

# UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

VNIVERIDAD NACIONAL AVENMA DE MEXICO

PROGRAMA DE MAESTRIA Y DOCTORADO EN INGENIERIA
FACULTAD DE QUÍMICA

DISEÑO, CONSTRUCCION Y APLICACION DE UN EQUIPO

DE ASENTAMIENTO DE PARTICULAS EN UN POLIMERO

ASOCIATIVO

T E S S S

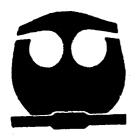
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE

MAESTRO EN INGENIERIA

INGENIERIA QUIMICA - POLIMEROS

PRESENTA:

I.Q. ARTURO DE JESUS MENDOZA FUENTES



ASESOR DE TESIS: DR. ANGEL ENRIQUE CHAVEZ CASTELLANOS
COASESOR: DR. OCTAVIO MANERO BRITO

MEXICO, D.F.

2005





UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

## DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

JURADO ASIGNA	Autorizo a la Diracción General de Significación de Impreso el UNAM a difundir en fermato electrónico e impreso el contenido de mi trabajo recepcional.  NOMBRE: ARTURO DE TURO DE TUR
Presidente:	Dr. OCTAVIO MANERO BRITO
Vocal:	Dr. JOSÉ ROBERTO ZENIT CAMACHO
Secretario:	Dr. ÁNGEL ENRIQUE CHÁVEZ CASTELLANOS
1er. Suplente:	Dr. RAFAEL HERRERA NÁJERA
2do. Suplente:	M en.I. MARIANO PÉREZ CAMACHO
Lugar donde se rea	izó la tesis: INSTITUTO DE INVESTIGACIONES EN MATERIALES
	Asesor de Tesis:
	DR. ANGEL ENRIQUE CHAVEZ CASTELLANOS
	Coasesor de Tesis:

DR. OCTAVIO MANERO BRITO

#### **AGRADECIMIENTOS**

A la Universidad Nacional Autónoma de México por ser una de las mejores universidades del mundo y por otorgarme una vez más una excelente preparación profesional.

A la Facultad de Química y al Instituto de Investigaciones en Materiales por los conocimientos adquiridos.

A CONACYT por el apoyo de beca recibido durante dos años

A PAPIIT por la beca otorgada mediante el proyecto IN106302-3

Al Dr. Ángel Enrique Chávez Castellanos por su amistad, paciencia y generosidad al transmitir sus conocimientos.

Al Dr. Octavio Manero Brito por su invaluable ayuda y apoyo en la elaboración de la presente tesis.

Al Dr. Roberto Zenit por su confianza y ayuda en el enriquecimiento de la tesis

Al Dr Rafael Herrera Nájera por su amistad, consejos y apoyo en la revisión de la tesis. (ya le debo dos Doctor)

Al M en I. Mariano Pérez Camacho por su amistad y sus sabios consejos.

Al Dr. Raúl Montiel Campos por su ayuda en la construcción del equipo experimental

#### **GRACIAS**

A mis compañeros y amigos de laboratorio Fausto, René, Eduardo Rincón, Enrique Soto, Edtson, Blanca, Ángeles, Lupita, Miroslawa y Yenin.

Al M en I. Fausto Calderas por compartirme sus conocimientos de Reometría y manejo de Reómetro

Al M en I. Enrique Soto Castruita por compartirme sus conocimientos de Reometría y manejo de Reómetro.

A mis inolvidables amigos de licenciatura Mario, Manuel, Amadeo, Victor, Graciela, Ruth, Rodrigo, Miguel (El Chino) y a todos los que no recuerdo ahora.....

A mis amigas Jay, Paola, Mariana, Gaby, Evelyn, Lorena, Sandra

## **GRACIAS**

#### **DEDICATORIA**

A mi Mamá Lupita<sup>+</sup>

A Dios

A mi Mamá Maria Guadalupe Fuentes Cortes, sin ti esto no sería posible

A mi Papá Arturo Mendoza Contreras por su cariño y comprensión

A mi familia García Ibarra por ser tan amorosa y considerarme parte de ellos. Gracias a usted Sra. Carmen Ibarra por cu confianza y cariño, Sr. Pedro García, Iraida, Coral y Pedro.

A los Bebes AB, Bombón (U 2000), Mahetsi, Dewey y Deni.

A mis primos Tere Fuentes, Jorge García Espinosa y Jorge García Fuentes.

A los superpoderosos PUMAS de la UNAM, gracias por esos dos campeonatos inolvidables.

## **DEDICATORIA ESPECIAL**

## A LIBERTAD XIOMARA GARCIA IBARRA

por tu inmenso amor y por la alegría que le diste a mi vida cuando te conocí.

Tú eres la persona más importante en mi vida en estos momentos.

## **GRACIAS CHULA**

Lo más incomprensible del universo es que sea tan comprensible

Albert Einstein

#### RESUMEN

Se diseñó y construyó un equipo de sedimentación de partículas que consiste de un sistema liberador de partículas, tubo de sedimentación, baño de agua, sistema de videofilmación y un sistema de guía para la filmación del descenso de las partículas en diferentes fluidos. Los fluidos empleados en el sistema de sedimentación son dos: fluido newtoniano y fluido viscoelástico (polímero asociativo). En ambos fluidos se realizaron pruebas reológicas de flujo cortante simple y flujo oscilatorio para obtener una caracterización completa de dichos sistemas. Una vez realizadas las pruebas de sedimentación, se comprobó el buen funcionamiento del sistema de sedimentación al reproducir el comportamiento ideal de un fluido newtoniano. Para el caso del polímero asociativo se midieron los factores de corrección de la velocidad de la esfera encontrándose que para la zona en que los efectos de adelgazamiento no son muy notorios, se observa una reducción del factor de corrección del 15 %, el cual esta dentro del intervalo reportado en la literatura. Posteriormente, cuando los efectos de adelgazamiento son más notorios, se observa que la disminución del factor de corrección es más pronunciada. Finalmente, se utilizó el modelo de Bautista-Manero en la obtención del tiempo de relajación para el cálculo del número de Weissenberg.

## **ABSTRACT**

Drag correction factor for the creeping motion of a sphere in a highly elastic associative fluid presenting a nearly constant viscosity over two decades at small shear rates and shear-thinning effects for high shear rates have been measured. A significant drag reduction of the order of 15% was observed before shear-thinning effects were presented. This effect is due to the fluid elasticity and it is in accordance with data published in the literature. For higher shear rates, when the shear-thinning effects are more dominant, the reduction in the drag correction factor is augmented. Besides, excellent predictions of the viscosity using the Bautista-Manero model are presented and proposed to obtain an estimation of the relaxation time.

## **NOMENCLATURA**

$F_{D}$	Fuerza de arrastre ejercida por el movimiento de una esfera en cualquier fluido
$C_D$	Coeficiente de arrastre
g	Aceleración de la gravedad
a	Radio de la esfera
U	Velocidad de sedimentación medida
$ ho_{\epsilon}$	Densidad de la esfera
$ ho_f$	Densidad del fluido
F <sub>STO</sub>	Fuerza de arrastre para el fluido newtoniano sin efectos de pared
Re	Número de Reynolds
$\eta_{_0}$	Viscosidad de corte cero
$\eta(r)$	Viscosidad adelgazante
K <sub>N</sub>	Factor de corrección por efectos de pared para el fluido newtoniano
W(a/R)	Serie de Faxen
U∞	Velocidad de sedimentación en un medio sin fronteras
F	Fuerza de arrastre
Ku	Factor de corrección de la velocidad por efectos de adelgazamiento
We	Número de Weissenberg
X <sub>e</sub>	Factor de desviación debido a la presencia de elasticidad en el fluido
l	Tiempo de relajación del fluido
K	Factor de corrección por efectos de pared para el fluido no newtoniano

ÍNDICE	
CAPÍTULO I. INTRODUCCIÓN	
1.1Prefacio	1
1.2Objetivos	3
1.3Estructura de la tesis	3
1.4Hipótesis	4
CAPÍTULO 2. ANTECEDENTES	
2.1Coeficiente de arrastre	5
2.2Cálculo del coeficiente de arrastre	11
2.2.1Ecuaciones generales para el flujo alrededor de una esfera	11
2.2.1Fluido newtoniano sin efectos de pared	12
2.2.2Influencia de la proximidad de la pared en el movimiento de una esfera sólida que	12
sedimenta en un fluido newtoniano	
2.2.3Fluido viscoelástico sin efectos de pared	14
2.2.4 Influencia de la proximidad de la pared en el movimiento de una esfera sólida que	14
sedimenta en un fluido viscoelástico	
CAPÍTULO 3. DESARROLLO EXPERIMENTAL	
3.1Dispositivo y técnica experimental	18
3.1.1Despachador de esferas	20
3.1.2Sistema de seguimiento de las esferas	22
3.1.3Obtención de velocidades	24
3.1.4Dispositivos experimentales previos	25
3.2Esferas	27
3.3Preparación de fluidos	27
3.4Caracterización reológica de los fluidos	28
3.4.1Fluido de Newton	29
3.4.2Polímero Asociativo	30
3.5Modelo de Bautista-Manero	35
CAPÍTULO 4. RESULTADOS EXPERIMENTALES	
4.1Fluido Newtoniano	40
4.2Fluido Asociativo	47
CONCLUSIONES	58
TRABAJO PROSPECTIVO	58
REFERENCIAS	50

## **CAPÍTULO 1**

## INTRODUCCIÓN

#### 1.1.- Prefacio

Los experimentos de sedimentación de partículas son aparentemente simples; sin embargo, un gran número de fenómenos interesantes han sido observados experimentalmente. La determinación de la fuerza de arrastre de una partícula en movimiento a través de un fluido viscoelástico es uno de los problemas abiertos en la reología. La fuerza de arrastre, o equivalentemente la velocidad de sedimentación, ha atraído mucha atención en los últimos años, particularmente porque la determinación de la fuerza de arrastre sirve como prueba de validación de numerosos métodos numéricos y ecuaciones constitutivas. Por lo tanto, son necesarios resultados experimentales confiables para poder validar los resultados numéricos.

Aunque el problema de asentamiento de esferas ha sido estudiado durante más de dos décadas, actualmente, existen varios fenómenos que no se han estudiado con detalle y que continúan siendo un problema por resolver. Por ejemplo, la influencia de la elasticidad del fluido sobre el coeficiente de arrastre en flujo lento no se encuentra totalmente dilucidado. En la referencia [1] se encontró que la elasticidad del fluido causa una reducción del coeficiente de arrastre para valores del número de Weissenberg menores a 0.1. Posteriormente [2], se confirmaron los resultados obtenidos en [1]; sin embargo, en [3] no se encontró evidencia física de la reducción del coeficiente de arrastre.

Aparte de su interés fundamental, el problema de asentamiento de partículas en fluidos viscoelásticos está atrayendo un interés industrial creciente [4]. En el contexto industrial no solo se encuentra interés por la velocidad de sedimentación de las partículas, sino también en el transporte de partículas en un medio que fluye. En la industria del petróleo, por ejemplo, la sedimentación de partículas en fluidos de extracción de petróleo ha sido estudiado durante muchos años. Así mismo, las industrias de fabricación de detergentes tienen el problema de partículas pesadas abrasivas suspendidas en detergentes líquidos. El flujo por gravedad de pinturas, procesos de revestimiento de películas delgadas, bombeo de líquidos y el movimiento de lodos de perforación, son ejemplos de procesos en los que el

movimiento de partículas se encuentra influida por la elasticidad del fluido, la inercia del fluido, así como la presencia de fronteras sólidas. En la industria minera se necesita tener un conocimiento del comportamiento y las características de la sedimentación de pequeñas partículas en líquidos para poder lograr la separación de minerales. Los problemas de ventilación y prevención de explosiones ocasionadas por materiales combustibles como el polvo de hulla, dependen de un conocimiento adecuado de la dinámica de soluciones diluidas de partículas en la atmósfera. En el área de la biología, la sangre es una suspensión que contiene células rojas, células blancas y plaquetas en un medio continuo cuyo nombre es plasma. De las partículas suspendidas en la sangre, las células rojas son las que dominan en volumen, ocupando aproximadamente el 40%. La densidad relativa de las células rojas es de aproximadamente 1.10, mientras que la del plasma es de 1.03. Por lo tanto, las células rojas se sedimentan porque su densidad es mayor a la del plasma. Un aumento en la rapidez de sedimentación, excepto durante el embarazo, es considerado como anormal. De esta manera, la velocidad de sedimentación de las células rojas se registra para seguir el curso de varias enfermedades [Syoten Oka 5]. En el campo de las ciencias terrestres, los geólogos y los geógrafos se encuentran interesados con la formación de rocas a partir de sedimentos de lavas volcánicas. El estudio del movimiento de arenas movedizas es ocasionado por el paso de una corriente subterránea de agua a través de ellas. Estas arenas corresponden a una suspensión cuya densidad es ligeramente mayor que la del agua, siendo la arena el material suspendido, el cual aumenta considerablemente la viscosidad del agua ocasionando que la resistencia de la suspensión al corte sea muy alta.

Esta lista no intenta de ninguna manera ser exhaustiva, pero es suficiente para resaltar la importancia práctica del contenido del presente trabajo de tesis.

### 1.2.- Objetivos

Los objetivos del trabajo experimental son los siguientes:

- Diseño y construcción de una columna de sedimentación de esferas.
- Caracterización reológica completa de los diferentes fluidos empleados en los experimentos de sedimentación de partículas.
- Calibración y comprobación del funcionamiento de la columna de sedimentación de esferas
- Determinación del coeficiente de arrastre en los fluidos empleados.
- Estudio de efectos de pared en el sistema mediante la relación de diámetros columnaesfera.

#### 1.3.- Estructura de la tesis

En el capítulo 2 de la presente tesis se presenta una revisión de los resultados experimentales más relevantes que se manifiestan en el experimento de descenso de esferas en fluidos viscoelásticos. El capítulo cuenta con dos diferentes secciones donde se detallan los trabajos experimentales realizados acerca del descenso de esferas en fluidos viscoelásticos con alta elasticidad por diferentes grupos de investigación. Posteriormente, en la sección 2.2 se analiza la metodología de cálculo para la obtención de la fuerza de arrastre y los factores de corrección de la velocidad para el caso de un fluido de Newton y para un fluido viscoelástico.

En el capítulo 3 se describen el diseño y construcción del dispositivo experimental, así como también la técnica empleada en la realización de los experimentos. De la misma manera, se describen los materiales utilizados en la elaboración de los experimentos como son: las esferas y fluidos; en el caso de estos últimos, se presenta el proceso de elaboración y caracterización reológica de los mismos.

En el capítulo 4 se presentan los resultados experimentales obtenidos con el equipo de asentamiento de esferas en los diferentes fluidos empleados.

En la parte final de la tesis se presentan las conclusiones, recomendaciones y el trabajo futuro a realizar en el estudio y comprensión de los fenómenos de sedimentación de esferas en fluidos con alta elasticidad.

### 1.4.- Hipótesis

El efecto combinado de las propiedades viscoelásticas de un fluido tiene una repercusión significativa en el factor de corrección de la velocidad por efectos de pared. El fluido viscoelástico constituido por un polímero asociativo, el cual no ha sido empleado en este tipo de experimentos, presenta una región de viscosidad newtoniana y otra con adelgazamiento al corte; por lo tanto, en la zona newtoniana se presentará un efecto de desviación del coeficiente de arrastre con respecto al valor de Stokes y del factor de corrección por efectos de pared; siendo esta desviación, según lo constata la literatura, una disminución de hasta el 25% ocasionada por la elasticidad en el fluido. En la región donde los efectos de adelgazamiento son más pronunciados, se espera que la disminución en el valor de corrección por efectos de pared se haga más evidente.

## **CAPÍTULO 2**

#### **ANTECEDENTES**

#### 2.1.- Coeficiente de arrastre

Los líquidos viscoelásticos tienen muchas características que no se encuentran presentes en el caso de los líquidos newtonianos. Por consiguiente, es dificil estimar qué efecto no newtoniano en particular es el que tiene la mayor influencia en las características de flujo. Por ejemplo, para la mayoría de los líquidos no newtonianos, la viscosidad en un flujo viscométrico varía con la rapidez de corte y, por lo tanto, algunos efectos de viscosidad variable podrían influir de manera significativa las mediciones hechas en el caso del flujo no viscométrico generado en el problema de la esfera descendente [6,7]. Experimentalmente se ha encontrado que para valores pequeños del número de Weissenberg (We<0.1) no existen desviaciones de la ley de Stokes; sin embargo, existe una región en la cual los fluidos con alta elasticidad presentan una gran disminución en el coeficiente de arrastre, la cual puede ser de hasta el 25% [8-13].

En la mayoría de los trabajos realizados en el experimento no viscométrico de la esfera descendente con soluciones poliméricas, que presentan adelgazamiento al corte, existe una gran variedad en los resultados experimentales obtenidos y la manera de presentarlos. Uno de los primeros trabajos experimentales fue llevado acabo por Sigli y Coutanceau [14]. Los resultados muestran que la variación del factor de corrección Xe, el cual toma en cuanta la desviación del valor del coeficiente de arrastre con respecto al valor de Stokes debido a la elasticidad en el fluido, muestra una reducción del 60 %.

El fluido viscoelástico adelgazante empleado por Sigli consiste en una solución de óxido de etileno. Las relaciones de diámetros esfera-columna empleadas en [14] son: a/R= 0.25 y a/R= 0.5 respectivamente.

El cálculo del coeficiente de arrastre se efectúa de acuerdo a la siguiente definición de la fuerza de arrastre:

$$F = K_N 6\pi \eta_0 a U \tag{2.1}$$

$$C_D = \frac{F}{\frac{1}{2}\rho U^2 \pi a^2} \tag{2.2}$$

donde  $K_N$  es un coeficiente de efectos de pared calculado para un fluido newtoniano, a es el radio de la esfera, U es la velocidad terminal,  $\rho$  y  $\eta_0$  son la densidad y viscosidad decorte cero del fluido viscoelástico.

Finalmente la expresión utilizada en el cálculo del factor de corrección Xe se define de la siguiente manera:

$$Xe = \frac{1}{K_N} \frac{C_D 2^n \operatorname{Re}}{24} \tag{2.3}$$

Donde el número de Reynolds se encuentra definido como un número de Reynolds tipo ley de la potencia: Re= $(2 a \cup \rho/\eta)^n$ 

Otra forma de cuantificar la desviación con respecto al valor de Stokes en el fluido es a través del factor de corrección de la velocidad terminal, K, para una esfera en un medio viscoelástico:

$$K = \frac{F_D}{F_{sym}} \tag{2.4}$$

donde

$$F_D = \frac{4}{3}\pi a^3 g \left(\rho_s - \rho_f\right) \tag{2.5}$$

у

$$F_{STO} = 6\pi\alpha\eta_0 K \tag{2.6}$$

La ecuación (2.4) resulta cuando se alcanza el estado estacionario en la velocidad de la esfera, igualándose la fuerza de flotación (2.5) y la fuerza de arrastre de la esfera (2.6). En general, este factor de corrección de la velocidad es una función del número de Weissenberg, el número de Reynolds, la viscosidad adelgazante del fluido y la relación

de diámetros esfera-columna, 
$$K = K(We, Re, \eta(\gamma), a/R)$$
.

Estudios del factor de corrección de la velocidad K para una solución adelgazante de poliacrilamida en glicerina al 1% fueron realizados por Bisgaard [15]. Los resultados

experimentales son presentados mediante una gráfica de F/6 $\pi$ aU vs la rapidez de corte definida de la siguiente manera:  $\gamma = \frac{U}{2a}$ . La variación del factor de corrección para tres diferentes relaciones esfera-columna, a/R= 0.3, 0.4 y 0.5 utilizadas en [15] muestra una disminución con la rapidez de corte, siendo el valor de K mayor para la relación de diámetros a/R=0.4 que para la relación a/R=0.3.

Posteriormente Mena y Manero [2] realizaron experimentos utilizando 2 diferentes tipos de fluidos adelgazantes: (a) fluido viscoelástico (solución acuosa de poliacrilamida), (b) fluido inelástico (Carbopol con etilenglicol). Los experimentos realizados por estos autores muestran que para el caso en que los efectos de pared no son muy notorios, 0.05<a/r>
| 0.05<a/r>
| 1.05<a/r>
| 2.067, en ambos fluidos se observa que a medida que aumenta la relación a/R, la fuerza de arrastre aumenta. Además, la fuerza de arrastre se aproxima a un mismo valor asintótico para ambos fluidos cuando las velocidades de descenso de las esferas son grandes, lo cual hace pensar que los efectos de adelgazamiento son los factores dominantes y responsables del valor asintótico en la fuerza arrastre. En el caso del fluido viscoelástico, la desviación del valor del coeficiente de arrastre de Stokes sigue una dependencia cuadrática con el número de Weissenberg que se extiende hasta números de Weissenberg de 10. En el caso en que los efectos de pared son notorios, 0.1<a/r>
| 2.05
| 3.06
| 3.06
| 3.07
| 3.07
| 3.07
| 3.07
| 3.07
| 3.07
| 3.07
| 3.07
| 3.07
| 3.07
| 3.07
| 3.07
| 3.07
| 3.07
| 3.07
| 3.07
| 3.07
| 3.07
| 3.07
| 3.07
| 3.07
| 3.07
| 3.07
| 3.07
| 3.07
| 3.07
| 3.07
| 3.07
| 3.07
| 3.07
| 3.07
| 3.07
| 3.07
| 3.07
| 3.07
| 3.07
| 3.07
| 3.07
| 3.07
| 3.07
| 3.07
| 3.07
| 3.07
| 3.07
| 3.07
| 3.07
| 3.07
| 3.07
| 3.07
| 3.07
| 3.07
| 3.07
| 3.07
| 3.07
| 3.07
| 3.07
| 3.07
| 3.07
| 3.07
| 3.07
| 3.07
| 3.07
| 3.07
| 3.07
| 3.07
| 3.07
| 3.07
| 3.07
| 3.07
| 3.07
| 3.07
| 3.07
| 3.07
| 3.07
| 3.07
| 3.07
| 3.07
| 3.07
| 3.07
| 3.07
| 3.07
| 3.07
| 3.07
| 3.07
| 3.07
| 3.07
| 3.07</p

$$K = \frac{\eta(\gamma)/\eta_0}{1 - \frac{\eta(\gamma)}{\eta_0} f(a/R)}$$
(2.7)

encontrándose que los valores experimentales del factor de corrección K en función del número de Reynolds siguen la relación (2.7) para valores pequeños del número de Reynolds y para la menor relación de diámetros a/R. Para relaciones mayores de a/R se encuentra que los efectos elásticos no son despreciables a valores pequeños del número de Reynolds. Por lo tanto, la aplicación de la ecuación (2.7) juega un papel importante en la determinación del intervalo donde los efectos elásticos son importantes y la región

donde los efectos de adelgazamiento predichos por (2.7) son adecuados. Para el fluido inelástico se observa un comportamiento similar al del fluido viscoelástico para valores altos de a/R y bajos Re. Aunque para este caso en el que los efectos de adelgazamiento son predominantes, el factor de corrección es calculado por medio de la siguiente relación en función de la rapidez de corte  $\gamma = \frac{U}{2a}$ :

$$K = \frac{\eta(\dot{\gamma})}{\eta_0} = \frac{F}{F_{ST0}} \tag{2.8}$$

Utilizando la ecuación (2.8), la desviación del factor de corrección K en función de la rapidez de corte presenta una disminución del 60 y 50 % por debajo del valor de Stokes para el fluido inelástico y viscoelástico respectivamente.

Para relaciones de diámetros grandes (a/R→1), Degand y Walters [16] utilizaron una solución adelgazante de poli-isobutileno en decalina (fluido S1). El valor de K normalizado por el factor de corrección K<sub>N</sub> para un fluido newtoniano en función del número de Weissenberg, presenta una disminución del 84% para We=0.9 y a/R=0.88. En [16], el factor de corrección por efectos de pared es obtenido por medio de la ecuación (2.4).

Otros experimentos realizados por Navez [17] para dos fluidos con adelgazamiento (poliacrilamida al 1 % y PIB/PB) con una relación de diámetros esfera-columna a/R=0.5, presentan una disminución del factor de corrección con respecto al número de Weissenberg, observándose un aumento en K en la solución de poliacrilamida acuosa para números de Weissenberg mayores a 10<sup>2</sup>.

Una comprobación más de la predicción del factor de corrección K calculado a partir de la ecuación (2.4) utilizando la ecuación (2.7) fue realizado por Arigo y Mc Kinley [18] para una solución adelgazante de poliacrilamida al 2% en una mezcla de glicerina-agua al 50%. Los resultados muestran que para una relación de diámetros esfera-columna a/R=0.121, la ecuación (2.7) concuerdan con los resultados obtenidos. Además, el valor de K es representado contra un número de Deborah dependiente de la rapidez de corte definido por:

$$De = \lambda_1 \left( \gamma \right) \gamma = \frac{\psi_1 \left( \gamma \right)}{2 \left[ \eta \left( \gamma \right) - \eta_s \right]}$$
 (2.9)

La variación de K es presentada con respecto al valor del factor de corrección  $K_N$  para un fluido newtoniano, observándose una disminución considerable por debajo de  $K_N$ .

De igual manera, Rothstein y Mc Kinley [19] realizaron experimentos para una solución de micelas gigantes compuesta de una mezcla de 0.05 M de bromuro de cetilmetilamonio y 0.05 M de salicilicato de sodio. Los resultados experimentales muestran una disminución del factor de corrección K calculado a partir de la ecuación (2.4) hasta números de Deborah De=2 y dos relaciones de diámetro esfera-columna a/R=0.125 y a/R=0.0625. Posteriormente, se observa un aumento del valor de K con el número de Deborah, el cual se encuentra por encima del valor de K<sub>N</sub> obtenido a través de la serie de Faxen para un fluido newtoniano. Este aumento en el valor de K es atribuido por un fuerte flujo extensional inhomogéneo que se desarrolla en la zona de la cauda de la esfera. Finalmente, los mismos autores realizan una predicción de sus valores experimentales utilizando la ecuación (2.7), la cual reproduce los valores de K de manera adecuada.

Como se puede observar, existen desacuerdos entre los resultados obtenidos experimentalmente, y por lo tanto, la influencia de la elasticidad en el coeficiente de arrastre no se encuentra totalmente comprendida. Sin embargo, actualmente, con la información existente, se puede suponer que el comportamiento que tienen el coeficiente de arrastre en función del numero de Weissenberg sigue la tendencia mostrada en la figura 2.1.

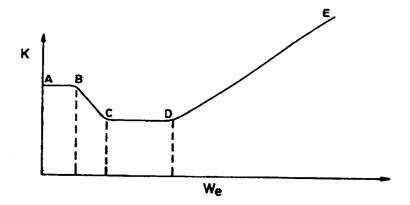


Figura 2.1.- Esquema general del factor de corrección de la velocidad K [6].

En al figura 2.1 se observan cuatro regiones dependiendo el aumento del número de Weissenberg para el factor de corrección de la velocidad K en fluidos viscoelásticos. La región marcada como AB corresponde a la sedimentación de esferas de densidad pequeñas hasta números de Weissenberg igual a 0.1. En la zona marcada como BC, correspondiente a números de Weissenberg entre 0.1 y 1, se observa una disminución del factor de corrección de la velocidad, el cual se atribuye a la presencia de efectos elásticos en los fluidos utilizados. La meseta CD se presenta para números de Weissenberg entre 1 y 2. Finalmente, la zona marcada como DE presenta un aumento considerable del factor de corrección K cuando las propiedades elongacionales de los fluidos empleados; es decir, la viscosidad extensional generada en la zona de la cauda de la esfera es muy alta.

#### 2.2. Cálculo del coeficiente de arrastre

En esta sección se presentan las ecuaciones generales para el flujo alrededor de una esfera así como las ecuaciones características del movimiento de una esfera con y sin efectos de pared para el caso de los fluidos newtoniano y viscoelástico.

#### 2.2.1.- Ecuaciones generales para el flujo alrededor de una esfera

La fuerza total F<sub>T</sub> que ejerce un fluido sobre la superficie sólida de una esfera se compone de dos contribuciones: F<sub>E</sub>, es la fuerza que el fluido ejerce aunque éste en reposo, y F<sub>D</sub>, es la fuerza relacionada con el movimiento del fluido. Por lo tanto, la fuerza total está dada por la siguiente relación:

$$F_T = F_E + F_D \tag{2.10}$$

El valor de la fuerza F<sub>D</sub> puede expresarse de manera arbitraria como el producto de un área característica A, la energía cinética por unidad de volumen K y un número adimensional C<sub>D</sub> denominado factor de fricción o coeficiente de arrastre [20].

$$F_D = AKC_D (2.11)$$

$$A = \pi a^2 \tag{2.12}$$

$$K = \frac{1}{2}\rho U^2 \tag{2.13}$$

de tal manera que

$$F_D = \left(\pi a^2 \left(\frac{1}{2}\rho U^2\right)C_D\right) \tag{2.14}$$

Por otro lado, cuando se alcanza el estado estacionario, existe un equilibrio de fuerzas y, la fuerza de arrastre puede calcularse de manera indirecta mediante la fuerza de gravitación que actúa sobre la esfera menos la fuerza de flotación.

$$F_D = \frac{4}{3}\pi a^3 \rho_e g - \frac{4}{3}\pi a^3 \rho_f g \tag{2.15}$$

sustituyendo (2.17) en (2.16) se obtiene:

$$C_D = \frac{4ga}{3U^2} \left( \frac{\rho_e}{\rho_f} - 1 \right) \tag{2.16}$$

donde g es la aceleración de la gravedad, a es el radio de la esfera, U es la velocidad terminal de la esfera medida,  $\rho_e$  es la densidad de la esfera y  $\rho_f$  es la densidad del fluido.

#### 2.2.2.- Fluido newtoniano sin efectos de pared

Para el flujo lento alrededor de una esfera sólida, se tiene que la fuerza de arrastre que resulta del movimiento del fluido se encuentra dada por:

$$F_{STO} = 6\pi a \eta_0 U_{\infty} \tag{2.17}$$

donde  $\eta$  y  $U_{\infty}$  son la viscosidad del fluido y la velocidad terminal de la esfera respectivamente. La ecuación (2.17) se conoce como la ley de Stokes y es válida para números de Reynolds inferiores a 0.1. El número de Reynolds se define como.

$$Re = \frac{2\rho_f Ua}{\eta_0} \tag{2.18}$$

Sustituyendo la ecuación (2.17) en la expresión (2.14) para el valor de la fuerza relacionada con el comportamiento cinético del fluido, se obtiene el coeficiente de arrastre para un fluido newtoniano sin efectos de pared:

$$C_D = \frac{24}{\text{Re}} \tag{2.19}$$

Por lo tanto, el valor experimental del coeficiente de arrastre se obtiene a partir de las mediciones de la velocidad terminal de la esfera y del conocimiento de las propiedades físicas relevantes de los fluidos y esferas empleados.

## 2.2.3.- Influencia de la proximidad de la pared en el movimiento de una esfera sólida que sedimenta en un fluido newtoniano

Para un fluido newtoniano de viscosidad "\u03e4", la fuerza de arrastre sobre una esfera de radio "\u03e4" que se traslada axialmente con una velocidad constante "U" a lo largo del eje central de un contenedor cilíndrico de radio "R" necesita una corrección para tomar en cuenta la proximidad de la pared

$$F = 6\pi a \eta_0 U K_N \tag{2.20}$$

donde K<sub>N</sub> representa el factor de corrección de pared y tiene la siguiente forma:

$$K_N = \frac{1}{1 - f(a/R)} \tag{2.21}$$

la función f(a/R) puede ser expresada como

$$f(a/R) = \frac{a}{R} W\left(\frac{a}{R}\right) \tag{2.22}$$

donde W(a/R) es la serie de Faxen [4]

$$W\left(\frac{a}{R}\right) = 2.1044 - 2.088\left(\frac{a}{R}\right)^2 + \dots$$
 (2.23)

en el límite de cero efectos de pared la función f(a/R) es igual a uno y la expresión (2.20) se reduce a la ecuación de Stokes para el arrastre de una esfera que se traslada en un fluido sin fronteras:

$$F_{STO} = 6\pi\alpha\eta_0 U_{\infty} \tag{2.24}$$

La relación entre las ecuaciones (2.20) y (2.24) es la siguiente:

$$\frac{U_{\infty}}{II} = K_{N} \tag{2.25}$$

donde  $U_{\infty}$  representa la velocidad de descenso que la esfera tendría en un medio infinito; por ejemplo, si los efectos de pared no estuvieran presentes. Dado que para los fluidos newtonianos existe una relación lineal entre el arrastre y la velocidad de la esfera, tanto la velocidad como el coeficiente de arrastre pueden ser corregidos directamente por efectos de pared.

Otra forma de expresar el cociente de  $U_{\infty}/U$  se obtiene combinando las ecuaciones (2.20) y (2.21), obteniéndose la expresión siguiente:

$$\frac{F}{6\pi\alpha\eta} - \frac{Ff(a/R)}{6\pi\alpha\eta} = U \tag{2.26}$$

Si el término  $F/6\pi a\eta$  es identificado con la velocidad terminal  $U_{\infty}$  de una esfera en un medio sin fronteras, el resultado anterior se convierte en

$$U_{\infty} = U + \frac{Ff(a/R)}{6\pi a \eta} \tag{2.27}$$

**Entonces** 

$$K_U = \frac{U_{\infty}}{U} = 1 + K_N f(a/R)$$
 (2.28)

K<sub>U</sub> representa el cociente de la velocidad terminal de la esfera en un medio infinito y la velocidad de la misma esfera con fronteras.

#### 2.2.3.- Fluido viscoelástico sin efectos de pared

La influencia que tiene la elasticidad del fluido sobre el coeficiente de arrastre en movimiento lento puede ser calculada empíricamente mediante la siguiente relación [1,6]

$$C_D = X_e \frac{24}{\text{Re}} \tag{2.29}$$

donde X<sub>e</sub> es un factor de corrección que toma en cuenta la desviación en el coeficiente de arrastre del valor predicho por Stokes debido a la presencia de la elasticidad y viscosidad variable en el fluido. Adicionalmente, otro número adimensional que es necesario para tomar en cuenta los efectos elásticos del fluido es el número de Weissenberg. En flujo lento se define de la siguiente manera

$$W_e = \frac{\lambda U}{2a} \tag{2.30}$$

donde  $\lambda$  es el tiempo de relajación maxwelliano del fluido y U es la velocidad terminal de una esfera de radio a. Para aquellos casos en los que la ecuación (2.30) es aplicable, se puede anticipar que el factor de corrección  $X_e$  es una función exclusiva de los números de Weissenberg y de Reynolds

$$X_e = X_e(We, Re) \tag{2.31}$$

## 2.2.4.- Influencia de la proximidad de la pared en el movimiento de una esfera sólida que sedimenta en un fluido viscoelástico

En el caso de una esfera que desciende en un fluido viscoelástico, la ecuación (2.20) puede ser generalizada de la siguiente manera:

$$F = 6\pi a \eta(\gamma) UK \tag{2.32}$$

donde la viscosidad es una función de la rapidez de corte,  $\gamma$ , y el factor de corrección de pared K depende únicamente de las propiedades viscoelásticas del fluido. Cuando tanto los efectos elásticos como el adelgazamiento al corte son considerados, dos parámetros adimensionales tienen que ser incorporados: el número de Reynolds como una aproximación empírica de la viscosidad variable.

$$Re = \frac{2Ua\rho}{\eta(\dot{\gamma})} \tag{2.33}$$

y el número de Weissenberg que representa el cociente entre un tiempo característico del fluido y la escala de tiempo convectiva del flujo

$$We = \frac{U\lambda}{a} \tag{2.34}$$

$$\dot{\gamma} = \frac{U}{2a} \tag{2.35}$$

Por convención, los efectos de desviación del valor de Stokes debido a la presencia de paredes y la elasticidad del fluido son expresados en términos de un factor de corrección de la velocidad K, el cual mide el cambio de la fuerza de arrastre de la esfera comparada con la fuerza de arrastre de Stokes en flujo lento [21]:

$$6\pi a \eta_0 U K = F_D = \frac{4}{3} \pi a^3 (\rho_e - \rho_f) g \tag{2.36}$$

el término del lado izquierdo de la ecuación (2.36) es una aproximación lineal al fluido newtoniano, ya que la  $\eta_0$  está referida a la viscosidad de corte cero para un fluido viscoelástico.

$$K = \frac{F_D}{Fsto} = \frac{2}{9} \frac{a^2 (\rho_s - \rho_f)g}{\eta_0 U}$$
 (2.37)

A su vez, el factor de corrección K, también puede estar referido para un fluido newtoniano en el que la influencia de la pared es tomada en cuenta mediante la inclusión del factor de corrección K<sub>N</sub>:

$$K = \frac{F_D}{Fsto} = \frac{2}{9} \frac{a^2 (\rho_s - \rho_f) g}{\eta_0 U K_N}$$
 (2.38)

En general, este factor de corrección de la velocidad K es una función del número de Weissenberg, el número de Reynolds, la viscosidad adelgazante del fluido y la relación de

diámetros esfera-columna, 
$$K = K \left( We, Re, \eta(\gamma) / \eta_0, a / R \right)$$
.

De manera similar que en el caso newtoniano, pero usando la ecuación (2.32) para la fuerza de arrastre referida a la rapidez de corte cero, se obtiene el siguiente factor de corrección.

$$K_U = \frac{U_{\infty}}{U} = 1 + Kf(a/R) \tag{2.39}$$

La relación anterior es válida sólo para fluidos viscoelásticos en los que sólo la corrección por velocidad debe ser aplicada [22].

En el caso que los efectos de adelgazamiento comiencen a ser importantes, la velocidad de descenso se corrige de la siguiente manera

$$F = 6\pi a \eta \left(\dot{\gamma}\right) U K_{t'} \tag{2.40}$$

donde

$$K_U = \frac{U_{\infty}}{U} = \frac{1}{1 - f(a/R)\eta(\gamma)/\eta_0}$$
(2.41)

La ecuación (2.41) se obtiene sustituyendo la ecuación (2.39) en (2.40). La ecuación anterior aplica para la región donde los efectos de adelgazamiento predominan sobre cualquier efecto elástico que pudiera estar presente.

La ecuación (2.41) puede ser expresada también en series [2].

$$K_{U} = 1 + \frac{\eta(\dot{\gamma})}{\eta_{0}} f(a/R) + \left[\frac{\eta(\dot{\gamma})}{\eta_{0}}\right]^{2} f^{2}(a/R) + \dots$$
 (2.42)

A medida que la rapidez de corte tiende a cero, el factor de corrección de pared  $K_U$  se aproxima al valor de corrección de pared  $K_N$ , que es el factor de corrección para un fluido newtoniano. Sustituyendo la ecuación (2.40) y (2.17) en la ecuación (2.41) se obtiene:

$$K_{tt} = \frac{\eta(\dot{\gamma})/\eta_0}{1 - \eta(\dot{\gamma})/\eta_0 f(a/R)}$$
(2.43)

el cual es un reescalamiento hecho por [18]:

La ecuación (2.43) tienen dos límites: el primero se encuentra cuando  $\eta(\gamma) \to \eta_0$ , el cual da como resultado el factor de corrección por efectos de pared para un fluido newtoniano  $K_N$ . En el segundo caso, cuando los efectos de adelgazamiento son predominantes, a rapideces de corte altas,  $\eta_0 >> \eta(\gamma)$  y, por lo tanto, la ecuación (2.43) se convierte después de dividir (2.40) entre (2.17) en:

$$K_U = \frac{\eta(\dot{r})}{\eta_0} = \frac{F}{F_{\text{cro}}} \tag{2.44}$$

donde  $F_{ST0}$  es el arrastre de Stokes referido a la viscosidad de corte cero.

En el caso de fluidos no newtonianos se pierde la relación lineal que existe entre el arrastre y la velocidad de la esfera. Por lo tanto, la corrección por efectos de pared sólo se puede efectuar en la velocidad y no en el arrastre, a diferencia del caso newtoniano. En el caso de fluidos incompresibles, Caswell [22] dedujo el equivalente no newtoniano de la fórmula de Faxen para una esfera que experimenta una fuerza de arrastre.

$$U = U_{\infty} - 2.10444 U_{N\infty} \left(\frac{a}{R}\right) \left(1 - \frac{2.08877}{2.10444} \left(\frac{a}{R}\right)^{2}\right) + O(R^{-5}, F^{3}R^{-3})$$
 (2.45)

Sin embargo, la aplicación de la ecuación (2.45) resulta difícil de utilizar ya que se encuentra en función de la fuerza de arrastre. Finalmente, otro procedimiento para obtener la velocidad terminal en un medio sin fronteras,  $U_{\infty}$ , a partir de la velocidad terminal medida, U, y así obtener el factor de corrección K consiste en realizar extrapolaciones lineales en gráficas de la velocidad terminal U vs la relación de diámetros esfera-cilindro, a/R, hasta a/R=0 como se muestra en la figura 2.2.

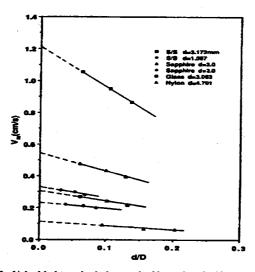


Figura 2.2.- Velocidad terminal observada, Vm, vs la relación de diámetros [9].

## **CAPÍTULO 3**

#### **DESARROLLO EXPERIMENTAL**

#### 3.1.- Dispositivo y técnica experimental

Para el desarrollo de todos los experimentos de esferas se utilizó el dispositivo experimental que se muestra en la figura (3.1).

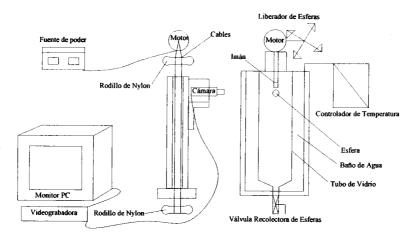


Figura 3.1.- Dispositivo experimental

El dispositivo experimental consta de un tubo de vidrio cilíndrico de 120 cm de longitud y 12.7 cm de diámetro interno en el cual se encuentra contenido el fluido en el que se hacen descender las esferas. El tubo cilíndrico se encuentra dentro de un tanque rectangular de vidrio de 150 cm de altura y 20.5 cm de longitud en sus otras caras. El tanque contiene un fluido (H<sub>2</sub>O) con un índice de refracción muy similar al del material de construcción del tanque (vidrio) para eliminar los efectos de refracción en la superficie curva de la interfase cilindro-agua. Así mismo, en el tanque se encuentra incluido un sistema controlador de temperatura. Este sistema externo sirve también para minimizar las fluctuaciones en la temperatura ambiental.

Los parámetros de diseño del equipo que sirvieron para su construcción son los siguientes: Sistema guia:

Se diseñó un sistema guía que permitiera seguir el descenso de la esfera sin perturbaciones y que al mismo tiempo otorgara una filmación del descenso en tiempo real para evitar correcciones de la velocidad por efectos de un ángulo de inclinación en el proceso de filmación.

#### Liberados de esferas:

El sistema de liberación se diseñó de tal manera que las esferas se depositaran por debajo de la superficie del fluido y que al mismo tiempo fueran liberadas por un mecanismo que no produjera un giro de la esfera al momento de ser liberada.

#### Tubo de sedimentación:

El tubo de sedimentación se seleccionó con una longitud y diámetro adecuados para poder observar los diferentes tipos de flujos y fenómenos que se producen en el proceso de sedimentación de la esfera como son: la generación de un flujo de corte en la parte lateral de la esfera y un flujo elongacional en la zona de la cauda (Figura 3.2). Además, el tubo contiene alineados el sistema liberador y la válvula de recolección de esferas respectivamente.

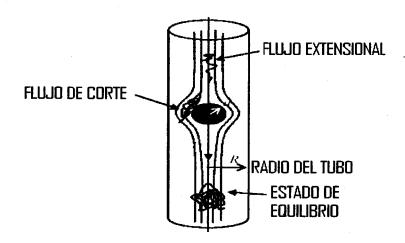


Figura 3.2.- Componentes de flujo alrededor de la esfera en el tubo de sedimentación

#### 3.1.1.- Despachador de esferas

El descenso de las esferas se realiza a la misma temperatura a cual se llevaron a cabo los experimentos de caracterización reológica de cada uno de los fluidos, la cual, es de 25 °C. Las esferas son sostenidas en la parte superior del tubo cilíndrico y liberadas por debajo de la superficie del fluido para evitar la adhesión de burbujas de aire y de una capa superficial en forma de rígida que se forma en la superficie de estos fluidos, los cuales ocasionarían que las interacciones entre fluido y esferas no sean las indicadas. La liberación de las esferas se lleva a cabo mediante el empleo de un dispositivo electro-mecánico. La parte mecánica de este dispositivo consiste de un tubo cilíndrico de plástico que tiene contenido de manera concéntrica un pistón cilíndrico de aluminio el cual, a su vez, en uno de sus extremos tiene un imán con una interfase de plástico por el cual las esferas son sujetadas. El dispositivo eléctrico consiste de un pequeño motor que hace girar una manivela en forma de disco. Esta manivela levanta el pistón contenido en el tubo de plástico por el extremo contrario a la colocación del imán, ocasionando que la esfera de metal sea liberada de manera instantánea y sin perturbaciones. Todo el mecanismo anterior se encuentra alineado en la parte superior de la columna de liberación con el tubo cilíndrico que contiene al fluido de prueba, lo cual es una condición muy importante cuando se emplean fluidos viscooelásticos; ya que como se pudo apreciar en la literatura, cuando la esfera es liberada dentro de la cercanía con la pared, se ejerce una fuerza horizontal en la esfera en dirección a las paredes del tubo. Una ventaja de este mecanismo de liberación o sistema despachador de esferas consiste en que el pistón de aluminio que contiene el imán puede ser remplazado por otros mecanismos de liberación como pueden ser un sistema de tres agujas sujetadas en la parte inferior de otro pistón por medio de unos resortes. La esfera es colocada en medio de las tres agujas y, nuevamente, al ser accionado el sistema eléctrico del despachador de esferas, éste ocasiona que las agujas se separen lentamente y, por lo tanto, se libere la esfera. Una segunda posibilidad consiste en colocar un hilo de seda en la parte interior del tubo de plástico, por un extremo del hilo se coloca una pequeña cantidad de una sustancia semisólida que sujeta la esfera como si esta fuera una especie de plastilina; al cabo de un lapso de tiempo no mayor a un par de minutos, esta sustancia comienza a ablandarse permitiendo que la esfera sea liberada.

Los mecanismos de liberación mencionados anteriormente, fueron probados y analizados de acuerdo a sus ventajas y desventajas; a continuación se comenta la respecto:

- a) El mecanismo de liberación por medio de la sustancia semisólida es un sistema muy novedoso que permite la liberación de la esfera sin que haya algún tipo de rotación de la misma cuando es liberada; sin embargo, dado que esta sustancia se deshace para lograr la liberación de la esfera, esta sustancia cae dentro del fluido de prueba ocasionando una pequeña contaminación del mismo, la cual podría ocasionar una posible fuente de incertidumbre en las mediciones de los datos experimentales ya que segmentos semisólidos de la sustancia comenzarían a descender por el centro del tubo impidiendo el libre paso de las esferas posteriores.
- b) El mecanismo de liberación de tres agujas se encuentra alineado y sincronizado de manera correcta de tal forma que al momento en que es accionado, las tres agujas deben abrirse de manera simultánea permitiendo la liberación de la esfera. El mecanismo también provee de una liberación sin rotación de la esfera. No obstante, como ya se mencionó anteriormente, la esfera tiene que ser liberada por debajo de la superficie del fluido, lo cual implica que las agujas también se abrirían dentro del fluido ocasionando que antes de que la esfera sea liberada, ya exista una perturbación dentro del fluido que habría que cuantificar de alguna manera para poder determinar cuál es el efecto que tiene en la parte inicial del descenso de la esfera.
- c) El mecanismo de liberación del imán, al igual que los anteriores, también permite que la esfera sea liberada sin rotaciones. Dado que el imán se encuentra alineado concéntricamente dentro del tubo de plástico con una interfase de plástico entre el imán y la esfera, ésta no ocasiona una perturbación en el movimiento del fluido como en el caso de las agujas, y por ende, tampoco es una fuente de contaminación que ocasione la liberación de partículas sólidas o semisólidas en el interior del fluido. Sin embargo, la desventaja de éste mecanismo consiste en que sólo pueden ser liberadas esferas magnetizables.

De acuerdo al análisis anterior, el mecanismo liberador o despachador de esferas que resulta ser el más apropiado para los experimentos a realizar es el mecanismo liberador por

medio de un imán. En la figura 3.3 se esquematizan los diferentes sistemas de liberación mencionados anteriormente.

La técnica de liberación que utiliza este último mecanismo es muy sencilla: una vez introducido el pistón en el interior del fluido, después de 5 minutos, se acciona el mecanismo eléctrico de liberación. El mecanismo mecánico (pistón) produce una perturbación en el fluido, sin embargo, ésta puede ser fácilmente anulada con el tiempo de espera. Finalmente, para prevenir la formación de la capa rígida en la superficie del fluido, en la cámara de alineación del tubo de plástico que contiene el pistón se introduce nitrógeno  $(N_2)$  como atmósfera inerte en la prevención de la capa.

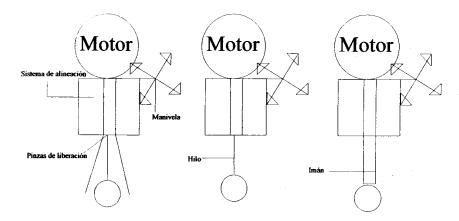


Figura 3.3.- Despachador de esferas. A) Liberador por medio de pinzas, B) Liberador por medio de sustancia secreta, C) Liberador por medio de un imán

#### 3.1.2.- Sistema de seguimiento de las esferas

Para medir la velocidad terminal de la esfera a medida que pasa a través del tubo cilíndrico, ésta es grabada por medio de una cámara que se encuentra montada en una plataforma sobre un riel colocado de manera vertical a un costado del tanque rectangular. Éste mecanismo permite seguir el movimiento descendente de la esfera durante todo su trayecto hasta la parte final del tubo. El mecanismo de seguimiento de las esferas consiste de un riel de aluminio rectangular de 120 cm de longitud, el cual como se muestra en la figura (3.4), tiene en cada una de sus caras longitudinales un sistema de ranuras que contienen dos

cables de acero que viajan desde el extremo inferior del riel hasta el extremo superior del mismo en dos de sus caras. En los extremos del riel se encuentran unos rodillos de nylon con unas ranuras como sistema de guía para los cables, los cuales, además, se encuentran tensados por medio de unos tornillos para garantizar un movimiento homogéneo. Estos rodillos hacen funcionar el sistema de riel como un sistema de poleas. El rodillo de la parte superior del riel está conectado a un motor cuyo movimiento, a su vez, es originado por medio de una fuente de poder. El mecanismo anterior garantiza un movimiento vertical ascendente y descendente homogéneo con mínimas perturbaciones sobre la cámara; es decir, los movimientos del tipo oscilatorio y trepidatorio son totalmente anulados por el sistema de poleas, los cuales podrían generar un error experimental en las mediciones. Como comprobación del movimiento vertical ascendente y descendente homogéneo del mecanismo de riel, en la plataforma donde va montada la cámara se colocó de manera vertical una moneda. La plataforma se hizo descender y ascender a diferentes velocidades el mecanismo de riel, observándose que durante todo el trayecto la moneda siempre permaneció en su mismo posición, es decir, verticalmente. Finalmente, como sistema de seguridad, para evitar el descarrilamiento de la plataforma donde va montada la cámara de videograbación se colocaron unos micro interruptores en la parte superior e inferior del riel que interrumpen el paso de la corriente subministrada por la fuente de poder de tal manera que el movimiento del sistema de poleas se ve interrumpido cuando la plataforma llega hasta una distancia propia antes de ocurrir el descarrilamiento.

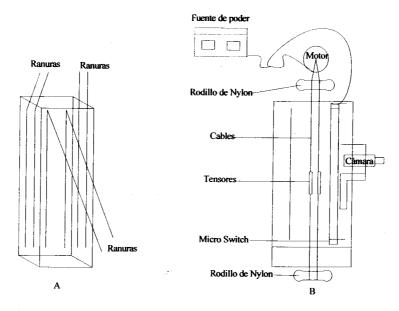


Figura 3.4.- Sistema de riel. A) ranuras del sistema de riel en sus caras longitudinales, B) vista lateral del sistema de riel

Además, este tipo de mecanismo permitió disminuir aún más el error experimental, ya que al seguir la cámara el movimiento descendente de la esfera, se evitó un error por corrección de ángulo en las mediciones de la velocidad, que es el caso cuando la cámara es colocada de manera frontal inmóvil a una distancia alejada del dispositivo experimental [14]. Además, al poder seguir de manera continua el movimiento de la esfera, se puede obtener una mejor calidad en las imágenes tanto para el cálculo de las velocidades como para el estudio y observación de otros fenómenos experimentales que se llevan a cabo en los experimentos de descenso de esferas.

#### 3.1.3.- Obtención de velocidades

Mediante el empleo de una videograbadora marca Sony de 6 cabezas modelo SLV-LX777 de alta resolución, se realizaron las mediciones de la velocidad terminal de la esfera. Las velocidades se obtienen mediante la medición del tiempo que le toma a la esfera descender una cierta distancia conocida; esto se logra mediante la colocación de una escala graduada a un costado de la columna. Para lograr obtener la visualización o enfoque tanto de la esfera

como de la cámara, ambas en un mismo cuadro, en la plataforma de descenso de la cámara se colocó un espejo que permite tener la imagen de la escala en el cuadro de visualización sin tener que desenfocar la esfera.

Una vez obtenida la grabación de la imagen del descenso de la esfera con la ayuda del tiempo de grabación establecido por la video grabadora, se pueden obtener las velocidades terminales de la misma. Además, para lograr una iluminación homogénea en el proceso de grabación, se colocó una fuente de luz blanca con una pantalla entre la fuente de luz y el tanque rectangular que cubre la altura total de la columna.

Para minimizar los efectos de aceleración y los efectos terminales propios del descenso de la esfera, en el cálculo de las velocidades en estado estacionario, los primeros y los últimos 25 cm del tubo cilíndrico, correspondientes al doble del diámetro de la columna, no fueron utilizados en las mediciones de la velocidad. Finalmente, después de que la esfera hubo realizado su recorrido a través del tubo cilíndrico, ésta se recuperó en la parte final de la columna por medio de una válvula de salida.

## 3.1.4.- Dispositivos experimentales previos

Cabe mencionar que durante el desarrollo experimental del dispositivo, la parte del sistema de riel donde va montada la cámara tuvo varias etapas previas en las que se encontraron una gran variedad de dificultades. Como primer intento de construcción, se diseñó un sistema que consta de un tornillo de 120 cm de longitud el cual, a su vez, estaba colocado de manera vertical a un costado de la columna. En el extremo superior del tornillo se montó un motor con un sistema de flecha que haría girar el tormillo por medio de valeros colocados previamente en sus extremos provocando, de esta manera, el descenso de la plataforma donde estaba montada la cámara. El inconveniente encontrado en este primer diseño fue el movimiento oscilatorio de la plataforma de la cámara que provocaba el tornillo. Posteriormente, se intentó eliminar el movimiento oscilatorio de la plataforma mediante el diseño de unos carros guía que irían montados a un costado de la plataforma de la cámara y que correrían sobre unos rieles de 120 cm de longitud colocados a los extremos del tornillo. Este sistema guía no mejoró el resultado. Además, el sistema de guía provocó que los carros se atoren en los rieles.

Un tercer diseño consistió en separar la plataforma donde se coloca la cámara de video del movimiento del tornillo. Para esto se diseñó el sistema de riel con las ranuras en las caras longitudinales mencionado anteriormente. Este nuevo sistema tuvo un riel de aluminio y el tornillo fue colocado de manera vertical a un costado de la columna. Ahora, la plataforma de la cámara descendería sobre el riel de aluminio de manera independiente al tornillo. Para lograr la conexión entre el tornillo y el nuevo riel de aluminio, se diseñó una horqueta que descendería con el movimiento del tornillo y con sus extremos movería la plataforma de la cámara. De igual manera, fue difícil lograr eliminar la vibración de la plataforma (Figura 3.5).

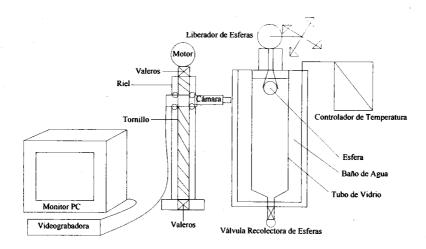


Figura 3.5.- Primer dispositivo experimental empleado.

El dispositivo que consiste del riel de aluminio cuyo movimiento se encuentra generado por un sistema de poleas resultó ser el más adecuado a las necesidades experimentales ya que eliminó por completo la vibración en el movimiento de la cámara.

## 3.2.- Esferas

Se emplearon esferas de acero cromado de diferentes masas. El diámetro de las esferas de acero varió de  $0.15875~\rm cm$  a  $1.905~\rm cm$ , obteniéndose un intervalo de densidades entre  $7.63~\rm g/cm^3-7.76~\rm g/cm^3$ . Los diámetros de las esferas fueron medidos con un grado de incertidumbre de  $0.001~\rm cm$ . El grado de esfericidad fue obtenido midiendo el diámetro de la esfera en tres posiciones diferentes. La densidad de las esferas se determinó a partir de la masa y el cálculo del volumen de la esfera. En la tabla  $3.1~\rm se$  presenta, de acuerdo a los diámetros de las esferas, el valor del cociente entre el diámetro de la esfera y el diámetro de la columna  $\beta$ =de/dc.

de (cm)	β= de/dc	
0.24	0.018	
0.32	0.025	
0.48	0.037	
0.64	0.05	
0.79	0.062	
0.95	0.07	
1.27	0.1	
1.91	0.15	

Tabla 3.1.- Relación de diámetros esfera-columna.

## 3.3.- Preparación de fluidos

El fluido asociativo se preparó mezclando 1.3 litros de Hase (emulsión soluble de álcalis hidrofóbicamente modificada) al 30% en peso [23,24] en 18 litros de agua desionizada obteniéndose una concentración de la solución del 2.1% en peso. Para garantizar que la viscosidad de la solución se mantenga estable, se utilizó una disolución de AMP (2-amino-2 metil-1-propanol) 1M. Posteriormente se realizó una agitación mecánica suave de la mezcla para evitar una degradación de las cadenas del polímero. Una vez finalizado el proceso de agitación, se dejó reposar el fluido durante 24 h y se repitió una vez más el proceso de agitación y reposo durante 2 o 3 días más hasta alcanzar la homogenización de la mezcla.

En el caso del fluido newtoniano, las proporciones de los componentes fueron las siguientes: jarabe de glucosa (92%) y agua (8%).

Para evitar la degradación de las glucosa, en el fluido Newtoniano se agregó un gramo de benzoato de sodio por cada litro de agua empleado en la preparación del fluido.

## 3.4.- Caracterización reológica de los fluidos

La caracterización reológica de los fluidos se llevó a cabo mediante el empleo de un reómetro de esfuerzo controlado AR 1000-N de T.A. Instruments. Este reómetro puede generar rapideces de corte desde 0.001 s<sup>-1</sup> hasta 100 s<sup>-1</sup>. El esfuerzo normal mínimo que puede detectar el instrumento es de 10 Pa.

Se hicieron mediciones de flujo cortante simple para obtener la función viscosidad y las de flujo de corte oscilatorio para obtener los módulos de almacenamiento y de pérdida fueron llevadas a cabo mediante el empleo de una geometría de cono y plato de 4 cm de diámetro y 1.59.14°. Este tipo de geometría es muy útil en las mediciones anteriores ya que requiere el empleo de una pequeña cantidad de la muestra y, además, la distancia de separación entre el cono y el plato se encuentra establecida de antemano por el ángulo del cono, dando como resultado un mejor control del flujo generado entre el cono y el plato a diferencia de otras geometrías como las de platos paralelos.

Antes de realizar cualquier tipo de medición reométrica, se tiene que asegurar que la muestra de fluido que se coloca en el plato no contenga burbujas de aire ya que alteran las mediciones de la viscosidad.

La caracterización reológica de las sustancias se llevó a cabo con muestras de aproximadamente 0.58 ml del fluido empleado. Dado que uno de los fluidos empleados se preparó con jarabe de glucosa, la superficie de estos fluidos tiende a cristalizarse cuando se pone en contacto con el aire ocasionando la formación de esta película cristalina, la cual propicia mediciones falsas de la viscosidad. Para evitar la formación de la película se colocó alrededor del contorno del cono un aceite de viscosidad semejante a la del fluido para evitar la formación de la capa cristalina durante la prueba. El empleo de este aceite no provoca ningún efecto en las mediciones de la viscosidad durante la prueba, además, el uso de aceites para mediciones de viscosidad de fluidos conteniendo glucosa durante mediciones reométricas es ampliamente empleado y necesario para poder obtener resultados válidos [1,13].

Antes de comenzar las pruebas, tanto de flujo cortante simple y de flujo oscilatorio, se aplicó un esfuerzo llamado de precorte al fluido para garantizar el rompimiento de la capa cristalina. Para garantizar que se alcanza el estado estacionario en este tipo de pruebas y asegurarse que los valores de la viscosidad son los correctos, en las condiciones de

operación del equipo se establecen como parámetros de operación la obtención de tres mediciones de la viscosidad. En ellas el esfuerzo de corte generado por el equipo se mantiene constante durante un tiempo de medición de 10 segundos para cada una permitiendo un error máximo de medición del 2 %. Una vez obtenidas las tres mediciones, el equipo entrega el valor promedio de las viscosidades, garantizándose de esta manera valores confiables de la viscosidad.

Para las pruebas de flujo oscilatorio se realizó un barrido del porcentaje de deformación de la muestra antes de realizar el barrido de frecuencias para obtener los valores de los módulos. Esto se realiza para asegurar que posteriormente en el barrido de frecuencias se esté trabajando dentro de la zona de deformación lineal del fluido; es decir, el intervalo en el cual los módulos de almacenamiento y de pérdida son independientes de la deformación, ya que los experimentos que no se realicen dentro de esta zona pueden dar lugar a interpretaciones erróneas de los resultados obtenidos.

#### 3.4.1.- Fluido de Newton

La prueba de flujo de corte en estado estacionario para el fluido de Newton se realizó en el intervalo de rapidez de deformación de 0.01 a 100 s<sup>-1</sup>. Este intervalo se debe a que no se pueden obtener datos a rapideces de corte mayores a 100 s<sup>-1</sup> dado que la muestra de fluido colocada entre el cono y el plato es expulsada de la geometría debido a la alta velocidad tangencial y que el límite inferior del reómetro es de 0.01 La geometría utilizada fue de cono y plato con un diámetro de 4cm. La temperatura de caracterización replógica de la muestra fue de 25 °C. Se realizaron 10 mediciones de la viscosidad por cada década de rapidez de corte.

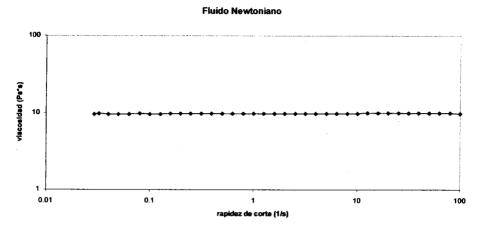


Figura 3.6.- Gráfica de viscosidad para el fluido de Newton

En la figura 3.6 se observa el comportamiento de la viscosidad para el fluido newtoniano a base de jarabe de glucosa y agua en función de la rapidez de corte. Como es de esperarse, la viscosidad de los fluidos Newtonianos es constante durante todo el intervalo de rapideces de corte empleadas, obteniéndose para este caso, un valor promedio de 9.751 Pa s.

### 3.4.2.- Polímero Asociativo

En la figura 3.7 se muestra la gráfica de la viscosidad de la solución de polímero asociativo en función de la rapidez de corte. Este tipo de fluidos presenta efectos elásticos muy marcados, y en el caso del polímero asociativo empleado, la viscosidad presenta dos intervalos diferentes. Se observa que la viscosidad del fluido se mantiene constante durante el intervalo de rapidez de corte de 0.01 a 2 s<sup>-1</sup> con un valor promedio de viscosidad de 14 Pa s; mientras que el valor de la viscosidad para rapideces de deformación mayores muestra un adelgazamiento del fluido. En la figura 3.7 y 3.8 se presentan el primer coeficiente de esfuerzos normales y los esfuerzos normales en función de la rapidez de corte, en ellas se puede observar que el primer coeficiente de esfuerzos normales y la fuerza normal disminuyen y aumentan dos órdenes de magnitud respectivamente en el intervalo de rapidez de corte comprendido entre 1-100 s<sup>-1</sup>. Con base en la ecuación del modelo de la ley de la potencia se calculó el parámetro n para el fluido en el intervalo de viscosidad

constante, obteniéndose un valor igual a 0.986, lo cual indica que durante este intervalo de rapideces de corte se pueden separar los efectos elásticos del fluido de los efectos de adelgazamiento. Además, en el caso de los valores de los esfuerzos normales se puede observar que para el intervalo de rapideces de corte comprendido entre 1-100 s<sup>-1</sup>, la pendiente de la curva tiene un valor muy cercano a 2.

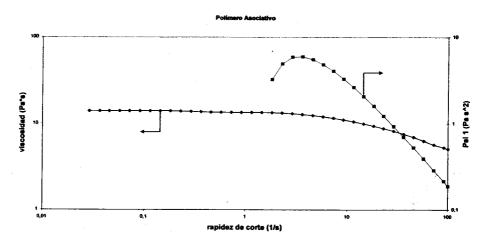


Figura 3.7.-Grafica de viscosidad y primer coeficiente de esfuerzos normales para el polímero Asociativo

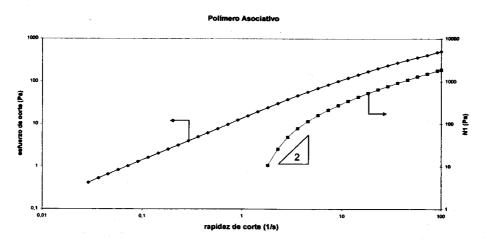


Figura 3.8.- Gráfica de esfuerzo de corte y esfuerzos normales vs rapidez de corte

La siguiente prueba de caracterización reológica del fluido no newtoniano consistió en realizar pruebas dinámicas de viscoelasticidad lineal del fluido. Esto quiere decir que se determinó el intervalo en el cual los módulos de almacenamiento y de pérdida son independientes de la deformación. Lo anterior se logra mediante una prueba de la variación de los módulos contra el porcentaje de deformación de la muestra. El procedimiento consiste en efectuar dos barridos del porcentaje de deformación de la muestra: uno se realiza utilizando una frecuencia w de 0.1 rad s<sup>-1</sup>, mientras que el otro se lleva a cabo a una frecuencia w de 100 rad s<sup>-1</sup>. Una vez identificado el intervalo en el que los módulos son independientes de la deformación, se realiza un barrido de frecuencias comprendido entre 0.1-100 s<sup>-1</sup> correspondiente al valor máximo y mínimo en el barrido de deformaciones, el cual debe garantizar la linealidad de los módulos. En la figura 3.9 se observa que el intervalo lineal de los módulos G'' y G' se mantiene constante durante un intervalo de dos décadas a la mayor frecuencia, mientras que el intervalo de linealidad para la frecuencia menor se va desplazando hacia la derecha en la última década de deformación. El intervalo seleccionado en el que los módulos son constantes en ambas frecuencias es del 45%.

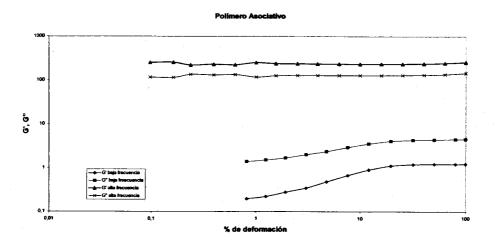


Figura 3.9.- Prueba de barrido de deformaciones para identificar el intervalo lineal de los módulos de almacenamiento y de pérdida

Una vez seleccionado el valor del porcentaje de deformación se realizó una prueba de flujo oscilatorio para medir las funciones reológicas G' y G'', módulo de almacenamiento y módulo de pérdida respectivamente como función de la frecuencia angular a una temperatura de 25 °C. En la figura 3.10 se muestran las curvas de los módulos G' y G'' en función de la frecuencia angular. En el caso de ambos módulos se observa que tienen un punto de coincidencia en su valor a una frecuencia de 12 rad/s, obteniéndose un tiempo de relajación del fluido de 0.08 s.

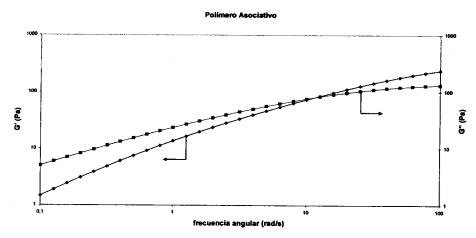


Figura 3.10.- Prueba de flujo oscilatorio del polímero Asociativo

Como observación adicional del comportamiento del polímero asociativo, en la figura 3.11 se muestra la grafica de comparación de la viscosidad en corte con respecto a la viscosidad en flujo oscilatorio. Como se puede observar en 3.11, la regla de Cox-Merz no se cumple durante un amplio intervalo de frecuencias, lo cual es una característica de los fluidos micelares [25].

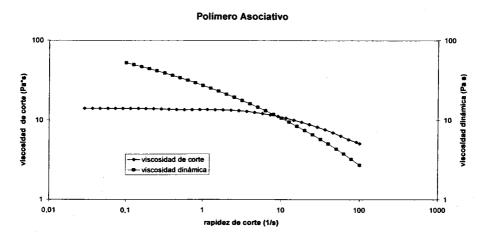


Figura 3.11.- Gráfica de comparación entre la viscosidad de corte y viscosidad dinámica para el polímero asociativo.

#### 3.5.- Modelo de Bautista-Manero

A continuación se presenta el modelo empleado en esta tesis, así como sus predicciones con la finalidad de mostrar su capacidad predictiva.

El modelo empleado en la predicción de los datos reológicos del polímero asociativo corresponde al modelo de Bautista-Manero [25,26], cuyas ecuaciones son las siguientes:

$$\underline{\tau} = \sum_{i=1}^{n} \tau_i \tag{3.1}$$

$$\lambda\left(\underline{\tau}_{i},\underline{D}\right) = \frac{\eta_{i}\left(\underline{\tau}_{i},\underline{D}\right)}{G_{0i}} = A^{-1}\lambda_{0i} \tag{3.3}$$

$$\frac{dA_{i}}{dt} = \frac{1}{\lambda_{i}} \left( 1 - A_{i} \right) + \frac{1}{G_{0i}} \left( \frac{\lambda_{0i}}{\lambda_{\omega i}} - A_{i} \right) \frac{\tau}{\tau} : D$$
(3.4)

donde  $\underline{r}$  y  $\underline{D}$  son los tensores de esfuerzo y rapidez de deformación respectivamente,  $\underline{r}$  es la derivada convectiva superior del tensor de esfuerzos y  $\lambda_i$ ,  $\eta_i$  y  $G_{0i}$  son el tiempo de relajación, la viscosidad y el módulo elástico de corte respectivamente del modo i.  $A_i$  es un parámetro de estructura y los tiempos  $\lambda_0$ ,  $\lambda_\infty$  y  $\lambda$  son el tiempo de relajación de Maxwell, el tiempo de relajación a altas frecuencias y el tiempo de relajación de estructura respectivamente; i se refiere al número de modo del espectro de tiempos de relajación, cuando i es igual a 1 el sistema es unimodal y la ecuación 3.2 se convierte en la ecuación convectiva del modelo de Maxwell. La ecuación 3.4 predice los cambios de estructura debidos al flujo mediante una ecuación cinética que representa los procesos de destrucción y reconstrucción de la estructura polimérica El primer término de la derecha de la ecuación 3.4 está relacionado con la proceso de reconstrucción de la estructura, mientras que el segundo se encuentra relacionado con el rompimiento de la estructura.

En estado estacionario la ecuación 3.4 se reduce a :

$$\frac{1 + \left(\frac{\lambda}{G_0}\right)\left(\frac{\lambda_0}{\lambda_\infty}\right)\left(\underline{r} : \underline{D}\right)}{1 + \left(\frac{\lambda}{G_0}\right)\left(\underline{r} : \underline{D}\right)} = \underline{r} + \lambda_0 \, \underline{r} = 2G_0 \lambda_0 \, \underline{D} \tag{3.5}$$

Para deformaciones pequeñas de flujo, la ecuación 3.5 se reduce al modelo lineal de Maxwell. En flujos oscilatorios de pequeña amplitud, la versión multimodal de la ecuación 3.5 proporciona las expresiones de los módulos de almacenamiento y de pérdida siguientes:

$$G' = \sum_{i=1}^{n} G_{0_i} \frac{w^2 \lambda_{0_i}^2}{1 + w^2 \lambda_{0_i}}$$
 (3.6)

$$G' = \sum_{i=1}^{n} G_{0i} \frac{w \lambda_{0i}}{1 + w^{2} \lambda_{0i}}$$
(3.7)

En flujo cortante simple en estado estacionario, la predicción de la viscosidad multimodal a partir de la ecuación 3.5 es:

$$\eta\left(\gamma\right) = \sum_{i=1}^{n} G_{0i} \frac{\left[1 + 4\lambda_{0i}^{2} \gamma^{2}\right]^{1/2} - 1}{2\lambda_{0i} \gamma}$$
(3.8)

Para la primera diferencia de esfuerzos normales se tiene:

$$N_{1} = 2G_{i} \frac{\left(1 + \lambda_{i}^{2} \gamma^{2}\right)^{1/2} - 1}{\left(1 + \lambda_{i}^{2} \gamma^{2}\right)^{1/2} + 1}$$
(3.9)

En la gráfica 3.12y 3.13 se presenta las predicciones de la viscosidad de corte, la primera diferencia de esfuerzos normales y el primer coeficiente de esfuerzos normales para la solución de HASE 2.1% en función de la rapidez de corte. Se puede observar que el modelo de Bautista-Manero reproduce de manera satisfactoria las dos regiones de viscosidad encontradas para este sistema. El número de modos utilizados para reproducir este comportamiento fue de dos, cuyos valore son los siguientes (Tablas 3.2 y 3.3):

Go (Pa)	λο (s)	
750	0.00524	
161.9	0.0599	

Tabla 3.2.- Modos del espectro de tiempos de relajación para la viscosidad de corte

Go (Pa)	λο (s)	
1200	0.05	
100	0.6	

Tabla 3.3.- Modos del espectro de tiempos de relajación para la primera diferencia de esfuerzos normales

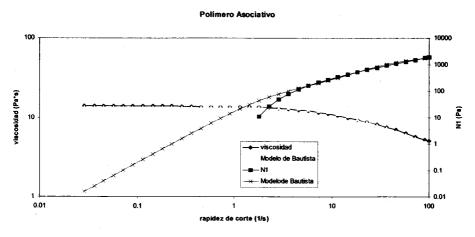


Figura 3.12.- Predicción del modelo de Bautista-Manero para la viscosidad de corte

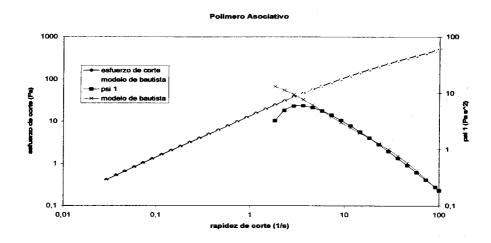


Figura 3.13.-Predicción del modelo de Bautista-Manero para el esfuerzo de corte y primer coeficiente de esfuerzos normales

De la misma manera, las predicciones de los módulos de almacenamiento y de pérdida (ecuaciones 3.6 y 3.7) muestran una excelente concordancia entre el modelo y los datos experimentales (figura 3.14). En este caso, el número de modos empleados en el modelamiento de los datos fue de 4, los cuales son exactamente los mismos que se emplearon en el modelamiento del flujo cortante. Lo anterior es una muestra de la capacidad de predicción del modelo utilizado en la presente tesis.

λο (s)		
0.0056		
0.06		
0.6		
6		

Tabla 3.4.- Modos del espectro de tiempos de relajación para la prueba de flujo oscilatorio

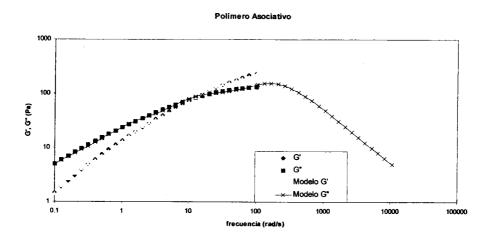


Figura 3.14.- Predicción del modelo de Bautista para flujo oscilatorio de baja amplitud

## **CAPÍTULO 4**

## RESULTADOS EXPERIMENTALES

#### 4.1.-Fluido newtoniano

A continuación, en la gráfica 4.1, se presentan los resultados de la variación de la velocidad terminal con el cociente de diámetros esfera-columna para las esferas de acero cromado con diámetros entre 1.27 cm y 0.32 cm.

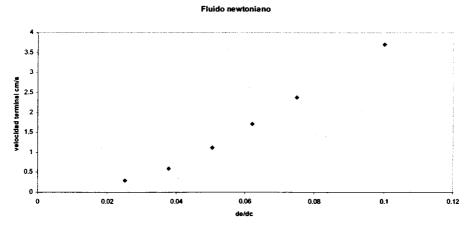


Figura 4.1.- Velocidad terminal de la esfera en función del cociente de diámetros

En la figura 4.1 se observa que al aumentar la relación de diámetros aumenta la velocidad terminal de descenso de la esfera. La velocidad terminal se alcanza casi inmediatamente después de haber sido liberada ya que la escala de tiempo característica para la aceleración de la esfera es muy pequeña de acuerdo a la siguiente relación  $\Lambda = \frac{2a^2 \rho_e}{9\eta_0}$  [18]. El periodo entre cada lanzamiento fue de 10 min aproximadamente. Después de cada lanzamiento, se retira el sistema liberador de esferas y se limpia para evitar posibles perturbaciones al momento de liberar la siguiente esfera. Este intervalo de 10 min corresponde al hecho de que una vez introducido el sistema liberador cargada con la siguiente esfera, es necesario un intervalo de tiempo para contrarrestar el efecto de dicha introducción. No obstante, el esperar 10 min. antes de cada lanzamiento fue un tiempo suficiente para asegurar que la velocidad terminal de la siguiente esfera será la misma. Lo anterior se puede verificar en las siguientes graficas (figura 4.2).

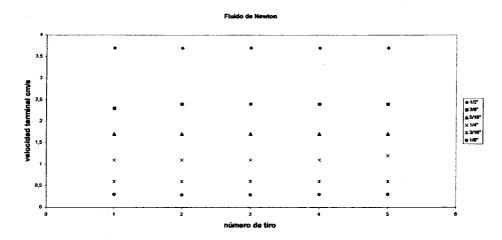


Figura 4.2.- Velocidad terminal de la esfera en función del número de tiro para esferas de 1.27 cm a 0.32 cm de diámetro.

En la grafica 4.2 se utiliza el procedimiento de liberación mencionado anteriormente. Se puede observar que con un intervalo de tiempo de 10 min la velocidad terminal de la esfera varía muy poco en comparación con los tiros anteriores; obteniéndose una velocidad terminal de 3.7 cm/s para la esfera de mayor diámetro (1.27 cm) y una velocidad terminal de 0.29 cm/s para la esfera de menor diámetro (0.32 cm).

Como comprobación de la reproducibilidad de los datos experimentales obtenidos, se realizaron dos experimentos en los que se midió la velocidad terminal en función del diámetro de la esfera. El primer experimento (figura 4.3) consistió en liberar las seis esferas de acero cromado, cuyos diámetros son los siguientes: 1.27, 0.95, 0.79, 0.64, 0.48, 0.32 cm, de manera ascendente; es decir, se comienza liberando la esfera de menor diámetro hasta llegar a la de mayor diámetro, en intervalos de diez minutos. Posteriormente, una vez completada una serie de lanzamientos, se dejaron transcurrir 30 minutos para realizar la segunda serie de lanzamientos. En el segundo experimento (figura 4.4) se realiza el mismo tipo de experimento pero ahora partiendo de la esfera de mayor diámetro hasta la esfera de menor diámetro. En ambas graficas se puede observar que de acuerdo al diseño de nuestro dispositivo experimental, es posible obtener una reproducibilidad de los datos experimentales utilizando un intervalo de tiempo de diez minutos entre cada esfera y un tiempo de espera de media hora entre cada serie de lanzamientos.

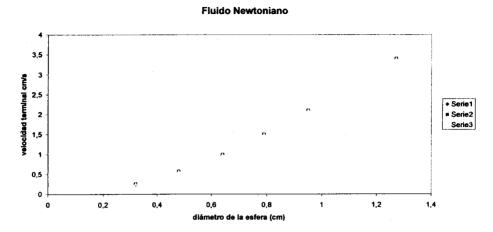


Figura 4.3.- Velocidad terminal en función del diámetro de la esfera. Experimento realizado partiendo del menor al mayor diámetro.

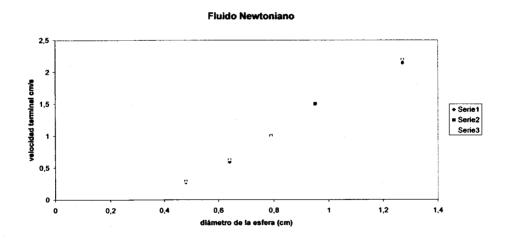


Figura 4.4.- Velocidad terminal en función del diámetro de la esfera. Experimento realizado partiendo del mayor al menor diámetro.

Por último, el efecto de realizar los lanzamientos de las esferas partiendo del mayor diámetro disponible hasta el menor diámetro en comparación con el efecto inverso de lanzamiento; es decir, de menor a mayor diámetro, se observa en la grafica 4.5. En esta grafica se observa que para las velocidades terminales en el caso en que se realiza el experimento partiendo de un mayor diámetro hasta uno menor, son muy similares que en el caso en que se parte de un menor diámetro hasta uno mayor.

Fluido Newtoniano

## 3,5 mayor a menor diámetro mayor a menor diámetro relocidad terminal cm/s 2,5 2 1,5 0,5 0 0,2 0,4 0,6 0.8 1 1,2 1.4

# Figura 4.5.- Comparación de la velocidad terminal en función del diámetro de la esfera para los experimentos de lanzamiento de mayor a menor diámetro y de menor a mayor diámetro.

diámetro de la esfera (cm)

Finalmente, como una comprobación del buen funcionamiento de nuestro dispositivo experimental, con base a las mediciones experimentales de la velocidad, se calculó la fuerza y el coeficiente de arrastre para el fluido newtoniano, el cual se obtiene al combinar las ecuaciones generales 4.1 y 4.2:

$$F_D = \frac{4}{3}\pi a^3 g(\rho_e - \rho_f) \tag{4.1}$$

$$C_{D} = \frac{F_{D}}{\pi a^{2} \frac{1}{2} \rho_{f} U^{2}}$$
 (4.2)

donde g es la constante de aceleración gravitacional,  $\rho_e$  es la densidad de la esfera,  $\rho_f$  es la densidad del fluido y a es el diámetro de la esfera. Entonces:

$$C_D = \frac{4ga}{3U^2} \left( \frac{\rho_{\epsilon}}{\rho_f} - 1 \right) \tag{4.3}$$

donde U es la velocidad terminal de una esfera que se traslada en un fluido newtoniano sin fronteras. El resultado anterior se compara con la predicción teórica del coeficiente de arrastre para un fluido newtoniano obtenido mediante la combinación de la ecuación 4.2 y la siguiente definición de la fuerza de arrastre para un fluido sin fronteras:

$$F_{STO} = 6\pi\alpha\eta_0 U_{\infty} \tag{4.4}$$

$$C_D = \frac{24}{\text{Re}} \tag{4.5}$$

donde el número de Reynolds

$$Re = \frac{2aU\rho_f}{\eta} \tag{4.6}$$

Se mantiene por debajo de 0.01 (Re<0.001) para garantizar un flujo lento de la esfera a través del fluido

Utilizando las series de Faxen (ver sección 2.2), las velocidades obtenidas en la grafica 4.2 se corrigieron por efectos de proximidad en la pared, es decir, la velocidad en la ecuación 4.3 se calcula como  $U = U_{\infty}K_N$ . Los resultados obtenidos se muestran en la grafica 4.6.

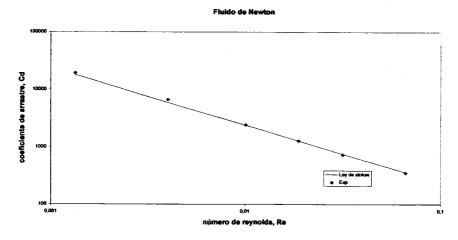


Figura 4.6.- Coeficiente de arrastre vs número de Reynolds para el fluido newtoniano. Comparación con la ley de Stokes.

En la figura 4.6 se puede observar una excelente concordancia con el valor predicho por la ecuación 4.5, encontrándose una variación porcentual entre el valor teórico y el experimental del 2.5%.

En el caso de que los efectos de pared no son tomados en cuenta en el cálculo de la fuerza de arrastre, el número de Reynolds y el coeficiente de arrastre (Figura 4.7), se observa una desviación bastante significativa de los datos experimentales con respecto a la ley de Stokes.

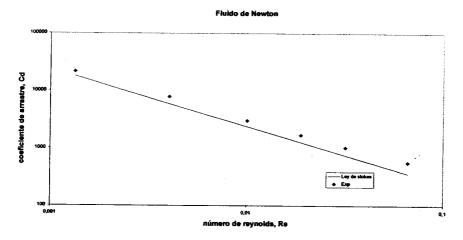


Figura 4.7.- Coeficiente de arrastre vs número de Reynolds para el fluido newtoniano. Coeficiente de arrastre y número de Reynolds sin corrección por efectos de pared.

En la figura 4.8 se muestra la comparación de la fuerza de arrastre sin efectos de pared (ecuación 4.4) y con efectos de pared (ecuación 4.7):

$$F = 6\pi a \eta_0 U K_N \tag{4.7}$$

Donde Kn se calcula de acuerdo a la ecuación (2.21):

$$K_N = \frac{1}{1 - f(a/R)} \tag{4.8}$$

y f(a/R) es la serie de Faxen (ver sección 2.2.3)

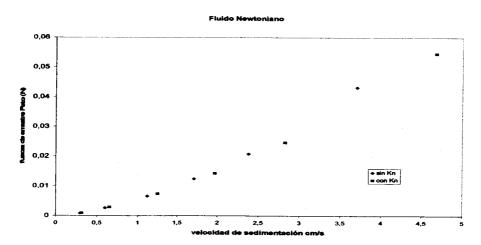


Figura 4.8.- Comparación de la fuerza de arrastre con y sin efectos de pared

En la figura 4.8 se puede observar que el efecto de la corrección de la pared aumenta la velocidad y; por lo tanto, se ve aumentada la fuerza de arrastre. El efecto del aumento de la velocidad con el aumento de la relación de diámetros o equivalentemente la velocidad de sedimentación esta de acuerdo con los resultados reportados por [6].

## 4.2.- Polímero Asociativo

A continuación, en la gráfica 4.9, se presentan los resultados de la variación de la velocidad terminal con el cociente de diámetros esfera-columna para las esferas de acero cromado cuando se desplazan en un fluido no newtoniano (polímero asociativo) con un intervalo de diámetros entre 1.27 cm y 0.32 cm.

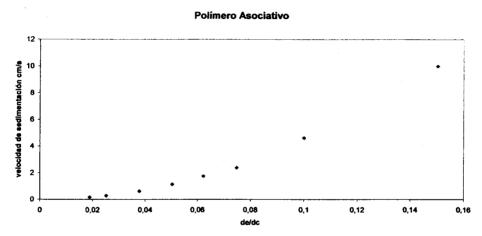


Figura 4.9.- Velocidad terminal de la esfera en función del cociente de diámetros esfera-columna

En la figura 4.9 se observa que al aumentar la relación de diámetros esfera-columna, la velocidad de sedimentación de la esfera aumenta. Las velocidades de sedimentación para este experimento se realizaron en intervalos de 3 min sin encontrar variación alguna en las mediciones de la velocidad. La razón de utilizar 3 min en estas pruebas consistió en que la homogenización del fluido no newtonino (polímero asociativo) se llevo a cabo utilizando un agitador mecánico con motor, la cual difiere del caso del fluido newtonino, cuya preparación se realizó utilizando una pala de madera como agitador.

Lo anterior se puede verificar en la gráfica 4.10, donde se presenta la velocidad terminal de la esfera en función del número de tiro para las diferentes relaciones de diámetros esferacolumna.

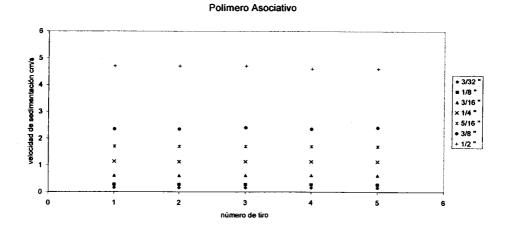


Figura 4.10.- Velocidad de sedimentación de la esfera vs número de tiro para las diferentes relaciones de diámetro esfera-columna

La figura 4.11 muestra los valores experimentales de la fuerza de arrastre calculada por:

$$F = 6\pi a \eta(\gamma) U_{\varphi} \tag{4.9}$$

en función de la velocidad de sedimentación; en la figura 4.12 se presentan los mismos datos que en la figura 4.11 pero junto con la fuerza de arrastre para el fluido Newtoniano. La viscosidad de corte se obtiene a partir de la rapidez de corte generada por la esfera de acuerdo a la siguiente relación  $\gamma = \frac{U}{2a}$ , la cual sirve como dato de entrada en la Figura 3.7 para obtener la viscosidad.

En ambos experimentos se utilizaron los mismos valores de la relación de diámetros esfera-columna. En ambas gráficas se puede observar que el comportamiento de la fuerza de arrastre es monotónico creciente en función de la velocidad de sedimentación.

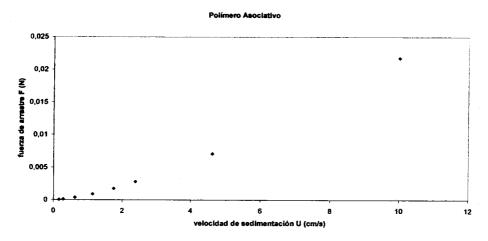


Figura 4.11.- Fuerza de arrastre vs la velocidad de sedimentación para diferentes relaciones de diámetros esfera-columna.

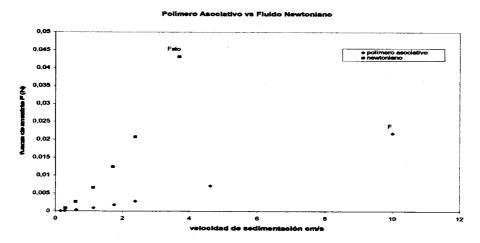


Figura 4.12.- Variación de la fuerza de arrastre en función de la velocidad de sedimentación.

En las figuras 4.13 y 4.14 se muestran los resultados de la fuerza de arrastre corregida por efectos de pared (ecuación 4.10) y el coeficiente de arrastre (ecuación 4.3) para el fluido viscoelástico

$$F = 6\pi\alpha\eta(\gamma)U_{\infty}K \tag{4.10}$$

donde K es el factor de corrección de la velocidad por efectos de pared para un fluido no newtoniano (viscoelástico), y se define de la siguiente manera:

$$K = \frac{F_D}{Fsto} = \frac{2 a^2 (\rho_s - \rho_f) g}{9 \eta_0 UKn}$$
 (4.11)

En general, el factor de corrección de la velocidad es función del número de Weissenberg, el número de Reynolds, el adelgazamiento del fluido y de la relación de diámetros esferacolumna.

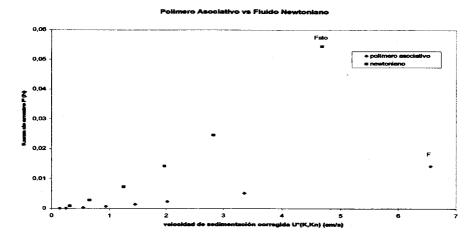


Figura 4.13.- Comparación de la fuerza de arrastre corregida por efectos de pared

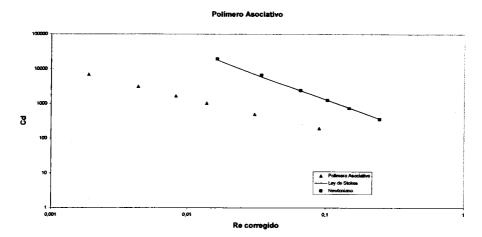


Figura 4.14.- Comparación del coeficiente de arrastre en función del número de Reynolds

En las figuras anteriores se puede observar que tanto el coeficiente como la fuerza de arrastre son menores para el polímero asociativo, lo cual es de esperarse dada la naturaleza física de los componentes de los fluidos.

De acuerdo a la ecuación (2.29)

$$X_e = \frac{C_D \operatorname{Re}}{24} \tag{4.12}$$

Xe es un factor que toma en cuenta la desviación del coeficiente de arrastre con respecto al valor de Stokes debido a la presencia de elasticidad en el fluido.

Una vez corregida la velocidad de sedimentación de la esfera, es común representar el factor de desviación Xe contra el número de Weissenberg para tener una idea de los efectos de elasticidad. Dado que los datos experimentales obtenidos caen dentro de la zona en que los efectos de adelgazamiento no son predominantes, se decidió utilizar el tiempo de relajación correspondiente a esta zona obtenido con el modelo de Bautista-Manero para la definición del número de Weissenberg.

$$We = \frac{\lambda U}{2a} \tag{4.13}$$

Los resultados del factor de corrección en el arrastre se muestran en la figura 4.15

#### Polímero Asociativo

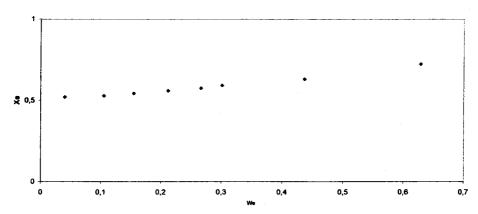
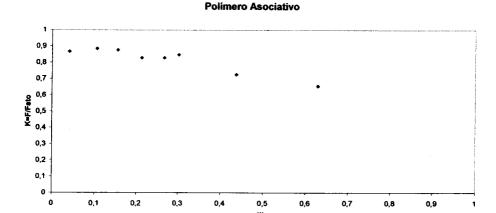


Figura 4.15.- Desviación del arrastre de Stokes vs We

En la gráfica 4.15 se puede observar que el factor de corrección que toma en cuenta la desviación en el coeficiente de arrastre tiene una disminución del 50% con respecto al valor de Stokes, siendo el valor de Stokes el caso en que el número de Weissenberg es igual a cero y Xe=1

En la gráfica 4.15 se puede observar que el factor de corrección Xe tiene un aumento para números de Weissenberg mayores a 0.3, lo cual se debe a que los valores del coeficiente de arrastre para el polímero asociativo obtenidos en la figura 4.14 van disminuyendo a medida que aumenta el número de Reynods. En la gráfica se puede apreciar que los datos experimentales no comienzan desde 1 (valor de Stokes), lo anterior se debe a que en el desarrollo del experimento se utilizaron esferas de acero cromadas, las cuales pueden ser liberadas sin perturbaciones en el fluido (ver sección 3.1.1). Para poder lograr valores experimentales del factor de corrección a partir de 1, es necesario utilizar esferas de menor densidad a las de acero y un mecanismo liberador de esferas no magnéticas que permita liberarlas sin causar perturbaciones en el fluido. De la misma manera, el factor de corrección de la velocidad K (ecuación 4.11) en función del número de Weissenberg también muestra una disminución que cae dentro de la zona marcada como B-C en la figura 2.1. siendo esta disminución cercana al 20% por debajo del valor de Stokes, mientras que en la zona donde los efectos de adelgazamiento son más dominantes, la disminución de K es todavía más evidente, cercana al 40% por debajo del valor de Stokes (figura 4.16).



## Figura 4.16.- Factor de corrección de la velocidad en función del número de Weissenberg

La diferencia entre las ecuaciones 4.11 y 4.12; es decir, entre el factor de corrección de la velocidad para fluidos no newtonianos K y el factor Xe que toma en cuenta la desviación del coeficiente de arrastre con respecto al valor de Stokes radica en que el valor de K se calcula con la velocidad medida experimentalmente, mientras que el factor Xe toma en cuenta la corrección de K en la velocidad. Es por eso que las figuras 4.15 y 4.16 tienen valores diferentes.

En la grafica 4.17 se muestra el factor de corrección K referido a un fluido newtoniano sin fronteras:

$$K = \frac{F_D}{Fsto} = \frac{2 a^2 (\rho_s - \rho_f) g}{9 \eta_0 U}$$
 (4.14)

el cual, además, esta de acuerdo con los resultados obtenidos en la literatura [2] para dos relaciones de diámetro a/R=0.05 y a/R=0.06 (figura 4.18).

Como se puede apreciar en ambas figuras, el valor de K para estas dos relaciones se mantiene muy cercano al valor de Stokes (K=1).

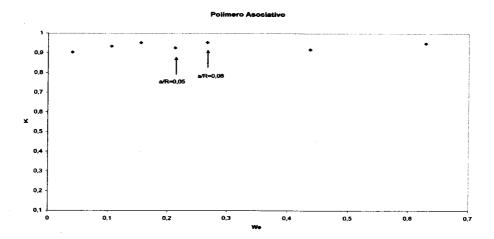


Figura 4.17.- Factor de corrección K para referida a un fluido sin fronteras

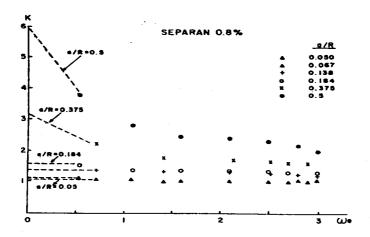


Figura 4.18.- Factor de corrección K para diferentes relaciones de diámetros a/R. Fluido de poliacrilamida al 0.8%

En el caso en que los efectos de adelgazamiento comienzan a ser más evidentes, el empleo de las ecuaciones 4.15 y 4.16 (ecuaciones 2.43 y 2.44) pueden ser empleadas.

$$K_{U} = \frac{\eta(\dot{\gamma})/\eta_{0}}{1 - \eta(\dot{\gamma})/\eta_{0} f(a/R)}$$
(4.15)

$$K_U = \frac{\eta(\gamma)}{\eta_0} = \frac{F}{F_{STO}} \tag{4.16}$$

Utilizando los datos experimentales obtenidos a partir de la caracterización reológica del fluido pueden ser utilizados para tener un estimado del valor del factor de corrección K. En la figura 4.19 se muestra el resultado de la ecuación 4.16 con el valor de K predicho por la ecuación 4.14. Los resultados muestran que los datos experimentales se encuentran dentro de la zona en que los efectos de adelgazamiento no son tan pronunciados.

#### Polímero Asociativo

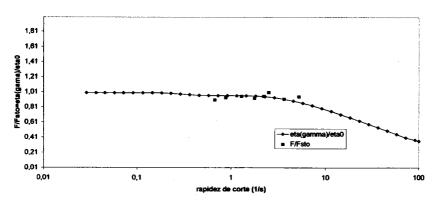


Figura 4.19.- Comparación de las ecuaciones 4.12 y 4.14 en la predicción del factor de corrección K para un fluido viscoelástico

Experimentalmente existe una gran variedad de los datos reportados en la literatura, ya que tanto el fluido como la relación de diámetros esfera-columna es diferente en cada caso. En la tabla 4.1 y en la figura 4.20 se muestra un resumen de la diversidad de experimentos realizados por diferentes autores en fluidos adelgazantes para diferentes relaciones de diámetros a/R.

## TABLA DE COMPARACION DE K

	We K	a/R	Fluido
Rothstein [19]			
	0,25	1,1	0,125 CTAB
	1,05	0,72	0,125
	2	0,4	0,125
	3	0,8	0,125
	4	1	0,125
	7	1,4	0,125
McKinley [18]			
	0,5	0,7	0,121 Poliacrilamida al 2%
	0,8	0,38	0,121
	1	0,22	0,121
	1,7	0,1	0,121
	3,5	0,04	0,121
	3,8	0,02	0,121
Navez y Walters [17]			
	0,8	3,9	0,5 Poliacrilamida at 1%
	1	3,3	0,5
	3	2,3	0,5
	5	1,9	0,5
	6	1,7	0,5
	8	1,4	0,5
	10	1,1	0,5
Degand y Walters [16]			
	0,01	8,0	0,88 Fluido S1
	0,02	0,69	0,88
	0,05	0,45	0,88
	0,13	0,3	0,88
	0,3	0,2	0,88
	0,9	0,11	0,88
Bissgaard [15]			
	0,1	5,9	0,5 Poliacrilamida al 1%
	0,2	5,5	0,5
	0,3	5,3	0,5
	0,4	. 5	0,5
	0,6	4,5	0,5
	0,1	3,5	0,4
	0,3	3,4	0,4
	0,4	3,3	0,4
	0,6	3,1	0,4
	0,1	2,2	0,3
	0,3	2,2	0,3
	0,55	2,2	0,3
	8,0	2,1	0,3

Tabla 4.1.- comparación de los diferentes resultados experimentales reportados en la literatura para fluidos adelgazantes.

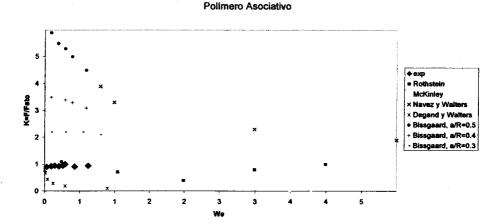


Figura 4.20.- Comparación del valor de corrección de pared K con diferentes resultados reportados en la literatura

Sin embargo, como ya se mencionó anteriormente, resulta difícil realizar una comparación con los datos experimentales obtenidos ya que la relación de diámetros esfera-columna no se mantiene constante. A pesar de esto, de acuerdo a la ecuación 4.15, es posible obtener la predicción de los valores del factor de corrección de pared para el polímero asociativo empleado en la presente tesis. En la figura 4.21 se muestra la predicciones de 4.15 para los diferentes valores de las relaciones de diámetros esfera-columna empleadas.

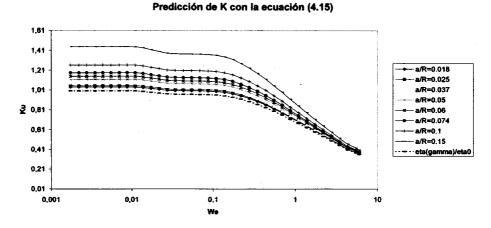


Figura 4.21.- Predicción de K con la ecuación 4.14 para las diferentes relaciones a/R utilizadas

## CONCLUSIONES

- ♣ Se construyó un dispositivo experimental con el que se pueden obtener velocidades de sedimentación de las esferas con un error experimental menor al 1% de tal manera que es posible verificar la ley de Stokes para fluidos newtonianos y estudiar los coeficientes de arrastre en fluidos no newtonianos viscoelásticos (polímero asociativo).
- ♣ Los resultados experimentales muestran claramente que el comportamiento del fluido no newtoniano empleado (sistema HASE 2.1% + AMP 1M) es considerablemente diferente al que exhibe un fluido newtoniano; siendo esta diferencia explicada en términos de la presencia de elasticidad del fluido sobre la velocidad de sedimentación.
- ♣ El modelo matemático empleado en el sistema HASE 2.1% + AMP 1M predice satisfactoriamente los resultados de flujo cortante simple y flujo oscilatorio, obteniéndose un valor de 4 modos para el oscilatorio y 2 para el cortante.

## TRABAJO PROSPECTIVO

- ♣ Es necesario modificar el sistema de liberación de esferas para poder realizar experimentos de liberación de manera consecutiva y con esferas de diferentes densidades. De esta manera, se logrará un estudio más completo de la variación del coeficiente de arrastre y el factor de corrección de la velocidad en un intervalo mayor de la relación de diámetros esfera-columna.
- ♣ Es necesario implementar el sistema de particle image velocimetry PIV (por sus siglas en inglés) para poder obtener el campo de velocidades alrededor de la esfera. Así mismo, se proponen hacer experimentos a diferentes temperaturas y con técnicas de visualización de imagen para poder estudiar otros fenómenos de formación de caudas en este tipo de experimentos.

## REFERENCIAS

- 1.- R.P. Chhabra, P.H.T. Uhlheer, D.V. Boger; "The influence of fluid elasticity on the drag coefficient for creeping flow around a sphere "J. Non-Newt. Fluid Mech. 6 (1980) 187-199.
- 2.- B. Mena, O. Manero; "The influence of rheological properties on the slow flow past spheres" J. Non-Newt. Fluid Mech. 26 (1987) 247-275.
- 3.- G. Gheissary, B.H.A.A. van den Brule; "Unexpected phenomena observed in particle settling in non-Newtonian media" J. Non-Newt. Fluid Mech. 67 (1996) 1-18.
- 4.- Happel J., Brenner H.; "Low Reynolds Number Hydrodynamics", Kluwer Academic publishers, 1991.
- 5.- Syoten Oka; "Cardiovascular Hemorheology", Cambridge University Press,1981. pp. 28-40.
- 6.- R. P. Chhabra, D. De Kee; "Transport proceses in Bubbles, drops and particles", Hemisphere Publishing corporation, 1992.
- 7.- R. P. Chhabra; "Bubbles, drops and particles in non-Newtonian fluids", CRP press, 1993.
- 8.- D. V. Boger; "A highly elastic constant-viscosity fluid", J. Non-Newt. Fluid Mech. 3 (1977/1978) 87-91.
- 9.- V. Tirtaatmadia, P.H.T. Uhlheer, T. Sridhar; "Creeping motion of spheres in fluid M1". J. Non-Newt. Fluid Mech. 35 (1990) 327-337.
- 10.- B.H.A.A. van den Brule, G. Gheissary; "Effects of fluid elasticity on the static and dynamic settling of a spherical particle". J. Non-Newt. Fluid Mech. 49 (1993) 123-132.
- 11.- W.M. Jones, A.H. Price, K. Walters; "The motion of a sphere falling under gravity in a constant-viscocity elastic liquid". J. Non-Newt. Fluid Mech. 53 (1994) 175-196.
- 12.- C. Chmielewski, K.L. Nichols, K. Jayaraman; "A comparison of the drag coefficients of spheres translating in corn-syrup-based and polybutene-based boger fluids". J. Non-Newt. Fluid Mech. 35 (1990) 37-49.
- 13.-M.J. Solomon, S.J. Muller, "Flow past a sphere in polystyrene-based Boger fluids: the effect on the drag coefficient of finite extensibility, solvent quality and polymer molecular weight". J. Non-Newt. Fluid Mech. 62 (1996) 81-94.

- 14.- D. Sigli, M. Coutanceau; "Effect of finite boundaries on the slow laminar isothermal flow of a viscoelastic fluid around a spherical obstacle". J. Non-Newt. Fluid Mech. 2 (1977) 1-21.
- 15.- C. Bisgaard; "Velocity fields around spheres and bubbles investigated by laser-doppler anemometry". J. Non-Newt. Fluid Mech. 12 (1983) 283-302.
- 16.- E. Degand, K. Walters; "On the motion of na sphere falling throught an elastic liquid contained in a tightly-fitting cylindrical container". J. Non-Newt. Fluid Mech. 57 (1995) 103-115.
- 17.- V. Navez, K. Walters; "A note on settling in shear-thinning polymer solutions". J. Non-Newt. Fluid Mech. 67 (1996) 325-334.
- 18.- M. T. Arigo, G. H. Mc Kinley; "The effects of viscoelasticity on the transient motion of a sphere in a shear-thinning fluid" Journal of Rheology, 41 (1), 1997.
- 19.- S. Chen, J. Rothstein; "Flow of a wormlike micelle solution past a falling sphere", J. Non-Newt. Fluid Mech. 116 205-234, (2004).
- 20.- R.B. Bird, W.E. Stewart, E.N. Lightfoot; "Fenómenos de transporte". ed. Reverte 1997
- 21.- Mc Kinley; "Transport processes in bubbles, drops and particles", second edition, edited by D. De Kee and R.P. Chhabra. 2002
- 22.- B Caswell; "The effect of finite boundaries on the motion of particles in non newtonian fluids". Chem. Eng. Sci., 25 (1970) 1167-1176.
- 23.-Caram Salas Yenin; "Comportamiento reológico de polímeros asociativos y sus propiedades de superficie". Tesis de Maestría, Universidad Nacional Autónoma de México, 2003.
- 24.-Soto Castruita Enrique; "Estudio reológico de disoluciones de polímeros asociativos", Tesis de Maestría, Universidad Nacional Autónoma de México, 2004.
- 25.-O. Manero, F. Bautista, J.F.A. Soltero, J.E. Puig; "Dynamics of worm-like micelles: the Cox-Merz rule". J. Non-Newt. Fluid Mech. 106, (2002), 1-15.
- 26.-F. Bautista, J.M. de Santos, J.E. Puig, O. Manero; "Understanding thixotropic and antithixotropic behavior of viscoelástico micellar solutions and liquid crystalline dispersions. I. The model". J. Non-Newt. Fluid Mech. 80, (1999), 93-113.