



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE MÉXICO



FACULTAD DE INGENIERÍA

DIVISIÓN DE INGENIERÍA EN CIENCIAS DE LA TIERRA

**CORRECCIÓN TOPOGRÁFICA DE DATOS
GRAVIMÉTRICOS UTILIZANDO MODELOS DE
ELEVACIÓN DIGITAL**

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE :
INGENIERO GEOFÍSICO
P R E S E N T A :
ADOLFO SÁNCHEZ QUIROZ

DIRECTORA DE TESIS
DRA. ELSA LETICIA FLORES MÁRQUEZ



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE
MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA
DIRECCIÓN
60-I-1287

SR. ADOLFO SÁNCHEZ QUIROZ
Presente

En atención a su solicitud, me es grato hacer de su conocimiento el tema que propuso la profesora Dra. Elsa Leticia Flores Márquez y que aprobó esta Dirección para que lo desarrolle usted como tesis de su examen profesional de Ingeniero Geofísico:

**CORRECCIÓN TOPOGRÁFICA DE DATOS GRAVIMÉTRICOS UTILIZANDO
MODELOS DE ELEVACIÓN DIGITAL**

RESUMEN

INTRODUCCIÓN

- I LEY DE NEWTON Y POTENCIAL GRAVITACIONAL**
 - II REDUCCIONES DE LOS DATOS GRAVIMÉTRICOS**
 - III METODOLOGÍA DE LA CORRECCIÓN TOPOGRÁFICA**
 - IV DISEÑO Y DESARROLLO DEL PROGRAMA DE CORRECCIÓN TOPOGRÁFICA**
 - V APLICACIÓN PRÁCTICA DEL PROGRAMA A UN ESTUDIO GRAVIMÉTRICO REALIZADO EN EL ESTADO DE PUEBLA**
 - VI CONCLUSIONES GENERALES Y COMENTARIOS**
- BIBLIOGRAFÍA**

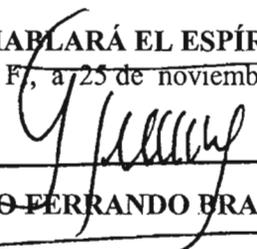
Ruego a usted cumplir con la disposición de la Dirección General de la Administración Escolar en el sentido de que se imprima en lugar visible de cada ejemplar de la tesis el título de ésta.

Asimismo, le recuerdo que la Ley de Profesiones estipula que se deberá prestar servicio social durante un tiempo mínimo de seis meses como requisito para sustentar examen profesional.

Atentamente

“POR MI RAZA HABLARÁ EL ESPÍRITU”

Cd. Universitaria, D. F., a 25 de noviembre de 2004
EL DIRECTOR


M. en C. GERARDO FERRANDO BRAVO
GEB*JAGC*gtg

*A mi Papá y a mi Mamá,
Por darme la vida,
Y por darme la mejor herencia del mundo
La Educación*

*A mis Hermanos
Por su amor, apoyo y comprensión
Por estar siempre unidos*

*A mis sobrinos
Por que sé que un mundo mejor es posible
Y ése mundo esta en sus manos*

*A mis compas
Para que nunca dejemos de luchar
Porque sabemos que la mejor arma para la revolución
Es el conocimiento*

AGRADECIMIENTOS

En primera instancia quiero dar mi más profundo agradecimiento a la Universidad Nacional Autónoma de México que, a través de la Facultad de Ingeniería, hizo posible mi formación como Ingeniero Geofísico, logrando en mí un profesionalista con convicción social. Así mismo al Instituto de Geofísica de la UNAM que me permitió la realización de este trabajo dentro del Programa de Apoyo a Proyectos de Investigación e Innovación Tecnológica (PAPIIT, proyecto IX103304) y por el apoyo económico durante el servicio social. También quiero agradecer a la Dirección General de Asuntos de Personal Académico (DGAPA) por los estímulos económicos otorgados para mi persona durante el tiempo en que se realizó este trabajo.

Principalmente quiero agradecer a la Dra. Elsa Leticia Flores Márquez, quien estuvo a cargo de la dirección de este trabajo, por brindarme todo su apoyo, comprensión y paciencia para transmitirme sus conocimientos, durante más de un año. También quiero agradecerle al Dr. René Efraín Chávez Segura, al Dr. Andrés Tejero Andrade, al Dr. Osvaldo Sánchez Zamora y al Ing. Gerardo Cifuentes Nava todas las observaciones y sugerencias sobre este trabajo, que sin duda ayudaron mejorar el escrito final. A todos ellos mi más profundo respeto y reconocimiento. También agradezco las facilidades del uso del gravímetro al Fís. Manuel Mena Jara.

Finalmente quiero agradecer a toda mi familia, ya que sin su grandísimo apoyo nada de esto hubiese sido posible, a todos mis profesores de la Facultad de Ingeniería, a todos mis amigos y compañeros que han estado conmigo. A todos muchas gracias.

CONTENIDO

RESUMEN	4
INTRODUCCION	5
CAPITULO I LEY DE NEWTON Y POTENCIAL GRAVITACIONAL	
• Ley de newton	8
• Potencial gravitacional	9
- Análisis de unidades	10
- Potencial de un cuerpo tridimensional	11
• Campo gravitacional terrestre	12
- Gravedad teórica	15
• Mediciones e instrumentación	16
- Mediciones Relativas	17
CAPITULO II REDUCCIONES DE LOS DATOS GRAVIMETRICOS	
• Introducción	22
• Efecto por deriva del gravímetro	23
• Efecto por mareas	23
• Corrección de aire libre	24
• Corrección por placa Bouguer	25
• Corrección topográfica	27
• Corrección de Eötvös	29
• Efecto por compensación de masas	29
CAPITULO III METODOLOGIA DE LA CORRECCION TOPOGRAFICA	
• Introducción	31
• Método de Hammer	32
• Métodos digitales	36
- Modelos de elevación digital	36
- Metodología de la corrección	37

CAPITULO IV DISEÑO Y DESARROLLO DEL PROGRAMA DE CORRECCION TOPOGRAFICA

• Fundamentos teóricos	42
• Desarrollo del Programa	45
- Iniciación	45
- Proceso	46
- Calculo del Prisma elemental	47
- Rejilla patrón	50
- Barrido sobre el MED	52
- Salida	52
- Algoritmo	53
• Pruebas del programa	55
- Prueba 1	55
- Prueba 2	57

CAPITULO V APLICACION PRÁCTICA DEL PROGRAMA A UN ESTUDIO GRAVIMETRICO REALIZADO EN EL ESTADO DE PUEBLA

• Objetivos del estudio	61
• Ubicación y geología de la zona de estudio	61
• Adquisición de datos y trabajo de campo	63
• Ordenamiento de los datos	65
• Procesamiento de los datos	65
• Graficas de los datos procesados	65
• Corrección topográfica	68

CAPITULO VI CONCLUSIONES GENERALES

REFERENCIAS

ANEXO A

ANEXO B

ANEXO C

RESUMEN

Cuando se calculan las anomalías gravimétricas es necesario hacer una serie de correcciones a los valores de gravedad observada, una de esas correcciones es debida al relieve topográfico, que es el tema central del presente trabajo. Hace dos décadas, esta corrección se consideraba como un proceso largo, lento y tedioso. Hoy en día, la tecnología computacional nos permite realizar el proceso de corrección topográfica de forma más rápida y con una mayor exactitud en los cálculos. En el presente trabajo se propone un método computacional que obtiene los efectos topográficos utilizando Modelos de Elevación Digital (MED), basándose en el cálculo de los efectos de una serie de prismas alrededor del punto de observación. El resultado es una malla de datos que representan los efectos de la topografía en un área definida dentro del MED. El método propuesto fue aplicado a dos perfiles gravimétricos que se realizaron en la región central y sur del Valle de Puebla. Los resultados obtenidos reflejan que el método propuesto proporciona valores razonables para la corrección topográfica, con un promedio de error inferior al 10% respecto a otros programas que realizan la misma corrección. Además el método aquí propuesto, ocupa un menor tiempo de proceso al realizar los cálculos.

INTRODUCCIÓN

La Geofísica es, como su nombre lo indica, el estudio de los fenómenos geológicos mediante las leyes de la física. Desde el siglo XVI diversos físicos (Galileo, Gauss, Newton, Maxwell, etc.) han contribuido al conocimiento de las diferentes propiedades que se presentan en nuestro planeta; como la gravedad, el campo magnético, la sismología, los flujos termales, procesos internos y externos de la Tierra. Desde principios del siglo XX se introdujo instrumentación más elaborada que permitió un mejor desarrollo de los métodos de exploración geofísica, y con el avance de la tecnología, ésta instrumentación se ha ido perfeccionando, logrando con ello que las mediciones de las propiedades físicas de la Tierra sean más precisas.

Actualmente la geofísica tiene diversas áreas de estudio, de acuerdo a las diferentes propiedades físicas que presenta nuestro planeta. Este trabajo se centra en un método de la geofísica, donde la materia de estudio es la gravedad y la metodología para estudiarla se le conoce como ***exploración gravimétrica***.

Los estudios de exploración gravimétrica se basan en medir las variaciones del campo gravitacional en cualquier punto de la Tierra, debido a estas variaciones se les llama ***anomalías gravimétricas*** y se asocian a valores que no corresponden con el modelo ideal de la Tierra (elipsoide de revolución). Las anomalías pueden ser regionales o locales y están asociadas a contrastes de densidad correspondientes a cuerpos que se encuentran en la corteza terrestre. El análisis de las anomalías gravimétricas es una poderosa herramienta para entender la estructura litológica de la corteza terrestre, detectando así los diferentes cuerpos que se encuentran en el subsuelo y la contribución individual de cada uno de ellos. Para obtener buenos resultados en la interpretación de los datos gravimétricos, es necesario hacer una serie de correcciones que corresponden a condiciones locales en el área de estudio y que afectan al valor verdadero de la anomalía.

Dentro de esas correcciones tenemos a la corrección topográfica, la cual consiste en atenuar los efectos originados por el relieve topográfico que la corrección por placa Bouguer no considera. En la mayoría de los estudios de gravimetría no se toma en cuenta esta corrección cuando la topografía es relativamente plana, pero cuando el área de estudio tiene una topografía abrupta los efectos que provoca ésta, llegan a ser considerables. En el transcurso de los años se han venido desarrollado diferentes métodos para calcular esta corrección, sus inicios se dan con el método de la plantilla de Hammer (1929), después en la década de los 60's (Kane (1962), Krhon (1976)) se desarrollaron métodos en los que se consideran procesos digitales para el cálculo de esta corrección, lo que reduce en gran medida el tiempo de cálculo. La topografía se modela como un conjunto de figuras geométricas de las cuales se obtiene su efecto alrededor de un punto de observación. Con el desarrollo de la tecnología computacional y el uso de los modelos de elevación digital (MED) se han realizado diferentes métodos computacionales para el cálculo de la corrección topográfica, no obstante el objetivo de este trabajo es el de presentar un método alternativo que calcule esta corrección.

El método propuesto se desarrolló en Matlab 6.5 y calcula los efectos topográficos de un conjunto de prismas que se encuentran alrededor de un punto de observación. Los puntos o esquinas que forman estos prismas son nodos que pertenecen a una malla que representa a la topografía (MED). El programa toma un MED, lo arregla en una matriz y devuelve como resultado otra matriz de menor dimensión que representa el efecto topográfico.

Para comprobar la eficacia de este programa, se realizó una aplicación práctica en el procesamiento de datos gravimétricos adquiridos en el estado de Puebla. Se tomaron dos perfiles que atraviesan la cuenca, la cual está rodeada por elevaciones topográficas como el Popocatepetl, Iztaccihuatl y la Malinche, para definir la estructura de su basamento e identificar los contrastes de densidades de los materiales del subsuelo.

CAPITULO I

LEY DE NEWTON

El principio del método gravimétrico se basa en la ley de la gravitación universal de Isaac Newton*, esta nos dice: que la fuerza de atracción de dos cuerpos es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que los separa. Para entender de una mejor manera el enunciado anterior observemos el siguiente diagrama (figura 1.1).



Figura 1.1 Representación de la atracción gravitacional entre dos masas separadas a una distancia r entre ellas. El vector unitario r , por convención, es dirigido de la fuente gravitacional Q , al punto de observación P .

En el sistema cartesiano el punto Q (punto fuente) tiene las coordenadas (x,y,z) , con una masa m . En el punto P (punto de observación) se tienen las coordenadas (x_0,y_0,z_0) con una masa m_0 , la fuerza que experimentan ambas masas esta dada por:

$$\vec{F} = G \frac{mm_0}{r^2} \vec{r}_u \dots\dots\dots 1.1$$

donde:

$$r = [(x_0 - x)^2 + (y_0 - y)^2 + (z_0 - z)^2]^{\frac{1}{2}} \dots\dots\dots \text{distancia } r$$

$$\vec{r}_u = \frac{1}{r} [(x_0 - x)i + (y_0 - y)j + (z_0 - z)k] \dots\dots\dots \text{vector unitario } r$$

G es la constante de la gravitación universal que presenta las siguientes unidades:

* Publicación de Isaac Newton en 1687, título: “Philosophiae Naturalis Principia matemática”.

$$G = 6.67 \times 10^{-11} \frac{m^3}{kg \cdot s^2} \dots\dots\dots \text{Unidades en SI}$$

$$G = 6.67 \times 10^{-8} \frac{cm^3}{g \cdot s^2} \dots\dots\dots \text{Unidades en cgs}$$

Para el análisis del campo gravitatorio, por convención, se toma la dirección del vector unitario r , de la fuente del campo gravitatorio hacia el punto de observación, en este caso sería de Q a P (figura 1.1).

POTENCIAL GRAVITACIONAL

Para hacer el análisis del potencial gravitacional y obtener una ecuación que lo represente, primero debemos obtener la aceleración gravitacional. De la ecuación 1.1, consideramos a la masa m_0 como una masa de prueba unitaria, con lo cual, al dividir la ecuación 1.1 entre m_0 , obtendremos la atracción gravitacional debido a una masa m , la cual se expresa de la siguiente manera:

$$\vec{g}(P) = -G \frac{m}{r^2} \vec{r} \dots\dots\dots 1.2$$

A la ecuación 1.2 se le conoce como la aceleración gravitacional, pero también se le llama atracción gravitatoria, este valor presenta unidades de aceleración. El signo negativo en la ecuación 1.2 es por la convención del sistema cartesiano, el vector r está dirigido de la fuente que genera el campo hacia el punto de observación, es decir de m hacia m_0 , y como es en sentido opuesto a la atracción gravitatoria, se le añade un signo negativo

También podemos observar que el campo g es irrotacional ya que cumple con la ecuación:

$$\nabla \times g = 0 \dots\dots\dots 1.3$$

Por el teorema de Helmholtz tenemos, que si un campo puede ser expresado como el gradiente de una función escalar, entonces el campo es conservativo.

Este último principio lo aplicamos a la ecuación de la aceleración gravitacional y obtenemos la siguiente expresión.

$$g(P) = \nabla U(P) \dots\dots\dots 1.4$$

donde....

$$U(P) = G \frac{m}{r} \dots\dots\dots 1.5$$

A la ecuación 1.5, U(P), se le conoce como el potencial gravitacional, y nos indica el trabajo hecho por un campo sobre una partícula de prueba, entonces concluimos que g es un campo potencial.

Análisis de Unidades

Las unidades del campo potencial gravitacional, indican valores de la aceleración de la gravedad, y es por ello que se han elegido unidades que nos ayuden a tener una mejor perspectiva de los resultados dados.

En el sistema internacional (SI) los valores de las masas están dados en kilogramos (Kg), las distancias r en metros (m) y el tiempo en segundos (s) y si tomamos a G en unidades de SI, el valor de aceleración gravitacional en la ecuación 1.2 estará dado en m·s⁻²(metros sobre segundo al cuadrado). Para el caso del sistema cgs los valores de las masas son en gramos (gr), las distancias r en centímetros(cm.), el tiempo en segundos(s), y si tomamos a G en unidades cgs, la aceleración gravitacional en 1.2 estará dada en cm·s⁻² (centímetros sobre segundo al cuadrado). Para los objetivos de la prospección gravimétrica es conveniente expresar las variaciones de aceleración de gravedad en escalas mucho más pequeñas, por ello los valores de aceleración gravitacional obtenidos

en un estudio se representan en miligales ($mGal^*$), donde las conversiones están dadas de la siguiente manera:

$$1mGal = 10^{-3}Gal, 1Gal = 1cm \cdot s^{-2}, 1mGal = 10^{-5}m \cdot s^{-2}$$

Haciendo un análisis de unidades de la ecuación 1.2 tenemos:

$$g = \left[\frac{m^3}{Kg \cdot s^2} \right] \cdot \left[\frac{Kg}{m^2} \right] = \left[\frac{m}{s^2} \right] \dots\dots\dots \text{en SI}$$

$$g = \left[\frac{cm^3}{gr \cdot s^2} \right] \cdot \left[\frac{gr}{cm^2} \right] = \left[\frac{cm}{s^2} \right] \dots\dots\dots \text{en cgs}$$

Potencial de un cuerpo tridimensional

El potencial gravitacional de un cuerpo tridimensional se puede entender como la contribución individual, al efecto gravitacional, de un conjunto de masas que forman un cuerpo, colocado sobre un punto de observación, esto nos dice que el potencial gravitacional obedece al principio de superposición. Entonces el efecto gravitacional sobre un cuerpo que está definido como una distribución de masas es:

$$U(P) = G \int_V \frac{\rho(Q)}{r} dv \dots\dots\dots 1.6$$

donde $\rho(Q)$ se conoce como la función de densidad de un cuerpo en el punto Q de coordenadas (x,y,z). El producto $\rho(Q) \cdot dv$ es igual a muy pequeñas partes de masa que denominaremos dm , r es la distancia entre el punto de observación P y el punto de integración Q, la integración es sobre un volumen V.

* El nombre de Gal es en honor al científico italiano Galileo Galilei quien fue el primero en medir las aceleraciones de gravedad, con el famoso experimento en la torre de Pisa.

Necesitamos conocer la componente gravitacional de un cuerpo tridimensional cualquiera para todas las direcciones, si observamos la ecuación 1.4, observamos que g está en función del gradiente del potencial $U(P)$, como queremos conocer la componente gravitacional de $U(r)$ para cualquier dirección, sustituimos r en la ecuación 1.6, en términos de las coordenadas de la fuente Q y del punto de observación P , obteniendo lo siguiente:

$$U = \int_{z_1}^{z_2} \int_{y_1}^{y_2} \int_{x_1}^{x_2} \frac{\rho(Q) dx dy dz}{[(x_0 - x)^2 + (y_0 - y)^2 + (z_0 - z)^2]^{\frac{1}{2}}} \dots\dots\dots 1.7$$

y si obtenemos la derivada direccional de la ecuación 1.7, sobre z , tenemos que g_z , esta dada por:

$$g_z = -\frac{\partial U}{\partial z} = G \int_{z_1}^{z_2} \int_{y_1}^{y_2} \int_{x_1}^{x_2} \frac{\rho(Q)(z - z_0) dx dy dz}{[(x_0 - x)^2 + (y_0 - y)^2 + (z_0 - z)^2]^{\frac{3}{2}}} \dots\dots\dots 1.8$$

con ésta última ecuación logramos obtener la atracción gravitacional en la dirección de z y para cualquier otra dirección se sigue el mismo procedimiento.

Campo gravitacional terrestre

Para entender el campo gravitacional terrestre haremos el siguiente análisis:

De la ecuación 1.1 tenemos

$$F = gm_0 = -G \frac{mm_0}{r^2} \quad \text{con} \quad g = -G \frac{m}{r^2}$$

y de la ecuación 1.5

$$U = G \frac{m}{r}$$

Si derivamos el potencial U respecto a r obtenemos:

$$\frac{\partial U}{\partial r} = -G \frac{m}{r^2} = g$$

$$F = \frac{\partial U}{\partial r} m_0 \dots\dots\dots 1.9$$

integrando a g con respecto de r; sobre todo el espacio, tenemos:

$$U = \int_{r_0}^{\infty} G \frac{m}{r^2} dr = -Gm \left[\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right]_{r_0}^{\infty} \dots\dots\dots 1.10$$

la integral anterior tiende a:

$$\int_{r_0}^{\infty} G \frac{m}{r^2} dr = -G \frac{m}{r_0} \dots\dots\dots 1.11$$

Esto nos indica que el potencial será el mismo desde r_0 hasta el infinito, es decir, se le puede considerar como una superficie equipotencial, un ejemplo de esto sería el potencial de una esfera. Es decir para puntos externos a una esfera, el potencial gravitacional obedece a la ecuación de Laplace:

$$\nabla^2 U = 0$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = 0 \dots\dots\dots 1.12$$

La ecuación 1.12 nos dice que el potencial para puntos exteriores, es igual al potencial de una fuente puntual, con masa igual a la de la esfera, ubicada en el centro de la esfera. Si los puntos se encuentran dentro de la esfera, el potencial dependerá de la masa encerrada por la superficie.

Geoide y Elipsoide

El geoide es una superficie equipotencial que coincide con el nivel medio del mar, esta superficie rodea a la tierra y su forma está determinada por las capas de roca que se encuentran por encima o por debajo de este nivel, ya sea en un exceso o en un déficit de masa, además, se le considera la forma de la tierra. Sobre esta superficie la fuerza de la gravedad es perpendicular a la superficie. El geoide presenta una compleja variación interna de densidades, es por eso que el geoide se lleva a una superficie lisa, la cual también es una superficie equipotencial que obedece a una rotación y que representa una densidad uniforme. Por la distribución de las fuerzas de gravedad, así como por la rotación, la forma de esta superficie se aproxima a un elipsoide de revolución, es por ello que se le llama elipsoide de referencia. A este elipsoide se le conoce como: **la forma geométrica de la Tierra**, y sus principales aplicaciones son para referenciar valores de potencial considerando a una Tierra de densidad uniforme. Este elipsoide es descrito principalmente por dos parámetros, el radio polar y el radio ecuatorial, r_p y r_e respectivamente. Con estos datos se define el factor de achatamiento:

$$f = \frac{r_e - r_p}{r_e} \dots\dots\dots 1.13$$

la ecuación 1.13 nos indica que la Tierra se aproxima a una forma de elipsoide de revolución con un factor de achatamiento o aplanamiento de **1/298.257** (figura 1.2).

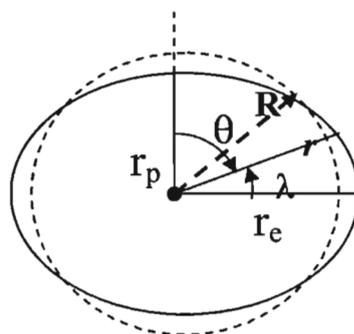


Figura 1.2 Las diferencias entre un elipsoide y una esfera debida al factor de achatamiento, en donde la línea continua describe a la forma de la Tierra. θ es la colatitud, λ es la latitud, r_p y r_e es el radio polar y ecuatorial respectivamente, R es el radio de la esfera.

Gravedad Teórica

La expresión general para calcular el valor de la aceleración de la gravedad se expresa como:

$$g_0 = g_e(1 + \alpha \text{sen}^2 \lambda + \beta \text{sen}^2 2\lambda) \dots\dots\dots 1.14$$

donde los parámetros α y β , están en función de la masa de la Tierra (M), del factor de achatamiento (f), de la velocidad angular (ω), de la latitud (λ) y del valor de la gravedad en el ecuador (g_e).

Estos parámetros han sido calculados por diferentes métodos, y están regidos por acuerdos internacionales. El elipsoide de referencia es definido por acuerdo de la Asociación Internacional de Geodesia, el primer elipsoide de referencia que fue aceptado en 1930 es:

$$g_0 = 9.78049(1 + 0.0052884 \text{sen}^2 \lambda - 0.0000059 \text{sen}^2 2\lambda) \dots\dots\dots 1.15$$

Con la tecnología de satélites los parámetros se calcularon de una manera más precisa y en 1967 se adoptó un nuevo elipsoide de referencia, proponiendo la siguiente fórmula:

$$g_0 = 9.78031846(1 + 0.0053024 \text{sen}^2 \lambda - 0.0000058 \text{sen}^2 2\lambda) \dots\dots\dots 1.16$$

Finalmente en 1984 se estableció una fórmula internacional con las siguientes constantes:

$$g_0 = 9.7803267714 \frac{1 + 0.00193185138639 \text{sen}^2 \lambda}{\sqrt{1 - 0.00669437999013 \text{sen}^2 \lambda}} \dots\dots\dots 1.17$$

a este valor (ecuación 1.17) de g_0 se le conoce como el valor teórico de la gravedad en m/s^2 y solo esta en función de la latitud (λ).

MEDICIONES E INSTRUMENTACION

Los principios de medición que utilizaban los primeros instrumentos se basaban en pequeños diseños de péndulos o utilizando la balanza de torsión, hoy en día se siguen utilizando los principios mecánicos bajo los cuales funcionan dichos instrumentos; sin embargo los procesos de automatización y electrónica han hecho que los instrumentos sean más exactos y mucho más rápidos al momento de hacer las lecturas. En la práctica es más común que se mida las diferencias de la gravedad terrestre entre dos puntos (figura 1.3).

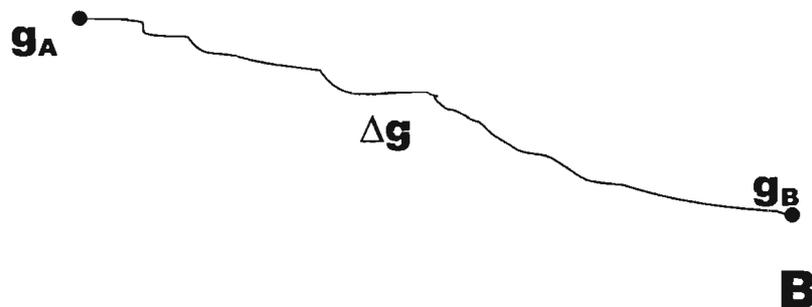


Figura 1.3 Esquema de representación de valores de gravedad entre dos puntos donde: $g_B = g_A + \Delta g$

El interés en particular de los estudios de prospección gravimétrica es conocer valores de aceleración de gravedad en diferentes sitios, para posteriormente hacer un análisis de estos valores en una zona determinada, por lo que se han definido dos tipos de mediciones, las absolutas y las relativas. Para el caso de las primeras las entendemos como valores de gravedad que definen a una localidad en específico, y para acceder a ellas se necesitan aparatos e instrumentación más elaborados, además de llevar un mayor periodo de tiempo para calcular los valores de aceleración. En el caso de las mediciones relativas es menos complicado el obtenerlas, ya que estamos hablando de pequeñas variaciones de aceleración de la gravedad, y esto es muy útil para el caso de estudios en zonas específicas.

Mediciones Relativas

Gravímetros

Principalmente existen dos tipos de gravímetros, los estables y los inestables, su diferencia radica en la sensibilidad al momento de tomar las lecturas.

a) En el caso de los gravímetros estables, se les denomina así porque solo tienen un elemento para equilibrar la fuerza gravitatoria, con otra fuerza que la contrarreste, es decir la variación de gravedad implica un desplazamiento lineal, angular o de tipo eléctrico. El caso más simple es el que se basa en la ley de Hooke, una masa suspendida por un resorte sufre cambios en su posición debida a las variaciones del peso de su masa, causadas por cambios en los valores de la gravedad, lo que genera cambios en la longitud del resorte. Es decir, que la deformación del resorte es proporcional a la fuerza aplicada (figura 1.4).

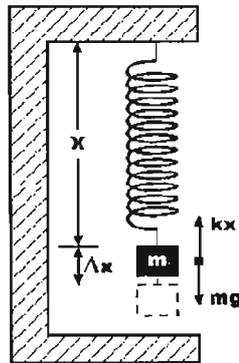


Figura 1.4 Modelo básico del sistema masa resorte para un gravímetro

Las ecuaciones que describen este modelo físico son las siguientes:

$$F = -kx$$

$$P = mg$$

$$k\Delta x = m\Delta g$$

$$\Delta x = \frac{m}{k} \Delta g$$

donde a k se le conoce como la constante del resorte.

El incremento Δx debe ser medido con una precisión de 1×10^{-8} para los instrumentos que se utilicen en estudios sobre la superficie terrestre, aunque una gran masa y un resorte débil haría que aumentara la sensibilidad del instrumento pero el sistema entraría en un colapso, para esto se necesita que el sistema se encuentre fijo y se mantenga en equilibrio. Si, de este sistema, queremos mayor sensibilidad, podemos tomar en cuenta el periodo de oscilación del sistema:

$$T = 2\pi(Mk)^{\frac{1}{2}} \dots\dots\dots 1.18$$

Lo que nos dice ésta ecuación, es que para tener lecturas más exactas se tendría que tener largos periodos, lo que implica un mayor tiempo en la toma de los datos. También estos sistemas son muy sensitivos a otros parámetros físicos como los cambios de temperatura, presión y pequeñas variaciones sísmicas y magnéticas.

b) En los gravímetros inestables la fuerza gravitatoria se encuentra en un equilibrio inestable con una fuerza restauradora. La inestabilidad se debe a una tercera fuerza, la cual amplifica el efecto de cualquier variación en la gravedad con respecto al valor correspondiente a su equilibrio. Para variaciones pequeñas la tercera fuerza generada por una variación con respecto al equilibrio es proporcional a la magnitud de la variación y actúa en la misma dirección. Lo anterior nos dice que ganamos una mayor sensibilidad en el aparato, además de que las medidas obtienen una mayor resolución. Para que la sensibilidad del instrumento se incremente sin que se llegue a un colapso del sistema, se utilizan una serie de resortes combinados, que tienen valores de k muy bajos que permiten grandes deformaciones, con pequeñas variaciones de gravedad.

Uno de los ejemplos más comunes es el sistema Lacoste & Romberg que describiremos a continuación.

Sistema Lacoste & Romberg

El gravímetro con el que se trabaja esta compuesto por:

- Viga, en cuyo extremo lleva una masa, y en el otro extremo se encuentra un par de alambres y soportes finos que actúan como bisagras atenuadoras de la fricción.
- Un hilo muy fino pero fuerte, esta enlazado en el extremo superior del soporte, y otro en el extremo inferior del mismo. El hilo superior está unido al sistema de nivelación, y el hilo inferior esta sujeto al brazo. La longitud efectiva del soporte es la combinación de la longitud del soporte helicoidal y la de los dos hilos finos, proporcionando la resultante una longitud 0 ($l_0=0$).

Al gravímetro se le dice de "longitud cero", porque el desplazamiento del resorte de su posición de equilibrio, originado por el peso del brazo estando en la posición cero (de equilibrio), es contrarrestado por la tensión dirigida en sentido opuesto y que actúa sobre el resorte cuando este se está desplazando, es decir, el sistema se mantiene quieto. Con esta disposición el alargamiento del resorte causado por un incremento de gravedad es proporcional al incremento en la fuerza que actúa en contra del desplazamiento del resorte. Además la lectura positiva, por un incremento de gravedad, es numéricamente igual a la lectura negativa debida a un decremento en la gravedad de la misma magnitud.

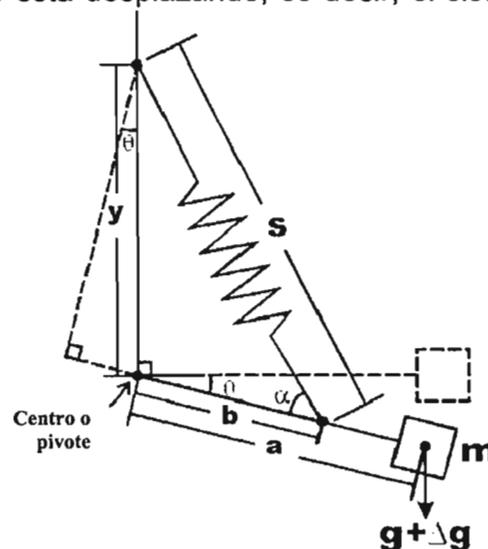


Figura 1.5 Diagrama esquemático del sistema Lacoste & Romberg de longitud cero

El soporte del gravímetro Lacoste & Romberg es de cuarzo porque su dilatación es menor a otros materiales, además el sistema se mantiene a temperatura para minimizar los cambios. A dicha temperatura se calculan los parámetros y constantes de las varillas y resortes necesarios para la calibración del aparato. De la misma forma el soporte no debe sufrir oscilaciones fuertes. Para mantenerlo a temperatura constante el equipo esta dotado de un sistema de calentamiento por energía eléctrica. El soporte está dispuesto a un ángulo de 45° aproximadamente, con respecto a la horizontal.

El gravímetro, posee un sistema de nivelación y un tornillo que son calibrados de forma precisa a lo largo de un rango entero. Los factores de calibración sólo dependen de la calidad del sistema nivelador y del tornillo micrométrico de medida.

En lo que se refiere a la deriva del instrumento, la casa Lacoste & Romberg conecta el brazo a la carcasa del gravímetro con dos soportes horizontales dispuestos simétricamente, consiguiendo así disminuir la deriva instrumental irregular y aumentar la seguridad del sistema. Los cambios en la presión del aire podrían causar un pequeño cambio aparente en la gravedad, debido a la presión sobre la masa y del brazo, esto se resuelve sellando el interior del gravímetro con respecto al aire del exterior.

CAPITULO II

REDUCCIONES

Introducción

El objetivo principal de los estudios gravimétricos consiste en identificar los materiales que se encuentran en el subsuelo, así como las estructuras que forman. La diferencia entre los valores observados en un área de estudio y los valores que se obtienen de la fórmula internacional de la gravedad (valor teórico, es decir los valores esperados), les denominamos anomalía gravimétrica.

Una anomalía gravimétrica nos indica las variaciones laterales de densidad que son causadas por fenómenos geológicos, tales como fallas, plegamientos de estructuras, intrusiones y cambios litológicos. Para un punto de observación, debemos proceder a un aislamiento de las anomalías causadas por estas variaciones de densidad, y éstas envuelven una serie de correcciones a los datos que se toman en campo.

Los valores observados de la gravedad se realizan sobre la superficie terrestre (nivel topográfico) y se comparan con los valores calculados, teóricamente, sobre el nivel del mar. Las correcciones se aplican a los valores de gravedad observada y éstas obedecen a condiciones locales del área de estudio, como también a la manera en que se realiza el estudio. Las principales correcciones que se hacen son las siguientes:

- Efecto por deriva del gravímetro
- Efectos de marea (Tidal correction)
- Efecto de elevación sobre el nivel del mar (aire libre, free-air)
- Efecto de la masa sobre el nivel del mar (Placa de Bouguer)
- Efecto de las variaciones del terreno (topográfica, terrain correction)
- Efecto causado por la fuerza centrífuga debida a la rotación de la Tierra (Eötvös correction) (Cuando se hacen mediciones en un vehículo en movimiento)
- Efecto por compensación de masas (Isostática)

La primera anomalía que se calcula es la de restar la gravedad teórica del valor observado, este valor teórico lo calcularemos utilizando la fórmula internacional de la gravedad que vimos anteriormente en el capítulo 1:

$$g_{TEO} = 978032.67714 \frac{1 + 0.00193185138639 \text{sen}^2 \lambda}{\sqrt{1 - 0.00669437999013 \text{sen}^2 \lambda}} \text{mGal} \dots\dots\dots 3.1$$

donde λ es la latitud del punto de observación, es decir, para cada estación se obtendrá un valor teórico determinado para restarlo de la gravedad observada, por lo tanto la primera anomalía es la siguiente:

$$g_1 = g_{OBS} - g_{TEO} \dots\dots\dots 3.2$$

Efecto por deriva del Gravímetro

En el desarrollo de un estudio de campo, el gravímetro presenta ciertas variaciones en sus lecturas debido a las alteraciones que sufren los resortes del aparato durante la jornada de estudio. Esto es debido a las condiciones propias del equipo, así como a factores que influyen directamente en dicha alteración, por ejemplo, el transporte y las condiciones climáticas. Para un mismo punto de observación, se tendrán valores de lectura diferentes en distintas horas del día, lo que nos da variaciones aproximadas de 0.02 mGal o incluso menores para esta corrección.

Efecto de Mareas

La fuerza de atracción que ejerce el sol y la luna sobre la Tierra, producen un efecto sobre su superficie. Un reflejo de este efecto, son las mareas en los océanos, estos efectos se dan también en tierra firme, aunque no son tan perceptibles como en el mar, aún así, son registrados por los gravímetros debido su alta sensibilidad. El efecto nunca llega a sobrepasar del orden de los 0.3 mGal, para esta corrección.

Corrección de aire-libre

Como sabemos, los valores de la gravedad varían inversamente al cuadrado de la distancia del centro de la tierra a cualquier punto de su superficie, entonces si el radio de la tierra es de aproximadamente 6367.5 Km, a cualquier punto de observación que este por encima o debajo de esta distancia, se le aplicará esta corrección. Esto nos dice que el radio de 6367.5 Km es un nivel de referencia, y si un punto de observación se encuentra por encima o debajo de ese nivel haremos la corrección, en la figura podemos observar que el nivel de referencia es el nivel del mar y que el punto de observación **P** se encuentra por encima del nivel de referencia, entonces es necesario ajustar los valores del nivel del punto de observación al nivel del mar, teniendo en cuenta la altura o separación **h**.

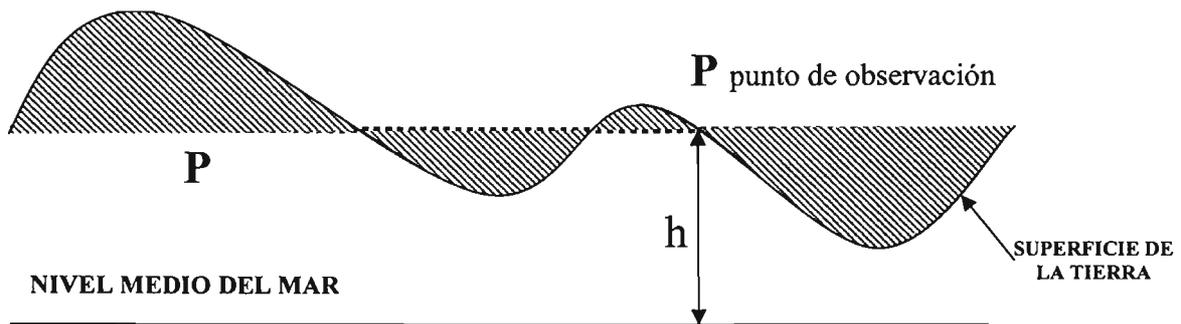


Figura 2.1 Esquema representativo de la corrección de aire libre, donde la línea punteada representa el plano de observación y la línea continua el nivel de referencia

Los efectos que se pueden observar son en la disminución de los valores de la anomalía causada por las elevaciones topográficas. La anomalía de aire libre en miligales queda de la siguiente manera:

$$g_{AL} = g_{OBS} - g_{TEO} - \Delta g_{AL}$$

$$g_{AL} = g_{OBS} - g_{TEO} + 0.3086h \dots\dots\dots 3.3$$

Las masas que se encuentran entre el nivel del mar y el nivel de observación incrementan los valores observados de gravedad y esto trae como consecuencia que aumente la diferencia entre la gravedad observada y la teórica, y entre más grande sea h mayor es la diferencia. La dependencia de la altura para esta corrección resulta ser en ocasiones inadecuada para objetivos geológicos debido a que en zonas de montaña o con relieves muy abruptos la corrección por aire libre llega a ocultar las heterogeneidades del relieve.

Corrección de Bouguer.

Como se vió anteriormente la corrección por aire libre se encarga de llevar los valores medidos en un plano de observación, al plano de referencia, en este caso es el nivel del mar, sin embargo esta corrección no considera los efectos de las masas que se encuentran entre el nivel de referencia y el nivel de observación.

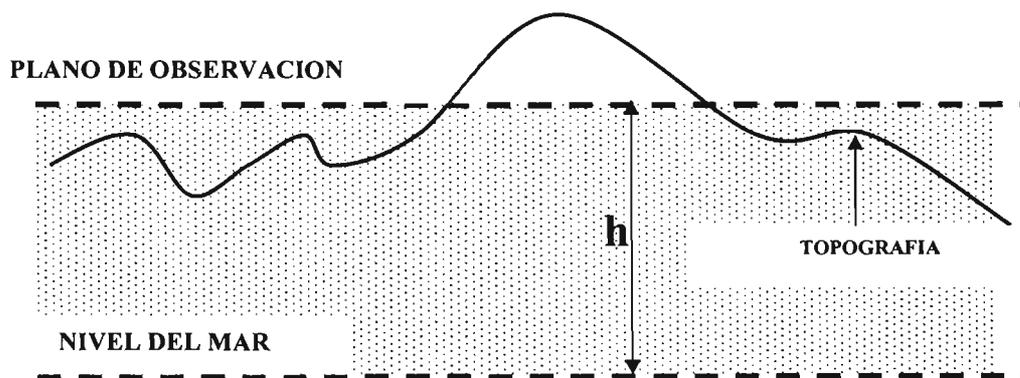


Figura 2.2 Corrección por placa Bouguer. Las líneas punteadas definen los límites de la placa horizontal y se encuentran separadas con un espesor h

La corrección por placa de Bouguer elimina los efectos de los cuerpos de roca que se tienen entre el punto de observación y el nivel de referencia, ya que esta masa provoca un aumento en el valor de la gravedad. Esta corrección considera que toda la masa que se encuentra sobre el nivel del mar, es una placa con longitud infinita de material homogéneo y densidad constante, donde su espesor es igual a la altura entre el punto de observación y el nivel de referencia, entonces, en primera instancia tenemos que la ecuación para una placa infinita:

$$g_{placa} = 2\pi G \rho h \dots\dots\dots 3.4$$

si el espesor de la placa es la altura $h[m]$, del nivel de referencia al plano de observación, obtendremos el siguiente el efecto gravitatorio en miligales:

$$\Delta g_B = 0.1119h(mGal) \dots\dots\dots 3.5$$

donde la densidad es $\rho=2.67g/cm^3$, y $G=6.67 \times 10^{-8} cm^3/gs^2$, es la constante de gravitación.

La importancia de esta corrección radica en que refleja los contrastes de densidades en la placa de espesor h con respecto al valor promedio ($2.67g/cm^3$) de la densidad de la corteza terrestre. Los cuerpos anómalos se manifestarán, cuando existan masas con una mayor o menor densidad que la media, como un aumento o disminución en el valor de la anomalía, que incluso sigue la forma del relieve topográfico.

La anomalía simple de Bouguer queda expresada en miligales de la siguiente manera:

$$g_B = g_{OBS} - g_{TEO} - \Delta g_{AL} - \Delta g_B$$

$$g_B = g_{OBS} - g_{TEO} + 0.3086h - 0.1119h \dots\dots\dots 3.6$$

Corrección Topográfica.

Las observaciones gravimétricas y la anomalía simple de Bouguer no consideran la forma del relieve topográfico, y en la mayoría de los casos se encuentran excesos o déficit de masa, por encima o por de bajo del plano de observación.

Para ejemplificar este tipo de corrección, observemos la figura 2.3:

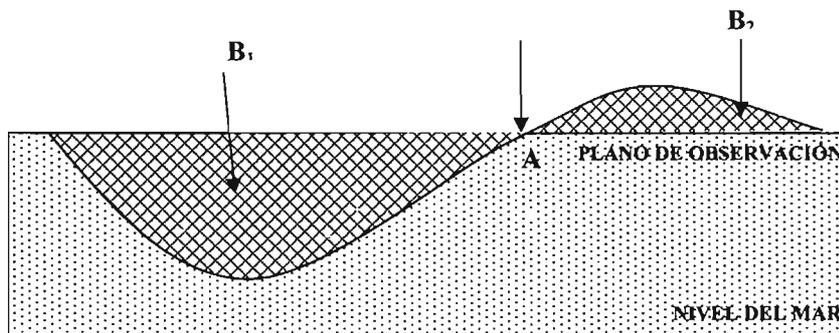


Figura 2.3 Esquema representativo para la corrección topográfica, el área marcada en puntos representa la masa existente por debajo del plano de observación. El área marcada con cuadros representa los excesos o déficit de masa.

En la parte del punto A se encuentra colocado un punto de observación, la región B_1 describe la ausencia de material, es decir una depresión, la parte que es señalada con B_2 es una zona en donde se presenta masa sobre el plano de referencia.

El análisis se comienza partiendo en B_1 , donde se observa que hay un déficit de masa, en esta parte la corrección por placa de Bouguer asume una existencia de masa que fue sustraída, lo que implica que a la gravedad observada hay que sumarle esta corrección debido a que no hay presencia de masa en B_1 .

Para el caso de la masa que se encuentra por encima del plano de observación (B_2) se observa que existe una atracción sobre la masa del gravímetro debida a esa masa, lo que provoca que la componente vertical reduzca el valor de la

gravedad observada en el punto A, esto nos dice que el efecto de esa masa será sumada al valor de la gravedad observada. Para los ejemplos antes expuestos podemos decir que se produce una componente vertical de sentido contrario a la gravedad lo que hace que ésta se reduzca y es por eso que se concluye que la corrección topográfica es siempre positiva y se suma al valor observado. La forma de calcular este efecto es el de hacer que la topografía que se encuentra alrededor (a una distancia definida) de un punto de observación, sea discretizada en elementos geométricos de los cuales obtendremos su efecto de cada uno, después estos cálculos serán sumados y se obtendrá el efecto total de la topografía sobre la estación de observación

Como el objetivo principal de este trabajo es la corrección topográfica, daremos una explicación más detallada sobre este método en el siguiente capítulo, teniendo en cuenta su análisis teórico así como el desarrollo de los diferentes métodos por el paso del tiempo.

Los resultados de la corrección topográfica los daremos con signo negativo y los sustituiremos en la ecuación 3.6, obteniendo el siguiente resultado:

$$g_B = g_{OBS} - g_{TEO} - \Delta g_{AL} - \Delta g_B - TC \dots\dots\dots 3.7$$

Al sustituir los valores de las correcciones en la ecuación 3.7, obtenemos la “**Anomalía completa de Bouguer**”, y se expresa de la siguiente manera:

$$g_{CB} = g_{OBS} - g_{TEO} + 0.3086h - 0.1119h + TC \dots\dots\dots 3.8$$

Existen otras correcciones, sin embargo, éstas dependen más de condiciones especiales del estudio, y se debe considerar cuánto afectarán el estudio realizado. Es conveniente, en la mayoría de los estudios, hacer las correcciones como se representa en la ecuación 3.8 para obtener la anomalía completa de Bouguer, para obtener como resultado una buena representación del subsuelo.

Corrección de Eötvös

La fuerza gravitacional es reducida debido a una fuerza centrífuga provocada por la rotación de la Tierra, por esta razón este tipo de corrección se aplica únicamente a las mediciones que se hacen con vehículos en movimiento, ya sea por mar o aire, la ecuación para calcular este efecto es la siguiente:

$$g_{EOT} = 7.503v \cos \lambda \sin \alpha + 0.004154v^2 \dots\dots\dots 3.9$$

donde v es medida en nudos, α el rumbo respecto al norte geográfico verdadero, y λ es la latitud y g_{EOT} se mide en miligales.

Efecto por compensación de masas

Cuando se realizan estudios en áreas sumamente grandes, no basta con hacer correcciones topográficas, es necesario hacer correcciones por compensaciones de masa, es decir considerar grandes diferencias de altura, esto se hace principalmente en estudios de tipo regional, por ejemplo cuando se quiere modelar una zona de subducción.

Debemos considerar que las elevaciones sobre la corteza terrestre, así como las depresiones oceánicas, son excesos y déficit, respectivamente, de masa sobre un esferoide terrestre. Lo que nos indica, que las diferencias de pesos entre los sistemas montañosos y las cuencas oceánicas da origen a diferencias de presión que se tienen en las rocas del interior de la Tierra.

CAPITULO III

METODOLOGIA DE LA CORRECCIÓN TOPOGRÁFICA

Introducción

Los valores de la gravedad que se hacen sobre el nivel topográfico se ven afectados por el relieve que rodea a la estación, ya que la corrección de Bouguer tiende a sobre-compensar los valores medidos, por lo que la corrección topográfica ajusta estas sobre compensaciones. Esta corrección es necesaria para corregir las mediciones en donde se encuentre un relieve de moderado a muy abrupto.

La corrección topográfica nos lleva a considerar una modelación del terreno que se encuentra alrededor de la estación, lo cual convierte a esta corrección en algo más complicado y laborioso a diferencia de las demás. Los procesos pueden llegar a ser tediosos y cansados, además de tomarse mucho tiempo en los cálculos numéricos, incluso es preferible no realizarla cuando se tiene un relieve muy suave en el área de estudio.

No obstante debido a la importancia de esta corrección, se han desarrollado una serie de métodos (solo en la revista GEOPHYSICS se reportan alrededor de 30 títulos de diversos de cómo resolver el problema; autores como Hammer (1939), Kane(1962), Nagy(1966), Cogbill (1990), Plouff (1966), entre otros), que han aportado diferentes maneras de representar geométricamente al terreno como una serie de cuerpos contiguos, de los que se calculan los efectos gravitacionales de esos cuerpos, para así sumar la contribución de cada uno y sumándolo se obtiene el efecto del terreno sobre una estación de observación. Hoy en día la tecnología digital hace que la corrección topográfica se calcule de una manera más rápida, los modelos de elevación digital (MED), que representan la topografía, nos ayudan a diseñar algoritmos que nos permitan calcular los efectos topográficos con una mayor exactitud en los cálculos.

Método de Hammer

Empezando con los métodos de corrección topográfica, el método de Hammer (1939), fue de los primeros que se tuvieron para calcular el efecto por terreno.

Éste método consiste en el uso de una rejilla de tipo circular, representando un área definida alrededor del punto de observación, que genera un cierto número de segmentos que se encuentran concéntricos al centro de ésta, sobre este centro se localiza la estación de observación (Figura 3.1).

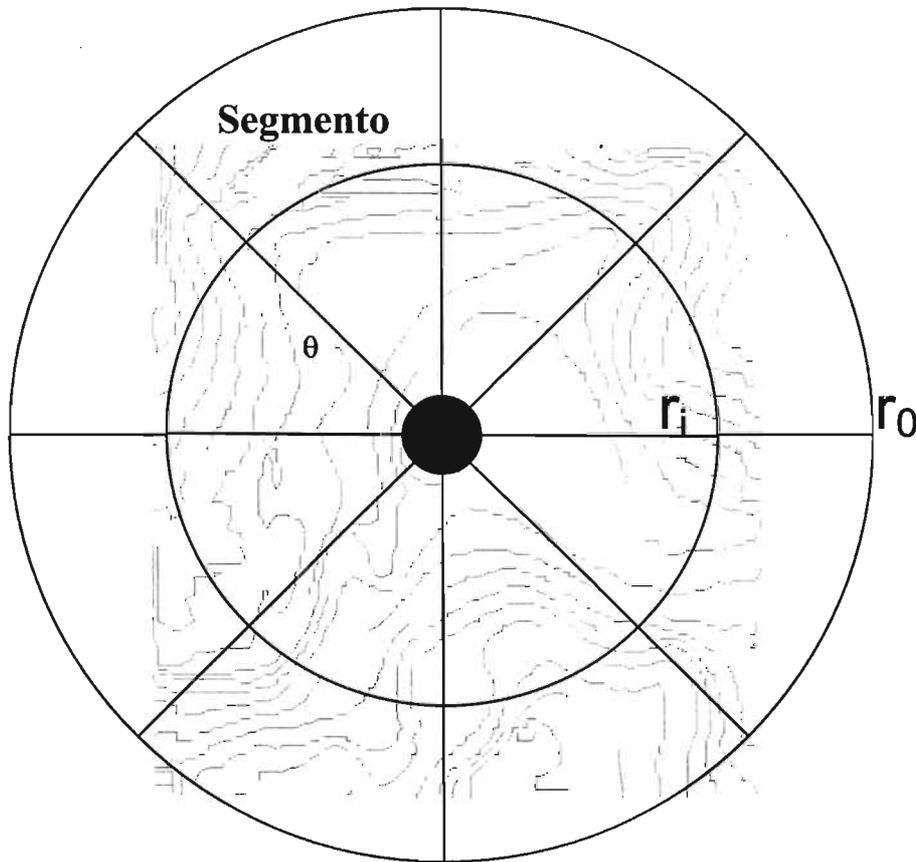


Figura 3.1 Plantilla Hammer. El punto negro es el centro del área es decir el punto de observación, sobrepuesta en un mapa topográfico

Lo que hace este método, es: sobre un mapa topográfico ubicamos el punto de observación y sobre ese punto colocamos la rejilla de Hammer, entonces a cada sector se le asignará una altura o valor de elevación, otorgado por el mapa topográfico. La altura asignada se obtiene, tomando el promedio o valor único de las líneas de elevación que atraviesan por un sector. Después de asignar la elevación se hace el cálculo de la atracción gravitacional de un segmento mediante la siguiente fórmula:

$$\delta_{gT} = G\rho\theta \left\{ (r_0 - r_i) + \left(r_i^2 + \Delta z^2 \right)^{\frac{1}{2}} - \left(r_0^2 + \Delta z^2 \right)^{\frac{1}{2}} \right\} \dots\dots\dots 3.1$$

donde Δz es la diferencia, en valor absoluto, entre promedio de elevación del sector y la elevación del punto de observación, r_i y r_0 definen los radios interno y externo, de cada sección y θ define la abertura de las secciones. La corrección total se hace sumando la contribución o efecto gravitacional de cada uno de los sectores, obteniendo la siguiente ecuación:

$$g_T = \sum_r \sum_{\theta} \delta_{gT}(r, \theta) \dots\dots\dots 3.2$$

Si observamos la figura 3.1 vemos que alrededor del punto de observación existen anillos concéntricos, llamados **zonas**, que están delimitadas por los radios r_i y r_0 . Estas zonas a su vez, están divididas en sectores por rectas radiales, que separan las correcciones para cada zona, quedando el esquema que se presenta en la figura 3.2.

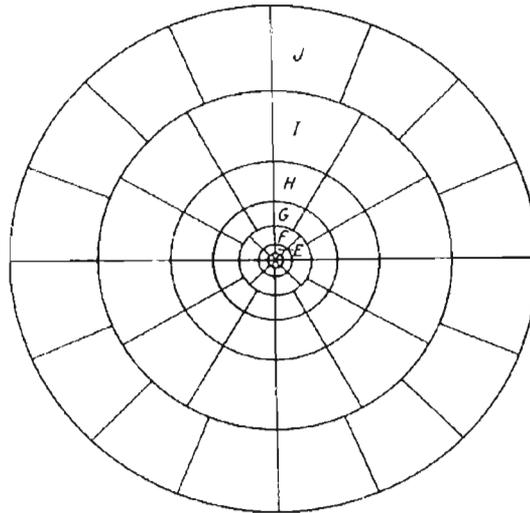


Figura 3.2. Plantilla de Hammer dividida en sectores

De la figura 3.2 observamos que hay una serie de segmentos que se encuentran dentro de zonas representadas por letras y definidas por líneas radiales. Para hacer un poco más fáciles los cálculos de corrección topográfica, Hammer realizó tablas en donde calculó los efectos gravimétricos, debidos a la topografía, de las zonas delimitadas desde la B hasta la M, tomando radios predeterminados y con diferentes valores de altura. Cuando se utilizan éstas tablas solo se calcula la diferencia entre la altura del punto de observación y el promedio de altura de cada sector y ésta altura resultante se ubica en las tablas para obtener el efecto topográfico, las tablas de Hammer se muestran en la tabla 3.1.

A cada sector se le asigna un valor de altura y le corresponde un valor de efecto topográfico. Las tablas nos ayudan a saber el valor del efecto en cada sector, considerando su altura y la zona en la que se encuentre, después se obtiene la suma de todos los sectores que contenga una zona y se obtiene el efecto para esa zona.

TABLA 3.1. La altura h se encuentra en pies (ft) y se refiere a la distancia entre el punto de observación y la elevación topográfica. Las correcciones T están dadas en unidades de 1/100 mGal

Cálculos de Hammer para corrección topográfica

Zona B,		Zona C,		Zona D,		Zona E,		Zona F,		Zona G,	
4 compartimentos		6 compartimentos		6 compartimentos,		8 compartimentos		8 compartimentos		12 compartimentos,	
Radios en ft		Radios en ft		Radios en ft		Radios en ft		Radios en ft		Radios en ft	
6.56-54.6 ft		54.6-175 ft		175-558 ft		558-1280 ft		1280-2936 ft		2936-5018 ft	
$\pm h, ft$	T	$\pm h, ft$	T	$\pm h, ft$	T	$\pm h, ft$	T	$\pm h, ft$	T	$\pm h, ft$	T
0-1.1	0	0-4.3	0	0-7.7	0.00	0-18	0	0-27	0	0-58	0
1.1-1.9	0.1	4.3-7.5	0.10	7.7-13.4	0.10	18-30	0.10	27-46	0.10	58-100	0.10
1.9-2.5	0.2	7.5-9.7	0.20	13.4-17.3	0.20	30-39	0.20	46-60	0.20	100-129	0.20
2.5-2.9	0.3	9.7-11.5	0.30	17.3-20.5	0.30	39-47	0.30	60-71	0.30	129-153	0.30
2.9-3.4	0.4	11.5-13.1	0.40	20.5-23.2	0.40	47-53	0.40	71-80	0.40	153-173	0.40
3.4-3.7	0.5	13.1-14.5	0.50	23.2-25.7	0.50	53-58	0.50	80-88	0.50	173-191	0.50
3.7-7	1	14.5-24	1	25.7-43	1	58-97	1	88-146	1	191-317	1
7-9	2	24-32	2	43-56	2	97-126	2	146-189	2	317-410	2
9-12	3	32-39	3	56-66	3	126-148	3	189-224	3	410-488	3
12-14	4	39-45	4	66-76	4	148-170	4	224-255	4	488-552	4
14-16	5	45-51	5	76-84	5	170-189	5	255-282	5	552-611	5
16-19	6	51-57	6	84-92	6	189-206	6	282-308	6	611-666	6
19-21	7	57-63	7	92-100	7	206-222	7	308-331	7	666-716	7
21-24	8	63-68	8	100-107	8	222-238	8	331-353	8	716-764	8
24-27	9	68-74	9	107-114	9	238-252	9	353-374	9	764-809	9
27-30	10	74-80	10	114-120	10	252-266	10	374-394	10	809-852	10
		80-86	11	120-127	11	266-280	11	394-413	11	852-894	11
		86-91	12	127-133	12	280-293	12	413-431	12	894-933	12
		91-97	13	133-140	13	293-306	13	431-449	13	933-972	13
		97-104	14	140-146	14	306-318	14	449-466	14	972-1009	14
		104-110	15	146-152	15	318-331	15	466-483	15	1009-1046	15

El método de Hammer es aplicado principalmente para distancias cortas de la estación. Para estudios regionales del orden de más de 4 kilómetros, se utilizan otros métodos. Estos métodos usan principalmente una matriz de datos que represente a las elevaciones, y una plantilla como la de Hammer, pero con sectores cuadrados donde los elementos a integrar serán prismáticos o cualquier otra figura geométrica, de tal manera que los procedimientos sean hechos con base en algoritmos computacionales.

Métodos digitales

Hoy en día los avances en la ciencia de la computación permiten que los cálculos para la corrección topográfica sean más exactos y mucho más rápidos, desde la década de los 60's, se han venido desarrollando este tipo de métodos, y conforme pasa el tiempo los algoritmos se han transformado, principalmente en la modelación de la topografía. La concepción que siempre se ha tenido, desde aquellos años, es que la topografía se exprese de manera digital, es decir como una matriz, a este tipo de arreglo de la topografía se le denomina Modelo de Elevación Digital.

Modelo de Elevación Digital.

El nombre de Modelo de Elevación Digital o MED implica una representación de las elevaciones del terreno mediante valores numéricos, generalmente esta representación es una forma simplificada de la geometría de la superficie del terreno. Consiste en una serie de puntos con coordenadas conocidas referenciadas a un sistema de coordenadas bidimensional a quien se asocia un valor de elevación (h), de tal manera que los datos quedan acomodados (x, y, h) en forma de rejilla o matriz.

En otras palabras, un MED es un conjunto de valores que representa puntos sobre la superficie del terreno cuya ubicación geográfica está definida por coordenadas "x (longitud)" y "y (latitud)" a las que se les agrega la elevación, o sea un valor de "z". Se ha convenido que los puntos deben estar espaciados y distribuidos de modo regular, de acuerdo con un patrón que corresponde a una cuadrícula.

El clásico y cada vez más conocido nombre de Modelo de Elevación Digital, crea la idea automática de que necesariamente el grupo de valores numéricos deba visualizarse como un "modelo" en tercera dimensión cuando se usa un equipo de cómputo. Tal grupo de valores numéricos puede ser concebido como un arreglo

matricial o tabular de los valores de "x", "y" y "z" para cada punto. Para tener una representación y visualización de este arreglo matricial en un equipo de cómputo los valores se guardan en archivos con formato de texto tipo ASCII.

Los valores de elevación pueden ser manipulados digitalmente y desplegados en un monitor de PC como una "malla" (o como un conjunto de "celdas"), a la que se asocian los valores de altura a cada una de las intersecciones de líneas de la "malla". Para este caso, la presentación visual es una vista isométrica.

Metodología de la corrección

Considerando un modelo de elevación digital, se construye una zona o rejilla patrón alrededor de un punto de observación. Esta rejilla patrón, es una discretización de la topografía alrededor de éste punto, el arreglo puede ser rectangular cilíndrico o cuadrado, como se muestra en la figura 3.3. Cada uno de los segmentos cuadrados esta igualmente espaciado y a cada uno de estos segmentos se le asigna valor de elevación, que se obtiene a partir del modelo de elevación digital.

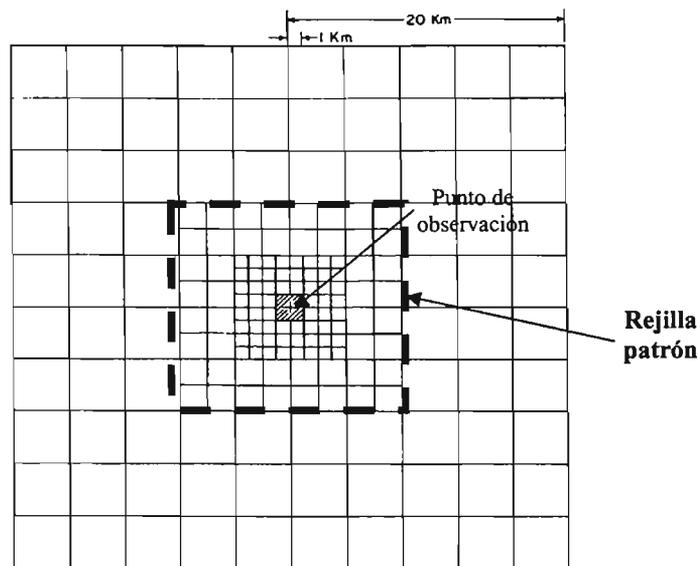


Figura 3.3 Modelo propuesto por Kane 1960

Esta rejilla patrón (figura 3.3) fue propuesta por Kane (1960), es constante y se mantiene para cualquier estación en un área de estudio definida, lo que implica que este patrón se acopla a cada región de la topografía, es decir, el modelo de elevación digital únicamente proporciona las elevaciones de los segmentos (que en este caso se consideran prismas), para cada estación.

Una de las principales ventajas de éste método, es que la rejilla patrón hace una representación de la topografía en forma de prismas, como Kane (1962) y Nagy (1966) lo discuten. Estos prismas se forman con los nodos del modelo de elevación digital, y se encuentran a distancias bien definidas del punto de observación. De este modelo de prismas se calcula el efecto gravimétrico, tomando como la distancia el punto de observación y el centro de cualquier prisma de la rejilla patrón.

Otro método alternativo, es dado por Krohn (1976) en la cual plantea un MED dividido en celdas, cuyo centro posee coordenadas (x,y) , y la elevación se estima a partir de los modelos topográficos. Las celdas son calculadas por un sistema de ecuaciones multicuadráticas, que definen todo el arreglo alrededor del punto de observación.

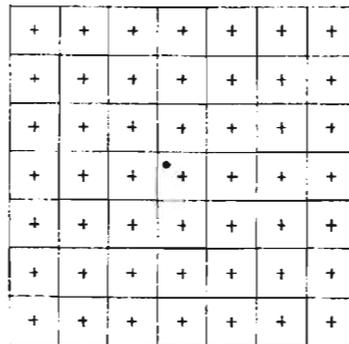


Figura 3.4 Modelo propuesto por Krohn, 1976. Las cruces representan la elevación, y ubicadas en el centro de cada compartimiento cuadrado, el punto negro es el punto de observación.

Cogbill (1990) propone el uso de MED's para cálculos en zonas cercanas al punto de observación, tomando modelos topográficos con espaciamiento de 30 m, y delimitando el área por medio de radios, de tal manera que se calcule el efecto por

zonas, lo importante es que se propone que para zonas muy cercanas, se realicen los procedimientos manuales como el de Hammer, y posteriormente se hagan los cálculos por zonas divididas por radios. También es importante hacer notar que las zonas que propone Cogbill (1990) están en función de la topografía, y que el cálculo del efecto topográfico se hace con diferentes métodos de integración.

Zhou X. (1990), propone el método de elemento triangular, el cuál nos sugiere que el cálculo del efecto gravimétrico se haga en función de superficies inclinadas y que el arreglo entorno al punto de observación sea de manera triangular, para así ocupar más área en comparación con el método de Hammer. El autor sugiere que para tener una aproximación al cálculo de la fórmula anterior es necesario escoger elementos triangulares para modelar las superficies, de tal manera que se les considere superficies inclinadas para después calcular el efecto de cada elemento por medio de cuadratura Gaussiana.

Dentro de los métodos para calcular el efecto debido a la topografía, también se encuentran métodos en los que la segmentación del terreno se hace de otra manera, por ejemplo, Sandberg (1958) propone superficies de tipo cilíndrico donde el techo de cada una de estas superficies es un plano inclinado, logrando una mayor aproximación de la topografía que se encuentra cerca de la estación. Oliver & Simard (1981) proponen un método donde los compartimentos que se encuentran alrededor de la estación se representan por superficies cónicas, el efecto de estos es calculado por una fórmula analítica.

Uno de los objetivos, que han sido importantes a través del tiempo, para desarrollar algoritmos de corrección topográfica, es el de obtener las alturas de los compartimentos o segmentos en los que se divide la rejilla patrón. Estas alturas son obtenidas de los mapas topográficos o de los modelos de elevación digital. Se han diseñado diversas maneras para obtener esas alturas, por ejemplo, García (2001) propone que los efectos topográficos se calculen a partir de segmentos prismáticos, donde sus bases sean superficies planas y las alturas sea una

función $f(x,y)$ que describa a la topografía. La altura es interpolada del MED a una malla de $N \times N$ puntos y sobre esos puntos se obtienen los efectos por medio del método de cuadratura gaussiana. Herrera-Barrientos (1991) representa a la topografía como una serie de funciones de Gauss, sobre las cuales opera para obtener las alturas de los segmentos en los que se divide la topografía. Parker (1995) propone un método en el dominio de Fourier que es bueno para manejar gran cantidad de datos del relieve, la topografía se representa por medio de cilindros y el método calcula dos efectos, uno que corresponde al material dentro del cilindro y otro que está afuera del mismo, principalmente se considera corregir el efecto de la topografía marina.

Varios autores quienes hacen referencia a cálculos de corrección topográfica en dos partes, primero los de la zona cercana al punto de observación, y después los de una zona lejana al punto de observación. Para zonas muy distantes al punto de observación, no es necesario calcular los efectos de la topografía ya que estos son muy pequeños (p.e. 15 a 25 Km., Kane 1962). A los métodos en los que se calculan efectos para zonas intermedias se les denomina híbridos, ya que llegan a utilizar hasta dos métodos de corrección topográfica para hallar el efecto total alrededor de una zona.

Las principales diferencias que tienen los métodos de corrección topográfica, radica en cómo se modela la topografía alrededor del punto de observación, por ejemplo, aproximaciones de la misma mediante el uso de prismas, un conjunto de elevaciones posicionados sobre una malla cuadrada (Kane 1962), y quienes utilizan una segmentación circular entorno a la estación y utilizan prismas inclinados (Oliver 1981).

En general, para hacer uso de la corrección topográfica, debemos tener en cuenta la manera en cómo se va a modelar la topografía, de manera que diseñemos un algoritmo de programación acorde a ese modelo, logrando buenos resultados al momento de calcular los efectos debido al terreno.

CAPITULO IV

DISEÑO Y DESARROLLO DEL PROGRAMA DE CORRECCION TOPOGRAFICA

FUNDAMENTOS TEORICOS

La magnitud de la atracción gravitacional, que genera un cuerpo tridimensional, sobre un punto de observación, con coordenadas (x₀, y₀, z₀), a una distancia r, esta expresado por:

$$\delta F = -G\rho \cdot \frac{\delta v}{R^2}$$

$$\bar{F} = -G\rho \int_V \frac{dv}{R^2} \bar{r}_u \dots\dots\dots 4.1$$

donde G es la constante gravitacional, ρ es la densidad del cuerpo y V es su volumen. F se encuentra en la dirección de r, y ésta se expresa como:

$$|\bar{r} - \bar{r}'| = R = \sqrt{(x_0 - x)^2 + (y_0 - y)^2 + (z_0 - z)^2} \dots\dots\dots 4.2$$

Para obtener la componente vertical, hacemos la proyección del vector r sobre la dirección de k (Figura 4.1), y obtenemos la siguiente expresión:

$$F_z = -G\rho \int_V \frac{(\bar{k} \cdot \bar{r}_u) dV}{R^2} = -G\rho \int_V \frac{(z_0 - z) dV}{R^3} \dots\dots\dots 4.3$$

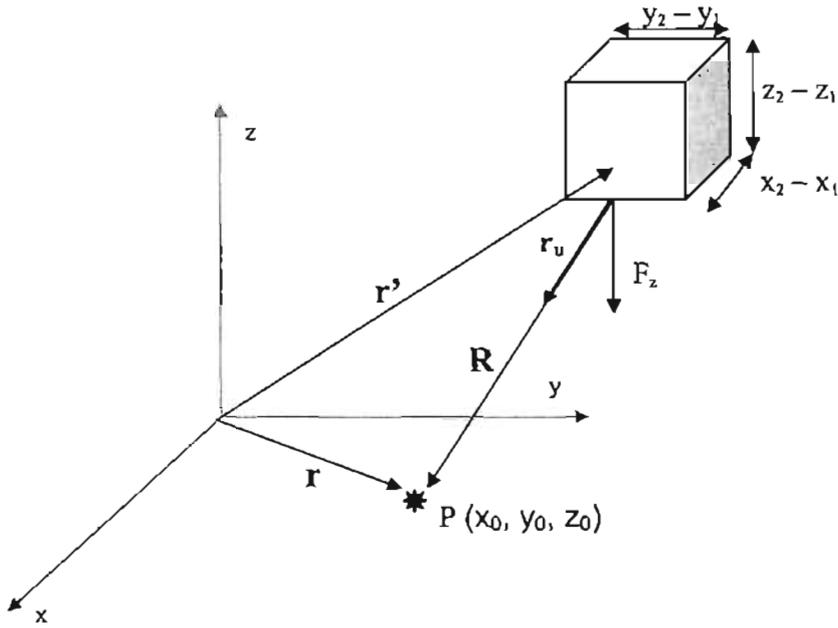


Figura 4.1 Elemento prismático ubicado en el sistema cartesiano

Si $\bar{k} \cdot \bar{r}_u = (z - z_0) / R$, entonces la ecuación 4.3, para coordenadas cartesianas, se convierte en:

$$F_z = - \int_V \frac{(z_0 - z) dz}{R^3} = - \int_V \frac{(z_0 - z) dz}{\left((x_0 - x)^2 + (y_0 - y)^2 + (z_0 - z)^2 \right)^{\frac{3}{2}}} \dots\dots\dots 4.4$$

Si consideramos al cuerpo tridimensional como un prisma, entonces la ecuación 4.4, se transforma en:

$$F_z = -G\rho \int_{x_1}^{x_2} dx \int_{y_1}^{y_2} dy \int_{z_1}^{z_2} \frac{(z_0 - z) dz}{\left((x_0 - x)^2 + (y_0 - y)^2 + (z_0 - z)^2 \right)^{\frac{3}{2}}} \dots\dots\dots 4.5$$

de la expresión 4.5 integramos con respecto a z, el resultado será:

$$\int_{z_1}^{z_2} \frac{(z_0 - z) dz}{\left((x_0 - x)^2 + (y_0 - y)^2 + (z_0 - z)^2 \right)^{\frac{3}{2}}} = - \frac{1}{\left((x_0 - x)^2 + (y_0 - y)^2 + (z_0 - z)^2 \right)^{\frac{1}{2}}} \Bigg|_{z_1}^{z_2} \dots\dots\dots 4.6$$

evaluando el miembro derecho de 4.6 para $z_1=z_0$ y $z_2=H$, la ecuación 4.6 será:

$$\int_{z_1}^{z_2} \frac{(z_0 - z) dz}{r^3} = \left[\frac{1}{\left((x_0 - x)^2 + (y_0 - y)^2 \right)^{\frac{1}{2}}} - \frac{1}{\left((x_0 - x)^2 + (y_0 - y)^2 + (z_0 - H)^2 \right)^{\frac{1}{2}}} \right] \dots\dots\dots 4.7$$

tomando el resultado de 4.7, la ecuación 4.5 se expresa como una integración doble:

$$F_z = -G\rho \int_{x_1}^{x_2} dx \int_{y_1}^{y_2} dy \left[\frac{1}{\left((x_0 - x)^2 + (y_0 - y)^2 \right)^{\frac{1}{2}}} - \frac{1}{\left((x_0 - x)^2 + (y_0 - y)^2 + (z_0 - H)^2 \right)^{\frac{1}{2}}} \right] \dots\dots\dots 4.8$$

La ecuación 4.8 nos permite calcular el efecto gravitacional de un prisma de altura $H-z_0$, visto desde un punto con coordenadas (x_0, y_0, z_0) , a una distancia r.

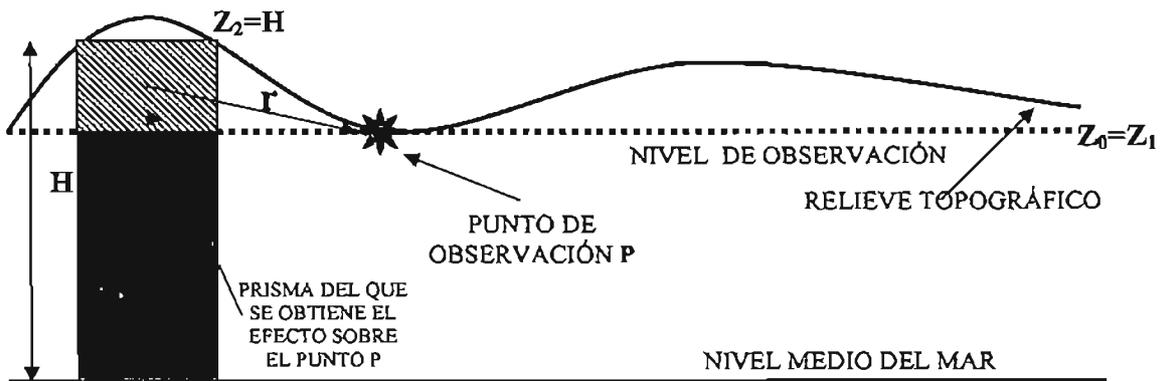


Figura 4.2 Representación del efecto de un prisma sobre un punto de observación que se encuentra sobre el relieve topográfico.

DESARROLLO DEL PROGRAMA

El método computacional que se propone en este trabajo se compone de tres etapas principales: **Iniciación**, **Proceso** y **Salida**. La primera etapa es la de iniciación, donde el usuario introduce los datos sobre los que el programa va a operar. La segunda etapa es el proceso, en esta parte, el algoritmo calculará los efectos topográficos, sobre los datos de entrada. Por último tenemos la tercera etapa, la cual consta de la salida, es aquí donde el programa ordena y almacena los cálculos obtenidos, en un archivo de texto, para que posteriormente puedan ser utilizados o visualizados.

Iniciación

En esta primera etapa del programa, el usuario proporciona tres datos de entrada principales: El modelo de elevación digital, la separación entre puntos del MED, y la distancia de corrección.

El modelo de elevación digital es un conjunto de datos en archivo de texto, de tal manera que el programa pueda leerlo y extraer sus datos. Éste dato se escribe en el código del programa, de tal manera que cuando éste sea ejecutado, realice unas instrucciones para que lea los datos que representa la altura del MED y están acomodados en una matriz.

Los datos del MED, deberán estar acomodados en columnas x, y, z, donde la columna z será la que represente la altura, el orden en que se leerán los datos será de la coordenada (x,y) más pequeña, hasta la mas grande. Lo que se logra con esto es que los datos queden acomodados en la matriz tal como se representan en el MED.

La separación entre puntos del MED deberá ser especificada en metros, porque al momento de que el programa este calculando los efectos topográficos es necesario especificar el ancho de los prismas de los que se obtendrá el efecto.

La distancia de corrección es un dato que representa la distancia máxima entre el punto de observación y los prismas más lejanos de los que se quiere calcular el efecto topográfico, esta distancia la podríamos considerar como un radio, lo que debemos tener en cuenta es que el área que rodea al punto de observación no es circular (como en el caso de la plantilla de Hammer), es cuadrada, lo que implica que la distancia de corrección representa una distancia horizontal o vertical desde el punto de observación hasta el punto más lejano de donde queremos calcular el efecto topográfico.

El criterio para elegir el valor de distancia de corrección, dependerá del objetivo de nuestro estudio, por ejemplo, para estudios de tipo regional la distancia de corrección será de varios kilómetros, ya que las escalas son muy grandes. Para el caso de estudios locales la distancia puede ser hasta de 2 kilómetros, teniendo en cuenta que a más distancia los efectos son mínimos. Al momento de introducir este dato se debe dar en unidades de metros.

Proceso

Las operaciones que el programa realiza sobre los datos los dividimos en tres subprocesos, y estos son: el cálculo del efecto de un prisma elemental, la generación de la rejilla patrón, y el barrido de la rejilla patrón sobre todo el MED.

Cálculo del prisma elemental

Sabemos que los modelos de elevación digital (MED) son puntos igualmente espaciados que se encuentran ordenados de forma matricial, los puntos de esa matriz representan elevaciones que describen a la topografía. Si tomamos 4 puntos contiguos dentro de esa matriz y calculamos el promedio de sus elevaciones, obtendremos el modelo de un prisma como lo muestra la siguiente figura 4.3

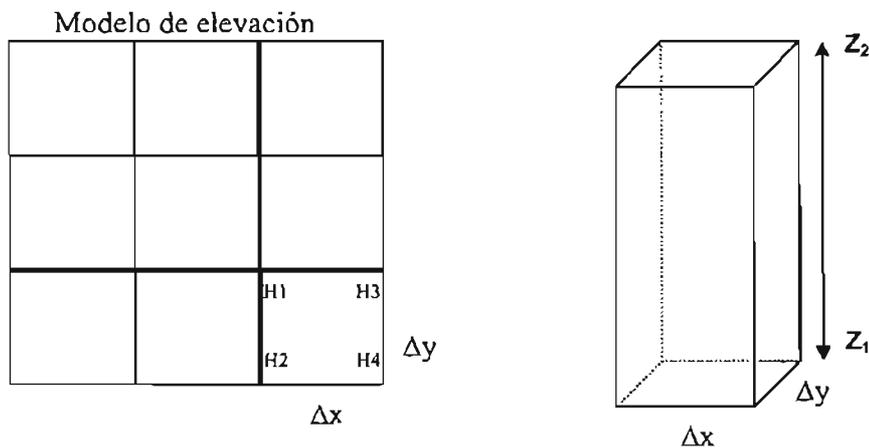


Figura 4.3 Proyección de un prisma, obtenido del modelo de elevación digital

Considerando lo anterior, necesitamos una expresión que nos permita calcular la atracción de un prisma, para después, obtener el efecto de todos y cada uno de los prismas que se formen en una región delimitada dentro de un MED. La atracción de un prisma se calcula resolviendo la ecuación 4.8, considerando a z_2 como la altura H del prisma obtenida del MED (figura 4.3), y a z_1 igual a z_0 , la altura del nivel de observación. El valor de H se calcula así:

$$H = \frac{H1 + H2 + H3 + H4}{4}$$

Para obtener el resultado de la ecuación 4.8 utilizamos el procedimiento de cuadratura Gaussiana donde los límites de integración en X e Y ayudarán a calcular los valores de x_i e y_j , expresados, como lo propone García (2001), de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} x_i &= \frac{z(i) \cdot (X_2 - X_1) + X_2 + X_1}{2} \\ y_j &= \frac{z(j) \cdot (Y_2 - Y_1) + Y_2 + Y_1}{2} \end{aligned} \dots\dots\dots 4.9$$

los valores de $z(i)$ y $z(j)$, representan los coeficientes de la cuadratura gaussiana, los valores de X e Y son los límites que definen a la superficie, que en este caso es rectangular por tratarse de un prisma, y los valores de x_i e y_j se sustituyen en $g(x,y)$ que es la función que se integra en 4.8 de tal manera que obtengamos $g(x_i, y_j)$, a ésta la multiplicamos por los pesos w de la cuadratura gaussiana, de tal manera que obtengamos lo siguiente: -

$$S = w(i) \cdot w(j) \cdot g(x_i, y_j) \dots\dots\dots 4.10$$

y en general la integración en 4.8 se expresa de la siguiente manera:

$$\int_{X_1}^{X_2} \int_{Y_1}^{Y_2} g(x, y) dy dx = \frac{(X_2 - X_1)(Y_2 - Y_1)}{4} \cdot S \dots\dots\dots 4.11$$

donde

$$g(x, y) = \left[\frac{1}{\sqrt{(x_0 - x)^2 + (y_0 - y)^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x_0 - x)^2 + (y_0 - y)^2 + (z_0 - H)^2}} \right]$$

A la ecuación 4.8 la podemos expresar en términos de índices, de tal manera que se entienda que calculamos el efecto de una serie de prismas alrededor de un punto de observación. Es decir, el efecto topográfico sobre un punto de observación en una región delimitada es igual a la suma de los efectos de cada uno de los prismas que rodean el punto de observación (figura 4.4).

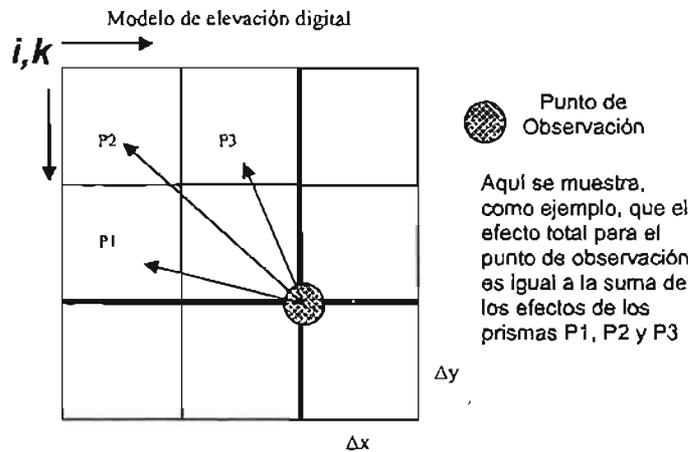


Figura 4.4 Esquema visto en planta del cálculo del efecto topográfico total sobre un punto de observación

Entonces si consideramos una matriz de datos A con dimensión N x N (con N impar), que representa la topografía (MED) y sobre el centro de esa matriz ubicamos nuestro punto de observación, el efecto topográfico total para dicho punto de observación esta expresado por g_i :

$$g_T = G\rho D^2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{k=1}^{N-1} \int_{x_i}^{x_{i+1}} \int_{y_k}^{y_{k+1}} \left[\frac{1}{\sqrt{(x_0-x_i)^2+(y_0-y_i)^2}} \frac{1}{\sqrt{(x_0-x_i)^2+(y_0-y_i)^2+(H-z_0)^2}} \right] dydx \dots 4.12$$

donde

$$H = \frac{A_{i,k} + A_{i,k+1} + A_{i+1,k} + A_{i+1,k+1}}{4}$$

En la ecuación 4.12 las integrales se resuelven con el procedimiento de la cuadratura gaussiana. N es el número de renglones y columnas, respectivamente, de la matriz A definida dentro el MED (rejilla patrón), y D es el espaciamiento entre puntos del MED. Al valor absoluto de la de la gravedad observada se le suma, el valor absoluto del efecto calculado en la ecuación 4.12 de tal manera que la corrección topográfica sea siempre positiva.

Rejilla patrón

En la expresión 4.12 se considera solamente una sola estación, observemos que para este caso la matriz A es cuadrada y representa una región delimitada alrededor de un punto de observación que nos describe la topografía. Esta matriz tiene un cierto número de renglones y columnas, que son iguales, y que están determinados por la “**distancia de corrección**”. Es decir, si por ejemplo, tenemos un espaciamiento de $D=100$ metros, entre puntos del MED, y tenemos 300 metros de distancia de corrección, entonces tenemos que $n = (300 \cdot 2 / 100) + 1 = 7$, donde n es la dimensión de la matriz cuadrada A. En la figura 4.5 se muestra el arreglo correspondiente para el ejemplo anterior, para este caso, el efecto será de 36 prismas alrededor de la estación. El efecto total es la suma de todos los efectos de cada uno de los prismas que rodean a la estación.

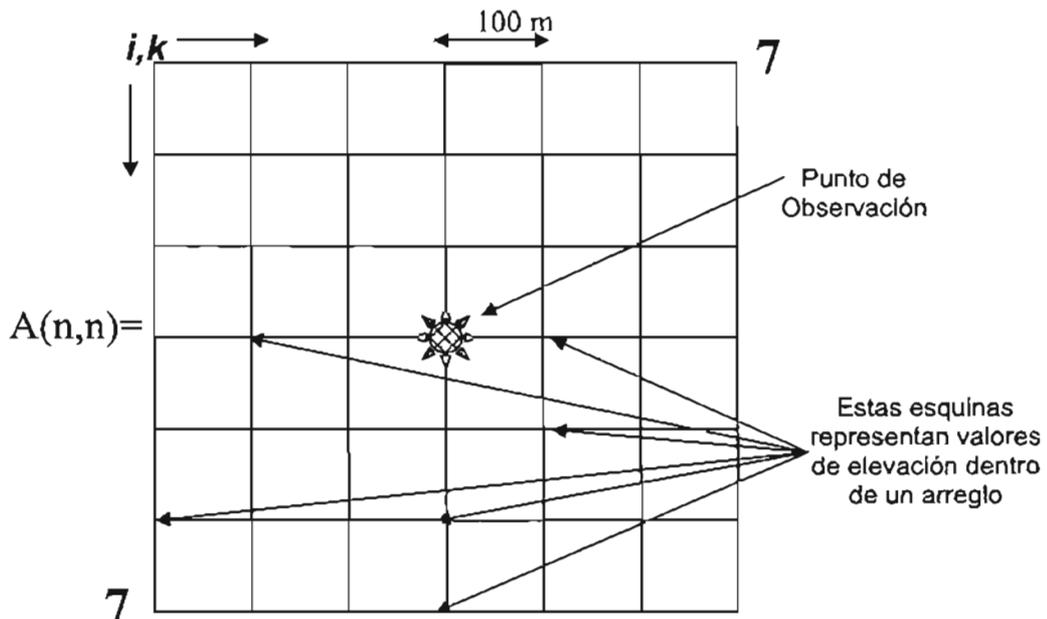


Figura 4.5 Arreglo matricial para el cálculo del efecto topográfico de una estación central. En el centro del arreglo se localiza el punto de observación y alrededor se calcula el efecto una serie de prismas regulares. A este arreglo lo definiremos como **rejilla patrón**.

El problema anterior es planteado para el caso de una estación, sin embargo, en la práctica se realizan perfiles gravimétricos sobre un área definida, la cual esta representada por un MED, y es preciso hacer la corrección topográfica para todas las estaciones. Entonces la "rejilla patrón" se define como el cuadro en color rojo de la figura 4.6 y su **distancia de corrección** será la distancia (horizontal o vertical) del centro a cualquiera de sus extremos. Si una estación de observación se encuentra dentro del MED, la rejilla patrón calcula los efectos de un conjunto de prismas (que representan la topografía) que se encuentran alrededor de la estación. Esta rejilla patrón es una matriz cuadrada, donde los datos de esa matriz corresponden al MED y que calculará el efecto topográfico para un punto dentro del MED.

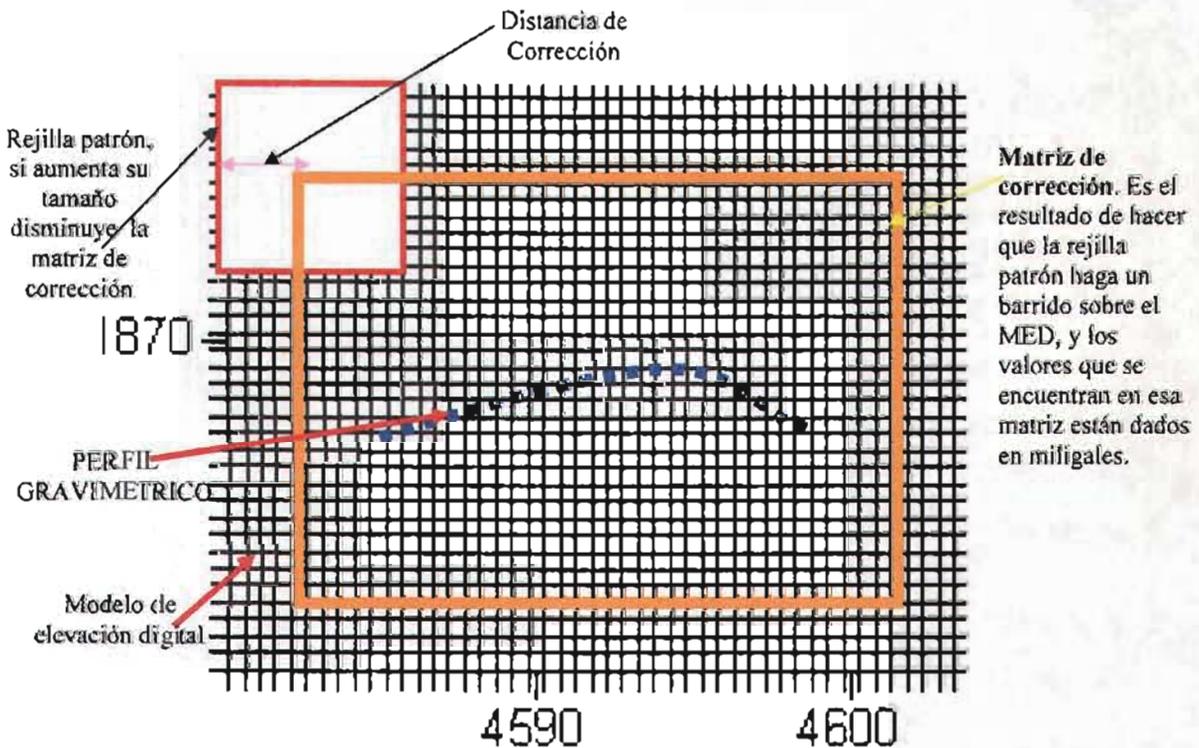


Figura 4.6 Esquema que muestra como se obtiene la matriz de corrección haciendo un barrido con la rejilla patrón sobre el MED.

Barrido sobre el MED

Con los datos de entrada del MED y la distancia de corrección, se genera la rejilla patrón (colocándose inicialmente como se muestra en la figura 4.6) , ésta calculará el efecto para un punto central y después para otro punto contiguo, de manera que haga un barrido sobre toda la matriz que nos representa al MED. El resultado de hacer este barrido será una matriz a la que denominaremos "**matriz de corrección**". La dimensión de la matriz de corrección dependerá directamente de la dimensión de la rejilla patrón, esto es, la distancia máxima de corrección influirá en el tamaño de la matriz de corrección (figura 4.6). Los puntos que la rejilla patrón toma como estaciones de observación pertenecen al MED y están dentro de la matriz de corrección.

Lo que está realizando el programa, es considerar a puntos del MED como puntos de observación, y para cada uno de ellos, calcula el efecto topográfico de los prismas que se forman a su alrededor.

Salida

Después de que la rejilla patrón realizó el barrido sobre los puntos del MED, los valores calculados se ordenan en una matriz (matriz de corrección). Los valores que pertenecen a esta matriz corresponden al efecto topográfico para ese punto ubicado dentro del MED, considerado como un punto de observación. El programa realiza un proceso para acomodar los datos en una columna y guardarlos como un archivo de texto.

Los valores en las diferentes matrices (el MED y la matriz de corrección) están ordenados conforme a su posición geográfica (latitud, longitud). Ya obtenida la matriz de corrección, tenemos los efectos topográficos para toda una región representada por un MED, lo que procede después es sumarle esos efectos a otra matriz previamente definida que me represente la anomalía simple de Bouguer (MASB). Si la MASB no es de la misma dimensión que la matriz de corrección, de

ésta última extraemos una matriz con las mismas dimensiones que la MASB, este procedimiento se hace con el paquete Surfer, para posteriormente ser sumadas. Esta suma también se realiza con el paquete Surfer utilizando la herramienta de “residual”. Lo que debe quedar claro es que la MASB no debe ser más grande (en dimensión) que la matriz de corrección, ya que no sería posible hacer la corrección topográfica. Los valores que representa la MASB estarán en miligales al igual que los extraídos de la matriz de corrección, además de que será muy importante que las coordenadas de los valores de la MASB se encuentren dentro de la zona de la matriz de corrección (como se muestra en la figura 4.6) y el resultado de esto será la aplicación de la corrección topográfica a las estaciones gravimétricas, lo que se conoce como anomalía completa de Bouguer.

-

Algoritmo General

En resumen, el programa propuesto realiza los siguientes procedimientos:

- Leer los datos de entrada que son el MED, la distancia de corrección, y la distancia entre puntos del MED.
- El programa hace una lectura del MED para ordenarlo como una matriz.
- Con los datos de entrada se genera la rejilla patrón.
- Con la rejilla patrón se realiza el barrido de a través del MED, obteniendo así los valores de los efectos topográficos que generarán la matriz de corrección.
- Los valores de la matriz de corrección son arreglados y guardados en un archivo de texto

El procedimiento para realizar estos pasos se expresan en el siguiente algoritmo, que refleja el procedimiento del programa:

LEER TOPOGRAFIA

LEER DISTANCIA DE CORRECCION

LEER DISTANCIA ENTRE PUNTOS DEL MED

TOPOGRAFIA = MATRIZ_TOPO

*DIM_REJILLA PATRON=(DISTANCIA_CORR*2/DIST_ENTRE_PUNTOS)+1*

*N=(DIM_REJILLA PATRON+1)*0.5*

DOU=(DISTANCIA DE CORRECCION)/(DISTANCIA ENTRE PUNTOS DEL MED)

PARA X0= (N) HASTA (NO. DE REGLONES MATRIZ TOPO-N+1)

PARA Y0= (N) HASTA (NO. DE COLUMNAS MATRIZ TOPO-N+1)

PARA V= X0-(DOU) HASTA (X0+(DOU)-1)

PARA W= Y0-(DOU) HASTA (X0+(DOU)-1)

CALCULAR ALTURA DEL PRISMA EN FUNCION DE V y W

DAR PARAMETROS DE CUADRATURA GAUSSIANA

CALCULAR EFECTO TOPOGRAFICO DE UN PRISMA

SUMAR PARA EFECTO DE UN PUNTO CON REJILLA PATRON

TERMINAR W

TERMINAR V

ALMACENAR CÁLCULO COMO PUNTO DE LA MATRIZ DE CORRECCION

TERMINAR Y0

TERMINAR X0

LEER MATRIZ DE CORRECCION

GUARDAR MATRIZ DE CORRECCION COMO ARCHIVO txt

Las características y el listado del programa aparecen en el anexo A.

PRUEBA 1

En la siguiente prueba se considera un área de 10 x 10 kilómetros, teniendo en la zona central una elevación máxima de 1 kilómetro, aproximando este modelo a una figura cónica, con diferentes valores de radio y una altura constante de 1 kilómetro (figura 4.7).

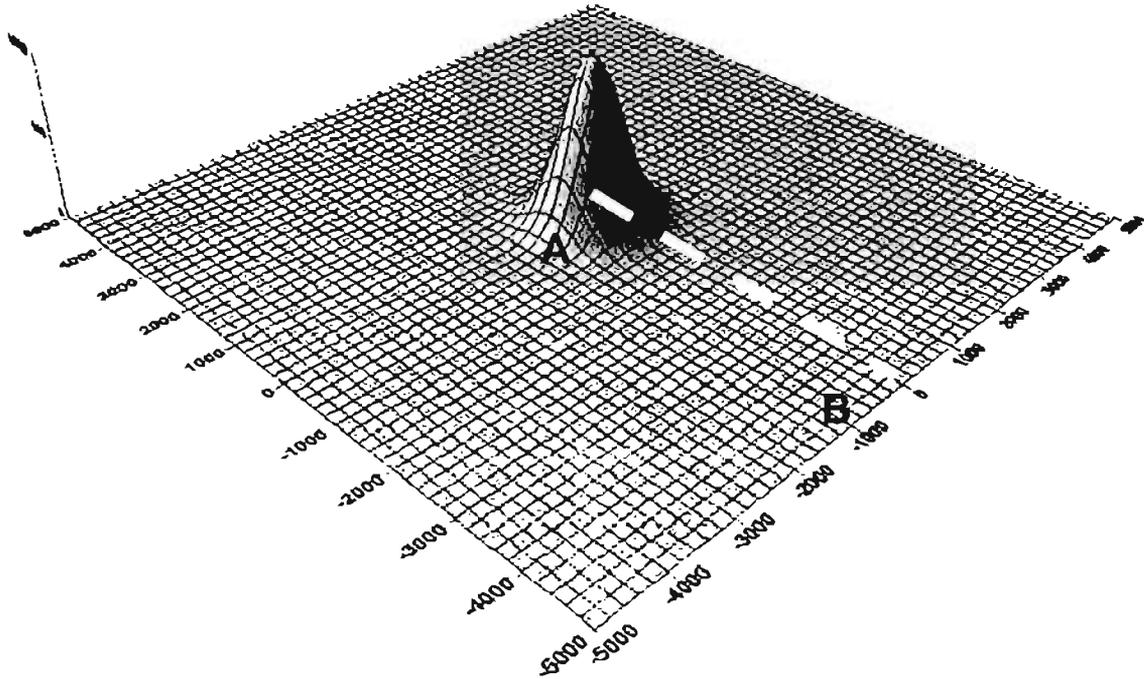


Figura 4.7. Modelo sintético de elevación donde la forma se aproxima a un cono de radio 1000 m y altura de 1000 m. La línea A-B representa un perfil.

El modelo tiene una separación entre celdas de 100 metros, es decir el Modelo de Elevación se compone de una matriz de 101 x 101 puntos. El proceso se hizo considerando una rejilla patrón de 2400 m por cada lado, es decir, que tiene una distancia de corrección 1200 m obteniendo como resultante una matriz de corrección de 77 x 77 puntos. Los valores de corrección para distintos modelos, donde sólo varía el radio se presentan en la tabla 4.1 y se ilustran en la figura 4.8 para el perfil A-B.

Tabla 4.1 Efectos en la coordenada (0,0) para diversos modelos sintéticos

Cono de radio en m	Efecto calculado teóricamente en mGal	Efecto calculado por el programa propuesto	Error en mGal
500	11.8132	15.65389	3.84069
1000	32.7737	30.02227	2.75143
1500	49.8276	39.019515	10.808085
2000	61.855	45.890926	15.964074

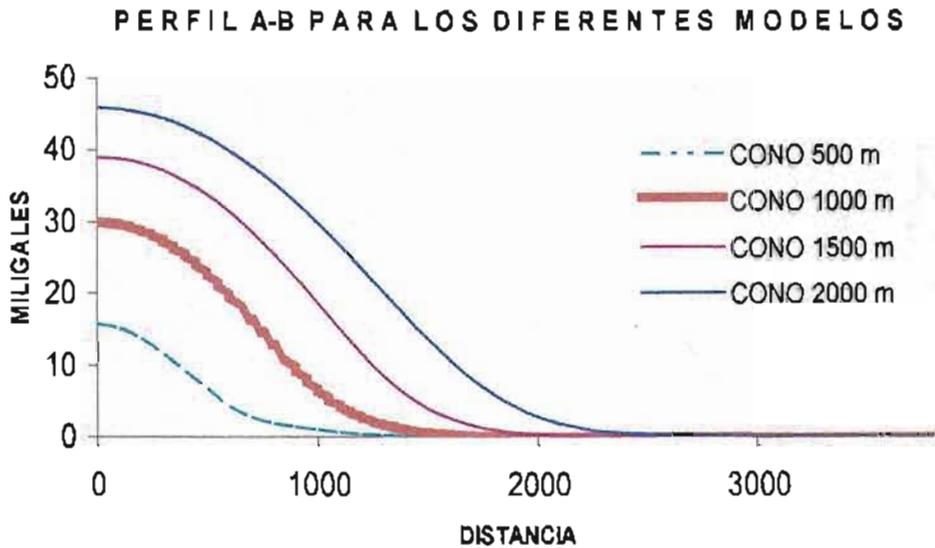


Figura 4.8. Efectos topográficos en miligales, calculados por el programa para diferentes modelos propuestos. La línea A-B representa un perfil.

El valor máximo en la coordenada (0,0), para un radio de 1000 m, que se ha obtenido al hacer esta corrección es de 30.02227 mGal. El valor teórico, para un cono de radio y altura igual a 1000 metros y densidad constante, es de 32.7737 mGal, con lo que tenemos un error aproximado de 8% (2.75 mGal). En la figura 4.8 el perfil A-B muestra (para todos los modelos) cómo el efecto decrece conforme la distancia aumenta.

PRUEBA 2

Para esta prueba, se realizó el cálculo de los efectos del terreno de una zona de estudio propuesta por Tsoulis (2003) (figura 4.9).

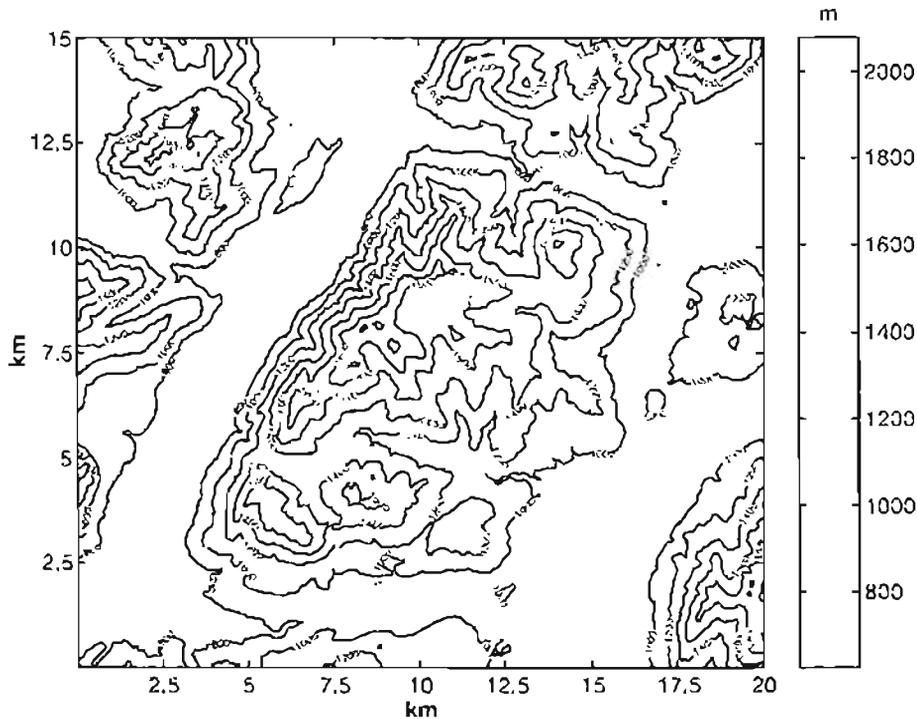


Figura 4.9 El área propuesta se compone de 15x20 Km. y las elevaciones son entre 800 y 2000 metros.

Para esta área, el autor presenta los resultados desde 7.4 a 40.3 miligales de efectos topográficos. Cabe mencionar que el modelo de elevación digital, que propone el autor, está representado en una malla de 50 metros de separación entre cada nodo. Teniendo en cuenta lo anterior se realizó otra malla con los mismos valores de elevación, pero la separación fue de 100 metros entre cada nodo, lo que reduce el número de puntos del nuevo modelo de elevación.

Tomando el nuevo modelo de elevación con una separación de 100 metros, una rejilla patrón con distancia de corrección de 1200 m, y un nivel de observación igual al promedio de elevaciones del modelo topográfico, los resultados que arrojó el programa fueron desde 5 hasta 45 miligales.

Los efectos topográficos son representados en el siguiente mapa de contornos (figura 4.10). Nótese que el área de corrección disminuye en 1200 metros con respecto al área que cubre la topografía, esto se debe a que la rejilla patrón hace un barrido sobre la matriz de la topografía y opera sobre sus datos, dando como resultado una matriz de menor dimensión.

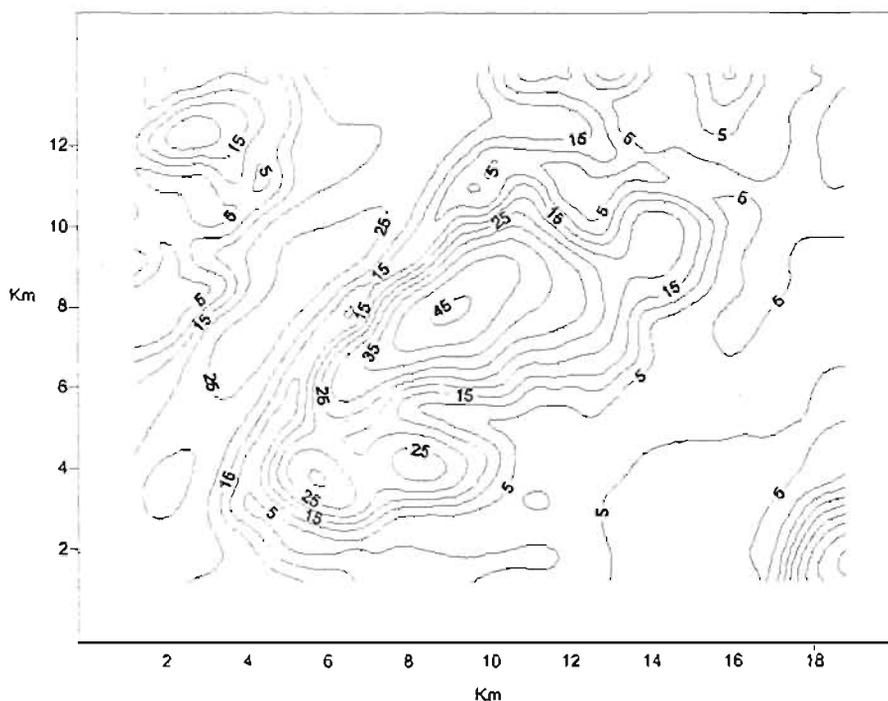


Figura 4.10 El área propuesta se compone de 13.8x18.8 Km. Y los contornos son entre 5 y 45 miligales. El área de la corrección topográfica se ve reducida en 1200 m por cada lado, en comparación con el área de la topografía, debido a la rejilla patrón.

Con los resultados obtenidos en esta prueba se puede observar que el programa realiza una muy buena aproximación, con un error aproximado del 12% con respecto a los valores máximo y mínimo de efecto topográfico reportados por Tsoulis (2003). Cabe mencionar que los valores que el autor reporta son para las zonas en donde se tiene el relieve muy abrupto (de 7 a 40.3 mGal), por que en las zonas relativamente planas existen valores de corrección menores a 4 mGal (figura 4.11).

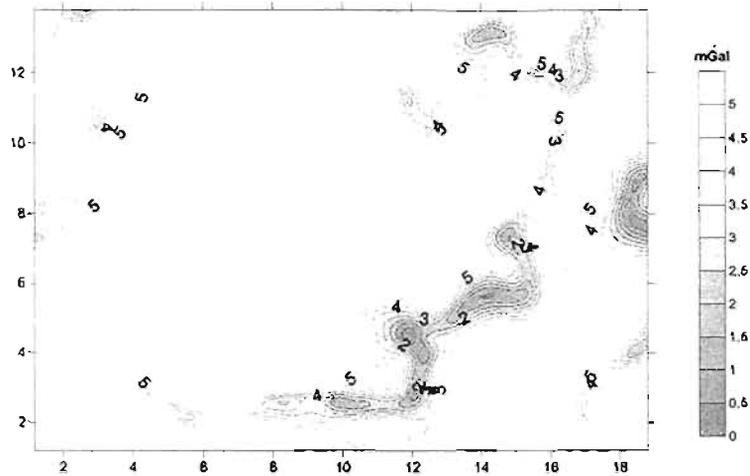


Figura 4.11 Contornos de corrección para las zonas relativamente planas con valores desde 0 a 4 mGal.

A manera de comparación se calculó el efecto de corrección topográfica usando el programa propuesto por Herrera (1991), cuyos resultados se muestran en la figura 4.12. En las zonas donde se tienen las mayores elevaciones las diferencias entre los métodos en de 5 mGal, sin embargo, en las zonas de bajos topográficos el programa de Herrera (1991) no hace una corrección considerable y la diferencia es de hasta 17 m Gal.

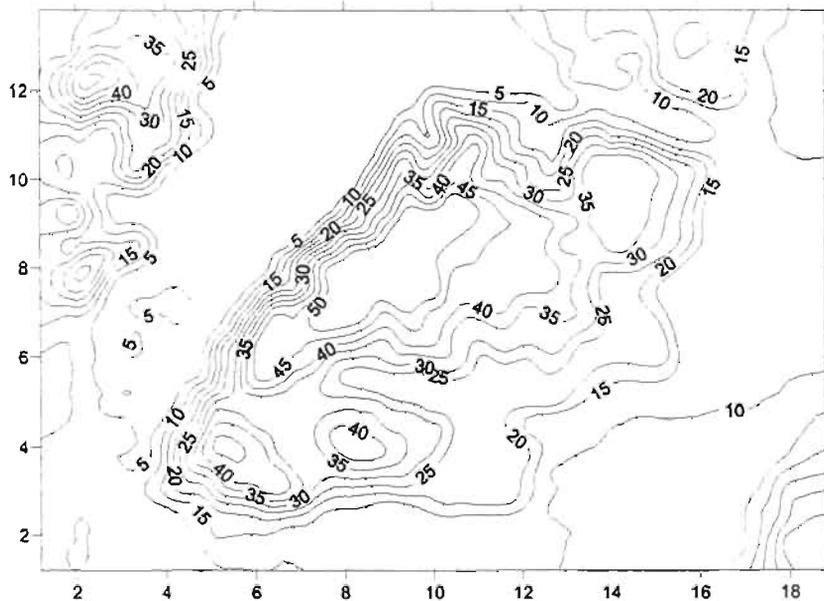


Figura 4.12 Contornos de corrección obtenidos por el programa de Herrera. Los valores van de 5 a 59 mGal.

CAPITULO V

APLICACION PRÁCTICA DEL PROGRAMA A UN ESTUDIO GRAVIMETRICO REALIZADO EN EL ESTADO DE PUEBLA

Objetivos del estudio

Como una de las actividades que se llevan acabo en el Instituto de Geofísica de la UNAM, el grupo de exploración, realiza la evaluación del acuífero del valle de Puebla. Para ello se han realizado diversos levantamientos geológicos, geofísicos e hidrológicos. Uno de los objetivos principales de este estudio, es definir la estructura del basamento, con objetivos geohidrológicos. Una de las campañas de campo realizadas consistió en prospección eléctrica, el método magnetotelúrico y la prospección gravimétrica. Para el caso particular de este trabajo, los datos que nos interesan son los obtenidos en el levantamiento gravimétrico, sobre éstos datos aplicaremos el programa de corrección topográfica.

UBICACIÓN Y GEOLOGIA DE LA ZONA DE ESTUDIO

LOCALIZACIÓN

El Valle de Puebla se localiza en la parte centro oeste del estado de Puebla. Limita al norte con el estado de Tlaxcala, al sur con los municipios de Cholula y la ciudad de Puebla, al oriente con el volcán la Malinche y al poniente con los volcanes popocatepetl e iztacchihuatl.

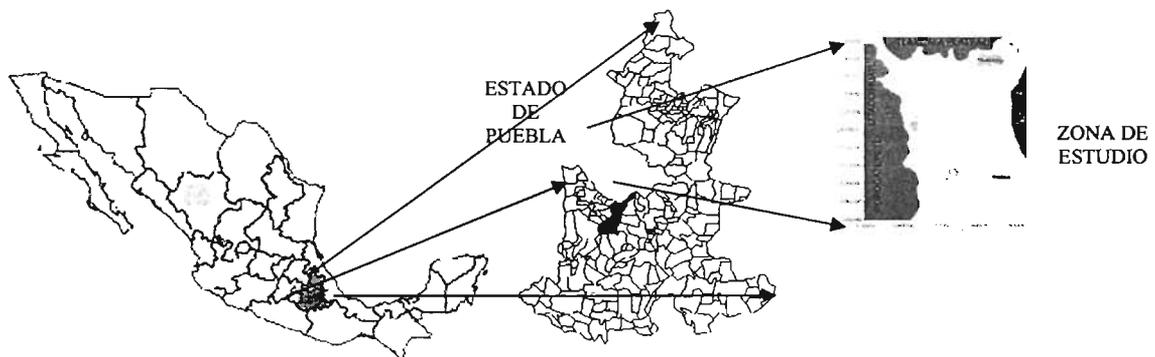


Figura 5.1 Ubicación de la zona de estudio, Valle de Puebla

GEOLOGÍA DEL ESTADO DE PUEBLA, (COLUMNA ESTRATIGRÁFICA)*

ERA	PERIODO	ÉPOCA	LITOESTRATIGRAFÍA
CENOZOICO	CUATERNARIO	HOLOCENO PLEISTOCENO	<p>Conglomerados, arenas, arcillas, sedimentos lacustres, depósitos de talud y aluvión, así como calizas lacustres, travertino, arcillas lacustres.</p> <p>Formaciones Agua de Luna y Pie de vaca.</p>
		TERCIARIO	PLIOCENO
	MIOCENO		Lutitas, margas y areniscas interestratificadas. FM. Velasco, Fm. Guayabal, Fm. Chapopote. Fm. Tantoyuca.
	OLIGOCENO		Lutita, arenisca, caliza coralina y conglomerado. Fm. Mesón, Fm. Alazán, Fm. Coatzintla, Fm. Palma Real, Fm. La Laja.
	EOCENO		Marga arenosa, arenisca, conglomerado y marga con caliza. Fm. Chicontepec Superior y Lutitas Nanchital.
PALEOCENO	Lutita, marga arenosa con arenisca compacta. Fm. Chicontepec Inferior y Chicontepec Medio.		
MESOZOICO	CRETÁCICO	SUPERIOR	<p>Caliza arcillosa, marga y lutita calcárea. Fm. Méndez, Fm. San Felipe, Fm. Agua Nueva, Fm. Caliza Maltrata, Fm. Atoyac, Fm. Soyatal, Fm. Mexcala y Fm. Cuautla.</p>
		INFERIOR	<p>Calizas con bandas de Pedernal, caliza micrítica, caliza cárstica. Fm. Morelos, Fm. Tamaulipas Inferior, Fm. Orizaba, Fm. Capolucán, Caliza Sierra Madre, Fm. Xonamanca y Fm. Zapotitlán</p>
	JURÁSICO	SUPERIOR	Caliza y lutita, calcarenita oolítica, lutita pizarrosa y lutita bentonítica. Fm. Pimienta. Fm. Tamán, Fm. San Andrés, Fm. Tepexi. Fm. Tenexcate, Fm. Chinameca, Fm. Mapache, Fm. Santiago, Fm. San Pedro.
		MEDIO	Limolita, arenisca y conglomerado. Fm. Cahuasas, Gpo. Tecocoyuca y Fm. Tenexcate, ocasionalmente presenta rocas volcánicas andesíticas.
		INFERIOR	Lutita, limonita bandeada, arenisca y lutita bituminosa. FM. Huayacocotla, Fm. Rosario, Fm. Tecomazúchil.
	PALEOZOICO	TRIÁSICO	SUPERIOR
INFERIOR			No aflora
PÉRMICO		Secuencia tipo flysch de lutita y arenisca en estratos delgados con pliegues en chevrón. Fm. Guacamaya, Fm. Matzitzi	
CARBONÍFERO		No aflora	
DEVÓNICO		Rocas metamórficas de bajo grado caracterizadas por metasedimentos, así como migmatita, gneis, esquistos, filita, pizarra y rocas metaigneas, tales como roca verde y milonita. Complejo Acatlán.	
SILÚRICO			
ORDOVÍCICO			
CÁMBRICO		No aflora	
PRECÁMBRICO			Ortogneis, anortosita, rocas metamórficas de las facies de granulita, troncos intrusivos y diques de composición ácida. Complejo Oaxaqueño.

Sedimentos metamorfozados, textura cataclástica. Complejo Mazateco. (Mm). Una Secuencia Vulcanosedimentaria Típica (Mvs).

* Tomado de la Monografía Minera del Estado de Puebla, COREMI

ADQUISICIÓN DE DATOS Y TRABAJO DE CAMPO

El estudio consistió en realizar dos perfiles gravimétricos en las afueras de la ciudad de Puebla con estaciones cada 500 metros. El perfil 1 se realizó en la Autopista de cuota Atlixco, después se continuó por la carretera federal a Atlixco, y en dirección a la ciudad de Puebla. El segundo perfil se realizó sobre la carretera federal México-Puebla iniciando en el poblado de San Sebastián continuando por la carretera federal a México, con estaciones cada 500 metros. En el siguiente croquis se ilustra la disposición de las diferentes estaciones durante los dos días de realización del estudio.

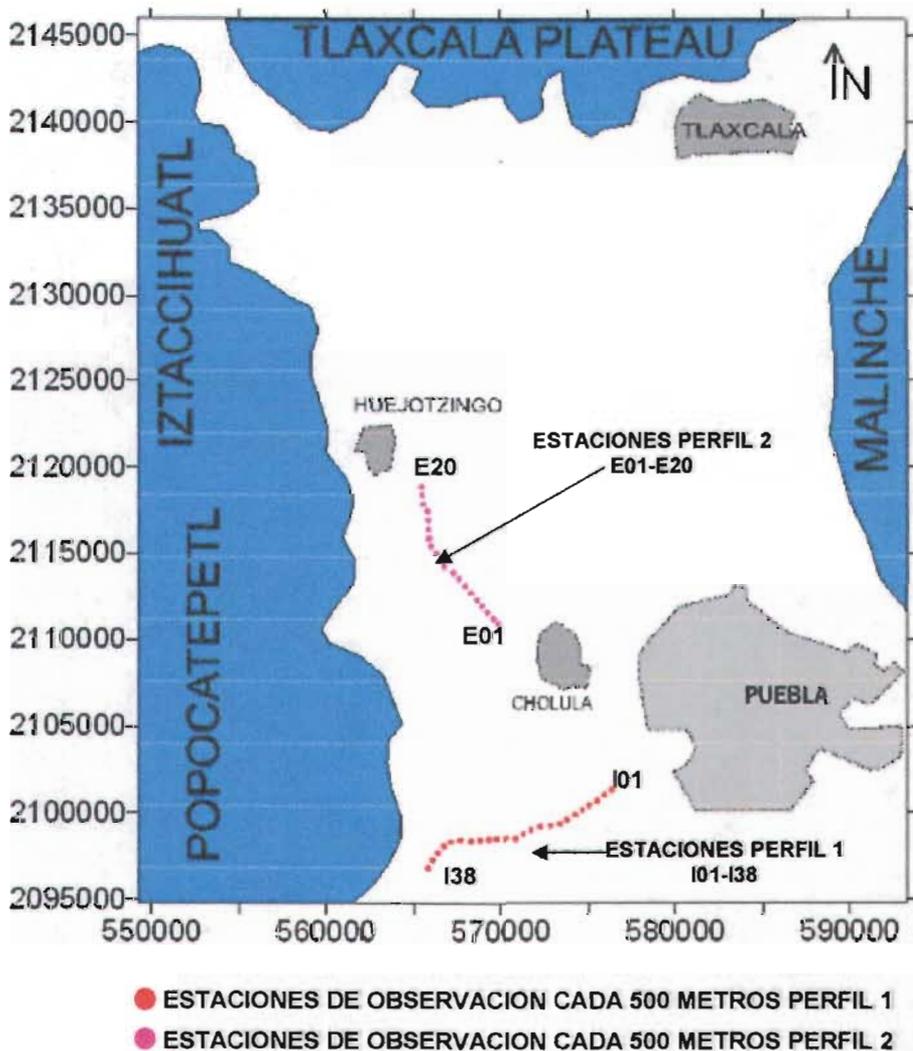


Figura 5.2 Croquis de localización de los puntos de observación.

El equipo con el que se realizaron las mediciones en campo fue un Lacoste & Romberg modelo G-247 (figura 5.3) y las especificaciones son las siguientes:

- **RANGO:** 0-7000 miligales
- **EXACTITUD:** 0.04 miligales
- **RESOLUCIÓN:** 0.01 miligales
- **DERIVA:** 1.0 miligales por mes
- **LONGITUD:** 19.7 cm.
- **ANCHURA:** 17.8 cm.
- **ALTURA:** 25.1 cm.
- **PESO:** 3.2 Kg.
- **BATERIA:** 12 V, 7.0 Ah
- **LECTURA DE ESTABILIZACIÓN:** 3.2



Figura 5.3 Gravímetro utilizado en el área de estudio.

Para obtener los valores verdaderos de aceleración, los valores que se obtienen del equipo son multiplicados por un factor de conversión, este factor es previamente calculado en función de la respuesta de los resortes del gravímetro a diferentes rangos de g (la tabla completa se encuentra en el anexo B). Para nuestro caso en particular, los valores obtenidos en campo se encuentran en los rangos de 14000 y 15000 miligales, entonces los factores de conversión para nuestros datos serán los siguientes:

Rango de Lecturas	Valor en miligales	Factor por intervalo
1400	1466.31	1.04830
1500	1571.14	1.04845

Por último para obtener los valores reales de gravedad observada, se corrigen los datos por efecto de deriva y se referencian a un valor de gravedad absoluta ubicado en Ciudad Universitaria, el cual es de 977927 mGal.

ORDENAMIENTO DE LOS DATOS

El ordenamiento de los datos se encuentra organizado por el nombre de la estación y su localización geográfica, continuando con los valores de gravedad observada, y añadiendo la hora en que fueron registrados (ANEXO C).

Las estaciones base son las siguientes:

TABLA 5.1 ESTACIONES BASE

BASE	LATITUD (UTM)	LONGITUD (UTM)	ELEVACION (m)	LECTURA 1	LECTURA 2
B1 Hotel	579408	2108760	2023	1526.58	1526.6
B2 Hotel	579408	2108760	2023	1526.44	1526.6
B3 CU	481561	2136916	2287	1473.1	1473.99

PROCESAMIENTO DE LOS DATOS

El procesamiento de los datos consistió en la corrección por deriva del gravímetro, gravedad observada menos gravedad teórica, aire libre y placa Bouguer, obteniendo como resultado las tablas y gráficos que mostramos a continuación.

Después de referenciar las lecturas al valor de Ciudad Universitaria y calcular la deriva del gravímetro, se calculan las correcciones y los resultados se presentan en el ANEXO C.

GRAFICAS DE LOS DATOS PROCESADOS

Después de calcular las correcciones para los datos de las estaciones, se grafican los dos perfiles, mostrando la gravedad observada y cada una de las anomalías obtenidas para los datos en los dos perfiles (figuras 5.4 y 5.5)

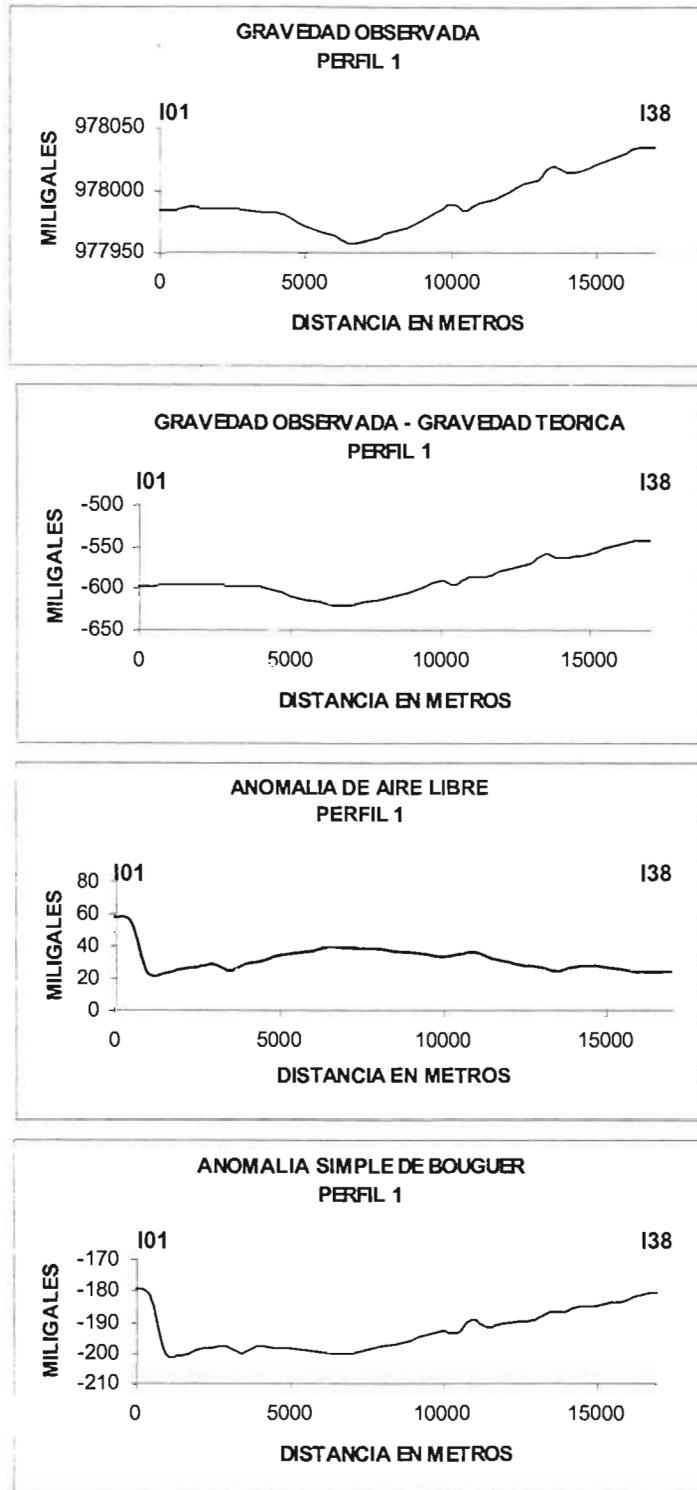


Figura 5.4 Gráficas para el perfil 1

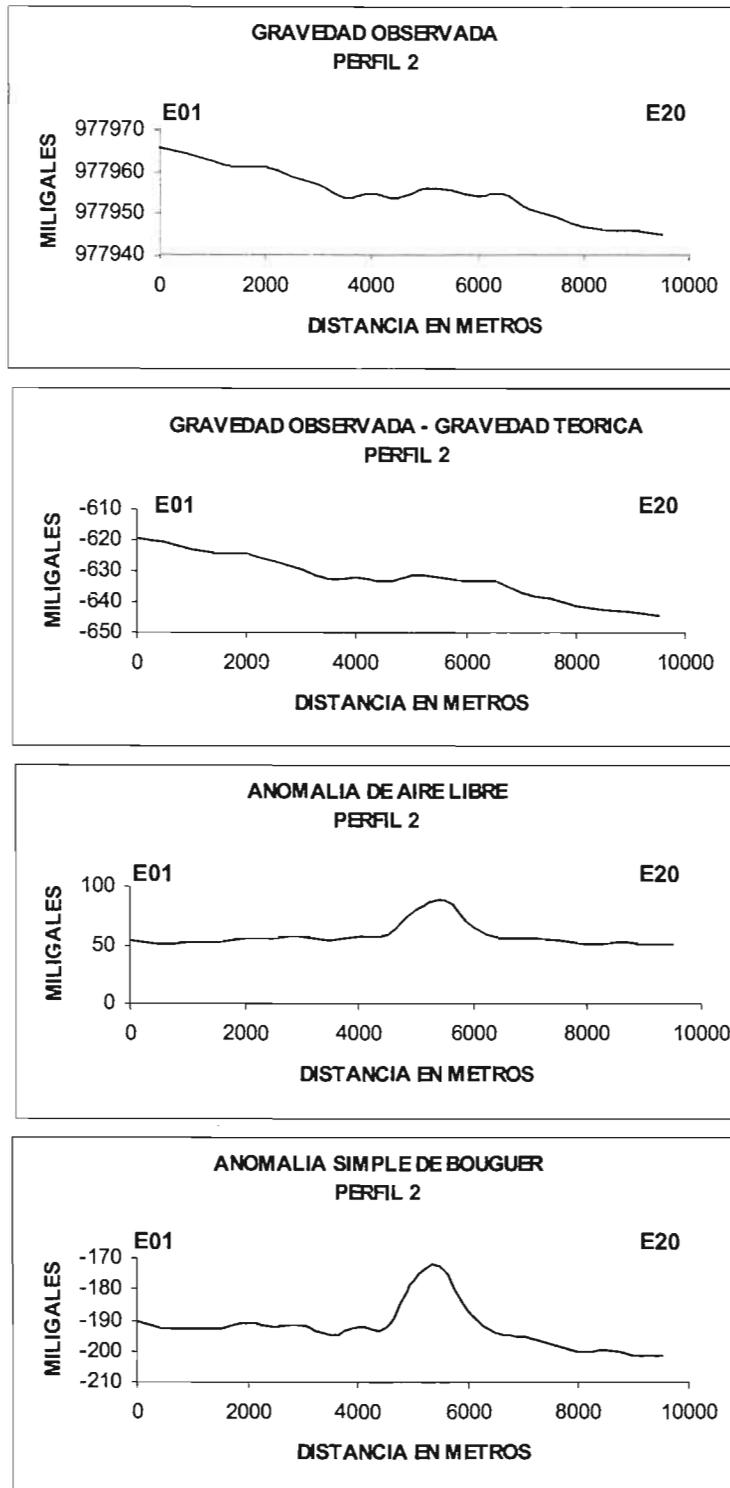


Figura 5.5 Gráficas para el perfil 2

CORRECCIÓN TOPOGRAFICA DEL ÁREA DE ESTUDIO

Después de obtener la anomalía simple de Bouguer, se calculó el efecto topográfico sobre un modelo de elevación digital de una zona del estado de Puebla, en esta zona se encuentran integrados los puntos de observación. Este modelo de elevación se representa en una malla de 621 renglones y 571 columnas, donde los nodos se encuentran igualmente espaciados cada 100 metros.

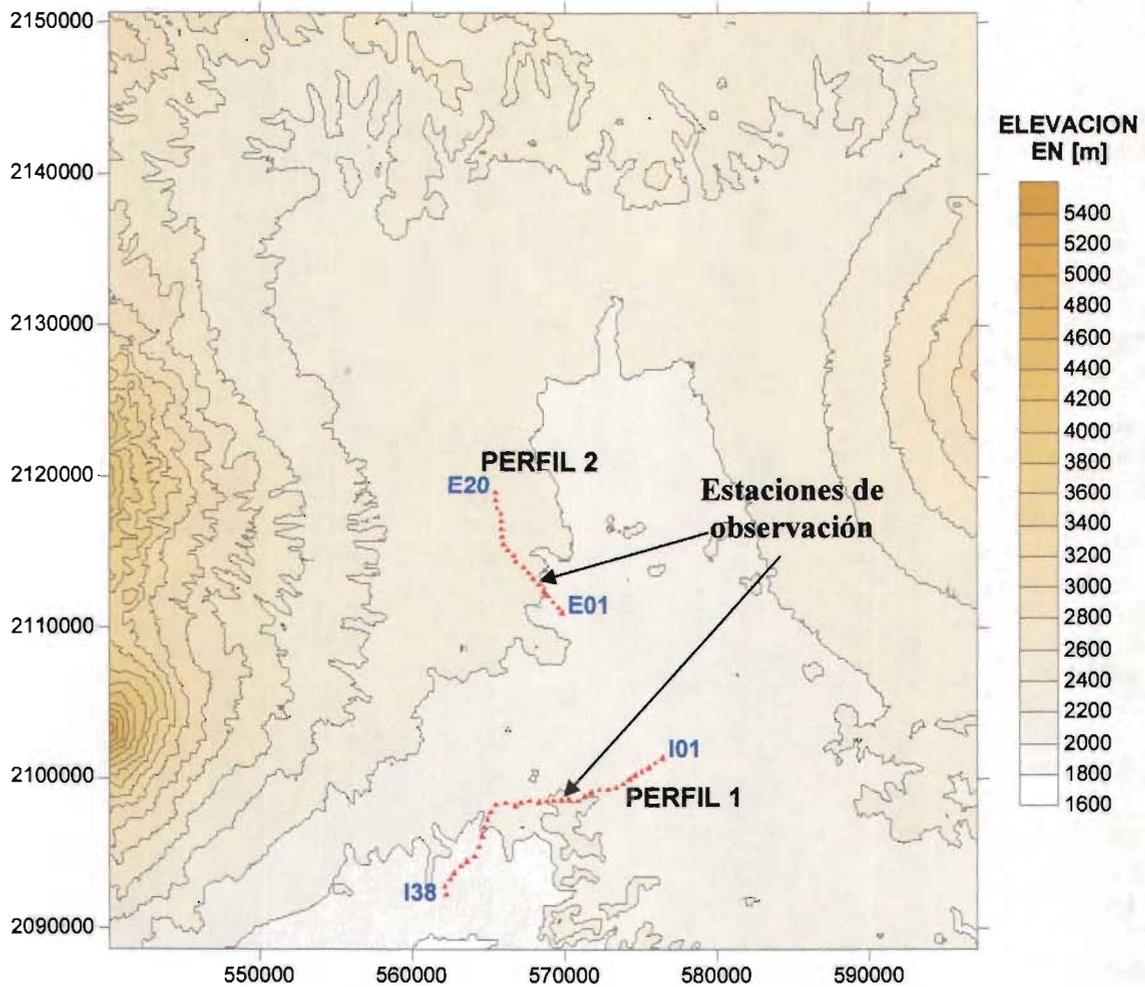


Figura 5.6 Modelo de elevación que se utilizó para calcular los efectos de la topografía. Los puntos de observación están marcados en rojo

Para obtener la matriz de corrección se elige una rejilla patrón con distancia de corrección de 1200 m, que va recorriendo el modelo de elevación digital, el plano de observación tiene una altura de 2104.5, y representa el promedio de elevación

de las estaciones. Los resultados que se obtienen son de una matriz de 597 renglones x 547 columnas, y las correcciones varían desde 5 mGal hasta 95 mGal en las zonas más altas. Existen valores de menos de 5 mGal para las zonas de bajo relieve pero se consideran despreciables para los objetivos del estudio (figura 5.7).

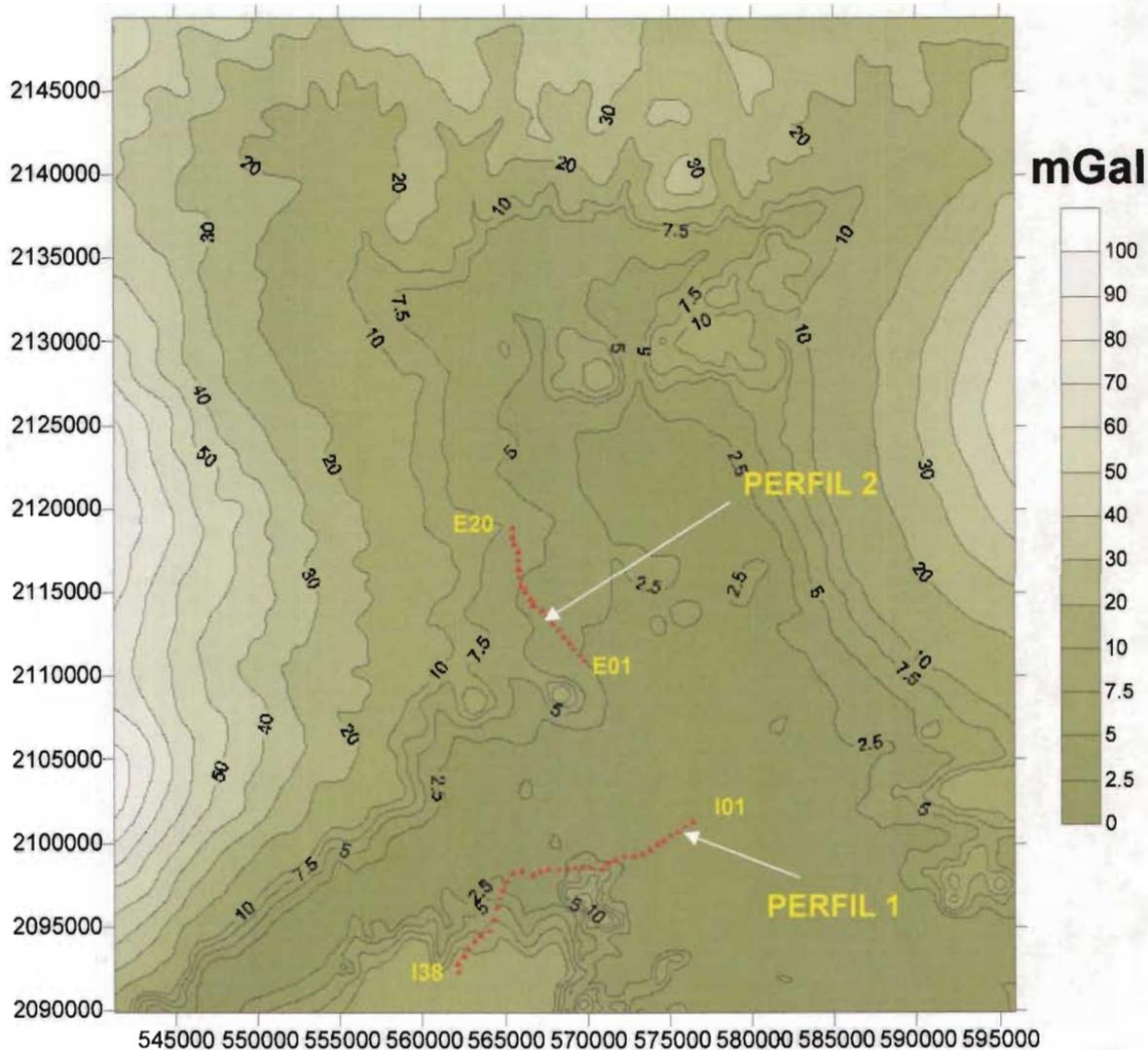


Figura 5.7 Matriz de corrección del área de estudio

Después de obtener la matriz de corrección, se tomaron las longitudes y latitudes de las estaciones de observación, y éstas se interpolaron en la matriz de corrección. Con esto, se obtuvieron los valores de corrección que le corresponden a cada estación (figura 5.8) y se sumaron a los valores de anomalía simple y se

obtuvo la anomalía completa de Bouguer (figura 5.9). Cabe mencionar que las estaciones se encuentran en una zona con poco relieve y las correcciones que les corresponden van desde 2 mGal hasta 7.0 mGal, para las estaciones que aparecen en las gráficas.

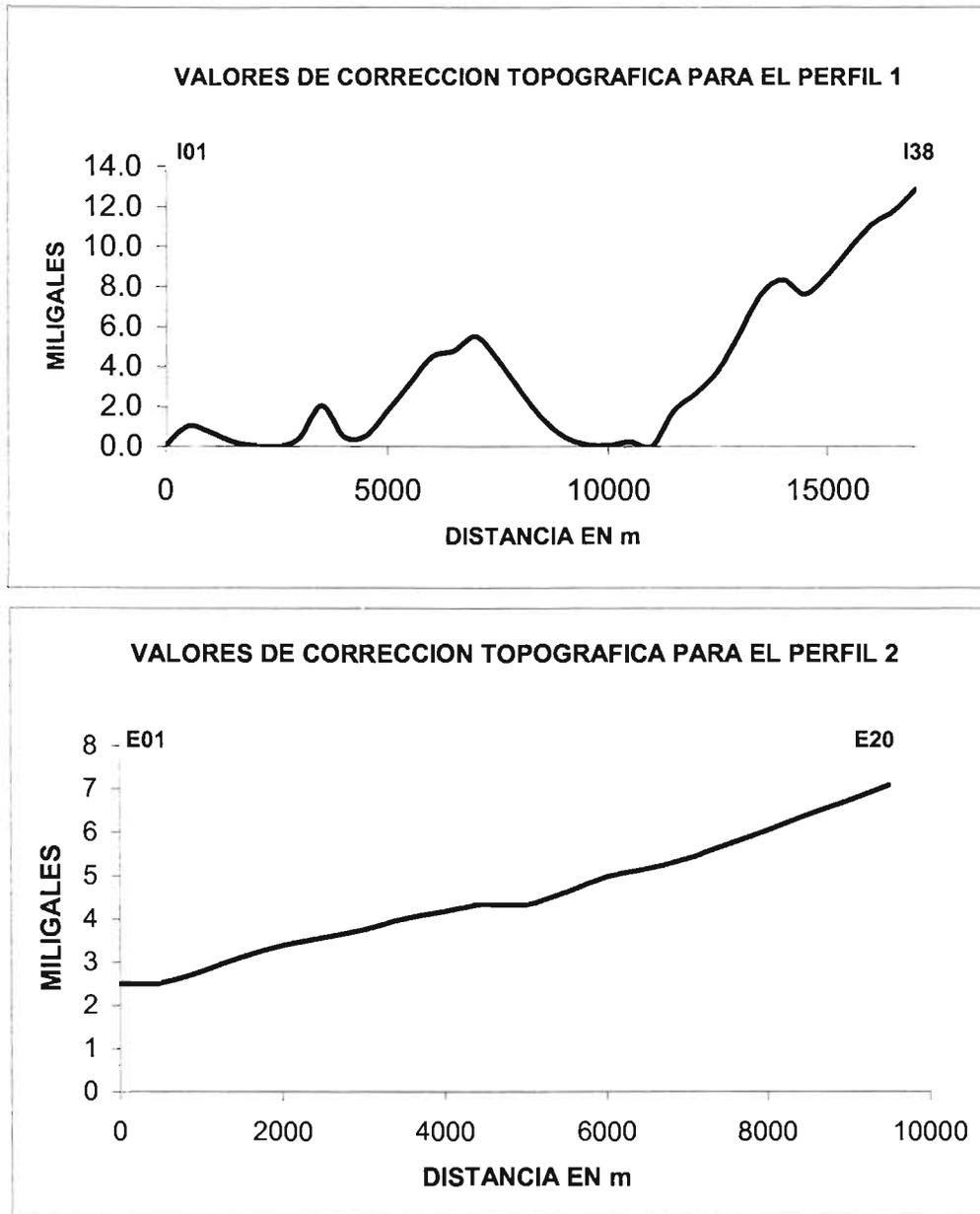


Figura 5.8 Valores de Corrección topográfica para los perfiles 1 y 2

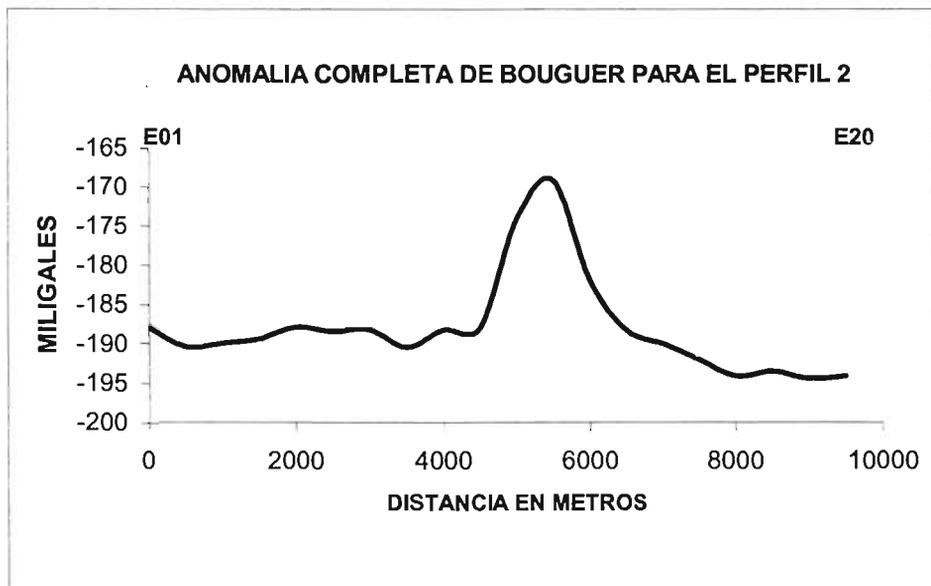
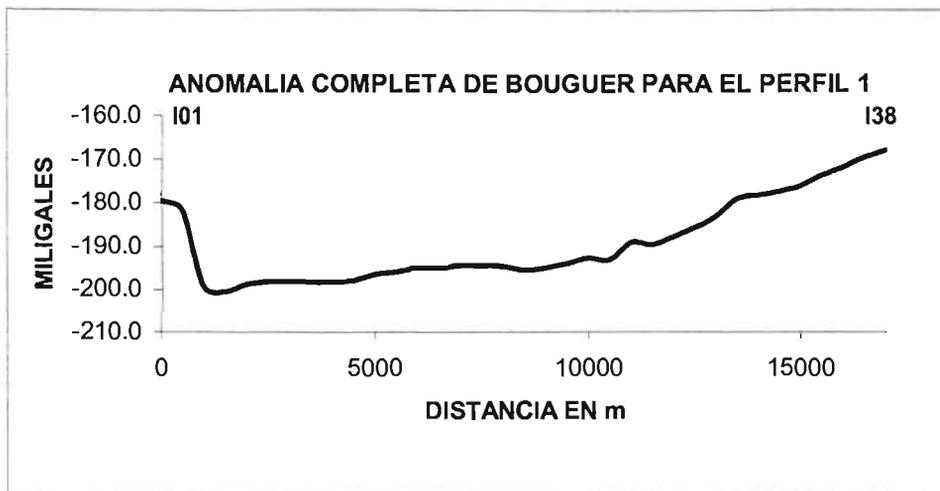


Figura 5.9 Anomalia completa de Bouguer para los perfiles 1 y 2

Para obtener una observación más a detalle se graficaron perfiles topográficos y sus correspondientes anomalías de Bouguer. El primer perfil se presenta en la figura 5.11 donde se observa como el programa propuesto realiza la corrección en la zona (entre los 4000 y 9000 metros de distancia) donde se tiene una elevación topográfica de 150 metros aproximadamente. Los valores de anomalía simple se corrigen por el efecto de esa masa, observando un descenso muy abrupto de casi 20 mGal entre los primeros 1000 metros de distancia.

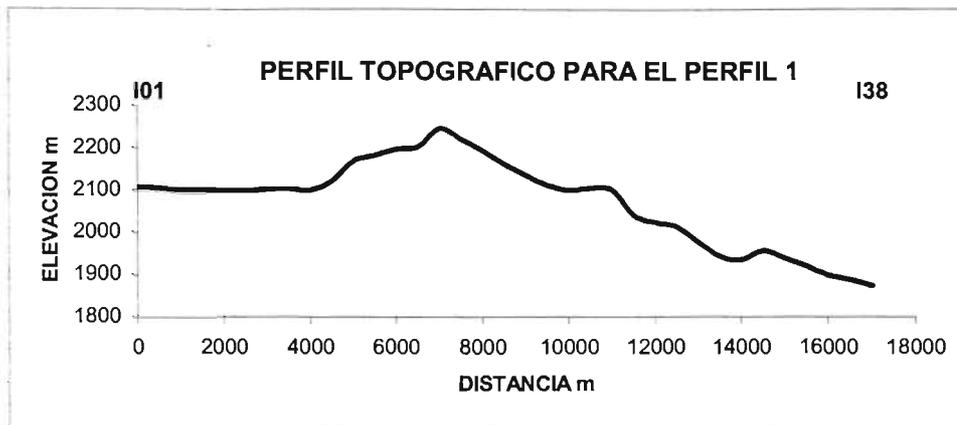


Figura 5.10 Topografía para el perfil1 (estaciones I01 a I24)

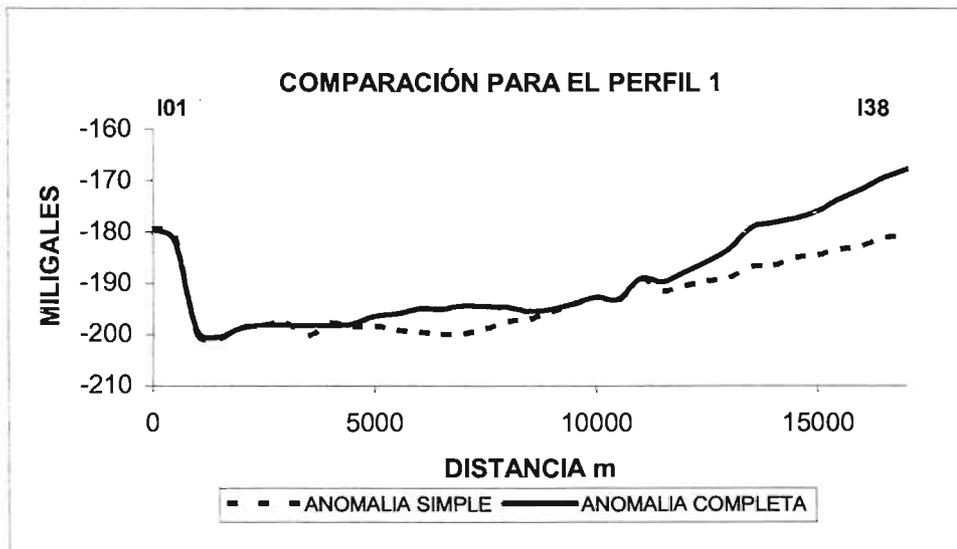


Figura 5.11 Gráfico comparativo entre anomalías simple y completa de Bouguer para el perfil 1 (estaciones I01 a I24)

Para el segundo perfil, consideramos a las estaciones de E01 a E20. Observamos que el perfil topográfico (figura 5.12) muestra una cierta pendiente y vemos que el programa propuesto realizó una corrección en esta zona de aproximadamente entre 2.5 mGal y 7 mGal (figura 5.13). El valor máximo de anomalía se presenta entre los 4500 y 6000 metros de distancia con un valor de 15 mGal aproximadamente.

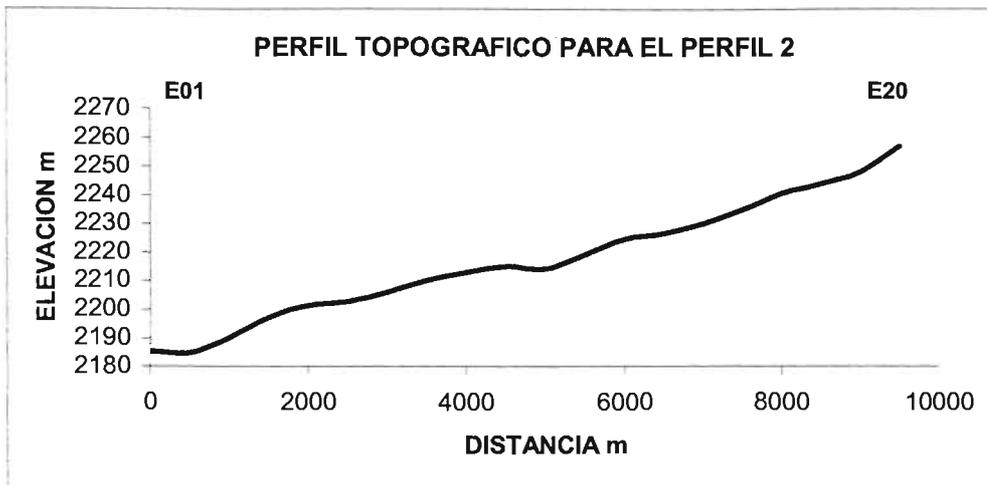


Figura 5.12 Topografía para el perfil 2 (estaciones E01 a E20)

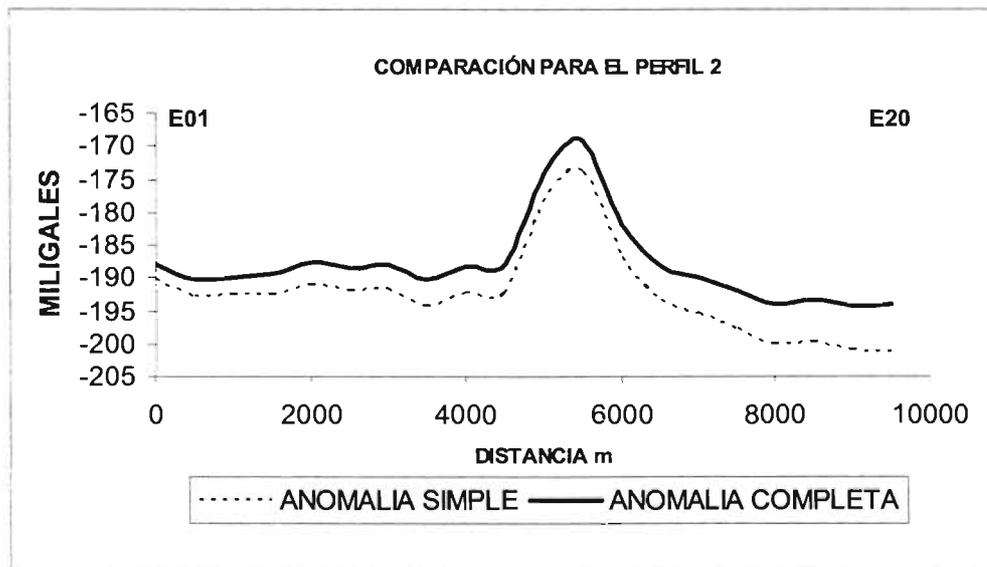


Figura 5.13 Gráfico comparativo entre anomalías, simple y completa, de Bouguer para el perfil 2 (estaciones E01 a E20)

CAPITULO VI

CONCLUSIONES GENERALES

El método de corrección topográfica desarrollado en el presente estudio calcula, de manera automatizada, los efectos gravimétricos debidos a la topografía sobre un modelo de elevación digital (MED), a diferencia de los otros métodos que calculan este efecto para cada estación. Una de las ventajas del método es que realiza un barrido sobre el MED y genera una malla de datos de corrección topográfica que representa casi la totalidad del MED. Posteriormente, esta malla puede ser utilizada para perfiles o para datos puntuales que se encuentren en el área de corrección.

El tiempo de proceso es bastante rápido, por ejemplo, para el caso de la cuenca de Puebla se tenía una MED de 621 x 571 nodos, y tomó aproximadamente 10 minutos en calcular la matriz de corrección. La computadora utilizada fue una PC con 512 Mb en RAM y un procesador Pentium IV. Para el caso del modelo sintético del cono (prueba 1), no rebaso los 4 minutos de tiempo de proceso.

Las pruebas realizadas al programa de cómputo reflejan su efectividad. En la prueba 1, observamos que los efectos topográficos reproducen una superficie similar a la topográfica. La figura que se modela es una aproximación de diferentes conos con radios de 0.5 a 2.5 Km y altura de 1 Km. El error obtenido entre el cálculo teórico para un cono y el efecto calculado para la figura modelada, es de aproximadamente de 15% (2 a 15 mGal).

En el caso de la prueba 2, se utilizaron herramientas computacionales para reproducir las mallas de topografía expuestas en el artículo de Tsoulis (2003). La idea fue aproximar el relieve topográfico que el autor propone, sin embargo, la interpolación de los puntos muestreados de la figura, llega a modificar los valores de las elevaciones topográficas y los valores de corrección se ven alterados. Después de aplicar el programa a la malla que representa la topografía, los valores que reporta el programa, para la zona de topografía abrupta, son de 5 a 45

mGal, Tsoulis (2003) reporta un valor máximo de 40.3 mGal y un mínimo de 7 mGal, dentro de la misma zona. En las zonas donde la topografía es igual o menor a los 800 metros (es decir donde no se tienen contornos) el programa propuesto calcula valores entre 0 y 4 mGal, incluso la mayoría de los valores se encuentran entre 0 y 1 mGal, por lo que la diferencia obtenida en general es de 5 mGal.

El tiempo de proceso fue de menos de 4 minutos con un procesador Pentium IV HT con 512 MB en RAM, Tsoulis (2003) reporta un tiempo de cálculo de 3 días con un procesador Pentium III, él calculó la corrección sobre una malla más fina, ya que la separación entre puntos del MED fue de 50 metros. La malla utilizada para el caso de este trabajo contó con una separación de 100 metros entre valores de topografía. Para este mismo ejemplo se calculó la corrección topográfica utilizando el programa de Herrera (1991) sobre una malla de 200 metros de separación, en este caso la diferencia fue de 10 mGal en promedio. En las zonas de altos topográficos las diferencias son de 5 mGal, mientras que en las zonas de bajos topográficos, las diferencias son hasta de 20 mGal.

Los resultados que se tuvieron en el estudio de Puebla muestran valores hasta de 80 mGal, en las zonas altas correspondientes a edificios volcánicos. En el área en donde se realizaron los levantamientos gravimétricos, las anomalías llegan a ser de hasta 15 mGal.

Para el caso de los levantamientos gravimétricos, en el perfil 1 se observa que el efecto causado por la elevación topográfica, entre los 4000 y 9000 m del origen, es atenuado por el programa, de tal manera que los valores de la anomalía completa de Bouguer aumentan aproximadamente en 5 mGal. Para el caso del perfil 2, observamos que la corrección topográfica, no excede los 5 mGal, por lo que no sería necesario aplicar esta corrección, ya que la anomalía queda muy bien definida, a pesar de la pequeña pendiente topográfica.

El método propuesto presenta un comportamiento aceptable de acuerdo a las pruebas que fue sometido, no obstante se debe considerar que éste método contiene un error numérico. Para la optimización del programa propuesto es necesario realizar pruebas adicionales con valores analíticos ya establecidos, así mismo aplicarlo a otros datos obtenidos en campo. Una limitante del método es que solo considera MED en coordenadas UTM, ya que el espaciamiento entre puntos debe estar en unidades de metros.

Con el desarrollo de este tipo de métodos computacionales, y la mejora continua de éstos, se demuestra que los egresados de la carrera de Ingeniería Geofísica de la UNAM, podemos desarrollar nuestras herramientas de procesamiento de datos geofísicos para mejorar los resultados.

REFERENCIAS

Artículos consultados

- **Cogbill, A.H.**, 1990. Gravity terrain corrections using digital elevation models. *Geophysics* 55, 102–106.
- **García-Abdeslem, J., Martín-Atienza, B.**, 2001. A method to compute terrain corrections for gravimeter stations using a digital elevation model *Geophysics* 66, 1110–1115.
- **Hammer, S.**, 1939, Terrain corrections for gravimeter stations *Geophysics*, 4,184–194.
- **Herrera-Barrientos, R. Fernández**, 1991. Gravity terrain corrections using Gaussian surfaces. *Geophysics* 56, 724-730.
- **Kane, M. F.**, 1962, A comprehensive system of terrain corrections using a digital computer, *Geophysics*, 27, 455–462.
- **Krohn, D. H.**, 1976, Gravity terrain corrections using multiquadric equations *Geophysics*, 41, 266–275.
- **Nagy, D.**, 1966a, The prism method for terrain corrections using digital computers *Pure Appl. Geophysics.*, 63, 31–39.
- **Nagy, D.**, 1966b, The gravitational attraction of a right rectangular prism *Geophysics*, 31, 362–371.
- **Olivier, Raymond J.**, 1981. Improvement of the conic prism model for terrain correction in rugged topography. *Geophysics*, 46, 7, 1054-1056
- **Parker R. L.** 1995. Improved Fourier terrain correction, Part I. *Geophysics* 60, 1007-1017.
1996. Improved Fourier terrain correction, Part II. *Geophysics* 61, 365-372.
- **Tsoulis Dimitrios**, Terrain modeling in forward gravimetric problems a case study on local terrain effects. *Journal of Applied Geophysics* 54 (2003) 145– 160
- **Zhou X., Zhong B. & Li X.** 1990. Gravimetric terrain corrections by triangular-element method. *Geophysics* 55, 232-238.

Textos consultados

- **Blakely, Richard J.**
Potential theory in gravity and magnetic applications
Cambridge University, 1994
- **Burger, Henry Robert,**
Exploration geophysics of the shallow subsurface
Englewood Cliffs, New Jersey : Prentice Hall, 1992
- **Kearey, Philip**
An introduction to geophysical exploration
Oxford, Blackwell Science, 2002
- **Mironov, V. S.**
Curso de prospección gravimétrica
Barcelona; México, Reverte, 1977
- **Monografía Mínera del Estado de Puebla**
Consejo de Recursos Minerales COREMI, 1990
- **Parasnis, D. S.**
Principles of applied geophysics
Chapman and Hall, 1986
- **Richard I. Burden, J. Douglas**
Numerical analysis
Prindale, Weber & Schmidt, 1985
- **Sleep Norman H., Kazuya Fujita**
Principles of geophysics
Malden, Mass., USA, Blackwell Science, c1997
- **Telford, I. P. Geldart, R. E. Sheriff**
Applied geophysics
Cambridge University, 1990

ESTA TESIS NO SALE
DE LA BIBLIOTECA

ANEXO A

Características del programa

El programa fue realizado en el paquete de programación MATLAB versión 6.5, se utilizó una PC con sistema operativo Windows XP.

Los datos de entrada son proporcionados por el usuario. En primera instancia en el listado del programa se especifica el archivo que representa al MED y que será leído, éste archivo debe estar en formato de texto, acomodado en tres columnas (x, y, z) que representan las coordenadas de los puntos. El programa lee la tercera columna del archivo, la cual representa la elevación, y ordena los datos en una matriz. Es importante señalar que los datos del MED deben estar ordenados de menor a mayor, con respecto a las coordenadas UTM.

Después, el programa desplegará en pantalla una leyenda con la petición de la distancia de corrección de la rejilla patrón. Por practicidad del programa los valores de distancias de corrección, para la rejilla patrón, deben ser pares (400m, 600m, 1200m), esto es con el objetivo de que la rejilla patrón quede compuesta como una matriz cuadrada además de que se pueda ubicar un punto central en ella, se recomienda que la dimensión sea impar, para poder calcular el efecto en los puntos.

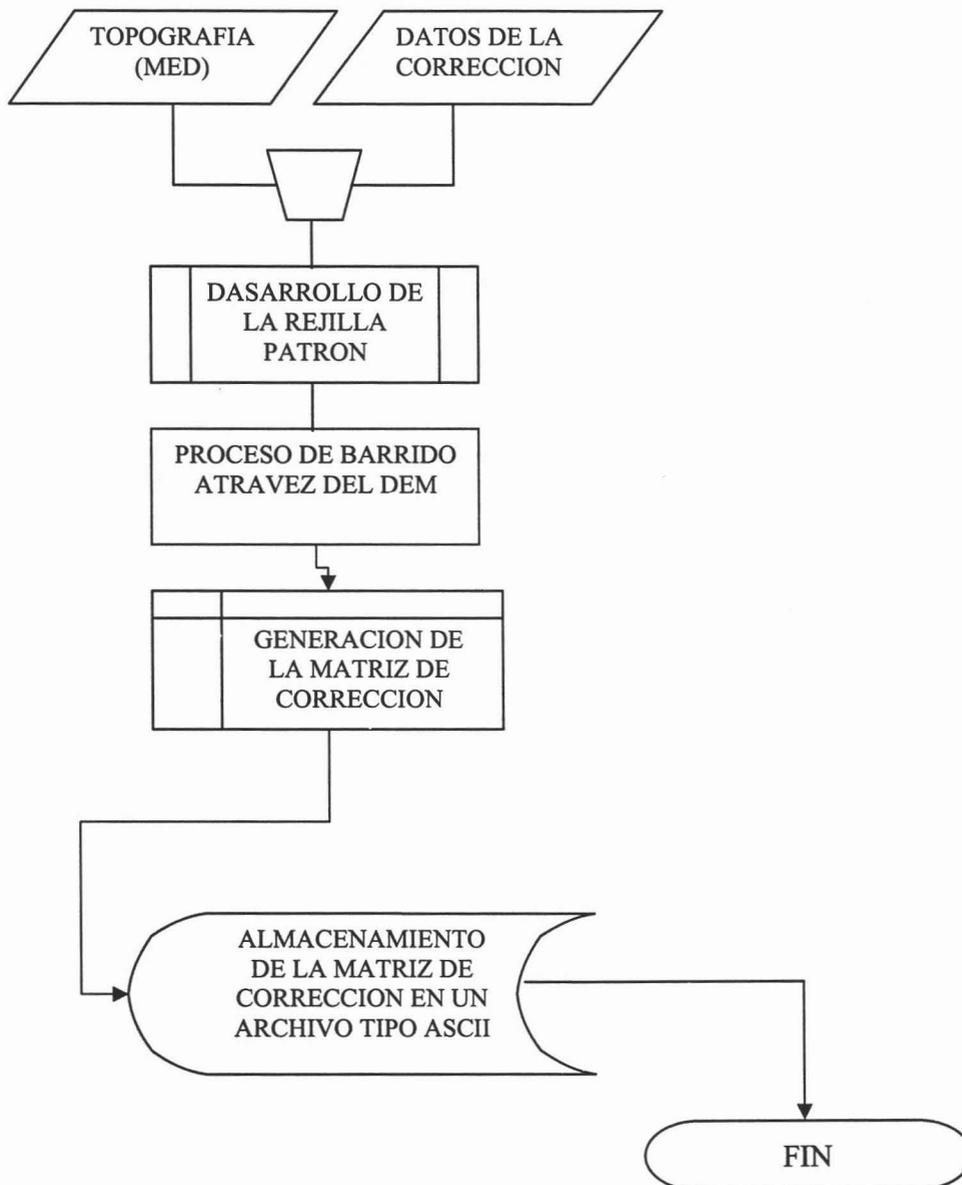
Dando el dato de la distancia de corrección, inmediatamente el programa despliega en pantalla una segunda leyenda con la petición de la separación entre puntos del MED, por lo regular es de 100 metros. Ya que es así como los tiene el INEGI para la República Mexicana.

Una consideración importante es que el cociente entre la distancia de corrección (rejilla patrón), y la distancia entre puntos del MED, sea un número entero, esto nos garantiza que el programa procederá de manera correcta. Por ejemplo, si tengo una separación entre puntos de 100 m y quiero una distancia de corrección de 1000 m, la dimensión de la rejilla patrón será: $[(1000/100)*2 + 1] = 21$, lo que nos

dice que la rejilla patrón es una matriz de 21 x 21, y que cubre un área de 2000 x 2000 m². Es por ello, que se puede decir que la distancia de corrección depende directamente de la separación entre puntos del MED.

El programa calcula la matriz de corrección y la guarda en un archivo en formato ASCII (ó de texto), conservando el mismo orden de las coordenadas originales de los puntos del MED, y posteriormente se utiliza un paquete comercial para visualizar la matriz de corrección.

A continuación presentaremos un diagrama de flujo que describe el proceso del programa para calcular la corrección topográfica.



LISTADO DEL PROGRAMA DE CORRECCION TOPOGRAFICA

```

clc; %*****LIMPIEZA DE PANTALLA*****%
clear; %*****

%*****LECTURA DEL MODELO DE ELEVACION DIGITAL*****%

load TOPOPUEBLA.dat; %ARCHIVO EN FORMATO DE TEXTO
for i=1:621
    for j=1:571
        A(i,j)=TOPOPUEBLA((j-i-1)*571+3);
    end
end
%*****

clc;

%*****DATOS DE LA PARA LA CORRECCION*****%
D=input('Dame el valor de la distancia de Correccion en metros\n');
Dx=input('Introduce el valor de la distancia entre puntos del MED \n');
%*****

N=(D^2)/Dx+1;
dout=D;
douti=dout/Dx;
clc;

pause;
tam=size(A);

n1=tam(1);
n2=tam(2);

k=(N-1)*0.5;
t=k;

%*****EL BARRIDO SE HACE CON LOS PUNTOS DE OBSERVACION*****%
%*****PUNTO DE OBSERVACION*****%
for x0=k:n1-(k-1);
    for y0=t:n2-(t-1);
        u=x0-douti;
        o=y0-douti;
        z0=2104.54;%*****PROMEDIO DE ELEVACION DE LAS ESTACIONES DE OBSERVACION*****%
        efectotal=0;

%*****COMIENZA EL BARRIDO POR LA MATRIZ DE ELEVACION DIGITAL*****%

        %INTEGRACION SOBRE LA MATRIZ

        %EFECTO PARA TODOS LOS PRISMAS DE LA MATRIZ
        beta=0;
        rest=0;
        matinto2=zeros(douti,douti);

        for v=x0-douti:x0-(douti-1)
            for w=y0-douti:y0-(douti-1)
                vm=(v-(2*douti)-1)-(x0-douti);
                wm=(w-(2*douti)-1)-(y0-douti);
                a=w;b=w+1;c=v;d=v+1;
                a2=wm*100;b2=(wm-1)*100;c2=vm*100;d2=(vm+1)*100;

                intot2=0;
                efectoext1=0;

%*****PARAMETROS DE LA CUADRATURA GAUSSIANA

                z(1)=sqrt(3/5);

```

```

z(2)=0;
z(3)=-z(1);
p(1)=5^9; p(2)= 8^9; p(3)=p(1);
%_0*****
S=0;
h2=(i*A(c,a)+A(c,b)-A(d,a)+A(d,b))/4;

for j=1:3
for i=1:3
g=0;
x=((d2-c2)^*z(i)+c2-d2)/2;
y=((b2-a2)^*z(i)-a2-b2)/2;
g=-(((i*((t*100)-x)^2)+((k*100)-y)^2)^(-0.5))-(((i*((t*100)-x)^2)-((k*100)-y)^2)+((z(i)-h2)^2))^(-
0.5)))*(0.0000000000667*2670);
S=S+(p(j)*p(i)^g);
end;
end;
intot=(S^6*((b2-a2)^*(d2-c2))/4);
efectoext1=(intot);
matinto2(vn,wm)=efectoext1;
end;
end;

%ANULACION DE LOS EFECTOS QUE SE ENCUENTRAN MUY CERCANOS AL
%_0*****PUNTO DE OBSERVACION*****
t1=size(matinto2);

for nx=(t1(1)-2):(t1(1)+2)+1
for ny=(t1(1)-2):(t1(1)+2)-1
matinto2(nx,ny)=0;
end;
end;
%_0*****

matinto3=abs(matinto2);
beta=sum(matinto3);
resf=sum(beta);

%_0*****EL EFECTO CALCULADO POR LA REJILLA
%_0*****PATRON EN EL PUNTO DE OBSERVACION*****

efectotal=resf;

modelcorr(u,o)=efectotal;

%_0*****FINALIZA PROCESO DE INTEGRACION DE PRISMAS*****

end
end

modelcorr=(abs(modelcorr));

%_0*****ARREGLO DE LOS CALCULOS Y GUARDADO EN UN ARCHIVO ASCII*****
tam=size(modelcorr);
cr1=((tam(1))^*(tam(2)));
correprueb=zeros(cr1,1);

for ks=1:(tam(1))
for kl=1:(tam(2))
correprueb((kl-(ks-1)*(tam(2))),1)=modelcorr(ks,kl);
end
end

save -ascii matrizcorr.dat correprueb;
%_0*****

```

ANEXO B

VALORES PARA EL GRVIMETRO LACOSTE & ROMBERG, MODELO 247

Lectura	Valor en mGal	Factor de Intervalo	Lectura	Valor en mGal	Factor de Intervalo
0	0.00	1.04709			
100	104.71	1.04696	3600	3777.40	1.05326
200	209.41	1.04692	3700	3882.73	1.05344
300	314.10	1.04692	3800	3988.07	1.05355
400	418.79	1.04696	3900	4093.43	1.05366
500	523.49	1.04705	4000	4198.79	1.05378
600	628.19	1.04716	4100	4304.17	1.05392
700	732.91	1.0473	4200	4409.56	1.05405
800	837.64	1.04745	4300	4514.97	1.05419
900	942.38	1.0476	4400	4620.39	1.0543
1000	1047.14	1.04772	4500	4725.82	1.05443
1100	1151.91	1.04786	4600	4831.26	1.05453
1200	1256.70	1.048	4700	4936.71	1.05463
1300	1361.50	1.04815	4800	5042.18	1.0547
1400	1466.31	1.0483	4900	5147.65	1.05479
1500	1571.14	1.04845	5000	5253.13	1.05485
1600	1675.99	1.04864	5100	5358.61	1.05486
1700	1780.85	1.04884	5200	5464.10	1.05486
1800	1885.74	1.04902	5300	5569.58	1.05485
1900	1990.64	1.04921	5400	5675.07	1.05482
2000	2095.56	1.04941	5500	5780.55	1.0548
2100	2200.50	1.04962	5600	5886.03	1.05475
2200	2305.46	1.04985	5700	5991.50	1.0547
2300	2410.45	1.05005	5800	6096.97	1.05464
2400	2515.45	1.05026	5900	6202.44	1.0545
2500	2620.48	1.0505	6000	6307.89	1.05434
2600	2725.53	1.05071	6100	6413.32	1.05415
2700	2830.60	1.05095	6200	6518.74	1.05398
2800	2935.70	1.0512	6300	6624.14	1.05378
2900	3040.32	1.05145	6400	6729.51	1.05356
3000	3145.96	1.0517	6500	6834.87	1.05335
3100	3251.13	1.052	6600	6940.20	1.05311
3200	3356.33	1.05229	6700	7045.52	1.0529
3300	3461.56	1.05256	6800	7150.81	1.05265
3400	3566.82	1.05286	6900	7256.07	1.0524
3500	3672.10	1.05305	7000	7361.31	

ANEXO C

ORDENAMIENTO Y PROCESAMIENTO DE LOS DATOS

Datos de campo

TABLA C.1 DATOS DEL PERFIL 1

Estación	Longitud UTM	Latitud UTM	Elevación en m	Lectura Gravímetro	Hora
I01	576383	2101350	2120	1528.01	10:19
I02	575932	2101049	2110	1528.36	10:37
I03	575495	2100701	2000	1530.48	11:05
I04	575045	2100463	2000	1529.63	11:24
I05	574655	2100203	2007	1530.19	11:34
I06	574240	2099932	2016	1528.86	11:53
I07	573796	2099634	2025	1527.45	12:28
I08	573341	2099398	2014	1519.98	12:47
I09	572836	2099294	2029	1526.54	12:56
I10	572252	2099231	2051	1521.68	13:12
I11	571723	2099052	2080	1516.33	13:22
I12	571267	2098798	2099	1511.87	13:32
I13	570837	2098505	2115	1508.38	13:42
I14	570284	2098560	2140	1503.29	13:55
I15	569749	2098569	2137	1503.89	14:05
I16	569282	2098526	2122	1507.67	14:12
I17	568795	2098465	2110	1511.19	14:20
I18	568274	2098419	2091	1515.27	14:29
I19	567640	2098474	2072	1520.19	14:38
I20	567114	2098384	2048	1526	14:47
I21	566703	2098181	2023	1532	14:56
I22	566383	2097754	1999	1536.76	15:04
I23	566088	2097340	1976	1541.11	15:12
I24	565820	2096861	1956	1545.8	15:21
I25	566067	2098350	2043	1527.67	17:08
I26	565472	2098280	2015	1533.8	17:22
I27	565146	2097768	2004	1536.51	17:33
I28	564913	2097266	1975	1542.64	17:42
I29	564700	2096750	1947	1548.56	17:52
I30	564581	2096165	1931	1551.9	18:09
I31	564349	2095427	1888	1561.69	18:18
I32	564075	2094804	1910	1557.48	18:26
I33	563538	2094531	1906	1559.55	18:35
I34	563169	2094178	1891	1562.65	18:46
I35	562744	2093745	1870	1567.45	18:52
I36	562466	2093277	1847	1572.23	18:59
I37	562136	2092832	1834	1575.96	19:07
I38	562218	2092321	1836	1575.81	19:13

TABLA C.2 DATOS DEL PERFIL 2

Estación	Longitud UTM	Latitud UTM	Elevación en m	Lectura Gravímetro	Hora
E01	569823	2111005	2182	1510.745	10:20
E02	569560	2111310	2175	1509.575	10:33
E03	569228	2111672	2187	1507.75	10:51
E04	568904	2112058	2195	1506.535	11:06
E05	568611	2112402	2204	1506.5	11:17
E06	568287	2112795	2211	1504.4	11:28
E07	567939	2113189	2224	1502.46	11:42
E08	567592	2113593	2225	1499.82	12:00
E09	567272	2113957	2234	1500.46	12:15
E10	566752	2114323	2239	1499.75	12:24
E11	566624	2114696	2305	1501.47	12:39
E12	566293	2115084	2335	1501.015	12:52
E13	565976	2115492	2265	1500.1	13:05
E14	565890	2115966	2232	1500.325	13:20
E15	565848	2116466	2243	1497.23	13:28
E16	565820	2116988	2243	1495.285	13:47
E17	565800	2117487	2242	1493.225	13:56
E18	565536	2117918	2250	1492.395	14:07
E19	565483	2118421	2245	1492.3	14:18
E20	565471	2118917	2251	1491.41	14:30

Datos procesados

TABLA C.3 DATOS CORREGIDOS POR DERIVA Y TRASFORMADOS POR EL FACTOR DE CONVERSION DEL GRAVIMETRO.

Estación	Valor Corregido por deriva en mGal	Valor escalado por el Gravímetro en mGal	Estación	Valor Corregido por deriva en mGal	Valor escalado por el Gravímetro en mGal
I01	1527.971172	1602.001375	E01	1510.725781	1583.920445
I02	1528.320625	1602.367759	E02	1509.552442	1582.690258
I03	1530.439773	1604.58958	E03	1507.72282	1580.77199
I04	1529.589195	1603.697791	E04	1506.503968	1579.494085
I05	1530.148891	1604.284605	E05	1506.466143	1579.454427
I06	1528.818313	1602.88956	E06	1504.363318	1577.249721
I07	1527.407248	1601.41013	E07	1502.419723	1575.211958
I08	1519.93667	1593.577602	E08	1499.7751	1572.214237
I09	1526.496397	1600.455147	E09	1500.411248	1573.106173
I10	1521.63591	1595.35917	E10	1499.698937	1572.134395
I11	1516.285606	1589.749643	E11	1501.415085	1574.158645
I12	1511.825302	1585.073238	E12	1500.956746	1573.6781
I13	1508.334998	1581.413828	E13	1500.038408	1572.715268
I14	1503.244602	1576.076803	E14	1500.259556	1572.947131
I15	1503.844298	1576.705554	E15	1497.162501	1569.47545
I16	1507.624085	1580.668472	E16	1495.212622	1567.431391
I17	1511.143842	1584.358761	E17	1493.150311	1565.269471
I18	1515.223568	1588.63615	E18	1492.317486	1564.39642
I19	1520.143294	1593.794237	E19	1492.219661	1564.29387
I20	1525.95302	1599.885444	E20	1491.326579	1563.357653
I21	1531.95275	1606.17586			
I22	1536.7125	1611.16622			
I23	1541.06226	1615.72673			
I24	1545.75199	1620.64367			
I25	1527.61493	1601.62787			
I26	1533.74511	1608.05506			
I27	1536.45536	1610.89662			
I28	1542.58557	1617.32384			
I29	1548.50575	1623.53085			
I30	1551.84609	1627.03303			
I31	1561.63636	1637.29764			
I32	1557.4266	1632.88392			
I33	1559.49688	1635.0545			
I34	1562.59739	1638.30524			
I35	1567.3977	1643.33812			
I36	1572.17797	1648.34999			
I37	1575.90831	1652.26106			
I38	1575.75873	1652.10424			

TABLA C.4 VALORES REFERENCIADOS AL VALOR ABSOLUTO EN CIUDAD UNIVERSITARIA Y EL CALCULO DEL VALOR TEÓRICO POR ESTACIÓN

Estación	Gravedad observada en miligales	Valor Teórico en miligales	Estación	Gravedad observada en miligales	Valor Teórico en miligales
I01	977983.8177	978580.3745	E01	977965.7367	978585.2427
I02	977984.184	978580.2245	E02	977964.5065	978585.397
I03	977986.4059	978580.0505	E03	977962.5883	978585.5782
I04	977985.5141	978579.9321	E04	977961.3104	978585.7753
I05	977986.1009	978579.8025	E05	977961.2707	978585.9491
I06	977984.7058	978579.6675	E06	977959.066	978586.1481
I07	977983.2264	978579.5185	E07	977957.0282	978586.3146
I08	977975.3939	978579.401	E08	977954.0305	978586.5518
I09	977982.2714	978579.3548	E09	977954.9225	978586.736
I10	977977.1755	978579.3197	E10	977953.9507	978586.9215
I11	977971.5659	978579.2309	E11	977955.9749	978587.1101
I12	977966.8895	978579.1042	E12	977955.4944	978587.3064
I13	977963.2301	978578.9581	E13	977954.5316	978587.5131
I14	977957.8931	978578.9806	E14	977954.7634	978587.7524
I15	977958.5218	978578.9923	E15	977951.2917	978588.001
I16	977962.4848	978578.9701	E16	977949.2477	978588.2681
I17	977966.175	978578.9424	E17	977947.0858	978588.5208
I18	977970.4524	978578.9202	E18	977946.2127	978588.7388
I19	977975.6105	978578.9488	E19	977946.1102	978588.9932
I20	977981.7017	978578.9045	E20	977945.1739	978589.2421
I21	977987.992	978578.804			
I22	977992.983	978578.59			
I23	977997.543	978578.383			
I24	978002.46	978578.144			
I25	977983.444	978578.89			
I26	977989.871	978575.532			
I27	977992.713	978578.598			
I28	977999.14	978578.343			
I29	978005.347	978578.09			
I30	978008.849	978577.797			
I31	978019.114	978577.418			
I32	978014.7	978577.113			
I33	978016.871	978576.98			
I34	978020.122	978576.803			
I35	978025.154	978576.587			
I36	978030.166	978576.355			
I37	978034.077	978576.133			
I38	978033.921	978575.877			

Calculo de anomalías

TABLA C.5 PERFIL 1

Estación	Gravedad Observada – G. Teórica en mGal	Corrección de Aire Libre en mGal	Corrección por placa de Bouguer en mGal	Anomalía de Aire Libre en mGal	Anomalía Simple de Bouguer en mGal
I01	-596.556792	654.5263115	237.340572	57.9695192	-179.371053
I02	-596.040463	651.4393734	236.221041	55.3989108	-180.82213
I03	-593.644653	617.48251	223.9062	23.8378572	-200.068343
I04	-594.417994	617.4825311	223.9062	23.0645368	-200.841663
I05	-593.701643	619.6434621	224.689872	25.9418188	-198.748053
I06	-594.961613	622.4217937	225.69745	27.4601809	-198.237269
I07	-596.292107	625.2001248	226.705028	28.9080174	-197.79701
I08	-604.007164	621.8044401	225.473543	17.7972757	-207.676268
I09	-597.083374	626.4349552	227.15284	29.3515815	-197.801258
I10	-602.144206	633.2263554	229.615808	31.0821496	-198.533659
I11	-607.664949	642.1786341	232.862448	34.5136855	-198.348762
I12	-612.214664	648.043915	234.989557	35.8292509	-199.160306
I13	-615.727979	652.9830955	236.780807	37.2551165	-199.52569
I14	-621.087503	660.7004975	239.579634	39.6129946	-199.966639
I15	-620.470464	659.7744078	239.243775	39.3039443	-199.93983
I16	-616.485355	655.1439695	237.564478	38.6586143	-198.905864
I17	-612.767329	651.4396142	236.221041	38.6722856	-197.548755
I18	-608.46775	645.574369	234.093932	37.1066191	-196.987313
I19	-603.338325	639.7090999	231.966823	36.370775	-195.596048
I20	-597.202738	632.3003331	229.279949	35.097595	-194.182354
I21	-590.811553	624.5828528	226.481121	33.7713	-192.709821
I22	-585.60765	617.1740686	223.794247	31.5664183	-192.227829
I23	-580.840118	610.0739616	221.219326	29.2338432	-191.985482
I24	-575.68384	603.899948	218.980264	28.2161082	-190.764155
I25	-595.445516	630.756838	228.720183	35.3113216	-193.408862
I26	-585.660344	622.113835	225.585497	36.4534909	-189.132006
I27	-585.885576	618.717574	224.354012	32.8319978	-191.522015
I28	-579.203267	609.765266	221.107373	30.561999	-190.545374
I29	-572.743065	601.121627	217.972686	28.3785617	-189.594124
I30	-568.948037	596.182415	216.181436	27.2343789	-188.947057
I31	-558.303832	582.908161	211.367453	24.6043291	-186.763124
I32	-562.412854	589.699734	213.830421	27.2868807	-186.54354
I33	-560.10934	588.464936	213.382609	28.3555962	-185.027012
I34	-556.681378	583.834382	211.703312	27.1530041	-184.550308
I35	-551.432541	577.351585	209.352297	25.9190443	-183.433253
I36	-546.189058	570.251357	206.777376	24.0622994	-182.715076
I37	-542.055651	566.23819	205.321985	24.1825387	-181.139447
I38	-541.956973	566.855648	205.545892	24.8986755	-180.647216

TABLA C.6 PERFIL 2

Estación	Gravedad Observada – G. Teórica en mGal	Corrección de Aire Libre en mGal	Corrección por placa de Bouguer en mGal	Anomalia de Aire Libre en mGal	Anomalia Simple de Bouguer en mGal
E01	-619.505964	673.6644675	244.281664	54.1585031	-190.1232
E02	-620.89042	671.5035821	243.497993	50.6131624	-192.8848
E03	-622.989931	675.2078692	244.84143	52.2179387	-192.6235
E04	-624.464908	677.6773757	245.737055	53.2124681	-192.5246
E05	-624.678426	680.4555765	246.744632	55.7771501	-190.9675
E06	-627.082125	682.6163843	247.528304	55.5342594	-191.994
E07	-629.286358	686.6293476	248.983694	57.3429898	-191.6407
E08	-632.521267	686.9379923	249.095648	54.416725	-194.6789
E09	-631.813533	689.7161791	250.103225	57.9026464	-192.2006
E10	-632.970779	691.2595982	250.662991	58.2888193	-192.3742
E11	-631.135127	711.6330839	258.051896	80.4979567	-177.5539
E12	-631.812055	720.8936778	261.410489	89.0816224	-172.3289
E13	-632.981542	699.2854335	253.573772	66.303892	-187.2699
E14	-632.988956	689.0985945	249.879319	56.1096385	-193.7697
E15	-636.709273	692.4941467	251.110803	55.7848738	-195.3259
E16	-639.02046	692.4940933	251.110803	53.4736335	-197.6372
E17	-641.435031	692.1853521	250.99885	50.7503209	-200.2485
E18	-642.526117	694.6548337	251.894475	52.1287166	-199.7658
E19	-642.883089	693.11133	251.33471	50.2282406	-201.1065
E20	-644.068187	694.9634233	252.006428	50.8952361	-201.1112