



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO**

**FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES
"ARAGÓN"**

**APUNTES PARA LA MATERIA DE ELÉCTRICIDAD
Y MAGNETISMO PARA LA F.E.S. ARAGÓN**

T E S I S
**PROPUESTA COMO CUMPLIMIENTO
PARCIAL DE LOS REQUISITOS PARA
LA TITULACIÓN EN :**
INGENIERO MECÁNICO ELÉCTRICISTA
P R E S E N T A :
JESUS MANUEL GUTIÉRREZ RODRÍGUEZ

ASESOR:
ING. JESÚS NUÑEZ VALADEZ

MÉXICO

2005

m. 349252



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Al Ing. Jesús Núñez Valadéz:

Por su apoyo y ayuda en la elaboración del presente trabajo de tesis, por tiempo invertido en la revisión y formación del presente trabajo, como asesor de éste.

A los Ingenieros:

Adrián Paredes Romero

Esteban Arellano Rivera

Rodolfo Zaragoza Buchaín

Sergio Galicia Rangel

Por el tiempo invertido en la revisión y correcciones hechas, para el desarrollo final de esta tesis.

A mi Madre:

Jesús Manuel Gutiérrez Rodríguez

Bertha Rodríguez Díaz

A ti mamá que dejaste sembrada en mí, la semilla de la superación, mediante tu amor y cariño. Porque no hay forma de agradecerte toda una vida de sacrificios y esfuerzos, porque no hay forma de agradecerte todo lo que me diste... tus consejos, tu confianza, pero sobre todo tu ejemplo. Por haber sido tú, la que incansablemente sin importar las dificultades de la vida, luchó por hacerme un hombre de bien, un hombre preparado. Por haber confiado en mí, aún en los momentos de tonta rebeldía. Por haberme enseñado el valor y la rebeldía de la vida. Por haberme dado la vida misma... hoy te agradezco con todo mi amor y cariño.

A mi Abuela y Hermana :

Ma. Dolores Díaz y Araceli Gutiérrez Rodríguez

Por ser ustedes el pilar en el cual me apoyo cuando estoy apunto de fracasar. Por estar cerca de mí, compartiendo las experiencias más importantes de mi carrera y de mi vida. Porque gracias a su apoyo he llegado a realizar una de mis mejores metas. A ti **mamá Lolita** por que me has apoyado cuando te he necesitado, porque la vida me ha premiado con una abuela como tú, porque no todo en la vida es felicidad, sino también dolor y tu me has enseñado a soportarlo, porque me has guiado por un camino recto y honrado, porque me has enseñado a ser humilde. A ti hermana por apoyarme cuando más lo he necesitado porque nunca estuve solo en esa tiniebla que me agobió día a día, porque siempre estuviste con migo en los momentos difíciles y me diste ánimo para seguir adelante, por tu apoyo para llegar al término de un ciclo más en mi preparación. Gracias por su cariño, amor y comprensión, porque con su apoyo logré el triunfo que hoy les brindo.

A mis Tíos:

Luis , Martha, Víctor, Pepe, Sandra y Hugo.

En la vida se nos dan pocas oportunidades para salir adelante y contar con seres que nos induzcan y nos enseñen, que no debemos darnos por vencidos para lograr nuevas metas e ideales. Dios me ha dado la suerte de tenerlos y la oportunidad de contar con ustedes. Compartir mis fracasos, triunfos, tristezas y alegrías. Infinitamente les agradezco todo el apoyo que me brindan para subir este escalón, que será el inicio de mi profesión. Con todo mi amor, admiración y respeto, gracias.

JESÚS.

ÍNDICE GENERAL

INTRODUCCIÓN	3
CAPITULO I "ELECTROSTÁTICA"	
1. FUERZA	5
2. CAMPO	11
3. POTENCIAL	37
4. CAPACITORES	42
CAPÍTULO II "ELECTRODINÁMICA"	
1. RESISTENCIA Y RESISTIVIDAD	52
2. CIRCUITOS DE CORRIENTES DIRECTA	55
3. CIRCUITOS RC	68
CAPÍTULO III "MAGNETISMO"	
1. FUERZA MAGNÉTICA	74
2. CAMPO MAGNÉTICO	77
3. FUERZA EN CONDUCTORES	79
CAPÍTULO IV "PROBLEMAS RESUELTOS"	
1. FUERZA, CAMPO Y POTENCIAL EN UNA CARGA	86
2. ANALISIS DE MALLAS	99
3. CAPACITORES	108
BIBLIOGRAFÍA	112
CONCLUSIÓN	113

JUSTIFICACIÓN

Decidí realizar este tema porque tengo algún tiempo ayudando al Ing. Jesús Núñez Valadez, durante el cual me he dedicado a revisar apuntes, tareas y exámenes sobre la materia; y por consiguiente creo que es un tema que conozco bien, al menos más que otros a considerar. Puesto que también he tenido la oportunidad de calificar y aplicar el examen ordinario tanto como el extraordinario de la materia correspondiente, creo que este trabajo sería de gran ayuda para los estudiantes que se encuentren cursando la materia así como para los que tengan planeado presentar el examen extraordinario de la materia, ya que me enfocaría en ver y desarrollar los temas del curso; pero poniendo un interés especial en aquellos temas que se presentan en el examen ordinario tanto como el extraordinario, para tratar de explicarlos de una manera muy simple y poniendo ejemplos sobre estos temas logrando que con el estudio de tales problemas, el lector tenga facilidad de comprender el tema.

OBJETIVO

Realizar los temas para la materia de Electricidad y Magnetismo para la FES ARAGÓN, desarrollando los temas involucrados en el examen extraordinario de la materia para coadyuvar a la acreditación de la misma.

INTRODUCCIÓN

El aprendizaje de los fundamentos de Electricidad y Magnetismo, es uno de los aspectos básicos en la formación de los profesionales que se desempeñan en el mundo de la ciencia y la tecnología.

Para los ingenieros estos conocimientos constituyen un elemento formativo de una mente analítica y ordenada, indispensable para comprender las aplicaciones básicas de la Electricidad y el Magnetismo puesto que estamos rodeados de elementos que basan sus operaciones en esta materia.

Para el estudiante de ingeniería no siempre resulta sencillo comprender la estructura y naturaleza de los conceptos fundamentales de la Electricidad y el Magnetismo; y es por esto que en el presente trabajo de tesis he puesto especial empeño en presentar los conceptos de la materia de tal forma que resulten comprensibles para los estudiantes, y poniendo mayor énfasis en la solución de problemas que faciliten al alumno la comprensión del tema, presentando problemas parecidos a los que se presentan tanto en el examen ordinario como en el extraordinario; sin renunciar a la formalidad mínima que debe tener cada uno de los temas que en el presente trabajo se abordan, intentando inducir al estudiante hacia la búsqueda de otros conocimientos, pero sin olvidar el objetivo principal de este trabajo el cual es desarrollar los temas que se presentan en el extraordinario, para poder prepararlos en la presentación de tal examen.

De esta manera el **Capítulo I** se desenvuelve presentando los conceptos sobre la fuerza, campo y potencial en una carga, así como se habla de los capacitores, describiendo estos temas y desarrollándolos para la comprensión de tales temas puesto que son la primera parte del examen extraordinario y bases la electrostática.

En el **Capítulo II** se encuentra dedicado al estudio de los la electrodinámica, puesto que se muestran las teorías de redes, estudios de la resistencia en un circuito serie, paralelo, circuitos de corriente directa y circuitos R_c, así como de los conceptos y teoremas más importantes para lograr desarrollar favorablemente este capítulo y gracias a esto cumplir con el estudio de la segunda parte de los temas que se presentan en dicho examen.

El **Capítulo III** se dedica al estudio de los fenómenos magnéticos asociados al par magnético, fuerza en conductores, con el único objetivo de terminar el estudio de la Electricidad y Magnetismo, sin poner mucho interés en este capítulo puesto que en el examen no se presenta ningún problema que corresponda a tal capítulo; razón por la cual se estudia brevemente el tema pero sin profundizar mucho en dichos temas.

Finalmente en el **Capítulo IV** se encarga de presentar problemas resueltos sobre los temas de mayor interés que se presentan tanto en el examen ordinario como extraordinario de dicha materia, concentrándose en tratar de explicar problemas paso por paso para que se llegue a la comprensión de los temas y gracias a esto el estudiante pueda cumplir con el objetivo de este trabajo

CONSTITUCIÓN DEL ÁTOMO

Núcleo, Protones, Neutrones, Orbitas, Electrones.

En la tabla periódica del grupo 1 al 11 son conductores del grupo 11 son semiconductores del grupo IV al VIII son conductores

EXPERIMENTO DE COULOMB

Cargas iguales se repelen, cargas diferentes se atraen.

$$q_1 \text{-----} q_2 \quad r = 25 \text{ mm}$$

$$F = K \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

DETERMINAR LA FUERZA EN Q_1

q_1, q_2 - VALOR DE LAS CARGAS

$$R = \text{CONSTANTE} \quad 9 \times 10^9 \frac{\text{nt} \cdot \text{m}^2}{\text{coul}^2}$$

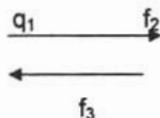
r = Distancia entre las cargas

$$\text{NEWTONS} = K \frac{(\text{coul}) (\text{coul})}{\text{m}^2}$$

Problema

DETERMINAR LA FUERZA EN q_1

D.C.L.



DATOS

$$q_1 = 4.6 \times 10^{-6} \text{ couls}$$

$$q_2 = 2.6 \times 10^{-5} \text{ couls}$$

$$q_3 = 4 \times 10^{-6} \text{ couls}$$

CONVENCIÓN: LA CARGA EN ESTUDIO ES LA QUE SE MUEVE

$$\vec{F} = \vec{F}_2 + (-F_3)$$

LA FUERZA SERÁ UNA PROPIEDAD INTERNA

$$F_R = \sqrt{F_2^2 + F_3^2}$$

$$F_2 = K \frac{q_1 \times q_2}{r_1^2}$$

$$F_3 = K \frac{q_1 \times q_3}{r_2^2}$$

$$K = \frac{1}{4\pi \epsilon_0}$$

ϵ_0 CONSTANTE DE PERMITIVIDAD DEL AIRE

$$F_2 = 9 \times 10^9 \frac{(4.6 \times 10^{-6})(2.6 \times 10^{-3})}{(.0015)^2} = 47.84 \times 10^6 \text{ nT}$$

$$F_3 = 9 \times 10^9 \frac{(4.6 \times 10^{-6})(4 \times 10^{-6})}{(.004)^2} = 10.35 \times 10^2 \text{ nT}$$

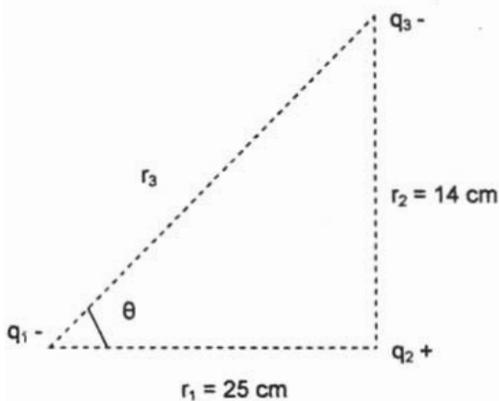
$$\vec{F}_R = \vec{F} - \vec{F}_3 = 47.84 \times 10^6 - 10.35 \times 10^2 = 47.838 \times 10^6 \text{ nT}$$

↑
FUERZA INTERATÓMICA

Problemas

PROBLEMAS

DETERMINAR LA FUERZA EN q_1 Y EN q_2



$$q_1 = 5 \times 10^{-5} \text{ couls}$$

$$q_2 = 63 \times 10^{-5} \text{ couls}$$

$$q_3 = 28 \times 10^{-5} \text{ couls}$$

$$r_1 = 25 \text{ cm}$$

$$r_2 = 14 \text{ cm} \quad \text{Tan } \theta = \frac{14}{25}$$

$$r_3^2 = 14^2 + 25^2 \quad \theta = \text{Tan}^{-1} \frac{14}{25} = 29.24$$

$$r_3 = \sqrt{r_2^2 + r_1^2}$$

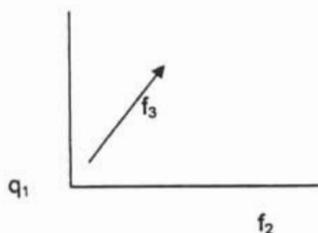
$$r_3 = \sqrt{14^2 + 25^2} = 28.65 \text{ cm}$$

DIAGRAMA LIBRE FUERZA EN q_1

$$f_2 = k \frac{q_1 - q_2}{r_1^2}$$

$$f_2 = (9 \times 10^9) \frac{(5 \times 10^{-5})(63 \times 10^{-5})}{(25 \times 10^{-2})^2}$$

$$f_2 = 4.536 \times 10^3 \text{ nT}$$



$$f_3 = k \frac{q_1 \cdot q_3}{r_3^2} = 9 \times 10^9 \frac{(5 \times 10^{-5})(28 \times 10^{-5})}{(28.65 \times 10^{-2})^2} = 1.536 \times 10^3 \text{ nT}$$

$$f_r = \sqrt{Efx^2 + Efy^2}$$

$$\begin{aligned} \sum fx &= f_2 + f_3 \cos \theta \\ &= (4.536 \times 10^3) + (1.536 \times 10^3) \cos 29^\circ \end{aligned}$$

$$\sum fx = 4.549 \times 10^3 \text{ nT}$$

$$fy = f_3 \sin \theta$$

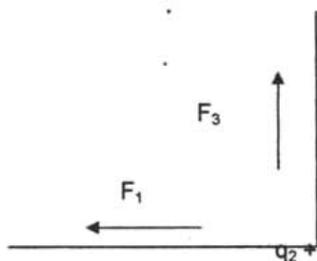
$$= (1.536 \times 10^3) \sin 29^\circ = 0.744 \times 10^3 \text{ nT}$$

$$\sum fr = \sqrt{(4.549 \times 10^3)^2 + (0.744 \times 10^3)^2}$$

$$\sum fr = 4.549 \times 10^3 \text{ nT}$$

$$fq_1 = 4.549 \times 10^3 \text{ nT}$$

DIAGRAMA DE CUERPO LIBRE FUERZA EN q_2



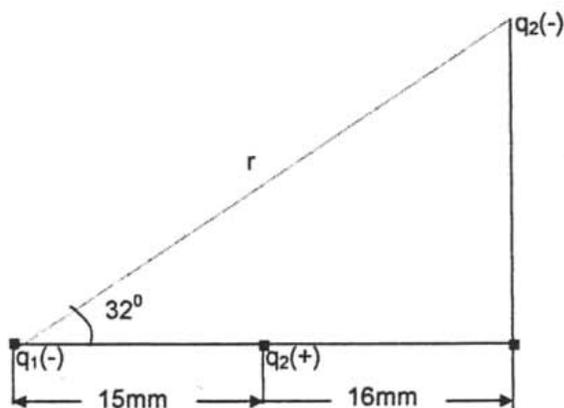
$$f_1 = k \frac{q_1 - q_2}{r_1^2} = 9 \times 10^9 \frac{(3 \times 10^{-5})(63 \times 10^{-5})}{(25 \times 10^{-2})^2} = -4.536 \times 10^3 \text{ nT}$$

$$f_3 = k \frac{q_2 - q_3}{r_2^2} = 9 \times 10^9 \frac{(63 \times 10^{-5})(28 \times 10^{-5})}{(14 \times 10^{-2})^2} = 81 \times 10^3 \text{ nT}$$

$$Fr = \sqrt{f_x^2 + (f_y)^2} = \sqrt{(-4.536 \times 10^3)^2 + (81 \times 10^3)^2} = 81.126 \times 10^3$$

Ejemplo

Determinar la fuerza en q_1



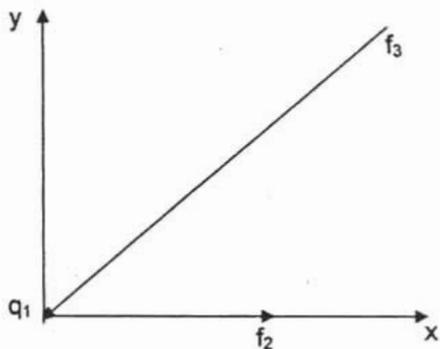
DATOS

$$q_1 = 4.6 \times 10^{-6} \text{ couls}$$

$$q_2 = 2.6 \times 10^{-5} \text{ couls}$$

$$q_3 = 4 \times 10^{-5} \text{ couls}$$

$$r = \frac{(15+16)mm}{\cos 30^\circ} = 35.59mm$$



$$\bar{F} = \sqrt{\bar{F}_2 + \bar{F}_3}$$

$$\Sigma F_x = \bar{F}_2 \quad \Sigma F_y = \bar{F}_3$$

$$F_2 = k \frac{q_1 \cdot q_2}{r_1^2} = 9 \times 10^9 \frac{(4.6 \times 10^{-6})(2.6 \times 10^{-5})}{(0.015)^2}$$

$$F_2 = 4.78 \times 10^3 \text{ NT}$$

$$F_3 = k \frac{q_1 \cdot q_3}{y_2^2} = 9 \times 10^9 \frac{(4.6 \times 10^{-6})(4 \times 10^{-5})}{(35.59 \times 10^{-3})^2} = 1.3 \times 10^3 \text{ NT}$$

$$\Sigma f_x = F_2 - F_3 \cos 30^\circ$$

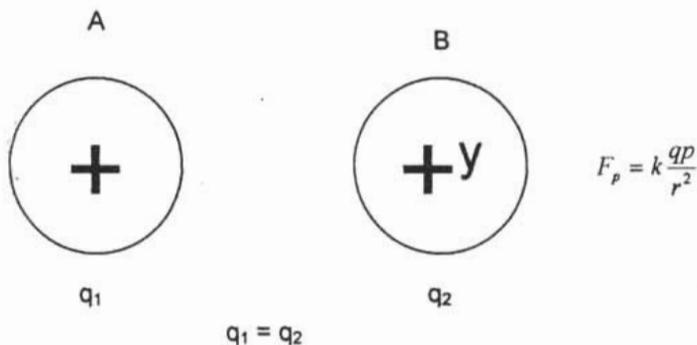
$$\Sigma f_y = -F_3 \sin 30^\circ$$

$$\Sigma f_y = -650 \quad \Sigma f_x = 4.78 \times 10^3 - (1.3 \times 10^3)(\cos 30^\circ) = 3.65 \times 10^3 \text{ NT}$$

$$\theta = \frac{\Sigma f_y}{\Sigma f_x} = \frac{-650}{3.65 \times 10^3} = 10.097^\circ$$

$$Fr = \sqrt{f_x^2 + (f_y)^2} = \sqrt{(5.65 \times 10^3)^2 + (-650 \times 10^3)^2} = 650.024 \times 10^3$$

CAMPO ELÉCTRICO



$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

Definición de campo.- Modificación del espacio que rodea a la carga (q)

$$E = \frac{F}{q} \therefore F_c = E(q)$$

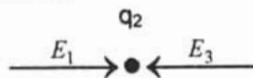
$$f_c = \frac{K \frac{q_1 q_2}{r^2}}{r^2}$$

$$E = \frac{K \frac{q_1 q_2}{r^2}}{q_2} = \frac{K q_1}{r^2} \quad \text{Fórmula de campo.}$$

PROPIEDADES DEL CAMPO ELÉCTRICO

- 1.- Es una magnitud vectorial.
- 2.- Es una propiedad interna.

D.C.L.



$$E_R = E_1 + (-E_3)$$

CONVENCIÓN DE GAUSS

- 1.- Si la carga es positiva el campo es saliente.
- 2.- Si la carga es negativa el campo es entrante.

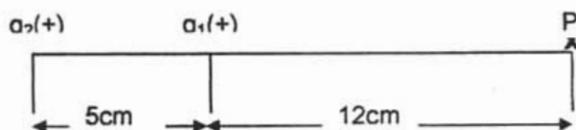
Para el problema anterior

$$E_1 = k \frac{q_1}{r_1^2} = 9 \times 10^9 \frac{(4.6 \times 10^{-6})}{(15 \times 10^{-3})^2} = 1.84 \times 10^9 \text{ v/m}$$

$$E_3 = -k \frac{q_2}{r_3^2} = -9 \times 10^9 = -1.39 \times 10^9 \text{ v/m}$$

$$E = 1.84 \times 10^8 - 1.39 \times 10^9 = -1.206 \times 10^9$$

PROBLEMAS:



DETERMINAR LA FUERZA EN P.

$$E = K \frac{q_1}{r^2}$$

$$q_1 = 2.5 \times 10^{-6} \text{ couls}$$

$$q_2 = 2.56 \times 10^{-5} \text{ couls}$$

$$F = Eq_1$$

$$E = 9 \times 10^9 \frac{(2.5 \times 10^{-5})}{(.12)^2} = 1.56 \times 10^7 \text{ v/m}$$

$$Fq = Eq_1$$

$$Fq_1 = (1.56 \times 10^7)(2.5 \times 10^{-5}) = 3.9 \times 10^2 \text{ NT}$$

$$Fp = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

$$Fp = k \frac{q_1}{r^2}$$

$$F = Eq_2$$

$$F = k \frac{q_2}{r^2} = 9 \times 10^9 \frac{(2.5 \times 10^{-5})^2}{(.12)^2} = 12990764.2 \text{ NT}$$

$$\bar{F} = \Sigma \bar{F}$$

$$Fp = \bar{F}_1 + \bar{F}_2$$

$$F_1 q_1 = k \frac{q_1^2}{r_1}$$

$$F_1 q_1 = 9 \times 10^9 \frac{(2.56 \times 10^{-5})^2}{(0.012 \text{ mm})^2} = 4.09 \times 10^2 \text{ NT}$$

$$Fp = f_1 q_1 + f_2 q_2 = (4.09 \times 10^2) + (2.8 \times 10^2) = 6.89 \times 10^2 \text{ NT}$$

DETERMINAR EL CAMPO EN P

$$Fp = Eq_1 q_1 + Eq_2 q_2$$

$$E_p q_1 = k \frac{q_2}{r_1}$$

$$E_p q_2 = k \frac{q_2}{r_2}$$

$$E_p q_1 = 9 \times 10^9 \frac{(2.56 \times 10^{-5})}{(12 \times 10^{-2})^2} = 1.6 \times 10^7 \text{ v/m}$$

$$Epq_2 = 9 \times 10^9 \frac{(3 \times 10^{-5})}{(17 \times 10^{-2})^2} = .93 \times 10^7 \text{ v/m}$$

$$(Epq_1)_{q_1} = (1.6 \times 10^7)(2.56 \times 10^{-5})$$

$$F_1 = 4.096 \times 10^2 \text{ NT}$$

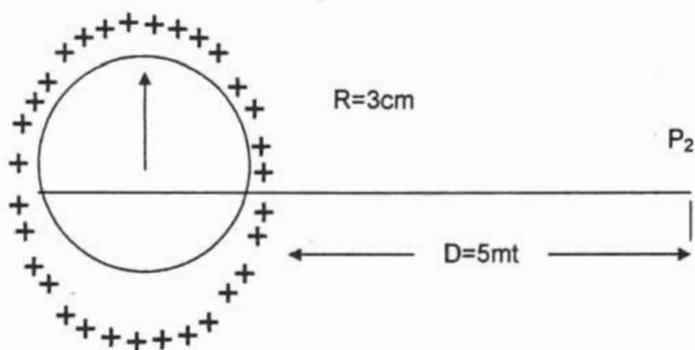
$$(Epq_2)_{q_2} = (.93 \times 10^7)(3 \times 10^{-5})$$

$$F_2 = 2.79 \times 10^2 \text{ NT}$$

$$F_p = F_1 + F_2$$

$$F_p = 4.696 \times 10^2 + 2.79 \times 10^2 = 6.826 \times 10^2 \text{ NT}$$

CAMPO ESFERA



$$\text{Área de la esfera} = 4\pi r^2$$

$$Ee = k \frac{\Delta(a)}{r^2}$$

Según Gauss toda la carga se distribuye en la superficie

PROB. 2 CAMPO EN LA SUPERFICIE

$$E_p = k \frac{q}{r^2}$$

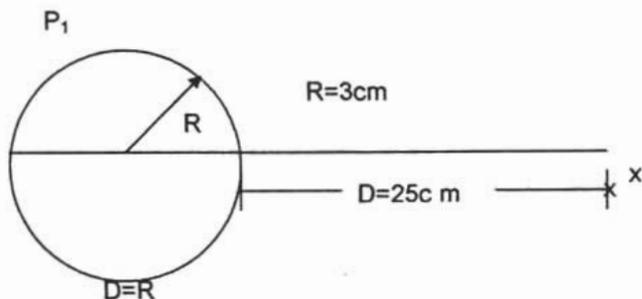
$$E = k \frac{q}{R^2}$$

$$Q = 3 \times 10^{-5} \text{ couls}$$

$$E_{p_1} = 9 \times 10^9 \frac{(3 \times 10^{-5})}{(3 \times 10^{-2})^2} = 3 \times 10^8 \text{ v/m}$$

$$E_{p_2} = 9 \times 10^9 \frac{(3 \times 10^{-5})}{(5 \times 10^{-2})^2} = 1.08 \times 10^8 \text{ v/m}$$

$$E_Q = 9 \times 10^9 \frac{(3 \times 10^{-5})}{(5.03)^2} = 1.67 \times 10^4 \text{ v/m}$$



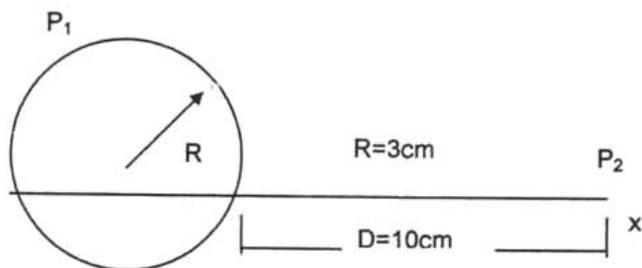
1ro.

$$E_p = k \frac{q_1}{r_1^2}$$

$$E_p = 9 \times 10^9 \frac{(3 \times 10^{-5})}{(25 \times 10^{-2})^2} = 4.32 \times 10^6 \text{ v/m}$$

$$Ep_0 = 9 \times 10^9 \frac{(3 \times 10^{-5})}{(28 \times 10^{-2})^2} = 3.44 \times 10^6 \text{ v/m}$$

PROB. 3



$$D=R$$

$$Ep_{\text{surf}} = k \frac{q}{r_1^2} = 9 \times 10^9 \frac{(3 \times 10^{-5})}{(10 \times 10^{-2})^2} = 2.7 \times 10^7 \text{ v/m}$$

$$Ep_0 = 9 \times 10^9 \frac{(3 \times 10^{-5})}{(13 \times 10^{-2})^2} = 1.59 \times 10^7$$

$$R = \text{cm} \rightarrow \text{m}$$

$$D = \text{m} \rightarrow \text{km}$$

LÍNEAS DE FUERZA

$$E = \frac{1}{r^2}$$

$$L = R$$

$$d_E = k \frac{dq}{r^2}$$

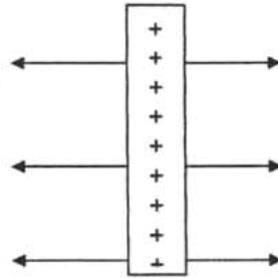
$$d_E = \int d_E$$

$$E = \int k \frac{d_2}{r^2}$$

$$E = \int k \frac{4\pi r^2}{r^2}$$

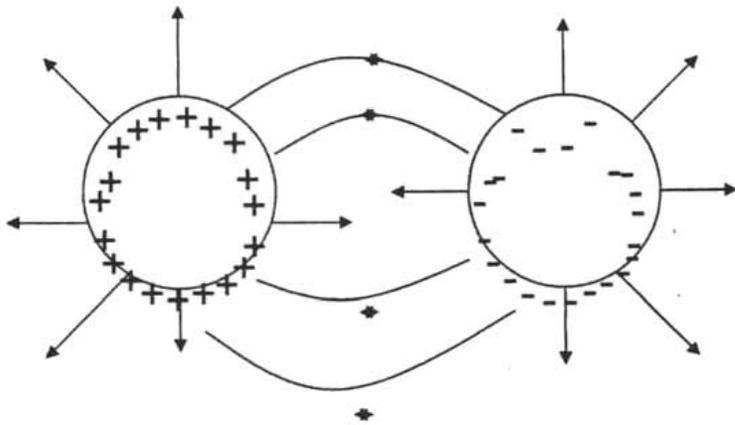
$$E = K 4\pi$$

$$E = k \int \frac{dp}{r^2}$$

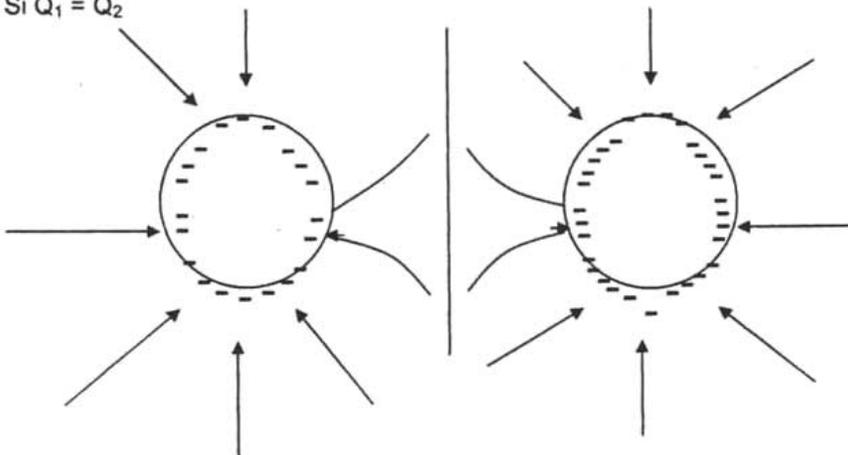


Características

- 1er.- La sup. $E_0 \perp$
- 2do.- Proporcional al campo.

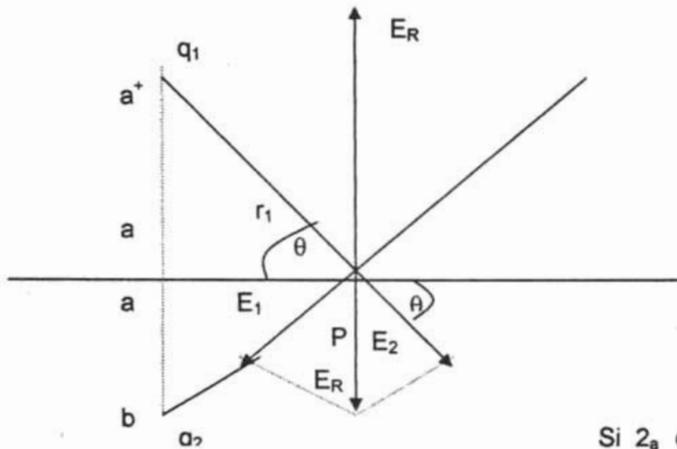


Si $Q_1 = Q_2$



E_0 (Línea exponencial)

CAMPO PRODUCIDO POR UN DIPOLO



Si $2a$ es \perp $= \delta$
 es una línea equipotencial

CONDICIONES DIPOLO

1º $q_1^+ = q_2^-, a = a$

2º $r \gg a$

$E_R = E_Y, \sum E_X = 0, E_X =$ LÍNEA EQUIPOTENCIAL.

$v = 2a \left\{ \text{NO HAY DIPOLO} \right.$

$E_R = 2E_1$

$2aq = P$ (MOMENTO DEL DIPOLO)

$\vec{E}_R = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$

$$E_R = \frac{2aq}{r^2} \frac{k}{\sqrt{a^2 + r^2}} = k \frac{2p}{r^2 + a^2 \sqrt{a^2 + r^2}}$$

$$E = 2k \frac{q}{r^2}$$

$$r_1^2 = r^2 + a^2$$

$$E_R = \sqrt{\sum E_x^2 + \sum E_y^2}$$

$$E_R = k \frac{2p}{(a^2 + r^2)^{3/2}} = k \frac{2p}{(a+r^2)^3}$$

$$E_R = \sqrt{\sum E_y^2} = \sum F_y$$

$$E_R = k \frac{2p}{(a+r)^3} = k \frac{2p}{r^3}$$

$$E_R = E_y$$

$$a \rightarrow 0$$

$$E_R = 2E_1 = 2E \cos \theta$$

Finalmente

$$\cos = \frac{AD}{HP} = \frac{a}{\sqrt{a^2 + r^2}}$$

$$Ed = 2k \frac{qp}{(a^2 + r^2)^{3/2}} = k \frac{p}{r^3}$$

$$E_R = \frac{2E(a)}{\sqrt{a^2 + r^2}}$$

$$Ed = k \frac{p}{r^3}$$

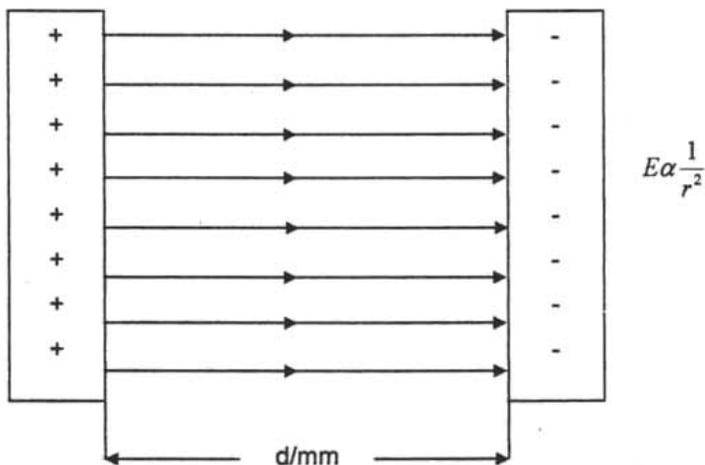
$$E_R = 2k \frac{q}{r^2} \frac{a}{\sqrt{a^2 + r^2}}$$

En la línea 2a la suma de campos es igual a cero, pero su potencial es el máximo.

ED. Es saliente y siempre apunta hacia la carga positiva

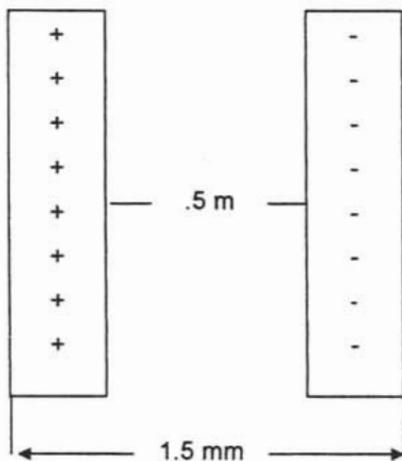
CAMPO PRODUCIDO POR DOS PLACAS

$E = \text{CTE}$



CUANDO UN $E = \text{CTE}$ EL CAMPO ES CONSERVATIVO

ARREGLO DE DOS PLACAS PLANAS Y PARALELAS
(CAPACITADOR O CONDENSADOR)



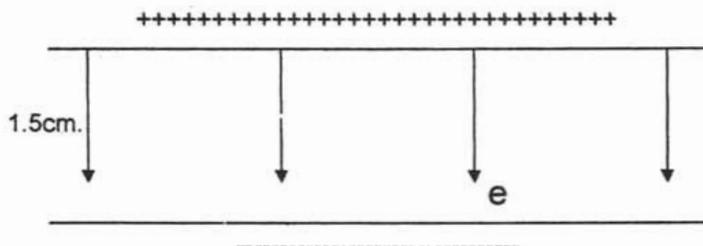
DATOS

$$q = 25 \times 10^{-5} \text{ couls.}$$

$$E = ?$$

$$E = k \frac{q}{r^2} = 9 \times 10^9 \frac{(25 \times 10^{-5})}{(1.5 \times 10^{-3})^2} = 150 \times 10^{-11}$$

CARGA PUNTUAL EN UN CAMPO ELÉCTRICO



DATOS

$$e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ coul}$$

$$a = \frac{F}{m}, E = \frac{F}{q}, F = E \cdot q$$

$$1^\circ a = \frac{F}{m} = \frac{E \cdot q}{m}$$

$$2^\circ v = at = \frac{E \cdot q}{m} T$$

$$3^\circ y = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{Eq}{2m} T^2$$

$$v^2 = 2ay = \frac{2qEy}{m}$$

$$v^2 = \frac{EqV}{2ma}$$

$$y = \frac{Eq}{2m} \frac{v^2 m^2}{E^2 q^2}$$

$$y = \frac{v^2 m}{2Eq}$$

PROBLEMA I

Velocidad con que alcanza a la placa +

$$e = -9 \times 10^{-31} \text{ kg}$$

$$e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ couls}$$

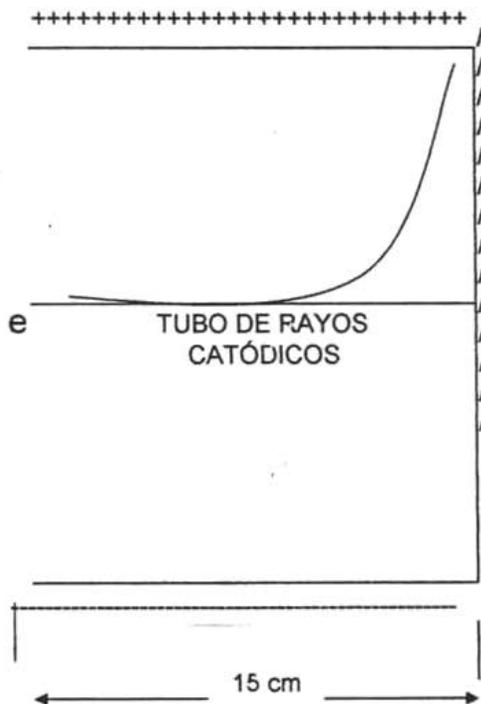
$$E = 2.5 \times 10^8 \text{ v/m ó N/couls}$$

$$V = \sqrt{\frac{2Eqy}{m}} = \sqrt{\frac{2(2.5 \times 10^8)(0.015)(1.6 \times 10^{-19})}{9 \times 10^{-31} \text{ kg}}}$$

$$V = -1.1547 \times 10^9 \text{ m/seg}$$

$$Ec = \frac{1}{2} mv^2$$

$$Ec = \frac{1}{2} (9 \times 10^{-31})(1.1547 \times 10^9)^2 = 5.99 \times 10^{-13} \text{ joule}$$



DATOS

$$e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$$

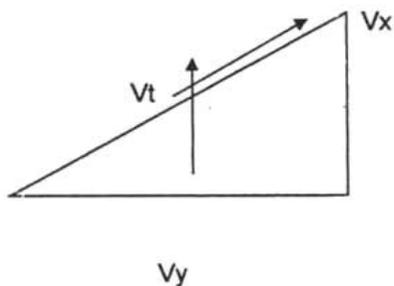
$$m_e = 9 \times 10^{-31} \text{ kg}$$

$$x = VOT$$

$$y = \frac{1}{2} at^2 = \frac{qEt^2}{2m}$$

$$y = \frac{qE}{2mV_0} X$$

V_1 CON QUE TOCA LA PLACA POSITIVA



$$t = \sqrt{\frac{2ym}{E \cdot q}} = \sqrt{\frac{2(.02)(9 \times 10^{-31})}{(2.5 \times 10^8)(1.6 \times 10^{-19})}}$$

$$t = 5 \times 10^{-11} \text{ seg}$$

$$V_x = \frac{(2.5 \times 10^8)(1.6 \times 10^{-19})}{9 \times 10^{-31}} (3 \times 10^{-11})$$

$$V_x = 1.333 \times 10^9 \text{ m/s}$$

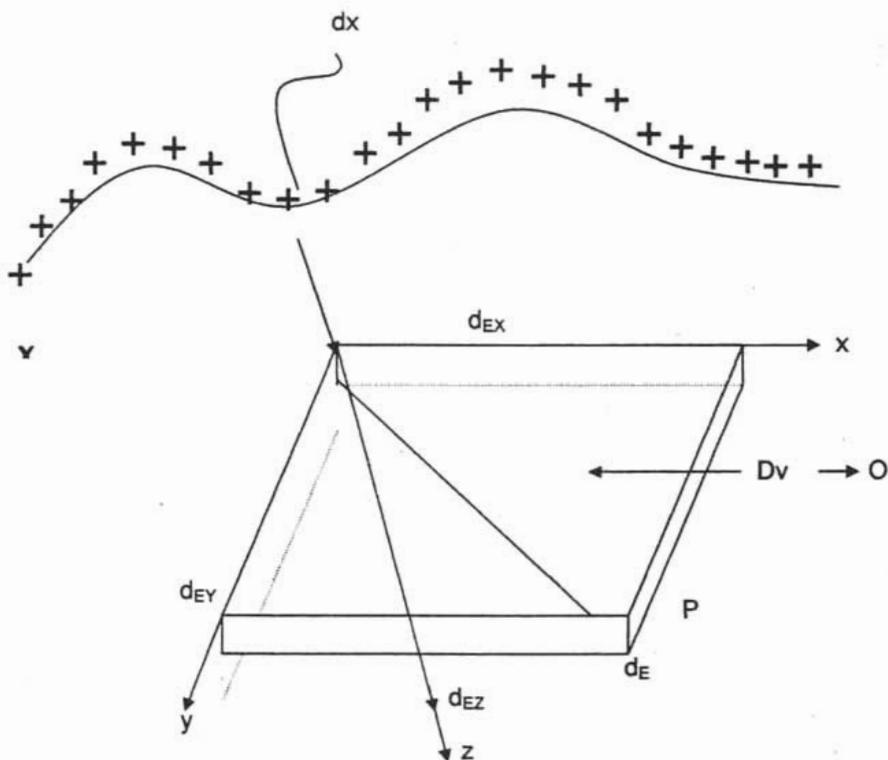
$$V_y = \sqrt{2(2.5 \times 10^8)(1.6 \times 10^{-19})(.02)} = \sqrt{1.33 \times 10^9} \text{ m/s}$$

$$V = \sqrt{(V_x)^2 + (V_y)^2} = \sqrt{(1.33 \times 10^6)^2 + (1.3 \times 10^6)^2} = \sqrt{1.883904 \times 10^9}$$

$$\tan \theta = \frac{V_x}{V_y} = \frac{1.333 \times 10^9}{1.333 \times 10^9} = 45^\circ$$

CAMPO PRODUCIDO POR UN ALAMBRE CARGA

LONGITUD = ∞



$dx = \text{punto}$
 $x \Rightarrow 0$

$$E = \int dE$$

$$dE = k \frac{dq}{r^2}$$

DEFINICIONES

$\lambda = \frac{q}{\ell}$ = Distribución lineal de carga.

$G = \frac{q}{A}$ = Distribución por área de carga.

$\int = \frac{q}{v}$ = Distribución Volumétrica de carga.

$$d_E = k \frac{dq}{r^2}$$

$$q = \lambda \ell \Rightarrow dq = \lambda d\ell$$

$$d_E = k \frac{\lambda d\ell}{r^2}$$

$$E_{TOTAL} = \int k \frac{\lambda d\ell}{r^2} \quad \text{Línea vertical}$$

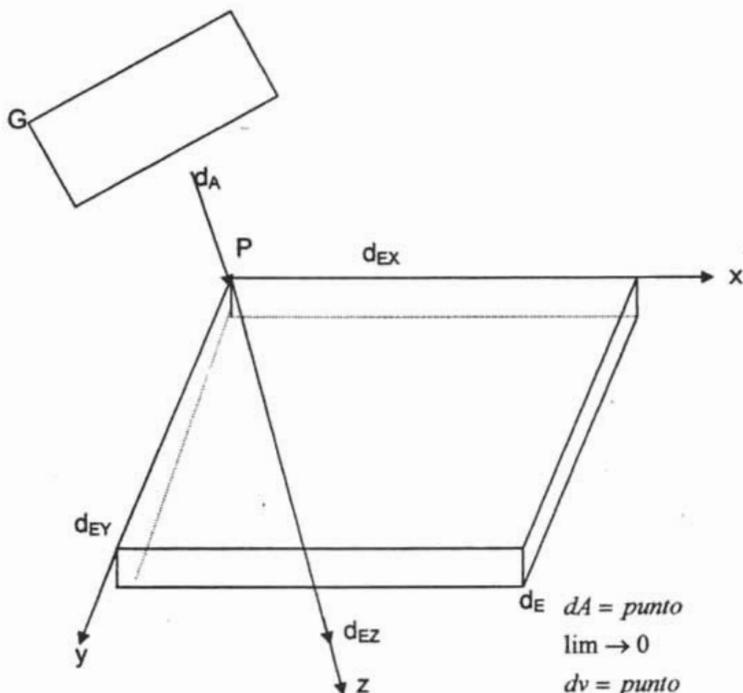
$$E_x = \int d_{EX} \rightarrow \cos\theta_x = \frac{E_x}{|E|}$$

$$E_y = \int d_{EY} \rightarrow \cos\theta_y = \frac{E_y}{|E|}$$

$$E_z = \int d_{EZ} \rightarrow \cos\theta_z = \frac{E_z}{|E|}$$

$$|E| = \sqrt{E_x^2 + E_y^2 + E_z^2}$$

EJEMPLO:



$dA = \text{punto}$

$\lim \rightarrow 0$

$dv = \text{punto}$

$\lim \rightarrow 0$

$$G = \frac{q}{A} \Rightarrow q = G_A \Rightarrow dq = GdA$$

$$E = KG \int \frac{dA}{r^2}$$

$$|E| = \sqrt{Ex^2 + Ey^2 + Ez^2}$$

$$dE = k \frac{dq}{r^2}$$

$\lambda = \text{DATOS}$

$A = \text{DATOS}$

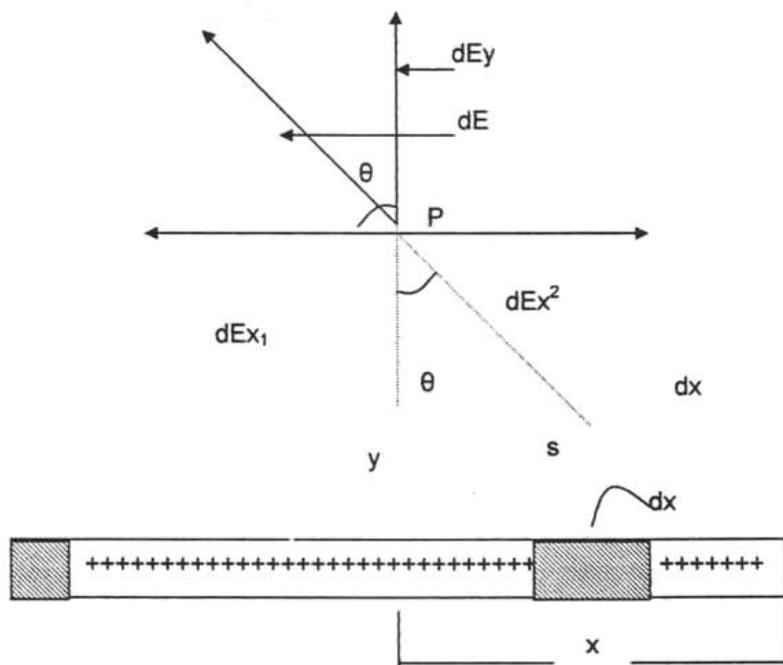
$V = \text{DATOS}$

$$q = \int k \int \frac{dv}{r^2}$$

CAMPO PRODUCIDO POR UN CONDUCTOR

LONGITUD = 0

LONGITUD >> DIÁMETRO



$$d_{x1} = d_{x2}$$

$$\int^2 = r^2 \sec^2 \theta$$

$$E_x = \int dE_y$$

$$\tan \theta = \frac{OD}{AD} = \frac{x}{r}$$

$$\cos \theta = \frac{dE_y}{dE}$$

$$E_y = E_r = k_2 \int \frac{dx}{s^2} \cos \theta$$

$$dE_y = dE \cos \theta$$

$$E = k\lambda \int \frac{r \sec^2 \theta d\theta}{r^2 \sec^2 \theta} \cos \theta$$

$$E = k \frac{dq}{r^2}$$

$$E = k\lambda \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{\cos \theta d\theta}{r} = \frac{k2}{r} \left[\sin \theta \right]_{-\pi/2}^{\pi/2} = \frac{k2}{r} (1 - (-1)) = \frac{k2}{r} (2) = \frac{4k\lambda}{r}$$

$$dE_y = E_r$$

$$E = E_y = \frac{2k\lambda}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2\lambda}{r}$$

$$E_y = \int dE_y = \int k \frac{dq}{r^2} \cos\theta$$

Finalmente

$$\lambda = \frac{q}{\ell} \Rightarrow q = \lambda\ell \Rightarrow dq = \lambda d\ell$$

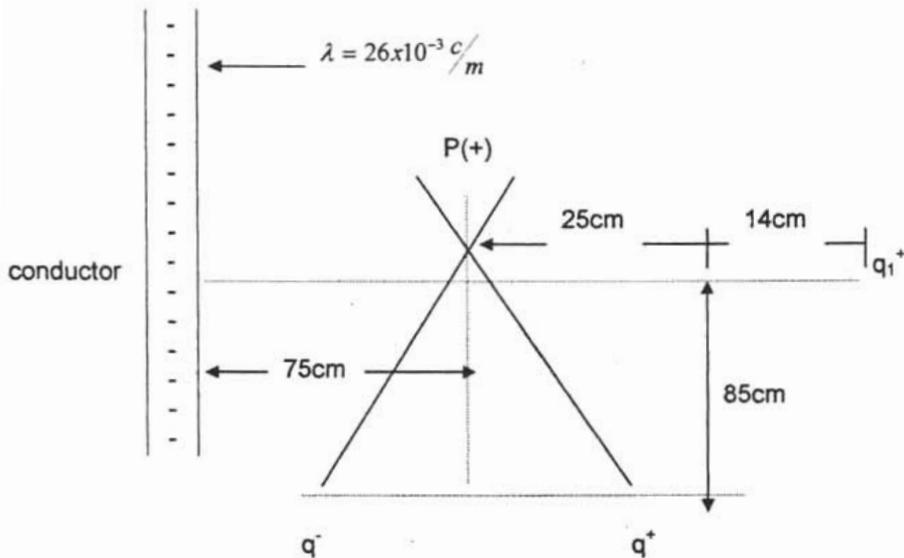
$$E_c = \frac{2k\lambda}{r}$$

$$E_y = k \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\lambda dx}{s^2} \cos\theta$$

$$x = r \tan\theta \rightarrow dx = r \sec^2\theta = \frac{HP}{AD} = \frac{S}{r}$$

NOTA: Cuando no se de la longitud de un conductor $\lambda = \frac{q}{\ell} = \frac{q}{(lm)}$

EJEMPLO:



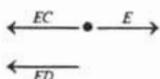
$$L = \infty$$

$$q = 3 \times 10^{-6}$$

$$q_1 = 4 \times 10^{-6}$$

$$E = k \frac{q_1}{r_1^2} = \frac{3.6 \times 10^4}{1.5^{21} \times 10^{-1}} = 2.36 \times 10^5 \text{ v/m}$$

D.C.L.



$$E_c = k \frac{2\lambda}{r} = 9 \times 10^9 \frac{2(26 \times 10^{-5})}{.75} = 6.24 \times 10^6 \text{ v/m}$$

$$E_D = k \frac{P}{r^3}$$

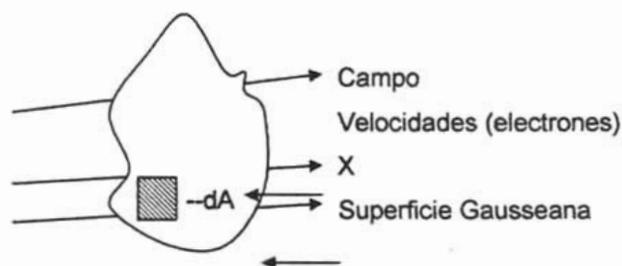
$$P = 2aq$$

$$\rho = (4 \times 10^{-3})(3 \times 10^{-6}) = 1.2 \times 10^2 \text{ v/m}$$

$$E_T = E + E_C + E_R$$

$$E_T = 2.36 \times 10^5 + 6.24 \times 10^6 + 1.75 \times 10^2 = 6.24 \times 10^6$$

FÓRMULA DEL ARO CARGADO



Q_E (Flujo eléctrico)

$Q_E = \# \text{total de líneas}$

$$Q_e = \int E dA$$

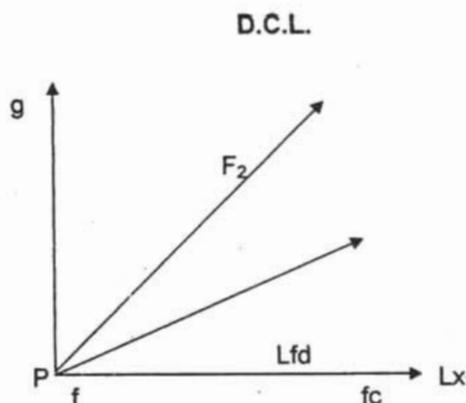
$$E = \int dE$$

$$E_c = \frac{2k\gamma}{r} = \frac{2(9 \times 10^9)(26 \times 10^{-5})}{0.75} = 6.24 \times 10^6 \text{ v/m}$$

$$E_1 = k \frac{q_1}{r_1^2} = 9 \times 10^6 \frac{(4 \times 10^{-6})}{(0.39)^2} = 59.18 \times 10^3 \text{ v/m}$$

$$E_2 = k \frac{q_1}{r_1^2} = 9 \times 10^6 \frac{(4 \times 10^{-6})}{(6.39)^2} = 59.18 \times 10^3 \text{ v/m}$$

$$E_3 = k \frac{P}{r^3} = 9 \times 10^9 \frac{(4 \times 10^{-3})(3 \times 10^{-6})}{r^3} = 175.85 \text{ v/m}$$



$$E = \frac{F}{q}$$

$$F_1 = E|q|$$

$$F_1 = (236.686 \times 10^3)(4 \times 10^{-6}) = 946.7 \times 10^{-3} \text{ NT}$$

$$F_2 = (59.18 \times 10^3)(2 \times 10^{-6}) = 113.36 \times 10^{-3} \text{ NT}$$

$$F_D = (175.85)(3 \times 10^{-6}) = 527.55 \times 10^{-6} \text{ NT}$$

$$F_C = Ec\lambda = (6.24 \times 10^6)(26 \times 10^{-5}) = 1.6224 \times 10^3 \text{ NT}$$

$$F_R = \sqrt{\sum fx^2 + \sum fy^2}$$

$$fx = fc + f_1 + f_2 \cos 42^\circ - f_i$$

$$Fx = 1.6224 \times 10^3 + 5.2755 \times 10^2 - 118.36 \times 10^{-3} (\cos 45^\circ)$$

$$Fx = 1.621 \times 10^3 \text{ NT}$$

$$\sum fy = f_2 \sin 45^\circ = 118.36 \times 10^{-3} (\sin 45^\circ) = 83.69 \times 10^{-3}$$

$$F_R = \sqrt{(1.621 \times 10^3)^2 + (83.69 \times 10^{-3})^2} = 1621 \text{ NT}$$

GAUSS

$$\phi E = \int EdA$$

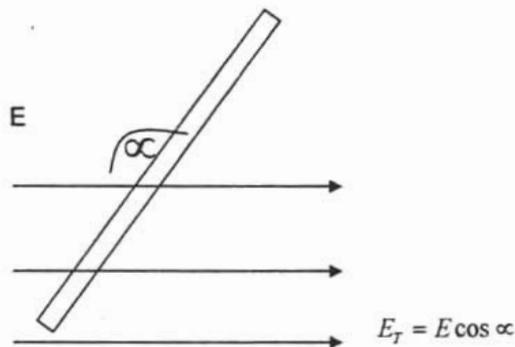
$$\text{1ro } \phi E = N(\text{total de líneas}) = \frac{q \rightarrow (\text{carga neta encerrada})}{\epsilon_0}$$

$$= \int EdA$$

El campo es igual a la carga neta encerrada por la superficie del cuerpo dividida entre ϵ_0 .

$$\oint E \cdot dA \cos \varphi = \frac{q}{\epsilon_0} \quad \text{Ecuación de Gauss (potenciales y capacitores)}$$

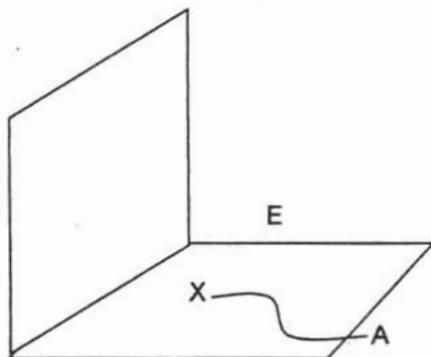
$\angle y \Rightarrow$ Formado por la superficie y el campo.



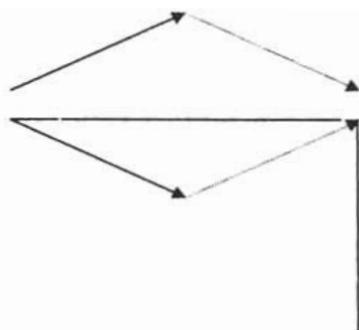
Si $\angle = 0^\circ$

$$dE = \int E dA = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$\text{Si } E = te \Rightarrow \oint \phi e = e \int dA = \frac{q}{\epsilon_0} = E \cdot A = \frac{q}{\epsilon_0}$$



La resultante está en el plano que forman E y A



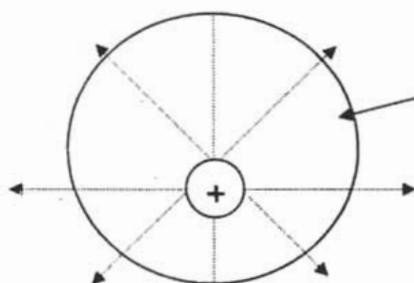
Menera un campo magnético

PROBLEMA APLICANDO ECUACIÓN DE GAUSS

Determinar el campo en el punto P producido por una esfera.

$$\angle = 0^\circ$$

$$\phi E = \frac{q}{\epsilon_0} = E \cdot A$$



$R \ll r$ (DISTANCIA)

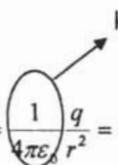
Solución:

$$\frac{q}{\epsilon_0} = \int_0^{r_{\text{gaussiana}}} E dA \cos \varphi \quad \angle y = 0 \Rightarrow \cos y = 1$$

$$\frac{q}{\epsilon_0} = \int_0^r E dA = E \int_0^r dA = E \cdot A$$

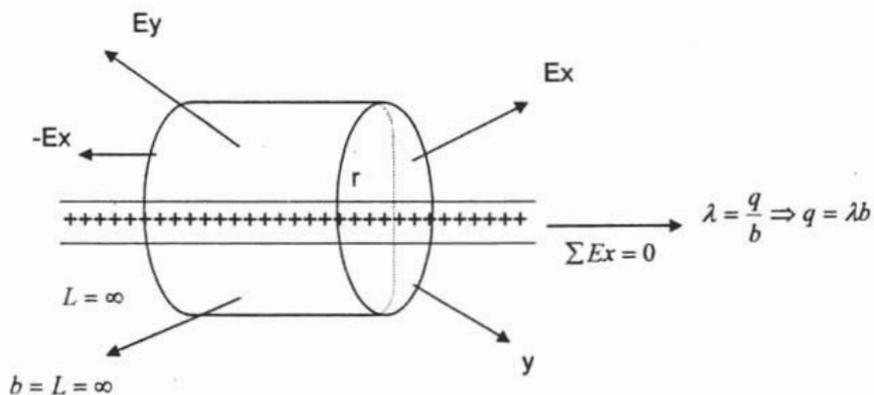
$$A = 4\pi^2 \text{ ó } 4\pi \left(\frac{A}{2}\right)^2$$

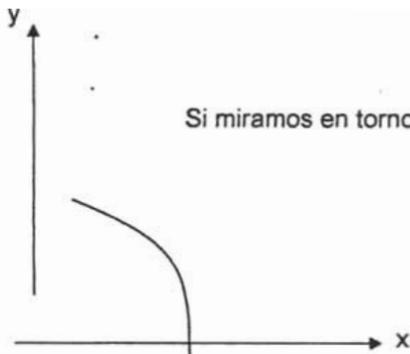
En función del diámetro

$$E = \frac{q}{\epsilon_0(4\pi r^2)} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} = k \frac{q}{r^2}$$


NOTA: El campo se manifiesta a través de una fuerza.

CAMPO PRODUCIDO POR UN HILO CARGADO (CONDUCTOR)





Si miramos en torno a Y X se mantiene etc.

El campo es ll a la superficie.

$$QE = \frac{q}{\epsilon_0} = \int E dA \cos y$$

$$\angle y = 0^\circ = 0 \Rightarrow \cos y = 1$$

$$\phi E = \frac{q}{\epsilon_0} = E \int dA = E \cdot A$$

A = Superficie del cilindro

$$A = 2\pi r^2$$

$$\frac{q}{\epsilon_0} = E(2\pi r b)$$

$$E = \frac{\lambda b}{\epsilon_0(2\pi r b)} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{r}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2\lambda}{r} = k \frac{2\lambda}{r}$$

Campo producido por un conductor

FUERZA
CAMPO

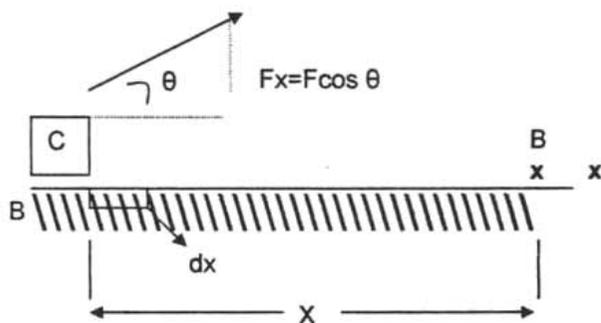
PROP. INTERNAS
VECTORIALES

No los podemos medir
pero si el efecto
externo

POTENCIAL
(MEDIBLE)

PROP. EXTERNA
ESCALAR

TRABAJO



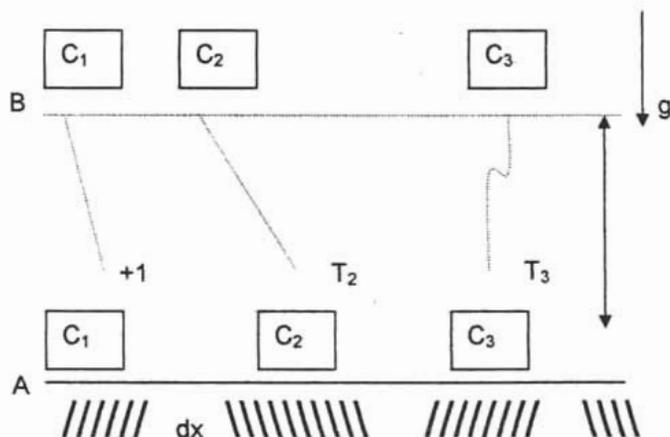
$$w = F \cdot d = F \cos \theta dx$$



$$dw = F \cos \theta dx$$

$$w = \int dw = \int F \cos \theta dx$$

EJEMPLO:



$$w = F \cdot d = F \cdot h = \text{Energía potencial} = \text{Energía cinética (Masa Ne)}$$

$$w = F \cdot d \cos \varphi$$

$$\int dw = F \int dl \cos \varphi$$

$$we = \int dw = F \int dl \cos \varphi$$

$$E = \frac{F}{q}; F = Eq$$

$$We = E \cdot q \int_B^A dl \cos \varphi$$

$$\angle y = 0^\circ = 0$$

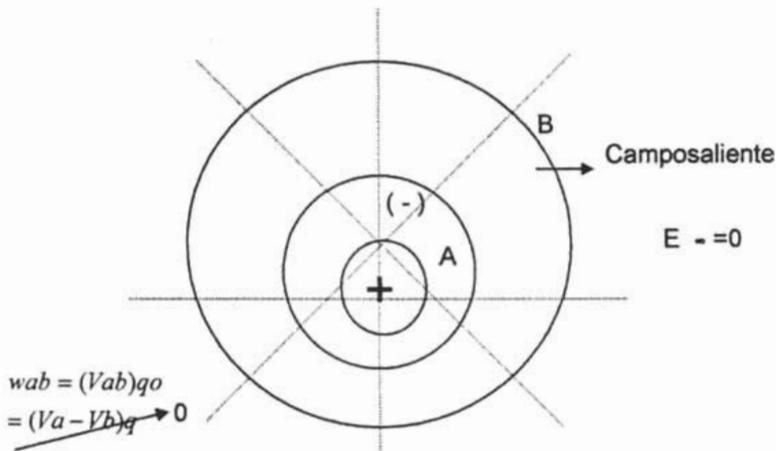
$$\cos y = 1$$

$$V_{ab} = \frac{E \cdot q \int_B^A dl(1)}{q} = E \int_B^A dl \quad \text{Diferencia de potencial.}$$

$$V_{ab} = E \cdot d \quad \text{Diferencia de potencial}$$

$$V_{ab} = V_a - V_b$$

POTENCIAL EN UN PUNTO



$$ab = E \int_{\infty}^A dl \cos \varphi = E [l]_{\infty}^A = Ed_1 - \cancel{Ed_{\infty}} - Ed_1$$

$$\angle = 0^\circ = \cos 0^\circ = 1$$

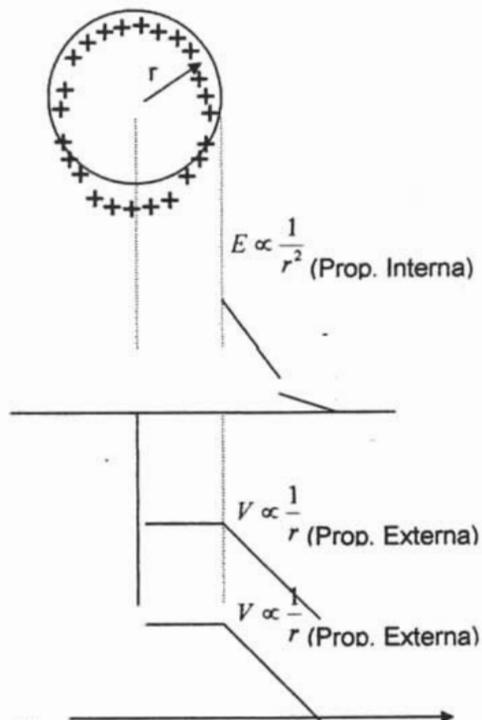
$$V_{ab} = V_a - 0$$

$$V_a = E \int_{\infty}^A dl$$

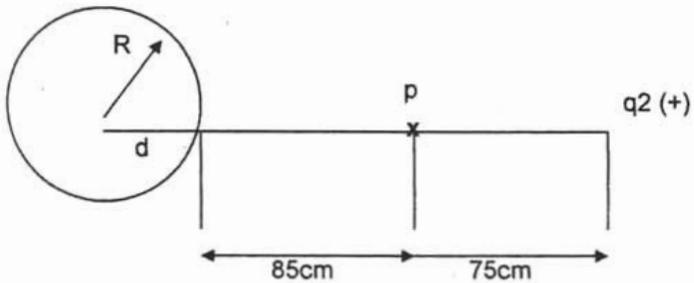
$dl = dr$ ya que $r =$ distancia

$$V_a = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} q \int_{\infty}^A \frac{dr}{r^2}$$

$$V_a = kq \int_{\infty}^A \frac{dr}{r^2} \quad V_a = kq \frac{r}{r^2} = k \frac{q}{r}$$



EJEMPLO:



$$D = 13\text{mm}$$

$$R = 26\text{mm}$$

$$(+)\ q_1 = 3 \times 10^{-5}\text{C}$$

$$\rho = 4 \times 10^{-5}\text{C/m}^2$$

$$(+)\ q_2 = 6 \times 10^{-3}\text{C}$$

DETERMINAR F , E , Y , V e el punto P .

D.C.L.

P



SOLUCIÓN

$$E_R = E_1 - E_2$$

$$E_1 = k \frac{q_1}{r_1^2} = 9 \times 10^9 \frac{(3 \times 10^{-5})}{(.85)^2} = 3 \times 10^5 \text{ v/m}$$

$$E_2 = k \frac{q_2}{r_2^2} = 9 \times 10^9 \frac{(6 \times 10^{-5})}{(.75)^2} = 9.6 \times 10^5 \text{ v/m}$$

$$E_R = -5.87 \times 10^5 \text{ v/m}$$

$$F_1 = k \frac{q_1^2}{r_1^2} = 9 \times 10^9 \frac{(3 \times 10^{-5})^2}{(.85)^2} = 11.20 \text{ v/m}$$

$$F_2 = k \frac{q_2^2}{r_2^2} = 9 \times 10^9 \frac{(6 \times 10^{-5})^2}{(.75)^2} = 57.6 \text{ v/m}$$

$$F_R = -46.4 \text{ v/m}$$

Nota:

1.- Si la carga en estudio es positiva, el Diagrama de Cuerpo Libre permanecerá igual.

2.- Si la carga en estudio es negativa el D.C.L. del campo y la fuerza no coinciden.

3.- La carga en estudio es la que se mueve, sea o no positiva.

El potencial es una propiedad externa y por lo tanto es un escalar.

$$V_p = V_1 + V_2$$

$$V_{q_1} = k \frac{q_1}{r_1} = 9 \times 10^9 \frac{3 \times 10^{-5}}{.85} = 3.176 \times 10^5 \text{ Volts}$$

$$V_{q_2} = k \frac{q_2}{r_2} = 9 \times 10^9 \frac{(6 \times 10^{-5})}{.75} = 7.2 \times 10^5 \text{ Volts}$$

$$V_p = 3.176 \times 10^5 + 7.2 \times 10^5 = 1.0376 \times 10^6$$

Nota: Todos los efectos externos no interesan.

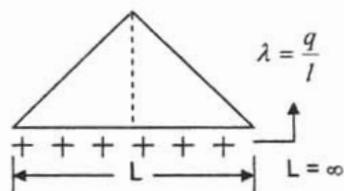
POTENCIAL DE UN CONDUCTOR

$$V_c = K \lambda l n \left[\frac{1/2 L + \sqrt{r^2 + 1/4 L^2}}{r} \right]$$

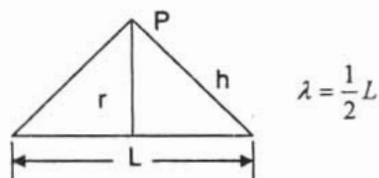
POTENCIAL DE UN ANILLO CARGADO

$$V = \frac{G}{2 E_0} (\sqrt{r^2 + y^2} - y)$$

POTENCIAL DE UN CONDUCTOR



L = Diámetro



$$d l = d v$$



Punto, $V = k \frac{q}{r} \rightarrow V = k \frac{\lambda l}{r}$

$$q = \lambda l$$

$$d v = k \lambda \frac{d l}{r}$$

$$v = \int d r = k \lambda \int \frac{d l}{r}$$

$$r = \sqrt{r^2 + l^2}$$

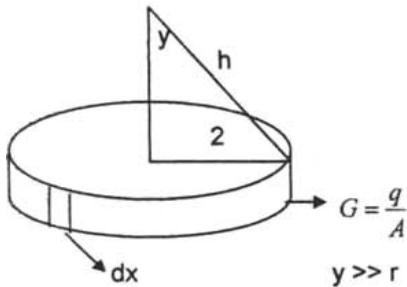
$$v = k \lambda l n \left[l + \sqrt{r^2 + l^2 - hr} \right]$$

$$v = k \lambda l n \left[\frac{1}{2} L + \sqrt{r^2 + \frac{1}{4} L^2 - h} \right]$$

$$v = k \lambda l n \left[\frac{-\frac{1}{2} L + \sqrt{r^2 + \frac{1}{4} L^2}}{h} \right]$$

$$L = \infty \quad L = 1 m$$

En el anillo cargado el potencial es 1 al radio



$$V = \frac{G}{2\epsilon_0} \left(\sqrt{r^2 + y^2} - y \right)$$

$$V = k \frac{q}{r}$$

$$V = k \frac{GA}{r}$$

$$V = k G \frac{A}{r}$$

$$dv = K G \frac{dA}{r}$$

$$V = \int dv$$

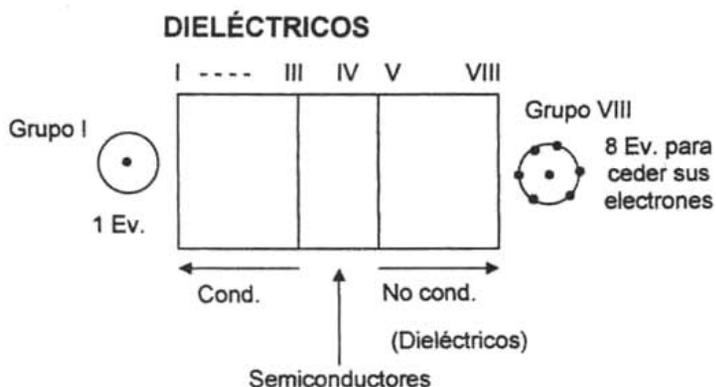
$$V = \int dv = k G \int \frac{dA}{r}$$

$$A = \pi r^2 G$$

$$dA = 2\pi r G dr$$

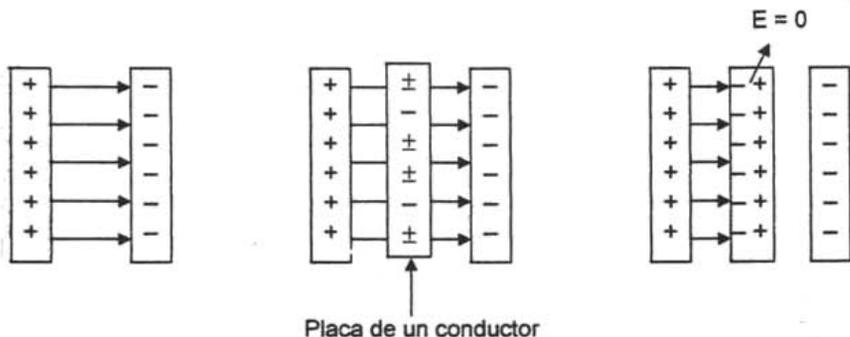
$$V = K G \int \frac{2\pi r dr}{r}$$

DIELÉCTRICOS

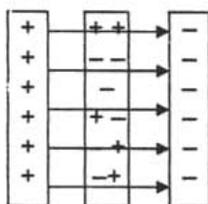
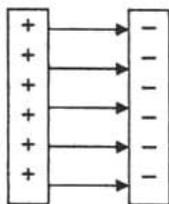


Los dieléctricos son aislantes. En un dieléctrico todos los electrones están enlazados firmemente a su ión matriz y por esta causa tienen muy poco movimiento de traslación, incluso en presencia de un campo eléctrico; pero cualquier campo eléctrico aplicado desde el exterior provocará cierto grado de separación de carga entre cada electrón y su ión asociado. Y de este modo un átomo originalmente neutro se convierte en un pequeño dipolo eléctrico.

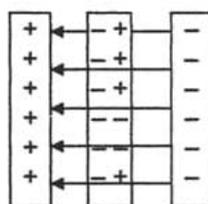
CONDUCTOR EN UN CAMPO ELÉCTRICO



DIELÉCTRICOS EN UN CAMPO ELÉCTRICO

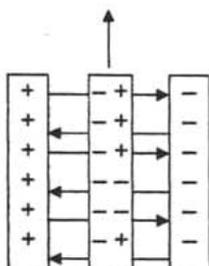


Dieléctrico



Campo en sentido contrario

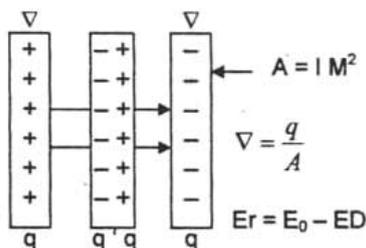
$$E \neq 0$$



$$E_R = E_0 - EA$$

NOTA: Cuando el dieléctrico cubre la placa el campo va de la placa (+) a la (-) y $E_R = ED$.

SUSCEPTIBILIDAD, COEFICIENTE DIELÉCTRICO, CAPACIDAD ESPECÍFICA DE INDUCCIÓN.



Carga libre

$$E = \frac{q}{\epsilon_0 A} - \frac{q'}{\epsilon_0 A}$$

$$\nabla = \frac{q}{A}$$

$$(1) \quad E = \frac{\nabla}{\epsilon_0} - \frac{\nabla}{\epsilon_0} \quad \text{Esto es cierto si área} = 1$$

$$(2) \quad E = \frac{q}{\epsilon_0(1)} - \frac{q'}{\epsilon_0(1)}$$

$$\frac{q}{\epsilon_0} = E \int dA \cos y$$

$$q = E \epsilon_0 \int dA \cos y$$

$$q - q' = E \epsilon_0 \int dA \cos y$$

$$\angle y = 0^\circ = E \epsilon_0 \int dA$$

$$q - q' = E \epsilon_0 A$$

$$E = \frac{q - q'}{\epsilon_0 A}$$

Solamente existe carga inducida en el dieléctrico.

$$n = \frac{\nabla}{E \epsilon_0} \quad \text{Susceptibilidad eléctrica.}$$

$$\nabla' = \eta E \epsilon_0$$

Coeficiente Dieléctrico.

$K = 1$ Para el aire ó para el vacío.

$\epsilon_0 =$ cte. de permitividad en el vacío.

$$\epsilon = k \epsilon_0$$

Capacidad específica de inducción ó constante de permitividad del dieléctrico.

$$\epsilon = k \epsilon_0$$

$$(1 + n) \epsilon_0$$

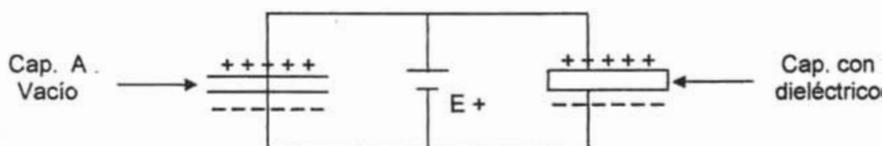
$$k = 1 + \frac{n}{\epsilon_0} = \frac{\epsilon}{\epsilon_0} \quad \text{Constante de rigidez ó coeficiente dieléctrico.}$$

$$n = k - 1$$

$$n = \frac{\nabla'}{E \epsilon_0}$$

$$\nabla' = n E \epsilon_0 = (\epsilon - \epsilon_0) E$$

CAPACITORES CON DIELECTRICO



Capacitancia

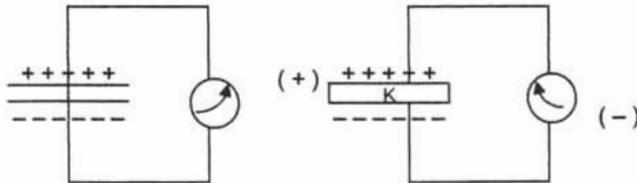
$$C = \frac{q}{V}; \quad q_V > q_0$$

$$C_0 = \frac{q_0}{V_0}, \quad C_V = \frac{q_V}{V_V}$$

Nota: El dieléctrico cubre todo el hueco de la placa.

Si q aumenta ($\rightarrow \infty$) $\Rightarrow C_{\Delta} \Rightarrow \infty$

$$\frac{C_{\Delta}}{C_0} = K \quad (\text{CTE del dieléctrico}) \Rightarrow C_{\Delta} = K C_0$$



$q = CTE$

$$C_0 = \frac{q}{V_0}; V_0 > V_{\Delta}; C_{\Delta} = \frac{q}{V_{\Delta}}$$

$$\frac{V_0}{V_{\Delta}} = k = \frac{C_{\Delta}}{C_0} = \frac{E_0}{E_{\Delta}}$$

Fórmula para determinar R_k siempre y cuando el

$$V = E \int d e \cos \delta \quad \angle \delta = 0^\circ$$

dieléctrico cubra todas las placas.

Dif. de potencial

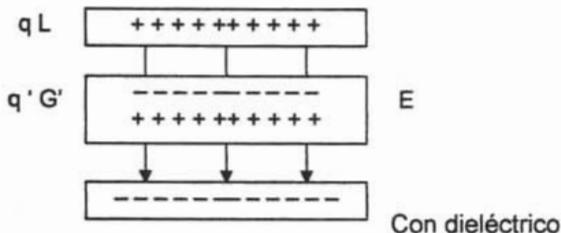
$V = E d \rightarrow CTE$

El E nos proporciona la dif. de potencial.

$E_0 > E_{\Delta}$

$$\frac{E_0}{E_{\Delta}} = 1L; k = 1 + \frac{h}{\epsilon_0} = \frac{\epsilon}{\epsilon_0} = \frac{V_0}{V_{\Delta}} = \frac{E_0}{E_{\Delta}} = \frac{C_{\Delta}}{C_0}$$

GAUSS Y LOS DIELECTRICOS



En vacío

$$q_0 = \epsilon_0 E \int d A \cos \delta$$

$$q - q' = \epsilon_0 E \int d A \cos \delta$$

Determinar q' (Carga Inducida)

$$q - q' = \epsilon_0 E A$$

POLARIZACIÓN

$$E = \frac{q - q'}{\epsilon_0 A}$$

$$(1) E = \frac{q}{\epsilon_0 A} - \frac{q'}{\epsilon_0 A}$$

\downarrow \downarrow
 E_0 $E \Delta$

$$E_{\Delta} = \frac{V_0}{k}$$

$$(2) E_R = E_0 - E_{\Delta}$$

$$E_R = \frac{q}{K \epsilon_0 A}$$

Sust. (2) en (1)

$$(1) \frac{q}{K \epsilon_0 A} - \frac{q}{\epsilon_0 A} = \frac{q'}{\epsilon_0 A}$$

$$q' = q \left(1 - \frac{1}{k} \right)$$

$$\nabla' = \nabla L \left(1 - \frac{1}{k} \right) = \eta E \epsilon_0 = (\epsilon - \epsilon_0)$$

DESPLAZAMIENTO

Y

$$\frac{q}{\epsilon_0 A} = \frac{q'}{\epsilon_0 A} - \frac{q(-1)}{K \epsilon_0 A} = \frac{q'}{\epsilon_0 A} + \frac{q}{k \epsilon_0 A}$$

$$\frac{q}{A} = \frac{q'}{A} + \epsilon_0 \left(\frac{q}{k \epsilon_0 A} \right)$$

\downarrow
 E

$$\frac{q}{A} = \frac{q'}{A} + \epsilon_0 \left(\frac{q}{k \epsilon_0 A} \right)$$

$$\frac{q}{A} = \epsilon_0 E + \frac{q'}{A}$$

$$\frac{q'}{A} = \nabla' = P = \text{Polarización}$$

NOTA: La polarización en el vacío es igual a cero.

$$\frac{q}{A} = \text{Desplazamiento} = \nabla L.$$

$$\nabla = \epsilon_0 E + P = \frac{q}{A} = k \epsilon_0 E$$

\downarrow

CÁLCULO DE LA CAPACITANCIA

(+) (-)

A B

$$V_a = k \frac{q^+}{r}$$

$$V_b = k \frac{q^-}{r}$$

$$V_{ab} = V_a - V_b = k \frac{q}{r} - \left(-k \frac{q}{r} \right)$$

$$\frac{V_{ab} = (r)}{2k} = q$$

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

$$V \left(\frac{r(4\pi\epsilon_0)}{2} \right) = q$$

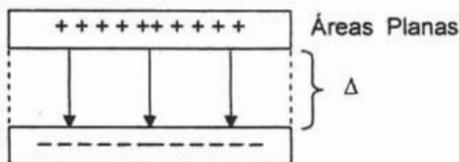
$$V = 2\pi r \epsilon_0 = q$$

$$V = 2\pi r \epsilon_0 = r = q$$

$$q = CV$$

C = Valor de la capacitancia

CAPACITANCIA DE UN CAPACITOR DE PLACAS PLANAS



$$C = \frac{q}{V}$$

$$q = \epsilon_0 E \int dA \cos \delta$$

$$q = \epsilon_0 E \int dA$$

$$q = \epsilon_0 EA$$

$$V = E \int dl \cos \delta$$

$$V = E \cdot d$$

$$C = \frac{\epsilon_0 EA}{E \cdot d} = \frac{\epsilon_0 A (m^2)}{d (mm)}$$

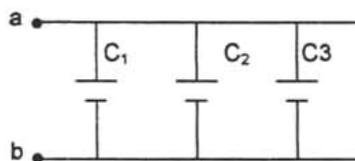
ENERGÍA ALMACENADA

$$V = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} C \frac{q^2}{C^2} = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}$$

$$V = \frac{1}{2} CE^2 d^2 \text{ (La energía está en forma de campo)}$$

CAPACITORES EN PARALELO

Aplicación de un capacitor (Sirve para arrancar un motor, una lámpara, etc.).



$$q_1 = C_1 V$$

$$q_2 = C_2 V$$

$$q_3 = C_3 V$$

$$q_t = C_1 V + C_2 V + C_3 V$$

$$C_t q_t V = \frac{V(c_1 + c_2 + c_3)}{V}$$

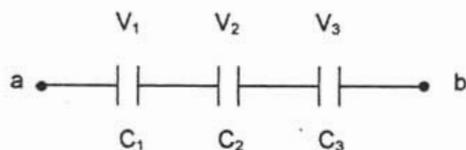
$$V = \text{CTE} \quad (V_{C_1} = V_{C_2} = V_{C_3})$$

$$q_t = q_1 + q_2 + q_3$$

$$C_e = c_1 + c_2 + c_3 \quad \text{Los capacitores en paralelo se suman.}$$

Nota. En paralelo el voltaje se mantiene constante; por lo tanto el voltaje de entrada es igual al voltaje de salida.

CAPACITORES EN SERIE



$$C = \frac{q}{V} \quad V_t = V_1 + V_2 + V_3$$

$$q_t = q_1 = q_2 = q_3$$

$$V_1 = \frac{q}{C_1}$$

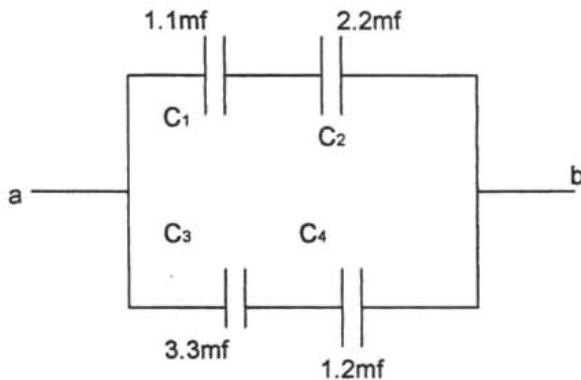
$$V_2 = \frac{q}{C_2} \quad V_t = \frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2} + \frac{q}{C_3}$$

$$V_3 = \frac{q}{C_3} \quad C_e = \frac{q_t}{V_t} = \frac{q}{\frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2} + \frac{q}{C_3}}$$

$$C_e = \frac{q}{v} = \frac{q}{q \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \right)}$$

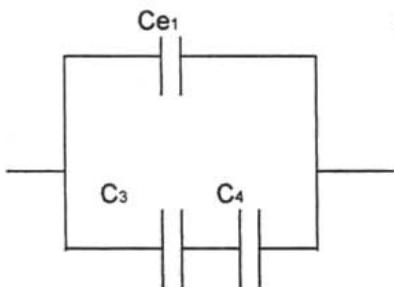
$$C_e = \frac{1}{\left[\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \right]} = \frac{1}{C_e} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

Nota. Los capacitores en serie se comportan como resistencias en paralelo, y por lo tanto, la corriente se mantiene constante.



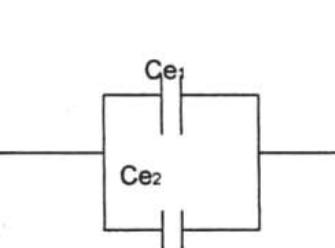
$q = cv$
 $c = q/b$
 $t = cv$
 $C = \infty$
 c . apartir de 1mf ya es muy grande

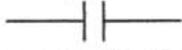
Vab = 115v



$$Ce1 = \frac{1}{\frac{1}{1.1} + \frac{1}{2.2}} = .73mf$$

$$Ce2 = \frac{1}{\frac{1}{3.3} + \frac{1}{1.2}} = .88mf$$



CE


$Ce1$ en paralelo con $Ce2 = Ce1 + Ce2 = CE$
 $Ce = .73 + .88 = 1.61 mf$

$$V_e = v_1, v_2, v_3, v_4$$

$$q_e = q_1, q_2, q_3, q_4$$

$$V_e = 115v$$

$$q_e = C_e \times V_e$$

$$q_e = (1.61 \times 10^{-6}) (115)$$

$$q_e = (1.851 \times 10^{-4})$$

Nos regresamos al diagrama

$$V_{C_e1} = V_{C_e2} = V_{C_e} = 115$$

Falta la carga

$$q_{C_e} = C_{e1} V_e$$

$$q_{C_e} = (.73 \times 10^{-6}) (115) = 8.395 \times 10^{-5}$$

$$q_{C_e2} = C_{e2} V_e$$

$$q_{C_e} = (.88 \times 10^{-6}) (115) = .1012 \times 10^{-3}$$

C1 en serie con C2

$$q_{C1} = q_{C2} = q_{C_e1} = 8.395 \times 10^{-5}$$

$$q_{C_e3} = q_{C4} = q_{C_e2} = .1012 \times 10^{-3}$$

$$V_{c1} = \frac{q_{C_e1}}{C1} = \frac{8.395 \times 10^{-5}}{1.1 \times 10^{-6}} = 76.31v$$

$$V_{c2} = \frac{q_{C_e2}}{C2} = \frac{.1012 \times 10^{-3}}{2.2 \times 10^{-6}} = 38.15v$$

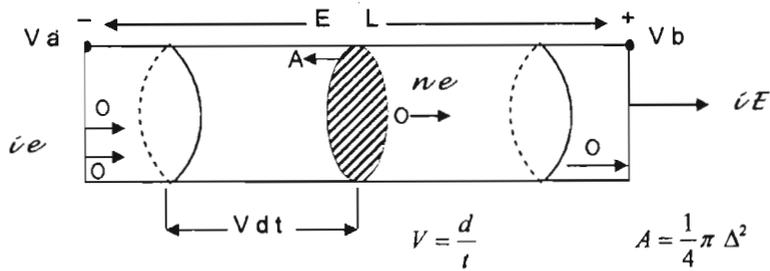
La suma del potencial de C1 y C2 = 76.31 + 38.15 = 114.46

$$V_{c3} = \frac{q_{C_e2}}{C3} = \frac{.1012 \times 10^{-3}}{3.3 \times 10^{-6}} = 30.66v$$

$$V_{c4} = \frac{q_{C_e2}}{C4} = \frac{.1012 \times 10^{-3}}{1.2 \times 10^{-6}} = 84.33v$$

La suma de Vce3 + Vc4 = 30.66 + 84.33 = 114.99

CORRIENTE, RESISTENCIA Y RESISTIVIDAD

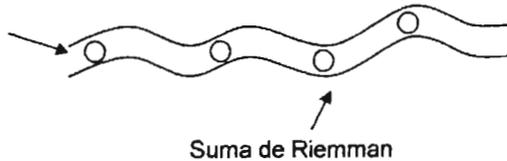


CANTIDAD DE CARGA

$$q = Rq + VA \quad \text{Corriente } \frac{q}{t} = nevA = i$$

$$qe = 1.6 \times 10^{-19}$$

CONDUCTOR



$$i_{\text{Total}} \int dq = nevA \int dT \quad i = \frac{dq}{dT} = nevA$$

$$i = \frac{q}{t} = \frac{\text{carga}}{\text{tiempo}} = \frac{\text{coults}}{\text{seg}} = \text{Amperes}$$

DEFINICION DE AMPERE.- Es la cantidad de coults (carga) que pasa en un conductor por segundo.

DENSIDAD DE CORRIENTE

$$j = \frac{i}{A} = \frac{n e v A}{A} = n e v \quad j = \frac{dq/dt}{A} = n e v$$

Corriente es la velocidad media de la carga en movimiento.

$$\nabla = \text{Conductividad}, \quad \nabla = \frac{j}{E}; \quad j = \nabla E$$

$$i = n e v A = \frac{dq}{dt}$$

$$j = \frac{dq}{A dt} = n e v = \nabla E = \frac{i}{A}; \quad i = \nabla A \frac{dv}{dx}; \quad i, \nabla, A, \text{ son CTES.}$$

Gradiente de potencial 

$$i dx = \nabla A dv \leftarrow \text{Dif. De potencial.}$$

$$i \int_0^L dx = \nabla A \int_{V_a}^{V_b} dv$$

$$i L = \nabla A (V_b - V_a) = \nabla A V ba$$

$$o = \frac{\nabla A}{L} V ba \rightarrow \text{Conduc. por unidad de longitud}$$

$$\nabla \cdot \frac{A}{L} = \text{conductividad / m}$$

$$\frac{1}{\nabla'} = R = \text{Resistencia}; \quad i = \left(\frac{1}{R}\right) V ba \Rightarrow V' ba = i R = R i$$

$$R = \frac{L}{\nabla A}$$

$$\nabla = \frac{1}{p} \Rightarrow p \frac{1}{\nabla} = \text{Resistividad}$$

Formula de la resistencia en función de la resistividad.

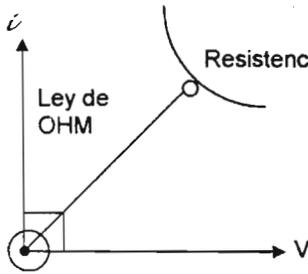
$$R = \frac{1}{\frac{1}{p} A} = p \frac{L}{A}$$

Caso particular cuando: 1 m de longitud y 1m² de área

$$R = P$$

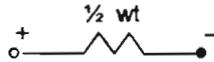
$$R = \text{Unidades } \Omega \text{ (OHM)} = \frac{V}{A}$$

$$i = \frac{V}{R} ; R = \frac{V}{i} = \frac{\text{Volts}}{\text{Amperes}}$$



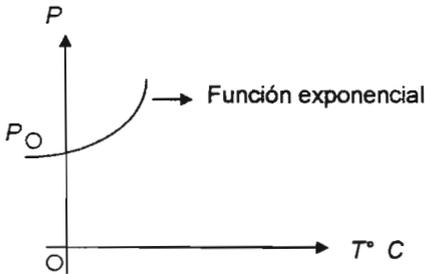
Resistencia Limite (Parábola de máxima potencia)

Esto es cierto si es despreciable los extremos.



$$V = R i$$

$$R = \frac{V}{i}$$



$$p = p_0 + a t^2 + b t^2 + c t^3$$

$$p = p_0 + \frac{p_0}{P_0} a T$$

$$\frac{a}{p_0} = \alpha \Rightarrow \text{Coef. de Variación de } P_0 \text{ en función de } t \text{ (Temperatura)}$$

$$p = p_0 + p_0 \alpha t$$

$$p = p_0 (1 + \alpha t) \Rightarrow \text{Formula de la resistividad total}$$

$$p = p_0 (1 + \alpha t)$$

$$R = R_0 (1 + \alpha t)$$

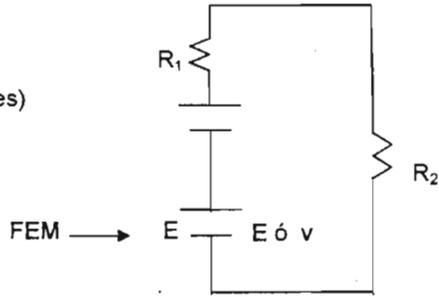
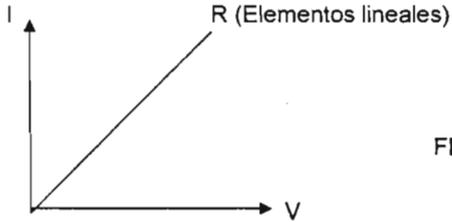
20° C

$$R = p \frac{L}{A}$$

CIRCUITOS DE CORRIENTE DIRECTA

$$V = Ri \Rightarrow (\text{oHM})$$

$$P = Vi = Ri^2$$



DEF. De FEM.- Cualquier dispositivo que produce una dif. de potencial (pila seca, no recargable, un acumulador).

Componentes de un circuito de corriente directa.

Resistencia

F. E. M. (Batería) ó Fuente (E, V) 

Corriente y Resistencia

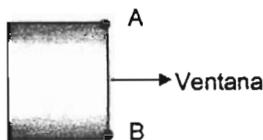
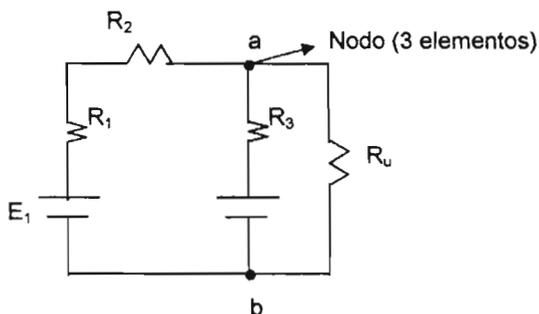
$i = \frac{dq}{dt}$ La razón de variación de la carga esta en función del tiempo

donde la carga $q = (+) (-)$

Transmisión de la energía eléctrica portadoras

Portadores	(+) Hueco
	(-) Electrón

TEORÍA DE REDES



Nodo: Es la unión de 3 o más elementos ó ramas.

Ramas: Es un camino ó trayectoria que une dos nodos.

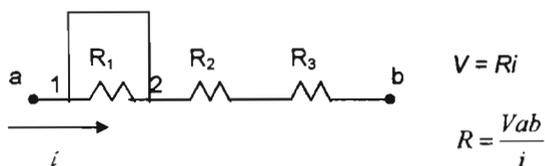
Malla: Es una trayectoria cerrada.

Árbol: La unión de los nodos.

Trayectoria: Un camino que puede ser ó no cerrada.

Conexión de resistencias en serie

Caída de pot. en los extremos.



$$V = Ri$$

$$R = \frac{V_{ab}}{i}$$

$$V_{ab} = V_1 + V_2 + V_3$$

$$R = \frac{V_1 + V_2 + V_3}{i}$$

$$V_1 = R_1 i$$

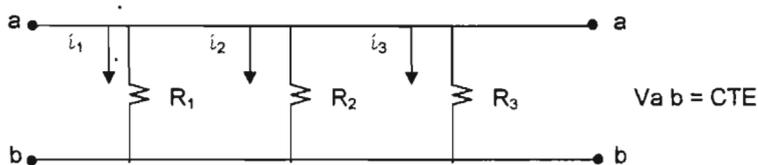
$$R_e = \frac{R_1 i + R_2 i + R_3 i}{i} = \frac{i(R_1 + R_2 + R_3)}{i}$$

$$V_2 = R_2 i$$

$$V_3 = R_3 i$$

$$R_e = R_1 + R_2 + R_3 = \sum_{i=1}^3 R_i$$

CONEXIÓN DE RESISTENCIAS EN PARALELO



$$V = Ri \Rightarrow R_i = \frac{V}{i}$$

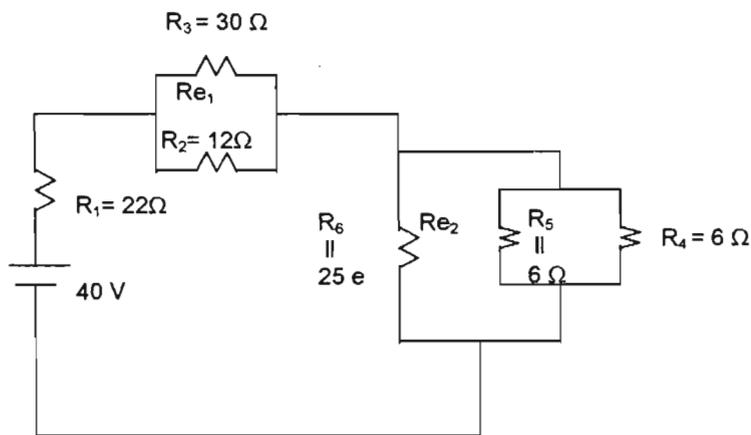
$$i = i_1 + i_2 + i_3$$

$$R_e = \frac{V}{i} = \frac{V}{\frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} + \frac{V}{R_3}} = \frac{V}{V \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right)}$$

$$i_1 = \frac{V}{R_1}; i_2 = \frac{V}{R_2}; i_3 = \frac{V}{R_3}$$

$$2e = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}; \quad \frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

VALOR DE LA CORRIENTE



$$i = ?, R_E?$$

$$R_{e2} = 2.67 \Omega$$

$$R_{e1} = 8.57 \Omega$$

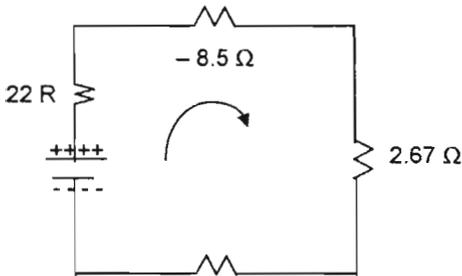
NOTA: Cuando 2 resistencias son iguales y un paralelo el equivalente es $\frac{1}{2} R$.

Sentido de la corriente. Si el circuito no esta cerrado no puede haber corriente.

La corriente en el circuito va de + a - , pero en la fuente va de - a +

Circuito cuando va de (+) a (-) se dice que es la energía usada

Fuente cuando va de (-) a (+) se dice que es la energía entregada



$$i = \frac{40}{22 + 8.5 + 2.67} = 1.2 \text{ A}$$

$$V_{R_{E3}} = 22 (1.2) = 26.4 \text{ V}$$

$$i = \frac{26.4}{22} = 1.2 \text{ A}$$

$$V_{Re_1} = 8.5 (1.2) = 16.28 \text{ V}$$

$$i_3 = \frac{16.28}{30} = 34.28 \text{ A}$$

$$i_2 = \frac{16.28}{12} = 0.85 \text{ A}$$

$$= 1.199 \text{ A}$$

$$V_{Re_2} = R_{E_2} i = 2.67 \Omega (1.2) = 3.204 \text{ V}$$

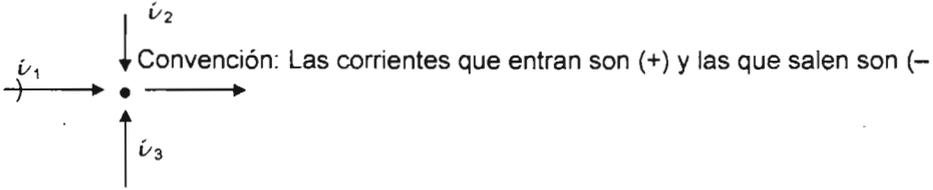
$$i_{4,5} = \frac{3.204 \text{ V}}{6} = 0.57 \text{ A (2)} = 1.148$$

$$i_6 = \frac{3.204 \text{ V}}{25 \Omega} = 0.1281 \text{ A}$$

KIRCHOFF

1.- La carga no se acumula en ningún punto.

La corriente que entra a un nodo es igual a la corriente que sale.

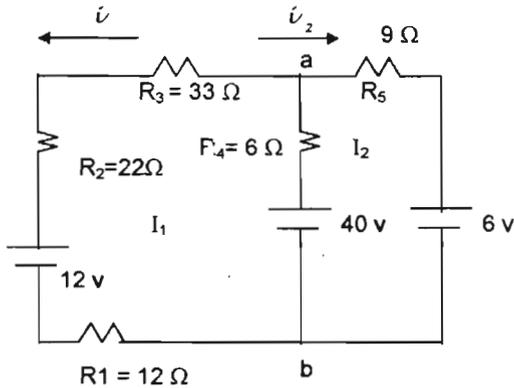


$$i\dot{v}_1 + \dot{v}_2 - \dot{v}_3 = 0$$

$$i\dot{v}_1 + \dot{v}_2 = \dot{v}_3$$

PARÁMETROS CONCENTRADOS

(Las distancias entre los elementos es insignificante)



CRITERIO DE MAXWELL.- Las corrientes tienen sentido horario.

CRITERIO DE KIRCHOFF.- La corriente que entra es igual a la corriente que sale.

MALLAS $\Sigma E = \Sigma R i$

1) $12 - 40 = (R_1 + R_2 + R_3 + R_4) i_1 - i_2 (R_4)$

2) $40 - 6 = (R_4 + R_5) i_2 - i_1 (R_4)$

$i_1 = i_2 + i_3$

$i_3 = i_1 - i_2$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 73 & -6 \\ -6 & 15 \end{vmatrix} = 1059$$

$$i_1 = \frac{\begin{vmatrix} -28 & -6 \\ 34 & 15 \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{-420 + 204}{1059}$$

1) $-28 = (12 + 22 + 33 + 6) - 6 i_2$

$i_1 = -0.203 A$

2) $34 = -6 i_1 - 15 i_2$

$$i_2 = \frac{\begin{vmatrix} 73 & -28 \\ -6 & 34 \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{-2482 - 164}{1050}$$

1) $(34) - 28 = (73 i_1 - 6 i_2) 34$

$-952 = 2482 i_1 - 204 i_2$

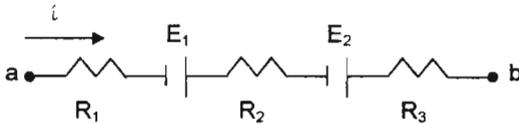
$i_2 = -0.203 - 2.13 = -2.38$

1) $(28) 34 = (-6 i_1 + 15 i_2) 28$

$952 = -158 i_1 + 420 i_2$

$0 = 2314 i_1 + 216 i_2$

DIFERENCIA DE POTENCIAL ENTRE 2 PUNTOS



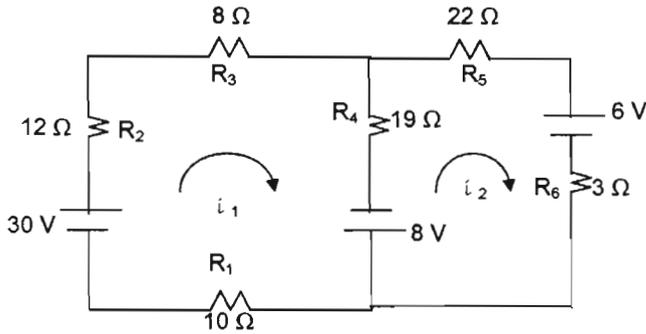
$$i = \frac{\Sigma r}{\Sigma R}; V = Ri; \Sigma Ri = \Sigma E$$

$V_{ab} + (E_1 + E_2) = i (R_1 + R_2 + R_3)$

$V_{ab} = i (R_1 + R_2 + R_3) - (E_1 + E_2)$

$V_{ab} = \Sigma Ri - \Sigma E$

PROBLEMA:



$$\sum V = \sum R i$$

$$\sum \text{Pert} = \sum \text{Pusada}$$

I) $30 + 8 = i_1 (12 + 8 + 19 + 10) - i_2 (19)$

II) $-8 - 6 = i_1 (19) + i_2 (19 + 22 + 3)$

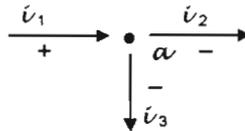
I) $38 = 49 i_1 - 19 i_2$

II) $-14 = -19 i_1 + 44 i_2$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 49 & -19 \\ -19 & 44 \end{vmatrix} = 1795$$

$$i_1 = \frac{\begin{vmatrix} -38 & -19 \\ 14 & 44 \end{vmatrix}}{1795} = .7832$$

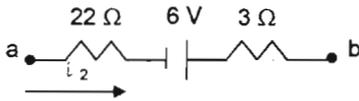
$$i_2 = \frac{\begin{vmatrix} 49 & -38 \\ -19 & 14 \end{vmatrix}}{1795} = .02054$$



$$i_1 = i_2 + i_3$$

$$i_3 = i_1 - i_2 = .7832 - .02 = .7632 \text{ A}$$

DIFERENCIA DE POTENCIAL



$$V_a = \sum R i - \sum E$$

$$\sum R i = (22+3)i_3 = 25i_3$$

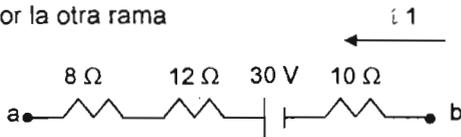
$$V_{ab} = 0.5 - (-6v) = 6.5v$$

$$\sum E = 8$$

$$\sum R i = 14 (0.7632) = 14.5 \text{ V}$$

$$V_{ab} = 14.5 \text{ V} - 8 \text{ V} = 6.5 \text{ V}$$

Por la otra rama



$$\sum R i = (8 + 10 + 12) i_1 = (30) (-.7832) = 23.496 \text{ V}$$

$$V_{ab} = -23.42 - 36 = 6.504$$

Nota: Si vamos en sentido contrario al de la corriente, la caída en las resistencias es negativa.

$$-V_{ab} = V_{ba} = -6.504$$

Nota: La diferencia de potencial es independiente de la trayectoria.

$$\sum p_E = \sum p \text{ usada.}$$

$$\sum p_E = 30 (.7832) = 23.496 \text{ Wt}$$

$$= 8 (.7632) = 6.1 \text{ Wt.}$$

$$= 6 (.02) = -0012 \text{ Wt}$$

$$\underline{29.476 \text{ Wt}}$$

$$P_{R1} = R_1 i_1^2 = 10 (.7832)^2 = 6.18 \text{ Wt}$$

$$P_{R2} = R_2 i_1^2 = 12 (.7832)^2 = 7.36 \text{ Wt}$$

$$P_{R3} = R_3 i_1^2 = 8 (.7832)^2 = 4.9 \text{ Wt}$$

$$P_{R4} = R_4 i_3^2 = 19 (.7632)^2 = 11.06 \text{ Wt}$$

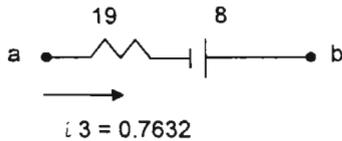
$$P_{R5} = R_5 i_3^2 = 22 (.02)^2 = .0088 \text{ Wt}$$

$$P_{R6} = R_6 i_2^2 = 3 (.02)^2 = 0.0012 \text{ Wt}$$

$$\underline{29.46 \text{ Wt}}$$

$$0.12$$

$$\underline{29.58 \text{ Wt}}$$

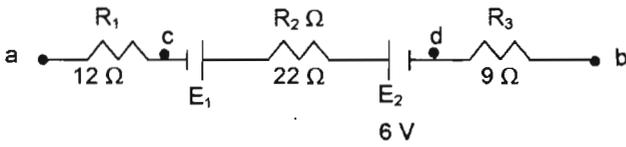


$$\sum E = 8$$

$$\sum R i = 19 (.77632) = 14.5$$

$$V_{ab} = 14.5 - 8 = 6.5$$

ANÁLISIS ENERGÉTICO



$$V_{ab} = \sum R_i i - \sum v$$

$$\sum v = 25 - 6 = 19 \text{ V}$$

$$V_{R1} = R_1 i = 12 (.5) = 6 \text{ v}$$

$$V_{R2} = R_2 i = 22 (.5) = 11 \text{ v}$$

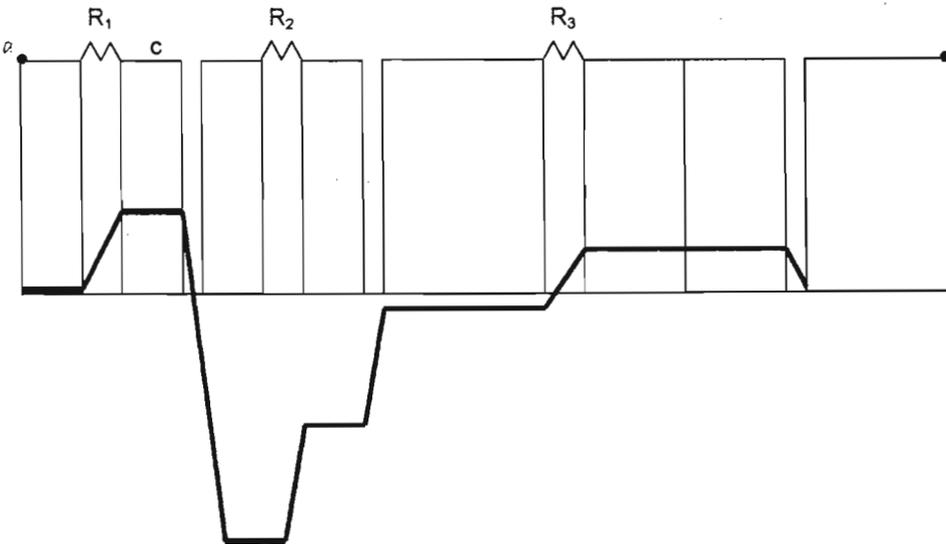
$$V_{R3} = R_3 i = 9 (.5) = 4.5 \text{ v}$$

$$21.5 \text{ v}$$

$$V_{ab} = 21.5 - 19 = 2.5 \text{ v}$$

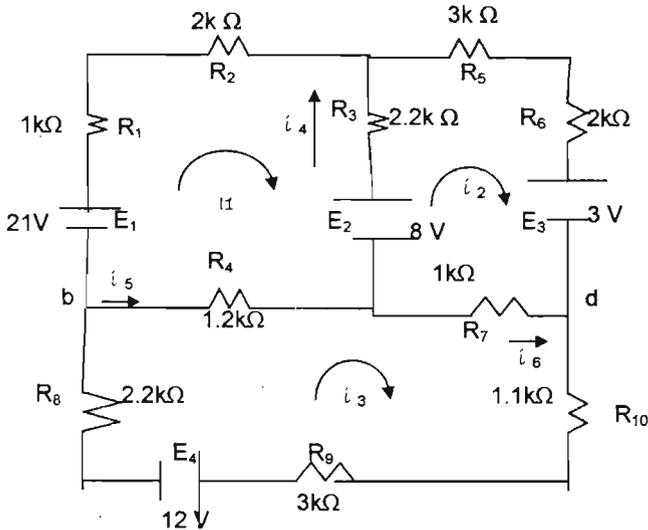
$$E V_2 = E_1 - E_2 = V_{ab}$$

$$19 + 2.5 = 21.5$$



PROBLEMA:

a) Calcular todas las potencias del circuito



$$\sum v = \sum R i$$

$$\sum P_{\text{ent}} = \sum P_{\text{usada}}$$

Solución:

- 1) $(21-8) = i_1 (1+2+2.2+1.2) - i_2 (2.2) - i_3 (1.2)$
- 2) $(8-3) = -i_1 (2.2) + i_2 (2.2+3+2+1) - i_3$
- 3) $(-12) = -i_1 (1.2) - i_2 (1) + i_3 (2.2+1.2+1+1.1+3)$

Quedaría

- 1) $13 = i_1 (6.4) - 2.2 i_2 - 1.2 i_3$
- 2) $5 = -2.2 i_1 + 8.2 i_2 - 1 i_3$
- 3) $-12 = -1.2 i_1 - 1 i_2 + 8.5 i_3$

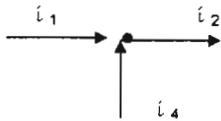
Nota. Se sugiere que para la obtención de las corrientes, se obtenga mediante una calculadora que pueda resolver determinantes y ,matrices para obtener las incógnitas de una manera muy rápida y precisa y de este modo evitar perder demasiado tiempo en la obtención de dicha valores. De la calculadora obtenemos que:

$$i_1 = 2.22\text{ma}$$

$$i_2 = 1.08\text{ma}$$

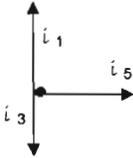
$i_3 = -0.96 \text{ ma.}$ por lo tanto en el diagrama tendremos que cambiar el sentido de la corriente

NODO A



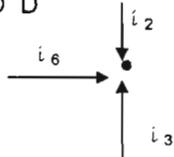
$$i_4 = i_2 - i_{21} = 1.08 - 2.22 = -1.14 \text{ ma}$$

NODO B



$$i_5 = -i_1 - i_3 = -2.22 - 0.96 = -3.18 \text{ ma}$$

NODO D



$$i_6 = -i_2 - i_3 = -0.96 - 1.08 = -2.04 \text{ ma}$$

Nota. Como estas corrientes nos salieron negativas tenemos que cambiar el sentido de las corrientes en el diagrama original.

$$V_i = R i^2$$

$$P_{E1} = 21(2.22)^2 = 46.62 \text{ mwt}$$

(-) usada (+) Entregada

$$P_{E2} = -8(1.14)^2 = -9.12 \text{ mwt}$$

$$P_{E3} = -3(1.08)^2 = -3.24 \text{ mwt}$$

$$P_e = 46.62 + 11.52 = 58.14 \text{ mwt}$$

$$P_{E4} = 12(.96)^2 = 11.52 \text{ mwt}$$

$$P_u = 9.12 + 3.24 = 12.36 \text{ mwt}$$

$$P_{R1} = R_1 i_1^2 = 1 (2.22)^2 = 4.92\text{mwt}$$

$$P_{R2} = R_2 i_1^2 = 2 (2.22)^2 = 9.85\text{mwt}$$

$$P_{R3} = R_3 i_4^2 = 2.2 (1.4)^2 = 2.85\text{mwt}$$

$$P_{R4} = R_4 i_5^2 = 1.2 (3.18)^2 = 12.13\text{mwt}$$

$$P_{R5} = R_5 i_2^2 = 3 (1.08)^2 = 3.49\text{mwt}$$

$$P_{R6} = R_6 i_2^2 = 2 (1.08)^2 = 2.33\text{mwt}$$

$$P_{R7} = R_7 i_6^2 = 1 (2.04)^2 = 4.16\text{mwt}$$

$$P_{R8} = R_8 i_3^2 = 2.2 (.96)^2 = 2.02\text{mwt}$$

$$P_{R9} = R_9 i_3^2 = 3 (.96)^2 = 2.76\text{mwt}$$

$$P_{R10} = R_{10} i_3^2 = 1.1 (.96)^2 = 1.01\text{mwt}$$

$$\Sigma = 45.52\text{mwt}$$

Finalmente

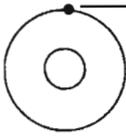
$$P_u = 45.52 + 12.36 = 57.88\text{mwt}$$

$$P_e = 58.14\text{mwt}$$

Las potencias deben de ser casi iguales

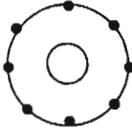
DIODOS

I a III



1 electrón(mejores conductores)

V a VIII



8 electrones (no conductores)
Buenos aislantes

PROPIEDADES IV

- Forman cristales

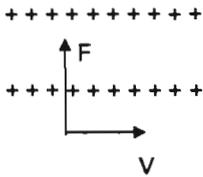
ESTADOS ESTABLES

- Aislantes perfectos
- Cambios a base de temperatura
- Cambios a base de impurezas IV - V

REGLA DE LA MANO IZQUIERDA

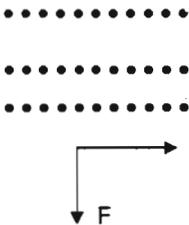
B

Ejemplo: + + + + + + + + + +

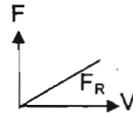
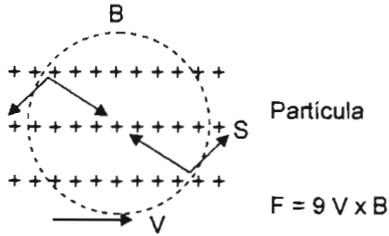


El E_M = Entra

E_M = Sale



ORBITAS GENERADAS POR PARTÍCULAS CARGADAS EN MOVIMIENTO.

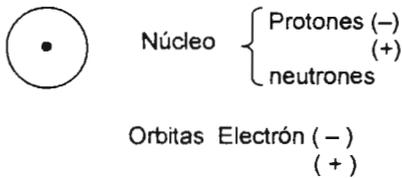


$$F = \frac{mv^2}{R}$$

$$q V \times B = \frac{mv^2}{R} \qquad q V \times B = \frac{mv^2}{Bq} = V B q$$

$$R = \frac{mv}{Bq}$$

Aplicación.- En aceleradores (Ciclotrón Betatron)



CAMPO MAGNÉTICO.- Se genera sólo si existe una carga en movimiento eléctrico.

Electrón - Atrae y repele

$B = E_{Mag} > E_{Elect}$.

$B =$ Movimiento de cargas.

Fenómeno magnético -- orientación.

$$B = P E$$

$$\phi = \int B \cos y A$$

E por Gauss

$$\phi = \int E \cos y A$$

$$\angle 0^\circ$$

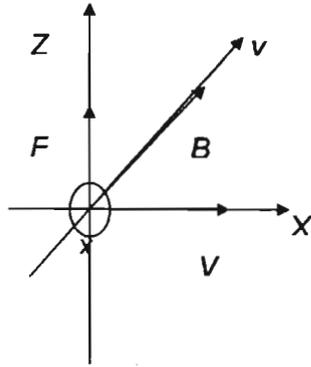
$$\phi = \int E \cos y A$$

Cuando es +

$$\phi = B \cdot A$$

Están en el mismo plano

Fuerza Magnética



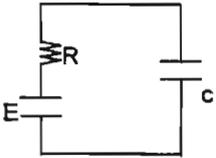
$$F = q V B$$

$$F = q V \sin y B$$

$$B = \frac{F}{q V}$$

Def. de campo magnético

Circuito R - C



$$c = \frac{q}{v} \Rightarrow q = cv$$

$$E = Ri + Vc$$

$$Vc = \frac{q}{c}$$

$$E = Ri + \frac{q}{c} \Rightarrow R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{c}$$

$$i = \frac{dq}{dt}$$

$$E - R \frac{dq}{dt} - \frac{q}{c} = 0$$

Cuando $q = 0$

$$I) \quad q = Cv \left(1 - e^{-\frac{t}{Rc}} \right) \quad \text{Ecuación Fundamental de carga del circuito R - C.}$$

$$\frac{d(q)}{dt} = i = \frac{Cv}{Rc} e^{-\frac{t}{Rc}} = \frac{V}{R} e^{-\frac{t}{Rc}} \rightarrow II$$

$$t = 0$$

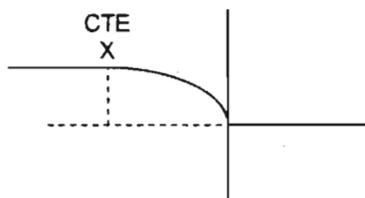
$$e^{-\frac{t}{Rc}} = e^{-\frac{0}{Rc}} = e^0 = 1$$

En I

$$t = 0 \quad t = \infty \text{ En I}$$

$$II) \quad e^{-\frac{0}{Rc}} = e^0 = 1 \quad e^{-\frac{\infty}{Rc}} = e^{-\infty} = 0$$

$$i = \frac{V}{R} e^{-\frac{t}{Rc}} \Rightarrow e^{-\frac{\infty}{Rc}} = e^{-\infty} = 0$$



$$q_{max} = Cv (1) \Rightarrow q = Cv$$

(Después de un tiempo infinito)

Para $t = \infty$

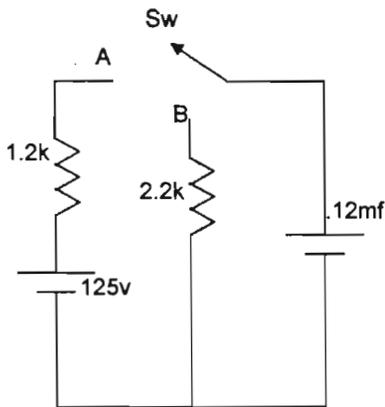
$T = 4Rc$, Ya que esto equivale al 98% de la carga

El circuito RC nos puede servir como un circuito arrancador, un reloj, un timer, o una memoria entre otras muchas aplicaciones.

Cuando el circuito es estable

$$-t = Rc \ln(1 - \frac{V_c}{E})$$

Ejemplo



Para $t=0$, en A

- Calcular la constante del circuito
 - Tiempo en el cual $V_C = 125v$
 - Tiempo en el cual $V_r = 100v$
 - Tiempo en el cual $i^{1/4} \text{ delay max}$
- Para $t = \infty$, en B

- Calcular la constante del circuito
- Tiempo en el cual $V_C = 115v$
- Tiempo en el cual $V_r = 100v$
- Tiempo en el cual $i^{1/4} \text{ delay max}$

- a)
- $$\zeta = R_c = (1.2) \cdot (.12mf) = .144 \times 10^{-3}$$
- b)
- $$t = \infty$$
- $$t = 4R_c = 4 \cdot (.144) = .576 \times 10^{-3}$$
- c)
- $$-t = R_c \ln\left(1 - \frac{V_c}{E_r}\right) = (.144) \ln\left(1 - \frac{25}{125}\right) = -0.032 \times 10^{-3}$$
- Cuando la resistencia tiene 100v el capacitor tiene $125 - 100 = 25v$
- d)
- $$i = \frac{V}{R} = \frac{125}{1.2k} = 104.16 \text{ ma}$$
- $$I_{\text{max}} = 104.16 \text{ ma}$$
- $$i = \frac{1}{4}(104.16) = 26.04 \text{ ma}$$
- $$V_r = (26.04) \cdot (1.2) = 31.25 \text{ v}$$

$$V_c = 125 - 31.25 = 93.75 \text{v}$$

$$-t = R_c \ln(1^{-V_c/E_t}) = (.144) \ln(1^{-93.75/125}) = -.199 \times 10^{-3}$$

e)

$$\zeta = R_c = (2.2) (.12 \text{mf}) = .264 \times 10^{-3}$$

f)

se descarga en $t = 0$, cuando se ha descargado el capacitor se pone la diferencia de la carga $125 - 100 = 25 \text{v}$

g)

cuando se descarga el capacitor el voltaje en la resistencia es de 100

$$-t = R_c \ln(1^{-V_c/E_t}) = (.264) \ln(1^{-100/125}) = -.424 \times 10^{-3}$$

h)

$$i = \frac{V_c}{R} = \frac{125}{2.2 \text{k}} = 56.81 \text{ma}$$

$$I_{\text{max}} = 56.81 \text{ ma}$$

$$i = \frac{1}{4} (56.81) = 14.20 \text{ma}$$

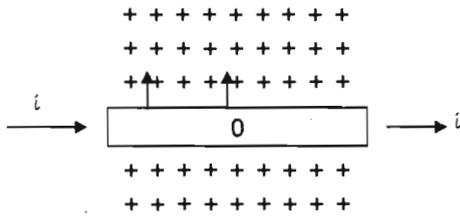
$$V_r = (14.2) (2.2) = 31.24 \text{v}$$

$$V_c = 125 - 31.24 = 93.76 \text{v}$$

Lo que se ha descargado en ese instante es 31.24v

$$-t = R_c \ln(1^{-V_c/E_t}) = (.264) \ln(1^{-31.24/125}) = -.075 \times 10^{-3}$$

Fuerza sobre un conductor que transporta una corriente.



B (Campo magnético entrante)

$$i = n e V A$$

$$F_m = q v B \text{ sen } \delta$$

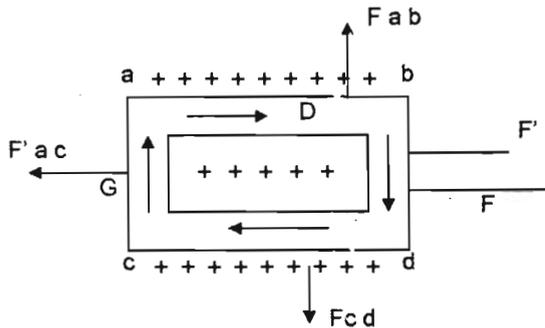
$$F = N F_m = n l A q v B \text{ sen } \delta$$

e (si son electrones)

$$N = n l A - \text{volumen}$$

$$F = i l B \text{ sen } \delta = B l i \text{ sen } \delta$$

Fuerza y par sobre un circuito



$$\Sigma F = F = B l A \text{ Sen } \delta$$

$$G = B i A \text{ sen } \delta$$

$$F_{ac} = \leftarrow$$

$$E J E F'$$

(Momento) $\nabla = F \cdot d$

$$F = q v B \text{ sen } \delta$$

$$F = B D i \text{ sen } \delta$$

$$F = B E i \text{ sen } \delta$$

$$i = \frac{mv}{Bq}$$

Regla de la mano o izquierda para cargas positivas.

$$W = \frac{v}{r} = \frac{Bq}{m}$$

Nota: La fuerza para cargas negativas es opuestas a los (+)

REGLA DE LA MANO DERECHA

Sólo cuando existe un conductor o cargas en movimiento.

$$a) B = \frac{mV6}{re} = \frac{(9 \times 10^{-31} \text{ kg } (10^7 \text{ m/seg}))}{(6 \times 10^{-19})}$$

$$B = 9.375 \times 10^{-3} \text{ m/m}^2$$

$$b) v = \frac{d}{t}$$

$$\pi \Delta = \pi (12 \times 10^{-2}) = .376$$

Medir Perimetro

$$\Delta 1 = \frac{.376}{2} = .18 \text{ m}$$

$$t = \frac{.18 \text{ m}}{10^7} = .18 \times 10^{-7} \text{ seg}$$

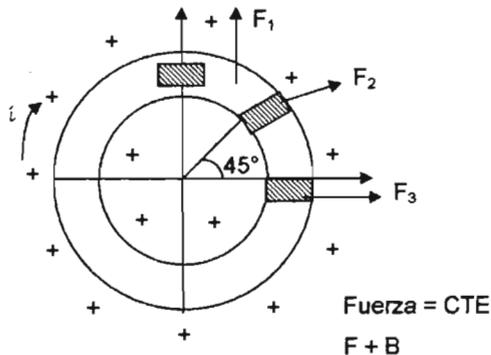
PROBLEMA 2

Datos:

$$R = 20 \text{ cm}$$

$$I = 20 \text{ A}$$

$$B = 2 \text{ w b/m}^2$$



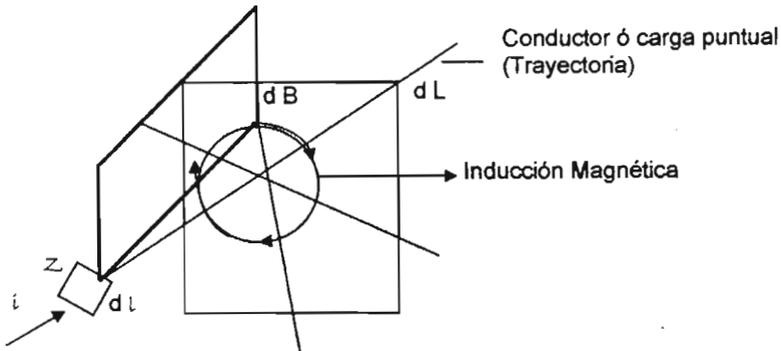
Calcular:

El valor y dirección de la fuerza en todos los elementos.

Solución:

a) $F = B l i \sin \delta$
 $F = (2 \text{ wb} / \text{m}^2) (1.2566 \text{ w}) (20) = 51.26$
 $L = T \Delta = \pi (04) = 1.2566 \text{ w}$

LEY DE AMPERE (O DE BIOT-SAVART)



$$M_0 = 12.57 \times 10^{-7} \text{ w} / \text{A} - \text{m}$$

$$K = \frac{M_0}{4\pi} = 10^{-7} \text{ w} / \text{A} - \text{M}$$

$$dB = k \int \frac{i dl \sin \theta}{r^2} \text{ Suma Vectorial}$$

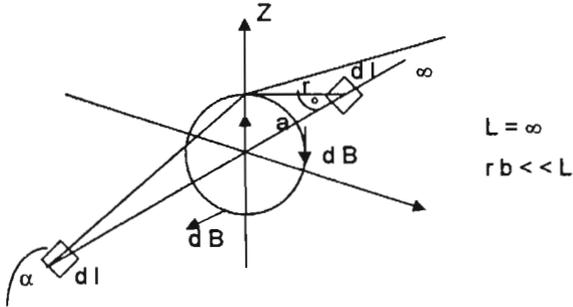
$$E = \int dE$$

$$E = K \frac{q}{r^2}$$

$$dE = K \frac{dq}{r^2}$$

$$E = \int dE = K \int \frac{dq}{r^2} \cos \delta$$

CAMPO CONDUCTOR CARGADO



$$dB = K \int \frac{i dl \sin \theta}{r^2}$$

r = distancia del conductor al punto en estudio.

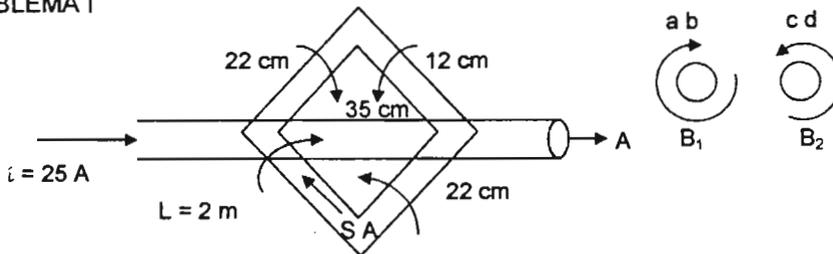
$$dB = 2K \int_0^\pi \frac{i dl \sin \theta}{a^2} = \frac{2k}{a} i dl (\sin \delta - \sin \alpha)$$

$$B = \int dB = 2K \frac{i}{a^2}$$

Ley de Biot-Savart.

$$B = \frac{M o (2) i}{4 \pi a} = \frac{M o i}{2 \pi a}$$

PROBLEMA I



Nota: El campo resultante es la suma de los campos de cada conductor.

Determinar:

- a) El campo magnético en "P"
- b) Fuerza y par sobre la espira

Solución:

$$a) B = K \frac{2i}{a} = \frac{M o i}{2\pi a}$$

$$k = 10 \text{ wb/m}^2$$

$$B = 10^7 \frac{25(2)}{35 \times 10^{-2}} = 14.28 \times 10^3 \text{ wb/m}^2$$

$$F = B i \sin \gamma$$

$$\Delta = 0^\circ = 0 \quad \sin 0^\circ = 0$$

$$F = 0$$

$$\Delta = B i \sin \delta = 0$$

$$\nabla = B i A$$

$$\nabla = (2.775 \times 10^8) (25) A$$

$$\frac{\nabla}{F} = 6.725 \times 10^9$$

a)

$$B = k \frac{2i}{a}$$

$$dB = K \int \frac{i d w \sin \theta}{r^2}$$

$$B = k \int dB = \frac{i l \sin \theta}{r^2}$$

$$B = K \frac{i p \sin}{\pi^2} = K \frac{i p (1)}{r^2}$$

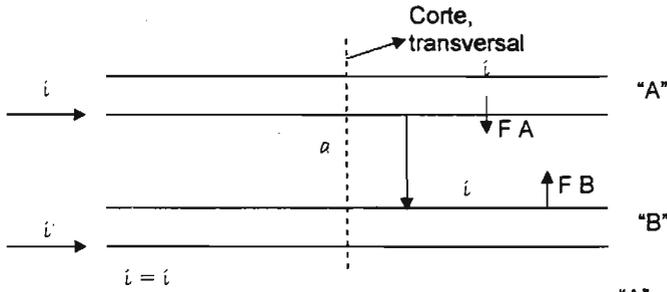
$$B = 10^7 \frac{(5) (68 \times 10^{-2})}{(35 \times 10^{-2})} = 2.775 \times 10^8 \text{ m/m}^2$$

$$\theta = 90$$

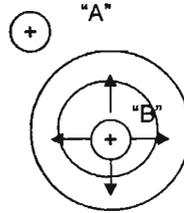
$$F = (B i \sin \theta)$$

$$F = (2.75 \times 10^8 \text{ m/m}^2) (2) (25) = 1.38 \times 10^{10}$$

FUERZA EN CONDUCTORES CON CORRIENTE



La fuerza entre conductores es de atracción si la corriente tiene la misma dirección.



$$B = K \frac{2i}{a}$$

$$F \text{ esp} = \frac{226 / .952}{0.062832}$$

$$F = B l i \text{ sen } \theta$$

$$\theta = 90^\circ = 1$$

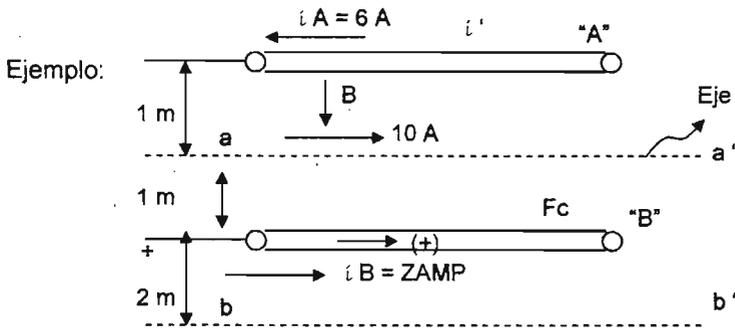
$$F = B l i$$

$$F = K \frac{2i}{a} L i$$

$$F = K \frac{2 i i}{a} L$$

$$\frac{F}{L} = K \frac{2 i i}{a}$$

Fuerza por unidades de longitud.



Calcular: $B_A + B_B$ $B_{B-B'} = B_A - B_B$

- El campo magnético en a-a'
- El campo magnético b-b'
- La fuerza de un conductor colocado en a-a' con $i = 10$ A hacia la derecha.
- La fuerza sobre el mismo conductor colocado en b-b'

Solución:

$$a) \quad B_{a-a'} = B_A + B_B = k \frac{2i_A}{a} + k \frac{2i_B}{a'}$$

$$B_{a-a'} = k \left(\frac{2i_A}{a} + \frac{2i_B}{a'} \right)$$

$$= 10^{-7} \left(\frac{2(6)}{1} + \frac{2(2)}{1} \right)$$

$$B_{a-a'} = 1.6 \times 10^{-5} \text{ wb/m}^2$$

$$b) \quad B_{b-b'} = k \left(\frac{2i_A}{4} - \frac{2i_B}{2} \right) = 10^{-2} \left(\frac{2(6)}{4} - \frac{2(2)}{2} \right)$$

$$B_{b-b'} = 1 \times 10^{-3} \text{ n/m}^2$$

Campo es saliente

$$c) \quad F = B l i \sin$$

$$F = B l i$$

$$\frac{F}{l} = B i = (1.6 \times 10^{-5}) (10) \text{ nt/m}$$

$$\frac{F}{e} = 16 \times 10^{-5} \text{ nt/m}$$

$$F_t = F_E + F_B$$

$$d) \quad F_{B-B'} = B_B L i$$

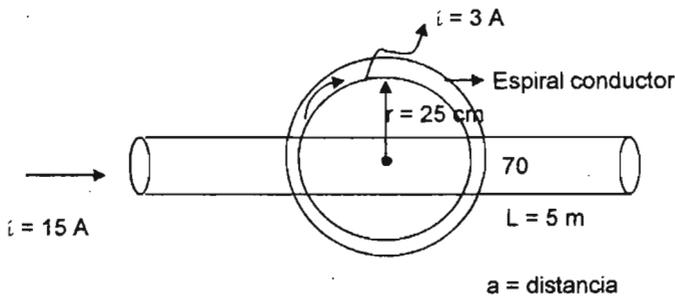
$$\frac{F}{L} = B_B i = (1 \times 10^{-7}) (10 \text{ A})$$

$$\frac{F}{L} = 1 \times 10^{-6} \text{ w/m}$$

ELECTRICIDAD Y MAGNETISMO

Determinar:

- El campo en el conductor.
- Fuerza y par en el conductor.
- Campo en la espira.
- Fuerza y par en la espira.



Solución:

a) El campo en el conductor.

$$B = K \frac{2i}{a} = 10^{-7} \left(\frac{2(15)}{25 \times 10^{-2}} \right) = 10^{-7} (1.2 \times 10^2) = 1.2 \times 10^{-5}$$

$$K = 10^{-7} \text{ wb / A - M}$$

b) $F = B l i \text{ sen } \theta$

$$F = B i A \text{ Sen } \theta$$

$$F = 1.2 \times 10^{-5} (\text{cm}) (15 \text{ A}) \text{ sen } 70^\circ = 5 \times 10^{-4}$$

$$\frac{\nabla}{A} = 1.2 \times 10^{-5} = 1.8 \times 10^{-4}$$

c) Campo magnético en la espira

$$B = K \frac{i p \text{ sen } \theta}{r^2}$$

$$B = 10^{-7} \frac{(3 \text{ A}) (157.08 \times 10^{-2}) \text{ sen } 90^\circ}{(25 \times 10^{-2})^2} = \frac{471.24 \times 10^{-9}}{625 \times 10^{-4}} = 0.7539 \times 10^{-5}$$

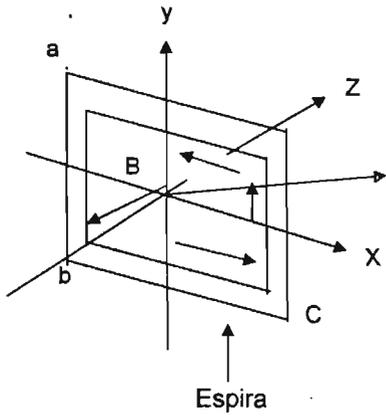
$$\pi \Delta = 3.1416 (50 \times 10^{-2}) = 157.08 \times 10^{-2}$$

d) Fuerza y par en el espira

$$F = B l i \text{ sen } \theta = 0.7534 \times 10^{-5} (157.03 \times 10^2) (3 \text{ A}) \text{ sen } 90^\circ = 3.553 \times 16$$

$$\Delta = B i A \text{ sen } \theta = 0.7539 \times 10^{-5} (3 \text{ A}) (0.19635) \text{ sen } 90^\circ = 4.440 \times 10^{-6}$$

$$\Delta = \pi r^2 = 3.1416 (25 \times 10^{-2})^2 = 0.19635 \text{ m}^2$$

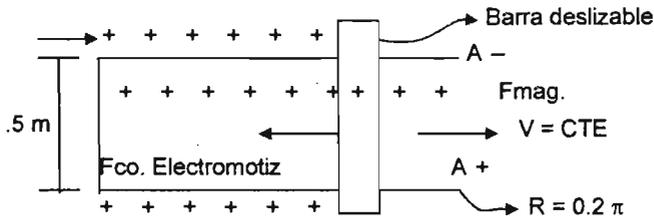


Centro de la espira esta concentrada la fuerza.

LEY DE LENZ

En un campo variable se induce una corriente variable.

En una corriente variable se induce un campo variable (en un sentido y en otro).



Datos:

$$B = .5w \text{ b/m}^2$$

$$V = 4 \text{ m / seg.}$$

$$R = 0.2 \pi$$

Calcular:

- Magnitud y sentido de la F. E. M. inducida.
- La fuerza para que la barra este en movimiento.
- Potencial del circuito

Nota: $\underline{\epsilon}$ depende del segmento variable.

Solución:

a) $\underline{\epsilon} = B L v = (0.5) (0.5 \text{ w b/m}^2) (5a) = 1$

b)

$$F = B l i \text{ sen } \theta$$

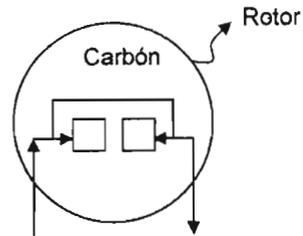
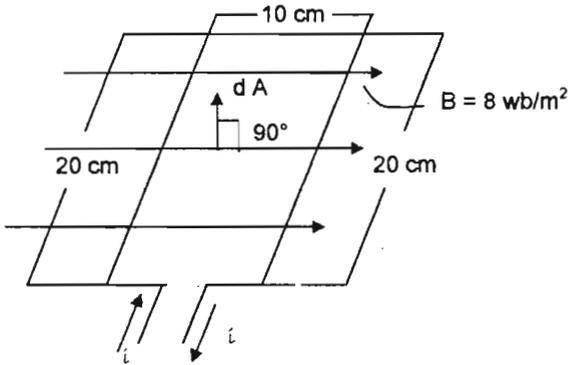
$$F = (.5 \text{ w b/m}^2)(.5 \text{ m})(5a) = 1.25 \text{ Nt}$$

c) $P = R i^2 = (0.2 - 2) (5)^2 = 5 \text{ w t}$

LEY DE JOULE

$$\frac{dH}{dT} = R i^2 (4.18) = \frac{\text{Calorias}}{\text{seg.}}$$

Problema:



Nota.- La bobina es el plano del pizarrón.

Datos:

$$B = 8 \text{ wb/m}^2$$

$$N = 10 \text{ espiras}$$

$$I = 8 \text{ A}$$

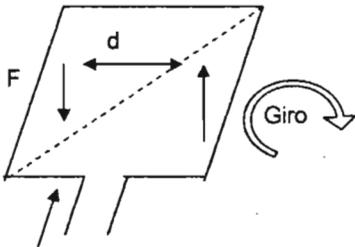
Calcular:

- La fuerza sobre el lado de 20 cm
- El par Máximo sobre la bobina
- El flujo que cruza la bobina
- Sentido de giro

Solución:

$$\text{a) } F = B l i \text{ sen } \theta \quad \angle \theta = 90^\circ \quad \text{Sen } 90^\circ = 1$$

$$F = 10 (8 \text{ wb/m}^2) (20 \times 10^{-2}) (8 \text{ A}) (1) = 128 \text{ N t}$$



$$\text{b) } \Delta = B i A \text{ sen } \theta$$

$$\Delta = 10 (8 \text{ wb/m}^2) (8 \text{ A}) (.2 \text{ m}) = 12.8 \text{ v/m}$$

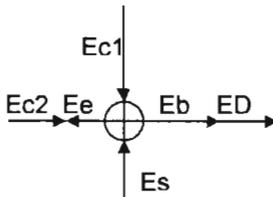
$$\text{c) } \Phi = B.A (0) = 0$$

Ahora si podemos comenzar.

1.- tenemos que dibujar el diagrama de cuerpo libre para qa(+)

D.C.L
Campos

Como qa es (+) el diagrama de fuerzas se queda igual



Ahora comenzamos a obtener los valores con las fórmulas antes dadas.

$$Ec1 = k \frac{2\lambda}{r} = 2(9 \times 10^9) \frac{(6 \times 10^{-6})}{10 \times 10^{-2}} = 1.08 \times 10^6 \text{ v/m}$$

$$Ec2 = k \frac{2\lambda}{r} = 2(9 \times 10^9) \frac{(6 \times 10^{-6})}{19 \times 10^{-2}} = 0.568 \times 10^6 \text{ v/m}$$

$$Ee = k \frac{\Delta A}{r^2} = (9 \times 10^9) \frac{(6 \times 10^{-6})(4\pi)(8 \times 10^{-3})^2}{(9 \times 10^{-2})^2} = 0.05 \times 10^6 \text{ v/m}$$

$$Es = k \frac{\Delta A}{r^2} = (9 \times 10^9) \frac{(7 \times 10^{-6})(1)}{(17 \times 10^{-2})^2} = 2.179 \times 10^6 \text{ v/m}$$

$$Eb = k \frac{qb}{r^2} = (9 \times 10^9) \frac{(7 \times 10^{-6})}{(12 \times 10^{-2})^2} = 4.375 \times 10^6 \text{ v/m}$$

$$Ed = k \frac{P}{r^3} = (9 \times 10^9) \frac{(9 \times 10^{-3})(6 \times 10^{-5})}{(12.727 \times 10^{-2})^3} = 2.357 \times 10^6 \text{ v/m}$$

Ahora hacemos la sumatoria de campos en el eje X y el eje Y, para esto nos fijamos en el diagrama de cuerpo libre de campos.

$$Ex = Ec2 - Ee + Eb + Ed = (.568 - .005 + 4.375 + 2.357) \times 10^6 \text{ v/m} = 7.295 \times 10^6 \text{ v/m}$$

$$Ey = Es - Ec1 = (2.179 - 1.08) \times 10^6 \text{ v/m} = 1.099 \times 10^6 \text{ v/m}$$

$$E = \sqrt{Ex^2 + Ey^2} = \sqrt{7.295^2 + 1.099^2} = 7.377 \times 10^6 \text{ v/m}$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{1.099}{7.295} = 8.56^\circ$$

Ahora que tenemos el campo ya podemos obtener la fuerza en qa(+)

$$F = Eq = (7.377 \times 10^6)(5 \times 10^{-6}) = 36.885 \text{ Nt}$$

Finalmente para terminar tenemos que calcular el potencial en cada uno de los campos para lograr la suma que nos arroje el valor del potencial en qa.

$$V_b = k \frac{qb}{r} = (9 \times 10^9) \frac{(7 \times 10^{-6})}{(12 \times 10^{-2})} = .525 \times 10^6 \text{ v}$$

$$V_s = k \frac{\Delta A}{r} = (9 \times 10^9) \frac{(7 \times 10^{-6})(1)}{(17 \times 10^{-2})} = .370 \times 10^6 \text{ v}$$

$$V_e = k \frac{\Delta A}{r} = (9 \times 10^9) \frac{(6 \times 10^{-6})(4\pi)(8 \times 10^{-3})^2}{(9 \times 10^{-2})} = 0.00048 \times 10^6 \text{ v}$$

$$V_d = k \frac{P}{r^2} \cos \varphi = (9 \times 10^9) \frac{(9 \times 10^{-3})(6 \times 10^{-5})}{(12.727 \times 10^{-2})^2} \cos 45 = .212 \times 10^6 \text{ v}$$

$$V_{c1} = k \lambda \ln \left[\frac{\frac{1}{2}L + \sqrt{r^2 + \frac{1}{4}L^2}}{r} \right] =$$

$$= (9 \times 10^9) (6 \times 10^{-6}) \ln \left[\frac{\frac{1}{2}(1) + \sqrt{(10 \times 10^{-2})^2 + \frac{1}{4}(1)^2}}{10 \times 10^{-2}} \right] = .129 \times 10^6 \text{ v}$$

$$V_{c2} = (9 \times 10^9) (6 \times 10^{-6}) \ln \left[\frac{\frac{1}{2}(1) + \sqrt{(19 \times 10^{-2})^2 + \frac{1}{4}(1)^2}}{19 \times 10^{-2}} \right] = .097 \times 10^6 \text{ v}$$

Finalmente lo único que nos resta por hacer es sumar los potenciales respetando el signo.

$$V_{qa} = -V_b + V_s + V_{c1} + V_{c2} - V_e + V_d =$$

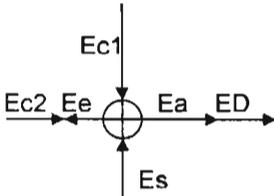
$$V_{qa} = (-.525 + .370 + .129 + .097 - .00048 + .212) = .283 \times 10^6 \text{ v}$$

Ahora para qb.

1.- tenemos que dibujar el diagrama de cuerpo libre para qb(-)

D.C.L
Campos

Como qa es (-) el diagrama de fuerzas se invierte



Repetimos los pasos anteriores:

Ahora comenzamos a obtener los valores con las fórmulas antes dadas.

$$Ec1 = k \frac{2\lambda}{r} = 2(9 \times 10^9) \frac{(6 \times 10^{-6})}{10 \times 10^{-2}} = 1.08 \times 10^6 \text{ v/m}$$

$$Ec2 = k \frac{2\lambda}{r} = 2(9 \times 10^9) \frac{(6 \times 10^{-6})}{31 \times 10^{-2}} = 0.348 \times 10^6 \text{ v/m}$$

$$Ee = k \frac{\Delta A}{r^2} = (9 \times 10^9) \frac{(6 \times 10^{-6})(4\pi)(8 \times 10^{-3})^2}{(21 \times 10^{-2})^2} = 0.0009 \times 10^6 \text{ v/m}$$

$$Es = k \frac{\Delta A}{r^2} = (9 \times 10^9) \frac{(7 \times 10^{-6})(1)}{(17 \times 10^{-2})^2} = 2.179 \times 10^6 \text{ v/m}$$

$$Ea = k \frac{qb}{r^2} = (9 \times 10^9) \frac{(5 \times 10^{-6})}{(12 \times 10^{-2})^2} = 3.125 \times 10^6 \text{ v/m}$$

$$Ed = k \frac{P}{r^3} = (9 \times 10^9) \frac{(9 \times 10^{-3})(6 \times 10^{-5})}{(22.847 \times 10^{-2})^3} = .407 \times 10^6 \text{ v/m}$$

Ahora hacemos la sumatoria de campos en el eje X y el eje Y, para esto nos fijamos en el diagrama de cuerpo libre de campos.

$$Ex = Ec2 + Ea + Ed - Ee = (.348 + 3.125 + .407 - .0009) \times 10^6 \text{ v/m} = 3.879 \times 10^6 \text{ v/m}$$

$$Ey = Es - Ec1 = (2.179 - 1.08) \times 10^6 \text{ v/m} = 1.099 \times 10^6 \text{ v/m}$$

$$E = \sqrt{Ex^2 + Ey^2} = \sqrt{3.879^2 + 1.099^2} = 4.031 \times 10^6 \text{ v/m}$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{1.099}{3.879} = 15.81^\circ$$

Ahora que tenemos el campo ya podemos obtener la fuerza en qb(-).

$$F = Eq = (4.031 \times 10^6)(7 \times 10^{-6}) = 28.217 \text{ Nt}$$

Finalmente para terminar tenemos que calcular el potencial en cada uno de los campos para lograr la suma que nos arroje el valor del potencial en qb.

$$V_a = k \frac{qa}{r} = (9 \times 10^9) \frac{(5 \times 10^{-6})}{(12 \times 10^{-2})} = .375 \times 10^6 \text{ v}$$

$$V_s = k \frac{\Delta A}{r} = (9 \times 10^9) \frac{(7 \times 10^{-6})(1)}{(17 \times 10^{-2})} = .370 \times 10^6 \text{ v}$$

$$V_e = k \frac{\Delta A}{r} = (9 \times 10^9) \frac{(6 \times 10^{-6})(4\pi)(8 \times 10^{-3})^2}{(21 \times 10^{-2})} = 0.0002 \times 10^6 \text{ v}$$

$$V_d = k \frac{P}{r^2} \cos \varphi = (9 \times 10^9) \frac{(9 \times 10^{-3})(6 \times 10^{-5})}{(22.847 \times 10^{-2})^2} \cos 23.198 = .085 \times 10^6 \text{ v}$$

$$V_{c1} = k \lambda l n \left[\frac{\frac{1}{2}L + \sqrt{r^2 + \frac{1}{4}L^2}}{r} \right] =$$

$$= (9 \times 10^9) (6 \times 10^{-6}) l n \left[\frac{\frac{1}{2}(1) + \sqrt{(10 \times 10^{-2})^2 + \frac{1}{4}(1)^2}}{10 \times 10^{-2}} \right] = .129 \times 10^6 \text{ v}$$

$$V_{c2} = (9 \times 10^9) (6 \times 10^{-6}) l n \left[\frac{\frac{1}{2}(1) + \sqrt{(31 \times 10^{-2})^2 + \frac{1}{4}(1)^2}}{31 \times 10^{-2}} \right] = .078 \times 10^6 \text{ v}$$

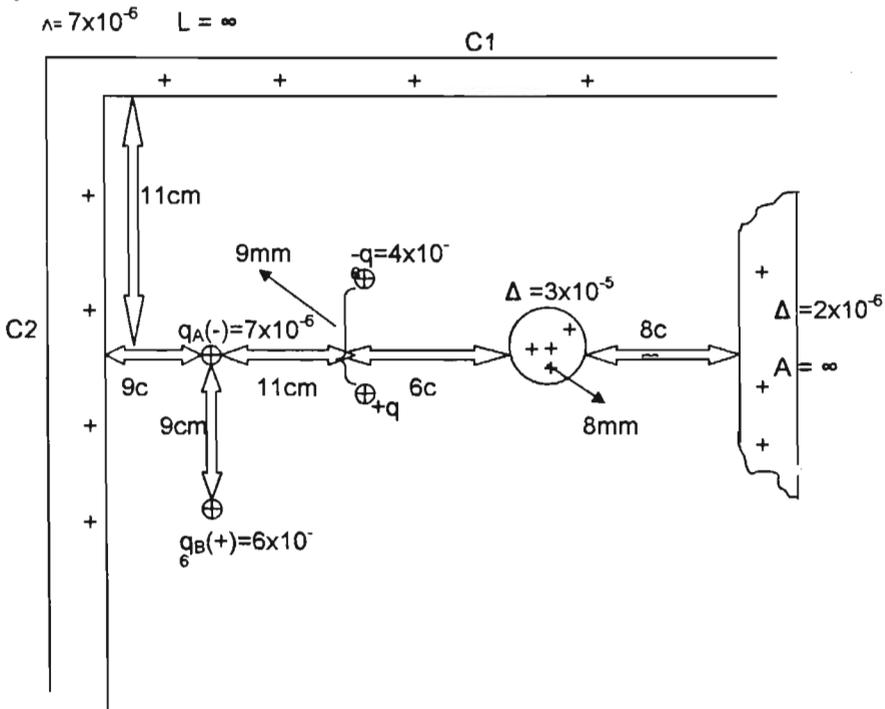
Finalmente lo único que nos resta por hacer es sumar los potenciales respetando el signo.

$$V_{qb} = +V_a + V_s + V_{c1} + V_{c2} - V_e + V_d =$$

$$V_{qa} = (.129 + .075 + .375 + .370 + .085 - .0002) = 1.033 \times 10^6 \text{ v}$$

PROBLEMA2

Problema aplicado a fuerza, campo y potencial en una carga 8mm



Determinar fuerza, campo y potencial en qa, qb.

Primero que nada tenemos que encontrar las distancias de qb hacia el dipolo y hacia la esfera, ya que no las tenemos; para lo cual ocupamos el teorema de Pitágoras.

Para la distancia de qb (+) al dipolo

$$\sqrt{11^2 + 9^2} = 14.212\text{cm} \quad \text{para el ángulo } \theta = \tan^{-1} \frac{9}{11} = 39.289^\circ$$

Para la distancia de qb(+) a la esfera

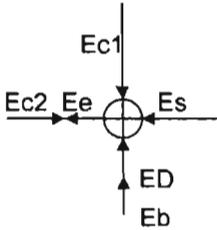
$$\sqrt{17^2 + 9^2} = 19.235\text{cm} \quad \text{para el ángulo } \theta = \tan^{-1} \frac{9}{17} = 27.897^\circ$$

Ahora si podemos comenzar.

1.- tenemos que dibujar el diagrama de cuerpo libre para qa(-)

D.C.L
Campos

Como qa es (-) el diagrama de fuerzas se invierte



Ahora comenzamos a obtener los valores con las fórmulas antes dadas.

$$Ec2 = k \frac{2\lambda}{r} = 2(9 \times 10^9) \frac{(7 \times 10^{-6})}{9 \times 10^{-2}} = 1.4 \times 10^6 \text{ v/m}$$

$$Ec1 = k \frac{2\lambda}{r} = 2(9 \times 10^9) \frac{(7 \times 10^{-6})}{11 \times 10^{-2}} = 1.145 \times 10^6 \text{ v/m}$$

$$Ee = k \frac{\Delta A}{r^2} = (9 \times 10^9) \frac{(3 \times 10^{-5})(4\pi)(8 \times 10^{-3})^2}{(17 \times 10^{-2})^2} = 0.00751 \times 10^6 \text{ v/m}$$

$$Es = k \frac{\Delta A}{r^2} = (9 \times 10^9) \frac{(2 \times 10^{-6})(1)}{(25 \times 10^{-2})^2} = 0.288 \times 10^6 \text{ v/m}$$

$$Eb = k \frac{qb}{r^2} = (9 \times 10^9) \frac{(6 \times 10^{-6})}{(9 \times 10^{-2})^2} = 6.666 \times 10^6 \text{ v/m}$$

$$Ed = k \frac{P}{r^3} = (9 \times 10^9) \frac{(9 \times 10^{-3})(4 \times 10^{-6})}{(11 \times 10^{-2})^3} = 0.243 \times 10^6 \text{ v/m}$$

Ahora hacemos la sumatoria de campos en el eje X y el eje Y, para esto nos fijamos en el diagrama de cuerpo libre de campos.

$$Ex = Ec2 - Ee - Es = (1.4 - 0.00751 - 0.288) \times 10^6 \text{ v/m} = 1.104 \times 10^6 \text{ v/m}$$

$$Ey = Eb + Ed - Ec1 = (6.666 + 0.243 - 1.145) \times 10^6 \text{ v/m} = 5.764 \times 10^6 \text{ v/m}$$

$$E = \sqrt{Ex^2 + Ey^2} = \sqrt{1.104^2 + 5.764^2} = 5.868 \times 10^6 \text{ v/m}$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{5.764}{1.104} = 79.157^\circ$$

Ahora que tenemos el campo ya podemos obtener la fuerza en qa(-)

$$F = Eq = (5.868 \times 10^6)(7 \times 10^{-6}) = 41.076 \text{ Nt}$$

Finalmente para terminar tenemos que calcular el potencial en cada uno de los campos para lograr la suma que nos arroje el valor del potencial en qa.

$$V_b = k \frac{qb}{r} = (9 \times 10^9) \frac{(6 \times 10^{-6})}{(9 \times 10^{-2})} = .6 \times 10^6 \text{ v}$$

$$V_s = k \frac{\Delta A}{r} = (9 \times 10^9) \frac{(2 \times 10^{-6})(1)}{(25 \times 10^{-2})} = .072 \times 10^6 \text{ v}$$

$$V_e = k \frac{\Delta A}{r} = (9 \times 10^9) \frac{(3 \times 10^{-5})(4\pi)(8 \times 10^{-3})^2}{(17 \times 10^{-2})} = 0.0012 \times 10^6 \text{ v}$$

$$V_d = k \frac{P}{r^2} \cos \varphi = 0 \quad \text{porque se encuentra en la línea 2a}$$

$$V_{c1} = k \lambda l n \left[\frac{\frac{1}{2}L + \sqrt{r^2 + \frac{1}{4}L^2}}{r} \right] =$$

$$= (9 \times 10^9) (7 \times 10^{-6}) l n \left[\frac{\frac{1}{2}(1) + \sqrt{(11 \times 10^{-2})^2 + \frac{1}{4}(1)^2}}{11 \times 10^{-2}} \right] = 0.139 \times 10^6 \text{ v}$$

$$V_{c2} = (9 \times 10^9) (7 \times 10^{-6}) l n \left[\frac{\frac{1}{2}(1) + \sqrt{(9 \times 10^{-2})^2 + \frac{1}{4}(1)^2}}{9 \times 10^{-2}} \right] = 0.152 \times 10^6 \text{ v}$$

Finalmente lo único que nos resta por hacer es sumar los potenciales respetando el signo.

$$V_{qa} = V_{c2} + V_d + V_e + V_s + V_{c1} + V_b =$$

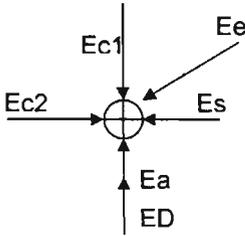
$$V_{qa} = (.152 + .139 + .0012 + .072 + .6) = .964 \times 10^6 \text{ v}$$

Ahora para qb(+)

1.- tenemos que dibujar el diagrama de cuerpo libre para qb(+)

D.C.L
Campos

Como qb es (+) el diagrama de fuerzas se queda igual



Repetimos los pasos anteriores:

Ahora comenzamos a obtener los valores con las fórmulas antes dadas.

$$Ec1 = k \frac{2\lambda}{r} = 2(9 \times 10^9) \frac{(7 \times 10^{-6})}{20 \times 10^{-2}} = .63 \times 10^6 \text{ v/m}$$

$$Ec2 = k \frac{2\lambda}{r} = 2(9 \times 10^9) \frac{(7 \times 10^{-6})}{9 \times 10^{-2}} = 1.4 \times 10^6 \text{ v/m}$$

$$Ee = k \frac{\Delta A}{r^2} = (9 \times 10^9) \frac{(3 \times 10^{-5})(4\pi)(8 \times 10^{-3})^2}{(19.235 \times 10^{-2})^2} = 0.0058 \times 10^6 \text{ v/m}$$

$$Es = k \frac{\Delta A}{r^2} = (9 \times 10^9) \frac{(2 \times 10^{-6})(1)}{(25 \times 10^{-2})^2} = 0.288 \times 10^6 \text{ v/m}$$

$$Ea = k \frac{qb}{r^2} = (9 \times 10^9) \frac{(7 \times 10^{-6})}{(9 \times 10^{-2})^2} = 7.777 \times 10^6 \text{ v/m}$$

$$Ed = k \frac{P}{r^3} = (9 \times 10^9) \frac{(9 \times 10^{-3})(4 \times 10^{-6})}{(14.212 \times 10^{-2})^3} = .112 \times 10^6 \text{ v/m}$$

Ahora hacemos la sumatoria de campos en el eje X y el eje Y, para esto nos fijamos en el diagrama de cuerpo libre de campos.

$$Ex = Ec2 - Es - Ee \cos \theta = (1.4 - .288 - .0058 \cos 27.897) \times 10^6 \text{ v/m} = 1.106 \times 10^6 \text{ v/m}$$

$$Ey = Ed - Ec1 + Ea - Ee \sin \theta = (.112 - .63 + 7.777 - .0058 \sin 27.897) \times 10^6 \text{ v/m} = 7.256 \times 10^6 \text{ v/m}$$

$$E = \sqrt{Ex^2 + Ey^2} = \sqrt{1.106^2 + 7.256^2} = 7.339 \times 10^6 \text{ v/m}$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{7.256}{1.106} = 81.429^\circ$$

Ahora que tenemos el campo ya podemos obtener la fuerza en qb(+)

$$F = Eq = (7.339 \times 10^6)(6 \times 10^{-6}) = 44034 \text{ Nt}$$

Finalmente para terminar tenemos que calcular el potencial en cada uno de los campos para lograr la suma que nos arroje el valor del potencial en qb.

$$V_a = k \frac{qa}{r} = (9 \times 10^9) \frac{(7 \times 10^{-6})}{(9 \times 10^{-2})} = .7 \times 10^6 \text{ v}$$

$$V_s = k \frac{\Delta A}{r} = (9 \times 10^9) \frac{(2 \times 10^{-6})(1)}{(25 \times 10^{-2})} = .072 \times 10^6 \text{ v}$$

$$V_e = k \frac{\Delta A}{r} = (9 \times 10^9) \frac{(3 \times 10^{-5})(4\pi)(8 \times 10^{-3})^2}{(19.235 \times 10^{-2})} = 0.0011 \times 10^6 \text{ v}$$

$$V_d = k \frac{P}{r^2} \cos \varphi = (9 \times 10^9) \frac{(9 \times 10^{-3})(4 \times 10^{-6})}{(14.212 \times 10^{-2})^2} \cos 39.289 = .012 \times 10^6 \text{ v}$$

$$V_{c1} = k \lambda l n \left[\frac{\frac{1}{2}L + \sqrt{r^2 + \frac{1}{4}L^2}}{r} \right] =$$

$$= (9 \times 10^9) (7 \times 10^{-6}) l n \left[\frac{\frac{1}{2}(1) + \sqrt{(20 \times 10^{-2})^2 + \frac{1}{4}(1)^2}}{20 \times 10^{-2}} \right] = .103 \times 10^6 \text{ v}$$

$$V_{c2} = (9 \times 10^9) (7 \times 10^{-6}) l n \left[\frac{\frac{1}{2}(1) + \sqrt{(9 \times 10^{-2})^2 + \frac{1}{4}(1)^2}}{9 \times 10^{-2}} \right] = .152 \times 10^6 \text{ v}$$

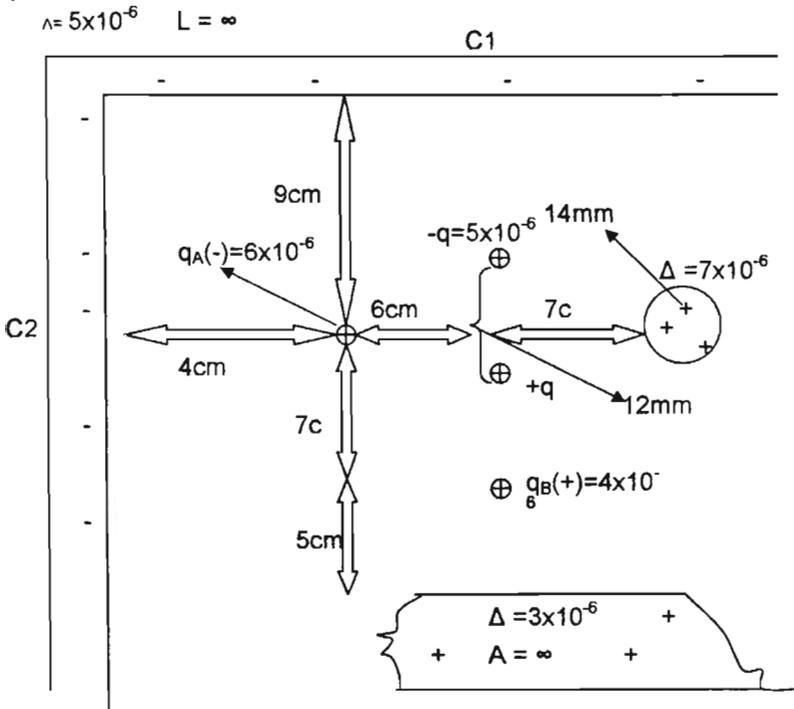
Finalmente lo único que nos resta por hacer es sumar los potenciales respetando el signo.

$$V_{qb} = +V_{c2} + V_{c1} + V_d + V_e + V_s - V_a =$$

$$V_{qb} = (.152 + .103 + .012 + .0011 + .072 - .7) = .359 \times 10^6 \text{ v}$$

PROBLEMA 3

Problema aplicado a fuerza, campo y potencial en una carga



Determinar fuerza, campo y potencial en $q_A(-)$.

Primero que nada tenemos que encontrar la distancia de q_A a q_B , ya que no las tenemos; para lo cual ocupamos el teorema de Pitágoras.

Para la distancia de $q_A(-)$ a q_B .

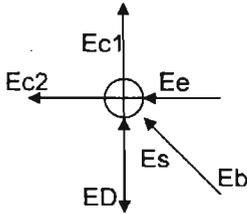
$$\sqrt{7^2 + 6^2} = 9.22 \text{ cm} \quad \text{para el ángulo } \theta = \tan^{-1} \frac{7}{6} = 49.39^\circ$$

Ahora si podemos comenzar.

1.- tenemos que dibujar el diagrama de cuerpo libre para qa(-)

D.C.L
Campos

Como qa es (-) el diagrama de fuerzas se
invierte



Ahora comenzamos a obtener los valores con las fórmulas antes dadas.

$$Ec1 = k \frac{2\lambda}{r} = 2(9 \times 10^9) \frac{(3 \times 10^{-6})}{9 \times 10^{-2}} = 0.6 \times 10^6 \text{ v/m}$$

$$Ec2 = k \frac{2\lambda}{r} = 2(9 \times 10^9) \frac{(3 \times 10^{-6})}{4 \times 10^{-2}} = 1.35 \times 10^6 \text{ v/m}$$

$$Ee = k \frac{\Delta A}{r^2} = (9 \times 10^9) \frac{(7 \times 10^{-6})(4\pi)(14 \times 10^{-3})^2}{(13 \times 10^{-2})^2} = 0.0091 \times 10^6 \text{ v/m}$$

$$Es = k \frac{\Delta A}{r^2} = (9 \times 10^9) \frac{(3 \times 10^{-6})(1)}{(12 \times 10^{-2})^2} = 1.875 \times 10^6 \text{ v/m}$$

$$Eb = k \frac{qb}{r^2} = (9 \times 10^9) \frac{(4 \times 10^{-6})}{(9.22 \times 10^{-2})^2} = 4.234 \times 10^6 \text{ v/m}$$

$$Ed = k \frac{P}{r^3} = (9 \times 10^9) \frac{(12 \times 10^{-3})(5 \times 10^{-6})}{(6 \times 10^{-2})^3} = 2.5 \times 10^6 \text{ v/m}$$

Ahora hacemos la sumatoria de campos en el eje X y el eje Y, para esto nos fijamos en el diagrama de cuerpo libre de campos.

$$\begin{aligned} E_x &= -Ec2 - Ee - Eb \cos 49.39 = (-1.35 - 0.0091 - 4.234 \cos 49.39) \times 10^6 \text{ v/m} \\ &= -4.115 \times 10^6 \text{ v/m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E_y &= Ec1 + Es + Eb \sin 49.39 - Ed = (-2.5 + 0.6 + 1.875 + 4.234 \sin 49.39) \times 10^6 \text{ v/m} \\ &= 3.189 \times 10^6 \text{ v/m} \end{aligned}$$

$$E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} = \sqrt{4.115^2 + 3.189^2} = 5.206 \times 10^6 \text{ v/m}$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{3.189}{4.115} = 37.77^\circ$$

Ahora que tenemos el campo ya podemos obtener la fuerza en qa(-)

$$F = Eq = (5.206 \times 10^6)(6 \times 10^{-6}) = 31.236 \text{ Nt}$$

Finalmente para terminar tenemos que calcular el potencial en cada uno de los campos para lograr la suma que nos arroje el valor del potencial en qa.

$$V_b = k \frac{qb}{r} = (9 \times 10^9) \frac{(4 \times 10^{-6})}{(9.219 \times 10^{-2})} = .39 \times 10^6 \text{ v}$$

$$V_s = k \frac{\Delta A}{r} = (9 \times 10^9) \frac{(3 \times 10^{-6})(1)}{(12 \times 10^{-2})} = .225 \times 10^6 \text{ v}$$

$$V_e = k \frac{\Delta A}{r} = (9 \times 10^9) \frac{(7 \times 10^{-6})(4\pi)(14 \times 10^{-3})^2}{(13 \times 10^{-2})} = 0.0011 \times 10^6 \text{ v}$$

$$V_d = k \frac{P}{r^2} \cos \phi = 0 \quad \text{Porque se encuentra perpendicular a la carga}$$

$$V_{c1} = k \lambda l n \left[\frac{\frac{1}{2}L + \sqrt{r^2 + \frac{1}{4}L^2}}{r} \right] =$$

$$= (9 \times 10^9) (3 \times 10^{-6}) l n \left[\frac{\frac{1}{2}(1) + \sqrt{(9 \times 10^{-2})^2 + \frac{1}{4}(1)^2}}{9 \times 10^{-2}} \right] = .065 \times 10^6 \text{ v}$$

$$V_{c2} = (9 \times 10^9) (3 \times 10^{-6}) l n \left[\frac{\frac{1}{2}(1) + \sqrt{(4 \times 10^{-2})^2 + \frac{1}{4}(1)^2}}{4 \times 10^{-2}} \right] = .086 \times 10^6 \text{ v}$$

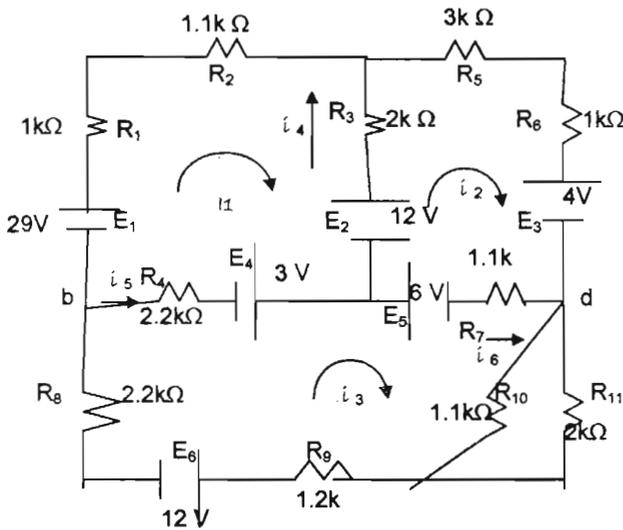
Finalmente lo único que nos resta por hacer es sumar los potenciales respetando el signo.

$$V_{qa} = -V_{c1} - V_{c2} + V_e + V_d + V_d + V_b =$$

$$V_{qa} = (-.065 - .086 + .0011 + .225 + .39) = .465 \times 10^6 \text{ v}$$

PROBLEMA 1:

b) Calcular todas las potencias del circuito



$$\sum v = \sum R i$$

$$\sum P_{\text{ent}} = \sum P_{\text{usada}}$$

Solución:

$$4) (29-12-3) = i_1 (1+1.1+2+2.2) - i_2 (2) - i_3 (2.2)$$

$$5) (12-4+6) = -i_1 (2) + i_2 (2+3+1+1.1) - i_3 (1.1)$$

$$6) (3-6-12) = -i_1 (2.2) - i_2 (1.1) + i_3 (2.2+2.2+1.1+.709+1.2)$$

Quedaría

$$4) 14 = i_1 (6.3) - 2 i_2 - 2.2 i_3$$

$$5) 14 = -2 i_1 + 7.1 i_2 - 1.1 i_3$$

$$6) -15 = -2.2 i_1 - 1.1 i_2 + 7.409 i_3$$

De la calculadora obtenemos que

$$i_1 = 2.773 \text{ ma}$$

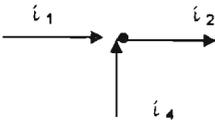
$$R_e = 1.1 \text{ en paralelo con } 2 = 0.709$$

$$v_{R_e} = (.709) (.811) = .574 \text{ ma}$$

$$i_2 = 2.627 \text{ ma}$$

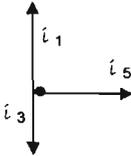
$i_3 = -0.811 \text{ ma}$. por lo tanto en el diagrama tendremos que cambiar el sentido de la corriente

NODO A



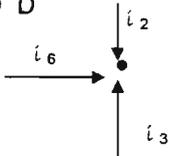
$$i_4 = i_2 - i_1 = 2.627 - 2.773 = -0.146 \text{ ma}$$

NODO B



$$i_5 = -i_1 - i_3 = -0.811 - 2.773 = -3.584 \text{ ma}$$

NODO D



$$i_6 = -i_2 - i_3 = -2.627 - 0.811 = -3.438 \text{ ma}$$

Nota. Como sacamos resistencias equivalentes, tenemos que encontrar las corrientes que pasan por esas resistencias puesto que se encuentran en paralelo.

$$i_{10} = .574/1.1 = 0.521 \text{ ma}$$

$$i_{11} = .574/2 = .287 \text{ ma}$$

Nota. Como estas corrientes nos salieron negativas tenemos que cambiar el sentido de las corrientes en el diagrama original.

$$V_i = R i_i^2$$

$$P_{E1} = 29(2.773)^2 = 80.417 \text{ mwt}$$

(-) usada (+) Entregada

$$P_{E2} = -12(.146)^2 = -1.752 \text{ mwt}$$

$$P_{E3} = -4(2.627)^2 = -10.508 \text{ mwt}$$

$$P_e = 80.41 + 20.628 + 9.732 = 110.777 \text{ mwt}$$

$$P_{E4} = -3(3.584)^2 = -10.752 \text{ mwt}$$

$$P_u = 1.752 + 10.508 + 10.752 = 23.012 \text{ mwt}$$

$$P_{E5} = 6(3.438)^2 = 20.628 \text{ mwt}$$

$$P_{E6} = 12(.811)^2 = 9.732 \text{ mwt}$$

$$P_{R1} = R_1 i_1^2 = 1 (2.773)^2 = 7.689\text{mwt}$$

$$P_{R2} = R_2 i_1^2 = 1.1 (2.773)^2 = 8.458\text{mwt}$$

$$P_{R3} = R_3 i_4^2 = 2 (.146)^2 = .042\text{mwt}$$

$$P_{R4} = R_4 i_5^2 = 2.2 (3.584)^2 = 28.259\text{mwt}$$

$$P_{R5} = R_5 i_2^2 = 3 (2.627)^2 = 20.703\text{mwt}$$

$$P_{R6} = R_6 i_2^2 = 1 (2.627)^2 = 6.901\text{mwt}$$

$$P_{R7} = R_7 i_6^2 = 1.1 (3.438)^2 = 13.001\text{mwt}$$

$$P_{R8} = R_8 i_3^2 = 2.2 (.811)^2 = 1.446\text{mwt}$$

$$P_{R9} = R_9 i_3^2 = 1.2 (.811)^2 = .789\text{mwt}$$

$$P_{R10} = R_{10} i_{10}^2 = 1.2 (.521)^2 = .298\text{mwt}$$

$$P_{R11} = R_{11} i_{11}^2 = 2 (.287)^2 = .164\text{mwt}$$

$$\Sigma = 87.75\text{mwt}$$

Finalmente

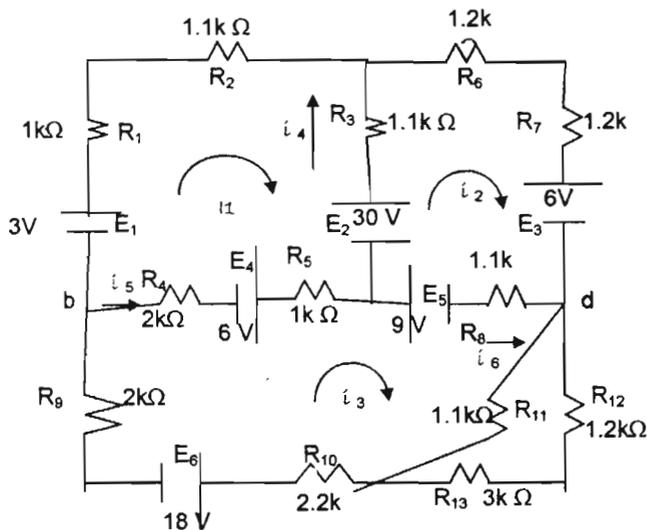
$$P_u = 87.75 + 23.012 = 110.772\text{mwt}$$

$$P_e = 110.777\text{mwt}$$

Las potencias deben de ser casi iguales

PROBLEMA 2

Calcular todas las potencias del circuito



$$\Sigma v = \Sigma R i$$

$$\Sigma P_{\text{ert}} = \Sigma P_{\text{usada}}$$

Solución:

- 1) $(3-30-6) = i_1 (1+1.1+1.1+1+2) - i_2 (1.1) - i_3 (3)$
- 2) $(30-6+9) = -i_1 (1.1) + i_2 (1.1+1.2+1.2+1.1) - i_3 (1.1)$
- 3) $(-18-9+6) = -i_1 (3) - i_2 (1.1) + i_3 (2+2+1+1.1+.87+2.2)$

Quedaría

- 1) $-33 = i_1 (6.2) - 1.1 i_2 - 3 i_3$
- 2) $33 = -1.1 i_1 + 4.6 i_2 - 1.1 i_3$
- 3) $-21 = -3 i_1 - 1.1 i_2 + 9.17 i_3$

De la calculadora obtenemos que

$$i_1 = -6.308 \text{ ma}$$

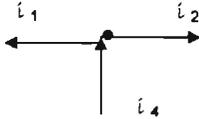
$$R_e = 1.1 \text{ en paralelo con } 4.2 = 0.871$$

$$v_{r_e} = (.871) (3.782) = 3.29 \text{ ma}$$

$$i_2 = 4.76 \text{ ma}$$

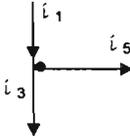
$i_3 = -3.782 \text{ ma}$. por lo tanto en el diagrama tendremos que cambiar el sentido de la corriente

NODO A



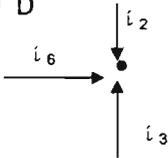
$$i_4 = i_1 + i_2 = 6.308 + 4.76 = 11.068 \text{ ma}$$

NODO B



$$i_5 = i_1 - i_3 = 6.308 - 3.782 = 2.526 \text{ ma}$$

NODO D



$$i_8 = -i_2 - i_3 = -4.76 - 3.782 = -8.592 \text{ ma}$$

Nota. Como sacamos resistencias equivalentes, tenemos que encontrar las corrientes que pasan por esas resistencias puesto que se encuentran en paralelo.

$$i_{11} = 3.29/1.1 = 0.92 \text{ ma}$$

$$i_{12} = 3.29/4.2 = .783 \text{ ma}$$

Nota. Como estas corrientes nos salieron negativas tenemos que cambiar el sentido de las corrientes en el diagrama original.

$$V_i = R i^2$$

$$P_{E1} = -3(6.308)^2 = -18.924 \text{ mwt}$$

(-) usada (+) Entregada

$$P_{E2} = 30(11.068)^2 = 332.04 \text{ mwt}$$

$$P_{E3} = -6(4.78)^2 = -28.68 \text{ mwt}$$

$$P_e = 332.04 + 15.156 + 76.878 + 68.076 = 492.15 \text{ mwt}$$

$$P_{E4} = 6(2.526)^2 = 15.156 \text{ mwt}$$

$$P_u = 18.924 + 28.68 = 47.604 \text{ mwt}$$

$$P_{E5} = 9(8.542)^2 = 76.878 \text{ mwt}$$

$$P_{E6} = 18(3.782)^2 = 68.076 \text{ mwt}$$

$$P_{R1} = R_1 i_1^2 = 1 (6.308)^2 = 39.79\text{mwt}$$

$$P_{R2} = R_2 i_1^2 = 1:1 (6.308)^2 = 43.769\text{mwt}$$

$$P_{R3} = R_3 i_4^2 = 1.1 (11.068)^2 = 134.75\text{mwt}$$

$$P_{R4} = R_4 i_5^2 = 2 (2.526)^2 = 12.761\text{mwt}$$

$$P_{R5} = R_5 i_5^2 = 1 (2.526)^2 = 6.38\text{mwt}$$

$$P_{R6} = R_6 i_2^2 = 1.2 (4.76)^2 = 27.189\text{mwt}$$

$$P_{R7} = R_7 i_2^2 = 1.2 (4.76)^2 = 27.189\text{mwt}$$

$$P_{R8} = R_8 i_6^2 = 1.1 (8.542)^2 = 80.262\text{mwt}$$

$$P_{R9} = R_9 i_3^2 = 2 (3.782)^2 = 28.607\text{mwt}$$

$$P_{R10} = R_{10} i_3^2 = 2.2 (3.782)^2 = 31.467\text{mwt}$$

$$P_{R11} = R_{11} i_{11}^2 = 1.1 (.92)^2 = 9.834\text{mwt}$$

$$P_{R12} = R_{12} i_{12}^2 = 1.2 (.783)^2 = .735\text{mwt}$$

$$P_{R13} = R_{13} i_{13}^2 = 3 (.783)^2 = 1.839\text{mwt}$$

$$\Sigma = 444.574\text{mwt}$$

Finalmente

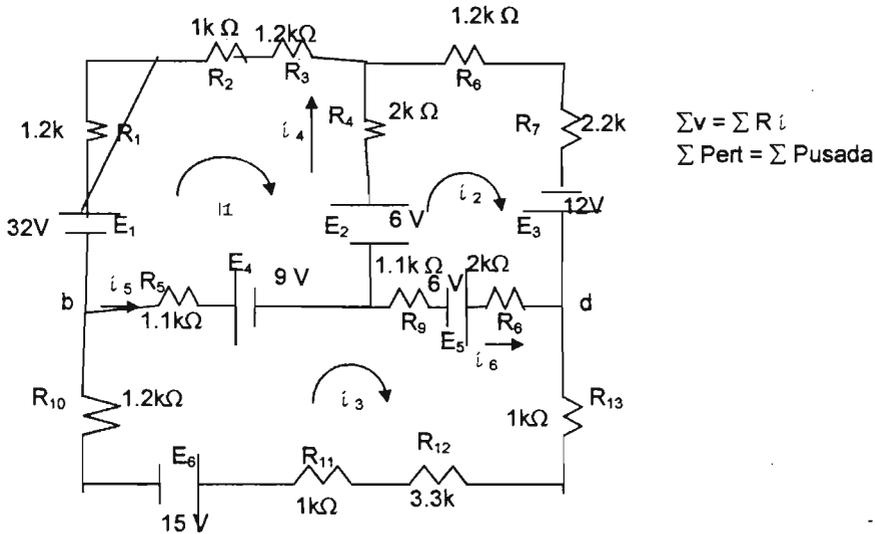
$$P_u = 444.574 + 47.604 = 492.178\text{mwt}$$

$$P_e = 492.15\text{mwt}$$

Las potencias deben de ser
casi iguales

PROBLEMA 3

Calcular todas las potencias del circuito



Solución:

- 1) $(32-6+9) = i_1 (1+1.2+2+1.1) - i_2 (2) - i_3 (1.1)$
- 2) $(6+12-6) = -i_1 (2) + i_2 (2+1.2+2.2+2+1.1) - i_3 (1.1+2)$
- 3) $(-15-9+6) = -i_1 (1.1) - i_2 (1.1+2) + i_3 (1.2+1.1+1.1+2+1+3.3+1)$

Quedaría

- 1) $35 = i_1 (5.3) - 2 i_2 - 1.1 i_3$
- 2) $12 = -2 i_1 + 6.3 i_2 - 3.1 i_3$
- 3) $-18 = -1.1 i_1 - 3.1 i_2 + 10.7 i_3$

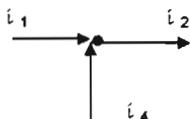
De la calculadora obtenemos que

$$i_1 = 7.861 \text{ ma}$$

$$i_2 = 3.29 \text{ ma}$$

$i_3 = 0.079 \text{ ma}$. por lo tanto en el diagrama quedaría igual puesto que no sale ningún cambio de signo.

NODO A



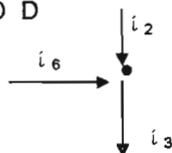
$$i_4 = i_2 - i_1 = 3.29 - 7.861 = -4.571 \text{ ma}$$

NODO B



$$i_5 = i_3 - i_1 = 0.079 - 7.861 = -7.782 \text{ ma}$$

NODO D



$$i_6 = i_3 - i_2 = 0.079 - 3.29 = -3.211 \text{ ma}$$

Nota. Como estas corrientes nos salieron negativas tenemos que cambiar el sentido de las corrientes en el diagrama original.

$$V_i = R i^2$$

$$P_{E1} = 32(7.861)^2 = 251.552 \text{ mwt}$$

(-) usada (+) Entregada

$$P_{E2} = -6(4.571)^2 = -27.426 \text{ mwt}$$

$$P_{E3} = 12(3.29)^2 = 39.48 \text{ mwt}$$

$$P_e = 251.552 + 39.48 + 70.038 = 361.07 \text{ mwt}$$

$$P_{E4} = 9(7.782)^2 = 70.038 \text{ mwt}$$

$$P_u = 27.426 + 19.226 + 1.185 = 47.837 \text{ mwt}$$

$$P_{E5} = -6(3.211)^2 = -19.226 \text{ mwt}$$

$$P_{E6} = -15(3.211)^2 = -1.185 \text{ mwt}$$

$P_{R1} =$ no hay puesto que es un corto circuito

$$P_{R2} = R_2 i_1^2 = 1 (7.861)^2 = 61.795\text{mwt}$$

$$P_{R3} = R_3 i_1^2 = 1.2 (7.861)^2 = 74.154\text{mwt}$$

$$P_{R4} = R_4 i_4^2 = 2 (4.571)^2 = 41.788\text{mwt}$$

$$P_{R5} = R_5 i_5^2 = 1.1 (7.782)^2 = 66.61\text{mwt}$$

$$P_{R6} = R_6 i_2^2 = 1.2 (3.29)^2 = 12.988\text{mwt}$$

$$P_{R7} = R_7 i_2^2 = 2.2 (3.29)^2 = 23.813\text{mwt}$$

$$P_{R8} = R_8 i_6^2 = 2 (3.211)^2 = 20.621\text{mwt}$$

$$P_{R9} = R_9 i_6^2 = 1.1 (3.211)^2 = 11.341\text{mwt}$$

$$P_{R10} = R_{10} i_3^2 = 2.2 (3.782)^2 = 31.467\text{mwt}$$

$$P_{R11} = R_{11} i_3^2 = 1 (.079)^2 = 0.006\text{mwt}$$

$$P_{R12} = R_{12} i_3^2 = 3.3 (.079)^2 = 0.02\text{mwt}$$

$$P_{R13} = R_{13} i_3^2 = 1 (.079)^2 = 0.006\text{mwt}$$

$$\Sigma = 313.149\text{mwt}$$

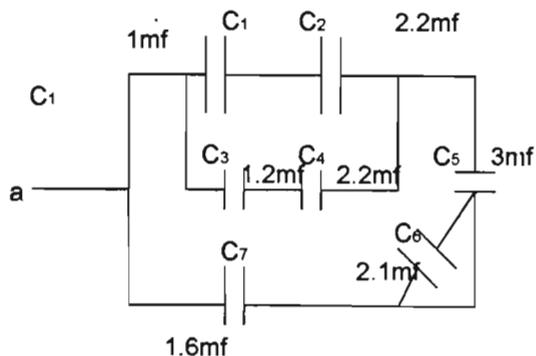
Finalmente

$$P_u = 313.149 + 47.837 = 360.986\text{mwt}$$

$$P_e = 361.07\text{mwt}$$

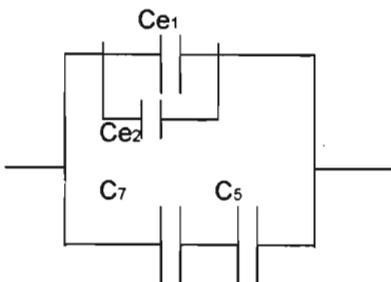
Las potencias deben de ser
casi iguales

PROBLEMA1



$q = cv$
 $c = q/b$
 $t = cv$
 $C = -$
 c . apartir de 1mf ya es muy grande

$V_{ab} = 123v$



$$Ce1 = \frac{1}{\frac{1}{1} + \frac{1}{2.2}} = .687mf$$

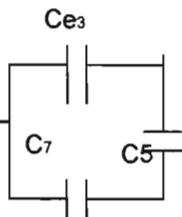
$$Ce2 = \frac{1}{\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.2}} = .776mf$$

$$Ce3 = Ce2 + Ce1 = .687 + .776 = 1.476mf$$

CE



Ce3 esta en serie con C7 y C5 quedaria



$$C_e = \frac{1}{\frac{1}{1.463} + \frac{.1}{3} + \frac{1}{1.6}} = .609\text{mf}$$

$$q_e = C_e \cdot V_e = (0.609 \times 10^{-6} \text{v}) (123) = 74.907 \times 10^{-6} \text{c}$$

C_e

$$q_e = q_{c5} = q_{c7} = q_{c3}$$

$$V_{c5} = \frac{q_e}{C5} = \frac{74.905}{3} = 24.968\text{v}$$

$$V_{c7} = \frac{q_e}{C7} = \frac{74.905}{1.6} = 46.815\text{v}$$

$$V_{c3} = \frac{q_e}{C_{e3}} = \frac{74.905}{1.463} = 51.199\text{v}$$

$$V_{c3} = V_{c1} = V_{c2}$$

$$q_{C_{e1}} = C_{e1} V_{c3} = (.687) (51.192) = 35.173 \times 10^{-6} \text{c}$$

$$q_{C_{e2}} = C_{e2} V_{c3} = (.776) (51.192) = 39.73 \times 10^{-6} \text{c}$$

$$q_{c1} = q_{C1} = q_{C2}$$

$$V_{c1} = \frac{q_{c1}}{C1} = \frac{35.173}{1} = 35.173\text{v}$$

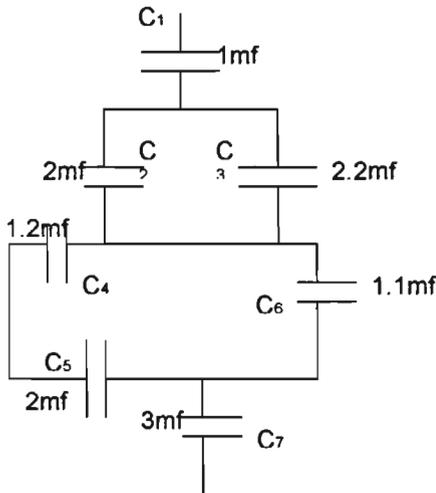
$$V_{c2} = \frac{q_{c1}}{C2} = \frac{35.173}{2.2} = 15.987\text{v}$$

$$q_{C_{e2}} = q_{C3} = q_{C4} = 39.73 \times 10^{-6} \text{c}$$

$$V_{c3} = \frac{q_{c2}}{C3} = \frac{39.73}{1.2} = 33.108\text{v}$$

$$V_{c4} = \frac{q_{c2}}{C4} = \frac{39.73}{2.2} = 18.059\text{v}$$

PROBLEMA 2



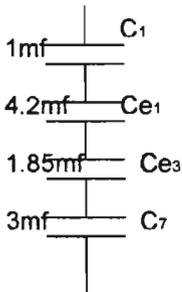
$V_{ab} = 115v$

Calcular C_e , q y V en cada capacitor.

$C_{e1} = C_2 \text{ paralelo con } C_3 = 2 + 2.2 = 4.2$

$C_{e2} = C_4 \text{ serie con } C_5 = \frac{1}{\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2}} = .75mf$

$C_{e3} = C_{e2} \text{ en paralelo con } C_6 = .75 + 1.1 = 1.85mf$



$q = C_e \cdot V_e = (0.473 \times 10^{-6} c) (115) = 54.395 \times 10^{-6} c$

$V_{c1} = \frac{q}{C_1} = \frac{54.395}{1} = 54.395v$

$V_{ce1} = \frac{q}{C_{e1}} = \frac{54.395}{4.2} = 12.951v$

$$V_{ce3} = \frac{q_e}{C_{e3}} = \frac{54.395}{1.85} = 29.402v$$

$$V_{c7} = \frac{q_e}{C_7} = \frac{54.395}{3} = 18.131v$$

$$V_{ce1} = V_{c2} = V_{c3} = 12.951v$$

$$q_{c2} = C_2 \cdot V_{ce1} = (2 \times 10^{-6} c) (12.951) = 25.902 \times 10^{-6} c$$

$$q_{c3} = C_3 \cdot V_{ce1} = (2.2 \times 10^{-6} c) (12.951) = 28.492 \times 10^{-6} c$$

$$V_{ce3} = V_{ce2} = V_{c6} = 29.402v$$

$$q_{ce2} = C_{e2} \cdot V_{ce3} = (.75 \times 10^{-6} c) (29.402) = 22.051 \times 10^{-6} c$$

$$q_{c6} = C_6 \cdot V_{c3e} = (1.1 \times 10^{-6} c) (29.402) = 32.342 \times 10^{-6} c$$

$$q_{ce2} = q_{c4} = q_{c5} = 22.051 \times 10^{-6} c$$

$$V_{c4} = \frac{q_{c4}}{C_4} = \frac{22.051}{1.2} = 18.375v$$

$$V_{c5} = \frac{q_{c5}}{C_5} = \frac{22.051}{2} = 11.025v$$

Finalmente se recomienda que se ordene los valores para que sea más fácil revisar los valores y poder constatar que no se tenga algún error; como se muestra a continuación.

$$\begin{aligned} q_{C1} &= 54.395 \times 10^{-6} c \\ q_{C2} &= 25.902 \times 10^{-6} c \\ q_{C3} &= 28.492 \times 10^{-6} c \\ q_{C4} &= 22.051 \times 10^{-6} c \\ q_{C5} &= 22.051 \times 10^{-6} c \\ q_{C6} &= 32.342 \times 10^{-6} c \\ q_{C7} &= 54.395 \times 10^{-6} c \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} VC1 &= 54.395v \\ VC2 &= 12.951v \\ VC3 &= 12.951v \\ VC4 &= 18.375v \\ VC5 &= 11.025v \\ VC6 &= 29.402v \\ VC7 &= 18.131v \end{aligned}$$

BIBLIOGRAFIA

Fundamentos de Electricidad y Magnetismo,
Francis W. Sears, Ed. Aguilar.

Física para Estudiantes de Ciencias e Ingeniería,
Resnick – Halliday, Ed. C.E.S.A.

Física. Tomo II,
Ser way, Ed. Mc Graw Hill.

Circuitos Eléctricos,
Joseph A. Edminister, Ed. Mc Graw Hill.

Electricidad Simplificada
Jacobowitz Henry, Cla. General de Ediciones, S.A.

Electricidad Básica, Libros 1,2,3,4,
Van Valkenburgh, Ed. C.E.S.A.

CONCLUSION

La finalidad de este trabajo es la de que resulte útil para los lectores a los que va dirigida, en este caso para mis compañeros estudiantes y los que estén por presentar el examen extraordinario de la materia; es para mí un honor contar con la ayuda del ING. JESÚS NÚÑEZ VALADEZ en la realización de esta tesis, así como la colaboración del ING. ADRIAN PAREDES en la revisión y estructura del trabajo, razón por la cual creo que el trabajo está bien fundamentado y esperando que sea de gran interés para mis compañeros estudiantes que se encuentren tomando esta materia.

Espero que con la lectura del trabajo el lector reafirme los conocimientos vistos en clase y que con los problemas resueltos que tiene el trabajo se puedan comprender aún mejor estos temas y se llegue a cumplir la finalidad de este trabajo que es la de que el alumno tenga mayores posibilidades de entender los temas y por consiguiente puedan acreditar la materia.

Por último me queda mencionar que este trabajo sería un gran apoyo para el alumno que se encuentre cursando la materia, ya que le serviría como una guía en la que tendría información que utilizará durante todo el curso y en la cual puede encontrar ejemplos que ratificarán sus conocimientos y que pudiesen aclarar algunas dudas surgidas en clase.