

01181

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

PROGRAMA DE POSGRADO EN INGENIERÍA

**EFFECTO DEL PASO DE LAS ONDAS EN LA RESPUESTA A TORSIÓN
DE SISTEMAS SUELO-ESTRUCTURA**

TESIS

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:

**DOCTOR EN INGENIERÍA
(ESTRUCTURAS)**

PRESENTA:

MARIO JUÁREZ RAMÍREZ

DIRECTOR DE TESIS:

DR. JAVIER AVILÉS LÓPEZ

CIUDAD UNIVERSITARIA
MÉXICO

JUNIO DE 2005

m345131



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

a María del Rocío

Mario Iván

Ulises

y

Arturo

*quiero dedicarles hoy,
todo aquello que no he sido,
todo aquello que no soy.*

“Cuando me invitaron a participar en el examen doctoral de Javier Avilés, pensé que asistiría a un examen doctoral más. Grata fue mi sorpresa al darme cuenta de que asistía a una verdadera cátedra magistral”

Dr. Emilio Rosenblueth Deutsch

Noviembre de 1992

**EFFECTO DEL PASO DE LAS ONDAS EN LA RESPUESTA A TORSIÓN
DE SISTEMAS SUELO-ESTRUCTURA**

INDICE

RESUMEN	1
ABSTRACT	2
1. INTRODUCCIÓN	3
2. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA	12
2.1 EL PROBLEMA DE INTERACCIÓN SUELO-ESTRUCTURA	13
2.1.1 RESORTES Y AMORTIGUADORES DEL SUELO	17
2.1.2 EL METODO DE IGUCHI	18
2.1.3 TEOREMA DE SUPERPOSICIÓN	21
2.1.4 SOLUCIÓN EN TRES PASOS	23
2.2 SISTEMA SIMPLIFICADO DE REFERENCIA	25
2.3 ESTRUCTURAS ASIMÉTRICAS DE VARIOS PISOS	35
2.4 SISTEMA EQUIVALENTE	39

3. REPRESENTACIÓN DE LOS EFECTOS DE TORSIÓN	50
3.1 FUERZA CORTANTE Y EXCENTRICIDAD EFECTIVA	51
3.2 SUPERPOSICIÓN DE MOVIMIENTOS DE LA CIMENTACIÓN	54
3.3 ENFOQUE ADOPTADO	57
3.3.1 EXCENTRICIDAD ACCIDENTAL EN UNA ESTRUCTURA SIMÉTRICA CON BASE FLEXIBLE	58
3.3.2 EXCENTRICIDAD DINÁMICA EN UNA ESTRUCTURA ASIMÉTRICA CON BASE RÍGIDA	59
3.3.3 EXCENTRICIDAD DINÁMICA EN UNA ESTRUCTURA ASIMÉTRICA CON BASE FLEXIBLE	60
3.3.4 COMBINACIÓN DE RESPUESTAS	60
4. TORSIÓN CAUSADA POR EL PASO DE LAS ONDAS	64
4.1 ACCIONES SÍSMICAS	64
4.2 EXCENTRICIDAD EFECTIVA EN ESTRUCTURAS ASIMÉTRICAS	67
4.3 ENFOQUE ADOPTADO: APLICACIÓN	73
4.4 SUPERPOSICIÓN DE MOVIMIENTOS DE LA CIMENTACIÓN: APLICACIÓN	77

5. ESTRUCTURAS SOBRE UN ESTRATO DE SUELO BLANDO	81
6. TORSIÓN EN ESTRUCTURAS DE VARIOS PISOS	92
6.1 EXCENTRICIDAD EFECTIVA EN ESTRUCTURAS ASIMÉTRICAS DE DOS PISOS	93
6.2 SISTEMA EQUIVALENTE DE ESTRUCTURAS ASIMÉTRICAS DE DOS PISOS	95
6.3 SISTEMA EQUIVALENTE DE ESTRUCTURAS ASIMÉTRICAS DE CINCO PISOS	101
7. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	112
RECONOCIMIENTOS	116
NOTACIÓN	117
REFERENCIAS	121

RESUMEN

Se estudia la torsión causada por el paso de las ondas sísmicas en estructuras elásticas parcialmente simétricas con base flexible. El modelo de análisis consiste en un oscilador asimétrico de un piso soportado por resortes y amortiguadores dependientes de la frecuencia de la excitación que representan el comportamiento dinámico del suelo, sujeto a los movimientos efectivos de la cimentación causados por la incidencia de un frente plano inclinado de ondas SH. Para evaluar en forma práctica los efectos de torsión se proponen dos enfoques: en el primero, combinando las respuestas de la estructura asimétrica con base rígida y de la estructura simétrica con base flexible, se desarrolla una expresión para estimar una excentricidad efectiva que considera en conjunto los efectos de la torsión natural y la interacción. En el segundo, se establecen coeficientes para calcular las fuerzas generalizadas que actúan sobre el sistema con base flexible a partir de las fuerzas correspondientes a la estructura con base rígida. El estudio paramétrico de la respuesta dinámica de este sistema simplificado establece la influencia del contraste de rigidez estructura-suelo, la esbeltez de la estructura y la profundidad de enterramiento de la cimentación, concluyéndose que las estructuras de poca altura con grandes dimensiones en planta pueden experimentar efectos de torsión no adecuadamente considerados en los códigos sísmicos.

La evaluación rigurosa de la torsión en estructuras asimétricas de uno y varios pisos con base flexible considerando los efectos de las interacciones cinemática e inercial, y la solución aproximada mediante una expresión que resulta de la combinación de estructuras con condiciones de frontera y simetría más simples de analizar, son los aspectos relevantes que esta investigación aporta a la dinámica estructural.

ABSTRACT

Torsion due to seismic wave passage in partially symmetric structures on flexible base is studied. The analysis model consists in one storey asymmetric oscillator supported by springs and dampers depending on excitation frequency which represent the dynamic soil behavior, and it is subjected to the foundation input motions caused by a SH-waves obliquely plane front incidence. Two procedures are proposed to evaluate, in a practical way, the torsion effects: in the first one, by combining the responses of the asymmetric structure on rigid base and the symmetric structure on flexible base, an expression to estimate an effective eccentricity that considers the natural and interaction effects as a whole is developed. In the second procedure, coefficients are established to calculate the generalized forces acting on the system on flexible base from those forces corresponding to the structure on rigid base. The parametric study of the dynamic response of this simplified system establishes the influence of structure-soil stiffness ratio, structure slenderness and foundation deep embedment, concluding that low-rise structures with extended foundations can be subjected to torsion effects not adequately considered by the seismic codes.

The rigorous evaluation of one and multiple storey partially symmetric structures on flexible base considering the kinematic and inertial interactions, and its approximate solution by means of an expression resulting from the combination of responses of structures with symmetry and boundary conditions easier to analyze, are the relevant contribution of this research to the structural dynamic.

Capítulo 1

INTRODUCCIÓN

La práctica del diseño sísmico de estructuras supone que todos los puntos de la cimentación están expuestos al mismo movimiento del terreno, convencionalmente el movimiento de campo libre, definido como aquel que ocurre en el sitio en ausencia de la estructura. Esta hipótesis equivale a considerar que las estructuras están superficialmente apoyadas y sujetas a un frente plano coherente de ondas sísmicas propagándose verticalmente. Una consecuencia de esta simplificación es que la torsión se atribuye solamente a la carencia de simetría o a las propiedades inciertas de las estructuras. Sin embargo, debido a los procesos de difracción y dispersión de ondas, la incidencia oblicua de las ondas sísmicas sobre una cimentación enterrada modifica las características del movimiento del terreno en torno a la cimentación, dando lugar a rotaciones de la base no consideradas en el análisis que pueden generar efectos de torsión importantes aun en las estructuras aparentemente simétricas.

Un procedimiento de aceptación general para estimar la torsión en estructuras consiste en aplicar en cada piso el cortante desacoplado a una distancia del centro de rigidez tal que produzca los momentos de torsión para diseño. La distancia del centro de rigidez al punto de aplicación de la fuerza cortante se denomina excentricidad de diseño, y toma en cuenta las dos grandes fuentes de torsión: la natural y la accidental. La torsión natural o estática, es causada por asimetrías propias de la estructura que originan que los centros de masa y rigidez de los pisos no coincidan; la distancia entre estos centros se conoce como excentricidad estática. Los efectos del acoplamiento modal causado por la asimetría estructural se introducen en el análisis mediante un factor de amplificación de la excentricidad estática. En cambio, la torsión accidental tiene su origen en, por una parte, la incertidumbre en la distribución real de las propiedades de la estructura y, por otra, en la rotación de la base. Para tomar en cuenta este tipo de torsión en el análisis, se introduce el

concepto de excentricidad accidental como una fracción de la dimensión de la estructura perpendicular a la excitación. La excentricidad que resulta de la combinación lineal más desfavorable de las excentricidades estática y accidental se usa para calcular la resistencia de los elementos estructurales.

Durante el gran sismo de Michoacán de 1985 un elevado número de estructuras sufrió severos daños como consecuencia de su pronunciada asimetría⁴⁸. El análisis dinámico riguroso de una estructura asimétrica con base rígida revela fuertes amplificaciones de la excentricidad estática causada por el acoplamiento dinámico de los movimientos de traslación y torsión de la estructura; esta amplificación se conoce como excentricidad dinámica y se define como la distancia del centro de rigidez al punto de aplicación del cortante desacoplado que permite obtener al momento de torsión dinámico. La amplificación dinámica depende en forma inversa del grado de asimetría de la estructura: a mayor excentricidad, menor amplificación dinámica^{12,28,56}. Esta conclusión puede crear la falsa idea de que los sistemas con pequeñas excentricidades tienen respuestas a torsión mayores que los sistemas con gran asimetría. Lo cierto es que los sistemas con pequeña excentricidad conducen a respuestas comparables pero menores que los de gran excentricidad.

La amplificación dinámica depende también de la relación de periodos desacoplados traslación-torsión de la estructura. Estudios de la respuesta espectral de estructuras asimétricas con base rígida muestran importantes amplificaciones de la excentricidad estática alrededor de la relación de periodos desacoplados igual a uno; sin embargo, este efecto se ve compensado por importantes reducciones en el cortante dinámico. En estructuras torsionalmente rígidas apoyadas en suelo firme la excentricidad y el cortante dinámicos tienden a los correspondientes valores estáticos^{12,56}. En la respuesta de estructuras asimétricas con base deformable se observa que la amplificación dinámica muestra tendencias irregulares alrededor de la relación de periodos desacoplados igual a uno, que esta amplificación es mayor cuanto más blando es el suelo, que la respuesta depende del contenido de frecuencia de la excitación, y que el enterramiento de la cimentación tiene poca influencia en la amplificación dinámica^{13,28,51,52}.

Los efectos del acoplamiento modal en estructuras de varios pisos se incrementan cuando las frecuencias son similares, pudiendo estudiarse usando sistemas equivalentes de un piso⁹. Kan y Chopra³⁰ desarrollaron un método para estudiar la respuesta de estructuras asimétricas de varios

pisos con base rígida, que consiste en estimar las fuerzas de diseño a partir de los parámetros modales de la estructura considerada simétrica, y de un conjunto de osciladores asimétricos de un piso con tres grados de libertad cada uno, dos en traslación y uno en torsión. Debido a que el procedimiento usa la teoría de perturbaciones para calcular las frecuencias y formas modales del sistema acoplado, no puede aplicarse en estructuras con grandes excentricidades o con periodos de traslación y torsión similares donde, como se mencionó, el efecto del acoplamiento modal es más importante. Los mismos autores estudiaron la respuesta espectral de estructuras con ciertas características de regularidad geométrica para distintos tipos de espectros sísmicos; los efectos de torsión, aún para espectros de forma arbitraria, son evaluados con suficientemente precisión desde un punto de vista práctico³¹. Conclusiones similares fueron obtenidas por Gluck et al²⁹ al analizar el comportamiento de estructuras de varios pisos con excentricidad de masa, combinando las respuestas de los primeros sistemas equivalentes de un piso. Para una estructura con sus centros de masa y rigidez alineados verticalmente, la excentricidad estática de los osciladores equivalentes es igual a la de la estructura real.

Por otra parte, existen fuentes adicionales de torsión estructural que deben ser incluidas en el análisis. Las incertidumbres en las propiedades de la estructura y la variación espacial del movimiento del terreno son causa de torsión accidental. La variación espacial del movimiento del terreno está asociada a dos grandes fenómenos: el paso de las ondas y la incoherencia del movimiento del terreno. Durante el paso de las ondas, la superposición de los campos incidente y difractado modifica las características del movimiento del terreno alrededor de una cimentación rígida; por su parte, la incoherencia del movimiento del terreno se relaciona con la extensión de la fuente, las diferentes trayectorias de propagación de las ondas, la geología del sitio, la atenuación y la dispersión de las ondas; ambos fenómenos inducen movimientos de rotación de la base. El análisis de una cimentación plana superficialmente apoyada en un semiespacio homogéneo, y expuesta a los efectos combinados de incoherencia y paso de las ondas, muestra que las respuestas debidas a estos efectos son cualitativamente comparables, con ligero dominio de los efectos de la incoherencia, siendo aditivos sólo para bajos niveles de incoherencia⁴². Esta investigación se limita a evaluar los efectos del paso de las ondas a través de cimentaciones de estructuras asimétricas; los efectos de las propiedades inciertas¹⁸, la incoherencia del movimiento del terreno²⁴ y las vibraciones torsionales causadas por el comportamiento no lineal⁵⁵ quedan fuera del alcance de este estudio.

Los movimientos sísmicos se componen de grupos de ondas elásticas con distintas velocidades de propagación, de manera que el mismo movimiento del terreno observado en dos sitios distintos presenta diferencias que se incrementan con la distancia entre ellos. Esta variación espacial depende de la magnitud del sismo, la distancia epicentral, la geología del sitio, la atenuación, la dispersión y la difracción de las ondas³⁵. Observaciones del daño en estructuras durante sismos severos^{23,25} y estudios experimentales basados en la información obtenida de arreglos densos de instrumentos²², muestran que la variación espacial del movimiento del terreno induce rotaciones de la cimentación que causan efectos de torsión importantes aun en las estructuras aparentemente simétricas. Utilizando los movimientos de terreno registrados en arreglos de estaciones sismográficas próximas, pueden construirse espectros de fase para evaluar la respuesta sísmica de estructuras con grandes dimensiones en planta. A partir de estos espectros es posible establecer si los cambios de fase son causados por la incidencia inclinada de las ondas¹.

Aunque un frente de ondas sea plano, coherente y se propague por un medio homogéneo, la incidencia oblicua de las ondas sísmicas produce movimientos fuera de fase en puntos próximos de la cimentación que causan su rotación. Las estructuras con cimentaciones extendidas sujetas a la incidencia inclinada de las ondas sísmicas filtran los componentes de alta frecuencia, reducen el movimiento de traslación e inducen importantes movimientos de rotación⁴⁰. Un estudio sobre la respuesta de dos tipos de estructuras sujetas a la incidencia inclinada de ondas de cortante SH revela que los efectos de la rotación de la base dependen, principalmente, del periodo fundamental de vibración y de las características geométricas de la estructura⁴¹. Existen evidencias de que la respuesta a torsión de instalaciones de plantas nucleares sujetas a la incidencia inclinada de ondas SH es mayor que aquella asociada a excentricidades típicas³⁷. Amplificaciones de hasta veinte veces el movimiento de traslación por torsión con respecto al movimiento de traslación de la base pueden ocurrir en una estructura elástica apoyada en el semiespacio y sujeta a la acción de un frente plano oblicuo de ondas SH³⁹.

Uno de los primeros intentos para evaluar la torsión accidental causada por el paso de las ondas lo realizó Newmark⁴⁶. Basándose en el promedio simple de los desplazamientos del terreno y en la respuesta máxima de cuatro tipos de estructuras estudiadas, el autor concluye que la torsión generada por la rotación de la base depende del periodo natural de la estructura, del tiempo de

tránsito de las ondas y de la relación de aspecto de la cimentación, siendo el tiempo de tránsito el requerido por las ondas para cruzar la cimentación de la estructura. La respuesta a torsión es mayor cuanto mayor es el tiempo de tránsito y menor es el periodo de traslación de la estructura⁴⁵.

Utilizando como movimientos efectivos de la cimentación el promedio simple de los registros sísmicos de 30 pares de estaciones, De la Llera y Chopra¹⁶ obtuvieron importantes conclusiones superponiendo los espectros de respuesta de traslación y torsión de estructuras asimétricas con base rígida: 1) los espectros de torsión son un orden menor que los de traslación, 2) la zona donde los espectros se aproximan define los periodos de las estructuras con máxima respuesta a la torsión y, 3) mientras más larga es la cimentación de la estructura mayor es la torsión inducida por la rotación de la base. Comparando los valores de excentricidad accidental usando estos espectros de respuesta, los autores concluyen que el criterio para evaluar esta excentricidad suponiendo que las fuerzas generalizadas máximas ocurren simultáneamente es demasiado conservador. Avilés y Olmos⁶ llegan a esta misma conclusión comparando este método de fuerzas máximas, con un procedimiento basado en la respuesta instantánea de traslación más torsión para estimar la torsión generada en estructuras simétricas con base flexible y sujetas a un frente plano inclinado de ondas SH. En este caso, los movimientos efectivos de la cimentación se calcularon mediante un práctico procedimiento numérico que promedia los campos de esfuerzos y desplazamientos en el área de contacto entre el suelo y la cimentación²⁶.

Los criterios de diseño no siempre reflejan adecuadamente el comportamiento de las estructuras, pues como se mencionó en el párrafo anterior, el enfoque basado en considerar que el momento de torsión y la máxima fuerza cortante de piso ocurren simultáneamente, es muy conservador^{6,15,62}. Un criterio que conduce a estimaciones más realistas de la torsión se basa en la respuesta instantánea máxima de traslación y torsión de la estructura^{15,16}. De la comparación de ambos criterios se deduce que el enfoque conservador es una cota superior del realista^{6,29}. Un método simplificado propuesto por De la Llera y Chopra^{15,17} para calcular la torsión accidental en edificios de varios pisos es usado por Lin et al³⁸ en el estudio analítico-experimental de doce edificios instrumentados, mostrando que en estructuras de varios pisos que satisfacen ciertas características de regularidad geométrica la excentricidad accidental es uniforme, y que la respuesta a torsión puede calcularse con suficiente precisión usando un sistema de un piso

caracterizado por los tres primeros modos de vibrar, dos en traslación y uno en torsión. Esta hipótesis se comprueba en dos edificios de geometría regular; para estructuras irregulares la excentricidad accidental deja de ser uniforme, aunque para propósitos prácticos la aplicación del sistema simplificado para análisis por torsión sigue siendo válida.

Veletsos y Prasad⁵⁸ analizaron los efectos de la incoherencia del movimiento del terreno y el paso de las ondas en la respuesta de estructuras simétricas con base flexible usando diferentes tiempos de tránsito, concluyendo que los efectos de ambos fenómenos son cualitativamente equivalentes. Estos autores sugieren que la evaluación de los efectos de interacción mediante un oscilador de reemplazo sería mejorada si se sustituye el movimiento de campo libre por los movimientos efectivos de la cimentación. Con el fin de evitar evaluar estos movimientos efectivos, Avilés y Pérez-Rocha⁴ proponen modificar la expresión del amortiguamiento efectivo del oscilador de reemplazo para incluir la contribución de la interacción cinemática a la disipación de energía. Concluyen además, que el periodo efectivo prácticamente no se modifica por la rotación de la base.

La torsión en estructuras asimétricas causada por la incoherencia del movimiento del terreno fue estudiada por Hahn y Liu²¹. Estos autores deducen expresiones para calcular esta torsión inducida asumiendo que la respuesta de una estructura simétrica con base deformable puede calcularse combinando las repuestas de una estructura simétrica expuesta al movimiento incoherente, y de una estructura asimétrica expuesta al movimiento de campo libre. En su modelo idealizado de la estructura se ignoran los efectos de la flexibilidad del suelo y el enterramiento de la cimentación, además, se supone la incidencia vertical de las ondas sísmicas. El planteamiento de Hahn y Liu es retomado en este trabajo para tratar los efectos del paso de las ondas en estructuras asimétricas de uno y varios pisos con base flexible, cuya cimentación embebida en un semiespacio homogéneo se sujeta a la incidencia inclinada de un frente plano de ondas de cortante SH.

Los procesos de difracción y dispersión de ondas generados por la presencia de una cimentación rígida modifican el movimiento de campo libre dando lugar a los movimientos efectivos de la cimentación. Estos movimientos efectivos representan la respuesta de una cimentación rígida carente de masa a la acción sísmica en ausencia de cargas externas. Un paso fundamental en el análisis de sistemas suelo-estructura consiste en evaluar la función de transferencia de la

cimentación, definida como la relación en frecuencia entre la respuesta de la cimentación rígida carente de masa y la excitación misma. Los movimientos efectivos para cada modo de vibrar de la cimentación resultan del producto de la función de transferencia correspondiente y el movimiento de campo libre de un sismo en particular.

Estudios experimentales, técnicas de promedios simples y pesados, y métodos rigurosos de análisis han sido empleados para evaluar los movimientos efectivos de la cimentación^{26,43,44,50}. Cada uno de ellos presenta ventajas y desventajas en su aplicación; los promedios simples y pesados son sencillos de usar, pero no representan adecuadamente las condiciones de frontera al asumir que siempre existe contacto total entre el suelo y la cimentación. Los métodos rigurosos requieren de la solución de un complicado problema de dispersión de ondas con condiciones de frontera mixtas, pero la dificultad de su solución se ve compensada por la ventaja de representar problemas de contacto reales.

Empleando un modelo de resortes, Scanlan⁵⁰ estudió la respuesta de cimentaciones planas sujetas al movimiento de campo libre integrando los desplazamientos en la frontera suelo-cimentación; la importancia e influencia de estos desplazamientos es considerada empleando factores de rigidez. El autor muestra que el paso de las ondas induce movimientos de traslación y torsión aun en estructuras simétricas. Simplificando la solución del problema de interacción cinemática, Iguchi²⁶ propuso calcular los movimientos efectivos de la cimentación promediando los campos de desplazamientos y esfuerzos que ocurren en la superficie de contacto suelo-cimentación, usando como factores de peso las matrices de transformación geométrica y de rigidez dinámica, respectivamente. La validación de este método en la determinación de las funciones de transferencia de cimentaciones cilíndricas y rectangulares fue hecha por Pais y Kausel⁴⁷, comparando sus resultados con los obtenidos mediante el método de elemento finito, concluyendo que aunque no son completamente precisos, los movimientos efectivos obtenidos usando el método de Iguchi son adecuados para fines de ingeniería. Suponiendo que las funciones de impedancia son conocidas, Kurimoto e Iguchi³⁶ proponen modificar la expresión propuesta por Iguchi para determinar los movimientos efectivos de la cimentación exclusivamente a partir del movimiento del terreno observado durante un sismo, eliminando así la dificultad de determinar los esfuerzos en medios estratificados.

El cálculo riguroso de los movimientos efectivos de la cimentación requiere de la solución de un problema de propagación de ondas con condiciones de frontera mixtas; estos movimientos efectivos pueden calcularse si se conocen el movimiento de campo libre y el campo de esfuerzos en el área de contacto suelo–cimentación. Luco y Mita⁴³ obtuvieron la respuesta de una cimentación circular sobre un semiespacio viscoelástico sujeta a ondas de cuerpo con incidencia inclinada. Se basaron en funciones dependientes de la frecuencia que resultan de la solución de la integral de Fredholm de segunda clase, para los movimientos de traslación horizontal y vertical, cabeceo y torsión. Los resultados se presentan en términos de la frecuencia adimensional y el ángulo de incidencia, corroborando las fuertes reducciones de los movimientos de traslación para altas frecuencias y grandes ángulos de incidencia, así como la aparición de importantes movimientos de cabeceo y torsión de la cimentación.

Luco y Wong⁴⁴ formularon una ecuación integral para obtener los movimientos efectivos de la cimentación en términos de los campos de esfuerzos en la interfaz suelo-cimentación debidos a movimientos unitarios de la cimentación, así como de las rigideces dinámicas del suelo y el movimiento de campo libre. Este procedimiento elimina la necesidad de conocer previamente los esfuerzos reales en dicha interfaz. Aplicando esta técnica se han calculado los movimientos efectivos de cimentaciones enterradas en un semiespacio viscoelástico homogéneo y estratificado. Veletsos et al⁵⁹ establecen que la función de transferencia lateral de cimentaciones rectangulares, puede calcularse con suficiente precisión como la media aritmética de las funciones de transferencia de dos cimentaciones cuadradas de lados iguales a los de la cimentación rectangular. A su vez, la función de transferencia de una cimentación cuadrada es similar a la de una cimentación circular de área equivalente. La función de transferencia para el movimiento de torsión es sensible a la relación de aspecto de la cimentación, disminuyendo su valor con el incremento de la dimensión de la cimentación en la dirección del movimiento del terreno. Según esta investigación, cuando el paso de las ondas predomina en los movimientos efectivos de la cimentación, las funciones de transferencia tienen un comportamiento armónico; si la incoherencia es dominante, son funciones decrecientes de la frecuencia de la excitación.

En este trabajo se calcula la torsión inducida por el paso de las ondas a través de la cimentación de estructuras parcialmente simétricas con base deformable. Las historias de aceleración de varios sismos severos se utilizan como excitaciones que generan los campos de esfuerzos y

desplazamientos correspondientes a un supuesto frente plano inclinado de ondas SH, que inciden sobre una cimentación rígida enterrada en un semiespacio viscoelástico homogéneo o en un estrato de suelo blando. Las funciones de transferencia para los movimientos efectivos de traslación, cabeceo y torsión de la cimentación se calculan mediante el método de Iguchi²⁶. El suelo se modela con resortes lineales y amortiguadores viscosos dependientes de la frecuencia de la excitación rigurosamente calculados por Apsel y Luco².

El teorema de superposición se utiliza para la solución del sistema suelo-estructura³⁴. Debido a la introducción de los amortiguamientos material y geométrico del suelo, el sistema posee modos vibración complejos, por lo que el problema se resuelve usando la función de transferencia compleja del sistema. La solución en el tiempo se calcula mediante la síntesis de Fourier¹¹. La excentricidad efectiva de la estructura resultado de la contribución de la amplificación de la excentricidad estática y la interacción cinemática, se calcula con base en la respuesta máxima instantánea de traslación más torsión^{16,17}. Se adopta la premisa de Hahn y Liu²¹ para evaluar la respuesta de estructuras asimétricas con base deformable en función de las respuestas de una estructura asimétrica con base rígida y de otra simétrica con base deformable.

Capítulo 2

FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

En el análisis de sistemas suelo-estructura ante sismo es común considerar la incidencia vertical de ondas de cortante. Esta hipótesis se justifica en sitios donde la refracción de las ondas por la presencia de depósitos de suelo blando induce la propagación vertical de las ondas. Sin embargo, es posible la existencia de circunstancias para las que tal justificación no sea válida, por ejemplo en depósitos de suelo firme, en el caso de fuentes sísmicas someras o cuando las ondas de superficie contribuyen significativamente al movimiento sísmico en distancias epicentrales grandes e intermedias. Aspectos relevantes usualmente no considerados en los estudios de interacción suelo-estructura resultan de la acción oblicua de las ondas sísmicas; en este caso, los esfuerzos generados en la interfaz suelo-cimentación no son simétricos, generándose movimientos de rotación de la cimentación.

La incidencia inclinada de un frente plano de ondas SH origina torsión en las estructuras causada por la distorsión transversal del suelo, y es especialmente importante para estructuras de poca altura con cimentaciones alargadas⁴⁰. Una medida de sus efectos es el momento de torsión producido por el paso de las ondas. La magnitud de las fuerzas y desplazamientos inducidos por esta torsión adicional no considerada en el análisis puede causar la falla de los elementos resistentes de la estructura. Es deseable, por tanto, disponer de herramientas analíticas prácticas que consideren estos efectos. Aunque notables esfuerzos se han realizado en el análisis de la interacción cinemática, actualmente no existen expresiones simples que evalúen la torsión debida a la rotación de la base.

Basada en trabajos recientes sobre el tema^{6,7,53}, en esta investigación se evalúa la torsión inducida por el paso de las ondas en estructuras asimétricas con base deformable, haciendo uso del método

desarrollado por Iguchi²⁶ para determinar aproximadamente los movimientos efectivos de la cimentación. Se propone un método de solución basado en la combinación de las respuestas de una estructura asimétrica con base rígida y otra simétrica con base deformable. Además, se establecen coeficientes para calcular las fuerzas generalizadas que actúan sobre la estructura real con base flexible a partir de las fuerzas correspondientes a la estructura con base rígida.

2.1 EL PROBLEMA DE INTERACCIÓN SUELO-ESTRUCTURA

Se conoce como interacción dinámica suelo-estructura al conjunto de efectos cinemáticos e inerciales producidos en la estructura y el suelo como consecuencia de la flexibilidad de éste ante sollicitaciones dinámicas. Rigurosamente, el análisis de la interacción requiere de la solución de dos problemas de elastodinámica con condiciones de frontera mixtas: un problema de radiación de ondas para calcular la respuesta de una cimentación rígida carente masa ante cargas externas en ausencia de la acción sísmica, y un problema de difracción de ondas para determinar la respuesta de la cimentación a la acción sísmica en ausencia de cargas externas. La solución del problema de radiación conduce a los resortes y amortiguadores que representan la acción del suelo; en cambio, la solución del problema de difracción establece los movimientos efectivos de la cimentación. Ambos problemas se relacionan de manera que los movimientos efectivos pueden calcularse si los esfuerzos de contacto correspondientes a la solución del problema de radiación son conocidos. El análisis dinámico de una estructura con base deformable consiste entonces en calcular la respuesta de la estructura apoyada sobre los resortes y amortiguadores equivalentes del suelo, sujeta a los movimientos efectivos de la cimentación.

Si en el análisis de interacción se utiliza como excitación el movimiento de campo libre del terreno, situación válida sólo en el caso de cimentaciones superficiales sujetas a la incidencia vertical de ondas sísmicas coherentes, la respuesta es resultado sólo de la inercia y la rigidez de la estructura y el suelo. Este efecto se conoce como interacción inercial y está controlado básicamente por el contraste de rigidez suelo-estructura. El alargamiento del periodo natural de vibración y la modificación del amortiguamiento de la estructura respecto a los valores correspondientes a la condición de base rígida son resultado de esta interacción. Como consecuencia de la modificación de estos parámetros dinámicos de la estructura, la respuesta de

la estructura con base deformable difiere de la correspondiente a base rígida²⁷. Si la respuesta es menor o mayor depende de los valores de los parámetros dinámicos efectivos y de la historia de aceleraciones en cuestión, por lo que la omisión de los efectos de la interacción no siempre conduce a respuestas conservadoras.

El análisis completo de interacción requiere, sin embargo, incorporar un efecto adicional producido por el paso de las ondas sísmicas, que es particularmente importante para cimentaciones extendidas. Este efecto se origina debido a que la rigidez de la cimentación le impide ajustarse a las deformaciones del suelo causadas por el movimiento de campo libre del terreno, dando lugar a un fenómeno de difracción de ondas que modifica el movimiento del suelo en la vecindad de la cimentación. Esta interacción llamada cinemática, reduce el movimiento de traslación horizontal, induce movimientos de rotación de la cimentación y filtra los componentes de alta frecuencia de la excitación. Los movimientos efectivos de la cimentación que resultan dependen de su geometría, las propiedades del suelo y la naturaleza de la excitación⁶. En particular, la incidencia inclinada de ondas SH genera una pronunciada torsión en estructuras de poca altura con grandes dimensiones en planta, en tanto que la incidencia oblicua de ondas P y SV generan marcados efectos de cabeceo en estructuras esbeltas.

En general es conservador efectuar sólo el análisis de interacción inercial siempre que los efectos de sitio sean considerados en la determinación del movimiento de campo libre del terreno, que suele asignarse como el movimiento efectivo de la cimentación. Aunque aquel no tiene componentes de rotación, con frecuencia es más desfavorable —tiende a respuestas mayores de la estructura— que el movimiento efectivo de la cimentación que resulta del análisis de interacción cinemática. No obstante, cuando las diferencias entre los movimientos efectivos de la cimentación y el de campo libre del terreno son importantes, es necesario que la respuesta estructural sea evaluada usando los movimientos efectivos, que incluyen los componentes de traslación y rotación de la cimentación⁷.

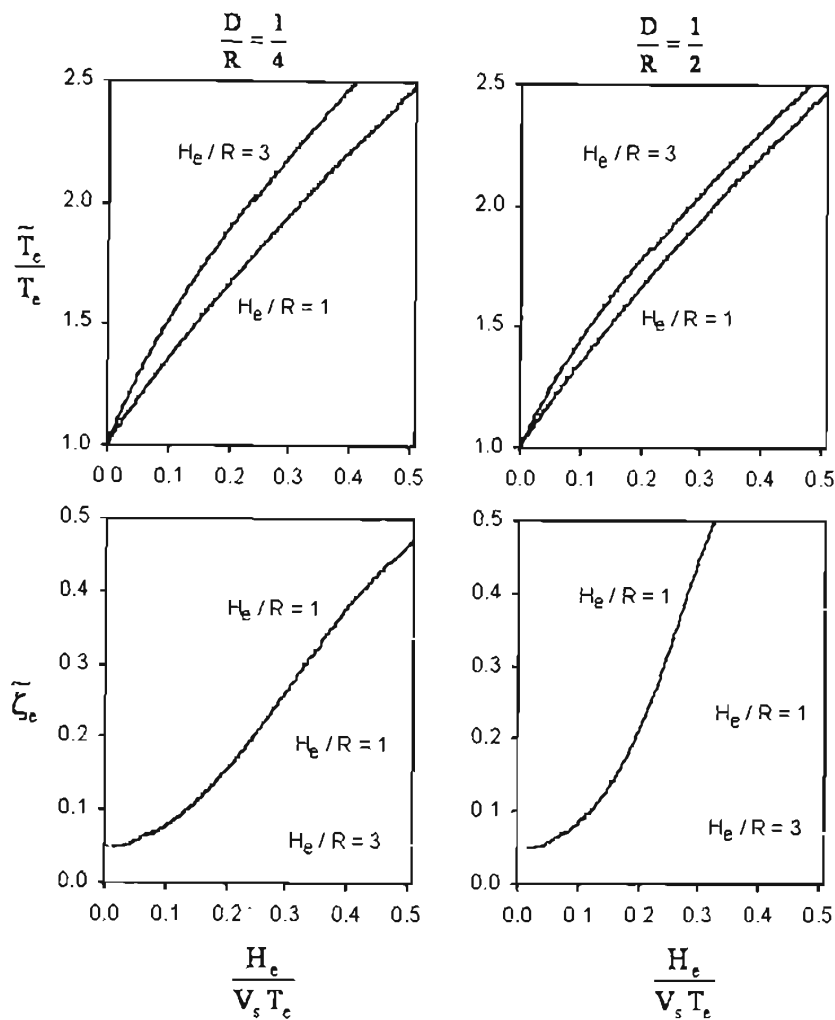


Figura 1. Periodo efectivo \tilde{T}_e , normalizado con el periodo de base rígida T_e , y amortiguamiento efectivo $\tilde{\zeta}_e$ en estructuras sujetas a la incidencia vertical de ondas, considerando efectos de interacción inercial (línea negra) e interacción total (línea gris)

Los efectos de interacción inercial pueden ser estimados con suficiente precisión usando el movimiento de campo libre como movimiento efectivo y analizando un oscilador de remplazo con los parámetros dinámicos efectivos de la estructura, es decir, el periodo efectivo de traslación \tilde{T}_e y el amortiguamiento efectivo $\tilde{\zeta}_e$. Estos parámetros se calculan de manera que la magnitud y localización del pico resonante de la respuesta armónica sean idénticas para la estructura y el oscilador de remplazo⁸. Mostrando que la variación del periodo fundamental debida a la interacción cinemática es prácticamente nula, Avilés y Pérez-Rocha⁴ proponen una modificación simple de la expresión para calcular el amortiguamiento efectivo, con el propósito de introducir

los efectos cinemáticos asociados con los movimientos efectivos de traslación y cabeceo de la cimentación.

Aplicando el método del oscilador de remplazo^{3,8,60}, se calculan los parámetros dinámicos efectivos de estructuras con periodo fundamental de traslación T_e y amortiguamiento ζ_e , con altura H_e y una cimentación cilíndrica de radio R enterrada una profundidad D en un semiespacio homogéneo con relación de Poisson $\nu_s = 0.3$. Se estudia la respuesta de estructuras de poca altura ($H_e/R = 1$) y esbeltas ($H_e/R = 3$), con distintas profundidades de enterramiento y sujetas a la incidencia vertical de ondas SV con velocidad de propagación V_s , en función del contraste de rigidez estructura-suelo $H_e/(V_s T_e)$. A mayor contraste de rigidez mayores son los efectos de interacción. En la figura 1 se observa la variación de los parámetros dinámicos efectivos de la estructura considerando las interacciones inercial y total. Los efectos en el periodo efectivo de ambas interacciones se superponen debido a que este parámetro es prácticamente invariable ante los movimientos cinemáticos. Situación similar ocurre con el amortiguamiento efectivo de estructuras esbeltas. El mayor alargamiento del periodo fundamental de estructuras esbeltas se atribuye a los mayores desplazamientos causados por el cabeceo de la estructura; este efecto disminuye con la profundidad de enterramiento. El amortiguamiento efectivo en estructuras robustas —de poca altura y grandes dimensiones en planta— se incrementa con la profundidad de enterramiento debido a la menor pérdida de amortiguamiento estructural y a la mayor contribución del amortiguamiento del suelo asociado al menor alargamiento del periodo fundamental de vibración. En estructuras esbeltas someramente enterradas existe una reducción del amortiguamiento causada por la pérdida de amortiguamiento estructural atribuible al gran alargamiento del periodo. Se deduce que la influencia de la interacción cinemática sólo es importante respecto al amortiguamiento efectivo de las estructuras, de suerte que los efectos de la interacción cinemática no deberían ignorarse en el análisis, porque la capacidad de disipar energía del medio de soporte depende tanto de los amortiguamientos material y geométrico del suelo, como de la pérdida de energía por la difracción de ondas incidentes.

2.1.1 RESORTES Y AMORTIGUADORES DEL SUELO

La formulación del problema de radiación de ondas, es decir, del problema de determinar la respuesta de una cimentación rígida a fuerzas externas en ausencia de la acción sísmica, conduce a las denominadas rigideces dinámicas del sistema suelo–cimentación. Estas rigideces dinámicas se definen como la relación en estado estacionario entre la fuerza aplicada y el desplazamiento resultante de una cimentación rígida carente de masa excitada armónicamente. Es importante observar que la fuerza y el desplazamiento están generalmente fuera de fase. De hecho, cualquier desplazamiento dinámico puede descomponerse en un desplazamiento en fase y otro fuera de fase con respecto a la fuerza aplicada. Por consiguiente, conviene expresar estas funciones en notación compleja de la manera siguiente:

$$\tilde{K}_m = K_m^0 (k_m(a_0) + i a_0 c_m(a_0)) (1 + i 2\zeta_s) \quad (2.1.1)$$

El subíndice indica el modo de vibrar de la cimentación; K_m^0 es la rigidez estática, mientras que k_m y c_m son los coeficientes dinámicos dependientes de la frecuencia adimensional a_0 definida como:

$$a_0 = \frac{\omega R}{V_s} \quad (2.1.2)$$

Siendo ω la frecuencia de la excitación.

El factor complejo $(1 + i2\zeta_s)$ intenta aislar el efecto del amortiguamiento material del suelo ζ_s en los coeficientes dinámicos de rigidez y amortiguamiento¹⁹. Este factor de aislamiento funciona adecuadamente para curvas de rigideces dinámicas suavizadas, como sucede en el caso del semiespacio³³.

Una forma alternativa para la expresión de la rigidez dinámica es:

$$\tilde{K}_m = K_m(\omega) + i\omega C_m(\omega) \quad (2.1.3)$$

Donde

$$K_m = K_m^0(k_m - 2\zeta_s a_0 c_m) \quad (2.1.4)$$

$$C_m = K_m^0(a_0 c_m + 2\zeta_s k_m)/\omega \quad (2.1.5)$$

Las rigideces dinámicas son funciones complejas que dependen de la frecuencia de la excitación. Matemáticamente, la parte real representa las propiedades elásticas y de inercia del suelo; la dependencia de la frecuencia se atribuye básicamente a las propiedades de inercia, ya que las propiedades elásticas son esencialmente independientes de ella. Físicamente, la parte real representa los resortes equivalentes del suelo. La parte imaginaria representa, matemáticamente, la capacidad del suelo de disipar energía debido a los amortiguamientos material y geométrico del suelo; el primero es prácticamente independiente de la frecuencia de la excitación y se debe al comportamiento histerético, mientras que el segundo depende de esta frecuencia y es causado por la radiación de ondas. Físicamente, la parte imaginaria simula los amortiguadores equivalentes del suelo³. Como se mencionó, las rigideces dinámicas resultan de la solución del problema de radiación de ondas con condiciones de frontera mixtas^{27,43}.

2.1.2 EL MÉTODO DE IGUCHI

Para determinar los movimientos efectivos de la cimentación puede recurrirse a soluciones rigurosas empleando métodos de elementos de frontera^{41,61}, procedimientos que consumen en general grandes recursos de cálculo. Sin embargo, es posible la evaluación de los movimientos efectivos de la cimentación mediante métodos aproximados que para fines prácticos sean suficientemente precisos. Iguchi²⁶ propuso un método simple para calcular los movimientos efectivos de la cimentación basado en el promedio pesado de los campos de esfuerzos y desplazamientos en la superficie de contacto suelo-cimentación, método que matemáticamente se expresa como:

$$\tilde{\Delta}_0 = \bar{H}^{-1} \iint \bar{A}' \tilde{\Delta}_g dS + \bar{K}^{-1} \iint \bar{A}' \tilde{t}_g dS \quad (2.1.6)$$

Donde $\tilde{\Delta}_g$ y \tilde{t}_g son los vectores de desplazamientos y esfuerzos de campo libre en la interfaz suelo-cimentación, respectivamente; \bar{K} es la matriz de rigidez dinámica del suelo, dS es una diferencial de la superficie de contacto y \bar{H} es una matriz definida como:

$$\bar{H} = \iint \bar{A}' \bar{A} dS \quad (2.1.7)$$

\bar{A} es la matriz de transformación geométrica dada por:

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & z - z_0 & y_0 - y \\ 0 & 1 & 0 & z_0 - z & 0 & x - x_0 \\ 0 & 0 & 1 & y - y_0 & x_0 - x & 0 \end{bmatrix} \quad (2.1.8)$$

x_0, y_0 y z_0 son las coordenadas cartesianas de algún punto de control arbitrario de la cimentación, en tanto que x, y, z son las coordenadas de algún punto arbitrario en la interfaz suelo-cimentación.

El vector $\tilde{\Delta}_0$ está formado por los movimientos efectivos de traslación y rotación de la cimentación. Estos movimientos son funciones complejas de la frecuencia de la excitación que dependen además, de la geometría de la cimentación, las propiedades del suelo y la naturaleza de la excitación, esto es, el tipo de ondas y ángulo de incidencia.

Un paso fundamental en el análisis de interacción suelo-estructura es la evaluación de las funciones de transferencia de la cimentación⁵⁹; definidas para cimentaciones carentes de masa excitadas armónicamente, estas funciones relacionan las amplitudes de los movimientos efectivos de la cimentación con la amplitud del movimiento de campo libre del terreno Δ_g , según las expresiones siguientes:

$$Q_h = \frac{\Delta_o}{\Delta_g} \quad (2.1.9)$$

$$Q_m = \frac{R\phi_o}{\Delta_g} \quad (2.1.10)$$

$$Q_t = \frac{R\theta_o}{\Delta_g} \quad (2.1.11)$$

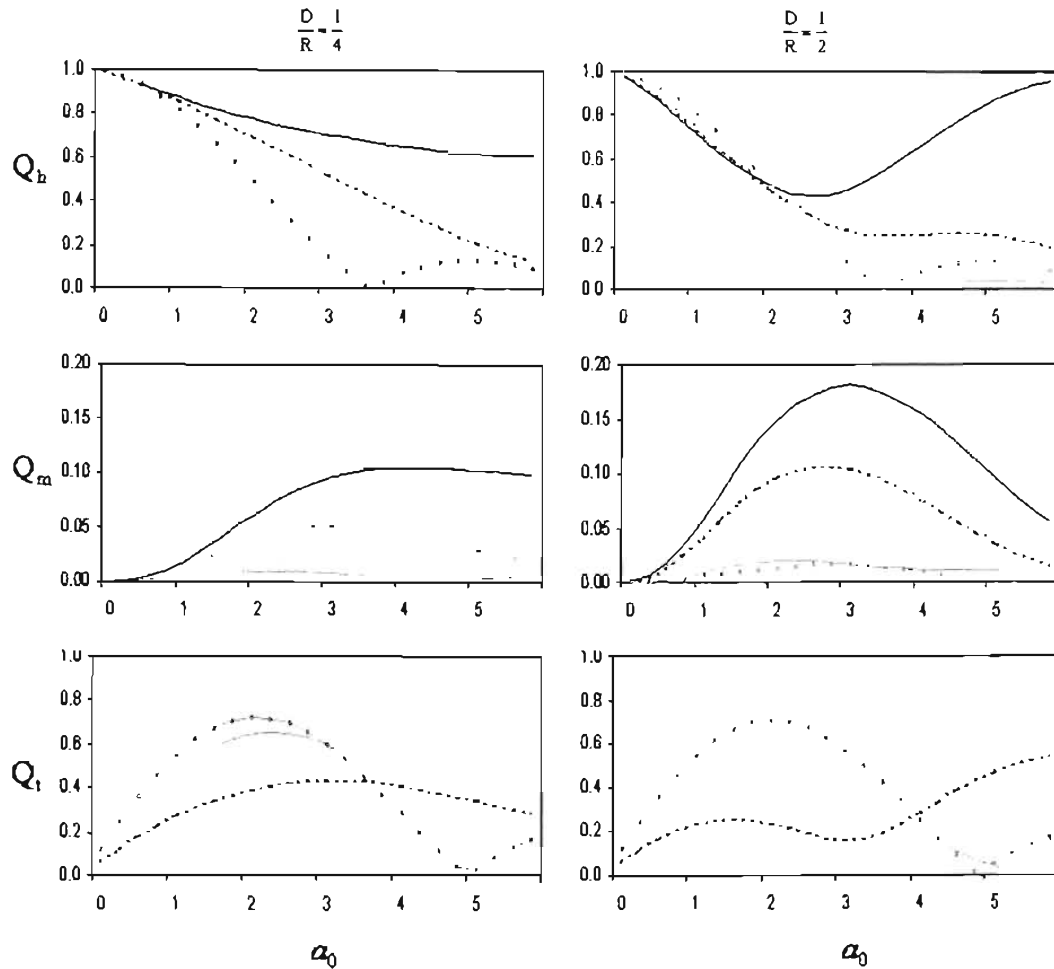


Figura 2. Funciones de transferencia de traslación Q_b , cabeceo Q_m y torsión Q_t , para una cimentación rígida sujeta a ondas SH con distintos ángulos de incidencia: $\gamma = 0^\circ$ (línea negra), $\gamma = 30^\circ$ (discontinua), $\gamma = 60^\circ$ (gris) y $\gamma = 90^\circ$ (puntos).

Donde:

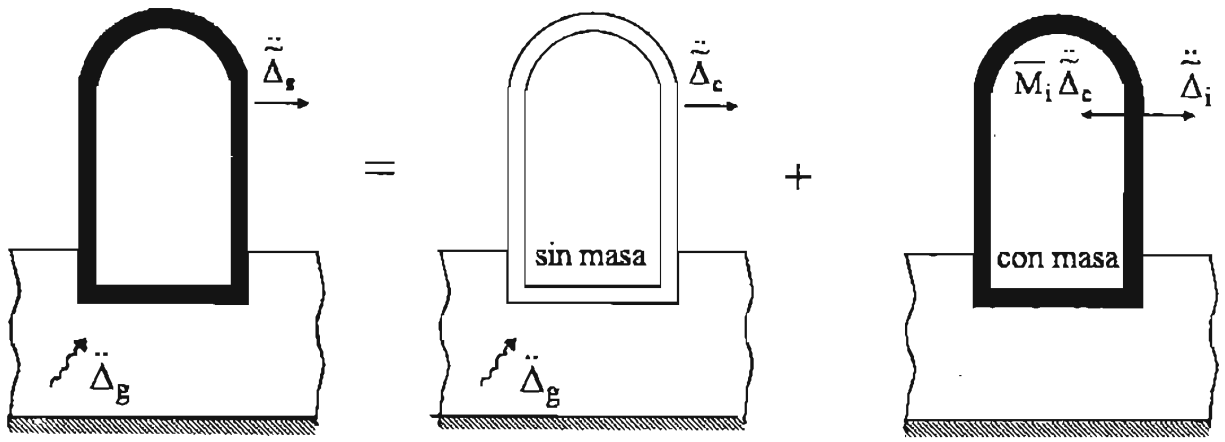
Δ_o = movimiento efectivo de traslación de la cimentación

- ϕ_0 = movimiento efectivo de rotación de la cimentación alrededor de un eje perpendicular a la acción sísmica, o cabeceo efectivo
- θ_0 = movimiento efectivo de rotación de la cimentación alrededor del eje vertical, o torsión efectiva
- R = radio de la cimentación

En la figura 2 se muestran las funciones de transferencia en función de la frecuencia adimensional α_0 , para los modos de traslación, cabeceo y torsión de una cimentación cilíndrica rígida sin masa enterrada en un semiespacio homogéneo. La excitación se considera un frente plano coherente de ondas SH con ángulo de incidencia γ formado por la línea de propagación de las ondas sísmicas y el eje vertical. Debido al tipo de excitación usado, la participación de los movimientos efectivos de cabeceo es poco relevante, si bien su importancia se incrementa con la profundidad de enterramiento. Para ángulos de incidencia mayores a 60° , puede deducirse de las gráficas que no sucederán fuertes variaciones en la respuesta estructural; para ángulos de incidencia entre 30° y 60° los movimientos de traslación son funciones decrecientes de la frecuencia de la excitación mientras el movimiento efectivo de torsión muestra amplitudes significativas, por lo que deben esperarse efectos de torsión importantes en este rango de ángulos de incidencia.

2.1.3 TEOREMA DE SUPERPOSICIÓN

El principio de superposición para la solución del problema de interacción suelo-estructura establece que la interacción total es la suma de la interacción cinemática más la interacción inercial, como se muestra esquemáticamente en la figura 3.



(a) Interacción total

(b) Interacción cinemática

(c) Interacción inercial

Figura 3. Teorema de superposición para el problema de interacción

Para demostrar lo anterior, supóngase que la ecuación general de movimiento del sistema acoplado en notación matricial está dada como:

$$\bar{M}_s \ddot{\tilde{\Delta}}_s + \bar{C}_s \dot{\tilde{\Delta}}_s + \bar{K}_s \tilde{\Delta}_s = -\bar{M}_s \ddot{\tilde{\Delta}}_g \quad (2.1.12)$$

donde \bar{M}_s , \bar{C}_s y \bar{K}_s son las matrices del sistema de masa, amortiguamiento y rigidez, respectivamente, $\tilde{\Delta}_s$ es el vector de desplazamientos relativos del sistema y $\tilde{\Delta}_g$ es el vector de desplazamientos del terreno en un punto de control arbitrario.

Esta ecuación es posible descomponerla en dos ecuaciones equivalentes, que en notación matricial resultan ser:

$$\bar{M}_c \ddot{\tilde{\Delta}}_c + \bar{C}_s \dot{\tilde{\Delta}}_c + \bar{K}_s \tilde{\Delta}_c = -\bar{M}_s \ddot{\tilde{\Delta}}_g \quad (2.1.13)$$

$$\bar{M}_s \ddot{\tilde{\Delta}}_i + \bar{C}_s \dot{\tilde{\Delta}}_i + \bar{K}_s \tilde{\Delta}_i = -\bar{M}_i \ddot{\tilde{\Delta}}_c \quad (2.1.14)$$

Donde $\tilde{\Delta}_s = \tilde{\Delta}_c + \tilde{\Delta}_i$ y $\overline{M}_s = \overline{M}_c + \overline{M}_i$; el valor de \overline{M}_c excluye la masa de la estructura, mientras que el de \overline{M}_i excluye la masa del suelo. Sumando las ecuaciones 2.1.13 y 2.1.14 se obtiene la ecuación 2.1.12, con lo que se prueba la equivalencia entre ellas.

El movimiento $\tilde{\Delta}_c$ representa la interacción cinemática que resulta de aplicar la excitación sísmica al sistema suponiendo que la estructura carece de masa, lo que implica que no se generen fuerzas de inercia en ella. Si la cimentación se supone completamente rígida, lo cual generalmente es válido para fines prácticos, las distorsiones provocadas por la variación espacial del movimiento del terreno alrededor de ella no puede ocurrir, razón por la que no se transmiten deformaciones a la estructura que se mueve entonces como cuerpo rígido. Por consiguiente, para determinar la interacción cinemática no se requiere de la estructura misma, sino solamente de la cimentación rígida carente de masa.

En tanto que el movimiento $\tilde{\Delta}_i$ representa la interacción inercial que resulta de cargar la estructura solamente con las fuerzas de inercia definidas por la masa de la estructura y la aceleración debida a la interacción cinemática. Es evidente que los desplazamientos y esfuerzos totales se obtienen al sumar los calculados en las dos etapas de interacción.

2.1.4 SOLUCIÓN EN TRES PASOS

El término de carga de la ecuación 2.1.14 tiene componentes no nulos sólo en los grados de libertad de la estructura, puesto que en \overline{M}_i se excluye la masa del suelo. Entonces, si el problema de interacción se formula en el dominio de la frecuencia, pueden eliminarse los grados de libertad del suelo mediante condensación estática. De esta forma, es posible sustituir el suelo por funciones de impedancia para cada uno de los grados de libertad de la cimentación. Por tanto, la solución total para el caso de cimentaciones rígidas puede descomponerse en tres pasos, ver figura 4, que consisten en lo siguiente:

1. Interacción cinemática: Determinación del movimiento de la cimentación rígida sin masa generado por la excitación sísmica. En general, este movimiento efectivo consta tanto de

traslaciones como de rotaciones, aun si la cimentación no se encuentra enterrada. Sólo para cimentaciones superficiales sujetas a ondas planas con incidencia vertical, el movimiento de la cimentación es idéntico al de campo libre.

2. Funciones de impedancia: Cálculo de las rigideces dinámicas de la cimentación rígida sin masa, las cuales se definen mediante las fuerzas y momentos necesarios para producir desplazamientos y rotaciones armónicos unitarios en la cimentación.
3. Interacción inercial: Determinación de la respuesta de la estructura real apoyada sobre resortes y amortiguadores sustitutos del suelo calculados en el paso 2 y sometida en su base al movimiento efectivo calculado en el paso 1. Para ello se recurre al método de la respuesta compleja en la frecuencia, con lo que se obtiene la función de transferencia del sistema.

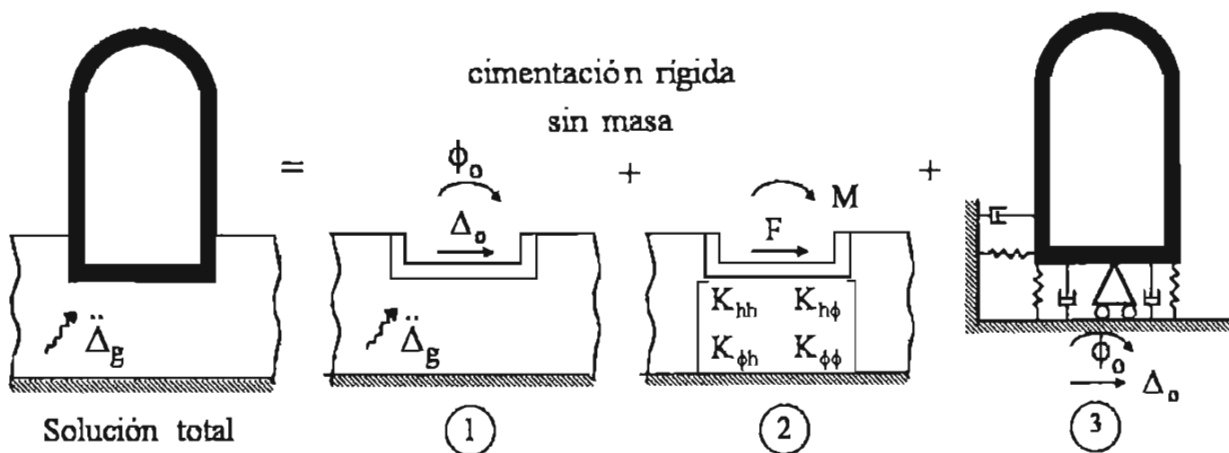


Figura 4. Solución del problema de interacción suelo – estructura en tres pasos

2.2 SISTEMA SIMPLIFICADO DE REFERENCIA

Para estudiar los efectos del paso de las ondas en estructuras asimétricas con base flexible se utiliza el sistema simplificado de referencia que se muestra en la figura 5. Se trata de un sistema de piso circular de radio R enterrado en un semiespacio viscoelástico homogéneo. Este sistema se emplea para evaluar la respuesta dinámica de edificios de un piso o, en general, de edificios de varios pisos que responden como un oscilador de dos grados de libertad, uno de traslación y otro de torsión, en su condición de base rígida. El centro de torsión CT coincide con el centro geométrico del piso; la masa m_c , el momento de inercia de masa I_c y el momento polar de masa J_c se consideran concentrados en el centro de masa CM situado a una distancia e del CT perpendicular a la acción sísmica. El piso es soportado por N elementos resistentes inextensibles con propiedades elásticas k_{xi} y k_{yi} en dos direcciones ortogonales, localizados en las coordenadas cartesianas x_i , y_i . La altura del piso es H_c . La cimentación enterrada una profundidad D en el semiespacio, posee masa m_c , momento de inercia de masa I_c y momento polar de masa J_c , concentrados a una altura $D/2$ sobre el centro geométrico de la base. El periodo natural de traslación T_e , la fracción de amortiguamiento crítico ζ_c y la relación de periodos desacoplados traslación–torsión λ son los parámetros dinámicos que definen a la estructura con base rígida. El sistema cartesiano de coordenadas indica el sentido positivo de traslaciones y rotaciones.

El suelo se caracteriza por su relación de Poisson ν_s , densidad de masa ρ_s , fracción de amortiguamiento material ζ_s y velocidad de propagación de ondas de cortante V_s , modelándose por medio de resortes a la traslación K_h , cabeceo K_ϕ y torsión K_θ que representan sus propiedades elásticas y de inercia, así como por amortiguadores en traslación C_h , cabeceo C_ϕ y torsión C_θ que simulan su capacidad de disipar energía por radiación e histéresis.

El sistema se sujeta a la acción de un supuesto frente plano de ondas SH con ángulo de incidencia γ con respecto al eje vertical, generando el movimiento de campo libre del terreno Δ_g que a su vez induce los movimientos efectivos de traslación Δ_o , cabeceo ϕ_o y torsión θ_o de la cimentación. La posición de la estructura durante la acción sísmica queda definida por la traslación Δ y torsión θ del piso, y la traslación Δ_c , cabeceo ϕ_c y torsión θ_c de la cimentación.

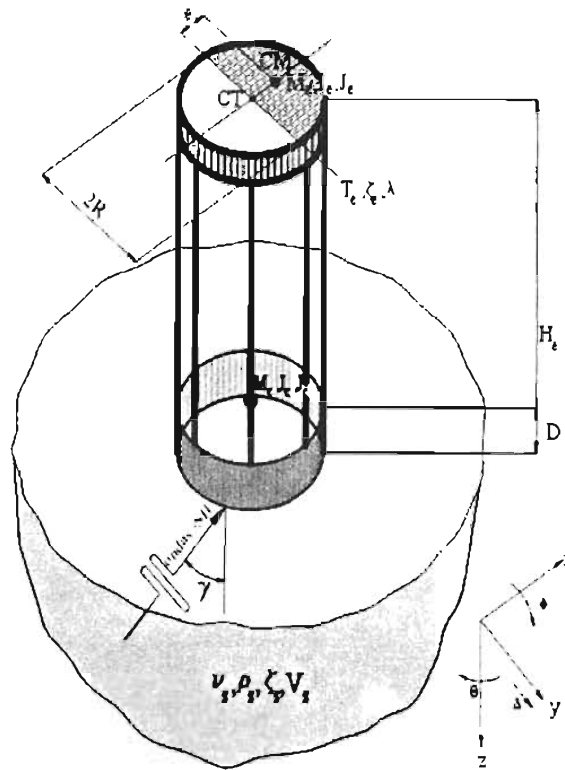


Figura 5. Sistema simplificado de referencia

La energía cinética T desarrollada por el sistema durante el movimiento sísmico es:

$$\begin{aligned}
 T = & \frac{1}{2} m_e (\dot{\Delta} + e\dot{\theta} + \dot{\Delta}_c - (H_e + D)\dot{\phi}_c + e\dot{\theta}_c + \dot{\Delta}_o - (H_e + D)\dot{\phi}_o + e\dot{\theta}_o)^2 + \frac{1}{2} J_e (\dot{\theta} + \dot{\theta}_c + \dot{\theta}_o)^2 + \\
 & + \frac{1}{2} I_c (\dot{\phi}_c + \dot{\phi}_o)^2 + \frac{1}{2} m_e \left(\dot{\Delta}_c - \frac{D}{2} \dot{\phi}_c + \dot{\Delta}_o - \frac{D}{2} \dot{\phi}_o \right)^2 + \frac{1}{2} J_c (\dot{\theta}_c + \dot{\theta}_o)^2 + \frac{1}{2} I_c (\dot{\phi}_c + \dot{\phi}_o)^2
 \end{aligned} \quad (2.2.1)$$

Los puntos sobre las literales indican el número de sus derivadas con respecto al tiempo.

En tanto, la energía potencial V es:

$$V = \frac{1}{2} K_x \Delta^2 + \frac{1}{2} K_T \theta^2 + \frac{1}{2} K_b \Delta_c^2 + \frac{1}{2} K_\phi \phi_c^2 + \frac{1}{2} K_\theta \theta_c^2 \quad (2.2.2)$$

Donde:

$$K_x = \sum_{i=1}^N k_{x_i} \quad (2.2.3)$$

$$K_T = \sum_{i=1}^N k_{x_i} y_i^2 + \sum_{i=1}^N k_{y_i} x_i^2 \quad (2.2.4)$$

$$\sum_{i=1}^N k_{\theta_i} \ll K_T \quad (2.2.5)$$

A partir de las expresiones de las energías cinética y potencial, las ecuaciones de movimiento de Lagrange para un sistema lineal conservativo resultan ser:

$$m_e \ddot{\Delta} + m_e e \ddot{\theta} + m_e \ddot{\Delta}_c - m_e (H_e + D) \ddot{\phi}_c + m_e e \ddot{\theta}_c + m_e \ddot{\Delta}_o - m_e (H_e + D) \ddot{\phi}_o + m_e e \ddot{\theta}_o + K_x \Delta = 0 \quad (2.2.6)$$

$$m_e e \ddot{\Delta} + (J_e + m_e e^2) \ddot{\theta} + m_e e \ddot{\Delta}_c - m_e e (H_e + D) \ddot{\phi}_c + (J_e + m_e e^2) \ddot{\theta}_c + m_e e \ddot{\Delta}_o - m_e e (H_e + D) \ddot{\phi}_o + (J_e + m_e e^2) \ddot{\theta}_o + K_T \theta = 0 \quad (2.2.7)$$

$$m_e \ddot{\Delta} + m_e e \ddot{\theta} + (m_e + m_c) \ddot{\Delta}_c - \left(m_e (H_e + D) + m_c \frac{D}{2} \right) \ddot{\phi}_c + m_e e \ddot{\theta}_c + m_e \ddot{\Delta}_o - \left(m_e (H_e + D) + m_c \frac{D}{2} \right) \ddot{\phi}_o + m_e e \ddot{\theta}_o + K_b \Delta_c = 0 \quad (2.2.8)$$

$$-m_e (H_e + D) \ddot{\Delta} - m_e e (H_e + D) \ddot{\theta} - \left(m_e (H_e + D) + m_c \frac{D}{2} \right) \ddot{\Delta}_c + \left(m_e (H_e + D)^2 + m_c \frac{D^2}{4} + I_e + I_c \right) \ddot{\phi}_c - m_e e (H_e + D) \ddot{\theta}_c - \left(m_e (H_e + D) + m_c \frac{D}{2} \right) \ddot{\Delta}_o - \left(m_e (H_e + D)^2 + m_c \frac{D^2}{4} + I_e + I_c \right) \ddot{\phi}_o - m_e e (H_e + D) \ddot{\theta}_o + K_\phi \phi_c = 0 \quad (2.2.9)$$

$$\begin{aligned}
& m_e e \ddot{\Delta} + (J_e + m_e e^2) \ddot{\theta} + m_e e \ddot{\Delta}_c - m_e e (H_e + D) \ddot{\phi}_c + (J_c + J_e + m_e e^2) \ddot{\theta}_c + m_e e \ddot{\Delta}_o - \\
& - m_e e (H_e + D) \ddot{\phi}_o + (J_e + J_c + m_e e^2) \ddot{\theta}_o + K_\theta \theta_c = 0
\end{aligned} \tag{2.2.10}$$

En notación matricial, resulta:

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} m_e & m_e e & m_e & -m_e H_t & m_e e \\ m_e e & J_e + m_e e^2 & m_e e & -m_e e H_t & J_e + m_e e^2 \\ m_e & m_e e & m_e + m_c & -m_e H_t - m_c E & m_e e \\ -m_e H_t & -m_e e H_t & -m_e H_t - m_c E & m_e H_t^2 + m_c E^2 + I_e + I_c & -m_e e H_t \\ m_e e & J_e + m_e e^2 & m_e e & -m_e e H_t & J_c + J_e + m_e e^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\Delta} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\Delta}_c \\ \ddot{\phi}_c \\ \ddot{\theta}_c \end{Bmatrix} + \\
& + \begin{bmatrix} K_x & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_T & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_h & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_\phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & K_\theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \\ \theta \\ \Delta_c \\ \phi_c \\ \theta_c \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} m_e \\ m_e e \\ m_e + m_c \\ -m_e H_t - m_c E \\ m_e e \end{Bmatrix} \ddot{\Delta}_o - \begin{Bmatrix} -m_e H_t \\ -m_e e H_t \\ -m_e H_t - m_c E \\ m_e H_t^2 + m_c E^2 + I_e + I_c \\ -m_e e H_t \end{Bmatrix} \ddot{\phi}_o - \\
& - \begin{Bmatrix} m_e e \\ J_e + m_e e^2 \\ m_e e \\ -m_e e H_t \\ J_c + J_e + m_e e^2 \end{Bmatrix} \ddot{\theta}_o
\end{aligned} \tag{2.2.11}$$

Donde $H_t = H_e + D$, y $E = D/2$.

Este es el sistema de ecuaciones diferenciales que gobierna la respuesta del sistema simplificado de referencia no amortiguado sujeto a los movimientos efectivos de la cimentación. Para la condición de base rígida el sistema de ecuaciones se reduce a:

$$\begin{bmatrix} m_e & m_e e \\ m_e e & J_e + m_e e^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\Delta} \\ \ddot{\theta} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_x & 0 \\ 0 & K_T \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \\ \theta \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} m_e \\ m_e e \end{Bmatrix} \ddot{\Delta}_g \quad (2.2.12)$$

Denominando como ω_e y ω_T a las frecuencias naturales desacopladas de traslación y torsión, respectivamente, definidas como:

$$\omega_e = \sqrt{\frac{K_x}{m_e}} \quad (2.2.13)$$

$$\omega_T = \sqrt{\frac{K_T}{J_e}} \quad (2.2.14)$$

Las frecuencias naturales acopladas ω_1 y ω_2 son:

$$\omega_{1,2} = \omega_e \left[\frac{1}{2} \left(1 + \lambda^2 + 8e_r^2 \mp \left[(1 + \lambda^2 + 8e_r^2)^2 - 4\lambda^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \quad (2.2.15)$$

Siendo e_r es la excentricidad estática relativa definida como:

$$e_r = \frac{e}{2R} \quad (2.2.16)$$

En tanto que λ es la relación de periodos desacoplados traslación–torsión:

$$\lambda = \frac{\omega_T}{\omega_e} = \frac{T_e}{T_\theta} \quad (2.2.17)$$

Donde

$$T_e = \frac{2\pi}{\omega_e} \quad (2.2.18)$$

$$T_\theta = \frac{2\pi}{\omega_T} \quad (2.2.19)$$

T_e y T_θ son los periodos naturales desacoplados de traslación y torsión de la estructura con base rígida, respectivamente. Considerando que la estructura posee amortiguamiento proporcional¹⁴ y que ambos modos de vibración tienen la misma fracción de amortiguamiento crítico ζ_e , resulta la matriz de amortiguamiento estructural siguiente:

$$[C_e] = \frac{2\zeta_e}{\omega_1 + \omega_2} \begin{bmatrix} \omega_1\omega_2 m_e + K_x & \omega_1\omega_2 m_e e \\ \omega_1\omega_2 m_e e & \omega_1\omega_2 (J_e + m_e e^2) + K_T \end{bmatrix} \quad (2.2.20)$$

Introduciendo al sistema los amortiguamientos de la estructura y el suelo, haciendo uso de las propiedades geométricas de una sección circular y suponiendo que el sistema se sujeta a una excitación armónica de frecuencia angular ω , es posible sustituir el sistema de ecuaciones diferenciales por el sistema de ecuaciones algebraicas siguiente:

$$\begin{bmatrix} K_x & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_T & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_h & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_\phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & K_\theta \end{bmatrix} +$$

$$+ i\omega \begin{bmatrix} \frac{2\zeta_e m_e (\omega_1\omega_2 + \omega_e^2)}{\omega_1 + \omega_2} & \frac{2\zeta_e m_e e}{\omega_1 + \omega_2} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{2\zeta_e m_e e}{\omega_1 + \omega_2} & \frac{2\zeta_e m_e \left(\omega_1\omega_2 \left(\frac{1}{2} R^2 + e^2 \right) + \frac{1}{2} R^2 \omega_T^2 \right)}{\omega_1 + \omega_2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_h & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_\phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_\theta \end{bmatrix} -$$

$$-\omega^2 \begin{bmatrix} m_e & m_e e & m_e & -m_e H_t \\ m_e e & m_e \left(\frac{R^2}{2} + e^2 \right) & m_e e & -m_e e H_t \\ m_e & m_e e & m_e + m_c & -m_e H_t - m_c E \\ -m_e H_t & -m_e e H_t & -m_e H_t - m_c E & m_c H_t^2 + m_c E^2 + \frac{m_e R^2}{4} + m_c \left(\frac{R^2}{4} + E^2 \right) \\ m_e e & m_e \left(\frac{R^2}{2} + e^2 \right) & m_e e & -m_e e H_t \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} m_e e \\ m_e \left(\frac{R^2}{2} + e^2 \right) \\ m_e e \\ -m_e e H_t \\ m_e \left(\frac{R^2}{2} + \frac{m_c R^2}{m_c 2} + e^2 \right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \\ \theta \\ \Delta_c \\ \phi_c \\ \theta_c \end{bmatrix} = \omega^2 \begin{bmatrix} m_e \\ m_e e \\ m_e + m_c \\ -m_e H_t - m_c E \\ m_e e \end{bmatrix} \Delta_o +$$

$$+ \omega^2 \begin{bmatrix} -m_e H_t \\ -m_e e H_t \\ -m_e H_t - m_c E \\ m_c H_t^2 + m_c E^2 + \frac{m_e R^2}{4} + m_c \left(\frac{R^2}{4} + E^2 \right) \\ -m_e e H_t \end{bmatrix} \phi_o + \omega^2 \begin{bmatrix} m_e e \\ m_e \left(\frac{R^2}{2} + e^2 \right) \\ m_e e \\ -m_e e H_t \\ m_e \left(\frac{R^2}{2} + \frac{m_c R^2}{m_c 2} + e^2 \right) \end{bmatrix} \theta_o \quad (2.2.21)$$

Conocidas la geometría de la estructura, las funciones de transferencia y el movimiento de campo libre, es posible calcular la respuesta dinámica de cualquier estructura con base flexible. Sin embargo, con el propósito de estudiar las tendencias de la respuesta de un conjunto de estructuras es conveniente trasladar estas ecuaciones a su forma paramétrica, para lo cual se introducen los parámetros adimensionales siguientes:

Relación de masas cimentación–estructura:

$$\delta_m = \frac{m_e}{m_c} \quad (2.2.22)$$

Relación de masas estructura–suelo:

$$\delta_\rho = \frac{m_e}{\rho_s \pi R^2 H_c} \quad (2.2.23)$$

Esbeltez de la estructura:

$$\delta_h = \frac{H_c}{R} \quad (2.2.24)$$

Enterramiento relativo de la cimentación:

$$\delta_D = \frac{D}{R} \quad (2.2.25)$$

Contraste de rigidez estructura-suelo:

$$\tau_w = \frac{H_c}{V_s T_c} \quad (2.2.26)$$

Una detallada manipulación algebraica conduce al sistema de ecuaciones paramétricas siguiente:

$$\left[\begin{array}{ccccc} \omega_e^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2}\omega_T^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\omega_e^2 \delta_h}{4\pi^3 \delta_\rho \tau_w^2} \frac{K_h}{G_s R} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\omega_e^2 \delta_h}{4\pi^3 \delta_\rho (\delta_h + \delta_D)^2 \tau_w^2} \frac{K_\phi}{G_s R^3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\omega_e^2 \delta_h}{4\pi^3 \delta_\rho \tau_w^2} \frac{K_\theta}{G_s R^3} \end{array} \right] +$$

$$+ i\omega \left[\begin{array}{ccc} \frac{2\zeta_e}{\omega_1 + \omega_2} (\omega_1 \omega_2 + \omega_e^2) & \frac{4\zeta_e e_r}{\omega_1 + \omega_2} & 0 \\ \frac{4\zeta_e e_r}{\omega_1 + \omega_2} & \frac{\zeta_e}{\omega_1 + \omega_2} (\omega_1 \omega_2 (1 + 8e_r^2) + \omega_T^2) & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\omega_e^2 \delta_h}{4\pi^3 \delta_\rho \tau_w^2} \frac{C_h}{G_s R} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{array} \right]$$

$$\left[\begin{array}{ccc} 0 & 0 & \\ 0 & 0 & \\ 0 & 0 & \\ \frac{\omega_e^2}{4\pi^3 \delta_\rho (\delta_h + \delta_D)^2 \tau_w^2} \frac{C_\phi}{G_s R^3} & 0 & \\ 0 & \frac{\omega_e^2}{4\pi^3 \delta_\rho \tau_w^2} \frac{C_\theta}{G_s R^3} & \end{array} \right] -$$

$$- \omega^2 \left[\begin{array}{ccc} 1 & 2e_r & 1 & -1 \\ 2e_r & \frac{1}{2} + 4e_r^2 & 2e_r & -2e_r \\ 1 & 2e_r & 1 + \delta_m & -1 - \frac{\delta_m}{2} \frac{\delta_D}{\delta_h + \delta_D} \\ -1 & -2e_r & -1 - \frac{\delta_m}{2} \frac{\delta_D}{\delta_h + \delta_D} & 1 + \frac{\delta_m}{4} \frac{\delta_D^2}{(\delta_h + \delta_D)^2} + \frac{1}{4} \frac{1}{(\delta_h + \delta_D)^2} (1 + \delta_m (1 + \delta_D^2)) \\ 2e_r & \frac{1}{2} + 4e_r^2 & 2e_r & -2e_r \end{array} \right]$$

$$\begin{aligned}
& \left[\begin{array}{c} 2e_r \\ \frac{1}{2} + 4e_r^2 \\ 2e_r \\ -2e_r \\ \frac{1}{2} + \frac{\delta_m}{2} + 4e_r^2 \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} \Delta \\ R\theta \\ \Delta_c \\ (H_c + D)\phi_c \\ R\theta_c \end{array} \right\} = \omega^2 \left\{ \begin{array}{c} 1 \\ 2e_r \\ 1 + \delta_m \\ -1 - \frac{\delta_m \delta_D}{2 \delta_h + \delta_D} \\ 2e_r \end{array} \right\} Q_h \Delta_g + \\
& + \omega^2 \left\{ \begin{array}{c} -1 \\ -2e_r \\ -1 - \frac{\delta_m \delta_D}{2 \delta_h + \delta_D} \\ 1 + \frac{\delta_m \delta_D^2}{4 (\delta_h + \delta_D)^2} + \frac{\delta_m}{4 (\delta_h + \delta_D)^2} (1 + \delta_m (1 + \delta_R^2)) \\ -2e_r \end{array} \right\} (\delta_h + \delta_D) Q_m \Delta_g + \\
& + \omega^2 \left\{ \begin{array}{c} 2e_r \\ \frac{1}{2} + 4e_r^2 \\ 2e_r \\ -2e_r \\ \frac{1}{2} + \frac{\delta_m}{2} + 4e_r^2 \end{array} \right\} Q_t \Delta_g \tag{2.2.27}
\end{aligned}$$

Siendo G_s el módulo al cortante del suelo.

La solución del sistema de ecuaciones paramétricas 2.2.27 determina la respuesta sísmica dinámica de todas aquellas estructuras parcialmente asimétricas con base flexible que satisfacen el conjunto de relaciones paramétricas definido por 2.2.22 a 2.2.26.

2.3 ESTRUCTURAS PARCIALMENTE ASIMÉTRICAS DE VARIOS PISOS

Considérese ahora una estructura de N pisos con base deformable cuyo modelo idealizado se muestra en la figura 6. Se trata de una estructura cilíndrica cuyos centros geométricos y de rigidez están alineados verticalmente y coinciden en cada piso; las propiedades de inercia del i -ésimo piso son: la masa m_i , el momento de inercia de masa I_i y el momento polar de masa J_i , concentradas a una distancia e_i del centro de torsión correspondiente, perpendicular a la acción sísmica. Los pisos se apoyan en elementos elásticos inextensibles situados a una distancia $\delta_R R$, con $0 < \delta_R < 1$, en dos direcciones perpendiculares que coinciden con los ejes de referencia en planta. La cimentación se considera simétrica, cilíndrica y enterrada una profundidad D en un semiespacio viscoelástico homogéneo. La masa m_c , el momento de inercia de masa I_c y momento polar de masa J_c de la cimentación se consideran concentrados a una altura $D/2$ sobre el centro geométrico de la base.

El suelo se caracteriza, como en el caso de la estructura de un piso, por la relación de Poisson ν , la densidad de masa ρ_s , la fracción de amortiguamiento crítico ζ_s y la velocidad de propagación de ondas de cortante V_s , y se modela con resortes K_h , K_ϕ y K_θ y amortiguadores C_h , C_ϕ y C_θ , para los modos de traslación, cabeceo y torsión, respectivamente. Los resortes representan las propiedades de inercia y rigidez del suelo, y los amortiguadores, su capacidad de disipar energía por radiación e histéresis.

Sobre la cimentación actúa un supuesto frente plano de ondas SH con un ángulo de incidencia γ con respecto al eje vertical, que genera los movimientos efectivos de traslación Δ_o , cabeceo ϕ_o y torsión θ_o de la cimentación inducidos por la variación espacial del movimiento de campo libre del terreno Δ_g . La configuración deformada de la estructura para cada instante durante la excitación se conoce cuando se determinan el desplazamiento Δ_i y giro θ_i de cada piso, así como el desplazamiento Δ_c , cabeceo ϕ_c y torsión θ_c de la cimentación.

La energía cinética T desarrollada durante el movimiento sísmico es:

$$\begin{aligned}
T = & \frac{1}{2} \sum_{j=1}^N m_j \left(\dot{\Delta}_j + e_j \dot{\theta}_j + \dot{\Delta}_c - (H_j + D) \dot{\phi}_c + e_j \dot{\theta}_c + \dot{\Delta}_o - (H_j + D) \dot{\phi}_o + e_j \dot{\theta}_o \right)^2 + \\
& + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^N J_j (\dot{\theta}_j + \dot{\theta}_c + \dot{\theta}_o)^2 + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^N I_j (\dot{\phi}_c + \dot{\phi}_o)^2 + \\
& + \frac{1}{2} m_c \left(\dot{\Delta}_c - \frac{D}{2} \dot{\phi}_c + \dot{\Delta}_o - \frac{D}{2} \dot{\phi}_o \right)^2 + \frac{1}{2} I_c (\dot{\phi}_c + \dot{\phi}_o)^2 + \frac{1}{2} J_c (\dot{\theta}_c + \dot{\theta}_o)^2
\end{aligned} \tag{2.3.1}$$

El punto sobre las literales indica su derivada con respecto al tiempo.

La energía potencial V es:

$$\begin{aligned}
V = & \frac{1}{2} K_{x1} (\Delta_1 + \delta_R R \theta_1)^2 + \frac{1}{2} K_{y1} (-\delta_R R \theta_1)^2 + \\
& + \frac{1}{2} \sum_{j=2}^N K_{xj} (\Delta_j - \Delta_{j-1} + \delta_R R (\theta_j - \theta_{j-1}))^2 + \frac{1}{2} \sum_{j=2}^N K_{yj} \delta_R R (\theta_{j-1} - \theta_j)^2 + \\
& + \frac{1}{2} K_b \Delta_c^2 + \frac{1}{2} K_\phi \phi_c^2 + \frac{1}{2} K_\theta \theta_c^2
\end{aligned} \tag{2.3.2}$$

Después de una manipulación algebraica detallada de la respuesta a un movimiento armónico, las ecuaciones de Lagrange para sistemas lineales conservativos resultan ser:

$$\begin{array}{ccc}
\begin{array}{l} m_1 \\ m_1 e_1 \\ m_2 \\ m_2 e_2 \\ m_3 \\ \dots \\ \dots \\ m_{N-1} e_{N-1} \\ m_N \\ m_N e_N \\ m_c + \sum_{k=1}^N m_k \\ -m_c e_N (H_N + D) \end{array} &
\begin{array}{l} -m_1 (H_1 + D) \\ -m_1 e_1 (H_1 + D) \\ -m_2 (H_2 + D) \\ -m_2 e_2 (H_2 + D) \\ -m_3 (H_3 + D) \\ \dots \\ \dots \\ -m_{N-1} e_{N-1} (H_{N-1} + D) \\ -m_N (H_N + D) \\ -m_N e_N (H_N + D) \\ m_c \frac{D}{2} - \sum_{k=1}^N m_k (H_k + D) \\ m_c \frac{D^2}{4} + I_c + \sum_{k=1}^N (m_k (H_k + D)^2 + I_k) \\ - \sum_{k=1}^N m_k e_k (H_k + D) \end{array} &
\begin{array}{l} m_1 e_1 \\ J_1 + m_1 e_1^2 \\ m_2 e_2 \\ J_2 + m_2 e_2^2 \\ m_3 e_3 \\ \dots \\ \dots \\ J_{N-1} + m_{N-1} e_{N-1}^2 \\ m_N e_N \\ J_N + m_N e_N^2 \\ \sum_{k=1}^N m_k e_k \\ - \sum_{k=1}^N m_k e_k (H_k + D) \\ J_c + \sum_{k=1}^N (J_k + m_k e_k^2) \end{array} \left. \begin{array}{l} \Delta_1 \\ \theta_1 \\ \Delta_2 \\ \theta_2 \\ \Delta_3 \\ \dots \\ \dots \\ \theta_{N-1} \\ \Delta_N \\ \theta_N \\ \Delta_c \\ \phi_c \\ \theta_c \end{array} \right\} =
\end{array}$$

$$= \omega^2 \left\{ \begin{array}{l} m_1 \\ m_1 e_1 \\ m_2 \\ m_2 e_2 \\ m_3 \\ \dots \\ \dots \\ m_{N-1} e_{N-1} \\ m_N \\ m_N e_N \\ m_c + \sum_{k=1}^N m_k \\ -m_c \frac{D}{2} - \sum_{k=1}^N m_k (H_k + D) \\ \sum_{k=1}^N m_k e_k \end{array} \right\} \Delta_0 + \omega^2 \left\{ \begin{array}{l} -m_1 (H_1 + D) \\ -m_1 e_1 (H_1 + D) \\ -m_2 (H_2 + D) \\ -m_2 e_2 (H_2 + D) \\ -m_3 (H_3 + D) \\ \dots \\ \dots \\ -m_{N-1} e_{N-1} (H_{N-1} + D) \\ -m_N (H_N + D) \\ -m_N e_N (H_N + D) \\ -m_c \frac{D}{2} - \sum_{k=1}^N m_k (H_k + D) \\ m_c \frac{D^2}{4} + I_c + \sum_{k=1}^N (m_k (H_k + D)^2 + I_k) \\ - \sum_{k=1}^N m_k e_k (H_k + D) \end{array} \right\} \phi_0 + \omega^2 \left\{ \begin{array}{l} m_1 e_1 \\ J_1 + m_1 e_1^2 \\ m_2 e_2 \\ J_2 + m_2 e_2^2 \\ m_3 e_3 \\ \dots \\ \dots \\ J_{N-1} + m_{N-1} e_{N-1}^2 \\ m_N e_N \\ J_N + m_N e_N^2 \\ \sum_{k=1}^N m_k e_k \\ - \sum_{k=1}^N m_k e_k (H_k + D) \\ J_c + \sum_{k=1}^N (J_k + m_k e_k^2) \end{array} \right\} \theta_0 \quad (2.3.3)$$

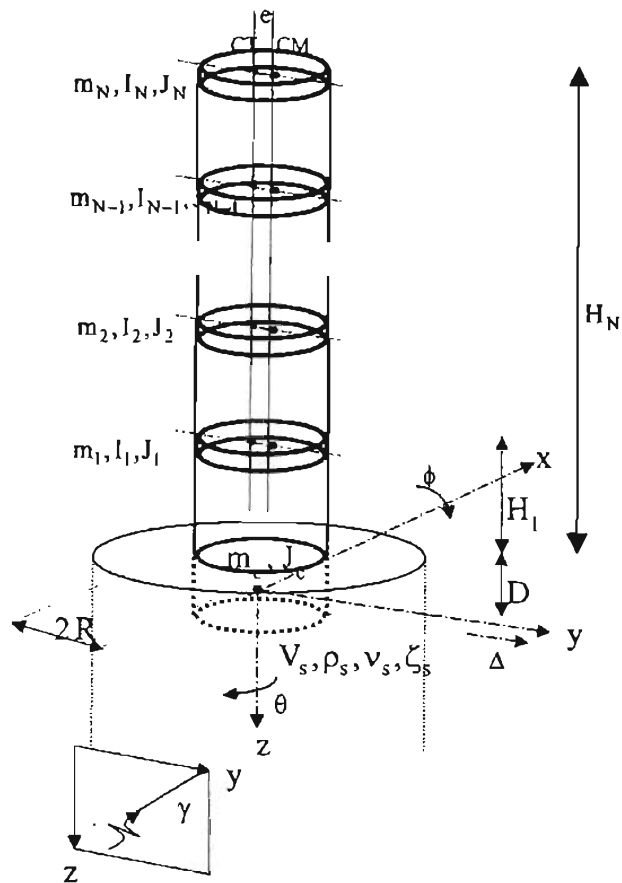


Figura 6. Esquema de una estructura de varios pisos con base flexible

La solución del sistema de ecuaciones algebraicas 2.3.3 determina la respuesta lineal de estructuras de edificios de varios pisos con ciertas características de regularidad, considerando los efectos acoplados de torsión e interacción dinámica suelo-estructura.

2.4 SISTEMA EQUIVALENTE

El esquema de la figura 5 representa no sólo la respuesta de una estructura asimétrica de un piso con base flexible, sino también la respuesta de una estructura asimétrica de varios pisos que esencialmente responde en sus modos fundamentales de traslación y torsión. Un sistema equivalente propuesto para evaluar la respuesta de estructuras simétricas con base flexible^{8, 10, 27, 60}

se usa en este trabajo para explorar la posibilidad de evaluar la respuesta a la torsión de estructuras asimétricas de varios pisos sujetas al proceso de interacción.

El sistema equivalente resulta de considerar que en la condición de base rígida, el periodo fundamental, el cortante en la base y el momento de volteo son iguales en la estructura de varios pisos y en dicho sistema equivalente. Para una estructura de N pisos con periodo fundamental de traslación T_e , matriz de masa \bar{M} , fracción de amortiguamiento crítico ζ_e , y que responde principalmente en su modo fundamental de traslación $\tilde{\Psi}_1$, las propiedades de su sistema equivalente se obtienen con las expresiones siguientes^{3,10,60}:

Masa equivalente:

$$m_{eq} = \frac{(\tilde{\Psi}_1^T \bar{M} \tilde{J})^2}{\tilde{\Psi}_1^T \bar{M} \tilde{\Psi}_1} \quad (2.4.1)$$

Rigidez equivalente:

$$k_{eq} = 4\pi^2 \frac{m_{eq}}{T_e^2} \quad (2.4.2)$$

Amortiguamiento equivalente:

$$c_{eq} = 4\pi\zeta_e \frac{m_{eq}}{T_e} \quad (2.4.3)$$

Altura equivalente:

$$H_{eq} = \frac{\tilde{\Psi}_1^T \bar{M} \tilde{H}}{\tilde{\Psi}_1^T \bar{M} \tilde{J}} \quad (2.4.4)$$

En donde $\tilde{H}^t = \{H_1, H_2, \dots, H_N\}$ es el vector formado por las alturas de los pisos de la estructura, y $\tilde{J}^t = (1, 1, \dots, 1)$ es un vector con unos en los grados de libertad sujetos a la acción sísmica.

De acuerdo a una investigación teórico-experimental reciente³⁸, en estructuras de edificios que satisfacen ciertas condiciones de regularidad la excentricidad accidental generada es uniforme en todos sus pisos. Aunque los edificios estudiados en dicha investigación se consideran simétricos, es factible que esta regla sea válida aun para estructuras asimétricas que mantienen sus centros de masa alineados verticalmente. De lo anterior, se intuye que la primera opción que debe explorarse sobre una posible excentricidad estática del sistema equivalente es la propia excentricidad estática de la estructura de varios pisos. No obstante, un planteamiento formal²⁰ que conduce al sistema equivalente construido con las expresiones 2.4.1 a 2.4.4, y a otros sistemas adicionales, se describe a continuación:

De acuerdo a 2.3.3, el sistema de ecuaciones algebraicas de una estructura asimétrica de N pisos, no amortiguada y con base rígida es:

$$\begin{bmatrix} K_{x1} + K_{x2} & 0 & -K_{x2} & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_{T1} + K_{T2} & 0 & -K_{T2} & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -K_{x2} & 0 & K_{x2} + K_{x3} & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -K_{T2} & 0 & K_{T2} + K_{T3} & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & K_{xN-1} + K_{xN} & 0 & K_{xN} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & K_{TN-1} + K_{TN} & 0 & K_{TN} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & K_{xN} & 0 & K_{xN} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & K_{TN} & 0 & K_{TN} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta_1 \\ \theta_1 \\ \Delta_2 \\ \theta_2 \\ \dots \\ \Delta_{N-1} \\ \theta_{N-1} \\ \Delta_N \\ \theta_N \end{bmatrix} = \omega^2 \cdot \begin{bmatrix} m_1 \\ m_1 e_1 \\ m_2 \\ m_2 e_2 \\ \dots \\ m_{N-1} \\ m_{N-1} e_{N-1} \\ m_N \\ m_N e_N \end{bmatrix} \Delta_g \quad (2.4.5)$$

Para una estructura circular de radio R con las propiedades siguientes:

$$e = e_i \quad (2.4.6)$$

$$\delta_{ky} = \frac{K_{yi}}{K_{xi}} \quad (2.4.7)$$

$$K_{Ti} = \delta_R^2 R^2 (1 + \delta_{ky}) \quad (2.4.8)$$

Donde $0 \leq \delta_R \leq 1$ define la posición de los elementos resistentes en dos direcciones ortogonales, e $i = 1, 2, \dots, N$.

Mediante un simple acomodo de las ecuaciones, el sistema 2.4.5 puede escribirse como:

$$\left[\begin{array}{cc} \bar{K}_x & \bar{0} \\ \bar{0} & \delta_R^2 (1 + \delta_{ky}) \bar{K}_x \end{array} \right]^{-\omega^2} \left[\begin{array}{cc} \bar{M} & 2e_r \bar{M} \\ 2e_r \bar{M} & \bar{M} \left(\frac{1}{2} + 4e_r^2 \right) \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} \tilde{\Delta} \\ R\tilde{\theta} \end{array} \right\} = \omega^2 \left\{ \begin{array}{c} \bar{M} \\ 2e_r \bar{M} \end{array} \right\} \Delta_g \quad (2.4.9)$$

Siendo $\bar{0}$ la matriz nula de orden N , y

$$\bar{K}_x = \begin{bmatrix} K_{x1} + K_{x2} & -K_{x2} & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ -K_{x2} & K_{x2} + K_{x3} & -K_{x3} & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -K_{x3} & K_{x3} + K_{x4} & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & K_{xN-2} + K_{xN-1} & -K_{xN-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -K_{xN-1} & K_{xN-1} + K_{xN} & -K_{xN} \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & -K_{xN} & K_{xN} \end{bmatrix}$$

$$\bar{M} = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & m_{N-2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & m_{N-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & m_N \end{bmatrix}; \quad \bar{\Delta} = \begin{bmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \\ \Delta_3 \\ \dots \\ \Delta_{N-2} \\ \Delta_{N-1} \\ \Delta_N \end{bmatrix}; \quad \bar{\theta} = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \\ \dots \\ \theta_{N-2} \\ \theta_{N-1} \\ \theta_N \end{bmatrix}$$

El problema de vibración libre de la estructura simétrica correspondiente es:

$$\begin{bmatrix} \bar{K} - \omega_{x0}^2 \bar{M} & \bar{0} \\ \bar{0} & 2\delta_R^2 (1 + \delta_{ky}) \bar{K} - \omega_{\theta 0}^2 \bar{M} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \tilde{\psi}_x \\ \tilde{\psi}_\theta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \tilde{0} \\ \tilde{0} \end{Bmatrix} \quad (2.4.10)$$

Donde ω_{x0} y $\omega_{\theta 0}$ son las frecuencias naturales desacopladas en traslación y torsión, respectivamente; $\tilde{\psi}_x$ y $\tilde{\psi}_\theta$ representan las formas modales en traslación y torsión correspondientes, y $\tilde{0}$ es el vector nulo de orden N.

A partir de 2.4.10 es fácil probar que las formas modales $\tilde{\psi}_x$ en traslación son también solución del problema de valores característicos en torsión, y que además se cumple unívocamente la relación de frecuencias naturales siguiente:

$$\omega_{\theta 0} = \delta_R \sqrt{2(1 + \delta_{ky})} \omega_{x0} \quad (2.4.11)$$

Las frecuencias naturales ω_n y las formas modales asociadas de la estructura asimétrica se obtienen resolviendo el problema de valores característicos:

$$\begin{bmatrix} \bar{K}_x - \omega_n^2 \bar{M}_x & 2e_r \omega_n^2 \bar{M}_x \\ 2e_r \omega_n^2 \bar{M}_x & \delta_R^2 (1 + \delta_{ky}) \bar{K}_x - \omega_n^2 \left(\frac{1}{2} + 4e_r^2 \right) \bar{M} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \tilde{\varphi}_x \\ \tilde{\varphi}_\theta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \tilde{0} \\ \tilde{0} \end{Bmatrix} \quad (2.4.12)$$

Las formas modales acopladas de traslación $\tilde{\varphi}_x$ y torsión $\tilde{\varphi}_\theta$ pueden expresarse en términos de las formas desacopladas en traslación a través de la ecuación matricial:

$$\begin{Bmatrix} \tilde{\varphi}_x \\ \tilde{\varphi}_\theta \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\psi}_x & \bar{0} \\ \bar{0} & \bar{\psi}_x \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \tilde{\alpha}_x \\ \tilde{\alpha}_\theta \end{Bmatrix} \quad (2.4.13)$$

Donde $\bar{\Psi}_x = [\tilde{\Psi}_{x1} \dots \tilde{\Psi}_{xN}]$ es la matriz modal formada por los modos de traslación desacoplados.

Sustituyendo 2.4.13 en 2.4.12 y premultiplicando por $\bar{\Psi}_x^t$ resulta:

$$\begin{bmatrix} \bar{\Psi}_x^t \bar{K}_x \bar{\Psi}_x - \omega_n^2 \bar{\Psi}_x^t \bar{M}_x \bar{\Psi}_x & 2e_r \omega_n^2 \bar{\Psi}_x^t \bar{M} \bar{\Psi}_\theta \\ 2e_r \omega_n^2 \bar{\Psi}_\theta^t \bar{M} \bar{\Psi}_x & \delta_R^2 (1 + \delta_{ky}) \bar{\Psi}_\theta^t \bar{K}_x \bar{\Psi}_\theta - \omega_n^2 \left(\frac{1}{2} + 4e_r^2 \right) \bar{\Psi}_\theta^t \bar{M}_x \bar{\Psi}_\theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \tilde{\alpha}_x \\ \tilde{\alpha}_\theta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \tilde{0} \\ \tilde{0} \end{Bmatrix} \quad (2.4.14)$$

Considerando la normalización siguiente:

$$\bar{\Psi}_x^t \bar{K} \bar{\Psi}_x = \bar{\omega}_{x0}^2 \quad (2.4.15)$$

$$\bar{\Psi}_x^t \bar{M} \bar{\Psi}_x = \bar{I} \quad (2.4.16)$$

Donde \bar{I} es la matriz identidad de orden N y $\bar{\omega}_{x0}$ es una matriz diagonal que contiene las N frecuencias naturales de traslación de la estructura simétrica.

De esta manera, el sistema de ecuaciones 2.4.14 puede escribirse como:

$$\begin{bmatrix} \bar{\omega}_{x0}^2 - \omega_n^2 \bar{I} & 2e_r \omega_n^2 \bar{I} \\ 2e_r \omega_n^2 \bar{I} & \frac{1}{2} \bar{\omega}_{\theta 0}^2 - \left(\frac{1}{2} + 4e_r^2 \right) \omega_n^2 \bar{I} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{0} & 2e_r \omega_n^2 (\bar{\Psi}_x^t \bar{M} \bar{\Psi}_\theta - \bar{I}) \\ 2e_r \omega_n^2 (\bar{\Psi}_x^t \bar{M} \bar{\Psi}_\theta - \bar{I}) & \bar{0} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \tilde{\alpha}_x \\ \tilde{\alpha}_\theta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \tilde{0} \\ \tilde{0} \end{Bmatrix} \quad (2.4.17)$$

La primera matriz en 2.4.17 representa la respuesta de N sistemas asimétricos de un piso, cada uno con dos grados de libertad: uno en traslación y otro en torsión. Así, la respuesta de una estructura asimétrica de N pisos puede aproximarse mediante la suma de las respuestas de N sistema de un piso, siendo igual sólo en el caso que se satisfaga la relación modal:

$$\bar{\Psi}_\theta = \bar{\Psi}_x \quad (2.4.18)$$

Es decir, cuando las frecuencias naturales de traslación y torsión sean iguales. Si la condición 2.4.18 no se satisface, la respuesta de los N sistemas de un piso es sólo aproximada, pero aún válida desde el punto de vista práctico²⁰. Los coeficientes α_x y α_θ que relacionan las formas modales de la estructura asimétrica con los modos de vibrar de la estructura considerada simétrica, resultan de la solución del problema de valores característicos de cada uno de los $J < N$ sistemas equivalentes asimétricos de un piso usados para aproximar la respuesta, es decir:

$$\begin{bmatrix} \omega_{xoj}^2 - \omega_{ni}^2 & -\omega_{ni}^2 2e_r \\ -\omega_{ni}^2 2e_r & \delta_r^2(1 + \delta_{ky})\omega_{\theta oj} - \omega_{ni}^2\left(\frac{1}{2} + 4e_r^2\right) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_{xi} \\ \alpha_{\theta i} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2.4.19)$$

con $j = 1, 2, \dots, J < N$, e $i = 1$ y 2 .

Estudiando la respuesta de estructuras con asimetría de rigidez con las características de regularidad aquí expuestas, Kan y Chopra³¹ concluyen que la excentricidad estática de los sistemas de un piso es la misma que la excentricidad estática uniforme de la estructura de N pisos. En su reporte sobre la respuesta de estructuras con asimetría de rigidez que elimina dichas condiciones de regularidad, Kan y Chopra³⁰ proponen que la excentricidad estática de sistemas de un piso sea calculada mediante la expresión:

$$e_r = \frac{\tilde{\Psi}_{xj}^t \bar{K}_{xt} \tilde{\Psi}_{\theta j}}{\sqrt{2} \omega_{xj}^2 m} \quad (2.4.20)$$

El subíndice j indica el sistema equivalente de un piso, m es la masa de piso, ω_{xj} la j-ésima frecuencia desacoplada en traslación y \bar{K}_{xt} es la submatriz de rigidez que acopla los modos de traslación y torsión.

La aplicación de esta fórmula en estructuras con la regularidad geométrica antes descrita conduce a valores de la excentricidad estática de los J sistema de un piso igual a la excentricidad estática uniforme de la estructura de N pisos, tal como lo establecen en sus trabajos Lin *et al*³⁸, Kan y Chopra³¹ y Gluck *et al*²⁰.

Las fuerzas laterales \tilde{F}_{xij} de piso que resultan de la participación en la respuesta estructural de la i-ésima frecuencia asociada al j-ésimo sistema equivalente de la estructura de N pisos, cuyo comportamiento dinámico está representado por 2.4.9, pueden evaluarse como:

$$\tilde{F}_{xij} = \alpha_{xi} \tilde{\psi}_j^t \tilde{M} \tilde{J} \alpha_{xi} \tilde{M} \tilde{\psi}_j \omega_{ij}^2 S_{dij}(\omega_{ij}, \zeta) = \alpha_{xi}^2 \omega_{ij}^2 S_{dij}(\omega_{ij}, \zeta) \tilde{\psi}_j^t \tilde{M} \tilde{J} \tilde{M} \tilde{\psi}_j \quad (2.4.21)$$

Siendo S_d el desplazamiento espectral correspondiente a la i-ésima frecuencia angular ω_{ij} del j-ésimo sistema equivalente, y a la fracción de amortiguamiento estructural ζ que, sin mayor pérdida de precisión, puede considerarse igual para todas las frecuencias naturales.

Para calcular el cortante en la base de la estructura es necesario sumar las fuerzas de piso:

$$V_{bxij} = \tilde{F}_{xij}^t \tilde{J} = \alpha_{xi}^2 (\tilde{\psi}_j^t \tilde{M} \tilde{\psi}_j)^2 \omega_{ij}^2 S_d(\omega_{ij}, \zeta) = \alpha_{xi}^2 \frac{(\tilde{\psi}_j^t \tilde{M} \tilde{J})^2}{\tilde{\psi}_j^t \tilde{M} \tilde{\psi}_j} \omega_{ij}^2 S_d(\omega_{ij}, \zeta) = \alpha_{xi}^2 m_{eqj} \omega_{ij}^2 S_d(\omega_{ij}, \zeta) \quad (2.4.22)$$

El vector $\tilde{T}_{\theta ij}$ formado por los momentos de torsión debidos a la i-ésima frecuencia del j-ésimo sistema equivalente puede calcularse como:

$$\tilde{T}_{\theta ij} = \alpha_{xi} \alpha_{\theta i} \omega_{ij}^2 S_d(\omega_{ij}, \zeta) \tilde{\psi}_j^t \tilde{M} \tilde{J} \tilde{M} \tilde{\psi}_j \quad (2.4.23)$$

El momento de torsión en la base de la estructura es:

$$M_{Tij} = \tilde{T}_{\theta ij}^t \tilde{J} = \alpha_{xi} \alpha_{\theta i} \omega_{ij}^2 S_d(\omega_{ij}, \zeta) \tilde{\psi}_j^t \tilde{M} \tilde{J} \tilde{\psi}_j^t \tilde{M} \tilde{J} = \alpha_{xi} \alpha_{\theta i} \frac{(\tilde{\psi}_j^t \tilde{M} \tilde{J})^2}{\tilde{\psi}_j^t \tilde{M} \tilde{\psi}_j} \omega_{ij}^2 S_d(\omega_{ij}, \zeta) =$$

$$= \alpha_{xi} \alpha_{\theta i} m_{eqj} \omega_{ij}^2 S_d(\omega_{ij}, \zeta) \quad (2.4.24)$$

En 2.4.22 y 2.4.24 el término m_{eqj} representa la masa equivalente asociada al j -ésimo sistema de un piso.

Las condiciones de regularidad impuesta en 2.4.6 a 2.4.8 no son rigurosamente necesarias para la aplicación del método³⁰, aunque el grado de aproximación de la respuesta de la estructura de N pisos es mayor cuanto más regular es ésta. En esta investigación se estudian estructuras regulares con el propósito de establecer con claridad los efectos de la interacción cinemática en la respuesta a torsión de edificios asimétricos.

Para estimar la fuerza lateral o momento de torsión en la base de la estructura, es necesario combinar las fuerzas generalizadas asociadas a los $J < N$ sistemas de un piso que participan en la respuesta estructural. Una regla de combinación modal muy útil es el método de la Combinación Cuadrática Completa (CQC, por sus siglas en inglés) definido por la fórmula¹⁴:

$$r_o = \left(\sum_{j=1}^J r_{oj}^2 + \sum_{i=1}^J \sum_{j=1}^J \rho_{ij} r_{oi} r_{oj} \right)^{\frac{1}{2}} \quad \text{para } i \neq j \quad (2.4.25)$$

$$\rho_{ij} = \frac{\zeta^2 (1 + \beta_{ij})^2}{(1 - \beta_{ij})^2 + 4\zeta^2 \beta_{ij}} \quad (2.4.26)$$

$$\beta_{ij} = \frac{\omega_i}{\omega_j} \quad (2.4.27)$$

donde r_o representa cualquier desplazamiento o fuerza generalizada de la estructura que se desee obtener, ρ_{ij} es el coeficiente de correlación entre los modos i -ésimo y j -ésimo, y ζ es el amortiguamiento modal.

En general, la respuesta de una estructura asimétrica de N pisos puede aproximarse con $J < N$ sistemas de un piso. El cortante y momento de torsión en la base de una estructura calculado usando solamente el primer sistema equivalente son:

$$V_{b1} = \left[\left(\alpha_{x1}^2 \frac{(\tilde{\psi}_1^t \overline{M} \tilde{J})^2}{\tilde{\psi}_1^t \overline{M} \tilde{\psi}_1} \omega_{11}^2 S_d(\omega_{11}, \zeta) \right)^2 + \left(\alpha_{x2}^2 \frac{(\tilde{\psi}_1^t \overline{M} \tilde{J})^2}{\tilde{\psi}_1^t \overline{M} \tilde{\psi}_1} \omega_{21}^2 S_d(\omega_{21}, \zeta) \right)^2 + \right. \\ \left. + \rho_{12} \alpha_{x1} \alpha_{x2} \left(\frac{(\tilde{\psi}_1^t \overline{M} \tilde{J})^2}{\tilde{\psi}_1^t \overline{M} \tilde{\psi}_1} \omega_{11}^2 S_d(\omega_{11}, \zeta) \omega_{21}^2 S_d(\omega_{21}, \zeta) \right)^{\frac{1}{2}} \right] \quad (2.4.28)$$

$$M_{T1} = \left[\left(\alpha_{x1} \alpha_{\theta1} \frac{(\tilde{\psi}_1^t \overline{M} \tilde{J})^2}{\tilde{\psi}_1^t \overline{M} \tilde{\psi}_1} \omega_{11}^2 S_d(\omega_{11}, \zeta) \right)^2 + \left(\alpha_{x2} \alpha_{\theta2} \frac{(\tilde{\psi}_1^t \overline{M} \tilde{J})^2}{\tilde{\psi}_1^t \overline{M} \tilde{\psi}_1} \omega_{21}^2 S_d(\omega_{21}, \zeta) \right)^2 + \right. \\ \left. + \alpha_{x1} \alpha_{\theta1} \alpha_{x2} \alpha_{\theta2} \left(\frac{(\tilde{\psi}_1^t \overline{M} \tilde{J})^2}{\tilde{\psi}_1^t \overline{M} \tilde{\psi}_1} \omega_{11}^2 S_d(\omega_{11}, \zeta) \omega_{21}^2 S_d(\omega_{21}, \zeta) \right)^{\frac{1}{2}} \right] \quad (2.4.29)$$

Para una estructura simétrica $\alpha_{x1} = \alpha_{\theta2} = 1$ y $\alpha_{x2} = \alpha_{\theta1} = 0$, de manera que las fuerzas en la base se reducen a:

$$V_{b1} = \frac{(\tilde{\psi}_1^t \overline{M} \tilde{J})^2}{\tilde{\psi}_1^t \overline{M} \tilde{\psi}_1} \omega_{11}^2 S_d(\omega_{11}, \zeta) \quad (2.4.30)$$

$$M_{T1} = 0$$

Obsérvese que las ecuaciones 2.4.27 y 2.4.28 representan la respuesta de una estructura asimétrica de N pisos aproximada con el sistema equivalente definido por las expresiones 2.4.1 a

2.4.4. y 2.4.6. Es evidente que existe una masa asociada a cada sistema de un piso que está definida por:

$$m_{eqj} = \frac{(\tilde{\psi}_j^t \overline{M} \tilde{J})^2}{\tilde{\psi}_j^t \overline{M} \tilde{\psi}_j} \quad (2.4.31)$$

Donde $\tilde{\psi}_j$ es la forma modal en traslación correspondiente al j-ésimo sistema asimétrico de un piso.

En este trabajo se usa el sistema simplificado de referencia descrito en la sección 2.2 para estimar la excentricidad efectiva en estructuras asimétricas con base flexible. La excentricidad efectiva resulta del efecto combinado de la amplificación dinámica de la excentricidad estática y la rotación de la base. La solución se realiza en el dominio de la frecuencia aplicando el método de superposición y el procedimiento de solución en tres pasos descritos en las secciones 2.1.3 y 2.1.4. Las propiedades del suelo se representan mediante resortes y amortiguadores, tal como se describe en la sección 2.1.1; con este propósito se utilizan las funciones de impedancia para un semiespacio viscoelástico homogéneo desarrolladas por Apsel y Luco². Los movimientos efectivos de la cimentación se calculan usando el método de Iguchi²⁶ empleando un programa de cómputo desarrollado en investigaciones recientes^{6,53}, antecedentes de este estudio. Los sistemas de ecuaciones de movimiento 2.2.28 y 2.3.3 se resuelven para estimar la excentricidad efectiva en estructuras asimétricas de uno y dos pisos, respectivamente. Finalmente, se emplean las ecuaciones 2.4.1 a 2.4.4 para definir las propiedades del sistema equivalente de estructuras de dos y cinco niveles. Debido a que el problema de interacción posee modos de vibración no clásicos, el sistema suelo-estructura se resuelve usando el método de la respuesta compleja en la frecuencia. Los efectos de torsión en estructuras asimétricas de varios pisos y su sistema equivalente se comparan con el propósito de establecer la bondad de este método para evaluar la respuesta de estructuras asimétricas con base deformable, a sabiendas de que el método es adecuado para evaluar la respuesta de estructuras asimétricas con base rígida.

Capítulo 3

REPRESENTACIÓN DE LOS EFECTOS DE TORSIÓN

Un procedimiento de aceptación general para considerar los efectos de torsión en estructuras consiste en introducir el concepto de excentricidad de diseño, definida como la distancia entre el punto de aplicación de la fuerza cortante de piso y el centro de torsión, tal que las deformaciones y esfuerzos de los elementos resistentes sean equivalentes a los que produciría el momento de torsión actuante. Esta excentricidad de diseño se compone de la excentricidad estática y de una excentricidad ficticia que permite tomar en cuenta condiciones inciertas en la estructura y la rotación de la base, aspectos difíciles de estimar con precisión. Esta excentricidad adicional puede evaluarse para el caso de la rotación de la base mediante un método conservador basado en la ocurrencia simultánea de las fuerzas generalizadas máximas, o mediante un enfoque realista que utiliza la historia de los giros del piso para estimar la deformación máxima de los elementos resistentes.

Un procedimiento alternativo para representar los efectos de torsión en una estructura asimétrica con base flexible consiste en expresarlos en términos del cortante de piso que ocurre en la estructura con base rígida, y de coeficientes que relacionan la fuerza cortante y el momento de torsión que actúan sobre la estructura en sus condiciones de base flexible y rígida, siendo necesario establecer valores medios o representativos de estos coeficientes. En este trabajo se evalúan los efectos de torsión aplicando los criterios descritos en las secciones 3.1 a 3.3.

3.1 FUERZA CORTANTE Y EXCENTRICIDAD EFECTIVA

El momento de torsión que actúa en una estructura asimétrica con base deformable puede representarse mediante el producto del cortante desacoplado de la estructura con base rígida y una excentricidad ficticia, tal que los desplazamientos y fuerzas en los elementos resistentes sean equivalentes a los producidos por el momento de torsión actuante. En este trabajo, se denomina excentricidad efectiva de la estructura a la distancia entre el centro de torsión y el punto de aplicación de la fuerza cortante que resulta de los efectos combinados de la excentricidad natural y la accidental causada por la rotación de la base.

La excentricidad efectiva puede evaluarse conservadoramente suponiendo la ocurrencia simultánea de las fuerzas de piso máximas, o mediante un enfoque realista basado en la respuesta máxima de traslación más torsión asociada a la historia de giros de piso^{16,17}. El desarrollo de la expresión que corresponde a este criterio se presenta a continuación:

El desplazamiento en el perímetro del piso $\Delta_{p,i}$ para cualquier instante durante la excitación es:

$$\Delta_{p,i} = \Delta_i + (H_e + D)\phi_{c,i} + R\theta_i \quad (3.1.1)$$

Δ_i representa el desplazamiento del centro de torsión, $\phi_{c,i}$ el cabeceo de la cimentación y θ_i el giro del piso.

El desplazamiento máximo en el perímetro $\Delta_{p,máx}$ se relaciona con el desplazamiento máximo del centro de torsión $\Delta_{máx}$ mediante la expresión:

$$\Delta_{p,máx} = \Delta_{máx} + R \frac{V_{máx} e_{ef}}{K_T} \quad (3.1.2)$$

Siendo e_{ef} la excentricidad efectiva aún por determinar.

El desplazamiento máximo en la periferia del piso es causado por la acción simultánea de los desplazamientos de traslación, cabeceo y torsión, y el desplazamiento máximo del centro de torsión, por la acción simultánea de la traslación y el cabeceo.

Sustituyendo el valor del cortante máximo definido como:

$$V_{\text{máx}} = K_x \Delta_{\text{máx}} \quad (3.1.3)$$

y despejando el valor de la excentricidad efectiva, resulta:

$$e_{\text{ef}} = \frac{K_T}{K_x} \left(\frac{\Delta_{\text{p,máx}}}{\Delta_{\text{máx}}} - 1 \right) \quad (3.1.4)$$

Para una estructura de piso circular de radio R se cumple la relación siguiente:

$$\frac{K_T}{K_x} = \frac{1}{2} \lambda^2 R^2 \quad (3.1.5)$$

Por lo tanto:

$$e_{\text{ef}} = \frac{1}{2} \lambda^2 R \left(\frac{\Delta_{\text{p,máx}}}{\Delta_{\text{máx}}} - 1 \right) \quad (3.1.6)$$

Dividiendo por la dimensión de la estructura perpendicular a la acción sísmica se obtiene la expresión para la excentricidad efectiva relativa:

$$\frac{e_{\text{ef}}}{2R} = \frac{\lambda^2}{4} \left(\frac{\Delta_{\text{p,máx}}}{\Delta_{\text{máx}}} - 1 \right) \quad (3.1.7)$$

El método basado en suponer que los valores máximos del momento de torsión y el cortante de piso ocurren simultáneamente conduce a la expresión siguiente:

$$\frac{e_{ef}}{2R} = \frac{\lambda^2}{4} \frac{R\theta_{m\acute{a}x}}{\Delta_{m\acute{a}x}} \quad (3.1.8)$$

Esta expresión es una cota superior de la excentricidad efectiva calculada en términos del máximo desplazamiento de traslación más torsión según la expresión 3.1.7.

En 1940, un sismo de gran magnitud ocurrió en el Imperial Valley, Ca. El componente norte-sur de la historia de aceleraciones registrada en la ciudad de El Centro, próxima a la frontera con México, ha sido ampliamente utilizado en los estudios de interacción^{12,13,32,49,51}. En la figura 7 se muestra un comparativo de la excentricidad efectiva calculada según las expresiones 3.1.7 y 3.1.8 para una estructura en particular sujeta a este sismo, probándose que el criterio conservador siempre conduce a valores de la excentricidad efectiva iguales o mayores que los del enfoque realista.

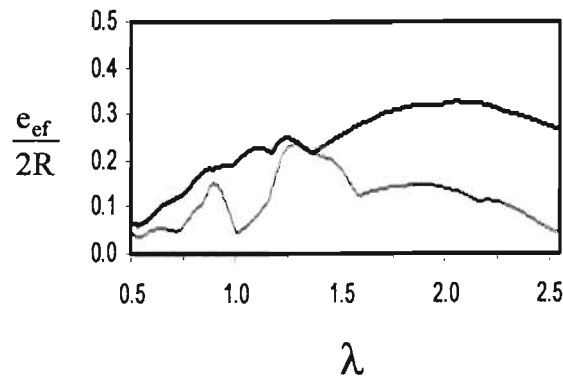


Figura 7. Excentricidad efectiva en una estructura asimétrica sujeta al sismo de El Centro, calculada según los enfoques conservador (línea negra) y realista (línea gris); sistema con $T_e = 1$ s, $e_r = 0.05$, $H_e/R = 1$, $D/R = 1/4$ y $\tau_w = 0.25$

En este trabajo se emplea el enfoque basado en el desplazamiento máximo instantáneo para calcular la excentricidad efectiva inducida por el paso de las ondas en estructuras asimétricas con base flexible, porque proporciona resultados más apegados a la realidad.

3.2 SUPERPOSICIÓN DE MOVIMIENTOS DE LA CIMENTACIÓN

En este método se asume que las fuerzas que actúan en una estructura asimétrica sujeta a los movimientos efectivos de traslación, cabeceo y torsión de la cimentación, pueden evaluarse como la suma de las fuerzas en una estructura asimétrica expuesta únicamente a los movimientos efectivos de traslación y cabeceo, más las fuerzas en una estructura simétrica debidas al movimiento efectivo de torsión de la cimentación, tal como se muestra en forma esquemática en la figura 8.

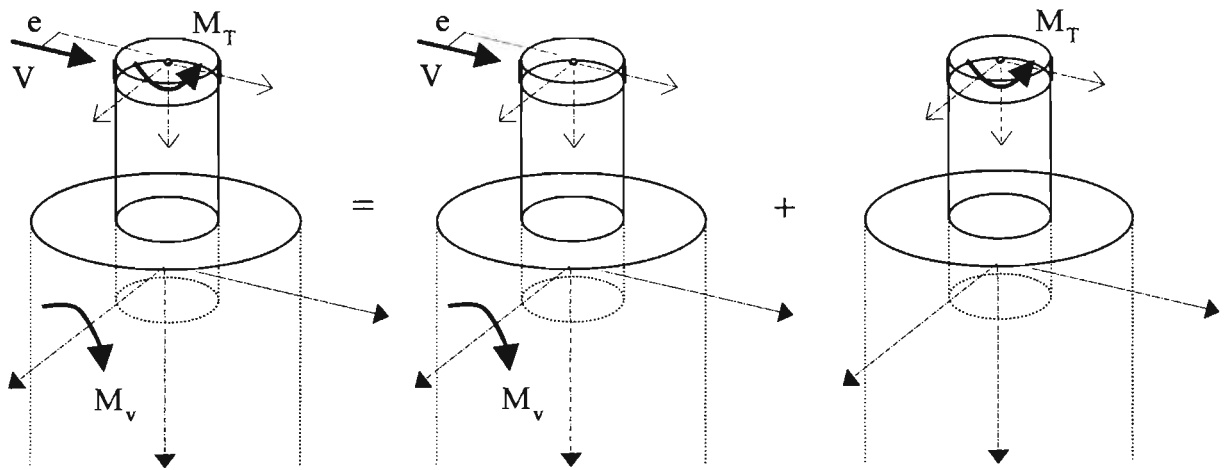


Figura 8. Esquema de superposición de movimientos de la cimentación

Para la aplicación del método se definen las relaciones de cortantes y momentos de torsión siguientes:

$$\alpha_1 = \frac{V_1(\xi, \tau)}{V(\xi, 0)} \tag{3.2.1}$$

$$\beta_1 = \frac{M_{T1}(\xi, \tau)}{M_T(\xi, 0)} \quad (3.2.2)$$

$$\alpha_2 = \frac{V_2(0, \tau)}{V(\xi, 0)} \quad (3.2.3)$$

$$\beta_2 = \frac{M_{T2}(0, \tau)}{M_T(\xi, 0)} \quad (3.2.4)$$

Donde:

$V_1(\xi, \tau)$ = cortante de la estructura asimétrica sujeta a los movimientos de traslación y cabeceo de la cimentación

$M_{T1}(\xi, \tau)$ = momento torsionante de la estructura asimétrica sujeta a los movimientos de traslación y cabeceo de la cimentación

$V_2(0, \tau)$ = cortante de la estructura simétrica sujeta al movimiento de torsión de la cimentación

$M_{T2}(0, \tau)$ = momento de torsión de la estructura simétrica sujeta al movimiento de torsión de la cimentación

$V(\xi, 0)$ = cortante de la estructura asimétrica con base rígida

$M_T(\xi, 0)$ = momento torsionante de la estructura asimétrica con base rígida

Aplicando el principio de superposición, el cortante y los momentos de torsión y cabeceo de la estructura asimétrica con base flexible se escriben como:

$$V(\xi, \tau) = (\alpha_1 + \alpha_2)V(0,0) \quad (3.2.5)$$

$$M_T(\xi, \tau) = (\beta_1 + \beta_2)M_T(\xi, 0) \quad (3.2.6)$$

$$M_v(\xi, \tau) = H_e V(\xi, \tau) = (\alpha_1 + \alpha_2)H_e V(\xi, 0) \quad (3.2.7)$$

Los coeficientes α_1 , α_2 , β_1 y β_2 requeridos para evaluar las fuerzas generalizadas de estructuras asimétricas con base flexible, se establecen en términos de las fuerzas correspondientes a la estructura con base rígida.

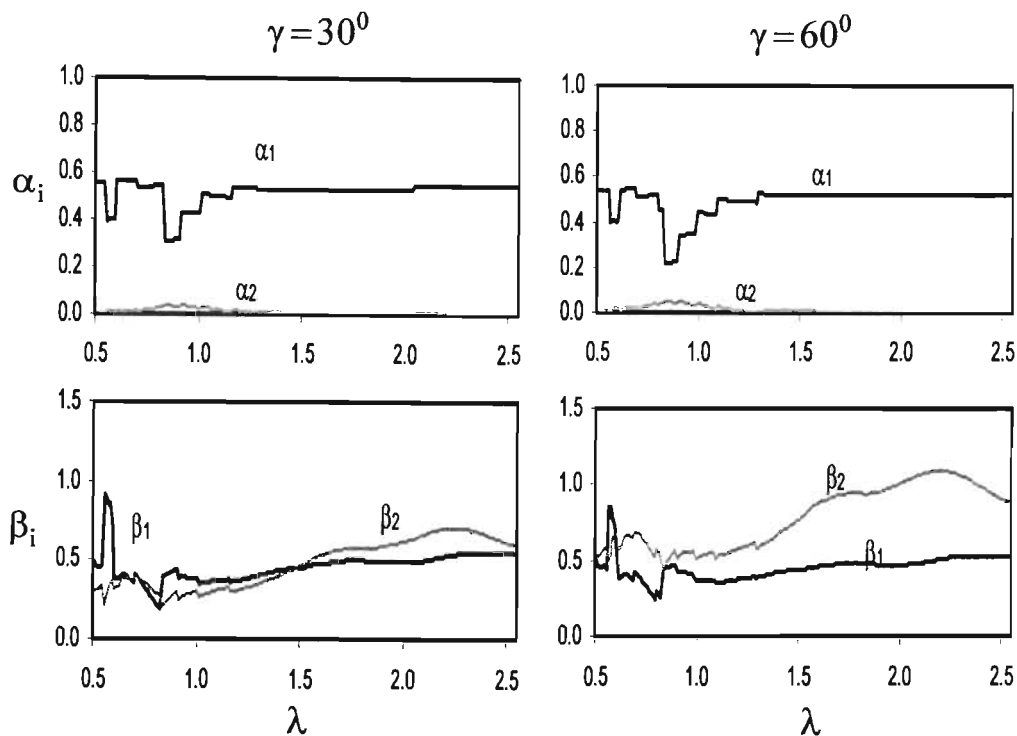


Figura 9. Coeficientes α_1 , α_2 , β_1 y β_2 para calcular el cortante y momento de torsión en una estructura asimétrica con base flexible sujeta al sismo de El Centro; sistema con $T_e = 0.5$ s, $H_e/R = 1$, $D/R = 1/4$, $\tau_w = 0.25$, $\gamma = 30^\circ$ y 60°

Como un ejemplo de la tendencia del comportamiento de estos coeficientes de fuerzas, en la figura 9 se muestran los coeficientes de cortante y momento de torsión para una estructura con periodo fundamental de traslación $T_e = 0.5$ s, robusta ($H_e/R = 1$), someramente enterrada ($D/R =$

1/4) en un suelo blando ($\tau_w = 0.250$), y sujeta a un supuesto frente plano inclinado ($\gamma = 30^\circ$ y 60°) de ondas SH asociado al sismo de El Centro.

Se observa que el coeficiente de cortante que resulta del movimiento efectivo de torsión es prácticamente nulo ($\alpha_2 \approx 0$), de manera que las ecuaciones 3.2.5 y 3.2.7 pueden, sin mayor error, escribirse solamente en términos del coeficiente de cortante correspondiente a los movimientos efectivos de traslación y cabeceo de la cimentación. Como puede intuirse, al aumentar el ángulo de incidencia se incrementa la participación del coeficiente de momento asociado al movimiento efectivo de torsión de la cimentación.

3.3 ENFOQUE ADOPTADO

Suponiendo que los efectos de interacción en estructuras simétricas y asimétricas son semejantes, se desarrolla enseguida un criterio práctico para estimar la respuesta de una estructura asimétrica con base deformable expuesta a un frente plano coherente de ondas SH con incidencia oblicua. Esta idea fue originalmente propuesta por Hahn y Liu²¹ para estudiar la torsión causada por la incoherencia del movimiento del terreno en estructuras asimétricas con base rígida sujetas a la incidencia vertical de ondas de cortante.

Partiendo de la hipótesis considerada, es aceptable el siguiente postulado:

$$\frac{u(\xi, \tau)}{u(\xi, 0)} \approx \frac{u(0, \tau)}{u(0, 0)} \quad (3.3.1)$$

Donde:

- $u(\xi, \tau)$ = respuesta de la estructura asimétrica con base deformable
- $u(\xi, 0)$ = respuesta de la estructura asimétrica con base rígida
- $u(0, \tau)$ = respuesta de la estructura simétrica con base deformable
- $u(0, 0)$ = respuesta de la estructura simétrica con base rígida

Despejando de 3.3.1 la respuesta de una estructura asimétrica con base deformable, que es la respuesta de interés, se tiene que:

$$u(\xi, \tau) \approx \frac{u(\xi, 0)}{u(0, 0)} u(0, \tau) \quad (3.3.2)$$

De acuerdo a esta expresión, la respuesta de una estructura asimétrica con base deformable puede obtenerse combinando las respuestas de los casos: 1) torsión sin interacción, 2) interacción sin torsión y 3) sin torsión ni interacción, analizados en forma independiente. Los métodos para calcular la respuesta de estructuras con base rígida son bien conocidos, de manera que la dificultad de 3.3.2 se reduce al cálculo de la respuesta de una estructura simétrica con base flexible.

3.3.1 EXCENTRICIDAD ACCIDENTAL EN UNA ESTRUCTURA SIMÉTRICA CON BASE FLEXIBLE

El desplazamiento $\Delta_p(0, \tau)$ que ocurre en la periferia del piso de una estructura simétrica con base flexible es:

$$\Delta_p(0, \tau) = \Delta(0, \tau) + R\theta(0, \tau) \quad (3.3.3)$$

Donde $\Delta(0, \tau)$ representa la traslación del centro de torsión. De esta expresión puede despejarse el giro del piso:

$$\theta(0, \tau) = \frac{1}{R} (\Delta_p(0, \tau) - \Delta(0, \tau)) \quad (3.3.4)$$

La excentricidad que resulta de la relación en $M_\tau(0, \tau)$ y el cortante de piso $V(0, \tau)$ es:

$$e(0, \tau) = \frac{M_T(0, \tau)}{V(0, \tau)} = \frac{K_T}{K_x} \frac{\theta(0, \tau)}{\Delta(0, \tau)} = \frac{1}{2} \lambda^2 R \left(\frac{\Delta_p(0, \tau)}{\Delta(0, \tau)} - 1 \right) \quad (3.3.5)$$

Como se ha dicho, la excentricidad relativa se obtiene dividiendo 3.3.5 por 2R:

$$\frac{e(0, \tau)}{2R} = \frac{\lambda^2}{4} \left(\frac{\Delta_p(0, \tau)}{\Delta(0, \tau)} - 1 \right) \quad (3.3.6)$$

De manera que la relación entre los desplazamientos en la periferia y en el CT resulta ser:

$$\frac{\Delta_p(0, \tau)}{\Delta(0, \tau)} = \frac{4}{\lambda^2} \frac{e(0, \tau)}{2R} + 1 \quad (3.3.7)$$

3.3.2 EXCENTRICIDAD DINÁMICA EN UNA ESTRUCTURA ASIMÉTRICA CON BASE RÍGIDA

El desplazamiento $\Delta_p(\xi, 0)$ que ocurre en la periferia del piso de una estructura asimétrica con base rígida es:

$$\Delta_p(\xi, 0) = \Delta(\xi, 0) + R \theta(\xi, 0) \quad (3.3.8)$$

De donde:

$$\theta(\xi, 0) = \frac{1}{R} (\Delta_p(\xi, 0) - \Delta(\xi, 0)) \quad (3.3.9)$$

En forma similar al caso anterior, pero dividiendo por la excentricidad estática, se obtiene el factor de amplificación de esta excentricidad, dado por:

$$\frac{e(\xi,0)}{e} = \frac{1}{4} \frac{\lambda^2}{e_r} \left(\frac{\Delta_p(\xi,0)}{\Delta(\xi,0)} - 1 \right) \quad (3.3.10)$$

Despejando la relación de desplazamientos, se tiene:

$$\frac{\Delta_p(\xi,0)}{\Delta(\xi,0)} = \frac{4e_r}{\lambda^2} \frac{e(\xi,0)}{e} + 1 \quad (3.3.11)$$

3.3.3 EXCENRICIDAD DINÁMICA EN UNA ESTRUCTURA ASIMÉTRICA CON BASE FLEXIBLE

En forma análoga, el factor de amplificación de la excentricidad estática en una estructura asimétrica con base deformable puede escribirse como:

$$\frac{e(\xi,\tau)}{e} = \frac{1}{4} \frac{\lambda^2}{e_r} \left(\frac{\Delta_p(\xi,\tau)}{\Delta(\xi,\tau)} - 1 \right) \quad (3.3.12)$$

3.3.4 COMBINACIÓN DE RESPUESTAS

A partir de 3.3.2 se tiene que:

$$\frac{\Delta_p(\xi,\tau)}{\Delta(\xi,\tau)} \approx \frac{\Delta_p(0,\tau)}{\Delta(0,\tau)} \frac{\Delta_p(\xi,0)}{\Delta(\xi,0)} \frac{\Delta(0,0)}{\Delta_p(0,0)} = \frac{\Delta_p(0,\tau)}{\Delta(0,\tau)} \frac{\Delta_p(\xi,0)}{\Delta(\xi,0)} \quad (3.3.13)$$

La sustitución de 3.3.7, 3.3.11 y 3.3.13 en 3.3.12, conduce a:

$$\frac{e(\xi,\tau)}{e} = \frac{1}{4} \frac{\lambda^2}{e_r} \left[\left(\frac{4}{\lambda^2} \frac{e(0,\tau)}{2R} + 1 \right) \left(\frac{4e_r}{\lambda^2} \frac{e(\xi,0)}{e} + 1 \right) - 1 \right] \quad (3.3.14)$$

Simplificando, esta expresión toma la forma siguiente:

$$\frac{e(\xi, \tau)}{e} = \frac{e(\xi, 0)}{e} + \frac{1}{e_r} \frac{e(0, \tau)}{2R} + \frac{4}{\lambda^2} \frac{e(\xi, 0)}{e} \frac{e(0, \tau)}{2R} \quad (3.3.15)$$

o bien:

$$e(\xi, \tau) = \frac{e(\xi, 0)}{e} e + \frac{e(0, \tau)}{2R} 2R + \frac{4e_r}{\lambda^2} \frac{e(\xi, 0)}{e} \frac{e(0, \tau)}{2R} 2R \quad (3.3.16)$$

Como en este trabajo se estudia solamente la excentricidad accidental causada por el paso de las ondas, para precisar esta situación la ecuación 3.3.16 se escribe como:

$$e_{ef}(\xi, \tau) = \frac{e(\xi, 0)}{e} e + \frac{e(0, \tau)}{2R} 2R + \frac{4e_r}{\lambda^2} \frac{e(\xi, 0)}{e} \frac{e(0, \tau)}{2R} 2R \quad (3.3.17)$$

Donde $e(\xi, 0)$ es la excentricidad dinámica de la estructura con base rígida, $e(0, \tau)$, la excentricidad accidental inducida por el paso de las ondas y $e_{ef}(\xi, \tau)$, la excentricidad efectiva que considera los efectos de torsión e interacción.

Denominando a las relaciones adimensionales de excentricidad como:

$$\alpha = \frac{e(\xi, 0)}{e} \quad (3.3.18)$$

$$\beta_w = \frac{e(0, \tau)}{2R} \quad (3.3.19)$$

La expresión 3.3.17 se escribe como:

$$e_{ef}(\xi, \tau) = \alpha e + \beta_w 2R + \frac{4e_r}{\lambda^2} \alpha \beta_w 2R \quad (3.3.20)$$

Esta ecuación está integrada por tres términos, que representan: el primero, sólo el efecto de la torsión natural, el segundo, sólo el efecto de la interacción y, el tercero, el acoplamiento de ambos.

Dividiendo por la dimensión de la estructura perpendicular a la acción sísmica:

$$\frac{e_{ef}(\xi, \tau)}{2R} = \alpha e_r + \left(1 + \frac{4}{\lambda^2} \alpha e_r \right) \beta_w \quad (3.3.21)$$

se obtiene la excentricidad efectiva relativa en una estructura asimétrica con base flexible que toma en cuenta los efectos de torsión e interacción.

Sin olvidar las contribuciones a la excentricidad accidental debidas a las propiedades inciertas de la estructura, la incoherencia del movimiento del terreno y el comportamiento no lineal de la estructura, con propósitos comparativos se utiliza la excentricidad de diseño recomendada para diseñar los elementos resistentes del lado flexible de la estructura:

$$e_D = 1.5e + 0.10b \quad (3.3.22)$$

Siendo b la dimensión de la estructura perpendicular a la excitación, que en el caso de cimentaciones cilíndricas es $2R$. Dividiendo por esta dimensión, se tiene que:

$$\frac{e_D}{2R} = 1.5e_r + 0.10 \quad (3.3.23)$$

Comparando la ecuación propuesta 3.3.20 para estimar la excentricidad efectiva en una estructura asimétrica, con la conocida fórmula para diseño por torsión 3.3.22, se encuentran similitudes y diferencias importantes. Entre las primeras, resalta el hecho de que en ambas existe un factor de amplificación dinámica que considera el acoplamiento modal en la respuesta estructural, así como un coeficiente que toma en cuenta, entre otros factores, la torsión accidental causada por la rotación de la base. De las segundas, se aprecia que en la expresión propuesta se incluye un término de acoplamiento de la excentricidad dinámica y la inducida por la interacción, no prevista en la recomendación de diseño.

En este capítulo se ha presentado un enfoque realista basado en la respuesta máxima de traslación más torsión de la estructura, para evaluar la excentricidad efectiva en estructuras asimétricas causada por la rotación de la base. Con este criterio y basados en un práctico postulado para la solución del problema de torsión de estructuras asimétricas con base rígida expuestas a la incoherencia del movimiento del terreno, se ha desarrollado una expresión para estimar la torsión debida al paso de las ondas en estructuras asimétricas con base flexible. Además, mediante la superposición de los movimientos efectivos de la cimentación, se ha formulado un procedimiento para calcular las fuerzas generalizadas de una estructura asimétrica con base flexible a partir de las fuerzas correspondientes la estructura con base rígida, más simples de calcular.

Capítulo 4

TORSIÓN CAUSADA POR EL PASO DE LAS ONDAS

El paso de las ondas sísmicas a través de las cimentaciones de estructuras puede inducir efectos de torsión no suficientemente bien considerados por las recomendaciones de diseño. Las estructuras con cimentaciones extendidas localizadas a distancias cortas o intermedias de la región epicentral están especialmente expuestas a este fenómeno. Basados en la respuesta sísmica de estructuras asimétricas con base deformable, en este capítulo se exponen casos donde la torsión causada por asimetría y la rotación de la base rebasa las especificaciones reglamentarias, establecidas no sólo para considerar la interacción cinemática, sino también las propiedades inciertas y el comportamiento no lineal de las estructuras. Se muestra que la expresión 3.3.21 desarrollada para estimar la excentricidad efectiva en estructuras asimétricas es adecuada. Asimismo, a partir de los valores promedio de coeficientes que relacionan momentos de torsión y fuerzas cortantes de un conjunto de estructuras en sus condiciones de base deformable y rígida, se explora la posibilidad de que funciones lineales aproximadas de estos coeficientes puedan usarse para estimar las fuerzas correspondientes a estructuras asimétricas con base flexible.

4.1 ACCIONES SÍSMICAS

Se evalúa la torsión efectiva que ocurre en estructuras asimétricas robustas y esbeltas, sujetas a los movimientos efectivos de sus cimentaciones inducidos por los movimientos de campo libre de tres sismos severos: el sismo de El Centro, ocurrido el 18 de mayo de 1940 y que ha sido ampliamente usado en estudios de interacción suelo-estructura; el sismo de Manzanillo, que tuvo lugar el 9 de octubre de 1995 en la costa del Pacífico, y que de los sismos mexicanos severos

parece representar más adecuadamente la condición de suelo homogéneo aquí establecida; y el sismo de Northridge, Ca., del 17 de enero de 1994, que ocasionó daños estructurales de consideración en la región próxima al epicentro.

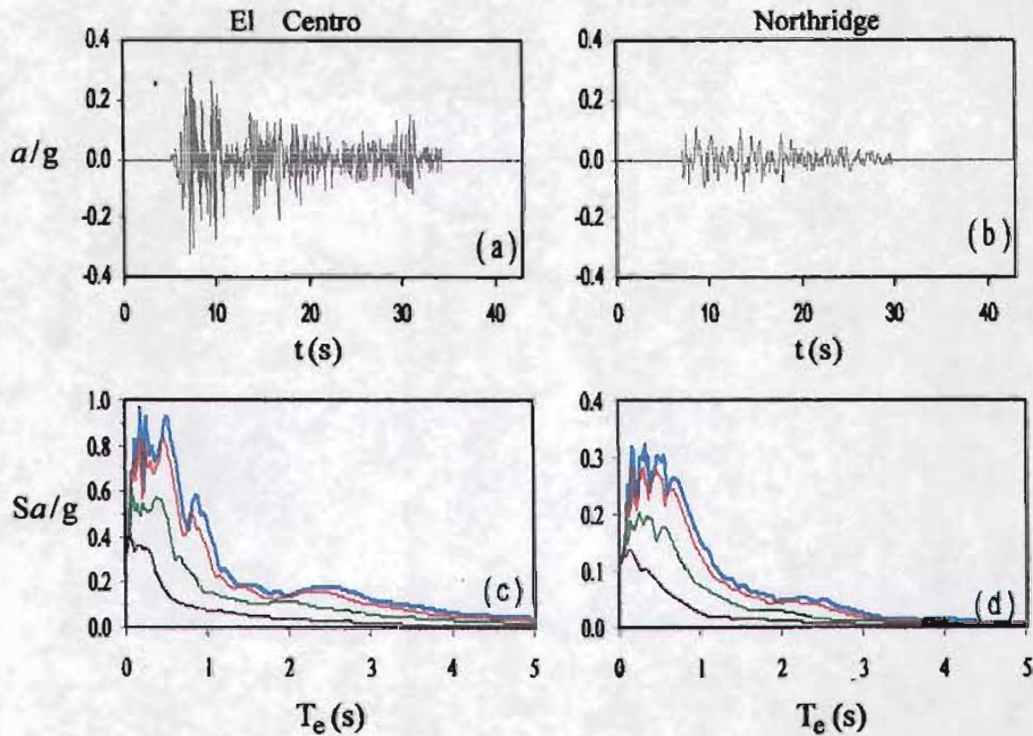


Figura 10. Registros de aceleración y espectros de respuesta con y sin interacción, de una estructura robusta ($H_c/R = 1$), someramente enterrada ($D/R = 1/4$) sujeta a los sismos de El Centro y Northridge, en sitios con contraste de rigidez estructura-suelo: $\tau_w = 0$ (en azul), $\tau_w = 0.125$ (en rojo), $\tau_w = 0.25$ (en verde) y $\tau_w = 0.50$ (en café)

Los registros de aceleración de los sismos de El Centro y Northridge, normalizados por la aceleración de la gravedad g , se presentan en las figuras 10(a) y (b), respectivamente. Son acelerogramas de corta duración, gran contenido de frecuencias y, especialmente el sismo de El Centro, de gran amplitud. En las figuras 10(c) y (d) se observan los espectros de respuesta de base rígida correspondientes ($\tau_w = 0$), así como los espectros de base flexible para tres valores no nulos del contraste de rigidez estructura-suelo, para un sistema con esbeltez $H_c/R = 1$ y

profundidad de enterramiento $D/R = 1/4$. Son espectros de banda ancha que afectan principalmente a estructuras de periodo corto. Se observa que a mayor econtraste de rigidez estructura-suelo, menor amplitud del espectro de respuesta de base flexible.

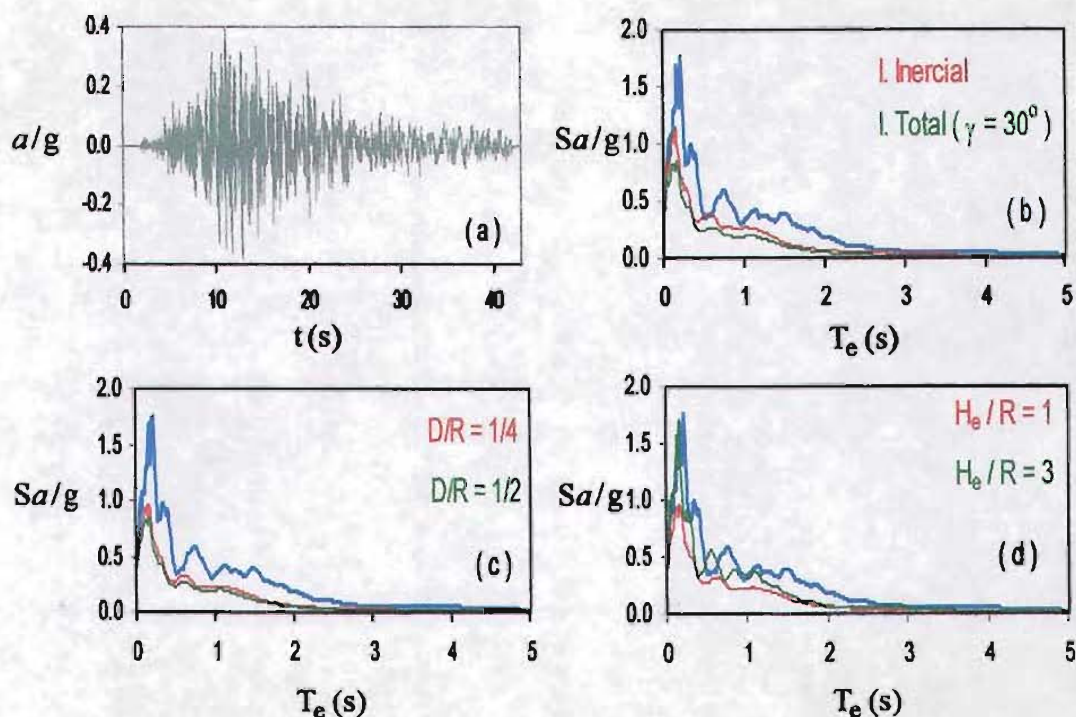


Figura 11. Registros de aceleración y espectros de respuesta con y sin interacción, de estructuras sujetas al sismo de Manzanillo; influencia de la interacción inercial y total, la profundidad de enterramiento y la esbeltez de la estructura

En la figura 11 se muestran el registro de aceleración del sismo de Manzanillo, el espectro de respuesta de base rígida, y la influencia que los parámetros de interacción tienen en el espectro. El acelerograma es de gran amplitud y contenido de frecuencias, con una duración aproximada de 20 s en su fase intensa, como se aprecia en la figura 11(a). Para una estructura robusta ($H_b/R = 1$) y someramente enterrada ($D/R = 1/4$), en la figura 11(b) se presentan los espectros de respuesta: de base rígida, con interacción inercial solamente, es decir, usando el movimiento de campo libre como excitación, y con interacción total. Todos los espectros de base flexible corresponden a un $\tau_w = 0.25$. La amplitud de los espectros con interacción respecto a la del de base rígida sugiere reducciones importantes de la fuerza cortante en estructuras de grandes dimensiones en planta.

De la figura 11(c) se deduce que la profundidad de enterramiento es un parámetro que poco afecta la amplitud y forma del espectro, no así la esbeltez, que los modifica de tal manera que para estructuras esbeltas la amplitud del espectro de respuesta de base deformable llega a ser incluso mayor que la de base rígida, como se observa en la figura 11(d).

4.2 EXCENTRICIDAD EFECTIVA EN ESTRUCTURAS ASIMÉTRICAS

En las figuras 12 a 17 se observa la excentricidad efectiva rigurosamente calculada según el enfoque realista descrito en la sección 3.1, en función de la relación de periodos desacoplados traslación-torsión λ , para estructuras con periodo fundamental de traslación $T_e = 0.5, 1$ y 2 s, excentricidad estática relativa pequeña ($e_r = 0.05$) y moderada ($e_r = 0.10$), y un amplio rango de periodos de torsión ($0.5 < \lambda < 2.5$). La excentricidad efectiva es causada por los movimientos efectivos de la cimentación asociados a los sismos de El Centro, Manzanillo, y Northridge, supuestamente compuestos por un frente plano de ondas SH con ángulos de incidencia de 30° y 60° . Para todos los análisis de interacción quedan constantes los parámetros siguientes: $\zeta_e = 0.05$, $\delta_m = 0.25$, $\zeta_s = 0.05$, $\delta_\pi = 0.15$. y $v_s = 0.25$.

En la figura 12 se presenta la respuesta de estructuras de poca altura, periodo corto y cimentación alargada someramente enterrada. Se observa que para estructuras con poca asimetría, alrededor de $\lambda = 1.4$, es decir, estructuras con periodo de torsión aproximado de 0.35 s, la excentricidad efectiva generada por el sismo de Manzanillo es superior a la especificación de diseño; a este periodo corresponde una $\omega = 18$ rad/s y, dada la geometría de la estructura, una $a_0 = 2.25$. De acuerdo a la figura 2, para este valor de a_0 se presentan fuertes contribuciones del movimiento efectivo de torsión y, especialmente para $\gamma = 60^\circ$, una participación menor del movimiento efectivo de traslación. Para estructuras con asimetría moderada sujetas al sismo de El Centro, los picos de la excentricidad efectiva se presentan en torno a $\lambda = 1$. Para esta combinación de λ y e_r , $\omega_1 = 10.9$ y $\omega_2 = 14.4$ rad/s son las frecuencias acopladas del sistema, de manera que aunque la contribución del movimiento efectivo de torsión ($a_0 = 1.8$) es menor que en el caso anterior, la mayor amplitud de la ordenada espectral, ver figuras 10(c) y 11 (c), en conjunción con los efectos de una asimetría mayor inducen estos valores tan importantes de la excentricidad efectiva.

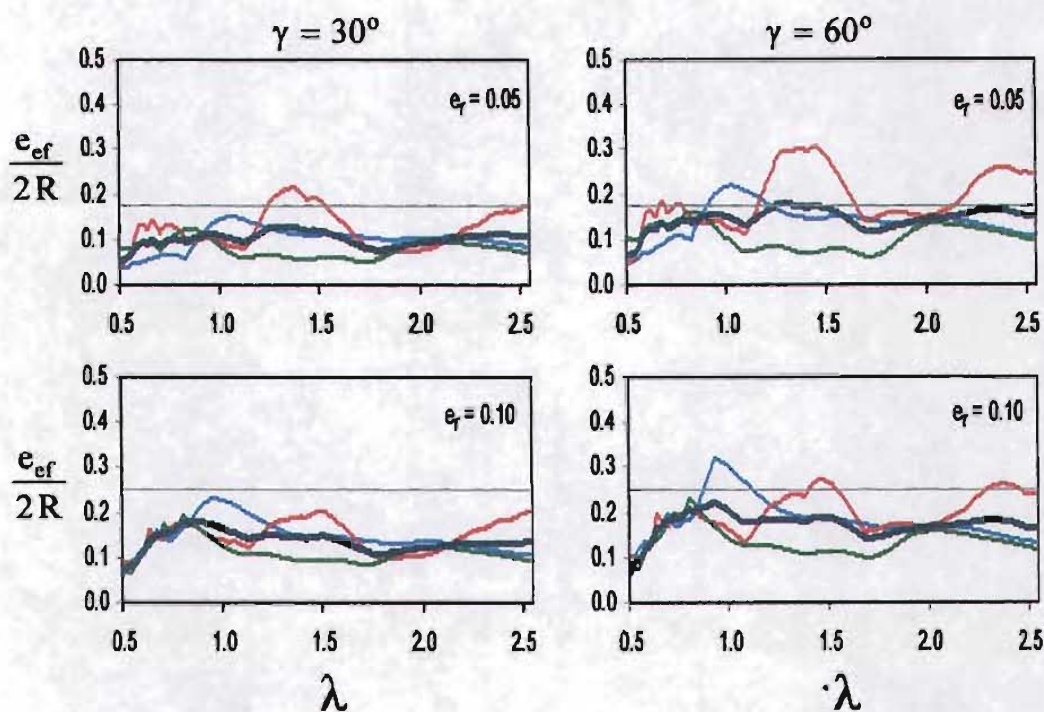


Figura 12. Excentricidad efectiva en estructuras con $T_e = 0.5$ s, $e_r = 0.05$ y 0.10 , $D/R = 1/4$, $H_e/R = 1$ y $\tau_w = 0.25$, sujetas a los sismos de El Centro (en azul), Manzanillo (en rojo) y Northridge (en verde). La línea gruesa indica la excentricidad efectiva promedio, y la horizontal, la excentricidad de diseño

La participación individual de la torsión natural ($\gamma = 0^\circ$) y la rotación de la base ($e_r = 0$) en la determinación de la excentricidad efectiva de estructuras de periodo corto sujetas al sismo de El Centro, se presenta en la figura 13. En este caso, los efectos debidos a la amplificación dinámica son ligeramente dominantes, aunque en estructuras con pequeños valores de asimetría y ángulo de incidencia moderados la participación de ambos fenómenos es similar; destaca el pico extraordinario de la excentricidad efectiva que resulta de la acción conjunta de ambos procesos en estructuras con asimetría moderada expuestas a ondas sísmicas con gran ángulo de incidencia.

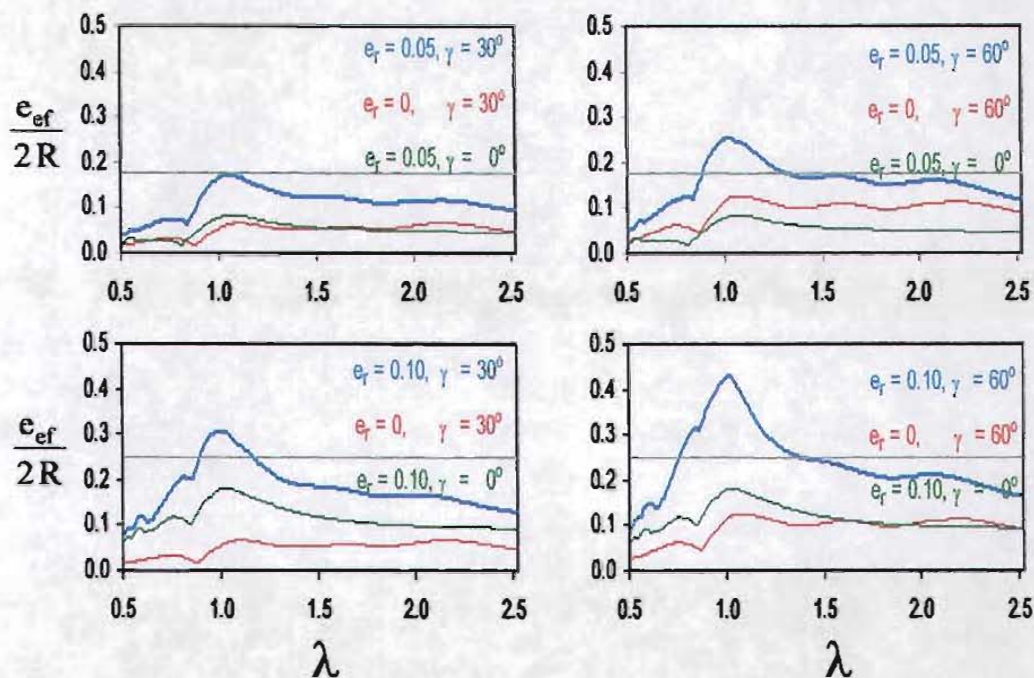


Figura 13. Excentricidad efectiva en estructuras con $T_e = 0.5$ s, $D/R = 1/4$, $H_e/R = 1$ y $\tau_w = 0.25$, sujetas al sismo de El Centro. Efectos de: la torsión natural (en verde), la interacción (en rojo) y la torsión con interacción (en azul)

En la figura 14 se aprecia la excentricidad efectiva que ocurre en estructuras con las mismas relaciones geométricas del caso anterior, pero con un periodo fundamental de traslación $T_e = 1$ s. Resalta el hecho de que los picos máximos de la excentricidad efectiva se presentan para el mismo valor de λ , aproximadamente, para los tres eventos sísmicos, sobresaliendo los valores máximos asociados al sismo de Northridge, cuyo acelerograma es el de menor amplitud y duración. Para una $\lambda = 1.35$ corresponde un periodo de torsión de 0.74 s y una $a_0 = 2.12$, que conduce a la región de valores máximos del movimiento efectivo de torsión, ver figura 2, lo que explica estos valores tan importantes de la excentricidad efectiva. Para este valor de λ las frecuencias naturales acopladas y desacopladas son prácticamente iguales.

La contribución individual de los efectos de la torsión natural y la interacción para estructuras con $T_e = 1$ s sujetas al sismo de Northridge se muestra en la figura 15. En este caso, los efectos de

torsión causados por la rotación de la base son dominantes, excepto en estructuras con valores de asimetría y ángulos de incidencia moderados ($e_r = 0.10$ y $\gamma = 30^\circ$).

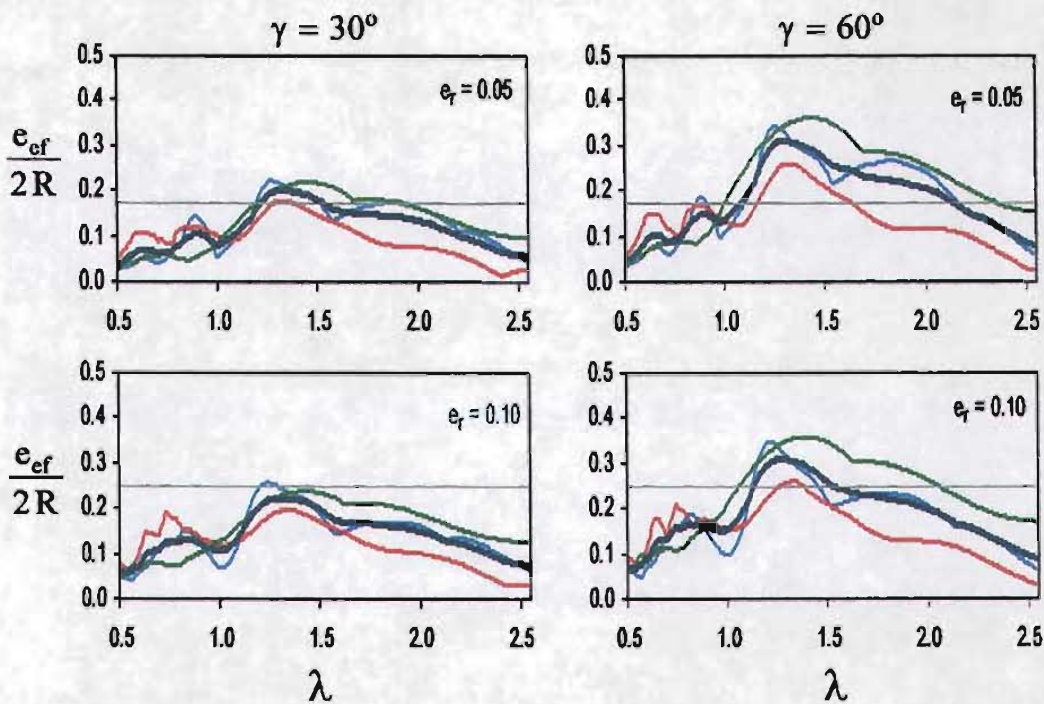


Figura 14. Excentricidad efectiva en estructuras con $T_e = 1$ s, $e_r = 0.05$ y 0.10 , $D/R = 1/4$, $H_e/R = 1$ y $\tau_w = 0.25$, sujetas a los sismos de El Centro (en azul), Manzanillo (en rojo) y Northridge (en verde) La línea gruesa indica la excentricidad efectiva promedio, y la horizontal, la excentricidad de diseño

La excentricidad efectiva en estructuras asimétricas de periodo largo ($T_e = 2$ s) se observa en la figura 16. Aunque existen algunos picos significativos especialmente para estructuras torsionalmente rígidas, en general la recomendación de diseño protege adecuadamente a estas estructuras, sin olvidar que la contribución a la excentricidad efectiva debida a las propiedades inciertas y el comportamiento no lineal de la estructura se ha omitido en el análisis. La figura 17 muestra aislados los efectos de la torsión natural y la interacción cuando estas estructuras son excitadas por el sismo de Manzanillo. En este caso, la torsión causada por el paso de las ondas rige en estructuras torsionalmente rígidas ($\lambda > 1$), y la debida a la asimetría, en estructuras

torsionalmente flexibles ($\lambda < 1$). La torsión por interacción disminuye con la esbeltez de la estructura y el alargamiento del periodo fundamental, de manera que la rotación de la base afecta particularmente a estructuras robustas de periodo corto.

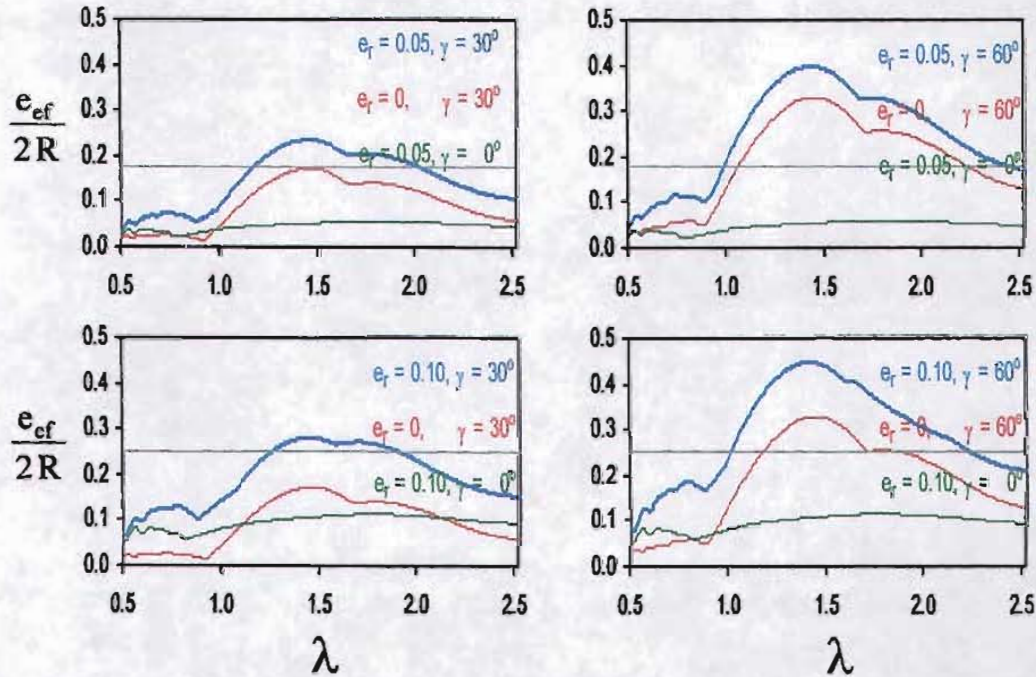


Figura 15. Excentricidad efectiva en estructuras con $T_c = 1$ s, $D/R = 1/4$, $H_c/R = 1$ y $\tau_w = 0.25$ sujetas al sismo de Northridge. Efectos de: la torsión natural (en verde), la interacción (en rojo) y la torsión con interacción (en azul)

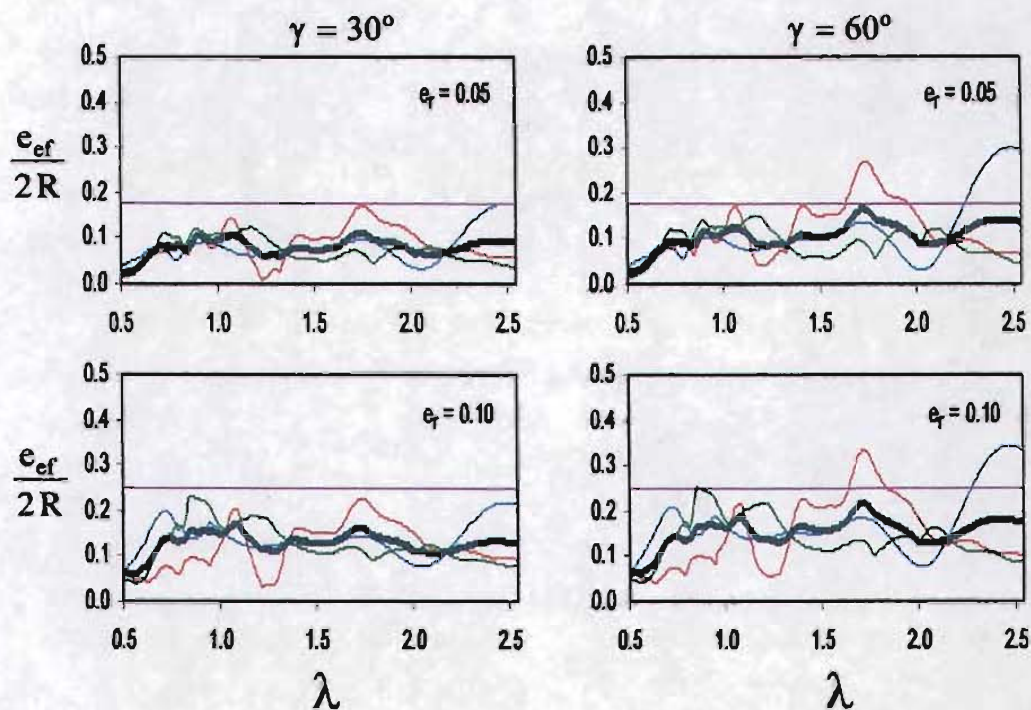


Figura 16. Excentricidad efectiva en estructuras con $T_e = 2$ s, $e_r = 0.05$ y 0.10 , $D/R = 1/2$, $H_c/R = 2$ y $\tau_w = 0.25$, sujetas a los sismos de El Centro (en azul), Manzanillo (en rojo) y Northridge (en verde) La línea gruesa indica la excentricidad efectiva promedio, y la horizontal, la excentricidad de diseño

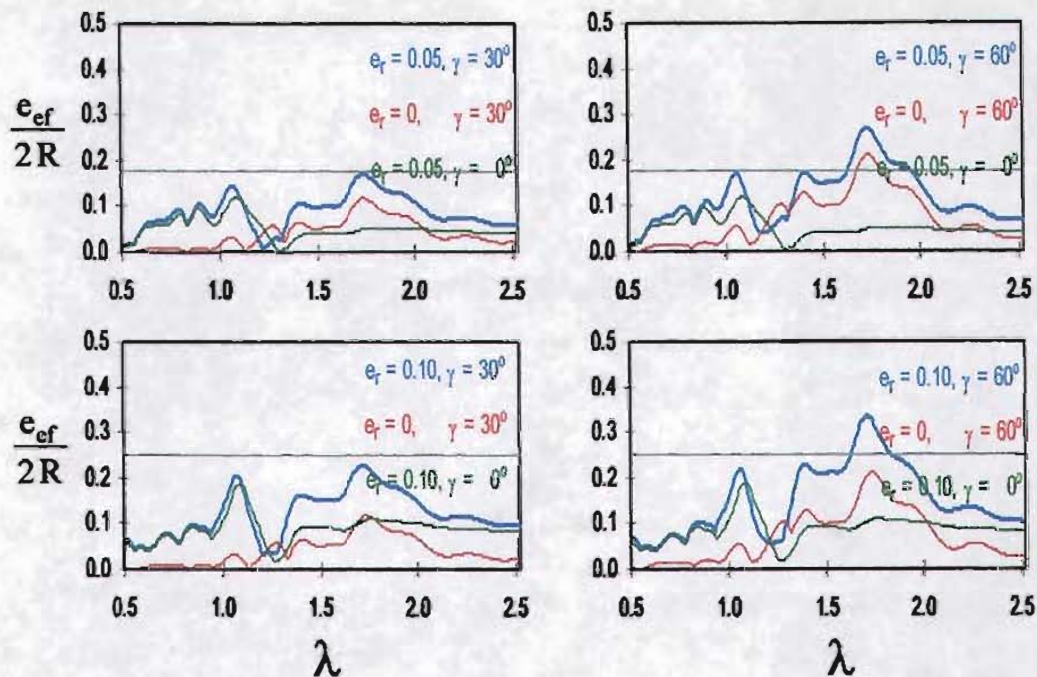


Figura 17. Excentricidad efectiva en estructuras con $T_e = 2$ s, $D/R = 1/2$, $H_c/R = 2$ y $\tau_w = 0.25$ sujetas al sismo de Manzanillo. Efectos de: la torsión natural (en verde), la interacción (en rojo) y la torsión con interacción (en azul)

4.3 ENFOQUE ADOPTADO: APLICACIÓN

A la luz de los resultados obtenidos, es evidente que existen estructuras para las que la torsión inducida por la rotación de la base debe ser explícitamente considerada en el análisis sísmico. La expresión 3.3.21 desarrollada en este trabajo tiene este propósito. En la figura 18 se comparan la excentricidad efectiva calculada con dicha expresión, con la que resulta de un análisis riguroso de las estructuras asimétricas cuyas características se describen en la tabla I.

Se observa que en general la excentricidad efectiva en estructuras asimétricas estimada usando 3.3.21 es una cota superior de la rigurosamente calculada. Sin embargo, existen ciertos valores de

λ para los que la excentricidad efectiva rigurosa resulta mayor que la aproximada. Esto sucede porque que el factor de amplificación de la excentricidad estática que aparece en el postulado 3.3.2 es realmente un factor de reducción, tal como se muestra en la figura 19 para el sitio Manzanillo.

Tabla I. Características de las estructuras elegidas para validar la expresión 3.3.21; $D/R = 1/4$, $H_c/R = 1$ y $\tau_w = 0.25$			
$T_e(s)$	e_r	γ (grados)	Sismo
0.5	0.10	30	El Centro
0.5	0.05	60	Manzanillo
1.0	0.05	30	El Centro
1.0	0.05	60	Northridge

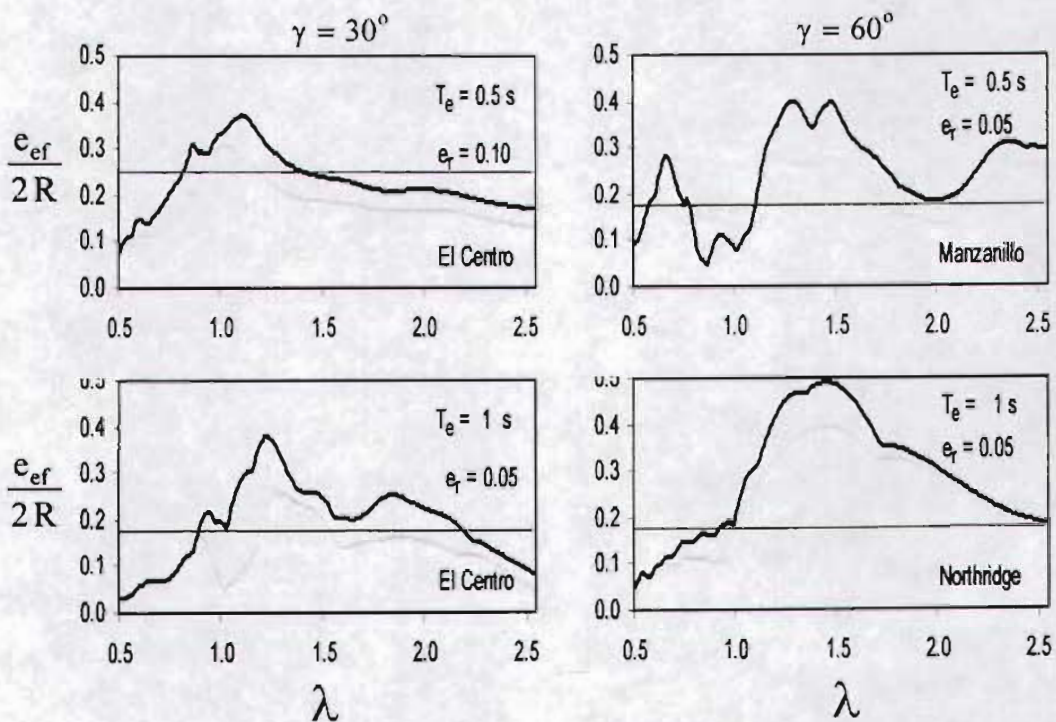


Figura 18. Excentricidad efectiva rigurosa (en gris) y aproximada (en negro) en estructuras parcialmente asimétricas con base deformable; sistema con $H_c/R = 1$, $D/R = 1/4$ y $\tau_w = 0.25$

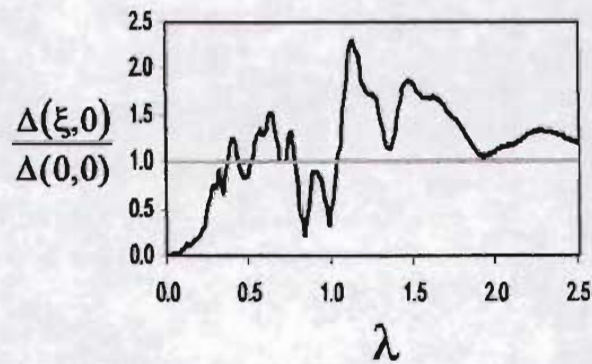


Figura 19. Factor de amplificación de la excentricidad estática en estructuras parcialmente asimétricas sujetas al sismo de Manzanillo; sistema con $T_e = 0.5$ s, $e_r = 0.05$, $H_p/R = 1$, $D/R = 1/4$ y $\tau_w = 0.25$

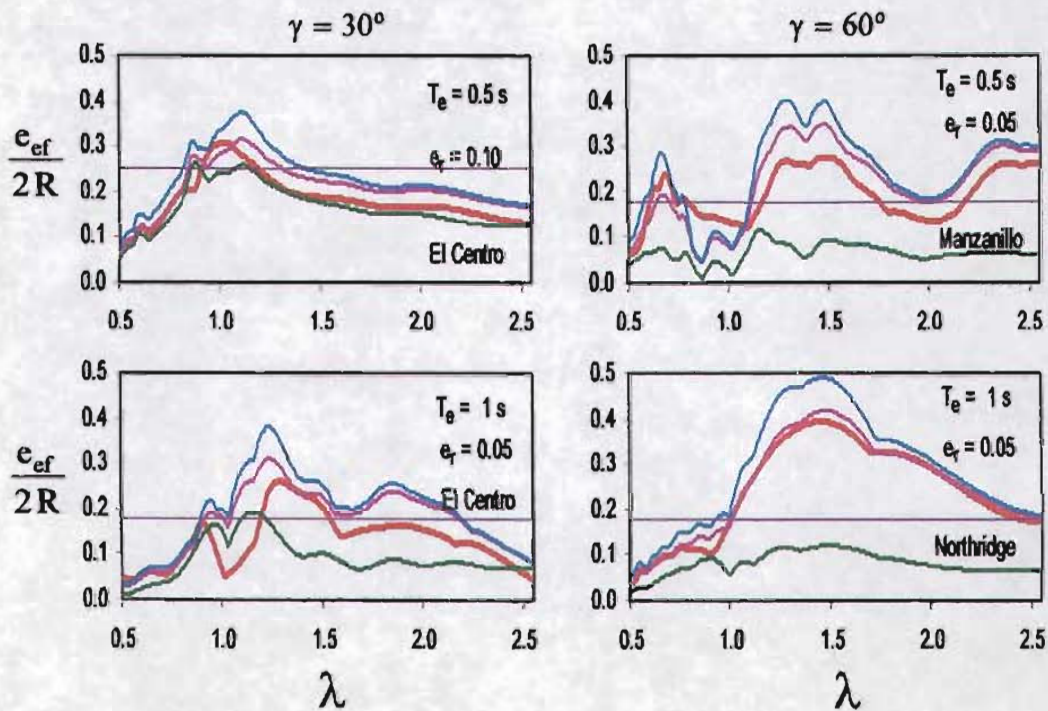


Figura 20. Influencia de los términos de la expresión 3.3.21 en la excentricidad efectiva (en rojo) de estructuras parcialmente asimétricas. Efectos de: 1) la torsión natural (en verde), 2) la torsión natural más la interacción (en morado) y 3) la torsión natural más la interacción más el acoplamiento de ambas (en azul)

La contribución de los términos de la expresión 3.3.21 en la determinación aproximada de la excentricidad efectiva en estructuras parcialmente asimétricas se presenta en la figura 20. Aunque no es posible definir un patrón de comportamiento de la contribución de la torsión natural y la interacción, debido principalmente a la influencia del contenido de frecuencias de la excitación, sí puede establecerse que desde un punto de vista práctico, la suma de estas dos contribuciones es suficiente para evaluar la excentricidad efectiva rigurosa. La participación del término de acoplamiento de estas fases inductoras de torsión es, como puede deducirse de la figura 20, apenas apreciable para estructuras torsionalmente flexibles ($\lambda < 1$), y despreciable en el caso de estructuras torsionalmente rígidas ($\lambda > 1$).

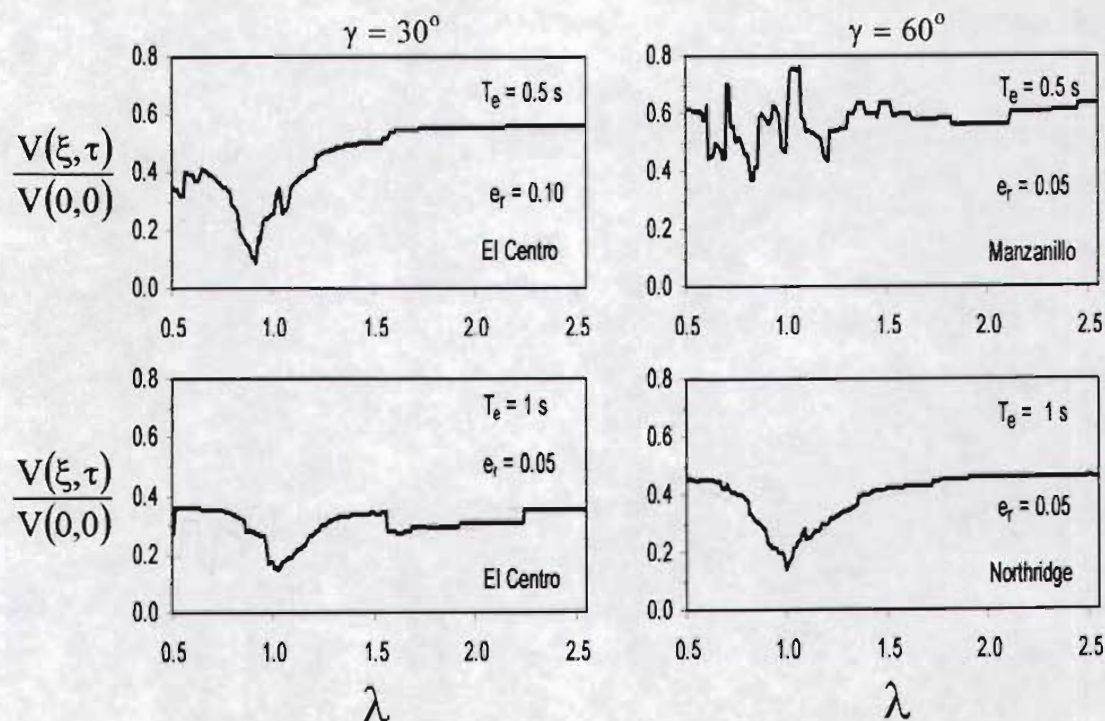


Figura 21. Fuerza cortante rigurosa (en gris) y aproximada (en negro) en estructuras parcialmente asimétricas con base flexible, normalizada por la fuerza cortante de la estructura simétrica con base rígida $V(0,0)$; sistemas con $D/R = 1/4$, $H_c/R = 1$ y $\tau_w = 0.25$

La fuerza cortante de piso calculada rigurosa y aproximadamente para cada una de las estructuras referidas en la tabla 1, y normalizada por la fuerza cortante de la correspondiente estructura simétrica en su condición de base rígida, se muestra en la figura 21. La expresión 3.3.2 propuesta

resulta adecuada para estructuras torsionalmente rígidas y, en general, es conservadora para estructuras torsionalmente flexibles. Como se esperaba, en este tipo de estructuras de poca altura y grandes dimensiones en planta existen apreciables reducciones de la fuerza cortante con respecto al cortante desacoplado de la estructura con base rígida.

4.4 SUPERPOSICIÓN DE MOVIMIENTOS DE LA CIMENTACIÓN: APLICACIÓN

Los coeficientes que relacionan el momento de torsión y el cortante de piso de estructuras asimétricas con bases deformable y rígida definidos por las ecuaciones 3.2.1 a 3.2.4, fueron calculados para cinco estructuras con distintas características geométricas. El promedio simple del conjunto de coeficientes obtenidos para estas estructuras, que implica la participación de: tres periodos fundamentales de traslación, dos valores de esbeltez, dos de la profundidad de enterramiento, dos ángulos de incidencia y tres excitaciones sísmicas, se utiliza para establecer coeficientes que permitan probar el procedimiento de superposición. Como se mencionó en la sección 3.2, el factor α_2 para calcular el cortante de una estructura expuesta sólo al movimiento de torsión puede sin mayor error, omitirse. El promedio simple de estos coeficientes, así como una aproximación lineal de ellos se muestran en la figura 22.

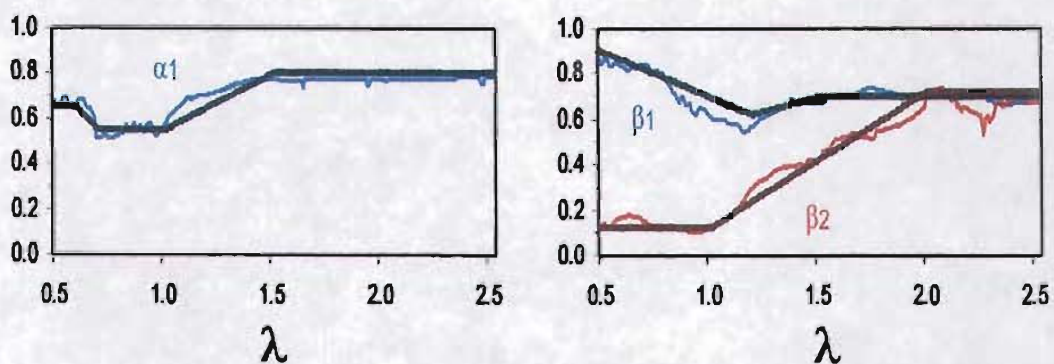


Figura 22. Promedio simple y ajuste lineal de los coeficientes α_1 , β_1 y β_2 , para estimar el cortante y momento de torsión de estructuras asimétricas con base deformable

Las expresiones analíticas que definen la aproximación lineal de estos coeficientes son:

$$\begin{aligned}\alpha_1 &= 0.65 && \text{si } 0.5 \leq \lambda < 0.60 \\ \alpha_1 &= 1.25 - \lambda && \text{si } 0.6 \leq \lambda < 0.7 \\ \alpha_1 &= 0.55 && \text{si } 0.7 \leq \lambda < 1\end{aligned}\tag{4.4.1}$$

$$\alpha_1 = \frac{1}{2}(\lambda + 0.1) \quad \text{para } 1 \leq \lambda < 1.5$$

$$\alpha_1 = 0.8 \quad \text{si } 1.5 \leq \lambda$$

$$\begin{aligned}\beta_1 &= 1 - 0.2\lambda && \text{si } 0.5 \leq \lambda < 1.5 \\ \beta_1 &= 0.7 && \text{si } 1.5 \leq \lambda\end{aligned}\tag{4.4.2}$$

$$\beta_2 = 0.12 \quad \text{si } 0.5 \leq \lambda < 1$$

$$\beta_2 = 0.6(\lambda - 0.8) \quad \text{si } 1 \leq \lambda < 2\tag{4.4.3}$$

$$\beta_2 = 0.72 \quad \text{si } 2 \leq \lambda$$

Estos coeficientes provienen del promedio simple de un número reducido de casos estudiados y son usados sólo para verificar la validez de esta forma de representar los efectos de torsión, comparando los cortantes y momentos de torsión rigurosos y aproximados para las mismas estructuras y sismos que les dieron origen. Expresiones más generales deben deducirse de un conjunto mayor de estructuras y eventos sísmicos.

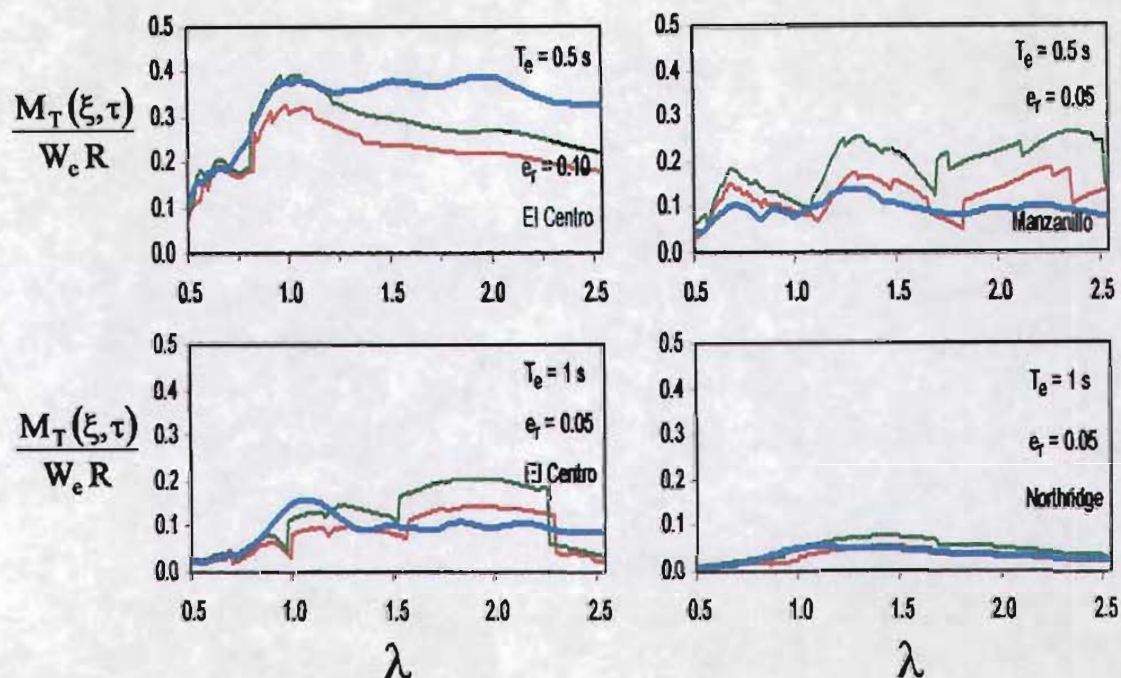


Figura 23. Momentos de torsión rigurosos para $\gamma = 30^\circ$ (en rojo) y $\gamma = 60^\circ$ (en verde), y aproximado (en azul), normalizados por el producto del peso W_e y el radio R de la estructura; sistema con $H_w/R = 1$, $D/R = 1/4$ y $\tau_w = 0.25$

En la figura 23 se presenta el momento de torsión normalizado por el producto del peso W_e y el radio R de la estructura, que actúa en cada una de las estructuras referidas en la tabla I, calculado sustituyendo los coeficientes β_1 y β_2 obtenidos con las expresiones 4.4.2 y 4.4.3 en la ecuación 3.2.6. Se aprecia que los valores aproximados son adecuados para representar el momento de torsión en estructuras sujetas a valores moderados del ángulo de incidencia ($\gamma = 30^\circ$), pero resultan inadecuados para grandes ángulos de incidencias ($\gamma = 60^\circ$). Con esta representación de la torsión es posible establecer que los menores efectos son causados por el sismo de Northridge, contrastando con la representación mediante una excentricidad efectiva que sugiere que los mayores efectos de torsión ocurren en estructuras sujetas a este sismo, ver figura 14.

En la figura 24 se comparan las fuerzas cortantes calculadas rigurosamente y aproximadamente, esta última mediante la ecuación 3.2.5. En general, el cortante aproximado es mayor que el rigurosamente calculado.

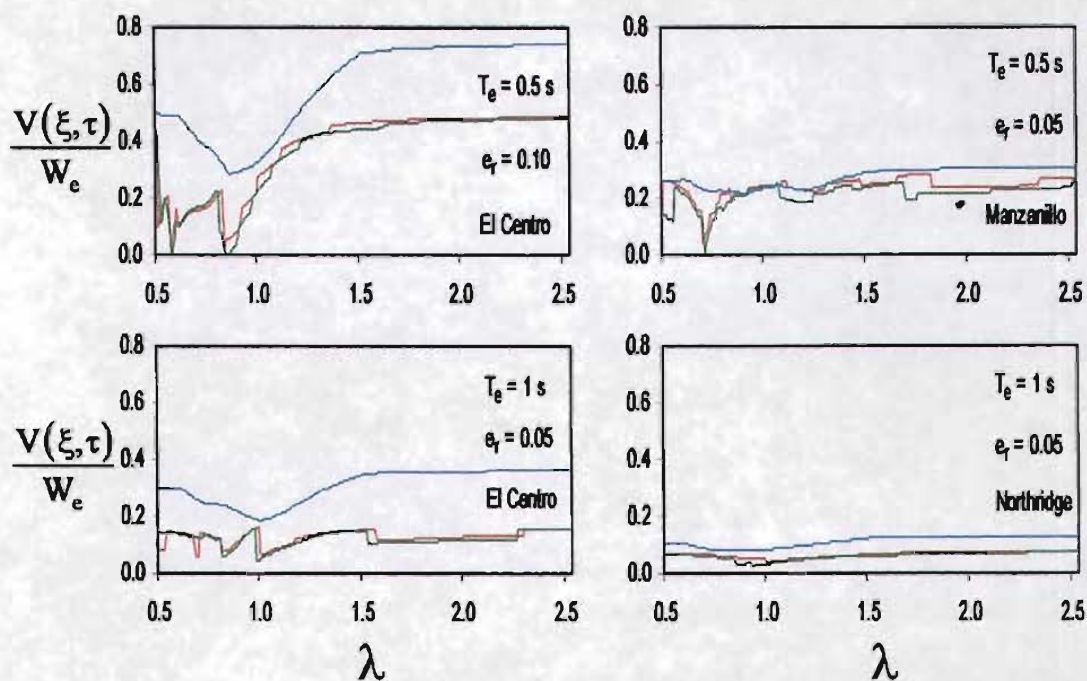


Figura 24. Fuerza cortante rigurosa para $\gamma = 30^\circ$ (en rojo) y $\gamma = 60^\circ$ (en verde), y aproximada (en azul), normalizada por el peso de la estructura W_e ; sistema con $H_p/R = 1$, $D/R = 1/4$ y $\tau_w = 0.25$

En este capítulo se prueba que en estructuras de poca altura con grandes dimensiones en planta, la excentricidad efectiva causada por la torsión natural y la rotación de la base puede rebasar el valor de la excentricidad de diseño propuesto en los códigos sísmicos. En estructuras esbeltas –de gran altura y menores dimensiones en planta–, el incremento de los desplazamientos laterales atribuibles al cabeceo de la estructura reduce los efectos de torsión, aunque puede dar lugar a importantes efectos de segundo orden. Los dos criterios establecidos para evaluar la torsión estructural fueron aplicados en este capítulo; la expresión propuesta para estimar la excentricidad efectiva resulta adecuada para evaluar la torsión en estructuras asimétricas con base deformable, pero la superposición de movimientos efectivos de la cimentación para calcular el momento de torsión y la fuerza cortante debidos a la torsión natural y la interacción cinemática no siempre proporciona valores adecuados, especialmente en el caso de grandes ángulos de incidencia de las ondas sísmicas.

Capítulo 5

ESTRUCTURAS SOBRE UN ESTRATO DE SUELO BLANDO

En este capítulo se estudia la validez de la expresión 3.3.21 para estimar la torsión que ocurre en estructuras desplantadas en un estrato de suelo blando. En la figura 25 se muestra un esquema con las variables representativas de una estructura cuya cimentación está enterrada en un estrato de suelo blando que suprayace a un semiespacio homogéneo. Cuando el frente de ondas cruza la interfaz entre el estrato y el semiespacio, se genera una refracción del campo incidente que modifica su ángulo de incidencia; como el estrato de suelo se asume menos rígido que el semiespacio, el ángulo de propagación en el estrato tiende a reducirse con respecto al eje vertical, lo que implica a la vez la reducción de los movimientos efectivos de rotación. Específicamente, el ángulo de propagación γ_s en el estrato depende del ángulo de incidencia γ_R en el semiespacio, y del contraste que existe entre las velocidades de propagación de ondas en el estrato V_s y en el semiespacio V_R , tal como lo establece la ley de Snell.

El estrato se caracteriza por su periodo dominante T_s , su espesor H_s , la densidad de masa de suelo ρ_s , la fracción de amortiguamiento material ζ_s y la velocidad de propagación de ondas de cortante V_s . El semiespacio se representa por la densidad de masa ρ_R y la velocidad de propagación de ondas V_R . Las propiedades mecánicas y geométricas de la estructura son las definidas en el capítulo 2. El sistema de referencia indica la dirección positiva de los grados de libertad.

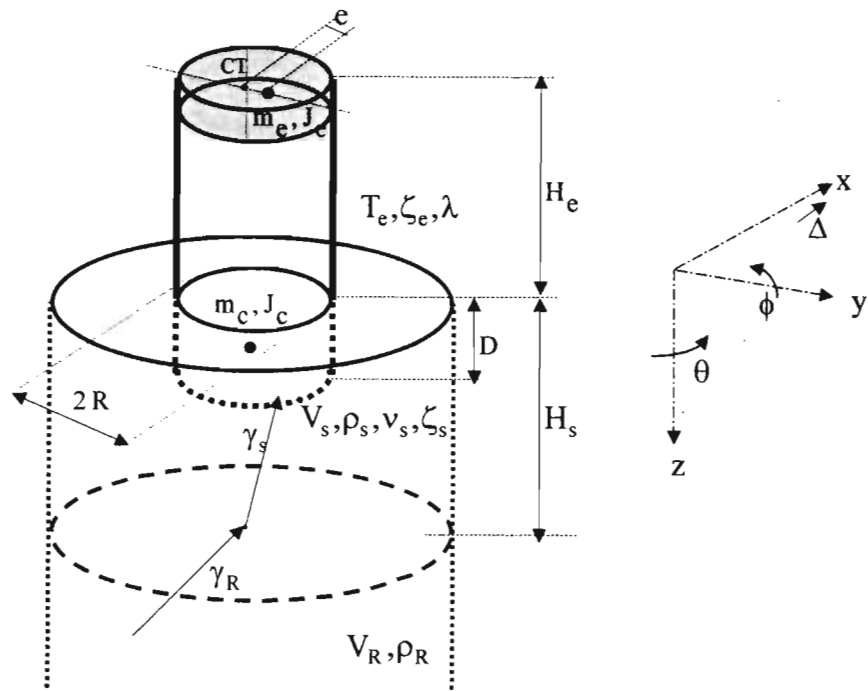


Figura 25. Esquema de una estructura apoyada en un estrato de suelo blando

Dos son esencialmente las diferencias que existen en el análisis de estas estructuras y las estudiadas en el capítulo anterior. Aunque el sistema de ecuaciones es el mismo, las rigideces dinámicas del suelo y los movimientos efectivos de la cimentación son distintos en un estrato de suelo blando y en el semiespacio. Además, el contraste de rigidez entre la estructura y el estrato queda definido por la expresión:

$$\delta_k = \frac{T_e H_s}{H_e T_s} \quad (5.1)$$

En esta parte del trabajo se utilizan las rigideces dinámicas desarrolladas por Tassoulas y Kausel⁵⁴ empleando el método del elemento finito. Una función tipo pulso propuesta por Veletsos y Meek⁵⁷ se usa para estimar la respuesta de estructuras sujetas a excitaciones transitorias que concentran la energía del movimiento en ciertas frecuencias. Aunque el sistema de ecuaciones diferenciales que gobierna la respuesta de estructuras apoyadas en un estrato es básicamente el

representado por 2.2.22, o en general por 2.3.3, algunos cambios en las expresiones de las rigideces dinámicas asociados al contraste de rigidez definido en 5.1 deben introducirse^{28,53}.

Se estudia la respuesta de estructuras con $T_e = 1$ y 2 s, $\zeta_e = 0.05$ y 0.10 , esbeltez $H_e/R = 1$ y enterramiento relativo $D/R = 1/2$, situadas en un estrato de suelo con supuesto periodo dominante $T_s = 2$ s, espesor relativo $H_s/R = 3$, amortiguamiento material $\zeta_s = 0.05$ y contraste de rigidez suelo-semiespacio $V_s/V_R = 0.20$. Con el fin de estimar los efectos de torsión producidos por el sismo de Michoacán de 1985, se utiliza como excitación el componente este-oeste de la historia de aceleraciones registrada en la estación sismográfica CU. Además de este sismo, en la frontera entre el semiespacio y el estrato se supone la incidencia inclinada ($\gamma_R = 60^\circ$) del sismo de El Centro y de la función pulso, esta última construida con el periodo característico y la aceleración máxima correspondientes al sismo de Manzanillo.

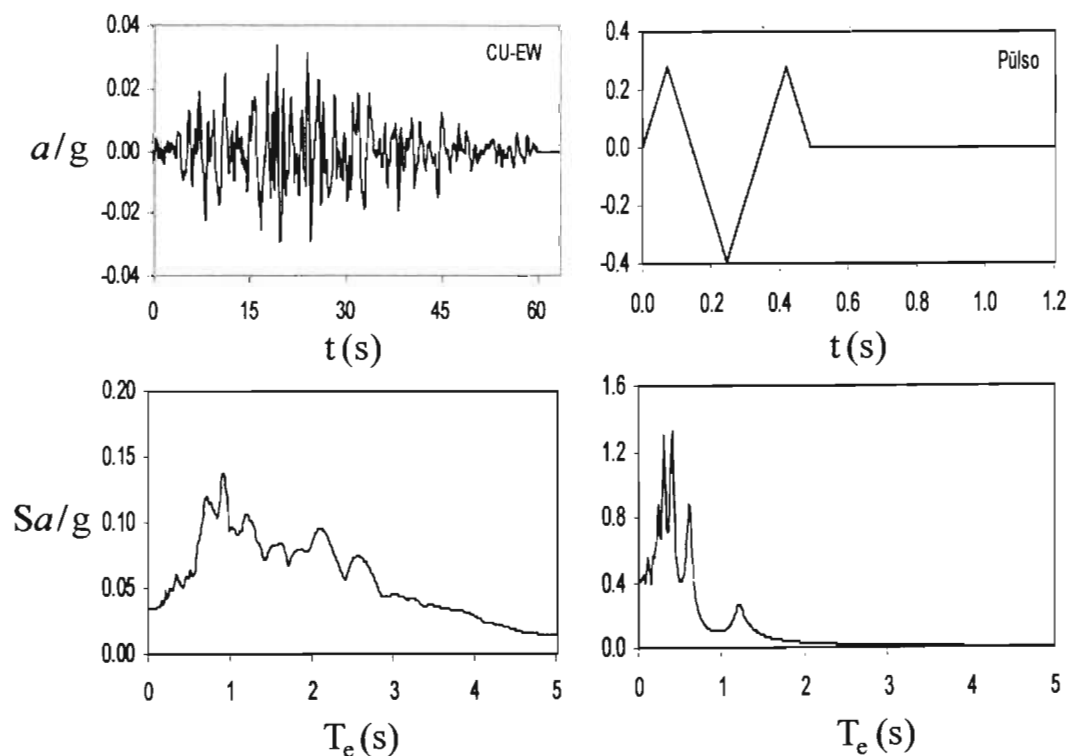


Figura 26. Historias de aceleración y espectros de respuesta de base rígida del sismo de Michoacán de 1985, registrado en la estación CU, y de la función pulso construida con las características del sismo de Manzanillo

En la figura 26 se muestran las historias de aceleración del sismo de Michoacán de 1985 registrado en la estación CU, y de la función pulso construida con un periodo característico $T_0 = 0.25$ s y una aceleración máxima normalizada $a/g = 0.4$, así como los espectros de respuesta de base rígida de ambas señales. Al sismo de Michoacán le corresponde un espectro de banda ancha; por el contrario, a la función pulso se asocia un espectro que concentra la energía básicamente en cuatro picos resonantes de periodo corto.

En la figura 27 se presentan las funciones de transferencia de traslación, cabeceo y torsión en función de la frecuencia adimensional a_0 , usadas para calcular los correspondientes movimientos efectivos de la cimentación producidos por una excitación supuestamente compuesta de ondas SH con ángulo de incidencia $\gamma_r = 60^\circ$. El gran contraste de rigidez estrato-semiespacio ocasiona una considerable reducción de los movimientos de rotación de la cimentación debido a la propagación casi vertical de las ondas a través del estrato.

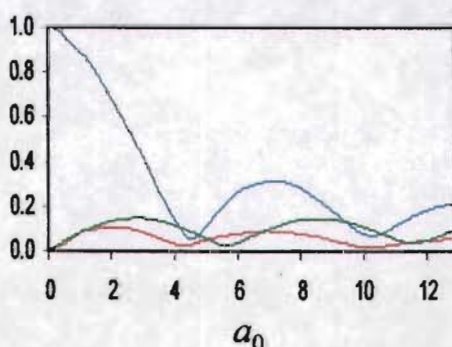


Figura 27. Funciones de transferencia de traslación (en azul), cabeceo (en rojo) y torsión (en verde), para una cimentación rígida enterrada ($D/R = 1/2$) en un estrato de suelo blando caracterizado por: $H_s/R = 3$, $V_s/V_R = 0.2$ y $\gamma = 60^\circ$

Las partes real e imaginaria de las rigideces dinámicas normalizadas por el módulo al cortante del suelo G_s y una potencia del radio R de la cimentación, para una cimentación enterrada ($D/R = 1/2$) en un estrato de espesor relativo $H_s/R = 3$ y contraste de rigidez $V_s/V_R = 0.2$, se presentan en la figura 28. Los resortes a traslación y torsión son funciones decrecientes de la frecuencia que presentan crestas y simas típicas en un estrato. El resorte al cabeceo es una función lineal

decreciente hasta cierto valor de a_0 , a partir del cual es prácticamente nulo. Los amortiguadores del suelo son funciones crecientes de a_0 para los tres grados de libertad.

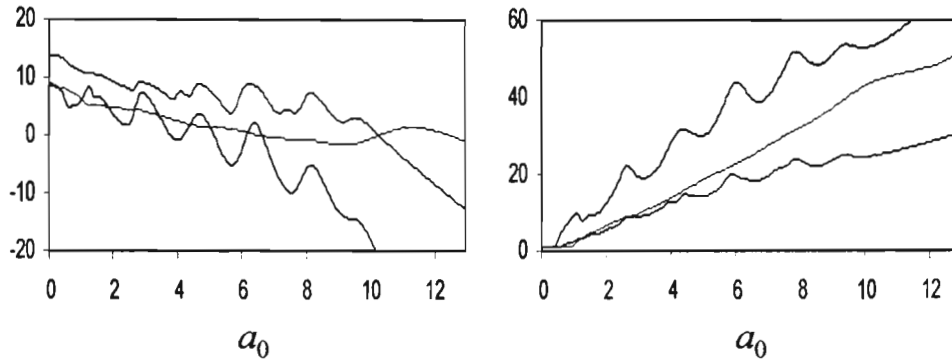


Figura 28. Resortes (izquierda) y amortiguadores a traslación (en azul), cabeceo (en rojo) y torsión (en verde), para una cimentación rígida carente de masa, enterrada ($D/R = 1/2$) en un estrato de suelo con relación $H_s/R = 3$ y contraste de rigidez $V_s/V_R = 0.2$

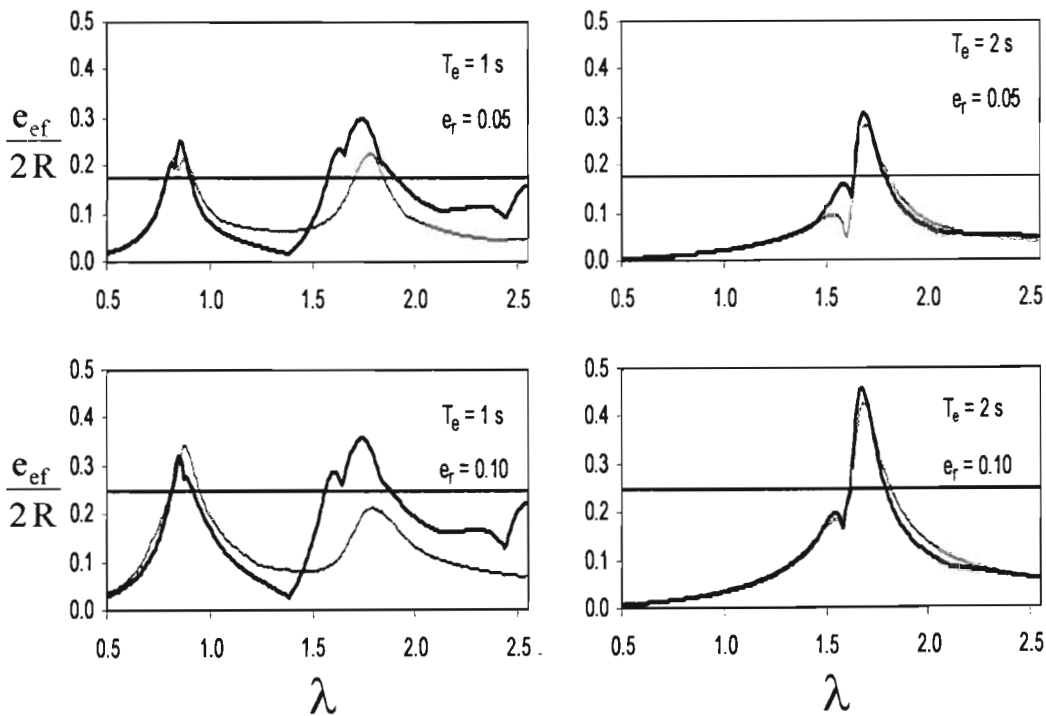


Figura 29. Excentricidad efectiva rigurosa (en gris) y aproximada (en negro), cuando la función pulso incide en la interfaz semiespacio-estrato; sistema con $H_s/R = 1$, $D/R = 1/2$, $V_s/V_R = 0.2$ y $\gamma = 60^\circ$

En la figura 29 se comparan la excentricidad efectiva calculada rigurosamente con la aproximada usando la expresión 3.3.21, para estructuras con $T_e = 1$ y 2 s, con pequeña y moderada asimetría, sujetas a la acción de la función pulso actuando en la interfaz semiespacio-estrato. En la figura 30 se comparan los cortantes riguroso y aproximado para las mismas estructuras y excitación. Los resultados se presentan en función de la relación de periodos desacoplados traslación-torsión.

En las figuras 31 y 32 se muestran, respectivamente, las comparaciones de la excentricidad efectiva y la fuerza cortante rigurosas y aproximadas que ocurren en las estructuras cuando el sismo de Michoacán de 1985 actúa en la frontera semiespacio-estrato, en tanto que en las figuras 33 y 34 se presentan las comparaciones correspondientes a la incidencia del sismo de El Centro en dicha interfaz. Una línea horizontal en las gráficas de la excentricidad efectiva indica la excentricidad de diseño dada por 3.3.23.

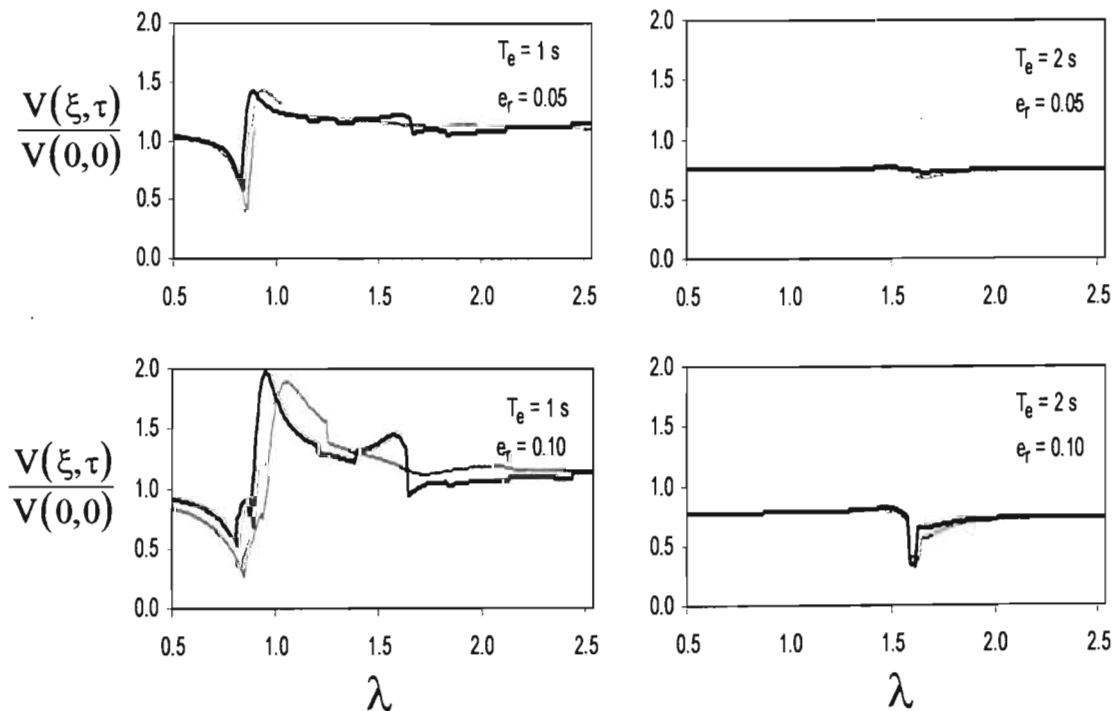


Figura 30. Fuerza cortante rigurosa (en gris) y aproximada (en negro), cuando la función pulso incide en la interfaz semiespacio-estrato; sistemas con $H_e/R = 1$, $D/R = 1/2$, $V_s/V_R = 0.2$ y $\gamma = 60^\circ$

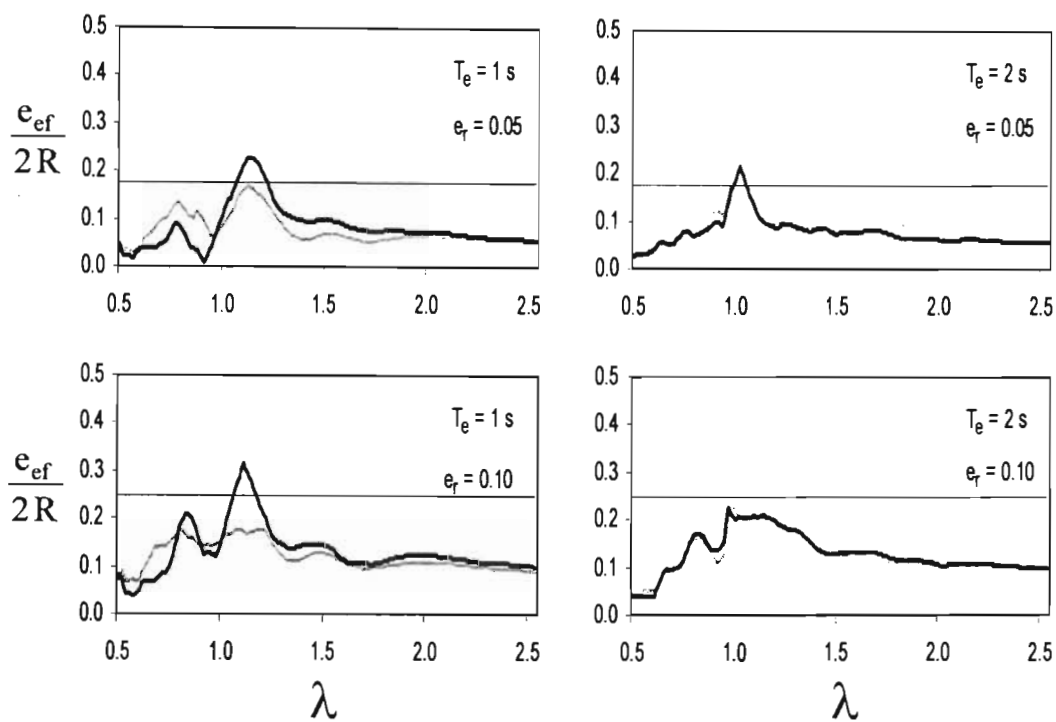


Figura 31. Excentricidad efectiva rigurosa (en gris) y aproximada (en negro), cuando el sismo de Michoacán de 1985 registrado en CU incide en la interfaz semiespacio-estrato; sistemas con $H_e/R = 1$, $D/R = 1/2$, $V_s/V_R = 0.2$ y $\gamma = 60^\circ$

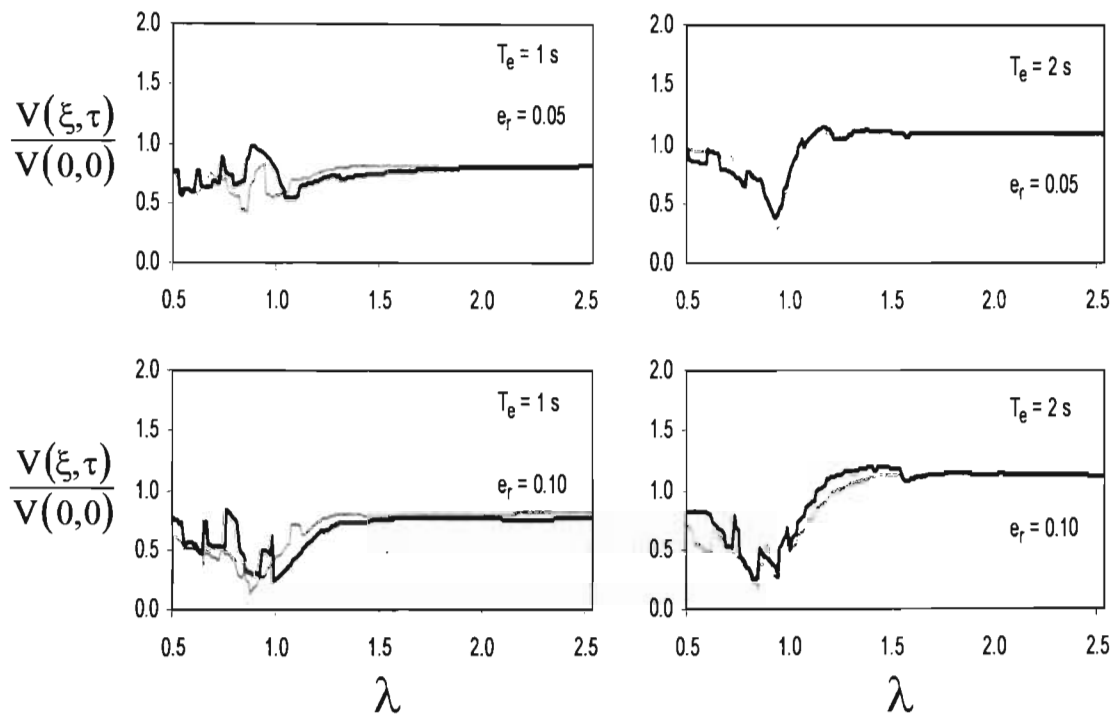


Figura 32. Fuerza cortante rigurosa (en gris) y aproximada (en negro), cuando el sismo de Michoacán de 1985 incide en la interfaz semiespacio-estrato; sistemas con $H_e/R = 1$, $D/R = 1/2$, $V_s/V_R = 0.2$ y $\gamma = 60^\circ$

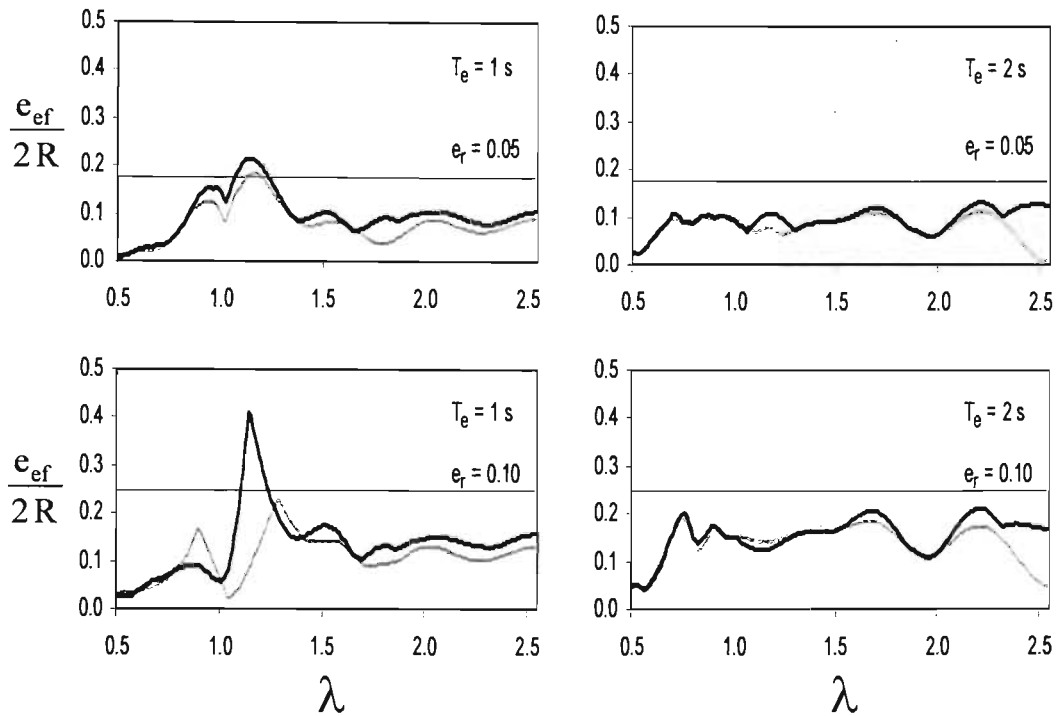


Figura 33. Excentricidad efectiva rigurosa (en gris) y aproximada (en negro), cuando el sismo de El Centro incide en la interfaz semiespacio-estrato; $H_e/R = 1$, $D/R = 1/2$, $V_s/V_R = 0.2$ y $\gamma = 60^\circ$

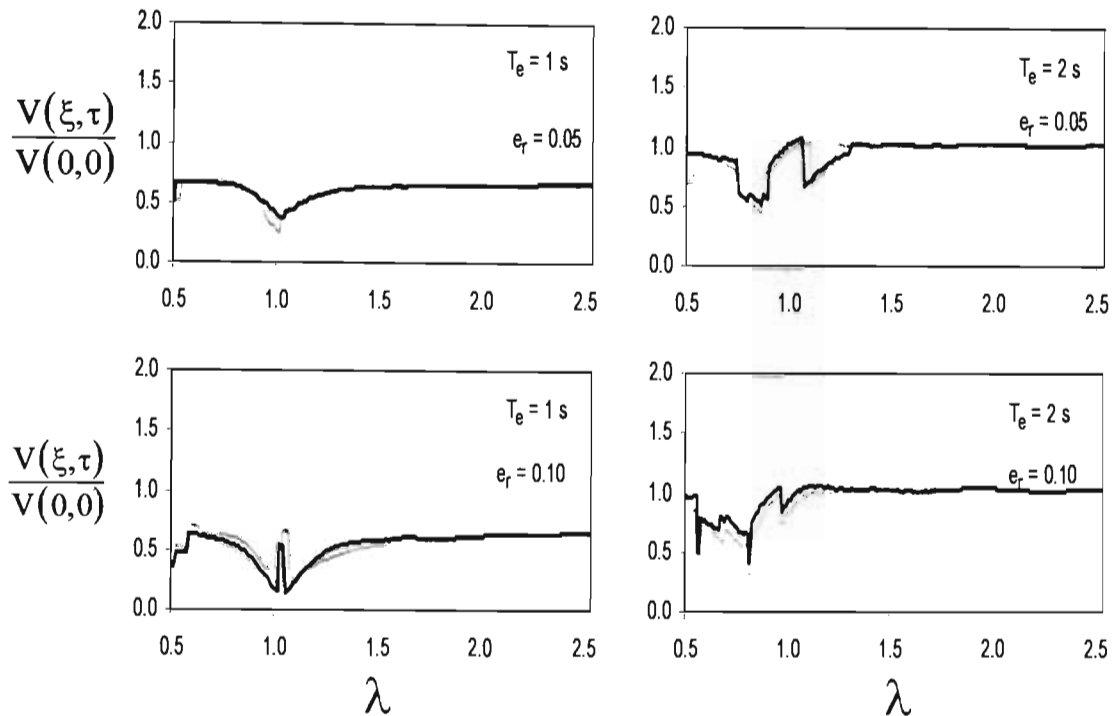


Figura 34. Fuerza cortante rigurosa (en gris) y aproximada (en negro), cuando el sismo de El Centro incide en la interfaz semiespacio-estrato; sistemas con $H_e/R = 1$, $D/R = 1/2$, $V_s/V_R = 0.2$ y $\gamma = 60^\circ$

Debido al gran contraste de rigidez estrato–semiespacio supuesto, el ángulo de propagación de las ondas sísmicas en el estrato es aproximadamente de 10 grados, razón por la que sólo en el caso de la función pulso que concentra la energía del movimiento en un número reducido de componentes armónicos, la excentricidad efectiva es mayor que la excentricidad de diseño. No obstante, algunas combinaciones de periodo fundamental y excentricidad estática alcanzan la excentricidad de diseño para los registros CU y El Centro, aun para esta incidencia casi vertical de las ondas sísmicas.

A partir de las gráficas de excentricidad efectiva puede concluirse que en términos generales, la expresión propuesta aproxima adecuadamente la excentricidad efectiva en estructuras asimétricas desplantadas en un estrato de suelo blando, excepto para algunas estructuras torsionalmente

flexibles poco probables en la práctica. Aunque la presencia del estrato de suelo blando reduce sensiblemente la torsión causada por la interacción cinemática, valores del contraste de rigidez suelo-semiespacio menos drásticos en combinación con una excitación de banda angosta pueden ocasionar importantes efectos de torsión, tal como sucede para una estructura de periodo largo moderadamente asimétrica, expuesta a la función tipo pulso. Una buena aproximación de la fuerza cortante rigurosamente calculada se obtiene aplicando la expresión 3.3.2, especialmente en el caso de estructuras torsionalmente rígidas.

Un ejercicio académico se ha realizado en este capítulo con el fin de validar las expresiones propuestas para estimar la excentricidad efectiva y la fuerza cortante en estructuras asimétrica apoyadas en un estrato de suelo blando. Las historias de aceleraciones de dos sismos severos, así como una función pulso construida con los parámetros característicos de otro movimiento sísmico fuerte, fueron usadas como un supuesto frente inclinado de ondas SH incidiendo en la frontera formada por el semiespacio y el estrato. La refracción del ángulo de incidencia ha sido considerada para calcular los movimientos efectivos de la cimentación. Funciones de impedancia adecuadas fueron usadas para modelar las propiedades del estrato⁵⁴. Para calcular la excentricidad efectiva se utilizó el criterio realista basado en la respuesta instantánea máxima de traslación más torsión de la estructura^{15,16}. Los resultados indican que las expresiones propuestas para calcular la excentricidad efectiva y el cortante de piso son también adecuadas para el caso de estructuras apoyadas en un estrato de suelo blando.

Capítulo 6

TORSIÓN EN ESTRUCTURAS DE VARIOS PISOS

Los resultados presentados en los capítulos 4 y 5 corresponden a un sistema de referencia de un piso que puede representar, en efecto, la respuesta de una estructura asimétrica de un solo nivel, o bien, la respuesta de una estructura de varios pisos que responde esencialmente en su modo fundamental, tanto de traslación como de torsión. Se estudia en este capítulo la torsión causada por el paso de las ondas en estructuras asimétricas de varios pisos que poseen las características de regularidad siguientes:

Los centros de masa de los pisos permanecen verticalmente alineados.

Los centros de rigidez y geométricos coinciden y están verticalmente alineados.

El radio de giro de todos los pisos es el mismo.

La relación de rigidez en dos direcciones perpendiculares permanece constante en todos los pisos.

En la primera parte de este capítulo se estudia la validez de la expresión 3.3.21 para estimar la excentricidad efectiva debida a la rotación de la base de estructuras de dos pisos; en la segunda se comparan, en términos de la excentricidad efectiva y el momento torsionante en la base, la respuesta de estructuras de dos pisos con las del sistema equivalente definido por las expresiones de la sección 2.4 y, finalmente, los mismos parámetros de comparación son utilizados para

establecer la precisión con la que dicho sistema equivalente representa los efectos de torsión en estructuras de varios pisos.

6.1 EXCENTRICIDAD EFECTIVA EN ESTRUCTURAS DE DOS PISOS

A partir del sistema de ecuaciones de movimiento 2.3.3 de estructuras de varios pisos, se construyen las ecuaciones paramétricas de una estructura de dos pisos en términos de las propiedades del primer piso²⁹. La solución del problema de valores característicos de la estructura considerada simétrica conduce, para el tipo de estructuras con la regularidad geométrica antes descrita, a la relación de periodos desacoplados traslación-torsión siguiente:

$$\lambda = \delta_R \sqrt{2 \left(1 + \frac{K_y}{K_x} \right)} \quad (6.1.1)$$

Donde δ_R es la fracción del radio R que determina la posición de los elementos resistentes con rigidez K_x y K_y en dos direcciones perpendiculares. Esta expresión fue deducida para estructuras de varios pisos en la sección 2.4.

Basados en los estudios de torsión previamente presentados, se calcula la excentricidad efectiva generada en cada piso de estructuras robustas ($H_e/R = 1$), someramente enterradas ($D/R = 1/4$), con asimetrías pequeña y moderada ($e_r = 0.05$ y 0.10) y sujetas a un supuesto frente plano de ondas SH con un gran ángulo de incidencia ($\gamma = 60^\circ$). En la figura 35 se presenta la excentricidad efectiva que resulta en ambos pisos de una estructura de periodo corto ($T_e = 0.5$ s) sujeta a los movimientos efectivos de la cimentación causados por el sismo de El Centro. Puede observarse que la excentricidad efectiva rigurosa es similar en ambos pisos; y que la excentricidad efectiva aproximada es adecuada para representar los efectos de torsión, especialmente para sistemas torsionalmente flexibles, tendiendo a sobrestimarlos con el incremento de la asimetría. En la figura 36 se muestran los resultados para una estructura flexible ($T_e = 1$ s) sujeta al sismo de Manzanillo. En este caso, la excentricidad efectiva rigurosa es mayor que la aproximada para

algunas estructuras torsionalmente flexibles, aunque la solución aproximada en general es conservadora, especialmente para estructuras torsionalmente rígidas con asimetría moderada. Para el conjunto de estructuras estudiadas la excentricidad efectiva calculada rigurosamente rebasa la excentricidad de diseño, indicada en ambas figuras con una línea horizontal.

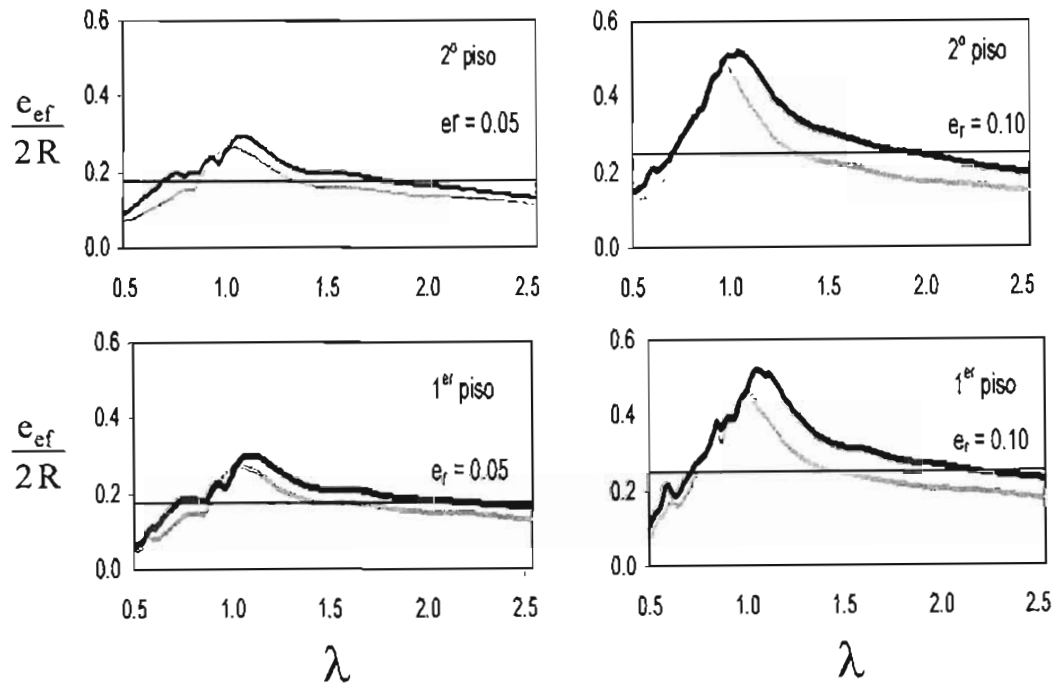


Figura 35. Excentricidad efectiva rigurosa (línea gris) y aproximada (línea negra) en los pisos de una estructura asimétrica sujeta al sismo de El Centro; sistema con $T_e = 0.5$ s, $H_e/R = 1$, $D/R = 1/4$, $\tau_w = 0.25$ y $\gamma = 60^\circ$. La línea horizontal indica la excentricidad de diseño

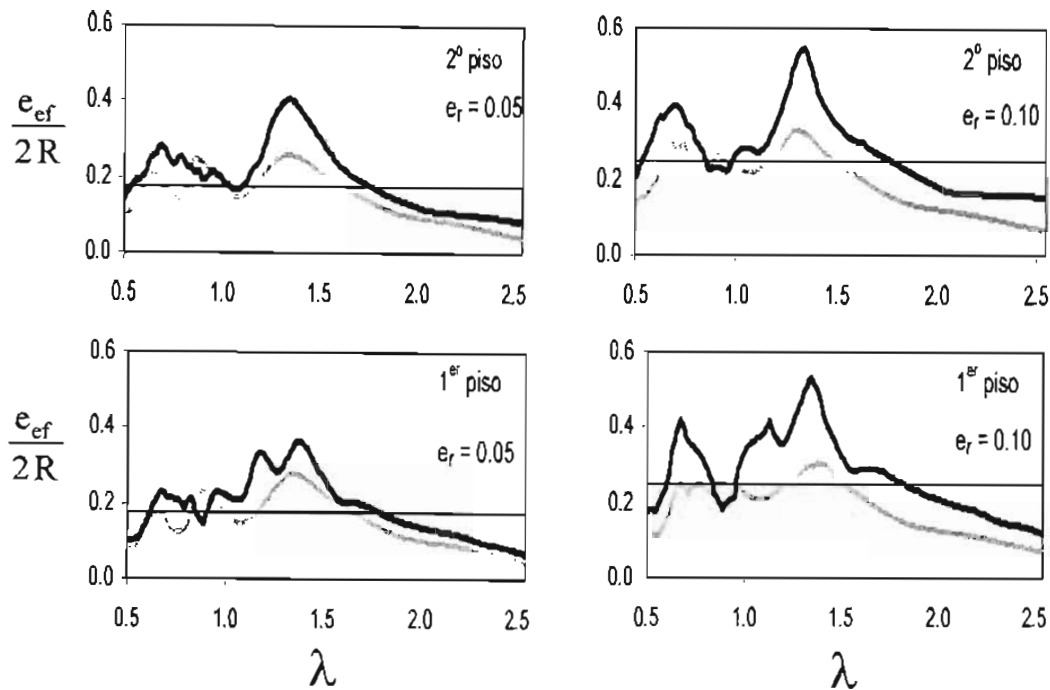


Figura 36. Excentricidad efectiva rigurosa (línea gris) y aproximada (línea negra) en los dos pisos de una estructura asimétrica sujeta al sismo de Manzanillo; sistema con $T_e = 1$ s, $H_e/R = 1$, $D/R = 1/4$, $\tau_w = 0.25$ y $\gamma = 60^\circ$. La línea horizontal indica la excentricidad de diseño

6.2 SISTEMA EQUIVALENTE EN ESTRUCTURAS DE DOS PISOS

Se comparan ahora las respuestas rigurosamente calculadas de las estructuras estudiadas en la sección 6.1, con las respuestas de sus sistemas equivalentes construidos según las expresiones de la sección 2.4. Ciertas diferencias deben esperarse en la aproximación de la respuesta de un sistema donde participan más de dos frecuencias y modos de vibración mediante sistemas equivalentes que poseen únicamente dos de ellos. En la figura 37 se muestra la variación de las frecuencias naturales ω_n en función de λ , normalizadas por la frecuencia fundamental desacoplada de traslación ω_e , de una estructura simétrica de dos pisos con base rígida. Las líneas horizontales corresponden a frecuencias relacionadas con modos de traslación, y las inclinadas,

asociadas con modos de torsión. A la estructura de un piso pertenecen sólo las frecuencias representadas por las líneas con relación de frecuencias o pendiente igual a uno. A cada frecuencia corresponde un modo de traslación o torsión según el valor de λ .

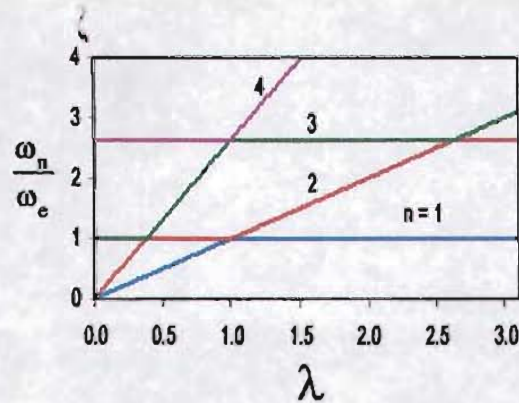


Figura 37. Frecuencias naturales normalizadas de una estructura simétrica de dos pisos con base rígida: primera frecuencia (en azul), segunda (en rojo), tercera (en verde) y cuarta (en morado)

Con la asimetría de la estructura los modos de vibración dejan de ser puros para tornarse en configuraciones compuestas de movimientos en dos o más direcciones, o modos acoplados. Sin embargo, para asimetrías pequeñas aún es posible establecer la tendencia de cada modo. En la figura 38 se presentan las frecuencias naturales normalizadas de una estructura de dos pisos con base rígida en función de λ , con asimetría pequeña y moderada. Si se asume un comportamiento de los modos acoplados similar al de los correspondientes desacoplados, es decir, que a la curva con pendiente nula le corresponde un modo de traslación, o en caso contrario un modo de torsión, y se concentra la atención en el rango de valores de λ de interés práctico definido por las líneas punteadas verticales, para estructuras de varios pisos puede inferirse lo siguiente:

Las primeras frecuencias de traslación y torsión se alejan con el incremento de la excentricidad estática, especialmente para valores de λ alrededor de uno.

La primera frecuencia de torsión y la segunda de traslación se aproximan con el incremento de la excentricidad estática, particularmente para valores de λ alrededor de uno.

La participación en la respuesta estructural de la segunda frecuencia de torsión es importante sólo para valores de λ alrededor de uno, en especial para estructuras con asimetría moderada.

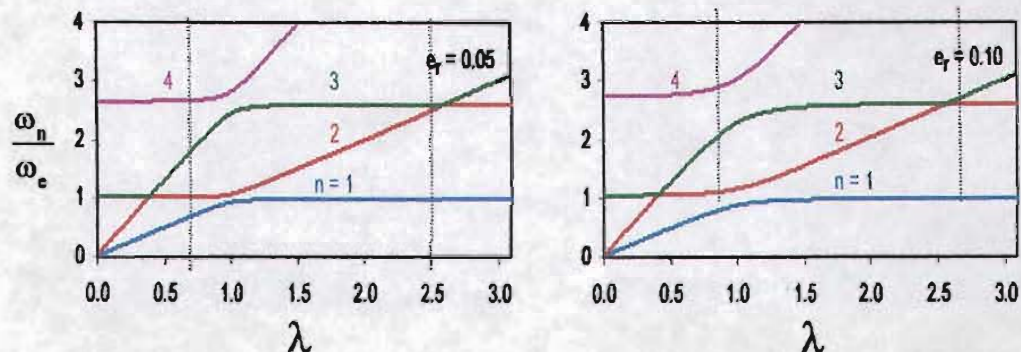


Figura 38. Frecuencias naturales acopladas ω_n de estructuras asimétricas de dos pisos con base rígida, normalizadas con la frecuencia fundamental desacoplada de traslación ω_e

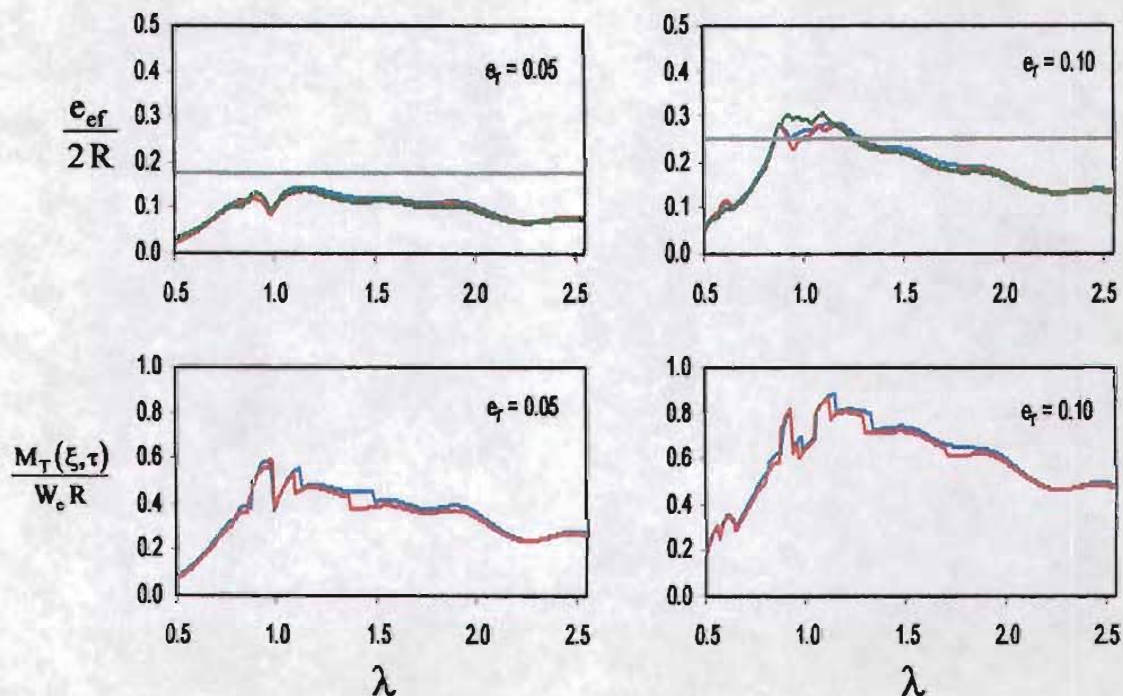


Figura 39. Excentricidad efectiva y momento de torsión normalizado, en los pisos de una estructura de periodo corto y en su sistema equivalente (en azul), sujetos al sismo de El Centro; sistema con $T_e = 0.5$ s, $H_e/R = 1$, $D/R = 1/4$, $\tau_w = 0.05$ y $\gamma = 60^\circ$

En la figura 39 se muestran la excentricidad efectiva y el momento de torsión normalizado con el producto del peso de la estructura y el radio de la cimentación, que ocurren en una estructura de periodo corto ($T_e = 0.5$ s) y en su sistema equivalente, cuando se desplanta en un suelo cuasi rígido ($\tau_w = 0.05$) y es excitada por el sismo de El Centro. Se observa que, en efecto, para la condición de base rígida, la torsión en una estructura de varios pisos puede ser correctamente evaluada mediante un sistema de un piso con las características definidas en la sección 2.4. Asimismo, se aprecia que independientemente del grado de asimetría de la estructura, la excentricidad efectiva es similar en ambos pisos.

En estructuras de dos pisos con las características de regularidad descritas, la masa equivalente representa el 95 % de la masa de la estructura real, según la ecuación 2.4.1, mostrando un claro dominio del modo fundamental en la respuesta, y la altura equivalente representa el 81% de la altura total de la estructura de dos pisos, de acuerdo a la ecuación 2.4.4. A partir de esta información, se intuye que las respuestas deben de ser similares en ambos sistemas.

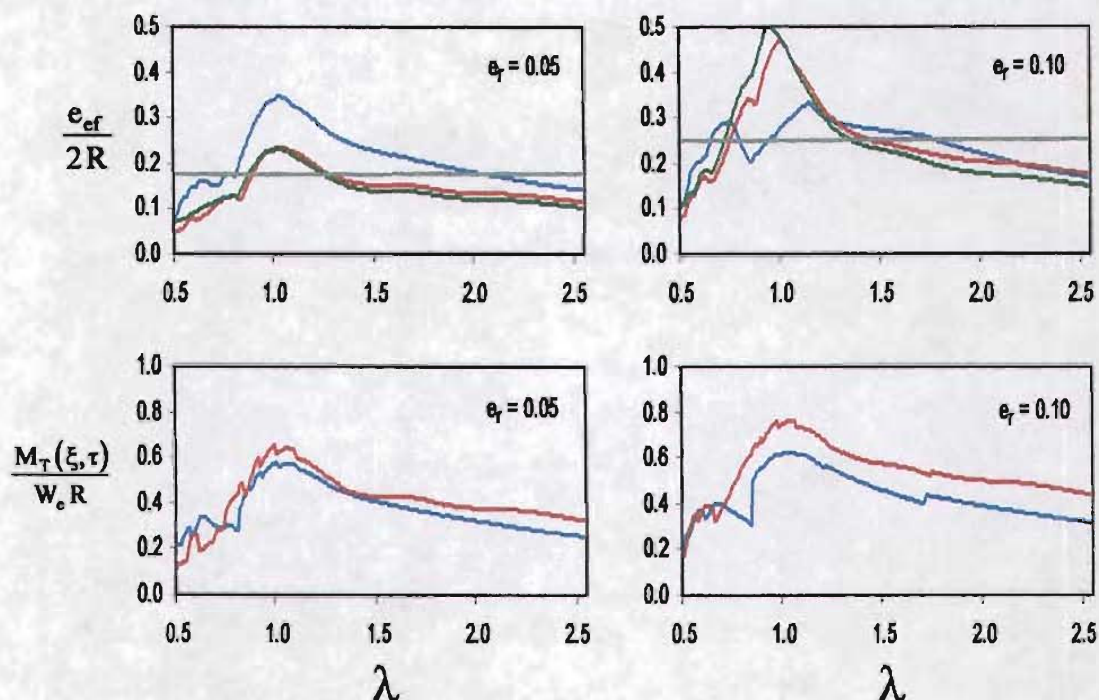


Figura 40. Excentricidad efectiva y momento de torsión en la base, en una estructura rígida de dos pisos y en su sistema equivalente (en azul), sujetos al sismo de El Centro; sistema con $T_e = 0.5$ s, $H_e/R = 1$, $D/R = 1/4$, $\tau_w = 0.25$ y $\gamma = 60^\circ$

En la figura 40 se compara la excentricidad efectiva que resulta en ambos pisos de una estructura de dos pisos de periodo corto y sujeta al sismo de El Centro, con la que resulta en su sistema equivalente. Se observa que para pequeñas asimetrías el sistema equivalente sobrestima la excentricidad efectiva rigurosa; sin embargo, en el caso de asimetrías moderadas el sistema equivalente subestima en forma importante la excentricidad efectiva que ocurre en estructuras con valores de λ alrededor de uno, debido a la incapacidad del sistema equivalente para considerar el acoplamiento del segundo modo de torsión con el primero de traslación, especialmente importante en este rango de valores de λ , y al contenido de frecuencias del sismo en cuestión. En la misma figura se muestra la comparación de los momentos de torsión normalizados que ocurre en la base de ambos sistemas. Se presenta una buena correlación en sistemas con poca asimetría y alguna diferencia importante constante para estructuras torsionalmente rígidas con asimetría moderada.

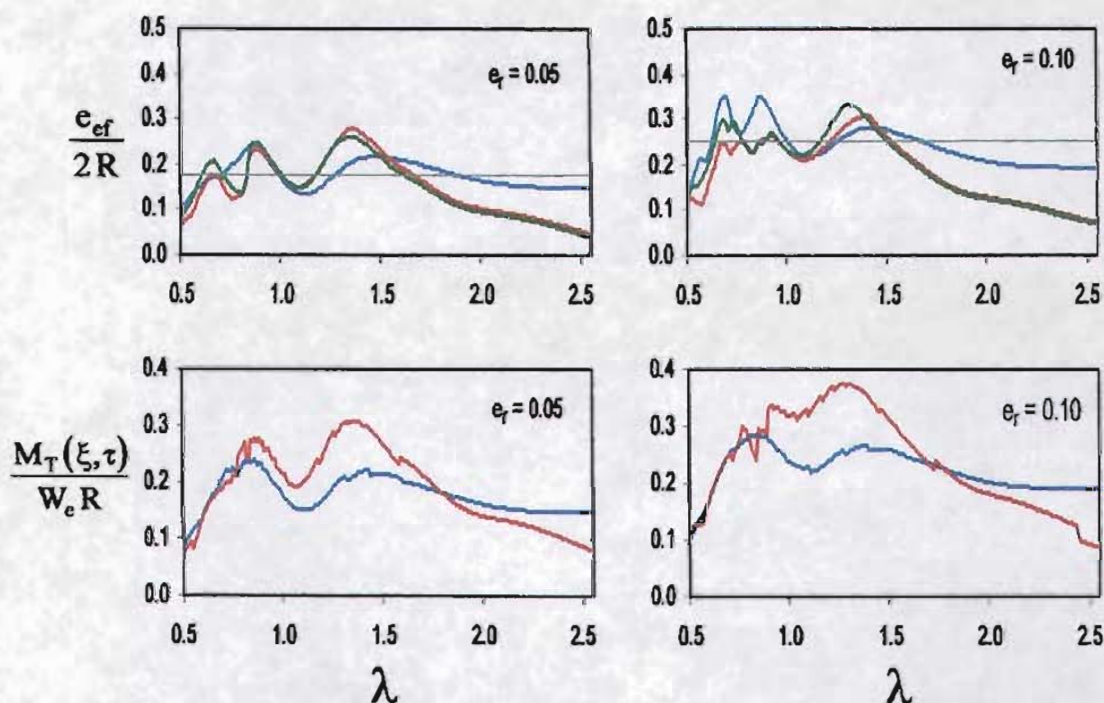


Figura 41. Excentricidad efectiva y momento de torsión en la base, en una estructura flexible de dos pisos y en su sistema equivalente (en azul), sujetos al sismo de Manzanillo; sistema con $T_e = 1$ s, $H_e/R = 1$, $D/R = 1/4$, $\tau_w = 0.25$ y $\gamma = 60^\circ$

En las figuras 41 se comparan los efectos de torsión en una estructura de periodo largo y su sistema equivalente, cuando son excitados por el sismo de Manzanillo. En este caso existen mayores diferencias en los resultados, tanto para la excentricidad efectiva como para el momento de torsión. La excentricidad efectiva aproximada no estima suficientemente bien la que ocurre en la estructura real, si bien las diferencias no son mayores al 20% y la excentricidad efectiva rigurosa apenas rebasa la especificación de diseño. El sistema equivalente resulta aún más deficiente para estimar el momento de torsión en la base, especialmente para estructuras con asimetría moderada con valores de λ comprendidos entre 1 y 1.5. Estas diferencias y las encontradas en el caso de la estructura de periodo corto sugieren que el sistema equivalente requiere ser replanteado para estructuras con base deformable, posiblemente a consecuencia del alargamiento del periodo fundamental, la participación en la respuesta de modos complejos y, en alguna medida, a la incorporación en las ecuaciones de movimiento de las masas de la cimentación y el suelo.

6.3 SISTEMA EQUIVALENTE EN ESTRUCTURAS DE CINCO PISOS

Se estudia la respuesta de estructuras asimétricas de cinco niveles cuyo esquema se muestra en la figura 42. En las tablas II y III se describen las propiedades mecánicas y las características geométricas de las estructuras analizadas. M , J y H son la masa, el momento de inercia de masa y la altura de cada piso, respectivamente. En las tablas IV se resumen las características del sistema equivalente de cada estructura.

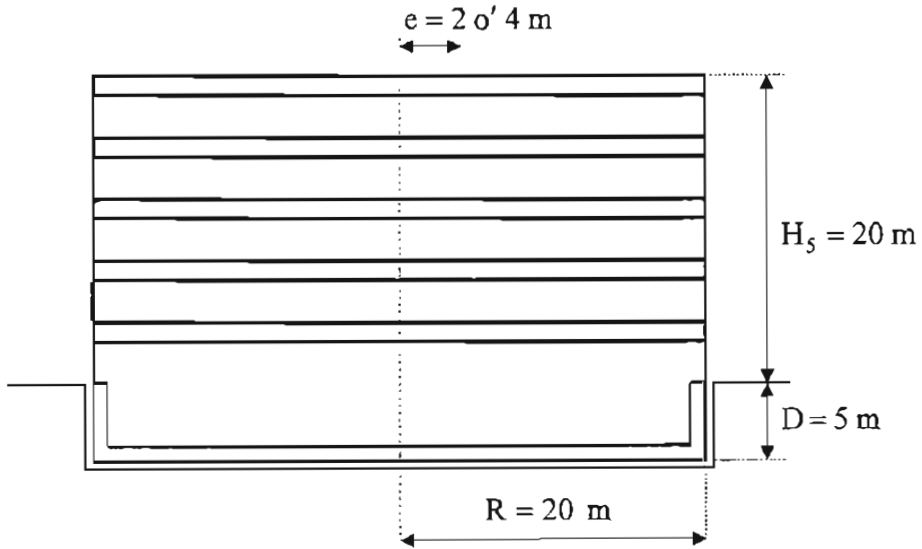


Figura 42. Esquema de una estructura de cinco pisos

Tabla II. Ejemplo 1: Estructura de periodo corto sujeta al sismo de El Centro $T_e = 0.52 \text{ s}$, $\zeta_e = 0.05$, $D = 5 \text{ m}$, $R = 20 \text{ m}$, $\tau_w = 0,05 \text{ y } 0.25$, $\gamma = 30^\circ \text{ y } 60^\circ$					
	M $\text{kg} \times 10^3$	J $\text{kg} - \text{m}^2 \times 10^5$	K_x $\text{N} / \text{m} \times 10^6$	K_y $\text{N} / \text{m} \times 10^6$	H m
1	1.0	2.0	2.0	2.0	4
2	1.0	2.0	2.0	2.0	8
3	1.0	2.0	1.6	1.6	12
4	1.0	2.0	1.6	1.6	16
5	1.0	2.0	1.2	1.2	20

Tabla III. Ejemplo 2: Estructura de periodo largo sujeta al sismo de Manzanillo					
$T_e = 1 \text{ s}$, $\zeta_e = 0.05$, $D = 5 \text{ m}$, $R = 20 \text{ m}$, $\tau_w = 0.05 \text{ y } 0.25$, $\gamma = 30^\circ \text{ y } 60^\circ$					
	M	J	K_x	K_y	H
	$\text{kg} \times 10^3$	$\text{kg} - \text{m}^2 \times 10^5$	$\text{N} / \text{m} \times 10^6$	$\text{N} / \text{m} \times 10^6$	m
1	1.0	2.0	0.52	0.52	4
2	1.0	2.0	0.52	0.52	8
3	1.0	2.0	0.42	0.42	12
4	1.0	2.0	0.42	0.42	16
5	1.0	2.0	0.32	0.32	20

La masa y altura de ambos sistemas equivalentes representan, de acuerdo a las ecuaciones 2.4.1 y 2.4.4, el 85% y 71% de la masa y altura de las estructuras de cinco niveles, respectivamente. De esta información se intuye que la respuesta aproximada será menos precisa que en el caso de las estructuras de dos pisos.

Tabla IV. Propiedades de los sistemas equivalentes		
$D = 5 \text{ m}$, $R = 20 \text{ m}$, $\tau_w = 0.25 \text{ y } \gamma = 30^\circ \text{ y } 60^\circ$		
Ejemplo	1	2
$T_e \text{ (s)}$	0.52	1.01
$m_{eq} \text{ (kg} \times 10^3\text{)}$	4.267	4.267
$J_{eq} \text{ (kg} - \text{m}^2 \times 10^5\text{)}$	8.534	8.534
$K_{eq} \text{ (N} / \text{m} \times 10^6\text{)}$	0.627	0.164
$H_{eq} \text{ (m)}$	14.33	14.33
$e_{eq} \text{ (m)}$	e	e
Sismo	El Centro	Manzanillo

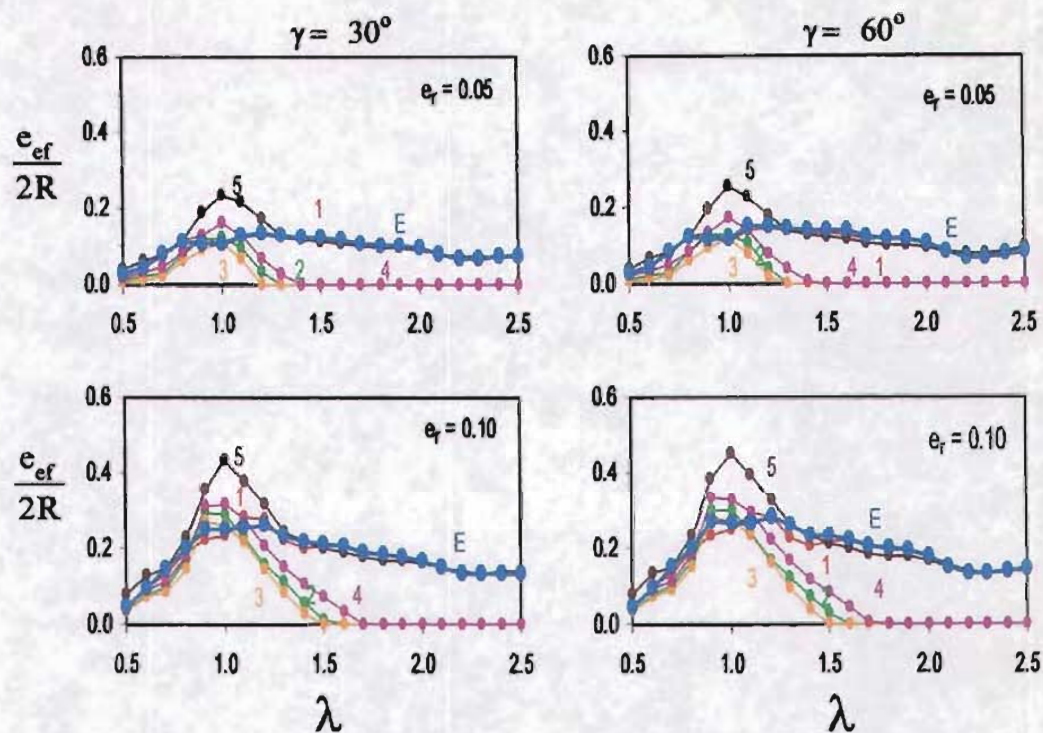


Figura 43. Excentricidad efectiva en la estructura del ejemplo 1 y en su sistema equivalente (en azul) considerando base rígida ($\tau_w = 0.05$). Los números indican el piso, y la letra E, el sistema equivalente

Para mostrar la precisión con la que el sistema equivalente representa la respuesta de la estructura real, en las figuras 43 y 44 se comparan, respectivamente, la excentricidad efectiva en los pisos y el momento de torsión en la base de la estructura del ejemplo 1 y de su sistema equivalente, suponiendo que se desplantan en un suelo rígido simulado por un $\tau_w = 0.05$. Se observa que el sistema equivalente representa con acierto la excentricidad efectiva del primer piso, en general sobrestima la de los niveles intermedios, pero subestima la que ocurre en el nivel superior de sistemas torsionalmente flexibles, especialmente para asimetría moderada. Con respecto al momento de torsión en la base, normalizado por el momento de torsión riguroso máximo de la estructura real $M_{T,m\acute{a}x}$, la representación de los efectos de torsión mediante el sistema equivalente es adecuada.

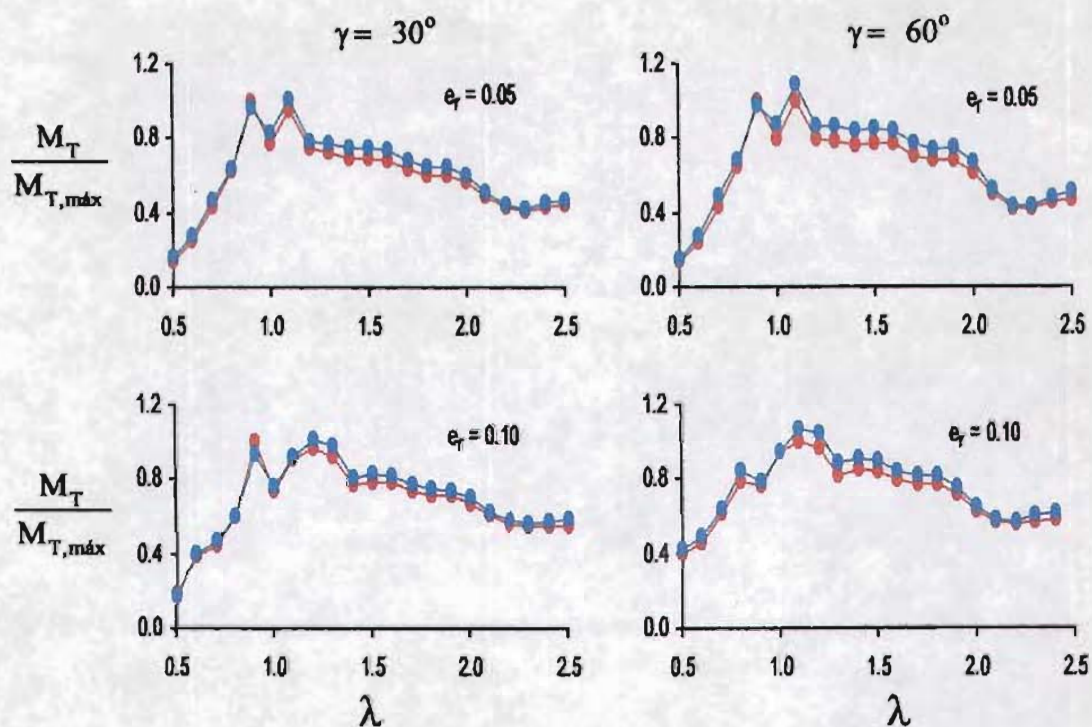


Figura 44 Momento de torsión en la base de la estructura del ejemplo 1 (en rojo) y de su sistema equivalente (en azul) considerando base rígida ($\tau_w = 0.05$)

La excentricidad efectiva que ocurre en la estructura del ejemplo 1 y su sistema equivalente cuando se consideran desplantados en un suelo deformable ($\tau_w = 0.25$), se aprecia en la figura 45. Aunque la excentricidad efectiva del sistema equivalente tiende a la correspondiente del primer piso del sistema real, lo hace con menor precisión que en el caso de base rígida; para estructuras con asimetría moderada sujeta a grandes ángulo de incidencia de las ondas, la representación de la excentricidad efectiva de los pisos superiores se subestima, particularmente para estructuras torsionalmente flexibles. Respecto del momento de torsión en la base, ver figura 46, el sistema equivalente es adecuado para estructuras torsionalmente flexibles, pero subestima la respuesta de estructuras torsionalmente rígidas.

En las figuras 47 y 48 se presentan la excentricidad efectiva y el momento de torsión, respectivamente, para la estructura del ejemplo 2 en su condición de base rígida ($\tau_w = 0.05$). En el caso de la excentricidad efectiva se tiene una adecuada representación de la torsión del sistema

real; sin embargo, el momento de torsión en la base del sistema equivalente resulta menor que el de la estructura de varios pisos, especialmente para sistemas torsionalmente rígidos sujetos a grandes ángulos de incidencia de las ondas sísmicas.

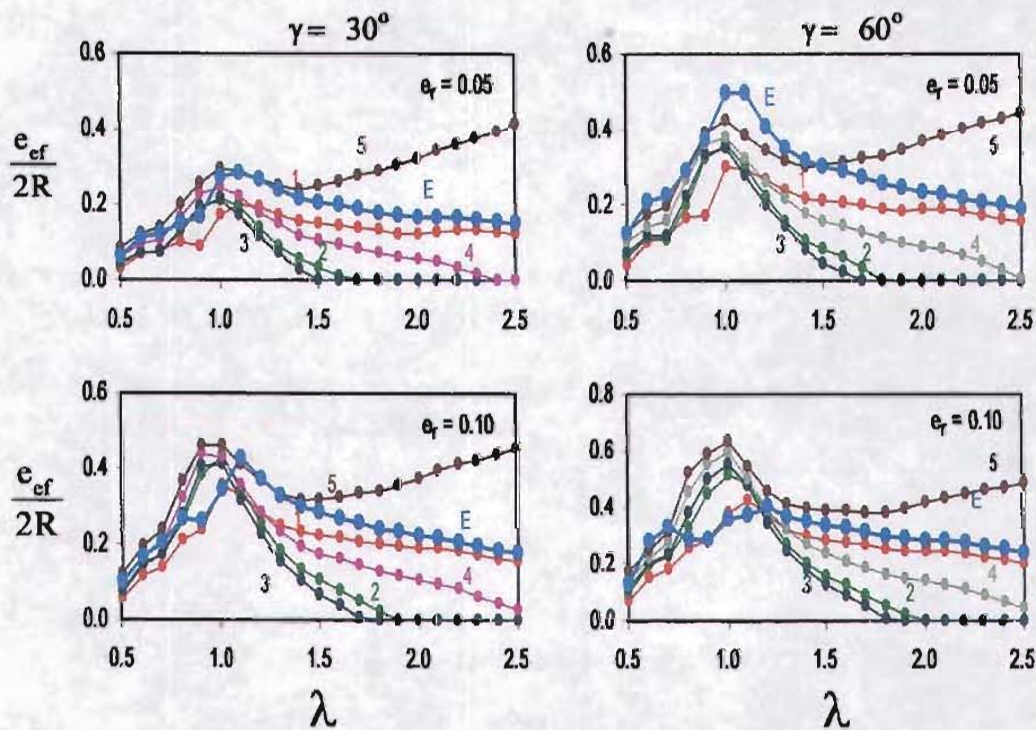


Figura 45. Excentricidad efectiva en la estructura del ejemplo 1 y su sistema equivalente (en azul) considerando base flexible ($\tau_w = 0.25$). Los números indican el piso, y la letra E, el sistema equivalente

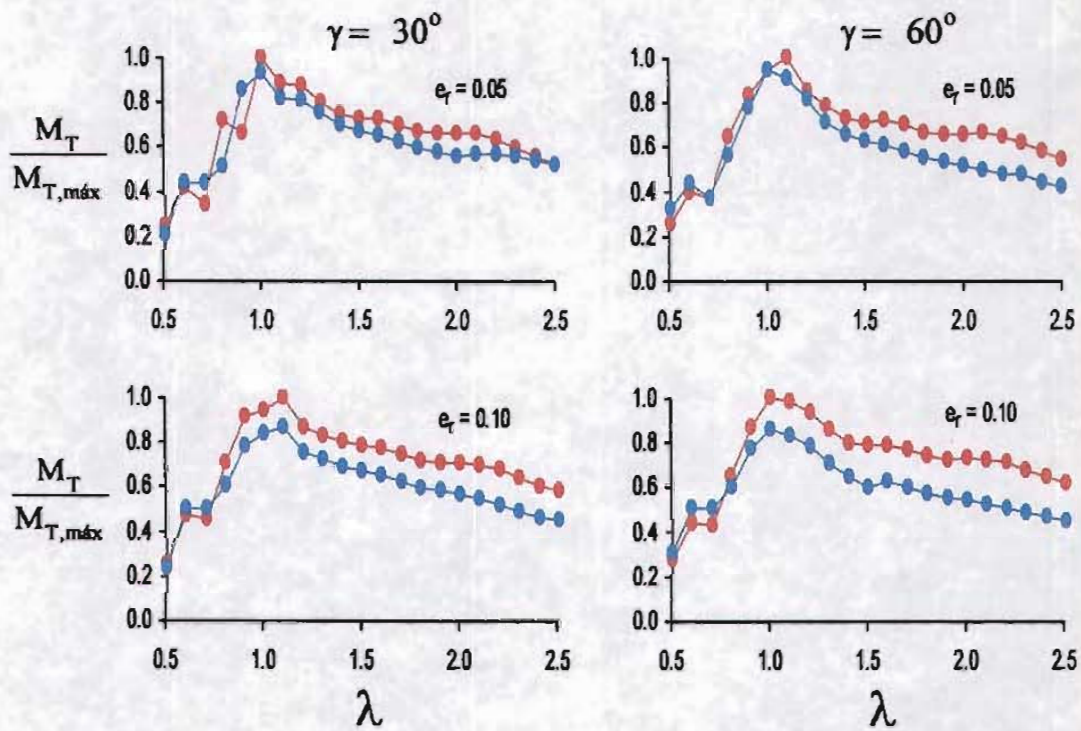


Figura 46 Momento de torsión en la base de la estructura del ejemplo 1 (en rojo) y de su sistema equivalente (en azul), considerando base flexible ($\tau_w = 0.25$)

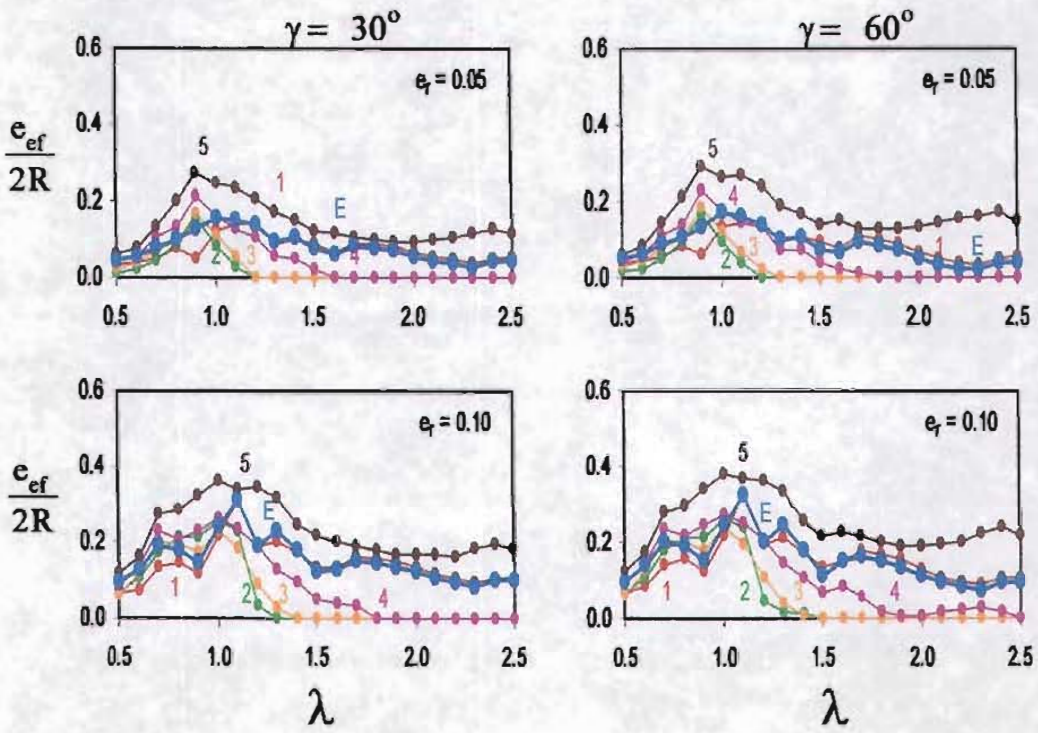


Figura 47. Excentricidad efectiva en la estructura del ejemplo 2 y su sistema equivalente (en azul) considerando base rígida ($\tau_w = 0.05$). Los números indican el piso, y la letra E, el sistema equivalente

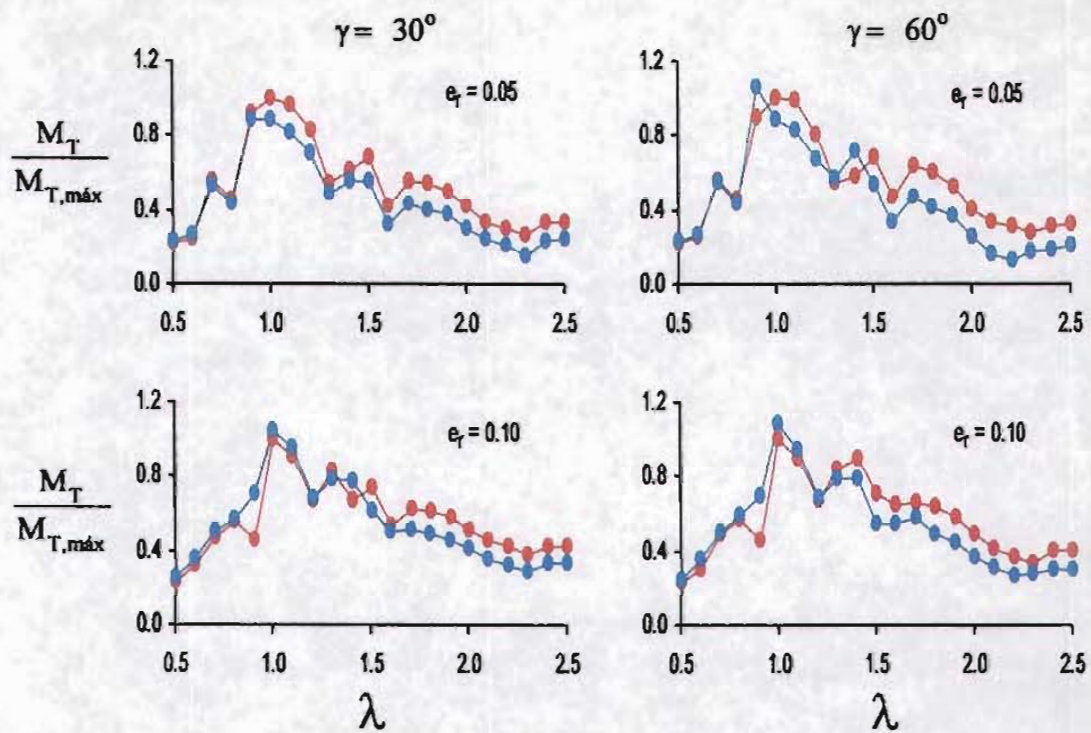


Figura 48 Momento de torsión en la base de la estructura del ejemplo 2 (en rojo) y de su sistema equivalente (en azul), considerando base rígida ($\tau_w = 0.05$)

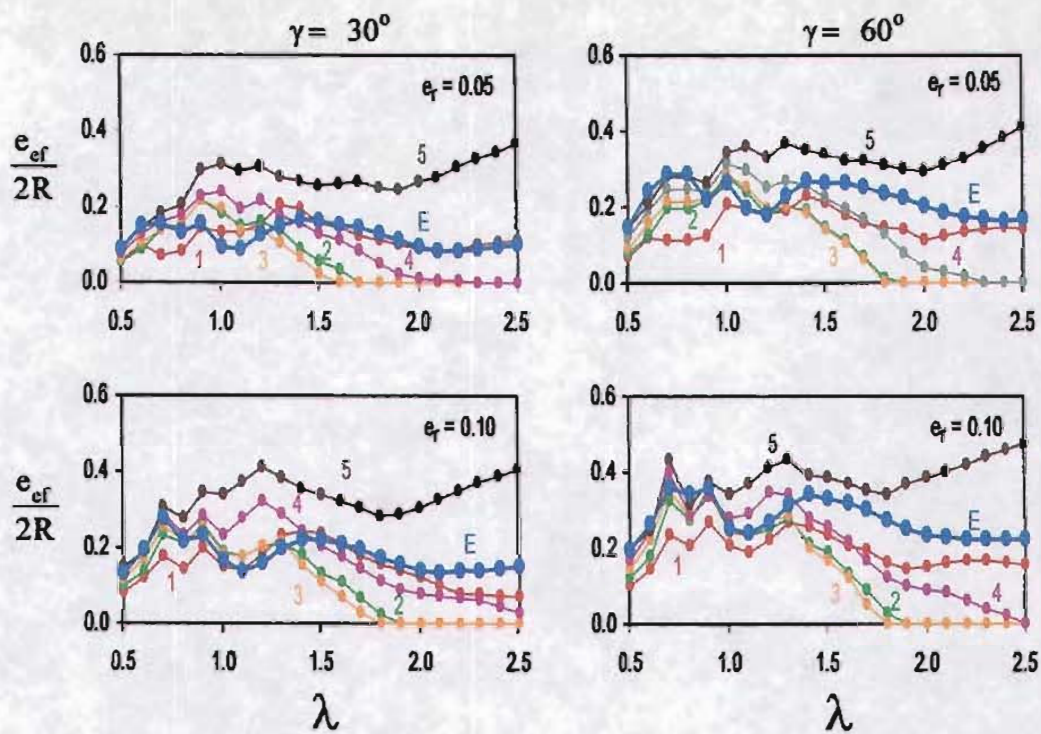


Figura 49. Excentricidad efectiva en la estructura del ejemplo 2 y su sistema equivalente (en azul) considerando base flexible ($\tau_w = 0.25$). Los números indican el piso, y la letra E, el sistema equivalente

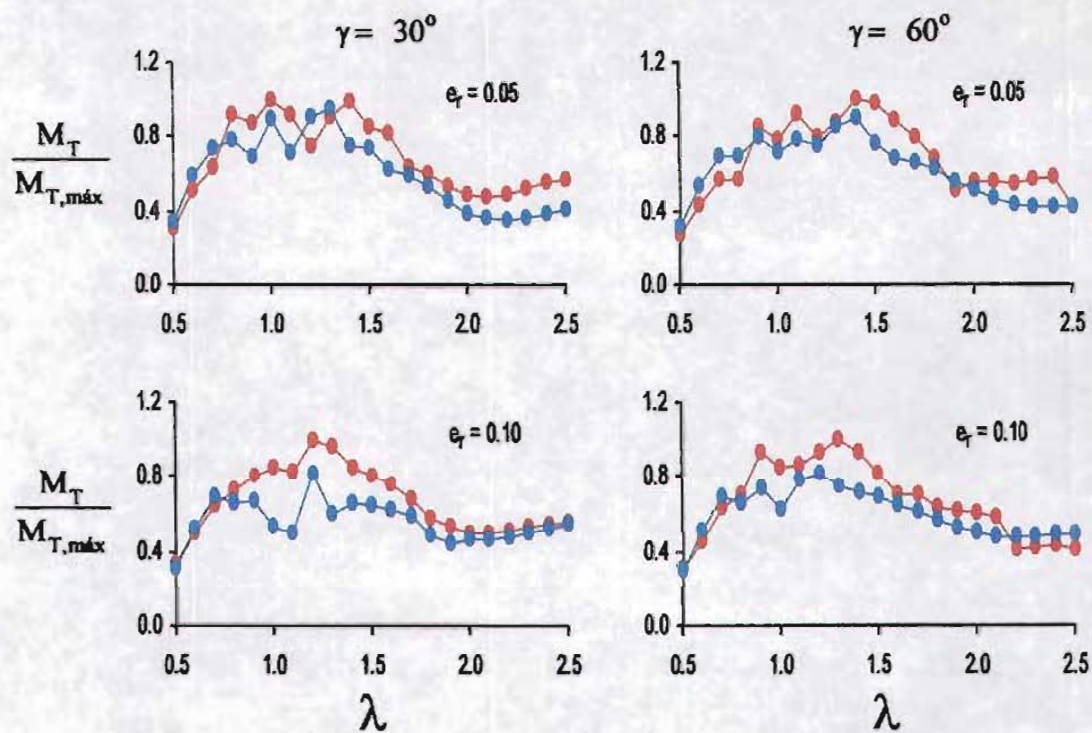


Figura 50 Momento de torsión en la base de la estructura del ejemplo 2 (en rojo) y de su sistema equivalente (en azul) considerando base flexible ($\tau_w = 0.25$)

Los efectos de torsión para la estructura del ejemplo 2 considerando base deformable se muestran en las figuras 49 y 50. Nuevamente, la excentricidad efectiva del sistema equivalente tiende a representar adecuadamente la que ocurre en el primer piso de la estructura real, subestimando la de los pisos superiores de sistemas torsionalmente flexibles, de manera que su eficiencia disminuye al introducir los efectos de interacción en el análisis. Con respecto al momento de torsión, el sistema equivalente conduce a errores importantes, del orden del 25 a 30%, en su determinación, sobretodo para sistemas torsionalmente flexibles con asimetría moderada.

En este capítulo se estudiaron los efectos de torsión que ocurren en estructuras de varios pisos con ciertas características de regularidad geométrica. A la luz de los resultados obtenidos se concluye que para estructuras regulares la excentricidad efectiva es uniforme con respecto a la altura de la estructura, y que es estimada con precisión suficiente por la expresión propuesta. También se exploró la posibilidad de que un sistema equivalente desarrollado para estudiar los

efectos de interacción en estructuras simétricas de varios pisos, pueda ser utilizado para calcular la respuesta a la torsión de estructura asimétrica con base flexible, representando los efectos de torsión mediante la excentricidad efectiva y el momento de torsión en la base. No obstante su sencillez, el sistema equivalente estima la excentricidad efectiva con precisión suficiente desde un punto de vista práctico, particularmente la que ocurre en el primer piso del sistema real. Sin embargo, la representación de los efectos de torsión en términos del momento de torsión no es satisfactoria, ya que se generan errores de hasta el 30 % del valor del momento de torsión en la base de la estructura de varios pisos.

Capítulo 7

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

En este trabajo se estudió la torsión inducida por el paso de las ondas sísmicas en estructuras elásticas parcialmente simétricas con base deformable, usando un modelo simplificado de referencia apoyado en un semiespacio viscoelástico homogéneo o en un estrato de suelo blando, y sujeto a los movimientos de traslación y rotación de la cimentación causados por la variación espacial del movimiento de campo libre de sismos severos, supuestamente compuestos por un tren de ondas planas SH con incidencia oblicua. De los resultados obtenidos se establecen las conclusiones siguientes:

1. La excentricidad efectiva debida al paso de las ondas que ocurre en estructuras parcialmente asimétricas con cimentaciones extendidas puede rebasar la especificación de diseño durante sismos severos. La torsión generada depende principalmente de la relación de periodos desacoplados traslación-torsión de la estructura, el grado de asimetría, el contraste de rigidez estructura-suelo y la naturaleza de la excitación.
2. La expresión propuesta en este trabajo para estimar la excentricidad efectiva en estructuras asimétricas con base deformable, a partir de la combinación de respuestas con condiciones de simetría y apoyo más simples de analizar, proporciona valores adecuados de la excentricidad efectiva rigurosamente calculada, excepto para algunas estructuras torsionalmente flexibles poco comunes en la práctica. Esta expresión incluye un término de acoplamiento de la torsión natural y

la interacción no considerado por los códigos de diseño por sismo vigentes, si bien es un término cuya importancia práctica está limitada a estructuras torsionalmente flexibles poco comunes en la práctica.

3. La expresión propuesta aplica tanto para estructuras enterradas en un semiespacio homogéneo como para estructuras desplantadas en un estrato de suelo blando, siempre que se utilicen las rigideces dinámicas apropiadas y se considere adecuadamente el ángulo de incidencia en la determinación de los movimientos efectivos de la cimentación. No obstante que los movimientos efectivos de rotación disminuyen al propagarse a través del estrato, algunas situaciones desfavorables pueden resultar de la combinación de grandes ángulos de incidencia y contrastes de rigidez estrato-semiespacio no muy pronunciados.
4. En estructuras asimétricas de varios pisos con base deformable que satisfacen las condiciones de regularidad siguientes: 1) los centros de masa están alineados verticalmente, 2) los centros de rigidez y geométrico coinciden y están alineados verticalmente, 3) el radio de giro es el mismo en todos los pisos y 4) la relación de rigideces en dos direcciones perpendiculares es constante en todos los pisos, la excentricidad efectiva de una estructura asimétrica puede ser evaluada aproximadamente mediante un sistema equivalente desarrollado para la solución del problema de interacción en estructuras simétricas, añadiendo al sistema equivalente una excentricidad estática igual a la de la estructura de varios pisos.
5. Debido a que la determinación del sistema equivalente se realiza para la estructura de varios pisos con base rígida, este sistema es deficiente en la representación del momento de torsión en la base de estructuras con base deformable, especialmente para estructuras con asimetría moderada.
6. El criterio alterno propuesto en este trabajo para determinar directamente la fuerza cortante y el momento de torsión de estructuras asimétricas con base flexible, no siempre conduce a valores conservadores de la respuesta estructural, especialmente

para grandes ángulos de incidencia. Esta limitación puede eliminarse calculando y proponiendo coeficientes de fuerzas en función del ángulo de incidencia. El método es simple de aplicar, aunque la determinación de los coeficientes de cortante y momento de torsión debe provenir del análisis paramétrico de un número más grande de estructuras y eventos sísmicos.

Algunas recomendaciones sobre posibles extensiones de este trabajo son las siguientes:

- 1 Las funciones de impedancia de cimentaciones rectangulares pueden ser calculadas a partir de las funciones de impedancia correspondientes a una cimentación circular, por lo que es relativamente simple aplicar los criterios establecidos en este trabajo a estructuras de planta rectangular, con el propósito de estudiar la influencia de la relación de aspecto de la cimentación en los efectos de torsión causados por la interacción cinemática.
- 2 Aunque la solución propuesta para calcular la respuesta de estructuras parcialmente simétricas con base deformable, permite estimar los efectos de torsión causados por la rotación de la base debida tanto al paso de las ondas como a la incoherencia del movimiento del terreno, no es posible establecer recomendaciones sobre la excentricidad de diseño si no se incluye la torsión debida a las propiedades inciertas de la estructura. Se requieren investigaciones encaminadas a establecer de conjunto la participación de ambas causas: las propiedades inciertas y la rotación de la base.
- 3 A la luz de los resultados obtenidos, resulta evidente que en la determinación de las propiedades del sistema equivalente debe tomarse en cuenta la condición de base deformable de la estructura de varios pisos, que implica considerar el alargamiento del periodo fundamental de traslación, la participación en la respuesta de modos complejos, y la contribución de las masas de la cimentación y el suelo.

- 4 Sin duda, la validez de los estudios analíticos sobre la respuesta de sistemas suelo-estructura debe ser corroborada por medio de estudios experimentales de edificios instrumentados. El incuestionable avance alcanzado en la identificación modal de parámetros dinámicos de las estructuras a partir de registros de vibración ambiental o sísmicos, vuelve atractiva la idea de extenderlos hacia el estudio de los desplazamientos máximos de traslación más torsión durante sismos severos, no obstante que los estudios experimentales conducirán a la valoración de la respuesta considerando todas las fuentes de torsión estructural.

- 5 Es factible estudiar el comportamiento lineal de estructuras con base deformable sin las características de regularidad impuestas en este trabajo. La solución del sistema de ecuaciones aquí derivada permite estimar la respuesta lineal de estructuras de varios pisos cuyos centros de masa no se encuentren verticalmente alineados. La extensión de estas ecuaciones para estudiar el comportamiento dinámico de estructuras con asimetrías de masa y rigidez simultáneamente, es relativamente simple.

- 6 Un estudio más ambicioso deberá considerar el análisis de las ecuaciones de movimiento en el dominio del tiempo. Esto permitiría introducir efectos no lineales en la solución del problema de estructuras con efectos de torsión e interacción.

AGRADECIMIENTOS Y RECONOCIMIENTOS

Al Instituto Mexicano del Petróleo, mi agradecimiento por el apoyo total brindado para la realización de este proyecto, y mi reconocimiento por la labor que desarrolla para la capacitación de sus empleados en todos los niveles de estudios.

Mi más sincero agradecimiento al Dr. Javier Avilés López por el conocimiento transmitido, la información facilitada, el sinnúmero de horas de asesoría doctoral recibidas y la revisión crítica de los reportes parciales que permitieron la realización de este proyecto.

Gracias a la Dra. Martha Suárez, cuya tesis doctoral es base de esta investigación, por los valiosos comentarios y sugerencias hechos durante el desarrollo de esta investigación. Gracias a la M. en I. Bertha Olmos por haberme facilitado sus bases de datos de registros sísmicos y movimientos efectivos de la cimentación; su tesis de maestría es también soporte fundamental de este trabajo.

A los Drs. David Murià Vila, Gustavo Ayala Milián, Francisco José Sánchez-Sesma, Ernesto Heredia Zavoni, José Alberto Escobar Sánchez y Roberto Gómez Martínez, les agradezco la revisión crítica de la tesis; sus recomendaciones y comentarios están incluidos en este documento.

A los M. en C. Jesús Sosa, Roberto Estupiñan y Saúl De la Orta, compañeros de trabajo, quienes siempre manifestaron su interés en el desarrollo de este trabajo facilitándome artículos técnicos y soporte de cómputo.

NOTACIÓN

α_0	=	frecuencia adimensional
\bar{A}	=	matriz de transformación geométrica
β_w	=	excentricidad accidental debida al paso de las ondas sísmicas
c_{eq}	=	amortiguamiento equivalente
C_ϕ	=	amortiguamiento del suelo para el modo de cabeceo
C_h	=	amortiguamiento del suelo para el modo de traslación
C_θ	=	amortiguamiento del suelo para el modo de torsión
c_m	=	coeficiente dinámico de amortiguamiento del suelo
C_m	=	parte imaginaria de la rigidez dinámica del suelo
D	=	profundidad de enterramiento de la cimentación
δ_D	=	profundidad de enterramiento relativa
δ_h	=	esbeltez de la estructura
d_{ky}	=	relación de rigideces en dos direcciones ortogonales
δ_m	=	relación de masas de la cimentación y la estructura
δ_R	=	relación de radios de posición de los elementos resistentes y del piso
δ_ρ	=	relación de masas de la estructura y el suelo
Δ_o	=	movimiento efectivo de traslación de la cimentación
Δ_c	=	traslación de la cimentación
Δ_g	=	movimiento de campo libre del terreno en traslación
$\tilde{\Delta}_g$	=	vector de movimientos de campo libre del terreno
Δ_j	=	traslación del j-ésimo piso
Δ_m	=	traslación del centro de masa

$\Delta_{m,m\acute{a}x}$	=	traslación máxima del centro de masa
Δ_p	=	traslación en el perímetro de la estructura
$\Delta_{p,m\acute{a}x}$	=	traslación máxima en el perímetro de la estructura
$\tilde{\Delta}_s$	=	vector de desplazamientos relativos del sistema
e	=	excentricidad estática
e_a	=	excentricidad accidental
e_D	=	excentricidad de diseño
e_{ef}	=	excentricidad efectiva
e_j	=	excentricidad estática del j-ésimo piso
e_r	=	excentricidad estática relativa
ϕ_c	=	cabeceo de la cimentación
ϕ_o	=	movimiento efectivo de cabeceo de la cimentación
G_s	=	módulo al cortante del suelo
γ	=	ángulo de incidencia de las ondas sísmicas
\tilde{H}	=	vector de alturas de los pisos de la estructura
H_e	=	altura del sistema simplificado de referencia
H_{eq}	=	altura del sistema equivalente
H_s	=	espesor del estrato de suelo blando
\tilde{J}	=	vector de unos en los grados de libertad de la estructura sujetos a la acción sísmica
J_c	=	momento polar de inercia de masa de la cimentación
J_e	=	momento polar de inercia de masa del sistema simplificado de referencia
J_j	=	momento polar de inercia de masa del j-ésimo piso
K_T	=	rigidez a la torsión del sistema simplificado de referencia
k_{eq}	=	rigidez equivalente
K_ϕ	=	rigidez del suelo para el modo de cabeceo
K_h	=	rigidez del suelo para el modo de traslación
K_θ	=	rigidez del suelo para el modo de cabeceo

k_m	=	coeficiente dinámico de rigidez del suelo
K_m	=	parte real de la rigidez dinámica del suelo
\tilde{K}_m	=	rigidez dinámica del suelo
K_m^0	=	rigidez estática del suelo
K_x	=	rigidez a la traslación del sistema simplificado de referencia
\tilde{K}_x	=	matriz de rigidez a la traslación de la estructura simétrica de varios pisos
λ	=	relación de periodos desacoplados traslación-torsión de la estructura con base rígida
m_c	=	masa de la cimentación
m_e	=	masa del sistema simplificado de referencia
m_{eq}	=	masa equivalente
m_j	=	masa del j-ésimo piso
\bar{M}	=	matriz de masa
$M_T(\xi, 0)$	=	momento de torsión de la estructura asimétrica con base rígida
$M_T(0, \tau)$	=	momento de torsión de la estructura simétrica con base flexible
$M_{T1}(\xi, \tau)$	=	momento de torsión de la estructura asimétrica sujeta a los movimientos efectivos de traslación y cabeceo de la cimentación
$M_{T2}(0, \tau)$	=	momento de torsión en la estructura simétrica sujeta al movimiento efectivo de torsión de la cimentación
ν_s	=	relación de Poisson del suelo
Q_h	=	función de transferencia de traslación de la cimentación
Q_m	=	función de transferencia de cabeceo de la cimentación
Q_t	=	función de transferencia de torsión de la cimentación
θ	=	torsión del piso de la estructura
θ_o	=	movimiento efectivo de torsión de la cimentación
θ_o	=	movimiento efectivo de torsión de la cimentación
R	=	radio de la estructura
ρ_s	=	densidad de masa del suelo
T_e	=	periodo fundamental de traslación de la estructura simétrica

\tilde{T}_e	=	periodo efectivo de traslación de la estructura
\tilde{t}_g	=	vector de esfuerzos de campo libre del terreno
τ_w	=	contraste de rigidez estructura-suelo
$u(0,0)$	=	respuesta de una estructura simétrica con base rígida
$u(0,\tau)$	=	respuesta de una estructura simétrica con base deformable
$u(\xi,0)$	=	respuesta de una estructura asimétrica con base rígida
$u(\xi,\tau)$	=	respuesta de una estructura asimétrica con base deformable
V_s	=	Velocidad de propagación de ondas de cortante
$V(\xi,0)$	=	cortante en una estructura asimétrica con base rígida
$V_{m\acute{a}x}$	=	fuerza cortante máxima
$V(\xi,0)$	=	cortante de la estructura simétrica con base rígida
$V_1(\xi,\tau)$	=	cortante en la estructura asimétrica sujeta a los movimientos efectivos de traslación y cabeceo de la cimentación
$V_2(0,\tau)$	=	cortante en la estructura simétrica sujeta al movimiento efectivo de torsión de la cimentación
ω	=	frecuencia de la excitación
ω_e	=	frecuencia natural a la traslación del sistema simplificado de referencia simétrico
ω_n	=	frecuencias naturales del sistema simplificado de referencia o de la estructura de varios pisos
ω_T	=	frecuencia natural a la torsión del sistema simplificado de referencia simétrico
x,y,z	=	coordenadas cartesianas de un punto arbitrario de la cimentación
x_o,y_o,z_o	=	coordenadas cartesianas de un punto de control de la cimentación
$\tilde{\psi}_1$	=	modo fundamental de una estructura simétrica con base rígida
ζ_e	=	fracción de amortiguamiento crítico de la estructura
$\tilde{\zeta}_e$	=	fracción de amortiguamiento crítico efectiva de la estructura
ζ_s	=	fracción de amortiguamiento crítico del suelo

REFERENCIAS

1. Abrahamson N. y Bolt B., (1985), "The spatial variation of the phasing of seismic strong ground motion", *Bulletin of Seismological Society of America*, 75(5), 1247-1264.
2. Apsel R. y Luco J., (1987), "Impedance functions for foundations embedded in a layered medium: an integral equation approach", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 15, 213-231.
3. Avilés J. y Pérez-Rocha L., (1995), "Efectos de sitio e interacción suelo-estructura para fines de reglamentación sísmica", *IV Simposio Nacional de Ingeniería Sísmica*, Oaxaca, Oax.
4. Avilés J. y Pérez-Rocha L., (1998), "Effects of foundation embedment during building-soil interaction", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 27, 1523-1540.
5. Avilés J., (1999), "Interacción dinámica suelo-estructura: conceptos de diseño", *XII Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica*, Conferencia Plenaria, Morelia, Mich.
6. Avilés J. y Olmos B., (2000), "Evaluación de los efectos de torsión en estructuras simétricas debidos a la rotación de la cimentación por el paso de las ondas sísmicas", *XII Congreso Nacional de Ingeniería Estructural*, León, Gto.
7. Avilés J., Suárez M. y Sánchez-Sesma F., (2002), "Effects of wave passage on the relevant properties of structures with flexible foundation", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 31, 139-159.

8. Bielak J., (1975), "Dynamic behavior of structures with embedded foundations", *Earthquake Engineering and Structural Engineering*, 3, 259-274.
9. Bustamante I. y Rosenblueth E., (1960), "Building code provision on torsional oscillations", *2nd World Conference on Earthquake Engineering*, Tokio, 2, 879-894.
10. CFE, (1993), "Manual de diseño de obras civiles: diseño por sismo", *Comisión Federal de Electricidad*, 3(6), 53-75.
11. Clough R. y Penzien J., (1993), "Dynamics of structures", *McGraw-Hill International*, 6, Singapur.
12. Chandler A. y Hutchinson G., (1987), "Evaluation of code torsional provisions by a time history approach", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 15, 491-516.
13. Chandler A. y Hutchinson G., (1987), "Code design provisions for torsionally couple buildings on elastic foundations", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 15, 517-536.
14. Chopra, A., (2001), "Dynamics of structures", *Prentice Hall, Inc.*, 13, 556-558, Upper Saddle River, N. J.
15. De la Llera, J. y Chopra A., (1994), "Accidental and natural torsion in earthquake response and design of buildings", Report No. 94-07, *Earthquake Engineering Research Center*, University of California, Berkeley, CA.
16. De la Llera J. y Chopra A., (1994), "Accidental torsion in buildings due to base rotational excitation", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 23, 1003-1021
17. De la Llera J. y Chopra A., (1995), "Estimation of accidental torsion effects for seismic design of buildings", *Journal of Structural Engineering*, 121(1), 102-114.

18. Escobar J., (1994), "Respuesta inelástica de estructuras asimétricas con propiedades inciertas", Tesis Doctoral. *División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería, UNAM.*
19. Gazetas G., (1983), "Analysis of machine foundation vibrations: state of the art", *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2(1), 2-41.
20. Gluck J., Reinhorn A. y Rutenberg A., (1979), "Dynamic torsional coupling in tall building structures", *Proceedings of the Institution of Civil Engineers*, 67, 411-424.
21. Hahn G. y Liu X., (1994), "Torsional response of unsymmetric buildings to incoherent ground motions", *Journal of Structural Engineering*, 120(4), 1158-1181.
22. Harichandran R. y Vanmarcke E., (1986), "Stochastic variation of earthquake ground motion in space and time", *Journal of Engineering Mechanics*, 112(2), 154-174.
23. Hart G., DiJulio R. y Lew M., (1975), "Torsional response of high-rise building", *Journal of Structural Division*, 101(2), 397-416.
24. Heredia-Zavoni, E. y Leyva, A, 2003, "Torsional response of symmetric buildings to incoherence and phase-delayed earthquake ground motion", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 32, 1021:1038.
25. Housner G., (1957), "Interaction of building and ground during an earthquake", *Bulletin of Seismological Society of America*, 47, 179-186.
26. Iguchi M., (1982), "An approximate analysis of input motion for rigid embedded foundations", *Transactions of Architectural Institute of Japan*, 315, 61-75.
27. Jennings P. y Bielak J., (1973), "Dynamics of building-soil interaction", *Bulletin of Seismological Society of America*, 63(1), 9-48.

28. Juárez M. y Avilés J., (2001), "Amplificación de la excentricidad estática en estructuras de edificios del valle de México", *XIII Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica*, Guadalajara, Jal.
29. Juárez M. y Avilés J., (2002), "Generación de torsión accidental en estructuras simétricas de dos pisos debida al paso de las ondas", *XIII Congreso Nacional de Ingeniería Estructural*, Puebla, Pue.
30. Kan Ch. y Chopra A., (1977), "Elastic earthquake analysis of torsionally coupled multistorey buildings", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 5, 395-412.
31. Kan Ch. y Chopra A., (1977) "Elastic earthquake analysis of a class of torsionally coupled buildings", *Journal of Structural Division, ASCE*, 103(ST4), 821-838.
32. Kan Ch. y Chopra A., (1981), "Torsional coupling and earthquake response of simple elastic and inelastic systems", *Journal of the Structural Division*, 107(8), 1569-1587.
33. Kausel E. y Roesset J., (1975), "Dynamic stiffness of circular foundations", *Journal of Engineering Mechanics Division*, 101(6), 771-785.
34. Kausel E., Whitman R., Morray J. y Elsabee F., (1978), "The spring method for embedded foundations", *Nuclear Engineering and Design*, 48,377-392.
35. Kausel E. y Pais A., (1987), "Stochastic deconvolution of earthquake motions", *Journal of Engineering Mechanics*, 113(2), 266-277.
36. Kurimoto O. e Iguchi M., (1996), "Evaluation of foundation input motions based on observed seismic motions", *Proceedings of the XI World Conference on Earthquake Engineering*, Acapulco, México.

37. Lee T. y Wesley D., (1975), "Three dimensional soil-structure interaction of nuclear structures during earthquakes considering ground rotational input", *Proceedings of the 2nd ASCE Specialty Conference on Structural Design of Nuclear Plant Facilities*, Nueva Orleans, Louisiana.
38. Lin W., Chopra A. y De la Llera J., (2001), "Accidental torsion in buildings: Analysis versus earthquake motions", *Structural Engineering*, 127(5), 475-481.
39. Luco J., (1976), "Torsional response of structures to obliquely incident seismic waves", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 4, 207-219.
40. Luco J. y Sotiropoulos D., (1980), "Local characterization of free-field ground motion and effects of wave passage", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 70(6), 2229-2244.
41. Luco J. y Wong H., (1982), "Response of structures to nonvertically incident seismic waves", *Bulletin of Seismological Society of America*, 72(1), 275-302.
42. Luco J. y Wong H., (1986), "Response of a rigid foundation to a spatially random ground motion", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 14, 891-908.
43. Luco J. y Mita A., (1987), "Response of a circular foundation on a uniform half-space to elastic waves", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 15, 105-118.
44. Luco J. y Wong H., (1987), "Seismic response of foundations embedded in a layered half-space", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 15, 233-247.
45. Morgan J., Hall W. y Newmark N., (1983), "Seismic response arising from traveling waves", *Journal of Structural Engineering*, 109(4), 1010-1027.
46. Newmark N., (1969), "Torsion in symmetrical building", *Proceedings of 4th World Conference on Earthquake Engineering*, Santiago, Chile.

47. Pais A. y Kausel E., (1989), "On rigid foundations subjected to seismic waves", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 18, 475-489.
48. Rosenblueth E. y Meli R., (1986), "The 1985 earthquake: causes and effects in Mexico City", *Concrete International*, 8(5), 23-34.
49. Rutenberg A. y Pekau O., (1987), "Seismic code provisions for asymmetric structures: a re-evaluation", *Engineering Structures*, 9, 255-264.
50. Scanlan R., (1976), "Seismic wave effects on soil-structure interaction", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 4, 379-388.
51. Suárez M., Avilés J. y Sánchez-Sesma F., (1998), "Evaluación de las recomendaciones para torsión estipuladas en reglamentos considerando la interacción suelo – estructura", *XI Congreso Nacional de Ingeniería Estructural*, 2, 985-994, Monterrey, N. L.
52. Suárez M. y Avilés J., (2000), "Influencia del acoplamiento lateral y de torsión en la respuesta sísmica elástica de estructuras con base flexible", *XII Congreso Nacional de Ingeniería Estructural*, León, Gto.
53. Suárez M., (2002), "Interacción dinámica suelo-estructura en edificios asimétricos", Tesis Doctoral, *División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería, UNAM*.
54. Tassoulas J. y Kausel E., (1983), "Elements for the numerical analysis of wave motion in layered strata", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 19, 1005-1032.
55. Tso W., (1975), "Induced torsional oscillations in symmetrical buildings", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 3, 337-346.
56. Tso W. y Dempsey, K., (1980), "Seismic torsional provisions for dynamic eccentricity", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 8, 275-289.

57. Veletsos A. y Meek J., (1974), "Dynamic behaviour of building-foundation systems", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 3, 121-138.
58. Veletsos A. y Prasad A., (1989), "Seismic interaction of structures and soils: stochastic approach", *Journal of Structural Engineering*, 115(4), 935-956.
59. Veletsos A., Prasad A. y Wu W., (1997), "Transfer functions for rigid rectangular foundations", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 26, 5-17.
60. Wolf J., (1985), "Dynamic soil-structure interaction", *Prentice Hall, Inc.*, Englewood Cliffs, N. J.
61. Wong H. y Luco E., (1978), "Dynamic response of foundations to obliquely incident seismic waves", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 6, 3-16.
62. Wu S. y Leyendecker E., (1984), "Dynamic eccentricity of structures subjected to SH waves", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 12, 619-628.