20485

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES ACATLÁN

FES UNAM ACATLÁN

ESTUDIO SOBRE LOS PERFILES COGNITIVOS ENTRE UN GRUPO CURRICULAR Y UN GRUPO PROPEDÉUTICO DE LA FACULTAD DE INGENIERÍA-UNAM

T E S I S

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE
MAESTRA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA
PRESENTA : MARGARITA RAMÍREZ GALINDO
ASESOR : DR. JUAN MANUEL ESTRADA MEDINA

Naucalpan, Estado de México 2005

A mi hijo Iván Alejandro , quien me ha animado
en momentos de agobio y cansancio, ha sido
paciente en muchos otros y será siempre
la mayor motivación en mi vida

A mis padres, por su ejemplo de vida y consejos

A mis hermanas, siempre perseverantes,
quienes saben lo que significa para mí
la culminación de este trabajo

Al Doctor Juan Manuel Estrada Medina,
por su gran apoyo y dirección, mil gracias

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN

El presente estudio tiene por objeto documentar diferencias cognitivas entre dos grupos de alumnos (propedéutico y curricular) de primer ingreso a la Facultad de Ingeniería de la UNAM. La asignación de los estudiantes en estos dos tipos de grupos la realiza la Institución a través de la aplicación de un examen diagnóstico. Con base en los resultados obtenidos se realiza esta clasificación, es decir, los estudiantes que no obtienen un resultado superior al establecido como calificación de corte, pasan a integrar los grupos propedéuticos y aquellos alumnos que obtienen una calificación mayor o igual a la establecida, se incorporan a los grupos curriculares.

En este contexto, el propósito de este trabajo se centró en analizar las posibles diferencias de perfil cognitivo entre dos grupos de estudiantes, pertenecientes a la generación 2003. Estas características fueron estudiadas mediante la exposición de los estudiantes a una situación en donde una de las tareas principales fue reconocer o inferir un problema con base en la información dada y, una vez planteado, se solicitaba resolverlo. Las *representaciones* utilizadas por los alumnos durante el proceso de formulación y resolución de la tarea, fueron analizadas y clasificadas con el fin de identificar posibles diferencias cognitivas entre los estudiantes de ambos grupos.

CAPÍTULO I

OBJETIVO DEL ESTUDIO, JUSTIFICACIÓN E HIPÓTESIS

Como ya se mencionó, el propósito de este trabajo se abocó en analizar las posibles diferencias de perfil cognitivo entre dos grupos de estudiantes (propedéutico y curricular). Además, los resultados del estudio permitieron conocer un poco más sobre algunos rasgos cognitivos de los alumnos, por ejemplo, si utilizan representaciones (gráficas, algebraicas, geométricas) para abordar una situación abierta o tarea, lo que será beneficioso para el trabajo con los estudiantes en el aula, pues ayudará al profesor a diseñar tareas, actividades o estrategias de enseñanza para corregir las deficiencias detectadas en los alumnos de acuerdo a los resultados que reporta el presente estudio. Por otro lado, el examen diagnóstico que aplica la Facultad de Ingeniería, considero que es trascendental para los estudiantes, ya que el resultado obtenido determina que el alumno forme parte de un grupo propedéutico, lo cual implicaría tener que esperar un semestre para cursar las asignaturas del Plan de Estudios del primer semestre de Ingeniería. Es pertinente señalar que en los cursos propedéuticos se abordan temas que ya fueron vistos en bachillerato, en cambio, los alumnos de los grupos curriculares inician formalmente sus estudios del Plan Curricular correspondiente.

Finalmente, los resultados de esta investigación son importantes para reflexionar sobre las características de los instrumentos utilizados para hacer la clasificación entre los alumnos, en particular sobre el examen diagnóstico antes mencionado, que como se muestra en este estudio, tiene sus limitaciones.

La hipótesis que orientó el presente trabajo, fue que los alumnos pertenecientes al grupo curricular podrían mostrar diferentes patrones de respuesta comparados con los estudiantes ubicados en el grupo propedéutico, particularmente en la calidad del problema identificado (es decir, que no se redujeran a plantear un problema del cálculo de un área) en la situación presentada y en el tipo de recursos o representaciones utilizadas para abordar la tarea.

No obstante, debe tenerse presente que los resultados reportados de ninguna manera pueden considerarse concluyentes, ya que el estudio se limitó a examinar sólo dos grupos.

CAPÍTULO II

PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN

Las preguntas de investigación que sirvieron de base para analizar las características de ambos grupos de estudiantes fueron:

1. **¿Reconocen o ven los alumnos un problema de optimización en una situación matemática dada?**
2. **¿Qué tipo de problemas percibieron o infirieron los alumnos en la situación y qué diferencias hay entre los problemas propuestos por ambos grupos de estudiantes?**
3. **¿Cuál fue la concepción de *problema* que mostraron los alumnos?**
4. **¿Qué tipo de representaciones o recursos matemáticos utilizaron los alumnos en la interacción con la situación mencionada en la pregunta número uno?**
5. **¿Los alumnos muestran congruencia entre el problema propuesto, la planeación y la ejecución para resolverlo?**

Estas preguntas fueron formuladas con objeto de poder identificar procesos de razonamiento, ideas, recursos y/o estrategias que demandaba la resolución de la tarea. De igual manera, ayudaron a diferenciar los diversos tipos de problemas percibidos por los alumnos, lo que permitió tener una mejor apreciación de la concepción de *problema* que tienen los jóvenes que participaron de esta experiencia. Asimismo, dichas preguntas contribuyeron a observar las representaciones matemáticas que evocaron los alumnos en la interacción con la tarea.

CAPÍTULO III

REVISIÓN DE LA LITERATURA

En la revisión de la literatura, el único antecedente que se encontró en la utilización de la formulación de problemas como un medio para caracterizar diferencias de perfiles cognitivos entre los alumnos fue el de English (1998). Su trabajo se centró en estudiar la relación entre niños de alrededor de 8 años, que poseían determinados perfiles cognitivos (por ejemplo, con un fuerte sentido de número, pero débiles en resolución de problemas) y las habilidades para formular problemas en diversos contextos (formal e informal). Para mayor aclaración: niños poseedores de un fuerte sentido de número, pero débiles en resolución de problemas, podrían exhibir un diferente patrón de respuesta de aquellos que tuvieran un perfil contrario (débiles en el sentido de número, pero fuertes en resolución de problemas novedosos). Para investigar lo anterior, English planteó las siguientes cuestiones:

1) ¿Los niños formulan una variedad de problemas de oraciones estándar simbólicas de suma y resta? Es decir, ¿reconocen el simbolismo formal como una representación de una gama de situaciones problemáticas?
2) ¿Los niños generan un campo amplio de tipos de problemas a partir de situaciones numéricas en las cuales está ausente un simbolismo formal?
3) ¿Cómo los niños con diferentes perfiles de competencia en el sentido de número y resolución de problemas novedosos relacionan actividades de formulación de problemas en contextos simbólicos y no simbólicos?

4) ¿La participación en un programa de formulación de problemas conduce a una gran diversidad en el tipo de problemas creados en los dos contextos, y cómo los niños con perfiles de competencia diferente responden a dicho programa?

De inmediato se percibe en las cuestiones anteriores que sólo hay el interés por el planteamiento de problemas. El aspecto del seguimiento o resolución de los mismos es dejado de lado. Esta observación es importante, ya que la actividad de formulación guarda un vínculo estrecho con el seguimiento.

Un primer problema que acometió English fue seleccionar a los niños con las características antes enunciadas. Para llevarlo a cabo, aplicó un examen en el que se evaluaban más aspectos de comprensión y aplicación del concepto de número que de hechos específicos. También incluía problemas que involucraban procesos de razonamiento considerados importantes en el curriculum de matemáticas. El tipo de problemas incluía ejemplos de combinatoria, problemas de razonamiento deductivo, patrones no operacionales y rompecabezas espaciales. Un ejemplo del sentido de número: ¿Cómo es el número 24 diferente del número 42? Y uno de resolución de problemas es: María y Susana están haciendo tarjetas de felicitación. Ellas tienen papel azul, amarillo y rosa. También pueden usar etiquetas plateadas, doradas y verdes. ¿Cuántas tarjetas diferentes pueden hacer si cada tarjeta debe tener un papel de color y una etiqueta?

La administración del examen permitió escoger 54 niños que fueron agrupados en las siguientes categorías: i) Fuertes en el sentido de número, pero débiles en resolución de problemas novedosos (FN / DR), ii) Débiles en el sentido de número pero fuertes en resolución de problemas novedosos (DN / FR), iii) Fuertes en ambos dominios (FN / FR).

Sin embargo, la manera como fue hecha esta clasificación provoca cierta duda:

> Para seleccionar a los niños en cada una de estas categorías de competencia, inicialmente consideré puntuaciones que fueran al menos 1.5 desviación estándar arriba o debajo de la media. Sin embargo, esta decisión no produjo el número suficiente de niños en esta categoría, especialmente la segunda. Por consiguiente, los puntos finales de corte fueron seleccionados arbitrariamente para producir un número suficiente de niños en cada categoría. (p.87)

Mediante este procedimiento se seleccionaron 54 niños (20 en la primera categoría, 14 en la segunda, y 20 en la tercera). Los pupilos no tenían una experiencia en tareas de formulación de problemas.

El punto que origina duda es el haber podido seccionar de manera tan fina estos perfiles cognitivos. Es decir, que con un examen haya sido posible identificar niños con rasgos discordantes ("débiles en el sentido de número, pero fuertes en resolución de problemas novedosos").

Una vez seleccionados los niños, se les aplicó un examen preliminar. La prueba contenía cuatro tareas. Éstas se clasificaron bajo los criterios de:

a) *Contexto formal.* A los niños se les muestra una tarjeta grande, en la que aparece la oración numérica 12 – 8 = 4. Se les solicitó leer la oración y se les dio la instrucción "Vea si puede inventar un problema (historia) que podría ser resuelto con esta oración numérica." Luego se les preguntó: ¿Ahora puedes pensar en un problema completamente *diferente* que podría también ser resuelto con esta oración?

b) *Contexto informal.* A diferencia de la anterior, aquí no aparece una representación simbólica. Se muestra una fotografía con niños jugando con conjuntos de ítems brillantemente coloreados. La instrucción fue: " Mire a los niños jugando en esta fotografía. ¿Puede inventar un problema (historia) a partir de algo que pueda haber en la fotografía? " Otro tipo de tarea fue presentar una tarjeta grande mostrando un enunciado que no contiene una *meta específica:* "Sara tiene cinco muñecas en un anaquel en su cuarto y cuatro carros de juguete en otro anaquel." El entrevistador leyó la afirmación a los niños y les dio la instrucción: "¿Puedes con esto hacer un problema que podríamos resolver?". Lo anterior, explica los contextos formales e informales.

Las respuestas de los niños en esta prueba preliminar, fueron clasificadas de acuerdo al tipo de problemas planteados, por ejemplo, si el problema era de pasos múltiples. El resultado global fue que los niños proporcionaron un rango limitado de problemas, los cuales fueron agrupados en tres tipos: *cambio – agregar - / parte – parte- todo,* (falta el resultado o el todo), *cambio – tomar – de / parte – parte- todo* (falta el resultado o la parte), e *igualar / comparar* (conjunto diferencia desconocida). Para clasificar, se presentan dos ejemplos de las dos primeras categorías de dos niños que poseen diferentes perfiles cognitivos.

1) "Ana tenía 8 copas de yogurs y Cristina le dio 3 más. ¿Cuántas tiene Ana ahora? (fuerte en sentido de número y fuerte en resolución de problemas, generado a partir de una fotografía) (cambio – agregar, falta el resultado).
2) "Catalina tenía 3 recipientes de yogurs y Estefanía tenía 8. ¿Cuántos tienen en conjunto? (parte – parte todo, faltando total, fuerte en el sentido de número pero débil en resolución de problemas) (generado a partir de una fotografía)

A pesar de que los dos problemas pertenezcan a categorías diferentes, ambos tienen la misma estructura o son muy similares. Lo más importante es que las respuestas provienen de niños que poseen diferente perfil cognitivo (fuertes en resolución de problemas y débiles en resolución de problemas). Es decir, no se percibe que esta diferencia cognitiva tenga una relación con las respuestas de los niños.

English lo dice en otros términos: "Los niños a través de todas las categorías claramente prefirieron los problemas *cambio/parte – parte – todo* en el contexto formal. No hubo diferencias significativas entre las categorías en la utilización de problemas tipo" (p.89). Por otro lado, se reporta también que los niños tuvieron dificultad en crear un segundo problema para una oración numérica (12 – 8 = 4). Este impedimento podría explicarse por la rigidez de la tarea. En cambio, English reconoce que los contextos informales fueron más propicios para la generación de problemas de *comparación* e *igualación* (" Amalia tiene 4 jarros de vidrio y Belinda tiene 2 jarros de vidrio. ¿ Cuántos jarros tiene más Amalia que Belinda? [FN/ FP].

En resumen, los resultados más notables que se encontraron en este examen preliminar fueron los siguientes: a) el limitado alcance de problemas formulados en el contexto formal e informal, b) la dificultad en reconocer las operaciones formales de sustracción como la representación de un campo de situaciones problemáticas, c) las situaciones informales fueron más propicias para la generación de un campo más amplio de problemas y por último, no hay diferencias significativas en las respuestas de los niños en las tres categorías de competencia. Esta conclusión es la que debe ser enfatizada: al parecer no hay una relación entre los diferentes perfiles cognitivos que, según el estudio, fue posible determinar y los patrones de respuesta de los niños. De esta manera, niños considerados fuertes en resolución de problemas tienen el mismo patrón de respuesta que niños de perfil débil en resolución de problemas.

Con los antecedentes anteriores, English expuso a la mitad de los niños a un programa de formulación de problemas, durante dos meses. La otra mitad continuó con sus cursos normales en la escuela, en los cuales no se incluyeron actividades de formulación de problemas. Los objetivos fueron ver si esta participación en el programa podría llevar a una mayor diversidad en la creación de problemas en ambos contextos. Un segundo objetivo fue ver cómo los niños de diferentes categorías de competencia respondían al programa de actividades.

A continuación, se exponen las características más importantes del programa y los resultados que sirven de base para la discusión. Algunas de las actividades que comprendió el programa son las siguientes:

a) Resolver y crear problemas de combinatoria y razonamiento deductivo, empleando materiales manipulables.
b) Plantear actividades que involucren patrones en ejemplos numéricos y no numéricos.
c) Crear problemas para oraciones numéricas estándar de suma y resta.
d) Generar problemas a partir de un párrafo de una obra literaria.

Ya antes se había hecho la observación de que las oraciones numéricas (a-b =c) eran de naturaleza rígida y por tanto limitaba la actividad de formulación de problemas, sin embargo fueron incluidas en el programa (inciso c).

El ambiente que reinó en las sesiones del programa, en palabras de la autora, fue: "Procuramos crear un entorno que fuera constructivo e interactivo. Pusimos un fuerte énfasis en las interacciones de los niños con sus compañeros y el profesor, con la esperanza que esta colaboración ayudaría a los niños a internalizar su aprendizaje." (p.91).

Al parecer, todo está claro en lo que se refiere al contenido del programa, no obstante, cuando English explica la metodología utilizada en el programa, adolece de limitaciones o no es clara. Por ejemplo, dice que utilizó una forma de estrategia: "Qué si-no" de Walter y Brown. El ejemplo que da para explicar la variante, es: La profesora para estimular la diversidad de problemas, preguntaba ¿Qué si Martha empieza su problema así...? ¿Cómo debería entonces completar su problema?" (p.92). Toda la explicación se reduce a estas dos líneas.

Algunas de las actividades que involucraban la generación de problemas numéricos son:

- Crear problemas para oraciones estándar de suma y resta (no excediendo de 9+9). Las oraciones fueron presentadas en tarjetas individuales que se compartían entre los niños. Ellos podían seleccionar cualquier tarjeta que desearan; proporcionaban ejemplos de adición y sustracción.
- Generación de problemas a partir de una fotografía. Esta actividad pedía a los niños plantear problemas basados en una fotografía de una ventana en una tienda de juguetes.

Después del programa, se procedió al análisis de la información, la cual se basó en los diarios individuales de los niños. La observación que hace English, por haber tomado esta única fuente fue: "Es útil observar que los niños fueron reticentes a grabar sus problemas en una grabadora, solicitando que les fuera permitido escribir primero sus problemas y luego grabarlos" (p.93).

Ella reconoce que tal procedimiento fue una desventaja, porque algunos niños fueron capaces de proporcionar una diversidad en los problemas, en las discusiones con la profesora y sus compañeros, pero que cambiaban a problemas *cambio / parte-parte-todo* cuando se llegaba el momento de grabarlos. La explicación que ofrece de este comportamiento es : los niños parecían preocupados por escribir un problema que pensaban podría ser el *correcto* y por eso se orientaron a grabar problemas familiares (*cambio/ parte-parte-todo).* En concreto los resultados del programa fueron:

- De manera semejante al examen preliminar, los niños imaginaron las oraciones numéricas en función de situaciones básicas *cambio / parte-parte-todo.* A pesar de que se les estimuló a considerar otros ejemplos, "....fueron reticentes a grabar un problema que no correspondía directamente con la estructura semántica de una oración" (p.93).
- La creación de un problema *diferente* se logró en gran parte, al cambiar el contexto (comer galletas por comer manzanas). En contraste, los niños (débiles en el sentido de número, pero fuertes en resolución de problemas) fueron productivos en su creación de problemas para las oraciones numéricas, generando tres o más problemas. English comenta que este resultado representa un mejoramiento considerable respecto al desempeño de los niños en el examen prelirninar.
- Se mostró una preferencia en los problemas *cambio / parte-parte-todo* en el contexto informal, especialmente en situaciones en las cuales no aparece una meta específica.
- Los niños tuvieron dificultad en plantear problemas de *comparación / igualación* para situaciones que no tienen una meta específica.

- Todos los niños (fuertes en número, pero débiles en resolución de problemas) escribieron problemas sólo del tipo *cambio / parte-parte-todo.* La explicación de este patrón, es debido a su falta de costumbre en enfrentar situaciones que no tienen una meta específica (abiertas). Al respecto, English señala: "Aunque inicialmente dediqué tiempo, hablando acerca de la naturaleza de estas situaciones, como fue hecho con todas las actividades, algunos niños aún tenían dificultad con las situaciones abiertas. Más que plantear un problema que requería trabajar con los datos, ellos plantearon una cuestión acerca de los datos dados (¿cuántas galletas escondió Rufo?)" (p.94, 1998). Como se ve los niños no entendieron en particular este tipo de actividades, a pesar de que se les haya hablado o explicado el asunto.
- Los contextos informales (fotografía, obra literaria) fueron más propicios para la creación de problemas que las situaciones que no tienen una meta específica. En el primero, los niños crearon más problemas del tipo *comparación / igualación.*
- El programa promovió una mayor creación en el tipo de problemas de pasos múltiples.

En síntesis, los resultados del programa revelan que ciertas respuestas de los niños que se manifestaron en el examen preliminar, se mantuvieron; otros mostraron un cambio. Esto es, la limitada interpretación de las oraciones numéricas estándar que se expresó en el examen, se mantuvo en el programa; es decir, hubo poca variación en la estructura de los problemas planteados. Otro matiz fue que las actividades informales favorecieron a una mayor diversidad en los problemas, pero los niños mostraron una preferencia por los problemas del tipo *cambio / parte-parte-todo.* Las situaciones informales como la obra literaria fue la más efectiva para generar problemas del tipo de comparación e igualación. Por el contrario, las situaciones que carecen de una meta específica, fueron las que menos favorecieron la generación de este tipo de problemas, como en el examen preliminar. No obstante, tales situaciones propiciaron una gran diversidad en términos del número de problemas generados.

Ahora, es pertinente hacer algunas observaciones al estudio. En primer lugar, el asunto de las clasificaciones de los perfiles cognitivos de los niños, no es muy convincente. En cuanto a que el instrumento (examen) haya permitido hacer cortes cognitivos tan precisos y diferenciados ("débiles en el sentido de número, pero fuertes en resolución de problemas"), pues desde el principio, se presentaron dificultades para tener un número suficiente de niños en cada categoría, lo que ocasionó tomar una decisión de corte para poder tener un número suficiente en cada una; esto indica una debilidad en el procedimiento de la selección de los niños con los perfiles mencionados. El punto es relevante, por las consecuencias que se derivan de dicha clasificación. De hecho, si bien English da argumentos para justificar los resultados de su estudio, se pueden hacer algunas observaciones respecto a algunos puntos del mismo, lo cual ocurre en todo trabajo de investigación.

Por ejemplo, English afirma que:

Aunque *los números son pequeños*, es interesante comparar las proporciones de los niños que fueron capaces de generar problemas de comparación / igualación para cada una de las tres situaciones informales. Los niños menos creativos en cada caso fueron aquellos de la categoría fuertes en el sentido de número, pero débiles en resolución de problemas (FN/DP), ninguno creó un problema de comparación / igualación para situaciones sin metas; 30% pudieron hacerlo, pero para la obra literaria. En contraste, el 29% de los niños de la categoría débiles en el sentido de número, pero fuertes en resolución de problemas (DN/FP) pudieron crear problemas de *comparación / igualación* para situaciones que no tienen una meta. (Cursivas nuestras, p.94-95)

Las afirmaciones que aparecen en la cita anterior, es un punto que consideramos medular en el trabajo, porque es aquí donde se aclara el por qué se establecieron los perfiles cognitivos: se trataba de encontrar un vínculo entre la capacidad de resolución de problemas y la creación de problemas. Esta cita no es la única referencia, sin embargo, permite tener una visión más clara respecto los procesos cognitivos de los niños de los grupos de estudio.

A partir de los resultados obtenidos, English presenta las siguientes conclusiones: los *niños menos creativos* son los que pertenecen a la categoría fuertes en el número, pero débiles en resolución de problemas, porque *ninguno creó un problema de comparación / igualación.* Estas afirmaciones parece que no tienen una base suficientemente sólida, por las siguientes razones: en primer lugar, ella reconoce: "Aunque los números son pequeños, es interesante comparar las proporciones de los niños que fueron capaces de generar problemas de *comparación / igualación…*" (p.94). Este reconocimiento de que los números son pequeños debió tomarse para lo contrario: no había un suficiente número para apoyar las afirmaciones anteriores. La segunda razón, utiliza una sola fuente: las respuestas escritas en los diarios de los niños. No se empleó otro medio o escenario para ver si se observaban dichos patrones de respuesta. Tercero, considera la creación de un tipo de problemas (comparación / igualación) como un indicador de la capacidad creativa de los niños. ("ninguno FN/DP creó un problema de comparación / igualación..." (p.95). Además, la manera de llevar a cabo la clasificación de los perfiles cognitivos, arroja dudas: "Los puntos finales de corte fueron por tanto seleccionados arbitrariamente para producir números suficientes en cada uno de los cuatro grupos." (p.87).

Algunas observaciones que se consideran pertinentes se relacionan con el tipo de tareas utilizadas; por ejemplo, las del contexto formal (operaciones numéricas: 12 – 8 = 4) fueron actividades demasiado rígidas que limitaron la creatividad de los niños. El análisis de las respuestas se concentró en el producto y no en los procesos que llevaron a cabo los niños. Por ejemplo, muchos de los resultados son del corte siguiente: "En el cual el 41 % de las respuestas de los niños eran para las dos oraciones numéricas", "...en contraste, el 29 % de los DN/FP pudieron crear problemas de *comparación / igualación...*", "...el 43 % pudieron hacerlo para la fotografía..." y "...el 57 % para la literatura..." , etc. Por último, la fase de seguimiento de los problemas que formulaban los niños no se les dio atención, lo cual hubiera sido un elemento importante para entender los procesos en los pupilos, en esta actividad creativa.

La descripción del trabajo desarrollado por English permitió, con relación al estudio de los perfiles cognitivos, tener una referencia para el estudio que aquí se presenta. Es conveniente aclarar que es un antecedente. El marco conceptual o teórico que se utilizó para este trabajo se desarrolla en el siguiente capítulo.

CAPÍTULO IV

MARCO CONCEPTUAL

La perspectiva teórica para analizar los comportamientos de los alumnos en la interacción con la situación, fue la de "sistemas representacionales", propuesta por Kaput y Goldin (1996), que ha sido utilizada en estudios en educación matemática. A continuación se expone dicho marco.

El término *representación* es un constructo que ha adquirido relevancia en la literatura en educación matemática para entender algunos rasgos o procesos del pensamiento de los alumnos. El concepto representación no tiene un significado *per se*, depende de la orientación teórica que se adopte. Por ejemplo, Prawat (1989) afirma que las representaciones son concreciones o interpretaciones de ideas, que pueden ser verbales, gráficas, diagramas o físicas. Una característica es que destacan las propiedades de una idea abstracta. Dreyfus (1991) expresa que una representación es un esquema interno que ayuda a una persona a interaccionar con el mundo. Goldin y Kaput (1996) señalan que una representación es una configuración de algún tipo que interacciona con su representado, es decir, que representación y representado se influyen mutuamente, no es una relación fija o unidireccional. Duval (1999) la considera un concepto fundamental para acceder a los objetos matemáticos y que estos deben tener por lo menos, dos representaciones diferentes para no confundir la representación con dicho objeto. Por ejemplo, el concepto de función se puede representar de manera verbal, gráfica, algebraica o tabular. Es a través de estas representaciones que el individuo *opera* sobre el objeto matemático en el sentido de Piaget. Hiebert y Carpenter (1992) señalan que son muy importantes para la comprensión, y la competencia para utilizar estas representaciones está relacionada con la riqueza de sus conexiones (entre las diferentes representaciones: gráfica, algebraica o tabular). Un atributo relevante de este constructo es la traducción o *conversión* de una representación a otra (Janvier, 1978, Duval, 1999).

Otra característica esencial acerca del concepto *representaciones*, es que se clasifican en *internas* y *externas*. Sin embargo, no todas las orientaciones teóricas comparten esta división por ejemplo, Marton (1996). En cambio Goldin y Kaput (1996) establecen esta distinción. Los autores afirman que las representaciones internas no son directamente accesibles a la *observación*, sino que son inferidas a partir de la observación de las representaciones que un individuo exterioriza. Las representaciones *externas* son configuraciones observables (palabras, gráficas, dibujos, ecuaciones o micromundos computacionales). Las representaciones poseen una relación de *horizontalidad* y *verticalidad*. Un ejemplo, de la primera es cuando una gráfica (externa) representa la configuración simbólica (externa) $\mathbf{f(x) = -3x + 6}$. Un ejemplo de la segunda, es cuando la configuración externa anterior, puede evocar en el estudiante (internamente) una línea recta. En este marco, una característica importante es la flexibilidad o versatilidad de una representación. Es decir, las representaciones no aparecen aisladas sino que pertenecen a un sistema representacional. Lo que implica saber utilizar y entender las reglas o convenciones aceptadas en tal sistema. Otro atributo es que una misma configuración puede representar diferentes situaciones, por ejemplo, una gráfica representa la hipotenusa de un triángulo rectángulo o la relación entre posición y tiempo de un móvil.

Algunas preguntas de investigación en el estudio aluden al término *problema.* Por ello, es pertinente hacer una somera aclaración del significado que adoptamos en el trabajo. Davis (1973) señala que un problema es una situación donde uno tiene una buena idea de lo que podría hacerse, pero no hay claridad de cómo puede realizarse. Newell y Simon (1972) aseveran que una persona está confrontada con un problema cuando desea algo y no sabe inmediatamente qué serie de acciones puede llevara cabo para conseguirlo. Ambos puntos de vista sirvieron para analizar en particular las conceptualizaciones de los problemas propuestos por los alumnos y la congruencia de las acciones llevadas a cabo entre la planeación y la ejecución. La primera significa delinear una idea o bosquejar un plan a nivel general de cómo podría resolverse el problema propuesto. La segunda son las acciones realizadas basadas en el plano anterior.

En resumen, el marco teórico anterior fue utilizado para establecer diferencias de perfil cognitivo entre los estudiantes del grupo propedéutico y del curricular.

CAPÍTULO V

METODOLOGÍA

El enfoque adoptado en este estudio, fue fundamentalmente de tipo cualitativo, es decir, se puso especial atención a ciertos procesos cognitivos mostrados por parte de los alumnos.

Debe subrayarse la importancia de haber diseñado una actividad en la que el propósito esencial fue, principalmente, reconocer un problema no presentado explícitamente en una situación.

La habilidad para ver o reformular un problema en una situación, es una meta importante en la enseñanza y en el aprendizaje de las matemáticas recomendada por la NCTM (1989,1991,2000). En el campo de la Ingeniería, es un objetivo primordial:

> Al operar como un profesional (en ingeniería), los problemas deben ser reconocidos e identificados, los modelos deben ser seleccionados y adaptados (...). Todas estas actividades ocurren dentro de un contexto que es único y complejo. Dentro de algún contexto real los datos pueden ser insuficientes, obscuros o redundantes (...). Estos son el tipo de problemas con los que los estudiantes se enfrentarán una vez que dejen la escuela. (Kardos,1997, p.2)

La información recolectada que sirvió de base para analizar los comportamientos de los estudiantes, se obtuvo mediante un reporte individual escrito de ambos grupos de estudiantes trabajando en una actividad.

En el estudio participaron 41 estudiantes del grupo propedéutico y 28 del grupo curricular del primer semestre de Ingeniería; la actividad se realizó el primer día de clases y tuvo una duración de 1.5 h. El grupo propedéutico, perteneciente al turno vespertino, estaba a cargo de un profesor colega quien me permitió aplicar la actividad antes de presentarse a los alumnos, por lo que éstos supusieron que yo era su profesora; el grupo curricular pertenecía al turno matutino y estaba a mi cargo. Debe señalarse que esta actividad fue su primer contacto académico con la Facultad. Por otro lado, cabe mencionar que los pupilos habían cursado las asignaturas de Geometría Analítica y Cálculo en el bachillerato.

V .1 Análisis del examen diagnóstico.

El examen diagnóstico que aplica la Facultad de Ingeniería y cuyos resultados sirven para establecer la clasificación de los dos grupos (curricular y propedéutico), fue revisado y analizado con el objeto de caracterizar el instrumento, particularmente, el tipo de reactivos utilizados y el enfoque en su elaboración.

El cuestionario mencionado es de tipo objetivo (opción múltiple) con cinco opciones de respuesta y comprende varias áreas del conocimiento : matemáticas, mecánica, física y química. Está constituido por cincuenta reactivos, clasificados de la siguiente manera:

- **Área de matemáticas: 30**
- **Área de mecánica: 5**
- **Área de física: 5**
- **Área de química: 5**

Obsérvese que la mayoría de los reactivos son del área de matemáticas. Las treinta cuestiones están desglosadas en los siguientes temas con el número de reactivos respectivos:

:

- **Álgebra: 10 reactivos**
- **Trigonometría: 5**
- **Geometría Euclidiana: 5**
- **Geometría Analítica: 5**
- **Cálculo: 5**

A continuación se hace un somero análisis de las características de las cuestiones de cada una de las subdivisiones mencionadas.

Álgebra

De los ítems presentados, seis se refieren a un proceso de simplificación y abarcan aspectos como: eliminación de signos de agrupación, manejo de propiedades de los exponentes, producto de polinomios, productos notables, suma y diferencia de fracciones, así como cociente de fracciones.

Un ejemplo representativo de este grupo es:

"Al efectuar la multiplicación $\left(\frac{a-b}{a^3}\right)\left(\frac{ab+a^2}{a^2-b^2}\right)$ *y simplificar se obtiene ..."*

Otro reactivo orienta hacia el desarrollo de un binomio:

" Al desarrollar el binomio $\left(a-a^{-1}\right)^2$ *se obtiene..."*

Enseguida, un ítem involucra una factorización:

" Al factorizar 2ax - 4bx + ay – 2by se obtiene..."

Finalmente, se presentan dos cuestiones; una de ellas se refiere a resolver un sistema de ecuaciones y otra a resolver una ecuación logarítmica:

" Al resolver el sistema de ecuaciones $\begin{cases} 3x+2y=5 \\ -x-3y=7 \end{cases}$ *se obtiene que el valor de x es..."*

"El valor de x que satisface la ecuación $\log_b (x-1)=0$ *es..."*

Nótese que los reactivos anteriores enfatizan aspectos procedimentales o de mecanización, además de ser repetitivos. No se ofrecen opciones que permitan evaluar en el alumno aspectos de análisis e interpretación de problemas de aplicación.

Trigonometría

Aquí se presentan cinco enunciados, de los cuales tres requieren el manejo de identidades trigonométricas, la aplicación del Teorema de Pitágoras y el conocimiento de valores de ángulos de uso frecuente como se muestra enseguida:

" Si en un triángulo rectángulo $\cot\theta = 3$*, entonces el valor de* $\cos\theta$ *es..."*

" Si $\sec\theta = 2$*, entonces* θ *es igual a..."*

" Si la altura de un triángulo equilátero es igual a la raíz cuadrada 18 cm, entonces la longitud de cada uno de sus lados, en centímetros es..."

Otro aspecto está orientada al manejo de las leyes de senos y/ o cosenos, para determinar uno de los lados de un triángulo acutángulo a partir de una representación geométrica:

"Para el triángulo de la figura, el valor de a es..."

Finalmente , se tiene uno solo en el que dada la representación geométrica de un triángulo, relaciona identidades geométricas con valores de ángulos conocidos:

"En el triángulo rectángulo de la figura, los valores de a y b son, respectivamente..."

En este rubro se observa que tres enunciados se basan en representaciones geométricas, no obstante, uno de ellos (*" Si la altura de un triángulo equilátero es igual a la raíz cuadrada 18 cm, entonces la longitud de cada uno de sus lados, en centímetros es...")*, tiene un mayor grado de dificultad en comparación con los demás, ya que no se da una figura que podría ayudar a resolver la tarea. En otros dos (*" Si en un triángulo rectángulo* $\cot\theta = 3$*, entonces el valor de* $\cos\theta$ *es...", " Si* $\sec\theta = 2$*, entonces* θ *es igual a...")*, solo se requiere el conocimiento a nivel memorístico de las identidades trigonométricas básicas, así como de valores de ángulos de uso frecuente.

Geometría Euclidiana

De las cinco situaciones presentados en este rubro, dos involucran el conocimiento de fórmulas para el cálculo de áreas y perímetros. En el primero se requiere recordar la fórmula del área de un sector circular y en el segundo, la del área y la del perímetro de un triángulo equilátero. Un ejemplo representativo es:

" Si el área de un triángulo equilátero es 3 cm^2*, entonces el perímetro del triángulo, en centímetros, es..."*

Otro, considera la obtención de ángulos a partir de la representación geométrica de dos rectas paralelas que se intersecan con una recta oblicua:

"Para las rectas paralelas L y R de la figura, el valor del ángulo & es..."

El siguiente reactivo considera a partir del esquema de un triángulo rectángulo, la obtención de un elemento desconocido asociado a un lado de la figura:

" En la figura siguiente, el valor de x es ..."

Aquí explícitamente no hay más información, sin embargo, la resolución implica más que observar una figura. Son necesarios conocimientos respecto a semejanza de triángulos y el teorema de Pitágoras.

En el último se necesita el empleo de relaciones entre ángulos y radianes; sin embargo, en el enunciado falta claridad:

"Una rueda de 80 cm de radio gira 60 o sobre el piso sin resbalar. La distancia que se desplaza la rueda, en centímetros , es..."

Aquí es evidente que hay varios resultados matemáticos en cada uno de los enunciados: ángulos entre rectas, semejanza de triángulos, teorema de Pitágoras, fórmulas de áreas y perímetros, entre otros. Si en cualquiera de los ítems se requiere de por lo menos tres conceptos no explícitos para obtener la solución, difícilmente podría determinarse en cuáles de ellos hay deficiencias de conocimientos. Además, en algunas de las preguntas, para su resolución sólo es necesario recordar la fórmula que debe emplearse, por lo que el no evocarla no proporciona información respecto a los conocimientos de parte de los alumnos. Este tipo de tarea no demanda la utilización, por parte de los alumnos, de aspectos relacionados con su pensamiento o razonamiento matemático.

Geometría Analítica

Aquí se presentan cinco preguntas por resolver y en cada uno de ellas se hace referencia a los temas que encabezan el programa de geometría analítica en el bachillerato; por ejemplo, en un caso se pide calcular la distancia de un punto a una recta (el estudio de la recta); más adelante se da un enunciado en el que se pide la ecuación de una parábola dado su vértice y eje focal. Los otros reactivos se refieren a las representaciones analíticas de la circunferencia y de otras curvas cónicas:

"La ecuación de la recta que contiene al punto (6, 4) y que es perpendicular a la recta de ecuación $3y + 4x - 2 = 0$, es..."

"La ecuación de una parábola con vértice en (-1, -2) y eje focal paralelo al eje de las abscisas, es..."

"La hipérbola cuya ecuación es $4x^2 - 9y^2 - 8x - 36y - 68 = 0$, tiene su centro y sus vértices en..."

Los cinco ítems pertenecientes a este grupo, se reducen a un manejo operativo, bajo el supuesto de que se conocen las expresiones analíticas de la recta, la parábola, la circunferencia y la hipérbola. Son reactivos como los que aparecen en la mayoría de los textos de geometría analítica; no permiten identificar el nivel de razonamiento geométrico que posee un alumno en esta asignatura

Cálculo

Se presentan cinco cuestiones que se refieren a aspectos diferentes; por ejemplo, una de ellas requiere el manejo de conjuntos y la factorización de una diferencia de cuadrados para la obtención del dominio de la función; otra se refiere a obtener la derivada de una función polinomial evaluada en un punto. También se tiene un ítem en el que se presenta una integral indefinida inmediata. Por otro lado, se pide calcular el límite de una función mediante un proceso meramente algebraico. Una última requiere establecer una relación entre una región sombreada limitada por dos curvas y varias opciones simbólicas y que representan dicha área sombreada:

"El dominio de la función $f(x) = \dfrac{\sqrt{x-1}}{x^2-4}$ *es..."*

"Si $f(x) = \sqrt{x^2+3}$ *, el valor de* $f'(1)$ *es ..."*

"La $\int \frac{dx}{(x+1)^2}$ *es ..."*

"El valor de $\lim_{x \to 9} \frac{2\sqrt{x} - 6}{x-9}$ *, es..."*

"La expresión que permite calcular el área de la región sombreada de la figura es..."

Cuatro de las cuestiones presentadas en este grupo se enfocan a aspectos que poco o nada dicen sobre las ideas fundamentales del cálculo, como son la idea de la tasa de cambio (la derivada) y su relación con el concepto de integral; únicamente el último, que requiere para su solución conocimientos basados en la interpretación geométrica de la integral, lo que demanda un entendimiento conceptual para responder el reactivo.

Observaciones Generales

El análisis realizado muestra que la gran mayoría de los reactivos están orientados a evaluar aspectos operativos, de mecanización y memorización. Por lo tanto, es notoria la carencia de ítems que evalúen rasgos de una competencia matemática adquirida en el bachillerato. También se observa que hay un porcentaje poco significativo de cuestiones que permitan identificar elementos de tipo conceptual; de igual manera, están ausentes preguntas que permitan realizar interpretaciones o análisis, lo que implicaría la inclusión de algún reactivo de tipo verbal o gráfico. En algunos casos, se nota el exceso de resultados matemáticos involucrados en una sola pregunta lo que dificulta la posibilidad de identificar posibles deficiencias académicas.

En términos generales, en el examen diagnóstico aplicado a los alumnos de esta generación, se observó que hay un énfasis, en el área de matemáticas, en aspectos de tipo procedimental o algorítmico. Es decir, están ausentes reactivos que permitan identificar algún tipo de razonamiento que usen los alumnos en una situación problema.

V.2 Actividad utilizada.

La actividad o situación que se utilizó para recolectar información sobre los perfiles cognitivos de ambos grupos de estudiantes (curricular y propedéutico), fue piloteada con otros alumnos de Ingeniería (también de primer ingreso), que me facilitaron colegas profesores. Este pilotaje permitió refinar y clarificar algunas preguntas; por ejemplo, inicialmente la actividad estaba demasiado abierta, es decir, no tenía la condición de que la figura inscrita en la región debería ser un rectángulo. Esto fue corregido y se estableció la condición de que el terreno seleccionado tuviera forma rectangular. Luego de este pilotaje, la actividad se presentó de manera escrita a los estudiantes de los dos grupos y es la que se muestra a continuación:

Una persona va a heredar un terreno, pero para recibirlo tendrá que cumplir con tres condiciones:

i. El heredero deberá seleccionar el terreno dentro de un baldío de forma triangular y además dicho terreno debe tener forma rectangular. Para clarificar el asunto, el baldío se ha representado en un sistema cartesiano (figura 1) con las medidas, **AB = 50m** y **AC = 100m**.

ii. Uno de los vértices del terreno rectangular debe estar en el punto **A**.

iii. Otro de los vértices deberá estar sobre la recta **BC**.

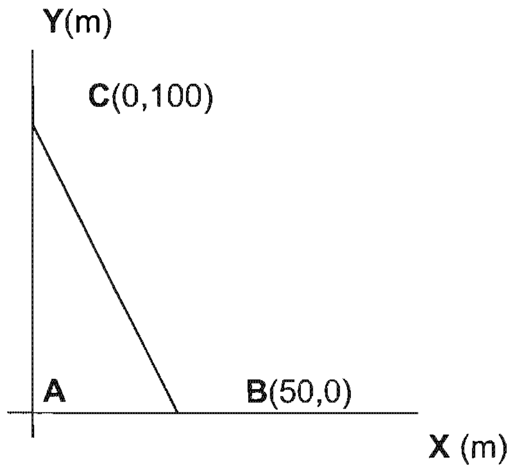


figura 1

Considerando la información anterior, a los estudiantes se les pidió responder las 5 cuestiones siguientes:

1. ¿Hay un problema aquí? (no en lo escrito anteriormente, sino en la situación presentada). Si fuera así, ¿cuál es? Escríbelo. Si no hay un problema, explica por qué.

2. Resuelve el problema que formulaste, pero **antes de empezar** a resolverlo, escribe **todas las ideas** que se te vienen a la mente para solucionarlo o las ideas que te sugiere la situación, por ejemplo, ¿qué es lo que piensas hacer para resolver el problema? ¿Hay varias formas de resolverlo?

3. Ahora, escribe a continuación con **todo detalle los pasos** que vas siguiendo para resolver el problema.

4. La solución que obtuviste para tu problema ¿es única? o ¿hay otra diferente? Es decir, ¿puede haber otro terreno rectangular que cumpla todas las condiciones pedidas y resuelva satisfactoriamente el problema que planteaste? Explica con detalle tu respuesta.

5. Suponiendo que uno de los lados verticales del terreno rectangular tiene 16 m, encuentra la medida de uno de los lados horizontales del mismo.

Observaciones sobre la tarea

Como puede observarse, la situación anterior contiene una información que a menudo aparece en cierto tipo de problemas de optimización en un libro de texto de Cálculo. La pregunta que suele pedir la delimitación de un terreno de área máxima sujeto a ciertas restricciones ha sido omitida. Para ayudar a los alumnos en la tarea de reconocimiento se proporcionó una señal sugestiva (recibir una herencia) que consideramos podría favorecer la identificación de dicho problema. El agregado al final de la pregunta # 1, que dice " Si no hay un problema, explica por qué" se incluyó en caso de que algunos alumnos no hayan visto este tipo de problemas en bachillerato. Sin embargo, Krutetski (1976) señala que un problema podría ser derivado de una situación si un pupilo percibe las conexiones y dependencias en la información dada. En resumen, la pregunta # 1 proporcionó información sobre el tipo de problemas que *vieron* o infirieron los alumnos con base en la información proporcionada. Las cuestiones 2, 3, y 4 permitieron obtener datos sobre ciertos procesos cognitivos que mostraron los alumnos cuando trataron de resolver el problema que ellos mismos formularon. Con relación a la cuestión # 5, el propósito fue observar con detalle si los alumnos establecían una conexión o traducción entre representaciones de acuerdo al marco conceptual expuesto. Por ejemplo, las coordenadas de un punto cualquiera (**x**, **y**) en la recta **BC** representan los lados de un rectángulo cualesquiera. Esta relación puede ser representada mediante la ecuación **y = -2x + 100**. Esta conexión es clave no sólo para resolver la cuestión mencionada, sino un aspecto relevante para entender la situación y poder resolver los posibles problemas propuestos por los alumnos incluyendo el de optimización. No obstante, la cuestión # 5 no necesariamente se resuelve a través del establecimiento o de traducción entre representaciones, sino que se puede resolver utilizando semejanza de triángulos. Otra característica importante en la información proporcionada, es que indica *explícitamente* que la situación está insertada en un sistema representacional cartesiano. Este señalamiento se pensó también podría inducir o desencadenar en los alumnos los conceptos, procedimientos, reglas o convenciones que son relevantes en tal sistema representacional.

V.3 Análisis y clasificación de las respuestas de los alumnos del grupo propedéutico.

Con el propósito de analizar los comportamientos de ambos grupos de alumnos, se agruparon sus tendencias más sobresalientes con base en las preguntas de la situación dada a los estudiantes. A continuación se presenta como un primer paso en el análisis de las respuestas de los estudiantes, las clasificaciones del tipo de respuestas que proporcionaron los alumnos del grupo propedéutico; posteriormente se presentan en el rubro correspondiente las del grupo curricular.

<u>**Cuestión 1**</u>

¿Hay un problema aquí? (no en lo escrito anteriormente, sino en la situación presentada).Si fuera así, ¿cuál es? Si no hay un problema, explica por qué.

De acuerdo a las respuestas que ofrecieron los alumnos a esta pregunta, se realizó un análisis con objeto de identificar los tipos de problemas planteados y así establecer clasificaciones. Para establecer estas agrupaciones se consideraron las respuestas más representativas.

V.3.1 Clasificación del tipo de problemas que identificaron los alumnos.

Con base en las respuestas de los alumnos a la cuestión 1, se pudieron identificar los siguientes tipos de problemas:

1) **Determinar la longitud del segmento BC.**
2) **Colocar una figura dentro de otra figura.**
3) **Determinar las medidas del terreno rectangular.**
4) **Determinar el rectángulo más grande.**
5) **Determinar un vértice o un punto.**
6) **Determinar el área del terreno.**
7) **Hacer lo que dice el enunciado.**

A continuación se presenta una breve descripción de cada una de las clasificaciones anteriores y se proporciona en cada caso un ejemplo de una respuesta representativa.

Clasificación 1: Determinar la longitud del segmento BC

En esta clasificación se trata de determinar la distancia del segmento BC de la región triangular.

"Primero se tiene que sacar la distancia del segmento BC" (un alumno).

Clasificación 2: Colocar una figura dentro de otra figura

En este caso, se considera que el problema es cómo colocar un terreno de forma rectangular (horizontal o vertical), dentro del terreno de forma triangular.

"Existe el siguiente problema: hay que encontrar un rectángulo dentro del triángulo rectángulo que se nos presenta" (4 alumnos).

Clasificación 3: Determinar las medidas del terreno rectangular

En este rubro los alumnos identifican como problema encontrar las medidas de un rectángulo dentro de la región triangular.

"El único problema es conocer las dimensiones del terreno rectangular y si es que cabe en el terreno triangular" (7 alumnos)

Clasificación 4: Determinar el rectángulo más grande

En este caso únicamente un alumno visualizó un problema de obtener un rectángulo de las mayores dimensiones.

“El problema sería encontrar el rectángulo que ocupe lo más que se pueda de terreno” (1 alumno)

Clasificación 5: Determinar un vértice o un punto

Aquí se identifica como problema el no conocer un punto para determinar uno de los vértices del rectángulo.

“El problema único que yo veo es que no se especifica cuál es el punto en cual debe estar el vértice sobre BC” (3 alumnos).

Clasificación 6: Determinar el área del terreno

El problema que se identifica en este caso, es que no se especifica el área del terreno que desea el heredero.

“Sí, sólo hay un problema, que no se nos dice cuál es el área que se quiere para el terreno nuevo” (5 alumnos).

Clasificación 7: Hacer lo que dice el enunciado

En este caso, los alumnos se reducen a describir lo que se presenta en el enunciado.

“El problema radica en el cumplimiento de las condiciones (rectángulo dentro del terreno y que un vértice está en A y otro sobre la recta BC)” (5 alumnos).

Considerando las clasificaciones anteriores , se organizó la siguiente tabla:

CLASIFICACIÓN	NÚMERO DE ALUMNOS
1	1
2	4
3	7
4	1
5	3
6	5
7	5
TOTAL	26

De acuerdo a los resultados obtenidos, la mayoría de los alumnos (7), identificaron como problema la determinación de las medidas del terreno. Asimismo, el número mínimo de alumnos (1), identificó como problema, por un lado, la determinación de la longitud del segmento BC y, por otro, la determinación del rectángulo más grande.

Para mostrar los comportamientos de los alumnos en las cuestiones 2 y 3, a manera de ilustración se presentarán algunos ejemplos representativos del tipo de respuesta proporcionada, asociando el mismo estudiante a la respuesta a la cuestión 2 y a la respuesta a la cuestión 3.

Cuestión 2

Resuelve el problema que formulaste, pero antes de empezar a resolverlo, escribe todas las ideas que se te vienen a la mente para solucionarlo o las ideas que te sugiere la situación, por ejemplo, ¿qué es lo que piensas hacer para resolver el problema?, ¿hay varias formas para resolverlo?

E1: "Pueden trazarse líneas perpendiculares a los lados AB y AC que pasen por sus puntos medios, las líneas trazadas se cortarían en AC"

E2: "Se debe sacar las medidas del terreno rectangular para poder tener en cuenta que área es la que se va a ocupar en el terreno triangular y sería resolverlo por medio de ecuaciones. Creo que no es la única forma de resolverlo, pues como se tienen diversas formas de escoger un terreno rectangular, esto sería que tienen varias medidas"

E3: "Como debe seleccionar el terreno y lo más congruente es que trate de que sea con mayor área posible lo más lógico es que el tamaño del terreno lo haga con el mayor área posible por lo tanto el problema se hace uno solo"

E4: "Creo que pueden existir dos formas para resolverlo:

1) Sacar las medidas de la hipotenusa, para después sacar mediatrices de los lados del triángulo, para que cada mediatriz sea un vértice de nuestro rectángulo, junto con el vértice A.

2) Proyectar los catetos dados, de tal forma que se cree un rectángulo para dividirlo en dos triángulos y así sacar un rectángulo"

Cuestión 3

Ahora, escribe a continuación con todo detalle los pasos que vas siguiendo para resolver el problema.

E1: "Se traza una línea perpendicular a AC que pase por su punto medio. En el punto donde la perpendicular corte a BC se traza una recta perpendicular a AB, que corte a esta. De esta manera se forma el terreno rectangular"

E2: " - Trazar en la figura una posible figura del terreno rectangular,

- con base a ese terreno darle medidas dependiendo de las medidas del terreno triangular,
- resolver las ecuaciones que podrían salir,
- sacar el área para saber qué parte del rectángulo ocupa en el triangular siempre y cuando cumpla con las condiciones "

E3: " 1) Sacar la medida de la hipotenusa, por medio del teorema de Pitágoras.

2) Medir cada uno de los lados, y sacar el punto medio de cada uno de sus lados (es decir la mediatriz)

3) Trazar una línea de punto en punto, par así lograr construir el rectángulo deseado "

E4: “Pues es ya más fácil puesto que primero se debe observar que el terreno debe ser rectangular luego pensar que para ese rectángulo el área está limitada y que queremos que sea lo más grande posible en ese caso tendremos que plantear una simple ecuación”

De acuerdo a estas respuestas fue posible realizar nuevamente una clasificación, considerando las diferentes estrategias seguidas por los alumnos.

V.3.2 Recursos, estrategias o acciones empleadas en la resolución de la tarea.

Un alumno que se ubica en la clasificación 1 (Determinar la longitud del segmento BC), fundamenta su propuesta de solución en el empleo del teorema de Pitágoras, el cual le permitiría determinar la longitud del segmento *BC* que es la hipotenusa del triángulo rectángulo que se observa en la figura: “ Se tiene que sacar la hipotenusa para así poder sacar la medida del segmento *BC* ”.

Para ejecutar esta acción, identifica la longitud de los catetos y sustituye en la expresión correspondiente del Teorema de Pitágoras, despeja la literal que representa la hipotenusa y deja indicado el resultado.

Para este primer caso, se observa que de acuerdo al problema identificado, sí hay una congruencia entre el problema planteado la ejecución. En resumen, sustituye en la “expresión” y despeja.

Cuatro estudiantes pertenecen al caso 2 (Colocar una figura dentro de otra figura) y presentaron características que orillaron una nueva clasificación. Se identificaron tres grupos:

Al primer grupo lo llamaremos Grupo A, formado por 2 alumnos que proponen emplear el Teorema de Pitágoras para obtener la hipotenusa del triángulo rectángulo formado en la figura: "Sacar la medida de la hipotenusa, para despúes sacar mediatrices de los lados del triángulo, para que cada mediatriz sea un vértice de nuestro rectángulo, junto con el vértice *A*"

A su vez, éste se divide en 2 subgrupos, a saber:

- Grupo A1, en el cual un alumno plantea como actividad, determinar la longitud de la hipotenusa, trazar mediatrices de cada lado del triángulo, asumiendo que a partir de cada punto del triángulo por el cual se trace la mediatriz se tendrán los puntos que determinen geométricamente los vértices del rectángulo. Lo anterior implica determinar el punto medio de cada lado, lo cual es planteado en la descripción de la estrategia, pero no es ejecutado. No obstante que la estrategia seguida es congruente respecto al problema planteado, hay manejo erróneo de conceptos geométricos.
- Grupo A2, en el cual un alumno plantea , luego de determinar la hipotenusa, que el rectángulo tiene ciertas dimensiones aproximadas. Aparentemente éstas son determinadas de manera gráfica sin fundamentar su obtención. No se percibe congruencia entre el problema inicial y el resultado obtenido. Tiene un acercamiento gráfico, pero el proceso seguido no guarda congruencia y por lo tanto no llega a la solución.

Al segundo grupo lo llamaremos Grupo B; aquí un alumno propone determinar la longitud del segmento *AC* empleando una expresión matemática que aparentemente intenta ser el teorema de Pitágoras: "Podría utilizar la fórmula de *bxh/2* o sino por medio de *AC = AB. BC*"

No se observa lógica en su estrategia y por ende, tampoco en la solución.

En el último grupo, al que llamaremos Grupo C, formado por un alumno, éste indica otra acción para obtener un punto de la recta *BC* que representaría un vértice del rectángulo; con base en dicho vértice se trazarían líneas paralelas a los ejes coordenados y por tanto quedaría determinado dicho rectángulo. Esta estrategia no la lleva a cabo, quizás por considerar que ya no es necesario: "Hay varias formas, desde medir el terreno o hacerlo al tanteo. Para resolverlo solo hay que buscar un punto en la recta_*BC* y de ahí unir con el eje *x* y *y* para formar el rectángulo, aunque al parecer solo en un punto no se podría trazar el rectángulo".

En este caso, aunque varias personas identificaron el mismo tipo de problema (Determinar las medidas de un terreno rectangular), hay disparidad respecto a la estrategia a seguir.

Un estudiante sugiere dividir el segmento *BC* en tres partes, para lo cual propone determinar el punto medio de dicho segmento: " Ideas: dividir en tres partes *BC*, *PM de BC*". En la ejecución de esta idea, obtiene las coordenadas del punto medio utilizando la fórmula, ese punto es referencia para trazar paralelas a los ejes coordenados determinando así un rectángulo. En este caso sí hay congruencia en el problema planteado.

Otro plantea como estrategia tomar puntos del segmento *BC*, y a partir de ellos trazar líneas paralelas a los ejes coordenados, las cuales llevan a formar diferentes rectángulos: "Dividir la recta BC en varios puntos iguales, prolongarlos y unirlos con la recta AB y AC hasta formar el rectángulo y tomar el más grande". Su plan sugiere elegir el rectángulo más grande y de ahí obtener la solución del problema. No lleva a cabo el proceso planteado, es decir no hay ejecución, únicamente lo plantea.

El siguiente considera que se trace el rectángulo de manera que ocupe la mitad del terreno: "Trazar el rectángulo de tal manera que sea la mitad del terreno". No ejecuta nada que lo lleve en esa dirección.

Un pupilo más, propone trazar otro triángulo sobrepruesto (que resulta ser semejante) sobre el que muestra la figura: "Pues pienso trazar un triángulo encima de ese mismo". En su desarrollo que presenta, sólo como elemento común la base, de tal manera que se localiza un punto que es la intersección de las hipotenusas de ambos triángulos, dicho punto es la referencia para que a partir de él se tracen líneas paralelas a los ejes coordenados y definan un rectángulo. En la estrategia propuesta, bajo su perspectiva, hay congruencia, pues sí obtiene un rectángulo.

Dos estudiantes más, sugieren que el problema se resuelve si se conoce la posición del terreno rectangular: "Según las condiciones para el trazamiento del terreno puede ser de la siguiente forma (se presentan dos figuras, una con un rectángulo inscrito horizontal y otra con un rectángulo inscrito vertical)". No proponen alguna estrategia para determinarlo.

Un último, asume que para resolver el problema solamente hay que saber para qué quiere el terreno: "Ver para que quiere el terreno y así resuelve el problema". No propone ninguna estrategia de solución.

Enseguida se tiene sólo a un estudiante de la siguiente clasificación (determinar el rectángulo más grande), quien establece como estrategia obtener la ecuación de la recta que define la hipotenusa del triángulo: " Una forma de resolverlo sería encontrando la ecuación de la hipotenusa del triángulo, para que al trazar un lado podamos encontrar en dónde está la intersección y calcular en que punto el área sería mayor"; en su desarrollo plantea a partir de esta ecuación proponer valores de la ordenada y obtener el valor correspondiente de la abscisa, es decir, obtener diferentes puntos de la recta, los cuales son referencia para trazar rectas paralelas a los ejes coordenados que permiten trazar diferentes rectángulos. Esta estrategia sugiere que se calcule el área de cada rectángulo y se elija el de mayor área. Se llevan a cabo operaciones con base en lo propuesto y efectivamente se obtienen áreas de diferentes rectángulos (se hace el cálculo para tres rectángulos). De acuerdo al análisis que realiza el estudiante, se observa que si aumenta el valor de la ordenada disminuye el área del rectángulo,. por lo que elige el rectángulo de mayor área de los que propuso. En este caso se observa que para el problema que el estudiante identifica, la estrategia propuesta es congruente con la ejecución de la misma y lo lleva a una solución.

Más adelante, se tienen tres jóvenes que consideran el mismo tipo de problema (determinar un vértice o un punto).Uno de ellos considera como estrategia para resolver este problema, obtener el área y el perímetro del triángulo de la figura y que el punto medio del segmento BC determinará el vértice que será referencia para formar un rectángulo: “Para resolverlo voy a sacar el área y el perímetro del triángulo. El vértice en BC va a ser el punto medio, para que cuando saque el área del rectángulo sea más fácil”. La estrategia que sigue consiste en obtener el área del rectángulo que se observa en la figura; posteriormente emplea el teorema de Pitágoras para obtener la longitud del segmento BC y asume que la mitad de esta longitud determina el vértice en BC y a partir de este valor, medido aproximadamente sobre el segmento BC, traza un rectángulo del cual determina su área. En este caso, si bien calcula el área del triángulo, no emplea este resultado en ningún momento; por otro lado, la forma de obtención del punto medio del segmento BC es errónea, por lo que la determinación del área del rectángulo es incorrecta. Se nota falta de congruencia en la ejecución de lo planeado.

Otro estudiante fundamente su estrategia en trazar un rectángulo inscrito en el triángulo de la figura: “Trazar el rectángulo de tal forma que toque el punto A y que el punto contrario al A toque la recta BC y ya podemos formar el rectángulo y uno de sus lados va a estar en el segmento AB”. No desarrolla algún plan.

Finalmente, otro alumno sugiere que mediante el empleo de compás se resolvería el problema.

Un grupo más, formado por cinco pupilos consideran otra clasificación (Determinar el área del terreno). Una de las personas que identifica este problema, considera que hay soluciones infinitas o que faltan datos.

Los otros cuatro estudiantes, presentan afinidad en algunos aspectos, por lo que una cita representativa es la siguiente: "Después de encontrar el área total del triángulo, encontrar el área de los triángulos pequeños y restárselo al área total". Las estrategias a seguir por cada uno de ellos se presentan enseguida.

Un chico propone que se obtenga el área total del triángulo que se observa en la figura y que a partir de los triángulos que se forman cuando se inscribe un rectángulo, de los cuales se calcularía también su área, se realice una diferencia de áreas entre el triángulo mayor y los dos triángulos menores, obteniendo así el área del rectángulo. No ejecuta ninguna estrategia.

Otro alumno sugiere calcular el área del triángulo de la figura y la longitud del segmento BC, sin embargo, no indica cómo emplearía los resultados para resolver el problema identificado. La estrategia que sigue es primero obtener el área del triángulo de la figura a partir de la fórmula conocida A = (b h) / 2; posteriormente emplea el teorema de Pitágoras para calcular la longitud del segmento BC. Hay congruencia en lo que propone y lo que ejecuta.

Otro estudiante propone representar el terreno rectangular en la figura y posteriormente buscar el punto medio de dos rectas, las cuales no se precisan. No ejecuta nada.

Finalmente, un joven menciona que no hay indicaciones de la posición que tendrá el terreno rectangular, pudiendo ser horizontal o rectangular. Recurre a la representación gráfica de estas dos opciones, pero no plantea un proceso de solución.

Para la siguiente clasificación (Hacer lo que dice el enunciado), se tienen a cinco pupilos.

Aquí se presentan dos citas representativas de las ideas generales de los estudiantes:

"Tal vez se podría utilizar la fórmula para calcular el área de una figura dentro de otra, o sea para calcular la longitud de el terreno que se trazará dentro del triángulo".

"Una solución podría ser la que ya dibuje en la figura (dentro de ella), ya que no pide coordenadas ni ubicación solo dice que debe seleccionarse la figura cumpliendo las condiciones"

Un alumno plantea emplear una fórmula para calcular el área de una figura dentro de otra figura. Sugiere inicialmente calcular el área del triángulo y posteriormente dar proporciones al terreno para obtener su área e inscribirlo dentro del terreno triangular. No realiza ninguna estrategia.

Otro estudiante sugiere dividir el terreno tomando la mitad de la base del triángulo y la mitad de la recta BC, estos puntos medios serían referencia para inscribir un rectángulo en él. Muestra gráficamente la posibilidad de tener en dos posiciones el terreno rectangular. No ejecuta alguna estrategia.

El siguiente propone trazar sobre la mitad de la recta AC una línea paralela al eje horizontal que corte a la recta BC y a partir del punto donde cortan trazar una paralela al eje vertical, con lo cual se tendría un terreno rectangular. No ejecuta esta propuesta.

Más adelante se tiene a un alumno quien sugiere que se de la figura rectangular ya ubicada dentro del terreno triangular. No plantea nada.

Finalmente un chico muestra un rectángulo inscrito dentro del triángulo sin ninguna referencia respecto a su posición.

Con respecto a las cuestiones 4 y 5, ya no hubo avance por parte de los pupilos; esto es, no las resolvieron.

De acuerdo a las respuestas proporcionadas por los estudiantes se pudieron establecer los aspectos esenciales para el objeto de este trabajo, los cuales se presentarán a continuación.

V.3.3 Procesos mostrados en la resolución de la tarea.

En este rubro se identifican varios grupos de estudiantes:

- Inicialmente cinco pupilos fundamentan su estrategia de solución en una conceptualización de tipo geométrico, mediante el empleo del teorema de Pitágoras. Plantean que a partir de determinar la longitud del segmento que define el triángulo rectángulo de la figura mostrada, será posible determinar las coordenadas de un punto que sería referencia para construir en el interior un rectángulo que representaría el terreno de interés.

- Otro grupo (3 alumnos) establece el proceso de solución bajo un enfoque de la geometría analítica. En su planteamiento se propone la determinación de las coordenadas de un punto del segmento BC y a partir del mismo, trazar paralelas a los lados definidos en la figura, lo cual llevaría a determinar un rectángulo dentro del triángulo; el rectángulo de interés sería el de mayor área (se visualiza un problema de optimización).

- De manera similar a los anteriores, dos jóvenes se basan en un enfoque de geometría analítica, sin embargo, ahora se precisa determinar las coordenadas del punto medio del segmento BC, dicho punto sería la referencia para determinar un rectángulo, que llevaría a la solución de la situación planteada.

- Más adelante son 3 estudiantes quienes fundamentan la solución en procesos totalmente gráficos. Proponen trazar dentro del triángulo rectángulos, tanto de diferentes dimensiones, como en diferentes posiciones y se eligiría el de mayores dimensiones.

- Se tiene otro conjunto de chicos (5 alumnos), quienes visualizan la situación desde un enfoque de la geometría euclidiana. Consideran el proceso de resolución a partir de determinar el área del triángulo que describe la situación.

- Un grupo más (2 alumnos) propone una solución que tiene como referencia aspectos gráficos basados en una división sucesiva del terreno en rectángulos de variedad de dimensiones, eligiendo el de mayores dimensiones.

- Finalmente, 6 muchachos, no establecen con claridad una estrategia adecuada, por lo que es difícil identificar alguna representación matemática.

La agrupación anterior se realizó tomando como referencia las respuestas de los alumnos en las cuales se identificaron aspectos centrales comunes, que han sido enfatizados en los distintos grupos.

- De los 26 estudiantes de este grupo a los que se les describió la situación planteada, únicamente un alumno identificó un problema de optimización, estableciendo como problema obtener las dimensiones del rectángulo de mayor área posible.

- Los estudiantes que no identificaron un problema de optimización, formularon problemas variados tales como: obtener la longitud de un segmento de recta, colocar una figura rectangular dentro de una figura triangular, determinar las coordenadas de un punto, calcular el área del terreno rectangular y, finalmente, ejecutar lo indicado en el enunciado del problema.

- Para llevar a cabo la solución del problema identificado, los estudiantes utilizaron, según el caso, representaciones matemáticas de naturaleza geométrica euclidiana y/o analítica principalmente; lo que derivó en el empleo y manejo gráfico de figuras planas.

- En lo que se refiere a la congruencia mostrada para resolver la tarea (es decir, para resolver el problema identificado en cada caso), se identificaron 4 grupos de estudiantes, a saber:

  a) Alumnos que mostraron una congruencia entre el problema planteado, la estrategia o planeación propuesta y la ejecución de la misma: 7
  b) Alumnos que plantearon una estrategia de solución no congruente con el problema planteado: 3
  c) Alumnos que describieron una estrategia de solución congruente con el problema planteado, pero que no la ejecutaron: 7
  d) Alumnos que identificaron un problema, pero que no proponen alguna estrategia de solución: 9

Finalmente, cabe señalar que no todos los alumnos identificaron un problema en la situación dada; a continuación se presentan algunas de las explicaciones proporcionadas por los alumnos para aseverar que no había un problema involucrado en la tarea.

V.3.4 Alumnos que no identificaron un problema.

En este grupo, únicamente cuatro alumnos respondieron que no había ningún problema en la situación presentada. Sus argumentos son que no había claridad ni especificidad en el enunciado, como lo muestra las citas: "Que al redactar el asunto no está con toda claridad ya que algunos puntos son confusos y además no especifica de manera concreta la otra forma y si este terreno ya está trazado no se puede trazar dentro de el otro solo que se pida dividir en dos partes o más"; también "No se especifica que forma debe tener el otro baldío que se quiere trazar, deja muchas opciones posibles; no se especifica el área que debe de poseer".

Como se observa, aparentemente para estos jóvenes la falta de claridad está asociada al hecho de que no hay una pregunta explícita en la situación; no hay comprensión de la lectura pues no logran interpretar la información proporcionada, aún a través de la gráfica mostrada.

A continuación se realizará un análisis similar al anteriormente presentado, considerando en este caso a los estudiantes del Grupo Curricular.

V.4 Análisis y clasificación de las respuestas de los alumnos del grupo curricular.

Como se mencionó anteriormente, continuó la realización del estudio en forma análoga al grupo propedéutico.

Cuestión 1

¿Hay un problema aquí? (no en lo escrito anteriormente, sino en la situación presentada). Si fuera así, ¿ cuál es ? Si no hay un problema, explica por qué.

De manera similar al trabajo realizado con los alumnos del grupo propedéutico, se procedió con los alumnos del grupo curricular, es decir, se identificaron problemas como los que se describen enseguida.

V.4.1 Clasificación del tipo de problemas que identificaron los alumnos.

Después de analizar la respuesta de los alumnos a la cuestión 1, se pudieron identificar los siguientes tipos de problemas:

1) **Colocar una figura dentro de otra figura.**
2) **Determinar las medidas del terreno rectangular.**
3) **Determinar el rectángulo más grande.**
4) **Determinar un vértice o un punto.**
5) **Determinar la forma del terreno .**

A continuación se presenta una breve descripción de cada una de las clasificaciones anteriores y se proporciona en cada caso un ejemplo de una respuesta representativa.

Clasificación 1: Colocar una figura dentro de otra figura

En este caso, se considera que el problema es cómo colocar un terreno de forma rectangular (horizontal o vertical), dentro del terreno de forma triangular.

"El heredero debe escoger la forma en la que quiere el terreno ya que éste puede estar acostado o en forma vertical, lo cual genera que acostado es más ancho pero menos largo; vertical es más alto pero menos ancho" (3 alumnos).

Clasificación 2: Determinar las medidas del terreno rectangular

En este rubro los alumnos identifican como problema determinar las dimensiones de un rectángulo dentro de la región triangular.

"Considero que el único problema o inconveniente es definir las dimensiones del terreno rectangular" (3 alumnos).

Clasificación 3: Determinar el rectángulo más grande

En este caso dos alumnos visualizaron un problema de obtener un rectángulo de las mayores dimensiones.

"El problema lo encontramos en que tenemos que trazar una figura de forma rectangular dentro del terreno baldío que se muestra, de tal manera (pienso yo) que ocupemos el mayor espacio posible dentro del baldío, sin omitir los tres requisitos" (1 alumno).

Clasificación 4: Determinar un vértice o un punto

Aquí se identifica como problema el no conocer un punto para determinar uno de los vértices del rectángulo.

"Sí, primeramente debemos buscar la manera de que el terreno de forma rectangular quede dentro del terreno de forma triangular logrando que sus dos vértices, toquen uno el punto A y otro la recta BC para que de esta forma reciba el terreno" , (1 alumno).

Clasificación 5: Determinar la forma del terreno

El problema que se identifica en este caso, es que no se sabe si la forma del terreno corresponde a un triángulo equilátero.

"Creo que se tiene que saber si el triángulo es equilátero o no" (1 alumno).

Considerando las clasificaciones anteriores , se presenta a continuación en una tabla de datos el número de alumnos que de acuerdo a su respuesta, se ubican dentro de alguna de aquéllas.

CLASIFICACIÓN	NÚMERO DE ALUMNOS
1	3
2	3
3	2
4	1
5	1
TOTAL	10

De acuerdo a los resultados obtenidos, se establece que la mayoría de los alumnos (3), identificaron como problema encontrar las medidas de un rectángulo dentro de la región triangular. Asimismo, el número mínimo de alumnos, (1), se presentó en dos casos; en el primero, un alumno identificó como problema la determinación de un vértice como referencia para el terreno rectangular y en el segundo, un alumno identificó que el problema era determinar la forma del terreno.

.

Para mostrar los comportamientos de los alumnos en las cuestiones 2 y 3, a manera de ilustración se presentarán algunos ejemplos representativos del tipo de respuesta proporcionada, asociando el mismo estudiante a la respuesta a la cuestión 2 y a la respuesta a la cuestión 3.

Cuestión 2

Resuelve el problema que formulaste, pero antes de empezar a resolverlo, escribe todas las ideas que se te vienen a la mente para solucionarlo o las ideas que te sugiere la situación, por ejemplo, ¿qué es lo que piensas hacer para resolver el problema?, ¿hay varias formas para resolverlo?

E1: "Yo creo que si me están pidiendo un terreno rectangular dentro del baldío triangular, obviamente mi terreno va a tener un ángulo de 90 grados, entonces hay que dividir los segmentos AC y AB para poder tener un punto en la recta BC

E2: "Lo que se me ocurre para resolver el problema es que se pida una figura en particular, ya está la restricción de que no sea un triángulo, entonces podría ser un círculo, y para obtener este, necesitaríamos saber las líneas imaginarias del triángulo, saber donde está su centro, o encontrar otros puntos donde se pueda trazar el círculo o si restringimos más y se da un rango o un punto exacto, para su área o su centro respectivamente encontrarlos"

E3: " Una puede sacarlo mediante el cálculo y derivando, otra sacar el área utilizando la lógica y buscando una figura con la que se pueda aprovechar la máxima área posible del triángulo"

Cuestión 3

Ahora, escribe a continuación con todo detalle los pasos que vas siguiendo para resolver el problema.

E1: " Marcar la mitad del segmento AC y AB, sacar perpendiculares hasta que crucen en la diagonal y así obtendremos un terreno rectangular dentro del triangular"

E2: "Bueno, primero trazaría una línea que vaya del punto medio de cada lado al vértice opuesto; después de trazar cada línea, marcar el punto donde se intersectan (centro del triángulo). Ya que tengo el centro, de ahí tomaría la referencia para trazar la circunferencia. Por último, trazaría una circunferencia que fuera tangente a cada uno de los lados y así obtendría el segundo terreno"

E3: " 1) Saco el área del triángulo dado,

2) Le asigno a los lados AB el número 1 (aunque podría ser 0.5. 0.3) para que me de un número entero,

3) Hago mis operaciones tomando en cuenta que mi figura es la mitad de un trapecio y saco el área de éste"

V.4.2 Recursos, estrategias o acciones empleadas para la resolución de la tarea.

Un grupo de tres alumnos pertenecen a la clasificación 1 (Colocar una figura dentro de otra figura), aunque su estrategia de solución difiere en términos generales.

Uno de ellos propone dos acciones:

- que se realice una medición del terreno de interés, considerando la posición vertical y la posición horizontal y a partir de esto optimizar el terreno.
- obtener el área total del terreno triangular, pues considera que es necesario para determinar la longitud de uno de sus lados.

Para ejecutarlas, su estrategia consiste en calcular la distancia entre los puntos B y C empleando la fórmula de distancia entre dos puntos y el resultado obtenido representa la hipotenusa del triángulo rectángulo que determinan los puntos A, B y C. No indica la utilidad de este resultado. Por otro lado, presenta en la estrategia de solución el cálculo del área del mismo triángulo: "saco el área total del terreno ya que le falta uno de sus lados", sin definir claramente cuál es el fin de esta actividad; su propuesta de solución carece de sustento lógico de acuerdo al problema identificado. No hay congruencia entre el problema y la estrategia planteada.

El segundo alumno realiza una descripción de la estrategia a seguir sin efectuar algún cálculo: "Pueden trazarse líneas perpendiculares a los lados AB y AC que pasen por sus puntos medios, las líneas trazadas se cortarían en AC". Esta estrategia llevaría a establecer dentro del terreno triangular, un terreno en forma rectangular, que resulta congruente con el problema identificado. No lleva a cabo alguna acción de ejecución.

El tercer alumno propone dividir en partes iguales cada uno de los lados que determinan el ángulo recto del terreno triangular y trazar rectas perpendiculares a cada uno de dichos lados que se cruzarán en la recta BC: “Una forma es partiendo de la mitad de cada lado y las líneas se encuentran en la recta BC”. Aparentemente esta acción llevaría a formar un rectángulo dentro del triángulo, lo que sería congruente con el problema identificado; sin embargo no lleva a cabo esta propuesta.

En el caso 2 (Determinar las medidas del terreno rectangular), coinciden tres estudiantes; sin embargo, establecen estrategias diversas. Uno de los alumnos considera que hay varias formas de resolver el problema, lo que implica a la vez varias soluciones: “Existen diversas formas de resolverlo puesto que debido al área que se tiene y que no existen medidas específicas para resolverlo la forma triangular y las condiciones permiten miles formas de resolver el problema”. La estrategia que describe consiste en elegir una longitud de manera arbitraria, tanto en el lado AB como en el lado AC del terreno triangular, posteriormente trazar la figura del rectángulo y de esta forma se cumple con las condiciones establecidas en la situación descrita. En el desarrollo que presenta para llevar a cabo esta acción, traza una figura que cumple con la condición de que un vértice esté sobre el punto A y otro vértice sobre el segmento de recta BC, sin embargo no realiza algún cálculo. De acuerdo al problema y bajo la hipótesis planteada de que existen varias soluciones, hay congruencia entre el problema identificado y la estrategia propuesta, la cual sin embargo no es puesta en acción.

Otro estudiante propone la resolución empleando ecuaciones, sin embargo, no precisa cómo obtenerlas: "Se debe sacar las medidas del terreno rectangular para poder tener en cuenta que área es la que se va a ocupar en el terreno triangular y sería resolverlo por medio de ecuaciones".

En la descripción de su estrategia, considera el trazar una figura del terreno rectangular y variar sus medidas con base en las medidas del terreno triangular, sin embargo, no indica de qué manera podrían establecerse las ecuaciones. No hay congruencia alguna entre el problema y la posible estrategia.

El tercer estudiante establece en su análisis que el terreno rectangular deberá ser la mitad del terreno triangular y lógicamente las dimensiones serán menores: "Pienso que las dimensiones de dicho terreno deben ser de una medida menor, y como el terreno triangular es un triángulo rectángulo, el otro terreno debe ser la mitad de esa figura pero en forma rectangular"; el razonamiento que sigue en su desarrollo corresponde a lo que plantea, pues localiza gráficamente el punto medio del lado AC y el punto medio del lado BC, posteriormente traza un segmento de recta perpendicular a cada lado en el punto medio y la intersección de estos segmentos determinan un vértice del rectángulo, el cual queda perfectamente inscrito verticalmente en el triángulo. Además propone como incógnitas a las variables $\boldsymbol{x}$ y $\boldsymbol{y}$, que representan la base y la altura del rectángulo inscrito. Bajo esta consideración, determina el valor de dichas incógnitas dividiendo tanto la base como la altura del triángulo entre dos y concluye que son las dimensiones del terreno rectangular. Se observa concordancia entre el problema identificado, la estrategia propuesta y el proceso de resolución.

Dos estudiantes visualizan un problema de optimización (Determinar el rectángulo más grande) sin embargo, en cuanto a la estrategia seguida para resolver el problema no hay similitud, por lo que se presentarán de manera independiente.

Uno de los estudiantes establece con poca claridad y de manera descriptiva la estrategia a seguir, si bien no ejecuta acción alguna: "Como debe seleccionar el terreno y lo más congruente es que trate de que sea con mayor área posible, lo más lógico es que el tamaño del terreno lo haga con el mayor área posible, por lo tanto el problema se hace uno solo que es ¿cómo deben ser las dimensiones del rectángulo?". Ante esto, se reduce a mencionar que el terreno en cuestión es rectangular y de área limitada pero a la vez la más grande posible y que la solución implica plantear una simple ecuación. No presenta una estrategia de solución estructurada y por lo tanto, no hay ejecución alguna.

El segundo estudiante plantea como estrategia determinar la distancia del segmento de recta BC , posteriormente obtener la mitad de esta distancia , considerar que este valor es el punto medio del segmento BC y que representa uno de los vértices del terreno rectangular: "Lo primero que se me ocurre para resolver este problema, es encontrar la distancia que tenemos en la recta BC y luego encontrar el punto medio en la misma. Al tener este punto medio tendría uno de los vértices para así trazar la figura".

Bajo esta propuesta, el desarrollo de su estrategia consiste en aplicar el teorema de Pitágoras para obtener el valor de la hipotenusa del triángulo ABC de la figura dada, posteriormente obtiene la mitad de este valor y asume que es el punto medio de la hipotenusa (o punto medio del segmento de la recta BC). Con este resultado establece que es posible localizar uno de los vértices del rectángulo que delimita el terreno y lo representa gráfcamente., aunque no determina las dimensiones del mismo. Tomando en cuenta la estrategia propuesta y la ejecución de la misma, se puede afirmar que, bajo su perspectiva, hay congruencia entre ambos aspectos, sin embargo, es evidente un manejo erróneo de conceptos.

Un estudiante para el siguiente caso (Determinar un vértice o un punto), sugiere como estrategia una serie de acciones que involucran diversos aspectos, los cuales se identifican a partir de la cita: " Primero imaginarme como quedaría el terreno dibujando lo imaginado en el esquema que se nos presenta; podemos utilizar los máximos y mínimos, incluso sacar el punto medio de uno de sus lados para saber cuánto es lo que aproximadamente debe medir uno de los lados,...". Se observa que hay una serie de ideas no necesariamente relacionadas, lo cual se hace evidente a partir de la ejecución de dicha estrategia.

Se propone determinar las medidas aproximadas del terreno rectangular, teniendo como referencia un dibujo que cumpla las condiciones dadas en el enunciado y calcular las medidas del rectángulo mediante máximos y mínimos, enseguida determinar el área del terreno triangular y restarle el área del terreno rectangular previamente calculada, finalmente, restar al área del triángulo el área del rectángulo. Considerando la estrategia presentada y las acciones para ejecutarla, se observa una falta de consistencia en las ideas que describen el planteamiento a seguir y en consecuencia las acciones carecen de fundamento.

En la última clasificación (Determinar la forma del terreno), un pupilo considera que debe saberse si la forma del terreno corresponde a un triángulo equilátero, y si es así, la estrategia a seguir es la aplicación del teorema de Pitágoras: "Creo que se tiene que saber si el triángulo es equilátero o no, si es así la forma de resolverlo es muy sencilla, tan solo aplicando el teorema de Pitágoras, pero como no especifica, el problema va más allá"

Para llevar a cabo su estrategia, inicialmente plantea que el lado BC del triángulo tiene una longitud de valor igual a 100 , localiza un punto a la mitad de dicho lado y asume que cada semirecta del lado, determinada por ese punto, tiene una longitud de valor 50 ; de manera similar lo hace con el lado AB, estableciendo un punto a la mitad del lado y para cada semirecta así formada determina una longitud de valor 25; utiliza los dos puntos mencionados como referencia para trazar un segmento paralelo al lado AC y se observa la formación de un triángulo rectángulo semejante al triángulo original ABC. Enseguida aplica el teorema de Pitágoras al triángulo formado, donde el lado paralelo al lado AC es el cateto presentado como incógnita y cuyo valor es calculado. Posteriormente, empleando este resultado, aplica la fórmula para el cálculo del área del triángulo interior y obtiene un resultado final. De acuerdo al problema identificado no se tiene una estrategia lógica, pues el razonamiento seguido da lugar a un triángulo interior al terreno triangular, sin considerar que el terreno interior debe ser rectangular, Por otro lado, al ejecutar su estrategia, obtiene un resultado que tendría sentido, sólo si el problema hiciera referencia a triángulos semejantes.

V.4.3 Procesos mostrados en la resolución de la tarea.

De manera similar al trabajo realizado con el grupo propedéutico, se realizó una reagrupación de la información obtenida en este estudio considerando las diferentes estrategias presentadas y el tipo de representaciones matemáticas utilizadas por los alumnos en la resolución de la tarea.

- Un grupo (2 alumnos) fundamenta su estrategia de solución bajo una conceptualización de diversos elementos de geometría analítica. Teniendo como base una representación geométrica, considera aspectos tales como la determinación de las coordenadas del punto medio de un segmento y de rectas perpendiculares al mismo. Este grupo propone trazar rectas perpendiculares a los lados AB y AC de la figura triangular, que pasen por el punto medio de cada uno de los lados; estas rectas se cortarían en el lado BC. Por otro lado, si bien no culminan el proceso de solución del problema identificado, parece ser que hay ideas más intuitivas que matemáticas, que los lleva a considerar que el rectángulo que se obtiene es el que cumple con las condiciones establecidas.

- Un segundo grupo (1 alumno), recurre a un esquema más amplio de representaciones matemáticas que el anterior, pues además de establecer su estrategia con base en una visualización de tipo geométrico y de considerar elementos de la geometría analítica como en el grupo anterior, identifica variables que representan los lados de la figura rectangular las cuales son incógnitas en el problema, el cual es resuelto empleando un manejo meramente aritmético.

- El siguiente grupo (dos alumnos) visualiza la solución al problema basándose en una representación geométrica fundamentalmente euclidiana. Ambos estudiantes consideran trazar la figura rectangular dentro del triángulo de manera que se cumplan las condiciones establecidas, esto es, partir del hecho de que un vértice se localice sobre el punto A y otro sobre el lado BC. Sin embargo en ningún caso se establece llegar a una solución en particular; su planteamiento propone más de una solución y mediante aproximaciones de tipo gráfico podría determinarse el rectángulo más adecuado.

- Otro grupo (1 alumno), fundamenta la ejecución de su estrategia en representaciones esencialmente de geometría analítica y de geometría euclidiana. El planteamiento inicial sugiere la obtención de la distancia entre los puntos B y C, y considerando que la figura mostrada es un triángulo rectángulo, dicha distancia es determinada mediante el teorema de Pitágoras (pues corresponde a la hipotenusa del triángulo) ; posteriormente la obtención del punto medio del segmento BC permitiría localizar las coordenadas de uno de los vértices del rectángulo, con lo que éste quedaría perfectamente determinado.

- En otro grupo (1 alumno), además de considerar representaciones geométricas como las mencionadas anteriormente, pues también determina el punto medio del lado BC y del lado AB, involucra conceptualizaciones matemáticas más específicas como son los máximos y mínimos, lo cual muestra el reconocimiento intrínseco de un problema de optimización, aunque en el proceso operativo mostrado indica la falta de integración de elementos para resolver el problema.

- El último grupo (1 alumno), también recurre a representaciones geométricas tanto euclidianas como analíticas, si bien la estrategia presentada fue orientada a la obtención de un terreno de forma triangular dentro de otro terreno triangular por lo que no corresponde a la situación descrita. Sin embargo, es posible hacer el análisis de la estrategia planteada por el estudiante. Toma como referencia la representación gráfica del terreno triangular y emplea la semilongitud del lado AB y AC para determinar la posición de un triángulo semejante al triángulo ABC; aquél, bajo la consideración del estudiante, tiene como incógnita uno de los catetos (lo cual es erróneo) y emplea el teorema de Pitágoras para obtener su valor. Finalmente, mediante la fórmula para calcular el área de un triángulo, determina el valor del triángulo interior.

Luego del análisis realizado, como en el caso del Grupo Propedéutico, se enlistarán a continuación los aspectos más relevantes identificados en el comportamiento cognitivo de los estudiantes del **Grupo Curricular.**

De los 10 estudiantes de este grupo a los que se les describió la situación planteada, dos alumnos identificaron un problema de optimización, estableciendo como problema obtener las dimensiones del rectángulo de mayor área posible.

- Los estudiantes que no identificaron un problema de optimización, formularon problemas variados tales como: colocar una figura rectangular dentro de una figura triangular, determinar las medidas de una figura rectangular, determinar las coordenadas de un punto y, finalmente, determinar la forma del terreno.

- Para llevar a cabo la solución del problema identificado, los estudiantes utilizaron, según el caso, representaciones matemáticas de naturaleza geométrica euclidiana y/o analítica principalmente, lo que derivó en el empleo y manejo gráfico de figuras planas. Asimismo, se presentó el caso en que se hizo referencia a representaciones matemáticas de mayor complejidad que involucran conceptos específicos del cálculo, tales como máximos y mínimos.

- En lo que se refiere al razonamiento utilizado o congruencia para resolver la tarea (es decir, para resolver el problema identificado en cada caso), se identificaron 4 grupos de estudiantes, a saber:

  a) Alumnos que mostraron congruencia entre el problema planteado, la estrategia o planeación propuesta y la ejecución de la misma: 2
  b) Alumnos que plantearon una estrategia de solución no congruente con el problema planteado: 4
  c) Alumnos que describieron una estrategia de solución congruente con el problema planteado, pero que no la ejecutaron: 3
  d) Alumnos que identificaron un problema, pero que no proponen alguna estrategia de solución: 1

Aquí también se consideraron a los estudiantes que no identificaron un problema. Las explicaciones por parte de ellos se presentan enseguida.

V.4.4 Alumnos que no identificaron un problema.

Fueron 18 jóvenes del grupo curricular que consideraron la ausencia de un problema en la actividad descrita. Algunas explicaciones representativas fueron: "Yo pienso que no hay ningún problema porque la persona puede trazar o elegir el terreno rectangular dentro de la triangular, pero el terreno rectangular tendrá una superficie más pequeña"; otro comenta: "No existe ningún problema, ya que el heredero al marcar como lo hice en el plano, ya ha cumplido con los tres puntos para recibir su herencia". Además, se menciona: "No hay problema, porque dentro del terreno triangular se pueden formar otros terrenos que pueden ser cuadrado y rectangular. Pero primero se tendría que sacar el área del terreno triangular y de ahí partir para sacar las medidas de los terrenos cuadrado y rectangular"; otro tipo de respuesta fue: " No se presenta un problema, sólo se declara una situación, no se especifican datos suficientes, como otra figura dentro".

Estos son algunos ejemplos representativos de los jóvenes, que al parecer para algunos de ellos la situación es tan obvia que no hay ningún problema por resolver ; en otros casos la ausencia explícita de una pregunta en el enunciado, es indicador de que no hay nada por resolver.

CAPÍTULO VI

RESULTADOS Y RESPUESTAS A LAS PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN

En el trabajo previo, se clasificaron las tendencias o comportamientos externos más sobresalientes en ambos grupos de estudiantes, en segundo término se realizó un análisis más detallado en cada una de las clasificaciones mencionadas, con el propósito de identificar rasgos cognitivos más específicos entre los dos grupos.

Antes de responder las preguntas de investigación, presentaremos las tendencias más notorias mostradas por los alumnos en la interacción con la situación. Esto servirá como marco de referencia para entender las respuestas de los alumnos en las 5 cuestiones de la tarea.

En términos generales, la percepción predominante que emergió en ambos grupos de alumnos en la interacción con la situación fue una visión puramente geométrica de la configuración externa dada, a pesar de haberse dicho explícitamente que la situación estaba inserta en un sistema cartesiano, es decir, el triángulo rectángulo con los catetos **AB** y **AC** e hipotenusa **BC** fue visto como una configuración *aislada* del sistema representacional. En particular la hipotenusa del triángulo **BC** no fue vista como una recta en el sistema cartesiano, esto a pesar de haberse proporcionado explícitamente una simbología inherente de dicho sistema: las coordenadas de los puntos extremos del segmento, **B (50, 0)** y **C (0, 100)**. Todas estas señales externas dadas en la tarea no les sugirió o evocó en los alumnos adoptar un enfoque analítico y por tanto, accesar recursos que son relevantes en esta situación. Dicho con otras palabras, los alumnos quedaron confinados a una visión euclidiana del contexto. Este aspecto guarda una relación estrecha con el comportamiento mostrado en la cuestión # 5, dado que ningún alumno fue capaz de resolverla.

A continuación se procede a responder las preguntas de investigación.

1. **¿Reconocen o ven los alumnos un problema de optimización en una situación matemática dada?**

Dos alumnos del grupo curricular (C) y un alumno del grupo propedéutico (P) reconocieron o derivaron un problema de optimización. Una ilustración de estos comportamientos fue:

i) "Como es una herencia tal vez el heredero quiera el terreno con el área máxima para aprovechar la mayor parte del terreno" (alumno C)

ii) "El problema sería encontrar el rectángulo que ocupa lo más que se pueda del terreno" (alumno P)

Una diferencia entre ambas formulaciones, es que la primera es más precisa y menciona explícitamente el concepto de área máxima, mientras la segunda es más general y no menciona explícitamente el concepto anterior, el lenguaje es más coloquial o informal.

Otro tipo de respuestas que no refieren a la identificación de un problema de optimización, son aquellas que afirman no haber visto ningún problema. Por ejemplo, dieciocho alumnos del grupo C, la tendencia fue: "no hay ningún problema, porque podemos trazar rectángulos con esas propiedades ya que no nos dice de qué tamaño –área- lo desean, siempre y cuando la base sea diferente de la altura" (alumno C). Un estudiante de este grupo señaló que se podía trazar una infinidad de rectángulos pero no logró *ver* una variación en el área o el en perímetro del rectángulo. Cuatro alumnos del grupo P también escribieron que no había un problema ("no, no veo ningún problema porque el vértice del rectángulo coincide perfectamente, es decir, que se puede hacer un rectángulo en donde se pongan los vértices en el punto y recta señalada"). Nótese que ambos tipos de estudiantes muestran un comportamiento similar, es decir no hay diferencias notorias.

2. ¿Qué tipo de problemas vieron o infirieron los alumnos en la situación y qué diferencias hay entre los problemas propuestos por ambos grupos de estudiantes?

Los problemas que derivaron o propusieron ambos grupos de estudiantes fueron del siguiente tipo:

i) Calcular el área de un rectángulo. Ej. "El problema es que debemos sacar el área del rectángulo heredado que tiene características específicas" (tres del grupo C y cuatro del grupo P)

ii) Determinar las dimensiones del terreno. Ej. "De qué dimensiones debe ser el terreno rectangular" (siete del grupo C y cinco del grupo P)

iii) Determinar la *posición* (horizontal o vertical) del terreno. Ej. "El problema es que no sabemos si el terreno rectangular lo tenemos que trazar a lo largo o a lo ancho" (tres del grupo C y cuatro del grupo P)

iv) Determinar tres puntos o un punto (vértice) en la recta **BC**. Ej. a) Considero que solamente se debe escoger un punto en la recta C y en base en este trazar otra línea paralela al eje **x** y otra al eje **y** para que junto con los ejes se forme el rectángulo" (alumno tipo C); b) "Sí existe un problema de querer trazar un rectángulo en el interior del triángulo usando ciertos vértices" (alumno P), (7 del grupo C y 7 del grupo P)

Las primeras tres clasificaciones tienen que ver con el cálculo o la determinación de un atributo del rectángulo. En cambio, la última clasificación repite o pide trazar un rectángulo con condiciones que ya están dadas en el enunciado de la tarea. Tampoco aquí se observan diferencias significativas en los comportamientos de ambos grupos de estudiantes, tanto en el número como en la calidad de los problemas propuestos. Además nótese que estos estudiantes no fueron capaces de reconocer o inferir un problema de optimización en la información dada en la situación.

3. ¿Cuál fue la concepción de *problema* que mostraron los alumnos en la interacción con la situación?

De acuerdo a las clasificaciones anteriores los alumnos piensan que un problema se presenta cuando se pide calcular o determinar explícitamente un atributo de un objeto matemático. En caso contrario, no hay un problema. Ej. "Pienso que el problema es que no se nos dice el área que debe abarcar dicho rectángulo" (alumno C), “no, ningún problema, porque no pide un área en específico del terreno rectangular” (alumno P).

4. **¿Qué tipo de representaciones o recursos matemáticos usaron los alumnos en la interacción con la situación?**

En general, la mayoría en ambos grupos de estudiantes exhibieron una deficiencia palpable para utilizar representaciones o recursos que eran relevantes en la situación. Como ya se mencionó anteriormente, los estudiantes quedaron confinados a una sola representación. Por ejemplo, la recta **BC** sólo fue percibida como la hipotenusa del triángulo rectángulo, aislada del sistema representacional cartesiano en la cual estaba incluida. Sólo siete alumnos (22 %) del grupo C y uno (2 %) del grupo P, pudieron ver la hipotenusa **BC** insertada en el sistema cartesiano, lo que les permitió traducir la hipotenusa en la ecuación de una recta (**y = -2x + 100**). Esta traducción no sólo fue clave para algunos alumnos (5 de los 7) en la resolución de la cuestión # 5, sino para poder resolver el tipo de problemas propuestos. Si bien se pide algo sencillo (dado un lado (16) del rectángulo encontrar el otro lado) presentó fuertes dificultades, ya que implica un problema de traducción: representar la hipotenusa **BC** del triángulo en una representación simbólica (**y = -2x +100**). Que, como se observa la traducción entre representaciones no es un asunto trivial o un paso que puedan dar con facilidad los alumnos. Esta falta de traducción o conversión entre representaciones o ver el segmento **BC** *aislado* del sistema representacional cartesiano, impidió a los alumnos resolver los problemas propuestos y en particular la cuestión # 5. Una evidencia de esta debilidad o falta de conexiones, es la siguiente respuesta: “los valores de un lado horizontal pueden ir desde 1 hasta 32 *ya que no* *hay una relación específica entre los lados horizontales y verticales*. En otras palabras no se menciona cuál es mayor, menor e incluso iguales ni en qué proporción" (alumno C, cursivas nuestras).

Es importante comentar que uno de los siete alumnos anteriores del grupo C y uno del grupo P que utilizaron representaciones inherentes del sistema cartesiano, los cuales identificaron un problema de optimización, utilizaron dichas representaciones para resolverlo sin emplear los procedimientos del cálculo.

En suma, los recursos del cálculo que son relevantes en esta situación no fueron utilizados por los alumnos de ambos grupos. Sólo algunos evocaron de manera mecánica o memorística algunos términos del cálculo. Por ejemplo, uno de los alumnos C que reconoció un problema de optimización escribió: "Hallar una relación entre la fórmula del triángulo y la del rectángulo para poder utilizar los pasos de máximos y mínimos, derivar y conocer el área máxima". Pero no llevó a cabo las ideas anteriores.

5. ¿Los alumnos muestran congruencia entre el problema propuesto, planeación y ejecución?

Con base en los resultados anteriores, se infiere que ninguno de los estudiantes de ambos grupos que propusieron un problema, fueron capaces de resolverlo. Sin embargo, hubo quienes para el problema identificado, establecieron una estrategia y ejecución son cierto sentido congruente. Recuérdese que los restantes no *vieron* un problema. Por tanto, la congruencia entre los tres aspectos antes señalados, sólo se presentó en algunos pupilos. Por ejemplo, un alumno del grupo C escribió:

Problema propuesto: "Como es una herencia, tal vez el heredero quiera el terreno con el área máxima para aprovechar la mayor parte del terreno".

Planeación: "Encontrar la pendiente de la hipotenusa. Encontrar la ecuación de la recta. Tabular los valores de 0 a 50 para **x**. Con los valores de la tabla multiplicarlos, el producto que sea mayor se acercará al área máxima".

Ejecución: EL alumno llevó a cabo las acciones enunciadas. Respecto a la solución obtenida dijo: "no, no es única, se puede hacer con cálculo diferencial, sí puede haber otro terreno que cumpla las condiciones dadas, sólo que el área es menor".

Con el propósito de comparar, a continuación se proporciona un ejemplo del grupo P:

Problema propuesto: "El problema sería encontrar el rectángulo que ocupa lo más que se pueda del terreno".

Planeación: "Encontrar la ecuación de la hipotenusa del triángulo para que al trazar un lado podamos encontrar en dónde está la intersección **y**, el área calculada en este punto será mayor".

Ejecución: Encuentra la ecuación de la recta y asigna valores a **y**: 50, 60, 45 y encuentra los valores para **x**. Con estos valores calcula diferentes áreas y selecciona la mayor. Respecto a la solución obtenida dice: "No es única porque tal vez pueda haber otra altura a la cual el terreno sea mayor".

En términos generales, ambos alumnos muestran congruencia en los tres aspectos señalados, sin embargo, el alumno C muestra más precisión en el planteamiento del problema, organiza los datos en una representación tabular, además se percibe más seguridad en lo realizado ("la solución no es única...") Mientras que en el alumno P la formulación del problema es vaga e imprecisa ("...que ocupa lo más que se pueda"), se nota poco orden en las acciones, también no utiliza una representación tabular y se muestra cierta inseguridad en la solución obtenida ("tal vez"). Sin embargo, esta diferencia en sólo dos alumnos no puede servir de base para hacer generalizaciones en las diferencias de perfiles en ambos grupos de alumnos.

CONCLUSIONES

Con base en los resultados y la discusión anterior, no hay una fundamentación sólida para establecer diferencias significativas entre el grupo curricular y el grupo prpedéutico. En ambos se nota una carencia o falta de habilidad para utilizar representaciones, conocimientos, razonamientos propios de las asignaturas cursadas, en una situación en la cual son relevantes. Es decir, no se notan diferencias entre los comportamientos mostrados. Un ejemplo representativo de los estudiantes del grupo P planteó el siguiente tipo de problema: " El único problema es conocer las dimensiones del terreno rectangular y si es que cabe en el terreno triangular" , y una muestra del grupo C planteó: "Considero que el único problema o inconveniente es definir las dimensiones del terreno rectangular".

Tampoco se observan diferencias tanto en el reconocimiento de un problema de optimización o en el tipo de problemas propuestos, como en la calidad y en el número de los problemas propuestos. Una evidencia de esta debilidad o falta de acceso se revela en la incapacidad de los alumnos para resolver la cuestión # 5, algunos alumnos trataron de resolverla empleando la "regla de tres simple" que no era aplicable en esta circunstancia. Estas dificultades mostradas podrían deberse a que los alumnos consideraron las representaciones externas de manera aislada, o no insertas en un sistema representacional o tener una pobre conexión entre representaciones. No obstante, algunos alumnos de ambos grupos , vieron el triángulo y sus componentes insertados en sistema representacional lo que les permitió tener un mejor desempeño, aunque sin llegar a resolver la cuestión # 5.

Quizás esta debilidad o ausencia de conexiones entre representaciones pueda considerarse una diferencia sutil en términos de perfiles cognitivos entre ambos grupos. Sin embargo, es arriesgado hacer generalizaciones. Por otro lado, llama la atención el hecho de que haya sido mayor el número de alumnos de grupo propedeútico (26) que vieron un *"problema"*, comparado con los del grupo curricular que fueron (10), cuando la hipótesis inicial pudiera sugerir lo contrario. Asimismo, estas evidencias nos hacen reflexionar sobre la eficacia del examen diagnóstico como un medio para evaluar los conocimientos, habilidades e interpretaciones, y por tanto, clasificar a los alumnos y así asignarlos a un grupo propedéutico, o bien a un grupo curricular. Finalmente, consideramos que este tipo de situaciones o tareas tienen un potencial para evaluar los aprendizajes o entender procesos cognitivos y favorecer el aprendizaje en los estudiantes cuando se proporcionan situaciones en las cuales se pide reconocer o inferir un problema y resolverlo.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Davis, G. A. (1973). *Psychology of problem solving: Theory and practice.* New York: Basic Books.

Campos, M. A. y Estrada (1999). Representaciones matemáticas de estudiantes preuniversitario en la resolución de un problema de optimización. *Educación Matemática*, pp 32-46

Denzin, N. K. , & Lincoln, Y.S. (1994). Introduction: Entering the field of qualitative research. In N.K. Denzin & Y.S. Lincoln (Eds.), *The Handbook of Qualitative Research.* Thousand Oaks, CA: sage Publications, pp.1-17.

Dreyfus, T. (1991). Advanced mathematical thinking process. In D. Tall. *Advanced mathematical thinking.* Dordrecht: Kluwer, 25-41.

Duval, R. (1998). Registros de representación semiótica y funcionamiento cognitivo. En Fernando Hitt (Ed.), *Investigaciones en matemática educativa.* Vol. 11, pp. 173-201.

Duval, R. (1999). Representation, vision and visualization: Cognitive functions in mathematical thinking. Basic issues for learning. In Hitt, F. & Santos, M. (Eds.), *Proceedings of the Twenty First Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education,* pp. 3-26.
Columbus, OH: Eric Clearinghouse for Science, Mathematical, and Environmental Education.

English, L. (1997). Promoting a problem – posing classroom. *Teaching Children Mathematics,* pp. 172- 178.

English, L. (1998). Children´s problem posing within formal and informal contexts. *Journal for Research in Mathematics Education.* Vol. 29, pp. 83- 106.

English, L. (1999). Reasoning by analogy. A fundamental process in children´s mathematical learning. In Lee, V. Stiff & Frances R. Curcio (Eds.)
Developing Mathematical Reasoning in Grades K-12. Yearbook. Reston, VA: National council of Teachers of Mathematics, pp. 22-35.

Estrada, J. (1998). Posing questions or reformulation of problems as an activity to perceive the structure of mathematical problems. *Proceedings of the Twentieth Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education.* Vol. 2, pp. 566-571. ERIC Clearinghouse for Science, Mathematics, and Environmental Education.

Goldin, G. & Kaput, J. (1996). A joint perspective on the idea of representation in learning and doing mathematics. *Theories of mathematical learning.* Chapter 23. pp. 397-430,

Janvier, C. (1978). The interpretation of complex cartesian graphs. Doctoral dissertation, University of Nottingham, Wetherby.

Kardos, G. (2004). The case for cases. In H. Doerr & R. A. Lesh (Eds). *Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics teaching, learning, and problem solving.* Chapter 13, pp. 1-14. Mahwah, NJ: Erlbaum.

Krutetski, V. A. (1976). *The psychology of mathematical abilities in school children.* Chicago: University of Chicago Press.

National Council of Teacher of Mathematics (2000). *Principles and Standards for School Mathematics.* Reston, VA: Author.

Lawrence Erbaun. Hiebert, J. & Carpenter, T. (1992). Learning and teaching with understanding. In D. A. Grouws (Ed.) *Handbook of Research in Mathematics Thinking and Learning,* NCTM, pp. 65-97

Newell, A., & Simon, H. A. (1972). *Human problem solving.* Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall.

Prawat, R. (1989). Promoting access to knowledge, strategy and disposition in students: A Research synthesis. *Review of Educational Research,* (59), pp. 1-41.

APÉNDICE 1

EXAMEN DIAGNÓSTICO

UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA
DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS

EXAMEN DIAGNÓSTICO PARA ALUMNOS DE NUEVO INGRESO

COMISIÓN DE VINCULACIÓN FACULTAD DE INGENIERÍA-BACHILLERATO UNAM

Generación 2003

Examen Tipo "1"

Duración: 3.5 horas

NOMBRE: ____

apellido paterno apellido materno nombre(s)

FECHA DE NACIMIENTO: ______ ______ ______ FIRMA: ______________

año mes día

DOMICILIO: ____

TELÉFONOS PARA LOCALIZARTE EN ZONA METROPOLITANA: ______________

____

NÚMERO DE CUENTA EN LA UNAM: ______________________

NOMBRE COMPLETO DE TU
ESCUELA DE PROCEDENCIA: ______________________

______________________ CLAVE ASIGNADA POR LA F. I : ______________

PROMEDIO QUE OBTUVISTE EN EL BACHILLERATO. ______________

¿TRABAJAS? ______ ______________ ______________________

no si, permanentemente si, eventualmente

Muestra del cuadernillo que se entregará para el examen

REACTIVOS

EXAMEN TIPO 1

ÁLGEBRA

1. Al eliminar los símbolos de agrupación y simplificar la expresión $-\{5x+2y-[(x+3y)-(-2y+3x)]\}$, se obtiene.................................... ☐

1) $-7x+3y$ **2)** $-3x+7y$ **3)** $x-3y$ **4)** $-4x$

2. Al simplificar la expresión $\left(\dfrac{x^{2y}x^{-3y}}{x^{-y}}\right)^{-1}$, se obtiene.................................... ☐

1) x^{2y} **2)** 1 **3)** 0 **4)** -1

3. Al simplificar la expresión $\dfrac{\sqrt[3]{u^2v}}{\sqrt[6]{u^5v^4}}$, se obtiene.................................... ☐

1) $\dfrac{1}{\sqrt[6]{u^{4}v^{\frac{4}{3}}}}$ **2)** $u^{\frac{3}{10}}v^{\frac{3}{2}}$ **3)** $\dfrac{1}{\sqrt[6]{uv^2}}$ **4)** $v\sqrt[3]{u^2}$

4. Al efectuar la multiplicación y simplificar $\left(\dfrac{a-b}{a^3}\right)\left(\dfrac{ab+a^2}{a^2-b^2}\right)$, se obtiene ☐

1) $\dfrac{a^2(b+a)}{a-b}$ **2)** a^2 **3)** $\dfrac{a+b}{a^2(a-b)}$ **4)** $\dfrac{1}{a^2}$

5. Al efectuar $\dfrac{x}{x+1}-\dfrac{x}{x-1}+\dfrac{2}{x^2-1}$, se obtiene.................................... ☐

1) $\dfrac{-2x^2+4x+2}{(x-1)(x-1)(x+1)}$ **2)** $-\dfrac{2}{x+1}$ **3)** $\dfrac{2}{x-1}$ **4)** $\dfrac{2}{x+1}$

6. Al desarrollar el binomio $(a - a^{-1})^2$, se obtiene..............................

1) a^2-2+a^{-2} 2) a^2+a^{-2} 3) a^2+2-a^{-2} 4) a^2-a^{-2}

7. Al factorizar $2ax - 4bx + ay - 2by$, se obtiene..............................

1) $(y-2b)(2x+a)$ 2) $(a-2b)(2x+y)$

3) $(2+y)(ax-2b)$ 4) $(x+y)(a-2b)$

8. Al simplificar la expresión $\dfrac{4x-\frac{4}{x}}{2+\frac{2}{x}}$, se obtiene..............................

1) $x-1$ 2) $2x+2$ 3) $\dfrac{2(x-1)}{x+1}$ 4) $2x-2$

9. Al resolver el sistema de ecuaciones $\begin{cases} 3x+2y=5 \\ -x-3y=7 \end{cases}$, se obtiene que el valor de x es..............................

1) $\dfrac{29}{7}$ 2) $\dfrac{29}{11}$ 3) $-\dfrac{29}{11}$ 4) $-\dfrac{29}{7}$

10. El valor de x que satisface a la ecuación $\log_b(x-1)=0$, es..............

1) $b+1$ 2) 2 3) 1 4) 0

TRIGONOMETRÍA

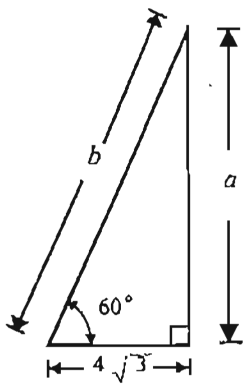
11. Si en un triángulo rectángulo $\cot\theta = 3$, entonces el valor de $\cos\theta$ es........

1) $\dfrac{1}{3}$ 2) $\dfrac{\sqrt{10}}{3}$ 3) $\dfrac{3}{\sqrt{10}}$ 4) $\dfrac{1}{\sqrt{10}}$

12. Si $\sec\theta = 2$, entonces θ es igual a...

1) $2\cos\theta$ **2)** $60°$ **3)** $45°$ **4)** $30°$

13. En el triángulo rectángulo de la figura, los valores de a y b son, respectivamente, ...

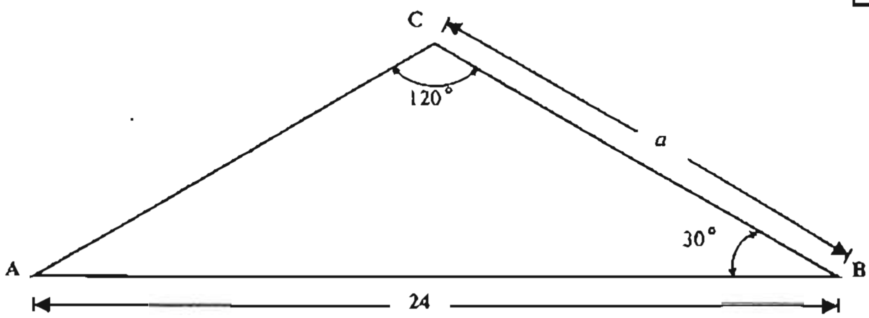


1) $12\ y\ \sqrt{156}$ **2)** $12\ y\ 8\sqrt{3}$ **3)** $6\ y\ \sqrt{48}$ **4)** $6\ y\ \sqrt{84}$

14. Si la altura de un triángulo equilátero es igual a $\sqrt{18}$ cm , entonces la longitud de cada uno de sus lados, en centímetros, es...

1) $2\sqrt{18}$ **2)** $2\sqrt{6}$ **3)** $\sqrt{6}$ **4)** $\frac{2}{\sqrt{54}}$

15. Para el triángulo de la figura, el valor de a es .... ☐



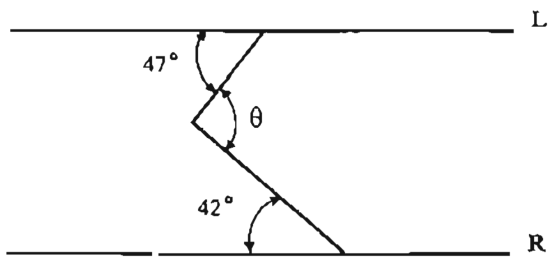
1) 24 **2)** 19 **3)** $\frac{24}{\sqrt{2}}$ **4)** $\frac{24}{\sqrt{3}}$

GEOMETRÍA EUCLIDIANA

16. Si el área de un sector circular es $6\pi\, cm^2$ y su ángulo central mide $60°$, entonces su radio, en centímetros, mide.. ☐

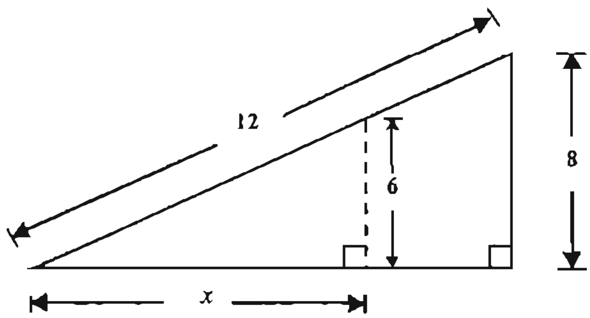
1) 18 **2)** 6 **3)** $3\sqrt{2}$ **4)** 3

17. Para las rectas paralelas **L** y **R** de la figura, el valor del ángulo θ es.. ☐



1) 91° **2)** 89° **3)** 47° **4)** 42°

18. En la figura siguiente, el valor de x es..



1) $\sqrt{117}$ 2) 9 3) $\sqrt{45}$ 4) 4

19. Si el área de un triángulo equilátero es $\sqrt{3}\ cm^2$, entonces el perímetro del triángulo, en centímetros, es..

1) 6 2) 2 3) 1 4) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

20. Una rueda de $80\ cm$ de radio gira $60°$ sobre el piso sin resbalar. La distancia que se desplaza la rueda, en centímetros, es..

1) $\frac{160\pi}{3}$ 2) $\frac{80\pi}{3}$ 3) $\frac{40\pi}{3}$ 4) $\frac{\pi}{\sqrt{240}}$

GEOMETRÍA ANALÍTICA

21. La distancia del punto $(5, -7)$ a la recta de ecuación $2x + 3y - 12 = 0$, es..

1) $\frac{23}{\sqrt{5}}$ 2) $\frac{23}{\sqrt{13}}$ 3) $\frac{11}{\sqrt{5}}$ 4) $\frac{11}{\sqrt{13}}$

22. La ecuación de la recta que contiene al punto $(6, 4)$ y que es perpendicular a la recta de ecuación $3y + 4x - 2 = 0$, es.. ☐

1) $3x - 4y - 2 = 0$ **2)** $3x - 4y + 2 = 0$

3) $4x + 3y - 36 = 0$ **4)** $4x + 3y + 12 = 0$

23. La ecuación de una parábola con vértice en $(-1, -2)$ y eje focal paralelo al eje de las abscisas, es.. ☐

1) $y^2 - 4y + 4x = 0$ **2)** $2x^2 - 4x + y = 0$

3) $2x^2 + 4x - y = 0$ **4)** $y^2 + 4y - 4x = 0$

24. La ecuación de la circunferencia con centro en $(-2, -3)$ y que contiene al punto $(4, 5)$, es.. ☐

1) $x^2 + y^2 + 4x + 6y - 87 = 0$ **2)** $x^2 + y^2 + 4x + 6y + 5 = 0$

3) $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 5 = 0$ **4)** $x^2 + y^2 - 4x - 6y - 87 = 0$

25. La hipérbola cuya ecuación es $4x^2 - 9y^2 - 8x - 36y - 68 = 0$, tiene su centro y sus vértices en.. ☐

1) $C(-1, 2)$
$V_1(-3, 2)$, $V_2(1, 2)$

2) $C(1, -2)$
$V_1(-2, -2)$, $V_2(4, -2)$

3) $C(-1, 2)$
$V_1(-4, 2)$, $V_2(2, 2)$

4) $C(1, -2)$
$V_1(-1, -2)$, $V_2(3, -2)$

CÁLCULO

26. El dominio de la función $f(x) = \dfrac{\sqrt{x-1}}{x^2-4}$ es..

1) $(-\infty, -2) \cup (-2, 1) \cup (1, 2) \cup (2, \infty)$ **2)** $[1, \infty)$

3) $[1, 2) \cup (2, \infty)$ **4)** $(-\infty, -2) \cup (-2, 2) \cup (2, \infty)$

27. Si $f(x) = \sqrt{x^2+3}$, el valor de $f'(1)$ es..

1) 8 **2)** 2 **3)** $\dfrac{1}{2}$ **4)** $\dfrac{1}{4}$

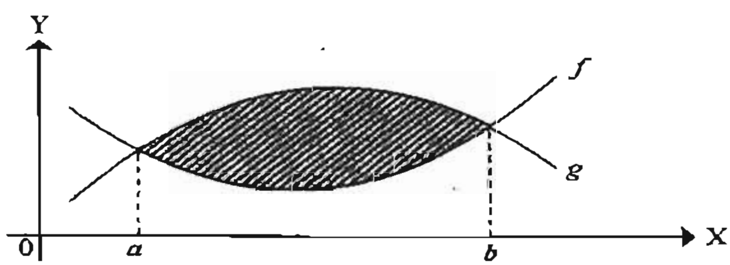
28. La $\displaystyle\int \frac{dx}{(x+1)^2}$, es..

1) $-\dfrac{1}{x} + x + C$ **2)** $-\dfrac{1}{3(x+1)^3} + C$ **3)** $x + 1 + C$ **4)** $-\dfrac{1}{x+1} + C$

29. El valor de $\displaystyle\lim_{x \to 9} \frac{2\sqrt{x} - 6}{x - 9}$, es..

1) $\dfrac{1}{3}$ **2)** $\dfrac{1}{6}$ **3)** $\dfrac{1}{9}$ **4)** No existe

30. La expresión que permite calcular el área de la región sombreada de la figura, es..



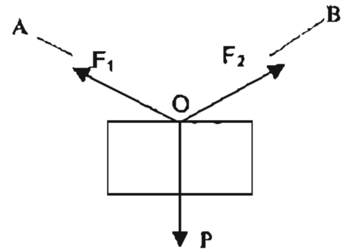
1) $\displaystyle\int_a^b [f(x)\ g(x)]\,dx$ **2)** $\displaystyle\int_a^b [g(x) - f(x)]\,dx$

3) $\displaystyle\int_a^b [f(x) + g(x)]\,dx$ **4)** $\displaystyle\int_a^b [f(x) - g(x)]\,dx$

MECÁNICA

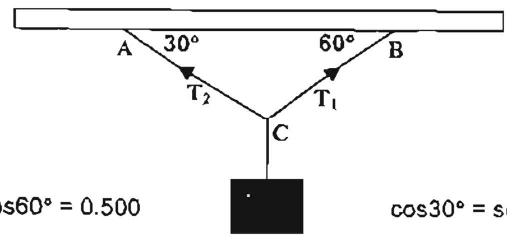
31. El bloque de la figura se encuentra en equilibrio actuando sobre él su peso P (a considerar como una fuerza vertical, dirigida hacia abajo), la fuerza F_1 (de dirección y sentido iguales a los del segmento dirigido que va de O a A, que forma un ángulo de 70° con la vertical) y la fuerza F_2 (de dirección y sentido iguales a los del segmento dirigido que va de O a B, que forma un ángulo de 60°, también con la vertical). Considerando que P, F_1 y F_2 son, respectivamente, las magnitudes de P, F_1 y F_2, puede afirmarse que .... ☐

1) $F_1 < F_2$ **2)** $F_1 + F_2 = P$ **3)** $F_1 + F_2 + P = 0$ **4)** $F_1 > F_2$



32. La caja de la figura, que pesa 10 N, cuelga de las cuerdas CA y CB que se muestran. Para tales condiciones, en N, la magnitud de la cuerda CB, es .... ☐

1) 10.0 **2)** 13.66 **3)** 8.66 **4)** 5.00



sen30° = cos60° = 0.500 cos30° = sen60° = 0.866

APÉNDICE 2

EXÁMENES REPRESENTATIVOS DE LOS ALUMNOS

(Se indican los exámenes correspondientes al grupo propedéutico con la letra P en el ángulo superior derecho y con la letra C para señalar los que corresponden al grupo curricular)

Nombre Alcántara Rodríguez María Antonieta **Tipo A**

Una persona va heredar un terreno, pero para recibirlo deberá cumplir con las tres condiciones siguientes:

1. El heredero deberá seleccionar el terreno dentro de un baldío de forma triangular y además dicho terreno debe tener forma rectangular. Para clarificar el asunto, el baldío se ha representado en sistema cartesiano (figura1) con las medidas AB = 50 m y AC = 100 m
2. Uno de los vértices del terreno rectangular debe estar en el punto A
3. Otro de los vértices deberá estar sobre la recta BC

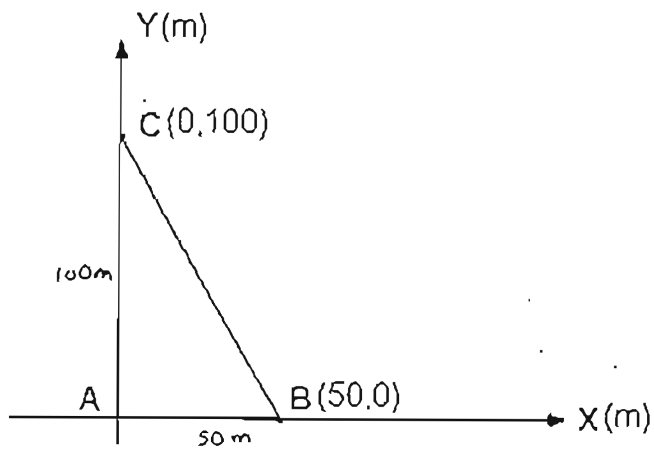


figura 1

NOTA: NO BORRES NADA DE LO QUE ESCRIBAS, SI TE EQUIVOCAS ENCIERRA EN PARÉNTESIS LO QUE CONSIDERES ERROR

P

Responde las siguientes cuestiones

1. ¿Hay un problema aqui? (no en lo escrito anteriormente, sino en la situación presentada). Si fuera asi, ¿cuál es?. Escríbelo. Si no hay un próblema, explica por qué.

   El problema sería encontrar el rectángulo que ocupe lo más que se pueda de terreno

2. Resuelve el problema que formulaste , pero **antes de empezar** a resolverlo, escribe **todas las ideas** que se te vienen a la mente para solucionarlo ó las ideas que te sugiere la situación, por ejemplo, ¿qué es lo piensas hacer para resolver el problema?, ¿hay varias formas de resolverlo?

   Una forma de resolverlo sería encontrando la ecuación de la hipotenusa del triángulo, para que al trazar un lado podamos encontrar en donde está la intersección y calcular en qué punto el área sería mayor

   $C(0,100)$ $B(50,0)$

   $y-100=\frac{0-100}{50-0}(x-0)$

   $y-100=\frac{100}{50}(x)0$

   $y-100=-2x$

   $y=-2x+100$

3. Ahora, escribe a continuación con **todo detalle** los **pasos** que vas siguiendo para resolver el problema

   Primero encontrar la ecuación de la hipotenusa y comenzar a calcular alturas para el rectángulo y encontrar en qué punto se encuentra con la recta CB y a partir de sus datos calcular el área.

   $y=50$

   $50=-2x+100$

   $2x=100-50$

   $x=\frac{50}{2}$

   $x=25$

   con x

   $25 \times 50 = 1250\ m^2$

   $y=60$

   $60=-2x+100$

   $2x=100-60$

   $x=\frac{40}{2}$

   $x=20$

   $20 \times 50 = 1000$

   $y=45$

   $45=-2x+100$

   $2x=100-45$

   $x=\frac{55}{2}$

   $x=27.5$

   $27.5 \times 50 = 1375.0\ m^2$

   Mientras la altura disminuya aumenta el área ∴ si la altura es 45 m, el área es de 1375 m

4. La solución que obtuviste para tu problema ¿es única? ó ¿hay otra diferente?, es decir, ¿puede haber otro terreno rectangular que cumpla todas las condiciones pedidas y resuelva satisfactoriamente el problema que planteaste?. Explica con detalle tu respuesta.

   No es única por que talvez puede haber otra altura a la cual el terreno sea mayor

5. Suponiendo que uno de los lados verticales del terreno rectángular tiene 16 m, encuentra la medida de uno de los lados horizontales del mismo

   $16=-2x+100$

   $2x=100-16$

   $2x=84$

   $x=\frac{84}{2}$

   $x=42$

P

Nombre--Corral G. Arturo.-------------------- Tipo A

Una persona va heredar un terreno, pero para recibirlo deberá cumplir con las tres condiciones siguientes:

1. El heredero deberá seleccionar el terreno dentro de un baldío de forma triangular y además dicho terreno debe tener forma rectangular. Para clarificar el asunto, el baldío se ha representado en sistema cartesiano (figura1) con las medidas AB = 50 m y AC = 100 m
2. Uno de los vértices del terreno rectangular debe estar en el punto A
3. Otro de los vértices deberá estar sobre la recta BC

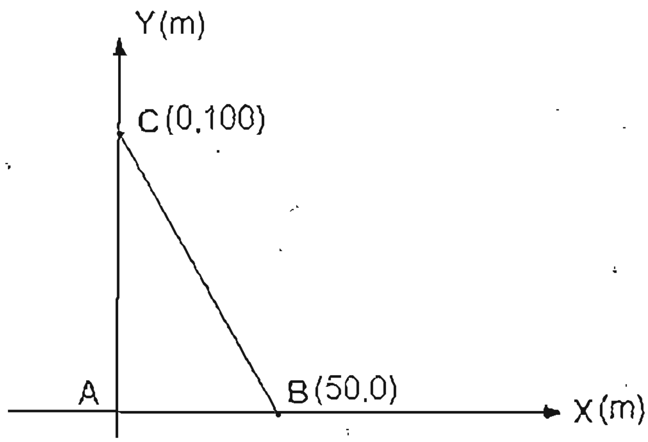


figura 1

NOTA: NO BORRES NADA DE LO QUE ESCRIBAS, SI TE EQUIVOCAS ENCIERRA EN PARÉNTESIS LO QUE CONSIDERES ERROR

Responde las siguientes cuestiones

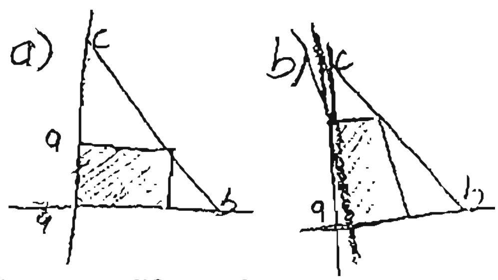
1. ¿Hay un problema aquí? (no en lo escrito anteriormente, sino en la situación presentada). Si fuera así, ¿cuál es?. Escribelo. Si no hay un problema, explica por qué. Sí, solo hay un problema, q' no nos dice cual es el área q' se quiere para el terreno nuevo.

2. Resuelve el problema que formulaste , pero antes de empezar a resolverlo, escribe todas las ideas que se te vienen a la mente para solucionarlo ó las ideas que te sugiere la situación, por ejemplo, ¿qué es lo piensas hacer para resolver el problema?, ¿hay varias formas de resolverlo?

(Hay dos formas de solucionar, el terreno q' se pide es de forma rectangular, pero no se nos dice de q' area se quiere asi q' la posicion del terreno, puede ser horizontal o vertical

3. Ahora, escribe a continuación con todo detalle los pasos que vas siguiendo para resolver el problema

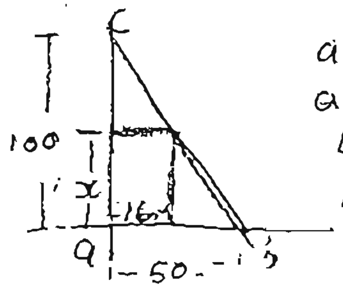
1.- Delimitar el area q' se tiene
2.- Ver condiciones para la nueva area (Vertice en A y otro en BC
3.- Dibujar las posibles soluciones
a) Horizontal



4. La solución que obtuviste para tu problema ¿es única? ó ¿hay otra diferente?, es decir, ¿puede haber otro terreno rectangular que cumpla todas las condiciones pedidas y resuelva satisfactoriamente el problema que planteaste?. Explica con detalle tu respuesta.

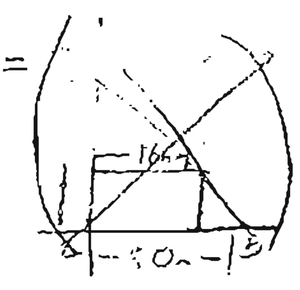
Son dos formas de resolver el problema son las unicas formas q' hay para representar la solucion del problema

5. Suponiendo que uno de los lados verticales del terreno rectángular tiene 16 m, encuentra la medida de uno de los lados horizontales del mismo



$ab = 50m$
$ac = 100m$
$L_1 = 16$
$L_2 = x$

$L_2 =$



P

Nombre Díaz González Erika Patricia   Tipo A

Una persona va heredar un terreno, pero para recibirlo deberá cumplir con las tres condiciones siguientes:

1. El heredero deberá seleccionar el terreno dentro de un baldio de forma triangular y además dicho terreno debe tener forma rectangular. Para clarificar el asunto, el baldio se ha representado en sistema cartesiano (figura1) con las medidas AB = 50 m y AC = 100 m
2. Uno de los vértices del terreno rectangular debe estar en el punto A
3. Otro de los vértices deberá estar sobre la recta BC

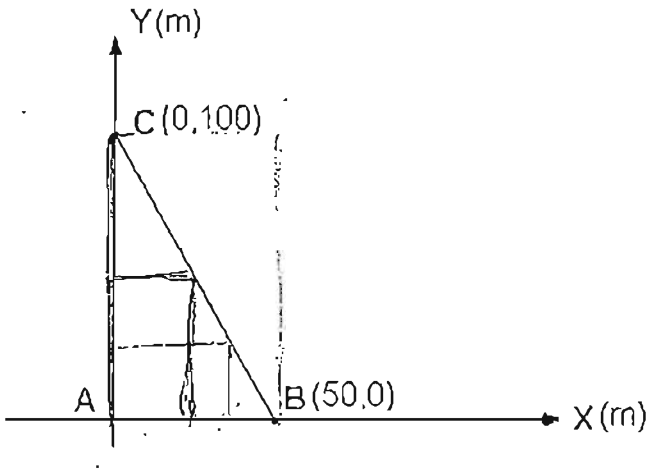


figura 1

NOTA: NO BORRES NADA DE LO QUE ESCRIBAS, SI TE EQUIVOCAS ENCIERRA EN PARÉNTESIS LO QUE CONSIDERES ERROR

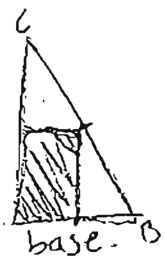
Responde las siguientes cuestiones

1. ¿Hay un problema aqui? (no en lo escrito anteriormente, sino en la situación presentada). Si fuera así, ¿cuál es?. Escríbelo. Si no hay un problema, explica por qué. Creo que sí, ya que si los vértices del terreno deben estar donde se indica, el triángulo es muy pequeño para tener dentro un rectángulo de esas dimensiones. Bueno también se puede ya que no había entendido que debía estar sobre la recta BC, y no en su vértice.

2. Resuelve el problema que formulaste , pero antes de empezar a resolverlo, escribe todas las ideas que se te vienen a la mente para solucionarlo ó las ideas que te sugiere la situación, por ejemplo, ¿qué es lo piensas hacer para resolver el problema?, ¿hay varias formas de resolverlo?

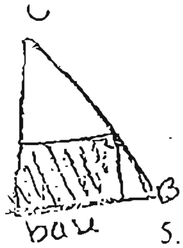
Dividir el terreno, cortarle un pedazo, Dividir en mitades ...

3. Ahora, escribe a continuación con todo detalle los pasos que vas siguiendo para resolver el problema



Primero lo que haría es dividirlo a la mitad de lo base y luego a la mitad de la recta CB. Después trazaría el rectángulo y luego lo bardeo.

4. La solución que obtuviste para tu problema ¿es única? ó ¿hay otra diferente?, es decir, ¿puede haber otro terreno rectangular que cumpla todas las condiciones pedidas y resuelva satisfactoriamente el problema que planteaste?. Explica con detalle tu respuesta.



Creo que habría otra opción que sería hacer el terreno en forma de rectángulo horizontal y si cumpliría con las condiciones pedidas.

5. Suponiendo que uno de los lados verticales del terreno rectángular tiene 16 m, encuentra la medida de uno de los lados horizontales del mismo.

P

Nombre- Gómez Rodríguez Janeth   Tipo A

Una persona va heredar un terreno, pero para recibirlo deberá cumplir con las tres condiciones siguientes:

1. El heredero deberá seleccionar el terreno dentro de un baldío de forma triangular y además dicho terreno debe tener forma rectangular. Para clarificar el asunto, el baldío se ha representado en sistema cartesiano (figura1) con las medidas AB = 50 m y AC = 100 m
2. Uno de los vértices del terreno rectangular debe estar en el punto A
3. Otro de los vértices deberá estar sobre la recta BC

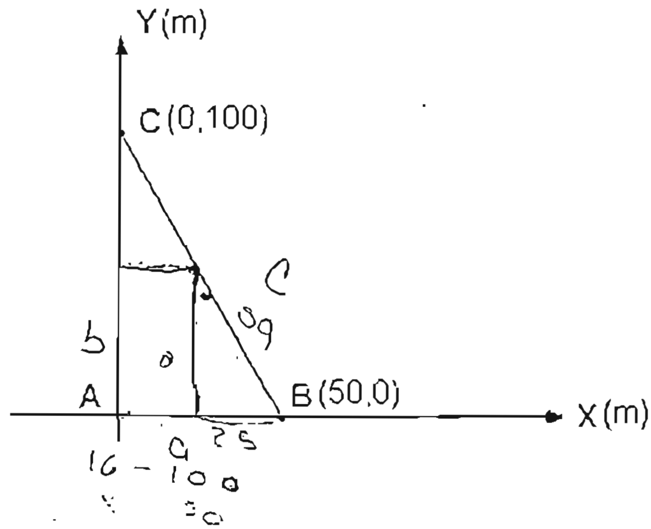


figura 1

NOTA: NO BORRES NADA DE LO QUE ESCRIBAS, SI TE EQUIVOCAS ENCIERRA EN PARÉNTESIS LO QUE CONSIDERES ERROR

Responde las siguientes cuestiones

1. ¿Hay un problema aquí? (no en lo escrito anteriormente, sino en la situación presentada). Si fuera así, ¿cuál es?. Escribelo. Si no hay un problema, explica por qué. ~~El promc q'~~
El problema único q' yo veo es que no se especifica cual es el punto en el cual debe estar el ~~vertice~~ vértice sobre BC

2. Resuelve el problema que formulaste , pero antes de empezar a resolverlo, escribe todas las ideas que se te vienen a la mente para solucionarlo ó las ideas que te sugiere la situación, por ejemplo, ¿qué es lo piensas hacer para resolver el problema?, ¿hay varias formas de resolverlo?
Para resolverlo voy a sacar el área y el perímetro del triangulo.
El vértice en BC va a ser en el punto medio, para que cuando saque el area del rectangulo sea mas fácil por q' al formarse el el rectangulo se forman dos triangulos con los cuales puedo sacar el area del rectangulo

3. Ahora, escribe a continuación con todo detalle los pasos que vas siguiendo para resolver el problema
El vertice en BC es 55.9 m

$A = \frac{b \times h}{2}$

$A = \frac{50 \times 100}{2}$

$A = \frac{5000}{2}$

$A = 2500 m^2$

P=

$CB^2 = AB^2 + AC^2$

$CB^2 = 50^2 + 100^2$

$CB = 2500 + 10000$

$CB = \sqrt{12500}$

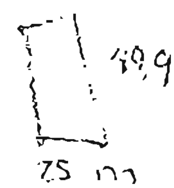
$CB = 111.80 m$

si $c^2 = a^2 + b^2$

$c^2 - a^2 = b^2$

$55.9^2 - 25^2 = b^2$

$c = 49.9 m$



4. La solución que obtuviste para tu problema ¿es única? ó ¿hay otra diferente?, es decir, ¿puede haber otro terreno rectangular que cumpla todas las condiciones pedidas y resuelva satisfactoriamente el problema que planteaste?. Explica con detalle tu respuesta.
La solución es única, pero pueden variar los triangulos en base al valor q' cada persona tome

5. Suponiendo que uno de los lados verticales del terreno rectángular tiene 16 m, encuentra la medida de uno de los lados horizontales del mismo.

Responde las siguientes cuestiones

1. ¿Hay un problema aqui? (no en lo escrito anteriormente, sino en la situación presentada). Si fuera así, ¿cuál es?. Escribelo. Si no hay un problema, explica por qué. Existe el siguiente problema:

1: Hay que encontrar un rectangulo dentro del triangulo rectangulo que se nos presenta.

2. Resuelve el problema que formulaste , pero antes de empezar a resolverlo, escribe todas las ideas que se te vienen a la mente para solucionarlo ó las ideas que te sugiere la situación, por ejemplo, ¿qué es lo piensas hacer para resolver el problema?, ¿hay varias formas de resolverlo?

Creo que pueden existir 2 formas para resolverlo

1.- Sacar la medida de la hipotenusa, para despues sacar mediatrices a los lados del triangulo, para que cada mediatriz sea un vertice de nuestro rectangulo, junto con el vertice A.

2.- Proyectar los catetos dados, de tal forma que se cree un rectangulo para dividirlo en 2 triangulos, y así sacar un rectangulo

3. Ahora, escribe a continuación con todo detalle los pasos que vas siguiendo para resolver el problema

1.- Sacar la medida de la hipotenusa, por medio del teorema de pitagoras.

2.- Medir cada uno de los lados, y sacar el punto medio de cada uno de sus lados (es decir la mediatriz.)

3: Trazar una línea de punto en punto, para así lograr construir el rectangulo deseado

4. La solución que obtuviste para tu problema ¿es única? ó ¿hay otra diferente?, es decir, ¿puede haber otro terreno rectangular que cumpla todas las condiciones pedidas y resuelva satisfactoriamente el problema que planteaste?. Explica con detalle tu respuesta.

Creo que pueden existir otras formas, pero estas son las más logicas, y simples para mí.

5. Suponiendo que uno de los lados verticales del terreno rectángular tiene 16 m, encuentra la medida de uno de los lados horizontales del mismo.

Entonces sería de 4 m, ya que sino sería un cuadrado.

Nombre Pérez Hernández Iván   Tipo A

P

Una persona va heredar un terreno, pero para recibirlo deberá cumplir con las tres condiciones siguientes:

1. El heredero deberá seleccionar el terreno dentro de un baldio de forma triangular y además dicho terreno debe tener forma rectangular. Para clarificar el asunto, el baldio se ha representado en sistema cartesiano (figura1) con las medidas AB = 50 m y AC = 100 m
2. Uno de los vértices del terreno rectangular debe estar en el punto A
3. Otro de los vértices deberá estar sobre la recta BC

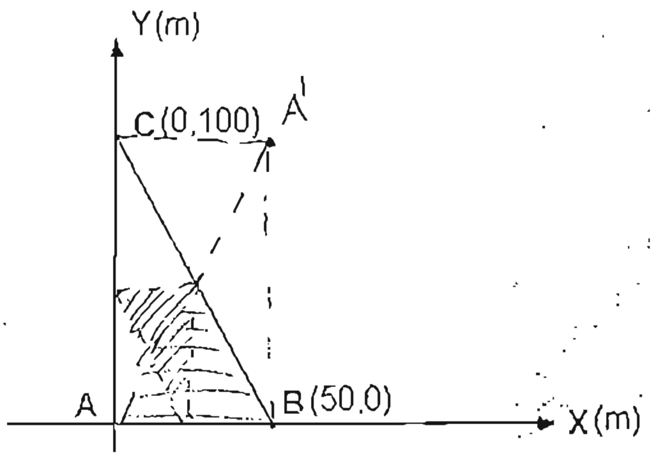


figura 1

NOTA: NO BORRES NADA DE LO QUE ESCRIBAS, SI TE EQUIVOCAS ENCIERRA EN PARÉNTESIS LO QUE CONSIDERES ERROR

Responde las siguientes cuestiones

1. ¿Hay un problema aquí? (no en lo escrito anteriormente, sino en la situación presentada). Si fuera asi, ¿cuál es?. Escríbelo. Si no hay un problema, explica por qué

hay que tazar un terreno de forma rectangular dentro del terreno en forma triangular, esto se hace, ya habiendonos dado un vertice, trazar [illegible] perpendiculares a los ejes.

2. Resuelve el problema que formulaste , pero antes de empezar a resolverlo, escribe todas las ideas que se te vienen a la mente para solucionarlo ó las ideas que te sugiere la situación, por ejemplo, ¿qué es lo piensas hacer para resolver el problema?, ¿hay varias formas de resolverlo?

en lo que pienso, es en sacar la otra medida que falta del terreno, eso se me ocurre por medio del teorema de pitagoras

$a^2 = b^2 + c^2$.

3. Ahora, escribe a continuación con todo detalle los pasos que vas siguiendo para resolver el problema

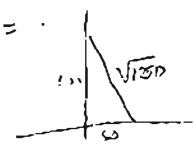
$a^2 = b^2 + c^2$.

$a^2 = (50)^2 + (100)^2$.

$a^2 = 250 + (1000)$

$á = \sqrt{1250}$

a =



y el terreno mide aprox.
65 x 25 m.

4. La solución que obtuviste para tu problema ¿es única? ó ¿hay otra diferente?, es decir, ¿puede haber otro terreno rectangular que cumpla todas las condiciones pedidas y resuelva satisfactoriamente el problema que planteaste?. Explica con detalle tu respuesta.

considero que para obtener la distancia de la hipotenusa de este triangulo, no hay otra opción,

5. Suponiendo que uno de los lados verticales del terreno rectángular tiene 16 m, encuentra la medida de uno de los lados horizontales del mismo.

seria 45 m aprox.

Nombre Rivas Soriano Eduardo   Tipo A

Una persona va heredar un terreno, pero para recibirlo deberá cumplir con las tres condiciones siguientes:

1. El heredero deberá seleccionar el terreno dentro de un baldío de forma triangular y además dicho terreno debe tener forma rectangular. Para clarificar el asunto, el baldío se ha representado en sistema cartesiano (figura 1) con las medidas AB = 50 m y AC = 100 m
2. Uno de los vértices del terreno rectangular debe estar en el punto A
3. Otro de los vértices deberá estar sobre la recta BC

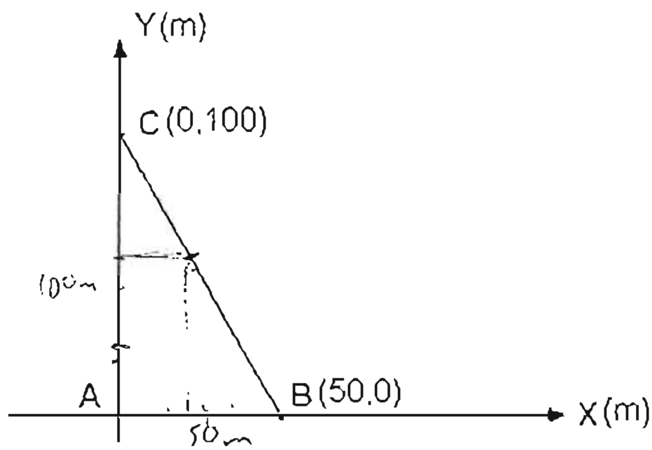


figura 1

NOTA: NO BORRES NADA DE LO QUE ESCRIBAS, SI TE EQUIVOCAS ENCIERRA EN PARÉNTESIS LO QUE CONSIDERES ERROR

P

Nombre Rosete Vega Miguel Angel Tipo A

Una persona va heredar un terreno, pero para recibirlo deberá cumplir con las tres condiciones siguientes:

1. El heredero deberá seleccionar el terreno dentro de un baldío de forma triangular y además dicho terreno debe tener forma rectangular. Para clarificar el asunto, el baldío se ha representado en sistema cartesiano (figura1) con las medidas AB = 50 m y AC = 100 m
2. Uno de los vértices del terreno rectangular debe estar en el punto A
3. Otro de los vértices deberá estar sobre la recta BC

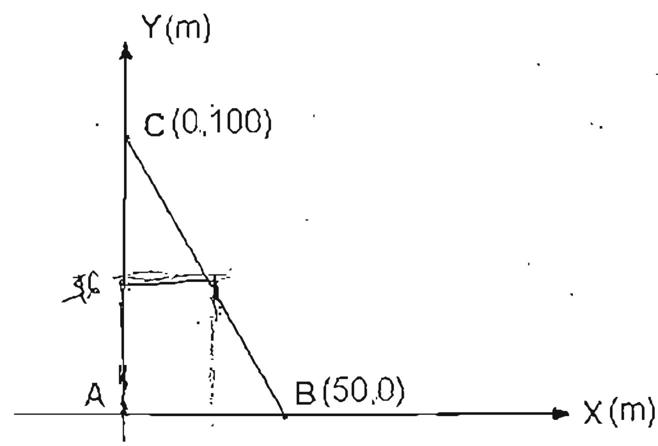


figura 1

NOTA: NO BORRES NADA DE LO QUE ESCRIBAS, SI TE EQUIVOCAS ENCIERRA EN PARÉNTESIS LO QUE CONSIDERES ERROR

P

Responde las siguientes cuestiones

1. ¿Hay un problema aquí? (no en lo escrito anteriormente, sino en la situación presentada). Si fuera así, ¿cuál es?. Escríbelo. Si no hay un problema, explica por qué.

Si lo hay el problemaes sólo poder encontrar una forma rectangular dentro de una triangular.

2. Resuelve el problema que formulaste , pero antes de empezar a resolverlo, escribe todas las ideas que se te vienen a la mente para solucionarlo ó las ideas que te sugiere la situación, por ejemplo, ¿qué es lo piensas hacer para resolver el problema?, ¿hay varias formas de resolverlo?

Podría utilizar la formula de $\frac{b \times h}{2}$ o si no por medio de $AC = \sqrt{AB \cdot BC^2}$

3. Ahora, escribe a continuación con todo detalle los pasos que vas siguiendo para resolver el problema

Primero Anotar el valor de AB = 50
Despues anotar el valor de BC = 50, 100

$AC = \sqrt{50 \cdot (50 + 100)}$ 150 . 50 750

$AC = \sqrt{750}$

4. La solución que obtuviste para tu problema ¿es única? ó ¿hay otra diferente?, es decir, ¿puede haber otro terreno rectangular que cumpla todas las condiciones pedidas y resuelva satisfactoriamente el problema que planteaste?. Explica con detalle tu respuesta.

No, puede haber otras soluciones a este problema tal vez podría ser teorema de pitágoras

5. Suponiendo que uno de los lados verticales del terreno rectángular tiene 16 m, encuentra la medida de uno de los lados horizontales del mismo.

podría ser 8 m.

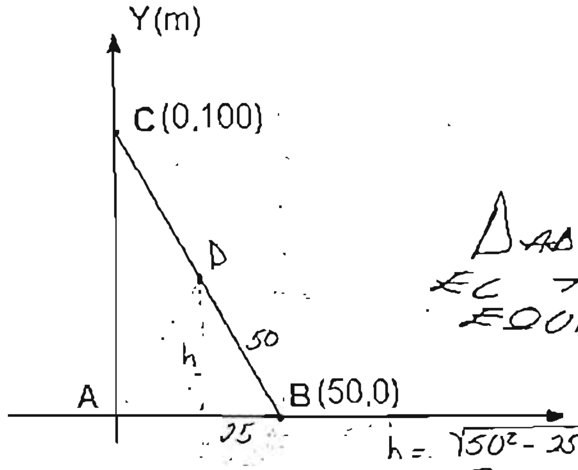
Nombre Karen Ávila Tipo A

C

Una persona va heredar un terreno, pero para recibirlo deberá cumplir con las tres condiciones siguientes:

1. El heredero deberá seleccionar el terreno dentro de un baldio de forma triangular y además dicho terreno debe tener forma rectangular. Para clarificar el asunto, el baldio se ha representado en sistema cartesiano (figura1) con las medidas AB = 50 m y AC = 100 m
2. Uno de los vértices del terreno rectangular debe estar en el punto A
3. Otro de los vértices deberá estar sobre la recta BC

625
25 | 3125
125



DADO EL CASO QUE EL TRIÁNGULO FUERA EQUILATERO:

$h = \sqrt{50^2 - 25^2} = \sqrt{3125} = 5\sqrt{125} = 25\sqrt{5}$ m

$b = 50$ m

$A = \frac{1250}{2} = 625 m^2$

figura 1

NOTA: NO BORRES NADA DE LO QUE ESCRIBAS, SI TE EQUIVOCAS ENCIERRA EN PARÉNTESIS LO QUE CONSIDERES ERROR

C

Responde las siguientes cuestiones

1. ¿Hay un problema aqui? (no en lo escrito anteriormente, sino en la situación presentada). Si fuera asi, ¿cuál es?. Escribelo. Si no hay un problema. explica por qué.

CREO QUE SE TIENE QUE SABER SI EL TRIANGULO ES EQUILATERO O NO, SI ES ASÍ LA FORMA DE RESOLVERLO ES MUY SENCILLA, TAN SOLO APLICANDO EL TEOREMA DE PITÁGORAS, COMO EN LA PARTE ANTERIOR, PERO COMO NO ESPECIFICA EL PROBLEMA, VA MÁS ALLÁ

2. Resuelve el problema que formulaste . pero antes de empezar a resolverlo, escribe todas las ideas que se te vienen a la mente para solucionarlo ó las ideas que te sugiere la situación, por ejemplo, ¿qué es lo piensas hacer para resolver el problema?, ¿hay varias formas de resolverlo?

SI NO SE TRATA DE UN TRIÁNGULO EQUILATERO SE DEBEN PLANTEAR ANALOGÍAS PARA DESPEJAR UNA INCÓGNITA EN LA FÓRMULA DEL ÁREA DE TERRENO Y APLICAR EL MÉTODO DE DERIVACIÓN PARA RESOLVER LA INCÓGNITA DESEADA.

3. Ahora, escribe a continuación con todo detalle los pasos que vas siguiendo para resolver el problema

1. A BASE DE ANALOGÍAS $\frac{B}{b} = \frac{H}{h}$ DESPEJAR h, LOS DEMÁS VALORES YA LOS TENEMOS

$h = \frac{Hb}{B} = \frac{(100m)(50m)}{(50m)} = 100m$

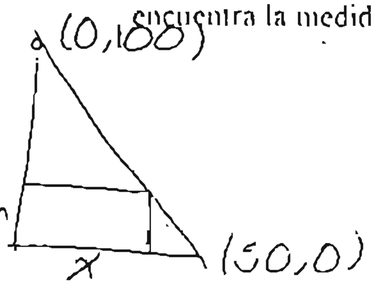
$A = \frac{(50m)(100m)}{2} = 2500m^2$

ESTÁ MAL LA ANALOGÍA PORQUE AMBOS TRIÁNGULOS TIENEN LA MISMA BASE.

4. La solución que obtuviste para tu problema ¿es única? ó ¿hay otra diferente?, es decir, ¿puede haber otro terreno rectangular que cumpla todas las condiciones pedidas y resuelva satisfactoriamente el problema que planteaste?. Explica con detalle tu respuesta.

NO PORQUE SOLO PIDE UN VÉRTICE EN A Y OTRO EN EL LADO BC, PARA QUE CUMPLIERA LOS REQUISITOS, NECESITARIA OTRO VÉRTICE Y ESTO NO SE INDICA COMO DATO DEL PROBLEMA.

5. Suponiendo que uno de los lados verticales del terreno rectángular tiene 16 m, encuentra la medida de uno de los lados horizontales del mismo



$\frac{100m}{16m} = \frac{50m}{50-x}$

$(100)(50-x) = 800$

$5000m - 100x = \frac{-4200}{-100} =$

$x = 42$

Nombre Huesca Guevara Ma del Carmen Tipo A

C

Una persona va heredar un terreno, pero para recibirlo deberá cumplir con las tres condiciones siguientes:

1. El heredero deberá seleccionar el terreno dentro de un baldio de forma triangular y además dicho terreno debe tener forma rectangular. Para clarificar el asunto, el baldio se ha representado en sistema cartesiano (figura1) con las medidas AB = 50 m y AC = 100 m
2. Uno de los vértices del terreno rectangular debe estar en el punto A
3. Otro de los vértices deberá estar sobre la recta BC

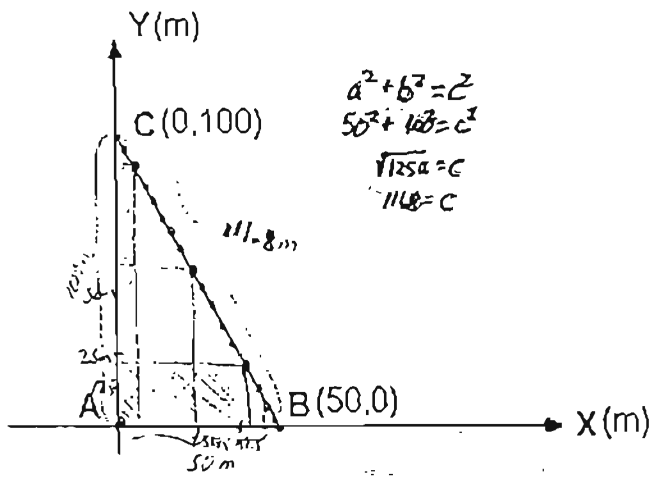


figura 1

NOTA: NO BORRES NADA DE LO QUE ESCRIBAS, SI TE EQUIVOCAS ENCIERRA EN PARÉNTESIS LO QUE CONSIDERES ERROR

Responde las siguientes cuestiones

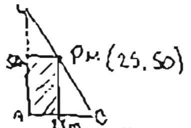
C

1. ¿Hay un problema aqui? (no en lo escrito anteriormente, sino en la situación presentada). Si fuera asi, ¿cuál es?. Escribelo. Si no hay un problema, explica por qué

Considero que el único problema o inconveniente es definir las dimensiones de dicho terreno rectangular

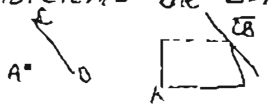
2. Resuelve el problema que formulaste , pero **antes de empezar** a resolverlo, escribe **todas las ideas** que se te vienen a la mente para solucionarlo ó las ideas que te sugiere la situación, por ejemplo, ¿qué es lo piensas hacer para resolver el problema?, ¿hay varias formas de resolverlo?

Existen diversas formas de resolverlo puesto que debido al área que se tiene y que no existen medidas específicas para resolverlo las forma triangular y y las condiciones permiten miles formas de resolver el problema.



3. Ahora, escribe a continuación con **todo detalle** los pasos que vas siguiendo para resolver el problema

Longitud que deseo darle sobre $\overline{AB}$ y sobre $\overline{AC}$, y trazándolo de esta forma cumplo con las condiciones de estar un vértice sobre A y otro en la recta $\overline{AC}$

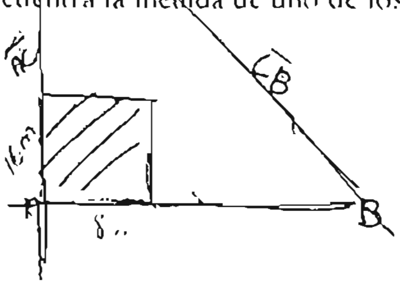


y una vez establecidas sus longitudes trazarlo.

4. La solución que obtuviste para tu problema ¿es única? ó ¿hay otra diferente?, es decir, ¿puede haber otro terreno rectangular que cumpla todas las condiciones pedidas y resuelva satisfactoriamente el problema que planteaste?. Explica con detalle tu respuesta.

Por las condiciones que presenta el problema considero que hay un sin fin de posibles soluciones para dichas dimensiones del terreno rectangular

5. Suponiendo que uno de los lados verticales del terreno rectángular tiene 16 m, encuentra la medida de uno de los lados horizontales del mismo



16 : 100 : x : 50

El resultado de mi parte es 8m

Nombre: Aracdi Avilés García Tipo A

C

Una persona va heredar un terreno, pero para recibirlo deberá cumplir con las tres condiciones siguientes:

1. El heredero deberá seleccionar el terreno dentro de un baldío de forma triangular y además dicho terreno debe tener forma rectangular. Para clarificar el asunto, el baldío se ha representado en sistema cartesiano (figura 1) con las medidas AB = 50 m y AC = 100 m
2. Uno de los vértices del terreno rectangular debe estar en el punto A
3. Otro de los vértices deberá estar sobre la recta BC

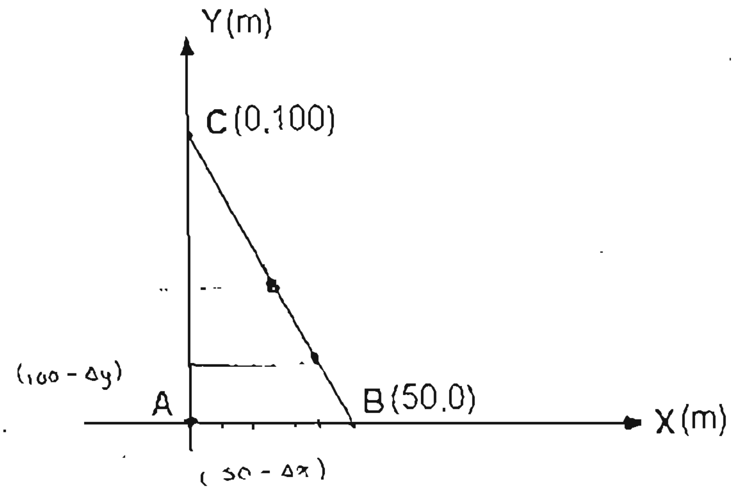
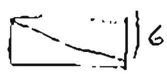


figura 1

$f(x) = (40.m)(2.5m)$
$= 10.0\ m^2$

NOTA: NO BORRES NADA DE LO QUE ESCRIBAS, SI TE EQUIVOCAS ENCIERRA EN PARÉNTESIS LO QUE CONSIDERES ERROR



C

Responde las siguientes cuestiones

1. ¿Hay un problema aqui? (no en lo escrito anteriormente, sino en la situación presentada). Si fuera asi, ¿cuál es?. Escribelo. Si no hay un problema, explica por qué.

Como se tiene los puntos de vertice y al parecer el terreno no puede tener mayor medida que dicho terreno triangular aquí se limita las medidas y debemos saber las medidas para poder sacar el área que abarca el terreno triangular

2. Resuelve el problema que formulaste , pero **antes de empezar** a resolverlo, escribe **todas las ideas** que se te vienen a la mente para solucionarlo ó las ideas que te sugiere la situación, por ejemplo, ¿qué es lo piensas hacer para resolver el problema?, ¿hay varias formas de resolverlo?

Se debe sacar las medidas del terreno rectangular para poder tener en cuenta qué área es la que se va a ocupar en el terreno triangular y sería resolverlo por medio de ecuaciones

Creo que no es la única forma de resolverlo pues como se tiene diversas formas de escoger un terreno rectangular esto sería que tener varias medidas

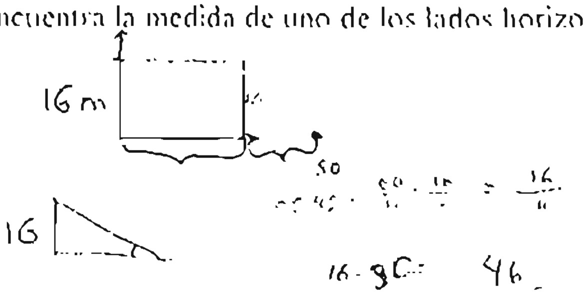
3. Ahora, escribe a continuación con **todo detalle** los pasos que vas siguiendo para resolver el problema

- trazar en la figura una posible figura del terreno rectangular
- con base a ese terreno darle medidas dependiendo de las medidas del terreno triangular
- resolver las ecuaciones que podrían salir
- sacar el área para saber que parte del rectangulo ocupa en el triangular siempre y cuando cumpla con las condiciones.

4. La solución que obtuviste para tu problema ¿es única? ó ¿hay otra diferente?, es decir, ¿puede haber otro terreno rectangular que cumpla todas las condiciones pedidas y resuelva satisfactoriamente el problema que planteaste?. Explica con detalle tu respuesta.

Si puede haber otro rectangular y por ello no puede ser la única solución, ya que cualquier terreno que pueda ser trazado cumple con vertice en A y toca puntos en la recta BC

5. Suponiendo que uno de los lados verticales del terreno rectángular tiene 16 m, encuentra la medida de uno de los lados horizontales del mismo



16 - 30 = 46

C

Responde las siguientes cuestiones

1. ¿Hay un problema aqui? (no en lo escrito anteriormente, sino en la situación presentada). Si fuera así, ¿cuál es?. Escribelo. Si no hay un problema, explica por qué. El problema es la forma de trazar el rectangulo dentro del triangulo

2. Resuelve el problema que formulaste , pero **antes de empezar** a resolverlo, escribe **todas las ideas** que se te vienen a la mente para solucionarlo ó las ideas que te sugiere la situación, por ejemplo, ¿qué es lo piensas hacer para resolver el problema?, ¿hay varias formas de resolverlo?
Pueden trazarse lineas perpendiculares a los lados AB y AC que pasen por sus puntos medios, las lineas trazadas se cortarían en AC

3. Ahora, escribe a continuación con **todo detalle** los pasos que vas siguiendo para resolver el problema
Se traza una linea perpendicular a AC que pase por su punto medio. (El punto
En el punto donde la perpendicular corte a BC se traza una recta perpendicular a AB, que corte a esta. De esta manera se forma el terreno rectangular

4. La solución que obtuviste para tu problema ¿es única? ó ¿hay otra diferente?, es decir, ¿puede haber otro terreno rectangular que cumpla todas las condiciones pedidas y resuelva satisfactoriamente el problema que planteaste?. Explica con detalle tu respuesta.
Pueden trazarse muchos rectángulos que cumplan con las condiciones pues no se especifican las medidas que debe tener.

5. Suponiendo que uno de los lados verticales del terreno rectángular tiene 16 m, encuentra la medida de uno de los lados horizontales del mismo 32 m

Nombre Chávez Alvarado Nancy Ivonne Tipo A

C

Una persona va heredar un terreno, pero para recibirlo deberá cumplir con las tres condiciones siguientes:

1. El heredero deberá seleccionar el terreno dentro de un baldio de forma triangular y además dicho terreno debe tener forma rectangular. Para clarificar el asunto, el baldio se ha representado en sistema cartesiano (figura1) con las medidas AB = 50 m y AC = 100 m
2. Uno de los vértices del terreno rectangular debe estar en el punto A
3. Otro de los vértices deberá estar sobre la recta BC

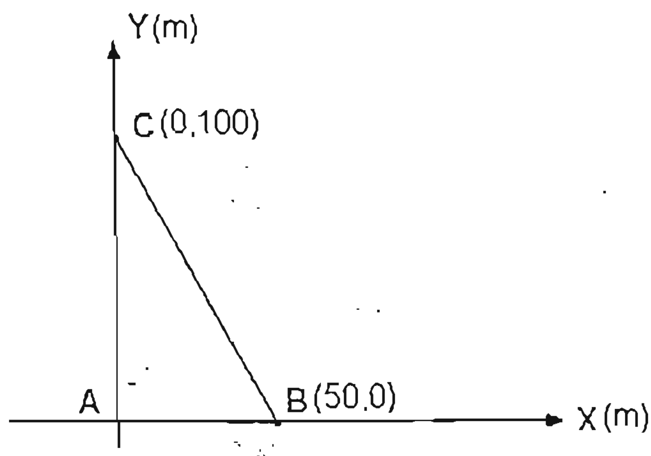


figura 1

NOTA: NO BORRES NADA DE LO QUE ESCRIBAS, SI TE EQUIVOCAS ENCIERRA EN PARÉNTESIS LO QUE CONSIDERES ERROR

Nombre Nolasco Mora Laura Patricia Tipo A

C

Una persona va heredar un terreno, pero para recibirlo deberá cumplir con las tres condiciones siguientes:

1. El heredero deberá seleccionar el terreno dentro de un baldio de forma triangular y además dicho terreno debe tener forma rectangular. Para clarificar el asunto, el baldio se ha representado en sistema cartesiano (figura1) con las medidas AB = 50 m y AC = 100 m
2. Uno de los vértices del terreno rectangular debe estar en el punto A
3. Otro de los vértices deberá estar sobre la recta BC

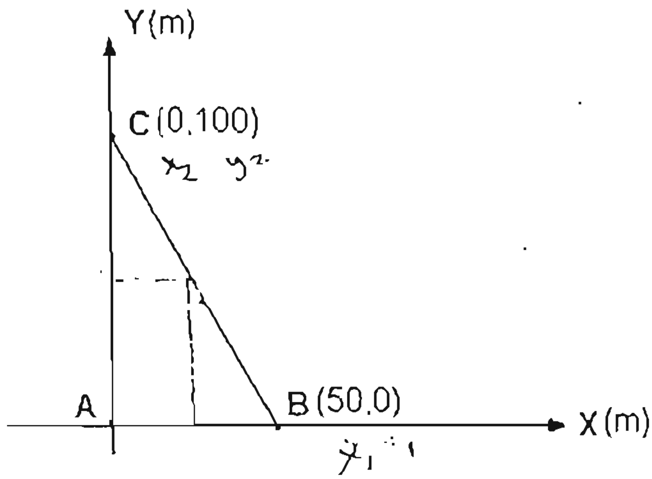


figura 1

NOTA: NO BORRES NADA DE LO QUE ESCRIBAS, SI TE EQUIVOCAS ENCIERRA EN PARÉNTESIS LO QUE CONSIDERES ERROR

C

Responde las siguientes cuestiones

1. ¿Hay un problema aquí? (no en lo escrito anteriormente, sino en la situación presentada). Si fuera así, ¿cuál es?. Escríbelo. Si no hay un problema, explica por qué.

¿De qué dimensiones ~~debe~~ de ser el terreno rectangular?

2. Resuelve el problema que formulaste , pero antes de empezar a resolverlo, escribe todas las ideas que se te vienen a la mente para solucionarlo ó las ideas que te sugiere la situación, por ejemplo, ¿qué es lo piensas hacer para resolver el problema?, ¿hay varias formas de resolverlo?

- Pienso que las dimensiones de dicho terreno deban de ser de una medida menor, y como el terreno triangular es un triángulo-rectángulo, el otro terreno debe de ser la mitad de esa figura pero en forma rectangular.
- Tener como incógnitas "x" y "y" a las dimensiones del terreno rectangular.

3. Ahora, escribe a continuación con todo detalle los pasos que vas siguiendo para resolver el problema

Datos
terreno triangular
. 50m
= 100m
=? =? dimensiones del terreno rectan

Formulación	Sustitución	Solución
$x = b \div 2$	$x = 50/2$	$x = 25m$
$y = h \div 2$	$y = 100/2$	$y = 50m$

Para las coordenadas del vértice sobre la recta $\overline{AE}$

$m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$ $m = -2$

$m = \frac{0-100}{50-0}$

4. La solución que obtuviste para tu problema ¿es única? ó ¿hay otra diferente?, es decir, ¿puede haber otro terreno rectangular que cumpla todas las condiciones pedidas y resuelva satisfactoriamente el problema que planteaste?. Explica con detalle tu respuesta.

No, porque el terreno rectangular que yo me imaginé fue necesariamente (de la mitad) q' tenía q' tener la mitad de las dimensiones del terreno triangular

5. Suponiendo que uno de los lados verticales del terreno rectángular tiene 16 m, encuentra la medida de uno de los lados horizontales del mismo.

$((16h \cdot 2) + (x \cdot 2) = A)$

$\begin{pmatrix} 32y + 2x = \cancel{0} \\ \cancel{0} + 32y + 2x = 9 \end{pmatrix}$

$x = -$

$2x = 32$

$x = \frac{32}{2}$

$x = 16$

$\cancel{y = \frac{2}{32}}$

$y = \frac{2}{32}$

$y = \frac{1}{16}$

Nombre García Gálvez Gpe Tipo A

C

Una persona va heredar un terreno, pero para recibirlo deberá cumplir con las tres condiciones siguientes:

1. El heredero deberá seleccionar el terreno dentro de un baldío de forma triangular y además dicho terreno debe tener forma rectangular. Para clarificar el asunto, el baldío se ha representado en sistema cartesiano (figura1) con las medidas AB = 50 m y AC = 100 m
2. Uno de los vértices del terreno rectangular debe estar en el punto A
3. Otro de los vértices deberá estar sobre la recta BC

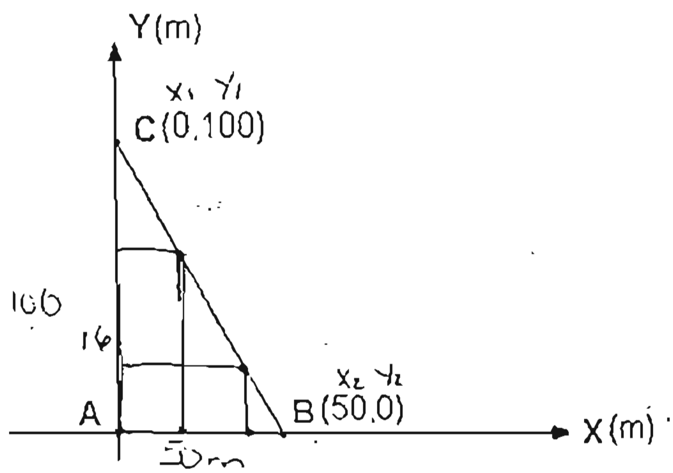


figura 1

NOTA: NO BORRES NADA DE LO QUE ESCRIBAS, SI TE EQUIVOCAS ENCIERRA EN PARÉNTESIS LO QUE CONSIDERES ERROR

C

Responde las siguientes cuestiones

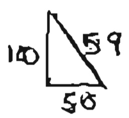
1. ¿Hay un problema aquí? (no en lo escrito anteriormente, sino en la situación presentada). Si fuera así, ¿cual es?. Escribelo. Si no hay un problema, explica por qué.

El heredero debe escoger la forma en la que quiere el terreno ya que este puede estar acostado o de forma vertical la cual ~~++~~ genera que acostado : es mas ancho pero mas largo o vertical : es mas alto pero me ancho

2. Resuelve el problema que formulaste , pero **antes de empezar** a resolverlo, escribe **todas las ideas** que se te vienen a la mente para solucionarlo ó las ideas que te sugiere la situación, por ejemplo, ¿qué es lo piensas hacer para resolver el problema?, ¿hay varias formas de resolverlo?

- Medir con cual de las dos formas de terreno optimizo mas el espacio y es mayor el tramo que heredo
- saco el area total del terreno ya que le falta uno de sus lados

3. Ahora, escribe a continuación con **todo detalle** los pasos que vas siguiendo para resolver el problema



$\frac{B \times h}{2}$

$\frac{50 \times 100}{2}$

$d = \sqrt{(0-100)^2 + (50-0)^2}$

$d = \sqrt{(-100)^2 \cdot (50)^2}$

$d = \sqrt{1000 + 2500}$

$100 \times 100 = 1000$, $50 \times 50 = 2500$, $1000 + 2500 = 3500$

$d = \sqrt{3500}$

$d = \sqrt{3500}$ | 59

d = 59 m

4. La solución que obtuviste para tu problema ¿es única? ó ¿hay otra diferente?, es decir, ¿puede haber otro terreno rectangular que cumpla todas las condiciones pedidas y resuelva satisfactoriamente el problema que planteaste?. Explica con detalle tú respuesta.

Solo saque la medida de uno de los lados faltantes yo buscaria una figura de las 2 planteadas la cual ocupara un mejor espacio que a mi me rindiera mas

5. Suponiendo que uno de los lados verticales del terreno rectángular tiene 16 m, encuentra la medida de uno de los lados horizontales del mismo

saco B

$B = \frac{5000}{16}$

$B = 16\sqrt{500.00}$ 3.12

B = 3.12 m

Nombre González Juárez Atzin Tipo A

C

Una persona va heredar un terreno, pero para recibirlo deberá cumplir con las tres condiciones siguientes:

1. El heredero deberá seleccionar el terreno dentro de un baldio de forma triangular y además dicho terreno debe tener forma rectangular. Para clarificar el asunto, el baldio se ha representado en sistema cartesiano (figura1) con las medidas AB = 50 m y AC = 100 m
2. Uno de los vértices del terreno rectangular debe estar en el punto A
3. Otro de los vértices deberá estar sobre la recta BC

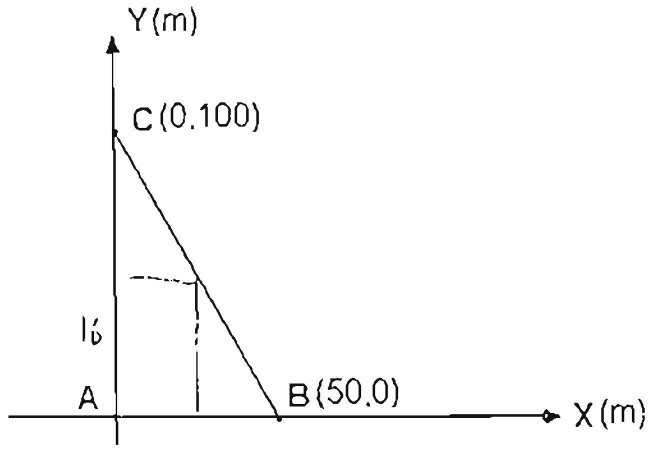


figura 1

NOTA: NO BORRES NADA DE LO QUE ESCRIBAS, SI TE EQUIVOCAS ENCIERRA EN PARÉNTESIS LO QUE CONSIDERES ERROR

C

Responde las siguientes cuestiones

1. ¿Hay un problema aqui? (no en lo escrito anteriormente, sino en la situación presentada). Si fuera asi, ¿cuál es?. Escribelo. Si no hay un problema, explica por qué.

¿De qué tamaño (aproximadamente) debe ser el terreno?

2. Resuelve el problema que formulaste , pero **antes de empezar** a resolverlo, escribe **todas las ideas** que se te vienen a la mente para solucionarlo ó las ideas que te sugiere la situación, por ejemplo, ¿qué es lo piensas hacer para resolver el problema?, ¿hay varias formas de resolverlo?

Como debe seleccionar el terreno y lo más congruente es que tiende de que sea con mayor area posible. lo mas lógico es que, (el que seleccione que) el tamaño del terreno lo haga con el mayor área posible por lo tanto el problema se hace uno solo que es ¿Como deben ser las dimensiones del rectángulo

3. Ahora, escribe a continuación con todo detalle los **pasos** que vas siguiendo para resolver el problema

Pues es ya más fácil puesto que primero se debe observar que el terreno debe ser rectangular, luego pensar que para ese rectangulo el área está limitada y que queremos que sea lo mas grande posible en ese caso. tendriamos que plantear una simple ecuación

4. La solución que obtuviste para tu problema ¿es única? ó ¿hay otra diferente?, es decir, ¿puede haber otro terreno rectangular que cumpla todas las condiciones pedidas y resuelva satisfactoriamente el problema que planteaste?. Explica con detalle tu respuesta.

Sí, se puede decir (que) ya que si no tomamos en cuenta que queremos un terreno con el mayor área posible puede haber otros o mejor dicho muchas mas soluciones

5. Suponiendo que uno de los lados verticales del terreno rectángular tiene 16 m, encuentra la medida de uno de los lados horizontales del mismo

Lado vertical : 16 m

Lado horizontal : 42 cm