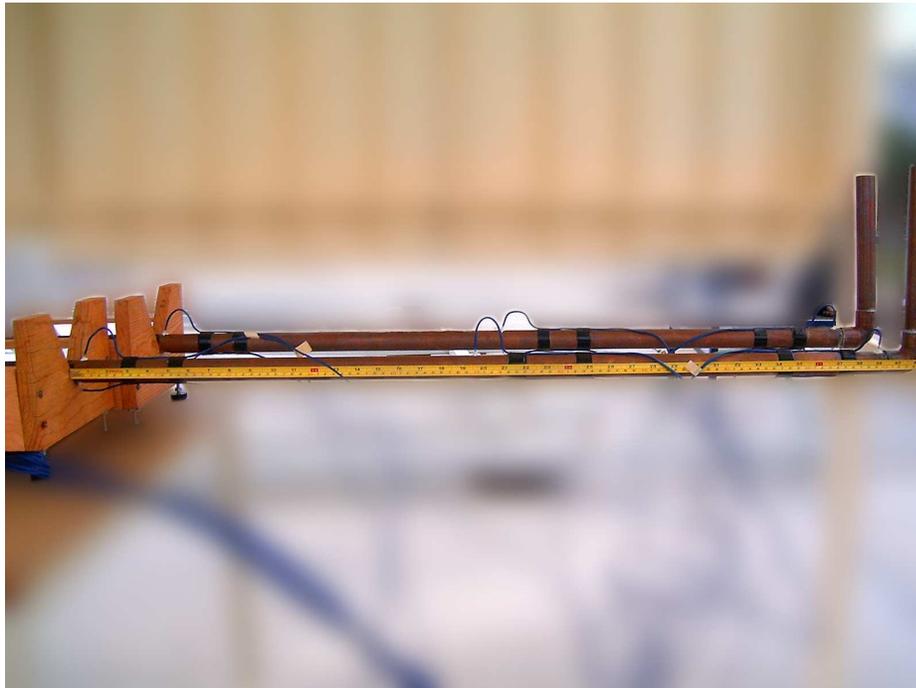


Figura 3.3: Regiones donde se instalaron los termopares.

3.2.3. Sistema de Adquisición de Datos

Para el registro automatizado de las mediciones de temperatura se utilizó un sistema de adquisición de datos (SAD) marca Agilent modelo 34970A con un módulo multiplexor de 40 canales. Entre las características principales de este sistema se encuentran las siguientes: sistema portátil, programable desde panel o desde computadora externa, capacidad de almacenamiento hasta de 50000 lecturas, velocidad de lectura hasta de 600 lecturas por segundo en un solo canal y velocidades de adquisición de datos hasta de 250 canales por segundo. La adquisición de datos la programamos a través del software de comunicación del SAD instalado en una computadora portátil. Una vez almacenados los datos, éstos fueron transferidos a archivos de texto para su posterior utilización. De esta forma se facilitó el acceso y procesamiento de los datos.

3.2.4. Frecuencia y amplitud de oscilación del pistón

Para determinar la velocidad de rotación del motor, que a su vez nos determina la frecuencia de oscilación (ω) del pistón, usamos la relación [45]

$$N_s = \frac{f}{p}, \quad (3.2.1)$$

donde f es la frecuencia de alimentación al motor regulada por el controlador y p es un parámetro relacionado con el número de polos del motor. En nuestro caso, el número de polos del motor es $2p = 6$ por lo que $p = 3$. De esta forma, si el controlador marcaba una frecuencia de $6Hz$, entonces la velocidad de rotación del motor era de $N_s = 6/3 = 2$ revoluciones por segundo. Finalmente, para determinar el número de ciclos por segundo del eje de rotación del motor y, por lo tanto, la frecuencia de oscilación del pistón, se multiplica la velocidad de rotación del motor N_s por el factor de deslizamiento g , que es un factor que relaciona el número de revoluciones por segundo que se miden en un motor a una frecuencia establecida entre el número de revoluciones por segundo que se calculan teóricamente con la expresión (3.2.1) [45]. De esta forma, la frecuencia de oscilación del pistón en este ejemplo fue de $\omega = N_s \cdot g = 2(1125/1200) Hz = 1.875 Hz$

Para determinar la amplitud A_p de oscilación del pistón se consideró que el

movimiento oscilante del fluido es inducido por un oscilador sinusoidal de forma tal que el desplazamiento x_m del fluido varía de acuerdo a la ecuación

$$x_m = \frac{x_{max}}{2}(1 - \cos\omega t) \quad (3.2.2)$$

donde ω es la frecuencia de oscilación y t es el tiempo. Se puede suponer que el fluido se mueve con una velocidad media $\bar{u}(t)$ y realiza un desplazamiento máximo x_{max} . Para obtener la velocidad media $\bar{u}(t)$ derivamos la ecuación 3.2.2 con respecto al tiempo. Así se obtiene

$$\bar{u}(t) = \frac{x_{max}}{2}(\omega \text{sen}\omega t),$$

o bien,

$$\bar{u}(t) = u_{max}\text{sen}\omega t, \quad (3.2.3)$$

de tal forma que la velocidad media $\bar{u}(t)$ y el desplazamiento máximo del fluido x_{max} están relacionados a través de la ecuación

$$u_{max} = \frac{x_{max}\omega}{2}. \quad (3.2.4)$$

Introducimos los números adimensionales Reynolds oscilatorio $Re_\omega = \frac{\omega D^2}{\nu}$ y Reynolds máximo $Re_{max} = \frac{u_{max}D}{\nu}$ así como la amplitud adimensional de las oscilaciones del fluido $A_0 = \frac{x_{max}}{D}$ que está directamente relacionada con la amplitud de las oscilaciones del pistón. En esta última expresión $D = 2a$ es el diámetro interno del tubo. Relacionando Re_ω y Re_{max} tenemos que

$$Re_{max} = \frac{x_{max}\omega D}{2\nu} = \frac{A_0}{2}Re_\omega, \quad (3.2.5)$$

con lo que se muestra que también Re_{max} depende de la frecuencia de oscilación. En nuestro trabajo hemos usado el número de Womersley, Wo , y la siguiente ecuación describe la relación entre Wo y Re_ω

$$Wo = a\sqrt{\frac{\omega}{\nu}} = \frac{1}{2}\sqrt{Re_\omega}. \quad (3.2.6)$$

Por lo tanto, la selección de Re_ω , Re_{max} o Wo como parámetros de similaridad no afectará el efecto de la frecuencia de oscilación para la correlación con los datos experimentales. Finalmente, relacionando las expresiones anteriores se calcula la amplitud

de las oscilaciones A_0 o el desplazamiento máximo x_{max} en función de la frecuencia ω o del número de Womersley Wo . Así, el desplazamiento máximo que alcanzará el fluido al oscilar con una frecuencia equivalente al número de Womersley de $Wo = 1.2$ es de $x_{max} = aRe_{max}/Wo^2$. Si la velocidad es casi cero caracterizada por un $Re_{max} = 10^{-1}$, entonces $x_{max} = 0.0011 m$.

3.3. Resultados

Las mediciones de temperatura se realizaron tanto para el flujo oscilatorio como para el fluido estático en forma simultánea. Se llevaron a cabo en distintas ocasiones y cada una de estas corridas arrojaron resultados similares, lo que asegura la repetitividad de las mediciones experimentales. En las siguientes gráficas se presentan resultados típicos de estos registros. Las mediciones se hicieron en la pared externa de los tubos, sin embargo, son un buen indicador de lo que ocurre con la temperatura en la pared interna de los tubos debido a la alta conductividad térmica del cobre. A su vez, la temperatura en la pared interna es un reflejo del intercambio periódico de calor entre el centro del flujo y la región cercana a la pared del tubo.

Las figuras 3.4 y 3.5 muestran el comportamiento de la temperatura para dos mediciones hechas en días diferentes y a frecuencias de oscilación distintas, siendo T_i la temperatura inicial del registro. La figura 3.4 muestra un intervalo de medición de 5 *min* a la sombra y con el oscilador apagado, después de este intervalo se encendió el motor y se retiró la sombra en la región de los colectores manteniéndose sombreadas las zonas de registro de la temperatura. La frecuencia de oscilación del pistón fue de 1.86 *Hz*. La figura 3.5 muestra un intervalo de medición de 5 *min* a la sombra con el oscilador apagado, los siguientes 5 *min* se mantuvo la sombra pero con el oscilador encendido. Después de esto se retiró la sombra en la región de los colectores manteniéndose sombreadas las zonas de registro de la temperatura. En este caso, la frecuencia de oscilación del pistón fue de 0.32 *Hz*.

En ambas figuras (3.4 y 3.5) se pueden observar tres grupos de curvas que están asociadas a cada una de las tres regiones de medición en ambos tubos. El grupo de curvas con los mayores valores de temperatura corresponden a la región más cercana a los

concentradores, es decir, a los 0 m. Los dos grupos restantes de curvas corresponden a la región de los 0.5 m y a la región de 1 m, respectivamente. En ambas mediciones y para cada una de las tres regiones, los termopares que registraron la mayor temperatura siempre fueron los que corresponden al tubo con el flujo oscilatorio. En el intervalo estacionario ($t > 4000$ s) de la figura 3.4, se pueden observar diferencias promedio de 0.5°C entre las temperaturas registradas en el tubo con fluido oscilante y las temperaturas registradas en el tubo con el fluido estático. En la figura 3.5, estas diferencias promedio fueron de 1.5°C en el intervalo estacionario ($t > 2300$ s). Esto nos indica que al trabajar con una menor frecuencia de oscilación del pistón, logramos obtener mayor tasa de transferencia de calor con el flujo oscilatorio.

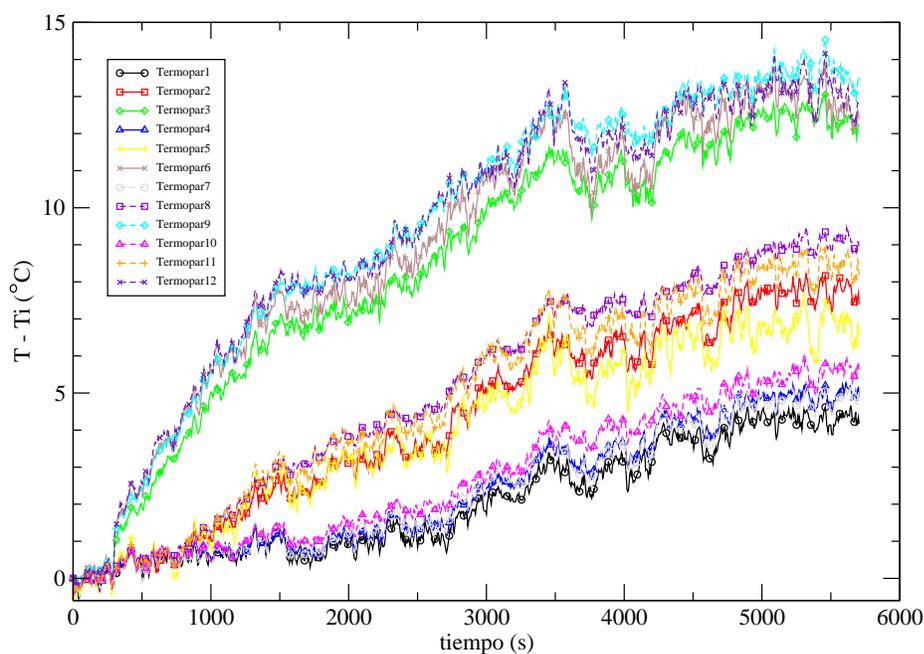


Figura 3.4: Comportamiento temporal de la temperatura en los tubos a una frecuencia de oscilación de 1.86Hz .

Este último resultado concuerda con lo predicho teóricamente para un fluido Newtoniano como el agua (figura 1.3), debido a que al aproximar la frecuencia de oscilación

al límite superior del intervalo de frecuencias $[0.003, 0.327]$ donde el comportamiento de la difusividad térmica efectiva κ_e es importante, se obtiene mayor tasa de transferencia axial de calor. Aquí, es importante recordar que la predicción teórica considera un gradiente constante de temperaturas entre los extremos. Sin embargo, el hecho de que aumenten las diferencias promedio de temperatura entre ambos casos como consecuencia de haber trabajado con una frecuencia de oscilación cercana al intervalo predicho teóricamente, es un resultado que inspira a seguir trabajando en esta dirección para lograr el uso de este proceso de bombeo de calor en los colectores solares.

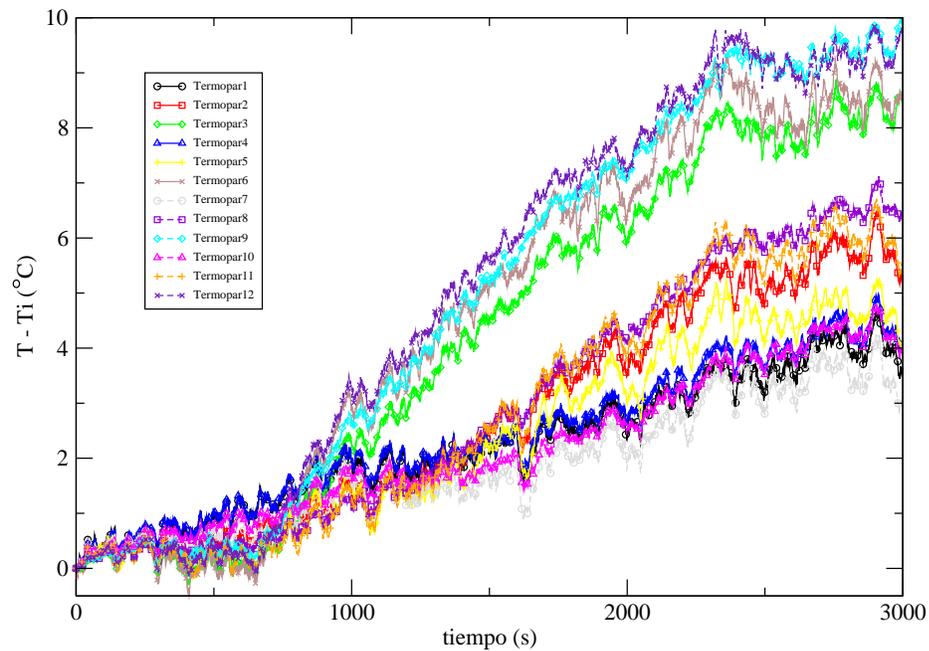


Figura 3.5: Comportamiento temporal de la temperatura en los tubos a una frecuencia de oscilación de $0.32Hz$.

En las figuras 3.6 y 3.7 se presenta el comportamiento del gradiente de temperatura correspondiente a las mediciones anteriores. Para calcular este gradiente primero

se promediaron las temperaturas en la sección transversal. En estas gráficas se puede observar como al disminuir la frecuencia de oscilación del pistón la diferencia del comportamiento de los gradientes entre el fluido estático y el flujo oscilatorio es más notoria. Esto es, la figura 3.6 muestra el comportamiento de los gradientes de temperatura en ambos casos cuando la frecuencia de oscilación del flujo oscilatorio era de 1.86 Hz , mientras que en la figura 3.7 se presenta el comportamiento de los gradientes, pero para una frecuencia de oscilación de 0.32 Hz del flujo oscilatorio. En la primer gráfica el comportamiento de los gradientes para ambos casos es muy similar, siendo un poco mayor el del flujo oscilante, mientras que en la segunda gráfica la diferencia es más notoria debido a que al oscilar más lentamente el flujo se alcanza a dar el intercambio radial de calor dentro del fluido. De esta forma, al estar el flujo oscilando a frecuencias fuera del intervalo $[0.003, 0.327]$, la difusividad térmica efectiva es prácticamente nula y el transporte axial de calor se lleva a cabo por pura difusión molecular.

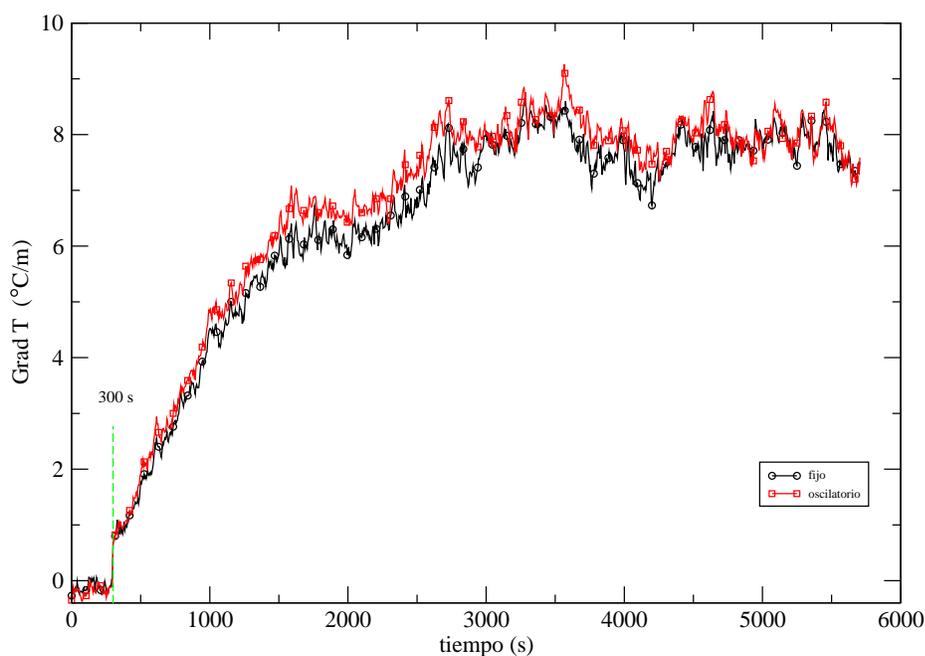


Figura 3.6: Comportamiento temporal de los gradientes de temperatura a una frecuencia de oscilación de 1.86 Hz .

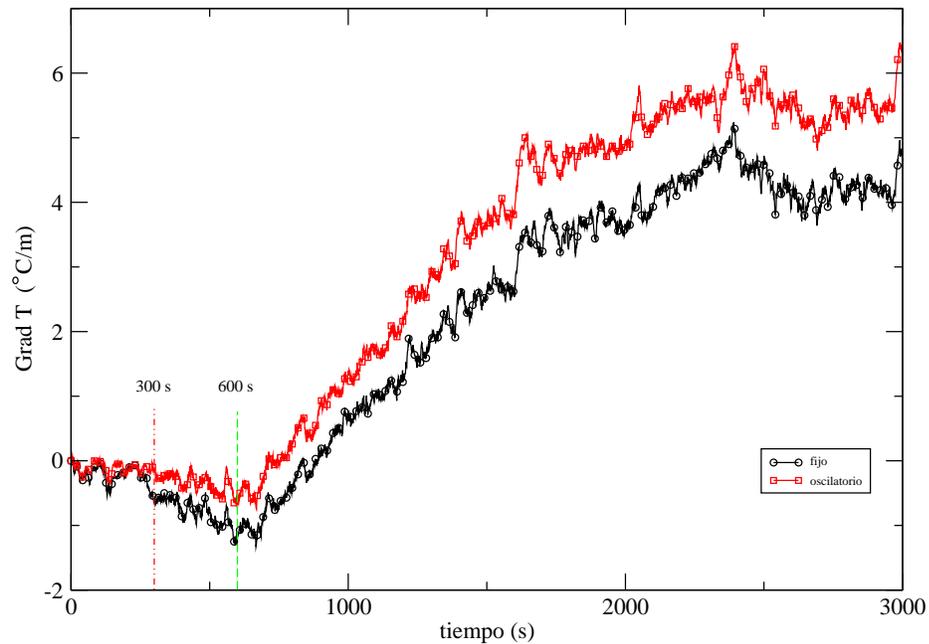


Figura 3.7: Comportamiento temporal de los gradientes de temperatura a una frecuencia de oscilación de $0.32Hz$.

La figura 3.8 muestra el comportamiento del cociente del gradiente de temperatura del flujo oscilatorio entre el del fluido estático que corresponden a los mostrados en la figura anterior (3.7). En ésta se puede observar cómo el transporte de calor en el flujo oscilatorio es más rápido que el generado por difusión molecular a partir del momento en el que el fluido comienza a oscilar, y aunque en principio el cociente fue menor que 1 (por razones que no hemos determinado y que son adjudicables al sistema), se sobrepasa este valor indicando la mayor rapidez para transportar el calor por parte del flujo oscilatorio. Después de un cierto tiempo (aproximadamente 1500 s) la razón entre los dos flujos de calor se estabiliza y se mantiene oscilando alrededor de 1.1. A partir de este momento la diferencia entre los gradientes de temperatura es prácticamente constante como puede observarse en la figura 3.7.

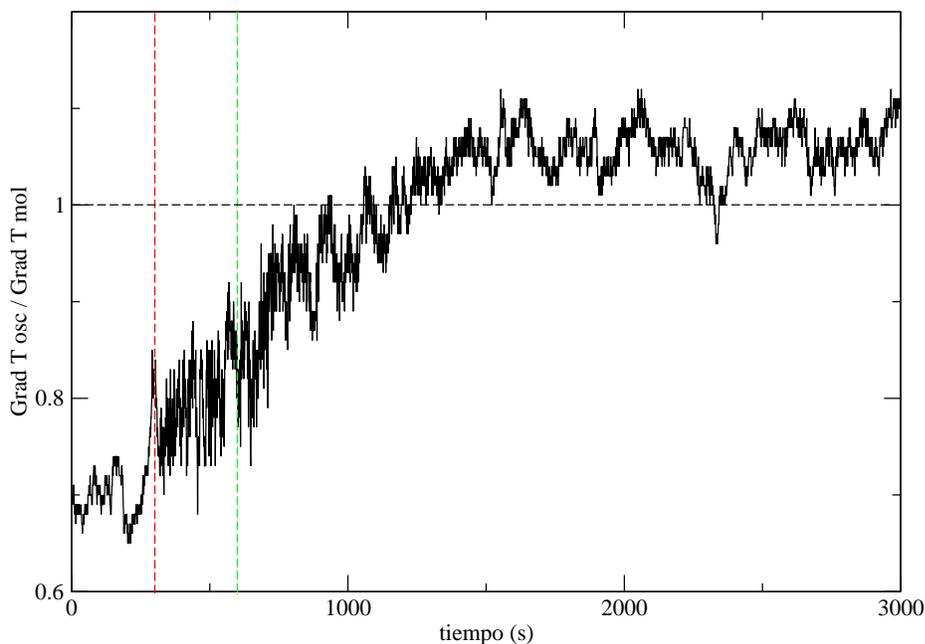


Figura 3.8: Comportamiento temporal de la razón de gradientes.

3.4. Discusión de Resultados

Los resultados encontrados con los experimentos muestran cómo la difusividad térmica efectiva aumenta en un flujo oscilatorio dentro de un tubo de sección transversal constante. El resultado del incremento en la cantidad de calor transferido axialmente, depende de qué tan cercana sea la frecuencia de oscilación del flujo al intervalo predicho teóricamente. Un aspecto que debemos resaltar es el hecho de que a pesar de no haber establecido temperaturas fijas en los extremos de la sección del tubo bajo análisis, pudimos detectar mayores temperaturas en las tres secciones de medición del tubo con flujo oscilante comparadas con el del fluido estático. Con esto, hemos podido mostrar con nuestros experimentos la existencia de transferencia de calor mejorada en un flujo que se encuentra en régimen oscilatorio.

Durante nuestro experimento, la frecuencia más baja que pudimos alcanzar fue de $\omega = 0.328 \text{ Hz}$. Este valor se encuentra prácticamente en el límite superior del dominio de frecuencias de la difusividad térmica efectiva del fluido Newtoniano. De

hecho, a esta frecuencia solamente se puede esperar aproximadamente la centésima parte del valor máximo que teóricamente se alcanza a una frecuencia de 0.02 Hz aproximadamente. Lo que esperaríamos al trabajar con frecuencias más bajas, sería obtener mayores tasas de elevación de la temperatura para el flujo oscilatorio. Por otra parte, si realizamos los experimentos usando fluidos viscoelásticos, tendremos la oportunidad de trabajar con frecuencias mayores y en distintos intervalos para obtener los resultados esperados. Estos últimos experimentos deben realizarse después de encontrar fluidos viscoelásticos con las propiedades adecuadas en el rango de temperaturas de hasta 100°C .

Conclusiones

En nuestro esfuerzo por aumentar el calor utilizable adquirido a través de un colector solar y, por lo tanto, la eficacia de estos dispositivos, hemos analizado un proceso físico de bombeo de calor muy prometedor que, hasta el momento, nos ha brindado resultados muy interesantes.

Primeramente, obtuvimos teóricamente que la difusividad térmica efectiva se mejora considerablemente cuando superponemos oscilaciones sinusoidales sobre un fluido Newtoniano, tal como lo describió Kurzweg [12, 13]. Debido a las oscilaciones del fluido, se genera un gradiente grande de temperatura en la dirección radial lo que provoca que el fluido cercano a la región de las paredes del tubo tenga una temperatura diferente de aquélla en el centro del flujo dando como resultado que grandes cantidades de calor se transfieran radialmente en cada ciclo y, por lo tanto, sean transportadas axialmente. Este mecanismo no se lleva a cabo si no se consideran distribuciones radiales tanto de velocidad como de temperatura. De hecho, pudimos comprobar teóricamente que el mejoramiento de la difusividad térmica efectiva es una consecuencia de la interacción del perfil de velocidades viscoso con la distribución radial de temperatura en el interior del tubo.

En cuanto al comportamiento de un fluido viscoelástico en régimen oscilatorio, al igual que la mayor respuesta dinámica encontrada por del Río *et al.* [23], también se manifestó una notable mejora en el transporte axial de calor caracterizado por el comportamiento resonante de la difusividad térmica efectiva, que fue marcadamente mayor que el de un fluido Newtoniano.

La combinación del mejoramiento en la conducción de calor debido a un flujo oscilatorio y la mayor respuesta por parte de un fluido de Maxwell, hacen pensar que este mecanismo de transferencia de calor puede tener un gran número de aplicaciones,

principalmente en dispositivos donde se requiere transportar grandes cantidades de calor sin que tenga lugar una transferencia de masa.

En el análisis termodinámico del proceso, al estudiar las irreversibilidades a través de la razón de generación de entropía, encontramos que en régimen de flujo oscilatorio la máxima velocidad y la máxima tasa de transferencia de calor se obtienen a expensas de la máxima disipación. Sin embargo, la utilización de un régimen oscilante para el transporte de energía térmica en un tubo opera en una situación de máxima potencia optimizando el bombeo de calor.

Finalmente, nuestros resultados experimentales dejan de manifiesto que la utilización para fines solares del mecanismo de bombeo de calor aquí propuesto, tiene buenas expectativas. Los cálculos teóricos fueron la motivación para analizar experimentalmente la transferencia de calor en un régimen de flujo oscilatorio. En nuestro estudio experimental claramente se observó una mayor transferencia de calor aunque no se pudo alcanzar la frecuencia óptima para el caso Newtoniano. Un punto muy importante es que aunque el análisis teórico no pudo ser aplicado directamente a un dispositivo solar, los resultados experimentales fueron realizados en un colector solar en condiciones normales de operación, encontrándose un incremento real en la transferencia de calor. Dados los resultados teóricos obtenidos en el caso del fluido viscoelástico, este trabajo tiene como perspectiva el análisis futuro de la transferencia de calor en un dispositivo solar usando un fluido viscoelástico. Este punto requiere una selección muy cuidadosa del fluido de trabajo.

Apéndice A. Números Adimensionales

En la siguiente tabla se presenta la definición de los números adimensionales usados durante el análisis.

Parámetro	Definición	Interpretación
Núm. de Deborah (inverso del) (α)	$\frac{a^2 \rho}{\eta t_m}$	Razón entre el tiempo característico de los esfuerzos viscosos $t_v = \frac{\rho a^2}{\eta}$ y el tiempo de relajación t_m . El valor de este parámetro determina si el sistema es disipativo y los esfuerzos viscosos dominan o si el sistema se encuentra en un régimen elástico.
Núm. de Eckert (Ec)	$\frac{V^2}{c_p \Delta T}$	Razón entre la energía cinética del flujo y la diferencia de entalpías en la capa límite.
Núm. de Péclet (Pe)	$\frac{V_0 a}{\kappa} = RePr$	Parámetro que relaciona la convección ($V\Delta T$) con la difusión ($\kappa\Delta T/L_0$) en el proceso de transferencia de calor.
Núm. de Prandtl (Pr)	$\frac{\nu}{\kappa}$	El número de Prandtl es el enlace entre el campo de velocidad y el campo de temperaturas. Específicamente, es el cociente entre magnitudes relativas a la difusión de cantidad de movimiento y la difusión del calor en el fluido.
Núm. de Womersley (Wo)	$a\sqrt{\frac{\omega}{\nu}}$	Parámetro que relaciona el movimiento oscilatorio con los efectos viscosos.

Apéndice B. Calibración de Termopares y Adquisición de Datos

Calibración de Termopares

El procedimiento para la calibración de los termopares se realizó de la siguiente manera:

1. *Construcción del termopar.* Para construir el termopar, se unen las puntas de los dos alambres procurando que sea el único punto de contacto. Se aplica un arco eléctrico ($\sim 18V$) para fundir los metales y formar la unión termopar. Esta unión debe soportar esfuerzos mecánicos para asegurar el funcionamiento del termopar durante los experimentos.
2. *Instalación de la tarjeta en el sistema adquirente.* Una vez armados los termopares, se conectan a la tarjeta del sistema adquirente. En este punto es importante asegurarse de que el alambre de cobre (aislante color azul) quede insertado en el puerto positivo del canal mientras que el alambre constantán (aislante color rojo) esté conectado al puerto negativo.
3. *Verificación.* Se verifica que la temperatura medida con los termopares y desplegadas en la pantalla del SAD sean congruentes con la temperatura ambiental.
4. *Calibración.* La calibración de los termopares se llevó a cabo con un calibrador marca Hart Scientific modelo 9100S. Entre las características principales de este aparato se destacan las siguientes: sistema portátil, rango de operación de $35\text{ }^{\circ}C$ a $375\text{ }^{\circ}C$, rápido calentamiento y enfriamiento, así como resolución de $0.1\text{ }^{\circ}C$.

La calibración se realizó en un rango de temperaturas de $35\text{ }^{\circ}C$ a $75\text{ }^{\circ}C$ con intervalos de $5\text{ }^{\circ}C$ entre lecturas. Se seleccionó el rango anterior por ser el esperado durante el experimento. Los pasos a seguir fueron los siguientes:

- a) Programación del calibrador a la temperatura deseada.
- b) Introducción del termopar al pozo térmico del calibrador.
- c) Registro de la temperatura del sistema referenciador y de la temperatura medida por el termopar y desplegada en la pantalla del SAD.
- d) Se repiten los dos pasos anteriores para cada termopar en cada una de la temperaturas preestablecidas.
- e) Se grafican los datos obtenidos, temperatura medida por cada termopar contra temperatura del referenciador, y en virtud de que el comportamiento entre ambos conjuntos de temperaturas es lineal, ajustamos una línea recta por el método de mínimos cuadrados con la finalidad de obtener la recta de calibración, $T = a_0 T_{SAD} + a_1$, de cada termopar. Este proceso se repitió cuatro veces para cada termopar con el objetivo de verificar la repetitividad de las mediciones. Después de comparar cada uno de los ajustes entre sí para cada termopar, se observó que el coeficiente a_0 cae en el rango de 1.00 ± 0.01 y el coeficiente a_1 en el rango -0.50 ± 0.20 . El sistema de adquisición de datos permite ajustar la temperatura medida por cada termopar proporcionándole el valor de estos coeficientes.

Procedimiento para la Adquisición de Datos

El procedimiento para la adquisición de datos fue el siguiente:

1. *Verificación de memoria disponible.* Para verificar que el SAD no tiene datos almacenados se realizan los siguientes pasos:
 - a) Se enciende el sistema.
 - b) Se presiona dos veces la tecla *VIEW*. En la esquina inferior izquierda de la pantalla aparece la palabra *VIEW*, en el centro se despliega la leyenda *NOT IN MEMORY* cuando no existen datos almacenados. En caso de que existan datos almacenados se despliega el último valor registrado, de ser así, se debe seguir el procedimiento de vaciado de datos.
2. *Programación de canales.* Una vez que la tarjeta, donde se encuentran conectados los termopares (ver punto 2 de la sección anterior), ha sido instalada en el

SAD, la programación de los canales asignados a cada termopar se realiza de la siguiente forma:

- a) Se enciende el SAD. En el lado derecho de la pantalla aparece el canal activo.
- b) Se selecciona el canal deseado girando la perilla.
- c) En el canal seleccionado se activa la variable temperatura a medir. Esto se realiza oprimiendo la tecla *Measure* y girando la perilla hasta que aparezca en pantalla la palabra *TEMPERATURE*.
- d) Se selecciona el tipo de sensor a utilizar, en este caso termopar. Esto se realiza oprimiendo la tecla *Measure* y girando la perilla hasta que aparezca en pantalla la palabra *TERMOCOUPLE*.
- e) Se especifica que el termopar a utilizar es tipo "T". Esto se realiza oprimiendo la tecla *Measure* y girando la perilla hasta que aparezca en la pantalla *T TYPE*.
- f) Se especifican las unidades de medición, en este caso $^{\circ}C$. Esto se realiza oprimiendo la tecla *Measure* y girando la perilla hasta que aparezca en la pantalla *UNITS $^{\circ}C$* .
- g) Se proporciona la precisión con que se deseen los datos, en este caso $0.1^{\circ}C$. Esto se realiza oprimiendo la tecla *Measure* y girando la perilla hasta que aparezca en la pantalla *DISPLAY $0.1^{\circ}C$* .
- h) La programación del canal seleccionado finaliza oprimiendo una vez más la tecla *Measure*. Debe aparecer en pantalla la palabra *DONE*.
- i) Para proporcionar el valor de ajuste obtenido de la calibración de los termopares, se oprime la tecla *Mx + B* varias veces hasta que aparezca en pantalla *SET GAIN* y/o *SET OFFSET*, se presiona una vez más la tecla *Mx + B*, se gira la perilla para modificar el dígito activo (el menos luminoso), éste se puede cambiar con las teclas que se encuentran arriba de la perilla. Es importante hacer notar que el valor de ajuste es particular para cada termopar por lo que es necesario asegurarse de que se está introduciendo el ajuste necesario en el canal correspondiente.

3. *Programación de la rutina de medición.* Una vez asignados los canales a cada

termopar, la programación para el registro de las temperaturas observadas se realiza de la siguiente manera:

- a) Se establece el intervalo con el que se desea realizar la captura de los datos. Esto se hace oprimiendo la tecla *Interval*, en pantalla aparece *INTERVAL SCAN*, se oprime nuevamente la misma tecla, en pantalla aparece *H:M:S 00:00:00.000*, se gira la perilla para modificar el dígito activo (el menos luminoso), para seleccionar el dígito activo se usan las teclas que se encuentran arriba de la perilla.
 - b) Se selecciona el modo de captura, continuo o por número de mediciones.
4. *Toma de datos*. Una vez que se ha programado la rutina de medición, la toma de datos se establece de la siguiente forma:
- a) Se inicia la adquisición de los datos presionando la tecla *Scan*. En la esquina superior izquierda de la pantalla aparece la leyenda *SCAN* y se escucha un sonido característico. Al oprimir la tecla *Mon* aparece en el lado izquierdo de la pantalla la leyenda *MON* y en el centro la lectura más reciente monitoreada. Al oprimir nuevamente la misma tecla se despliega el tiempo que falta para la siguiente lectura.
 - b) El término de la adquisición depende del modo de captura programado. Si se programó el modo continuo, entonces para finalizar la adquisición se presiona la tecla *Scan*. Si se seleccionó el modo de número de mediciones, entonces el sistema finaliza automáticamente la captura una vez que se cumplió el número de mediciones establecido.

Es importante indicar que si el registro de mediciones se lleva a cabo a través de una computadora, entonces todos los pasos anteriores se realizan directamente a través del software de comunicación (*HP Bench Link Data Logger*) entre la computadora y el SAD. De hecho, se puede observar en pantalla el comportamiento temporal de las temperaturas registradas en los distintos canales.

Bibliografía

- [1] Duffie J.A. and Beckman W.A., *Solar Energy Thermal Processes*, New York, Wiley, 1974.
- [2] Gordon, J., *Solar Energy, The State of the Art*, ISES Position Papers, The Cromwell Press, U.K., 2001.
- [3] Bennett, C., Solar-thermal technology, *ASHRAE Journal*, **38**(9):44-50, 1995.
- [4] Goswami, D.Y., Kreith, F., Kreider, J.F., *Principles of Solar Engineering*, New York, Ed. Taylor and Francis, 2000.
- [5] Kurzweg, U.H., Zhao, L., Heat transfer by high-frequency oscillations: A new hydrodynamic technique for achieving large effective thermal conductivities, *Phys. Fluids*, **27**:2624-2627, 1984.
- [6] Avellaneda, M., Torquato, S.T., Rigorous link between fluid permeability, electrical conductivity, and relaxation times for transport in porous media, *Phys. Fluids A*, **3**:2529-2540, 1991.
- [7] Achdou, Y., Avellaneda, M., Influence of pore roughness and pore-size dispersion in estimating the permeability of a porous medium from electrical measurements, *Phys. Fluids A*, **4**:2651-2673, 1992.
- [8] Warner, K., Beamish, J.R., Frequency dependence of sound propagation in superfluid-filled porous media, *Phys. Rev. B*, **50**:15896, 1994.
- [9] M. López de Haro, J.A. del Río and S. Whitaker, *Transport Porous Media*, **25**(167), 1996.

- [10] Chatwin, P. C., On the longitudinal dispersion of passive contaminant in oscillating flows in tubes, *J. Fluid Mech.*, **71**:513-527, 1975.
- [11] Watson, E., Diffusion in oscillatory pipe flow, *J. Fluid Mech.*, **133**:233-244, 1983.
- [12] Kurzweg, U.H., Enhanced heat conduction in oscillating viscous flows within parallel-plate channels, *J. Fluid Mech.*, **156**:291-300, 1985.
- [13] Kurzweg, U.H., Enhanced heat conduction in fluids subjected to sinusoidal oscillations, *J. Heat Transfer*, **107**:459-462, 1985.
- [14] Kurzweg, U.H. and Chen, J., Heat transport along an oscillating flat plate, *J. Heat Transfer*, **110**:789-790, 1988.
- [15] Kaviany, M., Some Aspects of Enhanced Heat Diffusion in Fluids by Oscillation, *Int. J. Heat Mass Transfer*, **29**(12):2002-2006, 1986.
- [16] Zhao, T. and Cheng, P., Oscillatory heat transfer in a pipe subjected to a laminar reciprocating flow, *ASME J. of Heat Transfer*, **118**:592-598, 1996.
- [17] Hemida, H.N., Sabry, M.N., Abdel-Rahim, A. and Mansour, H., Teoretical analysis of heat transfer in laminar pulsating flow, *Int. J. Heat Mass Transfer*, **45**:1767-1780, 2002).
- [18] Iwai, H., Mambo, T., Yamamoto, N. and Suzuki, K., Laminar convective heat transfer from a circular cylinder exposed to a low frequency zero-mean velocity oscillating flow, *Int. J. Heat Mass Transfer*, **47**:4659-4672, 2004.
- [19] Kaviany, M., Performance of a heat exchanger based on enhanced heat diffusion in fluids by oscillation: Analysis, *J. Heat Transfer*, **112**:49-55, 1990.
- [20] Kaviany, M., Performance of a heat exchanger based on enhanced heat diffusion in fluids by oscillation: Experiment, *J. Heat Transfer*, **112**:56-63, 1990.
- [21] Leong, K.C. and Jin, L.W., An experimental study of heat transfer in oscillating flow through a channel filled with an aluminium foam, *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, **48**:243-253, 2005.

- [22] Bouvier, P., Stouffs, P. and Bardon, J.P., Experimental study of heat transfer in oscillating flow, *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, **48**:2473-2482, 2005.
- [23] del Río, J.A., López de Haro, M. and Whitaker, S., Enhancement in the dynamic response of a viscoelastic fluid flowing in a tube. *Phys. Rev. E*, **58**:6323-6327, 1998; **64**:039901(E), 2001.
- [24] Tsiklauri, D., Beresnev, I., Enhancement in the dynamic response of a viscoelastic fluid flowing through a longitudinally vibrating tube. *Phys. Rev. E*, **63**:046304, 2001.
- [25] Castrejón-Pita, J.R., del Río, A.A., Castrejón-Pita, J.A., Huelsz, G., Experimental observation of dramatic differences in the dynamic response of Newtonian and Maxwellian fluids. *Phys. Rev. E*, **68**:046301, 2003.
- [26] Kurzweg, U.H., **US Patent 4,590,993**, 1986.
- [27] Medlin, W. L., Masse, L. and Zumwait, G. L., **US Patent 4,417,621**, 1983; Economides, M. J., **US Patent 5,460,223**, 1995.
- [28] Bejan, A., *Int. J. Heat Mass Transfer*, **40**:9, 1997.
- [29] Bejan, A., *Shape and Structure, from Engineering to Nature*, New York, Cambridge University Press, 2000.
- [30] Cuevas, S. and del Río, J.A., *Phys. Rev. E*, **64**:016313, 2001.
- [31] del Río, J.A. y Castrejón-Pita, J.R., *Rev. Mex. Fis.*, **49**:75, 2003.
- [32] Tsiklauri, D. and Beresnev, I., *Phys. Rev. E*, **64**:036303, 2001.
- [33] Tsiklauri, D., *J. Acoust. Soc. Am.*, **112**:843, 2002.
- [34] Tsiklauri, D. and Beresnev, I., *Transp. Porous Media*, **53**:39, 2003.
- [35] Bejan, A., *Entropy Generation through Heat and Fluid Flow*, New York, Wiley, 1982.

- [36] Baytas, A. C., Optimization in an enclosure for minimum entropy generation in natural convection, *J. Non-Equilib. Thermodyn.*, *22*(2):145-155, 1997.
- [37] Ibáñez, G., Cuevas, S. and López de Haro, M., Minimization of entropy generation by asymmetric convective cooling, *Int. J. Heat Mass Transfer*, *46*:1321-1328, 2003.
- [38] Bejan, A., *Entropy Generation Minimization*, CRC Press, Boca Raton, FL, 1995.
- [39] Morrison, F.A., *Understanding Rheology*, Oxford University Press, 2001.
- [40] Berret, J. F., Apell, J., Porte, G., Linear rheology of entangled wormlike micelles. *Langmuir*, **9**:2851-2854, 1993.
- [41] Hoffman, R. H., *Mol. Phys.* *75*:5 (1991).
- [42] Lambert, A.A., Ibáñez, G., Cuevas, S. and del Río, J.A., Optimal behavior of viscoelastic flow at resonant frequencies, *Phys. Rev. E*, **70**:056302, 2004.
- [43] Groot, S.R. and Mazur, P., *Non-equilibrium Thermodynamics* Dover, New York, 1984.
- [44] Holman, J.P., *Transferencia de Calor*, Ed. Mc Graw-Hill, México, 1998.
- [45] Chauprade, R. y Milsant, F., *Control electrónico de los motores de Corriente Alterna*, Ed. Gustavo Gili, Barcelona, España, 1983.