



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA  
DE MEXICO

FACULTAD DE QUIMICA

IMPLEMENTACION DEL METODO DE NEWTON Y  
SU APLICACION AL ESTUDIO DE LA  
SOLIDIFICACION DE METALES Y ALEACIONES

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:

INGENIERO QUIMICO METALURGICO

P R E S E N T A :

CARLOS ALBERTO CORTES CASTILLO



CIUDAD UNIVERSITARIA, D. F.



2005

EXAMENES PROFESIONALES  
FACULTAD DE QUIMICA

m. 349461



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

**Jurado Asignado:**

**Presidente:** IQM Eusebio Cándido Atlatenco Tlapanco.

**Primer Vocal:** M. en C. José Alejandro García Hinojosa.

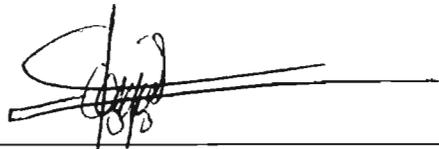
**Secretario :** Dr. Carlos González Rivera.

**1<sup>er</sup>. Suplente :** M. en C. Sergio García Galán.

**2<sup>do</sup>. Suplente :** IQM Adrián Manuel Amaro Villeda.

**Sitio donde se desarrollo el tema:** Laboratorio de Solidificación, Departamento de Ingeniería Química Metalúrgica, Facultad de Química, Edificio D, UNAM.

**Asesor :** Dr. Carlos González Rivera



**Supervisor Técnico:** M. en C. Juan Carlos Báez Crespo

**Sustentante:** Carlos Alberto Cortés Castillo



# **DEDICATORIA**

## **A MIS PADRES:**

### **Martín Cortés Escamilla y Juana María Castillo Flores**

Gracias por su apoyo, amor, confianza y sobre todo paciencia, para poder alcanzar un objetivo más en mi vida, sin ellos no hubiera sido posible.

## **A MI HERMANO Y ESPOSA (Cuñaada):**

### **Lic. Alfredo Cortés Castillo y María Antonieta Roque Morales**

Porque siempre han estado conmigo cuando yo más los necesito, así como siempre cuentan conmigo cuando hay dificultades y que siempre juntos, encontramos una solución, a pesar de nuestras diferencias y también gracias por darme siempre mis correctivos, sin ellos no sabría que hacer.

## **A MI TÍA:**

### **Sra. Rosa María Castillo Flores**

A pesar de las constantes peleas, siempre he contado, cuento y contaré con su apoyo, gracias por todo lo que me ha enseñado y no la defraudaré.

## **A MIS SOBRINOS:**

### **Diana Rebeca, Alfredo, Aldo y B. Antonio ( Los pugas)**

Este trabajo es para ustedes, para que un día cuando estudien una carrera universitaria se acuerden de su tío "CHINO", no como un obstáculo, sino como un ejemplo de superación y de ganas de salir adelante, por más difícil que sea.

## **A MIS AMIGOS:**

Son muchas personas a las cuales les agradezco su amistad y muchas otras cosas más, pero a las que se mencionan a continuación son las que mayormente influyeron mi vida durante la carrera:

**Juan Solórzano, Hugo Mosqueda, Luisa Fernanda Zorrilla, Heriberto Torres, Carlos R. Magaña ("La Parka"), Miguel Ángel Tenorio** y en especial para una persona que me ayudó a salir del anonimato en que me encontraba **J. Francisco Cortés Ruiz Velasco ("El Moco")**

A mis amigos de la Facultad, en especial al equipo de fútbol "Guerreros" y de el 1<sup>er</sup> Semestre, no ganamos nada, pero siempre luchamos y ganamos el reconocimiento de la gente y como olvidar esos maratónicos sábados de jugar básquetbol hasta hartarnos:

**Edgar Beltrán Sánchez, Antonio Pérez Rodríguez, Rosendo Mora Jiménez, José Alberto Casas Pérez, Enrique Uribe Chacón, José Antonio Bautista Martínez, Rafael De León Camacho, Marco Antonio Vera Ramírez**

Y aquellas personas que conocí y me conocieron, muchas gracias y si no los menciono, es por temor de omitir a alguna.

## **A MIS MAESTROS:**

A todos aquellos con quienes tome clases y fueron parte de mi formación escolar, este trabajo representa la confianza que depositaron en mí y que en el futuro aplicaré los conocimientos que ustedes me transmitieron para llegar a ser un gran profesional como lo son ustedes.

## **A ROSALBA:**

Gracias por el amor, cariño y apoyo durante estos dos años, este trabajo, en especial, es para ti, pues tú has sido el impulso que durante muchos años estuve buscando y contigo, esto se hizo realidad y que en un futuro lo principal de este trabajo será tuyo.

A la UNAM , a la Facultad de Química y al Departamento de Ingeniería Metalúrgica, por haber contribuido para mi formación académica y personal

Para dos personas, que desafortunadamente ya no están aquí, pero que si vivieran, se sentirían orgullosos de este logro y que desde donde están siempre están en todos los momentos de mi vida:

**José Castillo Valverde (†) y Ernestina Flores Álvarez (†)**

## **AGRADECIMIENTOS**

Por la confianza y apoyos brindados durante la realización de este trabajo

### **Para mi asesor de Tema:**

Dr. Carlos González Rivera

### **Para los Jurados de Tema:**

IQM Eusebio Cándido Atlatenco T.  
M. en C. José A. García Hinojosa

### **Para mi Supervisor Técnico:**

M. en C. Juan Carlos Báez Crespo

### **Para mis amigos:**

IQM Juan Solórzano López  
M. en C. Heriberto Torres García

### **A los profesores, por su gran ayuda y consejos:**

IQM Gerardo Aramburu Pérez  
M. en C. Sergio García Galán  
IQM Ignacio Beltrán Piña  
IQM Adrián M. Amaro Villeda  
Dr. Francisco Javier Rodríguez Gómez

### **A la vida y a Dios:**

Por darme la oportunidad de alcanzar esta meta

# PROLOGO

Una de las etapas más importantes durante el procesamiento de piezas metálicas, la constituye el enfriamiento y solidificación de un metal o aleación, una vez que se ha realizado el vaciado en el molde, ya que de las condiciones presentes en esta etapa dependen en gran medida las características microestructurales que presentará el producto de fundición; por lo que un adecuado control de dichas condiciones hará posible obtener piezas con propiedades mecánicas requeridas, ya que ellas dependen de las características microestructurales.

Debido a que en la industria de la fundición, la evaluación de la calidad de las piezas elaboradas lleva a la realización de análisis de tipo destructivo, una vez fabricadas, si éstas no cumplen con las normas establecidas, son rechazadas y se producen pérdidas, tanto productivas como económicas, además, si las piezas son aceptadas, las que se tomaron para la prueba también se consideran como pérdidas para la producción, ya que quedan inutilizadas.

Para evitar estas pérdidas, se desarrolló una técnica no destructiva de análisis para evaluar *in situ* y determinar si la pieza evaluada cumple con los requerimientos de composición y propiedades mecánicas requeridas; ésta técnica es el análisis térmico, la cual ofrece una mayor información microestructural, además de proveer información sobre la calidad del líquido antes de colar. El análisis térmico es una herramienta muy útil en la investigación de los eventos térmicos que se suceden cuando un metal ó aleación son calentados o enfriados, para el caso de la solidificación de un metal o aleación (cambio de fase líquido-sólido) se puede analizar y registrar esta información en una curva de enfriamiento, la cual se puede usar de manera cualitativa o cuantitativa, para la comprensión del fenómeno de solidificación. Los métodos de análisis térmico primeramente usados son: a) Análisis térmico diferencial (DTA, por sus siglas en inglés), b) Calorimetría diferencial de barrido (DSC, por sus siglas en inglés) El DTA es una técnica donde la muestra de interés se compara con la muestra de un material inerte de referencia durante un cambio programado de temperatura, siendo que la diferencia de temperaturas entre muestras es sensible a cambios físico y/o químicos, si la temperatura de la muestra con respecto a la de referencia es menor, se lleva a cabo un cambio endotérmico y si es mayor, se lleva a cabo un cambio exotérmico, obteniéndose un gráfico de *diferencial de temperatura(muestra-referencia) vs. tiempo o temperatura de referencia*. El método DSC utiliza el mismo principio del DTA, incluyendo una fuente de calor utilizada para balancear la temperatura de la muestra y de referencia, así, el calor liberado o absorbido por la muestra de interés se puede determinar y se registra en una curva de *flujo de calor vs. temperatura de referencia* observándose las manifestaciones que producen cambios endotérmicos o exotérmicos al igual que el DTA. Ambas técnicas determinan el calor de transición, capacidad calorífica, pero para el caso de la solidificación se necesita de un análisis que considere la transferencia de calor, siendo que para la solidificación de metales y aleaciones, la técnica DSC es poco aplicable debido al rango de operación; en general, las condiciones de aplicación de estas dos técnicas presentan inconvenientes en

cuanto a muestreo, instrumentación, limitando su aplicación en las plantas industriales.

En los últimos años, se han desarrollado nuevas técnicas de análisis térmico enfocadas al estudio de la solidificación de metales y aleaciones en condiciones de enfriamiento similares a las presentes durante la elaboración de piezas coladas en moldes permanentes y de arena. Estas técnicas se basan en el procesamiento numérico de curvas de enfriamiento del metal o aleación bajo estudio durante su enfriamiento y solidificación y son conocidas bajo el nombre de Análisis de Curvas de Enfriamiento Asistido por Computadora (CA-CCA) Este análisis se basa en la aplicación de un método que describe la cinética de solidificación de metales y aleaciones: el método de Newton, el cual asume la ausencia de gradientes térmicos en el metal durante el enfriamiento y solidificación, empleando los datos provenientes de un solo termopar instalado en el centro térmico de la pieza. Aunque esta suposición no es totalmente aceptada, se puede mencionar que es una aceptable método y que puede, inclusive, ser considerado como un método de análisis *in situ* confiable, para la evaluación de la calidad de las piezas metálicas producidas por fundición.

La herramienta principal para la obtención de la información requerida para la implementación del método descrito es la obtención de curvas de enfriamiento, las cuales son el registro continuo de la temperatura con respecto al tiempo, durante la solidificación de un metal puro o una aleación, pero desafortunadamente, las curvas de enfriamiento no detectan por completo el fenómeno de la solidificación, pues muchos de los sucesos que en el proceso acontecen, son imperceptibles para ella. En la actualidad, la utilización de computadoras ha sido de mucha ayuda para evidenciar dichos fenómenos que antes no se podían mostrar, como lo es la microestructura y poderla relacionar con la temperatura y con otras variables de tipo macroscópico.

# INDICE

I.	<b>INTRODUCCIÓN</b> .....	<b>1</b>
II.	<b>OBJETIVOS</b> .....	<b>2</b>
III.	<b>CAPÍTULO I : ANTECEDENTES</b> .....	<b>3</b>
	1.1 Análisis Térmico.	
	1.2 Método de Newton y Método de Fourier (generalidades)	
	1.3 Aplicaciones del análisis de curvas de enfriamiento y de los métodos de Newton y de Fourier en aspectos de interés metalúrgico.	
	1.4 Interpretación y uso de curvas de enfriamiento.	
	1.5 Aplicación del análisis de curvas de enfriamiento en el procesamiento de hierros colados.	
	1.6 Aplicación del análisis de curvas de enfriamiento en el procesamiento de aleaciones de aluminio.	
IV.	<b>CAPÍTULO II: IMPLEMENTACIÓN DEL MÉTODO DE NEWTON</b> .....	<b>21</b>
	2.1 Fundamentación teórica del método de Newton	
	2.2 Algoritmo para la implementación del método de Newton	
V.	<b>CAPÍTULO III: DESARROLLO EXPERIMENTAL</b> .....	<b>30</b>
	3.1 Procedimiento Experimental	
VI.	<b>CAPÍTULO IV: ANÁLISIS DE RESULTADOS Y DISCUSIÓN</b> .....	<b>34</b>
	4.1 Metales Puros	
	4.2 Aleación A 356	
	4.3 Análisis Metalográfico	

VII.	CONCLUSIONES .....	47
VIII.	BIBLIOGRAFÍA.....	48
IX.	ANEXO I : CÁLCULO DE LA CURVA CERO (CURVA CERO DE NEWTON) .....	53
X.	ANEXO II: LISTADO DEL PROGRAMA DE CÓMPUTO PARA LA IMPLEMENTACIÓN DEL MÉTODO DE NEWTON .....	56
XI.	ANEXO III: EVOLUCIÓN DE LA FRACCIÓN SÓLIDA EN FUNCIÓN DEL TIEMPO .....	77
XII.	LISTA DE FIGURAS .....	79
XIII.	LISTA DE TABLAS .....	81

# INTRODUCCIÓN

# INTRODUCCIÓN

En el presente trabajo, el objetivo principal es el proponer al método de Newton como una alternativa del tradicional análisis térmico, como método confiable en el análisis y evaluación de las propiedades de piezas coladas, obtenidas por el proceso de fundición.

En el capítulo I, se describen los antecedentes correspondientes al análisis térmico, sus variantes, así como las ventajas y desventajas que presenta utilizar el método de Newton, para describir al proceso de solidificación. También se menciona la importancia de las curvas de enfriamiento, así como ejemplos de su utilidad en la obtención de parámetros de aleaciones comerciales, de gran uso en la industria de la fundición.

En el capítulo II, se describe, de manera más concreta al método de Newton, así como su desarrollo matemático y su implementación para el estudio y obtención de información que caracteriza la solidificación de metales y aleaciones.

En el capítulo III, se describe el procedimiento experimental desarrollado en el trabajo, los materiales y equipo utilizado, así como la técnica de fusión empleada, con el fin de obtener las curvas de enfriamiento correspondientes. También se menciona el proceso por el cual las curvas son "filtradas", para su posterior tratamiento numérico, según el método de análisis propuesto por la AFS, para encontrar los parámetros importantes durante la solidificación: tiempo de inicio y final de la solidificación, velocidad de enfriamiento, evolución del calor latente de solidificación, porcentaje de microconstituyentes, así como el análisis metalográfico correspondiente a la aleación que se le practicó tratamiento de modificación.

En el capítulo IV, se muestran los resultados obtenidos del trabajo experimental y así como la discusión de los mismos. Finalmente se mencionan las conclusiones derivadas del análisis de resultados, así como las recomendaciones que se sugieren para enriquecer futuros trabajos, relacionados con el mismo tema. Además en anexo, se muestra el listado del programa de cómputo utilizado para el presente trabajo, así como los datos mas representativos asociados con las curvas de enfriamiento de los metales y aleaciones objeto de este estudio.

# **OBJETIVOS**

## OBJETIVOS

- Implementar el método de Newton en un programa de cómputo que permita el estudio de la solidificación de metales y aleaciones, utilizadas en la industria de la fundición.
  
- Realizar experimentación a fin de obtener, a través de la aplicación del método de Newton, información sobre el calor latente de solidificación de algunos metales puros y aleaciones, así como el porcentaje de microconstituyentes presentes en una aleación hipoeutéctica del sistema Al-Si, con tratamiento de modificación, mediante análisis metalográfico. Lo anterior será empleado para establecer la exactitud y las limitaciones del método de Newton como herramienta experimental en el estudio de la solidificación.

## CAPÍTULO I

# ANTECEDENTES

# CAPÍTULO I

## ANTECEDENTES

### 1.1 ANÁLISIS TÉRMICO.

El análisis térmico es una herramienta muy útil en la investigación de los eventos térmicos que toman lugar cuando un material es enfriado o calentado. En el caso de la solidificación de un material (cambio de fase líquido-sólido) ésta puede ser analizada y registrada en curvas de enfriamiento, de tal forma que la información generada puede ser usada cualitativa o cuantitativamente para comprender el fenómeno de la solidificación. Los métodos de análisis térmico usados con frecuencia son <sup>1</sup>: a) Análisis Térmico Diferencial (DTA por sus siglas en inglés), b) Calorimetría Diferencial de Barrido (DSC por sus siglas en inglés) y c) Análisis de Curvas de Enfriamiento Asistido por Computadora (CA-CCA por sus siglas en inglés).

#### *a) Análisis Térmico Diferencial (DTA)*

Es una técnica en donde la temperatura de la muestra de interés es comparada con la que muestra un material inerte de referencia durante un cambio programado de temperatura. La evolución de la diferencia de temperaturas entre la muestra y la referencia es sumamente sensible a los fenómenos físicos (fusión, ebullición, etc.) y químicos (reacciones de deshidratación, calcinación, etc.) que sufre la muestra durante su enfriamiento o calentamiento. Las temperaturas de la muestra y de referencia son las mismas hasta que ocurre un evento térmico en la muestra, como es la fusión, la descomposición o cambio de estructura cristalina, etc. Si la temperatura de la muestra con respecto a la de referencia sufre una disminución, el cambio es endotérmico, o si sufre un aumento, el cambio es exotérmico. Así obtenemos un gráfico de diferencias de temperaturas (muestra-referencia) vs. tiempo o temperatura de referencia.

#### *b) Calorimetría Diferencial de Barrido (DSC)*

El método DSC utiliza un principio similar al de DTA, éste también incluye una fuente de calor que es usado para balancear la temperatura de la muestra y de referencia. De esta manera, el calor liberado o absorbido por la muestra de interés puede ser determinado. La curva obtenida es un registro de **flujo de calor vs. temperatura de referencia**, donde se observan manifestaciones que producen cambios endotérmicos o exotérmicos, de igual manera que en el DTA. El DSC es el método de referencia para la medición del calor latente asociado a transformaciones de fase

Dentro de las aplicaciones más comunes de DSC y DTA se tiene la determinación del calor de transición, capacidad calorífica, etc. La cinética de procesos químicos y físicos es otro problema que es posible abordar mediante el uso de éstas dos técnicas, en el caso de la solidificación de metales y aleaciones es necesario un análisis que considere la transferencia de calor.

Las aplicaciones en el campo metalúrgico de las técnicas descritas habían estado centradas en la construcción de diagramas de fase, sin embargo recientemente se han abordado problemas como la catálisis de la nucleación y la determinación de la fracción sólida en función de la temperatura<sup>2</sup>. Sin embargo debido a que el equipo necesario para aplicar estas técnicas es muy costoso, requiere de cuidados muy especiales y además las condiciones en que se aplican los ensayos son totalmente diferentes a los presentes durante la solidificación de aleaciones en condiciones industriales, su uso ha sido limitado a la identificación de temperaturas y entalpías asociados a cambios de fase.

Cabe mencionar, que para el caso de metales y aleaciones, la técnica DSC es poco aplicable, pues el rango de operación de la mayoría de los equipos tiene como límite superior una temperatura de aplicación de 600°C, y el rango de estudio de metales y, más específico, aleaciones comerciales importantes se ubica en la mayoría de los casos, por encima de esta temperatura. Las condiciones de aplicación de estas dos técnicas presentan el inconveniente de ser muy restringidas lo que impide su empleo en plantas industriales.

***c) Análisis de curvas de enfriamiento asistido por computadora.  
(CA-CCA, Computer Aided Cooling Curve Analysis).***

Durante el proceso de fabricación de una pieza fundida a partir de un metal o aleación líquida, la obtención de propiedades mecánicas óptimas constituye el principal objetivo del fabricante. Esto requiere la realización de un estricto control de las distintas variables de proceso durante el vaciado del metal líquido en el molde, por ser la etapa que determina la microestructura final de la pieza y en consecuencia, las propiedades mecánicas del producto obtenido.

Entre los factores que influyen notablemente sobre la microestructura final, se tiene a la temperatura de colada, el tiempo de vaciado, la composición de la materia prima, el tratamiento del metal líquido, etc.

La manera en que los factores anteriormente señalados afectan a la calidad metalúrgica del producto de fundición era inicialmente algo que se desconocía. A partir de esta necesidad de conocimiento se realizaron diversas propuestas dirigidas a buscar una metodología experimental que permitiera la determinación rápida y eficiente de la calidad metalúrgica de la pieza. Los primeros intentos consistieron en tomar muestras pequeñas cuyo análisis metalográfico, permitía tomar la decisión de si el metal debía ser colado o no, pero presentó el inconveniente de ser una técnica sujeta a la interpretación de una persona.

Otra propuesta sobre esto fue el emplear la técnica de análisis térmico que consistía en registrar por medio de un graficador la curva de enfriamiento de una pieza vaciada en un molde. La primera aplicación de esta técnica en un problema práctico, la realizaron Cibula y Crosley<sup>3</sup>, quienes propusieron emplear curvas de enfriamiento para establecer si una aleación comercial de aluminio tenía las

condiciones que hicieran posible obtener una estructura refinada. Un adecuado nivel de modificación fue determinado por Mondolfo<sup>4</sup>, quién utilizó el gradiente de temperaturas entre la temperatura de máxima recalcencia (TMR) y la temperatura de subenfriamiento máximo (TSM).

A pesar del importante desarrollo obtenido, esta tecnología no recibió una aplicación inmediata dentro de la industria ya que era necesario registrar los datos obtenidos por medio de un graficador, y realizar el análisis mediante el empleo de un lente graduado. Fue hasta la década de los setentas en que el desarrollo de los microprocesadores y una nueva familia de convertidores digitales logró automatizar el registro y análisis de los datos obtenidos de una curva de enfriamiento, permitiendo también el cálculo numérico de la primera derivada asociada a la curva de enfriamiento con lo que fue posible determinar con mayor precisión las temperaturas a las cuales una reacción ocurre.

El empleo de la primera derivada fue utilizado por Yen<sup>5</sup> y colaboradores quienes integraron el pico correspondiente a la nucleación de granos de fase primaria y establecieron que existía una relación directa entre el área del pico y el grado de refinación de grano obtenido en la muestra solidificada.

En una curva de enfriamiento y su primera derivada, se muestra a la curva y a su pendiente en cualquier instante durante el proceso. A través del análisis de la misma es posible detectar los cambios presentados en su tendencia por efecto de las diversas transformaciones que ocurren en el interior del metal, mismas que inducen un cambio en la velocidad de enfriamiento hasta entonces registrada. Sin embargo la búsqueda de una herramienta de control de proceso continúa y ha encontrado en el desarrollo de modelos matemáticos una prometedora alternativa.

En este tipo de modelos tiene como característica principal el acoplamiento de la cinética de solidificación a la transferencia de calor. Los modelos mencionados requieren la generación de información adicional para establecer la evolución del calor generado por el metal durante la solidificación y por consiguiente el cálculo de la evolución de la fracción sólida es indispensable.

La importancia que representa la obtención de un producto de calidad, ha hecho posible que parte de la investigación se enfoque en la búsqueda de herramientas de control de proceso, encontrado una alternativa en el desarrollo de modelos matemáticos. Debido a esta razón y apoyados por el desarrollo previo del análisis térmico, diversos investigadores desarrollaron<sup>6,7,8</sup> lo que hoy se conoce como el análisis de curvas de enfriamiento asistido por computadora (CA-CCA). Este método se basa en establecer una analogía al método DTA, lo cual implica el planteamiento de una serie de suposiciones con el propósito de simular la referencia presente en este sistema, es decir un cuerpo inerte de referencia que no se encuentra sometido a la solidificación. Ese cuerpo neutro lo constituye el mismo metal considerando que no sufre transformación de fase alguna, lo que permite generar una línea base destinada a contabilizar las desviaciones por parte de la muestra por el efecto de la generación de calor. A continuación se describen los métodos de Newton y de Fourier, en donde se plantean las suposiciones hechas para obtener la línea base para obtener la información cuantitativa de la cinética de la solidificación.

## 1.2 MÉTODO DE NEWTON Y MÉTODO DE FOURIER (generalidades)

Existen en la literatura reciente dos métodos reportados los cuales permiten obtener la información que caracteriza la cinética de solidificación de forma cuantitativa en condiciones de interés industrial para la producción de piezas fundidas: (a) Método de Newton; (b) Método de Fourier.<sup>9</sup>

Ambos métodos se basan en el procesamiento numérico y / o digital de curvas de enfriamiento experimentales del metal o aleación, la principal diferencia entre estas dos técnicas radica en que el método de Newton asume la ausencia de gradiente térmico dentro del metal o aleación durante el enfriamiento y la solidificación y emplea los datos que provienen de un solo termopar introducido en el centro de la pieza metálica.

El método de Fourier emplea dos termopares ubicados dentro del metal, a una distancia predeterminada uno del otro y se basa en la presencia de gradientes térmicos en el metal durante la solidificación para fundamentar y realizar el procesamiento numérico de las curvas de enfriamiento.

El método de Newton asume la suposición de que la transferencia de calor es entre el metal y el medio circundante es por convección, mientras que el método de Fourier toma en cuenta la presencia de gradientes térmicos al interior del metal y parte de la ecuación general de conducción para su planteamiento conceptual.

### 1.2.1 VENTAJAS Y DESVENTAJAS DE LOS MÉTODOS DE NEWTON Y FOURIER

- a) Ambos métodos se utilizan para simular la cinética de solidificación de metales y aleaciones
- b) Estimación de la cantidad de fases presentes en un producto final de fundición, cuya evaluación por técnicas metalográficas, se tornan difíciles y complicadas.
- c) El método de Newton tiene mayor aplicación en el ámbito industrial, así como a nivel laboratorio debido a que requiere de un solo termopar y también porque todos los cálculos se realizan en la primera derivada, por lo que los errores de calibración de termopar no lo afectan, a diferencia de lo que sucede con el método de Fourier.
- d) El método de Fourier se limita, por el momento, únicamente al trabajo de laboratorio ya que requiere de equipos muy precisos de adquisición de datos, con tecnologías superiores a los 16 bits.

- e) Para aplicar el método de Fourier se requiere determinar con exactitud, algunas propiedades termofísicas como la difusividad térmica y la capacidad calorífica de fases sólidas y líquidas a fin de comparar los resultados arrojados por el método, relativos a difusividades y calor latente de solidificación durante la implementación experimental del método, lo cual en ocasiones resulta complicado.
- f) Ambos métodos se encuentran en desarrollo. Por el momento se ha encontrado que son capaces de proporcionar información aproximada por lo que requieren de mejoras para incrementar su precisión y exactitud

### **1.3 APLICACIONES DEL ANÁLISIS DE CURVAS DE ENFRIAMIENTO Y DE LOS MÉTODOS DE NEWTON Y FOURIER EN ASPECTOS DE INTERÉS METALÚRGICO.**

Las aplicaciones de las técnicas de análisis computarizado de curvas de enfriamiento (CA-CCA) se clasifican en dos grupos:

- 1.- Aplicaciones industriales de control de proceso.
- 2.- Aplicaciones en investigación y caracterización de aleaciones metálicas.

#### **1)Aplicaciones industriales de control de proceso.**

La idea básica que persigue esta aplicación consiste en disponer de una herramienta de análisis que permita establecer, de manera rápida y confiable, si las piezas que serán producidas con el baño metálico bajo estudio, cumplen con las características microestructurales requeridas para su aceptación. El uso del análisis de curvas de enfriamiento como herramienta de control de proceso se ha realizado a través de la identificación cuantitativa de los puntos característicos de la curva de enfriamiento ( $T$  vs.  $t$ ) y de la curva de evolución de la velocidad de enfriamiento ( $dT/dt$  vs.  $t$ ) asociadas con la muestra bajo estudio y obtenidas bajo condiciones estandarizadas (Temperatura de colada, tamaño de la muestra, copa receptora y posición del termopar) en relación con la microestructura presente en el producto de solidificación

En función de la variación relativa de los puntos característicos identificados en la muestra bajo estudio, respecto a los establecidos para una curva patrón o de referencia, se pueden predecir las características microestructurales que se presentan en moldes de arena, utilizando el baño metálico bajo estudio, lo anterior sirve de base para controlar la refinación de grano y modificación de eutéctico Al-Si por medio del CA-CCA, así como para el control microestructural de hierros colados.

## 2) Aplicaciones en Investigación y caracterización de aleaciones metálicas

La primera aplicación de estas técnicas es como herramienta en la caracterización de la cinética de solidificación de aleaciones metálicas bajo las condiciones de interés industrial presentes durante la manufactura de piezas mediante el proceso de fundición. Estas técnicas proporcionan la evolución en función del tiempo de diversos aspectos como son la velocidad de enfriamiento, la velocidad de solidificación, la fracción sólida, el flujo volumétrico de calor latente asociado con la solidificación y la variación de la entalpía del sistema bajo estudio.

A partir de los resultados generados por esta técnica, es posible determinar de manera cuantitativa el porcentaje de microconstituyentes presentes en aleaciones presentes en aleaciones hipo/hiper eutécticas y además se obtiene información acerca de la evolución de la fracción sólida en función del tiempo bajo condiciones específicas de proceso. El conocer la evolución de la fracción sólida durante la solidificación es importante debido a que se relaciona directamente con la generación de calor, que a su vez se asocia con las condiciones en las que se realiza la solidificación de diversas fases y microconstituyentes en presencia.

### 1.4 INTERPRETACIÓN Y USO DE CURVAS DE ENFRIAMIENTO

#### Curvas ideales

La explicación más sencilla de una curva de enfriamiento muestra que, cuando un metal puro en estado líquido solidifica formando un sólido cristalino, lo hace a una temperatura fija llamada temperatura de solidificación. Durante el proceso de cristalización, los átomos toman posiciones siguiendo un patrón geométrico determinado, y mientras lo anterior tiene lugar, hay desprendimiento de calor (calor latente de solidificación) sin que haya disminución en la temperatura. Las curvas de enfriamiento típicas de análisis térmico metalúrgico son gráficos de temperatura vs. tiempo. Las curvas de enfriamiento describe un balance entre la evolución del calor en el metal y el transporte de calor fuera del mismo. Las curvas pueden ser utilizadas en muchas diferentes maneras y son también utilizadas para determinar las temperaturas de liquidus y solidus. La forma de las curvas dependerá de las fases que sean producidas durante el proceso de solidificación. Al formarse una fase sólida durante el enfriamiento, además de liberación de calor, la velocidad de enfriamiento disminuye, por ejemplo, cuando se solidifica un metal puro o de composición eutéctica, la velocidad de enfriamiento llega a ser nula, hasta que el proceso de solidificación termina.

Al ocurrir esto, será evidente una meseta en la curva de enfriamiento. A continuación se mencionan algunos ejemplos de curvas de enfriamiento ideales:

- a) **Enfriamiento de un metal sólido.** En este sistema no ocurre proceso de solidificación, únicamente enfriamiento realizado por el medio que lo rodea suponiendo que el enfriamiento es por convección, observándose la disminución de la temperatura muy pronunciada al inicio y más reducida al final. La temperatura se acerca gradualmente a la ambiental sin presentar cambios bruscos en la velocidad de enfriamiento.

**b) Solidificación de un Metal puro.** El proceso de solidificación ocurre a una temperatura única (temperatura de fusión) y su curva de enfriamiento se caracteriza por una meseta.

**c) Solidificación de una aleación de solución sólida.** Esta solidifica en un rango de temperatura. Al inicio del proceso de solidificación (temperatura de liquidus) la curva de enfriamiento cambia de pendiente debido a la liberación del calor latente de solidificación; obedeciendo una misma trayectoria hasta que termina el proceso de solidificación (temperatura de solidus).

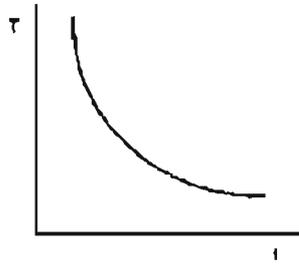
**d) Solidificación de una aleación eutéctica.** Las aleaciones eutécticas contienen más de una fase sólida, exhiben una curva de enfriamiento similar a la de un metal puro. La reacción eutéctica se localiza en la meseta que se presenta en la curva, que a su vez es la temperatura eutéctica.

**e) Solidificación de aleaciones hipo o hipereutécticas.** Estas presentan la solidificación de una fase primaria sobre un rango de temperatura, seguido por la solidificación eutéctica a temperatura eutéctica. Sus curvas de enfriamiento se consideran como la combinación de las curvas de enfriamiento correspondientes al de una aleación de solución sólida y aleación eutéctica. La solidificación de la fase primaria inicia a la temperatura de liquidus y continúa hasta la meseta de la fase eutéctica, terminando la solidificación al terminar la meseta. Este tipo de curvas se muestran en la figura 1.1

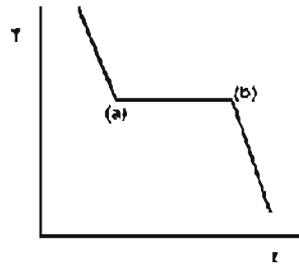
La forma general de una curva de enfriamiento ideal es semejante a la encontrada para una aleación real. Sin embargo existen dos grandes diferencias:

1.- La primera se debe a que el proceso real de solidificación consiste de la nucleación y el crecimiento de los microconstituyentes en formación, lo cual provoca la presencia de un sobreenfriamiento al inicio de la solidificación de cada microconstituyente principal; este sobreenfriamiento aparece en la curva como una disminución de temperatura por debajo de la temperatura de equilibrio (temperatura de liquidus (TL) ó temperatura eutéctica (TE). Una vez que la solidificación empieza, se libera calor latente de solidificación y la temperatura se eleva hasta un valor cercano a la temperatura de equilibrio, proceso que se denomina recalcancia; posteriormente continúa el proceso de solidificación, usualmente asociado con la solidificación de fases primarias y eutécticas.

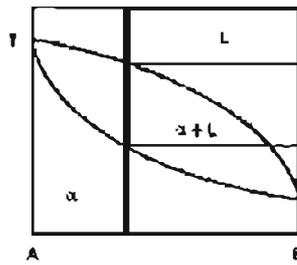
2.- La segunda, se fundamenta en la complejidad química de las aleaciones comerciales actuales. Anteriormente se describieron curvas de aleaciones de solución sólida, eutéctica, y aleaciones hipo ó hipereutécticas, que son aleaciones binarias, mientras que muchas aleaciones se componen de aleaciones multicomponente y que contienen diversas fases sólidas, las cuales tienen efecto en la forma de las curvas de enfriamiento así como en las temperaturas de inicio y final de la solidificación.



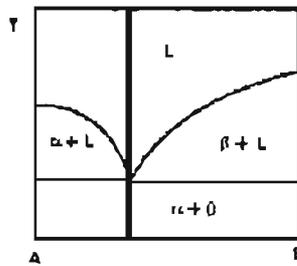
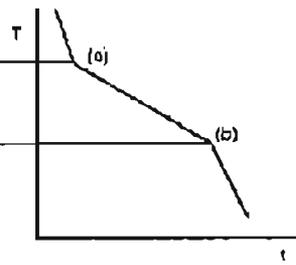
a) Enfriamiento de un metal sólido



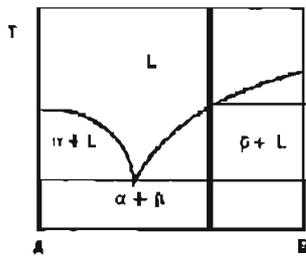
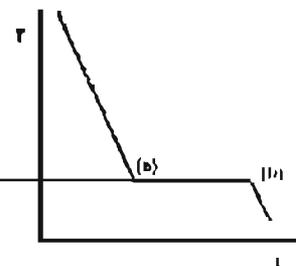
b) Metal puro



c) Aleación que presenta solubilidad total



d) Aleación Eutéctica



e) Aleación hipó o hipereutéctica

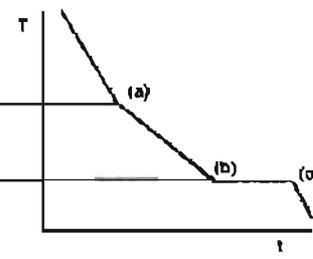


Figura 1.1 Curvas de enfriamiento Ideales

A continuación se mencionan dos ejemplos en los cuales se hace énfasis sobre la utilización del análisis de curvas de enfriamiento en el control microestructural para dos familias de aleaciones comerciales: hierros colados y aleaciones de fundición de aluminio.

## 1.5 APLICACIÓN DEL ANÁLISIS DE CURVAS DE ENFRIAMIENTO EN EL PROCESAMIENTO DE HIERROS COLADOS

Desde hace 25 años, las curvas de enfriamiento han sido utilizadas con el fin de estimar *in situ* el porcentaje de carbono (%C), porcentaje de silicio (%Si) y la cantidad de carbón equivalente (CE) en hierro líquido antes de los tratamientos de inoculación y esferoidización con el fin de corregir la composición química del mismo, antes de que éste sea vaciado y ya no sea posible corregirla. El estudio detallado sobre curvas de enfriamiento y las propiedades finales del metal; han intentado relacionar la forma final del grafito (vermicular, laminar, esferoidal) con los puntos importantes que se observan en la curva de enfriamiento y en la derivada de esta curva con respecto al tiempo.

Una curva de enfriamiento típica para estas aleaciones ha sido descrita por varios autores, no obstante, la terminología y regularmente la elección de los puntos críticos en las curvas no han sido estandarizados. La tabla 1.1 resume las diferentes designaciones dadas de las temperaturas críticas encontradas en la literatura y su definición. Hay que notar que algunos puntos críticos son específicos para un tipo de hierro. Por ejemplo la temperatura de liquidus de grafito (TGL) existe en un hierro hipereutético pero no en un hipoeutético. Las definiciones para la primera derivada de una curva de enfriamiento son listadas en la Tabla 1.1; la primera derivada puede ser considerada como la velocidad de enfriamiento. La tabla 1.1 presenta los puntos más típicos encontrados en una curva de enfriamiento de un hierro.

Parámetros característicos	SIGNIFICADO FISICO
Tmax	Temperatura máxima
TAL	Temperatura de solidificación de austenita primaria en hierros hipo y eutéticos
TGL	Temperatura de solidificación de grafito primario en hipereutético
TEN (TES)	Temperatura de nucleación eutéctica (Temperatura de inicio de la reacción eutéctica)
TEU	Temperatura de subenfriamiento eutéctico
TE	Temperatura eutéctica (o Temperatura eutéctica media)
TER	Temperatura máxima de arresto eutéctico
TEE (TES)	Temperatura final de solidificación eutéctica el cual corresponde a el mínimo de la primera derivada NPE
TS	Temperatura de solidus
TEN-TEU	Subenfriamiento eutéctico
TER-TEU	Recalescencia eutéctica
NPE	Pico negativo después de la solidificación eutéctica. Final de la solidificación eutéctica que corresponde a TEE
MXCR	Máxima rapidez de recalescencia
NPAE	Pico negativo entre la austenita a solidificación eutéctica, cambio de solidificación de austenita a eutéctico

Tabla 1.1 Definición de los puntos típicos de una curva de enfriamiento

En la figura 1.1 se muestra una curva de enfriamiento en donde se presentan esquemáticamente los puntos listados en la tabla 1.1

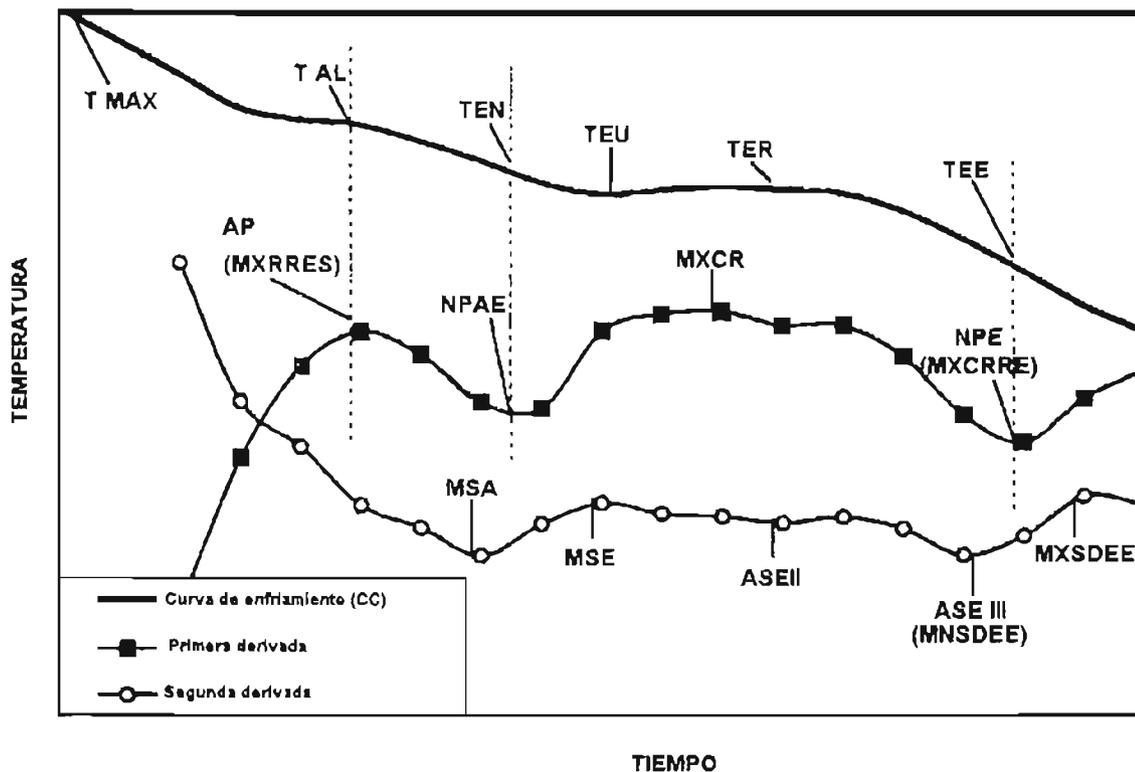


Figura 1.2 Puntos críticos localizados en la curva de enfriamiento de un hierro hipoeutéctico y sus derivadas

Se puede obtener información adicional de curvas de enfriamiento, por medición o por cálculo del calor liberado durante la solidificación. Una técnica desarrollada para evaluar las variaciones del flujo de calor es el análisis térmico diferencial asistido por computadora (CA-DTA), el cual es descrito en las referencias 8,10 y 11.

El calor latente de solidificación de cada fase ha sido evaluado por diferentes autores. Con el tratamiento matemático apropiado y calibración, es entonces posible evaluar el porcentaje de las fases formadas (% austenita primaria vs. % eutéctico (carbúrico o graffítico)) utilizando la curva de calor. A partir de esto, se encontró que la cementita y grafito tienen un mayor calor latente de formación que la del hierro puro, y que el calor latente de formación de un hierro colado se incrementa con el contenido de carbón. Sin embargo, el calor latente de solidificación no es suficiente para determinar las formas de las partículas de grafito formadas (compactas, esferoidales o laminares). Aún con criterios adicionales, se han reportados resultados contradictorios en cuanto a la habilidad de predecir la forma de las partículas de grafito formadas a partir del análisis de curvas de enfriamiento. Las diferencias entre las curvas de enfriamiento de diferentes hierros colados, han llevado a intentar relacionar los datos de las curvas de enfriamiento con las propiedades finales del producto de fundición.

Las temperaturas típicas absolutas de recalcificación eutéctica, subenfriamiento eutéctico, rapidez de recalcificación y calor latente de solidificación (TEN, TEU, TER, NPAE,...) se encuentran entre los parámetros utilizados para monitorear la forma de las partículas de grafito y la esferoidización.

Chen y Stefanescu<sup>8</sup> han concluido que es posible predecir la forma del grafito de una curva de enfriamiento y sus derivadas. Además, la esferoidización puede también ser predicha para hierros hipoeutécticos y eutécticos. Se ha reconocido que el estado de oxidación del hierro líquido ha tenido un impacto en la capacidad de nucleación del baño metálico, y muy probablemente tiene influencia en las propiedades finales de la pieza. (TAL y CET) son las temperaturas clave usadas para estimar el % de Si y el % de C.

### **a) Esferoidización e Inoculación**

Los cambios en las curvas de enfriamiento después del proceso son claramente observables, Knothe<sup>13</sup> señala las implicaciones prácticas de las variaciones del TEU durante el proceso. Por ejemplo, cuando el TEU de la base de hierro es más baja que la de el hierro antes del tratamiento con magnesio, porque el baño se oxidó entre estas dos mediciones, incrementándose el potencial de nucleación. Después del tratamiento con Mg, TEU decrece significativamente porque el Mg reacciona con el oxígeno presente en el baño. Finalmente, el incremento en el potencial de nucleación debido a la etapa de inoculación es tan poderoso que oculta el efecto de las otras etapas del proceso. Esto muestra claramente que TEU ( y otras temperaturas) es representativa de el potencial de nucleación del baño y consecuentemente, de la capacidad del metal líquido para contrarrestar la contracción de volumen de la austenita por una expansión del grafito durante la solidificación eutéctica. Stefanescu et al.<sup>14</sup> evaluaron el efecto del tiempo de permanencia después del tratamiento con Mg (2.5% en peso de FeMgSi, 5% Mg) y la postinoculación (0.4% en peso de FeSi, 85% Si) sobre TER y TEU. Si el tiempo de permanencia es prolongado, el contenido de Mg del baño decrece y consecuentemente, la estructura del grafito cambia de esferoidal a compacta y finalmente a hojuela.

Estas modificaciones fueron detectadas por el subenfriamiento eutéctico (TER) Zhu y Smith<sup>15</sup> han estudiado las curvas de enfriamiento obtenidas de hierros semejantes (carbono equivalente similar) pero tratados con aleaciones esferoidizantes diferentes. En sus estudios, el deterioro de las partículas de grafito, en su evolución de esferoidal a vermicular, no fueron exclusivamente asociadas con un amplia diferencia entre TER y TEU<sup>15</sup>. Se identificó que otros parámetros afectan la curva de enfriamiento, como son las tierras raras en el nodulizante y azufre residual en el hierro. La tendencia a la estructura chill, la cual fue relacionada con TEU, específica para cada tipo de nodulizante, esta afectada la condición de crecimiento de las partículas de grafito.

Algunos autores encontraron que las mediciones por análisis térmico fueron más sensibles a la esferoidización que a la morfología del grafito. Ellos también mostraron que la degradación en la morfología del grafito es causada por un exceso de S contenido en los hierros tratados con aleaciones Mg-Ni y este efecto no fue detectado por la curva de enfriamiento. Con el fin de establecer una relación entre la recalcificación eutéctica y la morfología del grafito en tales baños (tanto hipo como hipereutéctico) fue sugerido el uso de la prueba del cupón, conteniendo una pequeña cantidad de bismuto, porque el Bi es un estabilizador de carburos y un degradante de grafito. La presencia de Bi reduce TEU e incrementa TER en tal manera que, para un tratamiento eficiente de Mg, se obtiene una gran recalcificación. Este método es interesante pero añade una variable adicional (Bi) en la caracterización del material. El efecto de la muestra de cupón (geometría y tamaño) sobre los parámetros de la curva de enfriamiento no habían sido explícitamente tomados en consideración antes de 1990. Por otra parte, la reproducibilidad de los resultados obtenidos del tipo de muestra de la prueba del cupón no fueron caracterizados en detalle.

Debido a que el tipo de cupón tiene una incidencia directa en la velocidad de enfriamiento, se espera que la geometría y tamaño del cupón afecte las temperaturas de las curva de enfriamiento, debido a que las transformaciones que ocurren durante el enfriamiento en el cupón, dependen de la velocidad de extracción de calor en el mismo.

En 1990, Bradley et al<sup>14</sup>, comparó los siguientes 5 parámetros con algunos tipos de cupones comerciales :TER, TES (o TEE), MXCREE, MNSDEE y el calor de solidificación.

Tres tamaños de cupones y 2 geometrías fueron evaluadas por estos autores. Sus comparaciones se basaron bajo estándares estadísticos (análisis de varianza), el cual identifica las variables importantes que afectan a cada parámetro listado. Ellos encontraron que las mediciones de temperatura absoluta, tales como TER y TES, no fueron significativamente afectadas por el tipo de cupón. Sin embargo, se encontró que el tipo de cupón juega un papel importante en las características de las derivadas, debido al el fuerte efecto de la geometría y tamaño de la muestra sobre la velocidad de transferencia de calor. Finalmente, ellos encontraron que el calor total de solidificación no fue modificado significativamente por el tamaño del cupón.

## **b) Predicción de la Dureza**

La predicción de las propiedades del metal es el último objetivo del análisis térmico. Este es, sin embargo, una tarea muy difícil porque, en adición a la interpretación de las características de una curva de enfriamiento específica vs. predicción de propiedades finales, la selección del modelo que tiene que calcular la temperatura en función del tiempo en diferentes lugares del metal, hace que esto pueda ser llevado a cabo por medio de la técnica de análisis de elemento finito.

Muchos paquetes computacionales son válidos para este tipo de cálculos (no exclusivamente desarrollados para hierros colados) pero las condiciones de frontera, tales como las propiedades térmicas del molde, las interfaces y el material, son difíciles de definir.

Utilizando esta aproximación, Louvo et al<sup>16</sup> calcularon la dureza de una muestra simple como una función de las características de curvas de enfriamiento y de la composición química del hierro. Esto se presenta en la siguiente relación empírica (ecuación 1.1):

$$HB = A + B * V_{900} + C * V_{650} + D * t_v + E * t_{sol} + F * MnE + G * CE + H * Mg + J * Si$$

ecuación 1.1

donde:  $MnE = Mn + 1.5Ni + 0.5Cu + 4Cr + 10V$

$V_{900}$  posición de la velocidad de enfriamiento medida a 900°C

$V_{650}$  posición de la velocidad de enfriamiento a 650°C

$t_v$  es el tiempo entre 900°C y 650°C

$t_{sol}$  es el tiempo de solidificación

Las mediciones y los análisis de las características de curvas de enfriamiento fueron llevadas a cabo automáticamente con el paquete computacional DERTA.

Para obtener esta ecuación, fueron estudiadas las curvas de enfriamiento de 10 hierros dúctiles hipereutécticos fundidos (tratados e inoculados). Para cada fundición, se utilizaron bloques de tipo Y, de diferentes tamaños y bloques en forma de escalón; en estos fueron vaciados los hierros y se registraron las curvas de enfriamiento para cada vaciada. Por medio de métodos numéricos, ellos aislaron las características más significativas de las curvas de enfriamiento relacionadas a la dureza, y desarrollaron la ecuación 1.1. Un coeficiente de correlación de 0.95 fue obtenido para el modelo. Utilizando la misma aproximación, se realizaron intentos para predecir el total de nódulos en los hierros, pero los coeficientes de correlación fueron menores con respecto al nivel aceptado. Finalmente, ellos probaron su modelo con un metal, teniendo diferentes tamaños de sección y una composición química comparable a la utilizada para construir la ecuación empírica.

Este ejemplo ilustra la complejidad del cálculo y el gran número de variables a considerar para predecir con aceptable seriedad, las propiedades ingenieriles de un metal. Además, en esta caso particular, la predicción de la dureza posiblemente aparece pero no el conteo de los nódulos porque la dureza depende esencialmente de las características microestructurales del metal, tal como el porcentaje de perlita y la cantidad de nódulos, relacionados directamente a tales características. Sin embargo, la predicción de propiedades mecánicas es más compleja que la determinación del %C, %Si y el CE, e involucra un amplio margen de error, el cual es atribuible a los procedimientos experimentales y a los métodos de simulación utilizados.

Como lo señalan Louvo et al.<sup>16</sup>, la predicción de la propiedades mecánicas esta ligada con el conocimiento del fenómeno de solidificación y de transformación en estado sólido. Modelos más precisos pueden ser probablemente desarrollados, si la relación entre la transformación en estado sólido y la historia térmica durante tal transformación es comprendida mejor. Este fue el objetivo del trabajo realizado por Guo y Stefanescu<sup>17</sup>, como el estudio del efecto de la velocidad de enfriamiento y la química en la transformación eutectoide del hierro dúctil utilizando curvas de enfriamiento y análisis microestructurales.

### c) Predicción de la Tendencia a la Contracción

Así como las propiedades mecánicas, la tendencia a la contracción es dependiente de varios parámetros y es una propiedad compleja para predecir, de ella puede resultar en una inadecuada composición química o en un diseño inapropiado del sistema de alimentación y de flujo o de ambos; esto está de manera estrecha relacionado con la geometría del metal. Ableindinger y Raebus<sup>18</sup>, han descrito, por medio de la ecuación empírica dada en la ecuación 1.2, que MEGK sirve como un indicador de la tendencia a la contracción.

$$\text{MEGK} = 0.0575 (\text{TES}^* - 1096) + 0.033 (\text{TER} - 1145) + 0.11 (\text{MXCREE}) - 2.0 (\text{MXSDEE}) + 0.02875 (\text{QSOLID} - 232)$$

ecuación 1.2

(\*) Esta TES se refiere a la corrección de la temperatura de solidus o TEE ( ver tabla 1).

Según los autores, si MEGK > 2.80 un buen comportamiento de alimentación y un mínimo de tendencia a la contracción son observados para una aleación específica. Ellos explicaron el significado físico de los factores encontrados en la siguiente ecuación como sigue:

**TES** es representativa del subenfriamiento (comparado al valor teórico) y al final de la solidificación. Si es pequeño que un valor dado, la alimentación será adecuada hasta el final de la solidificación.

**TER** caracteriza la intensidad de grafitización eutéctica y puede ser menor a 7°C mas alto que **TEU** cuando ocurre una grafitización extendida.

**MXCREE** es la punta negativa de la primera derivada en el sólido y es asociada con la velocidad a la cual la solidificación finaliza; puede ser más alta que 4 °C / s, en orden para tomar una autoalimentación.

**MXSDEE** es el máximo de la segunda derivada en el sólido y es relacionada a la aceleración del final de la solidificación, este parámetro es el más alto, lo mejor supone ser la tendencia a la autoalimentación del material.

Finalmente, **QSOLID** es el calor total de solidificación, la gran cantidad de grafito formado, el gran calor específico generado y la expansión volumétrica más alta ocurren durante la solidificación. **QSOLID** > 250 J / g puede ser representativa de un hierro de optima calidad.

Los detalles del trabajo experimental fueron, sin embargo, no incluidos en su documento, el cual restringe la interpretación de la que puede ser hecha de su trabajo. Para el control de la calidad de un hierro inoculado y tratado con Mg, este método puede ser valioso para los fundidores.

Sin embargo, la aplicación general del método para hierros de diferentes composiciones químicas producidos vía diferentes procesos, parece ser poco realista. Las aproximaciones desarrolladas por Ableidinger y Raebus fueron verificadas por Bradley y Fung<sup>23,24</sup> quienes establecieron sus propios experimentos y calcularon el parámetro **MEGK**. En adición, ellos crearon otro indicador, el **ASP** (pronosticador del área de contracción)

Ellos seleccionaron un diseño específico de metal, el cual fue llamado *diseño sensible de la contracción*, para el cual probaron preliminarmente e identificaron una relación entre los parámetros de la curva de enfriamiento y la ocurrencia de la contracción.

## **1.6 APLICACIÓN DEL ANALISIS DE CURVAS DE ENFRIAMIENTO EN EL PROCESAMIENTO ALEACIONES DE ALUMINIO**

Desde principios de los 80's, el análisis térmico se ha convertido en un método aceptado para el control de la fundición en la fusión de aluminio. La técnica es utilizada primeramente para controlar el tamaño de grano y el grado de modificación eutéctica. El arresto eutéctico se utiliza para determinar la presencia o ausencia de modificación. Cuando un modificador es agregado al metal fundido, la temperatura eutéctica es deprimida por completo en aproximadamente 10 °C y así la temperatura de la meseta eutéctica (arresto eutéctico) es mas frecuentemente utilizada como la base para el control de la modificación.

Otros aspectos del arresto eutéctico que dependen del nivel de modificador son la magnitud del subenfriamiento aparente asociado con el eutéctico y el periodo de duración de este subenfriamiento. Muchos estudios sobre los efectos de la modificación sobre la porción eutéctica de la curva de enfriamiento han sido realizados, aplicados sobre todo a la aleación A356.

En la literatura, la mayor parte de los estudios sobre los efectos de la modificación en la porción eutéctica de una curva de enfriamiento, han sido enfocados al control de la modificación de la aleación A356. Esta aleación es muy importante, ya que frecuentemente es utilizada en la industria de la fundición y por consiguiente modificada; también, la modificación es o puede ser empleada para proporcionar mejores propiedades de fundición o mecánicas para otras aleaciones base Al-Si.

Es razonable esperar que los modificadores pudieran actuar de una manera similar sobre la temperatura eutéctica de estas aleaciones, pero tal información no está disponible en la literatura.

Otras dificultades asociadas con el control de la modificación son que las velocidades de enfriamiento de la muestra de análisis térmico y del metal que es eventualmente vaciado y tratado en la impresión del molde, son usualmente diferentes.

Muy recientemente, Backerud, Chain y Taimen publicaron un extenso estudio del análisis térmico de varias aleaciones de aluminio solidificadas a diferentes velocidades. Para su experimentación, se utilizaron 6 aleaciones, las cuales se les realizó análisis térmico y fueron modificadas con estroncio y solidificadas a tres diferentes velocidades, detallándose únicamente la reacción eutéctica dejando por un lado las otras reacciones que se pudieran llevar a cabo.

La experimentación consiste en la utilización de tres diferentes condiciones de solidificación, diseñadas para simular el enfriamiento al equilibrio, en moldes de arena y en moldes permanentes metálicos.

Los parámetros eutécticos de las aleaciones son una función del nivel de estroncio y el grado de modificación, si el análisis térmico se conduce a bajas velocidades de enfriamiento; en el experimento, se utilizaron las siguientes velocidades 0.1 a 0.8 °C/seg. En los moldes, se utilizaron 2 termopares, uno al centro del molde y otro cercano a la pared, se utilizaron 10 Kg. aproximadamente de las aleaciones y con una mezcla de N<sub>2</sub> –5% de freón 12 para remover los modificantes residuales en las aleaciones, los datos fueron registrados a través de una computadora con una interfase comercial que se conecta al dispositivo descrito.

Analizando las curvas obtenidas, se observó que a velocidades bajas de enfriamiento es fácil la determinación de un número de parámetros, todos ellos sobre la porción eutéctica, la información obtenida es:

- **Temperatura de nucleación eutéctica**
- **Temperatura mínima antes de que se forme la meseta eutéctica**
- **Temperatura de crecimiento eutéctico**
- **tiempo de inicio de la nucleación eutéctica**
- **tiempo mínimo antes de la meseta eutéctica**
- **tiempo de inicio de la meseta eutéctica**
- **tiempo final de la formación de la meseta eutéctica**
- **Depresión de la temperatura eutéctica [T( sin Sr) – T (con Sr)]**

Todos estos parámetros se obtuvieron a partir de las curvas de enfriamiento. En la práctica corriente, se utiliza la depresión en la temperatura eutéctica como un indicador del grado de modificación. Al utilizar velocidades altas de enfriamiento, 5 de las 6 aleaciones, muestran que no existe la formación de la meseta eutéctica, y sólo se pueden obtener los parámetros anteriormente descritos cuando finaliza la reacción eutéctica, solamente en una de ellas no se obtiene ningún parámetro debido a que es insensible a la modificación.

El análisis de curvas de enfriamiento resulta ser una herramienta importante para el fabricante de piezas metálicas vaciadas en moldes, pues obtiene información acerca del metal o aleación que este trabajando, ya que en este caso, no necesita el empleo de ensayos destructivos para conocer las propiedades del material, una vez que la pieza ha sido vaciada, pero para lograr esto, el análisis de las curvas de enfriamiento debe ser llevado a cabo mediante el procesamiento de dichas curvas, en este caso un procesamiento numérico, utilizando un microprocesador, el cual con la ayuda de un software o programa de cómputo, y que implementa un método que por medio de éste se obtiene la información sobre los eventos térmicos que se presentan durante el enfriamiento y solidificación de metales y/o aleaciones: calor latente de solidificación, cinética de solidificación, porcentaje de microconstituyentes, composición química de la aleación. En el presente trabajo se pretende implementar uno de esos dos métodos importantes: El Método de Newton.

## CAPÍTULO II

# IMPLEMENTACIÓN DEL MÉTODO DE NEWTON

# CAPÍTULO II

## IMPLEMENTACIÓN DEL MÉTODO DE NEWTON

El análisis de curvas de enfriamiento asistido por computadora, (CCA) aplicado a aleaciones de interés comercial y en particular el método de Newton (NTA), proporciona información acerca del calor latente de solidificación, la evolución de la fracción sólida, las cantidades y tipos de fases que solidifican y también la coherencia dendrítica. También se puede utilizar al CCA, junto con correlaciones estadísticas expresadas como ecuaciones semi-empíricas, para la determinación del espaciamiento dendrítico secundario, el grado de modificación y refinación, en aleaciones de aluminio, así como la composición química, la morfología del grafito y el grado de nodularidad en hierros colados. El uso de curvas de enfriamiento para el control de proceso en fundición, es muy extenso.

El método de Newton permite la obtención de información asociada con la solidificación de una aleación a partir del procesamiento numérico de una curva de enfriamiento que describe la evolución de la temperatura del metal durante su enfriamiento. Este análisis parte de suponer un enfriamiento Newtoniano y ejecuta un procedimiento para extraer datos de cinética de solidificación, calor latente de solidificación y porcentaje de microconstituyentes formados.

El método de Newton es señalado en la literatura como una importante alternativa con respecto al modelado matemático, con el fin de conocer y explicar como se desarrolla la solidificación de una aleación bajo condiciones específicas de proceso.

El método emplea como base una curva de enfriamiento, la cual constituye la evolución con respecto al tiempo, de la temperatura de una aleación líquida durante su enfriamiento y solidificación, bajo condiciones de proceso específicas (temperatura de vaciado, geometría de la pieza, capacidad que el medio de moldeo para extraer calor, etc.). El método parte generalmente de una curva de enfriamiento proveniente de la lectura de un termopar ubicado en el centro geométrico de un molde cilíndrico que contiene al metal inicialmente líquido.

En los siguientes párrafos se discutirá la fundamentación matemática del método de Newton y la manera en que la información generada es interpretada como respuesta para el interés del fundidor.

## 2.1 FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA DEL MÉTODO DE NEWTON

El método de Newton hace la suposición de que el metal no presenta gradientes térmicos en su interior, es decir todo el metal se encuentra a la misma temperatura a un tiempo dado durante el enfriamiento. Con dicha suposición, se puede conocer la evolución térmica del metal mediante un balance global de energía, el cual se expresa en la siguiente ecuación:

$$Q_{SU} + Q_{TR} = Q_{AC} \quad (2.1)$$

donde:  $Q_{SU}$  = Flujo de calor que abandona el metal hacia los alrededores  
 $Q_{TR}$  = Flujo de calor que se genera en el metal debido a la solidificación  
 $Q_{AC}$  = Flujo de calor que se acumula en el metal.

Si se asume que la convección es el mecanismo controlante de transferencia de calor, la ecuación (2.1) adopta la siguiente forma:

$$-h_0 A(T - T_0) + \frac{dQ_{TR}}{dt} = V \cdot \rho \cdot C_p \frac{dT}{dt} \quad (2.2)$$

donde:  $V$  es el volumen del metal ( $m^3$ ),  $\rho$  es la densidad del metal ( $Kg/m^3$ ),  $C_p$  es el calor específico del metal ( $J/Kg^\circ C$ ),  $T$  es la temperatura ( $^\circ C$ ),  $t$  es el tiempo (s),  $h_0$  es el coeficiente de transferencia de calor por convección ( $W/m^2^\circ C$ ),  $A$  es el área de transferencia de calor ( $m^2$ ) y  $T_0$  es la temperatura ambiente ( $^\circ C$ ).

Rearreglando la ecuación (2.2) para determinar la expresión que describe a la primera derivada con respecto al tiempo de la curva de enfriamiento, conocida también como velocidad de enfriamiento, (cooling rate), se tiene:

$$\frac{dT}{dt_{cc}} = \frac{1}{V\rho \cdot C_p} \left[ \frac{dQ_{TR}}{dt} - h_0 A(T - T_0) \right] \quad (2.3)$$

La ecuación (2.3) es válida cuando el metal sufre transformación de fase, en caso de que no existiera ésta, la ecuación (2.3) se reduce a:

$$\frac{dT}{dt_{zc}} = - \frac{h_0 A(T - T_0)}{V\rho \cdot C_p} \quad (2.4)$$

La ecuación (2.4) representa la velocidad de enfriamiento que presentaría el sistema si no hubiera la liberación de calor latente asociada al cambio de fase, también llamada curva cero (zero curve). Despejando de la ecuación (2.3) el término de generación de calor latente permite obtener la expresión para calcular el flujo de calor liberado durante la solidificación como:

$$\frac{dQ_{TR}}{dt} = V\rho \cdot C_p \left[ \left( \frac{dT}{dt} \right)_{cc} - \left( \frac{dT}{dt} \right)_{zc} \right] \quad (2.5)$$

Integrando la ecuación (2.5) con respecto al tiempo, desde el tiempo de inicio de solidificación,  $t_{is}$ , hasta el tiempo de fin de solidificación,  $t_{fs}$ , :

$$Q_{TR} = V \cdot \rho \cdot C_p \int_{t_{is}}^{t_{fs}} \left[ \left( \frac{dT}{dt} \right)_{cc} - \left( \frac{dT}{dt} \right)_{zc} \right] dt \quad (2.6)$$

se obtiene  $Q_{TR}$ , que es la energía liberada, (J) durante la solidificación. La entalpía de solidificación, (J/Kg), se obtiene de la siguiente manera:

$$\Delta H_s = \frac{Q_{TR}}{V\rho} \quad (2.7)$$

donde:  $\Delta H_s$  es la entalpía de solidificación por unidad de masa. La fracción sólida ( $f_s$ ) a un tiempo  $t$  durante la solidificación, se calcula dividiendo el área instantánea ubicada entre la velocidad de enfriamiento y la curva cero por el área total calculada anteriormente para determinar la entalpía de solidificación.

$$f_s = \frac{\int_{t_{is}}^t \left[ \left( \frac{dT}{dt} \right)_{cc} - \left( \frac{dT}{dt} \right)_{zc} \right]}{\int_{t_{is}}^{t_{fs}} \left[ \left( \frac{dT}{dt} \right)_{cc} - \left( \frac{dT}{dt} \right)_{zc} \right]} \quad (2.8)$$

Con base en la información obtenida del procesamiento de la curva de enfriamiento es posible obtener la información sobre la fracción sólida en función del tiempo y temperatura,  $f_s(t,T)$ . Esta información puede ser usada en la simulación de la cinética de la solidificación en lugar de leyes semiempíricas de nucleación y crecimiento. Otra aplicación es la estimación de la cantidad de fases de un producto de fundición, cuya evaluación se torna difícil por técnicas metalográficas.

Para poder extraer información de curvas de enfriamiento aplicando lo anteriormente señalado se requirió elaborar un programa de computo que aplicara los conceptos de este método, el cual se realizó en lenguaje QBASIC. Como primer paso se elabora el algoritmo del método de Newton.

## 2.2 ALGORITMO PARA LA IMPLEMENTACIÓN DEL MÉTODO DE NEWTON

El algoritmo utilizado en el programa describe de manera secuencial las etapas requeridas para aplicar el método, las cuales se enlistan a continuación:

1. Lectura de la curva de enfriamiento bajo estudio, esto requirió la lectura de temperatura y tiempo a partir de archivos de datos, donde se registran las variables citadas durante la experimentación. Los datos de temperatura y tiempo se obtuvieron a partir de las curvas de enfriamiento experimentales de los metales puros utilizados y la aleación A 356, después se realizó un proceso de "filtrado", con el fin de eliminar, hasta los más posible, los puntos que no correspondían a la curva (ruido, etc.) y así guardar estos datos en los archivos correspondientes del programa, para la generación de la curva de enfriamiento en dicho programa.

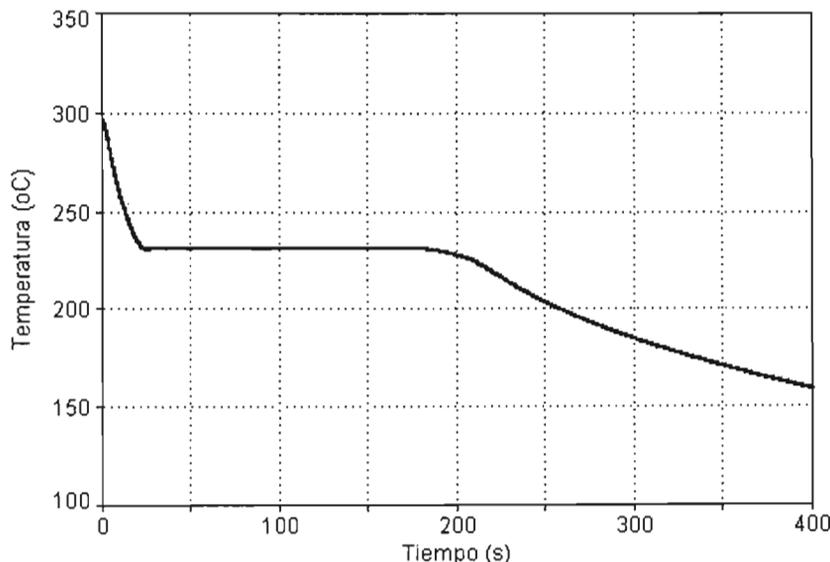


Figura 2. 1.- Curva de enfriamiento generada de los archivos de datos del programa, los datos corresponden a los datos experimentales de Sn puro.

2. Obtención de la primera derivada asociada a la curva de enfriamiento, una vez que todos los datos han sido cargados a los archivos fuente, se genera la curva de enfriamiento correspondiente a cada metal puro utilizado y también a la aleación A 356, y entonces se procede a calcular la derivada numérica para cada punto mediante el empleo de diferencias finitas.

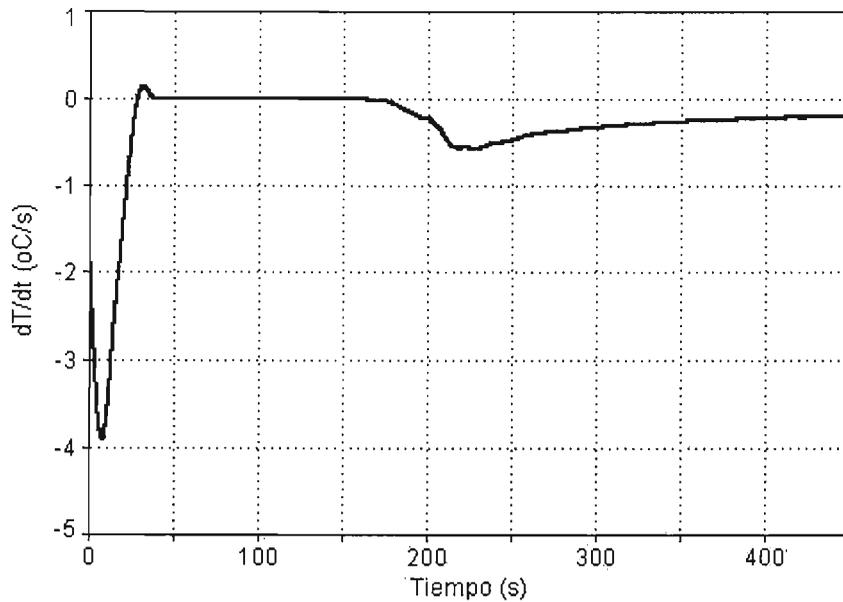


Figura 2.2.- Obtención primera derivada de la curva de enfriamiento, utilizando la técnica de diferencias finitas

3. Identificación del tiempo de inicio y final de la solidificación a partir de los puntos de inflexión de la derivada con respecto al tiempo, de la curva de velocidad de enfriamiento.

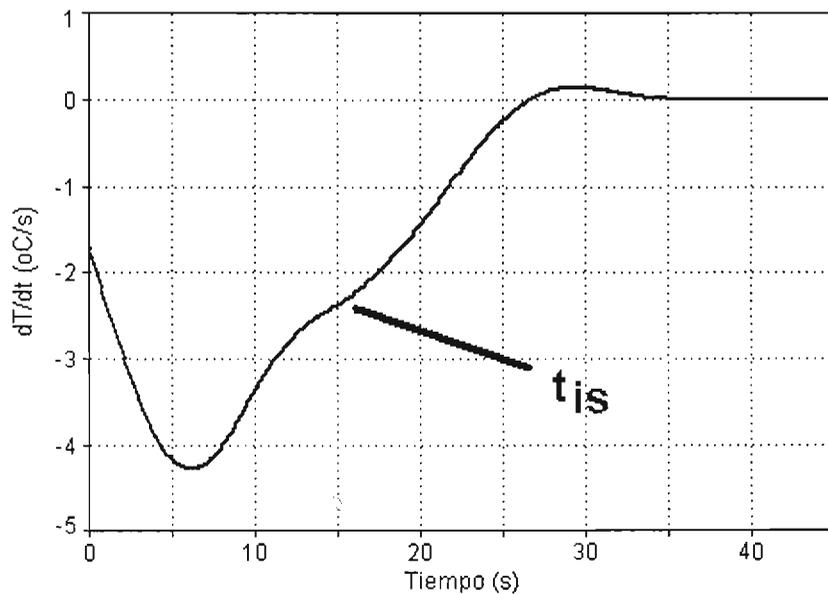


Figura 2.3a.- Identificación del punto de inicio de la solidificación en la primera derivada de la curva de enfriamiento generada por el programa.

Para lograr esto se analiza la evolución de la primera derivada y el punto en que la curva cambia de curvatura es indicativo del inicio de la solidificación. En el caso del fin de la solidificación, la literatura señala que dicho fin se muestra mediante una pequeña depresión en la velocidad de enfriamiento, la cual es provocada por la homogeneización de la temperatura al terminar la solidificación. El punto donde

la solidificación termina se define como la intersección entre las líneas posterior a la depresión con la línea anterior, como si dicha depresión no estuviera presente

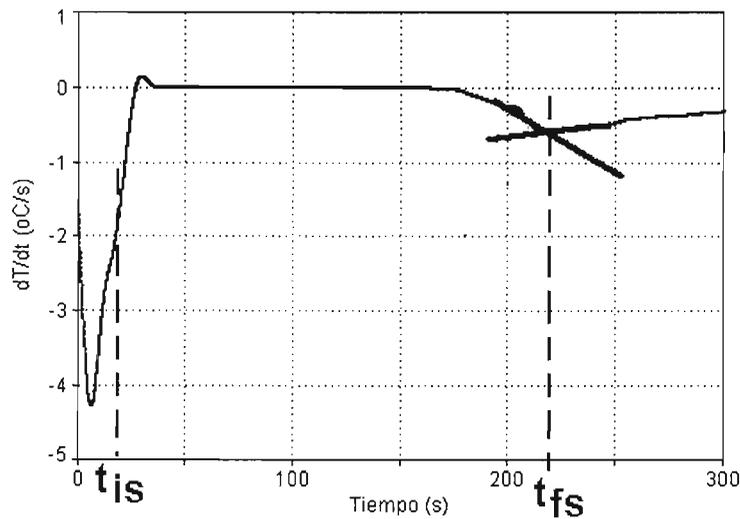


Figura 2.3b. Tiempo de inicio de la solidificación e identificación del Tiempo final de solidificación en la primera derivada de la curva de enfriamiento generada por el programa.

4. Encontrar, por interpolación exponencial, una curva del tipo  $dT/dt = A \cdot B \exp. (BT)$  entre los puntos de inicio y fin de solidificación. Esta ecuación corresponde a la curva cero de Newton. El procedimiento empleado en este trabajo para calcular a la curva cero se muestra en el Anexo I.

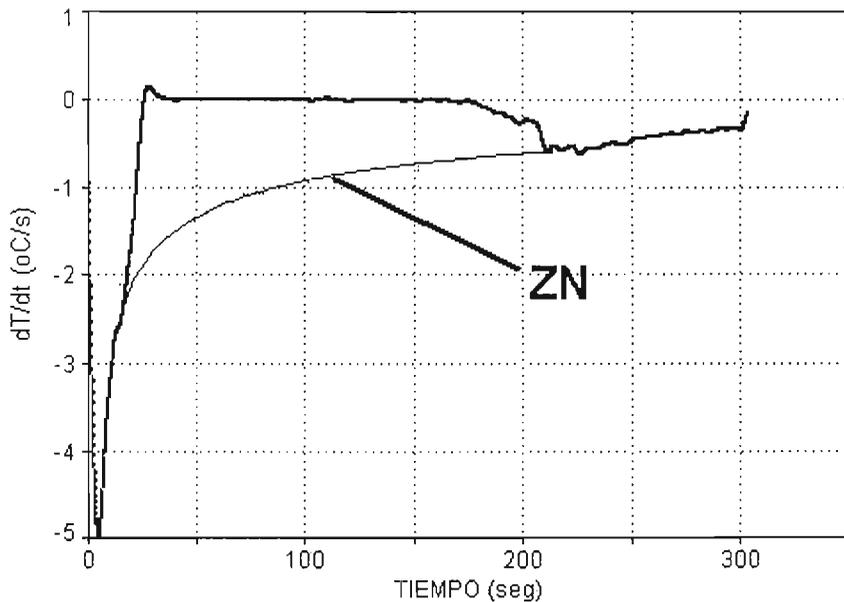


Figura 2.4.- Generación de la curva cero (ZN) a partir de los puntos de inicio y final de la solidificación respectivamente, considerando que no existe transformación de fase.

5. Calcular el área entre la curva cero y a la primera derivada obtenida experimentalmente, mediante integración numérica.

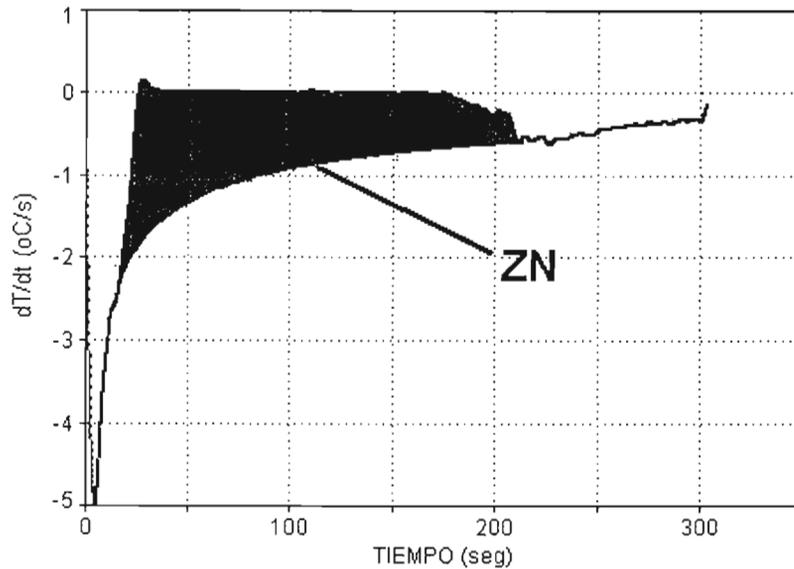


Figura 2.5 Cálculo del área total comprendida entre la curva cero y la curva de velocidad de enfriamiento.

Calcular el calor latente de solidificación, esto se realiza multiplicando el valor del área total entre la curva cero y la curva de velocidad de enfriamiento, por la capacidad calorífica del metal puro o aleación utilizados, la de la fracción sólida instantánea se obtiene al dividir el valor del área que existe entre la curva cero y la curva de velocidad de enfriamiento a un tiempo  $t$  dado ( $A(t)$ , Fig.6) entre el valor del área total entre las dos curvas mencionadas ( ver Fig. 5)

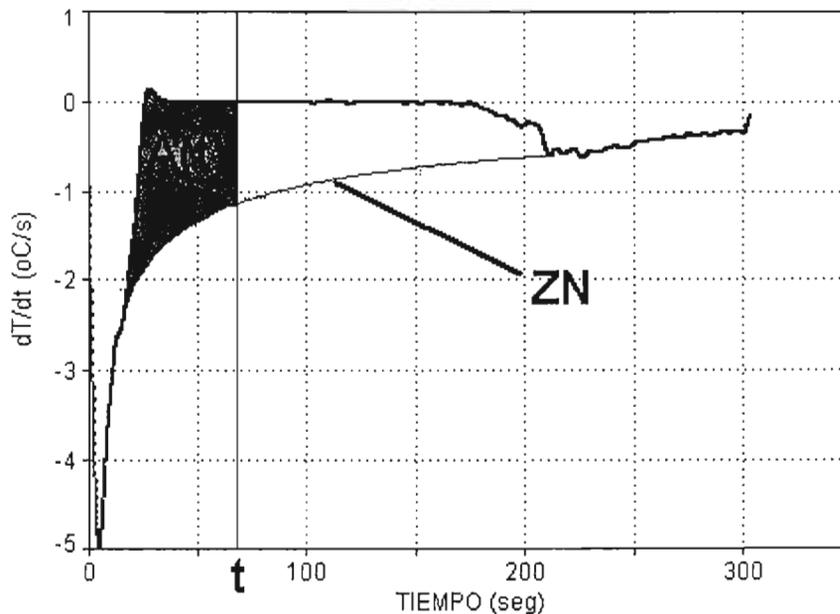


Figura 2.6.- Representación gráfica del cálculo de la fracción sólida.

6. Cálculo del porcentaje de microconstituyentes. Durante la solidificación de aleaciones que presentan más de un microconstituyente como en el caso de aleaciones hipoeutécticas, como la aleación A356 que presenta una fase dendrítica primaria de solución sólida rica en aluminio y un microconstituyente eutéctico, el eutéctico Al-Si, en el intervalo de tiempo comprendido entre  $t_{is}$ , el tiempo de inicio de solidificación y  $t_{ie}$ , el tiempo de inicio de solidificación eutéctica, (ver Fig. 7), solidifica la fase primaria y en el intervalo de tiempo comprendido entre  $t_{ie}$  y  $t_{fs}$  solidifica el microconstituyente eutéctico. En la Fig. 7 se puede observar que la isócrona  $t_{ie}$  divide en dos partes al área total existente entre la primera derivada y la curva cero de Newton, el área  $A(fp)$  asociada a la fase primaria y el área  $A(Eu)$ , asociada al microconstituyente eutéctico. Las fracciones sólidas que corresponden a cada microconstituyente se obtienen dividiendo el área correspondiente ( $A(fp)$  ó  $A(Eu)$ ) entre el área total ( $A_{tot} = A(fp) + A(Eu)$ )

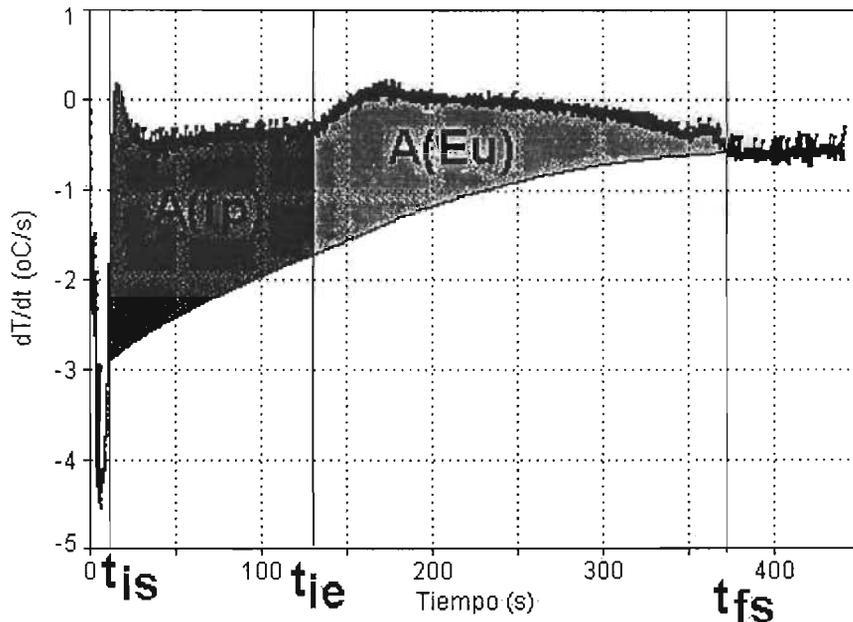


Figura 2.7.- Representación gráfica del cálculo de fracciones de microconstituyentes

Cabe mencionar que el programa elaborado para la aplicación del método de Newton proporciona archivos de datos de la primera derivada de la curva de enfriamiento, de la curva cero de Newton, la evolución de la fracción sólida y de la velocidad de solidificación, todos ellos bajo la forma de archivos en donde la primera columna es el tiempo y la segunda es el parámetro de interés. Asimismo, el programa muestra en pantalla el valor del calor latente de fusión.

Para efectuar la determinación de las fracciones de microconstituyentes, se analizan los archivos de primera derivada para encontrar  $t_{ie}$ , el tiempo de inicio de solidificación eutéctica (Fig.7) y de fracción sólida, en donde se lee el valor de  $f_s$  que corresponde a este tiempo, el cual corresponde a la fracción de fase primaria.

La fracción del microconstituyente eutéctico se obtiene restando de la unidad a la fracción de fase primaria. Finalmente los porcentajes de microconstituyentes se obtienen de multiplicar las fracciones sólidas asociadas por 100.  
El listado del programa se presenta en el Anexo II.

## **CAPÍTULO III**

# **DESARROLLO EXPERIMENTAL**

# CAPÍTULO III

## DISEÑO EXPERIMENTAL

El diseño experimental fue realizado con el fin de establecer una primera aproximación de la exactitud y precisión del método de Newton como herramienta para la determinación experimental de calor latente de solidificación, así como del porcentaje de microconstituyentes presentes en una muestra de aleación sometida a solidificación.

Para tal efecto se requiere de resultados experimentales que sean reproducibles así como una primera aproximación del valor numérico asociado al intervalo de confianza de cada respuesta. Con respecto al primer aspecto todos los experimentos asociados a cada caso bajo estudio fueron realizados bajo las mismas condiciones experimentales. Asimismo se realizaron tres repeticiones para cada caso a fin de generar una primera aproximación numérica para los intervalos de confianza de cada respuesta. La experimentación fue realizada empleando algunos metales puros (de pureza comercial), así como la aleación A356. Se consideraron los casos de estudio mostrados en la tabla 3.1.

Caso	Metal o aleación	Parámetros determinados por NTA
1	Cd	Calor latente de solidificación
2	Sn	Calor latente de solidificación
3	Pb	Calor latente de solidificación
4	Zn	Calor latente de solidificación
5	Al	Calor latente de solidificación
6	A356 sin modificar	Calor latente de solidificación
7	A356 modificada	Calor latente de solidificación y porcentaje de microconstituyentes

Tabla 3.1.- Metales puros y aleaciones considerados en este trabajo

En el caso de los calores latentes de solidificación, los resultados generados por el método de Newton fueron comparados con los reportados en la literatura especializada.

Por otra parte y en el caso de la aleación A356 modificada, cuya composición química se muestra en la tabla 3.2, el porcentaje de microconstituyentes fue medido empleando análisis metalográfico cuantitativo, empleando un sistema de análisis de imágenes, con el fin de generar datos que permitieran establecer la validez de las predicciones del Método de Newton (NTA).

Elemento	Si	Fe	Cu	Mn	Mg	Zn	Ni	Cr	Pb	Ti	V	Co	Al
% wt	7.09	0.43	0.05	0.15	0.31	0.052	0.00	0.005	0.0136	0.162	0.0079	<0.002	91.72

Tabla 3.2.- Composición de la aleación A 356 bajo estudio

En todos los casos se obtuvieron curvas de enfriamiento, las cuales después de un proceso de filtrado para eliminar el ruido experimental, se procesan numéricamente utilizando el programa de cómputo que fue implementado como parte de este trabajo para aplicar el Método de Newton, (NTA), con el fin de comparar los resultados obtenidos de calor latente de solidificación con los valores reportados en la literatura y establecer la confiabilidad del método a este respecto.

En el caso de la aleación A 356 modificada con Sr, además del procesamiento de sus curvas de enfriamiento para la obtención del calor latente, se obtuvo mediante NTA el porcentaje de microconstituyentes presentes y para efectos de comparación, a las probetas asociadas se les realizó el análisis metalográfico correspondiente, empleando un analizador de imágenes para obtener el porcentaje de microconstituyentes a fin de establecer los alcances o limitaciones del NTA en esta aplicación.

### 3.1 PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

Con el fin de obtener curvas de enfriamiento experimentales para su tratamiento a través del programa elaborado para aplicar el NTA, los metales y aleaciones objeto de este trabajo, ver tabla III.1, en cantidades predeterminadas, fueron fundidos empleando un horno de resistencia. Posteriormente fueron vaciados a una temperatura de colada preestablecida dentro de una cavidad cilíndrica de 3 cm de diámetro y 10 cm de altura, en moldes de arena sílica aglutinados mediante el proceso  $\text{Na}_2\text{SiO}_3 / \text{CO}_2$ .

Para registrar la historia térmica de los metales considerados durante el proceso de enfriamiento y solidificación, se introdujo un termopar tipo K en el eje de simetría de la cavidad cilíndrica a una distancia de 3 cm del fondo en todos los casos para asegurar reproducibilidad. La punta del termopar estuvo en contacto directo con el metal líquido. Las curvas de enfriamiento fueron obtenidas mediante el registro de las señales de los termopares en función del tiempo utilizando un adquisidor de datos IOTECH Tempscan 1100. Todas las curvas de enfriamiento asociadas a cada caso bajo estudio fueron obtenidas bajo las mismas condiciones experimentales.

Los termopares fueron conectados al sistema de adquisición de datos IOTECH Tempscan 1100 y éste a su vez a una computadora personal que contiene el software "Chart View", el cual registra la información de temperatura y tiempo generada durante el enfriamiento y solidificación de los materiales, generando la curva de enfriamiento experimental correspondiente.

Para cada caso bajo estudio, se seleccionó una temperatura de colada con base en un sobrecalentamiento de 100 °C por encima de la temperatura de fusión reportada (metales puros) ó de la temperatura de líquidus (Aleación A356).

En las tres replicas asociadas a cada caso bajo estudio se empleó la misma masa metálica y se promovieron idénticas condiciones de enfriamiento colocando los moldes de arena en un dispositivo aislado térmicamente con arena sílica y asbesto y cubriendo las partes superiores de las probetas con fibra refractaria, inmediatamente después de su llenado con metal líquido.

La fusión se realizó en un horno de resistencia con atmósfera protectora de argón, la temperatura máxima registrada en el horno se mantuvo a 120 °C por encima de la temperatura de fusión (metales puros) y por encima de la temperatura de líquidus (aleación A356). Las masas metálicas previamente pesadas y ubicadas dentro de crisoles refractarios recubiertos con pintura de grafito, fueron introducidas dentro del horno precalentado y su temperatura se controló insertando en el baño metálico un termopar tipo K hasta alcanzar la temperatura del horno, luego de lo cual se procedió a la desescorificación y al vaciado a la temperatura de colada, directamente en la cavidad de los moldes previamente acondicionados y conectados al sistema de adquisición de datos.

En el caso de las muestras asociadas a la aleación A356 modificada con Sr, las probetas obtenidas fueron seccionadas transversalmente a la mitad, empleando disco de diamante, y las superficies fueron preparadas metalográficamente para su observación al microscopio óptico, obtención de imágenes digitalizadas y análisis metalográfico cuantitativo empleando un sistema de análisis de imágenes Global Lab de Data Translation conectado a una computadora personal.

Describiendo en mayor detalle lo anterior, se puede mencionar que las muestras se prepararon metalográficamente para observar mediante Microscopía Óptica los microconstituyentes presentes obtenidos después de los procesos de enfriamiento y solidificación; con la ayuda de un analizador de imágenes se procedió a cuantificar el porcentaje de los microconstituyentes obtenidos y comparar los valores que se obtienen por este medio con los valores predichos por el programa de cómputo empleado para la implementación del método de Newton y así poder establecer la precisión y exactitud del método o sus posibles limitaciones.

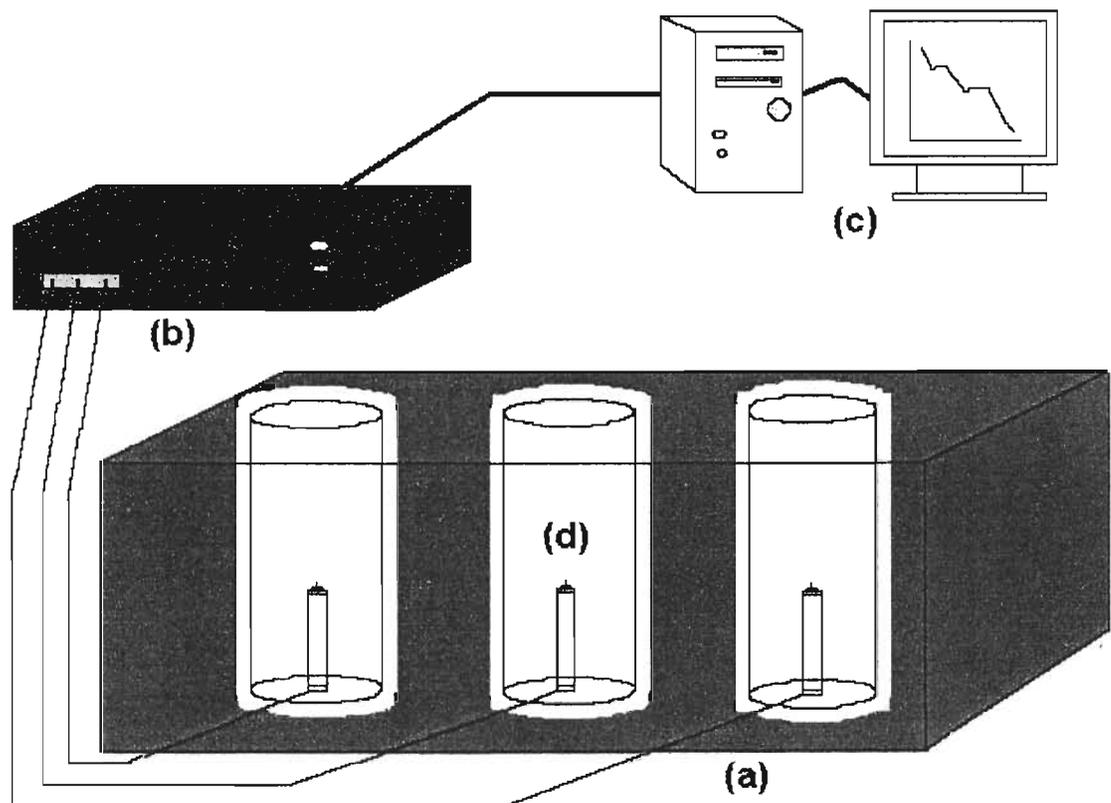
A continuación se enlista el equipo y las herramientas utilizadas para el desarrollo de la experimentación.

- Horno eléctrico de resistencia, con controlador de temperaturas, con rango de 0° a 1200°C, tapa de refractario moldeable y con dispositivo de atmósfera controlada y desgasificación.

- Microscopio metalográfico y Sistema de Análisis de imágenes Global Lab de Data Translation conectado a una computadora personal.

- Sistema de adquirente de datos, modelo IOTECH Tempscan 1100, para registrar las temperaturas, conectado a una computadora personal.

- Termopares tipo K, para medición de temperaturas del baño metálico, así como para el registro y control de las temperaturas de colada y en el horno.
- Crisoles refractarios recubiertos con pintura de grafito (Metales puros) y crisoles de carburo de silicio ( Aluminio puro y Aleación A356)
- Sistema de aislamiento térmico, para contener a los moldes, asegurando condiciones similares de enfriamiento en cada caso bajo estudio.
- Material común para fundición: materiales de seguridad, herramientas para manipular crisoles y tratamiento de metal y escoria, sistema de degasificación.



**Figura 3.1.-** Equipo utilizado para la obtención de las curvas de enfriamiento: (a) Sistema de aislamiento térmico; (b) Sistema de adquisición de datos; (c) Computadora registradora de datos; (d) Moldes de arena, en cuyo interior se localizan los termopares

## **CAPÍTULO IV**

# **RESULTADOS EXPERIMENTALES Y DISCUSIÓN**

# CAPÍTULO IV.

## RESULTADOS EXPERIMENTALES Y DISCUSION

En este capítulo se muestran los resultados experimentales obtenidos de la realización del procedimiento descrito en el capítulo anterior incluyendo las curvas de enfriamiento asociadas a los casos bajo estudio, así como la información generada por el programa de cómputo que aplica el Método de Newton.

Se presentarán primero los resultados asociados a los metales puros ( pureza comercial ) considerados en este trabajo enfocando el análisis a la comparación de los valores obtenidos para el calor latente de fusión, con respecto a los reportados en la literatura.

Posteriormente se analizará el caso de la aleación A356 con y sin tratamiento de modificación, comparando, además del calor latente de fusión, las predicciones de fracciones de microconstituyentes proporcionadas por el Método de Newton, con respecto a las determinadas mediante análisis metalográfico de imágenes.

En la tabla 4.1 se muestran los valores promedio de densidad y de capacidad calorífica utilizados para la obtención del calor latente de solidificación, calculados por el programa de cómputo.

MATERIAL	DENSIDAD (Kg/m <sup>3</sup> )	Cp (J/(Kg°K))
Al	2472 <sup>26</sup>	1185 <sup>26</sup>
Cd	8066 <sup>26</sup>	263 <sup>26</sup>
Sn	7075 <sup>26</sup>	256 <sup>26</sup>
Pb	10860 <sup>26</sup>	144.7 <sup>26</sup>
Zn	6750 <sup>26</sup>	484.2 <sup>26</sup>
A 356	2460 <sup>27</sup>	1205 <sup>27</sup>

Tabla 4.1 "Capacidades caloríficas y densidades promedio de los materiales utilizados, respectivamente".

## 4.1 METALES PUROS

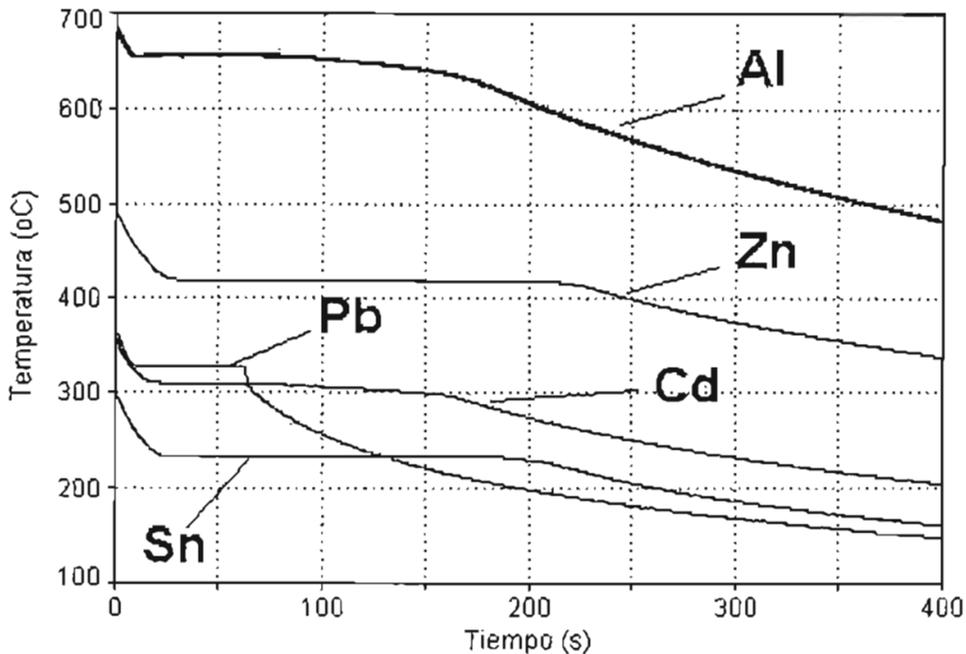


Figura 4.1 "Curvas de enfriamiento experimentales correspondientes a los metales puros utilizados".

En la figura 4.1 se muestran curvas de enfriamiento típicas asociadas a los cinco metales puros que fueron considerados en este trabajo. En esta figura se puede apreciar que todas las curvas presentan un proceso de enfriamiento que puede dividirse en tres etapas principales: (1) Enfriamiento del líquido, que corresponde a la parte inicial de la curva de enfriamiento, en donde se observa una disminución progresiva de la temperatura; (2) Solidificación, que corresponde a la región de la curva en la que la temperatura se mantiene aproximadamente constante y (3) Enfriamiento del sólido, en donde la curva de enfriamiento vuelve a mostrar un comportamiento claramente descendente.

Lo anterior puede ejemplificarse claramente empleando la curva de enfriamiento asociada a las muestras de estaño, Fig. 4.2, en donde además se incluyen los tiempos de inicio y fin de la solidificación y se señalan las tres etapas mencionadas. Un aspecto que vale la pena notar en esta figura y que no era claro, debido a la escala empleada en la Fig. 4.1 es el subenfriamiento que sufre el metal puro al inicio de la solidificación, señalado en esta figura como SE.

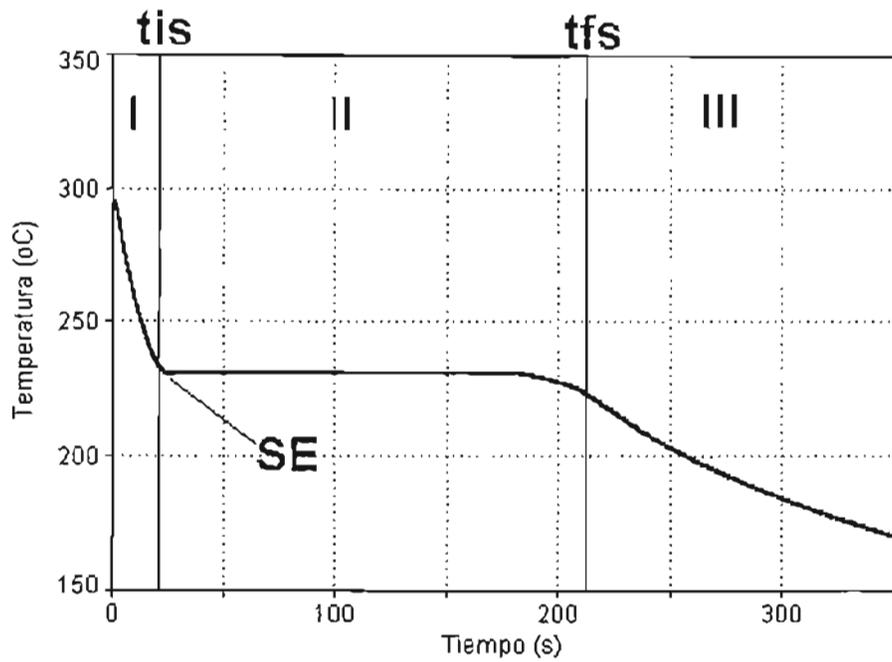


Figura 4.2 "Curva de enfriamiento asociada a las muestras de estaño, además se incluyen los tiempos de inicio y fin de la solidificación"

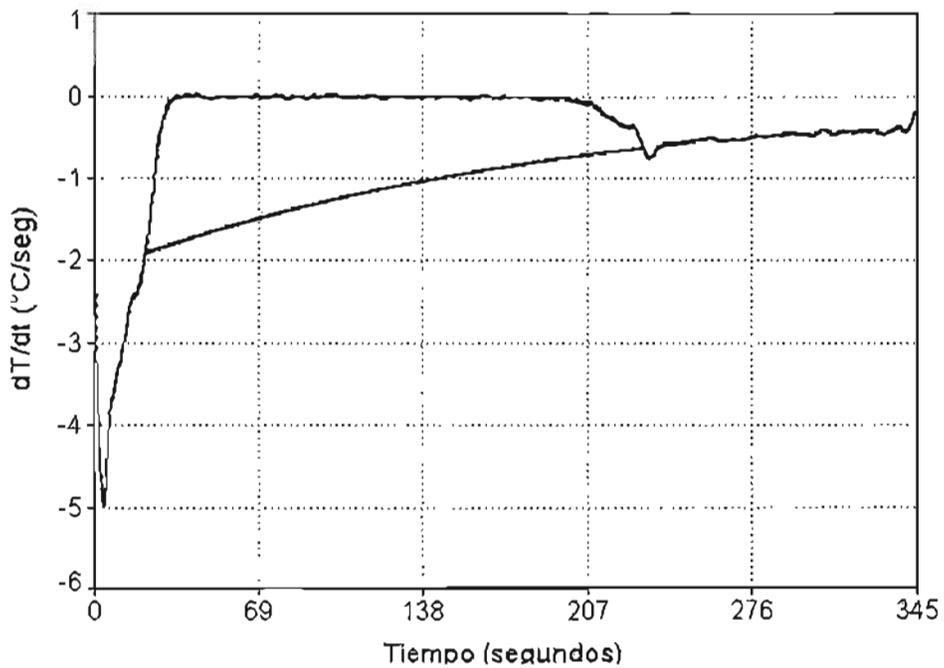


Figura 4.3 "Derivada de la curva de enfriamiento también conocida como curva de velocidad de enfriamiento, así como la curva cero de Newton generada por el programa correspondiente al Zn"

Cada una de las curvas de enfriamiento obtenidas fue procesada por el programa elaborado siguiendo la metodología descrita en el capítulo dos. Por ejemplo en la figura 4.3 se muestra para el caso del Zn la derivada de la curva de enfriamiento también conocida como curva de velocidad de enfriamiento, así como la curva cero de Newton generada por el programa.

Una vez que se cuenta con la información mostrada en la Fig. 4.3. para cada caso el programa realiza la integración numérica del área entre ambas curvas.

Es interesante mencionar que hasta este punto de la metodología, el procesamiento numérico es idéntico para todos los metales. A partir de este punto la aplicación del método de Newton se vuelve específica para cada caso, ya que de acuerdo con las ecuaciones 2.6 y 2.7 para la obtención del calor latente de fusión es necesario multiplicar el área entre las dos curvas por el  $C_p$  promedio del metal o aleación considerada. En este trabajo se utilizó para cada metal puro considerado un valor promedio de  $C_p$  que toma en cuenta los valores de las capacidades caloríficas de cada metal en el estado sólido y en el estado líquido evaluados a la temperatura de fusión ( ver tabla 4.1). Para la obtención de las entalpías de fusión por unidad de volumen se siguió un procedimiento similar para establecer los valores de densidad promedio considerados.

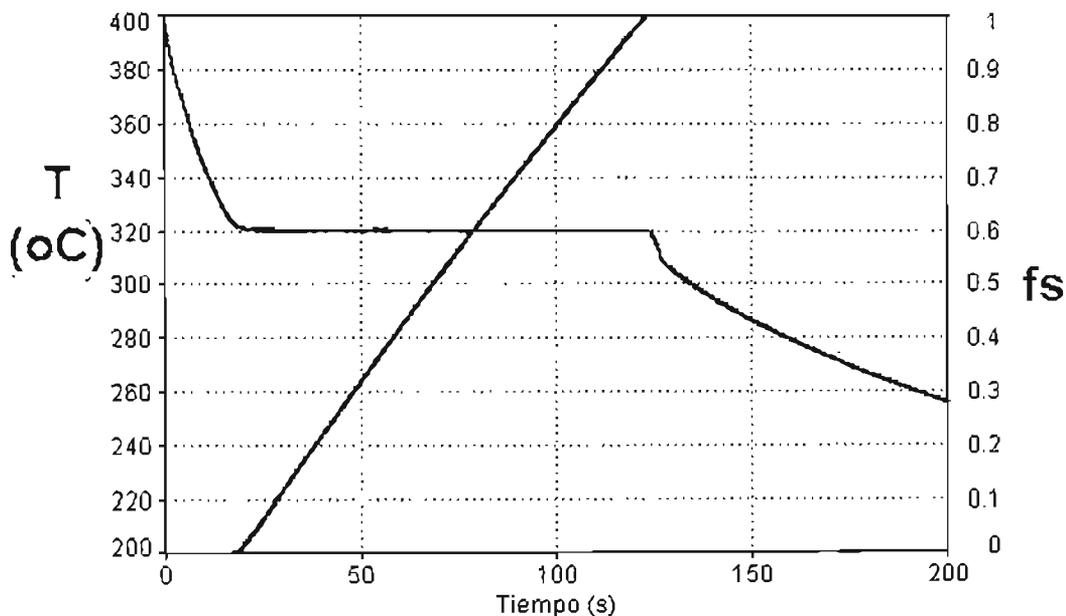


Figura 4.4 " Curva de enfriamiento asociada al Cd, mostrando la curva correspondiente a la evolución de la fracción sólida, generada por el programa de cómputo".

La evolución de la fracción sólida en función del tiempo fue efectuada por el programa siguiendo el procedimiento señalado en el capítulo dos obteniéndose archivos de datos de fracción sólida contra tiempo, como los mostrados en el caso del Cd en el anexo III y graficados en la Fig. 4.4 en donde también se observa la curva de enfriamiento asociada.

Como se señaló al inicio de este capítulo las curvas de enfriamiento asociadas a los metales puros fueron procesadas numéricamente mediante el programa elaborado para obtener las entalpías de fusión asociadas con el fin último de comparar estos valores con los reportados en la literatura.

La tabla 4.2 muestra los valores promedio, así como, el intervalo de confianza al 95% de las entalpías de fusión obtenidas del método de Newton para los metales puros bajo estudio. Así mismo se muestran en esta tabla los valores reportados en la literatura y el porcentaje de error relativo resultante. Como se observa, los valores promedio obtenidos de las entalpías de fusión para los metales utilizados son cercanos a los reportados en la literatura.

Muestra	$\Delta H_F$ (J/Kg) Newton	$\Delta H_{F_{exp}}$ Promedio (J/Kg)	$\Delta H_F$ (J/Kg) Reportado <sup>27</sup>	% de error
Aluminio,al1	$2.24 \times 10^5$			
Aluminio,al2	$2.15 \times 10^5$	$2.24 \times 10^5 \pm 500$	$3.97 \times 10^5$	-43.57
Aluminio,al3	$2.3 \times 10^5$			
Cadmio,cd1	$4.99 \times 10^4$			
Cadmio,cd2	$4.65 \times 10^4$	$4.72 \times 10^4 \pm 2700$	$5.5 \times 10^4$	-14.18
Cadmio,cd3	$4.5 \times 10^4$			
Estaño,sn1	$5.7 \times 10^4$			
Estaño,sn2	$5.54 \times 10^4$	$5.7 \times 10^4 \pm 1600$	$5.95 \times 10^4$	-4.36
Estaño,sn3	$5.83 \times 10^4$			
Plomo,pb1	$2.23 \times 10^4$			
Plomo,pb2	$2.17 \times 10^4$	$2.2 \times 10^4 \pm 350$	$2.32 \times 10^4$	-5.09
Plomo,pb3	$2.22 \times 10^4$			
Zinc,zn1	$9.92 \times 10^4$			
Zinc,zn2	$9.65 \times 10^4$	$9.76 \times 10^4 \pm 1600$	$1.009 \times 10^5$	-3.27
Zinc,zn3	$9.72 \times 10^4$			

Tabla 4.2 "Valores de las entalpías de fusión experimentales de los materiales utilizados, sus valores promedio e intervalo de confianza y los valores reportados en la literatura. Se señala el porcentaje de error respectivo".

En tres de los metales (Zn, Pb y Sn) se tiene un error relativo igual o inferior al 5%; en uno, el Cd, el error es del orden de 15% y en el último caso, Al, se presenta un error de 45% aproximadamente.

De acuerdo con lo anterior se puede afirmar que el método de Newton es capaz de proporcionar con exactitud, en todos los casos, el orden de magnitud del calor latente de fusión. Sin embargo, al comparar los valores absolutos de las predicciones con respecto a los valores reportados existen discrepancias de hasta un 43%, en el caso del Al, por lo cual el método de Newton debe considerarse como un método aproximado pero no exacto. Observando los valores obtenidos mediante el método de Newton, en todos los casos, se puede afirmar que éstos valores de calor latente son una buena aproximación.

Sustentando lo anterior y con los valores reportados en tabla 4.2, se tiene que en el 60% de los casos bajo estudio el método proporcionó valores de entalpía de fusión con errores relativos con respecto a lo reportado en la literatura iguales o inferiores al 5% y en el 80% de los casos bajo estudio se encontraron errores relativos inferiores al 15%, lo cual indica que esta técnica puede ser empleada confiablemente para establecer valores aproximados de entalpía de fusión, puesto que existe una buena reproducibilidad.

Las razones que establecen las diferencias en el grado de exactitud obtenido para los diferentes metales así como los que provocan la discrepancia observada en el caso del aluminio deben ser investigadas como parte de futuros trabajos.

## 4.2 ALEACIÓN A 356.

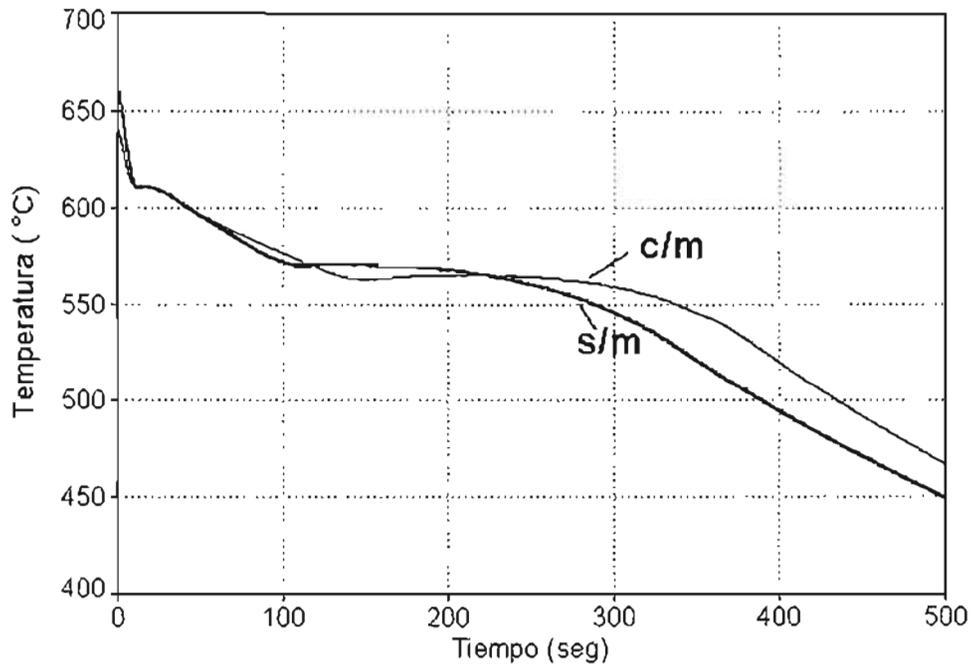


Figura 4.5 "Curvas de enfriamiento experimentales correspondientes a la aleación A 356 sin tratamiento (s/m) y con tratamiento de modificación (c/m), respectivamente; se observa un abatimiento en la temperatura eutéctica".

En la figura 4.5 se muestran las curvas de enfriamiento típicamente asociadas a la aleación A356 sin modificar y modificada con 0.01% Sr. Como es de esperarse se observa que el tratamiento de modificación con Sr provoca una disminución de la temperatura eutéctica, hecho que es aprovechado en la industria para controlar la modificación del eutéctico Al-Si mediante el análisis de curvas de enfriamiento, como se mencionó en el capítulo I.

A diferencia de las curvas mostradas en la figura 4.1, el proceso de enfriamiento se puede dividir en cuatro etapas principales; (1) Enfriamiento del líquido; (2) solidificación de la fase primaria; (3) solidificación de la fase eutéctica; (4) enfriamiento del sólido.

Lo anterior se muestra explícitamente para el caso de la aleación A 356 sin modificar en la figura 4.6 en donde se señalan el tiempo de inicio de solidificación,  $t_{is}$ , que corresponde al inicio de la solidificación de la fase primaria es decir la solución sólida rica en aluminio después de que el sistema alcanza la temperatura de líquidus; el tiempo de inicio de solidificación eutéctica,  $t_{ie}$ , que ocurre cuando el sistema alcanza la temperatura eutéctica y también se muestra al tiempo de fin de solidificación  $t_{fs}$ .

Cabe señalar que estos tiempos son determinados en la curva de velocidad de enfriamiento asociada. La tabla 4.4 muestra los valores promedio, así como, el intervalo de confianza al 95% de las entalpías de fusión obtenidas del método de Newton para la aleación A 356 con y sin tratamiento de modificación. Así mismo se muestra en esta tabla el valor reportado en la literatura y el porcentaje relativo de error resultante.

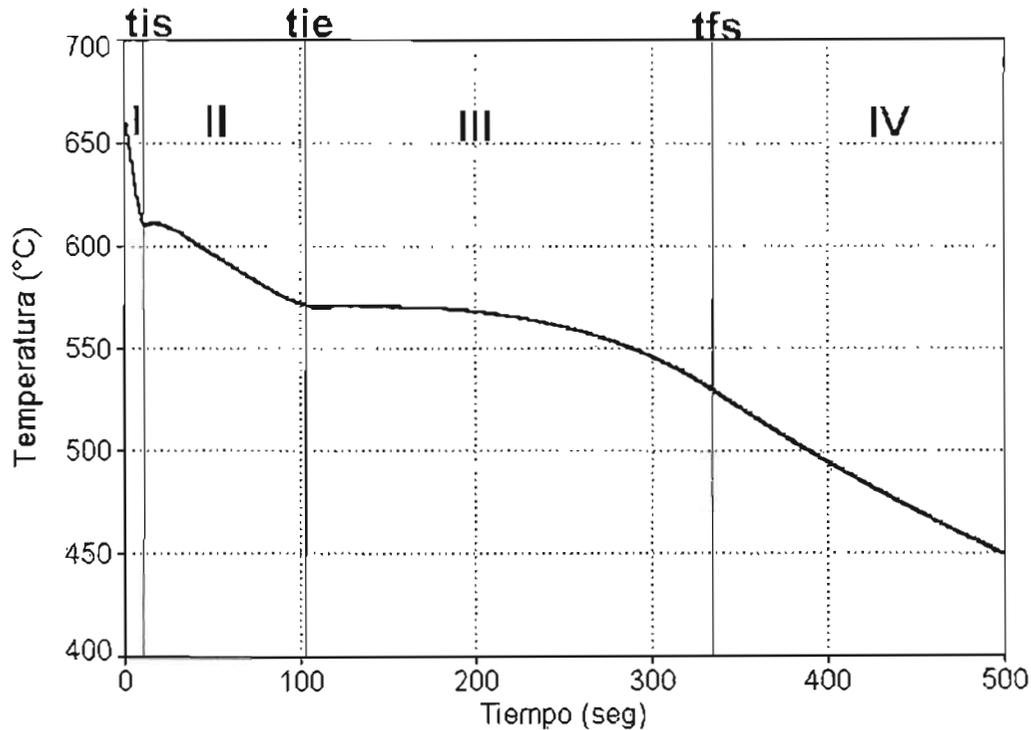


Figura 4.6 Curva de enfriamiento asociada a las muestra de la aleación A 356 sin modificación, señalando el tiempo inicial de solidificación ( $t_{is}$ ), tiempo de inicio de solidificación de la fase eutéctica ( $t_{ie}$ ), tiempo de fin de la solidificación ( $t_{fs}$ ).

Estos valores, obtenidos del procesamiento de las curvas experimentales mediante el método de Newton, son muy cercanos al valor reportado en la literatura, pues el valor del error relativo está dentro del rango de 0 a 1% .

Muestra	$\Delta H_F$ (J/Kg) Newton	$\Delta H_{F_{exp}}$ (J/Kg) Promedio	$\Delta H_F$ (J/Kg) Reportado	% de error
A356 s/m 1	380219.5			
A356 s/m 2	401827.4	388869 +/- 12934	389000	-0.033
A356 s/m 3	384559.0			

Muestra	$\Delta H_F$ (J/Kg) Newton	$\Delta H_{F_{exp}}$ (J/Kg) Promedio	$\Delta H_F$ (J/Kg) Reportado	% de error
A356 c/m, 1	403247.3			
A356 c/m, 2	379078.5	388870 +/- 14394	389000	-0.033
A356 c/m, 3	384283.2			

Tabla 4.3 Valores de entalpía de fusión experimentales, valores promedio e intervalo de confianza, valor de la entalpía de fusión reportada en la literatura para el caso de la aleación A 356. Se señala el porcentaje de error.

Lo anterior constituye evidencia que refuerza lo previamente concluido en cuanto al empleo del método de Newton como una herramienta que permite obtener un valor aproximado del calor latente de fusión, con excelente exactitud en el orden de magnitud y un error aceptable para el valor numérico de entalpía de fusión, el cual se ha visto que en la mayoría de los casos estudiados (mas del 70% de las curvas de enfriamiento que fueron procesadas) es inferior o igual al 5%.

La figura 4.7 muestra la derivada y la curva cero de Newton generadas por el programa para la aleación A 356 modificada con estroncio, incluyendo al tiempo de inicio de solidificación eutéctica así como al tiempo de inicio y fin de la solidificación. Es de notar que la isocrona  $t_{ie}$  divide en dos al área entre la primera derivada y la curva cero de Newton pudiendo distinguirse dos zona: (1) la zona asociada a la fase primaria A1 y (2) la zona asociada al microconstituyente eutéctico A2.

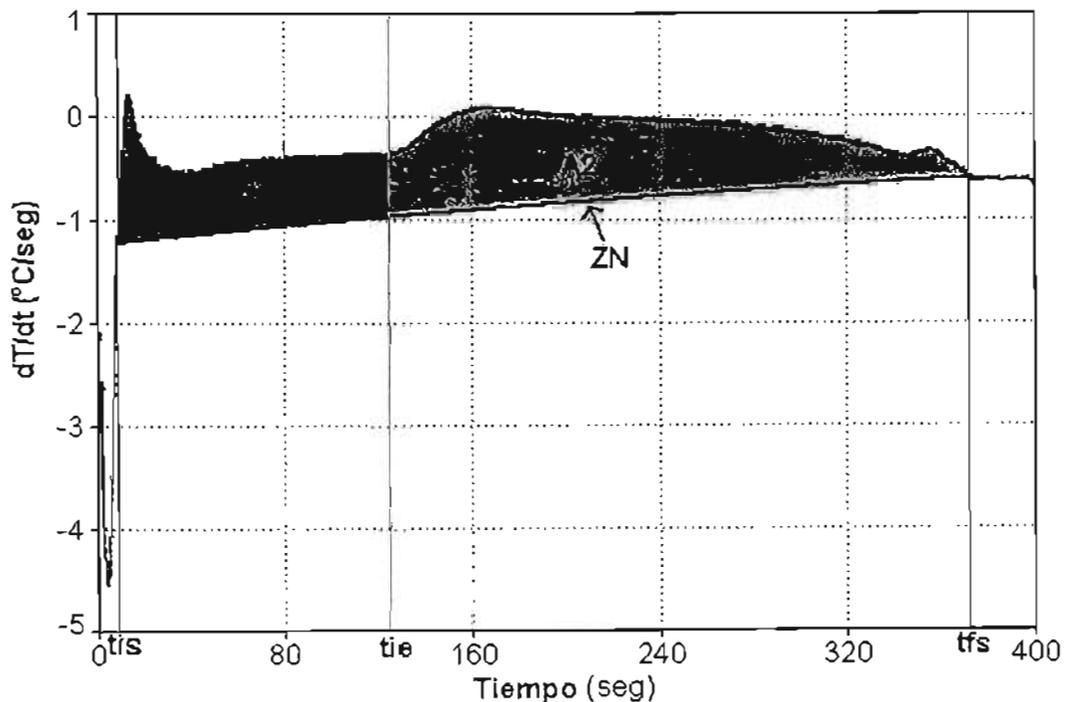


Figura 4.7 Primera derivada de la curva de enfriamiento, curva cero de Newton (ZN), tiempo de inicio de solidificación ( $t_{is}$ ), tiempo de inicio de solidificación eutéctica ( $t_{ie}$ ), tiempo final de solidificación ( $t_{fs}$ ) de las muestras de la aleación A 356 modificada. La isocrona  $t_{ie}$  divide el área comprendida entre la curva cero y la curva de velocidad de enfriamiento en 2 regiones: A1 región rica en aluminio; A2 zona correspondiente a la fase eutéctica.

De acuerdo con el procedimiento de Newton, se divide cada una de estas áreas entre el área total para obtener la fracción del microconstituyente respectivo la cual al ser multiplicada por 100 proporciona el por ciento en volumen del microconstituyente. Lo anterior fue realizado para las curvas de enfriamiento asociadas a la aleación A356 modificada y los resultados obtenidos se muestran en la tabla 4.4

Corrida	% de fase primaria $\alpha$	% de fase eutéctica
A356 c/m, 1	32.8	67.2
A356 c/m, 2	31.7	68.3
A356 c/m, 3	46.7	53.3
Promedio	36.7 +/- 7	63.3 +/- 7

Tabla 4.4 Porcentajes correspondientes a cada una de las fases presentes en la aleación A 356 modificada obtenidos mediante el procedimiento de Newton.

### 4.3 ANÁLISIS METALGRÁFICO

Se efectuó el análisis metalográfico cuantitativo de las muestras asociadas a la aleación A356 modificada siguiendo el procedimiento descrito en el capítulo anterior. En las figuras 4.8-4.12 se muestran microfotografías típicas asociadas a esta aleación y que fueron sometidas a análisis de imágenes

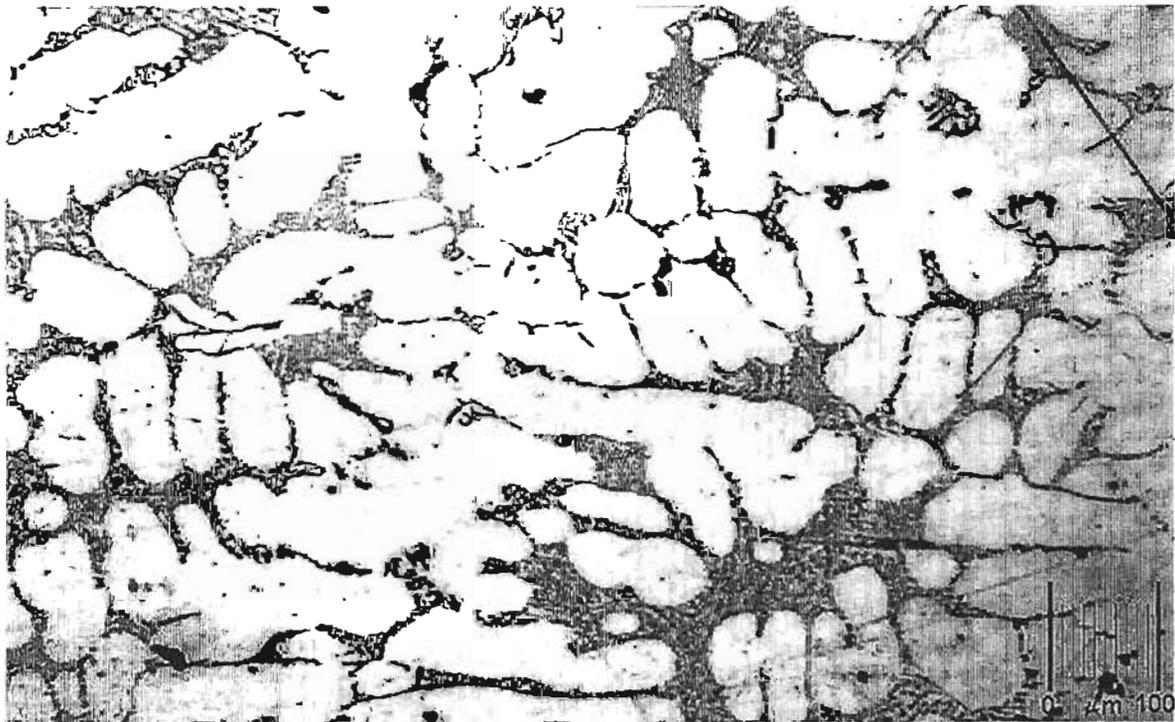


Figura 4.8.-Microestructura observada en la aleación A356 modificada en donde se observa una fase clara (fase primaria  $\alpha$ Al) formada por dendritas, las cuales contienen el 62% de dicha fase y zonas interdendríticas oscuras (microconstituyente eutéctico), con el 38% de la misma. 100X

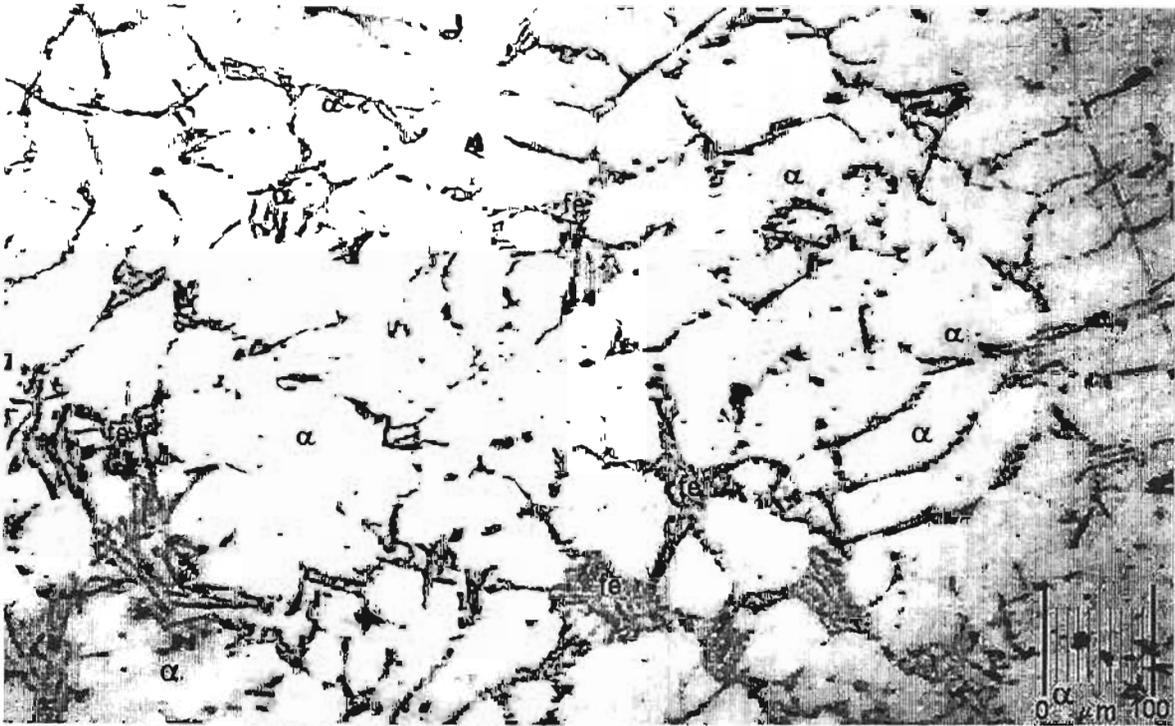


Figura 4.9.-Microestructura observada en la aleación A356 modificada en donde se observa una fase clara (fase primaria  $\alpha$ Al) y zonas interdendríticas oscuras (microconstituyente eutéctico), cantidad de fase  $\alpha$  Al:57%; fase eutéctica:43%

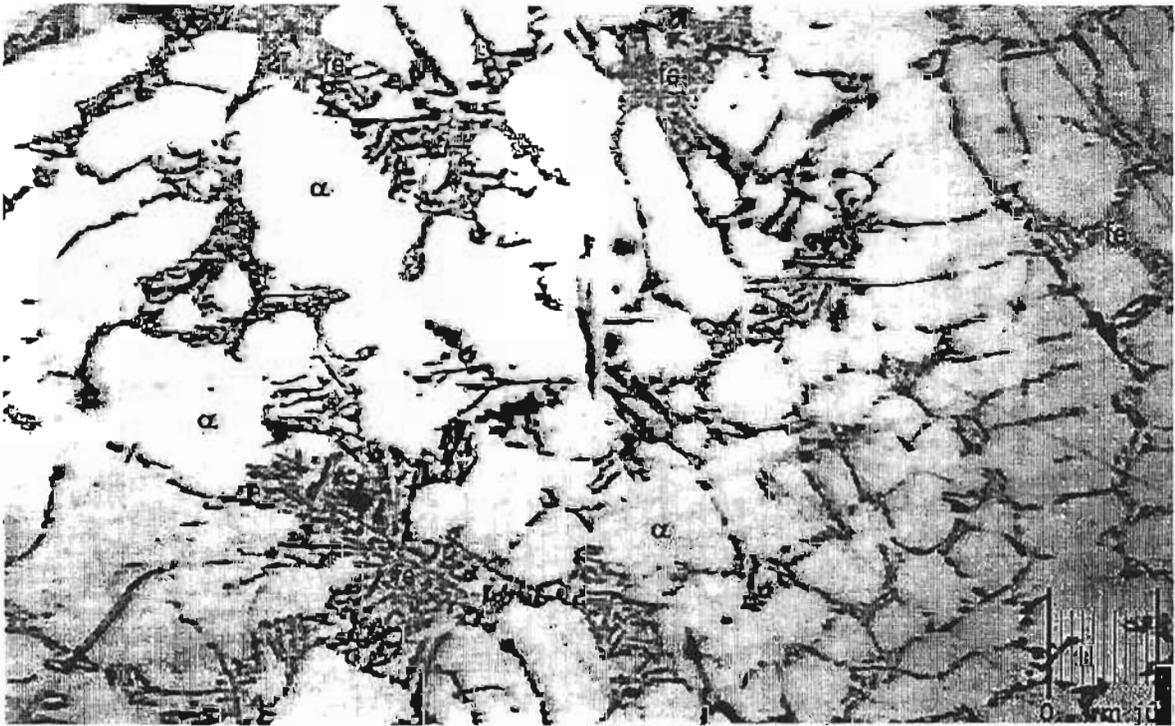


Figura 4.10.-Microestructura observada en la aleación A356 modificada en donde se observa una fase clara (fase primaria  $\alpha$ Al) con alrededor de 53% de esa fase y zonas interdendríticas oscuras (microconstituyente eutéctico) con el 47% de dicha fase. 100X

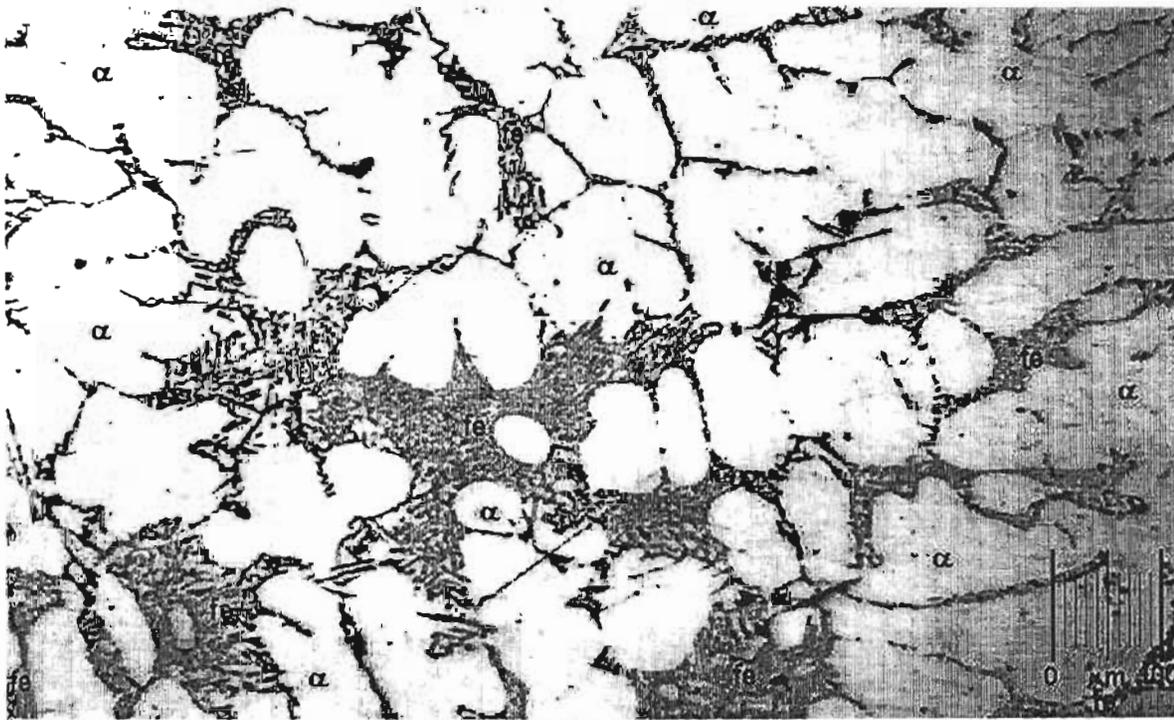


Figura 4.11.-Microestructura observada en la aleación A356 modificada en donde se observa una fase clara (fase primaria  $\alpha$ Al) con 54% de la misma y zonas interdendríticas oscuras (microconstituyente eutéctico) con el 46% de esta fase. 100X

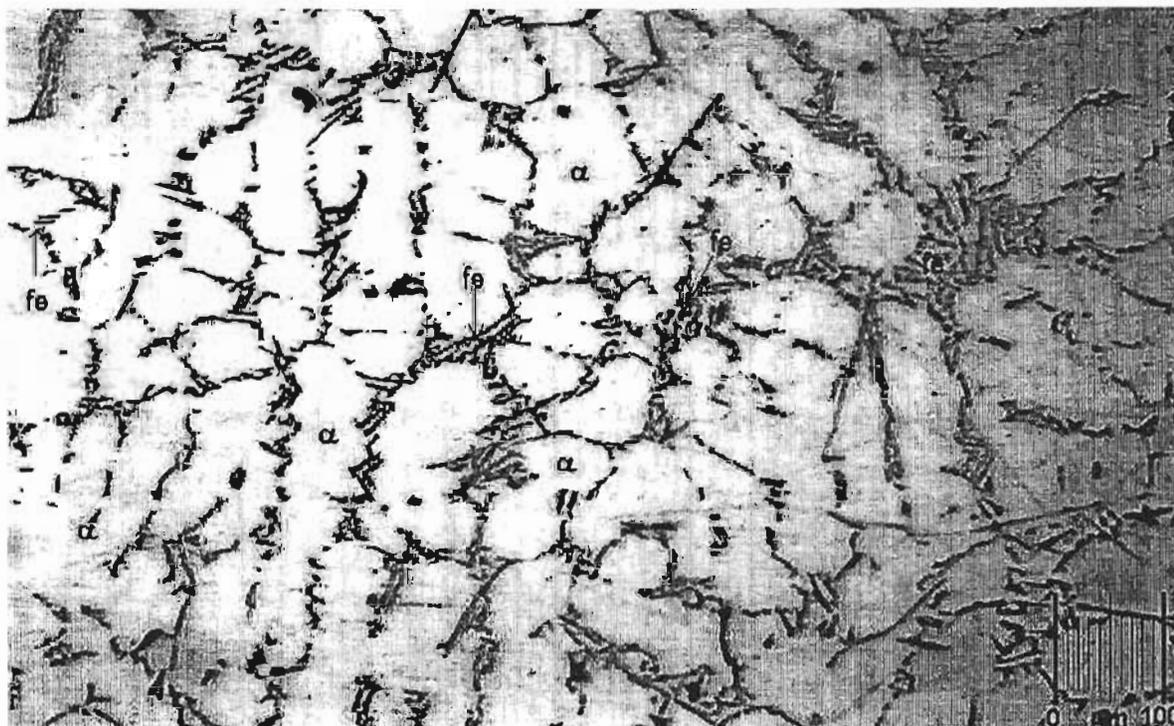


Figura 4.12 Microestructura observada en la aleación A 356 modificada en donde se observa una fase clara (fase primaria  $\alpha$ Al) con alrededor de 58% de  $\alpha$  Al y las zonas interdendríticas oscuras (microconstituyente eutéctico) con el 42% de microconstituyente eutéctico. 100X

En la tabla 4.5 se indica el porcentaje de microconstituyentes asociados a cada fotografía. Cabe señalar que se hicieron múltiples determinaciones en cada muestra llegando a un total de 30 determinaciones, el promedio de los valores obtenidos se muestra en la tabla 4.6 así como los intervalos de confianza que corresponden a cada microconstituyente.

Figura	% de fase primaria $\alpha$	% de fase eutéctica
4.8	62	38
4.9	57	43
4.10	57	43
4.11	54	46
4.12	58	42

Tabla 4.5 Porcentajes correspondientes a cada una de las fases presentes en la aleación A 356 modificada obtenidos mediante análisis de imágenes y presentados en las figuras señaladas

Microconstituyente	Porcentaje en volumen
Fase primaria $\alpha$	57.6 +/- 2.5
Eutéctico	42.4 +/- 2.5

Tabla 4.6 Valores promedio de los Porcentajes correspondientes a cada una de las fases presentes en la aleación A 356 modificada obtenidos mediante análisis de imágenes para todas las muestras

Comparando los valores de porcentaje de microconstituyentes obtenidos mediante análisis de imágenes y los cálculos realizados al dividir el área localizada entre las curvas de velocidad de enfriamiento y la curva cero de Newton, respectivamente, para la obtención del porcentaje de cada fase, encontramos que existen diferencias significativas, ya que, mientras los cálculos arrojan la existencia de mayor porcentaje de microconstituyente eutéctico que de microconstituyente primario ( $\alpha$ ), el análisis de imágenes reporta que existe mayor porcentaje de microconstituyente primario ( $\alpha$ ) en comparación con el porcentaje de microconstituyente eutéctico.

Lo anterior, que es lo que se esperaría del diagrama de fases binario Al-Si, para el contenido de silicio empleado, se observa en las figuras 4.8 a la 4.12, en donde predominan las zonas claras que tienen la forma de brazos de dendritas (microconstituyente primario ( $\alpha$ )) las cuales se presentan en una mayor área que las zonas oscuras (que se encuentran entre los espacios de los brazos), donde se localiza al microconstituyente eutéctico modificado.

La discrepancia encontrada en este caso podría ser explicada por la posibilidad de que el método convencional empleado para el cálculo de la curva cero de Newton así como la metodología empleada para determinar el porcentaje de microconstituyentes no sea adecuada para este tipo de determinación. Lo anterior constituye un punto de partida para futuros trabajos.

Lo único que se puede afirmar es que el método de Newton no es confiable para cuantificar los porcentajes de microconstituyentes que están presentes en una aleación, considerando a esto como una limitante importante de dicho método, ya que la meta principal del método de Newton es evitar la realización de ensayos de tipo destructivo con el fin de obtener las propiedades de la aleación con que se está trabajando en la fabricación de piezas metálicas.

Por otra parte, se puede considerar al Método de Newton como una alternativa aceptable en el caso de análisis térmico, pues los resultados que se obtuvieron de calor latente de fusión son cercanos a los reportados en la literatura, por lo que se puede asegurar que el método de Newton es un método aproximado confiable para la determinación del calor latente de fusión de metales y aleaciones.

# CONCLUSIONES

# CONCLUSIONES

- En el caso de los metales puros bajo estudio, para 60% de estos casos, el método proporcionó valores de entalpía de fusión con errores relativos con respecto a lo reportado en la literatura iguales o inferiores al 5% y en el 80% de los casos bajo estudio se encontraron errores relativos inferiores al 15%, lo cual indica que esta técnica puede ser empleada confiablemente para establecer valores aproximados de entalpía de fusión.
- Lo anterior constituye evidencia que refuerza lo previamente concluido en cuanto al empleo del método de Newton como una herramienta que permite obtener un valor aproximado del calor latente de fusión, con excelente exactitud en el orden de magnitud y un error aceptable para el valor numérico de entalpía de fusión, el cual en la mayoría de los casos estudiados ( más del 70% de las curvas de enfriamiento que fueron procesadas) es inferior o igual al 5%.
- Se encontraron grandes discrepancias entre los porcentajes de los microconstituyentes predichos por el método de Newton con respecto a los resultantes del análisis metalográfico cuantitativo de las muestras experimentales.
- Por lo anterior el método de Newton no es confiable para cuantificar los porcentajes de microconstituyentes que están presentes en una aleación.

# BIBLIOGRAFÍA

# BIBLIOGRAFÍA

- 1.- Cruz Mejía Héctor; "Análisis de la cinética de solidificación equiaxial a partir de los métodos de Newton y Fourier", tesis para obtener el grado de maestría, F.Q.; UNAM, 1997.
- 2.- Torres García Heriberto; " Aplicación del análisis térmico en el control microestructural de materiales compuestos Al-Si / SiCp"; tesis para obtener el grado de maestría, F.Q.; UNAM, 1999.
- 3.- A. Cibula, J. Crasley; " The mechanism of grain refinement of sand castings of aluminium alloys", 1950.
- 4.- L.F. Mondolfo and P.B. Crosseley; "The modification of aluminium silicon alloy", *Modern Casting*, 1966.
- 5.- C.M. Yen ; W.J. Evans and C.J. Cole; " Measuring the quality of Aluminium casting alloys with Microprocessor aided thermal analysis", *AFS Transactions* 93, 1985.
- 6.- B.H. Backerud L and Steen H.; " Study of nucleation and growth of graphite in magnesium treated cast irons by thermal Analysis"; *2<sup>nd</sup> International Symposium on the metallurgy of the cast irons*, 1975.
- 7.- C.R. Loper, R.W. Heine; "Potential applications of cooling curves in ductile iron process", *AFS Transactions* 72, 1975.
- 8.- I.G. Chen y D.M. Stefanescu; " Computer Aided Differential Thermal Analysis of spheroidal and compacted graphite cast irons", *AFS Transactions* 92, 1984.
- 9.- González Rivera Carlos; "Simulación de la Transferencia de calor y de la cinética de solidificación de aleaciones hipoeutécticas y eutéctica Al-Si, coladas en moldes de arena", Tesis para obtener doctorado en Ingeniería Química, F.Q. UNAM 1998.
- 10.- U. Ekpoom, R.W. Heine; "Thermal Analysis by Differential Heat Analysis (DHA) of Cast Iron", *AFS Transactions* 89, 1981.
- 11.- D.M. Stefanescu; "Solidification de Flake, Compacted/ Vermicular and Spheroidal Graphite Cast Iron as Revealed by Thermal Analysis and Directional Solidification Experiments", *MRS Symposium*, 1985.

- 12.- F.J. Bradley, P.F. Bartelt, C. A. Fung, R.W. Heine; "**On the Application of Thermal Analysis to the Control of Molten Metal Processing of Ductile Iron**", *Conference Proceedings, Cast Iron IV, MRS, 1990.*
- 13.- K. Knothe; "**Practical Application of Thermal Analysis as an Aid to Striet Metallurgical Control**", *SG Iron: The Next 40 Years, 1987.*
- 14.- D.M. Stefanescu, C.R. Loper, Jr., R.C. Voigt, I. G. Chen; "**Cooling Curve Structure Analysis of Compacted / Vermicular Graphite Cast Irons Produced by Different Melt Treatments**", *AFS Transactions 90, 1982.*
- 15.- P. Zhu, R.W. Smith; "**Thermal Analysis of Nodular Graphite Cast Iron**", *AFS Transactions 103, 1995.*
- 16.- A. Louvo, E. Pellikka, J. Alhainen, P. Eklund; "**Criterion Functions Based on Alloying and Cooling Rate for Simulating the Microstructure and Mechanical Properties of SG Iron Casting**", *AFS Transactions 99, 1991.*
- 17.- X. Guo, D.M. Stefanescu; "**Solid Phase Transformation in Ductile Iron- A Benchmark for Computational Simulation of Microstructure**", *AFS Transactions 105, 1997.*
- 18.- K. Ablendinger, Raebus; "**Thermoanalytical Computer Control and Correction of SG Iron Melts with Constant Feeding Conditions**", *The British Foundryman 1986.*
- 19.- C.A. Fung, P.F. Bartelt, F.J. Bradley, R.W. Heine; "**On the Development of a Thermal Analysis-Based Empirical Model for Shrinkage Defect Prediction in Ductile Iron Castings**", *Conference Proceedings, Cast Iron IV, MRS, 1990.*
- 20.-F.J. Bradley, C.A. Fung; "**Thermal Analysis for Shrinkage Prediction in Commercial Ductile Iron Castings**", *Canadian Metallurgical Quarterly 30, 1991.*
- 21.- W.C. Harrigan Jr., "**Commercial processing of metal matrix composites**", *Materials Science & Engineering, 1998, A244, 75-79.*
- 22.- J.Ch. Lee, H.K. SeioK and H.I. Lee, "**Alloy design of thixoformable wrought SiC/Al alloy composites**", *Materials Research Bulletin, 1999, 34, 1, 35-42.*
- 23.- D.L. Rose, B.M. Cox and M.D. Skibo, "**Degassing and Cleaning of Al-Based SiC Particulate Reinforced Composites**", *AFS Transactions, 1993, 101, 619-626.*

- 24.-D. Apelian and J.J. A. Cheng, "**Al-Si Processing Variables: Effect on Grain Refinement and Eutectic Modification**", AFS Transactions, 1986, 147, 797-808.
- 25.- C. Labrecque and M. Gagné, "**Interpretation of Cooling Curves of Cast Irons: A Literature Review**", AFS Transactions, 1998, 72, 83-90.
- 26.- L. Bäckerud, G. Chai and J. Tamminen, "**Solidification Characteristics of Aluminum Alloys Vol. 2 Foundry Alloys** (AFS/Skanaluminium 1990).
- 27.- A.M. Samuel, P. Ouellette, F.H. Samuel and H.W. Doty, "**Microstructural Interpretation of Commercial 319 Al Alloy With Mg and Sr Additions**", AFS Transactions, 1997, 97, 156, 951-962.
- 28.- J.Ch. Lee, H.K. Seiook and H.I. Lee, "**Alloy design of thixoformable wrought SiC/Al alloy composites**", Materials Research Bulletin, 1999, 34, 1, 35-42.
- 29.- D. Apelian and J.J. A. Cheng, "**Al-Si Processing Variables: Effect on Grain Refinement and Eutectic Modification**", AFS Transactions, 1986, 147, 797-808.
- 32.- C. Labrecque and M. Gagné, "**Interpretation of Cooling Curves of Cast Irons: A Literature Review**", AFS Transactions, 1998, 72, 83-90.
- 33.- A.M. Samuel, P. Ouellette, F.H. Samuel and H.W. Doty, "**Microstructural Interpretation of Commercial 319 Al Alloy With Mg and Sr Additions**", AFS Transactions, 1997, 97, 156, 951-962.
- 34.- M. Mahfoud, F. Mucciardi and J.E. Gruzleski, "**Semi-continuous thermal analysis of aluminum alloys**", Light Metals, 1996, 161-170.
- 35.- S. Gowri and F.H. Samuel, "**Effect of Cooling Rate on the Solidification Behavior of Al-7Pct Si-SiC<sub>p</sub> Metal-Matrix Composites**", Metallurgical Transactions A, 1992, 23A, 3369-3375.
- 37.- L. Kurian and R. Sasikumar, "**Computer simulation of solidification and microsegregation in presence of particles**", Materials Science and Technology, 1996, 12, 1053-1056.
- 38.- K.G. Upadhya, D.M. Stefanescu, K. Lieu and D.P. Yeager, "**Computer-Aided Cooling Curve Analysis: Principles and Applications in Metal Castings**", AFS Transactions, 1989, 89, 47, 61-66.

- 39.- J.O. Barlow and D.M. Stefanescu, "**Computer-Aided Cooling Curve Analysis Revisited**", AFS Transactions, 1997, 97, 04, 349-353.
- 40.- D. Sparkman and A. Kearney, "**Breakthrough in Aluminum Alloy Thermal Analysis Technology for Process Control**", 1994, 94, 13, 455-460.
- 41.- Sucheta Nagarajan, B. Dutta, and M.K. Surappa "**The effect os SiC particles on the size and morphology of eutectic silicon in cast A356/SiCp composites**", Composites Science an technology, 1999, 59, 897-902.
- 42.- J.K. Kim and :P.K. Rohatgi, "**Nucleation on Ceramic Particles in Cast Metal-Matrix Composites**", Metallurgical and Materials Transactions A, 2000, 31A, 12951304
- 43.- Janusz Braszczynski and Andrzej Zyska, "**Analysis of the influence of ceramic particles on the solidification process of metal matrix composites**", Materials Science and engineering, 2000, A278, 195-203
- 44.- L. Salvo, G.L. Espérance, M. Suéry and J.G. Legoux, "**Interfacial reactions and age hardening in Al-Mg-Si metal matrix composites reinforced with SiC particles**", materials Science and engineering, 1994, A177, 173-183
- 45.- T. Stephenson, Y.Le Pettitcorps and J.M. Quenisset. **Mater.Sci.Eng.**,A135, 1991, 101-104
- 46.- L. Arnberg, L. Backerud, and G. Chai, "**Solidification Characteristic of Aluminium Alloys**", Vol 3: Dendritic coherency, AFS, Des Plaines, IL, 1996.
- 47.- M. Mahfoud, F. Mucciardi and J.E. Gruzleski, "**Semi-continuous thermal analysis of aluminum alloys**", Light Metals, 1996, 161-170\_
- 48.- D. Sparkman and A. Kearney, "**Breakthrough in Aluminum Alloy Thermal Analysis Technology for Process Control**", 1994, 94, 13, 455-460.
- 49.- Sucheta Nagarajan, B. Dutta, and M.K. Surappa "**The effect os SiC particles on the size and morphology of eutectic silicon in cast A356/SiCp composites**", Composites Science an technology, 1999, 59, 897-902.
- 50.- J.K. Kim and :P.K. Rohatgi, "**Nucleation on Ceramic Particles in Cast Metal-Matrix Composites**", Metallurgical and Materials Transactions A, 2000, 31A, 12951304
- 51.- Janusz Braszczynski and Andrzej Zyska, "**Analysis of the influence of ceramic particles on the solidification process of metal matrix composites**", Materials Science and engineering, 2000, A278, 195-203

52.- L. Salvo, G.L. Espérance, M. Suéry and J.G. Legoux, "**Interfacial reactions and age hardening in Al-Mg-Si metal matrix composites reinforced with SiC particles**", materials Science and engineering,1994, A177, 173-183

# ANEXO I

# ANEXO I

## CÁLCULO DE LA CURVA CERO ( CURVA CERO DE NEWTON)

Para el cálculo de la curva cero, se necesitan elegir 2 puntos sobre la primera derivada que indican el inicio y final de la solidificación, respectivamente y se recurre a una interpolación exponencial de la forma:

$$T = -A \exp(B \cdot t) \quad (\text{A.I.1})$$

La forma tiene una justificación matemática a partir del balance de energía:

$$\left. \frac{dT}{dt} \right|_{ZN} = -A \exp(B \cdot t) \cdot (B) = -A \cdot B \exp(B \cdot t) = -C \exp(B \cdot t) \quad (\text{A.I.2})$$

**Procedimiento empleado:**

(a) Obtener, sobre la curva de velocidad de enfriamiento, los valores asociados a los puntos de referencia de inicio ( $t_{is}$ ) y fin ( $t_{fs}$ ) de la solidificación:

$$\begin{pmatrix} t_{is}; \left( \frac{dT}{dt} \right)_{is} \\ t_{fs}; \left( \frac{dT}{dt} \right)_{fs} \end{pmatrix} \quad (\text{A.I.3})$$

a partir de estos dos puntos se tiene:

$$\left. \frac{dT}{dt} \right|_{is} = -C \exp(B \cdot t_{is}) \quad \text{correspondiente al tiempo de inicio de la solidificación.}$$

$$\left. \frac{dT}{dt} \right|_{fs} = -C \exp(B \cdot t_{fs}) \quad \text{correspondiente al tiempo final de la solidificación.}$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones simultáneas y despejando las constantes B y C, se tiene:

$$C = -\frac{\left. \frac{dT}{dt} \right|_{t_{1s}}}{\exp(B \cdot t_{1s})} \quad (\text{A.I. 4})$$

sustituyendo a C en la ecuación del tiempo de inicio se tiene:

$$\left. \frac{dT}{dt} \right|_{t_{1s}} = \left( \frac{\left. \frac{dT}{dt} \right|_{t_{1s}}}{\exp(B \cdot t_{1s})} \right) \cdot \exp(B \cdot t_{1s}), \quad (\text{A.I. 5})$$

igualando a cero esta expresión, se tiene la ecuación que representa a la curva cero, y se despejan las constantes B y C, respectivamente:

$$\left. \frac{dT}{dt} \right|_{t_{1s}} - \left( \frac{\left. \frac{dT}{dt} \right|_{t_{1s}}}{\exp(B \cdot t_{1s})} \right) \cdot \exp(B \cdot t_{1s}) = 0; \quad (\text{A.I.6})$$

$$T'_{1s} = \left( \frac{\left. \frac{dT}{dt} \right|_{t_{1s}}}{\exp(B \cdot t_{1s})} \right) \quad (\text{A.I.7})$$

$$T'_i = \left( \frac{\left. \frac{dT}{dt} \right|_{t_{1s}}}{\exp(B \cdot t_{1s})} \right) \cdot \exp(B \cdot t_{1s})$$

$$T'_{1s} - T'_{1s} \cdot \exp(B \cdot t_{1s}) = 0 \quad (\text{A.I.8})$$

$$B = \frac{1}{(t_{1s} - t_{1s})} \text{Ln} \left( \frac{T'_{1s}}{T'_{1s}} \right) \quad (\text{A.I.9})$$

$$C = -\frac{T'_{fs}}{\exp(B \cdot t_{fs})} \quad (\text{A.I.10})$$

Los valores de estas constantes son empleados para generar la curva cero de Newton como parte del procesamiento numérico efectuado en el programa de cómputo implementado en este trabajo.

# ANEXO II

## ANEXO II

### LISTADO DEL PROGRAMA DE CÓMPUTO PARA LA IMPLEMENTACIÓN DEL MÉTODO DE NEWTON

```
DECLARE SUB manual2 (tinicio, tfin, tr1, tr2, tr3)
DECLARE SUB propie (metal, rom, cpm, cpl)
DECLARE SUB grafo (KX2, KX1, KY2, KY1, KdY2, KdY1, Kf2, Kf1, Kdf2, Kdf1)
DECLARE SUB genera (tfin, tinicio, p1i, p2f)
DECLARE SUB grafi (KX1, KX2, KY1, KY2, HX1, HX2)
DECLARE SUB grafi1 (KX1, KX2, KY1, KY2, dLY1, dHY1, HX0, HX1)
DECLARE SUB manual (p1, p2, p3, p4)
DECLARE SUB manini (p1, p2, tinicio, p1i)
DECLARE SUB manfin (p3, p4, tfin, p2f)
DECLARE SUB grafics (KX1, KX2, KY1, KY2, HX1)
DECLARE SUB grafico (KX1, KX2, KY1, KY2, HX1)
DECLARE SUB derivada (l10, arco$)
DECLARE SUB grafica (KX1, KX2, KY1, KY2)
DECLARE SUB calculo (a1(), x(), n1)
DECLARE SUB coeficientes (numrec, sum#(), sumy#(), a1(), m)
COMMON SHARED fs(), longi
COMMON SHARED LY1, HY1, NY1, NX1, HX1, dLY1, dHY1, dNY1, d2LY1,
d2HY1
CLS
PRINT "SELECCIONA EL METAL A EMPLEAR:"
PRINT " 1. ALUMINIO"
PRINT " 2. CADMIO"
PRINT " 3. ESTAÑO"
PRINT " 4. PLOMO"
PRINT " 5. ZINC"
PRINT " 6. A356"
INPUT "-->"; metal
propie metal, rom, cpm, cpl
CLS
arco$ = "sn1.txt"
grafica KX1, KX2, KY1, KY2
OPEN arco$ FOR INPUT AS #1
INPUT #1, titulo1$, titulo2$, titulo3$
DO
w25 = w25 + 1
INPUT #1, tt1, temp
tot1 = tt1
t2 = temp
X1 = KX1 + KX2 * tot1
Y1 = KY1 + KY2 * t2
COLOR 2
```

```

IF X1 > 100 AND X1 < 500 AND Y1 > 40 AND Y1 < 340 THEN
PSET (X1, Y1)
ELSE
END IF
dt50 = (tt2 - tt1) * -1
IF w25 = 3 THEN dt2 = dt50
'otra fuente de error curvas rasuradas dt puede no ser representativo
'tal vez lo mas fácil es que lo maneje directamente de tiempos registrados
tt2 = tt1
LOOP UNTIL EOF(1)
CLOSE 1
COLOR 15
DIM tempi(w25), tiem(w25)
derivada l10, archo$

```

'grafico KX1, KX2, KY1, KY2, hx1  
'en este momento se cuenta con los archivos de primera y segunda derivada,  
'ahora hay que determinar los tiempos de inicio y fin de la solidificación.

```

PRINT "Opción determinación tiempo inicio y fin :(1)segunda derivada"
INPUT "(2) manual"; opcion
IF opcion = 2 THEN
'manual p1, p2, p3, p4
manini p1, p2, tinicio, p1i
manfin p3, p4, tfin, p2f
ELSE
manual2 tinicio, tfin, tr1, tr2, tr3
END IF

```

' PRINT "tb= "; tinicio; "te= "; tfin  
'hay que crear archivo con sectores seleccionados, la fuente es el archivo

'derivada

```

OPEN archo$ FOR INPUT AS #1
OPEN "fsolsn1.txt" FOR OUTPUT AS #2
INPUT #1, titulo1$, titulo2$, titulo3$
DO
INPUT #1, tt1, temp
SELECT CASE tt1
CASE IS < tinicio: fs1 = 0
CASE IS > tfin: fs1 = 1
CASE ELSE: fs1 = (tt1 - tinicio) / (tfin - tinicio)

```

```

END SELECT
WRITE #2, tt1, fs1
LOOP UNTIL EOF(1)
CLOSE

```

regreso:

```

genera tfin, tinicio, p1i, p2f
'graficamos
grafico KX1, KX2, KY1, KY2, HX1
OPEN "derzsn1.txt" FOR INPUT AS #1

```

```

COLOR 3
DO
INPUT #1, tt1, der1, zer1
X1 = KX1 + KX2 * tt1
Y1 = KY1 + KY2 * der1
X2 = X1
Y2 = KY1 + KY2 * zer1
IF X1 > 100 AND X1 < 500 AND Y1 > 40 AND Y1 < 340 THEN PSET (X1, Y1)

IF X2 > 100 AND X2 < 500 AND Y2 > 40 AND Y2 < 340 THEN PSET (X2, Y2)

```

```

LOOP UNTIL EOF(1)
CLOSE
COLOR 15

```

'se tiene todo para efectuar la integración, se sustraen los datos del 'archivo recién creado y se integra numéricamente Obtenemos primero al 'calor latente de solidificación  $L = -C_{pprom} * \text{inttb-te}(cc-zc)$ .

```

OPEN "derzsn1.txt" FOR INPUT AS #1
OPEN "fsolsn1.txt" FOR INPUT AS #2
OPEN "fintsn1.txt" FOR OUTPUT AS #3
cont = 0
integra = 0
DO
cont = cont + 1
INPUT #1, tt1, der1, zer1
INPUT #2, tt1, fs1
SELECT CASE tt1
CASE IS < tinicio: par1 = 0
CASE IS > tfin: par1 = 1
CASE ELSE: par1 = fs1
END SELECT
cprom = rom * (cpm * par1 + cpl * (1 - par1))
integra = integra + cprom * (der1 - zer1) * dt2
WRITE #3, tt1, integra

```

```

LOOP UNTIL EOF(1)
LOCATE 1, 1: PRINT "L= "; integra * -1
CLOSE
IF ABS(l - integra) < 1000 THEN aqui = 1
l = integra
OPEN "fsolsn1.txt" FOR OUTPUT AS #1
OPEN "fintsn1.txt" FOR INPUT AS #2
cont = 0
DO
cont = cont + 1
INPUT #2, tt1, fs2
fs1 = fs2 / l
WRITE #1, tt1, fs1

LOOP UNTIL EOF(2)
CLOSE
REDIM fs(cont), tempo(cont)
OPEN "fsolsn1.txt" FOR INPUT AS #1
cont = 0
DO
cont = cont + 1
INPUT #1, tt1, fs1
tempo(cont) = tt1
fs(cont) = fs1
LOOP UNTIL EOF(1)
CLOSE
REDIM dfs(cont)
dfs(1) = (fs(2) - fs(1)) / (tempo(2) - tempo(1))
FOR j = 2 TO cont - 1
dfs(j) = (fs(j + 1) - fs(j - 1)) / (tempo(j + 1) - tempo(j - 1))
NEXT
dfs(cont) = (fs(cont) - fs(cont - 1)) / (tempo(cont) - tempo(cont - 1))

OPEN "dfsosn1.txt" FOR OUTPUT AS #1
FOR i = 1 TO cont
WRITE #1, tempo(i), fs(i), dfs(i)
NEXT
CLOSE

IF aqui = 0 THEN GOTO regreso

grafo KX2, KX1, KY2, KY1, KdY2, KdY1, Kf2, Kf1, Kdf2, Kdf1

OPEN "dfsosn1.txt" FOR INPUT AS #1
DO

```

```

INPUT #1, tt1, fs, dfs
X1 = KX1 + KX2 * tt1
Y1 = Kf1 + Kf2 * fs
COLOR 4
IF X1 > 100 AND X1 < 500 AND Y1 > 40 AND Y1 < 340 THEN PSET (X1, Y1)
Y1 = Kdf1 + Kdf2 * dfs
COLOR 5
IF X1 > 100 AND X1 < 500 AND Y1 > 40 AND Y1 < 340 THEN PSET (X1, Y1)
LOOP UNTIL EOF(1)
CLOSE
OPEN "derzsn1.txt" FOR INPUT AS #1
DO
INPUT #1, tt1, der1, zer1
X1 = KX1 + KX2 * tt1
Y1 = KdY1 + KdY2 * der1
COLOR 3
IF X1 > 100 AND X1 < 500 AND Y1 > 40 AND Y1 < 340 THEN PSET (X1, Y1)
Y1 = KdY1 + KdY2 * zer1
COLOR 3
IF X1 > 100 AND X1 < 500 AND Y1 > 40 AND Y1 < 340 THEN PSET (X1, Y1)
LOOP UNTIL EOF(1)
CLOSE
OPEN arco$ FOR INPUT AS #1
INPUT #1, titulo1$, titulo2$, titulo3$
DO
INPUT #1, tt1, temp
X1 = KX1 + KX2 * tt1
Y1 = KY1 + KY2 * temp
COLOR 2
IF X1 > 100 AND X1 < 500 AND Y1 > 40 AND Y1 < 340 THEN PSET (X1, Y1)
LOOP UNTIL EOF(1)
CLOSE
LOCATE 1, 1: PRINT "Lv= "; integra * -1; "J/m3"
latmas = integra * -1 / rom
LOCATE 3, 1: PRINT "Lm= "; latmas; "J/kg"
END

```

```

SUB calculo (a1(), x(), n1)
FOR K = 1 TO n1 - 1
FOR i = K + 1 TO n1
qt = a1(i, K) / a1(K, K)
FOR j = K + 1 TO n1 + 1
a1(i, j) = a1(i, j) - qt * a1(K, j)
NEXT j
NEXT i
FOR i = K + 1 TO n1
a1(i, K) = 0

```

```

NEXT i
NEXT K
x(n1) = a1(n1, n1 + 1) / a1(n1, n1)
FOR i = n1 - 1 TO 1 STEP -1
sum = 0
FOR j = i + 1 TO n1
sum = sum + a1(i, j) * x(j)
NEXT j
x(i) = (a1(i, n1 + 1) - sum) / a1(i, i)
NEXT i

```

END SUB

```

SUB coeficientes (numrec, sum#(), sumy#(), a1(), m)
'm es el orden del polinomio
'calculo de coeficientes de la matriz
FOR i = 1 TO m + 1
FOR j = 1 TO m + 1

IF i = 1 AND j = 1 THEN
a1(i, j) = numrec
ELSE
a1(i, j) = sum#(j - i + K)

END IF
NEXT

K = K + 2
NEXT
'calculo de los miembros del vector columna de resultados
FOR i = 1 TO m + 1
a1(i, m + 2) = sumy#(i - 1)
NEXT i

```

END SUB

```

SUB derivada (l10, archo$)
STATIC w, tt2, tm2, TT3, TM3
SHARED tempi(), tiem()
OPEN archo$ FOR INPUT AS #1
INPUT #1, titulo1$, titulo2$, titulo3$
DO
w = w + 1

```

```

INPUT #1, tt1, TM1
tempi(w) = TM1
tiem(w) = tt1
LOOP UNTIL EOF(1)
CLOSE
DIM deriv1(w), deriv2(w)
deriv1(1) = (tempi(2) - tempi(1)) / (tiem(2) - tiem(1))
FOR i = 2 TO w - 1
deriv1(i) = (tempi(i + 1) - tempi(i - 1)) / (tiem(i + 1) - tiem(i - 1))
NEXT
deriv1(w) = (tempi(w) - tempi(w - 1)) / (tiem(w) - tiem(w - 1))

deriv2(1) = (deriv1(2) - deriv1(1)) / (tiem(2) - tiem(1))
FOR i = 2 TO w - 1
deriv2(i) = (deriv1(i + 1) - deriv1(i - 1)) / (tiem(i + 1) - tiem(i - 1))
NEXT
deriv2(w) = (deriv1(w) - deriv1(w - 1)) / (tiem(w) - tiem(w - 1))

OPEN "derisn1.txt" FOR OUTPUT AS #2
OPEN "sedesn1.txt" FOR OUTPUT AS #3
FOR i = 1 TO w
WRITE #2, tiem(i), deriv1(i)
WRITE #3, tiem(i), deriv2(i)
NEXT
CLOSE

END SUB

SUB genera (tfin, tinicio, p1i, p2f)

OPEN "derisn1.txt" FOR INPUT AS #1
OPEN "fsolsn1.txt" FOR INPUT AS #2
OPEN "derzsn1.txt" FOR OUTPUT AS #3
B = (1 / (tfin - tinicio)) * LOG(p2f / p1i)
c = -1 * p2f / EXP(B * tfin)

DO
INPUT #1, tt1, der1
INPUT #2, tt1, fs1

SELECT CASE tt1
CASE IS < tinicio
zer1 = der1
CASE IS > tfin
zer1 = der1
CASE ELSE

```

```

zer1 = p1i * (1 - fs1) + p2f * fs1
'zer1 = -1 * c * EXP(B * tt1)
END SELECT

```

```

WRITE #3, tt1, der1, zer1

```

```

LOOP UNTIL EOF(1)
CLOSE

```

```

END SUB

```

```

SUB grafi (KX1, KX2, KY1, KY2, HX0, HX1)
a1$ = "dT/dt "
a2$ = "(øC/s)"
PRINT "Valor mínimo de "; a1$; a2$
INPUT "Ly1"; dLY1
PRINT "valor máximo de "; a1$; a2$
INPUT "Hy1"; dHY1
PRINT "Tiempo mínimo a graficar (s)";
INPUT "Hx0"; HX0
PRINT "Tiempo máximo a graficar (s)";
INPUT "Hx1"; HX1

```

```

'elaboración de gráfica

```

```

CLS
SCREEN 12
LOCATE 3, 6: PRINT dHY1
LOCATE 23, 6: PRINT dLY1
LOCATE 9, 5: PRINT a1$
LOCATE 10, 5: PRINT a2$
LOCATE 23, 13: PRINT HX0
LOCATE 23, 62: PRINT HX1
LINE (100, 40)-(500, 340), , B
LOCATE 28, 1: INPUT "#intervalos en Y"; dNY1
LOCATE 28, 1: PRINT " "
LOCATE 28, 1: PRINT "#intervalos en x"; NX1
LOCATE 28, 1: PRINT " "
FOR i = 0 TO dNY1
LINE (98, 40 + i * (300 / dNY1))-(100, 40 + i * (300 / dNY1))
NEXT i
FOR j = 0 TO NX1
LINE (100 + j * (400 / NX1), 342)-(100 + j * (400 / NX1), 340)
NEXT j
KX2 = 400 / (HX1 - HX0)
KX1 = 500 - KX2 * HX1
KY2 = 300 / (dLY1 - dHY1)
KY1 = 40 - KY2 * dHY1

```

END SUB

SUB grafi1 (KX1, KX2, KY1, KY2, dLY1, dHY1, HX0, HX1)

a1\$ = "dT/dt "

a2\$ = "(øC/s)"

'elaboración de gráfica

CLS

SCREEN 12

LOCATE 3, 6: PRINT dHY1

LOCATE 23, 6: PRINT dLY1

LOCATE 9, 5: PRINT a1\$

LOCATE 10, 5: PRINT a2\$

LOCATE 23, 13: PRINT HX0

LOCATE 23, 62: PRINT HX1

LINE (100, 40)-(500, 340), , B

LOCATE 28, 1: INPUT "#intervalos en Y"; dNY1

LOCATE 28, 1: PRINT " "

LOCATE 28, 1: PRINT "#intervalos en x"; NX1

LOCATE 28, 1: PRINT " "

FOR i = 0 TO dNY1

LINE (98, 40 + i \* (300 / dNY1))-(100, 40 + i \* (300 / dNY1))

NEXT i

FOR j = 0 TO NX1

LINE (100 + j \* (400 / NX1), 342)-(100 + j \* (400 / NX1), 340)

NEXT j

KX2 = 400 / (HX1 - HX0)

KX1 = 100

KY2 = 300 / (dLY1 - dHY1)

KY1 = 40 - KY2 \* dHY1

END SUB

SUB grafica (KX1, KX2, KY1, KY2)

a1\$ = "T(øC)"

PRINT "Valor mínimo de "; a1\$; a2\$

INPUT "Ly1"; LY1

PRINT "valor máximo de "; a1\$; a2\$

INPUT "Hy1"; HY1

INPUT "Máximo tiempo a graficar (s)"; HX1

'elaboración de gráfica

CLS

```

SCREEN 12
LOCATE 3, 6: PRINT HY1
LOCATE 23, 6: PRINT LY1
LOCATE 9, 5: PRINT a1$
LOCATE 10, 5: PRINT a2$
LOCATE 23, 13: PRINT "0"
LOCATE 23, 62: PRINT HX1
LINE (100, 40)-(500, 340), , B
LOCATE 28, 1: INPUT "#intervalos en Y"; NY1
LOCATE 28, 1: PRINT " "
LOCATE 28, 1: INPUT "#intervalos en x"; NX1
LOCATE 28, 1: PRINT " "
FOR i = 0 TO NY1
LINE (98, 40 + i * (300 / NY1))-(100, 40 + i * (300 / NY1))
NEXT i
FOR j = 0 TO NX1
LINE (100 + j * (400 / NX1), 342)-(100 + j * (400 / NX1), 340)
NEXT j
KX2 = 400 / HX1
KX1 = 100
KY2 = 300 / (LY1 - HY1)
KY1 = 40 - KY2 * HY1

```

END SUB

SUB grafico (KX1, KX2, KY1, KY2, HX1)

```

STATIC numcalc
numcalc = numcalc + 1
IF numcalc < 2 THEN
a1$ = "dT/dt "
a2$ = "(øC/s)"
PRINT "Valor mínimo de "; a1$; a2$
INPUT "Ly1"; dLY1
PRINT "valor máximo de "; a1$; a2$
INPUT "Hy1"; dHY1

```

```

PRINT "Máximo tiempo a graficar (s)"; HX1
END IF

```

'elaboración de gráfica

```

CLS
SCREEN 12
LOCATE 3, 6: PRINT dHY1
LOCATE 23, 6: PRINT dLY1
LOCATE 9, 5: PRINT a1$
LOCATE 10, 5: PRINT a2$

```

```

LOCATE 23, 13: PRINT "0"
LOCATE 23, 62: PRINT HX1
LINE (100, 40)-(500, 340), , B
IF numcalc < 2 THEN
LOCATE 28, 1: INPUT "#intervalos en Y"; dNY1
END IF
LOCATE 28, 1: PRINT " "
LOCATE 28, 1: PRINT "#intervalos en x"; NX1
LOCATE 28, 1: PRINT " "
FOR i = 0 TO dNY1
LINE (98, 40 + i * (300 / dNY1))-(100, 40 + i * (300 / dNY1))
NEXT i
FOR j = 0 TO NX1
LINE (100 + j * (400 / NX1), 342)-(100 + j * (400 / NX1), 340)
NEXT j
KX2 = 400 / HX1
KX1 = 100
KY2 = 300 / (dLY1 - dHY1)
KY1 = 40 - KY2 * dHY1

END SUB

```

```

SUB grafics (KX1, KX2, KY1, KY2, HX1)
a1$ = "d2T/dt2 "
a2$ = "(øC/s2)"
PRINT "Valor mínimo de "; a1$; a2$
  INPUT "Ly1"; d2LY1
PRINT "valor máximo de "; a1$; a2$
  INPUT "Hy1"; d2HY1
PRINT "Máximo tiempo a graficar (s)"; HX1

```

```

'elaboración de gráfica
CLS
SCREEN 12
LOCATE 3, 6: PRINT d2HY1
LOCATE 23, 6: PRINT d2LY1
LOCATE 9, 5: PRINT a1$
LOCATE 10, 5: PRINT a2$
LOCATE 23, 13: PRINT "0"
LOCATE 23, 62: PRINT HX1
LINE (100, 40)-(500, 340), , B
LOCATE 28, 1: INPUT "#intervalos en Y"; d2NY1
LOCATE 28, 1: PRINT " "
LOCATE 28, 1: PRINT "#intervalos en x"; NX1
LOCATE 28, 1: PRINT " "
FOR i = 0 TO d2NY1
LINE (98, 40 + i * (300 / d2NY1))-(100, 40 + i * (300 / d2NY1))

```

```

NEXT i
FOR j = 0 TO NX1
LINE (100 + j * (400 / NX1), 342)-(100 + j * (400 / NX1), 340)
NEXT j
KX2 = 400 / HX1
KX1 = 100
KY2 = 300 / (d2LY1 - d2HY1)
KY1 = 40 - KY2 * d2HY1

```

END SUB

SUB grafo (KX2, KX1, KY2, KY1, KdY2, KdY1, Kf2, Kf1, Kdf2, Kdf1)

'elaboración de gráfica

```

CLS
SCREEN 12
LOCATE 3, 6: PRINT dHY1
LOCATE 23, 6: PRINT dLY1
LOCATE 9, 5: PRINT a1$
LOCATE 10, 5: PRINT a2$
LOCATE 23, 13: PRINT "0"
LOCATE 23, 62: PRINT HX1
LINE (100, 40)-(500, 340), , B
COLOR 2
FOR i = 0 TO NY1
LINE (98, 40 + i * (300 / NY1))-(100, 40 + i * (300 / NY1))
NEXT i
COLOR 3
FOR i = 0 TO dNY1
LINE (502, 40 + i * (300 / dNY1))-(500, 40 + i * (300 / dNY1))
NEXT i
COLOR 4
Nf1 = 10
FOR i = 0 TO Nf1
LINE (96, 40 + i * (300 / Nf1))-(98, 40 + i * (300 / Nf1))
NEXT i
COLOR 5
dNf1 = 20
FOR i = 0 TO dNf1
LINE (504, 40 + i * (300 / dNf1))-(502, 40 + i * (300 / dNf1))
NEXT i

FOR j = 0 TO NX1
LINE (100 + j * (400 / NX1), 342)-(100 + j * (400 / NX1), 340)
NEXT j
KX2 = 400 / HX1
KX1 = 100

```

```

KY2 = 300 / (LY1 - HY1)
KY1 = 40 - KY2 * HY1
KdY2 = 300 / (dLY1 - dHY1)
KdY1 = 40 - KdY2 * dHY1
Kf2 = 300 / (0 - 1)
Kf1 = 40 - Kf2 * 1
mdf = .05
Kdf2 = 300 / (0 - mdf)
Kdf1 = 40 - Kdf2 * mdf

```

```
END SUB
```

```

SUB manfin (p3, p4, tfin, p2f)
  grafi KX1, KX2, KY1, KY2, p3, p4
  OPEN "derisn1.txt" FOR INPUT AS #1

```

```

DO
  'cuenta los registros y los grafica en el plano x-y
  cont = cont + 1

```

```

  INPUT #1, tt1, der1
  X1 = KX1 + KX2 * tt1
  Y1 = KY1 + KY2 * der1
  IF X1 > 100 AND X1 < 500 AND Y1 > 40 AND Y1 < 340 THEN PSET (X1, Y1)

```

```

LOOP UNTIL EOF(1)
CLOSE #1

```

```

OPEN "derisn1.txt" FOR INPUT AS #1
'variable arreglo que tiene como dimensiones el # de registros y 2 que
'sirven para separar al tiempo y a la derivada de cada registro

```

```

DIM renf(cont, 2)
FOR j = 1 TO cont
  INPUT #1, tt1, der1
  renf(j, 1) = tt1
  renf(j, 2) = der1
NEXT

```

```
CLOSE #1
```

```

'se definen variables arreglo para el # de registro (posi) y para x (tempo) dos
porque
'se maneja el actual y el definido por el teclado

```

```
DIM posi(1), tempo(1)
```

```

'FOR i = 1 TO 2      ' inicio
i = 1
'grafica sector de interés
'-----
'IF i = 1 OR i = 2 THEN
'LOCATE 1, 1: : PRINT "INTERVALO PARA ENCONTRAR EL INICIO DE LA
SOLIDIFICACION"
'ELSE
LOCATE 1, 1: : PRINT "INTERVALO PARA ENCONTRAR EL FIN DE LA
SOLIDIFICACION"
'END IF

DO
ax = posi(i)
DO
repite = 0
DO
kbd$ = INKEY$ 'tecla presionada
LOOP UNTIL kbd$ <> "" ' hasta que dejes de presionar tecla
SELECT CASE kbd$
CASE CHR$(0) + "H": posi(i) = posi(i) + 20 'adelante tiempo dt
IF posi(i) > cont THEN posi(i) = cont'maximo disponible
CASE CHR$(0) + "P": posi(i) = posi(i) - 20 'atras
IF posi(i) < 1 THEN posi(i) = 1 ' primer registro
CASE CHR$(0) + "K": posi(i) = posi(i) - 1 'atras
IF posi(i) < 1 THEN posi(i) = 1 ' primer registro
CASE CHR$(0) + "M": posi(i) = posi(i) + 1 'adelante
IF posi(i) >= cont THEN posi(i) = cont'maximo disponible
CASE "i", "I": coordX = renf(posi(i), 1): coordy = renf(posi(i), 2)' cuando aprietas
'la tecla i quedan registradas las coordenadas
CASE ELSE: repite = 1 ' si no aprietas i continua selección
END SELECT
LOOP UNTIL repite = 0
COLOR 12
LOCATE 23, 50: PRINT "x="; renf(posi(i), 1) ' se muestran coordenadas
LOCATE 24, 50: PRINT "y="; renf(posi(i), 2) ' vigentes

X1 = KX1 + KX2 * renf(posi(i), 1)
Y1 = KY1 + KY2 * renf(posi(i), 2) ' se marcan los desplazamientos en pantalla
IF X1 > 100 AND X1 < 500 AND Y1 > 40 AND Y1 < 340 THEN CIRCLE (X1, Y1),
2
IF X1 > 100 AND X1 < 500 AND Y1 > 40 AND Y1 < 340 THEN PSET (X1, Y1), 2
COLOR 15
X1 = KX1 + KX2 * renf(ax, 1)
Y1 = KY1 + KY2 * renf(ax, 2)
IF X1 > 100 AND X1 < 500 AND Y1 > 40 AND Y1 < 340 THEN PSET (X1, Y1)
LOOP UNTIL UCASE$(kbd$) = "I"

```

```

LOCATE 26, 2: PRINT "PUNTO "; i; "(No.:"; posi(i); ").-", "X="; coordX, "Y="; coordY
tempo(i) = coordX
'NEXT i
'FOR i = 1 TO 2
'SELECT CASE i
'CASE 1
tfin = renf(posi(i), 1) 'derivada operante REF INI1
'CASE 2
p2f = renf(posi(i), 2) 'derivada operante REF INI2

'END SELECT
'NEXT
END SUB

```

```

SUB manini (p1, p2, tinicio, p1i)
  grafi KX1, KX2, KY1, KY2, p1, p2
  OPEN "derisn1.txt" FOR INPUT AS #1

```

```

DO
'cuenta los registros y los grafica en el plano x-y
cont = cont + 1

```

```

  INPUT #1, tt1, der1
  X1 = KX1 + KX2 * tt1
  Y1 = KY1 + KY2 * der1
  IF X1 > 100 AND X1 < 500 AND Y1 > 40 AND Y1 < 340 THEN PSET (X1, Y1)

```

```

LOOP UNTIL EOF(1)
CLOSE #1

```

```

OPEN "derisn1.txt" FOR INPUT AS #1
'variable arreglo que tiene como dimensiones el # de registros y 2 que
'sirven para separar al tiempo y a la derivada de cada registro
DIM renf(cont, 2)
FOR j = 1 TO cont
INPUT #1, tt1, der1
renf(j, 1) = tt1
renf(j, 2) = der1
NEXT

```

```

CLOSE #1

```

'se definen variables arreglo para el # de registro (posi) y para x (tempo) dos porque  
'se maneja el actual y el definido por el teclado

```

DIM posi(1), tempo(1)

```

```

'FOR i = 1 TO 2      ' inicio
i = 1
'grafica sector de interés
'-----
'IF i = 1 OR i = 2 THEN
LOCATE 1, 1: : PRINT "INTERVALO PARA ENCONTRAR EL INICIO DE LA
SOLIDIFICACION"
'ELSE
' LOCATE 1, 1: : PRINT "INTERVALO PARA ENCONTRAR EL FIN DE LA
SOLIDIFICACION"
'END IF

DO
ax = posi(i)
DO
repite = 0
DO
kbd$ = INKEY$ 'tecla presionada
LOOP UNTIL kbd$ <> "" ' hasta que dejes de presionar tecla
SELECT CASE kbd$
CASE CHR$(0) + "H": posi(i) = posi(i) + 20 'adelante tiempo dt
IF posi(i) > cont THEN posi(i) = cont'maximo disponible
CASE CHR$(0) + "P": posi(i) = posi(i) - 20 'atras
IF posi(i) < 1 THEN posi(i) = 1 ' primer registro
CASE CHR$(0) + "K": posi(i) = posi(i) - 1 'atras
IF posi(i) < 1 THEN posi(i) = 1 ' primer registro
CASE CHR$(0) + "M": posi(i) = posi(i) + 1 'adelante
IF posi(i) >= cont THEN posi(i) = cont'maximo disponible
CASE "i", "I": coordX = renf(posi(i), 1): coordy = renf(posi(i), 2)' cuando aprietas
'la tecla i quedan registradas las coordenadas
CASE ELSE: repite = 1 ' si no aprietas i continua selección
END SELECT
LOOP UNTIL repite = 0
COLOR 12
LOCATE 23, 50: PRINT "x="; renf(posi(i), 1) ' se muestran coordenadas
LOCATE 24, 50: PRINT "y="; renf(posi(i), 2) ' vigentes

X1 = KX1 + KX2 * renf(posi(i), 1)
Y1 = KY1 + KY2 * renf(posi(i), 2) ' se marcan los desplazamientos en pantalla
IF X1 > 100 AND X1 < 500 AND Y1 > 40 AND Y1 < 340 THEN CIRCLE (X1, Y1),
2
IF X1 > 100 AND X1 < 500 AND Y1 > 40 AND Y1 < 340 THEN PSET (X1, Y1)
COLOR 15
X1 = KX1 + KX2 * renf(ax, 1)
Y1 = KY1 + KY2 * renf(ax, 2)
IF X1 > 100 AND X1 < 500 AND Y1 > 40 AND Y1 < 340 THEN PSET (X1, Y1)
LOOP UNTIL UCASE$(kbd$) = "I"

```

```

LOCATE 26, 2: PRINT "PUNTO "; i; "(No.: posi(i); ).-", "X="; coordX, "Y="; coordY
tempo(i) = coordX
'NEXT i
'FOR i = 1 TO 2
'SELECT CASE i
'CASE 1
inicio = renf(posi(i), 1) 'derivada operante REF INI1
'CASE 2
p1i = renf(posi(i), 2) 'derivada operante REF INI2

'END SELECT
'NEXT
END SUB

```

```

SUB manual (p1, p2, p3, p4)
  grafi KX1, KX2, KY1, KY2, HX0, HX1
  OPEN "derisn1.txt" FOR INPUT AS #1

```

```

DO
'cuenta los registros y los grafica en el plano x-y
cont = cont + 1

```

```

INPUT #1, tt1, der1
X1 = KX1 + KX2 * tt1
Y1 = KY1 + KY2 * der1
IF X1 > 100 AND X1 < 500 AND Y1 > 40 AND Y1 < 340 THEN PSET (X1, Y1)

```

```

LOOP UNTIL EOF(1)
CLOSE #1

```

```

OPEN "derisn1.txt" FOR INPUT AS #1
'variable arreglo que tiene como dimensiones el # de registros y 2 que
'sirven para separar al tiempo y a la derivada de cada registro
DIM renf(cont, 2)
FOR j = 1 TO cont
INPUT #1, tt1, der1
renf(j, 1) = tt1
renf(j, 2) = der1
NEXT

```

```

CLOSE #1

```

'se definen variables arreglo para el # de registro (posi) y para x (tempo) dos porque  
'se maneja el actual y el definido por el teclado

```

DIM posi(4), tempo(4)

```

```

FOR i = 1 TO 4      ' inicio y fin
'grafica sector de interés
'-----
IF i = 1 OR i = 2 THEN
LOCATE 1, 1: : PRINT "INTERVALO PARA ENCONTRAR EL INICIO DE LA
SOLIDIFICACION"
ELSE
LOCATE 1, 1: : PRINT "INTERVALO PARA ENCONTRAR EL FIN DE LA
SOLIDIFICACION"
END IF

DO
ax = posi(i)
DO
repite = 0
DO
kbd$ = INKEY$ 'tecla presionada
LOOP UNTIL kbd$ <> "" ' hasta que dejes de presionar tecla
SELECT CASE kbd$
CASE CHR$(0) + "H": posi(i) = posi(i) + 20 'adelante tiempo dt
IF posi(i) > cont THEN posi(i) = cont'maximo disponible
CASE CHR$(0) + "P": posi(i) = posi(i) - 20 'atras
IF posi(i) < 1 THEN posi(i) = 1 ' primer registro
CASE CHR$(0) + "K": posi(i) = posi(i) - 1 'atras
IF posi(i) < 1 THEN posi(i) = 1 ' primer registro
CASE CHR$(0) + "M": posi(i) = posi(i) + 1 'adelante
IF posi(i) >= cont THEN posi(i) = cont'maximo disponible
CASE "i", "I": coordX = renf(posi(i), 1): coordy = renf(posi(i), 2)' cuando aprietas
'la tecla i quedan registradas las coordenadas
CASE ELSE: repite = 1 ' si no aprietas i continua selección
END SELECT
LOOP UNTIL repite = 0
COLOR 12
LOCATE 23, 50: PRINT "x="; renf(posi(i), 1) ' se muestran coordenadas
LOCATE 24, 50: PRINT "y="; renf(posi(i), 2) ' vigentes

X1 = KX1 + KX2 * renf(posi(i), 1)
Y1 = KY1 + KY2 * renf(posi(i), 2) ' se marcan los desplazamientos en pantalla
IF X1 > 100 AND X1 < 500 AND Y1 > 40 AND Y1 < 340 THEN CIRCLE (X1, Y1),
2
IF X1 > 100 AND X1 < 500 AND Y1 > 40 AND Y1 < 340 THEN PSET (X1, Y1)
COLOR 15
X1 = KX1 + KX2 * renf(ax, 1)
Y1 = KY1 + KY2 * renf(ax, 2)
IF X1 > 100 AND X1 < 500 AND Y1 > 40 AND Y1 < 340 THEN CIRCLE (X1, Y1),
0
IF X1 > 100 AND X1 < 500 AND Y1 > 40 AND Y1 < 340 THEN PSET (X1, Y1)

```

```

LOOP UNTIL UCASE$(kbd$) = "I"
LOCATE 26, 2: PRINT "PUNTO "; i; "(No. "; posi(i); ").-", "X="; coordX, "Y="; coordy
tempo(i) = coordX
NEXT i
FOR i = 1 TO 4
SELECT CASE i
CASE 1
p1 = renf(posi(i), 1) 'derivada operante REF INI1
CASE 2
p2 = renf(posi(i), 1) 'derivada operante REF INI2
CASE 3
p3 = renf(posi(i), 1) 'derivada operante REF INI2
CASE 4
p4 = renf(posi(i), 1) 'derivada operante REF INI2

END SELECT
NEXT
PRINT p1, p2, p3, p4
INPUT A
END SUB

```

```

SUB manual2 (tinicio, tfin, tr1, tr2, tr3)

```

```

    grafics KX1, KX2, KY1, KY2, HX1

```

```

    OPEN "sedesn1.txt" FOR INPUT AS #1

```

```

    COLOR 5

```

```

    DO

```

```

        cont = cont + 1

```

```

        INPUT #1, tt1, sec1

```

```

        X1 = KX1 + KX2 * tt1

```

```

        Y1 = KY1 + KY2 * sec1

```

```

        IF X1 > 100 AND X1 < 500 AND Y1 > 40 AND Y1 < 340 THEN PSET (X1, Y1)

```

```

    LOOP UNTIL EOF(1)

```

```

        CLOSE #1

```

```

    COLOR 15

```

```

    OPEN "sedesn1.txt" FOR INPUT AS #1

```

```

    DIM renf(cont, 2)

```

```

    FOR j = 1 TO cont

```

```

        INPUT #1, tt1, sec1

```

```

        renf(j, 1) = tt1

```

```

        renf(j, 2) = sec1

```

```

    NEXT

```

```

    CLOSE #1

```

```

DIM posi(5), tempo(5)
FOR i = 1 TO 5
DO
  ax = posi(i)
  DO
    repite = 0
    DO
      kbd$ = INKEY$
    LOOP UNTIL kbd$ <> ""
    SELECT CASE kbd$
      CASE CHR$(0) + "H": posi(i) = posi(i) + 20   'arriba
        IF posi(i) > cont THEN posi(i) = cont
      CASE CHR$(0) + "P": posi(i) = posi(i) - 20   'abajo
        IF posi(i) < 1 THEN posi(i) = 1
      CASE CHR$(0) + "K": posi(i) = posi(i) - 1   'izquierda
        IF posi(i) < 1 THEN posi(i) = 1
      CASE CHR$(0) + "M": posi(i) = posi(i) + 1   'derecha
        IF posi(i) >= cont THEN posi(i) = cont
      CASE "i", "I": coordX = renf(posi(i), 1): coordy = renf(posi(i), 2)
      CASE ELSE: repite = 1
    END SELECT
  LOOP UNTIL repite = 0
  COLOR 12
  LOCATE 23, 50: PRINT "x="; renf(posi(i), 1)
  LOCATE 24, 50: PRINT "y="; renf(posi(i), 2)

  X1 = KX1 + KX2 * renf(posi(i), 1)
  Y1 = KY1 + KY2 * renf(posi(i), 2)
  IF X1 > 100 AND X1 < 500 AND Y1 > 40 AND Y1 < 340 THEN PSET (X1, Y1)

  COLOR 15
  X1 = KX1 + KX2 * renf(ax, 1)
  Y1 = KY1 + KY2 * renf(ax, 2)
  IF X1 > 100 AND X1 < 500 AND Y1 > 40 AND Y1 < 340 THEN PSET (X1, Y1)
  LOOP UNTIL UCASE$(kbd$) = "I"
  LOCATE 26, 2: PRINT "PUNTO "; i; "(No. "; posi(i); ").-"; "X="; coordX, "Y="; coordy
  tempo(i) = coordX

NEXT
FOR i = 1 TO 5
SELECT CASE i
CASE 1
  inicio = tempo(i)
CASE 2
  tfin = tempo(i)

```

```
CASE 3
tr1 = tempo(i)
CASE 4
tr2 = tempo(i)
CASE 5
tr3 = tempo(i)
END SELECT
NEXT
```

```
END SUB
```

```
SUB propie (metal, rom, cpm, cpl)
```

```
'PRINT " 1. ALUMINIO"
```

```
'PRINT " 2. CADMIO"
```

```
'PRINT " 3. ESTAÑO"
```

```
'PRINT " 4. PLOMO"
```

```
'PRINT " 5. ZINC"
```

```
SELECT CASE metal
```

```
  CASE 1: cpm = 1210
```

```
    cpl = 1085
```

```
    rom = (2700 + 2400) / 2
```

```
  CASE 2: cpm = 230
```

```
    cpl = 264
```

```
    rom = 8331
```

```
  CASE 3: cpm = 266
```

```
    cpl = 257
```

```
    rom = 6352
```

```
  CASE 4: cpm = 142.1
```

```
    cpl = 147.9
```

```
    rom = 10845
```

```
  CASE 5: cpm = 465
```

```
    cpl = 515
```

```
    rom = 6750
```

```
  CASE 6: cpm = 907
```

```
    cpl = 998
```

```
    rom = 2430
```

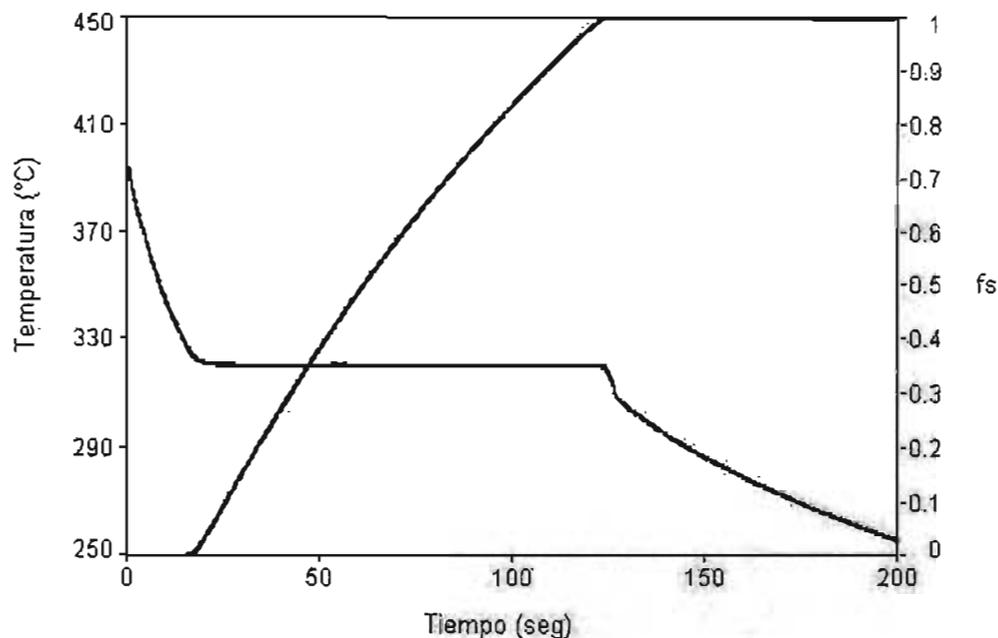
```
END SELECT
```

```
END SUB
```

# **ANEXO III**

## ANEXO III

### EVOLUCIÓN DE LA FRACCIÓN SÓLIDA EN FUNCIÓN DEL TIEMPO



### Datos de Tiempo (seg.) vs. Fracción Sólida

Tiempo (seg.)	fs	Tiempo (seg.)	fs	Tiempo (seg.)	fs	Tiempo (seg.)	fs
0.35	0	13.45	0	25.85	0.1009612	37.85	0.2458547
1.15	0	14.25	0	26.65	0.1109533	38.65	0.2551625
2.0375	0	15.05	0	27.45	0.1208766	39.45	0.2643558
2.85	0	15.9625	0.0003826	28.25	0.1307632	40.25	0.2734698
3.65	0	16.95	0.0033632	29.05	0.1406105	41.05	0.2825002
4.45	0	17.75	0.0075879	29.85	0.1504137	41.85	0.2914922
5.25	0	18.55	0.0142078	30.65	0.1601678	42.65	0.3004451
6.05	0	19.35	0.0226413	31.45	0.1699131	43.45	0.3093942
6.85	0	20.15	0.0319691	32.25	0.1795853	44.25	0.3183369
8.4625	0	20.95	0.0414903	33.05	0.1892149	45.05	0.3272374
9.35	0	21.775	0.0512062	33.85	0.1987622	45.85	0.3360621
10.1625	0	22.65	0.0610803	34.65	0.2082538	46.65	0.3448978
11.05	0	23.45	0.0710187	35.45	0.2177151	47.45	0.3537366
11.85	0	24.25	0.0809449	36.25	0.2271306	48.25	0.36249103
12.65	0	25.05	0.0909507	37.05	0.2364988	49.05	0.37118405

Tabla A.III.1 Datos obtenidos de la evolución de la fracción sólida solidificada en función del tiempo, mediante el programa de cómputo.

Tiempo (seg.)	fs	Tiempo (seg.)	fs	Tiempo (seg.)	fs	Tiempo (seg.)	Fs
49.85	0.3797996	85.15	0.71696773	120.7375	0.98381253	157.65	0.9999999
50.65	0.38835805	85.95	0.7237398	121.725	0.9893444	158.45	0.9999999
51.45	0.39694071	86.75	0.73055888	122.55	0.9944275	159.3125	0.9999999
52.25	0.40547141	87.55	0.73734816	123.35	0.99858983	160.15	0.9999999
53.05	0.41398509	88.35	0.74403874	124.15	0.99999009	160.95	0.9999999
53.85	0.42240176	89.15	0.75068145	124.95	0.9999999	161.75	0.9999999
54.65	0.43073169	89.95	0.75728939	125.75	0.9999999	162.7125	0.9999999
56.25	0.44726185	90.75	0.76376431	126.55	0.9999999	163.55	0.9999999
57.05	0.45539525	91.55	0.77024434	127.35	0.9999999	164.35	0.9999999
57.85	0.46346863	92.35	0.776702	128.15	0.9999999	165.15	0.9999999
58.65	0.4714816	93.15	0.78319484	128.95	0.9999999	165.95	0.9999999
59.45	0.47943488	93.95	0.78962414	129.75	0.9999999	166.75	0.9999999
60.25	0.48744251	94.7625	0.79603388	130.55	0.9999999	167.6375	0.9999999
61.05	0.49543365	95.65	0.80248069	131.35	0.9999999	168.5	0.9999999
61.85	0.50338526	96.45	0.80885544	132.15	0.9999999	169.35	0.9999999
62.65	0.51127593	97.25	0.81514605	132.95	0.9999999	170.175	0.9999999
63.45	0.51916733	98.05	0.82138215	133.7625	0.9999999	171.075	0.9999999
64.25	0.52704883	98.85	0.82755548	134.65	0.9999999	171.95	0.9999999
65.05	0.53486876	99.65	0.83371474	135.45	0.9999999	172.75	0.9999999
65.85	0.54263883	100.45	0.83985964	136.25	0.9999999	173.55	0.9999999
66.65	0.5503445	101.25	0.84605706	137.05	0.9999999	174.35	0.9999999
67.45	0.55798828	102.05	0.85221866	137.85	0.9999999	175.15	0.9999999
68.25	0.56559163	103.65	0.86426761	138.65	0.9999999	176.05	0.9999999
69.05	0.57313648	104.45	0.87027344	139.45	0.9999999	176.95	0.9999999
69.85	0.58070489	105.25	0.87625983	140.25	0.9999999	177.9125	0.9999999
70.7	0.58826015	106.05	0.88223604	141.1375	0.9999999	178.7875	0.9999999
71.55	0.59578035	106.85	0.8881729	142.1125	0.9999999	179.7	0.9999999
72.35	0.60326719	107.65	0.89410065	143.0875	0.9999999	180.55	0.9999999
73.15	0.61072064	108.45	0.89993799	143.95	0.9999999	181.35	0.9999999
73.95	0.6181334	109.2875	0.90574503	144.75	0.9999999	182.15	0.9999999
74.75	0.62550469	110.15	0.9115356	145.55	0.9999999	183.0125	0.9999999
75.55	0.63284043	110.95	0.91729991	146.35	0.9999999	183.925	0.9999999
76.35	0.64014655	111.75	0.92303191	147.15	0.9999999	184.85	0.9999999
77.15	0.64736155	112.55	0.9286954	147.95	0.9999999	185.75	0.9999999
77.95	0.65447709	113.35	0.9342952	148.775	0.9999999	186.55	0.9999999
78.75	0.66156401	114.15	0.93992335	149.7375	0.9999999	187.375	0.9999999
79.55	0.66861965	114.95	0.94550859	150.5625	0.9999999	188.25	0.9999999
80.35	0.67568249	115.75	0.95108945	152.25	0.9999999	189.05	0.9999999
81.15	0.68275135	116.55	0.9566845	153.1625	0.9999999	189.85	0.9999999
81.95	0.68973969	117.35	0.96219755	154.05	0.9999999	190.65	0.9999999
82.75	0.6966062	118.15	0.96765333	154.9375	0.9999999	191.45	0.9999999
83.55	0.7034158	118.95	0.97303216	155.825	0.9999999	192.25	0.9999999
84.35	0.71018955	119.775	0.97836995	156.75	0.9999999	193.05	0.9999999

Tabla A.III.1 Continuación

# LISTA DE FIGURAS

# LISTA DE FIGURAS

Página

Figura 1.1 Curvas de enfriamiento ideales.....	10
Figura 1.2 Puntos críticos localizados en la curva de enfriamiento de un hierro hipoeutéctico y sus derivadas.....	12
Figura 2.1.- Curva de enfriamiento generada de los archivos de datos del programa, los datos corresponden a los datos experimentales de Sn puro.....	24
Figura 2.2.- Obtención primera derivada de la curva de enfriamiento, utilizando la técnica de diferencias finitas.....	25
Figura 2.3a.- Identificación del punto de inicio de la solidificación en la primera derivada de la curva de enfriamiento generada por el programa.....	25
Figura 2.3b. Tiempo de inicio de la solidificación e identificación del Tiempo final de solidificación en la primera derivada de la curva de enfriamiento generada por el programa.....	26
Figura 2.4.- Generación de la curva cero (ZN) a partir de los puntos de inicio y final de la solidificación respectivamente, considerando que no existe transformación de fase.....	26
Figura 2.5 Cálculo del área total comprendida entre la curva cero y la curva de velocidad de enfriamiento.....	27
Figura 2.6.- Representación gráfica del cálculo de la fracción sólida.....	27
Figura 2.7.- Representación grafica del calculo de fracciones de microconstituyentes.....	28
Figura 3.1.- Equipo utilizado para la obtención de las curvas de enfriamiento: (a) Sistema de aislamiento térmico; (b) Sistema de adquisición de datos; (c) Computadora registradora de datos; (d) Moldes de arena, en cuyo interior se localizan los termopares.....	33

**ESTA TESIS NO SALE  
DE LA BIBLIOTECA**

<b>Figura 4.1</b> Curvas de enfriamiento experimentales correspondientes a los metales puros utilizados.....	<b>35</b>
<b>Figura 4.2</b> Curva de enfriamiento asociada a las muestras de estaño, además se incluyen los tiempos de inicio y fin de la solidificación.....	<b>36</b>
<b>Figura 4.3</b> Derivada de la curva de enfriamiento también conocida como curva de velocidad de enfriamiento, así como la curva cero de Newton generada por el programa correspondiente al Zn.....	<b>36</b>
<b>Figura 4.4</b> Curva de enfriamiento asociada al Cd, mostrando la curva correspondiente a la evolución de la fracción sólida, generada por el programa de cómputo.....	<b>37</b>
<b>Figura 4.5</b> Curvas de enfriamiento experimentales correspondientes a la aleación A 356 sin tratamiento (s/m) y con tratamiento de modificación (c/m), respectivamente; se observa un abatimiento en la temperatura eutéctica.....	<b>39</b>
<b>Figura 4.6</b> Curva de enfriamiento asociada a las muestra de la aleación A 356 sin modificación, señalando el tiempo inicial de solidificación ( $t_{is}$ ), tiempo de inicio de solidificación de la fase eutéctica ( $t_{ie}$ ), tiempo de fin de la solidificación ( $t_{fs}$ ).....	<b>40</b>
<b>Figura 4.7</b> Primera derivada de la curva de enfriamiento, curva cero de Newton (ZN), tiempo de inicio de solidificación ( $t_{is}$ ), tiempo de inicio de solidificación eutéctica ( $t_{ie}$ ), tiempo final de solidificación ( $t_{fs}$ ) de las muestras de la aleación A 356 modificada. La isocrona $t_{ie}$ divide el área comprendida entre la curva cero y la curva de velocidad de enfriamiento en 2 regiones: A1 región rica en aluminio; A2 zona correspondiente a la fase eutéctica.....	<b>41</b>
<b>Figura 4.8.-</b> Microestructura observada en la aleación A356 modificada en donde se observa una fase clara (fase primaria $\alpha$ Al) formada por dendritas, las cuales contienen el 62% de dicha fase y zonas interdendríticas oscuras (microconstituyente eutéctico), con el 38% de la misma. 100X.....	<b>42</b>

- Figura 4.9.**-Microestructura observada en la aleación A356 modificada en donde se observa una fase clara (fase primaria  $\alpha$ Al) y zonas interdendríticas oscuras (microconstituyente eutéctico), cantidad de fase  $\alpha$  Al:57%; fase eutéctica:43%.100X..... 43
- Figura 4.10.**-Microestructura observada en la aleación A356 modificada en donde se observa una fase clara (fase primaria  $\alpha$ Al) con alrededor de 53% de esa fase y zonas interdendríticas oscuras (microconstituyente eutéctico) con el 47% de dicha fase. 100X..... 43
- Figura 4.11.**-Microestructura observada en la aleación A356 modificada en donde se observa una fase clara (fase primaria  $\alpha$ Al) con 54% de la misma y zonas interdendríticas oscuras (microconstituyente eutéctico) con el 46% de esta fase. 100X..... 44
- Figura 4.12** Microestructura observada en la aleación A 356 modificada en donde se observa una fase clara (fase primaria  $\alpha$ Al) con alrededor de 58% de  $\alpha$  Al y las zonas interdendríticas oscuras (microconstituyente eutéctico) con el 42% de microconstituyente eutéctico. 100X..... 44

# LISTA DE TABLAS

<b>Tabla 1.1</b> Definición de los puntos típicos de una curva de enfriamiento...11	
<b>Tabla 3.1.-</b> Metales puros y aleaciones considerados en este trabajo.....30	
<b>Tabla 3.2.-</b> Composición de la aleación A 356 bajo estudio.....32	
<b>Tabla 4.1</b> Capacidades caloríficas y densidades promedio de los materiales utilizados, respectivamente.....34	
<b>Tabla 4.2</b> Valores de las entalpías de fusión experimentales de los materiales utilizados, sus valores promedio e intervalo de confianza y los valores reportados en la literatura. Se señala el porcentaje de error respectivo.....38	
<b>Tabla 4.3</b> Valores de entalpía de fusión experimentales, valores promedio e intervalo de confianza, valor de la entalpía de fusión reportada en la literatura para el caso de la aleación A 356. Se señala el porcentaje de error.....40	
<b>Tabla 4.4</b> Porcentajes correspondientes a cada una de las fases presentes en la aleación A 356 modificada obtenidos mediante el procedimiento de Newton.....41	
<b>Tabla 4.5</b> Porcentajes correspondientes a cada una de las fases presentes en la aleación A 356 modificada obtenidos mediante análisis de imágenes y presentados en las figuras señaladas.....45	
<b>Tabla 4.6</b> Valores promedio de los Porcentajes correspondientes a cada una de las fases presentes en la aleación A 356 modificada obtenidos mediante análisis de imágenes para todas las muestras.....45	
<b>Tabla A.III.1</b> Datos obtenidos de la evolución de la fracción sólida solidificada en función del tiempo, mediante el programa de cómputo.....77	