



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA  
DE MEXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

“Generación de ondas acústicas  
por medios térmicos”

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE

F Í S I C O

P R E S E N T A:

GENARO DE LA VEGA RIVERA



FACULTAD DE CIENCIAS  
UNAM

DIRECTOR DE TESIS:

Dr. Arturo Orozco Santillán

2005



FACULTAD DE CIENCIAS  
SECCION ESCOLAR

m. 341374



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE  
MÉXICO

**ACT. MAURICIO AGUILAR GONZÁLEZ**  
**Jefe de la División de Estudios Profesionales de la**  
**Facultad de Ciencias**  
**Presente**

Comunicamos a usted que hemos revisado el trabajo escrito:  
 "Generación de ondas acústicas por medios térmicos"

realizado por De la Vega Rivera Genaro

con número de cuenta 09434073-0 , quien cubrió los créditos de la carrera de: Física.

Dicho trabajo cuenta con nuestro voto aprobatorio.

Atentamente

Director de Tesis

Propietario

Dr. Arturo Orozco Santillán

Propietario

Dr. Miguel Socolovsky Vajovsky

Propietario

M. en C. Ricardo Ruíz Boullosa

Suplente

Fís. Margarita Sánchez y Sánchez

Suplente

Fís. Jorge Pérez López

Consejo Departamental de Física

*Alicia Zarzosa Pérez*  
 M. EN C. ALICIA ZARZOSA PEREZ

FACULTAD DE CIENCIAS  
 DEPARTAMENTO DE FÍSICA

**A mis papás, Fernando y Josefina.**

**A mi hermanito Poncho.**

Agradezco a mi familia, a mi papá y a mi mamá por todo el apoyo y la confianza que me tienen, por su ejemplo y cariño, también a mi hermanito Poncho, que forma parte de mi infancia y juventud y sin su amor, esto no sería lo mismo.

A mi abue, por respaldar mis decisiones, y saber escuchar las cosas que decía, por enseñarme lo que sabía y darme esperanzas.

Gracias a mis hermanos Paco y Rey por estar siempre conmigo, y compartir su vida, a mis tíos Rey y Coco, por su cariño y ayuda de siempre, por hacer de mi vida desde pequeño, un mundo maravilloso.

A mis primos Marcela y Beto, a mis tíos Pilo y Ana, por abrirme los brazos siempre y ser parte de mi familia, por brindarme momentos irrepetibles en mi vida y que han sido determinantes para formarme como ser humano.

A mis primos Gabriel, Rodrigo y Elías, a mi tío Elías y mi tía Maria Inés, por compartir mi niñez y tantos tiempos bonitos, con la música y los viajes a Necaxa.

A mis carnalitos Machain, Feyus, al Gordo, Quique, Benjas, Chivis, a mi padrino y a mi madrina, por darme su cariño y apoyo, por hacer mi juventud más dichosa de lo que puedo pensar.

A mis carnales mayores Fer, Chucho, Anita, Barbis, y sus respectivas familias, a mi tía Fina y a mi tío Chucho gracias por esas inolvidables tardes en Huamantla, en especial al Toñaco y a su fam, por su ejemplo y cariño, y al Güero y sus marcelitas por estar conmigo, apoyarme y hacer mi vida más feliz.

A todos los huamantlecos que siempre sonríen cuando nos encontramos, Nacho, Beto, Quique, Ruth, mis tías Ana y Aguedín, a los demás ti@, primos y sobrinos muchas, muchas gracias.

Gracias a Arturo por su paciencia y ayuda en la realización de este trabajo, por ser el guía que necesitaba para corregir y enseñarme mis errores, por enseñarme un poco de acústica. A mis sinodales Ricardo Ruiz, Jorge Pérez, Margarita Sánchez y Miguel Socolovsky por el tiempo y las observaciones que me dieron para corregir la tesis.

Muchas gracias a mis profes Oscar Salgado, Antonio Landa, a las mises, al maestro Ángel, y muy en especial a la maestra Patricia por ser mi guía en este camino de la física.

A mis compañeros y amigos entrañables de la facultad y de lucha todos estos años, Carlos Aspeitia, Alvarín, Citlali, Israel, Yesenia, Vasthi, Yetza, Hugo David, Julia, Joel y los mamais, los porks, Diana, Abril, los clones, Alejandra, Bicho, Fach, Natalia, Emiliano, Anayeli Loreto, Ivalú, Juanita, a los de los talleres, a los de química, a mis alumnos, a todos les agradezco el tiempo que me han brindado, y en especial a mis amigos y hermanos Arturo, Mónica, Melina, Patines, Gabriel, Gerson y Gustavo.

Gracias a quien me brindó su amor y querré muchísimo, gracias Natalia.

A mis carnalazos de Cálculo, de cábula y de vida, Efraín el Woody y Sergio Galleta.

A mis maestros de ciencia y muchas otras cosas, Cesar, Marco Caroteno, Toño, Oscar Palmas, Vini, Leticia, Ana, Carisa, el Chino, Guillermo, Mario y Miguel Socolovsky, en especial al Chon, a Santiago, a Rosa y a Javier por todo lo que me han enseñado sobre la forma de ver y actuar en el mundo donde estoy.

Gracias a la UNAM y al movimiento, al CGH y a eduktodos, gracias a los chambers y a todos mis compañeros de lucha que me ayudaron a ser un ser humano conciente.

Indice	
Introducción	1
Antecedentes	2
Capítulo 1: Teoría.	4
1.1 Deducción de la ecuación de onda.	4
1.1.1 Ecuaciones fundamentales.	4
1.1.2 Solución de la ecuación de onda	5
1.2 Expresiones para las ondas térmicas en el sustrato y en el fluido y para la velocidad de partícula, generadas por un plano infinito al que se le suministra calor.	7
1.3 Conceptos de fortaleza y fuente simple.	9
1.4 Velocidad equivalente.	10
Capítulo 2: Resultados teóricos.	
2.1 Solución analítica para un plano infinito.	11
2.2 Resultados sobre el grosor del sustrato.	16
Capítulo 3: Resultados experimentales.	23
3.1 Dispositivos experimentales.	23
3.2 Comparaciones entre la teoría y el experimento.	
3.2.1 Aproximación numérica.	23
Discusión.	30
Capítulo 4: Radiación acústica producida por placas metálicas sin sustrato.	30
4.1 Solución analítica para la lámina metálica de largo y ancho infinitos.	31
4.2 Resultados experimentales de láminas metálicas.	33
Capítulo 5: Conclusiones.	36
Referencias.	37

## INTRODUCCIÓN

El trabajo que se describe en esta tesis trata sobre el estudio del fenómeno termoacústico que se presenta cuando se generan ondas acústicas en un fluido en contacto con una lámina metálica a la que se le inducen ondas térmicas armónicas por efecto Joule. Una de las caras de la lámina está en contacto con el aire, mientras que la otra está en contacto con un sustrato. Las ondas térmicas que viajan hacia el aire producen una variación armónica del volumen del aire y esto se traduce en la producción de ondas de presión.

El objetivo general del trabajo fue conocer el efecto de las características geométricas y de las propiedades físicas de los diferentes elementos que producen el fenómeno termoacústico, en particular el efecto del sustrato. Asimismo, conocer la manera de hacer más eficiente la generación de las ondas acústicas.

Para saber cómo son las ondas de presión y cómo se generan, se recurrió a la teoría descrita por Temkin [1]. La finalidad de usar esta teoría es obtener expresiones matemáticas para la velocidad de partícula en el fluido, las ondas acústicas y las oscilaciones de temperatura en el sustrato y en el aire. Para encontrar las expresiones de velocidad de partícula y la temperatura, se partió de cuatro ecuaciones básicas para el fluido, estas son: a) la ecuación de continuidad, b) la ecuación de movimiento, c) la ecuación de conservación de energía y d) la ecuación de estado.

Para simplificar el problema se puede pensar que el sustrato es una lámina con largo y ancho infinitos pero de grosor finito. Así, el espacio quedará dividido en 3 regiones (aire, sustrato, aire). Bajo estas consideraciones es posible conocer el flujo de calor (por unidad de área y de tiempo) de la lámina conductora hacia el aire para saber cómo son las ondas de presión en cualquier punto del espacio.

Para usar la teoría que describe el campo sonoro radiado cuando la fuente termoacústica tiene dimensiones finitas, se recurrió al trabajo hecho por Ricardo Ruiz Boullosa y Arturo Orozco [2]. En la teoría que ellos desarrollaron se establece una relación entre la velocidad de partícula en el fluido producida por las oscilaciones armónicas de temperatura de la lámina conductora y la



velocidad de oscilación de una superficie mecánica vibrante de dimensiones iguales a las de la placa. Por lo tanto, el campo acústico en el fluido es el mismo en ambos casos y la velocidad de la superficie vibrante recibe el nombre de velocidad equivalente.

Para comparar los resultados teóricos con datos experimentales, se usaron fuentes de dimensiones finitas y de forma rectangular. Se midió la presión acústica producida por las fuentes y se comparó con los valores que predice la teoría. Estos valores teóricos se obtuvieron por medio de dos métodos: El primero consistió en encontrar una solución analítica que describiera explícitamente el campo acústico mediante una ecuación matemática, para obtener la expresión se hace uso de los conceptos de velocidad equivalente sobre toda el área de la lámina y de la fortaleza de la fuente [3]. Sin embargo esta solución analítica sólo es válida en campo lejano. El segundo método para encontrar la presión fue una aproximación numérica en la cual se considera que el área de lámina está conformada por áreas de menor dimensión, cada una de ellas constituye una fuente simple que contribuye de manera independiente al resultado y la superposición de las contribuciones será el resultado final.

#### Antecedentes

Desde 1898 F. Braun [4] descubrió que se pueden generar efectos acústicos al calentar una lámina cuando se le pasa corriente alterna. Weingerg [4] describió los experimentos de Braun y diversificó las características de la lámina haciendo más extenso el estudio del fenómeno.

H.D. Arnold y I. B. Crandall [4] describieron como afecta la corriente –ya sea alterna o ambas simultáneamente a las oscilaciones de temperatura sobre una lámina de metal y sobre el medio.

Chu [5] supuso que el medio no es conductor ni viscoso y obtuvo una ecuación de onda para la presión acústica. Comparó la presión acústica que obtuvo con la que emite un pistón equivalente [3]. Wu [5] encontró la ecuación que describe a la onda de presión, suponiendo que el fluido sí conduce calor y además es viscoso; para hacerlo separó las soluciones de la ecuación de onda de presión en dos partes, una longitudinal y otra transversal. Plotard [5] mejoró el trabajo de Chu y Wu al incorporar la capacidad calorífica del sólido.

Leon Trilling [6], desarrolló una teoría donde argumentó que el fenómeno termoacústico produce 3 tipos de ondas de presión acústicas: longitudinal, transversal y de vórtice. Además estudió la interacción entre ondas de presión generadas por ondas térmicas planas y esféricas.

Y. Gervais [7], S. Soudki [5] y J.L. Peube [5], estructuraron una teoría donde se muestra la existencia de regiones límites dentro de las cuales tiene un efecto mayor la onda térmica, la cual origina la onda de presión. Obtuvieron expresiones analíticas para los campos térmicos y acústicos.

Wright [8] estudió la creación de ondas acústicas producidas por el calentamiento de un alambre con corriente alterna dentro de una celda cilíndrica cerrada.

S. Temkin [1] desarrolla en su libro una teoría que explica el fenómeno termoacústico, incorporando las ecuaciones linealizadas de continuidad, movimiento, la energía y la ecuación de estado para un fluido viscoso, con ello obtiene ecuaciones para las ondas acústicas emitidas por una lámina infinita que presenta oscilaciones armónicas de temperatura.

Shinoda [9] construyó, con silicio poroso, un dispositivo termoacústico cuyos resultados experimentales los cotejó con la teoría que conformó basado en las ecuaciones del fenómeno termoacústico.

Ricardo R. Boullosa y Arturo Orozco [2], resolvieron el problema de cómo son las ondas de presión que se generan por medio de la lámina de metal que está sobre un sustrato de espesor muchas veces mayor a la profundidad de penetración térmica. Con base en el concepto de velocidad equivalente de una superficie vibrante, describieron el campo acústico producido para una fuente de dimensiones finitas. Tomé como base sus resultados teóricos para guiarme en esta tesis.

## Capítulo 1: Teoría.

### 1.1 Deducción de la ecuación de onda.

#### 1.1.1 Ecuaciones fundamentales.

Temkin (cap. 6.12 [1]) obtiene una ecuación de onda para el caso de un fluido viscoso al que se le transfiere calor, a partir del siguiente sistema de cuatro ecuaciones linealizadas, que incorporan la densidad  $\rho$ , la velocidad de partícula  $\vec{u}$ , la temperatura  $T$  y la presión  $p$ .

$$\text{Ecuación de continuidad } \frac{\partial \rho'}{\partial t} + \rho_0 \nabla \cdot \mathbf{u} = 0 ; \quad (1.1)$$

$$\text{Ecuación de movimiento } \rho_0 \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla p' = \frac{4}{3} \mu' \nabla (\nabla \cdot \mathbf{u}) - \mu_0 \nabla \times (\nabla \times \mathbf{u}); \quad (1.2)$$

$$\text{Ecuación de energía } \rho_0 c_{p0} \frac{\partial T'}{\partial t} - \beta_0 T_0 \frac{\partial p'}{\partial t} = K \nabla^2 T'; \quad (1.3)$$

$$\text{Ecuación de estado } p' = c_{T0}^2 \rho' + \rho_0 (c_{p0} - c_{v0}) T' / \beta_0 T_0. \quad (1.4)$$

Para el fluido  $\rho_0$  es la densidad media,  $\rho'$  es la fluctuación de la densidad,  $K$  es el coeficiente de conductividad térmica,  $c_{p0}$  es el calor específico a presión constante,  $c_{v0}$  es el calor específico a volumen constante,  $\beta_0$  es el coeficiente de expansión térmica,  $\mu_0' = \mu_0 (1 + \frac{3}{4} \frac{\mu_v}{\mu_0})$  donde  $\mu_0$  es el coeficiente de viscosidad y  $\mu_v$  es el coeficiente de expansión viscosa,  $c_{T0}$  es la velocidad isotérmica del sonido,  $T_0$  es la temperatura ambiente,  $p'$  es la fluctuación de la presión y  $T'$  es la fluctuación de la temperatura.

Las expresiones para la densidad y la presión se pueden obtener a partir de la velocidad y la temperatura. Cuando la disipación es pequeña, y haciendo uso de las ecuaciones 1.1 y 1.4, para sustituirlas en 1.2 y 1.3 se puede eliminar a  $p'$  en ambas y se obtiene:

$$\frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} - c_{T0}^2 \nabla (\nabla \cdot \mathbf{u}) + \beta_0 c_{T0}^2 \nabla \frac{\partial T'}{\partial t} = \frac{4}{3} v'_0 \nabla (\nabla \cdot \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t}) - v_0 \nabla \times (\nabla \times \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t}) \quad (1.2a).$$

$$\text{y} \quad \frac{\partial T'}{\partial t} + \frac{(\gamma - 1)}{\beta_0} \nabla \cdot \mathbf{u} = \gamma \kappa \nabla^2 T' \quad \text{con} \quad \frac{K}{\rho_0 c_{v0}} = \gamma \kappa \quad (1.3a)$$

donde,  $v_0 = \mu_0 / \rho_0$  es la difusividad viscosa, y  $v'_0$  su variación,  $\gamma = c_p / c_v$ .

Si se considera una onda monocromática,  $\frac{\partial}{\partial t}$  actúa como  $-i\omega$  donde  $\omega$  es la frecuencia, y

entonces las ecuaciones 1.2a y 1.3a se convierten respectivamente en:

$$-i\omega\beta_0 c_{T0}^2 \nabla T' = i\omega\nu_0 \nabla \times (\nabla \times u) + \omega^2 u + [c_{T0}^2 - i\omega \frac{4}{3} \nu_0'] \nabla (\nabla \cdot u) \quad (1.5)$$

$$y \quad \frac{(\gamma - 1)}{\beta_0 \gamma \kappa_0} \nabla \cdot u = \nabla^2 T' + \frac{i\omega}{\gamma \kappa_0} T' \quad (1.6).$$

Temkin [1] plantea que la velocidad  $\bar{u}$  se puede descomponer en su parte irrotacional y en su parte rotacional

$$\bar{u} = \nabla \tilde{\phi} + \nabla \times \tilde{\mathbf{B}}, \quad (1.7)$$

donde  $\phi$  y  $\tilde{\mathbf{B}}$  son potenciales. Al sustituir  $\bar{u}$  por 1.7 en 1.5 y 1.6, y dado que

$$\nabla \cdot (\nabla \times \tilde{\mathbf{B}}) = 0$$

$$y \nabla \times \nabla \phi = 0;$$

se obtienen tres ecuaciones:

$$\omega^2 \tilde{\phi} + [c_{T0}^2 - i\omega \frac{4}{3} \nu_0'] \nabla^2 \tilde{\phi} + i\omega \beta_0 c_{T0}^2 \tilde{T}' = 0 \quad (1.8)$$

$$\frac{(\gamma - 1)}{\beta_0 \gamma \kappa_0} \nabla^2 \tilde{\phi} = \nabla^2 \tilde{T}' + \frac{i\omega}{\gamma \kappa_0} \tilde{T}' \quad (1.9)$$

$$y \quad \nabla^2 \tilde{\mathbf{B}} = -i\omega / \nu_0 \tilde{\mathbf{B}} \quad (1.10)$$

Al despejar  $\tilde{T}'$  de 1.8, sustituirlo en 1.9 y aplicar  $\nabla^2$  a 1.9, se obtiene

$$[1 - 2i\gamma\bar{\alpha}_v] 2\bar{\alpha}_x \nabla^4 \tilde{\phi} + i(\gamma - 1) \frac{\omega^2}{c_0^2} [1 - 2i(\bar{\alpha}_v + \frac{\gamma}{(\gamma - 1)} \bar{\alpha}_x)] \nabla^2 \tilde{\phi} + i(\gamma - 1) \frac{\omega^4}{c_0^4} \tilde{\phi} = 0 \quad (1.9a)$$

donde  $c_0$  es la velocidad de propagación de sonido en el fluido  $\bar{\alpha}_v = \frac{2\omega\nu_0}{3c_0^2}$  y  $\bar{\alpha}_k = \frac{\omega\kappa_0(\gamma - 1)}{2c_0^2}$  son

las atenuaciones de la onda debidas a la viscosidad y a la conductividad térmica

respectivamente y  $\frac{4}{3} \frac{i\omega\nu_0'}{c_{T0}^2} = 2i\bar{\alpha}_v\gamma$

### 1.1.2 Solución de la ecuación de onda.

Al proponer la solución de la ecuación 1.9a como

$$(A\nabla^2 + B^2)(\nabla^2 + C^2)\tilde{\phi} = 0 \quad (1.9b)$$

y comparar con las constantes de 1.9a se llega a que

$$[1 - 2i\bar{\alpha}_v\gamma]2\bar{\alpha}_k = A,$$

$$i(\gamma - 1)\frac{\omega^2}{2c_0^2}[1 - 2i(\bar{\alpha}_v + \bar{\alpha}_k)] = B^2$$

$$y \quad \frac{\omega^2}{c_0^2}(1 + 2i(\bar{\alpha}_v + \bar{\alpha}_k)) = C^2.$$

Al dividir al primer término de 1.9b entre A, e igualar a cero cada uno de los dos términos de 1.9b, se obtienen dos nuevas expresiones independientes, éstas dependen de dos constantes y dan origen a dos potenciales independientes  $\tilde{\phi}_1, \tilde{\phi}_2$  que satisfacen la ecuación de onda

$$\nabla^2\tilde{\phi}_1 + K_1^2\tilde{\phi}_1 = 0 \quad (1.11a)$$

$$\nabla^2\tilde{\phi}_2 + K_2^2\tilde{\phi}_2 = 0 \quad (1.11b)$$

donde 
$$K_1^2 = \frac{B^2}{A} = i(\gamma - 1)\frac{\omega^2}{c_0^2}(1 + 2i[(\gamma - 1)\bar{\alpha}_v - \bar{\alpha}_k])$$

y 
$$K_2^2 = C^2$$

y usando las aproximaciones  $\frac{1}{\sqrt{1 + \Delta x}} = 1 - \frac{\Delta x}{2}$  y  $\sqrt{1 + \Delta x} = 1 + \frac{\Delta x}{2}$  ya que  $\bar{\alpha}_v$  y  $\bar{\alpha}_k$  son pequeñas,

resulta que  $K_1 \approx \frac{1+i}{\delta_k}$  y  $K_2 \approx \frac{\omega}{c_0}(1 + i(\bar{\alpha}_v + \bar{\alpha}_k))$  donde  $\delta_k = \sqrt{\frac{2K}{\rho_0 c_0 \omega}}$  es el coeficiente de penetración térmica.

Finalmente hemos encontrado que los potenciales  $\tilde{\phi}_1, \tilde{\phi}_2$  y  $\tilde{B}$  satisfacen la ecuación de onda 1.11a, 1.11b y 1.10 respectivamente por lo que la velocidad se obtiene de la ecuación:

$$\vec{u} = \nabla(\tilde{\phi}_1 + \tilde{\phi}_2) + \nabla \times \tilde{B} \quad (1.7a)$$

Si consideramos que cerca de la región donde se están produciendo las ondas, los factores de atenuación  $\bar{\alpha}_v$  y  $\bar{\alpha}_k$  son pequeños, las respectivas soluciones a las ecuaciones de onda 1.11a, 1.11b y 1.10, se pueden escribir como:

$$\tilde{\phi}_1 = A e^{\pm i\sqrt{\frac{1+i}{\delta_k}}y} \quad (12)$$

$$\tilde{\phi}_2 = B e^{\pm \frac{i\omega y}{c_a}} \quad (13)$$

y

$$\tilde{B} = C e^{\pm \sqrt{\frac{i\omega}{\nu_a}} y} \quad (14)$$

donde A, B y C son constantes a determinar en el problema específico donde se aplique esta teoría.

Las propiedades físico matemáticas de los potenciales son las siguientes: Como el coeficiente en la exponencial de  $\tilde{\phi}_2$  es imaginario puro, se sabe que está representando ondas longitudinales y no existe atenuación en esta onda porque se han despreciado  $\bar{\alpha}_v$  y  $\bar{\alpha}_x$ ; el coeficiente en la exponencial de  $\tilde{\phi}_1$  no es imaginario puro, esto nos indica que representa ondas longitudinales pero atenuadas por la irreversibilidad de la conducción de calor.  $\tilde{B}$  representa ondas rotacionales pero al igual que  $\tilde{\phi}_1$  tiene un exponente complejo que produce una atenuación debido a la existencia de la viscosidad. Las ondas debidas a  $\tilde{\phi}_1$  y  $\tilde{B}$  solo tienen relevancia en una vecindad del plano porque se atenúan muy rápidamente dentro de las capas límite [5].

## 1.2 Expresiones para las ondas térmicas en el sustrato y en el fluido y para la velocidad de partícula, generadas por un plano infinito al que se le suministra calor.

Los potenciales  $\tilde{\phi}_1$ ,  $\tilde{\phi}_2$  y  $\tilde{B}$  que se obtuvieron en la sección anterior, se usarán en esta sección

para obtener las expresiones de velocidad de partícula y temperatura considerando la configuración que se muestra en el dibujo 1.

Al hacer circular corriente alterna de frecuencia  $\omega/2$  por la lámina que yace sobre el plano xz, se genera calor por el efecto Joule. De acuerdo con Temkin, el calor produce variaciones armónicas de la temperatura en la lámina, que tienen la forma

$$T_p = T_0 + \varepsilon \cos(\omega t) \quad (1.15)$$

donde  $T_0$  es la temperatura media,  $\omega$  es el doble de la frecuencia de la corriente y  $\varepsilon$  es la amplitud de las variaciones de temperatura debidas al calor generado.



Dibujo 1. Diagrama que muestra la Configuración 1. Ésta comprende 3 regiones sobre el eje Y, en la región 1 y 3 hay aire y en medio hay un sustrato de largo y ancho infinito y grosor d. Adherida a la cara del sustrato de la región 1, se encuentra una lámina de metal con grosor despreciable

El calor de la lámina fluye tanto a la región I como hacia el sustrato generando ondas térmicas. Dentro del sustrato sigue la ley de Fourier sobre la conducción de calor y la ecuación que describe a la onda de temperatura es:  $T_s = Ge^{\pm ik_s y}$  donde G es una constante y  $k_s = \frac{1+i}{\delta_s}$  con

$\delta_s = \sqrt{\frac{2K_s}{\rho_s c_s \omega}}$  es el coeficiente de penetración térmica para el sustrato,  $K_s$  es la conductividad térmica del sustrato,  $\rho_s$  es su densidad, y  $c_s$  es el calor específico.

La onda térmica se logrará desplazar por el sustrato hasta que se disipe o entre en contacto con la región 3. Si logra llegar a la interfase con la región 3, se producirá reflexión de la onda hacia el sustrato y transmisión hacia el aire, la onda reflejada viajará en sentido contrario al que llevaba, mientras que la transmitida se propagará en la región 3. En estado estacionario, se originarán dentro del sustrato 2 ondas con sentidos contrarios, dadas por

$$T_s = T_{1s}e^{-ik_s y} + T_{2s}e^{ik_s y} \quad (1.16)$$

donde  $T_{1s}$  y  $T_{2s}$  corresponden a las amplitudes complejas de las ondas térmicas que viajan a la izquierda y a la derecha.

De acuerdo al dibujo 1, la región I no está acotada hacia la derecha, por lo tanto la onda producida por la lámina viajará libremente hacia la derecha de manera que los potenciales  $\tilde{\phi}_1$  y  $\tilde{\phi}_2$  deberán de tener el signo positivo en la exponencial, mientras que en la región III, los potenciales tendrán signo contrario porque la onda se moverá en sentido contrario. Al sustituir en la ecuación 1.7 el valor de los potenciales  $\tilde{\phi}_1$  y  $\tilde{\phi}_2$ , y ya que las condiciones de simetría del plano infinito inhiben la contribución del potencial  $\tilde{B}$ , se puede concluir que:

$$\bar{u}_1 = ik_i A e^{ik_i y} + ik B e^{iky} \quad (1.17)$$

y 
$$\bar{u}_3 = ik_i A e^{-ik_i y} + ik B e^{-iky} \quad (1.18)$$

donde  $k_i = \sqrt{\frac{i\omega}{k}}$  y  $k = \frac{\omega}{c_0}$  por las ecuaciones 1.12 y 1.13.

Al despejar  $\tilde{T}'$  de 1.8 se obtiene  $\frac{i}{\omega\beta_0} \left( \frac{\omega^2}{c_{T0}^2} \tilde{\phi} + \left[ 1 - \frac{4i\omega}{3c_{T0}^2} v'_0 \right] \nabla^2 \tilde{\phi} \right) = \tilde{T}'$  y recordando que

$\frac{4i\omega v'_0}{3c_{T0}^2} = 2i\bar{\alpha}_v \gamma$  es muy pequeña entonces  $\tilde{T}'$  satisface la relación

$$\frac{i}{\omega\beta_0} \left( \gamma \frac{\omega^2}{c_0^2} \tilde{\phi} + \nabla^2 \tilde{\phi} \right) = \tilde{T}'$$

Al sustituir a  $\tilde{\phi}$  por  $\tilde{\phi}_1 + \tilde{\phi}_2$ , se tiene:

$$\tilde{T}'_1 = \frac{i}{\omega\beta_0} \left( (\gamma k^2 - k_i^2) A e^{ik_x y} + (\gamma - 1) k^2 B e^{ik_y} \right) \quad (1.19)$$

$$\text{y} \quad \tilde{T}'_3 = \frac{i}{\omega\beta_0} \left( (\gamma k^2 - k_i^2) A_3 e^{-ik_x y} + (\gamma - 1) k^2 B_3 e^{-ik_y} \right) \quad (1.20)$$

para las regiones I y III respectivamente.

De acuerdo a Temkin ([1] pag.472), la presión acústica generada por una lámina infinita es:

$$P = \rho_0 c_0 |\bar{u}| \quad (1.21)$$

donde  $c_0$  es la velocidad con la que se mueven las ondas acústicas en el fluido.

### 1.3 Conceptos de fortaleza y fuente simple.

La fortaleza de una fuente sonora es un concepto que sirve para caracterizar las superficies generadoras de sonido e involucra la cantidad de volumen que pueden desplazar. La fortaleza  $Q$  está definida como (ver L. E. Kinsler et. al. [3] ecuación 7.2.9):

$$Q e^{j\omega t} = \int_S \bar{u} \cdot \hat{n} dS \quad (1.22)$$

Donde  $\bar{u}$ , es la velocidad con la que se mueven las partículas que están sobre la superficie  $S$ ,  $e^{j\omega t}$  indica que la superficie  $S$  vibra en forma armónica con frecuencia  $\omega$ .

Una fuente simple es aquella en la que sus dimensiones son muy pequeñas respecto a la longitud de onda. La ecuación que describe la amplitud compleja de la presión sonora  $P$  radiada por una fuente simple es, de acuerdo con [3]:

$$P = \frac{j\rho_0 c k Q}{4\pi r} \quad (1.23)$$

donde  $k$  es el número de onda y  $r$  es la distancia de la fuente al punto donde se mide la presión.



#### 1.4 Velocidad equivalente.

De acuerdo con Temkin ([1] secciones 5.2 y 5.10), la cantidad de calor,  $q_{vol}(r,t)$  que es liberado por unidad de volumen del fluido y por unidad de tiempo en la posición  $r$  y en el tiempo  $t$  está relacionado con la fortaleza de la fuente por unidad de volumen  $Q_n$  según la relación:

$$Q_n = q_{vol} \frac{\beta_0}{\rho_0 c_0} \quad (1.24)$$

Suponiendo que las ondas acústicas generadas por el plano infinito fueran radiadas por un pistón equivalente, el problema se reduciría a encontrar la expresión para la velocidad con la que se mueve el pistón. A esa velocidad se le llama velocidad equivalente.

La velocidad equivalente se puede expresar en términos del calor que tiene el fluido mediante la ecuación:

$$\bar{u}_{equiv} = \frac{\beta_0}{\rho_0 c_0} \int_0^\infty q_{vol} dy \quad (1.25)$$

y ya que el calor que se propaga hacia el aire depende únicamente del gradiente de

temperaturas de la lámina, es decir  $q_{aire} = -K \frac{dT_1}{dy} \Big|_{y=0} = \int_0^\infty q_{vol} dy$  se tiene que:

$$\bar{u}_{equiv} = - \frac{K \beta_0}{\rho_0 c_0} \frac{dT_1}{dy} \Big|_{y=0} \quad (1.26)$$

## Capítulo 2: Resultados teóricos.

### 2.1 Solución analítica para un plano infinito.

Usando las ecuaciones de velocidad, temperatura y presión (ecuaciones 1.14 a 1.18) se plantearon 3 tipos de problemas, que se diferencian entre sí por la manera en que está construida la fuente termoacústica. El objetivo es encontrar las ecuaciones para la presión acústica en cualquier punto del espacio para estos problemas y analizar cómo es la dependencia de la presión acústica respecto al grosor del sustrato y de la frecuencia de la onda; asimismo, determinar qué configuración resulta ser la más eficiente para generar energía acústica.

Configuración 1 consta de lo siguiente (ver dibujo 1):

Entre la superficie del sustrato y el aire de la región 1 está colocada una lámina metálica de espesor despreciable. Las condiciones de frontera que se deben cumplir son las siguientes: la velocidad del fluido en las superficies del sustrato de las regiones 1 y 3 debe de ser nula porque la lámina y el sustrato están fijos, continuidad de la temperatura y continuidad del flujo de energía calorífica en todas las interfases. Así las condiciones de frontera y las expresiones para la velocidad y la temperatura son las siguientes:

Condiciones de frontera	Ecuaciones
$\bar{u}_1 _{y=0}=0$	$\bar{u}_1 = Aik_1 e^{ik_1 y} + ikB e^{iky}$
$\bar{u}_3 _{y=-d}=0$	
$T_1 _{y=0}=T_s _{y=0}$	$T_1 = \frac{i}{\beta\omega} [((\gamma k^2 - k_i^2)A e^{ik_1 y} + (\gamma - 1)k^2 B e^{iky})]$
$T_3 _{y=-d}=T_s _{y=-d}$	$\bar{u}_3 = A_3 ik_1 e^{-ik_1 y} + ikB_3 e^{-iky}$
$-K_s \left. \frac{dT_s}{dy} \right _{y=0} = -K \left. \frac{dT_1}{dy} \right _{y=0} - q + c_c \sigma \left. \frac{\partial T_s}{\partial t} \right _{y=0}$	$T_3 = \frac{i}{\beta\omega} [((\gamma k^2 - k_i^2)A_3 e^{-ik_1 y} + (\gamma - 1)k^2 B_3 e^{-iky})]$
$-K_s \left. \frac{dT_s}{dy} \right _{y=-d} = -K \left. \frac{dT_3}{dy} \right _{y=-d}$	$T_s = T_{1s} e^{-ik_1 y} + T_{2s} e^{ik_1 y}$

donde  $d$  es el grosor del sustrato,  $T_1$ ,  $T_3$ ,  $T_s$ , son las expresiones para la onda térmica en las regiones 1, 3 y en el sustrato respectivamente,  $K_s$  es la conductividad térmica del sustrato,  $q$  es el calor liberado por la lámina por unidad de área y de tiempo, el término que involucra a  $c_c$  y  $\sigma$

es el calor que se queda en la lámina de metal,  $c_c$  es el calor específico de la lámina de metal y  $\sigma$  es su densidad superficial.

La presión (ec.1.20) está dada en términos de  $\bar{u}$  y las incógnitas  $A, B, A_3, B_3, T_{1s}$  y  $T_{2s}$  se encuentran al resolver el sistema de ecuaciones, estas son:

$$A = -q \left\{ \frac{\left( \frac{e^{ik_s d} + e^{-ik_s d}}{2} \right) + \frac{K}{\beta\omega} \left[ (\gamma k^2 - k_i^2) k_i e^{ik_i d} + (\gamma - 1) k^2 \frac{-k_i e^{ik_i d}}{k e^{ik_i d}} e^{ik_i d} \right] \left( \frac{e^{ik_s d} - e^{-ik_s d}}{2K_s i k_s} \right)}{-\frac{K k_i e^{ik_i d}}{\beta\omega} \left( \frac{e^{ik_s d} - e^{-ik_s d}}{2K_s i k_s} \right) C_2 e^{-ik_i d} \left( [(\gamma k^2 - k_i^2) k_i + (\gamma - 1) k^2 (-k_i)] \right) - C_1} \right\}$$

$$A_3 = \frac{iq\beta\omega \left( \frac{e^{ik_s d} - e^{-ik_s d}}{2K_s i k_s} \right) e^{-ik_i d}}{\left[ (\gamma k^2 - k_i^2) + (\gamma - 1) k (-k_i) \right]} + A C_2 e^{-ik_i d} \left( \frac{e^{ik_s d} - e^{-ik_s d}}{2K_s i k_s} \right)$$

donde

$$C_1 = \left( \frac{e^{ik_s d} + e^{-ik_s d}}{2} \right) \left[ \left( \frac{c_c \sigma}{\beta} - \frac{K_s k_s}{\beta\omega} + \frac{2K_s k_s e^{-ik_s d}}{\beta\omega (e^{ik_s d} + e^{-ik_s d})} \right) \left( (\gamma k^2 - k_i^2) + (\gamma - 1) k (-k_i) \right) + \frac{K}{\beta\omega} \left( (\gamma k^2 - k_i^2) k_i + (\gamma - 1) k^2 (-k_i) \right) \right]$$

$$y C_2 = \left( -i\omega c_c \sigma + iK_s k_s - iK \left[ \frac{(\gamma k^2 - k_i^2) k_i + (\gamma - 1) k^2 (-k_i)}{(\gamma k^2 - k_i^2) + (\gamma - 1) k (-k_i)} \right] + \frac{e^{-ik_i d}}{\left( \frac{e^{ik_s d} - e^{-ik_s d}}{2K_s i k_s} \right)} \right)$$

$$T_{1s} = \frac{-q + A \left\{ \frac{c_c \sigma \omega - K_s k_s}{\beta\omega} \left[ (\gamma k^2 - k_i^2) + (\gamma - 1) k^2 \frac{-k_i}{k} \right] + \frac{K}{\beta\omega} \left[ (\gamma k^2 - k_i^2) k_i + (\gamma - 1) k^3 \frac{-k_i}{k} \right] \right\}}{2iK_s k_s}$$

$$T_{2s} = \frac{-q + A \left\{ \frac{c_c \sigma \omega - K_s k_s + 2K_s k_s}{\beta\omega} \left[ (\gamma k^2 - k_i^2) + (\gamma - 1) k^2 \frac{-k_i}{k} \right] + \frac{K}{\beta\omega} \left[ (\gamma k^2 - k_i^2) k_i + (\gamma - 1) k^3 \frac{-k_i}{k} \right] \right\}}{2iK_s k_s}$$

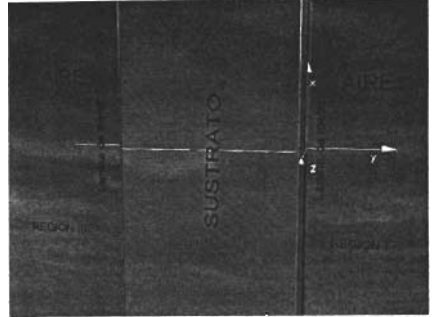
$$B_3 = \frac{-k_i}{k} \frac{e^{ik_i d}}{e^{-ik_i d}} A_3$$

$$B = \frac{-k_i}{k} A$$

$$P_{región1} = i\omega\sigma \left( A e^{ik_i y} + B e^{iky} \right)$$

$$P_{\text{región3}} = i\omega\sigma (A_3 e^{-ik_1 y} + B_3 e^{-iky})$$

Configuración 2. Esta configuración tiene también 3 regiones (ver dibujo 2); en este caso, a ambas caras del sustrato está adherida una lámina metálica de grosor despreciable. Las condiciones de frontera y las ecuaciones para las velocidades y temperaturas son similares a las consideradas en el problema 1. La velocidad del fluido en cada una de las fronteras vuelve a ser nula, ya que la lámina está fija, y se debe de cumplir la condición de continuidad de la temperatura y la condición de continuidad del flujo de energía calorífica en todas las interfaces. Las ecuaciones son las siguientes:



Dibujo 2. Diagrama de la Configuración 2, formada por un sustrato de largo y ancho infinitos y grosor finito  $d$ , con una lámina metálica de grosor despreciable en cada cara del sustrato. Al lado de las caras del sustrato existe aire.

#### Ecuaciones

$$\bar{u}_1 = A_1 k_1 e^{ik_1 y} + ik_1 B_1 e^{iky}$$

$$T_1 = \frac{i}{\beta\omega} [(\gamma k^2 - k_1^2) A_1 e^{ik_1 y} + (\gamma - 1) k^2 B_1 e^{iky}]$$

$$\bar{u}_3 = A_3 ik_1 e^{-ik_1 y} + ik_1 B_3 e^{-iky}$$

$$T_3 =$$

$$\frac{i}{\beta\omega} [(\gamma k^2 - k_1^2) A_3 e^{-ik_1 y} + (\gamma - 1) k^2 B_3 e^{-iky}]$$

$$T_s = T_{1s} e^{-ik_1 y} + T_{2s} e^{ik_1 y}$$

#### Condiciones de frontera

$$\bar{u}_1|_{y=0} = 0$$

$$\bar{u}_3|_{y=d} = 0$$

$$T_1|_{y=0} = T_s|_{y=0}$$

$$T_3|_{y=d} = T_s|_{y=d}$$

$$-K_s \left. \frac{dT_s}{dy} \right|_{y=0} = -K \left. \frac{dT_1}{dy} \right|_{y=0} - q + c_c \sigma \left. \frac{\partial T_s}{\partial t} \right|_{y=0}$$

$$K_s \left. \frac{dT_s}{dy} \right|_{y=d} = K \left. \frac{dT_3}{dy} \right|_{y=d} - q + c_c \sigma \left. \frac{\partial T_s}{\partial t} \right|_{y=d}$$

La ecuación para la presión se obtiene de manera análoga a la configuración 1.

Las soluciones para las incógnitas son:

$$A = -q \left\{ \left( \frac{e^{ik_1 d} + e^{-ik_1 d}}{2} \right) + \frac{K}{\beta\omega} \left[ (\gamma k^2 - k_1^2) k_1 e^{ik_1 d} + (\gamma - 1) k^2 \frac{-k_1 e^{ik_1 d}}{k e^{ik_1 d}} e^{ik_1 d} \right] \left( \frac{e^{ik_1 d} - e^{-ik_1 d}}{2K_s ik_1} \right) - i\omega c_c \sigma \left( \frac{e^{ik_1 d} - e^{-ik_1 d}}{2K_s ik_1} \right) + 1 \right\} - \frac{K k_1 e^{ik_1 d} \left( \frac{e^{ik_1 d} - e^{-ik_1 d}}{2K_s ik_1} \right) C_2 e^{-ik_1 d} \left[ (\gamma k^2 - k_1^2) k_1 + (\gamma - 1) k^2 (-k_1) \right] - C_1 + C_3}$$

$$A_3 = \frac{iq\beta\omega \left( \frac{e^{ik_s d} - e^{-ik_s d}}{2K_s ik_s} \right) e^{-ik_i d}}{\left[ (\gamma k^2 - k_i^2) + (\gamma - 1)k(-k_i) \right]} + AC_2 e^{-ik_i d} \left( \frac{e^{ik_i d} - e^{-ik_i d}}{2K_s ik_s} \right)$$

donde  $C_1$ ,  $C_2$  y  $C_3$  son:

$$C_1 = \left( \frac{e^{ik_i d} + e^{-ik_i d}}{2} \right) \left[ \left( \frac{c_c \sigma}{\beta} - \frac{K_s k_s}{\beta\omega} + \frac{2K_s k_s e^{-ik_i d}}{\beta\omega(e^{ik_i d} + e^{-ik_i d})} \right) \left[ (\gamma k^2 - k_i^2) + (\gamma - 1)k(-k_i) \right] + \frac{K_s}{\beta\omega} \left[ (\gamma k^2 - k_i^2)k_i + (\gamma - 1)k^2(-k_i) \right] \right]$$

$$C_2 = \left[ -i\omega c_c \sigma + iK_s k_s - iK \frac{\left[ (\gamma k^2 - k_i^2)k_i + (\gamma - 1)k^2(-k_i) \right]}{\left[ (\gamma k^2 - k_i^2) + (\gamma - 1)k(-k_i) \right]} + \frac{e^{-ik_i d}}{\left( \frac{e^{ik_i d} - e^{-ik_i d}}{2K_s ik_s} \right)} \right]$$

$$C_3 = i\omega c_c \sigma \left[ \left( \frac{c_c \sigma}{\beta} - \frac{K_s k_s}{\beta\omega} - \frac{2K_s k_s e^{-k_i d}}{\beta\omega(e^{ik_i d} - e^{-ik_i d})} \right) \left[ (\gamma k^2 - k_i^2) + (\gamma - 1)k(-k_i) \right] + \frac{K \left[ (\gamma k^2 - k_i^2)k_i + (\gamma - 1)k^2(-k_i) \right]}{\beta\omega} \right]$$

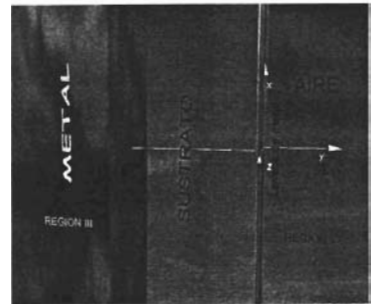
$$T_{1s} = \frac{-q + A \left\{ \frac{c_c \sigma \omega - K_s k_s}{\beta\omega} \left[ (\gamma k^2 - k_i^2) + (\gamma - 1)k^2 \frac{-k_i}{k} \right] + \frac{K}{\beta\omega} \left[ (\gamma k^2 - k_i^2)k_i + (\gamma - 1)k^3 \frac{-k_i}{k} \right] \right\}}{2iK_s k_s}$$

$$T_{s2} = \frac{i}{\beta\omega} \left[ (\gamma k^2 - k_i^2) + (\gamma - 1)k^2 \frac{-k_i}{k} \right] A - T_{s1}$$

$$B_3 = \frac{-k_i}{k} \frac{e^{k_i d}}{e^{-k_i d}} A_3$$

$$B = \frac{-k_i}{k} A$$

Configuración 3 (ver dibujo 3). Entre el sustrato y el aire se encuentra la lámina metálica. En la región 3 se tiene una lámina de metal de largo y ancho infinitos sobre la cual está pegado el sustrato, además de que el grosor es relativamente grande así que puede considerarse infinito. Las condiciones de frontera son la continuidad de la temperatura y del flujo de la energía calorífica además de que la velocidad en la frontera sustrato-aire debe ser nula.



Dibujo 3. Diagrama de la Configuración 3. Entre el metal (región III) y el aire (región I) se encuentra un sustrato de grosor  $d$ . En la interfase sustrato-aire, se encuentra una placa metálica cuyo grosor es despreciable.

Las ecuaciones son las siguientes:

Ecuaciones
$\bar{u}_1 = A i k_t e^{i k_t y} + i k B e^{i k y}$
$T_1 = \frac{i}{\beta \omega} [(\gamma k^2 - k_t^2) A e^{i k_t y} + (\gamma - 1) k^2 B e^{i k y}]$
$T_{met} = T_M e^{-i k_{met} y}$
$T_s = T_{1s} e^{-i k_s y} + T_{2s} e^{i k_s y}$

Condiciones de frontera
$\bar{u}_1 _{y=0} = 0$
$T_1 _{y=0} = T_s _{y=0}$
$T_{met} _{y=-d} = T_s _{y=-d}$
$-K_s \frac{dT_s}{dy} \Big _{y=0} = -K \frac{dT_1}{dy} \Big _{y=0} - q + c_c \sigma \frac{\partial T_s}{\partial t} \Big _{y=0}$
$-K_s \frac{dT_s}{dy} \Big _{y=-d} = -K_{met} \frac{dT_{met}}{dy} \Big _{y=-d}$

donde  $T_{met}$  es la onda de temperatura en el metal dada por la ley de Fourier para la conducción de calor, y que viaja en la dirección  $-y$ .  $T_M$  es una constante a determinar y  $k_{met} = \frac{1+i}{\delta_{met}}$  donde

$\delta_{met} = \sqrt{\frac{2K_{met}}{\rho_{met} c_{met} \omega}}$  es el coeficiente de penetración térmica para el metal,  $K_{met}$  es la conductividad

térmica del metal,  $\rho_{met}$  es su densidad, y  $c_{met}$  es su calor específico. Después de aplicar las condiciones de frontera sobre las ecuaciones, se obtiene que las constantes son:

$$A = -q \left\{ \frac{\left( \frac{e^{i k_t d} + e^{-i k_t d}}{2} \right) + \frac{K_m}{\beta \omega} \left[ (\gamma k^2 - k_t^2) k_t e^{i k_t d} + (\gamma - 1) k^2 \frac{-k_t e^{i k_t d}}{k e^{i k d}} e^{i k d} \right] \left( \frac{e^{i k_t d} - e^{-i k_t d}}{2 K_s i k_s} \right)}{-\frac{K_m k_t e^{i k_t d}}{\beta \omega} \left( \frac{e^{i k_t d} - e^{-i k_t d}}{2 K_s i k_s} \right) C_2 e^{-i k_t d} \left[ (\gamma k^2 - k_t^2) k_t + (\gamma - 1) k^2 (-k_t) \right] - C_1} \right\}$$

$$T_{met} = -q \left( \frac{e^{i k_t d} - e^{-i k_t d}}{2 i K_s k_s e^{i k_t d}} + \frac{\left( C_1 \frac{e^{i k_t d} - e^{-i k_t d}}{2 i K_s k_s} + \frac{i}{\beta \omega} \left[ (\gamma k^2 - k_t^2) + (\gamma - 1) k^2 \frac{-k_t}{k} \right] e^{-i k_t d} \right) A}{e^{i k_t d}} \right)$$

donde  $C_1$ , y  $C_2$  son:

$$C_1 = \left( \frac{e^{ik_s d} + e^{-ik_s d}}{2} \right) \left[ \left( \frac{c_c \sigma}{\beta} - \frac{K_s k_s}{\beta \omega} + \frac{2K_s k_s e^{-ik_s d}}{\beta \omega (e^{ik_s d} + e^{-ik_s d})} \right) \left( (\gamma k^2 - k_i^2) + (\gamma - 1)k(-k_i) \right) + \frac{K}{\beta \omega} \left( (\gamma k^2 - k_i^2)k_i + (\gamma - 1)k^2(-k_i) \right) \right]$$

$$C_2 = \left[ -i\omega c_c \sigma + iK_s k_s - iK \frac{\left[ (\gamma k^2 - k_i^2)k_i + (\gamma - 1)k^2(-k_i) \right]}{\left[ (\gamma k^2 - k_i^2) + (\gamma - 1)k(-k_i) \right]} + \frac{e^{-ik_s d}}{\left( \frac{e^{ik_s d} - e^{-ik_s d}}{2K_s ik_s} \right)} \right]$$

$$T_{1s} = \frac{-q + A \left\{ \frac{c_c \sigma \omega - K_s k_s}{\beta \omega} \left[ (\gamma k^2 - k_i^2) + (\gamma - 1)k^2 \frac{-k_i}{k} \right] + \frac{K}{\beta \omega} \left[ (\gamma k^2 - k_i^2)k_i + (\gamma - 1)k^3 \frac{-k_i}{k} \right] \right\}}{2iK_s k_s}$$

$$T_{s2} = \frac{i}{\beta \omega} \left[ (\gamma k^2 - k_i^2) + (\gamma - 1)k^2 \frac{-k_i}{k} \right] A - T_{s1}$$

$$B = \frac{-k_i}{k} A$$

## 2.2 Resultados sobre el grosor del sustrato.

Con ayuda de programas de cómputo desarrollados por quien escribe esta tesis, en Matlab (The Mathworks, Inc.), considerando cada una de las configuraciones de la sección 2.1, se estudió el efecto que tienen dichas configuraciones y el grosor del sustrato (en este caso vidrio) sobre la velocidad equivalente producida por una lámina infinita.

Se obtuvieron las gráficas de la velocidad equivalente, porque la presión radiada por una placa infinita es proporcional a ésta, además de que para el cálculo de la velocidad equivalente sólo está involucrado el gradiente de temperatura en la lámina de metal, lo cual hace más sencillo su cálculo.

Como lámina metálica, en la cual se hace circular la corriente eléctrica para generar calor, se consideró una hoja de oro de las que se emplean para el estofado de superficies. Se usaron estas hojas de oro debido a que tienen un espesor muy pequeño, de  $275 \times 10^{-9} \text{m}$ , y a que son fáciles de conseguir y más resistentes que las hojas hechas de otros materiales, por ejemplo plata; el sustrato fue vidrio y el fluido donde se propaga la onda acústica fue aire. Para la configuración 3, el metal que se consideró fue cobre. La cantidad de calor que se usó en los programas se fijó en  $1 \times 10^4 \text{ J/m}^2 \text{ s}$ .

En los programas de cómputo, los valores para las constantes relacionadas con el aire, el vidrio y el oro, como son la densidad, la capacidad calorífica, y la conductividad que intervienen en las ecuaciones de la sección 2.1, se tomaron del libro "Perry, Manual del ingeniero químico" [10].

Hay una restricción numérica en los programas para los valores que puede asumir el grosor del sustrato. Cuando la profundidad de penetración térmica es menor al grosor del sustrato, las oscilaciones de temperatura que fluyen en el sustrato se atenúan antes de llegar a la región 3. Esto puede producir error en los programas que dan información sobre la región 3. Se detectó que para valores mayores que  $10^{-5}$  m se presentaba el error, así que se tuvo el cuidado de no asignarle al grosor valores mayores que  $10^{-5}$  m. También para la región 1 hay un límite en cuanto a los valores que puede asumir el grosor del sustrato, este límite es del orden de  $10^{-3}$  m y se debe a errores numéricos del programa.

Configuración 1, aire-vidrio-aire con una lámina de oro (dibujo 1).

Las gráficas de la velocidad equivalente para la región 1 de la configuración 1, ilustrada por el dibujo 1, en función de la frecuencia y del grosor del sustrato, se muestran en las figuras 1a, 1b y 1c; las gráficas correspondientes para la velocidad equivalente en función de la frecuencia y del grosor del sustrato para la región 3 de la configuración 1, se muestran en las figuras 1d, 1e y 1f.

Como se observa en las figuras, cuando el grosor del sustrato es menor que  $10^{-6}$  m las gráficas para la velocidad equivalente en las regiones 1 y 3 son muy parecidas. En ambas regiones, las funciones de la velocidad equivalente son decrecientes con respecto al grosor del sustrato y a la frecuencia. También para las dos regiones, existe un valor del grosor alrededor de  $10^{-9}$  m para la cual la velocidad equivalente no varía aunque el grosor disminuya, es en esta zona donde para todas las frecuencias la velocidad alcanzan su máximo valor del orden de  $10^{-4}$  m/s.

Si el grosor del sustrato es mayor que  $10^{-6}$  m, la magnitud de la onda térmica que viaja por el sustrato disminuye, lo que da como resultado que decaiga la velocidad equivalente producida en la región 3. Esto se aprecia en la gráfica de la velocidad equivalente de la región 1 (figura



1a), donde el valor de la velocidad equivalente se mantiene constante alrededor de  $1 \times 10^{-4}$  m/s, mientras que el valor de la velocidad equivalente en la región 3 (figura 1d) disminuye al orden de  $10^{-9}$  m/s. Esta diferencia se debe a que en la región 1 se encuentra la lámina de oro, donde se origina el calor.

velocidad equivalente para la placa infinita de la configuración 1 región 1

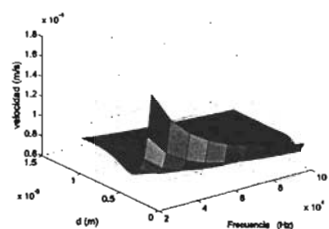


Figura 1a. Velocidad equivalente en la región 1 de la configuración 1, con el grosor del sustrato comprendido en el entre  $10^{-5}$  y  $10^{-6}$  m.

velocidad equivalente para la placa infinita de la configuración 1 región 1

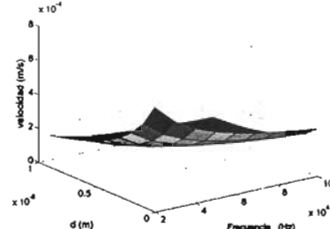


Figura 1b. Velocidad equivalente en la región 1 de la configuración 1 cuando el grosor del sustrato varía de  $10^{-6}$  a  $10^{-6}$  m.

velocidad equivalente para la placa infinita de la configuración 1 región 1

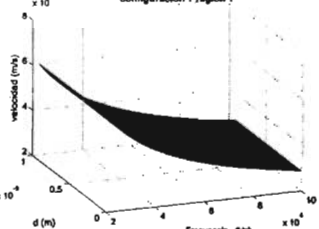


Figura 1c. Velocidad equivalente en la región 1 de la configuración 1 para el grosor del sustrato entre  $10^{-9}$  y  $10^{-10}$  m.

velocidad equivalente placa infinita problema 1 región 3

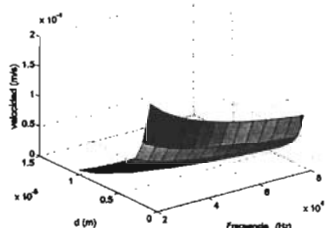


Figura 1d. Velocidad equivalente en la región 3 para la configuración 1, el grosor del sustrato varía entre  $10^{-5}$  y  $10^{-6}$  m. Es aquí donde se aprecia la diferencia entre la velocidad equivalente de la región 1 y la velocidad equivalente de la región 3.

velocidad equivalente placa infinita problema 1 región 3

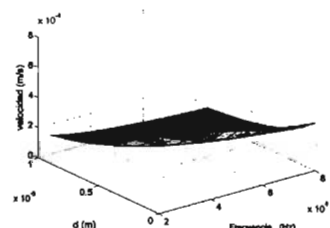


Figura 1e. Velocidad equivalente en la región 3 para la configuración 1, el grosor del sustrato toma valores de  $10^{-6}$  y  $10^{-6}$  m.

velocidad equivalente placa infinita problema 1 región 3

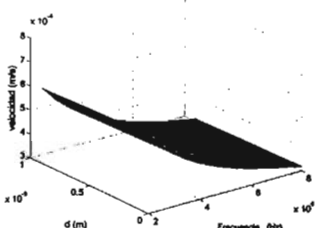


Figura 1f. Velocidad equivalente en la región 3 para la configuración, los valores para el grosor del sustrato están entre  $10^{-9}$  y  $10^{-10}$  m.

Estos resultados harían suponer que con el grosor del sustrato del orden de  $10^{-9}$  a  $10^{-6}$  m se produce una cantidad parecida de velocidad equivalente, en las regiones 1 y 3.

La figura 1g muestra la relación que existe entre la velocidad equivalente y el grosor del sustrato normalizada a la longitud de onda. Al graficar la velocidad equivalente en la región 1 en función

del grosor del sustrato normalizada a la longitud de onda se puede concluir que las curvas son prácticamente iguales para todas las frecuencias porque todos los términos que intervienen en el problema como son la velocidad equivalente, y la onda térmica, dependen de la longitud de onda. La figura 1g también nos muestra que se podría estudiar el fenómeno termoacústico con esta configuración, restringiendo el intervalo de frecuencias para adecuarlo a la anchura del sustrato que fuera más conveniente utilizar.

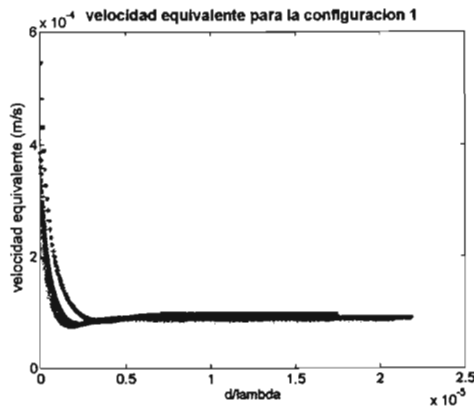


Figura 1g. Se muestra la velocidad equivalente contra el grosor relativo a la longitud de onda para las frecuencias de 20, 50 y 80 kHz (gris, negro y gris claro respectivamente).

### Configuración 2, aire-vidrio-aire con dos láminas de oro (dibujo2)

Las gráficas de los valores para la velocidad equivalente en las regiones 1 y 3 son iguales, esto se debe a la simetría de la configuración. Estas gráficas se muestran en las figuras 2a, 2b y 2c, donde se observa que la velocidad equivalente decrece respecto al grosor del sustrato y a la frecuencia. Se aprecia que existe un máximo para prácticamente todas las frecuencias, cuyo valor es  $9 \times 10^{-4}$  m/s, cuando el grosor tiene un valor de  $10^{-9}$  m. Cuando el grosor es mayor que  $1 \times 10^{-5}$  m el valor de la velocidad equivalente se mantiene prácticamente constante alrededor del valor  $1 \times 10^{-4}$  m/s para todas las frecuencias. Para ambas regiones, cuando la el grosor es del orden de  $10^{-5}$  m se distingue que la configuración 2 alcanza en las regiones 1 y 3 los mismos valores de velocidad equivalente con respecto a la región 1 de la configuración 1 ya que el grosor del sustrato hace que la onda térmica originada en alguna de las dos interfases, al viajar

por el sustrato, llegue lo suficientemente atenuada a la interfaz contraria como para no contribuir de manera sustancial en la generación de velocidad equivalente.

Cuando el grosor del sustrato es del orden de  $10^{-9}$  m, se alcanzan valores mayores para la velocidad equivalente en la configuración 2 respecto a la región 1 de la configuración 1. Esto se debe a que el calor generado en la placa metálica en contacto con el aire de la región 3, contribuye de una manera significativa en la generación de la onda acústica en la región 1.

velocidad equivalente para la placa infinita del problema 2 en la región 1    velocidad equivalente para la placa infinita del problema 2 en la región 1    velocidad equivalente para la placa infinita del problema 2 en la región 1

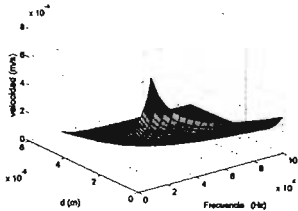


Figura 2a. Velocidad equivalente para la región 1 donde se distingue que la superficie es no creciente respecto al grosor y la frecuencia. Se observa una tendencia constante cuando el grosor se hace mayor que  $10^{-5}$  m.

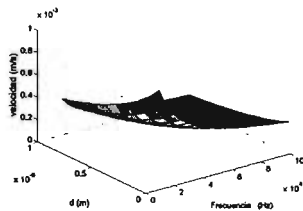


Figura 2b. Velocidad equivalente cuando el grosor es del orden de  $10^{-6}$  m, esta es la zona de transición de función decreciente a función constante respecto al grosor.

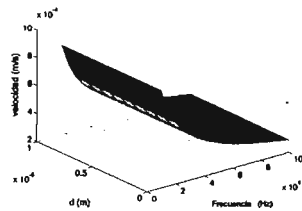


Figura 2c Velocidad equivalente cuando el grosor es del orden de  $10^{-9}$  m. Se aprecia que independientemente de la disminución del grosor, la curva de velocidad equivalente contra frecuencia tiene la misma magnitud.

En la figura 2d se muestra la gráfica de la velocidad equivalente contra el grosor del sustrato relativo a la longitud de onda. De ésta figura se advierte que cuando el grosor relativo es del orden de  $10^{-5}$ , los valores de la velocidad equivalente se mantienen constantes alrededor de  $1 \times 10^{-4}$  m/s para todas las frecuencias; esto es similar a los resultados que se obtienen de la figura 1f de configuración 1.

También en la figura 2d, cuando el grosor relativo es del orden de  $10^{-7}$ , los valores de velocidad equivalente son del mismo orden de magnitud pero ligeramente mayores que los valores de la velocidad para la configuración 1 en la región 1.

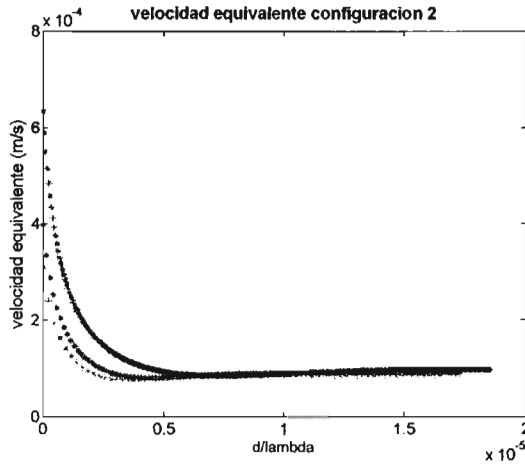


Fig. 2d. Se muestra la velocidad equivalente contra el grosor relativo a la longitud de onda para las frecuencias de 20, 50 y 80 kHz (negro, gris y gris claro respectivamente).

### Configuración 3, cobre-vidrio-aire con una lámina de oro (dibujo 3)

La gráfica para la velocidad equivalente se muestra en las figuras 3a, 3b y 3c. En esta configuración existe un máximo cuando el grosor mide  $1 \times 10^{-6}$  m y toma un valor de  $1.1 \times 10^{-4}$  m/s. Cuando el grosor es menor que  $1 \times 10^{-6}$  m la velocidad decrece al orden de  $10^{-6}$  m/s y si el grosor es menor que  $10^{-9}$  m los valores para la velocidad se mantienen casi constantes respecto al grosor. Para valores del grosor mayores que  $10^{-6}$  m los valores de la velocidad son constantes para casi todas las frecuencias, iguales aproximadamente a  $1 \times 10^{-4}$  m/s.

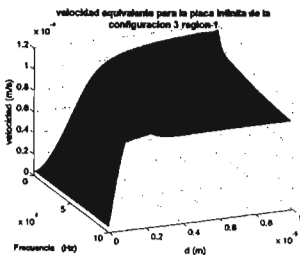


Figura 3a. Velocidad equivalente en la región 1 donde se aprecia el máximo y el descenso hasta dos ordenes de magnitud en la velocidad cuando el grosor es menor que  $1 \times 10^{-6}$  m.

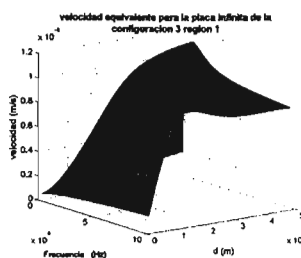


Figura 3b. Acercamiento a la zona donde la velocidad equivalente alcanza el máximo.

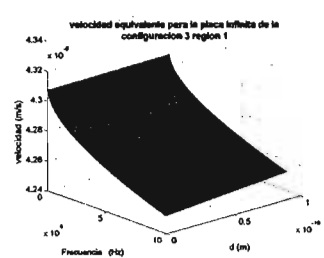


Figura 3c. Velocidad equivalente en la región 1 para valores del grosor del orden de  $10^{-9}$ . Se aprecia que es una función ascendente respecto al grosor.

Cabe destacar que los valores de la velocidad en la configuración 1, 2 y 3 son del mismo orden de magnitud, sus valores son constantes cuando el grosor del sustrato relativo a la longitud de onda es mayor que  $10^{-5}$ . Para valores de el grosor relativo a la longitud de onda entre  $10^{-5}$  y  $10^{-7}$  en las tres configuraciones se obtienen esencialmente las mismas magnitudes para la velocidad equivalente, y si el grosor relativo es de orden mayor, la configuración 3 presenta una disminución drástica en la velocidad esto debido a que el metal absorbe el calor que emerge de la lámina de oro, mientras que para las configuraciones 1 y 2, los valores son del mismo orden de magnitud pero la configuración 2 presenta ligeramente valor mayor de velocidad, esto último también se aprecia en las figuras 1c y 2c.

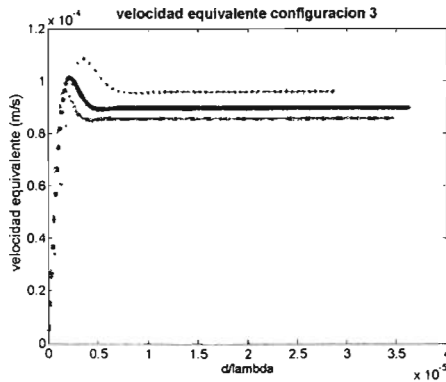


Figura. 3d. Se muestra la velocidad equivalente contra el grosor relativo a la longitud de onda para las frecuencias de 20, 50 y 80 kHz (gris, negro y gris claro respectivamente).

## Capítulo 3: Resultados experimentales.

### 3.1 Dispositivos experimentales.

Las mediciones experimentales se realizaron en la cámara anecóica del Centro de Ciencias Aplicadas y Desarrollo Tecnológico (CCADET). Para producir el calentamiento de la lámina de oro, se generó, por medio de un amplificador lock-in SR8500 un barrido de frecuencias de 50 Hz a 50 kHz en forma automática, la señal del lock-in se hizo pasar por un amplificador de potencia B&K 2008 para aumentar la corriente y de ahí a la placa, la corriente fue monitoreada con un multímetro HP 3478A; el micrófono que se usó fue un B&K 4135, se sujetó con un tripié para que permaneciera sobre los dispositivos experimentales, su salida se conectó a un amplificador de mediciones B&K 2636, y de ahí la señal se conectó al amplificador lock-in para graficar y almacenar los datos del voltaje correspondientes a las amplitudes de presión acústica detectados por el micrófono.

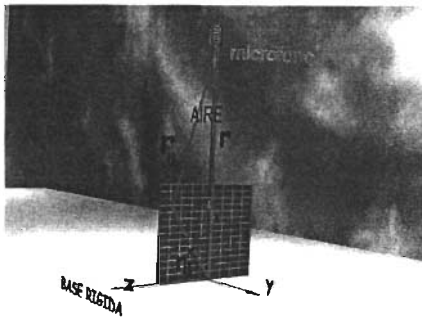
El calor producido por efecto Joule sobre la placa al aplicarle una corriente sinusoidal viene dada por  $q = I_0^2 R \cos^2 \omega t$ , donde  $I_0$  es el valor pico de la corriente sinusoidal aplicada y  $R$  es la resistencia del dispositivo. Al no existir contribución DC que analiza Arnold et al. [4] se concluyó por los resultados que vienen en [4] que  $q = I_0^2 R \cos(2\omega t)/2$ . Esto significa que la parte oscilante del calor generado en la lámina de oro tendrá una frecuencia igual al doble de la frecuencia de la corriente alterna. Al medir la presión sonora emitida por el dispositivo correspondiente a una frecuencia igual a la frecuencia de la corriente alterna aplicada, se encontró que era similar al ruido de fondo detectado.

### 3.2 Comparaciones entre la teoría y el experimento.

#### 3.2.1 Aproximación numérica.

Debido a que la solución analítica para el caso de una lámina rectangular finita sólo existe en la aproximación de campo lejano, se utilizó una aproximación por métodos numéricos para el cálculo de la presión acústica teórica en los resultados que se presentan en esta sección, donde el micrófono está colocado relativamente cerca de la fuente y por arriba de la lámina (sobre el eje X del dibujo 4) ya que en esa posición se pueden apreciar de modo más directo las

diferencias o similitudes en las contribuciones a la presión acústica de ambas caras de la lámina dependiendo del material que tengan. Para la aproximación numérica, se consideró la superficie de la fuente termoacústica como si estuviera dividida en cuadros de área  $A_{ij}$  (dibujo 4). Cada área actúa como fuente simple y su fortaleza depende de la velocidad equivalente, cada área produce presión acústica y de la suma de todas ellas se obtiene el valor total de la presión acústica generada por toda la fuente termoacústica. Los cálculos para obtener la aproximación numérica de la presión acústica se realizaron por medio de un programa de cómputo desarrollado en Matlab.



Dibujo 4. Esquema donde se muestra la forma en que se obtuvo la magnitud de la presión por medio de la aproximación numérica.

Considerando lo anterior, los resultados fueron:

Para el problema 1

$$P_{\text{numérica1}} = \sum_{mn} -\frac{i}{2} \rho c Q_{1mn} \frac{k}{2\pi r_{mn}} e^{ikt_{mn}} \quad \text{con } Q_{1mn} = \bar{u}_{\text{equiv1}} A_{mn}$$

$$P_{\text{numérica3}} = \sum_{mn} -\frac{i}{2} \rho c Q_{3mn} \frac{k}{2\pi r_{mn}} e^{ikt_{mn}} \quad Q_{3mn} = \bar{u}_{\text{equiv3}} A_{mn}$$

Donde  $\bar{u}_{\text{equiv1}}$  y  $\bar{u}_{\text{equiv3}}$  son las velocidades equivalentes dadas en la sección 2.2. y  $A_{mn}$  el área de cada pequeña sección rectangular en la que se dividió la superficie de la fuente termoacústica para hacer la aproximación numérica.

Para verificar la teoría desarrollada, se realizaron los experimentos que se describen a continuación:

Para todas las configuraciones, el material de la lámina donde se genera el calor por efecto Joule fue oro, con anchura de  $275 \times 10^{-9}$  m, el calor específico ( $c_c$ ) fue de  $129 \text{ J/kg}^\circ\text{K}$  y la densidad superficial ( $\sigma$ ) fue de  $53075 \times 10^{-7} \text{ kg/m}^2$ ; la temperatura media que se consideró fue de  $295 \text{ }^\circ\text{K}$ . El fluido donde se propagan las ondas de presión fue aire, su densidad, capacidad calorífica y la conductividad se tomaron como  $1.2007 \text{ kg/m}^3$ ,  $1010 \text{ J/kg}^\circ\text{K}$  y  $0.0263 \text{ J/s m}^\circ\text{K}$  respectivamente, la constante  $\gamma = c_p/c_v$  tuvo un valor de 1.4 y la velocidad de propagación de la onda acústica fue  $344.2 \text{ m/s}$ . El sustrato que se usó fue vidrio; se asumió que su densidad, capacidad calorífica y conductividad corresponden a los del vidrio pirex, con valores 2225

$\text{kg/m}^3$ ,  $835 \text{ J/kg}^\circ\text{K}$  y  $1.14 \text{ J/s m}^\circ\text{K}$  respectivamente. El micrófono se ubicó a una distancia de  $0.175 \text{ m}$  de la base donde están el sustrato y la lámina (como se aprecia en los dibujos 5, 6, 7 y 8 de cada configuración). Hay que tomar en cuenta que la base donde está colocado el dispositivo es rígida y refleja el sonido; por ese motivo se puede considerar que, en lugar de la base reflejante, existe una fuente imagen de las mismas dimensiones que la lámina pero que se encuentra –de manera virtual- debajo de la base.

Para la tercera configuración se usó cobre como la parte metálica considerada la región 3, su densidad, capacidad calorífica y la conductividad se tomaron como  $8900 \text{ kg/m}^3$ ,  $386 \text{ J/kg}^\circ\text{K}$  y  $390 \text{ J/s m}^\circ\text{K}$  respectivamente.

Para calcular la presión sonora mediante la aproximación numérica, se fijó el número de divisiones de la lámina en 25 de largo por 15 de alto ya que para un número mayor de divisiones, las cifras significativas de la presión no variaban y sólo se extendía el tiempo para hacer el cálculo numérico.

Las fuentes se construyeron de la siguiente forma: al vidrio se le superpuso la lámina de oro, y con unas gotas de alcohol que se vertieron sobre la lámina, ésta se adhirió al vidrio. Los electrodos se colocaron verticalmente a la base en los extremos de la lámina, de forma que hicieran contacto con la lámina y se pegaron con pintura de plata.

El material de la base donde se colocaron las láminas fue hierro de media pulgada de espesor, para minimizar los efectos de vibración de la base ya que esta placa es muy rígida y pesada.

La lámina metálica se pegó verticalmente a la base de hierro, con resina epóxica, como se muestra en el dibujo 4. Para que la lámina se aislara eléctricamente de la base se colocó papel bond en la interfaz de la fuente y la base.

Configuración 1, aire-vidrio-aire con una lámina de oro (dibujo 5):

En esta configuración, el grosor del vidrio resultó mayor que la profundidad de penetración térmica para el vidrio y los valores numéricos para la presión de la región 3 tienen error, por



esta razón solo se hicieron los cálculos numéricos contemplando los valores para la presión de la región 1, donde el error no se presentaba.

Para esta configuración, el vidrio tuvo espesor de 0.16 mm, y la lámina de oro y el vidrio midieron 33.8 mm de largo por 3.2 mm de ancho, a la lámina de oro se le suministró corriente con valor de 0.42 A y la resistencia fue de 1  $\Omega$ . Los resultados se muestran en la figura 4.

En la gráfica se aprecia que los valores obtenidos numéricamente están por debajo de los experimentales. En el rango de 5 a 30 kHz, la diferencia es de alrededor de 6 dB's. El mínimo en ambos casos coincide dentro de un rango de 5 kHz. Los lóbulos que se forman tienen su origen en las características finitas de la placa ya que la diferencia de camino acústico produce interferencias constructivas y destructivas para distintas partes de la lámina de oro.

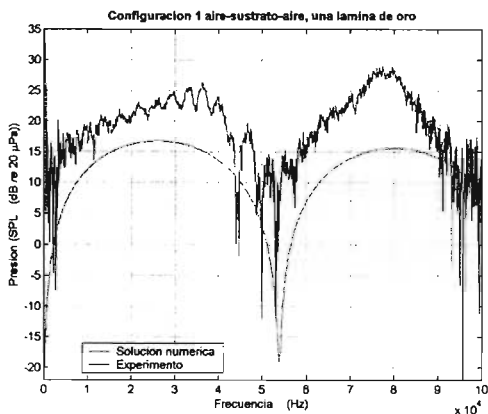
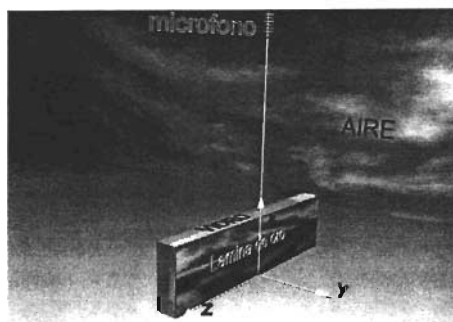


Figura 4. Gráfica de los valores experimentales y de los valores numéricos para el nivel de presión sonora (SPL) en dB.



Dibujo 5. Configuración donde se muestra una sola lámina de oro sobre el sustrato, la posición del micrófono y la orientación de los ejes que se consideraron.

Configuración 2, aire-vidrio-aire con una lámina de oro en cada cara del vidrio (dibujos 6 7 y 8).

Cada alambre que condujo la corriente formó un puente sobre el vidrio para que la corriente circulara de forma paralela por las dos láminas de oro.

En las configuraciones 2 y 3, el grosor del vidrio también es mayor que la profundidad de penetración térmica para el vidrio, pero debido a la simetría respecto al eje Y de las

configuraciones 2 y 3, el valor numérico de la presión dibujado en las figuras 5, 6, 7 y 8, corresponde al doble de los valores numéricos de la presión de la región 1.

En esta configuración se hicieron 3 mediciones. En la medición *a* se usó vidrio cuya grosor fue de 0.16 mm, las dimensiones del vidrio y la lámina de oro fueron de 33.8 mm de largo por 3.0 mm de ancho y la resistencia de la lámina tuvo un valor de  $0.689 \Omega$ . En las mediciones *b* y *c*, se colocaron dos vidrios cada uno con grosor de 0.16 mm, las dimensiones del vidrio y la lámina de oro fueron de 33.8 mm de largo por 3.0 mm de ancho mientras que la resistencia de la lámina tuvo un valor de  $0.537 \Omega$ . En las mediciones *a* y *b*, la corriente suministrada a la lámina de oro fue de 0.4 A y en la medición *c* fue de 0.8 A.

A la medición *a* le corresponde la configuración mostrada en el dibujo 6 y los resultados se muestran en la figura 5.

Los resultados de la figura 5 indican una coincidencia bastante aceptable entre la teoría y el experimento, pues en el rango de 5 a 80 kHz, la curva obtenida con la aproximación numérica es similar a la curva de los valores experimentales. En la zona de altas frecuencias, se piensa que los valores experimentales descienden debido a que la respuesta del micrófono que se usó tiene una disminución en frecuencias cercanas a los 100 kHz. Los mínimos coinciden con una diferencia de menos de 5 kHz.

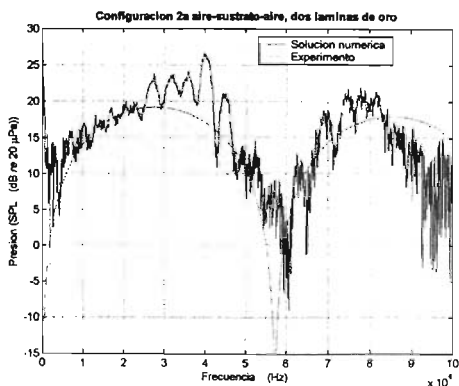


Figura 5. Gráfica de los valores experimentales y los valores numéricos de la presión (SPL) para la medición *a*.



Dibujo 6. Configuración para la medición *a*. Se muestra la posición de las dos láminas de oro y el vidrio, además del micrófono y la orientación de los ejes.

A la medición *b* le corresponde la configuración ilustrada por el dibujo 7 y sus resultados se muestran en la figura 6. En esta figura se aprecia otra vez gran similitud entre la teoría y el experimento, sobre todo en frecuencias entre 30 y 80 kHz, el mínimo de la curva teórica casi coincide con el experimental, con un error de 5 kHz. El efecto del ruido en esta gráfica es más notorio, esto debido a que las magnitudes de la presión sonora medidas son ligeramente mayores al ruido de fondo. Los valores de la presión resultaron ser menores que las mediciones para la configuración 1a, esto coincide con la teoría explicada en los capítulos anteriores, ya que dentro del rango donde se hicieron las mediciones la presión sonora es una función decreciente.

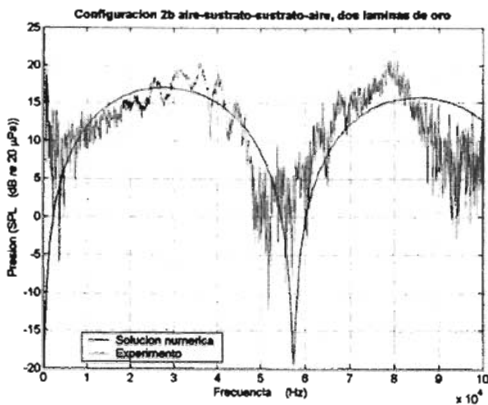
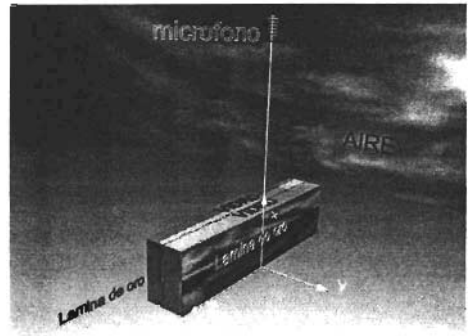


Figura 6. Gráfica de los valores experimentales y los valores numéricos de la presión (SPL) para la medición *b*.



Dibujo 7. Configuración para las mediciones *b* y *c*. Se muestra la posición de las dos laminas de oro, los dos vidrios, además del microfono y la orientación de los ejes.

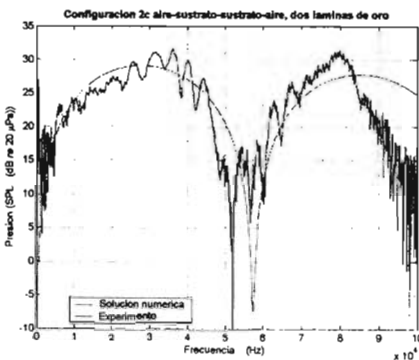


Figura 7 Gráfica de los valores experimentales y los valores numéricos de la presión (SPL) para la medición *c*.

Para la medición *c*, la configuración que le corresponde es la ilustrada por el dibujo 7, y los resultados se muestran en la figura 7. En ésta se aprecia que los valores de la presión obtenidos numéricamente vuelven a coincidir de manera aceptable con el experimento. Se distingue también que los valores de la presión son mayores respecto a las mediciones anteriores debido a que la cantidad de corriente es mayor y esto

origina una mayor cantidad de calor para producir las ondas de presión. El mínimo de la curva teórica coincide casi con la experimental con un error de 8 kHz.

Configuración 3, aire-vidrio-cobre-vidrio-aire con 2 láminas de oro.

Para esta configuración (dibujo 8), se usó cobre cuyo espesor fue de 0.35 mm. Las dimensiones del cobre, los dos vidrios y las láminas de oro fueron de 35.0 mm de largo por 3.0 mm de alto. La corriente suministrada a las placas de oro fue de 0.4 A y la resistencia fue de 0.69  $\Omega$ .

El cobre se pegó a los vidrios con resina epóxica colocada en los extremos laterales.

Los resultados para esta configuración se muestran en la figura 8, donde se observa que existe una buena concordancia entre la teoría y el experimento en bajas frecuencias hasta 50 kHz, para valores mayores que 50 kHz, las gráficas se separan por varios dB's, esto muy probablemente es debido al hecho de que el espesor de la fuente ya no es tan pequeño respecto a la longitud de onda. En la gráfica experimental se vuelve a presentar una caída en la presión para valores mayores que 80 kHz debida a la respuesta del micrófono.

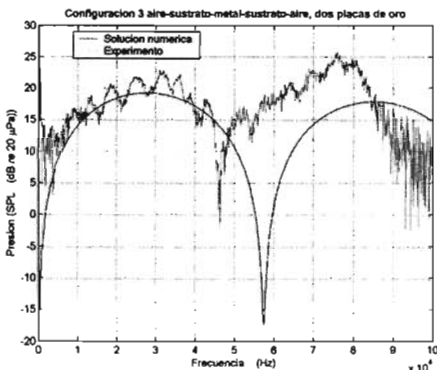


Figura 8. Gráfica de los valores experimentales y los valores numéricos de la presión (SPL) para la configuración 3.



Dibujo 8. Configuración 3. Se muestra la posición de las dos láminas de oro, el cobre y el vidrio, además del micrófono y la orientación de los ejes.

Discusión.

En el capítulo anterior mostré una serie de resultados que indican lo siguiente:

El uso de la velocidad equivalente para describir la fuente que genera el campo acústico es bastante aceptable ya que los resultados teóricos y experimentales coinciden de una forma adecuada.

La aproximación numérica describe de manera aceptable la amplitud de la presión sonora en función de la frecuencia que se produce por fuentes finitas.

De las figuras se puede afirmar que los valores numéricos más eficientes son los que corresponden a la configuración 2a, porque la presión sonora alcanza una mayor magnitud. En este caso, se observó además, que los resultados teóricos coinciden con la gráfica experimental en el mayor rango de frecuencias (5 a 80 kHz).

Tomando en cuenta los resultados de los capítulos 2 y 3 para las configuraciones 1 y 2, se puede suponer que mientras más chico sea el grosor del sustrato se podría producir una mayor cantidad de presión acústica.

**Capítulo 4: Radiación acústica producida por placas metálicas sin sustrato.**

De acuerdo a la discusión presentada al final del capítulo anterior, se consideró conveniente realizar pruebas experimentales con configuraciones similares a las del capítulo 3 en cuanto a la forma, pero distintas en cuanto al tipo de materiales para enriquecer los resultados.

Se diseñaron 3 configuraciones que constan de sólo de una lámina rectangular (oro, aluminio y latón) que sirve para producir calor y se diseñó una más donde se incluye vidrio como sustrato y una lámina de oro, esto para comparación. El área de las láminas fue de 13 mm de ancho por 40 mm de largo.

Discusión.

En el capítulo anterior mostré una serie de resultados que indican lo siguiente:

El uso de la velocidad equivalente para describir la fuente que genera el campo acústico es bastante aceptable ya que los resultados teóricos y experimentales coinciden de una forma adecuada.

La aproximación numérica describe de manera aceptable la amplitud de la presión sonora en función de la frecuencia que se produce por fuentes finitas.

De las figuras se puede afirmar que los valores numéricos más eficientes son los que corresponden a la configuración 2a, porque la presión sonora alcanza una mayor magnitud. En este caso, se observó además, que los resultados teóricos coinciden con la gráfica experimental en el mayor rango de frecuencias (5 a 80 kHz).

Tomando en cuenta los resultados de los capítulos 2 y 3 para las configuraciones 1 y 2, se puede suponer que mientras más chico sea el grosor del sustrato se podría producir una mayor cantidad de presión acústica.

#### Capítulo 4: Radiación acústica producida por placas metálicas sin sustrato.

De acuerdo a la discusión presentada al final del capítulo anterior, se consideró conveniente realizar pruebas experimentales con configuraciones similares a las del capítulo 3 en cuanto a la forma, pero distintas en cuanto al tipo de materiales para enriquecer los resultados.

Se diseñaron 3 configuraciones que constan de sólo de una lámina rectangular (oro, aluminio y latón) que sirve para producir calor y se diseñó una más donde se incluye vidrio como sustrato y una lámina de oro, esto para comparación. El área de las láminas fue de 13 mm de ancho por 40 mm de largo.



Dibujo 9. Se muestra la lámina de metal que produce el sonido sobre la base reflejante y el micrófono a 22 cm. arriba de la base.

La base donde se colocaron las fuentes fue similar a la descrita en el capítulo 3.

Las fuentes se colocaron verticalmente sobre la base de la misma forma en que se describió en el capítulo anterior, pero con una cantidad menor de resina que la usada en las fuentes del capítulo 3.

En la cámara anecoica del CCADET y con ayuda de los dispositivos experimentales descritos en la sección 3.1 se midió la presión acústica. El rango de variación para las frecuencias del segundo armónico en las mediciones fue de 200 Hz a 50kHz. Y el micrófono estuvo colocado a 0.22 m de la base.

A las láminas de aluminio, latón y oro con el sustrato se suministró corriente de 3 A. Para la lámina de oro se hicieron 3 mediciones, para corrientes de 1, 2 y 3 A.

#### 4.1 Solución analítica para la lámina metálica de largo y ancho infinitos.

Tomando en cuenta que no hay sustrato, se encontró la expresión de la velocidad de partícula y la temperatura en el medio con base en las ecuaciones 1.14 a 1.17, considerando una lámina infinita de grosor despreciable.

Las condiciones de frontera deben de cumplir con que la velocidad de partícula sobre la superficie de la lámina es cero porque la lámina está fija y debe de cumplirse también la continuidad de la temperatura y la condición de continuidad del flujo de energía calorífica en la interfase aire-lámina-aire. Las ecuaciones son las siguientes:

### Ecuaciones

$$\bar{u}_1 = A i k_t e^{i k_t y} + i k B e^{i k y}$$

$$T_1 = \frac{i}{\beta \omega} [(\gamma k^2 - k_t^2) A e^{i k_t y} + (\gamma - 1) k^2 B e^{i k y}]$$

$$\bar{u}_3 = A_3 i k_t e^{-i k_t y} + i k B_3 e^{-i k y}$$

$$T_3 = \frac{i}{\beta \omega} [(\gamma k^2 - k_t^2) A_3 e^{-i k_t y} + (\gamma - 1) k^2 B_3 e^{-i k y}]$$

### Condiciones de frontera

$$\bar{u}_1|_{y=0} = 0$$

$$\bar{u}_3|_{y=0} = 0$$

$$T_1|_{y=0} = T_3|_{y=0}$$

$$-K_s \left. \frac{dT_s}{dy} \right|_{y=0} = -K \left. \frac{dT_1}{dy} \right|_{y=0} - q + c_c \sigma \left. \frac{\partial T_1}{\partial t} \right|_{y=0}$$

donde  $K$ ,  $c_c$ ,  $\sigma$  y  $q$  son la conductividad térmica del aire, el calor específico de la lámina, la densidad superficial y el calor que produce la placa respectivamente.

La presión (ec.1.18) está dada en términos de  $\bar{u}$  y las incógnitas  $A$ ,  $B$ ,  $A_3$ , y  $B_3$  se encuentran al resolver el sistema de ecuaciones y éstas son:

$$A = \frac{-q}{\frac{2K}{\beta \omega} [(\gamma k^2 - k_t^2) k_t + (\gamma - 1) k^2 (-k_t)] - \frac{c_c \sigma}{\beta} [(\gamma k^2 - k_t^2) + (\gamma - 1) k (-k_t)]}$$

$$A = A_3$$

$$B = B_3$$

$$B = \frac{-k_t}{k} A$$

Utilizando las soluciones para las ecuaciones de velocidad de partícula y temperatura, se recurrió a la aproximación numérica descrita en el capítulo 3 para obtener la gráfica teórica de la presión considerando una lámina de dimensiones finitas, obteniéndose un resultado similar al de la sección 3.2.1.

Los valores de la densidad superficial ( $\sigma$ ) para el aluminio y el latón se obtuvieron al medir la masa de las láminas y dividirla entre el área; la capacidad calorífica ( $c_c$ ) del aluminio y latón que se usaron en la aproximación numérica se obtuvieron del libro "Manual del Ingeniero Químico" de Perry [10].



## 4.2 Resultados experimentales de láminas metálicas.

### Lámina de aluminio.

Se usó una lámina de aluminio cuya resistencia, grosor, densidad superficial ( $\sigma$ ) y capacidad calorífica ( $c_c$ ) fueron respectivamente 0.313  $\Omega$ , 0.09 mm, 0.274 kg/m<sup>2</sup> y 902 J/kg<sup>o</sup>K.

La figura 9 muestra los valores teóricos y los experimentales, en ella se aprecia que los valores teóricos difieren por varias decenas de decibeles de los valores experimentales. Tal vez esto se debe a que no sea el fenómeno termoacústico el único

generador de ondas de presión dentro de este rango de frecuencias y para esta configuración; pudiera ser que la placa también haya estado vibrando.

### Lámina de latón.

Se usó una lámina de latón con resistencia, grosor, densidad superficial ( $\sigma$ ) y capacidad calorífica de 0.224  $\Omega$ , 0.10 mm, 1.519 kg/m<sup>2</sup> y 380 J/kg<sup>o</sup>K respectivamente.

Los valores teóricos y experimentales se muestran en la figura 10. Se piensa que la gráfica teórica de la figura 10 no coincide con la experimental porque en este caso también está presente algún tipo de fenómeno diferente al termoacústico.

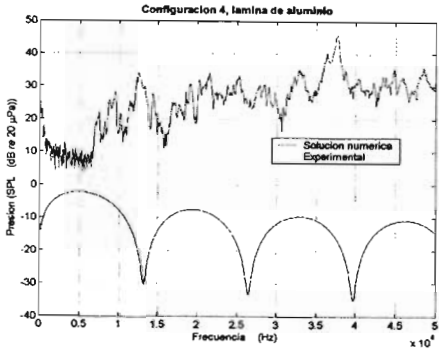


Figura 9. Gráfica de los valores experimentales y los valores numéricos de la presión (SPL) cuando se estudió la lámina de aluminio.

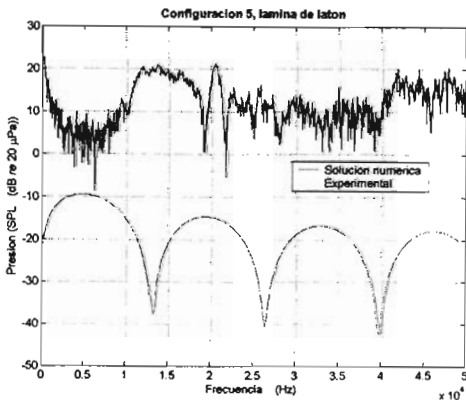


Figura 10. Gráfica de los valores experimentales y los valores numéricos de la presión (SPL) para la lámina de latón.

## Lámina de oro.

Los valores experimentales y teóricos se muestran en las figuras 11a, 11b, y 11c para corrientes de 1, 2 y 3 A respectivamente. Se usó una lámina de oro, igual al usado en las configuraciones del capítulo 3 (pero sin sustrato), cuya resistencia fue de  $0.358 \Omega$ . Los valores experimentales mostrados en esas figuras nos indican que la presión acústica no aumenta como el cuadrado de la corriente sino que un poco menos que al cuadrado ya que la curva teórica aumenta como el cuadrado de la corriente y la diferencia entre las gráficas teóricas y experimentales aumenta alrededor de 2 decibeles por cada Ampere.

El ruido presente en las gráficas experimentales se puede atribuir a que la lámina de oro no es tan rígida como el aluminio o el latón y por esa razón al calentarse es más factible que vibre por medios mecánicos.

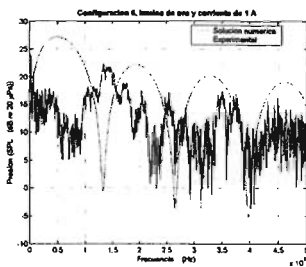


Figura 11a. Gráfica de los valores experimentales y los valores numéricos de la presión (SPL) para la lámina de oro cuando la corriente es de 1 A.

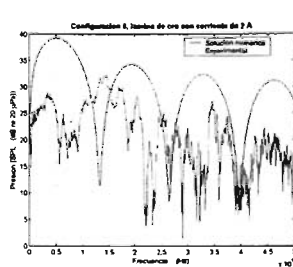


Figura 11b. Gráfica de los valores experimentales y los valores numéricos de la presión (SPL) para la lámina de oro cuando la corriente es de 2 A.

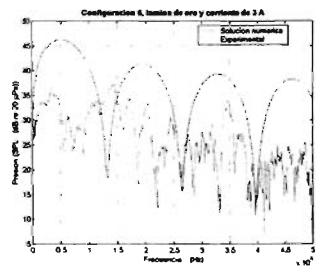


Figura 11c. Gráfica de los valores experimentales y los valores numéricos de la presión (SPL) para la lámina de oro cuando la corriente es de 3 A.

## Lámina de oro con vidrio.

Los valores experimentales y teóricos se muestran en la figura 12, el valor medido de la resistencia fue de  $0.358 \Omega$ .

Como se apreció en los resultados de la configuración 1, los valores experimentales vuelven a estar alrededor de 6 dB's por arriba de los valores teóricos.

Se piensa que en este caso, los valores experimentales presentan una cantidad mayor de picos debido a que la lámina de vidrio con la laminilla de oro pegada tiene una altura mayor en este caso y no se fijó de una forma lo suficientemente rígida, ya que sólo se fijó en su base. Así, se considera que fue muy probable que al ser calentada las vibraciones de origen mecánico se hicieron patentes.

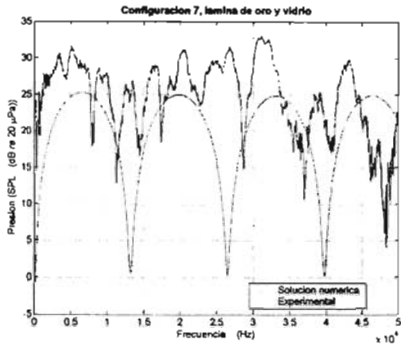


Figura 12. Gráfica de los valores experimentales y los valores numéricos de la presión (SPL) para la lámina de oro con vidrio.

## Capítulo 5: Conclusiones.

Con base en los resultados presentados en esta tesis, se puede concluir que la teoría desarrollada para describir el fenómeno termoacústico resultó apropiada para explicar el fenómeno cuando la fuente que produce el sonido está formada por una superficie conductora sobre un sustrato ya que las curvas teóricas y experimentales concuerdan en forma apropiada. Sin embargo, cuando la fuente termoacústica está formada únicamente por una lámina conductora (carece de sustrato) la teoría para describir el fenómeno termoacústico no es suficiente para explicarlo satisfactoriamente.

Cabe resaltar que el concepto de velocidad equivalente es fundamental para poder describir el fenómeno termoacústico porque a través de la velocidad equivalente se puede conocer la presión acústica que produce una fuente de dimensiones finitas. Además, la velocidad equivalente es el resultado de la forma en que se está transmitiendo el calor al sustrato y al aire.

Después de lo estudiado se piensa que para poder producir la mayor cantidad de presión sonora es conveniente tener una placa de vidrio con una lámina de oro colocada en ambos lados del vidrio. Aunque la magnitud de la presión acústica cuando no hay sustrato resultó ser mayor que cuando sí hay (difieren por 5 decibeles aproximadamente), el oro con el sustrato es mucho más sencillo de trabajar ya que la lámina de oro es muy frágil. Además, el sustrato sirve como un soporte rígido para la fuente; puede tener alguna forma deseada, por ejemplo cóncava, cilíndrica, o parabólica y puede usarse como disipador de calor.

Se espera que si el material que constituye el sustrato tiene menor conductividad térmica que el vidrio, se podría producir una mayor cantidad de presión acústica pues el calor de la lámina serviría para producir ondas térmicas en el aire y no en el sustrato.

Para el caso de las laminillas metálicas, el hecho de que la presión acústica no aumente como el cuadrado de la corriente nos indica que la generación de presión acústica depende de algo más que únicamente del calentamiento de la lámina de metal y posiblemente tenga que ver con el calentamiento de sus alrededores.

## Referencias.

- [1] S. Temkin: Elements of Acoustics, chapter 6, John Wiley & Sons, New York, (1981).
- [2] Ricardo R. Boullosa, Arturo O. Santillán: Ultrasound Radiation from a Simple Thermoacoustic Transducers. *Acta Acustica United with Acustica* 90 (2004) 277-284.
- [3] L. E. Kinsler, A. Frey, A. Coppens and J. Sanders, Fundamentals of Acoustics, John Wiley & Sons, fourth edition, 2000.
- [4] H.D. Arnold y I. B. Crandall: The thermophone as a precision source of sound. *Phys. Rev.* 10 (1917) 22-38.
- [5] S. Soudki and J. L. Peube: Etude théorique de l'émission de bruit par une source thermoacoustique plane. *ACUSTICA* 79 (1993) 53-63.
- [6] Leon Trilling: On Thermally Induced Sound Fields. *J. Acoust. Soc. Am.* 27 (3) May (1955) 425-431.
- [7] Y. Gervais: La génération de bruit par conduction thermique. *ACUSTICA* 59 (1993) 199-205.
- [8] Wayne M. Wright: Generation of sound with a closed cell by an alternant current in a straight wire. *J. Acoust. Soc. Am.* 82 (2) August (1987) 654-658.
- [9] H. Shinoda, T. Nakajima, K. Ueno y N. Koshida: Thermally induced ultrasonic emission from porous silicon, *Nature* V. 400, 853-855 (1999).
- [10] Perry, Manual del ingeniero químico, Vol. I, Editorial McGraw Hill, 1992.