



01161

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

POSGRADO EN INGENIERÍA

ACCIÓN DEL VIENTO EN ANUNCIOS ESPECTACULARES

TESIS

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:

MAESTRO EN INGENIERÍA

(Estructuras)

Presenta:

Sebastián Contreras Aguirre

Dirigida por:

Neftalí Rodríguez Cuevas

CIUDAD UNIVERSITARIA

MARZO DE 2005

m.341908



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

DEDICATORIA

Alejandra; por su compañía y amor incondicional.

Valeria Elizabeth; quien es la luz y cariño de sus padres.

Adán y Elizabeth; pues gracias a ellos soy un hombre de provecho.

Adán, Octavio, Elizabeth y Marcela; por su amistad de hermanos a toda hora.

AGRADECIMIENTOS:

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología por el apoyo económico brindado para realizar mis estudios de Maestría.

Al Instituto de Ingeniería de la Universidad Nacional Autónoma de México por las facilidades brindadas para la realización de este trabajo. En especial a quienes laboran en las instalaciones del Túnel de Viento.

A mis compañeros y profesores.

ÍNDICE

ÍNDICE	I
ÍNDICE DE FIGURAS	V
ÍNDICE DE TABLAS	VIII
SIMBOLOGÍA	IX
1 INTRODUCCIÓN	1
2 ANTECEDENTES	3
2.1 TIPO DE ESTRUCTURAS EN LA PUBLICIDAD ESPECTACULAR	3
2.2 DISPOSICIONES NORMATIVAS, MÉXICO.	4
2.3 DESPRENDIMIENTO DE VÓRTICES, MANUAL DE OBRAS CIVILES DE LA C.F.E.	6
2.4 DESPRENDIMIENTO DE VÓRTICES, NORMAS TÉCNICAS COMPLEMENTARIAS (RCDF), DISEÑO POR VIENTO (2004).	7
3 ACCIÓN DEL VIENTO	9
3.1 AERODINÁMICA DE CUERPOS RÍGIDOS	9
3.1.1 ECUACIONES PRINCIPALES.	9
3.1.2 FUNCIÓN POTENCIAL ϕ .-	10
3.1.2.1 APLICACIÓN EN FLUJOS BIDIMENSIONALES.	11
3.1.3 FUNCIÓN DE CORRIENTE.	11
3.1.4 RED DE FLUJO.	12
3.1.5 ECUACIONES DE NAVIER-STOKES	12
3.2 FLUJO Y SEPARACIÓN DE LA CAPA LÍMITE.	15

3.2.1	EL NÚMERO DE REYNOLDS.	15
3.2.2	SEPARACIÓN DE LA CAPA LÍMITE.	16
3.3	FORMACIÓN DE VÓRTICES EN FLUJO BIDIMENSIONAL	18
3.4	EFFECTOS EN LA PRESIÓN, FUERZAS DE ARRASTRE Y MOMENTO, EN CUERPOS BIDIMENSIONALES	20
4	FENÓMENOS AEROELÁSTICOS	23
4.1	CONCEPTOS BÁSICOS	23
4.2	OSCILACIONES AUTO EXCITADAS Y SISTEMAS INESTABLES.	26
4.3	SEPARACIÓN DE VÓRTICES Y SUS EFECTOS EN LAS ESTRUCTURAS.	28
4.3.1	FUERZAS INDUCIDAS POR EL FLUJO.	30
4.3.2	FUERZAS AERODINÁMICAS TRANSVERSALES.	31
4.3.2.1	ESTANCAMIENTO DE LA FRECUENCIA.	31
4.3.2.2	DESCRIPCIÓN MATEMÁTICA	33
4.3.2.3	AMORTIGUAMIENTO ESTRUCTURAL Y AERODINÁMICO.	33
4.4	CÁLCULO DE LA RESPUESTA ANTE EL DESPRENDIMIENTO DE VÓRTICES.	35
4.4.1	RESPUESTA ESPECTRAL DE LA SEPARACIÓN DE VÓRTICES	35
4.4.1.1	CÓDIGO CANADIENSE NBC 1990:	36
4.4.2	RESPUESTA ANTE SEPARACIÓN DE VÓRTICES, BASADO EN EL MODELO DE RESONANCIA DE VÓRTICES.	38
5	CARACTERÍSTICAS DEL MODELO	43
5.1	CARACTERÍSTICAS DEL MODELO Y DEL TÚNEL AERODINÁMICO UTILIZADO.	43
5.1.1	EL TÚNEL AERODINÁMICO.	47
5.2	INSTRUMENTACIÓN DEL MODELO.	48
5.3	SISTEMA DE ADQUISICIÓN DE DATOS.	51

7.2.4	ALETAS EN LAS CARAS A Y B, ORIFICIOS EN CARAS A, B, C, D (4).	85
7.2.5	ORIFICIOS EN CARAS A, B, C, D (5).	86
7.2.6	MODELO ORIGINAL SIN MODIFICACIONES EN LA CUBIERTA (6).	88
7.2.7	RESUMEN DE RESULTADOS	89
8	APLICACIÓN AL DISEÑO DE ESTRUCTURAS EN TAMAÑO REAL	95
8.1	PROTOTIPO DE ANUNCIO Y SU ESTRUCTURA.	95
8.2	ACCIONES ESPERADAS	97
8.3	RESPUESTA DEL PROTOTIPO	98
9	CONCLUSIONES	101
10	REFERENCIAS	103
	APÉNDICE	107
A.1	DEDUCCIÓN DE LA FUERZA AERODINÁMICA TRANSVERSAL.	107
A.2	ESPECTROS DE RESPUESTA	110

5.4	ANÁLISIS DIMENSIONAL Y SEMEJANZA MECÁNICA.	52
5.5	PROPIEDADES DINÁMICAS DEL MODELO.	56
5.5.1	MEDICIÓN DEL AMORTIGUAMIENTO.	58
6	RESULTADOS OBTENIDOS EN LAS PRUEBAS, 1ª PARTE	61
6.1	PRESIONES Y FUERZAS ESTÁTICAS EN EL MODELO	61
6.1.1	MEDICIÓN DE PRESIONES EN LA CUBIERTA DEL MODELO.	61
6.1.1.1	CENTRO DE LA SECCIÓN DE PRUEBAS:	61
6.1.1.2	JUNTO A LA PARED OPUESTA A LA VENTANA DE LA SECCIÓN.	64
6.1.1.3	CERCA DE LA VENTANA DE LA SECCIÓN DE PRUEBAS.	65
6.1.2	EXCENTRICIDAD DE LA FUERZAS RESULTANTES.	66
6.2	COEFICIENTES DE FUERZA Y MOMENTO RESULTANTES, EN LA CUBIERTA DEL MODELO.	67
6.2.1	COEFICIENTES DE FUERZA LATERAL Y DE ARRASTRE.	70
6.3	ANÁLISIS DE DESPLAZAMIENTOS POR CARGA ESTÁTICA.	70
6.4	REACCIONES EN LA BASE	74
6.4.1	COMPARACIÓN DE FUERZAS RESULTANTES EN LA CUBIERTA CON LAS REACCIONES EN LA BASE DE LA COLUMNA.	75
7	RESULTADOS OBTENIDOS EN LAS PRUEBAS, 2ª PARTE	77
7.1	CARACTERÍSTICAS DINÁMICAS DEL MODELO.	77
7.1.1	MEDICIÓN DEL AMORTIGUAMIENTO AERODINÁMICO.	77
7.1.2	EFFECTOS DE LA SEPARACIÓN DE VÓRTICES.	78
7.2	RESPUESTA DEL MODELO ANTE VELOCIDAD CRECIENTE.	79
7.2.1	MODELO CON ORIFICIOS EN LAS CARAS C Y D (1).	80
7.2.2	ALETAS EN LAS CARAS A Y B, ORIFICIOS EN CARAS C Y D (2).	82
7.2.3	ALETAS EN LAS CARAS A Y B (3).	83

ÍNDICE DE FIGURAS

1-1 Falla de un anuncio espectacular en San Luis Potosí, S.L.P., México.(foto: S. Contreras, 2004).....	2
2-1 Partes de un anuncio espectacular (RTM media, 2004).....	4
3-1 Capa límite en una superficie, influencia de la presión.....	17
3-2 Flujo alrededor de un cilindro, corte transversal.....	17
3-3 Separación de la capa límite y formación de vórtices según el cambio del Número de Reynolds.....	18
3-4 Estela de Von Karman.	19
4-1 Amplitudes de oscilación de sistemas estables (a) e inestables (b).....	28
4-2 Variación con el número de Reynolds, Re , del número de Strouhal, St de (a) cilindros de sección circular, (b) prismas de sección triangular, y (c) de placas planas. (Meseguer, 2001).....	29
4-3 Representación del estancamiento de la frecuencia, en función de la velocidad incidente (U).	31
4-4 Oscilaciones transversales de cilindros apoyados elásticamente: (a) antes del estancamiento, (b) durante el estancamiento, (c) después del estancamiento.	32
4-5 Variación del amortiguamiento aerodinámico (Vickery, 1978).....	35
5-1 Diagrama del modelo.....	43
5-2 Modelo en etapa de colocación.....	44
5-3 Identificación de caras y ejes en la base de la columna.	45
5-4 Ejes de referencia del ángulo θ , reacciones en la base y fuerzas en la cubierta.....	46
5-5 Orificios en el modelo.....	46
5-6 Aletas de 1cm en el modelo.....	46
5-7 Orificios en las caras mas grandes del modelo.....	47
5-8 Planta de las instalaciones del túnel aerodinámico.....	48
5-9. Ubicación de los acelerómetros en el modelo.....	49
5-10. Analizador de espectros y consola del sistema HyScan.....	51
5-11. Distribución de puntos de medición de presiones.....	52
5-12 Modos de vibrar del modelo (1er frecuencia =6.13Hz, 2º frecuencia =6.95Hz, 3er frecuencia=15.92Hz, 4ª frecuencia=68.48Hz), resultado del análisis en SAP 2000.....	57
5-13 Determinación del amortiguamiento.....	58
5-14. Amortiguamiento sin acción del viento.....	59
6-1 Coeficientes de Fuerza Lateral (C_L) y de Arrastre (C_D).	70
7-1 Variación del amortiguamiento aerodinámico.....	78
7-2. Evolución de la respuesta con el incremento de la velocidad, separación de vórtices.....	79
7-3 Respuesta LB-TE en la prueba preliminar (modelo sin modificaciones).....	80

7-4 Respuesta del modelo (I) contra velocidad reducida.....	81
7-5 Relación entre señales (TE/TB) contra frecuencia; relación TE/TB para 6Hz y 15Hz contra velocidad, se incluye el ángulo de fase entre estas señales. (I).....	81
7-6 Amplitud de la respuesta cuando ocurre la separación de vórtices. (I).....	82
7-7 Relación de amplitudes TE/TB, ángulo de fase y coherencia de las señales TE y TB. (I).....	82
7-8 Respuesta del modelo (II) contra velocidad reducida.....	82
7-9 Relación entre señales (TE/TB) contra frecuencia; relación TE/TB para 6Hz y 15Hz contra velocidad, se incluye el ángulo de fase entre estas señales. (II).....	83
7-10 Amplitud de la respuesta cuando ocurre la separación de vórtices. (II).....	83
7-11 Relación de amplitudes TE/TB, ángulo de fase y coherencia de las señales TE y TB. (II).....	83
7-12 Respuesta del modelo (III) contra velocidad reducida.....	84
7-13 Relación entre señales (TE/TB) contra frecuencia; relación TE/TB para 6Hz y 15Hz contra velocidad, se incluye el ángulo de fase entre estas señales. (III).....	84
7-14 Amplitud de la respuesta cuando ocurre la separación de vórtices. (III).....	84
7-15 Relación de amplitudes TE/TB, ángulo de fase y coherencia de las señales TE y TB. (III).....	85
7-16 Respuesta del modelo (IV) contra velocidad reducida.....	85
7-17 Relación entre señales (TE/TB) contra frecuencia; relación TE/TB para 6Hz y 15Hz contra velocidad, se incluye el ángulo de fase entre estas señales. (IV).....	86
7-18 Amplitud de la respuesta cuando ocurre la separación de vórtices. (IV).....	86
7-19 Relación de amplitudes TE/TB, ángulo de fase y coherencia de las señales TE y TB. (IV).....	86
7-20 Respuesta del modelo (V) contra velocidad reducida.....	87
7-21 Relación entre señales (TE/TB) contra frecuencia; relación TE/TB para 6Hz y 15Hz contra velocidad, se incluye el ángulo de fase entre estas señales. (V).....	87
7-22 Amplitud de la respuesta cuando ocurre la separación de vórtices. (V).....	87
7-23 Relación de amplitudes TE/TB, ángulo de fase y coherencia de las señales TE y TB. (V).....	88
7-24 Respuesta del modelo (VI) contra velocidad reducida.....	88
7-25 Relación entre señales (TE/TB) contra frecuencia; relación TE/TB para 6Hz y 15Hz contra velocidad, se incluye el ángulo de fase entre estas señales. (VI).....	89
7-26 Amplitud de la respuesta cuando ocurre la separación de vórtices. (VI).....	89
7-27 Relación de amplitudes TE/TB, ángulo de fase y coherencia de las señales TE y TB. (VI).....	89
7-28 Respuesta TB contra velocidad reducida de los 6 modelos. Aceleración.....	90
7-29 Respuesta TE contra velocidad reducida de los 6 modelos. Aceleración.....	91
7-30 Respuesta TB contra velocidad reducida de los 6 modelos. Desplazamiento.....	92
7-31 Respuesta TE contra velocidad reducida de los 6 modelos. Desplazamiento.....	92
7-32 Estancamiento de la frecuencia para los 6 modelos.....	93
8-1 Estructuración y medidas del prototipo.....	96
8-2 Modos de vibrar del prototipo (1er frecuencia = 0.8095 Hz, 2ª frecuencia = 0.8142 Hz, 3er frecuencia = 1.7658Hz, 4ª frecuencia=1.9504Hz).....	97

*8-3 Empuje estático + incremento por turbulencia en la dirección del viento; comparación de las NTC
contra coeficientes de presión encontrados en los ensayos.99*

*8-4 Comparación de criterio de diseño. Separación de vórtices + empuje estático + amplificación dinámica.
.....100*

*A-11-1 Espectros de respuesta donde se muestra la evolución de la frecuencia de separación de vórtices.
Modelo VI (sin modificaciones en la superficie)112*

ÍNDICE DE TABLAS

2-1 Clasificación correspondiente a los anuncios espectaculares (C.F.E., 1993).....	5
4-1 Fenómenos aeroelásticos (Meseguer, 2001).....	25
5-1. Ángulos correspondientes a cada posición del modelo.	45
5-2. Identificación de los acelerómetros utilizados.....	50
5-3. Constantes de conversión de voltaje en aceleración.....	50
5-4 Variables incluidas en el análisis adimensional.....	54
5-5 Productos adimensionales	55
5-6 Escalas de similitud para el modelo	56
5-7 Escalas resultantes de parámetros adimensionales.....	56
5-8 Escalas resultantes de algunas variables incluidas en el análisis.....	56
5-9 Determinación del amortiguamiento propio del modelo	59
6-1 Unidades y propiedades utilizadas en el análisis de elemento finito.	70
6-2 Características de las secciones utilizadas en el modelo.....	70
7-1. Identificación de los modelos utilizados en la segunda parte de los ensayos.	77
7-2 Medición del amortiguamiento aerodinámico.	78
8-1 Parámetros y fuerza debido a la separación de vórtices en el prototipo.....	98

SIMBOLOGÍA

A	Área
B, d	Ancho, dimensión perpendicular al flujo
c	Coefficiente de amortiguamiento
C_L	Coefficiente de fuerza de empuje transversal
C_D	Coefficiente de fuerza de arrastre
C_M	Coefficiente de momento
C_F	Coefficiente de fuerza
$f(\xi)$	Forma modal con amplitud unitaria
f_s	Frecuencia de Strouhal
f_n	Frecuencia de la estructura
F	Fuerza
H	Altura; dimensión perpendicular al flujo
H_a	Cantidad que expresa el efecto de la excitación aerodinámica sobre la frecuencia natural de la estructura
k_a	Parámetro adimensional que expresa la excitación aerodinámica
K_a	Coefficiente de amortiguamiento aerodinámico
LB	Señal de acelerómetro en dirección longitudinal, en la intersección de la viga y la columna del modelo
m, m_e	Masa equivalente por unidad de longitud
M	Momento
$M(\xi)$	Distribución real de masas
n	Frecuencia de movimiento en Hertz
Re	Número de Reynolds
S	Número de Strouhal
Sc	Número de Scrouton
TB	Señal de acelerómetro en dirección transversal, en la intersección de la viga y la columna del modelo
TE	Señal de acelerómetro en dirección transversal, al extremo del modelo.
U, V	Velocidad del viento

U_r	Velocidad reducida, relación entre la velocidad del viento contra el producto de la frecuencia y una dimensión característica.
δ	Decremento logarítmico
π	Producto adimensional
ζ, β	Porcentaje de amortiguamiento crítico
ζ	Desplazamiento
ρ	Densidad del aire
λ	Escala, entre el modelo y prototipo de tamaño real
θ	Ángulo de ataque del viento en relación al obstáculo del flujo

RESUMEN

La industria de la publicidad exterior utiliza estructuras de grandes dimensiones cuya estructura de soporte se compone de una columna centrada o excéntrica; una viga horizontal conectada sobre la columna, a la cual conectadas armaduras que completan la forma exterior prismática, que se logra al recubrir con láminas la estructura de soporte.

La forma prismática y la flexibilidad de la estructura producen efectos aeroelásticos con separación de vórtices. La separación de vórtices ha sido estudiada en estructuras flexibles con forma cilíndrica y ya se han establecido normas de diseño confiables para estructuras de edificios altos, puentes y chimeneas.

Las cargas dinámicas provocadas en estructuras flexibles, prismáticas provocadas por separación de vórtices se menciona en reglamentos de construcción, como el NBC de Canadá, el europeo y en las Normas Técnicas Complementarias del Distrito Federal así como en el Manual de Diseño de Obras Civiles de la CFE.

Este trabajo resume el ensayo de un modelo a escala 1:35 de un anuncio espectacular excéntrico; en la sección para pruebas del túnel de viento del Instituto de Ingeniería de la U.N.A.M. Se observó la acción del viento en distintos ángulos de incidencia.

Se obtuvieron las distribuciones de presión en la cubierta del modelo mediante el sistema HyScan 1000; además se registraron aceleraciones, con ayuda de tres acelerómetros piezoresistivos. Mediante parámetros adimensionales se describe el comportamiento del modelo, y se relaciona la velocidad del viento con los desplazamientos observados. Se muestra el efecto de la aparición de vórtices que provocan el incremento notable en los desplazamientos del modelo de anuncios de gran tamaño.

Se presenta la comparación de resultados, obtenidos de mediciones y los que se obtienen mediante modelos analíticos de la estructura portante.

INTRODUCCIÓN

Durante la segunda mitad del siglo pasado se dio un gran interés por como manejar las cargas de viento en el diseño estructural; en ese tiempo la descripción del viento avanzó desde un planteamiento relativamente simple, a base de cargas estáticas de arrastre hasta modelos más sofisticados (Davenport, 2002), los cuales involucran todo aquello relacionado con el clima, la meteorología, aerodinámica, mecánica estructural y dinámica, y más recientemente la confiabilidad. A inicios del siglo pasado las estructuras fueron relativamente pesadas. Los elementos de estas estructuras debían ser bastante pesados con el afán de compensar la debilidad de los materiales. Estas estructuras eran frecuentemente más rígidas de lo que se pensaba debido a la participación en su comportamiento de los elementos no estructurales, como el recubrimiento, muros divisorios y otros accesorios, la contribución de los cuales era y es muy difícil de cuantificar.

El desarrollo de la Ingeniería del Viento se ha favorecido por tres principales factores (Davenport, 2002):

- Primero, el cambio tan radical en las propiedades de los materiales así como en las características de las estructuras, lo cual se ve reflejado en una mayor rigidez. Estos cambios en particular incrementan la susceptibilidad a los efectos del viento y por tanto generan la necesidad de un mejor modelado de las estructuras.
- Segundo, la aportación de otras disciplinas como la ingeniería aeronáutica.
- Tercero, las fallas espectaculares de las estructuras como estímulo a la investigación.

Es decir, que con el tiempo, las estructuras se han vuelto cada vez más flexibles, menos amortiguadas y de mayores dimensiones.

La industria de la publicidad exterior utiliza estructuras de grandes dimensiones cuya estructura de soporte se compone de una columna centrada o excéntrica, una viga horizontal conectada sobre la columna, a la cual están conectadas armaduras que completan la forma exterior prismática que se logra al recubrir con láminas a la estructura de soporte.

La forma prismática y la flexibilidad de la estructura producen efectos aeroelásticos con separación de vórtices. La separación de vórtices ha sido estudiada en estructuras flexibles con forma cilíndrica y ya se han establecido normas de diseño confiables para estructuras de edificios altos, puentes y chimeneas.

Las cargas dinámicas provocadas en estructuras flexibles, prismáticas, provocadas por separación de vórtices se mencionan en reglamentos de construcción, como el de Canadá (Nacional Building Code, 1993), el criterio europeo (UE) y el del Distrito Federal (Gaceta Oficial del Gobierno del Distrito Federal, 2004), así como en el Manual de Obras Civiles de la C.F.E. (C.F.E., 1993).

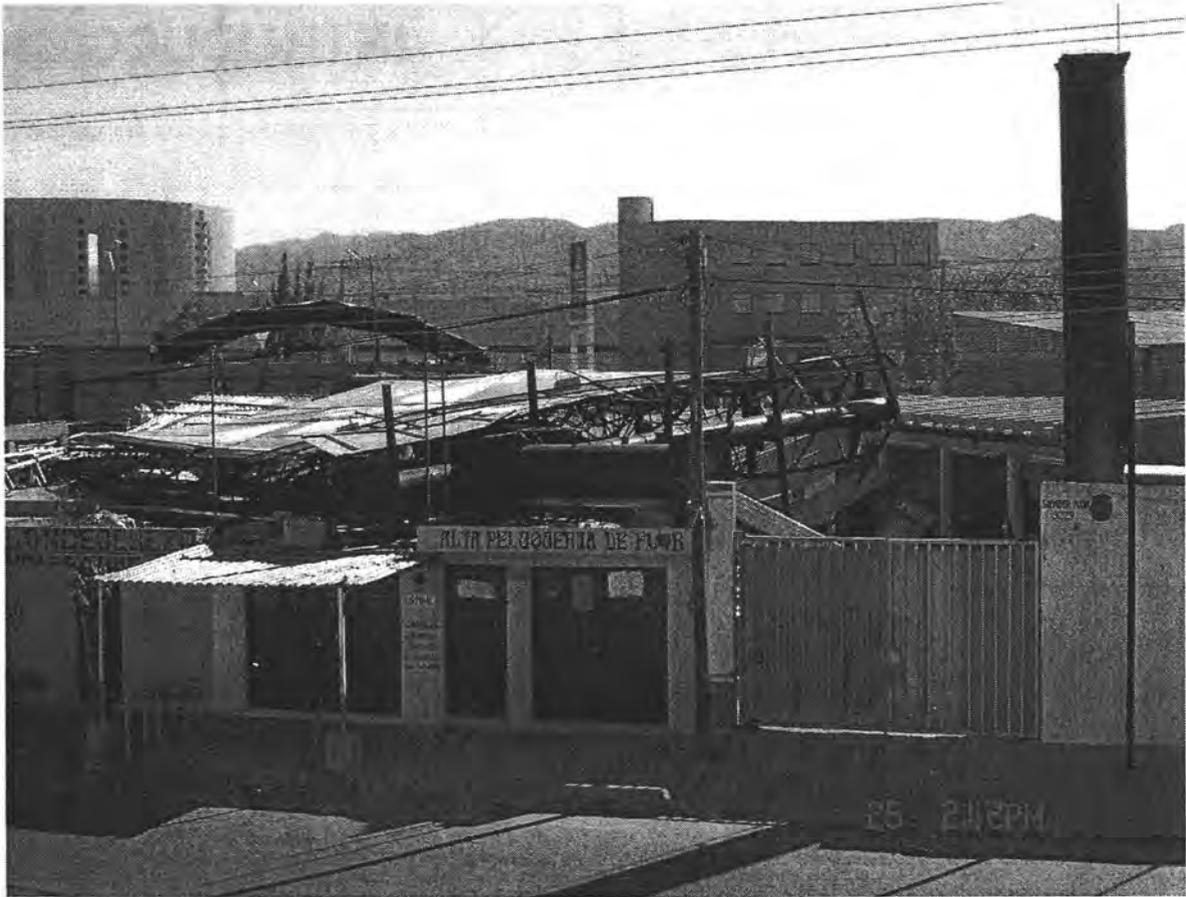


Figura 1-1 Falla de un anuncio espectacular en San Luis Potosí, S.L.P., México. (foto: S. Contreras, 2004)
 Este trabajo resume el ensayo de un modelo a escala 1:35 de un anuncio espectacular excéntrico, en la sección para pruebas del túnel aerodinámico del Instituto de Ingeniería de la U.N.A.M. Se observó la acción del viento en distintos ángulos de incidencia.

Se obtuvieron las distribuciones de presión en la cubierta del modelo mediante el sistema HyScan 1000; además se registraron aceleraciones, con ayuda de tres acelerómetros piezoresistivos. Mediante parámetros adimensionales se describe el comportamiento del modelo y se relaciona la velocidad del viento con los desplazamientos observados. Se muestra el efecto de la aparición de vórtices que provocan el incremento notable en los desplazamientos del modelo de anuncios de gran tamaño. Se presenta la comparación de resultados obtenidos de mediciones con los que se obtienen mediante modelos analíticos de la estructura portante.

ANTECEDENTES

2.1 TIPO DE ESTRUCTURAS EN LA PUBLICIDAD ESPECTACULAR

La publicidad exterior utiliza estructuras de grandes dimensiones (hasta 36m de altura), cuyo número en zonas urbanas se vuelve considerable a la par del desarrollo de grandes vialidades. La falta de regulación en su construcción y colocación impide establecer criterios de diseño actualizados, en cuanto a la estructura se refiere.

La acción del viento ha provocado el colapso de algunas de estas estructuras. Por ello se llevó a cabo una investigación en un modelo a escala, colocado en la sección para pruebas del túnel aerodinámico del Instituto de Ingeniería, y se observó la acción de un flujo incidente laminar en distintas direcciones de la cara del modelo.

El modelo representa un caso práctico pero no específico, se revisaron los anuncios espectaculares colocados a lo largo del Anillo Periférico, en la zona de Álvaro Obregón y a lo largo de la avenida de los Insurgentes, en la Delegación Benito Juárez.

En lo referente a la estructura de soporte, algunos de ellos se soportan en una columna vertical, la cual en ocasiones se coloca al centro del anuncio o en uno de sus extremos (anuncio excéntrico).

Llama la atención el gran número de anuncios espectaculares excéntricos, en los cuales se construye una cimentación, con anclas de gran diámetro, que se conectan a un tubo soldado, con atiesadores para reforzar la conexión con la placa de apoyo.

El tubo se coloca normalmente en dos tramos, conectados con una junta atornillada. En la parte superior del tubo se coloca una trabe horizontal sin rigidez torsional, a la cual se conectan armaduras verticales ligeras. A esas armaduras se colocan largueros horizontales en dos planos, en los cuales se colocan elementos de contraventeo para aumentar la rigidez.

A esos largueros se conectan láminas de acero, con conectores especiales, sobre los cuales se coloca el anuncio de publicidad.

La configuración tipo de los anuncios citados se muestra en la siguiente figura:

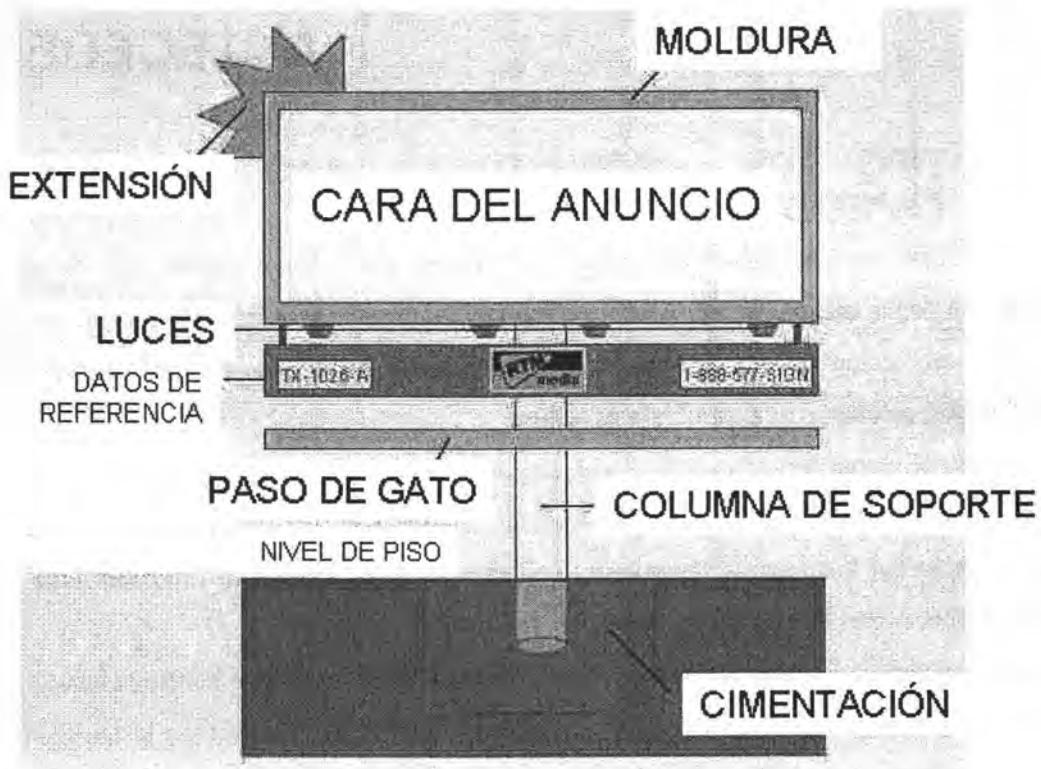


Figura 2-1 Partes de un anuncio espectacular (RTM media, 2004)

La forma exterior del anuncio influye en el tipo de efectos (cuasi-estáticos, dinámicos) que el viento genera en la estructura. Sin embargo, la estructura que soporta las armaduras que forman las caras del anuncio cobra especial importancia si es tan flexible que su periodo de oscilación la clasifique como susceptible a los efectos dinámicos del viento.

Estos efectos dinámicos se dividen en transversales y en la dirección del viento. El primer efecto lo provocan principalmente efectos aeroelásticos como el desprendimiento de vórtices pero el segundo depende más de la turbulencia del viento incidente.

2.2 DISPOSICIONES NORMATIVAS, MÉXICO.

Las disposiciones normativas en México relativas a los efectos del viento en obras civiles se han desarrollado a la par del conocimiento internacional. Dos importantes publicaciones mexicanas, relativas a la construcción de obras civiles, son la base del análisis de cargas inducidas por el viento. Una de ellas es el Manual de Obras Civiles, Diseño por Viento, publicado por la Comisión Federal de Electricidad (C.F.E., 1993) y la segunda son las Normas Técnicas Complementarias (NTC) del Reglamento de Construcciones del Distrito Federal (Gaceta Oficial del Distrito Federal, 2004).

El Manual de Obras Civiles (C.F.E., 1993) establece ciertos requisitos mínimos de diseño donde los efectos del viento a considerar son:

- Empujes medios.

- Empujes dinámicos en la dirección del viento
- Vibraciones transversales al flujo.
- Inestabilidad aeroelástica (separación de vórtices).

Según el comportamiento esperado se establece un orden de importancia de los efectos a considerar actuando en la estructura.

La seguridad necesaria para un adecuado desempeño de la estructura principal de un anuncio comercial espectacular se relaciona con las velocidades del viento que tengan una probabilidad de ser excedidas y a partir de ésta se evalúa la magnitud de las solicitaciones de diseño debidas al viento (C.F.E., 1993). Cabe mencionar que esta referencia provee los mapas de isotacas de la República Mexicana para diferentes periodos de retorno (10, 50 y 200 años) con un tiempo de promediación de 3 segundos a 10 metros de altura de terreno plano.

Atendiendo al grado de seguridad aconsejable, la estructura de un anuncio comercial espectacular se puede clasificar según la siguiente tabla:

Tabla 2-1 Clasificación correspondiente a los anuncios espectaculares (C.F.E., 1993)

CONFORME	CLASIFICACIÓN	OBSERVACIONES
IMPORTANCIA	Grupo B ó C	Depende mucho de donde se ubique la estructura, es decir, según el tipo de edificación que les rodee.
RESPUESTA	Tipo 2, 3 o 4	Según los periodos de oscilación, se consideran largos si son mayores a 1 segundo.

Se reconocen 3 procedimientos para la determinación de la acción del viento (C.F.E., 1993)

- Análisis Estático
- Análisis Dinámico
- Ensayos Experimentales en Túnel aerodinámico.

Los dos primeros parten de un punto común, que es la determinación de la velocidad de diseño del viento (V_D). El Análisis Estático propone el uso de coeficientes de presión para formas conocidas de estructuras. En el caso del Análisis Dinámico se factorizan las fuerzas determinadas por el Análisis Estático cuando se quieren establecer los efectos dinámicos en la dirección longitudinal del viento; al incluir los efectos aeroelásticos como la separación de vórtices y el galopeo; proponiéndose una fuerza equivalente en el primer efecto y la determinación de los desplazamientos en el segundo.

Las Normas Técnicas Complementarias vigentes en el Distrito Federal (Gaceta Oficial del Distrito Federal, 2004), proponen un procedimiento similar al anterior con especial énfasis en las obras edificadas en el Valle de México.

2.3 DESPRENDIMIENTO DE VÓRTICES, MANUAL DE OBRAS CIVILES DE LA C.F.E.

Se establece que lo propuesto solo es válido para formas prismáticas circulares o rectangulares, tal que cumplan las condiciones de rigidez ($T_0 > 1\text{seg}$).

La velocidad crítica (V_{cv}) de vórtices periódicos se determina con la frecuencia natural de la estructura (n_0), el número de Strouhal (S_t) y la distancia característica perpendicular a la dirección del flujo del viento (b).

$$V_{cv} = \frac{3.6n_0b}{S_t}$$

En estructuras prismáticas de sección rectangular, $S_t \approx 0.14$. Para estructuras cilíndricas o aproximadamente cilíndricas la velocidad crítica varía como sigue:

$$n_0b^2 \leq 0.5m^2/s \quad V_{cv} = 21.6n_0b$$

$$0.5m^2/s \leq n_0b^2 \leq 0.75m^2/s \quad V_{cv} = 10.8n_0b + 5.4/b$$

$$n_0b^2 \geq 0.75m^2/s \quad V_{cv} = 18n_0b$$

Esta variación se debe a que el número de Strouhal varía con el número de Reynolds. Si la velocidad de diseño calculada a la altura H de la estructura resulta igual o mayor que V_{cv} deberán incluirse el efecto de vibración que la separación de vórtices produce. Este efecto se representa como una fuerza estática equivalente actuante en la dirección transversal al flujo (W_k). El Manual propone dos maneras para definir W_k :

Primero, en construcciones cilíndricas, la fuerza estática W_k actúa uniformemente repartida en el tercio superior de la estructura.

$$W_k = \frac{C_1 q_{cv} b}{\sqrt{\lambda \left[\zeta - C_2 \frac{\rho b^2}{M} \right]}}$$

Donde:

q_{cv} es la presión dinámica, en kg/m^2 , calculada para la velocidad crítica V_{cv} .

λ se define como la relación altura/diámetro, H/b .

ζ es el coeficiente de amortiguamiento crítico.

M la masa promedio por unidad de longitud, en kg_m/m , del tercio superior de la estructura.

$$C_2 = 0.6$$

En la mayoría de los casos prácticos:

$$\begin{aligned} \lambda \geq 16 & \quad C_1 = 3 \\ \lambda < 16 & \quad C_1 = \frac{3\sqrt{\lambda}}{4} \end{aligned}$$

Si $V_{cv} < 36 \text{ km/h}$ y $\lambda > 12$

$$\begin{aligned} C_1 &= 6 \\ C_2 &= 1.2 \end{aligned}$$

Se sugiere que cuando el amortiguamiento $\zeta < \frac{C_2 \rho b^2}{M}$ es posible que se presenten desplazamientos mayores a la distancia característica b . Además se proponen ciertas reducciones de la fuerza W_k para secciones cilíndricas cuya sección se reduzca con la altura.

En la segunda manera, el período de la fuerza alternante $T_k = \frac{3.6b}{S_t V_{2H/3}}$ y W_k esta dado por:

$$W_k = C_k b q_z$$

Se establece que el período de la fuerza alternante es igual al período fundamental de vibración (T_0), y la amplitud de la fuerza resulta ser:

$$W_k = \frac{22C_k b^3 q_z}{(S_t T_0 V_D)^2}$$

Si $V_{2H/3} > V_{cv} = \frac{3.6b}{S_t T_0}$ y cuando $V_{2H/3} < V_{cv}$ se descarta esta segunda opción para el cálculo de la fuerza W_k .

2.4 DESPRENDIMIENTO DE VÓRTICES, NORMAS TÉCNICAS COMPLEMENTARIAS (RCDF), DISEÑO POR VIENTO (2004).

En el caso de cuerpos prismáticos, las vibraciones generadas se toman en cuenta mediante una fuerza estática equivalente perpendicular a la acción del viento (F_L) por unidad de longitud del eje del obstáculo.

$$F_L = \frac{C_T}{2\beta} 0.0048 V_{cr}^2 d$$

Donde

β coeficiente de amortiguamiento de la estructura, como porcentaje del amortiguamiento crítico.

C_T factor de empuje transversal.

V_{cr} velocidad crítica del viento, en m/s

d dimensión de la estructura paralela a la dirección del viento, en m

La velocidad crítica del viento, para la cual se generan los vórtices, se calculará para estructuras de sección circular como:

$$V_{cr} = 5n_0d$$

El factor de empuje transversal C_T podrá tomarse como 0.28 para estructuras de sección circular.

Pueden omitirse los efectos dinámicos de vorticidad si por medio de observaciones en prototipos y/o modelos representativos, se demuestre que la forma, dimensiones o acabado exterior son tales que no pueden formarse vórtices importantes con vientos de igual o menor velocidad a la de diseño. Además, cuando el período fundamental del obstáculo en estudio difiera cuando menos en 30% de cualquier valor posible que puedan tener los vórtices alternantes, para velocidades menores o iguales a las de diseño. Esta condición se logra cuando la velocidad crítica (V_{cr}), calculada para estructuras de sección circular excede de $4\sqrt{p_z RC_z}$ para $z=H$ donde R es un factor de rugosidad.

ACCIÓN DEL VIENTO

La Ingeniería Aeronáutica ha aportado las bases necesarias para entender la interacción del flujo de aire cubriendo a cuerpos fuselados, aunque este no sea comúnmente el caso en la ingeniería civil. Las aplicaciones de este campo a la aerodinámica de obras civiles, se ve limitada a bajas velocidades (menores a la velocidad del sonido) y flujo de tipo incompresible.

La aerodinámica de obras civiles tales como puentes, edificios altos, chimeneas y demás estructuras flexibles está muy asociada con la meteorología y con un especial cuidado por el flujo turbulento del viento en la capa límite de la atmósfera con la superficie terrestre. Además de la velocidad media del viento, existen aspectos del flujo turbulento que son de especial interés: la turbulencia del viento natural sobre una estructura y la turbulencia local provocada en el viento por la estructura misma.

En este capítulo se intenta mostrar aquellos conceptos fundamentales en los que se basa el estudio de los efectos del viento en cuerpos inmersos en su flujo. La aerodinámica se basa en el estudio de los fluidos perfectos y en los fluidos viscosos. De esta manera es posible definir conceptos tales como: red de flujo, capa límite y separación de vórtices. Lo anterior se desarrolla con ayuda de parámetros adimensionales utilizados para correlacionar los ensayos en modelos de escala reducida contra prototipos de tamaño real.

3.1 AERODINÁMICA DE CUERPOS RÍGIDOS

Lo que se trata de definir es el desarrollo de presiones en la superficie de un cuerpo lo suficientemente rígido (mas adelante se revisa el caso de estructuras flexibles) inmerso en el flujo de masas de aire. Aunque debe tenerse en cuenta que el estudio del flujo sobre cuerpos irregulares (tal es el caso de las obras civiles) se limita al área experimental y descriptiva.

3.1.1 Ecuaciones Principales.

El fenómeno aerodinámico, a pesar de ser extremadamente complejo puede ser simplificado por medio del análisis matemático con base en algunas hipótesis de análisis:

- Se prescinde de la teoría molecular y cinética.
- Se supone un fluido homogéneo.
- El fluido es incompresible y/o viscoso.
- Movimiento no turbulento o laminar.

Se le llama *flujo laminar* al movimiento de un fluido cuyas partículas se mueven siempre paralelamente a un plano fijo, que se llama plano director. El fluido puede estar contenido en el

espacio, siempre que ninguna de sus partículas tenga componente de su velocidad que sea normal al plano director.

En estas condiciones, la velocidad de cada partícula en un momento determinado dependerá del lugar que ocupe; a cada punto del fluido corresponderá una velocidad representada en intensidad y dirección por un vector, por lo que se puede decir que el plano, o el espacio, ocupado por el fluido constituye un *campo de velocidades*.

3.1.2 Función Potencial ϕ .

Sea el campo de flujo (velocidades) definido como un campo vectorial dentro de un espacio definido S de tal manera que a todo punto $P(x, y, z)$ de S corresponda un vector \vec{u} , función del punto P . En lo sucesivo lo consideraremos siempre aplicado en P .

Considérese una función $\phi(x, y, z)$, función del punto P , y su diferencial total

$$d\phi = \frac{\partial\phi}{\partial x} dx + \frac{\partial\phi}{\partial y} dy + \frac{\partial\phi}{\partial z} dz$$

Supóngase además que exista un vector \vec{w} tal que, considerado cualquier vector $d\vec{P}$, que represente un desplazamiento infinitesimal del punto P , sea siempre

$$\vec{w} \cdot d\vec{P} = d\phi$$

Se dice entonces que \vec{w} es el gradiente de ϕ y se escribe

$$\vec{w} = \text{grad}\phi$$

Si \vec{w} es el gradiente de ϕ , se dice que ϕ es el potencial del campo de vectores \vec{w} . Se llaman superficies equipotenciales aquellas donde el potencial ϕ es constante. Sea P un punto en una equipotencial; entonces si damos a P un desplazamiento infinitesimal arbitrario $d\vec{P}$ sobre la superficie, resulta $d\phi=0$ y luego, por definición

$$\text{grad}\phi \cdot d\vec{P} = 0$$

Por lo que podemos concluir que el vector $\text{grad}\phi$ es normal a la superficie equipotencial $\phi=cte$.

Si un campo de vectores es conservativo, admite una función potencial ϕ tal que:

$$\vec{u} = \text{grad}\phi$$

La propiedad es invertible, si el campo admite potencial, es conservativo. En flujo laminar existe siempre una función que determina el potencial en cada punto, lo cual no es el caso de un flujo vorticoso, es decir con rotacional diferente de cero.

3.1.2.1 Aplicación en Flujos Bidimensionales.

Sea φ a la función del potencial del campo de velocidades que representa una corriente plana paralela de un fluido, U_∞ la velocidad en un punto de coordenadas (x, y) ; u y v las componentes de la velocidad paralelas a los ejes x y y , respectivamente, tendremos:

$$u = \frac{\partial \varphi}{\partial x}$$

$$v = \frac{\partial \varphi}{\partial y}$$

Pero si el fluido es incompresible, lo que aumente su velocidad con relación al eje de las x debe ser compensado con una disminución igual de la velocidad con relación al eje de las y , o sea:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

O lo que es lo mismo:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = 0$$

También llamado Laplaciano, en este caso de la función φ ; luego la incompresibilidad del fluido queda establecida por la condición de que el Laplaciano de la función potencial sea nulo:

$$\Delta \varphi = 0$$

El movimiento de una partícula de fluido marca una línea de corriente, en general una curva que es tangente a la dirección de la velocidad en cada uno de sus puntos; luego si se llama dx y dy a la variación diferencial de las coordenadas de la partícula en movimiento, se tendrá:

$$\frac{dx}{dy} = \frac{u}{v}$$

$$u \cdot dy - v \cdot dx = 0$$

Ecuación integrable cuando se cumple que:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

Lo cual es precisamente la condición de incompresibilidad de fluido; luego solo en los fluidos incompresibles las ecuaciones diferenciales de las líneas de corriente pueden ser integradas.

3.1.3 Función de corriente.

Se tiene, por tanto, las líneas de corriente representadas por la ecuación diferencial:

$$u \cdot dy - v \cdot dx = 0$$

cuyo primer miembro, si la condición de integrabilidad (incompresibilidad) se cumple, puede considerarse como la diferencial de una función ψ , que sería integral de la anterior; y a cada valor constante que puede suponerse en esta función ψ , resultaría una línea de corriente determinada, ya que siendo ψ constante, su diferencial sería cero, y la ecuación anterior será satisfecha.

Esta función ψ , de las coordenadas (x, y) , es llamada *función de corriente*, y como se ha supuesto:

$$d\psi = udy - vdx$$

Se deduce que:

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y} ; v = -\frac{\partial \psi}{\partial x}$$

Al considerar a las líneas de corriente ψ_1 y ψ_2 , como superficies laterales de un tubo de corriente de espesor unitario:

En el tubo de corriente se establece un flujo cuyo gasto:

$$Q = \int_{\psi_1}^{\psi_2} (v_x) dy = - \int_{\psi_1}^{\psi_2} \frac{\partial \psi}{\partial y} dy = -(\psi_2 - \psi_1)$$

Si el flujo dentro del tubo de corriente es incompresible, al acercarse las líneas de corriente la velocidad es mayor que cuando las líneas de corriente se separan.

3.1.4 Red de Flujo.

Las funciones de corriente y de potencial definen dos familias de curvas las cuales, por definición, son ortogonales entre sí. Se logra así establecer una representación gráfica de un flujo laminar mediante un conjunto de líneas de corriente y equipotenciales. A este conjunto de líneas se le conoce como “red de flujo”, la cual define rápidamente la magnitud relativa de velocidades y la dirección de las velocidades de las partículas en movimiento.

3.1.5 Ecuaciones de Navier-Stokes

Al conocer, en un flujo potencial, la trayectoria de una partícula P sobre una línea de corriente, se acepta que la función que defina esa trayectoria es continua y derivable de tal manera que se pueda conocer el campo de velocidades y aceleraciones, generados por el movimiento del fluido.

Además de establecer como condición la compatibilidad de las trayectorias, para evitar la separación, en las partículas en movimiento se acepta la existencia de deformaciones relativas que se pueden representar por el tensor:

$$[E_{jk}] = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & \frac{1}{2}\gamma_{yx} & \frac{1}{2}\gamma_{zx} \\ \frac{1}{2}\gamma_{yx} & \varepsilon_y & \frac{1}{2}\gamma_{zy} \\ \frac{1}{2}\gamma_{zx} & \frac{1}{2}\gamma_{zy} & \varepsilon_z \end{bmatrix}$$

Al aceptar que existe $[\dot{E}_{jk}] = \frac{d}{dt}[E_{jk}]$ y que por definición la velocidad de una partícula es la derivada de aquella función que define su movimiento, se tiene:

$$[\dot{E}_{jk}] = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} v_x & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x} \right) & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_x}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial x} \right) \\ " & \frac{\partial}{\partial y} v_y & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_y}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial y} \right) \\ " & " & \frac{\partial}{\partial z} v_z \end{bmatrix}$$

El invariante lineal de este tensor es:

$$\frac{\partial}{\partial x} v_x + \frac{\partial}{\partial y} v_y + \frac{\partial}{\partial z} v_z = \text{div} \vec{V}$$

El cual mide la velocidad de cambio de volumen de la partícula. Si el flujo es incompresible, entonces el anterior resultado es nulo.

$$\text{div} \vec{V} = 0$$

Mientras el flujo está en movimiento, al tiempo de generarse el campo de velocidades, la interacción entre partículas origina la aparición de esfuerzos en cada una de las partículas; los cuales pueden definirse mediante un tensor:

$$[T_{jk}] = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix}$$

Además, para que el medio se encuentre en equilibrio, es necesario considerar las fuerzas de cuerpo (X, Y, Z) que se generan por acciones externas o por la aparición de movimiento.

$$X = \rho(f_x - a_x)$$

$$Y = \rho(f_y - a_y)$$

$$Z = \rho(f_z - a_z)$$

Donde:

$$\vec{f} = f_x i + f_y j + f_z k$$

Es la fuerza generada por acciones externas al medio, como puede ser la gravedad, efectos térmicos, etc.

$$\rho(-a_x i + -a_y j + -a_z k)$$

Representa a las fuerzas de inercia generadas por la aceleración

$$\bar{a} = a_x i + -a_y j + -a_z k$$

Ante estas acciones, el equilibrio dinámico de la partícula se satisface si se cumple lo siguiente:

$$\Sigma F_x = 0$$

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + X = 0$$

$$\Sigma F_y = 0$$

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + Y = 0$$

$$\Sigma F_z = 0$$

$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + Z = 0$$

En Mecánica de Fluidos, las relaciones constitutivas entre velocidades y esfuerzos son:

$$\begin{aligned} \sigma_x &= -p + \lambda \operatorname{div} \vec{V} + 2\mu \frac{\partial v_x}{\partial x} & \tau_{xy} &= \mu \left(\frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x} \right) \\ \sigma_y &= -p + \lambda \operatorname{div} \vec{V} + 2\mu \frac{\partial v_y}{\partial y} & \tau_{yz} &= \mu \left(\frac{\partial v_z}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial z} \right) \\ \sigma_z &= -p + \lambda \operatorname{div} \vec{V} + 2\mu \frac{\partial v_z}{\partial z} & \tau_{zx} &= \mu \left(\frac{\partial v_x}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial x} \right) \end{aligned}$$

En donde:

p : es la presión volumétrica en una partícula; positiva cuando se trata de compresión.

λ, μ : son viscosidades cinemáticas que dependen del fluido.

v_x, v_y, v_z : son las componentes ortogonales de la velocidad.

Al sustituir los valores de los esfuerzos en las ecuaciones de equilibrio, después de reordenar las expresiones y sumar vectoriales, se tiene la siguiente expresión:

$$-\operatorname{grad} \cdot p + (\lambda + \mu) \operatorname{grad} \cdot \operatorname{div} \vec{V} + \mu \nabla^2 \vec{V} = -\rho(\vec{f} - \bar{a})$$

Llamada la Ecuación de Navier-Stokes (ENS), la cual se puede simplificar conociendo que:

$$\operatorname{rot} \cdot \operatorname{grad} \vec{V} = 0$$

Al aplicar rot en ambos miembros de la ENS:

$$\mu \nabla^2 \operatorname{rot} \vec{V} = -\rho \operatorname{rot}(\vec{f} - \bar{a})$$

Esta expresión relaciona directamente a las cantidades cinemáticas \vec{V} y \vec{a} con las fuerzas de cuerpo que actúan en el continuo. Bastará definir la densidad ρ y la viscosidad μ de un fluido, para relacionar a la velocidad y aceleración con las fuerzas de cuerpo.

3.2 FLUJO Y SEPARACIÓN DE LA CAPA LÍMITE.

El contorno del campo de flujo son las superficies fijas o móviles, por lo general sólidas, que lo delimitan. Pueden circunscribir el flujo o ser rodeadas por él. Los contornos del campo resultan recorridos totalmente por líneas de corriente, siempre que no haya separación entre el fluido y las paredes (Levi, 1957).

El desarrollo de la teoría de la capa límite dio inicio cuando la distribución de presiones alrededor de un cuerpo cilíndrico inmerso en un flujo, durante ensayos experimentales, difería de aquella distribución calculada para el mismo cuerpo inmerso en un fluido ideal. En esta solución la fuerza total de arrastre resulta nula, todo lo contrario a los resultados experimentales. A esto último se le conoce como la paradoja de Jean le Rond D'Alambert (1717-1783). Ludovic Prandtl (1875-1953) simplificó el estudio de los fluidos viscosos, al suponer despreciable la resistencia interna del fluido y concentrar todo efecto viscoso en la capa límite. En 1904 introdujo el concepto de capa límite laminar y en 1914 el de capa límite turbulenta.

3.2.1 El Número de Reynolds.

Considérese una corriente de bidimensional que discurre paralela a un obstáculo plano. El fluido en contacto con la superficie del obstáculo se adhiere a esta provocando que la masa de aire adyacente sufra un retardo en su movimiento. De esta manera, se presenta un perfil de velocidades donde el flujo sufre este retardo, desde cero en la superficie plana hasta donde se tiene la velocidad del flujo alrededor del obstáculo. A esta zona se le conoce como capa límite o de frontera, la cual depende de las propiedades viscosas del fluido que se analice.

Una masa de fluido en movimiento provoca dos tipos de fuerzas (según la ecuación de Navier Stokes), estos son el efecto viscoso y el inercial. La relación entre estos define al tipo de flujo que los genera. La relación entre fuerzas inerciales y viscosas es llamada Número de Reynolds, Re .

Por ejemplo, considérese un volumen de fluido con una dimensión característica L . Entonces, por el teorema de Bernoulli, la presión neta $(p - p_0)$ causada por el flujo del fluido con velocidad U , la cual es del orden de $\frac{1}{2}\rho U^2$, crea fuerzas inerciales en el fluido (uno de sus elementos) encerrados por ese volumen el cual es del orden de $\rho U^2 L^2$. Por otra parte, los esfuerzos viscosos en el

elemento son del orden de $\mu U/L$, así que las fuerzas viscosas son del orden de $\mu U/L \cdot L^2$. El cociente de las fuerzas inerciales contra las viscosas es entonces del orden de:

$$Re = \frac{\rho U^2 L^2}{\mu U L^2/L} = \frac{\rho UL}{\mu} = \frac{UL}{\nu}$$

Donde $\nu = \mu/\rho$ es la llamada viscosidad cinemática.

Mientras Re sea grande, las fuerzas inerciales predominan, de lo contrario los efectos viscosos son predominantes. El flujo sobre cualquier objeto puede desarrollar una gran variedad de números de Reynolds, según sea la región en particular de estudio.

3.2.2 Separación de la Capa Límite.

Considérese la ecuación de Bernoulli con h constante, dada por

$$\frac{1}{2} \rho v^2 + p = cte$$

En estas condiciones se ve que cuando $p=0$ (cavitación) se tiene velocidad máxima, si $v=0$ (estancamiento) implica presión máxima. Así, el estancamiento establece un límite de presión dinámica (Levi, 1957).

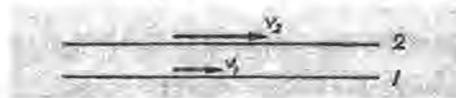
Un crecimiento continuo y uniforme de presión en el sentido del flujo, puede ocasionar un estancamiento cerca del contorno, cuando la energía total de las líneas de corriente de frontera, por efecto de la fricción con las paredes, sea menor que la de las más alejadas al contorno. Esto se explica cuando dos líneas de corriente contiguas, una pueda (según sea la presión) estancarse, mientras la otra sigue con velocidad.

Al diferenciar la ecuación de Bernoulli, se tiene

$$dv = -\frac{dp}{\rho v}$$

Luego, para $dp < 0$ se tendrá $dv > 0$, o sea que la velocidad tenderá a crecer; viceversa para $dp > 0$ tenderá a decrecer. Sean dos líneas de corriente 1 y 2 contiguas ($v_1 < v_2$), al suponer que la variación de la presión dp sea igual a lo largo de las dos. Entonces, por la relación anterior, se tendrá

$$\frac{dv_1}{dv_2} = \frac{v_1}{v_2}$$



Lo que significa que la velocidad más grande variará menos que la menor. Ahora si $dp < 0$ ($dv > 0$) significa que la menor (1) crecerá más que la mayor (2) y en conjunto, las velocidades tenderán a ser iguales; si $dp > 0$ ($dv < 0$) la velocidad menor disminuirá más que la mayor y se presentará la

posibilidad de que la menor llegue a anularse. Esto es físicamente realizable sólo en la proximidad del contorno, dando lugar a una separación del flujo de la pared.

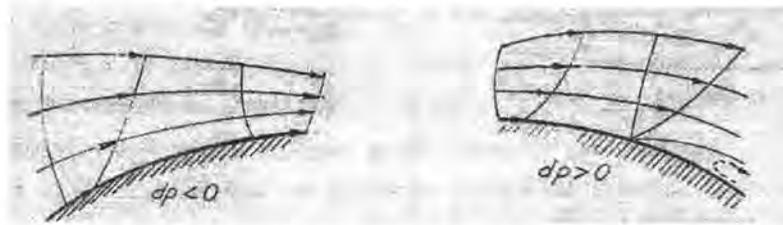


Figura 3-1 Capa límite en una superficie, influencia de la presión.

Ahora considérese el flujo alrededor de un cilindro de superficie lisa. Para un fluido ideal, las velocidades se incrementan a lo largo de la superficie AB y en consecuencia la presión decrece; de forma inversa, a lo largo de la superficie BC, las velocidades decrecen y las presiones se incrementan.

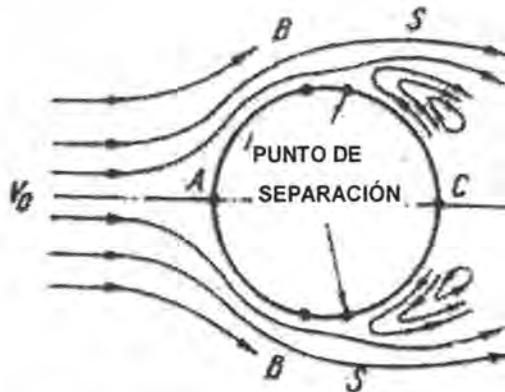


Figura 3-2 Flujo alrededor de un cilindro, corte transversal

En el flujo dentro de la capa límite, parte de la energía cinética de las fuerzas de fricción actuantes en el fluido a lo largo de la superficie AB se disipa. Como resultado, el resto de la energía no es suficiente para soportar las presiones incrementadas (gradiente de presión) a lo largo de la superficie BC, y las presiones externas causan la separación en un punto S, entre B y C. La localización del punto de separación depende del número de Reynolds, de la rugosidad del cuerpo y de la curvatura de la superficie expuesta. En la separación, son las grandes succiones en sotavento del cilindro y por ende, la fuerza adicional de arrastre en la dirección del movimiento.

Estas diferencias de presión pueden ser producidas, por ejemplo, por el flujo sobre la esquina de un cuerpo irregular, lo cual causa separación del flujo. La separación de capas genera vórtices discretos, los cuales son desprendidos dentro de la estela del flujo detrás del cuerpo. Tales vórtices pueden causar muy altas succiones, cerca de los puntos de separación.

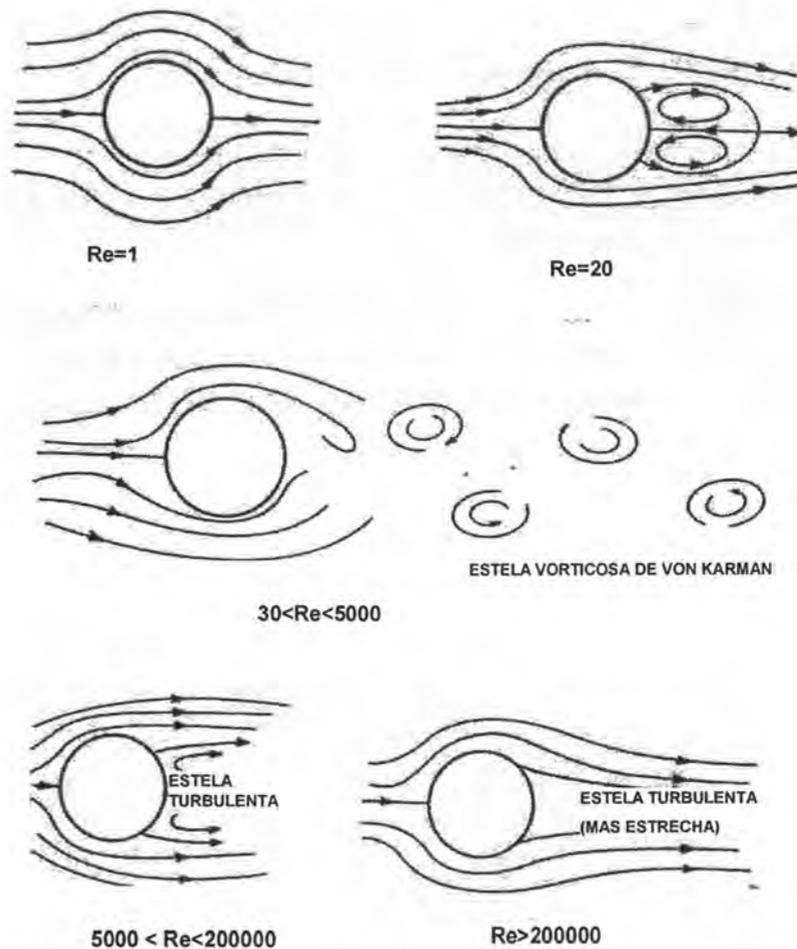


Figura 3-3 Separación de la capa límite y formación de vórtices según el cambio del Número de Reynolds. Al incrementar Re paulatinamente en el flujo sobre algún obstáculo, se produce una variedad de fenómenos en el flujo, para los cuales Re provee una explicación.

3.3 FORMACIÓN DE VÓRTICES EN FLUJO BIDIMENSIONAL

La forma e intensidad del flujo vorticoso resultante de la separación del flujo (estela vorticososa) depende en gran parte de la forma del cuerpo. Para cuerpos estrechos y delineados de forma especial (como el ala de un avión) la estela es casi ausente y la separación del fluido puede no ocurrir.

La estela vorticososa es conocida como estela de Von Karman. Debido al efecto de corte causado por el movimiento rotacional de los vórtices, su velocidad traslacional, u es menor que V . A una cierta distancia del cuerpo se genera un patrón regular de vórtices alternantes:

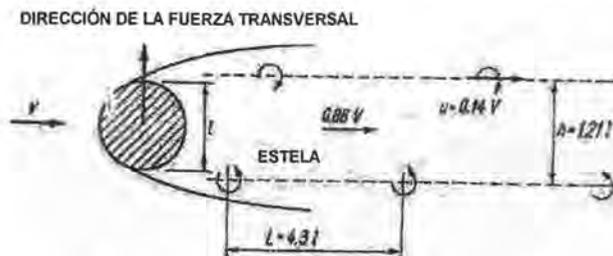


Figura 3-4 Estela de Von Karman.

La frecuencia de los vórtices generados, n es definida como

$$n = \frac{U - u}{L}$$

Y puede ser expresada, en una relación adimensional, por medio del número de Strouhal:

$$S = \frac{nD}{U}$$

Donde n es la frecuencia de la separación de vórtices, D es la longitud característica del cuerpo (proyectado en una superficie normal al flujo medio del viento) y U es la velocidad del flujo, supuesto laminar.

El número de Strouhal depende de la forma del cuerpo y del número de Reynolds. Para cuerpos cilíndricos, $S \approx 0.2$, donde Re se encuentra en un intervalo de $10^3 - 10^5$. Para cuerpos con esquinas pronunciadas, $S \approx 0.11 - 0.17$.

Los vórtices alternantes causan fuerzas transversales en el cilindro y por ende, oscilaciones transversales. A una cierta distancia del cuerpo, los vórtices son amortiguados por la viscosidad interna del fluido.

Se puede verificar mediante estudios experimentales, donde se involucran prismas de secciones diversas, que S permanece casi constante mientras Re crece.

En experimentos de separación de vórtices, se ha visto que cuando cuerpos largos son orientados con su dirección mayor paralela al flujo predominante, tiende a desarrollar estelas estrechas, la mayoría sin vórtices.

Si se compara el flujo alrededor de un prisma cuadrado y a uno rectangular, se ha visto que el rectangular produce separación de flujo, seguido de una ancha estela turbulenta, aunque la forma rectangular más alargada puede mostrar una separación en las primeras esquinas, para luego readherirse al cuerpo y finalmente separarse en una estela turbulenta.

Así pues, no solo la cara irregular del cuerpo expuesta al flujo afecta la estela resultante, sino que la longitud del cuerpo paralela al flujo y la forma, en general, del cuerpo juegan un papel importante en la forma de la estela.

3.4 EFECTOS EN LA PRESIÓN, FUERZAS DE ARRASTRE Y MOMENTO, EN CUERPOS BIDIMENSIONALES

Cualquier obstáculo, irregular o no, inmerso en la corriente de un fluido, sufre las presiones generadas por este flujo; según el teorema de Bernoulli:

$$\frac{1}{2} \rho U^2 + p = c$$

Donde c es una constante que se mantiene a lo largo de una línea de corriente, U es la velocidad del fluido en esa línea de corriente, la cual se ubica justo después de la capa límite de fluido que envuelve al cuerpo. La suma total de estas presiones resulta en dos acciones principales del viento sobre la estructura: una fuerza neta y un momento, ambos referidos a un sistema de referencia.

El sistema de referencia utilizado, está formado por 3 ejes ortogonales, dos ubicados en el plano horizontal del flujo (x, y) donde el eje x tiene el sentido del flujo principal, y un eje vertical z hacia arriba.

La proyección de las acciones resultantes del viento sobre este sistema de referencia define a las siguientes componentes:

- Fuerza de arrastre, F_D , en dirección de x .
- Fuerza de Levante o excitación transversal, F_L , en dirección de y .
- Fuerza de Sustentación, en dirección de z .
- Momento de Balance, alrededor del eje x .
- Momento de Torsión, alrededor del eje z .
- Momento de Cabeceo, alrededor del eje y .

Estas componentes varían según la forma del cuerpo estanco y de la magnitud del número de Reynolds.

La gran variedad de forma y dimensiones en las estructuras, así como las características del flujo al que son sometidas, provoca que el estudio de las presiones en sus contornos sea referido a una presión base o de estancamiento. Esta es una presión promedio dinámica ($\frac{1}{2} \rho U^2$) medida fuera del contorno afectado del flujo por el cuerpo estanco en el. Esto conduce al uso de coeficientes de presión, referidos a cada componente o acción de interés. Por ejemplo, para un punto en la superficie:

$$C_p = \frac{p - p_0}{\frac{1}{2} \rho U^2}$$

donde:

- C_p es el coeficiente de presión en un punto
- U es la velocidad media del flujo en referencia

ρ es la densidad del fluido

$p-p_0$ representa la diferencia de presiones entre el punto de medición y otro de referencia, colocado antes de que el viento envuelva al obstáculo.

Con las componentes de la acción del viento, considerándolas por unidad de longitud:

$$C_L = \frac{F_L}{\frac{1}{2}\rho U^2 B} ; C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2}\rho U^2 B}$$

donde B es una dimensión de referencia de la estructura, C_L y C_D son los coeficientes de levante y de arrastre, respectivamente. En el caso del momento inducido a la estructura:

$$C_M = \frac{M}{\frac{1}{2}\rho U^2 B^2}$$

Cuando la velocidad del flujo varía debido a la turbulencia generada por la estructura misma, vórtices asociados a los cambios del flujo o las variaciones en el clima, estos coeficientes se vuelven dependientes del tiempo. En tal caso es necesaria una descripción detallada basada en valores medios de los coeficientes, así como en su densidad espectral.

FENÓMENOS AEROELÁSTICOS

Las cargas de presión, actuantes en la superficie de un cuerpo inmerso en una corriente incidente, pueden no ser regulares, ni constantes en el tiempo. La turbulencia del flujo y las fluctuaciones del mismo inducidas por el propio cuerpo son causa de la variabilidad de presiones en el tiempo. Esta variabilidad de presiones es el origen de cargas dependientes del tiempo, que actúan sobre la estructura.

Si el cuerpo se deforma lo suficiente, cambia las condiciones de contorno para el flujo y modifica las fuerzas aerodinámicas que el fluido ejerce sobre el obstáculo, lo cual afecta de nuevo las deformaciones del cuerpo. La *aeroelasticidad* se encarga de estudiar esta interacción entre el movimiento de la estructura y el flujo circundante.

El fenómeno conocido como inestabilidad aeroelástica aparece cuando las fuerzas aerodinámicas generadas por la estructura deformada tienden a aumentar la deformación de la estructura.

Las fuerzas aerodinámicas que son consecuencia del movimiento del cuerpo se nombran autoexcitadas. Como este tipo de fenómenos son poco conocidos, se suelen emplear modelos empíricos, en los cuales las características esenciales del fenómeno aerodinámico son aportadas por los datos experimentales.

Dos efectos importantes están relacionados a las cargas de viento no estacionarias (variables en el tiempo):

- Fatiga en los materiales, que pueda afectar el colapso total de la estructura.
- Aceleraciones de la estructura, que puedan afectar su funcionamiento.

4.1 CONCEPTOS BÁSICOS

Un cuerpo inmerso en una corriente incidente experimenta acciones debidas a presiones y esfuerzos de fricción tan intensas como para deformarlo, lo que a su vez cambia la distribución de presiones en su superficie; además puede ser que la aceleración y velocidad asociadas a los desplazamientos sean significativas como para ser consideradas en el estudio de la dinámica del cuerpo.

Si se plantea el problema del comportamiento de un cuerpo elástico inmerso en una corriente fluida, las fuerzas que hay que considerar son:

- *Fuerzas estáticas*, F_e , son las acciones externas contra el cuerpo.
- *Fuerzas aerodinámicas*, F_a , producidas por la acción del fluido sobre el cuerpo; se pueden dividir en: aquellas que aparecen aunque el cuerpo esté en reposo, F_a^C , que a su vez pueden ser estacionarias y no estacionarias y las que aparecen como consecuencia de la

perturbación producida en el fluido por el movimiento de la estructura, F_a^M , y pueden depender de la posición, forma, velocidad y aceleración del movimiento del cuerpo en su deformación.

- Las *fuerzas de inercia*, debidas a la aceleración del movimiento de la estructura.

Los fenómenos aeroelásticos son, por tanto, consecuencia de la interacción entre estas tres fuerzas indicadas, que, según sea su importancia relativa de unas frente a otras, dan lugar a diversos tipos de inestabilidades.

Si no se producen aceleraciones apreciables durante el proceso de desplazamiento del cuerpo (si este es muy rígido o el flujo es estacionario) se puede hablar de un *fenómeno cuasiestático* y por tanto las únicas fuerzas relevantes que intervienen en el proceso, son las aerodinámicas (que producirán acciones cuasiestacionarias) y la estáticas; en estas circunstancias la acción del fluido da lugar a un desplazamiento cuasiestático de la estructura.

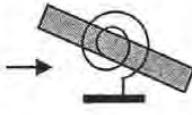
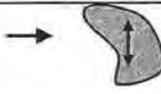
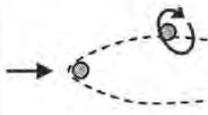
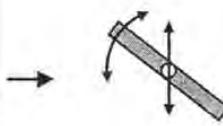
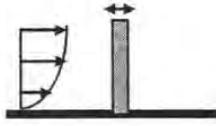
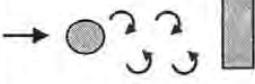
Si el cuerpo es elástico y el flujo estacionario, puede ocurrir que, al aumentar la velocidad del fluido, las fuerzas aerodinámicas superen a las recuperadoras (elásticas) y por tanto se produzca el incremento, sin límite de la deformación del cuerpo que conduce a su colapso estructural, fenómeno que se conoce como *divergencia aeroelástica*.

En un cuerpo flexible aislado o en un medio en reposo, si ha empezado a oscilar por alguna razón, el amortiguamiento estructural y el efecto de la viscosidad del fluido circundante, disipan energía y consiguen amortiguar las oscilaciones. Pero en el seno de una corriente fluida, las acciones aerodinámicas producidas como consecuencia del movimiento relativo entre el cuerpo y el fluido pueden dar lugar a que la amplitud de esas oscilaciones se reduzca, se mantenga o crezca, según si las fuerzas aerodinámicas comunican menos, igual o más energía, por ciclo de oscilación, de la que el sistema es capaz de disipar.

Cuando las fuerzas aerodinámicas no pueden ser consideradas como estacionarias, debido al propio movimiento de la estructura, que produce modificaciones en dichas fuerzas (lo que generalmente está asociado a variaciones rápidas de posición y orientación del cuerpo, y por tanto a frecuencias de oscilación relativamente altas), aparece el fenómeno conocido como *aleteo (flutter)*, y cuando las acciones aerodinámicas se puedan considerar como cuasiestáticas (con variaciones de posición más lentas), el fenómeno equivalente se denomina *galopeo (galloping)*.

En un cuerpo que está sometido a la acción de una corriente que no es estacionaria ni uniforme, corriente arriba del obstáculo (es decir, antes incluso de que este pueda perturbar apreciablemente a la corriente), pueda aparecer el fenómeno conocido como *bataneo (buffeting)*. La no uniformidad de la corriente incidente se debe a la turbulencia presente en la propia atmósfera, cuya turbulencia tiene un contenido de frecuencias amplio y da lugar a lo que se denominan *cargas por ráfagas*.

Tabla 4-1 Fenómenos aeroelásticos (Meseguer, 2001)

Fenómeno	Fuerzas internas	Condiciones aerodinámicas (U=corriente incidente, F= condición de las cargas)	Esquema	Comentarios
Divergencia torsional	Elásticas	U: Uniforme F: Cuasiestáticas		Puentes, postes de señalización, láminas de recubrimiento.
Galopeo transversal	Elásticas, tensión	U: uniforme F: cuasiestáticas		Estructuras esbeltas, cables
Galopeo inducido por estela vorticosa	Tensión	U: estela estacionaria (valores medios) F: dependen de la posición		Cables en catenaria
Aleteo (flameo)	Elásticas	U: uniforme F: no estacionarias (a veces cuasiestáticas)		Puentes colgantes (intervienen dos grados de libertad)
Bataneo, ráfagas. Carga cuasiestática	Elásticas	U: turbulencia atmosférica F: cuasiestáticas		Edificios, puentes
Golpeteo, ráfagas. Carga dinámica	Elásticas	U: turbulencia atmosférica (banda ancha) F: cuasiestáticas		Edificios esbeltos, puentes
Golpeteo de estela	Elásticas	U: estela de un edificio a barlovento, banda estrecha F: no estacionarias		Rascacielos en la estela de otros
Desprendimiento de vórtices	Elásticas	U: corriente uniforme F: debidas a la propia estela, no estacionarias		Estructuras esbeltas (anuncios espectaculares).

Si la corriente incidente, no es estable, se debe a que el cuerpo se encuentra inmerso en la estela producida por otro obstáculo situado corriente arriba, el intervalo de frecuencias de la variaciones de velocidad presentes en la estela turbulenta es más estrecho, y por tanto puede ser más dañino para el cuerpo, si la turbulencia es capaz de excitar alguna de sus frecuencias propias, ya que la energía presente en la estela, se encuentra agrupada en una banda estrecha de frecuencias.

Pero existe otra posibilidad: que sea el mismo cuerpo, debido a su forma, aunque permanezca en reposo, el que produzca un comportamiento no estacionario en el fluido, como sucede al aparecer desprendimiento de torbellinos alternados en cuerpos no fuselados, torbellinos que son arrastrados por la corriente, constituyendo la estela propia del cuerpo (estela de Von Karman).

4.2 OSCILACIONES AUTO EXCITADAS Y SISTEMAS INESTABLES.

Al considerar la ecuación dinámica de movimiento de un sistema de un grado de libertad, sin excitación externa:

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = 0$$

donde:

$x(t)$ es el desplazamiento desde la posición de equilibrio.

c es el coeficiente de amortiguamiento viscoso.

k define a la rigidez.

m es la masa del oscilador

La solución de esta ecuación diferencial lineal de 2º orden resulta ser:

$$x = Ce^{rt}$$

Al sustituir en la ecuación original, se encuentra la ecuación característica del sistema:

$$r^2 + \frac{c}{m}r + \frac{k}{m} = 0$$

Si $c < 2\sqrt{mk}$, las raíces complejas de la ecuación característica son:

$$r_{1,2} = -\frac{c}{2m} \pm i\sqrt{\frac{k}{m} - \left(\frac{c}{2m}\right)^2}$$

Al definir las siguientes cantidades:

$$\omega_0^2 = \frac{k}{m} ; \beta = \frac{c}{2m\omega_0} = \frac{c}{2\sqrt{mk}}$$

donde ω_0 es la frecuencia natural no amortiguada de la estructura y β el porcentaje de amortiguamiento crítico.

$$c_{cr} = 2\sqrt{mk}$$

$$\beta = \frac{c}{c_{cr}}$$

β queda definido como la relación de amortiguamiento o porcentaje de amortiguamiento crítico, es el menor amortiguamiento necesario para que la estructura regrese a su posición estática sin oscilar después de haber sido excitado.

Para condiciones iniciales, desplazamiento x_0 y velocidad v_0 , la solución de la ecuación de movimiento es:

$$x = e^{-\frac{ct}{2m}} \left(\frac{v_0 + \frac{c}{2m}x_0}{\omega} \operatorname{sen}\omega t + x_0 \cos\omega t \right)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m} - \left(\frac{c}{2m}\right)^2} = \omega_0 \sqrt{1 - \beta^2}$$

Donde ω es la frecuencia natural amortiguada del sistema, la cual depende de la frecuencia natural ω_0 y del porcentaje de amortiguamiento crítico β . Se sabe que para valores pequeños del porcentaje de amortiguamiento crítico ($\beta \leq 0.1$)

$$\omega \cong \omega_0$$

La ecuación que define a $x(t)$ representa un movimiento armónico de frecuencia ω , cuya amplitud disminuye con el tiempo.

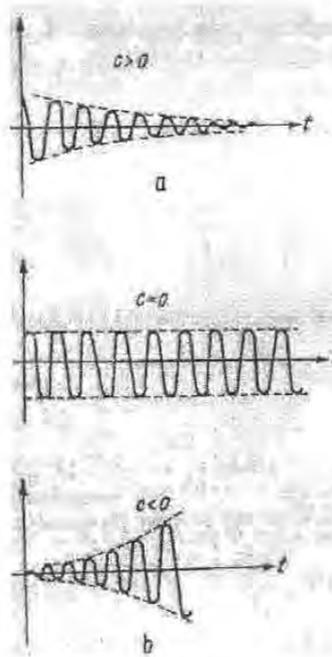


Figura 4-1 Amplitudes de oscilación de sistemas estables (a) e inestables (b).

Si las raíces de la ecuación característica del sistema tienen partes negativas reales (cuando el amortiguamiento es positivo).

$$c > 0$$

Las oscilaciones de la estructura se amortiguan y tienden a disminuir, cuando el exponente de la ecuación es negativo. Un sistema de este tipo es estable y sus oscilaciones son amortiguadas.

Si las raíces de la ecuación característica tienen una parte real positiva (amortiguamiento negativo).

$$c < 0$$

Los desplazamientos de la estructura se incrementan infinitamente, cuando el exponente de la ecuación es positivo. Este tipo de sistema es inestable y sus desplazamientos son auto excitados.

4.3 SEPARACIÓN DE VÓRTICES Y SUS EFECTOS EN LAS ESTRUCTURAS.

La separación de vórtices de Banard (estela de Von Karman) en una corriente bidimensional que actúa sobre un cilindro inmerso, tal y como se describe en el capítulo 3, genera una variación en la distribución de presiones en la superficie del cuerpo y provoca la aparición de fuerzas periódicas (vibraciones) transversales a la dirección de la corriente.

El riesgo provocado por este fenómeno se incrementa en estructuras esbeltas si (Dyrbye y Hansen, 1999):

- Están ubicadas en línea, separadas de 10 a 15 veces su ancho.

- La corriente incidente es una estela vorticosa provocada por otra gran estructura (sólida) adyacente.

Este tipo de fenómeno también se presenta en estructuras con otras formas y características diferentes a las de un prisma circular.

El número de Strouhal es un parámetro que define a la separación de vórtices, aun cuando el cuerpo no sea un cilindro.

$$S = \frac{nD}{U}$$

Ensayos anteriores han permitido conocer la variación con el número de Reynolds, y del número de Strouhal, para obstáculos de formas muy variadas (Figura 4-3).

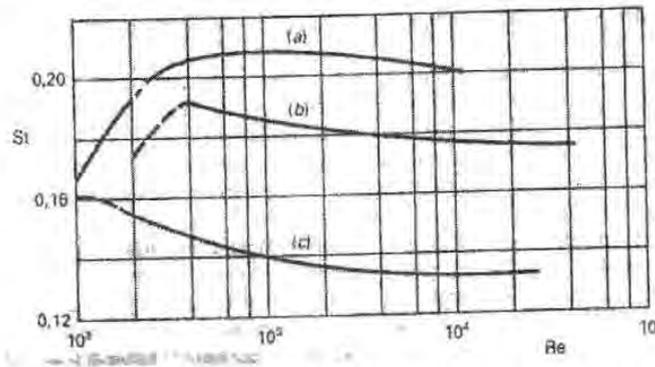


Figura 4-2 Variación con el número de Reynolds, Re , del número de Strouhal, St de (a) cilindros de sección circular, (b) prismas de sección triangular, y (c) de placas planas. (Meseguer, 2001).

De la ecuación anterior, n es la frecuencia de desprendimiento de vórtices en uno de los lados del obstáculo, por lo que la frecuencia de los torbellinos separados en ambos lados será $2*n$. Así, el período de la fuerza lateral producida por los torbellinos que experimentará el cilindro será n , pero en un obstáculo situado en la zona de influencia de la estela vorticosa (después del cuerpo que modifica al flujo) la frecuencia de la excitación en la dirección longitudinal será $2*n$. También actúa en el cuerpo una fuerza en dirección del flujo con frecuencia $2*n$, la cual modifica el flujo incidente; sin embargo no es tan importante para flujos de aire.

Cuando la frecuencia de las cargas aerodinámicas periódicas (generadas por la estela vorticosa) coincide con la frecuencia del modo fundamental de vibración del obstáculo, se pueden generar desplazamientos crecientes importantes en el obstáculo. Si una estructura entra en resonancia con la excitación que la deforma, se presenta una situación crítica, que podría causar su colapso.

Como el número de Strouhal es prácticamente constante en un amplio margen de valores del número de Reynolds, la frecuencia de desprendimiento se podrá expresar como

$$n = S \frac{U}{D}$$

El valor del número de Strouhal, depende de la forma de la sección del obstáculo.

4.3.1 Fuerzas Inducidas por el Flujo.

La fuerza causada por separación de vórtices se caracteriza con cuatro parámetros: el coeficiente de empuje transversal, el número de Strouhal, el ancho de banda espectral de la carga y la correlación de la carga a lo largo del cuerpo. Estos cuatro parámetros dependen de la sección transversal del cuerpo, del número de Reynolds, de la escala e intensidad de la turbulencia y de la relación de aspecto.

La fuerza causada por la separación de vórtices, por unidad de longitud es:

$$F_V(z, t) = q(z)d(z)C_L(z, t)$$

Donde $q(z) = \frac{1}{2} \rho U^2(z)$ es la carga por velocidad, $U(z)$ es la velocidad media a una altura z , $D(z)$ es el ancho característico de la estructura y $C_L(z, t)$ representa una fuerza lateral normalizada adimensional (proceso estocástico de media cero).

Auto espectro de fuerza lateral normalizada, C_L

Sea u' la componente variable de la velocidad. La suma $U+u'$ representa la velocidad total incidente, donde U es la velocidad media. Al sustituir esta suma, en la definición del número de Strouhal.

$$n_s + n_s' = S_t \frac{U + u'}{d}$$

lo que indica que la separación de vórtices, genera un ancho de banda y no esta limitada a un solo valor de n_s .

La componente u' puede ser definida como aquella asociada a la turbulencia, con periodos mucho mas largos que el período natural de la estructura. Al incluir la componente turbulenta de la velocidad, se ve la necesidad de utilizar un tiempo de promediación de velocidad bajo (menor a 10 minutos) si es que se revisa la separación de vórtices de estructuras con frecuencias naturales del orden de 1Hz.

Se considera que u' se apega a una distribución normal, el auto espectro $S_{C_L}(z, n)$ de la fuerza transversal normalizada se expresa por la siguiente fórmula (Vickery y Clark, 1972).

$$\frac{nS_{C_L}(z, n)}{\tilde{C}_L^2(z)} = \frac{n}{\sqrt{\pi B(z)n_s(z)}} \exp\left[-\left[\frac{1 - n/n_s(z)}{B(z)}\right]^2\right]$$

Donde el coeficiente $\tilde{C}_L(z)$ especifica la desviación estándar de la fuerza transversal normalizada C_L .

El ancho de banda $B(z)$ es una medida adimensional de la banda de frecuencias, en la cual los vórtices se desprenden. Si no existe turbulencia en la corriente incidente, el auto espectro contiene solo contribuciones muy cercanas a la frecuencia de desprendimiento de vórtices n_s .

4.3.2 Fuerzas Aerodinámicas Transversales.

Además de los efectos no estacionarios inducidos por la forma de una estructura inmersa en un flujo, los movimientos de la estructura misma inducen una retroalimentación del flujo (resonancia) con las fuerzas transversales a la dirección de la corriente.

Un aspecto interesante del fenómeno muestra que la estela de vórtices alternantes se asemeja a un oscilador por separado, acoplado con el obstáculo generador de los vórtices. Otra característica de la oscilación consiste en que mientras se auto excita, nunca entra en divergencia, pero encuentra un límite de bajo número de ciclos (Simiu y Scanlan, 1996).

A continuación se definen algunos conceptos del comportamiento aeroelástico de la estructura, como el estancamiento de la frecuencia, la longitud de correlación y la ecuación fundamental de la aeroelasticidad.

4.3.2.1 Estancamiento de la frecuencia.

Este fenómeno aparece cuando el movimiento de la estructura interactúa con el campo de velocidades de manera que la frecuencia dominante de separación de vórtices n_s se sincroniza con la frecuencia natural de la estructura n_e . Cuando este fenómeno de resonancia aparece, se genera un movimiento oscilatorio de la estructura, el cual controla la frecuencia de desprendimiento vórtices. De esta forma existe un intervalo de velocidades de la corriente incidente, en el que la frecuencia de desprendimiento permanece prácticamente constante, en vez de variar linealmente con la velocidad del flujo incidente.

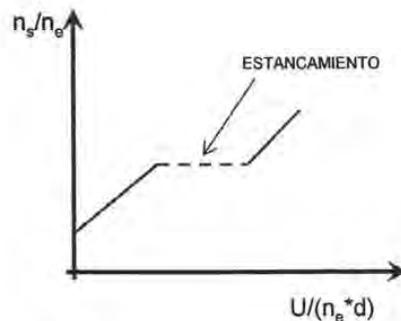


Figura 4-3 Representación del estancamiento de la frecuencia, en función de la velocidad incidente (U).

En la figura 4-4, se distinguen tres tramos en la curva: al inicio, la frecuencia de desprendimiento aumenta linealmente con la velocidad de la corriente incidente; cuando se alcanza la primera frecuencia de resonancia de la estructura, n_r , aparece una zona de estancamiento en donde la

frecuencia de desprendimiento es constante, y se sincroniza con la frecuencia del modo fundamental de vibración de la estructura. Mas allá de esta zona de bloqueo, la frecuencia de los torbellinos desprendidos, vuelve a presentar una característica aerodinámica, en vez de estar controlada por el comportamiento elástico de la estructura; así la frecuencia vuelve a crecer otra vez linealmente con la velocidad del flujo incidente.

La mayoría de los modelos analíticos (empíricos) de oscilación inducida por vórtices, reconocen una respuesta de un cilindro muy cercana a la senoidal, en cualquiera de estas dos frecuencias predominantes:

- La frecuencia de Strouhal f_s .
- La frecuencia natural de la estructura f_n .

Esta respuesta, en cada una de las dos frecuencias, provoca el golpeteo oscilante cuando la velocidad del flujo transversal no es aquella del estancamiento.

En la figura siguiente se muestran los resultados experimentales para la respuesta de desplazamiento de un cilindro soportado elásticamente antes, durante y después del estancamiento de la frecuencia, cada una con su correspondiente espectro.

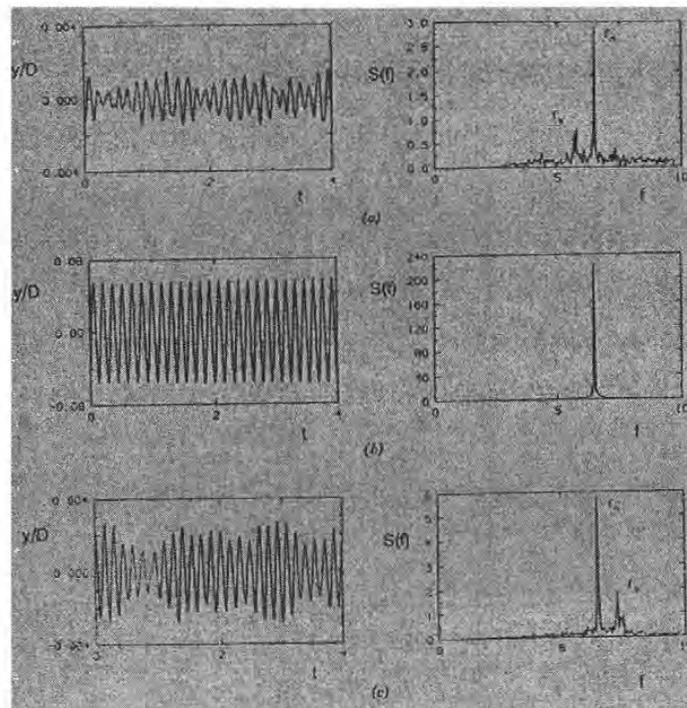


Figura 4-4 Oscilaciones transversales de cilindros apoyados elásticamente: (a) antes del estancamiento, (b) durante el estancamiento, (c) después del estancamiento.

4.3.2.2 Descripción Matemática

Las propiedades del estancamiento de la frecuencia y de las correlaciones dependientes del movimiento están relacionadas con la carga transversal causada por las vibraciones estructurales. En su forma más simple, la carga inducida por el movimiento F_m consiste de una carga inercial, proporcional a las aceleraciones de la estructura y del amortiguamiento aerodinámico, proporcional a la velocidad de la estructura.

$$F_m = -h_a \ddot{\xi}_{def} - c_a \dot{\xi}_{def}$$

ξ_{def} , $\dot{\xi}_{def}$ y $\ddot{\xi}_{def}$ son el desplazamiento, velocidad y aceleración transversales de la estructura respectivamente. En la mayoría de las estructuras en la ingeniería civil, la masa adherida de aire h_a es pequeña en relación con la masa estructural, pero la fuerza aerodinámica de amortiguamiento $c_a \dot{\xi}_{def}$, puede reducir el amortiguamiento efectivo de las vibraciones, cuando c_a es negativo. Como esto ocurre para velocidades cercanas a la crítica, es un parámetro esencial para calcular la respuesta.

La dependencia lineal entre la carga y la velocidad mostrada en la ecuación anterior, es lo suficientemente precisa para pequeñas amplitudes de vibración (10-20% del ancho característico de la estructura). Cuando las amplitudes son mayores, el amortiguamiento no lineal se vuelve importante, Vickery (1981).

4.3.2.3 Amortiguamiento estructural y aerodinámico.

El amortiguamiento estructural depende de la relación entre la velocidad del viento y la velocidad crítica, del número de Reynolds, y de la escala e intensidad de la turbulencia. Se caracteriza por un parámetro adimensional S_a como:

$$S_a = \frac{c_a}{\rho D^2 n}$$

S_a puede ser expresado en función del decremento logarítmico del amortiguamiento aerodinámico como:

$$S_a = \frac{2\delta_a m_e}{\rho D^2}$$

donde m_e es la masa equivalente por unidad de longitud equivalente correspondiente al modo considerado.

$$m_e = \frac{\int_0^h m(z) (\xi(z))^2 dz}{\int_0^h (\xi(z))^2 dz}$$

donde $\xi(z)$ es la forma modal. S_a es negativo, para un valor de amortiguamiento aerodinámico negativo, lo cual lleva a una situación crítica de vibraciones inducidas por vórtices.

El número de Scrouton S_c se define en una manera similar a S_a

$$S_c = \frac{2\delta_s m_e}{\rho D^2}$$

donde δ_s es el decremento logarítmico del amortiguamiento estructural.

El amortiguamiento estructural puede incrementarse con la intensidad del movimiento de la estructura. Este efecto se omite al utilizar un valor característico del número de Scrouton en la determinación de las vibraciones inducidas por vórtices. En modelos más precisos y confiables el amortiguamiento debería estar en función de la amplitud del movimiento.

Se ha visto en pruebas con flujo laminar, que el amortiguamiento aerodinámico es función del número de Reynolds y de la velocidad de la corriente. Cuando el flujo se ve afectado por turbulencia de gran escala, el amortiguamiento aerodinámico tiende a disminuir (Dyrbye y Hansen, 1996).

El riesgo para un cuerpo cilíndrico o similar, de sufrir grandes vibraciones por separación de vórtices, depende de 2 parámetros: el número de Scrouton y la intensidad de la turbulencia de gran escala del campo de velocidades del viento incidente. Grandes valores de estos dos parámetros reducen el riesgo de vibraciones violentas inducidas por vórtices. La experiencia muestra que no hay riesgo de estancamiento de la frecuencia si $S_c > 20$. Por otra parte, si $S_c < 10$, el riesgo de estancamiento es mucho mayor (Simiu y Scanlan, 1996).

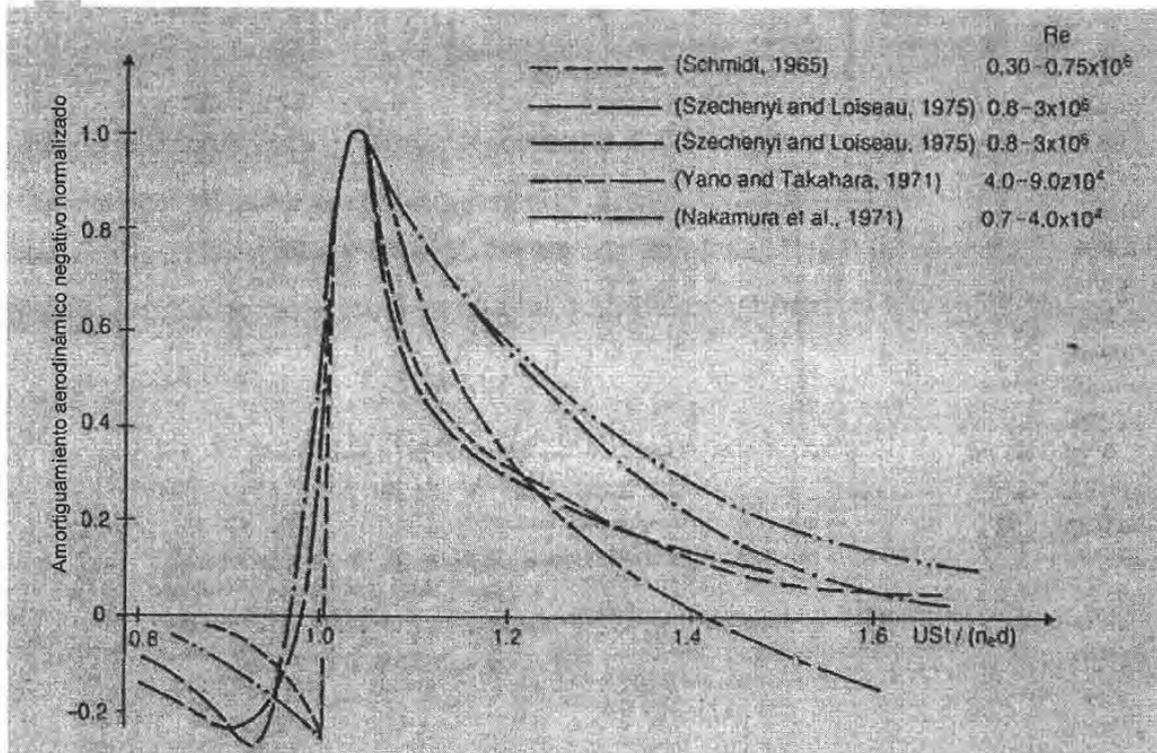


Figura 4-5 Variación del amortiguamiento aerodinámico (Vickery, 1978)

4.4 CÁLCULO DE LA RESPUESTA ANTE EL DESPRENDIMIENTO DE VÓRTICES.

Dos grupos de investigación han hecho aportaciones al tema: la Universidad de Ontario Occidental (UWO) en Canadá y la Universidad Tecnológica de Aachen en Alemania. Ambos grupos enfocan sus estudios en diferentes aspectos de las vibraciones provocadas por la separación de vórtices. Sin embargo, los métodos que usan para tomar en cuenta los efectos aeroelásticos, difieren considerablemente en los resultados (Dyrbye y Hansen, 1996).

El Modelo Espectral propuesto por los canadienses, es adecuado para estructuras muy rígidas, tales como estructuras de concreto donde los efectos aeroelásticos son relativamente pequeños o moderados.

El modelo de basado en la Resonancia de Vórtices, desarrollado por los alemanes, se enfoca en que las estructuras flexibles requieren de mayor precisión en el modelado de los efectos aeroelásticos.

Ambos enfoques son utilizados en los reglamentos de Canadá y Alemania, respectivamente.

4.4.1 Respuesta Espectral de la Separación de Vórtices

Este procedimiento se basa en un análisis modal. Solamente el modo, donde la velocidad del viento es igual a la velocidad crítica, contribuye a las vibraciones inducidas por el desprendimiento de vórtices. La fuerza total generalizada $Q(t)$ del modo considerado es:

$$Q(t) = \int_0^h F_v(z, t) \xi(z) dz$$

donde $F_v(z, t)$ es la fuerza neta inducida por la separación de vórtices por unidad de altura, $\xi(z)$ es la forma modal y h es la altura de la estructura, n_e es la frecuencia natural del modo considerado.

El desplazamiento de una estructura esbelta, tal como podría ser un anuncio espectacular, se define como $a(t)\xi(z)$. Donde el desplazamiento modal $a(t)$ es un proceso estocástico, con densidad espectral:

$$S_{aa}(n) = |H(n)|^2 \frac{h^2 (qd\tilde{C}_{L\xi})_{ref}^2}{\sqrt{\pi} B_{ref} n_e} |J(n)|^2$$

donde $|H(n)|^2$ es la función de respuesta modal de la frecuencia de la estructura y $|J(n)|^2$ es la función de aceptación conjunta, dada por:

$$|J(n)|^2 = \frac{1}{h^2}$$

4.4.1.1 Código Canadiense NBC 1990:

Las consideraciones hechas en este código, se orientan a la aplicación en estructuras flexibles, cilíndricas. La sección transversal puede variar un poco de tamaño.

Para secciones circulares, el código establece:

$$S_t = \begin{cases} 1/6 & \text{Re} < 2 \times 10^5 \\ 1/5 & \text{Re} > 2 \times 10^5 \end{cases}$$

S_t varía casi linealmente entre estos 2 valores de Re .

El valor de la velocidad del viento en el tope una estructura esbelta, U_h , en la frecuencia que produce desprendimiento de vórtices, en lo más alto de la estructura, es igual a la frecuencia natural de la estructura, n_e , entonces:

$$U_h = \frac{n_e d}{S_t}$$

donde d es el diámetro en lo alto de la estructura. El número de Reynolds se define como:

$$\text{Re} = \frac{U_h d}{\nu}$$

donde la viscosidad cinemática del aire es $\nu = 1.5 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$, correspondiente a una temperatura de 19°C.

De las fórmulas anteriores se llega a la siguiente regla:

$$U_h = \begin{cases} 6n_e d & \text{para } n_e d^2 \leq 0.5 m^2/s \\ 5n_e d & \text{para } n_e d^2 \geq 0.5 m^2/s \end{cases}$$

En este intervalo, el código usa la fórmula de interpolación:

$$U_h = \left(3n_e d + \frac{1.5 m^2/s}{d} \right) \text{ para } 0.5 m^2/s < n_e d^2 \leq 0.75 m^2/s$$

Los efectos dinámicos debido al desprendimiento de vórtices se consideran con una fuerza estática equivalente, F_L por unidad de longitud, que actúa en el tercio superior de la estructura.

$$F_L = C_1 \frac{1}{\sqrt{\zeta_s - C_2 \frac{\rho d^2}{m}}} \sqrt{\frac{d}{h}} q_h d$$

Donde:

C_1, C_2 son parámetros adimensionales.

m es la masa distribuida por metro sobre el tercio superior de la estructura.

q_h es la presión correspondiente a U_h .

ζ_s es la relación de amortiguamiento crítico de la estructura.

En el caso de chimeneas si la longitud característica d (siendo el diámetro) varía con una tasa mayor al 10%, entonces la carga estática será aplicada solamente en donde el diámetro varía menos del 10% del promedio del diámetro de esa parte.

Se puede conocer el desplazamiento máximo en punto más alto de la estructura, y_{\max} .

$$\frac{y_{\max}}{d} = C_3 \frac{\rho d^2 / m}{\sqrt{\zeta_s - C_2 \frac{\rho d^2}{m}}}$$

donde $C_3=1$ y $C_3=2$.

En la mayoría de los casos, NBC 1990 especifica que los parámetros C_1 y C_2 .

$$C_1 = \begin{cases} 3 & \text{si } h > 16d \\ 0.75 \sqrt{h/d} & \text{si } h < 16d \end{cases}$$

$$C_2 = 0.6$$

Si $\zeta_s < C_2 \rho d^2 / m$, las vibraciones pueden ser mayores a una vez el diámetro. El NBC 1990 refiere a un procedimiento más detallado. (Vickery y Basu, 1983).

Si la velocidad U_h es baja, entonces los niveles de turbulencia pueden ser muy bajos también, y los movimientos inducidos por el desprendimiento de vórtices se ven incrementados significativamente. Así que, si $U_h < 10 \text{ m/s}$ y si $h > 12d$, entonces:

$$C_1 = 6$$

$$C_2 = 1.2$$

Estas reglas también se aplican para estructuras de sección variable, solo si la variación del diámetro a lo largo del tercio superior, es menor que un décimo del diámetro promedio en el tercio superior.

4.4.2 Respuesta ante Separación de Vórtices, basado en el modelo de Resonancia de Vórtices.

La fuerza modal $Q(t)$ del modo considerado es

$$Q(t) = \int_0^h F_V(z,t) \xi(z) dz$$

Se define la carga transversal del viento distribuida en la altura debido al desprendimiento de vórtices, $F(z, t)$, como

$$F(z,t) = q(z)d(z)c_F(z)\text{sen}(2\pi n_s t + \gamma(z)\pi)$$

donde $q(z)$ es la presión de velocidad, $d(z)$ es el ancho característico, $c_F(z)$ es un factor adimensional de forma que describe la amplitud de la carga y n_s es la frecuencia del desprendimiento de vórtices, $\gamma(z)$ adquiere tan solo 2 valores (0-1) y facilita que la carga tenga el mismo signo que forma modal en todos los puntos de la estructura. Para modos con signo constante $\gamma(z) = 0$. El factor de forma $c_F(z)$, depende de la amplitud los movimientos, la turbulencia del aire, el número de Reynolds, el número de Strouhal, y la relación de aspecto de la sección transversal.

El desplazamiento máximo y_{max} se define como:

$$y_{max} = \frac{F_e}{(2\pi n_e) 2m_e \delta_s} \frac{\pi}{\delta_s}$$

donde δ_s es el decremento logarítmico de la estructura. La masa equivalente por unidad de longitud se nombra m_e y la carga equivalente F_e :

$$F_e = \xi_{max} \frac{\int_0^h q(z)d(z)c_F(z)\xi(z)dz}{\int_0^h \xi^2(z)dz}$$

donde ξ_{max} es la máxima amplitud modal.

El máximo desplazamiento se obtiene cuando la frecuencia de la carga n_s , es igual a la frecuencia natural n_e :

$$\frac{y_{\max}}{d_{ref}} = \xi_{\max} \frac{\int_0^h \frac{q(z)}{q_{ref}} \frac{d(z)}{d_{ref}} c_F(z) \xi(z) dz}{4\pi \int_0^h \xi^2(z) dz} \frac{1}{S_c} \frac{1}{S_t^2}$$

donde los números de Scrouton y de Strouhal se calculan con $d=d_{ref}$, $U=U_{ref}$.

No es importante el cambio en la presión de velocidad y del ancho característico encima de la longitud de correlación. Al aceptar que el modo tiene un signo constante, la integral en el numerador de la ecuación anterior puede ser aproximadamente igual a:

$$\int_0^h c_F(z) \xi(z) dz = c_{lat} k_p \int_0^h \xi(z) dz$$

Donde k_p es el factor pico, c_{lat} es la desviación estándar de la carga, y la integral en la derecha de la ecuación se toma sobre la longitud L' . La carga máxima se define como la desviación estándar multiplicada por el factor pico.

Ruscheweyh toma en cuenta el factor pico, al integrar la forma modal sobre la llamada longitud de correlación efectiva L_e , definida por:

$$\int_0^{L_e} \xi(z) dz = k_p \int_0^{L'} \xi(z) dz$$

Entonces, la longitud de correlación efectiva incorpora la influencia de la correlación de la carga así como del factor pico. Insertando las dos ecuaciones anteriores en la ecuación que define los

desplazamientos relativos ($\frac{y_{\max}}{d_{ref}}$) se muestra que el desplazamiento máximo es:

$$\frac{y_{\max}}{d_{ref}} = K_\xi K_w c_{lat} \frac{1}{S_c} \frac{1}{S_t^2}$$

Donde las constantes K_ξ y K_w son definidas como se muestra en el Eurocódigo 1.

$$K_\xi = \xi_{\max} \frac{\int_0^h \xi(z) dz}{4\pi \int_0^h \xi^2(z) dz}$$

$$K_w = \frac{\int_0^{L_e} \xi(z) dz}{\int_0^h \xi(z) dz}$$

Para modos que no tienen un signo constante, la carga actúa en la misma dirección que los desplazamientos del modo. Esto se toma en cuenta en la definición de K_ξ y K_w .

El Eurocódigo 1 establece, por ejemplo, que las estructuras sensibles a la separación de vórtices deben ser revisadas si la altura de la es mayor a 8 veces su longitud característica d .

El número se Strouhal para cilindros es $S_t=0.2$, y la velocidad crítica del viento U_{crit}

$$U_{crit} = \frac{n_e d}{S_t}$$

Donde n_e es la frecuencia fundamental de la estructura y d el diámetro en la mitad de la longitud correlacionada de la carga.

El número de Reynolds Re se calcula con U_{crit}

$$Re = \frac{d U_{crit}}{\nu}$$

Donde $\nu=1.5 \times 10^{-5} m^2/s$ a una temperatura de aprox. 19°C.

El valor básico del coeficiente de fuerza aerodinámica para cilindros circulares, $c_{lat,0}$, se define como:

$$c_{lat,0} = \begin{cases} 0.7 & \text{para } Re \leq 3 \times 10^5 \\ 0.2 & \text{para } 5 \times 10^5 \leq Re \leq 4 \times 10^6 \\ 0.3 & \text{para } Re \geq 10^7 \end{cases}$$

En cada uno de los intervalos $3 \times 10^5 < Re < 5 \times 10^5$ y $4 \times 10^6 < Re < 10^7$, se asume que $c_{lat,0}$ varía linealmente con $\ln(Re)$.

En la mayoría de los casos, se cumple que $c_{lat} = c_{lat,0}$. Sin embargo, $c_{lat,0}$ se reduce con la acción de grandes vientos con períodos de retorno del orden de 50 años.

El siguiente paso en el cálculo es una determinación de la amplitud máxima y_{max} con la ecuación que define los desplazamientos relativos y un longitud de correlación efectiva $L_e = L_j$

$$\frac{L_j}{d} = \begin{cases} 6 & \text{para } y_{max}/d \leq 0.1 \\ 12 & \text{para } y_{max}/d \geq 0.6 \end{cases}$$

En el intervalo $0.1 < y_{max}/d < 0.6$ se asume que L_j/d es un función lineal de y_{max}/d .

Para una estructura en voladizo, con una forma modal $\xi(z) = z^2$.

$$K_\xi = 0.13$$

$$K_w = \begin{cases} \frac{L_j}{h} \left[3 - 3 \frac{L_j}{h} + \left(\frac{L_j}{h} \right)^2 \right] & \text{si } \frac{L_j}{h} \leq 0.263 \\ 0.6 & \text{si } \frac{L_j}{h} > 0.263 \end{cases}$$

Las ecuaciones se resuelven iterativamente. Después el coeficiente lateral c_{lat} se corrige si es necesario. La velocidad media del viento U_m se determina en la mitad de la longitud correlacionada de la carga. Si $U_{crit} \leq 0.83U_m$, ninguna corrección es necesaria. Si $U_{crit} > 1.25U_m$ los efectos por desprendimiento de vórtices no se toman en cuenta. Si se encuentra entre estos límites, c_{lat} se reduce a

$$c_{lat} = \left(3 - 2.4 \frac{U_{crit}}{U_m} \right) c_{lat,0}$$

CARACTERÍSTICAS DEL MODELO

La finalidad de los ensayos en túnel aerodinámico es suministrar información sobre las particularidades del viento en las proximidades del objeto en consideración, proveer información sobre la distribución de presiones y sobre las cargas globales producidas por el viento en el obstáculo y, si la estructura es flexible y susceptible de experimentar fenómenos aeroelásticos, proporcionar los datos necesarios sobre las vibraciones inducidas por el viento, todo ello con una precisión mayor que la que se puede obtener con medios numéricos (Meseguer, 2001).

5.1 CARACTERÍSTICAS DEL MODELO Y DEL TÚNEL AERODINÁMICO UTILIZADO.

Se fabricó un modelo de prueba con lámina de acrílico (se reprodujo la forma prismática y característica de un anuncio espectacular) y tubo de latón (columna de soporte y viga, donde se apoya la cubierta de acrílico); las caras del modelo forman un prisma trapezoidal. Las caras mayores son rectangulares (40cmx51cm) y el espesor del prisma varía de 3.5cm a 8cm.

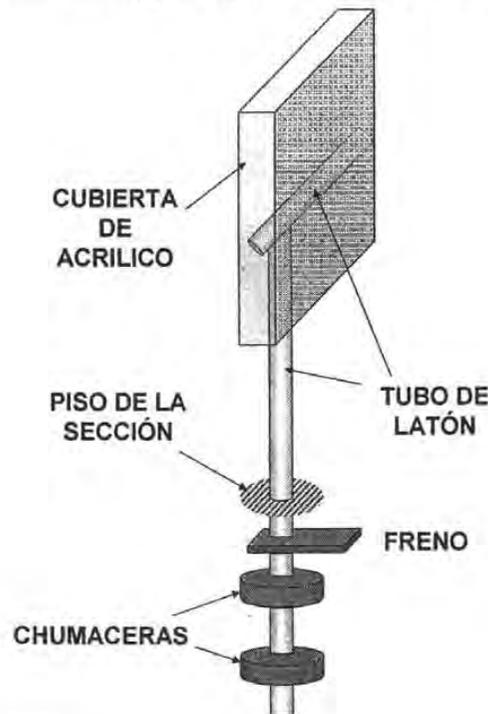


Figura 5-1 Diagrama del modelo



Figura 5-2 Modelo en etapa de colocación

La columna de soporte se apoyó a dos chumaceras, que le dieron verticalidad, pero con libertad de rotación alrededor de su eje longitudinal. Para restringir esta rotación, se colocó además una abrazadera (freno), que sujeta al tubo apretándola con un tornillo. Estos últimos tres accesorios no estuvieron expuestos al flujo del viento, ya que se colocaron por debajo del piso de la sección de pruebas.

Los ensayos realizados en el modelo se dividieron en 2 partes; la primera con la variación del ángulo de ataque (θ) del viento y la posición del modelo (Centro, Pared, Ventana), la segunda se consideró el incremento paulatino de la velocidad del viento para una sola dirección y posición del modelo.

Durante la primer parte de los ensayos los ángulos de incidencia del viento (θ) variaron tal como se muestra en la tabla 5-1 en las posiciones Centro, Ventana y Pared de la sección de pruebas (según su proximidad con esas partes de la sección). Según el ángulo se cambió el modelo de posición debido a las limitantes de tamaño que presentaba la sección.

Tabla 5-1. Ángulos correspondientes a cada posición del modelo.

Posición	Valores de θ (°)
Centro	135°-225°, 315°-45°
Ventana	225°-315°
Pared	45°-135°

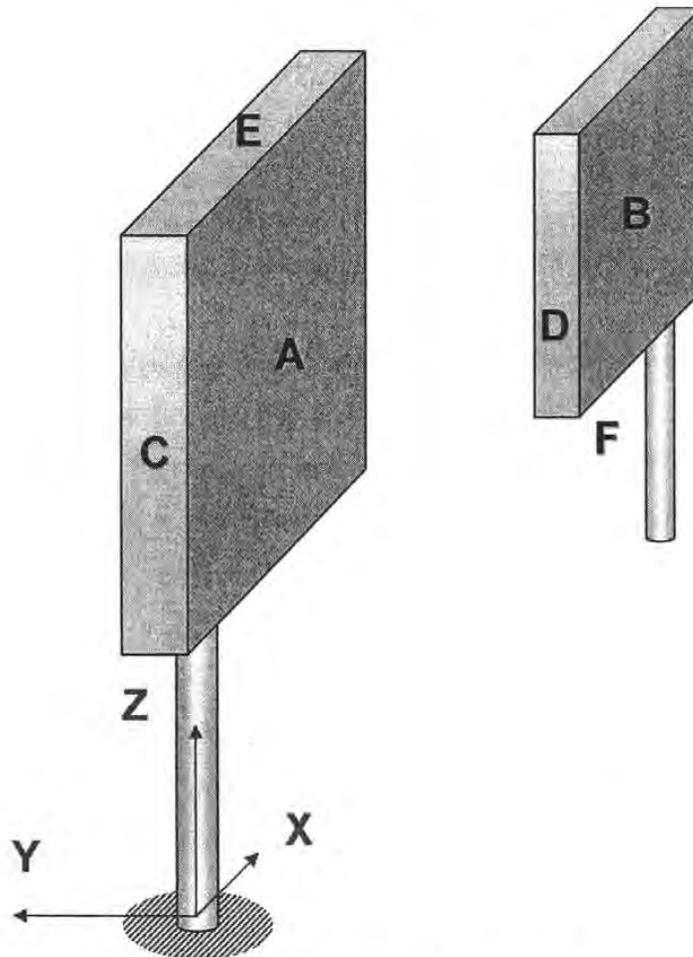


Figura 5-3 Identificación de caras y ejes en la base de la columna.

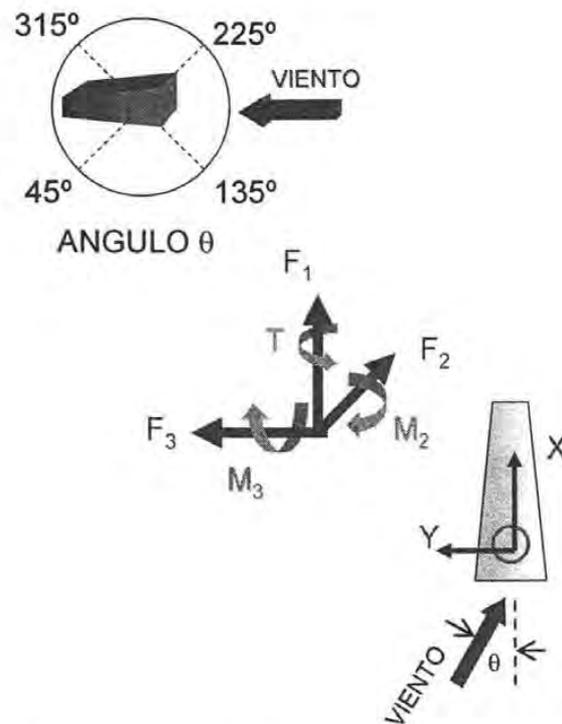


Figura 5-4 Ejes de referencia del ángulo θ , reacciones en la base y fuerzas en la cubierta

En la segunda parte de los ensayos el ángulo θ de ataque se mantuvo en 225° en la posición Centro, las velocidades del viento variaron desde 3.2m/s hasta 23.15m/s. Además fue modificada la cubierta de acrílico del modelo con perforaciones circulares en las caras de 1 pulgada de diámetro y además de los orificios, pequeñas aletas (6 en total) en las caras de mayor tamaño (A y B) repartidas como se indica en la figura 5-6 todas ellas de 1cm de ancho, 51cm de largo y 3mm de espesor.

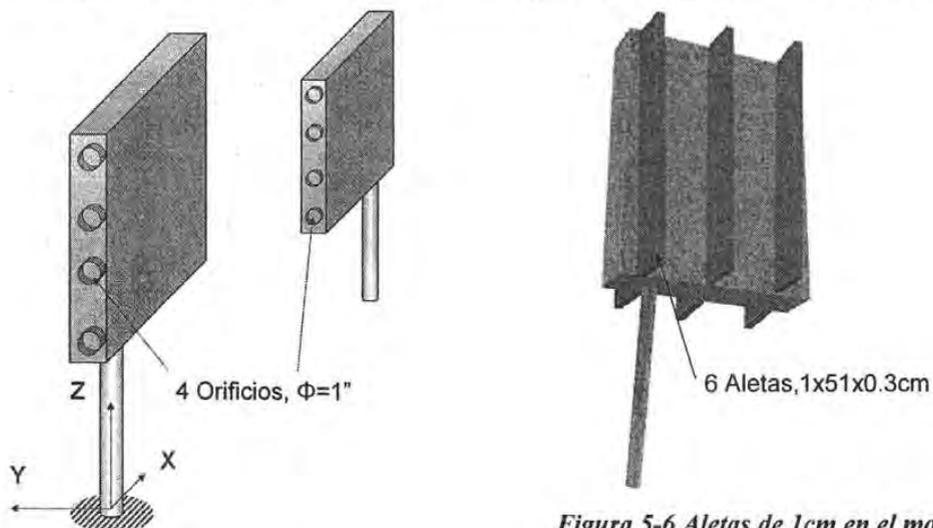


Figura 5-5 Orificios en el modelo

Figura 5-6 Aletas de 1cm en el modelo

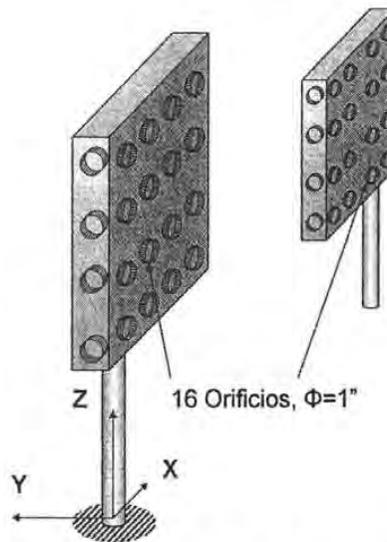


Figura 5-7 Orificios en las caras mas grandes del modelo

5.1.1 El Túnel Aerodinámico.

Se empleó el túnel aerodinámico del Instituto de Ingeniería de la UNAM. Este túnel es de sección corta de pruebas con 1.70m de largo (0.80m de ancho por 1.20m de alto), con una relación largo/alto menor que 10. Fue diseñado para generar flujo uniforme de viento con índice de turbulencia de 1.5% para $\Delta T=1$ hr, en toda la altura de la sección de pruebas.

Es de régimen subsónico y su conducto de retorno lo clasifica como un túnel de circuito cerrado con cámara de ensayos cerrada. Se muestra en la figura 5-8 un croquis de la planta del túnel aerodinámico utilizado.

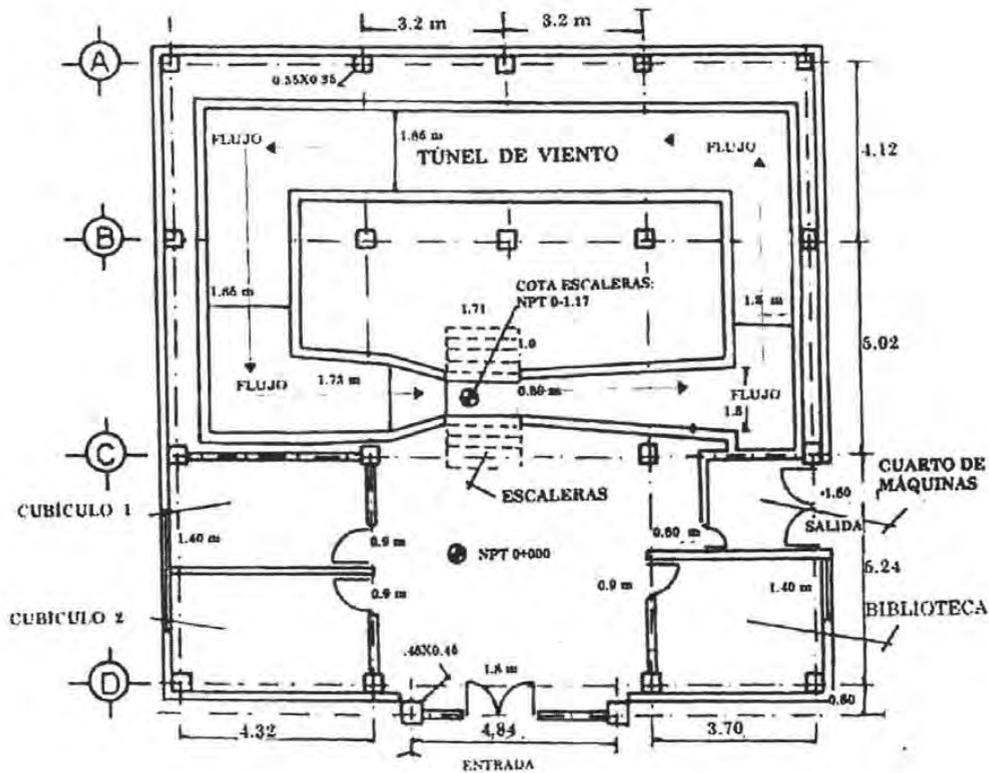


Figura 5-8 Planta de las instalaciones del túnel aerodinámico.

5.2 INSTRUMENTACIÓN DEL MODELO.

Se midieron las siguientes cantidades físicas.

- Presiones medias en 58 puntos sobre el modelo.
- Aceleraciones medias en 3 puntos dentro del modelo, situados en la estructura que lo soporta.

En la siguiente figura se muestra la posición de los acelerómetros, la dirección en que son sensibles y el nombre que se les asignó

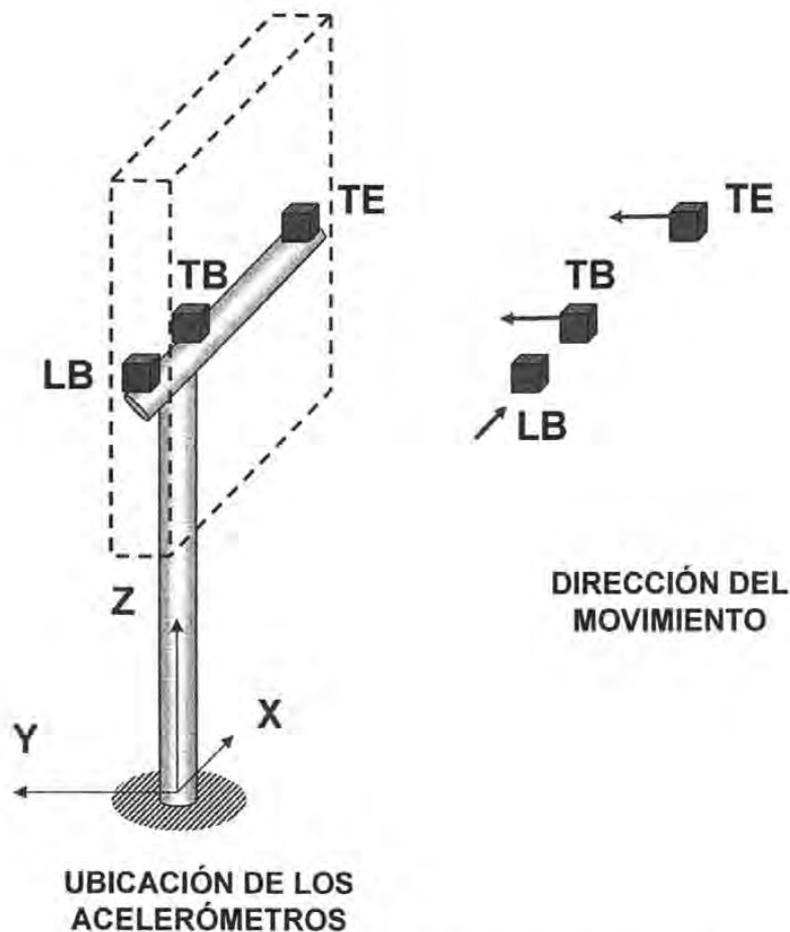


Figura 5-9. Ubicación de los acelerómetros en el modelo.

El valor RMS de las aceleraciones en la estructura de soporte del modelo se midió con acelerómetros piezoeléctricos de cuarzo, marca PCB, modelo 484B02. Estos son adecuados para trabajar en un intervalo de temperaturas de -40 a 90°C , pesan muy poco en comparación con el modelo; permiten medir impactos y tienen una respuesta uniforme en el intervalo $1\text{-}1000\text{ Hz} \pm 5\%$. Para el acondicionamiento de las señales de aceleraciones, se emplearon los módulos originales de los fabricantes.

Las señales, ya filtradas, se revisaron en un analizador de espectros HP3582A, Hewlett Placard; con este aparato se combinan sólo dos señales por lectura. Los acelerómetros fueron identificados según la posición y dirección de medición:

Cada acelerómetro registra una variación de voltaje, procesadas por el analizador de espectros; este muestra un espectro de aceleración con el cual es posible realizar un análisis modal que describa la respuesta de la estructura. La amplitud de la señal se debe convertir de voltaje a una fracción de la gravedad y fue realizada una calibración que permitiera conocer la conversión de voltaje a unidades de aceleración.

Tabla 5-2. Identificación de los acelerómetros utilizados.

Nombre	Posición	Dirección de la medición	Tipo
TB	Tope de la columna	Perpendicular a la cara del anuncio.	PCB #
LB	Extremo de la viga mas cercano a la columna	Longitudinal, en dirección paralela al eje de la viga.	PCB #
TE	Extremo de la viga, más alejado de la columna	Perpendicular a la cara del anuncio.	PCB #

Con esta prueba de calibración, se estableció que la función de conversión entre voltaje y fracción de la gravedad es constante para el intervalo de frecuencias utilizado en los ensayos. Es decir, se obtuvo una constante que relaciona la aceleración, expresada como cambios en voltaje y la aceleración expresada en m/s^2 o como fracción de la gravedad.

La prueba de calibración consistió en inducir a los acelerómetros una excitación con frecuencia conocida, desde 1 Hz hasta 7 Hz. Los 3 acelerómetros PCB utilizados en el modelo y un acelerómetro Donner para validar los resultados de la prueba (de propiedades y características conocidas) fueron colocados en una viga en voladizo, con su eje mayor de inercia en dirección horizontal. Se desplazó la viga una magnitud predeterminada dejándose inmediatamente después en vibración libre en dirección horizontal, repetidamente hasta que el analizador de espectros terminara de registrar el movimiento.

Comparando los registros del acelerómetro Donner con los acelerómetros PCB se pudieron determinar las constantes de conversión para cada acelerómetro utilizado, se obtuvo que los llamados TB y TE tienen una constante igual y con valor casi de la mitad de LB.

Tabla 5-3. Constantes de conversión de voltaje en aceleración.

Nombre	K (mVolt/g)
TB	6.2
LB	11.8
TE	6.2

La medición de presiones se realizó mediante el sistema HyScan 1000, el cual es un sistema de acondicionamiento y adquisición de datos. Cada punto donde fue medida la presión (punto de presión) fue conectado a un transductor eléctrico, el cual se conecta a HyScan 1000, a través de mangueras de silicón, con 1mm de diámetro interior. En el modelo se hicieron orificios en la cubierta de acrílico, para colocar en cada orificio un punto de medición de presión.

Los transductores de presión empleados son del tipo ZOC23B. Estos permiten medir presiones a una frecuencia de muestreo de hasta 450 Hz y almacenarlos en una PC. Las señales de los ZOC23B se acondicionan con un equipo que incluye un calibrador y ajuste de ceros de dichos transductores de presión.

5.3 SISTEMA DE ADQUISICIÓN DE DATOS.

El analizador de espectros es un dispositivo analógico digital que convierte la señal recibida de un dispositivo eléctrico en una señal digital que puede ser leída gráficamente en forma de espectro. De estos espectros se tomaron fotografías en cada ensayo realizado con el modelo con el fin de almacenar esta información.

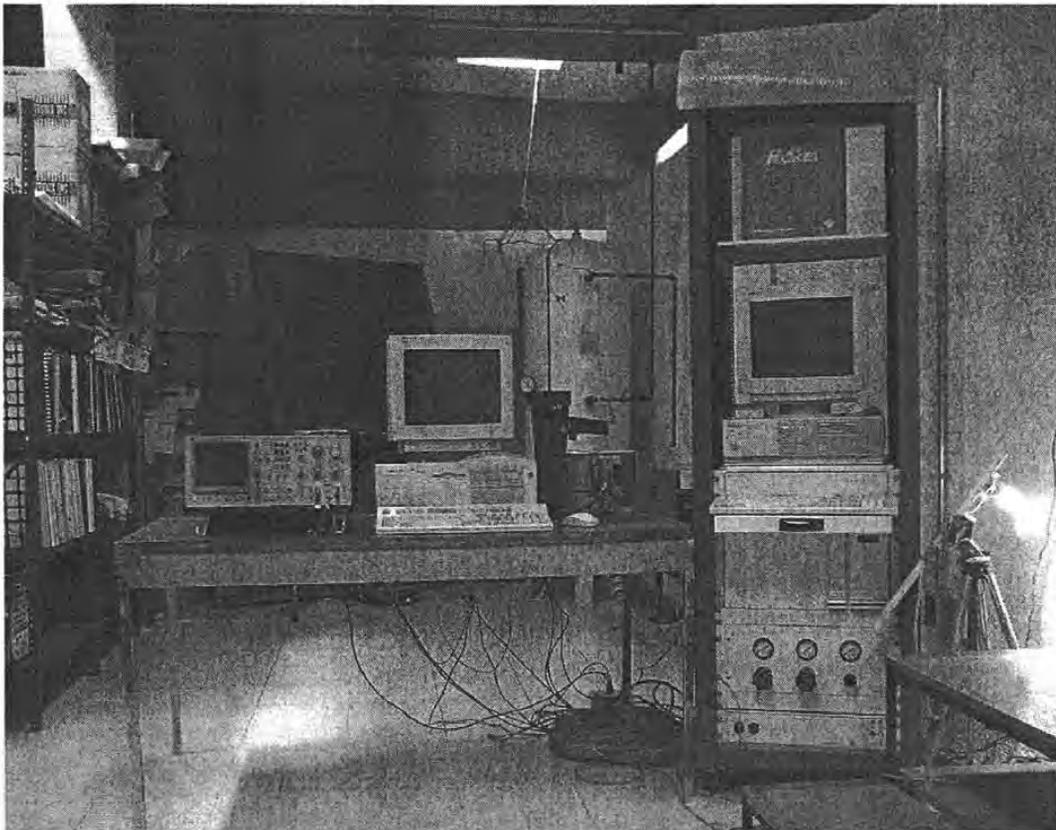


Figura 5-10. Analizador de espectros y consola del sistema HyScan.

El sistema HyScan 1000 es un dispositivo que calibra y procesa la señal de los transductores de presión conectados al modelo; estos transductores convierten los cambios de presión en impulsos eléctricos. El principio físico de los transductores recurre a un puente de Weathstone, formado por 4 resistencias, que al ser deformadas modifican el voltaje de la corriente que corre a través de ellas; al calibrar este sistema es posible relaciones los cambios de presión con los de voltaje. Se utilizaron tantos transductores como puntos de presión en el modelo, además de otros fuera de la influencia

del modelo (Tubo Pitot); al establecer una relación entre las presiones del modelo y la del Tubo Pitot, se pueden obtener los coeficientes locales de presión media, C_p .

Los puntos de medición fueron colocados y numerados como se muestra en la figura:

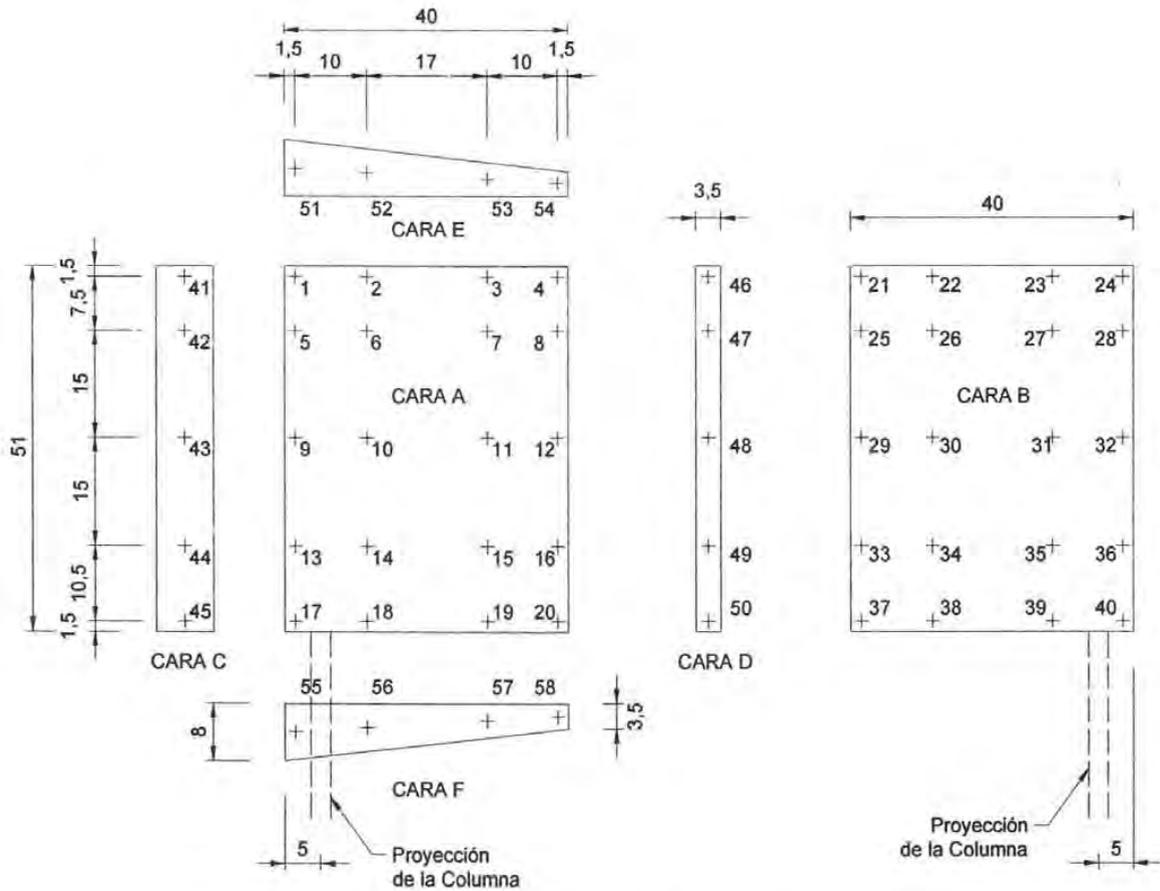


Figura 5-11. Distribución de puntos de medición de presiones.

Con la medición de presiones en la superficie del modelo fue posible encontrar los efectos medios resultantes de la acción del viento. Con los coeficientes locales de presión medios, se encontraron las acciones resultantes del viento en la cubierta y en la base de la columna (a la altura del piso de la sección de pruebas) se determinaron las reacciones resultantes de estos empujes. Las acciones resultantes están referidas a un eje coordenados situado en el tope de la columna y las reacciones los ejes mostrados en la base de la columna.

5.4 ANÁLISIS DIMENSIONAL Y SEMEJANZA MECÁNICA.

Es un método con el cual se deduce información acerca de un fenómeno con la premisa de que éste puede ser descrito por una ecuación dimensionalmente correcta basada en ciertas variables. El resultado del análisis dimensional de un problema es una reducción del número de variables que intervienen. (Langhaar, 1960).

Una ecuación será dimensionalmente homogénea cuando su forma no dependa de cualquier unidad de medida. Establece una relación de igualdad entre funciones dimensionalmente homogéneas. (Levi, 1957), las cuales establecen una clase especial de funciones que se estudia con una teoría llamada Análisis Dimensional.

Una ecuación dimensionalmente homogénea debe contener todas aquellas variables, resultantes de una deducción analítica correcta, que influyan en el fenómeno que se trata de representar.

La base del análisis dimensional es el teorema de Buckingham, que establece (Langhaar, 1960):

“Si una ecuación es dimensionalmente homogénea, puede ser reducida a una relación entre un juego completo de productos adimensionales”.

Cualquier respuesta R de todo fenómeno físico puede ser expresada por medio de una ecuación de la forma:

$$R = f(V_1, V_2, V_3, \dots, V_N)$$

Donde: $V_1, V_2, V_3, \dots, V_N$, son las N variables que intervienen en el fenómeno y f representa una función no necesariamente conocida.

O bien, se puede aceptar que el fenómeno se rige por una ecuación dada por:

$$f'(V_1, V_2, V_3, \dots, V_N) = 0$$

Donde R se ha considerado ser una de las N variables en esta segunda expresión.

Relacionando las variables entre si para formar productos adimensionales, se puede aceptar que la ecuación que rige el fenómeno es:

$$f'' = (\pi_1, \pi_2, \pi_3, \dots)$$

Donde: $\pi_1, \pi_2, \pi_3, \dots$, son los productos adimensionales.

Los productos adimensionales tienen la forma general (Langhaar, 1960):

$$\pi_i = (V_1)^{a_{i1}} (V_2)^{a_{i2}} (V_3)^{a_{i3}} \dots (V_N)^{a_{iN}}$$

Donde: $a_{i1}, a_{i2}, a_{i3}, \dots, a_{iN}$ son constantes considerados como los elementos de un vector columna

$$\{a\}_i = \{a_{i1}, a_{i2}, a_{i3}, \dots, a_{iN}\}^T$$

Se pueden formar un número infinito de productos adimensionales con las N variables. Sin embargo, de todos ellos solo interesan los linealmente independientes, es decir, interesa el conjunto de productos adimensionales, denominado conjunto completo, en el cual cada producto adimensional es independiente del otro. Un conjunto es completo si y solo si cualquier otro productor adimensional, formado con las N variables, puede obtenerse a partir de ellos.

Con la ayuda de una matriz dimensional, $[D]$, que contiene N columnas y número de renglones igual a el número de unidades fundamentales que forman el sistema de unidades empleado se establece que:

$$[D]\{a\}_i = \{0\}$$

De manera similar el procedimiento presentado por (Alonzo, 1996) se utilizan las siguientes variables:

Tabla 5-4 Variables incluidas en el análisis adimensional

VARIABLE	DIMENSIONES
$V_1 =$ presión medida con respecto a la presión atmosférica, ΔP	$F^1 L^{-2} T^0$
$V_2 =$ fuerza, F_x	$F^1 L^0 T^0$
$V_3 =$ fuerza, F_y	$F^1 L^0 T^0$
$V_4 =$ momento, M_x	$F^1 L^1 T^0$
$V_5 =$ momento, M_y	$F^1 L^1 T^0$
$V_6 =$ longitud característica, b	$F^0 L^1 T^0$
$V_7 =$ altura tributaria o brazo de palanca, h	$F^0 L^1 T^0$
$V_8 =$ viscosidad cinemática del aire, ν	$F^0 L^2 T^{-1}$
$V_9 =$ aceleración de la gravedad, g	$F^1 L^1 T^{-2}$
$V_{10} =$ masa del edificio, ME	$F^1 L^{-1} T^2$
$V_{11} =$ frecuencia, f_x	$F^0 L^0 T^{-1}$
$V_{12} =$ frecuencia, f_y	$F^0 L^0 T^{-1}$
$V_{13} =$ velocidad del viento, U	$F^0 L^1 T^{-1}$
$V_{14} =$ densidad del aire, ρ_A	$F^1 L^{-4} T^2$

La matriz dimensional resulta ser:

$$[D] = L \begin{matrix} \Delta P & F_x & F_y & M_x & M_y & b & h & \nu & g & M & f_x & f_y & U & \rho_A \\ \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -2 & 2 & -1 & -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Al resolver para $\{a\}_i$, se encuentra el siguiente conjunto completo de productos adimensionales:

$$\begin{aligned} \pi_1 &= \frac{\Delta P}{\rho_A U^2} & \pi_2 &= \frac{F_x f x^2}{U^4 \rho_A} & \pi_3 &= \frac{F_y f y^2}{U^4 \rho_A} & \pi_4 &= \frac{M x f y^3}{U^5 \rho_A} \\ \pi_5 &= \frac{M y f x^3}{U^5 \rho_A} & \pi_6 &= \frac{b f y}{U} & \pi_7 &= \frac{h f y}{U} & \pi_8 &= \frac{v f y}{U^2} \\ \pi_9 &= \frac{g}{f y U} & \pi_{10} &= \frac{M f y^3}{U^3 \rho_A} & \pi_{11} &= \frac{f x}{f y} \end{aligned}$$

Se determinaron los siguientes productos adimensionales con el anterior conjunto.

Tabla 5-5 Productos adimensionales

PRODUCTO ADIMENSIONAL	NOMBRE COMÚN
$\pi'_1 = 2\pi_1 = \frac{\Delta P}{\frac{1}{2} \rho_A U^2}$	Coefficiente de Presión, C_p .
$\pi'_2 = \frac{2\pi_2}{\pi_6 \pi_7} = \frac{F_x}{\frac{1}{2} \rho_A U^2 b h}$	Coefficientes de Fuerza, C_F .
$\pi'_3 = \frac{2\pi_4}{\pi_6 (\pi_7)^2} = \frac{M x}{\frac{1}{2} \rho_A U^2 (b h) h}$	Coefficiente de Momento, C_M .
$\pi'_4 = \frac{1}{\pi_6} = \frac{U}{b f y}$	Velocidad Reducida, V_r .
$\pi'_5 = \frac{\pi_6}{\pi_8} = \frac{U b}{v}$	Número de Reynolds, Re .
$\pi'_6 = \frac{1}{\pi_9 \pi_6} = \frac{U^2}{g b}$	Número de Froude, Fr .
$\pi'_7 = \frac{\pi_{10}}{(\pi_6)^2 \pi_7} = \frac{M / h b^2}{\rho_A}$	Relación entre una medida de la densidad de masa del edificio y de la densidad del aire, R_p .
$\pi'_8 = \frac{f x}{f y}$	Relación entre frecuencias de flexión, R_f .
$\pi'_9 = \xi; \pi'_9 = \delta$	Porcentaje de amortiguamiento crítico o decremento logarítmico = cociente entre la energía disipada por ciclo entre energía total de oscilación.

La semejanza mecánica del modelo se basa en el hecho de que se ha utilizado un modelo distorsionado, donde se toman en cuenta las siguientes escalas:

Tabla 5-6 Escalas de similitud para el modelo

ESCALA DE SIMILITUD	FACTOR DE ESCALA	VALOR ADOPTADO
Escala Geométrica	$\lambda_L = L_m / L_p$	$\lambda_L = 1/35$
Escala de Frecuencias	$\lambda_f = f_{xm} / f_{xp} = f_{ym} / f_{yp}$	$\lambda_f = 6 * 1.3 = 7.8$
Escala de Amortiguamientos	$\lambda_\xi = \xi_m / \xi_p$	$\lambda_\xi = 1/1$

Tabla 5-7 Escalas resultantes de parámetros adimensionales

ADIMENSIONAL	IGUALDAD PLANTEADA	ESCALA RESULTANTE
Velocidad Reducida, Ur	$\frac{U_m}{f_{xm} b_m} = \frac{U_p}{f_{xp} b_p}$	Velocidades $\lambda_U = \lambda_L \lambda_f$
Coefficiente de Fuerzas, CF	$\frac{2F_m}{A_{em} \rho_{Am} U_m^2} = \frac{2F_p}{A_{ep} \rho_{Ap} U_p^2}$	Fuerza $\lambda_F = (\lambda_L \lambda_U)^2$
Coefficiente de Presiones, CP	$\frac{2\Delta P_m}{\rho_{Am} U_m^2} = \frac{2\Delta P_p}{\rho_{Ap} U_p^2}$	Presión $\lambda_P = (\lambda_U)^2$
Coefficiente de Momentos, CM	$\frac{2M_{xm}}{h_m A_{em} \rho_{Am} U_m^2} = \frac{2M_{xp}}{h_p A_{ep} \rho_{Ap} U_p^2}$	Momento $\lambda_{Mx} = \lambda_L^3 \lambda_U^2$
Relación entre Densidades, Rp	$\frac{M_m}{\rho_{Am} h b_m^2} = \frac{M_p}{\rho_{Ap} h b_p^2}$	Masa $\lambda_M = \lambda_L^3$

Tabla 5-8 Escalas resultantes de algunas variables incluidas en el análisis

VARIABLE	SEMEJANZA	DEFINICIÓN DE LA ESCALA	ESCALA RESULTANTE
Tiempo	$t_m = \lambda_t t_p$	$\lambda_t = \frac{\lambda_L}{\lambda_U}$	$\lambda_t = \frac{1}{\lambda_f}$
Aceleración	$a_m = \lambda_a a_p$	$\lambda_a = \frac{\lambda_L}{\lambda_t^2}$	$\lambda_a = \lambda_L * \lambda_f^2$

5.5 PROPIEDADES DINÁMICAS DEL MODELO.

Durante la primer parte de los ensayos, de los 3 acelerómetros colocados al modelo se obtuvo información, con la que se caracteriza el movimiento de la estructura que soporta a la cubierta de acrílico. Cada uno de estos registros, al ser capturados por el analizador de espectros (HP) elevados

al cuadrado, sumados y cuya raíz cuadrada (RMS) es la cantidad que determina el movimiento en ese punto, en forma de aceleración.

Los espectros de aceleración RMS de cada punto, para cada combinación de señal pueden definir el desplazamiento, con base en:

$$x = \frac{X}{\omega^2}$$

Donde:

- x función de desplazamiento.
- X segunda derivada de la función de desplazamiento, aceleración.
- Ω^2 frecuencia radial de la vibración.

Así fueron comparados los desplazamientos registrados del modelo, con la respuesta cuasiestática obtenida del análisis en un modelo de elementos finitos.

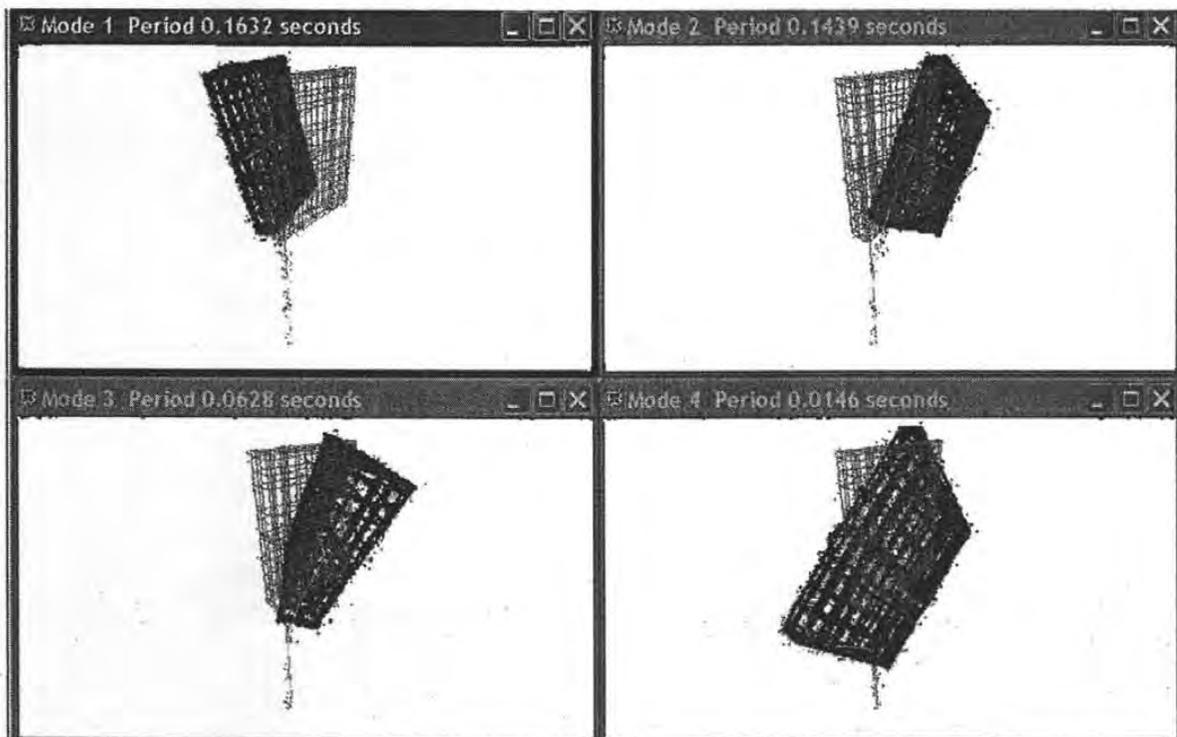


Figura 5-12 Modos de vibrar del modelo (1er frecuencia =6.13Hz, 2º frecuencia =6.95Hz, 3er frecuencia=15.92Hz, 4ª frecuencia=68.48Hz), resultado del análisis en SAP 2000.

Los modos de vibrar del modelo se obtuvieron con un análisis de elemento finito (figura 5-12). Mas adelante, en la sección 7.1.2, se hablará de los resultados de las pruebas dinámicas en el modelo.

5.5.1 Medición del Amortiguamiento.

El modelo presentó dos frecuencias de vibración predominantes durante los ensayos. Una con valor de cercano a los 6 Hz y la otra de aproximadamente 15 Hz. Con los espectros de respuesta (de aceleración) se siguió el método del ancho de banda para determinar el porcentaje de amortiguamiento crítico del sistema.

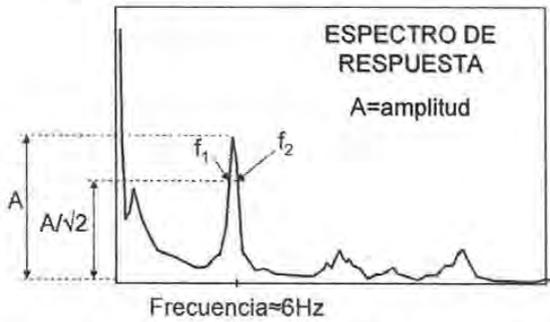


Figura 5-13 Determinación del amortiguamiento

Es de mencionar que se consideran un comportamiento elástico lineal de la estructura y sin efectos de segundo orden; se entiende por esto que habrá una relación lineal entre la fuerza de excitación y la respuesta en desplazamiento. Para el cálculo del amortiguamiento se mide el ancho de banda a $1/\sqrt{2}$ de amplitud máxima como se muestra en

la figura 5-13.

La relación de amortiguamiento crítico, ζ , está dada por (Paz, 1992):

$$\zeta = \frac{f_2 - f_1}{f_1 + f_2}$$

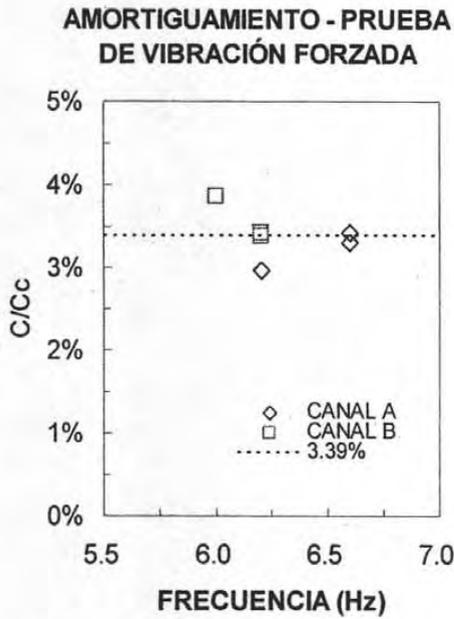
donde:

$\zeta = C/Cc$ Porcentaje de amortiguamiento crítico.

f_1, f_2 Frecuencias definidas en la figura.

Con una prueba de vibración libre en el modelo se obtuvo el valor promedio del amortiguamiento de la estructura (ζ_{estr}). La variación del amortiguamiento fue pequeña para las frecuencias que se registraron, entre 5.8 y 6.6 Hz. De los resultados, el promedio fue $\zeta_{estr} = 3.39\%$.

Tabla 5-9 Determinación del amortiguamiento propio del modelo



CANAL A	F1	F2	F	ζ_{estr}
LB	6.62	7.09	6.60	3.43%
LB	6.60	7.05	6.60	3.30%
TB	6.08	6.45	6.20	2.95%
				3.23%

CANAL B	F1	F2	F	x
TB	5.98	6.46	6.00	3.86%
TE	6.08	6.51	6.20	3.42%
TE	5.99	6.41	6.20	3.39%
				3.55%

Figura 5-14. Amortiguamiento sin acción del viento PROMEDIO: 3.39%

RESULTADOS OBTENIDOS EN LAS PRUEBAS, 1ª PARTE

Las mediciones con el sistema HyScan 1000 se tomaron como base para tomar en cuenta las acciones del viento (estáticas), en un análisis de elemento finito, donde el modelo de acrílico se reprodujo. De este análisis se comparan las fuerzas resultantes que actúan en las caras, contra las reacciones en la base de la columna de soporte del modelo.

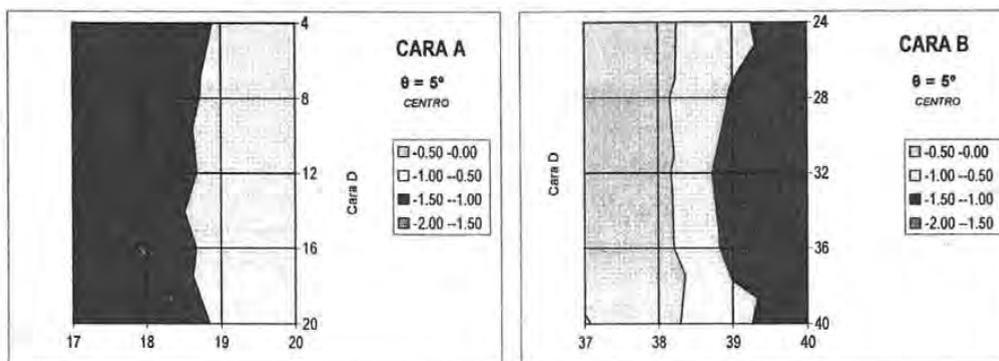
6.1 PRESIONES Y FUERZAS ESTÁTICAS EN EL MODELO

Tal como se definieron los puntos de medición en la sección 5.3, a continuación se presentan los resultados de la primer parte de los ensayos, con la variación en el ángulo de ataque del viento.

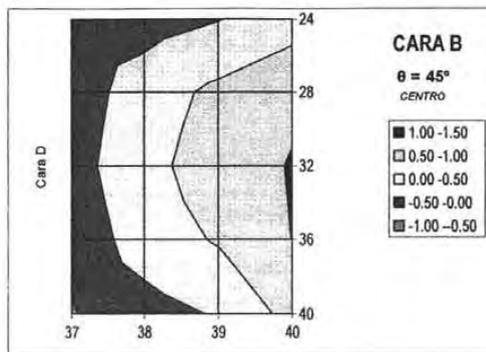
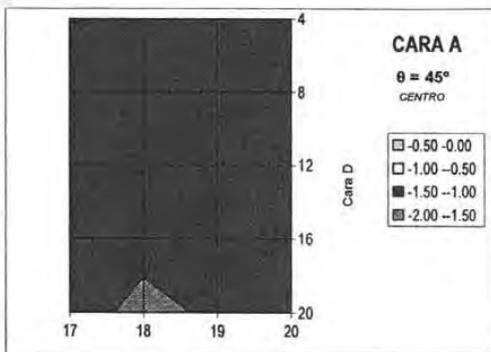
6.1.1 Medición de Presiones en la Cubierta del Modelo.

En los 58 puntos de presión del modelo, se obtuvieron 64 lecturas en 3 segundos de muestreo, en cada ensayo, el promedio de estas lecturas y su normalización respecto a la del tubo pitot es igual al coeficiente de presión media C_p . Las distribuciones de presión causadas por el viento incidente, en la superficie del modelo, se graficaron como contornos en las caras principales (A, B). Con las figuras aquí presentadas se pueden comparar, cualitativamente, entre si los resultados de distintos ángulos y posiciones.

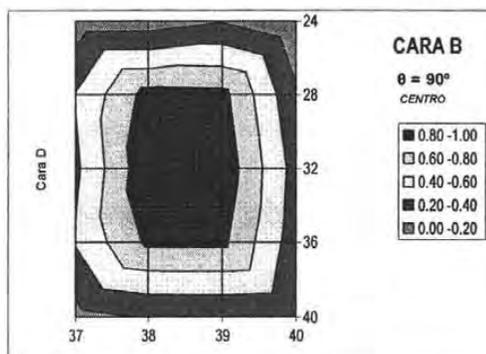
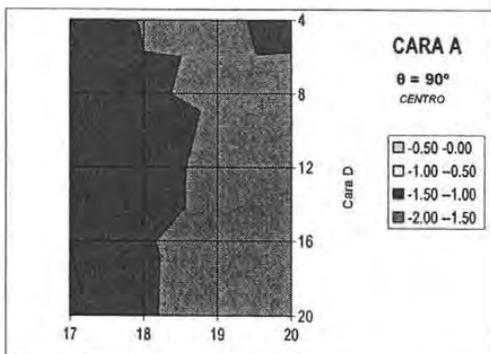
6.1.1.1 Centro de la Sección de Pruebas:



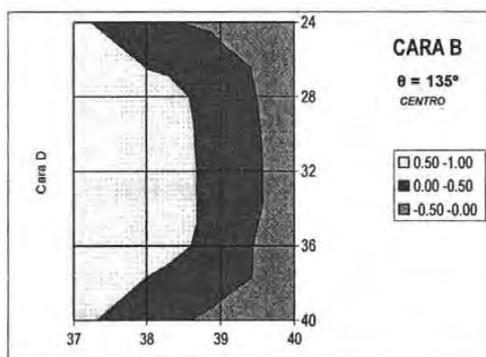
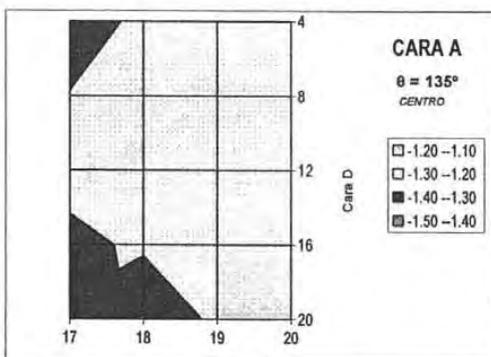
a)



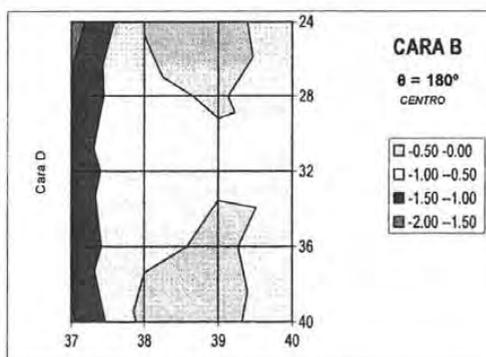
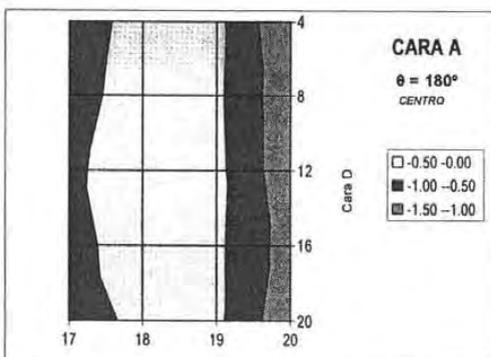
b)



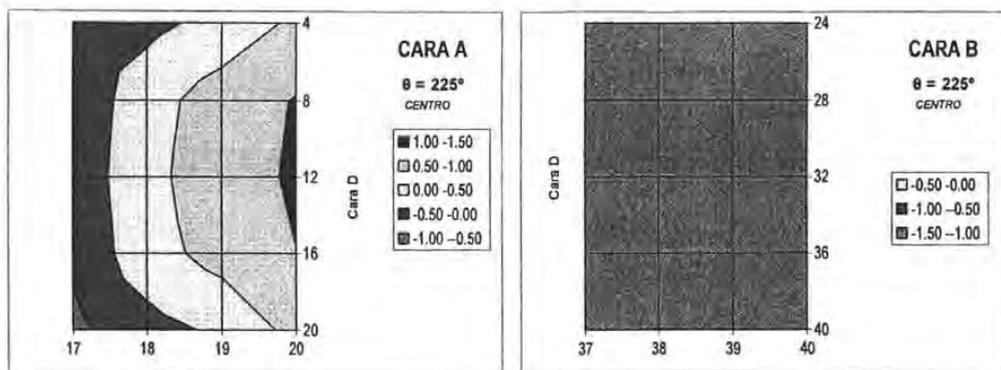
c)



d)



e)



f)

Figura 6-1 Coeficientes de presión en las caras A y B del modelo, en la posición Centro @45°.

En los contornos de presión (negativa) para 5° a pesar de que las caras están orientadas en dirección del viento, se nota la falta de simetría entre las dos. Esto se debe a que la Cara B está más desviada respecto al plano del anuncio que la Cara A, es decir está más inclinada alrededor del eje Z que la Cara A, la cual forma un ángulo casi recto con las Caras C y D. A pesar de eso, las presiones conservan tendencias razonables y congruentes.

En 45° la cara A está sometida a una succión casi constante, mientras que en la cara B los contornos presentan succiones y presiones repartidas, simétricamente respecto a la mitad de la cara.

En 90° las succiones en la cara A muestran un gradiente más pronunciado en dirección horizontal mientras que en la cara B se muestran presiones con una distribución simétrica, en ambas direcciones, con máximos en el centro de la cara.

En 135° se presenta una distribución parecida a 45° pero al inverso de este ángulo; evidencia la irregularidad que provoca la sección trapezoidal de la cubierta. En la cara A, el gradiente de presiones se pronuncia un poco más en las esquinas, hacia la cara C.

En 180° los contornos son de succión pero con una evidente falta de simetría entre las caras, debido a su diferente orientación. Además, al comparar con 5° las diferencias, son más evidentes ya que el viento incide sobre la cara C que es menos ancha (3.5cm) que la cara D, donde incide el viento en 180°.

Con 225° se aprecia mayor similitud con los contornos de 45° y aunque no sean completamente iguales, la similitud entre los tres, incluyendo a 135°, es característica en ángulos de 45° con el eje transversal de la sección.

6.1.1.2 Junto a la Pared opuesta a la ventana de la Sección.

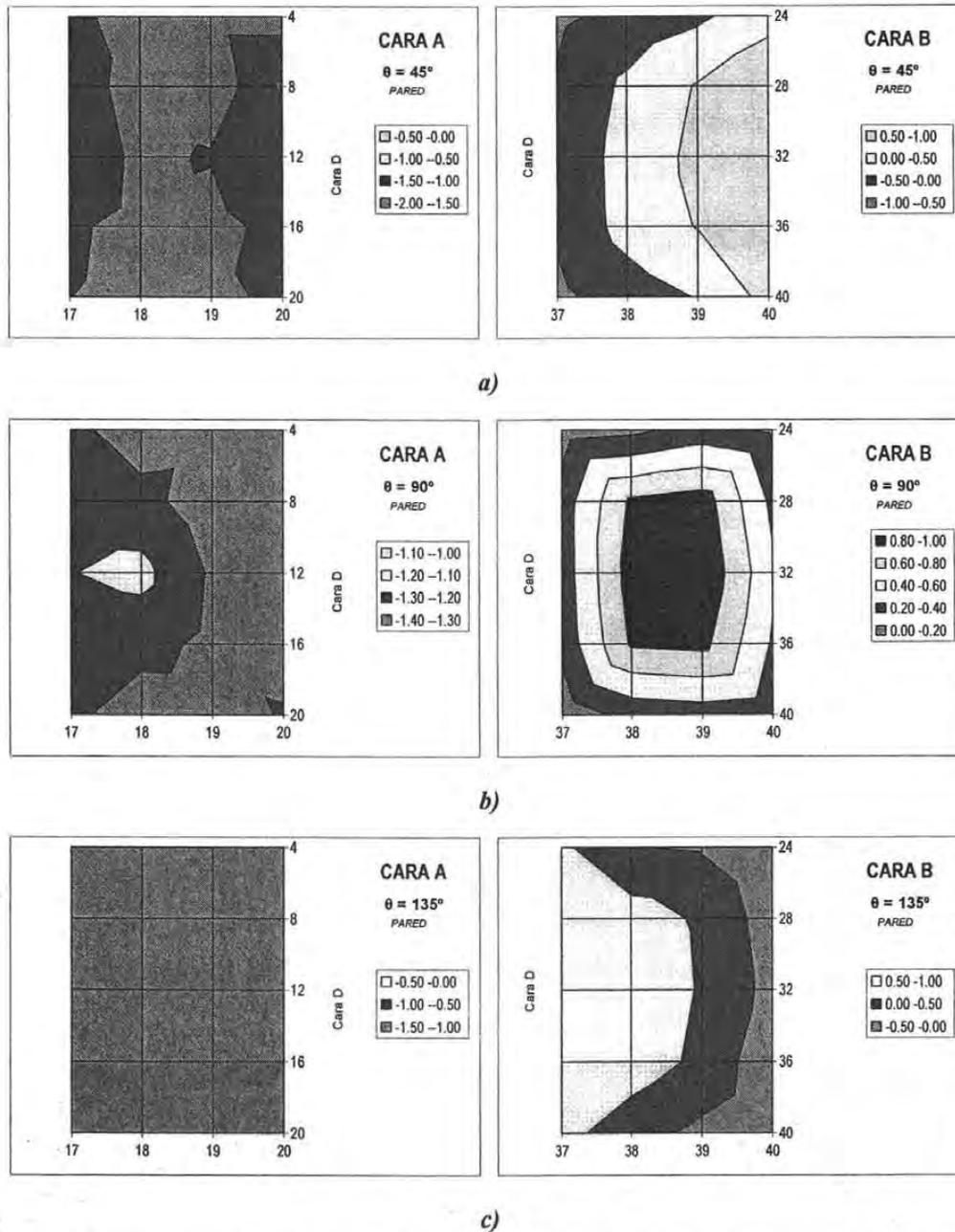


Figura 6-2 Coeficientes de presión en las caras A y B del modelo, en la posición Pared @45°.

En 45° se aprecia una succión mayor que su homólogo de la posición centro, sobre todo en la franja central de la cara. Comparándolo con 135° tampoco hay diferencias apreciables. Es de suponer que la posición del modelo no afectó demasiado las distribuciones de presión en la cubierta.

En 90° aunque la cara B sigue una distribución parecida a la posición centro en la cara A se distingue el decaimiento de la succión en el punto 10. Estas bajas de presión en las caras de sotavento pueden deberse a la formación de vórtices o separación del flujo por la forma del modelo.

6.1.1.3 Cerca de la Ventana de la Sección de Pruebas.

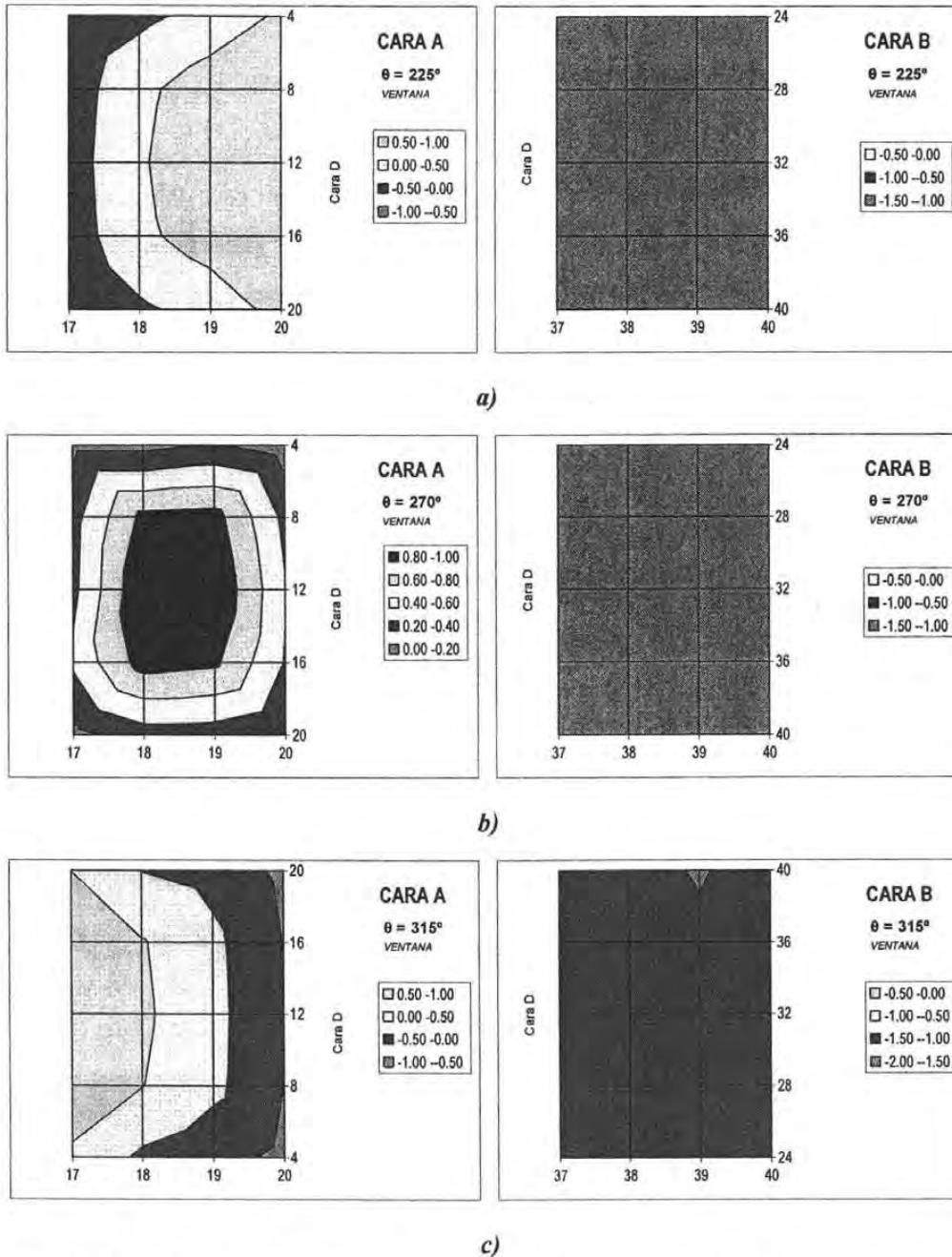


Figura 6-3 Coeficientes de presión en las caras A y B del modelo, en la posición Ventana @45°.

En 225° y 315° se presentan las distribuciones características de ángulos de 45° respecto al eje transversal de la sección, con gradientes de presión parecidos en las caras A pero inversos entre los ángulos. Se sigue con el acomodo simétrico respecto al eje horizontal de la cara. En la cara B se presentan succiones que varían poco y con valores parecidos entre los ángulos.

En 270° se conserva una distribución a 90° pero invirtiendo los contornos entre las caras. La cara A con una distribución simétrica en las dos direcciones y la cara B con succiones que varían muy poco.

6.1.2 Excentricidad de la Fuerzas Resultantes.

Con los coeficientes locales de presión C_p fue posible establecer para las condiciones de los ensayos, las fuerzas actuantes en las caras del modelo. Las fuerzas resultantes de las caras A y B son de interés especial, pues son las que aportan más a la torsión del modelo alrededor del eje Z (ubicado a lo largo de la columna). Se muestra la variación de las excentricidades (absolutas) de estas fuerzas respecto al centroide de cada cara.

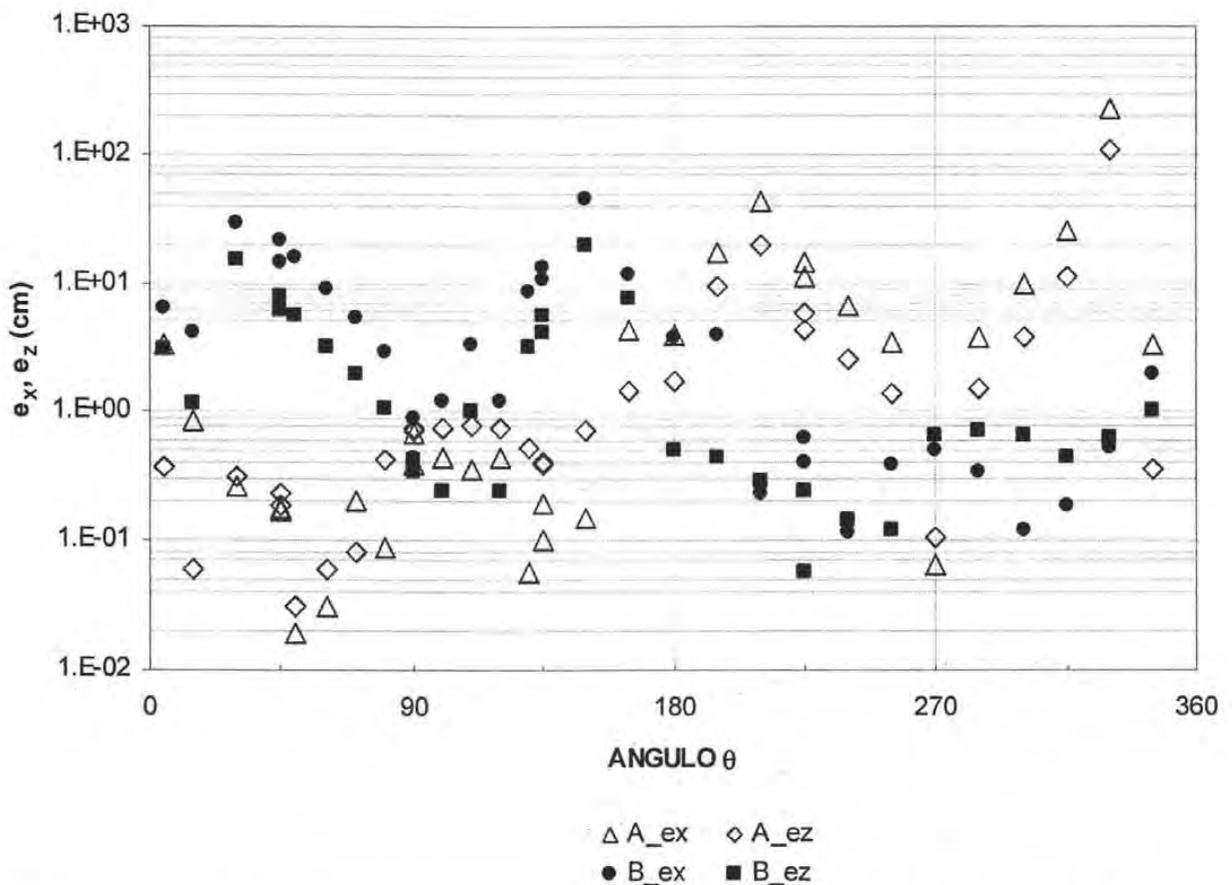


Figura 6-4 Evolución de valores de la excentricidad en el plano (x, z) de las caras A (A_ex, A_ez) y B (B_ex, B_ez).

Se puede observar como los valores tienen altibajos casi cada 45° de rotación del modelo (θ) pero con una tendencia creciente en una cara mientras en la otra sucede lo contrario. Es decir, mientras en ángulos como 5° , 90° , 180° , 270° las excentricidades de ambas caras son casi iguales se alejan más entre sí para ángulos intermedios.

En la siguiente figura se muestra la posición de las resultantes en las cara A y B, señalando cada punto con la inicial de la posición y el ángulo correspondiente.

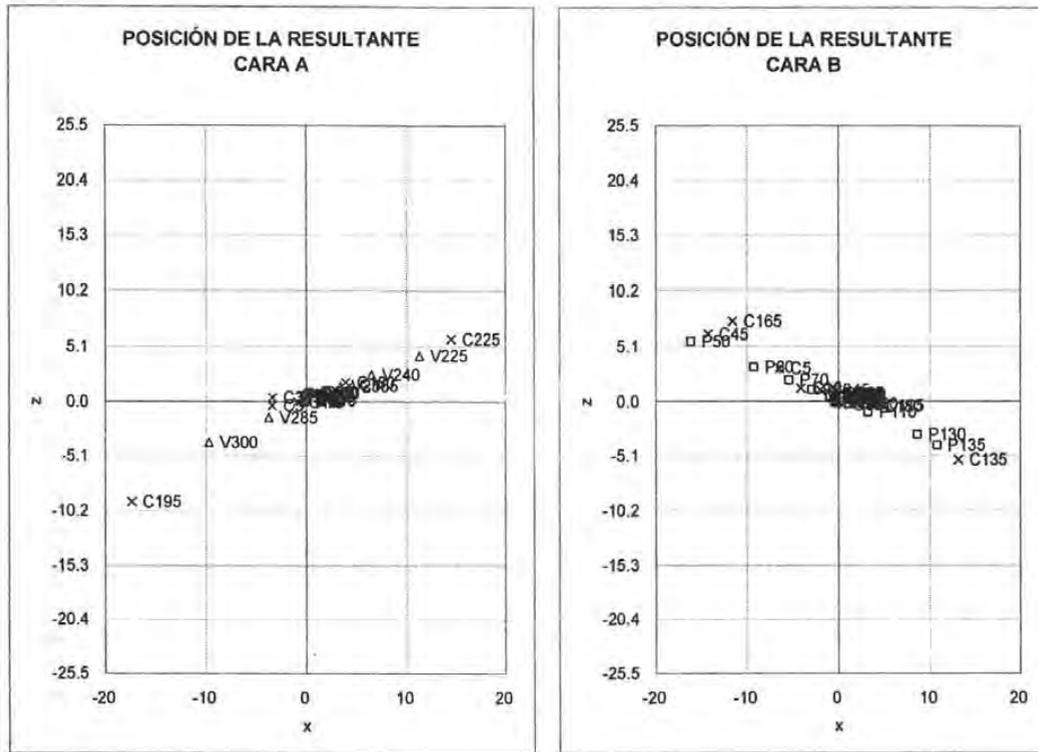


Figura 6-5 Posición de la fuerza resultante en las caras A y B, se indica la posición (C, P, V) y ángulo de incidencia del viento en cada punto.

Cuando un punto está más alejado del centroide de la cara, su correspondiente en la otra cara se acerca más al centro de esta. Puede decirse que la excentricidad de una cara no se presenta simultáneamente en la otra, lo cual es verificable con las distribuciones características de 45° con un eje transversal de la sección.

6.2 COEFICIENTES DE FUERZA Y MOMENTO RESULTANTES, EN LA CUBIERTA DEL MODELO.

De lo que se mostró en la sección 6.4 con el análisis dimensional del modelo se toman los productos adimensionales π'_2 y π'_3 . Así se definen coeficientes de fuerza y de momento útiles para caracterizar las fuerzas generadas por el empuje del viento. Estos coeficientes se asocian a dos puntos de interés en la estructura del modelo, uno de ellos es la unión viga columna (tratado en esta sección) y el otro la base de la columna de soporte; este último tratado en la sección 7.4.

$$C_F = \frac{F}{0.5\rho U^2 BH}$$

$$C_M = \frac{M}{0.5\rho U^2 BHc}$$

Donde:

F, M: Fuerza y Momento resultantes en la cubierta, respectivamente.

ρ : densidad del aire.

U: velocidad del viento.

B, H: dimensiones de la cara representativa de la cubierta de acrílico.

c: dimensión característica, igual a la distancia horizontal entre la proyección del tope de la columna y el centroide de la cara A (15cm).

En las siguientes figuras, se muestra la variación de coeficientes de fuerza de las fuerzas en la cubierta, en la primera donde se muestran los coeficientes en x y en z se muestra que las fuerzas en z son prácticamente nulas a comparación de las de x y de y. Se puede encontrar una “zona crítica” para las fuerzas en x, es decir, intervalos de θ en donde CFx tiene valores máximos, como son: 315°-45°, 90°-180°. En el caso de CFy los máximos se dan entre 45°-135° y 225°-315°.

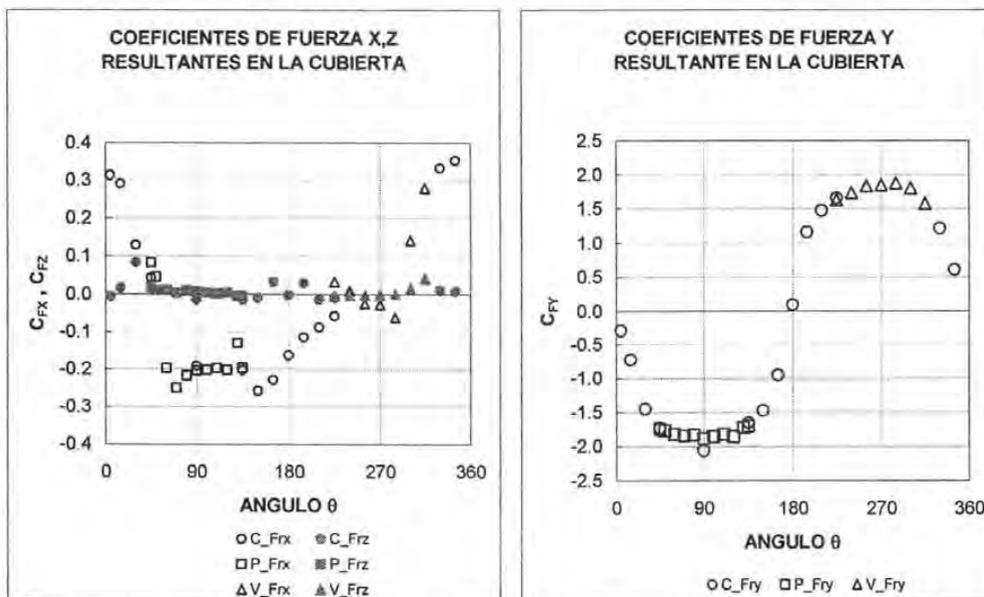


Figura 6-6 Coeficientes de fuerzas resultantes que actúan en la cubierta.

En los coeficientes de momento se advierte la menor importancia alrededor de los ejes x, y ; en el primer caso los máximos son 10 veces más chicos que los máximos alrededor de z. Los momentos alrededor de z representan a los momentos de torsión alrededor de la columna portante provocados por la acción de las fuerzas resultantes en la cubierta. Los intervalos de acción máxima están comprendidos entre $\theta=90^{\circ}$ - 135° y $\theta=225^{\circ}$ - 270° .

Esta última zona de acción máxima ($\theta=90^{\circ}$ - 135° y $\theta=225^{\circ}$ - 270°) se puede decir que es la más crítica pues se presentan máximos de fuerzas y momentos actuantes.

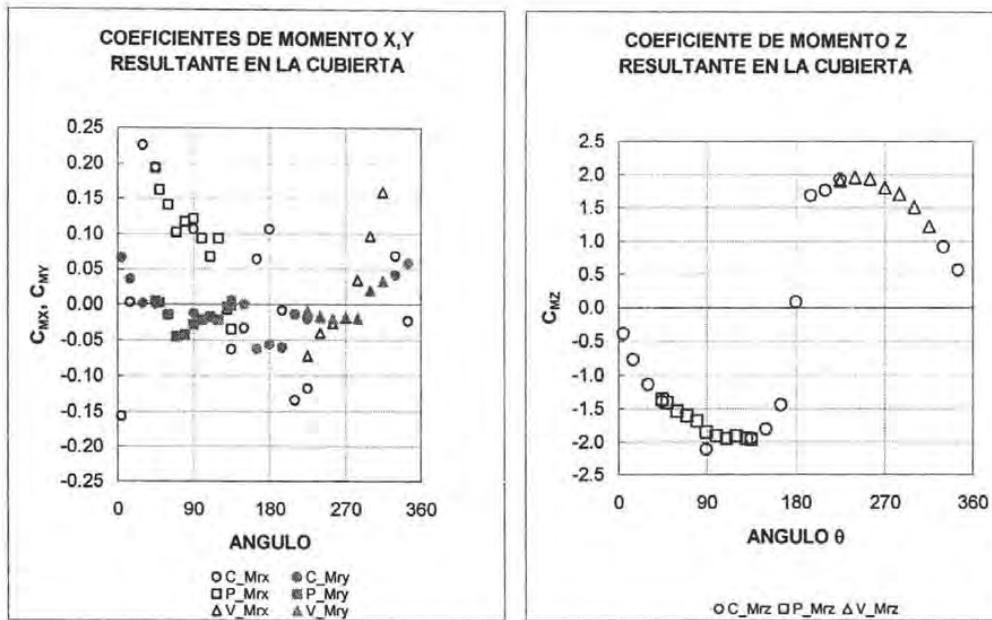


Figura 6-7 Coeficientes de momentos resultantes alrededor de la unión viga columna

En las siguientes gráficas se confirma la importancia de este intervalo, ya que normalizando las acciones de mayor importancia (F_y , M_z) respecto a las más pequeñas se presentan relaciones máximas en el mismo intervalo. Es decir, las acciones actuando en las otras 2 direcciones coinciden en el intervalo crítico con sus valores máximos.

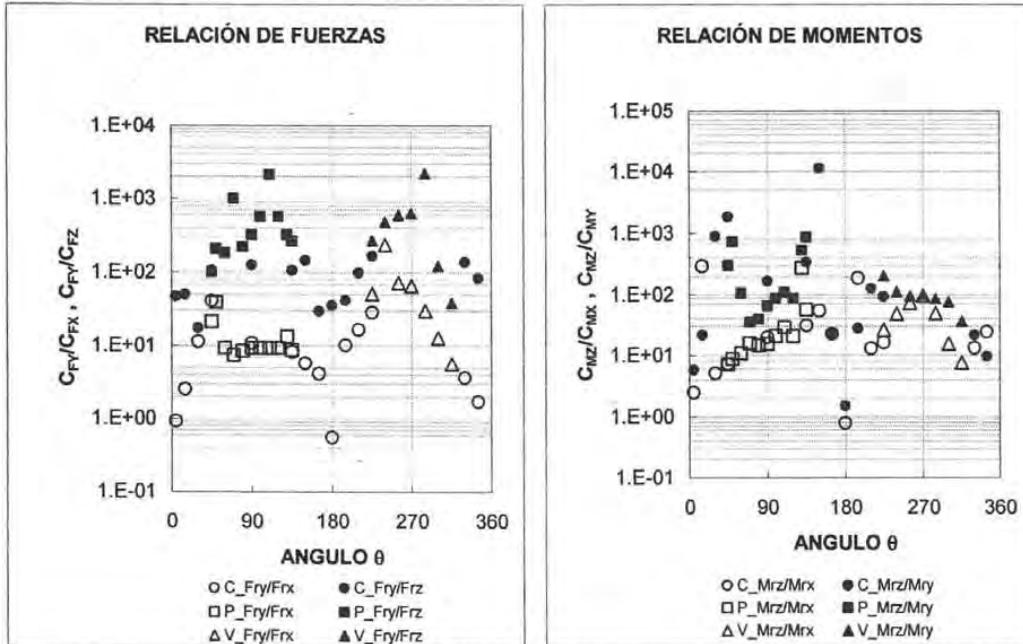


Figura 6-8 Relaciones de magnitud entre coeficientes de fuerza y de momento.

6.2.1 Coeficientes de fuerza Lateral y de Arrastre.

Las fuerzas resultantes pueden descomponerse en Fuerza Lateral y Fuerzas de Arrastre en dirección transversal al flujo del viento y en dirección longitudinal a este, respectivamente. Al dividir estas fuerzas en un área característica única de la estructura y entre la presión dinámica del viento (ver sección ANALISIS DIMENSIONAL) se obtienen los coeficientes de fuerza lateral y de arrastre.

Se muestra la variación de estos coeficientes conforme cambió la orientación del modelo en la figura

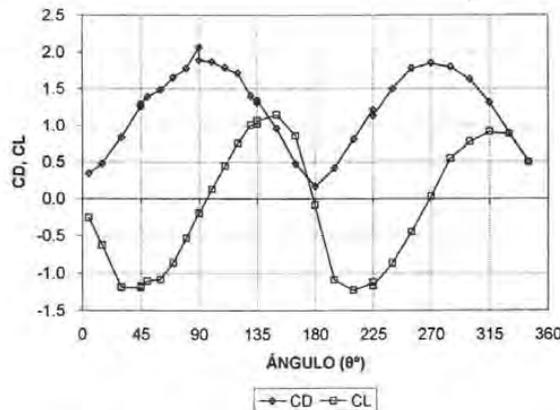


Figura 6-1 Coeficientes de Fuerza Lateral (C_L) y de Arrastre (C_D).

6.3 ANÁLISIS DE DESPLAZAMIENTOS POR CARGA ESTÁTICA.

Se realizó un análisis de Elementos Finitos (E.F.) del modelo, utilizando las presiones obtenidas de los ensayos. Este tipo de análisis es de tipo cuasiestático, pues se considera la acción de las presiones invariante con el tiempo.

El análisis fue elaborado con el programa comercial SAP2000 (Computers and Structures, Inc., 1995). Fueron utilizados los elementos FRAME y SHELL en los tubos de soporte y la cubierta de acrílico, respectivamente. Las características de los materiales y las secciones utilizadas se muestran en las tablas siguientes:

Tabla 6-1 Unidades y propiedades utilizadas en el análisis de elemento finito.

Unidades: [kg,cm]	Acrílico	Latón
Masa por unidad de volumen	1.213×10^{-6}	8.97×10^{-6}
Peso por unidad de volumen	1.190×10^3	8.80×10^{-3}
Modulo de elasticidad	31'710	11.90×10^5
Numero de Poisson	0.45	0.30

Tabla 6-2 Características de las secciones utilizadas en el modelo.

	Tubo (viga, columna)	Cubierta
Material	Latón	Acrílico
Sección	Circular, $d=2.74\text{cm}$, $t=0.10\text{cm}$	Espesor = 0.30cm

Con este análisis cuasiestático se obtuvieron desplazamientos de la estructura portante del modelo. Los puntos de interés son aquellos donde están colocados los acelerómetros en el modelo real. En el modelo de elementos finitos se localizaron los mismos puntos con el fin de poder comparar los resultados de los ensayos en el túnel con aquellos resultados del análisis en SAP2000.

Al establecer la metodología de Análisis con E.F. aparecieron dos opciones para representar la acción del viento en la cubierta:

- Una era aplicar cargas concentradas en los puntos de medición, tales cargas correspondían a la resultante de la presión aplicada en el área tributaria correspondiente a cada punto de medición.
- Como segunda opción se tuvo pensado que las cargas fueran uniformemente repartidas (presión) en las caras del modelo.

Al comparar resultados se decidió la 2ª opción por su grado de precisión además de que con cargas concentradas se sobreestimaba la respuesta en la mayoría de las posiciones del anuncio. Aunque los desplazamientos en dirección de Y permanecieron prácticamente iguales en ambos casos fue inevitable pasar por alto las diferencias en dirección de X (ver figura 5-4 para identificar las direcciones del análisis). Esta aproximación en el modelo no incrementó significativamente el trabajo invertido para su análisis.

La figura siguiente muestra los desplazamientos registrados con los acelerómetros contra los calculados por SAP2000. Los valores con este último son más grandes en la mayoría de los ángulos θ , con algunas excepciones.

Los puntos TE y TB conservan tendencias parecidas en SAP2000 (S2) y en forma muy distinta los medidos en el modelo (M); con el primero (S2) los valores son menores en $0^\circ, 180^\circ$ y con forma casi simétrica respecto a este último ángulo. Los desplazamientos medidos (M) coinciden con los calculados (S2) en $\theta=0^\circ, 180^\circ$ y 225° pero en los demás ángulos los valores están muy alejados entre sí.

El punto LB se comporta diferente, pues los desplazamientos S2 son menores que los medidos (M), pero la forma que describen estos valores es idéntica en los dos casos.

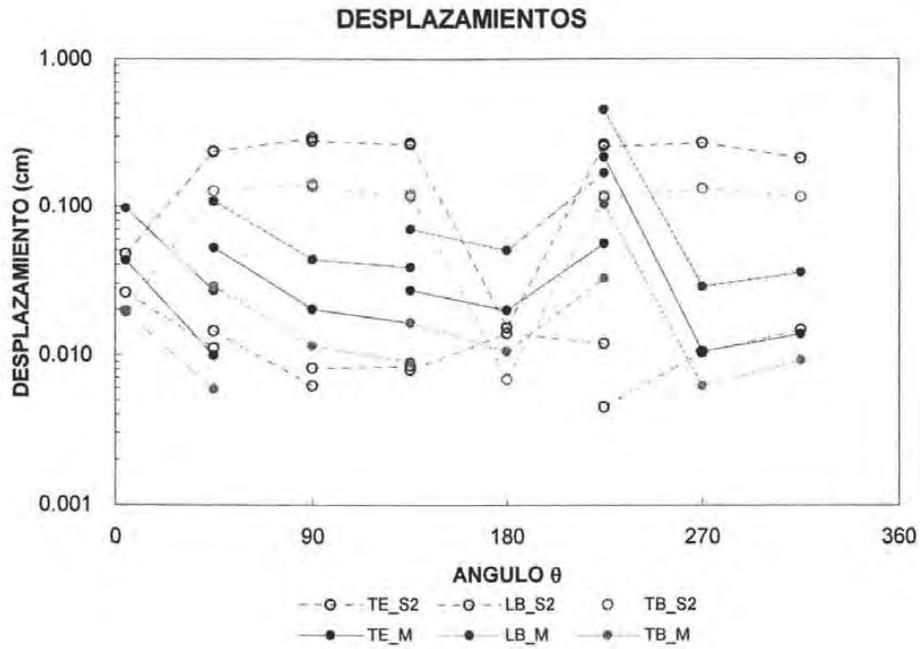


Figura 6-9 Desplazamientos calculados con SAP2000 (línea interrumpida) comparados con los medidos en la primer parte del programa de ensayos (línea continua).

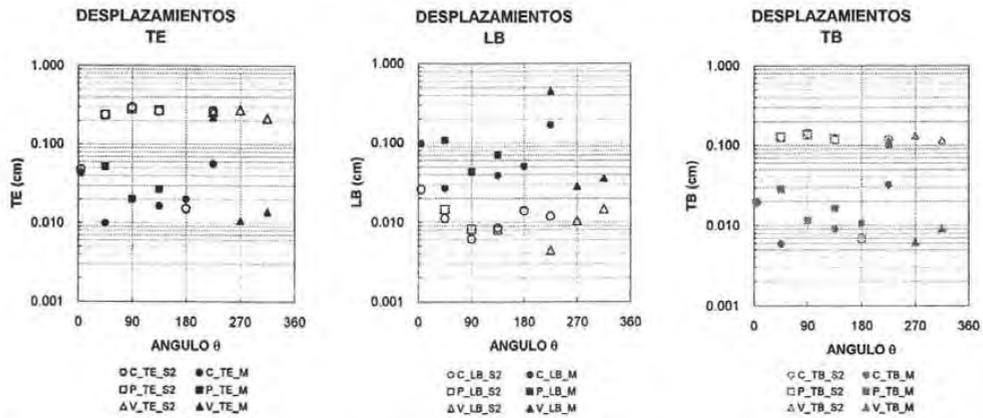


Figura 6-10 Comparación de los resultados medidos contra los calculados para cada punto de interés (TE, TB, LB).

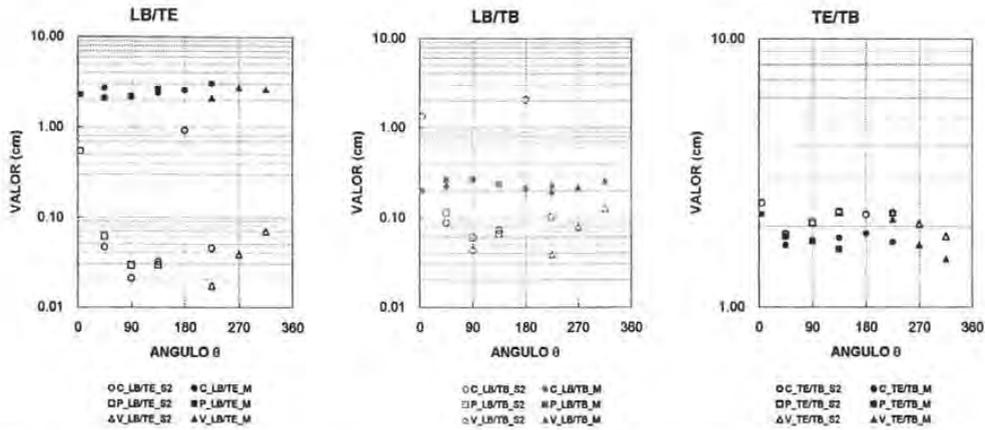


Figura 6-11 Relación entre las respuestas (calculadas y medidas) de los puntos de interés.

Las funciones de transferencia entre señales muestran que donde se involucra el punto LB las tendencias no son parecidas entre lo medido (M) y lo calculado (S2). Lo mas evidente se muestra en LB/TE pues los dos tipos de datos se alejan mucho uno de otro. Esto quizá se deba a la imposibilidad de reproducir mediante un análisis cuasiestático el movimiento en LB del modelo real. A pesar de esto la relación TE/TB muestra una tendencia muy definida con valores de hasta 2, lo cual indica que en dirección transversal los desplazamientos perpendiculares a la cara mas grande del modelo se amplifican hasta 2 veces en el extremo de la viga que en el tope de la columna, a pesar de que los valores en SAP2000 sean mayores que los medidos (M). Comparando los desplazamientos con ambas herramientas (medición, M y análisis, S2) para cada ángulo ensayado se verifica la congruencia entre resultados. Se puede ver para TB y TE que las veces que se sobreestima la respuesta del modelo con el SAP2000 es de hasta 10 ó 20 veces y sin embargo se tiene una tendencia clara y simétrica de este comportamiento. El punto LB se muestra hasta 10 veces menor pero casi constante a lo largo de todos los ángulos.

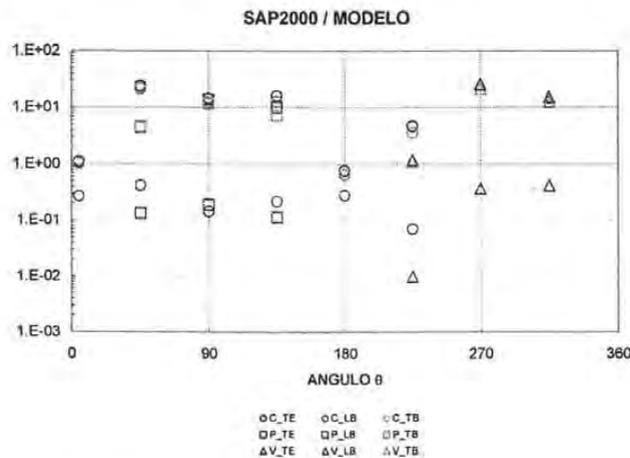


Figura 6-12 Relación entre la respuesta calculada estáticamente contra la medida en los ensayos del modelo.

Quizá la diferencia entre los resultados de las mediciones y los del análisis en SAP2000 se deban a la obstrucción que presenta el modelo al flujo del viento en la sección del túnel aerodinámico. Esta relación obstrucción/sección del túnel puede modificar sustancialmente la respuesta del modelo (Meseguer, 2001).

6.4 REACCIONES EN LA BASE

El mismo análisis con Elementos Finitos arroja como resultados los elementos mecánicos en la base de la columna (donde comienza el piso de la sección). Es preciso mencionar que la columna se modeló más allá del piso de la sección de pruebas para tomar en cuenta los apoyos utilizados para colocar el modelo, ver figura 5-1.

Así como se hizo con las fuerzas resultantes actuando en la cubierta del modelo, se determinaron parámetros adimensionales que describieran los elementos mecánicos producto del empuje estático del viento respecto a la base de la columna de soporte (segundo punto de interés). Así son definidos los coeficientes de fuerzas y momentos de reacción en la base de la columna portante del modelo:

$$C_F = \frac{F}{0.5\rho U^2 BH}$$

$$C_M = \frac{M}{0.5\rho U^2 BHc}$$

Donde:

- F, M: Fuerza y Momento de reacción en la base de la columna, respectivamente.
- ρ : densidad del aire.
- U: velocidad del viento.
- B, H: dimensiones de la cara representativa de la cubierta de acrílico.
- c: dimensión característica para representar los momentos generados por el viento.

En el caso de momentos de torsión alrededor de la columna el valor $c=0.15\text{m}$ pero en momentos alrededor de los ejes X y Y $c=0.51\text{cm}$, que es la altura de la columna. Esto se debe a la importancia que toman ambas cantidades con los momentos asociados a estas, es decir, podría pensarse que c es un brazo de palanca que funciona en conjunto con la acción del viento para producir estos momentos de reacción.

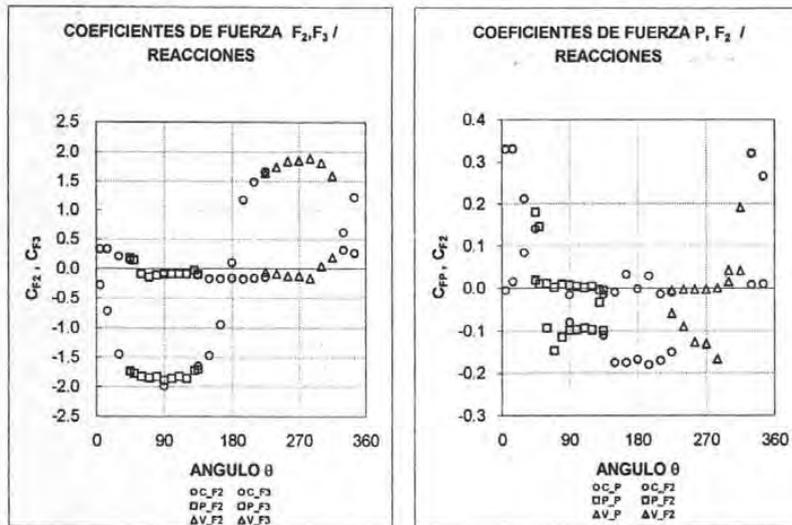


Figura 6-13 Coeficientes de fuerza de las reacciones en la base de la columna

En los coeficientes de fuerza, cobra importancia mayor la fuerza en dirección perpendicular a la cara A del anuncio, la carga vertical (P) no presenta mayor problema y en la dirección X (F3) los máximos son hasta 5 veces menores que los máximos en dirección Y (F2).

Con los coeficientes de momento puede decirse que los momentos de torsión de igual importancia que aquellos provocados por la flexión alrededor del eje X (M2), pues ambos coeficientes muestran una tendencia parecida con máximos cercanos a 2.0.

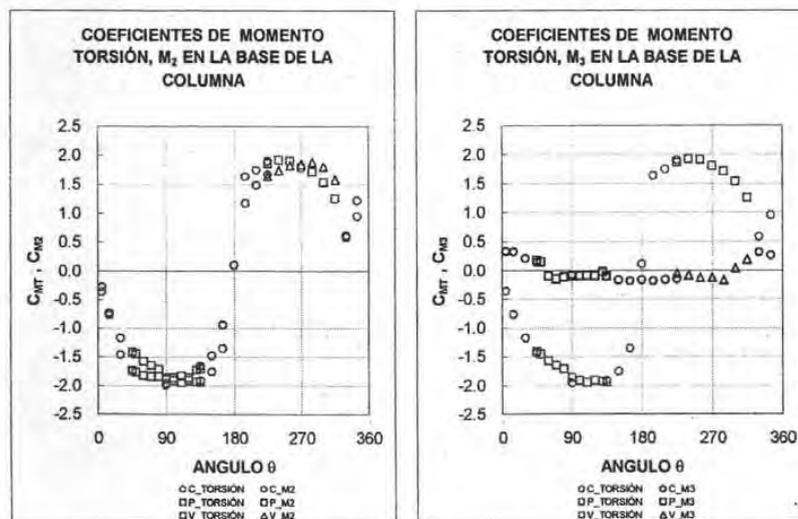


Figura 6-14 Coeficientes de momento en la base de la columna.

6.4.1 Comparación de Fuerzas Resultantes en la Cubierta con las Reacciones en la Base de la Columna.

La relación entre las fuerzas actuantes y las que resultan (reacciones) en la base de la columna muestra intervalos donde las últimas se presentan como fuerzas actuantes incrementadas. En lo que

respecta a las fuerzas horizontales (FX, FY, F2, F3) la amplificación de fuerzas es mayor en la dirección X donde se alcanzan valores de hasta 10 veces mayores en $\theta=45^\circ, 225^\circ$; pero también disminuye la respuesta en $\theta=135^\circ, 315^\circ$.

Con los momentos se da un caso distinto pues los resultados presentan que los momentos de torsión tampoco se amplifican de forma apreciable, pero en cambio los momentos que hacen rotar a la cubierta sobre los ejes en el tope de la columna muestran ser menores que los que flexionan a toda la columna (con respecto a la base en el piso de la sección de pruebas). Estos últimos se presentan hasta 100 veces mayores que los que actúan respecto al tope de la columna.

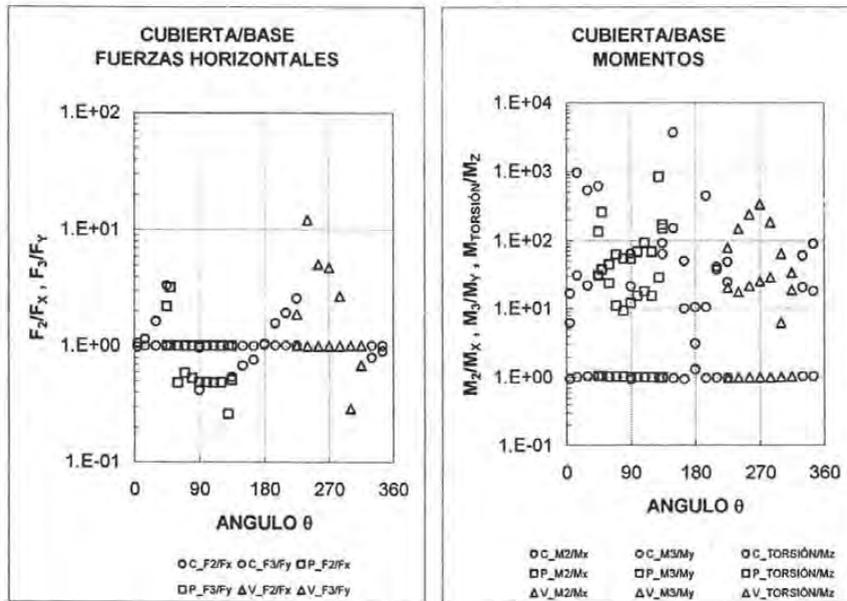


Figura 6-15 Relación entre fuerzas resultantes y momentos que actúan en la cubierta contra las reacciones en la base de la columna.

RESULTADOS OBTENIDOS EN LAS PRUEBAS, 2ª Parte

7.1 CARACTERÍSTICAS DINÁMICAS DEL MODELO.

Tal como se determinó el amortiguamiento del modelo sin estar sometido a la acción del viento (sección 5.5.1), se ha encontrado el amortiguamiento total del mismo pero inmerso en una corriente de aire. Esta medición ayuda a conocer el amortiguamiento aerodinámico proporcionado al modelo, además del suyo propio. Lo anterior se determinó con los resultados de la primera parte de los ensayos, con el modelo para diferentes ángulos de ataque, con velocidad constante del viento (10.85 m/s).

En la segunda parte se ensayó el modelo en una sola posición y ángulo de ataque de 225° posición Centro con incrementos de forma estática en la velocidad del viento (10Hz-32Hz); el modelo se modificó en su forma exterior, de manera que se observara una disminución en su respuesta ante la acción del viento. Así se obtuvieron 6 distintas formas del modelo:

Tabla 7-1. Identificación de los modelos utilizados en la segunda parte de los ensayos.

# Identificación	Características del Modelo
I.	Orificios en las caras C, D
II.	Aletas en las cara A, B; orificios en caras C, D
III.	Aletas en las cara A, B
IV.	Aletas en las cara A, B; orificios en caras A, B, C, D
V.	Orificios en caras A, B, C, D
VI.	Original (sin modificaciones)

7.1.1 Medición del Amortiguamiento Aerodinámico.

Ya que es necesario conocer el amortiguamiento aerodinámico y al conocer el amortiguamiento del sistema sin la excitación del viento.

$$\zeta_{total} = \zeta_{aero} + \zeta_{estr}$$

Donde:

ζ_{total} Amortiguamiento total de la estructura, en porcentaje.

ζ_{aero} Amortiguamiento aerodinámico, en porcentaje.

ζ_{estr} Amortiguamiento propio de la estructura, en porcentaje.

Con los resultados (espectros de respuesta) de la primer parte de los ensayos se determinó el amortiguamiento total que presentó el modelo en ángulos (θ) a cada 45°. En la figura 8-1 se presenta la variación del amortiguamiento donde los valores máximos mayores a 3.39% se dan en $\theta=315^\circ, 45^\circ$. En $\theta=0^\circ, 180^\circ, 225^\circ, 315^\circ$ también se tienen valores máximos pero menores a 3.39%. El caso de $\theta=315^\circ, 225^\circ$ es interesante porque se tienen valores arriba y abajo del amortiguamiento propio del modelo.

En la figura 8-1 se hace la distinción entre las posiciones del modelo y el ángulo de ataque, es decir 45_P indica 45° la inclinación del viento y P la posición Pared en la sección del túnel.

Los valores máximos de amortiguamiento aerodinámico se dan en $\theta=45^\circ, 90^\circ, 270^\circ$ y 315° sin importar la posición (Centro, Pared o Ventana).

Tabla 7-2 Medición del amortiguamiento aerodinámico.

	PROMEDIOS		
	TB	TE	LB
0/360_C	3.15%	3.13%	2.99%
45_C	8.15%	8.09%	8.27%
45_P	5.39%	5.33%	5.22%
90_P	4.91%	5.55%	6.82%
135_P	4.92%	4.37%	5.08%
135_C	4.60%	4.56%	4.23%
180_C	2.95%	2.88%	2.81%
225_C	4.34%	4.29%	4.05%
225_V	2.84%	2.49%	2.85%
270_V	5.21%	5.73%	6.57%
315_V	2.87%	4.82%	6.69%
315_C	7.36%	3.11%	2.70%

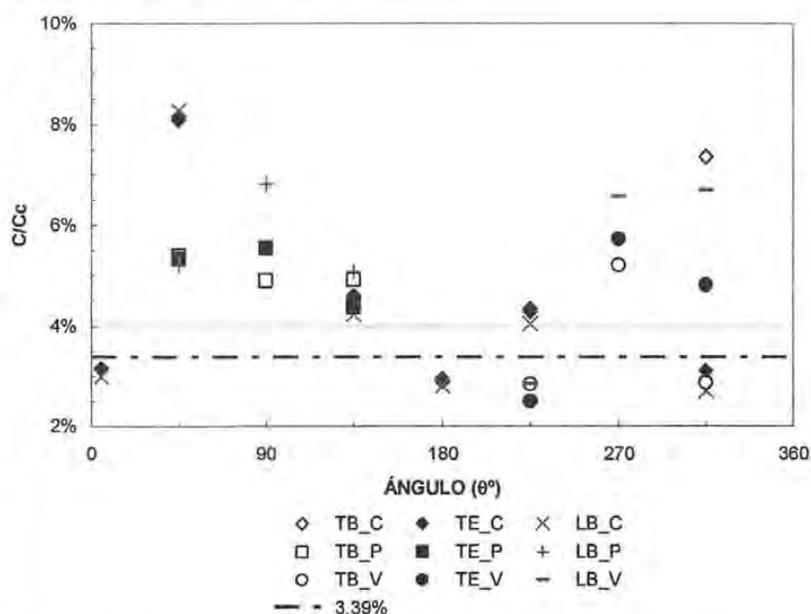


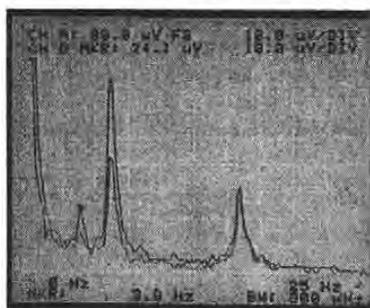
Figura 7-1 Variación del amortiguamiento aerodinámico

7.1.2 Efectos de la Separación de Vórtices.

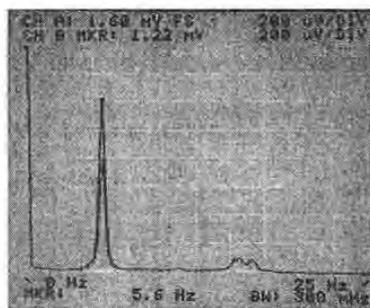
La técnica de análisis modal espectral permite conocer la frecuencia de separación de los vórtices (Simiu, Scanlan, 1996). Cuando esta frecuencia de separación de vórtices coincide con alguna de las frecuencias de vibrar del modelo la respuesta se incrementa significativamente.

En la figura 7-2 se muestran los espectros de respuesta en 3 instantes consecutivos para velocidad del viento creciente, en la figura 7-2-a se registra la respuesta antes de la velocidad crítica que marca el inicio del estancamiento de la frecuencia, en la figura 7-2-b se alcanza la velocidad crítica

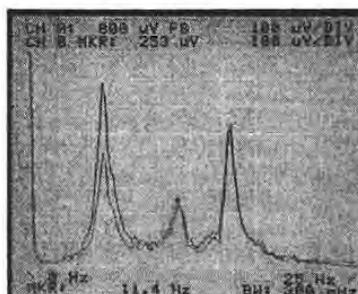
y por lo tanto se nota el efecto de resonancia para el modo relacionado a 6 Hz, en la figura 7-2-c la respuesta en 6 Hz disminuye considerablemente respecto al periodo de resonancia.



a) Antes del estancamiento de la frecuencia.



b) Estancamiento de la frecuencia.



c) Después del estancamiento de la primer frecuencia.

Figura 7-2. Evolución de la respuesta con el incremento de la velocidad, separación de vórtices.

En cada espectro se distinguen tres máximos de amplitud (a excepción del periodo de resonancia o estancamiento de la frecuencia) de los cuales 2 corresponden a las frecuencias de vibración del modelo (6 y 15 Hz aprox.) y el tercero que se mueve de izquierda a derecha en el ancho de banda corresponde a la frecuencia de separación de vórtices con el incremento de la velocidad del viento.

7.2 RESPUESTA DEL MODELO ANTE VELOCIDAD CRECIENTE.

Se ensayaron los modelos modificados ante el efecto creciente de la velocidad del viento. Este tipo de pruebas evidencia la aparición del estancamiento de la frecuencia.

Antes de llevar a cabo la segunda parte de los ensayos se hizo una prueba preliminar en 120º Centro incrementando la velocidad desde 1.45m/s hasta 21.7m/s (5.22-78.12 km/hr). Esta prueba compara la señal de los acelerómetros LB y TE solamente las amplitudes en una frecuencia de 6Hz, la figura 7-3 muestra que la amplitud de LB es casi 7 veces mayor entre 10 y 15 m/s de velocidad del viento. También se aprecia el inicio del estancamiento de la frecuencia con la separación de vórtices marcado por la máxima amplitud en 10.85 m/s. El estancamiento de la frecuencia dura poco en esta velocidad y quizá al haber incrementado la velocidad del viento (hasta 30 m/s) se encontraría la segunda velocidad de estancamiento, como se podrá ver en los resultados siguientes.

La importancia de la amplitud de señal en LB se evidenció durante la prueba por una vibración violenta mientras mas se incrementaba la velocidad. Sin embargo, el enfoque de los siguientes ensayos se orientó a la respuesta de TB y TE dado que se podría encontrar un acoplamiento peligroso en el modo de vibrar (vibración transversal a las caras mas grandes del anuncio) al que pudieran estar asociados la flexión, torsión y cortante máximos de la columna de soporte.

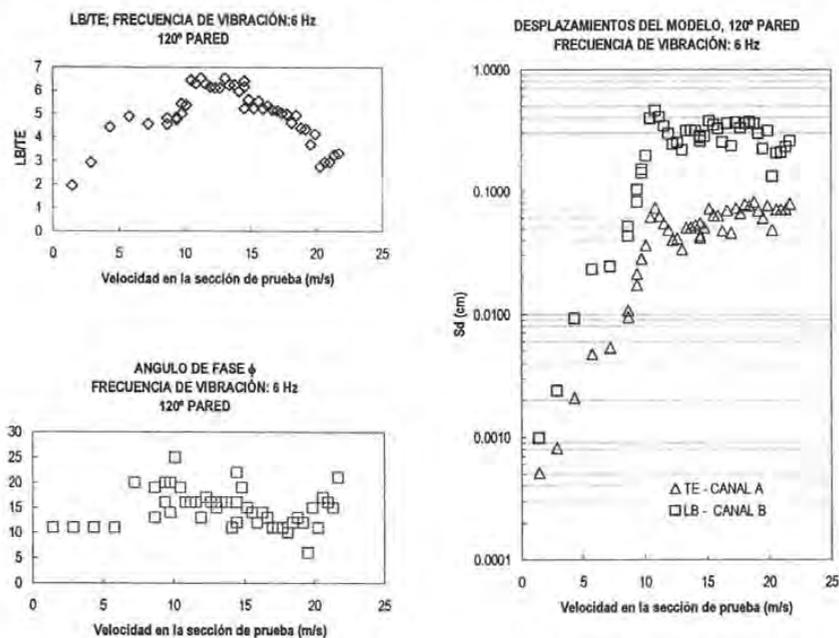


Figura 7-3 Respuesta LB-TE en la prueba preliminar (modelo sin modificaciones).

Al llevar a cabo la segunda parte de ensayos (con los modelos modificados) se identificaron los valores máximos en el espectro de respuesta del modelo que señalan la frecuencia de separación de vórtices y las dos frecuencias de vibrar del modelo. Los valores registrados se asociaron principalmente al producto adimensional π'_4 conocido como velocidad reducida (inverso del número de Strouhal).

A continuación se presenta los resultados de la segunda parte de ensayos realizados al modelo, donde este fue modificado para explorar las variaciones de su respuesta.

7.2.1 Modelo con orificios en las caras C y D (1).

Las 2 principales frecuencias promedio del modelo fueron 5.72 Hz, 15.71Hz. La relación entre señales TE/TB promedio fueron 1.61, 1.10 para la primer y segunda frecuencia respectivamente.

En la figura 7-4 se muestra la respuesta del modelo conforme aumenta la velocidad reducida, con línea interrumpida se marca el movimiento en la primer frecuencia (5.72 Hz) con línea continua para la segunda frecuencia (15.71 Hz). En la figura 7-4-b se nota el acoplamiento de la vibración

inducida por la separación de vórtices (S TE I, S TB I) con la primer frecuencia con un máximo en $V_r=6.26$ ya que es esta última la que aporta las mayores amplitudes. Al incrementarse V_r la curva de vibración por separación de vórtices empieza a acoplarse con la segunda frecuencia ($V_r \sim 13$), eventualmente se puede presentar un segundo periodo de resonancia.

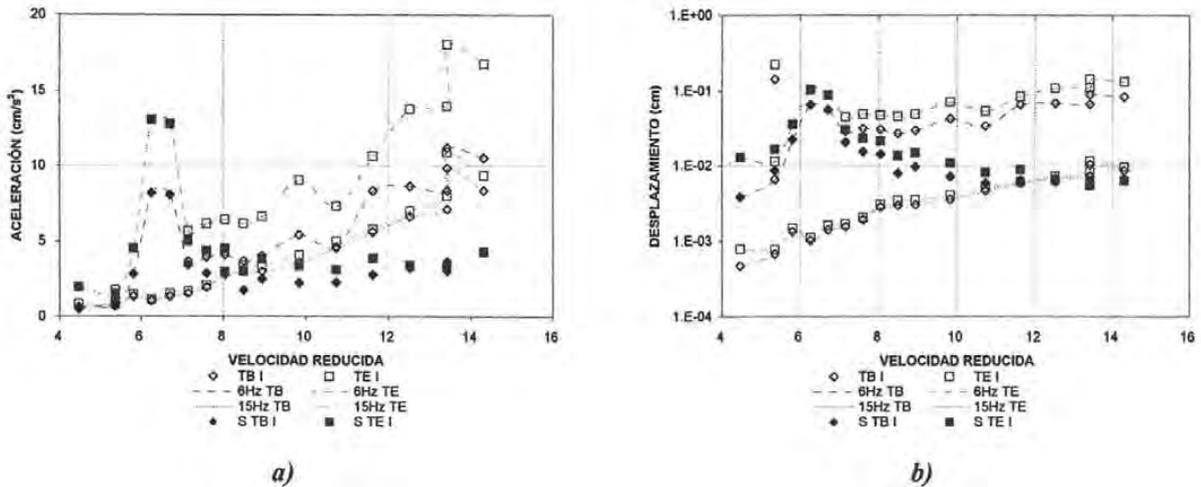


Figura 7-4 Respuesta del modelo (I) contra velocidad reducida.

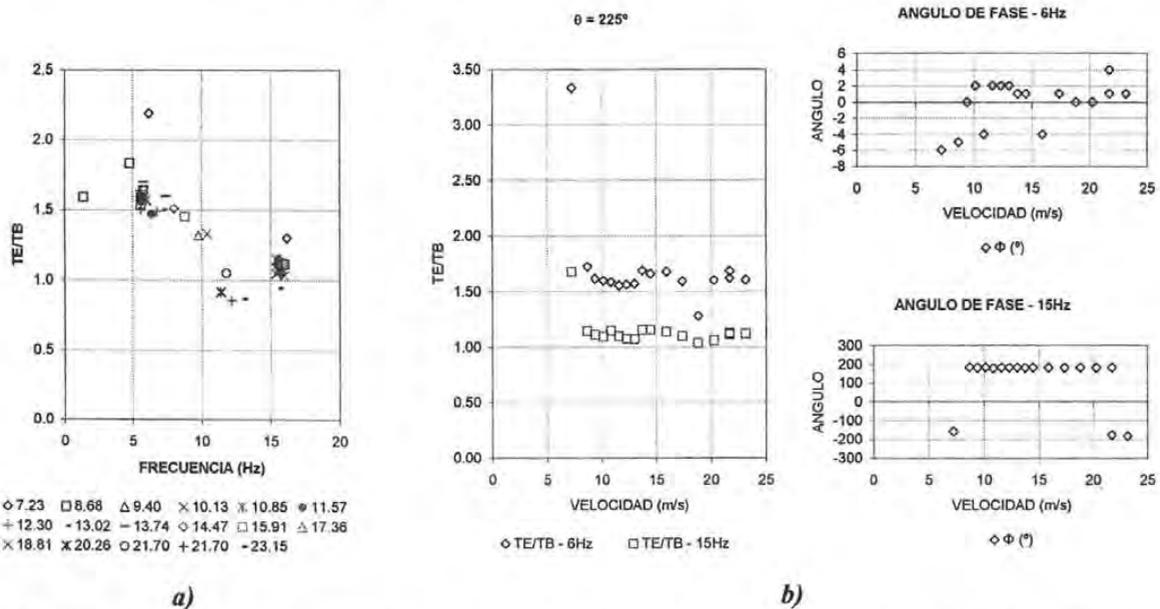


Figura 7-5 Relación entre señales (TE/TB) contra frecuencia; relación TE/TB para 6Hz y 15Hz contra velocidad, se incluye el ángulo de fase entre estas señales. (I).

Las características de la vibración inducida por la separación de vórtices se presentan en las figuras 7-6 y 7-7. Es efectivamente en 5.72 Hz donde entra en resonancia el modelo pero conforme crece la velocidad reducida y por tanto la frecuencia de vibración; la señal TB toma valores mayores que los de TE.

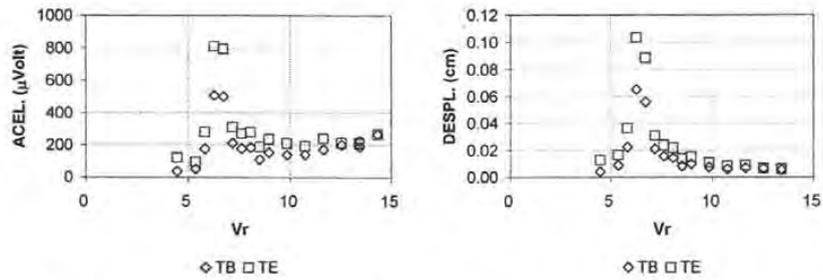


Figura 7-6 Amplitud de la respuesta cuando ocurre la separación de vórtices. (I).

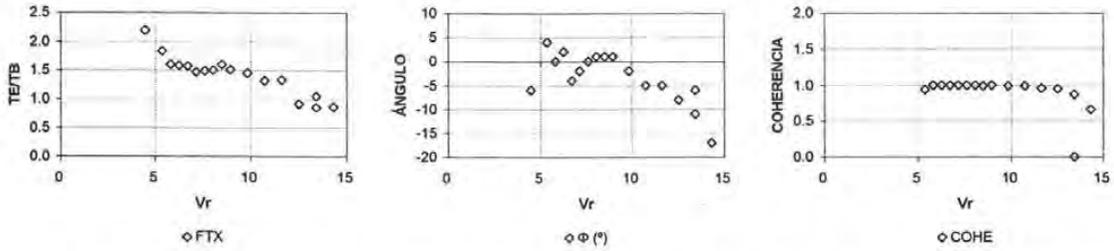


Figura 7-7 Relación de amplitudes TE/TB, ángulo de fase y coherencia de las señales TE y TB. (I).

7.2.2 Aletas en las caras A y B, orificios en caras C y D (2).

Las 2 principales frecuencias promedio iguales a 5.54 Hz y 15.15 Hz. La relación entre señales TE/TB promedio son iguales a 1.53, 1.09 para la primer y segunda frecuencia respectivamente. La figura 7-8 muestra la respuesta del modelo conforme aumenta la velocidad reducida, con línea interrumpida se marca el movimiento en la primer frecuencia (5.54 Hz) con línea continua para la segunda frecuencia (15.15 Hz). En la figura 8-8-b el acoplamiento de la vibración inducida por la separación de vórtices (S TE II, S TB II) con la primer frecuencia con un máximo en $V_r=6.47$. La curva de vibración por separación de vórtices empieza a acoplarse con la segunda frecuencia entre $V_r=12.01$ y 12.93 .

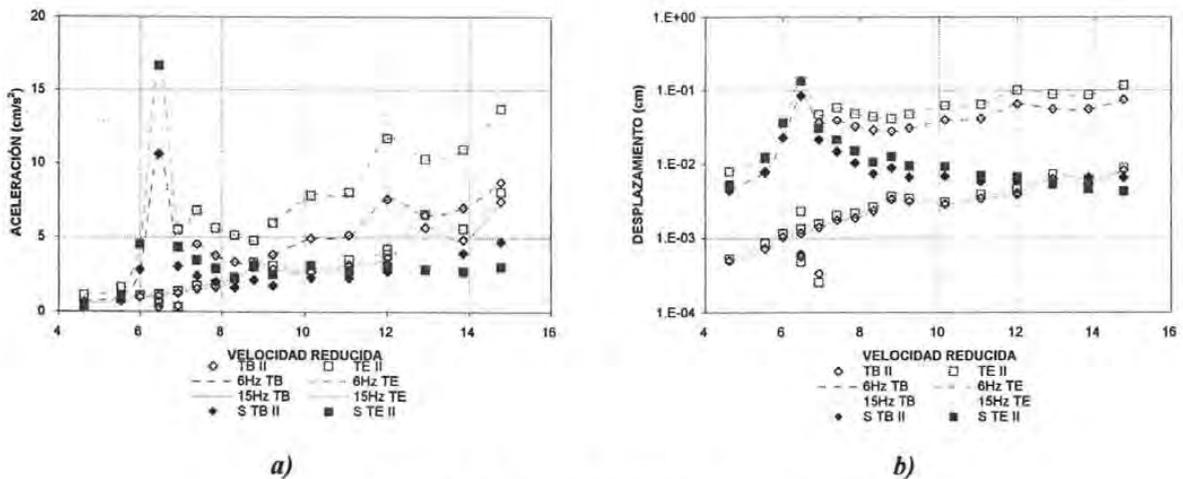


Figura 7-8 Respuesta del modelo (II) contra velocidad reducida.

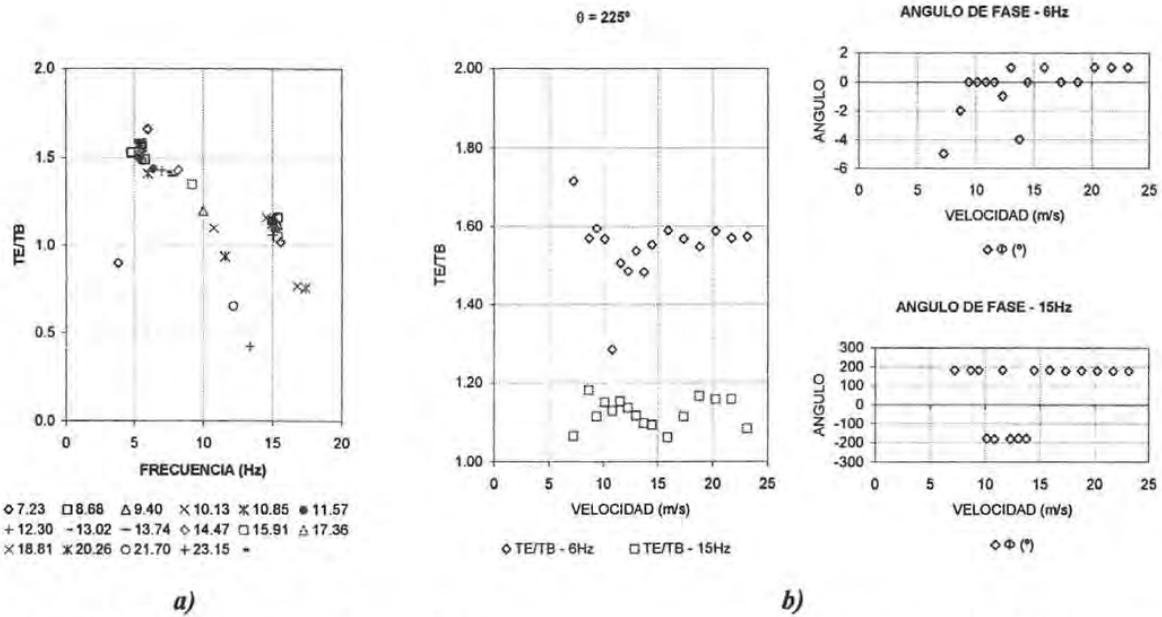


Figura 7-9 Relación entre señales (TE/TB) contra frecuencia; relación TE/TB para 6Hz y 15Hz contra velocidad, se incluye el ángulo de fase entre estas señales. (II).

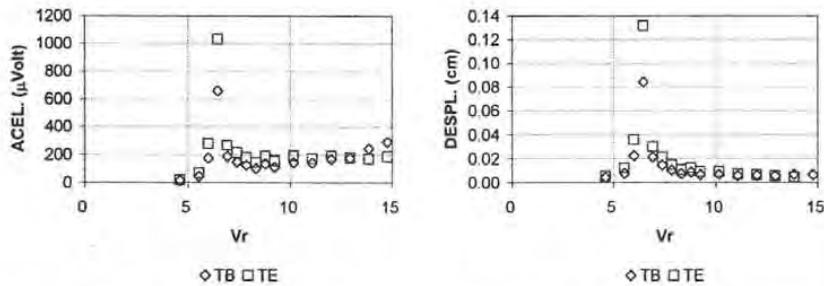


Figura 7-10 Amplitud de la respuesta cuando ocurre la separación de vórtices. (II).

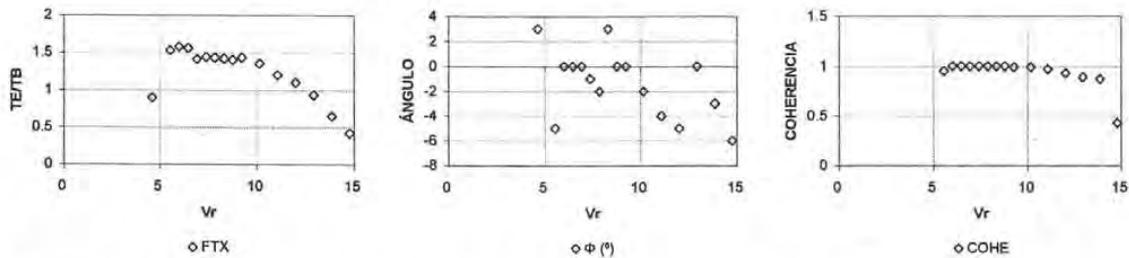


Figura 7-11 Relación de amplitudes TE/TB, ángulo de fase y coherencia de las señales TE y TB. (II).

7.2.3 Aletas en las caras A y B (3).

Las frecuencias promedio principales fueron iguales a 5.55 Hz y 14.96 Hz. La relación promedio TE/TB es igual a 1.53 y 1.09 para las anteriores dos frecuencias, respectivamente. En la figura 7-12 el acoplamiento de la vibración inducida por la separación de vórtices (S TE III, S TB III) con la primer frecuencia (5.55Hz pero está señalada como 6Hz TE o TB) con un máximo en Vr=6.45. La

vibración por separación de vórtices empieza a acoplarse con la segunda frecuencia entre $V_r=11.98$ y 12.90 .

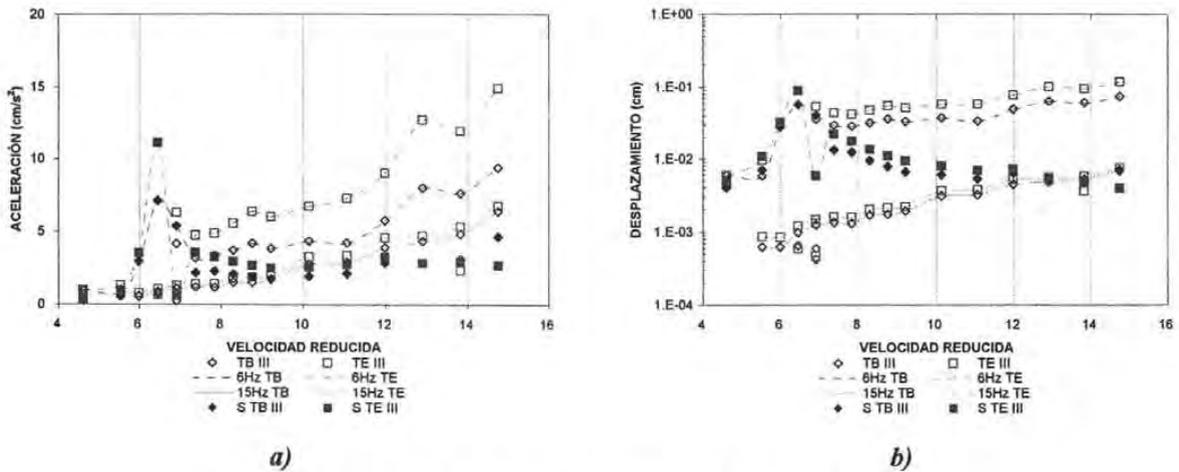


Figura 7-12 Respuesta del modelo (III) contra velocidad reducida.

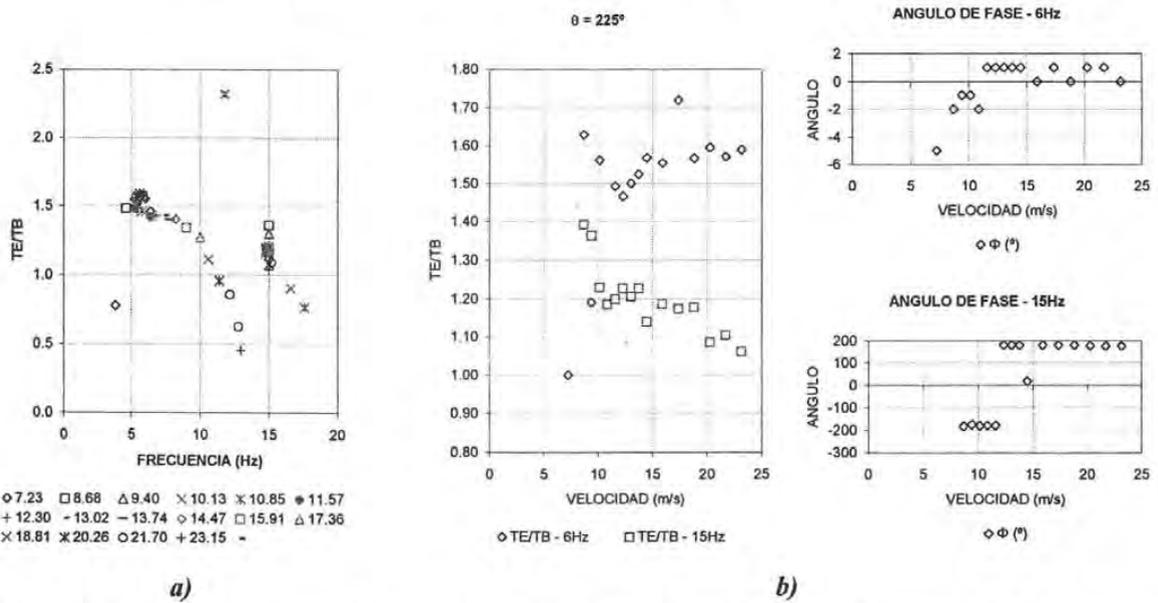


Figura 7-13 Relación entre señales (TE/TB) contra frecuencia; relación TE/TB para 6 Hz y 15 Hz contra velocidad, se incluye el ángulo de fase entre estas señales. (III).

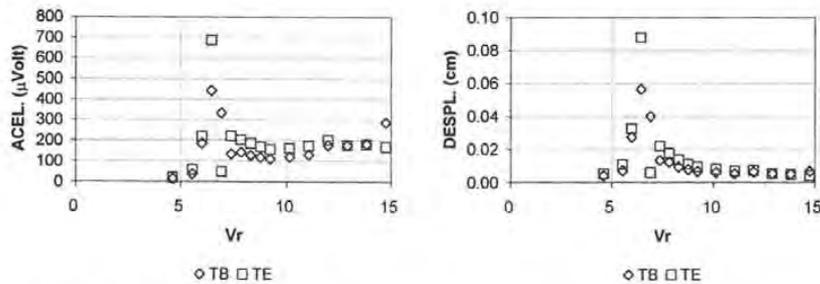


Figura 7-14 Amplitud de la respuesta cuando ocurre la separación de vórtices. (III).

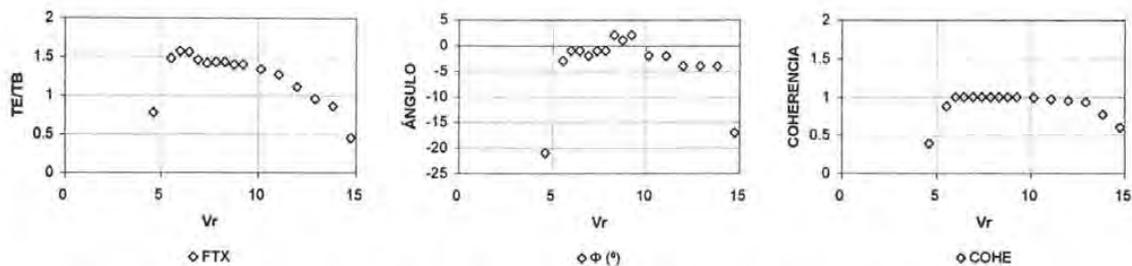


Figura 7-15 Relación de amplitudes TE/TB, ángulo de fase y coherencia de las señales TE y TB. (III).

7.2.4 Aletas en las caras A y B, orificios en caras A, B, C, D (4).

Las principales frecuencias son 5.65 Hz y 15.15 Hz. La relación entre señales TE/TB promedio son iguales a 1.54, 1.16 para la primer y segunda frecuencia respectivamente. El acoplamiento (figura 7-16) de la vibración inducida por la separación de vórtices (S TE IV, S TB IV) con la primer frecuencia se presenta en $Vr=5.88$. La curva de vibración por separación de vórtices empieza a acoplarse con la segunda frecuencia entre $Vr=10.86$ y 11.76 .

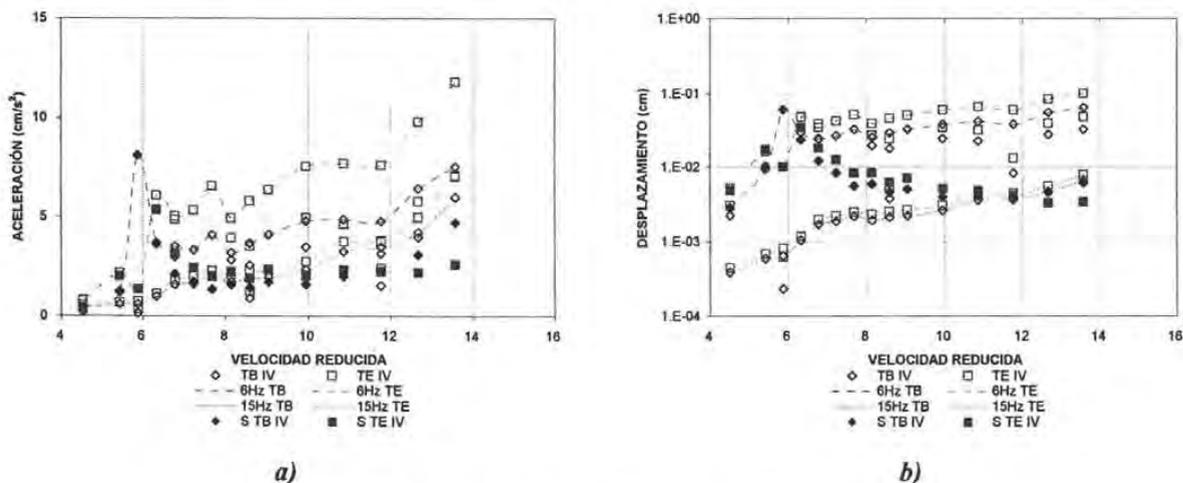


Figura 7-16 Respuesta del modelo (IV) contra velocidad reducida.

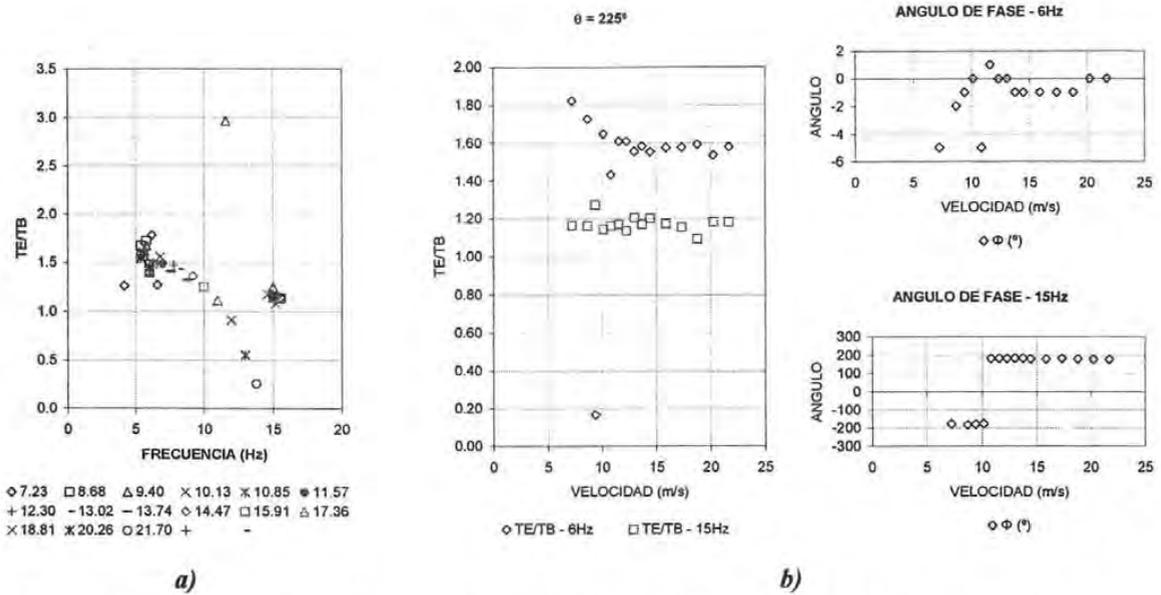


Figura 7-17 Relación entre señales (TE/TB) contra frecuencia; relación TE/TB para 6Hz y 15Hz contra velocidad, se incluye el ángulo de fase entre estas señales. (IV).

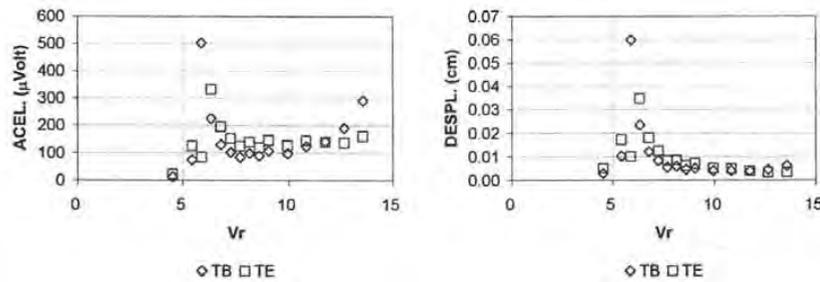


Figura 7-18 Amplitud de la respuesta cuando ocurre la separación de vórtices. (IV).

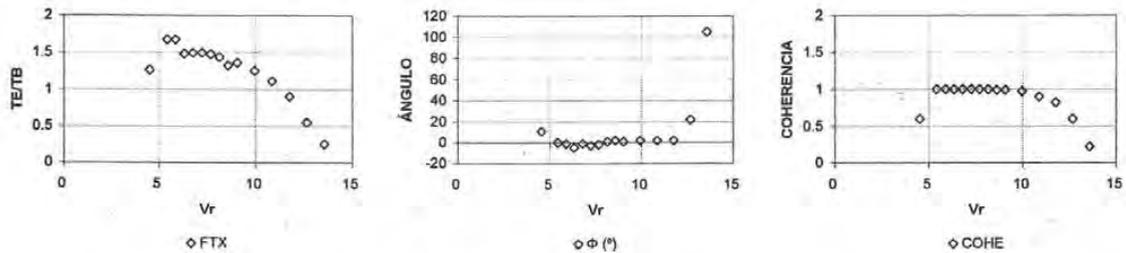


Figura 7-19 Relación de amplitudes TE/TB, ángulo de fase y coherencia de las señales TE y TB. (IV).

7.2.5 Orificios en caras A, B, C, D (5).

Las frecuencias principales son 5.80 Hz y 15.45 Hz. La relación entre señales TE/TB promedio son iguales a 1.55, 1.20 para la primer y segunda frecuencia respectivamente. El acoplamiento de la separación de vórtices (S TE V, S TB V) se maximiza en $V_r=5.73$. La curva que representa la separación de vórtices empieza a acoplarse con la segunda frecuencia entre $V_r=10.58$ y 11.47 .

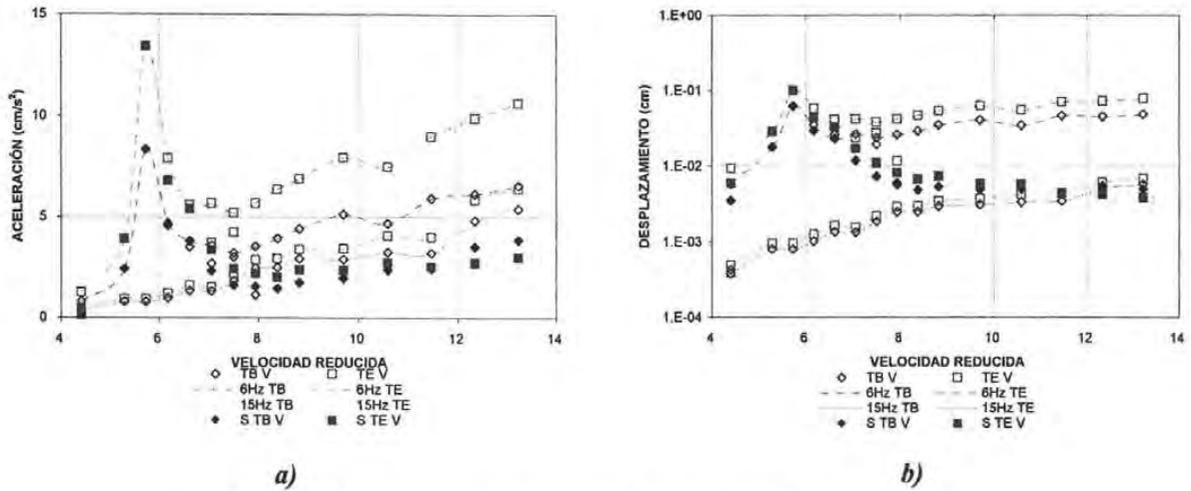


Figura 7-20 Respuesta del modelo (V) contra velocidad reducida.

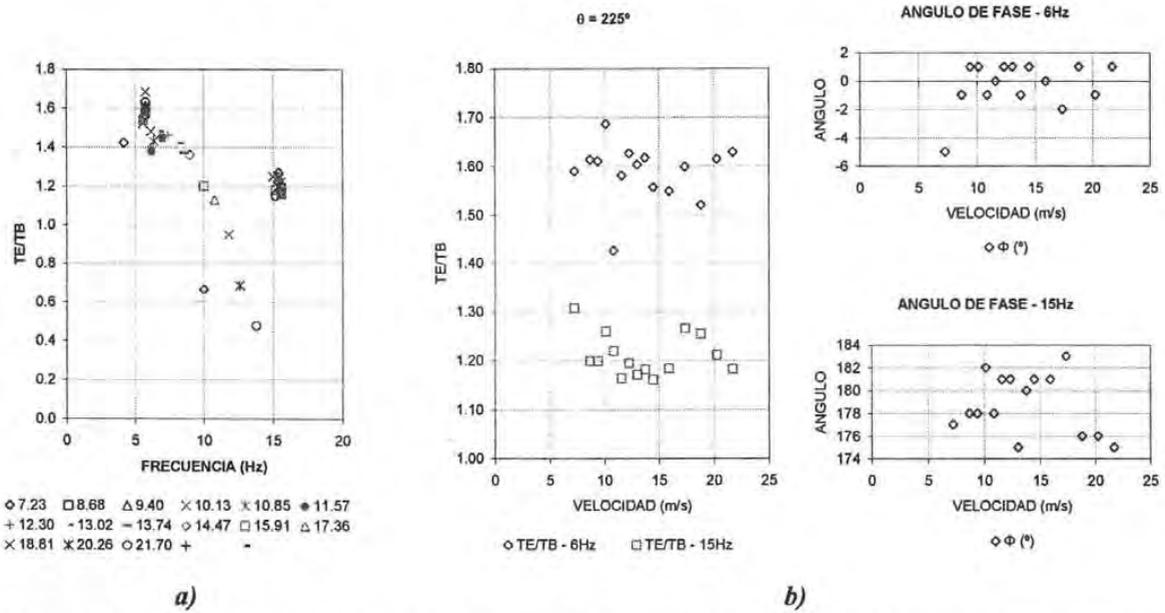


Figura 7-21 Relación entre señales (TE/TB) contra frecuencia; relación TE/TB para 6Hz y 15Hz contra velocidad, se incluye el ángulo de fase entre estas señales. (V).

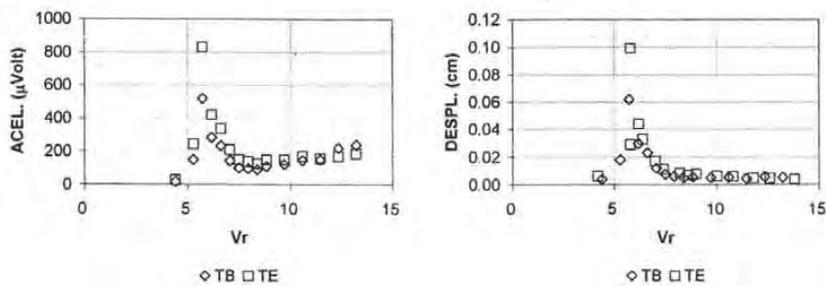


Figura 7-22 Amplitud de la respuesta cuando ocurre la separación de vórtices. (V).

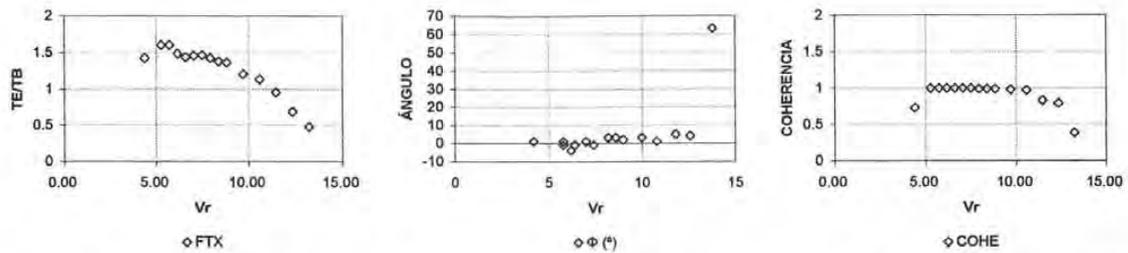


Figura 7-23 Relación de amplitudes TE/TB, ángulo de fase y coherencia de las señales TE y TB. (V).

7.2.6 Modelo original sin modificaciones en la cubierta (6).

Las frecuencias principales del modelo original son 5.77 Hz y 15.41 Hz. La relación TE/TB promedio son 1.57 y 1.20 para la primer y segunda frecuencia respectivamente. La figura 7-24 muestra el acoplamiento de la vibración inducida por la separación de vórtices (S TE VI, S TB VI) con la primer frecuencia con un máximo en Vr=5.76. La curva de vibración por separación de vórtices empieza a acoplarse con la segunda frecuencia entre Vr=10.63 y 11.52.

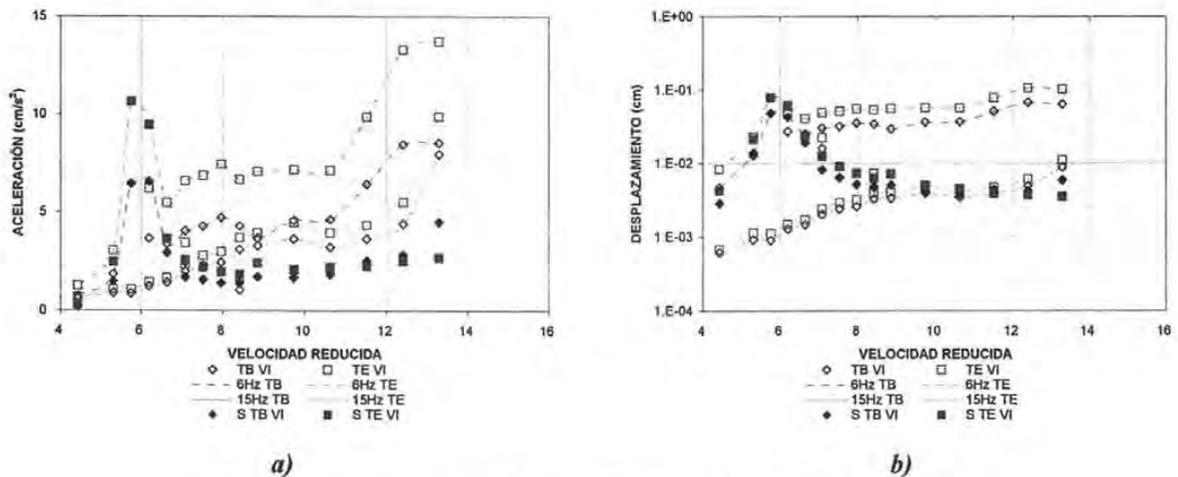


Figura 7-24 Respuesta del modelo (VI) contra velocidad reducida.

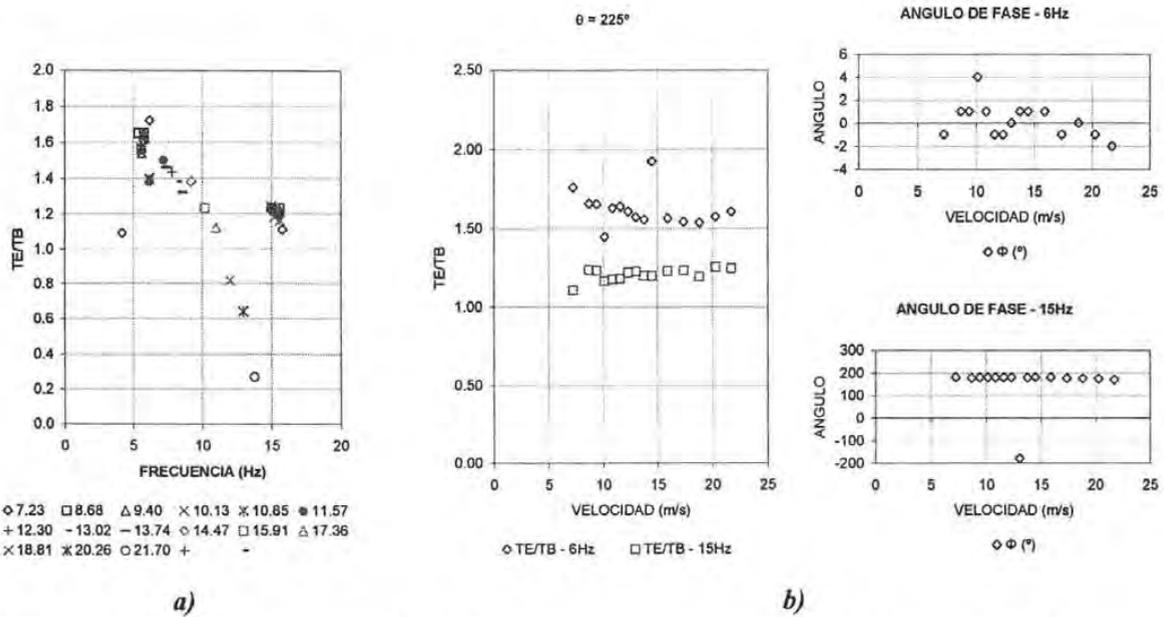


Figura 7-25 Relación entre señales (TE/TB) contra frecuencia; relación TE/TB para 6Hz y 15Hz contra velocidad, se incluye el ángulo de fase entre estas señales. (VI).

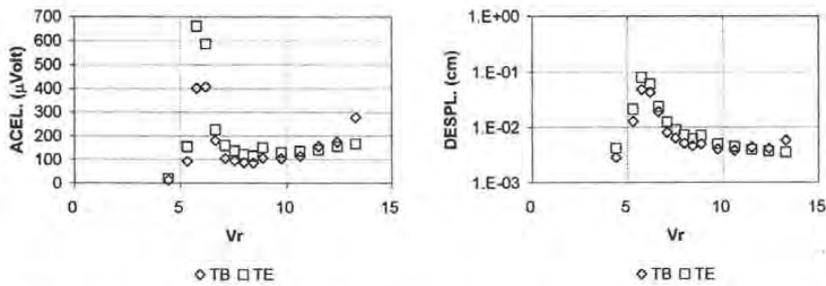


Figura 7-26 Amplitud de la respuesta cuando ocurre la separación de vórtices. (VI).

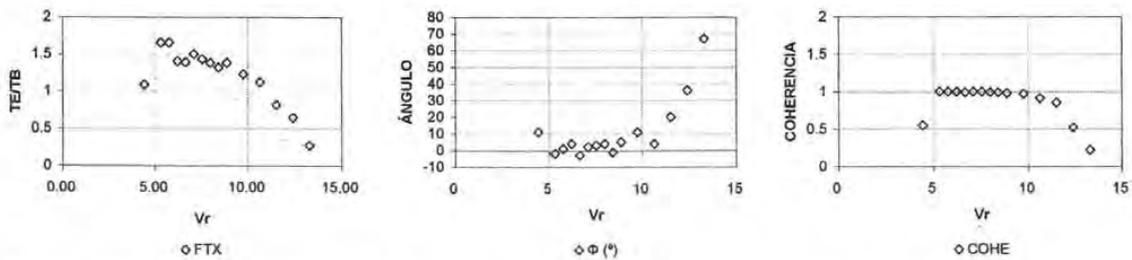


Figura 7-27 Relación de amplitudes TE/TB, ángulo de fase y coherencia de las señales TE y TB. (VI).

7.2.7 Resumen de resultados

En las siguientes figuras (7-28 a 7-31) se muestra la evolución de la respuesta del modelo contra la velocidad reducida, según la frecuencia del movimiento. En el inciso a) de cada figura se presenta la aceleración de aquel movimiento del modelo con frecuencia de 6Hz. El inciso b) de cada figura

muestra el movimiento en 15Hz y el inciso c) relaciona la amplitud de respuesta pero en la frecuencia de la separación de vórtices (ns).

El modelo, en la frecuencia de 6 Hz, fue sensible a las modificaciones hechas en su cubierta, sobre todo en el cambio de la velocidad crítica, pues con las modificaciones I, II y III se retrasa la aparición de vórtices, respecto al modelo original y en los casos IV y V, la velocidad crítica disminuye. Lo anterior para las lecturas en TB y TE.

La respuesta en 15 Hz no fue tan sensible a las modificaciones, ya que se mantuvo prácticamente igual en todos los modelos.

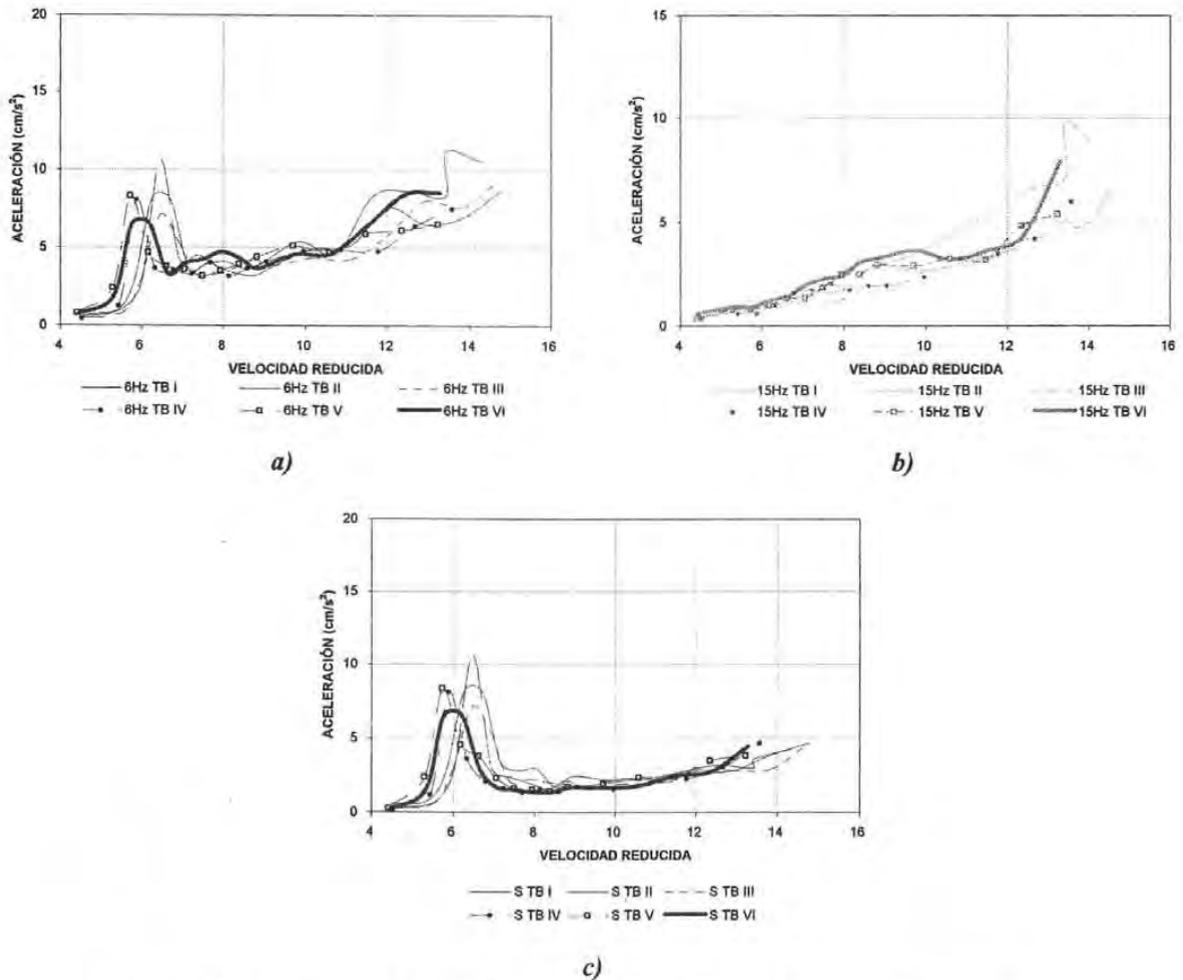
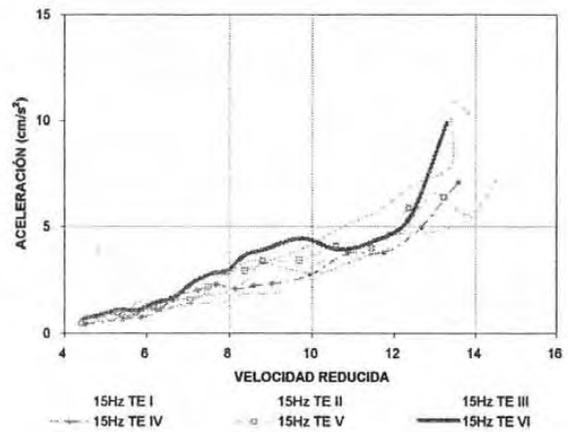
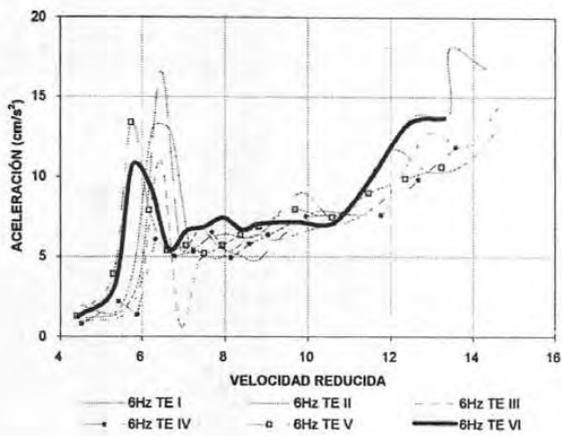
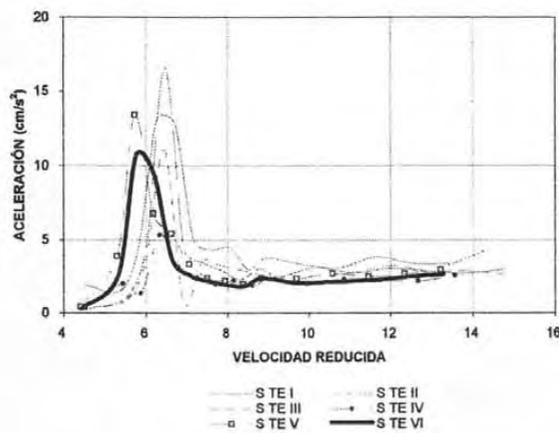


Figura 7-28 Respuesta TB contra velocidad reducida de los 6 modelos. Aceleración.



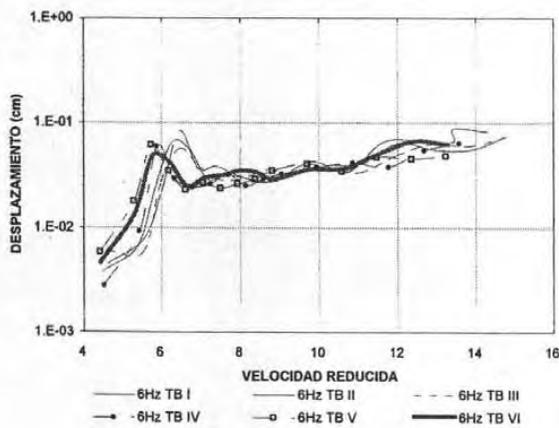
a)

b)

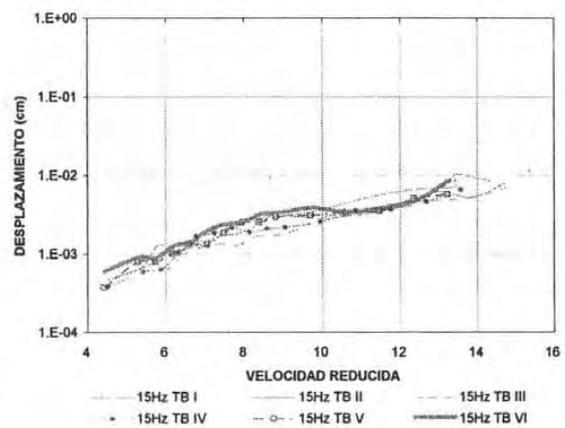


c)

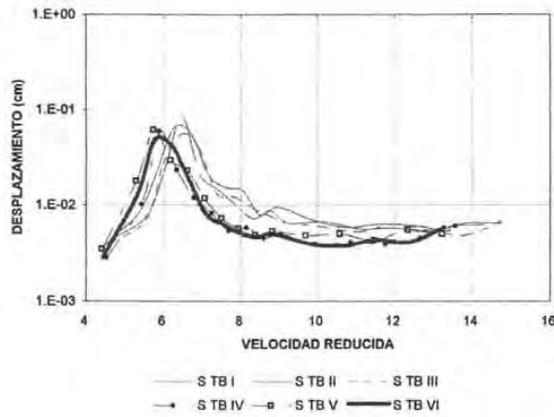
Figura 7-29 Respuesta TE contra velocidad reducida de los 6 modelos. Aceleración.



a)

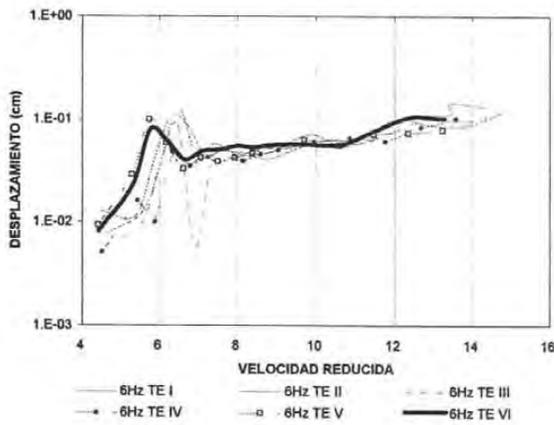


b)

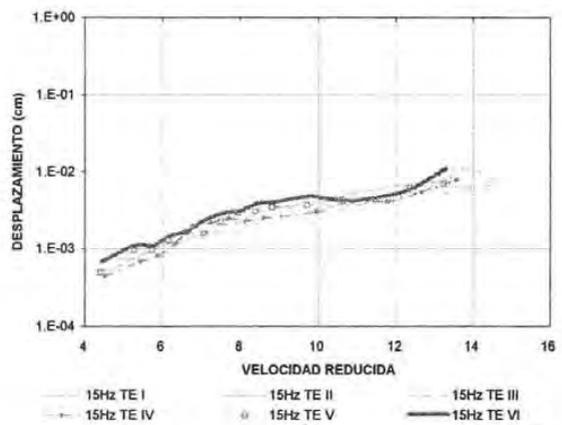


c)

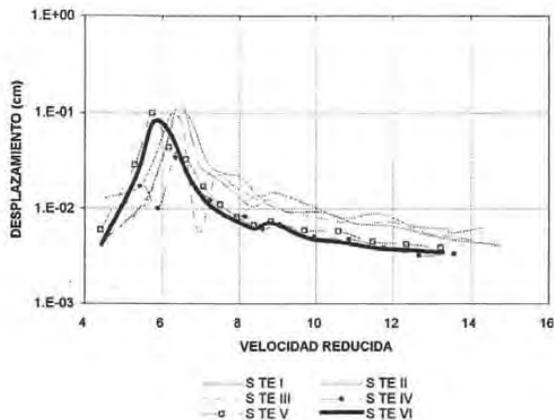
Figura 7-30 Respuesta TB contra velocidad reducida de los 6 modelos. Desplazamiento.



a)



b)



c)

Figura 7-31 Respuesta TE contra velocidad reducida de los 6 modelos. Desplazamiento.

En la figura 7-32, se muestra el estancamiento de la frecuencia que sufre el modelo. El tramo de estancamiento es muy corto y cercano a $V_r=6$ (figura 7-32-b), mientras que el resto de las líneas es

prácticamente recta. Se puede predecir un segundo período de resonancia, para una frecuencia cercana a 15 Hz, si $n_e=6\text{Hz}$, $d=0.28\text{m}$ ($0.40 \cdot \text{sen } 45^\circ$) y para $n_s/n_e=15/6=2.50$.

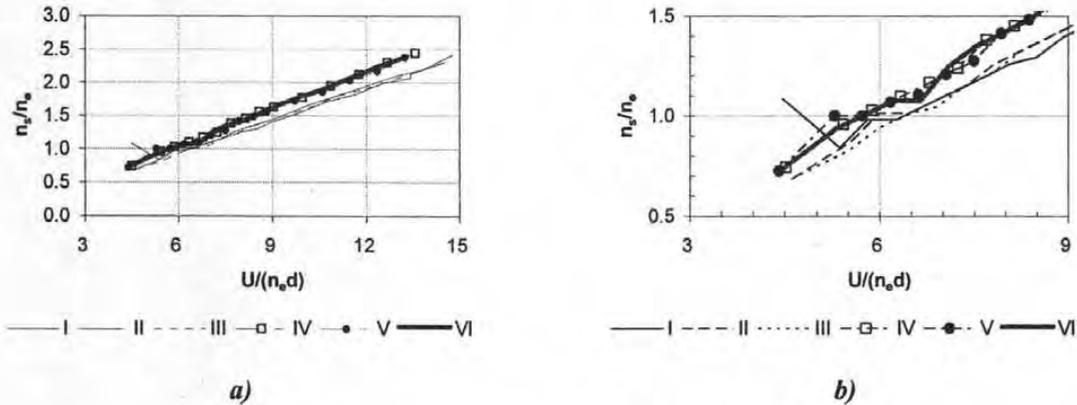


Figura 7-32 Estancamiento de la frecuencia para los 6 modelos.

Las figuras presentadas en esta sección proveen información de cómo influye la forma del modelo en su propia respuesta. La velocidad reducida es el parámetro adimensional que nos permitirá escalar los resultados para predecir la respuesta del prototipo, en tamaño real.

Al conocer la frecuencia de vibrar (1er modo) de un anuncio espectacular, n_e , y su dimensión característica transversal al flujo, d , podemos predecir el rango de velocidades en el cual será susceptible la estructura a la separación de vórtices alternantes con una frecuencia de separación conocida (n_s). Lo anterior es válido siempre y cuando se respeten los parámetros de escala (tabla 5-8) resultantes del análisis dimensional. Ahora bien, estos parámetros de escala se determinan para cada caso en particular.

APLICACIÓN AL DISEÑO DE ESTRUCTURAS EN TAMAÑO REAL

Los parámetros que resultan de ensayos en túnel aerodinámico, como son la velocidad crítica de aparición de vórtices y el coeficiente de fuerza lateral, se pueden utilizar en el diseño de prototipos de estructuras de tamaño real. En el Reglamento del Distrito Federal se acepta el uso de modelos para predecir la respuesta de estructuras de tamaño real, sin embargo, el comportamiento del modelo muestra aspectos que sugieren su replanteamiento.

La revisión de modelos a escala de diferentes tipos de anuncios espectaculares sensibles a la separación de vórtices, puede resultar en la elaboración de un método estático equivalente, que represente el comportamiento dinámico de estructuras, en tamaño real.

La normatividad existente se basa en literatura bastante desarrollada en el ámbito de las construcciones cilíndricas de sección circular y cuadrada; sin embargo, las construcciones alargadas y con aristas irregulares, como en el caso de los espectaculares pueden no ser consideradas como parecidas a un cilindro circular y por tanto no es aplicable el método existente para construcciones cilíndricas.

En este capítulo se compara la normatividad existente con sus parámetros originales y el mismo método de la norma, pero con parámetros obtenidos de los ensayos del modelo. Se compara la similitud de un tipo cilíndrico circular, con el tipo rectangular o trapezoidal con aristas agudas.

8.1 PROTOTIPO DE ANUNCIO Y SU ESTRUCTURA.

El prototipo seleccionado se compone de 5 armaduras ligeras verticales apoyadas en una viga de sección circular (flauta) que está conectada a la columna de soporte, también de sección circular. Las conexiones armadura-viga y viga-columna se componen de placas de 1 y 2 pulgadas de espesor, ver figura 8-1.

El prototipo es similar a un anuncio existente localizado en el Anillo Periférico de la Ciudad de México. De fotografías y visitas a campo, se propusieron la forma del anuncio y las medidas de los perfiles, para cumplir con la reglamentación existente en la Ciudad. Se considera al prototipo, como una estructura común en su tipo.

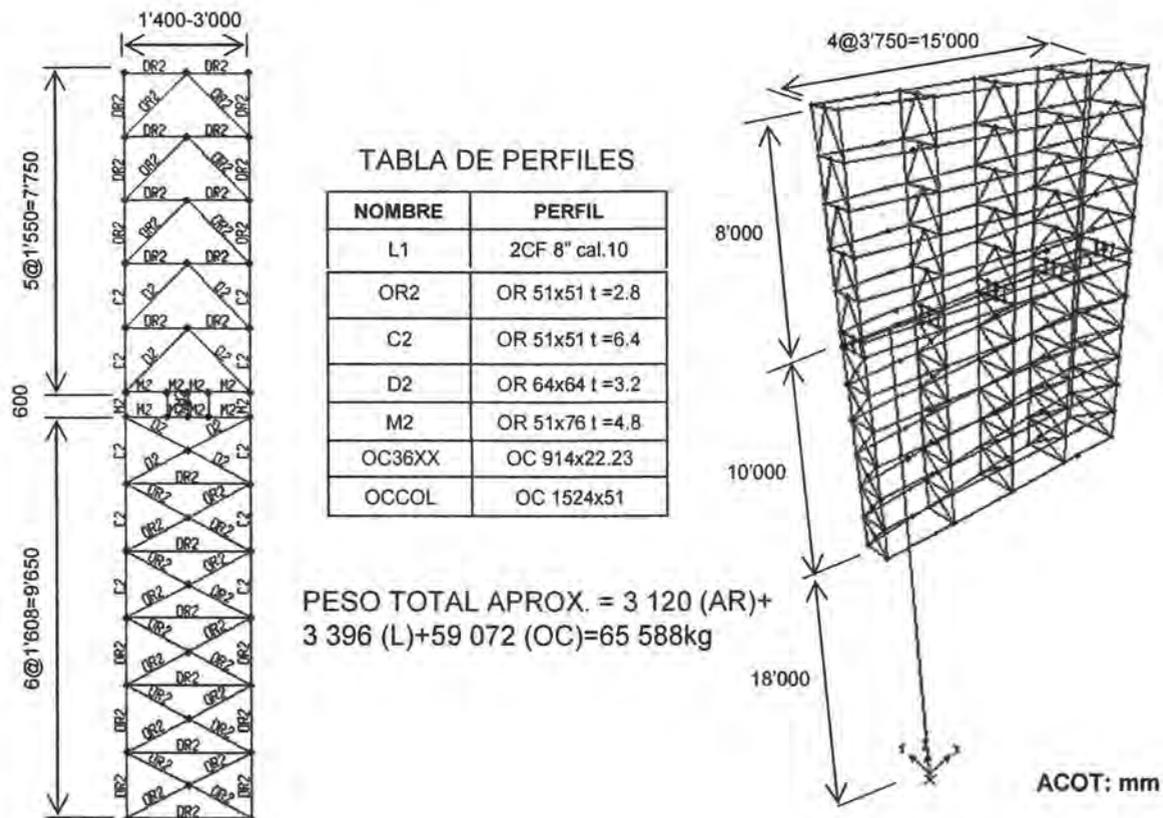


Figura 8-1 Estructuración y medidas del prototipo.

En el programa SAP2000, se analizó la estructura del prototipo, con el cual se obtuvieron las formas modales (figura 8-2) y la respuesta estática ante las cargas de viento propuestas en las normas técnicas del reglamento de la ciudad de México.

Uno de los parámetros más importantes en la determinación de las cargas por viento, es la distribución de presiones en las caras del anuncio. Con las pruebas hechas (sección 7.1) se obtuvo la distribución de los coeficientes de presión (C_p) en las caras A y B del modelo y al respetar la escala geométrica, se aplicaron estos coeficientes de presión en las caras del prototipo.

Los ensayos con modelos en flujo laminar sobreestiman los coeficientes de presión media, en comparación con los ensayos que incluyen viento turbulento (Simiu y Scanlan, 1996).

Para encontrar las fuerzas laterales inducidas por la separación de vórtices, es necesario conocer la velocidad crítica donde inicia el estancamiento de este fenómeno y el coeficiente de fuerza lateral (C_L). Con las pruebas encontradas en el capítulo anterior fue posible determinar estos dos parámetros para el modelo.

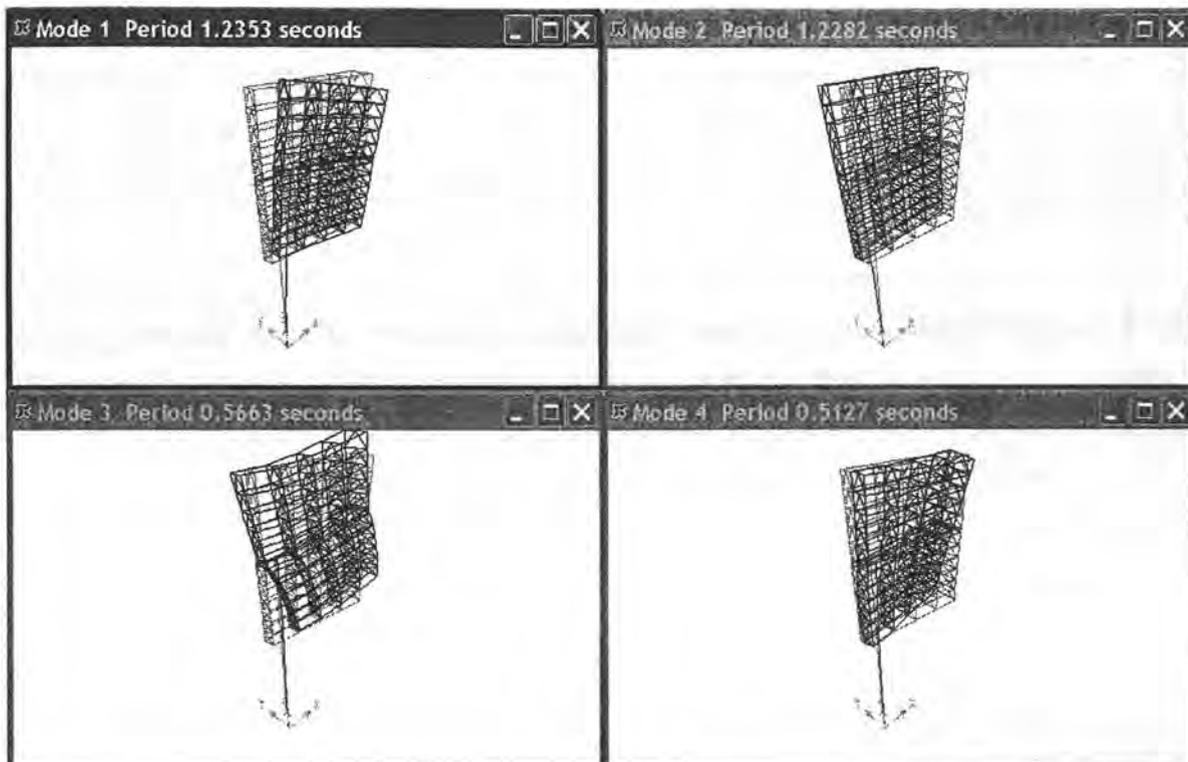


Figura 8-2 Modos de vibrar del prototipo (1er frecuencia = 0.8095 Hz, 2ª frecuencia = 0.8142 Hz, 3er frecuencia = 1.7658Hz, 4ª frecuencia=1.9504Hz.)

8.2 ACCIONES ESPERADAS

Las NTC de diseño por viento establecen que en estructuras con periodo superior a 1s (inferior a 1Hz) además del método estático, es necesario hacer un análisis dinámico equivalente, que considere las vibraciones de la estructura en la dirección del viento y en dirección perpendicular a este. La turbulencia del viento y fenómenos aeroelásticos, tales como el estancamiento por separación de vórtices, son causa de estas vibraciones.

Para efectos de comparación, a la par del análisis requerido por las NTC de viento, se hizo otro análisis con los mismos efectos por comportamiento dinámico, pero se sustituyó el efecto estático ($C_p=3$) por la distribuciones encontradas con el modelo de acrílico, para los diferentes ángulos de incidencia (θ).

Las cargas por separación de vórtices se calcularon según lo recomendado por las NTC del reglamento de construcciones del DF. El ancho característico de la estructura se varió según el ángulo de ataque del viento, tal como se recomienda en la literatura existente (esta recomendación consiste en considerar solo el área proyectada a un plano perpendicular a la dirección del viento).

En el ángulo $\theta=45^\circ$, se presentará la mayor respuesta del prototipo, pues se aplica el mayor coeficiente de presión propuesto por el reglamento. En los demás ángulos contemplados en el reglamento, 90° y 180° , no es crítica la separación de vórtices. La distancia característica (b) de la

estructura en $\theta=45^\circ$ sería $15m \cdot \text{seno}45^\circ = 10.61m$. En la Tabla 8-1 se muestran los resultados para los ángulos de 90° y $0-180^\circ$, pero no son representativos del comportamiento real de la estructura, ya que en el primero el área transversal es muy pequeña, en comparación con el área que se presenta en barlovento, en el segundo, se readhiere el flujo al cuerpo del anuncio, según lo que se puede observar en la literatura.

Se obtuvieron las cargas laterales con una velocidad reducida igual a 5 y un coeficiente de empuje transversal igual a 0.28 tal como se recomienda para cilindros circulares en la norma. En un segundo paso, las velocidades reducidas se obtuvieron del análisis hecho al modelo original, que fue de 6.

Tabla 8-1 Parámetros y fuerza debido a la separación de vórtices en el prototipo.

a). Disposición reglamentaria. $\beta = 0.50\%$, $n_0 = 0.77\text{Hz}$

Identificación	θ	D	Vcr	C_L	F_L
	$^\circ$	m	m/s	Sección Circ.	kg/m
-	0-180	3.00	11.54	0.28	54
NTCV1	45	10.61	40.79	0.28	2,372

b). Utilización de los resultados obtenidos de las pruebas en el túnel aerodinámico, $V_r=6$.

Identificación	θ	D	V_r	Vcr	C_L	F_L
	$^\circ$	m		m/s		kg/m
-	0-180	3.00	*6	13.85	0.11665	32
NTCV2	45	10.61	6	48.95	1.2	14,641
-	90	15.00	*6	69.23	0.2613	9,017

*Estos valores se pueden utilizar a pesar de que las pruebas se realizaron en $\theta=225^\circ$, Centro.

Se puede apreciar que la fuerza lateral al aplicar los parámetros resultantes de los ensayos es mayor que al utilizar los parámetros para cilindros rectangulares.

8.3 RESPUESTA DEL PROTOTIPO

Ante la acción de empuje estático más un incremento por vibración en la dirección del viento, al aplicar solamente cargas estáticas asociadas a los coeficientes de presión obtenidos del modelo y aquellos recomendados en el reglamento, se encontró que el reglamento está del lado de la seguridad siendo hasta 1.33 y 1.65-188 veces el valor (en dirección x y y respectivamente) de la respuesta, con los coeficientes encontrados en los ensayos del modelo, que la respuesta con los coeficientes estáticos obtenidos del modelo.

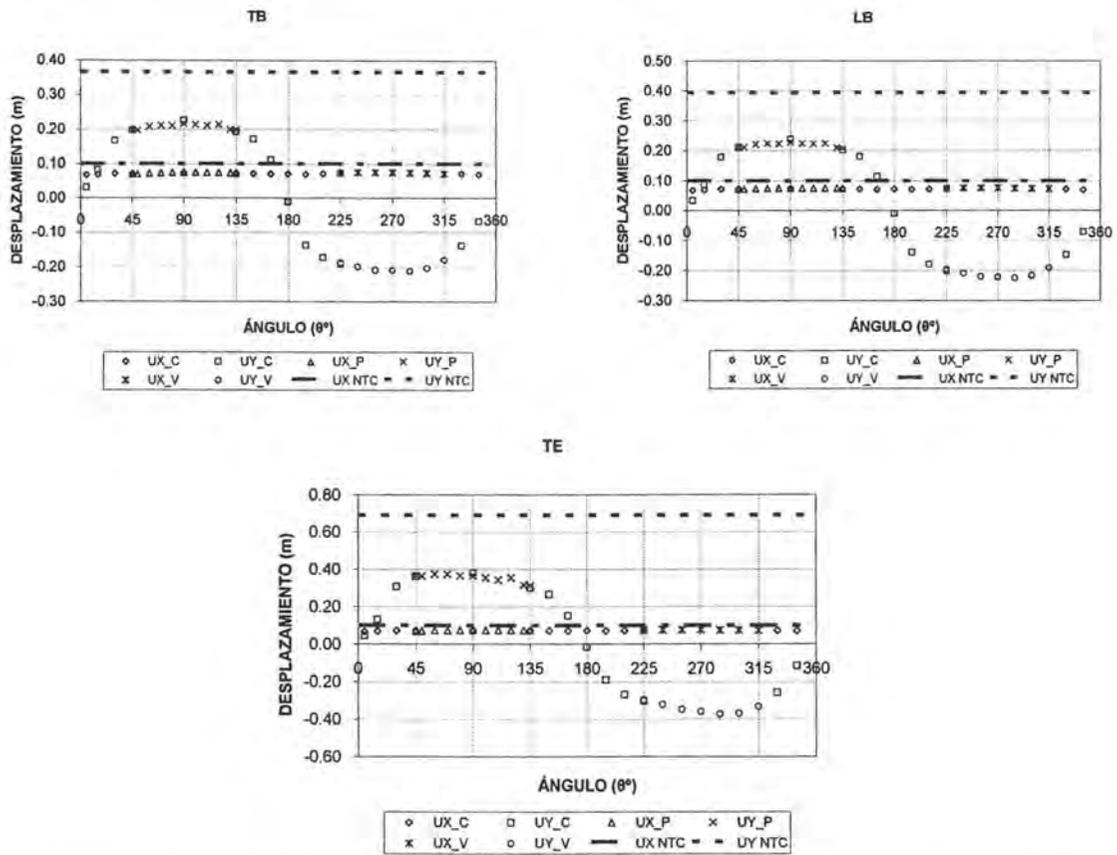
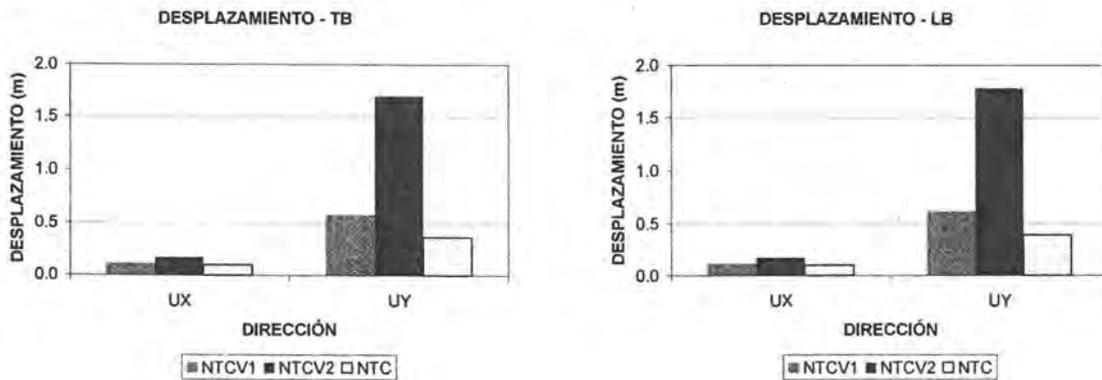


Figura 8-3 Empuje estático + incremento por turbulencia en la dirección del viento; comparación de las NTC contra coeficientes de presión encontrados en los ensayos.

Cuando se agrega la carga lateral por separación de vórtices la respuesta del prototipo se incrementó considerablemente, ver la figura 8-4. Esto indica que si el prototipo se diseña con el empuje estático y con la amplificación dinámica por turbulencia en la dirección del viento, la separación de vórtices, incrementa la sollicitación a la estructura.



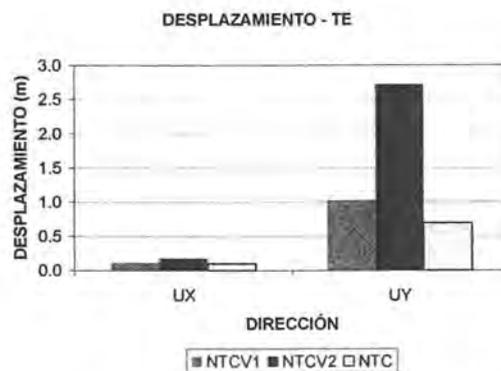


Figura 8-4 Comparación de criterio de diseño. Separación de vórtices + empuje estático + amplificación dinámica.

Se debe hacer notar que al analizar los efectos de turbulencia atmosférica (en la dirección del viento) se evidencian diferencias notables entre los criterios del manual de Obras Civiles de la CFE y las NTC del DF. El primero arroja valores del factor de amplificación dinámica, menores que el criterio de las NTC. Inclusive, en la mayoría de los casos este valor resulta menor que la unidad. Esto indica que los criterios de CFE son algo inconsistentes con la realidad y difieren bastante de lo que se presenta en otros reglamentos con basados en hipótesis similares (NBC Canadá).

CONCLUSIONES

- Con las pruebas en el modelo, a través de la respuesta de aceleraciones, se mostró que la separación de vórtices es un fenómeno que se puede presentar en los anuncios espectaculares esbeltos con periodo fundamental mayor que 1 segundo.
- Las modificaciones hechas en la superficie del modelo durante la segunda parte de los ensayos, cambiaron sensiblemente la respuesta del segundo modo ($15 \text{ Hz} = 0.067\text{s}$) y redujeron la amplitud de las aceleraciones en esa frecuencia. El modelo que más redujo la amplitud en el segundo modo, fue el que tenía aletas de 1cm de ancho añadidas a las caras mayores.
- El modelo no presenta amplificación dinámica a los empujes estáticos del viento. Es decir, que las fuerzas calculadas con los coeficientes de presión obtenidos de las pruebas describen una respuesta estática igual o mayor que la respuesta dinámica medida con los acelerómetros colocados en el modelo.
- Esta diferencia entre las respuestas estática y dinámica se puede deber a la estrechez de la sección de prueba, pues se recomienda que el modelo no puede bloquear excesivamente el conducto (del túnel). Se recomienda que la relación entre el área frontal del modelo, sobre el área de la sección del túnel (coeficiente de bloqueo), no rebase el valor de 0.10 (Meseguer, 2001). El modelo utilizado en este trabajo rebasó este coeficiente en las direcciones más sensibles, ante la excitación por vórtices. Este bloqueo genera una interacción entre la estela posterior al modelo y las paredes del túnel, lo que provocó amortiguamiento aerodinámico, que no depende completamente de la vibración del modelo, atenuando la respuesta de este.
- Se mostró en el capítulo 8 que la forma transversal del anuncio (en el sentido vertical) no se comporta de manera parecida a un cilindro circular. Por lo que la recomendación hecha por el Reglamento del Distrito Federal para tomar en cuenta el fenómeno de separación de vórtices no es válida para este tipo de estructuras, ya que la velocidad reducida en que aparece el estancamiento de la frecuencia, es un poco mayor que para cilindros circulares; además el coeficiente de fuerza lateral no adquiere valores diferentes según el ángulo de incidencia del viento.
- Durante la revisión de la estructura del prototipo, se intentó calcular las cargas de viento según el Manual de Diseño por Viento de CFE; sin embargo, se encontró una falla en la

consideración de las vibraciones en dirección del viento. El factor de amplificación dinámica no es preciso con este criterio.

- Se recomienda a los ingenieros de la práctica que tengan cuidado con los reglamentos que utilizan para considerar los efectos del viento. De un criterio a otro se pueden encontrar inconsistencias en los resultados finales a pesar de que las hipótesis de diseño sean las mismas. Debido a esto lo ideal es que se comparen, para una misma estructura, los criterios de al menos dos criterios de análisis por viento.

BIBLIOGRAFIA Y REFERENCIAS

Alonzo D., G. A. "Inestabilidad Aeroelástica de un Edificio Esbelto de Planta Triangular". Tesis de Maestría, UNAM; México, 1996.

Ambrose, J.; Vergun, D. Diseño Simplificado de Edificios para Cargas de Viento y Sismo. Limusa Noriega Editores. Estados Unidos de América, 1999.

Brüel & Kjær. "Structural Testing, Part 2 Modal Analysis and Simulation". Brüel & Kjær. Alemania, 1988.

C.F.E., Instituto de Investigaciones Eléctricas. "Manual de Diseño de Obras Civiles, Diseño por Viento, tomos I, II, III". México, D.F., 1993.

Davenport, A. G. "Past, Present and Future of Wind Engineering". Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics. 90, 1371-1380. 2002.

De Buen López de Heredia, O. "Estructuras de Acero, Comportamiento y Diseño". Limusa Noriega Editores. México, D.F., 1988.

Dyrbye, C. y Hansen, S.O. "Wind Loads on Structures". John Wiley & Sons. Dinamarca, 1999.

IMCA. "Manual de Construcción en Acero, Diseño por Esfuerzos Permisibles, vol. 1 y 2". Limusa Noriega Editores. México, D.F., 2001.

Gerges, R. R.; Vickery, B. J. "Wind tunnel study of the across-wind response of a slender tower with nonlinear tuned mass damper". Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics. 91, 1069-1092. 2003.

Ghiocel, D.; Lungu, D. "Wind, Snow and Temperature Effects on Structures Based on Probability". Abacus Press. Hungría, 1975.

- Gobierno del Distrito Federal. Normas Técnicas Complementarias. Gaceta Oficial del Distrito Federal. México. 2004. Vol. II No. 103-BIS.
- Koloušek, V.; Pirner, M.; Fischer, O.; Náprstek, J. "Wind Effects on Civil Engineering Structures". Elsevier. PAIS, 1984.
- Levi, E. "Mecánica de los Fluidos, Curso para Ingenieros Civiles". Instituto de Ingeniería, UNAM. México D.F., 1957.
- Langhaar, H. L. "Dimensional Analysis and Theory of Models". John Wiley & Sons, Inc. Inglaterra, 1960.
- Matsumoto, M.; Ishizaki, H.; Matsuoka, C.; Daito, Y.; Ichikawa, Y.; Shimahara, A. "Aerodynamic Effects of the Angle of attack on a rectangular prism". Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics 77&78, 531-542. 1998.
- Meseguer R., J.; Sanz A., A; Perales P., J. M.; Pindado C., S. "Aerodinámica Civil, Cargas de Viento en las Edificaciones". McGraw-Hill. España, 2001.
- NBC. "The Supplement to the National Building Code of Canada". NRCC No. 17724. Canadá, 1980.
- Paz, M. "Dinámica Estructural, Teoría y Cálculo". Editorial Reverté. España, 1992.
- Peralta-Fabi, R. "Fluidos, Apellido de Líquidos y Gases". La Ciencia para Todos No.115. Fondo de Cultura Económica. México D.F., 2003.
- Repetto, M.P.; Solari, G. "Crosswind response induced fatigue of slender Structures". 8th ASCE Specialty Conference on Probabilistic Mechanics and Structural Reliability.
- Rodríguez Cuevas, N. "Notas del curso de diseño eólico". DEPFI, UNAM, México, D.F., 2003.
- Simiu, E.; Scanlan, R. H. "Wind Effects on Structures, Fundamental and Applications to Design". John Wiley & Sons. Estados Unidos de América, 1996.

Vickery, B. J.; Steckley, A. "Aerodynamic Damping and Vortex Excitation on an Oscillating Prism in Turbulent Shear Flow". *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*.

A.1 DEDUCCIÓN DE LA FUERZA AERODINÁMICA TRANSVERSAL.

La ecuación dinámica de movimiento que gobierna la excitación dinámica transversal de una estructura flexible inmersa en una corriente se plantea como:

$$m\ddot{y} + c\dot{y} + ky = F(t)$$

Donde la fuerza externa $F(t)$ no está aplicada directamente en la estructura. La excitación se produce por la separación de vórtices, que tiene lugar en ambos lados paralelos al flujo de la estructura. El procedimiento que define $F(t)$ se explica a continuación.

Al suponer un movimiento armónico:

$$x(t) = x_0 \sin \omega t$$

$F(t)$ es una fuerza por unidad de longitud distribuida en toda la altura de la estructura.

$$F(t) = (A \sin \omega t + B \cos \omega t) \eta_0 \rho V^2 D$$

De las ecuaciones anteriores: $x(t)$ es el desplazamiento transversal de la estructura, ω es la frecuencia natural (radian), x_0 la amplitud de los desplazamientos, η_0 es la relación de amplitudes $\eta_0 = x_0 / D$, D es la dimensión característica transversal del cuerpo, ρ la densidad del aire y las constantes A y B .

Al reacomodar la ecuación que define a $F(t)$.

$$F(t) = \rho V^2 x_0 (A \sin \omega t + B \cos \omega t) = \rho V^2 A (x_0 \sin \omega t) + \rho \frac{V^2 B}{\omega} (x_0 \omega \cos \omega t)$$

$$F(t) = H_a x(t) + K_a \dot{x}(t)$$

Por definición, la componente $H_a(t)$ se encuentra en fase y $K_a \dot{x}(t)$ en fuera de fase con la función de movimiento.

Al sustituir $F(t)$ en la ecuación de movimiento, resulta una ecuación de movimiento que define la oscilación auto excitada transversal por el viento

$$m\ddot{x}(t) + (c + K_a)\dot{x}(t) + (k + H_a)x(t) = 0$$

Los factores H_a y K_a deben ser calculados en función de las propiedades de la estructura: su masa m , la frecuencia natural n , y el decremento logarítmico δ .

Si se llama ω_0 a la frecuencia natural de la estructura sin excitación del viento

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Y la correspondiente frecuencia cuando la envuelve el viento es:

$$\omega = \sqrt{\frac{k + H_a}{m}}$$

Esto muestra que H_a expresa el efecto de la excitación aerodinámica sobre la frecuencia natural de la estructura. Al sustituir en las ecuaciones anteriores:

$$\frac{H_a}{m} = \omega^2 - \omega_0^2$$

$$H_a = 4\pi^2 n^2 \left(1 - \frac{n_0^2}{n^2} \right)$$

Al definir una cantidad adimensional k_a :

$$k_a = \frac{H_a}{\rho D^2 m^2} = 4\pi^2 n^2 \left(1 - \frac{n_0^2}{n^2} \right)$$

Es sabido que la frecuencia de oscilación no varía con la acción del viento para la mayoría de las estructuras ($n=n_0$) y así $H_a=0$, es decir que la componente en fase de $F(t)$ se desprecia.

K_a expresa la contribución de la excitación dinámica al amortiguamiento total, el amortiguamiento total se expresa como la suma del amortiguamiento estructural, c y del amortiguamiento aerodinámico, K_a (el cual puede ser negativo o positivo).

$$c_{total} = c + K_a$$

El decremento logarítmico de las oscilaciones, δ se define como la relación de amplitudes en dos ciclos sucesivos.

$$\delta = 2\pi \frac{c}{c_{cr}} = 2\pi\beta$$

Donde c es el amortiguamiento efectivo y c_{cr} es el amortiguamiento crítico,

$$c_{cr} = 2\sqrt{mk} = 2m\omega = 4\pi mn$$

Al llamar δ_s al decremento logarítmico positivo del amortiguamiento de la estructura y δ_a el decremento de amortiguamiento aerodinámico, se puede escribir:

$$\delta_s = 2\pi \frac{c}{c_{cr}}$$

$$\delta_a = 2\pi \frac{K_a}{c_{cr}}$$

K_a puede ser expresado como:

$$K_a = \frac{\delta_a c_{cr}}{2\pi} = 2mn\delta_a$$

Al definir k_a , y dividir K_a por $\rho D^2 n$, se tiene:

$$k_a = \frac{K_a}{\rho d^2 n} = \frac{2m\delta_a}{\rho d^2}$$

Para que la condición de estabilidad del sistema sea satisfecha:

$$c_{total} = c + K_a > 0$$

Las oscilaciones de la estructura son amortiguadas. Bajo esta condición:

$$\delta_s > \delta_a$$

Por el contrario, si

$$c_{total} = c + K_a \leq 0$$

El sistema es inestable con oscilaciones auto excitadas. El amortiguamiento aerodinámico que aporta el viento es igual o mayor que el amortiguamiento positivo de la estructura.

$$\delta_s \leq \delta_a$$

El parámetro k_a se determina con pruebas en túnel aerodinámico, y el decremento logarítmico debido a la acción del viento, se encuentra mediante:

$$\delta_a = \frac{k_a \rho d^2}{2m}$$

En las ecuaciones anteriores m es la masa equivalente por unidad de longitud de la estructura. Esta definida como la masa por unidad de longitud de una estructura virtual de sección uniforme y masa distribuida, con la misma frecuencia que la estructura en cuestión.

$$m = \frac{\int_0^1 M(\xi) f^2(\xi) d\xi}{\int_0^1 f^2(\xi) d\xi}$$

donde $f(\xi)$ es la forma modal con amplitud unitaria en el borde de la estructura, y $M(\xi)$ es la distribución real de masas.

Bajo la hipótesis de que la frecuencia natural de la estructura no se modifica por la acción del viento, la fuerza aerodinámica se convierte en:

$$F(t) = -K_a \dot{x}(t) = -2mn\delta_a (x_0 \omega \cos \omega t) = -4\pi mn^2 d \delta_a \eta_0 \cos 2\pi n t$$

Al sustituir $k_a = 2m\delta_a / \rho d^2$, resulta que:

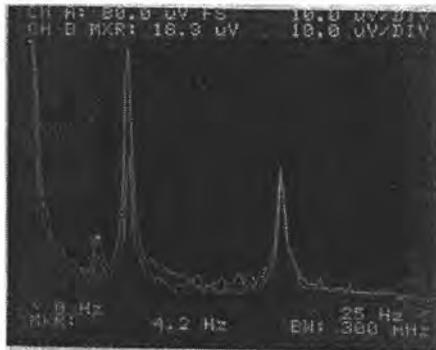
$$F(t) = 2\pi\rho n^2 d^3 \eta_0 \frac{2m\delta_a}{\rho d^2} \cos 2\pi n t$$

$$= 2\pi\rho n^2 d^3 (-\eta_0 k_a) \cos 2\pi n t$$

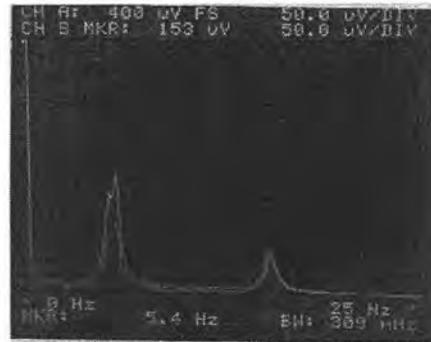
Este es el enfoque para estimar la respuesta auto excitada de una estructura para definir la excitación por separación de vórtices y por galopeo (Ghiocel y Lungu, 1975).

A.2 ESPECTROS DE RESPUESTA

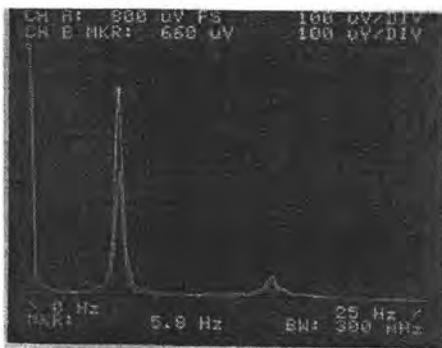
A continuación se muestran los espectros de respuesta del modelo para cada velocidad del viento en el túnel aerodinámico en donde se ensayó el modelo (en Hz, que indica la velocidad de las aspas generadoras de viento). Esta secuencia es la que corresponde al modelo sin modificaciones en la superficie de acrílico (Modelo VI). Aquí se puede observar la evolución de la frecuencia de separación de vórtices, indicada en la parte inferior de las figuras. El título de la figura corresponde a la velocidad de las aspas que generan el viento en el túnel.



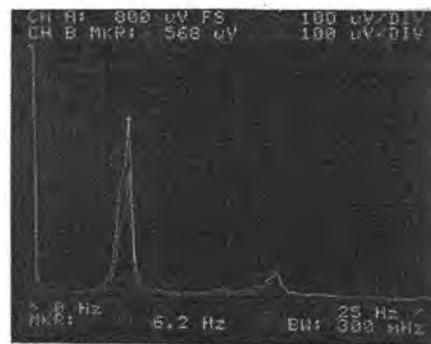
10 Hz



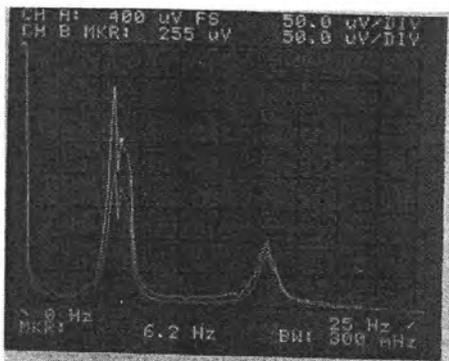
12 Hz



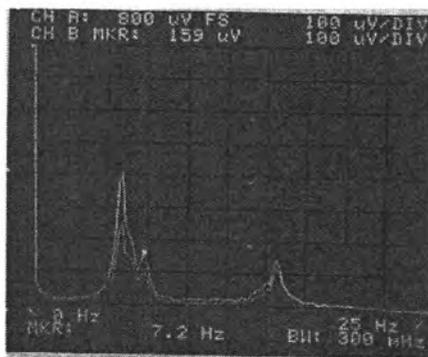
13 Hz



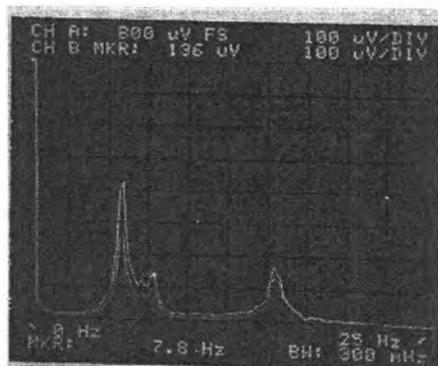
14 Hz



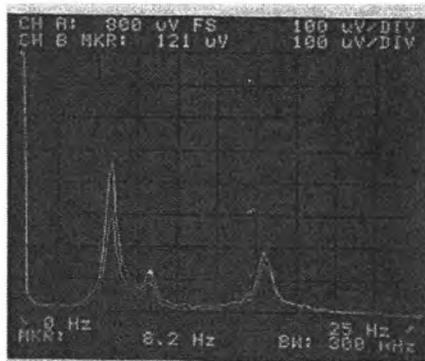
15 Hz



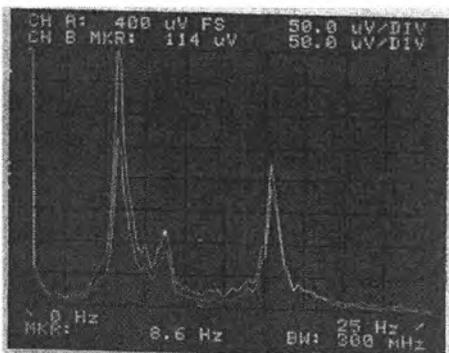
16 Hz



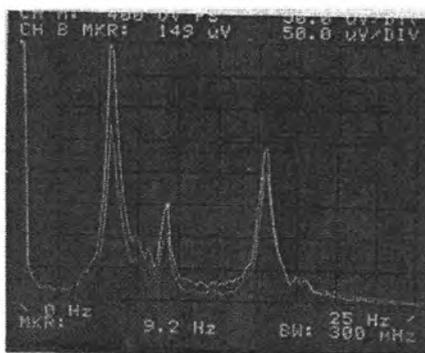
17 Hz



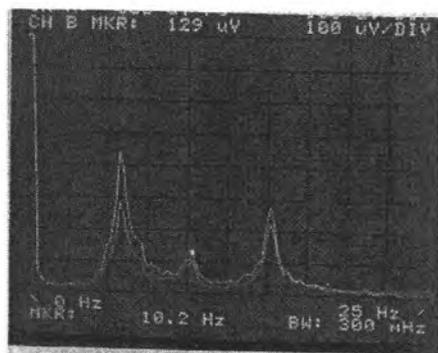
18 Hz



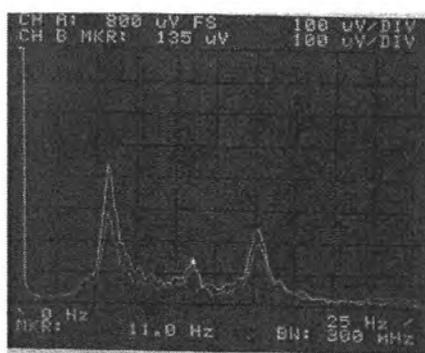
19 Hz



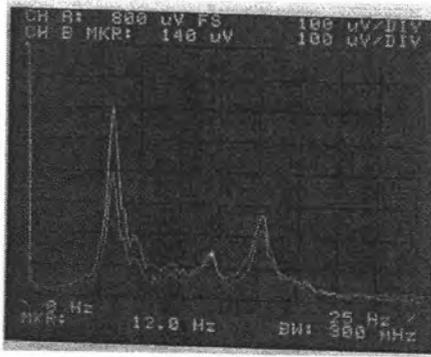
20 Hz



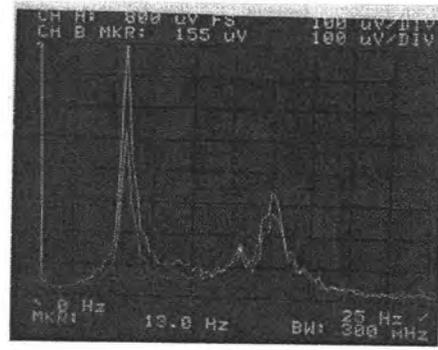
22 Hz



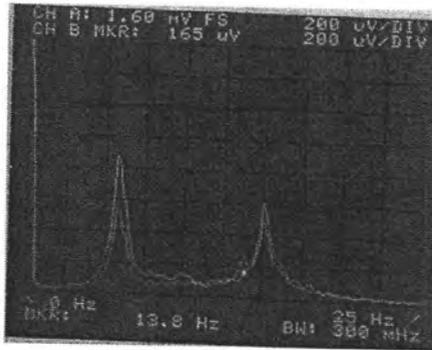
24 Hz



26 Hz



28 Hz



30 Hz

Figura A-11-1 Espectros de respuesta donde se muestra la evolución de la frecuencia de separación de vórtices. Modelo VI (sin modificaciones en la superficie)