

01173



U N A M

DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSTGRADO
MAESTRÍA EN INGENIERÍA MECÁNICA
MODELACIÓN Y SIMULACIÓN DE UN ROBOT
CARTESIANO DE 2 GRADOS DE LIBERTAD
APLICACIONES DE LA CELDA MIDCOM, INC.

T E S I S

PARA OBTENER EL GRADO DE MAESTRO EN INGENIERÍA ÁREA:

MECÁNICA

PRESENTA

ING. JAVIER MARTÍNEZ ARAUZ

TUTOR: M. en I. EUSEBIO JIMÉNEZ LÓPEZ

COTUTOR: DR. LUÍS REYES ÁVILA

MÉXICO, D.F.

2005

m 345710



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas

Tesis Digitales

Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©

PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Autorizo a la Dirección General de Bibliotecas de la UNAM a difundir en formato electrónico e impreso el contenido de mi trabajo recepcional.
NOMBRE: Javier Martínez Arav

FECHA: 15 de Junio del 2005
FIRMA: p.a. Ernesto Olvera J.

DEDICATORIA

A dios por la vida y la fortaleza para vivirla.

A mi esposa Elizabeth y mi hija Nicole, por su paciencia y apoyo durante todo el tiempo dedicado para la finalización de este trabajo. Son una gran motivación e inspiración para continuar con mi desarrollo profesional.

A mis padres Saúl y Magdalena por todo lo que me dieron, con su esfuerzo y esmero desinteresado me brindaron la oportunidad de obtener lo más valioso que se le puede dar a un hijo: su educación.

A mis hermanos, Luz María y Cesar, que siempre atentos y con sus buenos consejos me han ayudado para seguir adelante.

A mi asesor y amigo Mtro. Eusebio Jiménez López, que con sus asesorías, consejos y la siempre disponibilidad para el buen término de este trabajo de investigación. Es, el responsable del interés creado en mí para el estudio en estos temas.

A mi amigo Mtro. Enrique Peñuñuri L. (+), siempre con sus sabios consejos y sus métodos para comprender de una manera más fácil las matemáticas.

A mis maestros que con sus sabias enseñanzas y consejos durante los estudios y haber motivado el estudio en nuevos campos del conocimiento.

A mi jefe, Lic. Fernando Alvarado Hernández, que desde un inicio y hasta la culminación, siempre me ha apoyado de una manera u otra, además de sus buenos consejos para continuar con mi preparación profesional.

A mis compañeros de generación que compartí momentos muy agradable y siempre me brindaron su amistad.

ÍNDICE

Dedicatoria	
Prólogo	I
Resumen	III

INTRODUCCIÓN

I.1	El motivo de la investigación	1
I.2	Método para modelar robots y mecanismos	2
I.3	Explicación resumida del método de modelación	3
I.4	Los modelos de velocidad y aceleración	7
I.5	Algunas consideraciones sobre las trayectorias y el método	8
I.6	Descripción de la trayectoria de soldadura	9
I.7	Definición del problema, restricciones, hipótesis y sistemas de axiomas básicos	12
I.8	Resumen de la tesis y capitulado	14

CAPITULO 1 MODELO CINEMÁTICO DE POSICIONAMIENTO

	Introducción	16
1.1	Arquitectura del robot cartesiano	16
1.2	Caracterización de vectores de posición	18
1.3	Dirección del movimiento	19
1.4	Análisis en la configuración no deformada	20
1.4.1	Planteamiento de los problemas directo e inverso en la	23

	configuración no deformada	
1.5	Análisis en la configuración deformada	24
1.5.1	Relaciones cinemáticas	26
1.5.2	Planteamiento de los problemas directo e inverso en la configuración deformada	27

CAPITULO 2 MODELO DE VELOCIDAD

	Introducción	29
2.1	Primera caracterización de las ecuaciones de velocidad	29
2.2	Relaciones cinemáticas	31
2.3	Planteamiento de los problemas directo e inverso de velocidad	32

CAPÍTULO 3 MODELO DE ACELERACIÓN

	Introducción	33
3.1	Primera caracterización de las ecuaciones de aceleración	33
3.2	Relaciones cinemáticas	34
3.3	Planteamiento de los problemas directo e inverso de aceleración	35

CAPÍTULO 4 APLICACIÓN DEL MÉTODO PARA EL ANÁLISIS DE TRAYECTORIA DEL CASO DE ESTUDIO

	Introducción	37
4.1	Descripción de la operación de soldadura	37

4.2	Pasos generales del método para sistematizar trayectorias de operación	40
4.2.1	Ecuaciones de movimiento	40
4.2.2	Perfiles de trayectorias	52
4.2.3	Suavización de perfiles de trayectoria	59
4.2.4	Dirección del movimiento	64
4.2.5	Acoplamiento de las ecuaciones de movimiento con las funciones de trayectoria	65
4.3	Acoplamiento de las ecuaciones cinemáticas del robot cartesiano y los modelos de trayectoria	72
4.4	Programación y simulación	75
	Conclusiones	80
	Referencias	82
	Apéndice	84

Prólogo

Este trabajo de tesis tiene el propósito de generar conocimiento escrito para las futuras generaciones de la maestría en Ingeniería Mecánica y campos afines interesados en la modelación cinemática de robots cartesianos y trayectorias de operaciones industriales.

Los robots cartesianos se utilizan para diversas operaciones de manufactura. Por su sencillez estructural y su modelación los robots cartesianos se usan para operaciones de ensamble, soldadura, corte y montaje entre otras operaciones.

En este trabajo de tesis se intenta demostrar que un método desarrollado recientemente relacionado con la modelación cinemática de robots antropomórficos y paralelos, puede ser utilizado para construir, sistemáticamente, los modelos cinemáticos relacionados con el robot cartesiano tipo PP de dos grados de libertad. Si fuera el caso en que dicho robot fuera modelado, entonces se concluiría que tal método es general lo cual se quiere demostrar.

Por otro lado, en un trabajo reciente, se ha modelado una trayectoria continua relacionada con una operación de soldadura por inmersión de estaño. Dicha operación está relacionada con la manufactura de un componente eléctrico usado en la industria de las telecomunicaciones. La operación es ejecutada por un robot cartesiano el cual pertenece a la maquinaria de la línea de producción MIDCOM, INC, localizada en Cd. Obregón, Sonora.

La trayectoria fue modelada en términos de una herramienta que se desplaza por un sistema de lugares geométricos y no se incluyó el modelo del robot cartesiano. Así mismo, el modelo de la trayectoria fue sistematizado en forma implícita por lo cual es necesario aplicar un método paso a paso el cual enmarque cada

submodelo de la trayectoria y sus relaciones de tal forma que sean explícitos los procedimientos de la modelación.

Otro objetivo en esta tesis es enmarcar, por medio del método desarrollado por (Jiménez E, 2003), la trayectoria de la operación de soldadura modelada por (Galindo F, 2003) y acoplar dicha trayectoria con el modelo cinemático del robot cartesiano.

Resumen

En esta tesis se utiliza dos métodos, uno para modelar la cinemática de un robot cartesiano plano tipo PP y otra para enmarcar una trayectoria relacionada con una operación de soldadura. Los modelos del robot y la trayectoria fueron acoplados. Para generar el modelo del robot fue usada el álgebra de los números complejos. Los problemas cinemáticos directos e inversos relacionados con el robot generaron sistemas de ecuaciones e incógnitas de 2×2 para los modelos de posición, velocidad y aceleración. Finalmente, los modelos obtenidos fueron programados y simulados en la plataforma de cálculo formal Mathematica V4.

Palabras claves: Modelación, trayectorias, simulación, cinemática.

Introducción

En este trabajo de tesis se pretende cumplir con los siguientes objetivos:

- 1) Aplicar un método para modelar la cinemática de un robot cartesiano tipo PP.
- 2) Enmarcar, por medio de un método paso a paso, una trayectoria relacionada con una operación de soldadura por inmersión de estaño.
- 3) Acoplar los modelos del robot cartesiano con los modelos de la trayectoria.
- 4) Programar y simular los movimientos del robot en el paquete de cálculo formal Mathematica V4.

I.1 El motivo de la investigación

Lo que motiva a la investigación o indagación en este trabajo de tesis se sintetiza de la manera siguiente:

“Recientemente, se ha desarrollado un método para modelar la cinemática de posicionamiento de multicuerpos rígidos tanto planares como espaciales. Así, en [1] se modeló, con dicho método, un mecanismo de 5 barras, en [2], se construyeron los modelos de un robot paralelo. Por otro lado, en [3] se modeló un robot de tres grados de libertad usando el álgebra de Cuaterniones [4], también en [5], se modeló un robot de dos grados de libertad usando rotaciones y reflexiones en el plano [6].

Sin embargo, dicho método no ha sido aplicado para modelar un robot del tipo cartesiano de 2 grados de libertad, por lo cual, lo que motivo a la investigación de esta tesis, es demostrar si dicho método puede usarse para construir los modelos cinemáticos de un robot tipo cartesiano de movimiento en el plano.

Por otro lado, recientemente se ha desarrollado un método paso a paso, el cual es utilizado para modelar trayectorias rectilíneas [7, 8]. En un trabajo desarrollado en [9], fue analizada y modelada una trayectoria continua compuesta por 21 segmentos rectilíneos y un perfil de velocidades integrado por 42 segmentos rectilíneos. Dicha trayectoria está relacionada con una operación de soldadura por inmersión de estaño la cual es realizada por un robot cartesiano. El robot forma parte de una línea de producción que manufactura componentes electrónicos para la industria de las telecomunicaciones. Dicha línea de producción pertenece a la empresa MIDCOM, INC, localizada en Cd. Obregón, Sonora.

La trayectoria no fue modelada explícitamente usando el método [7, 8], por lo que, otro objetivo en esta tesis es enmarcar dicha trayectoria en tal método y, posteriormente, acoplar los modelos del robot cartesiano con los modelos de trayectoria, para que, finalmente, los modelos sean programados y simulados en la plataforma de cálculo formal Mathematica V4 [10].

I.2 Método para modelar robots y mecanismos

Para construir los modelos de los robots y mecanismos, diversas herramientas matemáticas han sido desarrolladas. Sin embargo, existen pocos métodos relacionados con la construcción sistemática de los modelos cinemáticos. En general, se utiliza una metodología para un determinado robot o multicuerpo y otras para otro tipo o clase de robot [11, 12].

Recientemente, se ha propuesto un método que intenta unificar los diferentes técnicas usadas para modelar la cinemática de multicuerpos rígidos tanto planares como espaciales. Se formula dicho método con el propósito de que sea invariable con respecto a la herramienta matemática utilizada. Los pasos del método son los siguientes [1, 2]:

- 1) Caracterizar el multicuerpo rígido.
- 2) Analizar la configuración no deformada del mecanismo, construyendo los modelos de posición.
- 3) Formular los problemas cinemáticos directo e inverso en la configuración no deformada.
- 4) Analizar una nueva configuración del robot y construir los modelos de posición. Dicha configuración es llamada "deformada".
- 5) Formular los problemas cinemáticos directo e inverso en la configuración deformada.
- 6) Programar y simular los movimientos del robot en un lenguaje especializado.

Note que, los pasos del método no hablan de alguna herramienta matemática en especial ni de ninguna técnica computacional. Por lo tanto, tal método fue generado con el propósito de que sea invariable en esencia con respecto a las técnicas matemáticas y computacionales existentes o por existir.

Así mismo, el hecho de haber modelado con dicho método, robots antropomórficos, robots paralelos y mecanismos [1, 2, 5], el método intenta ser invariable con respecto al tipo de multicuerpo analizado.

Finalmente, el método es invariable con respecto a espacio de modelación; es decir, se usa para construir los modelos tanto en el plano como en el espacio. Por ejemplo, en [3], se construyen los modelos de un robot de 3 GDL espacial usando el álgebra de Cuaterniones.

I.3 Explicación resumida del método de modelación

De acuerdo con la sección anterior, el paso 1 del método indica que se debe caracterizar el multicuerpo en estudio [1, 2]. Esto es, se debe explicar los eslabones y juntas en los cuales está formado el multicuerpo, así como los

actuadores que lo integran. De hecho, en este paso, se especifica que tipo de cadena cinemática está asociada con el sistema mecánico y cual será el punto o puntos de análisis.

La configuración del multicuerpo se fija en el tiempo y se asignan nomenclaturas adecuadas con los cuales es posible representar, por medio de uniones e intersecciones, la estructura con la cual está formado el sistema mecánico.

En el paso 2 se analiza la configuración no deformada del multicuerpo [1, 2]. Dicha configuración es también llamada “de referencia”. El objetivo del análisis consiste en construir las ecuaciones de posición de algún punto espacial localizado en el sistema mecánico. Dichas expresiones son generadas a partir de un punto fijo el cual se identifica como el origen de coordenadas.

Las ecuaciones de posición se construyen según los pasos siguientes:

- a) Se construyen vectorialmente, al asociar vectores de posición sobre los eslabones y vectores de posición sobre puntos de interés.
- b) Se definen sistemas locales sobre los eslabones del robot de tal forma de que dichos sistemas caractericen ya sea rotaciones, reflexiones o traslaciones de la base inercial localizada en el origen de coordenadas.
- c) Las ecuaciones del paso b) se escriben en términos de los sistemas locales.
- d) Las rotaciones, reflexiones y traslaciones de la base canónica sobre las bases locales se representan por medio de alguna transformación lineal la cual integre parámetros que caractericen los movimientos.
- e) Las ecuaciones de posición del paso c) se escriben en términos del paso d).
- f) Usar restricciones o propiedades de las rotaciones, reflexiones y traslaciones con el propósito de generar nuevas ecuaciones y relaciones geométricas.

- g) Verificar si las ecuaciones de los pasos e) y f) forman un sistema cuadrado con las incógnitas.

Según el paso 3 del método, una vez generadas las ecuaciones de posición, se deben formular los problemas cinemáticos directo e inverso de la siguiente manera [1, 2, 5, 13, 14]:

- Problema directo:

“Conocidos los parámetros de rotación, reflexión o traslación, las dimensiones de los eslabones y vectores de posición; encuentre la posición del punto de análisis localizado en el multicuerpo, tal que se satisfagan las ecuaciones de posición y las ecuaciones del paso e) y si es necesario algunas ecuaciones del paso f).”

- Problema inverso:

“Conocida la posición del punto de análisis, los vectores de posición y las dimensiones de los eslabones, encuéntrese, los parámetros de las rotaciones, reflexiones o traslaciones tal que las ecuaciones de los pasos e) y f) sean satisfechas.”

Cabe señalar que el modelado de la configuración no deformada consiste en construir las ecuaciones cuando el multicuerpo está fijo en la posición inicial. Por tanto, tal modelado solo manifiesta las rotaciones, reflexiones y traslaciones de la base inercial (conocida) sobre las bases móviles. Dichas transformaciones relacionan las ecuaciones de posición con los puntos de interés definidos sobre el multicuerpo.

De acuerdo con el paso 4) del método descrito en la sección anterior, una vez generadas las ecuaciones de posición asociadas con la configuración del

multicuerpo en estudio, es necesario analizar otra configuración, es este caso la llamada “configuración deformada”. Tal configuración es obtenida al mover los eslabones del sistema mecánico por medio de los actuadores. La configuración así obtenida se fija en el tiempo. Cabe señalar que una rotación rígida es llamada deformación rígida [15]:

El análisis de la configuración deformada consiste, en construir las ecuaciones de posición, las cuales permiten determinar las nuevas coordenadas del punto de análisis medidas desde el origen de coordenadas. Dicho análisis se realiza siguiendo los pasos del a) al g) con las siguientes variantes:

- i) Se deben definir nuevas bases locales o móviles sobre la configuración deformada.
- ii) Se deben relacionar las rotaciones, reflexiones y traslaciones entre las bases inerciales locales de la configuración no deformada y las bases del inciso i).

De acuerdo con el paso 5) del método, una vez construidas las ecuaciones de posición relacionadas con la configuración deformada, se deben formular los problemas cinemáticos directo e inverso en dicha configuración esto es [1, 2, 5, 13, 14]:

- Problema directo:

“Conocidos los parámetros de las rotaciones, reflexiones o traslaciones en la configuración deformada y no deformada, las dimensiones de los eslabones y vectores de posición; determinar las nuevas coordenadas del punto de análisis localizado en el multicuerpo tal que las expresiones e) y f) sean satisfechas.

- Problema inverso:

“Conocidas las nuevas coordenadas del punto, las rotaciones, reflexiones o traslaciones en la configuración no deformada, las dimensiones de los eslabones y vectores de posición, encuentre los parámetros de las rotaciones, reflexiones o traslaciones relacionadas con la configuración deformada tal que las expresiones de los pasos e) y f) sean satisfechas.”

Es importante recordar que, las expresiones de los pasos e) y f) descritos en los problemas definidos anteriormente, deben ser asociados con la configuración deformada.

Finalmente, el paso 6) del método descrita en la sección I.2, indica que los modelos construidos en los pasos anteriores deben ser programados y simulados en un paquete de programación.

I.4 Los modelos de velocidad y aceleración

El método propuesto en [1, 2], no señala los pasos necesarios para generar las ecuaciones de velocidad y aceleración. En esta sección se propone los siguientes pasos:

- 1) Poner la ecuación de posición relacionada en la configuración deformada y las ecuaciones del paso f) en términos del tiempo.
- 2) Derivar con respecto al tiempo las ecuaciones del paso 1).
- 3) Derivar con respecto al tiempo las ecuaciones del paso 2).
- 4) Formular los problemas directo e inverso de velocidad, usando las ecuaciones del paso 2).
- 5) Formular los problemas cinemáticos directo e inverso de aceleración usando las ecuaciones del paso 3).

Con los pasos de la sección I.2, I.3 y I.4 se modelará el robot cartesiano motivo de estudio en esta tesis.

I.5 Algunas consideraciones sobre las trayectorias y el método

En esta sección se discuten algunos aspectos importantes relacionados con las trayectorias de operación y con los pasos generales del método desarrollado en [7, 8].

Las trayectorias son las rutas de trabajo o lugares geométricos por donde se desplaza una herramienta o dispositivo de trabajo [9]. El análisis de trayectoria resulta, pues, importante en la cinemática de multicuerpos rígidos, pues de ello se obtienen los datos para solucionar los problemas inverso de posición, velocidad y aceleración relacionados con algún robot o mecanismo.

Las trayectorias pueden ser rectilíneas, no rectilíneas o una combinación de ambas. También, las trayectorias se clasifican en continuas o punto a punto. El análisis de la trayectoria según el método desarrollado en [7, 9], se realiza en 4 puntos.

- 1) Construcción de las ecuaciones de movimiento en el espacio-tiempo.
- 2) Construcción de los perfiles y funciones de trayectoria.
- 3) Caracterización de funciones que eliminen discontinuidades en los perfiles de trayectoria.
- 4) Desplazamiento de los modelos de los pasos 1), 2) y 3).

Dichos pasos están relacionados con el análisis y modelación de trayectorias rectilíneas continuas y perfiles teóricos trapezoidales. El método está formado por 35 pasos generales y particulares con los cuales se construyen, de manera sistemática, los modelos de las trayectorias [22]. El objetivo en este trabajo de

tesis es enmarcar el análisis de trayectoria hecho en [9], en el método y posteriormente, acoplar los modelos cinemáticos del robot cartesiano con los modelos de la trayectoria.

I.6 Descripción de la trayectoria de soldadura

En el trabajo desarrollado en [9], ha sido analizada y modelada una trayectoria relacionada con una operación de soldadura por inmersión de estaño. La operación es ejecutada por un robot cartesiano el cual esta integrado a una línea de producción perteneciente a la empresa MIDCOM, INC. La operación de soldadura se compone de las siguientes suboperaciones [16]:

- 1) Recubrimiento por flux.
- 2) Aplicación de la soldadura por inmersión en un recipiente.
- 3) Eliminación de excedente de la soldadura por contacto sobre una barra caliente.

La figura I.1 muestra el robot cartesiano el cual realiza las tres suboperaciones descritas anteriormente.

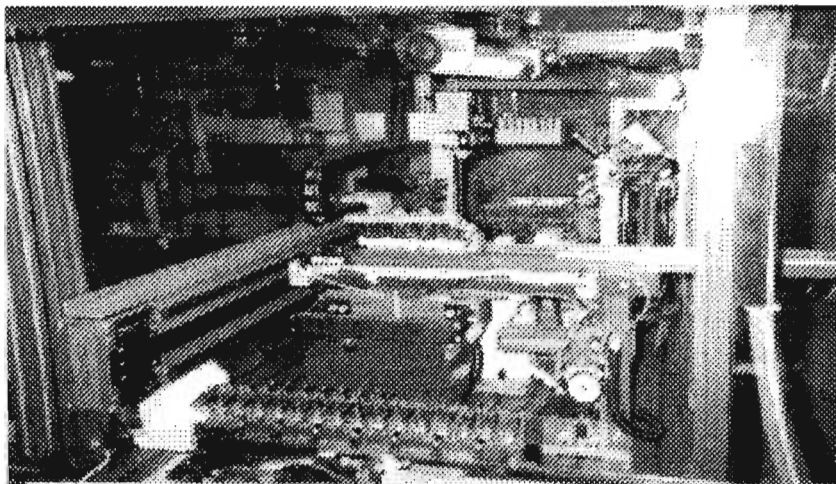


Figura. I.1 Fotografía del robot cartesiano (Cortesía MIDCOM, INC)

La pieza manufacturada es un transformador eléctrico usado para la industria de las telecomunicaciones. Las operaciones de manufactura realizadas sobre el componente se muestran en la tabla 1.1 [16].

Operación	Elemento geométrico de B_{MAE}
O_1 (Montaje de bobina 1)	
O_2 (Montaje de empapelado 1)	
O_3 (Recubrimiento de flux 1)	
O_4 (Recubrimiento por soldadura de estaño 1)	
O_5 (Excedente de soldadura 1)	
O_6 (Montaje de pieza)	
O_7 (Montaje de bobina 2)	
O_8 (Montaje de empapelado 2)	
O_9 (Recubrimiento de flux 2)	
O_{10} (Recubrimiento por soldadura de estaño 2)	
O_{11} (Excedente de soldadura 1)	

Tabla 1.1 Operaciones de manufactura

El robot realiza las operaciones de recubrimiento por flux, soldadura y eliminación de excedente sobre el sistema de lugares geométricos rectilíneos mostrado en la figura I.2 [7].

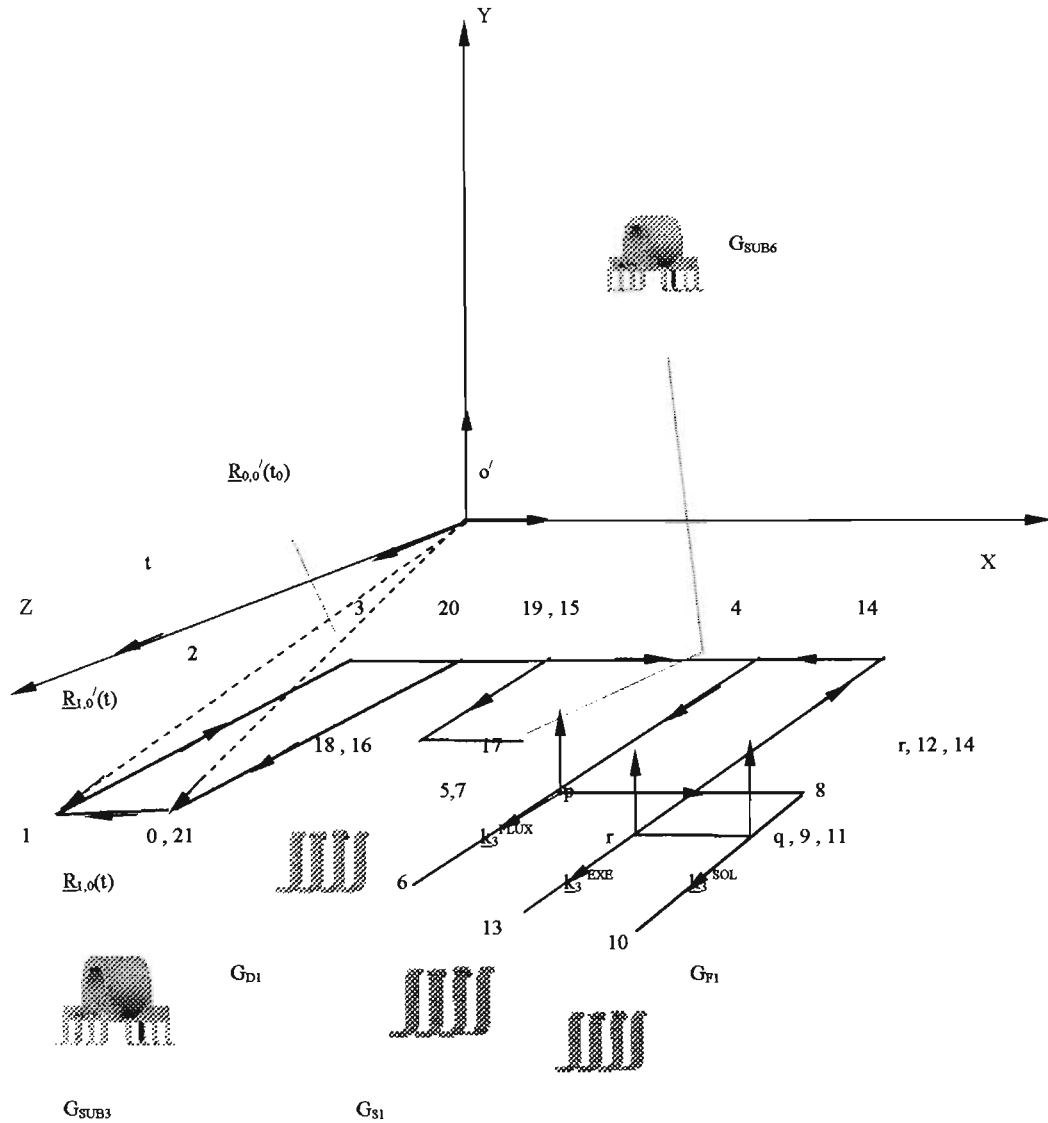


Figura. I.2 Lugares geométricos de la trayectoria

La trayectoria mostrada en la figura I.2 está formada por 21 segmentos rectilíneos sobre las cuales el robot se transporta y ejecuta las operaciones mencionadas

anteriormente. El perfil teórico de velocidad es el mostrado en la figura I.3. Dicho perfil esta formado por 42 segmentos rectilíneos [7,9].

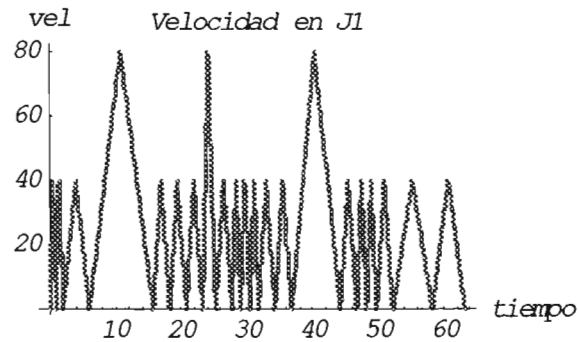


Figura. I.3 Perfil teórico de velocidad

Es importante señalar que el estudio hecho en [9], sobre el análisis de la trayectoria, no contempló de manera explícita los pasos del método desarrollado en [7, 8]. Por tanto, el objetivo en este trabajo de tesis es enmarcar el modelo de dicha trayectoria en los pasos de la metodología, con el propósito de ensamblar los modelos del robot cartesiano y finalmente, usar un paquete de programación para simular los movimientos.

I.7 Definición del problema, restricciones, hipótesis y sistemas de axiomas básicos

En esta sección se usarán los pasos generales del método científico [17, 18], para plantear el problema relacionado con esta tesis. Considere el siguiente problema:

“Se requiere aplicar dos método para:

- 1) Modelar la cinemática de un robot cartesiano.
- 2) Modelar una trayectoria de soldadura.
- 3) Acoplar los modelos de los pasos anteriores y programarlos.”

Las restricciones del problema son las siguientes:

- 1) El robot cartesiano consta de los eslabones rígidos que se desplazan por guías y su movimiento es en el plano.
- 2) Las funciones de análisis son continuas y al menos dos veces continuamente diferenciables.
- 3) El modelo de la trayectoria es conocido y solo se requiere enmarcarlo en el método.

Por otro lado, la hipótesis que conducirá a la solución del problema se formula de la manera siguiente:

“Para generar los modelos cinemáticos del robot cartesiano basta con analizar, en primera instancia, dos configuraciones fijas del robot y posteriormente asociar la trayectoria de operación. El modelo del robot y de la trayectoria dependen del análisis geométrico del movimiento y de los métodos de modelación.”

Las premisas básicas son las siguientes:

- 1) La geometría del movimiento.
- 2) La metodología de modelación de multicuerpos rígidos.
- 3) La metodología de modelación de trayectorias continuas rectilíneas.

Por otro lado, la estructura mecánica y el control de los robots cartesianos es mucho más sencilla comparada con otros robots. En diversos trabajos se han desarrollado modelos cinemáticos de robots cartesianos tipo P-P de movimiento en el plano [19, 20, 21]. Sin embargo, dichos modelos no son claros, pues los métodos de simplificación algebraica que se utilizan para solucionar los sistemas de ecuaciones, no permiten observar con claridad la física de los movimientos del robot.

I.9 Resumen de la tesis y capitulado

En este trabajo de tesis se aplicarán dos métodos [1, 2] para modelar la cinemática de un robot cartesiano de dos grados de libertad y enmarcar el modelo de una trayectoria relacionada con una operación de soldadura [7, 8, 9]. Ambos modelos serán acoplados y programados en la plataforma de cálculo formal Mathematica V4.

El objetivo es demostrar que el método desarrollado en [1], puede ser aplicado para modelar robots cartesianos. Así mismo, con los modelos de trayectoria se intenta unificar el método de modelación de multicuerpos con el método de trayectorias continuas rectilíneas.

Este trabajo de tesis esta formado por 4 capítulos y un apéndice los cuales se describen a continuación:

En el capítulo 1 se desarrolla el modelo de posición relacionado con el robot cartesiano motivo de estudio. Es aplicado el método descrito en los incisos I.2, I.3 y I.4 para construir los modelos y formular los problemas directo e inverso en las configuraciones no deformada y deformada del robot.

En el capítulo 2 se construyen las ecuaciones de velocidad, a partir de las ecuaciones de posición generadas en el capítulo 1. Se formula los problemas cinemáticos directo e inverso.

En el capítulo 3 se generan los modelos de aceleración, a partir de los modelos de velocidad descritos en capítulo 2. Son formulados los problemas cinemáticos directo e inverso.

En el capítulo 4 se utiliza el método desarrollado en [7, 8], para enmarcar el modelo de la trayectoria de soldadura. Se acoplan los modelos cinemáticos del robot con los relacionados con la trayectoria.

Finalmente se dan las conclusiones de esta tesis y un apéndice en el cual se describe el programa hecho en Mathematica V4 [10].

CAPÍTULO 1

MODELO CINEMÁTICO DE POSICIONAMIENTO

Introducción. En este capítulo se construyen las ecuaciones de posición asociadas con el movimiento del robot cartesiano motivo de estudio. Son estudiadas dos tipos de configuraciones: 1) la no deformada o configuración de referencia y 2) la deformada. Para modelar los desplazamientos de los eslabones que componen al robot se usará el álgebra de los números complejos parametrizada y sistematizada en [6]. Se aplicará el método desarrollado en [1,2], para modelar el robot estudiado en esta tesis.

1.1 Arquitectura del robot cartesiano

El interés en esta sección es caracterizar la arquitectura del robot cartesiano motivo de estudio en este trabajo de tesis. El robot consta de dos guías paralelas rígidas sobre las cuales se desplaza el eslabón E_1 según se muestra en la figura.

1.1. En el eslabón E_1 se localiza una guía fija a E_1 sobre la cual se desplaza un segundo eslabón E_2 .

Las juntas J_1 y J_2 que conectan los eslabones, son del tipo prismático (P) y dichos eslabones son movidos por dos actuadores, A_{c_1} y A_{c_2} . Sobre el eslabón E_2 se localiza el punto $P \in E_2$ el cual será obligado, en este caso, a seguir una trayectoria " τ " descrita en el plano (XY).

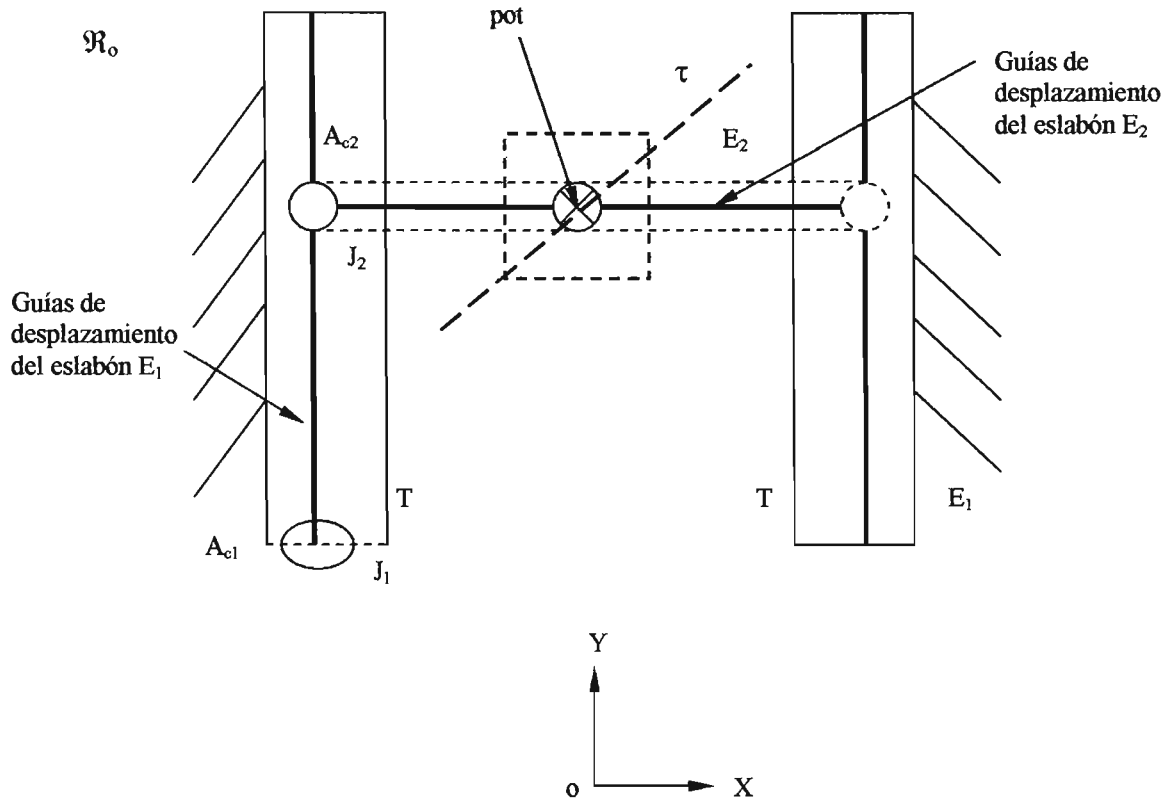


Figura. 1.1 Arquitectura del robot cartesiano

Sea $\mathcal{R}_o$ el conjunto de puntos unidos de la manera siguiente:

$$\mathcal{R}_o = T \cup E_1 \cup E_2 \quad (1.1)$$

Aquí, T denota la tierra del sistema incluidas las guías de desplazamiento del eslabón E_1 . Por otro lado, al fijar a $\mathcal{R}_o$ en el tiempo, las juntas prismáticas J_1 y J_2 se pueden representar por medio de las intersecciones siguientes:

$$1) J_1 = T \cap E_1 \quad (1.2)$$

$$2) J_2 = E_1 \cap E_2$$

1.2 Caracterización de vectores de posición

El interés en esta sección es determinar la ecuación vectorial que permitirá localizar el punto $\text{pot} \in E_2$ desde el origen de coordenadas mostrado en la figura 1.2. Los vectores de posición $\underline{L}_{2,1}, \underline{L}_{\text{pot},2} \in \mathbb{R}^2$ asociados con los eslabones E_1 y E_2 que componen el robot motivo de estudio, se pueden expresar de la manera siguiente:

$$1) \underline{L}_{2,1} = (2) - (1) \quad (1.3)$$

$$2) \underline{L}_{\text{pot},2} = (\text{pot}) - (2)$$

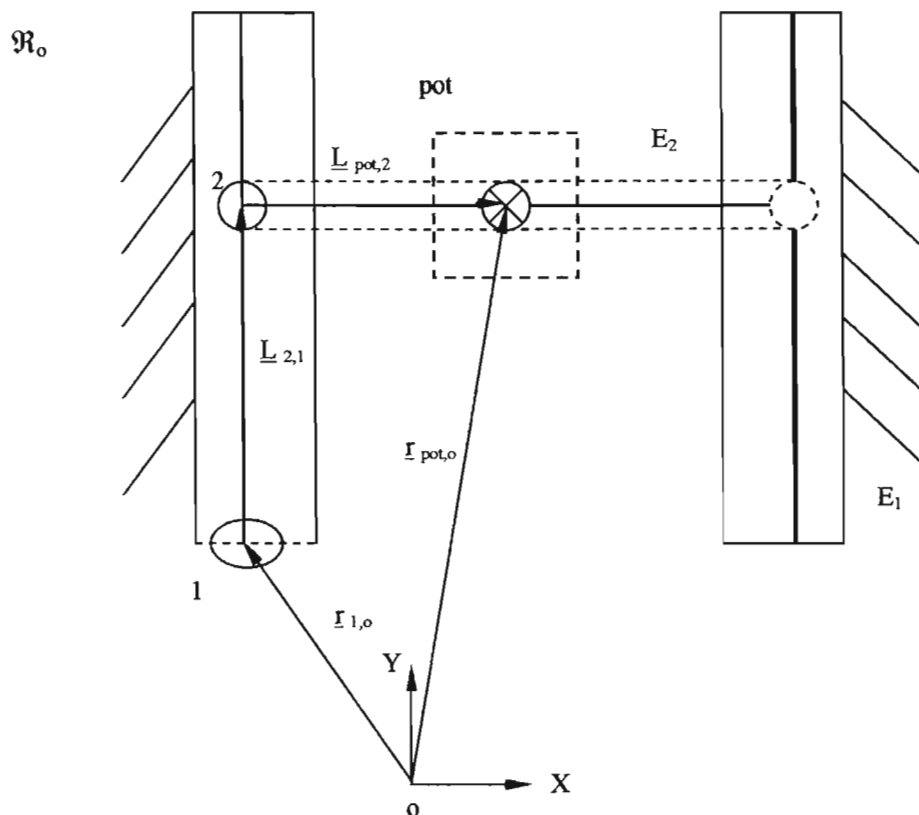


Figura. 1.2 Vectores de posición

También los vectores de posición que localizan los puntos $\text{pot} \in E_2$ y $(1) \in J_1$ desde el punto de origen de coordenadas (0) se representan de la manera siguiente:

$$1) \quad \underline{r}_{1,0} = (1) - (0) \quad (1.4)$$

$$2) \quad \underline{r}_{\text{pot},0} = (\text{pot}) - (0)$$

Por tanto, las coordenadas del punto $\text{pot} \in E_2$ se pueden determinar desde el origen de coordenadas "o" mostrado en la figura 1.2; esto es:

$$\underline{r}_{\text{pot},0} = \underline{r}_{1,0} + \underline{L}_{2,1} + \underline{L}_{\text{pot},2} \quad (1.5)$$

Nótese que la operación $+$: $\mathfrak{R}^2 \times \mathfrak{R}^2 \rightarrow \mathfrak{R}^2$ es la suma usual de números complejos [11].

1.3 Dirección del movimiento

Considere ahora que sobre los eslabones E_1 y E_2 se definen sistemas de referencia locales $\underline{e}_j'$ y $\underline{e}_j'' \in \mathfrak{R}^2$ de tal forma que dichos sistemas se desplacen con los eslabones. De acuerdo con la figura 1.3, los vectores de posición $\underline{L}_{2,1} \in \mathfrak{R}^2$ y $\underline{L}_{\text{pot},2} \in \mathfrak{R}^2$ se pueden representar en términos de las bases locales, esto es:

$$1) \quad \underline{L}_{2,1} = l_{2,1} \bullet \underline{e}_2' \quad (1.6)$$

$$2) \quad \underline{L}_{\text{pot},2} = l_{\text{pot},2} \bullet \underline{e}_1''$$

Aquí, $l_{2,1}, l_{\text{pot},2} \in \mathfrak{R}^+$ son las magnitudes asociadas con los vectores $\underline{L}_{2,1} \in \mathfrak{R}^2$ y $\underline{L}_{\text{pot},2} \in \mathfrak{R}^2$, respectivamente.

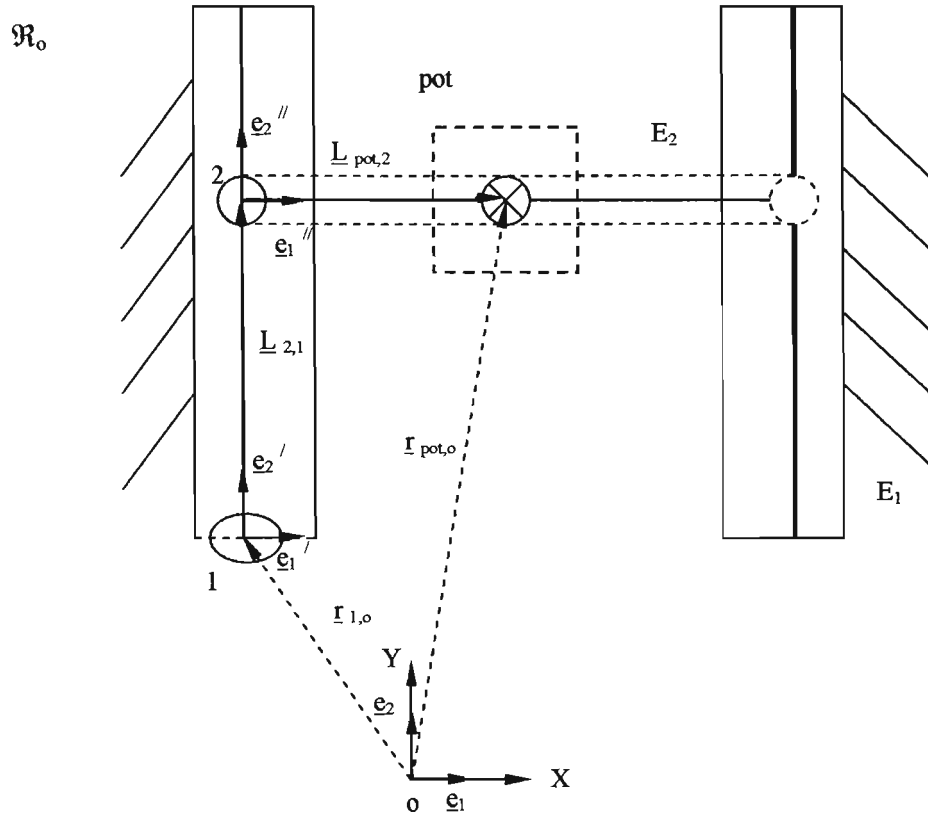


Figura. 1.3 Sistemas de referencia locales

Los desplazamientos de las bases locales $\underline{e}_j' \in \mathcal{R}^2$ y $\underline{e}_j'' \in \mathcal{R}^2$ están referenciados en el sistema inercial fijo $\underline{e}_j \in \mathcal{R}^2$ localizado en el origen de coordenadas. Por tanto, la ecuación de posición (1.5) se puede representar en términos de las bases locales de la manera siguiente:

$$\underline{r}_{pot,0} = \underline{r}_{1,0} + l_{2,1} \bullet \underline{e}_2' + l_{pot,2} \bullet \underline{e}_1'' \quad (1.7)$$

1.4 Análisis en la configuración no deformada

El interés en esta sección es analizar el multicuerpo $\mathcal{R}_0$ en la configuración no deformada mostrada en la figura 1.3. El objetivo es determinar las relaciones que

existen entre las variables $l_{2,1} \in \mathfrak{R}^+$ y $l_{\text{pot},2} \in \mathfrak{R}^+$ y las coordenadas del punto $\text{pot} \in E_2$. Considere ahora un nuevo vector de posición $\underline{r}_{\text{pot},1} \in \mathfrak{R}^2$ definido del punto $(1) \in J_1$ al punto $\text{pot} \in E_2$; esto es:

$$\underline{r}_{\text{pot},1} = (\text{pot}) - (1) \quad (1.8)$$

Dicho vector es mostrado en la figura 1.4

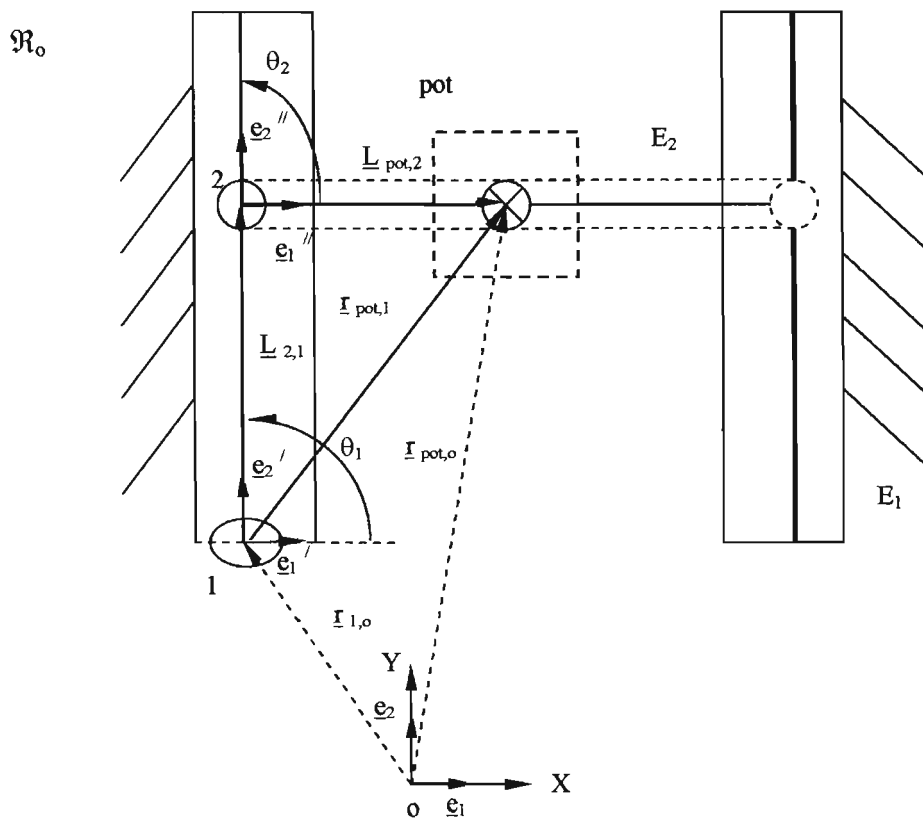


Figura. 1.4 Definición del vector $\underline{r}_{\text{pot},1}$

Los desplazamientos angulares $\theta_1, \theta_2 \in \mathfrak{R}^2$ mostrados en la figura anterior, serán, para este caso, constantes; es decir $\theta_1 = \theta_2 = 90^\circ$. Por lo tanto, las siguientes relaciones cinemáticas se satisfacen:

1) Si $\underline{r}_{\text{pot},0} \in \mathfrak{R}^2$ y $\underline{r}_{1,0} \in \mathfrak{R}^2$ son conocidos, entonces $l_{2,1} \in \mathfrak{R}^+$ y $l_{\text{pot},2} \in \mathfrak{R}^+$ son también conocidos.

2) Si $\underline{r}_{1,0} \in \mathfrak{R}^2$, $l_{2,1} \in \mathfrak{R}^+$ y $l_{\text{pot},2} \in \mathfrak{R}^+$ son conocidos, entonces $\underline{r}_{\text{pot},0} \in \mathfrak{R}^2$ es también conocido.

Las relaciones anteriores son válidas, pues

$$\underline{r}_{\text{pot},0} = \underline{r}_{1,0} + \underline{r}_{\text{pot},1} \quad (1.9)$$

Esto es:

$$\underline{r}_{\text{pot},1} = \underline{L}_{2,1} + \underline{L}_{\text{pot},2} \quad (1.10)$$

Note además que, siendo $y^* = l_{2,1}$ y $x^* = l_{\text{pot},2}$, entonces,

$$\underline{L}_{2,1} = y^* \bullet \underline{e}_2' \quad (1.11)$$

$$\underline{L}_{\text{pot},2} = x^* \bullet \underline{e}_1''$$

Aquí,

$$y^* = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = |y_2 - y_1|$$

$$x^* = \sqrt{(x_{\text{pot}} - x_2)^2 + (y_{\text{pot}} - y_2)^2} = |x_{\text{pot}} - x_2|$$

pues,

$$x_2 - x_1 = 0 \text{ y } y_{\text{pot}} - y_2 = 0$$

Por tanto,

$$\underline{r}_{\text{pot},0} = \underline{r}_{1,0} + (y_2 - y_1) \bullet \underline{e}_2' + (x_{\text{pot}} - x_2) \bullet \underline{e}_1'' \quad (1.12)$$

Cabe señalar que:

$$1) \underline{e}_2' = \underline{e}_2 \quad (1.13)$$

$$2) \underline{e}_1'' = \underline{e}_1$$

Luego la expresión (1.12) se puede escribir en términos de la base inercial, esto es:

$$\underline{r}_{\text{pot},0} = \underline{r}_{1,0} + (y_2 - y_1) \bullet \underline{e}_2 + (x_{\text{pot}} - x_2) \bullet \underline{e}_1 \quad (1.14)$$

1.4.1 Planteamiento de los problemas directo e inverso en la configuración no deformada

El interés en esta sección es formular los problemas directo e inverso asociados con el robot R_0 [1,2]. Dichos problemas serán planteados, para este caso, en la configuración no deformada mostrada en la figura 1.4.

- **Problema directo**

“Dados, $x^ \in \mathfrak{R}^+$, $y^* \in \mathfrak{R}^+$, $\underline{r}_{1,0} \in \mathfrak{R}^2$ encuentre $\underline{r}_{\text{pot},0} \in \mathfrak{R}^2$ tal que la expresión (1.14) sea satisfecha.”*

- **Problema inverso**

“Dados $\underline{r}_{\text{pot},0} \in \mathfrak{R}^2$, $\underline{r}_{1,0} \in \mathfrak{R}^2$ encuentre $x^ \in \mathfrak{R}^+$, $y^* \in \mathfrak{R}^+$ tal que la expresión (1.14) sea satisfecha.”*

Se puede agregar para finalizar esta sección que, para el caso del modelo del robot cartesiano R_0 motivo de estudio, los problemas directo e inverso, formulados en la configuración no deformada, son equivalentes, esto es, en términos del número de incógnitas y ecuaciones.

1.5 Análisis en la configuración deformada

El interés en esta sección es generar las ecuaciones de movimiento relacionadas con el punto $\text{pot}' \in E_2'$ una vez movido el multicuerpo R_o de su configuración no deformada por medio de los actuadores A_{c1} y A_{c2} . La configuración así obtenida, será llamada "deformada" [1,2,3,5,14]. Las nuevas coordenadas del punto $\text{pot} \in E_2$ representadas por $\text{pot}' \in E_2'$ se pueden encontrar, de acuerdo con la figura 1.5, de la manera siguiente:

$$\underline{r}'_{\text{pot},0} = \underline{r}_{1,0} + \underline{L}'_{2,1} + \underline{L}'_{\text{pot},2} \quad (1.15)$$

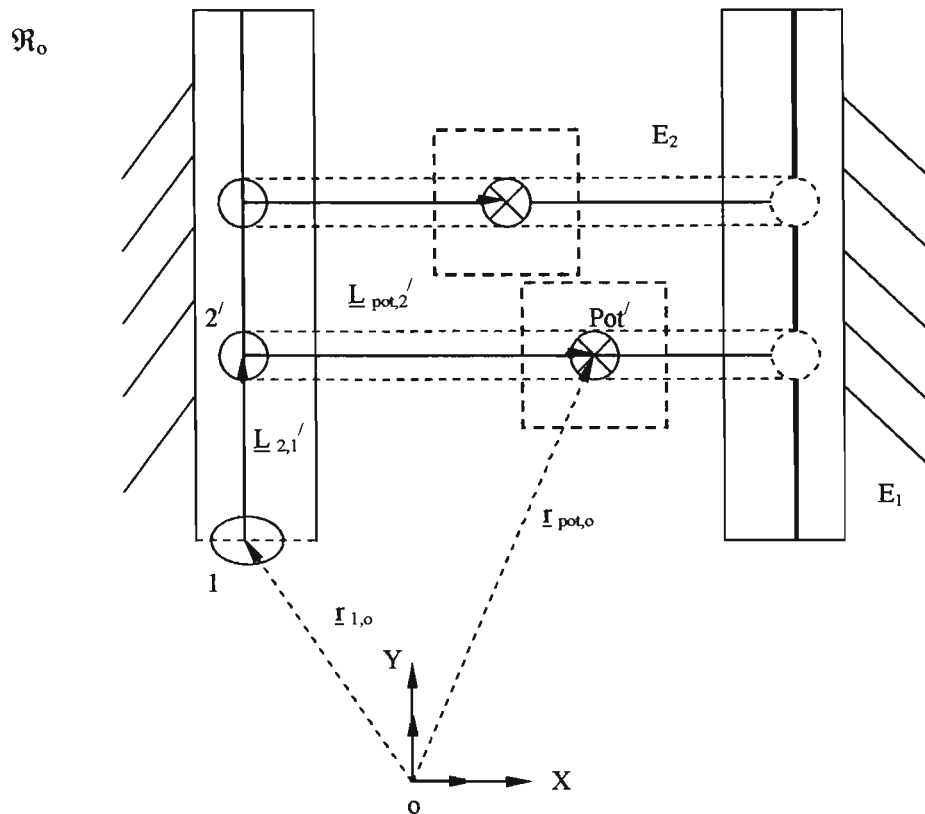


Figura. 1.5 Configuración deformada del robot cartesiano

Los vectores de posición $\underline{L}_{2,1}' \in \mathcal{R}^2$ y $\underline{L}_{\text{pot},2}' \in \mathcal{R}^2$ se pueden expresar en términos de las bases locales deformadas $\underline{a}_j' \in \mathcal{R}^2$ y $\underline{a}_j'' \in \mathcal{R}^2$ (ver figura 1.6), de la manera siguiente:

$$1) \quad \underline{L}_{2,1}' = l_{2,1}' \bullet \underline{a}_2' \quad (1.16)$$

$$2) \quad \underline{L}_{\text{pot},2}' = l_{\text{pot},2}' \bullet \underline{a}_1''$$

Por tanto, la expresión (1.14) se puede escribir en términos de las bases locales deformadas, esto es:

$$\underline{r}_{\text{pot},0}' = \underline{r}_{1,0}' + l_{2,1}' \bullet \underline{a}_2' + l_{\text{pot},2}' \bullet \underline{a}_1'' \quad (1.17)$$

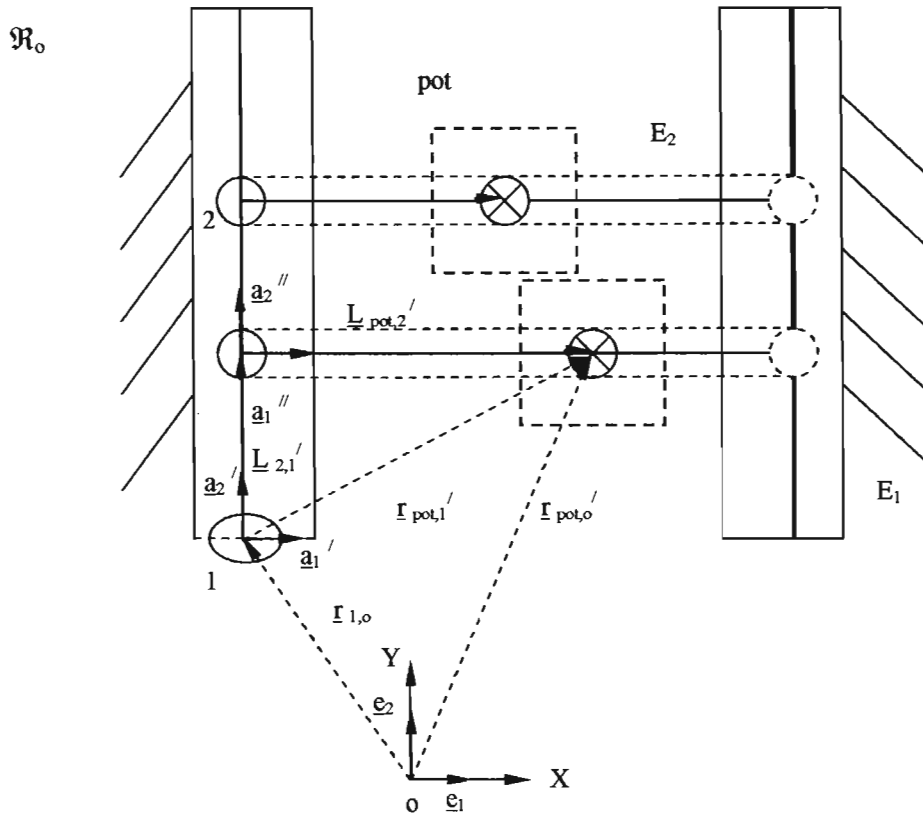


Figura. 1.6 Sistemas locales en configuración deformada del robot cartesiano

1.5.1 Relaciones cinemáticas

Para el caso del robot cartesiano R_0 motivo de estudio en esta tesis, las siguientes relaciones cinemáticas se satisfacen

1) Conocidos $\underline{r}_{\text{pot},0}' \in \mathbb{R}^2$, $\underline{r}_{1,0} \in \mathbb{R}^2$, $\underline{x}^* \in \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$ y $\underline{y}^* \in \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$ las variables $\underline{l}_{2,1}'$ y $\underline{l}_{\text{pot},2}' \in \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$ son también conocidas

2) Conocidos $\underline{l}_{2,1}'$, $\underline{l}_{\text{pot},2}' \in \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$, $\underline{r}_{1,0} \in \mathbb{R}^2$, $\underline{x}^* \in \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$ y $\underline{y}^* \in \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$, el vector $\underline{r}_{\text{pot},0}' \in \mathbb{R}^2$ también es conocido.

Dichas relaciones son válidas pues,

$$\underline{r}_{\text{pot},0}' = \underline{r}_{1,0} + \underline{r}_{\text{pot},1}' \quad (1.18)$$

Esto es:

$$\underline{r}_{\text{pot},1}' = \underline{L}_{2,1}' + \underline{L}_{\text{pot},2}'$$

Además, siendo $\underline{y}^{**} \equiv \underline{l}_{2,1}'$ y $\underline{x}^{**} \equiv \underline{l}_{\text{pot},2}'$

$$1) \underline{L}_{2,1}' = \underline{y}^{**} \bullet \underline{a}_2' \quad (1.19)$$

$$2) \underline{L}_{\text{pot},2}' = \underline{x}^{**} \bullet \underline{a}_1''$$

Aquí,

$$1) \underline{y}^{**} = |\underline{y}^* - \underline{y}_2'| \quad (1.20)$$

$$2) \quad x^{**} = |x^* - x_{\text{pot}}|$$

Por otro lado,

$$1) \quad \underline{a}_2' \equiv \underline{e}_2' \equiv \underline{e}_2 \quad (1.21)$$

$$2) \quad \underline{a}_1'' \equiv \underline{e}_1'' \equiv \underline{e}_1$$

De acuerdo con las expresiones (1.20), la ecuación de posición (1.16) se puede escribir en términos de la base inercial fija de la manera siguiente:

$$\underline{r}_{\text{pot},0}' = \underline{r}_{1,0} + y^{**} \bullet \underline{e}_1 + x^{**} \bullet \underline{e}_2 \quad (1.22)$$

Por otro lado, las coordenadas del vector de posición $\underline{r}_{\text{pot},0}' \in \mathfrak{R}^2$ se caracterizan en términos de $x^{**} \in \mathfrak{R}^+ \cup \{0\}$ y $y^{**} \in \mathfrak{R}^+ \cup \{0\}$, esto es:

$$\underline{r}_{\text{pot},0}' = (x^{**}, y^{**}) \quad (1.23)$$

1.5.2 Planteamiento de los problemas directo e inverso en la configuración deformada

En esta sección son formulados dos problemas de fundamental importancia en la cinemática de multicuerpos rígidos: 1) el problema directo y 2) el problema inverso [1, 2, 3, 5, 14]. Ambos problemas están asociados con la configuración deformada de R_0 mostrada en la figura 1.5.

• **Problema directo**

“Dados, $x^{**}, y^{**}, x^*, y^* \in \mathfrak{R}^+ \cup \{0\}$, $\underline{r}_{1,0} \in \mathfrak{R}^2$, encuentre $\underline{r}_{\text{pot},0}' \in \mathfrak{R}^2$ tal que la expresión (1.21) sea satisfecha”.

- **Problema inverso**

“Dados, $\underline{r}_{\text{pot},0}' \in \mathfrak{R}^2, x^*, y^* \in \mathfrak{R}^+ \cup \{0\}, \underline{r}_{1,0} \in \mathfrak{R}^2$, encuentre: $x^{**} \in \mathfrak{R}^+ \cup \{0\}$ y $y^{**} \in \mathfrak{R}^+ \cup \{0\}$ tal que la expresión (1.21) sea satisfecha.”

Para finalizar este capítulo es necesario recordar que los problemas directos e inversos definidos tanto en la configuración no deformada como en la deformada, son equivalentes en el sentido del número de ecuaciones e incógnitas.

CAPÍTULO 2

MODELO DE VELOCIDAD

Introducción. En este capítulo se construyen los modelos de velocidad asociados con el robot cartesiano R_o motivo de estudio. Para ello, se utilizarán funciones del tipo $\underline{r}: J_1 \rightarrow \mathbb{R}^2$, donde $J_1 \in [0, +\infty)$ es un intervalo del tiempo. Son formulados los problemas cinemáticos: directo e inverso relacionados con la velocidad de R_o .

2.1 Primera caracterización de las ecuaciones de velocidad

El objetivo en esta sección es encontrar las ecuaciones vectoriales que permitan determinar la velocidad del punto $\text{pot}' \in E_2'$ en el tiempo $t \in J_1$ medida desde la base inercial localizada en el origen de coordenadas. Considere ahora que para modelar el problema de velocidad, se admiten funciones del tipo $\underline{r}: J_1 \rightarrow \mathbb{R}^2$. Por lo tanto, la ecuación de posición (1.14) se representa de la manera siguiente:

$$\underline{r}'_{\text{pot},0}(t) = \underline{r}_{1,0}(t_0) + \underline{L}'_{2,1}(t) + \underline{L}'_{\text{pot},2}(t) \quad (2.1)$$

Para determinar la velocidad del punto $\text{pot}' \in E_2'$ medida desde el origen de coordenadas se deriva la expresión (2.1) con respecto al tiempo $t \in J_1$; esto es:

$$\dot{\underline{r}}'_{\text{pot},0}(t) = \dot{\underline{L}}'_{2,1}(t) + \dot{\underline{L}}'_{\text{pot},2}(t) \quad (2.2)$$

Aquí, $\dot{\underline{r}}_{\text{pot},0}(t_0) = 0$

Las derivadas de los vectores $\underline{L}_{2,1}'(t) \in \mathfrak{R}^2$ y $\underline{L}_{\text{pot},2}'(t) \in \mathfrak{R}^2$ se determinan de la manera siguiente:

$$1) \quad \underline{\dot{L}}'_{2,1}(t) = (\underline{L}_{2,1}'(t))^\bullet = (\underline{l}'_{2,1}(t) \bullet \underline{a}'_2(t))^\bullet = \dot{\underline{l}}'_{2,1}(t) \bullet \underline{a}'_2(t) \quad (2.3)$$

Aquí, $\underline{\dot{a}}'_2(t) = \underline{0}$

$$2) \quad \underline{\dot{L}}'_{\text{pot},2}(t) = (\underline{L}_{\text{pot},2}'(t))^\bullet = (\underline{l}'_{\text{pot},2}(t) \bullet \underline{a}''_1(t))^\bullet = \dot{\underline{l}}'_{\text{pot},2}(t) \bullet \underline{a}''_1(t)$$

Aquí, $\underline{\dot{a}}''_1(t) = \underline{0}$

Por tanto, la expresión (2.2) se puede representar en términos de las bases locales, esto es:

$$\underline{\dot{r}}'_{\text{pot},0}(t) = \dot{\underline{l}}'_{2,1}(t) \bullet \underline{a}'_2 + \dot{\underline{l}}'_{\text{pot},2}(t) \bullet \underline{a}''_1 \quad (2.4)$$

Por otro lado,

$$1) \quad \underline{a}'_2 \equiv \underline{e}'_2 \equiv \underline{e}_2 \quad (2.5)$$

$$2) \quad \underline{a}''_1 = \underline{e}_1 \equiv \underline{e}_1$$

La expresión (2.4) se puede escribir en términos de la base inercial de la manera siguiente:

$$\underline{\dot{r}}'_{\text{pot},0}(t) = \dot{\underline{l}}'_{2,1}(t) \bullet \underline{e}_2 + \dot{\underline{l}}'_{\text{pot},2}(t) \bullet \underline{e}_1 \quad (2.6)$$

2.2 Relaciones cinemáticas

Para el modelo del problema de velocidad las relaciones siguientes se satisfacen:

- 1) Dado $\dot{\underline{r}}_{\text{pot},0}(t) \in \mathfrak{R}^2$, entonces las velocidades $\dot{\underline{r}}_{2,1}(t) \in \mathfrak{R}$, $\dot{\underline{r}}_{\text{pot},2}(t) \in \mathfrak{R}$ quedan determinadas.
- 2) Dadas, $\dot{\underline{r}}_{2,1}(t) \in \mathfrak{R}$ y $\dot{\underline{r}}_{\text{pot},2}(t) \in \mathfrak{R}$, el vector $\dot{\underline{r}}_{2,1}(t) \in \mathfrak{R}^2$ queda determinado.

Las relaciones anteriores son válidas, pues,

$$\dot{\underline{r}}_{\text{pot},0}(t) = \dot{\underline{r}}_{\text{pot},1} = \dot{\underline{L}}_{2,1}(t) + \dot{\underline{L}}_{\text{pot},2}(t) \quad (2.7)$$

Nótese que, siendo $\dot{\underline{r}}_{2,1}(t) \equiv \dot{\underline{y}}^{**}(t)$ y $\dot{\underline{r}}_{\text{pot},2}(t) \equiv \dot{\underline{x}}^{**}(t)$, entonces

- 1) $\dot{\underline{L}}_{2,1}(t) = \dot{\underline{y}}^{**}(t) \bullet \underline{e}_2$
- 2) $\dot{\underline{L}}_{\text{pot},2}(t) = \dot{\underline{x}}^{**}(t) \bullet \underline{e}_1$

Observe que:

- 1) $\dot{\underline{y}}^{**}(t) = (\underline{y}^{**}(t))' = \left(\underline{y}^*(t_0) - \underline{y}_2'(t) \right)' = \left| -\dot{\underline{y}}_2'(t) \right| = \dot{\underline{y}}_2(t)$
- 2) $\dot{\underline{x}}^{**}(t) = (\underline{x}^{**}(t))' = \left(\underline{x}^*(t_0) - \underline{x}_{\text{pot}}'(t) \right)' = \left| -\dot{\underline{x}}_{\text{pot}}'(t) \right| = \dot{\underline{x}}_{\text{pot}}(t)$

Aquí, $\dot{\underline{y}}^*(t_0) \equiv 0$ y $\dot{\underline{x}}^*(t_0) \equiv 0$, pues $(\underline{x}^*(t_0), \underline{y}^*(t_0))$ son las coordenadas del punto $\text{pot} \in E_2$ en la configuración no deformada.

Por otro lado, el vector de velocidad $\dot{\underline{r}}_{\text{pot},0}(t) \in \mathfrak{R}^2$ se puede representar en términos de sus coordenadas, esto es:

$$\dot{\underline{r}}_{\text{pot},0}(t) = (\dot{x}^{**}(t), \dot{y}^{**}(t))$$

2.3 Planteamiento de los problemas directo e inverso de velocidad

En esta sección se presenta la formulación de los problemas directo e inverso de velocidad asociados con el robot cartesiano R_o motivo de estudio. Ambos problemas están relacionados con la configuración deformada de R_o mostrada en la figura 1.6.

- **Problema directo**

“Dadas, $\dot{x}^{**}(t) \in \mathfrak{R}$ y $\dot{y}^{**}(t)$; encuentre $\dot{\underline{r}}_{\text{pot},0}(t) \in \mathfrak{R}^2$ tal que la expresión (2.6) sea satisfecha”.

- **Problema inverso**

“Dado, $\dot{\underline{r}}_{\text{pot},0}(t) \in \mathfrak{R}^2$, encuentre $\dot{x}^{**}(t) \in \mathfrak{R}$ y $\dot{y}^{**}(t)$ tal que la expresión (2.6) sea satisfecha”.

Es conveniente aclarar que, al igual que los modelos de posición, los problemas directo e inverso de velocidad asociados con el robot R_o , son equivalentes el sentido del número de ecuaciones e incógnitas.

MODELO DE ACELERACIÓN

Introducción. En este capítulo se generan los modelos de aceleración asociados con robot R_o motivo de estudio, descrito en la configuración deformada. Son formulados los problemas directo e inverso relacionados con la aceleración.

3.1 Primera caracterización de las ecuaciones de aceleración

El objetivo en esta sección es determinar las ecuaciones vectoriales de aceleración del punto $\text{pot}' \in E'_2$ mostrado en la figura 1.6. La aceleración de dicho punto se determina al tomar la derivada con respecto al tiempo $t \in J_1$ de la expresión (2.2), esto es:

$$\ddot{\underline{r}}'_{\text{pot},0}(t) = \ddot{\underline{L}}'_{2,1}(t) + \ddot{\underline{L}}'_{\text{pot},2}(t) \quad (3.1)$$

Los vectores $\ddot{\underline{L}}'_{2,1}(t) \in \mathcal{R}^2$ y $\ddot{\underline{L}}'_{\text{pot},2}(t) \in \mathcal{R}^2$ se determinan de la manera siguiente:

$$\begin{aligned} 1) \quad \ddot{\underline{L}}'_{2,1}(t) &= (\dot{\underline{L}}'_{2,1}(t))^* = (\dot{l}'_{2,1}(t) \bullet \underline{a}'_2)^* = \ddot{l}'_{2,1}(t) \bullet \underline{a}'_2 \\ 2) \quad \ddot{\underline{L}}'_{\text{pot},2}(t) &= (\dot{\underline{L}}'_{\text{pot},2}(t))^* = (\dot{l}'_{\text{pot},2}(t) \bullet \underline{a}''_1)^* = \ddot{l}'_{\text{pot},2}(t) \bullet \underline{a}''_1 \end{aligned} \quad (3.2)$$

Por tanto, las ecuaciones de aceleración (3.1) se pueden escribir en términos de las bases locales, esto es:

$$\ddot{\underline{r}}'_{\text{pot},0}(t) = \ddot{\underline{l}}'_{2,1}(t) \bullet \underline{a}'_2 + \ddot{\underline{l}}'_{\text{pot},2}(t) \bullet \underline{a}''_1 \quad (3.3)$$

Por otro lado,

$$1) \quad \underline{a}'_2 \equiv \underline{e}_2 \equiv \underline{e}_2 \quad (3.4)$$

$$2) \quad \underline{a}''_1 \equiv \underline{e}_1 \equiv \underline{e}_1$$

Luego, las expresiones (3.3) se representan en términos de la base inercial de la manera siguiente:

$$\ddot{\underline{r}}'_{\text{pot},0}(t) = \ddot{\underline{l}}'_{2,1}(t) \bullet \underline{e}_2 + \ddot{\underline{l}}'_{\text{pot},2}(t) \bullet \underline{e}_1 \quad (3.5)$$

3.2 Relaciones cinemáticas

Para el caso del problema de aceleración las siguientes relaciones cinemáticas se satisfacen:

1) Dado $\ddot{\underline{r}}'_{\text{pot},0}(t) \in \mathbb{R}^2$ las aceleraciones $\ddot{\underline{l}}'_{2,1}(t) \in \mathbb{R}$ y $\ddot{\underline{l}}'_{\text{pot},2}(t) \in \mathbb{R}$ quedan determinadas.

2) Dadas $\ddot{\underline{l}}'_{2,1}(t) \in \mathbb{R}$ y $\ddot{\underline{l}}'_{\text{pot},2}(t) \in \mathbb{R}$, el vector $\ddot{\underline{r}}'_{\text{pot},0}(t) \in \mathbb{R}^2$ queda determinado.

Las relaciones anteriormente descritas son válidas pues,

$$\ddot{\underline{r}}'_{\text{pot},0}(t) = \ddot{\underline{r}}'_{\text{pot},1}(t) = \ddot{\underline{L}}'_{2,1}(t) + \ddot{\underline{L}}'_{\text{pot},2}(t) \quad (3.6)$$

Note que, siendo $\ddot{\underline{l}}'_{2,1}(t) \equiv \ddot{y}(t)$ y $\ddot{\underline{l}}'_{\text{pot},2}(t) \equiv \ddot{x}(t)$, entonces,

$$1) \underline{\ddot{L}}'_{2,1}(t) = \ddot{y} \bullet \underline{e}_2 \quad (3.7)$$

$$2) \underline{\ddot{L}}'_{pot,2}(t) = \ddot{x} \bullet \underline{e}_1$$

Note que:

$$1) \ddot{y} \bullet (t) = \left(\dot{y} \bullet (t) \right)' = \ddot{y}_2(t)$$

$$2) \ddot{x} \bullet (t) = \left(\dot{x} \bullet (t) \right)' = \ddot{x}_{pot}(t)$$

Por otro lado, el vector de aceleración $\underline{\ddot{r}}'_{pot,0}(t) \in \mathfrak{R}^2$ se puede representar en términos de sus coordenadas; esto es:

$$\underline{\ddot{r}}'_{pot,0}(t) = \left(\ddot{x} \bullet (t), \ddot{y} \bullet (t) \right) \quad (3.8)$$

3.3 Planteamiento de los problemas directo e inverso de aceleración

En esta sección se formulan dos problemas de fundamental importancia en la cinemática de cuerpos rígidos: 1) el problema directo y 2) el problema inverso. Dichos problemas están asociados con la configuración deformada del robot R_o mostrado en la figura 1.6.

- **Problema directo**

“Dados, $\ddot{x} \bullet (t) \in \mathfrak{R}$ y $\ddot{y} \bullet (t) \in \mathfrak{R}$, encuentre $\underline{\ddot{r}}'_{pot,0}(t) \in \mathfrak{R}^2$ tal que la expresión (3.5) sea satisfecha.

- **Problema inverso**

"Dado $\ddot{r}'_{\text{pot},0}(t) \in \mathbb{R}^2$, encuentre $\ddot{x}^{**}(t) \in \mathbb{R}$ y $\ddot{y}^{**}(t) \in \mathbb{R}$ tal que la expresión (3.5) sea satisfecha".

CAPÍTULO 4

APLICACIÓN DEL MÉTODO PARA EL ANÁLISIS DE TRAYECTORIA DEL CASO DE ESTUDIO

Introducción. En este capítulo se utilizan los 29 pasos del método desarrollado en [7, 8] para enmarcar el modelo de la trayectoria descrita en [9] y, posteriormente, asociar los modelos cinemáticos del robot cartesiano desarrollados en los capítulos anteriores.

4.1 Descripción de la operación de soldadura

La trayectoria modelada en [7,9]; esta compuesta por 21 lugares geométricos rectilíneos como se muestra en la figura 4.1

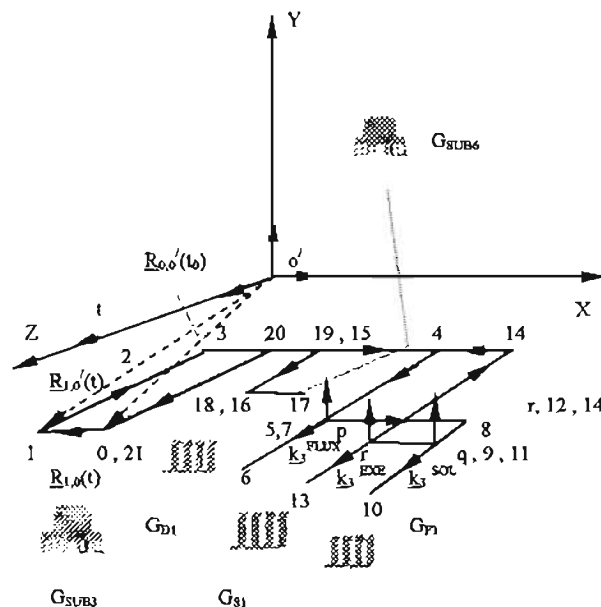


Figura 4.1 Lugares geométricos de la trayectoria

El ciclo de la trayectoria mostrada en la figura 4.1 se describe a continuación:

- 1) $L_{0,1,2,3,4,p(5)}$: la herramienta se desplaza hasta antes de aplicar la operación de recubrimiento por flux ($L_{p,6}$).
- 2) $L_{6,p(7),8,q(9)}$: la herramienta se desplaza hasta antes de aplicar la operación de soldadura ($L_{q,10}$).
- 3) $L_{10,q,r(11)}$: la herramienta se desplaza hasta antes de aplicar la operación eliminación de excedentes (L_{qr13}).
- 4) $L_{13,r,15,1,6,17}$: la herramienta se desplaza hasta un lugar donde descarga los componentes.
- 5) $L_{17,18,19,20,21(0)}$: la herramienta se desplaza hasta el punto de inicio.

El componente estudiado en [7,9] es un transformador eléctrico usado para la industria de las telecomunicaciones. Dicho componente se muestra en la figura 4.2

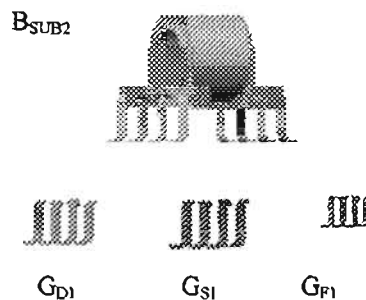


Figura 4.2 Componente y operaciones

El componente B_{SUB2} es la materia prima (para el caso de la operación de soldadura) y G_D , G_{S1} y G_{F1} son las geometrías relacionadas con las operaciones de recubrimiento por flux, recubrimiento por soldadura y eliminación de excedentes, respectivamente.

Las operaciones mencionadas anteriormente, las ejecuta el robot cartesiano mostrado en la figura 4.3

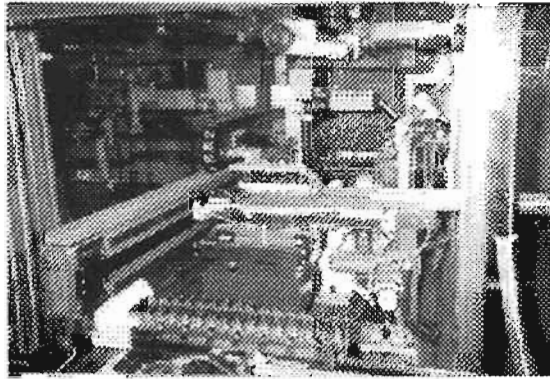


Figura 4.3 Manipulador para la aplicación de soldadura por inmersión

Por otro lado, el perfil de velocidades teórico relacionado con el ciclo de la trayectoria, está compuesto por 41 segmentos rectilíneos como se muestra en la figura 4.4

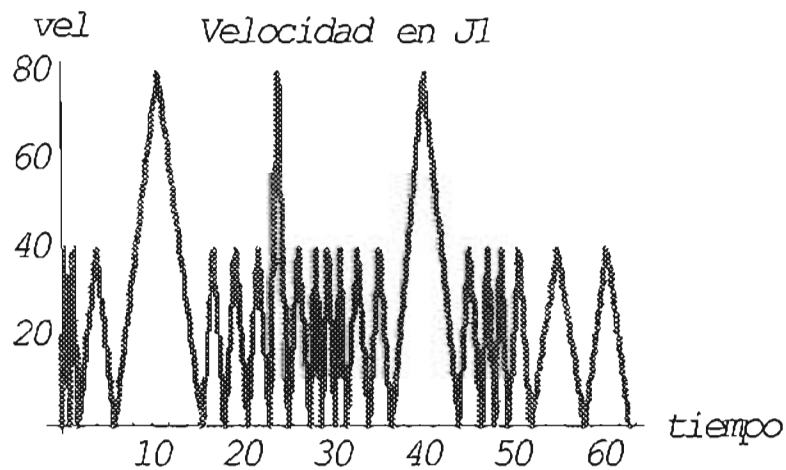


Figura 4.4 Configuración del perfil teórico de velocidades

4.2 Pasos generales del método para sistematizar trayectorias de operación

De acuerdo con el trabajo desarrollado en [7, 8], los pasos generales relacionados con el método para sistematizar trayectorias de operación rectilíneas continuas son los siguientes:

- 1) Desarrollar las ecuaciones de movimiento en el espacio tiempo.
- 2) Analizar y generar las funciones de los perfiles de trayectoria.
- 3) Utilizar funciones continuas para eliminar las discontinuidades de los perfiles teóricos de trayectoria.
- 4) Acoplar las ecuaciones de movimiento con las funciones de los perfiles de trayectoria del paso 3).
- 5) Usar números directores para representar las coordenadas de los lugares geométricos.
- 6) Desarrollar las ecuaciones finales de la trayectoria.
- 7) Programar los modelos.

En las secciones siguientes se usará los pasos generales y particulares de la metodología para enmarcar el modelo de la trayectoria desarrollado en [8].

4.2.1 Ecuaciones de movimiento

En esta sección se usarán 12 pasos del método desarrollada en [7, 8] para determinar las ecuaciones de movimiento asociadas con la herramienta H del manipulador que se desplaza por el conjunto de lugares geométricos mostrados en la figura 4.5. [9].

Paso1) Definir el lugar geométrico de la trayectoria.

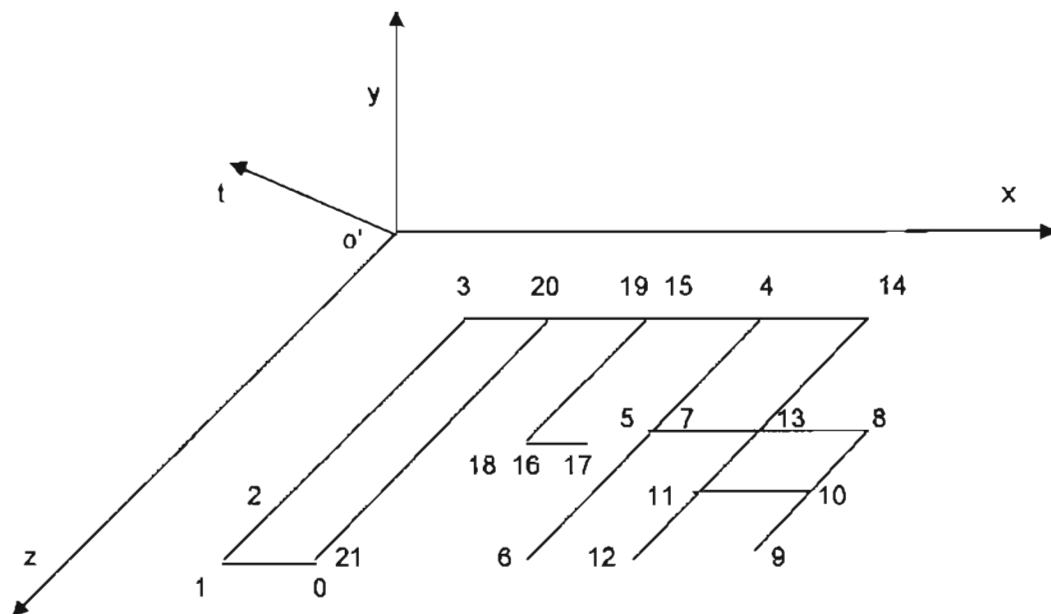


Figura 4.5 Definición de lugares geométricos en el espacio-tiempo

Nótese en la figura 4.5 que el manipulador motivo de estudio realizará la trayectoria 0 – 21 mostrada en la figura 4.5 siguiendo la crónica siguiente:

La herramienta H del manipulador mostrada en la figura 4.5 estará en 0, posteriormente se desplazará hacia 1, de ahí hacia 2 donde tomará el transformador. La herramienta seguirá su camino elevándose al punto 3 y para luego moverse horizontalmente hasta 4 donde empieza a descender por 5 para llegar a 6 donde sumerge las terminales en la pasta para soldar, vuelve a desplazarse verticalmente a 7 y seguir a 8 de donde parte a 9 y sumerge las terminales en la soldadura líquida de estaño. Después sube a 10 y de ahí llega a 11 donde baja hasta 12 para permitir el escurrimiento y desalojo del exceso de soldadura. Luego se eleva a 13 para seguir a 14 donde pasa a 15 y desciende a 16,

en el punto 17 entrega el transformador soldado a otro manipulador que lo lleva a la siguiente estación de trabajo. El primer manipulador que realiza la operación de soldadura continúa de 17 a 18 ahora sin la carga, luego sigue a 19 pasa por 20 y vuelve a home en espera de tomar una nueva carga al haber completado el ciclo de soldadura [7].

Paso 2) Definir vectores de posición.

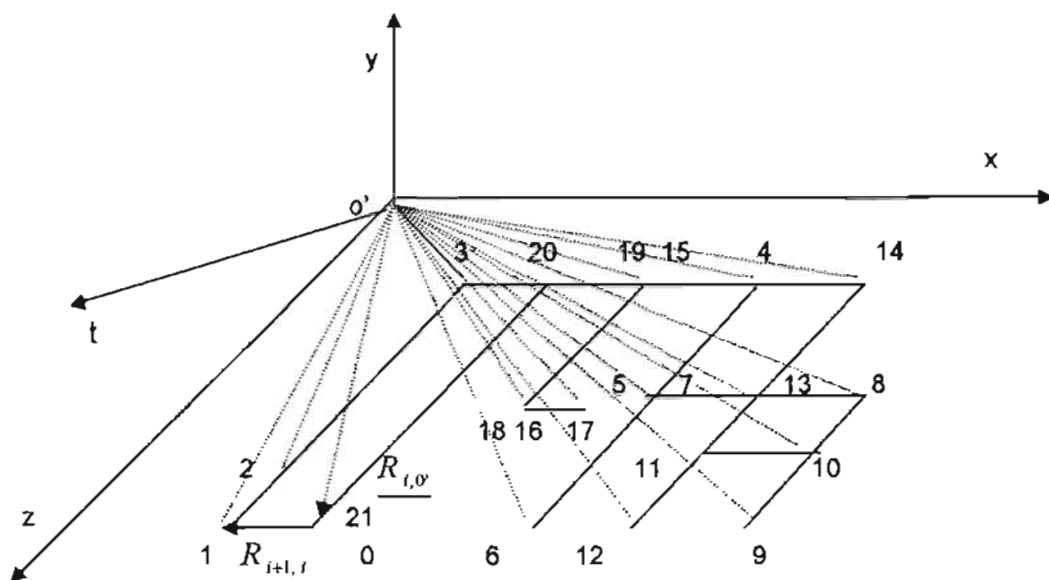


Figura 4.6 Vectores de posición en el espacio-tiempo

Paso 3) Definir la ecuación de posición

Las ecuaciones de posición de los puntos "0 - 21" relativos al origen "0' " son las siguientes [7]:

$$1) \underline{R_{1,o'}}(t) = \underline{R_{0,o'}}(t_0) + \underline{R_{1,0}}(t)$$

$$2) \underline{R_{2,o'}}(t) = \underline{R_{1,o'}}(t) + \underline{R_{2,1}}(t)$$

$$3) \underline{R_{3,o'}}(t) = \underline{R_{2,o'}}(t) + \underline{R_{3,2}}(t)$$

$$4) \underline{R_{4,o'}}(t) = \underline{R_{3,o'}}(t) + \underline{R_{4,3}}(t)$$

- 5) $\underline{R}_{5,0'}(t) = \underline{R}_{4,0'}(t) + \underline{R}_{5,4}(t)$
- 6) $\underline{R}_{6,0'}(t) = \underline{R}_{5,0'}(t) + \underline{R}_{6,5}(t)$
- 7) $\underline{R}_{7,0'}(t) = \underline{R}_{6,0'}(t) + \underline{R}_{7,6}(t)$
- 8) $\underline{R}_{8,0'}(t) = \underline{R}_{7,0'}(t) + \underline{R}_{8,7}(t)$
- 9) $\underline{R}_{9,0'}(t) = \underline{R}_{8,0'}(t) + \underline{R}_{9,8}(t)$
- 10) $\underline{R}_{10,0'}(t) = \underline{R}_{9,0'}(t) + \underline{R}_{10,9}(t)$
- 11) $\underline{R}_{11,0'}(t) = \underline{R}_{10,0'}(t) + \underline{R}_{11,10}(t)$
- 12) $\underline{R}_{12,0'}(t) = \underline{R}_{11,0'}(t) + \underline{R}_{12,11}(t)$
- 13) $\underline{R}_{13,0'}(t) = \underline{R}_{12,0'}(t) + \underline{R}_{13,12}(t)$
- 14) $\underline{R}_{14,0'}(t) = \underline{R}_{13,0'}(t) + \underline{R}_{14,13}(t)$
- 15) $\underline{R}_{15,0'}(t) = \underline{R}_{14,0'}(t) + \underline{R}_{15,14}(t)$
- 16) $\underline{R}_{16,0'}(t) = \underline{R}_{15,0'}(t) + \underline{R}_{16,15}(t)$
- 17) $\underline{R}_{17,0'}(t) = \underline{R}_{16,0'}(t) + \underline{R}_{17,16}(t)$
- 18) $\underline{R}_{18,0'}(t) = \underline{R}_{17,0'}(t) + \underline{R}_{18,17}(t)$
- 19) $\underline{R}_{19,0'}(t) = \underline{R}_{18,0'}(t) + \underline{R}_{19,18}(t)$
- 20) $\underline{R}_{20,0'}(t) = \underline{R}_{19,0'}(t) + \underline{R}_{20,19}(t)$
- 21) $\underline{R}_{21,0'}(t) = \underline{R}_{20,0'}(t) + \underline{R}_{21,20}(t)$

Paso 4) Proyectar el lugar geométrico y los vectores de posición definidos en el espacio – tiempo sobre los planos correspondientes y en el tiempo $t \in J$.

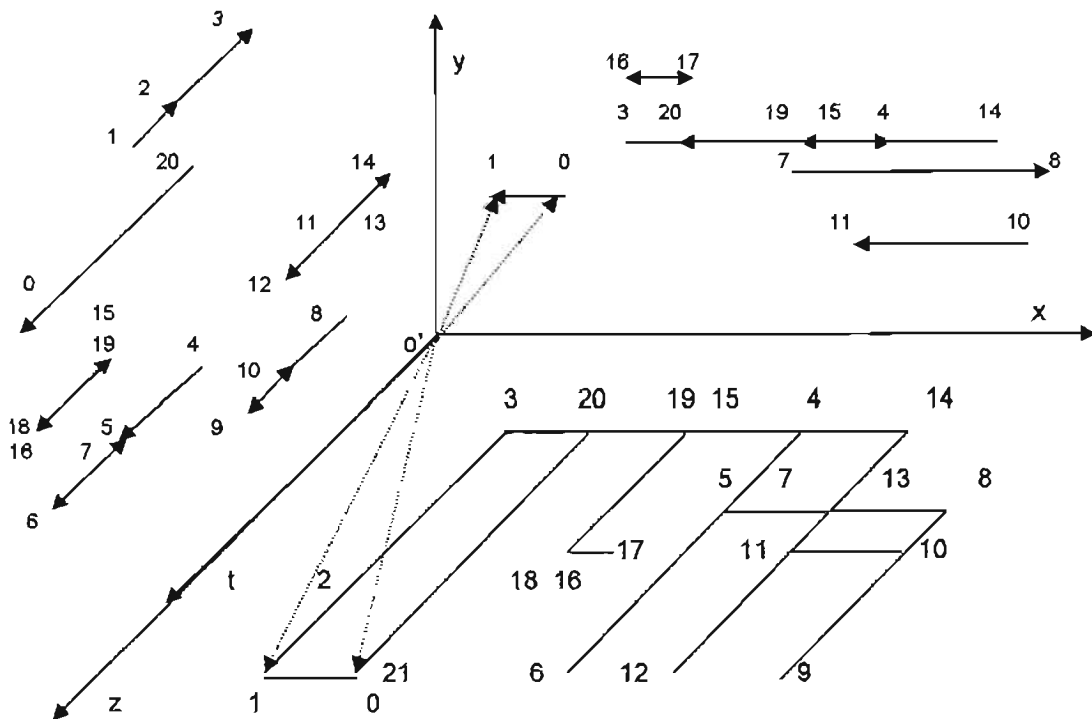


Figura 4.7 Vectores de posición proyectados

Paso 5) Construir las ecuaciones de posicionamiento del paso 3) en los planos respectivos del espacio – tiempo.

Las coordenadas de los puntos proyectados se determinan de la manera siguiente:

- | | |
|--|--|
| 1) $\underline{r_{1,0'}}(t) = \underline{r_{0,0'}}(t_0) + \underline{r_{1,0}}(t)$ | 2) $\underline{r_{2,0'}}(t) = \underline{r_{1,0'}}(t) + \underline{r_{2,1}}(t)$ |
| 3) $\underline{r_{3,0'}}(t) = \underline{r_{2,0'}}(t) + \underline{r_{3,2}}(t)$ | 4) $\underline{r_{4,0'}}(t) = \underline{r_{3,0'}}(t) + \underline{r_{4,3}}(t)$ |
| 5) $\underline{r_{5,0'}}(t) = \underline{r_{4,0'}}(t) + \underline{r_{5,4}}(t)$ | 6) $\underline{r_{6,0'}}(t) = \underline{r_{5,0'}}(t) + \underline{r_{6,5}}(t)$ |
| 7) $\underline{r_{7,0'}}(t) = \underline{r_{6,0'}}(t) + \underline{r_{7,6}}(t)$ | 8) $\underline{r_{8,0'}}(t) = \underline{r_{7,0'}}(t) + \underline{r_{8,7}}(t)$ |
| 9) $\underline{r_{9,0'}}(t) = \underline{r_{8,0'}}(t) + \underline{r_{9,8}}(t)$ | 10) $\underline{r_{10,0'}}(t) = \underline{r_{9,0'}}(t) + \underline{r_{10,9}}(t)$ |
| 11) $\underline{r_{11,0'}}(t) = \underline{r_{10,0'}}(t) + \underline{r_{11,10}}(t)$ | 12) $\underline{r_{12,0'}}(t) = \underline{r_{11,0'}}(t) + \underline{r_{12,11}}(t)$ |
| 13) $\underline{r_{13,0'}}(t) = \underline{r_{12,0'}}(t) + \underline{r_{13,12}}(t)$ | 14) $\underline{r_{14,0'}}(t) = \underline{r_{13,0'}}(t) + \underline{r_{14,13}}(t)$ |
| 15) $\underline{r_{15,0'}}(t) = \underline{r_{14,0'}}(t) + \underline{r_{15,14}}(t)$ | 16) $\underline{r_{16,0'}}(t) = \underline{r_{15,0'}}(t) + \underline{r_{16,15}}(t)$ |
| 17) $\underline{r_{17,0'}}(t) = \underline{r_{16,0'}}(t) + \underline{r_{17,16}}(t)$ | 18) $\underline{r_{18,0'}}(t) = \underline{r_{17,0'}}(t) + \underline{r_{18,17}}(t)$ |
| 19) $\underline{r_{19,0'}}(t) = \underline{r_{18,0'}}(t) + \underline{r_{19,18}}(t)$ | 20) $\underline{r_{20,0'}}(t) = \underline{r_{19,0'}}(t) + \underline{r_{20,19}}(t)$ |
| 21) $\underline{r_{21,0'}}(t) = \underline{r_{20,0'}}(t) + \underline{r_{21,20}}(t)$ | |

Paso 6) Asociar una base inercial fija sobre el sistema cartesiano y un sistema de bases móviles (uno por cada dirección) sobre cada segmento inercial del lugar geométrico y representar los vectores de posición definidos sobre las rectas.

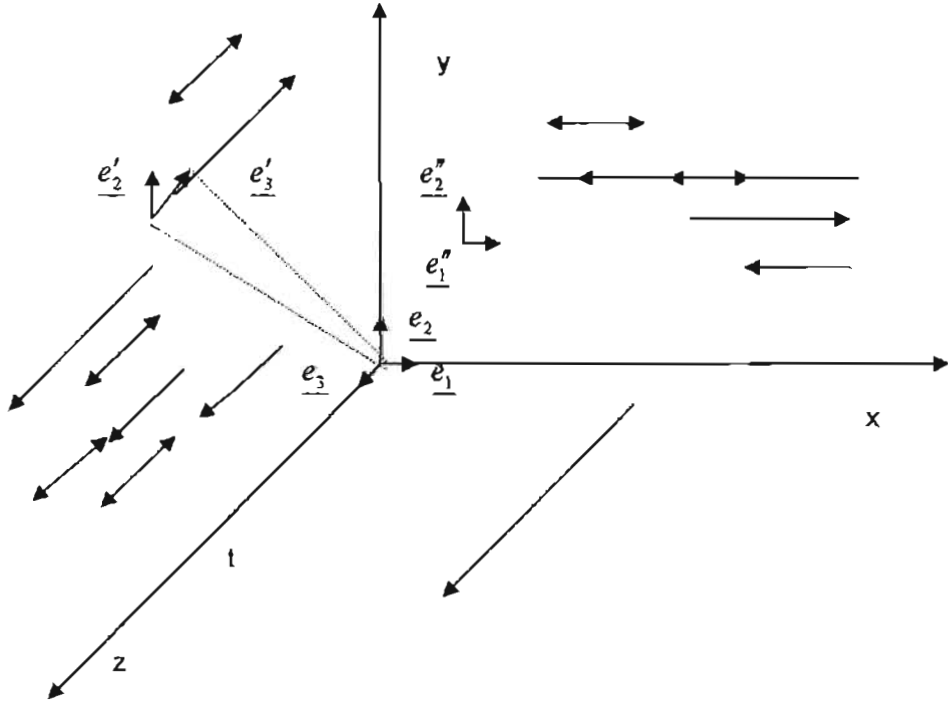


Figura 4.8 Definición de bases locales

De acuerdo con la figura 4.7, los vectores de posición $\underline{r}_{i+1,i} \in \mathbb{R}^2$ se pueden representar en términos de las bases locales de la manera siguiente:

- | | |
|--|---|
| 1) $\underline{r}_{1,0}(t) = \ell_{1,0}(t) \bullet \underline{e}_1^I(t)$ | 2) $\underline{r}_{2,1}(t) = \ell_{2,1}(t) \bullet \underline{e}_3^{II}(t)$ |
| 3) $\underline{r}_{3,2}(t) = \ell_{3,2}(t) \bullet \underline{e}_3^{III}(t)$ | 4) $\underline{r}_{4,3}(t) = \ell_{4,3}(t) \bullet \underline{e}_1^{IV}(t)$ |
| 5) $\underline{r}_{5,4}(t) = \ell_{5,4}(t) \bullet \underline{e}_3^{V}(t)$ | 6) $\underline{r}_{6,5}(t) = \ell_{6,5}(t) \bullet \underline{e}_3^{VI}(t)$ |
| 7) $\underline{r}_{7,6}(t) = \ell_{7,6}(t) \bullet \underline{e}_3^{VII}(t)$ | 8) $\underline{r}_{8,7}(t) = \ell_{8,7}(t) \bullet \underline{e}_1^{VIII}(t)$ |
| 9) $\underline{r}_{9,8}(t) = \ell_{9,8}(t) \bullet \underline{e}_3^{IX}(t)$ | 10) $\underline{r}_{10,9}(t) = \ell_{10,9}(t) \bullet \underline{e}_3^X(t)$ |
| 11) $\underline{r}_{11,10}(t) = \ell_{11,10}(t) \bullet \underline{e}_1^{XI}(t)$ | 12) $\underline{r}_{12,11}(t) = \ell_{12,11}(t) \bullet \underline{e}_3^{XII}(t)$ |
| 13) $\underline{r}_{13,12}(t) = \ell_{13,12}(t) \bullet \underline{e}_3^{XIII}(t)$ | 14) $\underline{r}_{14,13}(t) = \ell_{14,13}(t) \bullet \underline{e}_3^{XIV}(t)$ |

$$15) \underline{r}_{15,14}(t) = \underline{\ell}_{15,14}(t) \bullet \underline{e}_1^{XV}(t)$$

$$16) \underline{r}_{16,15}(t) = \underline{\ell}_{16,15}(t) \bullet \underline{e}_3^{XVI}(t)$$

$$17) \underline{r}_{17,16}(t) = \underline{\ell}_{17,16}(t) \bullet \underline{e}_1^{XVII}(t)$$

$$18) \underline{r}_{18,17}(t) = \underline{\ell}_{18,17}(t) \bullet \underline{e}_1^{XVIII}(t)$$

$$19) \underline{r}_{19,18}(t) = \underline{\ell}_{19,18}(t) \bullet \underline{e}_3^{XX}(t)$$

$$20) \underline{r}_{20,19}(t) = \underline{\ell}_{20,19}(t) \bullet \underline{e}_1^{XX}(t)$$

$$21) \underline{r}_{21,20}(t) = \underline{\ell}_{21,20}(t) \bullet \underline{e}_3^{XXI}(t)$$

Aquí, $\underline{\ell}_{1,0}(t)$, $\underline{\ell}_{2,1}(t)$, $\underline{\ell}_{3,2}(t)$, $\underline{\ell}_{4,3}(t)$, $\underline{\ell}_{5,4}(t)$, $\underline{\ell}_{6,5}(t)$, $\underline{\ell}_{7,6}(t)$, $\underline{\ell}_{8,7}(t)$, $\underline{\ell}_{9,8}(t)$, $\underline{\ell}_{10,9}(t)$, $\underline{\ell}_{11,10}(t)$, $\underline{\ell}_{12,11}(t)$, $\underline{\ell}_{13,12}(t)$, $\underline{\ell}_{14,13}(t)$, $\underline{\ell}_{15,14}(t)$, $\underline{\ell}_{16,15}(t)$, $\underline{\ell}_{17,16}(t)$, $\underline{\ell}_{18,17}(t)$, $\underline{\ell}_{19,18}(t)$, $\underline{\ell}_{20,19}(t)$, $\underline{\ell}_{21,20}(t)$, $\in \Re$ son las longitudes medidas con respecto al tiempo $t \in \Re^+$ asociadas con los vectores de posición proyectados.

Paso 7) Expresar las ecuaciones de posición del paso 5) en términos del paso 6).

$$1) \underline{r}_{1,0'}(t) = \underline{r}_{0,0'}(t_0) + \underline{\ell}_{1,0}(t) \bullet \underline{e}_1^I(t)$$

$$2) \underline{r}_{2,0'}(t) = \underline{r}_{1,0'}(t) + \underline{\ell}_{2,1}(t) \bullet \underline{e}_3^II(t)$$

$$3) \underline{r}_{3,0'}(t) = \underline{r}_{2,0'}(t) + \underline{\ell}_{3,2}(t) \bullet \underline{e}_3^{III}(t)$$

$$4) \underline{r}_{4,0'}(t) = \underline{r}_{3,0'}(t) + \underline{\ell}_{4,3}(t) \bullet \underline{e}_1^{IV}(t)$$

$$5) \underline{r}_{5,0'}(t) = \underline{r}_{4,0'}(t) + \underline{\ell}_{5,4}(t) \bullet \underline{e}_3^V(t)$$

$$6) \underline{r}_{6,0'}(t) = \underline{r}_{5,0'}(t) + \underline{\ell}_{6,5}(t) \bullet \underline{e}_3^{VI}(t)$$

$$7) \underline{r}_{7,0'}(t) = \underline{r}_{6,0'}(t) + \underline{\ell}_{7,6}(t) \bullet \underline{e}_3^{VII}(t)$$

$$8) \underline{r}_{8,0'}(t) = \underline{r}_{7,0'}(t) + \underline{\ell}_{8,7}(t) \bullet \underline{e}_1^{VIII}(t)$$

$$9) \underline{r}_{9,0'}(t) = \underline{r}_{8,0'}(t) + \underline{\ell}_{9,8}(t) \bullet \underline{e}_3^{IX}(t)$$

$$10) \underline{r}_{10,0'}(t) = \underline{r}_{9,0'}(t) + \underline{\ell}_{10,9}(t) \bullet \underline{e}_3^X(t)$$

$$11) \underline{r}_{11,0'}(t) = \underline{r}_{10,0'}(t) + \underline{\ell}_{11,10}(t) \bullet \underline{e}_1^{XI}(t)$$

$$12) \underline{r}_{12,0'}(t) = \underline{r}_{11,0'}(t) + \underline{\ell}_{12,11}(t) \bullet \underline{e}_3^{XII}(t)$$

$$13) \underline{r}_{13,0'}(t) = \underline{r}_{12,0'}(t) + \underline{\ell}_{13,12}(t) \bullet \underline{e}_3^{XIII}(t)$$

$$14) \underline{r}_{14,0'}(t) = \underline{r}_{13,0'}(t) + \underline{\ell}_{14,13}(t) \bullet \underline{e}_3^{XIV}(t)$$

$$15) \underline{r}_{15,0'}(t) = \underline{r}_{14,0'}(t) + \underline{\ell}_{15,14}(t) \bullet \underline{e}_1^{XV}(t)$$

$$16) \underline{r}_{16,0'}(t) = \underline{r}_{15,0'}(t) + \underline{\ell}_{16,15}(t) \bullet \underline{e}_3^{XVI}(t)$$

$$17) \underline{r}_{17,0'}(t) = \underline{r}_{16,0'}(t) + \underline{\ell}_{17,16}(t) \bullet \underline{e}_1^{XVII}(t)$$

$$18) \underline{r}_{18,0'}(t) = \underline{r}_{17,0'}(t) + \underline{\ell}_{18,17}(t) \bullet \underline{e}_1^{XVIII}(t)$$

$$19) \underline{r}_{19,0'}(t) = \underline{r}_{18,0'}(t) + \underline{\ell}_{19,18}(t) \bullet \underline{e}_3^{XX}(t)$$

$$20) \underline{r}_{20,0'}(t) = \underline{r}_{19,0'}(t) + \underline{\ell}_{20,19}(t) \bullet \underline{e}_1^{XX}(t)$$

$$21) \underline{r}_{21,0'}(t) = \underline{r}_{20,0'}(t) + \underline{\ell}_{21,20}(t) \bullet \underline{e}_3^{XXI}(t)$$

Paso 8) Derivar con respecto al tiempo $t \in J$ las ecuaciones de posición del paso 3) y, posteriormente, proyectarlas sobre los planos correspondientes. Dichas ecuaciones permitirán determinar las velocidades de la herramienta en cualquier punto del lugar geométrico tanto en el espacio – tiempo como en el proyectado.

$$\begin{array}{ll}
 1) \quad \dot{\underline{R}}_{1,0'}(t) = \dot{\underline{R}}_{0,0'}(t_0) + \dot{\underline{R}}_{1,0}(t) & 2) \quad \dot{\underline{R}}_{2,0'}(t) = \dot{\underline{R}}_{1,0'}(t) + \dot{\underline{R}}_{2,1}(t) \\
 3) \quad \dot{\underline{R}}_{3,0'}(t) = \dot{\underline{R}}_{2,0'}(t) + \dot{\underline{R}}_{3,2}(t) & 4) \quad \dot{\underline{R}}_{4,0'}(t) = \dot{\underline{R}}_{3,0'}(t) + \dot{\underline{R}}_{4,3}(t) \\
 5) \quad \dot{\underline{R}}_{5,0'}(t) = \dot{\underline{R}}_{4,0'}(t) + \dot{\underline{R}}_{5,4}(t) & 6) \quad \dot{\underline{R}}_{6,0'}(t) = \dot{\underline{R}}_{5,0'}(t) + \dot{\underline{R}}_{6,5}(t) \\
 7) \quad \dot{\underline{R}}_{7,0'}(t) = \dot{\underline{R}}_{6,0'}(t) + \dot{\underline{R}}_{7,6}(t) & 8) \quad \dot{\underline{R}}_{8,0'}(t) = \dot{\underline{R}}_{7,0'}(t) + \dot{\underline{R}}_{8,7}(t) \\
 9) \quad \dot{\underline{R}}_{9,0'}(t) = \dot{\underline{R}}_{8,0'}(t) + \dot{\underline{R}}_{9,8}(t) & 10) \quad \dot{\underline{R}}_{10,0'}(t) = \dot{\underline{R}}_{9,0'}(t) + \dot{\underline{R}}_{10,9}(t) \\
 11) \quad \dot{\underline{R}}_{11,0'}(t) = \dot{\underline{R}}_{10,0'}(t) + \dot{\underline{R}}_{11,10}(t) & 12) \quad \dot{\underline{R}}_{12,0'}(t) = \dot{\underline{R}}_{11,0'}(t) + \dot{\underline{R}}_{12,11}(t) \\
 13) \quad \dot{\underline{R}}_{13,0'}(t) = \dot{\underline{R}}_{12,0'}(t) + \dot{\underline{R}}_{13,12}(t) & 14) \quad \dot{\underline{R}}_{14,0'}(t) = \dot{\underline{R}}_{13,0'}(t) + \dot{\underline{R}}_{14,13}(t) \\
 15) \quad \dot{\underline{R}}_{15,0'}(t) = \dot{\underline{R}}_{14,0'}(t) + \dot{\underline{R}}_{15,14}(t) & 16) \quad \dot{\underline{R}}_{16,0'}(t) = \dot{\underline{R}}_{15,0'}(t) + \dot{\underline{R}}_{16,15}(t) \\
 17) \quad \dot{\underline{R}}_{17,0'}(t) = \dot{\underline{R}}_{16,0'}(t) + \dot{\underline{R}}_{17,16}(t) & 18) \quad \dot{\underline{R}}_{18,0'}(t) = \dot{\underline{R}}_{17,0'}(t) + \dot{\underline{R}}_{18,17}(t) \\
 19) \quad \dot{\underline{R}}_{19,0'}(t) = \dot{\underline{R}}_{18,0'}(t) + \dot{\underline{R}}_{19,18}(t) & 20) \quad \dot{\underline{R}}_{20,0'}(t) = \dot{\underline{R}}_{19,0'}(t) + \dot{\underline{R}}_{20,19}(t) \\
 21) \quad \dot{\underline{R}}_{21,0'}(t) = \dot{\underline{R}}_{20,0'}(t) + \dot{\underline{R}}_{21,20}(t) &
 \end{array}$$

Cada vector proyectado en la figura 5.8 satisface una de las dos relaciones siguientes:

$$\begin{array}{l}
 1) \quad \pi \left(\dot{\underline{R}}_{i,0'}(t) \right) = \dot{\underline{r}}_{i,0'}(t) \\
 2) \quad \pi \left(\dot{\underline{R}}_{i,i+1}(t) \right) = \dot{\underline{r}}_{i,i+1}(t)
 \end{array}$$

Aquí, $\underline{r}_{i,0'}(t) \in \mathfrak{R}^3$ y $\underline{R}_{i,0'}(t) \in \mathfrak{R}^4$

Paso 9) Expresar las ecuaciones de velocidad proyectadas en términos del paso 6); es decir, en términos de la magnitud de la velocidad y en la dirección del movimiento.

- 1) $\dot{\underline{r}}_{1,0'}(t) = \dot{\underline{\ell}}_{1,0}(t) \bullet \underline{e}_1^I$
- 2) $\dot{\underline{r}}_{2,0'}(t) = \dot{\underline{r}}_{1,0'}(t) + \dot{\underline{\ell}}_{2,1}(t) \bullet \underline{e}_3^{II}$
- 3) $\dot{\underline{r}}_{3,0'}(t) = \dot{\underline{r}}_{2,0'}(t) + \dot{\underline{\ell}}_{3,2}(t) \bullet \underline{e}_3^{III}$
- 4) $\dot{\underline{r}}_{4,0'}(t) = \dot{\underline{r}}_{3,0'}(t) + \dot{\underline{\ell}}_{4,3}(t) \bullet \underline{e}_1^{IV}$
- 5) $\dot{\underline{r}}_{5,0'}(t) = \dot{\underline{r}}_{4,0'}(t) + \dot{\underline{\ell}}_{5,4}(t) \bullet \underline{e}_3^V$
- 6) $\dot{\underline{r}}_{6,0'}(t) = \dot{\underline{r}}_{5,0'}(t) + \dot{\underline{\ell}}_{6,5}(t) \bullet \underline{e}_3^{VI}$
- 7) $\dot{\underline{r}}_{7,0'}(t) = \dot{\underline{r}}_{6,0'}(t) + \dot{\underline{\ell}}_{7,6}(t) \bullet \underline{e}_3^{VII}$
- 8) $\dot{\underline{r}}_{8,0'}(t) = \dot{\underline{r}}_{7,0'}(t) + \dot{\underline{\ell}}_{8,7}(t) \bullet \underline{e}_1^{VIII}$
- 9) $\dot{\underline{r}}_{9,0'}(t) = \dot{\underline{r}}_{8,0'}(t) + \dot{\underline{\ell}}_{9,8}(t) \bullet \underline{e}_3^{IX}$
- 10) $\dot{\underline{r}}_{10,0'}(t) = \dot{\underline{r}}_{9,0'}(t) + \dot{\underline{\ell}}_{10,9}(t) \bullet \underline{e}_3^X$
- 11) $\dot{\underline{r}}_{11,0'}(t) = \dot{\underline{r}}_{10,0'}(t) + \dot{\underline{\ell}}_{11,10}(t) \bullet \underline{e}_1^{XI}$
- 12) $\dot{\underline{r}}_{12,0'}(t) = \dot{\underline{r}}_{11,0'}(t) + \dot{\underline{\ell}}_{12,11}(t) \bullet \underline{e}_3^{XII}$
- 13) $\dot{\underline{r}}_{13,0'}(t) = \dot{\underline{r}}_{12,0'}(t) + \dot{\underline{\ell}}_{13,12}(t) \bullet \underline{e}_3^{XIII}$
- 14) $\dot{\underline{r}}_{14,0'}(t) = \dot{\underline{r}}_{13,0'}(t) + \dot{\underline{\ell}}_{14,13}(t) \bullet \underline{e}_3^{XIV}$
- 15) $\dot{\underline{r}}_{15,0'}(t) = \dot{\underline{r}}_{14,0'}(t) + \dot{\underline{\ell}}_{15,14}(t) \bullet \underline{e}_1^{XV}$
- 16) $\dot{\underline{r}}_{16,0'}(t) = \dot{\underline{r}}_{15,0'}(t) + \dot{\underline{\ell}}_{16,15}(t) \bullet \underline{e}_3^{XVI}$
- 17) $\dot{\underline{r}}_{17,0'}(t) = \dot{\underline{r}}_{16,0'}(t) + \dot{\underline{\ell}}_{17,16}(t) \bullet \underline{e}_1^{XVII}$
- 18) $\dot{\underline{r}}_{18,0'}(t) = \dot{\underline{r}}_{17,0'}(t) + \dot{\underline{\ell}}_{18,17}(t) \bullet \underline{e}_3^{XVIII}$
- 19) $\dot{\underline{r}}_{19,0'}(t) = \dot{\underline{r}}_{18,0'}(t) + \dot{\underline{\ell}}_{19,18}(t) \bullet \underline{e}_3^{XIX}$
- 20) $\dot{\underline{r}}_{20,0'}(t) = \dot{\underline{r}}_{19,0'}(t) + \dot{\underline{\ell}}_{20,19}(t) \bullet \underline{e}_1^{XX}$
- 21) $\dot{\underline{r}}_{21,0'}(t) = \dot{\underline{r}}_{20,0'}(t) + \dot{\underline{\ell}}_{21,20}(t) \bullet \underline{e}_3^{XXI}$

Paso 10) Derivar con respecto al tiempo $t \in J$ las ecuaciones de velocidad del punto 8) y, posteriormente, proyectarlas sobre los planos correspondientes. Dichas ecuaciones permitirán determinar las aceleraciones de la herramienta o dispositivo en cualquier punto del lugar geométrico tanto en el espacio – tiempo como en las proyecciones.

- 1) $\ddot{\underline{R}}_{1,0'}(t) = \ddot{\underline{R}}_{0,0'}(t_0) + \ddot{\underline{R}}_{1,0}(t)$
- 2) $\ddot{\underline{R}}_{2,0'}(t) = \ddot{\underline{R}}_{1,0'}(t) + \ddot{\underline{R}}_{2,1}(t)$

$$\begin{array}{ll}
3) \quad \ddot{\underline{R}}_{3,0'}(t) = \ddot{\underline{R}}_{2,0'}(t) + \ddot{\underline{R}}_{3,2}(t) & 4) \quad \ddot{\underline{R}}_{4,0'}(t) = \ddot{\underline{R}}_{3,0'}(t) + \ddot{\underline{R}}_{4,3}(t) \\
5) \quad \ddot{\underline{R}}_{5,0'}(t) = \ddot{\underline{R}}_{4,0'}(t) + \ddot{\underline{R}}_{5,4}(t) & 6) \quad \ddot{\underline{R}}_{6,0'}(t) = \ddot{\underline{R}}_{5,0'}(t) + \ddot{\underline{R}}_{6,5}(t) \\
7) \quad \ddot{\underline{R}}_{7,0'}(t) = \ddot{\underline{R}}_{6,0'}(t) + \ddot{\underline{R}}_{7,6}(t) & 8) \quad \ddot{\underline{R}}_{8,0'}(t) = \ddot{\underline{R}}_{7,0'}(t) + \ddot{\underline{R}}_{8,7}(t) \\
9) \quad \ddot{\underline{R}}_{9,0'}(t) = \ddot{\underline{R}}_{8,0'}(t) + \ddot{\underline{R}}_{9,8}(t) & 10) \quad \ddot{\underline{R}}_{10,0'}(t) = \ddot{\underline{R}}_{9,0'}(t) + \ddot{\underline{R}}_{10,9}(t) \\
11) \quad \ddot{\underline{R}}_{11,0'}(t) = \ddot{\underline{R}}_{10,0'}(t) + \ddot{\underline{R}}_{11,10}(t) & 12) \quad \ddot{\underline{R}}_{12,0'}(t) = \ddot{\underline{R}}_{11,0'}(t) + \ddot{\underline{R}}_{12,11}(t) \\
13) \quad \ddot{\underline{R}}_{13,0'}(t) = \ddot{\underline{R}}_{12,0'}(t) + \ddot{\underline{R}}_{13,12}(t) & 14) \quad \ddot{\underline{R}}_{14,0'}(t) = \ddot{\underline{R}}_{13,0'}(t) + \ddot{\underline{R}}_{14,13}(t) \\
15) \quad \ddot{\underline{R}}_{15,0'}(t) = \ddot{\underline{R}}_{14,0'}(t) + \ddot{\underline{R}}_{15,14}(t) & 16) \quad \ddot{\underline{R}}_{16,0'}(t) = \ddot{\underline{R}}_{15,0'}(t) + \ddot{\underline{R}}_{16,15}(t) \\
17) \quad \ddot{\underline{R}}_{17,0'}(t) = \ddot{\underline{R}}_{16,0'}(t) + \ddot{\underline{R}}_{17,16}(t) & 18) \quad \ddot{\underline{R}}_{18,0'}(t) = \ddot{\underline{R}}_{17,0'}(t) + \ddot{\underline{R}}_{18,17}(t) \\
19) \quad \ddot{\underline{R}}_{19,0'}(t) = \ddot{\underline{R}}_{18,0'}(t) + \ddot{\underline{R}}_{19,18}(t) & 20) \quad \ddot{\underline{R}}_{20,0'}(t) = \ddot{\underline{R}}_{19,0'}(t) + \ddot{\underline{R}}_{20,19}(t) \\
21) \quad \ddot{\underline{R}}_{21,0'}(t) = \ddot{\underline{R}}_{20,0'}(t) + \ddot{\underline{R}}_{21,20}(t) &
\end{array}$$

Cada vector proyectado en la figura 5.8 satisface una de las dos relaciones siguientes:

$$\begin{array}{l}
1) \quad \pi\left(\ddot{\underline{R}}_{i,0'}(t)\right) = \ddot{\underline{r}}_{i,0'}(t) \\
2) \quad \pi\left(\ddot{\underline{R}}_{i+1,i}(t)\right) = \ddot{\underline{r}}_{i+1,i}(t)
\end{array}$$

Aquí, $\underline{r}_{i,0'}(t) \in \mathfrak{R}^3$ y $\underline{R}_{i,0'}(t) \in \mathfrak{R}^4$

Paso 11) Expresar las ecuaciones de aceleración proyectadas en términos del paso 6); es decir, en términos de la magnitud de aceleración y en la dirección del movimiento.

$$\begin{array}{ll}
1) \quad \ddot{\underline{r}}_{1,0'}(t) = \ddot{l}_{1,0}(t) \bullet \underline{e}_1^I & 2) \quad \ddot{\underline{r}}_{2,0'}(t) = \ddot{\underline{r}}_{1,0'}(t) + \ddot{\ell}_{2,1}(t) \bullet \underline{e}_3^H
\end{array}$$

$$3) \underline{\ddot{r}}_{3,0'}(t) = \underline{\ddot{r}}_{2,0'}(t) + \underline{\ell}_{3,2}(t) \bullet \underline{e}_3^{III}$$

$$5) \underline{\ddot{r}}_{5,0'}(t) = \underline{\ddot{r}}_{4,0'}(t) + \underline{\ell}_{5,4}(t) \bullet \underline{e}_3^V$$

$$7) \underline{\ddot{r}}_{7,0'}(t) = \underline{\ddot{r}}_{6,0'}(t) + \underline{\ell}_{7,6}(t) \bullet \underline{e}_3^{VII}$$

$$9) \underline{\ddot{r}}_{9,0'}(t) = \underline{\ddot{r}}_{8,0'}(t) + \underline{\ell}_{9,8}(t) \bullet \underline{e}_3^{IX}$$

$$11) \underline{\ddot{r}}_{11,0'}(t) = \underline{\ddot{r}}_{10,0'}(t) + \underline{\ell}_{11,10}(t) \bullet \underline{e}_3^{XI}$$

$$13) \underline{\ddot{r}}_{13,0'}(t) = \underline{\ddot{r}}_{12,0'}(t) + \underline{\ell}_{13,12}(t) \bullet \underline{e}_3^{XIII}$$

$$15) \underline{\ddot{r}}_{15,0'}(t) = \underline{\ddot{r}}_{14,0'}(t) + \underline{\ell}_{15,14}(t) \bullet \underline{e}_3^{XV}$$

$$17) \underline{\ddot{r}}_{17,0'}(t) = \underline{\ddot{r}}_{16,0'}(t) + \underline{\ell}_{17,16}(t) \bullet \underline{e}_3^{XVII}$$

$$19) \underline{\ddot{r}}_{19,0'}(t) = \underline{\ddot{r}}_{18,0'}(t) + \underline{\ell}_{19,18}(t) \bullet \underline{e}_3^{XIX}$$

$$21) \underline{\ddot{r}}_{21,0'}(t) = \underline{\ddot{r}}_{20,0'}(t) + \underline{\ell}_{21,20}(t) \bullet \underline{e}_3^{XXI}$$

$$4) \underline{\ddot{r}}_{4,0'}(t) = \underline{\ddot{r}}_{3,0'}(t) + \underline{\ell}_{4,3}(t) \bullet \underline{e}_1^{IV}$$

$$6) \underline{\ddot{r}}_{6,0'}(t) = \underline{\ddot{r}}_{5,0'}(t) + \underline{\ell}_{6,5}(t) \bullet \underline{e}_3^{VI}$$

$$8) \underline{\ddot{r}}_{8,0'}(t) = \underline{\ddot{r}}_{7,0'}(t) + \underline{\ell}_{8,7}(t) \bullet \underline{e}_1^{VIII}$$

$$10) \underline{\ddot{r}}_{10,0'}(t) = \underline{\ddot{r}}_{9,0'}(t) + \underline{\ell}_{10,9}(t) \bullet \underline{e}_3^X$$

$$12) \underline{\ddot{r}}_{12,0'}(t) = \underline{\ddot{r}}_{11,0'}(t) + \underline{\ell}_{12,11}(t) \bullet \underline{e}_3^{XII}$$

$$14) \underline{\ddot{r}}_{14,0'}(t) = \underline{\ddot{r}}_{13,0'}(t) + \underline{\ell}_{14,13}(t) \bullet \underline{e}_3^{XIV}$$

$$16) \underline{\ddot{r}}_{16,0'}(t) = \underline{\ddot{r}}_{15,0'}(t) + \underline{\ell}_{16,15}(t) \bullet \underline{e}_3^{XVI}$$

$$18) \underline{\ddot{r}}_{18,0'}(t) = \underline{\ddot{r}}_{17,0'}(t) + \underline{\ell}_{18,17}(t) \bullet \underline{e}_1^{XVIII}$$

$$20) \underline{\ddot{r}}_{20,0'}(t) = \underline{\ddot{r}}_{19,0'}(t) + \underline{\ell}_{20,19}(t) \bullet \underline{e}_1^{XX}$$

Paso 12) Las expresiones de los pasos 7), 9) y 11) representan las ecuaciones de movimiento de la herramienta que se desplaza por el lugar geométrico en el espacio – tiempo y en los planos correspondientes.

Las ecuaciones de posición se pueden escribir en términos de las bases locales, esto es:

$$1) \underline{r}_{1,0'}(t) = \underline{r}_{0,0'}(t_0) + \underline{\ell}_{1,0}(t) \bullet \underline{e}_1^I(t)$$

$$3) \underline{r}_{3,0'}(t) = \underline{r}_{2,0'}(t) + \underline{\ell}_{3,2}(t) \bullet \underline{e}_3^{III}(t)$$

$$5) \underline{r}_{5,0'}(t) = \underline{r}_{4,0'}(t) + \underline{\ell}_{5,4}(t) \bullet \underline{e}_3^V(t)$$

$$7) \underline{r}_{7,0'}(t) = \underline{r}_{6,0'}(t) + \underline{\ell}_{7,6}(t) \bullet \underline{e}_3^{VII}(t)$$

$$9) \underline{r}_{9,0'}(t) = \underline{r}_{8,0'}(t) + \underline{\ell}_{9,8}(t) \bullet \underline{e}_3^{IX}(t)$$

$$2) \underline{r}_{2,0'}(t) = \underline{r}_{1,0'}(t) + \underline{\ell}_{2,1}(t) \bullet \underline{e}_3^{II}(t)$$

$$4) \underline{r}_{4,0'}(t) = \underline{r}_{3,0'}(t) + \underline{\ell}_{4,3}(t) \bullet \underline{e}_1^{IV}(t)$$

$$6) \underline{r}_{6,0'}(t) = \underline{r}_{5,0'}(t) + \underline{\ell}_{6,5}(t) \bullet \underline{e}_3^{VI}(t)$$

$$8) \underline{r}_{8,0'}(t) = \underline{r}_{7,0'}(t) + \underline{\ell}_{8,7}(t) \bullet \underline{e}_1^{VIII}(t)$$

$$10) \underline{r}_{10,0'}(t) = \underline{r}_{9,0'}(t) + \underline{\ell}_{10,9}(t) \bullet \underline{e}_3^X(t)$$

$$11) \underline{r}_{11,0'}(t) = \underline{r}_{10,0'}(t) + \underline{\ell}_{11,10}(t) \bullet \underline{e}_1^{XI}(t)$$

$$13) \underline{r}_{13,0'}(t) = \underline{r}_{12,0'}(t) + \underline{\ell}_{13,12}(t) \bullet \underline{e}_3^{XII}(t)$$

$$15) \underline{r}_{15,0'}(t) = \underline{r}_{14,0'}(t) + \underline{\ell}_{15,14}(t) \bullet \underline{e}_1^{XV}(t)$$

$$17) \underline{r}_{17,0'}(t) = \underline{r}_{16,0'}(t) + \underline{\ell}_{17,16}(t) \bullet \underline{e}_1^{XVII}(t)$$

$$19) \underline{r}_{19,0'}(t) = \underline{r}_{18,0'}(t) + \underline{\ell}_{19,18}(t) \bullet \underline{e}_3^{XX}(t)$$

$$21) \underline{r}_{21,0'}(t) = \underline{r}_{20,0'}(t) + \underline{\ell}_{21,20}(t) \bullet \underline{e}_3^{XXI}(t)$$

$$12) \underline{r}_{12,0'}(t) = \underline{r}_{11,0'}(t) + \underline{\ell}_{12,11}(t) \bullet \underline{e}_3^{XII}(t)$$

$$14) \underline{r}_{14,0'}(t) = \underline{r}_{13,0'}(t) + \underline{\ell}_{14,13}(t) \bullet \underline{e}_3^{XIV}(t)$$

$$16) \underline{r}_{16,0'}(t) = \underline{r}_{15,0'}(t) + \underline{\ell}_{16,15}(t) \bullet \underline{e}_3^{XVI}(t)$$

$$18) \underline{r}_{18,0'}(t) = \underline{r}_{17,0'}(t) + \underline{\ell}_{18,17}(t) \bullet \underline{e}_1^{XVIII}(t)$$

$$20) \underline{r}_{20,0'}(t) = \underline{r}_{19,0'}(t) + \underline{\ell}_{20,19}(t) \bullet \underline{e}_1^{XX}(t)$$

Las ecuaciones de velocidad se pueden escribir en términos de las bases locales, esto es:

$$1) \dot{\underline{r}}_{1,0'}(t) = \dot{\underline{\ell}}_{1,0}(t) \bullet \underline{e}_1^I$$

$$3) \dot{\underline{r}}_{3,0'}(t) = \dot{\underline{r}}_{2,0'}(t) + \dot{\underline{\ell}}_{3,2}(t) \bullet \underline{e}_3^{III}$$

$$5) \dot{\underline{r}}_{5,0'}(t) = \dot{\underline{r}}_{4,0'}(t) + \dot{\underline{\ell}}_{5,4}(t) \bullet \underline{e}_3^V$$

$$7) \dot{\underline{r}}_{7,0'}(t) = \dot{\underline{r}}_{6,0'}(t) + \dot{\underline{\ell}}_{7,6}(t) \bullet \underline{e}_3^{VII}$$

$$9) \dot{\underline{r}}_{9,0'}(t) = \dot{\underline{r}}_{8,0'}(t) + \dot{\underline{\ell}}_{9,8}(t) \bullet \underline{e}_3^{IX}$$

$$11) \dot{\underline{r}}_{11,0'}(t) = \dot{\underline{r}}_{10,0'}(t) + \dot{\underline{\ell}}_{11,10}(t) \bullet \underline{e}_1^{XI}$$

$$13) \dot{\underline{r}}_{13,0'}(t) = \dot{\underline{r}}_{12,0'}(t) + \dot{\underline{\ell}}_{13,12}(t) \bullet \underline{e}_3^{XIII}$$

$$15) \dot{\underline{r}}_{15,0'}(t) = \dot{\underline{r}}_{14,0'}(t) + \dot{\underline{\ell}}_{15,14}(t) \bullet \underline{e}_1^{XV}$$

$$17) \dot{\underline{r}}_{17,0'}(t) = \dot{\underline{r}}_{16,0'}(t) + \dot{\underline{\ell}}_{17,16}(t) \bullet \underline{e}_1^{XVII}$$

$$19) \dot{\underline{r}}_{19,0'}(t) = \dot{\underline{r}}_{18,0'}(t) + \dot{\underline{\ell}}_{19,18}(t) \bullet \underline{e}_3^{XX}$$

$$21) \dot{\underline{r}}_{21,0'}(t) = \dot{\underline{r}}_{20,0'}(t) + \dot{\underline{\ell}}_{21,20}(t) \bullet \underline{e}_3^{XXI}$$

$$2) \dot{\underline{r}}_{2,0'}(t) = \dot{\underline{r}}_{1,0'}(t) + \dot{\underline{\ell}}_{2,1}(t) \bullet \underline{e}_3^{II}$$

$$4) \dot{\underline{r}}_{4,0'}(t) = \dot{\underline{r}}_{3,0'}(t) + \dot{\underline{\ell}}_{4,3}(t) \bullet \underline{e}_1^{IV}$$

$$6) \dot{\underline{r}}_{6,0'}(t) = \dot{\underline{r}}_{5,0'}(t) + \dot{\underline{\ell}}_{6,5}(t) \bullet \underline{e}_3^{VI}$$

$$8) \dot{\underline{r}}_{8,0'}(t) = \dot{\underline{r}}_{7,0'}(t) + \dot{\underline{\ell}}_{8,7}(t) \bullet \underline{e}_1^{VIII}$$

$$10) \dot{\underline{r}}_{10,0'}(t) = \dot{\underline{r}}_{9,0'}(t) + \dot{\underline{\ell}}_{10,9}(t) \bullet \underline{e}_3^{X}$$

$$12) \dot{\underline{r}}_{12,0'}(t) = \dot{\underline{r}}_{11,0'}(t) + \dot{\underline{\ell}}_{12,11}(t) \bullet \underline{e}_3^{XII}$$

$$14) \dot{\underline{r}}_{14,0'}(t) = \dot{\underline{r}}_{13,0'}(t) + \dot{\underline{\ell}}_{14,13}(t) \bullet \underline{e}_3^{XIV}$$

$$16) \dot{\underline{r}}_{16,0'}(t) = \dot{\underline{r}}_{15,0'}(t) + \dot{\underline{\ell}}_{16,15}(t) \bullet \underline{e}_3^{XVI}$$

$$18) \dot{\underline{r}}_{18,0'}(t) = \dot{\underline{r}}_{17,0'}(t) + \dot{\underline{\ell}}_{18,17}(t) \bullet \underline{e}_1^{XVIII}$$

$$20) \dot{\underline{r}}_{20,0'}(t) = \dot{\underline{r}}_{19,0'}(t) + \dot{\underline{\ell}}_{20,19}(t) \bullet \underline{e}_1^{XX}$$

Las ecuaciones de aceleración se pueden escribir en términos de las bases locales, esto es:

- 1) $\ddot{\underline{r}}_{1,0'}(t) = \ddot{\underline{r}}_{1,0}(t) \bullet \underline{e}_1^I$
- 2) $\ddot{\underline{r}}_{2,0'}(t) = \ddot{\underline{r}}_{1,0'}(t) + \ddot{\ell}_{2,1}(t) \bullet \underline{e}_3^{II}$
- 3) $\ddot{\underline{r}}_{3,0'}(t) = \ddot{\underline{r}}_{2,0'}(t) + \ddot{\ell}_{3,2}(t) \bullet \underline{e}_3^{III}$
- 4) $\ddot{\underline{r}}_{4,0'}(t) = \ddot{\underline{r}}_{3,0'}(t) + \ddot{\ell}_{4,3}(t) \bullet \underline{e}_1^{IV}$
- 5) $\ddot{\underline{r}}_{5,0'}(t) = \ddot{\underline{r}}_{4,0'}(t) + \ddot{\ell}_{5,4}(t) \bullet \underline{e}_3^{V}$
- 6) $\ddot{\underline{r}}_{6,0'}(t) = \ddot{\underline{r}}_{5,0'}(t) + \ddot{\ell}_{6,5}(t) \bullet \underline{e}_3^{VI}$
- 7) $\ddot{\underline{r}}_{7,0'}(t) = \ddot{\underline{r}}_{6,0'}(t) + \ddot{\ell}_{7,6}(t) \bullet \underline{e}_3^{VII}$
- 8) $\ddot{\underline{r}}_{8,0'}(t) = \ddot{\underline{r}}_{7,0'}(t) + \ddot{\ell}_{8,7}(t) \bullet \underline{e}_1^{VIII}$
- 9) $\ddot{\underline{r}}_{9,0'}(t) = \ddot{\underline{r}}_{8,0'}(t) + \ddot{\ell}_{9,8}(t) \bullet \underline{e}_3^{IX}$
- 10) $\ddot{\underline{r}}_{10,0'}(t) = \ddot{\underline{r}}_{9,0'}(t) + \ddot{\ell}_{10,9}(t) \bullet \underline{e}_3^X$
- 11) $\ddot{\underline{r}}_{11,0'}(t) = \ddot{\underline{r}}_{10,0'}(t) + \ddot{\ell}_{11,10}(t) \bullet \underline{e}_1^{XI}$
- 12) $\ddot{\underline{r}}_{12,0'}(t) = \ddot{\underline{r}}_{11,0'}(t) + \ddot{\ell}_{12,11}(t) \bullet \underline{e}_3^{XII}$
- 13) $\ddot{\underline{r}}_{13,0'}(t) = \ddot{\underline{r}}_{12,0'}(t) + \ddot{\ell}_{13,12}(t) \bullet \underline{e}_3^{XIII}$
- 14) $\ddot{\underline{r}}_{14,0'}(t) = \ddot{\underline{r}}_{13,0'}(t) + \ddot{\ell}_{14,13}(t) \bullet \underline{e}_3^{XIV}$
- 15) $\ddot{\underline{r}}_{15,0'}(t) = \ddot{\underline{r}}_{14,0'}(t) + \ddot{\ell}_{15,14}(t) \bullet \underline{e}_1^{XV}$
- 16) $\ddot{\underline{r}}_{16,0'}(t) = \ddot{\underline{r}}_{15,0'}(t) + \ddot{\ell}_{16,15}(t) \bullet \underline{e}_3^{XVI}$
- 17) $\ddot{\underline{r}}_{17,0'}(t) = \ddot{\underline{r}}_{16,0'}(t) + \ddot{\ell}_{17,16}(t) \bullet \underline{e}_1^{XVII}$
- 18) $\ddot{\underline{r}}_{18,0'}(t) = \ddot{\underline{r}}_{17,0'}(t) + \ddot{\ell}_{18,17}(t) \bullet \underline{e}_1^{XVIII}$
- 19) $\ddot{\underline{r}}_{19,0'}(t) = \ddot{\underline{r}}_{18,0'}(t) + \ddot{\ell}_{19,18}(t) \bullet \underline{e}_3^{XIX}$
- 20) $\ddot{\underline{r}}_{20,0'}(t) = \ddot{\underline{r}}_{19,0'}(t) + \ddot{\ell}_{20,19}(t) \bullet \underline{e}_1^{XX}$
- 21) $\ddot{\underline{r}}_{21,0'}(t) = \ddot{\underline{r}}_{20,0'}(t) + \ddot{\ell}_{21,20}(t) \bullet \underline{e}_3^{XXI}$

4.2.2 Perfiles de trayectoria

En esta sección se utilizarán 5 pasos del método para construir las ecuaciones de los perfiles de trayectoria [7, 8, 9].

Paso 13) Diseñar un perfil de velocidades; es decir, una gráfica que represente la variación de la magnitud de velocidad en el tiempo $t \in J$.

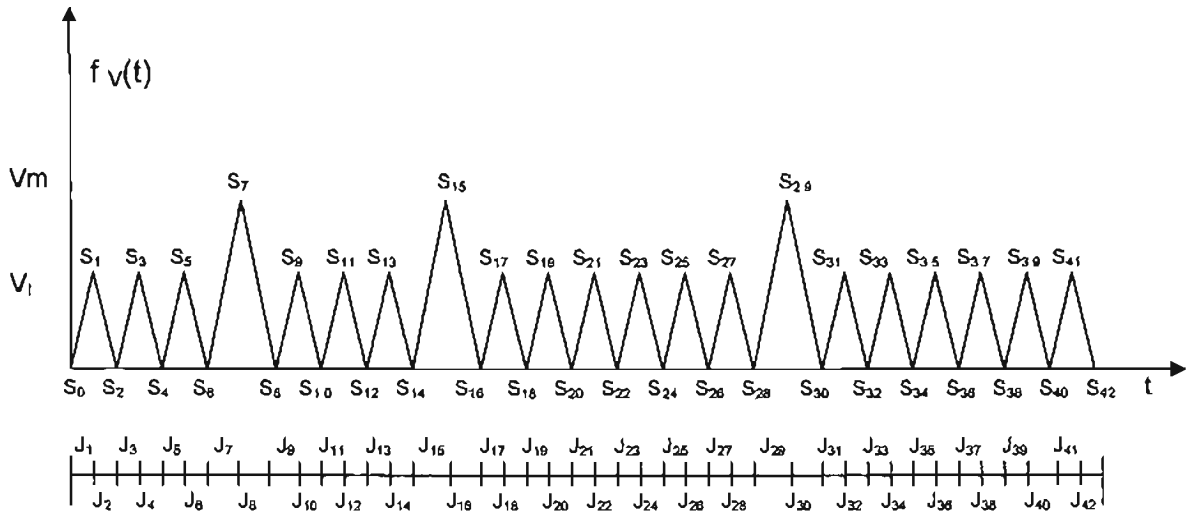


Figura 4.9 Perfil teórico de velocidades

Paso 14) Encontrar la función temporal de velocidades asociada con el perfil de velocidades previamente diseñado.

$$\begin{aligned}
 \dot{f}_G(t) = & \frac{V_l}{S_1 - S_0}(t) \dot{\vdash}_{J_1} + \frac{V_l}{S_2 - S_1}(S_2) + \frac{V_l}{S_1 - S_2}(t) \dot{\vdash}_{J_2} + \frac{V_l}{S_2 - S_3}(S_2) + \frac{V_l}{S_3 - S_2}(t) \dot{\vdash}_{J_3} + \\
 & \frac{V_l}{S_4 - S_3}(S_4) + \frac{V_l}{S_3 - S_4}(t) \dot{\vdash}_{J_4} + \frac{V_l}{S_4 - S_5}(S_4) + \frac{V_l}{S_5 - S_4}(t) \dot{\vdash}_{J_5} + \\
 & \frac{V_l}{S_6 - S_5}(S_6) + \frac{V_l}{S_5 - S_6}(t) \dot{\vdash}_{J_6} + \frac{V_m}{S_6 - S_7}(S_6) + \frac{V_m}{S_7 - S_6}(t) \dot{\vdash}_{J_7} + \\
 & \frac{V_m}{S_8 - S_7}(S_8) + \frac{V_m}{S_7 - S_8}(t) \dot{\vdash}_{J_8} + \frac{V_l}{S_8 - S_9}(S_8) + \frac{V_l}{S_9 - S_8}(t) \dot{\vdash}_{J_9} + \\
 & \frac{V_l}{S_{10} - S_9}(S_{10}) + \frac{V_l}{S_9 - S_{10}}(t) \dot{\vdash}_{J_{10}} + \frac{V_l}{S_{10} - S_{11}}(S_{10}) + \frac{V_l}{S_{11} - S_{10}}(t) \dot{\vdash}_{J_{11}} + \\
 & \frac{V_l}{S_{12} - S_{11}}(S_{12}) + \frac{V_l}{S_{11} - S_{12}}(t) \dot{\vdash}_{J_{12}} + \frac{V_l}{S_{12} - S_{13}}(S_{12}) + \frac{V_l}{S_{13} - S_{12}}(t) \dot{\vdash}_{J_{13}} + \\
 & \frac{V_l}{S_{14} - S_{13}}(S_{14}) + \frac{V_l}{S_{13} - S_{14}}(t) \dot{\vdash}_{J_{14}} + \frac{V_m}{S_{14} - S_{15}}(S_{14}) + \frac{V_m}{S_{15} - S_{14}}(t) \dot{\vdash}_{J_{15}} +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{V_m}{S_{16} - S_{15}}(S_{16}) + \frac{V_m}{S_{15} - S_{16}}(t) \vdots_{J_{16}} + \frac{V_l}{S_{16} - S_{17}}(S_{16}) + \frac{V_l}{S_{17} - S_{16}}(t) \vdots_{J_{17}} + \\
& \frac{V_l}{S_{18} - S_{17}}(S_{18}) + \frac{V_l}{S_{17} - S_{18}}(t) \vdots_{J_{18}} + \frac{V_l}{S_{18} - S_{19}}(S_{18}) + \frac{V_l}{S_{19} - S_{18}}(t) \vdots_{J_{19}} + \\
& \frac{V_l}{S_{20} - S_{19}}(S_{20}) + \frac{V_l}{S_{19} - S_{20}}(t) \vdots_{J_{20}} + \frac{V_l}{S_{20} - S_{21}}(S_{20}) + \frac{V_l}{S_{21} - S_{20}}(t) \vdots_{J_{21}} + \\
& \frac{V_l}{S_{22} - S_{21}}(S_{22}) + \frac{V_l}{S_{21} - S_{22}}(t) \vdots_{J_{22}} + \frac{V_l}{S_{22} - S_{23}}(S_{22}) + \frac{V_l}{S_{23} - S_{22}}(t) \vdots_{J_{23}} + \\
& \frac{V_l}{S_{24} - S_{23}}(S_{24}) + \frac{V_l}{S_{23} - S_{24}}(t) \vdots_{J_{24}} + \frac{V_l}{S_{24} - S_{25}}(S_{24}) + \frac{V_l}{S_{25} - S_{24}}(t) \vdots_{J_{25}} + \\
& \frac{V_l}{S_{26} - S_{25}}(S_{26}) + \frac{V_l}{S_{25} - S_{26}}(t) \vdots_{J_{26}} + \frac{V_l}{S_{26} - S_{27}}(S_{26}) + \frac{V_l}{S_{27} - S_{26}}(t) \vdots_{J_{27}} + \\
& \frac{V_l}{S_{28} - S_{27}}(S_{28}) + \frac{V_l}{S_{27} - S_{28}}(t) \vdots_{J_{28}} + \frac{V_m}{S_{28} - S_{29}}(S_{28}) + \frac{V_m}{S_{29} - S_{28}}(t) \vdots_{J_{29}} + \\
& \frac{V_m}{S_{30} - S_{29}}(S_{30}) + \frac{V_m}{S_{29} - S_{30}}(t) \vdots_{J_{30}} + \frac{V_l}{S_{30} - S_{31}}(S_{30}) + \frac{V_l}{S_{31} - S_{30}}(t) \vdots_{J_{31}} + \\
& \frac{V_l}{S_{32} - S_{31}}(S_{32}) + \frac{V_l}{S_{31} - S_{32}}(t) \vdots_{J_{32}} + \frac{V_l}{S_{32} - S_{33}}(S_{32}) + \frac{V_l}{S_{33} - S_{32}}(t) \vdots_{J_{33}} + \\
& \frac{V_l}{S_{34} - S_{33}}(S_{34}) + \frac{V_l}{S_{33} - S_{34}}(t) \vdots_{J_{34}} + \frac{V_l}{S_{34} - S_{35}}(S_{34}) + \frac{V_l}{S_{35} - S_{34}}(t) \vdots_{J_{35}} + \\
& \frac{V_l}{S_{36} - S_{35}}(S_{36}) + \frac{V_l}{S_{35} - S_{36}}(t) \vdots_{J_{36}} + \frac{V_l}{S_{36} - S_{37}}(S_{36}) + \frac{V_l}{S_{37} - S_{36}}(t) \vdots_{J_{37}} + \\
& \frac{V_l}{S_{38} - S_{37}}(S_{38}) + \frac{V_l}{S_{37} - S_{38}}(t) \vdots_{J_{38}} + \frac{V_l}{S_{38} - S_{39}}(S_{38}) + \frac{V_l}{S_{39} - S_{38}}(t) \vdots_{J_{39}} + \\
& \frac{V_l}{S_{40} - S_{39}}(S_{40}) + \frac{V_l}{S_{39} - S_{40}}(t) \vdots_{J_{40}} + \frac{V_l}{S_{40} - S_{41}}(S_{40}) + \frac{V_l}{S_{41} - S_{40}}(t) \vdots_{J_{41}} + \\
& \frac{V_l}{S_{42} - S_{41}}(S_{42}) + \frac{V_l}{S_{41} - S_{42}}(t) \vdots_{J_{42}}
\end{aligned}$$

Paso 15) Plantear para cada trozo evaluado el problema siguiente:

“Dado V_I y/o V_J encuentre: $f(t) = \alpha_0 + \alpha_1(t)$ tal que CI y CF sean satisfechas”.

$$\begin{aligned} \ddot{f}_G(t) = & \frac{V_I}{S_1 - S_0} \dot{\vdots}_{J1} + \frac{V_I}{S_1 - S_2} \dot{\vdots}_{J2} + \frac{V_I}{S_3 - S_2} \dot{\vdots}_{J3} + \frac{V_I}{S_3 - S_4} \dot{\vdots}_{J4} + \\ & \frac{V_I}{S_5 - S_4} \dot{\vdots}_{J5} + \frac{V_I}{S_5 - S_6} \dot{\vdots}_{J6} + \frac{V_m}{S_7 - S_6} \dot{\vdots}_{J7} + \frac{V_m}{S_7 - S_8} \dot{\vdots}_{J8} + \\ & \frac{V_I}{S_9 - S_8} \dot{\vdots}_{J9} + \frac{V_I}{S_9 - S_{10}} \dot{\vdots}_{J10} + \frac{V_I}{S_{11} - S_{10}} \dot{\vdots}_{J11} + \frac{V_I}{S_{11} - S_{12}} \dot{\vdots}_{J12} + \\ & \frac{V_I}{S_{13} - S_{12}} \dot{\vdots}_{J13} + \frac{V_I}{S_{13} - S_{14}} \dot{\vdots}_{J14} + \frac{V_m}{S_{15} - S_{14}} \dot{\vdots}_{J15} + \frac{V_m}{S_{15} - S_{16}} \dot{\vdots}_{J16} + \\ & \frac{V_I}{S_{17} - S_{16}} \dot{\vdots}_{J17} + \frac{V_I}{S_{17} - S_{18}} \dot{\vdots}_{J18} + \frac{V_I}{S_{19} - S_{18}} \dot{\vdots}_{J19} + \frac{V_I}{S_{19} - S_{20}} \dot{\vdots}_{J20} + \\ & \frac{V_I}{S_{21} - S_{20}} \dot{\vdots}_{J21} + \frac{V_I}{S_{21} - S_{22}} \dot{\vdots}_{J22} + \frac{V_I}{S_{23} - S_{22}} \dot{\vdots}_{J23} + \frac{V_I}{S_{23} - S_{24}} \dot{\vdots}_{J24} + \\ & \frac{V_I}{S_{25} - S_{24}} \dot{\vdots}_{J25} + \frac{V_I}{S_{25} - S_{26}} \dot{\vdots}_{J26} + \frac{V_I}{S_{27} - S_{26}} \dot{\vdots}_{J27} + \frac{V_I}{S_{27} - S_{28}} \dot{\vdots}_{J28} + \\ & \frac{V_m}{S_{29} - S_{28}} \dot{\vdots}_{J29} + \frac{V_m}{S_{29} - S_{30}} \dot{\vdots}_{J30} + \frac{V_I}{S_{31} - S_{30}} \dot{\vdots}_{J31} + \frac{V_I}{S_{31} - S_{32}} \dot{\vdots}_{J32} + \\ & \frac{V_I}{S_{33} - S_{32}} \dot{\vdots}_{J33} + \frac{V_I}{S_{33} - S_{34}} \dot{\vdots}_{J34} + \frac{V_I}{S_{35} - S_{34}} \dot{\vdots}_{J35} + \frac{V_I}{S_{35} - S_{36}} \dot{\vdots}_{J36} + \\ & \frac{V_I}{S_{37} - S_{36}} \dot{\vdots}_{J37} + \frac{V_I}{S_{37} - S_{38}} \dot{\vdots}_{J38} + \frac{V_I}{S_{39} - S_{38}} \dot{\vdots}_{J39} + \frac{V_I}{S_{39} - S_{40}} \dot{\vdots}_{J40} + \\ & \frac{V_I}{S_{41} - S_{40}} \dot{\vdots}_{J41} + \frac{V_I}{S_{41} - S_{42}} \dot{\vdots}_{J42} \end{aligned}$$

Nota: para encontrar la expresión de aceleraciones se derivó con respecto al tiempo cada función del paso 14). Note que CI y CF son con direcciones iniciales y finales respectivamente

La gráfica del perfil de aceleraciones se muestra en la figura siguiente:

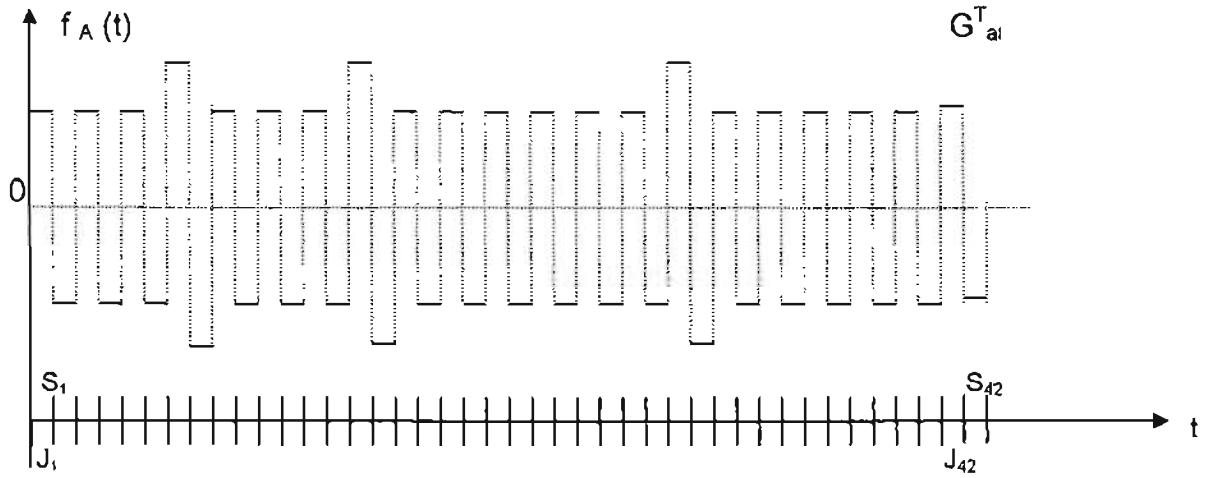


Figura 4.10 Gráfica del perfil de aceleraciones

Paso 16) Generar la función temporal de desplazamientos y su perfil.

$$\begin{aligned}
 f_G(t) = & \left[\frac{V_I}{2(S_1 - S_0)} (t)^2 \right]_{S_0}' + \left[\frac{V_I(S_2)}{S_2 - S_1} (t) + \frac{V_I}{2(S_1 - S_2)} (t)^2 \right]_{S_1}' + \\
 & + \left[\frac{V_I(S_2)}{S_2 - S_3} (t) + \frac{V_I}{2(S_3 - S_2)} (t)^2 \right]_{S_2}' + \left[\frac{V_I(S_4)}{S_4 - S_3} (t) + \frac{V_I}{2(S_3 - S_4)} (t)^2 \right]_{S_3}' + \\
 & + \left[\frac{V_I(S_4)}{S_4 - S_5} (t) + \frac{V_I}{2(S_5 - S_4)} (t)^2 \right]_{S_4}' + \left[\frac{V_I(S_6)}{S_6 - S_5} (t) + \frac{V_I}{2(S_5 - S_6)} (t)^2 \right]_{S_5}' + \\
 & + \left[\frac{V_m(S_6)}{S_6 - S_7} (t) + \frac{V_m}{2(S_7 - S_6)} (t)^2 \right]_{S_6}' + \left[\frac{V_m(S_8)}{S_8 - S_7} (t) + \frac{V_m}{2(S_7 - S_8)} (t)^2 \right]_{S_7}' + \\
 & + \left[\frac{V_I(S_8)}{S_8 - S_9} (t) + \frac{V_I}{2(S_9 - S_8)} (t)^2 \right]_{S_8}' + \left[\frac{V_I(S_{10})}{S_{10} - S_9} (t) + \frac{V_I}{2(S_9 - S_{10})} (t)^2 \right]_{S_9}' + \\
 & + \left[\frac{V_I(S_{10})}{S_{10} - S_{11}} (t) + \frac{V_I}{2(S_{11} - S_{10})} (t)^2 \right]_{S_{10}}' + \left[\frac{V_I(S_{12})}{S_{12} - S_{11}} (t) + \frac{V_I}{2(S_{11} - S_{12})} (t)^2 \right]_{S_{11}}' + \\
 & + \left[\frac{V_I(S_{12})}{S_{12} - S_{13}} (t) + \frac{V_I}{2(S_{13} - S_{12})} (t)^2 \right]_{S_{12}}' + \left[\frac{V_I(S_{14})}{S_{14} - S_{13}} (t) + \frac{V_I}{2(S_{13} - S_{14})} (t)^2 \right]_{S_{13}}' +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \left[\frac{V_m(S_{14})}{S_{14} - S_{15}}(t) + \frac{V_m}{2(S_{15} - S_{14})}(t)^2 \right]'_{S_{14}} + \left[\frac{V_m(S_{16})}{S_{16} - S_{15}}(t) + \frac{V_m}{2(S_{15} - S_{16})}(t)^2 \right]'_{S_{15}} + \\
& + \left[\frac{V_l(S_{16})}{S_{16} - S_{17}}(t) + \frac{V_l}{2(S_{17} - S_{16})}(t)^2 \right]'_{S_{16}} + \left[\frac{V_l(S_{18})}{(S_{18} - S_{17})}(t) + \frac{V_l}{2(S_{17} - S_{18})}(t)^2 \right]'_{S_{17}} + \\
& + \left[\frac{V_l(S_{18})}{(S_{18} - S_{19})}(t) + \frac{V_l}{2(S_{19} - S_{18})}(t)^2 \right]'_{S_{18}} + \left[\frac{V_l(S_{20})}{(S_{20} - S_{19})}(t) + \frac{V_l}{2(S_{19} - S_{20})}(t)^2 \right]'_{S_{19}} + \\
& + \left[\frac{V_l(S_{20})}{(S_{20} - S_{21})}(t) + \frac{V_l}{2(S_{21} - S_{20})}(t)^2 \right]'_{S_{20}} + \left[\frac{V_l(S_{22})}{(S_{22} - S_{21})}(t) + \frac{V_l}{2(S_{21} - S_{22})}(t)^2 \right]'_{S_{21}} + \\
& + \left[\frac{V_l(S_{22})}{(S_{22} - S_{23})}(t) + \frac{V_l}{2(S_{23} - S_{22})}(t)^2 \right]'_{S_{22}} + \left[\frac{V_l(S_{24})}{(S_{24} - S_{23})}(t) + \frac{V_l}{2(S_{23} - S_{24})}(t)^2 \right]'_{S_{23}} + \\
& + \left[\frac{V_l(S_{24})}{(S_{24} - S_{25})}(t) + \frac{V_l}{2(S_{25} - S_{24})}(t)^2 \right]'_{S_{24}} + \left[\frac{V_l(S_{26})}{(S_{26} - S_{25})}(t) + \frac{V_l}{2(S_{25} - S_{26})}(t)^2 \right]'_{S_{25}} + \\
& + \left[\frac{V_l(S_{26})}{(S_{26} - S_{27})}(t) + \frac{V_l}{2(S_{27} - S_{26})}(t)^2 \right]'_{S_{26}} + \left[\frac{V_l(S_{28})}{(S_{28} - S_{27})}(t) + \frac{V_l}{2(S_{27} - S_{28})}(t)^2 \right]'_{S_{27}} + \\
& + \left[\frac{V_m(S_{28})}{(S_{28} - S_{29})}(t) + \frac{V_m}{2(S_{29} - S_{28})}(t)^2 \right]'_{S_{28}} + \left[\frac{V_m(S_{30})}{(S_{30} - S_{29})}(t) + \frac{V_m}{2(S_{29} - S_{30})}(t)^2 \right]'_{S_{29}} + \\
& + \left[\frac{V_l(S_{30})}{(S_{30} - S_{31})}(t) + \frac{V_l}{2(S_{31} - S_{30})}(t)^2 \right]'_{S_{30}} + \left[\frac{V_l(S_{32})}{(S_{32} - S_{31})}(t) + \frac{V_l}{2(S_{31} - S_{32})}(t)^2 \right]'_{S_{31}} + \\
& + \left[\frac{V_l(S_{32})}{(S_{32} - S_{33})}(t) + \frac{V_l}{2(S_{33} - S_{32})}(t)^2 \right]'_{S_{32}} + \left[\frac{V_l(S_{34})}{(S_{34} - S_{33})}(t) + \frac{V_l}{2(S_{33} - S_{34})}(t)^2 \right]'_{S_{33}} + \\
& + \left[\frac{V_l(S_{34})}{(S_{34} - S_{35})}(t) + \frac{V_l}{2(S_{35} - S_{34})}(t)^2 \right]'_{S_{34}} + \left[\frac{V_l(S_{36})}{(S_{36} - S_{35})}(t) + \frac{V_l}{2(S_{35} - S_{36})}(t)^2 \right]'_{S_{35}} + \\
& + \left[\frac{V_l(S_{36})}{(S_{36} - S_{37})}(t) + \frac{V_l}{2(S_{37} - S_{36})}(t)^2 \right]'_{S_{36}} + \left[\frac{V_l(S_{38})}{(S_{38} - S_{37})}(t) + \frac{V_l}{2(S_{37} - S_{38})}(t)^2 \right]'_{S_{37}} + \\
& + \left[\frac{V_l(S_{38})}{(S_{38} - S_{39})}(t) + \frac{V_l}{2(S_{39} - S_{38})}(t)^2 \right]'_{S_{38}} + \left[\frac{V_l(S_{40})}{(S_{40} - S_{39})}(t) + \frac{V_l}{2(S_{39} - S_{40})}(t)^2 \right]'_{S_{39}} +
\end{aligned}$$

$$+ \left[\frac{V_I(S_{40})}{(S_{40} - S_{41})} (t) + \frac{V_I}{2(S_{41} - S_{40})} (t)^2 \right]_{S_{40}}^t + \left[\frac{V_I(S_{42})}{(S_{42} - S_{41})} (t) + \frac{V_I}{2(S_{41} - S_{42})} (t)^2 \right]_{S_{41}}^t$$

Nota: para encontrar cada función de desplazamientos se integraron con respecto al tiempo cada función del paso 14).

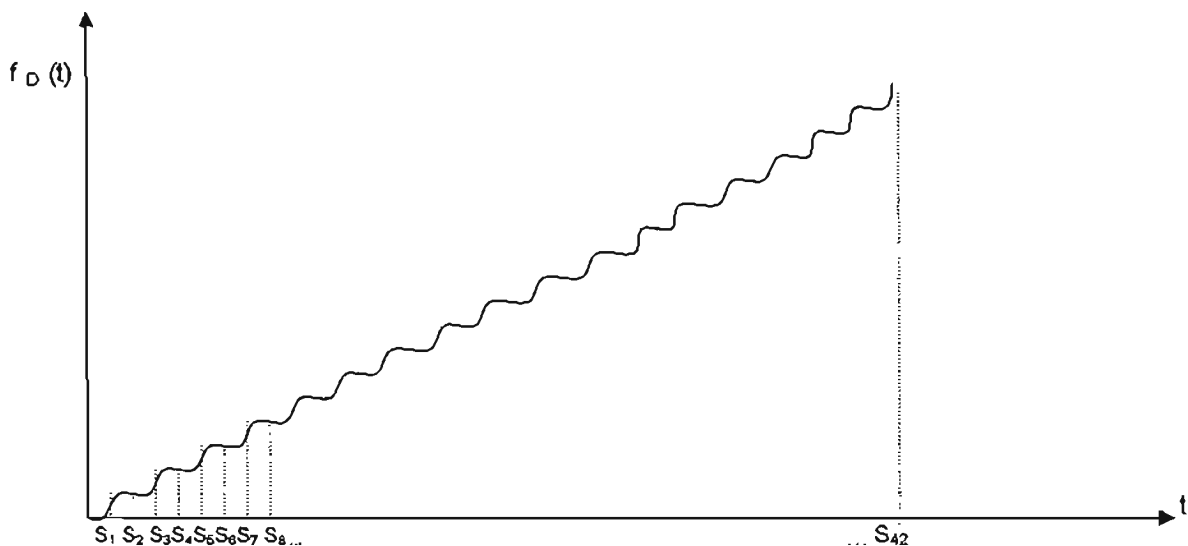


Figura 4.11 Gráfica del perfil de desplazamientos

Note en la figura 4.11 que el máximo desplazamiento de H se da en S_{42} .

Paso 17) Los términos temporales de desplazamiento, velocidad y aceleración son equivalentes a las magnitudes de posición, velocidad y aceleración asociadas con las ecuaciones de movimiento proyectadas sobre los planos correspondientes.

$$f_D(t) = \left[\frac{V_I}{2(S_1 - S_0)} (t)^2 \right]_{S_0}' + \dots + \left[\frac{V_I(S_{42})}{(S_{42} - S_{41})} (t) + \frac{V_I}{2(S_{41} - S_{42})} (t)^2 \right]_{S_{41}}' = \ell_{1,0} + \dots + \ell_{21,20}$$

$$f_V(t) = \frac{V_I}{S_1 - S_0} (t) \dot{\vdots}_{J_1} + \dots + \frac{V_I}{S_{42} - S_{41}} (S_{42}) + \frac{V_I}{S_{41} - S_{42}} (t) \dot{\vdots}_{J_{42}} = \dot{\ell}_{1,0} + \dots + \dot{\ell}_{21,20}$$

$$f_A(t) = \frac{V_I}{S_1 - S_0} \ddot{\vdots}_{J_1} + \dots + \frac{V_I}{S_{41} - S_{42}} \ddot{\vdots}_{J_{42}} = \ddot{\ell}_{1,0} + \dots + \ddot{\ell}_{21,20}$$

4.2.3 Suavización de perfiles de trayectoria

En esta sección se usarán los pasos del método para eliminar las discontinuidades de los perfiles de trayectoria [7, 9].

Paso 18) Definir una función polinómica continua y diferenciable en el tiempo y, posteriormente, encontrar su primera y segunda derivada con respecto al tiempo. El grado del polinomio puede ser de 5 a 8 u otro.

$$p(t) = \alpha_0 + \alpha_1 t + \alpha_2 t^2 + \alpha_3 t^3 + \alpha_4 t^4 + \alpha_5 t^5 + \alpha_6 t^6 + \alpha_7 t^7 + \alpha_8 t^8$$

$$\dot{p}(t) = \alpha_1 + 2\alpha_2 t + 3\alpha_3 t^2 + 4\alpha_4 t^3 + 5\alpha_5 t^4 + 6\alpha_6 t^5 + 7\alpha_7 t^6 + 8\alpha_8 t^7$$

$$\ddot{p}(t) = 2\alpha_2 + 6\alpha_3 t + 12\alpha_4 t^2 + 20\alpha_5 t^3 + 30\alpha_6 t^4 + 42\alpha_7 t^5 + 56\alpha_8 t^6$$

Aquí, se seleccionó un polinomio de grado 8.

Paso 19) Si es un polinomio de grado 8 seleccione un segmento o subsegmento con su respectivos intervalos de los gráficas de los perfiles teóricos de velocidades. Evaluar los polinomios del paso 18) en cada intervalo o en su caso en un intervalo general.

$$p(S_0) = d_{s_0} = \alpha_0 + \alpha_1(S_0) + \alpha_2(S_0)^2 + \alpha_3(S_0)^3 + \alpha_4(S_0)^4 + \alpha_5(S_0)^5 + \alpha_6(S_0)^6 + \alpha_7(S_0)^7 + \alpha_8(S_0)^8$$

$$p(S_1) = d_{s_1} = \alpha_0 + \alpha_1(S_1) + \alpha_2(S_1)^2 + \alpha_3(S_1)^3 + \alpha_4(S_1)^4 + \alpha_5(S_1)^5 + \alpha_6(S_1)^6 + \alpha_7(S_1)^7 + \alpha_8(S_1)^8$$

$$p(S_2) = d_{s_2} = \alpha_0 + \alpha_1(S_2) + \alpha_2(S_2)^2 + \alpha_3(S_2)^3 + \alpha_4(S_2)^4 + \alpha_5(S_2)^5 + \alpha_6(S_2)^6 + \alpha_7(S_2)^7 + \alpha_8(S_2)^8$$

$$\dot{p}(S_0) = V_{s_0} = \alpha_1 + 2\alpha_2(S_0) + 3\alpha_3(S_0)^2 + 4\alpha_4(S_0)^3 + 5\alpha_5(S_0)^4 + 6\alpha_6(S_0)^5 + 7\alpha_7(S_0)^6 + 8\alpha_8(S_0)^7$$

$$\dot{p}(S_1) = V_{s_1} = \alpha_1 + 2\alpha_2(S_1) + 3\alpha_3(S_1)^2 + 4\alpha_4(S_1)^3 + 5\alpha_5(S_1)^4 + 6\alpha_6(S_1)^5 + 7\alpha_7(S_1)^6 + 8\alpha_8(S_1)^7$$

$$\dot{p}(S_2) = V_{s_2} = \alpha_1 + 2\alpha_2(S_2) + 3\alpha_3(S_2)^2 + 4\alpha_4(S_2)^3 + 5\alpha_5(S_2)^4 + 6\alpha_6(S_2)^5 + 7\alpha_7(S_2)^6 + 8\alpha_8(S_2)^7$$

$$\ddot{p}(S_0) = a_{s_0} = 2\alpha_2 + 6\alpha_3(S_0) + 12\alpha_4(S_0)^2 + 20\alpha_5(S_0)^3 + 30\alpha_6(S_0)^4 + 42\alpha_7(S_0)^5 + 56\alpha_8(S_0)^6$$

$$\ddot{p}(S_1) = a_{s_1} = 2\alpha_2 + 6\alpha_3(S_1) + 12\alpha_4(S_1)^2 + 20\alpha_5(S_1)^3 + 30\alpha_6(S_1)^4 + 42\alpha_7(S_1)^5 + 56\alpha_8(S_1)^6$$

$$\ddot{p}(S_2) = a_{s_2} = 2\alpha_2 + 6\alpha_3(S_2) + 12\alpha_4(S_2)^2 + 20\alpha_5(S_2)^3 + 30\alpha_6(S_2)^4 + 42\alpha_7(S_2)^5 + 56\alpha_8(S_2)^6$$

Las condiciones iniciales, intermedias y finales son:

$$1) d_{s_0} = \frac{V_I(S_0)^2}{2(S_1 - S_0)} - \frac{V_I(S_0)^2}{2(S_1 - S_0)} = 0 \quad \text{si } t = S_0 = 0$$

$$2) d_{s_1} = \frac{V_I(S_1)^2}{2(S_1 - S_0)} \quad \text{si } t = S_1$$

$$3) d_{s_2} = \frac{V_I(S_2)^2}{2(S_2 - S_1)} - \frac{V_I S_2 S_1}{(S_2 - S_1)} + \frac{V_I(S_1)^2}{2(S_2 - S_1)} + \frac{V_I(S_1)^2}{2(S_1 - S_0)} \quad \text{si } t = S_2$$

$$4) V_{s_0} = \frac{V_I(S_0)}{(S_1 - S_0)} = 0 \quad \text{si } t = S_0 = 0$$

$$5) V_{s_1} = V_I$$

$$6) V_{s_2} = 0$$

$$7) a_{s_0} = 0$$

$$8) a_{s_1} = 0$$

$$9) a_{s2} = 0$$

Paso 20) Encontrar los coeficientes de los polinomios usando el siguiente sistema:

$\underline{\alpha} = \underline{A}\underline{b}$; $\underline{\alpha}_{1 \times 8}$; $\underline{A}_{8 \times 8}$; $\underline{b}_{1 \times 8}$. Aquí, $\underline{\alpha}$ es el vector de coeficientes, $\underline{A}$ una matriz de tiempos y $\underline{b}$ un vector que contiene parámetros cinemáticos. Dichos parámetros se obtienen de los perfiles teóricos o, en su caso, al evaluar las funciones temporales de desplazamiento, velocidad y aceleración en los intervalos de tiempo considerados.

$$\begin{bmatrix} d_{s0} \\ d_{s1} \\ d_{s2} \\ V_{s0} \\ V_{s1} \\ V_{s2} \\ a_{s0} \\ a_{s1} \\ a_{s2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & S_0 & S_0^2 & S_0^3 & S_0^4 & S_0^5 & S_0^6 & S_0^7 & S_0^8 \\ 1 & S_1 & S_1^2 & S_1^3 & S_1^4 & S_1^5 & S_1^6 & S_1^7 & S_1^8 \\ 1 & S_2 & S_2^2 & S_2^3 & S_2^4 & S_2^5 & S_2^6 & S_2^7 & S_2^8 \\ 0 & 1 & 2S_0 & 3S_0^2 & 4S_0^3 & 5S_0^4 & 6S_0^5 & 7S_0^6 & 8S_0^7 \\ 0 & 1 & 2S_1 & 3S_1^2 & 4S_1^3 & 5S_1^4 & 6S_1^5 & 7S_1^6 & 8S_1^7 \\ 0 & 1 & 2S_2 & 3S_2^2 & 4S_2^3 & 5S_2^4 & 6S_2^5 & 7S_2^6 & 8S_2^7 \\ 0 & 0 & 2 & 6S_0 & 12S_0^2 & 20S_0^3 & 30S_0^4 & 42S_0^5 & 56S_0^6 \\ 0 & 0 & 2 & 6S_1 & 12S_1^2 & 20S_1^3 & 30S_1^4 & 42S_1^5 & 56S_1^6 \\ 0 & 0 & 2 & 6S_2 & 12S_2^2 & 20S_2^3 & 30S_2^4 & 42S_2^5 & 56S_2^6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \\ \alpha_5 \\ \alpha_6 \\ \alpha_7 \\ \alpha_8 \end{bmatrix}$$

Paso 21) Una vez obtenidos los coeficientes de los polinomios se deben asociar los polinomios del paso 18).

Suponga que:

$$\alpha_0 = K_0, \alpha_1 = K_1, \alpha_2 = K_2, \alpha_3 = K_3, \alpha_4 = K_4, \alpha_5 = K_5, \alpha_6 = K_6, \alpha_7 = K_7, \alpha_8 = K_8.$$

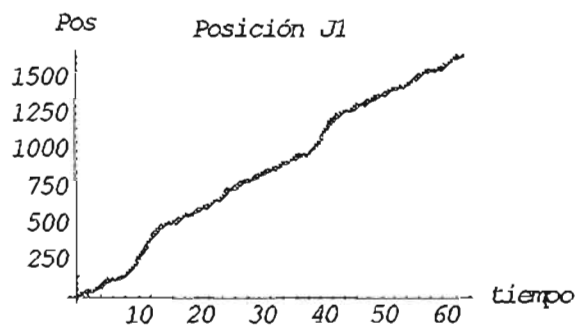
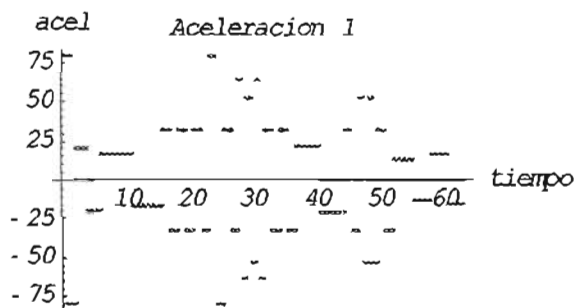
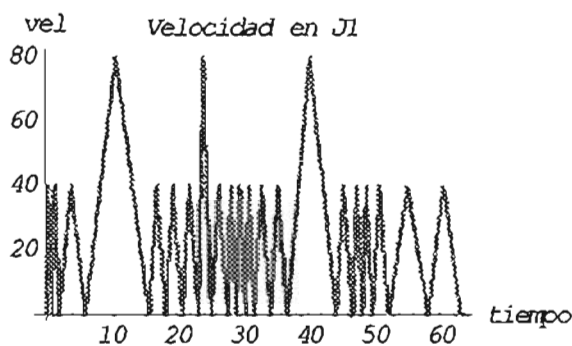
Los coeficientes sustituidos en los polinomios de posición, velocidad y aceleración son:

$$1) \quad p(t) = K_0 + K_1 t + K_2 t^2 + K_3 t^3 + K_4 t^4 + K_5 t^5 + K_6 t^6 + K_7 t^7 + K_8 t^8$$

$$2) \quad \dot{p}(t) = K_1 + 2K_2 t + 3K_3 t^2 + 4K_4 t^3 + 5K_5 t^4 + 6K_6 t^5 + 7K_7 t^6 + 8K_8 t^7$$

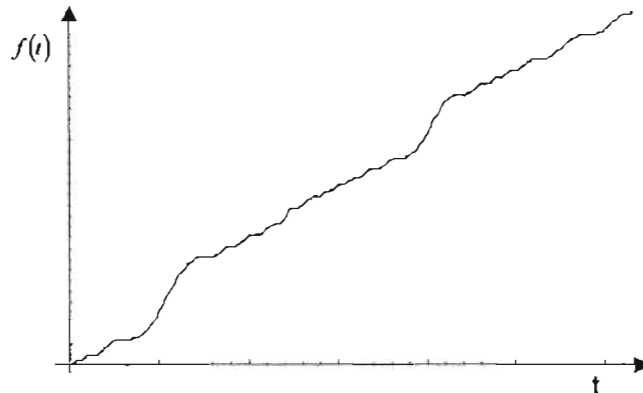
$$3) \quad \ddot{p}(t) = 2K_2 + 6K_3 t + 12K_4 t^2 + 20K_5 t^3 + 30K_6 t^4 + 42K_7 t^5 + 56K_8 t^6$$

Paso 22) Trazar las gráficas de los polinomios del paso 21). Dichas gráficas representan los perfiles teóricos de trayectoria suavizados.

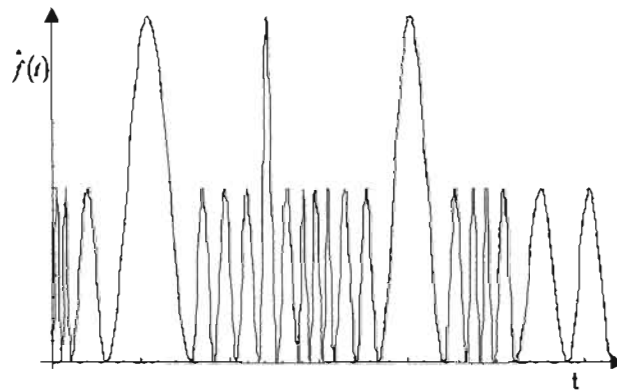


Pasos 23) al 25) Repetir en forma iterativa los pasos 20) al 22) respectivamente hasta completar las gráficas.

- Desplazamiento.



- Velocidad.



- Aceleración.

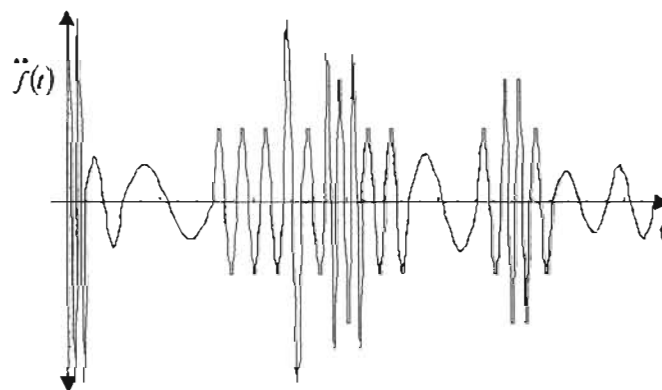


Figura 4.12 Perfiles de trayectoria suavizados.

Paso 26) Relacionar las funciones polinómicas con las magnitudes de desplazamiento, velocidad y aceleración de la herramienta.

$$1) \ell_{i+1,i}(t) \equiv p(t) \quad ; \text{ en } J_i \cup J_{i+1}$$

$$2) \dot{\ell}_{i+1,i}(t) \equiv \dot{p}(t) \quad ; \text{ en } J_i \cup J_{i+1}$$

$$3) \ddot{\ell}_{i+1,i}(t) \equiv \ddot{p}(t) \quad ; \text{ en } J_i \cup J_{i+1}$$

4.2.4 Direcciones del movimiento

Paso 27) Poner las direcciones del movimiento en términos de los números directores y, posteriormente, reprojectarlos al espacio – tiempo.

En este paso se presenta la normalización de los vectores relacionados con las direcciones del movimiento de H sobre los lugares geométricos. Dicha normalización es la siguiente:

$$1) e_1^I = \begin{pmatrix} e_{1,1}^I \\ e_{2,1}^I \end{pmatrix} = \frac{1}{d_{1,0}} \begin{bmatrix} x_1 - x_0 \\ y_1 - y_0 \end{bmatrix}$$

$$2) e_3^{II} = \begin{pmatrix} e_{2,3}^{II} \\ e_{3,3}^{II} \end{pmatrix} = \frac{1}{d_{2,1}} \begin{bmatrix} y_2 - y_1 \\ z_2 - z_1 \end{bmatrix}$$

$$3) e_3^{III} = \begin{pmatrix} e_{2,3}^{III} \\ e_{3,3}^{III} \end{pmatrix} = \frac{1}{d_{3,2}} \begin{bmatrix} y_3 - y_2 \\ z_3 - z_2 \end{bmatrix}$$

$$4) e_1^{IV} = \begin{pmatrix} e_{1,1}^{IV} \\ e_{2,1}^{IV} \end{pmatrix} = \frac{1}{d_{4,3}} \begin{bmatrix} x_4 - x_3 \\ y_4 - y_3 \end{bmatrix}$$

$$5) e_3^V = \begin{pmatrix} e_{2,3}^V \\ e_{3,3}^V \end{pmatrix} = \frac{1}{d_{5,4}} \begin{bmatrix} y_5 - y_4 \\ z_5 - z_4 \end{bmatrix}$$

$$6) e_3^{VI} = \begin{pmatrix} e_{2,3}^{VI} \\ e_{3,3}^{VI} \end{pmatrix} = \frac{1}{d_{6,5}} \begin{bmatrix} y_6 - y_5 \\ z_6 - z_5 \end{bmatrix}$$

$$7) e_3^{VII} = \begin{pmatrix} e_{2,3}^{VII} \\ e_{3,3}^{VII} \end{pmatrix} = \frac{1}{d_{7,6}} \begin{bmatrix} y_7 - y_6 \\ z_7 - z_6 \end{bmatrix}$$

$$8) e_1^{VIII} = \begin{pmatrix} e_{1,1}^{VIII} \\ e_{2,1}^{VIII} \end{pmatrix} = \frac{1}{d_{8,7}} \begin{bmatrix} x_8 - x_7 \\ y_8 - y_7 \end{bmatrix}$$

$$9) e_3^{IX} = \begin{pmatrix} e_{2,3}^{IX} \\ e_{3,3}^{IX} \end{pmatrix} = \frac{1}{d_{9,8}} \begin{bmatrix} y_9 - y_8 \\ z_9 - z_8 \end{bmatrix}$$

$$10) e_3^X = \begin{pmatrix} e_{2,3}^X \\ e_{3,3}^X \end{pmatrix} = \frac{1}{d_{10,9}} \begin{bmatrix} y_{10} - y_9 \\ z_{10} - z_9 \end{bmatrix}$$

$$11) e_1^{XI} = \begin{pmatrix} e_{1,1}^{XI} \\ e_{2,1}^{XI} \end{pmatrix} = \frac{1}{d_{11,10}} \begin{bmatrix} x_{11} - x_{10} \\ y_{11} - y_{10} \end{bmatrix}$$

$$12) e_3^{XII} = \begin{pmatrix} e_{2,3}^{XII} \\ e_{3,3}^{XII} \end{pmatrix} = \frac{1}{d_{12,11}} \begin{bmatrix} y_{12} - y_{11} \\ z_{12} - z_{11} \end{bmatrix}$$

$$13) e_3^{XII} = \begin{pmatrix} e_{2,3}^{XII} \\ e_{3,3}^{XII} \end{pmatrix} = \frac{1}{d_{13,12}} \begin{bmatrix} y_{13} - y_{12} \\ z_{13} - z_{12} \end{bmatrix}$$

$$14) e_3^{XIV} = \begin{pmatrix} e_{2,3}^{XIV} \\ e_{3,3}^{XIV} \end{pmatrix} = \frac{1}{d_{14,13}} \begin{bmatrix} y_{14} - y_{13} \\ z_{14} - z_{13} \end{bmatrix}$$

$$15) e_1^{XV} = \begin{pmatrix} e_{1,1}^{XV} \\ e_{2,1}^{XV} \end{pmatrix} = \frac{1}{d_{15,14}} \begin{bmatrix} x_{15} - x_{14} \\ y_{15} - y_{14} \end{bmatrix}$$

$$16) e_3^{XVI} = \begin{pmatrix} e_{2,3}^{XVI} \\ e_{3,3}^{XVI} \end{pmatrix} = \frac{1}{d_{16,15}} \begin{bmatrix} y_{16} - y_{15} \\ z_{16} - z_{15} \end{bmatrix}$$

$$17) e_1^{XVII} = \begin{pmatrix} e_{1,1}^{XVII} \\ e_{2,1}^{XVII} \end{pmatrix} = \frac{1}{d_{17,16}} \begin{bmatrix} x_{17} - x_{16} \\ y_{17} - y_{16} \end{bmatrix}$$

$$18) e_1^{XVIII} = \begin{pmatrix} e_{1,1}^{XVIII} \\ e_{2,1}^{XVIII} \end{pmatrix} = \frac{1}{d_{18,17}} \begin{bmatrix} x_{18} - x_{17} \\ y_{18} - y_{17} \end{bmatrix}$$

$$19) e_3^{XX} = \begin{pmatrix} e_{2,3}^{XX} \\ e_{3,3}^{XX} \end{pmatrix} = \frac{1}{d_{19,18}} \begin{bmatrix} y_{19} - y_{18} \\ z_{19} - z_{18} \end{bmatrix}$$

$$20) e_1^{XX} = \begin{pmatrix} e_{1,1}^{XX} \\ e_{2,1}^{XX} \end{pmatrix} = \frac{1}{d_{20,19}} \begin{bmatrix} x_{20} - x_{19} \\ y_{20} - y_{19} \end{bmatrix}$$

$$21) e_3^{XXI} = \begin{pmatrix} e_{2,3}^{XXI} \\ e_{3,3}^{XXI} \end{pmatrix} = \frac{1}{d_{21,20}} \begin{bmatrix} y_{21} - y_{20} \\ z_{21} - z_{20} \end{bmatrix}$$

Aquí, $d_{i+1,i} \in \mathbb{R}^+$ representa la distancia entre dos puntos. Los números directores asociados con los vectores unitarios descritos anteriormente, está asociada con la figura 4.1.

4.2.5 Acoplamiento de las ecuaciones de movimiento con las funciones de trayectoria

Paso 28) Transformar las ecuaciones de posición, velocidad y aceleración de los pasos 7), 9), 11) de los planos al espacio – tiempo.

El interés en este paso es transformar las ecuaciones de movimiento con funciones temporales asociadas con los planos correspondientes al espacio-tiempo, pues es en

éste último sistema referencial donde se produce realmente el movimiento. Considere ahora la siguiente función:

$$\pi^{-1} : \mathfrak{R}^3 \rightarrow \mathfrak{R}^4$$

definida por:

$$1) \quad \pi^{-1}(\underline{r}_{i,0'}^r(t)) = \underline{R}_{i,0'}^r(t)$$

$$2) \quad \pi^{-1}(\underline{r}_{i+1,i}^r(t)) = \underline{R}_{i+1,i}^r(t)$$

Aquí, $\underline{r}_{i,0'}^r(t)$ y $\underline{r}_{i+1,i}^r(t)$ son los vectores de posición con funciones temporales acoplados con las direcciones normalizadas proyectados en los planos y $\underline{R}_{i,0'}^r(t)$ y $\underline{R}_{i+1,i}^r(t)$ representan los vectores de posición con funciones temporales acoplados descritos en el espacio-tiempo.

Para poder transformar las ecuaciones de velocidad proyectadas al espacio-tiempo, es conveniente aclarar que la función $\pi^{-1} : \mathfrak{R}^3 \rightarrow \mathfrak{R}^4$ también es válida para vectores de velocidad, esto es:

$$1) \quad \pi^{-1}(\underline{\dot{r}}_{i,0'}^r(t)) = \underline{\dot{R}}_{i,0'}^r(t)$$

$$2) \quad \pi^{-1}(\underline{\dot{r}}_{i+1,i}^r(t)) = \underline{\dot{R}}_{i+1,i}^r(t)$$

La transformación $\pi^{-1} : \mathfrak{R}^3 \rightarrow \mathfrak{R}^4$ para encontrar las aceleraciones en el espacio-tiempo, es:

$$1) \underline{\ddot{R}}_{i,0'}^r(t) = \pi^{-1} \left[\underline{\ddot{r}}_{i,0'}^r(t) \right]$$

$$2) \underline{\ddot{R}}_{i+1,i}^r(t) = \pi^{-1} \left[\underline{\ddot{r}}_{i+1,i}^r(t) \right]$$

Es importante señalar que, la única diferencia entre vectores $\underline{R}_{i,0'}^r(t) \in \mathfrak{R}^4$ y $\underline{r}_{i,0'}^r(t) \in \mathfrak{R}^3$ es la incorporación de las coordenadas faltantes en cada dirección del movimiento. Por ejemplo:

$$1) \underline{R}_{i,0'}^r(t) = \pi^{-1} \left[\underline{r}_{i,0'}^r(t) \right] = \ell_{i,0}(t) \bullet \frac{1}{d_{i,0}} \begin{bmatrix} x_1 - x_0 \\ y_1 - y_0 \\ z_1 - z_0 \end{bmatrix}$$

$$\ell_{i,0}(t) = \begin{cases} \frac{V_i}{2(S_1 - S_0)} (t)^2 & ; \quad S_0 \leq t \leq S_1 \\ \frac{V_i(S_2)}{(S_2 - S_1)} + \frac{V_i}{2(S_1 - S_2)} (t)^2 & ; \quad S_1 \leq t \leq S_2 \end{cases}$$

La distancia $d_{i,0} \in \mathfrak{R}^+$ es definida de la manera siguiente:

$$d_{i,0} = \sqrt{(x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2 + (z_1 - z_0)^2}$$

$$2) \underline{\ddot{R}}_{21,0'}^r(t) = \underline{\ddot{R}}_{20,0'}^r(t) + \underline{\ddot{\ell}}_{21,20}(t) \bullet \frac{1}{d_{21,20}} \begin{bmatrix} x_{21} - x_{20} \\ y_{21} - y_{20} \\ z_{21} - z_{20} \end{bmatrix}$$

$$\underline{\ddot{\ell}}_{21,20}(t) = \begin{cases} \frac{V_i}{S_{41} - S_{40}} & ; \quad S_{40} \leq t \leq S_{41} \\ \frac{V_i}{S_{41} - S_{42}} & ; \quad S_{41} \leq t \leq S_{42} \end{cases}$$

Aquí, $d_{21,20} = \sqrt{(x_{21} - x_{20})^2 + (y_{21} - y_{20})^2 + (z_{21} - z_{20})^2}$

Por tanto, no es necesario definir todos los vectores en el espacio-tiempo como los casos anteriormente señalados. Basta con agregar las coordenadas faltantes en cada dirección y redefinir las distancias.

Paso 29) Utilizar las funciones polinómicas de paso 21) o del paso 25) y los números directores asociados con los vectores unitarios del paso 27), para acoplar las ecuaciones de movimiento con los perfiles trayectoria suavizados en el espacio – tiempo.

1) Ecuación de desplazamiento.

$$\underline{R_{1,0}^r}(t) = \left[K_0 + K_1(t) + K_2(t)^2 + K_3(t)^3 + K_4(t)^4 + K_5(t)^5 + K_6(t)^6 + K_7(t)^7 + K_8(t)^8 \right] \Big|_{s_0}' \bullet$$

$$\frac{1}{d_{1,0}} \begin{bmatrix} x_1 - x_0 \\ y_1 - y_0 \\ z_1 - z_0 \end{bmatrix}$$

2) Ecuación de velocidad.

$$\underline{\dot{R}_{1,0}^r}(t) = \left[K_1 + 2K_2(t) + 3K_3(t)^2 + 4K_4(t)^3 + 5K_5(t)^4 + 6K_6(t)^5 + 7K_7(t)^6 + 8K_8(t)^7 \right] \Big|_{s_0}' \bullet$$

$$\frac{1}{d_{1,0}} \begin{bmatrix} x_1 - x_0 \\ y_1 - y_0 \\ z_1 - z_0 \end{bmatrix}$$

3) Ecuación de aceleración.

$$\ddot{\underline{R}}_{1,o'}(t) = \left[2K_2(t)^2 + 6K_3(t) + 12K_4(t)^2 + 20K_5(t)^3 + 30K_6(t)^4 + 42K_7(t)^5 + 56K_8(t)^6 \right] \Big|_{s0}' \bullet$$

$$\frac{1}{d_{1,0}} \begin{bmatrix} x_1 - x_0 \\ y_1 - y_0 \\ z_1 - z_0 \end{bmatrix}$$

Finalmente, los modelos finales de la trayectoria son los siguientes:

- **Desplazamiento**

$$\underline{R}_{1,o'}(t) = \underline{R}_{0,o'}(t_0) \oplus p(t)_{1,0} \bullet \frac{1}{d_{1,0}} \begin{bmatrix} x_1 - x_0 \\ y_1 - y_0 \\ z_1 - z_0 \end{bmatrix}$$

$$\underline{R}_{2,o'}(t) = \underline{R}_{1,o'}(t) \oplus p(t)_{2,1} \bullet \frac{1}{d_{2,1}} \begin{bmatrix} x_2 - x_1 \\ y_2 - y_1 \\ z_2 - z_1 \end{bmatrix}$$

.

.

$$\underline{R}_{6,o'}(t) = \underline{R}_{p,o'}(t) \oplus p(t)_{6,p} \bullet \frac{1}{d_{6,p}} \begin{bmatrix} x_6 - x_p \\ y_6 - y_p \\ z_6 - z_p \end{bmatrix};$$

$$\underline{R}_{p,o'}(t) = \underline{R}_{6,o'}(t) \oplus p(t)_{p,6} \bullet \frac{1}{d_{p,6}} \begin{bmatrix} x_p - x_6 \\ y_p - y_6 \\ z_p - z_6 \end{bmatrix}$$

.

$$\underline{R}_{10,o'}(t) = \underline{R}_{q,o'}(t) \oplus p(t)_{10,q} \bullet \frac{1}{d_{10,q}} \begin{bmatrix} x_{10} - x_q \\ y_{10} - y_q \\ z_{10} - z_q \end{bmatrix};$$

$$\underline{R}_{q,o'}(t) = \underline{R}_{10,o'}(t) \oplus p(t)_{q,10} \bullet \frac{1}{d_{q,10}} \begin{bmatrix} x_q - x_{10} \\ y_q - y_{10} \\ z_q - z_{10} \end{bmatrix}$$

.

$$\underline{R}_{13,o'}(t) = \underline{R}_{r,o'}(t) \oplus p(t)_{13,r} \bullet \frac{1}{d_{13,r}} \begin{bmatrix} x_{13} - x_r \\ y_{13} - y_r \\ z_{13} - z_r \end{bmatrix};$$

$$\underline{R}_{r,o'}(t) = \underline{R}_{13,o'}(t) \oplus p(t)_{r,13} \bullet \frac{1}{d_{r,13}} \begin{bmatrix} x_r - x_{13} \\ y_r - y_{13} \\ z_r - z_{13} \end{bmatrix}$$

$$\underline{\dot{R}}_{20,o'}(t) = \underline{\dot{R}}_{19,o'}(t) \oplus \dot{p}(t)_{20,19} \cdot \frac{1}{d_{20,19}} \begin{bmatrix} x_{20} - x_{19} \\ y_{20} - y_{19} \\ z_{20} - z_{19} \end{bmatrix}$$

$$\underline{\dot{R}}_{21,o'}(t) = \underline{\dot{R}}_{20,o'}(t) \oplus \dot{p}(t)_{21,20} \cdot \frac{1}{d_{21,20}} \begin{bmatrix} x_{21} - x_{20} \\ y_{21} - y_{20} \\ z_{21} - z_{20} \end{bmatrix}$$

• **Velocidad**

$$\underline{\dot{R}}_{1,o'}(t) = \dot{p}(t)_{1,0} \cdot \frac{1}{d_{1,0}} \begin{bmatrix} x_1 - x_0 \\ y_1 - y_0 \\ z_1 - z_0 \end{bmatrix}$$

$$\underline{\dot{R}}_{2,o'}(t) = \underline{\dot{R}}_{1,o'}(t) \oplus \dot{p}(t)_{2,1} \cdot \frac{1}{d_{2,1}} \begin{bmatrix} x_2 - x_1 \\ y_2 - y_1 \\ z_2 - z_1 \end{bmatrix}$$

$$\underline{\dot{R}}_{6,o'}(t) = \underline{\dot{R}}_{p,o'}(t) \oplus \dot{p}(t)_{6,p} \cdot \frac{1}{d_{6,p}} \begin{bmatrix} x_6 - x_p \\ y_6 - y_p \\ z_6 - z_p \end{bmatrix}$$

$$\underline{\dot{R}}_{p,o'}(t) = \underline{\dot{R}}_{6,o'}(t) \oplus \dot{p}(t)_{p,6} \cdot \frac{1}{d_{p,6}} \begin{bmatrix} x_p - x_6 \\ y_p - y_6 \\ z_p - z_6 \end{bmatrix}$$

$$\underline{\dot{R}}_{10,o'}(t) = \underline{\dot{R}}_{q,o'}(t) \oplus \dot{p}(t)_{10,q} \cdot \frac{1}{d_{10,q}} \begin{bmatrix} x_{10} - x_q \\ y_{10} - y_q \\ z_{10} - z_q \end{bmatrix}$$

$$\underline{\dot{R}}_{q,o'}(t) = \underline{\dot{R}}_{10,o'}(t) \oplus \dot{p}(t)_{q,10} \cdot \frac{1}{d_{q,10}} \begin{bmatrix} x_q - x_{10} \\ y_q - y_{10} \\ z_q - z_{10} \end{bmatrix}$$

$$\underline{\dot{R}}_{13,o'}(t) = \underline{\dot{R}}_{r,o'}(t) \oplus \dot{p}(t)_{13,r} \cdot \frac{1}{d_{13,r}} \begin{bmatrix} x_{13} - x_r \\ y_{13} - y_r \\ z_{13} - z_r \end{bmatrix}$$

$$\underline{\dot{R}}_{r,o'}(t) = \underline{\dot{R}}_{13,o'}(t) \oplus \dot{p}(t)_{r,13} \cdot \frac{1}{d_{r,13}} \begin{bmatrix} x_r - x_{13} \\ y_r - y_{13} \\ z_r - z_{13} \end{bmatrix}$$

$$\dot{\underline{R}}_{20,o'}(t) = \dot{\underline{R}}_{19,o'}(t) \oplus \dot{\underline{p}}(t)_{20,19} \cdot \frac{1}{d_{20,19}} \begin{bmatrix} x_{20} - x_{19} \\ y_{20} - y_{19} \\ z_{20} - z_{19} \end{bmatrix}$$

$$\dot{\underline{R}}_{21,o'}(t) = \dot{\underline{R}}_{20,o'}(t) \oplus \dot{\underline{p}}(t)_{21,20} \cdot \frac{1}{d_{21,20}} \begin{bmatrix} x_{21} - x_{20} \\ y_{21} - y_{20} \\ z_{21} - z_{20} \end{bmatrix}$$

• **Aceleración**

$$\ddot{\underline{R}}_{1,o'}(t) = \ddot{\underline{p}}(t)_{1,0} \cdot \frac{1}{d_{1,0}} \begin{bmatrix} x_1 - x_0 \\ y_1 - y_0 \\ z_1 - z_0 \end{bmatrix}$$

$$\ddot{\underline{R}}_{2,o'}(t) = \ddot{\underline{R}}_{1,o'}(t) \oplus \ddot{\underline{p}}(t)_{2,1} \cdot \frac{1}{d_{2,1}} \begin{bmatrix} x_2 - x_1 \\ y_2 - y_1 \\ z_2 - z_1 \end{bmatrix}$$

$$\ddot{\underline{R}}_{6,o'}(t) = \ddot{\underline{R}}_{p,o'}(t) \oplus \ddot{\underline{p}}(t)_{1,0} \cdot \frac{1}{d_{b,a}} \begin{bmatrix} x_b - x_a \\ y_b - y_a \\ z_b - z_a \end{bmatrix}$$

$$\ddot{\underline{R}}_{p,o'}(t) = \ddot{\underline{R}}_{6,o'}(t) \oplus \ddot{\underline{p}}(t)_{1,0} \cdot \frac{1}{d_{b,a}} \begin{bmatrix} x_b - x_a \\ y_b - y_a \\ z_b - z_a \end{bmatrix}$$

$$\ddot{\underline{R}}_{10,o'}(t) = \ddot{\underline{R}}_{q,o'}(t) \oplus \ddot{\underline{p}}(t)_{1,0} \cdot \frac{1}{d_{b,a}} \begin{bmatrix} x_b - x_a \\ y_b - y_a \\ z_b - z_a \end{bmatrix}$$

$$\ddot{\underline{R}}_{q,o'}(t) = \ddot{\underline{R}}_{10,o'}(t) \oplus \ddot{\underline{p}}(t)_{1,0} \cdot \frac{1}{d_{b,a}} \begin{bmatrix} x_b - x_a \\ y_b - y_a \\ z_b - z_a \end{bmatrix}$$

$$\ddot{\underline{R}}_{13,o'}(t) = \ddot{\underline{R}}_{r,o'}(t) \oplus \ddot{\underline{p}}(t)_{1,0} \cdot \frac{1}{d_{b,a}} \begin{bmatrix} x_b - x_a \\ y_b - y_a \\ z_b - z_a \end{bmatrix}$$

$$\ddot{\underline{R}}_{r,o'}(t) = \ddot{\underline{R}}_{13,o'}(t) \oplus \ddot{\underline{p}}(t)_{1,0} \cdot \frac{1}{d_{b,a}} \begin{bmatrix} x_b - x_a \\ y_b - y_a \\ z_b - z_a \end{bmatrix}$$

$$\ddot{\underline{R}}_{20,0'}(t) = \ddot{\underline{R}}_{19,0'}(t) \oplus \ddot{\underline{p}}(t)_{1,0} \cdot \frac{1}{d_{b,a}} \begin{bmatrix} x_b - x_a \\ y_b - y_a \\ z_b - z_a \end{bmatrix}$$

$$\ddot{\underline{R}}_{21,0'}(t) = \ddot{\underline{R}}_{20,0'}(t) \oplus \ddot{\underline{p}}(t)_{1,0} \cdot \frac{1}{d_{b,a}} \begin{bmatrix} x_b - x_a \\ y_b - y_a \\ z_b - z_a \end{bmatrix}$$

4.3 Acoplamiento de las ecuaciones cinemáticas del robot cartesiano y los modelos de la trayectoria.

En esta sección se acoplan los modelos cinemáticos de la trayectoria generados en la sección anterior con los modelos cinemáticos del robot cartesiano motivo de estudio descritos en los capítulos 1,2 y 3; esto es:

- **Desplazamiento**

$$\underline{r}'_{\text{pos},0} = \underline{r}_{1,0} + \underline{y}'' \cdot \underline{e}_1 + \underline{x}'' \cdot \underline{e}_2 = (\underline{x}'', \underline{y}'') = \underline{R}_{1,0'}(t) = \underline{R}_{0,0'}(t_0) \oplus \underline{p}(t)_{1,0} \cdot \frac{1}{d_{1,0}} \begin{bmatrix} x_1 - x_0 \\ y_1 - y_0 \\ z_1 - z_0 \end{bmatrix}$$

$$\underline{R}_{2,0'}(t) = \underline{R}_{1,0'}(t) \oplus \underline{p}(t)_{2,1} \cdot \frac{1}{d_{2,1}} \begin{bmatrix} x_2 - x_1 \\ y_2 - y_1 \\ z_2 - z_1 \end{bmatrix}$$

.

$$\underline{R}_{6,0'}(t) = \underline{R}_{p,0'}(t) \oplus \underline{p}(t)_{6,p} \cdot \frac{1}{d_{6,p}} \begin{bmatrix} x_6 - x_p \\ y_6 - y_p \\ z_6 - z_p \end{bmatrix}$$

$$\underline{R}_{p,0'}(t) = \underline{R}_{6,0'}(t) \oplus \underline{p}(t)_{p,6} \cdot \frac{1}{d_{p,6}} \begin{bmatrix} x_p - x_6 \\ y_p - y_6 \\ z_p - z_6 \end{bmatrix}$$

.

$$\underline{R}_{10,0'}(t) = \underline{R}_{q,0'}(t) \oplus \underline{p}(t)_{10,q} \cdot \frac{1}{d_{10,q}} \begin{bmatrix} x_{10} - x_q \\ y_{10} - y_q \\ z_{10} - z_q \end{bmatrix}$$

$$\underline{R}_{q,0'}(t) = \underline{R}_{10,0'}(t) \oplus \underline{p}(t)_{q,10} \cdot \frac{1}{d_{q,10}} \begin{bmatrix} x_q - x_{10} \\ y_q - y_{10} \\ z_q - z_{10} \end{bmatrix}$$

$$\underline{R}_{13,0'}(t) = \underline{R}_{r,0'}(t) \oplus \underline{p}(t)_{13,r} \cdot \frac{1}{d_{13,r}} \begin{bmatrix} x_{13} - x_r \\ y_{13} - y_r \\ z_{13} - z_r \end{bmatrix}$$

$$\underline{R}_{r,0'}(t) = \underline{R}_{13,0'}(t) \oplus \underline{p}(t)_{r,13} \cdot \frac{1}{d_{r,13}} \begin{bmatrix} x_r - x_{13} \\ y_r - y_{13} \\ z_r - z_{13} \end{bmatrix}$$

$$\underline{R}_{20,0'}(t) = \underline{R}_{19,0'}(t) \oplus \underline{p}(t)_{20,19} \cdot \frac{1}{d_{20,19}} \begin{bmatrix} x_{20} - x_{19} \\ y_{20} - y_{19} \\ z_{20} - z_{19} \end{bmatrix}$$

$$\underline{R}_{21,0'}(t) = \underline{R}_{20,0'}(t) \oplus \underline{p}(t)_{21,20} \cdot \frac{1}{d_{21,20}} \begin{bmatrix} x_{21} - x_{20} \\ y_{21} - y_{20} \\ z_{21} - z_{20} \end{bmatrix}$$

• **Velocidad**

$$\dot{\underline{r}}'_{\text{pot},0}(t) = \dot{\underline{r}}'_{2,1}(t) \bullet \underline{e}_2 + \dot{\underline{r}}'_{\text{pot},2}(t) \bullet \underline{e}_1 = (\dot{\underline{x}}(t), \dot{\underline{y}}(t)) = \dot{\underline{R}}_{1,0'}(t) = \dot{\underline{p}}(t)_{1,0} \cdot \frac{1}{d_{1,0}} \begin{bmatrix} x_1 - x_0 \\ y_1 - y_0 \\ z_1 - z_0 \end{bmatrix}$$

$$\dot{\underline{R}}_{2,0'}(t) = \dot{\underline{R}}_{1,0'}(t) \oplus \dot{\underline{p}}(t)_{2,1} \cdot \frac{1}{d_{2,1}} \begin{bmatrix} x_2 - x_1 \\ y_2 - y_1 \\ z_2 - z_1 \end{bmatrix}$$

$$\dot{\underline{R}}_{6,0'}(t) = \dot{\underline{R}}_{p,0'}(t) \oplus \dot{\underline{p}}(t)_{6,p} \cdot \frac{1}{d_{6,p}} \begin{bmatrix} x_6 - x_p \\ y_6 - y_p \\ z_6 - z_p \end{bmatrix}$$

$$\dot{\underline{R}}_{p,0'}(t) = \dot{\underline{R}}_{6,0'}(t) \oplus \dot{\underline{p}}(t)_{p,6} \cdot \frac{1}{d_{p,6}} \begin{bmatrix} x_p - x_6 \\ y_p - y_6 \\ z_p - z_6 \end{bmatrix}$$

$$\dot{\underline{R}}_{10,0'}(t) = \dot{\underline{R}}_{q,0'}(t) \oplus \dot{\underline{p}}(t)_{10,q} \cdot \frac{1}{d_{10,q}} \begin{bmatrix} x_{10} - x_q \\ y_{10} - y_q \\ z_{10} - z_q \end{bmatrix}$$

$$\dot{\underline{R}}_{q,o'}(t) = \dot{\underline{R}}_{10,o'}(t) \oplus \dot{\underline{p}}(t)_{q,10} \cdot \frac{1}{d_{q,10}} \begin{bmatrix} x_q - x_{10} \\ y_q - y_{10} \\ z_q - z_{10} \end{bmatrix}$$

$$\dot{\underline{R}}_{13,o'}(t) = \dot{\underline{R}}_{r,o'}(t) \oplus \dot{\underline{p}}(t)_{13,r} \cdot \frac{1}{d_{13,r}} \begin{bmatrix} x_{13} - x_r \\ y_{13} - y_r \\ z_{13} - z_r \end{bmatrix}$$

$$\dot{\underline{R}}_{r,o'}(t) = \dot{\underline{R}}_{13,o'}(t) \oplus \dot{\underline{p}}(t)_{r,13} \cdot \frac{1}{d_{r,13}} \begin{bmatrix} x_r - x_{13} \\ y_r - y_{13} \\ z_r - z_{13} \end{bmatrix}$$

$$\dot{\underline{R}}_{20,o'}(t) = \dot{\underline{R}}_{19,o'}(t) \oplus \dot{\underline{p}}(t)_{20,19} \cdot \frac{1}{d_{20,19}} \begin{bmatrix} x_{20} - x_{19} \\ y_{20} - y_{19} \\ z_{20} - z_{19} \end{bmatrix}$$

$$\dot{\underline{R}}_{21,o'}(t) = \dot{\underline{R}}_{20,o'}(t) \oplus \dot{\underline{p}}(t)_{21,20} \cdot \frac{1}{d_{21,20}} \begin{bmatrix} x_{21} - x_{20} \\ y_{21} - y_{20} \\ z_{21} - z_{20} \end{bmatrix}$$

• **Aceleración**

$$\ddot{\underline{r}}'_{pot,0}(t) = \ddot{\underline{l}}'_{2,1}(t) \bullet \underline{e}_2 + \ddot{\underline{l}}'_{pot,2}(t) \bullet \underline{e}_1 = \left(\ddot{x}''(t), \ddot{y}''(t) \right) = \ddot{\underline{R}}_{1,o'}(t) = \ddot{\underline{p}}(t)_{1,0} \cdot \frac{1}{d_{1,0}} \begin{bmatrix} x_1 - x_0 \\ y_1 - y_0 \\ z_1 - z_0 \end{bmatrix}$$

$$\ddot{\underline{R}}_{2,o'}(t) = \ddot{\underline{R}}_{1,o'}(t) \oplus \ddot{\underline{p}}(t)_{2,1} \cdot \frac{1}{d_{2,1}} \begin{bmatrix} x_2 - x_1 \\ y_2 - y_1 \\ z_2 - z_1 \end{bmatrix}$$

$$\ddot{\underline{R}}_{6,o'}(t) = \ddot{\underline{R}}_{p,o'}(t) \oplus \ddot{\underline{p}}(t)_{1,0} \cdot \frac{1}{d_{b,a}} \begin{bmatrix} x_b - x_a \\ y_b - y_a \\ z_b - z_a \end{bmatrix}$$

$$\ddot{\underline{R}}_{p,o'}(t) = \ddot{\underline{R}}_{6,o'}(t) \oplus \ddot{\underline{p}}(t)_{1,0} \cdot \frac{1}{d_{b,a}} \begin{bmatrix} x_b - x_a \\ y_b - y_a \\ z_b - z_a \end{bmatrix}$$

$$\ddot{\underline{R}}_{10,o'}(t) = \ddot{\underline{R}}_{q,o'}(t) \oplus \ddot{\underline{p}}(t)_{1,0} \cdot \frac{1}{d_{b,a}} \begin{bmatrix} x_b - x_a \\ y_b - y_a \\ z_b - z_a \end{bmatrix}$$

$$\ddot{\underline{R}}_{q,o'}(t) = \ddot{\underline{R}}_{10,o'}(t) \oplus \ddot{p}(t)_{1,0} \cdot \frac{1}{d_{b,a}} \begin{bmatrix} x_b - x_a \\ y_b - y_a \\ z_b - z_a \end{bmatrix}$$

$$\ddot{\underline{R}}_{13,o'}(t) = \ddot{\underline{R}}_{r,o'}(t) \oplus \ddot{p}(t)_{1,0} \cdot \frac{1}{d_{b,a}} \begin{bmatrix} x_b - x_a \\ y_b - y_a \\ z_b - z_a \end{bmatrix}$$

$$\ddot{\underline{R}}_{r,o'}(t) = \ddot{\underline{R}}_{13,o'}(t) \oplus \ddot{p}(t)_{1,0} \cdot \frac{1}{d_{b,a}} \begin{bmatrix} x_b - x_a \\ y_b - y_a \\ z_b - z_a \end{bmatrix}$$

$$\ddot{\underline{R}}_{20,o'}(t) = \ddot{\underline{R}}_{19,o'}(t) \oplus \ddot{p}(t)_{1,0} \cdot \frac{1}{d_{b,a}} \begin{bmatrix} x_b - x_a \\ y_b - y_a \\ z_b - z_a \end{bmatrix}$$

$$\ddot{\underline{R}}_{21,o'}(t) = \ddot{\underline{R}}_{20,o'}(t) \oplus \ddot{p}(t)_{1,0} \cdot \frac{1}{d_{b,a}} \begin{bmatrix} x_b - x_a \\ y_b - y_a \\ z_b - z_a \end{bmatrix}$$

4.4 Programación y simulación

La programación de las ecuaciones descritas en la sección anterior fue hecha en el paquete de cálculo formal Mathematica V4 [10]. Dicho programa es mostrado en el apéndice A de este trabajo de tesis. Las figuras 4.13, 4.14, 4.15, 4.16 4.17, 4.18, 4.19, 4.20 muestran el robot cartesiano y la trayectoria en algunos puntos de interés:

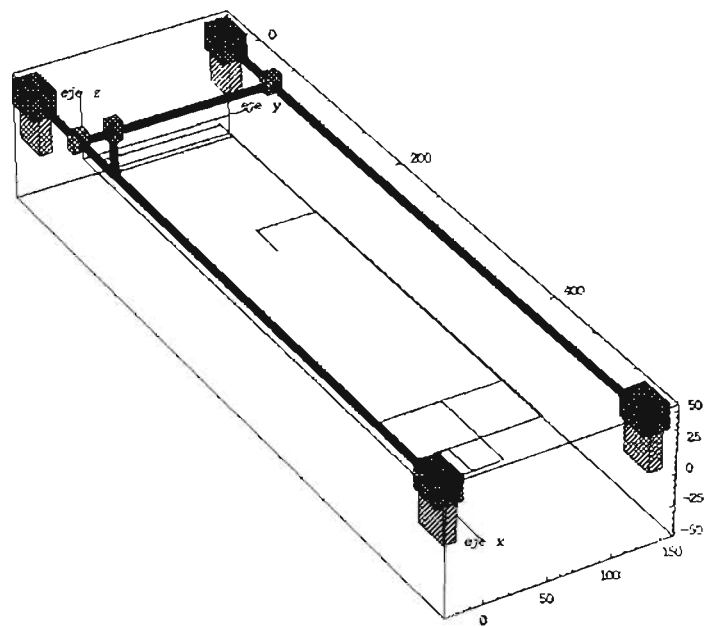


Figura 4.13 Salida de home

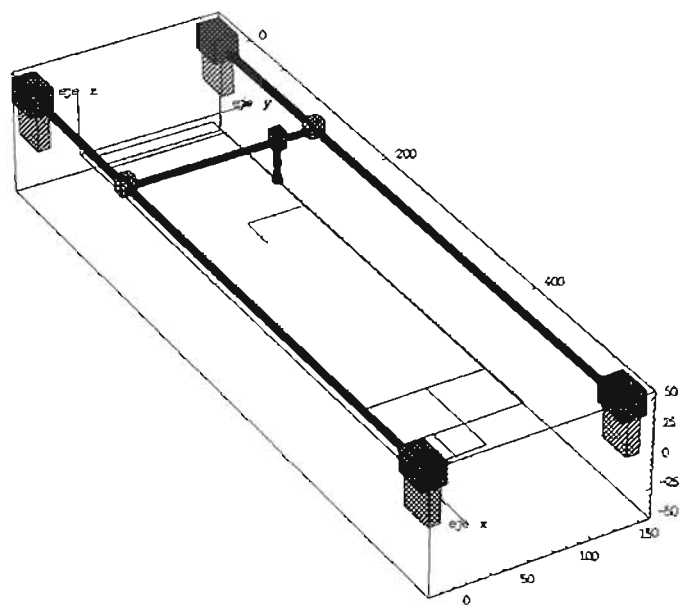


Figura 4.14 Acercamiento a la operación de flux

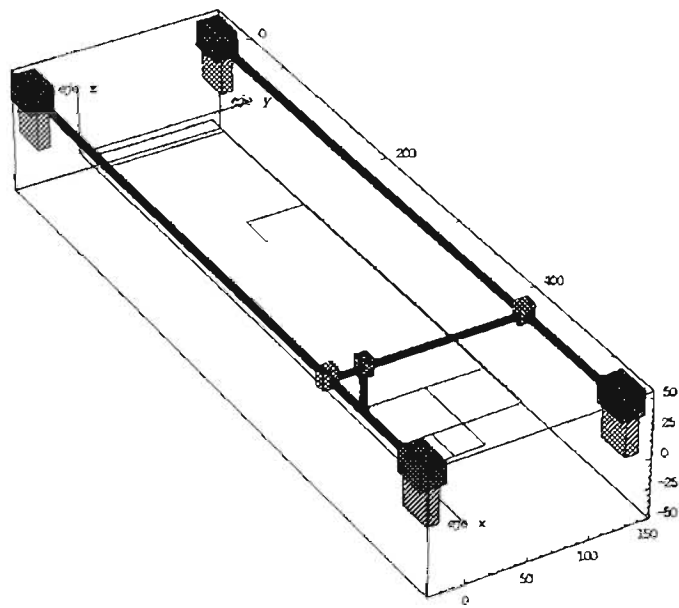


Figura 4.15 Punto de aplicación del flux

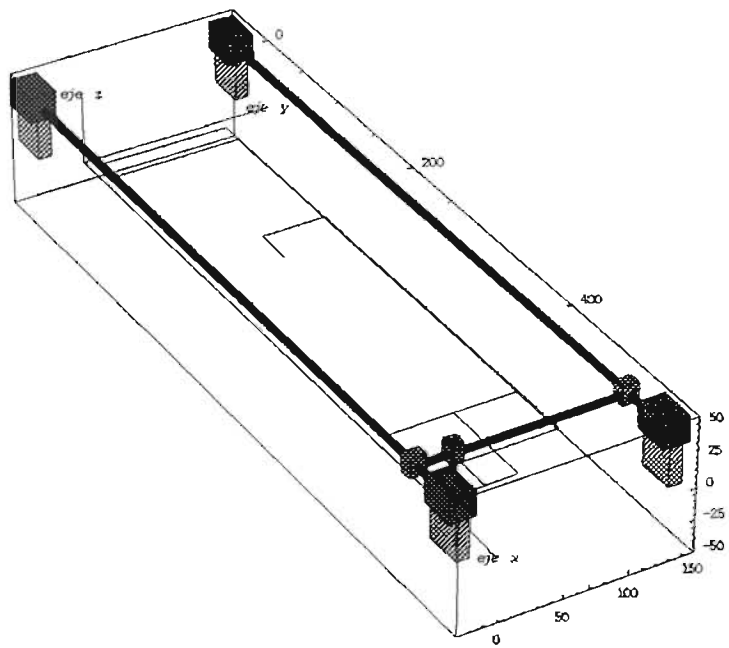


Figura 4.16 Punto de aplicación de la soldadura

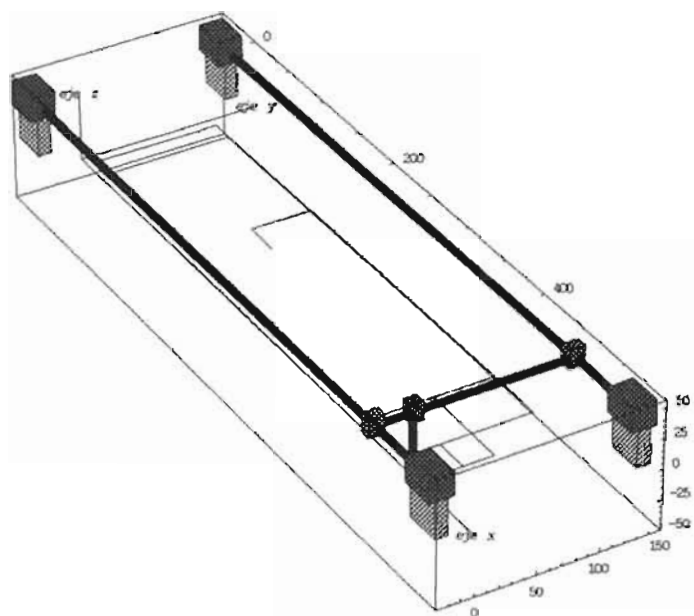


Figura 4.17 Punto de eliminación de excedentes

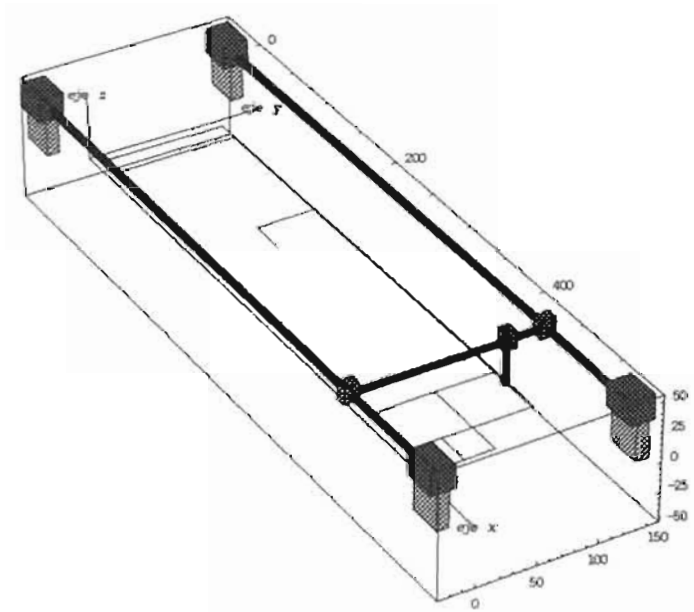


Figura 4.18 Retomo hacia descarga

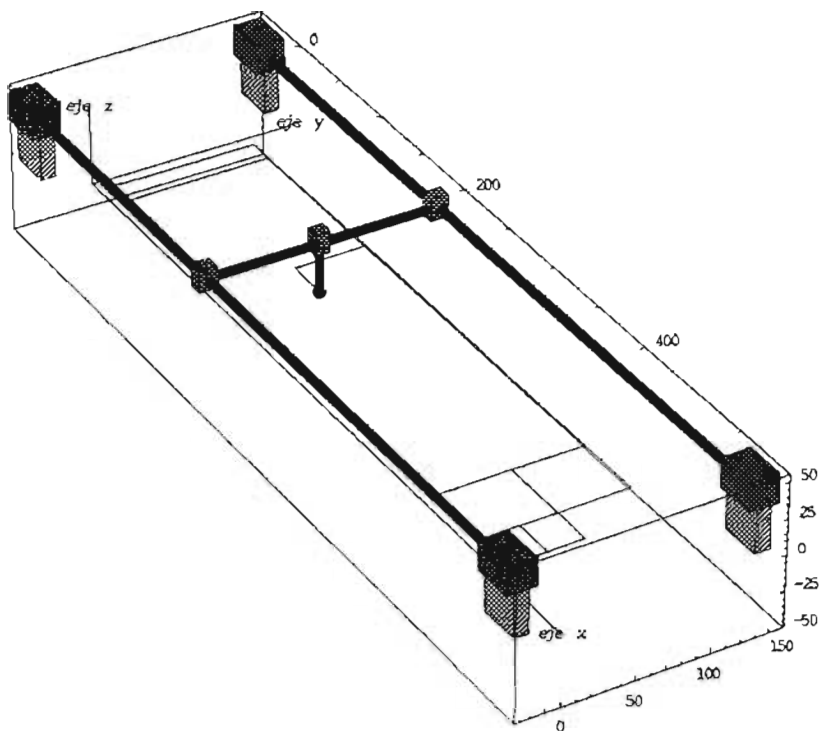


Figura 4.19 Punto de descarga

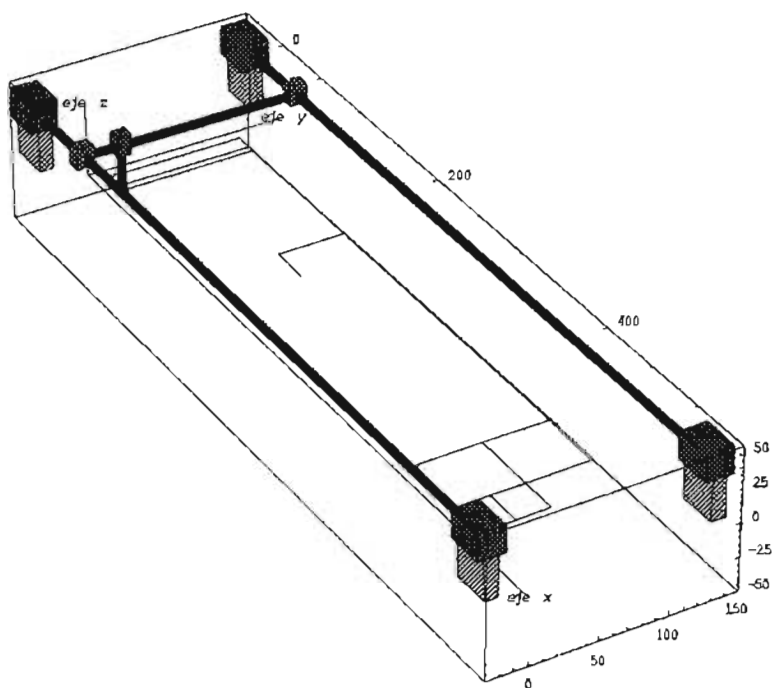


Figura 4.20 Home

Conclusiones

A través de este trabajo de tesis fueron cumplidos los siguientes objetivos:

- Se aplicó un método para modelar la cinemática de un robot cartesiano tipo PP [1, 2].
- Fue utilizado un metodo para enmarcar un modelo de trayectoria relacionada con una operación de soldadura[7, 8].
- Fueron acoplados los modelos del robot con los modelos de la trayectoria.
- Los modelos fueron programados y simulados en Mathematica V4 [10].

En esta tesis se aplicaron dos métodos, uno para modelar la cinemática de un robot cartesiano y otro para enmarcar una trayectoria de soldadura. Los Resultados obtenidos se resumen en los incisos siguientes:

- 1) EL método desarrollado en [1, 2], si es aplicable para modelar robots cartesianos.
- 2) Los modelos cinemáticos del robot generaron los siguientes sistemas de ecuaciones e incógnitas:
 - 2.1) Posición: 2×2
 - 2.2) Velocidad: 2×2
 - 2.3) Aceleración: 2×2
- 3) En términos de los sistemas de ecuaciones e incógnitas los problemas directo e inverso relacionados con el robot resultaron equivalentes.

- 4) EL método usado para enmarcar la trayectoria permitió sistematizar el modelo y a la vez fue útil para acoplar los modelos del robot [7, 8].

Futuros trabajos por desarrollar relacionados con este trabajo de tesis son:

- Dinámica de un robot cartesiano.
- Análisis de trayectorias no rectilíneas.
- Análisis dinámico de robots cartesianos.

REFERENCIAS

- [1] Jiménez E., Reyes L., Cuenca F. Modelación cinemática de posicionamiento de un mecanismo de cinco barras usando una rotación variante de los números complejos. Asociación Mexicana de Mecatrónica A.C. Por presentarse en Congreso 2003.
- [2] Jiménez E., Cuenca F., Reyes L., Pérez A., Delfín J., Ruiz E., Ojeda E. Modelación cinemática de posicionamiento de un robot paralelo planar tipo rr usando una números complejos. Asociación Mexicana de Mecatrónica A.C., Por presentarse en Congreso 2003.
- [3] Jiménez E. Simulación de un proceso de manufactura con obstáculo en la línea de producción. México. 1998. (Tesis de Maestría en Ingeniería Mecánica). UNAM, Facultad de Ingeniería, División de Estudios de Postgrado, Sección Mecánica.
- [4] Reyes Ávila Luís. Quaternions: Une Representation Parametrique Systematique Des Rotations Finies. Partie 1: Le Cadre Theorique. (1990). Rapport de Recherche INRIA Rocquencourt. France.
- [5] Jiménez, E, Reyes, L et al. (2002). Sobre la parametrización de las rotaciones y reflexiones de multicuerpos rígidos en el plano: Modelación cinemática de un robot de dos grados de libertad. Informe interno de investigación. ISBN 968 - 36 - 9841 – 7.
- [6] Reyes, L. (1998). Sobre la parametrización de las Rotaciones y Reflexiones de Multicuerpos Rígidos en el plano. Estudios Ocasionales. Universidad Anáhuac del Sur. ISBN 968-64-02-08-X.
- [7] Jiménez E., Reyes A., Galindo F., Esquer H., González I., Luna J., Mercado M., Portillo S. Simulación computacional de una trayectoria continua para la aplicación de soldadura por inmersión de estaño de un componente electrónico. Asociación Mexicana de Mecatrónica A.C. Por presentarse en Congreso 2003.

- [8] Jiménez E., Reyes L., Galindo F., Martínez A., Esquer H., Luna J., González I. Sistematización paso a paso de la modelación de trayectorias rectilíneas continuas. Informe interno de investigación (2004). Universidad la Salle Noroeste. ISBN 968-5844-04-6
- [9] Galindo G. Análisis, modelación y simulación de una trayectoria continua para la aplicación de soldadura en un transformador eléctrico. 2003. (Tesis de Maestría en Ingeniería Mecánica). UNAM, Facultad de Ingeniería, División de Estudios de Postgrado, Sección Mecánica.
- [10] John W. Gray. *Mastering Mathematica, Programming Methods and Applications*. 1994. Academic Press Inc., New York.
- [11] Fathi G., Chélet R. "A Reduced Model for Constrained Rigid Bodies with Application to Parallel Robots". Proceedings of the IFAC in Robot Control SYROCO'94. pp 57-62, Capri Italy. September 19-21. (1994).
- [12] J. Angeles. (1997). *Fundamentals of Robotics Mechanical System*. Springer-Verlany, New York.
- [13] Martínez R. Modelación y simulación computacional de trayectorias tridimensionales México. (1997). Tesis (Maestría en Ingeniería Mecánica) UNAM, Facultad de Ingeniería, División de Estudios de Postgrado, Sección Mecánica.
- [14] A. Rubio. Evasión de Obstáculos Mediante Multicuerpos Rígidos. México. (2000). Tesis (Maestría en Ingeniería Mecánica). UNAM, Facultad de Ingeniería, División de Estudios de Postgrado, Sección Mecánica.
- [15] Gurtin M. (1981). *Introduction of Continuos Mechanics*. Academic Press. New York.
- [16] Jiménez, E., Reyes, L., Murillo I., Mercado M., Encinas González I., Portillo S. Representación formal de las trasformaciones geométricas y de manufactura de un transformador eléctrico usado para la industria de las telecomunicaciones. SOMIM. 2003 Veracruz. México.

- [17] Cohen M., Nagel E. *Introducción a la lógica y al método científico: Lógica aplicada y método científico II.* (1961). Harcour, Brace World Inc., Argentina.
- [18] Cohen M., Nagel E. *Introducción a la lógica y al método científico: Lógica aplicada y método científico I.* (1961). Harcour, Brace World Inc., Argentina.
- [19] Seng. C., Cheng T. "Trajectory Planning for Automated Robotic Deburring on an Unknown Contour". (2000). *International Journal of Machine and Manufacture*. Vol. 40. pp 957 – 978.
- [20] Seng. C., Cheng T. "Applications of a Rule Self- Regulating Fuzzy Controler for Robotics Deburring on Unknow contours". (2000). *Fuzzy Sets and Systems*. Vol. 110. pp 341-350.
- [21] Gomi T. "Non - Cartesian". (2000). *Robotics and Automous Systems*. Vol. 18. pp 169 - 184.

Apéndice A

PROGRAMA PARA LA SUAVIZACIÓN DE TRAYECTORIAS RECTAS

Funciones (para la simulación)

```
Herramienta[J_]:=Graphics3D[{PointSize[0.02],RGBColor[0, 0, 0.996109],Point[J]},AspectRatio-  
>1,PlotRange->{{plotminx,plotmaxx},{plotminy,plotmaxy},{plotminz,plotmaxz}}]
```

```
Graficafinal[J_]:=
```

```
  cubo1=Cuboid[{-50,-30, 30}, {-20,-10,50}];  
  cubo2=Cuboid[{510,-30, 30}, {540,-10,50}];  
  cubo3=Cuboid[{-50, 130, 30}, {-20,150,50}];  
  cubo4=Cuboid[{510,130, 30}, {540,150,50}];  
  cubo5=Cuboid[{J[[1]]+5,-25,30}, {J[[1]]-5,-12.5,45}];  
  cubo6=Cuboid[{J[[1]]+5,135,30}, {J[[1]]-5,147.5,45}];  
  cubo7=Cuboid[{J[[1]]+5,J[[2]]+5,30}, {J[[1]]-5,J[[2]]-5,45}];  
  cubo8=Cuboid[{-50,-25, 0}, {-20,-15, 30}];  
  cubo9=Cuboid[{510,-25, 0}, {540,-15, 30}];  
  cubo10=Cuboid[{-50,135, 0}, {-20,145, 30}];  
  cubo11=Cuboid[{510,135, 0}, {540,145, 30}];
```

```
  LineaEje1=Line[{{-20, -17.5,35}, {510,-17.5,35}}];  
  LineaEje2=Line[{{-20,142.5,35}, {510,142.5,35}}];  
  LineaEje3=Line[{{J[[1]],-12.5,35},{J[[1]],147.5,35}}];  
  LineaEje4=Line[{{J[[1]],J[[2]],35},{J[[1]],J[[2]],0}}];
```

```
  base1=Graphics3D[{RGBColor[1,0,0],cubo1}];  
  base2=Graphics3D[{RGBColor[1,0,0],cubo2}];  
  base3=Graphics3D[{RGBColor[1,0,0],cubo3}];  
  base4=Graphics3D[{RGBColor[1,0,0],cubo4}];  
  base5=Graphics3D[{RGBColor[0,0.5,1],cubo5}];
```

```
  base6=Graphics3D[{RGBColor[0,0.5,1],cubo6}];OrganoTer=Graphics3D[{RGBColor[0,0.5,0],cubo7}];
```

```
  Columna1=Graphics3D[{RGBColor[0.996109, 0.500008, 0],cubo8}];  
  Columna2=Graphics3D[{RGBColor[0.996109, 0.500008, 0],cubo9}];  
  Columna3=Graphics3D[{RGBColor[0.996109, 0.500008, 0],cubo10}];  
  Columna4=Graphics3D[{RGBColor[0.996109, 0.500008, 0],cubo11}];
```

```
  eje1=Graphics3D[{AbsoluteThickness[6],RGBColor[0,0,0],LineaEje1}];
```

```
  eje2=Graphics3D[{AbsoluteThickness[6],RGBColor[0,0,0],LineaEje2}];eje3=Graphics3D[{AbsoluteThickness[6],RGBColor[0,0,0],LineaEje3}];
```

```
  Trazador=Graphics3D[{AbsoluteThickness[6],RGBColor[0,0,0],LineaEje4}];
```

```
Show[eje1,eje2,eje3,Trazador,
,base2,base3,base4,base5,base6,OrganoTer,
Columna1,Columna2,Columna3,Columna4,
Trayectoria,Herramienta[J],Ejex, Ejey, Ejex,Textox,Textoy,Textoz,
```

```
PlotRange[{{plotminx,plotmaxx},{plotminy,plotmaxy},{plotminz,plotmaxz}},Boxed[
True,Axes[True,
Lighting[False,ViewPoint->{0.088, -1.402, 3.079},
AspectRatio[Automatic]]
```

Declaración de variables

Velocidades:

$V_i = 40$;

$V_m = 80$;

Rango de los ejes:

plotminx = - 50;

plotmaxx = 550;

plotminy = - 30;

plotmaxy = 150;

plotminz = -50;

plotmaxz = 55;

Puntos de los lugares geometricos;

x0 = 30;

y0 = 10;

z0 = 1;

x2 = 10;

y2 = 10;

z2 = 1;

x4 = 10;

y4 = 30;

z4 = 1;

x6 = 10;

y6 = 110;

z6 = 1;

x8 = 400;

y8 = 110;

z8 = 1;

x10 = 400;

y10 = 60;

z10 = 1;

x12 = 400;

y12 = 10;

z12 = 1;

x14 = 400;
y14 = 60;
z14 = 1;
x16 = 480;
y16 = 60;
z16 = 1;
x18 = 480;
y18 = 10;
z18 = 1;
x20 = 480;
y20 = 35;
z20 = 1;
x22 = 450;
y22 = 35;
z22 = 1;
x24 = 450;
y24 = 10;
z24 = 1;

x26 = 450;
y26 = 60;
z26 = 1;
x28 = 450;
y28 = 110;
z28 = 1;
x30 = 150;
y30 = 110;
z30 = 1;
x32 = 150;
y32 = 60;
z32 = 1;
x34 = 180;
y34 = 60;
z34 = 1;
x36 = 150;
y36 = 60;
z36 = 1;
x38 = 150;
y38 = 110;
z38 = 1;
x40 = 30;
y40 = 110;
z40 = 1;
x42 = 30;
y42 = 10;
z42 = 1;

Cálculo de los puntos medios de cada tramo de trayectoria;

$$x_1 = (x_0 + x_2) / 2;$$

$$y_1 = (y_0 + y_2) / 2;$$

$$z_1 = 1;$$

$$x_3 = (x_2 + x_4) / 2;$$

$$y_3 = (y_2 + y_4) / 2;$$

$$z_3 = 1;$$

$$x_5 = (x_4 + x_6) / 2;$$

$$y_5 = (y_4 + y_6) / 2;$$

$$z_5 = 1;$$

$$x_7 = (x_6 + x_8) / 2;$$

$$y_7 = (y_6 + y_8) / 2;$$

$$z_7 = 1;$$

$$x_9 = (x_8 + x_{10}) / 2;$$

$$y_9 = (y_8 + y_{10}) / 2;$$

$$z_9 = 1;$$

$$x_{11} = (x_{10} + x_{12}) / 2;$$

$$y_{11} = (y_{10} + y_{12}) / 2;$$

$$z_{11} = 1;$$

$$x_{13} = (x_{12} + x_{14}) / 2;$$

$$y_{13} = (y_{12} + y_{14}) / 2;$$

$$z_{13} = 1;$$

$$x_{15} = (x_{14} + x_{16}) / 2;$$

$$y_{15} = (y_{14} + y_{16}) / 2;$$

$$z_{15} = 1;$$

$$x_{17} = (x_{16} + x_{18}) / 2;$$

$$y_{17} = (y_{16} + y_{18}) / 2;$$

$$z_{17} = 1;$$

$$x_{19} = (x_{18} + x_{20}) / 2;$$

$$y_{19} = (y_{18} + y_{20}) / 2;$$

$$z_{19} = 1;$$

$$x_{21} = (x_{20} + x_{22}) / 2;$$

$$y_{21} = (y_{20} + y_{22}) / 2;$$

$$z_{21} = 1;$$

$$x_{23} = (x_{22} + x_{24}) / 2;$$

$$y_{23} = (y_{22} + y_{24}) / 2;$$

$$z_{23} = 1;$$

$$x_{25} = (x_{24} + x_{26}) / 2;$$

$$y_{25} = (y_{24} + y_{26}) / 2;$$

$$z_{25} = 1;$$

$$x_{27} = (x_{26} + x_{28}) / 2;$$

$$y_{27} = (y_{26} + y_{28}) / 2;$$

$$z_{27} = 1;$$

$$x_{29} = (x_{28} + x_{30}) / 2;$$

$$y_{29} = (y_{28} + y_{30}) / 2;$$

$$z_{29} = 1;$$

$$\begin{aligned}
x_{31} &= (x_{30} + x_{32}) / 2; \\
y_{31} &= (y_{30} + y_{32}) / 2; \\
z_{31} &= 1; \\
x_{33} &= (x_{32} + x_{34}) / 2; \\
y_{33} &= (y_{32} + y_{34}) / 2; \\
z_{33} &= 1; \\
x_{35} &= (x_{34} + x_{36}) / 2; \\
y_{35} &= (y_{34} + y_{36}) / 2; \\
z_{35} &= 1; \\
x_{37} &= (x_{36} + x_{38}) / 2; \\
y_{37} &= (y_{36} + y_{38}) / 2; \\
z_{37} &= 1; \\
x_{39} &= (x_{38} + x_{40}) / 2; \\
y_{39} &= (y_{38} + y_{40}) / 2; \\
z_{39} &= 1; \\
x_{41} &= (x_{40} + x_{42}) / 2; \\
y_{41} &= (y_{40} + y_{42}) / 2; \\
z_{41} &= 1;
\end{aligned}$$

Cálculo de distancia entre los puntos;

$$\begin{aligned}
\text{dist1} &= \sqrt{(x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2 + (z_1 - z_0)^2}; \\
\text{dist2} &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}; \\
\text{dist3} &= \sqrt{(x_3 - x_2)^2 + (y_3 - y_2)^2 + (z_3 - z_2)^2}; \\
\text{dist4} &= \sqrt{(x_4 - x_3)^2 + (y_4 - y_3)^2 + (z_4 - z_3)^2}; \\
\text{dist5} &= \sqrt{(x_5 - x_4)^2 + (y_5 - y_4)^2 + (z_5 - z_4)^2}; \\
\text{dist6} &= \sqrt{(x_6 - x_7)^2 + (y_6 - y_7)^2 + (z_6 - z_7)^2}; \\
\text{dist7} &= \sqrt{(x_7 - x_8)^2 + (y_7 - y_8)^2 + (z_7 - z_8)^2}; \\
\text{dist8} &= \sqrt{(x_8 - x_9)^2 + (y_8 - y_9)^2 + (z_8 - z_9)^2}; \\
\text{dist9} &= \sqrt{(x_9 - x_8)^2 + (y_9 - y_8)^2 + (z_9 - z_8)^2}; \\
\text{dist10} &= \sqrt{(x_{10} - x_9)^2 + (y_{10} - y_9)^2 + (z_{10} - z_9)^2}; \\
\text{dist11} &= \sqrt{(x_{11} - x_{10})^2 + (y_{11} - y_{10})^2 + (z_{11} - z_{10})^2}; \\
\text{dist12} &= \sqrt{(x_{12} - x_{11})^2 + (y_{12} - y_{11})^2 + (z_{12} - z_{11})^2}; \\
\text{dist13} &= \sqrt{(x_{13} - x_{12})^2 + (y_{13} - y_{12})^2 + (z_{13} - z_{12})^2}; \\
\text{dist14} &= \sqrt{(x_{14} - x_{13})^2 + (y_{14} - y_{13})^2 + (z_{14} - z_{13})^2}; \\
\text{dist15} &= \sqrt{(x_{15} - x_{14})^2 + (y_{15} - y_{14})^2 + (z_{15} - z_{14})^2}; \\
\text{dist16} &= \sqrt{(x_{16} - x_{16})^2 + (y_{16} - y_{16})^2 + (z_{16} - z_{16})^2}; \\
\text{dist17} &= \sqrt{(x_{17} - x_{16})^2 + (y_{17} - y_{16})^2 + (z_{17} - z_{16})^2};
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{dist18} &= \sqrt{(x18 - x17)^2 + (y18 - y17)^2 + (z18 - z17)^2}; \\
\text{dist19} &= \sqrt{(x19 - x18)^2 + (y19 - y18)^2 + (z19 - z18)^2}; \\
\text{dist20} &= \sqrt{(x20 - x19)^2 + (y20 - y19)^2 + (z20 - z19)^2}; \\
\text{dist21} &= \sqrt{(x21 - x20)^2 + (y21 - y20)^2 + (z21 - z20)^2}; \\
\text{dist22} &= \sqrt{(x22 - x21)^2 + (y22 - y21)^2 + (z22 - z21)^2}; \\
\text{dist23} &= \sqrt{(x23 - x22)^2 + (y23 - y22)^2 + (z23 - z22)^2}; \\
\text{dist24} &= \sqrt{(x24 - x23)^2 + (y24 - y23)^2 + (z24 - z23)^2}; \\
\text{dist25} &= \sqrt{(x25 - x24)^2 + (y25 - y24)^2 + (z25 - z24)^2}; \\
\text{dist26} &= \sqrt{(x26 - x25)^2 + (y26 - y25)^2 + (z26 - z25)^2}; \\
\text{dist27} &= \sqrt{(x27 - x26)^2 + (y27 - y26)^2 + (z27 - z26)^2}; \\
\text{dist28} &= \sqrt{(x28 - x27)^2 + (y28 - y27)^2 + (z28 - z27)^2}; \\
\text{dist29} &= \sqrt{(x29 - x28)^2 + (y29 - y28)^2 + (z29 - z28)^2}; \\
\text{dist30} &= \sqrt{(x30 - x29)^2 + (y30 - y29)^2 + (z30 - z29)^2}; \\
\text{dist31} &= \sqrt{(x31 - x30)^2 + (y31 - y30)^2 + (z31 - z30)^2}; \\
\text{dist32} &= \sqrt{(x32 - x31)^2 + (y32 - y31)^2 + (z32 - z31)^2}; \\
\text{dist33} &= \sqrt{(x33 - x32)^2 + (y33 - y32)^2 + (z33 - z32)^2}; \\
\text{dist34} &= \sqrt{(x34 - x33)^2 + (y34 - y33)^2 + (z34 - z33)^2}; \\
\text{dist35} &= \sqrt{(x35 - x34)^2 + (y35 - y34)^2 + (z35 - z34)^2}; \\
\text{dist36} &= \sqrt{(x36 - x35)^2 + (y36 - y35)^2 + (z36 - z35)^2}; \\
\text{dist37} &= \sqrt{(x37 - x36)^2 + (y37 - y36)^2 + (z37 - z36)^2}; \\
\text{dist38} &= \sqrt{(x38 - x37)^2 + (y38 - y37)^2 + (z38 - z37)^2}; \\
\text{dist39} &= \sqrt{(x39 - x38)^2 + (y39 - y38)^2 + (z39 - z38)^2}; \\
\text{dist40} &= \sqrt{(x40 - x39)^2 + (y40 - y39)^2 + (z40 - z39)^2}; \\
\text{dist41} &= \sqrt{(x41 - x40)^2 + (y41 - y40)^2 + (z41 - z40)^2}; \\
\text{dist42} &= \sqrt{(x42 - x41)^2 + (y42 - y41)^2 + (z42 - z41)^2};
\end{aligned}$$

Cálculo de los tiempos del movimiento;

$$t0 = 0;$$

$$t1 = t0 + 2 * \text{dist1} / V_i;$$

$$t2 = t1 + 2 * \text{dist2} / V_i;$$

$$t3 = t2 + 2 * \text{dist3} / V_i;$$

$$t4 = t3 + 2 * \text{dist4} / V_i;$$

```

t5 = t4 + 2 * dist5 / Vi;
t6 = t5 + 2 * dist6 / Vi;
t7 = t6 + 2 * dist7 / Vi;
t8 = t7 + 2 * dist8 / Vi;
t9 = t8 + 2 * dist9 / Vi;
t10 = t9 + 2 * dist10 / Vi;
t11 = t10 + 2 * dist11 / Vi;
t12 = t11 + 2 * dist12 / Vi;
t13 = t12 + 2 * dist13 / Vi;
t14 = t13 + 2 * dist14 / Vi;
t15 = t14 + 2 * dist15 / Vi;
t16 = t15 + 2 * dist16 / Vi;
t17 = t16 + 2 * dist17 / Vi;
t18 = t17 + 2 * dist18 / Vi;
t19 = t18 + 2 * dist19 / Vi;
t20 = t19 + 2 * dist20 / Vi;
t21 = t20 + 2 * dist21 / Vi;
t22 = t21 + 2 * dist22 / Vi;
t23 = t22 + 2 * dist23 / Vi;
t24 = t23 + 2 * dist24 / Vi;
t25 = t24 + 2 * dist25 / Vi;
t26 = t25 + 2 * dist26 / Vi;
t27 = t26 + 2 * dist27 / Vi;
t28 = t27 + 2 * dist28 / Vi;
t29 = t28 + 2 * dist29 / Vi;
t30 = t29 + 2 * dist30 / Vi;
t31 = t30 + 2 * dist31 / Vi;
t32 = t31 + 2 * dist32 / Vi;
t33 = t32 + 2 * dist33 / Vi;
t34 = t33 + 2 * dist34 / Vi;
t35 = t34 + 2 * dist35 / Vi;
t36 = t35 + 2 * dist36 / Vi;
t37 = t36 + 2 * dist37 / Vi;
t38 = t37 + 2 * dist38 / Vi;
t39 = t38 + 2 * dist39 / Vi;
t40 = t39 + 2 * dist40 / Vi;
t41 = t40 + 2 * dist41 / Vi;
t42 = t41 + 2 * dist42 / Vi;

```

Funciones cinematicas

Funciones de velocidad

Función velocidad en J1;

$vel1=0+((Vi/(t1-t0)))*(t-t0);$

Función velocidad en J2;

$vel2=0-((Vi/(t2-t1)))*(t-t2);$

Función velocidad en J3;

$vel3=0+((Vi/(t3-t2)))*(t-t2);$

Función velocidad en J4;

$vel4=0-((Vi/(t4-t3)))*(t-t4);$

Función velocidad en J5;

$vel5=0+((Vi/(t5-t4)))*(t-t4);$

Función velocidad en J6;

$vel6=0-((Vi/(t6-t5)))*(t-t6);$

Función velocidad en J7;

$vel7=0+((Vm/(t7-t6)))*(t-t6);$

Función velocidad en J8;

$vel8=0-((Vm/(t8-t7)))*(t-t8);$

Función velocidad en J9;

$vel9=0+((Vi/(t9-t8)))*(t-t8);$

Función velocidad en J10;

$vel10=0-((Vi/(t10-t9)))*(t-t10);$

Función velocidad en J11;

$vel11=0+((Vi/(t11-t10)))*(t-t10);$

Función velocidad en J12;

$vel12=0-((Vi/(t12-t11)))*(t-t12);$

Función velocidad en J13;

$vel13=0+((Vi/(t13-t12)))*(t-t12);$

Función velocidad en J14;

$vel14=0-((Vi/(t14-t13)))*(t-t14);$

Función velocidad en J15;

$vel15=0+((Vm/(t15-t14)))*(t-t14);$

Función velocidad en J16;

$vel16=0-((Vm/(t16-t15)))*(t-t16);$

Función velocidad en J17;

$vel17=0+((Vi/(t17-t16)))*(t-t16);$

Función velocidad en J18;

$vel18=0-((Vi/(t18-t17)))*(t-t18);$

Función velocidad en J19;

$vel19=0+((Vi/(t19-t18)))*(t-t18);$

Función velocidad en J20;

$vel20=0-((Vi/(t20-t19)))*(t-t20);$

Función velocidad en J21;

$vel21=0+((Vi/(t21-t20)))*(t-t20);$

Función velocidad en J22;

```

vel22=0-((Vi/(t22-t21)))*(t-t22);
Función velocidad en J23;
vel23=0+((Vi/(t23-t22)))*(t-t22);
Función velocidad en J24;
vel24=0-((Vi/(t24-t23)))*(t-t24);
Función velocidad en J25;
vel25=0+((Vi/(t25-t24)))*(t-t24);
Función velocidad en J26;
vel26=0-((Vi/(t26-t25)))*(t-t26);
Función velocidad en J27;
vel27=0+((Vi/(t27-t26)))*(t-t26);
Función velocidad en J28;
vel28=0-((Vi/(t28-t27)))*(t-t28);
Función velocidad en J29;
vel29=0+((Vm/(t29-t28)))*(t-t28);
Función velocidad en J30;
vel30=0-((Vm/(t30-t29)))*(t-t30);
Función velocidad en J31;
vel31=0+((Vi/(t31-t30)))*(t-t30);
Función velocidad en J32;
vel32=0-((Vi/(t32-t31)))*(t-t32);
Función velocidad en J33;
vel33=0+((Vi/(t33-t32)))*(t-t32);
Función velocidad en J34;
vel34=0-((Vi/(t34-t33)))*(t-t34);
Función velocidad en J35;
vel35=0+((Vi/(t35-t34)))*(t-t34);
Función velocidad en J36;
vel36=0-((Vi/(t36-t35)))*(t-t36);
Función velocidad en J37;
vel37=0+((Vi/(t37-t36)))*(t-t36);
Función velocidad en J38;
vel38=0-((Vi/(t38-t37)))*(t-t38);
Función velocidad en J39;
vel39=0+((Vi/(t39-t38)))*(t-t38);
Función velocidad en J40;
vel40=0-((Vi/(t40-t39)))*(t-t40);
Función velocidad en J41;
vel41=0+((Vi/(t41-t40)))*(t-t40);
Función velocidad en J42;
vel42=0-((Vi/(t42-t41)))*(t-t42);
Funciones de aceleracion
Función aceleracion asociada a J1;
acel1=D[vel1,t];
Función aceleracion asociada a J2;
acel2=D[vel2,t];
Función aceleracion asociada a J3;

```

$acel3=D[vel3,t];$
 Función aceleracion asociada a J4;
 $acel4=D[vel4,t];$
 Función aceleracion asociada a J5;
 $acel5=D[vel5,t];$
 Función aceleracion asociada a J6;
 $acel6=D[vel6,t];$
 Función aceleracion asociada a J7;
 $acel7=D[vel7,t];$
 Función aceleracion asociada a J8;
 $acel8=D[vel8,t];$
 Función aceleracion asociada a J9;
 $acel9=D[vel9,t];$
 Función aceleracion asociada a J10;
 $acel10=D[vel10,t];$
 Función aceleracion asociada a J11;
 $acel11=D[vel11,t];$
 Función aceleracion asociada a J12;
 $acel12=D[vel12,t];$
 Función aceleracion asociada a J13;
 $acel13=D[vel13,t];$
 Función aceleracion asociada a J14;
 $acel14=D[vel14,t];$
 Función aceleracion asociada a J15;
 $acel15=D[vel15,t];$
 Función aceleracion asociada a J16;
 $acel16=D[vel16,t];$
 Función aceleracion asociada a J17;
 $acel17=D[vel17,t];$
 Función aceleracion asociada a J18;
 $acel18=D[vel18,t];$
 Función aceleracion asociada a J19;
 $acel19=D[vel19,t];$
 Función aceleracion asociada a J20;
 $acel20=D[vel20,t];$
 Función aceleracion asociada a J21;
 $acel21=D[vel21,t];$
 Función aceleracion asociada a J22;
 $acel22=D[vel22,t];$
 Función aceleracion asociada a J23;
 $acel23=D[vel23,t];$
 Función aceleracion asociada a J24;
 $acel24=D[vel24,t];$
 Función aceleracion asociada a J25;
 $acel25=D[vel25,t];$
 Función aceleracion asociada a J26;
 $acel26=D[vel26,t];$

Función aceleracion asociada a J27;
 $acel27 = D[vel27, t];$
 Función aceleracion asociada a J28;
 $acel28 = D[vel28, t];$
 Función aceleracion asociada a J29;
 $acel29 = D[vel29, t];$
 Función aceleracion asociada a J30;
 $acel30 = D[vel30, t];$
 Función aceleracion asociada a J31;
 $acel31 = D[vel31, t];$
 Función aceleracion asociada a J32;
 $acel32 = D[vel32, t];$
 Función aceleracion asociada a J33;
 $acel33 = D[vel33, t];$
 Función aceleracion asociada a J34;
 $acel34 = D[vel34, t];$
 Función aceleracion asociada a J35;
 $acel35 = D[vel35, t];$
 Función aceleracion asociada a J36;
 $acel36 = D[vel36, t];$
 Función aceleracion asociada a J37;
 $acel37 = D[vel37, t];$
 Función aceleracion asociada a J38;
 $acel38 = D[vel38, t];$
 Función aceleracion asociada a J39;
 $acel39 = D[vel39, t];$
 Función aceleracion asociada a J40;
 $acel40 = D[vel40, t];$
 Función aceleracion asociada a J41;
 $acel41 = D[vel41, t];$
 Función aceleracion asociada a J42;
 $acel42 = D[vel42, t];$
 Funciones de posicion
 Función posición asociada a J1;
 $pos1 = Integrate[vel1, \{t, t0, t\}];$
 $pos1a = Integrate[vel1, \{t, t0, t1\}];$
 Función posición asociada a J2;
 $pos2 = pos1a + Integrate[vel2, \{t, t1, t\}];$
 $pos2a = pos1a + Integrate[vel2, \{t, t1, t2\}];$
 Función posición asociada a J3;
 $pos3 = pos2a + Integrate[vel3, \{t, t2, t\}];$
 $pos3a = pos2a + Integrate[vel3, \{t, t2, t3\}];$
 Función posición asociada a J4;
 $pos4 = pos3a + Integrate[vel4, \{t, t3, t\}];$
 $pos4a = pos3a + Integrate[vel4, \{t, t3, t4\}];$
 Función posición asociada a J5;
 $pos5 = pos4a + Integrate[vel5, \{t, t4, t\}];$

```

pos5a=pos4a+Integrate[vel5,{t,t4,t5}];
Función posición asociada a J6;
pos6=pos5a+Integrate[vel6,{t,t5,t}];
pos6a=pos5a+Integrate[vel6,{t,t5,t6}];
Función posición asociada a J7;
pos7=pos6a+ Integrate[vel7,{t,t6,t}];
pos7a=pos6a+Integrate[vel7,{t,t6,t7}];
Función posición asociada a J8;
pos8=pos7a+Integrate[vel8,{t,t7,t}];
pos8a=pos7a+Integrate[vel8,{t,t7,t8}];
Función posición asociada a J9;
pos9=pos8a+Integrate[vel9,{t,t8,t}];
pos9a=pos8a+Integrate[vel9,{t,t8,t9}];
Función posición asociada a J10;
pos10=pos9a+Integrate[vel10,{t,t9,t}];
pos10a=pos9a+Integrate[vel10,{t,t9,t10}];
Función posición asociada a J11;
pos11=pos10a+ Integrate[vel11,{t,t10,t}];
pos11a=pos10a+Integrate[vel11,{t,t10,t11}];
Función posición asociada a J12;
pos12=pos11a+Integrate[vel12,{t,t11,t}];
pos12a=pos11a+Integrate[vel12,{t,t11,t12}];
Función posición asociada a J13;
pos13=pos12a+Integrate[vel13,{t,t12,t}];
pos13a=pos12a+Integrate[vel13,{t,t12,t13}];
Función posición asociada a J14;
pos14=pos13a+Integrate[vel14,{t,t13,t}];
pos14a=pos13a+Integrate[vel14,{t,t13,t14}];
Función posición asociada a J15;
pos15=pos14a+ Integrate[vel15,{t,t14,t}];
pos15a=pos14a+Integrate[vel15,{t,t14,t15}];
Función posición asociada a J16;
pos16=pos15a+Integrate[vel16,{t,t15,t}];
pos16a=pos15a+Integrate[vel16,{t,t15,t16}];
Función posición asociada a J17;
pos17=pos16a+Integrate[vel17,{t,t16,t}];
pos17a=pos16a+Integrate[vel17,{t,t16,t17}];
Función posición asociada a J18;
pos18=pos17a+Integrate[vel18,{t,t17,t}];
pos18a=pos17a+Integrate[vel18,{t,t17,t18}];
Función posición asociada a J19;
pos19=pos18a+ Integrate[vel19,{t,t18,t}];
pos19a=pos18a+Integrate[vel19,{t,t18,t19}];
Función posición asociada a J20;
pos20=pos19a+Integrate[vel20,{t,t19,t}];
pos20a=pos19a+Integrate[vel20,{t,t19,t20}];
Función posición asociada a J21;

```

```

pos21=pos20a+Integrate[vel21,{t,t20,t}];
pos21a=pos20a+Integrate[vel21,{t,t20,t21}];
Función posición asociada a J22;
pos22=pos21a+Integrate[vel22,{t,t21,t}];
pos22a=pos21a+Integrate[vel22,{t,t21,t22}];
Función posición asociada a J23;
pos23=pos22a+ Integrate[vel23,{t,t22,t}];
pos23a=pos22a+Integrate[vel23,{t,t22,t23}];
Función posición asociada a J24;
pos24=pos23a+Integrate[vel24,{t,t23,t}];
pos24a=pos23a+Integrate[vel24,{t,t23,t24}];
Función posición asociada a J25;
pos25=pos24a+Integrate[vel25,{t,t24,t}];
pos25a=pos24a+Integrate[vel25,{t,t24,t25}];
Función posición asociada a J26;
pos26=pos25a+Integrate[vel26,{t,t25,t}];
pos26a=pos25a+Integrate[vel26,{t,t25,t26}];
Función posición asociada a J27;
pos27=pos26a+ Integrate[vel27,{t,t26,t}];
pos27a=pos26a+Integrate[vel27,{t,t26,t27}];
Función posición asociada a J28;
pos28=pos27a+Integrate[vel28,{t,t27,t}];
pos28a=pos27a+Integrate[vel28,{t,t27,t28}];
Función posición asociada a J29;
pos29=pos28a+Integrate[vel29,{t,t28,t}];
pos29a=pos28a+Integrate[vel29,{t,t28,t29}];
Función posición asociada a J30;
pos30=pos29a+Integrate[vel30,{t,t29,t}];
pos30a=pos29a+Integrate[vel30,{t,t29,t30}];
Función posición asociada a J31;
pos31=pos30a+Integrate[vel31,{t,t30,t}];
pos31a=pos30a+Integrate[vel31,{t,t30,t31}];
Función posición asociada a J32;
pos32=pos31a+Integrate[vel32,{t,t31,t}];
pos32a=pos31a+Integrate[vel32,{t,t31,t32}];
Función posición asociada a J33;
pos33=pos32a+ Integrate[vel33,{t,t32,t}];
pos33a=pos32a+Integrate[vel33,{t,t32,t33}];
Función posición asociada a J34;
pos34=pos33a+Integrate[vel34,{t,t33,t}];
pos34a=pos33a+Integrate[vel34,{t,t33,t34}];
Función posición asociada a J35;
pos35=pos34a+Integrate[vel35,{t,t34,t}];
pos35a=pos34a+Integrate[vel35,{t,t34,t35}];
Función posición asociada a J36;
pos36=pos35a+Integrate[vel36,{t,t35,t}];
pos36a=pos35a+Integrate[vel36,{t,t35,t36}];

```

Función posición asociada a J37;
 pos37=pos36a+Integrate[vel37,{t,t36,t}];
 pos37a=pos36a+Integrate[vel37,{t,t36,t37}];
 Función posición asociada a J38;
 pos38=pos37a+Integrate[vel38,{t,t37,t}];
 pos38a=pos37a+Integrate[vel38,{t,t37,t38}];
 Función posición asociada a J39;
 pos39=pos38a+Integrate[vel39,{t,t38,t}];
 pos39a=pos38a+Integrate[vel39,{t,t38,t39}];
 Función posición asociada a J40;
 pos40=pos39a+Integrate[vel40,{t,t39,t}];
 pos40a=pos39a+Integrate[vel40,{t,t39,t40}];
 Función posición asociada a J41;
 pos41=pos40a+Integrate[vel41,{t,t40,t}];
 pos41a=pos40a+Integrate[vel41,{t,t40,t41}];
 Función posición asociada a J42;
 pos42=pos41a+Integrate[vel42,{t,t41,t}];
 pos42a=pos41a+Integrate[vel42,{t,t41,t42}];

Perfiles de trayectoria teóricos

Graficas asociadas a la posición

graficapos1=Plot[pos1,{t,t0,t1},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,0.500008,0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","Pos"},PlotLabel->"Posición J1",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}];
 graficapos2=Plot[pos2,{t,t1,t2},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,0.500008,0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","Pos"},PlotLabel->"Posición J2",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}];
 graficapos3=Plot[pos3,{t,t2,t3},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,0.500008,0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","Pos"},PlotLabel->"Posición J3",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}];
 graficapos4=Plot[pos4,{t,t3,t4},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,0.500008,0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","Pos"},PlotLabel->"Posición J4",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}];
 graficapos5=Plot[pos5,{t,t4,t5},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,0.500008,0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","Pos"},PlotLabel->"Posición J5",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}];
 graficapos6=Plot[pos6,{t,t5,t6},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,0.500008,0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","Pos"},PlotLabel->"Posición J6",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}];
 graficapos7=Plot[pos7,{t,t6,t7},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,0.500008,0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","Pos"},PlotLabel->"Posición J7",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}];
 graficapos8=Plot[pos8,{t,t7,t8},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,0.500008,0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","Pos"},PlotLabel->"Posición J8",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}];

```

graficapos9=Plot[pos9,{t,t8,t9},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,
0.500008, 0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","Pos"},PlotLabel->"Posición
J9",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}};
graficapos10=Plot[pos10,{t,t9,t10},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,
0.500008, 0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","Pos"},PlotLabel->"Posición
J10",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}};
graficapos11=Plot[pos11,{t,t10,t11},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,
0.500008, 0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","Pos"},PlotLabel->"Posición
J11",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}};
graficapos12=Plot[pos12,{t,t11,t12},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,
0.500008, 0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","Pos"},PlotLabel->"Posición
J12",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}};
graficapos13=Plot[pos13,{t,t12,t13},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,
0.500008, 0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","Pos"},PlotLabel->"Posición
J13",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}};
graficapos14=Plot[pos14,{t,t13,t14},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,
0.500008, 0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","Pos"},PlotLabel->"Posición
J14",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}};
graficapos15=Plot[pos15,{t,t14,t15},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,
0.500008, 0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","Pos"},PlotLabel->"Posición
J15",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}};
graficapos16=Plot[pos16,{t,t15,t16},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,
0.500008, 0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","Pos"},PlotLabel->"Posición
J16",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}};
graficapos17=Plot[pos17,{t,t16,t17},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,
0.500008, 0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","Pos"},PlotLabel->"Posición
J17",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}};
graficapos18=Plot[pos18,{t,t17,t18},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,
0.500008, 0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","Pos"},PlotLabel->"Posición
J18",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}};
graficapos19=Plot[pos19,{t,t18,t19},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,
0.500008, 0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","Pos"},PlotLabel->"Posición
J19",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}};
graficapos20=Plot[pos20,{t,t19,t20},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,
0.500008, 0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","Pos"},PlotLabel->"Posición
J20",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}};
graficapos21=Plot[pos21,{t,t20,t21},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,
0.500008, 0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","Pos"},PlotLabel->"Posición
J21",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}};
graficapos22=Plot[pos22,{t,t21,t22},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,
0.500008, 0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","Pos"},PlotLabel->"Posición
J22",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}};
graficapos23=Plot[pos23,{t,t22,t23},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,
0.500008, 0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","Pos"},PlotLabel->"Posición
J23",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}};

```

```

graficapos24=Plot[pos24,{t,t23,t24},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,
0.500008, 0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","Pos"},PlotLabel->"Posición
J24",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}];
graficapos25=Plot[pos25,{t,t24,t25},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,
0.500008, 0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","Pos"},PlotLabel->"Posición
J25",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}];
graficapos26=Plot[pos26,{t,t25,t26},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,
0.500008, 0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","Pos"},PlotLabel->"Posición
J26",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}];
graficapos27=Plot[pos27,{t,t26,t27},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,
0.500008, 0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","Pos"},PlotLabel->"Posición
J27",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}];
graficapos28=Plot[pos28,{t,t27,t28},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,
0.500008, 0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","Pos"},PlotLabel->"Posición
J28",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}];
graficapos29=Plot[pos29,{t,t28,t29},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,
0.500008, 0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","Pos"},PlotLabel->"Posición
J29",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}];
graficapos30=Plot[pos30,{t,t29,t30},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,
0.500008, 0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","Pos"},PlotLabel->"Posición
J30",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}];
graficapos31=Plot[pos31,{t,t30,t31},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,
0.500008, 0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","Pos"},PlotLabel->"Posición
J31",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}];
graficapos32=Plot[pos32,{t,t31,t32},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,
0.500008, 0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","Pos"},PlotLabel->"Posición
J32",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}];
graficapos33=Plot[pos33,{t,t32,t33},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,
0.500008, 0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","Pos"},PlotLabel->"Posición
J33",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}];
graficapos34=Plot[pos34,{t,t33,t34},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,
0.500008, 0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","Pos"},PlotLabel->"Posición
J34",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}];
graficapos35=Plot[pos35,{t,t34,t35},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,
0.500008, 0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","Pos"},PlotLabel->"Posición
J35",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}];
graficapos36=Plot[pos36,{t,t35,t36},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,
0.500008, 0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","Pos"},PlotLabel->"Posición
J36",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}];
graficapos37=Plot[pos37,{t,t36,t37},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,
0.500008, 0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","Pos"},PlotLabel->"Posición
J37",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}];
graficapos38=Plot[pos38,{t,t37,t38},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,
0.500008, 0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","Pos"},PlotLabel->"Posición
J38",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}];

```

```

graficapos39=Plot[pos39,{t,t38,t39},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,
0.500008, 0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","Pos"},PlotLabel->"Posición
J39",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}];
graficapos40=Plot[pos40,{t,t39,t40},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,
0.500008, 0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","Pos"},PlotLabel->"Posición
J40",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}];
graficapos41=Plot[pos41,{t,t40,t41},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,
0.500008, 0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","Pos"},PlotLabel->"Posición
J41",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}];
graficapos42=Plot[pos42,{t,t41,t42},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,
0.500008, 0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","Pos"},PlotLabel->"Posición
J42",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}];
Graficas asociadas a la velocidad
graficavel1=Plot[vel1,{t,t0,t1},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0, 0.500008,
0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","vel"},PlotLabel->"Velocidad en
J1",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}];
graficavel2=Plot[vel2,{t,t1,t2},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0, 0.500008,
0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","vel"},PlotLabel->"Velocidad en
J2",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}];
graficavel3=Plot[vel3,{t,t2,t3},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0, 0.500008,
0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","vel"},PlotLabel->"Velocidad en
J3",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}];
graficavel4=Plot[vel4,{t,t3,t4},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0, 0.500008,
0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","vel"},PlotLabel->"Velocidad en
J4",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}];
graficavel5=Plot[vel5,{t,t4,t5},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0, 0.500008,
0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","vel"},PlotLabel->"Velocidad en
J5",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}];
graficavel6=Plot[vel6,{t,t5,t6},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0, 0.500008,
0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","vel"},PlotLabel->"Velocidad en
J6",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}];
graficavel7=Plot[vel7,{t,t6,t7},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0, 0.500008,
0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","vel"},PlotLabel->"Velocidad en
J7",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}];
graficavel8=Plot[vel8,{t,t7,t8},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0, 0.500008,
0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","vel"},PlotLabel->"Velocidad en
J8",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}];
graficavel9=Plot[vel9,{t,t8,t9},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0, 0.500008,
0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","vel"},PlotLabel->"Velocidad en
J9",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}];
graficavel10=Plot[vel10,{t,t9,t10},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,
0.500008, 0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","vel"},PlotLabel->"Velocidad en
J10",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}];
graficavel11=Plot[vel11,{t,t10,t11},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,
0.500008, 0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","vel"},PlotLabel->"Velocidad en
J11",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}];

```

```

graficavel12=Plot[vel12,{t,t11,t12},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,
0.500008, 0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","vel"},PlotLabel->"Velocidad en
J12",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}];
graficavel13=Plot[vel13,{t,t12,t13},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,
0.500008, 0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","vel"},PlotLabel->"Velocidad en
J13",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}];
graficavel14=Plot[vel14,{t,t13,t14},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,
0.500008, 0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","vel"},PlotLabel->"Velocidad en
J14",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}];
graficavel15=Plot[vel15,{t,t14,t15},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,
0.500008, 0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","vel"},PlotLabel->"Velocidad en
J15",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}];
graficavel16=Plot[vel16,{t,t15,t16},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,
0.500008, 0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","vel"},PlotLabel->"Velocidad en
J16",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}];
graficavel17=Plot[vel17,{t,t16,t17},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,
0.500008, 0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","vel"},PlotLabel->"Velocidad en
J17",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}];
graficavel18=Plot[vel18,{t,t17,t18},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,
0.500008, 0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","vel"},PlotLabel->"Velocidad en
J18",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}];
graficavel19=Plot[vel19,{t,t18,t19},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,
0.500008, 0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","vel"},PlotLabel->"Velocidad en
J19",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}];
graficavel20=Plot[vel20,{t,t19,t20},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,
0.500008, 0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","vel"},PlotLabel->"Velocidad en
J20",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}];
graficavel21=Plot[vel21,{t,t20,t21},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,
0.500008, 0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","vel"},PlotLabel->"Velocidad en
J21",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}];
graficavel22=Plot[vel22,{t,t21,t22},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,
0.500008, 0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","vel"},PlotLabel->"Velocidad en
J22",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}];
graficavel23=Plot[vel23,{t,t22,t23},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,
0.500008, 0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","vel"},PlotLabel->"Velocidad en
J23",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}];
graficavel24=Plot[vel24,{t,t23,t24},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,
0.500008, 0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","vel"},PlotLabel->"Velocidad en
J24",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}];
graficavel25=Plot[vel25,{t,t24,t25},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,
0.500008, 0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","vel"},PlotLabel->"Velocidad en
J25",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}];
graficavel26=Plot[vel26,{t,t25,t26},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,
0.500008, 0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","vel"},PlotLabel->"Velocidad en
J26",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}];

```

```

graficavel27=Plot[vel27,{t,t26,t27},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,
0.500008, 0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","vel"},PlotLabel->"Velocidad en
J27",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}];
graficavel28=Plot[vel28,{t,t27,t28},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,
0.500008, 0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","vel"},PlotLabel->"Velocidad en
J28",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}];
graficavel29=Plot[vel29,{t,t28,t29},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,
0.500008, 0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","vel"},PlotLabel->"Velocidad en
J29",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}];
graficavel30=Plot[vel30,{t,t29,t30},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,
0.500008, 0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","vel"},PlotLabel->"Velocidad en
J30",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}];
graficavel31=Plot[vel31,{t,t30,t31},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,
0.500008, 0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","vel"},PlotLabel->"Velocidad en
J31",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}];
graficavel32=Plot[vel32,{t,t31,t32},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,
0.500008, 0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","vel"},PlotLabel->"Velocidad en
J32",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}];
graficavel33=Plot[vel33,{t,t32,t33},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,
0.500008, 0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","vel"},PlotLabel->"Velocidad en
J33",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}];
graficavel34=Plot[vel34,{t,t33,t34},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,
0.500008, 0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","vel"},PlotLabel->"Velocidad en
J34",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}];
graficavel35=Plot[vel35,{t,t34,t35},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,
0.500008, 0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","vel"},PlotLabel->"Velocidad en
J35",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}];
graficavel36=Plot[vel36,{t,t35,t36},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,
0.500008, 0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","vel"},PlotLabel->"Velocidad en
J36",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}];
graficavel37=Plot[vel37,{t,t36,t37},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,
0.500008, 0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","vel"},PlotLabel->"Velocidad en
J37",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}];
graficavel38=Plot[vel38,{t,t37,t38},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,
0.500008, 0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","vel"},PlotLabel->"Velocidad en
J38",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}];
graficavel39=Plot[vel39,{t,t38,t39},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,
0.500008, 0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","vel"},PlotLabel->"Velocidad en
J39",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}];
graficavel40=Plot[vel40,{t,t39,t40},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,
0.500008, 0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","vel"},PlotLabel->"Velocidad en
J40",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}];
graficavel41=Plot[vel41,{t,t40,t41},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,
0.500008, 0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","vel"},PlotLabel->"Velocidad en
J41",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}];

```

```
graficavel42=Plot[vel42,{t,t41,t42},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,0.500008,0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","vel"},PlotLabel->"Velocidad en J42",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}];
```

Graficas asociadas a la aceleración;

```
graficaaccel1=Plot[accel1,{t,t0,t1},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,0.500008,0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","accel"},PlotLabel->"Aceleracion 1",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}];
graficaaccel2=Plot[accel2,{t,t1,t2},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,0.500008,0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","accel"},PlotLabel->"Aceleracion 2",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}];
graficaaccel3=Plot[accel3,{t,t2,t3},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,0.500008,0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","accel"},PlotLabel->"Aceleracion 3",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}];
graficaaccel4=Plot[accel4,{t,t3,t4},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,0.500008,0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","accel"},PlotLabel->"Aceleracion 4",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}];
graficaaccel5=Plot[accel5,{t,t4,t5},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,0.500008,0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","accel"},PlotLabel->"Aceleracion 5",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}];
graficaaccel6=Plot[accel6,{t,t5,t6},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,0.500008,0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","accel"},PlotLabel->"Aceleracion 6",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}];
graficaaccel7=Plot[accel7,{t,t6,t7},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,0.500008,0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","accel"},PlotLabel->"Aceleracion 7",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}];
graficaaccel8=Plot[accel8,{t,t7,t8},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,0.500008,0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","accel"},PlotLabel->"Aceleracion 8",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}];
graficaaccel9=Plot[accel9,{t,t8,t9},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,0.500008,0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","accel"},PlotLabel->"Aceleracion 9",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}];
graficaaccel10=Plot[accel10,{t,t9,t10},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,0.500008,0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","accel"},PlotLabel->"Aceleracion 10",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}];
graficaaccel11=Plot[accel11,{t,t10,t11},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,0.500008,0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","accel"},PlotLabel->"Aceleracion 11",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}];
graficaaccel12=Plot[accel12,{t,t11,t12},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,0.500008,0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","accel"},PlotLabel->"Aceleracion 12",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}];
graficaaccel13=Plot[accel13,{t,t12,t13},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,0.500008,0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","accel"},PlotLabel->"Aceleracion 13",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}];
graficaaccel14=Plot[accel14,{t,t13,t14},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,0.500008,0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","accel"},PlotLabel->"Aceleracion 14",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}];
```

```

graficaaccel15=Plot[accel15,{t,t14,t15},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,
0.500008, 0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","accel"},PlotLabel->"Aceleracion
15",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}];
graficaaccel16=Plot[accel16,{t,t15,t16},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,
0.500008, 0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","accel"},PlotLabel->"Aceleracion
16",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}];
graficaaccel17=Plot[accel17,{t,t16,t17},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,
0.500008, 0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","accel"},PlotLabel->"Aceleracion
17",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}];
graficaaccel18=Plot[accel18,{t,t17,t18},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,
0.500008, 0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","accel"},PlotLabel->"Aceleracion
18",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}];
graficaaccel19=Plot[accel19,{t,t18,t19},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,
0.500008, 0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","accel"},PlotLabel->"Aceleracion
19",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}];
graficaaccel20=Plot[accel20,{t,t19,t20},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,
0.500008, 0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","accel"},PlotLabel->"Aceleracion
20",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}];
graficaaccel21=Plot[accel21,{t,t20,t21},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,
0.500008, 0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","accel"},PlotLabel->"Aceleracion
21",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}];
graficaaccel22=Plot[accel22,{t,t21,t22},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,
0.500008, 0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","accel"},PlotLabel->"Aceleracion
22",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}];
graficaaccel23=Plot[accel23,{t,t22,t23},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,
0.500008, 0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","accel"},PlotLabel->"Aceleracion
23",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}];
graficaaccel24=Plot[accel24,{t,t23,t24},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,
0.500008, 0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","accel"},PlotLabel->"Aceleracion
24",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}];
graficaaccel25=Plot[accel25,{t,t24,t25},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,
0.500008, 0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","accel"},PlotLabel->"Aceleracion
25",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}];
graficaaccel26=Plot[accel26,{t,t25,t26},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,
0.500008, 0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","accel"},PlotLabel->"Aceleracion
26",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}];
graficaaccel27=Plot[accel27,{t,t26,t27},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,
0.500008, 0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","accel"},PlotLabel->"Aceleracion
27",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}];
graficaaccel28=Plot[accel28,{t,t27,t28},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,
0.500008, 0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","accel"},PlotLabel->"Aceleracion
28",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}];
graficaaccel29=Plot[accel29,{t,t28,t29},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,
0.500008, 0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","accel"},PlotLabel->"Aceleracion
29",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12}];

```

```

graficaaaccel30=Plot[acel30,{t,t29,t30},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,
0.500008, 0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","acel"},PlotLabel->"Aceleracion
30",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12});
graficaaaccel31=Plot[acel31,{t,t30,t31},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,
0.500008, 0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","acel"},PlotLabel->"Aceleracion
31",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12});
graficaaaccel32=Plot[acel32,{t,t31,t32},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,
0.500008, 0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","acel"},PlotLabel->"Aceleracion
32",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12});
graficaaaccel33=Plot[acel33,{t,t32,t33},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,
0.500008, 0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","acel"},PlotLabel->"Aceleracion
33",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12});
graficaaaccel34=Plot[acel34,{t,t33,t34},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,
0.500008, 0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","acel"},PlotLabel->"Aceleracion
34",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12});
graficaaaccel35=Plot[acel35,{t,t34,t35},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,
0.500008, 0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","acel"},PlotLabel->"Aceleracion
35",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12});
graficaaaccel36=Plot[acel36,{t,t35,t36},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,
0.500008, 0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","acel"},PlotLabel->"Aceleracion
36",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12});
graficaaaccel37=Plot[acel37,{t,t36,t37},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,
0.500008, 0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","acel"},PlotLabel->"Aceleracion
37",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12});
graficaaaccel38=Plot[acel38,{t,t37,t38},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,
0.500008, 0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","acel"},PlotLabel->"Aceleracion
38",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12});
graficaaaccel39=Plot[acel39,{t,t38,t39},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,
0.500008, 0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","acel"},PlotLabel->"Aceleracion
39",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12});
graficaaaccel40=Plot[acel40,{t,t39,t40},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,
0.500008, 0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","acel"},PlotLabel->"Aceleracion
40",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12});
graficaaaccel41=Plot[acel41,{t,t40,t41},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,
0.500008, 0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","acel"},PlotLabel->"Aceleracion
41",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12});
graficaaaccel42=Plot[acel42,{t,t41,t42},PlotStyle->{{Thickness[0.01],RGBColor[0,
0.500008, 0.500008]}},AxesLabel->{"tiempo","acel"},PlotLabel->"Aceleracion
42",TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->12});

```

Polinómios de suavización

Matriz para j1;

Matrizaj1={{1,t0,t0^2,t0^3,t0^4,t0^5,t0^6,t0^7,t0^8},{1,t1,t1^2,t1^3,t1^4,t1^5,t1^6,t1^7,t1^8},{1,t2,t2^2,t2^3,t2^4,t2^5,t2^6,t2^7,t2^8},{0,1,2*t0,3*t0^2,4*t0^3,5*t0^4,6*t0^5,7*t0^6,8*t0^7},

{0,1,2*t1,3*t1^2,4*t1^3,5*t1^4,6*t1^5,7*t1^6,8*t1^7},{0,1,2*t2,3*t2^2,4*t2^3,5*t2^4,6*t2^5,7*t2^6,8*t2^7},

```

{0,0,2,6*t0,12*t0^2,20*t0^3,30*t0^4,42*t0^5,56*t0^6},
{0,0,2,6*t1,12*t1^2,20*t1^3,30*t1^4,
42*t1^5,56*t1^6},{0,0,2,6*t2,12*t2^2,20*t2^3,30*t2^4,42*t2^5,56*t2^6}};
MalInversaj1=Inverse[Matrizaj1];
Vectorj1={{0},{dist1},{dist1+dist2},{0},{Vi},{0},{0},{0},{0}};
{{alfa0j1},{alfa1j1},{alfa2j1},{alfa3j1},{alfa4j1},{alfa5j1},{alfa6j1},{alfa7j1},{alfa8j1}}=
MalInversaj1.Vectorj1;
alfas0j1=Simplify[alfa0j1];
alfas1j1=Simplify[alfa1j1];
alfas2j1=Simplify[alfa2j1];
alfas3j1=Simplify[alfa3j1];
alfas4j1=Simplify[alfa4j1];
alfas5j1=Simplify[alfa5j1];
alfas6j1=Simplify[alfa6j1];
alfas7j1=Simplify[alfa7j1];
alfas8j1=Simplify[alfa8j1];
Polinomio de suavizacion en J1;
Polj1=alfas0j1+alfas1j1*(t)+alfas2j1*(t)^2+alfas3j1*(t)^3+alfas4j1*(t)^4+alfas5j1*(t)^
5+alfas6j1*(t)^6+alfas7j1*(t)^7+alfas8j1*(t)^8
Polj1p=D[Polj1,t]
Polj1pp=D[Polj1p,t]
Graficas suavizadas para j1;
StyleBox["Gráficas del Perfil utilizando un polinomio de Grado 8 en J1:","Section",
FontColor->RGBColor[0.996109, 0, 0]]//DisplayForm
StyleBox["Posición para J1:","Section", FontColor->RGBColor[0.824231, 0.500008,
0.171878]]//DisplayForm
grafp1=Plot[Polj1,{t,t0,t2},PlotStyle->RGBColor[0.996109, 0.500008, 0]]
StyleBox["Velocidad para J1:","Section", FontColor->RGBColor[0.824231,
0.500008, 0.171878]]//DisplayForm
grafv1=Plot[Polj1p,{t,t0,t2},PlotStyle->RGBColor[0.996109, 0.500008, 0]]
StyleBox["Aceleracion para J1:","Section", FontColor->RGBColor[0.824231,
0.500008, 0.171878]]//DisplayForm
grafa1=Plot[Polj1pp,{t,t0,t2},PlotStyle->RGBColor[0.996109, 0.500008, 0]]
Matriz para j2;
drt=dist1+dist2;
Matrizaj2={{1,t2,t2^2,t2^3,t2^4,t2^5,t2^6,t2^7,t2^8},{1,t3,t3^2,t3^3,t3^4,t3^5,t3^6,t3^
7,t3^8},{1,t4,t4^2,t4^3,t4^4,t4^5,t4^6,t4^7,t4^8},{0,1,2*t2,3*t2^2,4*t2^3,5*t2^4,6*t2^
5,7*t2^6,8*t2^7},
{0,1,2*t3,3*t3^2,4*t3^3,5*t3^4,6*t3^5,7*t3^6,8*t3^7},{0,1,2*t4,3*t4^2,4*t4^3,5*t4^4,6
*t4^5,7*t4^6,8*t4^7},
{0,0,2,6*t2,12*t2^2,20*t2^3,30*t2^4,42*t2^5,56*t2^6},
{0,0,2,6*t3,12*t3^2,20*t3^3,30*t3^4,
42*t3^5,56*t3^6},{0,0,2,6*t4,12*t4^2,20*t4^3,30*t4^4,42*t4^5,56*t4^6}};
MalInversaj2=Inverse[Matrizaj2];
Vectorj2={{0},{dist3},{dist3+dist4},{0},{Vi},{0},{0},{0},{0}};

```

```

{{alfa0j2},{alfa1j2},{alfa2j2},{alfa3j2},{alfa4j2},{alfa5j2},{alfa6j2},{alfa7j2},{alfa8j2}}=
MaInversaj2.Vectorj2;
alfas0j2=Simplify[alfa0j2]+drt;
alfas1j2=Simplify[alfa1j2];
alfas2j2=Simplify[alfa2j2];
alfas3j2=Simplify[alfa3j2];
alfas4j2=Simplify[alfa4j2];
alfas5j2=Simplify[alfa5j2];
alfas6j2=Simplify[alfa6j2];
alfas7j2=Simplify[alfa7j2];
alfas8j2=Simplify[alfa8j2];
Polinomio de suavizacion en j2;
Polj2=alfas0j2+alfas1j2*(t)+alfas2j2*(t)^2+alfas3j2*(t)^3+alfas4j2*(t)^4+alfas5j2*(t)^
5+alfas6j2*(t)^6+alfas7j2*(t)^7+alfas8j2*(t)^8
Polj2p=D[Polj2,t]
Polj2pp=D[Polj2p,t]
Graficas suavizadas para j2;
StyleBox["Gráficas del Perfil utilizando un polinomio de Grado 8 en J2:", "Section",
FontColor->RGBColor[0.996109, 0, 0]]//DisplayForm
StyleBox["Posición para J2:", "Section", FontColor->RGBColor[0.824231, 0.500008,
0.171878]]//DisplayForm
grafp2=Plot[Polj2,{t,t2,t4},PlotStyle->RGBColor[0.996109, 0.500008, 0]]
StyleBox["Velocidad para J2:", "Section", FontColor->RGBColor[0.824231,
0.500008, 0.171878]]//DisplayForm
grafv2=Plot[Polj2p,{t,t2,t4},PlotStyle->RGBColor[0.996109, 0.500008, 0]]
StyleBox["Aceleracion para J2:", "Section", FontColor->RGBColor[0.824231,
0.500008, 0.171878]]//DisplayForm
grafa2=Plot[Polj2pp,{t,t2,t4},PlotStyle->RGBColor[0.996109, 0.500008, 0]]
Matriz para j3;
drt=dist1+dist2+dist3+dist4;
Matrizaj3={{1,t4,t4^2,t4^3,t4^4,t4^5,t4^6,t4^7,t4^8},{1,t5,t5^2,t5^3,t5^4,t5^5,t5^6,t5^
7,t5^8},{1,t6,t6^2,t6^3,t6^4,t6^5,t6^6,t6^7,t6^8},
{0,1,2*t4,3*t4^2,4*t4^3,5*t4^4,6*t4^5,7*t4^6,8*t4^7},
{0,1,2*t5,3*t5^2,4*t5^3,5*t5^4,6*t5^5,7*t5^6,8*t5^7},
{0,1,2*t6,3*t6^2,4*t6^3,5*t6^4,6*t6^5,7*t6^6,8*t6^7},
{0,0,2,6*t4,12*t4^2,20*t4^3,30*t4^4,42*t4^5,56*t4^6},
{0,0,2,6*t5,12*t5^2,20*t5^3,30*t5^4,42*t5^5,56*t5^6},
{0,0,2,6*t6,12*t6^2,20*t6^3,30*t6^4,42*t6^5,56*t6^6}};
MaInversaj3=Inverse[Matrizaj3];
Vectorj3={{0},{dist5},{dist5+dist6},{0},{Vi},{0},{0},{0},{0}};
{{alfa0j3},{alfa1j3},{alfa2j3},{alfa3j3},{alfa4j3},{alfa5j3},{alfa6j3},{alfa7j3},{alfa8j3}}=
MaInversaj3.Vectorj3;
alfas0j3=Simplify[alfa0j3]+drt;
alfas1j3=Simplify[alfa1j3];
alfas2j3=Simplify[alfa2j3];
alfas3j3=Simplify[alfa3j3];
alfas4j3=Simplify[alfa4j3];

```

```

alfas5j3=Simplify[alfa5j3];
alfas6j3=Simplify[alfa6j3];
alfas7j3=Simplify[alfa7j3];
alfas8j3=Simplify[alfa8j3];
Polinomio de suavizacion en j3;
Polj3=alfas0j3+alfas1j3*(t)+alfas2j3*(t)^2+alfas3j3*(t)^3+alfas4j3*(t)^4+alfas5j3*(t)^
5+alfas6j3*(t)^6+alfas7j3*(t)^7+alfas8j3*(t)^8
Polj3p=D[Polj3,t]
Polj3pp=D[Polj3p,t]
Graficas suavizadas para j3;
StyleBox["Gráficas del Perfil utilizando un polinomio de Grado 8 en J3:", "Section",
FontColor->RGBColor[0.996109, 0, 0]]//DisplayForm
StyleBox["Posición para J3:", "Section", FontColor->RGBColor[0.824231, 0.500008,
0.171878]]//DisplayForm
grafp3=Plot[Polj3,{t,t4,t6},PlotStyle->RGBColor[0.996109, 0.500008, 0]]
StyleBox["Velocidad para J3:", "Section", FontColor->RGBColor[0.824231,
0.500008, 0.171878]]//DisplayForm
grafv3=Plot[Polj3p,{t,t4,t6},PlotStyle->RGBColor[0.996109, 0.500008, 0]]
StyleBox["Aceleracion para J3:", "Section", FontColor->RGBColor[0.824231,
0.500008, 0.171878]]//DisplayForm
grafa3=Plot[Polj3pp,{t,t4,t6},PlotStyle->RGBColor[0.996109, 0.500008, 0]]
Matriz para j4;
drt=dist1+dist2+dist3+dist4+dist5+dist6;
Matrizaj4={{1,t6,t6^2,t6^3,t6^4,t6^5,t6^6,t6^7,t6^8},{1,t7,t7^2,t7^3,t7^4,t7^5,t7^6,t7^
7,t7^8},{1,t8,t8^2,t8^3,t8^4,t8^5,t8^6,t8^7,t8^8},
{0,1,2*t6,3*t6^2,4*t6^3,5*t6^4,6*t6^5,7*t6^6,8*t6^7},
{0,1,2*t7,3*t7^2,4*t7^3,5*t7^4,6*t7^5,7*t7^6,8*t7^7},
{0,1,2*t8,3*t8^2,4*t8^3,5*t8^4,6*t8^5,7*t8^6,8*t8^7},
{0,0,2,6*t6,12*t6^2,20*t6^3,30*t6^4,42*t6^5,56*t6^6},
{0,0,2,6*t7,12*t7^2,20*t7^3,30*t7^4,42*t7^5,56*t7^6},
{0,0,2,6*t8,12*t8^2,20*t8^3,30*t8^4,42*t8^5,56*t8^6}};
MalInversaj4=Inverse[Matrizaj4];
Vectorj4={{0},{dist7},{dist7+dist8},{0},{Vm},{0},{0},{0},{0}};
{{alfa0j4},{alfa1j4},{alfa2j4},{alfa3j4},{alfa4j4},{alfa5j4},{alfa6j4},{alfa7j4},{alfa8j4}}=
MalInversaj4.Vectorj4;
alfas0j4=Simplify[alfa0j4]+drt;
alfas1j4=Simplify[alfa1j4];
alfas2j4=Simplify[alfa2j4];
alfas3j4=Simplify[alfa3j4];
alfas4j4=Simplify[alfa4j4];
alfas5j4=Simplify[alfa5j4];
alfas6j4=Simplify[alfa6j4];
alfas7j4=Simplify[alfa7j4];
alfas8j4=Simplify[alfa8j4];
Polinomio de suavizacion en j4;
Polj4=alfas0j4+alfas1j4*(t)+alfas2j4*(t)^2+alfas3j4*(t)^3+alfas4j4*(t)^4+alfas5j4*(t)^
5+alfas6j4*(t)^6+alfas7j4*(t)^7+alfas8j4*(t)^8

```

```

Polj4p=D[Polj4,t]
Polj4pp=D[Polj4p,t]
Graficas suavizadas para j4;
StyleBox["Gráficas del Perfil utilizando un polinomio de Grado 8 en J4:", "Section",
FontColor->RGBColor[0.996109, 0, 0]]//DisplayForm
StyleBox["Posición para J4:", "Section", FontColor->RGBColor[0.824231, 0.500008,
0.171878]]//DisplayForm
grafp4=Plot[Polj4,{t,t6,t8},PlotStyle->RGBColor[0.996109, 0.500008, 0]]
StyleBox["Velocidad para J4:", "Section", FontColor->RGBColor[0.824231,
0.500008, 0.171878]]//DisplayForm
grafv4=Plot[Polj4p,{t,t6,t8},PlotStyle->RGBColor[0.996109, 0.500008, 0]]
StyleBox["Aceleracion para J4:", "Section", FontColor->RGBColor[0.824231,
0.500008, 0.171878]]//DisplayForm
grafa4=Plot[Polj4pp,{t,t6,t8},PlotStyle->RGBColor[0.996109, 0.500008, 0]]
Matriz para j5;
drt=dist1+dist2+dist3+dist4+dist5+dist6+dist7+dist8;
Matrizaj5={{1,t8,t8^2,t8^3,t8^4,t8^5,t8^6,t8^7,t8^8},{1,t9,t9^2,t9^3,t9^4,t9^5,t9^6,t9^
7,t9^8},{1,t10,t10^2,t10^3,t10^4,t10^5,t10^6,t10^7,t10^8},
{0,1,2*t8,3*t8^2,4*t8^3,5*t8^4,6*t8^5,7*t8^6,8*t8^7},
{0,1,2*t9,3*t9^2,4*t9^3,5*t9^4,6*t9^5,7*t9^6,8*t9^7},
{0,1,2*t10,3*t10^2,4*t10^3,5*t10^4,6*t10^5,7*t10^6,8*t10^7},
{0,0,2,6*t8,12*t8^2,20*t8^3,30*t8^4,42*t8^5,56*t8^6},
{0,0,2,6*t9,12*t9^2,20*t9^3,30*t9^4,42*t9^5,56*t9^6},
{0,0,2,6*t10,12*t10^2,20*t10^3,30*t10^4,42*t10^5,56*t10^6}};
MalInversaj5=Inverse[Matrizaj5];
Vectorj5={{0},{dist9},{dist9+dist10},{0},{Vi},{0},{0},{0},{0}};
{{alfa0j5},{alfa1j5},{alfa2j5},{alfa3j5},{alfa4j5},{alfa5j5},{alfa6j5},{alfa7j5},{alfa8j5}}=
MalInversaj5.Vectorj5;
alfas0j5=Simplify[alfa0j5]+drt;
alfas1j5=Simplify[alfa1j5];
alfas2j5=Simplify[alfa2j5];
alfas3j5=Simplify[alfa3j5];
alfas4j5=Simplify[alfa4j5];
alfas5j5=Simplify[alfa5j5];
alfas6j5=Simplify[alfa6j5];
alfas7j5=Simplify[alfa7j5];
alfas8j5=Simplify[alfa8j5];
Polinomio de suavizacion en j5;
Polj5=alfas0j5+alfas1j5*(t)+alfas2j5*(t)^2+alfas3j5*(t)^3+alfas4j5*(t)^4+alfas5j5*(t)^
5+alfas6j5*(t)^6+alfas7j5*(t)^7+alfas8j5*(t)^8
Polj5p=D[Polj5,t]
Polj5pp=D[Polj5p,t]
Graficas suavizadas para j5;
StyleBox["Gráficas del Perfil utilizando un polinomio de Grado 8 en J5:", "Section",
FontColor->RGBColor[0.996109, 0, 0]]//DisplayForm
StyleBox["Posición para J5:", "Section", FontColor->RGBColor[0.824231, 0.500008,
0.171878]]//DisplayForm

```

```

grafp5=Plot[Polj5,{t,t8,t10},PlotStyle->RGBColor[0.996109, 0.500008, 0]]
StyleBox["Velocidad para J5:", "Section", FontColor->RGBColor[0.824231,
0.500008, 0.171878]]//DisplayForm
grafv5=Plot[Polj5p,{t,t8,t10},PlotStyle->RGBColor[0.996109, 0.500008, 0]]
StyleBox["Aceleracion para J5:", "Section", FontColor->RGBColor[0.824231,
0.500008, 0.171878]]//DisplayForm
grafa5=Plot[Polj5pp,{t,t8,t10},PlotStyle->RGBColor[0.996109, 0.500008, 0]]
Matriz para j6;
drt=dist1+dist2+dist3+dist4+dist5+dist6+dist7+dist8+dist9+dist10;
Matrizaj6={{1,t10,t10^2,t10^3,t10^4,t10^5,t10^6,t10^7,t10^8},{1,t11,t11^2,t11^3,t11^4,t11^5,t11^6,t11^7,t11^8},{1,t12,t12^2,t12^3,t12^4,t12^5,t12^6,t12^7,t12^8},{0,1,2*t10,3*t10^2,4*t10^3,5*t10^4,6*t10^5,7*t10^6,8*t10^7},
{0,1,2*t11,3*t11^2,4*t11^3,5*t11^4,6*t11^5,7*t11^6,8*t11^7},{0,1,2*t12,3*t12^2,4*t12^3,5*t12^4,6*t12^5,7*t12^6,8*t12^7},
{0,0,2,6*t10,12*t10^2,20*t10^3,30*t10^4,42*t10^5,56*t10^6},
{0,0,2,6*t11,12*t11^2,20*t11^3,30*t11^4,42*t11^5,56*t11^6},{0,0,2,6*t12,12*t12^2,20*t12^3,30*t12^4,42*t12^5,56*t12^6}};
Malnversaj6=Inverse[Matrizaj6];
Vectorj6={{0},{dist11},{dist12+dist11},{0},{Vi},{0},{0},{0},{0}};
{{alfa0j6},{alfa1j6},{alfa2j6},{alfa3j6},{alfa4j6},{alfa5j6},{alfa6j6},{alfa7j6},{alfa8j6}}=
Malnversaj6.Vectorj6;
alfas0j6=Simplify[alfa0j6]+drt;
alfas1j6=Simplify[alfa1j6];
alfas2j6=Simplify[alfa2j6];
alfas3j6=Simplify[alfa3j6];
alfas4j6=Simplify[alfa4j6];
alfas5j6=Simplify[alfa5j6];
alfas6j6=Simplify[alfa6j6];
alfas7j6=Simplify[alfa7j6];
alfas8j6=Simplify[alfa8j6];
Polinomio de suavizacion en J6;
Polj6=alfas0j6+alfas1j6*(t)+alfas2j6*(t)^2+alfas3j6*(t)^3+alfas4j6*(t)^4+alfas5j6*(t)^5+alfas6j6*(t)^6+alfas7j6*(t)^7+alfas8j6*(t)^8
Polj6p=D[Polj6,t]
Polj6pp=D[Polj6p,t]
Graficas suavizadas para j6;
StyleBox["Gráficas del Perfil utilizando un polinomio de Grado 8 en J6:", "Section",
FontColor->RGBColor[0.996109, 0, 0]]//DisplayForm
StyleBox["Posición para J6:", "Section", FontColor->RGBColor[0.824231, 0.500008,
0.171878]]//DisplayForm
grafp6=Plot[Polj6,{t,t10,t12},PlotStyle->RGBColor[0.996109, 0.500008, 0]]
StyleBox["Velocidad para J6:", "Section", FontColor->RGBColor[0.824231,
0.500008, 0.171878]]//DisplayForm
grafv6=Plot[Polj6p,{t,t10,t12},PlotStyle->RGBColor[0.996109, 0.500008, 0]]
StyleBox["Aceleracion para J6:", "Section", FontColor->RGBColor[0.824231,
0.500008, 0.171878]]//DisplayForm

```

```

grafa6=Plot[Polj6pp,{t,t10,t12},PlotStyle->RGBColor[0.996109, 0.500008, 0]]
Matriz para j7;
drt=dist1+dist2+dist3+dist4+dist5+dist6+dist7+dist8+dist9+dist10+dist11+dist12;
Matrizaj7={{1,t12,t12^2,t12^3,t12^4,t12^5,t12^6,t12^7,t12^8},{1,t13,t13^2,t13^3,t13^4,t13^5,t13^6,t13^7,t13^8},{1,t14,t14^2,t14^3,t14^4,t14^5,t14^6,t14^7,t14^8},{0,1,2*t12,3*t12^2,4*t12^3,5*t12^4,6*t12^5,7*t12^6,8*t12^7},
{0,1,2*t13,3*t13^2,4*t13^3,5*t13^4,6*t13^5,7*t13^6,8*t13^7},{0,1,2*t14,3*t14^2,4*t14^3,5*t14^4,6*t14^5,7*t14^6,8*t14^7},
{0,0,2,6*t12,12*t12^2,20*t12^3,30*t12^4,42*t12^5,56*t12^6},
{0,0,2,6*t13,12*t13^2,20*t13^3,30*t13^4,42*t13^5,56*t13^6},{0,0,2,6*t14,12*t14^2,20*t14^3,30*t14^4,42*t14^5,56*t14^6}};
Malnversaj7=Inverse[Matrizaj7];
Vectorj7={{0},{dist13},{dist13+dist14},{0},{Vi},{0},{0},{0},{0}};
{{alfa0j7},{alfa1j7},{alfa2j7},{alfa3j7},{alfa4j7},{alfa5j7},{alfa6j7},{alfa7j7},{alfa8j7}}=
Malnversaj7.Vectorj7;
alfas0j7=Simplify[alfa0j7]+drt;
alfas1j7=Simplify[alfa1j7];
alfas2j7=Simplify[alfa2j7];
alfas3j7=Simplify[alfa3j7];
alfas4j7=Simplify[alfa4j7];
alfas5j7=Simplify[alfa5j7];
alfas6j7=Simplify[alfa6j7];
alfas7j7=Simplify[alfa7j7];
alfas8j7=Simplify[alfa8j7];
Polinomio de suavizacion en j7;
Polj7=alfas0j7+alfas1j7*(t)+alfas2j7*(t)^2+alfas3j7*(t)^3+alfas4j7*(t)^4+alfas5j7*(t)^5+alfas6j7*(t)^6+alfas7j7*(t)^7+alfas8j7*(t)^8
Polj7p=D[Polj7,t]
Polj7pp=D[Polj7p,t]
Graficas suavizadas para j7;
StyleBox["Gráficas del Perfil utilizando un polinomio de Grado 8 en J7:", "Section",
FontColor->RGBColor[0.996109, 0, 0]]//DisplayForm
StyleBox["Posición para J7:", "Section", FontColor->RGBColor[0.824231, 0.500008, 0.171878]]//DisplayForm
grafp7=Plot[Polj7,{t,t12,t14},PlotStyle->RGBColor[0.996109, 0.500008, 0]]
StyleBox["Velocidad para J7:", "Section", FontColor->RGBColor[0.824231, 0.500008, 0.171878]]//DisplayForm
grafv7=Plot[Polj7p,{t,t12,t14},PlotStyle->RGBColor[0.996109, 0.500008, 0]]
StyleBox["Aceleracion para J7:", "Section", FontColor->RGBColor[0.824231, 0.500008, 0.171878]]//DisplayForm
grafa7=Plot[Polj7pp,{t,t12,t14},PlotStyle->RGBColor[0.996109, 0.500008, 0]]
Matriz para j8;
drt=dist1+dist2+dist3+dist4+dist5+dist6+dist7+dist8+dist9+dist10+dist11+dist12+dist13+dist14;
Matrizaj8={{1,t14,t14^2,t14^3,t14^4,t14^5,t14^6,t14^7,t14^8},{1,t15,t15^2,t15^3,t15^4,t15^5,t15^6,t15^7,t15^8},{1,t16,t16^2,t16^3,t16^4,t16^5,t16^6,t16^7,t16^8},

```

```

{0,1,2*t14,3*t14^2,4*t14^3,5*t14^4,6*t14^5,7*t14^6,8*t14^7},
{0,1,2*t15,3*t15^2,4*t15^3,5*t15^4,6*t15^5,7*t15^6,8*t15^7},
{0,1,2*t16,3*t16^2,4*t16^3,5*t16^4,6*t16^5,7*t16^6,8*t16^7},
{0,0,2,6*t14,12*t14^2,20*t14^3,30*t14^4, 42*t14^5,56*t14^6},
{0,0,2,6*t15,12*t15^2,20*t15^3,30*t15^4, 42*t15^5,56*t15^6},
{0,0,2,6*t16,12*t16^2,20*t16^3,30*t16^4, 42*t16^5,56*t16^6}};
MalInversaj8=Inverse[Matrizaj8];
Vectorj8={{0},{dist15},{dist15+dist16},{0},{Vm},{0},{0},{0},{0}};
{{alfa0j8},{alfa1j8},{alfa2j8},{alfa3j8},{alfa4j8},{alfa5j8},{alfa6j8},{alfa7j8},{alfa8j8}}=
MalInversaj8.Vectorj8;
alfas0j8=Simplify[alfa0j8]+drt;
alfas1j8=Simplify[alfa1j8];
alfas2j8=Simplify[alfa2j8];
alfas3j8=Simplify[alfa3j8];
alfas4j8=Simplify[alfa4j8];
alfas5j8=Simplify[alfa5j8];
alfas6j8=Simplify[alfa6j8];
alfas7j8=Simplify[alfa7j8];
alfas8j8=Simplify[alfa8j8];
Polinomio de suavizacion en j8;
Polj8=alfas0j8+alfas1j8*(t)+alfas2j8*(t)^2+alfas3j8*(t)^3+alfas4j8*(t)^4+alfas5j8*(t)^
5+alfas6j8*(t)^6+alfas7j8*(t)^7+alfas8j8*(t)^8
Polj8p=D[Polj8,t]
Polj8pp=D[Polj8p,t]
Graficas suavizadas para j8;
StyleBox["Gráficas del Perfil utilizando un polinomio de Grado 8 en J8:", "Section",
FontColor->RGBColor[0.996109, 0, 0]]//DisplayForm
StyleBox["Posición para J8:", "Section", FontColor->RGBColor[0.824231, 0.500008,
0.171878]]//DisplayForm
grafp8=Plot[Polj8,{t,t14,t16},PlotStyle->RGBColor[0.996109, 0.500008, 0]]
StyleBox["Velocidad para J8:", "Section", FontColor->RGBColor[0.824231,
0.500008, 0.171878]]//DisplayForm
grafv8=Plot[Polj8p,{t,t14,t16},PlotStyle->RGBColor[0.996109, 0.500008, 0]]
StyleBox["Aceleracion para J8:", "Section", FontColor->RGBColor[0.824231,
0.500008, 0.171878]]//DisplayForm
grafa8=Plot[Polj8pp,{t,t14,t16},PlotStyle->RGBColor[0.996109, 0.500008, 0]]
Matriz para j9;
drt=dist1+dist2+dist3+dist4+dist5+dist6+dist7+dist8+dist9+dist10+dist11+dist12+di
st13+dist14+dist15+dist16;
Matrizaj9={{1,t16,t16^2,t16^3,t16^4,t16^5,t16^6,t16^7,t16^8},{1,t17,t17^2,t17^3,t17
^4,t17^5,t17^6,t17^7,t17^8},{1,t18,t18^2,t18^3,t18^4,t18^5,t18^6,t18^7,t18^8},
{0,1,2*t16,3*t16^2,4*t16^3,5*t16^4,6*t16^5,7*t16^6,8*t16^7},
{0,1,2*t17,3*t17^2,4*t17^3,5*t17^4,6*t17^5,7*t17^6,8*t17^7},
{0,1,2*t18,3*t18^2,4*t18^3,5*t18^4,6*t18^5,7*t18^6,8*t18^7},
{0,0,2,6*t16,12*t16^2,20*t16^3,30*t16^4, 42*t16^5,56*t16^6},
{0,0,2,6*t17,12*t17^2,20*t17^3,30*t17^4, 42*t17^5,56*t17^6},
{0,0,2,6*t18,12*t18^2,20*t18^3,30*t18^4, 42*t18^5,56*t18^6}};

```

```

MalInversaj9=Inverse[Matrizaj9];
Vectorj9={{0},{dist17},{dist17+dist18},{0},{Vi},{0},{0},{0},{0}};
{{alfa0j9},{alfa1j9},{alfa2j9},{alfa3j9},{alfa4j9},{alfa5j9},{alfa6j9},{alfa7j9},{alfa8j9}}=
MalInversaj9.Vectorj9;
alfas0j9=Simplify[alfa0j9]+drt;
alfas1j9=Simplify[alfa1j9];
alfas2j9=Simplify[alfa2j9];
alfas3j9=Simplify[alfa3j9];
alfas4j9=Simplify[alfa4j9];
alfas5j9=Simplify[alfa5j9];
alfas6j9=Simplify[alfa6j9];
alfas7j9=Simplify[alfa7j9];
alfas8j9=Simplify[alfa8j9];
Polinomio de suavizacion en j9;
Polj9=alfas0j9+alfas1j9*(t)+alfas2j9*(t)^2+alfas3j9*(t)^3+alfas4j9*(t)^4+alfas5j9*(t)^
5+alfas6j9*(t)^6+alfas7j9*(t)^7+alfas8j9*(t)^8
Polj9p=D[Polj9,t]
Polj9pp=D[Polj9p,t]
Graficas suavizadas para j9;
StyleBox["Gráficas del Perfil utilizando un polinomio de Grado 8 en J9:", "Section",
FontColor->RGBColor[0.996109, 0, 0]]//DisplayForm
StyleBox["Posición para J9:", "Section", FontColor->RGBColor[0.824231, 0.500008,
0.171878]]//DisplayForm
grafp9=Plot[Polj9,{t,t16,t18},PlotStyle->RGBColor[0.996109, 0.500008, 0]]
StyleBox["Velocidad para J9:", "Section", FontColor->RGBColor[0.824231,
0.500008, 0.171878]]//DisplayForm
grafv9=Plot[Polj9p,{t,t16,t18},PlotStyle->RGBColor[0.996109, 0.500008, 0]]
StyleBox["Aceleracion para J9:", "Section", FontColor->RGBColor[0.824231,
0.500008, 0.171878]]//DisplayForm
grafa9=Plot[Polj9pp,{t,t16,t18},PlotStyle->RGBColor[0.996109, 0.500008, 0]]
Matriz para j10;
drt=dist1+dist2+dist3+dist4+dist5+dist6+dist7+dist8+dist9+dist10+dist11+dist12+di
st13+dist14+dist15+dist16+dist17+dist18;
Matrizaj10={{1,t18,t18^2,t18^3,t18^4,t18^5,t18^6,t18^7,t18^8},{1,t19,t19^2,t19^3,t1
9^4,t19^5,t19^6,t19^7,t19^8},{1,t20,t20^2,t20^3,t20^4,t20^5,t20^6,t20^7,t20^8},
{0,1,2*t18,3*t18^2,4*t18^3,5*t18^4,6*t18^5,7*t18^6,8*t18^7},
{0,1,2*t19,3*t19^2,4*t19^3,5*t19^4,6*t19^5,7*t19^6,8*t19^7},
{0,1,2*t20,3*t20^2,4*t20^3,5*t20^4,6*t20^5,7*t20^6,8*t20^7},
{0,0,2,6*t18,12*t18^2,20*t18^3,30*t18^4,42*t18^5,56*t18^6},
{0,0,2,6*t19,12*t19^2,20*t19^3,30*t19^4,42*t19^5,56*t19^6},
{0,0,2,6*t20,12*t20^2,20*t20^3,30*t20^4,42*t20^5,56*t20^6}};
MalInversaj10=Inverse[Matrizaj10];
Vectorj10={{0},{dist19},{dist19+dist20},{0},{Vi},{0},{0},{0},{0}};
{{alfa0j10},{alfa1j10},{alfa2j10},{alfa3j10},{alfa4j10},{alfa5j10},{alfa6j10},{alfa7j10},{a
lfa8j10}}=MalInversaj10.Vectorj10;
alfas0j10=Simplify[alfa0j10]+drt;
alfas1j10=Simplify[alfa1j10];

```

```

alfas2j10=Simplify[alfa2j10];
alfas3j10=Simplify[alfa3j10];
alfas4j10=Simplify[alfa4j10];
alfas5j10=Simplify[alfa5j10];
alfas6j10=Simplify[alfa6j10];
alfas7j10=Simplify[alfa7j10];
alfas8j10=Simplify[alfa8j10];
Polinomio de suavizacion en j10;
Polj10=alfas0j10+alfas1j10*(t)+alfas2j10*(t)^2+alfas3j10*(t)^3+alfas4j10*(t)^4+alfas
5j10*(t)^5+alfas6j10*(t)^6+alfas7j10*(t)^7+alfas8j10*(t)^8
Polj10p=D[Polj10,t]
Polj10pp=D[Polj10p,t]
Graficas suavizadas para j10;
StyleBox["Gráficas del Perfil utilizando un polinomio de Grado 8 en J10:","Section",
FontColor->RGBColor[0.996109, 0, 0]]//DisplayForm
StyleBox["Posición para J10:","Section", FontColor->RGBColor[0.824231,
0.500008, 0.171878]]//DisplayForm
grafp10=Plot[Polj10,{t,t18,t20},PlotStyle->RGBColor[0.996109, 0.500008, 0]]
StyleBox["Velocidad para J10:","Section", FontColor->RGBColor[0.824231,
0.500008, 0.171878]]//DisplayForm
grafv10=Plot[Polj10p,{t,t18,t20},PlotStyle->RGBColor[0.996109, 0.500008, 0]]
StyleBox["Aceleracion para J10:","Section", FontColor->RGBColor[0.824231,
0.500008, 0.171878]]//DisplayForm
grafa10=Plot[Polj10pp,{t,t18,t20},PlotStyle->RGBColor[0.996109, 0.500008, 0]]
Matriz para j11;
drt=dist1+dist2+dist3+dist4+dist5+dist6+dist7+dist8+dist9+dist10+dist11+dist12+di
st13+dist14+dist15+dist16+dist17+dist18+dist19+dist20;
Matrizaj11={{1,t20,t20^2,t20^3,t20^4,t20^5,t20^6,t20^7,t20^8},{1,t21,t21^2,t21^3,t2
1^4,t21^5,t21^6,t21^7,t21^8},{1,t22,t22^2,t22^3,t22^4,t22^5,t22^6,t22^7,t22^8},{0,1
,2*t20,3*t20^2,4*t20^3,5*t20^4,6*t20^5,7*t20^6,8*t20^7},
{0,1,2*t21,3*t21^2,4*t21^3,5*t21^4,6*t21^5,7*t21^6,8*t21^7},{0,1,2*t22,3*t22^2,4*t2
2^3,5*t22^4,6*t22^5,7*t22^6,8*t22^7},
{0,0,2,6*t20,12*t20^2,20*t20^3,30*t20^4, 42*t20^5,56*t20^6},
{0,0,2,6*t21,12*t21^2,20*t21^3,30*t21^4,
42*t21^5,56*t21^6},{0,0,2,6*t22,12*t22^2,20*t22^3,30*t22^4, 42*t22^5,56*t22^6}};
Malnversaj11=Inverse[Matrizaj11];
Vectorj11={{0},{dist21},{dist22+dist21},{0},{Vi},{0},{0},{0},{0}};
{{alfa0j11},{alfa1j11},{alfa2j11},{alfa3j11},{alfa4j11},{alfa5j11},{alfa6j11},{alfa7j11},{a
lfa8j11}}=Malnversaj11.Vectorj11;
alfas0j11=Simplify[alfa0j11]+drt;
alfas1j11=Simplify[alfa1j11];
alfas2j11=Simplify[alfa2j11];
alfas3j11=Simplify[alfa3j11];
alfas4j11=Simplify[alfa4j11];
alfas5j11=Simplify[alfa5j11];
alfas6j11=Simplify[alfa6j11];

```

```

alfas7j11=Simplify[alfa7j11];
alfas8j11=Simplify[alfa8j11];
Polinomio de suavizacion en J11;
Polj11=alfas0j11+alfas1j11*(t)+alfas2j11*(t)^2+alfas3j11*(t)^3+alfas4j11*(t)^4+alfas
5j11*(t)^5+alfas6j11*(t)^6+alfas7j11*(t)^7+alfas8j11*(t)^8
Polj11p=D[Polj11,t]
Polj11pp=D[Polj11p,t]
Graficas suavizadas para j11;
StyleBox["Gráficas del Perfil utilizando un polinomio de Grado 8 en J11:", "Section",
FontColor->RGBColor[0.996109, 0, 0]]//DisplayForm
StyleBox["Posición para J11:", "Section", FontColor->RGBColor[0.824231,
0.500008, 0.171878]]//DisplayForm
grafp11=Plot[Polj11,{t,t20,t22},PlotStyle->RGBColor[0.996109, 0.500008, 0]]
StyleBox["Velocidad para J11:", "Section", FontColor->RGBColor[0.824231,
0.500008, 0.171878]]//DisplayForm
grafv11=Plot[Polj11p,{t,t20,t22},PlotStyle->RGBColor[0.996109, 0.500008, 0]]
StyleBox["Aceleracion para J11:", "Section", FontColor->RGBColor[0.824231,
0.500008, 0.171878]]//DisplayForm
grafa11=Plot[Polj11pp,{t,t20,t22},PlotStyle->RGBColor[0.996109, 0.500008, 0]]
Matriz para j12;
drt=dist1+dist2+dist3+dist4+dist5+dist6+dist7+dist8+dist9+dist10+dist11+dist12+di
st13+dist14+dist15+dist16+dist17+dist18+dist19+dist20+dist21+dist22;
Matrizaj12={{1,t22,t22^2,t22^3,t22^4,t22^5,t22^6,t22^7,t22^8},{1,t23,t23^2,t23^3,t2
3^4,t23^5,t23^6,t23^7,t23^8},{1,t24,t24^2,t24^3,t24^4,t24^5,t24^6,t24^7,t24^8},{0,1
,2*t22,3*t22^2,4*t22^3,5*t22^4,6*t22^5,7*t22^6,8*t22^7},
{0,1,2*t23,3*t23^2,4*t23^3,5*t23^4,6*t23^5,7*t23^6,8*t23^7},{0,1,2*t24,3*t24^2,4*t2
4^3,5*t24^4,6*t24^5,7*t24^6,8*t24^7},
{0,0,2,6*t22,12*t22^2,20*t22^3,30*t22^4,42*t22^5,56*t22^6},
{0,0,2,6*t23,12*t23^2,20*t23^3,30*t23^4,
42*t23^5,56*t23^6},{0,0,2,6*t24,12*t24^2,20*t24^3,30*t24^4,42*t24^5,56*t24^6}};
Malnversaj12=Inverse[Matrizaj12];
Vectorj12={{0},{dist23},{dist23+dist24},{0},{Vi},{0},{0},{0},{0}};
{{alfa0j12},{alfa1j12},{alfa2j12},{alfa3j12},{alfa4j12},{alfa5j12},{alfa6j12},{alfa7j12},{a
lfa8j12}}=Malnversaj12.Vectorj12;
alfas0j12=Simplify[alfa0j12]+drt;
alfas1j12=Simplify[alfa1j12];
alfas2j12=Simplify[alfa2j12];
alfas3j12=Simplify[alfa3j12];
alfas4j12=Simplify[alfa4j12];
alfas5j12=Simplify[alfa5j12];
alfas6j12=Simplify[alfa6j12];
alfas7j12=Simplify[alfa7j12];
alfas8j12=Simplify[alfa8j12];
Polinomio de suavizacion en j12;
Polj12=alfas0j12+alfas1j12*(t)+alfas2j12*(t)^2+alfas3j12*(t)^3+alfas4j12*(t)^4+alfas
5j12*(t)^5+alfas6j12*(t)^6+alfas7j12*(t)^7+alfas8j12*(t)^8

```

```

Polj12p=D[Polj12,t]
Polj12pp=D[Polj12p,t]
Graficas suavizadas para j12;
StyleBox["Gráficas del Perfil utilizando un polinomio de Grado 8 en J12:","Section",
FontColor->RGBColor[0.996109, 0, 0]]//DisplayForm
StyleBox["Posición para J12:","Section", FontColor->RGBColor[0.824231,
0.500008, 0.171878]]//DisplayForm
grafp12=Plot[Polj12,{t,t22,t24},PlotStyle->RGBColor[0.996109, 0.500008, 0]]
StyleBox["Velocidad para J12:","Section", FontColor->RGBColor[0.824231,
0.500008, 0.171878]]//DisplayForm
grafv12=Plot[Polj12p,{t,t22,t24},PlotStyle->RGBColor[0.996109, 0.500008, 0]]
StyleBox["Aceleracion para J12:","Section", FontColor->RGBColor[0.824231,
0.500008, 0.171878]]//DisplayForm
grafa12=Plot[Polj12pp,{t,t22,t24},PlotStyle->RGBColor[0.996109, 0.500008, 0]]
Matriz para j13;
drt=dist1+dist2+dist3+dist4+dist5+dist6+dist7+dist8+dist9+dist10+dist11+dist12+di
st13+dist14+dist15+dist16+dist17+dist18+dist19+dist20+dist21+dist22+dist23+dist
24;
Matrizaj13={{1,t24,t24^2,t24^3,t24^4,t24^5,t24^6,t24^7,t24^8},{1,t25,t25^2,t25^3,t2
5^4,t25^5,t25^6,t25^7,t25^8},{1,t26,t26^2,t26^3,t26^4,t26^5,t26^6,t26^7,t26^8},
{0,1,2*t24,3*t24^2,4*t24^3,5*t24^4,6*t24^5,7*t24^6,8*t24^7},
{0,1,2*t25,3*t25^2,4*t25^3,5*t25^4,6*t25^5,7*t25^6,8*t25^7},
{0,1,2*t26,3*t26^2,4*t26^3,5*t26^4,6*t26^5,7*t26^6,8*t26^7},
{0,0,2,6*t24,12*t24^2,20*t24^3,30*t24^4, 42*t24^5,56*t24^6},
{0,0,2,6*t25,12*t25^2,20*t25^3,30*t25^4, 42*t25^5,56*t25^6},
{0,0,2,6*t26,12*t26^2,20*t26^3,30*t26^4, 42*t26^5,56*t26^6}};
Malnversaj13=Inverse[Matrizaj13];
Vectorj13={{0},{dist25},{dist25+dist26},{0},{Vi},{0},{0},{0},{0}};
{{alfa0j13},{alfa1j13},{alfa2j13},{alfa3j13},{alfa4j13},{alfa5j13},{alfa6j13},{alfa7j13},{a
lfa8j13}}=Malnversaj13.Vectorj13;
alfas0j13=Simplify[alfa0j13]+drt;
alfas1j13=Simplify[alfa1j13];
alfas2j13=Simplify[alfa2j13];
alfas3j13=Simplify[alfa3j13];
alfas4j13=Simplify[alfa4j13];
alfas5j13=Simplify[alfa5j13];
alfas6j13=Simplify[alfa6j13];
alfas7j13=Simplify[alfa7j13];
alfas8j13=Simplify[alfa8j13];
Polinomio de suavizacion en j13;
Polj13=alfas0j13+alfas1j13*(t)+alfas2j13*(t)^2+alfas3j13*(t)^3+alfas4j13*(t)^4+alfas
5j13*(t)^5+alfas6j13*(t)^6+alfas7j13*(t)^7+alfas8j13*(t)^8
Polj13p=D[Polj13,t]
Polj13pp=D[Polj13p,t]
Graficas suavizadas para j13;
StyleBox["Gráficas del Perfil utilizando un polinomio de Grado 8 en J13:","Section",
FontColor->RGBColor[0.996109, 0, 0]]//DisplayForm

```

```

StyleBox["Posición para J13:", "Section", FontColor->RGBColor[0.824231,
0.500008, 0.171878]]//DisplayForm
grafp13=Plot[Polj13,{t,t24,t26},PlotStyle->RGBColor[0.996109, 0.500008, 0]]
StyleBox["Velocidad para J13:", "Section", FontColor->RGBColor[0.824231,
0.500008, 0.171878]]//DisplayForm
grafv13=Plot[Polj13p,{t,t24,t26},PlotStyle->RGBColor[0.996109, 0.500008, 0]]
StyleBox["Aceleracion para J13:", "Section", FontColor->RGBColor[0.824231,
0.500008, 0.171878]]//DisplayForm
grafa13=Plot[Polj13pp,{t,t24,t26},PlotStyle->RGBColor[0.996109, 0.500008, 0]]
Matriz para j14;
drt=dist1+dist2+dist3+dist4+dist5+dist6+dist7+dist8+dist9+dist10+dist11+dist12+di
st13+dist14+dist15+dist16+dist17+dist18+dist19+dist20+dist21+dist22+dist23+dist
24+dist25+dist26;
Matrizaj14={{1,t26,t26^2,t26^3,t26^4,t26^5,t26^6,t26^7,t26^8},{1,t27,t27^2,t27^3,t2
7^4,t27^5,t27^6,t27^7,t27^8},{1,t28,t28^2,t28^3,t28^4,t28^5,t28^6,t28^7,t28^8},
{0,1,2*t26,3*t26^2,4*t26^3,5*t26^4,6*t26^5,7*t26^6,8*t26^7},
{0,1,2*t27,3*t27^2,4*t27^3,5*t27^4,6*t27^5,7*t27^6,8*t27^7},
{0,1,2*t28,3*t28^2,4*t28^3,5*t28^4,6*t28^5,7*t28^6,8*t28^7},
{0,0,2,6*t26,12*t26^2,20*t26^3,30*t26^4,42*t26^5,56*t26^6},
{0,0,2,6*t27,12*t27^2,20*t27^3,30*t27^4,42*t27^5,56*t27^6},
{0,0,2,6*t28,12*t28^2,20*t28^3,30*t28^4,42*t28^5,56*t28^6}};
Malnversaj14=Inverse[Matrizaj14];
Vectorj14={{0},{dist27},{dist27+dist28},{0},{Vi},{0},{0},{0},{0}};
{{alfa0j14},{alfa1j14},{alfa2j14},{alfa3j14},{alfa4j14},{alfa5j14},{alfa6j14},{alfa7j14},{a
lfa8j14}}=Malnversaj14.Vectorj14;
alfas0j14=Simplify[alfa0j14]+drt;
alfas1j14=Simplify[alfa1j14];
alfas2j14=Simplify[alfa2j14];
alfas3j14=Simplify[alfa3j14];
alfas4j14=Simplify[alfa4j14];
alfas5j14=Simplify[alfa5j14];
alfas6j14=Simplify[alfa6j14];
alfas7j14=Simplify[alfa7j14];
alfas8j14=Simplify[alfa8j14];
Polinomio de suavizacion en j14;
Polj14=alfas0j14+alfas1j14*(t)+alfas2j14*(t)^2+alfas3j14*(t)^3+alfas4j14*(t)^4+alfas
5j14*(t)^5+alfas6j14*(t)^6+alfas7j14*(t)^7+alfas8j14*(t)^8
Polj14p=D[Polj14,t]
Polj14pp=D[Polj14p,t]
Graficas suavizadas para j14;
StyleBox["Gráficas del Perfil utilizando un polinomio de Grado 8 en J14:", "Section",
FontColor->RGBColor[0.996109, 0, 0]]//DisplayForm
StyleBox["Posición para J14:", "Section", FontColor->RGBColor[0.824231,
0.500008, 0.171878]]//DisplayForm
grafp14=Plot[Polj14,{t,t26,t28},PlotStyle->RGBColor[0.996109, 0.500008, 0]]
StyleBox["Velocidad para J14:", "Section", FontColor->RGBColor[0.824231,
0.500008, 0.171878]]//DisplayForm

```

```

grafv14=Plot[Polj14p,{t,t26,t28},PlotStyle->RGBColor[0.996109, 0.500008, 0]]
StyleBox["Aceleracion para J14:","Section", FontColor->RGBColor[0.824231,
0.500008, 0.171878]]//DisplayForm
grafa14=Plot[Polj14pp,{t,t26,t28},PlotStyle->RGBColor[0.996109, 0.500008, 0]]
Matriz para j15;
drt=dist1+dist2+dist3+dist4+dist5+dist6+dist7+dist8+dist9+dist10+dist11+dist12+di
st13+dist14+dist15+dist16+dist17+dist18+dist19+dist20+dist21+dist22+dist23+dist
24+dist25+dist26+dist27+dist28;
Matrizaj15={{1,t28,t28^2,t28^3,t28^4,t28^5,t28^6,t28^7,t28^8},{1,t29,t29^2,t29^3,t2
9^4,t29^5,t29^6,t29^7,t29^8},{1,t30,t30^2,t30^3,t30^4,t30^5,t30^6,t30^7,t30^8},
{0,1,2*t28,3*t28^2,4*t28^3,5*t28^4,6*t28^5,7*t28^6,8*t28^7},
{0,1,2*t29,3*t29^2,4*t29^3,5*t29^4,6*t29^5,7*t29^6,8*t29^7},
{0,1,2*t30,3*t30^2,4*t30^3,5*t30^4,6*t30^5,7*t30^6,8*t30^7},
{0,0,2,6*t28,12*t28^2,20*t28^3,30*t28^4, 42*t28^5,56*t28^6},
{0,0,2,6*t29,12*t29^2,20*t29^3,30*t29^4, 42*t29^5,56*t29^6},
{0,0,2,6*t30,12*t30^2,20*t30^3,30*t30^4, 42*t30^5,56*t30^6}};
Malnversaj15=Inverse[Matrizaj15];
Vectorj15={{0},{dist29},{dist29+dist30},{0},{Vm},{0},{0},{0},{0}};
{{alfa0j15},{alfa1j15},{alfa2j15},{alfa3j15},{alfa4j15},{alfa5j15},{alfa6j15},{alfa7j15},{a
lfa8j15}}=Malnversaj15.Vectorj15;
alfas0j15=Simplify[alfa0j15]+drt;
alfas1j15=Simplify[alfa1j15];
alfas2j15=Simplify[alfa2j15];
alfas3j15=Simplify[alfa3j15];
alfas4j15=Simplify[alfa4j15];
alfas5j15=Simplify[alfa5j15];
alfas6j15=Simplify[alfa6j15];
alfas7j15=Simplify[alfa7j15];
alfas8j15=Simplify[alfa8j15];
Polinomio de suavizacion en j15;
Polj15=alfas0j15+alfas1j15*(t)+alfas2j15*(t)^2+alfas3j15*(t)^3+alfas4j15*(t)^4+alfas
5j15*(t)^5+alfas6j15*(t)^6+alfas7j15*(t)^7+alfas8j15*(t)^8
Polj15p=D[Polj15,t]
Polj15pp=D[Polj15p,t]
Graficas suavizadas para j15;
StyleBox["Gráficas del Perfil utilizando un polinomio de Grado 8 en J15:","Section",
FontColor->RGBColor[0.996109, 0, 0]]//DisplayForm
StyleBox["Posición para J15:","Section", FontColor->RGBColor[0.824231,
0.500008, 0.171878]]//DisplayForm
grafp15=Plot[Polj15,{t,t28,t30},PlotStyle->RGBColor[0.996109, 0.500008, 0]]
StyleBox["Velocidad para J15:","Section", FontColor->RGBColor[0.824231,
0.500008, 0.171878]]//DisplayForm
grafv15=Plot[Polj15p,{t,t28,t30},PlotStyle->RGBColor[0.996109, 0.500008, 0]]
StyleBox["Aceleracion para J15:","Section", FontColor->RGBColor[0.824231,
0.500008, 0.171878]]//DisplayForm
grafa15=Plot[Polj15pp,{t,t28,t30},PlotStyle->RGBColor[0.996109, 0.500008, 0]]
Matriz para j16;

```

```

drt=dist1+dist2+dist3+dist4+dist5+dist6+dist7+dist8+dist9+dist10+dist11+dist12+dist13+dist14+dist15+dist16+dist17+dist18+dist19+dist20+dist21+dist22+dist23+dist24+dist25+dist26+dist27+dist28+dist29+dist30;
Matrizaj16={{1,t30,t30^2,t30^3,t30^4,t30^5,t30^6,t30^7,t30^8},{1,t31,t31^2,t31^3,t31^4,t31^5,t31^6,t31^7,t31^8},{1,t32,t32^2,t32^3,t32^4,t32^5,t32^6,t32^7,t32^8},{0,1,2*t30,3*t30^2,4*t30^3,5*t30^4,6*t30^5,7*t30^6,8*t30^7},{0,1,2*t31,3*t31^2,4*t31^3,5*t31^4,6*t31^5,7*t31^6,8*t31^7},{0,1,2*t32,3*t32^2,4*t32^3,5*t32^4,6*t32^5,7*t32^6,8*t32^7},{0,0,2,6*t30,12*t30^2,20*t30^3,30*t30^4,42*t30^5,56*t30^6},{0,0,2,6*t31,12*t31^2,20*t31^3,30*t31^4,42*t31^5,56*t31^6},{0,0,2,6*t32,12*t32^2,20*t32^3,30*t32^4,42*t32^5,56*t32^6}};
MalInversaj16=Inverse[Matrizaj16];
Vectorj16={{0},{dist31},{dist32+dist31},{0},{Vi},{0},{0},{0},{0}};
{{alfa0j16},{alfa1j16},{alfa2j16},{alfa3j16},{alfa4j16},{alfa5j16},{alfa6j16},{alfa7j16},{alfa8j16}}=MalInversaj16.Vectorj16;
alfas0j16=Simplify[alfa0j16]+drt;
alfas1j16=Simplify[alfa1j16];
alfas2j16=Simplify[alfa2j16];
alfas3j16=Simplify[alfa3j16];
alfas4j16=Simplify[alfa4j16];
alfas5j16=Simplify[alfa5j16];
alfas6j16=Simplify[alfa6j16];
alfas7j16=Simplify[alfa7j16];
alfas8j16=Simplify[alfa8j16];
Polinomio de suavizacion en J16;
Polj16=alfas0j16+alfas1j16*(t)+alfas2j16*(t)^2+alfas3j16*(t)^3+alfas4j16*(t)^4+alfas5j16*(t)^5+alfas6j16*(t)^6+alfas7j16*(t)^7+alfas8j16*(t)^8
Polj16p=D[Polj16,t]
Polj16pp=D[Polj16p,t]
Graficas suavizadas para j16;
StyleBox["Gráficas del Perfil utilizando un polinomio de Grado 8 en J16:","Section",
FontColor->RGBColor[0.996109, 0, 0]]//DisplayForm
StyleBox["Posición para J16:","Section", FontColor->RGBColor[0.824231,
0.500008, 0.171878]]//DisplayForm
grafp16=Plot[Polj16,{t,t30,t32},PlotStyle->RGBColor[0.996109, 0.500008, 0]]
StyleBox["Velocidad para J16:","Section", FontColor->RGBColor[0.824231,
0.500008, 0.171878]]//DisplayForm
grafv16=Plot[Polj16p,{t,t30,t32},PlotStyle->RGBColor[0.996109, 0.500008, 0]]
StyleBox["Aceleracion para J16:","Section", FontColor->RGBColor[0.824231,
0.500008, 0.171878]]//DisplayForm
grafa16=Plot[Polj16pp,{t,t30,t32},PlotStyle->RGBColor[0.996109, 0.500008, 0]]
Matriz para j17;
drt=dist1+dist2+dist3+dist4+dist5+dist6+dist7+dist8+dist9+dist10+dist11+dist12+dist13+dist14+dist15+dist16+dist17+dist18+dist19+dist20+dist21+dist22+dist23+dist24+dist25+dist26+dist27+dist28+dist29+dist30+dist31+dist32;

```

```

Matrizaj17={{1,t32,t32^2,t32^3,t32^4,t32^5,t32^6,t32^7,t32^8},{1,t33,t33^2,t33^3,t33^4,t33^5,t33^6,t33^7,t33^8},{1,t34,t34^2,t34^3,t34^4,t34^5,t34^6,t34^7,t34^8},{0,1,2*t32,3*t32^2,4*t32^3,5*t32^4,6*t32^5,7*t32^6,8*t32^7},
{0,1,2*t33,3*t33^2,4*t33^3,5*t33^4,6*t33^5,7*t33^6,8*t33^7},{0,1,2*t34,3*t34^2,4*t34^3,5*t34^4,6*t34^5,7*t34^6,8*t34^7},
{0,0,2,6*t32,12*t32^2,20*t32^3,30*t32^4,42*t32^5,56*t32^6},
{0,0,2,6*t33,12*t33^2,20*t33^3,30*t33^4,42*t33^5,56*t33^6},{0,0,2,6*t34,12*t34^2,20*t34^3,30*t34^4,42*t34^5,56*t34^6}};
Malnversaj17=Inverse[Matrizaj17];
Vectorj17={{0},{dist33},{dist33+dist34},{0},{Vi},{0},{0},{0},{0}};
{{alfa0j17},{alfa1j17},{alfa2j17},{alfa3j17},{alfa4j17},{alfa5j17},{alfa6j17},{alfa7j17},{alfa8j17}}=Malnversaj17.Vectorj17;
alfas0j17=Simplify[alfa0j17]+drt;
alfas1j17=Simplify[alfa1j17];
alfas2j17=Simplify[alfa2j17];
alfas3j17=Simplify[alfa3j17];
alfas4j17=Simplify[alfa4j17];
alfas5j17=Simplify[alfa5j17];
alfas6j17=Simplify[alfa6j17];
alfas7j17=Simplify[alfa7j17];
alfas8j17=Simplify[alfa8j17];
Polinomio de suavizacion en j17;
Polj17=alfas0j17+alfas1j17*(t)+alfas2j17*(t)^2+alfas3j17*(t)^3+alfas4j17*(t)^4+alfas5j17*(t)^5+alfas6j17*(t)^6+alfas7j17*(t)^7+alfas8j17*(t)^8
Polj17p=D[Polj17,t]
Polj17pp=D[Polj17p,t]
Graficas suavizadas para j17;
StyleBox["Gráficas del Perfil utilizando un polinomio de Grado 8 en J17:","Section",
FontColor->RGBColor[0.996109, 0, 0]]//DisplayForm
StyleBox["Posición para J17:","Section", FontColor->RGBColor[0.824231,
0.500008, 0.171878]]//DisplayForm
grafp17=Plot[Polj17,{t,t32,t34},PlotStyle->RGBColor[0.996109, 0.500008, 0]]
StyleBox["Velocidad para J17:","Section", FontColor->RGBColor[0.824231,
0.500008, 0.171878]]//DisplayForm
grafv17=Plot[Polj17p,{t,t32,t34},PlotStyle->RGBColor[0.996109, 0.500008, 0]]
StyleBox["Aceleracion para J17:","Section", FontColor->RGBColor[0.824231,
0.500008, 0.171878]]//DisplayForm
grafa17=Plot[Polj17pp,{t,t32,t34},PlotStyle->RGBColor[0.996109, 0.500008, 0]]
Matriz para j18;
drt=dist1+dist2+dist3+dist4+dist5+dist6+dist7+dist8+dist9+dist10+dist11+dist12+dist13+dist14+dist15+dist16+dist17+dist18+dist19+dist20+dist21+dist22+dist23+dist24+dist25+dist26+dist27+dist28+dist29+dist30+dist31+dist32+dist33+dist34;
Matrizaj18={{1,t34,t34^2,t34^3,t34^4,t34^5,t34^6,t34^7,t34^8},{1,t35,t35^2,t35^3,t35^4,t35^5,t35^6,t35^7,t35^8},{1,t36,t36^2,t36^3,t36^4,t36^5,t36^6,t36^7,t36^8},
{0,1,2*t34,3*t34^2,4*t34^3,5*t34^4,6*t34^5,7*t34^6,8*t34^7},
{0,1,2*t35,3*t35^2,4*t35^3,5*t35^4,6*t35^5,7*t35^6,8*t35^7},

```

```

{0,1,2*t36,3*t36^2,4*t36^3,5*t36^4,6*t36^5,7*t36^6,8*t36^7},
{0,0,2,6*t34,12*t34^2,20*t34^3,30*t34^4,42*t34^5,56*t34^6},
{0,0,2,6*t35,12*t35^2,20*t35^3,30*t35^4,42*t35^5,56*t35^6},
{0,0,2,6*t36,12*t36^2,20*t36^3,30*t36^4,42*t36^5,56*t36^6}};
Malnversaj18=Inverse[Matrizaj18];
Vectorj18={{0},{dist35},{dist35+dist36},{0},{Vi},{0},{0},{0},{0}};
{{alfa0j18},{alfa1j18},{alfa2j18},{alfa3j18},{alfa4j18},{alfa5j18},{alfa6j18},{alfa7j18},{a
lfa8j18}}=Malnversaj18.Vectorj18;
alfas0j18=Simplify[alfa0j18]+drt;
alfas1j18=Simplify[alfa1j18];
alfas2j18=Simplify[alfa2j18];
alfas3j18=Simplify[alfa3j18];
alfas4j18=Simplify[alfa4j18];
alfas5j18=Simplify[alfa5j18];
alfas6j18=Simplify[alfa6j18];
alfas7j18=Simplify[alfa7j18];
alfas8j18=Simplify[alfa8j18];
Polinomio de suavizacion en j18;
Polj18=alfas0j18+alfas1j18*(t)+alfas2j18*(t)^2+alfas3j18*(t)^3+alfas4j18*(t)^4+alfas
5j18*(t)^5+alfas6j18*(t)^6+alfas7j18*(t)^7+alfas8j18*(t)^8
Polj18p=D[Polj18,t]
Polj18pp=D[Polj18p,t]
Graficas suavizadas para j18;
StyleBox["Gráficas del Perfil utilizando un polinomio de Grado 8 en J18:","Section",
FontColor->RGBColor[0.996109, 0, 0]]//DisplayForm
StyleBox["Posición para J18:","Section", FontColor->RGBColor[0.824231,
0.500008, 0.171878]]//DisplayForm
grafp18=Plot[Polj18,{t,t34,t36},PlotStyle->RGBColor[0.996109, 0.500008, 0]]
StyleBox["Velocidad para J18:","Section", FontColor->RGBColor[0.824231,
0.500008, 0.171878]]//DisplayForm
grafv18=Plot[Polj18p,{t,t34,t36},PlotStyle->RGBColor[0.996109, 0.500008, 0]]
StyleBox["Aceleracion para J18:","Section", FontColor->RGBColor[0.824231,
0.500008, 0.171878]]//DisplayForm
grafa18=Plot[Polj18pp,{t,t34,t36},PlotStyle->RGBColor[0.996109, 0.500008, 0]]
Matriz para j19;
drt=dist1+dist2+dist3+dist4+dist5+dist6+dist7+dist8+dist9+dist10+dist11+dist12+di
st13+dist14+dist15+dist16+dist17+dist18+dist19+dist20+dist21+dist22+dist23+dist
24+dist25+dist26+dist27+dist28+dist29+dist30+dist31+dist32+dist33+dist34+dist3
5+dist36;
Matrizaj19={{1,t36,t36^2,t36^3,t36^4,t36^5,t36^6,t36^7,t36^8},{1,t37,t37^2,t37^3,t3
7^4,t37^5,t37^6,t37^7,t37^8},{1,t38,t38^2,t38^3,t38^4,t38^5,t38^6,t38^7,t38^8},
{0,1,2*t36,3*t36^2,4*t36^3,5*t36^4,6*t36^5,7*t36^6,8*t36^7},
{0,1,2*t37,3*t37^2,4*t37^3,5*t37^4,6*t37^5,7*t37^6,8*t37^7},
{0,1,2*t38,3*t38^2,4*t38^3,5*t38^4,6*t38^5,7*t38^6,8*t38^7},
{0,0,2,6*t36,12*t36^2,20*t36^3,30*t36^4,42*t36^5,56*t36^6},
{0,0,2,6*t37,12*t37^2,20*t37^3,30*t37^4,42*t37^5,56*t37^6},
{0,0,2,6*t38,12*t38^2,20*t38^3,30*t38^4,42*t38^5,56*t38^6}};

```

```

MalInversaj19=Inverse[Matrizaj19];
Vectorj19={{0},{dist37},{dist37+dist38},{0},{Vi},{0},{0},{0},{0}};
{{alfa0j19},{alfa1j19},{alfa2j19},{alfa3j19},{alfa4j19},{alfa5j19},{alfa6j19},{alfa7j19},{a
lfa8j19}}=MalInversaj19.Vectorj19;
alfas0j19=Simplify[alfa0j19]+drt;
alfas1j19=Simplify[alfa1j19];
alfas2j19=Simplify[alfa2j19];
alfas3j19=Simplify[alfa3j19];
alfas4j19=Simplify[alfa4j19];
alfas5j19=Simplify[alfa5j19];
alfas6j19=Simplify[alfa6j19];
alfas7j19=Simplify[alfa7j19];
alfas8j19=Simplify[alfa8j19];
Polinomio de suavizacion en j19;
Polj19=alfas0j19+alfas1j19*(t)+alfas2j19*(t)^2+alfas3j19*(t)^3+alfas4j19*(t)^4+alfas
5j19*(t)^5+alfas6j19*(t)^6+alfas7j19*(t)^7+alfas8j19*(t)^8
Polj19p=D[Polj19,t]
Polj19pp=D[Polj19p,t]
Graficas suavizadas para j19;
StyleBox["Gráficas del Perfil utilizando un polinomio de Grado 8 en J19:","Section",
FontColor->RGBColor[0.996109, 0, 0]]//DisplayForm
StyleBox["Posición para J19:","Section", FontColor->RGBColor[0.824231,
0.500008, 0.171878]]//DisplayForm
grafp19=Plot[Polj19,{t,t36,t38},PlotStyle->RGBColor[0.996109, 0.500008, 0]]
StyleBox["Velocidad para J19:","Section", FontColor->RGBColor[0.824231,
0.500008, 0.171878]]//DisplayForm
grafv19=Plot[Polj19p,{t,t36,t38},PlotStyle->RGBColor[0.996109, 0.500008, 0]]
StyleBox["Aceleracion para J19:","Section", FontColor->RGBColor[0.824231,
0.500008, 0.171878]]//DisplayForm
grafa19=Plot[Polj19pp,{t,t36,t38},PlotStyle->RGBColor[0.996109, 0.500008, 0]]
Matriz para j20;
drt=dist1+dist2+dist3+dist4+dist5+dist6+dist7+dist8+dist9+dist10+dist11+dist12+di
st13+dist14+dist15+dist16+dist17+dist18+dist19+dist20+dist21+dist22+dist23+dist
24+dist25+dist26+dist27+dist28+dist29+dist30+dist31+dist32+dist33+dist34+dist3
5+dist36+dist37+dist38;
Matrizaj20={{1,t38,t38^2,t38^3,t38^4,t38^5,t38^6,t38^7,t38^8},{1,t39,t39^2,t39^3,t3
9^4,t39^5,t39^6,t39^7,t39^8},{1,t40,t40^2,t40^3,t40^4,t40^5,t40^6,t40^7,t40^8},
{0,1,2*t38,3*t38^2,4*t38^3,5*t38^4,6*t38^5,7*t38^6,8*t38^7},
{0,1,2*t39,3*t39^2,4*t39^3,5*t39^4,6*t39^5,7*t39^6,8*t39^7},
{0,1,2*t40,3*t40^2,4*t40^3,5*t40^4,6*t40^5,7*t40^6,8*t40^7},
{0,0,2,6*t38,12*t38^2,20*t38^3,30*t38^4,42*t38^5,56*t38^6},
{0,0,2,6*t39,12*t39^2,20*t39^3,30*t39^4,42*t39^5,56*t39^6},
{0,0,2,6*t40,12*t40^2,20*t40^3,30*t40^4,42*t40^5,56*t40^6}};
MalInversaj20=Inverse[Matrizaj20];
Vectorj20={{0},{dist39},{dist39+dist40},{0},{Vi},{0},{0},{0},{0}};
{{alfa0j20},{alfa1j20},{alfa2j20},{alfa3j20},{alfa4j20},{alfa5j20},{alfa6j20},{alfa7j20},{a
lfa8j20}}=MalInversaj20.Vectorj20;

```

```

alfas0j20=Simplify[alfa0j20]+drt;
alfas1j20=Simplify[alfa1j20];
alfas2j20=Simplify[alfa2j20];
alfas3j20=Simplify[alfa3j20];
alfas4j20=Simplify[alfa4j20];
alfas5j20=Simplify[alfa5j20];
alfas6j20=Simplify[alfa6j20];
alfas7j20=Simplify[alfa7j20];
alfas8j20=Simplify[alfa8j20];
Polinomio de suavizacion en j20;
Polj20=alfas0j20+alfas1j20*(t)+alfas2j20*(t)^2+alfas3j20*(t)^3+alfas4j20*(t)^4+alfas
5j20*(t)^5+alfas6j20*(t)^6+alfas7j20*(t)^7+alfas8j20*(t)^8
Polj20p=D[Polj20,t]
Polj20pp=D[Polj20p,t]
Graficas suavizadas para j20;
StyleBox["Gráficas del Perfil utilizando un polinomio de Grado 8 en J20:","Section",
FontColor->RGBColor[0.996109, 0, 0]]//DisplayForm
StyleBox["Posición para J20:","Section", FontColor->RGBColor[0.824231,
0.500008, 0.171878]]//DisplayForm
grafp20=Plot[Polj20,{t,t38,t40},PlotStyle->RGBColor[0.996109, 0.500008, 0]]
StyleBox["Velocidad para J20:","Section", FontColor->RGBColor[0.824231,
0.500008, 0.171878]]//DisplayForm
grafv20=Plot[Polj20p,{t,t38,t40},PlotStyle->RGBColor[0.996109, 0.500008, 0]]
StyleBox["Aceleracion para J20:","Section", FontColor->RGBColor[0.824231,
0.500008, 0.171878]]//DisplayForm
grafa20=Plot[Polj20pp,{t,t38,t40},PlotStyle->RGBColor[0.996109, 0.500008, 0]]
Matriz para j21;
drt=dist1+dist2+dist3+dist4+dist5+dist6+dist7+dist8+dist9+dist10+dist11+dist12+di
st13+dist14+dist15+dist16+dist17+dist18+dist19+dist20+dist21+dist22+dist23+dist
24+dist25+dist26+dist27+dist28+dist29+dist30+dist31+dist32+dist33+dist34+dist3
5+dist36+dist37+dist38+dist39+dist40;
Matrizaj21={{1,t40,t40^2,t40^3,t40^4,t40^5,t40^6,t40^7,t40^8},{1,t41,t41^2,t41^3,t4
1^4,t41^5,t41^6,t41^7,t41^8},{1,t42,t42^2,t42^3,t42^4,t42^5,t42^6,t42^7,t42^8},
{0,1,2*t40,3*t40^2,4*t40^3,5*t40^4,6*t40^5,7*t40^6,8*t40^7},
{0,1,2*t41,3*t41^2,4*t41^3,5*t41^4,6*t41^5,7*t41^6,8*t41^7},
{0,1,2*t42,3*t42^2,4*t42^3,5*t42^4,6*t42^5,7*t42^6,8*t42^7},
{0,0,2,6*t40,12*t40^2,20*t40^3,30*t40^4, 42*t40^5,56*t40^6},
{0,0,2,6*t41,12*t41^2,20*t41^3,30*t41^4, 42*t41^5,56*t41^6},
{0,0,2,6*t42,12*t42^2,20*t42^3,30*t42^4, 42*t42^5,56*t42^6}};
Malnversaj21=Inverse[Matrizaj21];
Vectorj21={{0},{dist41},{dist41+dist42},{0},{Vi},{0},{0},{0},{0}};
{{alfa0j21},{alfa1j21},{alfa2j21},{alfa3j21},{alfa4j21},{alfa5j21},{alfa6j21},{alfa7j21},{a
lfa8j21}}=Malnversaj21.Vectorj21;
alfas0j21=Simplify[alfa0j21]+drt;
alfas1j21=Simplify[alfa1j21];
alfas2j21=Simplify[alfa2j21];
alfas3j21=Simplify[alfa3j21];

```

```

alfas4j21=Simplify[alfa4j21];
alfas5j21=Simplify[alfa5j21];
alfas6j21=Simplify[alfa6j21];
alfas7j21=Simplify[alfa7j21];
alfas8j21=Simplify[alfa8j21];
Polinomio de suavizacion en j21;
Polj21=alfas0j21+alfas1j21*(t)+alfas2j21*(t)^2+alfas3j21*(t)^3+alfas4j21*(t)^4+alfas
5j21*(t)^5+alfas6j21*(t)^6+alfas7j21*(t)^7+alfas8j21*(t)^8
Polj21p=D[Polj21,t]
Polj21pp=D[Polj21p,t]
Graficas suavizadas para j21;
StyleBox["Gráficas del Perfil utilizando un polinomio de Grado 8 en J21:","Section",
FontColor->RGBColor[0.996109, 0, 0]]//DisplayForm
StyleBox["Posición para J21:","Section", FontColor->RGBColor[0.824231,
0.500008, 0.171878]]//DisplayForm
grafp21=Plot[Polj21,{t,t40,t42},PlotStyle->RGBColor[0.996109, 0.500008, 0]]
StyleBox["Velocidad para J21:","Section", FontColor->RGBColor[0.824231,
0.500008, 0.171878]]//DisplayForm
grafv21=Plot[Polj21p,{t,t40,t42},PlotStyle->RGBColor[0.996109, 0.500008, 0]]
StyleBox["Aceleracion para J21:","Section", FontColor->RGBColor[0.824231,
0.500008, 0.171878]]//DisplayForm
grafa21=Plot[Polj21pp,{t,t40,t42},PlotStyle->RGBColor[0.996109, 0.500008, 0]]
Perfiles de trayectoria suavizados
Perfiles de trayectoria;
StyleBox["Gráfica de Velocidad teórica:","Section", FontColor-
>RGBColor[0.968765, 0.460945, 0.121096]]//DisplayForm
Show[graficavel1,graficavel2,graficavel3,graficavel4,graficavel5,graficavel6,grafica
vel7,graficavel8,graficavel9,graficavel10,graficavel11,graficavel12,graficavel13,graf
icavel14,graficavel15,graficavel16,graficavel17,graficavel18,graficavel19,graficavel
20,graficavel21,graficavel22,graficavel23,graficavel24,graficavel25,graficavel26,gr
aficavel27,graficavel28,graficavel29,graficavel30,graficavel31,graficavel32,graficav
el33,graficavel34,graficavel35,graficavel36,graficavel37,graficavel38,graficavel39,g
raficavel40,graficavel41,graficavel42]
StyleBox["Gráfica de Posicion teórica:","Section", FontColor->RGBColor[0.968765,
0.460945, 0.121096]]//DisplayForm
Show[graficapos1,graficapos2,graficapos3,graficapos4,graficapos5,graficapos6,gr
aficapos7,graficapos8,graficapos9,graficapos10,graficapos11,graficapos12,grafica
pos13,graficapos14,graficapos15,graficapos16,graficapos17,graficapos18,graficap
os19,graficapos20,graficapos21,graficapos22,graficapos23,graficapos24,graficapo
s25,graficapos26,graficapos27,graficapos28,graficapos29,graficapos30,graficapos
31,graficapos32,graficapos33,graficapos34,graficapos35,graficapos36,graficapos3
7,graficapos38,graficapos39,graficapos40,graficapos41,graficapos42]
StyleBox["Gráfica de aceleracion teórica:","Section", FontColor-
>RGBColor[0.968765, 0.460945, 0.121096]]//DisplayForm
Show[graficaaccel1,graficaaccel2,graficaaccel3,graficaaccel4,graficaaccel5,graficaaccel6,
graficaaccel7,graficaaccel8,graficaaccel9,graficaaccel10,graficaaccel11,graficaaccel12,gr
aficaaccel13,graficaaccel14,graficaaccel15,graficaaccel16,graficaaccel17,graficaaccel18,

```

graficaaccel19,graficaaccel20,graficaaccel21,graficaaccel22,graficaaccel23,graficaaccel24,graficaaccel25,graficaaccel26,graficaaccel27,graficaaccel28,graficaaccel29,graficaaccel30,graficaaccel31,graficaaccel32,graficaaccel33,graficaaccel34,graficaaccel35,graficaaccel36,graficaaccel37,graficaaccel38,graficaaccel39,graficaaccel40,graficaaccel41,graficaaccel42]

Perfiles de trayectoria suavizados;

StyleBox["Gráfica de Velocidad suavizada:", "Section", FontColor->RGBColor[0.968765, 0.460945, 0.121096]]//DisplayForm

Show[grafv1,grafv2,grafv3,grafv4,grafv5,grafv6,grafv7,grafv8,grafv9,grafv10,grafv11,grafv12,grafv13,grafv14,grafv15,grafv16,grafv17,grafv18,grafv19,grafv20,grafv21]

StyleBox["Gráfica de Posicion teórica:", "Section", FontColor->RGBColor[0.968765, 0.460945, 0.121096]]//DisplayForm

Show[grafp1,grafp2,grafp3,grafp4,grafp5,grafp6,grafp7,grafp8,grafp9,grafp10,grafp11,grafp12,grafp13,grafp14,grafp15,grafp16,grafp17,grafp18,grafp19,grafp20,grafp21]

StyleBox["Gráfica de aceleracion teórica:", "Section", FontColor->RGBColor[0.968765, 0.460945, 0.121096]]//DisplayForm

Show[grafa1,grafa2,grafa3,grafa4,grafa5,grafa6,grafa7,grafa8,grafa9,grafa10,grafa11,grafa12,grafa13,grafa14,grafa15,grafa16,grafa17,grafa18,grafa19,grafa20,grafa21]

Valores de la trayectoria para la simulación

Graficos trayectoria;

Ejex= Graphics3D[{RGBColor[0, 0, 0.996109],Thickness[0.001],Line[{{0,0,0},{plotmaxx,0,0}}]}];

Ejey= Graphics3D[{RGBColor[0.996109, 0, 0],Thickness[0.001], Line[{{0, 0, 0},{0,plotmaxy, 0}}]}];

Ejez = Graphics3D[{RGBColor[0.500008, 0.996109, 0],Thickness[0.001], Line[{{0, 0, 0},{0, 0, plotmaxz}}]}];

Textox=Graphics3D[{RGBColor[0, 0, 0.996109] ,Text["eje x",{plotmaxx,0,0},TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->10}]}];

Textoy=Graphics3D[{RGBColor[0, 0, 0.996109] ,Text["eje y",{0,plotmaxy,0},TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->10}]}];

Textoz=Graphics3D[{RGBColor[0, 0, 0.996109] ,Text["eje z",{0,0,plotmaxz},TextStyle->{FontSlant->"Oblique",FontSize->10}]}];

LineaTrazada1=Graphics3D[{RGBColor[0.996109, 0, 0],Thickness[0.001],Line[{{x0,y0,z0},{x2,y2,z2}}]}];

LineaTrazada2=Graphics3D[{RGBColor[0.996109, 0, 0],Thickness[0.001],Line[{{x2,y2,z2},{x4,y4,z4}}]}];

LineaTrazada3=Graphics3D[{RGBColor[0.996109, 0, 0],Thickness[0.001],Line[{{x4,y4,z4},{x6,y6,z6}}]}];

LineaTrazada4=Graphics3D[{RGBColor[0.996109, 0, 0],Thickness[0.001],Line[{{x6,y6,z6},{x8,y8,z8}}]}];

LineaTrazada5=Graphics3D[{RGBColor[0.996109, 0, 0],Thickness[0.001],Line[{{x8,y8,z8},{x10,y10,z10}}]}];

LineaTrazada6=Graphics3D[{RGBColor[0.996109, 0, 0],Thickness[0.001],Line[{{x10,y10,z10},{x12,y12,z12}}]}];

```

LineaTrazada8=Graphics3D[{RGBColor[0.996109, 0,
0],Thickness[0.001],Line[{x14,y14,z14},{x16,y16,z16}]}];
LineaTrazada9=Graphics3D[{RGBColor[0.996109, 0,
0],Thickness[0.001],Line[{x16,y16,z16},{x18,y18,z18}]}];
LineaTrazada11=Graphics3D[{RGBColor[0.996109, 0,
0],Thickness[0.001],Line[{x20,y20,z20},{x22,y22,z22}]}];
LineaTrazada12=Graphics3D[{RGBColor[0.996109, 0,
0],Thickness[0.001],Line[{x22,y22,z22},{x24,y24,z24}]}];
LineaTrazada13=Graphics3D[{RGBColor[0.996109, 0,
0],Thickness[0.001],Line[{x24,y24,z24},{x26,y26,z26}]}];
LineaTrazada14=Graphics3D[{RGBColor[0.996109, 0,
0],Thickness[0.001],Line[{x26,y26,z26},{x28,y28,z28}]}];
LineaTrazada15=Graphics3D[{RGBColor[0.996109, 0,
0],Thickness[0.001],Line[{x28,y28,z28},{x30,y30,z30}]}];
LineaTrazada16=Graphics3D[{RGBColor[0.996109, 0,
0],Thickness[0.001],Line[{x30,y30,z30},{x32,y32,z32}]}];
LineaTrazada17=Graphics3D[{RGBColor[0.996109, 0,
0],Thickness[0.001],Line[{x32,y32,z32},{x34,y34,z34}]}];
LineaTrazada21=Graphics3D[{RGBColor[0.996109, 0,
0],Thickness[0.001],Line[{x40,y40,z40},{x42,y42,z42}]}];
Trayectoria=Show[LineaTrazada1,LineaTrazada2,LineaTrazada3,LineaTrazada4,L
ineaTrazada5,LineaTrazada6,LineaTrazada8,LineaTrazada9,LineaTrazada11,Line
aTrazada12,LineaTrazada13,LineaTrazada14,LineaTrazada15,LineaTrazada16,Li
neaTrazada17,LineaTrazada21]

```

Ecuaciones del lugar geométrico de la trayectoria

Vectores Unitarios;

```

drt1=dist1 +dist2;
a1=Divide[x2-x0,drt1];
b1=Divide[y2-y0,drt1];
c1=Divide[z2-z0,drt1];
drt2=dist3 +dist4;
a2=Divide[x4-x2,drt2];
b2=Divide[y4-y2,drt2];
c2=Divide[z4-z2,drt2];
drt3=dist5 +dist6;
a3=Divide[x6-x4,drt3];
b3=Divide[y6-y4,drt3];
c3=Divide[z6-z4,drt3];
drt4=dist7 +dist8;
a4=Divide[x8-x6,drt4];
b4=Divide[y8-y6,drt4];
c4=Divide[z8-z6,drt4];
drt5=dist9 +dist10;
a5=Divide[x10-x8,drt5];
b5=Divide[y10-y8,drt5];
c5=Divide[z10-z8,drt5];
drt6=dist11 +dist12;

```

```

a6=Divide[x12-x10,drt6];
b6=Divide[y12-y10,drt6];
c6=Divide[z12-z10,drt6];
drt7=dist13 +dist14;
a7=Divide[x14-x12,drt7];
b7=Divide[y14-y12,drt7];
c7=Divide[z14-z12,drt7];
drt8=dist15 +dist16;
a8=Divide[x16-x14,drt8];
b8=Divide[y16-y14,drt8];
c8=Divide[z16-z14,drt8];
drt9=dist17+dist18;
a9=Divide[x18-x16,drt9];
b9=Divide[y18-y16,drt9];
c9=Divide[z18-z16,drt9];
drt10=dist19 +dist20;
a10=Divide[x20-x18,drt10];
b10=Divide[y20-y18,drt10];
c10=Divide[z20-z18,drt10];
drt11=dist21 +dist22;
a11=Divide[x22-x20,drt11];
b11=Divide[y22-y20,drt11];
c11=Divide[z22-z20,drt11];
drt12=dist23 +dist24;
a12=Divide[x24-x22,drt12];
b12=Divide[y24-y22,drt12];
c12=Divide[z24-z22,drt12];
drt13=dist25 +dist26;
a13=Divide[x26-x24,drt13];
b13=Divide[y26-y24,drt13];
c13=Divide[z26-z24,drt13];
drt14=dist27+dist28;
a14=Divide[x28-x26,drt14];
b14=Divide[y28-y26,drt14];
c14=Divide[z28-z26,drt14];
drt15=dist29 +dist30;
a15=Divide[x30-x28,drt15];
b15=Divide[y30-y28,drt15];
c15=Divide[z30-z28,drt15];
drt16=dist31 +dist32;
a16=Divide[x32-x30,drt16];
b16=Divide[y32-y30,drt16];
c16=Divide[z32-z30,drt16];
drt17=dist33 +dist34;
a17=Divide[x34-x32,drt17];
b17=Divide[y34-y32,drt17];
c17=Divide[z34-z32,drt17];

```

```

drt18=dist35 +dist36;
a18=Divide[x36-x34,drt18];
b18=Divide[y36-y34,drt18];
c18=Divide[z36-z34,drt18];
drt19=dist37+dist38;
a19=Divide[x38-x36,drt19];
b19=Divide[y38-y36,drt19];
c19=Divide[z38-z36,drt19];
drt20=dist39 +dist40;
a20=Divide[x40-x38,drt20];
b20=Divide[y40-y38,drt20];
c20=Divide[z40-z38,drt20];
drt21=dist41 +dist42;
a21=Divide[x42-x40,drt21];
b21=Divide[y42-y40,drt21];
c21=Divide[z42-z40,drt21];
Acoplamiento de las funciones a los vectores unitarios;
Pt1=Polj1;
xJ1=x0+a1*Pt1;
yJ1=y0+b1*Pt1;
zJ1=z0+c1*Pt1;
J1={xJ1,yJ1,zJ1};

Pt2=Polj2-drt1;
xJ2=x2+a2*Pt2;
yJ2=y2+b2*Pt2;
zJ2=z2+c2*Pt2;
J2={xJ2,yJ2,zJ2};

Pt3=Polj3-(drt1+drt2);
xJ3=x4+a3*Pt3;
yJ3=y4+b3*Pt3;
zJ3=z4+c3*Pt3;
J3={xJ3,yJ3,zJ3};

Pt4=Polj4-(drt1+drt2+drt3);
xJ4=x6+a4*Pt4;
yJ4=y6+b4*Pt4;
zJ4=z6+c4*Pt4;
J4={xJ4,yJ4,zJ4};

Pt5=Polj5-(drt1+drt2+drt3+drt4);
xJ5=x8+a5*Pt5;
yJ5=y8+b5*Pt5;
zJ5=z8+c5*Pt5;
J5={xJ5,yJ5,zJ5};

```

$Pt6 = Polj6 - (drt1 + drt2 + drt3 + drt4 + drt5);$
 $xJ6 = x10 + a6 * Pt6;$
 $yJ6 = y10 + b6 * Pt6;$
 $zJ6 = z10 + c6 * Pt6;$
 $J6 = \{xJ6, yJ6, zJ6\};$

$Pt7 = Polj7 - (drt1 + drt2 + drt3 + drt4 + drt5 + drt6);$
 $xJ7 = x12 + a7 * Pt7;$
 $yJ7 = y12 + b7 * Pt7;$
 $zJ7 = z12 + c7 * Pt7;$
 $J7 = \{xJ7, yJ7, zJ7\};$

$Pt8 = Polj8 - (drt1 + drt2 + drt3 + drt4 + drt5 + drt6 + drt7);$
 $xJ8 = x14 + a8 * Pt8;$
 $yJ8 = y14 + b8 * Pt8;$
 $zJ8 = z14 + c8 * Pt8;$
 $J8 = \{xJ8, yJ8, zJ8\};$

$Pt9 = Polj9 - (drt1 + drt2 + drt3 + drt4 + drt5 + drt6 + drt7 + drt8);$
 $xJ9 = x16 + a9 * Pt9;$
 $yJ9 = y16 + b9 * Pt9;$
 $zJ9 = z16 + c9 * Pt9;$
 $J9 = \{xJ9, yJ9, zJ9\};$

$Pt10 = Polj10 - (drt1 + drt2 + drt3 + drt4 + drt5 + drt6 + drt7 + drt8 + drt9);$
 $xJ10 = x18 + a10 * Pt10;$
 $yJ10 = y18 + b10 * Pt10;$
 $zJ10 = z18 + c10 * Pt10;$
 $J10 = \{xJ10, yJ10, zJ10\};$

$Pt11 = Polj11 - (drt1 + drt2 + drt3 + drt4 + drt5 + drt6 + drt7 + drt8 + drt9 + drt10);$
 $xJ11 = x20 + a11 * Pt11;$
 $yJ11 = y20 + b11 * Pt11;$
 $zJ11 = z20 + c11 * Pt11;$
 $J11 = \{xJ11, yJ11, zJ11\};$

$ddrt = drt1 + drt2 + drt3 + drt4 + drt5 + drt6 + drt7 + drt8 + drt9 + drt10;$
 $Pt12 = Polj12 - (ddrt + drt11);$
 $xJ12 = x22 + a12 * Pt12;$
 $yJ12 = y22 + b12 * Pt12;$
 $zJ12 = z22 + c12 * Pt12;$
 $J12 = \{xJ12, yJ12, zJ12\};$

$Pt13 = Polj13 - (ddrt + drt11 + drt12);$
 $xJ13 = x24 + a13 * Pt13;$
 $yJ13 = y24 + b13 * Pt13;$
 $zJ13 = z24 + c13 * Pt13;$

$J13=\{xJ13,yJ13,zJ13\};$

$Pt14=Polj14-(ddrt+drt11+drt12+drt13);$

$xJ14=x26+a14*Pt14;$

$yJ14=y26+b14*Pt14;$

$zJ14=z26+c14*Pt14;$

$J14=\{xJ14,yJ14,zJ14\};$

$Pt15=Polj15-(ddrt+drt11+drt12+drt13+drt14);$

$xJ15=x28+a15*Pt15;$

$yJ15=y28+b15*Pt15;$

$zJ15=z28+c15*Pt15;$

$J15=\{xJ15,yJ15,zJ15\};$

$Pt16=Polj16-(ddrt+drt11+drt12+drt13+drt14+drt15);$

$xJ16=x30+a16*Pt16;$

$yJ16=y30+b16*Pt16;$

$zJ16=z30+c16*Pt16;$

$J16=\{xJ16,yJ16,zJ16\};$

$Pt17=Polj17-(ddrt+drt11+drt12+drt13+drt14+drt15+drt16);$

$xJ17=x32+a17*Pt17;$

$yJ17=y32+b17*Pt17;$

$zJ17=z32+c17*Pt17;$

$J17=\{xJ17,yJ17,zJ17\};$

$Pt18=Polj18-(ddrt+drt11+drt12+drt13+drt14+drt15+drt16+drt17);$

$xJ18=x34+a18*Pt18;$

$yJ18=y34+b18*Pt18;$

$zJ18=z34+c18*Pt18;$

$J18=\{xJ18,yJ18,zJ18\};$

$Pt19=Polj19-(ddrt+drt11+drt12+drt13+drt14+drt15+drt16+drt17+drt18);$

$xJ19=x36+a19*Pt19;$

$yJ19=y36+b19*Pt19;$

$zJ19=z36+c19*Pt19;$

$J19=\{xJ19,yJ19,zJ19\};$

$Pt20=Polj20-(ddrt+drt11+drt12+drt13+drt14+drt15+drt16+drt17+drt18+drt19);$

$xJ20=x38+a20*Pt20;$

$yJ20=y38+b20*Pt20;$

$zJ20=z38+c20*Pt20;$

$J20=\{xJ20,yJ20,zJ20\};$

$Pt21=Polj21-$

$(ddrt+drt11+drt12+drt13+drt14+drt15+drt16+drt17+drt18+drt19+drt20);$

$xJ21=x40+a21*Pt21;$

```

yJ21=y40+b21*Pt21;
zJ21=z40+c21*Pt21;
J21={xJ21,yJ21,zJ21};
Evaluación de los polinómios en el tiempo (tabla)
Grafica herramienta;
Table[Herramienta[J1],{t,t0,t2,0.3}];
Table[Herramienta[J2],{t,t2,t4,0.3}];
Table[Herramienta[J3],{t,t4,t6,0.3}];
Table[Herramienta[J4],{t,t6,t8,0.3}];
Table[Herramienta[J5],{t,t8,t10,0.3}];
Table[Herramienta[J6],{t,t10,t12,0.3}];
Table[Herramienta[J7],{t,t12,t14,0.3}];
Table[Herramienta[J8],{t,t14,t16,0.3}];
Table[Herramienta[J9],{t,t16,t18,0.3}];
Table[Herramienta[J10],{t,t18,t20,0.3}];
Table[Herramienta[J11],{t,t20,t22,0.3}];
Table[Herramienta[J12],{t,t22,t24,0.3}];
Table[Herramienta[J13],{t,t24,t26,0.3}];
Table[Herramienta[J14],{t,t26,t28,0.3}];
Table[Herramienta[J15],{t,t28,t30,0.3}];
Table[Herramienta[J16],{t,t30,t32,0.3}];
Table[Herramienta[J17],{t,t32,t34,0.3}];
Table[Herramienta[J18],{t,t34,t36,0.3}];
Table[Herramienta[J19],{t,t36,t38,0.3}];
Table[Herramienta[J20],{t,t38,t40,0.3}];
Table[Herramienta[J21],{t,t40,t42,0.3}];

```

Simulación

```

Grafica trayectoria en el tiempo J1;
Table[Graficafinal[J1],{t,t0,t0,.3}];
Grafica trayectoria en el tiempo J2;
Table[Graficafinal[J2],{t,t2,t4,.3}];
Grafica trayectoria en el tiempo J3;
Table[Graficafinal[J3],{t,t4,t6,.3}];
Grafica trayectoria en el tiempo J4;
Table[Graficafinal[J4],{t,t6,t8,.3}];
Grafica trayectoria en el tiempo J5;
Table[Graficafinal[J5],{t,t8,t10,.3}];
Grafica trayectoria en el tiempo J6;
Table[Graficafinal[J6],{t,t10,t12,.3}];
Grafica trayectoria en el tiempo J7;
Table[Graficafinal[J7],{t,t12,t14,.3}];
Grafica trayectoria en el tiempo J8;
Table[Graficafinal[J8],{t,t14,t16,.3}];
Grafica trayectoria en el tiempo J9;

```

Table[Graficafinal[J9],{t,t16,t18,.3}];
 Grafica trayectoria en el timepo J10;
 Table[Graficafinal[J10],{t,t18,t20,.3}];
 Grafica trayectoria en el timepo J11;
 Table[Graficafinal[J11],{t,t20,t22,.3}];
 Grafica trayectoria en el timepo J12;
 Table[Graficafinal[J12],{t,t22,t24,.3}];
 Grafica trayectoria en el timepo J13;
 Table[Graficafinal[J13],{t,t24,t26,.3}];
 Grafica trayectoria en el timepo J14;
 Table[Graficafinal[J14],{t,t26,t28,.3}];
 Grafica trayectoria en el timepo J15;
 Table[Graficafinal[J15],{t,t28,t30,.3}];
 Grafica trayectoria en el timepo J16;
 Table[Graficafinal[J16],{t,t30,t32,.3}];
 Grafica trayectoria en el timepo J17;
 Table[Graficafinal[J17],{t,t32,t34,.3}];
 Grafica trayectoria en el timepo J18;
 Table[Graficafinal[J18],{t,t34,t36,.3}];
 Grafica trayectoria en el timepo J19;
 Table[Graficafinal[J19],{t,t36,t38,.3}];
 Grafica trayectoria en el timepo J20;
 Table[Graficafinal[J20],{t,t38,t40,.3}];
 Grafica trayectoria en el timepo J21;
 Table[Graficafinal[J21],{t,t40,t42,.3}];