UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE FILOSOFÍA Y LETRAS
INSTITUTO DE INVESTIGACIONES FILOSÓFICAS

UNA PROPUESTA DE DIVULGACIÓN DE LAS MATEMÁTICAS A TRAVÉS DE LA LITERATURA DE FICCIÓN

Tesis que para obtener el grado de Maestría en Filosofía de la Ciencia presenta

Mat. JUAN MANUEL RUISÁNCHEZ SERRA

Directora de tesis:
M. en C. ANA MARÍA SÁNCHEZ MORA

2005

Agradecimientos

A CONACyT y DGEP por la beca y el complemento de beca que me otorgaron, respectivamente, durante los dos años de la maestría (agosto 2003 – agosto 2005).

A mis sinodales: Aquiles, José Alfredo, Atocha y Concha, por sus comentarios y correcciones, por sus lecturas.

A mi tutora: Ana María, por muchas cosas, entre ellas soportar mis quejas dos años, escuchar y compartir alegrías y tristezas; por ponerme a trabajar y animarme a escribir las partes más complicadas de esta tesis (y las otras también).

A mi familia: A los que siguen vivos y a los que ya nunca vieron esto.

A mis amigos: a todos, a los que han estado más cerca o más lejos, a los que tuvieron que leer mis cuentos y opinar, a los que me han cuidado y apapachado estos años difíciles.

A Ana Paula y a Camilo: ya estaban incluidos en el agradecimiento de arriba, pero este apartado se lo merecen porque sin ustedes mi tesis sería diferente y, definitivamente, no tan linda.

A Claudia: A ti un agradecimiento especial y diferente, por muchas cosas, porque esta maestría me recuerda a ti; pero más aún porque cuando más perdido me sentí, siempre estuviste ahí, porque te tocó estar conmigo en el peor momento de mi vida y me ayudaste a que fuera un poco mejor.

Índice

Introducción

Este trabajo constará de dos partes: la primera será una discusión teórica sobre la pertinencia y la eficacia del uso de narrativas de ficción para divulgar las matemáticas; mientras que la segunda será un libro conformado por nueve cuentos que se atienen a las características descritas en la parte teórica.

Lo que trataré de mostrar es que la tendencia actual de la literatura de divulgación de las matemáticas hacia las narrativas de ficción tiene una base sólida, y que representa una herramienta muy importante para acercarse a un público que, por lo general, siente fobia y desinterés por las matemáticas.

No trato de asegurar que esta manera de divulgar sea la mejor ni la más adecuada para todos los niveles de estudio o para todos los temas, ni de las matemáticas ni de las ciencias, sino, solamente, que es una muy buena manera de acercar a un público, que de entrada no está interesado en temas de matemáticas, a conocer un poco más de esta disciplina sin sentirse abrumado por explicaciones o lenguaje técnico.

Considero que es importante tener productos de divulgación de muchas formas distintas, para públicos diversos y con objetivos diferentes.

Para este trabajo, yo elegí trabajar a través de cuentos cortos, dirigidos a estudiantes de preparatoria, principalmente[1], con el objetivo de que haya un cambio de actitud en su manera de percibir las matemáticas.

Cabe aclarar que al referirme a "matemáticas" a lo largo de este trabajo, no hago alusión a lo que los profesionales de esta disciplina entienden por "matemáticas", sino a lo que el público en general podría imaginarse, es decir, a los temas que se estudian en la escuela y a los estereotipos que se tienen acerca de esta disciplina.

Asimismo, quisiera aclarar que hablaré de "divulgación de las matemáticas" como un todo, aunque algunas de las aseveraciones que hago en este trabajo se aplican únicamente a ciertas áreas de las matemáticas.[2] Sin embargo, me parece importante incluir esta discusión en el marco general de la divulgación de las matemáticas como una de las múltiples formas en las que se puede realizar un producto en esta disciplina.[3]

Mi interés principal en este trabajo es el libro que se presenta en la segunda parte como una propuesta para divulgar matemáticas. Aquí sólo incluye una justificación teórica sobre las herramientas que utilicé al escribirlo y los posibles beneficios que busca obtener; sin embargo, creo que sería importante evaluar la eficacia del producto con el público al que está dirigido, y podría ser tema de una investigación posterior.

[1] Esto, por supuesto, no significa que sea el único público que puede leer este material, sino que me parece necesaria cierta madurez intelectual para entender algunos de los temas que se tratan en los cuentos.

[2] Por ejemplo, al decir que las matemáticas que no están relacionadas con la vida cotidiana, no estaré incluyendo temas de aritmética.

[3] De la misma manera que las discusiones sobre divulgación de la ciencia no pueden aplicarse a todas las ciencias, sino únicamente a algunos temas o a algunas ciencias.

Primera parte: La teoría

Diferencias entre divulgación de la ciencia y divulgación de las matemáticas

Cuando se habla de divulgación de la ciencia, la mayor parte de las veces se habla de las ciencias no formales, es decir, no se incluye ni a las matemáticas ni a la lógica. Incluso existiendo material de divulgación de ambas disciplinas, la gran mayoría de los textos que discuten y analizan con mayor profundidad la divulgación no tratan los problemas específicos que ellas representan para un divulgador.[4] Lo mismo sucede en la filosofía de la ciencia y, probablemente, en las demás disciplinas que hablan sobre ciencias: cuando se mencionan las matemáticas o la lógica, normalmente es para decir que no se incluirán en la discusión, pues sus métodos son por completo distintos a los del resto de las ciencias, aun cuando sea difícil imaginar que todas las otras ciencias usen un método semejante.

Supongamos, pues, que las matemáticas no son una ciencia como las otras, sino una *ciencia formal*. Aún así y tomando en cuenta que muchas veces no se incluyen dentro de las

[4] Basta con revisar las antologías de divulgación de la ciencia para darnos cuenta que las matemáticas y la lógica no son tomadas en cuenta. Ver, por ejemplo, *Antología de la Divulgación de la Ciencia en México*, editada por la Dirección General de Divulgación de la Ciencia de la UNAM.

discusiones que abarcan el resto de las ciencias, me parece que la divulgación de las matemáticas debe ser mucho más cercana a la de la ciencia que a la de cualquier otra disciplina, pues tiene, en algunos niveles, la misma problemática que la divulgación científica: por ejemplo, un lenguaje distinto y alejado del cotidiano, los grupos que realizan esta actividad suelen ser cerrados y los resultados que se obtienen no tienen un impacto inmediato en la sociedad.[5]

Esta similitud entre las matemáticas y las ciencias, sin embargo, es sólo *superficial*, pues todas las ciencias, cada una a su manera y en el campo al que se restringen, se refieren a la realidad, tangible o no tanto, pero hablan de cosas que se supone que están ahí, que descubren o que describen. Las matemáticas, en cambio, describen un mundo con sus propias reglas, un mundo que no esperan descubrir si voltean al espacio exterior o al núcleo de un átomo.[6]

Quizás la mayor diferencia entre las matemáticas y las otras ciencias, cuando empezamos a pensar en divulgación, es su relativa utilidad, o su relación con la vida cotidiana o, por lo menos, que el tema del que se habla se pueda *ver* o *entender*. No podemos comparar hablar de sexo con hablar de hacer una suma (por poner ejemplos de cosas de la vida cotidiana), o de la belleza de la Vía Láctea contra estar seguros de que nos dieron bien el cambio en la tiendita porque sabemos restar. Por supuesto que las comparaciones son injustas, y cualquiera que sepa un poco de matemáticas

[5] Es más fácil que la gente piense esto de las matemáticas, pues aunque haya resultados en la ciencia que no son percibidos como de impacto inmediato o de largo plazo, es más común que los resultados de las matemáticas no tengan ningún impacto sobre la sociedad o que sea más difícil percatarse de éste, pues, muchas veces, dicho impacto suele aparecer a través de las otras ciencias que utilizan los resultados de las matemáticas como una herramienta.

[6] No quiero decir que ninguna parte de las matemáticas se refiera al mundo en el que vivimos, ni que no se puedan utilizar las matemáticas como herramienta para analizar y entender la realidad. Lo que quiero decir es que las matemáticas son una disciplina muchísimo más amplia que aquella parte de ellas que lidia con el mundo real.

dirá que hay partes de las matemáticas mucho más interesantes, útiles, bellas (o el adjetivo de nuestra predilección) de las cuales hablar. Pero, ¿a la gente le interesan?, ¿de verdad *sirven* de algo? Tal vez, pero para la mayor parte de la gente ni son interesantes, ni sirven de nada ni las entiende.

Entonces, si se tiene que elegir entre leer algo sobre cualquier tema de ciencia que esté más o menos relacionado con la vida real y leer algo de matemáticas que, al parecer, está más relacionado con qué le interesa al que lo escribió, la gran mayoría de las veces las matemáticas pierden.

Pero no hay que suponer que la utilidad y la relación con la realidad son lo único importante en la vida de la gente que lee divulgación, pues, si así fuera, probablemente no leerían nada. Lo realmente importante es la forma en que se les presentan las cosas. Así, las ciencias tienen ganada la mitad de la batalla frente a las matemáticas, cierto, pero no frente a la literatura, el cine, el fútbol, los chismes, etc.[7]

Entonces, la propuesta es buscar la forma de llegar al público para poder hacerle llegar la ciencia, o, más específicamente en mi caso, las matemáticas (siendo, como dije antes, más difícil hablar de cosas que no tienen ninguna relación evidente con la vida que de verdad se vive). Las ciencias tienen sus formas: hablar de temas que le interesan a la gente porque le afecta directamente o hablar de temas interesantes porque son bellas o porque forman parte de la curiosidad general (pero también son parte de su realidad). ¿Qué tenemos que hacer los matemáticos?

Sin embargo, aunque parezca paradójico, la única gran ventaja que tienen las matemáticas con respecto de las ciencias, a la hora de escribir divulgación, es que las matemáticas no tienen que referirse necesariamente a un mundo físico *real*, y esto permite que la ficción sea una muy buena opción para acercarse a un público casi siempre ajeno y

[7] Y tendríamos que pensar seriamente si el hecho de que los Pumas sean bicampeones de verdad es relevante o sirve para algo, y, sin embargo, cualquiera que haya intentado comprar boletos para la final sabrá que fue prácticamente imposible.

temeroso del "gran monstruo matemático".

A diferencia de la física, la química o la biología, las matemáticas pueden desarrollarse en un mundo completamente distinto del nuestro[8], o en nuestro mundo, pero al que no tenemos que ser fieles, pues si el objetivo es divulgar, por decir algo, el concepto del infinito en matemáticas, no hay forma de referirnos a nada real, pues todo es finito; sin embargo, podemos crear un hotel con un número infinito de cuartos y esa "mentira" no afecta en nada al concepto.

Si lo que se quiere es divulgar, por ejemplo, cómo funciona el cuerpo humano, no se podrá inventar un cuerpo humano que no funcione como el nuestro. Si se quiere divulgar, en cambio, un proceso abstracto, la envoltura que se le ponga no tiene por qué referirse al mundo real.

La ventaja de escribir sobre matemáticas dentro de una ficción es que la gente puede acercarse, quizás, de una manera más amable a la materia (aunque, por supuesto, no se trata de dar conocimientos a la gente, sino sólo de acercarla), y si el producto de divulgación está *bien hecho*[9], también podría no contener ecuaciones ni lenguaje técnico, o incluirlo como componente indispensable de una historia.

Por supuesto, no pretendo sugerir que toda la divulgación en matemáticas se haga de esta manera, pues creo que es importante tener divulgación en muchos niveles (tanto académicos como de profundidad); sólo sugiero que es un método poco explotado, y efectivo si está bien realizado. Sobre este tema, abundaremos en la sección referente a literatura y matemáticas.

[8] Por "nuestro mundo" me refiero al mundo que las otras ciencias intentan describir, incluso a escalas muy pequeñas o muy grandes, pues es el objeto de estudio de dichas ciencias, mientras que el "mundo-objeto-de-estudio" de las matemáticas no es necesariamente el universo y sus partes.

[9] "Bien hecho" quiere decir que se hizo con el cuidado necesario para no incluir lenguaje algebraico si no es necesario, y que éste no fue puesto únicamente para evitar una explicación necesaria.

¿Qué hay en la divulgación de matemáticas?

En esta sección se retomarán las dificultades y se mostrarán otras que se presentan al divulgar las matemáticas: los problemas particulares que aparecen por la naturaleza de esta materia, las ventajas y desventajas de divulgar un conocimiento abstracto, y las tendencias de la divulgación de las matemáticas con algunos ejemplos.

Quizás parezca trivial, pero la separación entre *matemáticas aplicadas* y *puras* representa una de las primeras dificultades a la hora de divulgar las matemáticas: "*Cuando nos referimos a la 'matemática aplicada' estamos pensando en problemas y teorías que están más cercanamente motivados por preguntas de otras ciencias o por aplicaciones tecnológicas...*"[10] Por lo que es más relevante la divulgación de los problemas, las teorías, las otras ciencias o las aplicaciones tecnológicas, que las matemáticas que se utilizan para resolver "problemas técnicos", siendo éstas sólo una herramienta.

En cambio, si se quiere hablar de matemáticas puras, entonces la pregunta es *¿para qué sirve eso?*, y se tiende a pensar que como no tienen una aplicación inmediata (o a la mejor no tienen ninguna, ni inmediata ni a largo plazo, fuera

[10] MARKARIAN, Roberto. *La dimensión humana de la matemática*, Correo del Maestro – Ediciones La Vasija, México, 2003, p.46

del mundo de las matemáticas), tampoco tienen ningún interés. *"En el fondo, la mayoría de la gente considera que la matemática es importante pero, a veces, parece haber olvidado el porqué. O da más peso a las dificultades de su aprendizaje y comprensión que a las ventajas e impacto de la disciplina."*[11]

Por otro lado, resulta un tanto contradictorio que las matemáticas, junto con la lengua materna, ocupen la mayor cantidad de horas del currículo escolar (al menos desde la primaria hasta la preparatoria) y que, al mismo tiempo, la divulgación en matemáticas sea la que menos se encuentra en comparación con las demás ciencias.[12] Retomando lo dicho en la sección anterior, la explicación de esta situación no es muy compleja y, sin embargo, no deja de extrañar: las demás ciencias son más fáciles de percibir en relación a la vida cotidiana, o, por lo menos, a lo tangible, a lo que vemos, oímos o sabemos que "existe".

No es ninguna sorpresa que encontremos antologías de divulgación de la ciencia en las que se omitan los artículos de matemáticas[13], ya sea porque los editores no consideran que las matemáticas sean una ciencia o, principalmente, porque es mucho más difícil de relacionar muchos aspectos de las matemáticas con la vida cotidiana, siendo esto último uno de los criterios para la selección de los textos.

Otra razón recurrente para excluir textos sobre matemáticas es la utilización de ecuaciones o lenguaje técnico. Mientras que para explicar algunos temas no se necesita ni de álgebra ni de un lenguaje demasiado técnico, para muchos temas de las matemáticas, al menos las ecuaciones son

[11] Ibid., p.19

[12] RIVAUD, Juan José. "Acerca de la divulgación de la ciencia: el caso de las matemáticas" en *La divulgación de la ciencia: ¿educación, apostolado o...?*, coordinador: Luis Estrada Martínez, colección: Cuadernos de divulgación para divulgadores, Dirección General de Divulgación de la Ciencia, UNAM, México, 2003, pp. 32-33

[13] Por ejemplo, las antologías de los últimos tres años de la serie *Best American Science Writing*, editadas por Harper Collins en Estados Unidos, y la ya mencionada *Antología de la Divulgación de la Ciencia en México* de la DGDC, UNAM

imprescindibles, dado que, incluso, ése puede ser el tema que se quiere desarrollar, como ya se mencionó anteriormente. Aquí la pregunta es si de verdad es necesario no utilizar lenguaje especializado o si sólo se necesita dar una explicación un poco más amplia sobre lo que significa.

Entonces, tomando en cuenta estas dificultades, ¿por qué sigue habiendo divulgación de las matemáticas (aunque, ciertamente, demasiado poca)? ¿De qué hablan los que sí hablan de matemáticas?

La gran mayoría de las ciencias, actualmente, tiene una base matemática imprescindible (si no todas las ciencias, al menos sí las ciencias "exactas" o "naturales": física, química, biofísica, fisicoquímica, medicina, biología, meteorología, astrofísica, etc.). Esto nos hace pensar que las matemáticas deben servir para algo y que tienen una manera de tratar con la *realidad*, o con las teorías que hablan de la realidad, que hacen posible la ciencia. Sin embargo, son pocos los que piensan que esta fuerza de la aplicabilidad de las matemáticas tenga alguna relación con las matemáticas por sí mismas. Retomando una de las citas anteriores de Markarian:

> *(...) aunque toda clasificación contiene algo de arbitrario y, sobre todo, de variable con el tiempo. Así, por ejemplo, ramas de la matemática consideradas tradicionalmente 'puras', como la lógica, la matemática discreta o la teoría de números, se han convertido, en plazos relativamente breves, en instrumentos poderosos para la resolución de problemas de otras disciplinas, especialmente a través de su interacción con la informática y la optimización, en áreas diversas y apasionantes, de la tecnología contemporánea.*[14]

[14] *Op. cit.*, MARKARIAN, p.46

Y también, como dijo Vladimir Arnold:

> *Yo pienso que la diferencia entre la matemática pura y la aplicada es más bien social que científica. A un matemático puro le pagan por hacer descubrimientos matemáticos. A un matemático aplicado le pagan por solucionar un problema dado.*
>
> *Cuando Colón zarpó, era como un matemático aplicado, al que pagaban por buscar la solución de un problema concreto: encontrar el camino a las Indias. Su descubrimiento del Nuevo Mundo fue similar al de un matemático puro.*[15]

Así, la gran mayoría de los libros de divulgación sobre matemáticas hablan de las matemáticas que se utilizan en otras ciencias (en su gran mayoría, en física), o de cómo se pueden utilizar las matemáticas en la vida cotidiana (estadística y probabilidad, en su mayoría), o de los procesos mentales y neurofisiológicos que nos hacen ser capaces de desarrollar las matemáticas.

Algunos ejemplos de libros como los anteriores son:

Aplicación de las matemáticas en ciencias:
- *Equations of eternity*, de David Darling.
- *Cinco ecuaciones que cambiaron al mundo*, de Michael Guillen.
- *The Magical Maze: seeing the world through mathematical eyes*, de Ian Stewart.

Aplicación de las matemáticas en la vida cotidiana:
- *El hombre anumérico*, de John Allen Paulos.
- *Un matemático lee el periódico*, del mismo autor.

[15] LUI, H. "An interview with Vladimir Arnold" en Notices of the A.M.S., abril 1997, pp. 432-438, citado en ID.

Procesos mentales:

- *The Math Gene: How mathematical thinking evolved and why numbers are like gossip*, de Keith Devlin.
- *The number sense: How the mind creates mathematics*, de Stanislas Dehaene.

También están los que hacen un recuento de las matemáticas desde los egipcios hasta Newton, o de cómo se han desarrollado algunos conceptos importantes de las matemáticas, como el cero o el infinito; aunque esta clase de libros son muy clásicos en su formato de "historia de...". Ejemplos de este tipo de literatura son, probablemente, los más abundantes, pero sólo mencionaré algunos:

- *The story of mathematics*, de Richard Mankiewicz.
- *The Mystery of the Aleph: Mathematics, the Kabbalah, and the Search for Infinity*, de Amir D. Aczel.
- *Zero: The Biography of a Dangerous Idea*, de Charles Seife.

Otros libros que se podrían considerar de divulgación de las matemáticas son los que contienen problemas lógicos, o matemáticos; aunque normalmente estos libros no son percibidos como de divulgación, sino, simplemente, como libros de ejercicios o divertimentos. Algunos ejemplos de los que son más cercanos a la idea de divulgación de las matemáticas[16] son:

- *The Mathematics of Oz: Mental Gymnastics from Beyond the Edge*, de Clifford A. Pickover.
- *Carnaval Matemático* de Martin Gardner.

Dentro de la última categoría que quiero mencionar aquí, se encuentran los libros de divulgación de las matemáticas escritos con elementos de ficción, de los que, tal vez, el más conocido sea *Planilandia: una novela de muchas dimensiones*, de Edwin A. Abott. Este libro fue escrito en el siglo

[16] Con esto me refiero a que no son sólo listas de ejercicios, sino que incluyen alguna historia que guíe los ejercicios o algún desarrollo previo a éstos.

XIX y me parece que sigue siendo un buen ejemplo de divulgación de las matemáticas; de hecho, ha generado una serie de "secuelas", entre las que se encuentran *Sphereland*, de Dionys Burger y *Flatterland: Like Flatland, only more so*, de Ian Stewart. Otro ejemplo de ficción en matemáticas, y esta vez es un libro, básicamente, de historia de las matemáticas, es *El teorema del loro: Novela para aprender matemáticas*, de Denis Guedj. Por último, quisiera mencionar el libro del griego Apóstolos Doxiadis: *El tío Petros y la conjetura de Goldbach*, del cual hablaré más, posteriormente.

En la siguiente sección se discutirán las ventajas de utilizar la literatura de ficción para la divulgación de las matemáticas.

Literatura y matemáticas: ¿por qué la ficción?

Antes de discutir la forma de divulgar las matemáticas, quisiera abundar un poco sobre los objetivos y las razones detrás de un esfuerzo como el de acercar esta disciplina a la gente y las diferencias entre *divulgar* y *enseñar* matemáticas.

Volviendo a lo que dijo Juan José Rivaud sobre la contradicción entre la poca cantidad de textos de divulgación de las matemáticas y la gran cantidad de horas-escuela que se dedican a las matemáticas[17], hay otra posible explicación de dicha contradicción: la importancia de las matemáticas en el currículum escolar es la de entrenar al pensamiento en un tipo de procesos, como serían la deducción, la generalización, la inducción, la excepción y todos los procesos mentales que se utilizan en matemáticas más que en cualquier otra actividad escolar. Sin embargo, estos procesos requieren de un entrenamiento constante, y no se obtendrán a través de la lectura de un libro (ó de 5, para el caso). Los objetivos de la educación y los de la divulgación deben ser distintos, y el hecho de que haya cosas muy importantes de la educación matemática no implica que puedan ser, sin más, transferidas

[17] Op. cit. RIVAUD

a la divulgación. Más bien creo que hay otros elementos de las matemáticas que no son incluidos en el currículum escolar los que deben aprovecharse para la divulgación de las matemáticas.

Por supuesto, no quiero decir que los textos de divulgación de matemáticas no enseñen nada a los receptores, sino, más bien, que no debemos esperar que la divulgación tenga el mismo efecto (ni el mismo objetivo) que la enseñanza, pues es evidente que los 15 años que pasamos estudiando en la escuela no serán sustituidos por la lectura de textos de divulgación. Pero no sólo eso: escribir sobre las mismas matemáticas que se enseñan (y que muchas veces se odian) en la escuela es una pérdida de tiempo.

Si lo que queremos es que la gente se acerque a las matemáticas, necesitamos mostrar otra cara de la materia, otra forma de mirarla, de vivirla. No podemos suponer que a la gente le gustan o le interesan las matemáticas. Habrá quienes busquen leer cosas sobre el tema por puro gusto, y es para este público que la mayor parte de la divulgación de las matemáticas está hecha. Pensemos quién leería una historia sobre el cero, o sobre los sistemas de numeración; quién compraría (y resolvería) un libro de problemas matemáticos; quién va a abrir un libro cuyo tema sea una discusión sobre matemáticas. Solamente alguien que ya esté interesado en ellas. ¿Pero cómo llegamos a aquellos que no están interesados o que no saben lo que pueden encontrar en un libro sobre matemáticas? Aquí es donde entra la literatura como un salvavidas, en especial la literatura de ficción.

Para la mayor parte de la gente, si queremos ser optimistas, las matemáticas, se supone, son muy importantes y están en la base misma de la ciencia contemporánea, pero, en realidad, son una especie de ficción. Si no queremos vernos optimistas, entonces las matemáticas son sumas y restas para ir a la tiendita, ecuaciones de segundo grado cuya única función es hacer insoportable el último año de la secundaria, álgebra que se usa en geometría y geometría que quién sabe para qué sirve.

Pues partamos de ahí, entonces. Si las matemáticas son una especie de ficción, que no sirven para nada en el mundo real, incluyámoslas en una historia de ficción, que no trate de explicar su importancia en términos poco relevantes para la gente. Mostremos unas matemáticas distintas a las que la gente espera y a las que la gente conoce. Usemos la ficción para llegar a la gente.[18]

Jerome Bruner, en su ensayo *"Two Modes of Thought"*[19], dice que hay dos maneras de estructurar el discurso, basado en dos modos de pensamiento: los argumentos y las historias. Pero, no sólo eso, sino que, además, propone que ambos son maneras de conocer.

Estamos acostumbrados a pensar que *conocemos* cuando podemos dar un argumento de lo que conocemos, cuando podemos convencer a alguien más de que lo que decimos es cierto. En ciencia, y aún más en matemáticas, "dar un argumento" significa "dar un argumento lógico y consistente" y ésa es la única manera de convencer a los otros.[20] Bruner dice que los dos modos de pensamiento sirven para convencer al otro, aunque de diferentes maneras:

> *Each of the ways of knowing, moreover, has operating principles of its own and its own criteria of well-formedness. They differ radically in*

[18] Aquí me refiero a lo que la gente no especializada piensa sobre las matemáticas, pues los matemáticos profesionales, en general, piensan que lo que estudian es algo real y no sólo una ficción. Asimismo, me refiero sólo a una parte de las matemáticas, como ya dije anteriormente, pues hay grandes áreas de esta disciplina que son completamente relevantes para la vida cotidiana.

[19] BRUNER, Jerome. "Two Modes of Thought" en *Actual Minds, Possible Worlds*, Harvard University Press, Cambridge, Mass., 1968, pp. 11-29.

[20] Aunque la impresión que se tiene sobre la ciencia sea la de un racionalismo absoluto, hay otros factores que influyen en las decisiones que se toman en la ciencia y en las teorías que se "eligen". Para ver una discusión sobre la forma de "elegir" teorías sólo haría falta leer *La estructura de las revoluciones científicas* de Thomas Kuhn.

their procedures for verification. A good story and a well-formed argument are different natural kinds. Both can be used as means for convincing another, yet what they convince of is fundamentally different: arguments convince one of their truth, stories of their lifelikeness. The one verifies by eventual appeal to procedures for establishing formal and empirical proof. The other establishes not truth, but verisimilitude.[21]

Podemos, entonces, apelar a este modo narrativo para hablar de matemáticas, pues lo que queremos al divulgar no es "hacer matemáticas" ni convencer al público de un argumento acerca de ellas, sino simplemente *contarle* cosas de las matemáticas. Queremos hacer que las matemáticas sean un *personaje* de una historia en la que aparezcan "naturales", como cualquier otro elemento de la historia. Lo que queremos es utilizar ese "parecido a la realidad" del que habla Bruner para hablar de matemáticas como si habláramos de Caperucita Roja.

[21] Ibid. p.11 Decidí incluir en el texto las versiones originales de algunos textos, pues al traducirlos perdían en fuerza o se perdían algunos juegos de palabras. La siguiente traducción es mía: *Cada una de las formas de conocer, es más, tiene principios operacionales propios y sus propios criterios de estructura. Difieren radicalmente en sus procedimientos de verificación. Una buena historia y un argumento bien formado son clases naturales distintas. Ambos pueden ser utilizados como medios para convencer a otro; sin embargo, de lo que convencen es fundamentalmente diferente: los argumentos nos convencen de su verdad, las historias de su parecido a la realidad. El primero se verifica recurriendo a procedimientos para establecer pruebas formales y empíricas. El segundo establece no la verdad, sino la verosimilitud.*

[22] En realidad, Propp dice esto únicamente sobre el cuento maravilloso, pero podemos extrapolarlo a cualquier historia si no esperamos que se cumplan las funciones de Propp, sino solamente en lo referente a lo que el público espera de una historia.

Por otro lado, en su *Morfología del Cuento*, Vladimir Propp escribe que todas las historias[22] tienen una forma común, una estructura subyacente que los lectores (o el público) están esperando.[23] Con esto, podríamos utilizar las narrativas de ficción sin ni siquiera decir que se trata de un texto sobre matemáticas, para que la gente tenga un acercamiento más suave a la materia. Es decir, podemos escribir *literatura de ficción* sobre matemáticas y que la gente sólo esté esperando la parte de literatura. Es una manera de llegar a la gente a la que un título que incluya cualquier término matemático asustaría.

Carl Djerassi es uno de los autores de divulgación de la ciencia que ha utilizado la literatura de ficción en sus trabajos. Para él, el género que utiliza es el de la "ciencia-en-ficción", y quiere decir que va a hablar sobre temas científicos a través de novelas para los "científicamente iletrados":

> *Several factors have always influenced the conduct of scientific research: the quality of the mentor-disciple relationship; trust in the reliability of scientific results; and like it or not, the drive for scientific priority. A more recent aspect of the scientific scene is society's recognition that women should play a much greater role in hitherto male-dominated disciplines. Topics such as these should be presented to a general public, but writing about them in specialized journals will not bridge the gulf between the two cultures. My bridge is a special literary genre, science-in-fiction, wherein I illuminate in a projected tetralogy of novels the tribal culture of scientists, rather than dwelling on the science they do. The reception of the first volume, Cantor's Dilemma, which*

[22] En realidad, Propp dice esto únicamente sobre el cuento maravilloso, pero podemos extrapolarlo a cualquier historia si no esperamos que se cumplan las funciones de Propp, sino solamente en lo referente a lo que el público espera de una historia.

[23] PROPP, Vladimir. *Morfología del Cuento*, Akal Ediciones, Madrid, 1985, p. 5.

addresses these issues, convinced me that science-in-fiction is an effective way of smuggling serious topics of scientific behavior into the consciousness of the scientifically illiterate.[24]

Sin embargo, cuando Djerassi utiliza la *ciencia-en-ficción*, se asegura de hacer evidente, mediante una explicación en el prólogo, cuáles partes de la novela tratan temas científicos "reales" y qué partes de la novela son sólo ficción.[25] Mientras que puede ser importante saber cuáles partes se refieren a *ciencia real* y cuáles no[26], me parece que en matemáticas (dado que de todas formas la mayor parte de las matemáticas son ficticias en un sentido de no-realidad en el mundo físico), no me parece relevante que la gente de entrada sepa cuándo se habla de *matemáticas reales* y cuándo no.

[24] DJERASSI, Carl. "Science-in-fiction is not science fiction. Is it autobiography?" en http://www.djerassi.com/science.html. La siguiente traducción es mía: *Muchos factores han influido siempre en cómo se conduce la investigación científica: la calidad de la relación mentor-discípulo; confianza en la fiabilidad de los resultados científicos; y, nos guste o no, la ambición por la prioridad científica. Un aspecto más reciente de la escena científica es el reconocimiento de la sociedad de que las mujeres deberán jugar un papel mucho mayor en lo que, hasta ahora, eran disciplinas mayormente dominadas por hombres. Temas como éstos deberían ser presentados a un público general, pero escribir sobre ellos en revistas especializadas no ayudará a tender un puente entre las dos culturas. Mi puente es un género literario especial, ciencia-en-ficción, mediante el cual ilustro, a través de un proyecto de una tetralogía de novelas, la cultura tribal de los científicos, en lugar de lidiar con la ciencia que realizan. La recepción del primer volumen,* El dilema de Cantor, *que se refiere a estos asuntos, me convenció de que la ciencia-en-ficción es una manera efectiva de pasar de contrabando temas serios del comportamiento científico en la conciencia de los científicamente iletrados.*

[25] Ver, por ejemplo, el prólogo de *El Gambito de Bourbaki*, en la edición del FCE.

[26] No estoy convencido de que sea estrictamente necesario, o al menos preferiría hacerlo de una manera menos evidente y en la que no se presupusiera una ignorancia total del lector, pero entiendo que podría ser riesgoso el hecho de que los lectores se queden con ideas falsas sobre la ciencia o sobre la realidad cietífica de la que se esté hablando.

Pienso que es mucho más importante que pueda leer la novela, o el cuento o el texto que tenga enfrente y disfrutarlo; pues, en caso de que se dé cuenta de que habla sobre matemáticas, tendrá la opción de buscar más información sobre el tema o de recapacitar y pensar que tal vez haya más cosas interesantes de las matemáticas que aquello que aprendió en la escuela.

No debemos pasar de largo el hecho de que vivimos en una época en la que buscar información es muy sencillo (aunque no sea igual de sencillo interpretarla y elegir la información propicia) y estamos constantemente bombardeados por ella. Así, alguien que ha leído una historia ficticia en la que aparecen mencionadas de alguna forma las matemáticas, será capaz, quizás, de recordarla si encuentra una página de internet relacionada con el tema, por ejemplo.

También debemos tomar en cuenta las investigaciones que ha realizado Aquiles Negrete sobre la memoria relacionada con la comunicación de la ciencia a través de narrativas de ficción.[27] En ellas muestra que al medir la memoria, después de un mes, de dos grupos que leyeron los mismos datos científicos, el primer grupo como una simple lista de datos, el segundo incluidos en una narrativa de ficción, resulta que ambos grupos recuerdan más o menos lo mismo, aunque es importante recalcar que en algunos casos es mayor la memoria de aquellos que leyeron la narrativa y no la lista de datos.

De esto, podemos concluir que, si se recordará lo mismo, al menos es más placentero leer una historia que una lista de datos, además de que, en efecto, podemos suponer que al paso del tiempo, si un lector se encuentra con datos que aparecían en una historia, será capaz de recordarlos tan bien (o mejor) que si se los aprende como para un examen.

Cabe aclarar que todos estos autores que hablan sobre narrativa para divulgar la ciencia, de acuerdo a lo expuesto

[27] NEGRETE, Aquiles. "Science via fictional narratives: communicating science through literary forms" en *Ludus Vitalis*, Vol. X, num. 18, 2002, pp. 197-204.

en la primera sección, no necesariamente se refieren, también, a la divulgación de las matemáticas, así que hablemos un poco más sobre matemáticas.

Keith Devlin, en su libro *The Math Gene: How Mathematical Thinking Evolved and Why Numbers are like Gossip*, documenta la evolución del cerebro de los homínidos a partir de su necesidad de lenguaje, pero, lo interesante para nosotros, es que el lenguaje y la habilidad matemática parecen haber aparecido en el mismo momento como una adaptación favorable en la evolución. Y, tal como lo anuncia en su título, la propuesta subyacente es que las matemáticas son una manera mucho más abstracta de contar chismes. Según Devlin, una de las maneras en que los primeros homínidos con lenguaje aseguraban mayores probabilidades de supervivencia era viajando en grupos y manteniendo al grupo unido. La manera de lograrlo era hablando sobre los integrantes del grupo, para desarrollar una especie de *Síndrome de Estocolmo*[28] con los integrantes del grupo. Pero, al mismo tiempo, necesitaban ser capaces de reconocer patrones[29], de saber *cuántos* formaban el grupo, etc. Así, la capacidad de lenguaje y la capacidad de abstracción se desarrollaron como una misma estructura cerebral.

Claro que no se puede pensar que las matemáticas actuales tengan mucho que ver con las matemáticas (si es que se pueden llamar así) de aquella época, pero eso no es lo importante. Lo relevante es que la estructura cerebral para el lenguaje es la misma que para las matemáticas, y que la diferencia únicamente está en el nivel de abstracción de cada una de estas funciones. Por lo tanto, tal vez no sea una mala idea "volver a juntar" matemáticas con lenguaje natural a través de historias que apelen a lo humano, aunque hablen de cosas sumamente abstractas. Una especie de

[28] El Síndrome de Estocolmo se utiliza para describir algunas conductas que se presentan entre rehenes y quienes los mantienen como rehenes, pero así lo utiliza Devlin en su libro.

[29] De hecho, así es como define las matemáticas: la ciencia de reconocer patrones.

Síndrome de Estocolmo para las matemáticas[30].

Por otro lado, está el caso de Apóstolos Doxiadis, autor del best seller internacional *El Tío Petros y la Conjetura de Goldbach*, quien tiene una serie de artículos sobre narrativa y matemáticas, aunque desde una perspectiva distinta a la que propongo en este trabajo, pero que vale la pena mencionar.

El habla de "paramatemáticas" de la siguiente manera:

> *Thus, although the 'concretization' approach to problems in a sense antagonizes mathematical thinking, a certain way of telling mathematical history and biography (precisely: paramathematics) can remain concrete at any level of complexity of the underlying mathematics, referring as it does to a human underlying reality – which has to be concrete, to have existed! The story of the field and its subfields, as well as of the people who created them and the issues involved are always concrete – and there is no limit to the sophistication this discourse can go to. From 'one plus one is two' to Noetherian rings, there is a story to tell, a complex story of discovery, that can admit as much rigor and sophistication as we want in its more concretely mathematical arguments.*[31]

[30] Por su puesto, me refiero al Síndrome de Estocolmo en la misma forma que Devlin.

[31] DOXIADIS, Apóstolos. "The Mystery of the Black Knight's Noetherian Ring" en: http://www.apostolosdoxiadis.com/files/essays/the%20mystery%20of%20the%20black%20knight%20SITE%20EDITION.pdf. La siguiente traducción es mía: *Entonces, aunque el acercamiento de "concretización" a los problemas sea, en cierto modo, antagónico al pensamiento matemático, una cierta manera de contar historia y biografías matemáticas (precisamente: paramatemáticas) puede permanecer concreta en cualquier nivel de complejidad de las matemáticas subyacentes, refiriéndose como lo hace a una realidad humana subyacente –que tiene que ser concreta, ¡tuvo que existir! La historia del campo y sus subcampos, así como de la gente que los creó y los asuntos involucrados siempre son concretos –y no hay límite a la sofisticación a la que este discurso puede llegar. Desde "uno más uno es dos" hasta anillos noetherianos, hay una his-*

Y, más que para la divulgación, su propuesta es para la enseñanza de las matemáticas. Sin embargo, al hablar de su libro, él se sorprende de que le hayan dado un premio de divulgación (en Italia)[32], pues cree, como muchos literatos, que la literatura no puede tener un objetivo diferente al de ser literatura:

> *When I wrote my novel Uncle Petros and Goldbach's Conjecture – in which, incidentally, Gödel's theorem plays quite a prominent, if not central role — the last thing I wanted to do was to be a missionary for mathematics. Though I have studied mathematics, I was and am an amateur in both senses of the word, of nonprofessional and lover. But I've made my choice, many years back, to follow in the path of Aeschylus, not Archimedes.*
>
> *...Now, I need to emphasize this point, as some people in the mathematical community regard my novel, and others like it, as not just about mathematics, but also as conscious effort to bring it to the non-mathematical multitude. In fact I had the honor of receiving a prize in this country given for the divulgazione of mathematics, a word my dictionary translates as 'popularization'. And while the mathematician manqué in me rejoices at this, the author frowns. To me, literature is literature regardless of the subject, and it justifies itself only to the extent it is good literature.*[33]

toria que contar, una historia compleja de descubrimiento, que puede admitir tanto rigor y sofisticación como queramos en sus argumentos más concretamente matemáticos.

[32]DOXIADIS, Apóstolos. "*Writing* Incompletness — *the play*" en: http://www.apostolosdoxiadis.com/files/essays/writing_incompleteness.pdf

[33] Id. La siguiente traducción es mía: *Cuando escribí mi novela* El tío Petros y la Conjetura de Goldbach *–en la que, incidentalmente, el teorema de Gödel juega un papel sumamente importante, si no central— lo último que*

Sin embargo, el hecho de que el público tome este libro como literatura y como divulgación es una señal de que se puede hacer divulgación de las matemáticas a través de narrativas de ficción, independientemente de si le llamamos *literatura de ficción*, *matemáticas-en-ficción* o *divulgación de las matemáticas a través de la literatura de ficción*. El hecho es que, al parecer, funciona, y no sólo eso, sino que estamos en una época en la que la literatura sobre matemáticas parece tener un éxito inusitado e inesperado:

> *Of course, I am referring to the unexpected, miraculous one might say, 'coming of mathematics center-stage', to use an expression of professor Robert Osserman. A book recounting the story of the solution of an old, highly abstract problem (Fermat's Last Theorem) becomes a bestseller. So does the biography of a great mathematician (Paul Ërdös) and then another (John Nash) – this one also becoming an Oscar-winning film. And, at the same time, invented narratives appear, narratives with mathematicians as their heroes and mathematics – if not their subject – at least their setting. A successful film has the unlikely name of 'π' – not as in 'applepie' which would be understandable, but as in the ratio of the circumference*

quería era ser un misionero de las matemáticas. Aunque estudié matemáticas, era y soy un amateur *en ambos sentidos de la palabra, el de no profesional y amante. Pero tomé la decisión, hace muchos años, de seguir el camino de Esquilo, no el de Arquímedes.*
...Ahora, necesito hacer énfasis en este punto, pues algunas personas en la comunidad matemática consideran mi novela, y otras como ésta, no sólo acerca de matemáticas, sino también como un esfuerzo consciente para llevarlas a la multitud no matemática. De hecho, tuve el honor de recibir, en este, país un premio a la divulgazione *de las matemáticas, una palabra que mi diccionario traduce como "popularización". Y mientras el* matemático manqué *en mí se regocija por esto, el autor frunce el ceño. Para mí, la literatura es literatura independientemente del tema, y se justifica a sí misma sólo en tanto que es buena literatura.*

to the diameter of a circle. A play by the name of Proof – yes, mathematical proof – wins the Pulitzer Prize... And novels including the words 'theorem' or 'conjecture' in their titles are sold internationally. And what's even stranger: they are read.

A small personal anecdote will illustrate further: a few years ago, a publisher of my book Uncle Petros and Goldbach's Conjecture asked me if I knew the title of my next project. I said "yes, it is Aunt Caterina and the Riemann Hypothesis." I was joking of course, but I realized, shocked, that the publisher wasn't: I had made him happy. The fact that he had no clue of what it was that Riemann hypothesized, or who Riemann was, did not decrease his delight.. Oh, this must be a miracle, after all, I thought: mathematics is suddenly a hot-seller![34]

[34] DOXIADIS, Apóstolos. "Embedding mathematics in the soul: narrative as a force in mathematics education" en: http://www.apostolosdoxiadis.com/files/essays/embeddingmath.pdf. La siguiente traducción es mía y había juegos de palabras que decidí no incluir: *Por supuesto, me estoy refiriendo a la inesperada, milagrosa podría decirse, "llegada de las matemáticas al centro de la escena", para usar una expresión del profesor Robert Osserman. Un libro que cuenta la historia de la solución de un viejo problema, altamente abstracto (*El último teorema de Fermat*), se convierte en un best-seller. Lo mismo sucede con la biografía de un gran matemático (*Paul Erdös*) y luego de otro (John Nash) –convirtiéndose ésta, también, en una película ganadora del Oscar. Y, al mismo tiempo, aparecen narrativas inventadas, narrativas con matemáticos como los héroes y las matemáticas –si no el tema— al menos como el escenario. Una exitosa película lleva el improbable título de π ... Una obra de teatro con el título de "Prueba" –sí, prueba matemática—gana el Premio Pulitzer... Y novelas que incluyen las palabras "teorema" o "conjetura" en sus títulos se venden internacionalmente. Y lo que es todavía más extraño: son leídas.*
Una pequeña anécdota personal ilustrará aún mejor: hace algunos años el editor de mi libro El tío Petros y la Conjetura de Goldbach *me preguntó si sabía el título de mi próximo proyecto. Yo dije "sí, es* La tía Caterina y la Hipótesis de Riemann.*" Yo estaba bromeando, por supuesto, pero me di cuenta, conmocionado, que el editor no: lo había hecho feliz. El hecho de que él no tuviera ni idea de qué era aquello sobre lo que Riemann hacía hipótesis o de*

Quizás parezca necesario preguntarnos si la literatura en general (de ficción, histórica, ensayos, etc.) es un buen medio para la divulgación, dada la tendencia tecnológica hacia el multimedia y los medios audiovisuales; sin embargo, desde mi perspectiva, sólo hace falta ver el *efecto Harry Potter*, para responder a esto: si algo está *bien escrito*[35], la gente lo leerá. Lo mismo podemos decir de libros como *El mundo de Sofía: Novela sobre la historia de la filosofía* de Jostein Gaarder o *El Diablo de los Números: Un libro para todos aquellos que temen a las matemáticas*, de Hans Magnus Enzensberger[36].

En resumen, la narrativa de ficción es una herramienta que últimamente ha sido utilizada con éxito para acercar las matemáticas a la gente (llamándola "divulgación de las matemáticas" o no), y creo que deben aprovecharse al máximo las ventajas de la literatura como medio para llegar a un público que, como primera reacción, siente fobia a las matemáticas.

En la siguiente sección expondré mi propuesta, los objetivos que busco, el público al que está dirigido y los procesos de escritura de cada cuento del libro que presento como una propuesta de divulgación de las matemáticas a través de la literatura de ficción.

quién era Riemann no hizo decrecer su placer. Oh, esto debe ser un milagro, después de todo, pensé: ¡las matemáticas de pronto son un éxito editorial!

[35] "Bien escrito" en este contexto, significa que el autor supo cómo llegar al público, y no es un juicio literario.

[36] Aunque, por supuesto, el número de lectores de Harry Potter es muchísimo mayor que el de los otros dos libros juntos.

La propuesta y los cuentos

La propuesta:
Como dije anteriormente, dada la naturaleza de las matemáticas, los objetivos de su divulgación deberían ser distintos a los buscados mediante la educación y no deben pretender que el público sea un experto en la materia (o en algún tema) tras leer un libro sobre matemáticas. Así, los objetivos que esta propuesta busca cumplir son mucho más sencillos que los de educar a un público convenciéndolo de que las matemáticas son parte de la cultura, o hacerle ver cómo se relaciona dicha disciplina con su vida cotidiana o con otras áreas del conocimiento.[37]

El objetivo principal es dar a conocer algunos aspectos de las matemáticas que no son conocidos por la gran mayoría del público (como la Teoría de Conjuntos, la Topología, la Teoría de Gráficas, por ejemplo), pues son temas que no forman parte del currículum escolar. La característica principal de dichos aspectos es que resultan interesantes, llamativos, sorprendentes, contrarios al sentido común o, simplemente,

[37] No significa que la divulgación de las matemáticas que abarque estos temas sea "mala" divulgación o tenga los objetivos incorrectos. A partir de este momento, la tesis se basará en una propuesta personal, que no necesariamente es una crítica al resto de los trabajos del área, sino, más bien, un complemento.

divertidos.[38] No quiero decir, con esto, que sea el único sentido que tienen los temas tratados, ni dentro ni fuera de las matemáticas, pero no abarcaré las aplicaciones de los conceptos ni las disciplinas en las que se utilizan (cuando sea el caso), sino simplemente utilizaré algunas propiedades.

Esto significa que no pretendo escribir un artículo en el que se desarrollan muchas ideas sobre un mismo tema, ni abordar un tema con gran profundidad. Tampoco pretendo que, tras la lectura de cualquiera de los cuentos, el lector sea un experto en el tema o sepa realizar alguna operación que antes no conocía. Tomando en cuenta esto y el gusto de la gente por las historias, considero que el medio ideal para llegar a un público más amplio (al menos más que aquel con el que cuentan ahora los divulgadores de las matemáticas) es mediante la inclusión de las matemáticas en narrativas de ficción.

Una gran ventaja de la narrativa es que aun si el público no está interesado en las matemáticas, siempre queda la opción de que llegue a éstas a través de la historia contada. Por otro lado, es muy común que la gente se sienta aburrida frente a lo tedioso de la mecanización y a las matemáticas que muchas veces "aprendemos" en la escuela, y encontrar matemáticas en un cuento puede ser muy importante para generar en el público un cambio de actitud hacia la materia. Por esta razón no incluyo ningún prefacio, al estilo Djerassi, en el que se diga qué parte del cuento es *verdad* o *real* y qué parte es sólo mi imaginación, pues un prefacio de ese estilo alertaría al público sobre la inclusión de las matemáticas en el cuento, y la utilización de la narrativa de ficción buscaría, justamente, *esconder* las matemáticas; tampoco incluyo cuadros de texto en los que se expliquen los conceptos de los que se habla, pues pierde la parte literaria que la hace una propuesta interesante y no sólo otra forma de *explicar*; inclu-

[38] Es muy importante aclarar que, también, un criterio de selección del tema sobre el que se habla es que dicho tema se preste para ser entretejido en una historia de ficción; sin embargo no incluyo este criterio en la lista anterior porque es de una naturaleza distinta.

so en el título del cuento se excluirán explicaciones implícitas de lo que de verdad trata el cuento. Sin embargo, es importante hacer notar que las ilustraciones, en algunos casos, son una parte necesaria del cuento, y no sólo un *adorno*.

En algunos casos, el *conocimiento* matemático que se incluye en los cuentos es poco, y la idea es que el público no se sature con información, sino que disfrute la historia que se cuenta y conozca temas de las matemáticas de una manera amena e informal. Por lo tanto, no aparecerán explicaciones largas y tediosas sobre los temas matemáticos de los que se hable, sino que simplemente se dejará una idea en el lector, y de él dependerá si después quiere buscar más información o si sólo le interesó lo suficiente como para acabar de leer un cuento. Quizás podría resumirse el objetivo en estas palabras: lo que está detrás de este proyecto es hacer de las matemáticas algo entrañable, un personaje de cuentos del que nunca nos olvidemos.[39]

Quizás, si este libro lo hubiera escrito hace algunos años, habría pensado que era necesario incluir más información sobre los temas de las matemáticas que se estuvieran tratando; sin embargo, tomando en cuenta la facilidad con la que hoy se encuentra información en internet, no me parece necesario incluir información que entorpezca la lectura de un cuento, pues es realmente sencillo encontrar todos los temas de los que se habla en los relatos escribiendo unas cuantas palabras en un buen buscador de internet.

Aunque la utilización de la narrativa de ficción como medio para la comunicación de las ideas matemáticas restrinja el uso del lenguaje algebraico o técnico, eso no quiere decir que estará por completo ausente. Considero que dicho lenguaje es necesario en algunos casos y es parte importante de lo que se debe comunicar sobre las matemáticas.

Por otro lado, aun cuando la vía de comunicación sea la narrativa de ficción y todos sean capaces de entender una his-

[39] Quien quiera saber más del personaje siempre tiene la opción de buscar; quien no quiera saber más, no importa, pues es suficiente, para mí, que por lo menos lo haya conocido.

toria, el público al que se destina este material es, principalmente, adolescentes que cursan el bachillerato. Por supuesto que espero que no sea un público tan restringido, y que cualquier persona mayor de 15 años pueda leer los cuentos y quedarse con algo interesante, así que la restricción, más bien, se refiere a una edad mínima. Esto se debe a la estructura del razonamiento que se incluye en algunos de los textos: a veces, muy abstracto, otras, con deducciones lógicas que implican una cierta madurez en el razonamiento.[40]

Por último, antes de hablar un poco sobre cada cuento, quiero dejar claro que no pienso que las narrativas de ficción sean la única forma de divulgar las matemáticas. Tampoco creo que sirvan para todos los temas ni para todos los niveles de profundidad. La propuesta es para invitar al público a que vea las matemáticas desde una perspectiva distinta y que se *encariñe* con ellas y tenga ganas de conocerlas mejor, es decir, de entre muchas técnicas de *seducción* y tomando en cuenta todas las ideas anteriores, ésta es la que más me convence.

Los cuentos:

A continuación discutiré algunas ideas detrás de los cuentos que conforman el libro que se presenta en la segunda parte. Entre las ideas a discutir están: por qué el tema del que tratan, las fuentes que me llevaron a pensar las historias, qué otros textos hay parecidos (en los casos en los que conozco otros), dónde se publicaron (cuando sea el caso)[41] y algunas anotaciones sobre la parte literaria de la escritura de los cuentos.

[40] Debo aclarar que nunca he realizado un experimento sobre la recepción de los cuentos en adolescentes menores de 15 años, y podría resultar interesante saber con qué ideas se quedan y lo que piensan después de leerlos. Aunque al menos uno de los cuentos está basado en una conferencia para alumnos de secundaria.

[41] Es importante, debido a la naturaleza de mi propuesta, aclarar que las publicaciones de mis cuentos tienen algunas diferencias con las que se presentan en el libro, pues los editores no permitieron que se publicaran los cuentos sin cuadros de texto y cambiaron el título en algunos casos.

"El Gran Hotel Cantor"[42]: El cuento es una nueva versión de "El hotel de Hilbert", que es una historia que aparece en varios libros de matemáticas, como *In search of infinity*[43] de N. Ya. Vilenkin y hasta en algunos de literatura, como *El último año del estero*[44], de Carlos Chimal. La primera vez que yo oí esta historia, sin embargo, fue en la clase de Álgebra Superior II en la carrera de matemáticas en la Facultad de Ciencias de la UNAM.

Este cuento habla sobre el concepto de *conjuntos infinitos*, en particular de los *conjuntos numerables* y algunas de sus propiedades. Lo que resulta sumamente atractivo de este tema es que las propiedades de estos conjuntos van en contra del sentido común[45]. Además, es posible aprovechar la fascinación de la gente por temas aparentemente *místicos* como el infinito y el vacío.[46]

La escritura de este cuento estuvo enfocada a darles vida a los personajes que, en la historia tal como me la contaron y como se cuenta en algunos libros de matemáticas, no son importantes. Sin embargo, en el marco de mi propuesta, es relevante que los personajes sean creíbles, que el lector pueda identificarse con ellos y que aun sin la parte matemática, la historia tuviera un sustento propio.

En este cuento las ilustraciones no son indispensables.

"La 3"[47]: Este cuento habla sobre el *conjunto vacío y la construcción de los números naturales a partir de la teoría de conjuntos*. La idea es original y no conozco ningún otro cuento parecido.

[42] RUISÁNCHEZ Serra, Juan Manuel. "El Gran Hotel Cantor: un hotel infinito" en *¿Cómo ves?*, No. 29, abril 2001, DGDC, UNAM, México, pp. 30- 32.
[43] VILENKIN, N. Ya. *In search of infinity, Birkhäuser, Boston, 1995, pp.39-48*
[44] CHIMAL, Carlos. "Un collar de abejas" en *El último año del estero*, Ed. Aldus/CONACULTA, México, 2002, pp. 23-34
[45] Por "sentido común" me refiero a las ideas que la gente tiene sobre los posibles resultados o propiedades de los entes matemáticos a los que me refiero.
[46] Son, quizás, los dos temas de los que se puede hablar sin que la gente dude si quiere leer algo sobre matemáticas.
[47] Cuento inédito.

Al igual que en el cuento sobre conjuntos infinitos, aprovecho que la gente tiene ideas previas sobre "la nada" y "el vacío" para mostrar la visión matemática de este concepto. En el cuento se incluyen muestras de lo que es un axioma y de las diferentes maneras de construir un conjunto utilizando casi los mismos elementos.

Al escribir este cuento tuve que pensar muy bien cómo incluir la notación matemática sin que la inclusión fuera demasiado forzada. Era importante incluirla como muestra de la simplificación que representa tener una notación algebraica que sustituye al lenguaje natural, y, justamente, para ayudar a entender el trabalenguas en el que se convierte una expresión matemática sin el uso de notación.

Por otro lado, era necesario que el personaje principal fuera un matemático que conociera los temas de los que se habla, pero al mismo tiempo que no diera una explicación tipo salón de clases. Para esto fue muy importante la utilización de los diálogos y los monólogos interiores.

En este cuento las ilustraciones no son indispensables.

"La paradójica historia de P"[48]: Este cuento habla sobre *paradojas*. En realidad, sólo trata una paradoja: *la paradoja de Russell*, pero la describe en cuatro versiones: *la paradoja del barbero, la paradoja del cretense mentiroso*, la paradoja que aparece en *Don Quijote de la Mancha*, cuando Sancho Panza se convierte en gobernador de la ínsula Barataria[49], y una última sobre catalogación de catálogos.[50]

La idea de este cuento es jugar con el lenguaje y mostrar que dichos juegos de lenguaje también se pueden presentar en matemáticas. La *paradoja de Russell* representó una importante problemática para los fundamentos de las matemáticas y, en particular, para la teoría de conjuntos, y es interesante ver que dicha problemática estaba basada en la forma de definir los conjuntos. Aunque en el cuento no hablo

[48] Cuento inédito.
[49] CERVANTES, Miguel de. *Don Quijote de la Mancha*, Alfaguara, México, 2004, pp. 938-946
[50] Ésta la tomé de mi tesis de licenciatura *Contar hasta el infinito*.

sobre dicha problemática, me parece importante que la gente conozca la paradoja.

La dificultad literaria en este cuento fue lograr exponer cinco veces la misma paradoja sin que fuera completamente evidente que se trataba de la misma idea y que, al mismo tiempo, con un poco de atención, tampoco fuera imposible reconocer la misma problemática de fondo en cada parte de la historia. Quizás el personaje de *genio-loco* fue lo que permitió salvar este obstáculo, aunque no me gusta mucho la idea con la que la gente puede quedarse sobre alguien que juega con la lógica.[51]

En este cuento las ilustraciones no son indispensables.

"El último examen del viejo Euclides"[52]: La idea de este cuento es original, aunque hay mucha bibliografía sobre el tema. Un libro muy completo al respecto es *Euclid's Window*, de Leonard Mlodinow.

En este cuento se habla sobre *geometrías no euclidianas* y lo que pretendo es mostrar cómo una simple diferencia en las suposiciones básicas puede cambiar por completo una rama de las matemáticas. Las *geometrías no euclidianas* no son un tema del cual el público en general sepa demasiado; sin embargo, hay suficiente información como para poder hacer una búsqueda posterior. Los personajes de este cuento son personajes históricos.

Para escribir este cuento era necesario contar las *deducciones* "al revés" de como sucedieron en realidad; sin embargo, me parece que son el tipo de permisos que se pueden tomar al estar escribiendo un cuento en vez de una versión de la historia de las matemáticas. Juntar a todos los personajes y darles una personalidad que de algún modo tuviera que ver con lo que aparece en las biografías, pero que al mismo tiempo no fueran los matemáticos serios y formales que aparecen en las fotos, me pareció un ejercicio interesante y relevante para que la gente no se quede con la idea de que

[51] Lo que sucede con el personaje de la película "Pi, el orden en el caos", que acaba por taladrarse la cabeza...

[52] RUISÁNCHEZ Serra, Juan Manuel. "El último examen del viejo Euclides" en *¿Cómo ves?*, No. 79, junio 2005, DGDC, UNAM, México, pp. 16- 18.

los matemáticos son personas que viven en *otro mundo.* Estoy consciente de que mis personajes no *son* los matemáticos históricos, pero también es importante estar consciente de que la gente tiene una idea de ellos que tampoco los representa realmente.

En este cuento las ilustraciones son sumamente importantes y necesarias, pues sin ellas los lectores difícilmente se podrían imaginar los espacios de los que se habla y, además, son parte del cuento y no sólo ayuda visual.

"Los verdaderos viajes de Cristóbal Colón"[53]: La idea de este cuento proviene de una conferencia sobre *superficies* impartida por el Dr. Adolfo Guillot Santiago, y el cuento fue escrito con su permiso.

En este cuento se trata justamente el tema de *superficies*, aunque más específicamente se habla de la *banda de Möbius* y de la *botella de Klein* y cómo sería "vivir en el interior de alguna de ellas". Lo llamativo de estas superficies es que, contra lo que uno esperaría encontrar, la primera únicamente tiene una cara y la segunda es una "botella" que no tiene *adentro* ni *afuera*. Otro tema que se trata es la manera de distinguir entre diferentes superficies a través del *número de Euler*, aunque, por supuesto, no se da el nombre.

En la escritura de este cuento, una vez más, me enfoqué en darles vida a los personajes, aprovechando que eran personajes históricos, alrededor de los cuales, además, hay muchos rumores, para llegar al público que conoce dichos rumores. La utilización de supuestos documentos reales es un recurso muy importante en este texto, pues funciona como simple parte de la historia y, al mismo tiempo, como una burla a los documentos o citas que dan credibilidad a algunos textos (incluidos, por supuesto, algunos de divulgación).

En este cuento las ilustraciones juegan un papel muy importante, pues ayudan a dilucidar lo que dice el texto y, además, algunas de ellas son parte integral de la historia.

[53] RUISÁNCHEZ Serra, Juan Manuel. "Los verdaderos viajes de Cristóbal Colón o el descubrimiento de que la Tierra no es una esfera" en *¿Cómo ves?*, No. 35, octubre 2001, DGDC, UNAM, México, pp. 22-25.

"Teselaciones o cómo decorar el baño"[54]: La idea de este cuento es original y no conozco ningún cuento parecido.

Este cuento, como lo indica el título, habla de *teselaciones* y es el único que incluye un "nombre" matemático en el título, pero está justificado por la historia. Este tema es visualmente muy bello, y es conocido a través de las pinturas de M.C. Escher; pero muy poca gente sabe que detrás de sus pinturas hay toda una teoría matemática que explica las formas.

Escribir este cuento fue un ejercicio muy diferente al del resto de los cuentos del libro, pues para este tema lo que realmente importa son las imágenes. Crear una historia alrededor de las ilustraciones implica un trabajo diferente al de imaginar ilustraciones que se adecuen a una historia. La naturaleza visual del tema fue un reto interesante para escribir una historia.

"Carta desde Varsovia"[55]: La idea de este cuento es original. Está basado en una carta que escribí estando en Varsovia y en un pequeño folleto llamado *Bestiario de Continuos*[56], de Aubin Arroyo.

En este cuento se habla sobre *continuos* y *figuras autosemejantes*, que son muy llamativas visualmente y también son famosas (algunas) con el nombre de fractales. El objetivo de este cuento es sencillamente mostrar algunos *continuos* que a su vez son *autosemejantes*, decir cómo se construyen (sin mucho detalle) y mencionar algunos matemáticos importantes, por lo que, también en este cuento, los personajes son históricos.[57]

[54] RUISÁNCHEZ Serra, Juan Manuel. "Teselaciones, o cómo decorar el baño" en *Correo del Maestro*, No. 26, julio 1998, Uribe y Ferrari Editores, México, pp. 20-37.

[55] RUISÁNCHEZ Serra, Juan Manuel. "Carta desde Varsovia: Una ciudad matemática" en *¿Cómo ves?*, No. 44, julio 2002, DGDC, UNAM, México, pp. 22-25.

[56] ARROYO, Aubin. Bestiario de Continuos, Servicios Editoriales de la Facultad de Ciencias, UNAM, México, 1995. 32p.

[57] Por supuesto, me refiero a los matemáticos, pues aunque los otros personajes también existen, no tienen ninguna relevancia histórica ni son conocidos o famosos.

Literariamente, la dificultad en este cuento fue más bien la de una adaptación, dado que la carta original en la que está basado el cuento fue escrita para una persona que sabe matemáticas y, por lo tanto, no se explicaba casi nada y sólo se hacía referencia a las figuras, sin siquiera poner una imagen. Al transformar aquella carta en un cuento que pudiera ser entendido sin saber matemáticas, fue necesario incluir las ilustraciones como parte básica de la historia y tener cuidado en no suponer cosas que no se entienden sin un conocimiento previo. Me parece que pude haberme cambiado de extremo y explicar demasiado para una historia; sin embargo, a pesar de eso, creo que la carta sigue mostrando la idea original con la que fue escrita.

Las ilustraciones, como ya dije, son una parte esencial de este cuento.

"Los mapas de la abuela"[58]: La idea de este cuento es original. No conozco ningún cuento sobre el tema que se aborda.

En este cuento se habla sobre el *Teorema de los cuatro colores*, que resulta interesante porque la demostración de dicho teorema fue realizada con gran ayuda de las computadoras, y hay varios matemáticos que se niegan a aceptar dicha demostración. Además, me parece que es un tema muy sencillo y que ilustra muy bien que para tener un teorema muy difícil de probar no hace falta tener un lenguaje especializado o una oración que nadie pueda comprender. La otra parte importante del tema es que el teorema cambia si se habla de un plano y una esfera o si se habla de un *toro*[59], aunque en el cuento sólo se deje ver esta última situación.

La decisión más importante, literariamente hablando, para la escritura de este cuento fue que, en un principio, me hubiera gustado hablar, también, de cómo se aplica el teorema en otras superficies que no fueran el plano y la esfera, pero al final opté por desarrollar un poquito más la idea para mapas planos y sólo mencionar una superficie distinta sin

[58] Cuento inédito.

[59] *Toro* se refiere al sentido matemático de la palabra, es decir, a una superficie con forma de "dona".

meterme en muchos detalles. Esto se debió, principalmente, a dos razones: el cuento podía alargarse demasiado y resultar aburrido, por un lado, y, por el otro, traté de ser una abuela consciente de que su nieta de quinto de primaria difícilmente hablaría con soltura de *bandas de Möbius* y de *toros*.

Las ilustraciones en este cuento son muy importantes para dar una mejor idea del tipo de mapas de los que se habla, pero me parece que no serían indispensables.

"**Calvinistas y luteranos**"[60]: Este cuento está basado en dos problemas bastante conocidos: *los puentes de Könisberg* y *la gráfica* $K_{3,3}$.[61] Estos problemas son muy conocidos, en especial el de los puentes de Könisberg, y se pueden encontrar en muchísimos libros de matemáticas y páginas de internet. Mi primer contacto con ambos problemas, sin embargo, fue en la clase de Teoría de Gráficas y Juegos I en la carrera de matemáticas en la Facultad de Ciencias de la UNAM.

Este cuento trata dos problemas de *Teoría de Gráficas* que no tienen solución. La intención del cuento es sólo mostrar dos problemas de la misma rama de las matemáticas en los que la *solución* es, justamente, decir que no se pueden resolver.

En cuanto a la escritura de este cuento, me enfoqué en crear un ambiente histórico de la ciudad de Könisberg, tomando datos reales y, por supuesto, datos completamente imaginarios. La parte matemática de la historia es muy simple de contar, por lo que es muy importante adornarla de una manera que sea la historia en sí lo que llame más la atención.

Las ilustraciones en este cuento son muy importantes, especialmente para evitar tener que dar más explicaciones de las necesarias.

[60] Cuento inédito.

[61] El problema que representa esta gráfica es el de las tres casas a las que se tiene que llevar agua, luz y gas sin que se crucen las tuberías y los cables.

Segunda parte:
El libro

A continuación presento el libro en el que se muestra mi propuesta concreta de divulgación de las matemáticas a través de narrativas de ficción. Quisiera aclarar que la numeración del libro será distinta a la del resto del trabajo, pues presento el material como si fuera un libro listo para editarse, es decir, con portada, índice y numeración propia.

Todas las ilustraciones del libro son de Camilo Esquivel Reed, a quien agradezco su trabajo. La edición del libro se la debo a Ana Paula Dávila García, a quien, por supuesto, también le estoy muy agradecido. También quisiera dar las gracias a todos los que se prestaron como *conejillos de indias* para las lecturas y los comentarios que me hicieron, en especial a Mariana Cortina, Claudia Alarcón, Joanna Delgado, Hilda Domínguez, Marlene Bruce, Diego Morábito, Jorge Serra, Luciana Gallegos, Rodrigo Casillas, Doris Cetina y María Rebolleda.

Bibliografía

1. ABOTT, Edwin A. *Planilandia: una novela de muchas dimensiones*, Torre de Viento, Barcelona, 1999, 126p.
2. ACZEL, Amir D. *The Mystery of the Aleph: Mathematics, the Kabbalah, and the Search for Infinity*, Pocket Books, Nueva York, 2000, 258p.
3. ALLEN Paulos, John. *El hombre anumérico*, Tusquets, Barcelona, 1998, 208p.
4. ALLEN Paulos, John. *Un matemático lee el periódico*,Tusquets, Barcelona, 1996, 288p.
5. ARROYO, Aubin. *Bestiario de Continuos*, Servicios Editoriales de la Facultad de Ciencias, UNAM, México, 1995. 32p.
6. BRUNER, Jerome. *Actual Minds, Possible Worlds*, Harvard University Press, Cambridge, Mass, 1987, 222p.
7. BURGER, Dionys. *Sphereland*, Harper Perennial, Nueva York, 1994, 208p.
8. CERVANTES, Miguel de. *Don Quijote de la Mancha*, Alfaguara, México, 2004, 1249p.
9. CHIMAL, Carlos. "Un collar de abejas" en *El último año del estero*, Ed. Aldus/CONACULTA, México, 2002, pp. 23-34
10. DARLING, David. *Equations of eternity*, Hyperion, Nueva York, 1993, 190p.
11. DEHAENE, Stanislas. *The number sense: How the mind creates mathematics*, Oxford University Press, Nueva York, 1997, 274p.
12. DEVLIN, Keith. *The Math Gene: How mathematical thinking evolved and why numbers are like gossip*, Basic Books, 2000, 329p.
13. DJERASSI, Carl. *El Gambito de Bourbaki*, FCE, México, 1996, 240p.
14. DOXIADIS, Apóstolos. *El tío Petros y la conjetura de Goldbach*, Ediciones B, Barcelona, 2000, 166p.

15. ENZENSBERGER, Hans Magnus. *El Diablo de los Números: Un libro para todos aquellos que temen a las Matemáticas*, Ed Siruela, Madrid, 1997, 259p.
16. GAARDER, Jostein. *El mundo de Sofía: Novela sobre la historia de la filosofía*, Editorial Patria, Ediciones Siruela, México, 1995, 638p.
17. GARDNER, Martin. *Carnaval Matemático*, Alianza Editorial, Madrid, 1965, 298p.
18. GUEDJ, Denis. *El teorema del loro: Novela para aprender matemáticas*, Editorial Anagrama, Barcelona, 2000, 537p.
19. GUILLEN, Michael. *Cinco ecuaciones que cambiaron al mundo*, Temas de Debate, Madrid, 1999, 235p.
20. KUHN, Thomas S. *La estructura de las revoluciones científicas*, FCE, México, 2004, 347p.
21. LUI, H. "An interview with Vladimir Arnold" en *Notices of the A.M.S.*, abril 1997, pp. 432-438, citado en MARKARIAN.
22. MANKIEWICZ, Richard. *The story of mathematics*, Cassell & Co, Londres, 2000, 192p.
23. MARKARIAN, Roberto. *La dimensión humana de la matemática*, Correo del Maestro – Ediciones La Vasija, México, 2003, 227p.
24. MLODINOW, Leonard. *Euclid´s Window*, Touchstone, Nueva York, 2001, 306p.
25. NEGRETE, Aquiles. "Science via fictional narratives: communicating science through literary forms" en *Ludus Vitalis*, Vol. X, num. 18, 2002, pp. 197-204.
26. PROPP, Vladimir. *Morfología del Cuento*, Akal Ediciones, Madrid, 1985, 275p.
27. RIDLEY, Matt, editor. *Best American Science Writing 2002*, Harper Collins, Nueva York, 2004, 352p.
28. RIVAUD, Juan José. "Acerca de la divulgación de la ciencia: el caso de las matemáticas" en *La divulgación de la ciencia: ¿educación, apostolado o...?*, coordinador: Luis Estrada Martínez, colección: Cuadernos de divulgación para divulgadores, Dirección General de Divulgación de la Ciencia, UNAM, México,

2003, pp. 32-38
29. RUISÁNCHEZ Serra, Juan Manuel. "Carta desde Varsovia: Una ciudad matemática" en *¿Cómo ves?*, No. 44, julio 2002, DGDC, UNAM, México, pp. 22-25
30. RUISÁNCHEZ Serra, Juan Manuel. "El Gran Hotel Cantor: un hotel infinito" en *¿Cómo ves?*, No. 29, abril 2001, DGDC, UNAM, México, pp. 30- 32.
31. RUISÁNCHEZ Serra, Juan Manuel. "El último examen del viejo Euclides" en *¿Cómo ves?*, No. 79, junio 2005, DGDC, UNAM, México, pp. 16- 18
32. RUISÁNCHEZ Serra, Juan Manuel. "Los verdaderos viajes de Cristóbal Colón el descubrimiento de que la Tierra no es una esfera" en *¿Cómo ves?*, No. 35, octubre 2001, DGDC, UNAM, México, pp. 22-25
33. RUISÁNCHEZ Serra, Juan Manuel. "Teselaciones, o cómo decorar el baño" en *Correo del Maestro*, No. 26, julio 1998, Uribe y Ferrari Editores, México, pp. 20-37.
34. RUISÁNCHEZ Serra, Juan Manuel. *Contar hasta el infinito*, tesis de licenciatura, Facultad de Ciencias, UNAM, 2001, 57p.
35. SACKS, Oliver, editor. *Best American Science Writing 2003*, Harper Collins, Nueva York, 2004, 320p.
36. SEIFE, Charles. *Zero: The Biography of a Dangerous Idea*, Penguin Books, Nueva York, 2000, 248p.
37. SOBEL, Dava, editora. *Best American Science Writing 2004*, Harper Collins, Nueva York, 2004, 270p.
38. STEWART, Ian. *Flatterland: Like Flatland, only more so*, Perseus Publishing, Cambridge, Massachussets, 2001.
39. STEWART, Ian. *The Magical Maze: seeing the world through mathematical eyes*, Weidenfeld & Nicholson, Londres, 1997, 268p.
40. TONDA, Juan, et al., coordinadores. *Antología de la Divulgación de la Ciencia en México*, DGDC, UNAM, México, 2002, 378p.
41. VILENKIN, N. Ya. *In search of infinity, Birkhäuser, Boston, 1995, pp.39-48*

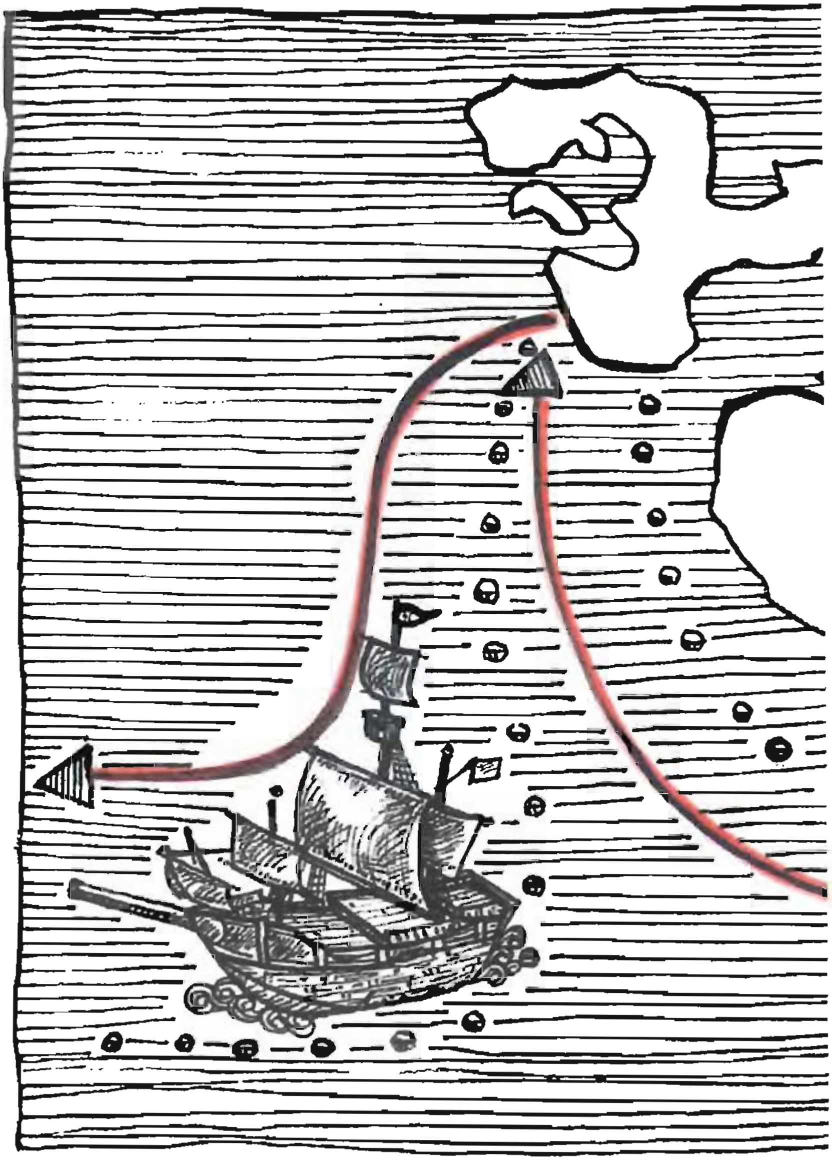
Páginas de Internet:

1. DJERASSI, Carl. *"Science-in-fiction is not science fiction. Is it autobiography?"* en: http://www.djerassi.com/science.html
2. DOXIADIS, Apóstolos. *"Embedding mathematics in the soul: narrative as a force in mathematics education"* en: http://www.apostolosdoxiadis.com/files/essays/embedding-math.pdf
3. DOXIADIS, Apóstolos. *"The Mystery of the Black Knight's Noetherian Ring"* en: http://www.apostolosdoxiadis.com/files/essays/the%20mystery%20of%20the%20black%20knight%20SITE%20EDITION.pdf
4. DOXIADIS, Apóstolos. *"Writing* Incompletness *– the play"* en: http://www.apostolosdoxiadis.com/files/essays/writing_incompleteness.pdf

Del infinito al vacío

un viaje de ida y vuelta

Juan Manuel Ruisánchez Serra



Los verdaderos viajes de Cristóbal Colón

Todos han oído alguna vez la historia aquella de los romances entre Cristóbal Colón y la Reina Isabel la Católica; romances que le valieron el financiamiento de sus tres carabelas y, por lo tanto, de su viaje a América. Sin embargo, como suele ocurrir, la historia oficial y sus rumores no son muy acertados.

La verdadera historia se encuentra en unos manuscritos muy curiosos que nadie se había tomado la molestia de publicar, o que alguien se había tomado la enorme molestia de esconder. Me refiero a los diarios privados de Cristóbal Colón.

Ella tiene el poder para borrarme de la historia si quiere, pero es muy astuta. Sabe que mis descubrimientos son importantes, sabe cómo adjudicárselos. Ya dio el primer paso; ahora corren rumores por todos lados de que yo le pedí el dinero porque había hecho cálculos precisos y había llegado a la conclusión de que el mundo es esférico... No es nada nuevo, hace siglos que se sabía.

Ella conocía mi miedo por los monstruos del mar (mismo miedo que ella y todos los hombres sienten) y fue por eso que me "dio" los tres barcos, tripulados por todos los bandidos del Reino: es lista, qué mejor forma de deshacerse de la escoria con su nombre limpio. Además, si algo descubríamos, sería también en su nombre.

Y pensar que todo ha sido por culpa de un simple desplante. Como siempre he dicho: "Todo en este mundo se reduce a historias de amor", aunque en este caso fue desamor.

Bueno, bueno, en realidad no quisiera seguir con los amores y desamores de Colón y la Reina Católica. Lo que me interesaba era sólo un poco de credibilidad, y esa hoja del diario basta para desacreditar una buena parte de la historia oficial y entrar a lo que quería: a pesar de la grandísima fama de Colón como Descubridor de América, sus viajes tuvieron una importancia mucho mayor: su resultado fue el conocimiento de la verdadera forma de la Tierra, porque no es esférica. Así es, la Tierra no es una esfera.

Todo empezó con esos tres barcos llenos de bandidos que zarparon del Puerto de Palos el 3 de agosto de 1492. Los tripulantes estaban seguros de que no llegarían al borde del océano para precipitarse hacia el vacío, así que todas sus preocupaciones estaban centradas en defenderse de los horribles monstruos marinos que los atacarían. Y, como es de suponerse, aparte de algunos delfines juguetones y uno que otro pez extraño, no encontraron nada. Pero nada, ni siquiera América, ni Asia ni nada de nada;[1] le dieron la vuelta al mundo para regresar al Puerto de Palos el 25 de enero de 1493 por el lado contrario del que habían salido.

Los resultados del viaje: dos carabelas que se escaparon con todo y tripulación; la mitad de la tripulación de la carabela restante muerta a causa del escorbuto, la otra mitad de regreso a la cárcel y un Cristóbal Colón dispuesto a demostrar que no sería tan fácil deshacerse de él. Ah, claro, y la comprobación práctica de que se podía dar la vuelta al mundo y de que los monstruos marinos eran puro cuento.

Fue entonces que empezaron a generarse los rumores de que la amabilísima reina había financiado el viaje y etcétera, etcétera. (Por cierto, algo que no mencioné antes: las hojas del diario de Colón en aquellos días estaban escritas de derecha a izquierda, pero como sólo él leía ese diario y al parecer también leía de derecha a izquierda, pues nadie se dio cuenta de que había algo raro...)

Pero Colón estaba equivocado, los rumores los hizo correr el rey; a Isabel la Católica le habían bastado los cinco meses de ausencia para olvidar el desplante amoroso y perdonar al buen Cristóbal. Pero él era un tipo inteligente y rencoroso, así que aprovechó el amor de su reina para financiarse otras vacaciones.

[1] Se cree que la razón por la cual pudieron circundar el mundo sin toparse con ningún continente es que tanto América como Asia separaron los distintos océanos después de un terremoto global en 1498.

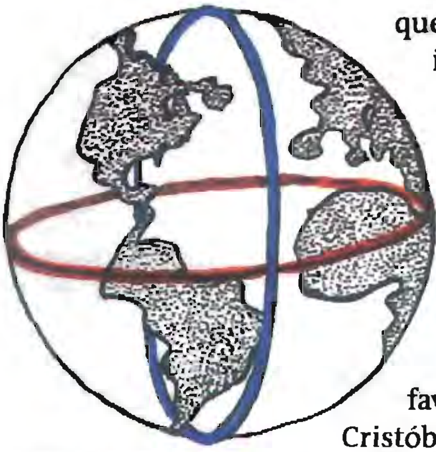
Se presentó ante la Corte y los cartógrafos y científicos más renombrados de la época para exponer su teoría: un viaje alrededor de la Tierra no bastaba para concluir que, en efecto, la Tierra fuera esférica, había otras posibilidades:

- Podría ser un cilindro, como podrían serlo, también, el Sol y la Luna. Es decir, podría ser que, desde la Tierra, la Luna se viera de frente como un círculo, pero vista de lado parecía más bien un tubo. Si la Tierra fuera de esta forma, eso explicaría que el horizonte sea una línea recta y que al mismo tiempo sea posible darle una vuelta.
- Podría ser, como también podrían serlo el Sol y la Luna, una esfera.
- Podría ser, sin embargo, completamente distinta del Sol y la Luna y tener la forma de una dona.

Ninguna de las tres posibilidades sonaba realmente descabellada, y el método que propuso Colón para comprobarlo era eficiente y fácil de llevar a cabo: fabricar dos cuerdas gigantes, una roja y otra azul. En un primer viaje, amarraría un extremo de la cuerda roja al Puerto de Palos y zarparía con dirección al oeste; al regresar por el este, amarraría el otro extremo al mismo lugar en el puerto. Después, en ese mismo punto, amarraría la cuerda azul y zarparía con dirección al norte; al regresar por el sur, amarraría el otro extremo de la cuerda en el mismo punto.

Con eso bastaba. Si las cuerdas se cruzaban dos veces, querría decir que la Tierra es una esfera, en cambio, si las cuerdas sólo se cruzaban una vez, entonces querría decir que la Tierra era una dona.

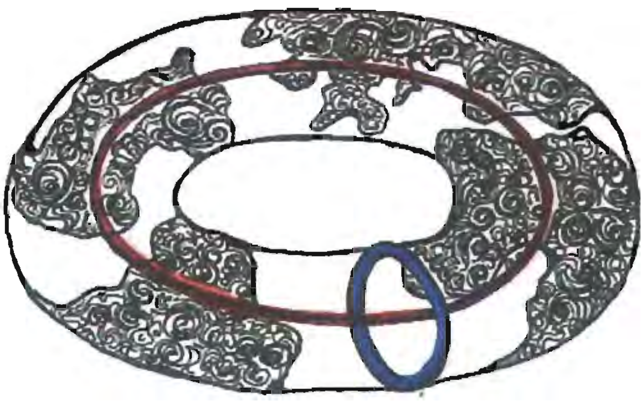
El único problema era que la Tierra fuera un cilindro y que al llegar al Norte se acabara. Colón estaba tan seguro de



que la Tierra era una esfera, que incluso se dio el lujo de fanfarronear y hacerse el héroe: "Es un riesgo que estoy dispuesto a tomar en nombre de mi reina y de su poderoso reino".

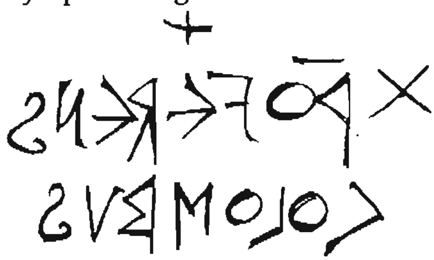
Así, el 22 de mayo de 1495, tras dos años de preparativos y del goce de otros favores de la Reina Católica, Cristóbal Colón amarró la cuerda roja al Puerto de Palos y zarpó con una tripulación experimentada y bien nutrida, y con suficientes cítricos en la bodega para luchar contra el escorbuto. Volvió a recorrer el mundo sin encontrar ni América, ni las Indias ni nada de nada. Tres meses después (era un mejor barco y, por lo tanto, más rápido), amarró el otro extremo de la cuerda roja en el mismo lugar del que había zarpado.

Su estancia fue breve: dos noches en las alcobas secretas de la reina, mientras volvían a llenar las bodegas de cítricos.



Así, el 24 de agosto, amarró la cuerda azul al Puerto de Palos y zarpó rumbo al norte. A los dos meses de viaje encontró la cuerda roja y dos meses después, el 24 de diciembre, llegó a puerto, proveniente del sur, para amarrar el otro extremo de la cuerda azul y proclamar: "La Tierra es una esfera; Feliz Navidad."

Tras un merecido descanso, el 17 de enero de 1496, ante la Corte y los cartógrafos y científicos más renombrados de la época, Cristóbal Colón firmó el Tratado de Esfericidad de la Tierra con estos garabatos, mientras los presentes lo miraban desconcertados y apenas lograban sofocar las risas.



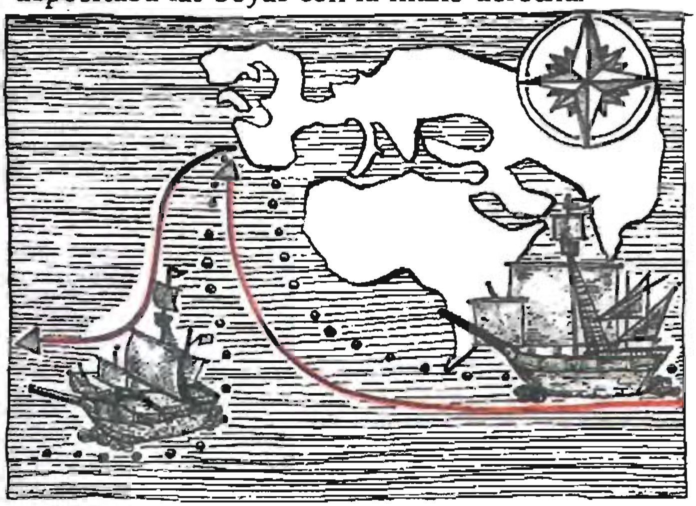
Y firmó, además, con la mano izquierda, cuando todo el mundo sabía que era diestro. Regresó a su casa y revisó sus diarios; se dio cuenta de la diferencia entre unos días y otros y llegó a la conclusión de que la única razón que explicaba sus trastornos eran los viajes alrededor de la Tierra. Nadie le creyó, pues los otros tripulantes estaban normales y escribían (los que sabían escribir) con la misma mano y en el mismo sentido que antes. Además, los tripulantes del primer viaje habían muerto en la cárcel.

—Es verdad lo que digo— se dirigió Colón a su reina. Yo he dado tres vueltas al mundo y los otros nada más dos. Iré yo solo a dar la vuelta a la Tierra y regresaré a escribirte la más bella carta de amor que jamás tendrás, y lo haré con mi mano derecha.

Así, el 17 de febrero de 1496, otra vez, Colón zarpó para dar la vuelta al mundo. Al regresar, lo primero que hizo fue arrodillarse en la arena y, con un palito del Puerto de Palos, escribir: ¿Con qué mano estoy escribiendo? Y uno de los curiosos que lo rodeaban contestó un poco sorprendido: "Con la derecha, ¿de verdad no sabe la diferencia?"[2]

El resultado del viaje era a la vez sorprendente y preocupante. ¿Qué pasaba? ¿La magia de los monstruos del mar? ¿La Tierra no era exactamente una esfera? Nadie sabía, ni siquiera el mismo Colón, que había dado cuatro vueltas a la Tierra, podía explicar lo que pasaba. Lo único que se le ocurrió fue marcar la zona peligrosa con boyas.

Colón y un capitán de barco fueron los únicos voluntarios para realizar la tarea, así que mientras el capitán timoneaba el barco, Colón se agarró con la mano derecha de la cuerda roja y fue depositando boyas con la mano izquierda. Al llegar de nuevo al Puerto de Palos y sin haber soltado ni un solo momento la cuerda, Colón iba agarrado con la mano izquierda y depositaba las boyas con la mano derecha.

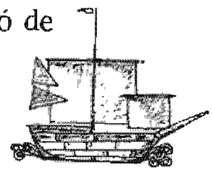


[2] De la famosa carta de amor no hay rastro, pero juzgando por los retratos de la Reina posteriores a esa fecha (siempre con la más bella de las sonrisas), seguramente existió.

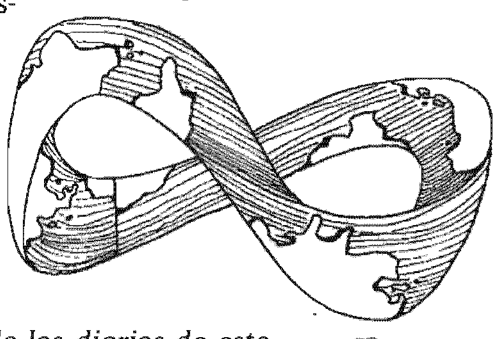
Decidieron seguir poniendo boyas hasta dar otra vuelta completa a la Tierra. Al llegar de nuevo, Colón iba agarrado a la cuerda otra vez con su mano derecha y depositando las boyas con la izquierda, tal como había empezado.

Como era de esperarse, lo mismo sucedió cuando marcaron la zona peligrosa usando la cuerda azul. Esto asustó mucho a todos los científicos, eclesiásticos, cartógrafos, nobles y demás personas influyentes de la época, así que decidieron "olvidarlo", y forzaron a Cristóbal Colón a firmar otro Tratado de Esfericidad de la Tierra, pero esa vez con la mano derecha. Luego lo encerraron en el calabozo más profundo del reino hasta que muriera.

Aprovecharon que un marinero osado (y desconocido) intentó realizar el mismo viaje que Cristóbal Colón en 1499 y descubrió América, para inventarse toda la historia de los viajes de Colón y acabarla con broche de oro: Cristóbal Colón nunca supo lo que había descubierto y murió de tristeza y soledad...

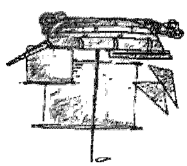


Cada quien creerá la historia que quiera, pero no es casualidad que los diarios de Cristóbal Colón se encotraran en la biblioteca de dos famosos matemáticos alemanes, August Ferdinand Möbius y Felix Klein, con dibujos y estas explicaciones:



Apuntes de Möbius (alrededor de 1835):

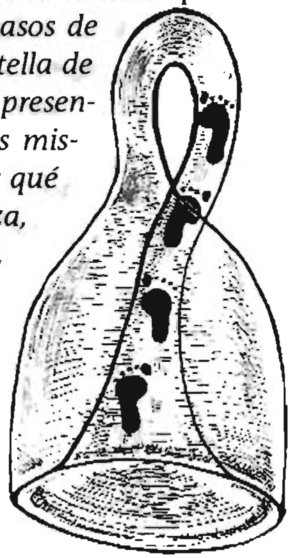
Según lo que entiendo de los diarios de este gran aventurero, el mundo debe tener la forma de esta banda (que como hasta ahora



nadie había estudiado decidí bautizarla con mi apellido). Lo que no alcanzo a comprender muy bien es por qué en vez de llegar de cabeza al punto de partida, como muestro en mi dibujo de la carabela, Colón regresaba volteado sobre su eje, pero estoy casi seguro que el mundo tiene esa forma.

Apuntes de Klein (alrededor de 1883):

Al parecer, mi colega Möbius tenía una buena idea sobre la forma que debe tener el mundo al estudiar los diarios de Colón, sin embargo, si la Tierra fuera una banda de Möbius, cuando Colón zarpó hacia el norte, habría encontrado el límite del planeta, sin embargo, pudo dar la vuelta completa. Ante este hecho, y puesto que dar la vuelta hacia el norte tenía los mismos resultados que dar la vuelta hacia el oeste, la única posibilidad que se me ocurre para dar una forma a la Tierra es esta botella que se forma al unir dos Bandas de Möbius por su orilla respectiva. A esta botella, siguiendo los pasos de mi colega, la he llamado Botella de Klein. Los problemas que se presentan con este modelo son los mismos que con la banda: ¿por qué Colón no llega de cabeza, sino volteado sobre su eje?, además, es una superficie que sólo cabe en cuatro dimensiones, para finalizar, me resulta imposible imaginar el orden que deben tener los continentes en una superficie como ésta.



Los mapas de la abuela

Ir a casa de su abuela era como regresar al mundo que le contaba su mamá de cuando ella tenía su edad: "Claro que había luz eléctrica, no exageres, no soy tan vieja. También había teléfono, pero las computadoras no eran muy comunes en las casas. Todos sabíamos usar una máquina de escribir y puedes olvidarte de internet, faxes y celulares."

Así era el pueblo donde vivía Ana, la abuela consentida de Eva. Bien iluminado, con teléfonos públicos cada tres calles y con una ausencia de cafés-internet, que Eva siempre consideraba como la oportunidad para hacer el negocio de su vida.

Eva nunca había entendido por qué su abuela prefería ese lugar, un poco alejado de todo, y no un departamento cómodo y con una computadora, por lo menos. Siempre pensaba que el trabajo de su abuela sería mil veces más fácil con una computadora decente. Aunque luego se acordaba de lo que le había costado a su papá entender cómo usar el programa más sencillo de su compu o conectarse al internet, y ni siquiera se atrevía a imaginarse a Ana enfrentada a una paleta de colores con 40 cuadritos que al picarlos pintan de cualquier color excepto del que aparece en el cuadrito.

Eva tenía 14 años y recordaba a su abuela coloreando mapas desde que tenía 3. Cada vez que veía un mapa se acordaba de Ana. Casi llegó a pensar que todos los mapas del mundo los había coloreado su abuela, porque cuando iba a visitarla y Ana la dejaba entrar a su estudio, todas las paredes estaban tapizadas con mapas. La mayoría no eran ni de países, ni de continentes, ni de nada que tuviera demasiado sentido para Eva, pero ella creía que al llegar a 5° de primaria sabría de qué eran esos mapas.

Aquel verano fue un poco decepcionante. Acababa de terminar 5° de primaria; se había esforzado en aprender todo lo que le enseñaron, aunque ni remotamente tuviera relación con geografía. Eva había esperado ese verano desde la primera vez que vio los mapas en el estudio de su abuela. Nunca se preguntó por qué había pensado que justo al terminar 5° entendería todo, pero ésa había sido su idea más duradera.

De camino al pueblo, Eva no podía con los nervios. Hablaba sin parar y su mamá sólo se moría de la risa.

—Ay, mamá, es que no me acuerdo si nos enseñaron nuevos países este año. Y estoy segura de que ninguno de los mapas de la abuela es la división política de México, porque hubiera reconocido Zacatecas, que está bien chistoso. Lo que no entiendo de la escuela es que nos enseñen división política en geografía y en matemáticas apenas vamos en división con centenas; no quiero ni pensar lo difícil que debe ser dividir un país y que no te quede residuo. Me da miedo entrar a la secundaria. ¿Ahí enseñan eso, mamá?

Y así el resto del camino hasta llegar a casa de su abuela. Ni siquiera dejó que su mamá y su abuela se saludaran. Apenas se habían estacionado, Eva salió corriendo del coche y tomó a Ana de la mano y la jaló hasta el estudio.

Ana, a quien su nieta nunca le había preguntado nada sobre sus mapas, se dejó llevar. Entraron al estudio y Eva se paró en el centro para descifrar el enigma. Tras unos segundos de desconcierto, empezó a llorar.

—¿Qué pasa, linda?— la voz de Ana sonaba conmovida.

—Saqué 10 en todo, hice todas mis tareas, todas, y ya acabó 5° y sigo sin saber de dónde son tus mapas; no es justo, llevo años esperando para saberlo.

Ana hubiera querido soltar una carcajada y abrazar a Eva, pero sabía que eso podía lastimar a su única nieta y prefirió sólo abrazarla.

—Eva, pero ¿por qué no me preguntaste hace 4 años, o dos o cuando se te ocurrió la pregunta?

—Quería demostrarte que soy muy lista.

—Pero ya sé que eres muy lista, eso ya me lo has demostrado mil veces.

—Sí, pero tus mapas me encantan y quería saber de dónde es cada uno.

—Ay, Eva, mis mapas no son de lugares.

Eva dejó de llorar instantáneamente, miró a su abuela como si sintiera un nuevo respeto por ella o como si le diera miedo que se hubiera vuelto loca. Volvió a ver las paredes llenas de dibujos (ya no sabía si "mapa" era el nombre correcto ahora que sabía que no eran "mapas de algún lugar"), echó una mirada en un rápido recorrido y luego volvió a mirar a Ana.

—¿Entonces, abuela?

—¿Entonces qué, linda?

—Pues cómo qué, ¿qué onda con todos estos dibujitos?

—Son mis mapas, me has visto hacerlos toda tu vida.

—¿Mapas? ¿De lugares que no existen? ¿De un mundo que te estás inventando?

Ana ya no aguantó más y soltó una carcajada. Pero era tan contagiosa, que Eva no pudo sino acompañarla.

—¿De qué te ríes, abue?

—Ay, Eva, tu imaginación es muy divertida. Mis mapas no son "dibujitos", como tú dices, son mapas. Sólo que los mapas no son necesariamente de algún lugar, sino de posibles lugares. Imagínate que Sonora tuviera otra forma y que Chihuahua fuera aún más grande. Entonces el Mapa de México sería otro ¿o no? Pues yo lo que hago es tratar de clasificar todos los mapas posibles y ver si unos cuantos podrían representar a todos los demás.

—¿Y para qué quieres hacer eso?

—Para ver si todos los mapas se pueden colorear con únicamente 4 colores.

¿Con 4? Pero si sólo con blanco y negro se puede perfectamente: pintas las fronteras en negro y los países con blanco y ya acabaste.

—Y yo que llevo 35 años coloreando mapas...

—Sí, abue, no es tan difícil.

Otra carcajada de Ana.

—Vamos a saludar decentemente a tu mamá, a cenar y a dormir. Mañana te cuento qué es lo que hago. Ahora sólo quiero que me digas una cosa: ¿te habías dado cuenta de que todos mis mapas usan sólo el verde, el rojo, el azul y el amarillo?

—Sí, claro que me había dado cuenta, pero nunca te decía nada porque pensaba que sólo tenías esos colores. Le había pedido permiso a mi mamá para regalarte mi caja de colores cuando acabara la primaria, porque en secundaria ya no los necesitaré y así tú podrías hacer mapas de todos los colores.

Como todas las abuelas del mundo, Ana también sucumbía ante las ideas tiernas de su nieta y su sonrisa le iluminaba la cara. Pero esta vez no podría seguirle el juego. Al día siguiente le explicaría todo y no le preocupaba romperle el corazón, pues Eva siempre había sido muy inteligente y lo entendería perfectamente.

Después de la cena se fueron a dormir. A Eva le encantaba dormir en casa de su abuela, porque su cama era como de película, con cuatro tubos que subían de las esquinas y llegaban hasta un techo de mosquitero, del que caían cuatro paredes también de mosquitero. Aunque sabía muy poco de los egipcios, ella se sentía Cleopatra cuando dormía en esa cama.

Soñó que tenía el pelo azul, la piel verde, que su playera era amarilla y su pantalón rojo; luego el pelo rojo, la piel amarilla, la playera verde y el pantalón azul. Durante todo el sueño, lo único que no cambiaba era una pulsera que llevaba en el brazo izquierdo, era muy sencilla, como una dona, pero tenía 7 colores y por más que pensara cómo colorearla sólo con 4, no podía. Se despertó cuando había decidido usar vestido y ver cómo le hacían los 4 colores para acomodarse.

Se vistió, eligiendo cuidadosamente ropa que no fuera de ninguno de los 4 colores de sus sueños y fue a desayunar. Su mamá seguía durmiendo y su abuela estaba tomando café. Eva pensó que cuando Ana la había visto llegar por el pasillo se había bajado la manga izquierda del suéter para cubrir una pulsera, pero no supo si había sido así o si sólo seguía medio dormida.

—¿Qué pasa si tienes un mapa de sólo un país?, ¿cómo lo coloreas con 4 colores?

—Buenos días a ti también, Eva.

—Perdón, abue; buenos días. ¿Entonces?

—Veo que no podré esperar ni un poquito, así que empecemos. Si sólo tiene un país, lo rellenas con un color. No necesito usar los 4 colores en todos los mapas. Lo que quiero ver es si todos los mapas los puedo colorear usando, cuando mucho, 4 colores; pero puedo necesitar menos para algunos mapas, eso no importa.

—Ah, está bien, pero por qué no ibas a poder con 4, ayer te enseñé cómo hacerlo sólo con blanco y negro. Por cierto, mi maestro de dibujo está loco, dice que ni el blanco ni el negro son colores, pero yo le dije que en mi caja de colores sí hay blanco y negro, así que no le creía.

—Ay, Eva, no me hagas reír desde tan temprano que me voy a arrugar todavía más. Vamos al estudio para que te cuente.

Al llegar al estudio, a Eva le pareció distinto de todas las otras veces que había estado ahí. Como si el hecho de que Ana le hubiera contado que, en efecto, sólo usaba 4 colores, hubiera desaparecido todos los demás colores que ella se imaginaba al entrar. Se sintió un poco triste.

—Bueno, lo que quiero –comenzó Ana –es demostrar que cualquier mapa se puede colorear con 4 colores de tal manera que dos países que tengan una frontera común estén coloreados de colores distintos. Todos los mapas que ves en las paredes son los representantes de miles de otros mapas equivalentes.

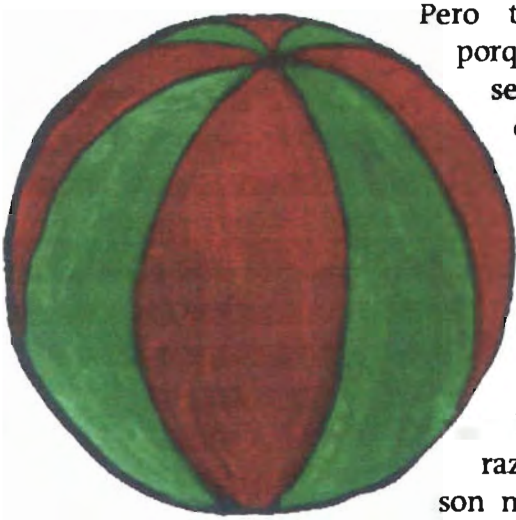
—¿Equivalentes? ¿Como las fracciones equivalentes?

—Sí, más o menos, lo que quiere decir es que prácticamente son el mismo mapa, con cambios poco significativos.

—Ah– fue un "Ah" tan poco convincente que ni ella misma se lo creía. Pero es muy fácil ver que eso no se puede, abue. ¿Te acuerdas de una pelota inflable que tenía cuando era chiquita?

—Sí, claro, yo te la regalé cuando fuiste al mar por primera vez.

—Bueno, pues me encantaba porque tenía muchos colores, más de 4, por lo menos, y todos se juntaban en un punto, como ese mapa de allá:



Pero tú hiciste trampa, abue, porque sólo usaste 2 colores y no se vale porque todos se juntan en el centro. Y, si fueran países, seguro que en ese punto habría una aduana y sería la frontera de todos los países.

—¿Ves como no hace falta que me demuestres tu inteligencia? Se te sale hasta por las orejas. Tienes razón, ahí se juntan todos y, si son más de 4, ya no podríamos colorearlos, pero las fronteras en mis mapas son más grandes que un punto. Las fronteras son como los "lados" de los países, así que no pueden ser puntos. Acuérdate que todo esto es pura imaginación, así que no me pongas tu cara de que soy una tramposa.

—Ja, ja, ja, es que sí eres. Pero, bueno, como es pura imaginación, me imagino que no cabe una aduana en un punto, está bien. ¿Y luego?

—Luego estoy buscando un representante de cada tipo de mapas. Ya que los tenga todos, sólo coloreo los representantes y listo, habría probado que todos los mapas se pueden colorear con 4 colores.

—¿Y te faltan muchos? Porque en tus paredes ya no caben...

—Los que tengo en la pared son sólo los que me gustan más. Tengo un archivo de mapas en la parte de atrás de la casa.

—¿Y cuándo piensas acabar?

—No sé, ni siquiera sé si pueda acabar. Son demasiados mapas y clasificarlos es un proceso un poco lento.

—¿Y por qué no usas una computadora?, ¿no irías mucho más rápido?

—Quizás sí, pero si uso una computadora, ¿qué hago mientras? ¿Quieres que me pase todos los días tejiéndote suéteres que nunca usarías?

—No, gracias. Pero no entiendo, abue, ¿quieres demostrar que se pueden colorear todos los mapas con sólo 4 colores o quieres divertirte coloreándolos?

—¿Y por qué tendría que elegir entre alguna de esas opciones? ¿No puedo hacer las dos?

—Pues, por lo que me cuentas, creo que son demasiados mapas. Además, sólo veo mapas en hojitas, todavía te faltan todos los que se pueden dibujar en un globo terráqueo.

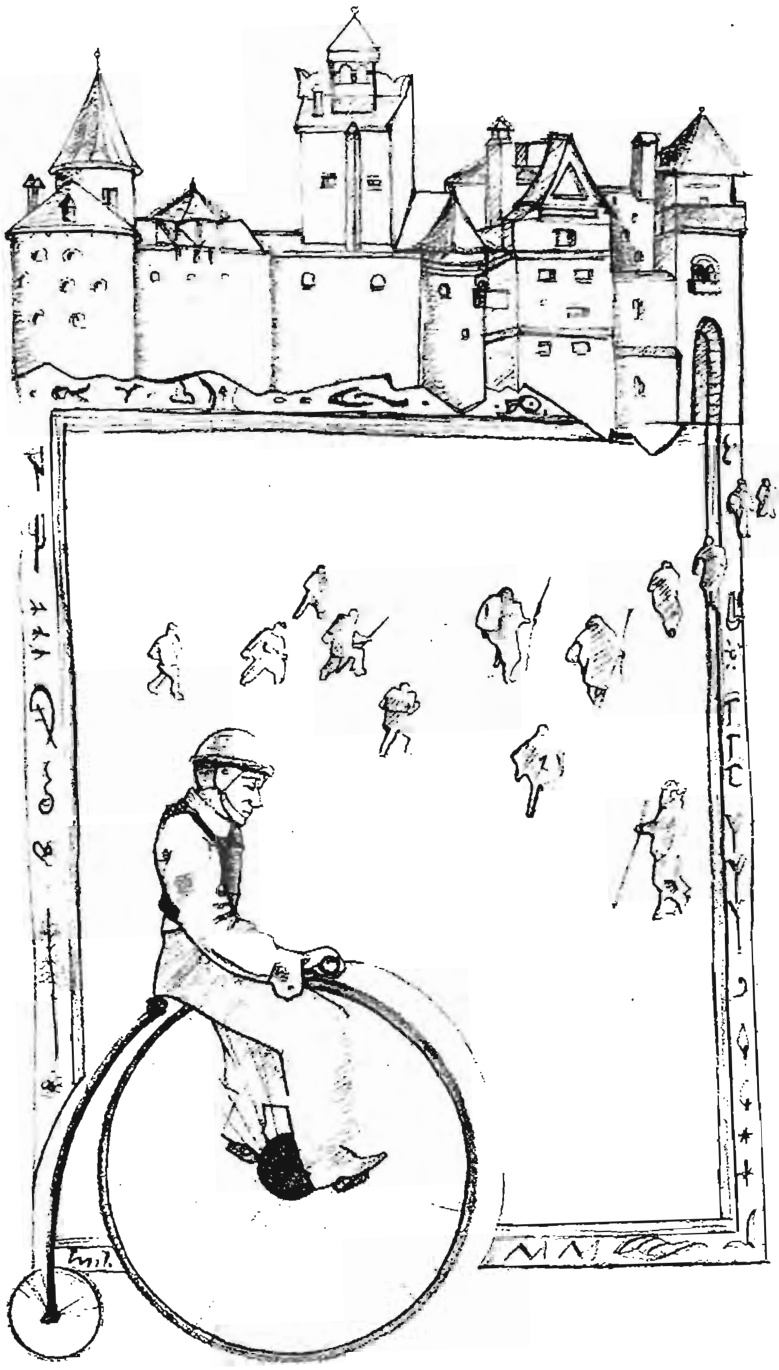
—Eso sí que no. Tienes razón, a la mejor, si quisiera acabar, necesitarías una, o dos o cien computadoras, y no me importa no acabar, pero prefiero hacerlo yo misma; pero las "hojitas" y los "globos terráqueos" son iguales. Al menos en cuanto a los mapas que se pueden dibujar en unas y otros.

—¿En serio?

—Sí, la única diferencia es un punto, y como ya quedamos que un solo punto no importa para esto de los mapas...

—¿Un punto nada más? Creo que esto te lo tendré que creer, por lo menos hasta que acabe 3° de secundaria.

Eva volteó a ver a su abuela, se abrazaron y se rieron por un buen rato.



La paradójica historia de P

Ésta no es una historia común; o quizás sí, la historia común de un hombre extraño. Algunos pensaban que era un genio que desafiaba la lógica, otros sólo lo consideraban loco. Aquí está su historia, tal como me la contó en sus últimos días, juzguen ustedes mismos.

Loco o no, tal vez debo aclarar que P era una persona sumamente inteligente, aunque a veces su inteligencia lo llevaba a vivir en un mundo que no todos entendíamos; un mundo en el que sus reglas eran las que regían y nada más...

Lo importante de la historia comienza cuando P dejó su ciudad natal para emprender el viaje hacia su fatal destino. Tan extraño como pueda sonar lo siguiente, P se cruzó en el camino con la inauguración de una ciudad, justo en el momento de su creación y el reclutamiento de sus ciudadanos.

Una fila enorme de gente esperaba con ansias su turno para intentar ser ciudadano de dicha ciudad. P se acercó al último de la fila y preguntó si de verdad valía la pena hacer una fila tan larga para ser ciudadano de ese lugar, habiendo tantas ciudades que no pedían nada.

—Sí, señor, vale la pena, créame.

—¿Por qué? ¿Qué hay de especial en este lugar? ¿Oro, petróleo, diamantes?

—No, no es ese tipo de cosas las que buscamos aquí. El dueño de la ciudad ha prometido que será una ciudad justa y honesta, donde no habrá gente mentirosa.

—¿Y cómo se supone que hará eso?

—Para eso es esta fila: llega hasta la puerta de la ciudad, donde hay un examinador que decide quien entra y quien no.

—¿Y cómo sabe él quién debe entrar?

—Es un experto detector de mentiras. Quien miente no sólo no puede entrar a la ciudad, sino que muere fusilado en ese momento.

—Vaya, suena interesante esta ciudad. Causemos el primer problema a sus leyes tan justas.

Y P no volvió a dirigirle la palabra a nadie más. Se quedó absorto en sus pensamientos mientras poco a poco se acercaba a la puerta de la ciudad; ni siquiera los ocasionales disparos parecían distraerlo.

El señor con el que había platicado apenas si habló 5 minutos con el examinador antes de entrar feliz y satisfecho a la ciudad. Después llegó el turno de P.

—Señor, para entrar en esta ciudad es necesario que lo examine. Si dice la verdad en todo, podrá entrar, si no, morirá fusilado.

—Muy bien.

Tras un cuestionario de unos cuantos minutos, el examinador parecía satisfecho y preguntó a P si quería agregar algo. P sonrió con una sospechosa mueca y dijo: "Sí, quisiera agregar algo: Voy a morir fusilado por sus guardias".

El examinador quedó perplejo. ¿Qué hacer ante semejante afirmación? No había dicho ninguna mentira hasta ese momento y, por lo tanto, lo debería dejar entrar. Pero entonces no moriría fusilado y habría mentido. Había que fusilarlo, pues. Pero fusilarlo implicaría que no había mentido y la justicia en esa maravillosa ciudad no existiría desde el principio.

P no dejaba de sonreír y el examinador cada vez se veía más angustiado. Finalmente, P se compadeció del pobre hombre y le dijo que no se preocupara más, que escribiera en sus libros que después del último hombre que había entrado, la población de la ciudad llegaba al máximo y que no podía aceptarse a nadie más. Así no sería injusto. Por suerte, el examinador nunca pretendió vivir en la ciudad que cuidaba, pues en ese momento habría sido fusilado.

P siguió su camino, feliz por, según él, haberse burlado de la lógica una vez más. Ninguna paradoja lo angustiaba y tenía clarísimo en su cabeza que él nunca sufriría como aquel pobre examinador. Ya tendría ocasión de probarlo más tarde.

Llegó a un pequeño pueblo y abrió una peluquería. Convenció al alcalde para que forzara a los pobladores a ir con él. Así, se promulgó una ley que decía, más o menos, que si un hombre no se rasuraba a sí mismo, entonces lo tenía que rasurar el peluquero. Y los hombres ni siquiera se quejaron de la nueva ley, pues no es que fueran flojos y no quisieran rasurarse solos, sino que agradecían la plática del forastero.

Apenas habían pasado unos días cuando, en una de esas pláticas, un cliente le dijo: "oiga, don P ¿y cómo le hace usted con eso de la ley?" P, emocionado por poder burlarse de la lógica de nuevo, preguntó a qué se refería exactamente.

—Pues a eso de que aquél que no se rasure a sí mismo será rasurado por el peluquero. ¿Cómo le hace siendo usted mismo y el peluquero a la vez?

—Es muy sencillo. La ley dice que "si un hombre no se rasura a sí mismo, etc." y como yo sí me rasuro a mí mismo, lo que dice después no se aplica en mi caso. Cuestión de lógica bien aplicada...

—Si, don P, pero me parece que no leyó bien la ley.

—¿Por qué no? Claramente dice: "Si un hombre no se rasura a sí mismo, entonces será rasurado por el peluquero".

—Eso mismo, pero le falta la otra parte: "Y viceversa, si un hombre es rasurado por el peluquero, no será rasurado por sí mismo".

Una verdadera paradoja, ése era un reto de los que P disfrutaba al máximo, una paradoja en forma, y no sólo un juego de lenguaje... Pero, como dije, P vivía en su mundo y solucionaba los problemas con sus reglas.

Desde aquel día, P iba medio rasurado. A veces con la mitad de la cara barbada y la mitad no, a veces por pedazos al azar. Según él, eso bastaba para no infringir la ley, pero nunca logró dar una explicación convincente de cómo el hecho de ir medio rasurado era suficiente para ello. Después de un tiempo y tras la sugerencia de uno de sus clientes de que se hiciera transexual, abandonó el pueblo. Siguió convencido de que estar medio rasurado bastaba para deshacer la paradoja; pero, muy en el fondo, sabía que su cliente tenía razón, la transexualidad resolvía mejor la paradoja.

Yo conocí a P en su último trabajo, no llevaba barba y, aunque dice que llegó a considerar fuertemente convertirse en Q, al final decidió olvidarse de todo el asunto de la peluquería. Trabajamos juntos en la biblioteca Bertrand Russell y nos conocimos discutiendo sobre algunas de las frases célebres de Russell que había escritas en las paredes de la biblioteca. La que más releía P, y la que menos entendía yo, era algo parecido a: "Consideremos un conjunto A, definido como el conjunto de todos los conjuntos que no son elementos de sí mismos. ¿Cabría preguntarse si A es o no es un elemento del conjunto A?"

Debo decir que aún hoy no entiendo por qué una frase de ese tipo es relevante ni por qué, de entre tantas cosas que escribió Russell, habían elegido esa frase como algo famoso; pero a P realmente le fascinaba que la hubieran elegido. Es "la paradoja", repetía, pero con tantas paradojas que me contó de su vida, no encontraba que hubiera alguna relevancia en ésta, que además era tan abstracta.

Pero no importa, sólo quiero acabar de contar la historia de P. Era el mejor catalogador que hubiera pasado por la biblioteca Russell. Era capaz de crear catálogos de todos tipos:

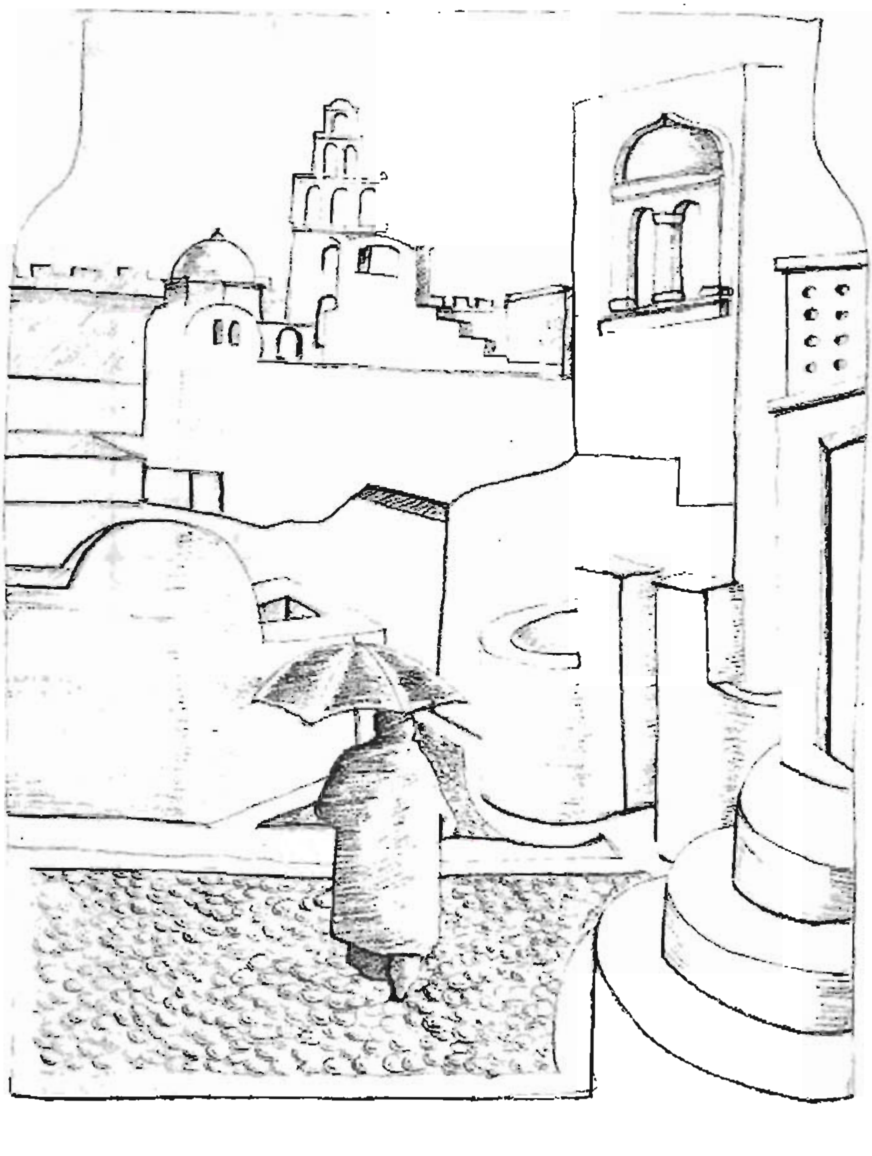
El catálogo de los libros que tienen una editorial de tres palabras, El catálogo de los libros que contienen 1045 veces la palabra "atroz", etc. Su último catálogo era una cosa extraña, de ésas que sólo a él se le podían ocurrir: El catálogo de todos los catálogos que no se catalogan a sí mismos.

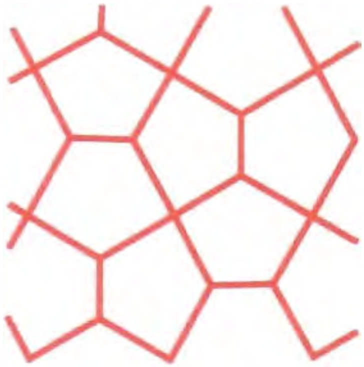
Traté de disuadirlo muchas veces. Era imposible acabar ese catálogo. Quizás podría encontrar tres catálogos en el mundo que se catalogaran a sí mismos, por qué no hacer mejor ese catálogo y no al revés. "Cuestión de gustos", decía, sonriendo con una mueca sospechosa. Llevaba más de dos millones de entradas en el catálogo cuando al fin lo declaró terminado. Fue un alivio para mí ver que había terminado al fin y sólo por bromear le pregunté si su Catálogo de todos los catálogos que no se catalogan a sí mismos se catalogaba a sí mismo.

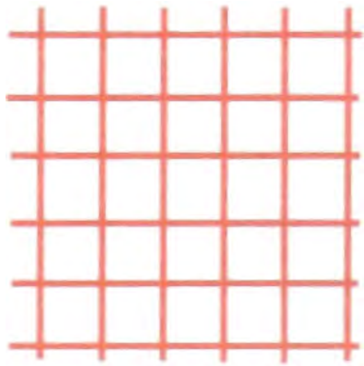
Nunca había visto tanta emoción y tanto pesar en una misma mirada. Mientras más días pasaban, menos emoción había en su mirada y más pesar le marcaba la cara, hasta que un día se acercó a la salida de nuestro turno y me dijo con voz casi inaudible:

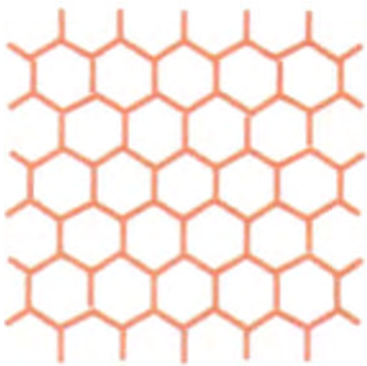
—Por fin la lógica me venció. Hoy me despido de ti, del mundo. Pero voy a vengarme de ella, de la lógica, maldita: Todo lo que digo son mentiras.

La paradójica historia de P









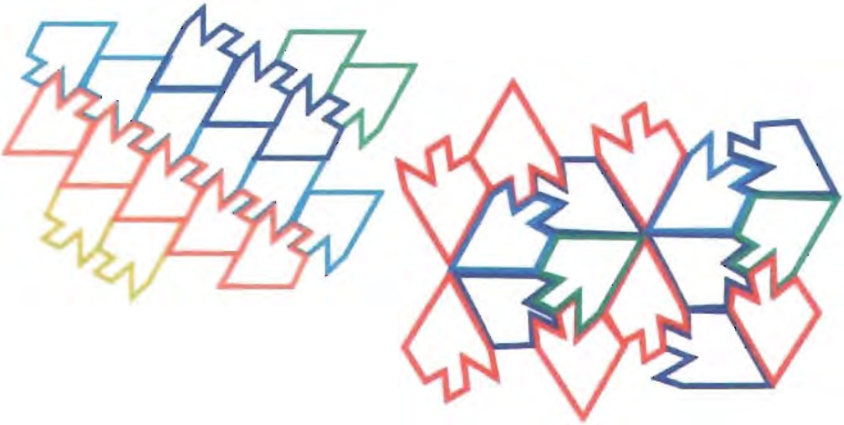
Teselaciones o cómo decorar el baño

Ésta, como casi todas las historias, es una historia del mundo. Sólo que esta historia es viejísima, pero viejísima en serio, de cuando el mundo era sólo una idea y de cuando sólo existía un mundo matemático.

Quizás se pregunten qué tiene que ver eso con la decoración de los baños, pero no se desesperen, que luego lo descubrirán.

Yo era un teselador, pero no me gustaba el nombre de mi oficio, así que todos me conocían como el decorador de planos infinitos. Sí, hay una pequeña diferencia entre "teselador" y "decorador de planos infinitos": lo único que tiene que hacer el primero es encontrar figuras con las que se pueda cubrir un plano infinito sin que las figuras se amontonen y sin que queden huecos en el plano; el segundo, además de eso, busca que las figuras sean bonitas o interesantes. Un teselador haría estas teselaciones:

mientras que un decorador haría éstas:



Aparte de teseladores, en aquel mundo había otros oficios: pulidores y reparadores de esferas, mecánicos electronuméricos y cosas por el estilo; pero, no crean, desde entonces ya había contadores públicos y abogados, de ésos no nos salvábamos.

Era un mundo divertido. Y aunque a muchas personas les sorprende saber que en el mundo de las matemáticas había muchísimos chismes y rumores, así era. De hecho, esta historia se trata de un rumor que circulaba por todas partes: un poderosísimo ente, Don Dios, estaba planeando crear El Universo y el Demonio electo de las Matemáticas quería darle algunas sugerencias. También se decía que, como todos los entes poderosísimos de entonces, Don Dios no aceptaba fácilmente las sugerencias de los demás, así que el Demonio tenía un plan. Y aquí es donde yo entro en escena.

Una mañana, mientras trabajaba tranquilamente en mi taller, recibí esta carta:

"Queridísimo señor:

Supongo que habrá escuchado el extendido rumor sobre la creación de El Universo. Ruego a usted se ponga a mi servicio para llevar a cabo un plan. Necesito su ayuda y la de su noble oficio; sírvase visitarme mañana en mi palacio y traiga con usted un catálogo de su trabajo. Mi plan le será informado a usted personalmente.

Atentamente,

DM."

Tal como indicaba la carta, la mañana siguiente me presenté en el majestuoso palacio con mi Catálogo de planos. La verdad es que no entendía para qué necesitaría un teselador para su plan, pero preferí esperar (no estaba seguro de que el Demonio estuviera al tanto de aquello de "diseñador").

Fuimos directo a los negocios:

—Me gustaría ver su catálogo.

—Sí, claro, aquí lo tiene:

(3^6); (4^4); (6^3); $(3^{3,6})$; $(3^3,4^2)$; $(3^2,4,3,4)$; $(3,4,6,4)$; $(3,6,3,6)$; $(3,12^2)$; $(4,6,12)$; $(4,8^2)$...

El Demonio se me quedó viendo con cara de "¿Y bien?"

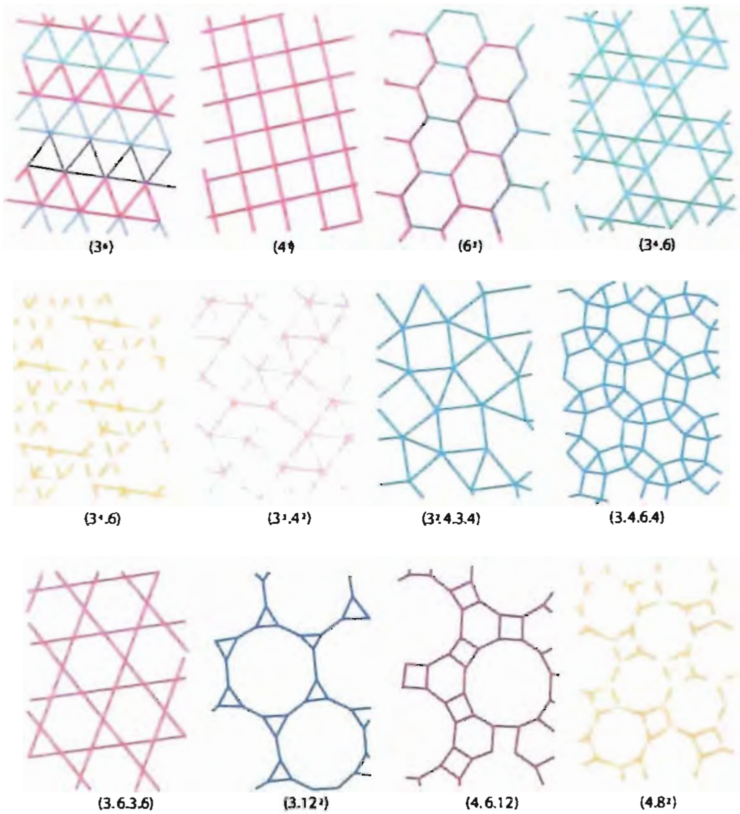
—¿Algún problema?

—Sí, me parece que usted no entiende. Le pedí planos con figuras, no paréntesis con números.

—No, no, no; esos números son tan sólo notación; pensé que ya la conocería.

—El hecho de ser el Demonio electo de las matemáticas no implica que sepa todo. Yo me dedico a la teoría del caos en funciones contractoras, así que preferiría ver los planos, no la notación.

—De acuerdo, aquí están los diseños:



—¿Qué es esto?

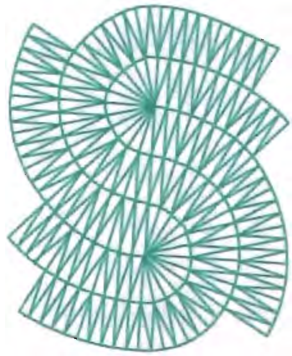
—Son los diseños. Por ejemplo (3^6) quiere decir que en cada vértice hay 6 triángulos; o, en otro ejemplo más complicado, (3^2,4,3,4), quiere decir que en cada vértice hay 2 triángulos, 1 cuadrado, 1 triángulo y 1 cuadrado, como se ve en el diseño marcado por (3^2,4,3,4). Es decir, la notación indica cómo se acomodan las figuras alrededor de cada vértice para sumar 360° y que no se amontonen alrededor de ningún vértice, pues, además, todos los vértices son iguales y...

—Sí, sí, eso ya lo vi, pero le dije "planos", y quería decir "planos infinitos", grandotes, interminables, etcétera, no estos rectangulitos.

—No se enoje y déjeme explicarle: éstas sólo son muestras, pues cargar con los planos completos es muy incómodo y muy poco discreto. Pero no se preocupe, con esos dibujos se pueden llenar los planos infinitos, pues todos los vértices son iguales y, por lo tanto, los dibujos se pueden ir "pegando" uno a otro infinitamente; confíe en mí. ¿Qué le parecen?

—Bueno, ya sabe, aquí todos conocemos los chismes y rumores de los demás y justo por eso lo llamé a usted, porque dicen por ahí que más que teselar los planos, su trabajo es decorarlos, ¿es eso cierto?

—Sí, así es, sólo que no sabía que eso es lo que quería. Aquí tengo algunas muestras:



—Éstos me gustan más, sobre todo sin tanta suma de ángulos y teorías.

—No crea, estos diseños necesitan más cuidado en la teoría y detrás también hay algunas sumas de ángulos y uso de polígonos; pero eso no importa, ¿qué le parecen?

Se quedó pensando un momento y luego me dijo:

—Creo que lo mejor será contarle mi plan, aunque seguro que ya habrá oído al respecto. Don Dios quiere crear El Universo y quiere incluir unos seres vivos en él. Lo que yo quiero es sugerirle la forma de dichos seres vivos. Pero seguro que habrá oído del carácter de Don Dios: no acepta sugerencias; así que quiero hacer las sugerencias de un modo subliminal.

—Aún no entiendo qué tengo que hacer yo.

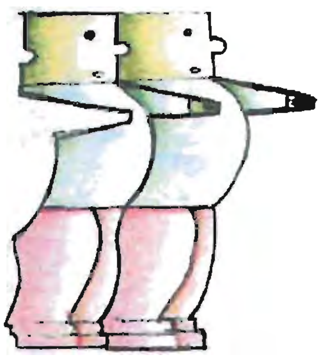
—Mire, yo invitaré a cenar a Don Dios y en la cena incluiré algún purgante o algo parecido para que después tenga que ir varias veces al baño, ¿entiende? Su trabajo será realizar la decoración de mis tres baños. Son cuartos como cualquier otro, sólo que infinitos. Es decir, diseñará 12 planos infinitos: 4 paredes de cada baño. El diseño incluirá mis ideas para los seres vivos.

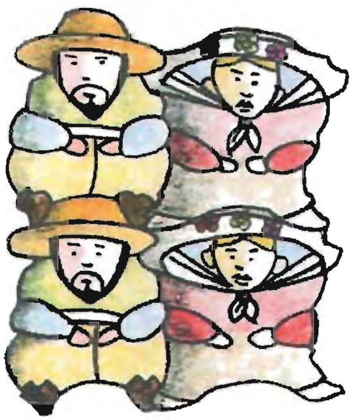
—Está bien, pero necesito saber cuáles son sus ideas para los diseños.

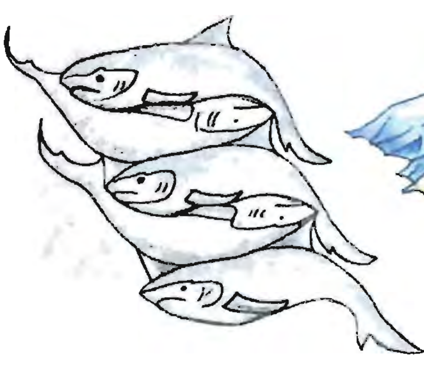
—Claro. Son cosas como éstas:

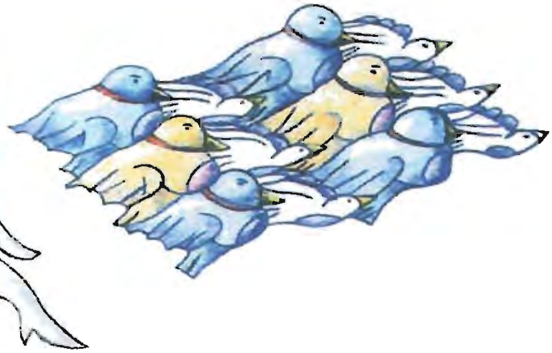
—Bueno, ya le dije que yo me dedico al caos y no a dibujar, pero ése es su trabajo.

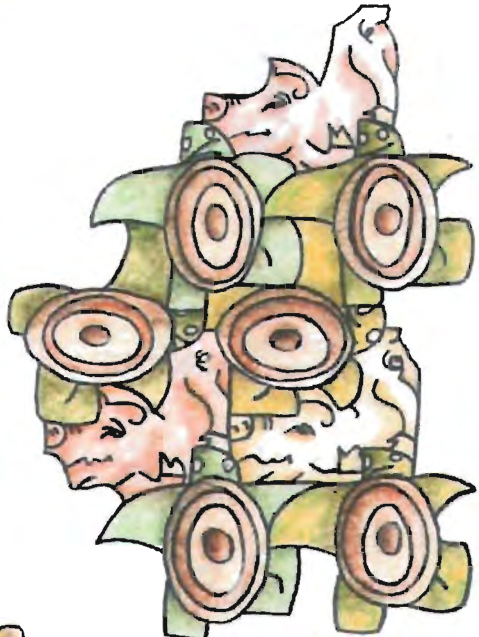
Poco tiempo después, regresé al palacio con los diseños listos:

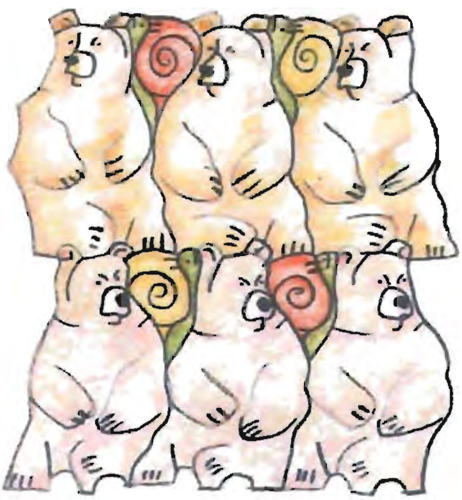












—Me encantan. ¿Cuándo tendrá los planos completos?

—Los tendré mañana mismo; sólo es cuestión de repetir las mismas imágenes teniendo cuidado de que empalmen bien y llenar el plano con ellas, no hay ningún problema.

—De acuerdo, muchísimas gracias.

—De nada. Espero que su plan funcione.

Al día siguiente llevé los planos terminados y la cena se realizó tres noches después.

Cuentan los rumores que Don Dios tuvo que visitar al menos cinco veces cada uno de los baños del palacio, y que hubo al menos dos planos que le gustaron especialmente y que por ello creó tantos seres vivos como ésos, pero nunca me dijeron cuáles eran.

Otro rumor es que seis días después de aquella cena, El Universo ya había sido creado (aunque eso sí que no me lo creo...). Como el Demonio electo de las mate-máticas vio que su plan y mis planos habían surtido efecto y que los seres vivos eran como él había planeado, me recompensó trayéndome aquí para poder ver mis creaciones.

La 3

Era la tercera vez que veía aquel anuncio en el periódico. Y por tercera vez se sentía tentado. Aunque ahora le preocupaba: ¿qué estaría pasando en el museo de las matemáticas? Apenas en tres meses de existencia era la tercera vez que pedían un curador...

La tercera es la vencida. Lo peor que podía pasar era que me rechazaran por falta de experiencia en museos, y eso no es tan grave para la autoestima.

La entrevista fue corta y al grano. No querían más curadores profesionales, estaban buscando a un matemático. Perfecto, la falta de experiencia no sería un estorbo. Antes de firmar el contrato y porque la curiosidad (aunque sé que puede matar al gato) siempre es más fuerte que yo, pregunté por qué buscaban a un matemático y no a un curador profesional. Me imaginaba que la respuesta sería del tipo: "Verá, usted; como el museo es de matemáticas, pensamos que era prudente trabajar con un matemático que entendiera de qué se trataba todo esto." Pero me sorprendió mucho cuando mi entrevistador dijo que la razón era que los matemáticos entendían el vacío.

—¿El vacío? Pero si no hay nada que entender en el vacío.

—Exacto, el problema es que no hay nada, y mantener un vacío es siempre tenerlo vacío, usted entiende.

Claro, entendía que un vacío estaba vacío, pero, más allá de las matemáticas, no entendía nada. No debía ser tan difícil explicarle eso a un no matemático.

—¿Y por eso despidieron a los dos curadores anteriores?

—¿Despedirlos? No, no los despedimos.

—¿Renunciaron por no entender el vacío?

—No exactamente.

Mi cara no debió ser la de un matemático que entendía el vacío y que podía trabajar en un museo, porque realmente no entendía muy bien lo que pasaba. Y mucho menos después de su siguiente pregunta.

—¿Conoce la historia de Barba Azul y sus esposas?

—¿Barba Azul? Ya me perdí. ¿El que se casaba y cuando se aburría mataba a sus esposas?

—No, no, no. Se casaba con ellas y las ponía a prueba. Les daba un llavero con todas las llaves de su castillo y les señalaba la más pequeña: "Esta llave abre esa puerta, pero es la única puerta que te pido que no abras." Barba Azul era el esposo ideal, hasta que su esposa lo traicionaba y abría aquella puerta. En ese cuarto estaban los restos de todas las otras esposas. Fingir no haber visto aquel espectáculo aterrador era imposible, así que Barba Azul siempre podía distinguir el terror en los ojos de su esposa cuando lo había traicionado, y la mataba.

—¿Y usted es tataranieto de Barba Azul? ¿Qué tiene que ver eso con el vacío?

—Lea con cuidado el contrato.

No encontraba nada fuera de lo común: el sueldo será $TAL, sus prestaciones serán éstas y aquéllas, etc. El curador se compromete a pasar en el museo tantas y tantas horas y garantizar el correcto manejo de las instalaciones, blablabla.

Al fin llegaba a un IMPORTANTE: **El curador se compromete a NUNCA entrar en la sala llamada #3 por la salida, sino únicamente por la entrada. No cumplir con esta condición es sumamente peligroso y el museo no se hace responsable de las consecuencias.**

—¿Guarda a sus esposas muertas en el #3?

—Muy simpático... ¿Usted ha trabajado con teoría de conjuntos? ¿Conoce la definición de los números naturales a partir de conjuntos?

—Sí, claro: El tres es el conjunto que contiene al conjunto que contiene al conjunto que contiene al vacío. Un simple juego de Matrioshkas. (Siempre pensaba que la notación era más clara que las palabras, así que me imaginaba $3=\{\{\{\phi\}\}\}$ mientras decía la retahíla de contienes.)

—No, no la definición de Zermelo, sino la de von Neumann.

—Ah, sí, también la conozco: El 3 es el conjunto que contiene al vacío, al conjunto que contiene al vacío, y al conjunto que contiene al vacío y al conjunto que contiene al vacío. (En mi cabeza: $3=\{\phi,\{\phi\},\{\phi,\{\phi\}\}\}$)

—Bueno, pues ya lo sabe, el vacío es peligroso.

—¿De verdad ya lo sé?...

—Venga, le haré una demostración.

—¿Tienen un equipo que muestre la construcción del número tres a partir del conjunto vacío?

—Sí, la tres, una sala, pero no podemos empezar en el vacío; tenemos que empezar desde el conjunto que contiene al vacío y al conjunto que contiene al vacío, luego pasamos al conjunto que contiene al vacío y, finalmente, "pasamos" por el vacío sin entender muy bien ni cómo.

—¿Y por qué es tan peligroso empezar al revés? ¿No podríamos "pasar" por el vacío sin saber muy bien ni cómo y luego seguir con los otros dos conjuntos?

—Ésa era la idea original, aprovechar la sala, entrando por lados distintos para mostrar el axioma de extensión, ya sabe, que no importa el orden de los elementos del conjunto, siempre es el mismo conjunto. Pero no sabemos qué pasó en la construcción y si alguien entra por el vacío, desaparece.

—¿Desaparece? ¿Así, sin más?

—Sí, eso fue lo que le pasó al primer curador.

—¿Y al segundo?

—No nos creyó.

—¿Creerles?

—Que el vacío tiene que estar vacío.

—Claro, pero también tiene que estar vacío cuando entran por el otro lado.

—Supongo que sí, pero no sé cómo se las arreglaron los ingenieros para que pudiéramos "pasar" por el vacío sin desaparecer.

—¿Sin desaparecer el que pasa o el vacío? Supongo que habrá que poner una cédula que explique que el equipo viola el axioma de extensión o algo parecido, no me gustaría ser el curador responsable de que la gente se vaya con la idea equivocada...

—Primero échele un vistazo, a ver qué opina.

Y, mientras discutíamos, llegamos a una parte del museo llamada DEFINICIONES. Entramos y no pude ver casi ningún equipo, pues me guiaba con un ansia hacia la 3, una pequeña salita que había al fondo. Era, evidentemente, el orgullo del museo.

—Entre. Disfrute. Seguro saldrá fascinado.

No puedo describirles la sensación de pasar por La Tres. Siempre me había encantado la teoría de conjuntos, construir todos los números a partir del vacío; todo tan abstracto que nunca me hubiera imaginado que se pudiera construir algo como la tres.

Me venían miles de ideas a la cabeza. ¿No se podría construir la sala de Los Naturales, coloquialmente conocida como la Aleph-cero? La única forma de entrar sería por el vacío o por algún punto intermedio, nunca por el final. Pero recorrerla completa... ¿Y una para Los Reales? Qué emocionante. Aunque me quedaba la sensación de haber sido estafado, de un juego de espejos, de haber "pasado" por el vacío sin poder disfrutarlo, verlo. Pero qué podía esperar si no eso.

Mi guía-entrevistador me esperaba a la salida con cara de satisfacción y una sonrisa de "se lo dije". Así que su sorpresa fue mayor cuando rechacé el trabajo.

—¿Por qué? ¿No lo gustó la 3?

—Al revés, me encantó la 3, pero es demasiado.

—¿Demasiado?

—Ya sabe, Barba Azul me hubiera matado de inmediato; instintos felinos, supongo.

—Un poco de fuerza de voluntad, sólo eso.

—No subestime al vacío. Gracias, pero tengo que irme.

Regresé a mi casa sin dejar de pensar. Sabía que me esperaba una noche de insomnio. No es que en esas horas entre el sueño y la vigilia se me ocurran las mejores ideas, pero estoy acostumbrado a no dormir cuando algo me impresiona. Me fui a la cama con pocas esperanzas de descansar.

Si habían podido construir la 3, tenían que poder construir la 2, pues era una parte de la otra. También podrían construir la 4 y demás. Tenía mis dudas, sin embargo, sobre la 1, y no me quedaba la menor duda de que era imposible construir la 0. Es más, ni siquiera los matemáticos habían podido "construir" el vacío, habían necesitado un axioma.

Aún así y a diferencia de las matemáticas, construir la 0 no era requisito para construir ninguna de las otras. El pro-

blema era de contenidos: todas las salas pueden "contener" algo, lo que esté adentro ya no importa tanto; construir la 0 era construir una sala que al mismo tiempo no fuera sala... Complicado, pues.

El problema con la 1 era más bien de orden técnico. Lo único que contiene el 1 es al vacío. Los ingenieros tendrían que ingeniárselas para poder "entrar" al vacío sin desaparecer, pues, entrada o salida, llegabas derechito al vacío.

La 2 ya estaba construida en la 3, incluso la 1, aunque en la 3 se veían desde "afuera", completas. No entrábamos en la 2 ni en la 1, sólo las veíamos. Y la 4 sólo era cuestión de incluir la 3 en una sala más grande y, además, incluir otra igualita dentro, para verla desde "afuera".

No iba a dormir, eso era evidente, así que encendí la luz y me puse a escribir: $0=\{\phi\}$; $1=\{0\}$; $2=\{0,1\}$; $3=\{0,1,2\}$; $4=\{0,1,2,3\}$ etc. Estaba clarísimo: si podían cons-truir una, la siguiente era pan comido. ¿Pero cómo construir la primera?

El resto de la noche lo pasé pensando si debía regresar al museo y volver a ver la 3. ¿Aguantaría las ganas de entrar por el vacío? Tenía que descubrir el secreto. Regresaría.

Llegué al museo temprano. Acababan de abrir y no había mucha gente. Quería llegar lo más rápido posible a la 3, pero al mismo tiempo algo me detenía. Sentía miedo. Di un rodeo. Vi las montañas rusas que parecían parábolas (aunque, probablemente, la idea es que fuera al revés); caminé por superficies mínimas; a las paradojas mejor ni me asomé. Finalmente llegué a DEFINICIONES; aún podía dar otro paseo. Esa sección del museo me hhabría encantado, estoy seguro, pero mi cerebro no se concentraba en nada. Pasé cerca de varios equipos, pero ni siquiera podría decir de qué eran.

Empezaba a crecer el flujo de visitantes, los ruidos y las risas se oían en los pasillos. Mejor me apuraba. Llegué al fondo de la sección y me dirigí a la entrada de #3, esta vez caminaría lento, me fijaría en todo.

Tal como me lo había imaginado en la noche, al entrar, lo que observaba era una sala de #2 completa, desde afuera. Eso quería decir que estaba dentro de la 3. Dentro de la 2, se veían la 1 y algo como la 0, aunque ¿qué podía verse? Avanzando un poco, ahí estaba la 1 completa, desde afuera. Sólo contenía ese algo como la 0. El siguiente paso era el importante. Tenía que darlo con cuidado. Avancé. Juego de espejos, estafa, puf, salida. No había visto nada. Sabía que ése era el chiste, pero seguía sintiéndome frustrado.

De salida pasé a la tienda del museo. ¿Tendrían un recuerdo de #3? Claro, era de esperarse: camisetas y llaveritos que decían "Yo pasé por el #3 y sobreviví", pero nada que me sirviera. De vuelta a mi casa. Otra vez el insomnio.

No logro aclarar nada más. No entiendo. Lo único que se me ocurre es que todo lo que me contó el entrevistador es mentira; que al entrar al vacío no desaparecieron los curadores, sino el vacío, y la sala se echaba a perder. Era la única explicación. Tenía que entrar por la salida para comprobarlo.

Escribió una notita y se durmió. Al día siguiente fue al museo. Sin ningún rodeo se fue a la 3. Se acercó a la salida, dejó caer la notita firmada con su nombre donde se leía "Si mi lógica y mi conocimiento del vacío no funcionan, la responsabilidad es mía", y entró.

El Gran Hotel Cantor

La historia empezó cualquier día de un año perdido en el pasado, cuando dos arquitectos ambiciosos planeaban construir un hotel muy grande:

—¿Qué te parece si construimos un hotel con 1,000 habitaciones?

—No, porque si alguien construyera uno de 2,000 habitaciones, nuestro hotel ya no sería tan grande. Mejor hagámoslo de 10,000.

-Pero podría ser que alguien construyera uno de 20,000 y volveríamos a quedarnos con un hotel pequeño. Construyamos un hotel con 1,000,000 de habitaciones, ése sería un hotel grande.

—Y qué tal que alguien construyera uno con...

Y así siguieron discutiendo por horas, hasta llegar a la conclusión de que la única manera de tener un hotel grande de veras era construyendo uno que tuviera un número infinito de habitaciones.

La obra duró muchos años, pero, al final, ahí estaba: el Gran Hotel Cantor.

En poco tiempo, el hotel obtuvo fama, no sólo por ser el más grande del mundo, sino también por ser uno de los lugares más extravagantes para vacacionar. Gente de todo el mundo llegaba al hotel para hospedarse aunque fuera sólo una noche.

Aunque parezca increíble, había días en que el hotel estaba lleno, pese a lo cual seguía entrando gente que no se quedaba sin habitación.

Quizás se pregunten por qué se tanto del Gran Hotel Cantor, pero no es ningún misterio: mi papá trabajó ahí durante algunos años; era el recepcionista.

Le encantaba contarme historias del hotel. Mi favorita era la del nombre: se llamaba Gran Hotel Cantor en honor a Georg Cantor, que fue un matemático ruso que inventó el infinito, según mi papá. A mí me sonaba como si el tal Cantor fuera un dios, porque eso de inventar el infinito... (luego me enteré de que, en realidad, lo que había hecho era una teoría que justificaba la existencia del infinito). Sin embargo, la historia favorita de mi papá era la de la noche en que se volvió millonario. Creo que yo la escuché doscientas veces por lo menos y, gracias a eso, puedo contarla ahora con tanta claridad.

Lo primero en la historia era la regla más importante para los huéspedes: "Si una persona decide quedarse en el hotel, debe aceptar que pueda ser transferida de habitación varias veces a lo largo de su estancia". Luego empezaba a contar la parte que mí me gustaba más:

Era uno de esos días en que el hotel estaba lleno. A lo largo del día, me gustaba pensar en las historias de la gente que se quedaba en el hotel (debo confesar que yo nunca pude imaginarme el hotel lleno, pero le creía a mi papá; además éramos millonarios y nunca encontré ninguna otra razón que explicara ese hecho).

En el curso de capacitación para los trabajadores nos habían enseñado algunos trucos para aceptar más gente cuando el hotel estuviera lleno.

—Ay, papá, ¿a poco metías gente en un cuarto que ya estuviera ocupado? (A mi papá le gustaba que preguntáramos siempre lo mismo, como si fuera la primera vez que nos contaba la historia).

—No, claro que no. Déjame contar la historia completa para que veas lo que hacía. EL hotel, como dije, estaba lleno ese día. A media tarde llegó un señor a pedir un cuarto. Normalmente, cuando el hotel estaba lleno, cobrábamos un poco más caro, pues había que compensar de algún modo el trabajo que representaba un cambio de habitación.

Al informarle esto, el señor me dijo que no importaba, pero que por favor le diera una habitación en la planta baja, pues sufría de vértigo y no aguantaba los elevadores.

—No se preocupe, señor; espere un momento por favor.

El primer truco que aprendí fue cómo acomodar a un huésped si el hotel estaba lleno. En mi escritorio había un micrófono que se oía en todas las habitaciones, y lo utilizaba para indicar los cambios de habitación (lo del micrófono me lo sabía de memoria, pero él me lo repetía como si fuera su primer día en el trabajo y acabara de descubrirlo), así que lo encendí para anunciar el primer cambio del día:

"Buenas noches, amables huéspedes del Gran Hotel Cantor. Disculpen las molestias que podamos causarles, pero necesitamos realizar una mudanza. Por favor revisen el número de su habitación, ahora súmenle uno y cámbiense a la habitación correspondiente. Muchas gracias y que pasen buena tarde."

—Señor, su habitación es la 1, por el pasillo a la derecha. Le recuerdo que su estancia en el hotel está sujeta a cambios de habitación, aunque trataré de mantenerlo en la planta baja, no se preocupe.

Y así le di alojamiento al nuevo visitante.

—Pero, papá, si todos le sumaron uno al número de su cuarto, entonces el que estaba en el último cuarto se quedó sin lugar.

—No, porque el hotel era infinito, no había último cuarto y todos se podían recorrer un número sin que nadie se quedara sin cuarto (tampoco esto lo entendía, pero él lo decía con tanta seguridad, que yo le creía).

Las agencias de viajes, que reservaban lugar para grandes excursiones, tenían una hora específica de llegada: las 20 horas. A mí me gustaba atenderlos bien, así que todos los días, a las 19:30, revisaba si había alguna reservación y, en caso de que la hubiera, dejaba las habitaciones disponibles para que los nuevos huéspedes no tuvieran que esperar. Ese día había una reservación para un número infinito de personas, así que realicé la segunda mudanza del día y dejé libres las habitaciones que necesitaría.

—¿Cómo, papá? ¿No se suponía que el hotel tenía sólo una infinidad de cuar-

tos? Tú ahora me dices que, en realidad, tenía dos infinidades.

—No, no, yo no dije eso.

-Pero si el hotel estaba lleno, entonces había una infinidad de huéspedes y llego otra infinidad, y tú los alojaste a todos.

—Sí, así es; ése era el segundo truco que nos habían enseñado, que en realidad no era muy complicado: lo que hice fue encender el micrófono y pedirles a los huéspedes que multiplicaran el número de su habitación por dos y se cambiaran al cuarto que tuviera el nuevo número. De esa manera, sólo estaban ocupadas las habitaciones con números pares, pues todos los números multiplicados por dos son pares, y quedaban libres las que tenían números impares, y cada colección era una infinidad de habitaciones.

—Entonces podías meter dos excursiones infinitas al mismo tiempo en el hotel.

—Sí, pero eso no quiere decir que el hotel tenga dos infinidades, sino que es una característica maravillosa que se tiene por el simple hecho de ser infinito.

A las 20 horas en punto llegó la representante de la agencia y le indiqué las habitaciones que le correspondían. Desde ese momento, no hubo nada demasiado interesante que contar, hasta que se acercó la hora de cerrar la recepción (las 22 horas). Eran las 21:53, me acuerdo bien, y yo estaba acomodando todo para irme, cuando entró una señorita con cara de preocupación.

—Buenas noches, señorita ¿en qué puedo ayudarla?

—Tengo un problema grandísimo. Se me juntaron un número infinito de excursiones con un número infinito de personas cada una y, por supuesto, no tengo dónde alojarlas. Yo sé que aquí es necesario reservar si la excursión es muy grande, pero esta vez es una emergencia.

—¿Así que un número infinito de excursiones con un número infinito de personas cada una? Déjeme pensar...

—Por favor, si no me voy a quedar sin trabajo (a mi papá le encantaba hacerse el héroe cuando me contaba sus historias).

—Ya sé qué vamos a hacer, pero recuerde que cuando el hotel está lleno la tarifa es un poco más alta.

—Sí, sí, no se preocupe por eso; de hecho hice una colecta de un peso por cada turista de las excursiones y ese fondo es para usted si me da las habitaciones.

—Espere un momento por favor.

Volví a encender el micrófono para anunciar la última mudanza del día, sólo que esta vez no me comuniqué con todas las habitaciones, sino sólo con las que estarían implicadas en el cambio.

—Pero ¿cómo, papá? ¿Tenías que meter un número infinito de excursiones con un número infinito de personas cada una y ni siquiera usaste todas las habitaciones del hotel?

—Sí. Eso de GRAN Hotel Cantor no era nada más porque sí.

Encendí el micrófono de modo que sólo las habitaciones con número primo o alguna potencia de primo pudieran oírlo:

"Buenas noches, amables huéspedes del Gran Hotel Cantor. Disculpen las molestias que podamos causarles, pero necesitamos realizar una última mudanza esta noche. Les pedimos por favor que se acerquen a su puerta, donde encontrarán un cuadro con indicaciones sobre su número de habitación. Como pueden observar, el número de su habitación se puede escribir como un número elevado a una potencia, tal como se lee en el inciso "c)"; es decir, su número de habitación es de la forma p^n y, en seguida, se da el número particular de cada habitación escrito de esa manera. La mudanza consiste en realizar la siguiente operación: si su cuarto es p^n, su nuevo cuarto será p^{2n}. Recuerden que para cualquier duda pueden marcar al 00 y preguntar el nuevo número de su habitación. Gracias y buenas noches."

En esos momentos era cuando más aliviado me sentía de ser recepcionista y no telefonista del hotel.

—Están listas, señorita. Sus habitaciones son todas aquellas cuyos números son potencias impares de números primos; aquí tiene una lista más detallada.

—Muchísimas gracias. Ahora, aquí tiene usted un cheque por la cantidad que reunimos entre nuestros turistas. Muchas gracias de nuevo.

—De nada, señorita, gracias a usted.

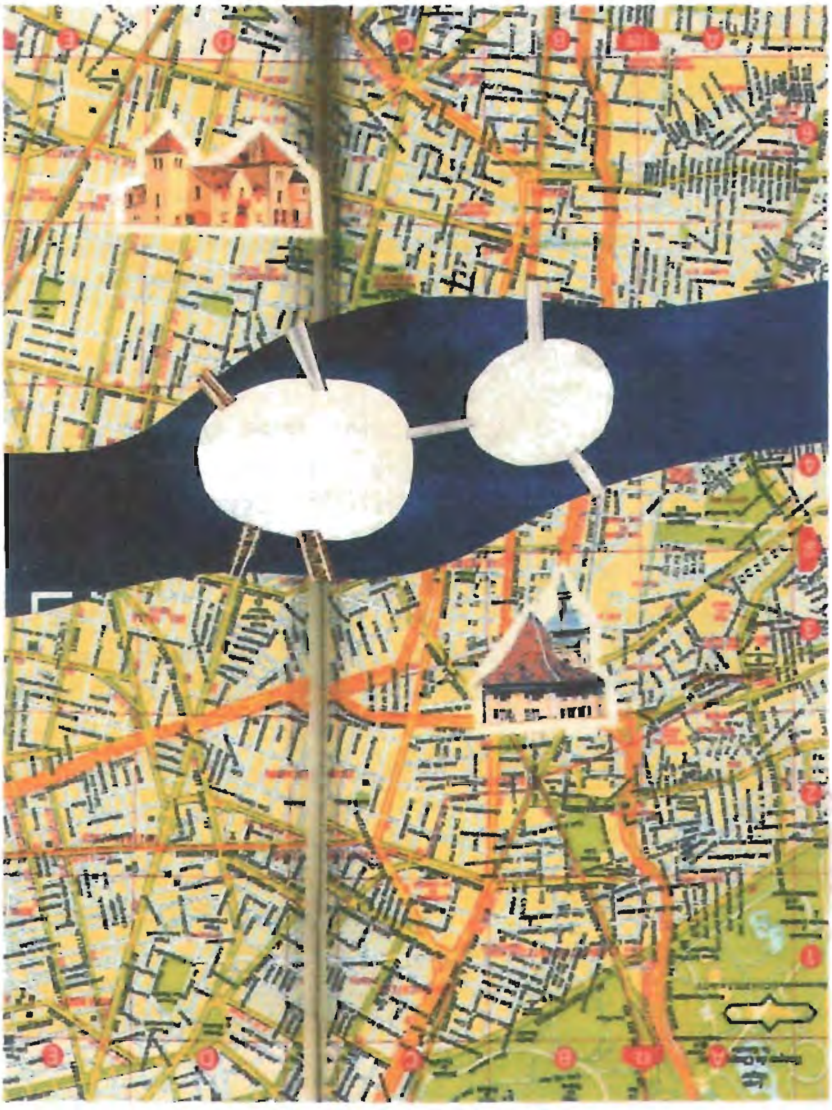
Y así fue que...

—No, no, no; espérate, papá. Explícame cómo cupieron todas esas personas en esos cuartos.

—Ah, pues es muy fácil, fíjate: hay un número infinito de números primos, así que a cada excursión le asigné un número primo. Después, cada primo tiene un número infinito de potencias impares, así que en cada habitación con un número que fuera una potencia impar de un número primo acomodé a cada persona de cada excursión. Y así cupieron todos.

—Sí, creo que ya entendí... ¿Y como ya eras millonario, dejaste de trabajar ahí?

—No, seguí trabajando ahí durante tres años. Me gustaba. Lo que pasó fue que hubo un complot de hoteleros para cerrar el Gran Hotel Cantor. Lo peor fue que no sólo lo cerraron, sino que, además, derribaron ese maravilloso edificio. Ni modo.



Calvinistas y luteranos

La población de Könisberg podía dividirse en dos grupos. Durante la semana no había ninguna diferencia; todos convivían pacíficamente en las escuelas y en las calles, todos vestían parecido y todos saludaban a quien pasara a su lado. Pero los domingos no eran así.

Aquello de ir a la iglesia separaba a la población. Por un lado, los calvinistas; por el otro, los luteranos. Dividida por el río Pregel, la capital del Imperio de Prusia dejaba de ser una ciudad para convertirse en dos. En la orilla norte se levantaba la catedral calvinista; en la orilla sur, la luterana. Ninguna era ni imponente ni deslumbrante, pero ambas estaban repletas cada domingo. Si alguien hubiera caminado por la ciudad durante la misa, hubiera pensado que era una ciudad abandonada.

Antes y después del servicio religioso, ambas orillas del río se llenaban de gente, pero las dos islas en el centro y los siete puentes que conectaban la ciudad eran un territorio yermo.

Los sábados, como no eran días del Señor, Könisberg era sólo una ciudad; o al menos eso parecía: la gente vestía igual, saludaba a quien pasara lo suficientemente cerca, convivían sin ninguna señal de recelo. Pero los sábados también se dividía la ciudad. Los calvinistas intentaban recorrer los siete puentes de la ciudad sin pasar dos veces por el mismo puente. Los luteranos intentaban resolver el antiguo problema de las seis ciudades: tres ciudades que producían cebada y otras tres que la compraban. El problema era construir caminos que conectaran las tres ciudades productoras de cebada con las tres ciudades consumidoras, de manera que los caminos no se cruzaran (para evitar encuentros desafortunados entre los productores de cebada).

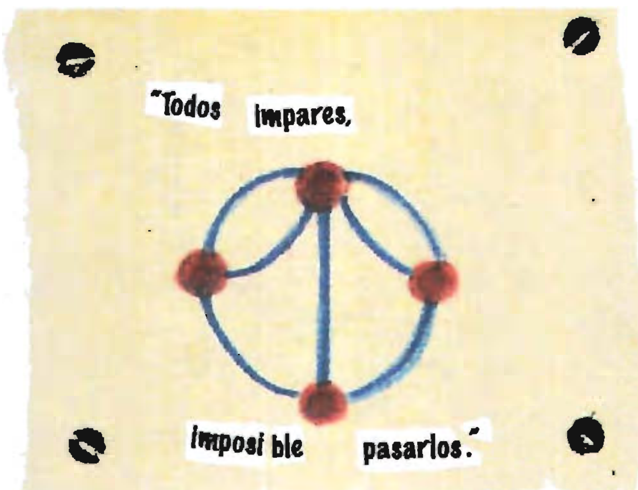
Si un luterano y un calvinista se cruzaban un sábado, se saludaban como cualquier otro día, pero el calvinista pensaba: "Necio, seguro queriendo construir caminos innecesarios, ¿por qué no querrán usar puentes y cruces, como todos los demás?"; mientras el luterano pensaba: "¿Será la primera vez que me encuentro con él? Debería de quedarme parado en un puente y contar las veces que pasa por ahí. Si siguen siendo tan tercos, con tal de poder recorrer todos los puentes sin pasar por el mismo dos veces, son capaces de destruir uno de nuestros puentes un día de éstos."

Y así seguía la vida en Könisberg. Entre semana, si surgía una ocasional pelea escolar entre niños de las distintas iglesias, los insultos eran del tipo: "Te vas a marear hasta vomitar, dando vueltas como tonto cada sábado." O "Es increíble que los romanos construyeran caminos hace siglos y que tú sigas buscando una manera tan absurda de construir nuevos caminos." Pero las peleas eran pocas y los insultos heredados.

Era una lástima que sólo los domingos aparecieran algunas insignias por las calles, pues al norte sólo había calvinistas y al sur sólo luteranos.

Fuera de la catedral calvinista se levantaba esta bandera:

Mientras que fuera de la catedral luterana se levantaba esta bandera:



Eran insignias muy antiguas, banderas deslavadas de las que ya pocos, si es que alguno, conocían el significado. Ningún calvinista conocía la bandera luterana y viceversa.

Cuentan que mucho tiempo después, cuando un emperador juntó las dos iglesias, convirtiéndolas en la Iglesia Evangélica, los luteranos les contaron a los calvinistas la imposibilidad de resolver su problema y éstos les contaron a aquéllos la imposibilidad de resolver el suyo. Desde entonces, los sábados se han vuelto un día de diversión, pues si un visitante desprevenido camina por la ciudad, es retado a recorrer los siete puentes sin cruzar ninguno dos veces, o a dibujar nueve carreteras que conecten dos grupos de tres ciudades, yendo de cada ciudad de un grupo a las tres ciudades del otro y que ningún camino se cruce con otro.

Ahora, los sábados son los días en que los habitantes de aquella ciudad, antes Könisberg, hoy Kaliningrado, se sienten más unidos. Los domingos, aunque ahora todos sean de una misma iglesia, se quedan unos en el norte y otros en el sur.

Carta desde Varsovia

Varsovia, Polonia, un día del invierno

Ana Beatriz:

Hola. ¿Cómo estás? Yo, congelado. Y, claro, es que sólo mí se me ocurre hacer este viaje en invierno. Llevo ya unos días en Varsovia y en todos hemos estado, más o menos, a -26°C. Sí, lo sé, suena a mucho frío, pero créeme que ni siquiera te lo imaginas. Llevo 45 minutos calentándome las manos para poder escribirte esta carta.

Pero no vayas a pensar que, sólo por el frío, el viaje no vale la pena; la verdad es que nunca había vivido un invierno como éste, y es muy lindo. Por ejemplo, los árboles de los parques de esta ciudad son blancos. No, no están cubiertos de nieve, están congelados y se ven blancos. No tienen una sola hoja, ni una de esas ramitas delgadas, nada, sólo el tronco y sus bifurcaciones más grandes.

Ya sabes cómo me gusta buscar matemáticas en todas partes, pero aquí no es necesario, pues todo es evidentemente matemático: los árboles son el perfecto ejemplo de por qué ese tipo de gráficas en que todos se bifurca se llaman gráficas de árbol. De verdad, se antoja escribir el árbol genealógico en cada parque de Varsovia.

Además, es curioso ir caminando por ahí y encontrar calles con nombres de matemáticos: Banach, Tarski, Sierpinski por supuesto, todos ellos, polacos) y toparse con la estatua de Copérnico en el centro de la ciudad. Uno empieza a pensar que los polacos realmente aprecian la ciencia y la cultura y... Y entonces llegas a una calle bastante ancha, que tiene una placa muy grande con la cara del personaje a quien está dedicada, y piensas que debe ser la gran científica polaca, la calle dedicada a Marie Curie (o Sklodowska, dado que estoy en Polonia), pero no, cuando te acercas lo suficiente y ves que la calle se llama Avenida Winnie Pooh, empiezas a dudar que a los polacos les guste tanto la ciencia y que la cultura que les gusta es de otro tipo.

Volviendo a eso de que en esta ciudad todo es evidentemente matemático, déjame platicarte un poco lo que me he encontrado por aquí: ¿te acuerdas que alguna vez te hablé de los continuos y de las figuras autosemejantes? Te lo conté hace mucho y ni confío tanto en tu memoria, ni pasa nada si te lo cuento otra vez.

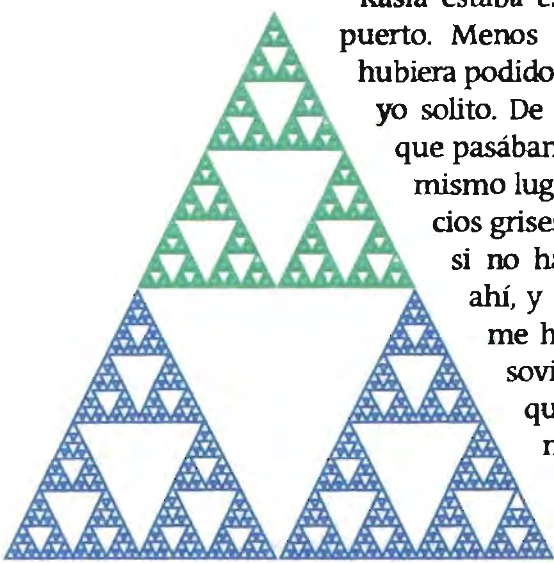
Un continuo es, casi, como un dibujo. Un dibujo que tiene sólo un pedazo y que cumple con algo parecido al famoso lema de los mosqueteros: "Uno para todos y todos para uno", sólo que refiriéndose a los puntos del dibujo. Si un punto es parte de un continuo, entonces hay muchísimos puntos "alrededor" de él que también son parte del continuo; y, cada vez que haya muchísimos puntos del continuo "alrededor" de un punto, entonces ese punto también es parte del continuo.

Ya lo sé, parece trabalenguas, pero eso pasa cuando tienes "casi" dibujos. Lo que sucede es que los continuos pueden tener partes infinitas, y no sabemos dibujar cosas infinitas, por eso el "casi".

Las figuras autosemejantes son más fáciles de definir: son figuras que son iguales a ellas mismas no importa qué parte de ellas estés viendo, es decir, que si sólo te fijas en un pedazo de la figura, no vas a poder distinguir si de verdad es sólo un cachito o es toda la figura, porque estarías viendo lo mismo; y muchas de estas figuras también son continuos.

Bueno, pues resulta que esta ciudad está llena de continuos. Todavía no aterrizaba cuando empezaron a aparecer estas cosas. Volé desde Praga hasta Varsovia y, como era de esperarse en invierno, lo único que se veía por las ventanas eran las nubes. Todo lleno de nubes para donde voltearas. De pronto, el piloto dijo que volábamos sobre Varsovia. Ingenuamente, volví a asomarme por si se veía algo que no fueran nubes. Como dije: ingenuamente. Sólo nubes, pero eran diferentes. Sobre Varsovia, las nubes estaban formadas por triángulos, cada vez más pequeños o más grandes, según quisieras verlos. Fue entonces que entendí por qué había sido Waclaw Sierpinski (ni más ni menos que un matemático polaco) el descubridor o inventor del famoso Triángulo de Sierpinski. Este continuo lo puedes construir de dos maneras distintas empiezas con un triángulo equilátero "relleno" y le "quitas" el triángulo equilátero que se forma al unir los puntos medios de cada lado. Así, te quedan tres triangulitos, a los que les haces lo mismo otra vez; y así hasta que te aburras y un poco más. La otra manera es empezando con un triángulo equilátero "sin relleno", poner otro igualito al lado y otro arriba, para formar un triángulo más grande. Vuelves a hacer lo mismo con el triángulo grande, otra vez hasta el cansancio y más. Por eso digo que puedes ver triángulos más chicos o más grandes en las nubes de Varsovia.

Como Sierpinski vivió a finales del siglo XIX y principios del XX, supuse que no había visto las nubes desde la perspectiva que yo tenía en esos momentos, así que lo primero que hice en Varsovia fue mirar hacia arriba.¡Imagínate vivir con un cielo que se parece a esto!:

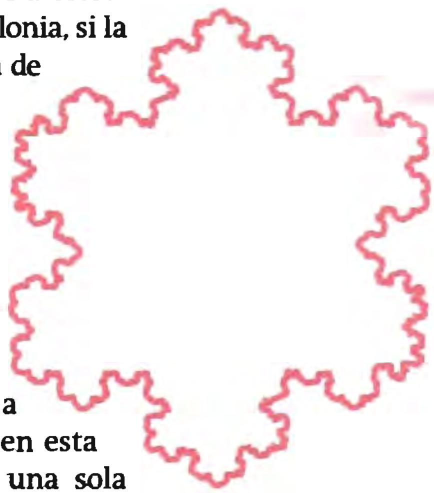


Kasia estaba esperándome en el aeropuerto. Menos mal, porque no sé si hubiera podido ubicarme en esa ciudad yo solito. De camino a su casa sentí que pasábamos muchas veces por el mismo lugar, por los mismos edificios grises y gigantes. Le pregunté si no habíamos pasado ya por ahí, y me dijo que no, que ya me había advertido que Varsovia no era bonita y que lo que quedaba del comunismo eran esos edificios todos iguales. Y, justo cuando me decía eso, pasamos por un parque muy grande y vi los árboles blancos, y ya no pude creerle que Varsovia no fuera una ciudad bonita.

Al igual que en Praga, todas las banquetas estaban nevadas y se veían los copos cayendo todo el tiempo. No es que yo sea un experto en nieve, especialmente porque apenas hace una semana que vi nevar por primera vez en mi vida, pero era obvio que la nieve aquí era diferente que en Praga. Desde el autobús, sin embargo, era muy difícil entender por qué. Cuando nos bajamos y pude ver los copos que caían en mis guantes (es muy bonito ver la nieve casi flotar y depositarse en la ropa), entendí la diferencia.

En Praga, los copos eran lo que uno esperaría: el típico dibujo de seis palitos, con cada palito atravesado por otros dos más pequeños. El copo que aparece en cualquier señal de "NIEVE". De todas maneras es hermoso verlos, pero son los copos ideales. Aquí no, Aquí caen Copos de Koch, lo cual, si lo piensas un poco, no es tan sorprendente: si las nubes están "hechas" de triángulos, ¿por qué no también los copos de nieve?

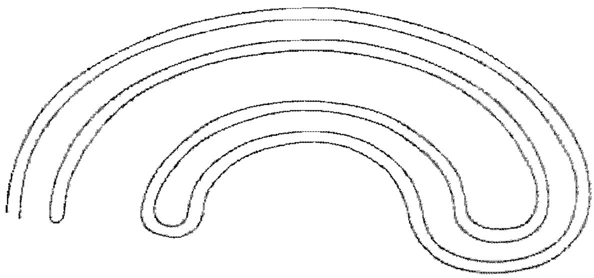
Los Copos de Koch, ahora sospecho, los "describió" un matemático sueco, llamado Fabian Helge von Koch, como la figura que se forma al dibujar un triángulo equilátero en el centro de cada lado de un triángulo equilátero, y repetir esta operación en dos de los lados de cada triángulo y así hasta el infinito. Es algo que se parece a esto:



No sé si Koch estuvo en Polonia, si la nieve en Suecia es similar a la de aquí o si sólo se lo imaginó, pero el parecido entre los copos varsovianos y los copos de Koch es asombroso.

Empezaba a pensar que la naturaleza polaca tenía algo a favor de los triángulos, pero no, después me di cuenta que sólo tiene algo a favor de los continuos: todo en esta ciudad son casi dibujos de una sola pieza.

Al día siguiente, por alguna razón que aún no logro entender, pues no había sol, apareció un arco iris gigante en el cielo. Era realmente bonito de pronto ver los colores entre tanto gris. Y, como ya debes estar imaginándote, no era el arco iris que se ve en el resto del mundo, sino un arco iris matemático, un continuo. En matemáticas se llama Continuo de Knaster (casualmente llamado así por el matemático polaco que lo descubrió: Bronislaw Knaster), y de verdad parece un arco iris, pero un poco más complejo: Si tomas la medida de un extremo al otro del arco iris y la divides entre tres y "quitas" lo que hay en el pedazo central y repites la operación con los dos pedazos que te quedaron, y lo sigues haciendo hasta que te queden sólo puntos, lo que te queda se llama Conjunto de Cantor. Ahora, si unos esos puntos por un complicadísimo sistema de medias circunferencias, obtienes el Continuo de Knaster. Y, si logras colorear esas medias circunferencias de tal forma que parezca arco iris, entonces obtienes el arco iris polaco (bueno, no sé si fuera de Varsovia también pasen estas cosas). Por cierto, se parece a esto:



Dicen que en la costa norte de Polonia hay unas islas llamadas Islas de Wada que también forman un continuo, pero como no he ido ahí, y lo que me platicaron no logré imaginármelo, lo dejo para otro viaje, si es que Kasia me lleva al norte después de Cracovia.

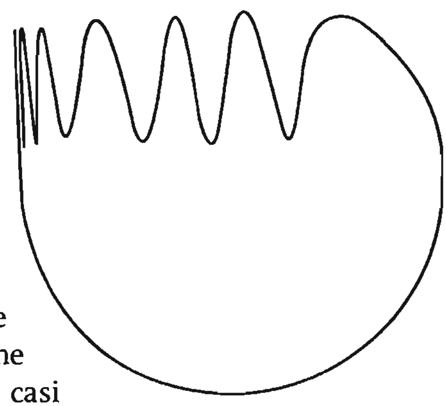
Pero no creas que con la naturaleza se acaban las matemáticas en esta ciudad. También tienen continuos creados por ellos mismos. De verdad estoy considerando que tener inviernos con sólo cuatro o cinco horas de luz (ni siquiera podría decir que son horas de sol) hace que la gente vea el mundo de una manera muy distinta.

Una de las cosas más importantes en la ciudad es el transporte público. Y si esperas por más de tres minutos un autobús a esta temperatura, entiendes por qué los autobuses son tan puntuales (hay horarios en cada parada) y por qué hay tranvías por toda la ciudad. Hay metro, también, pero es una sola línea y tiene 13 estaciones.

Los autobuses son como todos los autobuses del mundo: más o menos cómodos para sentarte e incómodos para ir parado, pero lo que me sorprendió más fueron los tranvías. Casi todos son iguales, no demasiado viejos ni demasiado nuevos. Funcionan perfectamente y te llevan de un lado a otro en el trayecto más corto posible. Sin embargo, hay una ruta de tranvía que tiene los trenes más antiguos de Polonia, mezclados con otros tan modernos como el resto. Y lo único que no hace es tomar el camino más corto entre dos puntos, sino que se la pasa dando curvas y curvas y más curvas. Se supone que la ruta es un gran periférico de Varsovia, pero ningún tren ha acabado de dar la primera vuelta.

Kasia me contó que se conoce como el Circulo de Varsovia, pero me dijo que no sabía por qué lo llamaban así. Y yo me sentí muy feliz de poderle contestar por qué: en efecto, hay un continuo que tiene justo esa forma. Aunque, ahora que lo pienso, no sé si al tranvía le digan así por el continuo, o al continuo por el tranvía, pero los dos se llaman igual y no creo que sea una coincidencia.

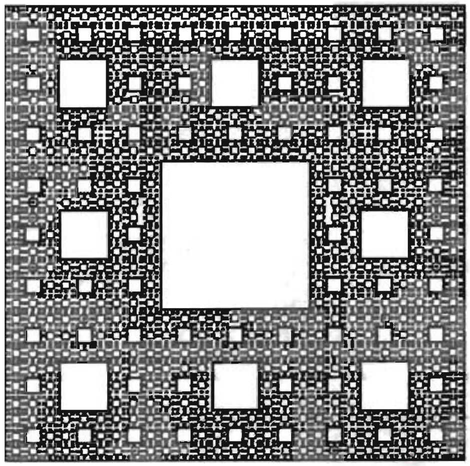
Busqué una de esas postales que venden en otras ciudades con el mapa del metro. Quería una con el mapa de los tranvías, para que vieras el Círculo de Varsovia, pero no hay, así que te mando un dibujito de cómo se vería, más o menos:



Estaba impresionado con este descubrimiento del tranvía, y le dije a Kasia, pensando que no me entendería porque no es matemática: "Sólo falta que a la entrada de las casas tengan Tapetes de Sierpinski". Volteó a verme realmente sorprendida y casi me asusté pensando que había dicho algo ofensivo. Increíble, pero sí, existen los Tapetes de Sierpinski.

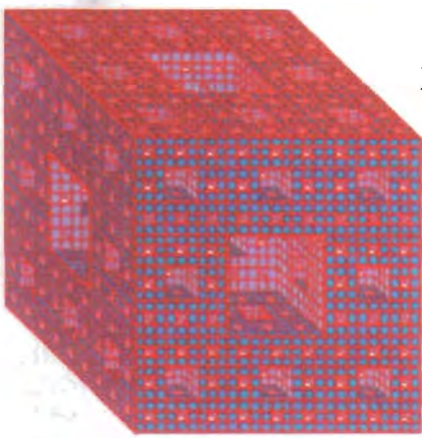
Lo que Kasia no entendía era por qué yo sabía de los dichosos tapetes, pues es una tradición polaca muy antigua, pero muy poco conocida fuera de Polonia. Le expliqué que no tenía ni idea de esa tradición, y que el Tapete de Sierpinski se conoce también como la Curva Universal de Sierpinski y que es muy famosa porque en ella "caben" todos los continuos.

Le pedí que me enseñara uno de los tapetes. Tuvimos que ir al museo para encontrar uno. Ya no me sorprendió que fuera una reproducción de la Curva Universal, sólo que con unas manchas muy extrañas. Kasia me explicó que la belleza de los tapetes radicaba en que eran idénticos si los veías completos o si sólo veías una parte, y que, cuando un tapete se manchaba, el dueño, si era muy obsesivo, tenía que repetir la mancha en cada parte del tapete, para que siguiera siendo autosemejante. No me sorprende que ya solamente se encuentren en los museos. Aquí te envío una foto de uno de los Tapetes de Sierpinski:

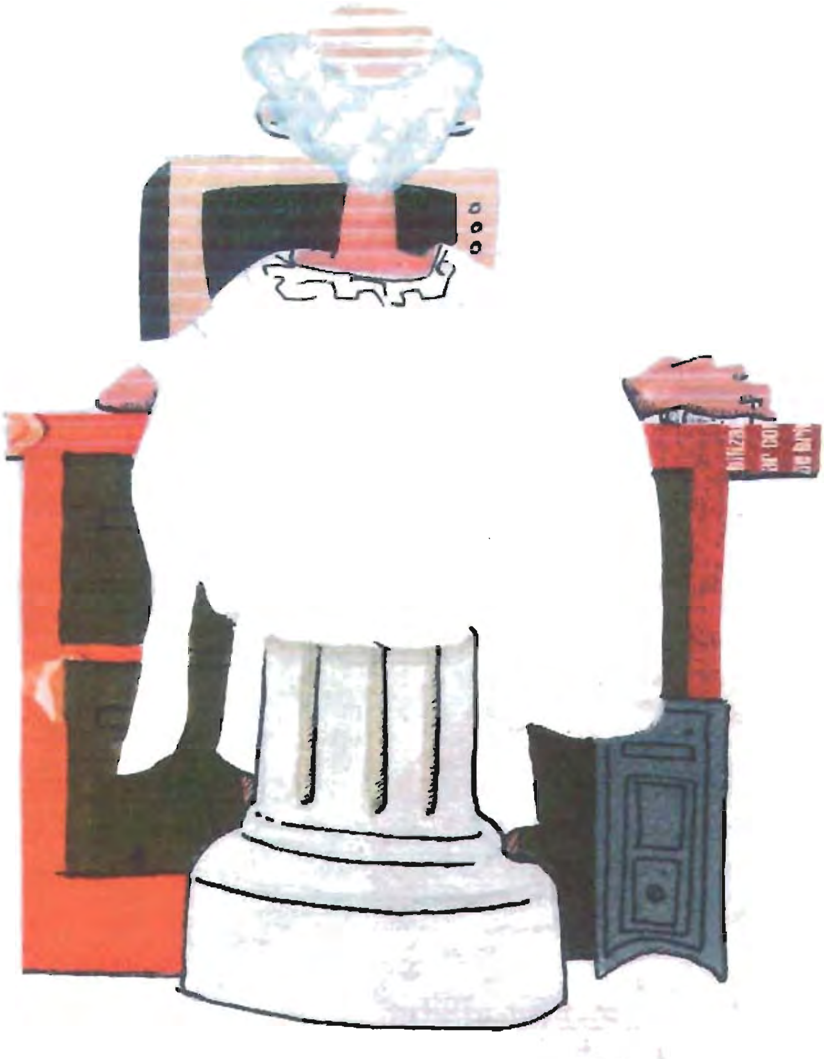


Y, bueno, más o menos esto es lo que he visto en Varsovia. Mañana nos vamos a Cracovia. Ya te extraño mucho y espero verte pronto. También espero que, a pesar de tantas matemáticas, tú todavía quieras verme también.

Te parecerá muy irónico después de esta carta que te escribí, pero te mando una postal de Varsovia vista por otro matemático: Karl Menger. Nunca pensé en encontrar esta postal, pero creo que así se ve Varsovia. La postal, por cierto, se llama Esponja de Menger.



Te mando besos congelados,
para que los descongeles.
Juan Manuel.



El último examen del viejo Euclides

Era lunes. El cielo estaba gris y seguro llovería más tarde, pero aún era temprano. Como todos los lunes, el profesor Euclides empezaría su clase con la consabida pregunta sobre el fin de semana, aunque esta vez no esperó ninguna respuesta y sólo dijo que esperaba que hubieran estudiado.

Gauss entornó los ojos en un gesto que podía leerse como si se le hubiera olvidado por completo el examen o como si la pregunta lo ofendiera, pero no dijo nada, nadie contestó, sólo sacaron un lápiz, una goma, una hoja y esperaron a tener el examen en el pizarrón para copiarlo. El profesor esperó a que todos tuvieran su hoja afuera y se rió.

—Hoy no necesitan hojita. Tengo computadora nueva y les traigo el examen impreso, pero déjenla afuera, tal vez necesiten más espacio.

Riemann no acababa de imaginarse al viejo Euclides frente a una computadora (ni nueva ni vieja). Siempre se había imaginado que aquel bastón con mango de oro, con el que el profesor llegaba cada mañana, más que para ayudarlo a caminar, le servía para hacer sus demostraciones en la arena de una playa. Lobachevsky tampoco se imaginaba a su maestro frente a una computadora, pero era tan evidente el orgullo con el que había anunciado la novedad, que no se atrevió a decirle nada sobre los errores que había cometido con el editor de ecuaciones. Y al parecer ninguno se atrevió, porque después de que todos tuvieran su examen, el silencio fue absoluto y todos empezaron a escribir, borrar, tachar y dibujar.

Esta vez el examen del profesor era aun más difícil de lo normal. Una sola pregunta y, además, mal escrita. No había nada que hacer, nadie se atrevió a preguntarle al viejo Euclides qué era exactamente lo que quería en el examen. La pregunta, tal como aparecía en las hojas impresas era: "Sean α,β,γ los ángulos internos del triángulo ΔABC, si $\alpha+\beta+\gamma\_180^{\circ}$, indique alguna de las consecuencias."

Bolyai, a quien su padre le había sugerido que se esforzara en evitar la geometría, porque en esa área de las matemáticas ya estaba todo dicho, fue el primero en pensar que el profesor no se había equivocado y que parte de la pregunta era decir si la suma de los ángulos internos de un triángulo era igual, mayor o menor que 180°, así que escribió $\alpha+\beta+\gamma<180^{\circ}$. Riemann, que ni siquiera se detuvo a pensar si habría un error, escribió $\alpha+\beta+\gamma<180^{\circ}$ y siguió con sus deducciones.

Poincaré, Lobachevsky y Gauss fueron los que más dudaron. Gauss aún recordaba aquella clase de primaria en la que lo habían castigado por inventar una forma rápida y efectiva de calcular la suma de los cien primeros números naturales. No quería que este profesor, al que admiraba profundamente, también pensara que era un flojo o que buscaba hacerse el gracioso, así que borró el signo de menor que y puso lo que todos sabían: que la suma de los ángulos internos de un triángulo es igual a 180°. Lobachevsky, en cambio, optó por lo mismo que Bolyai y Poincaré hizo lo mismo.

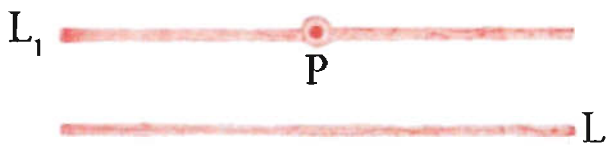
Ese mismo lunes en la tarde, empapado por la lluvia, el profesor Euclides se preparaba para calificar los exámenes de la mañana, igualmente empapados por la lluvia. Era la primera vez en años que calificaba con tanto gusto. Era un grupo prometedor y siempre había sido un placer descubrir las formas de razonar de aquellos jóvenes brillantes. Pero no sabía lo que le esperaba en los primeros exámenes que había escrito en su computadora.

La primera sorpresa, un tanto vergonzosa, se la llevó al ver aquel error en la pregunta. Se molestó porque sus alumnos pensarían que no sabía usar la computadora, pero no le sorprendió que no le hubieran preguntado nada, pues era obvio que en vez de aquella rayita iba una igualdad, así que sin pensarlo más, escribió $\alpha+\beta+\gamma=180°$.

Parecía que no sería una de esas tardes placenteras de admirar el razonamiento de sus alumnos. El primer examen, el de Poincaré, había sido escrito con tinta, no con lápiz, y, con la lluvia, se había corrido por completo. No se podía distinguir nada, excepto los dibujos con lápiz al final del examen, junto con una nota que decía: "El espacio podría verse de la siguiente manera"

"¿Qué examen estaría resolviendo éste?", pensaba Euclides mientras dejaba a un lado el examen de Poincaré y tomaba el de Gauss.

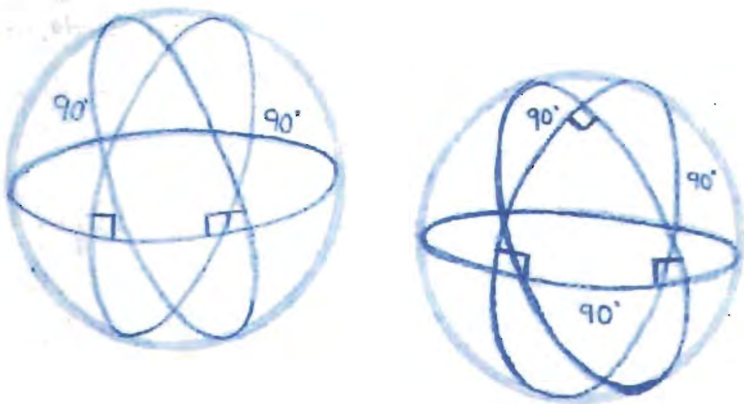
Apenas podía creer que hubiera un borrón en la igualdad del enunciado del problema, Gauss no se equivocaría en un detalle como ése. Bueno, podría estar desconcentrado al principio del examen, a cualquiera le pasa. Empezó a leer la respuesta y fue palomeando cada consecuencia de dicha propiedad de los triángulos: "se cumple el Teorema de Pitágoras, es decir, que para un triángulo rectángulo, la suma de los cuadrados de los catetos es igual al cuadrado de la hipotenusa. También se cumple que para una recta dada l y un punto P que no esté en la recta, por el punto P pasa una y sólo una recta l_1 de tal forma que l y l_1 sean paralelas."



Al profesor le encantaba que sus estudiantes no siguieran las indicaciones al pie de la letra cuando se trataba de dar más ejemplos de los que él había pedido. Le puso 10 y empezó con el examen de Riemann.

Algo andaba mal. No podía ser que Riemann se hubiera equivocado en algo como la suma de los ángulos internos de un triángulo. Empezó a buscar entre los otros exámenes y vio que tanto Lobachevsky como Bolyai también se habían equivocado, pero "al revés" que Riemann. Regresó al examen de Poincaré, pero era imposible adivinar lo que él había puesto sobre la raya. Aunque, a juzgar por el dibujo, tampoco había escrito una igualdad.

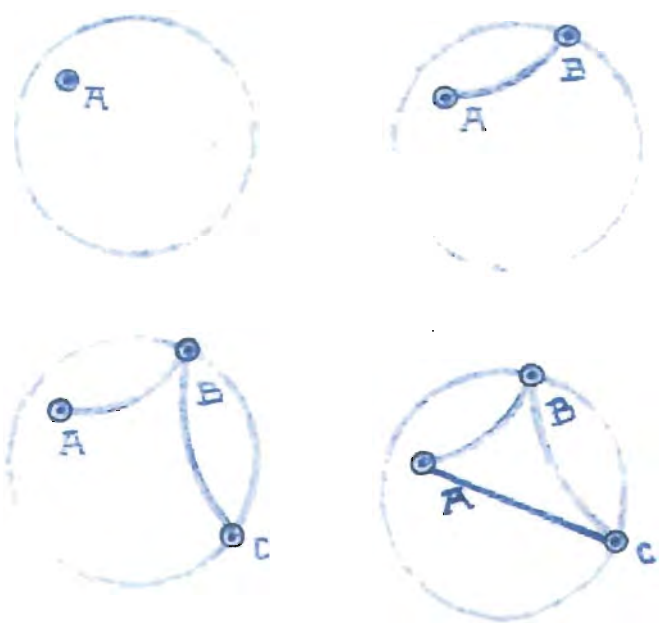
No era para tanto, al fin y al cabo seguro habrían escrito algo coherente. Agarró el examen de Riemann de nuevo y tras leer una serie de inferencias, todas ellas coherentes, llegó a "... por lo tanto, si la suma de los ángulos internos de un triángulo es mayor que 180°, podemos concluir que, dada una recta l y un punto P que no esté en la recta, no hay ninguna recta l_1 que pase por P y que no cruce a l, es decir, no existen las rectas paralelas. Esto se puede ver más claramente si suponemos que el espacio es una esfera, donde incluso puede haber triángulos con tres ángulos de 90° y no existen las paralelas:



Una consecuencia más interesante (casi le da un infarto al profesor Euclides al leer esto, pues ya le parecía excesivamente interesante) es que la "cáscara" de la esfera puede verse como un plano al que se le agrega el punto al infinito; siendo así, el infinito sería indistinguible de cualquier otro punto. Quizás haría falta analizar con más cuidado este asunto, pero creo que para el examen, con esto basta." Al final del examen, había una notita: Profesor Euclides: felicidades por su nueva computadora.

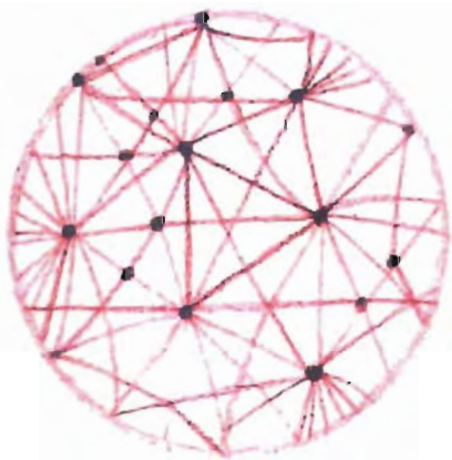
No había ningún error. Tenía que ponerle 10, también, pero el profesor estaba aturdido y orgulloso: ¿cómo no se le había ocurrido antes? ¿su clase era tan buena que a partir de ella sus alumnos eran capaces de hacer estas deducciones? Casi con miedo, empezó a leer el examen de Bolyai.

Otra vez una larga cadena de razonamientos perfectos, con tachones y flechitas, pero al final, impecables. "Si la suma de los ángulos internos de un triángulo es menor que 180°, podemos concluir que, dada una recta l y un punto P que no esté en la recta, hay una infinidad de rectas l_n tales que pasan por P y que no cruzan a l; es decir, hay una infinidad de rectas paralelas a l que pasan por P. Lo siento profesor, no logro imaginarme muy bien el espacio en el que esto suceda, pero me imagino que puede ser algo parecido a esto:



Creo que sería la forma de dibujar el triángulo." A decir verdad, el profesor tampoco lograba imaginárselo.

Otro 10, y ahora venía Lobachevsky. Era sospechoso que ambos hubieran escrito casi las mismas deducciones, pero recordaba perfectamente que no se habían sentado cerca en el examen. Lobachevsky también llegaba a la conclusión sobre las paralelas, pero agregaba otras: "Un espacio en el que sucede algo así, debe verse muy raro "desde afuera", como un disco en el que mientras más cerca del centro esté algo, más grande se vería, y mientras más cerca del perímetro, se haría cada vez más pequeño. La circunferencia sería equivalente al infinito. Algo así:



En este espacio incluso podría haber triángulos cuya suma de ángulos internos fuera de 0°, pero no logro imaginármelos gráficamente."

Otra notita al final del examen: Profesor: gracias por este examen, realmente fue un muy buen ejercicio de imaginación.

¿Un triángulo cuyos ángulos fueran, todos, de 0°? eso era demasiado para el pobre profesor Euclides. Volvió a ver el examen de Poincaré y entendió que también él había escrito $\alpha+\beta+\gamma<180^\circ$.

Sin duda era una generación de alumnos brillantes y era un placer dar clases en un grupo como ése, pero, después de calificar aquello, el Profesor Euclides sintió que difícilmente podría enseñarles algo más.

Índice