

01162



**UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE MÉXICO**

FACULTAD DE INGENIERÍA

DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO

**FLUJO DE LODO EN TUBERÍAS A
PRESIÓN, UNA ALTERNATIVA DE
TRANSPORTE**

TESIS

Que para obtener el grado de:

**MAESTRO EN INGENIERÍA
(HIDRÁULICA)**

PRESENTA:

Mauricio de los Santos Hernández



Director de tesis: Dr. Rafael Carmona Paredes

Ciudad Universitaria, 2005

m. 346644



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Í N D I C E

1 Introducción.	1
1.1 ¿Qué es un lodo?	2
1.2 Aspectos generales del diseño de tuberías para transportar lodos.	2
1.3 Objetivo.	6
2 Algunos aspectos del flujo de fluidos en las tuberías.	8
2.1 Pérdida de energía en el flujo de una tubería.	10
2.2 Número de Reynolds y regímenes de flujo.	11
2.3 Ecuación de Darcy y el factor de fricción.	14
2.3.1 Factores de fricción en flujo laminar.	17
2.3.2 Factor de fricción en flujo turbulento.	20
2.4 Capa límite y turbulencia.	23
2.4.1 Capa límite.	23
2.4.2 Desarrollo de la capa límite.	25
2.4.3 Velocidad de fricción.	26
2.4.4 Esfuerzos de Reynolds.	27
2.4.5 Concepto de longitud de mezcla.	29
2.4.6 Ley de defecto de velocidad.	32
2.4.7 Subcapa viscosa.	35
3 Movimiento relativo de fluidos y partículas.	37
3.1 Naturaleza de arrastre de un fluido	39
3.2 Fuerza de arrastre de una esfera.	39
3.2.1 Ley de Stokes.	40
3.2.2 Teoría general.	41
3.3 Curvas generalizadas del coeficiente de arrastre.	43
3.3.1 Factor de forma.	44
3.3.2 Curvas generalizadas.	46
3.3.3 Diámetro de caída.	48
3.4 Efecto de la turbulencia en el arrastre del fluido.	48
3.5 Efecto de la concentración en el arrastre.	49
3.6 Efecto de la pared cilíndrica del recipiente.	49
3.7 Procedimiento recomendado.	50
4 Propiedades físicas de las suspensiones.	51
4.1 Concentración.	53
4.2 Peso específico.	53
4.3 Densidad.	54
4.4 Viscosidad.	55
4.4.1 Suspensiones diluidas.	55
4.4.2 Suspensiones concentradas.	56

4.5 Reología no Newtoniana.	57
4.5.1 Fluidos no Newtonianos Tiempo Independientes.	57
4.5.2 Fluidos Tiempo Dependientes.	61
4.6 Medición de la reología.	61
4.6.1 Viscosímetro de tubo capilar.	62
4.6.2 Viscosímetro rotatorio coaxial cilíndrico.	63
5 Flujo de suspensiones homogéneas.	67
5.1 Criterio para determinar la homogeneidad.	69
5.2 Determinación de la velocidad de transición.	70
5.2.1 Fluidos plásticos de Bingham.	71
5.2.2 Ley de potencia de los fluidos.	75
5.3 Flujo laminar.	77
5.3.1 Fluidos plásticos de Bingham.	77
5.3.2 Ley de potencia de los fluidos.	78
5.3.3 Correlación generalizada.	80
5.4 Flujo turbulento.	80
5.4.1 Fluidos plásticos de Bingham.	81
5.4.2 Ley de potencia de los fluidos.	82
5.5 Selección del procedimiento de diseño.	84
5.5.1 Selección de la viscosidad.	84
5.5.2 Elección del modelo reológico.	85
6 Flujo de suspensiones heterogéneas.	86
6.1 Criterio para determinar la heterogeneidad.	91
6.2 Determinación de la velocidad de deposición.	92
6.2.1 Partículas uniformemente clasificadas según su tamaño.	93
6.2.2 Partículas de tamaños mixtos.	97
6.3 Predicción de las pérdidas por fricción.	97
6.3.1 Sistemas heterogéneos de partículas de tamaño uniforme.	99
6.3.2 Sistemas heterogéneos de partículas de múltiples tamaños.	100
6.3.3 Sistema compuesto.	100
6.4 El modelo de dos capas para la predicción de las pérdidas de fricción.	101
6.4.1 Origen del modelo.	101
6.4.2 El modelo de dos capas.	102
6.4.3 Ejemplo de cálculo: modelo de dos capas.	109
6.4.4 Avances en el modelo de dos capas.	111
6.4.5 Efectos del diámetro de la partícula y la viscosidad del fluido.	113

6.4.6 Flujos en tuberías inclinadas.	114
6.4.7 Tuberías inclinadas y con cierre instantáneo.	114
6.4.8 Deposición y el modelo de dos capas.	118
7 Ejemplos de aplicación.	121
7.1 Modelo de Wasp, sistema compuesto.	122
7.1.1 Ejemplo N° 1. Determinación de la pérdida de carga para un lodo de magnetita.	122
7.1.1.1 Consideraciones generales de cálculo.	122
7.1.1.2 Solución.	123
7.1.2 Ejemplo N° 2. Determinación de la pérdida de carga para un lodo obtenido de la planta de tratamiento de aguas residuales de Ciudad Universitaria.	132
7.1.2.1 ¿Por qué analizar el comportamiento hidráulico de un lodo de una planta de tratamiento de aguas residuales?	132
7.1.2.2 Obtención y caracterización de las muestras.	133
7.1.2.3 Consideraciones generales de cálculo.	133
7.1.2.4 Solución.	135
7.1.3 Descripción, aclaraciones y comentarios sobre la tabla de cálculo.	142
7.2 Aplicación del modelo de dos capas.	144
7.2.1 Ejemplo N° 3. Determinación de la pérdida de carga para un lodo de magnetita.	144
7.2.1.1 Consideraciones generales de cálculo.	144
7.2.1.2 Solución.	145
7.2.2 Ejemplo N° 4. Determinación de la pérdida de carga para un lodo obtenido de la planta de tratamiento de aguas residuales de Ciudad Universitaria.	145
7.2.2.1 Consideraciones generales de cálculo.	145
7.2.2.2 Solución.	146
8 Conclusiones y comentarios.	150
Referencias bibliográficas.	153
Anexo A.	I
Anexo B.	xii

Introducción

Capítulo 1

INTRODUCCIÓN

1. INTRODUCCIÓN.

1.1 ¿QUÉ ES UN LODO?

Un lodo puede ser considerado como una mezcla de algún fluido y partículas sólidas.

Generalmente el término se asocia a una mezcla mal oliente, contaminante y hasta peligrosa, sin embargo y de acuerdo a la descripción anterior podemos encontrar lodos en diferentes procesos y aplicaciones cotidianas de la industria alimenticia, farmacéutica, química, minera, procesos de potabilización del agua y tratamiento de las aguas residuales, entre otras. Algunos de estos lodos son parte de la vida cotidiana del ser humano, por ejemplo: la salsa catsup, yoghurt, mostaza, mayonesa, mantequilla, pasta dental, arcilla para alfarería, chocolate, algunas pinturas, asfalto, suspensiones acuosas de carbón, polímeros, pulpa de papel, plasma sanguíneo, suspensiones acuosas de arcilla suspensiones como medicamento, soluciones espesas de almidón, mezclas para la fabricación de medicamentos en sus diferentes formas (cápsulas y tabletas), mezclas para la fabricación de pastas en la industria de las frituras, soluciones espesas de almidón, mezclas de minerales preparadas desde el sitio de explotación para su transporte hasta su disposición final, sedimentos de los procesos de la potabilización del agua cruda y de la depuración de las aguas residuales, entre otros.

De acuerdo a lo anterior, existen diferentes tipos de lodos, algunos de ellos son necesarios como un beneficio y otros efectivamente dañinos a la sociedad, como los son los derivados del tratamiento de las aguas residuales y que en la actualidad tienen gran interés para diferentes estudios debido a su impacto ambiental, costos e infraestructura.

Así pues es importante conocer los antecedentes que dieron origen al estudio del comportamiento de los lodos, desde el punto de vista hidráulico, dejando por ahora los efectos de algunos otros fenómenos inherentes a su comportamiento, tales como la transferencia de calor, de masa y los efectos químicos biológicos que pudieran incidir en cambios importantes en su comportamiento.

1.2 ASPECTOS GENERALES DEL DISEÑO DE TUBERÍAS PARA TRANSPORTAR LODOS.

Los costos del transporte de los materiales desde las fuentes de disposición hasta su destino final han sido siempre un elemento significativo en los precios finales de estos en el mercado. Los depósitos de materiales más accesibles fueron los primeros en ser explotados mientras algunos otros depósitos fueron abandonados porque en ciertos casos, fueron considerados totalmente no manejables y de baja economía. Durante las últimas tres décadas del siglo pasado, donde la economía tomó gran importancia, se observó el crecimiento de una forma de transporte que ha tenido en primera instancia su aplicación en la industria de los minerales de una manera espectacular y de un gran alcance económico.

En un lapso relativamente corto, el transporte a gran escala de sólidos a través de tuberías ha cambiado, de ser una posibilidad bastante riesgosa debido en algunos casos a la inaccesibilidad a los depósitos de explotación a ser en el presente, una alternativa viable y totalmente diferente a las formas de transporte convencionales. En la Tabla 1.1 se presenta un resumen de las tuberías de gran longitud más importantes de lodo hasta el día de hoy en operación en todo el mundo. Estas tuberías construidas en los últimos años son, en sí mismo, un testimonio de la "llegada" de la tecnología de las tuberías para transportar lodos. Indudablemente, la fuerte tendencia detrás del interés del transporte de sólidos en las tuberías ha sido principalmente la economía. Los aspectos económicos forman en conjunto un útil antecedente en el campo de las tuberías para lodos. Un buen ejemplo de posibles bajos costos en el

transporte al usar tuberías es la del Río Salvaje de la mina de hierro en Tasmania, Figura 1.1. La existencia de esta mina y depósito ha sido conocida por más de cien años y aunque se localizaba a sólo 50 millas (80 Km.) de la costa, fue considerada inaccesible. De hecho, el terreno intermedio es sumamente escabroso. El uso de una tubería de lodos en 1970 permitió el desarrollo del cuerpo de la mina.

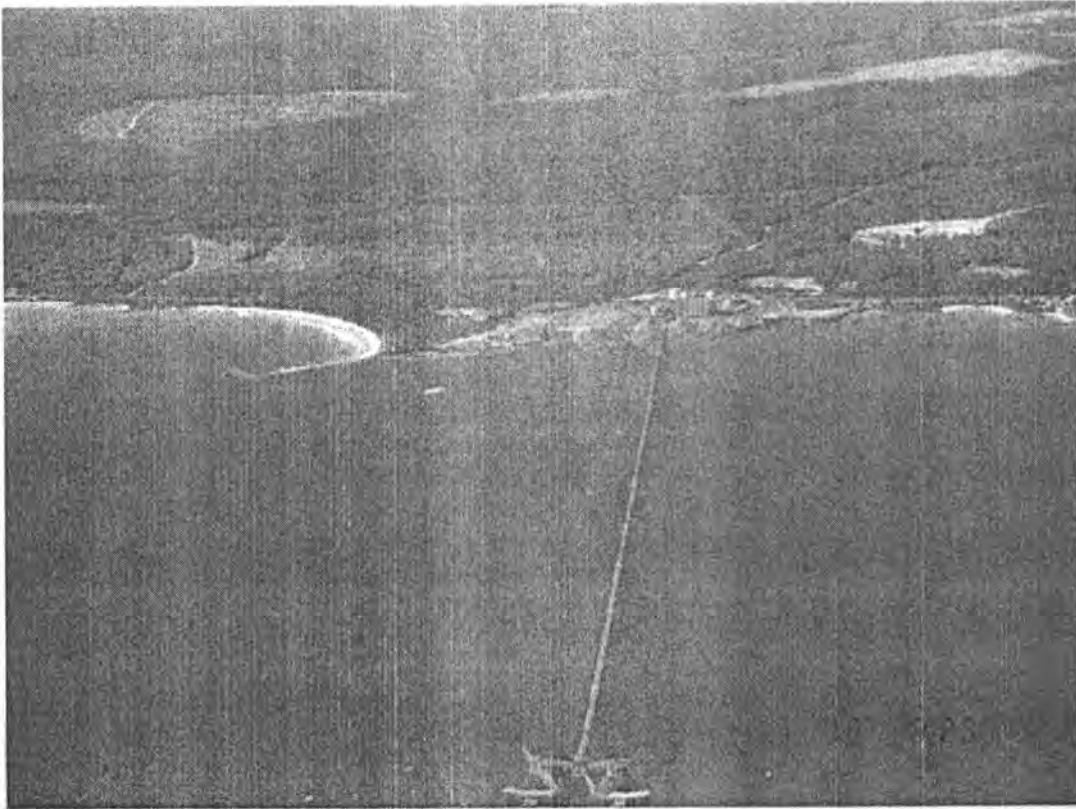


Figura 1.1 Cruce de la tubería sobre el Río Salvaje, Mina de Hierro (Tasmania).

En el mundo existen otras como la tubería de la Colina Negra en Arizona, (Figura 1.2) y es otro ejemplo del gran impacto del transporte por tubería en la economía de un proyecto. De 273 millas (440 kilómetros) y 18 pulgadas de diámetro (45.72 cm) esta línea transporta carbón a un estación de energía que produce 1.5 millones de Kw en el Río Colorado. Su diseño permite colocar anualmente casi seis millones de toneladas de carbón, y representa uno de los primeros "desarrollos modernos" en campo en los años 1950's.

Antes de esto, aún cuando había grandes y muchas tuberías para lodos en operación, el concepto nunca se había usado para el transporte de sólidos en tuberías de gran longitud. Desde aquellos tiempos, el conocimiento técnico y de operación que, acoplado con la basta experiencia que existe para las líneas de corta longitud y para el manejo de los sistemas de lodos en general, ha avanzado en el diseño y la construcción de sistemas para estas distancias, de ser un arte a una tecnología que empieza a ser más estudiada.

El transporte de cualquier sólido mediante tuberías requiere de mezclar algún fluido, generalmente agua y ha tenido una gran y variada aplicación. Aunque el desarrollo de este tipo de transporte ocurrió a la par con la explotación del carbón, cobre, hierro, fosfato, calizas y algunos otros minerales, actualmente se ha extendido a otras aplicaciones tal como la disposición de desechos sólidos, cenizas, mezclas de cemento, transporte de granos y lodos derivados de los procesos del tratamiento de las aguas residuales.

	LONGITUD		DIÁMETRO	CAPACIDAD	OPERACIÓN
	Millas	Kilómetros	Pulgadas	Millones de toneladas por año	Año
CARBÓN					
Consolidación.	108	173	10	1.3	1957
Mesa Negra.	273	440	18	4.8	1970
Etsi.	1036	1668	38	25	1979
Alton	180	290	24	10	1981
HIERRO CONCENTRADO					
Río Salvaje.	53	85	9	2.25	1967
Waipipi (Arenas de Hierro)	6	10	8 a 12	1.0	1971
Peña Colorada.	28	45	8	1.8	1974
Las Truchas.	17	27	10	1.5	1976
Sierra Grande.	20	32	8	2.1	1976
Samarco.	253	407	20	12	1977
COBRE CONCENTRADO					
Bouganville.	17	27	6	1.0	1972
West Irian.	69	111	4	0.3	1972
Pinto Valley.	11	18	4	0.4	1974
CALIZA					
Rugby.	57	92	10	1.7	1964
Calaveras.	17	27	7	1.5	1971

Tabla 1.1 Tuberías de lodo en operación en el mundo.

En México, las principales aplicaciones de los sistemas diseñados para el transporte de sólidos se han tenido principalmente en la industria minera y en la siderurgia, entre los que se encuentran el desarrollo Peña Colorada y el de las Truchas en el puerto Lázaro Cárdenas, en el estado de Michoacán, ambos sistemas tienen el objetivo de transportar mineral de hierro. El sistema Peña Colorada tiene una longitud aproximada de 40 Km., un diámetro de 8" (aproximadamente 20 cm.) y una capacidad anual de transporte de 1.8 millones de toneladas, además de caracterizarse por ser un sistema de flujo por gravedad a diferencia de algunos otros que generalmente requieren de algún sistema de bombeo. El sistema de las Truchas tiene una longitud aproximada de 27 Km., un diámetro de 10 pulgadas (aproximadamente 25 cm.) y una capacidad anual de 1.5 millones de toneladas. Ambos sistemas entraron en operación en 1974 y 1976 respectivamente.

El siguiente resumen presenta las principales decisiones que involucran el diseño de una tubería es decir el perfil general de los requerimientos y consideraciones que se deben tomar en cuenta en el diseño de las tuberías que transportan lodos.

Se debe tener en cuenta que aunque la hidráulica de los lodos es sólo una pequeña parte del la información total requerida, la exactitud con la que las condiciones del proceso pueden predecirse tienen gran influencia en muchas de las otras consideraciones de diseño.

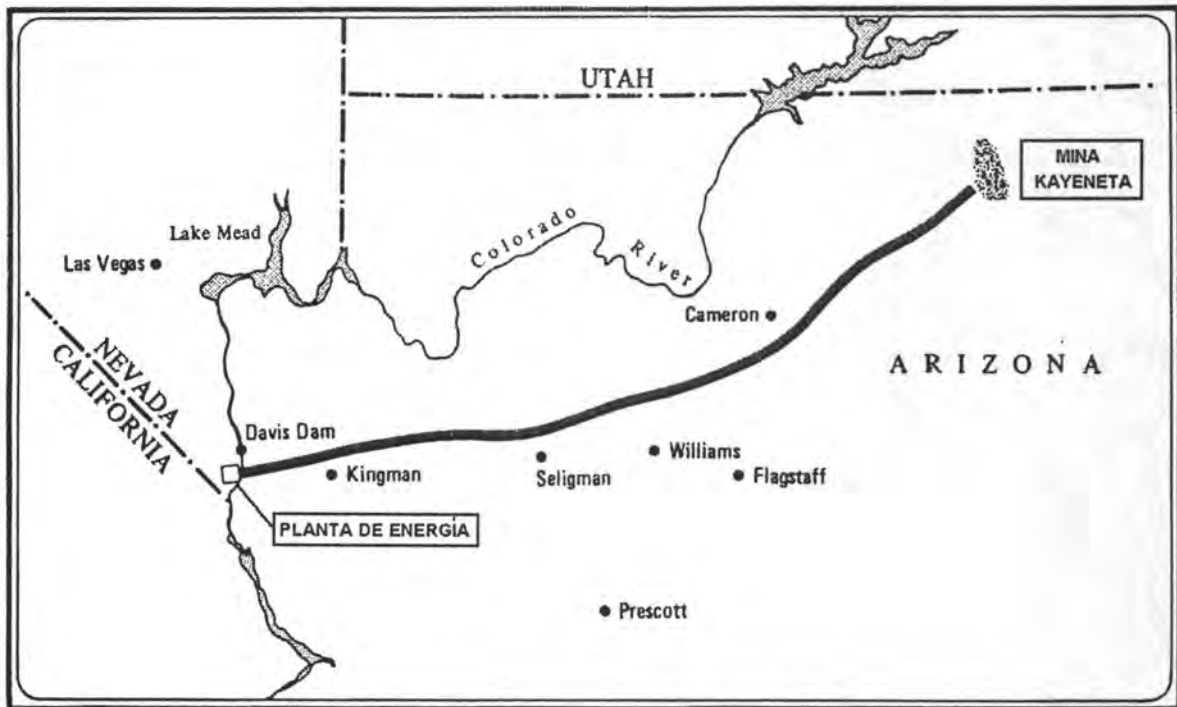


Figura 1.2 Tubería de lodos de carbón, Colina Negra, Arizona, E. U.

I. Consideraciones del Proceso.

A. Hidráulicas

1. Selección del fluido portador.
2. Selección del tamaño óptimo de la partícula, consistencia y concentración de sólidos.
3. Determinación de la velocidad mínima de operación como una función de diámetro.
4. Determinación de las pérdidas de fricción como una función de diámetro y la velocidad.

B. Grados de corrosión y erosión.

1. Establecer la vida útil de la tubería (normalmente de 20 a 50 años)
2. Selección del inhibidor de corrosión y/o oxigenación y control del PH.
3. Selección del material (metálico o algún otro) asignado a la tubería.

- a. Como una función de la velocidad.
- b. Como una función del tamaño de la partícula.

C. Pruebas de abrasión para el desgaste de la bomba.

D. Operabilidad y estabilidad.

1. Establecer requisitos de paro y/o arranque y capacidad.
2. Seleccionar la pendiente máxima aceptable de la tubería.

E. Degradación o pulverización de la partícula.

1. Establecer el efecto del bombeo sobre el tamaño de la partícula seleccionado (normalmente no se hace).

II. Consideraciones mecánicas.

- A. Selección del tipo de bombas, de desplazamiento positivo o centrífuga.
- B. Selección del número y ubicación de las estaciones de bombeo.
- C. Selección del tipo de controlador.
- D. Establecer la forma de construcción de la tubería, superficial o enterrada.
- E. Automatización del control de operación.
 - 1. Grado de automatización.
 - 2. Sincronización de la operación de la estación de bombeo.
- F. Control de pulsaciones y vibraciones (con el programa de diseño de la conducción a la estación de bombeo)

III. Factores económicos.

- a. Inversión.
- b. Costos de operación.
 - 1. Mantenimiento de las bombas.
 - 2. Costo del inhibidor.
- c. Optimización del diámetro de la tubería y costos de energía.

IV. Consideraciones de operación.

- a. Selección del modo de operación.
- b. Desarrollo de técnicas de paro y arranque.
- c. Selección de los procedimientos de emergencia.
- d. Requisitos de personal en situaciones aisladas.

1.3 OBJETIVO.

Aunque este trabajo está enfocado a presentar las diferentes consideraciones sobre el diseño hidráulico de una tubería para un caso específico de lodo, el objetivo principal es colocar este aspecto en conjunto con el contexto general del diseño de una tubería para cualquier tipo de lodos comerciales o no comerciales. Así como también el de enfatizar que en muchos casos la propia tubería de lodos es solo una sola fase de las muchas de lo que puede ser un proceso muy complejo y por consiguiente deberá evaluarse totalmente cualquier decisión realizada con respecto a la hidráulica de la tubería y sus efectos en las otras operaciones.

Aunque hasta el día de hoy la aplicación de la tecnología para el transporte de lodos es dominada y reconocida por quien básicamente está ligado a este problema, día con día la recopilación y asimilación a futuro de los aspectos más importantes de este vasto conocimiento es de hecho una tarea formidable, particularmente porque el éxito o el fracaso de un proyecto de una tubería para lodos dependen de ello.

Un ingeniero que está poco familiarizado con la tecnología de lodos es probable a ser desalentado por la gran abundancia en la literatura de diversos estudios técnicos dirigidos a aspectos muy particulares de la mecánica de las mezclas sólido-líquido y de las correlaciones obtenidas hasta hoy, por lo que es necesario sensibilizar en la necesidad de realizar un trabajo que presente un panorama general de los estudios y conceptos existentes en la materia, y la aplicación a un problema particular de los muchos existentes en el país donde el transporte de sólidos tiene aplicabilidad.

Por otra parte, es importante resaltar la necesidad de identificar tres fases distintas en la explotación y manejo de cualquier recurso. La primera es la fase de preparación, es decir, cuando el material es adquirido y procesado de tal forma que es conveniente para las fases siguientes. La segunda es el transporte, es decir, la tubería, y la tercera y última fase es la utilización, aprovechamiento o disposición final del producto. Es posible que el producto obtenido en la fase de preparación sea el óptimo para el

transporte y la fase de utilización. Sin embargo, en la práctica es improbable que éste sea el caso y normalmente será necesario lograr un equilibrio entre las tres fases.

Este trabajo está dividido en 7 capítulos; en este primer capítulo se definen y presentan algunos conceptos generales al tema del transporte de lodos. En el capítulo dos se presentan, de forma breve los aspectos más importantes de la mecánica de fluidos que son aplicados y que afectan el diseño de una tubería que tiene como objetivo el transporte de lodos. Seleccionando solamente los temas que cubren, en algunos casos concretamente proporcionan un acercamiento físico simplificado y claro del fenómeno en cuestión.

En el capítulo tres se presentan los métodos para estimar la velocidad de sustentación de las partículas sólidas y el coeficiente de arrastre en un sistema de lodos.

En el capítulo cuatro se enumeran las propiedades más importantes de las suspensiones, la forma en cómo son medidas y su importancia en el diseño de una tubería diseñada para transportar lodos.

En el capítulo cinco se discuten los aspectos técnicos del flujo de las suspensiones homogéneas. Esto incluye la revisión de las pruebas para determinar la homogeneidad, un resumen de los métodos para la predicción de las pérdidas de fricción en regímenes de flujo laminar y turbulento y una discusión sobre la velocidad de transición. Además, se examina cómo la selección del modelo reológico que caracteriza la suspensión afecta el diseño de la tubería. Se presentan sólo dos modelos reológicos, el modelo plástico de Bingham y el modelo de la Ley de Potencia.

En el capítulo seis se presenta un resumen de los procedimientos disponibles para el diseño de tuberías para flujo heterogéneo, así como de las pruebas para determinar la heterogeneidad y de los métodos disponibles para la predicción de las pérdidas de fricción y la velocidad de deposición.

Finalmente, en el capítulo 7 se presentan ejemplos de aplicación de los métodos propuestos por Wasp y del modelo de dos capas de Wilson, para el cálculo de las pérdidas por fricción en una tubería con flujo de lodo heterogéneo.

**Algunos aspectos del
flujo de fluidos en
las tuberías**

Capítulo 2

ALGUNOS ASPECTOS DEL FLUJO DE FLUIDOS EN LAS TUBERÍAS

NOMENCLATURA

- D , diámetro de la tubería.
 E , viscosidad turbulenta.
 L , longitud de la tubería.
 L_e , longitud de la entrada.
 p , presión.
 R , radio de la tubería.
 Re , número de Reynolds.
 V , velocidad media del flujo.
 \bar{U} , velocidad media del flujo en la dirección de x .
 u^* , velocidad de fricción.
 \bar{V} , velocidad media del flujo en la dirección de y .
 \bar{W} , velocidad media del flujo en la dirección de z .
 $\frac{dv}{dy}$, gradiente de velocidad
 f , factor de fricción
 h , distancia media de la separación entre las placas paralelas
 l , longitud de mezcla.
 r , distancia radial desde el eje de la tubería.
 u , velocidad Instantánea en la dirección de x .
 u' , componente de fluctuación de la velocidad en la dirección de x .
 v , velocidad Instantánea en la dirección de y .
 v' , componente de fluctuación de la velocidad en la dirección de y .
 w , velocidad Instantánea en la dirección de z .
 w' , componente de fluctuación de la velocidad en la dirección de z .
 δ , espesor de la capa límite.
 ε , rugosidad de la tubería.
 Δp , pérdida por fricción.
 μ , viscosidad absoluta.
 ν , viscosidad cinemática.
 ρ , densidad.
 τ , esfuerzo cortante.
 τ_w , esfuerzo cortante en la pared.

2. ALGUNOS ASPECTOS DEL FLUJO DE FLUIDOS EN LAS TUBERÍAS.

A continuación se presentan de forma breve los aspectos más importantes de la mecánica de los fluidos que son aplicados y que afectan el diseño de una tubería que tiene como objetivo el transporte de lodos. Se debe aclarar que siendo la mecánica de fluidos, claramente, un campo sumamente especializado sería imposible, por no decir temerario, intentar presentar una revisión completa y equilibrada del estado actual de su conocimiento. Por lo que sólo se presentan los temas que cubren y en algunos casos rigurosamente dan un acercamiento físico simplificado y claro del fenómeno en cuestión.

2.1 PÉRDIDA DE ENERGÍA EN EL FLUJO DE UNA TUBERÍA.

El flujo de un fluido comprende la energía potencial y la energía cinética. Durante el flujo la energía es perdida debido a la fricción con las paredes de la conducción, es decir una tubería o un cauce. La medida de esta pérdida de energía o pérdida debida a la fricción, se obtiene al comparar la energía total entre dos puntos a lo largo del flujo en la tubería. El "gradiente de presión" resultante es normalmente expresado como la diferencia de la presión relativa entre los dos puntos seleccionados en una sección de una tubería separados por una distancia L , es decir, $\Delta p / L$, y sus unidades pueden variar de acuerdo al sistema de unidades utilizado, por ejemplo pueden ser kgf/m^2 por metro de longitud, lbf/ft^2 por pie de longitud o su equivalente en N/m^2 (Pascal) por cada metro de longitud en el Sistema Internacional. En el diseño de una tubería el conocimiento de las pérdidas por fricción esperadas y el cambio de la energía potencial son esenciales porque éstas determinan el tamaño o potencia de la o las bombas.

Si se considera el flujo establecido de un fluido a través de una tubería horizontal de sección transversal circular como la mostrada en la Figura 2.1. La velocidad media del flujo es V , el diámetro de la tubería es D y la diferencia de presión entre los puntos 1 y 2, separados por la distancia L , es $(p_1 - p_2)$.

La caída de presión en el fluido refleja la fuerza aplicada a causa del flujo de dicho fluido y ya que el flujo está en equilibrio esta fuerza deberá compensarse por una fuerza cortante de igual magnitud en la pared de la tubería. Si llamamos esfuerzo cortante en la pared de la tubería a τ_w , entonces la fuerza que actúa en el fluido y en la pared de la tubería debe ser $-\tau_w \times \text{Área}$ o $-\tau_w \times \pi DL$, el signo negativo indica que la fuerza actúa en dirección opuesta a la dirección del flujo. La fuerza que actúa en el fluido debida a la diferencia de presión es entonces $+(p_1 - p_2) \times \text{Área}$ o bien:

$$\frac{\pi}{4} D^2 (p_1 - p_2)$$

donde:

D , diámetro interior de la tubería.

p_1 y p_2 , son las presiones en las secciones 1 y 2, respectivamente, como se muestra en la Figura 2.1.

L , distancia entre las secciones 1 y 2.

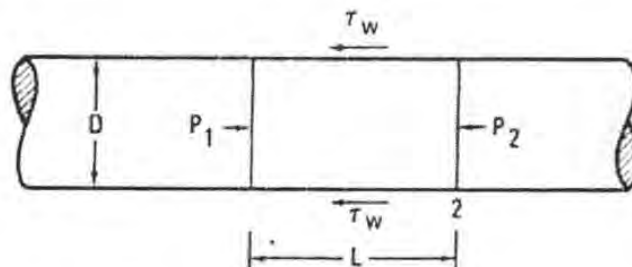


Figura 2.1 Esquema del flujo en una tubería.

Puesto que las condiciones son estáticas, la suma de estas dos fuerzas deberá ser cero, por lo que se puede escribir:

$$-\tau_w \pi DL + \frac{\pi}{4} D^2 (p_1 - p_2) = 0$$

o bien:

$$\tau_w = \frac{D(p_1 - p_2)}{4L} \quad (2.1)$$

La ecuación 2.1 muestra que el esfuerzo cortante en las paredes de la tubería es precisamente otra forma de expresar la pérdida de fricción, ambos, el esfuerzo cortante de la pared y el gradiente de presión se utilizan para describir la pérdida de energía. El mismo razonamiento y de la misma forma se puede aplicar a la ecuación 2.1 para determinar el esfuerzo cortante para cualquier radio r de tal forma que:

$$\tau = \frac{\Delta p r}{2L} \quad \text{para } r < R$$

y qué puede volverse a escribirse como:

$$\tau = \tau_w \frac{r}{R} \quad \text{para } r < R \quad (2.1a)$$

Claramente se deduce que el esfuerzo cortante al centro de la tubería es, cero.

2.2 NÚMERO DE REYNOLDS Y RÉGIMENES DE FLUJO.

Es conocido e importante el hecho de que la relación entre la pérdida de fricción y la velocidad para fluir en una tubería depende de la velocidad de flujo. Para una tubería dada, cuando la velocidad está por debajo de un cierto valor crítico, se desarrolla flujo laminar en la tubería; cuando la velocidad está por arriba de este valor crítico, el flujo se encuentra en régimen turbulento. Además existe una zona de transición entre estas dos condiciones de flujo descritas y cuyas características se describen más adelante. El cambio de flujo laminar a flujo turbulento es el resultado del gran incremento de la resistencia del flujo a fluir y también de un cambio en la pérdida de fricción de manera que varía con la velocidad media.

Estos hechos tomaron importancia como resultado de un estudio sistemático de las pérdidas de carga asociadas con el flujo de agua a través de tuberías realizado por Reynolds en 1883. Antes de los experimentos de Reynolds, Hagen en 1839 y Poiseuille en 1840 ya habían establecido que bajo ciertas condiciones la pérdida de fricción variaba directamente con la velocidad. Poco después, Darcy en 1858 demostró que esa pérdida de fricción era aproximadamente proporcional al cuadrado de la velocidad media. Los experimentos de Reynolds probaron que ambas teorías eran correctas, al mismo tiempo demostró que ambas leyes de flujo a pequeñas y grandes velocidades mostraban grandes diferencias, cuantitativas y cualitativas. En la figura 2.2 se muestra un diagrama del dispositivo experimental usado por Reynolds para realizar sus experimentos.

La naturaleza del flujo se hacía visible inyectando una solución de tinta colorante en el tubo a través de su eje. Fue eminente que cuando la velocidad media del flujo estaba por debajo de un cierto valor, el rastro de tinta se extendió a través del tubo en una línea recta y no tuvo lugar ninguna forma de mezclado. La velocidad permanecía completamente axial en cualquier punto. Un movimiento de este tipo se llama laminar. Cuando la velocidad excedió el valor crítico, la condición del flujo fue irregular, y la tinta parecía esparcirse a lo largo del tubo. La velocidad axial era acompañada por fluctuaciones radiales de velocidad. Este tipo de movimiento se llama turbulento.

Reynolds aplicó el análisis dimensional a este fenómeno de alteración de flujo laminar a flujo turbulento y determinó lo que ocurrió en un arreglo de valores fijos de un grupo adimensional, el nuevo término en su honor se definió como Número de Reynolds:

$$Re = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{V D}{\nu} = \frac{\text{fuerzas de inercia}}{\text{fuerzas viscosas}} \quad (2.2)$$

donde:

- ρ , densidad de fluido.
- V , velocidad media del flujo.
- ν , viscosidad cinemática.
- μ , viscosidad absoluta o dinámica.
- D , diámetro de la tubería.

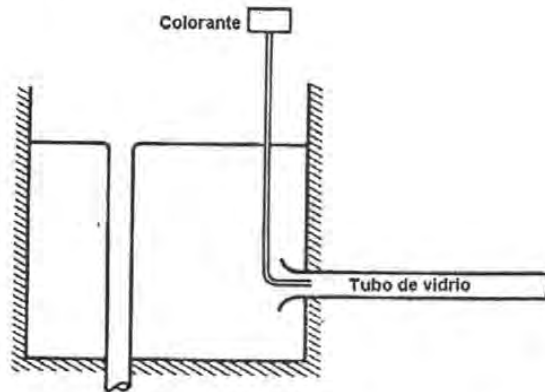


Figura 2.2 Experimento de Reynolds.

El número de Reynolds es la proporción de las fuerzas de inercia que actúan en un elemento fluido con respecto a las fuerzas viscosas que actúan en el mismo elemento. Para flujos aproximadamente geométricos en cuerpos similares, será similar la proporción de las fuerzas que actúan en una partícula fluida en puntos geoméricamente similares y deberán tener una proporción fija. Para sistemas en los que pueden despreciarse las fuerzas de cuerpo, el flujo es gobernado por las fuerzas inerciales y viscosas. Por consiguiente, para la similitud del flujo en sistemas geoméricamente similares, el Número de Reynolds debe ser constante.

Para tuberías, el valor crítico de Re se toma usualmente entre 2300 y 2800. Aunque se han reportado valores para flujo laminar que exceden este rango; sin embargo, esto es excepcional y para la inmensa mayoría de las condiciones de flujo en las tuberías y para valores de $Re > 2300$, el flujo laminar se vuelve inestable con pequeñas perturbaciones y son suficientes para activar la transición a flujo turbulento.

El valor de Re en la transición depende de la configuración geométrica a través de la cual el fluido está fluyendo. Por ejemplo, Davis y White⁽¹³⁾ reportaron un valor crítico del Número de Reynolds para el flujo entre dos placas paralelas como:

$$\frac{h u \rho}{\mu} = 700$$

donde h es la separación media de las placas.

Hasta el día de hoy, se han realizado varios esfuerzos para establecer un parámetro de estabilidad que sea más general que el número de Reynolds, es decir, uno que sea independiente de ciertas cosas tales como el cambio en la configuración del flujo. Lohrenz y Kurata⁽⁴⁰⁾ intentaron definir un diámetro equivalente que, cuando se usara en las definiciones convencionales del número de Reynolds, Re y del

factor de fricción f , permitiera tener datos para flujo laminar en tuberías, placas paralelas y en flujo anular concéntrico, representados por una única relación. Este método que trata a las tuberías y a las placas paralelas como dos casos límite del flujo anular, da como resultado el uso de la llamada longitud de escala (D en la ecuación. 2.2):

Para tuberías:

$$D = D \text{ (diámetro)}$$

Para placas paralelas:

$$D = h \left(\frac{32}{3} \right)^{1/2}$$

donde h es la separación media.

Para flujo anular:

$$D = 2 \sqrt{r_o^2 + r_i^2 - r_m^2}$$

donde:

r_o , radio exterior.

r_m , radio interno.

$$r_m^2 = \frac{r_o^2 - r_i^2}{2.3 \log \left(\frac{r_o}{r_i} \right)}$$

La variación de la pérdida de fricción con la velocidad media del flujo en tuberías se muestra en la Figura 2.3. La pérdida de energía se expresa en términos del esfuerzo cortante en la pared de la tubería τ_w , definido por la ecuación 2.1.

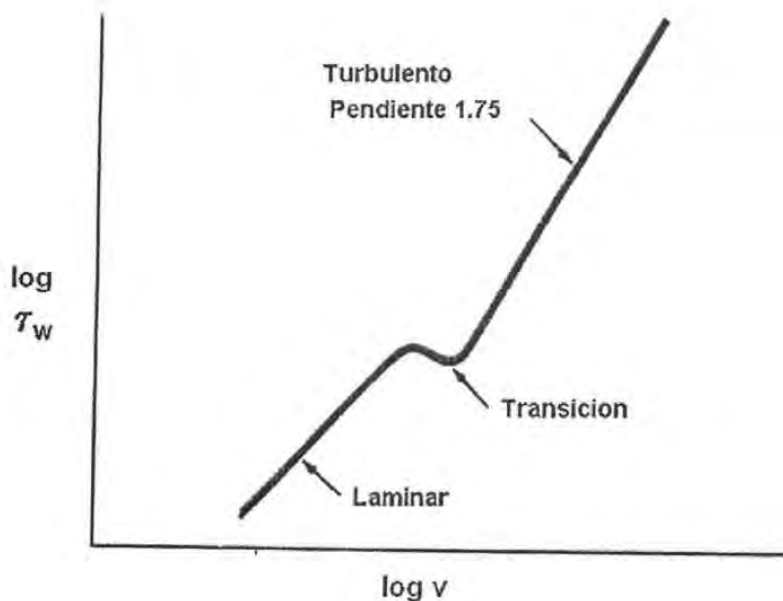


Figura 2.3 Pérdida de fricción contra velocidad del flujo en una tubería.

En la gráfica anterior se observa que a bajas velocidades, la respuesta es típicamente laminar: representada por una línea recta cuya pendiente es la unidad. Cuando la velocidad se incrementa, se encuentra el régimen de transición y si la velocidad del flujo aumenta aún más, el flujo entra en régimen turbulento representado por una respuesta lineal con una pendiente aproximadamente igual a 1.75.

2.3 ECUACIÓN DE DARCY Y EL FACTOR DE FRICCIÓN.

Lo que nosotros llamamos la ecuación de Darcy-Weisbach combinada con el diagrama adicional de Moody (Figura 2.7b) hasta ahora ha sido el método más aceptado para calcular las pérdidas de energía que son el resultado del movimiento del fluido en las tuberías y otras conducciones cerradas. Cuando se usa junto con las ecuaciones de continuidad, energía y ecuaciones de pérdida menores, los sistemas de tuberías pueden analizarse y diseñarse para cualquier fluido bajo la mayoría de las condiciones de diseño e interés.

Para las condiciones más comunes, la ecuación de Darcy-Weisbach nos expresará la capacidad de una tubería, qué diámetro deberá instalarse o la caída de presión que ocurre en un conducto. En una palabra, es una fórmula indispensable si deseamos diseñar sistemas que mueven o transportan líquidos o cualquier otro fluido, por ejemplo, un gas de un punto a otro.

La ingeniería de diseño requiere una relación que prediga h_f como una función de la velocidad, el diámetro, longitud y el tipo de material de la tubería. Julius Weisbach (1806-1871) un nativo de Saxony, Francia, propuso en 1845 la ecuación que se usa hasta ahora,

$$h_f = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} \quad (2.2a)$$

Nótese que la ecuación 2.2a sólo predice las pérdidas debidas a la fricción en la pared de la tubería y el efecto de viscosidad del fluido y no incluye las pérdidas menores de las entradas, codos y otros accesorios. Mientras Weisbach presentó la ecuación 2.2a en la forma que se usa hasta hoy su relación para el factor de fricción se expresó como:

$$f = \alpha - \frac{\beta}{\sqrt{V}} \quad (2.2b)$$

donde α y β son dos coeficientes de fricción que podrían variar con el diámetro y el material de la pared de la tubería. La ecuación 2.2b esta basada en un conjunto de datos relativamente pequeño. Weisbach informó solo 11 de sus propios experimentos, mientras que se tomaron 51 mediciones reportadas en los informes de Claude Couplet (1642-1722), Charles Bossut (1730-1799), Pierre Du Buat (1734-1809), Gaspard Riche de Prony (1755-1839) y Johann Eytelwein (1764-1848).

La publicación de Weisbach inicialmente cubrió la mayoría de los problemas de ingeniería mecánica y discutiblemente puso después la norma para todos los libros de texto de ingeniería. Para 1848 se tradujo y publicó en América; un paso bastante notable durante ese tiempo. Sin embargo, su texto no tenía un impacto muy claro en Francia, el centro contemporáneo para la investigación hidráulica. Ésta es una situación curiosa ya que se cree que el interés de Weisbach por la hidráulica, se desarrolló después de visitar París en la Exposición Industrial en 1839 y la Exposición Mundial de 1855, a la que también asistió. Puesto que la ecuación de Weisbach estaba principalmente basada en sus datos, quizás el francés puede haber creído que no proporcionaba mejora alguna sobre la ecuación de Prony, de amplio uso en ese momento, siendo esta:

$$h_f = \frac{L}{D} (aV + bV^2) \quad (2.2c)$$

donde a y b eran dos coeficientes empíricos. Sin embargo, los valores exactos de los coeficientes de Prony fueron discutidos, ya que hasta ese momento se creía que estos no eran función de la rugosidad de la tubería.

Una diferencia notable entre las ecuaciones 2.2a y 2.2c es que Weisbach desarrolló una ecuación dimensionalmente homogénea. Por consiguiente, f es un número adimensional y puede usarse en cualquier sistema de unidades, como el sistema internacional o el sistema inglés. Ése no era el caso con Prony, los coeficientes de rugosidad, a y b suponen valores diferentes que dependían del sistema de unidades. Al ojo moderno, Prony es dimensionalmente una ecuación no homogénea y grotesca, pero en 1840 no había ninguna calculadora electrónica, y de hecho la regla de cálculo moderna todavía sería desarrollada. Así, la relación de Prony que requiere seis operaciones matemáticas tenía una ventaja práctica sobre Weisbach que requiere de ocho. Adicionalmente, era una práctica normal para el francés despreciar el primer término de velocidad, (aV) de la ecuación de Prony para obtener una relación aproximadamente equivalente a Weisbach que requería sólo de cuatro operaciones matemáticas (D'Aubuisson, 1834).

Mientras Weisbach permanecía delante de la mayoría de los otros ingenieros, su ecuación no tenía precedente. Aproximadamente en 1770, Antoine Chézy (1718-1798) publicó una ecuación proporcional basada en los conceptos fundamentales para flujo uniforme en los canales abiertos,

$$V^2 P \alpha A S \quad (2.2d)$$

donde P es el perímetro mojado, S es la pendiente del cauce y A es el área de flujo. Chézy permitió que la proporcionalidad pudiera variar entre flujos. Es una cuestión simple para insertar un coeficiente de proporcionalidad, C y obtener,

$$V = C \sqrt{RS} \quad (2.2e)$$

donde R es el radio hidráulico dado por, $R = A/P$. Introduciendo la geometría de una tubería circular y haciendo notar que bajo la condición de flujo del uniforme $S = \frac{h_f}{L}$, la ecuación 2.2e se transforma en:

$$h_f = \frac{4}{C^2} \frac{L}{D} V^2 \quad (2.2f)$$

La ecuación 2.2f puede ser considerada una forma dimensionalmente no homogénea de la ecuación 2.2a asociada a una de las otras presentadas como $\frac{1}{\sqrt{f}} = \frac{C}{8g}$. Desgraciadamente, el trabajo de Chézy

estaba perdido hasta 1800 cuando su anterior estudiante Prony, publicó un informe describiéndolo. Sorprendentemente, el francés no continuó con su desarrollo, pero se cree que Weisbach estaba consciente del trabajo de Chézy y de la publicación de Prony (Rouse e Ince, 1957).

La ecuación de Darcy-Weisbach (ecuación 2.2a) es considerada una fórmula racional ya que el equilibrio de fuerzas básico y el análisis dimensional dictan que $h_f \propto LD^{-1}V^2g^{-1}$. Sin embargo, el factor de fricción, f es una función compleja de la rugosidad y el diámetro de la tubería, la viscosidad cinemática del fluido y la velocidad de flujo. Esa complejidad en f , que es el resultado de la mecánica de la capa límite, oculta la relación válida y llevó al desarrollo de varias formulas empíricas irracionales y dimensionalmente no homogéneas. Weisbach dedujo la influencia de la rugosidad, el diámetro y la velocidad en f , pero la comunidad profesional al parecer ignoró sus conclusiones. Además, el efecto de las propiedades del fluido estaba habitualmente abandonado ya que en ese entonces el agua a temperaturas normales era la única y mayor preocupación. Tomaría casi cien años y la incursión de algunos otros desarrollos para que f fuera definido completamente.

Además del gradiente de presión y el esfuerzo cortante de la pared, la pérdida de fricción en el flujo de una tubería puede expresarse en formas adimensionales del factor de fricción.

Uno de estos factores es el determinado por J. T. Fanning (1837-1911) quien fue al parecer el primero en combinar adecuadamente la ecuación de Weisbach con las buenas estimaciones del factor de fricción de Darcy (Fanning, 1877). En lugar de intentar una nueva expresión algebraica para f , él simplemente publicó las tablas de valores de f tomadas de publicaciones francesas, americanas, inglesas y alemanas, siendo Darcy su fuente más importante. Un diseñador podría buscar entonces simplemente un valor de f de las tablas como una función del material de la tubería, el diámetro y la velocidad. Sin embargo, debe notarse que Fanning usó el radio hidráulico de una tubería circular, $R_h = \frac{D}{4}$ en lugar del diámetro D en la ecuación de fricción. De esta manera los valores de la " f de Fanning" son sólo $\frac{1}{4}$ de los valores de la " f de Darcy". La forma de la ecuación de Fanning se mantiene aún en uso en algunos campos, como el diseño de los intercambiadores de calor donde las tuberías son comúnmente no redondas.

Debido a lo anterior, en algunos textos suele aparecer un diagrama alterno para el cálculo de los factores de fricción, como el presentado en la figura 2.7a, el cual guarda la relación de $\frac{1}{4}$ con respecto a los factores determinados con el diagrama tradicional de Moody, figura 2.7b, así como las ecuaciones para determinar los factores de fricción guardaran la misma relación como se muestra más adelante.

El factor de fricción de Fanning f , puede ser definido como:

$$f = \frac{\tau_w}{\frac{\rho V^2}{2}} \quad (2.3)$$

Desde el punto de vista dimensional, la ecuación 2.3 puede reordenarse como:

$$f = \frac{\Delta p D / 4L}{\frac{\rho V^2}{2}} \quad (2.4)$$

El numerador es representativo de la pérdida de fricción; el denominador puede verse como representativo de las fuerzas inerciales, por lo que f es la proporción de las fuerzas de fricción con respecto a las fuerzas inerciales.

Para determinar la pérdida por fricción se considera la ecuación 2.4 que define el factor de fricción de Fanning:

$$f = \frac{\Delta p D / 4L}{\frac{\rho V^2}{2}}$$

de la que al despejar la pérdida por fricción por unidad de longitud $\frac{\Delta p}{L}$ se tiene:

$$\frac{\Delta p}{L} = \frac{4fV^2}{2D} \rho$$

si la densidad se expresa como:

$$\rho = \frac{\gamma}{g}$$

al sustituir en la ecuación de pérdida se obtiene:

$$\frac{\Delta p}{L} = \frac{4fV^2}{2gD} \left(\frac{\gamma_m}{\gamma_o} \right) \quad (2.4b)$$

o bien:

$$\frac{\Delta p}{L} = \frac{4fV^2}{2gD} \left(\frac{\rho_m}{\rho_o} \right) \quad (2.4c)$$

La ecuación 2.4b o 2.4c permiten calcular la pérdida por fricción por unidad de longitud, conociendo el factor de fricción de Fanning f , el cuál se obtiene del diagrama de la figura 2.7a, en función del número de Reynolds Re y de la rugosidad relativa $\frac{\epsilon}{D}$.

El valor de f depende de la condición de flujo, es decir, del valor del número de Reynolds. La figura 2.4 es una gráfica de $\log f$ contra $\log Re$. A números de Reynolds bajos, es decir, en régimen de flujo laminar, la respuesta $f - Re$ es lineal y bastante inclinada. Cuando el número de Reynolds aumenta, el flujo entra en la región de transición y si el flujo aumenta aún más ocurre flujo turbulento.

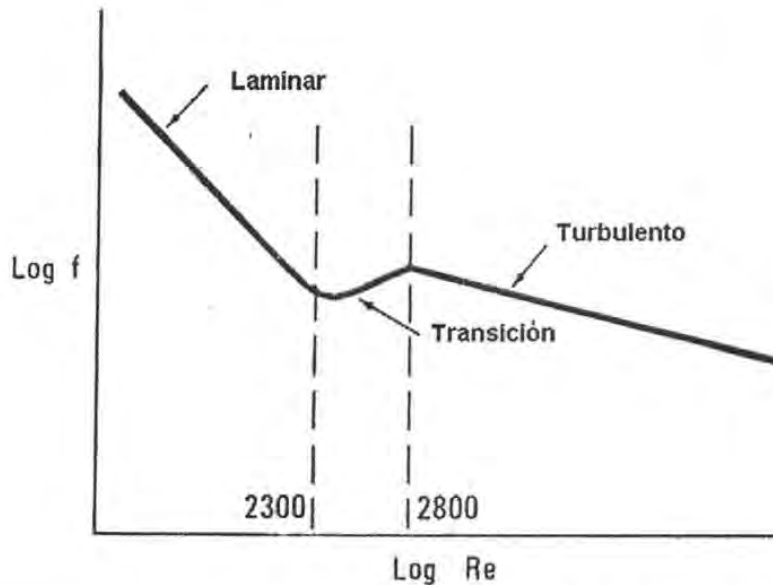


Figura 2.4 Variación del factor de fricción con el número de Reynolds para tuberías lisas.

2.3.1 Factores de fricción en flujo laminar.

El mecanismo por el cual los fluidos reales (es decir, viscosos) se resisten al movimiento involucra el cortante interno del fluido. La relación entre la fuerza cortante y la proporción aplicada del esfuerzo cortante determina como el fluido puede ser clasificado. Para un gran grupo de fluidos, la fuerza cortante es directamente proporcional al esfuerzo cortante. La figura 2.5 representa dos placas paralelas separadas por una distancia h . La placa de más abajo esta fija, mientras que la placa superior se mueve uniformemente con una velocidad V en su propio plano. Cuando se alcanza un estado de equilibrio y

considerando que el flujo es laminar, se encuentra que para esta clase de fluidos existe un esfuerzo cortante τ_w , desarrollado en la placa de abajo en la dirección de V , cuya magnitud está dada por:

$$\tau_w = \mu \frac{V}{h} \quad (2.5)$$

La ecuación 2.5 a veces es llamada Ley de Newton, y el tipo de fluidos que se comportan según esta ecuación se llaman fluidos Newtonianos. La constante μ es el coeficiente de viscosidad (o simplemente viscosidad) y es constante para un fluido dado a una temperatura y presión constantes.

Si se considera que la velocidad relativa entre el fluido y la frontera rígida en su superficie de contacto (es decir, la pared) es cero, el fluido en contacto con la placa de abajo deberá estar en reposo mientras que el fluido en contacto con la placa superior se moverá con una velocidad V . La velocidad varía linealmente entre las dos placas de tal forma que a cualquier distancia y del plano y la placa de abajo la velocidad u , paralela a V , está dada por:

$$v = y \frac{V}{h} \quad (2.6)$$

Ahora el gradiente de velocidad es:

$$\frac{dv}{dy} = \frac{V}{h} \quad (2.7)$$

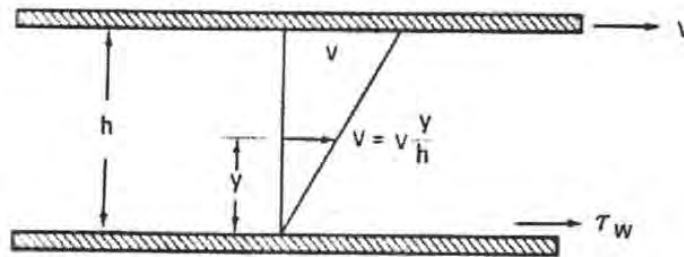


Figura 2.5 Esquema que define el flujo laminar entre dos placas paralelas.

Así, se puede ver a la ecuación 2.5 simplemente como una definición de la viscosidad, es decir,

$$\mu = \frac{\tau_w}{\frac{dv}{dy}} = \frac{\text{esfuerzo cortante}}{\text{proporción del cortante}} \quad (2.8)$$

Mientras que la forma de la ecuación 2.5 específicamente es para un flujo entre placas paralelas, la ecuación 2.8 es más general y se aplica sin considerar la geometría del flujo. Para flujo laminar en tuberías, es posible derivar la siguiente relación entre la pérdida de fricción y la velocidad media del flujo:

$$\frac{\Delta p}{L} = \frac{32\mu V}{D^2} \quad (2.9)$$

La ecuación 2.9, es la fórmula de Hagen-Poiseuille, que puede reestructurarse en la siguiente forma:

$$\mu = \frac{\frac{\Delta p D}{8V}}{\frac{4L}{D}} = \frac{\tau_w}{8V} \quad (2.10)$$

que muestra claramente la relación del esfuerzo cortante en la pared para el gradiente de velocidad media y es la ecuación correspondiente para tuberías, similar a la ecuación 2.5 para el flujo de las placas paralelas.

Como se vio anteriormente, a partir del factor de fricción de Fanning que se define como:

$$f = \frac{\tau_w}{\rho V} \quad (2.3)$$

que al sustituir en la ecuación 2.10 se obtiene:

$$f = \frac{16\mu}{DV\rho} = \frac{16}{Re} \quad (2.11)$$

Es decir, para flujo laminar en tuberías el factor de fricción tiene una relación simple con el número de Reynolds.

Si ahora se multiplica y divide la ecuación de Hagen-Poiseuille por $2\rho gV$, se tiene:

$$\Delta p = \frac{32\mu LV}{D^2} \cdot \frac{2\rho gV}{2\rho gV} = \frac{64\mu}{VD\rho} \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{V^2}{2g} \cdot \rho g$$

pero $\frac{\Delta p}{\rho g} = H_p$ es la pérdida de carga primaria, luego:

$$H_p = \frac{64}{Re} \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{V^2}{2g}$$

si se compara esta última ecuación con la de Darcy-Weisbach se deduce que:

$$f = \frac{64}{Re} \quad (2.11a)$$

- La ecuación de Poiseuille demuestra que:

La pérdida de carga en régimen laminar en tuberías tanto lisas como rugosas es directamente proporcional a la primera potencia de la velocidad.

- La deducción de la ecuación de Poiseuille supone que el fluido se mueve ordenadamente en cilindros coaxiales concéntricos, es decir que el flujo es laminar. Por tanto la teoría predice y la experiencia confirma dicha ecuación.
 - para $Re < 2000$ (número de Reynolds *crítico inferior*) siempre es válida.
 - para $Re > 2000$ sólo es válida si el flujo sigue siendo laminar (el número de Reynolds *crítico superior* es indeterminado).

Por otra parte si se comparan las ecuaciones 2.11 y 2.11a se corrobora la correspondencia entre los factores de fricción de Fanning y de Darcy de $\frac{1}{4}$.

Históricamente para 1830 las diferencias entre los flujos de baja y alta velocidad estaba haciéndose evidentes. Independientemente y casi simultáneamente, Jean Poiseuille (1799-1869) y Gotthilf Hagen (1797-1884) definieron el flujo de baja velocidad en tubos pequeños (Hagen, 1839; Poiseuille, 1841). Nótese sin embargo que ni Poiseuille ni Hagen usaron una variable explícita para la viscosidad, pero en cambio desarrollaron las funciones algebraicas con la primera y segunda potencia de la temperatura. El aspecto más importante de los resultados de Poiseuille y Hagen era su exactitud. Mientras la restricción a los tubos pequeños y baja velocidad fue comprendida, lo suyo fue la primera ecuación precisa y moderna hasta ese entonces de fricción. Cuando se comparó entre sí, el trabajo de Hagen era teóricamente más sofisticado, mientras que Poiseuille tenía las medidas más precisas y observaba a los fluidos de otra manera que el agua.

En 1857 Darcy, también notó la similitud de sus experimentos en tuberías a bajas velocidades con el trabajo de Poiseuille. *"Antes de buscar la ley para tuberías que relacionen el gradiente de la velocidad, haré una observación: esto muestra que a bajas velocidades, en tuberías de diámetro pequeño que la velocidad aumenta proporcionalmente al gradiente"*.

Después él demostró explícitamente que su fórmula de fricción recientemente propuesta para tuberías limitaría a Poiseuille a flujos pequeños y diámetros pequeños. Él notó que *"... el resultado es bastante notable, ya que llegamos el Sr. Poiseuille y yo, a esta expresión, por medio de experimentos realizados bajo circunstancias completamente diferentes"*.

2.3.2 Factor de Fricción en Flujo Turbulento.

Es útil diferenciar la conducta de los fluidos en flujo laminar con aquellos en flujo turbulento. En el primer caso los perfiles de velocidad muestran marcadas diferencias como se indican en la Figura 2.6. La forma del perfil de velocidad de flujo laminar es invariablemente parabólico con una relación de la velocidad media con la velocidad máxima de 0.5. Estos dos hechos se deducen directamente de la derivación de la ecuación de Hagen-Poiseuille. El perfil de velocidad turbulento es mucho más chato, y su forma real puede depender del número de Reynolds del flujo. Para números de Reynolds altos, la relación de la velocidad media con respecto a la velocidad máxima es aproximadamente 0.85.

Segundo, la resistencia para fluir, es decir, la pérdida por fricción, es mayor en flujo turbulento que en flujo laminar. Como se mencionó antes, la proporción del incremento en la pérdida de fricción con el aumento de la velocidad del flujo es mucho mayor para flujo turbulento. La pérdida de fricción varía con la primera potencia de la velocidad en flujo laminar, pero en el caso de las potencias de la velocidad en flujo turbulento, n es aproximadamente 1.75 para flujo en tuberías normales, pero puede ser tan alto como 2.0.

En tercer lugar, la pérdida de fricción en flujo turbulento es sensible a la rugosidad de la tubería, mientras que ese no es el caso en flujo laminar. Se ha encontrado que el efecto de la rugosidad puede ser del mismo tipo tanto en un flujo de lodo homogéneo como en el fluido transportador.

En el flujo turbulento el factor de fricción se define exactamente con las mismas bases que en el flujo laminar, es decir, de acuerdo a la ecuación 2.3. Esta forma que se deriva de consideraciones dimensionales fue primero empleada por Darcy para flujo en tuberías. Poco después, Stanton y Pannell, 1914 y Blasius en 1913 intentaron examinar la variación del "coeficiente de Darcy" con la variación del número de Reynolds. En los dos casos estos experimentos se realizaron en tuberías lisas. Blasius encontró que para valores de números de Reynolds por arriba de 80000, el factor de fricción se representa por la siguiente ecuación, usando la definición de Fanning:

$$f = \frac{0.079}{Re^{0.25}} \quad (2.12)$$

O bien utilizando la definición del factor de fricción de Darcy:

$$f = \frac{0.316}{Re^{0.25}} \quad (2.12a)$$

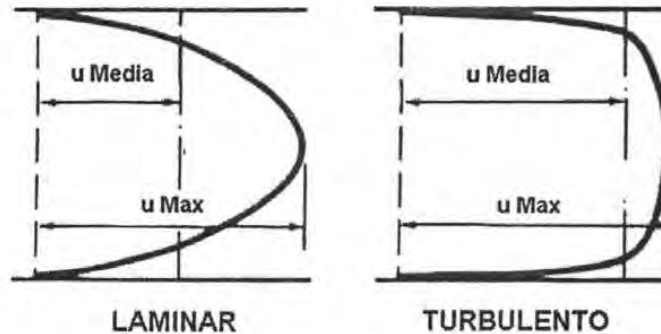


Figura 2.6 Perfiles de velocidad en tuberías para flujo laminar y flujo turbulento.

Los experimentos realizados más tarde por Nikuradse en 1932 confirmaron la ecuación 2.12a y se extendió el rango a valores de Re más allá de 3×10^6 en la siguiente forma:

$$f = 0.0008 + \frac{0.0553}{Re^{0.237}} \quad (2.13)$$

La ecuación de Nikuradse en forma logarítmica es más conocida y está basada en la forma sugerida por Von Karman en 1930.

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 4.0 \log(Re \sqrt{f}) - 0.40 \quad (2.13a)$$

Debido a que la rugosidad de la pared de la tubería afectaba al valor del factor de fricción establecido primero por Darcy y siguiendo esto, la investigación del flujo en una tubería rugosa prosiguió con esta considerable dificultad hasta el trabajo de Nikuradse en 1933.

Estos experimentos en los que la rugosidad fue producida por arena (0.1 a 1.6 mm de diámetro) pegada en las paredes de una tubería establecieron que el factor de fricción también era una función de la "rugosidad relativa" de la tubería, es decir:

$$f = \text{función} \left(Re, \frac{\varepsilon}{D} \right) \quad (2.14)$$

donde ε es la longitud característica de la rugosidad y D es el diámetro de la tubería.

Colebrook en 1939 propuso la siguiente ecuación empírica para las tuberías:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 4 \log \frac{D}{2\varepsilon} + 3.48 - 4 \log \left(1 + 9.35 \frac{D}{2\varepsilon Re \sqrt{f}} \right) \quad (2.15)$$

La ecuación 2.15 ha sido utilizada ampliamente, y es la base de los diagramas actuales para obtener el factor de fricción.

Se ha encontrado que a números de Reynolds altos el valor del factor de fricción se vuelve independiente del número de Reynolds. Para esta región el último término del lado derecho de la ecuación 2.15 se vuelve insignificante por lo que el valor del factor de fricción se obtiene despreciando este término. El valor del número de Reynolds más allá de que el factor de fricción sea independiente del número de Reynolds está dado por:

$$Re(\text{critico}) = 70 \frac{D}{\varepsilon} \sqrt{\frac{2}{f}} \quad (2.16)$$

El diagrama del factor de fricción mostrado en la Figura 2.7a es la representación gráfica de las Ecuaciones 2.11, 2.13 y 2.15 y es utilizado ampliamente para los cálculos de flujo en tuberías. Sin embargo la figura 2.7b representa el diagrama universal de Moody utilizado más frecuentemente. Los valores de la rugosidad absoluta y relativa de una gran variedad de materiales de la tubería fueron determinados por Moody en 1944 y se presentan en la Figura 2.8.

Con la publicación de Moody, los colegas aceptaron la ecuación de Darcy-Weisbach y es dominante en muchos más campos de la ingeniería. Sus resultados son aplicados sin preguntar, por qué no puede ser apropiado para todas las condiciones. Las afirmaciones de verdadera exactitud son raras, pero basadas en su juicio personal de que la rugosidad de la tubería es difícil de definir, White (1994) declaró que el diagrama de Moody sólo es exacto al $\pm 15\%$. Así, es sorprendente que el diagrama no haya sido modificado o se haya reemplazado durante los últimos 61 años.

Se han realizado esfuerzos por perfeccionar el procedimiento y eliminar el uso manual de gráficos. Esto resulta difícil y es responsable para el uso continuo de fórmulas empíricas menos exactas como la ecuación de Hazen-Williams. Mientras que estas tienen un rango limitado del número de Reynolds, esas fórmulas irracionales son adecuadas para algunos problemas de diseño. Por consiguiente, el adelanto más notable en la aplicación de la ecuación de Darcy-Weisbach ha sido la publicación realizada por Swamee y Jain (1976 y 1993) de las ecuaciones explícitas para el diámetro de la tubería, pérdida de carga y la descarga a través de una tubería, basados en la ecuación Colebrook-White, ecuación 2.16a y 2.16b. Las formulas de Swamee y Jain eliminan las desventajas actuales del uso de las ecuaciones empíricas de flujo en tuberías. Ya que, debido a su exactitud y su amplio margen de aplicación, la ecuación de Darcy-Weisbach debe ser considerada la norma y las otras deben dejarse para los historiadores.

$$\text{Si } 1 \times 10^{-6} \leq \frac{\varepsilon}{D} \leq 1 \times 10^{-2} \text{ y } 1 \times 10^3 \leq Re \leq 1 \times 10^8$$

$$f = \frac{0.25}{\log \left\{ \frac{\varepsilon}{3.4 D} + \frac{5.39}{Re^{0.9}} \right\}^2} \quad (2.16a)$$

o la ecuación propuesta en 1993:

$$f = \left\{ \left(\frac{64}{Re} \right)^8 + 9.5 \left[\ln \left(\frac{\varepsilon}{3.7 D} + \frac{5.74}{Re^{0.9}} \right) - \left(\frac{2500}{Re} \right)^6 \right]^{-16} \right\}^{0.125} \quad (2.16b)$$

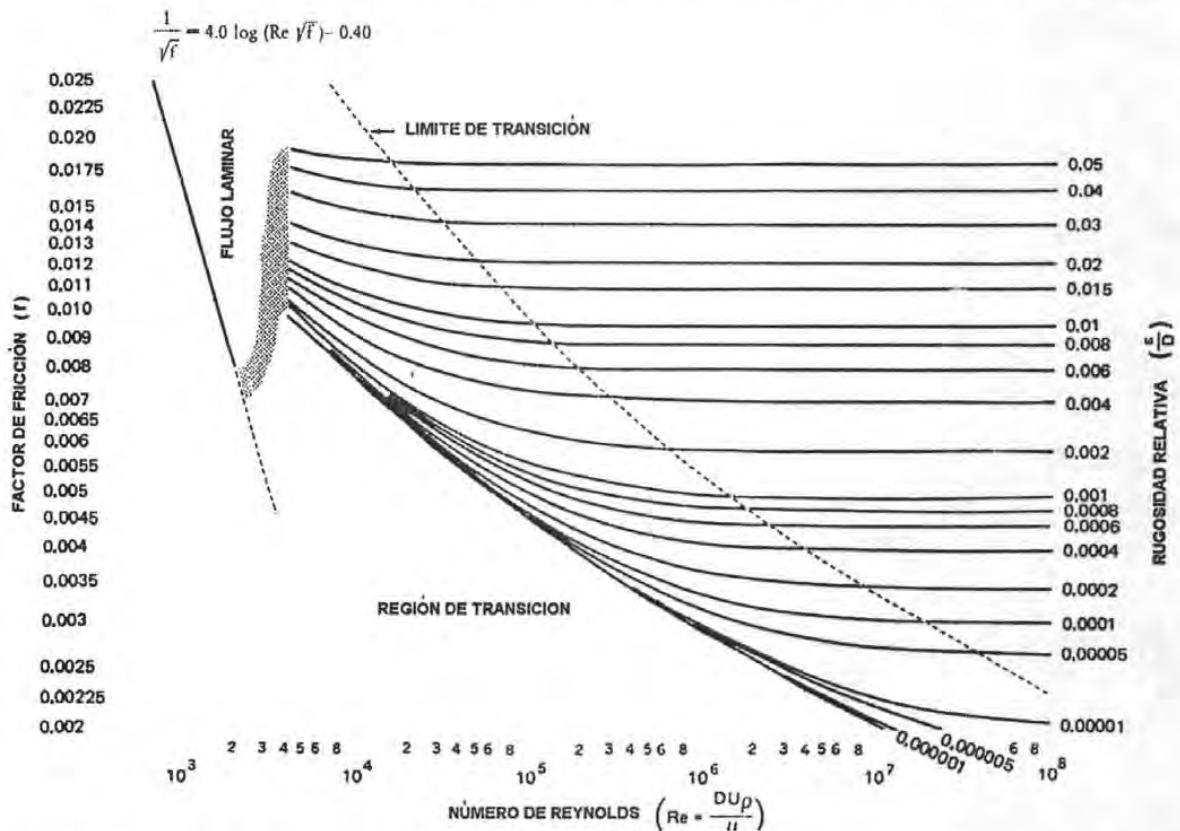


Figura 2.7a Factores de fricción de Fanning en tuberías para flujo turbulento (Modificado después por Moody, L. F., Trans. ASME, Vol. 66, p 671, 1944).

2.4 CAPA LÍMITE Y TURBULENCIA.

Hasta ahora, se han presentado brevemente los problemas de flujo en las tuberías en términos de lo que podría llamarse parámetros de valor medio. Es probable que el conocimiento sobre el flujo no pueda ser muy extenso más allá de las consideraciones de su naturaleza, e incluso en el campo de los flujos de mezclas o suspensiones, que también hasta la actualidad no están por ningún medio o fuente establecidos como en el caso del flujo de fluidos de una sola fase. Los grandes adelantos en la comprensión del flujo de los fluidos tuvieron lugar en el siglo antepasado y han sido el resultado del trabajo de los principios básicos de los mecanismos que controlan el flujo de los fluidos. Consecuentemente el progreso en el flujo de las suspensiones depende en gran magnitud de cómo se pueda incorporar este conocimiento en la estructura existente, en este contorno se presentan las facetas más importantes de lo que podría llamarse la "mecánica de fluidos moderna" y, hasta dónde sea posible, resaltar las áreas referentes al flujo de las suspensiones.

2.4.1 Capa Límite.

El estudio del flujo de los fluidos reales, está basado principalmente, en el empirismo. La ciencia de la hidrodinámica clásica podría producir un pequeño progreso en la predicción teórica de la conducta fluida sin el recurso del concepto de fluido no viscoso. En muchos casos esto producía una completa discordancia entre lo que podría observarse en la práctica y lo que predecía la teoría. Por ejemplo, la hidrodinámica clásica mostró que un cuerpo en movimiento a través de un fluido infinito no podría experimentar alguna fuerza de arrastre.

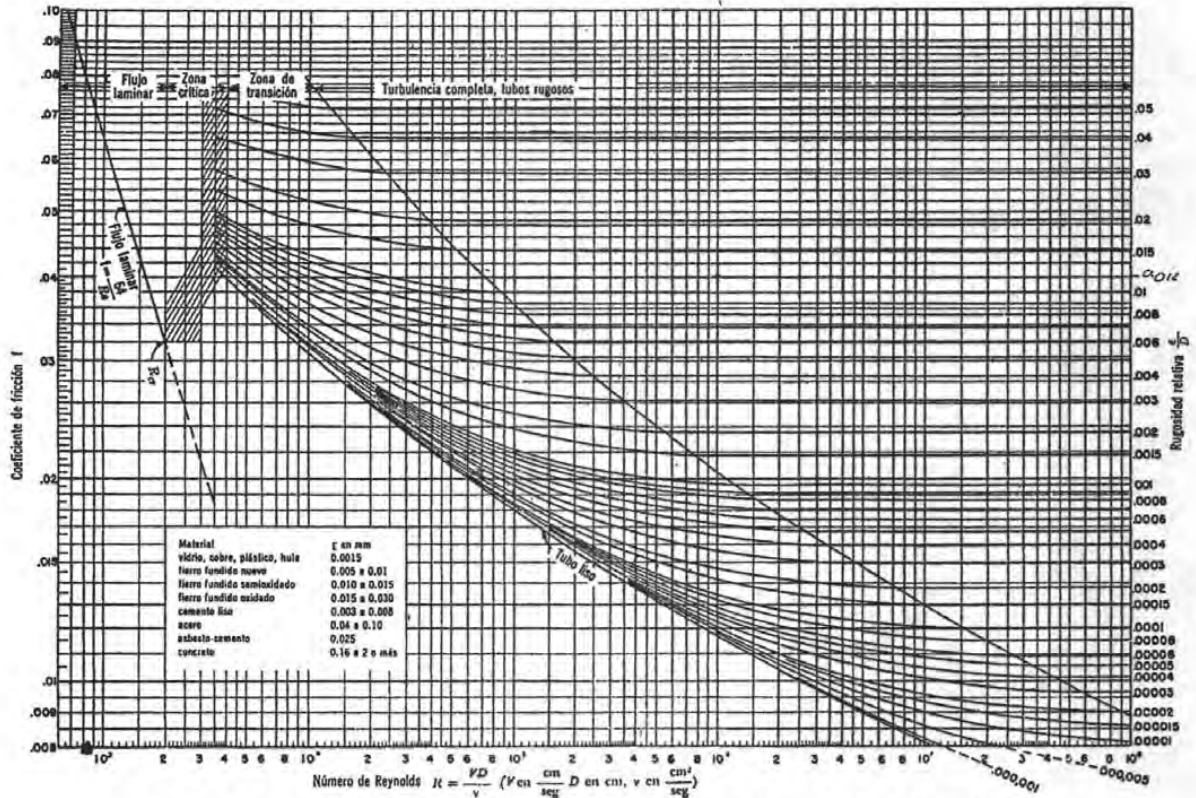


Figura 2.7b Coeficientes de fricción; diagrama universal de Moody.

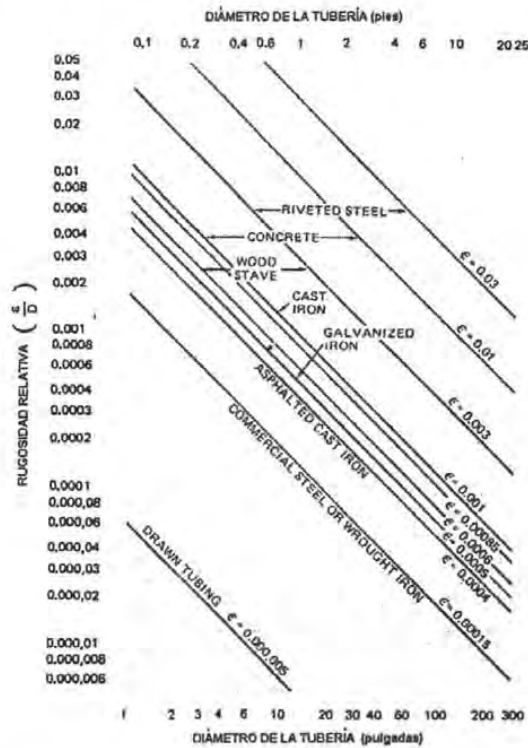


Figura 2.8 Rugosidad relativa de la tuberías (modificado después por Moody, LF., Trans ASME, Vol. 66, Pag. 671,1944).

La reconciliación entre la teoría y la práctica se logró por medio de la teoría propuesta por Prandtl en 1904, en la que postuló la existencia de la capa límite. Esta teoría, asume que cuando un fluido viscoso se mueve relativamente en una frontera sólida, la velocidad de la capa del fluido cercana a la superficie es retardada de forma relativa a la velocidad media del flujo. En la propia frontera, el fluido está en reposo relativo con respecto a la superficie. Existe una película o una capa delgada del fluido cercana a la frontera sólida en la que el flujo es laminar aunque el cuerpo fluido principal este en movimiento turbulento. En el borde exterior de la capa límite, el fluido tiene esencialmente la velocidad del flujo principal relativa a la superficie. Fuera de la capa del límite, el flujo puede tratarse como no viscoso, es decir, los efectos de la viscosidad necesariamente sólo serán considerados dentro de la capa del límite.

La teoría de la capa límite es muy amplia; estaría más allá del alcance de este trabajo el discutir el asunto a gran detalle excepto quizás para el marco que sigue la física general de la capa límite.

2.4.2 Desarrollo de la Capa Límite.

Considere el ejemplo de una placa localizada en un fluido infinito y orientado paralelamente a la dirección media del flujo, Figura 2.9.

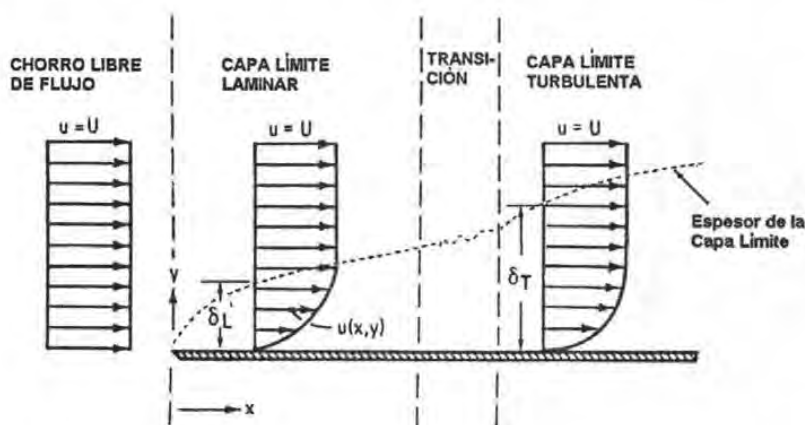


Figura 2.9 Capa límite en un placa plana.

Ya que el fluido es infinito, y como la región en la proximidad de la placa está completamente libre de los gradientes de velocidad. En la parte inicial de la placa, el flujo es laminar en la capa límite; es decir, es liso y se derivan perfiles aerodinámicos aproximadamente paralelos a la placa. En un cierto punto, tiene lugar una transición rápida a flujo turbulento. Previamente se han discutido las diferencias entre el flujo laminar y el flujo turbulento y cómo éstas afectan ciertas cosas, tales como la pérdida de fricción. Sin embargo, la principal diferencia entre los dos flujos es que el flujo laminar es considerado como aerodinámico y que en el flujo turbulento hay un movimiento general paralelo a la superficie, pero sobreponiéndose a estelas de rápidas fluctuaciones las cuales son aleatorias en magnitud y dirección.

Existen importantes diferencias entre la capa límite laminar y la capa límite turbulenta. En el primer caso, como se muestra en la Figura 2.9, el perfil de velocidad para una capa límite turbulenta es casi uniforme por encima de su espesor total δ_T , comparado con el perfil de velocidad para la capa laminar, que se puede comparar con la Figura 2.6. Por consiguiente, en la superficie de la placa el gradiente de velocidad $\frac{du}{dy}$ tiende a ser mucho mayor en la capa turbulenta, y puesto que el esfuerzo cortante de la pared se define como:

$$\tau_w = \mu \frac{du}{dy} \quad \text{cuando} \quad y = 0 \quad (2.17)$$

la pérdida de fricción también es mucho mayor. Esto, en parte, explica los comentarios anteriores con respecto a las pérdidas de fricción.

Y, secundariamente, debido a la naturaleza fluctuante del flujo turbulento, la capa límite turbulenta tiende a mezclarse más rápidamente con el flujo del chorro principal. Esto hace a la capa límite turbulenta más gruesa y más estable que la capa límite laminar.

Volviendo a la conducción del flujo a través de una tubería, se puede observar que la capa límite crecerá en todas las direcciones con la distancia medida desde la entrada de la tubería. La Figura 2.10 muestra de forma aproximada cómo la capa límite (en este caso una capa límite laminar) crece o se "desarrolla" en una tubería de sección transversal constante. El flujo que entra a la tubería no presenta el gradiente de velocidad puesto que es ilimitado. En la parte inicial de la tubería se desarrolla la capa límite. Esta región de entrada de flujo se caracteriza por un perfil de velocidad continuamente cambiante con la distancia desde la entrada. Siguiendo a la región de entrada, la capa límite se desarrolla hasta ocupar completamente la tubería. En esta región el perfil de velocidad es constante y se dice que el flujo se ha "desarrollado totalmente". La distancia requerida para el establecimiento del flujo totalmente desarrollado depende de la condición de flujo, si es laminar o turbulento. En el flujo laminar la longitud de entrada Le , es una función del número de Reynolds y del diámetro de la tubería y está dada por:

$$Le = 0.028 D Re \quad (2.18)$$

Para el flujo turbulento la longitud de entrada es independiente del Número de Reynolds y es aproximadamente igual a 50 diámetros de la tubería. El área de más interés en el diseño de la tubería es el comportamiento del flujo turbulento totalmente desarrollado de la tubería; por consiguiente, es importante hacer énfasis principalmente a realizar una breve revisión de ciertos aspectos de flujo turbulento.

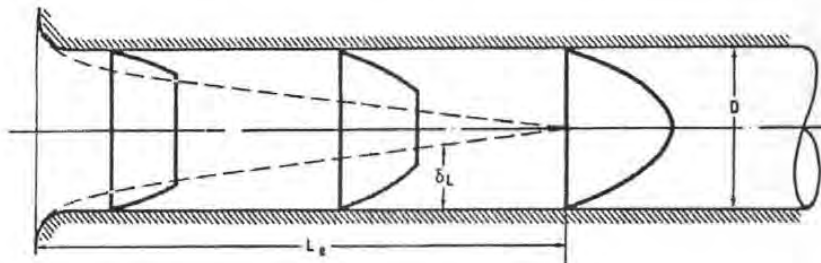


Figura 2.10 Desarrollo de la capa límite en flujo laminar en una tubería.

2.4.3 Velocidad de fricción.

La velocidad de fricción es un parámetro que se emplea en la teoría y el análisis de flujo turbulento en tuberías. Puede ser considerado como una relación de la velocidad característica que para describir un flujo, se define como sigue:

$$u^* = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \quad (2.19)$$

El concepto de velocidad de fricción surgió del trabajo en flujo turbulento dirigido por Prandtl y otros autores, que se convencieron de la existencia de una ley universal que gobierna la distribución de velocidad en las tuberías. Blasius desarrolló la siguiente fórmula a partir de datos experimentales:

$$\tau_w = 0.0225 \rho (U_{m\acute{a}x})^{7/4} \left(\frac{r}{R}\right)^{1/4} \quad (2.20)$$

esta fue el punto de partida. Analizando la ecuación 2.20, Prandtl encontró particularmente difícil observar alguna conexión entre el esfuerzo cortante en la pared de la tubería y el radio R de la tubería. El problema simplemente era cómo eliminar R de la ecuación.

Introduciendo el concepto de velocidad de fricción y empleando una relación de las velocidades $\frac{u}{U^*}$ y una distancia relativa de la pared igual a:

$$y^+ = \frac{u^* y}{\nu}$$

él pudo transformar la ecuación 2.19 y obtuvo:

$$\frac{V}{u^*} = 8.73(y^+)^{1/7} \quad (2.21)$$

donde u es la velocidad del flujo a una distancia " y " de la pared. Ésta es una ley universal que relaciona la velocidad de un punto a una distancia desde ese punto hasta la pared de la tubería.

De la definición del factor de fricción y la definición de velocidad de fricción (ecuación 2.19), se puede obtener la siguiente relación entre la velocidad de fricción, el factor de fricción, y la velocidad media del flujo:

$$u^* = V \sqrt{\frac{f}{2}} \quad (2.22)$$

La utilidad del concepto de velocidad de fricción como una herramienta analítica se expondrá más claramente con el avance de este capítulo. Sin embargo, el valor físico de u^* también es de importancia, particularmente en el flujo de las suspensiones. Los datos de las mediciones de la turbulencia en un flujo totalmente desarrollado en una tubería (por ejemplo, los datos obtenidos por Laufer⁽³⁹⁾) muestran que casi para toda la sección transversal de una tubería la proporción media de la raíz cuadrada de las fluctuaciones de la velocidad en la dirección vertical con respecto a la velocidad de fricción son aproximadamente uno. Es razonable asumir que la magnitud de las fluctuaciones de velocidad verticales son significantes con respecto a la capacidad dada de un flujo para mantener las partículas en suspensión. Por consiguiente, la medición simple relativa de u^* puede ser un indicador útil en el flujo de lodos en las tuberías.

2.4.4 Esfuerzos de Reynolds.

Si se pudiera tomar un registro continuo de la velocidad instantánea durante un cierto lapso de tiempo en un punto y en una sola dirección en un flujo turbulento, el resultado sería similar al mostrado en la Figura 2.11, donde el trazo no es estable, y fluctúa al azar. Las fluctuaciones tienen lugar alrededor de un valor igual a la velocidad media del flujo y son típicamente del orden del 10% de la velocidad media. Por la aleatoriedad de las fluctuaciones que caracterizan al flujo turbulento sólo es posible realizar el análisis de la turbulencia con base en un análisis estadístico. A estas alturas se podría realizar la siguiente pregunta: ¿Si el flujo turbulento difiere del flujo laminar sólo por estas elementales fluctuaciones bastante pequeñas, cómo se explican éstas drásticas diferencias, es decir, en el comportamiento de la pérdida de fricción? La respuesta a esta pregunta se tiene al considerar los que se han llamado "Esfuerzos de Reynolds". La Figura 2.12 representa un pequeño elemento fluido en un flujo turbulento. El flujo es unidireccional en la dirección de x (es decir, sólo tiene velocidad media en la dirección de x), pero claramente, puesto que el flujo se considera turbulento, ahí existirán componentes de velocidad debidos a las fluctuaciones en las direcciones de y y z . Refiriéndose a la Figura 2.11, se puede escribir la velocidad en cualquier instante como la suma de la velocidad media y un componente de fluctuación; por lo que en la Figura 2.12, la velocidad en la dirección de x en cualquier instante está dada por:

$$u = \bar{U} + u' \quad (2.23)$$

en la dirección de y :

$$v = \bar{V} + v' = v' \quad (2.24)$$

y en la dirección de z:

$$w = \bar{w} + w' = w' \quad (2.25)$$

donde u , v y w son respectivamente los componentes de velocidad instantáneos en las direcciones de x , y y z . La velocidad media y los componentes de la velocidad de fluctuación se representan por las barras y el apostrofe, respectivamente. Si se considera el momento de transporte de la cara $\delta x \delta z$, es decir, en la dirección de y : el flujo de masa instantáneo es $\rho v' \delta x \delta z$ donde ρ es la densidad del fluido. El momento del flujo, o la proporción del momento de transporte a través de la cara, el cuál es en el trayecto, la fuerza que actúe en la cara $\delta x \delta z$ y que es igual al flujo de masa multiplicado por la velocidad. Puesto que se pueden distinguir los componentes de la velocidad, también se pueden identificar los tres componentes de las fuerzas en la cara, uno normal y uno tangencial, como:

$$(\rho v' \delta x \delta z) v', (\rho v' \delta x \delta z)(U + u') \text{ y } (\rho v' \delta x \delta z) w'$$

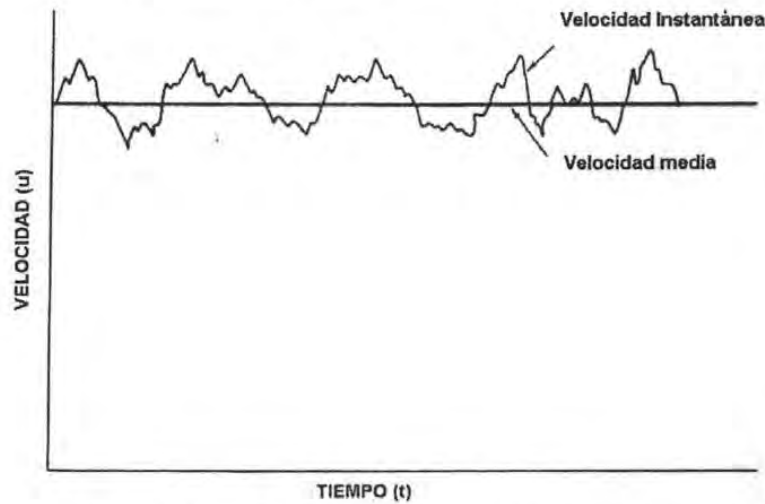


Figura 2.11 Registro continuo de la velocidad instantánea en un punto en un flujo turbulento.

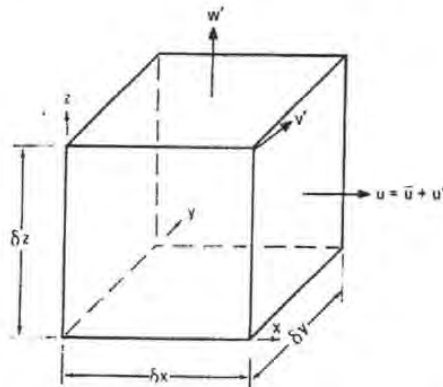


Figura 2.12 Esquema para definir un elemento del fluido.

Los esfuerzos medios en las caras se obtienen al dividir las fuerzas entre el área y tomando el promedio. Esto produce un esfuerzo normal $\overline{\rho v'^2}$, uno tangencial en la dirección de x $\overline{\rho u' v'}$, y un esfuerzo en la dirección de z $\overline{\rho v' w'}$.

Si el mismo análisis se realiza para las otras dos caras, las magnitudes de los esfuerzos en las caras $\delta x \delta y$, $\delta x \delta z$ son:

$$\overline{\rho w'^2}, \overline{\rho u'w'} \text{ y } \overline{\rho v'w'}$$

y

$$\overline{\rho u'^2}, \overline{\rho u'v'} \text{ y } \overline{\rho u'w'}$$

respectivamente.

Así, además de los esfuerzos viscosos, tenemos los esfuerzos que generan las fluctuaciones de velocidad. Estos esfuerzos adicionales se llaman Esfuerzos de Reynolds.

Es de utilidad examinar los esfuerzos de Reynolds en condiciones numéricas; esto sólo puede realizarse de una manera aproximada, pero demuestra un punto muy importante. Como se discutió en un punto anterior, la magnitud de las fluctuaciones turbulentas es típicamente ± 0.10 de \bar{V} donde \bar{V} es la velocidad media. Así, el $\overline{u'v'}$ es del orden de:

$$(0.10\bar{V})(0.10\bar{V}) = 0.01\bar{V}^2$$

De la Ley de Newton, se pueden escribir los esfuerzos viscosos como:

$$\left(\frac{8\bar{V}\mu}{D} \right)$$

los cuáles son del orden de 10 veces $\mu \left(\frac{\bar{V}}{D} \right)$.

La proporción de los esfuerzos de Reynolds con respecto a los esfuerzos viscosos, entonces, es del orden de $0.001 \left(\frac{D\bar{V}\rho}{\mu} \right)$ o 0.001 Re . En el flujo de fluidos en las tuberías, los valores de Re del orden de 10^5 no son raros, por lo que los esfuerzos de Reynolds o los esfuerzos turbulentos son cien veces más grandes que aquellos que se calculan con las consideraciones completamente viscosas. Así, el efecto de las fluctuaciones relativamente pequeñas de la velocidad media en el flujo es bastante fuerte.

Finalmente deben realizarse dos comentarios con respecto a los esfuerzos de Reynolds. Primero, el término esfuerzo de Reynolds, por ejemplo, $\overline{\rho u'v'}$ son por convención normalmente escritos como una cantidad negativa, es decir $-\overline{\rho u'v'}$. Esto es porque hay una fuerte correlación negativa entre u' y v' , y por consiguiente $\overline{\rho u'v'}$ es positivo. Segundo, los esfuerzos de Reynolds nunca han sido adecuadamente medidos en el flujo de una suspensión, y es cierto que aún cuando las técnicas de medición continúan mejorando, la estructura del flujo turbulento de una suspensión se conocerá, no sólo a través de las covarianzas de la velocidad, sino también a través de las covarianzas de la concentración-velocidad. Por lo que se requiere mucho trabajo básico en esta área.

2.4.5 Concepto de Longitud de Mezclado.

En el desarrollo de las teorías que involucran transporte turbulento de momentum o cantidad de movimiento en los fluidos, los primeros trabajos utilizaron la teoría cinética de los gases. Razonando que los movimientos a gran escala de elementos fluidos en movimiento turbulento son análogos al movimiento aleatorio de las moléculas en los gases, la mayoría de los trabajos en este campo examinaron los efectos de postular una "longitud de mezcla" análogo a la trayectoria libre media en el movimiento molecular.

Aquí sólo se hace referencia a la teoría de transporte de velocidad propuesta por Prandtl. Aunque existen otras, además de ser la primera, la teoría de Prandtl es la más simple y es tan buena como cualquiera por

su correlación de los resultados experimentales. La longitud de mezcla es considerada como una distancia media a la cual viaja un elemento fluido y sobre la cual retiene sus propiedades originales (por ejemplo, su velocidad); a mayores distancias que la longitud de mezclado, el elemento fluido se mezcla con su entorno.

Si se considera un flujo en el que la velocidad u sólo es una función de y , como el mostrado en la Figura 2.13, la teoría de Prandtl dice que los elementos fluidos a la altura y se desplazarían a los planos $(y+l)$ y $(y-l)$ una longitud l , donde l es la longitud de mezclado, reteniendo sus velocidades iniciales antes de mezclarse a una altura y .

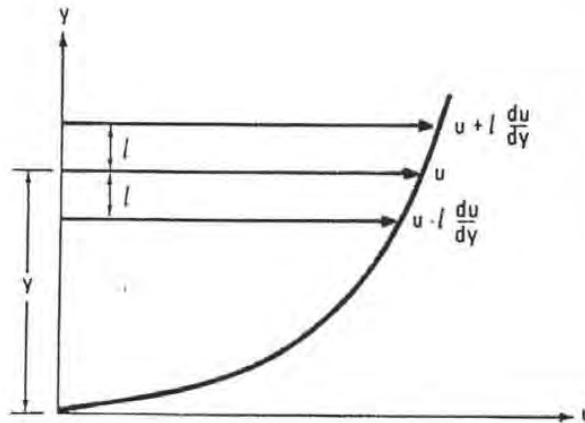


Figura 2.13 Esquema para definir la longitud de mezclado.

Si la velocidad a la altura y es u , entonces si se asume que la longitud l es pequeña:

$$u(y-l) = u - l \frac{du}{dy} \quad (2.26)$$

$$u(y+l) = u + l \frac{du}{dy}$$

Estas velocidades representan la cobertura global de las velocidades instantáneas en el punto y , es decir,

$$u - \sqrt{u'^2} \text{ y } u + \sqrt{u'^2}$$

Por consiguiente, se tiene:

$$\sqrt{u'^2} = l \frac{du}{dy} \quad (2.27)$$

Ya que u' y v' generalmente son de signo contrario, y asumiendo que son del mismo orden, se pueden escribir los esfuerzos de Reynolds como:

$$\tau = -\overline{\rho u'v'} = \text{constante} \times \rho l^2 \left(\frac{du}{dy} \right) \left(\frac{du}{dy} \right)$$

Si se incluye la constante y l^2 en la misma constante l_1 , se puede escribir:

$$\tau = \rho l_1^2 \frac{du}{dy} \left| \frac{du}{dy} \right| \quad (2.28)$$

donde l_1 es proporcional a la longitud de mezclado. Si la ecuación 2.28 es comparada con la Ley de Newton, ecuación 2.8, se puede ver que el término $\rho l_1^2 \left| \frac{du}{dy} \right|$ es equivalente a una viscosidad efectiva turbulenta E . Así el esfuerzo cortante total está dado por:

$$(E + \mu) \frac{du}{dy} \quad (2.29)$$

Si se considera la forma en que la longitud de mezclado l_1 varía con la distancia de la pared, la suposición más simple que puede hacerse es una de proporcionalidad directa, es decir,

$$l_1 = \kappa y \quad (2.30)$$

Al sustituir en la ecuación 2.25 resulta, para $\frac{du}{dy}$ positivo,

$$\tau = \rho (\kappa y)^2 \left(\frac{du}{dy} \right)^2$$

que puede volverse a escribirse como:

$$\frac{du}{dy} = \frac{u^*}{\kappa y}$$

Al integrar se obtiene:

$$\frac{u}{u^*} = \frac{1}{\kappa} \log_e \frac{y}{y_0} \quad (2.31)$$

donde y_0 es una constante.

Así que para considerar la longitud de mezclado se ha obtenido la ecuación 2.31 lo que parece ser una descripción general del perfil de velocidad. Su valor depende sin embargo de dos cosas. Primero, ¿el concepto de longitud de mezclado es un término físico? Segundo, ¿qué tan buena es la suposición realizada en la ecuación 2.30? Las Figuras 2.14 y 2.15, las cuáles muestran los datos de Nikuradse en la forma $\frac{l_1}{r}$ contra $\frac{y}{r}$ proporcionan las respuestas a estas preguntas. Para números de Reynolds bajos (Figura 2.14), la longitud de mezclado muestra una ligera dependencia en el número de Reynolds. A números de Reynolds más altos (Figura 2.15) éste no es el caso. Puede concluirse de estos datos que el concepto de longitud de mezclado es particularmente adecuado para números de Reynolds altos, y puede aceptarse que es independiente de la rugosidad, el diámetro de la tubería, o la velocidad. Estas conclusiones pueden expresarse en una forma ligeramente diferente de los resultados que son pertinentes para el diseño de las tuberías. Considerando las ecuaciones 2.1a y 2.25, el esfuerzo cortante en cualquier punto en una tubería puede escribirse (despreciando los esfuerzos viscosos) como:

$$\tau = \rho l_1^2 \left(\frac{du}{dy} \right)^2 = \tau_w \left(1 - \frac{y}{r} \right) \quad (2.32a)$$

o bien:

$$l_1 \frac{du}{u^*} = \sqrt{1 - \frac{y}{r}} = f\left(\frac{y}{r}\right) \quad (2.32b)$$

Estas ecuaciones adimensionales establecen que para un valor constante de u^* , el modelo de flujo turbulento será idéntico para cualquier diámetro de la tubería, rugosidad, etc.

También es claro de las Figuras 2.14 y 2.15 que la relación supuesta en la ecuación 2.30 no puede ser considerada válida más allá de $y/d = 0.2$, es decir, más allá del 20% de la capa del límite interna. Así la ecuación 2.31 que describe el perfil de velocidad sólo puede aplicarse en una región cercana a la pared. Por esta razón la ecuación 2.31 es a veces llamada la ley logarítmica interna, y es una forma de la "ley de pared" a la que se referirá después.

2.4.6 Ley de defecto de la velocidad.

Si se asumiera que la ecuación 2.30 es válida para todo el desarrollo de la capa del límite, se podría, para el flujo en la tubería, sustituir las condiciones de frontera $u = u_{m\acute{a}x}$ y $y = r$ en la ecuación 2.31 para obtener:

$$\frac{u_{\max} - u}{u^*} = \frac{1}{\kappa} \log_e \left(\frac{r}{y} \right) \quad (2.33)$$

Así, el defecto de la velocidad máxima está logarítmicamente relacionado con la distancia de la pared. De esta manera se ha llegado, aunque incorrectamente, a la ley de defecto de la velocidad o ley logarítmica externa del perfil de velocidad. κ es la constante de Von Karman (igual a 0.4), y cambiando el logaritmo natural al de base 10 se obtiene:

$$\frac{u_{\max} - u}{u^*} = 5.75 \log \left(\frac{r}{y} \right) \quad (2.34)$$

La ley del defecto formulada en la ecuación 2.31 no es aplicable a toda la capa límite sólo a una porción fuera de la pared. El valor de la ley de defecto de la velocidad es que describe el perfil de velocidad independientemente de la rugosidad, el diámetro de la tubería, etc., y de hecho puede expresarse en forma general como:

$$\frac{u_{\max} - u}{u^*} = f\left(\frac{r}{y}\right) \quad (2.35)$$

para cubrir toda la capa límite. Sin embargo no se conoce la naturaleza exacta de f .

Stanton⁽⁵⁹⁾ sugirió, como se muestra en la Figura 2.16, su aplicación a los datos de Nikuradse que ilustran su validez sobre todo el diámetro de la tubería, y para un rango determinado de rugosidades de la tubería. El efecto de la rugosidad en el perfil de velocidad fue establecido por Fritsch⁽²⁰⁾. Trabajando con flujo uniforme a través de un canal, Fritsch demostró que el perfil de velocidad se vuelve menos achatado con el incremento de la rugosidad Figura 2.17. El incremento de la rugosidad de la tubería tiene dos efectos: deforma el perfil de velocidad tal que u/u_{\max} disminuye y consecuentemente la velocidad cerca de la pared disminuye; y también produce un aumento en las pérdidas de fricción.

La expresión de la velocidad local como un defecto de la máxima, normalizó la escala de velocidad característica u^* , considerando estos cambios como se muestran en la Figura 2.16.

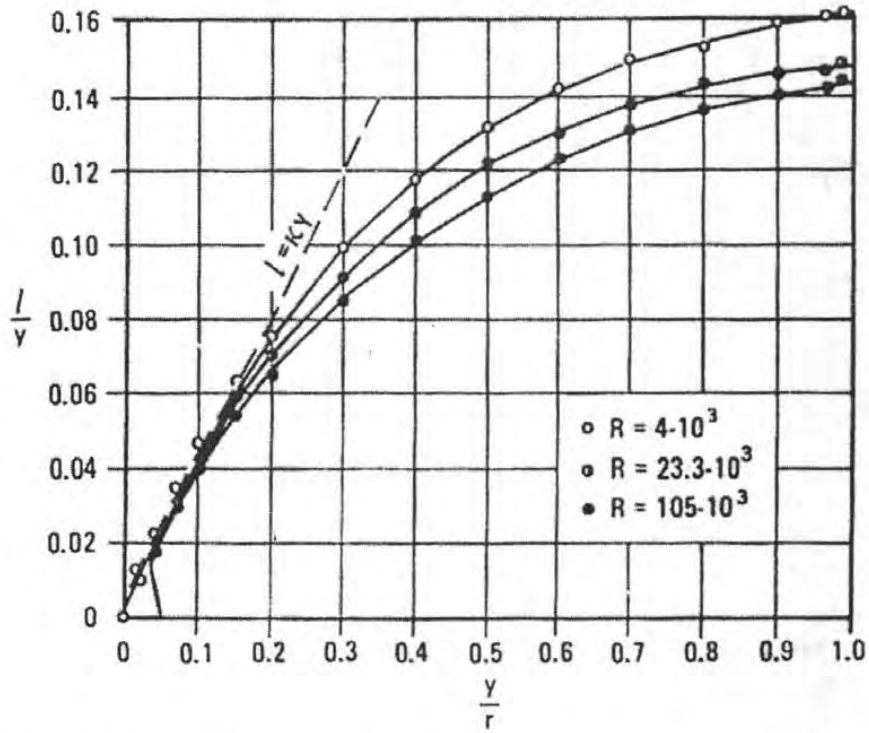


Figura 2.14 Curva de longitud de mezclado para números de Reynolds bajos (referencia 3).

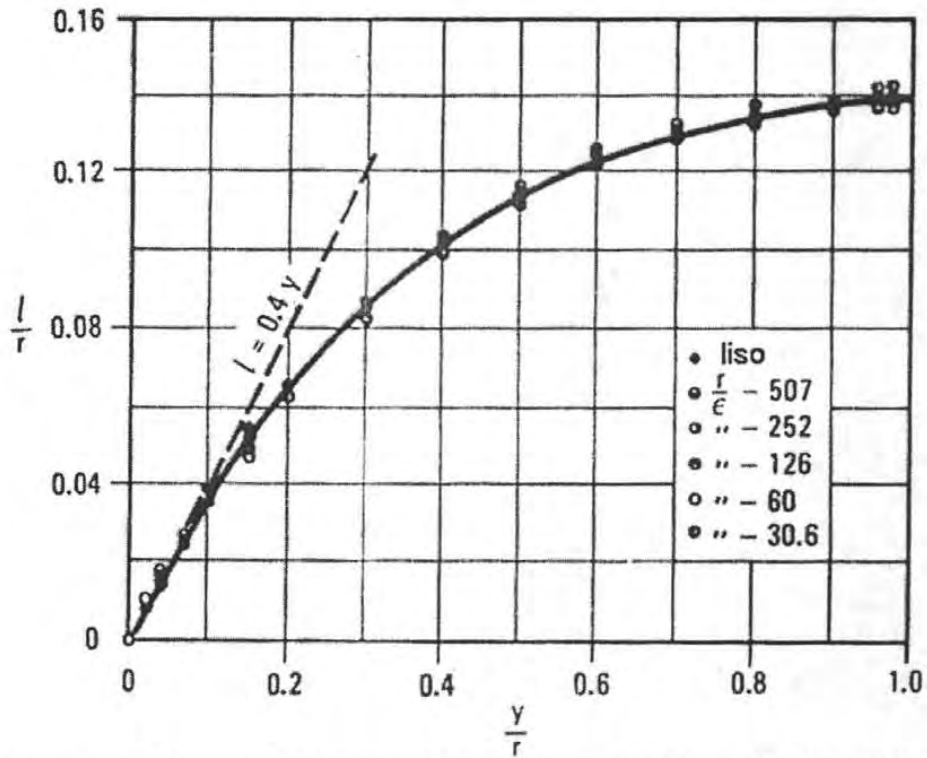


Figura 2.15 Curva de longitud de mezclado para números de Reynolds altos (referencia 3).

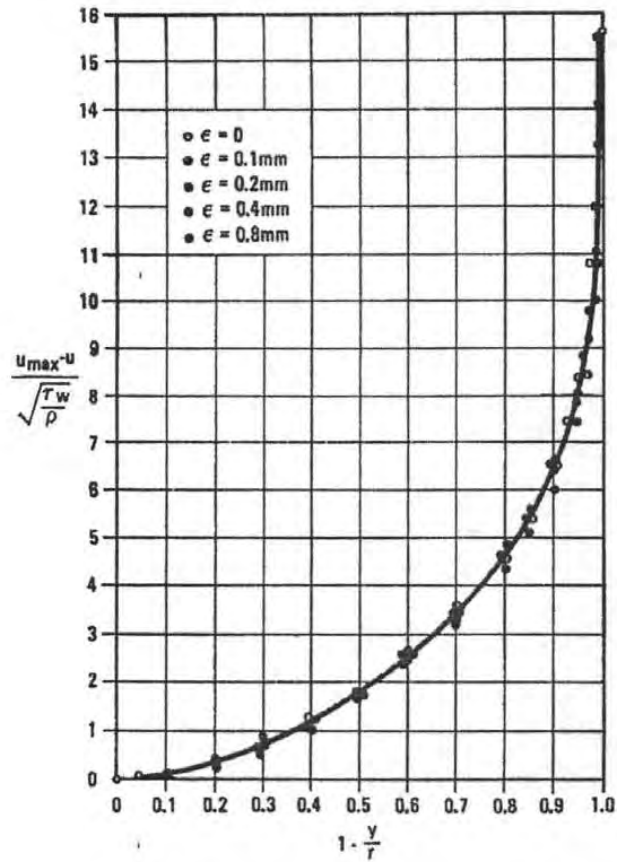


Figura 2.16 Curva de la deficiencia de la velocidad (referencia 3).

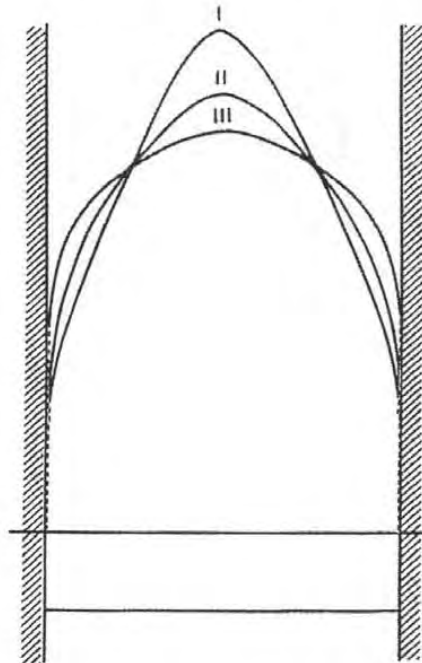


Figura 2.17 Curvas de velocidad para descarga constante y rugosidad variable: I. Muy rugoso; II. Rugosidad media; III. Liso. (de Fritsch, en Abhandlungen aus dem Aerodynamischen Institut un der Technischen Hochschule Aquisgrán, Heft 8)

2.4.7 Subcapa viscosa.

La ley de pared normalmente se presenta de la forma:

$$\frac{u}{u^*} = f\left(\frac{u^* y}{\nu}\right) \quad (2.36)$$

e ilustra que la diferencia entre las leyes de velocidad externa e interna es de una importancia relativa de la viscosidad. La relación completa normalmente esta dada como:

$$\frac{u}{u^*} = 5.75 \log\left(\frac{u^* y}{\nu}\right) \quad (2.37)$$

en la Figura 2.18 se muestra en forma gráfica los datos de Nikuradse. La magnitud de la ley logarítmica interna se ve claramente así como también el hecho de que u^* y $\frac{\nu}{u}$ son respectivamente los factores de escala apropiados para la velocidad y la longitud en la región de la pared. Sin embargo, existe, una región adyacente a la pared (para $y^+ < 11.6$) donde la ley de pared no se mantiene. Esta es la llamada sub-capa viscosa. Esta capa es sumamente delgada y las fluctuaciones turbulentas de velocidad en condiciones absolutas pueden llegar a ser pequeñas (sin embargo, la intensidad de turbulencia local u'/u permanece grande). Por consiguiente, el esfuerzo cortante dominante en esta región es viscoso, y los esfuerzos de Reynolds tienen un efecto muy pequeño. El espesor de esta capa está dado por:

$$\delta = 11.6 \frac{\nu}{u^*} \quad (2.38)$$

El conocimiento de la capa sub-viscosa es de importancia por varias razones. Como se puede ver de la ecuación 2.38 si la velocidad del flujo disminuye (es decir, cuando u^* disminuye), el espesor de la subcapa δ se incrementa. De hecho, en flujo laminar δ es tan grande como cualquier tamaño de los elementos de rugosidad inmersos y normalmente encontrados en las tuberías de flujo. Esto explica por qué la rugosidad no tiene efecto en los factores de fricción laminares; también sugiere que el tamaño de la subcapa inherente a los elementos de rugosidad sea de mayor importancia con respecto a la generación de la turbulencia.

En el flujo de lodos, Thomas⁽⁷¹⁾⁽⁷²⁾ descifró un cambio en el mecanismo por el cuál las partículas permanecen en suspensión que depende de que si las partículas son más grandes o más pequeñas que la subcapa viscosa.

Hasta aquí se han presentado de forma breve los aspectos más importantes de la mecánica de los fluidos que son aplicados y que afectan el diseño de una tubería que tiene como objetivo el transporte de lodos. En el capítulo siguiente se analizaran las fuerzas que actúan en un cuerpo sumergido en un fluido y que proporcionaran una visión más amplia del comportamiento del flujo de lodos en tuberías,

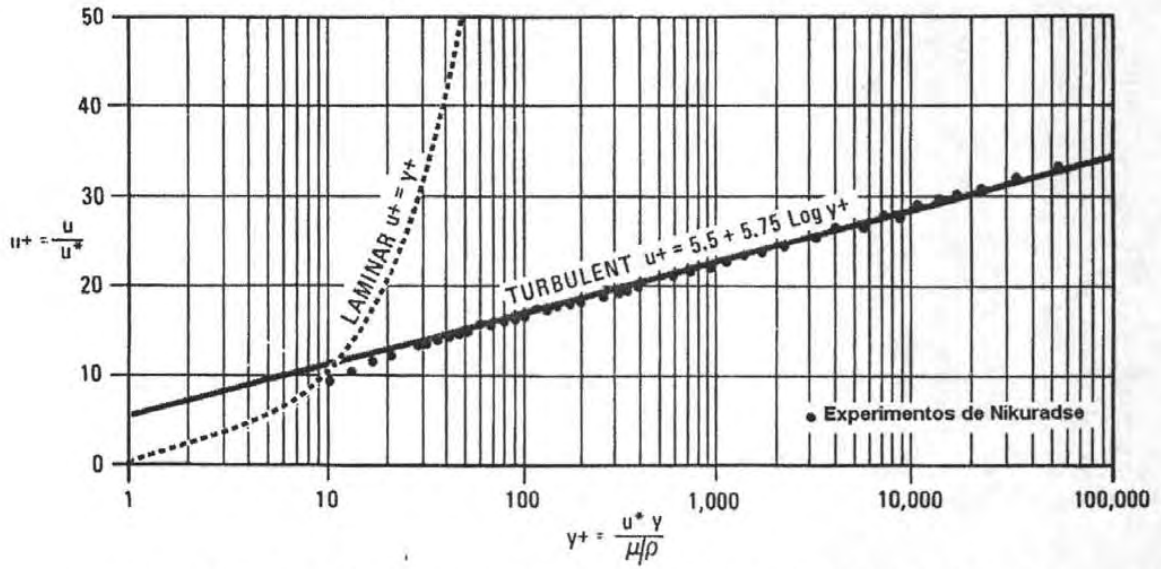


Figura 2.18 Demostración de la ley de defecto de la velocidad (referencia 3).

Movimiento relativo de fluidos y partículas

Capítulo 3

MOVIMIENTO RELATIVO DE FLUIDOS Y PARTÍCULAS

NOMENCLATURA.

- A , área proyectada de la esfera.
 C_D , coeficiente de arrastre.
 D , diámetro del cilindro.
 F , fuerza de arrastre.
 Re , número de Reynolds.
 a, b, c , tres ejes mutuamente perpendiculares de una partícula siendo a el eje más largo y c es el eje más corto.
 d , diámetro de la partícula.
 d_n , diámetro normal.
 e , volumen de la fracción de vacíos.
 g , aceleración debida a la gravedad.
 m , masa.
 r , radio.
 t , tiempo.
 w , velocidad relativa entre el fluido y la partícula.
 w_t , velocidad terminal de caída.
 w_{ot} , velocidad de caída de una sola partícula en un fluido infinito.
 w_{iD} , velocidad de caída de una partícula en un cilindro de diámetro D .
 μ , viscosidad dinámica del fluido.
 ρ , densidad del fluido.
 ρ_s , densidad del sólido.
 a_e , aceleración debida a la gravedad.

3. MOVIMIENTO RELATIVO DE FLUIDOS Y PARTÍCULAS.

Hasta aquí, se han considerado situaciones del flujo que son esencialmente unidireccionales, con el flujo del fluido a lo largo de una tubería o un canal. Ahora, se hará referencia a las fuerzas que actúan en un cuerpo sumergido en un fluido. Esto, introduce al problema aún más complejo del flujo en tres dimensiones, ya que en general el fluido se conducirá alrededor del cuerpo.

El comportamiento de una partícula en un fluido es crucial en el diseño de los sistemas de transporte hidráulicos e n los que los efectos inerciales de la partícula son significativos, es decir, para sistemas heterogéneos. Como en la mayoría de los aspectos de la dinámica de los fluidos, este tema no se presta al análisis teórico y los adelantos citados en este conocimiento están basados totalmente en la evidencia empírica. Este capítulo presenta los métodos para estimar la velocidad de sustentación de las partículas sólidas.

3.1 NATURALEZA DE ARRASTRE DE UN FLUIDO.

En cualquier discusión de la naturaleza de la resistencia, o arrastre, las fuerzas experimentadas por un cuerpo con movimiento relativo a un fluido, se debe considerar el comportamiento de la capa límite formada cerca de la superficie del cuerpo. Ya se presentó que en un flujo viscoso fluyendo sobre una superficie, la velocidad de la capa del fluido cercana de la superficie es retardada relativamente con respecto de la velocidad media. Esta capa límite aumenta su espesor con el incremento de la distancia desde el borde de ataque de la superficie hasta algún punto, dependiendo de las condiciones del flujo, la capa límite puede desarrollarse lo suficiente, hasta lograr ser lo suficientemente inestable y separarse de la superficie. Esta separación produce la formación de un remanso y la disipación consecuente de la energía.

Se puede ver que las fuerzas que se desarrollan en el cuerpo, en el caso donde la capa límite se ha separado, deben ser de una naturaleza diferente a las que actúan en el cuerpo cuando la capa del límite aún no se ha separado. De hecho, la fuerza total de arrastre en un cuerpo sumergido en un fluido en movimiento tiene dos componentes, el *arrastre viscoso* (o fricción superficial) y la *forma de arrastre*. A pequeños gastos, más allá de que el cuerpo tenga una forma dada, no tiene lugar ninguna separación y el arrastre total es resultado de la fricción superficial. Cuando la velocidad se incrementa, la separación de la capa del límite ocurre y, ambas, la fricción superficial y la forma de arrastre contribuyen a la fuerza total de arrastre. Si la velocidad se incrementa continuamente, la fricción superficial se vuelve una relación continuamente decreciente de la fuerza total de arrastre.

Hasta ahora la naturaleza laminar ha sido implícita en la consideración de la capa límite sobre la superficie del cuerpo. Sin embargo, es posible que el flujo dentro de la capa límite pueda cambiar de laminar a turbulento antes de que tenga lugar la separación. Esta transición de flujo laminar a flujo turbulento dentro de la capa límite puede ocurrir cuando las velocidades del fluido son muy altas o por rugosidades artificiales colocadas en la cara principal del cuerpo sumergido y es acompañada por una notable disminución de la fuerza total de arrastre. La razón de esto es que la compensación de la transferencia de momentum en el flujo turbulento es mucho mayor que en el flujo laminar. Por consiguiente, el movimiento rápido del fluido es capaz, por la misma transferencia de momentum, de mantener el flujo al límite del movimiento hacia adelante, retardando la formación del remanso y así la separación. Si la separación ocurre, ésta ocupará un lugar más allá del borde de ataque, los remansos resultantes serán más pequeños y el arrastre total se reducirá al valor del flujo laminar. Como se verá después en este capítulo, la ocurrencia de esta transición está normalmente fuera de las condiciones experimentadas en los sistemas de tubería de lodos.

3.2 FUERZA DE ARRASTRE EN UNA ESFERA.

Antes de considerar las ecuaciones con las se pueden evaluar las fuerzas que actúan en los cuerpos sumergidos, puede ser útil realizar una suposición simplificada. La pieza básica de información requerida para el diseño de ingeniería es el coeficiente de arrastre de la partícula C_D . El valor de C_D se obtiene si se conoce la velocidad terminal de caída alcanzada por una partícula en agua y en reposo, es decir, bajo condiciones en las que la fuerza externa exclusivamente es la gravedad. Por consiguiente, se enfocará la

atención a este caso específico y se asumirá en todos los casos considerados, a menos que se aclare otra cosa, que la fuerza externa actuante en la partícula es solamente la gravedad.

3.2.1 Ley de Stokes.

El único caso importante para el que el arrastre de un cuerpo sumergido puede ser calculado con base en consideraciones totalmente teóricas es el de una esfera que se mueve a baja velocidad a través de un fluido de magnitud infinita. El cálculo lo realizó por primera vez Stokes, quién obtuvo una solución de las ecuaciones generales de movimiento despreciando completamente las condiciones inerciales, es decir, suponiendo que la resistencia era 100% la fricción superficial. El resultado de este análisis generalmente es llamado Ley de Stokes y puede exponerse como:

$$F = 6\pi\mu rw \quad (3.1)$$

Una aplicación conocida de la ecuación 3.1 es la medición de la viscosidad de los fluidos a partir de las velocidades terminales de caída de las esferas. De hecho, si se expresa $6\pi\mu rw$ como $(4\pi r^2\mu)(3w/2r)$, de la ecuación 3.1 se obtiene:

$$\mu = \frac{F/4\pi r^2}{3w/d} \quad (3.2)$$

La ecuación 3.2 es claramente la relación del esfuerzo cortante que actúa en la superficie de la esfera con respecto al gradiente de la velocidad media, es decir, es puramente la definición de la viscosidad para la configuración geométrica involucrada.

La ley de Stokes, ecuación 3.1, también puede expresarse como sigue:

$$F = 6\pi\mu rw = \frac{24}{\left(\frac{dw}{\rho}\right)} \cdot A \cdot \left(\frac{\rho w^2}{2}\right) \quad (3.3)$$

donde $A = \frac{\pi d^2}{4}$ y es el área proyectada de la esfera. En la ecuación 3.3, se usa la densidad del fluido (ρ), como una variable ficticia que es particularmente conveniente en la región de flujo involucrada, F es independiente de ρ . Si ahora se define el coeficiente de arrastre de manera normal, es decir,

$$C_D = \frac{F/A}{\frac{\rho w^2}{2}} = \frac{F}{\frac{\rho A w^2}{2}} \quad (3.4)$$

de la ecuación 3.3 se puede ver que el coeficiente de arrastre está dado por:

$$C_D = \frac{24}{Re} \quad (3.5)$$

debe enfatizarse que la ecuación 3.5 sólo se aplica a las condiciones en las que la Ley de Stokes es aplicable, es decir para una esfera en un estado de flujo donde predominan los efectos viscosos. Esta región normalmente es llamada de Stokes o régimen laminar. La definición del coeficiente de arrastre, ecuación 3.4, debe compararse con la ecuación 2.3 que define el factor de fricción de Fanning. Se puede ver que la forma de cada ecuación es idéntica, siendo la proporción del esfuerzo cortante la experimentada con respecto al límite de la energía cinética, expresada como carga de velocidad. Así, el coeficiente de arrastre puede ser considerado como un "factor de fricción de la partícula" y al igual que el factor de fricción de Fanning toma en cuenta el diámetro de la tubería, las propiedades del fluido, la

rugosidad de la tubería, y la naturaleza del flujo, es decir si es, laminar, de transición o turbulento, lo que hace que el coeficiente de arrastre refleje los parámetros análogos en el caso de una partícula.

También es conveniente expresar la relación entre el coeficiente de arrastre C_D , y el número de Reynolds en forma gráfica, similar al factor de fricción de Fanning contra el Número de Reynolds como el dibujado en la Figura 2.4. Una gráfica de C_D contra Número de Reynolds de la partícula para partículas esféricas se muestra en la Figura 3.1. La región sobre la que la ecuación 3.5 es aplicable se muestra en la figura como región a, y cubre valores de Re menores que 1. Fuera del régimen de Stokes, se pueden apreciar tres distintos regímenes. La región b, para $1 < Re < 1000$, conocida como ley de régimen intermedio, la región c para $1000 < Re < 2 \times 10^5$ y es el régimen en el cual la transición laminar-turbulenta de la capa límite ha ocurrido, antes de la separación, es decir, ha pasado a la región d. La curva mostrada en la Figura 3.1 es de hecho continua y su división en cuatro regímenes es meramente un procedimiento de conveniencia para que puedan asignarse las ecuaciones a la curva. En la región a, se supone que la fricción superficial es exclusivamente la responsable para el arrastre; en las regiones c y d sólo la forma de arrastre está actuando. En realidad, ambas, la fricción superficial y la forma de arrastre están presentes para todos los valores del Número de Reynolds, pero las dos sólo son de una magnitud comparable en la región b.

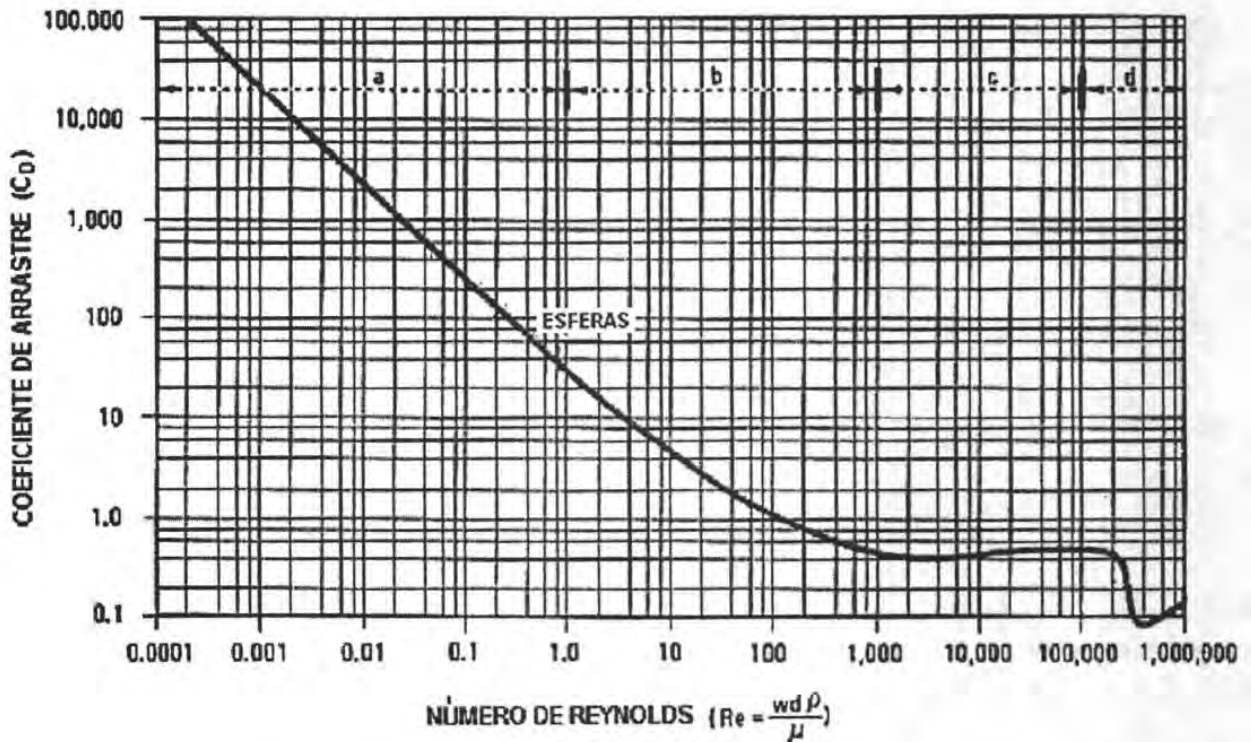


Figura 3.1 C_D contra Re para las partículas esféricas.

3.2.2 Teoría general.

Las ecuaciones que se han descrito son específicas para el régimen de la Ley de Stokes. Ahora se considerará en términos generales el movimiento relativo de una esfera sumergida. Para una partícula de masa m , moviéndose debido a una fuerza externa F , a través de un fluido a una velocidad w , la fuerza resultante en la dirección de w es F , y está dada por:

$$F = F_1 - F_2 - F_3 \tag{3.6}$$

donde F_1 es una fuerza de desplazamiento en el fluido, F_2 es la fuerza de flotación debida al desplazamiento de un fluido de densidad ρ por una partícula de densidad ρ_s , y F_3 es la fuerza de arrastre, la cual según la ecuación 3.4, es igual a:

$$C_D \rho \frac{A w^2}{2}$$

Por lo que la ecuación 3.6 puede volver a escribirse como:

$$F = m a_e - m a_e \frac{\rho}{\rho_s} - C_D A \frac{\rho w^2}{2} \quad (3.7)$$

Para el caso de las esferas en las que la fuerza externa exclusivamente es la gravedad, se tiene:

$$a_e = g$$

$$A = \frac{\pi d^2}{4}$$

$$m = \frac{\pi d^3 \rho_s}{6}$$

y puesto que la fuerza es proporcional al cambio de momentum, F se puede escribir como $m \left(\frac{dw}{dt} \right)$.

Sustituyendo en la ecuación 3.7, se llega a la ecuación de movimiento:

$$\frac{dw}{dt} = \frac{g(\rho_s - \rho)}{\rho_s} - \frac{3C_D \rho w^2}{4d\rho_s} \quad (3.8)$$

Una partícula esférica que se establece en un fluido en reposo bajo la acción de la gravedad se acelerará hasta que alcance una velocidad constante w_t , conocida como velocidad terminal de caída, a la que $\frac{dw}{dt} = 0$. Para la condición terminal la ecuación 3.8 se vuelve:

$$w_t = \left[\frac{4g(\rho_s - \rho)d}{3C_D \rho} \right]^{1/2} \quad (3.9)$$

con: $C_D = f(\text{Re})$.

Como se vio en la ecuación 3.5, el coeficiente de arrastre en el régimen de la Ley de Stokes tiene una relación simple con el número de Reynolds de la partícula $C_D = \frac{24}{\text{Re}}$. Así, por sustitución en la ecuación 3.9, la velocidad terminal de caída puede obtenerse como:

$$w_t = \frac{g(\rho_s - \rho)d^2}{18\mu} \quad \text{para } \text{Re} < 1 \quad (3.10)$$

En el régimen de la Ley de Newton, C_D es una constante independiente de Re y es igual a 0.4. Por consiguiente, en esta región, la velocidad terminal de caída esta dada por:

$$w_t = \left[\frac{3.33g(\rho_s - \rho)d}{\rho} \right]^{1/2} \quad (3.11)$$

para $1000 < Re < 2 \times 10^5$.

La relación entre las velocidades terminales de caída de las esferas en ambos regímenes de la Ley de Stokes y la Ley de Newton corresponden al coeficiente de arrastre el cuál es fácilmente calculado por las ecuaciones 3.10 y 3.11. Si previamente w_t es conocida, C_D puede calcularse sin conocer el diámetro de la partícula. En el régimen de la ley intermedia, se deberá tomar una aproximación ligeramente diferente. De la ecuación general 3.9, C_D puede expresarse como sigue:

$$C_D = \frac{4g(\rho_s - \rho)d}{3\rho w_t^2} \quad (3.12)$$

Dividiendo entre Re se obtiene:

$$\frac{C_D}{Re} = \frac{4g(\rho_s - \rho)\mu}{3\rho^2 w_t^3} \quad (3.13)$$

Multiplicando por $(Re)^2$ se tiene:

$$C_D Re^2 = \frac{4g(\rho_s - \rho)\rho d^3}{3\mu^2} \quad (3.14)$$

Se nota que la ecuación 3.13 también conocida como del Número de Arquímedes, es independiente del diámetro de la partícula, mientras que la ecuación 3.14 es independiente de la velocidad terminal. Estas ecuaciones son generales y se aplican para todos los valores de números de Reynolds. Los gráficos pueden presentarse como se muestra en la Figura 3.2, de $\frac{C_D}{Re}$ y $C_D Re^2$ como funciones de Re para partículas esféricas. De éstas, al conocer la velocidad terminal w_t permite el cálculo de $\frac{C_D}{Re}$ de la ecuación 3.13, Re de la gráfica, y por lo tanto de C_D . De conocer el diámetro de la partícula, $C_D Re^2$ puede calcularse de la ecuación 3.14, Re de la gráfica, y también del C_D .

Así, para partículas esféricas, cuando la velocidad terminal de caída o el diámetro de la partícula son conocidos, el coeficiente de arrastre puede ser evaluado. Desde un punto de vista práctico, la partícula se caracteriza más rápidamente por una velocidad de caída en lugar de un diámetro y éste es el criterio más confiable en que se basan los cálculos del coeficiente de arrastre.

3.3 CURVAS GENERALIZADAS DEL COEFICIENTE DE ARRASTRE.

En la sección anterior se determinó que para las partículas esféricas, la evaluación del coeficiente de arrastre es relativamente clara, requiriendo sólo de conocer la velocidad terminal de caída de la esfera. Sin embargo, el análisis anterior es, en sí mismo, de poco uso en el diseño de ingeniería ya que raramente se encuentran esferas uniformes. En las aplicaciones de tuberías de lodos invariablemente se trata con sólidos de formas irregulares. La fuerza de arrastre en cualquier partícula, como se ha visto, es dependiente de la condición de la capa límite en la superficie de la partícula y que a su vez es dependiente de la forma de la partícula.

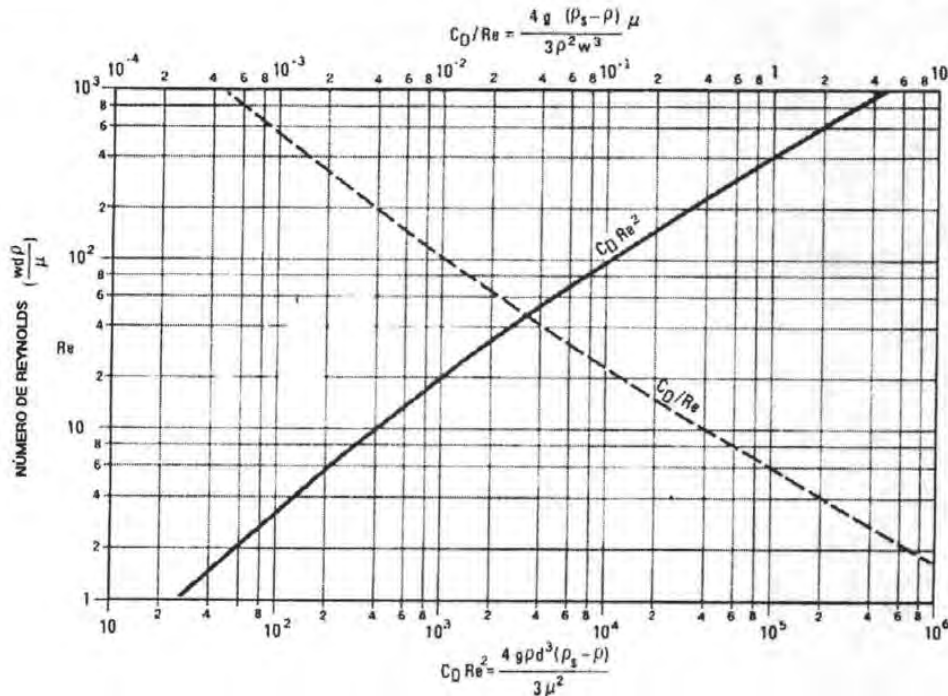


Figura 3.2 $\frac{C_D}{Re}$ y $C_D Re^2$ contra Re para las esferas.

3.3.1 Factor de forma.

Para generalizar la discusión anterior al caso práctico, se debe examinar cómo la forma de la partícula afecta al coeficiente de arrastre. Se han realizado muchos trabajos con partículas de formas regulares no esféricas como los estudios realizados por McNown, para los elipsoides, elipsoides que no eran simétricas con respecto a cada uno de tres ejes mutuamente perpendiculares, y en discos. La aproximación asumida por McNown es que la fuerza de arrastre en la partícula podría relacionarse a lo experimentado para una esfera en el régimen de la Ley de Stokes por la siguiente ecuación:

$$F = K(6\pi\mu r w) \tag{3.15}$$

La ecuación 3.15 es simplemente la ecuación 3.1 multiplicada por un factor de corrección adimensional K el cuál McNown sugirió debería ser conocido como Número de Stokes. Pueden asignarse valores diferentes a K según las diferentes formas de partícula. Para los elipsoides, una solución teórica a las ecuaciones de movimiento es similar a la solución presentada por Stokes para las esferas por lo que pueden calcularse los valores de K para las elipsoides. McNown afirmó, basado en los resultados teóricos que el coeficiente de arrastre para un rango amplio de formas puede estimarse dentro valores no mayores a 0.1.

Los coeficientes de arrastre asociados con las partículas de forma irregular son de mayor interés para el diseñador de una tubería. Albertson estudió el efecto de la forma de las partículas de arena gruesa y concluyó que mientras era improbable que la forma de la partícula pudiera considerarse alguna vez como un solo parámetro, definió un factor de forma $S.F.$ como:

$$S.F. = \frac{c}{\sqrt{ab}} \tag{3.16}$$

Aparentemente proporciona una representación satisfactoria de la forma de la partícula, por lo menos para el grado de refinamiento que actualmente existe sobre este tema. Esta forma del factor de forma había sido previamente empleada en numerosos trabajos, incluso en los realizados por McNown. El

factor de forma definido en la ecuación 3.16 es aproximadamente equivalente a la esfericidad, y como fue el primero que se usó, el eje c siempre se tomó como el eje paralelo a la dirección del movimiento. En el régimen de Stokes esto puede ser importante ya que para Números de Reynolds bajos cualquier orientación es estable y se pueden obtener factores de forma mayores que la unidad. Sin embargo, fuera del régimen de la ley de Stokes las partículas descenderán y presentarán el área máxima proyectada al área normal al flujo. Por consiguiente, c siempre será el más corto de los tres ejes y los valores de $S.F.$ serán menores que la unidad.

En el curso de un estudio minucioso, Albertson⁽¹⁾ se enfocó al problema de la caracterización de la máxima área proyectada y el volumen de la partícula ambos para partículas de formas irregulares, ya que en los regímenes de flujo bajos las partículas en estudio cayeron con el área máxima proyectada normal al flujo. Albertson razonó que el producto axial ($a \cdot b$) debería de correlacionarse con esta área proyectada. Como se muestra en la Figura 3.3, una correlación razonable, de hecho, se obtuvo con los datos para partículas irregulares de arena gruesa que caen cerca de la línea calculada para las esferas. Un esfuerzo semejante por obtener una correlación del producto axial ($a \cdot b \cdot c$) con el volumen de la partícula fue rechazado por Albertson debida a la excesiva dispersión presentada por los datos, como se muestra en la Figura 3.4. Sin embargo, desde un punto de vista práctico la Figura 3.4 puede usarse para obtener una estimación razonable del diámetro nominal de la partícula.

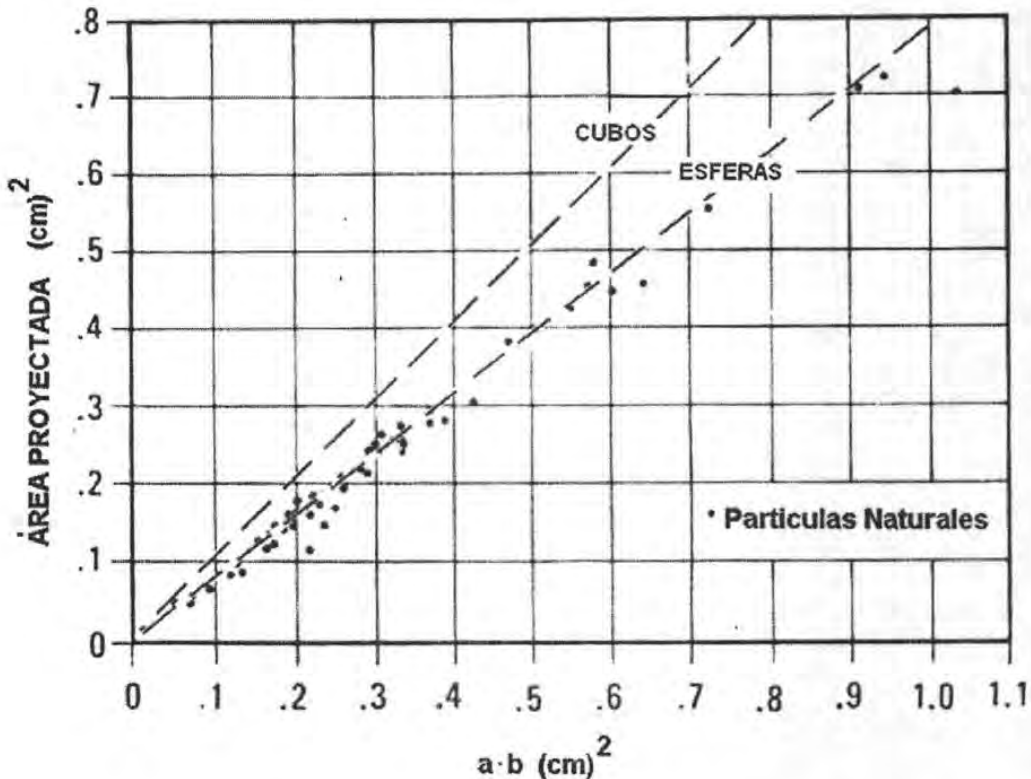


Figura 3.3 Relación entre la máxima área proyectada y los ejes a y b . (Albertson, Ref. 1).

En la Figura 3.5 se muestran las principales conclusiones de los estudios de Albertson que consisten en una gráfica del coeficiente de arrastre contra el Número de Reynolds de la partícula para partículas con varios factores de forma. El número de Reynolds de la partícula que usa el diámetro nominal de la misma partícula como una relación de la longitud característica se define, como:

$$Re = \frac{d_n \rho w_1}{\mu} \quad (3.17)$$

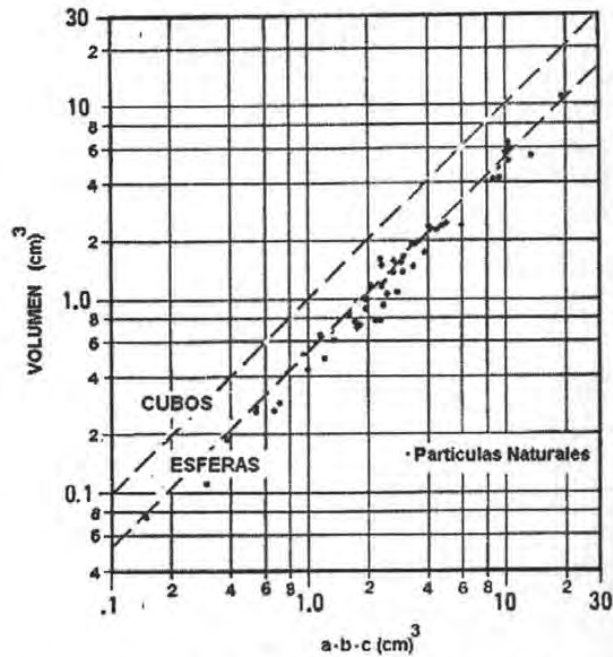


Figura 3.4 Producto axial contra el volumen de la partícula (Albertson, Ref. 1).

donde d_n es el diámetro de una esfera que tiene el mismo volumen de la propia partícula. Los estudios de Albertson mostraron que el factor de forma definido por la ecuación 3.16 pudo caracterizar a la arena gruesa naturalmente desgastada y también a la arena gruesa pulverizada adecuadamente. Sin embargo, encontró que las líneas del factor de forma eran constantes para las partículas naturalmente desgastadas y que para las partículas trituradas no coincidieron.

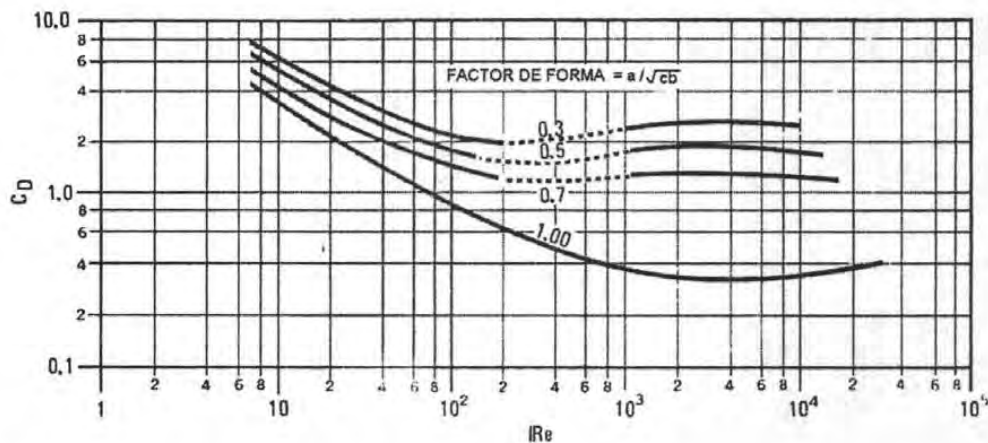


Figura 3.5 Coeficiente de arrastre contra número de Reynolds para diferentes factores de forma (Albertson, Ref. 1).

3.3.2 Curvas generalizadas.

El resultado final de la generalización de las esferas y de las partículas de formas irregulares es la gráfica de C_D contra Re mostrada en la Figura 3.6. Esta gráfica emplea un factor de forma definido por la ecuación 3.16, y es una versión extensiva de la Figura 3.5 y se refiere a las partículas naturalmente desgastadas. Sobrepuestas en las curvas de C_D vs Re son los parámetros adicionales C_w y C_s donde:

$$C_w = \frac{3C_D}{4Re} \quad (3.18)$$

$$C_s = \frac{\pi}{8} C_D Re^2 \quad (3.19)$$

Los parámetros C_w y C_s se relacionan con las ecuaciones 3.13 y 3.14 dadas previamente para partículas esféricas. Así, la Figura 3.6 es un arreglo bastante conveniente de mucha información y puede emplearse de varias maneras. Su principal ocupación en el diseño de una tubería es el cálculo de los coeficientes de arrastre. La importancia de conocer el factor de forma de la partícula es que permite la elección apropiada en las curvas C_D - Re para las partículas bajo estudio. Sin embargo, además del factor de forma hay otras cinco variables, en la definición de la Figura 3.6; a saber, la densidad y viscosidad del fluido, la densidad de la partícula, el diámetro nominal y la velocidad de caída. Cualquier variable puede determinarse de la Figura 3.6 si las otras cinco son conocidas.

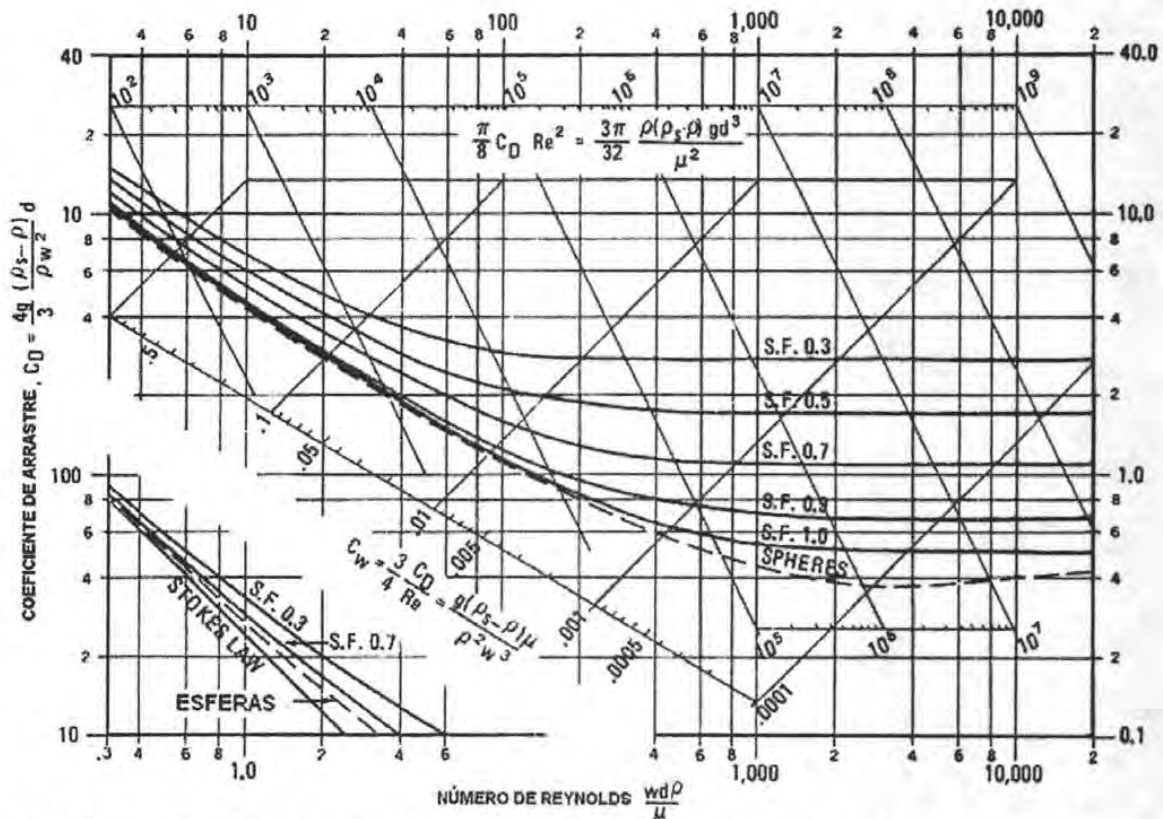


Figura 3.6 Relación del C_D contra el número de Reynolds para partículas de formas irregulares (Referencia 49).

En la mayoría de las aplicaciones en las tuberías de lodos, los sólidos se sujetan de alguna forma a la reducción de su tamaño, por lo que Albertson descubrió, que los coeficientes de arrastre para un factor de forma dado de las partículas trituradas no coincidían con los valores para los sedimentos naturalmente desgastados con el mismo factor de forma. Esto no evita el uso de la Figura 3.6 en las aplicaciones prácticas; sin embargo, al usar la Figura 3.6, el ingeniero debe reconocer que es lo que está evaluando exactamente. El conocimiento del diámetro nominal y la velocidad terminal de caída para una partícula triturada permite calcular el coeficiente de arrastre C_D y el número de Reynolds Re . Esto permite ubicar una línea del factor de forma de estas partículas. Esta línea corresponde a un factor de forma para una partícula "naturalmente desgastada" que no le dice nada del factor de forma real al ingeniero. En otras

palabras esto significa que dicha partícula se comporta hidráulicamente idéntica a una partícula naturalmente desgastada para un factor de forma dado por la Figura 3.6.

3.3.3 Diámetro de caída.

Otro concepto que a veces se usa para caracterizar el efecto de la forma en las velocidades de caída de la partícula es el "diámetro de caída" que se define como el diámetro de una esfera de igual densidad y que tiene la misma velocidad de caída que la partícula bajo consideración. La Figura 3.7 muestra la relación entre el diámetro nominal de la partícula y el diámetro de caída para varios factores de forma. En realidad, el diámetro de caída es meramente un sustituto más del concepto básico de velocidad de caída. La relación del diámetro nominal con el diámetro de caída se ha usado como un factor de forma "hidráulico." Con base en esto, las esferas tendrían un factor de forma igual a la unidad, pero el incremento de la resistencia es indicado por valores mayores que la unidad opuesto al factor de forma definido por la ecuación 3.16 en la cual el incremento irregular es indicado por factores de forma menores de la unidad.

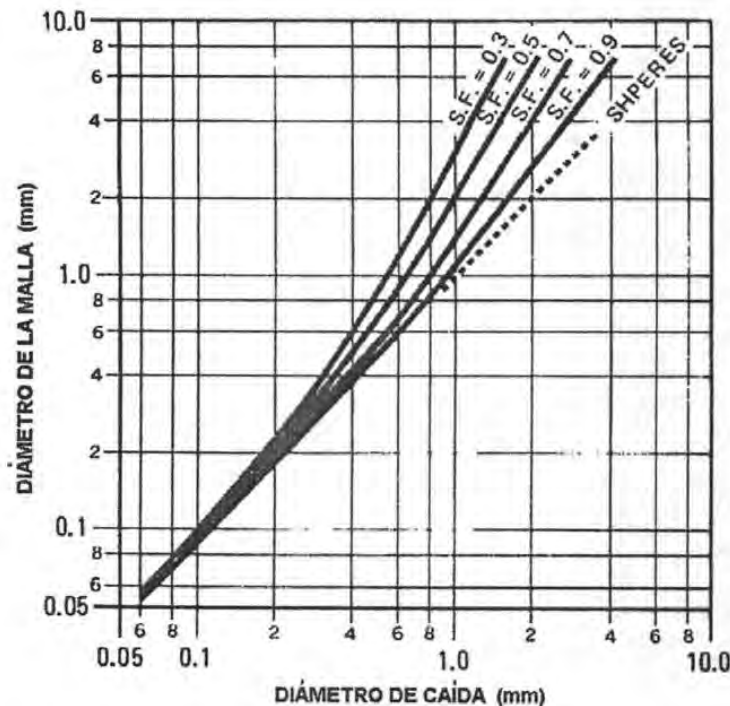


Figura 3.7 Relación entre el diámetro nominal de la partícula y el diámetro de caída.

3.4 EFECTO DE LA TURBULENCIA EN EL ARRASTRE DEL FLUIDO.

En las secciones anteriores se indicó cómo se puede caracterizar a las fuerzas de arrastre en una sola partícula cayendo a su velocidad terminal a través de un fluido en reposo. La naturaleza que existe en una tubería es evidentemente diferente del caso de un fluido inmóvil, habiendo complicaciones por factores tales como la rotación de las partículas, la presencia de más de una partícula y que el fluido invariablemente en su mayoría esté en una condición de flujo turbulento.

El efecto del grado e intensidad de la turbulencia en las velocidades de caída parecerían ser en un área obvia de debilidad traduciendo la información de la velocidad de caída al caso del flujo de la tubería. En una revisión realizada por Graf⁽²⁴⁾ demostró que el impacto total de la turbulencia no es bien entendido, debido principalmente a las dificultades en el diseño y la ejecución de los experimentos en esta área. Un efecto que se establece relativamente bien es que el Número de Reynolds de la partícula en el que ocurre la transición del régimen de la Ley del Newton a régimen turbulento de la capa de límite (es decir, al régimen (d) en la Figura 3.1) y puede reducirse del orden de 10^5 a aproximadamente 10^3 ⁽⁷⁴⁾.

El efecto del arrastre debajo de la transición no es conocido, y la evidencia experimental es compleja en este punto. Algunos investigadores reportan incrementos, otros disminuciones, y otros ningún cambio en absoluto. Un estudio interesante sobre esto fue dirigido por Hau Wong Ho⁽³²⁾ en el que la turbulencia de fluctuación fue modelada usando un fluido oscilante. En todos los casos, las velocidades de caída obtenidas fueron más bajas que aquéllas que se obtuvieron en un fluido en reposo; en la más alta frecuencia de oscilación, la reducción fue mayor para una partícula dada.

3.5 EFECTO DE LA CONCENTRACIÓN EN EL ARRASTRE.

La discusión es hasta ahora aplicable a partículas aisladas y uniformes en fluidos infinitos. Cuando hay varias partículas dispersas en un fluido, la velocidad de caída de las partículas diferirá de una simple partícula, debido a la interferencia mutua. Cuando un grupo de partículas orientadas al azar se establece en un fluido, se encuentra que la velocidad del grupo es más grande que la de una partícula individual⁽¹²⁾. Este fenómeno es diferente al de una aglomeración ya que el grupo de partículas no está en contacto, sólo cuando los grupos se estabilizan por la dinámica fluida del sistema. Cuando la concentración de la suspensión aumenta, la aceleración de la partícula debida a la formación del grupo se vuelve menos marcada así como el incremento del arrastre debido al retorno del flujo que inicia por la reducción de la velocidad del flujo aguas abajo. Más aún a altas concentraciones se establecen los sólidos como una masa con una interfase entre sólida y fluida. Este tipo de comportamiento se define como "comportamiento obstaculizado".

En esta condición, la velocidad disminuye con un incremento en la concentración de los sólidos. Para partículas que se establecen en la región de la Ley de Stokes, el efecto de la concentración esta dado por la siguiente ecuación:

$$\frac{w_f}{w_{of}} = e^{4.5} \quad (3.20)$$

En una suspensión compuesta por una mezcla de partículas de diferentes tamaños, las partículas gruesas se establecen en un arreglo más pequeño de partículas. Para una mezcla binaria, Davies y Kaye⁽¹²⁾ demostraron que la mezcla se establece sin segregación cuando la distancia entre las partículas más grandes es suficiente para atrapar a las partículas de tamaño más pequeñas. Así, la segregación de la partícula ocurrirá por arriba de la concentración crítica en la que las partículas más pequeñas permanecen atrapadas entre las partículas más grandes.

Cuando se suspenden las partículas gruesas en una suspensión de partículas muy finas, la velocidad de los sólidos gruesos es apreciablemente reducida. La suspensión de partículas finas puede exhibir propiedades no Newtonianas. DuPlessis y Anselv⁽¹⁵⁾ investigaron la forma en que se establecen las partículas en una suspensión de arcilla que presenta conducta plástica de Bingham. Ellos demostraron que la velocidad de una partícula disminuye mientras que el esfuerzo producido en la suspensión de arcilla aumenta.

3.6 EFECTO DE PARED CILÍNDRICA DEL RECIPIENTE.

Se ha encontrado que la velocidad de caída en un recipiente cilíndrico es menor que en un fluido de magnitud infinita. El efecto de la pared del recipiente se encuentra determinando la velocidad de caída de los sólidos en cilindros de diferentes diámetros.

La velocidad terminal medida puede corregirse para el efecto de la pared del cilindro por la extrapolación de la gráficas de la velocidad de caída contra el recíproco del diámetro del cilindro (D_c).

McNown⁽⁴⁴⁾ presentó una relación entre $\frac{d}{D}$ y $\frac{w_f}{w_{fD}}$, es decir la proporción de la velocidad de caída de una esfera en un fluido de magnitud infinita y en uno confinado, en un cilindro de diámetro D .

$$\frac{w_t}{w_{tD}} = 1 + \frac{9}{4} \frac{d}{D} + \left(\frac{9}{4} \frac{d}{D} \right)^2 \quad (3.21)$$

3.7 PROCEDIMIENTO RECOMENDADO.

El procedimiento recomendado por obtener la información necesaria para el diseño es como sigue:

- Fijar la velocidad terminal de caída para las partículas de interés por medio de experimentos. Ya que la mayoría de los lodos contienen partículas de una granulometría bastante amplia, esto involucrará la separación de los sólidos en los diferentes tamaños con las mallas respectivas, y la evaluación de la velocidad de caída para varios tamaños diferentes y finalmente los gruesos de la distribución del tamaño.
- Calcular el diámetro nominal de la partícula d_n para cada tamaño de las diferentes mallas. Normalmente se considera que éste es la media geométrica de las aberturas de las mallas entre las cuales las partículas se retienen.
- Obtener el factor de forma de la Figura 3.6. Esto puede variar de una fracción de un tamaño a otro.
- De las curvas determinadas para varios factores de forma, obtener los coeficientes de arrastre requeridos.

Para trabajos en situaciones donde el conocimiento exacto de los factores de forma es crítico, puede ser necesario evaluar las velocidades de caída en un fluido de viscosidad igual a la del propio lodo. En la actualidad, no hay ningún método confiable para evaluar el efecto de turbulencia, particularmente en los flujos cortantes y ninguna recomendación puede hacerse con respecto a esto.

La intención de este capítulo es la de presentar un método de cálculo general para los coeficientes de arrastre para el tipo de partícula encontrado en los trabajos de las tuberías de lodos. El coeficiente de arrastre que se obtiene puede modificarse cuando se usa en el flujo de las tuberías debido, por ejemplo, el efecto de la formación del obstáculo en la tubería descrito anteriormente, pero en sí mismo sigue siendo el parámetro más útil para la caracterización de la partícula.

Propiedades físicas de las suspensiones

Capítulo 4

PROPIEDADES FÍSICAS DE LAS SUSPENSIONES

NOMENCLATURA.

A , constante.	n , índice de la Ley de Potencia.
B , constante.	r , posición radial.
C_v , porcentaje del volumen de sólidos.	u , velocidad local.
C_w , porcentaje del peso de los sólidos.	Δp , caída de presión.
D , diámetro de la tubería.	ϕ , Concentración volumétrica de los sólidos expresada en fracción.
I_K , constante del instrumento	ϕ_m , concentración volumétrica máxima.
K , consistencia del fluido de la Ley de Potencia	μ_m , viscosidad dinámica de la suspensión.
K' , $K \left(\frac{4n}{3n+1} \right)^n$	μ_o , viscosidad dinámica del medio en suspensión.
K_1 , constante.	ω , velocidad angular local.
K_2 , constante.	Ω , velocidad angular.
K_3 , constante.	ρ , densidad.
L , longitud.	τ , esfuerzo cortante.
M , torque.	τ_o , esfuerzo de fluencia.
Q , gasto.	τ_w , esfuerzo cortante en la pared.
R , radio de la tubería.	η , coeficiente de rigidez.
R_b , radio de la garganta.	l , subíndice e indica líquido.
R_c , radio de taza.	m , subíndice e indica mezcla.
Re , número de Reynolds.	s , subíndice e indica sólidos.
V , velocidad media del flujo.	γ_m , peso específico de la mezcla.
$\frac{dv}{dr}$, proporción del cortante a la distancia radial r .	γ_l , peso específico del fluido.
$\frac{dv}{dy}$, proporción del cortante a una distancia y .	γ_s , peso específico de los sólidos.
h , altura de la garganta.	

4. PROPIEDADES FÍSICAS DE LAS SUSPENSIONES.

El diseño de una tubería para transportar lodos depende de que tan bien se determinen o evalúen las propiedades físicas de los lodos. En algunos casos, por ejemplo en lodos de calizas finas, es posible considerar a los lodos como un medio continuo y basar el diseño de la tubería en las propiedades medias de este "fluido". Sin embargo, esto no siempre es posible ya que para otros tipos de lodos también deberán proporcionarse y determinarse las propiedades de los componentes individuales del lodo. A continuación se enumeran las propiedades más importantes de las suspensiones, la forma en cómo son medidas y su importancia en el diseño de una tubería hidrotransportadora de lodos.

4.1 CONCENTRACIÓN.

La concentración de una mezcla, es la cantidad de partículas contenidas dentro del fluido; se puede expresar en volumen C_v , o en peso C_w , siendo más fácil obtenerla en este último y se definen como:

$$C_v = \frac{\text{volumen de partículas sólidas}}{\text{volumen de la mezcla}} \quad (4.1)$$

$$C_w = \frac{\text{peso de las partículas sólidas}}{\text{peso de la mezcla}} \quad (4.2)$$

para determinar la concentración en peso es necesario separar el material sólido y pesarlo, por lo que se tendrá que filtrar o decantar y no evaporar el líquido, ya que en este caso los sólidos quedarían también las sales disueltas en el fluido.

4.2 PESO ESPECÍFICO.

El peso específico de la mezcla γ_m , se puede determinar relacionando el peso de la mezcla, del líquido y de las partículas, o sea:

$$\gamma_m V_m = \gamma_l V_l + \gamma_s V_s \quad (4.3)$$

donde:

γ , peso específico ($\gamma = \rho g$)

V , volumen.

Los subíndices m , l y s indican lo correspondiente a mezcla, fluido y partículas sólidas respectivamente.

De la relación anterior se tiene:

$$\gamma_m = \gamma_l + \frac{V_s}{V_m} (\gamma_s - \gamma_l) \quad (4.4)$$

ya que:

$$V_l = V_m - V_s$$

y como la concentración expresada en volumen de la mezcla es:

$$C_v = \frac{V_s}{V_m} \quad (4.5)$$

Finalmente, la relación para determinar el peso específico de la mezcla se expresa como:

$$\gamma_m = \gamma_l + (\gamma_s - \gamma_l)C_v \quad (4.6)$$

4.3 DENSIDAD.

En el caso de las suspensiones, existen tres formas de densidad involucradas en su especificación; a saber, la densidad de las partículas, la densidad del medio en suspensión y la densidad de la propia suspensión.

La densidad de los sólidos y del medio en suspensión puede ser evaluada por los métodos convencionales, como el de la técnica del recipiente para determinar la gravedad específica, cuidando su buen manejo para eliminar las posibles fuentes de error. Existen dos grandes orígenes de los errores experimentales en cuanto a suspensiones se refiere. Primero, si las partículas de los sólidos son finas, éstas tienden a actuar como una trampa para las burbujas de aire, que deberán eliminarse para evitar serios errores. El aire puede retirarse por varios métodos como la agitación o la adición de una pequeña cantidad de un agente hidratante a la mezcla. Segundo, si el material sólido a ser transportado será sujeto a alguna forma de pulverización, las medidas deberán realizarse en los fragmentos de tamaño que componen el material, es decir, en la misma forma en la que se transportarán. La razón para esto es que algunos materiales pueden exhibir una variación de la densidad como una función de su tamaño. Esto puede ser importante en el diseño de la tubería, porque en estas condiciones todavía no se puede determinar la densidad media del material no triturado.

La densidad de la suspensión puede ser medida directamente con las técnicas convencionales. Sin embargo, se debe tener cuidado con los lodos en los que los sólidos tienden a depositarse rápidamente, para asegurar que cuando el material en exceso se coloque en el recipiente de gravedad específica, la suspensión todavía sea uniforme. Si el lodo se ha depositado, el material colocado así se compondrá principalmente del medio en suspensión, y las mediciones indicarán una densidad más alta que la verdadera densidad del lodo.

En la práctica, es bueno depender de las mediciones de la partícula y las densidades del fluido para definir la densidad de una suspensión para una concentración dada, y recíprocamente, para usar la densidad de la suspensión como una medida de la concentración. La densidad de una suspensión por lo que se refiere a sus densidades de los componentes esta dada por:

$$\rho_m = \frac{100}{\frac{C_w}{\rho_s} + \frac{100 - C_w}{\rho_l}} \quad (4.7)$$

donde C_w , es la concentración de sólidos expresada por unidad de peso en porcentaje, o bien:

$$\rho_m = \frac{1}{\frac{C_w}{\rho_s} + \frac{1 - C_w}{\rho_l}} \quad (4.7a)$$

donde C_w , es la concentración de sólidos expresada por unidad de peso en fracción. Sin embargo, la mecánica del flujo está directamente relacionada con el volumen presente de sólidos, y es común en el manejo de lodos hacer referencia al porcentaje de concentración volumétrica C_v , y a la fracción de volumen ϕ , la cuál se define como:

$$\phi = \frac{C_v}{100}$$

La relación entre el porcentaje de volumen de sólidos, la gravedad específica de los sólidos, la gravedad específica del medio en suspensión y el porcentaje del peso de la concentración de sólidos está dada por las siguientes expresiones:

$$C_v = \frac{100 C_w \rho_s}{C_w \rho_s + 100 - C_w} = \frac{C_w \rho_m}{\rho_s} \quad (4.8)$$

$$C_w = \frac{C_v \rho_s}{C_v \rho_s + (100 - C_v)} = \frac{C_v \rho_s}{\rho_m} \quad (4.9)$$

4.4 VISCOSIDAD.

Un efecto importante de la adición de partículas sólidas a un fluido es su influencia en la viscosidad del sistema. La presencia de las partículas indudablemente aumentan la viscosidad de la suspensión a un valor mayor que la del propio fluido y en muchos de los casos resulta una suspensión de carácter no Newtoniano.

La viscosidad de una suspensión ha sido una cuestión de las que de cierta manera han llevado a generar controversia. Esto es poco sorprendente cuando se examina la naturaleza bastante compleja de las suspensiones. De hecho, el concepto de viscosidad de una suspensión es en sí mismo bastante difícil. Obligadamente, este no es quizás el caso cuando uno compara un lodo muy concentrado visualmente con el fluido transportador "puro", al igual que si uno comparara un aceite pesado con el agua. Sin embargo, el tema no es tan simple en el caso de una suspensión diluida con partículas grandes.

Desde el punto de vista de la ingeniería, es bueno visualizar la viscosidad de la suspensión, no como un "espesor" de la mezcla contra la del fluido transportador, pero de acuerdo a la ecuación 2.8, el parámetro de flujo laminar relaciona directamente el gradiente de velocidad con el esfuerzo cortante. Así que mientras es difícil imaginar que un número pequeño de partículas grandes hacen un fluido más "espeso", es fácil aceptar que estas partículas pueden tener un efecto en la distribución de velocidad en un flujo laminar y por consiguiente en la viscosidad.

En esta sección se considerara el caso de la viscosidad de las suspensiones de partículas esféricas uniformes que normalmente son de carácter Newtoniano. Este tipo de sistema es, en la práctica, relativamente raro, pero es de importancia ya que su viscosidad representa un valor mínimo para la "viscosidad" de las suspensiones no Newtonianas.

4.4.1 Suspensiones diluidas.

La viscosidad de la dilución de sólidos en las suspensiones era un asunto de análisis teórico; Einstein en 1905 determinó que la viscosidad podía representarse como:

$$\frac{\mu_m}{\mu_o} = 1 + 2.5\phi \quad (4.10)$$

Dicha ecuación se aplica al flujo laminar en suspensiones de esferas rígidas en las que las partículas son grandes comparadas con las dimensiones moleculares, pero pequeñas con respecto a la escala de la longitud característica del instrumento de medición. Se supone que las suspensiones son sumamente diluidas; es decir, que no hay ninguna interacción de las partículas.

Según Thomas⁽⁷⁰⁾ la mayoría de los estudios teóricos concuerdan con la ecuación 4.10 y aunque los valores de la constante son tan grandes, alrededor de 5.5, generalmente se acepta este valor como adecuado. La limitación de la ecuación 4.10 es que no es muy válida para concentraciones que exceden del 1.0 % de sólidos por unidad de volumen.

4.4.2 Suspensiones concentradas.

La viscosidad de suspensiones muy concentradas debe tomar en cuenta los diversos tipos de interacciones de la partícula que pueden ocurrir. Thomas también revisó las expresiones teóricas y experimentales existentes para la viscosidad de la suspensión. Muchos toman la forma de una serie de Taylor desarrollada como sigue:

$$\frac{\mu_m}{\mu_o} = 1 + K_1\phi + K_2\phi^2 + K_3\phi^3 + \dots \quad (4.11)$$

Generalmente se asume que el valor de K_1 es 2.5 y fue determinado por Einstein. Se han asignado con toda seguridad varios valores a K_2 por el registro de las interacciones: Guth y Simha⁽²⁶⁾ obtuvieron un valor de $K_2 = 14.1$. Sin embargo, los coeficientes de más alto orden no son fácilmente calculables. Según Thomas esto representa una limitación al uso de la ecuación 4.11 ya que la terminación de la serie después del término ϕ^2 conduce a errores de más del 10% para suspensiones con valores mayores de $\phi \cong 0.20$; la inclusión del término ϕ^3 extiende la validez de la ecuación para $\phi \cong 0.40$.

Por el análisis y racionalización de una gran cantidad de datos, Thomas sugirió una ecuación de la forma:

$$\frac{\mu_m}{\mu_o} = 1 + 2.5\phi + 10.05\phi^2 + A \exp(B\phi) \quad (4.12)$$

Las dos constantes ajustadas A y B tienen los siguientes valores: $A = 0.00273$ y $B = 16.6$. Thomas encontró que la ecuación 4.10 proporciona un buen ajuste a los datos disponibles de viscosidad, así como una ecuación de la forma de la ecuación 4.11 con tres o cuatro constantes ajustadas como se muestra en la Figura 4.1.

Otra ecuación para obtener la viscosidad en suspensiones concentradas es la propuesta por Gay, Nelson, y Armstrong⁽²¹⁾:

$$\frac{\mu_m}{\mu_o} = \exp \left[2.5 + \left(\frac{\phi}{\phi_m - \phi} \right)^n \right] \frac{\phi}{\phi_m} \quad (4.13)$$

donde ϕ_m es la concentración volumétrica máxima posible. Es interesante notar que debido a que el término $\phi / (\phi_m - \phi)$ se puede volver a escribir como $\left(\frac{\phi}{\phi_m} \right) / \left(1 - \frac{\phi}{\phi_m} \right)$, la ecuación 4.13 expresa que la relación $\frac{\mu_m}{\mu_o}$ solamente es una función de $\frac{\phi}{\phi_m}$.

Para valores pequeños de $\frac{\phi}{\phi_m}$ es decir, para suspensiones diluidas el desarrollo de la serie de la ecuación 4.13 tiene la forma:

$$\frac{\mu_m}{\mu_o} = 1 + 2.5 \frac{\phi}{\phi_m} \quad (4.14)$$

cuya forma es similar a la ecuación 4.10 de Einstein, excepto que se sustituye $\frac{\phi}{\phi_m}$ por ϕ .

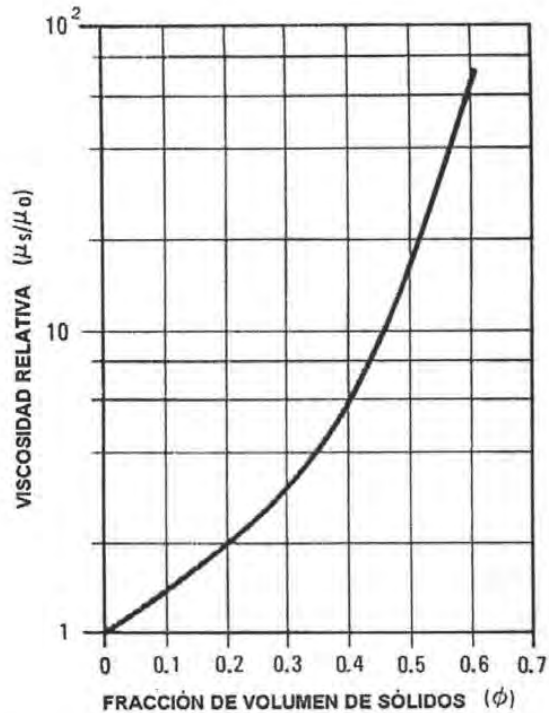


Figura 4.1 Viscosidad relativa reducida contra el volumen de la fracción de sólidos (Ref. 70).

4.5 REOLOGÍA NO NEWTONIANA.

La definición de la viscosidad para los fluidos Newtonianos está dada por la siguiente ecuación:

$$\mu = \frac{\tau_w}{\left(\frac{dv}{dy}\right)} \quad (2.8)$$

Si de esta ecuación se grafica el esfuerzo cortante contra la proporción de cortante para un fluido Newtoniano en flujo laminar, se obtendrá una línea recta que pasa por el origen, la pendiente de dicha línea es igual a la viscosidad. La conducta de esta clase de fluido en flujo laminar se caracteriza por un parámetro simple de flujo de viscosidad; de hecho, los fluidos Newtonianos son llamados fluidos de "un solo parámetro".

Sin embargo, hay un grupo importante de fluidos cuyos diagramas de cortante o curvas de flujo, no se ajustan a la ecuación 2.8. Estos fluidos para los que la curva de flujo no es lineal a través del origen, son conocidos como fluidos no Newtonianos. Típicas de este grupo son ciertas soluciones de polímeros y muchas suspensiones de sólidos en líquidos.

El tipo de conducta no Newtoniana que normalmente se encuentra cuando se trata con lodos cae en una de las dos siguientes categorías generales:

1. Fluidos tiempo independientes.
2. Fluidos tiempo dependientes.

4.5.1 Fluidos No Newtonianos Tiempo Independientes.

Para los fluidos tiempo independientes en flujo laminar, el esfuerzo cortante es una función de la proporción aplicada del mismo esfuerzo cortante, es decir:

$$\frac{dv}{dy} = f(\tau) \quad (4.15)$$

La forma de la ecuación 4.15 es idéntica a la de la ecuación 2.8 para los fluidos Newtonianos. Sin embargo, considerando que para los fluidos Newtonianos la relación funcional entre τ y $\frac{dv}{dy}$ está completamente definida por un solo parámetro de viscosidad μ , en el caso de los fluidos no Newtonianos tiempo independientes, por lo menos se requiere de dos parámetros. Los parámetros requeridos para la caracterización del flujo son colectivamente conocidos de la reología del fluido o del lodo.

Además es posible subdividir a la categoría de los fluidos no Newtonianos tiempo independientes, dependiendo de la conducta que presentan en flujo laminar, en aquellos que presentan un esfuerzo de fluencia y aquellos que no lo hacen. La Figura 4.2 muestra las curvas típicas de flujo para los tipos más importantes de los fluidos no Newtonianos tiempo independientes.

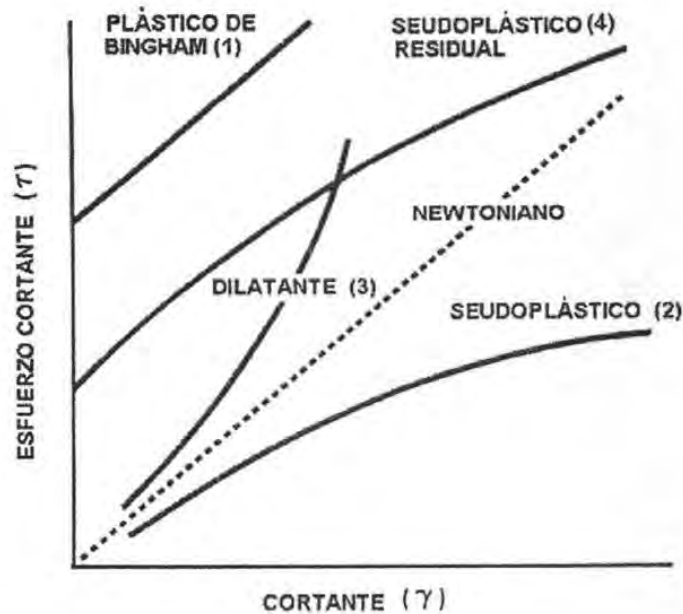


Figura 4.2 Curvas típicas de esfuerzo cortante - cortante para fluidos no Newtonianos tiempo independientes.

La primera curva es típica de la respuesta de un lodo que presenta un esfuerzo de fluencia, llamado plástico de Bingham. Un plástico de Bingham se caracteriza por una curva de flujo que es una línea recta que tiene un intercepto τ_o , en el eje del esfuerzo cortante. El esfuerzo de fluencia τ_o , es una medida del esfuerzo que debe excederse para que inicie el flujo. La conducta del flujo es descrita por la ecuación:

$$\tau - \tau_o = \eta \frac{dv}{dy} \quad (4.16)$$

La explicación de la conducta plástica de Bingham es que el fluido tiene en reposo una estructura tridimensional de suficiente rigidez para resistir cualquier esfuerzo menor que el esfuerzo de fluencia. Si el esfuerzo de fluencia se excede, esta estructura se desintegra y el material se comporta como un fluido Newtoniano bajo el esfuerzo cortante ($\tau > \tau_o$). La estructura de fluencia se modifica cuando el esfuerzo cortante aplicado cae por debajo de τ_o .

En la práctica, existen muchas otras expresiones que intentan describir la conducta general o específica de las suspensiones que exhiben un esfuerzo de fluencia, pero la ecuación 4.16 tal como otras, necesariamente es referida a un modelo reológico.

Ejemplos de fluidos tipo Bingham son: la pasta de dientes, mantequilla, arcilla para alfarería, mostaza, mayonesa, chocolate, salsa catsup, algunas pinturas, asfalto, suspensiones acuosas de carbón, sedimentos de aguas residuales, entre otros.

La curva número dos, de la Figura 4.2, muestra un fluido seudoplástico típico. Este fluido no presenta un esfuerzo de fluencia y tiene una curva de flujo cuya pendiente disminuye con el incremento del esfuerzo cortante hasta un valor muy grande y donde alcanza una pendiente límite. La reología de los seudoplásticos puede ser descrita por varios modelos, pero normalmente se usa el modelo de Ostwald de Waele, o Ley de Potencia:

$$\tau = K \left(\frac{dv}{dy} \right)^n \quad (4.17)$$

para $n < 1.0$

donde K y n son constantes para un fluido en particular. La constante K es conocida como la "consistencia" del fluido; cuanto más alto es K más viscoso es el fluido. Cuando $n = 1.0$, la conducta corresponde a la de un fluido Newtoniano, K corresponde a la viscosidad Newtoniana. La constante n , es el "índice de flujo" y es una medida del grado de desviación de la conducta Newtoniana; finalmente cuando n tiene un valor mayor que la unidad son más acentuadas las propiedades no Newtonianas. Los fluidos seudoplásticos son típicos para ciertas soluciones de polímeros, pulpa de papel, algunas pinturas, plasma sanguíneo, suspensiones acuosas de arcilla, etc., pero el modelo de la Ley de Potencia puede usarse para describir la conducta de muchos lodos.

La curva tres mostrada en la Figura 4.2 es la curva de flujo típica para los fluidos llamados dilatantes. Este tipo de fluidos raramente se encuentran en la práctica. Los fluidos dilatantes pueden ser descritos por la Ley de Potencia con un índice de flujo $n > 1.0$. Ejemplo de fluidos dilatantes de este tipo son las arenas movedizas, soluciones espesas de almidón, lodos de arena de playa, polvos finos en suspensión, fécula de maíz en etileno glicol, dióxido de titanio, etc.

La curva cuatro mostrada en la Figura 4.2 es una curva de flujo típica para un material seudoplástico y que tiene un esfuerzo de fluencia.

Nuevamente debe enfatizarse que el modelo Plástico de Bingham y el modelo de la Ley de Potencia no son los únicos modelos reológicos para estas dos clases de fluidos tiempo independientes.

Comparados con los fluidos Newtonianos que requieren de un conocimiento solamente de la viscosidad para la evaluación y la comparación de la conducta en flujo laminar, el tratamiento de los fluidos no Newtonianos es bastante más complejo. En particular, la determinación de lo que constituye convenientemente una "viscosidad", incluso en condiciones analíticas, es una cuestión en la que no hay ningún acuerdo general, varias definiciones de viscosidad han sido empleadas para la predicción y correlación de los datos de flujo de las tuberías, como se señala en los párrafos siguientes. Pero es posible definir una "viscosidad aparente", como:

$$\mu_a = \frac{\tau_w}{\left(\frac{dv}{dy} \right)} \quad (4.18)$$

En la Figura 4.3 se puede ver que el valor de μ_a varía, dependiendo del valor del esfuerzo cortante. En el caso de los plásticos de Bingham y seudoplásticos, el valor de μ_a , disminuye con el incremento del

cortante aplicado. Por esta razón este tipo de fluidos son a veces llamados fluidos de "esfuerzo reducido". Los fluidos dilatantes por otro lado presentan un incremento de μ_a , con el incremento del cortante y son llamados fluidos de "cortante efectivo". Los fluidos Newtonianos, mantienen su viscosidad aparente μ_a constante, sin tomar en cuenta la magnitud aplicada del cortante.

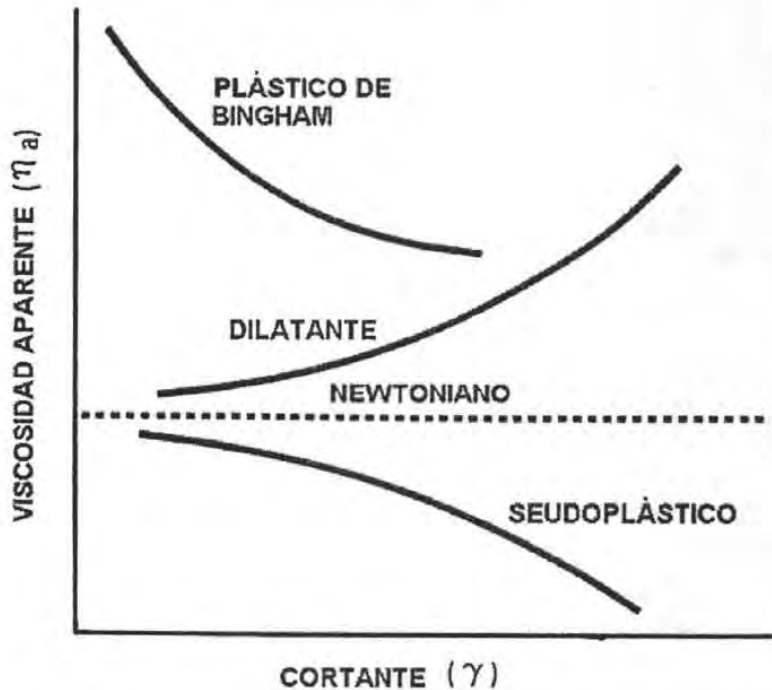


Figura 4.3 Viscosidad aparente contra cortante para fluidos no Newtonianos Tiempo Independientes.

Los fluidos plásticos de Bingham pueden ser categorizados por el coeficiente de rigidez que es dimensionalmente igual que la viscosidad. En el caso del flujo en una tubería con flujo no Newtoniano, es posible definir una "viscosidad efectiva" μ_e , definida como la relación del esfuerzo cortante con respecto a la medida del cortante límite. Para las tuberías, esto es:

$$\mu_e = \frac{\tau_w}{8 \frac{V}{D}} \quad (4.19)$$

Por otro lado, los resultados en los valores de μ_e , para los plásticos de Bingham y los pseudoplásticos son:

$$\mu_e = \eta \left[1 + \frac{\tau_o D}{6\eta V} \right] \quad (4.20)$$

y

$$\mu_e = K \left(\frac{8V}{D} \right)^{n-1} \quad (4.21)$$

Además, a valores altos de cortante se tiene un valor de la viscosidad límite μ_a , con la que se puede caracterizar un fluido no Newtoniano (que puede o puede no ser igual para η o μ_e , dependiendo de la precisión de la medición instrumental). La opción anterior establece una viscosidad a conveniencia para la predicción de la conducta de la tubería se discutirá más adelante en el diseño de las tuberías.

4.5.2 Fluidos Tiempo Dependientes.

Estos materiales son normalmente clasificados como tixotrópicos o reopécticos y depende en si de la disminución o incremento del esfuerzo cortante con el tiempo para las condiciones dadas de la magnitud al aplicar el cortante y la temperatura.

Los fluidos tixotrópicos presentan una disminución reversible en el esfuerzo cortante con el tiempo a una magnitud constante del cortante. Generalmente causado por la destrucción gradual de algunas estructuras tridimensionales en el material, el esfuerzo cortante se acerca a un valor de equilibrio que depende de las propiedades estructurales del fluido y de la magnitud del cortante aplicado. La estructura empieza a reconstruirse una vez que el esfuerzo cortante es retirado o reducido. Una curva típica de flujo para un fluido tixotrópico se muestra en la Figura 4.4. Se puede observar que la curva obtenida cuando se incrementa la magnitud del cortante no corresponde a la curva obtenida cuando disminuye el cortante aplicado, debido a que cuando el ciclo ascendente se completa las propiedades fluidas han cambiado dando lugar al ciclo de esfuerzo cortante mostrado. Ejemplo de este tipo de fluidos tixotrópicos son algunas pinturas, tintas de imprenta, salsa de tomate, lodos de perforaciones petroleras, algunos aceites de petróleo crudo, nylon y algunas jaleas.

Generalmente se cree que los mecanismos internos son los responsables de la conducta tixotrópica y que son similares a los que causan la conducta pseudoplástica, pero estos difieren con respecto a la escala de tiempo. Es decir, los mecanismos tixotrópicos son mucho más lentos que los mecanismos de los pseudoplásticos.

Los fluidos reopécticos son relativamente raros y presentan un cortante efectivo reversible con el tiempo a una aplicación constante del cortante. La reopexia fue definida por Julisburger y Pirquet⁽³⁷⁾ como "*la solidificación de los cambios tixotrópicos por el movimiento suave y regular*" y aunque el término se ha usado ampliamente, no debe ser en sentido estricto usada para los fluidos de los sistemas tixotrópicos. La arcilla bentonítica y el sulfato de calcio en suspensión (yeso) son ejemplo de este tipo de comportamiento.

La reopexia se atribuye a la coagulación o floculación de las partículas cuando ésta es causada por el acercamiento debido al movimiento suave del fluido. La cantidad límite del cortante produce que las partículas estén más rápidamente en contacto de lo que lo harían bajo la influencia del movimiento Browniano con la suspensión en reposo.

Reopexia y dilatancia son análogos en conducta, los mecanismos de control difieren además nuevamente en la escala de tiempo. En el caso de un fluido reopéctico, la estructura tiene por virtud inducir a la producción de fuerzas de atracción cuando las partículas están en una proximidad cercana, con una cierta estabilidad que se deteriora durante un período de tiempo. La conducta dilatante por otra parte no tiene tales fuerzas estabilizadoras y la estructura decae en cuanto las fuerzas cortantes se liberan. En la Figura 4.4 se muestra un diagrama de cortante, típico para un fluido reopéctico sujeto a una aplicación continua y creciente del cortante seguido inmediatamente por una aplicación continua y decreciente del cortante.

4.6 MEDICIÓN DE LA REOLOGÍA.

La evaluación del comportamiento del flujo de los sistemas no Newtonianos requiere una estimación de las diversas propiedades del sistema, tal como el coeficiente de rigidez, el esfuerzo producido para los plásticos de Bingham y el índice de consistencia de flujo para los pseudoplásticos. Las ecuaciones reológicas que se presentan generalmente como la 4.16 y 4.17, así como la 2.8, remotamente describen a estos fluidos ya que sólo son aplicables a una situación idealizada del flujo en dos dimensiones. En la tubería, la última situación de flujo de interés, no es en dos dimensiones, por lo que ni el más común de los viscosímetros podría realizar estas mediciones. Lo que es de interés para el diseñador de la tubería

no ocurre en dos dimensiones, ni tampoco un funcionamiento puntual o específico, sino deber ser una función integral para la situación de flujo de interés específico.

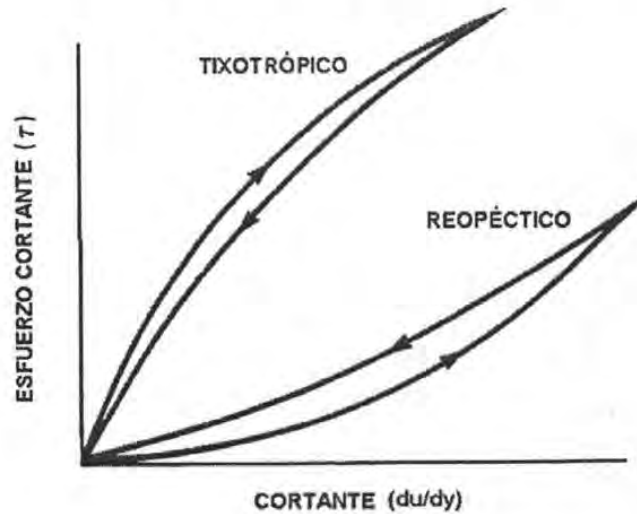


Figura 4.4 Diagramas de cortante para fluidos Tixotrópicos y Reopécticos.

Dado que las relaciones reológicas representan condiciones ideales. En la práctica, se ha encontrado que la reología de un material no es única para una misma y amplia gama de esfuerzos cortantes. Es por consiguiente importante que los parámetros reológicos deban de ser evaluados para una suspensión dada y cubrir una amplia gama de magnitudes de cortante, incluso de la magnitud de cortante esperada en la tubería real.

4.6.1 Viscosímetro de tubo capilar.

Este es un dispositivo cuya característica esencial es la medición de la pérdida de fricción asociada con el flujo laminar de un fluido de magnitud conocida a través de un tubo de dimensiones también conocidas. De una serie de mediciones que corresponden a un rango de gastos, es posible construir un diagrama de cortante para el fluido bajo el estudio (qué es claramente el objetivo de cualquier medición viscométrica). La construcción real y detallada del viscosímetro de tubo capilar varía de instrumento a instrumento, pero el funcionamiento básico es general. Los tubos tienen diámetros de 1/32" a 1/2", las longitudes y la perforación interior deben ser realizadas con gran precisión. Los tubos generalmente son largos con respecto al diámetro, para eliminar la incertidumbre debida a los efectos de tanteo; Thomas⁽⁶⁷⁾ usó en sus mediciones una proporción de L/D de 1000, pero se han reportado valores muchos más bajos.

Los primeros resultados de un viscosímetro de tubo capilar es lo que se llama diagrama de pseudo cortante, el cual es dibujado con el promedio de la magnitud del cortante contra el esfuerzo cortante en la pared del tubo, el cual es (ver ecuación 2.10) una gráfica de $\frac{8V}{D}$ contra τ_w . Este es conocido como

diagrama de pseudo cortante para así distinguirlo de la gráfica de $\frac{dv}{dr}$ contra τ . El diagrama de cortante

($\frac{dv}{dr}$ contra τ) y el diagrama de pseudo cortante se relacionan por la ecuación de Mooney-Rabinowitsch:

$$\left(\frac{dv}{dr}\right)_w = \frac{8V}{D} \left[\frac{3}{4} + \frac{1}{4} \frac{d \ln\left(\frac{8V}{D}\right)}{d \ln\left(\frac{\Delta p D}{4l}\right)} \right] \quad (4.22)$$

donde:

$\left(\frac{dv}{dr}\right)_w$, magnitud del cortante en la pared.

Δp , pérdida de fricción en la longitud l , en una tubería de diámetro D .

V , velocidad media del flujo.

Ésta es una ecuación general, es decir, se deriva sin hacer suposiciones acerca de la conducta de la reología del lodo o del fluido, y el término final del lado derecho es la pendiente de una gráfica log-log del diagrama de pseudo cortante para un valor particular de $\frac{8V}{D}$. Así, para cualquier valor de $\frac{8V}{D}$ se obtiene

un valor correspondiente de $\left(\frac{dv}{dr}\right)_w$.

4.6.2 Viscosímetro cilíndrico coaxial giratorio.

También es un instrumento de uso común para la determinación de la reología y están comercialmente disponibles diversos tipos convencionales. Están diseñados para generar cortante en un fluido entre dos cilindros coaxiales uno de los cuales gira mientras el otro se mantiene fijo. La curva de flujo se obtiene de una serie de mediciones del torque resistente a la rotación a una velocidad angular conocida. La Figura 4.5 muestra el principio de funcionamiento de un viscosímetro de tipo giratorio. En este ejemplo, el cilindro exterior (o taza) se mantiene fijo y el cilindro interno (o garganta) gira; el torque resistido en el tazón es medido por un alambre de torsión.

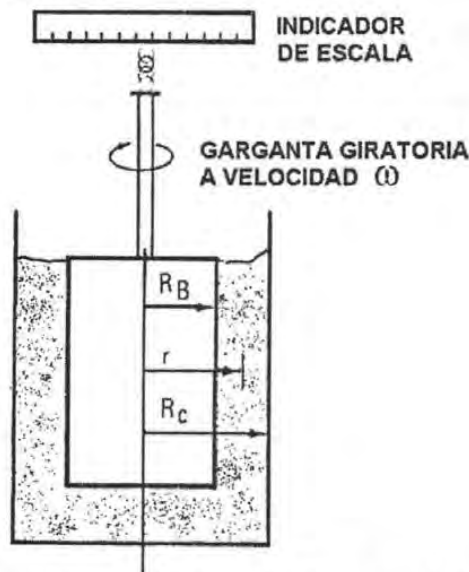


Figura 4.5 Viscosímetro cilíndrico concéntrico.

Si se considera el caso de un fluido Newtoniano bajo prueba en este instrumento, donde la garganta gira en la taza, se desprecian los efectos finales, el torque externo M en el eje es medido en la escala marcada, está dado por:

$$M = \text{área de la superficie} \times \text{esfuerzo cortante} \times \text{radio} = 2\pi R_B h \times \tau_w \times R_B = 2\pi R_B^2 h \tau_w \quad (4.23)$$

Ahora, en cualquier punto en el espacio anular, es decir, en el fluido bajo prueba, se puede escribir:

$$M = 2\pi r^2 h \tau \quad (4.24)$$

El esfuerzo cortante en cualquier punto, puesto que el flujo es laminar, esta dado por ecuación 2.8, es:

$$\tau = \mu \frac{dv}{dy}$$

pero para la configuración geométrica se tiene:

$$-\frac{dv}{dy} = r \frac{d\omega}{dr}$$

donde ω es la velocidad angular de la garganta y r es la distancia del centro de rotación. Así que se puede expresar el esfuerzo cortante como una función de la relación del cambio de velocidad tangencial con respecto a la posición radial:

$$\tau = \mu \left(-r \frac{d\omega}{dr} \right)$$

Así, la resistencia al torque, por lo que se refiere al radio r , puede escribirse como:

$$M = 2\pi r^2 h \mu \left(-r \frac{d\omega}{dr} \right)$$

Reordenando se tiene:

$$-\frac{d\omega}{dr} = \frac{M}{2\pi h \mu} \left(\frac{1}{r^3} \right) \quad (4.25)$$

que puede integrarse ahora sobre las condiciones apropiadas de frontera para ω y r como sigue:

$$\int_0^{\Omega} d\omega = \frac{M}{2\pi h \mu} \int_{R_b}^{R_c} \frac{dr}{r^3}$$

(4.26)

$$\Omega = \frac{M}{4\pi h \mu} \left[\frac{1}{R_b^2} - \frac{1}{R_c^2} \right]$$

esta es conocida como la ecuación de Margules, y que en una gráfica de M contra Ω presenta una línea recta con una pendiente $I_k M$, donde I_k es la constante del instrumento e involucra las dimensiones geométricas del sistema. En un instrumento comercial se predeterminan los valores de I_k para el sistema de la taza y la garganta dados, pero una buena práctica es la de verificar estos valores antes de iniciar las pruebas en otros sistemas.

La integración de la función puntal para un plástico de Bingham presenta la siguiente solución:

$$\Omega = \frac{1}{\eta} \left(\frac{M}{4\pi h} \right) \left(\frac{1}{R_b^2 - R_c^2} \right) - \frac{\tau_o}{\eta} \ln \frac{R_c}{R_b} \quad (4.27)$$

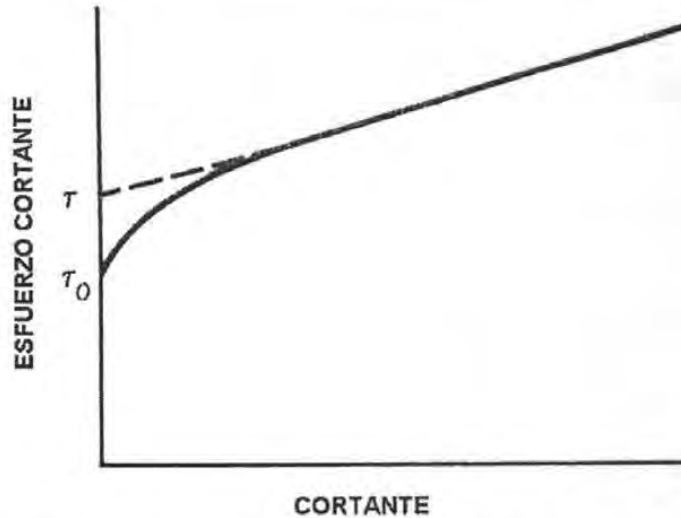


Figura 4.6 Diagrama del cortante contra esfuerzo cortante obtenido de un viscosímetro cilíndrico concéntrico.

La ecuación 4.27 se reduce a la ecuación de Margules para $\tau_o = 0$ y es conocida como ecuación de Reiner y Riwlin, y representa el diagrama de pseudocortante para un flujo bajo cortante rotatorio, cuya respuesta típica se muestra en la Figura 4.6. La aplicación de la ecuación 4.27, supone que el cortante tiene lugar sobre todo el anillo y que el esfuerzo cortante en la pared exterior, es decir R_c , es mayor que τ_o . En la Figura 4.6 se puede ver que la respuesta es realmente similar a la respuesta que uno esperaría con un diagrama de cortante de tubo capilar. El esfuerzo de fluencia τ_o , está dado por la intersección de la porción curva con el eje de τ . La razón de la curvatura es que el esfuerzo cortante R_c ha caído por debajo de τ_o y ese cortante no tiene lugar en todo el anillo.

Debe notarse que la curvatura en el diagrama del cortante dado en la Figura 4.6 se debe solamente a la geometría del instrumento de medición y no refleja ninguna propiedad del fluido.

La integración de la forma rotatoria para los fluidos pseudoplástico proporciona la siguiente ecuación:

$$\Omega = (n) \left(\frac{M}{2\pi R_b^2 h K} \right)^{\frac{1}{n}} \left[1 - \left(\frac{R_b}{R_c} \right)^{\frac{2}{n}} \right] \quad (4.28)$$

Esta ecuación se reduce a la ecuación de Margules para $n=1$. De los datos experimentales, se puede obtener Ω y M . M puede ser convertido a un esfuerzo en la pared de la garganta por la ecuación:

$$\tau_w = \frac{M}{2\pi R_b^2 h}$$

y se puede realizar una gráfica de $\ln \tau_w$, contra $\ln \Omega$, cuya pendiente proporciona el índice de flujo n .

Es importante mencionar que la reología de una suspensión puede ser Newtoniana o no Newtoniana y que depende de las características del medio en suspensión y las características de los sólidos. El tamaño de la partícula, la forma, así como de la concentración de los sólidos, son los factores principales que afectan la viscosidad. Las suspensiones de partículas grandes simétricamente formadas (aproximadamente 50 micras o más grandes) tiene las características Newtonianas. En la clase

Newtoniana, la viscosidad es una función de la concentración del volumen de sólidos. Las suspensiones de partículas más pequeñas o de partículas asimétricamente formadas poseen reología no Newtoniana.

Además debe reconocerse que el agua contiene partículas que se vuelven una parte de los sólidos; la fracción del volumen de sólidos debe incrementarse como respuesta del contenido de sólidos en el agua. Este hecho es bastante importante por ejemplo para las partículas de carbón que tienen cantidades variables inherentes de humedad. La humedad inherente del carbón disminuye con un aumento en el grado o tendencia de coalificación. Por ejemplo, un carbón bituminoso contiene humedad inherente considerablemente menor comparada con un carbón de lignito, y por consiguiente un carbón bituminoso es más fluido comparado con el de lignito a la misma concentración del volumen de sólidos.

**Flujo de
suspensiones
homogéneas**

Capítulo 5

FLUJO DE SUSPENSIONES HOMOGÉNEAS

NOMENCLATURA

B , coeficiente de la ecuación 5.21.

C/C_A , relación de la concentración volumétrica en la cresta de la tubería con respecto a la mitad de la tubería.

D , diámetro de la tubería de la conducción.

K , coeficiente de la Ley de Potencia.

$$K' = K \left(\frac{4n}{3n+1} \right)^n$$

K_1 , constante de la ecuación 5.8.

L , longitud.

N_{He} , número de Hedstrom.

N_{pl} , número de plasticidad.

Re , número de Reynolds.

Re^* , número de Reynolds generalizado (ecuación 5.19).

Re_c , número de Reynolds a la velocidad de transición crítica.

R , radio de la tubería.

V , velocidad media del flujo.

V_T , velocidad crítica en la transición.

Z , parámetro de estabilidad en la ecuación 5.10.

b , índice en la ecuación 5.21.

$\frac{dv}{dy}$, proporción del cortante.

f , factor de fricción.

n , Índice de la Ley de Potencia.

$$n' = n$$

r , distancia radial desde el eje de la tubería.

α_c , relación del esfuerzo de cedencia en la pared de la tubería con respecto a la velocidad crítica de la transición.

$$\gamma = K' g^{n-1}$$

μ_a , viscosidad aparente.

μ_e , viscosidad efectiva.

μ_α , viscosidad a la proporción infinita del cortante.

ρ , Densidad

τ , esfuerzo cortante.

τ_o , esfuerzo de cedencia.

τ_w , esfuerzo cortante de la pared.

η , coeficiente de rigidez.

5. FLUJO DE SUSPENSIONES HOMOGÉNEAS.

Una vez limitados los problemas asociados con la caracterización de los sistemas líquido-sólido, es necesario discutir sobre los aspectos de la tecnología de lodos que son convenientes para el diseño de una tubería en un problema real. En términos hidráulicos los principales parámetros requeridos en el diseño de una tubería son, primero, la determinación y conocimiento de las pérdidas de fricción como una función de las variables del sistema, y segundo, el conocimiento del término de estabilidad de los lodos a lo largo de una tubería bajo las condiciones de operación elegidas, elementos que están de alguna forma relacionados.

El flujo de mezclas de sólidos y líquidos difiere del flujo de líquidos homogéneos de varias formas. Cuando se trata de líquidos es posible tener un rango completo de velocidades y la naturaleza del flujo (es decir, laminar, de transición, o turbulento) puede caracterizarse solo al conocer las propiedades físicas del fluido y el sistema de la tubería. La caracterización del flujo de lodos no es tan simple como en el flujo de líquidos por dos razones. Primero, porque se deben sobreponer a las propiedades del líquido, las propiedades de las partículas sólidas a ser consideradas y el efecto de las partículas en las propiedades de la mezcla. Segundo, el comportamiento de los lodos es posible que dependa de las condiciones particulares, por lo que pueden ser identificados dos tipos de flujo de lodos que pueden ser identificados: *flujo homogéneo* y *flujo heterogéneo*.

En la Figura 5.1 se presenta la respuesta típica de la pérdida de fricción contra la velocidad de una suspensión homogénea. A mayor velocidad, el flujo es turbulento indicado por la curva lineal inclinada. Cuando la velocidad se reduce, se alcanza un punto donde el flujo cambia de turbulento a laminar; este punto corresponde al de la velocidad de transición viscosa. Por abajo de la velocidad de transición la variación de la pérdida de fricción en función de la velocidad es una curva plana, típica de la conducta laminar. Mas adelante se presentan los métodos para predecir las pérdidas de fricción en regímenes laminar y turbulento. Sin embargo, sin algún criterio para la evaluación de la velocidad de transición, éstos serían limitados en su uso para el ingeniero ya que sería incapaz de decidir qué métodos serían aplicables. De hecho las tuberías del lodo generalmente operan en regímenes de flujo turbulento. Existen excepciones a esto con algunos materiales como las calizas muy finas transportadas a concentraciones cerca de la consolidación. Esto se debe a que en muchos casos las partículas tienen una tendencia lenta a depositarse en la tubería bajo condiciones de flujo laminar. Esto podría resultar una condición inestable (la caída de presión aumenta con el tiempo) durante la operación en un período de tiempo, particularmente en el caso de tuberías muy largas. Así, la predicción exacta de la velocidad de transición es doblemente importante.

5.1 CRITERIO PARA DETERMINAR LA HOMOGENEIDAD.

Un flujo puede ser homogéneo o heterogéneo, pero es importante señalar que esta clasificación se usa por conveniencia y que no es la única en uso. Otra clasificación consiste en diferenciar lodos "estables" y "no estables", sistema que puede tener ciertas ventajas. Sin embargo, es posible, que los lodos estables puedan comportarse homogéneamente bajo condiciones de alta velocidad y alta concentración, y heterogéneamente a baja velocidad y baja concentración. Puesto que de alguna forma se requiere un criterio que permita decidir cuáles procedimientos de diseño deben ser aplicados bajo ciertas condiciones dadas, esta terminología podría ser engañosa. Hablando estrictamente, se puede aceptar que no existe un lodo verdaderamente homogéneo, por el hecho de que muchas de las mezclas se acercan estrictamente de la homogeneidad hacia la clasificación conveniente homogénea heterogénea de acuerdo a la experiencia del diseño de diversos tipos de tuberías para lodo.

Una vez que se ha establecido la diferencia entre flujo homogéneo y heterogéneo, lo que sigue es cuantificar este punto de separación; en otros términos, se debe definir lo que es realmente un lodo homogéneo. En sentido estricto, la respuesta debe ser que un lodo homogéneo es aquel que no presenta una pendiente de concentración mensurable de los sólidos a lo largo del eje vertical de la tubería. Sin embargo, en sentido práctico una buena definición es aquella que establece que en el lodo el efecto inercial de las partículas suspendidas es relativamente menor.

De las consideraciones anteriores, entre las condiciones de flujo homogéneo y flujo heterogéneo existe una región en la que ambos mecanismos son aproximadamente de igual magnitud. En esta región el

sistema es sumamente sensible al despreciar los cambios en las condiciones de flujo, la clasificación de la partícula según su tamaño, etc., y se debe tener cuidado para asegurarse de que el diseño del sistema es suficientemente flexible para cubrir todos los posibles cambios.

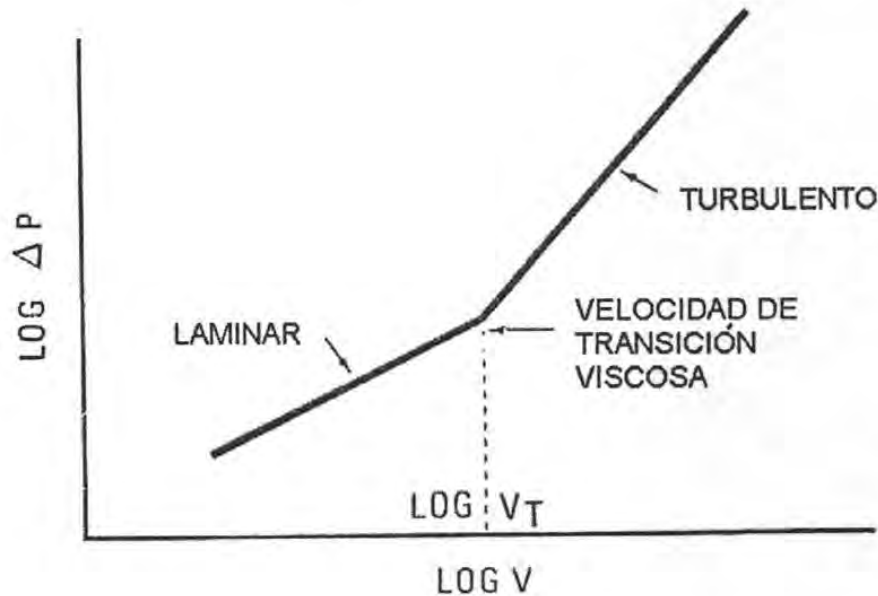


Figura 5.1 Pérdida de fricción contra la velocidad para un lodo homogéneo.

Es posible relacionar la condición de flujo, es decir, homogéneo, intermedio, o heterogéneo con la curva del coeficiente de arrastre contra el Número de Reynolds, Figura 3.1. Un sistema cuyas partículas están gobernadas por la Ley de Stokes (región (a) en la Figura 3.1) normalmente llevará flujo homogéneo sobre un intervalo normal de velocidades en la tubería, mientras que para las partículas gobernadas por la Ley de Newton (región c) será notablemente heterogéneo. La condición de flujo intermedio generalmente coincide con sistemas de partículas cuya constitución esta gobernada por la ley intermedia. La tabla 5.1 ilustra este punto.

Material	Gravedad específica de los sólidos.	Tamaño máximo de la partícula.	Concentración de sólidos.	Diámetro de la tubería.	Velocidad de diseño de la tubería.	Máxima fracción de C/C _A .	Número de Reynolds de la partícula.	Número de Reynolds de la tubería.
		(mm)	(%)	(in)	(ft/s)			
CARBÓN	1.40	1.000	50	10.020	5.00	0.625	0.2730	26,000
CALIZA	2.70	0.295	65	10.750	3.50	0.653	0.0923	21,000
MAGNETITA	4.90	0.147	60	9.625	6.00	0.812	0.1410	92,000
DRAGADO	2.65	0.470	15	12.750	18.00	0.001	4912	1,843,000

Tabla 5.1 Resumen de diferentes lodos comerciales.

5.2 DETERMINACIÓN DE LA VELOCIDAD EN LA TRANSICIÓN.

La velocidad a la que ocurre la transición de flujo laminar a turbulento en lodos homogéneos, está dictada por el Número de Reynolds considerado. La mayoría de los lodos homogéneos presentan características no Newtonianas, por lo que sólo se considerara en esta sección este comportamiento puesto que el flujo Newtoniano se discutió con anterioridad. La definición del Número de Reynolds para un fluido no Newtoniano o una suspensión puede estar basada en varias viscosidades:

- La viscosidad aparente μ_a definida como:

$$\mu_a = \frac{\tau_w}{\frac{dv}{dy}} \quad (4.18)$$

- La viscosidad efectiva en la tubería se define como:

$$\mu_e = \frac{\tau_w}{\left(\frac{8V}{D}\right)}$$

- La viscosidad a altas proporciones de cortante, μ_a (que puede ser igual que el coeficiente de rigidez η para los fluidos descritos por el modelo plástico de Bingham).

Dependiendo de cuál viscosidad sea usada el calculo del número de Reynolds en la transición, el número de Reynolds crítico tendrá valores numéricos diferentes. A continuación se presentarán varios métodos para la predicción de velocidades de transición para plásticos de Bingham y fluidos de la Ley de Potencia.

5.2.1 Fluidos Plásticos de Bingham.

El trabajo de Hanks⁽²⁹⁾ es un esfuerzo realizado para obtener un parámetro generalizado de estabilidad, es decir, un parámetro para diferentes Números de Reynolds que sería el mismo para cualquier reología o configuración geométrica, y que proporciona lo que probablemente es el mejor método de predicción de las velocidades de transición en los sistemas representados por el modelo plástico de Bingham. Hanks

encontró que esta transición dependía del grupo adimensional $\left(\frac{\tau_o \rho D^2}{\eta^2}\right)$ que antes había sido propuesto entre otros por Hedstrom⁽³¹⁾, en su trabajo en flujo laminar para plásticos de Bingham. Este número de Hedstrom así llamado puede describirse como sigue:

$$N_{HE} = \left(\frac{DV\rho}{\eta}\right) \times \left(\frac{\tau_o/\eta}{V/D}\right) \quad (5.1)$$

El primer término en la ecuación 5.1 es el Número de Reynolds definido en base al coeficiente de rigidez η (η_a , para un plástico de Bingham). El segundo término es conocido como número de Plasticidad, normalmente dado por el símbolo N_{pl} . El numerador y el denominador de N_{pl} tienen unidades s^{-1} , es decir, unidades de esfuerzo cortante. El término $\left(\frac{V}{D}\right)$ se relaciona a la magnitud del cortante medio en la pared de la tubería el cual se define como $\left(\frac{8V}{D}\right)$, por lo que N_{pl} puede ser considerado como una relación de una propiedad del esfuerzo interno del fluido $\left(\frac{\tau_o}{\eta}\right)$ con respecto a las condiciones del esfuerzo cortante que prevalecen en la tubería. La ecuación 5.1 a veces se escribe como:

$$N_{HE} = Re \times N_{pl} \quad (5.1a)$$

Hanks y Pratt⁽²⁷⁾ realizaron el análisis de una gran cantidad de datos sobre el flujo de una suspensión en tuberías circulares, sus resultados se resumen en la Figura 5.2 en una gráfica del Número de Reynolds crítico como una función del Número de Hedstrom. Los puntos señalados con una leyenda corresponden

de los datos del sistema; la línea recta es calculada con base al parámetro de estabilidad propuesto por Hanks usando las siguientes ecuaciones:

$$\alpha_c = \frac{\tau_o}{(\tau_w)_c} \quad (5.2)$$

$$Re_c = \frac{1 - \frac{4}{3}\alpha_c + \frac{1}{3}\alpha_c^4}{\alpha_c} \cdot N_{He} \quad (5.3)$$

$$N_{He} = 16800 \frac{\alpha_o}{(1 - \alpha_c)^3} \quad (5.4)$$

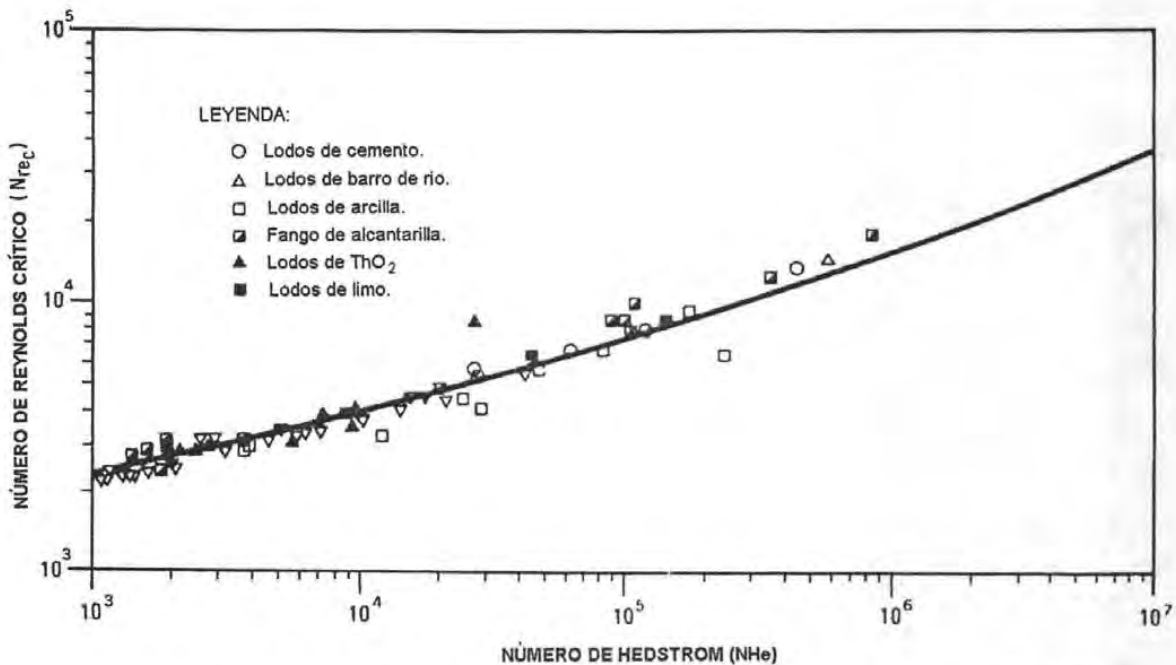


Figura 5.2 Variación de Re_c con N_{He} para flujo de Bingham en tuberías (Ref. 27)

El término α_c , es la relación del esfuerzo de fluencia con respecto al esfuerzo cortante de la pared en la transición, el subíndice c indica condiciones críticas, y es la relación del radio del núcleo central de la tubería con respecto al radio efectivo de la tubería. Las ecuaciones anteriores permiten el cálculo del Número de Reynolds crítico Re_c , y el Número de Hedstrom N_{He} , con sólo conocer las propiedades físicas del fluido y de la tubería.

Un método alternativo de calcular el Número de Reynolds crítico es por medio del Número de Plasticidad. La Figura 5.3 muestra la variación del Número de Reynolds Re_c con el Número de Plasticidad N_{pl} .

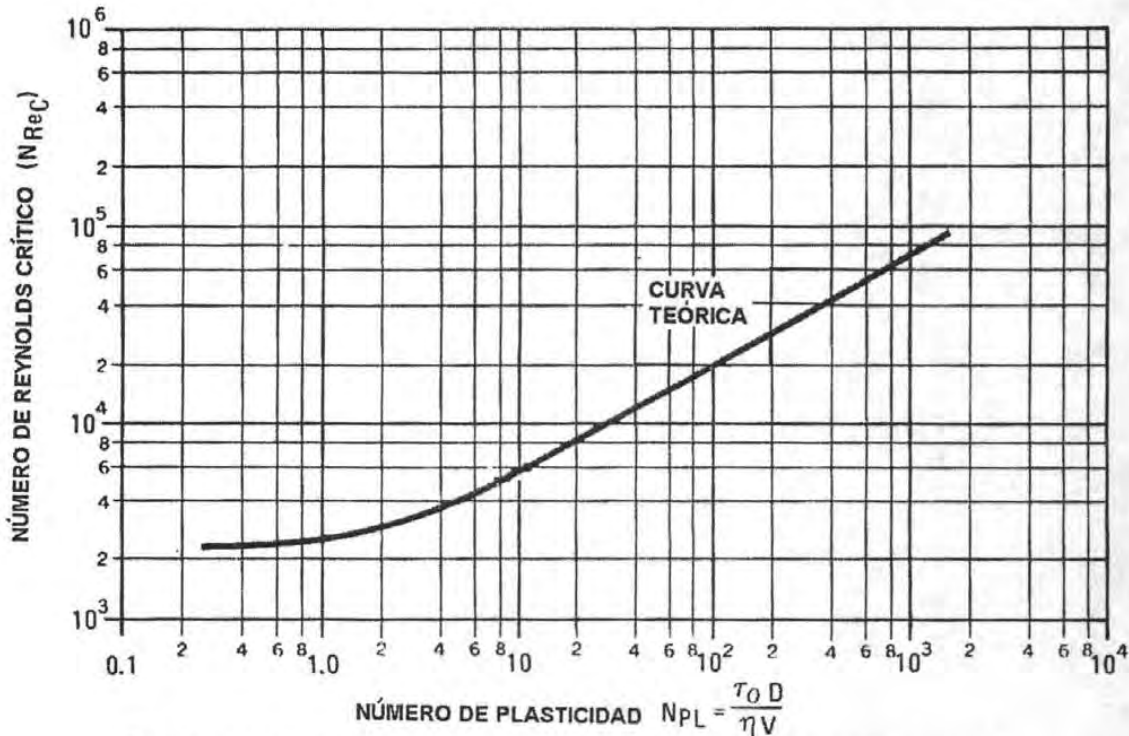


Figura 5.3 Número de Reynolds crítico contra Número de Plasticidad.

Se debe notar que en estos métodos el Número de Reynolds es definido por el uso del coeficiente de rigidez como un término de viscosidad. Thomas⁽⁶²⁾ demostró esto empleando una viscosidad efectiva μ_e , para definir el Número de Reynolds Re_c . Como se vio en la ecuación 4.19, la viscosidad efectiva en la tubería se define como:

$$\mu_e = \frac{\tau_w}{8 \frac{V}{D}} \quad (4.19)$$

para condiciones de flujo laminar. Por otra parte el flujo laminar de los plásticos de Bingham son descritos por la ecuación de Buckingham en la que si las condiciones de la cuarta potencia son despreciadas, puede escribirse como:

$$\tau_w = \eta \left(\frac{8V}{D} \right) + \frac{4}{3} \tau_0 \quad (4.19a)$$

Rescribiendo se obtiene:

$$\mu = \frac{\tau_w}{\left(\frac{8V}{D} \right)} = \left[1 - \frac{4}{3} \frac{\tau_0}{\tau_w} \right] \eta \quad (5.5)$$

Sustituyendo para τ_w , de la ecuación 4.19a y simplificando se obtiene la viscosidad efectiva como:

$$\mu_e = \eta \left[1 + \frac{\tau_0 D}{6\eta V} \right] \quad (5.6)$$

En las aplicaciones de las tuberías comerciales el término $\frac{\tau_o D}{6\eta V}$ es mucho mayor que la unidad y despreciando el término unitario da una expresión aproximada para μ_e :

$$\mu_e = \eta \left[\frac{\tau_o D}{6\eta V} \right] = \frac{\tau_o D}{6V}$$

que aplicada a la transición:

$$\mu_e = \frac{\tau_o D}{6V_T} \quad (5.7)$$

donde V_T es la velocidad en la transición viscosa. Sustituyendo en la expresión para el Número de Reynolds crítico:

$$\text{Re}_c = \frac{DV_T \rho}{\mu_e} = \frac{6V_T^2 \rho}{\tau_o}$$

o bien:

$$V_T = \sqrt{\frac{\text{Re}_c \tau_o}{6\rho}}$$

Si se supone que la transición ocurre a un valor específico del Número de Reynolds, esto se transforma como:

$$V_T = K_1 \sqrt{\frac{\tau_o}{\rho}} \quad (5.8)$$

donde K es una constante. Para $\text{Re}_c = 2100$, $K_1 = 19$; para $\text{Re}_c = 3000$, $K_1 = 22$. Así, con la ecuación 5.7 es posible aproximar la velocidad de transición con la condición de que el esfuerzo de fluencia del lodo sea conocido. Además es importante notar que la ecuación 5.8 no contiene ninguna viscosidad del lodo (o coeficiente de rigidez) ni diámetro de la tubería. El trabajo experimental ha demostrado de hecho que V_T depende de ambas variables pero en cada caso la dependencia funcional es muy débil. La ecuación 5.8 puede proporcionar una valiosa y primera estimación de la velocidad de transición.

Usando la viscosidad efectiva dada por la ecuación 5.6 para calcular el número de Reynolds, la velocidad crítica puede estimarse asumiendo que para la velocidad crítica el valor del número de Reynolds es 2000. Esto proporciona la siguiente ecuación propuesta por Durand⁽¹⁶⁾:

$$V_T = \frac{1000}{D\rho} \left[1 + \sqrt{1 + \frac{D^2 \tau_o \rho}{3000\eta}} \right] \quad (5.9)$$

Un ejemplo del uso de ambas técnicas del Número de Hedstrom y de la ecuación 5.8 ha sido proporcionado por Wasp, usando los datos presentados por Walker⁽⁷⁹⁾ para suspensiones de yeso. Se emplearon ambas técnicas para predecir los valores observados de la velocidad de transición. Como se muestra en la Tabla 5.2 el método del Número de Hedstrom proporcionó una buena correlación para todo el intervalo obtenido con la ecuación 5.8. Sin embargo es claro que este es un orden de magnitud bastante útil en el procedimiento de la ecuación 5.8.

Porcentaje de peso de los sólidos.	Densidad (lb/ft ³)	(dinas/cm ²)	(poise)	Velocidad de transición.		
				Observada.	Calculada.	
					Hedstrom (Fig. 5.2)	De la ecuación 5.8
41.0	84.2	24	0.07 (0.05)*	4.2	3.5 (3.4)*	2.6
47.0	88.6	100	0.08	7.0	7.0	5.2
51.5	92.4	200	0.11 (0.13)*	8.2	9.5 (8.0)*	7.3
55.0	95.5	320	0.20	11.5	11.0	9.0

* Datos ajustados

Tabla 5.2 Velocidades de transición viscosas para suspensiones de la caliza en una tubería de 1½ pulgadas (Ref. 79).

5.2.2 Ley de Potencia de los Fluidos.

Antes de considerar la transición laminar-turbulenta para los fluidos de la Ley de Potencia, es necesario discutir la estabilidad de los lodos a más detalle. Ryan y Johnson⁽⁶⁰⁾ propusieron un parámetro de estabilidad Z , dado por:

$$Z = \frac{Du\rho}{2\tau_w \left(\frac{dv}{dy} \right)} \tag{5.10}$$

Se debe notar que Z tiene la forma de un Número de Reynolds, sólo que no supone nada acerca de la conducta reológica del fluido. Este parámetro de estabilidad es muy similar al que más tarde fue propuesto por Hanks.⁽²⁹⁾

Z será cero en la pared de la tubería puesto que en este punto u también es cero. También será cero en el eje de la tubería puesto que $\frac{\delta v}{\delta y} = 0$ en este punto. Por consiguiente Z debe presentar un valor máximo en algún punto entre la pared y el eje de la tubería. Si la variación de la velocidad como una función de la distancia radial (es decir, el perfil de velocidad) es conocido, puede calcularse el valor de Z_{max} . Para un fluido Newtoniano puede demostrarse que Z_{max} está dado por:

$$Z_{max} = \sqrt{\frac{4}{27}} \cdot \frac{DV\rho}{\mu} \tag{5.11}$$

y que este máximo ocurre en un punto dado por:

$$\frac{r}{R} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

Asumiendo un valor de 2100 para el Número de Reynolds en la transición, se obtiene $(Z_{max})_c = 808$, y puesto que este parámetro es general se puede asumir que se aplica a todos los fluidos tiempo independientes, es decir, no tixotrópicos.

Aplicando un procedimiento similar generalizado a un fluido de la Ley de Potencia:

$$\tau = K \left(\frac{dv}{dy} \right)^n \tag{4.17a}$$

puede demostrarse que:

$$Z = \frac{\rho V^2}{2\tau_w} \cdot 2\phi(n)$$

donde:

$$\phi(n) = \frac{(3n+1)^2}{n} \left[\frac{1}{n+2} \right]^{\frac{n+2}{n+1}} \quad (4.17b)$$

de la definición del factor de fricción, Z se transforma entonces en:

$$Z = \frac{2\phi(n)}{f} \quad (5.12)$$

Si ahora se toma $Z_c = 808$, se obtiene una expresión para el factor de fricción en la transición:

$$f_c = \frac{2\phi(n)}{808} \quad (5.13)$$

Así, si se conoce sólo el índice de flujo, es posible calcular el valor de f_c y puesto que $f = \frac{16}{Re}$ para flujo laminar, se puede calcular la velocidad a la que el flujo laminar se vuelve turbulento.

En la tabla 5.3 se presenta el cálculo de los factores de fricción para diferentes valores de Número de Reynolds, en la transición $Re = 2100$, estos resultados comprueban la afirmación de varios autores de que el factor de fricción es aproximadamente constante para todos los fluidos y diferentes valores de n .

		Transición						
ÍNDICE DE FLUJO	Re	Z_{max}	Re	Z_{max}	Re	Z_{max}	Re	Z_{max}
	1500	577.35	2100	808.29	2500	962.25	3000	1154.70
n	$\phi(n)$	$f_c = \frac{\phi(n)}{288.67}$	$\phi(n)$	$f_c = \frac{\phi(n)}{404}$	$\phi(n)$	$f_c = \frac{\phi(n)}{481}$	$\phi(n)$	$f_c = \frac{\phi(n)}{577}$
1.0	3.0792	0.0107	3.0792	0.0076	3.0792	0.0064	3.0792	0.0053
0.8	2.9127	0.0101	2.9127	0.0072	2.9127	0.0061	2.9127	0.0050
0.6	2.7659	0.0096	2.7659	0.0068	2.7659	0.0057	2.7659	0.0048
0.4	2.6977	0.0093	2.6977	0.0067	2.6977	0.0056	2.6977	0.0047
0.2	3.0160	0.0104	3.0160	0.0075	3.0160	0.0063	3.0160	0.0052

Tabla 5.3 Variación del factor de fricción crítico f_c con el índice de flujo n para diferentes números de Reynolds.

En un problema práctico es posible usar este procedimiento para obtener la velocidad de transición de un fluido de la Ley de Potencia. Una vez que n es determinado de las mediciones reológicas, f_c puede calcularse y después el Número de Reynolds crítico Re_c . Hanks⁽²⁹⁾ comparó este método con una gran cantidad de datos de las tuberías. Los resultados se muestran en la Figura 5.4 en la forma de Re_c , como una función del índice de flujo n . Los datos incluyen fluidos pseudoplásticos, Newtonianos y dilatantes y la concordancia entre la observación y la predicción es muy buena.

Aunque se presenta una buena dispersión en la distribución cuando se examina la cobertura de los datos para fluidos Newtonianos, se puede observar que el esparcimiento de los datos para los no Newtonianos

no es muy grande. Así, la Figura 5.4 proporciona el procedimiento más apropiado por medio del cuál se obtiene el Número de Reynolds en la transición directamente del valor medido de n .

Debe notarse que en el caso de los fluidos de la Ley de Potencia el Número de Reynolds se define con base en una viscosidad efectiva, es decir $Re = \frac{DV\rho}{\mu_e}$. La viscosidad efectiva se obtiene exactamente de la misma forma como con un plástico de Bingham. De la Ecuación 4.19:

$$\mu_e = \frac{\tau_w}{\left(\frac{8V}{D}\right)} = K \left(\frac{8V}{D}\right)^{n-1} \left(\frac{4n}{3n+1}\right)^n = K \left(\frac{8V}{D}\right)^{n-1} \quad (4.19b)$$

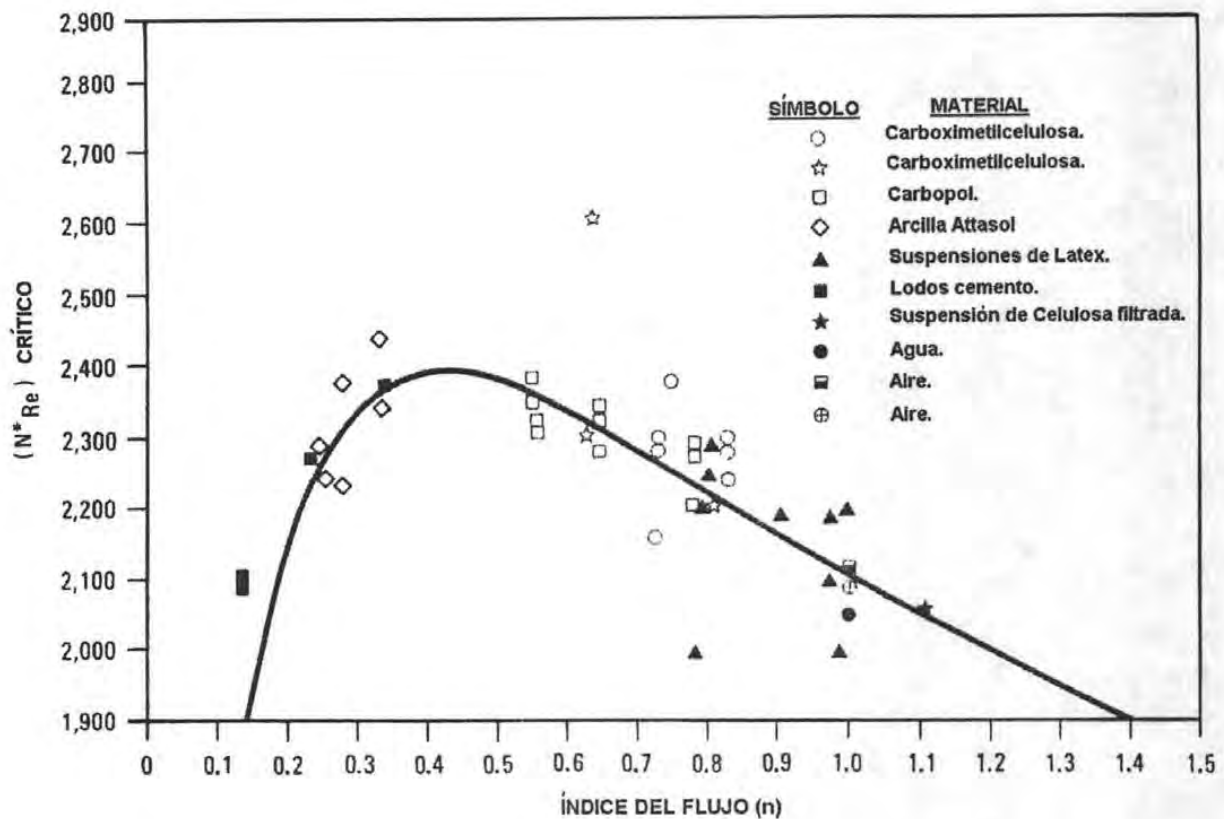


Figura 5.4 Comparación del número de Reynolds crítico calculado con los datos experimentales en tuberías para fluidos de la ley de potencia (Ref. 27)

5.3 FLUJO LAMINAR.

En esta sección se repasarán brevemente los métodos de cálculo para las pérdidas por fricción para flujo laminar en fluidos no Newtonianos y además se discutirá el uso de las llamadas correlaciones generalizadas.

5.3.1 Fluidos Plásticos de Bingham.

La integración de la función reológica en un punto para los plásticos de Bingham y las correspondientes condiciones de frontera de una tubería circular da como resultado la ecuación de Buckingham:

$$\frac{8V}{D} = \frac{\tau_w}{\eta} \left[1 - \frac{4}{3} \left(\frac{\tau_o}{\tau_w} \right) + \frac{1}{3} \left(\frac{\tau_o}{\tau_w} \right)^4 \right] \quad (5.13a)$$

La ecuación 5.13a no se puede resolver directamente para τ_w ; sin embargo si se desprecia el término de la cuarta potencia, se obtiene una solución aproximada dada por:

$$\tau_w = \eta \left(\frac{8V}{D} \right) + \frac{4}{3} \tau_o \quad (5.13b)$$

Las soluciones exactas de la ecuación 5.13a se deben a McMillen⁽⁴¹⁾ y en particular a Hedstrom⁽³¹⁾, asumiendo la llamada forma funcional:

$$\Delta p = \phi(D, L, V, \rho, \eta, \tau_o)$$

Hedstrom encontró del análisis dimensional que:

$$f = \phi_1 \left[\frac{(DV\rho)}{(\eta)}, \left(\frac{\tau_o/\eta}{V/D} \right) \right] \quad (5.14)$$

$$f = \phi_2 \left[\left(\frac{DV\rho}{\eta} \right), \left(\frac{\tau_o D^2 \rho}{\eta^2} \right) \right] \quad (5.15)$$

donde el segundo término en las ecuaciones 5.14 y 5.15 se conocen como el Número de Plasticidad N_{pl} y el Número de Hedstrom N_{He} , respectivamente.

La función ϕ_2 en ecuación 5.15 puede expresarse como sigue:

$$\frac{1}{Re} = \frac{f}{16} - \frac{1}{6} \frac{N_{He}}{Re^2} + \frac{1}{3} \frac{(N_{He})^4}{f^3 (Re)^8} \quad (5.16)$$

La ecuación 5.16 puede expresarse en forma gráfica como lo muestra la Figura 5.5 con un arreglo de f contra Re y con N_{He} , como un parámetro en la región de flujo laminar. También puede prepararse una familia de curvas similar usando el número de plasticidad N_{pl} como un parámetro adicional. La transición de flujo laminar a flujo turbulento ocurre en la cercanía de la intersección de la curva de flujo laminar y la curva de flujo turbulento para los fluidos Newtonianos, la ubicación exacta se puede obtener con el método presentado en la sección 5.2.

5.3.2 Ley de Potencia de los Fluidos.

La relación entre la pérdida por fricción y la velocidad para los fluidos de la Ley de Potencia esta dada por la ecuación:

$$\tau_w = K \left(\frac{8V}{D} \right)^n \left(\frac{4n}{3n+1} \right)^n \quad (5.16a)$$

donde K y n son constantes reológicas. En una forma diferente, los datos para flujo laminar pueden expresarse por:

$$f = \frac{16}{\text{Re}}$$

donde:

$$\text{Re} = \frac{DV\rho}{\mu_e}$$

y

$$\mu_e = K \left(\frac{8V}{D} \right)^{n-1} \left(\frac{4n}{3n+1} \right)^n$$

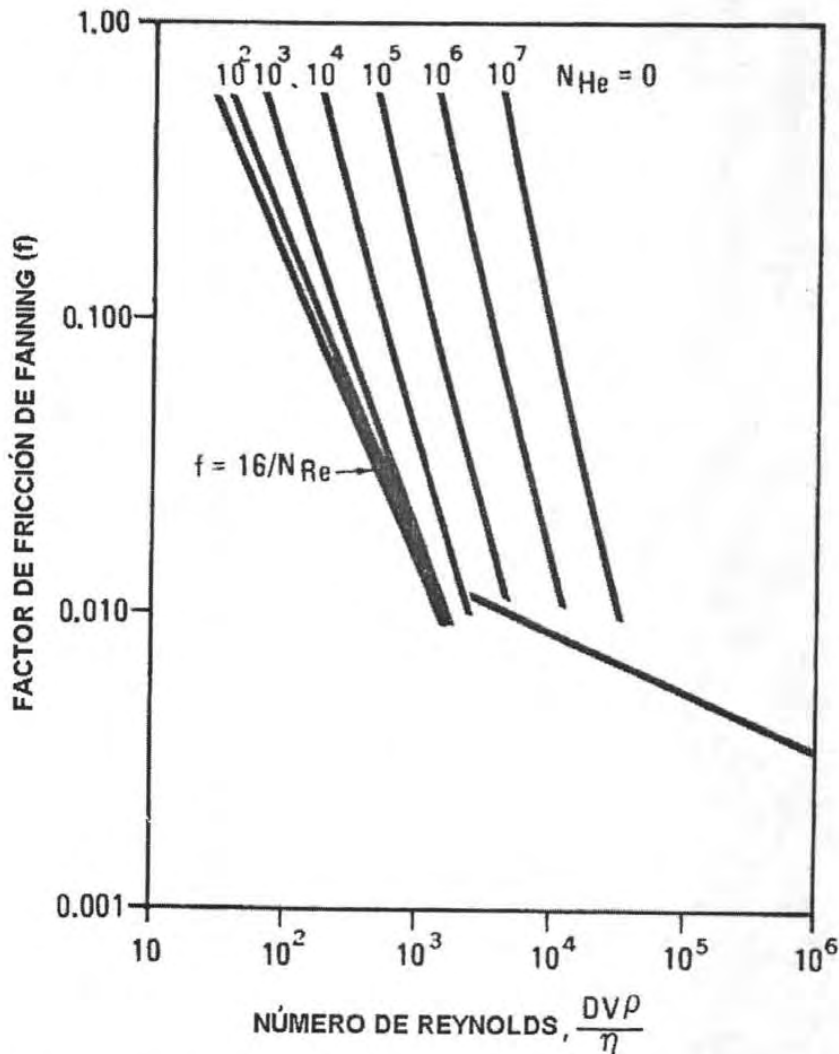


Figura 5.5 Diagrama del número de Reynolds para plásticos de Bingham (Ref. 83)

5.3.3 Correlación generalizada.

Para cualquier fluido tiempo independiente, $\frac{8V}{D}$ es únicamente función de τ_w , (ecuación 4.19). Muchos trabajos están basados en esto, pero es preferible un acercamiento generalizado a la correlación de datos en la aplicación de los modelos específicos. La mayoría de las correlaciones generalizadas asumen una relación similar a la de la Ley de Potencia, es decir,

$$\tau_w = K' \left(\frac{8V}{D} \right)^{n'} \quad (5.17)$$

donde K' y n' no necesariamente son constantes. Así en una gráfica logarítmica de τ_w contra $\frac{8V}{D}$, la ecuación 5.17 representa la tangente a la curva para cualquier valor dado de $\frac{8V}{D}$.

Puesto que el factor de fricción de Fanning se define como:

$$f = \frac{\tau_w}{\left(\frac{\rho V^2}{2} \right)}$$

si se sustituye τ_w de la ecuación 5.17 en la ecuación anterior, se obtiene:

$$f = \frac{K' \left(\frac{8V}{D} \right)^{n'}}{\frac{\rho V^2}{2}} = \frac{16\gamma}{D^{n'} V^{2-n'}} \quad (5.18)$$

Dónde $\gamma = K' 8^{n'-1}$. Si se supone que el fluido bajo estudio es Newtoniano, la ecuación 5.18 se reduce a la ecuación conocida para flujo laminar. Por analogía con la ecuación 5.18, Metzner y Reed⁽⁴⁵⁾ definieron un Número de Reynolds generalizado adimensional como:

$$\text{Re}^* = \frac{D^{n'} V^{2-n'} \rho}{\gamma} \quad (5.19)$$

Puesto que el Número de Reynolds se define según la Ecuación 5.19, todos los fluidos tiempo independientes deben conformar una relación Newtoniana convencional en flujo laminar, es decir:

$$f = \frac{16}{\text{Re}^*} \quad (5.20)$$

La Figura 5.6 muestra la aplicación de esta correlación generalizada a diversos datos publicados realizada por Metzner y Reed. La concordancia en régimen para flujo laminar es excelente. El uso de este procedimiento tiene ventajas sobre la ecuación convencional del Número de Reynolds, ya que no se realiza ninguna suposición acerca de las constantes K' y n' . El uso de esta correlación generalizada en flujo turbulento no es muy satisfactorio.

5.4 FLUJO TURBULENTO.

Desde el punto de vista de las tuberías, la predicción exacta o precisa de la conducta del flujo turbulento es de más interés que la predicción de la conducta laminar. Esto es porque las tuberías generalmente

operan en este régimen. A continuación se presentan los métodos por medio de los cuáles se pueden predecir las pérdidas por fricción para flujo turbulento.

5.4.1 Fluidos Plásticos Bingham.

Los métodos para predecir las pérdidas por fricción en flujo turbulento de suspensiones homogéneas difieren principalmente en su definición del número de Reynolds, es decir, de la elección de la viscosidad. Previamente se estableció que pueden ser usadas dos viscosidades para determinar la velocidad de transición viscosa para un fluido plástico de Bingham, el coeficiente de rigidez η , el cuál es igual que μ_e para un plástico de Bingham y la viscosidad efectiva μ_e . Ahora se analizará el uso de estas viscosidades para una correlación de datos para flujo turbulento y para plásticos de Bingham.

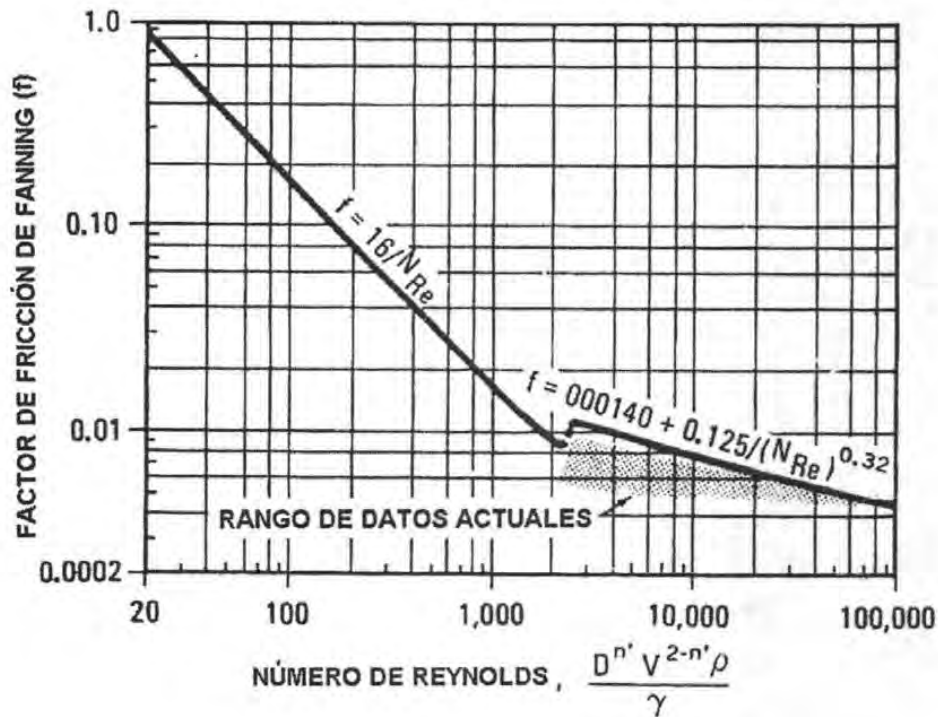


Figura 5.6 Correlación del factor de fricción y el número de Reynolds para fluidos no Newtonianos (Ref. 45).

Trabajos realizados en este campo han determinado que si el número de Reynolds es definido en base al coeficiente de rigidez, entonces el factor de fricción en régimen turbulento se puede correlacionar en una gráfica convencional Newtoniana, es decir el diagrama de Moody, para una rugosidad particular de la tubería. Esto es claramente un acercamiento muy atractivo desde el punto de vista de la ingeniería ya que el valor de η es relativamente simple de obtener y generalmente se está familiarizado con el diagrama de Moody.

Por otra parte existe una complicación involucrada en el uso de este simple procedimiento con la que el diseñador debe estar familiarizado. Es sabido que la presencia de partículas en un fluido tiende a suprimir el valor del coeficiente de Von Karman κ . El resultado desde este punto de vista para la predicción de las pérdidas por fricción en flujo turbulento, es que el uso de la curva Newtoniana daría factores de fricción más altos que los que se observarían en la práctica. Un ejemplo de esto se presenta en la Figura 5.7a. Éste no es un problema serio ya que cualquier error introducido provocaría un diseño del sistema más conservador. Sin embargo, en casos donde es necesario ajustar el diseño se debe tener algunos medios para estimar el grado de suprimir κ .

De los resultados de sus pruebas con las suspensiones de óxido de torium, Thomas⁽⁶³⁾ concluyó que para las suspensiones con $\tau_o < 0.5 \text{ lb}_f/\text{ft}^2$ (240 dinas/cm^2), los factores de fricción tienden a acercarse a aquellos de la curva Newtoniana cuando Re se incrementa, Figura 5.7a; para $\tau_o > 0.5 \text{ lb}_f/\text{ft}^2$ (240 dinas/cm^2), los factores de fricción tienden a divergir. Thomas⁽⁶⁶⁾ propuso un tipo de relación de Blasius para el cálculo de los factores de fricción:

$$f = B Re^{-b} \quad (5.21)$$

y recomendó un procedimiento por el cuál los coeficientes B y b pueden calcularse con las propiedades del sistema.

Thomas^(6,6) también demostró el efecto de usar una viscosidad efectiva definida como:

$$\mu_e = \eta \left[1 + \frac{\tau_o D}{6\eta V} \right] \quad (5.6)$$

en la correlación del factor de fricción en flujo turbulento, como se muestra en la Figura 5.7(b).

Comparando la Figura 5.7a con 5.7b, se pueden observar algunas diferencias. Primero, como era de esperarse, el uso de μ_e , daría una única correlación en régimen laminar opuesto al uso de η (o μ_a). Segundo, contrariamente es verdad que en régimen turbulento, el uso de μ_e , produce un efecto en el diámetro. A menos que se realice un comentario sobre la "exactitud", debe aquí aclararse que el diseñador es libre de elegir cualquier método que le parezca más conveniente.

5.4.2 Ley de Potencia de los Fluidos.

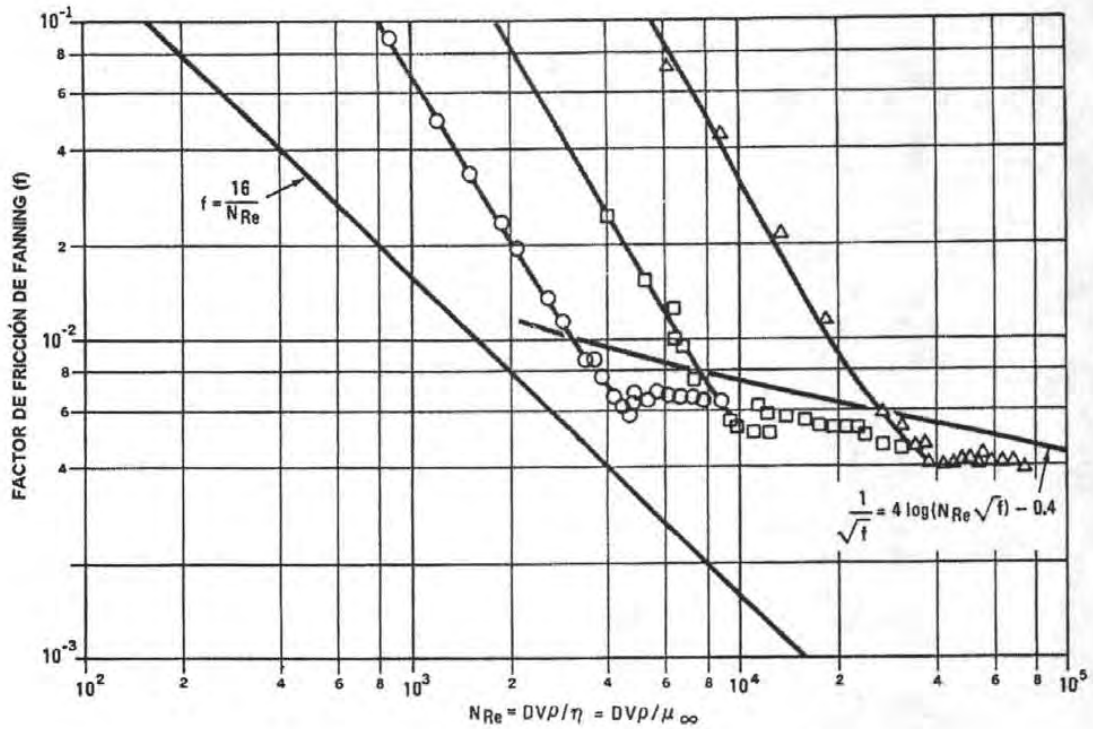
Quizás la correlación mejor conocida de flujo turbulento para los fluidos de la Ley de Potencia es la correlación generalizada presentada por Dodge y Metzner⁽¹⁴⁾. Esta correlación ya se presentó en la sección 5.3 con respecto al flujo laminar. El Número de Reynolds definido así es:

$$Re^* = \frac{D^{n'} V^{2-n'} \rho}{\gamma} \quad (5.19)$$

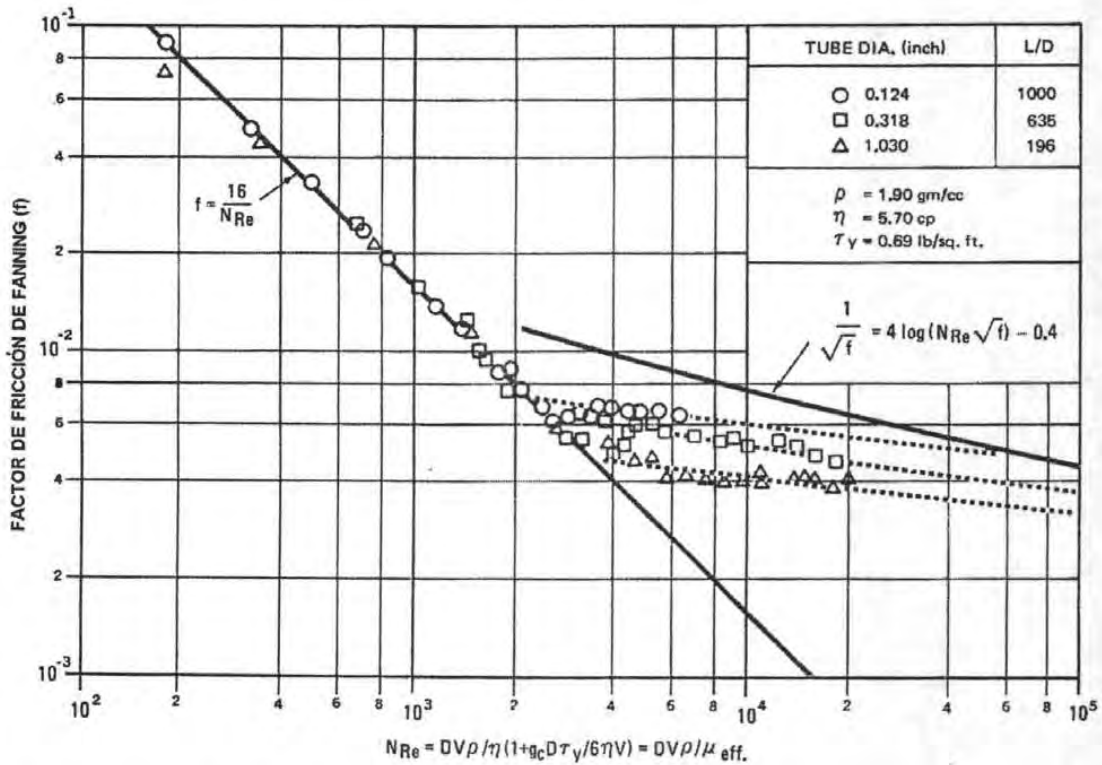
la generalización de la correlación al régimen turbulento se indica en la Figura 5.8. Como era de esperarse se presenta una única línea de correlación para régimen laminar; en régimen turbulento el resultado es una familia de curvas, la posición de cualquier curva depende del valor del índice de flujo n' .

Este procedimiento fue desarrollado primero para fluidos de la Ley de Potencia pero también es válido para fluidos que no cumplen con esta ley con la previa y correcta evaluación de n' y K' con el esfuerzo cortante en la pared de la tubería. Ya que normalmente ésta es la cantidad que es calculada, deben adoptarse ensayos y procedimientos de error, que generalmente tienden a converger rápidamente y no deben representar un gran problema.

Esta correlación generalizada no realiza ninguna suposición acerca de la conducta reológica real de un lodo dado, y se ha propuesto para el análisis de sistemas que presentan un esfuerzo de fluencia, así como para los fluidos de la Ley de Potencia. Diversos trabajos han demostrado que el concepto proporciona un acercamiento universal al flujo no Newtoniano, sin tener en cuenta las diferencias en la conducta fluida. Hanks y Ricks⁽²⁸⁾ propusieron una modificación al modelo de longitud de mezcla que concuerda acertadamente con las pérdidas de fricción medidas para una amplia variedad de fluidos pseudoplásticos. Sin embargo, cuando dicho procedimiento tiene en ciertos casos incongruencias por ejemplo cuando se aplica a lodos de óxido de torium que presentan un esfuerzo de fluencia, el método no tiene correlación con las pérdidas de fricción medidas.



(a)



(b)

Figura 5.7 Gráfica del factor de fricción contra el número de Reynolds para una suspensión típica no Newtoniana que ilustra el efecto del diámetro del tubo cuando la viscosidad efectiva es usada en el cálculo del Número de Reynolds. (Ref. 63)

5.5 SELECCIÓN DEL PROCEDIMIENTO DE DISEÑO.

Si es posible determinar si en un sistema en particular fluye un plástico de Bingham o un fluido de la Ley de Potencia, los conceptos anteriores permitirán predecir las pérdidas de fricción que pueden ser esperadas en cualquier flujo en la tubería. Si, como ocurre a menudo, un sistema en particular puede tratar de ser descrito de forma adecuada por cualquier modelo, se presentara un dilema en el que a pesar de sus buenas intenciones, los métodos de diseño generalizados no responderán totalmente. Se ha escrito una gran cantidad sobre cual es el modelo reológico más "bueno" o que "correcta" viscosidad debe ser usada y hasta ahora todavía habrá que investigar y agregar bastante sobre este tema.

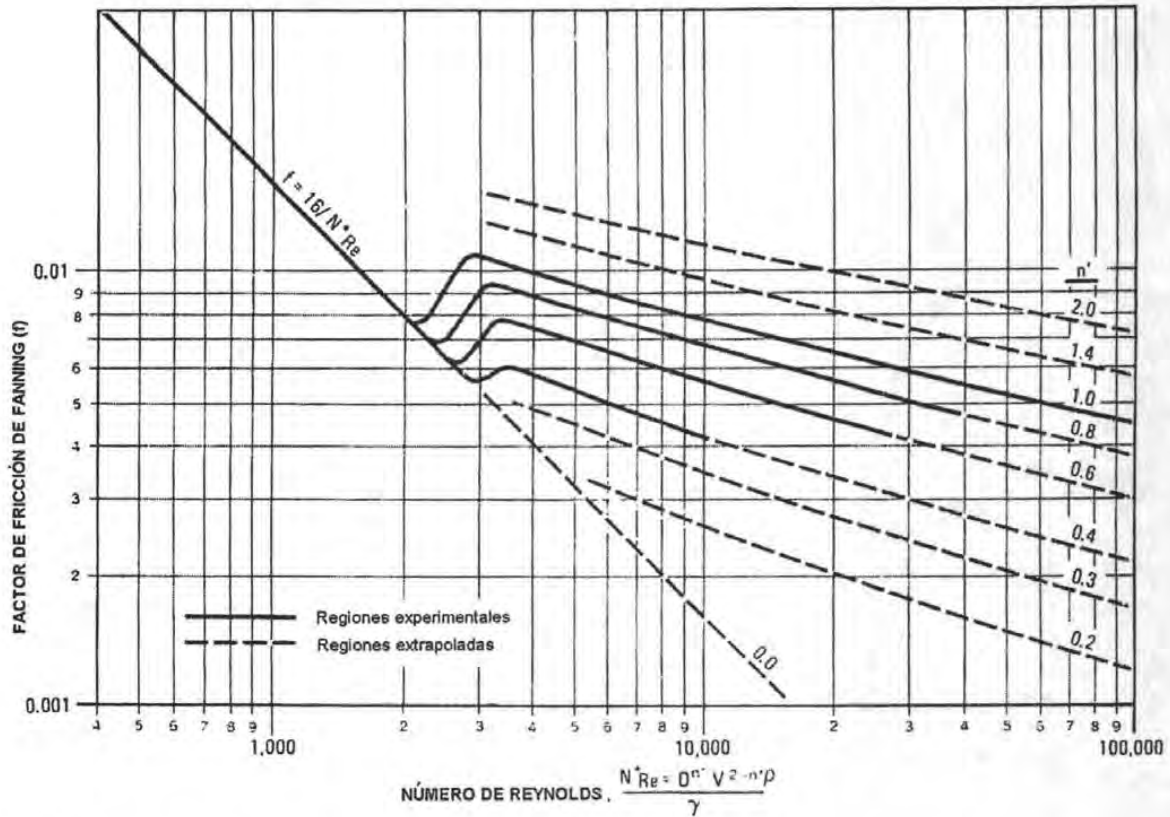


Figura 6.8 Gráfica del Factor de Fricción último de diseño para fluidos Newtonianos y fluidos no Newtonianos (Ref. 14)

5.5.1 Selección de la Viscosidad.

Al seleccionar una viscosidad para ser utilizada en el diseño es claro que el acercamiento más simple es a partir del uso de μ_α . Esto rápidamente permite el acceso al conocido diagrama de Moody en el cálculo de los factores de fricción. También se atribuye una viscosidad constante a una suspensión la cuál concibe una clasificación de las suspensiones relativamente simple (es decir, el diseñador sabe inmediatamente que una suspensión con μ_α de 20 centipoises se bombeara más fácilmente que una suspensión con μ_α de 100 centipoises). La viscosidad efectiva varía, de acuerdo a la magnitud del cortante, es decir, de la velocidad de la tubería, lo que hace difícil presentar diferentes comparaciones entre los sistemas de flujo. Los valores absolutos de μ_e y μ_α son también valores notables. μ_α se relaciona rápidamente con la viscosidad Newtoniana del medio en suspensión; los valores de η para los sistemas comerciales son típicamente de 10 a 100 centipoises. Los valores de μ_e , necesarios para

producir valores adecuados, es decir, Re^* en la Ecuación 5.19 y la Figura 5.8 son típicamente entre 100 y 1000 centipoises, es decir, estos son totalmente incoherentes a los valores Newtonianos.

La física del flujo turbulento de las suspensiones no Newtonianas no está bien definida. Eissenberg⁽¹⁸⁾ encontró que podía tener una correlación entre el factor de fricción turbulenta para plásticos de Bingham usando el coeficiente de rigidez. Además con la adición de un dispersante poderoso al sistema que destruía la estructura de cedencia (es decir $\tau_0 = 0$), encontró que a pesar de esto todavía podía tener una correlación de los factores de fricción. La implicación de esto es que la acción de la turbulencia, es en efecto, destruir la estructura de cedencia y provocar que el fluido se comporte como un fluido Newtoniano con $\mu = \eta$, apoyado en el uso de una viscosidad μ_α constante para tener una correlación en los flujos turbulentos. Por ejemplo, otros trabajos como el de Wilkinson⁽⁹²⁾ en el que prefirió ver este tipo de fenómeno como un fin de la escala, es decir, "..... estos estudios no se han preocupado por fluidos que exhiben propiedades acentuadas no Newtonianas a relaciones del cortante que prevalecen bajo las condiciones del flujo turbulento estudiado, sino con la conducta Newtoniana turbulenta de fluidos que a más bajas relaciones del cortante muestran desviaciones muy marcadas de las propiedades Newtonianas".

No cabe ninguna duda de que el mecanismo del problema se precisara más aún en el futuro. Sin embargo, de momento es suficiente para un diseñador saber que prácticamente todos los sistemas comerciales se comportan de tal forma que un valor adecuado de μ_α describe la conducta de flujo turbulento, por lo menos para los lodos estudiados hasta la actualidad.

5.5.2 Elección del Modelo Reológico.

La elección de un modelo reológico, es decir, de los plásticos de Bingham o de la Ley de Potencia, depende fuertemente de las preferencias del diseñador. No hay ninguna evidencia concluyente para sugerir que cualquiera de los dos es más bueno que el otro y remotamente una última correlación de datos. Hay sin embargo algunas cuestiones menores que quizás hacen al modelo de Bingham más simple en su uso.

Primero, la forma de la correlación del factor de fricción y el Número de Reynolds deben ser examinados. Usando una correlación generalizada de la Ley de Potencia (Figura 5.8) se tiene una correlación simple en régimen laminar y una familia de curvas (dependiendo de n o n') en régimen turbulento. Usando una correlación como la de Hedstrom, basada en el modelo plástico de Bingham, se tiene una familia de curvas en régimen laminar y una sola correlación en régimen turbulento. Así mientras que la Ley de Potencia posee ventajas en régimen laminar, en régimen turbulento que es el régimen de mayor interés su uso es un poco más difícil. Estas dificultades se deben un poco al hecho de que las curvas $f - Re$ dadas en la Figura 5.8 no han sido totalmente determinadas para todo el rango de flujo, y en muchos casos es necesario acudir a las curvas extrapoladas.

Segundo, el significado físico de los parámetros reológicos n y K no es rápidamente probado como en el caso del coeficiente de rigidez y el esfuerzo de fluencia. También las unidades de K son expresadas en términos del exponente n ; por ejemplo, para un fluido con $n = 0.7$, K se expresaría en $lb_s^{0.7}/ft^2$ y si $n = 0.4$, K se expresa en $lb_s^{0.4}/ft^2$. Las constantes en el modelo de Bingham, por otro lado, se expresan en términos que son familiares para el ingeniero, es decir términos de viscosidad y esfuerzo.

Flujo de suspensiones heterogéneas

Capítulo 6

FLUJO DE SUSPENSIONES HETEROGÉNEAS

NOMENCLATURA

- C_D , coeficiente de arrastre.
 C/C_A , relación de la concentración volumétrica de los sólidos a 0.08D de la cresta al eje de la tubería.
 D , diámetro de la tubería.
 F_L , coeficiente en la Ecuación 6.3.
 F'_L , coeficiente en la Ecuación 6.6
 K , constante.
 V , velocidad media del flujo.
 V_D , velocidad crítica de deposición.
 d , diámetro de la partícula.
 d_{85} , diámetro de la partícula, tal que el 85% del peso de las partículas son más pequeñas que el d_{85} .
 g , aceleración debida a la gravedad.
 f_l , factor de fricción para el líquido.
 f_m , factor de fricción para el lodo (mezcla).
 u^* , velocidad de fricción.
 u^*_c , velocidad de fricción a la deposición para el lodo a una concentración dada.
 u^*_o , velocidad de fricción a la deposición para el caso límite de dilución infinita.
 w , velocidad de deposición de los sólidos bajo condiciones estáticas.
 β , proporción del coeficiente de transferencia de masa con respecto al coeficiente de transferencia de momentum o cantidad de movimiento.
 Δp , pérdida de fricción por unidad de longitud.
 δ , espesor de la subcapa laminar.
 μ_m , viscosidad del lodo.
 μ_o , viscosidad del fluido en suspensión.
 κ , constante del Von Karman.
 ν , viscosidad cinemática del agua.
 ϕ , volumen de la fracción de sólidos en el lodo.
 ρ_l , densidad del líquido.
 ρ_s , densidad de los sólidos.
 C , volumen de la fracción de sólidos.
 K , constante, cuyo valor oscila entre 80 a 150, en la ecuación 6.8.
 Φ , pérdida de carga.
 S_S , $\frac{\rho_s}{\rho_l}$, densidad relativa de los sólidos.
 K_1 , coeficiente adimensional en la ecuación 6.11.
 f_l , factor de fricción del fluido en condiciones normales de flujo.
 f_s , factor de fricción de las partículas sólidas.
 f_{12} , factor de fricción en la fase hipotética interfacial entre las dos capas, figura 6.13.

- A_1 , área de la sección transversal de la capa superior en el modelo de dos capas.
- A_2 , área de la sección transversal de la capa baja en el modelo de dos capas.
- C_v , fracción de la concentración volumétrica de los sólidos en la mezcla.
- C_1 , concentración volumétrica de los sólidos de la mezcla en la capa superior en el modelo de dos capas, ecuación 6.14, figura 6.13.
- C_2 , concentración volumétrica de los sólidos de la mezcla en la capa inferior en el modelo de dos capas, ecuación 6.14, figura 6.14.
- C_{lim} , concentración más alta de sólidos de la capa más baja en el modelo de dos capas, figura 6.13.
- C_c , carga de contacto del flujo y físicamente representa la concentración media volumétrica de las partículas que contribuyen a la fricción de Couloumb al flujo, también definida como: $\frac{C_2 A_2}{A}$
- C_r , concentración medida in situ: $C_r = C_1 + \frac{C_2 A_2}{A}$
- Ar , número de Arquímedes, ecuación 6.20.
- S_1 , perímetro parcial de contacto de la capa superior con la tubería, figura 6.13.
- S_2 , perímetro parcial de contacto de la capa inferior con la tubería, figura 6.13.
- S_{12} , perímetro parcial de contacto entre la fase hipotética interfacial de las dos capas, figura 6.13.
- θ , ángulo de inclinación de la tubería.
- η_s , coeficiente de fricción entre la partícula y la pared de la tubería.
- Q_s , gasto de los sólidos.
- Q_L , gasto de la fase líquida.

6. FLUJO DE SUSPENSIONES HETEROGÉNEAS.

Los lodos que tienen propiedades heterogéneas pueden ser considerados como una representación del extremo opuesto del caso de flujo homogéneo. En el caso de las suspensiones heterogéneas la orientación del eje de la tubería es importante. En tuberías horizontales o casi horizontales, las condiciones de flujo son muy complicadas debido a la influencia de la fuerza de gravedad en las partículas. En este capítulo se considera, a menos que se aclare, flujo en una tubería horizontal. Cualquier mecanismo que describa flujo heterogéneo de una suspensión deberá tomar en cuenta los efectos inerciales de las partículas puesto que son un factor significativo. El flujo heterogéneo se caracteriza por una pendiente pronunciada de la concentración de sólidos a lo largo del eje vertical de la tubería y se encuentra en una gran variedad de aplicaciones que van desde los lodos producidos por el dragado hasta el transporte de carbón.

La Figura 6.1 muestra la respuesta típica de la pérdida de fricción contra la velocidad de un flujo de lodo heterogéneo. Se pueden observar ciertas diferencias importantes con respecto a la respuesta típica homogénea (Figura 5.1). A altas velocidades (punto A) la curva tiende a ser paralela a la respuesta de un fluido simple, es decir, cuando la velocidad se incrementa, la pendiente de concentración es menos pronunciada y el sistema tiende hacia la homogeneidad. Cuando la velocidad se reduce desde el punto A hasta el B, la distribución media de los sólidos en la tubería se vuelve más cada vez más pronunciada y una capa de partículas estacionaras o corredizas se deposita en la tubería. La velocidad a la que esto ocurre es llamada velocidad de deposición. Existen otras condiciones y definiciones que describen la velocidad de deposición, algunas de los cuales se presentarán más adelante. Para sistemas que tienen partículas clasificadas uniformemente según su tamaño, la velocidad de deposición coincide con el punto mínimo en la curva pérdida de fricción-velocidad. Si la velocidad es reducida más allá del punto B, empieza a formarse una cama de sólidos en la tubería y la pérdida de fricción aumenta debido a la reducción del área efectiva del flujo. Esta región de flujo puede ser relativamente inestable para que la ubicación exacta de la curva $\Delta p - V$ pueda ser tiempo-dependiente.

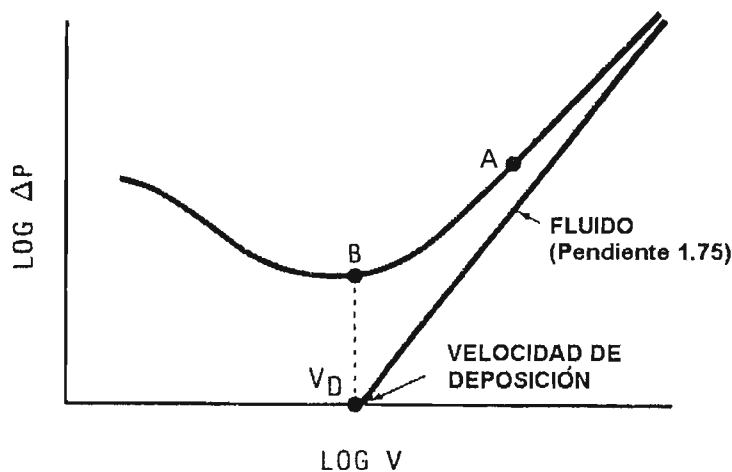
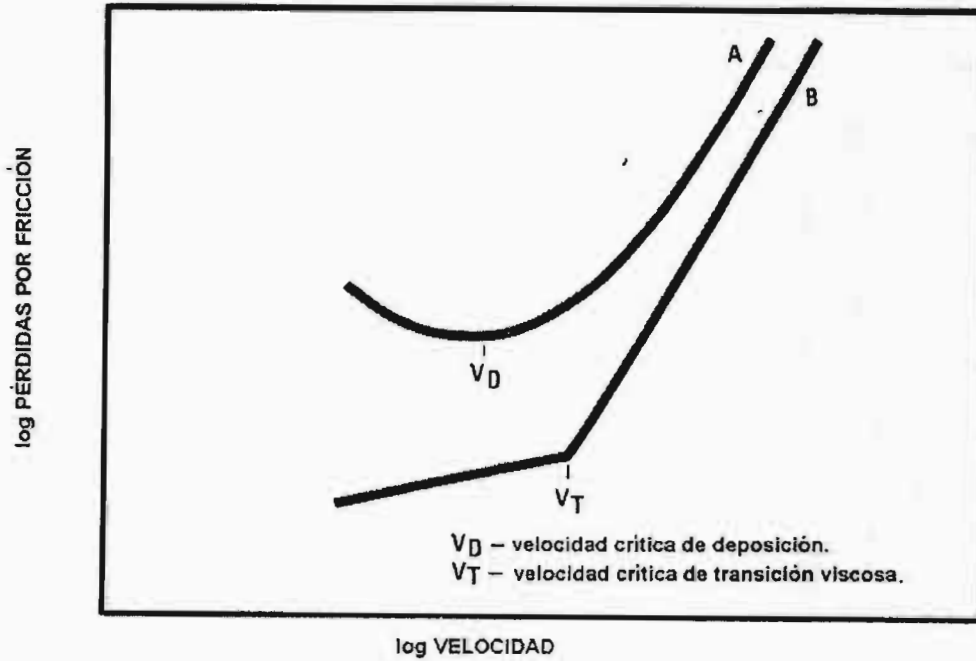


Figura 6.1 Pérdida de fricción contra la velocidad para un lodo heterogéneo.

Contraria a la velocidad de transición de una suspensión homogénea que corresponde al inicio entre el flujo laminar y el flujo turbulento, la velocidad de deposición es estrictamente un fenómeno de flujo turbulento. A la velocidad de deposición la tendencia de las partículas a depositarse por acción de las fuerzas gravitatorias, excede la fuerza de turbulencia que tiende a mantener a las partículas en suspensión. La Figura 6.2 muestra la comparación de la respuesta típica de la pérdida de fricción contra la velocidad para ambos sistemas: homogéneo y heterogéneo. La curva A es típica para un lodo homogéneo y la curva B muestra la respuesta para una suspensión homogénea. Además, presenta el comportamiento de las partículas sólidas para cada condición y la diferencia entre la velocidad de deposición y la velocidad de transición.

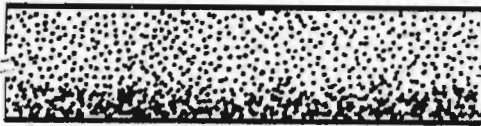
Si se reexamina el criterio básico de diseño, se puede ver que es necesario predecir no sólo la respuesta de la pérdida de fricción-velocidad de un sistema, sino también la velocidad de deposición esperada. En términos prácticos, la operación a velocidades por debajo de la de deposición no es aceptable. Aparte del peligroso riesgo de taponar la tubería, produciría también una excesiva corrosión en la parte baja de la misma, y para un sistema que contiene partículas de una amplia granulometría, puede ocurrir que las partículas más grandes se depositen en la línea con las partículas más pequeñas que permanecen en suspensión, es decir, la tubería actuará como una especie de clasificador. Así, el término "estabilidad de un flujo heterogéneo" depende de una predicción confiable de la velocidad de deposición.



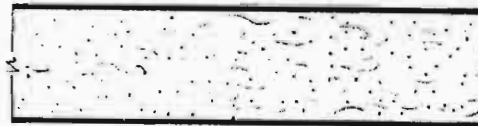
DEPOSICIÓN CONTROLADA EN EL LODO

TRANSICIÓN VISCOSA CONTROLADA EN EL LODO

SUSPENSIÓN COMPLETA



MOVIMIENTO TOTAL



TURBULENCIA TOTAL

VELOCIDAD SUBCRÍTICA



FORMACIÓN DE LA CAMA - V_D



TRANSICIÓN DE FLUJO LAMINAR - V_T

Figura 6.2 Velocidades críticas en sistemas de lodos.

6.1 CRITERIO PARA DETERMINAR LA HETEROGENEIDAD.

Una suspensión heterogénea presenta una pendiente apreciable de la concentración de sólidos a través de una sección vertical de la tubería. Para proponer una definición simple que se ajuste a esto, se debe reconocer que es esencial realizar una descripción completa de algunos criterios por los cuales puede ser definida una pendiente de "apreciable" concentración. Por otra parte, es posible identificar por lo menos tres condiciones de flujo: homogéneo, donde predominan las fuerzas viscosas; heterogéneo, donde la inercia de la partícula es el factor dominante y una región donde ambas fuerzas son significativas. En cada caso la condición de flujo puede caracterizarse por un valor específico de la relación de la concentración volumétrica de los sólidos C/C_A a $0.08 D$, medida desde la parte más alta hasta el eje de la tubería. Para suspensiones homogéneas se esperaría un valor de C/C_A de 0.8 o mayor y por el mismo razonamiento, al examinar la Figura 6.3 indica que esta heterogeneidad puede definirse por un valor de C/C_A de 0.1 o menor.

Wasp revisó datos publicados con respecto al flujo de suspensiones heterogéneas para lodos de carbón y encontró que para todos los datos examinados, el valor de C/C_A basado en el diámetro medio de la partícula e indicó que los sistemas reportados como heterogéneos tenían un valor de C/C_A de 0.10 o menor, así, comprobó la validez del uso del criterio de C/C_A para determinar la heterogeneidad.

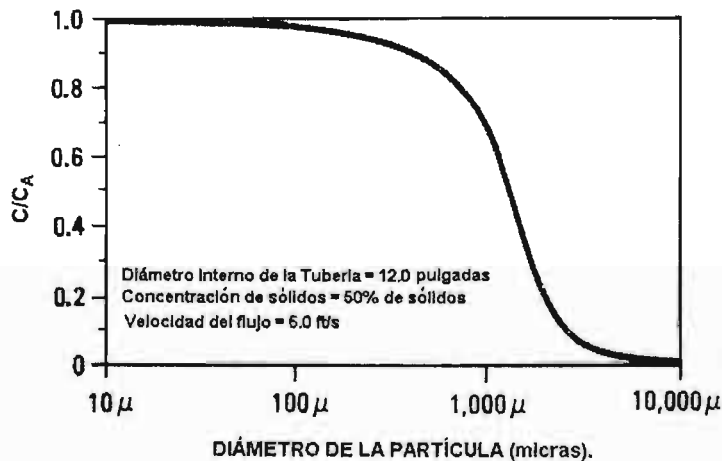


Figura 6.3 Efecto del tamaño de la partícula en C/C_A para lodos de carbón según revisión realizada por Wasp (Ref.82).

Actualmente, el criterio de la relación C/C_A probablemente sigue siendo la prueba más confiable para determinar la homogeneidad o la heterogeneidad, su cálculo depende de conocer previamente el valor de la velocidad de fricción $u^* = V \sqrt{\frac{f}{2}}$. Pero debido a la falta de datos existentes de la pérdida por

fricción, esto parece demandar una investigación más completa, ya que el cálculo de las pérdidas de fricción requiere hacer una suposición acerca de la heterogeneidad u homogeneidad. Este problema puede sobreponerse por medio de un procedimiento iterativo de cálculo, como se expone en el capítulo 7. Sin embargo, existen otras pruebas para determinar la heterogeneidad, las cuales no son generales o tan completas como la prueba de C/C_A , pero son una guía útil acerca del tipo de sistema bajo estudio. Durand⁽¹⁷⁾ propuso un criterio simple basado en el tamaño de las partículas, en el cual las partículas más grandes y hasta 200 micras se transportarían como un flujo heterogéneo. Sin embargo, este criterio es específico para los sistemas agua arena y no aplicable a otros sistemas. Thomas⁽⁶⁴⁾ revisó y comentó sobre el criterio de Durand y sugirió una prueba más general en la que sólo se proporciona el valor de w/u^* , es decir, la relación de la velocidad de caída de la partícula con respecto a la velocidad de fricción. Thomas propuso que para que las partículas se transporten como una suspensión homogénea se debe cumplir que:

$$\frac{w}{u^*} > 0.2 \quad (6.1)$$

Charles⁽⁹⁾ sugirió que la ecuación 6.1 debería ser modificada como:

$$\frac{w}{u^*} > 0.13 \quad (6.1a)$$

Es interesante notar que ambos criterios el de Thomas y la modificación de Charles en esencia son iguales a la prueba de C/C_A y tomando como base en la ecuación de Ismail aplicada a canales cerrados:

$$\log \frac{C}{C_A} = -1.8 \left(\frac{w}{\beta \kappa u^*} \right) \quad (6.1b)$$

Si se asume que β es igual a 1 y que la constante de Von Karman, $\kappa = 0.4$, se tiene:

$$\log \frac{C}{C_A} = -4.5 \left(\frac{w}{u^*} \right) \quad (6.2)$$

Así, se puede ver que el criterio de Thomas para $w/u^* > 0.2$ corresponde al criterio de $C/C_A < 0.13$; y la sugerencia de Charles se iguala con $C/C_A < 0.27$.

6.2 DETERMINACIÓN DE LA VELOCIDAD DE DEPOSICIÓN.

La velocidad de deposición de un sistema de lodo representa la velocidad más baja a la que el sistema puede operar tal que prevalezcan las condiciones establecidas de flujo de lodo. La definición e identificación de la velocidad de deposición se han tomado con diferente significado. Thomas⁽⁶⁴⁾ definió una "velocidad de transporte mínima" como la velocidad a la que una capa de partículas estacionarias o móviles aparecía en la superficie baja de la tubería. Durand⁽¹⁷⁾ utilizó una "velocidad llmite de depósito" y que identificó por la aparición de "un régimen de depósito" en la tubería. Graf⁽²⁵⁾ definió una "velocidad crítica de depósito" como la velocidad a la que las partículas sólidas se depositan fuera de la suspensión y forman una cama estacionaria.

Si se considera el comportamiento de un sistema de lodo que inicialmente está en reposo con los sólidos totalmente depositados en el fondo de la tubería, al incrementarse gradualmente la velocidad alcanzará un punto tal que la cama empezará a deformarse y si la velocidad sigue aumentando, pueden identificarse varias fases. Primera, la cama formará ondas y dunas y entonces entrará en una condición de cama móvil con saltos y, eventualmente, el sistema pasará al régimen de una suspensión. En el caso de una tubería con un flujo de lodo ya establecido, el proceso se invierte subsecuentemente a medida que la velocidad disminuye, ya que nuestro punto de partida es la condición de suspensión. La elección de la velocidad crítica es totalmente dependiente de que aspecto o mecanismo es de interés en una aplicación específica, es decir, no existe ninguna definición absoluta para cada situación. Sin embargo, se pueden definir velocidades críticas únicamente para situaciones específicas en una tubería para lodo. Para una tubería de lodo, la intención principal es transportar los sólidos en suspensión. Cuando las partículas no son transportadas en suspensión, se esta operando por debajo de la velocidad crítica y la cama así formada se está o no moviendo o es estacionaria.

Desde el punto de vista de diseño es aconsejable operar a una velocidad mayor que la velocidad de deposición. Aunque esta acción provoca el aumento de las pérdidas por fricción, proporciona una medida de seguridad al procedimiento de predicción y evita las condiciones heterogéneas cercanas a la velocidad de deposición, además de reducir la corrosión en la tubería por la disminución del contacto de las partículas sólidas y las paredes de la tubería por menor tiempo

6.2.1 Partículas uniformemente clasificadas según su tamaño.

Se ha tratado de presentar una correlación generalizada para determinar la velocidad de deposición, quizás la más conocida es la de Durand⁽¹⁷⁾ que se expresa como:

$$V_D = F_L \left[2gD \left(\frac{\rho_s - \rho_l}{\rho_l} \right) \right]^{1/2} \quad (6.3)$$

Donde el término F_L es una constante para un sistema dado, pero varía de acuerdo al sistema como una función del tamaño de la partícula y la concentración de sólidos. Se puede reestructurar la ecuación 6.3 en la forma siguiente:

$$F_L = \frac{V_D}{\sqrt{2gD}} \cdot \frac{1}{\left(\frac{\rho_s - \rho_l}{\rho_l} \right)^{1/2}} \quad (6.4)$$

en la cual se ve que el término F_L es de hecho un Número de Froude pero modificado en la condición de deposición. Así, mientras que la velocidad de transición depende del Número de Reynolds, la velocidad de deposición depende del Número de Froude. Durand estableció la forma en que F_L varía con la concentración y el tamaño de la partícula como se muestra en la Figura 6.4. Para tamaños de partícula por debajo de 1 mm, la concentración y el diámetro de la partícula tienen un efecto en el valor de F_L . Para partículas; mayores que 1 mm, la dependencia se vuelve más débil, para partículas grandes, el valor de F_L es constante sin tomar en cuenta las propiedades del sistema. Así, para un sistema dado de partículas más grandes digamos de 2 mm, la velocidad de deposición está dada por la ecuación 6.3 y es función solo del diámetro de la tubería, mientras varía con la raíz cuadrada de D .

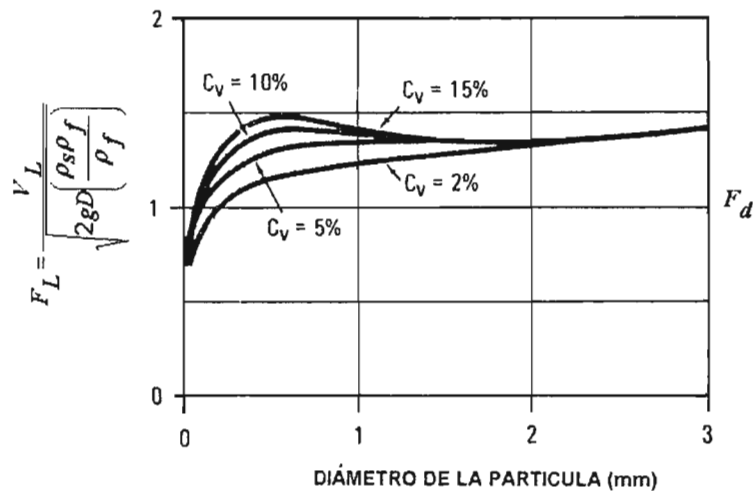


Figura 6.4 Variación del parámetro F_L como una función del diámetro de la Partícula (Ref. 17).

Wasp presentó en forma gráfica una revisión de los datos para diferentes velocidades de deposición. La Figura 6.5 muestra la gráfica de F_L contra la concentración de sólidos para lodos de agua arena e incluye los datos de Durand⁽¹⁷⁾, Sinclair⁽⁵⁶⁾, Yotsukura⁽⁹⁵⁾, y Wicks,⁽⁹¹⁾ junto con la línea obtenida de la correlación dada por ecuación 6.3 y la Figura 6.4. La correlación de Durand proporciona una excelente predicción de los datos con excepción de aquellos de Wicks que fueron para bajas concentraciones de sólidos (1% por unidad de volumen), densidad y viscosidad del fluido variables. Para los datos de Wicks puede derivarse la siguiente ecuación para determinar la velocidad de deposición de suspensiones diluidas en flujo totalmente turbulento:

$$V_D = 1.87 \left(\frac{d}{D} \right)^{1/6} \left[2gD \left(\frac{\rho_s - \rho_l}{\rho_l} \right) \right] \quad (6.5)$$

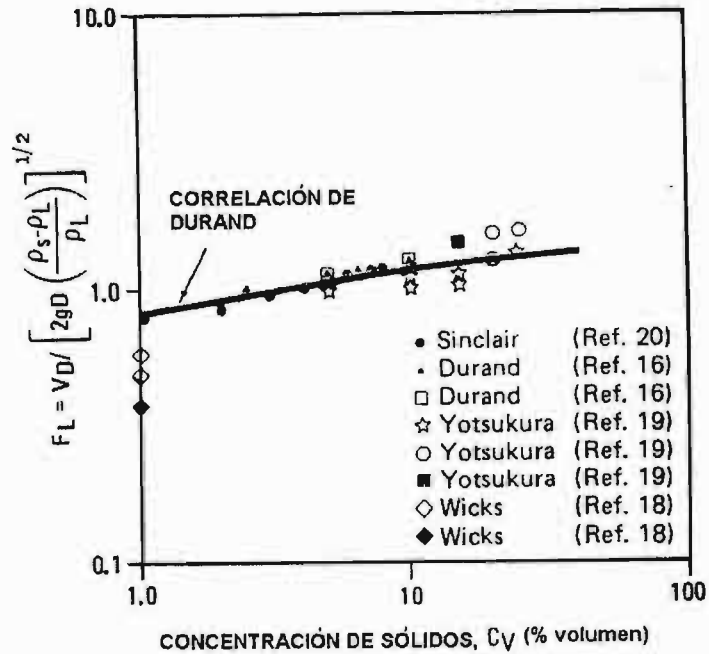


Figura 6.5 Correlación de la velocidad de deposición para suspensiones de arena (Ref. 83)

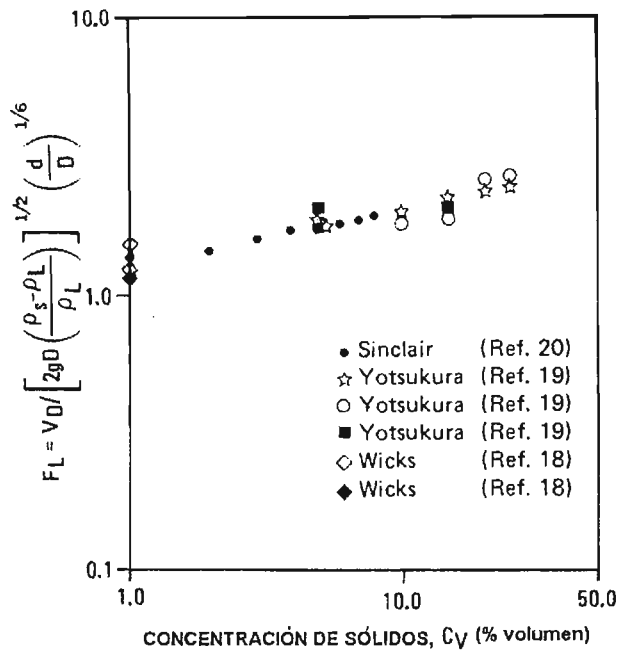


Figura 6.6 Correlación de la velocidad de deposición para suspensiones de arena (Ref. 83).

Si se admite que la ecuación 6.5 describe el comportamiento de las suspensiones diluidas y también el efecto del diámetro de la partícula y aceptando que la forma de la correlación de Durand representa adecuadamente el efecto de la concentración, Wasp⁽⁸³⁾ dedujo que una ecuación de la forma:

$$V_D = F'_L \left[2gD \left(\frac{\rho_s - \rho_l}{\rho_l} \right) \right]^{1/2} \left(\frac{d}{D} \right)^{1/6} \quad (6.6)$$

podría demostrar ser una posible herramienta de la correlación. La Figura 6.6 muestra los resultados de graficar F'_L contra la concentración de sólidos, además de los datos de Wicks⁽⁹¹⁾, Sinclair⁽⁶⁶⁾ y Yotsukura⁽⁹⁵⁾ que se adecuan a la línea obtenida de la forma general de la correlación de Durand.

Entonces se puede cuestionar por qué, en vista de la correlación lograda para los lodos de arena (Figura 6.5), necesariamente debe existir un manejo de la correlación de Durand. La Figura 6.7 proporciona la respuesta. Hasta ahora sólo se han considerado lodos que contienen partículas de arena graduadas y, de hecho, éste es el sistema que comúnmente se escoge para su estudio. Sinclair⁽⁶⁶⁾ es uno de los pocos investigadores que han variado sistemáticamente y ampliamente la densidad de las partículas suspendidas. La Figura 6.7 es una grafica de F'_L contra la concentración para suspensiones de carbón y partículas de hierro con los datos reportados por Sinclair, además de la correlación de Durand. En este caso se puede observar que la correlación de Durand es inadecuada y puede concluirse que la ecuación 6.3 no describe totalmente la función de densidad relativa y cómo esto afecta a la velocidad de deposición.

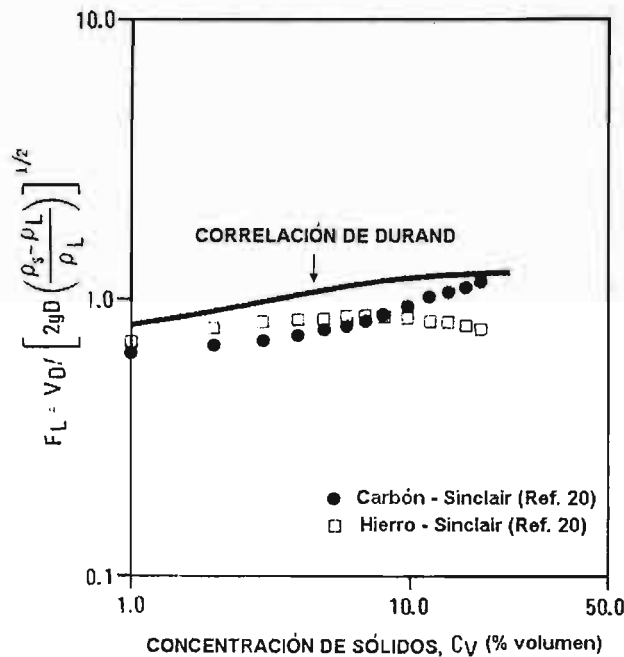


Figura 6.7 Velocidad de deposición para carbón y suspensiones de hierro (Ref. 83).

Lo anterior justifica que se requiere un trabajo extenso para determinar la dependencia funcional exacta de la velocidad de deposición V_D sobre la densidad de los sólidos ρ_s y del líquido ρ_l . Sin embargo la mayoría de los autores recomiendan el uso de la correlación de Durand (o una correlación de forma similar como la ecuación 6.6) ya que se usa para predecir en suspensiones de arena, que aplicadas a otros sistemas son conservadoras.

D. G. Thomas, presentó una serie de trabajos titulados "Características del Transporte de Suspensiones"⁽⁶⁴⁾⁽⁶⁵⁾⁽⁶⁸⁾ y representa un acercamiento general a una comparación interesante basada en las formulaciones anteriores. Considerando que las correlaciones de las ecuaciones 6.3 y 6.6 representan un pequeño esfuerzo o casi nulo por describir la naturaleza del mecanismo que prevalece en los sistemas de lodos, Thomas intentó presentar una visión general del transporte de lodos. Al estimar la velocidad de deposición, Thomas consideró totalmente este asunto con respecto a otros fenómenos,

como el movimiento inicial de la cama de partículas. Trabajando con suspensiones de cuentas de vidrio, Thomas⁽⁶⁴⁾ derivó la siguiente relación para la condición de transporte mínima:

$$\frac{w}{u_o^*} = 4.90 \left(\frac{du_o^*}{\nu} \right) \left(\frac{\nu}{Du_o^*} \right)^{0.6} \left[\frac{\rho_s - \rho_l}{\rho_l} \right]^{0.23} \quad (6.7a)$$

$$\frac{u_c^*}{u_o^*} = 1 + 2.8 \left(\frac{w}{u_o^*} \right)^3 \phi^{1/2} \quad (6.7b)$$

La ecuación 6.7a describe la condición de transporte mínimo para el caso de una dilución infinita y la ecuación 6.7b describe el efecto de la concentración. Esta correlación fue encontrada al aplicarla a varios sistemas de lodo y también a sistemas de transporte neumático, la única limitación es que se refiere a sistemas en los que las partículas son más grandes que el espesor de la subcapa viscosa. De este estudio Thomas concluyó que sólo un mecanismo era responsable al iniciar del transporte de la partícula, y éste puede identificarse con las fuerzas de Bernoulli que acompañan a las fluctuaciones de velocidad turbulentas y puede confinarse a la capa intermedia. En el caso de partículas más pequeñas que el espesor de subcapa laminar, Thomas obtuvo la siguiente ecuación y es independiente del diámetro de la tubería y la concentración del lodo (para suspensiones diluidas, $\phi < 0.18$):

$$\frac{w}{u^*} = 0.01 \left(\frac{du^*}{\nu} \right)^{2.71} \quad (6.7c)$$

El uso de las ecuaciones 6.7 requiere previamente de la predicción de u^* como una función de la velocidad. El procedimiento involucra, primero, la determinación de la pérdida de fricción como una función de la velocidad y, después, se establece el valor de la velocidad de deposición usando las ecuaciones 6.7.

La correlación de Thomas unifica varios fenómenos del fluido de partículas. Un aspecto semejante es el del punto de movimiento inicial de las partículas. Para el flujo de canales abiertos este punto se describe por la curva conocida de las envolventes (Figura 6.8) que es esencialmente una gráfica del esfuerzo cortante crítico contra el Número de Reynolds $\left(\frac{du_c^*}{\nu} \right)$. Como se vio anteriormente, el espesor de la subcapa viscosa ésta dada por:

$$\delta = 11.6 \frac{\nu}{u^*} \quad (2.38)$$

así que los términos del Número de Reynolds son efectivamente la relación del diámetro de la partícula con respecto al espesor de la subcapa, es decir, $11.6 \frac{d}{\delta}$. Además, puede observarse de la curva de la envolvente, que el esfuerzo cortante crítico presenta un mínimo para números de Reynolds para la partícula de aproximadamente 10, es decir, para un valor de $\frac{d}{\delta}$ alrededor de la unidad. Así, la importancia de la restricción en las ecuaciones 6.7a y 6.7b de que $\frac{d}{\delta} > 1.0$ se vuelve evidente y en efecto

Thomas usó los mismos parámetros para definir el transporte mínimo para identificar el movimiento inicial. Más allá del extenso trabajo que cubre la formación de ondas y las dunas, dirigido por Thomas⁽⁶⁸⁾, la culminación de este trabajo fue la formulación de un diagrama generalizado de las fases para el

transporte de suspensiones (Figura 6.9). Este consiste en una gráfica de $\frac{w}{u_o^*}$ contra $\frac{du_o^*}{v}$. La línea es el punto de movimiento inicial y en el intervalo $2 < \frac{du_o^*}{v} < 100$, corresponde a la curva de la envolvente. También se presentan las regiones en las cuales se forman las ondas transversales y longitudinales, además de las regiones de flujo homogéneo y heterogéneo.

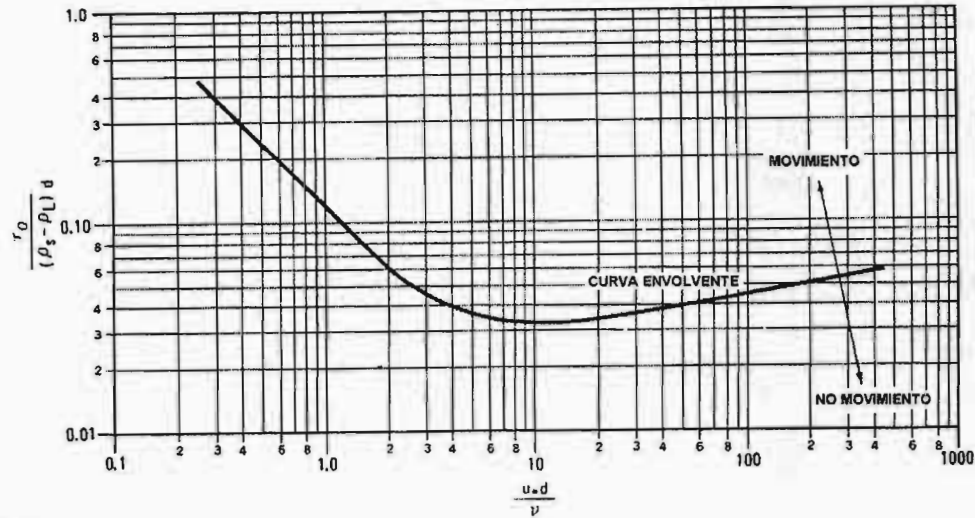


Figura 6.8 Diagrama de la envolvente; esfuerzo cortante crítico adimensional contra número de Reynolds cortante.

6.2.2 Partículas de tamaños mixtos.

Las partículas de tamaño uniforme raramente se encuentran en la práctica. Cuando se encuentran partículas de tamaños mixtos, la predicción de la velocidad crítica de deposición se vuelve más complicada. No puede haber un valor mínimo bien definido en la curva de pérdida de fricción-velocidad. La velocidad de deposición para un lodo que contiene tamaños de partícula mixtos generalmente es estimada asignando un tamaño medio de las partículas a la suspensión.

Para arenas mixtas de más de 0.44 mm de diámetro, Condolios y Chapus⁽¹⁰⁾ desarrollaron una correlación entre la velocidad de deposición y la concentración del lodo como se muestra en la Figura 6.10, independiente del diámetro de la partícula.

Sinclair⁽⁵⁶⁾ y Spells⁽⁵⁸⁾ utilizaron el diámetro d_{85} como tamaño de la partícula en sus correlaciones. Donde el diámetro d_{85} representa el diámetro de la partícula tal que el 85% del peso de las partículas es más pequeño que el diámetro d_{85} .

6.3 PREDICCIÓN DE LAS PÉRDIDAS DE FRICCIÓN.

Como se mencionó en el capítulo 4; la presencia de los sólidos en un flujo heterogéneo sólo tiene un efecto menor en la reología del sistema, a saber, sólo un ligero aumento en la viscosidad de la suspensión dada por la relación de Einstein o alguna forma de ésta:

$$\frac{\mu_m}{\mu_o} = 1 + 2.5\phi \tag{4.10}$$

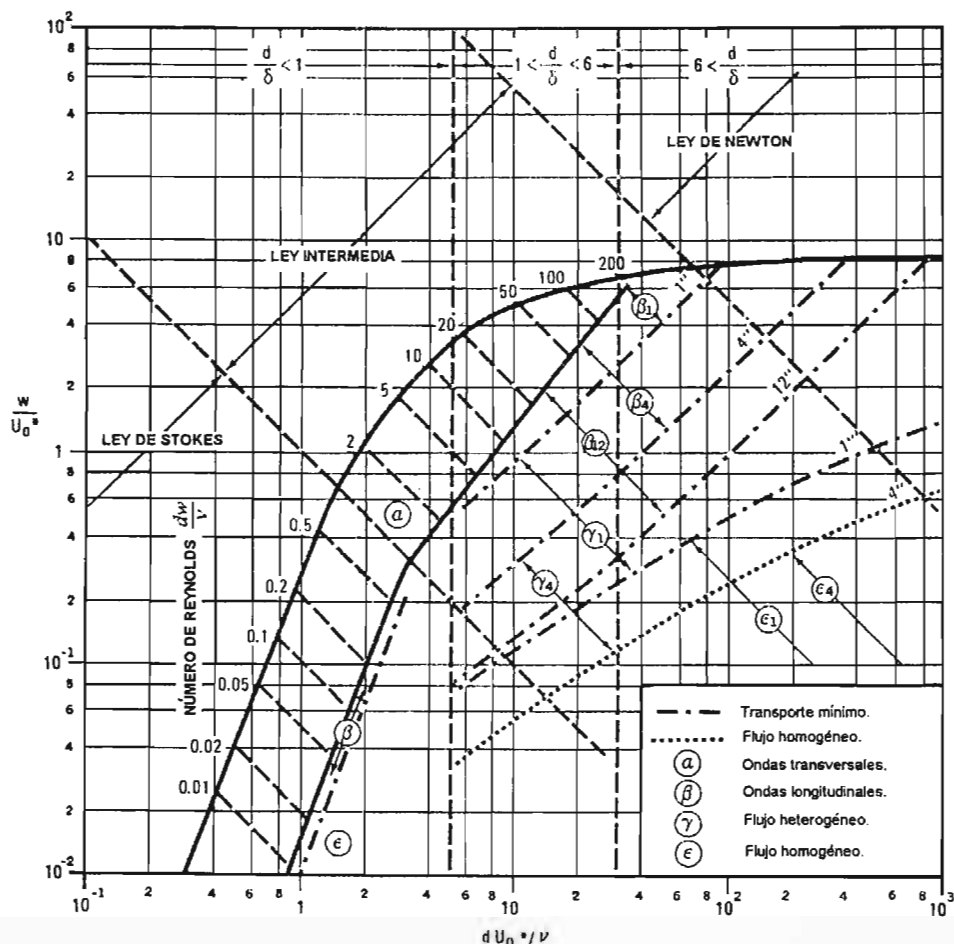


Figura 6.9 Diagrama generalizado de fases para el transporte de suspensiones (Rango de β , γ , y ε aplicado a las fases a una proporción de densidad $\frac{\rho_p - \rho}{\rho} = 1.65$) (Ref. 65).

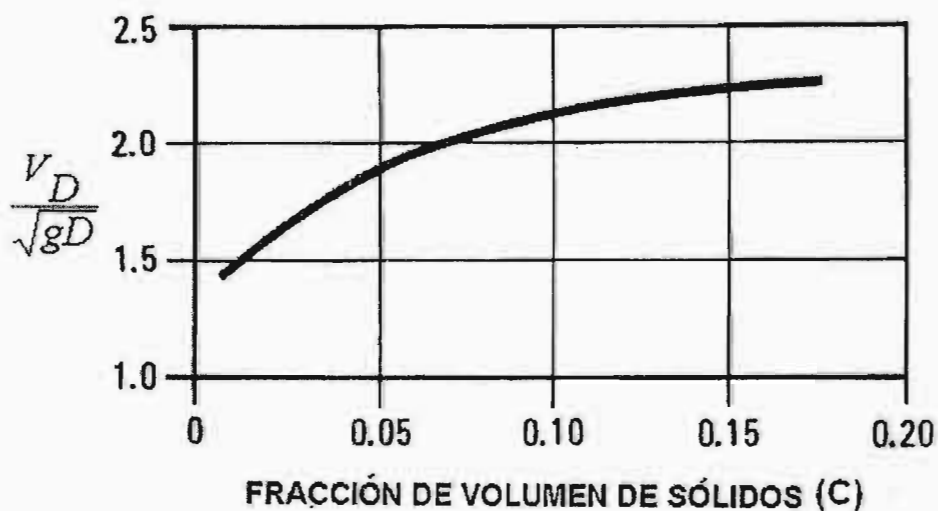


Figura 6.10 Velocidad crítica de deposición V_D , para arenas graduadas y mezcladas de más de 0.44 mm. (Ref. 10).

En la práctica, el problema de la predicción de las pérdidas de fricción para un flujo heterogéneo se restringe al régimen de flujo turbulento, ya que el medio transportador invariablemente es agua y nunca se encontrará en flujo laminar bajo las condiciones de diámetro y velocidad encontradas en las aplicaciones en las tuberías. En esta sección se considerarán tres casos de flujo heterogéneo; primero, un sistema que contiene partículas esencialmente de un tamaño; segundo, un sistema que contiene un intervalo de tamaños de la partícula tal que el sistema completo se comporta todavía heterogéneamente; y en tercer lugar, un sistema en el que el intervalo de la granulometría es tan amplio que para las partículas más pequeñas resulta un flujo homogéneo y posiblemente conducta no Newtoniana mientras que para las partículas más grandes producen conducta heterogénea, ambos efectos ocurren simultáneamente. En cada caso el trabajo de Durand⁽¹⁷⁾ es de gran importancia.

6.3.1 Sistemas heterogéneos de partículas de tamaño uniforme.

La mayoría de los trabajos sobre flujo heterogéneo emplean partículas que han sido graduadas para que sean esencialmente de un solo tamaño. Aunque ésta es una idealización de una situación práctica, produce información que representa una ayuda inestimable al analizar situaciones más complejas encontradas en la práctica, el trabajo de Durand,⁽¹⁷⁾ el cual en el mundo empírico del diseño de las tuberías de lodo ha llegado a ser considerado como un estudio clásico, es quizás el mejor ejemplo. El trabajo de Durand, presentado en 1952, proporcionó lo que es aún hoy el procedimiento de diseño más efectivo para el análisis de flujos heterogéneos. El trabajo cubre una amplia gama de condiciones con diferentes diámetros de tubería que varían de los 3/4 a las 23 pulgadas, tamaños de partícula desde las 100 micras hasta una pulgada y velocidades en la tubería de 2 a 20 ft/sec (0.61 a 6.10 m/s). La última correlación encontrada para flujos horizontales heterogéneos dentro de estos intervalos puede expresarse como sigue:

$$f_m = f_l \left[1 + K \left[\left(\frac{gD}{V^2} \right) \left(\frac{\rho_s - \rho_l}{\rho_l} \right) \frac{1}{C_D} \right]^{3/2} C \right] \tag{6.8}$$

La ecuación 6.8 es aplicable a todos los puntos a la derecha del valor mínimo en la curva $\Delta p - V$ (Figura 6.1), es decir, para todas las velocidades mayores que la velocidad de deposición. La ecuación 6.8 puede describirse como sigue:

$$\frac{f_m - f_l}{f_l C} = 82 \left[\left(\frac{V^2}{gD} \right) \left(\frac{\rho_l}{\rho_s - \rho_l} \right) \sqrt{C_D} \right]^{-3/2} \tag{6.9}$$

y muestra que el incremento en la pérdida de fricción del lodo sobre la del fluido portador bajo las mismas condiciones, está expresada como una fracción de la pérdida de fricción del fluido portador y es una función del número de Froude, la concentración de sólidos, la densidad relativa y el coeficiente de arrastre de la partícula. Esta "sobre presión" dada por la ecuación 6.9 es válida para flujo horizontal y es resultado de la distribución media de los sólidos a través de la tubería. Para flujos en tuberías verticales, este gradiente de la concentración no ocurre ya que la velocidad de flujo es mayor que la velocidad de caída de las partículas y la pérdida de fricción se calcula como en una suspensión homogénea, mientras se emplee la gravedad específica y las condiciones correctas de viscosidad.

La ecuación 6.9 puede graficarse como se muestra en la Figura 6.11. Una gráfica de la sobre presión en términos de:

$$\frac{f_m - f_l}{f_l C}$$

contra

$$\left(\frac{V^2}{gD} \right) \left(\frac{\rho_l}{\rho_s - \rho_l} \right) \sqrt{C_D}$$

los resultados muestran una línea recta de pendiente -3/2, en un papel doble logarítmico.

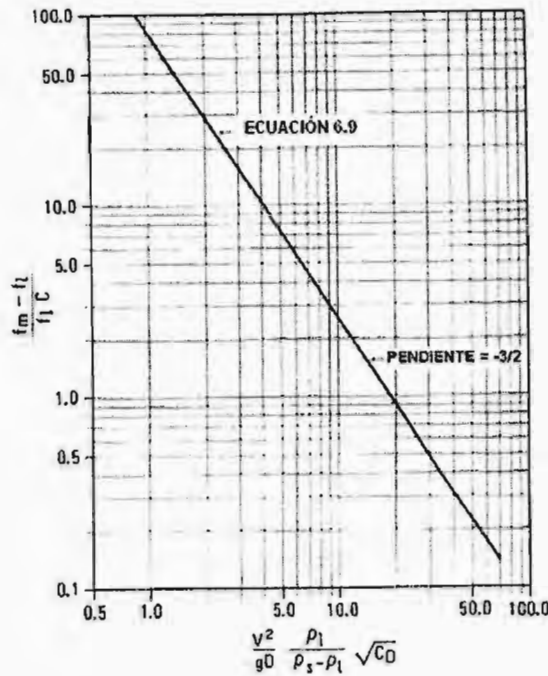


Figura 6.11 $\frac{f_m - f_l}{f_l C}$ contra $\left(\frac{V^2}{gD} \right) \left(\frac{\rho_l}{\rho_s - \rho_l} \right) \sqrt{C_D}$

6.3.2 Sistemas heterogéneos de partículas con múltiples tamaños.

Durand realizó su trabajo usando fragmentos de partícula de tamaños estrechamente graduados y aparte de alguna discordancia en el valor numérico atribuido a las constantes en las ecuaciones 6.8 y 6.9, el trabajo generalmente es aceptado. Ahora se verá cómo la correlación de Durand puede aplicarse a una situación más real de un flujo heterogéneo en el que el tamaño de la partícula varía en una gama amplia de tamaños. Finalmente y de forma clara se puede deducir que el problema es cómo atribuir el valor correcto a cada tamaño de la partícula.

Condolios y Chapus⁽¹⁰⁾ propusieron que este problema se atacara calculando un valor medio pesado del coeficiente de arrastre para la distribución de sólidos, y empleando este valor de C_D en la ecuación 6.8. Algunos autores creen que este método no es exacto. Un procedimiento más confiable ha sido perfeccionado por Wasp en el que cada fragmento de tamaño se trata como una entidad discreta. Utilizando el coeficiente de arrastre para un fragmento de un tamaño dado, la sobrepresión es calculada para este fragmento usando la ecuación 6.9. Nótese que el coeficiente de arrastre utilizado es para una sola partícula que cae en un fluido y C es la concentración del fragmento en particular, expresado con base en un volumen. Este procedimiento se repite entonces para cada fragmento de tamaño y la suma de las contribuciones individuales proporciona una estimación de la sobrepresión.

6.3.3 Sistema Compuesto.

El último caso de interés en flujo heterogéneo es el sistema compuesto. A veces llamado flujo de sistema mixto o flujo hetero-homogéneo, éste es quizás el tipo más importante de flujo de lodo encontrado. Se fundamenta en que en varios sistemas, previamente al transporte en la tubería, los sólidos se sujetan a alguna forma de pulverización. El intervalo de la granulometría de las partículas así producidas puede ser tal que se presenta una situación en la que flujo homogéneo y el flujo heterogéneo ocurren simultáneamente. En otros términos, el lodo consiste en una suspensión heterogénea de sólidos en una homogénea, normalmente no Newtoniana, denominado vehículo de lodo.

Lo que probablemente hasta hace algunos años y tal vez hasta la actualidad es considerado el mejor método para analizar el sistema compuesto se debe a Wasp⁽⁸¹⁾⁽⁸⁴⁾ que empleo el concepto de un "vehículo de dos fases". Según este concepto, la concentración y la distribución del tamaño de las partículas que se deslizan en la cresta de la tubería pueden ser consideradas que existen en otros puntos en la tubería, es decir, estas representan el flujo homogéneo o la porción del "vehículo del lodo". El resto de los sólidos es considerado como una suspensión heterogénea transportada por este vehículo. La pérdida de fricción total es la suma de la pérdida de fricción del vehículo y la sobrepresión debida a la heterogeneidad del resto de los sólidos. Para efectuar un análisis basado en las hipótesis anteriores es necesario:

- i) Haber establecido las propiedades de la suspensión y sus componentes.
- ii) Tener un total conocimiento activo de los procedimientos de diseño para los flujos homogéneos y heterogéneos.
- iii) Obtener una estimación de cómo cada fragmento del tamaño de los sólidos suspendidos es separado entre el vehículo y la porción heterogénea ("cama"), que a su vez requiere de un conocimiento de los métodos disponibles para la predicción de los gradientes de la concentración.

Una de las características centrales de la correlación de Wasp es la determinación de la separación entre el vehículo y la porción heterogénea del lodo. Esto se realiza por medio de la ecuación:

$$\log \frac{C}{C_A} = -1.8 \left(\frac{w}{\beta \kappa u^*} \right)$$

que asegura que el procedimiento tenga un medio incorporado que permita, por el hecho de que la cantidad de material fino en el vehículo se incrementa, tener la capacidad de transporte de los sólidos gruesos. También, el propio método exige no realizar ninguna suposición acerca del grado de heterogeneidad u homogeneidad a ser esperada en la suspensión para calcular las pérdidas de fricción. Los extremos de la conducta de lodo pueden ser bien e igualmente manejados. Esto no quiere decir que este aspecto no es importante, ya que aún se deja al criterio del ingeniero para decidir sobre la velocidad crítica, es decir, acerca de que si el sistema es de deposición o de transición controlada, en orden para identificar el intervalo de aplicabilidad del método.

6.4 EL MODELO DE DOS CAPAS PARA LA PREDICCIÓN DE LAS PÉRDIDAS DE FRICCIÓN.

6.4.1 Origen del modelo.

El flujo de mezclas de partículas gruesas fue descrito por Newitt en 1955 con la ecuación 6.10. Al contrario de otras expresiones anteriores para determinar la pérdida de carga, esta ecuación tiene un origen teórico pensado inicialmente para aplicarla a tuberías de diferentes tamaños, como una ecuación de diseño, pero su utilidad se limitó a un caso particular y que es bastante raro: "el flujo con saltación o con una cama movable". Estos flujos claramente son, muy estratificados, pero la deducción realizada no tuvo en cuenta esta segregación.

$$\Phi = \frac{66gD(S_s - 1)}{V^2} \quad (6.10)$$

Los experimentos originales de Newitt sobre partículas gruesas usaron comparativamente bajas concentraciones para que en términos del incremento debido a la presencia de los sólidos algunas veces fuera pequeño. Un adelanto significativo ocurrió cuando Streat y Bantin (1972) usaron en el transporte concentraciones muy altas de partículas gruesas y midieron in situ la concentración, así como la pérdida de carga. Estos resultados a alta concentración proporcionaron una prueba importante de la deducción de Wilson (1972). La deducción era importante porque era funcional. Además, el análisis de Wilson mostró por qué el coeficiente 0.8 en la ecuación de Newitt variaba con la concentración para flujos muy estratificados.

La deducción de Wilson difirió profundamente de la de Newitt porque considera la estratificación del flujo como su característica central. Por otro lado, la ecuación de Gaessler (ecuación 6.11) puede verse como un esfuerzo por generalizar la ecuación de Newitt agregando condiciones para responder sobre los efectos omitidos en la ecuación de Newitt sin tener en cuenta la naturaleza inherente de segregación de un flujo horizontal no homogéneo.

$$\Phi = \frac{K_1(S_s - 1)gD}{f_l V^2} + \left(\frac{f_l}{f_s} - 1 \right) \quad (6.11)$$

La afirmación del modelo de Wilson aplicada a una mezcla con partículas muy variadas fue restringida a partículas muy gruesas. Es interesante porque al realizar dicha afirmación no la incluyo al deducir una constante empírica de flujo. Él empleó un coeficiente de fricción cinemático conceptualmente similar al coeficiente de fricción partícula-pared η_s , definido por la ecuación 6.12, η_s se asumía que era una constante que podría determinarse a partir de pruebas de fricción simples que usan un método basado en las variables mostradas en la Figura 6.12, en una sección inclinada de la tubería y ubicando el punto en el que ocurre el deslizamiento continuo. Los estudios subsecuentes han demostrado que el modelo es capaz de ser extendido y aplicado a partículas más finas y mezclas de sólidos gruesos y finos.

$$(\tau_{sry})_{pared} = (\tau_{srr})_{pared} \eta_s \quad (6.12)$$

El modelo aquí presentado es esencialmente el de Wilson (1970, 1976), que además de incorporar resultados experimentales subsecuentes, se presenta en una forma que es más fácil de seguir o modificar. El modelo puede usarse para estimar las pérdidas de carga como una alternativa a las correlaciones hasta ahora mostradas. También puede usarse para calibrar mediciones experimentales en tuberías más grandes.

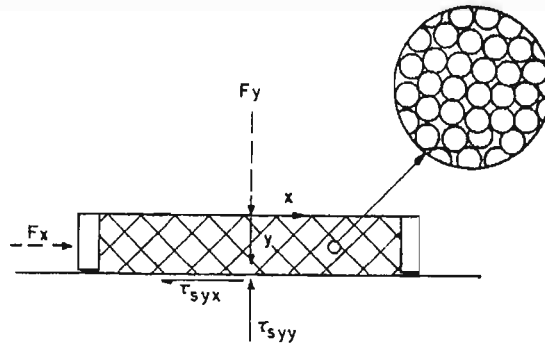


Figura 6.12 Experimento simple de cortante directo. (Ref. 7)

6.4.2 El modelo de dos capas.

El modelo supone que el lodo que fluye en una tubería horizontal o inclinada se visualiza en forma de dos capas separadas por una interfaz horizontal hipotética. Esto se muestra esquemáticamente en la Figura 6.13a. Dentro de cada región, las variaciones de la concentración de los sólidos y velocidad son despreciadas cuando se estima el esfuerzo límite y el esfuerzo en la interfaz. Considerando el caso usual, cuando las partículas son más densas que el fluido, se asume que la capa superior contiene sólo partículas cuyo peso sumergido es soportado por las fuerzas de sustentación del fluido.

La mezcla en la capa superior tiene una concentración volumétrica de los sólidos C_1 y se comporta esencialmente como un líquido hasta donde el esfuerzo cortante de la pared se lo permite.

La capa más baja (Figura 6.13b) se supone que tiene la concentración más alta de sólidos C_{lim} . Se asume que el incremento de C_2 se debe a las partículas cuyo peso sumergido se transmite a la pared de la tubería por el contacto entre partículas. Además, se supone que la fricción de Coulomb ocurre al contacto entre la pared y la capa más baja.

De acuerdo al modelo, C_{lim} es una cantidad específica. En la formulación original, C_{lim} fue designada como la concentración de una cama suelta condensada que podría determinarse de las mediciones fuera del flujo. Por esta razón, se describen a veces modelos de este tipo como *modelos de cama movable*. Debe notarse que el flujo con una cama no cortante es raro en tuberías grandes, pero como se verá, la naturaleza del flujo en la capa más baja es menos importante que el mecanismo de transmisión del esfuerzo. Afortunadamente, las predicciones realizadas de pérdida de carga para partículas gruesas son bastante insensibles al valor de C_{lim} , por lo que un valor de 0.60 puede usarse a menos que la distribución del tamaño sea muy amplia y la concentración media sea muy alta.

El modelo emplea balances de masa que relacionan las variables de diseño más usuales, la velocidad V y la concentración volumétrica C_v , cantidades definidas en la Figura 6.13. El gasto de la mezcla es:

$$AV = A_1V_1 + A_2V_2 \tag{6.13}$$

Para los sólidos, se desprecia la caída local de la velocidad de las partículas relativas al fluido para que el gasto de sólidos sea:

$$C_vAV = C_1A_1V_1 + C_2A_2V_2 \tag{6.14}$$

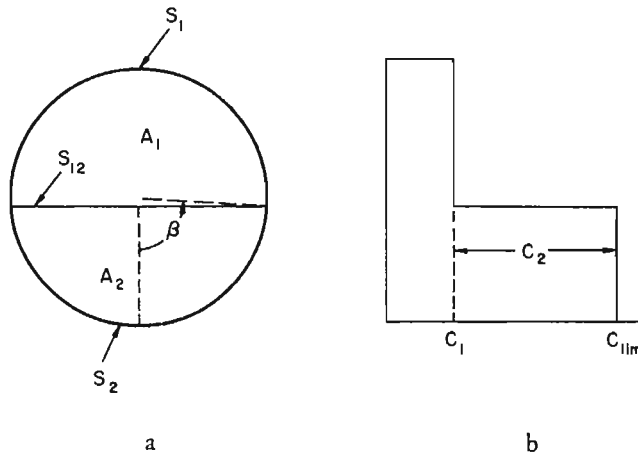


Figura 6.13 (a) Corte transversal de la tubería, idealización en el modelo. (b) variación de la concentración con la elevación, según el modelo de dos capas.

C_1 se consideró cero en la formulación original, pero debido a que se quería usar el método con partículas más finas, se debió emplear un método (derivado de resultados experimentales) para predecir C_1 . Esto normalmente se hace para determinar la relación $\frac{C_2A_2}{A}$, cantidad descrita a veces como "carga de contacto" del flujo, denotada como C_c . Físicamente C_c , representa la concentración media volumétrica de las partículas que contribuyen a la fricción de Coulomb al flujo

Inicialmente se intento generalizar el modelo buscando relacionar C_c con la concentración entregada C_v , definida en la ecuación 6.15:

$$C_v = \frac{Q_s}{Q_s + Q_l} \quad (6.15)$$

Esto era conveniente, pero, puesto que la relación $\frac{C_c}{C_v}$ puede exceder la unidad cerca de cuando ocurre la deposición, es preferible relacionar C_c , a la concentración media in situ C_r , definida en la ecuación 6.16.

$$C_r = \left(\frac{1}{A} \right) \int_A c dA \quad (6.16)$$

En términos de las cantidades mostradas en la Figura 6.13, la definición de C_r , se vuelve:

$$C_r = C_1 + \frac{C_2 A_2}{A} \quad (6.17)$$

Por lo que se refiere a C_c :

$$C_c = \frac{C_2 A_2}{A} \quad (6.18)$$

Una correlación tentativa para C_c es:

$$\frac{C_c}{C_r} = \exp \left[-\alpha_1 Ar^{\alpha_2} \left(\frac{V^2}{gd} \right)^{\alpha_3} \left(\frac{d}{D} \right)^{\alpha_4} (S_s - 1)^{\alpha_5} \right] \quad (6.19)$$

donde Ar es el número de Arquímedes para una partícula que se establece en el fluido:

$$\frac{4gd^3(S_s - 1)\rho_l^2}{3\mu_l^2} \quad (6.20)$$

Para distribuciones limitadas en tamaños, los valores tentativos de los coeficientes son, por lo menos para Ar menores que 3×10^5 , (Shook, 1986).

$$\alpha_1 = 0.124, \alpha_2 = -0.061, \alpha_3 = 0.028, \alpha_4 = -0.431 \text{ y } \alpha_5 = -0.272$$

El modelo emplea ecuaciones de momentum para cada capa. Éstas son escritas en términos de los esfuerzos límite e interfaciales. Para la capa superior en flujo establecido, se tiene una fórmula modificada de la ecuación de momentum:

$$-\frac{d(p + \rho_l gh)}{dx} = \frac{\tau_1 S_1 + \tau_{12} S_2}{A_1} \quad (6.21)$$

La ecuación 6.21 supone, en efecto, que el esfuerzo interfacial τ_{12} se opone al movimiento de la capa 1 del mismo modo que el esfuerzo τ_1 lo hace. Esto implica que V_2 es menor que V_1 . Para la capa más baja, la ecuación de momentum correspondiente es:

$$-\frac{d(p + \rho_2 gh)}{dx} = \frac{-\tau_{12}S_{12} + \tau_2 S_2}{A_2} \quad (6.22)$$

El signo del término τ_{12} en la ecuación 6.22 refleja el hecho de que el esfuerzo interfacial tiene un efecto impelente en la capa más baja. Si los términos de los esfuerzos interfaciales se eliminan entre las ecuaciones 6.21 y 6.22, se tiene el equilibrio de fuerzas en conjunto para la tubería dada como:

$$-\frac{d(p + \rho_m gh)}{dx} = \frac{\tau_1 S_1 + \tau_2 S_2}{A} \quad (6.23)$$

El esfuerzo τ_1 , se evalúa con la ecuación 6.24, usando la velocidad y la densidad de la capa superior:

$$\tau_1 = \frac{1}{2} f_1 V_1^2 \rho_1 \quad (6.24)$$

Estrictamente hablando, el factor de fricción debe calcularse con la viscosidad y la densidad de la mezcla en la capa superior y el diámetro hidráulico equivalente de la sección. Sin embargo, para valores menores de C_r , de aproximadamente 0.35 y partículas más grandes que 0.18 mm (d_{50}), aparece un pequeño efecto de la concentración sobre la viscosidad efectiva usada en el modelo. Así, el factor de fricción puede ser estimado de las propiedades del fluido y la velocidad media. El último es a menudo especificado en una parte del diseño, es decir:

$$f_1 = f_1 \left[\frac{D \rho_1 V}{\mu_1}, \frac{k}{D} \right]$$

y f_1 se evalúa usando las ecuaciones de Churchill:

$$f = 2 \left[\left(\frac{8}{\text{Re}} \right)^{12} + (A + B)^{-1.5} \right]^{1/12} \quad 6.24a$$

donde:

$$A = \left\{ -2.457 \ln \left[\left(\frac{7}{\text{Re}} \right)^{0.9} + \frac{0.27k}{D} \right] \right\}^{16} \quad 6.24b$$

y

$$B = \left(\frac{37530}{\text{Re}} \right)^{16} \quad 6.24c$$

El esfuerzo τ_{12} se presume es el resultado de la diferencia de las velocidades entre las dos capas. El esfuerzo es calculado con la densidad de la capa superior:

$$\tau_{12} = \frac{1}{2} f_{12} (V_1 - V_2) V_1 - V_2 \rho_1 \quad (6.25)$$

La interfaz es visualizada como una frontera cuya rugosidad depende del diámetro de las partículas. De nuevo, una aproximación elimina el diámetro hidráulico equivalente de la capa superior, f_{12} es calculado con la ecuación modificada del factor de fricción de Colebrook:

$$f_{12} = \frac{2(1+Y)}{\left[4 \log_{10} \left(\frac{D}{d}\right) + 3.36\right]^2} \quad (6.26)$$

donde: $Y = 0$ para $\frac{d}{D} < 0.0015$ y $Y = 4 + 1.42 \log_{10} \left(\frac{d}{D}\right)$ para $0.00015 < \frac{d}{D} < 0.15$. Esta expresión se ha deducido de datos tomados para $Ar < 3 \times 10^5$.

En la frontera S_2 de la capa más baja, dos mecanismos contribuyen a la resistencia por fricción:

$$\tau_2 S_2 = \tau_{2m} S_2 + \tau_{2s} S_2 \quad (6.27)$$

El fluido y los sólidos suspendidos contribuyen un esfuerzo dependiente de la velocidad de la capa más baja. Esto es estimado del factor de fricción f_1 y la densidad ρ_1 :

$$\tau_{2m} = \frac{1}{2} f_1 V_2 V_{2i} \rho_1 \quad (6.28)$$

La carga de contacto de los sólidos contribuye a la velocidad independiente que se opone al esfuerzo τ_{2s} en el limite de S_2 . Por lo que se refiere a la resistencia a la fricción en la frontera depende del esfuerzo radial entre partículas τ_{srr} mostrado en la Figura 6.14. Nótese que θ y β son medidos desde los ejes desplazados 90 grados.

$$\tau_{2s} S_2 = D \eta_s \int_{\theta=\pi/2-\beta}^{\pi/2} \tau_{srr} d\theta \quad (6.29)$$

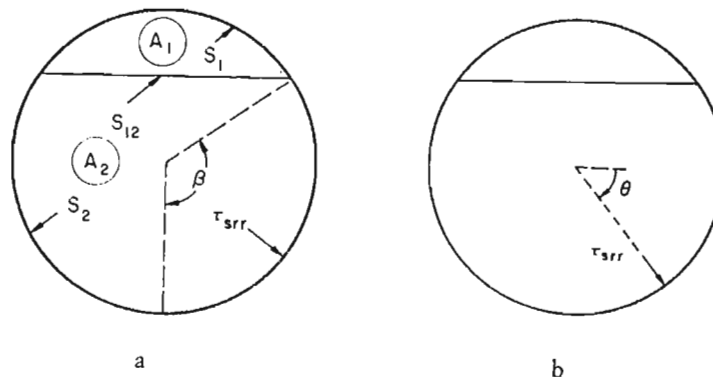


Figura 6.14. Corte transversal de la tubería.

El esfuerzo τ_{srr} refleja el equilibrio de las fuerzas en la dirección vertical en la capa más baja para el fluido, las partículas suspendidas, y la carga de contacto de las partículas. Estas fuerzas se obtienen del análisis de las ecuaciones de conservación de flujo unidimensional:

$$\left(\frac{1}{c}\right)\rho_s\left(\frac{\partial(cv_s)}{\partial t} + v_s\frac{\partial(cv_s)}{\partial x}\right) = -\left(\frac{1}{c}\right)\frac{\partial(cp)}{\partial x} - \rho_s g \frac{\partial h}{\partial x} + f_{sl} + f_{ss} + f_{sw} \quad (6.30)$$

y

$$\left(\frac{1}{1-c}\right)\rho_l\left(\frac{\partial(1-c)v_l}{\partial t} + v_l\frac{\partial(1-c)v_l}{\partial x}\right) = -\left(\frac{1}{1-c}\right)\frac{\partial(1-c)p}{\partial x} - \rho_l g \frac{\partial h}{\partial x} + f_{ls} + f_{ll} + f_{lw} \quad (6.31)$$

y asumiendo que

1. Ninguna fuerza inercial o fuerza vertical derivada de la pared actúa sobre el fluido o la carga de contacto de las partículas suspendidas;
2. Ninguna fuerza de arrastre del fluido actúa en la carga de contacto de las partículas.

Con y medido hacia abajo, el equilibrio para estos tres componentes puede escribirse como:

$$0 = -\frac{dp}{dy} + \rho_l g + f_{lsy} \quad (6.32)$$

$$0 = -\frac{dp}{dy} + \rho_s g + f_{sly} \quad (6.33)$$

$$0 = -\frac{dp}{dy} + \rho_s g + f_{ssy} \quad (6.34)$$

En la ecuación 6.34, la fuerza f_{ssy} se vuelve f_{sly} en la pared de la tubería.

Las fuerzas interfaciales entre el fluido y la carga de las partículas suspendidas se deben equilibrar. La condición de arrastre recíproco para esta situación particular debe ser rescrita como:

$$C_1 f_{sly} + (1 - C_1 - C_2) f_{lsy} = 0$$

Usando esto con las ecuaciones 6.32 y 6.33, se encuentra una expresión para el gradiente de presión vertical. Sustituyendo esto en la ecuación 6.34, se encuentra la fuerza entre partículas por unidad de volumen:

$$f_{ssy} = \frac{(1 - C_1 - C_2)(\rho_s - \rho_l)g}{1 - C_2} \quad (6.35)$$

La ecuación 6.35 muestra que el efecto de los sólidos suspendidos (fracción de volumen C_1) es el de reducir la fuerza transmitida a la pared por el incremento del efecto flotante en la carga del contacto de las partículas.

Si la contribución inercial es pequeña, la fuerza f_{sly} puede expresarse en términos del esfuerzo efectivo entre partículas:

$$f_{sly} = -\frac{1}{C_2} \left(\delta\tau_{sly} + \frac{\delta\tau_{sly}}{\delta x} + \frac{\delta\tau_{sly}}{\delta z} \right) \quad (6.36)$$

En términos de los esfuerzos cortantes en la ecuación 6.36 estos son despreciados sobre la superficie en los que la capa de carga de contacto de los sólidos es poco profunda comparada con su ancho. La Figura 6.15 sugiere que en este caso los esfuerzos entre partículas se incrementan linealmente con la profundidad. Si $\tau_{syy} = 0$ y en la interfase $y = 0$ se tiene:

$$\tau_{syy} = \frac{(\rho_s - \rho_l)gC_2(1 - C_1 - C_2)y}{1 - C_2} \quad (6.37)$$

Si se supone que el esfuerzo radial τ_{srr} es igual a τ_{syy} y usando esto en la ecuación 6.29 se obtiene:

$$\tau_{2s}S_2 = \frac{0.5D^2\eta_s g(\rho_s - \rho_l)(\text{sen}\beta - \beta \cos\beta)C_2(1 - C_1 - C_2)}{1 - C_2} \quad (6.38)$$

Los perímetros parciales S_1 , S_{12} y S_2 , son función del ángulo β el cual define la ubicación de la interfase.

Entonces para predecir y determinar la caída de presión se puede usar una solución iterativa para resolver las ecuaciones anteriores para predecir la caída de presión, por ejemplo, con el programa en lenguaje BASIC descrito en la tabla A-2 del anexo al final de este trabajo, en el que se describe a detalle el procedimiento. Para ilustrar el método y proporcionar un juego de resultados para el uso del mismo en el siguiente capítulo se realiza un ejemplo de cálculo.

Además antes de determinar la predicción de la caída de presión primero es necesario comparar la velocidad de operación con la velocidad de deposición pronosticada, para ello se utiliza el nomograma para estimar la velocidad de deposición (Figura 6.16).

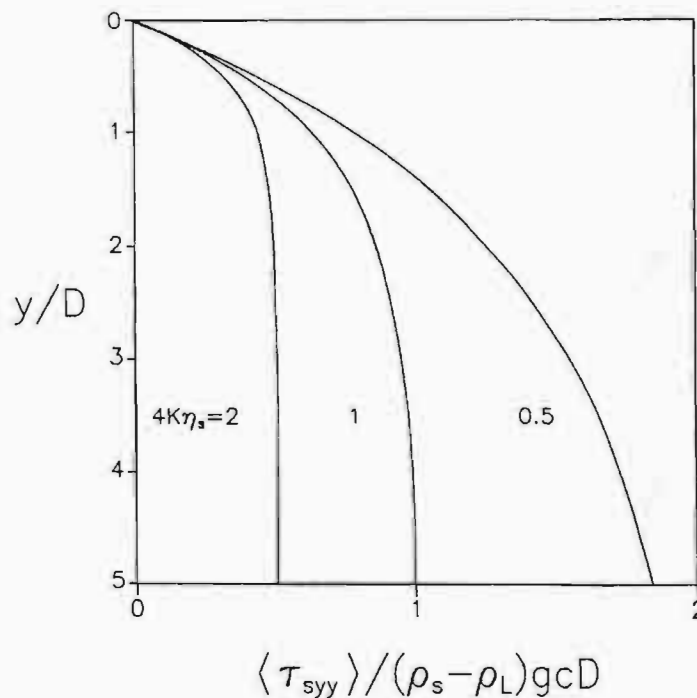


Figura 6.15 Esfuerzos medios axiales adimensionales, como una función de la profundidad en un flujo de lodo.

6.4.3 Ejemplo de cálculo: modelo de dos capas.

Ejemplo 6.1

Se pretende evaluar la caída de presión para un lodo de arena, con diámetro medio $d_{50} = 0.5$ mm, velocidad de diseño de 4.0 m/s en una tubería de diámetro interno de 0.25 m, si la concentración volumétrica entregada es del 20%.

La rugosidad de la tubería k es de 45 μm y el fluido es agua a una temperatura de 20°C. Se sugiere que el coeficiente de fricción entre la partícula y la pared de la tubería η_s , puede tomarse como 0.50.

Para iniciar el cálculo, la velocidad de operación primero debe ser comparada con la velocidad de deposición pronosticada. Usando el nomograma para estimar la velocidad de deposición, figura 6.16, del cual se determina una velocidad de deposición de 3.4 m/s por lo que la velocidad de operación propuesta de 4 m/s es razonable. Puesto que la concentración volumétrica esperada C_v es especificada y C_r se requiere para el cálculo, es necesario asumir un valor de C_r , por lo que inicialmente se supone $C_r = 0.22$. Con este primer valor y con el programa de cálculo en lenguaje BASIC se obtienen los resultados que se presentan en la tabla 6.1.

La forma en como introducir los datos al programa de cálculo para este ejemplo en particular, se presenta a continuación:

```

DATA 0.25, 0.5, 0.001, 2650 : REM dtuberia, etas, visl, rs
DATA 0.6,999, 0.02, 0.5 : REM clim,rf,el,d3
DATA 0: REM tetad
DATA 1: REM printflg
    
```

De los resultados obtenidos en la tabla 6.1, se pueden verificar algunos valores con la siguiente secuencia de cálculo:

Densidad relativa de los sólidos.

$$S_s = \frac{\rho_s}{\rho_L} = \frac{2650}{1000} = 2.65$$

Número de Arquímedes.

$$Ar = C_D Re^2 = \frac{4g(\rho_s - \rho_L)\rho_L d^3}{3\mu_L^2} = \frac{4(9.81)(2650 - 1000)1000(0.0005)^3}{3(0.001)^2} = 2697.75$$

Número de Froude.

$$Fr^2 = \frac{V^2}{gd} = \frac{4^2}{9.81 \times 0.0005} = 3261.977$$

Carga de contacto C_c .

De la ecuación 6.19 y usando los valores anteriores:

$$C_c = \exp \left[-\alpha_1 Ar^{\alpha_2} \left(\frac{V^2}{gd} \right)^{\alpha_3} \left(\frac{d}{D} \right)^{\alpha_4} (S_s - 1)^{\alpha_5} \right] C_r$$

$$C_c = \exp \left[-0.124(2697.75)^{-0.061} (3261.977)^{0.028} \left(\frac{0.0005}{0.25} \right)^{-0.431} (2.65 - 1)^{-0.272} \right] 0.22 = 0.0649 \approx 0.0650$$

Solución del modelo de dos capas

Entrada de datos:

Teta = 0 grados
 Diámetro de la partícula = .0005 m
 Concentración in situ = 0.22
 Velocidad = 4.0 m/s

Resultados calculados:

Carga de contacto = 0.0649308
 Número de Arquímedes = 2963.937
 Concentración volumétrica de la capa superior c1 = .1550692
 Concentración volumétrica de la capa inferior c2 = .4449308
 beta = .935968 radianes
 Número de Reynolds = 1255019
 Factor de fricción para la capa superior f1 = 3.53892E-03
 Factor de fricción en la interfaz que separa las capas 1 y 2 f12 = 1.165197E-02

Inicio de Iteración de Velocidad:

P1	beta	V1	v2	q1
4.773425E-02	0.935968	4	4	.4076194
.1025077	0.935968	4.5	1.073807	5.126492E-02
9.100671E-02	0.935968	4.43768	1.438526	.1156369
.2207807	0.935968	4.93768	-1.487666	-.593734
9.359524E-02	0.935968	4.452356	1.352639	.1009896
.2258841	0.935968	4.952356	-1.573554	-.6230146
9.437987E-02	0.935968	4.456674	1.32737	9.662013E-02
.2273996	0.935968	4.956674	-1.598823	-.6317309
9.460667E-02	0.935968	4.457979	1.319729	9.529352E-02

----La Solución ha Convergió----

Gradiente de Presión = 9.495009E-02 m fluido/m tubería
 Pérdida de carga por fricción = 9.495009E-02 m fluido/m tubería
 Concentración entregada = .176492

Tabla 6.1 Resultados obtenidos para ejemplo 6.1, aplicando el modelo de dos capas con el programa en BASIC (Tabla A-2 del Anexo).

Concentración de la capa superior.

A partir de la ecuación 6.17:

$$C_r = C_1 + \frac{C_2 A_2}{A}$$

al despejar a C_1 se obtiene:

$$C_1 = C_r - \frac{C_2 A_2}{A} = C_r - C_c = 0.22 - 0.065 = 0.155$$

Concentración de la capa inferior.

Puesto que la concentración de la capa inferior C_2 es igual a la diferencia entre la concentración más alta de sólidos de la capa inferior C_{lim} (propuesta generalmente igual al 60%) y la concentración de la capa superior C_1 , ver figura 6.13b, resulta:

$$C_2 = C_{lim} - C_1 = 0.60 - 0.155 = 0.445$$

La ecuación 6.18 proporciona la relación de áreas $\frac{A_2}{A} = 0.14459$ por medio de la cual se puede encontrar el ángulo β que define la ubicación de la interfaz hipotética (línea imaginaria que separa a las dos capas), ver Figura 6.14, a su vez las ecuaciones 6.13, 6.22 y 6.23 pueden resolverse simultáneamente para obtener la variación de la presión $-\frac{dp}{dx}$ (este termino también suele representarse como i), V_1 y V_2 . Este proceso iterativo lo realiza el programa en BASIC de la tabla A-2 del anexo de este trabajo, hasta lograr la convergencia de los resultados.

Finalmente los valores obtenidos son $\beta = 0.9360$, $V_1 = 4.46 \text{ m/s}$, $V_2 = 1.32 \text{ m/s}$, e $i = 0.096 \text{ m/m}$. Esto permite calcular la concentración volumétrica C_v con la ecuación 6.14 y comparar con el valor especificado de 0.20, el resultado es $C_v = 0.177$, el cuál indica que el valor supuesto de la concentración media in situ C_r supuesta inicialmente, fue baja.

Por lo anterior se debe proponer un nuevo valor de C_r y repetir el cálculo puede ser repetido, hasta lograr la concentración volumétrica esperada $C_v = 0.20$. Una segunda iteración con $C_r = 0.245$, da como resultado $\beta = 0.990$, $V_1 = 4.52 \text{ m/s}$, $V_2 = 1.43 \text{ m/s}$, e $i = 0.102 \text{ m/m}$.

Se nota que V_2 es considerablemente menor que V_1 y esto refleja el hecho de que la velocidad de operación está justamente cerca de la de deposición. La condición de deposición no habría de esperarse que corresponda a la condición donde $V_2 = 0$ puesto que la capa más baja normalmente es mucho más gruesa que uno o dos diámetros de la partícula, el grueso del primer depósito estacionario. Aunque el modelo en la forma aquí mostrada no realiza ninguna predicción de la deposición, los valores indican hasta donde la deposición puede llegar a ser más probable.

Así, por ejemplo, cuando la concentración se incrementa, el modelo sugiere que la velocidad de deposición deberá bajar. En la Figura 6.17, lo anterior, puede ser ajustado con precisión en las curvas paramétricas a bajas velocidades, pero el modelo indica una disminución en V_c , lo que concuerda con las observaciones experimentales reportadas para este tipo de lodos.

6.4.4 Avances en el modelo de dos capas.

Se podría esperar que las ecuaciones 6.19 y 6.26 fueran mejoradas con base en la divulgación y expansión de más datos. En la versión anterior de la ecuación 6.19, desarrollada para lodos de arena con $0.15 \text{ mm} < d_{50} < 2.5 \text{ mm}$ y $C_r < 0.35$, el parámetro $\left(\frac{V^2}{gd}\right)^{\alpha_3}$ se ha reemplazado por un grupo consistente de la velocidad V y la velocidad de deposición $\left(\frac{V}{V_c}\right)^{\alpha_6}$. Ahora los nuevos coeficientes son:

$$\alpha_1 = 0.122, \alpha_2 = -0.12, \alpha_4 = -0.510, \alpha_5 = -0.255 \text{ y } \alpha_6 = 0.300$$

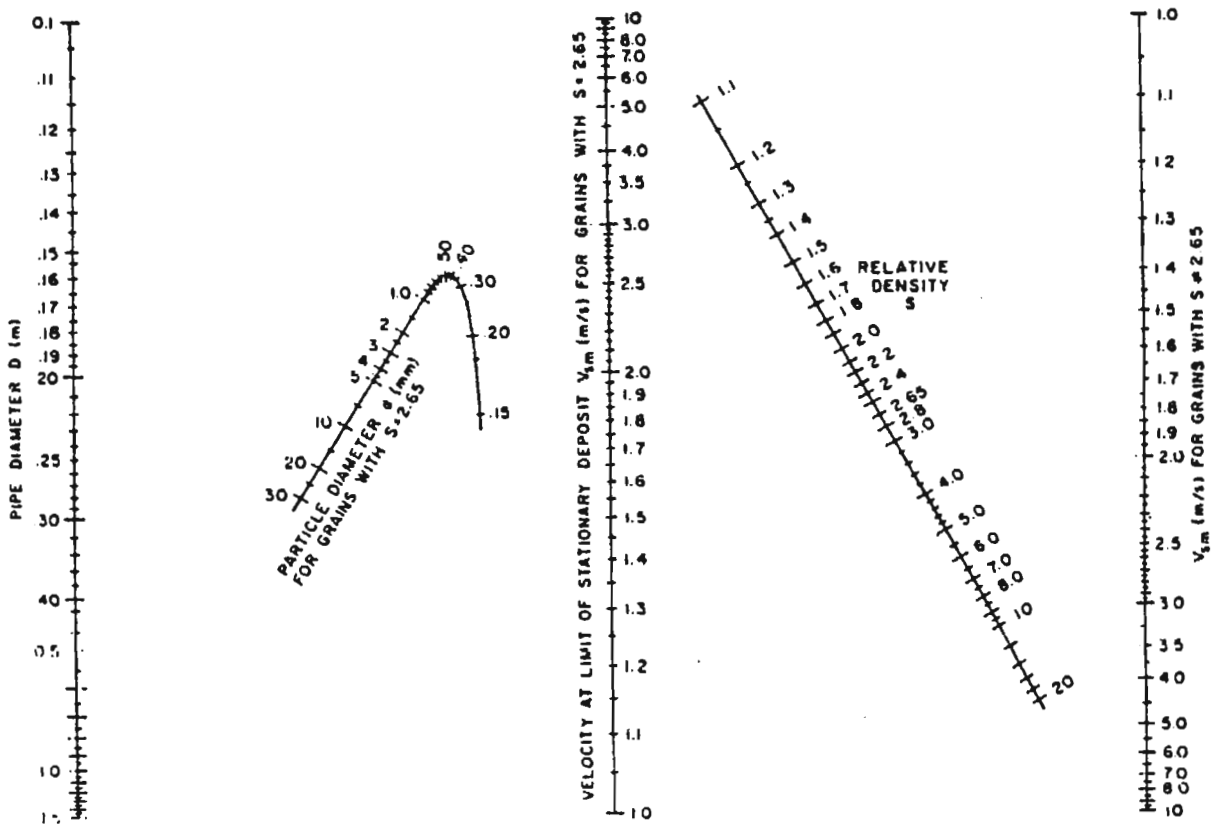


Figura 6.16 Nomograma para estimar la velocidad de deposición (Wilson, 1979)

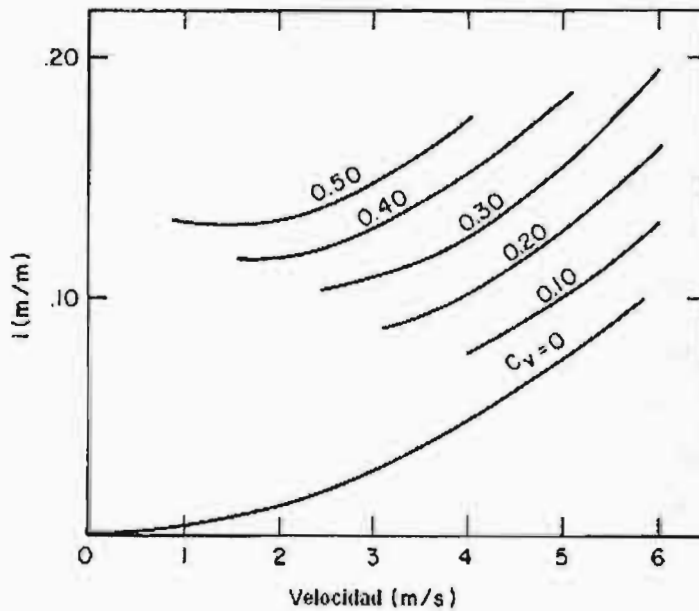


Figura 6.17. Predicción de la pérdida de carga para lodos de arena ($d = 0.05$ mm, $D = 0.25$ m).

Si la carga de contacto de la concentración en un lodo es muy pequeña, la convergencia de la subrutina para obtener la ubicación de la interfaz entre las dos capas en el programa en lenguaje Basic descrito en el anexo será muy lenta. Si la convergencia es muy lenta, o si no se obtiene ninguna convergencia, se puede concluir que el modelo de dos capas no es el método apropiado para predecir la pérdida de carga en un caso particular. En ese caso, deberán usarse un modelo homogéneo, y si la reología puede determinarse, un modelo de aproximación seudo homogénea.

La figura 6.17 muestra un mínimo en las relaciones velocidad-pérdida de carga a altas concentraciones. Se nota que el mínimo ocurre alrededor de la velocidad de deposición. Tales mínimos se han obtenido de informes sobre estudios experimentales. El modelo sugiere que el considerar una pérdida de carga contra una relación de velocidad es un método poco satisfactorio para predecir dónde puede ocurrir la deposición.

Reconsiderando las ecuaciones que comprenden al modelo, se puede ver que las ecuaciones 6.19 y 6.26 contienen resultados de los experimentos del flujo de lodos. La concentración supuesta en la capa más baja es físicamente inaceptable para los lodos de partículas finas y las correlaciones de las ecuaciones 6.19 y 6.26 deben compensar este problema. Si se establecen buenos modelos, se requieren entonces métodos para predecir la distribución de la concentración en los lodos. Con partículas muy gruesas, sería deseable permitir la caída en la capa más baja.

Es importante dar énfasis a que el modelo aquí presentado se ha desarrollado en experimentos utilizando partículas con distribuciones de tamaño bastante limitadas. Muchos tipos de lodos industriales contienen cantidades significantes de partículas gruesas y finas que afectarían la viscosidad del fluido. El empleo del modelo con una extensa y amplia distribución de tamaños de partículas, podrían separar los sólidos totales contenidos a priori en dos fracciones: los finos y el resto de los sólidos.

Las partículas más finas habrían de contribuir a la viscosidad del fluido y la densidad como en la extensión de Wasp o Faddick de la ecuación de Durand-Condolios descrita en este mismo capítulo (inciso 6.3.3 Sistema compuesto). El resto de los sólidos contribuiría a C_1 y C_2 en el modelo de dos capas. Sería deseable la comprobación experimental de las predicciones de pérdida de carga realizadas con este tipo de aproximación.

A pesar de estas deficiencias y reconociendo la necesidad del gran trabajo experimental con lodos de partículas finas o muy gruesas, y estos a su vez con distribuciones de tamaño muy amplias, el modelo es útil para predecir o calibrar modelos y tuberías aún en operación. También es útil si se requieren predicciones para circunstancias las cuáles no se hayan cubierto en experimentos, el modelo es probablemente aún más preferible que las correlaciones empíricas.

Es importante mencionar que a partir del modelo de Wilson se han producido muchos modelos similares con una variante, la carga de contacto de los sólidos se supone comprende una completa "cama móvil" con algunos sólidos suspendidos, (ejemplo, el modelo de Doron's, 1987). En otra versión, se considera que algunas de las cargas de contacto de los sólidos están presentes en la capa superior. La cantidad de estos sólidos depende del esfuerzo τ_{12} (Wilson, 1988). En cada caso, la interfase tiene algún significado físico, en contraste con el modelo que se ha descrito. Es importante reiterar, que la interfaz entre las dos capas es esencialmente hipotética en el modelo aquí mostrado.

Es importante recordar que los coeficientes y las ecuaciones que los usan son deducidas de los datos del flujo para usarse con el modelo presentado y no deben ser usados con otro modelo.

6.4.5 Efectos del diámetro de la partícula y la viscosidad del fluido.

La figura 6.18 ha sido realizada aplicando el modelo para ilustrar los efectos del diámetro de la partícula en las pérdidas de carga en el lodo. Es aplicable a lodos de arena con un 20% de concentración y en tuberías de diámetro interno de 0.25 m. El modelo sugiere que estas pérdidas de carga aumentan continuamente con el diámetro de la partícula, eventualmente acercando el valor límite de C_c a C_r . Esto es algo difícil en comparación con las predicciones con datos experimentales para flujo de partículas

gruesas. En condiciones experimentales estos resultados de hecho tienen a menudo una documentación inadecuada. Además de fallar al tratar de determinar el valor de η_s , los investigadores raramente han informado de distribuciones completas del tamaño de las partículas. Usando partículas con distribuciones del tamaño limitadas, Carleton (1978) encontró que las pérdidas de carga disminuyen con diámetros de la partícula alrededor de 5 mm. Esto podría reflejar la influencia de una fuerza adicional de sustentación como la fuerza descrita por Magnus.⁽⁷⁾

El modelo presenta que el efecto de la temperatura (viscosidad fluida) es pequeño para lodos de partículas gruesas. Para ilustrar esto, si se considera el efecto de aumentar la temperatura del agua, en el ejemplo 6.1, de 20°C a 60°C.

La densidad y la viscosidad del fluido son alteradas y las otras cantidades permanecen intactas. Con $C_r = 0.25$, se obtiene $i = 0.109$ m/m, $V_1 = 4.62$ m/s, $V_2 = 1.36$ m/s, y $C_v = 0.196$, por lo que el efecto sobre i es muy pequeño.

Con partículas finas, el efecto de la viscosidad del fluido en las pérdidas de carga es sustancial, especialmente en tuberías largas. Las pequeñas cargas de contacto se incrementan con la velocidad de caída terminal V_α y su efecto en tuberías grandes es a menudo considerable.

Los lodos con altas concentraciones y amplias distribuciones de tamaño de partículas pueden contener suficientes partículas finas que requieran que la mezcla en la capa superior pueda ser representada como fluido no Newtoniano. Una alternativa al modelo de dos capas para cada tipo de lodo en ocasiones considera que las partículas gruesas fluyen como un tapón no cortante en el centro y que puede ser concéntrico (Brown, 1988) o excéntrico (Tatsis, 1990). El cortante tiene lugar en el fluido transportador en el espacio entre el centro y la pared de la tubería. El flujo del fluido transportador se supone laminar. La relación de la velocidad y la pérdida de carga para estas mezclas son bastante similares a las mostradas en la figura 6.17.

6.4.6 Flujos en tuberías inclinadas.

Continuando con el ejemplo, 6.1, si se considera el efecto de la inclinación de la tubería a una temperatura de 20°C. Los resultados se dan en forma tabulada para un valor constante de $C_r = 0.25$.

Ángulo de inclinación. (grados)	V_1 (m/s)	V_2 (m/s)	Pérdida por fricción. (m/m)	C_v
+10	4.65	0.90	0.104	0.193
+5	4.60	1.16	0.103	0.198
0	4.54	1.45	0.103	0.203
-5	4.47	1.78	0.102	0.209
-10	4.39	2.17	0.102	0.216

Estas predicciones concuerdan con la tendencia de la correlación obtenida por Roco en 1977 para flujo inclinado como se observa en las figuras 6.19, 6.20 y 6.21, y es reflejado en los valores de V_2 .

6.4.7 Tuberías inclinadas y con cierre instantáneo.

Si el flujo cesa en una tubería que contiene un lodo, tiene lugar el inicio de la deposición de las partículas. Una región de baja concentración y baja densidad se forma en la cresta de la tubería mientras que una región de alta concentración y alta densidad se forma en el fondo. Si la tubería es inclinada, el flujo fluye libremente convectivamente. Este flujo transporta partículas sólidas hacia aguas abajo con ángulos pequeños de inclinación. Sería deseable poder predecir la conducta del este flujo libre convectivo.

Entonces se puede hacer un análisis aproximado asumiendo que la región que contiene el lodo fluido es homogéneo y de la misma concentración como del lodo original. Su densidad es ρ_2 y su velocidad media

V_2 . Se asume que la capa superior será de fluido limpio (densidad ρ_1) con velocidad media V_1 . En la dirección de la inclinación se ubica el eje positivo x. Un diagrama del flujo idealizado se muestra en la figura 6.22.

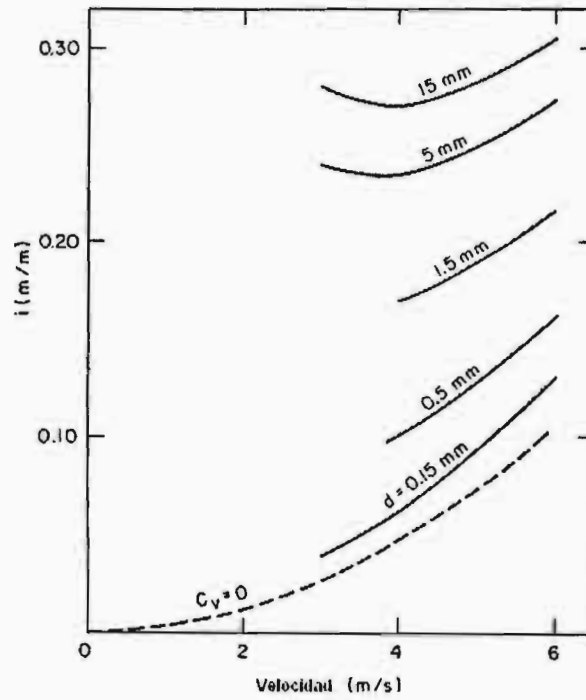


Figura 6.18 Predicción del efecto del diámetro de la partícula en la pérdida de carga ($C_v = 0.20$, $D = 0.25$ m).

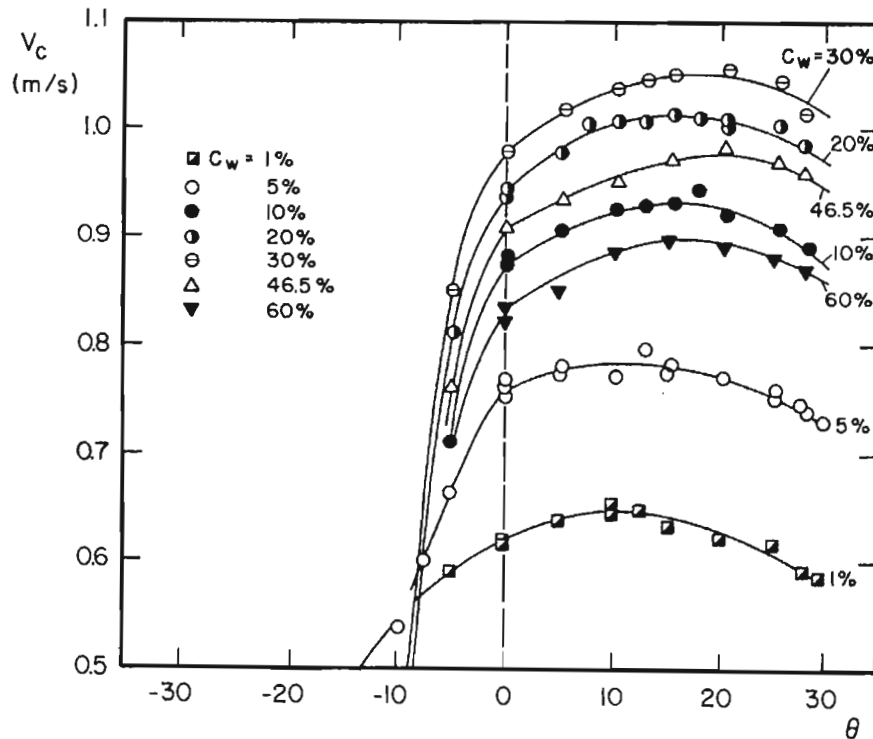


Figura 6.19 Efecto de la inclinación sobre la velocidad de deposición en lodos de ceniza volátil ($S_s = 2.3$, $d_{50} = 78 \mu m$) en una tubería de 100 mm de diámetro. (Roco, 1977)

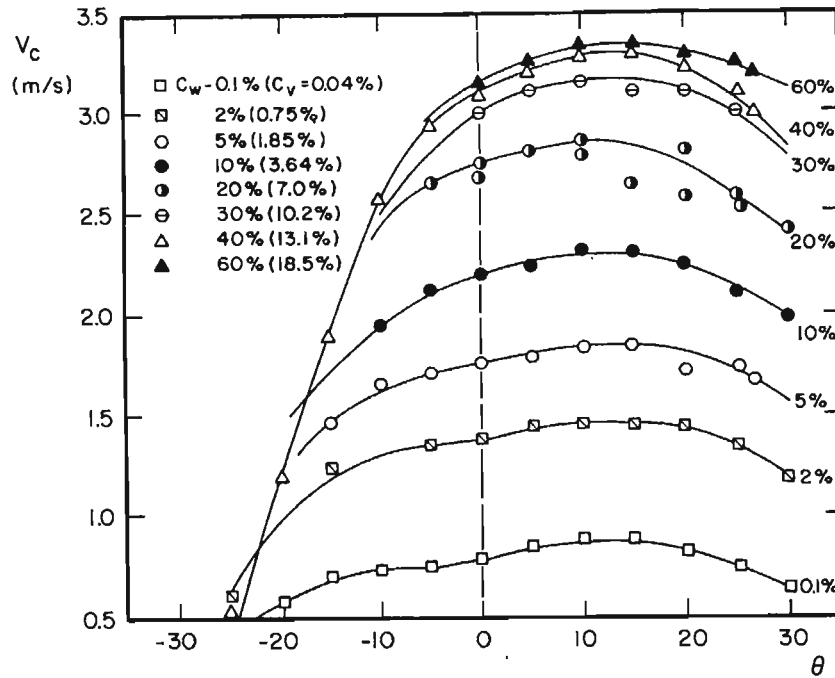


Figura 6.20 Efecto de la inclinación sobre la velocidad de deposición en lodos de arena ($d_{50} = 360 \mu m$) en una tubería de 100 mm de diámetro. (Roco, 1977)

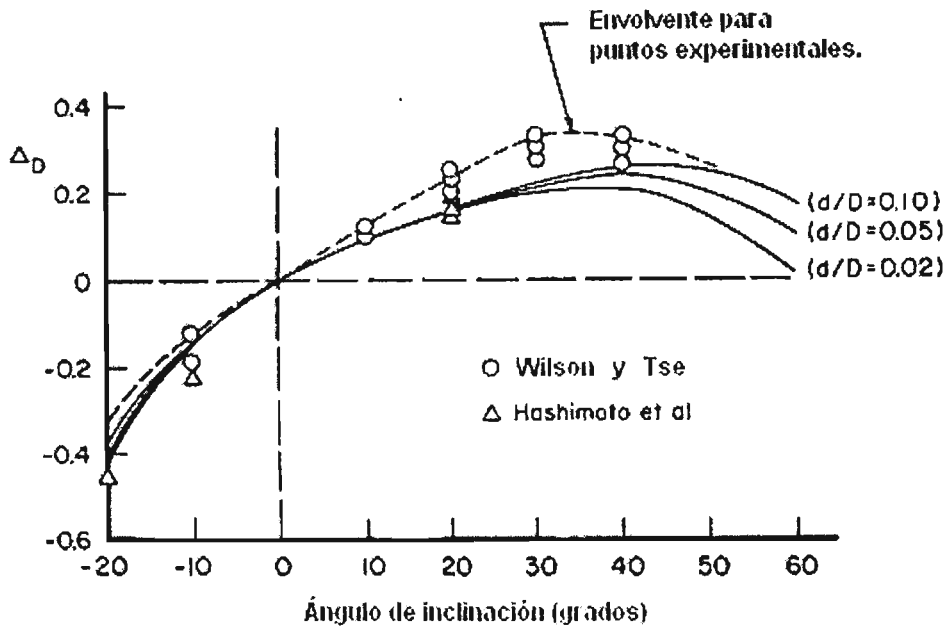


Figura 6.21 Correlación de Wilson-Tse para el efecto de la inclinación sobre la velocidad de deposición. (Wilson y Tse, 1984, Proc. Hydrotransport 9 Conf., Pág. 161)

El área de la capa superior varía debido a que el flujo axial y la deposición ocurre en la interfaz (usando la simbología que se definió previamente en la figura 6.13a).

La condición de conservación de masa para la capa 1 es:

$$\frac{\delta A_1}{\delta t} + \frac{\delta(A_1 V_1)}{\delta x} = S_{12} V_{12} \cos \theta \quad (6.39)$$

Si la formación de la capa establecida en el fondo y el proceso de flujo proceden independientemente, la velocidad de la interfaz V_{12} puede estimarse o puede medirse previamente en un programa de pruebas establecidas. Para la capa de lodo en movimiento (capa 2) la ecuación correspondiente es:

$$\frac{\delta A_2}{\delta t} + \frac{\delta(A_2 V_2)}{\delta x} = -(S_{23} V_{23} + S_{12} V_{12}) \cos \theta \quad (6.40)$$

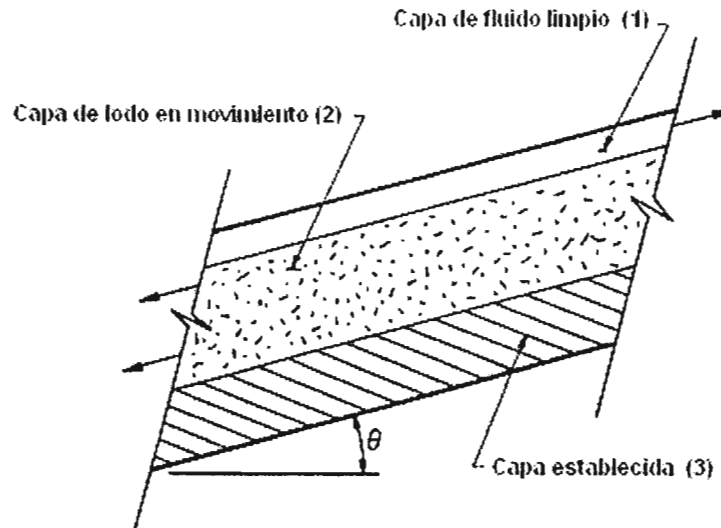


Figura. 6.22 Sección idealizada de un flujo de lodo en una tubería inclinada.

donde S_{23} define las interfaz entre la capa 2 y el sedimento estacionario.

Si ocurre la compactación en la capa del sedimento, esto se describirá con la ecuación de Wallis (1969). Sin embargo, se pueden despreciar estos cambios en la concentración.

El gasto neto es cero:

$$A_1 V_1 + A_2 V_2 = 0 \quad (6.41)$$

Las ecuaciones de momentum para las dos fases móviles son:

$$\rho_1 \frac{DV_1}{Dt} = -\frac{\delta p}{\delta x} - \rho_1 g \sin \theta - \frac{\tau_1 S_1 + \tau_{12} S_{12}}{A_1} \quad (6.42)$$

$$\rho_2 \frac{DV_2}{Dt} = -\frac{\delta p}{\delta x} - \rho_2 g \sin \theta - \frac{\tau_{23} S_{23} + \tau_2 S_2 + \tau_{12} S_{12}}{A_2} \quad (6.43)$$

Los esfuerzos τ_{12} y τ_{23} son negativos, y se oponen a V_1 . Los esfuerzos τ_{23} y τ_2 se oponen a la velocidad V_2 y son por consiguiente positivos. Los términos inerciales serán probablemente menores en las dos ecuaciones de momentum.

Si se resuelven estas ecuaciones, proporcionan una predicción de la última posición de la interfaz superior como una función de x . Cualitativamente, se puede ver que $A_1 V_1$ aumenta con $(\rho_2 - \rho_1) \text{sen } \theta$.

Usando las predicciones de Masliyah y Shook (1978) para esfuerzos cortantes en flujo laminar Newtoniano, se encuentra que el gasto varía en función de $\frac{D^4}{\mu_1}$. Esto significa que dicho fenómeno crece

en importancia cuando aumenta el tamaño de la tubería. Para altas concentraciones de lodo, con la capa 1 ocupando una pequeña fracción de la sección transversal, la relación de la viscosidad de las dos capas no es un factor importante. La figura 6.23 muestra la distribución de la velocidad, como función de la posición, para un flujo de este tipo en el que los efectos inerciales son despreciables. La velocidad es muy alta en la capa superior.

Una investigación de la sedimentación combinada y el proceso de flujo para un lodo en contacto con un plano inclinado fueron dada por Nir y Acrivos en 1990.

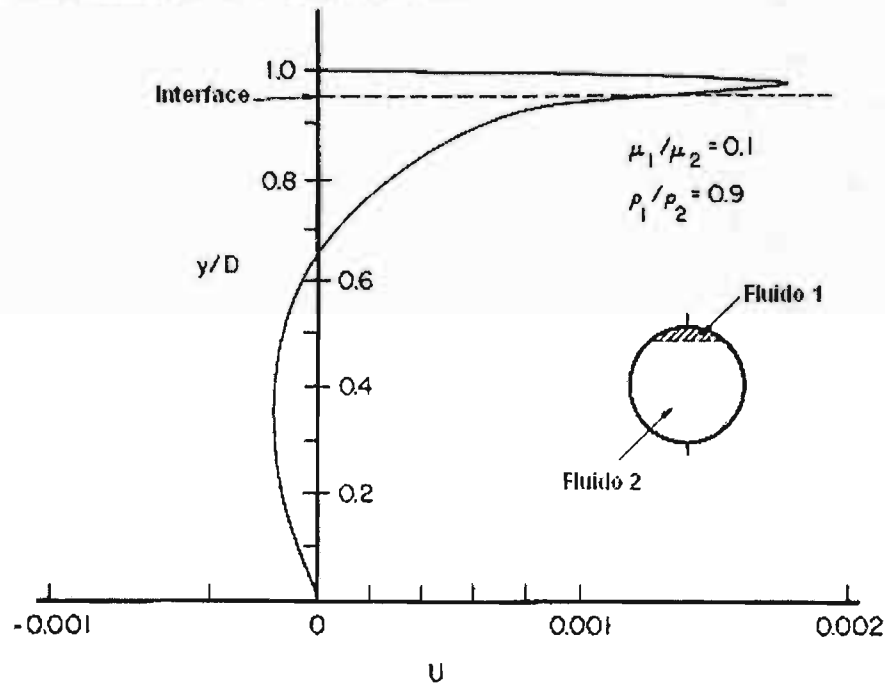


Figura 6.23. Velocidad local adimensional ($4v_x \mu_2 / D^2 \rho_2 g \text{sen } \theta$) en el plano medio de un flujo neto cero en el cierre de una tubería inclinada. (De Masliyah y Shook, 1978. Can J. Chem. Eng. 56; Pág. 171.)

6.4.8 Deposición y el modelo de dos capas.

El mecanismo del modelo también permite entender la incursión de la deposición. Considere el modelo de tres capas mostrado en la figura 6.24 y, por simplicidad, se restringe el análisis al flujo horizontal. La ecuación 6.21 se conserva inalterada, pero la ecuación 6.22 es ahora:

$$-\frac{dp}{dx} = \frac{-\tau_{12} S_{12} + \tau_2 S_2 + \tau_{23} S_{23}}{A_2} \quad (6.44)$$

y para la capa del fondo la ecuación de momentum correspondiente es:

$$-\frac{dp}{dx} = \frac{-\tau_{23}S_{23} + \tau_3S_3}{A_3} \quad (6.45)$$

Las fuerzas resistentes por unidad de longitud de la tubería, τ_2S_2 y $\tau_{23}S_{23}$, pueden calcularse de forma aproximada usando la ecuación 6.38. τ_2S_2 depende de la velocidad V_2 , la concentración C_2 y los ángulos β_1 y β_2 . $\tau_{23}S_{23}$ depende de la diferencia de la velocidad ($V_2 - V_3$), C_2 , β_1 y β_2 . El coeficiente η_s se aplica a la fricción en el perímetro parcial S_2 , pero a lo largo del perímetro S_{23} , el coeficiente apropiado debe definirse con la ecuación:

$$\tan \phi = \frac{\tau_{syz}}{\tau_{syy}}$$

donde ϕ es el ángulo de fricción interna.

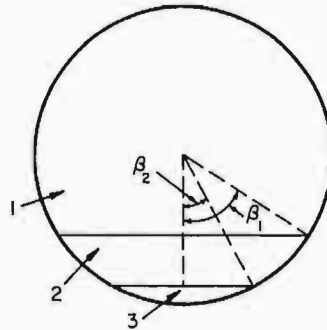


Figura 6.24. Modelo de tres capas para interpretar la deposición en el flujo de una tubería de lodo. Las concentraciones de las capas son C_1 , C_2 y C_3 respectivamente.

Puesto que el interés se centra en la deposición incipiente, se asume que dentro de la capa del fondo no existe ninguna suspensión debida a las fuerzas de sustentación del fluido, es decir, dentro de la capa 3.

$$\frac{d\tau_{syy}}{dy} = (\rho_s - \rho_l)gC_3 \quad (6.46)$$

donde y se mide en dirección hacia abajo.

La ecuación 6.46 puede integrarse para obtener la distribución de esfuerzos en la capa del fondo. Esto, a su vez, puede ser usado para encontrar τ_3S_3 . Además del efecto de la carga de contacto, habrá un esfuerzo en la frontera fluida el cual depende de la velocidad de la capa del fondo.

El examinar el caso de la deposición incipiente, se elige un valor pequeño pero finito para β_2 y se permite aproximar V_3 a cero. Las ecuaciones 6.13 y 6.14 se aplican, con $V = V_c$ y la ecuación 6.17 se transforma en:

$$AC_r = (A_1 + A_2)C_1 + A_2C_2 + A_3C_3$$

Si se supone que C_2 , C_3 y los factores de fricción interfacial f_{12} y f_{23} son predecibles, se puede ver que se tiene una ecuación adicional de momentum (ecuación 6.45) y una variable adicional V_c .

Además de indicar la importancia de la distribución de la concentración, este modelo de capas sugiere que una variable adicional ($\tan \phi$) deberá ser medida si la velocidad de deposición será explicada mecánicamente.

Puesto que η_s , es determinado experimentalmente en una prueba realizada a bajas de velocidades, su uso es apropiado para el análisis del flujo cerca de la deposición. De hecho el mecanismo de interacción de las partículas y la pared a altas velocidades incluyen partículas desplazándose, rodando y con saltación donde las fuerzas de lubricación pueden jugar un papel importante. Algunos flujos realmente dependen del coeficiente de fricción admitido, es así como hasta ahora el modelo está interesado en la expresión para obtener C_c .

Ejemplos de aplicación

Capítulo 7

EJEMPLOS DE APLICACIÓN

7. EJEMPLOS DE APLICACIÓN.

7.1 MODELO DE WASP, SISTEMA COMPUESTO.

7.1.1 Ejemplo N° 1. Determinación de la pérdida de carga para un lodo de magnetita.

7.1.1.1 Consideraciones generales de cálculo.

Este método considera que cada fracción de los tamaños de las partículas que componen los sólidos de la mezcla de lodo, deben ser consideradas como un flujo independiente y aplicar para cada una de ellas la relación de Durand y su correspondiente coeficiente de arrastre, es decir, cada fracción de las partículas contribuye en una porción y de forma independiente a la pérdida total debida a la fricción en la tubería.

A continuación se muestra la aplicación del modelo de Wasp, para el cálculo de las pérdidas de fricción en una tubería a presión con flujo de lodos; parámetro importante para determinar las características del sistema de bombeo. Además es importante recalcar que previamente se requiere realizar un estudio reológico (caracterización reológica) con la finalidad de establecer las propiedades de los lodos considerados a ser transportados en la tubería, así como proponer las características del tipo y material de la tubería a utilizar.

a) Tubería.

Tomando en cuenta la consideración de no usar tuberías de diámetro menor a 6" (aproximadamente 15 cm) para evitar obstrucciones y facilitar su limpieza, se propone una tubería de acero de 6", rugosidad absoluta de la tubería $\epsilon = 0.0012$ in (0.03048 mm o 0.00003048 m) y tubería horizontal.

b) Partículas sólidas.

Para este ejemplo se considera un factor de forma igual a 1.0; sin embargo es importante determinar el factor de forma real en alguna prueba de laboratorio.

Gravedad específica: 4.73

Factor de forma: 1.0

Consistencia de tamaño (Granulometría):

Malla	% en peso.
+200	3.81
200 - 270	4.13
270 - 325	3.81
-325	88.25

c) Fluido transportador.

Agua como fluido transportador a una temperatura promedio de 20°C.

d) Propiedades de la suspensión o mezcla (lodo).

Concentración de sólidos (C_w):	56 % en peso.
Temperatura:	20°C

Viscosidad del lodo:

Peso %	Viscosidad (cp)
40	2.7
50	3.0
60	14.4

e) Velocidad de transporte.

Se establece una velocidad de diseño $V = 5 \text{ ft/s} = 1.524 \text{ m/s}$.

7.1.1.2 Solución.

Primera Hipótesis.

Considerando la mezcla totalmente homogénea.

Debido a que generalmente se desconoce el comportamiento de la mezcla en la tubería, es decir si se trata de flujo homogéneo o heterogéneo y con objeto de aplicar este método para el cálculo de las pérdidas, inicialmente se supone que todos los sólidos están perfectamente mezclados en el fluido (flujo homogéneo) y que ninguna parte de ellos se arrastra por el fondo, es decir no existe la formación de una cama de sólidos en la tubería, por lo que las pérdidas pueden ser calculadas sin considerar las pérdidas debidas a la formación de dicha cama.

Primera iteración.

Puesto que el vehículo (mezcla de sólidos y líquido que no se deposita en el fondo de la tubería) y la parte heterogénea (cama) de los sólidos no son conocidos, se supone que todos los sólidos llegan a ser parte del medio transportador (vehículo), es decir en esta primera iteración no habrá ninguna caída de presión debida a la cama de sólidos en el fondo de la tubería. En otras palabras se considera la mezcla totalmente homogénea.

El dato de la concentración de los sólidos en la mezcla C_w está dado en peso, por lo que primero se aplica la ecuación 4.7 para determinar la densidad de la mezcla ρ_m :

Si la gravedad específica de los sólidos $S.G = 4.73$, entonces $\rho_s = 4730 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ siendo la densidad del agua

$$\rho_l = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\rho_m = \frac{100}{\frac{C_w}{\rho_s} + \frac{100 - C_w}{\rho_l}} = \frac{100}{\frac{56}{4730} + \frac{100 - 56}{1000}} = 1790.85 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

en la ecuación anterior el valor de la concentración en peso C_w está expresado en porcentaje.

Utilizando la ecuación 4.8 se determina la concentración volumétrica:

$$C_v = \frac{C_w \rho_m}{\rho_s} = \frac{56 \times 1790.85}{4730} = 21.20 \%$$

Fracción de volumen:

$$\phi = \frac{C_v}{100} = \frac{21.20}{100} = 0.212$$

Gravedad específica de la mezcla:

$$SG_m = \phi \times SG_s + (1 - \phi) = 0.212 \times 4.73 + (1 - 0.212) = 1.791$$

Densidad de la mezcla:

$$\rho_m = SG_m \rho_o = 1.791 \times 1000 = 1791 \frac{kg}{m^3}$$

valor que coincide al obtenido con la ecuación 4.7 y usando la concentración en peso de los sólidos.

Se considera que la velocidad del flujo para diseño: $V = 5 \frac{ft}{s} = 1.524 \frac{m}{s}$ y el diámetro de la tubería $D = 6" = 0.1524 m$.

Determinación del número de Reynolds de la mezcla.

Es necesario calcular la viscosidad dinámica de la mezcla, por lo que se utilizan los valores obtenidos previamente al realizar el estudio reológico de la misma. Por interpolación, para una concentración en peso del 56% se obtiene una viscosidad de 6.4 centipoise.

$$\mu_m = 6.4 cp = 0.064 poise = 0.064 \frac{g}{cm \cdot s} = 0.0064 Pa \cdot s$$

Viscosidad cinemática de la mezcla:

$$\nu_m = \frac{\mu_m}{\rho_m} = \frac{0.0064}{1791} = 0.00000357342 \frac{m^2}{s}$$

Número de Reynolds de la mezcla:

$$Re = \frac{VD}{\nu} = \frac{1.524 \times 0.1524}{0.00000357342} = 64995.84$$

Rugosidad relativa de la tubería:

$$\frac{\varepsilon}{D} = \frac{0.0348 mm}{6" \times 25.4 mm} = 0.0002$$

Coefficiente de fricción f :

De la figura 2.7a: $f = 0.0051$ (Factor de fricción de Fanning).

De la figura 2.7b: $f = 0.0205$ (Factor de fricción de Darcy).

Con las ecuaciones de Swanee y Jain:

Ecuación 2.16a:

$$f = \left\{ \left(\frac{64}{\text{Re}} \right)^8 + 9.5 \left[\ln \left(\frac{\varepsilon}{3.7D} + \frac{5.74}{\text{Re}^{0.9}} \right) - \left(\frac{2500}{\text{Re}} \right)^6 \right]^{-16} \right\}^{0.125} =$$

$$\left\{ \left(\frac{64}{64995.84} \right)^8 + 9.5 \left[\ln \left(\frac{0.00003048}{3.7 \times 0.1524} + \frac{5.74}{(64995.84)^{0.9}} \right) - \left(\frac{2500}{64995.84} \right)^6 \right]^{-16} \right\}^{0.125} = 0.02048$$

Ecuación 2.16b:

$$f = \frac{0.25}{\log \left\{ \frac{\varepsilon/D}{3.4} + \frac{5.39}{\text{Re}^{0.9}} \right\}^2} = \frac{0.25}{\log \left\{ \frac{0.00003048/0.1524}{3.4} + \frac{5.39}{(64995.84)^{0.9}} \right\}^2} = 0.02030$$

Velocidad de fricción u^* .

Utilizando el factor de fricción de Fanning $f = 0.0051$.

$$u^* = V \sqrt{\frac{f}{2}} = 1.524 \sqrt{\frac{0.0051}{2}} = 0.07966 \frac{m}{s}$$

Con el factor de fricción de Darcy del diagrama de Moody: $f = 0.0205$ figura 2.7b.

$$u^* = V \sqrt{\frac{f}{2}} = 1.524 \sqrt{\frac{0.0205}{2}} = 0.1543 \frac{m}{s}$$

Utilizando los factores de fricción obtenidos con las ecuaciones 2.16a y 2.16b de Swanee y Jain y la ecuación de Darcy:

Con $f = 0.02048$:

$$u^* = V \sqrt{\frac{f}{2}} = 1.524 \sqrt{\frac{0.02048}{2}} = 0.1542 \frac{m}{s}$$

Con $f = 0.02030$:

$$u^* = V \sqrt{\frac{f}{2}} = 1.524 \sqrt{\frac{0.02030}{2}} = 0.1535 \frac{m}{s}$$

Pérdida por fricción por unidad de longitud.

Para determinar la pérdida por fricción por unidad de longitud se considera la ecuación 2.4c y el factor de fricción de Fanning, figura 2.7a:

$$\frac{\Delta p}{L} = \frac{4fV^2}{2gD} = \frac{4(0.0051)(1.524)^2}{2 \times 9.81 \times 0.1524} = 0.01584 \frac{mcm}{m}$$

expresada en metros de mezcla por cada metro de longitud $\frac{mcm}{m}$.

$$\frac{\Delta p}{L} = \frac{4fV^2}{2gD} \left(\frac{\rho_m}{\rho_o} \right) = \frac{4(0.0051)(1.524)^2}{2 \times 9.81 \times 0.1524} \left(\frac{1791}{1000} \right) = 0.02837 \frac{mca}{m}$$

expresada en metros de agua por cada metro de longitud $\frac{mca}{m}$.

Considerando la ecuación de Darcy-Weisbach:

Con el factor de fricción de Darcy del diagrama de Moody: $f = 0.0205$ figura 2.7b.

$$\frac{hf}{L} = \frac{\Delta p}{L} = f \frac{V^2}{D2g} = 0.0205 \frac{(1.524)^2}{0.1524 \times 2 \times 9.81} = 0.01592 \frac{mcm}{m}$$

expresada en metros de mezcla por cada metro de longitud $\frac{mcm}{m}$.

$$\frac{hf}{L} = \frac{\Delta p}{L} = f \frac{V^2}{D2g} \left(\frac{\rho_m}{\rho_o} \right) = 0.0205 \frac{(1.524)^2}{0.1524 \times 2 \times 9.81} \left(\frac{1791}{1000} \right) = 0.02851 \frac{mca}{m}$$

expresada en metros de agua por cada metro de longitud $\frac{mca}{m}$.

Utilizando los factores de fricción obtenidos con las ecuaciones 2.16a y 2.16b de Swanee y Jain y la ecuación de Darcy:

Con $f = 0.02048$:

$$\frac{hf}{L} = \frac{\Delta p}{L} = f \frac{V^2}{D2g} = 0.02048 \frac{(1.524)^2}{0.1524 \times 2 \times 9.81} = 0.01591 \frac{mcm}{m}$$

expresada en metros de mezcla por cada metro de longitud $\frac{mcm}{m}$.

$$\frac{hf}{L} = \frac{\Delta p}{L} = f \frac{V^2}{D2g} \left(\frac{\rho_m}{\rho_o} \right) = 0.02048 \frac{(1.524)^2}{0.1524 \times 2 \times 9.81} \left(\frac{1791}{1000} \right) = 0.02849 \frac{mca}{m}$$

expresada en metros de agua por cada metro de longitud $\frac{mca}{m}$.

Con $f = 0.02030$:

$$\frac{hf}{L} = \frac{\Delta p}{L} = f \frac{V^2}{D2g} = 0.02030 \frac{(1.524)^2}{0.1524 \times 2 \times 9.81} = 0.01577 \frac{mcm}{m}$$

expresada en metros de mezcla por cada metro de longitud $\frac{mcm}{m}$.

$$\frac{hf}{L} = \frac{\Delta p}{L} = f \frac{V^2}{D2g} \left(\frac{\rho_m}{\rho_o} \right) = 0.02030 \frac{(1.524)^2}{0.1524 \times 2 \times 9.81} \left(\frac{1791}{1000} \right) = 0.02824 \frac{mca}{m}$$

expresada en metros de agua por cada metro de longitud $\frac{mca}{m}$.

Segunda hipótesis.

Considerando la mezcla como heterogénea.

Ahora se obtendrán las pérdidas considerando que una parte de las partículas viajan en suspensión y otra parte desplazándose por el fondo de la tubería. Para este caso, se deben tomar como punto de partida los resultados obtenidos del primer caso (flujo homogéneo) y posteriormente ajustarlos hasta llegar a la condición de flujo heterogéneo, es decir se obtienen las pérdidas para cada una de las fracciones de tamaños de partículas tanto para las que viajan en suspensión como las que se desplazan por el fondo formando una cama a lo largo de la tubería. Para este caso el cálculo es un procedimiento que se realiza en forma iterativa, siendo conveniente elaborar una tabla de cálculo (tabla 7.1).

El proceso iterativo de cálculo termina cuando el resultado obtenido de las pérdidas de dos iteraciones consecutivas resultan iguales, concluyendo con ello el cálculo de la pérdida.

Segunda iteración.

Ahora se verifica la parte del vehículo y de la cama para cada tamaño de sólidos usando el criterio de la relación entre la concentración volumétrica de los sólidos a $0.08D$ medido desde la cresta hasta el eje de la tubería, C/C_A ó criterio de Thomas. Es decir:

$$\log \frac{C}{C_A} = -1.8 \left(\frac{w}{\beta \kappa u^*} \right)$$

Se asume que β es igual a 1 y que la constante de Von Karman, $\kappa = 0.4$.

Consideraciones de cálculo:

- Para cada fracción de tamaño, la parte del vehículo se supone igual al producto de C/C_A por el intervalo de la fracción del tamaño y el volumen de esa misma fracción de tamaño.
- Se asume que el resto de los sólidos es distribuido heterogéneamente
- La velocidad de deposición w es estimada usando las propiedades del vehículo.
- La caída presión debida a la cama en el fondo de la tubería se estima utilizando la ecuación de Durand's.

$$\Delta p_{cama} = 82 \times \Delta p_{agua} \times \phi_{cama} \left[\frac{gD(s-1)}{V^2 \sqrt{C_D}} \right]^{1.5}$$

- En la ecuación de Durand's, el valor del coeficiente de arrastre es calculado usando las propiedades del agua.

Inicio del cálculo:

Caída de la presión debida al agua Δp_{agua} .

Número de Reynolds.

Para la temperatura de 20°C la viscosidad cinemática del agua es:

$$\nu = 9.905 \times 10^{-7} \frac{m^2}{s}$$

$$Re = \frac{VD}{\nu} = \frac{1.524 \times 0.1524}{0.000009905} = 234485.21$$

la rugosidad relativa calculada previamente: $\frac{\epsilon}{D} = 0.0002$

Con la ecuación 2.16a de Swamee y Jain:

$$f = \left\{ \left(\frac{64}{Re} \right)^8 + 9.5 \left[\ln \left(\frac{\epsilon}{3.7D} + \frac{5.74}{Re^{0.9}} \right) - \left(\frac{2500}{Re} \right)^6 \right]^{-16} \right\}^{0.125} =$$

$$\left\{ \left(\frac{64}{234485.21} \right)^8 + 9.5 \left[\ln \left(\frac{0.00003048}{3.7 \times 0.1524} + \frac{5.74}{(234485.21)^{0.9}} \right) - \left(\frac{2500}{234485.21} \right)^6 \right]^{-16} \right\}^{0.125} = 0.01678$$

Pérdida por fricción debida al fluido agua.

$$\Delta p_{agua} = \frac{hf}{L} = f \frac{V^2}{D2g} = 0.01678 \frac{(1.524)^2}{0.1524 \times 2 \times 9.81} = 0.0130 \frac{mca}{m}$$

expresada en metros de agua por cada metro de longitud.

Simplificando la ecuación de Durand's, para este caso en particular y al sustituir la pérdida por fricción debida al agua $\Delta p_{agua} = 0.0130 \frac{mca}{m}$ se obtiene:

$$\Delta p_{cama} = 82 \times \Delta p_{agua} \times \phi_{cama} \left[\frac{gD(s-1)}{V^2 \sqrt{C_D}} \right]^{1.5} = 82 \times 0.0130 \times \phi_{cama} \left[\frac{9.81 \times 0.1524 (4.73 - 1)}{(1.524)^2 \sqrt{C_D}} \right]^{1.5} =$$

$$\Delta p_{cama} = 3.9659 \times \phi_{cama} (C_D)^{\frac{3}{4}} \frac{mca}{m}$$

la caída de presión debida a la cama de sólidos en el fondo de la tubería, se calcula con esta última ecuación, para cada fracción de tamaño obtenido con la caracterización de los sólidos en pruebas de

granulometría y ϕ_{cama} debe estar expresado como una fracción y no en porcentaje. Los valores calculados se dan en la tabla 7.1, en la cuál se observa que para la segunda iteración la caída de presión debida a cada fracción de tamaño de los sólidos en la cama es igual a $0.001440 \frac{mca}{m}$.

Cálculo para determinar la caída de presión debida a la mezcla (vehículo).

En la tabla 7.1 se observa que para la segunda iteración:

La concentración volumétrica de los sólidos en la mezcla es del 20.72 %.

Gravedad específica del la mezcla:

$$SG_m = \phi \times SG_s + (1 - \phi) = 0.2072 \times 4.73 + (1 - 0.2072) = 1.772$$

Densidad de la mezcla:

$$\rho_m = SG_m \rho_o = 1.772 \times 1000 = 1772 \frac{kg}{m^3}$$

La correspondiente concentración volumétrica en peso y porcentaje de sólidos en la mezcla se determina utilizando la ecuación 4.9:

$$C_w = \frac{C_v \rho_s}{\rho_m} = \frac{20.72 \times 4730}{1772} = 55.31\%$$

Nuevamente es necesario calcular la viscosidad dinámica de la mezcla, por lo que se utilizan los valores obtenidos previamente al realizar el estudio reológico de la misma. Por interpolación, para una concentración en peso del 53.81% se obtiene una viscosidad de 5.1 centipoise.

$$\mu_m = 5.1cp = 0.051poise = 0.051 \frac{g}{cm \cdot s} = 0.0051 Pa \cdot s$$

Viscosidad cinemática de la mezcla:

$$\nu_m = \frac{\mu_m}{\rho_m} = \frac{0.0051}{1772} = 0.000002878 \frac{m^2}{s}$$

Número de Reynolds de la mezcla:

$$Re = \frac{VD}{\nu} = \frac{1.524 \times 0.1524}{0.000002878} = 80698.13$$

Rugosidad relativa de la tubería:

$$\frac{\varepsilon}{D} = \frac{0.0348 \text{ mm}}{6'' \times 25.4 \text{ mm}} = 0.0002$$

Coefficiente de fricción f :

Con la ecuación 2.16a de Swamee y Jain:

$$f = \left\{ \left(\frac{64}{\text{Re}} \right)^8 + 9.5 \left[\ln \left(\frac{\varepsilon}{3.7D} + \frac{5.74}{\text{Re}^{0.9}} \right) - \left(\frac{2500}{\text{Re}} \right)^6 \right]^{-16} \right\}^{0.125} =$$

$$\left\{ \left(\frac{64}{80698.13} \right)^8 + 9.5 \left[\ln \left(\frac{0.00003048}{3.7 \times 0.1524} + \frac{5.74}{(80698.13)^{0.9}} \right) - \left(\frac{2500}{80698.13} \right)^6 \right]^{-16} \right\}^{0.125} = 0.01970$$

Con $f = 0.01970$:

$$\frac{hf}{L} = f \frac{V^2}{D2g} = 0.01970 \frac{(1.524)^2}{0.1524 \times 2 \times 9.81} = 0.01530 \frac{\text{mcm}}{\text{m}}$$

expresada en metros de mezcla por cada metro de longitud $\frac{\text{mcm}}{\text{m}}$.

$$\frac{hf}{L} = \frac{\Delta p}{L} = f \frac{V^2}{D2g} \left(\frac{\rho_m}{\rho_o} \right) = 0.01970 \frac{(1.524)^2}{0.1524 \times 2 \times 9.81} \left(\frac{1772}{1000} \right) = 0.0271 \frac{\text{mca}}{\text{m}}$$

expresada en metros de agua por cada metro de longitud $\frac{\text{mca}}{\text{m}}$.

La pérdida total debida a la fricción debido al transporte del lodo será:

$$\Delta p_{\text{lodo}} = \Delta p_{\text{cama}} + \Delta p_{\text{vehículo}}$$

$$\Delta p_{\text{lodo}} = 0.001440 + 0.0271 = 0.0285 \frac{\text{mca}}{\text{m}}$$

Tercera iteración.

Considerando que el resultado obtenido de segunda iteración 2 fue $\Delta p_{\text{lodo}} = 0.02854 \frac{\text{mca}}{\text{m}}$, el coeficiente de fricción para el lodo será:

$$f = \Delta p_{\text{lodo}} \frac{D2g}{V^2} \left(\frac{\rho_o}{\rho_m} \right) = 0.02854 \frac{0.1524 \times 2 \times 9.81}{(1.524)^2} \left(\frac{1000}{1772} \right) = 0.0207 \frac{\text{mca}}{\text{m}}$$

La velocidad de fricción:

$$u^* = V \sqrt{\frac{f}{2}} = 1.524 \sqrt{\frac{0.0207}{2}} = 0.1550 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

El próximo cálculo con la aplicación del criterio de Thomas, es decir C/C_A y la caída de presión debida a la cama en el fondo de la tubería Δp_{cama} también se presenta en la tabla 7.1 donde resulta que:

$$\Delta p_{lodo} = 0.001424 + 0.0271 = 0.02852 \frac{mca}{m}$$

Si comparamos el resultado de la segunda y tercera iteración, la diferencia entre los dos resultados es prácticamente nula concluyendo que la pérdida por fricción debida al transporte del lodo en la tubería sería de $\Delta p_{lodo} = 0.02852 \frac{mca}{m}$.

ITERACIÓN	MALLAS	% PESO	DIÁMETRO MEDIO		VELOCIDAD DE CAÍDA	VELOCIDAD DE CAÍDA	% DEL VOLUMEN DE SÓLIDOS	$Z = \frac{\omega}{\beta \chi U} * C = 10^{1.8Z}$	$C/C_A = 10^{1.8Z}$
			cm	m	cm/s	m/s			
			promedio de las aberturas de las mallas						
1	2	3	4	4	5	5	6	7	8
1	+200	3.81	0.0111	0.000111	0.30785	0.003078	0.81	-	-
	200 x 270	4.13	0.0063	0.000063	0.14783	0.001478	0.88	-	-
	270 x 325	3.81	0.0048	0.000048	0.08595	0.000860	0.81	-	-
	-325	88.25	0.0021	0.000021	0.01646	0.000165	18.71	-	-
							21.20		
2	+200	3.81	0.0111	0.000111	0.30785	0.003078	0.81	0.0498782	0.8132411
	200 x 270	4.13	0.0063	0.000063	0.14783	0.001478	0.88	0.0239514	0.9054980
	270 x 325	3.81	0.0048	0.000048	0.08595	0.000860	0.81	0.0139264	0.9439142
	-325	88.25	0.0021	0.000021	0.01646	0.000165	18.71	0.0026668	0.9890081
							21.20		
3	+200	3.81	0.0111	0.000111	0.30785	0.003078	0.81	0.0492399	0.8153952
	200 x 270	4.13	0.0063	0.000063	0.14783	0.001478	0.88	0.0236449	0.9066489
	270 x 325	3.81	0.0048	0.000048	0.08595	0.000860	0.81	0.0137482	0.9446116
	-325	88.25	0.0021	0.000021	0.01646	0.000165	18.71	0.0026326	0.9891480
							21.20		

Gráfica 3.2

100 ϕ vehículo	100 ϕ cama	VELOCIDAD DE CAÍDA.	Re	$\zeta Re > 1?$	$Cd Re^2$	$Cd = 24/Re$	C_D	$C_D^{3/4}$	Δp_{cama}	$\Delta p_{vehículo}$	Δp_{mezcla}
		$\omega = \frac{g}{18} \left(\frac{\rho_s - \rho_f}{\rho_s} \right) d^2 \nu$			solo si $Re > 1$	solo si $Re < 1$					
(6) x (8)	(6)-(9)	m/s	12	13	14	15	16	17	18	19	20
0.81	0	0.025287	2.8338	si	71.5	-	8.90	0.19401	0		
0.88	0	0.008146	0.5181	no	-	46.1338	46.1338	0.05649	0		
0.81	0	0.004729	0.2292	no	-	104.3079	104.3079	0.03064	0		
18.71	0	0.000905	0.0192	no	-	1245.6130	1245.6130	0.00477	0		
21.20									0	0.0285	0.0285
0.656871092	0.15	0.025287	2.8338	si	71.5	-	8.90	0.19401	0.001161		
0.792817822	0.08	0.008146	0.5181	no	-	46.1338	46.1338	0.05649	0.000185		
0.76241838	0.05	0.004729	0.2292	no	-	104.3079	104.3079	0.03064	0.000055		
18.50335237	0.21	0.000905	0.0192	no	-	1245.6130	1245.6130	0.00477	0.000039		
20.71546	0.48								0.001440	0.0271	0.02854
0.658610992	0.15	0.025287	2.8338	si	71.5	-	8.90	0.19401	0.001147		
0.793825541	0.08	0.008146	0.5181	no	-	46.1338	46.1338	0.05649	0.000183		
0.762981695	0.04	0.004729	0.2292	no	-	104.3079	104.3079	0.03064	0.000054		
18.50596949	0.20	0.000905	0.0192	no	-	1245.6130	1245.6130	0.00477	0.000038		
20.7213877	0.48								0.001423	0.0271	0.02852

Tabla 7.1 Tabla de cálculo para obtener la pérdida de carga en un lodo de magnetita, criterio de Wasp, sistema compuesto. Ejemplo 1.

7.1.2 Ejemplo N° 2. Determinación de la pérdida de carga para un lodo obtenido de la planta de tratamiento de aguas residuales de Ciudad Universitaria.

7.1.2.1 ¿Por qué analizar el comportamiento hidráulico de un lodo de una planta de tratamiento de aguas residuales?

Por qué en la actualidad el tratamiento de las aguas en las plantas potabilizadoras o en las plantas de tratamiento de aguas residuales genera, una serie de productos, denominados genéricamente "biosólidos" o "lodos", constituidos principalmente por los elementos que componen el efluente, los aditivos químicos usados en el proceso y la masa bacteriana que participa en el tratamiento.

Desde este punto de vista los lodos son compuestos orgánicos sólidos, semisólidos o líquidos producidos durante el proceso de tratamiento mecánico, biológico y/o químico de la potabilización o tratamiento de las aguas residuales. Con este tipo de plantas de tratamiento se buscan reducir los efectos contaminantes de las aguas residuales, pero se generan importantes cantidades de lodos, situación que crea el problema de ¿qué hacer con ellos? Esta es una práctica común en países desarrollados, existiendo abundante información con respecto a sus efectos y límites máximos de aplicación. Actualmente la puesta en funcionamiento de plantas de tratamiento de aguas en el país está generando cantidades crecientes de lodos, los cuales deben ser eliminados adecuadamente para evitar problemas ambientales mayores.

En el caso de las plantas de tratamiento de aguas residuales, la tecnología más común para su tratamiento, es el proceso de lodos activos, un proceso biológico que consume grandes cantidades de energía y genera grandes cantidades de lodos orgánicos. Estos lodos, separados del agua tratada en la última etapa del proceso, contienen más del 90 % de agua y son altamente biodegradables. Para facilitar su manejo y eliminación a estos lodos se suelen aplicar procesos como el de desecación. Hasta ahora, las principales vías de eliminación ha sido el transporte de los lodos a rellenos, esparcirlos en la tierra, verterlos al mar o incinerarlos, principalmente a través de camiones de volteo, generando un gran desembolso por este tipo de manejo en su disposición final.

Sin embargo, actualmente están apareciendo restricciones sobre todas las vías de eliminación de los lodos. La legislación ambiental actual sobre la eliminación de residuos es más restrictiva, junto con la preocupación por los posibles riesgos medioambientales y sanitarios que conlleva el problema de la eliminación de los lodos. Simultáneamente, continúan construyéndose plantas de tratamiento de aguas residuales con lodos activos o algún otro método de tratamiento, en cumplimiento de la directrices sobre las aguas residuales, y, previsiblemente, continuarán funcionando como "fábricas de lodos" a largo plazo, con una producción imparable. Es, por tanto, esencial encontrar modos de eliminación factible, segura y económicamente sostenible para los lodos residuales, por ejemplo sistema de bombeo debidamente operado y económicamente factible que reduzcan el contacto directo con la población y un ahorro en su operación.

Hace unos años se prohibió el vertido al mar y a las corrientes superficiales de los lodos procedentes del tratamiento de aguas residuales. Las restricciones que se están proponiendo sobre el transporte a rellenos pretenden excluir todo residuo orgánico de esta vía de eliminación. Potencialmente, la opción más atractiva sería la de esparcir los lodos en terrenos agrícolas, porque podrían reciclar nutrientes y ser útiles desde el punto de vista agronómico. Sin embargo, debido a los procesos físico-químicos que intervienen en el método de lodos activados para el tratamiento de aguas residuales, el lodo tiende a concentrar trazas de metales pesados y compuestos orgánicos, poco biodegradables, por ejemplo, plaguicidas, productos químicos domésticos, etc., presentes en las aguas residuales. Ello suscita problemas tanto para el medio ambiente como para la salud pública. Otro problema sería la existencia de suficiente terreno agrícola en las proximidades de los centros de producción de lodos, para evitar gastos de transporte.

Lo que a menudo se pasa por alto es el costo del manejo de las grandes cantidades de lodos producidos por las grandes plantas de tratamiento necesarias para tratar enormes volúmenes de aguas residuales, y cómo se pueden manejar los lodos de forma segura, práctica y sostenible. En algunos casos, el tratamiento y la eliminación de los lodos suponen hasta la mitad de los costos globales del tratamiento de aguas residuales⁽³⁸⁾.

Por lo que es precisa una nueva y seria reconsideración del problema. Hay que alcanzar estándares de calidad para los lodos y sobre todo se deben considerar tratamientos y técnicas de eliminación alternativos para otros tipos de lodos.

7.1.2.2 Obtención y caracterización de las muestras.

Se tomaron tres muestras de lodo de cada uno de los sedimentadores de la planta de tratamiento de aguas residuales de Ciudad Universitaria, ubicada en la Universidad Nacional Autónoma de México. Cada una de las muestras fue secada a temperatura ambiente y los resultados de su caracterización se muestran en la siguiente tabla:

MUESTRA N°	t °C	W _{muestra} kg	W _{neto} kg	Vol _{mezcla} m ³	γ _{mezcla} kg/m ³	W _{sólidos} kg	V _{sólidos} m ³	γ _{sólidos} kg/m ³	C _w		C _v	
										%		%
1	20.20	9.415	8.99	0.00889	1011.068	0.376	0.000298	1259.837	0.0418	4.18	0.0336	3.36
2	20.00	9.608	9.183	0.00902	1017.878	0.216	0.000173	1250.090	0.0235	2.35	0.0192	1.92
3	19.80	6.825	6.4	0.00607	1053.965	0.235	0.000196	1196.845	0.0367	3.67	0.0323	3.23

Tabla 7.2 Datos obtenidos para las tres muestras de lodo obtenidas de los sedimentadores de la planta de tratamiento de aguas residuales de Ciudad Universitaria.

Posteriormente se decidió trabajar sólo con la muestra número 1, a la cual se sometió a una prueba granulométrica cuyos resultados se muestran en la Figura 7.2 y la Tabla 7.3. En el anexo B se presenta una secuencia fotográfica de la prueba granulométrica.

Malla N°	Abertura mm	W _{malla} g	W _{malla} + W _{muestra} g	W _{retenido} g	Retenido %	Retenido acumulado %	Porcentaje que pasa %
4	4.75	0	0	0	0	0	100
8	2.390	483.73	547.52	63.79	16.95	16.95	83.05
12	1.680	403.30	508.93	105.63	28.06	45.01	54.99
18	1.000	473.52	552.52	79.00	20.99	66.00	34.00
30	0.595	459.95	496.98	37.03	9.84	75.84	24.16
50	0.297	472.85	514.59	41.74	11.09	86.93	13.07
100	0.149	402.41	423.78	21.37	5.68	92.61	7.39
200	0.074	374.90	383.50	8.60	2.28	94.89	5.11
325	0.044	383.99	393.02	9.03	2.40	97.29	2.71
Charola		282.61	292.80	10.19	2.71	100.00	0.00
				Σ 376.38	100		

Tabla 7.3 Resultados de la prueba granulométrica de la muestra de lodo número 1, obtenida de la planta de tratamiento de aguas residuales de C. U.

7.1.2.3 Consideraciones generales de cálculo.

Las mismas del ejemplo 1 en las que se considera que cada fracción de los tamaños de las partículas que componen los sólidos de la mezcla de lodo, son consideradas como un flujo independiente y que al aplicar para cada una de ellas la relación de Durand y su correspondiente coeficiente de arrastre, cada fracción de las partículas contribuye en una porción y de forma independiente a la pérdida total debida a la fricción en la tubería.

a) Tubería.

Se propone nuevamente una tubería de acero de 6", rugosidad absoluta de la tubería $\epsilon = 0.0014$ in (0.03556 mm o 0.0003556 m).

b) Partículas sólidas.

Para este ejemplo se considera un factor de forma igual a 1.0; sin embargo es importante determinar a futuro el factor de forma real con alguna prueba adicional de laboratorio.

Gravedad específica:

$$S.G = \frac{\gamma_s}{\gamma_l} = \frac{\rho_s g}{\rho_l g} = \frac{1259.83}{1000} = 1.259 = 1.26$$

Planta de tratamiento de aguas residuales, Ciudad Universitaria, U. N. A. M.

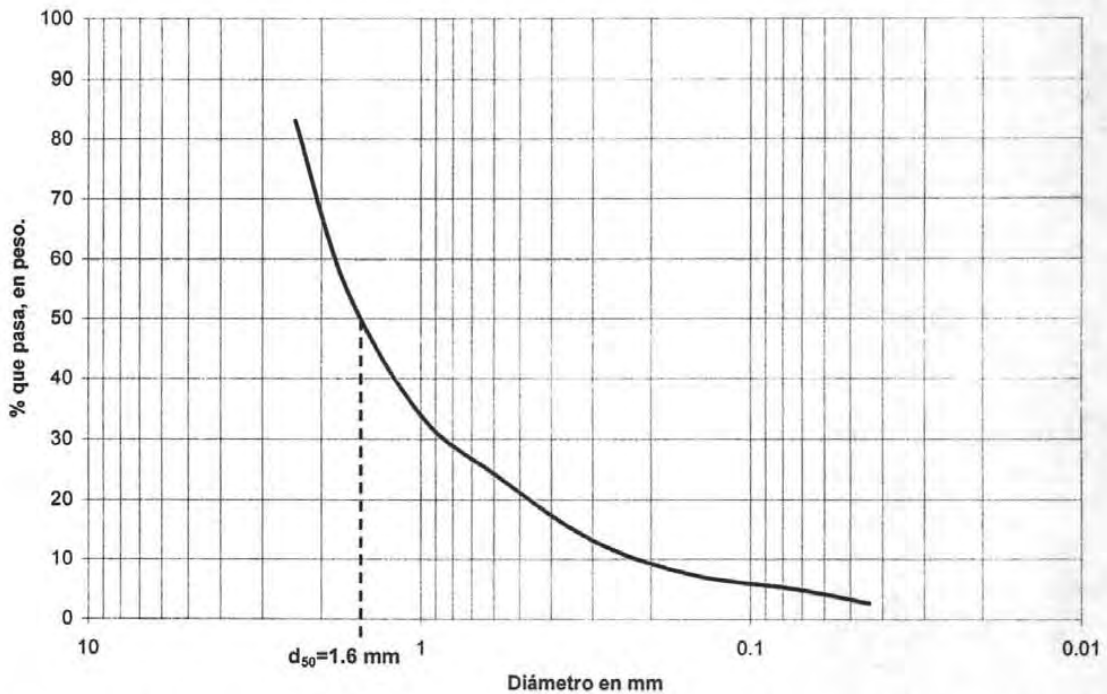


Figura 7.1 Curva granulométrica obtenida para la muestra de lodo número 1, obtenida de la planta de tratamiento de aguas residuales de C. U., obsérvese que $d_{50} = 1.6 \text{ mm}$.

Consistencia de tamaño (Granulometría).

De los resultados de laboratorio se obtuvo la siguiente distribución granulométrica en cada una de las mallas utilizadas:

Malla	% en peso.
8	16.95
12	28.06
18	20.99
30	9.84
50	11.09
100	5.68
200	2.28
325	2.40

c) Fluido transportador.

Agua como fluido transportador a una temperatura promedio de 20°C.

d) Propiedades de la suspensión o mezcla (lodo).

Concentración de sólidos (C_w):	4.18 % en peso.
Temperatura de la mezcla:	20°C

e) Velocidad de transporte.

Se establece una velocidad de diseño $V = 2.0$ m/s.

7.1.2.4 Solución.

Primera Hipótesis.

Considerando la mezcla totalmente homogénea.

Primera iteración.

El dato de la concentración de los sólidos en la mezcla C_w está dado en peso, por lo que primero se aplica la ecuación 4.7 para determinar la densidad de la mezcla ρ_m :

Si la gravedad específica de los sólidos $S.G = 1.26$, entonces $\rho_s = 1260 \frac{kg}{m^3}$ siendo la densidad del agua

$$\rho_l = 1000 \frac{kg}{m^3}$$

$$\rho_m = \frac{100}{\frac{C_w}{\rho_s} + \frac{100 - C_w}{\rho_l}} = \frac{100}{\frac{4.18}{1260} + \frac{100 - 4.18}{1000}} = 1008.70 \frac{kg}{m^3}$$

en la ecuación anterior el valor de la concentración en peso C_w está expresado en porcentaje.

Utilizando la ecuación 4.8 se determina la concentración volumétrica:

$$C_v = \frac{C_w \rho_m}{\rho_s} = \frac{4.18 \times 1008.70}{1260} = 3.35 \%$$

Fracción de volumen:

$$\phi = \frac{C_v}{100} = \frac{3.35}{100} = 0.0335$$

Gravedad específica del la mezcla:

$$SG_m = \phi \times SG_s + (1 - \phi) = 0.0335 \times 1.26 + (1 - 0.0335) = 1.00871$$

Densidad de la mezcla:

$$\rho_m = SG_m \rho_o = 1.00871 \times 1000 = 1008.71 \frac{kg}{m^3}$$

valor que coincide al obtenido con la ecuación 4.7 y usando la concentración en peso de los sólidos.

Se considera que la velocidad del flujo para diseño: $V = 2.0 \frac{m}{s}$ y el diámetro de la tubería $D = 6" = 0.1524 m$.

Determinación del número de Reynolds de la mezcla.

Es necesario calcular la viscosidad dinámica de la mezcla, por lo que se utilizan la ecuación 4.12 propuesta por Thomas, para una concentración en peso C_w del 4.18%, $\phi = 0.0335$, viscosidad dinámica del agua $\mu_o = 0.001 Pa \cdot s$ para una temperatura de $20^\circ C$, se obtiene una viscosidad de la mezcla igual a:

$$\mu_m = (1 + 2.5\phi + 10.05\phi + 0.00273e^{16.6\phi})\mu_o$$

$$\mu_m = (1 + 2.5(0.0335) + 10.05(0.0335) + 0.00273e^{16.6(0.0335)})0.001$$

$$\mu_m = 0.001425 Pa \cdot s$$

Viscosidad cinemática de la mezcla:

$$\nu_m = \frac{\mu_m}{\rho_m} = \frac{0.001425}{1008.71} = 0.000001413 \frac{m^2}{s}$$

Número de Reynolds de la mezcla:

$$Re = \frac{VD}{\nu} = \frac{2.0 \times 0.1524}{0.000001413} = 215729.64$$

Rugosidad relativa de la tubería:

$$\frac{\varepsilon}{D} = \frac{0.03556 \text{ mm}}{6" \times 25.4 \text{ mm}} = 0.000233$$

Coefficiente de fricción f :

Con la ecuación 2.16a de Swamee y Jain:

$$f = \left\{ \left(\frac{64}{Re} \right)^8 + 9.5 \left[\ln \left(\frac{\varepsilon}{3.7D} + \frac{5.74}{Re^{0.9}} \right) - \left(\frac{2500}{Re} \right)^6 \right]^{-16} \right\}^{0.125} =$$

$$\left\{ \left(\frac{64}{215729.64} \right)^8 + 9.5 \left[\ln \left(\frac{0.00003556}{3.7 \times 0.1524} + \frac{5.74}{215729.64^{0.9}} \right) - \left(\frac{2500}{215729.64} \right)^6 \right]^{-16} \right\}^{0.125} = 0.01719$$

Velocidad de fricción u^* .

$$u^* = V \sqrt{\frac{f}{2}} = 2.0 \sqrt{\frac{0.01719}{2}} = 0.1854 \frac{m}{s}$$

Pérdida por fricción por unidad de longitud.

Utilizando el factor de fricción obtenido con la ecuación 2.16a de Swamee y Jain y la ecuación de Darcy:

$$\frac{hf}{L} = \frac{\Delta p}{L} = f \frac{V^2}{D2g} = 0.01719 \frac{(2.0)^2}{0.1524 \times 2 \times 9.81} = 0.02299 \frac{mcm}{m}$$

expresada en metros de mezcla por cada metro de longitud $\frac{mcm}{m}$.

$$\frac{hf}{L} = \frac{\Delta p}{L} = f \frac{V^2}{D2g} \left(\frac{\rho_m}{\rho_o} \right) = 0.01764 \frac{(2.0)^2}{0.1524 \times 2 \times 9.81} \left(\frac{1008.71}{1000} \right) = 0.02319 \frac{mca}{m}$$

expresada en metros de agua por cada metro de longitud $\frac{mca}{m}$.

Segunda hipótesis.**Considerando la mezcla como heterogénea.**

Al igual que en el ejemplo número 1, se obtendrán las pérdidas considerando que una parte de las partículas viajan en suspensión y otra parte desplazándose por el fondo de la tubería. El proceso iterativo de cálculo termina cuando el resultado obtenido de las pérdidas en un número de iteraciones consecutivas resultan iguales, concluyendo con ello el cálculo de la pérdida.

Segunda iteración.

Se verifica la parte del vehículo y de la cama para cada tamaño de sólidos usando el criterio de la relación entre la concentración volumétrica de los sólidos a $0.08D$ medido desde la cresta hasta el eje de la tubería, C/C_A ó criterio de Thomas. Es decir:

$$\log \frac{C}{C_A} = -1.8 \left(\frac{w}{\beta \kappa u^*} \right)$$

Se asume que β es igual a 1 y que la constante de Von Karman, $\kappa = 0.4$.

Inicio del cálculo:**Caída de la presión debida al agua Δp_{agua} .**

Número de Reynolds.

Para la temperatura de 20°C la viscosidad cinemática del agua es:

$$\nu = 9.905 \times 10^{-7} \frac{m^2}{s}$$

$$\text{Re} = \frac{VD}{\nu} = \frac{2.0 \times 0.1524}{0.000009905} = 306331.66$$

la rugosidad relativa calculada previamente:

$$\frac{\varepsilon}{D} = 0.000233$$

Con la ecuación 2.16a de Swaney y Jain:

$$f = \left\{ \left(\frac{64}{\text{Re}} \right)^8 + 9.5 \left[\ln \left(\frac{\varepsilon}{3.7D} + \frac{5.74}{\text{Re}^{0.9}} \right) - \left(\frac{2500}{\text{Re}} \right)^6 \right]^{-16} \right\}^{0.125} =$$

$$\left\{ \left(\frac{64}{306331.66} \right)^8 + 9.5 \left[\ln \left(\frac{0.00003556}{3.7 \times 0.1524} + \frac{5.74}{(306331.66)^{0.9}} \right) - \left(\frac{2500}{306331.66} \right)^6 \right]^{-16} \right\}^{0.125} = 0.01653$$

Pérdida por fricción debida al fluido agua.

$$\Delta p_{\text{agua}} = \frac{hf}{L} = f \frac{V^2}{D2g} = 0.01653 \frac{(2.0)^2}{0.1524 \times 2 \times 9.81} = 0.02211 \frac{\text{mca}}{\text{m}}$$

expresada en metros de agua por cada metro de longitud.

Simplificando la ecuación de Durand's, para este caso en particular y al sustituir la pérdida por fricción debida al agua $\Delta p_{\text{agua}} = 0.02211 \frac{\text{mca}}{\text{m}}$ se obtiene:

$$\Delta p_{\text{cama}} = 82 \times \Delta p_{\text{agua}} \times \phi_{\text{cama}} \left[\frac{gD(s-1)}{V^2 \sqrt{C_D}} \right]^{1.5} = 82 \times 0.02211 \times \phi_{\text{cama}} \left[\frac{9.81 \times 0.1524 (1.260 - 1)}{(2.0)^2 \sqrt{C_D}} \right]^{1.5} =$$

$$\Delta p_{\text{cama}} = 0.054923 \times \phi_{\text{cama}} (C_D)^{\frac{3}{4}} \frac{\text{mca}}{\text{m}}$$

la caída de presión debida a la cama de sólidos en el fondo de la tubería, se calcula con esta última ecuación, para cada fracción de tamaño obtenido con la granulometría mostrada en la tabla 7.2 y ϕ_{cama} debe estar expresado como una fracción y no en porcentaje. Los valores calculados se dan en la tabla 7.4, en la cuál se observa que para la segunda iteración la caída de presión debida a cada fracción de tamaño de los sólidos en la cama es igual a $0.001908 \frac{\text{mca}}{\text{m}}$.

Cálculo para determinar la caída de presión debida a la mezcla (vehículo).

En la tabla 7.4 se observa que para la segunda iteración:

La concentración volumétrica de los sólidos en la mezcla se redujo considerablemente al 0.427 %.

Gravedad específica del la mezcla:

$$SG_m = \phi \times SG_s + (1 - \phi) = 0.00427 \times 1.26 + (1 - 0.00427) = 1.00111$$

Densidad de la mezcla:

$$\rho_m = SG_m \rho_o = 1.00111 \times 1000 = 1001.11 \frac{kg}{m^3}$$

La correspondiente concentración volumétrica en peso y porcentaje de sólidos en la mezcla se determina utilizando la ecuación 4.9:

$$C_w = \frac{C_v \rho_s}{\rho_m} = \frac{0.427 \times 1260}{1001.11} = 0.5374\%$$

Nuevamente es necesario calcular la viscosidad dinámica de la mezcla, por lo que se utilizan la ecuación 4.12 propuesta por Thomas, para una concentración en peso C_w del 0.5374%, $\phi = 0.00427$, viscosidad dinámica del agua $\mu_o = 0.001 Pa \cdot s$ para una temperatura de 20°C, se obtiene una viscosidad de la mezcla igual a:

$$\begin{aligned} \mu_m &= (1 + 2.5\phi + 10.05\phi + 0.00273e^{16.6\phi})\mu_o \\ \mu_m &= (1 + 2.5(0.00427) + 10.05(0.00427) + 0.00273e^{16.6(0.00427)})0.001 \\ \mu_m &= 0.001056 Pa \cdot s \end{aligned}$$

Viscosidad cinemática de la mezcla:

$$\nu_m = \frac{\mu_m}{\rho_m} = \frac{0.001056}{1001.11} = 0.000001055 \frac{m^2}{s}$$

Número de Reynolds de la mezcla:

$$Re = \frac{VD}{\nu} = \frac{2.0 \times 0.1524}{0.000001055} = 288814.79$$

Rugosidad relativa de la tubería:

$$\frac{\varepsilon}{D} = \frac{0.0348 mm}{6'' \times 25.4 mm} = 0.0002$$

Coefficiente de fricción f :

Con la ecuación 2.16a de Swanee y Jain:

$$\begin{aligned} f &= \left\{ \left(\frac{64}{Re} \right)^8 + 9.5 \left[\ln \left(\frac{\varepsilon}{3.7D} + \frac{5.74}{Re^{0.9}} \right) - \left(\frac{2500}{Re} \right)^6 \right]^{-16} \right\}^{0.125} = \\ & \left\{ \left(\frac{64}{288814.79} \right)^8 + 9.5 \left[\ln \left(\frac{0.00003048}{3.7 \times 0.1524} + \frac{5.74}{(288814.79)^{0.9}} \right) - \left(\frac{2500}{288814.79} \right)^6 \right]^{-16} \right\}^{0.125} = 0.01663 \end{aligned}$$

Con $f = 0.01663$:

$$\frac{hf}{L} = f \frac{V^2}{D2g} = 0.01663 \frac{(2.0)^2}{0.1524 \times 2 \times 9.81} = 0.02225 \frac{mcm}{m}$$

expresada en metros de mezcla por cada metro de longitud $\frac{mcm}{m}$.

$$\frac{hf}{L} = \frac{\Delta p}{L} = f \frac{V^2}{D2g} \left(\frac{\rho_m}{\rho_o} \right) = 0.01663 \frac{(2.0)^2}{0.1524 \times 2 \times 9.81} \left(\frac{1001.11}{1000} \right) = 0.02227 \frac{mca}{m}$$

expresada en metros de agua por cada metro de longitud $\frac{mca}{m}$.

La pérdida total debida a la fricción debido al transporte del lodo será:

$$\Delta p_{lodo} = \Delta p_{cama} + \Delta p_{vehiculo}$$

$$\Delta p_{lodo} = 0.001908 + 0.02227 = 0.02418 \frac{mca}{m}$$

Tercera iteración.

Considerando que el resultado obtenido de la segunda iteración es $\Delta p_{lodo} = 0.02418 \frac{mca}{m}$, el nuevo valor del coeficiente de fricción para el lodo, calculado con la ecuación de Darcy será:

$$f = \Delta p_{lodo} \frac{D2g}{V^2} \left(\frac{\rho_o}{\rho_m} \right) = 0.02418 \frac{0.1524 \times 2 \times 9.81}{(2.0)^2} \left(\frac{1000}{1001.11} \right) = 0.01805 \frac{mca}{m}$$

La velocidad de fricción:

$$u^* = V \sqrt{\frac{f}{2}} = 2.0 \sqrt{\frac{0.01805}{2}} = 0.1900 \frac{m}{s}$$

El próximo cálculo con la aplicación del criterio de Thomas, es decir C/C_A y la caída de presión debida a la cama en el fondo de la tubería Δp_{cama} también se presenta en la tabla 7.4 en la tercera iteración donde resulta que:

$$\Delta p_{lodo} = 0.001906 + 0.02227 = 0.02418 \frac{mca}{m}$$

Si comparamos el resultado de la segunda y tercera iteración, la diferencia entre los dos resultados es nula concluyendo que la pérdida por fricción debida al transporte del lodo en la tubería sería de

$$\Delta p_{lodo} = 0.02418 \frac{mca}{m}, \text{ por lo que así acaba el proceso de cálculo}$$

ITERACIÓN	MALLAS	% PESO	DIÁMETRO MEDIO		VELOCIDAD DE CAÍDA	VELOCIDAD DE CAÍDA	% DEL VOLUMEN DE SÓLIDOS	$Z = \frac{\omega}{\beta \chi U} \cdot C_A = 10^{0.8Z}$	$C_A = 10^{0.8Z}$	100φ vehiculo
			promedio de las aberturas de las mallas		cm/s	m/s				
			cm	m	6	5	6	7	8	(5) x (8)
1	2	3	4	4	6	5	6	7	8	9
1	8	16.95	0.20200	0.00202	13.35689	0.133569	0.57	-	-	0.57
	12	28.06	0.13200	0.00132	10.54492	0.105449	0.94	-	-	0.94
	18	20.99	0.07858	0.000786	7.02994	0.070299	0.70	-	-	0.70
	30	9.84	0.04332	0.000433	4.21797	0.042180	0.33	-	-	0.33
	50	11.09	0.02166	0.000217	2.10898	0.021090	0.37	-	-	0.37
	100	5.68	0.01082	0.000108	0.70299	0.007030	0.19	-	-	0.19
	200	2.28	0.00585	5.85E-05	0.31635	0.003163	0.08	-	-	0.08
	325	2.4	0.00440	0.000044	0.18981	0.001898	0.08	-	-	0.08
							3.26			3.26
2	8	16.95	0.20200	0.00202	13.35689	0.133569	0.57	1.8010912	0.0005728	0.000325275
	12	28.06	0.13200	0.00132	10.54492	0.105449	0.94	1.4219141	0.0027577	0.002592311
	18	20.99	0.07858	0.000786	7.02994	0.070299	0.70	0.9479427	0.0196654	0.013828030
	30	9.84	0.04332	0.000433	4.21797	0.042180	0.33	0.5687658	0.0946721	0.031207699
	50	11.09	0.02166	0.000217	2.10898	0.021090	0.37	0.2843828	0.3076883	0.114310802
	100	5.68	0.01082	0.000108	0.70299	0.007030	0.19	0.0947943	0.6751034	0.128458678
	200	2.28	0.00585	5.85E-05	0.31635	0.003163	0.08	0.0426574	0.8379472	0.084002405
	325	2.4	0.00440	0.000044	0.18981	0.001898	0.08	0.0255945	0.8993526	0.072307947
							3.26			0.4270
3	8	16.95	0.20200	0.00202	13.35689	0.133569	0.57	1.7574858	0.0006863	0.000389709
	12	28.06	0.13200	0.00132	10.54492	0.105449	0.94	1.3874888	0.0031807	0.002989872
	18	20.99	0.07858	0.000786	7.02994	0.070299	0.70	0.9249525	0.0216279	0.015207949
	30	9.84	0.04332	0.000433	4.21797	0.042180	0.33	0.5549955	0.1002324	0.033040602
	50	11.09	0.02166	0.000217	2.10898	0.021090	0.37	0.2774978	0.3165950	0.117619784
	100	5.68	0.01082	0.000108	0.70299	0.007030	0.19	0.0924993	0.6815557	0.129686415
	200	2.28	0.00585	5.85E-05	0.31635	0.003163	0.08	0.0416247	0.8415416	0.084276949
	325	2.4	0.00440	0.000044	0.18981	0.001898	0.08	0.0249748	0.9016653	0.072493891
							3.26			0.4357052

100φ cama	VELOCIDAD DE CAÍDA.	Re	¿Re>1?	CdRe ²	Cd = 24/Re	C _D	C _D ^{3/4}	Δp _{cama}	Δp _{vehiculo}	Δp _{muestra}
	$w = \frac{\pi}{18} \left(\frac{\rho_s - \rho_a}{\rho_a} \right) \frac{d^2}{\nu}$			solo si	solo si					
(6)-(9)	m/s			Re > 1	Re < 1					
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
0	0.583738	1190.4605	si	500000	-	0.35	2.18446	0		
0	0.249266	332.1870	si	60000	-	0.54	1.57929	0		
0	0.088325	70.0671	si	6000	-	1.22	0.86032	0		
0	0.026847	11.7416	si	420	-	3.05	0.43366	0		
0	0.006712	1.4677	si	40	-	18.57	0.11179	0		
0	0.001675	0.1830	no	-	130.6456	130.65	0.02588	0		
0	0.000490	0.0289	no	-	826.6257	826.63	0.00649	0		
0	0.000277	0.0123	no	-	1942.7570	1942.76	0.00342	0		
0								0	0.02319	0.02319
0.567500	0.583738	1190.4605	si	500000.0	-	0.35	2.18446	0.00068087		
0.937418	0.249266	332.1870	si	60000	-	0.54	1.57929	0.00081311		
0.689337	0.088325	70.0671	si	6000	-	1.22	0.86032	0.00032572		
0.298432	0.026847	11.7416	si	420	-	3.05	0.43366	0.00007108		
0.257204	0.006712	1.4677	si	40	-	18.57	0.11179	0.00001579		
0.061821	0.001675	0.1830	no	-	130.6456	130.65	0.02588	0.00000088		
0.012378	0.000490	0.0289	no	-	826.6257	826.63	0.00649	0.00000004		
0.008092	0.000277	0.0123	no	-	1942.7570	1942.76	0.00342	0.00000002		
2.832182								0.001908	0.02227	0.02418
0.567435	0.583738	1190.4605	si	500000.0	-	0.35	2.18446	0.00068079		
0.937020	0.249266	332.1870	si	60000	-	0.54	1.57929	0.00081276		
0.687957	0.088325	70.0671	si	6000	-	1.22	0.86032	0.00032507		
0.296599	0.026847	11.7416	si	420	-	3.05	0.43366	0.00007064		
0.253895	0.006712	1.4677	si	40	-	18.57	0.11179	0.00001559		
0.060594	0.001675	0.1830	no	-	130.6456	130.65	0.02588	0.00000086		
0.012103	0.000490	0.0289	no	-	826.6257	826.63	0.00649	0.00000004		
0.007906	0.000277	0.0123	no	-	1942.7570	1942.76	0.00342	0.00000001		
2.82351								0.001906	0.02227	0.02418

Tabla 7.4 Tabla de cálculo para obtener la pérdida de carga en la muestra de lodo número 1 obtenida de la planta de tratamiento de aguas residuales de Ciudad Universitaria, UNAM, criterio de Wasp, sistema compuesto. Ejemplo 2.

7.1.3 DESCRIPCIÓN, ACLARACIONES Y COMENTARIOS SOBRE LA TABLA DE CÁLCULO.

Primera Iteración.

En la primera iteración se considera que todos los sólidos están homogéneamente mezclados en el agua. El cálculo de las pérdidas bajo esta consideración se realizó como en el primer caso (flujo homogéneo), sin embargo en esta iteración además se obtienen las propiedades del vehículo necesarias para realizar las siguientes iteraciones.

En la columna (1) se anota el número de iteración.

En la columna (2) se coloca la descripción de las mallas utilizadas en el análisis granulométrico de la muestra de sólidos.

En la columna (3) se coloca el porcentaje en peso retenido en cada una de las mallas utilizadas en la determinación de la granulometría de los sólidos.

En la columna (4) se coloca el diámetro medio de las partículas que pasan cada una de las mallas, es decir el promedio de la abertura de todas las mallas utilizadas. El diámetro la abertura de cada malla se obtiene de la tabla A-1 en el anexo de este trabajo.

En la columna (5) se anota la velocidad de caída de las partículas (ω), dentro de la mezcla y para cada uno de los diámetros. Se determina con las figuras. A-1, A-2 y A-3 del anexo A de este trabajo y para utilizarlas se requiere conocer la densidad del vehículo y la diferencia de ésta con la de los sólidos para cada una de las fracciones de partículas, calculándose éstas con las expresiones siguientes:

$$\rho = (\rho_s - 1)C_v + 1$$

$$\Delta\rho = \rho_s - \rho$$

En la columna (6) se coloca el porcentaje de volumen de sólidos obtenido a partir del porcentaje en peso multiplicado por la concentración en volumen.

En la columna (7) se calcula el factor $Z = \frac{\omega}{\beta\chi u^*}$ que representa la proporción de la tendencia del establecimiento de las partículas ω al grupo $\beta\chi u^*$, como una medida de la intensidad de la turbulencia en el flujo.

Para este caso se considera que la relación entre los coeficientes de transferencia de masa y de momentum β , es igual a la unidad y la constante de Von Karman κ es igual a 0.4.

La velocidad de fricción $u^* = V \sqrt{\frac{f}{2}}$ deberá ser calculada previamente.

En la columna (8) se calcula la relación de concentraciones $\frac{C_A}{C} = 10^{-1.8Z}$ (ecuación 6.1b).

Las columnas (7) y (8) no se calculan en la primera iteración, ya que ambas son para el caso de mezclas heterogéneas.

La columna (9) se obtiene multiplicando las columnas (6) por (8), el resultado es la concentración en volumen de cada fracción de las partículas que viajan en suspensión. Para la primera iteración esta columna es igual a la (6) ya que se considera que todas las partículas viajan en suspensión.

La columna (10) es la diferencia de las columnas (6) menos (9) y es la concentración en volumen de cada fracción de las partículas que se desplazan por el fondo de la tubería. En la primera iteración el valor es cero por considerar inicialmente flujo homogéneo.

La columna (11) es el cálculo de la velocidad de caída de las partículas dentro del fluido (agua), para lo cual:

$$\omega = \frac{g}{18} \left(\frac{\rho_s - \rho_a}{\rho_a} \right) \frac{d^2}{\nu}$$

donde:

- ω , velocidad de caída.
- g , aceleración de la gravedad.
- ρ_s , densidad de sólidos.
- ρ_a , densidad del agua.
- ν , viscosidad cinemática del agua.
- d , diámetro medio de las partículas.

En la columna (12) se calcula el número de Reynolds para cada diámetro medio de las partículas:

$$Re = \frac{\omega d}{\nu}$$

donde:

- ω , es la velocidad de caída calculada en la columna anterior.
- d , es el diámetro medio de las partículas.
- ν , es la viscosidad cinemática del fluido transportador (agua).

En la columna (13) se verifica si el número de Reynolds calculado es mayor a la unidad, si esto ocurre se determina el valor del producto $C_D Re^2$ con las curvas generalizadas para determinar el coeficiente de arrastre para cada tamaño de partícula (Figura 3.2) y se anota en la columna (14). Se despeja el valor el coeficiente de arrastre C_D y se anota en la columna (16).

Si el número de Reynolds es menor que la unidad el coeficiente de arrastre se calcula como $C_D = \frac{24}{Re}$ y se anota en la columna (16)

En la columna (17) se obtiene $C_D^{3/4}$.

En la columna (18) se obtienen las pérdidas correspondientes a las partículas que se desplazan por el fondo en la cama, por medio de la ecuación:

$$\Delta p_{cama} = 82 \times \Delta p_{agua} \times \phi_{cama} \left[\frac{gD(s-1)}{V^2 \sqrt{C_D}} \right]^{1.5}$$

En la primera iteración son nulas o cero ya que inicialmente así se suponen.

La columna (19) son las pérdidas debidas a las partículas en suspensión, su cálculo es igual al del primer caso.

La columna (20) es la suma de las columnas (18) y (19) y el resultado es igual a la pérdida total del lodo por unidad de longitud en columna de agua por unidad de longitud.

Para las siguientes iteraciones:

Las columnas (1) a (6) son iguales a las de la primera.

Para la columna (5) se calcula Z , utilizando la velocidad al cortante (U^*) calculada en la iteración inmediata anterior.

Las columnas (11), (12), (13), (14), (15), (16) y (17) son iguales a las de la primera iteración,

En la columna (18) se calcula nuevamente Δp_{cama} con la ecuación:

$$\Delta p_{cama} = 82 \times \Delta p_{agua} \times \phi_{cama} \left[\frac{gD(s-1)}{V^2 \sqrt{C_D}} \right]^{1.5}$$

La columna (19) son las pérdidas debidas a las partículas en suspensión, su cálculo es igual al del primer caso.

La columna (20) es la suma de las columnas (18) y (19) y el resultado es igual a la pérdida total del lodo por unidad de longitud en columna de agua por unidad de longitud.

7.2 APLICACIÓN DEL MODELO DE DOS CAPAS.

7.2.1 Ejemplo N° 3. Determinación de la pérdida de carga para un lodo de magnetita.

7.2.1.1 Consideraciones generales de cálculo.

Se requiere calcular la caída de presión para un lodo de magnetita con las siguientes características: velocidad de diseño de 1.524 m/s en una tubería horizontal de diámetro interno de 6" (0.1524 m), si la concentración volumétrica final entregada es del 20.72%. (Ver tabla 7.1, iteración 3). Dichas características son las mismas del ejemplo 1, inciso 7.1.1.

La rugosidad de la tubería ε es de 0.03048 mm y el fluido es agua a una temperatura de 20°C. Se sugiere tomar un valor del coeficiente de fricción entre la pared y las partículas η_s , igual a 0.50 y una concentración máxima en la capa más baja C_{lim} del 60%.

El diámetro medio d_{50} se estima con base en los datos disponibles de la granulometría de la siguiente forma: debido a que solo se dispone del tipo de malla y el porcentaje de peso retenido en cada una de las mallas utilizadas en la prueba granulométrica de las partículas sólidas para el lodo de magnetita, estos datos resultan insuficientes para obtener una adecuada curva granulométrica y por consecuencia con precisión el diámetro medio de las partículas.

Debido a que el modelo de dos capas requiere el diámetro medio de las partículas para obtener la pérdida de carga en la tubería y a falta de más datos como primera alternativa se optó por promediar las aberturas de las mallas utilizadas en la prueba granulométrica, tabla 7.5 y utilizar este valor como diámetro medio, $d_{50} = 0.006075 \text{ cm} = 0.00006075 \text{ m}$.

Sin embargo, al usar el nomograma propuesto por Wilson en 1979, para estimar la velocidad de deposición (figura 6.16), se observa que el diámetro mínimo requerido de las partículas es de 0.10 mm, por lo que para los cálculos de este ejemplo se decidió finalmente utilizar este valor como diámetro medio $d_{50} = 0.1 \text{ mm} = 0.0001 \text{ m}$. Con este valor, el diámetro de la tubería y la densidad relativa de los sólidos, en el nomograma resulta una velocidad de deposición de 2.5 m/s, que resulta mayor a la velocidad de diseño propuesta de 1.524 m/s, lo que sugiere inicialmente incrementar la velocidad de diseño. Lo anterior se ve reflejado al realizar los cálculos con el programa en lenguaje BASIC del modelo de dos capas propuesto por Wilson y cuyos resultados se presentan y analizan a continuación.

Malla	Abertura	
	cm	m
200	0.0111	0.000111
200 - 270	0.0063	0.000063
270 - 325	0.0048	0.000048
-325	0.0021	0.000021
Promedio	0.006075	0.00006075

Tabla 7.5 Promedio de las aberturas de las mallas utilizadas en la prueba granulométrica del lodo de magnetita. Referencia 90.

7.2.1.2 Solución.

Si se mantiene la velocidad propuesta de diseño de 1.524 m/s, los resultados obtenidos con el programa descrito en la tabla A-2 del anexo, se presentan en la tabla 7.6, en la cual se observa una concentración entregada del 20.76%, valor aproximado al obtenido con el criterio de Wasp en el ejemplo 1, y una pérdida por fricción de 0.067 metros de columna de agua por cada metro de tubería, sin embargo, la velocidad de la capa inferior resulta negativa, $V_2 = -1.049553$ m/s e indica que se alcanzó la velocidad de deposición y aunque la velocidad de la capa superior tenga un valor positivo $V_1 = 1.806681$ m/s, lo anterior refleja el hecho de que la velocidad de operación es mucho menor justamente a la de deposición estimada con el criterio de Wilson y el modelo de dos capas sugiere que la velocidad de diseño sea cambiado a un valor por arriba de la velocidad de deposición estimada. Además de esta forma se confirma que aunque el modelo no realiza directamente ninguna predicción de la deposición, los valores de velocidad obtenidos indican cuando la deposición puede llegar a ocurrir.

Tomando en cuenta lo anterior se decidió modificar la velocidad de diseño a 3.0 m/s, los resultados se presentan en la tabla 7.7, en la que aproximadamente para la misma concentración del 20.73 % se obtiene una pérdida por fricción aún mayor de 0.108 m de columna de agua por cada metro de tubería, la velocidad en la capa inferior resulta ya con un valor positivo $V_2 = 0.3997$ m/s y en la capa superior $V_1 = 3.205789$, y aunque la velocidad V_2 es mucho menor que la velocidad V_1 aún esta condición refleja el hecho de que la velocidad de operación está muy cerca de la de deposición, por lo que ahora el modelo sugiere que dicha velocidad se debe incrementar aún más y lograr valores de velocidad dentro de un margen de seguridad y que nos permitan operar sin riesgo de que se presente deposición en el fondo de la tubería.

Finalmente se puede concluir que para este tipo de lodo de magnetita no sería válida una comparación entre la pérdida obtenida con el criterio de Wasp en el ejemplo 1 y la obtenida con el modelo de dos capas, ya que mientras que el primero acepta una velocidad de diseño menor a la de deposición, el segundo sugiere incrementarla.

7.2.2 Ejemplo N° 4. Determinación de la pérdida de carga para un lodo de agua residual de la planta de tratamiento de Ciudad Universitaria.

7.2.2.1 Consideraciones generales de cálculo.

Determine la pérdida de carga para un lodo con las mismas características presentadas en el ejemplo 2: velocidad de diseño de 2.0 m/s, diámetro de la tubería de 6" (0.1524 m), concentración volumétrica final entregada es del 2.8%. (Ver tabla 7.4, iteración 3), rugosidad de la tubería $\varepsilon = 0.03048$ mm, agua como fluido transportador a una temperatura de 20°C, coeficiente de fricción entre la pared y las partículas $\eta_s = 0.50$ y una concentración máxima en la capa más baja C_{lim} del 60% y una densidad de sólidos de 1.26.

De la curva granulométrica de la figura 7.1, se obtiene el diámetro medio de la partícula $d_{50} = 1.6$ mm, con este valor, el diámetro de la tubería de 6" (0.1524 m), la densidad relativa de sólidos de 1.26 y de

acuerdo al nomograma propuesto por Wilson (figura 6.16), resulta que la velocidad de deposición es como mínimo igual a 1.0 m/s, por lo que al comparar la velocidad de diseño propuesta de 2.0 m/s esta resulta razonable.

7.2.2.2 Solución.

Los resultados obtenidos con el programa de cálculo en lenguaje BASIC (ver anexo A) se presentan en la tabla 7.8. en la que se muestra una concentración entregada del 2.82% y una pérdida por fricción de 0.022 metros de columna de agua por cada metro de tubería, valores aproximado a los obtenidos con el criterio de Wasp en el ejemplo 2, la velocidad de la capa superior resulta $V_1 = 2.015707$ m/s, velocidad de la capa inferior $V_2 = 1.3737$ m/s. y ambos valores indican poca posibilidad de que exista deposición en el modelo.

Es importante mencionar que la aplicación del modelo de dos capas pide previamente especificar una concentración volumétrica entregada C_v y realizar una estimación de la concentración media C_r que inicialmente es propuesta para el inicio del cálculo y que permite al mismo tiempo calibrar el modelo hasta obtener la concentración volumétrica deseada. Lo anterior tiene como consecuencia que se requiera de demasiados cálculos hasta lograr el definitivo, es por ello que tablas 7.6, 7.7 y 7.8 solo muestran los valores finales obtenidos para las condiciones de concentración establecidas.

Solución del modelo de dos capas

Entrada de datos:

Teta = 0 grados
 Diámetro de la partícula = .0001 m
 Concentración in situ = 0.269
 Velocidad = 1.524 m/s

Resultados calculados:

Carga de contacto = 3.635726E-02
 Número de Arquímedes = 48.73866
 Concentración volumétrica de la capa superior c1 = .2326427
 Concentración volumétrica de la capa inferior c2 = .3673573
 beta = .8103014 radianes
 Número de Reynolds = 433800.8
 Factor de fricción para la capa superior f1 = 3.871696E-03
 Factor de fricción en la interfaz que separa las capas 1 y 2 f12 = 7.723483E-03

Inicio de Iteración de Velocidad:

P1	beta	v1	v2	q1
1.852328E-02	0.8103014	1.524	1.524	.5210775
.1588641	0.8103014	2.024	-3.028049	-.9178053
3.537252E-02	0.8103014	1.683114	7.540751E-02	.3462611
.2572986	0.8103014	2.183115	-4.476642	-2.039713
.0483689	0.8103014	1.74272	-.4672433	.2371141
.3008572	0.8103014	2.24272	-5.019293	-2.547166
5.658987E-02	0.8103014	1.773796	-.7501683	.1615119
.3250124	0.8103014	2.273796	-5.302216	-2.830582
6.123535E-02	0.8103014	1.789886	-.8966514	.1172943
.3379079	0.8103014	2.289886	-5.4487	-2.982397
6.373604E-02	0.8103014	1.798188	-.9722301	9.312594E-02
.344653	0.8103014	2.298188	-5.52428	-3.062081
6.505187	0.8103014	1.802464	-1.011165	8.031569E-02
.3481739	0.8103014	2.302464	-5.563213	-3.103489
6.573648E-02	0.8103014	1.804666	-1.031206	7.362649E-02
.3499872	0.8103014	2.304666	-5.583254	-3.124899
.0660907	0.8103014	1.805789	-1.041518	7.015919
.3509222	0.8103014	2.305798	-5.593567	-3.135941
6.627342E-02	0.8103014	1.806381	-1.046823	6.836887E-02
.3514037	0.8103014	2.306381	-5.598872	-3.141628
6.636757E-02	0.8103014	1.806681	-1.049553	6.744595E-02

----La Solución ha Convergió----

Gradiente de Presión = 6.690677E-02 m fluido/m tubería
 Pérdida de carga por fricción = 6.690677E-02 m fluido/m tubería
 Concentración entregada = .2076041

Tabla 7.6 Resultados obtenidos para el ejemplo 3, con el modelo de dos capas programado en lenguaje BASIC descrito en el anexo A, velocidad de diseño 1.524 m/s.

Solución del modelo de dos capas

Entrada de datos:

Teta = 0 grados
 Diámetro de la partícula = .0001 m
 Concentración in situ = 0.2325
 Velocidad = 3.0 m/s

Resultados calculados:

Carga de contacto = 2.908465E-02
 Número de Arquímedes = 48.73866
 Concentración volumétrica de la capa superior c1 = .2034154
 Concentración volumétrica de la capa inferior c2 = .3965847
 beta = .7269871 radianes
 Número de Reynolds = 804095.6
 Factor de fricción para la capa superior f1 = 3.688279E-03
 Factor de fricción en la interfaz que separa las capas 1 y 2 f12 = 7.723483E-03

Inicio de Iteración de Velocidad:

P1	beta	v1	v2	q1
6.484276E-02	0.7269871	3	3	.7635024
.2812865	0.7269871	3.5	-3.317768	-2.223901
7.882112E-02	0.7269871	3.109035	1.62229	.4729718
.3802375	0.7269871	3.609035	-4.695477	-3.706228
8.970499E-02	0.7269871	3.153018	1.066529	.3195639
.4253988	0.7269871	3.653018	-5.251238	-4.399303
9.651378E-02	0.7269871	3.175756	.7792258	.2320967
.4499275	0.7269871	3.675756	-5.538541	-4.779033
.1006463	0.7269871	3.188393	.6195518	.1810803
.4639081	0.7269871	3.688393	-5.698215	-4.996392
.1031324	0.7269871	3.195652	.5278379	.1510005
.4720509	0.7269871	3.695652	-5.789929	-5.12328
.1046231	0.7269871	3.199893	.4742477	.1331618
.4768469	0.7269871	3.699893	-5.84352	-5.191812
.1055157	0.7269871	3.202395	.442634	.1225478
.4796892	0.7269871	3.702395	-5.875133	-5.242495
.1060497	0.7269871	3.203879	.4238839	.1162208
.4813797	0.7269871	3.703879	-5.893883	-5.268902
.106369	0.7269871	3.204762	.4127285	.1124452
.482387	0.7269871	3.704762	-5.905039	-5.284643
.1065599	0.7269871	3.205288	.4060798	.110191
.482988	0.7269871	3.705288	-5.911687	-5.294035
.106674	0.7269871	3.205602	.4021122	.1088444
.4833468	0.7269871	3.705602	-5.915655	-5.299643
.1067423	0.7269871	3.205789	.3097414	.1080392

----La Solución ha Convergado----

Gradiente de Presión = .1073908 m fluido/m tubería
 Pérdida de carga por fricción = .1073908 m fluido/m tubería
 Concentración entregada = .2072908

Tabla 7.7 Resultados obtenidos para el ejemplo 3, con el modelo de dos capas programado en lenguaje BASIC descrito en el anexo A, velocidad de diseño 3.0 m/s.

Solución del modelo de dos capas

Entrada de datos:

Teta = 0 grados
 Diámetro de la partícula = .0016 m
 Concentración in situ = 0.03269
 Velocidad = 2.0 m/s

Resultados calculados:

Carga de contacto = 0.0142273
 Número de Arquímedes = 13915.48
 Concentración volumétrica de la capa superior c1 = .0184627
 Concentración volumétrica de la capa inferior c2 = .5815373
 beta = .4947088 radianes
 Número de Reynolds = 306263.1
 Factor de fricción para la capa superior f1 = 4.075642E-03
 Factor de fricción en la interfaz que separa las capas 1 y 2 f12 = 3.445148E-03

Inicio de Iteración de Velocidad:

P1	beta	v1	v2	q1
0.0189451	0.4947088	2	1.999997	.2152406
3.029124	0.4947088	2.5	-17.93737	-130.8882
1.896538E-02	0.4947088	2.000732	1.97082	.210895
3.037927	0.4947088	2.500732	-17.96655	-131.2755
1.899754E-02	0.4947088	2.001445	1.942376	.206223
3.135361	0.4947088	2.50876	-18.28669	-135.5628
2.012793E-02	0.4947088	2.009169	1.634382	.1281146
3.192158	0.4947088	2.513383	-18.471	-138.0622
2.140026E-02	0.4947088	2.023535	1.460311	6.168248E-02
3.209963	0.4947088	2.514823	-18.52844	-138.8459
2.188595E-02	0.4947088	2.014884	1.406521	3.789885E-02
3.217217	0.4947088	2.515409	-18.5518	-139.1651
2.209531E-02	0.4947088	2.01543	1.384712	2.781806E-02
3.219691	0.4947088	2.515609	-18.55976	-139.274
2.216923E-02	0.4947088	2.015617	1.377287	2.432839E-02
3.220761	0.4947088	2.515695	-18.5632	-139.3211
2.220004E-02	0.4947088	2.015697	1.374074	2.280901E-02
3.220791	0.4947088	2.515697	-18.5633	-139.3224
2.220089E-02	0.4947088	2.015699	1.373988	2.276851E-02
3.220817	0.4947088	2.015699	-18.56338	-139.3236
2.220165E-02	0.4947088	2.015701	1.373912	2.273249E-02
3.22084	0.4947088	2.515701	-18.56346	-139.3246
.022024	0.4947088	2.015703	1.373836	2.269645E-02
3.220864	0.4947088	2.515703	-18.56353	-139.3257
2.220307E-02	0.4947088	2.015705	1.373769	2.266487E-02
3.20885	0.4947088	2.515705	-18.5636	-139.3266
2.220372E-02	0.4947088	2.015707	1.373703	2.263336E-02

----La Solución ha Convergió----

Gradiente de Presión = 2.241824E-02 m fluido/m tubería
 Pérdida de carga por fricción = 2.241824E-02 m fluido/m tubería
 Concentración entregada = 2.823474E-02

Tabla 7.8 Resultados obtenidos para el ejemplo 4, con el modelo de dos capas programado en lenguaje BASIC descrito en el anexo A, velocidad de diseño 2.0 m/s.

Conclusiones y comentarios

8. CONCLUSIONES Y COMENTARIOS.

Aunque la estructura de este trabajo está enfocado a presentar las diferentes consideraciones sobre el diseño hidráulico de una tubería a presión para un caso muy específico de lodo y además tiene objetivo principal presentar de forma general algunos aspectos del diseño de una tubería para transportar cualquier tipo de lodos, es preciso realizar algunas acotaciones.

- Aunque la tubería es una venerable y preferida forma de transporte o acarreo para varios líquidos y gases, también lo es para muchos sólidos. En la actualidad, esto ha tomado importancia no solo en el país sino en todo el mundo debido al incremento de la generación y la necesidad para transportar cientos de sólidos tales como el carbón, minerales, materiales de la construcción, plásticos, fertilizantes, comida, lodos de aguas residuales, etc.
- Por otra parte, es importante mencionar que la propia tubería destinada al transporte de lodos representa solo una sola fase, de todas las que intervienen en lo que puede ser un proceso muy complejo y por consiguiente siempre deberá evaluarse totalmente cualquier decisión tomada con respecto a la hidráulica de la tubería y sus efectos en las otras operaciones.
- Existen diferentes factores que hacen de una tubería un medio atractivo para su utilización, estos son su costo, seguridad y confiabilidad. De estos factores el más importante en el diseño de una tubería es el costo debido al transporte, ya que este representa a menudo sólo una pequeña porción del costo comparado con el transporte por otro medio, por ejemplo, camión o tren. Por consiguiente, se deberá realizar alguna evaluación sobre los grandes ahorros en costos que pueden ser logrados utilizando tuberías en lugar de camiones o trenes para transportar lodos.
- Por otra parte las tuberías son el modo más seguro del transporte de materiales sólidos, por ejemplo en el caso del transporte de lodos de aguas residuales se evitaría el contacto directo de la población, reduciendo así el riesgo de enfermedades.
- Su confiabilidad radica en que las tuberías generalmente son subterráneas y por lo tanto están protegidas del mal tiempo y operan las 24 horas del día y los 365 días del año. Por lo que las hace el modo más confiable de transporte.

Sin embargo a pesar de la gran economía, seguridad y las ventajas medioambientales que representa el uso de las tuberías en el transporte, y a pesar de los grandes avances tecnológicos realizados en el campo de las tuberías en las últimas décadas, muchos ingenieros y proyectistas tienen un conocimiento inadecuado de esta forma de transporte, siendo la causas principales de este problema la falta de:

- Una adecuada preparación del tema en la formación académica del ingeniero por lo que es deseable mejorar la educación enfocada a las tuberías a nivel de la universidad y no sólo preparar a los estudiantes de ingeniería para ocuparse de éstas solo si se cree que en un futuro se dedicaran y relacionara en algunos trabajos con ellas, pero también para entrenar una nueva generación de ingenieros capaces de mejorar las tecnologías de las tuberías en el orden de beneficiar al público y mejorar el medio ambiente.
- Conocimiento de los principales problemas donde interviene el transporte de materiales sólidos y de su aplicación práctica
- Conocimiento de los diferentes métodos para obtener las características físico-químicas de los lodos, así como su reología y que directamente influyen en su comportamiento hidráulico de la tubería.
- Apoyo a la investigación experimental a través de programas de trabajo en modelos de laboratorio.

Además el flujo de lodo en tuberías es un problema aún más complejo de analizar, debido a las hipótesis que se tienen que realizar por la presencia de partículas sólidas dentro del fluido, por ejemplo la consideración de flujo unidimensional ya no es tan válida, siendo necesario considerar flujo tridimensional.

Por otra parte, de las variables que intervienen en el diseño de una tubería, las más importantes son aquellas que caracterizan principalmente a las partículas sólidas que componen el lodo a transportar y el fluido transportador, agua en la mayoría de los casos, y que inciden directamente en el comportamiento hidráulico de la misma, a saber dichas propiedades son: la densidad de los sólidos y del fluido, la concentración volumétrica o en peso del lodo, la distribución granulométrica de los sólidos, la temperatura, etc.

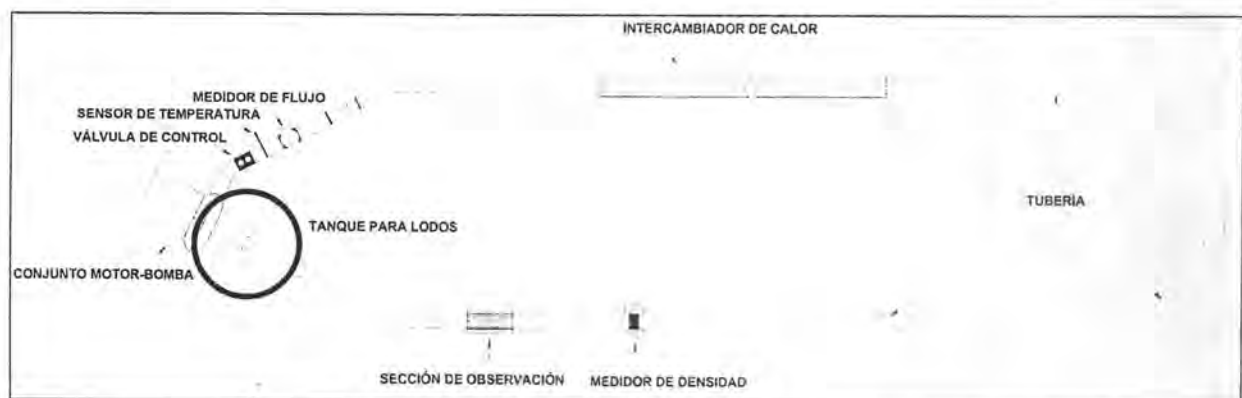
En el capítulo seis se presentaron dos métodos hasta ahora aceptados para el cálculo de las pérdidas por fricción en una tubería con flujo heterogéneo de lodo, es decir con partículas de distinta naturaleza, el primero basado en el criterio de Durand y modificado por Wasp y el segundo método propuesto por Wilson, denominado Modelo de dos capas, ambos representan una primera alternativa para dar solución a un problema específico, sin embargo es importante hacer hincapié en la necesidad e importancia de contar con algún modelo experimental en laboratorio que permita no solo corroborar estos resultados, sino que también daría validez a las hipótesis planteadas en cada uno de los modelos teóricos planteados.

Es importante mencionar que los ejemplos del capítulo seis sólo consideran el comportamiento hidráulico del flujo en tuberías horizontales, en el caso tuberías inclinadas se debe considerar el efecto del ángulo de inclinación de la tubería en el cálculo de las pérdidas por fricción.

Los ejemplos dos y cuatro del capítulo seis aplican los métodos para el cálculo de pérdidas por fricción a un lodo derivado de aguas residuales, debido a que se considera que este campo de aplicación es de inmediata atención por el gran impacto que actualmente causa el incremento de las grandes generadoras de lodos, como lo son las plantas de tratamiento de aguas residuales y que en algunos casos llegan a producir hasta cincuenta toneladas diarias o más, dependiendo de su magnitud o tamaño⁽³⁸⁾. Es necesario entonces, realizar estudios a fondo en este tipo de residuos sólidos, su reología y comportamiento hidráulico en las tuberías, sobre todo si se pretende algún día utilizarlas como medio de transporte hasta su disposición final con la intención de ahorro en costos de transporte y evitar el contacto directo con los mismos.

Adicional a lo anterior el modelo experimental presentaría un campo abierto a otro tipo de estudios que darían mayor certeza al estudio de este tipo de flujo, por ejemplo, estudios sobre perfiles de velocidad, concentración, efecto del tiempo sobre las diferentes variables que afectan este tipo de flujo, corrosión y abrasión en la tubería, reología de algún tipo específico de lodo, taponamientos de la tubería, fenómenos transitorios debidos a la operación de un sistema de bombeo y efectos dañinos sobre las bombas, preparación y manejo de lodos para su bombeo, efecto de la temperatura en la viscosidad, economía de un proyecto de bombeo con este tipo de flujo, factibilidad de aplicación en algunos campos de la ingeniería civil, como es el caso de la disposición final de los lodos obtenidos de las plantas residuales a través de bombeo o de la explotación de hidrocarburos, entre otros.

Dicho modelo deberá estar diseñado de tal forma que permita controlar todas las posibles variables que intervienen en el comportamiento del flujo de lodos a través de la tubería, una primera propuesta se presenta a continuación:



Referencias bibliográficas

- 1 **ALBERTSON, M. L.**, "Effects of Shape on the Fall Velocity of Gravel Particles", Proc. 5th Iowa Hydraulic. Conf., Iowa (1953).
- 2 **BABCOCK, H.**, "Heterogeneous Flow of Heterogeneous Solids," ASCE Int. Symposium on Solid-Liquid in Pipes, Univ. of Pennsylvania (March 1968).
- 3 **BAKHMETEFF, A. B.**, "The Mechanics of Turbulent Flow" Princeton University. Press, Princeton, New Jersey.
- 4 **BANTIN, R. A. and STREAT, M.**, "Dense Phase Flow of Solids-Water Mixtures in Pipelines," 1st Int. Conf. on Hydraulic Transport of Solids in Pipes, BHRA Fluid Engineering, Cranfield, U. K., Paper G, 1 (Sept. 1970).
- 5 **BOWEN, R. L.**, "Scale up for Non-Newtonian Fluid Flow," Chem. Eng. V. 68, pp. 119-122 (1961).
- 6 **BUCKINGHAM, E.**, "On Plastic Flow through Capillary Tubes," ASTM Proc., 29, 21, 1154 (1921).
- 7 **C. A. SHOOK and M. C. ROCO.**, "Slurry Flow, Principles and Practice", University of Kentucky and National Science Foundation, Butterworth Heinemann Series in Chemical Engineering, USA, 1991.
- 8 **CHARLES, M. E. and STEVENS, G. S.**, "The Pipeline Flow of Slurries-Transition Velocities," 2nd Int. Conf. on Hyd. Transport of Solids in Pipes, BHRA Fluid Engineering, Cranfield, U. K., Paper E3 (Sept. 1972).
- 9 **CHARLES, M. E. and STEVENS, G. S.**, "The Pipeline Flow of Slurries-Transition Velocities," 2nd Int. Conf. on Hydraulic Transport of Solids in Pipes, BHRA Fluid Engineering, Cranfield, U. K., Paper E3 (Sept. 1972).
- 10 **CONDOLIOS, E. and CHAPUS, E. E.**, "Solids Pipelines-2; Designing Solids Handling Pipelines," Chem. Eng., V. 70, pp. 131-138 (July 1963).
- 11 **CROWLEY, P. R. and KITZES, A. S.**, "Rheological Behavior of Thorium Oxide Slurries in Laminar Flow," Ind. Eng. Chem., V. 49, pp. 888-892 (May 1957).
- 12 **DAVIES, R. and KAYE, B. H.**, "Experimental Investigation into the Settling Behaviour of Suspensions", Proceedings of POWTECH '71: International Powder Technology & Bulk Granular Solids Conference 1971.
- 13 **DAVIES, S. J. and WHITE, C. M.**, Proc. Royal Soc., 119A, 92 (1928).
- 14 **DODGE, D. W. and METZNER, A. B.**, "Turbulent Flow of Non-Newtonian Systems," AIChE, journal, V. 5, pp. 189-204 (June 1959).
- 15 **DuPLESSIS, M. P. and ANSLEY, R. W.**, "Settling Parameter in Solids Pipelining", journal of the Pipeline Division, Proc. Am. Soc. Civ. Engrs., No. PL2, 1-17 (July 1967).
- 16 **DURAND, R. and CONDOLIOS, E.**, "Hydraulic Transport of Coal and Solid Material in Pipes," Proc., Colloq. on Hydraulic Transportation, London (Nov. 1952).
- 17 **DURAND, R.**, "The Hydraulic Transportation of Coal and Other Materials in Pipes," Colloq. of National Coal Board, London (Nov. 1952).
- 18 **EISSENBERG, D. M.**, "Measurement and Correlation of Turbulent Friction Factors at Elevated Temperatures," AIChE journal, V. 10, pp. 403-407 (May 1964).
- 19 **FAIR & GEYER**, "Water Supply and Wastewater Disposal", j. Wiley & Son, p.677 (1956).
- 20 **FRITSCH, W.** Abhandlungen deem aerodynamischen Institut an der Technischen Hochschule Aachen, Heft 8.
- 21 **GAY, E. C., NELSON, P. A. and ARMSTRONG, W. P.**, "Flow Properties of Suspensions with High Solids Concentration," AIChE journal, V. 6, p. 15 (Nov.1969).
- 22 **GLEN O. BROWN.**, "The History of the Darcy-Weisbach Equation for Pipe Flow Resistance", Oklahoma Satate University, Stillwater, Fisrt Conference Enviromental and Water Resources History, 2000.
- 23 **GRAF, W. H.**, "Hydraulics of Sediment Transport," pp. 161-202, McGraw Hill Book Company, New York (1971).
- 24 **GRAF, W. H.**, "Hydraulics of Sediment Transport", Chapter 4, pp. 58-62, McGraw-Hill Inc. (1971).

- 25 **GRAF, W. H., ROBINSON, M. and YUCEL, O.**, "The Critical Deposit Velocity for Solid-Liquid Mixtures," 1st Int. Conf. on Hydraulic Transport of Solids in Pipes, BHRA Fluid Engineering, Cranfield, U. K., Paper H5 (Sept. 1970).
- 26 **GUTH, E. and SIMHA, R.**, *Kolloid-Z.*, V. 74, p. 266 (1936).
- 27 **HANKS, R. W. and PRATT, D. R.**, "On the Flow of Bingham Plastic Slurries in Pipes and Between Parallel Plates," *Soc. of Petroleum Engineers Jr.*, pp. 342-346 (Dec. 1967).
- 28 **HANKS, R. W. and RICKS, B. L.**, "Transitional and Turbulent Pipeflow of Pseudoplastic Fluids" *Hydronautics*, V. 9, pp. 39-44 (Jan. 1975).
- 29 **HANKS, R. W.**, "A Generalized Criterion for Laminar-Turbulent Transition in the Flow of Fluids," Union Carbide Co. (Nov. 1962).
- 30 **HANKS, R. W.**, "The Laminar-Turbulent Transition for Flow in pipes, Concentric Annuli, and Parallel Plates" *AIChE Journal*, V. 9, p.p. 45-48 (Jan 1963).
- 31 **HEDSTROM, B. O. A.**, "Flow of Plastic Materials in Pipes," *Ind. Eng. Chem.*, V. 44, pp. 651-656 (1952).
- 32 **HO, Hau-Wong**, "Fall Velocity of a Sphere in a Field of Oscillating Fluid", Ph. D Thesis, Univ. of Iowa (June 1964).
- 33 **HSU, S. T, BEKEN, A. V., LANDWBER, and KENNEDY, J.F.** "The Distribution of Suspended Sediment in Turbulent Flows in Circular Pipes," Preprint of paper presented at Atlantic City AIChE meeting on Solids Transport in Slurries (1971).
- 34 **HUNT, J. N.**, "Turbulent Transport of Heterogeneous Sediment," *Quart. Jr. Mechanics & App. Math.*, V. 22, 234-246 (1969).
- 35 **IPPEN, A. T.**, "A New Look at Sedimentation in Turbulent Streams, Jr. Boston Soc. Civil Engineer. V. 58, No. 3, 131-163 (1971).
- 36 **ISMAIL, H. M.**, "Turbulent Transfer Mechanism and Suspended Sediment in Closed Channels," *Trans. ASCE*, V. 117, 409-447 (1952).
- 37 **JULIUSBERGER, F. and PIRQUET, A.**, *Trans Faraday Soc.*, V. 32, p. 445 (1936).
- 38 **JUNTA MUNICIPAL DE AGUA Y SANEAMIENTO DE CD. JUÁREZ CHIHUAHUA**, "Proyecto de las Plantas de Tratamiento de Aguas Residuales Norte y Sur y Obras Complementarias de Alcantarillado de Cd. Juárez, Chihuahua", Julio de 1997
- 39 **LAUFER, J.**, "The Structure of Turbulent in Fully Developed Pipe Flow," *NACA, Rep. 1 174* (1956).
- 40 **LOHRENZ, J. And KURATA, F.**, *Ind. Engineering Chemical*, 52, p. 703 (1960).
- 41 **McMILLEN, E. L.**, "Simplified Pressure-Loss Calculations for Plastic Flow," *Chem. Engineering Prog.*, V. 44, pp. 537-546 (1948).
- 42 **McNOWN, J. S. and MALAIKA, J. And PRAMANIK, H.**, "Particle Shape and Settling velocity", *Proc. Int. Assoc. Hyd. Res.*, 4th Meeting, Bombay, India (1951)
- 43 **McNOWN, J. S. and MALAIKA, J.**, "Effects of Particle Shape on Settling Velocity at Low Reynolds Numbers," *Trans. Amer. Geophys. Union*, V. 31 (1950).
- 44 **McNOWN, J. F., LEE, H. M., McPHERSON, M. B. and ENGERZ, S.M.**, "Influence of Boundary Proximity on the Drag of Spheres", *Proceedings, 7th International Cong. for Applied Mechanics*, London, Vol. 2, Part 1, 17-29 (1948).
- 45 **METZNER, A. B. and REED, J. C.**, "Flow of Non-Newtonian Fluids-Correlation of Laminar, Transition and Turbulent Flow Regions," *AIChE Journal*, V. 1, pp. 434-440 (Dec. 1955).
- 46 **MOONEY, M.**, "Explicit Formulas for Slip and Fluidity," *J. Rheology*, V. 2, p. 210 (1931).
- 47 **O'BRIEN, M. P.**, "Review of the Theory of Turbulent Flow and its Relation to Sediment Transportation," *Trans. Am. Geophys. Union*, V. 14, 487-491 (1933).
- 48 **ORR, C. and DALLA VALLE, J. M.**, *Chem. Eng. Prog. (Symp. Series No.9)*, V. 50, pp. 29-45 (1954).
- 49 **REPORT No 12**, Subcomm. On Sedimentation, Inter-Agency Committee on Water Resources, Minneapolis, Minn. (1958).
- 50 **RYAN, N.W. and JOHNSON, M. M.**, "Transition from Laminar to Turbulent Flow in Pipes," *AIChE Journal*, V. 5, pp. 433-435 (1959).

- 51 **SCHAAN JASON, SUMMER, J. R., GILLIES, RANDALL R., SHOOK, CLIFTON A.**, "The Effect of Particle Shape on Pipeline Friction for Newtonian Slurries of Fine Particles", Saskatchewan Research Council Pipe Flow Technology Centre, Saskatoon, SK. Canadá, 2003.
- 52 **SCHMIDT, W.**, Probleme der Kosmischen Physik, V. 7, Hamburg (1925).
- 53 **SEVERS, E. T. and AUSTIN, J. M.**, "Flow Properties of Vinyl Chloride Resin Plastics", Ind. Eng. Chem., V. 46, pp. 2369-2375 (1954).
- 54 **SHERWOOD, T. K., and WOERTZ, B. B.**, "Mass Transfer between Phases," Ind. Engineering. Chemical, V. 31, 1034 (1939).
- 55 **SHLICHTING, H.**, "Boundary Layer Theory," 6th Edition, McGraw Hill Book Co., New York (1968).
- 56 **SINCLAIR, C. G.**, "The Limit-Deposit Velocity of Heterogeneous Suspensions," Interactions between Fluids and Particles, Inc., Chem. Eng., London (1962).
- 57 **SKELLAND, A. H. P.**, "Non-Newtonian Flow and Heat Transfer," John Wiley & Sons, Inc., 4-10, New York (1967).
- 58 **SPELLS, K. E.**, "Correlation for Use in Transport of Aqueous Suspensions of Fine Solids through Pipes," Trans-Instn., Chem. Eng., V. 33, pp. 79-84 (1955).
- 59 **STANTON, T. E.**, Proc. Royal Soc., London, A (1920).
- 60 **SWAMEE, P.**, "Design of a submarine oil pipeline", Journal of Transportation Engineering, ASCE, 119(1): 159-170 (1993)
- 61 **THOMAS, D. G.**, "Non-Newtonian Suspensions, Part II, Ind. Eng. Chem., V. 55, pp. 27-35 (Dec. 1963).
- 62 **THOMAS, D. G.**, "Non-Newtonian Suspensions," Part I, Ind. Eng. Chem., V. 55, pp.18-29 (Nov. 1963).
- 63 **THOMAS, D. G.**, "Program in Int. Research on Thermodynamic and Transport Properties," Chapter 6I,L 678, ASME, New York (1962).
- 64 **THOMAS, D. G.**, "Transport Characteristics of Suspensions, Part IV," AIChE Journal, V. 8, pp. 373-378 (July 1962).
- 65 **THOMAS, D. G.**, "Transport Characteristics of Suspensions, Part IX," AIChE journal, V. 10, pp. 303-308 (May 1964).
- 66 **THOMAS, D. G.**, "Transport Characteristics of Suspensions", Part IV, AIChE Journal, V. 8, pp. 266-271 (May 1962).
- 67 **THOMAS, D. G.**, "Heat and Momentum Transport Characteristics of Non-Newtonian Aqueous Thorium Oxide Suspensions," AIChE Journal, V. 6, pp. 631-639 (Dec. 1960).
- 68 **THOMAS, D. G.**, "Periodic Phenomena Observed with Spherical Particles in Horizontal Pipes," Science, V. 144, pp. 534-536 (May 1964).
- 69 **THOMAS, D. G.**, "Transport Characteristics of Suspensions: Application of Different Rheological Models to Flocculated Suspension Data," American Society Mech. Engineers, Chapter 64, 704-717, New York (1962).
- 70 **THOMAS, D. G.**, "Transport Characteristics of Suspensions: Part VIII. A Note on the Viscosity of Newtonian Suspensions of Uniform Spherical Particles," J. Colloid Sci., 20, 267 (1965).
- 71 **THOMAS, D. G.**, "Transport Characteristics of Suspensions: Part. II. Minimum Transport Velocity for Flocculated Suspensions in Horizontal Pipes," AIChE Journal, V. 7, pp. 423-430 (Sept. 1961).
- 72 **THOMAS, D. G.**, "Transport Characteristics of Suspensions: Part. VI. Minimum Transport Velocity for Large Particle Size Suspensions in Round Horizontal Pipes," AIChE Journal, V. 8, pp. 373-378 (July 1962).
- 73 **THOMAS, D. G.**, "Progress in International Research on Thermodynamic and Transport Properties," American Society Mech. Engineers, Chapter 61,669-686, New York (1962).
- 74 **TOROBIN, L. B. And GAUVIN, W. H.**, "Fundamental Aspects of Solid-Gas Flow, Part V." Canadian Jr, Chem. Eng., V. 38 (1960).
- 75 **VAN WAZER, J. R., LYONS, J. W., KIM, K. Y., and COLWELL, R. E.**, "Viscosity and Flow Measurement," Interscience, New York (1963).

- 76 **VANONI, V. A.**, "Transportation of Suspended Sediment by Water," *Trans. ASCE*, V. 111, 67-133 (1946).
- 77 **VENNARD, J. K., STREET, R. L.**, "Elementos de Mecánica de Fluidos", Editorial CECSA, Tercera Edición, 1993.
- 78 **VON KARMAN, T.**, "Some Aspects of the Turbulence Problem," *Mech. Eng.*, V. 57, 407-412 (1933).
- 79 **WALKER, J. R. D. and WORSTER, R. C.**, "Hydraulic Transport of Solids-Trinidad Cement Ltd.'s 6-Mile, 2000 psi Pipeline," *Pipes, Pipelines, Pumps & Valves Convention*, Earls Court, London (1962).
- 80 **WASP, E. J.**, "Cross-Country Coal Pipeline Hydraulics," *Pipeline News*, pp. 20-28 (July 1963).
- 81 **WASP, E. J.**, "Cross-Country Coal Pipeline Hydraulics," *Pipeline News*, V. 35, pp. 20-28 (July 1963).
- 82 **WASP, E. J.**, "Deposition Velocities, Transition Velocities and Spatial Distribution of Solids in Slurry Pipelines," 1st Intl. Conf. on Hydraulic Transport of Solids in Pipes, BHRA Fluid Engng., Cranfield, U.K., paper H4 (Sept. 1970).
- 83 **WASP, E. J.**, "Deposition Velocities, Transition Velocities and Spatial Distribution of Solids in Slurry Pipelines," 1st International Conference on Hydraulic Transport of Solids in Pipes, BHRA Fluid Engng., Cranfield, U. K., Paper H4 (Sept. 1970).
- 84 **WASP, E. J.**, "Hetero-Homogeneous Solids-Liquid Flow in the Turbulent Regime," *ASCE Int. Symposium on Solid-Liquid Flow*, University of Pennsylvania (March 1968).
- 85 **WASP, E. J.**, "Slurry Piping Systems: Trends, Design Methods, Guidelines," *Chem. Eng.*, V. 78, pp. 74-90 (June 1971).
- 86 **WASP, E. J.**, "Cross-Country Coal Pipeline Hydraulics," *Pipe Line News*, pp. 20-30 (July 1963).
- 87 **WASP, E. J.**, "Hetero-Homogeneous Solids-Liquid Flow in the Turbulent Regime", from *advances in solid-liquid flow in pipes and its Application*, Pergamon Press, New York (1971).
- 88 **WASP, E. J.**, "Processing Steps: Keys to successful Slurry pipeline Systems", *Chemical Engineering*. p. 58 (Feb. 1972).
- 89 **WASP, E. J.**, et al, "Deposition Velocities, Transition Velocities and Spatial Distribution of Solids in Slurry Pipelines," 1st Int. Conf. on Hyd. Transportation of Solids in Pipes, BHRA Fluid Engineering, Cranfield, U. K., Paper H4 (Sept. 1970).
- 90 **WASP, E. J., KENNY, J. P. and GANDHI, R. L.**, "Solid Liquid Flow Slurry Pipeline Transportation", *Trans Tech Publications*, Clausthal, Germany, 1977.
- 91 **WICKS, M.**, "Transportation of Solids at Low Concentrations in Horizontal Pipes," *ASCE Int. Symposium on Solid-Liquid Flow in Pipes*, University of Pennsylvania (March 1968).
- 92 **WILKINSON, W.L.**, "Non-Newtonian Fluids," p.64, Pergamon Press, London (1960).
- 93 **WILSON, K. C., STREAT, M. and BANTIN, R. A.**, "Slip Model Correlation of Dense Two Phase Flow," 2nd Int. Conf. on Hydraulic Transport of Solids in Pipes, BHRA Fluid Engineering, Cranfield, U. K., Paper B1 (Sept. 1972).
- 94 **WOHL, M. H.**, "The Rheology of Suspensions," 4th Annual Symp. On Particulate Systems, Deerfield Academy Eng. Foundation (1969).
- 95 **YOTSUKURA, N.**, "Some Effects of Bentonite Suspensions on Sand Transport in a Smooth 4-Inch Pipe," Ph. D Dissertation, Colorado State University (1961).
- 96 **ZANDI, I. and GOVATOS, G.**, "Heterogeneous Flow of Solids in Pipeline," *Proceedings Hydraulics Division, ASCE*, V. 93, pp. 145-159 (May 1967).

ANEXO A

Velocidad de caída de los sólidos en el vehículo.

El procedimiento iterativo para calcular las pérdidas por fricción en el flujo de lodo en tuberías a presión aplicado en el capítulo 7 de este trabajo, requiere del cálculo de la velocidad de caída de las partículas sólidas en el vehículo. Este cálculo puede fácilmente ser llevado a cabo usando las figuras A-1, A-2 y A3 de este anexo.

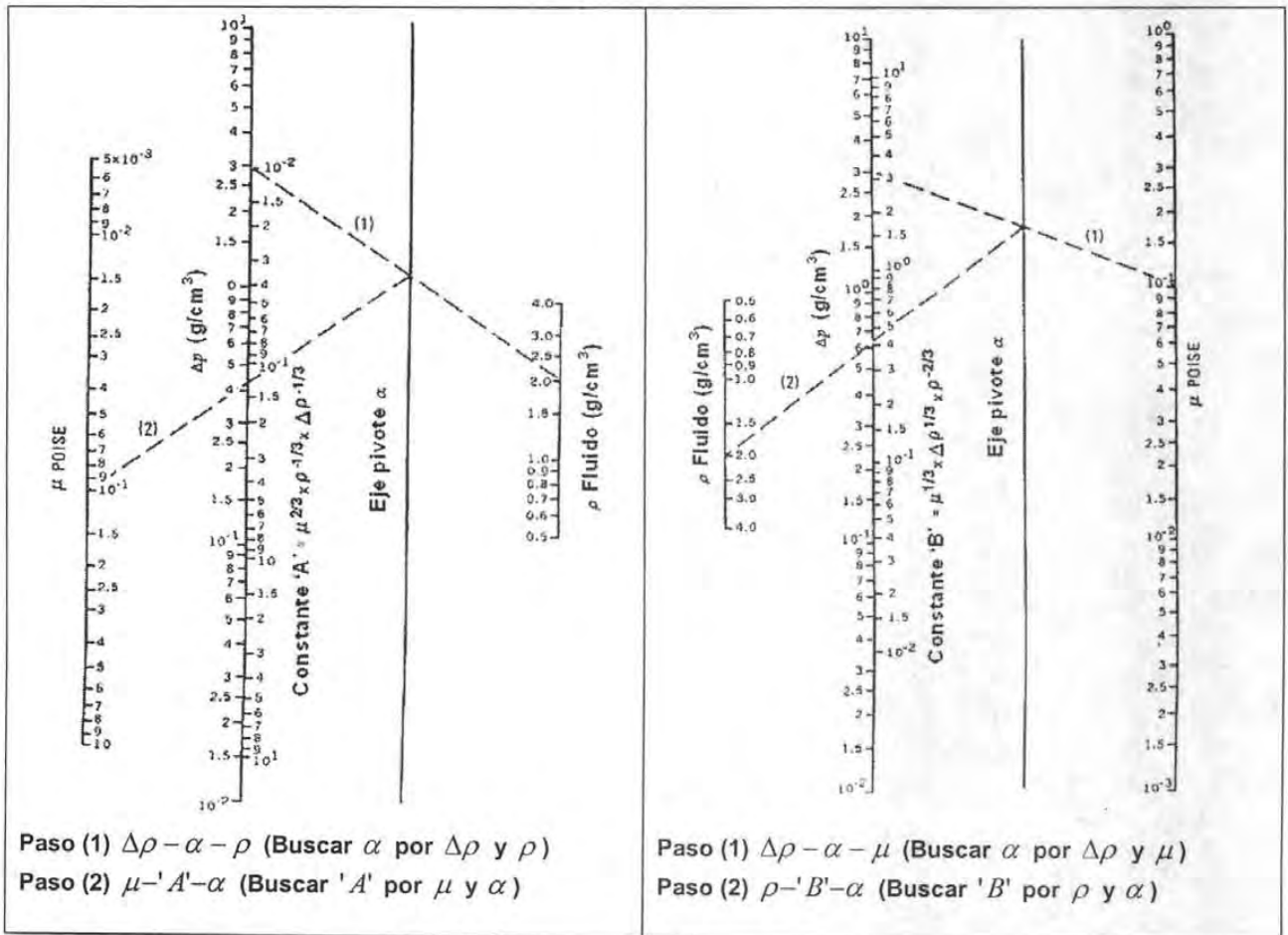


Figura A-1 Solución gráfica de la constante A

Figura A-2 Solución gráfica de la constante B

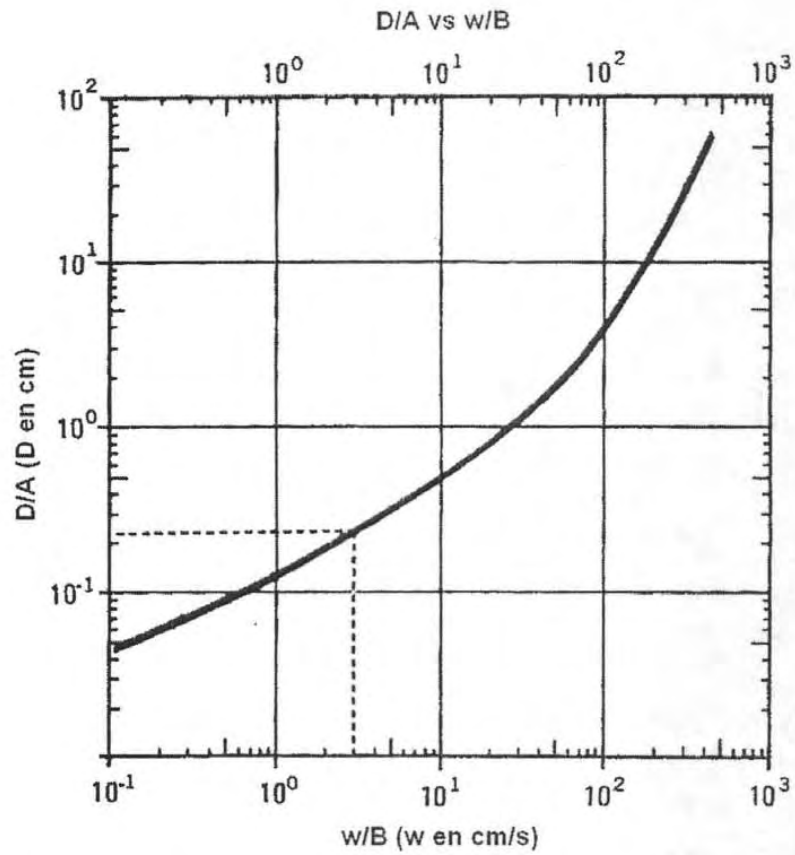


Figura A-3 Solución gráfica de la relación de la Velocidad de caída con la constante B

	DESIGNACIÓN		ABERTURA			DIÁMETRO NOMINAL DEL ALAMBRE			DESIGNACIÓN
	ESTANDAR	ALTERNATIVO	in	mm	cm	in	mm	cm	EQUIVALENTE TAYLOR
1	107.6 mm	4.24 in	4.2362	107.6	10.7600	0.2520	6.400	0.640	
2	101.6 mm	4.00 in	4.0000	101.6	10.1600	0.2480	6.300	0.630	
3	90.5 mm	3 1/2 in	3.5630	90.5	9.0500	0.2394	6.080	0.608	
4	76.1 mm	3.00 in	2.9961	76.1	7.6100	0.2283	5.800	0.580	
5	64.0 mm	2 1/2 in	2.5197	64.0	6.4000	0.2165	5.500	0.550	
6	53.8 mm	2.12 in	2.1181	53.8	5.3800	0.2028	5.150	0.515	
7	50.8 mm	2.00 in	2.0000	50.8	5.0800	0.1988	5.050	0.505	
8	45.3 mm	1 3/4 in	1.7835	45.3	4.5300	0.1909	4.850	0.485	
9	38.1 mm	1 1/2 in	1.5000	38.1	3.8100	0.1807	4.590	0.459	
10	32.0 mm	1 1/4 in	1.2598	32.0	3.2000	0.1665	4.230	0.423	
11	26.9 mm	1.06 in	1.0591	26.9	2.6900	0.1535	3.900	0.390	1.050 in
12	25.4 mm	1.00 in	1.0000	25.4	2.5400	0.1496	3.800	0.380	
13	22.6 mm	7/8 in	0.8898	22.6	2.2600	0.1378	3.500	0.350	0.883 in
14	19.0 mm	3/4 in	0.7480	19.0	1.9000	0.1299	3.300	0.330	0.742 in
15	16.0 mm	5/8 in	0.6299	16.0	1.6000	0.1181	3.000	0.300	0.624 in
16	13.5 mm	0.530 in	0.5315	13.5	1.3500	0.1083	2.750	0.275	0.525 in
17	12.7 mm	1/2 in	0.5000	12.7	1.2700	0.1051	2.670	0.267	
18	11.2 mm	7/16 in	0.4409	11.2	1.1200	0.0965	2.450	0.245	0.441 in
19	9.51 mm	3/8 in	0.3744	9.51	0.9510	0.0894	2.270	0.227	0.371 in
20	8.00 mm	5/16 in	0.3150	8.00	0.8000	0.0815	2.070	0.207	2 1/2
21	6.73 mm	0.265 in	0.2650	6.73	0.6730	0.0736	1.870	0.187	3
22	6.35 mm	1/4 in	0.2500	6.35	0.6350	0.0717	1.820	0.182	
23	5.66 mm	N° 3 1/2 in	0.2228	5.66	0.5660	0.0661	1.680	0.168	3 1/2
24	4.76 mm	N° 4	0.1874	4.76	0.4760	0.0606	1.540	0.154	4
25	4.00 mm	N° 5	0.1575	4.00	0.4000	0.0539	1.370	0.137	5
26	3.36 mm	N° 6	0.1323	3.36	0.3360	0.0484	1.230	0.123	6
27	2.83 mm	N° 7	0.1114	2.83	0.2830	0.0433	1.100	0.110	7
28	2.38 mm	N° 8	0.0937	2.38	0.2380	0.0394	1.000	0.100	8
29	2.00 mm	N° 10	0.0787	2.00	0.2000	0.0354	0.900	0.090	9
30	1.68 mm	N° 12	0.0661	1.68	0.1680	0.0319	0.810	0.081	10
31	1.41 mm	N° 14	0.0555	1.41	0.1410	0.0285	0.725	0.073	12
32	1.19 mm	N° 16	0.0469	1.19	0.1190	0.0256	0.650	0.065	14
33	1.00 mm	N° 18	0.0394	1.00	0.1000	0.0228	0.580	0.058	16
34	841 micrones	N° 20	0.0331	0.841	0.0841	0.0201	0.510	0.051	20
35	707 micrones	N° 25	0.0278	0.707	0.0707	0.0177	0.450	0.045	24
36	595 micrones	N° 30	0.0234	0.595	0.0595	0.0154	0.390	0.039	28
37	500 micrones	N° 35	0.0197	0.5	0.0500	0.0134	0.340	0.034	32
38	420 micrones	N° 40	0.0165	0.42	0.0420	0.0114	0.290	0.029	35
39	354 micrones	N° 45	0.0139	0.354	0.0354	0.0097	0.247	0.025	42
40	297 micrones	N° 50	0.0117	0.297	0.0297	0.0085	0.215	0.022	48
41	250 micrones	N° 60	0.0098	0.25	0.0250	0.0071	0.180	0.018	60
42	210 micrones	N° 70	0.0083	0.21	0.0210	0.0060	0.152	0.015	65
43	177 micrones	N° 80	0.0070	0.177	0.0177	0.0052	0.131	0.013	80
44	149 micrones	N° 100	0.0059	0.149	0.0149	0.0043	0.110	0.011	100
45	125 micrones	N° 120	0.0049	0.125	0.0125	0.0036	0.091	0.009	115
46	105 micrones	N° 140	0.0041	0.105	0.0105	0.0030	0.076	0.008	150
47	88 micrones	N° 170	0.0035	0.088	0.0088	0.0025	0.064	0.006	170
48	74 micrones	N° 200	0.0029	0.074	0.0074	0.0021	0.053	0.005	200
49	63 micrones	N° 230	0.0025	0.063	0.0063	0.0017	0.044	0.004	250
50	53 micrones	N° 270	0.0021	0.053	0.0053	0.0015	0.037	0.004	270
51	44 micrones	N° 325	0.0017	0.044	0.0044	0.0012	0.030	0.003	325
52	37 micrones	N° 400	0.0015	0.037	0.0037	0.0010	0.025	0.003	400

Tabla A-1. Abertura de las mallas y sus equivalencias en designación de Taylor (ASTM E-11-61)

TABLA A-2 Descripción del programa para la aplicación del modelo de dos capas en lenguaje de programación BASIC.

Antes de iniciar la descripción del programa, es necesario establecer la relación entre la simbología usada en el capítulo 6 y la empleada en el programa que se presenta a continuación.

Capítulo 6.		Programa.		Símbolo.		Capítulo 6.		Programa.	
ρ_s	rs	D	dtuberia	μ_l	visl	ρ_l	rl	d	dp
ρ_1	r1	g	9.81	τ_{12}	t12	ρ_2	r2	η_s	etas
ρ_2	r2	S_s	S	τ_{2m}	t4	ρ_m	rm	S_s	S
$\left(-\frac{dp}{dx}\right)$	p1	$\left(-\frac{dp}{dx}\right)$	q1	dh	sin(teta)	$\left(-\frac{dp}{dx}\right)$	p1	$\left(-\frac{dp}{dx}\right)$	q1
$\rho_l g$		$\rho_l g$		dx		en la capa superior.		en la capa inferior.	

PROGRAMA	DESCRIPCIÓN DE LOS CÁLCULOS O EJECUCIÓN DE COMANDOS.
REM +++ UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MÉXICO +++	Identificación del programa.
REM +++ FACULTAD DE INGENIERIA +++	Identificación del programa.
REM +++ DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO +++	Identificación del programa.
REM +++ MAURICIO DE LOS SANTOS HERNANDEZ +++	Identificación del programa.
REM +++ MODELO DE DOS CAPAS +++	Identificación del programa.
REM "Cálculo de las pérdidas de fricción"	Identificación del programa.
REM "Tubería a presión con flujo de lodo"	Identificación del programa.
REM Inicie, lea las definiciones de variables o datos al final del programa.	Identificación del programa.
READ dp, v, k, cr	Lectura de datos.
READ dtuberia, etas, visl, rs	Lectura de datos.
READ clim, rf, e1, d3: REM e1 es usado en la convergencia de la prueba.	Lectura de datos.
READ tetad: REM tetad es el ángulo de inclinación, en grados.	Lectura del ángulo de inclinación.
READ printflg: REM Si la impresión es deseada, printflg = 1	Lectura de dato para impresión.
pi = 4 * ATN(1)	Ajuste del valor de π , en radianes.
REM ----- Inician cálculos -----	Inicio de cálculos.
IF printflg = 1 THEN	Impresión de datos.
LPRINT TAB(30); "Solución del modelo de dos capas"	Impresión de datos.
LPRINT: LPRINT	Impresión de datos.
LPRINT TAB(30); "Entrada de datos:"	Impresión de datos.
LPRINT	
LPRINT "Teta="; tetad; "grados"	Impresión de datos.
LPRINT "Diámetro de la Partícula="; dp; "m"	Impresión de datos.
LPRINT "Concentración in situ="; cr	Impresión de datos.
LPRINT "Velocidad="; v; "m/s"	Impresión de datos.
LPRINT	Impresión de datos.
END IF	
ar = 4 * rf * (rs - rf) * dp ^ 3 * 9.8 / visl ^ 2/3	Número de Arquímedes, ecuación 3.14: $Ar = C_D Re^2 = \frac{4g(\rho_s - \rho_l)\rho_l d^3}{3\mu_l^2}$
fr = v ^ 2 / 9.8 / dp	Número de Froude al cuadrado: $Fr^2 = \frac{V^2}{gd}$

<code>s = rs / rf</code>	Relación entre la densidad de los sólidos y el fluido: $S_s = \frac{\rho_s}{\rho_L}$
REM +++ Cálculo de la carga de contacto +++	Inicia cálculo de la carga de contacto.
<code>term = .124 * ar ^ -.061 * fr ^ .028</code>	Termino que involucra los parámetros $\alpha_1 = 0.124$, $\alpha_2 = -0.061$ y $\alpha_3 = 0.028$ propuestos por Shook en 1986 en la ecuación 6.19, para el cálculo de la carga de contacto. Para facilitar la programación de la ecuación 6.19 se calcula por partes. $term = \alpha_1 Ar^{\alpha_2} Fr^{\alpha_3} = 0.124 Ar^{-0.061} Fr^{0.028}$
<code>term = term * (dp / dtuberia) ^ -.431</code>	Actualización del termino calculado en la secuencia anterior y que involucra el parámetro $\alpha_4 = 0.431$, propuesto por Shook en 1986 en la ecuación 6.19, para el cálculo de la carga de contacto. $term = term * \left(\frac{d}{D}\right)^{\alpha_4} = term * \left(\frac{dp}{dpipe}\right)^{-0.431}$
<code>term = term * (s - 1) ^ -.272</code>	Actualización del termino calculado en la secuencia anterior y que involucra el parámetro $\alpha_5 = -0.272$, propuesto por Shook en 1986 en la ecuación 6.19, para el cálculo de la carga de contacto. $term = term * (S_s - 1)^{\alpha_5} = term * (s - 1)^{-0.272}$
<code>yc = EXP(-term)</code>	Calculo de: $yc = \exp\left[-\alpha_1 Ar^{\alpha_2} \left(\frac{V^2}{gd}\right)^{\alpha_3} \left(\frac{d}{D}\right)^{\alpha_4} (S_s - 1)^{\alpha_5}\right] = \exp(-term)$
<code>cc = cr * yc</code>	Determinación de la carga de contacto: $C_c = Cr \left\{ \exp\left[-\alpha_1 Ar^{\alpha_2} \left(\frac{V^2}{gd}\right)^{\alpha_3} \left(\frac{d}{D}\right)^{\alpha_4} (S_s - 1)^{\alpha_5}\right] \right\} = Cr * yc$ donde Cr es la concentración media obtenida in situ y C_c es la "carga por contacto" o bien la concentración media volumétrica de las partículas que contribuyen a la fricción de Coulomb del flujo.
<code>c1 = cr - cc</code>	Concentración volumétrica de los sólidos en la capa superior: $C1 = Cr - Cc$
<code>c2 = clim - c1</code>	Concentración volumétrica de los sólidos en la capa inferior: $C2 = C_{lim} - C1$
<code>IF printflg = 1 THEN</code>	Impresión de resultados.
<code>LPRINT TAB(30); "Resultados Calculados:";</code>	Impresión de resultados.
<code>LPRINT</code>	
<code>LPRINT "Carga de contacto="; cc, "ar="; ar</code>	Impresión de resultados.
<code>LPRINT "c1="; c1, "c2="; c2</code>	Impresión de resultados.
<code>END IF</code>	Impresión de resultados.
<code>PRINT "Concentración in situ", cr,</code> <code>"Velocidad"; v; "m/s"</code>	Impresión de resultados.
<code>PRINT "Carga de contacto", cc, "ar", ar</code>	Impresión de resultados.
<code>PRINT "c1", c1, "c2", c2</code>	Impresión de resultados.
<code>a = .25 * pi * dtuberia ^ 2</code>	Determinación del área de la sección transversal de la tubería: $A = \frac{\pi D^2}{4}$
<code>r1 = rf * (1 + c1 * (s - 1))</code>	Cálculo de la densidad de la capa 1: $\rho_1 = \rho_L (1 + C_1 (S_s - 1))$
<code>r2 = rf * (1 + clim * (s - 1))</code>	Cálculo de la densidad de la capa 2: $\rho_2 = \rho_L (1 + c_{lim} (S_s - 1))$
<code>rm = rf * (1 + cr * (s - 1))</code>	Cálculo de la densidad de la mezcla: $\rho_m = \rho_L (1 + cr (S_s - 1))$

teta = (tetad / 180) * pi	Determinación del ángulo teta en radianes, ver figura 6.14: $\theta = \left(\frac{\theta_d}{180}\right)\pi$ donde θ_d es el ángulo de inclinación de la tubería.
REM Buscando el área de la capa más baja. a2 = a * cc / c2	Inicia la determinación del área de la capa más baja. Cálculo del área de la capa más baja: $A_2 = \frac{AC_c}{C_2}$
arat = a2 / a	Relación entre el área de la capa más baja y el área de la tubería: $\frac{A_2}{A}$
REM Prueba para carga de contacto muy pequeña	Inicia prueba para determinar si la carga de contacto es muy pequeña o no.
IF arat < .002 THEN PRINT "La carga de contacto es muy pequeña, intenta con el modelo homogéneo".	Si la relación del área de la capa más baja y el área de la tubería es menor a 0.002 implica que la carga de contacto es muy pequeña y se recomienda utilizar un modelo para un flujo de lodo o mezcla homogénea.
GOSUB sbet	Si la relación del área de la capa más baja y el área de la tubería es mayor a 0.002 entonces el cálculo puede continuar y pasar a la subrutina Sbet.
betd = 180 * beta / pi	Cálculo del ángulo: $\beta_d = \frac{180\beta}{\pi}$
IF printflg = 1 THEN : LPRINT "beta="; beta; "radianes"	Se imprime en papel el valor de β , en radianes.
PRINT "beta, rad"; beta	Se imprime en pantalla el valor de β , en radianes.
REM Límites para buscador	Se establecen límites para buscador
u9 = 0	$u_9 = 0$
t9 = 0	$t_9 = 0$
REM Evaluación de la fracción de área y los factores de fricción.	Inicia cálculo del área de la capa superior y los factores de fricción.
a1 = a - a2	Cálculo del área de la capa superior: $A_1 = A - A_2$
rk1 = k / dtuberia	Determinación de la rugosidad relativa: $\frac{k}{D}$ donde k es la rugosidad absoluta que depende del material de la tubería.
rey1 = dtuberia * v * r1 / visl	Cálculo del número de Reynolds de la capa 1: $Re_1 = \frac{DV\rho_1}{\mu_1}$
	Inicia el cálculo del factor de fricción con la ecuación de Churchill, ecuaciones 6.24a, b y c: $f = 2 \left[\left(\frac{8}{Re} \right)^{12} + (A + B)^{-1.5} \right]^{1/12}$ donde: $A = \left\{ -2.457 \ln \left[\left(\frac{7}{Re} \right)^{0.9} + \frac{0.27k}{D} \right] \right\}^{16}$ y $B = \left(\frac{37530}{Re} \right)^{16}$.
term1 = ((7 / rey1) ^ .9 + .27 * rk1)	Para facilitar la programación se calculan por partes, de la ecuación 6.24b: $term1 = \left(\frac{7}{Re} \right)^{0.9} + \frac{0.27k}{D}$
term2 = LOG(1 / term1)	$term2 = \ln(term1)$
fa = (-2.475 * term2) ^ 16	Cálculo de la ecuación 6.24b: $A = \left\{ -2.457 \ln \left[\left(\frac{7}{Re} \right)^{0.9} + \frac{0.27k}{D} \right] \right\}^{16} = (-2.475 * term2)^{16}$
b = (37530/rey1) ^ 16	Cálculo del término, ecuación 6.24c: $B = \left(\frac{37530}{Re} \right)^{16} = \left(\frac{37530}{rey1} \right)^{16}$
IF printflg = 1 THEN : LPRINT "Número de	Impresión del número de Reynolds de la capa 1 en papel.

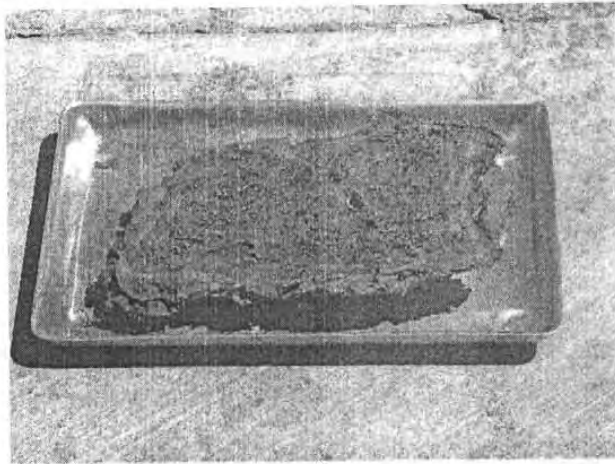
Reynolds = "; rey1	
PRINT "Número de Reynolds = "; rey1	Impresión del número de Reynolds de la capa 1 en pantalla.
IF rey1 > 2100 THEN	Compara el número de Reynolds, si es mayor a 2100 entonces:
fact = 0	Asigna el valor a la variable: $fact = 0$
ELSE	Si es menor a 2100 entonces:
fact = (8 / rey1) ^ 12	Calcula la variable: $fact = \left(\frac{8}{Re}\right)^{12}$
END IF	Termina comparación.
f = (fact + 1 / (fa + b) ^ 1.5) ^ .08333	Cálculo del término: $f = \left[fact + (A + B)^{-1.5} \right]^{1/12}$
f1 = 2 * f	Cálculo del factor de fricción en la capa 1: $f_1 = 2 \left[\left(\frac{8}{Re}\right)^{12} + (A + B)^{-1.5} \right]^{1/12} = 2f$
y = 0	Asigna valor: $y = 0$
IF (dp / dtuberia) < .0015 THEN	Compara la relación del diámetro de la partícula y el de la tubería; si es menor a 0.0015 entonces:
y = 0	$y = 0$
ELSE	Si no cumple la condición anterior calcula:
y = 4 + (1.42 * (LOG(dp / dtuberia) / LOG(10)))	$y = 4 + 1.42 \log_{10} \left(\frac{d}{D} \right)$
END IF	Termina la comparación.
f12 = 2 * (1 + y) / (((4 * LOG(dtuberia / dp) / LOG(10)) + 3.36) ^ 2)	Calcula el factor de fricción en la interfaz hipotética entre las dos capas, ecuación 6.26: $f_{12} = \frac{2(1 + Y)}{\left[4 \log_{10} \left(\frac{D}{d} \right) + 3.36 \right]^2}$
PRINT "f1"; f1, "f12"; f12	Imprime en pantalla los valores de los factores de fricción f_1 y f_{12}
IF printflg = 1 THEN	Imprime en papel los factores de fricción.
LPRINT "f1="; f1, "f12="; f12	Imprime en papel los factores de fricción.
LPRINT : LPRINT TAB(30); "Inicio de Iteración de Velocidad:"; LPRINT	Imprime en papel el "Inicio de la iteración de velocidad"
LPRINT "p1", "beta", "v1", "v2", "q1"	Imprime las variables a calcular "p1", "beta", "v1", "v2", "q1".
END IF	Termina comparación e impresión.
REM Evaluar perímetros.	Inicia cálculo de los perímetros.
s2 = beta * dtuberia	Cálculo del perímetro de la capa 2: $s_2 = \beta D$
PRINT "s2"; s2	Imprime en pantalla el perímetro s_2 .
s1 = (pi - beta) * dtuberia	Cálculo del perímetro de la capa 1: $s_1 = (\pi - \beta) D$
s12 = SIN(beta) * dtuberia	Cálculo del perímetro de contacto entre las dos capas: $s_{12} = \text{sen} \beta D$
v1 = v	Asigna el valor de la velocidad de diseño a la capa 1.
REM Iteraciones de velocidad.	Inicia el cálculo iterativo para obtener la velocidad del flujo en cada una de las capas.
REM Los esfuerzos son divididos por la densidad del fluido y g.	Para el cálculo los esfuerzos en las superficies de contacto son divididos entre la densidad del fluido y la aceleración de la gravedad.
again:	Subrutina again.
v2 = (a * v - a1 * v1) / a2	Cálculo de la velocidad de la capa 2: $V_2 = \frac{(AV - A_1 V_1)}{A_2}$
t12 = f12 * (v1 - v2) * ABS(v1 - v2) * r1 / rf	Cálculo del esfuerzo producido entre las dos capas, ecuación 6.25: $\tau_{12} = \frac{1}{2} f_{12} (V_1 - V_2) V_1 - V_2 \rho_1$
t12 = t12 / 2 / 9.8	Finalmente el esfuerzo dividido entre la densidad del fluido y la aceleración de la gravedad es, ecuación 6.25: $\frac{\tau_{12}}{g \rho_L} = \frac{1}{2} \frac{f_{12} (V_1 - V_2) V_1 - V_2 \rho_1}{g \rho_L}$
t1 = f1 * v1 * ABS(v1) * r1 / rf / 2 / 9.8	Cálculo del esfuerzo producido por la capa más baja, ecuación 6.24:

	$\tau_1 = \frac{1}{2} f_1 V_1 V_1 \rho_1$ <p>que dividido entre la densidad del fluido y la aceleración de la gravedad queda como:</p> $\frac{\tau_1}{\rho_L g} = \frac{1}{2} \frac{f_1 V_1 V_1 \rho_1}{\rho_L g}$
t4 = f1 * v2 * ABS(v2) * r1 / rf / 2 / 9.8	<p>Cálculo del esfuerzo debido al fluido y los sólidos suspendidos (ecuación 6.28) dependiente de la velocidad de la capa más baja y del factor de fricción f_1 y la densidad ρ_1:</p> $\tau_{2m} = \frac{1}{2} f_1 V_2 V_2 \rho_1$ <p>que dividido entre la densidad del fluido y la aceleración de la gravedad queda como:</p> $\frac{\tau_{2m}}{\rho_L g} = \frac{1}{2} \frac{f_1 V_2 V_2 \rho_1}{\rho_L g}$
p1 = (t1 * s1 + t12 * s12) / a1	<p>Solución de la ecuación de momentum (ecuación 6.21) para la capa superior a flujo establecido, para este caso:</p> $p_1 = \frac{\tau_1 s_1 + \tau_{12} s_{12}}{A_1}$
p1 = p1 + r1 * SIN(teta) / rf	<p>Actualizando el valor de p_1 y dividiendo entre $\rho_L g$ finalmente resulta que:</p> $\frac{dp}{\rho_L g} = \frac{\tau_1 s_1 + \tau_{12} s_{12}}{A_1} + \frac{\rho_1}{\rho_L} \text{sen} \theta$
m = (rs - rf) * c2 * (1 - c1 - c2) * dtuberia ^ 2	<p>Cálculo de: $m = (\rho_s - \rho_L) C_2 (1 - C_1 - C_2) D^2$ término parcial de la ecuación 6.21.</p>
m = m * etas * .5 * COS(teta) / rf / (1 - c2)	<p>Cálculo de: $m = \frac{Mg \eta_s 0.5 \cos \theta}{(1 - C_2) \rho_L g} = \frac{M \eta_s 0.5 \cos \theta}{(1 - C_2) \rho_L}$ actualización del termino parcial de la ecuación 6.21 al nuevo valor de m, dividiendo entre $\rho_L g$ y tomando en cuenta la inclinación de la tubería θ.</p>
q2 = (SIN(beta) - beta * COS(beta)) * m	<p>Determinación del esfuerzo radial, ecuación 6.21:</p> $\tau_{2s} S_2 = \frac{0.5 D^2 \eta_s g (\rho_s - \rho_L) (\text{sen} \beta - \beta \cos \beta) C_2 (1 - C_1 - C_2)}{1 - C_2}$
q1 = (q2 + t4 * s2 - t12 * s12) / a2	<p>Solución de la ecuación de momentum para la capa inferior, ecuación 6.22, para este caso:</p> $q_1 = \frac{-\tau_{12} s_{12} + \tau_2 s_2}{A_2} \quad \text{y} \quad \tau_2 s_2 = \tau_{2m} + \tau_{2s} s_2$
q1 = q1 + r2 * SIN(teta) / rf	<p>Actualizando el valor de q_1 y dividiendo entre $\rho_L g$ finalmente resulta que:</p> $\frac{dp}{\rho_L g} = \frac{-\tau_{21} s_{12} + \tau_2 s_2}{A_2} + \frac{\rho_2}{\rho_L} \text{sen} \theta$ <p>ecuación 6.22</p>
REM Prueba de p1 y q1.	<p>Inicia prueba de comparación entre la capa superior e inferior.</p>
u1 = q1 - p1	<p>Asigna valor a: $u_1 = q_1 - p_1$</p>
u2 = u1 - p1	<p>Asigna valor a: $u_2 = u_1 - p_1$</p>
IF ABS(u2) < e1 GOTO converged	<p>Compara el valor absoluto de u_2 con la tolerancia e_1 establecida como dato, si es menor pasa a la subrutina converged.</p>
REM Si son demasiadas iteraciones, cc se aproxima a cero.	<p>Si no la carga de contacto CC se aproxima a cero.</p>
IF printflg = 1 THEN LPRINT p1, beta, v1, v2, q1	<p>Imprime en papel las variables p1, beta, v1, v2, q1.</p>
PRINT p1, beta, v1, v2, q1	<p>Imprime en pantalla las variables p1, beta, v1, v2, q1.</p>
u3 = u1 * u9	<p>Calcula: $u_3 = u_1 u_9$</p>
IF u3 < -.0000005 THEN	<p>Compara el valor de u_3 contra -0.0000005 si esto se cumple entonces calcula la</p>

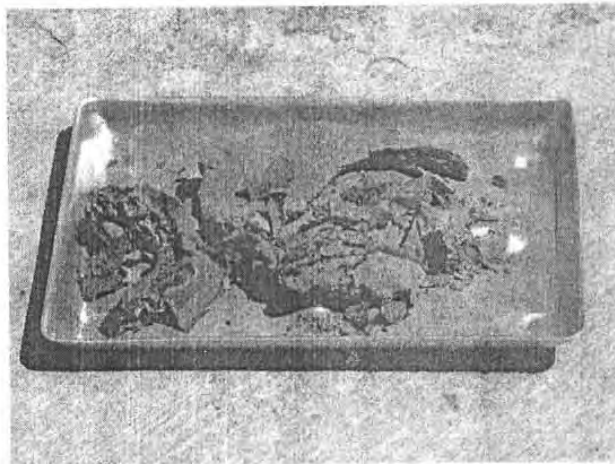
	velocidad V_1 .
$v1 = v1 + (t9 - v1) * u1 / (u1 - u9)$	$V_1 = \frac{V_1 + (t_9 - V_1)u_1}{(u_1 - u_9)}$
ELSE	
$u9 = u1$	Asigna el nuevo valor: $u_9 = u_1$
$t9 = v1$	Asigna el nuevo valor: $t_9 = V_1$
$v1 = v1 + d3 * ABS(u1) / u1$	Calcula el valor de la velocidad como: $V_1 = V_1 + \frac{d_3 u_1 }{u_1}$
END IF	Termina la comparación.
GOTO again	Regresa a la subrutina again.
REM Impresión de convergencia de resultados.	Imprime la convergencia de resultados.
converged:	Subrutina converged.
$pm = .5 * (p1 + q1)$	Cálculo del gradiente de presión: $pm = \frac{1}{2} (p_1 + q_1)$
$h = pm - (rm / rf) * SIN(teta)$	Cálculo de la pérdida de carga: $h = pm - \left(\frac{\rho_m}{\rho_L} \right) sen\theta$
$cv = (a * c1 * v + a2 * c2 * v2) / a / v$	Cálculo de la concentración entregada: $Cv = \frac{(AC_1V + A_2C_2V_2)}{AV}$
PRINT p1, beta, v1, v2, q1	Imprime en pantalla p1, beta, v1, v2, q1.
PRINT "Gradiente de presión"; pm; "m fluido/m tubería"	Imprime en pantalla: "Gradiente de presión"; pm; "m fluido/m tubería"
PRINT "Pérdida de carga por fricción"; h; "m fluido/m tubería"	Imprime en pantalla: "Pérdida de carga por fricción"; h; "m fluido/m tubería"
PRINT "Concentración entregada"; cv	Imprime en pantalla la concentración entregada Cv .
IF printflg = 1 THEN	Comando de comparación para impresión en papel.
LPRINT	
LPRINT p1, beta, v1, v2, q1: LPRINT	Imprime en papel p1, beta, v1, v2, q1.
LPRINT : LPRINT TAB(30); "----La Solución ha Convergido----": LPRINT	Imprime en papel: "La solución ha convergido"
LPRINT "Gradiente de Presión ="; pm; "m fluido/m tubería"	Imprime en papel: "Gradiente de presión"; pm; "m fluido/m tubería"
LPRINT "Pérdida de carga por fricción ="; h; "m fluido/m tubería"	Imprime en papel: "Pérdida de carga por fricción"; h; "m fluido/m tubería"
LPRINT "Concentración entregada ="; cv	Imprime en papel la concentración entregada Cv .
END IF	Termina comparación.
END	Fin del programa.
REM ***** Subrutina Sbet *****	Inicia la subrutina Sbet
REM Técnica de partición del intervalo para encontrar la raíz.	Inicia la aplicación de la técnica de partición del intervalo para encontrar la raíz.
sbet:	Subrutina sbet.
tol = .0000001: REM Límite de Error.	Se establece un límite de error o tolerancia de 0.000001
beta0 = 0: REM Buscando intervalo.	Se supone un ángulo $\beta = 0$
beta1 = pi	Se supone un ángulo $\beta = \pi$
REM Checando el intervalo para raíz.	Se revisa el intervalo para obtener la raíz.
IF a2 < 0 THEN PRINT "a2 negativo": STOP	Se verifica el valor del área de la capa más baja, si resulta menor a cero el cálculo se detiene pues es una incongruencia.
IF a2 > a THEN PRINT "a2 > a": STOP	Se verifica el valor del área de la capa más baja, si resulta mayor al área de la tubería también el cálculo se detiene, pues también sería incongruente.
search:	Subrutina search.
$beta = (beta0 + beta1) / 2$	Se calcula el ángulo beta: $\beta = \frac{\beta_0 + \beta_1}{2}$
$aest = .25 * dtuberia * dtuberia * (beta - COS(beta) * SIN(beta))$	Cálculo del área de la capa restante en función de β : $A_{est} = \frac{D^2}{4} (\beta - (\cos \beta)(sen \beta))$
IF ABS(a2 - aest) < tol GOTO worked: REM Solución dentro de la tolerancia.	Se compara la diferencia en valor absoluto del área de la capa más baja y el área restante con respecto a la tolerancia, si esta diferencia es menor, la solución esta dentro

	de la tolerancia.
IF aest < a2 THEN	Si el área restante resulta menor que el área de la capa más baja, se pasa a la siguiente secuencia de cálculo.
beta0 = beta	Entonces se iguala $\beta_0 = \beta$
ELSE	
beta1 = beta	$\gamma \beta_1 = \beta$
END IF	Finaliza la comparación.
GOTO search	Regresa a la rutina search.
REM La solución ha convergido, retorna a la rutina de llamada.	Si la solución converge se retorna a la rutina de llamada.
worked:	Subrutina worked.
PRINT "a2"; a2	Imprime el valor del área de la capa más baja a_2 a
RETURN	Retorna a la secuencia de cálculo original.
REM Declaración de datos.	Declaración de datos.
DATA 0.0005, 4.0, 0.000045, 0.22 : REM dp, v, k, cr	Datos en el siguiente orden: dp , diámetro de la partícula, V velocidad de diseño, k rugosidad absoluta de acuerdo al tipo de material de la tubería y la concentración volumétrica medida in situ Cr .
DATA 0.25, 0.5, 0.001, 2650 : REM dtubería, etas, visl, rs	Datos en el siguiente orden: D (dtubería), diámetro de la tubería, η_s (etas) coeficiente de fricción partícula-pared, μ_L (visl) viscosidad dinámica del fluido y la densidad de los sólidos ρ_s (rs).
DATA 0.6,999, 0.02, 0.5 : REM clim,rf,el,d3	Datos en el siguiente orden: C_{lim} , concentración más alta de los sólidos de la capa baja, generalmente se considera igual a 0.6, ρ_L densidad del fluido, e_1 y d_3 valores utilizados para lograr la convergencia en las iteraciones del programa.
DATA 0: REM tetad	tetad, θ es el ángulo de inclinación de la tubería.
DATA 1: REM printflg	Si el dato es igual a 1 se obtiene la impresión automática en papel al correr el programa.

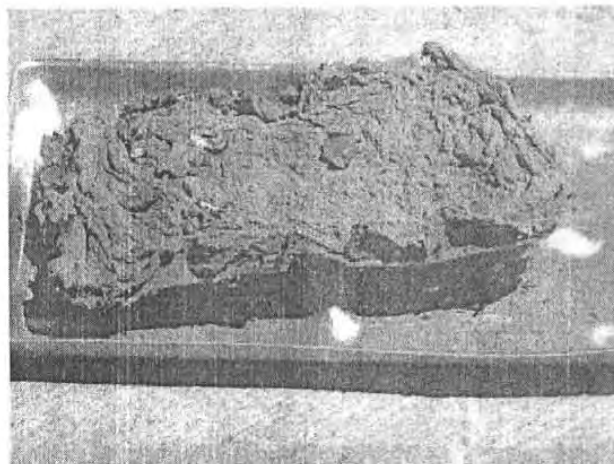
ANEXO B



Muestra N° 1



Muestra N° 2

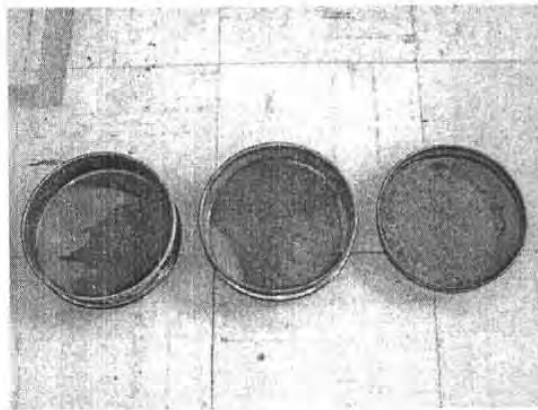


Muestra N° 3

Fotografías 1-B. Muestras de lodo, Planta de Tratamiento de Aguas Residuales de Ciudad Universitaria.



Fotografía 2. Mallas utilizadas en la prueba granulométrica.



Fotografía 3. Sólidos retenidos en algunas mallas.



Fotografía 4. Obtención del peso retenido en algunas mallas utilizadas en la prueba granulométrica.