



01161

Universidad Nacional Autónoma de México

Posgrado en Ingeniería

**EVALUACIÓN DEL MODO DE FALLA DE PANDEO DEL ACERO DE  
REFUERZO LONGITUDINAL EN ELEMENTOS DE CONCRETO REFORZADO  
SOMETIDOS A ACCIONES DE TIPO SÍSMICAS**

Tesis que para obtener el grado de Maestro en Ingeniería  
Estructuras

Presenta

Luz Piedad Hoyos Cárdenas

Director de tesis Dr. Mario E. Rodríguez

Ciudad Universitaria, México, D.F.  
Febrero de 2005

m340777



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

*A la memoria de mi Mamá, porque es algo de lo cual ella estará muy orgullosa  
A Eduardo, por ser mi apoyo incondicional*

Luz D. Ciudad Huesca  
3 de Febrero de 2005  
Luz D. Ciudad Huesca

## AGRADECIMIENTOS

Eterna gratitud al Dr. Mario E. Rodríguez por su dirección, apoyo, confianza y paciencia a lo largo de todos estos años, por creer en mí y por enseñarme a que cada día se puede ser mejor.

A los Drs. Roberto Meli Piralla, Sergio Alcocer Martínez de C., Amador Terán Gilmore y Oscar López Batiz por sus excelentes y acertados comentarios durante la realización y corrección de este trabajo.

A México y al Instituto de Ingeniería de la Universidad Nacional Autónoma de México por permitirme continuar mis estudios.

A el Ing. Roberto Rochell, porque gracias a él llegué a México.

Al M. en I. John Jairo Blandón Valencia por su amistad, colaboración y apoyo para seguir adelante en todo momento.

Al M. en I. Miguel Ángel Torres, por su sincera amistad y su colaboración en los momentos más difíciles.

A todos los amigos que conocí en México por compartir tantas experiencias a lo largo de estos años.

A toda mi Familia por su apoyo y cariño.

## CONTENIDO

<b>AGRADECIMIENTOS</b>	<b>III</b>
<b>RESUMEN</b>	<b>IV</b>
<b>ABSTRACT</b>	<b>IV</b>
<b>CONTENIDO</b>	<b>V</b>
<b>LISTA DE FIGURAS</b>	<b>VII</b>
<b>LISTA DE TABLAS</b>	<b>XI</b>
<b>LISTA DE SIMBOLOS</b>	<b>XII</b>
<b>CAPÍTULO 1</b>	<b>1</b>
<b>INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS</b>	<b>1</b>
<b>CAPÍTULO 2</b>	<b>3</b>
<b>EL PROBLEMA DEL PANDEO DEL REFUERZO LONGITUDINAL EN ELEMENTOS DE CONCRETO REFORZADO</b>	<b>3</b>
2.1 El Problema de la Inestabilidad de los Elementos	3
2.2 El Problema del Pandeo en Barras de Refuerzo de Elementos de Concreto Reforzado	8
2.2.1 Pandeo en elementos sometidos a cargas monotónicas	8
2.2.2 Pandeo en elementos sometidos a cargas de tipo cíclicas	11
2.3 Variables Fundamentales Involucradas en el Pandeo del Acero de Refuerzo Longitudinal	20
<b>CAPÍTULO 3</b>	<b>23</b>
<b>REQUERIMIENTOS DE ALGUNOS REGLAMENTOS PARA EL REFUERZO TRANSVERSAL EN LA ZONA POTENCIAL DE PANDEO EN ELEMENTOS DE CONCRETO REFORZADO</b>	<b>23</b>
3.1 Introducción	23
3.2 Reglamento de Construcción para Concreto Estructural ACI 318-02	23
3.3 Reglamento de Diseño de Estructuras de Concreto NZS 3101:1995	25
3.4 Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto NTC-2004	27
3.5 Criterios de Diseño Sísmico del Departamento de Transportes de California ATC-32	30
3.6 Comentarios Adicionales	31

<b>CAPÍTULO 4</b>	<b>35</b>
<b>BASE DE DATOS EXPERIMENTAL ESTUDIADA EN ESTA INVESTIGACIÓN</b>	<b>35</b>
4.1 Descripción de la Base de Datos	35
4.2 Características del Acero de Refuerzo Empleado en los Especímenes	38
4.3 Requisitos de los Reglamentos de Diseño	40
<b>CAPÍTULO 5</b>	<b>45</b>
<b>EVALUACIÓN DEL MODO DE FALLA DE PANDEO DEL ACERO DE REFUERZO LONGITUDINAL EN LOS ESPECÍMENES ESTUDIADOS</b>	<b>45</b>
5.1 Consideraciones Teóricas	45
5.2 Procedimiento de Análisis de la Base de Datos	46
5.3 Evaluación de Algunos Criterios de Pandeo del Refuerzo Longitudinal	51
5.3.1 Modelo de Rodríguez et al (1999)	51
5.3.2 Modelo de Moyer y Kowalsky (2003)	53
5.3.3 Modelo de Paulay y Priestley(1975)	55
5.3.4 Modelo de Pantazopoulou (1998)	56
5.4 Comentarios Adicionales	59
<b>CAPÍTULO 6</b>	<b>61</b>
<b>PROCEDIMIENTO DE EVALUACIÓN DEL MODO DE FALLA DE PANDEO DEL REFUERZO LONGITUDINAL APLICADO AL DISEÑO</b>	<b>61</b>
6.1 Introducción	61
6.2 Modelo para el Pandeo del Acero de Refuerzo Longitudinal Propuesto	62
6.3 Procedimiento de Diseño Propuesto	65
6.4 Resultados del Procedimiento Propuesto	69
<b>CAPÍTULO 7</b>	<b>71</b>
<b>CONCLUSIONES</b>	<b>71</b>
<b>CAPÍTULO 8</b>	<b>73</b>
<b>REFERENCIAS</b>	<b>73</b>
<b>APÉNDICE 1</b>	<b>77</b>
<b>DESCRIPCION DE LA BASE DE DATOS</b>	<b>77</b>
<b>APÉNDICE 2</b>	<b>97</b>
<b>ANALISIS DE LA BASE DE DATOS</b>	<b>97</b>
<b>APÉNDICE 3</b>	<b>142</b>
<b>PROCEDIMIENTO PARA DETERMINAR EL NÚMERO DE ESPACIAMIENTOS ENTRE ESTRIBOS INVOLUCRADOS EN EL PANDEO</b>	<b>142</b>

## LISTA DE FIGURAS

<i>Figura 2.1 Teoría del módulo tangente para el pandeo inelástico de las barras de acero.</i>	5
<i>Figura 2.2 Teoría del doble módulo para el pandeo inelástico de las barras de acero</i>	6
<i>Figura 2.3 Relación entre el módulo tangente y el doble módulo para el pandeo inelástico de las barras de acero</i>	6
<i>Figura 2.4 Diagrama de carga-deflexión para comparación de los resultados de las teorías del módulo tangente y del doble módulo</i>	7
<i>Figura 2.5 Efecto de la longitud y el diámetro (Dhakal et al, 2002a)</i>	9
<i>Figura 2.6 Efecto de la resistencia de fluencia (Dhakal et al, 2002a)</i>	10
<i>Figura 2.7 Representación esquemática del modelo (Dhakal et al, 2002a)</i>	10
<i>Figura 2.8 Criterio para el inicio del Pandeo propuesto por Suda et al, (1996).</i>	13
<i>Figura 2.9 Medición de las deformaciones en caras opuestas para la barra de acero</i>	14
<i>Figura 2.10 Curvas que relacionan la deformación de pandeo y la relación de esbeltez. Comparación con los resultados monotónicos experimentales. Rodríguez et al, (1999)</i>	14
<i>Figura 2.11 Curva esfuerzo-deformación que define los parámetros de pandeo para una barra de refuerzo. (Rodríguez et al, 1999)</i>	15
<i>Figura 2.12 Curvas que relacionan el parámetro <math>\epsilon_p^*</math> y la relación de esbeltez. Comparación con los resultados cíclicos experimentales (Rodríguez et al, 1999)</i>	16
<i>Figura 2.13 Variables fundamentales del modelo de Moyer y Kowalsky, (2003)</i>	17
<i>Figura 2.14 Historias de carga de los especímenes de Moyer y Kowalsky, (2003)</i>	19
<i>Figura 3.1 Requerimientos mínimos de confinamiento y contra el pandeo del refuerzo longitudinal de algunos reglamentos de diseño para columnas de sección rectangular</i>	34
<i>Figura 3.2 Requerimientos mínimos de confinamiento y contra el pandeo del refuerzo longitudinal de algunos reglamentos de diseño para columnas de sección circular</i>	34
<i>Figura 4.1 Curva esfuerzo-deformación típica de barras de acero de refuerzo sometidas a cargas monotónicas.</i>	38
<i>Figura 4.2 Curvas monotónicas experimentales promedio esfuerzo-deformación de los grupos de acero de refuerzo considerados</i>	39
<i>Figura 5.1 Modelo esfuerzo-deformación para el concreto Mander et al, (1984)</i>	46
<i>Figura 5.2 Gráfica de carga lateral-desplazamiento experimental y analítica para el elemento SOESI Soesianawati, (1986)</i>	47

Figura 5.3 Gráfica de momento-curvatura analítica para el elemento SOESI	48
Soesianawati, (1986)	48
Figura 5.4 Curva esfuerzo-deformación analítica del acero de refuerzo longitudinal más crítico para el elemento SOESI (Soesianawati, 1986)	48
Figura 5.5 Definición de la deformación máxima en tensión previa al pandeo, $\epsilon_{sp}$	49
Figura 5.6 Deformación de pandeo experimental adimensional vs. relación de esbeltez experimental	50
Figura 5.7 Tipos de modo de falla de pandeo del refuerzo longitudinal observado en ensayos experimentales	50
Figura 5.8 Curva esfuerzo-deformación del acero de refuerzo en el ciclo donde de acuerdo con el modelo de Rodríguez et al (1999), ocurre el pandeo del refuerzo	52
Figura 5.9 Comparación de deformaciones máximas en tensión experimentales, $\epsilon_{sp}$ , y calculadas, $\epsilon_{sp}^*$	53
Figura 5.10 Curva esfuerzo-deformación del acero de refuerzo en el ciclo donde de acuerdo con el modelo de Moyer y Kowalsky (2003) ocurre el pandeo del refuerzo	54
Figura 5.11 Curva esfuerzo-deformación del acero de refuerzo en el ciclo donde de acuerdo con el modelo de Moyer y Kowalsky (2003) ocurre el pandeo del refuerzo	54
Figura 5.12 Comparación de deformaciones máximas en tensión experimentales, $\epsilon_{sp}$ , y calculadas, $\epsilon_{sp}^{KOW}$	55
Figura 5.12 Comparación de deformaciones máximas en tensión experimentales, $\epsilon_{sp}$ , y calculadas, $\epsilon_{sp}^{PYP}$	56
Figura 5.13 Curva esfuerzo-deformación del concreto en el ciclo donde de acuerdo con el modelo de Pantazopoulou (1998), ocurre el pandeo del refuerzo.	57
Figura 5.14 Definición de la deformación máxima en compresión previa al pandeo, $\epsilon_{cp}$	57
Figura 5.15 Comparación de deformaciones máximas en compresión experimentales, $\epsilon_{cp}$ , y calculadas, $\epsilon_c^{cr}$	58
Figura 6.1 Curvas cíclicas esfuerzo- deformación calculadas en la barra mas crítica de secciones críticas en especímenes (Kunnath, 1997) idénticos sometidos a diferentes historias de carga.	62
Figura 6.2 Ciclo crítico en tensión propuesto para definir el modo de falla de pandeo del refuerzo	63
Figura 6.3 Perfil de deformaciones para el criterio de pandeo considerado	64
Figura 6.4 Deformación de pandeo adimensional propuesta vs. relación de esbeltez experimental ( $\epsilon_{su} = 0.130$ )	64
Figura 6.5 Curvas para el cálculo de la deformación de pandeo $\epsilon_p^*$	65
Figura 6.6 Definición de variables para el procedimiento propuesto	66

<i>Figura 6.7 Perfil de deformaciones asociado a la deformación máxima en tensión calculada por medio del parámetro <math>\epsilon_p^*</math></i>	67
<i>Figura 6.8 Variación de <math>c/d</math> con la relación de carga axial</i>	67
<i>Figura 6.9 Comparación del desplazamiento relativo experimental y el desplazamiento relativo calculado mediante el procedimiento propuesto</i>	69
<i>Figura 6.10 Relación de deformaciones relativas contra la relación de carga axial</i>	70
<i>Figura A3.2 Comparación de las relaciones de esbeltez experimentales y calculadas según el procedimiento propuestos por Dhakal y Maekawa, (2002)</i>	151
<i>Figura A4.1 Valores del coeficiente <math>k</math> para condiciones de apoyo idealizadas (Johnston, 1983)</i>	153
<i>Figura A4.2 Modelo simplificado para el pandeo del acero de refuerzo longitudinal (Zahn, 1986)</i>	154
<i>Figura A4.3 Opciones para analizar tipos de pandeo</i>	155

## LISTA DE TABLAS

<i>Tabla 3.1 Relaciones mínimas de esbeltez para elementos diseñados</i>	29
<i>de acuerdo con las NTC-2004</i>	29
<i>Tabla 4.1 Parámetros considerados en la base de datos</i>	36
<i>Tabla 4.1 Parámetros considerados en la base de datos (continuación)</i>	37
<i>Tabla 4.2 Parámetros que definen la curva esfuerzo-deformación de aceros de refuerzo longitudinal en los especímenes estudiados</i>	39
<i>Tabla 4.3 Valoración del diseño de los especímenes respecto a las Normas Técnicas Complementarias NTC-04 y a los requerimientos para construcción del ACI 318-02</i>	42
<i>Tabla 4.4 Valoración del diseño de los especímenes respecto al reglamento de diseño de estructuras de concreto de Nueva Zelanda NZS 3101:1995</i>	43
<i>Tabla 4.5 Valoración del diseño de los especímenes respecto a los criterios de diseño sísmico del Departamento de Transportes de California ATC-32</i>	44
<i>Tabla A1.1 Características de los elementos que formaron la base de datos</i>	78
<i>Tabla A3.1 Rigidez requerida para diferentes modos de pandeo Dhakal y Maekawa, (2002b)</i>	145
<i>Tabla A3.2 Cálculo del modo de pandeo y comparación con los resultados observados experimentalmente.</i>	147

## LISTA DE SIMBOLOS

$A_g$	área de la sección transversal del elemento
$CV$	coeficiente de variación
$c$	profundidad del eje neutro
$D$	peralte efectivo de la sección
$d_b$	diámetro de la barra
$E$	módulo de elasticidad del acero
$E_t$	módulo de elasticidad tangencial
$E_r$	módulo de elasticidad reducido
$E_c$	modulo tangente inicial de elasticidad del concreto
$F$	forma de la sección transversal
$f'_c$	esfuerzo máximo en compresión del concreto no confinado
$f'_{cc}$	esfuerzo máximo en compresión del concreto confinado
$f_{cr}$	esfuerzo de pandeo crítico
$f_y$	esfuerzo de fluencia del refuerzo longitudinal
$f_{yt}$	esfuerzo de fluencia del refuerzo transversal
$f_{su}$	esfuerzo máximo en tensión del refuerzo longitudinal
$f_{sc}$	esfuerzo en compresión del refuerzo longitudinal
$I$	momento de inercia de la sección circular
$K$	rigidez a flexión normalizada de la barra de acero longitudinal
$k$	factor de longitud efectiva
$L_{col}$	longitud libre del elemento
$L_p$	longitud de formación de la articulación plástica
$L_{py}$	longitud de penetración de fluencia del acero de refuerzo longitudinal
$M/V D$	relación claro de cortante a peralte
$M$	momento actuante
$n$	número de espaciamientos entre estribos necesario para definir la longitud de la barra de acero longitudinal donde ocurre el pandeo
$nS_h/d_{bl}$	relación de esbeltez presentada experimentalmente
$P_{cr}$	carga crítica de pandeo
$P_t$	carga crítica dada por la teoría del módulo tangente
$P/A_g f'_c$	relación de carga axial
$P$	parámetro que define la forma de la curva en la zona de endurecimiento por deformación
$r$	radio de giro
$S_h$	longitud no soportada de la barra de acero longitudinal (separación entre estribos)
$S_h/D$	relación de esbeltez
$S_h/d_{bl}$	relación entre esta separación y el diámetro de la barra longitudinal, de esbeltez de la barra de acero longitudinal
$S_h$	separación de estribos
$(S_h)_{exp}$	definido anteriormente
$V$	cortante actuante
$X$	media

$\epsilon_c$	deformación en la fibra extrema a compresión
$\epsilon_{cc}$	deformación correspondiente al esfuerzo máximo del concreto confinado
$\epsilon_{co}$	deformación correspondiente al esfuerzo máximo del concreto no confinado
$\epsilon_p$	deformación de pandeo del acero de refuerzo longitudinal
$\epsilon_y$	deformación de fluencia del acero de refuerzo longitudinal
$\epsilon_{sh}$	deformación al inicio del endurecimiento por deformación
$\epsilon_{su}$	deformación correspondiente al esfuerzo máximo del acero de refuerzo longitudinal
$\epsilon_{sc}$	deformación en compresión del acero de refuerzo longitudinal
$\epsilon_{spall}$	deformación del concreto para el desprendimiento del recubrimiento
$\epsilon_p^*$	parámetro para evaluar el estado de deformaciones relativo al pandeo para barras de acero sometidas a deformaciones cíclicas reversibles
$\epsilon_o^+$	deformación para la cual se presenta el cambio de aplicación de carga de tensión a compresión en el ciclo donde se presenta el pandeo
$\epsilon_{sp}$	deformación máxima en tensión experimental en el ciclo de pandeo
$\epsilon_{sp}^*$	deformación máxima en tensión previa al pandeo de acuerdo con el modelo de <i>Rodríguez et al (1999)</i>
$\epsilon_{sp}^{KOW}$	deformación máxima en tensión previa al pandeo de acuerdo con el modelo de <i>Moyer y Kowalsky (2003)</i>
$\epsilon_{sp}^{PYP}$	deformación máxima en tensión previa al pandeo de acuerdo con el modelo de <i>Paulay y Priestley (1975)</i>
$\epsilon_c^{cr}$	deformación máxima en compresión en el concreto
$\epsilon_{cp}$	deformación máxima en compresión en el concreto previa al pandeo del refuerzo longitudinal
$\epsilon'_{sp}$	deformación máxima en tensión previa al pandeo de acuerdo con el modelo de <i>Hoyos (2004)</i>
$\kappa_e$	coeficiente de confinamiento
$\rho_l$	cuantía del refuerzo longitudinal
$\rho_s$	cuantía del refuerzo transversal
$\sigma$	desviación estándar
$\Delta_{sp}$	desplazamiento lateral máximo
$\theta_{sp}$	desplazamiento relativo asociado al pandeo del elemento
$\phi_{sp}$	curvatura última asociada al pandeo
$\phi_{sp}^*$	curvatura asociada al pandeo del refuerzo longitudinal de acuerdo al parámetro $\epsilon_p^*$
$\mu_\phi^{KOW}$	ductilidad de curvatura para el inicio del pandeo de acuerdo con el modelo de <i>Moyer y Kowalsky (2003)</i>

## **RESUMEN**

De resultados en la literatura de ensayos en laboratorio de elementos de concreto reforzado y de análisis momento-curvatura, se obtienen deformaciones en barras de refuerzo longitudinal incluyendo las correspondientes al pandeo observado en éstas, las que se comparan con resultados de un modelo analítico propuesto. La comparación entre las deformaciones correspondientes al pandeo observado experimentalmente y los valores estimados es aceptable. Se propone emplear el modelo en un procedimiento que puede ser usado en el diseño para predecir el modo de falla por pandeo en barras de refuerzo.

## **ABSTRACT**

Using results from moment-curvature analyses of reinforced concrete elements subject to lateral loads in laboratory, cyclic stress-strain curves up to levels corresponding to buckling of longitudinal reinforcement were obtained. Observed buckling of reinforcement at testing was used for defining critical reinforcing bar deformations in these curves. These deformations were compared with results from predictions using a proposed model. This comparison showed a reasonable agreement. Based on these findings, it is proposed to use this model as a tool for predicting reinforcing bar buckling.

## CAPÍTULO 1

### INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS

El diseño sísmico estructural tiene como objetivo proporcionar a los elementos estructurales la resistencia y capacidad de deformación adecuada que les permita tener un comportamiento dúctil antes de fallar; esto se logra, cuando se presenta un comportamiento predominante en flexión más que en cortante. Dentro de este contexto, el pandeo del refuerzo longitudinal juega un papel determinante, pues tiene efectos significativos sobre el comportamiento cíclico del elemento, deteriorando su capacidad de carga y de disipación de energía; llegando a ser uno de los tipos de falla más común en elementos de concreto reforzado sometidos a solicitaciones de tipo sísmicas. El pandeo del acero de refuerzo longitudinal genera la falla del elemento estructural y puede conducir a un mecanismo de colapso de la estructura y en determinado momento a la pérdida de vidas humanas.

Se han realizado importantes estudios sobre el pandeo del acero de refuerzo, especialmente sobre barras de acero aisladas y en algunos casos sobre columnas sometidas a cargas monotónicas. Sólo recientemente, se ha enfocado el estudio del pandeo a los elementos de concreto reforzado sometidos a solicitaciones de tipo sísmica. Estos estudios han demostrado que aumentar la cuantía de refuerzo transversal conduce a un considerable aumento en la deformación última y en la capacidad de carga del elemento. Sobre esta base, las recomendaciones reglamentarias para las estructuras de concreto se han enfocado en aumentar la capacidad de deformación de las secciones críticas mediante el empleo de requisitos para la cantidad y arreglo del refuerzo longitudinal y transversal; pues se sabe que para que los elementos de concreto reforzado alcancen una adecuada ductilidad es necesario prevenir o retardar al máximo el pandeo del refuerzo longitudinal. En particular, en lo que concierne a este fenómeno, los reglamentos emplean valores máximos para el espaciamiento centro a centro de los estribos sugiriendo que la inestabilidad del refuerzo se presenta entre dos estribos consecutivos del elemento, lo cual no siempre resulta cierto, pues este fenómeno puede ocurrir tanto en la región longitudinal entre dos estribos consecutivos, como puede involucrar un mayor número de estribos deformándolos en tensión hasta llevarlos a la falla.

Recientemente, se han hecho avances significativos en el diseño sísmico de las estructuras, proponiendo procedimientos de diseño como el llamado "Diseño Sísmico por Desempeño". En este criterio de diseño sísmico es necesario elegir un objetivo de comportamiento para diversos estados límites, que varían desde el de servicio al de prevención de colapso. En estos estados límites se tienen diversos niveles de daño en los que el pandeo del acero de refuerzo longitudinal tiene un papel determinante. Sin embargo, a pesar de los avances, no se conoce un procedimiento confiable y de aplicación sencilla que permita relacionar la ocurrencia del pandeo del refuerzo con parámetros de respuesta del elemento estructural, como rotaciones de las secciones críticas, o desplazamientos laterales.

En este estudio se parte de la observación de ensayos efectuados por diversos investigadores en 45 columnas de concreto reforzado que presentaron pandeo para evaluar el modo de falla de pandeo del acero de refuerzo longitudinal. Como resultado, se propone un procedimiento de evaluación del modo de falla del pandeo de refuerzo longitudinal en elementos de concreto reforzado sometidos a

cargas cíclicas. Con este procedimiento, enfocado a métodos de diseño por desempeño, es posible relacionar de manera razonablemente aproximada la ocurrencia del pandeo del refuerzo longitudinal y parámetros de respuesta de las secciones transversales correspondientes en elementos de concreto reforzado.

El procedimiento de evaluación del modo de falla por pandeo del acero de refuerzo longitudinal, planteado en este estudio, está dirigido al comportamiento de elementos de concreto reforzado que se verán sometidos a cargas axiales y a cargas cíclicas reversibles, y que han sido concebidos bajo especificaciones sísmicas de diseño.

Con base en lo expuesto, los **objetivos** de esta investigación son los siguientes:

1. Evaluación del modo de falla por pandeo del acero de refuerzo longitudinal en elementos de concreto reforzado sometidos a acciones de tipo sísmicas, con el fin de modelar el fenómeno de pandeo a la luz de las nuevas filosofías de diseño.
2. Evaluación algunos de los criterios anteriormente propuestos por otros investigadores para estimar el inicio del pandeo del refuerzo longitudinal en elementos de concreto reforzado.
3. Formulación de un procedimiento de diseño por desempeño, que le permita conocer al diseñador los desplazamientos máximos que pueden soportar sus elementos estructurales antes de presentar una falla por pandeo del refuerzo longitudinal.

## CAPÍTULO 2

### EL PROBLEMA DEL PANDEO DEL REFUERZO LONGITUDINAL EN ELEMENTOS DE CONCRETO REFORZADO

#### 2.1 El Problema de la Inestabilidad de los Elementos

El problema de la inestabilidad de los elementos estructurales se manifiesta con la pérdida repentina de la resistencia acompañada de grandes deformaciones. Ésta no depende de la magnitud de los esfuerzos sino de las condiciones que propician el equilibrio inestable. En 1744, Euler propuso una solución para evaluar la carga crítica de pandeo elástico en columnas aisladas, sujetas a esfuerzos de compresión menores que el límite de proporcionalidad del material. Sin embargo, esta ecuación no predecía completamente los resultados observados en los materiales que se empleaban en aquella época p.e. (mampostería, madera, o hierro fundido), con los cuales se construían columnas muy robustas que presentaban tipos de falla diferentes. Como resultado las soluciones planteadas por Euler fueron criticadas y no fue sino hasta 100 años después, que los materiales para los cuales su ecuación era aplicable, como el hierro forjado y, alrededor 1850, acero estructural, llegaron a estar disponibles para uso comercial en la construcción de estructuras, (*Johnston, 1983*).

En los elementos de concreto reforzado, el pandeo elástico del acero longitudinal puede ocurrir cuando no se suministra estribos rígidos con espaciamentos pequeños entre ellos. El esfuerzo teórico necesario para que se presente este tipo de pandeo puede ser calculado a partir de la fórmula de Euler (ec 2.1):

$$P_{cr} = \frac{\pi^2}{(kS_h)^2} EI \quad (2.1)$$

donde,  $P_{cr}$  es la carga crítica de pandeo,  $E$  es el módulo de elasticidad del acero,  $I$  es el momento de inercia de la sección circular,  $S_h$  es la longitud no soportada de la barra de acero longitudinal, es decir, la separación entre estribos consecutivos, y  $k$  es el factor de longitud efectiva, es decir, el factor que define la distancia entre puntos de inflexión del eje deformado.

El parámetro  $k$  vale 1 para extremos articulados, para una columna en doble curvatura donde ambos extremos pueden considerarse empotrados  $k$  vale 0.5. El esfuerzo de pandeo crítico queda definido por la siguiente expresión (ec 2.2):

$$f_{cr} = \frac{4\pi^2}{S_h^2} \frac{EI}{A_g} \quad (2.2)$$

donde,  $A_g$  es el área transversal de la columna.

El radio de giro se define como:

$$r = \sqrt{\frac{I}{A_g}} \quad (2.3)$$

Por lo tanto, la ecuación 2.2 expresada en términos de la relación de esbeltez ( $S_h/r$ ), queda de la siguiente forma:

$$\frac{S_h}{r} = 2\pi \sqrt{\frac{E}{f_{cr}}} \quad (2.4)$$

Para una sección circular de diámetro  $d_b$ , el radio de giro teórico es:  $r = d_b / 4$ ; sin embargo, las barras de refuerzo no son totalmente circulares ( $r < d_b / 4$ ). Sustituyendo estos valores en la ecuación (2.4), la relación de esbeltez de una barra en doble curvatura se expresa como:

$$\frac{S_h}{d_b} = 1.5 \sqrt{\frac{E}{f_{cr}}} \quad (2.5)$$

El máximo espaciamiento que puede ser usado entre estribos consecutivos para prevenir el pandeo elástico se encuentra al evaluar la ecuación 2.5 cuando  $E=E_s$  y  $f_{cr}=f_y$ . Considerando las propiedades del acero mexicano obtenidas por *Rodríguez y Botero (1996)*, el módulo de elasticidad  $E$  es igual a 200000 MPa y el esfuerzo de fluencia  $f_y$  igual a 449 MPa, de esta forma, para que una barra alcance la fluencia antes de pandear la separación de los estribos debe ser menor que  $32d_b$ . Si se usa una separación mayor que la anterior, el pandeo elástico ocurrirá bajo un esfuerzo menor que el de fluencia.

En 1889, *Engesser* realizó una serie de 32 pruebas sobre columnas y observó que los esfuerzos sobre uno y otro lado de la columna se incrementaban y reducían de forma diferente, estableció que los esfuerzos sobre el lado cóncavo de la columna se incrementaban con lo que él llamo módulo de elasticidad tangencial,  $E_t$  y los esfuerzos sobre el lado convexo se reducían con el módulo de elasticidad lineal  $E$  (*Timoshenko, 1961*). Esto significa, que es posible tener una columna con una relación de esbeltez tal que el esfuerzo crítico de pandeo es mayor que el límite elástico y que ésta puede presentar una configuración deformada, para la cual la deformación es controlada por el módulo tangente  $E_t$ . El cual es igual a la pendiente de la curva esfuerzo-deformación de compresión del material de la columna en el punto que corresponde al esfuerzo crítico. *Engesser, (1889)*, señaló así, porque la fórmula de Euler no era aplicable al pandeo inelástico y propuso que  $E_t$  se sustituyera por  $E$  en la fórmula de Euler para evaluar la carga crítica; este procedimiento es conocido como la teoría del módulo tangencial.

Así que, cuando el espaciamiento de los estribos es suficientemente cercano para prevenir el pandeo elástico ( $S_h < 32d_b$ ), el pandeo de la barra se iniciará en el momento en que se sobrepase el módulo tangente del material,  $E_t$ , lo cual implica que las deformaciones en el acero han excedido también el límite de fluencia. En la figura 2.1 se ilustra este concepto.

Por ejemplo, al considerar nuevamente las propiedades para el acero mexicano, es decir, un esfuerzo de fluencia  $f_y$  igual a 449 MPa y un módulo de elasticidad tomado como el módulo tangente,  $E_t$  igual a 9164 MPa y empleando la ecuación 2.5, se tiene que el mayor espaciamiento

$S_h$ , con el cual se previene el pandeo después de iniciada la fluencia es igual a  $6.8d_b$ . Aquí,  $E_t$  ha sido calculado como la pendiente de la curva esfuerzo-deformación de tensión para el acero mexicano propuesta por Rodríguez y Botero (1996).

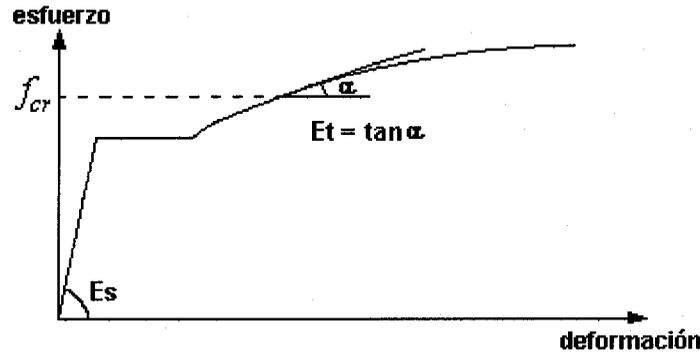


Figura 2.1 Teoría del módulo tangente para el pandeo inelástico de las barras de acero.

De acuerdo con la teoría del módulo tangencial la barra permanece recta hasta que se alcanza el esfuerzo crítico, para el cual empieza a experimentar una pequeña deflexión lateral; en donde los esfuerzos de flexión resultantes se superponen con los esfuerzos de compresión axiales. Sin embargo, debido a que la barra comienza a flexionarse a partir de la posición recta, los esfuerzos de flexión representan inicialmente sólo un pequeño incremento del esfuerzo total. Por lo tanto, el módulo tangencial  $E_t$  varía linealmente a través de la sección.

Esta teoría se distingue por su sencillez y fácil aplicación, no obstante, es deficiente conceptualmente porque no define totalmente el comportamiento de la barra. Debido a que cuando una barra se aparta de la posición recta, las fibras correspondientes al lado cóncavo están sometidas a esfuerzos de compresión y las fibras correspondientes al lado convexo están sometidas a esfuerzos de tensión. Estos esfuerzos son afectados por los grandes esfuerzos de compresión preexistentes, y por lo tanto, no es factible evaluar para la barra un módulo de elasticidad uniforme. Por lo tanto, la barra se comporta como si estuviera hecha de dos materiales, uno sobre el lado cóncavo, donde las deformaciones avanzan siguiendo el brazo de carga de la curva esfuerzo-deformación con un módulo de elasticidad  $E_t$  y otro, sobre el lado convexo donde ocurren las reversiones de las deformaciones siguiendo el módulo de elasticidad  $E$ . Por lo tanto, puede ser más preciso emplear un módulo de elasticidad intermedio entre los valores de  $E$  y  $E_t$ . Este módulo fue propuesto por Considère, (1895), y es conocido como la teoría del doble módulo o teoría del módulo reducido,  $E_r$ , y su valor depende de las propiedades mecánicas del material y de la forma de su sección transversal (Timoshenko, 1961). La figura 2.2 ilustra este concepto.

El doble módulo se determina empleando un promedio pesado de las áreas donde aumentan y disminuyen los esfuerzos debidos a la flexión. La relación entre  $E_r$  y  $E_t$  depende solo de las características geométricas de la sección transversal de la barra de acero, y pueden obtenerse a través de un procedimiento iterativo; esta relación es presentada en la figura 2.3.

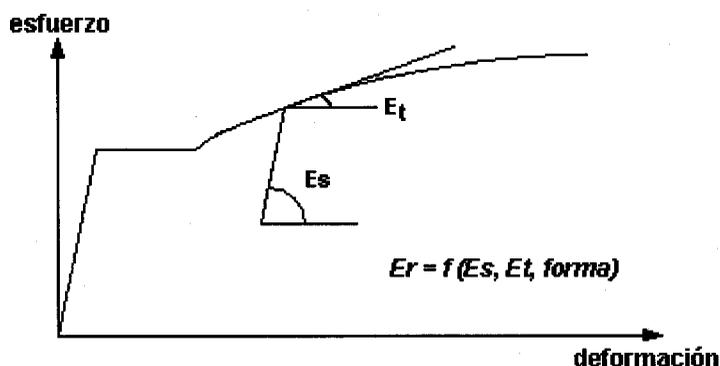


Figura 2.2 Teoría del doble módulo para el pandeo inelástico de las barras de acero

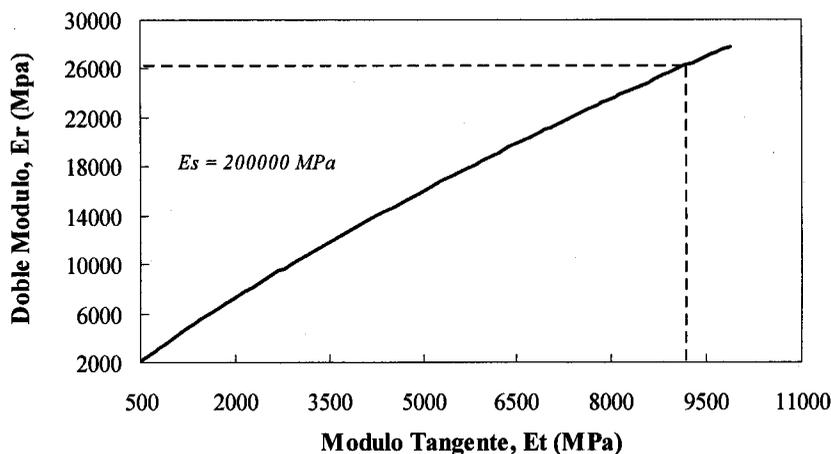


Figura 2.3 Relación entre el módulo tangente y el doble módulo para el pandeo inelástico de las barras de acero

De esta manera, aplicando esta relación (figura 2.3), una barra con un esfuerzo de fluencia igual a  $449 \text{ MPa}$  y un módulo tangente  $E_t$  igual a  $9164 \text{ MPa}$ , tiene un doble módulo  $E_r$  que es igual a  $26200 \text{ MPa}$ , y al reevaluar la ecuación 2.5, el máximo espaciamiento soportado  $S_b$  es  $11.4db$ .

La teoría del doble módulo es en apariencia más precisa que la del módulo tangente, puesto que toma en cuenta la reducción en los esfuerzos en el lado convexo de la columna debida a la flexión; sin embargo, los resultados experimentales mostraron que las cargas de pandeo reales se encuentran entre las predichas por estas dos teorías, del módulo tangente y del doble módulo, más cerca generalmente de la primera que de la segunda (Timoshenko, 1961).

Luego, ni la teoría del módulo tangente ni la teoría del doble módulo son adecuadas por si mismas para explicar el fenómeno de pandeo inelástico. Una teoría más completa y congruente fue desarrollada por Shanley (1947) y se denomina teoría de Shanley para pandeo inelástico. Esta teoría corrige las dificultades que enfrentan las teorías de los módulos tangencial y doble,

reconociendo que no es posible que se presente el esfuerzo de pandeo calculado con la fórmula de Euler cuando la columna se vuelve inelástica.

Shanley demostró en 1947 que una columna inicialmente recta empieza a flexionarse cuando la carga alcanza el valor crítico dado por la teoría del módulo tangente  $P_t$ , y continua flexionándose a partir de ese instante con carga axial creciente. La flexión, que ocurre con el incremento en la carga, origina una disminución en la deformación sobre el lado convexo de la columna; por lo tanto, el módulo efectivo del material a través de la sección transversal se vuelve mayor que  $E_t$  y el incremento en la carga es factible. Sin embargo, el módulo efectivo no es tan grande como  $E_r$ , debido a que,  $E_r$  está basado en una deformación revertida completamente sobre el lado convexo de la columna. En otras palabras,  $E_r$  se basa en el aumento de deformación invertida que existe si la columna se flexiona sin un cambio en la fuerza axial.

Lo anterior implica que la carga correspondiente al módulo tangente es un límite inferior de la resistencia máxima de la columna; al alcanzarla, una barra inicialmente recta se empieza a flexionar, pero puede soportar incrementos adicionales. La carga dada por la teoría del doble módulo es el límite superior, puesto que es la fuerza axial máxima que la columna podría soportar si se mantuviera recta. La resistencia máxima de la columna se encuentra entre los límites predichos por las dos teorías.

Este comportamiento se muestra en la figura 2.4. En ella se observa que el pandeo empieza en la carga de módulo tangencial, luego la carga se incrementa pero no alcanza la carga del doble módulo hasta que la deflexión resulta infinita. No obstante, según se incrementa la deflexión se vuelven importantes otros efectos, y en realidad la curva finalmente desciende como se indica mediante la línea punteada.

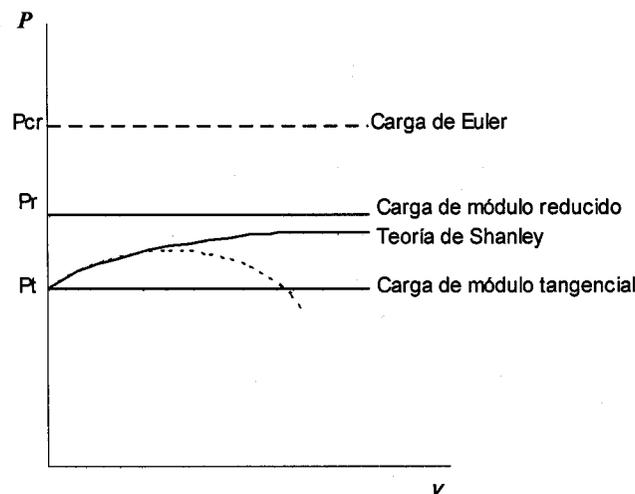


Figura 2.4 Diagrama de carga-deflexión para comparación de los resultados de las teorías del módulo tangente y del doble módulo

Se infiere por lo tanto que el problema del pandeo inelástico se puede resolver empleando alguno de los dos enfoques anteriores (teoría del módulo tangencial o teoría del doble módulo), pues aunque la

teoría de Shanley constituye un punto de equilibrio entre ambas, algunos estudios experimentales (*Mander et al, 1984*) han demostrado que la teoría del doble módulo proporciona mayor aproximación a los resultados encontrados que la del módulo tangencial. Esto puede explicarse si se tiene en cuenta que estas teorías son conceptos basados en condiciones ideales y no tienen en cuenta factores adicionales como son esfuerzos residuales en los materiales debido a los procesos de fabricación.

Otros investigadores han preferido también, la teoría del doble módulo debido principalmente a que la del módulo tangencial tiene la limitación de ser una extensión de los conceptos elásticos al intervalo inelástico; y a que han encontrado que es posible con esta teoría determinar con una aproximación razonable el estado de deformaciones correspondiente al inicio del pandeo en barras sometidas a cargas monotónicas de compresión o cíclicas reversibles (*Rodriguez et al, 1999*).

## **2.2 El Problema del Pandeo en Barras de Refuerzo de Elementos de Concreto Reforzado**

### **2.2.1 Pandeo en elementos sometidos a cargas monotónicas**

Bajo condiciones monotónicas de carga la capacidad de deformación de la zona a compresión depende de la efectividad del refuerzo de confinamiento, debido a que la presión que puede ser soportada esta determinada únicamente por la deformación a compresión crítica que el núcleo de concreto puede sostener sin pérdida de su integridad. En este caso, la inestabilidad del refuerzo a compresión siempre esta acompañada del aplastamiento del la zona en compresión del núcleo de concreto, dada la necesidad de compatibilidad de deformaciones entre ambos materiales. Para espaciamientos pequeños de los estribos, el pandeo inelástico ocurre involucrando una extensa plastificación de la barra longitudinal, pero solo después que una significativa expansión del núcleo de concreto ha ocurrido. En tal caso la zona de falla es extensa y el pandeo puede abarcar un mayor número de espaciamientos entre estribos.

A partir de un procedimiento que involucra compatibilidad de deformaciones entre el acero y el concreto para el momento del pandeo *Pantazopoulou, (1998)*, propone una deformación crítica del concreto en función de la relación de esbeltez de la barra longitudinal. Considerando que la inestabilidad de las barras de refuerzo no es sólo función de la carga sostenida, sino que en un sistema redundante tal como una columna de concreto bien detallada depende también de como se presente la redistribución de los esfuerzos del acero hacia el concreto que lo rodea. Propone que esta redistribución de esfuerzos es el mecanismo más probable por el cual la barra supera la meseta de fluencia sin pandeo en columnas bien detalladas, y alcanza el intervalo de endurecimiento por deformación.

El mecanismo de pandeo propuesto por *Pantazopoulou (1998)*, plantea que después que la barra alcanza condiciones críticas para cierto nivel de deformación axial, con un incremento posterior de la carga axial aplicada, las deformaciones promedio en la barra permanecen aproximadamente constantes. Sin embargo, la barra se doblará lateralmente para mantener la compatibilidad con el incremento en la deformación axial que soporta el núcleo de concreto. Para este estado, la transferencia de la carga ocurrirá desde la barra al núcleo de concreto permitiendo sobreesfuerzos en éste. La falla del elemento ocurre por aplastamiento y abultamiento del núcleo cuando la capacidad proporcionada por un arreglo específico de estribos se agota, y por acción simultánea de

la flexión permanente de las barras longitudinales. Cerca a la falla los estribos son doblemente esforzados por la presión expansiva del concreto deteriorado y por la flexión en las barras, y así, su efectividad como mecanismo de confinamiento se ve reducida.

Aunque el procedimiento propuesto es adecuado para elementos de concreto reforzado bajo cargas de tipo monotónico, al extrapolarlo (tal como se hace en éste trabajo), al comportamiento bajo cargas de tipo cíclico resulta contradictorio, pues bajo este tipo de acciones no puede asegurarse que el pandeo ocurre para deformaciones en compresión de la barra *Suda et al, (1996)*, y por lo tanto, para deformaciones en compresión del concreto que la rodea.

*Dhakal y Maekawa (2002a)*, desarrollan un estudio paramétrico con el fin de verificar la influencia de algunas de las variables tradicionalmente consideradas que influyen en el fenómeno de pandeo. Por medio de análisis comparativos en los que mantienen constante el diámetro para diferentes longitudes de la barra, o conservan constante la longitud para diferentes diámetros. Ellos observaron que independientemente del diámetro y de la longitud de la barra, la respuesta es similar para la misma relación de esbeltez. Además, que el pandeo es postergado en la medida en que disminuye la relación de esbeltez en las barras de refuerzo, como lo habían hecho otros investigadores previamente (*Mau, 1990; Monti y Nuti, 1992; Rodríguez et al, 1999*).

En la figura 2.5 se presentan algunos de los resultados de los análisis realizados por *Dhakal y Maekawa (2002a)*, en ella se presentan los casos para los que la relación de esbeltez (relación entre la longitud libre de la barra y su diámetro) es la misma, pero la longitud y el diámetro son diferentes. En ella se observa que la respuesta es similar para la misma relación de esbeltez.

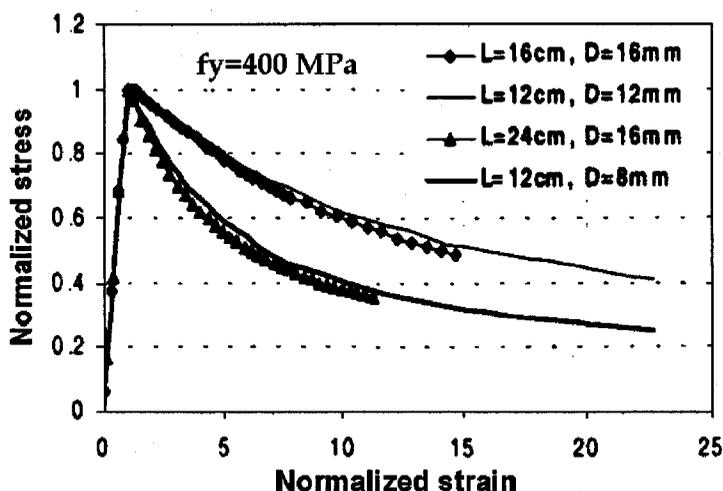


Figura 2.5 Efecto de la longitud y el diámetro (*Dhakal et al, 2002a*)

Estos autores consideraron también, que la resistencia de la barra de refuerzo también influye en el comportamiento promedio a compresión y para explorar esta posibilidad desarrollaron una serie de análisis comparativos en los que conservando la relación de esbeltez ( $L/D$ ) constante incrementan

la resistencia de la barra, manteniendo la relación  $L/D\sqrt{f_y}$  constante. En la figura 2.6 se presentan los resultados de estos análisis. Resulta interesante, que la respuesta promedio normalizada en ambos casos es similar, sugiriendo que existe una interrelación entre el pandeo y el parámetro  $L/D\sqrt{f_y}$ .

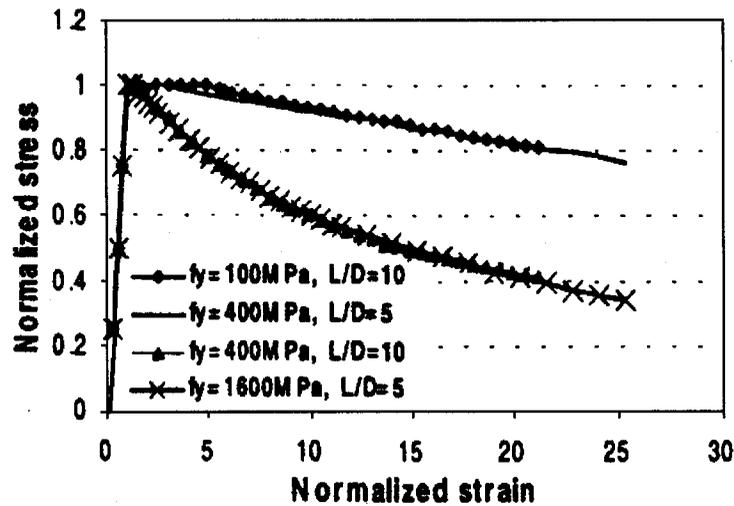


Figura 2.6 Efecto de la resistencia de fluencia (Dhakal et al, 2002a)

Basados en los resultados de su estudio paramétrico proponen un modelo esfuerzo-deformación para el caso de compresión monotónica. Establecen un punto intermedio  $(\epsilon^*, \sigma^*)$ , a partir de este punto se define una rigidez negativa igual al 2% del módulo de elasticidad, hasta que el esfuerzo promedio llega a ser igual al 20% del esfuerzo de fluencia. Un esquema general del modelo propuesto se presenta en la figura 2.7.

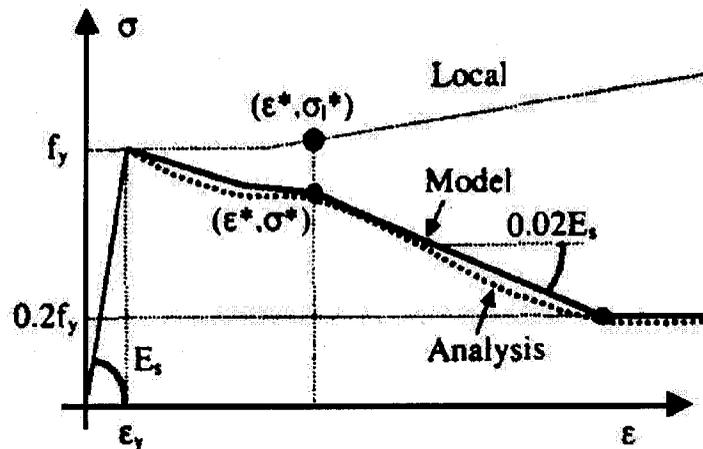


Figura 2.7 Representación esquemática del modelo (Dhakal et al, 2002a)

Las coordenadas del punto intermedio ( $\varepsilon^*$ ,  $\sigma^*$ ), pueden ser calculadas por medio de las siguientes ecuaciones obtenidas a partir de un estudio paramétrico:

$$\frac{\varepsilon^*}{\varepsilon_y} = 55 - 2.3 \sqrt{\frac{f_y}{100}} \frac{L}{D}; \quad \frac{\varepsilon^*}{\varepsilon_y} \geq 7 \quad (2.6)$$

$$\frac{\sigma^*}{\sigma_y} = 1.1 - 0.016 \sqrt{\frac{f_y}{100}} \frac{L}{D}; \quad \sigma^* \geq 0.2 f_y \quad (2.7)$$

Un análisis de este modelo cuando se incorpora a modelos para el comportamiento cíclico del acero propuestos anteriormente *Menegotto y Pinto, (1973)* fue realizado por *Dhakar y Maekawa (2002a)*, lo que llevó una buena correlación. Sin embargo, el intervalo de deformación en que fueron realizados los análisis no sobrepasó el 3%, y aunque para deformaciones en compresión es difícil que sea alcanzado, para deformaciones en tensión de elementos de concreto reforzado sometidos a solicitaciones sísmicas este valor de deformación puede ser excedido, por lo cual, este modelo debe de ser verificado para comportamientos cíclicos reales del acero de refuerzo.

Recientemente, los mismos autores (*Dhakar y Maekawa 2002b*), retomando un procedimiento propuesto inicialmente por *Bresler (Bresler y Gilbert, 1961)* y posteriormente utilizado por *Scribner (Scribner, 1986)*, proponen un método para la evaluación del número de estribos involucrados en el pandeo del refuerzo longitudinal. El método consiste en evaluar la rigidez del estribo necesaria para mantener la barra longitudinal en su posición según la configuración del elemento, relacionándola con la rigidez de la barra longitudinal a la que restringen y posteriormente comparándola con una rigidez equivalente calculada mediante principios energéticos para varios modos de pandeo. Donde el modo de pandeo se refiere al número de intervalos de estribos involucrados en la longitud de pandeo. Si la rigidez efectiva del estribo es menor que la rigidez requerida para el modo n-1, pero excede la requerida por el modo n, el sistema determina que los estribos laterales pueden sostener las barras de refuerzo en el enésimo modo de pandeo. En otras palabras, n es el modo de pandeo estable y multiplicándolo por el espaciamiento entre estribos da la longitud de pandeo para cierta combinación del refuerzo longitudinal y transversal. El valor de n estimado por este método tiene buena correlación con resultados observados experimentalmente en columnas ensayadas por otros investigadores. En este trabajo se utiliza este método como parte de un procedimiento propuesto para estimar el número de intervalos de estribos involucrados en el pandeo del refuerzo longitudinal.

### 2.2.2 Pandeo en elementos sometidos a cargas de tipo cíclicas

Bajo cargas cíclicas reversibles el pandeo del refuerzo puede ocurrir de diferentes maneras dependiendo de las circunstancias de la zona a compresión y de la historia de carga. Una barra de refuerzo longitudinal en compresión puede haber fluido en tensión durante el ciclo previo y pandear durante la reversión de la carga. Dependiendo de que tan grande ha sido la incursión en las deformaciones a tensión y de sí las grietas en el concreto están abiertas o cerradas. Lo anterior se

cumple para elementos diseñados bajo especificaciones sísmicas, los cuales deben tener un tipo de falla a flexión. Sin embargo, ha sido observado que en la presencia de cortante existen deformaciones adicionales por tensión en la sección transversal la cuales podrían influir en el fenómeno de pandeo (*Tastani y Pantazopoulou, 2001*). Así, la reversión completa de las deformaciones y el cerrado de las grietas en la zona de compresión puede ocurrir solamente en la presencia de compresión axial significativa, o alternativamente, si una gran rotación plástica es desarrollada en la articulación por una rápida reversión de la carga, pues hasta que las grietas cierren, el refuerzo será susceptible de pandear.

Para evitar esta posibilidad, el diámetro del estribo debe ser al menos la mitad del diámetro del refuerzo longitudinal (*Scribner et al, 1986*), particularmente si la barra longitudinal esta restringida solamente por la acción a flexión del estribo (una barra intermedia sin un gancho que la sujete directamente). Otros investigadores (*Kunnath et al, 1997*), han demostrado, que la historia cíclica de deformaciones, tiene una influencia más fuerte sobre el pandeo del refuerzo longitudinal que el desprendimiento del recubrimiento.

En muchos ensayos experimentales sobre elementos de concreto reforzado sujetos a cargas cíclicas, la falla ha sido iniciada generalmente por pandeo del refuerzo longitudinal. Lo cual podría sugerir que la deformación a compresión es un parámetro clave dentro de este fenómeno. Sin embargo, la máxima deformación en tensión previa resulta más importante, ya que debido al efecto Bauschinger el módulo tangente instantáneo e incluso el esfuerzo a compresión bajo carga cíclica son controlados por las incursiones previas en tensión.

A partir de los resultados de un estudio experimental en columnas de concreto reforzado *Suda et al (1996)*, propusieron un criterio para el inicio del pandeo en el refuerzo considerando tres variables fundamentales que influyen en el pandeo del refuerzo longitudinal. Estas variables son, la resistencia a la tensión del concreto adyacente a las barras de refuerzo longitudinal y las rigideces a flexión del refuerzo transversal y del longitudinal. La carga de pandeo de la barra de refuerzo longitudinal se calcula con la teoría elástica para una barra doblemente empotrada utilizando el módulo secante y considerando un modo de pandeo semicircular, es decir, considerando que la forma que toma la barra al pandear es una semicircunferencia. Sin embargo, parten de una hipótesis debatible, pues consideran que el efecto del recubrimiento del concreto sobre el pandeo de la barra longitudinal es dominante sobre el efecto que tiene la rigidez a flexión del acero longitudinal y sobre la restricción que impone el refuerzo transversal; esto debido según ellos, a que en un elemento de concreto reforzado el diámetro de la barra de refuerzo longitudinal es pequeño comparado con las dimensiones de la sección. Lo anterior sugiere que se esta evaluando la resistencia del refuerzo longitudinal en función del volumen del material y no en función de sus propiedades.

La figura 2.8 muestra una representación esquemática del criterio de pandeo propuesto. En este criterio, la fuerza de compresión  $F$  es aplicada sobre una barra de refuerzo longitudinal con cierto grado de curvatura debido a las deformaciones residuales, genera una fuerza  $\Delta H$  sobre la barra longitudinal que trata de expulsar el recubrimiento del concreto. La cantidad  $\Delta H$  es proporcional al producto de los esfuerzos y a la curvatura del elemento  $\phi$ ; y según lo observado por *Suda et al (1996)*, toma su valor máximo cerca al punto en la historia de carga donde comienza el pandeo.

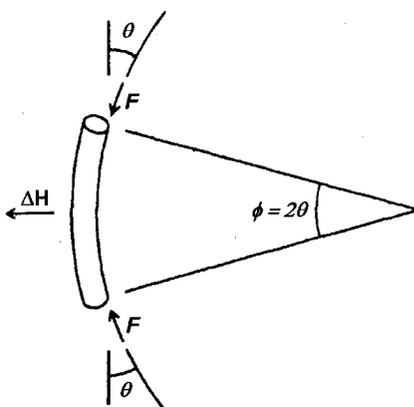


Figura 2.8 Criterio para el inicio del Pandeo propuesto por Suda et al, (1996).

Los resultados experimentales en la condición de carga cíclica reversible obtenidos por *Suda et al (1996)*, muestran que el pandeo ocurre para un punto en la región de deformaciones de tensión antes de alcanzar las deformaciones en compresión y depende principalmente de la resistencia a la fractura del recubrimiento de concreto aún cuando éste sea sumamente pequeño. Esto lleva a que, según estos investigadores, el ancho de las grietas en el concreto de recubrimiento sea una variable para la determinación del inicio del pandeo. Sin embargo, un elemento de concreto reforzado diseñado bajo especificaciones sísmicas, logra alcanzar deformaciones antes de que el pandeo se presente, para las cuales el concreto de recubrimiento ya se ha perdido mucho antes. Además, el efecto cíclico de las cargas crea efectos de tensión (agrietamiento) y compresión (aplastamiento) que el concreto de recubrimiento no alcanza a resistir.

A partir de la realización de ensayos experimentales sobre barras aisladas sometidas a cargas tanto monotónicas de compresión como cíclicas reversibles *Rodríguez et al, (1999)*, propusieron un criterio para unificar la definición del inicio del pandeo, considerando que éste se puede evaluar a partir de las deformaciones medidas en las caras opuestas de la barra. En estos ensayos, definen el inicio del pandeo cuando la diferencia entre las deformaciones opuestas en la sección transversal de la barra es igual o mayor que el 20% de la deformación medida en una de ellas. La ecuación 2.6, resume lo dicho anteriormente. En la figura 2.9 se definen las variables involucradas en el criterio mencionado para definir el inicio del pandeo.

$$(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \geq 0.2(\varepsilon_{m,2}^+ - \varepsilon_{m,2}^-) \quad (2.8)$$

Según lo observado por *Rodríguez et al (1999)*, el porcentaje mencionado resultó razonable, debido a que, para valores mayores que este límite, la diferencia entre los valores del esfuerzo y la deformación son insignificantes respecto a los asociados con el límite seleccionado. Para valores menores, debido principalmente a limitaciones en la precisión de los instrumentos utilizados para medir las deformaciones, la diferencia en las deformaciones opuestas presentaron variaciones altas, lo que impide evaluar de manera confiable el inicio del pandeo.

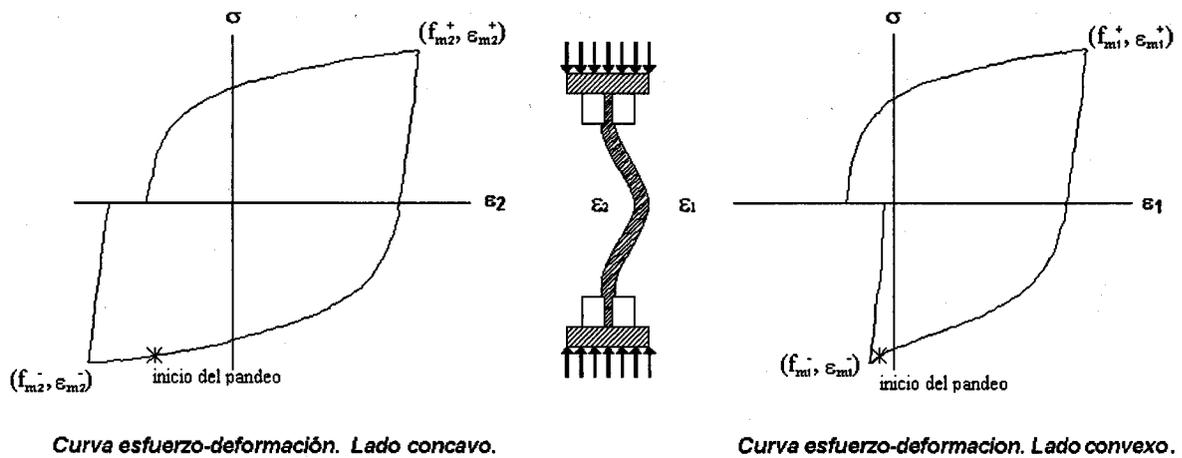


Figura 2.9 Medición de las deformaciones en caras opuestas para la barra de acero

Para el estudio del pandeo monótonico utilizaron la teoría del doble módulo, así como la curva esfuerzo-deformación de una barra de acero sometida a carga monótonica de compresión, obtenida analíticamente a partir de la de tensión, con el procedimiento propuesto por *Dodd y Restrepo, (1995)*. *Rodríguez et al, (1999)*, encontraron que los resultados experimentales obtenidos para esta condición de carga correlacionaban muy bien con los analíticos. La figura 2.10 presenta estos resultados.

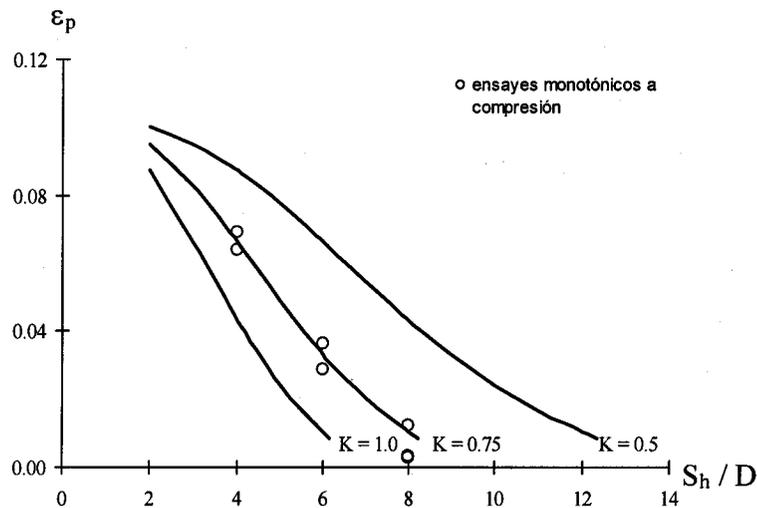


Figura 2.10 Curvas que relacionan la deformación de pandeo y la relación de esbeltez. Comparación con los resultados monótonicos experimentales. *Rodríguez et al, (1999)*

Los resultados obtenidos de los ensayos cíclicos reversibles por *Rodríguez et al, (1999)*; mostraron que las barras de refuerzo pueden presentar modos de falla asociados con el pandeo, tanto en la condición de deformación en compresión como en la de tensión. Estos resultados mostraron

también, que el estado de deformaciones asociadas con el pandeo depende del estado previo de deformaciones en tensión. Al igual que en el caso de carga monotónica en compresión, en estos ensayos se encontró que el pandeo ocurrió para relaciones de esbeltez de 4 o mayores.

Rodríguez *et al*, (1999), también proponen emplear el parámetro  $\epsilon_p^*$  para evaluar el estado de deformaciones relativo al pandeo para barras de acero sometidas a deformaciones cíclicas reversibles. Este parámetro se define como la diferencia entre la deformación  $\epsilon_o^+$  y la deformación de pandeo  $\epsilon_p$ , (ec 2.9).

$$\epsilon_p^* = \epsilon_o^+ - \epsilon_p \quad (2.9)$$

La figura 2.11 presenta en forma esquemática el significado de los parámetros  $\epsilon_p$  y  $\epsilon_p^*$ . A la deformación de la barra para la cual se presenta el cambio de aplicación de carga de tensión a compresión en el ciclo donde se presenta el pandeo se llamó  $\epsilon_o^+$ .

La figura 2.12 presenta las relaciones experimentales entre  $\epsilon_p^*$  y  $S_l/D$  para las barras de acero sometidas a ensayos cíclicos reversibles, también se muestran las curvas analíticas de la figura 2.10.

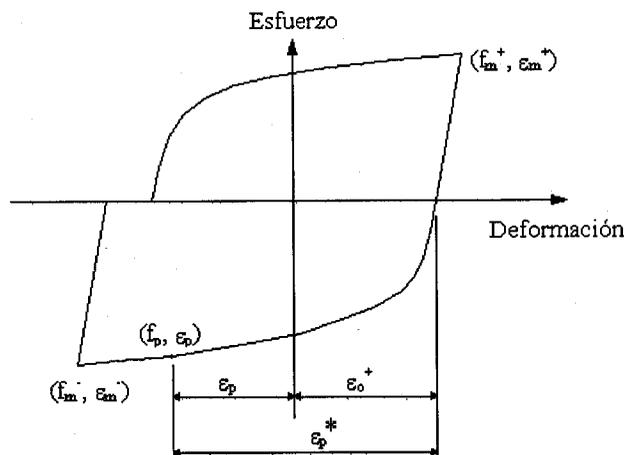


Figura 2.11 Curva esfuerzo-deformación que define los parámetros de pandeo para una barra de refuerzo. (Rodríguez *et al*, 1999)

La figura (2.12), muestra que el empleo del parámetro  $\epsilon_p^*$  permite evaluar el efecto del pandeo debido a acciones cíclicas, para lo cual se calcula el referido parámetro a partir de resultados de pandeo monotónicos evaluados con un valor de 0.75 para el factor de longitud efectiva  $k$ . Sin embargo, es necesario resaltar que este parámetro fue definido a partir de ensayos de barras cortas de acero aisladas, por lo cual no representa totalmente las condiciones existentes en las barras de acero embebidas en elementos de concreto reforzado. Pues en estas existen otros factores como son el refuerzo transversal que restringe el pandeo del refuerzo longitudinal y la expansión del concreto

confinado en dirección perpendicular a la del refuerzo longitudinal que causa un empuje lateral desfavorable para el fenómeno de pandeo. Por lo tanto, resulta conveniente evaluar la bondad del empleo de este parámetro como criterio para definir el inicio del pandeo en elementos de concreto reforzado. Esta evaluación se lleva a cabo posteriormente en este trabajo.

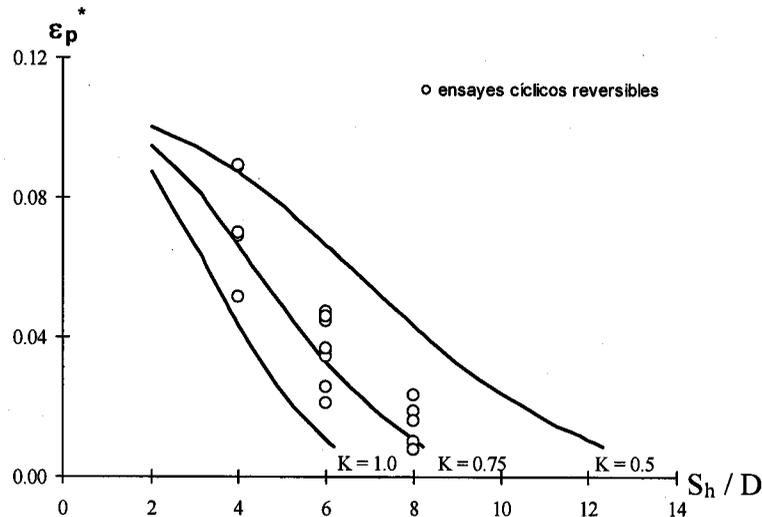


Figura 2.12 Curvas que relacionan el parámetro  $\epsilon_p^*$  y la relación de esbeltez. Comparación con los resultados cíclicos experimentales (Rodríguez et al, 1999)

Moyer y Kowalsky (2003) presentan un procedimiento de evaluación del pandeo del refuerzo longitudinal, el cual considera la influencia de la deformación a tensión sobre el pandeo en columnas de concreto reforzado. Este procedimiento se basa en que el pandeo de una sección de concreto reforzado está directamente relacionado al ancho máximo de grietas y a la máxima deformación de tensión a la que está sometida la sección crítica. Además, considera que la estabilidad de la zona de compresión en una sección de concreto agrietada depende únicamente de la barra de refuerzo longitudinal. De acuerdo con esto, podría decirse que el hecho de que la barra pandee o no, dependerá directamente del ancho máximo de grietas que se alcanzó en el ciclo previo, así como de la máxima deformación en tensión a la cual la sección estuvo sometida.

De acuerdo con estos autores, para que se presente el pandeo es necesario que la deformación máxima a tensión en el ciclo previo sea suficiente para que el concreto a su alrededor no alcance a colaborar en la estabilidad de la zona de compresión antes de que la barra pandee. La figura 2.13 presenta las variables consideradas dentro del modelo de pandeo propuesto, ellas son: la deformación máxima a compresión,  $\epsilon_{scp}$ ; la deformación efectiva en la barra en tensión  $\epsilon_{ste}$ ; la deformación residual cuando la deflexión de la columna es nula  $\epsilon_{sgr}$ ; la deformación en tensión debida a la flexión  $\epsilon_{sfl}$ ; la deformación cuando el esfuerzo en la barra es nulo  $\epsilon_{sof}$ , y la deformación total en tensión  $\epsilon_{stt}$ . Considerando que las barras de refuerzo tienen una capacidad de deformación característica en compresión  $\epsilon_{scc}$ , que depende de los detalles del confinamiento, de la relación de carga axial, de la cuantía del refuerzo longitudinal y de la historia esfuerzo deformación; concluyen que para que la barra pandee es necesario que la deformación a tensión de la barra  $\epsilon_{ste}$  supere

ampliamente  $\epsilon_{scc}$ , es decir,  $\epsilon_{ste}$  debe ser por lo menos igual a  $\epsilon_{scc}$  antes de que las grietas se cierren y por lo tanto el concreto empiece a contribuir en la estabilidad de la zona de compresión.

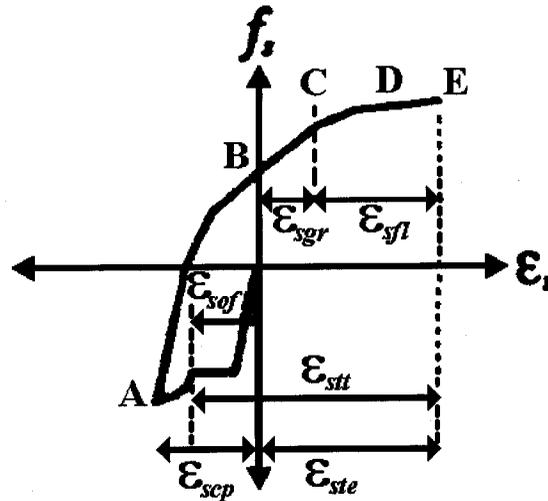


Figura 2.13 Variables fundamentales del modelo de Moyer y Kowalsky, (2003)

El mecanismo de pandeo propuesto por *Moyer y Kowalsky, (2003)*, contiene cuatro características fundamentales que se resumen a continuación. La primera es que para que haya pandeo del refuerzo se requiere una inversión de la carga lateral, es decir, si una columna es sujeta a una carga monotónica el pandeo no ocurrirá; bajo carga monotónica las barras de refuerzo y el concreto circundante soportan la carga de compresión, y como resultado la estabilidad de las barras de refuerzo está asegurada. Los autores argumentan que en las columnas cargadas de esta manera, la falla esta gobernada por la ruptura del refuerzo longitudinal en el lado de tensión de la columna. Sin embargo, en múltiples ensayos realizados en columnas de concreto reforzado ha sido observada la falla de la columna por pandeo del refuerzo longitudinal bajo carga monotónica antes de que se presente una ruptura por tensión en el lado opuesto.

La segunda característica consiste en que el pandeo del refuerzo exige desarrollar importantes deformaciones de tensión en las barras de refuerzo. Para que una barra de refuerzo llegue al pandeo debe ser la única fuente de estabilidad en la zona de compresión para una cantidad de deformación a compresión mayor que la que puede sostener. Esta característica, resulta bastante real, pues en un elemento de concreto bajo cargas cíclicas, el concreto que rodea una barra extrema sometida a tensión se encuentra agrietado, y en la medida en que esta tensión sea mas grande, la grieta también será mayor, y por lo tanto en la reversión de la carga la estabilidad de la sección es responsabilidad sólo de las barras de acero longitudinales hasta que las grietas en el concreto cierren.

La tercera característica se relaciona con el mecanismo por medio del cual la deformación de tensión es acumulada en las barras de refuerzo en una sección de concreto reforzado. Para estos autores la deformación de tensión comprende dos componentes, la deformación debida a la flexión  $\epsilon_{sfl}$  y la deformación residual presente en la barra de acero cuando la deflexión del elemento es nula  $\epsilon_{sgr}$ , que es función de las relaciones constitutivas del acero y de la historia de carga.

Para evitar el pandeo, las barras de refuerzo deben superar en compresión los componentes que ocurren mientras la sección esta agrietada ( $\epsilon_{ste} < \epsilon_{scc}$ ), a saber, la deformación por flexión y la deformación residual, que juntas producen la deformación efectiva de tensión de acero  $\epsilon_{ste}$  ( $\epsilon_{ste} = \epsilon_{sgr} + \epsilon_{sfl}$ ).

Por último, aunque la deformación de tensión máxima se identifica como un parámetro importante para determinar la estabilidad de las barras de refuerzo, el pandeo ocurre sólo en la reversión de la carga, cuando las barras de refuerzo se encuentran en compresión.

*Moyer y Kowalsky, (2003)*, proponen como condición para el inicio del pandeo el momento en el cual la deformación a tensión efectiva  $\epsilon_{ste}$ , llega a ser igual que la deformación característica a compresión  $\epsilon_{scc}$  que puede soportar la barra de acero sin pandear.

$$\epsilon_{ste} = \epsilon_{scc} \quad (2.10)$$

Además, de la figura 2.13 se establece la siguiente relación:

$$\epsilon_{sfl} = \epsilon_{ste} - \epsilon_{sgr} \quad (2.11)$$

Reemplazando la ecuación 2.10 en la ecuación 2.11 , se tiene:

$$\epsilon_{sfl} = \epsilon_{scc} - \epsilon_{sgr} \quad (2.12)$$

donde,  $\epsilon_{sgr}$  es definida como la deformación residual, y  $\epsilon_{sfl}$  como la deformación debida a la flexión. Con base en resultados de ensayos cíclicos reversibles sobre probetas de acero, *Moyer y Kowalsky (2003)*, proponen una expresión para definir la deformación característica en compresión  $\epsilon_{scc}$ , en función de la relación de esbeltez:

$$\epsilon_{scc} = 3 \left( \frac{ks}{d_{bl}} \right)^{-2.5} \quad (2.13)$$

Definen arbitrariamente que la deformación residual  $\epsilon_{sgr}$ , es proporcional a la máxima deformación a tensión de la columna ( $\epsilon_{sgr} = 0.5\epsilon_s$ ), y proponen emplear una expresión desarrollada anteriormente por uno de los autores (*Kowalsky, 2000*) para calcular la máxima deformación a tensión del acero  $\epsilon_s$ , en función de la ductilidad de curvatura para una relación de carga axial específica y una cuantía del refuerzo longitudinal:

$$\epsilon_s = \frac{\mu_\phi}{(260 + 325ALR) + (20 - 25ALR)(\rho - 0.5)} \quad (2.14)$$

En donde,  $ALR$  es la relación de carga axial,  $\rho$  es la cuantía del acero longitudinal y  $\mu_\phi$  la ductilidad de curvatura, definida como la relación entre la curvatura inelástica y la de fluencia.

Como conclusión de la investigación, *Moyer y Kowalsky (2003)*, proponen una expresión de la ductilidad de curvatura para el inicio del pandeo en función de la relación de carga axial  $ALR$ , la cuantía del acero longitudinal  $\rho$ , el espaciamiento del acero transversal  $s$ , el factor de longitud efectiva  $k$ , y el diámetro de la barra longitudinal  $d_{bl}$ .

$$\mu_\phi = 2 \left( \frac{ks}{d_{bl}} \right)^{2.5} Z \quad (2.15)$$

$$Z = (260 + 325ALR) + (20 - 25ALR)(\rho - 0.5) \quad (2.16)$$

Con el fin de verificar las hipótesis planteadas en el modelo, estos autores realizaron una serie de cuatro ensayos sobre columnas de concreto reforzado sometidas a carga axial y carga lateral cíclica, teniendo como única variable la historia de carga, que pasaba de presentar ciclos simétricos incrementales a ciclos asimétricos también incrementales y a ciclos pseudo monotónicos. La figura 2.14 muestra las historias de carga a las que fueron sometidos estos elementos.

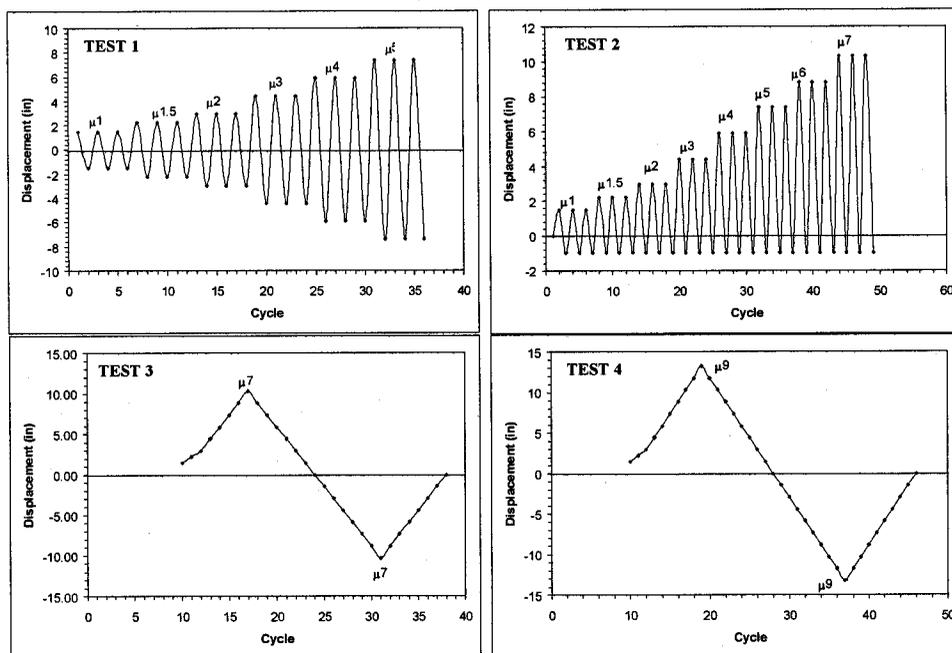


Figura 2.14 Historias de carga de los especímenes de Moyer y Kowalsky, (2003)

Los resultados de estos ensayos mostraron que el pandeo de las barras de refuerzo está directamente relacionado a la máxima deformación en tensión aplicada, y que esta deformación puede ser acumulada a través de un extenso ciclaje para bajos niveles de respuesta (intervalo de deformaciones pequeño) o en un sólo ciclo para altos niveles de respuesta (intervalo de deformaciones elevado). No obstante, estos autores no hacen una comprobación directa con la información experimental obtenida, de las expresiones por ellos propuestas.

### **2.3 Variables Fundamentales Involucradas en el Pandeo del Acero de Refuerzo Longitudinal**

La barra de refuerzo longitudinal está sometida a fuerzas de tensión y compresión, y simultáneamente a momentos flexionantes. Bajo determinada combinación de estas cargas externas la barra de acero inicia el pandeo. La primera demostración de que el pandeo está ocurriendo en la barra sucede para deformaciones mínimas, cuando la barra de acero longitudinal comienza a ejercer sobre el recubrimiento una fuerza que trata de expulsarlo. Esta fuerza produce en el recubrimiento esfuerzos de tensión que el concreto no puede resistir, produciéndose de esta forma su agrietamiento paralelo a la barra longitudinal y posterior aplastamiento, producto de los elevados esfuerzos de compresión en la reversión de la carga. A partir de este momento, al no existir el recubrimiento, el núcleo se ve más solicitado y comienza el proceso de expansión del núcleo que obliga a los estribos a iniciar su trabajo de confinamiento y a la vez tratar de impedir el pandeo de la barra longitudinal. A medida que el elemento entra en un ciclaje provocado por la acción del sismo las deformaciones y esfuerzos locales en el acero exterior se incrementan hasta que éste empieza a fluir y posteriormente, pandea. Se puede concluir entonces, que el mecanismo de pandeo depende realmente de muchas variables, sin embargo, de un examen cuidadoso de los resultados experimentales se concluye que las contribuciones más importantes se pueden representar por los parámetros que a continuación se describen.

#### ***Efecto de la relación longitud a diámetro del acero longitudinal***

Este parámetro está directamente relacionado con la llamada relación de esbeltez, de acuerdo con las conclusiones de estudios previos (*Mau 1990, Monti y Nuti 1992, Dhakal y Maekawa 2000a, Rodríguez et al 1999*), se encontró que a mayor relación de esbeltez de las barras de refuerzo se tiene menos capacidad de deformación en compresión.

#### ***Efecto del diámetro, espaciamiento y distribución de los estribos***

Estas variables están relacionadas directamente con la longitud de pandeo la cual puede involucrar más de un espaciamiento entre estribos dependiendo de las propiedades geométricas y mecánicas de los estribos laterales y de las barras del refuerzo longitudinal. Si todas las barras longitudinales están restringidas por la acción directa de un estribo en tensión, la barra longitudinal probablemente pandeará entre dos estribos adyacentes. Sin embargo, cuando más de una barra de refuerzo longitudinal se encuentra restringida por la acción de un estribo en flexión, es probable que el pandeo ocurra abarcando varios intervalos de estribos.

#### ***Efecto del Recubrimiento***

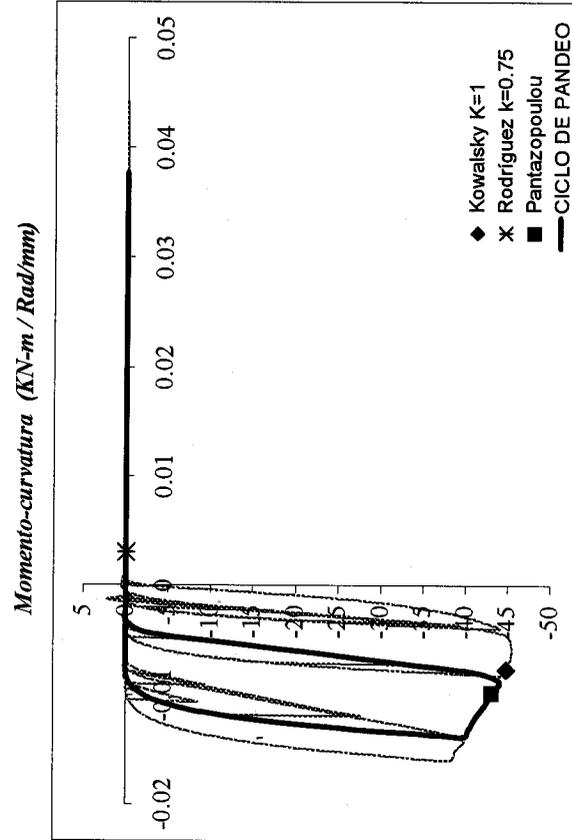
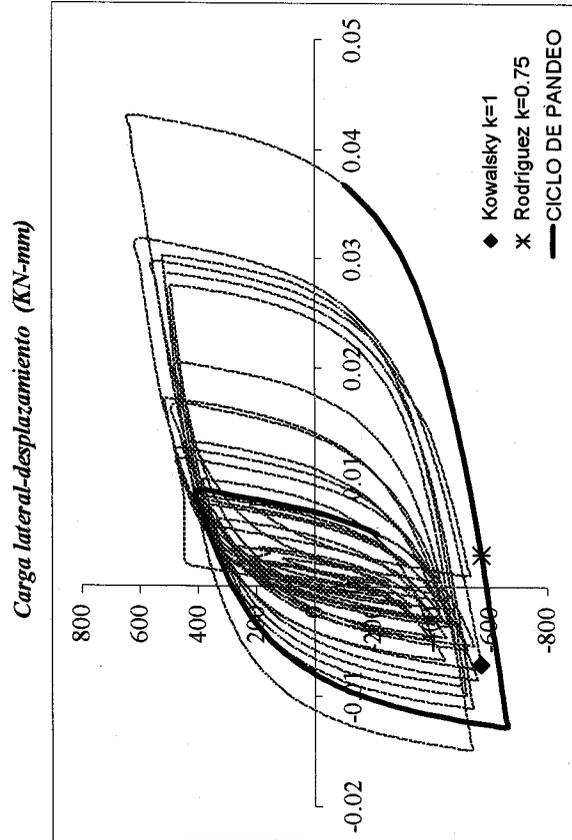
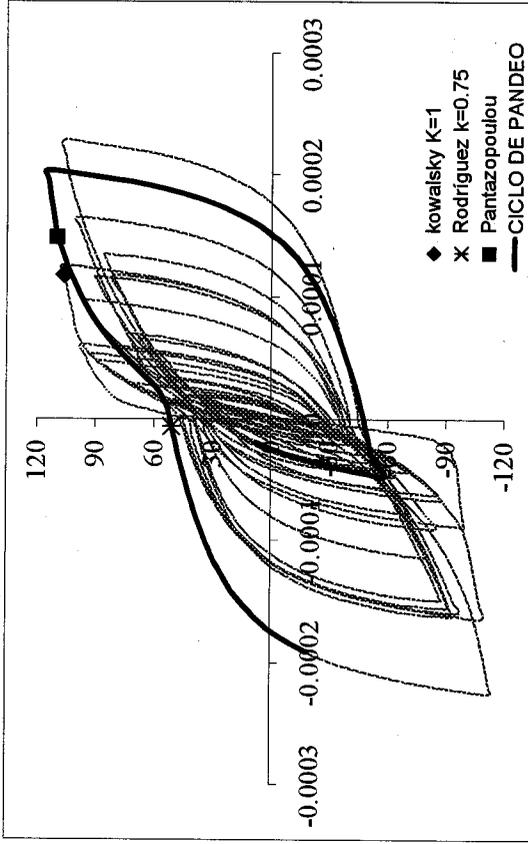
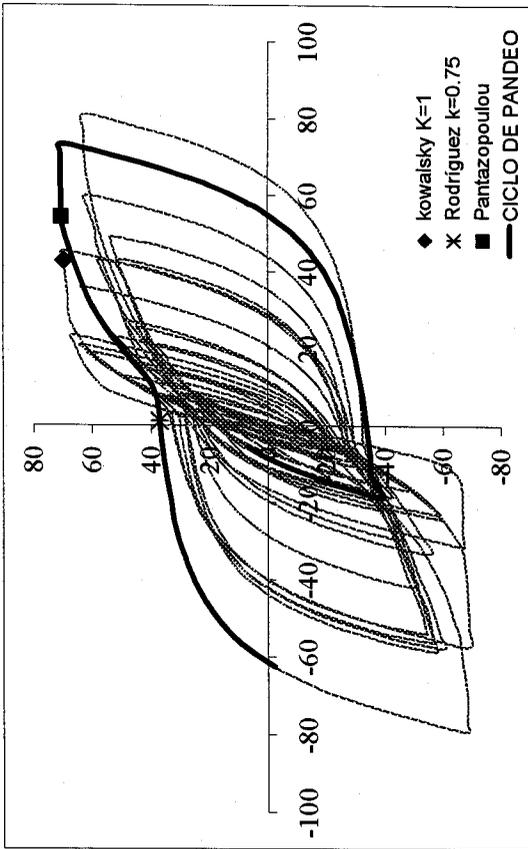
Algunos autores consideran que el efecto del recubrimiento es relevante dentro del fenómeno de pandeo, e incluso lo relacionan directamente con el inicio del pandeo (*Suda et al, 1996*); atribuyéndole al pandeo la razón por la cual el recubrimiento se desprende; lo que podría ser cierto para casos de pandeo monotónico. Sin embargo, en elementos sometidos a solicitaciones de tipo

sísmico, el agrietamiento y posterior desprendimiento del recubrimiento se presenta principalmente por efecto cíclico de las cargas.

***Efecto de la historia de carga***

Esta variable está relacionada con la máxima deformación en tensión a la que se ve sometida la barra de refuerzo longitudinal; la cual ha sido identificada como importante para determinar la estabilidad de las barras de refuerzo. Sin embargo, es en la reversión de la carga que ocurre el pandeo, cuando las barras de refuerzo se encuentran en compresión. *Moyer y Kowalsky (2003)*, desarrollaron un estudio experimental para comprobar la importancia de dicha variable.

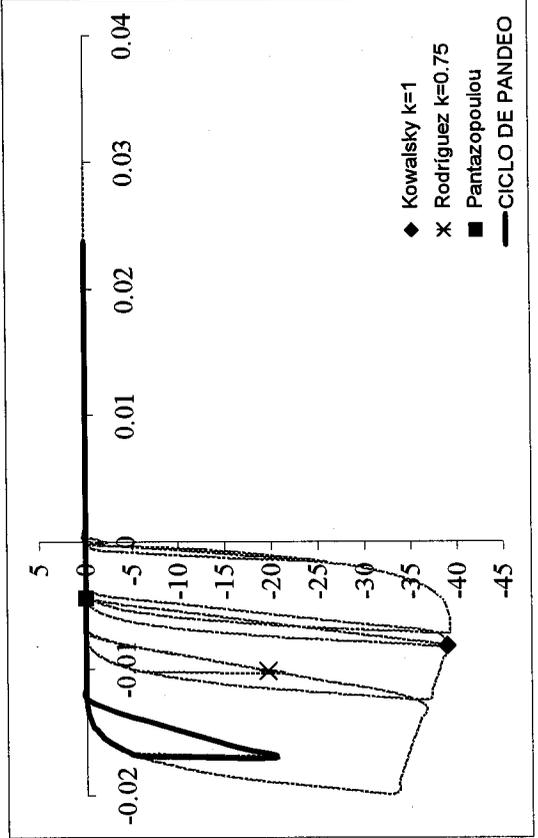
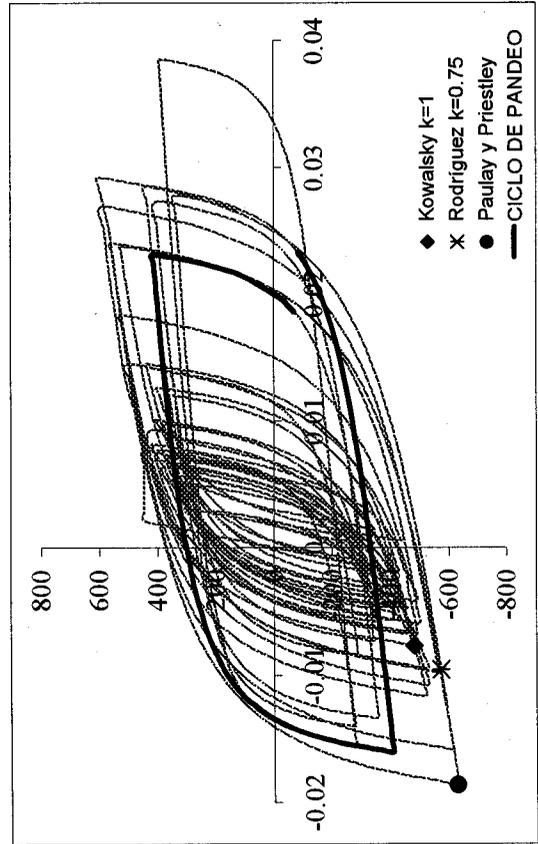
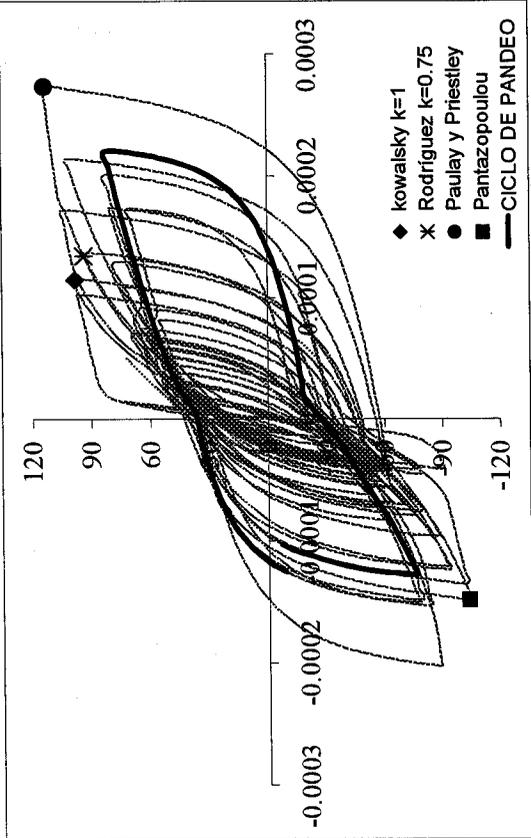
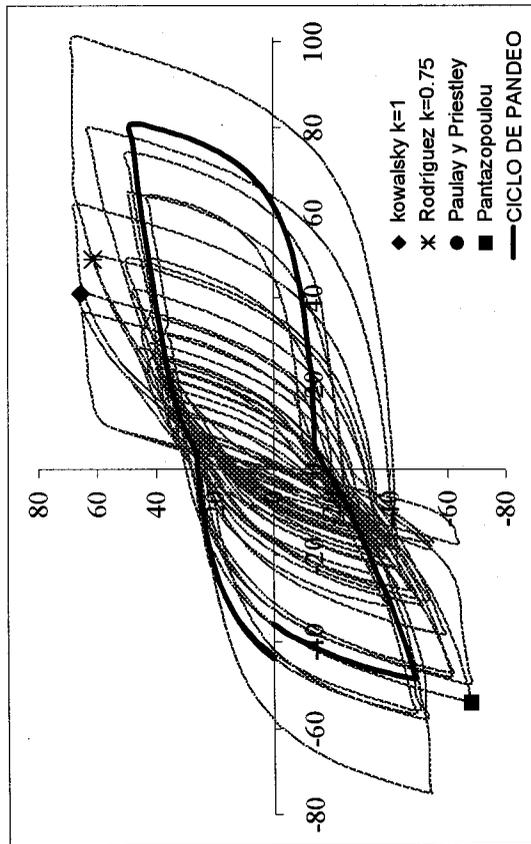
# KUNNATH A8



Esfuerzo-deformación para el acero (MPa)

Esfuerzo-deformación para el concreto (MPa)

# KUNNATH A11



Esfuerzo-deformación para el concreto (MPa)

Esfuerzo-deformación para el acero (MPa)

## CAPÍTULO 3

### REQUERIMIENTOS DE ALGUNOS REGLAMENTOS PARA EL REFUERZO TRANSVERSAL EN LA ZONA POTENCIAL DE PANDEO EN ELEMENTOS DE CONCRETO REFORZADO

#### 3.1 Introducción

Los reglamentos de diseño sísmico para estructuras de concreto reforzado especifican el espaciamiento mínimo del refuerzo transversal para un elemento no sólo para proporcionar resistencia al corte y confinar el núcleo de concreto, sino también de manera implícita para prevenir el pandeo prematuro del refuerzo longitudinal. La separación, resistencia y diámetro del refuerzo transversal, se ven involucrados al tratar de cubrir todos estos propósitos. Sin embargo, aunque la idea básica de usar el refuerzo transversal con estos fines es similar en todos los reglamentos, hay diferencias entre requerimientos generales de ellos para la cantidad y distribución en las columnas del refuerzo transversal.

En este capítulo, se hace una evaluación de los requerimientos generales relativos a la disposición del refuerzo transversal en diversos reglamentos para diseño sísmico; haciendo énfasis en los requerimientos relacionados con el problema del pandeo del refuerzo longitudinal en la zona potencial de formación de articulaciones plásticas. Los requerimientos para resistencias cortantes, así como, para otras regiones de los elementos no son discutidos.

#### 3.2 Reglamento de Construcción para Concreto Estructural ACI 318-02

Este reglamento especifica tres niveles de comportamiento sísmico o categorías para clasificar las estructuras diseñadas bajo sus especificaciones. El capítulo 21, contiene las provisiones especiales para el diseño sísmico de estructuras; es decir, los requisitos que rigen el diseño de estructuras clasificadas como de comportamiento sísmico intermedio o alto. Las estructuras clasificadas como de comportamiento sísmico bajo, no tienen que cumplir las especificaciones del capítulo 21 y su diseño se rige por las especificaciones de los capítulos anteriores.

La sección 21.12, corresponde a estructuras clasificadas como de comportamiento sísmico intermedio o "marcos intermedios", para las cuales este reglamento estipula algunos requisitos encaminados a prevenir las fallas por cortante durante eventos sísmicos. La resistencia mínima por cortante de los elementos es determinada a partir del equilibrio de los momentos resistentes nominales en sus extremos o a partir de las combinaciones de carga que incluyen efectos sísmicos. Dentro de las recomendaciones relativas al confinamiento del elemento, establece que sean provistos en ambos extremos del elemento estribos espaciados no más de la mitad de la menor dimensión de la columna ó 12". Además, establece una cuantía mínima de refuerzo transversal en columnas de núcleo circular reforzadas por medio de espirales, que intenta proveer al elemento de

una capacidad de carga adicional para el momento en que se presente la pérdida de recubrimiento. La cantidad requerida de refuerzo transversal no debe ser menor que:

$$\rho_{sh} = 0.45 \left( \frac{A_g}{A_c} - 1 \right) \frac{f'_c}{f_{yh}} \quad (3.1)$$

donde,  $A_g$  es el área transversal de la columna,  $A_c$  es el área transversal del núcleo hasta la circunferencia exterior de la hélice,  $f'_c$  es la resistencia del concreto a compresión y  $f_{yh}$  es el esfuerzo de fluencia del acero de la hélice o estribo. En cuanto a requisitos para prevenir el pandeo del acero longitudinal en este tipo de elementos, se establece separaciones máximas de estribos menores que 8 veces el diámetro de la barra longitudinal más delgada ó 24 veces el diámetro de la barra del estribo.

La sección 21.4, corresponde a estructuras clasificadas como de comportamiento sísmico alto o "marcos especiales", diseñados para soportar demandas de ductilidad grandes. Las especificaciones relativas al refuerzo transversal en columnas pertenecientes a dichos marcos estipulan que la relación volumétrica del refuerzo transversal conformado por espirales o estribos circulares no debe ser menor que:

$$\rho_s = 0.12 \frac{f'_c}{f_{yh}} \quad (3.2)$$

Para el refuerzo transversal conformado por estribos rectangulares y grapas, el área de los estribos  $A_{sh}$ , en cada dirección de la sección de la columna no será menor que

$$A_{sh} = 0.3 \left( \frac{sh_c f'_c}{f_{yh}} \right) \left[ \left( \frac{A_g}{A_c} - 1 \right) \right] \quad (3.3)$$

ni que,

$$A_{sh} = 0.09 \frac{sh_c f'_c}{f_{yh}} \quad (3.4)$$

donde,  $s$  es el espaciamiento del refuerzo transversal y  $h_c$  es la dimensión del núcleo de la columna medida centro a centro del refuerzo de confinamiento.

Las ecuaciones 3.2 y 3.4 dan los límites inferiores para las relaciones  $\rho_s$  y  $A_{sh}$ , y tienen el propósito de asegurar una adecuada capacidad de curvatura en las regiones de fluencia. La ecuación 3-3 tiene el propósito de evitar pérdidas de la resistencia a carga axial de la columna con el desprendimiento del recubrimiento de concreto, igualmente intenta asegurar una capacidad de curvatura adecuada en la regiones de formación de articulaciones plásticas. Esta capacidad llega a

ser crítica en la medida en que la relación  $(A_g/A_c - 1)$  sea más pequeña, es decir, gobierna para columnas grandes.

Además de los requerimientos de cuantías mínimas, este reglamento impone restricción a la separación mínima de estribos. El requerimiento que el espaciamiento no exceda seis veces el diámetro, intenta restringir el acero longitudinal contra el pandeo después del desprendimiento del recubrimiento, y el espaciamiento de cuatro pulgadas es para confinamiento. Una expresión propuesta recientemente  $(s_x = 4 + [(14 - h_x)/3])$ , donde  $s_x$  es el espaciamiento longitudinal del refuerzo transversal en la zona potencial de formación de articulación plástica y  $h_x$  es el espaciamiento horizontal máximo entre ramas del refuerzo transversal, permite aumentar este límite a seis pulgadas, si el espaciamiento entre las ramas de estribos o ganchos es menor que ocho pulgadas.

### 3.3 Reglamento de Diseño de Estructuras de Concreto NZS 3101:1995

Este reglamento contempla dos categorías para el diseño, la primera para los elementos no gobernados por acciones sísmicas, y la segunda para los elementos gobernados por efectos sísmicos. La sección 8.4, especifica los requerimientos para el diseño de elementos no gobernados por acciones sísmicas. La sección 8.5, establece los requerimientos adicionales para efectos sísmicos.

La sección 8.4.3 de este reglamento estipula que es necesario garantizar un comportamiento dúctil de la columna en caso de una sobrecarga o de un desplazamiento inesperado. Con este fin, en el refuerzo transversal de columnas conformado por espirales o estribos circulares, la relación volumétrica  $\rho_s$  no debe ser menor que la mayor dada por la ecuación 3.5 ó 3.6 para confinamiento del concreto y para restricción lateral de la barra longitudinal contra el pandeo prematuro, respectivamente.

$$\rho_s = \frac{(1 - \rho_l m) A_g f_c'}{2.4 A_c f_{yt} \phi f_c' A_g} \frac{N^*}{\phi f_c' A_g} - 0.0084 \quad (3.5)$$

$$\rho_s = \frac{A_{sl} f_y}{155 d'' f_{yt} d_b} \frac{1}{d_b} \quad (3.6)$$

donde,  $\rho_l$  es la cuantía del refuerzo longitudinal,  $A_g$  es el área transversal de la columna,  $A_c$  es el área transversal del núcleo de concreto hasta la circunferencia exterior del estribo,  $N^*$  es la carga axial de diseño,  $f_{yt}$  es el esfuerzo de fluencia del acero del estribo,  $f_c'$  la resistencia del concreto,  $A_{sl}$  es el área total del refuerzo longitudinal,  $d''$  es el diámetro del núcleo de concreto,  $d_b$  es el diámetro de la barra longitudinal y  $m = f_y / 0.85 f_c'$ .

Para columnas conformadas por estribos rectangulares y ganchos, el área total efectiva en cada dirección principal  $A_{sh}$  no debe ser menor que la dada por las ecuaciones 3.7 ó 3.8 para confinamiento del concreto y para restricción lateral de la barra longitudinal contra el pandeo prematuro, respectivamente.

$$A_{sh} = \frac{(1 - \rho_l m) s_h h''}{3.3} \frac{A_g f_c'}{A_c f_{yt} \phi f_c' A_g} \frac{N^*}{\phi f_c' A_g} - 0.0065 s_h h'' \quad (3.7)$$

$$A_{te} = \frac{\sum A_b f_y s}{135 f_{yt} d_b} \quad (3.8)$$

donde  $\sum A_b$  es la suma de las áreas de las barras longitudinales encomendadas a la acción de un estribo y  $h''$  es la dimensión del núcleo de concreto de una sección rectangular medida perpendicularmente a la dirección de acción del estribo. El espaciamiento entre estribos a lo largo del elemento no debe exceder el menor de un tercio del diámetro de la columna o 10 veces el diámetro de la barra longitudinal.

La sección 8.5.4 de este reglamento, relativa a los requerimientos adicionales para diseño sísmico, especifica que en la región potencial de formación de articulaciones plásticas de columnas, se proporcione el siguiente refuerzo para el confinamiento del concreto y contra el pandeo del refuerzo longitudinal, además de lo necesario por resistencia cortante. Para espirales o estribos circulares, la relación volumétrica  $\rho_s$  no debe ser menor que la mayor dada por la ecuación 3.9 ó 3.10 para confinamiento del concreto y para restricción lateral de la barra longitudinal contra el pandeo prematuro, respectivamente.

$$\rho_s = \frac{(1.3 - \rho_l m) A_g f_c'}{2.4 A_c f_{yt} \phi f_c' A_g} \frac{N^*}{\phi f_c' A_g} - 0.0084 \quad (3.9)$$

$$\rho_s = \frac{A_{st} f_y}{110 d'' f_{yt} d_b} \quad (3.10)$$

Para estribos rectangulares y ganchos, el área total efectiva en cada dirección principal  $A_{sh}$ , no debe ser menor que la mayor dada por la ecuación 3.11 ó 3.12 para confinamiento del concreto y para restricción lateral de la barra longitudinal contra el pandeo prematuro, respectivamente.

$$A_{sh} = \frac{(1.3 - \rho_l m) s_h h''}{3.3} \frac{A_g f_c'}{A_c f_{yt} \phi f_c' A_g} \frac{N^*}{\phi f_c' A_g} - 0.006 s_h h'' \quad (3.11)$$

$$A_{te} = \frac{\sum A_b f_y s}{96 f_{yt} d_b} \quad (3.12)$$

La separación de los estribos en la zona de formación de articulaciones plásticas, en este tipo de estructuras, no será menor que un cuarto de la mayor dimensión del miembro o seis veces el diámetro del refuerzo longitudinal que restringe.

Los requerimientos mínimos para confinamiento del concreto están en función de la carga axial. Para niveles de carga axial bajos, el refuerzo transversal para confinamiento del concreto llega a ser menor que el necesario para prevenir el pandeo del refuerzo longitudinal, y por lo tanto, entra a regir este último. La cantidad de refuerzo transversal requerida para prevenir el pandeo del refuerzo longitudinal es dada por la ecuación 3.10 para espirales o estribos circulares, y por la 3.12 para estribos rectangulares o ganchos suplementarios. El refuerzo transversal suministrado no debe ser menor que el mayor requerido para confinamiento de concreto o para restricción contra el pandeo.

El espaciamiento vertical centro a centro permitido del acero transversal de no más de un cuarto de la menor dimensión lateral o diámetro de la columna es para asegurar un adecuado confinamiento del concreto. Esto es porque el concreto está confinado forma arcos entre la espiral o los estribos y por lo tanto, si el espaciamiento vertical es demasiado grande, el concreto no confinado penetrará más dentro del núcleo entre las espirales o estribos, reduciendo así la sección de concreto efectivamente confinada.

El requerimiento que el espaciamiento vertical no debe exceder seis diámetros de la barra longitudinal es para prevenir el pandeo del acero longitudinal cuando este incursiona en grandes reversiones desde la tensión. Es conocido que tales esfuerzos reversibles en el intervalo de la postfluencia causan una reducción en el módulo tangente del acero para esfuerzos relativamente bajos, debido al efecto Bauschinger y por lo tanto, espaciamientos del refuerzo transversal más cercanos proveen el soporte lateral requerido para prevenir pandeo del refuerzo longitudinal.

### 3.4 Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto NTC-2004

Este reglamento contempla dos categorías para el diseño y construcción de estructuras de concreto. La primera corresponde a disposiciones complementarias para elementos estructurales comunes (capítulo 6 de las NTC), es decir, los pertenecientes a marcos de concreto reforzado diseñados con factores de comportamiento sísmico  $Q$ , menores o iguales a dos. La segunda corresponde a las disposiciones para elementos pertenecientes a marcos dúctiles (capítulo 21 de las NTC), diseñados con factores de comportamiento sísmico  $Q$ , de tres y cuatro.

Para marcos de concreto diseñados con factores de comportamiento sísmico  $Q$ , menores que tres, es decir, con capacidades moderadas de disipación de energía, este reglamento, controla el confinamiento del núcleo de concreto, en el caso de columnas confinadas por estribos rectangulares y ganchos, por la separación del acero transversal  $s$ , dada únicamente en función de la dimensión transversal de la columna,  $b_{\min}$ , ( $s < b_{\min}/4$ ); y del diámetro del estribo,  $d_r$ , ( $s < 24d_r$ ). La restricción contra el pandeo del refuerzo longitudinal es suministrada en función del diámetro de la barra longitudinal,  $d_b$ , ( $s < \left[ 850d_b/\sqrt{f_y} \right]$ ) ( $f_y$ , en kg/cm<sup>2</sup>, es el esfuerzo de fluencia de la barra longitudinal, ó  $269d_b/\sqrt{f_y}$ , con  $f_y$  en MPa).

En el caso de columnas confinadas por medio de hélices o estribos circulares, este reglamento establece no solamente separaciones mínimas del acero transversal, sino también cuantías mínimas de refuerzo transversal.

En la sección 6.2.4, ese reglamento establece que el refuerzo transversal de una columna zunchada debe ser una hélice continua de paso constante o estribos circulares cuya separación sea igual al paso de la hélice. La cuantía volumétrica de refuerzo helicoidal o de estribos circulares no será menor que la obtenida con

$$0.45 \left( \frac{A_g}{A_c} - 1 \right) \frac{f'_c}{f_{yh}} \quad (3.13)$$

$$0.12 \frac{f'_c}{f_{yh}} \quad (3.14)$$

donde  $A_g$  es el área transversal de la columna,  $A_c$  es el área transversal del núcleo hasta la circunferencia exterior de la hélice,  $f'_c$  es la resistencia del concreto a compresión y  $f_{yh}$  es el esfuerzo de fluencia del acero de la hélice o estribo.

La restricción contra el pandeo del refuerzo longitudinal es proporcionada en función del diámetro de la barra longitudinal y de la fuerza de fluencia que pueda desarrollar la barra de un estribo o anillo. Este reglamento estipula que esta fuerza no deberá ser menor que seis centésimas de la fuerza de fluencia que puede desarrollar la mayor barra de refuerzo longitudinal que se restringe. Si se considera que los esfuerzos de fluencia son similares para ambas barras, la longitudinal y la transversal ( $f_y = f_{yh}$ ), esta limitación lleva a que la relación de diámetros entre estas barras sea menor o igual de cuatro. Lo anterior implica que si tenemos estribos No. 2, la mayor barra longitudinal que podemos sostener es la No. 8; si empleamos estribos No. 3, podemos restringir hasta una No. 12; y si tenemos una No. 4, podemos restringir hasta una No. 16. Sin embargo, algunos estudios experimentales, sobre la manera como la relación entre el tamaño de las barras longitudinales y el tamaño de los estribos influye sobre el pandeo (*Scribner, 1986*), recomiendan que un valor de al menos de dos para la relación del diámetro del estribo al diámetro de la barra longitudinal es adecuado para prevenir el pandeo de la barra longitudinal.

Para dar restricción lateral a barras que no sean de esquina, este reglamento recomienda el uso de grapas formadas por barras rectas, cuyos extremos terminen en un doblez a 135 grados alrededor de la barra o paquete restringido, seguido de un tramo recto con longitud no menor que seis diámetros de la barra de la grapa.

En el caso de marcos dúctiles, este reglamento proporciona requisitos para el confinamiento a nivel de cuantías y separaciones mínimas del refuerzo transversal tanto en columnas con confinamiento formado por estribos rectangulares y ganchos, como en columnas con refuerzo helicoidal o estribos circulares. Las disposiciones para estas estructuras, diseñadas con factores de comportamiento sísmico  $Q$  de tres y cuatro, establecen en su sección 7.3.4 que debe suministrarse refuerzo transversal mínimo en ambos extremos del miembro y a ambos lados de cualquier sección donde sea probable que fluya por flexión el refuerzo longitudinal ante desplazamientos laterales en el intervalo de comportamiento inelástico.

La cuantía mínima de este refuerzo transversal  $\rho_s$ , no será menor que la calculada con las ecuaciones 3.13 y 3.14, para columnas de núcleo circular. En columnas de núcleo rectangular, la suma de las áreas de estribos y grapas,  $A_{sh}$ , en cada dirección de la sección de la columna debe cumplir

$$A_{sh} = 0.3 \left( \frac{A_g}{A_c} - 1 \right) \frac{f'_c}{f_{yh}} s b_c \quad (3.15)$$

$$A_{sh} = 0.09 \frac{f'_c}{f_{yh}} s b_c \quad (3.16)$$

El requerimiento para la separación mínima entre estribos, que no debe exceder de seis veces el diámetro de la barra longitudinal es para prevenir el pandeo prematuro del refuerzo longitudinal. El requerimiento que estipula que el máximo espaciamiento entre estribos centro a centro no debe exceder de un cuarto de la menor dimensión transversal del elemento ó 100 mm es para asegurar el confinamiento del concreto, sin embargo, este límite puede incrementarse al 150 mm, si la distancia entre barras longitudinales no soportadas es menor o igual que 200 mm.

A continuación se resumen algunos valores típicos para la relación de esbeltez de la barra de acero longitudinal respecto al espaciamiento entre estribos para columnas de CR diseñadas de acuerdo con estas normas. Los espaciamientos mínimos son calculados para los diámetros del refuerzo longitudinal usualmente empleados en las columnas; y para los diámetros del refuerzo transversal más comunes, así como, los mínimos permitidos. La resistencia de fluencia considerada para el acero fue de 4200 Kg/cm<sup>2</sup>. Se omitió el requisito para el cálculo del espaciamiento mínimo que está en función de la menor dimensión transversal del miembro, ya que, este criterio es poco común que rija en el diseño dado las dimensiones requeridas por elementos diseñados con especificaciones sísmicas.

**Tabla 3.1 Relaciones mínimas de esbeltez para elementos diseñados de acuerdo con las NTC-2004**

No.	$d_{bl}$ (mm)	No.	$d_{tr}$ (mm)	$Q = 1, 2$			$Q = 3, 4$		
				$S$ (mm)		$S_{min}/d_{bl}$	$S$ (mm)		$S_{min}/d_{bl}$
				$425d_{bl}/\sqrt{f_y}$	$24 d_{tr}$		$6d_{bl}$	100 mm	
10	31.75	4	12.7	208	305	6.6	191	100	3.1
		3	9.5	208	229	6.6	191	100	3.1
		2.5	7.9	208	190	6.0	191	100	3.1
8	25.4	4	12.7	167	305	6.6	152	100	3.9
		3	9.5	167	229	6.6	152	100	3.9
		2.5	7.9	167	190	6.6	152	100	3.9
6	19.05	4	12.7	125	305	6.6	114	100	5.2
		3	9.5	125	229	6.6	114	100	5.2
		2.5	7.9	125	190	6.6	114	100	5.2

La tabla muestra que los valores típicos de relaciones de esbeltez que pueden presentar elementos comunes diseñados con capacidades limitadas de disipación de energía bajo este reglamento, oscilan entre 6 y 6.6. Para elementos diseñados con capacidades especiales de disipación de energía, el intervalo es más amplio, entre 3.1 y 5.2 dependiendo del diámetro de la barra longitudinal. Sin embargo, siempre rige el requerimiento de los 100 mm sobre el de las seis veces el diámetro del refuerzo transversal.

### 3.5 Criterios de Diseño Sísmico del Departamento de Transportes de California ATC-32

Las especificaciones dadas por el CALTRANS se incluyen en el ATC-32. Este reglamento recomienda que en la región de formación de articulaciones plásticas de columnas dúctiles, el contenido volumétrico  $\rho_s$ , de acero transversal conformado por espirales o estribos circulares no debe ser menor que

$$\rho_s = 0.16 \frac{f'_{ce}}{f_{ye}} \left[ 0.5 + \frac{1.25P_e}{f'_{ce} A_g} \right] + 0.13(\rho_l - 0.01) \quad (3.17)$$

ni que,

$$\rho_s = 0.002n_b \quad (3.18)$$

donde,  $\rho_l$  es la cuantía del refuerzo longitudinal,  $A_g$  es el área transversal de la columna,  $P_e$  es la carga axial de diseño,  $f_{ye}$  es el esfuerzo de fluencia del acero del estribo,  $f'_{ce}$  es 1.3 veces la resistencia del concreto simple, y  $n_b$  es el número de barras longitudinales contenidas en la sección que pueden estar sujetas a pandeo inelástico cuando el recubrimiento se desprenda. La ecuación 3.18, no necesita ser satisfecha para columnas con bajas relaciones de aspecto ( $M/V D < 4$ ).

Los niveles de refuerzo lateral para confinamiento requeridos por las ecuaciones 3.17 y 3.18, han sido propuestos para asegurar que la sección alcance una ductilidad de curvatura de al menos trece (ATC-32). Los resultados dados por la ecuación 3.18 pueden resultar en mayores cantidades de refuerzo transversal para el caso de columnas con grandes cantidades de barras de acero longitudinal.

Para columnas conformadas por estribos rectangulares y ganchos, el área total efectiva, en cada dirección principal  $A_{sh}$ , no debe ser menor que la dada por la ecuación 3.19.

$$A_{sh} = 0.12s_t h_c \frac{f'_{ce}}{f_{ye}} \left[ 0.50 + \frac{1.25P}{f'_{ce} A_g} \right] + 0.13s_t h_c (\rho_l - 0.01) \quad (3.19)$$

donde,  $s_t$  es el espaciamiento del refuerzo transversal y  $h_c$  es la dimensión del núcleo de la columna medida centro a centro de refuerzo de confinamiento perpendicular a la dirección del estribo.

Adicionalmente, el máximo espaciamiento del refuerzo transversal en la región plástica de miembros en compresión, no deberá exceder la menor que, un quinto de la menor dimensión transversal de la columna, seis veces el diámetro nominal del acero de refuerzo longitudinal u ocho pulgadas.

En elementos donde los requerimientos para el refuerzo transversal estén basados en análisis de momento-curvatura de la sección, y en una evaluación de la rotación plástica  $\theta_p$ , requerida por el elemento; la cantidad de refuerzo transversal proporcionada en la región plástica no será menor que

$$\rho_s = 0.09(\varepsilon_{cu} - 0.004) \frac{f'_{cc}}{1000} \quad (3.20)$$

donde,  $f'_{cc}$  es la resistencia a compresión del concreto confinado, calculada según el procedimiento propuesto por Mander, (Mander, 1984); y  $\varepsilon_{cu}$ , es la deformación en compresión requerida, dada por

$$\varepsilon_{cu} = c \left[ \frac{\theta_p}{L_p} + \psi_y \right] \quad (3.21)$$

La ecuación 3.21 proviene de la interacción entre un análisis de curvatura a nivel sección y a nivel elemento, el término  $\psi_y$ , es la curvatura de fluencia, mientras que  $\theta_p$  y  $L_p$ , son la rotación plástica y la longitud en que se forma la articulación plástica, respectivamente. Las cantidades de refuerzo transversal dadas por este procedimiento, son frecuentemente, menores que las dadas por las expresiones 3.17 y 3.19.

### 3.6 Comentarios Adicionales

Las columnas con un alto nivel de confinamiento pueden desarrollar altas deformaciones en compresión en el concreto y es deseable que las barras longitudinales no pandeen prematuramente, con este fin, los reglamentos de concreto han hecho recomendaciones que tienden a regular el espaciamiento máximo de estribos en la zona potencial de formación de articulaciones plásticas. En esta zona, debido a los altos niveles de deformación que puede alcanzar el acero de refuerzo longitudinal, deben considerarse dos posibles modos de pandeo; el pandeo que involucra una sola separación entre estribos, y el pandeo que involucra múltiples separaciones entre estribos, el cual implica a la vez, fluencia y fractura de una o mas capas del refuerzo transversal.

El espaciamiento entre capas del refuerzo transversal necesario para evitar el primer modo, depende del módulo de elasticidad del refuerzo longitudinal en el intervalo de endurecimiento por deformación, y de la máxima deformación en compresión esperada en el refuerzo longitudinal. Un requerimiento común en todos los reglamentos de diseño considerados en este estudio, ha sido que el espaciamiento entre capas del refuerzo transversal no debe exceder de seis veces el diámetro de la barra longitudinal ( $s_h < 6d_{bl}$ ). Esta restricción parte de considerar el modulo tangencial  $E_s$ , como el modulo efectivo en la zona de endurecimiento por deformación del acero de refuerzo longitudinal, y evaluar la expresión de pandeo propuesta por Euler (ec 2.5). Este modulo tangente, como se dijo anteriormente (capítulo 2), constituye el límite inferior para evaluar el esfuerzo crítico de pandeo.

Sin embargo, aunque ha sido demostrado que este requerimiento de restricción contra el pandeo es adecuado para columnas reforzadas con aceros cuyo resistencia última es aproximadamente 50% mayor que la resistencia de fluencia, resulta inadecuado para soportar aceros cuyas relaciones  $f_u/f_y$  son menores (Priestley et al, 1996). Aunque no se cuenta todavía con mucha información experimental disponible, estos autores, sugieren que el máximo espaciamiento para soporte lateral del refuerzo longitudinal proporcionado por refuerzo transversal sea:

$$s \leq \left[ 3 + 6 \left( \frac{f_u}{f_y} - 1 \right) \right] d_{bl} \quad (3.22)$$

Esta ecuación para relaciones de  $f_u/f_y=1.5$  resulta ser la anteriormente mencionada  $s_h < 6d_{bl}$ , pero se requieren espaciamientos de estribos menores para aceros con bajas relaciones de  $f_u/f_y$ . En el caso de los aceros mexicanos, considerando las propiedades mecánicas recomendadas por Rodríguez y Botero, (1996); la relación  $f_u/f_y$  tiene un valor de 1.6, por lo tanto, la restricción impuesta es adecuada.

El requerimiento para evitar el pandeo que involucra múltiples separaciones entre estribos, ha sido considerado de manera implícita por algunos de los reglamentos al requerir que la fuerza de fluencia que puede desarrollar la barra de un estribo o anillo debe ser mayor que 1/16 de la fuerza de fluencia que puede desarrollar la barra longitudinal restringida (NTC 2004). En los casos en que, el refuerzo longitudinal y transversal tienen igual resistencia de fluencia nominal, se requiere que el diámetro del estribo sea al menos  $\frac{1}{4}$  del diámetro de la barra longitudinal, previendo que cada barra longitudinal este restringida por la acción de un gancho o estribo paralelo a la dirección potencial de pandeo. Este requerimiento ha sido relacionado también, con un espaciamiento de 100mm entre el soporte lateral del refuerzo longitudinal (ACI 318-02, NTC 2004).

Priestley et al, (1996), sugirieron relacionar este requerimiento con un espaciamiento de  $6d_{bl}$ , lo cual implica que el área requerida de estribos  $A_{tr}$ , en un espaciamiento  $S_h$ , para restringir el área total de las barras longitudinales  $\Sigma A_l$ , contra el pandeo, sería

$$A_{tr} = \frac{\sum A_l S_h f_y}{16 \cdot 6d_{bl} f_{yh}} \quad (3.23)$$

Esta expresión, es la restricción contra pandeo del refuerzo longitudinal presentada por el reglamento de Nueva Zelanda para columnas de núcleo rectangular (NZS 3101:1995). No obstante, el requerimiento de una fuerza restrictiva de  $\frac{1}{16} \Sigma A_l f_y$ , para  $6d_{bl}$  es algo arbitrario y no puede relacionarse directamente con el mecanismo de pandeo.

El adoptar el criterio anterior, de una fuerza equivalente de  $\frac{1}{16} \Sigma A_l f_y$ , para un espaciamiento de  $6d_{bl}$  en columnas circulares, conduce a la siguiente expresión, similar a la anterior (ec 3.23) pero en términos de la relación volumétrica.

$$\rho_s = \frac{0.0052 \rho_l D f_y}{d_{bl} f_{yh}} \quad (3.23)$$

Considerando que la restricción necesaria para evitar el pandeo de una barra longitudinal sobre una longitud crítica que involucra muchos estribos, depende de las relaciones modulares entre las barras de refuerzo longitudinal y transversal *Priestley et al, (1996)*, plantearon una modificación secante del modelo del doble módulo. Así, aplicando este concepto a la ecuación 3.23, el nivel de refuerzo transversal requerido es

$$\rho_s = \frac{0.45 n f_p^2}{E_r E_s} \quad (3.24)$$

donde,  $E_r$ , es el doble módulo del refuerzo longitudinal para  $f_p$ , el esfuerzo de pandeo en la barra; y  $E_s$ , es el módulo de elasticidad del refuerzo transversal. Para refuerzo grado 60, tomando  $f_p=510$  MPa, que corresponde a una deformación axial en compresión de 4%, sobre un  $f_y=455$ MPa, y admitiendo que  $E_s$  igual a 200000MPa, la ecuación anterior se reduce a

$$\rho_s = 0.00013n \quad (3.25)$$

que incrementada en un 50%; es la presentada por el *ATC-32* como requerimiento para prevenir el pandeo del refuerzo longitudinal en columnas circulares, y cuyo único parámetro significativo es el número de barras longitudinales,  $n$ . Sin embargo, esta ecuación (ec 3.25), parte de consideraciones arbitrarias para el esfuerzo y la deformación de pandeo (4% de la deformación en compresión axial del acero). Un enfoque más riguroso basado en considerar la variabilidad de las relaciones esfuerzo-deformación para una barra en compresión según la relación de esbeltez ( $S_H/d_{hl}$ ) llevaría a estimaciones mas reales. Evaluar la ecuación 3.24 para una deformación de pandeo del 4% implica, según la figura 2.12, una relación de esbeltez cercana a 5.5, asociada con un esfuerzo de pandeo de 725 MPa.

La figura 3.1 ilustra las diferencias entre los requerimientos de refuerzo transversal para confinamiento del concreto y para soporte lateral de las barras longitudinales en la zona potencial de formación de articulación plástica, de una columna de núcleo rectangular, según los códigos analizados en este capítulo; los números que acompañan los nombres de los códigos, provienen de la numeración que se le dio a cada ecuación en este capítulo. Las Normas Técnicas Complementarias *NTC 2004*, cuyas especificaciones son similares a las del Reglamento de Construcción *ACI 318-02*; son independientes del nivel de carga axial que soporta el elemento; y por lo tanto, su valor es constante. En las Normas Neozelandesas *NZS 3101*, las cantidades de refuerzo transversal requerido para confinamiento del concreto, se reducen significativamente con la disminución de la carga axial de compresión, hasta que el refuerzo transversal requerido por la ecuación recomendada para restringir la barra longitudinal contra el pandeo, llega a ser dominante en el intervalo entre 0 y casi 0.3, de la relación de carga axial. El *ATC-32*, considera también la influencia de la carga axial en el nivel de confinamiento, pero para columnas de este tipo, no tiene ninguna especificación (excepto la que esta en función de la relación de esbeltez), que controle el pandeo. No obstante, es la más demandante en cuanto contenido de refuerzo transversal.

En el caso de las columnas de núcleo circular (figura 3.2), las diferencias entre los requerimientos para el refuerzo transversal de confinamiento y para soporte lateral de las barras longitudinales en la zona potencial de formación de articulación plástica, son similares a las de una columna de núcleo rectangular. Los requerimientos propuestos por la *NTC-2004* y el *ACI 318-02*, no están en función de la carga axial, sin embargo, son conservadores respecto a las Normas Neocelandesas *NZS 3101*,

que si consideran el efecto de la relación de carga axial en el confinamiento. Además, estas normas (*NTC-2004* y *el ACI 318-02*), establecen en un requisito aparentemente geométrico, la relación de carga axial máxima como 0.5 ( $P/A_g f'_c < 0.5$ ), valor cercano a donde se produce la divergencia con las Normas Neocelandesas. El *ATC-32*, que también considera la influencia de la carga axial en el nivel de confinamiento, es el más demandante en cuanto contenido de refuerzo transversal. La expresión de este reglamento para evitar el pandeo longitudinal (ec 3.18) no domina en ninguno de los casos analizados, pues su valor siempre fue inferior al dado por la caución 3.17 que está en función de la relación de carga axial.

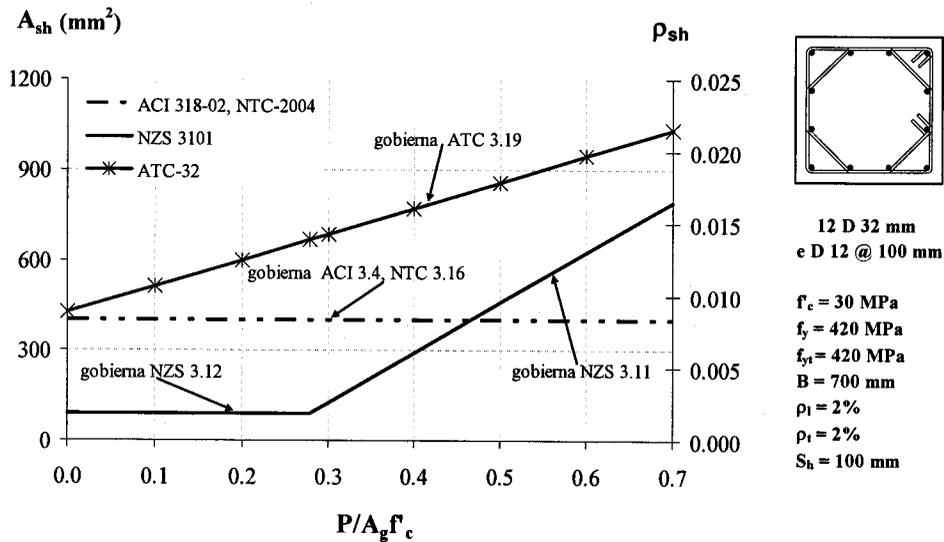


Figura 3.1 Requerimientos mínimos de confinamiento y contra el pandeo del refuerzo longitudinal de algunos reglamentos de diseño para columnas de sección rectangular

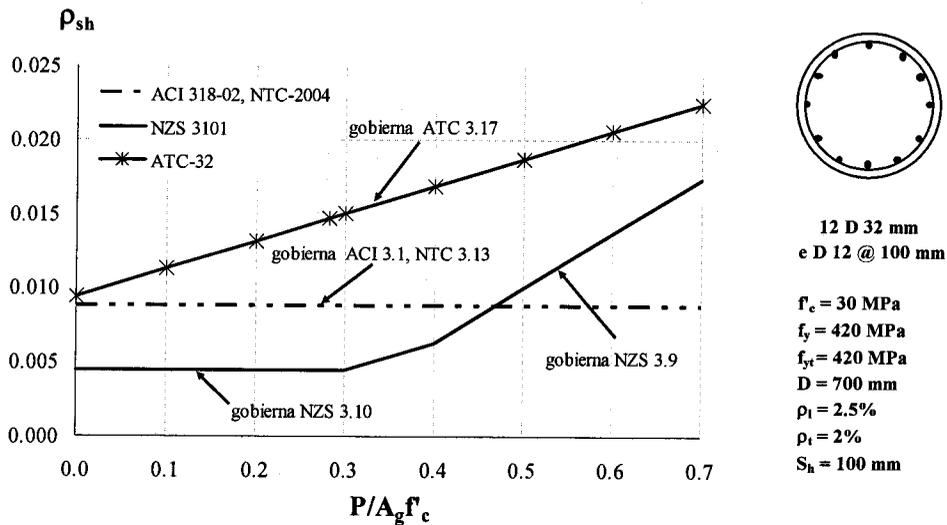


Figura 3.2 Requerimientos mínimos de confinamiento y contra el pandeo del refuerzo longitudinal de algunos reglamentos de diseño para columnas de sección circular

## CAPÍTULO 4

### BASE DE DATOS EXPERIMENTAL ESTUDIADA EN ESTA INVESTIGACIÓN

#### 4.1 Descripción de la Base de Datos

La base de datos utilizada para el desarrollo de esta investigación se obtuvo de ensayos realizados por diversos investigadores en columnas de concreto reforzado sometidas a carga lateral cíclica reversible. El tipo de falla observada en estas columnas fue esencialmente a flexión de tipo dúctil, con pandeo del refuerzo longitudinal en la zona de formación de articulación plástica. Los elementos con fallas de tipo frágil no fueron considerados en la base de datos empleada. La base de datos es amplia, en cuanto a formas de sección transversal, relaciones de carga axial y cuantía de acero longitudinal y transversal. En general, las columnas fueron estudiadas experimentalmente por los diversos investigadores para evaluar su comportamiento, mas que para evaluar de manera específica la falla por pandeo del refuerzo longitudinal; sin embargo muchas de ellas, fallaron por pandeo del refuerzo longitudinal o por una combinación de otros tipos de falla acompañada de pandeo.

En la tabla 4.1 se presenta la base de datos empleada en la presente investigación, el total de la misma corresponde a 80 columnas. Los criterios considerados para seleccionar los elementos de la base de datos fueron que el elemento hubiera presentado pandeo del refuerzo longitudinal, que el pandeo hubiera sido descrito de manera explícita e identificado en las gráficas carga-desplazamiento o momento-curvatura, y que éste hubiera sido documentado mediante ilustraciones o fotografías del espécimen ensayado. Para la base de datos se obtuvo la información de las propiedades de los materiales empleados, así como de las historias de carga aplicadas.

En la tabla 4.1 se muestran las principales características de los especímenes estudiados. Entre estas se encuentran la forma de la sección transversal,  $F$ ; la relación de carga axial,  $P/A_g f'_c$ , donde  $P$  es la carga axial aplicada; el esfuerzo resistente en compresión del concreto,  $f'_c$  y el área de la sección transversal  $A_g$ . También la tabla 4.1 muestra la relación claro de cortante a peralte,  $M/VD$ , medido como el cociente entre el momento actuante,  $M$ , y el producto del cortante actuante,  $V$ , y el peralte de la sección,  $D$ . Además, se muestran los valores de  $f'_c$  y del esfuerzo de fluencia del refuerzo longitudinal y transversal,  $f_y$  y  $f_{yt}$ , respectivamente; así como la cuantía del refuerzo longitudinal,  $\rho_l$  y la cuantía del refuerzo transversal,  $\rho_s$ . La Tabla 4.1 muestra los valores de la separación de estribos,  $S_h$ , así como la relación entre esta separación y el diámetro de la barra longitudinal,  $S_h/d_{bl}$ .

Los casos que no se tomaron en cuenta para formar la base de datos de la tabla 4.1 fueron aquellos con condiciones especiales para las cuales el tipo de pandeo observado no correspondía al tipo que quería evaluarse dentro de esta investigación, como por ejemplo, haber presentado fallas combinadas de flexión y cortante, o falla frágil por cortante, la cual es común en elementos con relaciones de aspecto pequeñas ( $M/VD < 2.5$ ). Otros casos tuvieron que ser descartados por tener relaciones de carga axial elevadas ( $P/A_g f'_c > 0.4$ ), las cuales se consideran poco realistas en columnas de zonas sísmicas. Otros casos, fueron excluidos por estar contruidos con concretos de alta resistencia ( $f'_c > 60MPa$ ), cuyo comportamiento sale del patrón de análisis considerado en esta

investigación. Como resultado, 45 fueron seleccionadas para la base de datos, de ellas 22 fueron circulares, 21 de sección cuadrada y dos rectangulares. Las columnas que aparecen resaltadas en la tabla 4.1, fueron las que no se tomaron en cuenta por alguna de las razones antes mencionadas.

Una descripción más detallada del tipo de columnas analizadas durante esta investigación puede encontrarse en el Apéndice 1, allí se muestran los nombres de los especímenes, con los autores de los ensayos, así como datos específicos de cada uno de los ensayos.

**Tabla 4.1 Parámetros considerados en la base de datos**

No.	Especimen	F	$f'_c$ (MPa)	$P/A_g f'_c$	M/VD	$S_h/d_{bl}$	$f_y$ (MPa)	$\rho_l$	$f_{yh}$ (MPa)	S (mm)	$\rho_s$	Observación
1	KOWA 1	○	30.9	0.05	5.33	4.00	570	0.0210	432	76.2	0.0100	analizado
2	KOWA 2	○	30.9	0.05	5.33	4.00	570	0.0210	432	76.2	0.0100	analizado
3	KOWA 3	○	30.9	0.05	5.33	4.00	570	0.0210	432	76.2	0.0100	analizado
4	KOWA 4	○	30.9	0.05	5.33	4.00	570	0.0210	432	76.2	0.0100	analizado
5	SOES 1	□	46.5	0.10	4.00	5.31	446	0.0151	364	85.0	0.0086	analizado
6	SOES 2	□	44.0	0.30	4.00	4.88	446	0.0151	360	78.0	0.0122	analizado
7	SOES 3	□	44.0	0.30	4.00	5.69	446	0.0151	364	91.0	0.0080	analizado
8	SOES 4	□	40.0	0.30	4.00	5.88	446	0.0151	255	94.0	0.0057	analizado
9	ZAHN 1	◇	36.2	0.23	4.00	5.25	423	0.0151	318	84.0	0.0224	Flexión biaxial
10	ZAHN 2	◇	28.8	0.43	4.00	4.06	423	0.0151	318	65.0	0.0289	Flexión biaxial
11	ZAHN 3	◇	32.3	0.23	4.00	4.50	423	0.0151	318	72.0	0.0214	Flexión biaxial
12	ZAHN 4	◇	27.0	0.42	4.00	3.44	423	0.0151	318	55.0	0.0280	Flexión biaxial
13	ZAHN 5	○	32.3	0.13	4.00	8.44	337	0.0243	466	135.0	0.0062	analizado
14	ZAHN 6	○	27.0	0.58	4.00	4.69	337	0.0243	466	75.0	0.0112	$P/A_g f'_c > 0.4$
15	ZAHN 7	□	28.3	0.22	4.00	7.31	440	0.0151	466	117.0	0.0156	analizado
16	ZAHN 8	□	40.1	0.39	4.00	5.75	440	0.0151	466	92.0	0.0199	analizado
17	WATS 5	□	41.0	0.50	4.00	5.06	474	0.0151	372	81.0	0.0116	$P/A_g f'_c > 0.4$
18	WATS 6	□	40.0	0.50	4.00	6.00	474	0.0151	388	96.0	0.0055	$P/A_g f'_c > 0.4$
19	WATS 7	□	42.0	0.70	4.00	6.00	474	0.0151	308	96.0	0.0222	$P/A_g f'_c > 0.4$
20	WATS 8	□	39.0	0.70	4.00	4.81	474	0.0151	372	77.0	0.0122	$P/A_g f'_c > 0.4$
21	WATS 9	□	40.0	0.70	4.00	3.25	474	0.0151	308	52.0	0.0410	$P/A_g f'_c > 0.4$
22	WATS 10	○	40.0	0.50	4.00	5.25	474	0.0151	372	84.0	0.0063	$P/A_g f'_c > 0.4$
23	WATS 11	○	39.0	0.70	4.00	3.56	474	0.0151	338	57.0	0.0147	$P/A_g f'_c > 0.4$
24	TANA 1	□	25.6	0.20	4.50	4.00	474	0.0157	333	80.0	0.0275	analizado
25	TANA 2	□	25.6	0.20	4.50	4.00	474	0.0157	333	80.0	0.0275	analizado
26	TANA 3	□	25.6	0.20	4.50	4.00	474	0.0157	333	80.0	0.0092	analizado
27	TANA 4	□	25.6	0.20	4.50	4.00	474	0.0157	333	80.0	0.0138	analizado
28	TANA 5	□	32.0	0.10	3.00	5.50	511	0.0125	325	110.0	0.0180	analizado
29	TANA 6	□	32.0	0.10	3.00	5.50	511	0.0125	325	110.0	0.0135	analizado
30	TANA 7	□	32.1	0.30	3.00	4.50	511	0.0125	325	90.0	0.0219	analizado
31	TANA 8	□	32.1	0.30	3.00	4.50	511	0.0125	325	90.0	0.0165	analizado
32	TANA 9	□	26.9	0.10	2.97	3.33	432	0.0188	305	80.0	0.0229	analizado
33	TANA 10	□	21.2	0.10	2.97	4.00	485	0.0213	308	80.0	0.0148	analizado
34	TANA 11	□	29.7	0.30	2.97	5.00	485	0.0213	308	100.0	0.0118	analizado
35	TANA 12	□	24.6	0.50	2.97	3.75	485	0.0213	308	75.0	0.0138	$P/A_g f'_c > 0.4$
36	MANDER A	□	30.0	0.10	4.27	6.00	335	0.0156	320	60.0	0.0208	analizado
37	MANDER B	□	30.0	0.50	4.27	3.00	335	0.0156	320	30.0	0.0415	$P/A_g f'_c > 0.4$
38	MANDER D	□	29.0	0.30	4.27	6.00	335	0.0156	320	60.0	0.0208	analizado

Tabla 4.1 Parámetros considerados en la base de datos (continuación)

No.	Especimen	F	$f'_c$ (MPa)	$P/A_g f'_c$	M/VD	$S_h/d_{bl}$	$f_y$ (MPa)	$\rho_l$	$f_{yh}$ (MPa)	S (mm)	$\rho_s$	Observación
39	LEHMAN 407	○	30.0	0.10	4.00	2.00	497	0.0076	607	32.0	0.0070	analizado
40	LEHMAN 415	○	30.0	0.10	4.00	2.00	497	0.0152	607	32.0	0.0070	analizado
41	LEHMAN 430	○	32.0	0.10	4.00	2.00	497	0.0300	607	32.0	0.0070	barras en paquete
42	LEHMAN 815	○	34.0	0.10	8.00	2.00	497	0.0152	607	32.0	0.0070	analizado
43	LEHMAN 1015	○	34.0	0.10	10.00	2.00	497	0.0152	607	32.0	0.0070	analizado
44	LEHMAN 328	○	34.0	0.15	3.00	1.32	448	0.0275	607	25.0	0.0090	analizado
45	LEHMAN 1028	○	34.0	0.15	10.00	1.32	448	0.0275	607	25.0	0.0090	analizado
46	LEHMAN 415P	○	37.0	0.20	4.00	2.00	462	0.0151	607	32.0	0.0070	analizado
47	LEHMAN 415S	○	37.0	0.10	4.00	4.00	462	0.0151	607	64.0	0.0035	analizado
48	ANG 9	○	29.9	0.20	2.50	1.88	448	0.0320	372	30.0	0.0104	analizado
49	ANG 1M	○	26.0	0.20	4.00	2.50	308	0.0242	308	40.0	0.0077	analizado
50	ANG 2M	○	28.5	0.56	4.00	3.44	308	0.0242	280	55.0	0.0153	$P/A_g f'_c > 0.4$
51	ANG 3M	□	23.6	0.38	4.00	6.25	427	0.0151	320	100.0	0.0283	analizado
52	ANG 4M	□	25.0	0.21	4.00	5.63	427	0.0151	280	90.0	0.0222	analizado
53	PONT 1	○	28.4	0.24	2.00	3.13	303	0.0243	300	75.0	0.0075	$M/VD < 2.5$
54	PONT 4	○	26.6	0.54	2.00	2.08	303	0.0243	300	50.0	0.0112	$M/VD < 2.5$
55	PONT 4	○	32.9	0.39	2.00	2.92	303	0.0243	423	70.0	0.0080	$M/VD < 2.5$
56	PONT 5	○	32.5	0.35	2.00	2.29	307	0.0243	280	55.0	0.0260	$M/VD < 2.5$
57	GILL 1	□	23.1	0.26	2.18	3.33	375	0.0179	297	80.0	0.0150	$M/VD < 2.5$
58	GILL 2	□	41.4	0.21	2.18	3.13	375	0.0179	316	75.0	0.0230	$M/VD < 2.5$
59	GILL 3	□	21.4	0.42	2.18	3.13	375	0.0179	297	75.0	0.0200	$M/VD < 2.5$
60	GILL 4	□	23.5	0.60	2.18	3.00	375	0.0179	294	72.0	0.0350	$M/VD < 2.5$
61	KUNNATH 2	○	29.0	0.09	4.50	2.00	448	2.0374	434	19.0	0.9448	analizado
62	KUNNATH 4	○	35.5	0.09	4.50	2.00	448	2.0374	434	19.0	0.9448	analizado
63	KUNNATH 5	○	35.5	0.09	4.50	2.00	448	2.0374	434	19.0	0.9448	analizado
64	KUNNATH 6	○	35.5	0.09	4.50	2.00	448	2.0374	434	19.0	0.9448	analizado
65	KUNNATH 7	○	32.8	0.09	4.50	2.00	448	2.0374	434	19.0	0.9448	analizado
66	KUNNATH 8	○	32.8	0.09	4.50	2.00	448	2.0374	434	19.0	0.9448	analizado
67	KUNNATH 11	○	27.0	0.10	4.50	2.00	448	2.0374	434	19.0	0.9448	analizado
68	KUNNATH 12	○	27.0	0.10	4.50	2.00	448	2.0374	434	19.0	0.9448	analizado
69	SAAT U4	□	32.0	0.15	2.86	2.00	438	0.0321	470	50.0	0.0254	analizado
70	SAAT U6	□	37.3	0.13	2.86	2.60	437	0.0321	425	65.0	0.0195	analizado
71	BOUS 100	□	24.7	0.33	6.40	6.25	514	0.0129	542	100.0	0.0165	analizado
72	BOUS 130	□	24.7	0.33	6.40	8.13	514	0.0129	542	130.0	0.0127	analizado
73	BAYRAK 1HT	□	72.1	0.50	6.04	4.86	454	0.0258	463	95.0	0.0315	$f_c > 55$ Mpa
74	BAYRAK 2HT	□	71.7	0.36	6.04	4.61	454	0.0258	542	90.0	0.0284	$f_c > 55$ Mpa
75	BAYRAK 3HT	□	71.8	0.50	6.04	4.61	454	0.0258	542	90.0	0.0284	$f_c > 55$ Mpa
76	BAYRAK 4HT	□	71.9	0.50	6.04	5.12	454	0.0258	463	100.0	0.0512	$f_c > 55$ Mpa
77	BAYRAK 5HT	□	101.8	0.45	6.04	4.61	454	0.0258	463	90.0	0.0402	$f_c > 55$ Mpa
78	BAYRAK 6HT	□	101.9	0.46	6.04	3.89	454	0.0258	463	76.0	0.0674	$f_c > 55$ Mpa
79	BAYRAK 7HT	□	102.0	0.45	6.04	4.81	454	0.0258	542	94.0	0.0272	$f_c > 55$ Mpa
80	BAYRAK 8HT	□	102.2	0.47	6.04	3.58	454	0.0258	463	70.0	0.0429	$f_c > 55$ Mpa

## 4.2 Características del Acero de Refuerzo Empleado en los Especímenes

Es relevante conocer las propiedades mecánicas de la curva esfuerzo-deformación del acero de refuerzo de los especímenes estudiados. Para este fin, se clasificaron los aceros de refuerzo longitudinal de estos especímenes en tres grupos de acuerdo con sus propiedades. El primero, al cual pertenecen la mayor parte de los especímenes analizados, corresponde a aceros con resistencias de fluencia promedio de 456 MPa. El grupo 2 tiene una resistencia de fluencia promedio de 536 MPa y el grupo 3, de los denominados aceros de baja resistencia, con valores de resistencia de fluencia promedios de 332 MPa.

Para definir las propiedades de la curva esfuerzo-deformación de estos aceros se empleó el modelo de curva monotónica propuesto por Mander et al (1984), el cual utiliza cinco parámetros para definir la zona de endurecimiento por deformación. Estos parámetros son la resistencia de fluencia,  $f_y$ , la deformación al inicio del endurecimiento por deformación,  $\epsilon_{sh}$ , el esfuerzo máximo,  $f_{su}$ , así como su deformación correspondiente,  $\epsilon_{su}$ , y el parámetro  $P$ , el cual define la forma de la curva en la zona de endurecimiento por deformación. En la figura 4.1 se ilustran los parámetros que definen la curva esfuerzo-deformación del acero de refuerzo propuesto por Mander et al (1984). Los valores de estos parámetros y los de la deformación de fluencia,  $\epsilon_y$ , para cada uno de los tres grupos de aceros de refuerzo descritos, se muestra en la tabla 4.2, así como los valores de la media, desviación estándar y coeficiente de variación,  $X$ ,  $\sigma$  y  $CV$ , respectivamente.

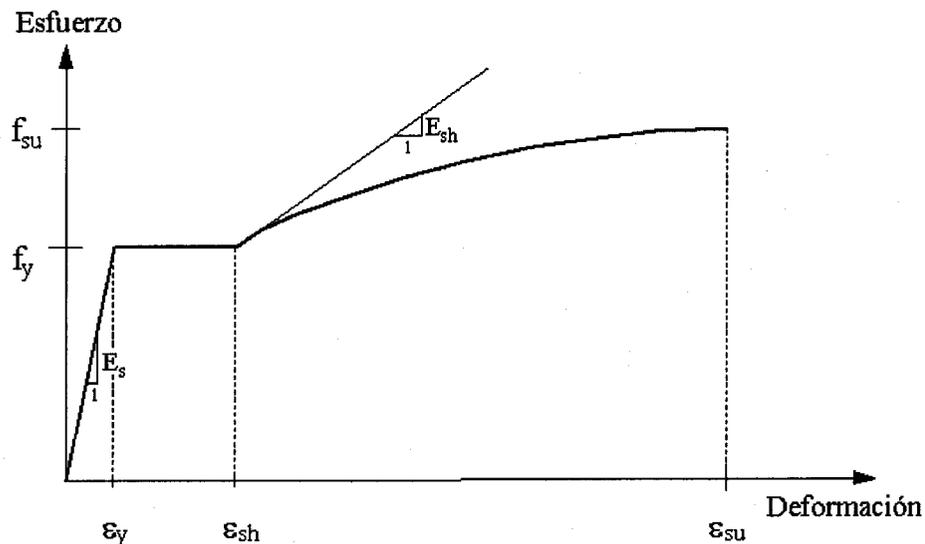


Figura 4.1 Curva esfuerzo-deformación típica de barras de acero de refuerzo sometidas a cargas monotónicas.

Para efectos de comparación, la figura 4.2 muestra las curvas monotónicas esfuerzo-deformación del refuerzo en tensión para cada uno de los aceros de los tres grupos considerados. Las características de la curva monotónica esfuerzo-deformación de la barra en compresión se han considerado diferentes a las de la barra en tensión, empleando para su cálculo el modelo propuesto por Dodd y Restrepo, (1995).

Tabla 4.2 Parámetros que definen la curva esfuerzo-deformación de aceros de refuerzo longitudinal en los especímenes estudiados

	# especímenes según tabla 4.1	$f_y$ (MPa)	$\epsilon_y$	$\epsilon_{sh}$	$f_{su}$ (MPa)	$\epsilon_{su}$	$P$	referencia
GRUPO 1	SOES 1, 2, 3 y 4	446	0.0021	0.010	702	0.098	2.97	Soesianawati, 1986
	ZAHN 7 y 8	440	0.0020	0.012	674	0.160	5.31	Zahn, 1986
	TANA 1, 2, 3 y 4	474	0.0024	0.010	721	0.120	3.57	Tanaka, 1990
	TANA 9, 10 y 11	511	0.0026	0.017	675	0.130	4.82	Tanaka, 1991
	TANA 5, 6, 7 y 9	432	0.0022	0.016	588	0.140	4.41	Tanaka, 1992
	ANG 9	448	0.0022	0.010	693	0.123	3.21	Ang, 1985
	ANG 3 y 4	427	0.0020	0.010	670	0.160	4.14	Ang, 1989
	LEH 407 - 1015	497	0.0024	0.020	662	0.130	3.00	Lehman et al, 2004
	LEH 328 y 1028	448	0.0021	0.020	634	0.140	3.55	Lehman et al, 2005
	SAAY 4 y 6	438	0.0022	0.009	714	0.123	3.34	Saatcioglu y Ozcebe, 1989
	KUNNATH 2 -12	448	0.0020	0.009	723	0.111	3.24	Kunnath et al, 1997
	X	456	0.0022	0.013	678	0.130	3.78	
	$\sigma$	27	0.0002	0.004	40	0.019	0.78	
CV	0.059	0.0797	0.344	0.06	0.145	0.21		
GRUPO 2	KOWA 1, 2, 3 y 4	557	0.0028	0.015	693	0.115	3.60	Moyer y Kowalsky, 2003
	BOUSIAS 100 y 130	514	0.0025	0.015	659	0.120	3.20	Kostantakopoulos y Bousias, 2004
	X	536	0.0027	0.015	676	0.118	3.40	
	$\sigma$	30	0.0002	0.000	24	0.004	0.28	
	CV	0.057	0.0900	0.000	0.04	0.030	0.08	
GRUPO 3	ANG 1 y 2	308	0.0016	0.020	465	0.200	4.24	Ang, 1989
	MANDER A y D	335	0.0016	0.030	460	0.200	4.76	Mander, 1984
	X	322	0.0016	0.025	463	0.200	4.50	
	$\sigma$	19	0.0000	0.007	4	0.000	0.37	
	CV	0.059	0.0047	0.283	0.01	0.000	0.08	

X = media aritmetica,  $\sigma$  = desviación estándar, CV = coeficiente de variación

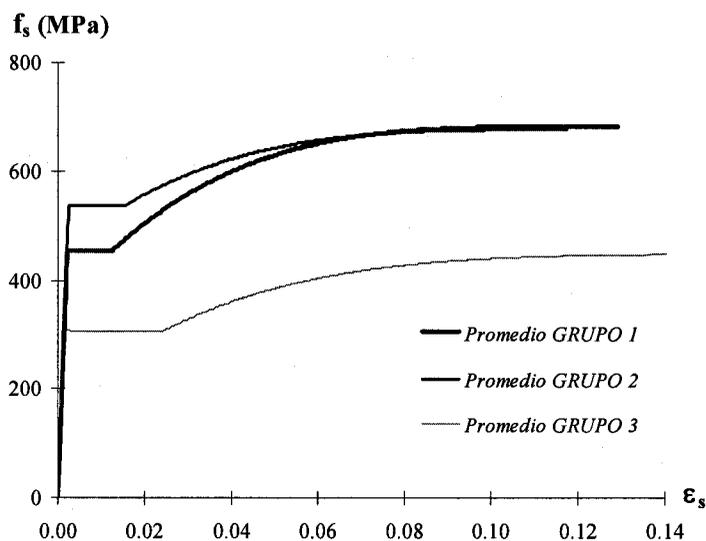


Figura 4.2 Curvas monotónicas experimentales promedio esfuerzo-deformación de los grupos de acero de refuerzo considerados

En el procedimiento propuesto por *Dodd y Restrepo, (1995)*, se establece una equivalencia entre los esfuerzos y deformaciones de barras de acero sometidas a cargas de tensión y los de compresión, este modelo emplea la hipótesis de que no hay pérdida de volumen de la barra de acero ensayada, lo que implica que las dimensiones longitudinales y transversales varían según el efecto de Poisson. Las expresiones que permiten obtener la curva que relaciona el esfuerzo en compresión,  $f_{sc}$ , y la deformación en compresión,  $\varepsilon_{sc}$  (el subíndice  $c$  se refiere al efecto en compresión) de una barra de acero, partiendo de la curva monotónica de tensión, son:

$$f_{sc} = -f_s(1 + \varepsilon_s)^2 \quad (\text{ec 4.1})$$

$$\varepsilon_{sc} = \frac{-\varepsilon_s}{1 + \varepsilon_s} \quad (\text{ec 4.2})$$

### 4.3 Requisitos de los Reglamentos de Diseño

Después de seleccionados los especímenes para la base de datos de esta investigación, fue realizada una valoración de los elementos basada en los requerimientos de los reglamentos para el diseño sísmico del refuerzo transversal en la zona potencial de formación de articulación plástica. Más que examinar los requisitos de los reglamentos, con esta valoración se pretende formar una idea de cómo fue concebido su diseño respecto a los reglamentos analizados en el capítulo 3 de este trabajo.

En la tabla 4.3 se presentan los resultados de evaluar la base de datos empleando los reglamentos *ACI 318-02, (2002)* y *NTC 2004, (2004)*. Con fines de comparación, inicialmente se consideran los requisitos del *ACI 318-02* para estructuras clasificadas como de comportamiento sísmico intermedio o “marcos intermedios” y los requisitos de las *NTC 2004* en su capítulo 6, relativos al diseño de elementos estructurales comunes. Las columnas uno y dos de la tabla 4.3, contienen la evaluación del requisito que contempla que la relación entre la separación suministrada y la requerida, no debe ser mayor que la mitad de la menor dimensión transversal de la columna (NTC 6.2.3.2 y ACI 21.12.15); ni que  $(269/\sqrt{f_y})$  veces el diámetro de la barra longitudinal, ó 24 veces el diámetro del estribo (NTC 6.2.3.2 y ACI 21.12.5), respectivamente. La columna tres, contiene el requisito que restringe la fuerza de fluencia que puede desarrollar la barra del estribo o anillo a que sea menor que 6 centésimas de la fuerza de fluencia que puede desarrollar el refuerzo longitudinal (NTC 6.2.3.3). Los requisitos del reglamento *ACI 318-02* en su capítulo 21 para estructuras clasificadas como de comportamiento sísmico alto o “marcos especiales” son similares a los requerimientos de las *NTC 2004* en su capítulo 7 para “marcos dúctiles”. La columna cuatro de la tabla 4.3, presenta la relación entre la cuantía suministrada y la cuantía requerida (NTC 7.3.4.c y ACI 21.12.5); y la relación entre la separación real y la requerida por estos reglamentos, relativa a que ésta no debe ser mayor que la cuarta parte de la menor dimensión transversal de la columna (NTC 7.3.4.d y ACI 21.4.4.1). La columna seis presenta la relación entre la separación real y la requerida por el reglamento relativa a que ésta no debe ser mayor que seis veces el diámetro de la barra longitudinal más gruesa. NTC 7.3.4.d, ACI 21.4.4.1

Como se puede apreciar en la tabla 4.3, en prácticamente todos los casos se cumplen los requisitos de los reglamentos para elementos estructurales comunes, es decir, elementos pertenecientes a pórticos diseñados con coeficientes de comportamiento sísmico,  $Q$ , menores que 3, en el caso de las

*NTC 2004* o, a marcos intermedios en el caso del *ACI 318-02*. Sin embargo, cerca de la cuarta parte de la población no cumple los requisitos de confinamiento del núcleo de concreto para marcos dúctiles. En particular, la separación mínima del refuerzo transversal que busca prevenir el pandeo prematuro del refuerzo longitudinal, sólo es excedida por el 10% de la población estudiada. Lo anterior indica que la mayoría de los especímenes de la base de datos, tiene un diseño adecuado según las recomendaciones de estos dos reglamentos, en especial en cuanto a los requerimientos asociados al pandeo del acero de refuerzo longitudinal. Los valores que aparecen resaltados dentro de la tabla, corresponden a los casos para los cuales los requerimientos no son cumplidos.

En la tabla 4.4 se presentan también los resultados de evaluar los especímenes con el reglamento *NZS 3101:1995*, como se comentó en el capítulo 3, este reglamento establece requisitos mínimos de la cuantía transversal no sólo para confinamiento del núcleo de concreto, sino también para prevenir el pandeo del refuerzo longitudinal. De la columna uno a la cuatro, se muestran los requisitos correspondientes a elementos diseñados para estructuras comunes (de ductilidad limitada). Las columnas uno y dos de la tabla 4.4, contienen la evaluación de las especificaciones por confinamiento, la primera relaciona la cuantía suministrada y la cuantía requerida por este reglamento (*NZS 8.4.7.1*), y la segunda, relaciona la separación real y la requerida, relativa a que ésta no debe ser mayor que un tercio de la menor dimensión transversal de la columna (*NZS 8.7.4.2*). Las columnas tres y cuatro, contienen la evaluación de los requisitos para la restricción contra pandeo, la columna tres relaciona la cuantía suministrada y la cuantía requerida por el reglamento (*NZS 8.4.7.1*), y la columna cuatro muestra la relación entre la separación real y la requerida por el reglamento relativa a que ésta no debe ser mayor que diez veces el diámetro de la barra longitudinal (*NZS 8.7.4.2*).

Las columnas cinco a ocho, contienen la evaluación de los mismos requisitos anteriores, pero para estructuras diseñadas para resistir efectos sísmicos (marcos dúctiles). La columna cinco muestra la relación entre la cuantía suministrada y la cuantía requerida por confinamiento (*NZS 8.5.4.3*). La columna seis muestra la relación entre la separación real y la requerida por este código relativa a que ésta no debe ser mayor que un cuarto de la menor dimensión transversal de la columna (*NZS 8.5.4.3*). La columna siete relaciona la cuantía suministrada y la cuantía requerida para restringir el pandeo prematuro del refuerzo longitudinal (*NZS 8.5.4.3*). Por último, la columna ocho, enseña la relación entre la separación real y la requerida por el reglamento relativa a que ésta no debe ser mayor que seis veces el diámetro de la barra longitudinal (*NZS 8.5.4.3*).

Al igual que en el caso anterior, los valores que aparecen resaltados, son los que no cumplen el requerimiento respectivo. En la tabla 4.4 se observa, que cerca 40% de los elementos presentan deficiencias en cuanto a restricción del refuerzo contra el pandeo; sin embargo, los requisitos para confinamiento del núcleo de concreto resultan ser adecuados en casi todos los elementos evaluados.

Los requisitos de las recomendaciones ATC-32 son evaluadas en la tabla 4.5. La primera columna muestra la relación entre la cuantía suministrada y la cuantía requerida por este reglamento para el confinamiento del núcleo de concreto; la segunda columna muestra el requisito de confinamiento que está en función del tamaño de la sección. Las columnas tres y cuatro, presentan los requisitos que pretenden evitar el pandeo prematuro del acero de refuerzo longitudinal, uno de los cuales está en función del confinamiento y el otro en función de la separación máxima entre estribos, respectivamente. Los valores resaltados en la tabla, corresponden a elementos que no cumplen el requisito respectivo. Este reglamento es el más exigente de los analizados, los requisitos de confinamiento no alcanzan a ser cumplidos por casi el 50% de los elementos, mientras que sólo el 20% incumple los requisitos contra el pandeo.

**Tabla 4.3 Valoración del diseño de los especímenes respecto a las Normas Técnicas Complementarias NTC-04 y a los requerimientos para construcción del ACI 318-02**

unidad	Requisitos para Elementos Estructurales Comunes NTC-2004, Marcos Intermedios ACI 318-02			Requisitos para Elementos de Marcos Dúctiles NTC-2004, Marcos Especiales ACI 318-02		
	Confinamiento	Pandeo		Confinamiento		Pandeo
	1	2	3	4	5	6
	$S_{hsum}/S_{hreq} \leq 1$	$S_{hsum}/S_{hreq} \leq 1$	$F_{yh}/F_y > 0.06$	$\rho_{s sum}/\rho_{s req} \geq 1$	$S_h/b \leq 0.25$	$S_v/d_b \leq 6$
KOWA 1	0.33	0.70	0.19	1.01	0.17	4.00
KOWA 2	0.33	0.70	0.19	1.01	0.17	4.00
KOWA 3	0.33	0.70	0.19	1.01	0.17	4.00
KOWA 4	0.33	0.70	0.19	1.01	0.17	4.00
ANG 9	0.15	0.30	0.12	1.06	0.08	1.88
ANG 1M	0.20	0.33	0.14	<b>0.75</b>	0.10	2.50
LEH 407	0.10	0.33	0.20	1.22	0.05	2.00
LEH 415	0.10	0.33	0.20	1.22	0.05	2.00
LEH 415S	0.21	0.66	0.20	<b>0.50</b>	0.10	4.00
LEH 415P	0.10	0.33	0.20	0.99	0.05	2.00
LEH 815	0.10	0.33	0.20	1.08	0.05	2.00
LEH 1015	0.10	0.33	0.20	1.08	0.05	2.00
LEH 328	0.08	0.21	0.16	1.38	0.04	1.32
LEH 1028	0.08	0.21	0.16	1.38	0.04	1.32
KUNNATH A2	0.12	0.31	0.17	1.18	0.06	2.00
KUNNATH A4	0.12	0.31	0.17	0.96	0.06	2.00
KUNNATH A5	0.12	0.31	0.17	0.96	0.06	2.00
KUNNATH A6	0.12	0.31	0.17	0.96	0.06	2.00
KUNNATH A7	0.12	0.31	0.17	1.04	0.06	2.00
KUNNATH A8	0.12	0.31	0.17	1.04	0.06	2.00
KUNNATH A11	0.12	0.31	0.17	1.27	0.06	2.00
KUNNATH A12	0.12	0.31	0.17	1.27	0.06	2.00
SOES 1	0.43	0.83	0.16	<b>0.36</b>	0.21	5.31
SOES 2	0.39	0.77	0.20	<b>0.53</b>	0.20	4.88
SOES 3	0.46	0.89	0.16	<b>0.35</b>	0.23	5.69
SOES 4	0.47	0.92	0.08	<b>0.19</b>	0.24	5.88
ZAHN 7	0.59	<b>1.14</b>	0.41	1.31	<b>0.29</b>	<b>7.31</b>
ZAHN 8	0.46	0.90	0.41	1.18	0.23	5.75
TANA 1	0.40	0.65	0.25	1.02	0.20	4.00
TANA 2	0.40	0.65	0.25	1.02	0.20	4.00
TANA 4	0.40	0.65	0.25	<b>0.51</b>	0.20	4.00
TANA 5	0.40	0.92	0.23	<b>0.80</b>	0.20	5.50
TANA 6	0.40	0.92	0.23	<b>0.60</b>	0.20	5.50
TANA 7	0.33	0.76	0.23	0.98	0.16	4.50
TANA 8	0.33	0.76	0.23	<b>0.73</b>	0.16	4.50
TANA 9	0.27	0.52	0.18	1.52	0.13	3.33
TANA 11	0.33	0.82	0.16	<b>0.64</b>	0.17	5.00
MANDER A	0.16	0.82	0.34	1.19	0.08	6.00
MANDER D	0.16	0.82	0.34	1.23	0.08	6.00
ANG 3M	0.50	0.96	0.42	1.82	0.25	<b>6.25</b>
ANG 4M	0.45	0.86	0.26	1.16	0.23	5.63
SAAT 4	0.29	0.31	0.17	1.59	0.14	2.00
SAAT 6	0.37	0.42	0.06	1.17	0.19	2.60
BOUS 100	0.80	1.05	0.41	1.02	<b>0.40</b>	<b>6.25</b>
BOUS 130	1.04	<b>1.37</b>	0.41	<b>0.79</b>	<b>0.52</b>	<b>8.13</b>

**Tabla 4.4 Valoración del diseño de los especímenes respecto al reglamento de diseño de estructuras de concreto de Nueva Zelanda NZS 3101:1995**

unidad	Principios Generales y Requisitos de Diseño Comunes				Requisitos de Diseño Adicionales para Estructuras Diseñadas para Resistir Efectos Sísmicos			
	$\varphi$		Contra Pandeo		Confinamiento		Contra Pandeo	
	1	2	3	4	5	6	7	8
	$\rho_{s_{sum}}/\rho_{s_{req}}$	$S_h/b \leq 0.33$	$\rho_{s_{sum}}/\rho_{s_{req}}$	$S_h/d_b \leq 10$	$\rho_{s_{sum}}/\rho_{s_{req}}$	$S_h/b \leq 0.25$	$\rho_{s_{sum}}/\rho_{s_{req}}$	$S_h/d_b \leq 6$
KOWA 1	-1.24	0.17	2.51	4.00	-1.34	0.17	1.78	4.00
KOWA 2	-1.24	0.17	2.51	4.00	-1.34	0.17	1.78	4.00
KOWA 3	-1.24	0.17	2.51	4.00	-1.34	0.17	1.78	4.00
KOWA 4	-1.24	0.17	2.51	4.00	-1.34	0.17	1.78	4.00
ANG 9	-5.09	0.08	1.93	1.88	29.32	0.08	1.37	1.88
ANG 1M	-6.33	0.10	2.18	2.50	6.20	0.10	1.55	2.50
LEH 407	-1.14	0.05	5.68	2.00	-1.28	0.05	4.03	2.00
LEH 415	-1.14	0.05	2.84	2.00	-1.28	0.05	2.02	2.00
LEH 415S	-0.64	0.10	1.42	4.00	-0.75	0.10	1.01	4.00
LEH 415P	-2.22	0.05	2.84	2.00	-4.75	0.05	2.02	2.00
LEH 815	-1.20	0.05	2.84	2.00	-1.38	0.05	2.02	2.00
LEH 1015	-1.20	0.05	2.84	2.00	-1.38	0.05	2.02	2.00
LEH 328	-1.87	0.04	2.67	1.32	-2.46	0.04	1.89	1.32
LEH 1028	-1.87	0.04	2.67	1.32	-2.46	0.04	1.89	1.32
KUNNATH A2	-1.67	0.06	2.54	2.00	-2.02	0.06	1.80	2.00
KUNNATH A4	-1.92	0.06	2.54	2.00	-2.54	0.06	1.80	2.00
KUNNATH A5	-1.92	0.06	2.54	2.00	-2.54	0.06	1.80	2.00
KUNNATH A6	-1.92	0.06	2.54	2.00	-2.54	0.06	1.80	2.00
KUNNATH A7	-1.80	0.06	2.54	2.00	-2.29	0.06	1.80	2.00
KUNNATH A8	-1.80	0.06	2.54	2.00	-2.29	0.06	1.80	2.00
KUNNATH A11	-1.60	0.06	2.54	2.00	-1.90	0.06	1.80	2.00
KUNNATH A12	-1.60	0.06	2.54	2.00	-1.90	0.06	1.80	2.00
SOES 1	-1.65	0.21	<b>0.33</b>	5.31	-6.13	0.21	<b>0.24</b>	5.31
SOES 2	1.35	0.20	<b>0.47</b>	4.88	<b>0.68</b>	0.20	<b>0.33</b>	4.88
SOES 3	0.79	0.23	<b>0.31</b>	5.69	<b>0.42</b>	0.23	<b>0.22</b>	5.69
SOES 4	0.32	0.24	<b>0.15</b>	5.88	<b>0.20</b>	0.24	<b>0.11</b>	5.88
ZAHN 7	-2.25	0.29	<b>0.64</b>	7.31	-5.52	0.29	<b>0.45</b>	<b>7.31</b>
ZAHN 8	4.26	0.23	<b>0.81</b>	5.75	1.49	0.23	<b>0.58</b>	5.75
TANA 1	-3.70	0.20	1.07	4.00	-14.78	0.20	<b>0.76</b>	4.00
TANA 2	-3.70	0.20	1.07	4.00	-14.78	0.20	<b>0.76</b>	4.00
TANA 4	-4.71	0.20	1.07	4.00	5.20	0.20	<b>0.76</b>	4.00
TANA 5	-2.31	0.20	<b>0.47</b>	5.50	-4.23	0.20	<b>0.33</b>	5.50
TANA 6	-1.90	0.20	<b>0.47</b>	5.50	-3.81	0.20	<b>0.33</b>	5.50
TANA 7	14.21	0.16	<b>0.57</b>	4.50	2.16	0.16	<b>0.41</b>	4.50
TANA 8	4.02	0.16	<b>0.57</b>	4.50	1.30	0.16	<b>0.41</b>	4.50
TANA 10	-0.70	0.13	<b>0.38</b>	4.00	-0.91	0.13	<b>0.27</b>	4.00
TANA 11	2.81	0.17	<b>0.31</b>	5.00	0.64	0.17	<b>0.22</b>	5.00
MANDER A	-1.59	0.08	<b>1.29</b>	6.00	-2.43	0.08	0.92	6.00
MANDER D	44.16	0.08	<b>1.29</b>	6.00	<b>1.96</b>	0.08	0.92	6.00
ANG 3M	-6.19	0.25	<b>0.76</b>	6.25	8.29	0.25	<b>0.54</b>	<b>6.25</b>
ANG 4M	-3.72	0.23	<b>0.51</b>	5.63	-159.76	0.23	<b>0.36</b>	5.63
SAAT 4	-2.69	0.14	1.45	2.00	-4.91	0.14	1.03	2.00
SAAT 6	-1.54	0.19	<b>0.41</b>	2.60	-3.77	0.19	<b>0.29</b>	2.60
BOUS 100	-3.48	<b>0.40</b>	2.22	6.25	20.65	<b>0.40</b>	1.58	<b>6.25</b>
BOUS 130	-3.79	<b>0.52</b>	1.71	8.13	5.79	<b>0.52</b>	1.22	<b>8.13</b>

**Tabla 4.5 Valoración del diseño de los especímenes respecto a los criterios de diseño sísmico del Departamento de Transportes de California ATC-32**

unidad	Requisitos de Diseño Común			
	Confinamiento		Contra Pandeo	
	1	2	3	4
	$\rho_{s_{sum}}/\rho_{s_{req}}$	$S_H/b \leq 0.20$	$\rho_{s_{sum}}/\rho_{s_{req}}$	$S_H/d_b \leq 6$
KOWA 1	<b>0.98</b>	0.17	3.61	4.00
KOWA 2	<b>0.98</b>	0.17	3.61	4.00
KOWA 3	<b>0.98</b>	0.17	3.61	4.00
KOWA 4	<b>0.98</b>	0.17	3.61	4.00
ANG 9	<b>0.76</b>	0.08	2.55	1.88
ANG 1M	<b>0.59</b>	0.10	2.36	2.50
LEH 407	1.38	0.05	3.30	2.00
LEH 415	1.16	0.05	1.65	2.00
LEH 415S	<b>0.48</b>	0.11	<b>0.82</b>	4.00
LEH 415P	<b>0.84</b>	0.05	1.65	2.00
LEH 815	1.04	0.05	1.65	2.00
LEH 1015	1.04	0.05	1.65	2.00
LEH 328	1.02	0.04	1.66	1.32
LEH 1028	1.02	0.04	1.66	1.32
KUNNATH A2	1.07	0.06	2.25	2.00
KUNNATH A4	<b>0.89</b>	0.06	2.25	2.00
KUNNATH A5	<b>0.89</b>	0.06	2.25	2.00
KUNNATH A6	<b>0.89</b>	0.06	2.25	2.00
KUNNATH A7	<b>0.96</b>	0.06	2.25	2.00
KUNNATH A8	<b>0.96</b>	0.06	2.25	2.00
KUNNATH A11	1.13	0.06	2.25	2.00
KUNNATH A12	1.13	0.06	2.25	2.00
SOES 1	<b>0.39</b>	<b>0.22</b>	<b>0.39</b>	5.31
SOES 2	<b>0.45</b>	<b>0.20</b>	<b>0.45</b>	4.88
SOES 3	<b>0.30</b>	<b>0.24</b>	<b>0.30</b>	5.69
SOES 4	<b>0.16</b>	<b>0.24</b>	<b>0.16</b>	5.88
ZAHN 7	1.30	<b>0.30</b>	1.30	<b>7.31</b>
ZAHN 8	1.13	<b>0.24</b>	1.13	5.75
TANA 1	1.67	<b>0.22</b>	1.67	4.00
TANA 2	1.67	<b>0.22</b>	1.67	4.00
TANA 4	1.12	<b>0.22</b>	1.12	4.00
TANA 5	1.20	<b>0.22</b>	1.20	5.50
TANA 6	<b>0.90</b>	<b>0.22</b>	<b>0.90</b>	5.50
TANA 7	1.11	0.18	1.11	4.50
TANA 8	<b>0.84</b>	0.18	<b>0.84</b>	4.50
TANA 10	1.18	0.14	1.18	4.00
TANA 11	<b>0.54</b>	0.17	<b>0.54</b>	5.00
MANDER A	1.39	0.08	1.39	6.00
MANDER D	<b>0.92</b>	0.08	<b>0.92</b>	6.00
ANG 3M	1.50	<b>0.26</b>	1.50	<b>6.25</b>
ANG 4M	1.18	<b>0.23</b>	1.18	5.63
SAAT 4	1.35	0.15	1.35	2.00
SAAT 6	1.06	0.20	1.06	2.60
BOUS 100	1.44	<b>0.44</b>	1.44	<b>6.25</b>
BOUS 130	1.10	<b>0.58</b>	1.10	<b>8.13</b>

## CAPÍTULO 5

### EVALUACIÓN DEL MODO DE FALLA DE PANDEO DEL ACERO DE REFUERZO LONGITUDINAL EN LOS ESPECÍMENES ESTUDIADOS

#### 5.1 Consideraciones Teóricas

Para evaluar las relaciones momento-curvatura en secciones de concreto reforzado bajo flexión y carga axial se admite que las secciones planas antes de la flexión permanecen planas después de la flexión, y que las relaciones esfuerzo-deformación para el concreto y el acero son conocidas. La primera hipótesis, implica que la deformación longitudinal en el concreto y el acero en los distintos puntos a través de una sección es proporcional a la distancia al eje neutro. Numerosos ensayos de laboratorio han demostrado que esta hipótesis es correcta siempre y cuando exista una buena adherencia entre el concreto y el acero. La segunda hipótesis significa que están bien definidas las propiedades esfuerzo-deformación del acero, tanto de tensión como de compresión, y que igualmente, el perfil de la curva esfuerzo-deformación para el concreto es conocido. Usando estas hipótesis, y considerando los requerimientos de compatibilidad de deformación y equilibrio de fuerzas, se calculan las curvaturas asociadas con un momento y nivel de carga axial. Los modelos que han sido empleados para definir las curvas esfuerzo-deformación para el concreto y el acero, dentro esta investigación, son los propuestos por *Mander et al (1984)*.

Para el concreto confinado, estos autores, basados en resultados experimentales de columnas de concreto reforzado, y en una expresión sugerida por *Popovics (1973)*, proponen el modelo esfuerzo-deformación para el concreto ilustrado en la figura 5.1. El modelo propuesto parte de considerar  $f'_{cc}$  como el esfuerzo máximo a compresión del concreto confinado;  $\epsilon_{cc}$ , es la deformación correspondiente al esfuerzo máximo del concreto confinado; y  $E_c$ , es el modulo tangente inicial de elasticidad del concreto. Para encontrar  $f'_{cc}$ , es necesario calcular primero el esfuerzo de confinamiento efectivo. El modelo estima el esfuerzo de confinamiento lateral efectivo, empleando el coeficiente de confinamiento efectivo  $\kappa_c$ , el cual relaciona el área del núcleo de concreto efectivamente confinado con el área total del núcleo. Este modelo se distingue de otros modelos propuestos en la literatura, por haber sido calibrado mediante ensayos sobre columnas de tamaño real confinadas tanto por refuerzo longitudinal como transversal.

En la figura 5.1 se incluye también la curva esfuerzo-deformación del concreto no confinado, la cual es apropiada para modelar el comportamiento del recubrimiento de concreto de los elementos; en ella  $f'_{co}$  es la resistencia del concreto no confinado, y  $\epsilon_{co}$ , es la deformación correspondiente al esfuerzo máximo del concreto no confinado. Este modelo considera en la región del brazo de caída donde  $\epsilon_c > 2\epsilon_{co}$ , una línea recta que alcanza el punto de esfuerzo nulo para la deformación de desprendimiento del recubrimiento,  $\epsilon_{spall}$ .

Para el acero, *Mander et al (1984)*, proponen un modelo que define completamente el comportamiento su cíclico, el cual parte de la definición de las curvas monotónicas. Para el modelo monotónico del acero en tensión, dividen la curva esfuerzo-deformación en tres zonas: zona elástica lineal, zona de fluencia y zona de endurecimiento por deformación. La figura 4.1, presentada en el

capítulo cuatro, ilustra los parámetros que definen esta curva. Este modelo fue ampliamente calibrado por estos autores con ensayos de barras aisladas sometidas a cargas monotónicas y cíclicas. Como se mencionó anteriormente, en esta investigación se consideró el comportamiento del acero en compresión diferente al comportamiento del acero en tensión, siguiendo para esto el procedimiento propuesto por *Dodd y Restrepo (1995)*, que determina la curva de compresión a partir de la de tensión.

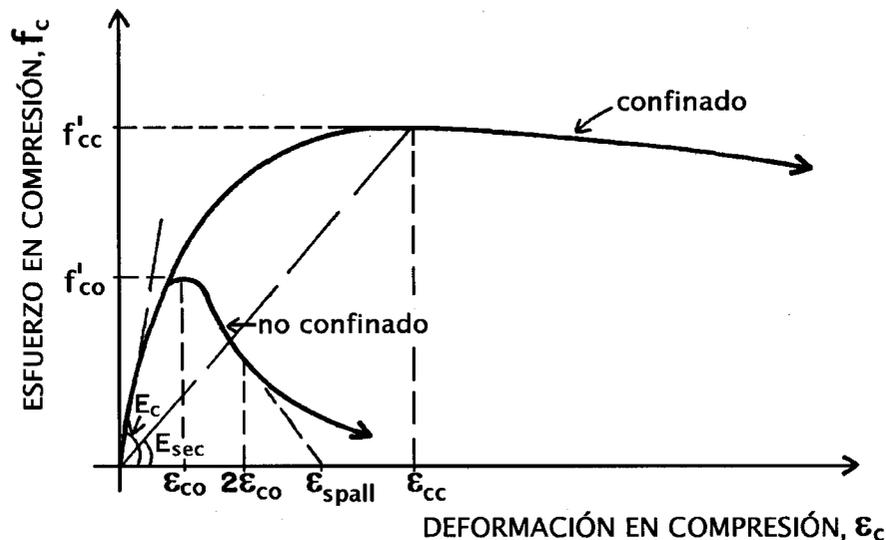


Figura 5.1 Modelo esfuerzo-deformación para el concreto Mander et al, (1984)

## 5.2 Procedimiento de Análisis de la Base de Datos

Se consideraron las características del modo de falla de pandeo del acero de refuerzo longitudinal de las 45 columnas de concreto reforzado descritas en el capítulo cuatro, con el objeto de proponer un criterio de evaluación del pandeo del refuerzo. Con este fin, para cada elemento estructural se obtuvo de manera analítica las características de las curvas cíclicas momento-curvatura de la sección crítica, empleando los valores de la historia de carga lateral aplicada en los ensayos, así como los parámetros de geometría y propiedades del refuerzo correspondientes. Se empleó el programa de computador COLUMN desarrollado por *Mander et al (1984)*, para generar estas curvas. Este programa está diseñado para evaluar la respuesta teórica de momento-curvatura y carga lateral-desplazamiento de columnas de concreto reforzado bajo acciones combinadas de carga axial y carga lateral cíclica, una descripción completa del programa se encuentra en la referencia mencionada.

El programa COLUMN considera las relaciones de esfuerzo-deformación del concreto y del acero bajo cargas cíclicas. También, realiza cálculos de balance de energía para predecir la deformación última a compresión del concreto confinado, definida como la deformación longitudinal compresiva en el concreto correspondiente a la primera fractura del refuerzo transversal. Para determinar esta deformación el trabajo hecho en el núcleo de concreto se compara con la capacidad de energía de deformación del refuerzo transversal. Cuando el trabajo total hecho en el núcleo de concreto excede la capacidad de energía de deformación proporcionada por el refuerzo transversal se habrá

alcanzado la deformación de ruptura del refuerzo transversal y se puede calcular la deformación a compresión del concreto correspondiente a la fractura del estribo. El programa COLUMN también evalúa la deformación por cortante de la columna y adicionalmente considera la curvatura plástica debida a la penetración de la fluencia del acero de refuerzo longitudinal. En la evaluación se considera la longitud de penetración de fluencia, la cual se define con base en resultados experimentales.

Las respuestas obtenidas con el programa COLUMN se expresan en forma de diagramas momento-curvatura y carga-desplazamiento cíclicos, las que se comparan con las obtenidas experimentalmente con el fin de verificar su similitud. Con este procedimiento se pretende evaluar si la estimación que el programa hace de la respuesta experimental es aceptable. De las relaciones de momento-curvatura se obtuvieron las curvas cíclicas esfuerzo-deformación de las barras de refuerzo longitudinal más críticas, siendo éstas las ubicadas en los extremos del elemento estructural en la dirección de carga.

Con base en la información experimental se identificó el ciclo de carga lateral-desplazamiento para el cual se observó el pandeo del refuerzo durante el ensaye del elemento estructural. Este ciclo de pandeo experimental se ubicó en las curvas carga lateral-desplazamiento e igualmente en las curvas momento-curvatura; y se trasladó a nivel material, a las curvas esfuerzo-deformación del acero con el fin de identificar la barra de acero longitudinal más crítica del elemento estructural y para ella, ubicar el ciclo de la curva esfuerzo-deformación del acero de refuerzo correspondiente con el pandeo observado.

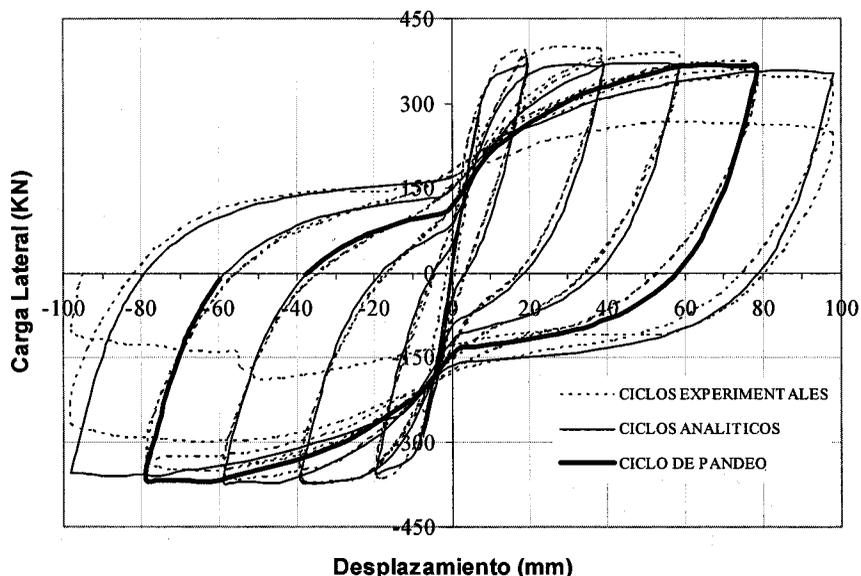


Figura 5.2 Gráfica de carga lateral-desplazamiento experimental y analítica para el elemento SOESI Soesianawati, (1986)

Un ejemplo de los resultados obtenidos por el programa COLUMN se muestra en las figuras 5.2 y 5.3 para las relaciones carga-desplazamiento y momento-curvatura, respectivamente. Estos resultados corresponden a un espécimen ensayado por Soesianawati, (1986). Con fines de comparación, en la gráfica de carga-desplazamiento analítica (fig 5.2) con línea punteada se muestra

también la historia carga-desplazamiento experimental; así como el ciclo para el cual se observó el pandeo durante el ensaye. Este ciclo es también identificado sobre la gráfica de momento-curvatura analítica (fig 5.3).

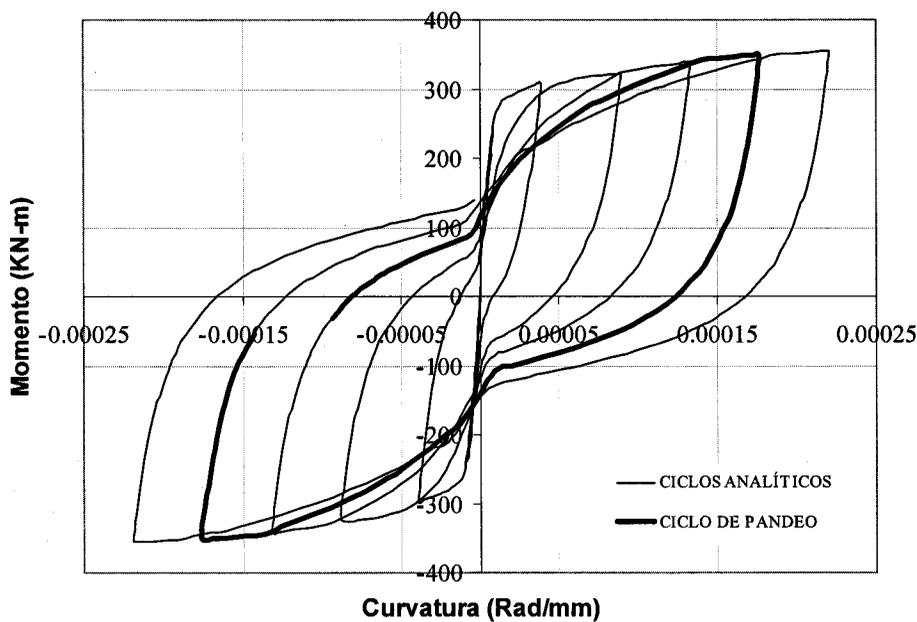


Figura 5.3 Gráfica de momento-curvatura analítica para el elemento SOESI Soesianawati, (1986)

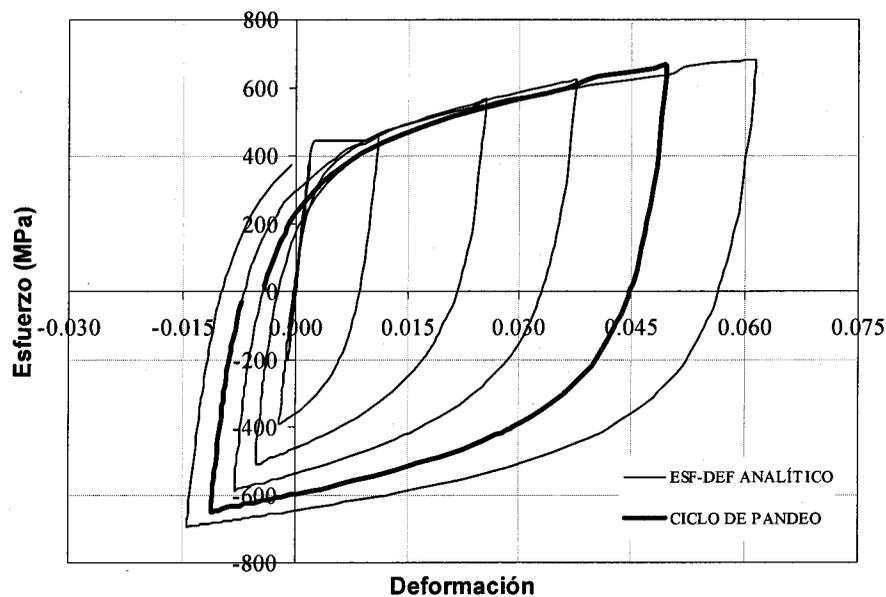


Figura 5.4 Curva esfuerzo-deformación analítica del acero de refuerzo longitudinal más crítico para el elemento SOESI (Soesianawati, 1986)

En la figura 5.4 se presenta la curva esfuerzo-deformación para la barra más crítica del elemento estructural, además, sobre ella se identifica el ciclo para el cual en el ensaye se observó el pandeo del acero de refuerzo.

En las curvas esfuerzo-deformación de la barra más crítica del elemento estructural se define el valor de la deformación máxima en tensión en el ciclo de pandeo,  $\epsilon_{sp}$ , la cual ocurre previa a la descarga durante la cual se observó el pandeo durante el ensaye. La figura 5.5 muestra esquemáticamente este concepto.

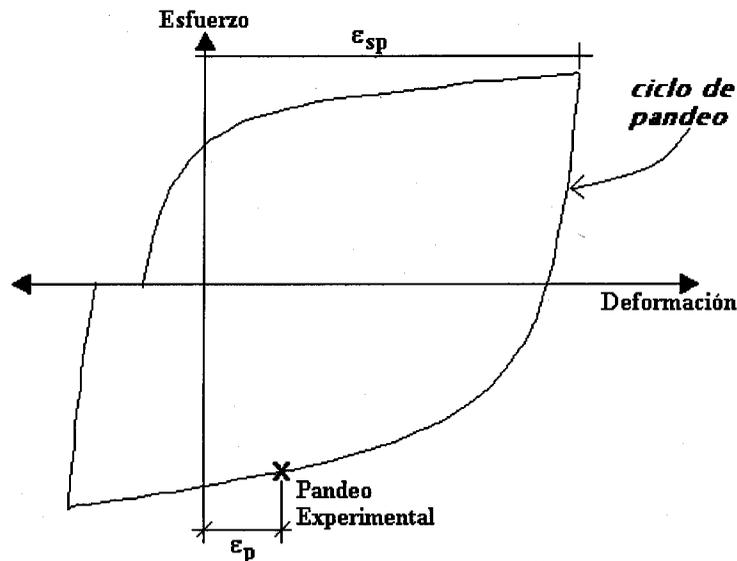


Figura 5.5 Definición de la deformación máxima en tensión previa al pandeo,  $\epsilon_{sp}$

En el apéndice 2 se presenta las graficas carga lateral-desplazamiento, momento-curvatura, y las relaciones esfuerzo-deformación para el concreto y el acero en el lado de la sección más crítico, generados por el programa COLUMN para todos los elementos analizados dentro de la base de datos.

En la figura 5.6 se muestran los resultados de graficar para los especímenes estudiados el parámetro experimental,  $\epsilon_{sp}$ , en el eje de las ordenadas y el parámetro  $(S_h)_{exp}/d_{bl}$  en el eje de las abscisas. El parámetro  $\epsilon_{sp}$  en la figura 5.6 se ha adimensionalizado con la media de la deformación en tensión  $\epsilon_{su}$  correspondiente a los aceros de refuerzo clasificados como grupo 1 ( $\epsilon_{su} = 0.130$ ). La tendencia de estos resultados es semejante a la de los resultados mostrados en la figura 2.12, aunque con una dispersión mayor producto principalmente del efecto del tipo de historia de carga lo cual será comentado posteriormente. El parámetro  $(S_h)_{exp}$ , se define como:

$$(S_h)_{exp} = n S_h \quad (5.1)$$

En la expresión anterior  $n$  es el número de espaciamentos entre estribos que de acuerdo con el modo de falla observado experimentalmente es necesario para definir la longitud de la barra donde ocurre el pandeo. El valor de  $n$  es uno cuando el pandeo ocurre entre un espaciamento entre estribos, y es mayor que uno cuando el pandeo abarca mas de un espaciamento entre estribos, la figura 5.7 ilustra este criterio. En general, las columnas que tenían relaciones de esbeltez menores o iguales a cuatro ( $S_n \leq 4$ ) pandearon abarcando mas de una separación entre estribos. En el apéndice 3, se explica porque se introduce este concepto y se presenta un procedimiento para estimar el número de estribos involucrados en el pandeo. Este procedimiento esta basado en una generalización de la fórmula de Euler desarrollada recientemente por *Dhakar et al (2002b)*.

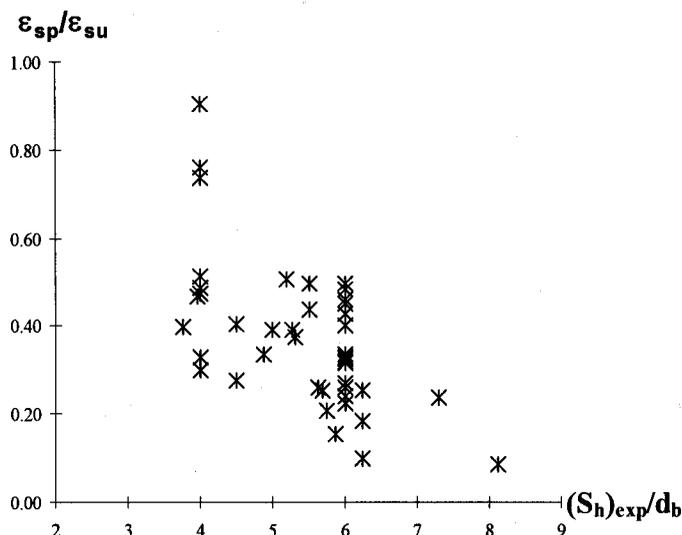


Figura 5.6 Deformación de pandeo experimental adimensional vs. relación de esbeltez experimental ( $\epsilon_{su} = 0.130$ )



Figura 5.7 Tipos de modo de falla de pandeo del refuerzo longitudinal observado en ensayos experimentales

### 5.3 Evaluación de Algunos Criterios de Pandeo del Refuerzo Longitudinal

El problema del pandeo del refuerzo longitudinal ha sido estudiado por diversos investigadores, siendo la mayor parte de estos estudios del tipo monotónico, sólo en pocos casos se ha estudiado el problema del comportamiento cíclico de barras de refuerzo incluyendo pandeo (*Monti y Nuti, 1992; Mander et al., 1994; Suda et al., 1996; Pantazopoulou, 1998; Rodríguez et al, 1999*). Muchos de estos investigadores, se han concentrado en proponer criterios que consideran la deformación en la barra de acero o en el concreto que la rodea para el inicio el pandeo; sin embargo, desde el punto de vista de diseño, es mas importante conocer la deformación máxima a tensión después de la cual en la descarga se inicia el pandeo ya que como se presenta en este trabajo tal deformación máxima a tensión puede extrapolarse a desplazamientos máximos para determinado elemento.

Dentro de la bibliografía recopilada, sólo *Moyer y Kowalsky (2003)* dan un procedimiento de evaluación que considera la importancia de la deformación máxima a tensión previa al pandeo; sin embargo, puede decirse, que a la fecha no existe un procedimiento confiable y de aplicación sencilla que permita relacionar la ocurrencia del pandeo del refuerzo con parámetros de respuesta del elemento estructural.

En lo que sigue se evalúan algunos criterios propuestos en la literatura para conocer el inicio del pandeo del refuerzo longitudinal. Además, siguiendo el procedimiento anteriormente descrito, se evalúa el modo de falla de pandeo del acero de refuerzo longitudinal observado durante ensayos efectuados por diversos investigadores en 45 columnas de concreto reforzado que forman la base de datos analizada dentro de esta investigación. Los resultados experimentales se comparan con los resultados de aplicar los criterios propuestos en la literatura para evaluar el pandeo del acero de refuerzo longitudinal.

Los criterios considerados para evaluar la base de datos son el de *Pantazopoulou (1998)*, el cual propone una deformación crítica en el concreto que rodea la barra longitudinal previa al pandeo de esta. También se consideró el criterio de *Rodríguez et al (1999)* que propone una deformación crítica del acero en compresión para cargas cíclicas reversibles, y ha sido calibrado con ensayos sobre barras de acero aisladas sometidas a cargas monotónicas y cíclicas. El ultimo criterio considerado, es el de *Moyer y Kowalsky (2003)*, que define una deformación máxima en tensión del acero previa al pandeo del acero de refuerzo y que ha sido calibrado con resultados experimentales sobre columnas de concreto reforzado sometidas a carga axial y a carga lateral cíclica reversible.

#### 5.3.1 Modelo de Rodríguez et al (1999)

Para ilustrar la aplicación del modelo propuesto por *Rodríguez et al (1999)*, la figura 5.8 muestra el ciclo analítico esfuerzo-deformación en la barra del elemento estructural en estudio, en donde de acuerdo con el modelo de estos autores, descrito en el capítulo 2, ocurriría el pandeo de la barra. La deformación máxima en tensión de este ciclo es  $\varepsilon_{sp}^*$ , definida en la figura 5.8. De acuerdo, con el modelo mencionado, para evaluar la deformación máxima en tensión  $\varepsilon_{sp}^*$ , se emplea el parámetro  $\varepsilon_p^*$ , definido anteriormente (capítulo 2), este parámetro lleva a definir las coordenadas de las curvas esfuerzo-deformación donde de acuerdo con el modelo ocurriría el pandeo del refuerzo, estas coordenadas son  $(\varepsilon_p, f_p)$ , como se muestra en la figura 5.8.

Con el objeto de evaluar la bondad del modelo de pandeo cuya aplicación se muestra en la figura 5.8, es de interés comparar sus resultados con los resultados experimentales observados en las 45 columnas analizadas. Para este fin, siguiendo el procedimiento anteriormente descrito de evaluación de curvas esfuerzo-deformación de la barra más crítica en los especímenes de concreto reforzado estudiados, en la historia de ciclos esfuerzo-deformación de cada espécimen analizado se identificó el ciclo correspondiente a la iniciación del pandeo observado en los ensayos experimentales y se determinó la deformación máxima en tensión en este ciclo,  $\varepsilon_{sp}$  (figura 5.5). También se evaluó la deformación máxima en tensión del ciclo en donde de acuerdo con el modelo de Rodríguez *et al* (1999), se alcanzaría la deformación máxima en tensión correspondiente al ciclo esfuerzo-deformación donde ocurre el pandeo en la barra más crítica,  $\varepsilon_{sp}^*$  (figura 5.8). Los resultados de la evaluación de éste modelo para todas las columnas que formaron la base de datos de esta investigación se presentan en el apéndice 2.

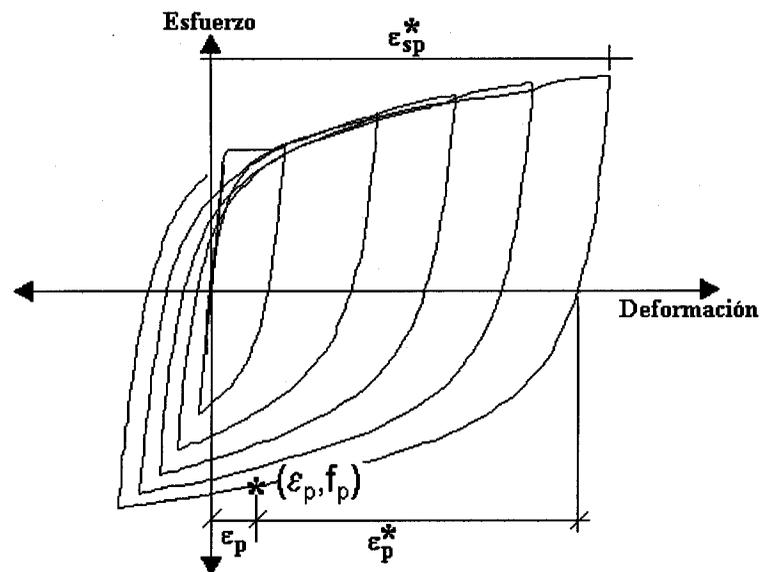


Figura 5.8 Curva esfuerzo-deformación del acero de refuerzo en el ciclo donde de acuerdo con el modelo de Rodríguez *et al* (1999), ocurre el pandeo del refuerzo

La figura 5.9 muestra los valores experimentales,  $\varepsilon_{sp}$ , y los calculados,  $\varepsilon_{sp}^*$ , obtenidos con el procedimiento anteriormente descrito. El parámetro  $\varepsilon_p^*$  necesario para definir  $\varepsilon_{sp}^*$  se calculó a partir de una figura similar a la 2.12, pero generada empleando las propiedades mecánicas medias de la curva esfuerzo-deformación en compresión de los aceros de refuerzo clasificados como grupo 1 (capítulo 4), y utilizando un valor de 0.75 para el factor de longitud efectiva,  $k$ . El parámetro  $S_h$  (separación de estribos), fue reemplazado por el parámetro  $(S_h)_{exp}$ , (definido anteriormente), para ingresar a la curva del tipo de las figura 2.12 el valor de  $\varepsilon_p^*$ .

En el apéndice 4 de este trabajo, se presenta un desarrollo analítico que sustenta las razones para mostrar el porque se emplea un valor de 0.75 para el factor de longitud efectiva,  $k$ . No obstante, este valor también ha sido recomendado por algunos investigadores a partir de ensayos experimentales (Mander *et al*, 1984; Zahn, 1986).

La comparación de estos valores (figura 5.9) indica una buena correlación entre los resultados experimentales y los calculados, con algunos resultados algo conservadores. Estos resultados sugieren que este modelo es adecuado para la predicción del modo de falla por pandeo del acero en secciones críticas de elementos de concreto reforzado sometidos a cargas laterales cíclicas reversibles. El obtener resultados conservadores para algunos casos, es resultado de que las observaciones del pandeo experimental se hacen visualmente, y no existe todavía un procedimiento generalizado de medición en laboratorio.

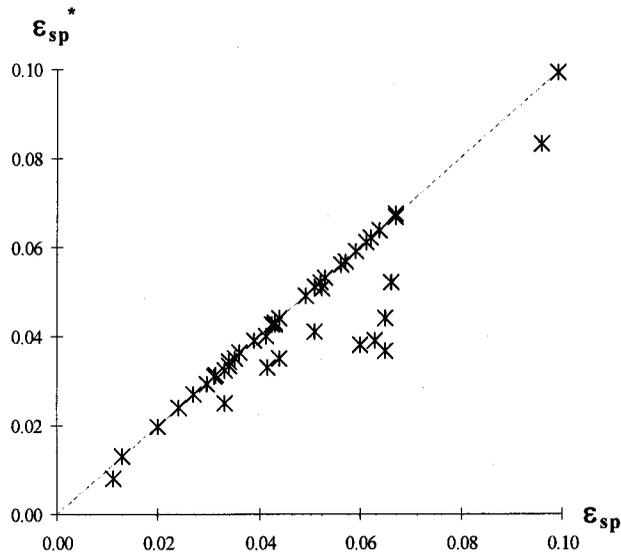


Figura 5.9 Comparación de deformaciones máximas en tensión experimentales,  $\epsilon_{sp}$ , y calculadas,  $\epsilon_{sp}^*$

### 5.3.2 Modelo de Moyer y Kowalsky (2003)

El procedimiento realizado para evaluar este criterio se basa en el empleo de las curvas analíticas momento-curvatura para el elemento estructural en estudio generada a partir de los resultados del programa COLUMN. En la figura 5.10 se ubica el punto para el que de acuerdo con el modelo de Moyer y Kowalsky (2003), descrito en el capítulo dos, se presenta la ductilidad de curvatura (definida como la relación entre la curvatura inelástica dividida por la curvatura de fluencia) para el inicio del pandeo,  $\mu_{\phi}^{KOW}$ , (ecuación 2.13). Este punto es extrapolado a los resultados de las curvas esfuerzo-deformación para la barra más crítica del elemento estructural, donde se ubica el ciclo de pandeo según este criterio y se define la deformación máxima en tensión para este ciclo como  $\epsilon_{sp}^{KOW}$ , la cual se presenta en la figura 5.11.

De acuerdo, con el modelo mencionado, este criterio debe ser evaluado para un factor de longitud efectiva,  $k$ , igual a uno; y para la relación de esbeltez de la barra de acero longitudinal  $S_l/d_{bl}$ . Sin embargo, para obtener resultados mas cercanos a los experimentales, para esta última variable se utilizó la relación de esbeltez experimental,  $(S_l)_{exp}/d_{bl}$ , considerando el número de estribos involucrados en el pandeo, según lo observado experimentalmente.

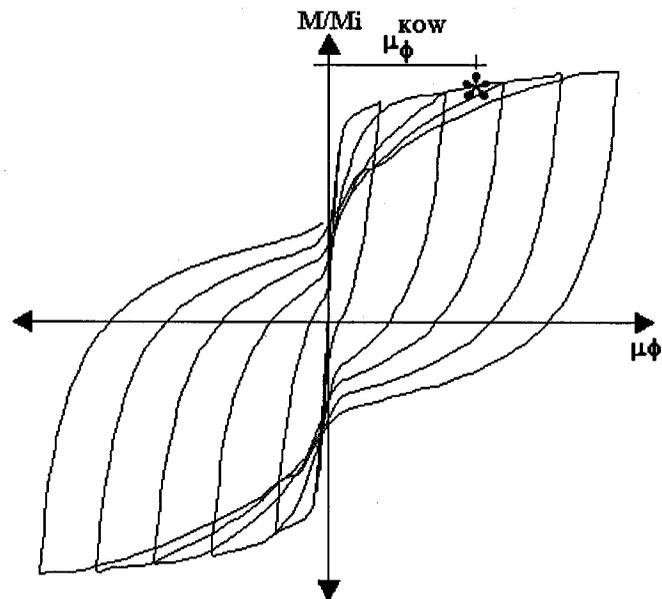


Figura 5.10 Curva esfuerzo-deformación del acero de refuerzo en el ciclo donde de acuerdo con el modelo de Moyer y Kowalsky (2003) ocurre el pandeo del refuerzo

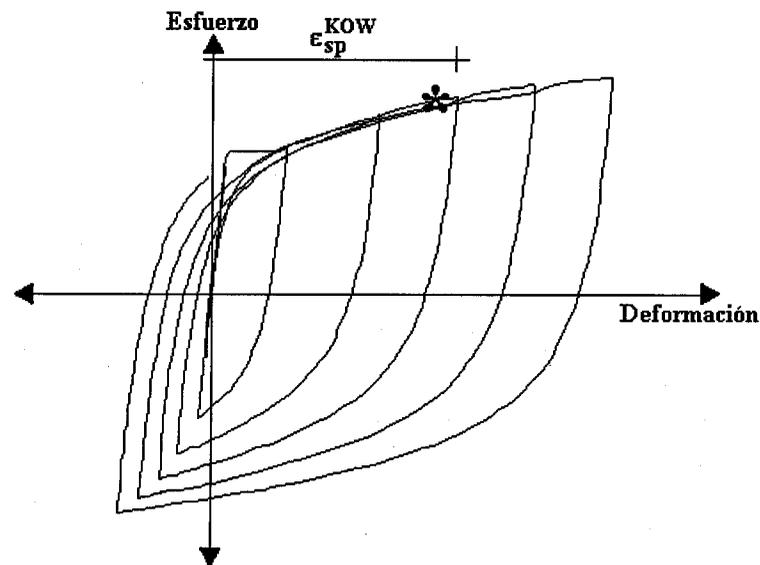


Figura 5.11 Curva esfuerzo-deformación del acero de refuerzo en el ciclo donde de acuerdo con el modelo de Moyer y Kowalsky (2003) ocurre el pandeo del refuerzo

Es de interés comparar los resultados de evaluar este modelo con los resultados experimentales observados en las 45 columnas analizadas, para este fin, siguiendo el procedimiento anteriormente descrito de evaluación de curvas esfuerzo-deformación de la barra más crítica en los especímenes de concreto reforzado, se identificó el ciclo correspondiente a la iniciación del pandeo observado en

los ensayos experimentales, además, se evaluó la deformación máxima en tensión en este ciclo,  $\epsilon_{sp}$  (figura 5.5). También se evaluó la deformación máxima a tensión del ciclo en donde de acuerdo con el modelo de *Moyer y Kowalsky (2003)*, se alcanzaría el pandeo,  $\epsilon_{sp}^{KOW}$  (figura 5.11). Los resultados de la evaluación de éste modelo para todas las columnas que formaron la base de datos de esta investigación son presentados en el apéndice 2.

La figura 5.12 muestra los valores experimentales  $\epsilon_{sp}$  y los calculados  $\epsilon_{sp}^{KOW}$  obtenidos como se describió anteriormente. La comparación de estos valores indica que el criterio planteado por estos autores, resulta conservador para muchos de los casos analizados, subestimando la deformación máxima en tensión previa al pandeo del refuerzo cuando es calculado con un valor de uno para el factor de longitud efectiva,  $k$ . Se ha utilizado este valor ( $k=1$ ), porque las expresiones sugeridas por estos investigadores han sido desarrolladas considerándolo así.

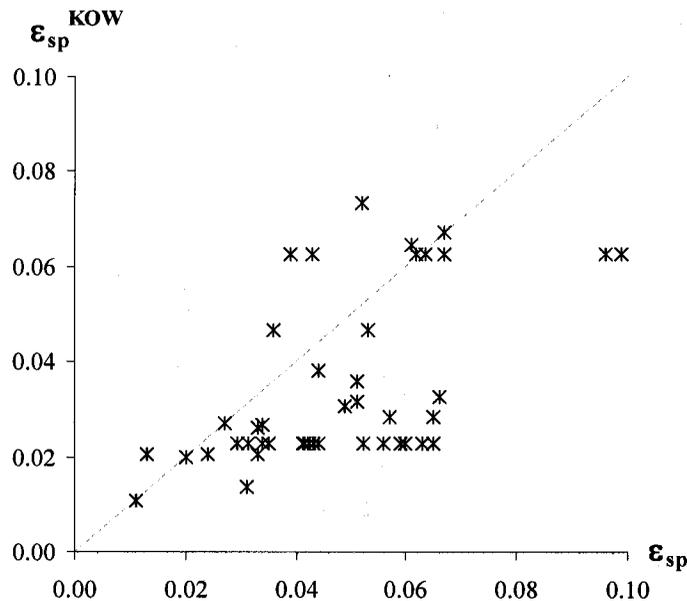


Figura 5.12 Comparación de deformaciones máximas en tensión experimentales,  $\epsilon_{sp}$ , y calculadas,  $\epsilon_{sp}^{KOW}$

### 5.3.3 Modelo de Paulay y Priestley(1975)

*Paulay y Priestley (1975)*, establece un criterio para el pandeo en función de la deformación última en tensión del acero,  $\epsilon_{su}$ , correspondiente al esfuerzo máximo que puede alcanzar la barra,  $f_{su}$ , (figura 4.1). Este modelo propone que el pandeo se presentará en la reversión de la carga, cuando la deformación previa en tensión del acero haya sido al menos  $0.5\epsilon_{su}$ . Al igual que en los modelos anteriores, sobre las curvas esfuerzo-deformación generadas en el programa COLUMN para la barra mas crítica de la sección, se identificó el punto para el cual se presenta esta deformación. Sin embargo, no en todos los casos analizados el acero alcanzó esta cantidad de deformación antes de

llegar al pandeo. Los resultados de la evaluación de este modelo para todas las columnas que formaron la base de datos de esta investigación se presenta en el apéndice 2.

La figura 5.13 presenta una comparación entre los resultados de evaluar el criterio propuesto por estos autores ( $\epsilon_{sp}^{PYP} = 0.5\epsilon_{su}$ ) y los resultados experimentales. Para evaluar este criterio se utilizó el valor de  $\epsilon_{su}$  suministrado por los investigadores que ensayaron cada uno de los especímenes estudiados en esta investigación.

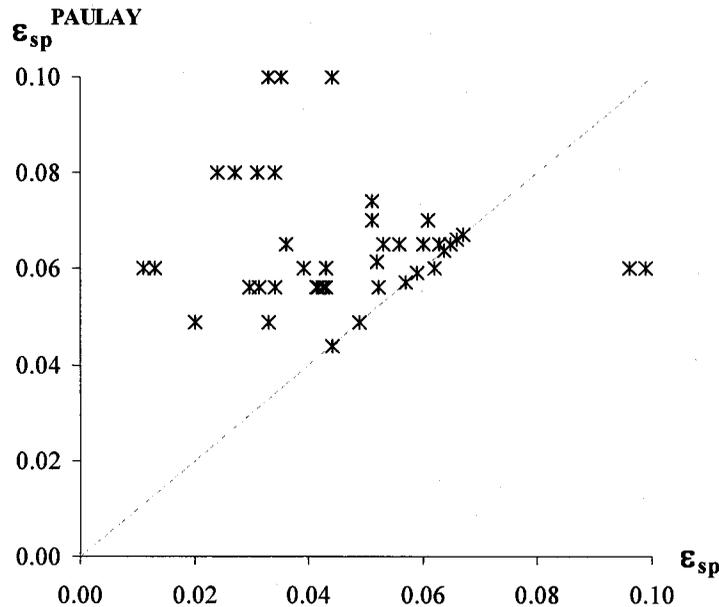


Figura 5.12 Comparación de deformaciones máximas en tensión experimentales,  $\epsilon_{sp}$ , y calculadas,  $\epsilon_{sp}^{PYP}$

En general, este criterio sobrestima los valores de la deformación en tensión que puede tener el elemento antes de pandear. El valor de la deformación máxima en tensión previa al pandeo propuesta por *Paulay y Priestley (1975)*, es arbitraria al ser independiente de cualquier otra variable que pueda afectar el fenómeno de pandeo.

#### 5.3.4 Modelo de Pantazopoulou (1998)

Este criterio parte de considerar que la falla del elemento ocurre debido principalmente al aplastamiento y expansión del núcleo de concreto, como resultado de la transmisión de esfuerzos de la barra de refuerzo longitudinal al núcleo de concreto confinado para mantener la compatibilidad de deformaciones en la sección. Como se comentó en capítulo dos, este criterio propone una deformación crítica en compresión del concreto,  $\epsilon_c^{cr}$ , en función de la relación de esbeltez de la barra longitudinal, asociada al pandeo del acero [ $\epsilon_c^{cr} = 0.02(S_H/d_b)^{-0.4}$ ]. La figura 5.13 muestra el ciclo analítico esfuerzo-deformación del concreto en el lado más crítico del elemento estructural en

estudio, sobre él se evalúa la deformación crítica en compresión,  $\epsilon_c^{cr}$ , propuesta por *Pantazopoulou*, (1998). Para la evaluación de  $\epsilon_c^{cr}$ , se requiere conocer la relación de esbeltez de la barra de acero longitudinal  $S_l/d_{bt}$ , para este parámetro se empleó la información experimental considerando  $(S_l)_{exp}$ .

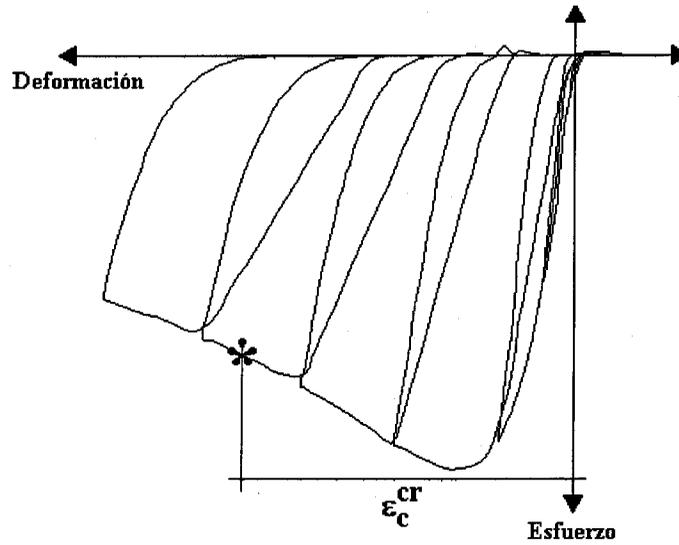


Figura 5.13 Curva esfuerzo-deformación del concreto en el ciclo donde de acuerdo con el modelo de *Pantazopoulou* (1998), ocurre el pandeo del refuerzo.

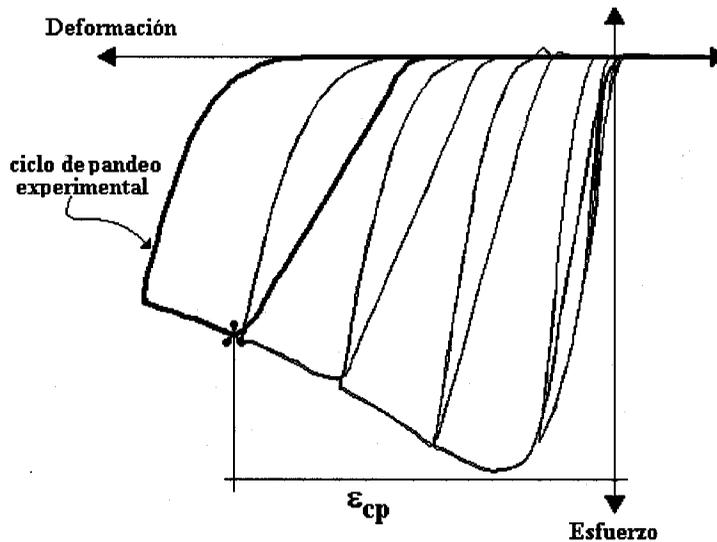


Figura 5.14 Definición de la deformación máxima en compresión previa al pandeo,  $\epsilon_{cp}$

Con el fin de evaluar la bondad de este modelo de pandeo es de interés comparar sus resultados con los resultados experimentales observados en las 45 columnas analizadas. Para este propósito, después de identificado el ciclo donde experimentalmente fue observado el pandeo, en la historia de carga-desplazamiento, se extrapola esta información a los ciclos esfuerzo-deformación del concreto en el lado más crítico de la sección y sobre éstos se identifica el ciclo correspondiente al pandeo experimental, (figura 5.14); sobre el ciclo identificado de esta manera, se determina cual fue la máxima deformación en compresión en el concreto,  $\varepsilon_{cp}$ , previa al pandeo. También se evalúa la deformación máxima en compresión en el concreto,  $\varepsilon_c^{cr}$ , para la cual se alcanzaría el pandeo de acuerdo con el modelo de *Pantazopoulou (1998)*, (figura 5.13). Los resultados de la evaluación de éste modelo para todas las columnas que formaron la base de datos de esta investigación son presentados en el apéndice 2.

Los resultados de esta comparación se presentan en la figura 5.15, en ella se observa una notable subestimación de las deformaciones en el concreto para el pandeo,  $\varepsilon_c^{cr}$ , calculadas según *Pantazopoulou (1998)*. Lo anterior, puede explicarse, porque el criterio en evaluación no considera agrietamientos de la sección durante la carga y descarga, y por lo tanto, no tiene en cuenta la posibilidad de que el pandeo se presente para deformaciones de tensión o de compresión. Este criterio, supone el cierre completo de grietas previo al pandeo del acero, lo cual sólo podría presentarse bajo acciones de tipo monótonico, más no bajo acciones de tipo cíclico.

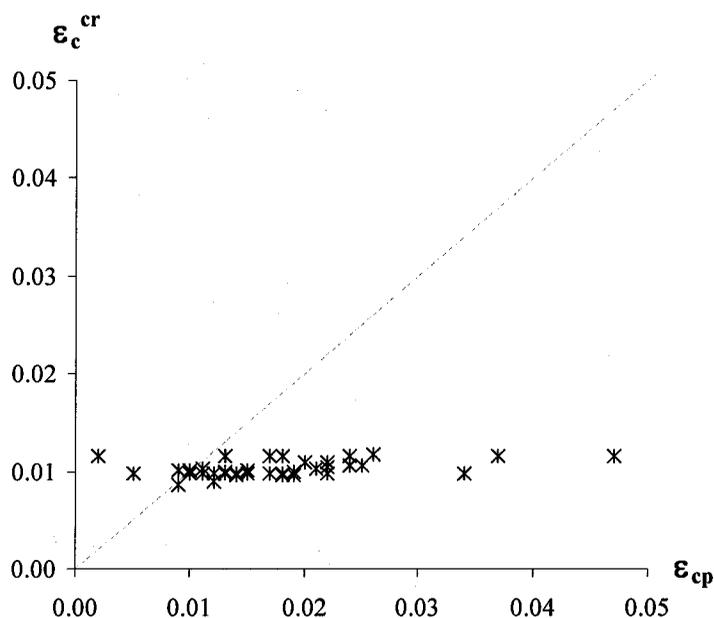


Figura 5.15 Comparación de deformaciones máximas en compresión experimentales,  $\varepsilon_{cp}$  y calculadas,  $\varepsilon_c^{cr}$

#### 5.4 Comentarios Adicionales

El modelo de *Rodríguez et al (1999)*, donde el criterio para el inicio del pandeo fue deducido a partir de ensayos experimentales sobre barras de acero aisladas, su aplicación en elementos de concreto reforzado resulta muy adecuado, lo que indica que el comportamiento del acero es fundamental para el mecanismo de pandeo, y que la estabilidad de la zona de compresión en una sección de concreto reforzado está gobernada por éste. Sin embargo, debe ligarse el cálculo del  $\epsilon_p^*$  con una deformación máxima a tensión del acero; además, este criterio puede extrapolarse al comportamiento de la sección y del elemento, ya que variables como esfuerzos y deformaciones a nivel acero y concreto no son fácilmente calculables.

En general, el modelo propuesto por *Moyer y Kowalsky (2003)*, tiene una definición conceptual del mecanismo de pandeo bastante adecuada (capítulo 2), sin embargo, existen incertidumbres en la definición de algunas variables que se emplean en el modelo. En la determinación de la deformación residual permanente en la barra de acero al inicio de cada ciclo,  $\epsilon_{sgr}$ , estos autores la proponen del orden del 50% de la deformación máxima a tensión para cada nivel de deformación,  $\epsilon_{sfl}$ , este porcentaje además de arbitrario resulta elevado en comparación con los resultados obtenidos en la evaluación de la base de datos. Por otro lado, el emplear un factor de longitud efectiva,  $k$ , igual a uno, puede conducir a obtener resultados conservadores. Es importante, mencionar que *Moyer y Kowalsky (2003)*, comentan textualmente en su artículo que las expresiones propuestas para las variables que influyen en el pandeo deben ser calibradas en el futuro.

El criterio propuesto por *Paulay y Priestley (1975)*, es arbitrario, y esta del lado de la inseguridad. El propuesto por *Pantazopoulou (1998)*, es extremadamente conservador producto de considerar una hipótesis debatible, pues en un elemento diseñado para resistir demandas sísmicas es de esperar que incurriera en grandes deformaciones plásticas, lo que implica grandes desplazamientos laterales, y por lo tanto, altas deformaciones a tensión en el acero. Así que, probablemente el pandeo se presente bajo esfuerzos de compresión en la barra ya sea con deformaciones en tensión o compresión, pero cuando aún no se presentan esfuerzos significativos de compresión en el concreto.

## CAPÍTULO 6

### PROCEDIMIENTO DE EVALUACIÓN DEL MODO DE FALLA DE PANDEO DEL REFUERZO LONGITUDINAL APLICADO AL DISEÑO

#### 6.1 Introducción

Después de evaluar las características del modo de falla de pandeo del refuerzo longitudinal en 45 elementos de concreto reforzado sometidos en el laboratorio a acciones de tipo sísmicas, así como, algunos de los criterios propuestos en la literatura para la predicción del pandeo del refuerzo longitudinal (*Pantazopoulou, 1998; Rodríguez et al, 1999; Moyer y Kowalsky, 2003; Paulay y Priestley, 1975*), se decidió retomar el modelo propuesto por *Rodríguez et al (1999)*. Este modelo presentó una correlación bastante aceptable con la información experimental, para definir un procedimiento de predicción del pandeo de la barra de acero longitudinal en elementos sometidos a cargas cíclicas reversibles, que fuera aplicable en enfoques modernos de diseño sísmico tal como el llamado “Diseño Sísmico por Desempeño”.

Como se comentó en el capítulo cinco, la variable mas significativa dentro de un procedimiento de diseño con este enfoque, es la deformación máxima en tensión previa al pandeo; el criterio propuesto por *Rodríguez et al (1999)*, establece una deformación característica a compresión  $\varepsilon_p^*$ , en función de la relación de esbeltez,  $S_w/d_{br}$ . Este parámetro toma en cuenta las deformaciones en tensión de la barra anteriores al inicio del pandeo, sin embargo, dada la naturaleza de las cargas tipo sísmicas, y a pesar de las bondades que hasta ahora ha demostrado tener el parámetro, éste no puede por si solo convertirse en un parámetro a partir del cual pueda establecerse un criterio de diseño, pues para un mismo valor de este parámetro se pueden tener ciclos esfuerzo-deformación de la barra más crítica con diferentes amplitudes máximas en tensión.

Este problema se pone en evidencia con los resultados presentados en la figura 6.1, la cual muestra las curvas cíclicas analíticas esfuerzo-deformación en la barra mas crítica de dos columnas idénticas, las que en laboratorio se sometieron a diferentes historias de carga (*Kunnath, 1997*). Estas curvas se obtuvieron con el procedimiento descrito en el capítulo cuatro, es decir, a partir de análisis momento-curvatura para la sección crítica del elemento estructural, empleando los valores de cargas experimentales, considerando además las propiedades geométricas y de refuerzo del elemento estructural. De acuerdo con las curvas esfuerzo-deformación de la figura 6.1, antes de que ocurra el pandeo observado en los especímenes, los ciclos asimétricos permiten incursiones de deformaciones máximas en tensión (figura 6.1b) que son mayores que las deformaciones máximas en tensión de los casos de ciclos aproximadamente simétricos (figura 6.1a).

Sin embargo, como se aprecia en la figura 6.1, el valor del  $\varepsilon_p^*$  es el mismo en ambos casos, ya que este parámetro, de acuerdo con el modelo de *Rodríguez et al (1999)*, para un tipo específico de acero depende principalmente de la relación de esbeltez de la barra de refuerzo, la cual es la misma en ambos especímenes. Este problema conduce a plantear un criterio para uniformizar el parámetro  $\varepsilon_p^*$ , que conduzca a una única relación con deformación máxima en tensión previa la pandeo del refuerzo longitudinal.

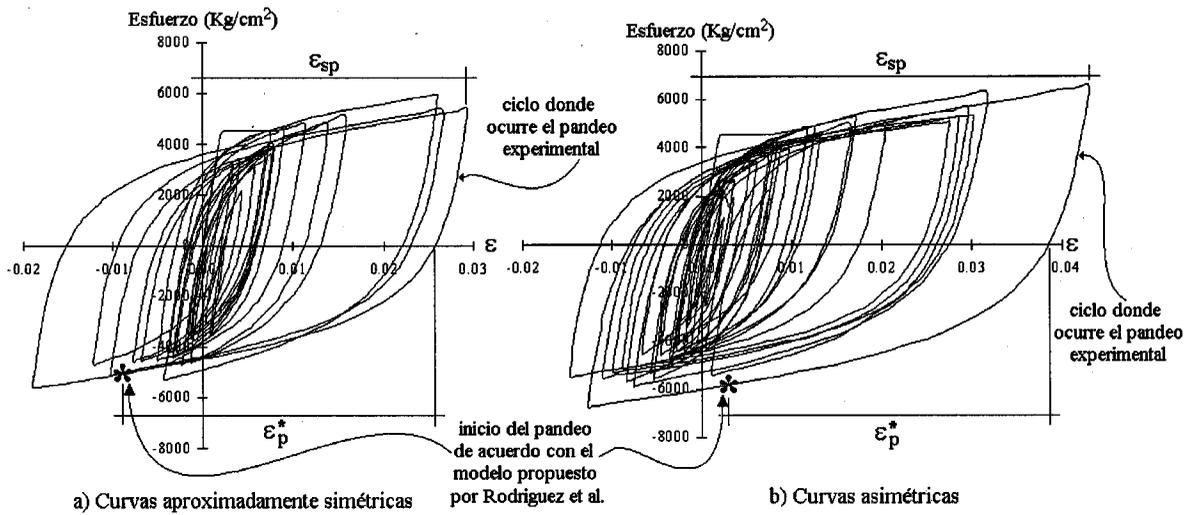


Figura 6.1 Curvas cíclicas esfuerzo- deformación calculadas en la barra mas crítica de secciones críticas en especímenes (Kunnath, 1997) idénticos sometidos a diferentes historias de carga.

### 6.2 Modelo para el Pandeo del Acero de Refuerzo Longitudinal Propuesto

El procedimiento propuesto para definir el estado límite de falla asociado al pandeo del acero de refuerzo longitudinal se basa en evaluar la demanda de deformaciones en el refuerzo longitudinal de secciones críticas de elementos de concreto reforzado en estructuras sometidas a acciones sísmicas. Esta demanda se mide con las curvas cíclicas esfuerzo-deformación del refuerzo longitudinal calculadas con la ayuda de análisis momento-curvatura. En estos ciclos se ubica el ciclo crítico donde ocurre el pandeo, para lo cual se emplea el parámetro  $\epsilon_p^*$  y la hipótesis de que el pandeo del refuerzo ocurre en la descarga del ciclo crítico en tensión cuando la deformación en la barra es nula. Esta condición se ilustra en la figura 6.2, donde con línea punteada se identifica el ciclo crítico en tensión de acuerdo con el modelo propuesto y su correspondiente deformación máxima  $\epsilon_{sp}'$ , así como el parámetro  $\epsilon_p^*$  empleado para definir este ciclo. En línea continua la figura 6.2 muestra con fines de comparación con el modelo propuesto, un ejemplo de un ciclo crítico de pandeo que es posible que ocurra en un elemento estructural bajo solicitaciones de tipo sísmicas. La figura muestra que el modelo propuesto traslada el punto definido como  $\epsilon_{sp}^*$ , a un nuevo punto  $\epsilon_{sp}'$  calculado mediante el empleo del parámetro  $\epsilon_p^*$ . El parámetro  $\epsilon_{sp}'$  se define como:

$$\epsilon_{sp}' = \epsilon_p^* + \epsilon_y \tag{6.1}$$

El suponer esta condición implica considerar que la barra de acero longitudinal posee una cierta deformación característica a compresión, que según el modelo propuesto sería  $\epsilon_p^*$ , esta deformación característica a compresión, como se comentó anteriormente, ha sido comprobada con ensayos experimentales de barras de acero longitudinal aisladas sometidas a cargas monotónicas y cíclicas reversibles (Rodríguez et al, 1999), siendo similar en ambos casos, cuando en el caso cíclico, es

medida desde el punto donde se inician los esfuerzos de compresión (figura 6.3). El obligar a que el pandeo se presente en el punto de cambio de signo en la deformación (tensión-compresión) implica considerar que la deformación máxima en tensión que la barra puede alcanzar antes de pandear, debe ser menor que tal deformación a compresión característica, de lo contrario el pandeo de la barra ocurrirá en la reversión de la carga.

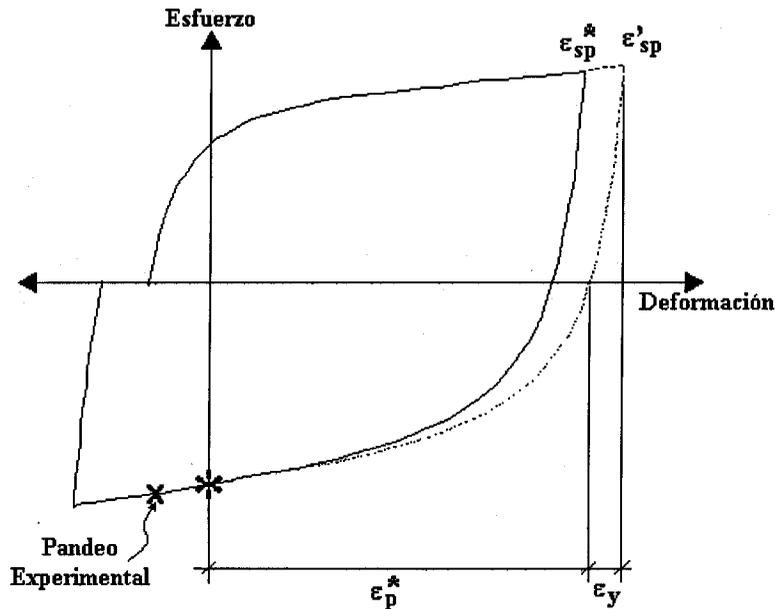


Figura 6.2 Ciclo crítico en tensión propuesto para definir el modo de falla de pandeo del refuerzo

Este modelo supone además, que para el pandeo, la barra de acero longitudinal constituye el único mecanismo para la estabilidad de la sección crítica. En un elemento estructural diseñado bajo especificaciones sísmicas, se espera grandes incursiones en el intervalo inelástico, lo que implica un núcleo de concreto agrietado cuando la barra alcanza su máxima deformación en tensión y muy seguramente, que las grietas en el concreto no estén totalmente cerradas, cuando la barra alcanza su deformación característica a compresión,  $\epsilon_p^*$ . En resumen, para que una barra de refuerzo pandee debe ser la única fuente de estabilidad de la zona de compresión para una cantidad de deformación a compresión mayor que la que puede sostener.

El considerar que  $\epsilon_p^*$  se presenta en el punto donde hay un cambio de signo en la deformación, implica que la deformación de pandeo  $\epsilon_p$  (figura 5.8), es nula, y aunque experimentalmente se ha observado que esta deformación asociada al momento del pandeo es mínima, ésta puede presentar valores negativos o positivos. La figura 6.3 presenta esquemáticamente el perfil de deformaciones que se considera existe en el elemento cuando se presenta la deformación máxima en tensión previa al pandeo  $\epsilon'_{sp}$  (caso 1), y cuando ocurre el pandeo del refuerzo (caso 2).

Igualmente, esta condición de fijar el parámetro  $\epsilon_p^*$  al punto de cero deformación, normaliza los resultados experimentales, garantizando el pandeo de la barra en este punto después de haber

alcanzado una cierta deformación en tensión previa. En la figura 6.4 se presentan los resultados de graficar para los especímenes estudiados el parámetro propuesto,  $\epsilon'_{sp}$ , en el eje de las ordenadas y el parámetro  $(S_h)_{exp}/d_{bl}$  en el eje de las abscisas. El parámetro  $\epsilon'_{sp}$ , en la figura 6.4 se ha adimensionalizado con la media de la deformación en tensión  $\epsilon_{su}$  correspondiente a los aceros de refuerzo clasificados como grupo 1 ( $\epsilon_{su} = 0.13$ , capítulo 4). La tendencia de estos resultados es semejante a la de los resultados mostrados en la figura 5.6, aunque con una dispersión mucho menor producto principalmente de la normalización del criterio.

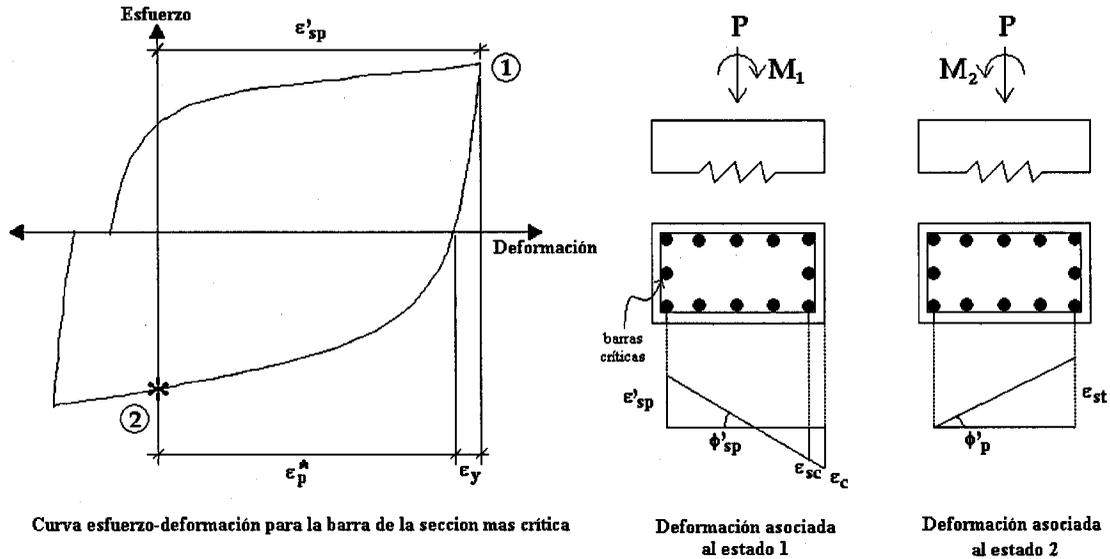


Figura 6.3 Perfil de deformaciones para el criterio de pandeo considerado

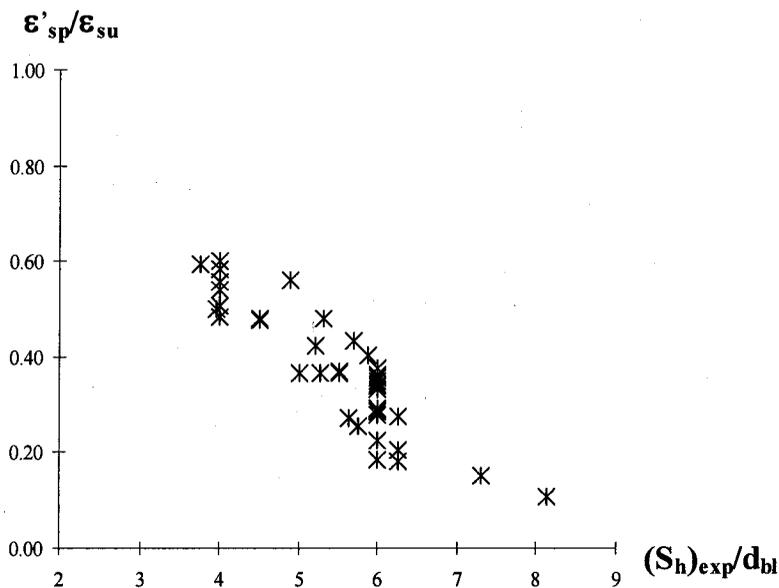


Figura 6.4 Deformación de pandeo adimensional propuesta vs. relación de esbeltez experimental ( $\epsilon_{su} = 0.130$ )

Como ayuda de diseño, para el cálculo de  $\varepsilon'_{sp}$  se presenta la figura 6.5, en la que se ha graficado  $\varepsilon'_{sp}$  en función de  $nS_h/d_{bl}$ , para el caso de aceros de refuerzo clasificados como grupo 1 en este estudio. Estos valores de  $\varepsilon'_{sp}$  se han calculado empleando para  $k$  el valor 0.75, así como las propiedades medias de estos aceros, y los casos de la media mas y menos una desviación estándar. Para la aplicación del procedimiento propuesto es necesario calcular el parámetro  $n$ , una propuesta de procedimiento de cálculo de este valor se puede encontrar en el apéndice 3, como se comentó anteriormente.

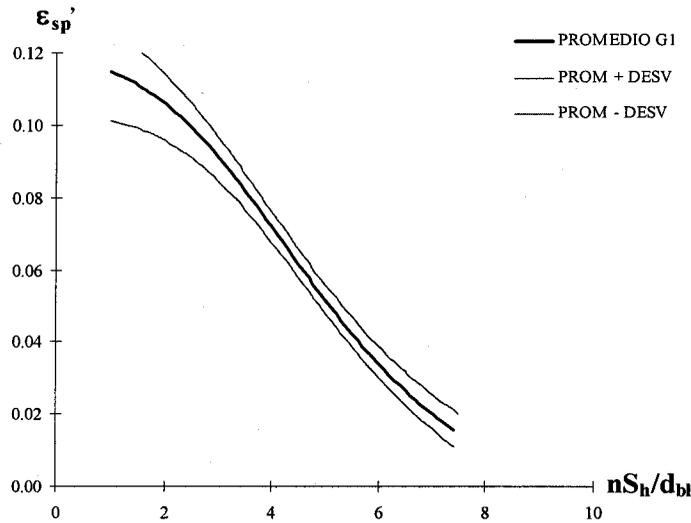


Figura 6.5 Curvas para el cálculo de la deformación de pandeo  $\varepsilon'_p$

### 6.3 Procedimiento de Diseño Propuesto

El procedimiento que se presenta a continuación permite estimar el desplazamiento lateral máximo,  $\Delta_{sp}$ , que puede experimentar un elemento estructural antes de presentar falla por pandeo del refuerzo longitudinal. A partir de este desplazamiento se puede estimar el desplazamiento relativo  $\theta_{sp}$ , asociado al pandeo del elemento. La figura 6.6 presenta esquemáticamente estos conceptos, en ella  $L_{col}$ , se refiere a la altura libre del elemento. El procedimiento emplea el parámetro  $\varepsilon'_{sp}$ , propuesto anteriormente (figura 6.5), el cual permite identificar la deformación total en tensión a la que la barra de refuerzo longitudinal puede estar sujeta antes de llegar al pandeo en la reversión del ciclo.

Para calcular un desplazamiento relativo asociado al pandeo del refuerzo, se requiere conocer:

1. La curvatura última asociada al pandeo,  $\phi_{sp}$
2. La longitud de formación de la articulación plástica,  $L_p$

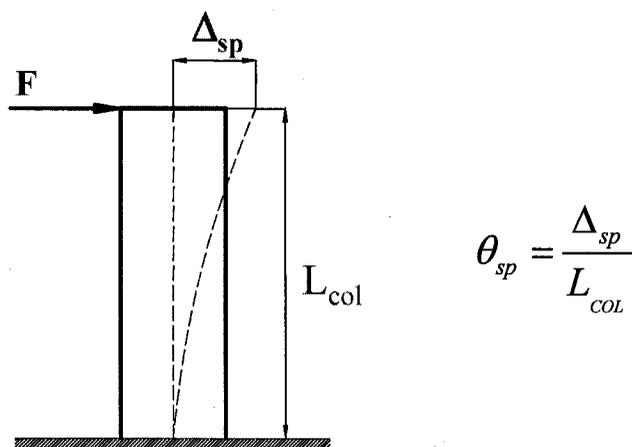


Figura 6.6 Definición de variables para el procedimiento propuesto

La curvatura última asociada al pandeo  $\phi_{sp}$ , se puede calcular estableciendo relaciones en el perfil de deformaciones relativo a este estado, mediante la siguiente expresión:

$$\phi_{sp} = \frac{\varepsilon'_{sp}}{(d-c)} \quad (6.2)$$

donde  $d$ , es el peralte efectivo de la sección,  $c$  la profundidad del eje neutro en el instante del pandeo y  $\varepsilon'_{sp}$  la deformación máxima en tensión previa al pandeo del refuerzo.

Si se considera como dato el peralte de la sección, y la deformación máxima en tensión previa al pandeo estimada mediante la figura 6.5, faltaría por conocerse la profundidad del eje neutro asociada a la deformación máxima en tensión previa al pandeo, para poder estimar la respectiva curvatura máxima. La ecuación 6.3 presenta una expresión para la profundidad del eje neutro en términos de la geometría de la sección y de la relación de carga axial.

$$c = \left[ \frac{3}{4} \left( P / A_g f'_c \right) + \frac{1}{4} \right] d \quad (6.3)$$

Esta expresión fue determinada a partir de un estudio de la base de datos experimental analizada en esta investigación. Basados en los análisis de momento-curvatura generados en el programa COLUMN, se identificó la deformación máxima en tensión previa al pandeo  $\varepsilon_{sp}^*$  (capítulo 5) y la curvatura asociada a esta deformación  $\phi_{sp}^*$ . A partir de las relaciones establecidas desde el perfil de deformación para este instante, presentado en la figura 6.7, y conociendo el peralte efectivo de la sección, se puede determinar la profundidad del eje neutro asociada a la deformación en tensión previa al pandeo del refuerzo, mediante la siguiente expresión:

$$\phi_{sp}^* = \frac{\varepsilon_{sp}^*}{d-c} \Rightarrow c = d - \frac{\varepsilon_{sp}^*}{\phi_{sp}^*} \quad (6.4)$$

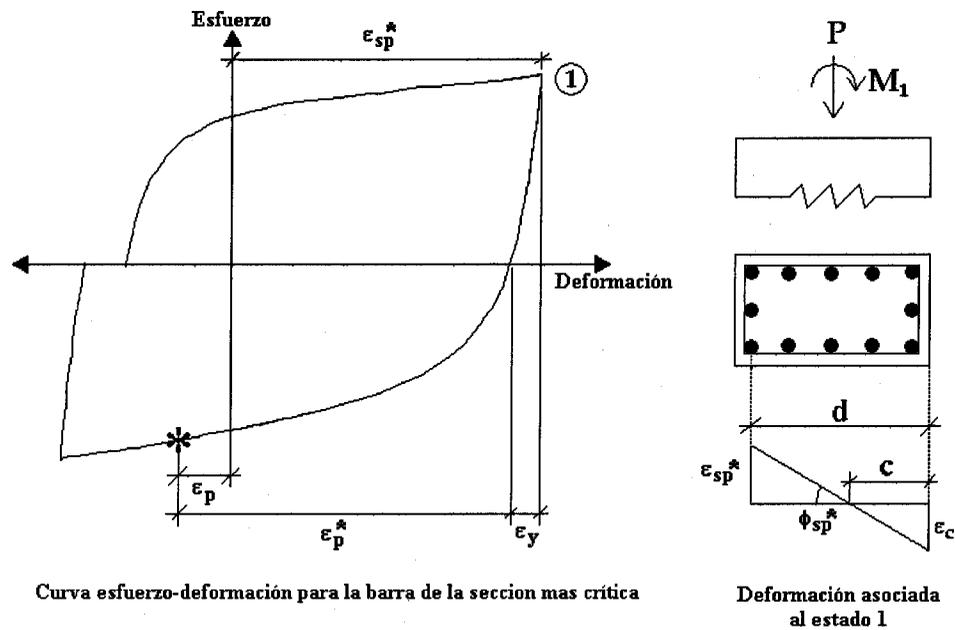


Figura 6.7 Perfil de deformaciones asociado a la deformación máxima en tensión calculada por medio del parámetro  $\epsilon_p^*$

La figura 6.8 muestra los resultados de estos análisis. En ellos puede observarse que la profundidad del eje neutro varia linealmente con la relación de carga axial; y por lo tanto, se propone la ecuación 6.3.

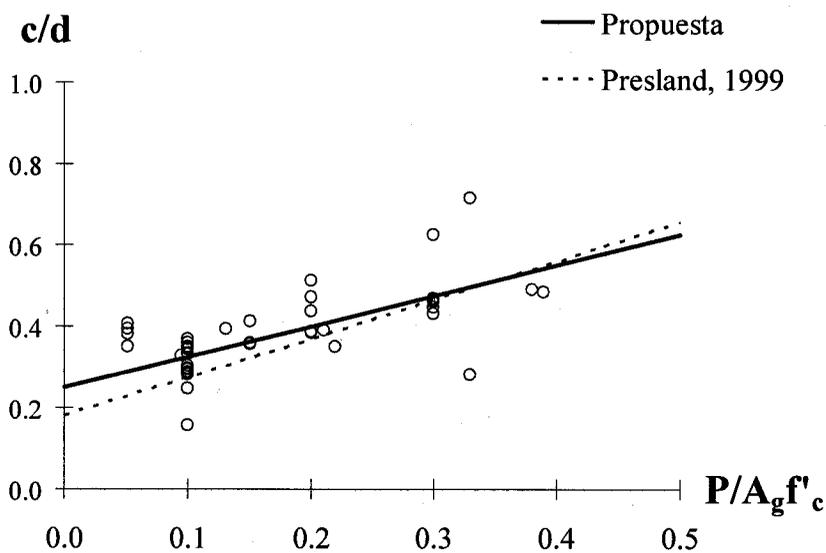


Figura 6.8 Variación de  $c/d$  con la relación de carga axial

En la figura 6.8 se presenta también, con fines de comparación, una expresión propuesta anteriormente por *Presland, (1999)*. Con esta expresión se obtiene la profundidad del eje neutro de una sección para una deformación en la fibra extrema a compresión  $\epsilon_c$ , igual a 0.003, deformación usualmente supuesta que corresponde al desarrollo del momento nominal especificada por el ACI.

Ambas expresiones, la propuesta y la planteada por *Presland, (1999)*, dan resultados similares, sin embargo, han sido obtenidas por caminos diferentes y bajo supuestos distintos. La expresión propuesta en esta investigación (ecuación 6.3), es obtenida para la curvatura máxima que puede presentar la sección previa al pandeo, los valores para la curvatura provienen de la aplicación del parámetro  $\epsilon_p^*$  para las relaciones momento-curvatura que intentan simular el comportamiento experimental de especímenes ensayados por otros investigadores. La expresión de *Presland*, proviene de un estudio paramétrico sobre columnas, considerando la deformación en la fibra extrema a compresión del concreto asociada con el momento resistente máximo. Lo anterior significa que la variación en la profundidad del eje neutro entre el punto en que la sección alcanza su resistencia máxima y el punto en que se alcanza la máxima curvatura correspondiente al modo de falla de pandeo del refuerzo longitudinal, no es muy significativa.

En resumen, los pasos a seguir en el enfoque de diseño propuesto son:

1. Conocidos los detalles del refuerzo longitudinal y transversal, se evalúa la relación de esbeltez asociada al pandeo del refuerzo  $n(S_h)/d_{bi}$ ; donde  $n$  es el número de intervalos e estribos involucrados en el pandeo, y puede calcularse con el procedimiento presentado en el apéndice 3.
2. A partir de esta relación de esbeltez y mediante la figura 6.5, se calcula de deformación máxima en tensión  $\epsilon'_{sp}$ , que podría experimentar el acero de refuerzo antes de pandear.
3. A partir de la relación de carga axial en el elemento se calcula la profundidad del eje neutro asociada a la deformación  $\epsilon'_{sp}$ , mediante la ecuación 6.3.
4. Se calcula la curvatura máxima previa al pandeo del refuerzo longitudinal mediante la siguiente expresión

$$\phi_{sp} = \frac{\epsilon'_{sp}}{d - c} \quad (6.5)$$

5. Se calcula el desplazamiento relativo asociado a esta curvatura

$$\theta_{sp} = \phi_{sp} L_p \quad (6.6)$$

Para estimar la longitud de la articulación plástica existen numerosos planteamientos en la literatura, en esta investigación se empleó la ecuación propuesta por *Priestley et al, (1987)*.

$$L_p = 0.06L_{COL} + L_{py} \quad (6.7)$$

En la expresión anterior,  $L_{COL}$  es la longitud libre de la columna y  $L_{py}$  la longitud de penetración de fluencia del acero de refuerzo longitudinal, calculada como seis veces el diámetro de la barra de refuerzo longitudinal ( $6d_{bl}$ ). Esta expresión fue obtenida por *Pristley et al. (1987)*, a partir de la evaluación de los resultados de columnas ensayadas en la Universidad de Canterbury.

#### 6.4 Resultados del Procedimiento Propuesto

La figura 6.9 presenta la comparación entre los resultados de aplicar el procedimiento propuesto y los resultados experimentales de las 45 columnas analizadas en la base de datos. La dispersión que presentan estos resultados es considerable, debido principalmente las hipótesis empleadas para la deformación máxima en tensión del acero previa la pandeo  $\varepsilon'_{sp}$ , y para la profundidad del eje neutro  $c$ . La predicción para la deformación relativa  $\theta_{sp}$ , resulta conservadora en algunos de los casos y del lado de la inseguridad para otros; sin embargo, como estimación aproximada del desplazamiento relativo máximo que alcanzaría una columna de concreto reforzado antes de llegar al pandeo, resulta aceptable dada la variabilidad de la información experimental contra la que ha sido comparado el modelo analítico. Esta variabilidad de los datos experimentales no es debida sólo a las diferentes formas de sección transversal sino también a los diferentes tipos de historias de carga a las que fueron sometidos los elementos, así como, a cual era el objetivo principal de cada uno de los ensayos en los que ellos formaron parte.

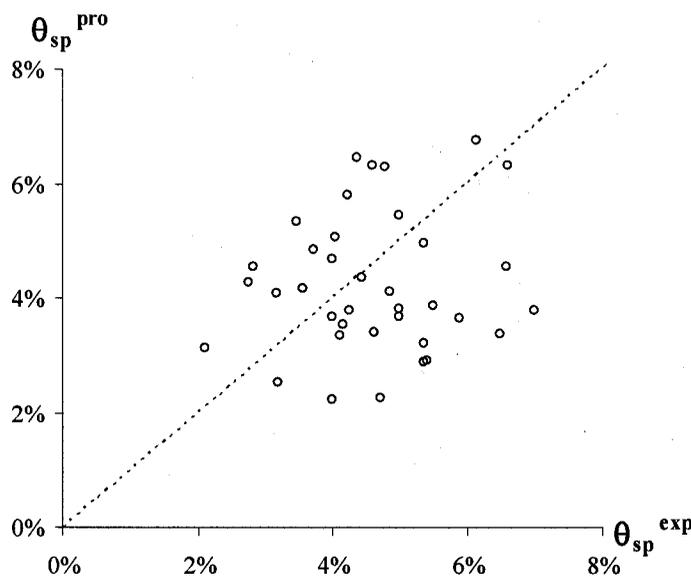


Figura 6.9 Comparación del desplazamiento relativo experimental y el desplazamiento relativo calculado mediante el procedimiento propuesto

Como se comentó anteriormente, el criterio de obligar a que el pandeo se presente para el cambio de signo de la deformación de tensión a compresión, desestima la deformación de pandeo  $\varepsilon_p$ , lo que no necesariamente esta del lado de la seguridad pues ésta puede tener valores positivos o negativos

según el pandeo se presente bajo deformaciones de tensión o de compresión. Un enfoque más riguroso debería considerar tanto el signo como el valor aproximado de esta deformación de pandeo. Actualmente se están realizando análisis adicionales que se espera conduzcan a mejorar las hipótesis consideradas dentro del modelo de pandeo propuesto.

La figura 6.10 presenta la relación entre las deformaciones relativas calculadas y experimentales contra la relación de carga axial, en ella se puede observar que el procedimiento propuesto tiende a subestimar la deformación relativa para relaciones de carga axial menores y a sobrestimarla para relaciones de carga axial mayores. Lo anterior se puede deber principalmente, a que el modelo de pandeo propuesto no considera la deformación de pandeo  $\varepsilon_p$ , la cual, según lo observado dentro de esta investigación puede presentar valores negativos o positivos directamente relacionados con la relación de carga axial del elemento; sin embargo, aún no se llega a un criterio mediante el cual pueda incluirse esta variable dentro del procedimiento planteado.

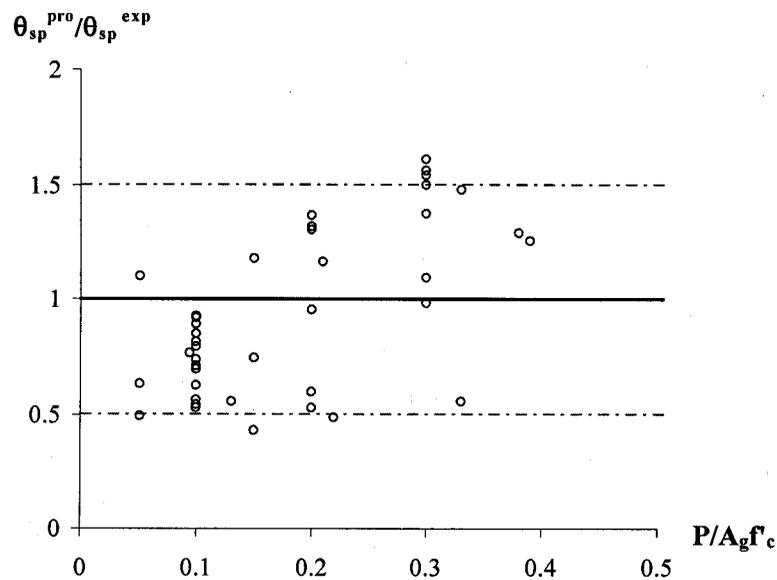


Figura 6.10 Relación de deformaciones relativas contra la relación de carga axial

## CAPÍTULO 7

### CONCLUSIONES

En este trabajo se evaluaron las características del modo de falla de pandeo del refuerzo longitudinal en elementos de concreto reforzado sometidos en laboratorio a acciones de tipo sísmicas. Para esta evaluación se emplearon resultados de ensayos antes cargas laterales en un grupo de 45 elementos de concreto reforzado en los que se observó el modo de falla de pandeo del refuerzo longitudinal. Sobre esta base de datos experimental se evaluaron diversos criterios para el inicio del pandeo propuestos en la literatura, y se encontró que el criterio para el pandeo propuesto por *Rodríguez et al (1999)*, que inicialmente fue calibrado en probetas de acero sometidas cargas monotónicas y cíclicas reversibles, resultó adecuado para evaluar el inicio del pandeo en barras de acero embebidas en elementos de concreto reforzado cuando para esta evaluación se utiliza la relación de esbeltez que se presentará durante el pandeo ( $nS_H/d_{bl}$ ), así como, un factor de longitud efectiva  $k$  igual a 0.75.

Con base en los resultados de la evaluación de la información experimental se propone un modelo para el pandeo del acero de refuerzo, que se basa en definir la deformación máxima en tensión que podría alcanzar una barra de refuerzo de un elemento de concreto reforzado antes de llegar al pandeo durante la reversión de la carga en su respuesta cíclica no lineal. El modelo propuesto parte de la premisa de que la barra de refuerzo representa la única fuente para la estabilidad de la zona de compresión en una sección de concreto reforzado agrietada.

Se observó que para relaciones de esbeltez mayores que cuatro el pandeo de la barra ocurre generalmente en un espaciamiento entre estribos consecutivos y, para relaciones de esbeltez menores que cuatro, el pandeo ocurre abarcando múltiples estribos. Esto indica que para relaciones de esbeltez ( $S_H/d_{bl}$ ) pequeñas, la suposición de empotramiento lateral y rotacional total para el nivel del estribo no es conservadora, porque la barra se pandea para deformaciones a compresión menores.

Los resultados del modelo propuesto y los experimentales tuvieron una correlación aceptable, lo que permitió definir un procedimiento de predicción del pandeo de la barra en elementos sometidos a cargas cíclicas reversibles. Este procedimiento es aplicable en enfoques modernos de diseño sísmico tal como el llamado "Diseño sísmico por desempeño". Sin embargo, es necesario realizar estudios que describan la interacción entre el confinamiento y la restricción contra el pandeo, pues los enfoques tradicionales de diseño consideran independientemente los requerimientos para el confinamiento del núcleo de concreto y para la estabilidad lateral al refuerzo longitudinal, lo que conduce a emplear la resistencia de fluencia total de los estribos simultáneamente para restringir el acero longitudinal contra pandeo y para lograr el confinamiento del núcleo de concreto.

## CAPÍTULO 8

## REFERENCIAS

1. ACI 318-02 (2002), "*Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary*", American Concrete Institute Committee 318, Farmington Hills, Michigan, EUA.
2. Ang B.G. (1981), "*Ductility of Reinforced Concrete Bridge Piers under Seismic Loading*", Research Report 81-3, Department of Civil Engineering, University of Canterbury, Christchurch, New Zealand.
3. Ang B.G. (1985), "*Dynamic Shear Strength of Concrete Piers*", Research Report 85-5, Department of Civil Engineering, University of Canterbury, Christchurch, New Zealand.
4. ATC-32 (1996), "*Improvement Seismic Design Criteria for California Bridges: Provisional Recommendations*", Applied Technology Council, Redwood City, California, EUA.
5. Bresler B. y Gilbert P. H. (1961), "*Tie Requirements for Reinforced Concrete Columns*", Journal of the American Concrete Institute, Vol. 58, No.5, nov.
6. Bayrak, O. y Sheikh, S. (1996), "*Confinement Steel Requirements for High Strength Concrete Columns*", 11<sup>th</sup> World Conference on Earthquake Engineering, Acapulco, México. Paper 463.
7. Calderone A., Lehman D. y Moehle J. (2001), "*Behavior of Reinforced Concrete Bridge Columns Having Varying Lengths of confinement*", PEER 2000/08, Pacific Earthquake Engineering Research Center, Universidad de California, Berkeley.
8. Dhakal R. P. y Maekawa K. (2002a), "*Reinforcement Stability and Fracture of Cover Concrete in Reinforced Concrete Members*", Journal of Structural Engineering, Vol. 128, No.9, sep, pp 1139-1147.
9. Dhakal R. P. y Maekawa K. (2002b), "*Modelling for Postyield Buckling of Reinforcement*", Journal of Structural Engineering, Vol. 128, No.10, oct 1, pp 1253-1262.
10. Dodd L.L. y Restrepo Posada J. I. (1995), "*Model for Predicting Cyclic Behavior of Reinforcing Steel*", Journal of the American Concrete Institute, nov, pp 555-569.
11. Gill, W.D., (1979), "*Ductility of Rectangular Reinforced Concrete Columns with Axial Load*", Research Report 79-1, Department of Civil Engineering, University of Canterbury, Christchurch, New Zealand.
12. Johnston B. G. (1983), "*Column Buckling Theory: Historic Highlights*", Journal of the Structural Engineering, Vol. 109, No.9, Sep. pp 2096-2096.

13. Kostantakopoulos, G. y Bousias, S. (2004), "*Experimental Study of the Effect of Reinforcement Stability on the Capacity of Reinforced Concrete Columns*", 13<sup>th</sup> World Conference on Earthquake Engineering, Vancouver, B.C., Canada. Paper No. 770.
14. Kowalsky M.J. (2000), "*Deformation Limit States and Implications on Design of Circular RC Bridge Columns*", Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 126, No. 8, dic, pp 869-878.
15. Kunnath S.K. (1997), "*Cumulative Seismic Damage of Reinforced Concrete Bridge Piers*", NCEER-97-0006, National Center for Earthquake Engineering Research, Buffalo, N.Y.
16. Mander J. B. (1984), "*Seismic Design of Bridge Piers*", Research Report 84-2, Department of Civil Engineering, University of Canterbury, Christchurch, New Zealand.
17. Lehman D., Moehle J., Mahin S., Calderone A., y Henry L. (2004), "*Experimental Evaluation of the Seismic Performance of Reinforced Concrete Bridge Columns*", Journal of Structural Engineering, Vol. 130, No. 6, Jun, pp 869-879.
18. Lehman D. y Moehle J. (2000), "*Seismic Performance of Well-Confined Concrete Bridge Columns*", PEER 1998/01, Pacific Earthquake Engineering Research Center, Universidad de California, Berkeley.
19. Mau, S T (1990), "*Effect of Tie Spacing on Inelastic Buckling of Reinforcing Bars*", Journal of the American Concrete Institute, Vol. 87, No.6, pp 671-677.
20. Monti G. y Nuti C. (1992), "*Nonlinear Cyclic Behavior of Reinforcing Bars Including Buckling*", Journal of Structural Engineering, Vol. 118, No. 12, dic, pp 3268-3285.
21. Moyer M.J. y Kowalsky M.J. (2003), "*Influence of Tension on Buckling of Reinforcement in Concrete Columns*", Journal of the American Concrete Institute, Vol. 100, No.1, ene-feb, pp 75-85.
22. NTC 2004 (2004), "*Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto del Reglamento de Construcciones del Distrito Federal*", Gaceta Oficial del Departamento del Distrito Federal, México DF.
23. NZS 3101:1995 (1995), "*Code of Practice for the Design of Concrete Structures*", Standards Association of New Zealand, Wellington, New Zealand.
24. Ozcebe, G. y Saatcioglu, M. (1987), "*Confinement of Concrete Columns for Seismic Loading*", Journal of the American Concrete Institute, Vol. 84, No. 4, jul-ago, pp 308-315.
25. Pantazopoulou S. J. (1998), "*Detailing for Reinforcing Stability in RC Members*", Journal of Structural Engineering, Vol. 124, No.6, jun, pp 623-632.
26. Paulay, Thomas y Park, Robert (1975), "*Reinforced Concrete Structures*", John Wiley & Sons, New York.

## REFERENCIAS

---

27. Potangaroa, R.T., (1979), "*Ductility of Spirally Reinforced Concrete Columns under Seismic Loading*", Research Report 79-8, Department of Civil Engineering, University of Canterbury, Christchurch, New Zealand.
28. Popovics, S. (1973), "A Numerical Approach to the Complete Stress-Strain Curves of Concrete", *Cement and Concrete Research*, Vol.3, No.5, sep, pp 583-599.
29. Presland, Robert A. (1999), "*Seismic Performance of Retrofitted Reinforced Concrete Bridge Piers*", tesis presentada para obtener el grado de Doctor en Ingeniería Civil. Universidad de Canterbury, Christchurch, Nueva Zelanda.
30. Priestley, M.J.N., Seible F. y Calvi G.M. (1996), "*Seismic Design and Retrofit of Bridges*", John Wiley & Sons, New York.
31. Priestley, M.J.N., y Park, R. (1987), "*Bridge Columns under Seismic Loading*", *Structural Journal*, American Concrete Institute, vol.84, No.1, jun-feb, pp 61-76.
32. Rodríguez M. y Botero J.C. (1996), "*Aspectos del Comportamiento Sísmico de Estructuras de Concreto Reforzado Considerando las Propiedades Mecánicas de Aceros de Refuerzo Producidos en México*", Reporte No. 575, Instituto de Ingeniería, Universidad Nacional de México, México DF.
33. Rodríguez M. y Botero J.C. (1998), "*Comportamiento de Barras de Refuerzo Sometidas a Cargas Monotónicas y Cíclicas Reversibles Incluyendo Pandeo*", Reporte No. 610, Instituto de Ingeniería, Universidad Nacional de México, México DF.
34. Rodríguez M., Botero J.C. y Villa J. (1999), "*Cyclic Stress-Strain Behavior of Reinforcing Steel Including Effect of Buckling*", *Journal of Structural Engineering*, Vol. 125, No. 6, jun, pp 605-612.
35. Scribner Ch. F. (1986), "*Reinforcement Buckling in Reinforced Concrete Flexural Members*", *Journal of the American Concrete Institute*, nov-dic, pp 966-973.
36. Shanley F.R. (1947), "*Inelastic Column Theory*", *Journal of Aeronautical Sciences*, Vol. 14, No. 5, mayo, pp 261-267.
37. Soesianawati M. T. (1986), "*Limited Ductility Design of Reinforced Concrete Columns*", Research Report 86-10, Department of Civil Engineering, University of Canterbury, Christchurch, New Zealand.
38. Suda K., Murayama Y., Ichinomiya T. y Shimbo H. (1996), "*Buckling Behavior of Longitudinal Reinforcing Bars in Concrete Column Subjected to Reverse Lateral Loading*", 11<sup>th</sup> World Conference on Earthquake Engineering, Acapulco, México. Paper 1753.
39. Tanaka H. (1990), "*Effect of Lateral Confining Reinforcement on the Ductile Behavior of Reinforced Concrete Columns*", Research Report 90-2, Department of Civil Engineering, University of Canterbury, Christchurch, New Zealand.

40. Tastani S., y Pantazopoulou S. J. (2001), "*Shear strength degradation of reinforced concrete elements under cyclic loading*", Proceedings, 2<sup>nd</sup> National Greek Conference on Earthquake Engineering, EPPO, Thessaloniki, Vol B, Nov, pp. 267-275.
41. Timoshenko S.P. y Gere J.M. (1961), "*Theory of Elastic Stability*", 2a. Ed., Mc Graw-Hill Book Co Inc. Nueva York.
42. Watson S. (1989), "*Design of Reinforced Concrete Frames of Limited Ductility*", Research Report 89-4, Department of Civil Engineering, University of Canterbury, Christchurch, New Zealand.
43. Zahn F.A. (1986), "*Design of Reinforced Concrete Bridge Columns for Strength and Ductility*", Research Report 86-7, Department of Civil Engineering, University of Canterbury, Christchurch, New Zealand.

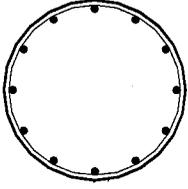
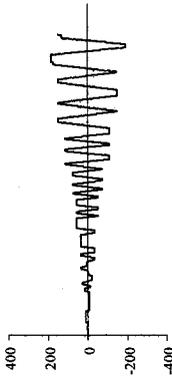
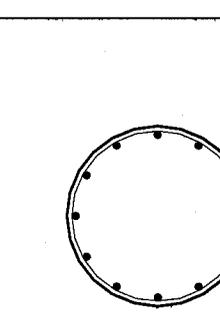
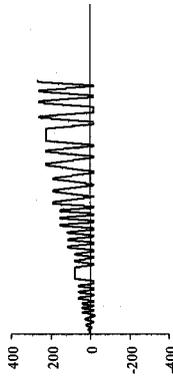
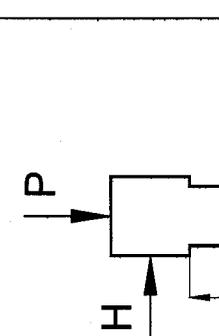
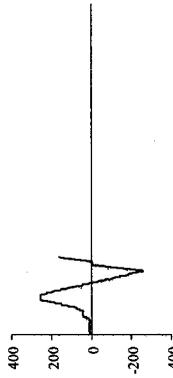
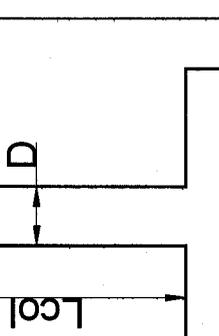
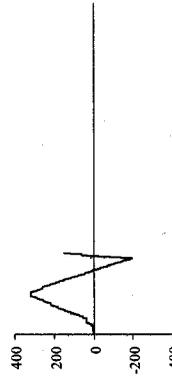
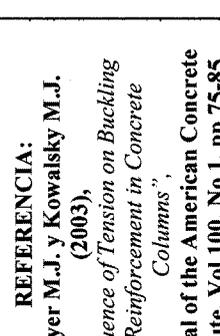
## APÉNDICE 1

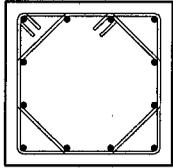
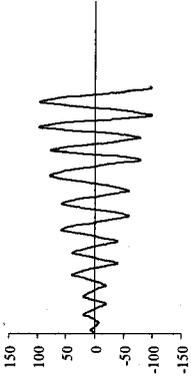
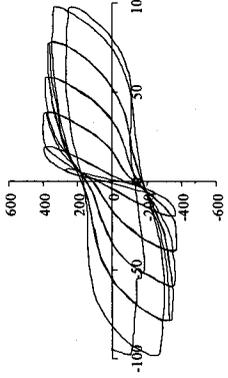
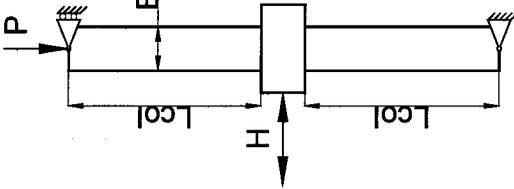
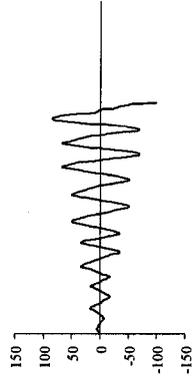
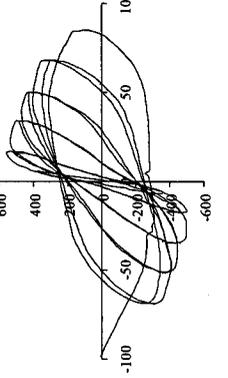
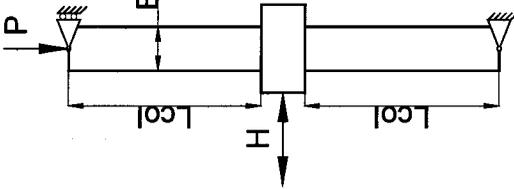
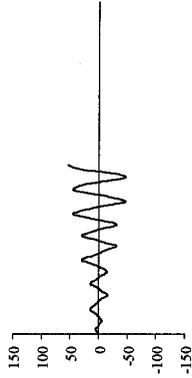
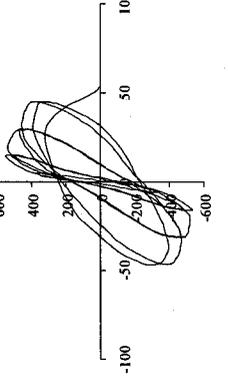
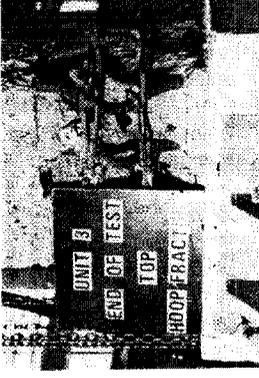
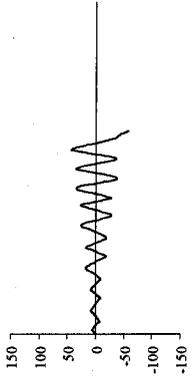
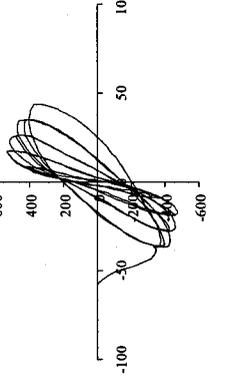
### DESCRIPCION DE LA BASE DE DATOS

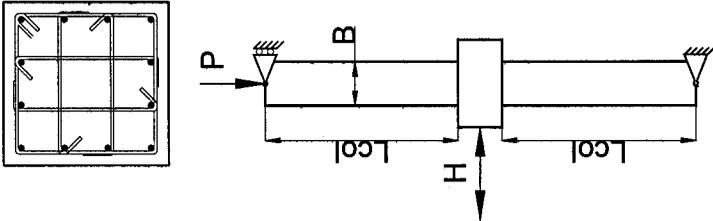
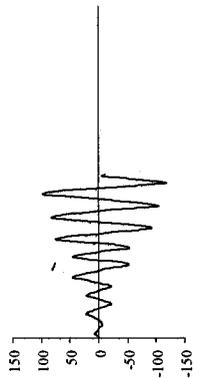
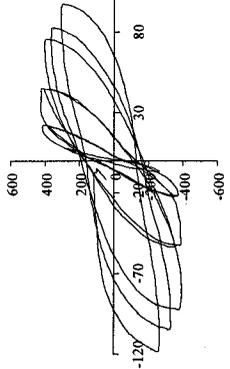
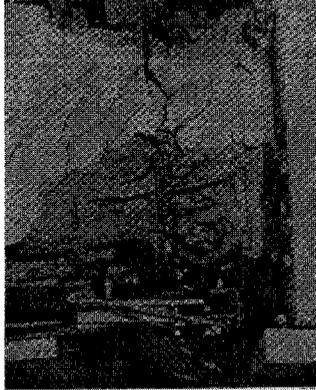
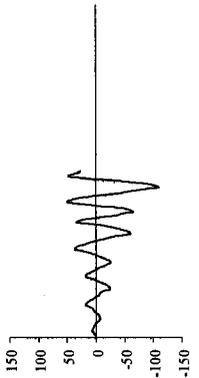
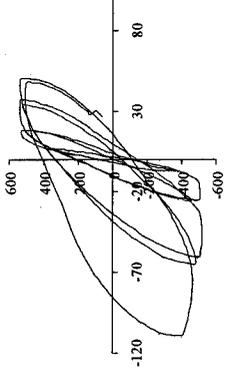
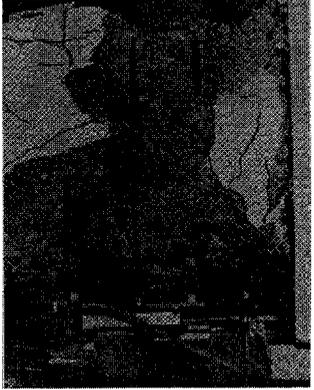
Este apéndice presenta información pormenorizada de cada uno de los elementos analizados dentro de la base de datos que formó parte de esta investigación. En tabla 4.1 del capítulo 4 se presentó los datos correspondientes a las propiedades del material empleado ( $f'_c$ ,  $f_y$ ,  $f_{yh}$ ), así como propiedades adimensionales ( $P/A_g f'_c$ ,  $M/VD$ ,  $S_H/d_{bl}$ ). A continuación, se presenta una tabla adicional que incluye detalles de la geometría del elemento en sección y en altura, como también, datos adicionales de las propiedades y distribución del refuerzo longitudinal y transversal. Posteriormente, se presenta información detallada de los especímenes analizados clasificados por autores, la historia de desplazamientos a la cual fueron sometidos los elementos, los ciclos experimentales carga-desplazamiento, y la foto de pandeo cuando se pudo obtener. Para los casos en los que no estuvo disponible la foto, el número de estribos involucrados en el pandeo o la longitud de pandeo, debió haber sido suministrada dentro de la información recolectada.

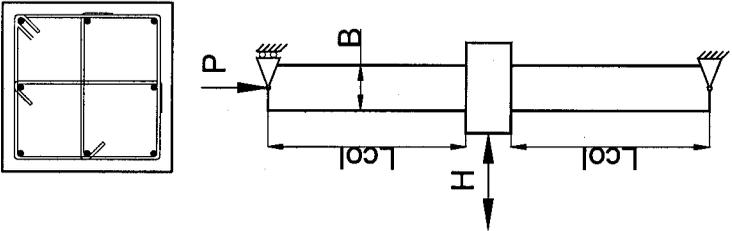
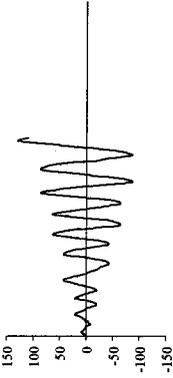
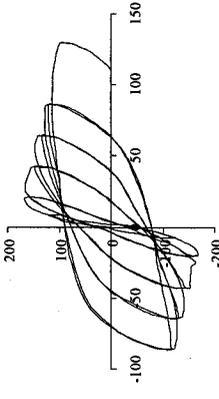
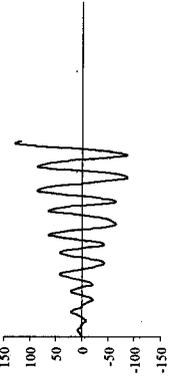
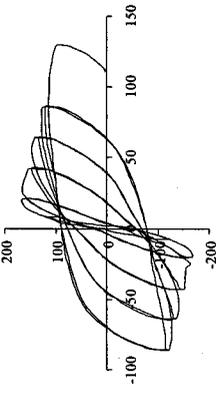
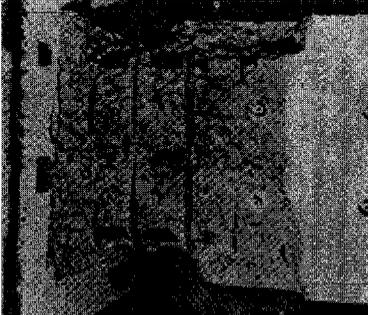
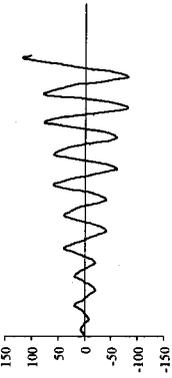
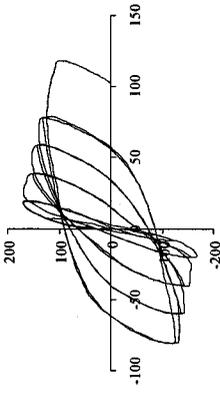
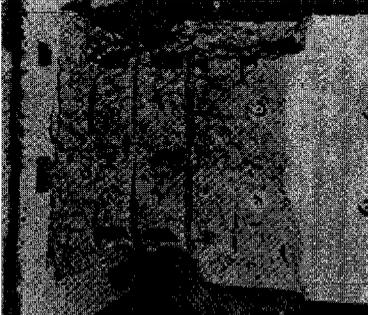
Tabla A1.1 Características de los elementos que formaron la base de datos

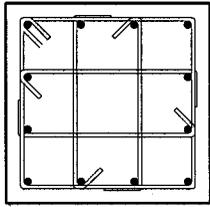
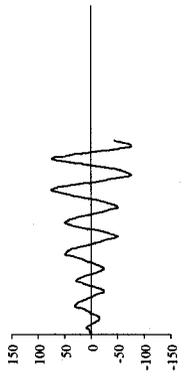
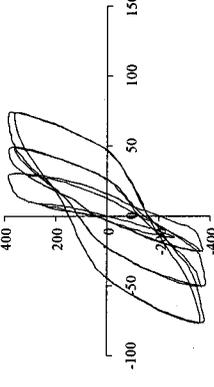
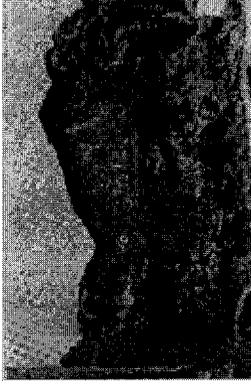
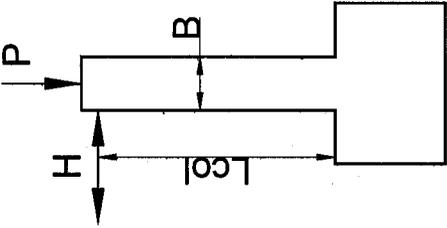
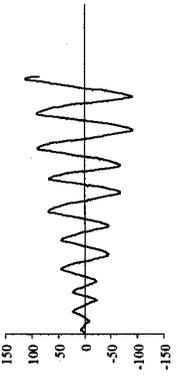
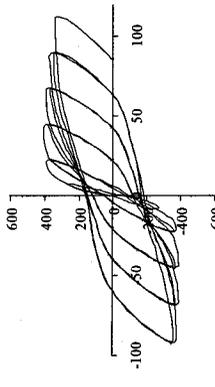
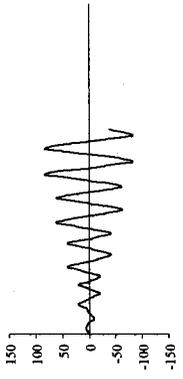
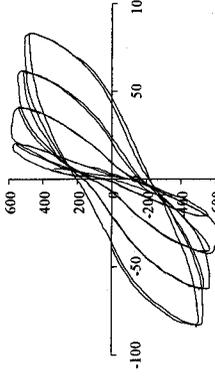
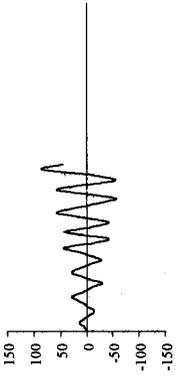
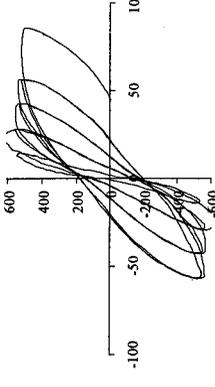
No.	Especimen	Geometría				Refuerzo longitudinal				Refuerzo transversal			
		Lcol	B, D	d	rec	bars	dbl	fyl	$\rho_l$	bars	fyt	$\rho_t$	Sh
1	KOWA 1	2438	457	444.5	12.7	12 # 19	19.1	569.6	0.0210	9.5	432	0.0100	76
2	KOWA 2	2438	457	444.5	12.7	13 # 19	19.1	569.6	0.0210	9.5	432	0.0100	76
3	KOWA 3	2438	457	444.5	12.7	14 # 19	19.1	569.6	0.0210	9.5	432	0.0100	76
4	KOWA 4	2438	457	444.5	12.7	15 # 19	19.1	569.6	0.0210	9.5	432	0.0100	76
5	SOES 1	1600	400	387.0	12.7	12 # 16	16.0	446.0	0.0151	7	364	0.0084	85
6	SOES 2	1600	400	387.0	12.7	12 # 16	16.0	446.0	0.0151	8	360	0.0120	78
7	SOES 3	1600	400	387.0	12.7	12 # 16	16.0	446.0	0.0151	7	364	0.0080	91
8	SOES 4	1600	400	387.0	13.0	12 # 16	16.0	446.0	0.0151	6	255	0.0057	94
9	ZAHN 7	1600	400	387.0	13.0	12 # 16	16.0	440.0	0.0151	10	466	0.0156	117
10	ZAHN 8	1600	400	387.0	13.0	12 # 16	16.0	440.0	0.0151	10	466	0.0199	92
11	TANA 1	1800	400	360.0	40.0	8 # 20	20.0	474.0	0.0157	12	333	0.0275	80
12	TANA 2	1800	400	360.0	40.0	8 # 20	20.0	474.0	0.0157	12	333	0.0275	80
13	TANA 4	1800	400	360.0	40.0	8 # 20	20.0	474.0	0.0157	12	333	0.0138	80
14	TANA 5	1650	550	510.0	40.0	12 # 20	20.0	511.0	0.0125	12	325	0.0180	110
15	TANA 6	1650	550	510.0	40.0	12 # 20	20.0	511.0	0.0125	12	325	0.0135	110
16	TANA 7	1650	550	510.0	40.0	12 # 20	20.0	511.0	0.0125	12	325	0.0219	90
17	TANA 8	1650	550	510.0	40.0	12 # 20	20.0	511.0	0.0125	12	325	0.0165	90
18	TANA 10	1784	600	576.0	24.0	14 # 20	20.0	485.0	0.0213	10	308	0.0148	80
19	TANA 11	1784	600	576.0	24.0	14 # 20	20.0	485.0	0.0213	10	308	0.0118	100
20	MANDER A	3200	750	730.0	20.0	60 # 10	10.0	335.0	0.0156	6	320	0.0194	60
21	MANDER D	3200	750	730.0	20.0	60 # 10	10.0	335.0	0.0156	6	320	0.0194	60
22	ANG 9	1000	400	385.0	15.0	20 # 16	16.0	448.0	0.0320	6	372	0.0104	30
23	ANG 1M	1600	400	387.0	13.0	16 # 16	16.0	308.0	0.0242	6	308	0.0075	40
24	ANG 3M	1600	400	387.0	15.0	12 # 16	16.0	427.0	0.0151	12	320	0.0250	100
25	ANG 4M	1600	400	387.0	15.0	12 # 16	16.0	427.0	0.0151	10	280	0.0192	90
26	LEH 407	2364	350	591.0	19.1	11 # 16	16.0	471.0	0.0076	6.5	607	0.0070	32
27	LEH 415	2364	350	591.0	19.1	22 # 16	16.0	471.0	0.0152	6.5	607	0.0070	32
28	LEH 415S	2364	250	591.0	19.1	22 # 16	16.0	462.0	0.0151	6.5	607	0.0035	64
29	LEH 415P	2364	250	591.0	19.1	22 # 16	16.0	462.0	0.0151	6.5	607	0.0070	32
30	LEH 815	4728	610	591.0	19.1	22 # 16	16.0	471.0	0.0152	6.5	607	0.0070	32
31	LEH 1015	5910	610	591.0	19.1	22 # 16	16.0	471.0	0.0152	6.5	607	0.0070	32
32	LEH 328	1773	610	591.0	19.1	28 # 19	19.0	448.0	0.0275	6.5	607	0.0090	25
33	LEH 1028	5910	610	591.0	19.1	28 # 19	19.0	448.0	0.0275	6.5	607	0.0090	25
34	SAAT 4	1000	610	327.5	22.5	8 # 25	25.0	438.0	0.0321	10	470	0.0213	50
35	SAAT 6	1000	610	327.5	22.5	8 # 25	25.0	438.0	0.0321	6.4	425	0.0198	65
36	BOUS 100	1600	610	225.0	25.0	4 # 16	16.0	514.0	0.0129	10	542	0.0165	100
37	BOUS 130	1600	610	225.0	25.0	4 # 16	16.0	514.0	0.0129	10	542	0.0127	130
38	KUNNATH A2	1372	305	292.5	12.5	21 # 9.5	9.5	448.0	0.0204	4	434	0.0096	19
39	KUNNATH A4	1372	305	292.5	12.5	22 # 9.5	9.5	448.0	0.0204	4	434	0.0096	19
40	KUNNATH A5	1372	305	292.5	12.5	23 # 9.5	9.5	448.0	0.0204	4	434	0.0096	19
41	KUNNATH A6	1372	305	292.5	12.5	24 # 9.5	9.5	448.0	0.0204	4	434	0.0096	19
42	KUNNATH A7	1372	305	292.5	12.5	25 # 9.5	9.5	448.0	0.0204	4	434	0.0096	19
43	KUNNATH A8	1372	305	292.5	12.5	26 # 9.5	9.5	448.0	0.0204	4	434	0.0096	19
44	KUNNATH A11	1372	305	292.5	12.5	27 # 9.5	9.5	448.0	0.0204	4	434	0.0096	19
45	KUNNATH A12	1372	305	292.5	12.5	28 # 9.5	9.5	448.0	0.0204	4	434	0.0096	19

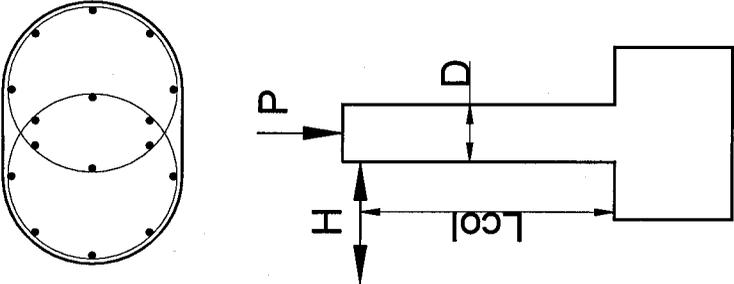
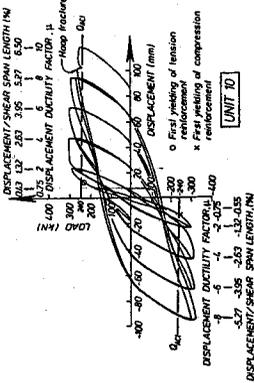
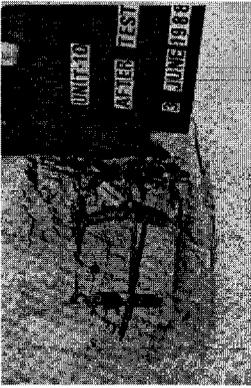
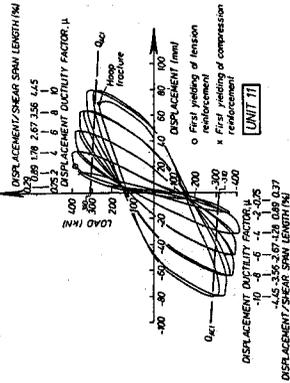
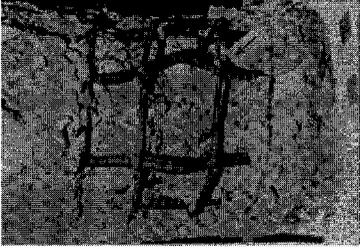
DETALLES EN SECCION Y EN ALTURA	E	HISTORIA DE DESPLAZAMIENTOS (mm)	CARGA-DEFLEXION EXPERIMENTAL (KN-mm)	FOTO DE PANDEO
	KOWA 1			
	KOWA 2			
	KOWA 3			
<p><b>REFERENCIA:</b>  Moyer M.J. y Kowalsky M.J. (2003), "Influence of Tension on Buckling of Reinforcement in Concrete Columns", Journal of the American Concrete Institute, Vol.100, No.1, pp 75-85.</p>	KOWA 4			

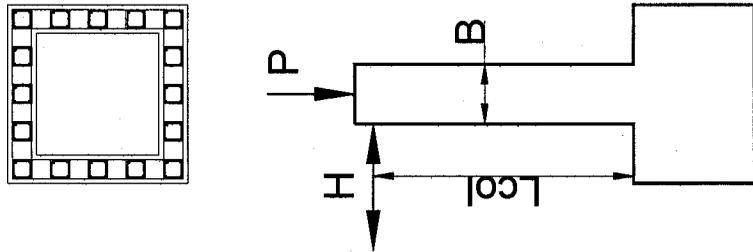
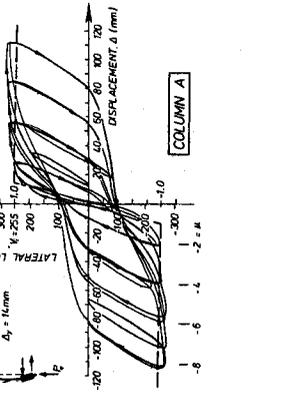
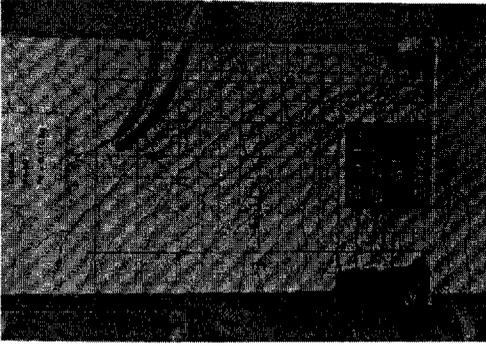
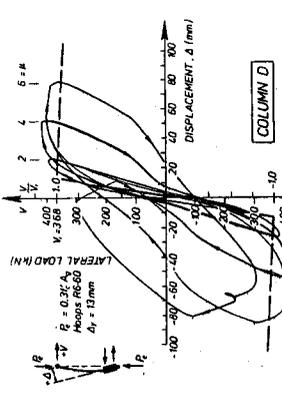
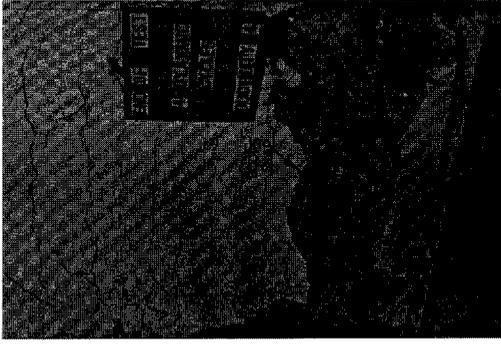
DETALLES EN ALTURA Y SECCION	E	HISTORIA DE DESPLAZAMIENTOS (mm)	CARGA-DEFLEXION ANALITICA (KN-mm)	FOTO DE PANDEO
	SOES1			
	SOES2			
	SOES3			
<p><b>REFERENCIA:</b>  Soesianawati M. T. (1986),  <i>"Limited Ductility Design of Reinforced Concrete Columns"</i>,  Research Report 86-10,  Department of Civil Engineering, University of Canterbury, Christchurch, New Zealand.</p>	SOES4			

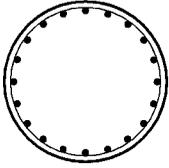
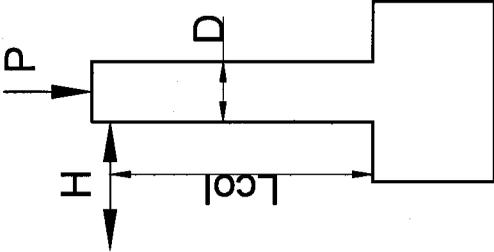
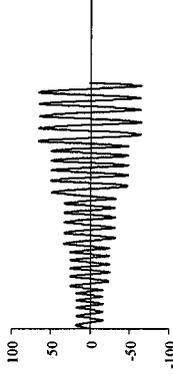
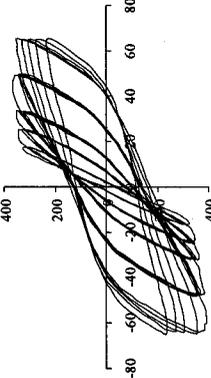
DETALLES EN ALTURA Y SECCION	E	HISTORIA DE DESPLAZAMIENTOS (mm)	CARGA-DEFLEXION ANALITICA (KN-mm)	FOTO DE PANDEO
 <p><b>REFERENCIA:</b>  Zahn F.A. (1986),  "Design of Reinforced Concrete  Bridge Columns for Strength and  Ductility",  Research Report 86-7,  Department of Civil  Engineering, University of  Canterbury, Christchurch, New  Zealand.</p>	<p>ZAHN 7</p>			
	<p>ZAHN 8</p>			

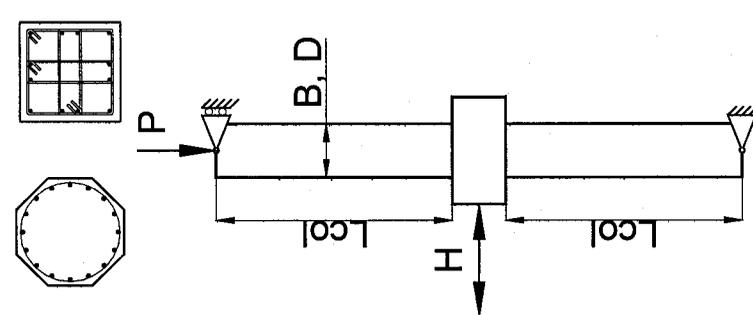
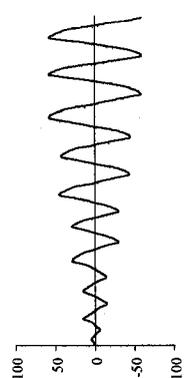
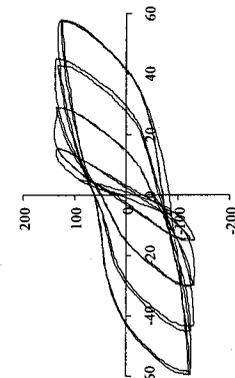
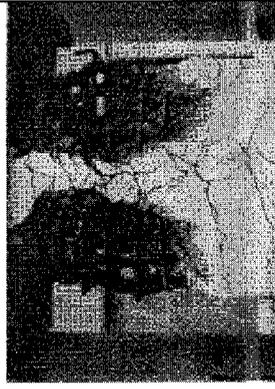
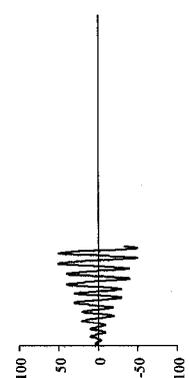
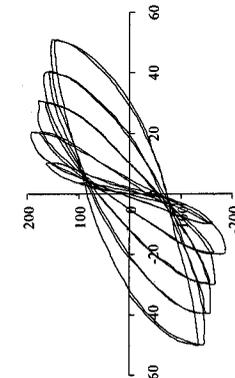
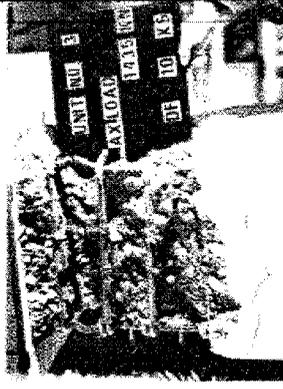
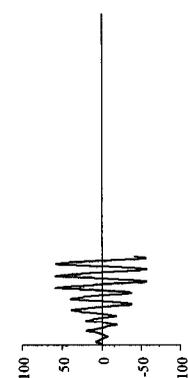
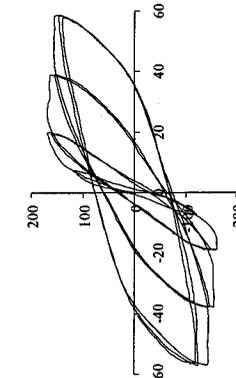
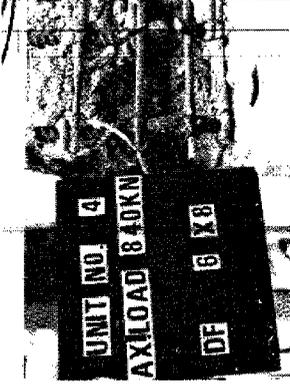
DETALLES EN ALTURA Y SECCION	E	HISTORIA DE DESPLAZAMIENTOS (mm)	CARGA-DEFLEXION ANALITICA (KN-mm)	FOTO DE PANDEO
 <p data-bbox="1110 1648 1415 1900"> <b>REFERENCIA:</b>                      Tanaka H. (1990),                      "Effect of Lateral Confining Reinforcement on the Ductile Behavior of Reinforced Concrete Columns",                      Research Report 90-2,                      Department of Civil Engineering, University of Canterbury, Christchurch, New Zealand.                 </p>	TANA1			
	TANA2			
	TANA4			

DETALLES EN ALTURA Y SECCION	E	HISTORIA DE DESPLAZAMIENTOS (mm)	CARGA-DEFLEXION ANALITICA (KN-mm)	FOTO DE PANDEO
	TANA 5			<p style="text-align: center;">n = 1</p> 
	TANA 6			<p style="text-align: center;">n = 1</p> 
<p><b>REFERENCIA:</b>                  Tanaka H. (1990),  <i>"Effect of Lateral Confining Reinforcement on the Ductile Behavior of Reinforced Concrete Columns"</i>,                  Research Report 90-2,                  Department of Civil Engineering, University of Canterbury, Christchurch, New Zealand.</p>	TANA 7			<p style="text-align: center;">n = 1</p> 
	TANA 8			<p style="text-align: center;">n = 1</p> 

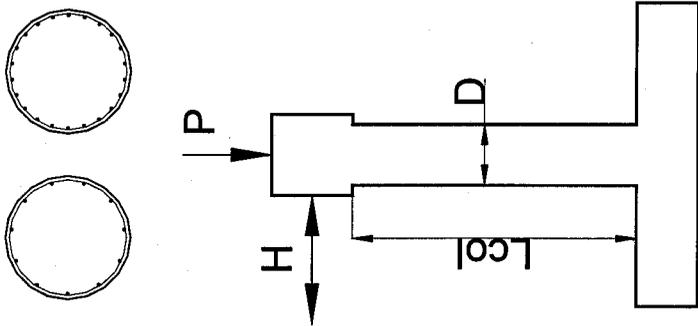
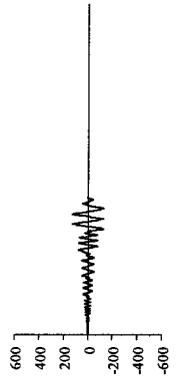
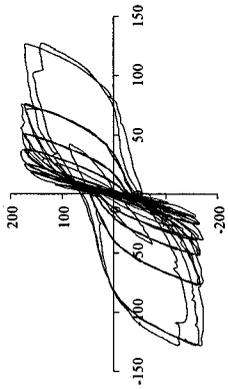
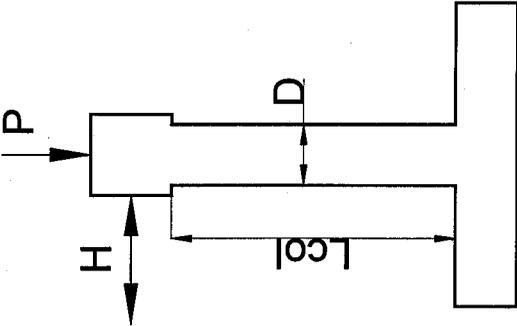
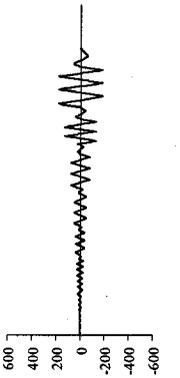
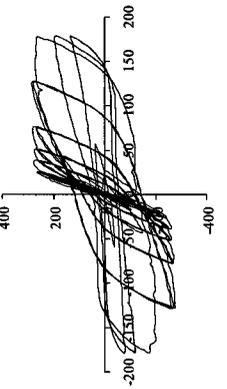
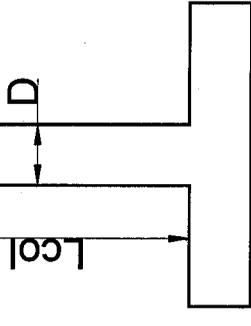
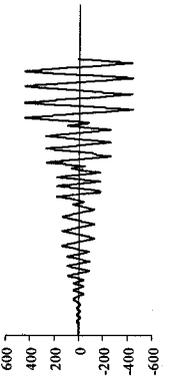
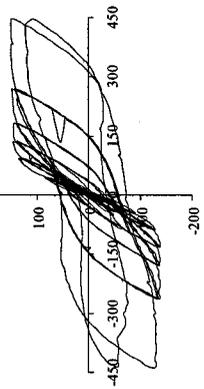
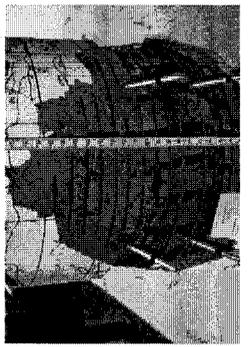
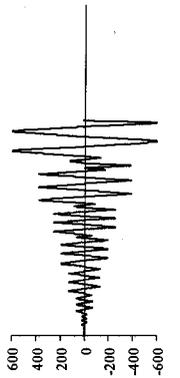
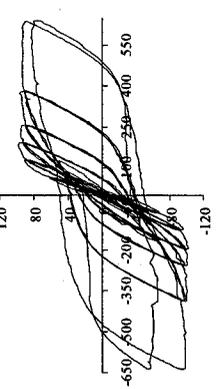
DETALLES EN ALTURA Y SECCION	E	HISTORIA DE DESPLAZAMIENTOS (mm)	CARGA-DEFLEXIÓN ANALÍTICA (KN-mm)	FOTO DE PANDEO
 <p>REFERENCIA: Tanaka H. (1990), "Effect of Lateral Confining Reinforcement on the Ductile Behavior of Reinforced Concrete Columns", Research Report 90-2, Department of Civil Engineering, University of Canterbury, Christchurch, New Zealand.</p>	<p>TANA10</p>	<p>La historia de desplazamientos consistió de un ciclo elástico hasta alcanzar <math>0.75\mu\Delta y</math> después dos ciclos de <math>\pm 2\mu\Delta</math>, <math>\pm 4\mu\Delta</math>, <math>\pm 6\mu\Delta</math>, <math>\pm 8\mu\Delta</math>, etc.</p>		
	<p>TANA II</p>	<p>La historia de desplazamientos consistió de un ciclo elástico hasta alcanzar <math>0.75\mu\Delta y</math> después dos ciclos de <math>\pm 2\mu\Delta</math>, <math>\pm 4\mu\Delta</math>, <math>\pm 6\mu\Delta</math>, <math>\pm 8\mu\Delta</math>, etc.</p>		

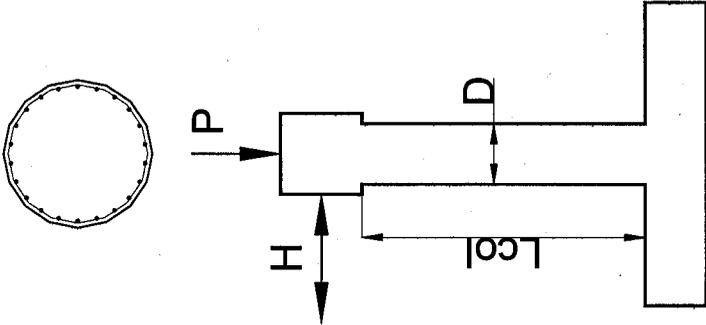
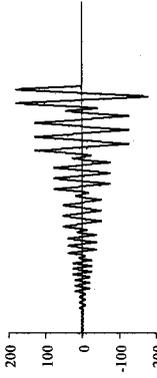
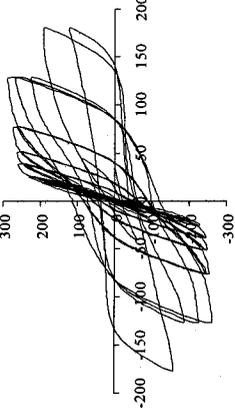
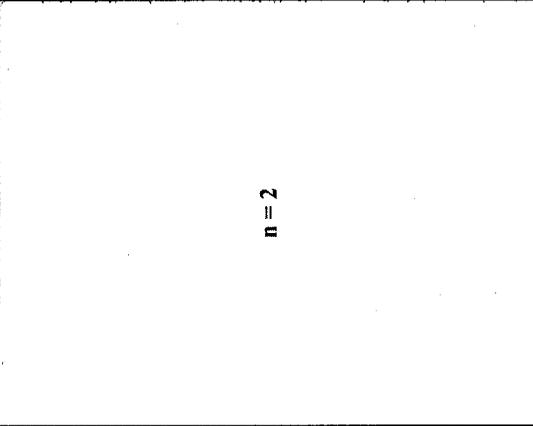
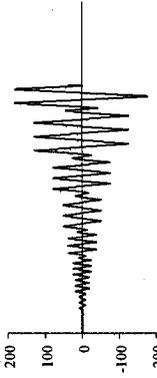
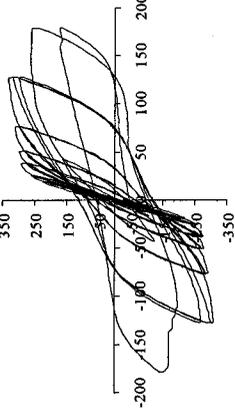
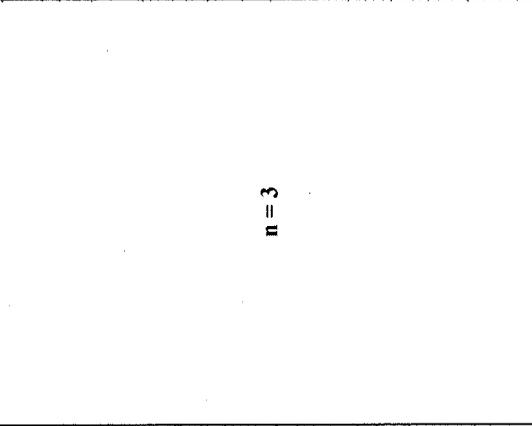
DETALLES EN ALTURA Y SECCION	E	HISTORIA DE DESPLAZAMIENTOS (mm)	CARGA-DEFLEXION ANALITICA (KN-mm)	FOTO DE PANDEO
 <p data-bbox="1097 1638 1411 1785"> <b>REFERENCIA:</b>                      Mander J. B. (1984),                      "Seismic Design of Bridge Piers",                      Research Report 84-2,                      Department of Civil                      Engineering, University of                      Canterbury, Christchurch, New                      Zealand.                 </p>	<p data-bbox="454 1039 776 1071" style="text-align: center;"><b>MANDER A</b></p>	<p data-bbox="807 630 1066 1039">                     La historia de desplazamientos consistió de un ciclo elástico hasta alcanzar <math>0.75\mu\Delta y</math> después dos ciclos de <math>\pm 2\mu\Delta</math>, <math>\pm 4\mu\Delta</math>, <math>\pm 6\mu\Delta</math>, <math>\pm 8\mu\Delta</math>, etc.                 </p>		
	<p data-bbox="1097 1039 1411 1071" style="text-align: center;"><b>MANDER D</b></p>	<p data-bbox="807 1365 1066 1476">                     La historia de desplazamientos consistió de un ciclo elástico hasta alcanzar <math>0.75\mu\Delta y</math> después dos ciclos de <math>\pm 2\mu\Delta</math>, <math>\pm 4\mu\Delta</math>, <math>\pm 6\mu\Delta</math>, <math>\pm 8\mu\Delta</math>, etc.                 </p>		

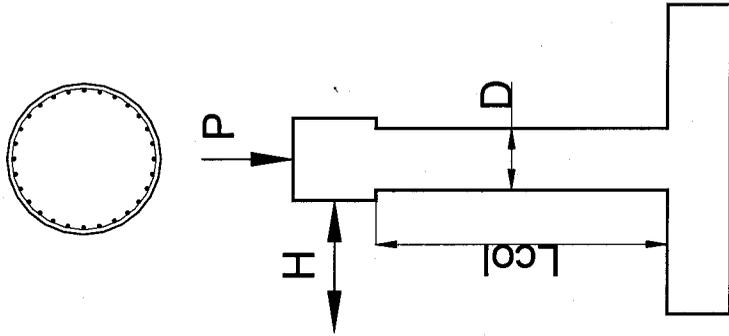
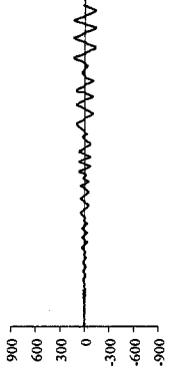
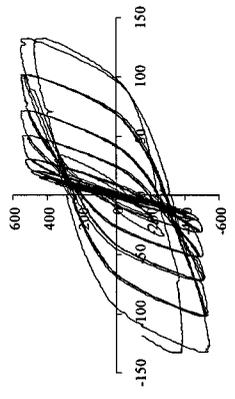
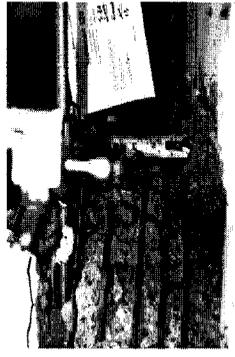
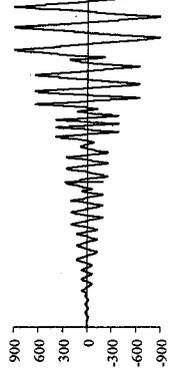
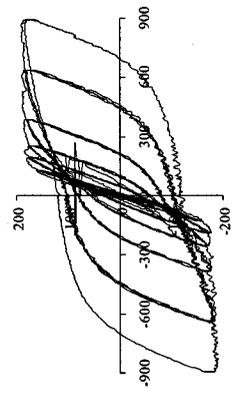
DETALLES EN ALTURA Y SECCION	E	HISTORIA DE DESPLAZAMIENTOS (mm)	CARGA-DEFLEXIÓN ANALÍTICA (KN-mm)	FOTO DE PANDEO
  <p><b>REFERENCIA:</b>            Ang B.G. (1985),  <i>"Dynamic Shear Strength of Concrete Piers"</i>,            Research Report 85-5,            Department of Civil Engineering,            University of Canterbury,            Christchurch, New Zealand.</p>	<p>ANG 9</p>			

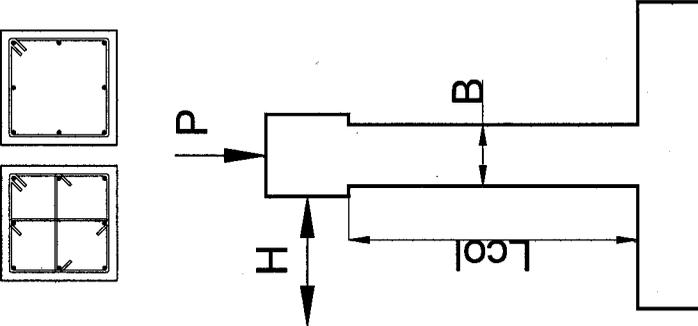
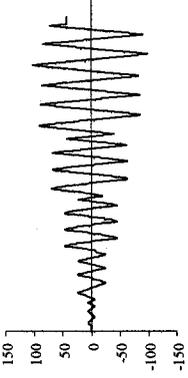
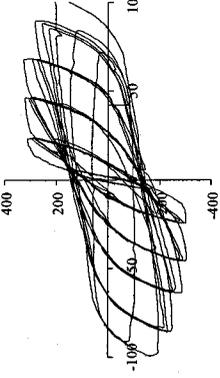
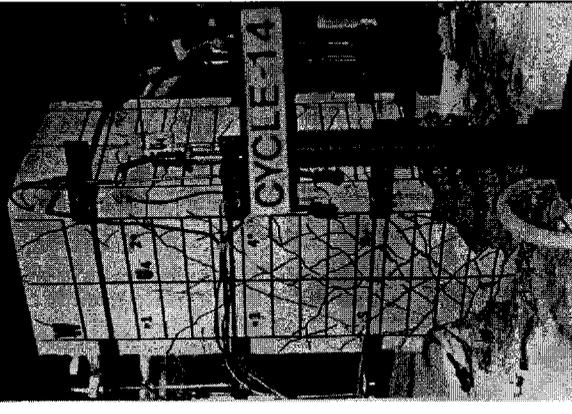
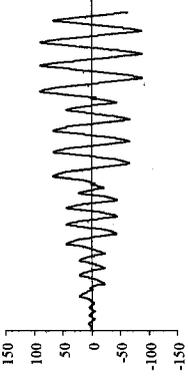
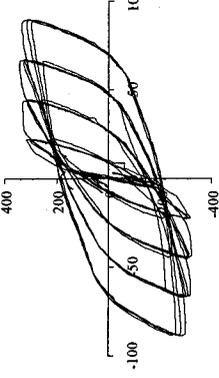
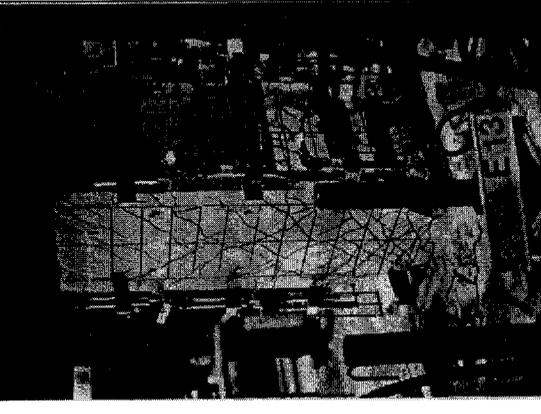
DETALLES EN ALTURA Y SECCION	E	HISTORIA DE DESPLAZAMIENTOS (mm)	CARGA-DEFLEXION ANALITICA (KN-mm)	FOTO DE PANDEO
	ANG 1M			
	ANG 3M			
	ANG 4M			

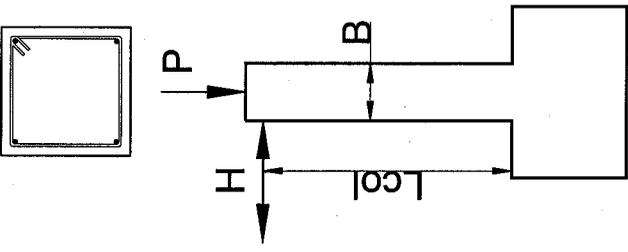
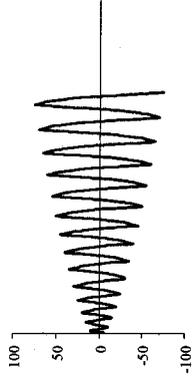
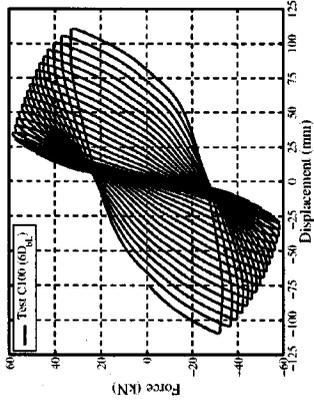
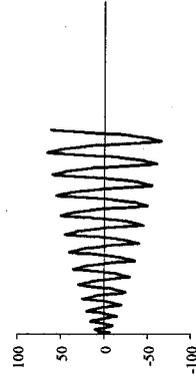
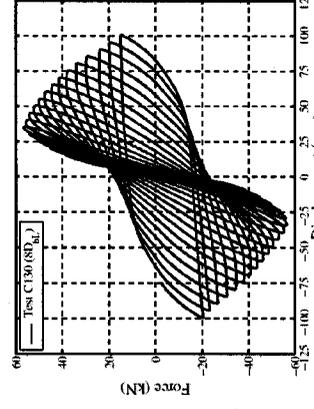
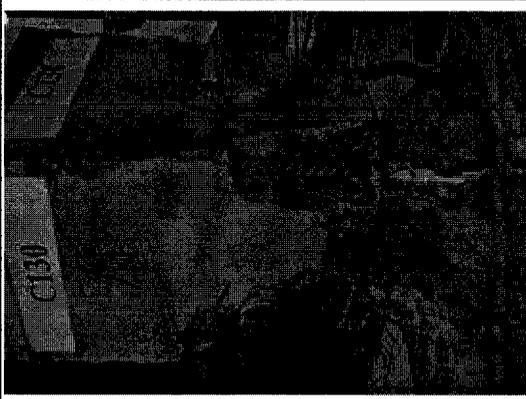
REFERENCIA:  
 Ang B.G. (1981),  
 "Ductility of Reinforced Concrete  
 Bridge Piers under Seismic Loading",  
 Research Report 81-3,  
 Department of Civil Engineering,  
 University of Canterbury,  
 Christchurch, New Zealand.

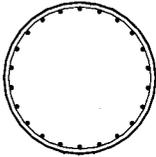
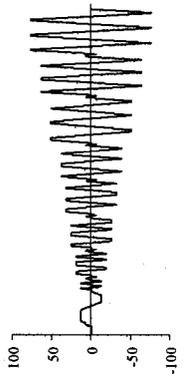
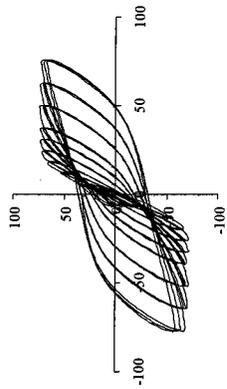
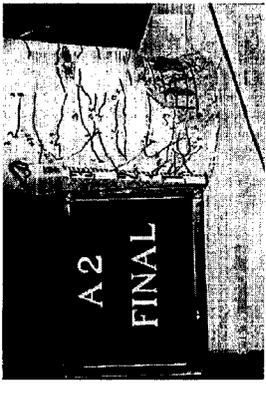
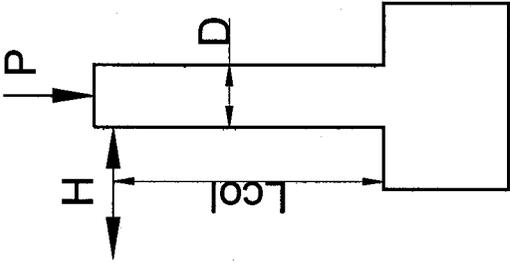
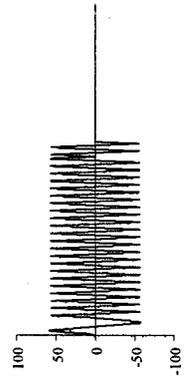
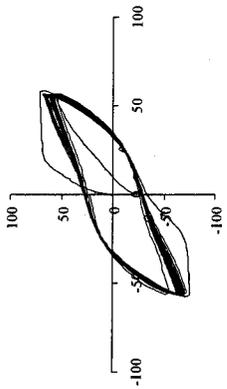
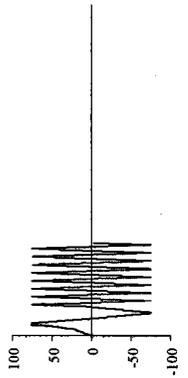
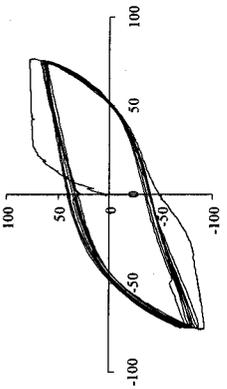
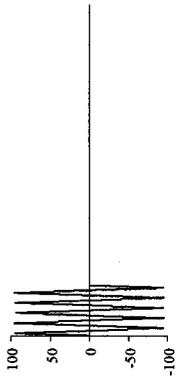
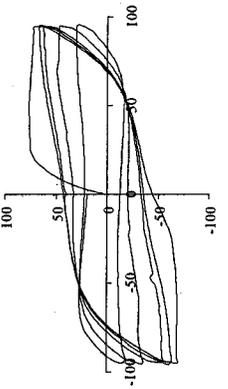
DETALLES EN ALTURA Y SECCION	E	HISTORIA DE DESPLAZAMIENTOS (mm)	CARGA-DEFLEXIÓN ANALÍTICA (KN-mm)	FOTO DE PANDEO
	LEH 407			
	LEH 415			
	LEH 815			
<p><b>REFERENCIA:</b>                  Lehman D. y Moehe J. (2000),                  "Seismic Performance of Well-Confined                  Concrete Bridge Columns",                  PEER 1998/01,                  Pacific Earthquake Engineering                  Research Center, Universidad de                  California, Berkeley.</p>	LEH 1015			

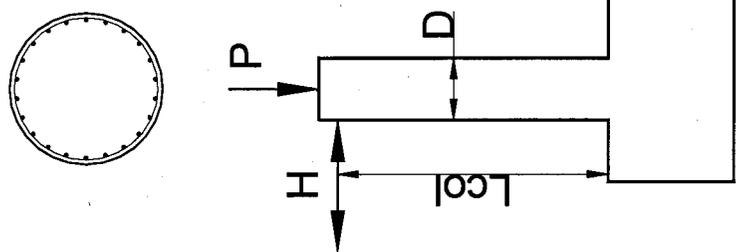
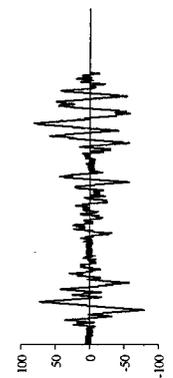
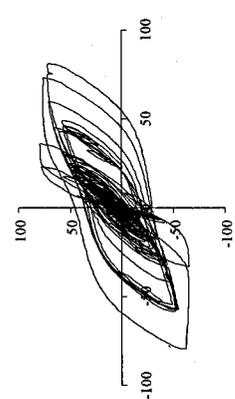
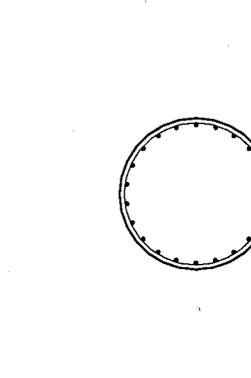
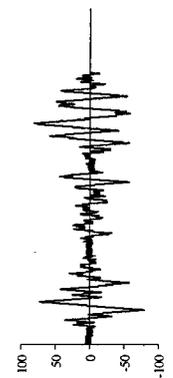
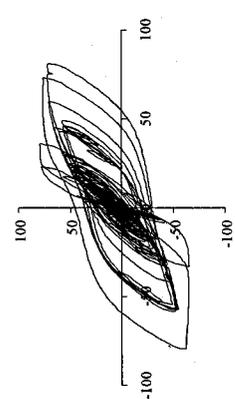
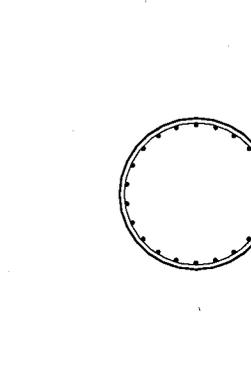
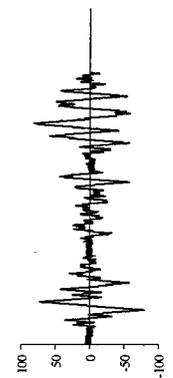
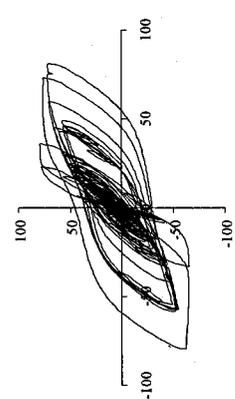
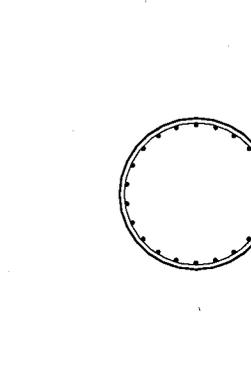
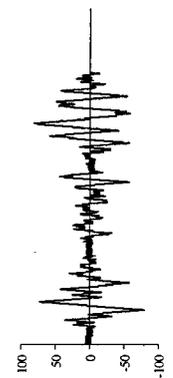
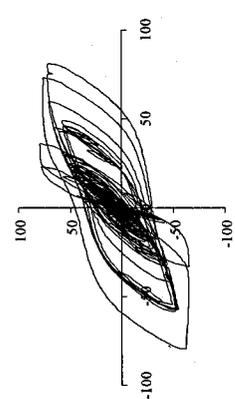
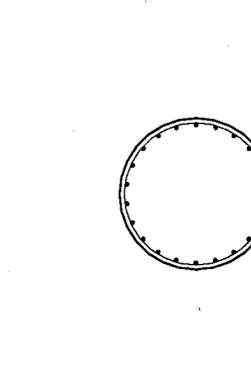
DETALLES EN ALTURA Y SECCION	E	HISTORIA DE DESPLAZAMIENTOS (mm)	CARGA-DEFLEXION ANALITICA (KN-mm)	FOTO DE PANDEO
 <p>REFERENCIA:                      Lehman D., Moehle J., Mahin S., Calderone A., y Henry L. (2004), "Experimental Evaluation of the Seismic Performance of Reinforced Concrete Bridge Columns", <i>Journal of Structural Engineering</i>, Vol. 130, No. 6, Jun, pp 869-879.</p>	LEH 415S		 <p style="text-align: center;">n = 2</p>	
	LEH 415P		 <p style="text-align: center;">n = 3</p>	

DETALLES EN ALTURA Y SECCION	E	HISTORIA DE DESPLAZAMIENTOS (mm)	CARGA-DEFLEXIÓN ANALÍTICA (KN-mm)	FOTO DE PANDEO
 <p><b>REFERENCIA:</b>                      Calderone A., Lehman D. y Moehe J. (2001), "Behavior of Reinforced Concrete Bridge Columns Having Varying Lengths of confinement",                      PEER 2000/08,                      Pacific Earthquake Engineering Research Center, Universidad de California, Berkeley.</p>	<p>LEH 328</p>			
<p>LEH 1028</p>				

DETALLES EN ALTURA Y SECCION	E	HISTORIA DE DESPLAZAMIENTOS (mm)	CARGA-DEFLEXION ANALITICA (KN-mm)	FOTO DE PANDEO
 <p>REFERENCIA:                      Ozcebe, G. y Saatcioglu, M. (1987), "Confinement of Concrete Columns for Seismic Loading", Journal of the American Concrete Institute, Vol. 84, No. 4, jul-ago, pp 308-315.</p>	<p>SAAT 4</p>			
	<p>SAAT 6</p>			

DETALLES EN ALTURA Y SECCION	E	HISTORIA DE DESPLAZAMIENTOS (mm)	CARGA-DEFLEXIÓN ANALÍTICA (KN-mm)	FOTO DE PANDEO
 <p><b>REFERENCIA:</b>                      Kostantakopoulos, G. y Bousias, S. (2004),                      "Experimental Study of the Effect of Reinforcement Stability on the Capacity of Reinforced Concrete Columns",                      13<sup>th</sup> World Conference on Earthquake Engineering, Vancouver, B.C., Canada. Paper No. 770.</p>	<p><b>BOUS 100</b></p> 			
<p><b>BOUSIAS 130</b></p>				

DETALLES EN ALTURA Y SECCION	E	HISTORIA DE DESPLAZAMIENTOS (mm)	CARGA-DEFLEXION ANALITICA (KN-mm)	FOTO DE PANDEO
	KUNNATH A2			
 <p data-bbox="1105 1543 1309 1900"> <b>REFERENCIA:</b>                      Kunath S.K. (1997),                      "Cumulative Seismic Damage of Reinforced Concrete Bridge Piers",                      NCEER-97-0006, National Center for Earthquake Engineering Research, Buffalo, N.Y.                 </p>	KUNNATH A4			
	KUNNATH A5			
	KUNNATH A6			

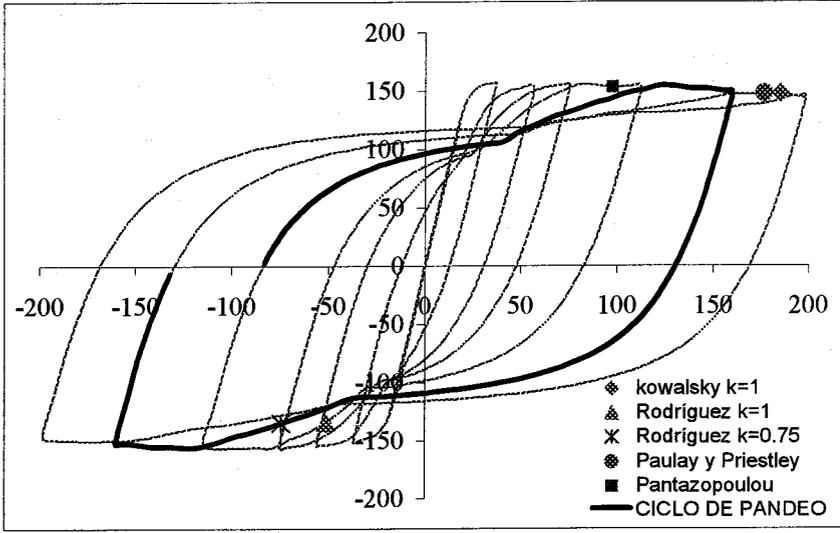
DETALLES EN ALTURA Y SECCION	E	HISTORIA DE DESPLAZAMIENTOS (mm)	CARGA-DEFLEXIÓN ANALÍTICA (KN-mm)	FOTO DE PANDEO
 <p>REFERENCIA:                      Kunath S.K. (1997), "Cumulative Seismic Damage of Reinforced Concrete Bridge Piers",                      NCEER-97-0006, National Center for Earthquake Engineering Research, Buffalo, N.Y.</p>	KUNNATH A7			
	KUNNATH A8			
	KUNNATH A11			
	KUNNATH A12			

## APÉNDICE 2

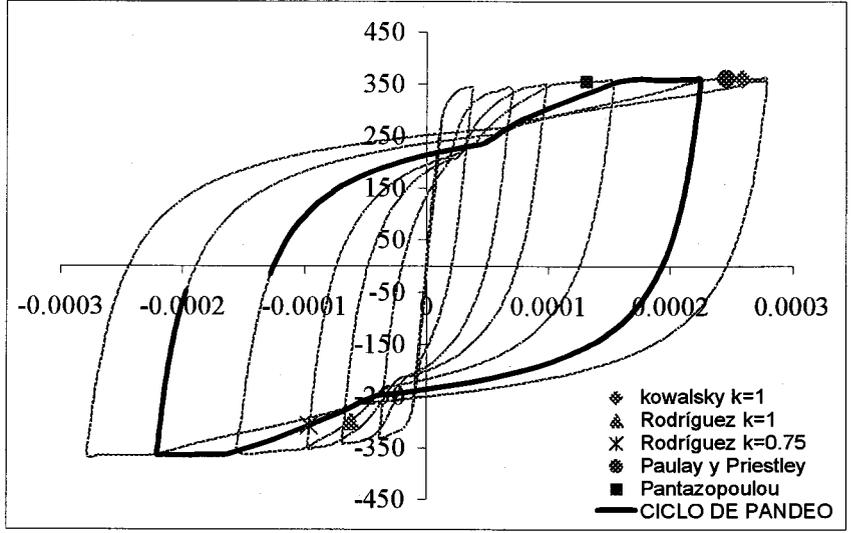
### ANALISIS DE LA BASE DE DATOS

Este apéndice presenta las curvas analíticas generadas en el programa de computador COLUMN *Mander et al (1984)*, para cada uno de los elementos analizados dentro de la base de datos recopilada en esta investigación. Las curvas presentadas son: carga lateral-desplazamiento, momento-curvatura y esfuerzo-deformación tanto para el concreto como para el acero en lado de la sección más crítico. Sobre estas curvas se identifican los resultados de aplicar cada uno de los criterios de los modelos de pandeo que fueron evaluados en el capítulo 5. También se resalta sobre cada una de las curvas, el ciclo para el cual fue observado el pandeo durante el experimento, o se marca con una X el pandeo observado para un punto específico de un ciclo, en su caso.

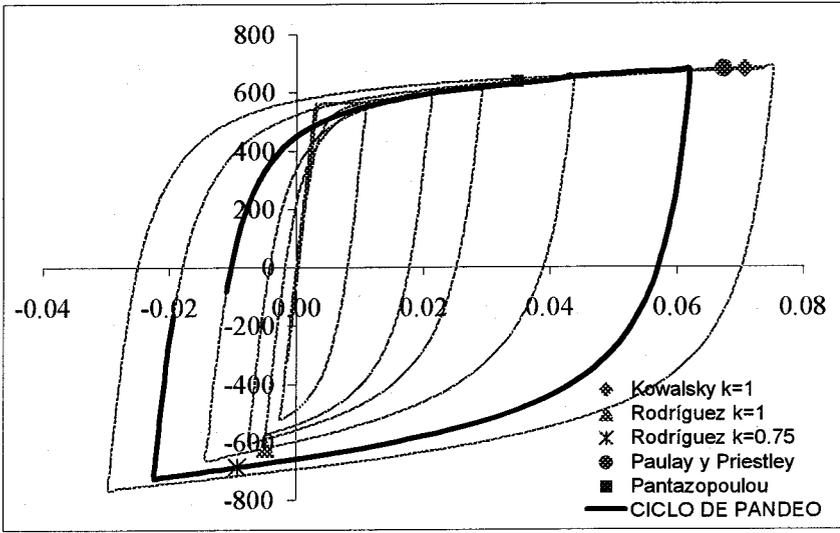
# KOWA 1



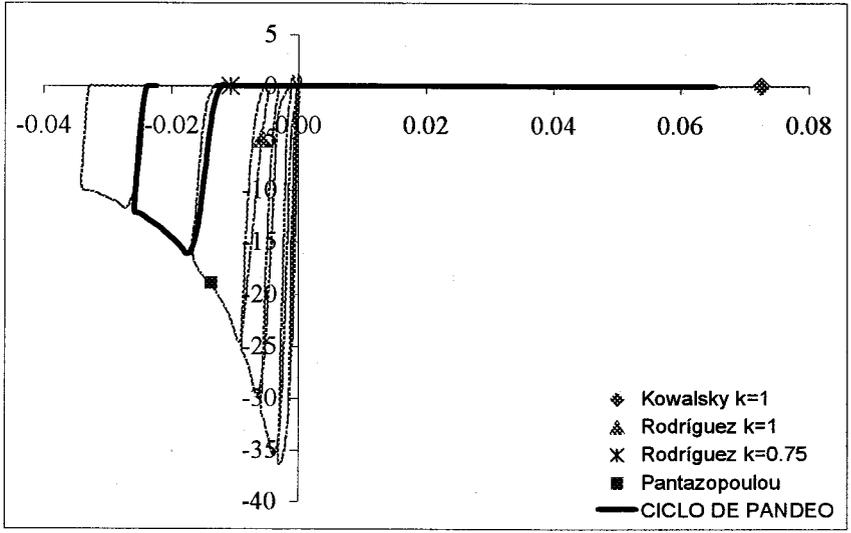
Carga lateral-desplazamiento (KN-mm)



Momento-curvatura (KN-m / Rad/mm)

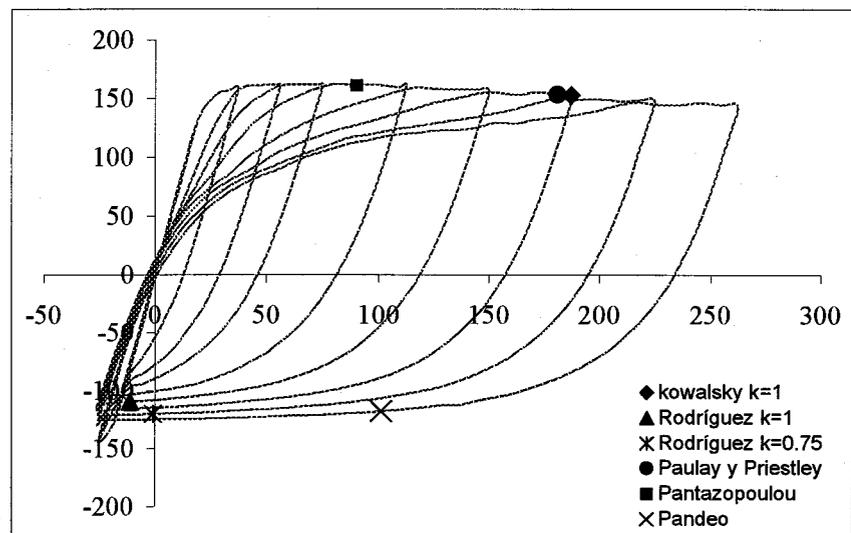


Esfuerzo-deformación para el acero (MPa)

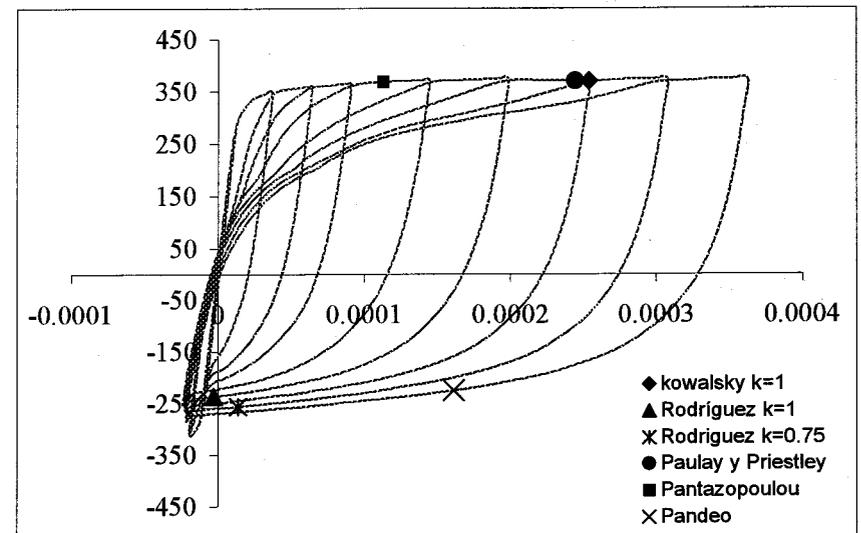


Esfuerzo-deformación para el concreto (MPa)

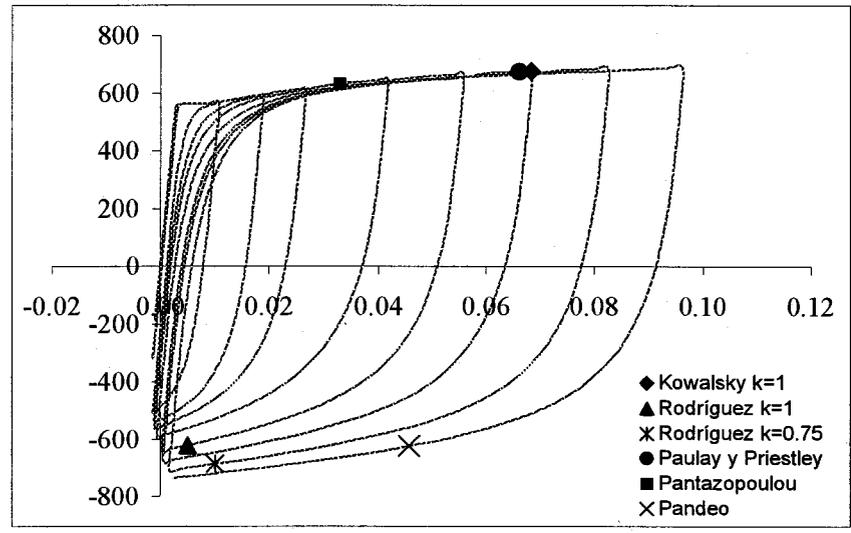
# KOWA 2



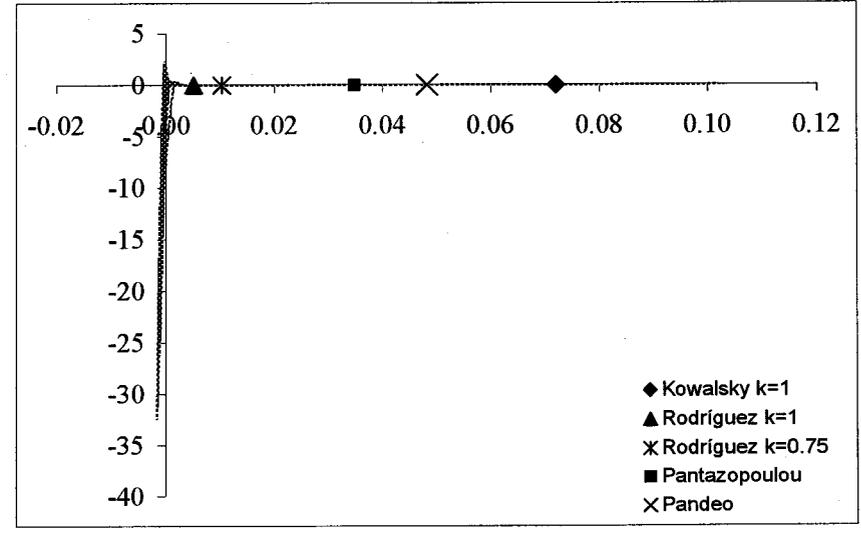
Carga lateral-desplazamiento (KN-mm)



Momento-curvatura (KN-m / Rad/mm)

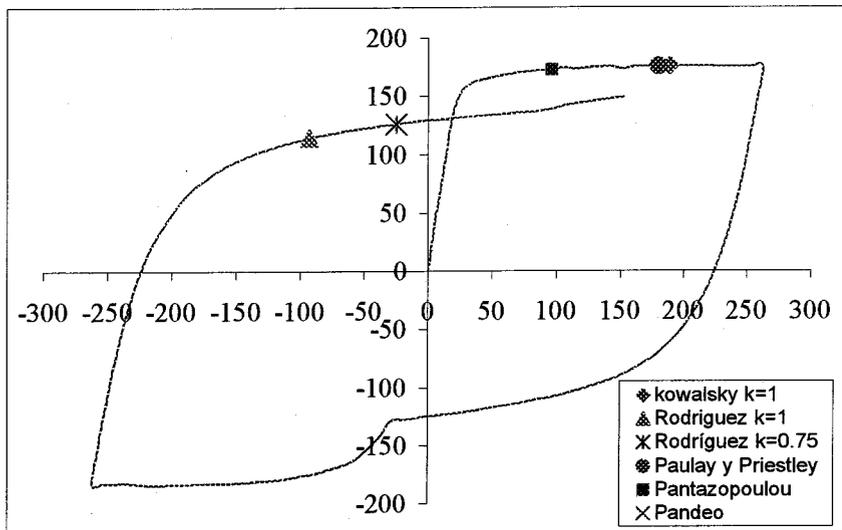


Esfuerzo-deformación para el acero (MPa)

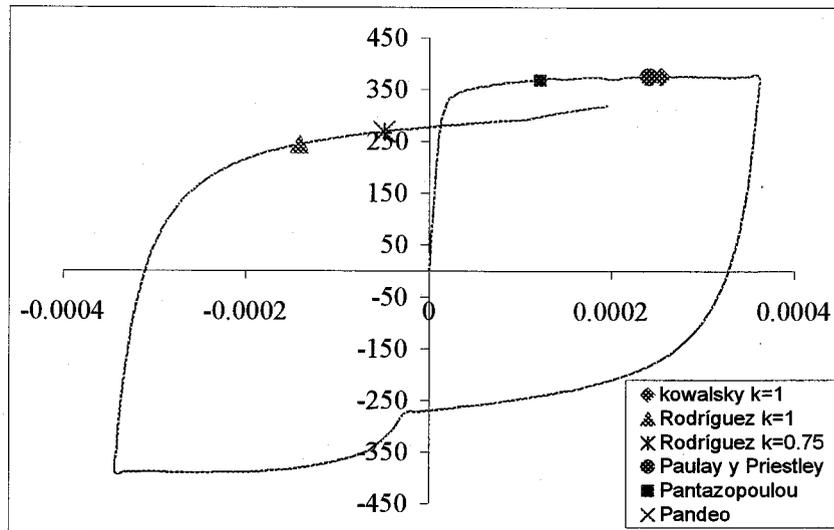


Esfuerzo-deformación para el concreto (MPa)

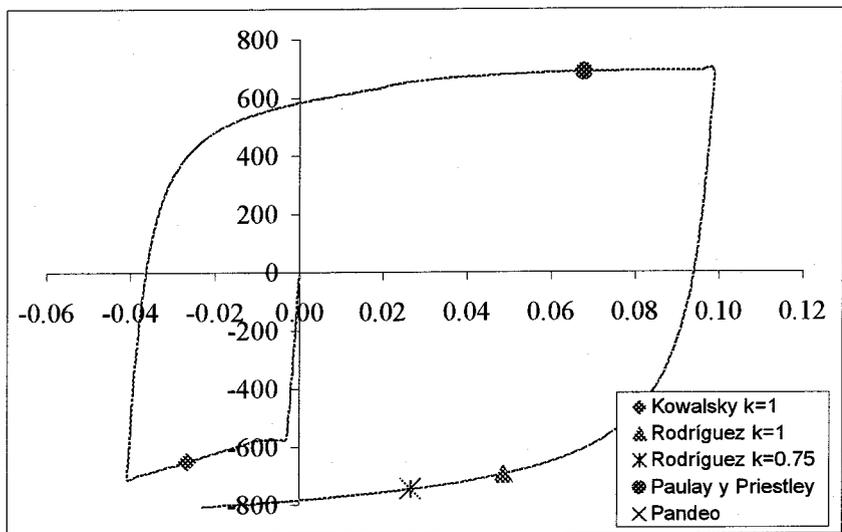
# KOWA 3



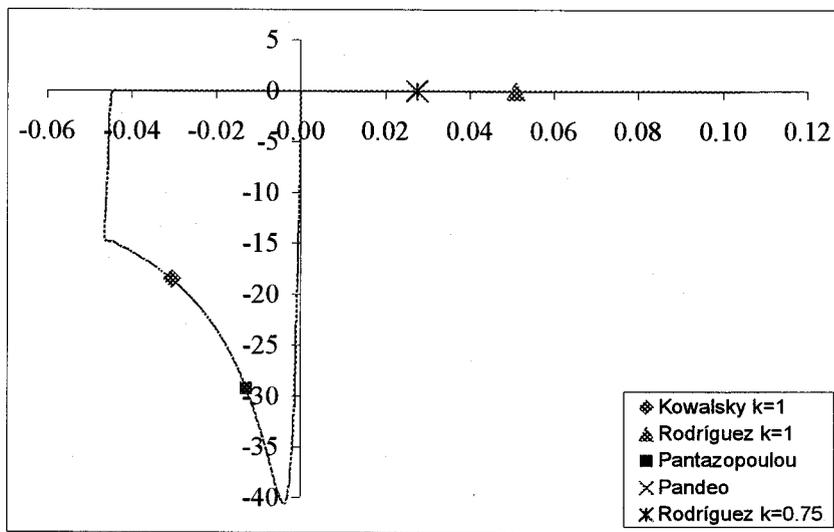
Carga lateral-desplazamiento (KN-mm)



Momento-curvatura (KN-m / Rad/mm)

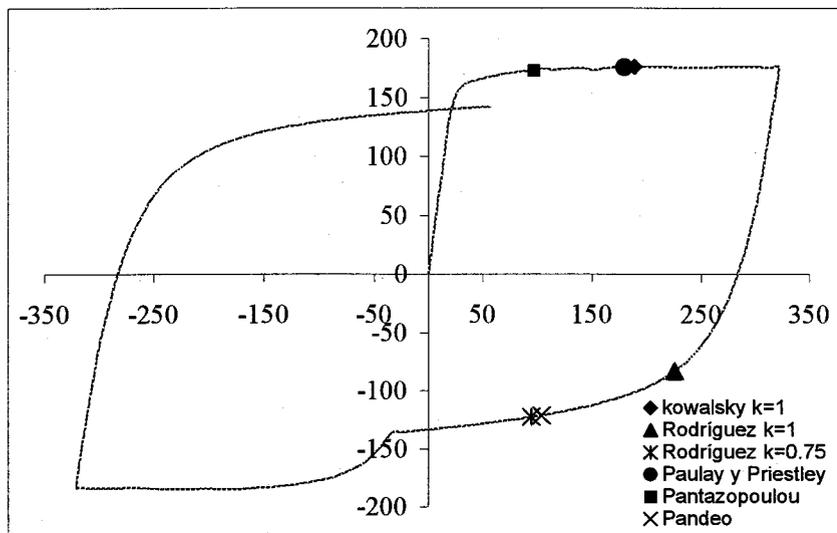


Esfuerzo-deformación para el acero (MPa)

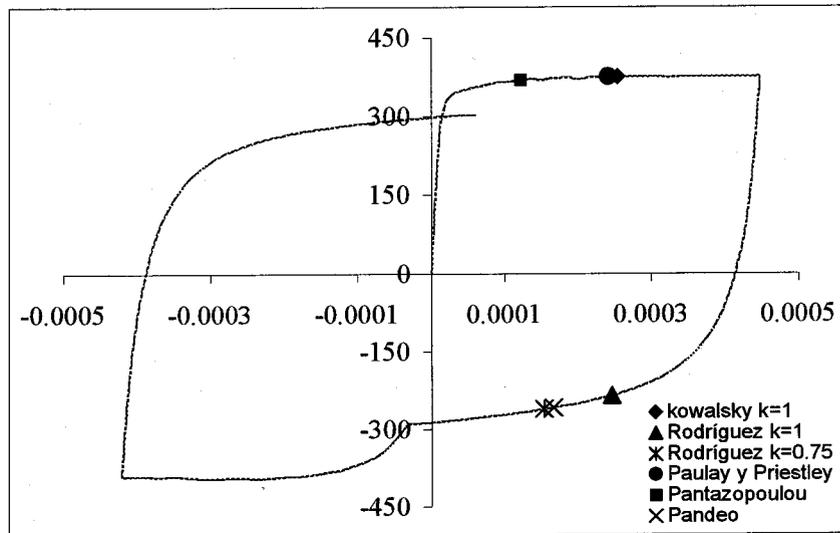


Esfuerzo-deformación para el concreto (MPa)

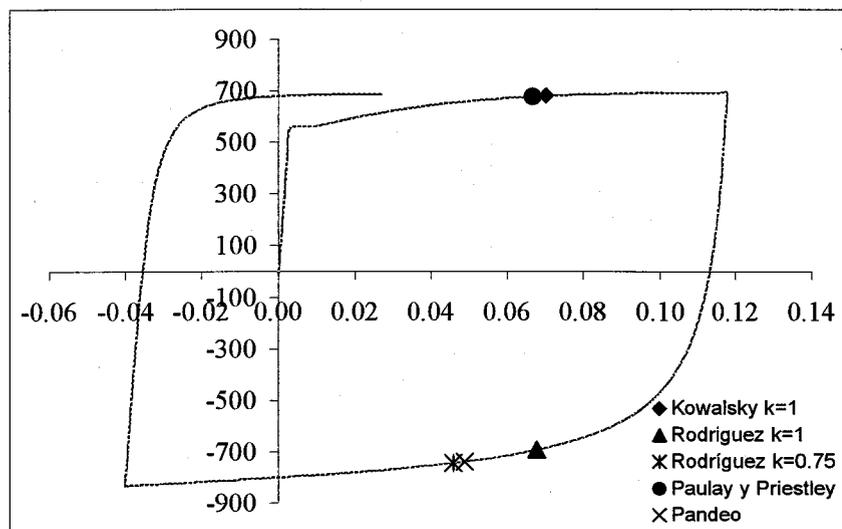
## KOWA 4



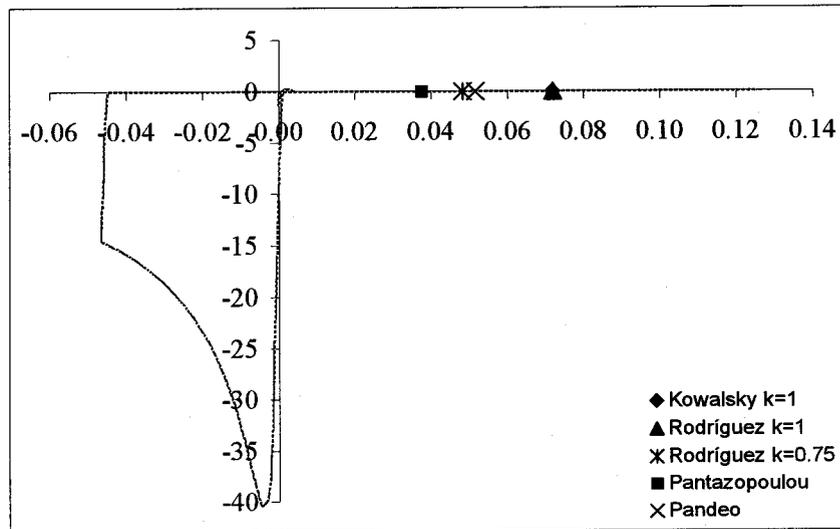
Carga lateral-desplazamiento (KN-mm)



Momento-curvatura (KN-m / Rad/mm)

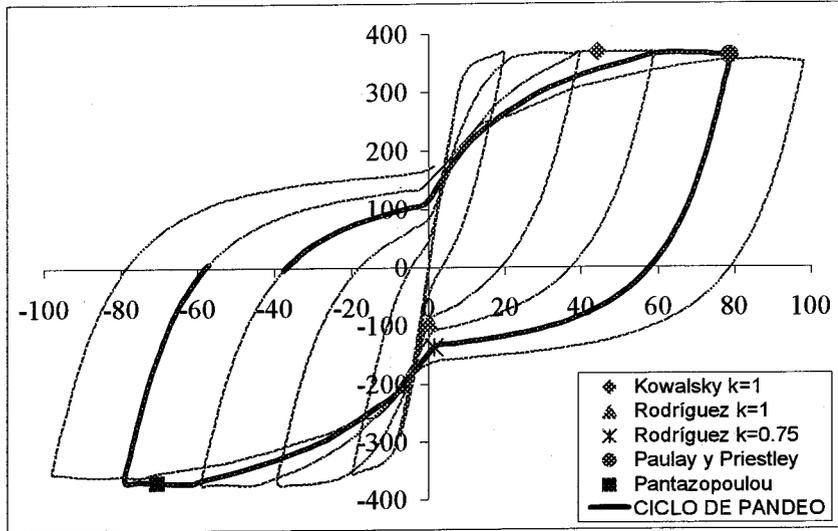


Esfuerzo-deformación para el acero (MPa)

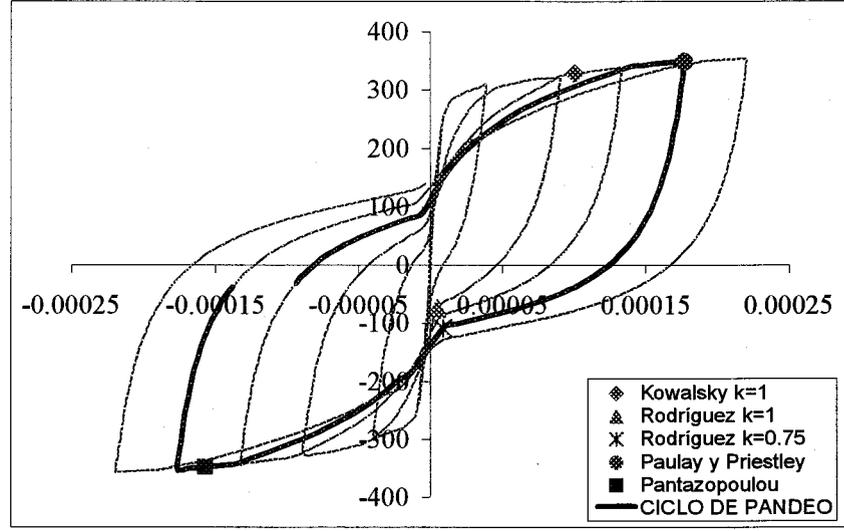


Esfuerzo-deformación para el concreto (MPa)

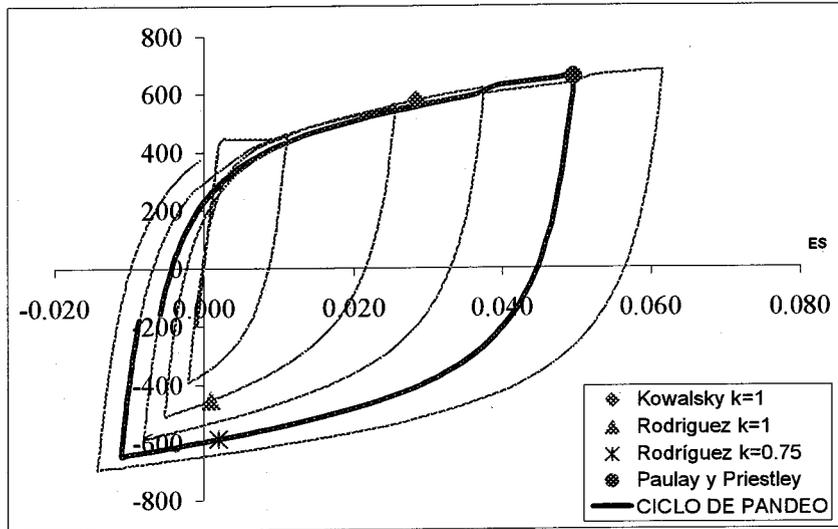
# SOES 1



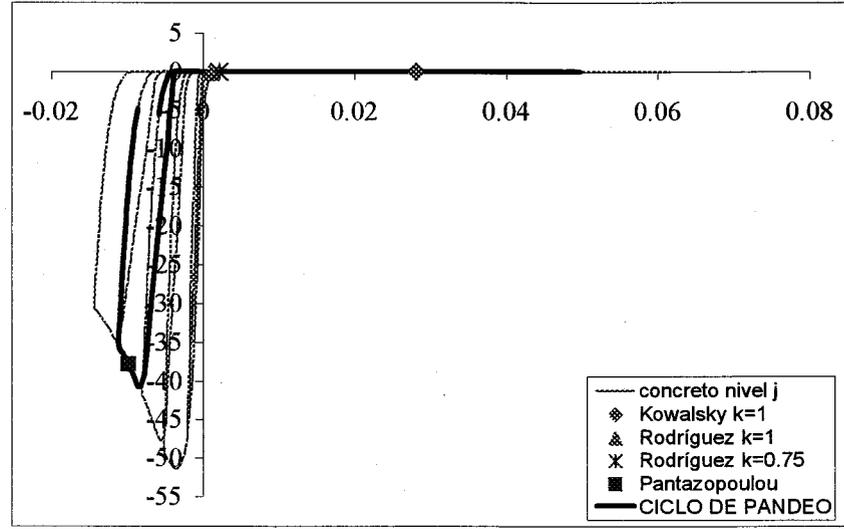
Carga lateral-desplazamiento (KN-mm)



Momento-curvatura (KN-m / Rad/mm)

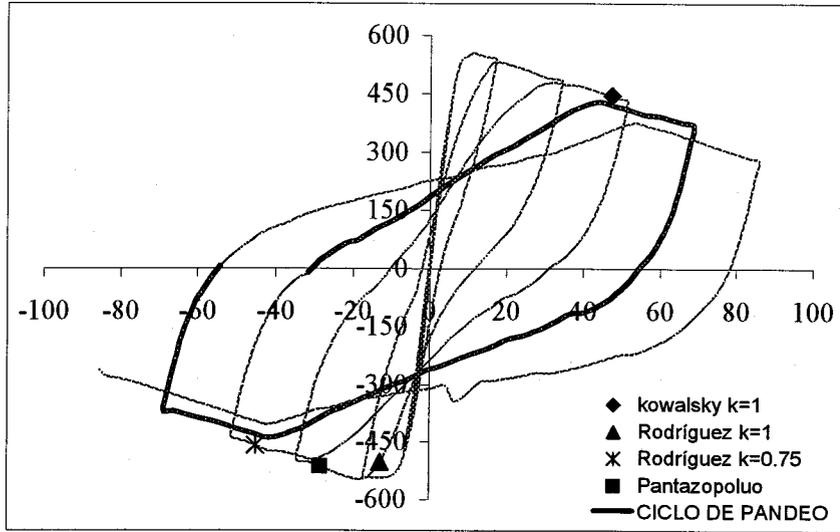


Esfuerzo-deformación para el acero (MPa)

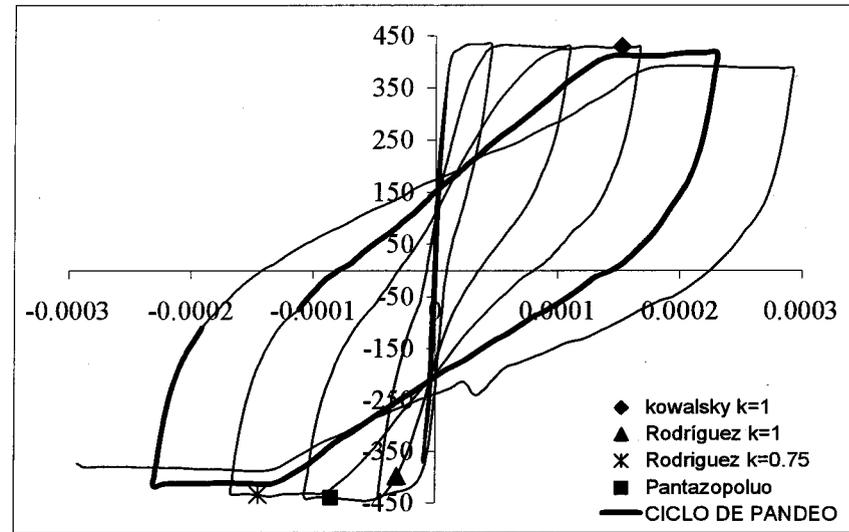


Esfuerzo-deformación para el concreto (MPa)

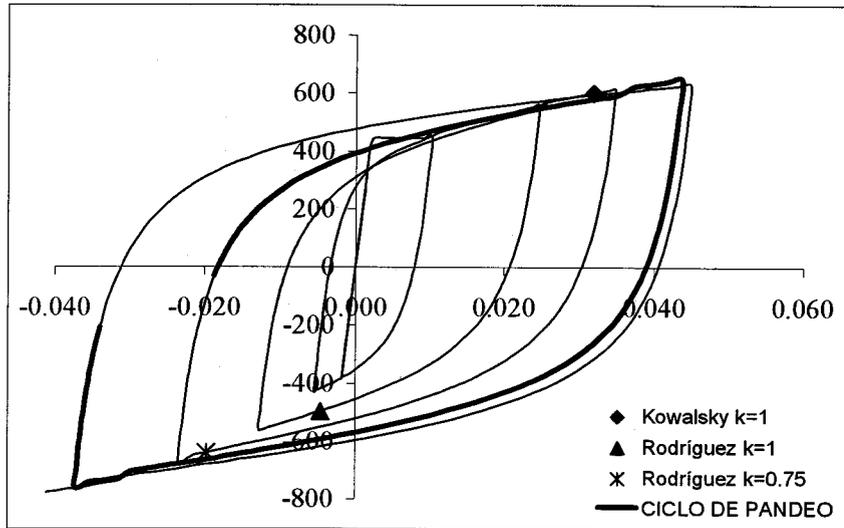
# SOES 2



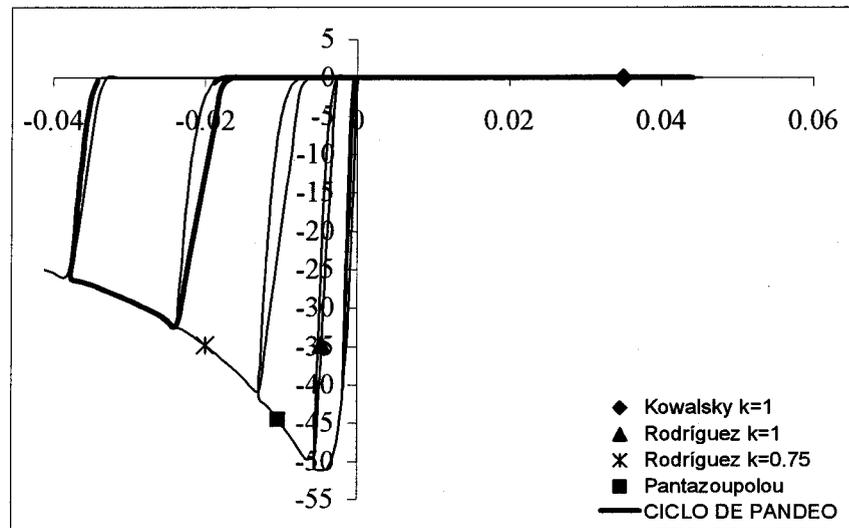
Carga lateral-desplazamiento (KN-mm)



Momento-curvatura (KN-m / Rad/mm)

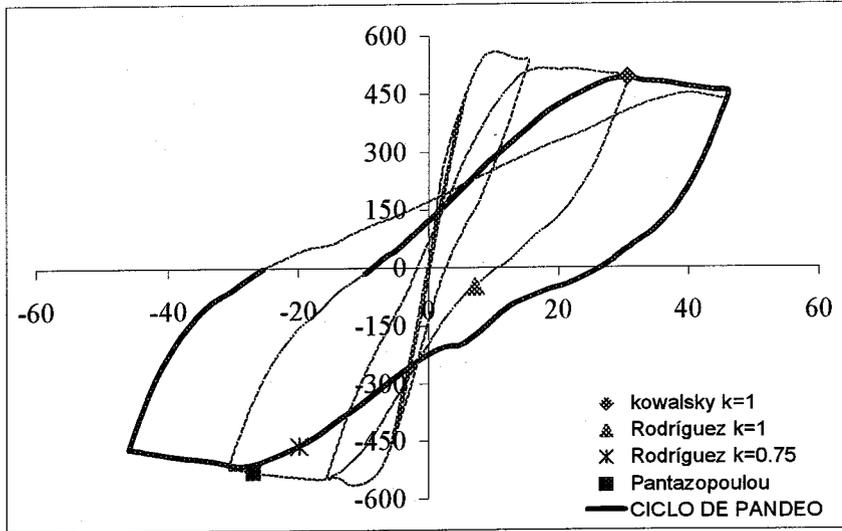


Esfuerzo-deformación para el acero (MPa)

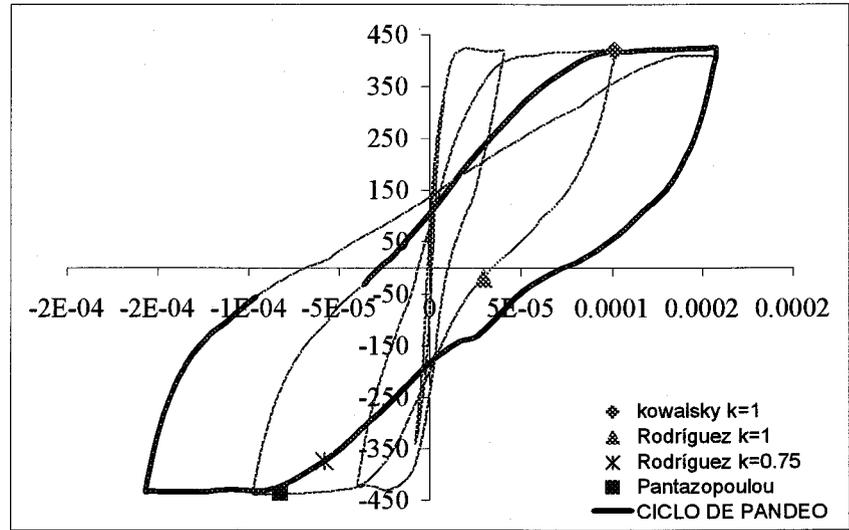


Esfuerzo-deformación para el concreto (MPa)

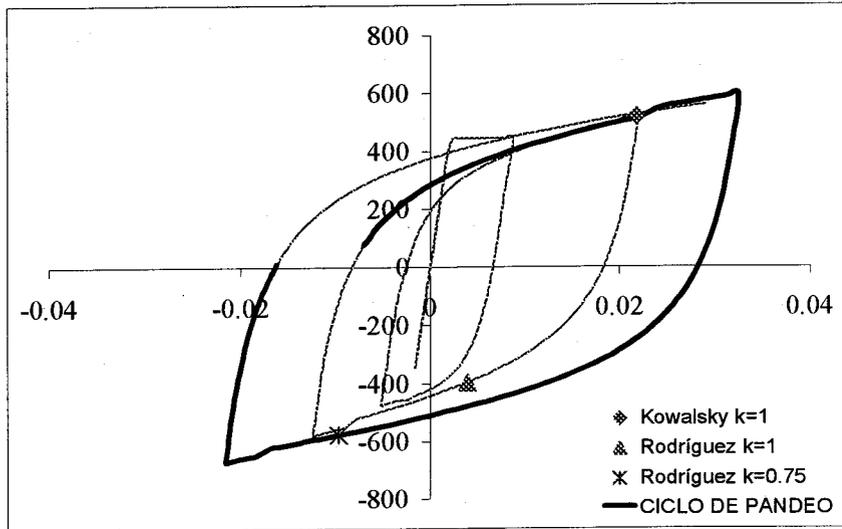
# SOES 3



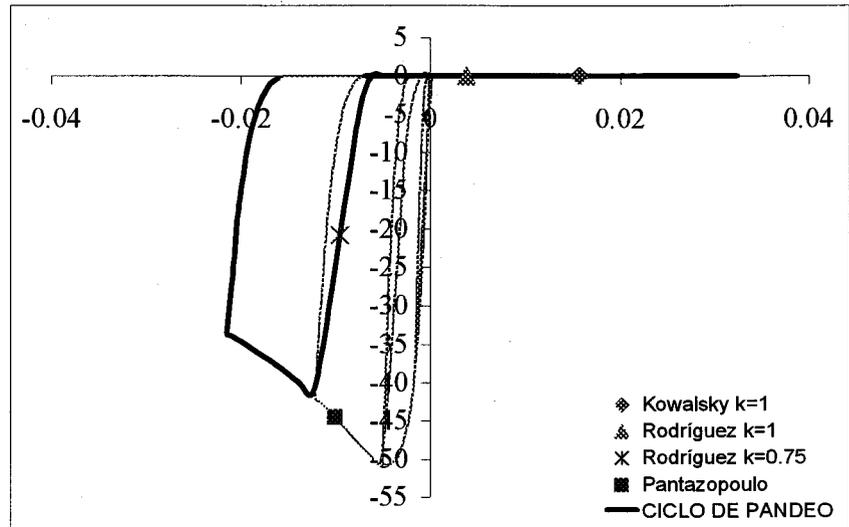
Carga lateral-desplazamiento (KN-mm)



Momento-curvatura (KN-m / Rad/mm)

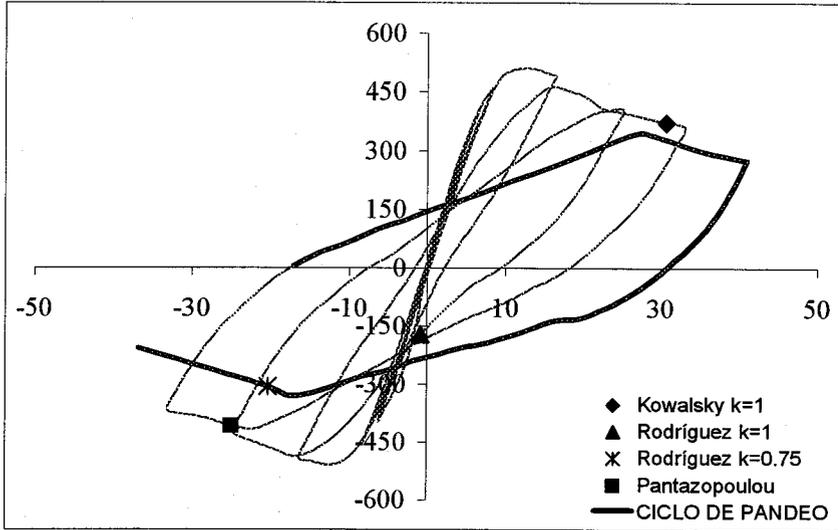


Esfuerzo-deformación para el acero (MPa)

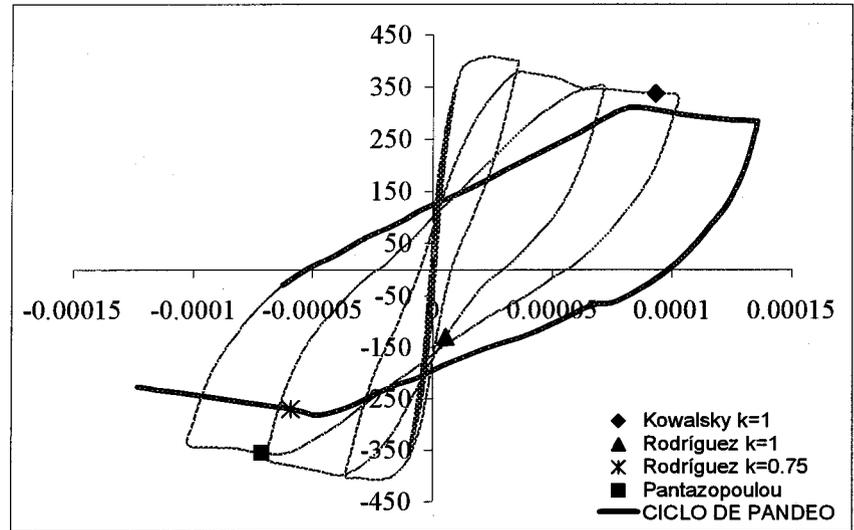


Esfuerzo-deformación para el concreto (MPa)

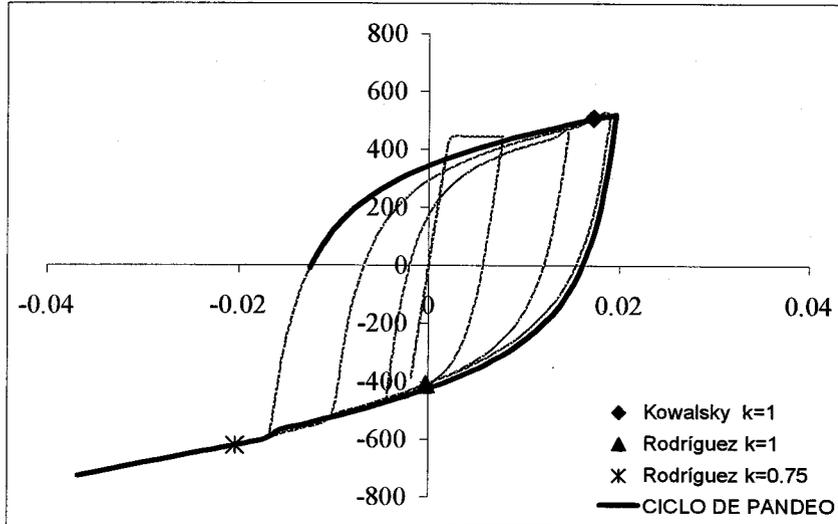
# SOES 4



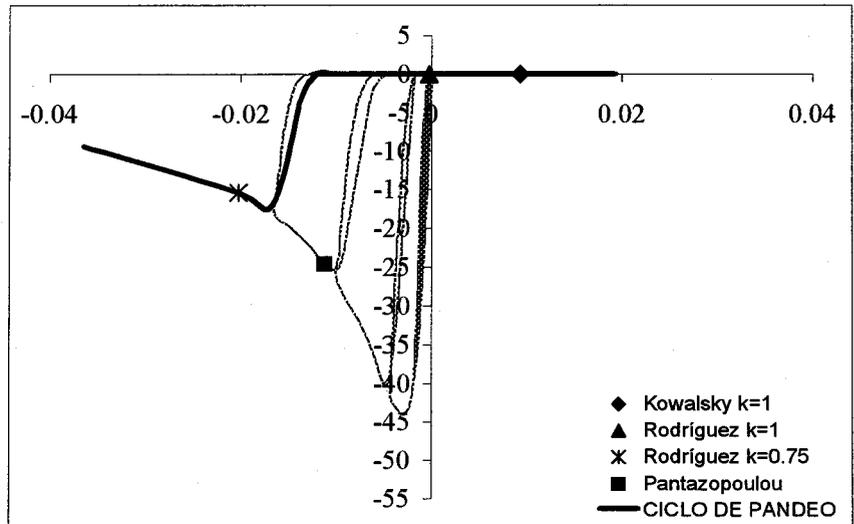
Carga lateral-desplazamiento (KN-mm)



Momento-curvatura (KN-m / Rad/mm)

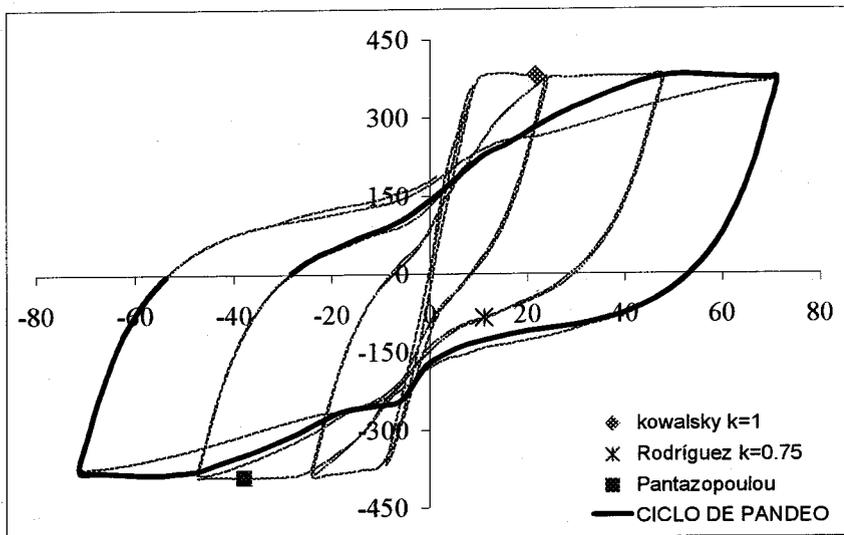


Esfuerzo-deformación para el acero (MPa)

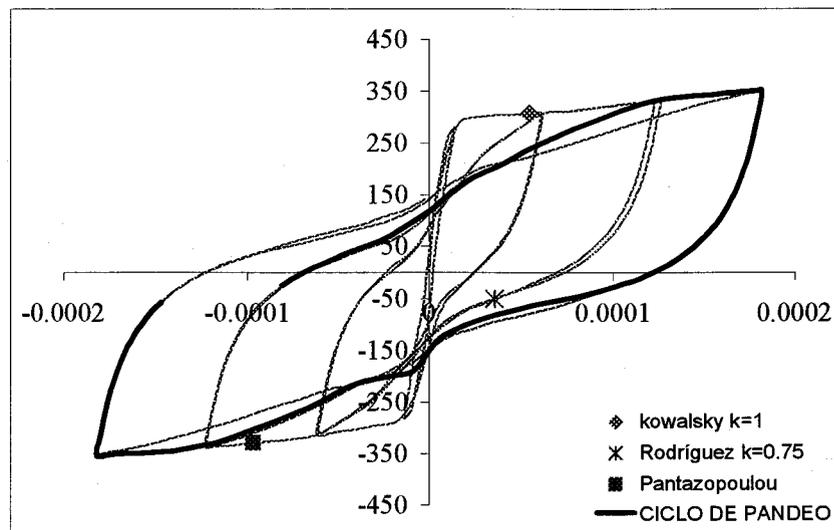


Esfuerzo-deformación para el concreto (MPa)

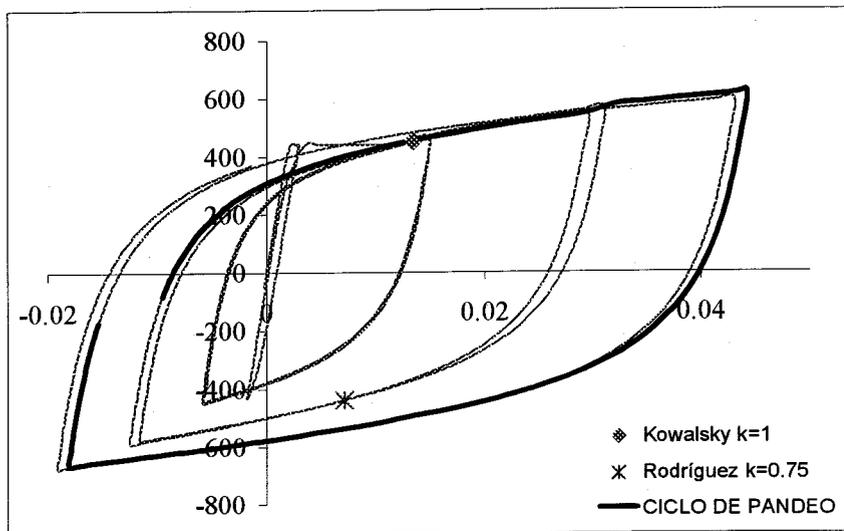
# ZAHN 7



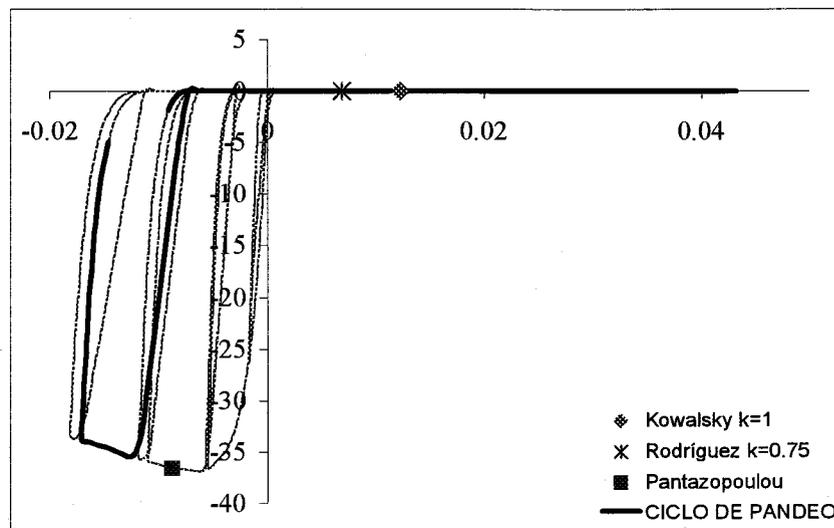
Carga lateral-desplazamiento (KN-mm)



Momento-curvatura (KN-m / Rad/mm)

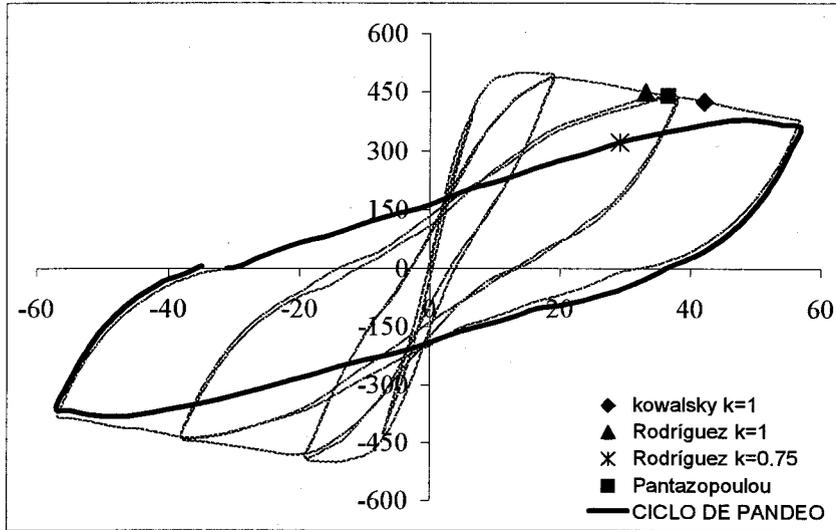


Esfuerzo-deformación para el acero (MPa)

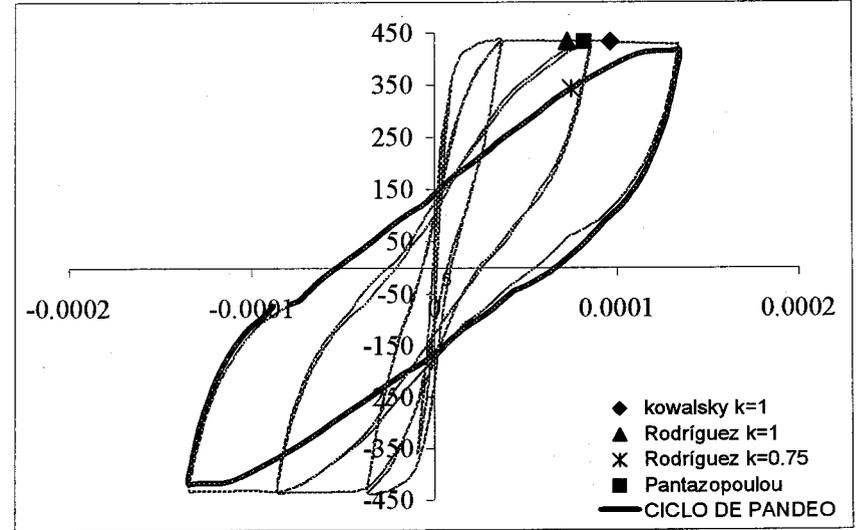


Esfuerzo-deformación para el concreto (MPa)

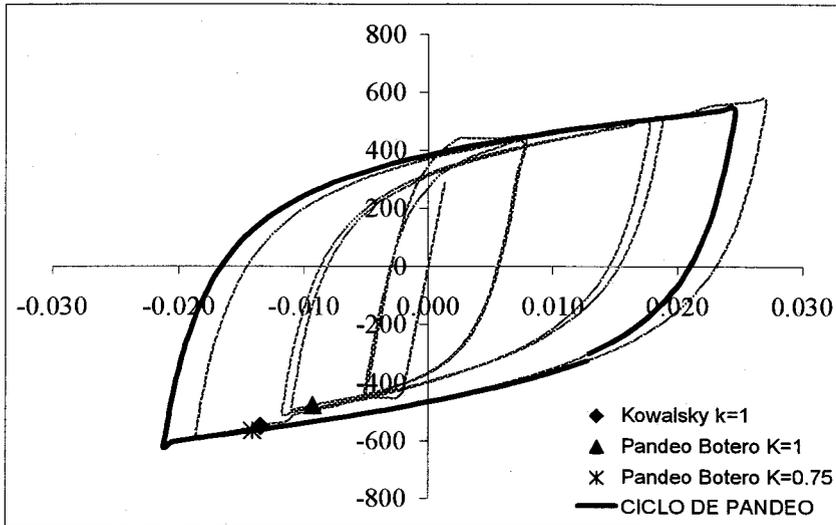
# ZAHN 8



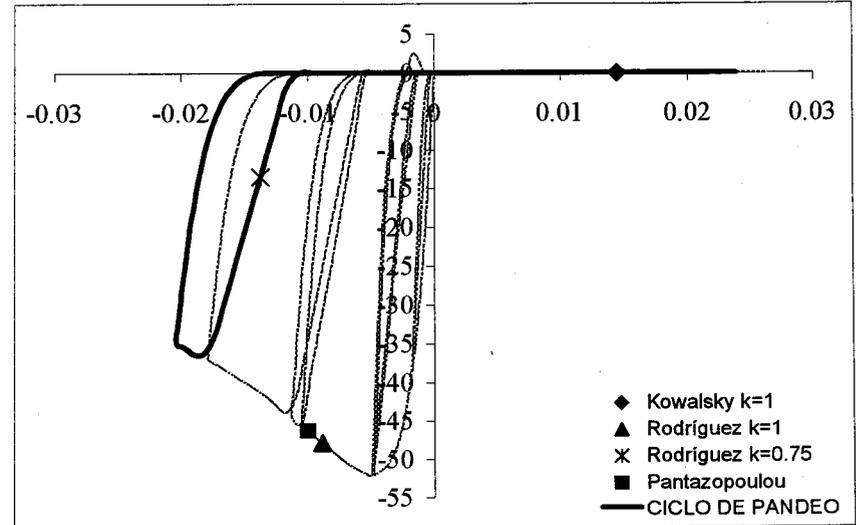
Carga lateral-desplazamiento (KN-mm)



Momento-curvatura (KN-m / Rad/mm)

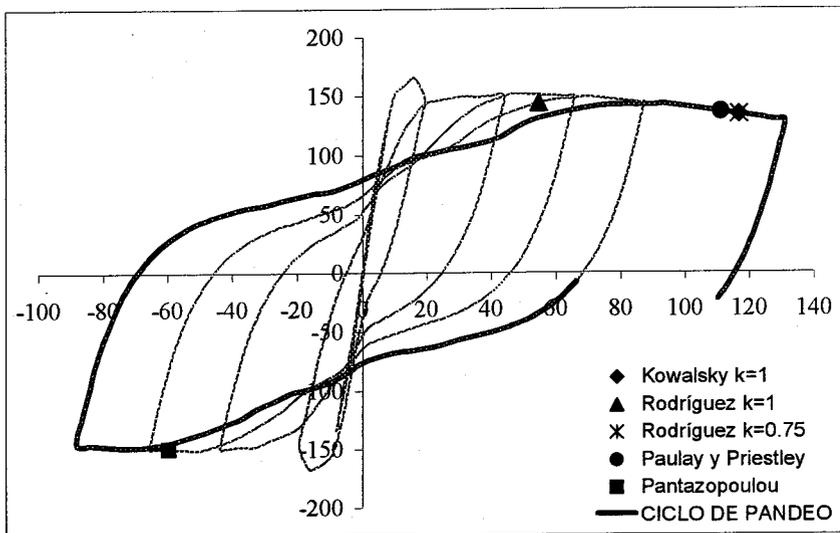


Esfuerzo-deformación para el acero (MPa)

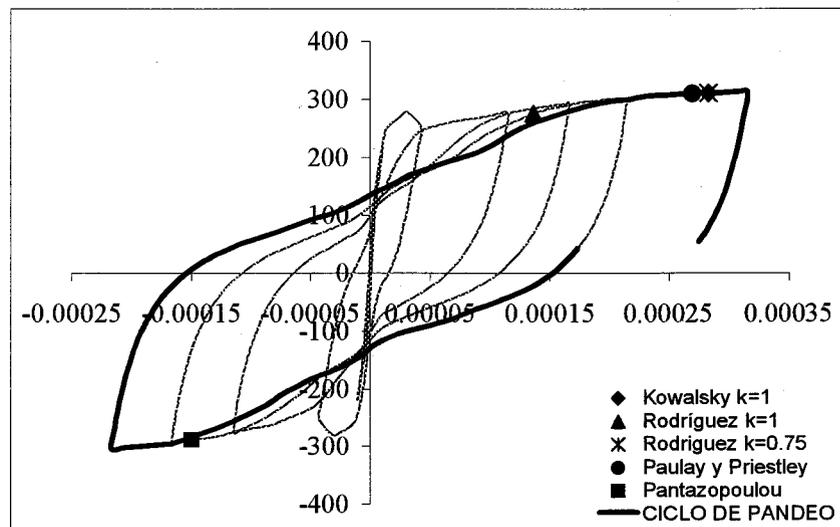


Esfuerzo-deformación para el concreto (MPa)

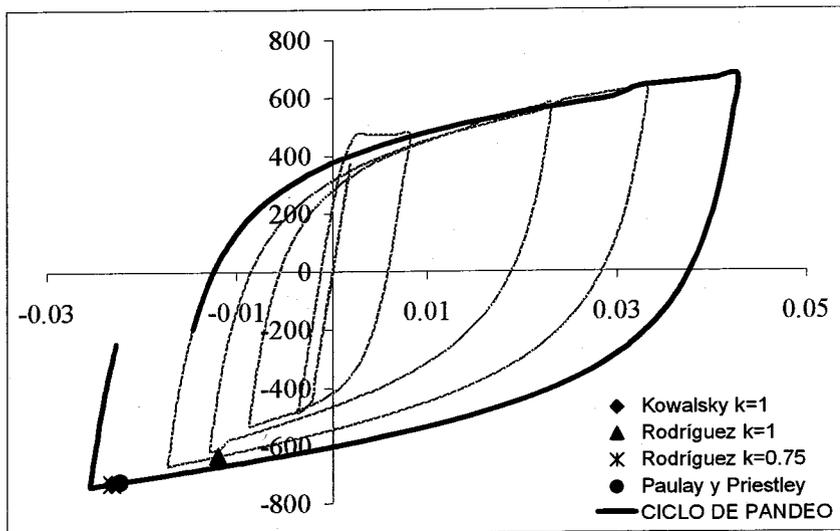
# TANA 1



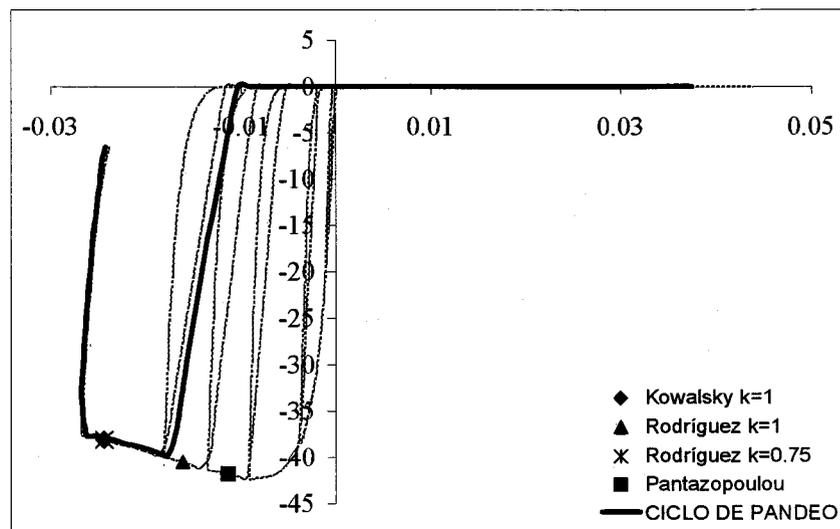
Carga lateral-desplazamiento (KN-mm)



Momento-curvatura (KN-m / Rad/mm)

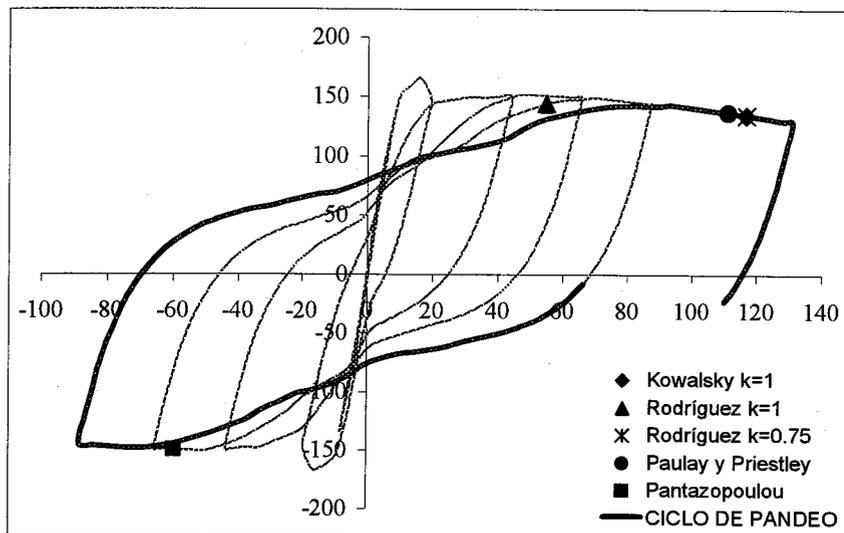


Esfuerzo-deformación para el acero (MPa)

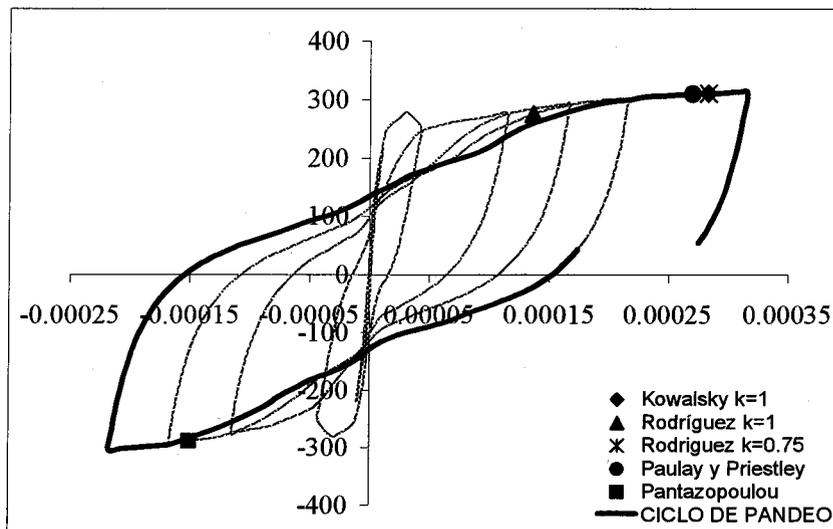


Esfuerzo-deformación para el concreto (MPa)

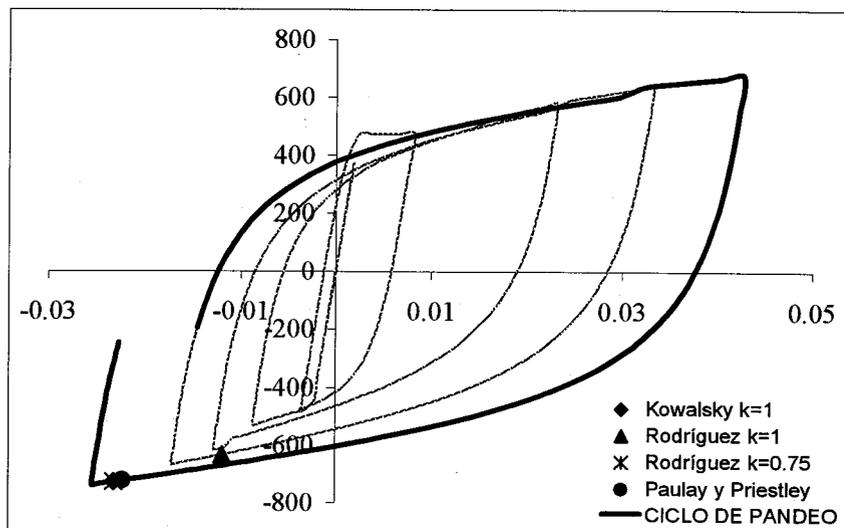
## TANA 2



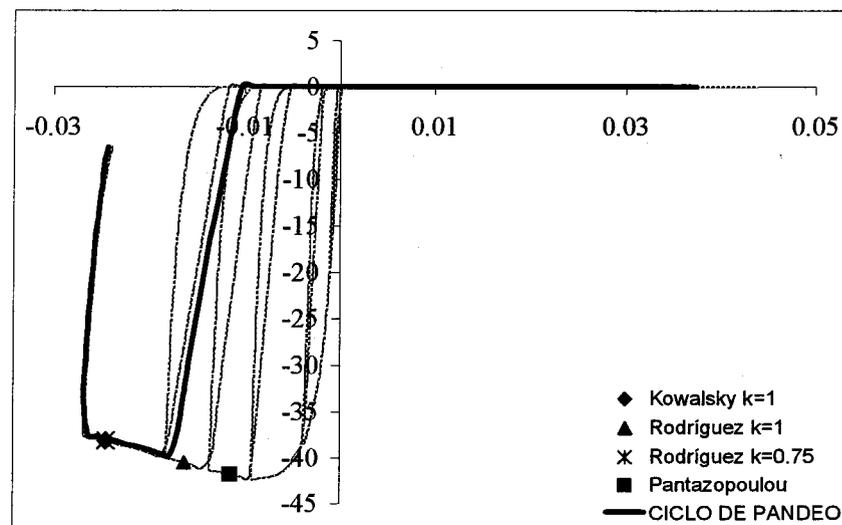
Carga lateral-desplazamiento (KN-mm)



Momento-curvatura (KN-m / Rad/mm)

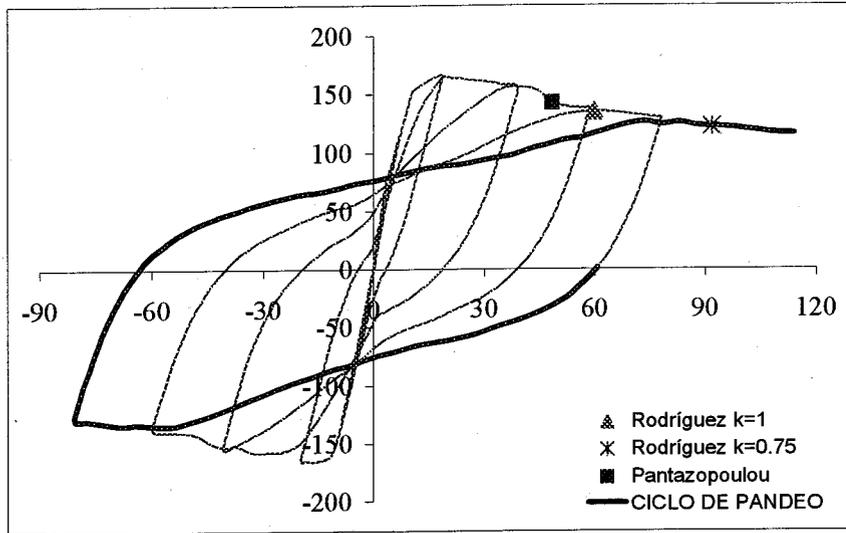


Esfuerzo-deformación para el acero (MPa)

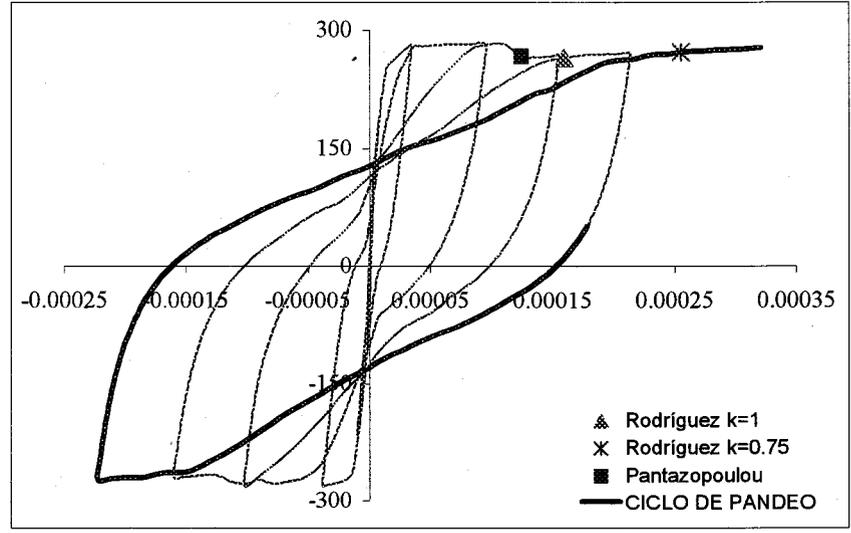


Esfuerzo-deformación para el concreto (MPa)

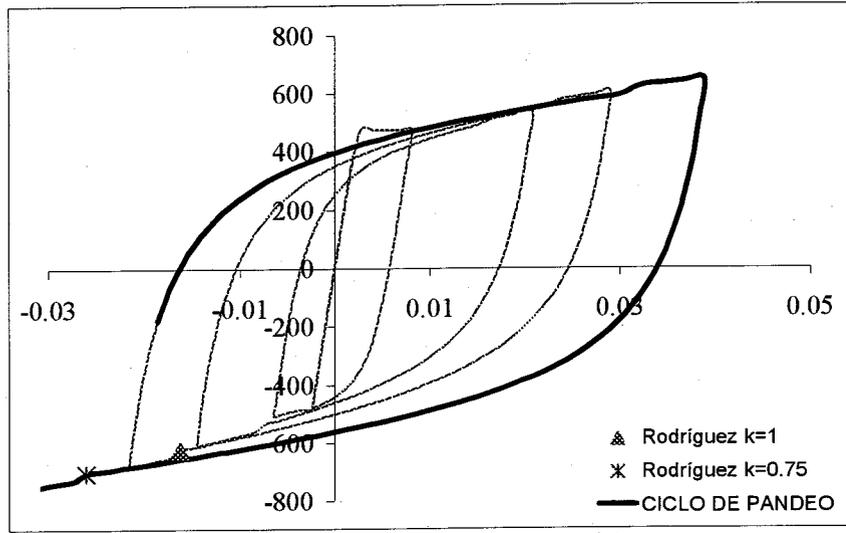
# TANA 4



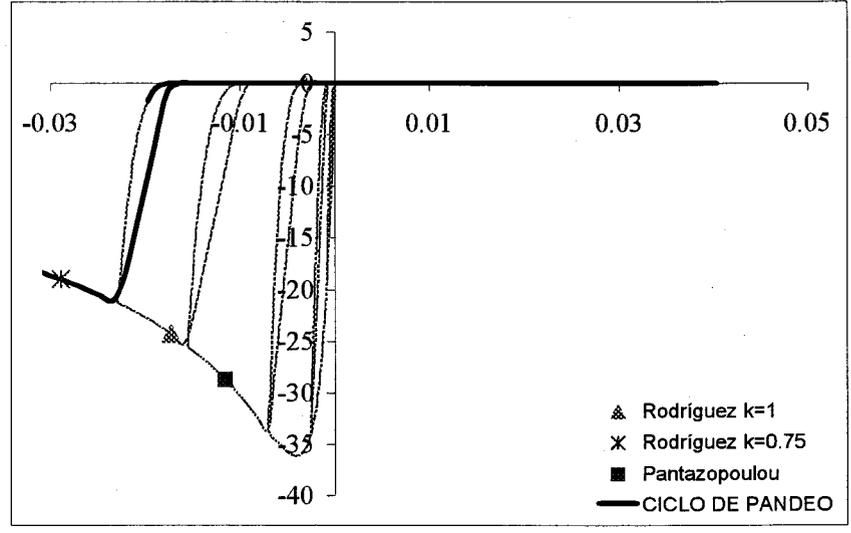
Carga lateral-desplazamiento (KN-mm)



Momento-curvatura (KN-m / Rad/mm)

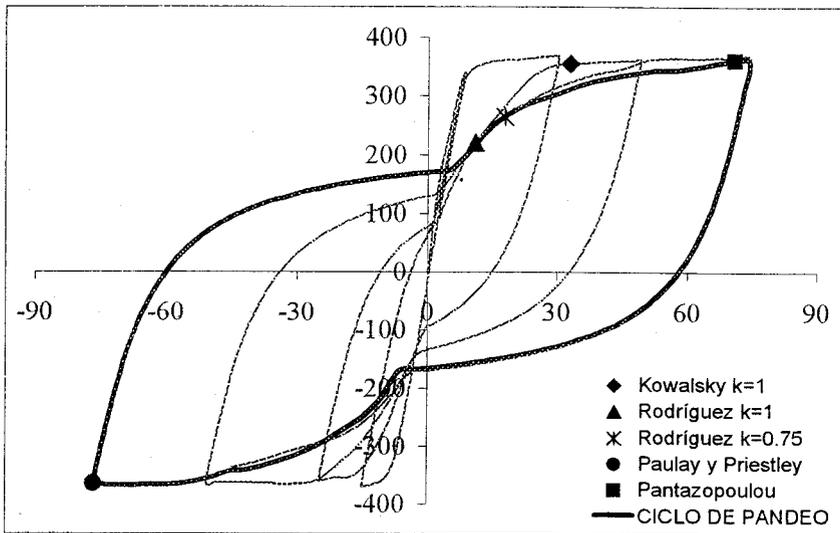


Esfuerzo-deformación para el acero (MPa)

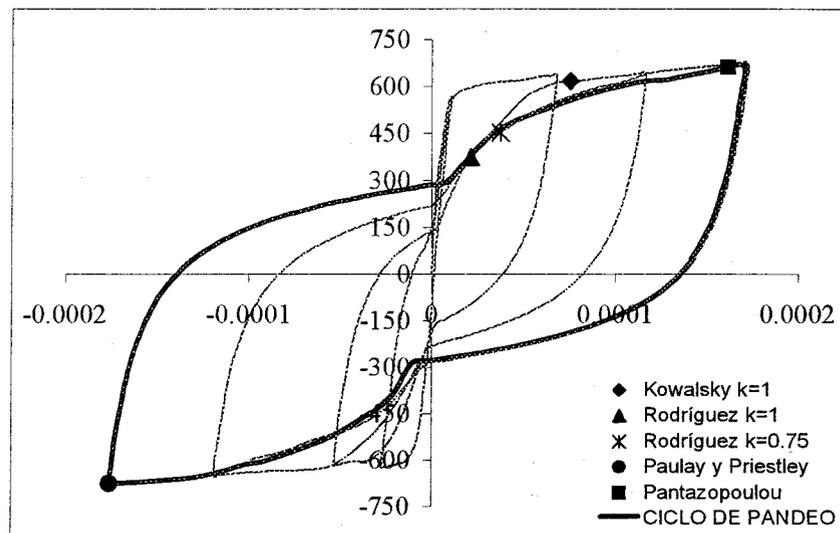


Esfuerzo-deformación para el concreto (MPa)

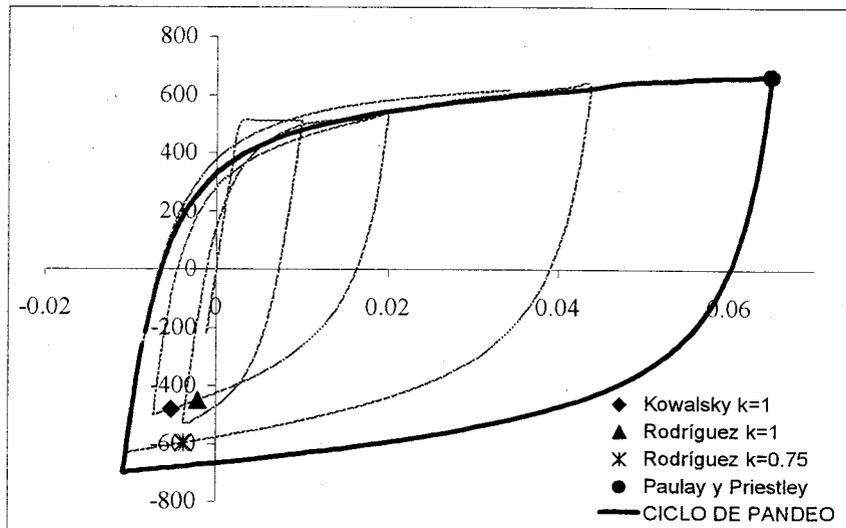
# TANA 5



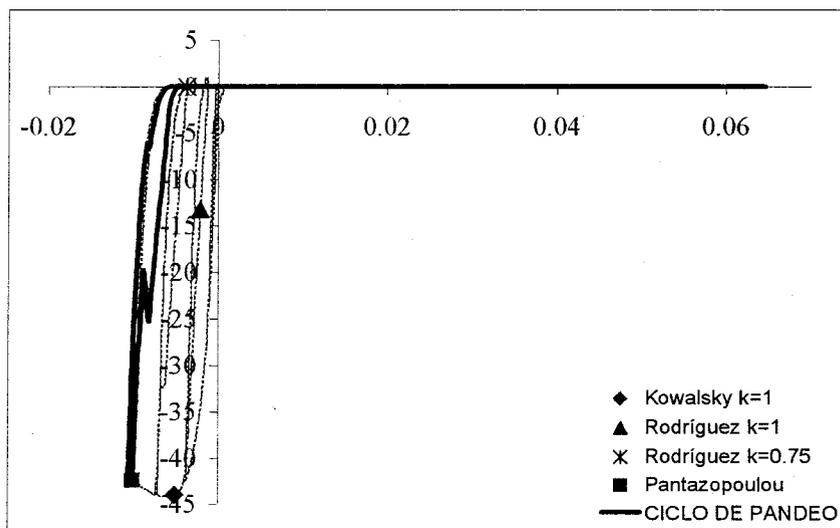
Carga lateral-desplazamiento (KN-mm)



Momento-curvatura (KN-m / Rad/mm)

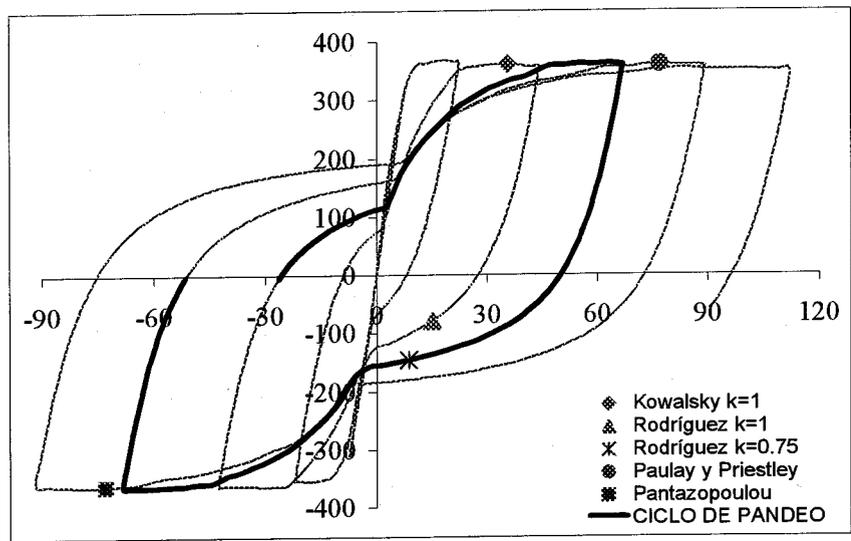


Esfuerzo-deformación para el acero (MPa)

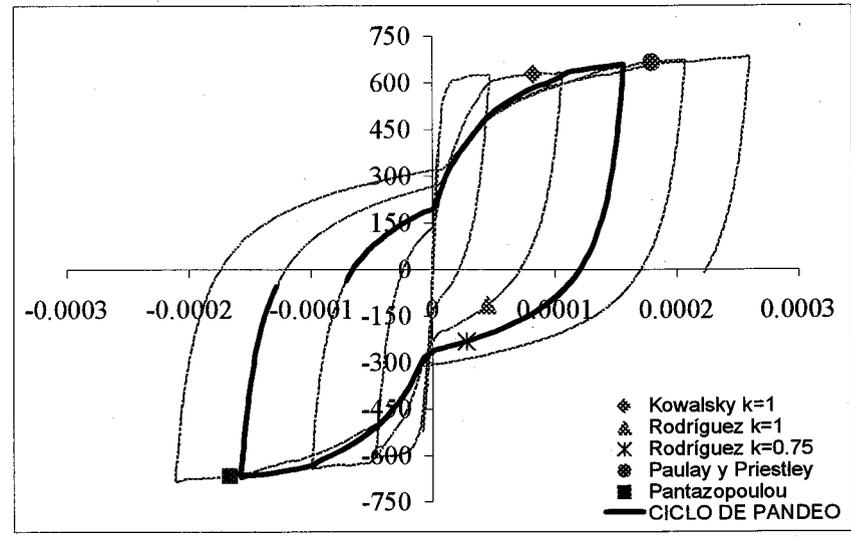


Esfuerzo-deformación para el concreto (MPa)

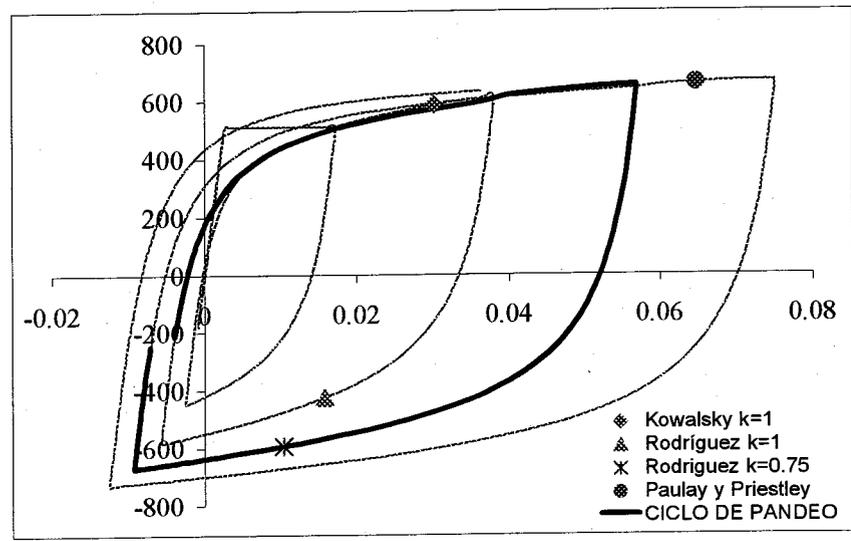
# TANA 6



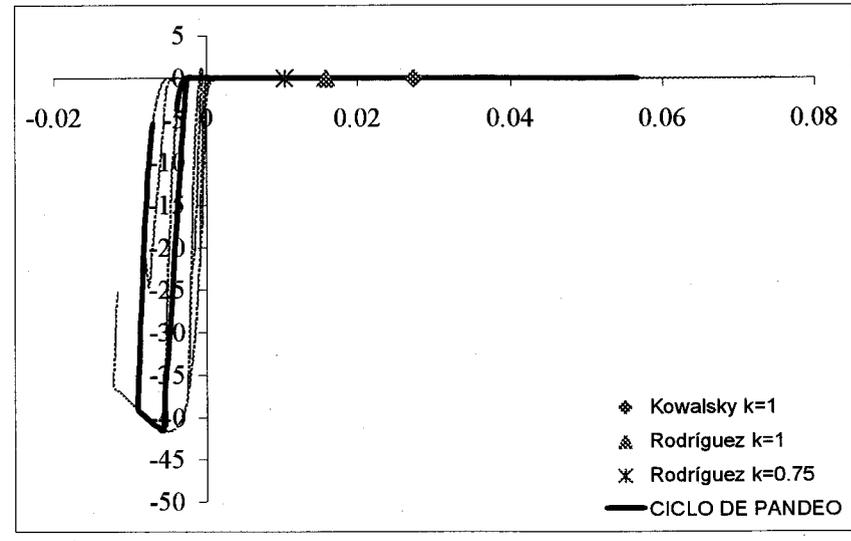
Carga lateral-desplazamiento (KN-mm)



Momento-curvatura (KN-m / Rad/mm)

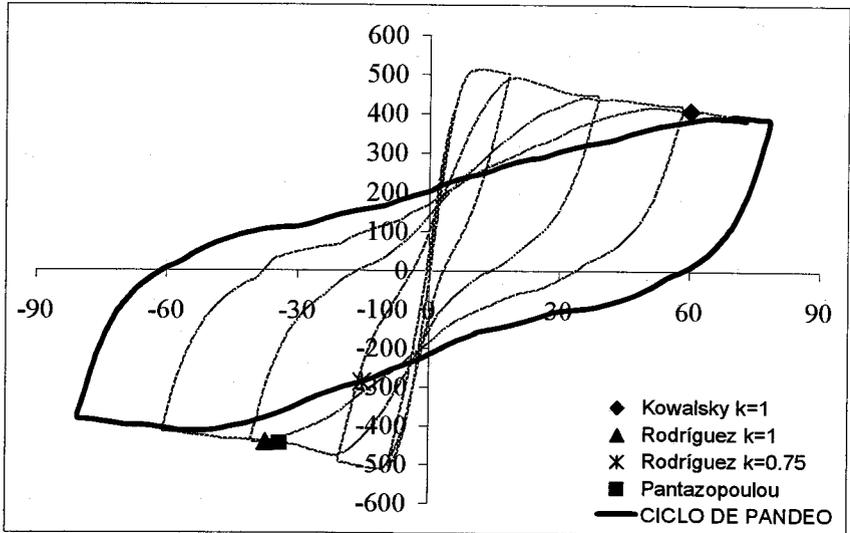


Esfuerzo-deformación para el acero (MPa)

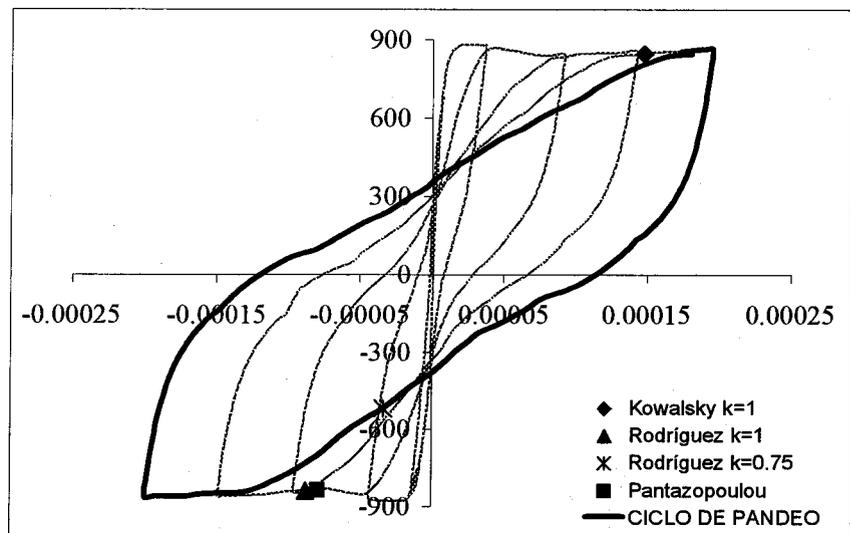


Esfuerzo-deformación para el concreto (MPa)

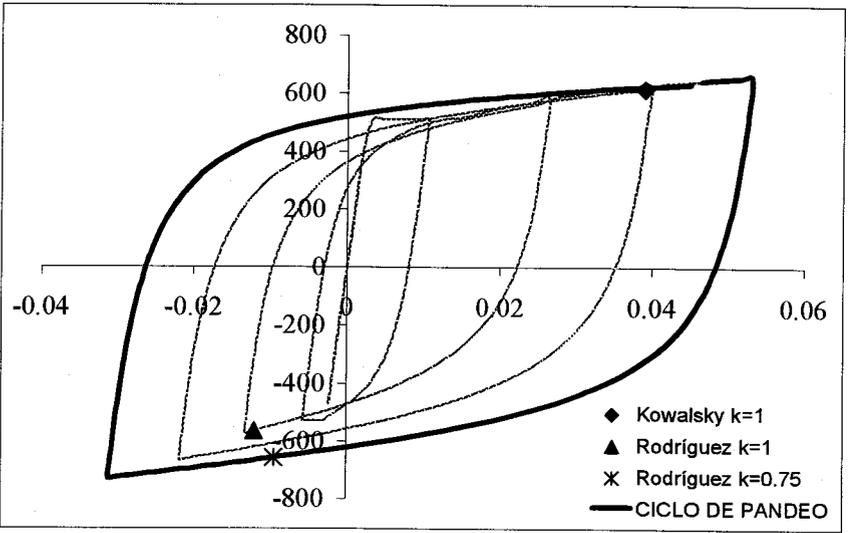
# TANA 7



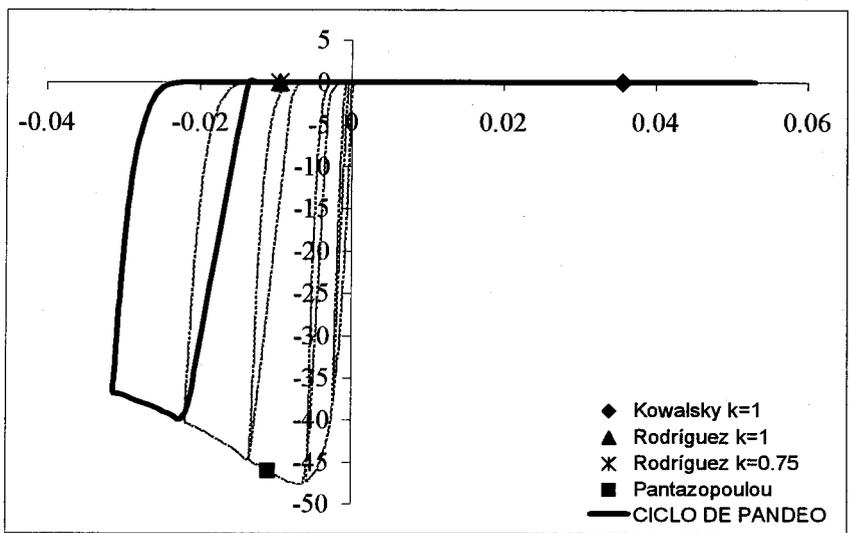
Carga lateral-desplazamiento (KN-mm)



Momento-curvatura (KN-m / Rad/mm)

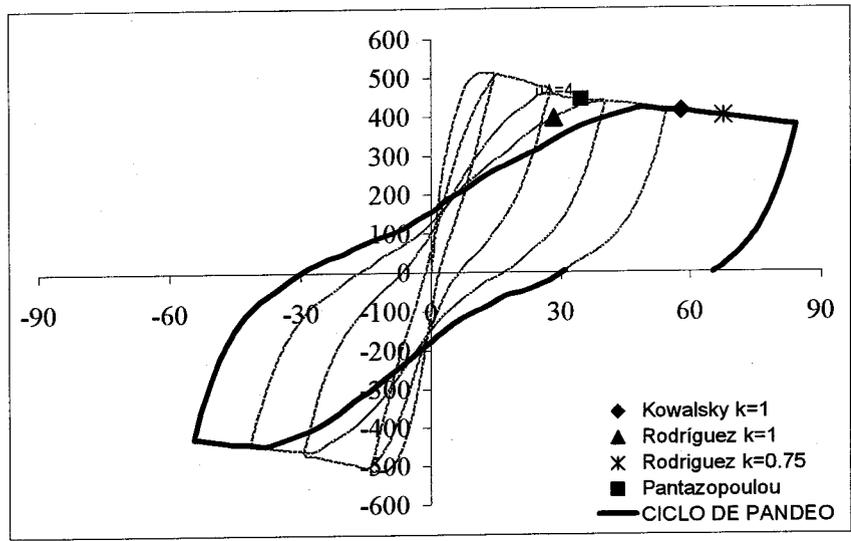


Esfuerzo-deformación para el acero (MPa)

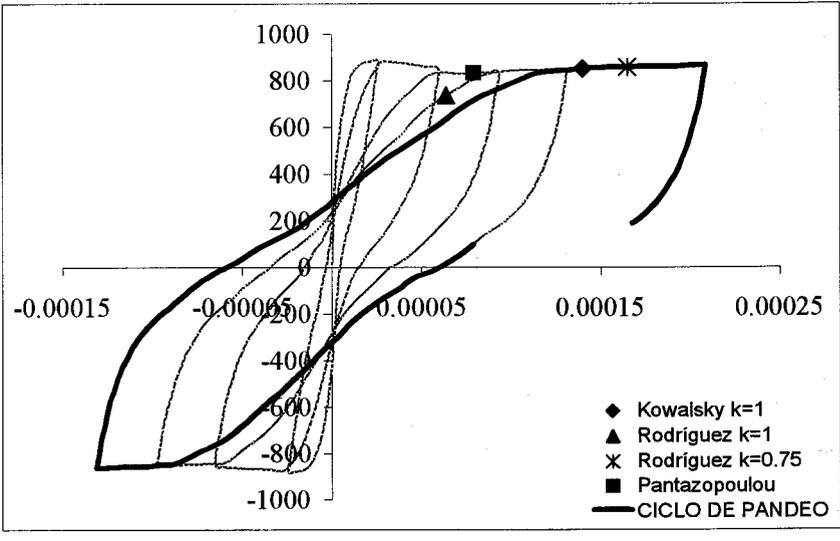


Esfuerzo-deformación para el concreto (MPa)

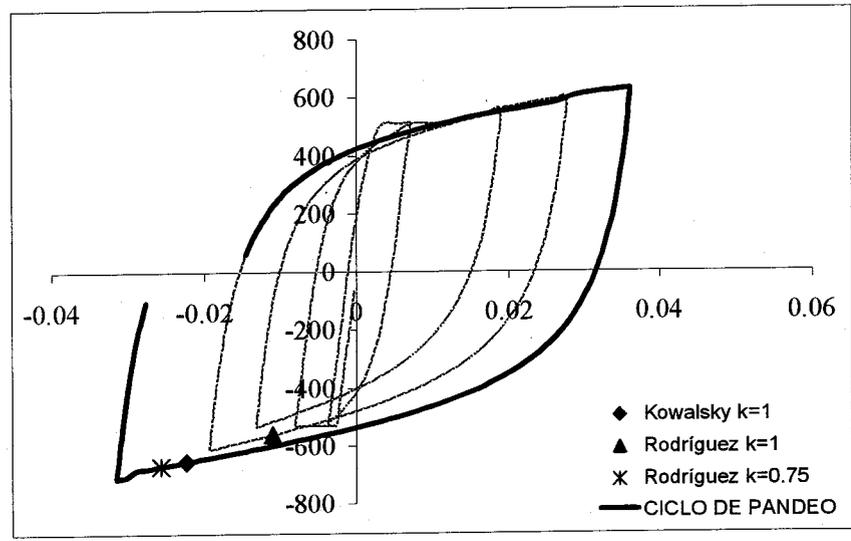
# TANA 8



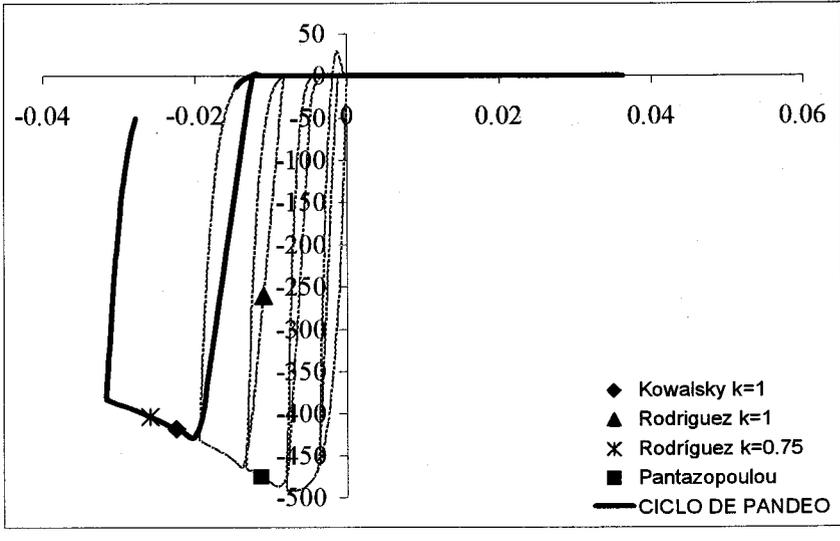
Carga lateral-desplazamiento (KN-mm)



Momento-curvatura (KN-m / Rad/mm)

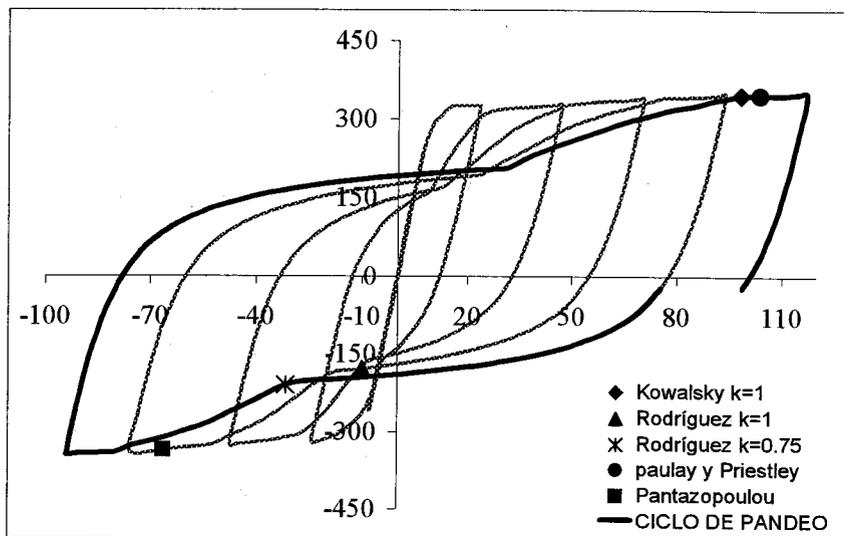


Esfuerzo-deformación para el acero (MPa)

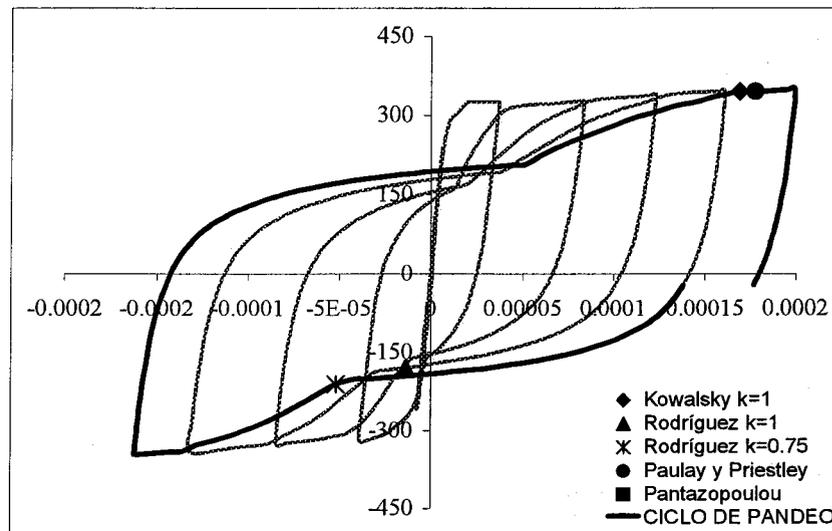


Esfuerzo-deformación para el concreto (MPa)

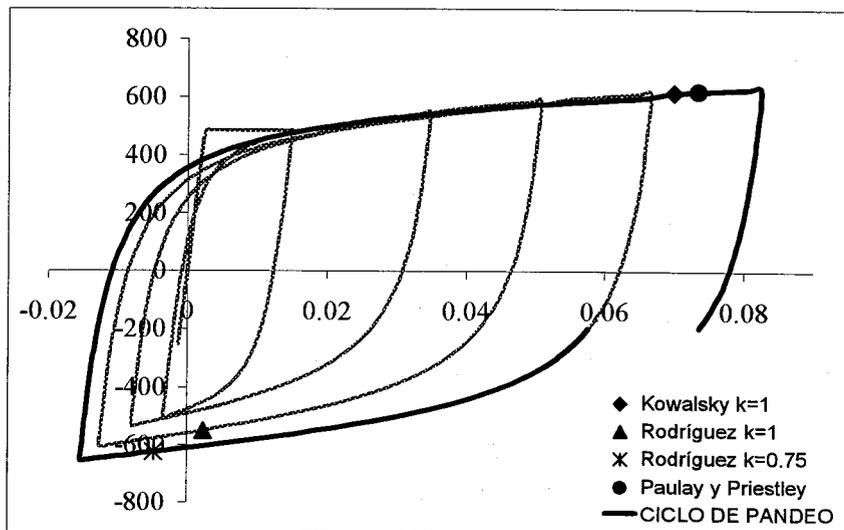
# TANA 10



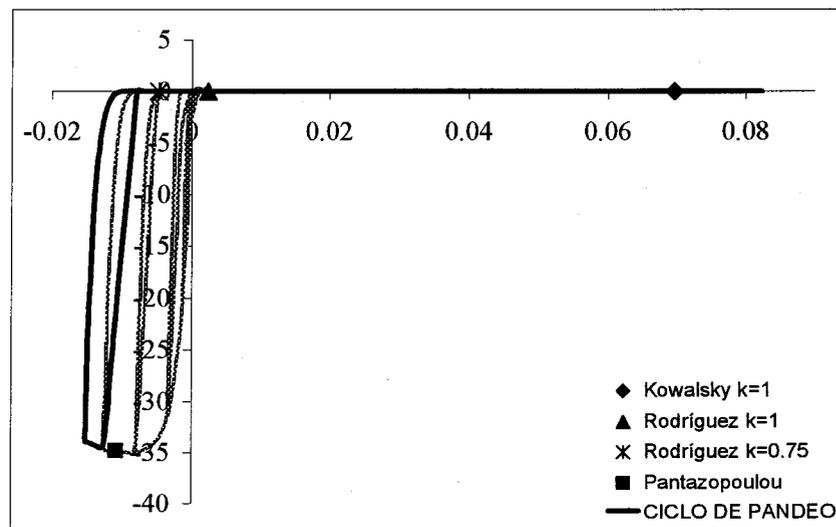
Carga lateral-desplazamiento (KN-mm)



Momento-curvatura (KN-m / Rad/mm)

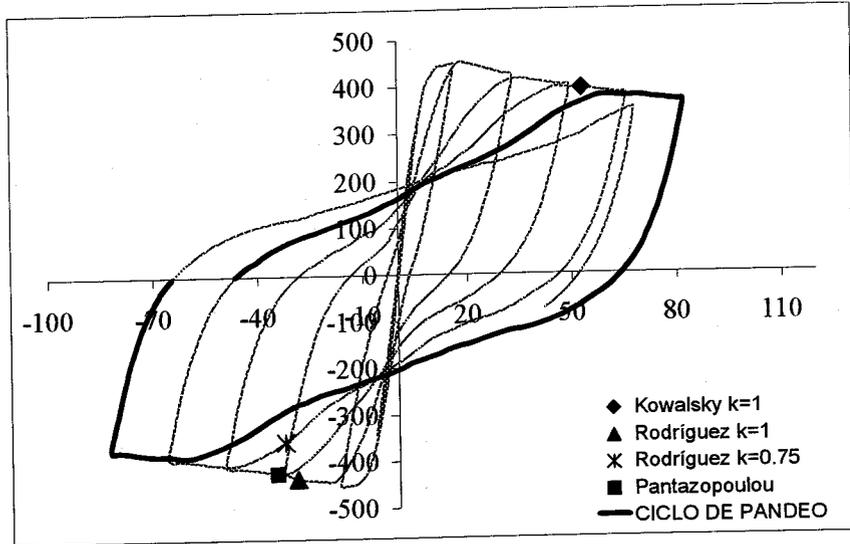


Esfuerzo-deformación para el acero (MPa)

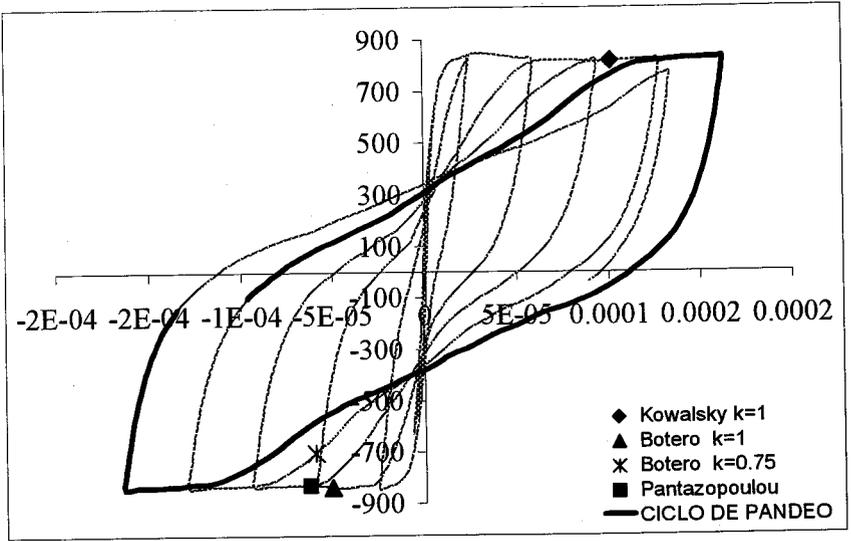


Esfuerzo-deformación para el concreto (MPa)

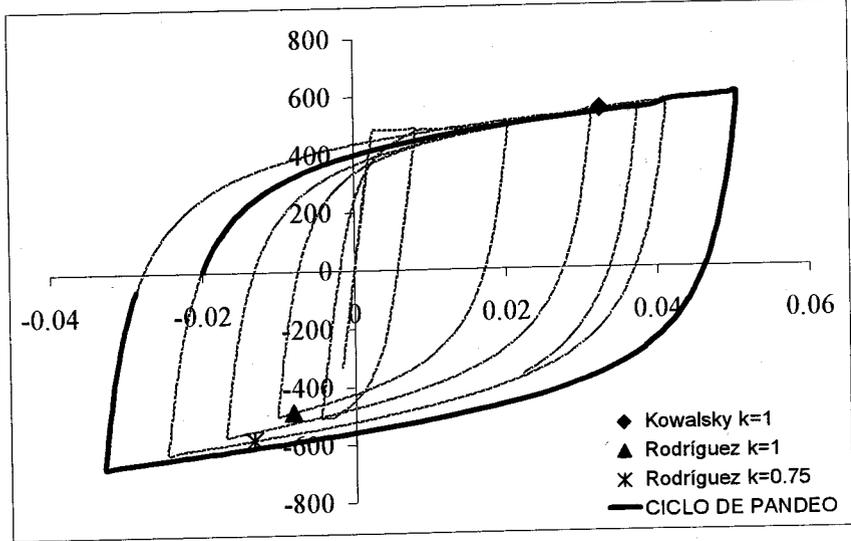
# TANA 11



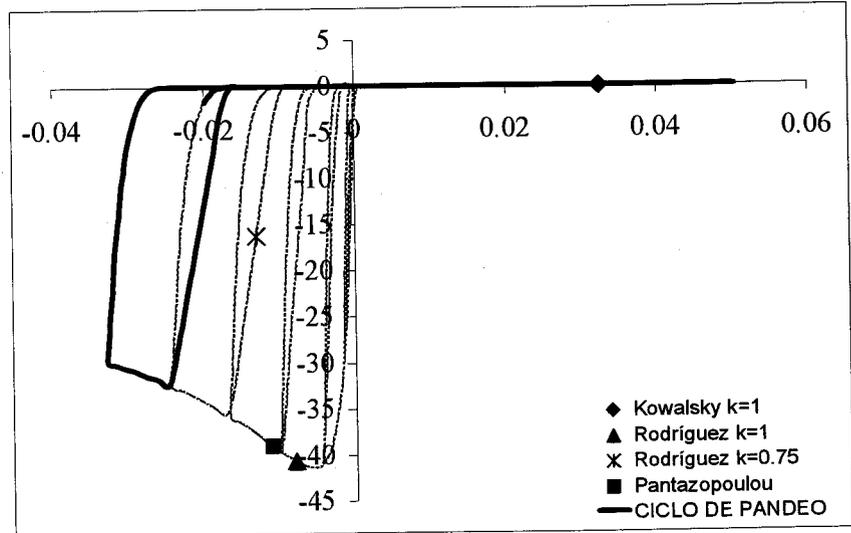
Carga lateral-desplazamiento (KN-mm)



Momento-curvatura (KN-m / Rad/mm)

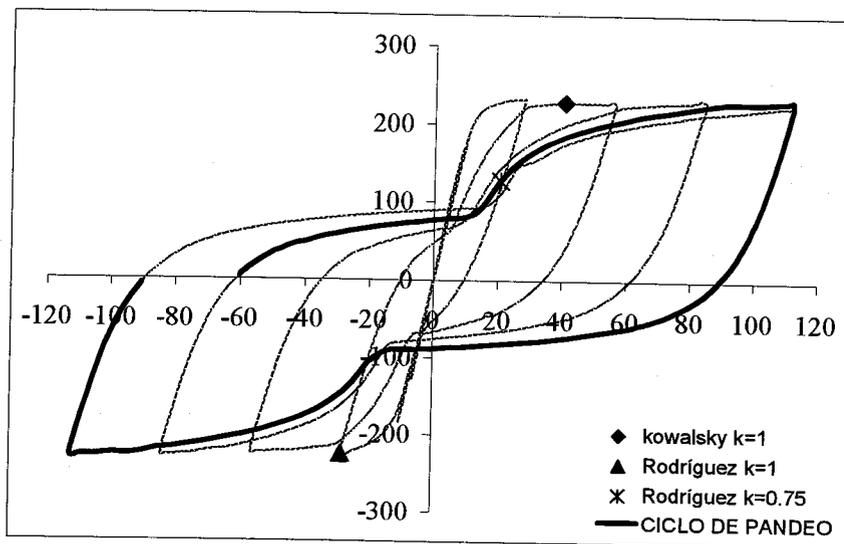


Esfuerzo-deformación para el acero (MPa)

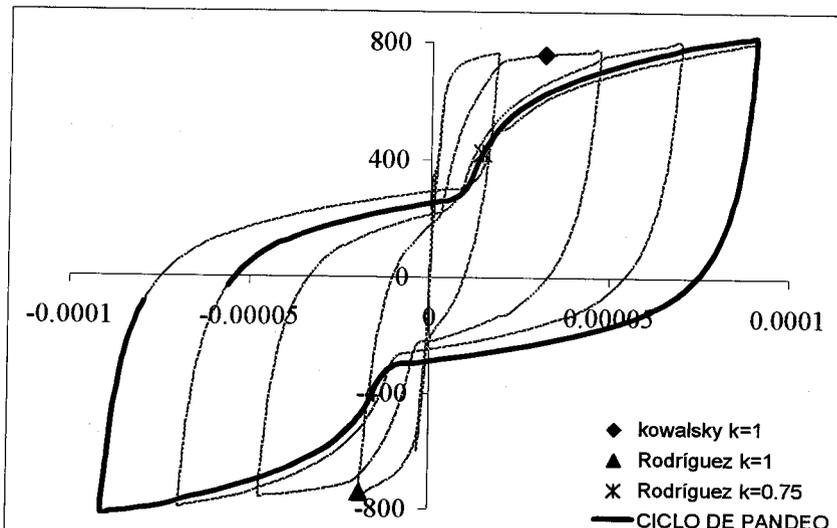


Esfuerzo-deformación para el concreto (MPa)

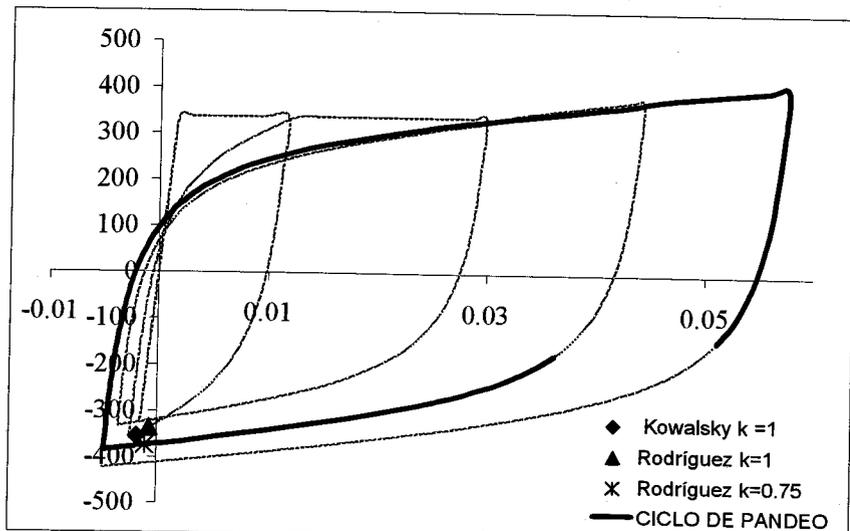
## MANDER A



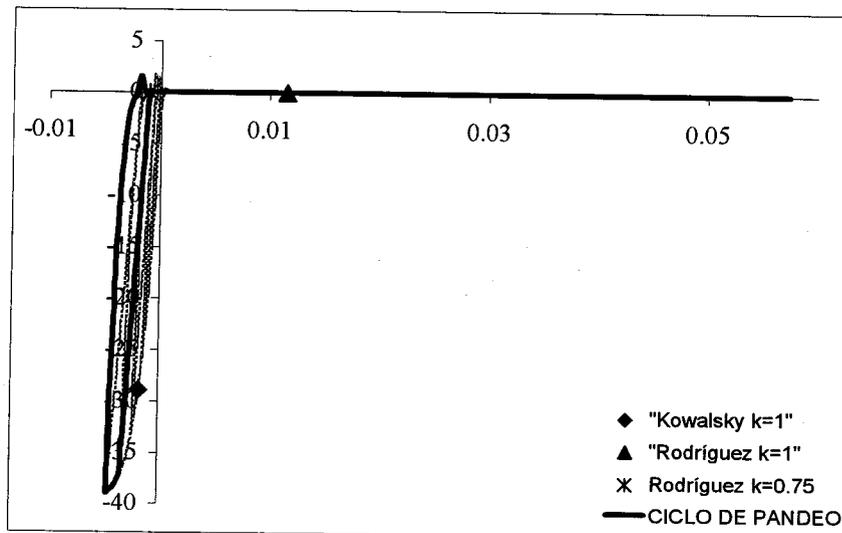
Carga lateral-desplazamiento (KN-mm)



Momento-curvatura (KN-m / Rad/mm)

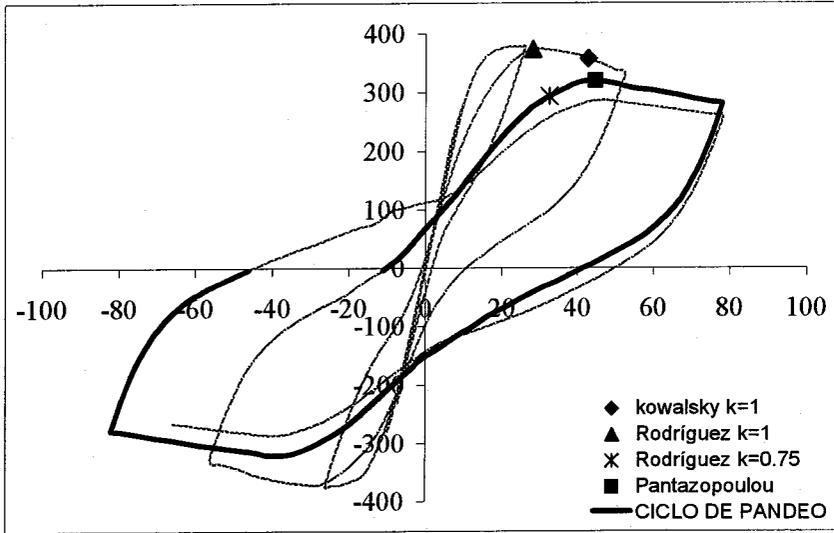


Esfuerzo-deformación para el acero (MPa)

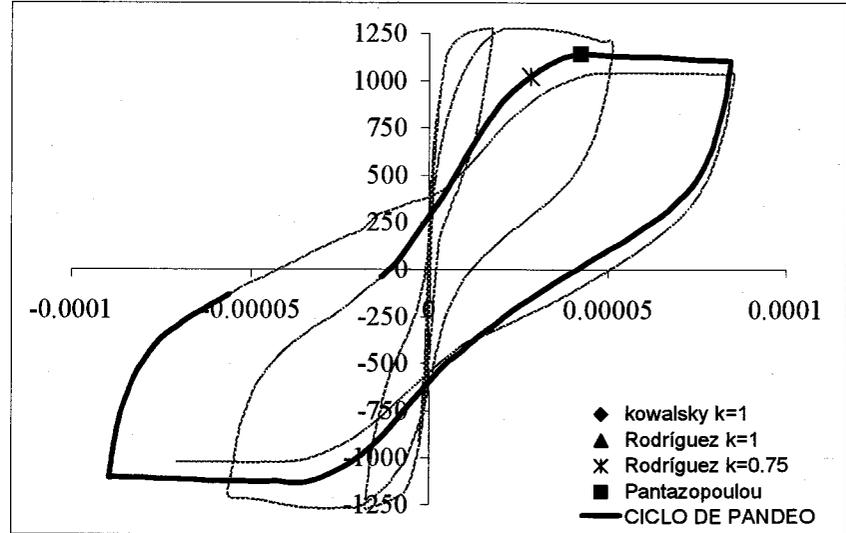


Esfuerzo-deformación para el concreto (MPa)

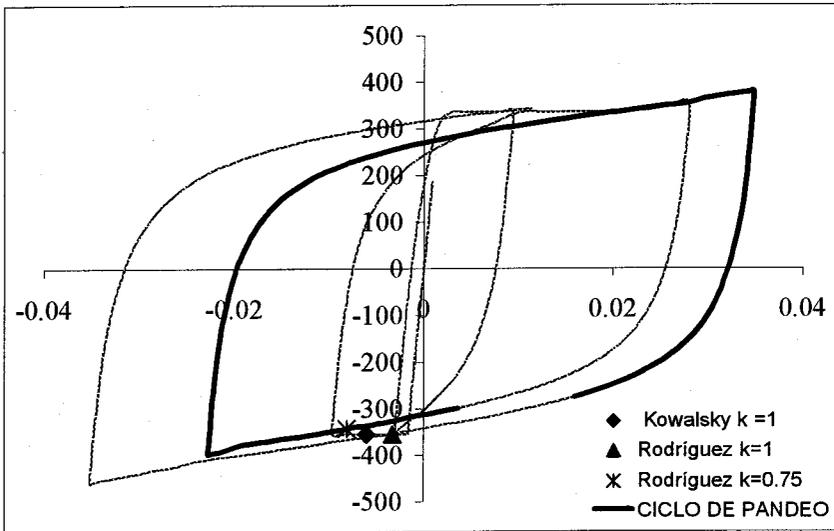
# MANDER D



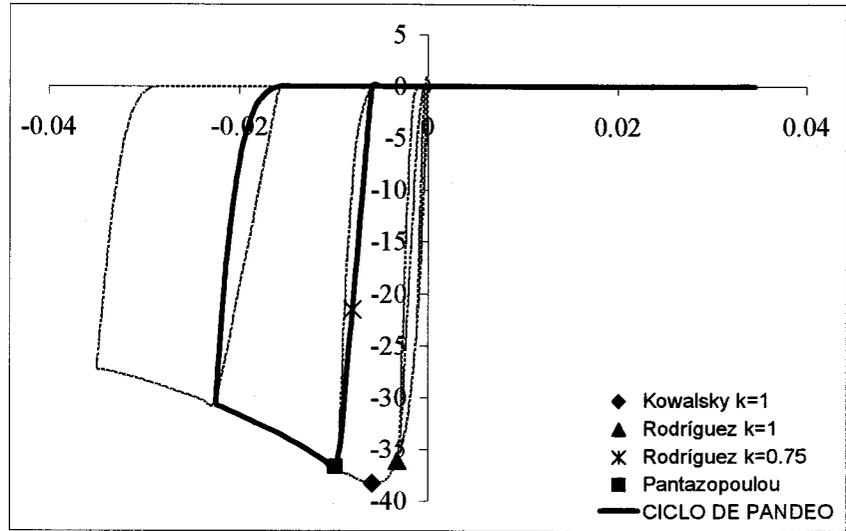
Carga lateral-desplazamiento (KN-mm)



Momento-curvatura (KN-m / Rad/mm)

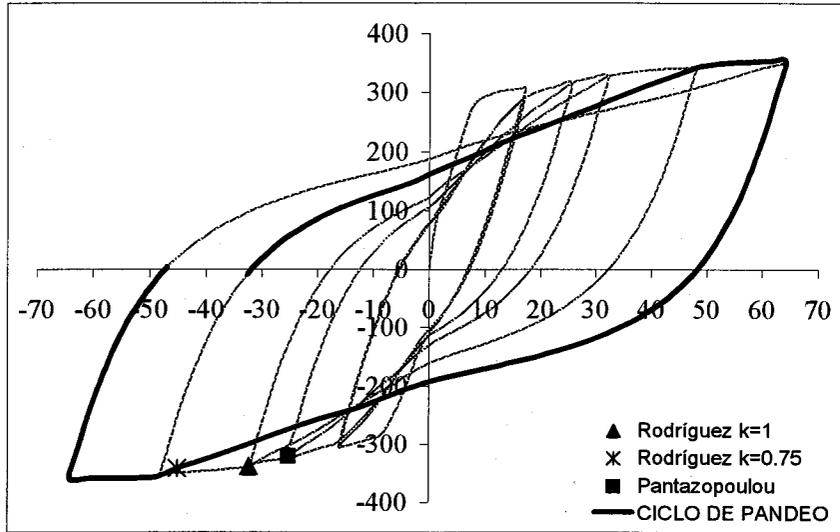


Esfuerzo-deformación para el acero (MPa)

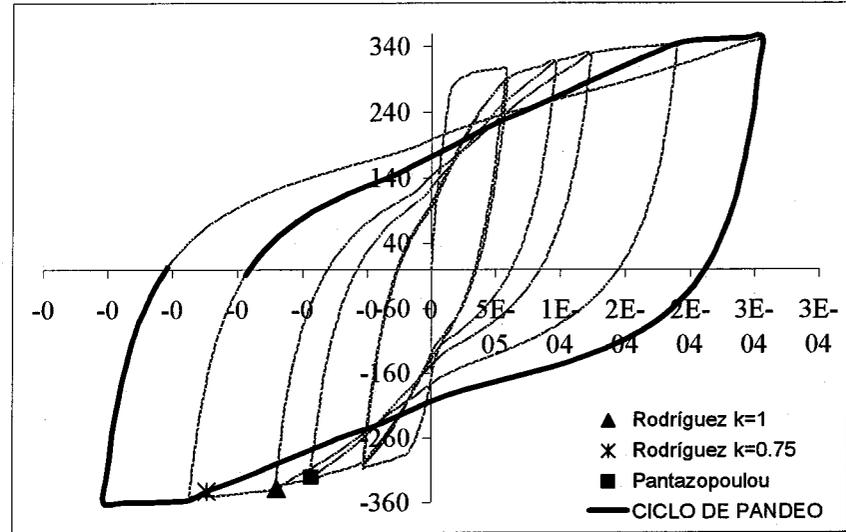


Esfuerzo-deformación para el concreto (MPa)

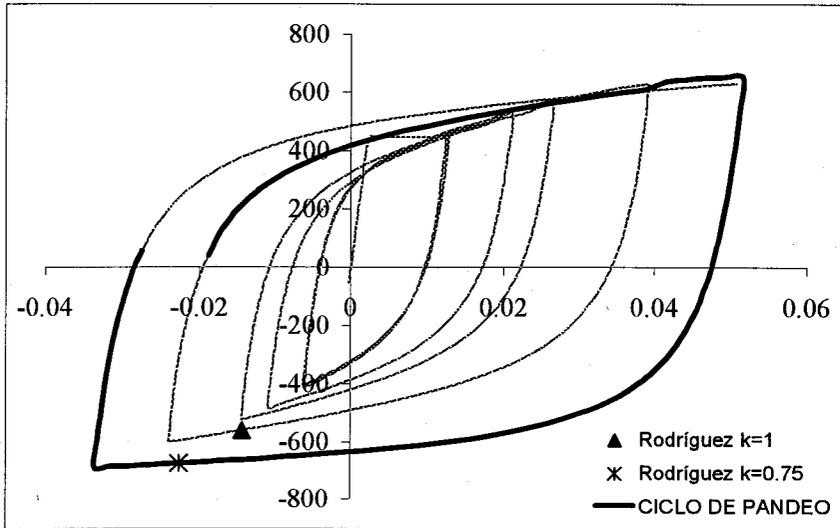
# ANG 9



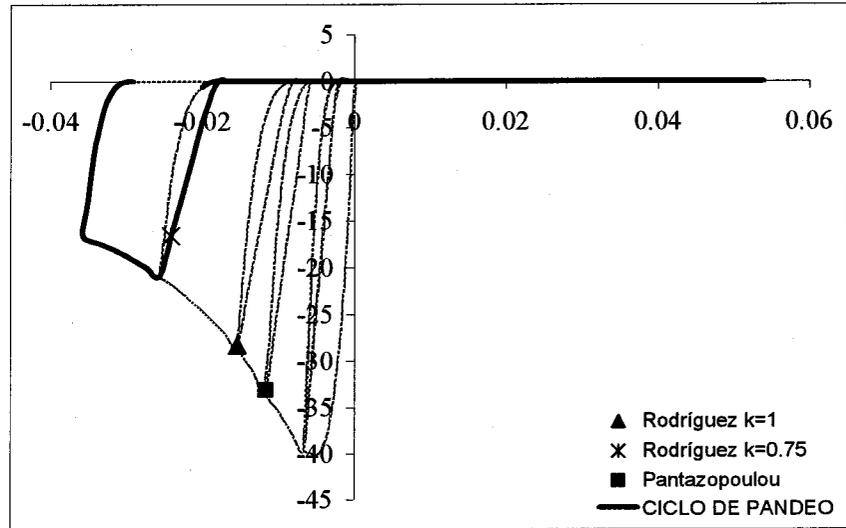
Carga lateral-desplazamiento (KN-mm)



Momento-curvatura (KN-m / Rad/mm)

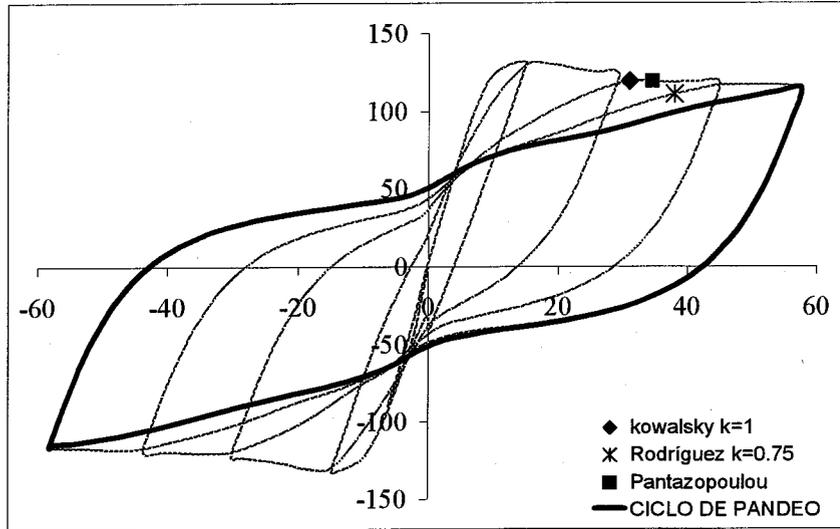


Esfuerzo-deformación para el acero (MPa)

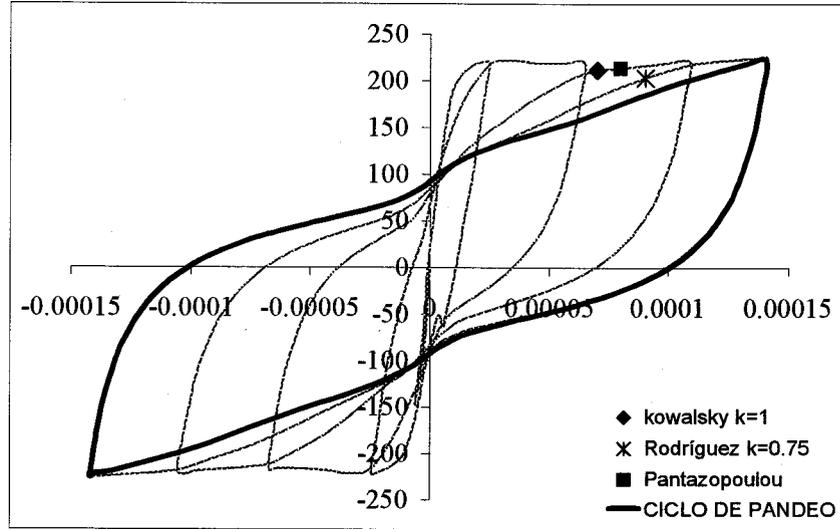


Esfuerzo-deformación para el concreto (MPa)

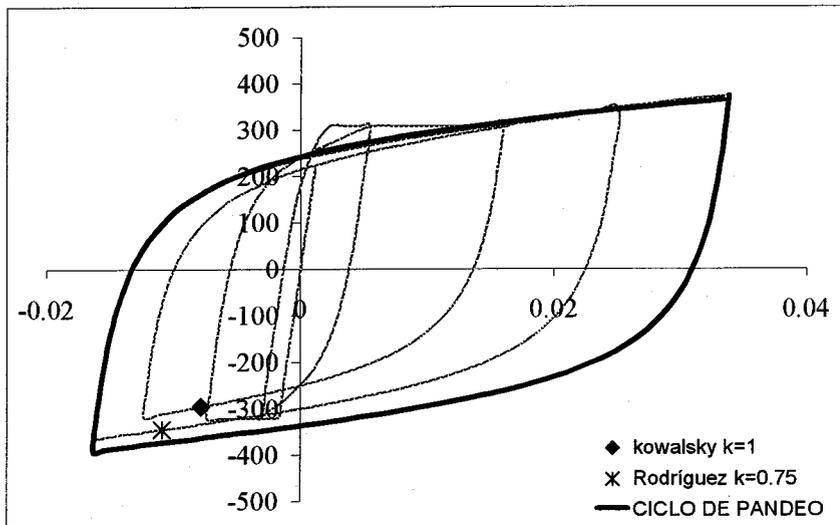
# ANG 1M



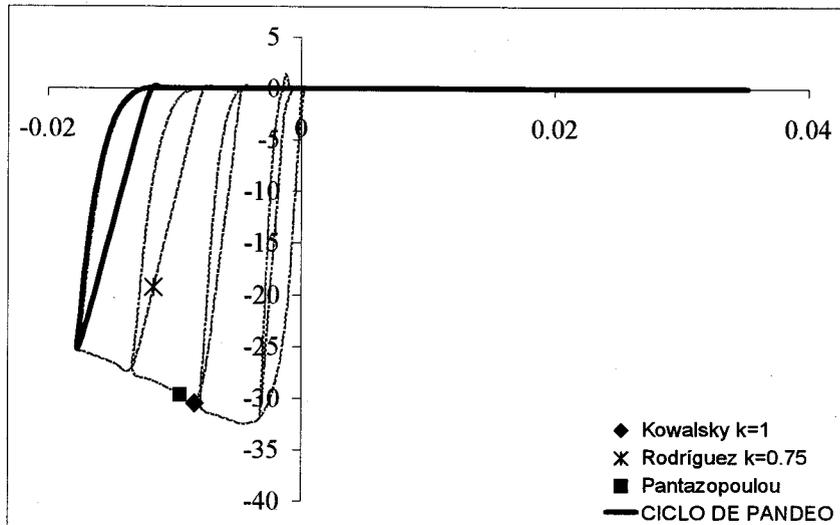
Carga lateral-desplazamiento (KN-mm)



Momento-curvatura (KN-m / Rad/mm)

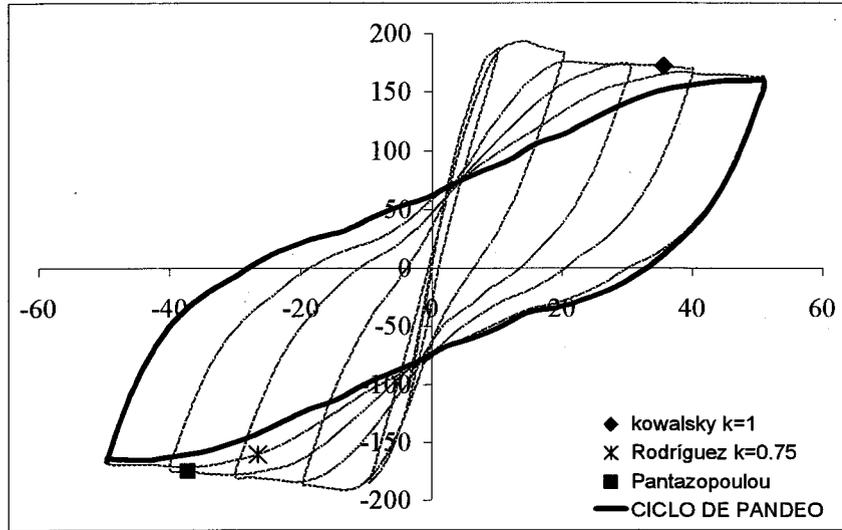


Esfuerzo-deformación para el acero (MPa)

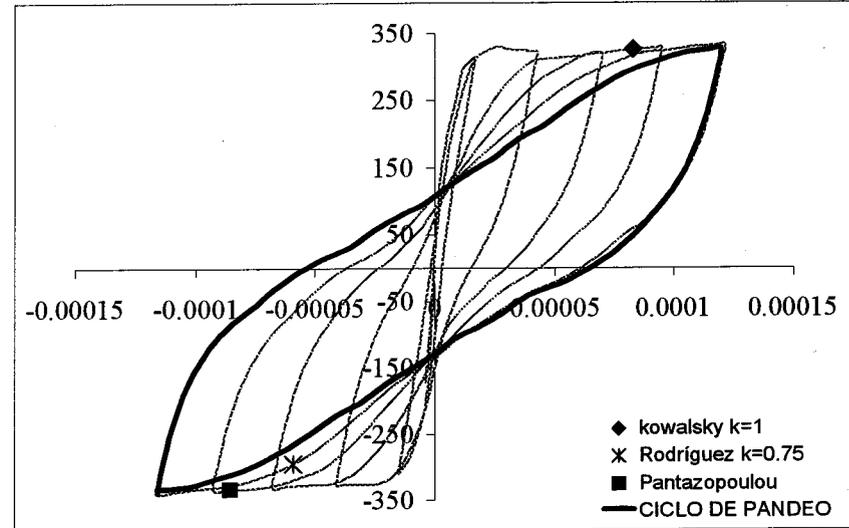


Esfuerzo-deformación para el concreto (MPa)

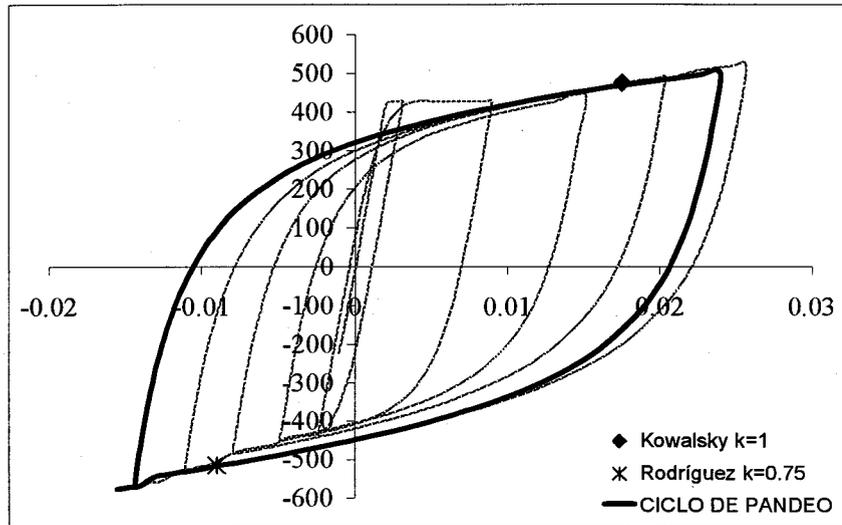
# ANG 3M



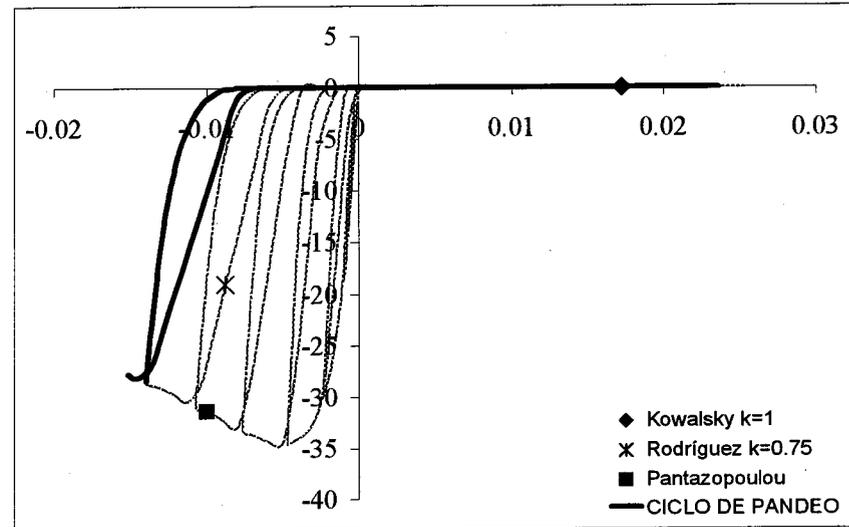
Carga lateral-desplazamiento (KN-mm)



Momento-curvatura (KN-m / Rad/mm)

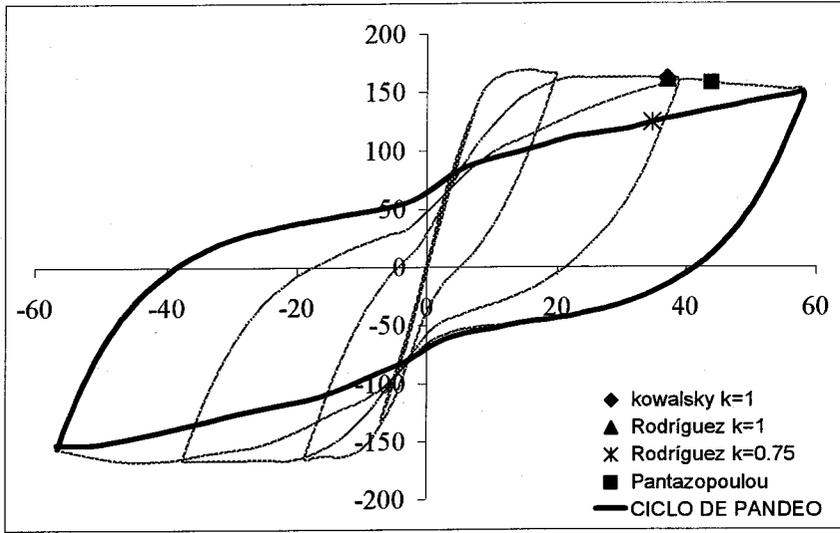


Esfuerzo-deformación para el acero (MPa)

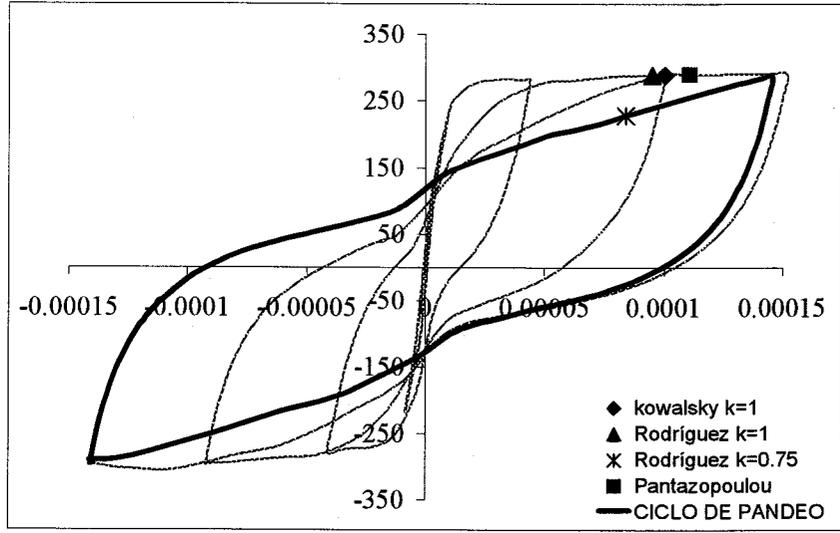


Esfuerzo-deformación para el concreto (MPa)

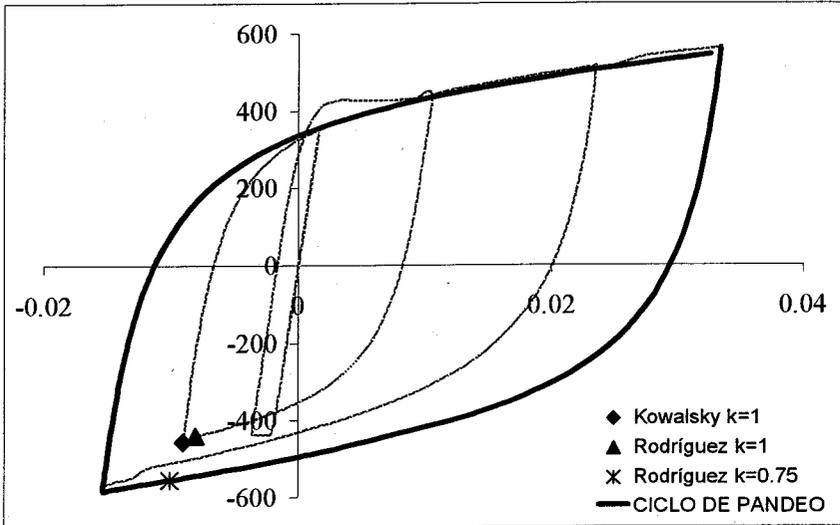
# ANG 4M



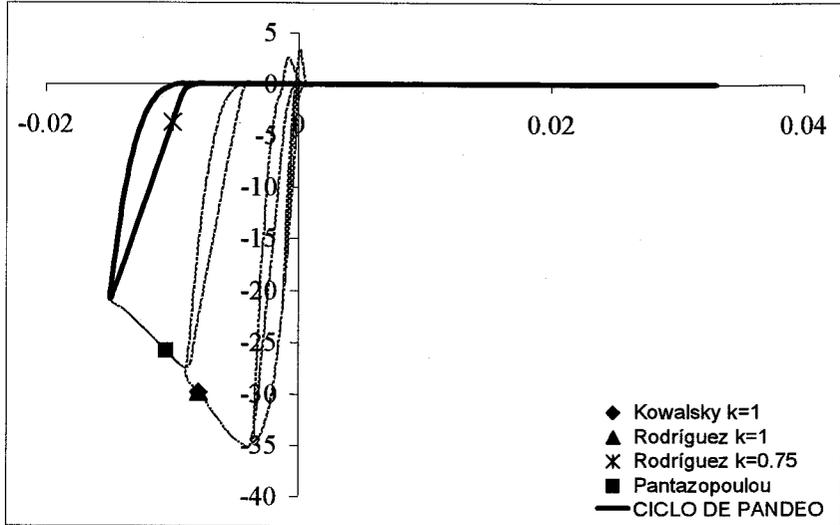
Carga lateral-desplazamiento (KN-mm)



Momento-curvatura (KN-m / Rad/mm)

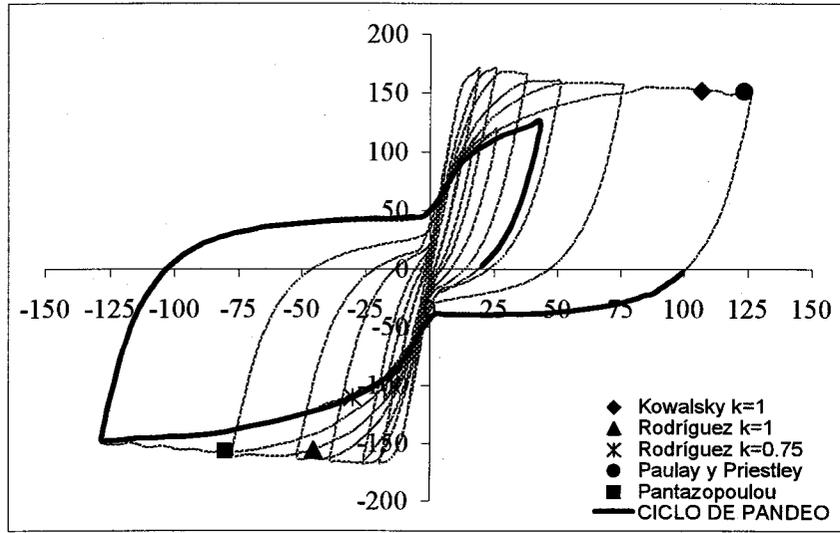


Esfuerzo-deformación para el acero (MPa)

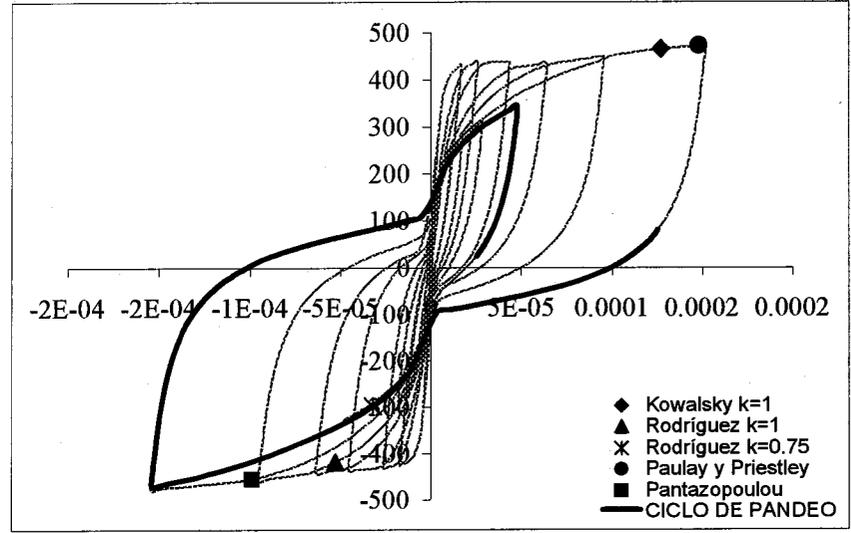


Esfuerzo-deformación para el concreto (MPa)

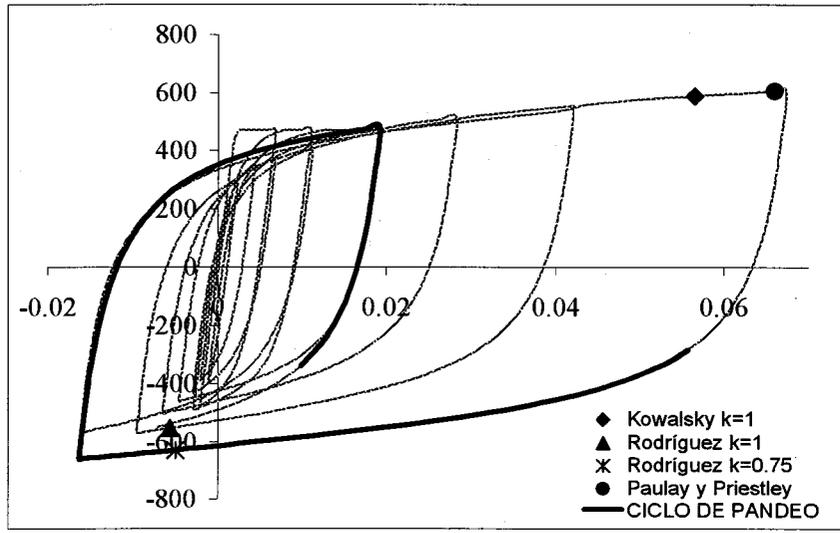
# LEH 407



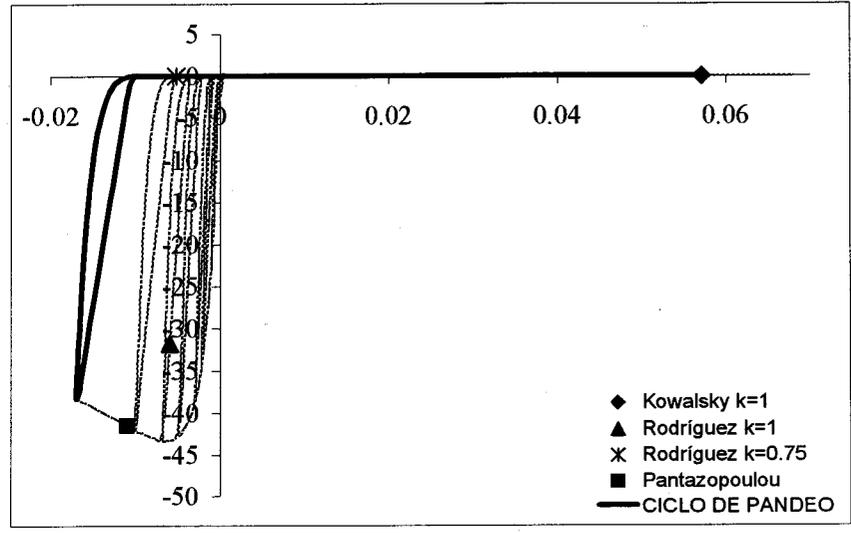
Carga lateral-desplazamiento (KN-mm)



Momento-curvatura (KN-m / Rad/mm)

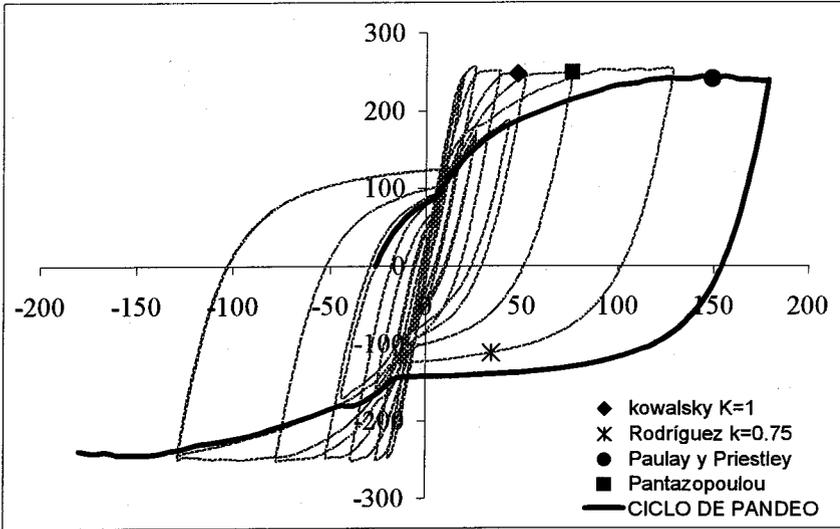


Esfuerzo-deformación para el acero (MPa)

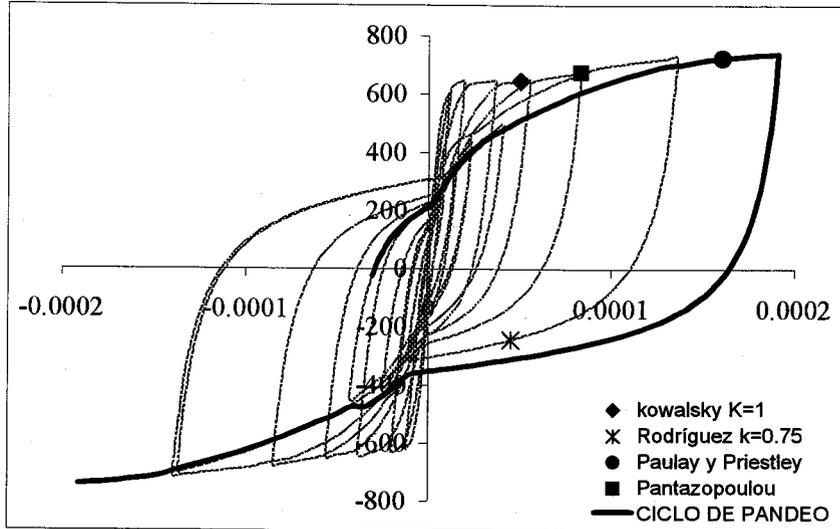


Esfuerzo-deformación para el concreto (MPa)

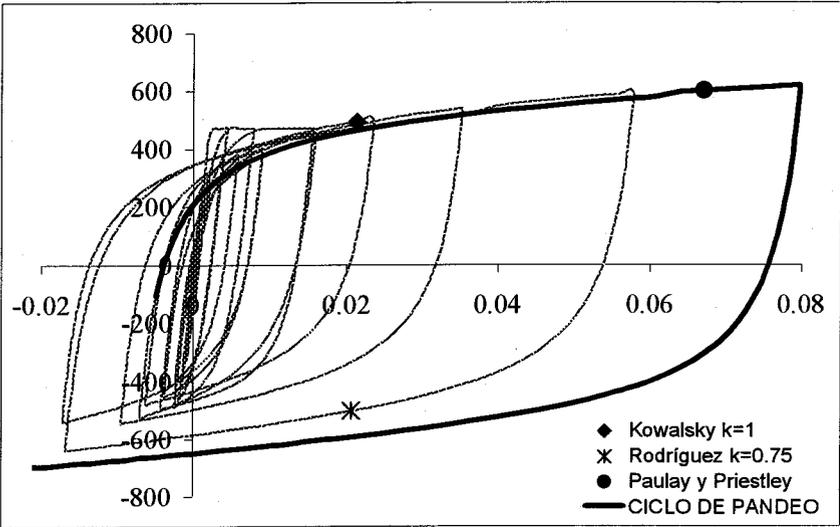
# LEH 415



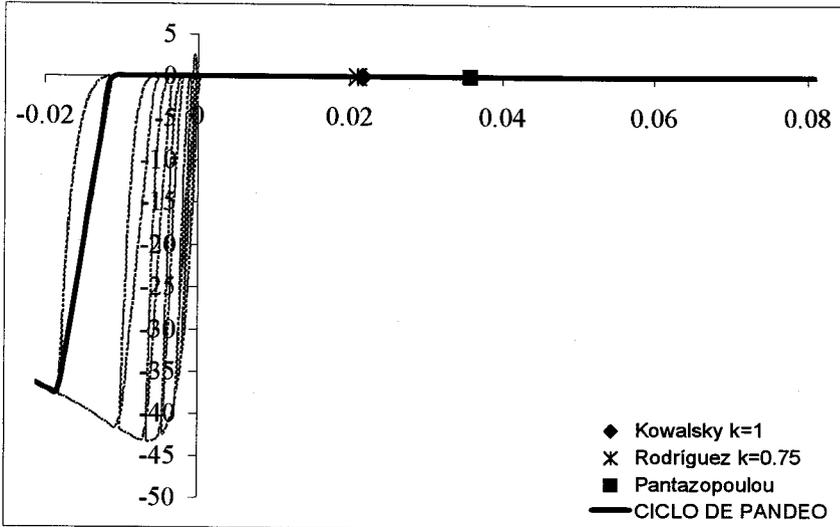
Carga lateral-desplazamiento (KN-mm)



Momento-curvatura (KN-m / Rad/mm)

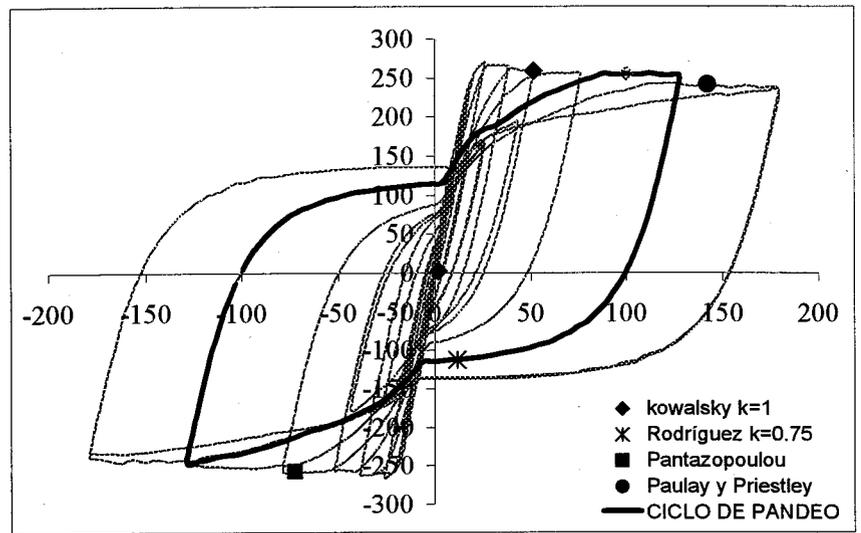


Esfuerzo-deformación para el acero (MPa)

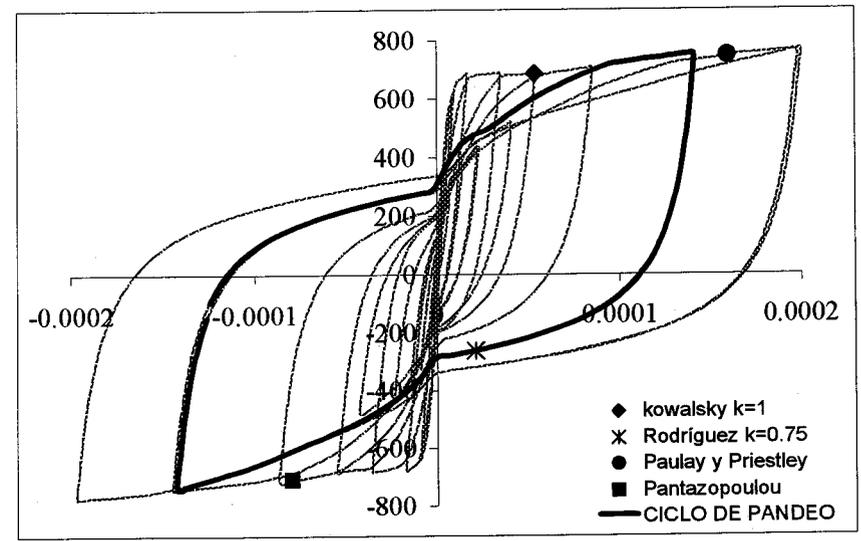


Esfuerzo-deformación para el concreto (MPa)

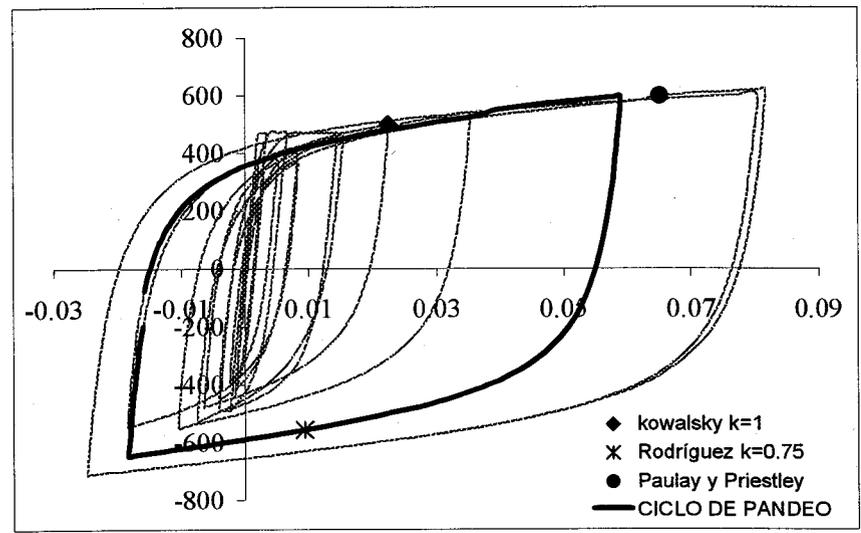
## LEH 415S



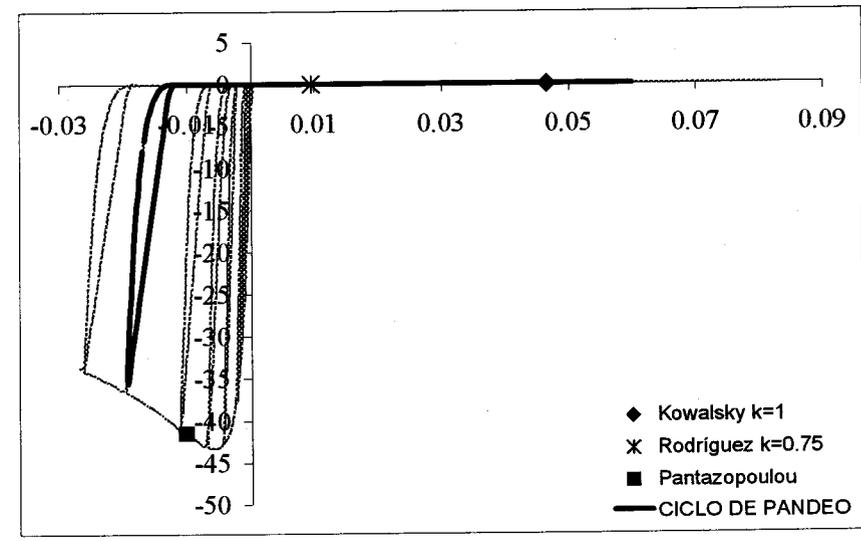
*Carga lateral-desplazamiento (KN-mm)*



*Momento-curvatura (KN-m / Rad/mm)*

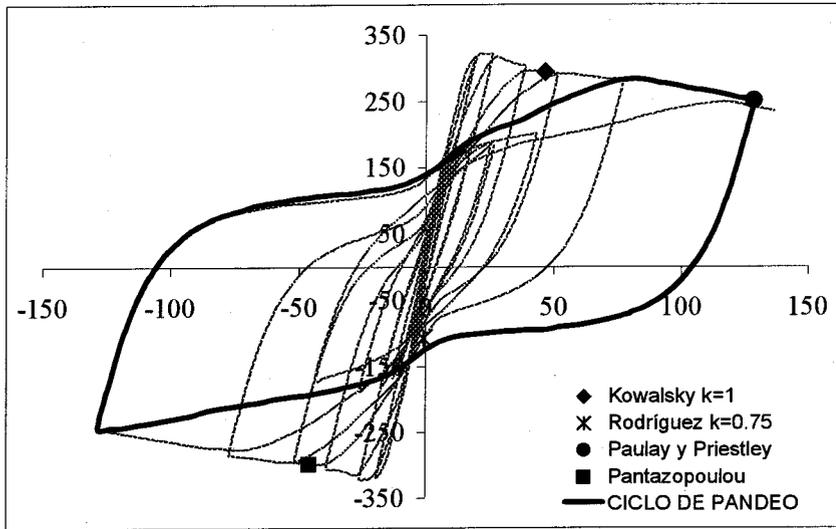


*Esfuerzo-deformación para el acero (MPa)*

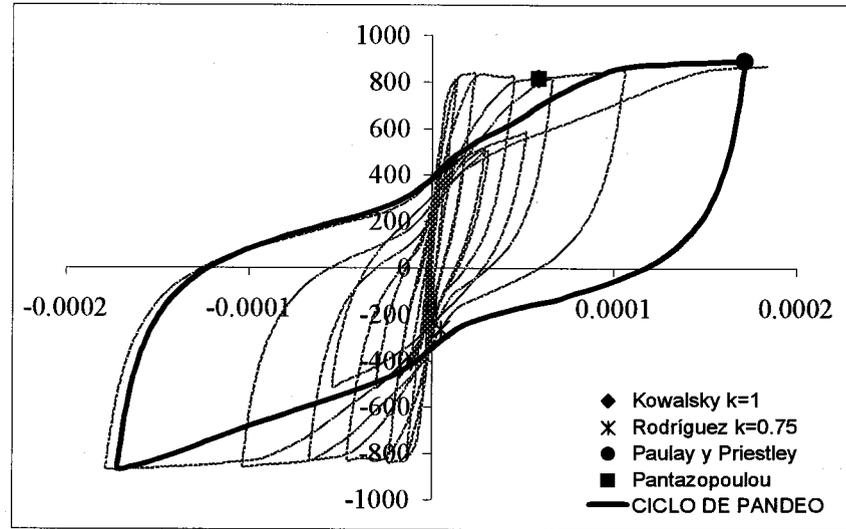


*Esfuerzo-deformación para el concreto (MPa)*

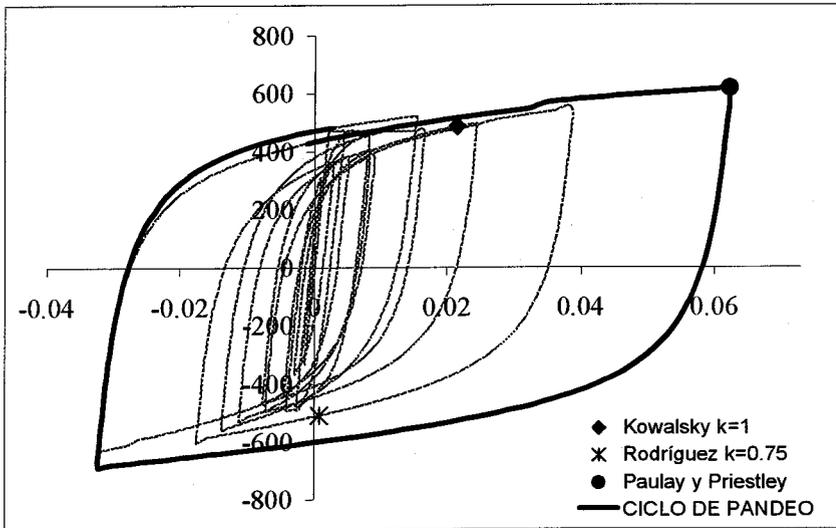
# LEH 415P



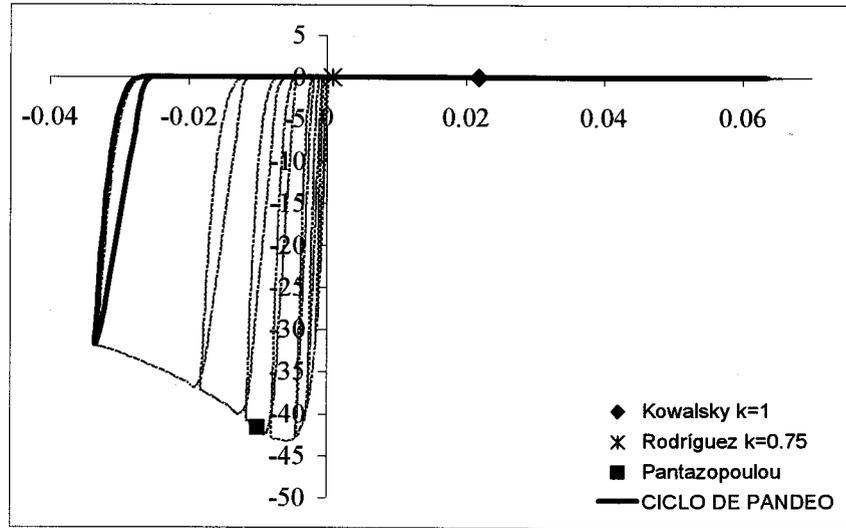
Carga lateral-desplazamiento (KN-mm)



Momento-curvatura (KN-m / Rad/mm)

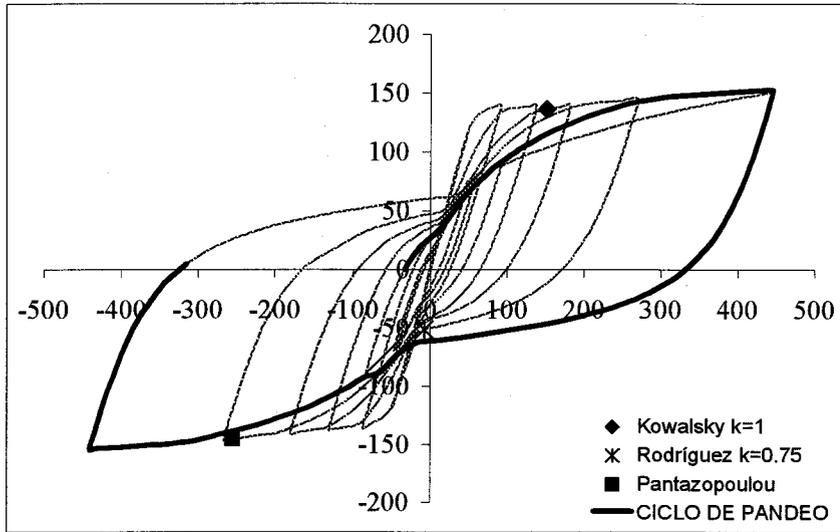


Esfuerzo-deformación para el acero (MPa)

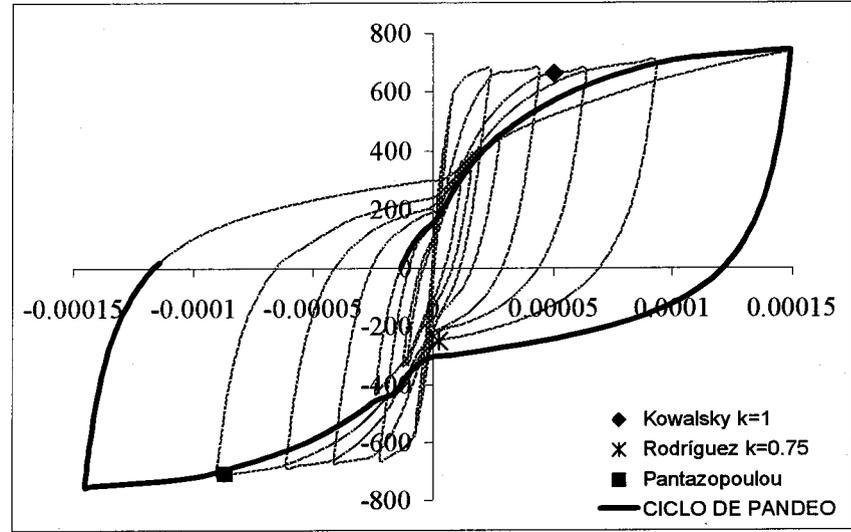


Esfuerzo-deformación para el concreto (MPa)

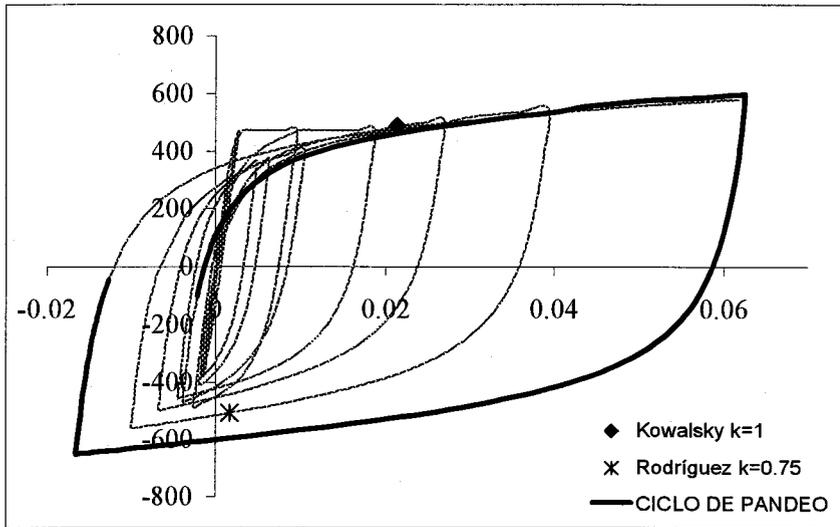
# LEH 815



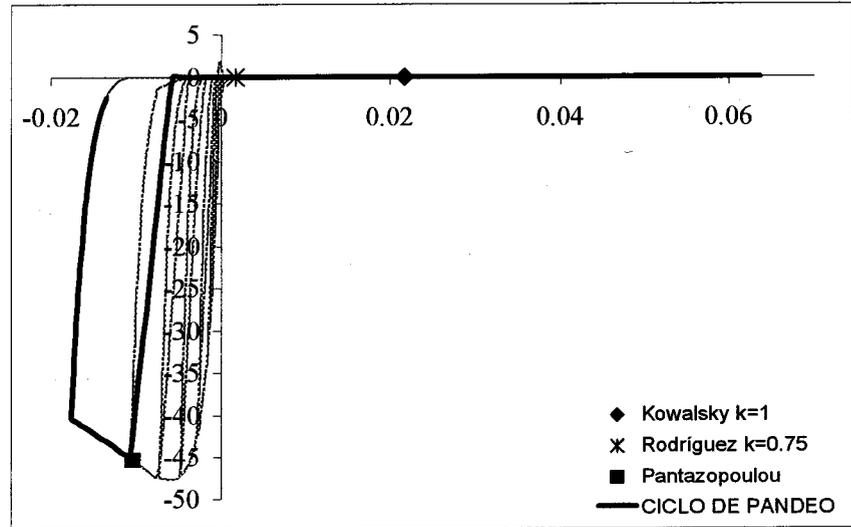
Carga lateral-desplazamiento (KN-mm)



Momento-curvatura (KN-m / Rad/mm)

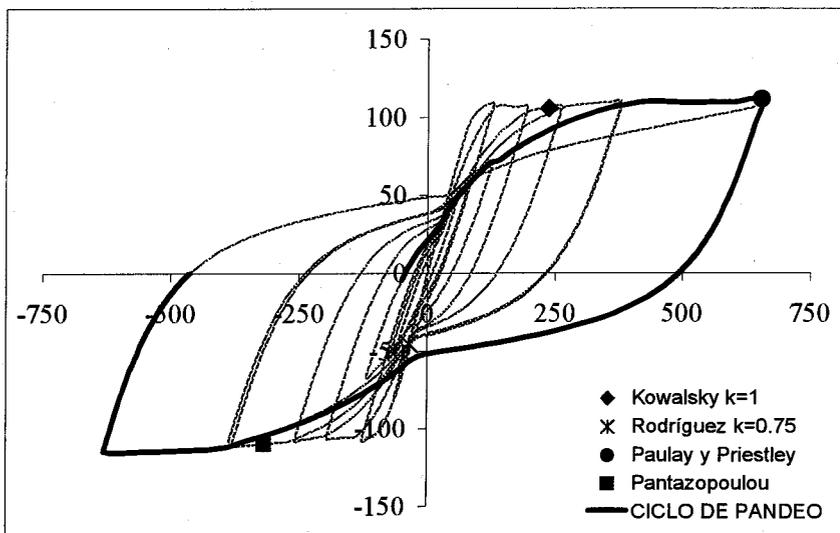


Esfuerzo-deformación para el acero (MPa)

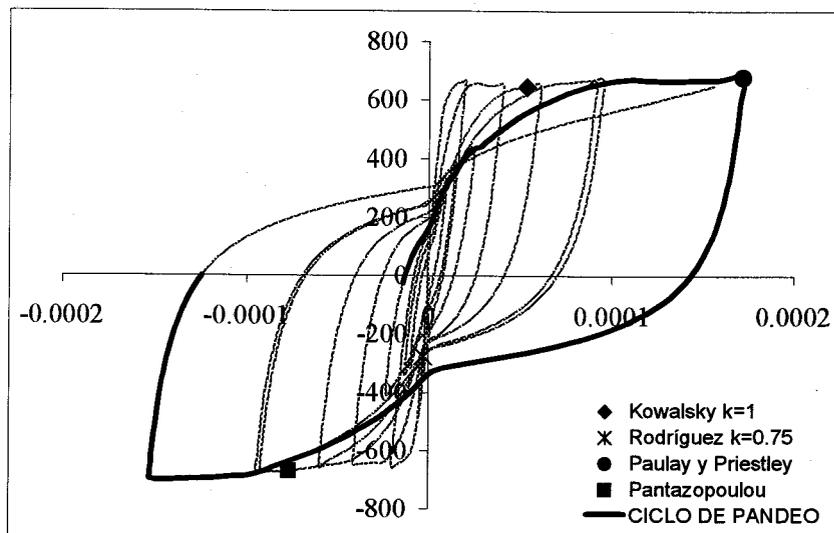


Esfuerzo-deformación para el concreto (MPa)

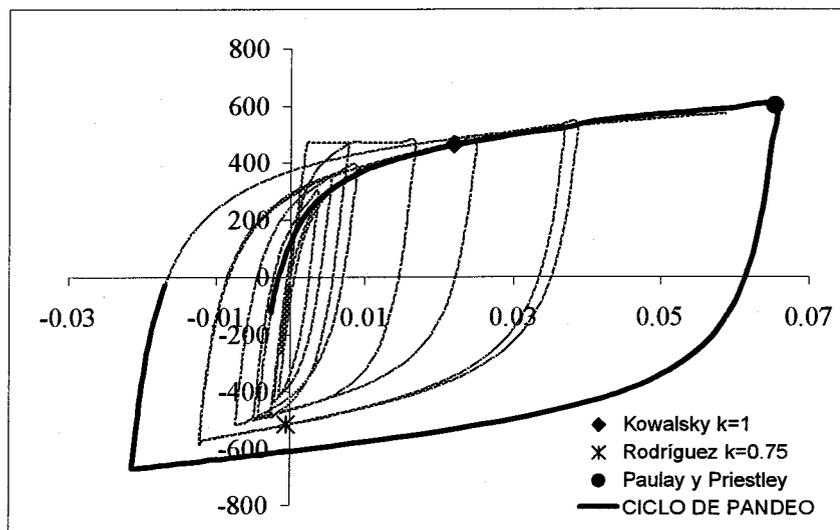
# LEH 1015



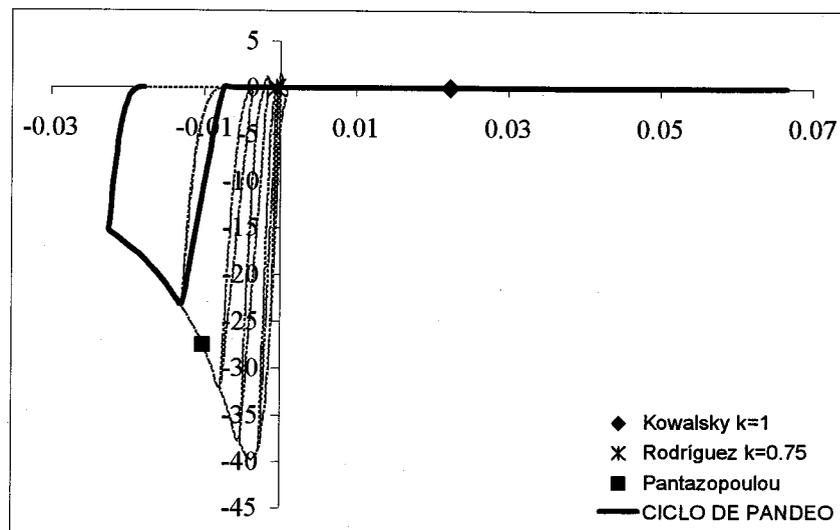
Carga lateral-desplazamiento (KN-mm)



Momento-curvatura (KN-m / Rad/mm)

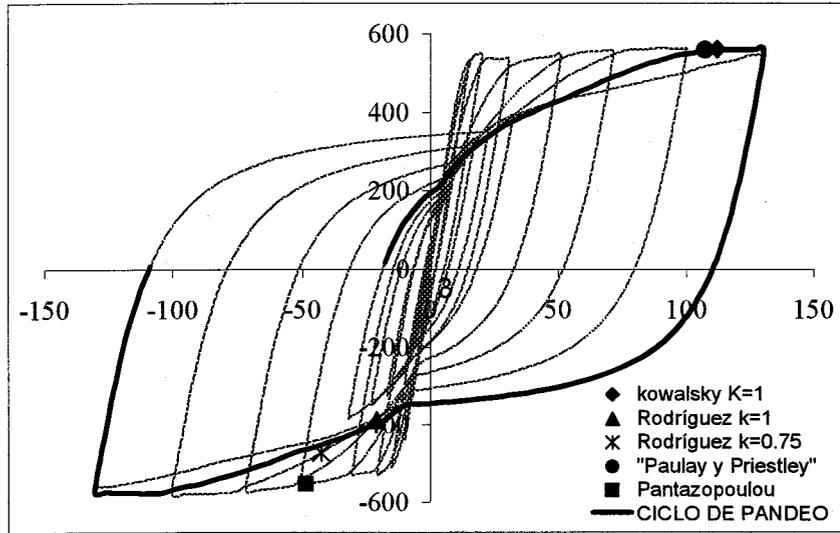


Esfuerzo-deformación para el acero (MPa)

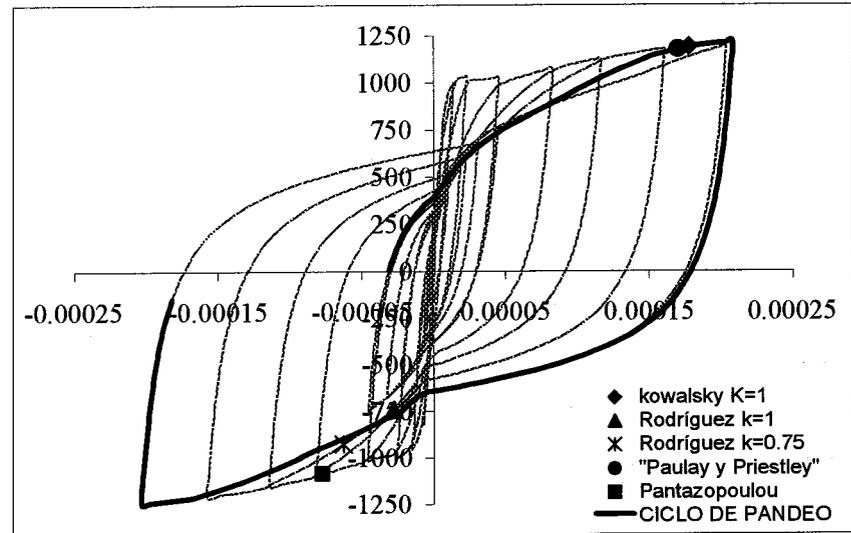


Esfuerzo-deformación para el concreto (MPa)

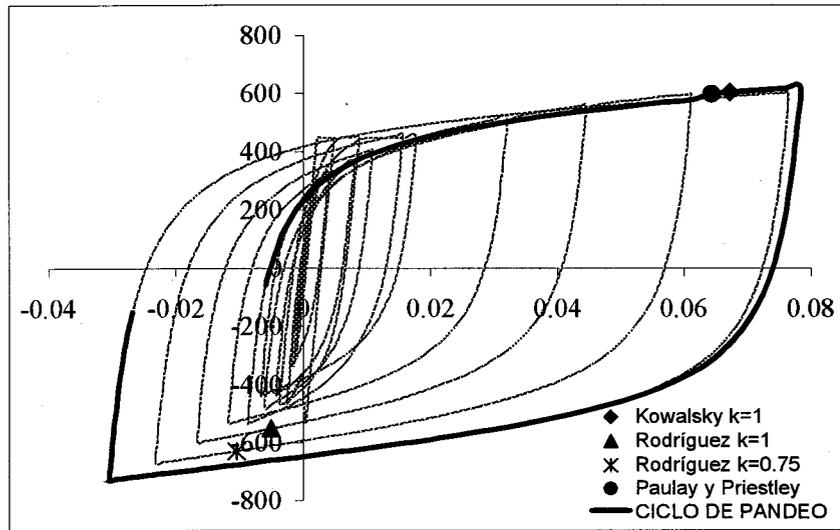
# LEH 328



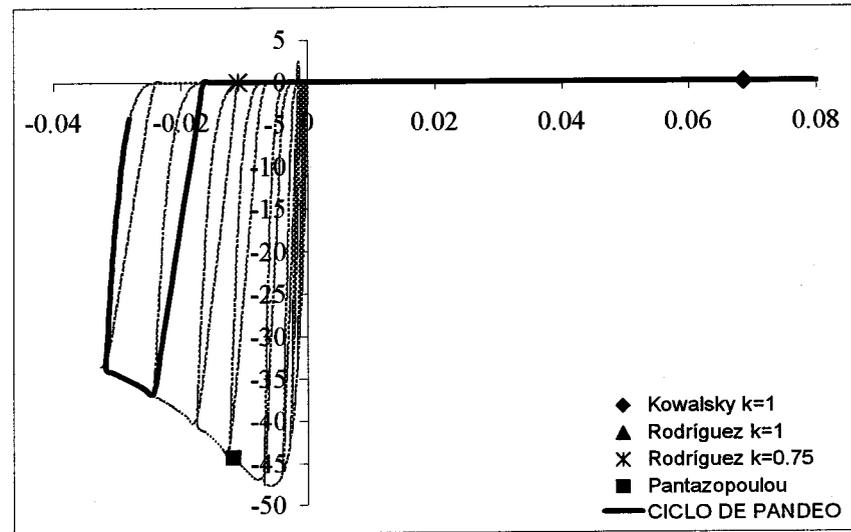
Carga lateral-desplazamiento (KN-mm)



Momento-curvatura (KN-m/Rad/mm)

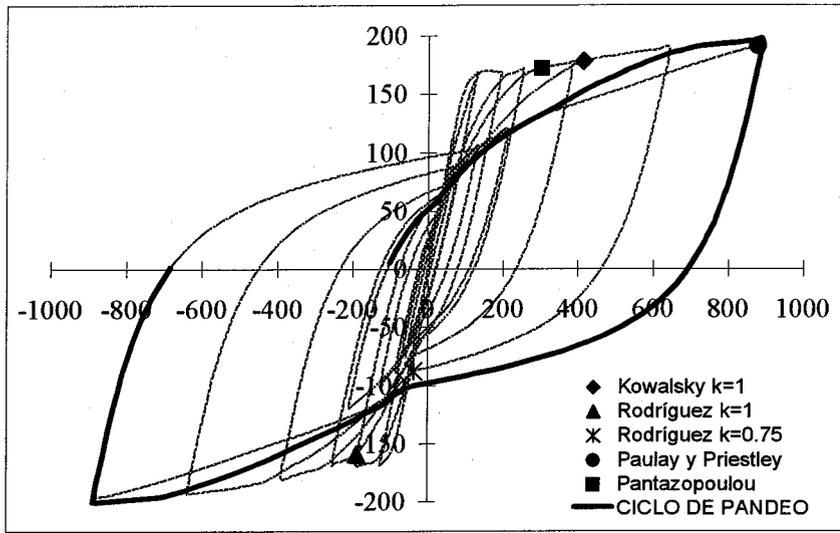


Esfuerzo-deformación para el acero (MPa)

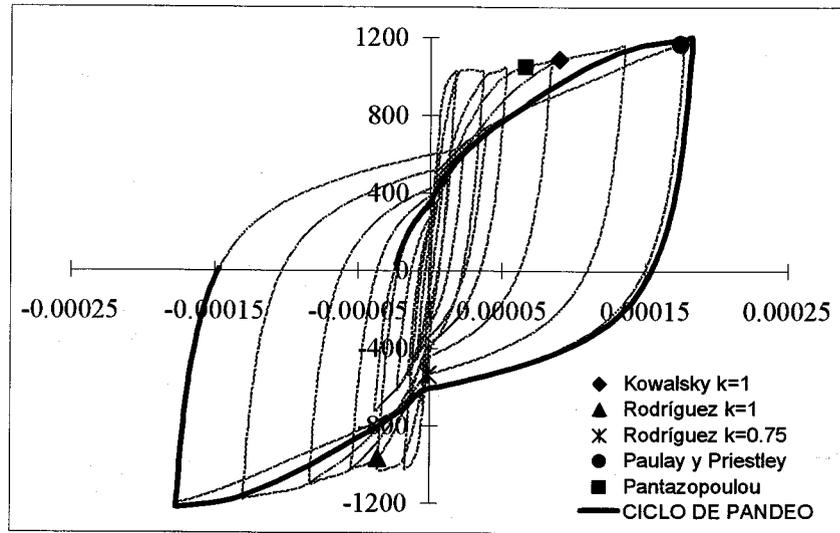


Esfuerzo-deformación para el concreto (MPa)

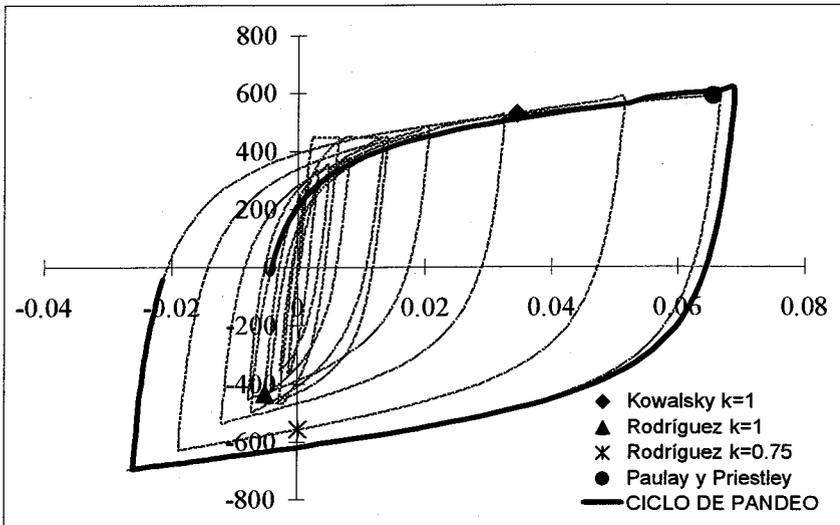
# LEH 1028



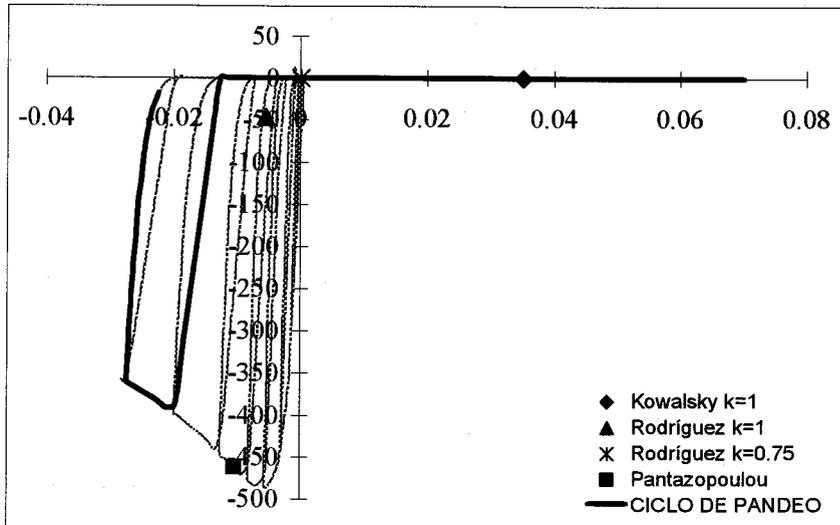
Carga lateral-desplazamiento (KN-mm)



Momento-curvatura (KN-m / Rad/mm)

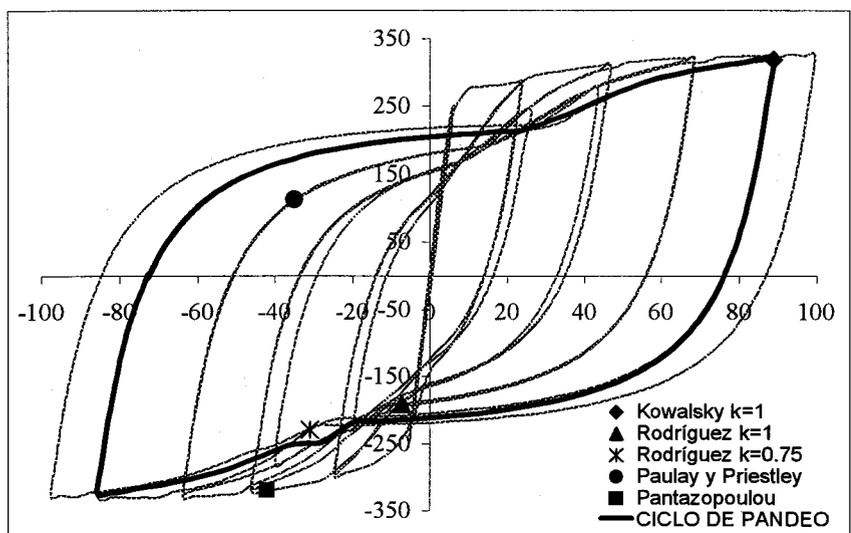


Esfuerzo-deformación para el acero (MPa)

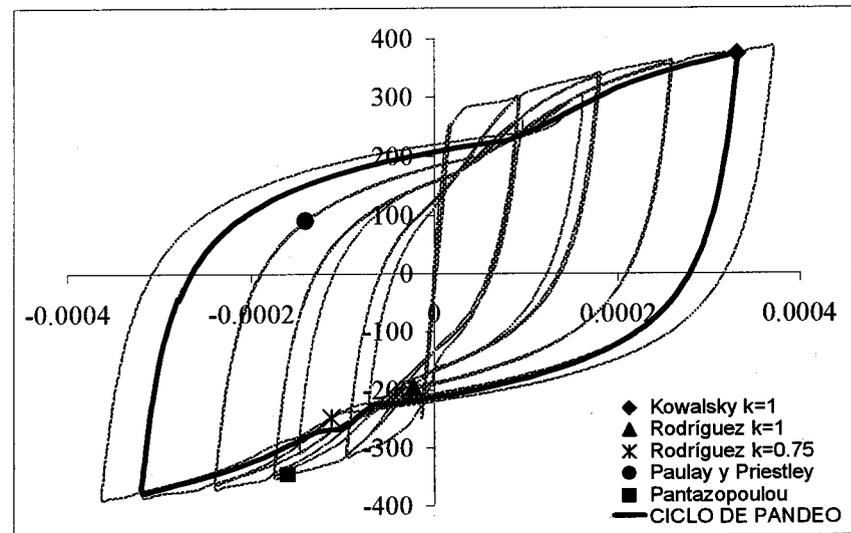


Esfuerzo-deformación para el concreto (MPa)

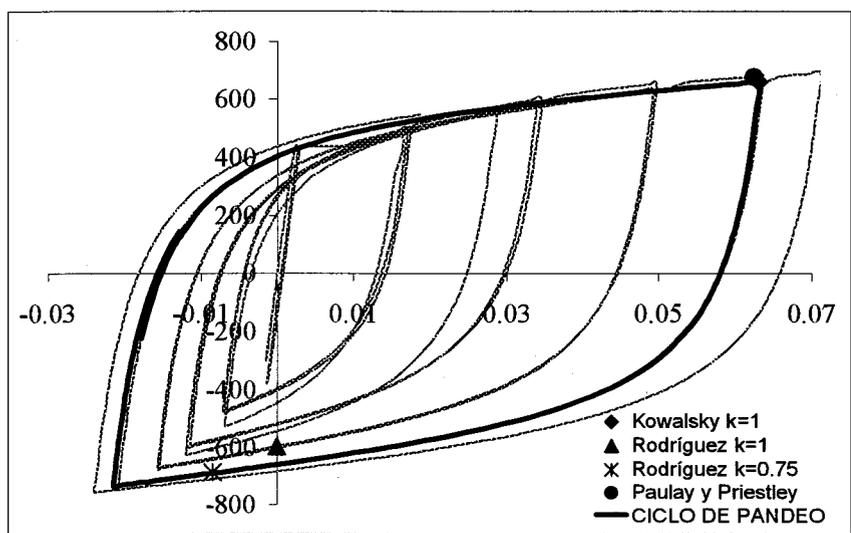
# SAAT 4



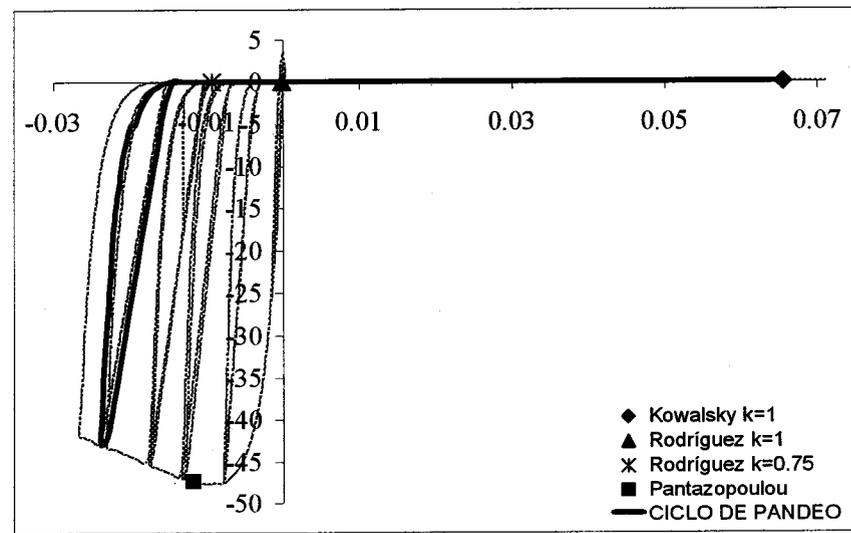
Carga lateral-desplazamiento (KN-mm)



Momento-curvatura (KN-m / Rad/mm)

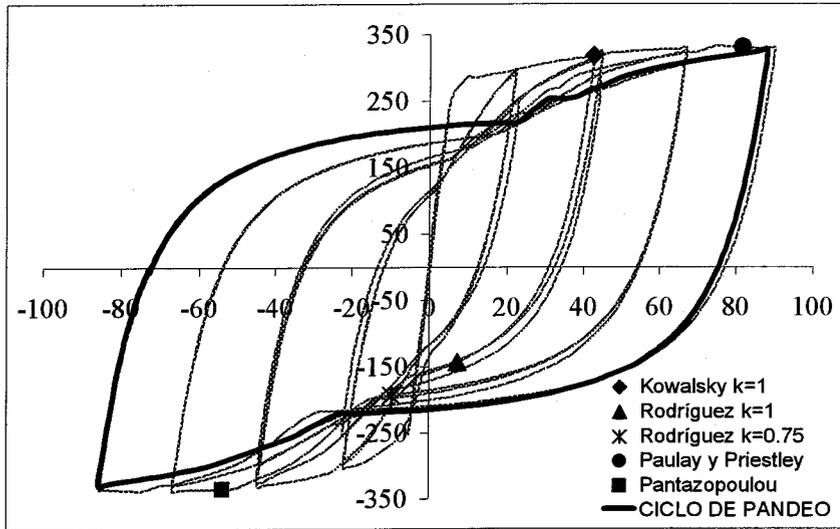


Esfuerzo-deformación para el acero (MPa)

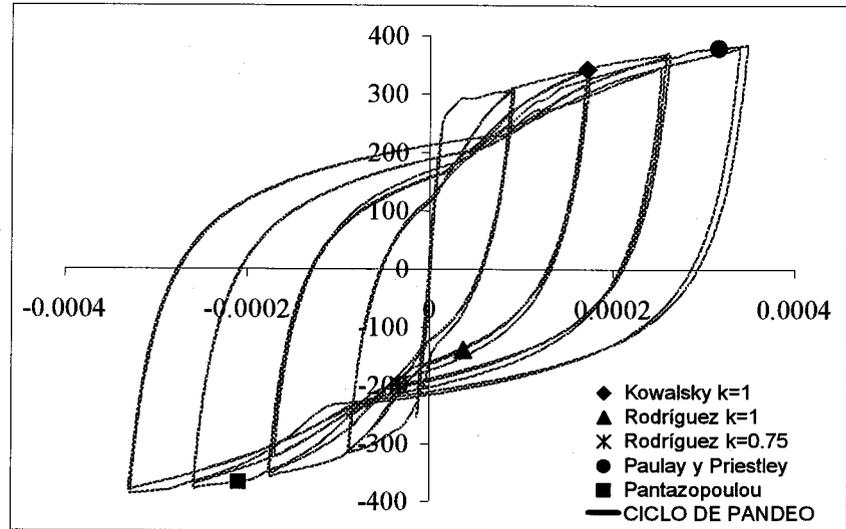


Esfuerzo-deformación para el concreto (MPa)

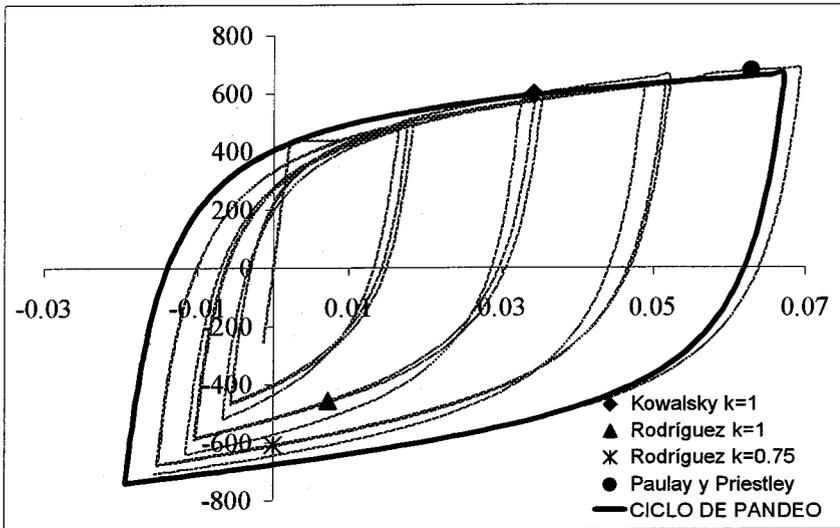
# SAAT 6



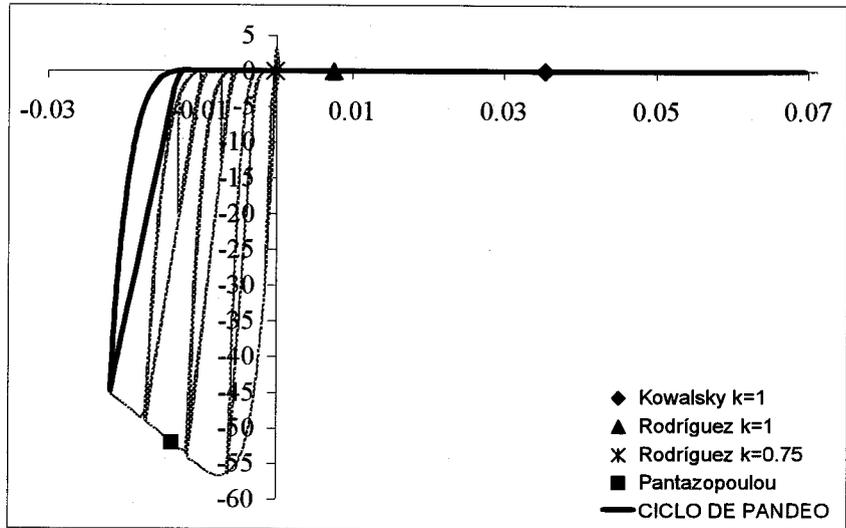
Carga lateral-desplazamiento (KN-mm)



Momento-curvatura (KN-m / Rad/mm)

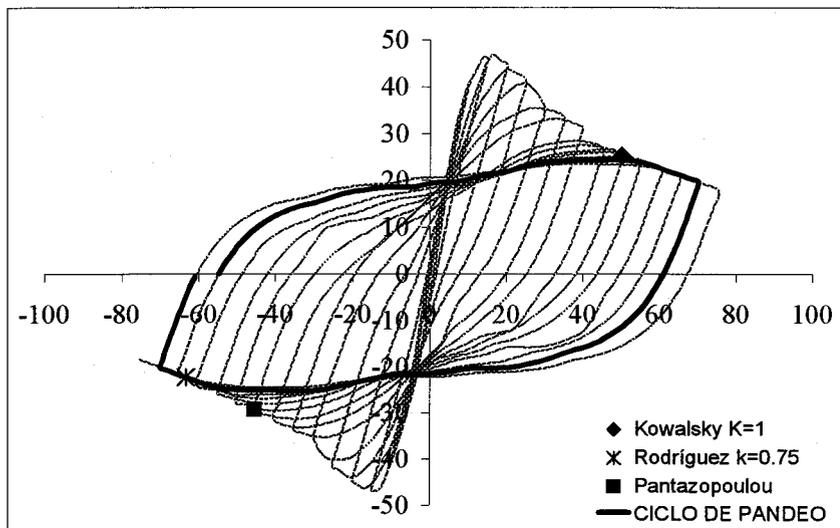


Esfuerzo-deformación para el acero (MPa)

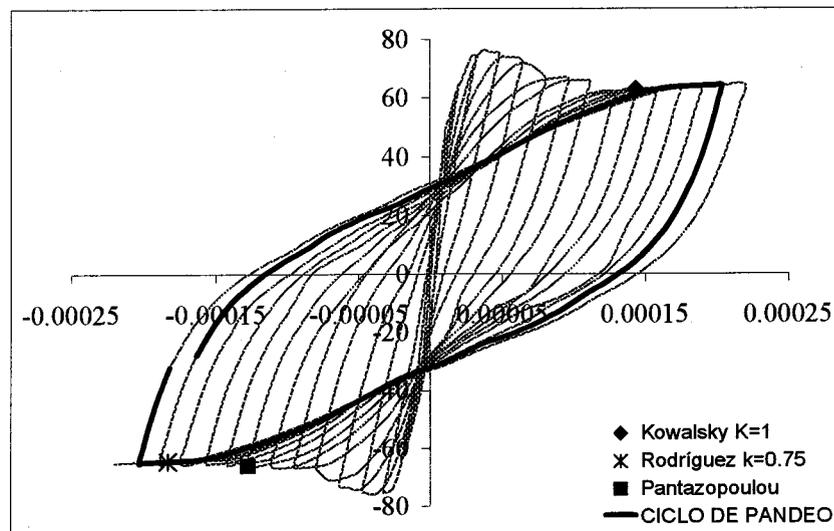


Esfuerzo-deformación para el concreto (MPa)

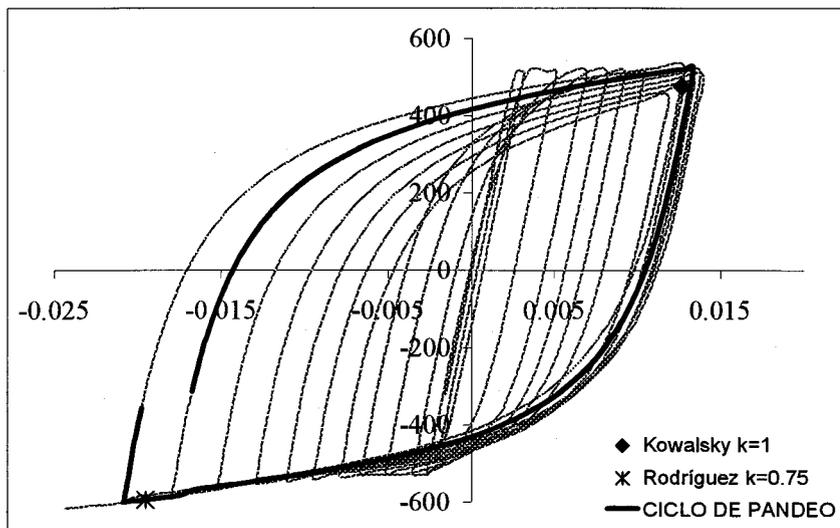
## BOUS 100



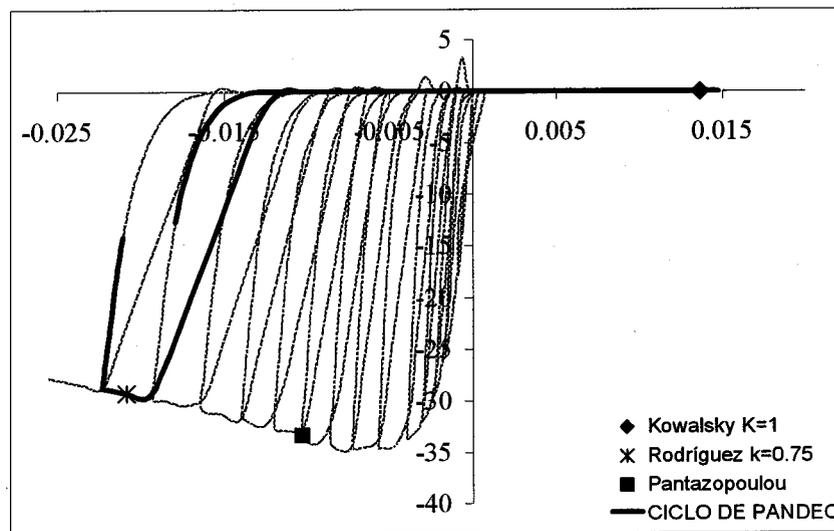
*Carga lateral-desplazamiento (KN-mm)*



*Momento-curvatura (KN-m / Rad/mm)*

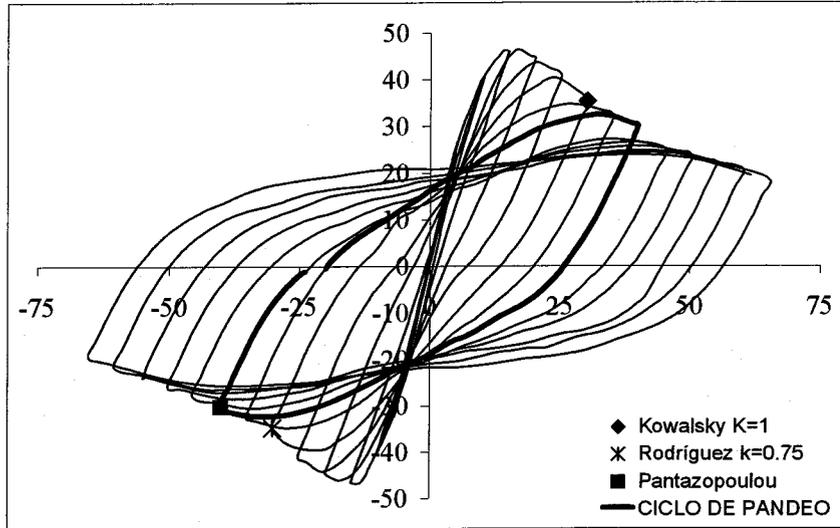


*Esfuerzo-deformación para el acero (MPa)*

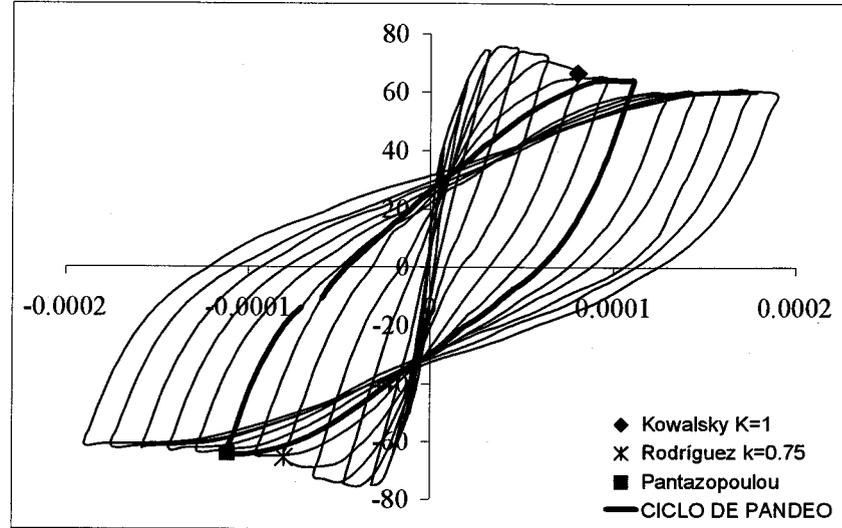


*Esfuerzo-deformación para el concreto (MPa)*

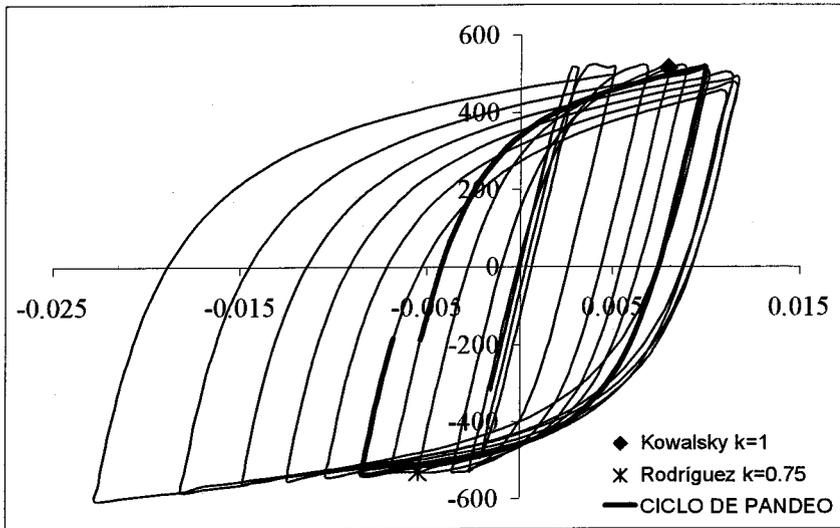
# BOUS 130



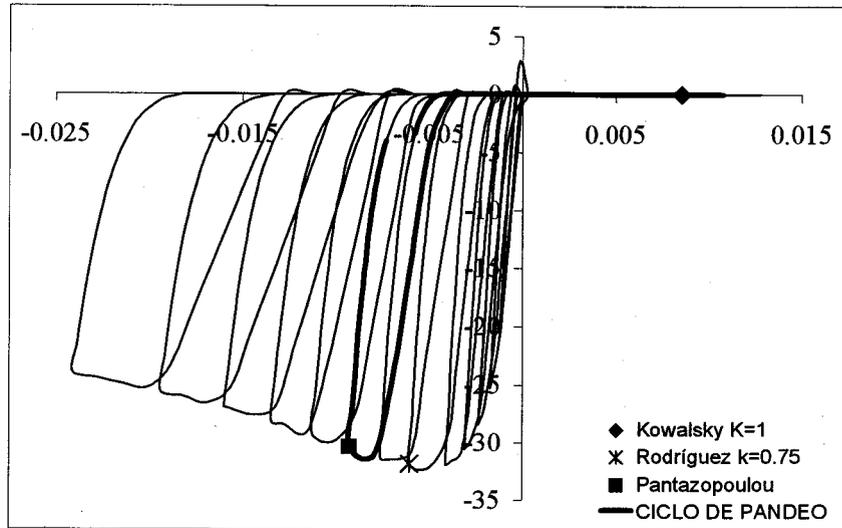
Carga lateral-desplazamiento (KN-mm)



Momento-curvatura (KN-m / Rad/mm)

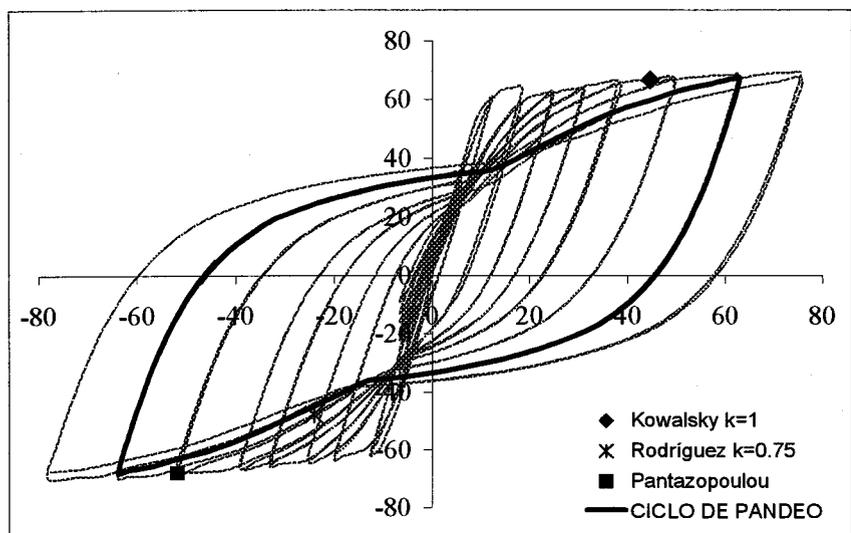


Esfuerzo-deformación para el acero (MPa)

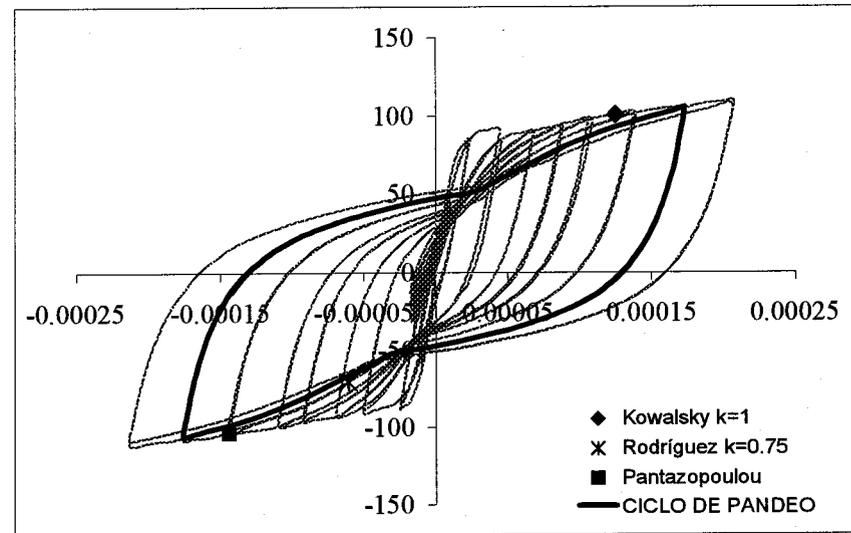


Esfuerzo-deformación para el concreto (MPa)

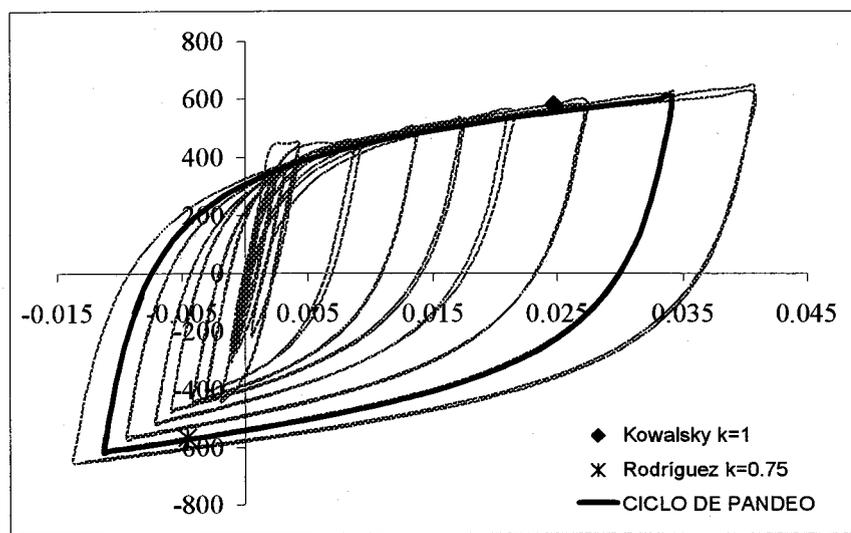
## KUNNATH A2



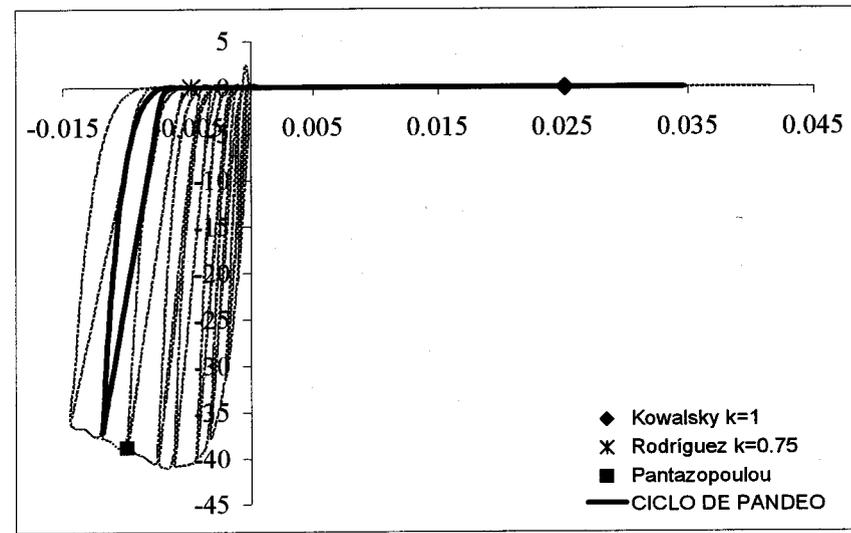
*Carga lateral-desplazamiento (KN-mm)*



*Momento-curvatura (KN-m / Rad/mm)*

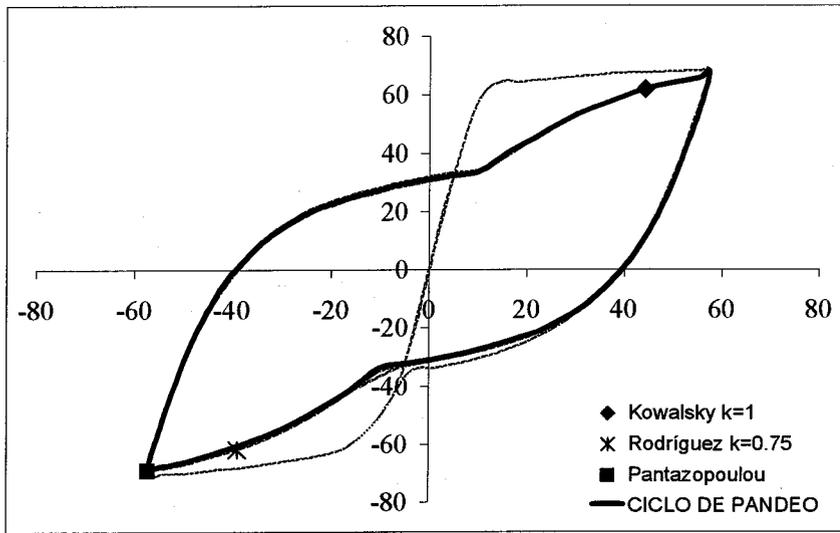


*Esfuerzo-deformación para el acero (MPa)*

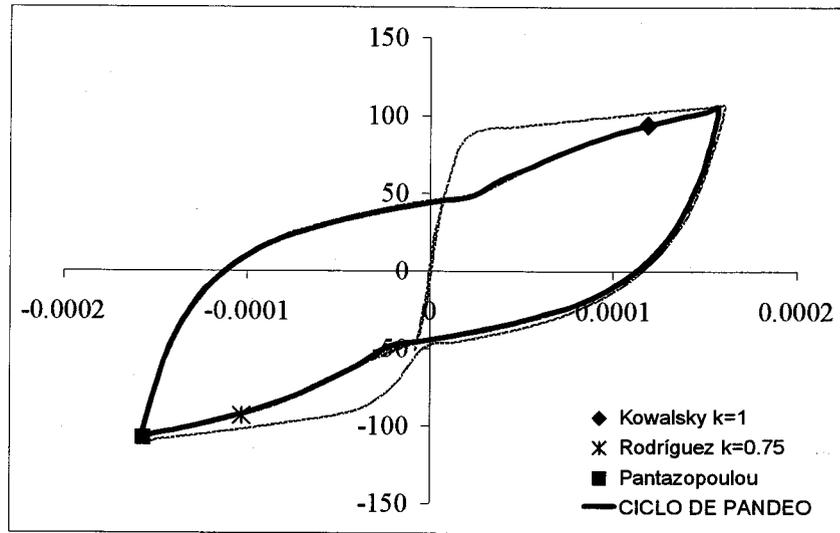


*Esfuerzo-deformación para el concreto (MPa)*

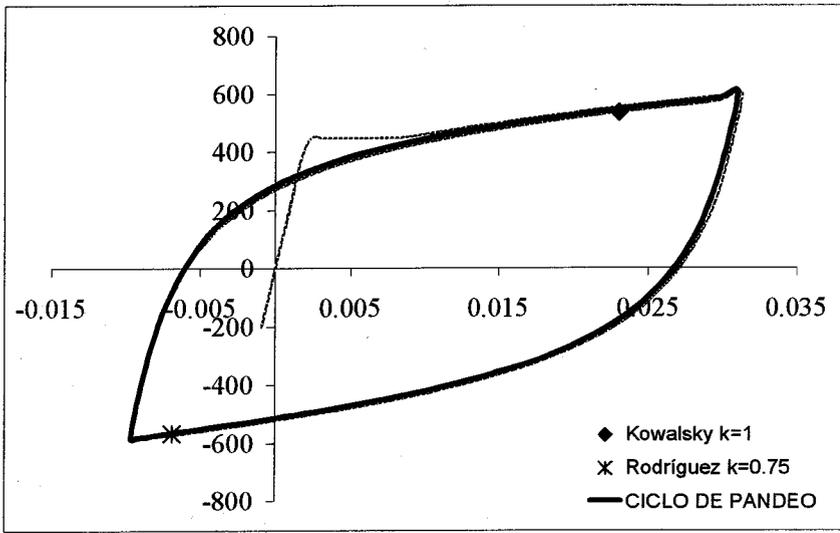
# KUNNATH A4



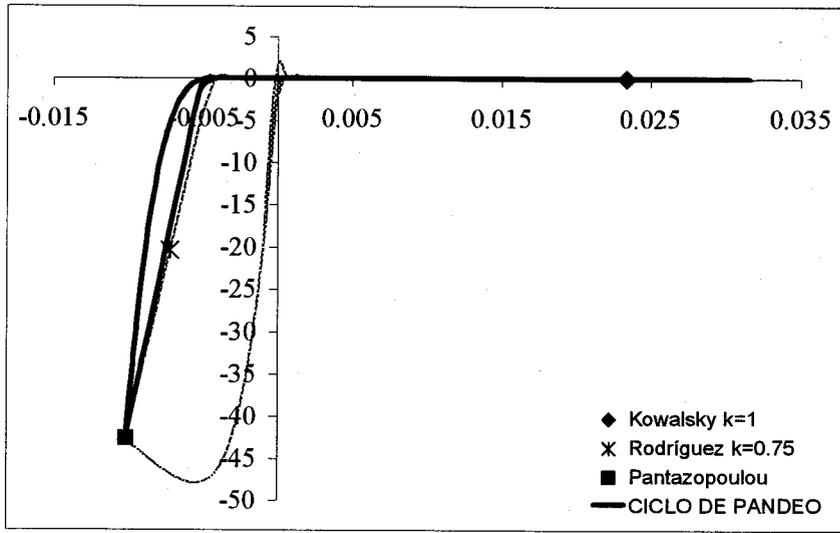
Carga lateral-desplazamiento (KN-mm)



Momento-curvatura (KN-m / Rad/mm)

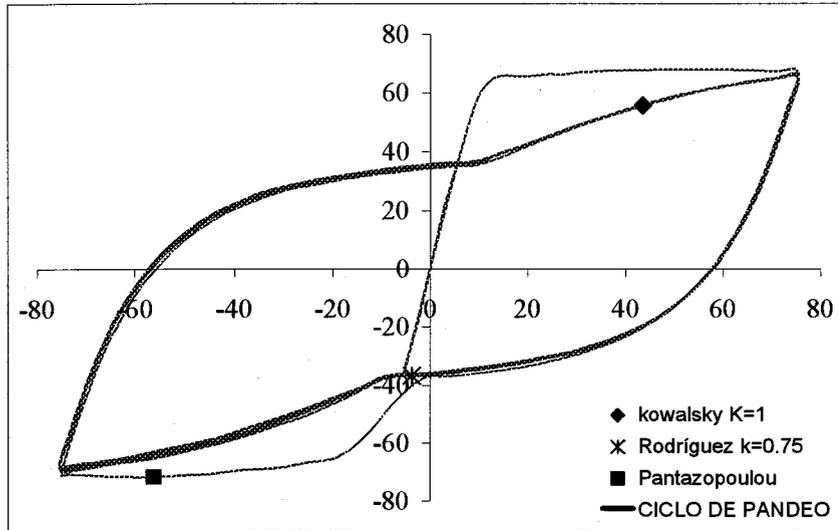


Esfuerzo-deformación para el acero (MPa)

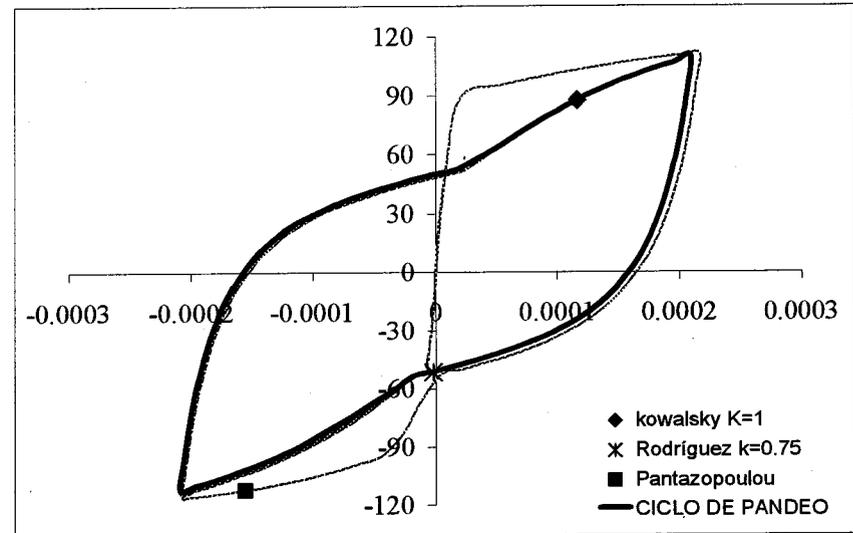


Esfuerzo-deformación para el concreto (MPa)

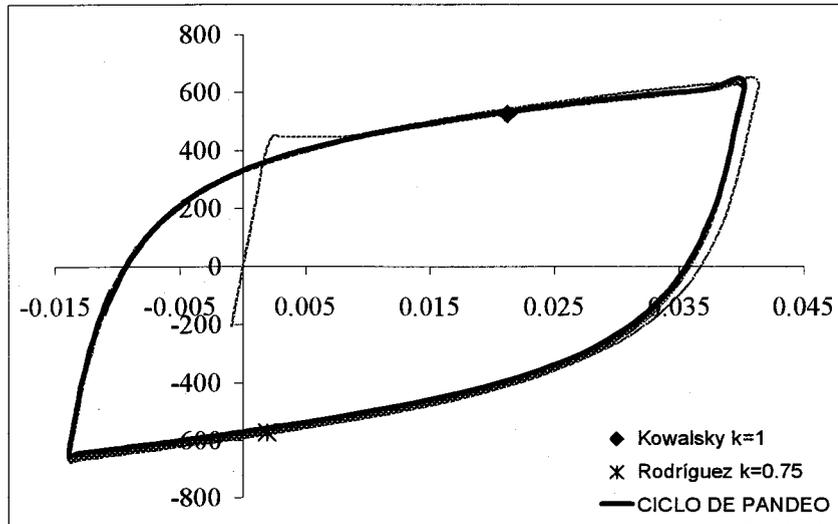
## KUNNATH A5



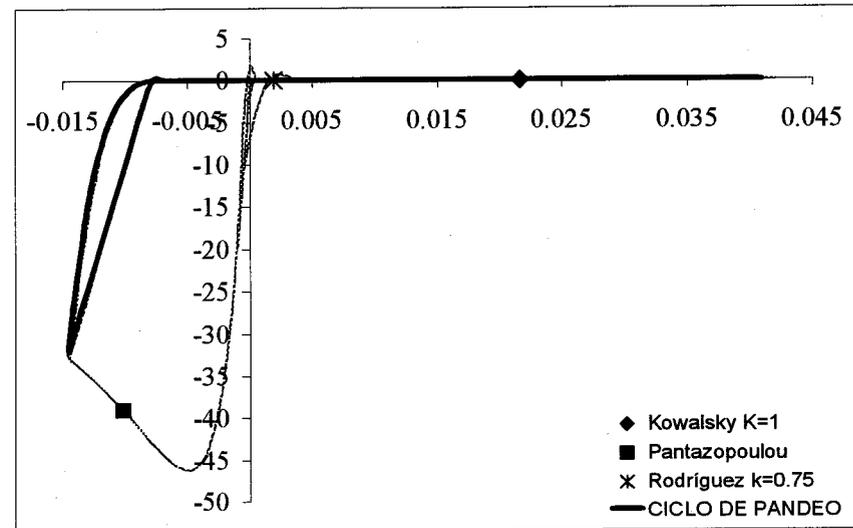
Carga lateral-desplazamiento (KN-mm)



Momento-curvatura (KN-m/Rad/mm)

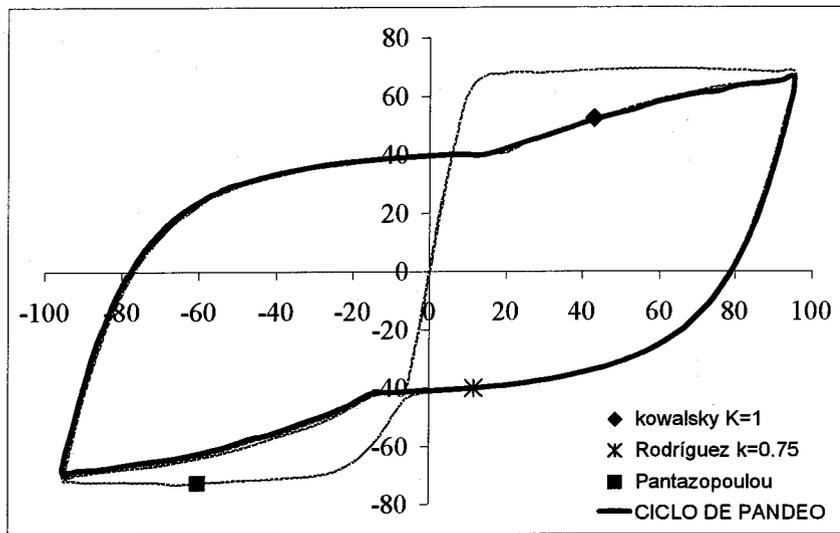


Esfuerzo-deformación para el acero (MPa)

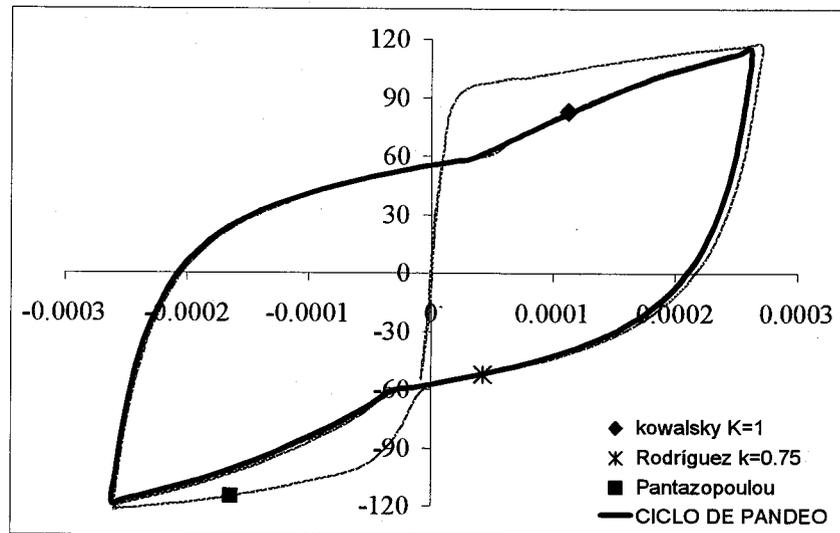


Esfuerzo-deformación para el concreto (MPa)

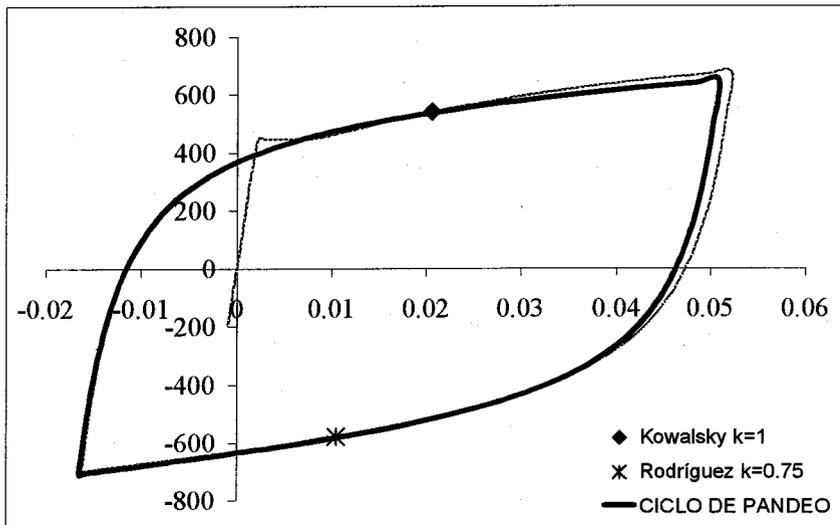
# KUNNATH A6



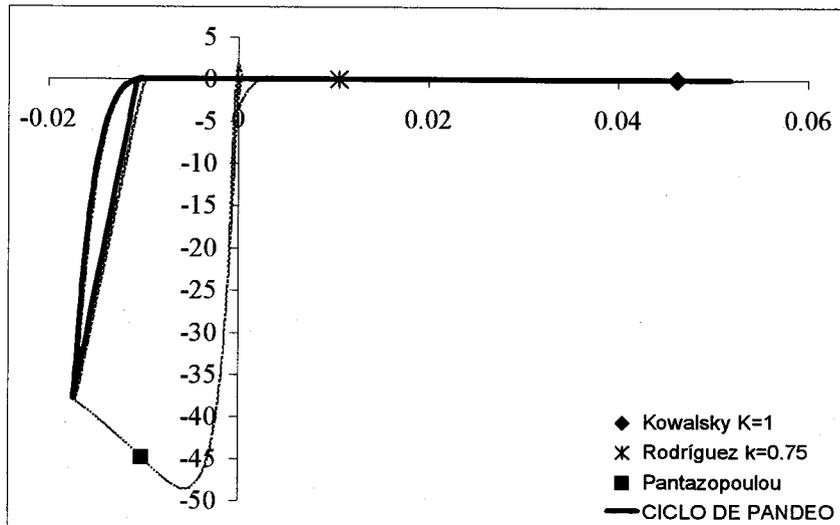
Carga lateral-desplazamiento (KN-mm)



Momento-curvatura (KN-m / Rad/mm)

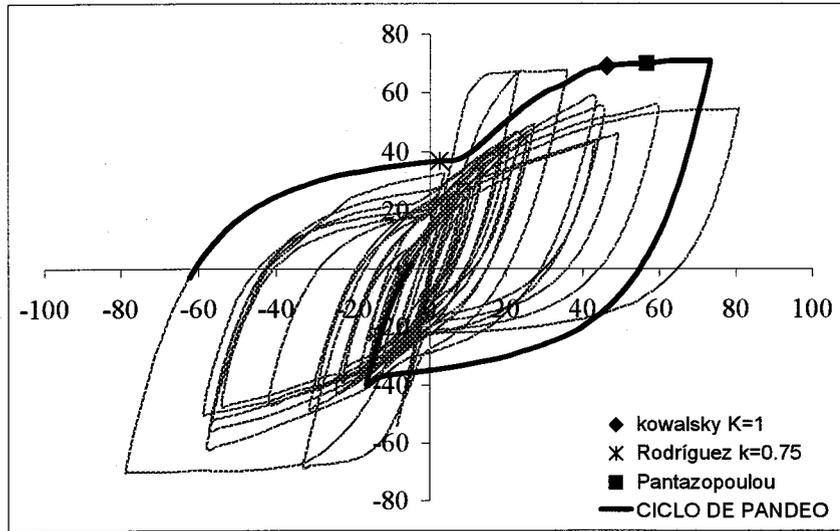


Esfuerzo-deformación para el acero (MPa)

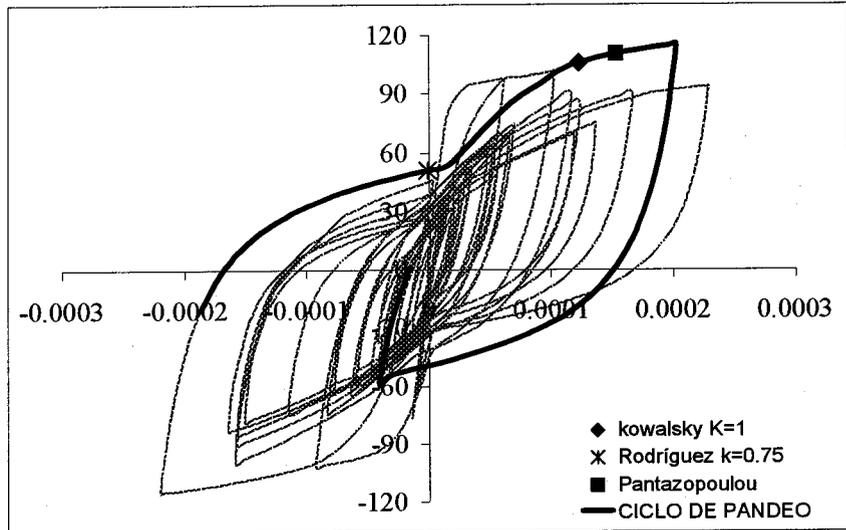


Esfuerzo-deformación para el concreto (MPa)

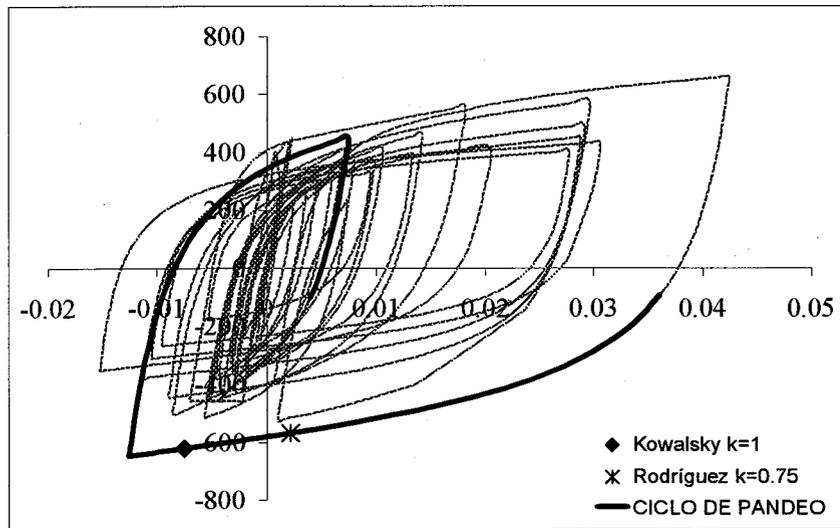
# KUNNATH A7



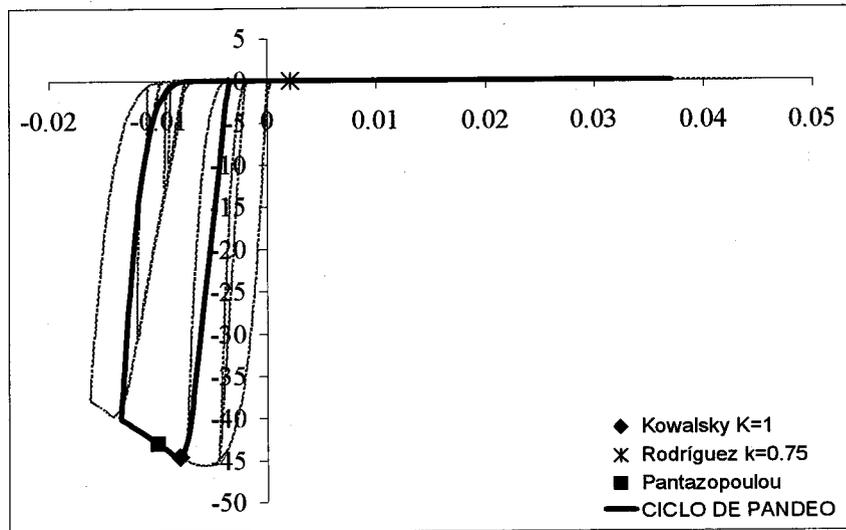
Carga lateral-desplazamiento (KN-mm)



Momento-curvatura (KN-m / Rad/mm)



Esfuerzo-deformación para el acero (MPa)



Esfuerzo-deformación para el concreto (MPa)

## APÉNDICE 3

PROCEDIMIENTO PARA DETERMINAR EL NÚMERO DE ESPACIAMIENTOS  
ENTRE ESTRIBOS INVOLUCRADOS EN EL PANDEO

## Introducción

Con el fin de lograr en los elementos de concreto reforzado una adecuada ductilidad es esencial prevenir o retardar suficientemente el pandeo del refuerzo longitudinal. En este sentido, es importante considerar que los requisitos para espaciamiento mínimo del refuerzo transversal especificado en muchos de los reglamentos de diseño para prevenir el pandeo prematuro del refuerzo longitudinal han sido determinados admitiendo que la restricción del refuerzo transversal es suficiente para asegurar que las barras longitudinales llegarán al pandeo entre un sólo espaciamiento de estribos; lo que significa considerar cada barra longitudinal se comporta como una columna empotrada en ambos extremos. Sin embargo, cuando esta restricción contra el movimiento del refuerzo longitudinal provista por el refuerzo transversal es demasiado débil para generar tal modo de pandeo, el suponer un espaciamiento mínimo del refuerzo transversal para evitar el pandeo llega a ser inadecuado. Sólo si el tamaño y el espaciamiento de los estribos están adecuadamente diseñados para proporcionar a la barra de acero longitudinal un soporte rígido, puede pensarse que el pandeo ocurrirá entre dos estribos consecutivos.

Por tal motivo, con el fin de evaluar el número de espaciamientos entre estribos que estarían involucrados en el pandeo del refuerzo longitudinal, se consideró utilizar el procedimiento seguido por *Dhaka* y *Maekawa*, (2002b), para evaluar la longitud de pandeo en un elemento de concreto reforzado. Este procedimiento es una generalización del propuesto originalmente por *Bresler* y *Gilbert* (1961).

## Antecedentes

Cuando se estaba analizando una de las columnas que formó parte de la base de datos de esta investigación (Ang 9), ocurrió que el pandeo no se presentaba abarcando un sólo intervalo de estribos sino que involucraba múltiples intervalos. Esto implicaba que la relación de esbeltez,  $S_h/d_{bl}$ , que se estaba utilizando estuviera en entredicho. Sin embargo, se encontró que sí era utilizada la evidencia experimental del número de estribos involucrados en el pandeo para estimar la relación de esbeltez,  $S_h/d_{bl}$ , los resultados calculados utilizando el parámetro  $\varepsilon_p^*$ , eran mas cercanos a los resultados experimentales. De aquí surgió el concepto de relación de esbeltez experimental, definida como:

$$\left[ \frac{(S_h)_{\text{exp}}}{d_{bl}} \right] = n \left[ \frac{S_h}{d_{bl}} \right] \quad (\text{A3.1})$$

Donde,  $n$  es el número de espaciamentos entre estribos que de acuerdo con el modo de falla observado experimentalmente es necesario para definir la longitud de la barra donde ocurre el pandeo. El valor de  $n$  es uno cuando el pandeo ocurre entre un espaciamento entre estribos, y es mayor que uno cuando el pandeo abarca más de un espaciamento entre estribos. No obstante, la validez de utilizar este concepto quedaba supeditada a la posibilidad de predecir acertadamente el intervalo de estribos que podían verse involucrados en el pandeo.

Para este elemento en particular, si se evaluaba el parámetro  $\varepsilon_p^*$ , para la relación de esbeltez de diseño,  $S_w/d_{bl}$ , con un factor de longitud efectiva  $k=0.75$ , la deformación para la cual se presentaba el pandeo según este parámetro era en un ciclo muy anterior al del pandeo experimental. Sin embargo, cuando se evaluaba el mismo parámetro considerando  $(S_w)_{exp}/d_{bl}$  y  $k=0.75$ , el pandeo se presentaba sino para el mismo ciclo, para uno muy cercano al ciclo de pandeo observado experimentalmente. Esto mismo sucedió en otros casos en que el pandeo experimental había involucrado varios intervalos de estribos. Estas observaciones condujeron a querer tratar de estimar analíticamente cuantos estribos podían verse involucrados dentro del pandeo del acero longitudinal. Debe ser notado que si la longitud de pandeo cambia desde una a dos veces el espaciamento entre estribos, la relación de esbeltez llega a duplicarse, y el esfuerzo en compresión de pandeo tendrá una reducción drástica.

### Procedimiento

Recientemente, *Dhakar y Maekawa, (2002b)*, retomando un procedimiento propuesto inicialmente por *Bresler y Gilbert, (1961)*, y posteriormente utilizado por *Scribner, (1986)*, proponen un método para la evaluación del número de estribos involucrados en el pandeo del refuerzo. El método consiste en evaluar la rigidez del estribo necesaria para mantener la barra longitudinal en su posición. Estos autores, relacionan la rigidez de la barra transversal con la rigidez de la barra longitudinal a la que restringen, según la configuración del elemento en sección; comparando ésta relación después con una rigidez equivalente calculada con principios energéticos para varios modos de pandeo. Aquí el modo de pandeo, se refiere al número de intervalos de estribos involucrados en la longitud de pandeo. Si la rigidez efectiva del estribo es menor que la rigidez requerida para el modo  $n-1$  pero excede la requerida por el modo  $n$ , los estribos laterales pueden sostener las barras de refuerzo en el  $n$ ésimo modo de pandeo. En otras palabras,  $n$  es el modo de pandeo estable y multiplicándolo por el espaciamento entre estribos da la longitud de pandeo para cierta combinación del refuerzo longitudinal y transversal.

De acuerdo con lo mencionado anteriormente, se propone el siguiente procedimiento para evaluar el número de estribos  $n$ , que se verían involucrados en el pandeo según la configuración del elemento. Con el valor calculado para  $n$  de esta manera, puede estimarse la relación de esbeltez que alcanzará la barra de refuerzo longitudinal durante el pandeo.

1. Dado que la rigidez a flexión  $EI$ , de la barra de acero longitudinal es influenciada por su resistencia a la fluencia, y que a la vez, la rigidez en el rango de endurecimiento por deformación (donde se produce el pandeo) es indiscutiblemente menor que la rigidez elástica  $E_s I$ , *Dhakar y Maekawa, (2002b)*, a partir de ensayos experimentales calibraron una relación para representar el comportamiento real de la barra. Estos autores proponen la

siguiente expresión para evaluar la rigidez a flexión normalizada  $K$ , del refuerzo longitudinal considerando la influencia de la resistencia del material:

$$K = E_s \frac{I}{2} \sqrt{\frac{f_y}{400}} \frac{\pi^4}{s^3} \quad (\text{A3.2})$$

En la expresión anterior:

$E_s$ , es el módulo de elasticidad del acero de refuerzo longitudinal en MPa;

$I$ , es el momento de inercia del acero de refuerzo longitudinal en  $\text{mm}^4$ , igual a  $I = \frac{\pi d_{bl}^4}{64}$ ;

$f_y$ , es el esfuerzo de fluencia del acero de refuerzo longitudinal en MPa; y

$s$ , es la separación entre estribos en mm.

2. Debido a que la resistencia proporcionada por los estribos contra el pandeo de la barra de refuerzo longitudinal es suministrada principalmente por la rigidez axial de sus ramas, y admitiendo, que para columnas rectangulares la rigidez total de  $n_l$  ramas de estribos a lo largo de la dirección de pandeo, contribuyen igualmente a  $n_b$  barras longitudinales que están propensas a pandear simultáneamente; la rigidez efectiva en tensión  $k_t$ , contenida por el sistema de estribos contra el pandeo de cada barra longitudinal se puede calcular mediante la siguiente ecuación *Dhakal y Maekawa, (2002b)*:

$$k_t = \frac{E_t A_t * n_l}{l_e n_b} \quad (\text{A3.3})$$

Donde,  $E_t$  es el módulo de elasticidad del acero del estribo en MPa;  $A_t$  es el área del estribo en  $\text{mm}^2$ ;  $l_e$  es la longitud del estribo paralela a la dirección de pandeo en mm;  $n_b$  es el número de ramas de estribos en la dirección que se está analizando; y  $n_l$  es el número de barra longitudinales restringidas por las  $n_l$  ramas de estribos.

+

La interpretación de los valores de  $n_l$  y  $n_b$  para algunos arreglos comunes del acero longitudinal y el refuerzo transversal se muestra en la figura A2.1. Estos valores han sido deducidos considerando solamente carga a flexión, para la cual las barras de refuerzo en el lado a compresión de la sección, son propensas a pandear simultáneamente. Sin embargo, en el caso de compresión axial concéntrica, todas las barras tienen igual deformación y tienden a pandear al mismo tiempo. Por lo tanto,  $n_b$  y  $n_l$  a lo largo de cada eje deben ser determinados considerando las ramas de estribos paralelas al eje de la barra longitudinal en ambos lados de los estribos.

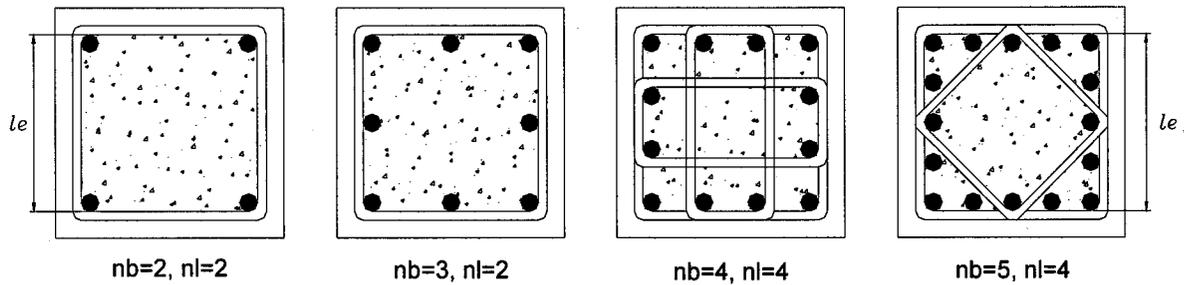


Figura A3.1 valores de  $nb$  y  $nl$  para arreglos comunes del refuerzo. Dhakal y Maekawa, (2002b)

3 En el caso de columnas circulares confinadas por espirales a anillos, se considera que la rigidez total que aporta cada nivel de estribo restringe el total de las barras longitudinales para ese nivel, por lo tanto, la rigidez efectiva contenida por el sistema puede calcularse por medio de la siguiente ecuación.

$$k_t = \frac{4E_t A_t}{\sqrt{s^2 + D^2}} \tag{A3.4}$$

Donde,  $E_t$  es el módulo de elasticidad del acero del estribo en Mpa;  $A_t$ , es el área del estribo en mm<sup>2</sup>;  $s$  es el paso de la espiral o la separación entre los estribos circulares en mm; y  $D$ , es el diámetro de la columna en mm.

4. La relación entre la rigidez a flexión de la barra de acero longitudinal normalizada  $K$ , y la rigidez efectiva en tensión contenida en el sistema de refuerzo transversal  $k_t$ , se compara con la rigidez equivalente  $k_{eq}$ , la cual se define como la rigidez requerida para estabilizar la barra de refuerzo longitudinal en un determinado modo de pandeo y su valor es presentado en la tabla A.1 para diferentes modos de pandeo. Esta rigidez equivalente ha sido calculada por Dhakal y Maekawa, (2002b), a partir de un procedimiento energético que parte de la ecuación de la deformada para varios modos de pandeo.

Tabla A3.1 Rigidez requerida para diferentes modos de pandeo Dhakal y Maekawa, (2002b)

Modo de Pandeo, $n$	Rigidez equivalente requerida, $k_{eq}$
1	0.7500
2	0.1649
3	0.0976
4	0.0448
5	0.0084

5. Calcular la relación  $nS_h/D_{bl}$ , donde  $n$  es el modo de pandeo estimado con el procedimiento anterior.

Los resultados de realizar esta evaluación al ser comparados con los datos experimentales presentan una buena correlación, por lo que se adoptó este método como un mecanismo para evaluar el intervalo de estribos involucrado en el pandeo del acero de refuerzo longitudinal. La figura A2.2, presenta una comparación entre la relación de esbeltez experimental y la calculada con este procedimiento *Dhakar y Maekawa, (2002)*. La tabla A.3 presenta los parámetros involucrados y el cálculo del modo de pandeo para la base de datos utilizada dentro de esta investigación.

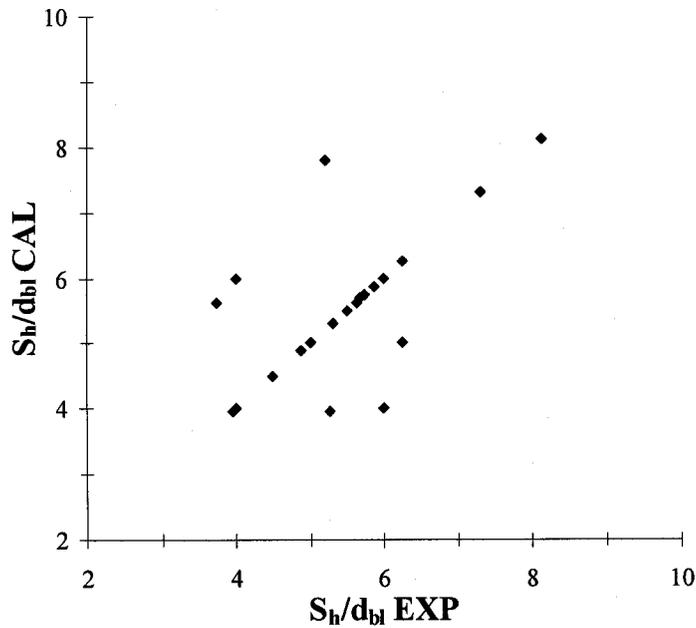


Figura A3.2 Comparación de las relaciones de esbeltez experimentales y calculadas según el procedimiento propuestos por *Dhakar y Maekawa, (2002)*

**Tabla A3.2 Cálculo del modo de pandeo y comparación con los resultados observados experimentalmente**

No.	especimen	dbl	Es	fy	B, D	Sh	I	EI	K	dtr	Atr	Lest	$n_b$	$n_t$	K tr	K eq	n cal	n exp
		mm	Mpa	Mpa	mm	mm	mm <sup>4</sup>	Mpa-mm <sup>4</sup>	Mpa-mm	mm	mm <sup>2</sup>	mm			Mpa-mm			
1	KOWA 1	19.1	200000	570	457	76	6465	771444724	169840	9.5	71	432	12	1	122986	0.724	1	1
2	KOWA 2	19.1	200000	570	457	76	6465	771444724	169840	9.5	71	432	12	1	122986	0.724	1	1
3	KOWA 3	19.1	200000	570	457	76	6465	771444724	169840	9.5	71	432	12	1	122986	0.724	1	1
4	KOWA 4	19.1	200000	570	457	76	6465	771444724	169840	9.5	71	432	12	1	122986	0.724	1	1
5	SOES 1	16.0	200000	446	400	85	3217	339693521	53880	7.0	38	374	4	4	20580	0.382	1	1
6	SOES 2	16.0	200000	446	400	78	3217	339693521	69727	8.0	50	374	4	4	26880	0.386	1	1
7	SOES 3	16.0	200000	446	400	91	3217	339693521	43910	7.0	38	374	4	4	20580	0.469	1	1
8	SOES 4	16.0	200000	446	400	94	3217	339693521	39839	6.0	28	374	4	4	15120	0.380	1	1
9	ZAHN 7	16.0	200000	440	400	117	3217	337400850	20521	10.0	79	374	4	4	42000	2.047	1	1
10	ZAHN 8	16.0	200000	440	400	92	3217	337400850	42207	10.0	79	374	4	4	42000	0.995	1	1
11	TANA 1	20.0	200000	474	400	80	7854	854966418	162659	12.0	113	320	3	3	70686	0.435	1	1
12	TANA 2	20.0	200000	474	400	80	7854	854966418	162659	12.0	113	320	3	3	70686	0.435	1	1
13	TANA 4	20.0	200000	474	400	80	7854	854966418	162659	12.0	113	320	3	2	35343	0.217	1	1
14	TANA 5	20.0	200000	511	550	110	7854	887708413	64967	12.0	113	470	4	4	48127	0.741	1	1
15	TANA 6	20.0	200000	511	550	110	7854	887708413	64967	12.0	113	470	4	3	36095	0.556	1	1
16	TANA 7	20.0	200000	511	550	90	7854	887708413	118616	12.0	113	470	4	4	48127	0.406	1	1
17	TANA 8	20.0	200000	511	550	90	7854	887708413	118616	12.0	113	470	4	3	36095	0.304	1	1
18	TANA 10	20.0	200000	485	600	80	7854	864830017	164536	10.0	79	552	3	2	18971	0.115	1	1
19	TANA 11	20.0	200000	485	600	100	7854	864830017	84242	10.0	79	552	3	2	18971	0.225	1	1
20	MANDER A	10.0	200000	335	750	60	491	44922333	20259	6.0	28	710	10	10	7965	0.393	1	1
21	MANDER D	10.0	200000	335	750	60	491	44922333	20259	6.0	28	710	10	10	7965	0.393	1	1
22	ANG 9	16.0	200000	448	400	30	3217	340454313	1228272	6.0	28	370	20	1	56390	0.046	3	2
23	ANG 1M	16.0	200000	308	400	40	3217	282289804	429650	6.0	28	374	16	1	56268	0.131	2	3
24	ANG 3M	16.0	200000	427	400	100	3217	332379149	32377	12.0	113	374	4	4	60480	1.868	1	1
25	ANG 4M	16.0	200000	427	400	90	3217	332379149	44413	10.0	79	374	4	4	42000	0.946	1	1
26	LEHMAN 407	16.0	200000	471	610	32	3217	349084276	1037719	6.5	33	572	11	1	43459	0.042	3	2
27	LEHMAN 415	16.0	200000	471	610	32	3217	349084276	1037719	6.5	33	572	22	1	43459	0.042	3	3
28	LEHMAN 415S	16.0	200000	462	610	64	3217	345732989	128470	6.5	33	572	22	1	43281	0.337	1	2
29	LEHMAN 415P	16.0	200000	462	610	32	3217	345732989	1027757	6.5	33	572	22	1	43459	0.042	3	3
30	LEHMAN 815	16.0	200000	471	610	32	3217	349084276	1037719	6.5	33	572	22	1	43459	0.042	3	3
31	LEHMAN 1015	16.0	200000	471	610	32	3217	349084276	1037719	6.5	33	572	22	1	43459	0.042	3	3
32	LEHMAN 328	19.0	200000	448	610	25	6397	677007241	4220586	6.5	33	572	28	1	43482	0.010	3	3
33	LEHMAN 1028	19.0	200000	448	610	25	6397	677007241	4220586	6.5	33	572	28	1	43482	0.010	3	4
34	SAAT 4	25.0	200000	438	350	50	19175	2006489969	1563603	10.0	79	305	8	2	12875	0.008	3	2
35	SAAT 6	25.0	200000	438	350	65	19175	2006489969	711699	6.4	32	305	8	3	7911	0.011	3	2
36	BOUS 100	16.0	200000	514	250	100	3217	364671139	35522	10.0	79	200	4	2	39270	1.106	1	1
37	BOUS 130	16.0	200000	514	250	130	3217	364671139	16169	10.0	79	200	4	2	39270	2.429	1	1
38	KUNNATH A2	9.5	200000	448	305	19	400	42312953	600914	4.0	13	280	21	1	32897	0.055	3	3
39	KUNNATH A4	9.5	200000	448	305	19	400	42312953	600914	4.0	13	280	21	1	32897	0.055	3	3
40	KUNNATH A5	9.5	200000	448	305	19	400	42312953	600914	4.0	13	280	21	1	32897	0.055	3	3
41	KUNNATH A6	9.5	200000	448	305	19	400	42312953	600914	4.0	13	280	21	1	32897	0.055	3	3
42	KUNNATH A7	9.5	200000	448	305	19	400	42312953	600914	4.0	13	280	21	1	32897	0.055	3	3
43	KUNNATH A8	9.5	200000	448	305	19	400	42312953	600914	4.0	13	280	21	1	32897	0.055	3	3
44	KUNNATH A11	9.5	200000	448	305	19	400	42312953	600914	4.0	13	280	21	1	32897	0.055	3	3
45	KUNNATH A12	9.5	200000	448	305	19	400	42312953	600914	4.0	13	280	21	1	32897	0.055	3	3

## APÉNDICE 4

## CRITERIO DE SELECCIÓN DEL FACTOR DE LONGITUD EFECTIVA

La fórmula de Euler ha sido deducida partiendo de la hipótesis de que los extremos de la columna están articulados, por lo cual sólo se puede emplear para calcular cargas críticas de columnas con estas condiciones de apoyo; sin embargo, tales condiciones de apoyo no existen en estructuras reales, y menos en barras de acero embebidas en elementos de concreto reforzado. La carga o esfuerzo crítico para otras condiciones de apoyo se pueden calcular a partir del caso fundamental (extremos articulados) pero empleando una longitud efectiva en lugar de la longitud real. Así, que resulta conveniente escribir la ecuación de Euler de la siguiente manera:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(kL)^2} \quad (\text{A4.1})$$

Donde  $kL$ , es la longitud efectiva de una columna, es decir, la distancia entre puntos de inflexión del eje deformado;  $k$  vale 1 para extremos articulados y 0.5 para extremos empotrados, y tiene valores intermedios para restricciones elásticas comprendidas entre estos límites. La figura A3.1 (Johnston, 1983), muestra los valores de  $k$  para estas condiciones de apoyo idealizadas, en las que se supone que las restricciones que impiden las rotaciones y traslaciones de los extremos son ciento por ciento efectivas o no existen.

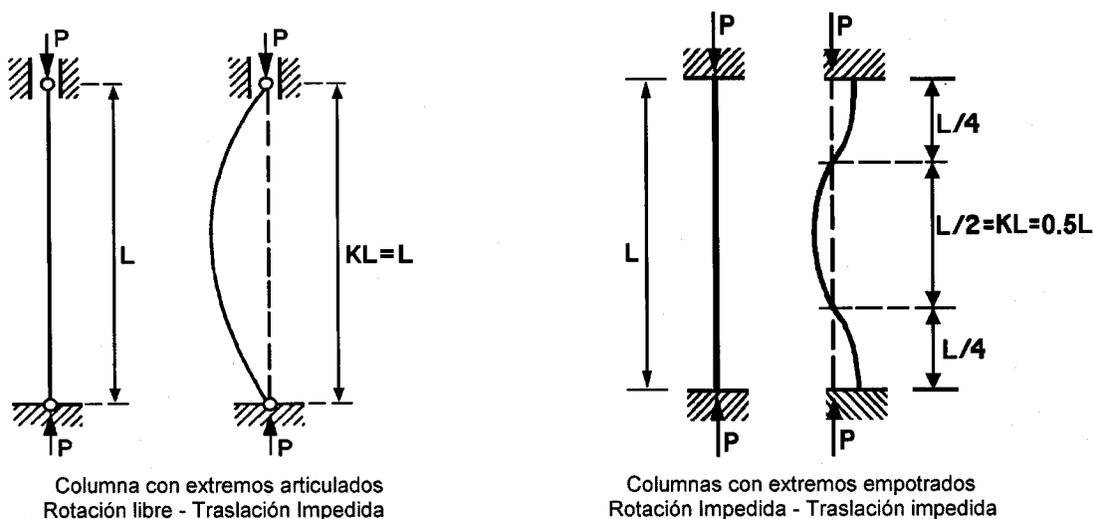


Figura A4.1 Valores del coeficiente  $k$  para condiciones de apoyo idealizadas (Johnston, 1983)

Para elementos de concreto reforzado se ha demostrado en ensayos conducidos por otros investigadores (*Bresler y Gilbert, 1961; Mau, 1990; Monti y Nuti, 1992; Rodriguez et al, 1999; Dhakal y Maekawa, 2002*), que la deformación a compresión tolerada por la barra de refuerzo longitudinal antes de pandear, esta directamente relacionada al espaciamiento de sus soportes laterales, esto es de los estribos, ganchos o espirales que la restringen. Si se asume que todos los estribos o espirales dentro de la región de articulación plástica tienen la misma rigidez y fluyen al mismo tiempo, y que, la expansión lateral del núcleo de concreto no varía a lo largo del eje la columna; para una barra longitudinal embebida dentro del concreto como el presentado en la figura A3.2 se puede emplear un modelo simplificado mediante una barra de longitud  $S_h$  con rotaciones libres y traslaciones impedidas en ambos extremos (figura A3.2 b).

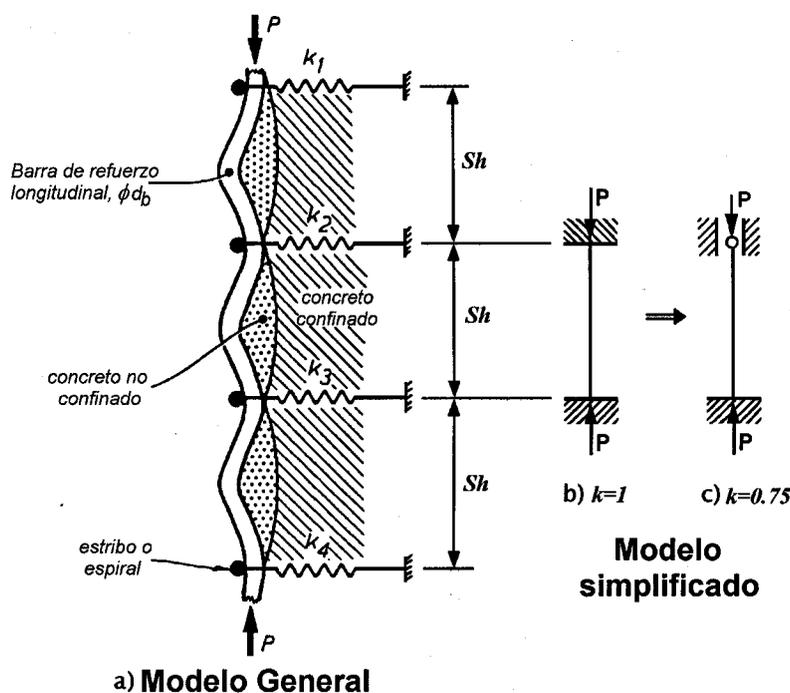


Figura A4.2 Modelo simplificado para el pandeo del acero de refuerzo longitudinal (Zahn, 1986)

Sin embargo, al evaluar la evidencia experimental de las barras con modo de falla de pandeo en los elementos de concreto reforzado que formaron la base de datos estudiada en esta investigación, se observó que la condición de pandeo para el refuerzo longitudinal del acero longitudinal se presentó como un caso intermedio entre estos dos casos extremos anteriormente mencionados (figura A3.2 c). Esta observación se confirma al evaluar el parámetro  $\epsilon_p^*$  para valores extremos de  $k$  (1 y 0.5). Se encontró que cuando se evalúa este parámetro con estos valores las predicciones resultan o muy conservadoras o sobreestimadas, respectivamente. Sin embargo, al ser evaluado con un valor de  $k$  igual a 0.75 se presenta una buena predicción de los resultados experimentales. Lo anterior, confirma que considerar un valor de 0.75 para  $k$  se está mas cerca de las condiciones reales de apoyo que tiene una barra de refuerzo longitudinal embebida en concreto reforzado.