

01168



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

FLUJO EN REDES
MULTIPRODUCTO APLICADO A
UNA RED DE TRANSPORTE EN
EXPANSIÓN Y OPERACIÓN

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:
MAESTRO EN INGENIERÍA
(INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES)
P R E S E N T A

CARLOS ALBERTO NAVA FONSECA



DIRECTOR DE TESIS: DR. RICARDO ACEVES GARCÍA

2005

m 340633



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Autorizo a la Dirección General de Bibliotecas de la UNAM a difundir en formato electrónico e internet el contenido de mi trabajo recepcional:

NOMBRE: Carlos Alberto Nava
Fonseca

FECHA: 31-Enero-05

FIRMA: 

Agradecimientos

Quisiera agradecer en primer lugar a mi familia por soportarme todo este tiempo, a mi madre por su infinita paciencia, por los consejos que me dio en varios aspectos y el oído para escuchar mis quejas. A mi hermana por sus ocurrencias con los clips, regaños, envidias, sarcasmos y presunciones. Y a mi ahijado Diego por darme una idea en el momento que más lo necesitaba.

También quiero expresar mi reconocimiento, gratificación y correspondencia a "Lala" por oírme, ser mi confidente y aconsejarme infinidad de ocasiones desde que estaba perdido hasta que empecé a tener un cause y propósito para mi mismo; se que sabemos que me he encontrado y puedo seguir adelante. A "Gabo" por muchas razones, tantas que no puedo citarlas todas, pero siempre estuvo ahí y sé que seguirá estando. A Salvador "Chava" Hernández, por ser mi antítesis en todo lo que creo y hago, pero que me recordó que los romanos decían *Citius altius fortius* y me ayudó a practicarlo y hacerlo bajo su tutelaje en lo que yo seguía solo. Y aunque somos antagonistas le agradezco haberme soportado. A Humberto, por innumerables razones que empiezan desde el tercer día de la licenciatura en un estacionamiento y acarrear años con tantos sucesos intermedios en infinidad de aspectos.

Al Laboratorio de Transporte por verme crecer y darme una formación en esta área. Sin olvidar al Dr. Ricardo Aceves por coordinarnos y guiarnos. A Mayra, por su guía y crítica desde que llegué para hacer servicio social hasta este momento, son muchas cosas las que le debo agradecer que también para citarlas todas sería imposible. Al "Compa" Chimal que desde el grupo 127 está conmigo e infinidad de eventos hemos vivido juntos y por ayudarme. Al "Rulo" que también de años atrás estamos juntos y por su incondicional ayuda con todo y su neurosis. Al "Indy" por el caos, la locura y el porcentaje de verdad. Y a Gloria por la experiencia que compartió cada curso y cada viaje.

Al Laboratorio de IdeO y la generación de IdeO por darme nuevos recuerdos y por oír mis teorías, suposiciones, hipótesis, etc. sobre el comportamiento humano y la bestia interna. Ester, Marisol, "Logan", Gloria, Memo, Jorge, Marta y Marcos, no podré olvidar nunca mi periodo ahí sin esbozar una sonrisa.

A los vampiros-magos-tecnócratas-lobos: Ale, Quique, Lala, Grimaldo, Itzo, Adriana, Beto, Lalo e Iván. Por el desfogue y estímulo que necesitaba.

A los roleros obsesionados: Paco y el "Chamaco". Por que podemos juntar nuestra locura, neurosis e intolerancia cada sábado y liberar presión.

A GULFI por lo que me enseñó de Linux y al final me ayudó a este trabajo, Mareo, Alejandra, Clemente, Gerardo "El Chacal", Kaz, Haydee, Carreón y Gabriela23, muchas gracias.

Un reconocimiento especial a Macedo, Roberto y Wul por que descubrí el estridente "happy hardcore" gracias a todas sus pláticas y comentarios.

А Светлана для того, чтобы преподавать меня. Спасибо.

A quién me inspiró y me enseñó la intensidad,
y a quien goza de ello ahora

Indice

	Página
Introducción	iii
Capítulo 1	
El problema de transporte y flujo en redes multiproducto	
1.1 Antecedentes	1
1.2 El problema del transporte y del desplazamiento	2
1.3 Planeación y Evaluación	6
1.4 El problema de flujo en redes multiproducto (MCNF)	10
1.5 Estado del arte en el modelo MCNF	11
1.5.1 Planeación de rutas en redes	11
1.5.1.1 Itinerarios y ruteo para transporte y logística	11
1.5.1.2 Planeación y programación de la producción	12
1.5.2 Diseño de redes	13
1.6 Alcances y problemática	15
1.6.1 Objetivos del Plan Maestro	15
1.6.2 Alcances del trabajo	16
Capítulo 2	
Métodos de Solución al problema de flujo multiproducto	
2.1 Fomulación del Problema MCNF	18
2.1.1 Notación Nodo-arco	18
2.1.2 Notación arco-trayecto	19
2.2 Condiciones de optimalidad	20
2.2 Métodos de solución	21
2.2.1 Métodos de partición de la base	21
2.2.2 Métodos de descomposición directivos con base en recursos	22
2.2.3 Métodos de descomposición directivos con base en precios	23
2.2.3.1 Relajación Lagrangiana (LR)	23
2.2.3.2 Descomposición Dantzing-Wolf (DW)	25
2.2.3.3 Descomposición de variables fundamentales	27
2.2.4 Métodos Primal – Dual (PD)	28
2.2.5 Métodos aproximados	29
2.2.6 Métodos de puntos interiores	30
2.2.7 Métodos para problemas MCNF enteros	31
2.3 Resumen	33
2.3.1 Tipo de solución	34

Capítulo 3

Formulación, Análisis y Diseño del problema de flujo multiproducto en una red de transporte

3.1 Formulación del Problema MCNF en una red de transporte	36
3.1.1 Formulación del tipo de problema de ruteo de carga	37
3.1.2 Modelado de la capacidad	38
3.1.3 Modelado de los intercambiadores	40
3.1.4 Modelado de la capacidad del transporte	40
3.2 Datos Utilizados	41
3.2.1 Consideraciones	42
3.3 Software especializado	42
3.3.1 GOBLIN	42
3.3.2 PPRN	43
3.3.3 OPL Studio	45
3.3.4 Generación de columnas por EXCEL	46
3.3.5 Elección de software	48
3.4 Manipulación de datos en ArcView	48
3.5 Manipulación de datos en TransCAD	50

Capítulo 4

Análisis, Escenarios y Resultados del problema de flujo multiproducto en una red de transporte

4.1 Construcción del Modelo	52
4.1.1 Especificaciones Adicionales	53
4.2 Clasificación de los resultados	54
4.3 Análisis de sensibilidad	55
4.3.1 Interpretación de escenarios del análisis de sensibilidad	57
4.4 Resultados Obtenidos	59
4.4.1 Resultados del Status Quo	59
4.4.2 Resultados de las ampliaciones proyectadas	61
4.4.3 Resultados de una ampliación a operación "Express"	64
4.5 Metodología de formulación	66
4.6 Condensación de resultados	67

Conclusiones y Recomendaciones	70
--------------------------------	----

Extensiones	73
-------------	----

Introducción

El campo de transporte tiene numerosos aspectos, la mayoría de los cuales se relacionan con: infraestructura, vehículos, y operaciones. La infraestructura incluye las redes de transporte empleadas (carreteras, vías de ferrocarril, rutas aéreas, canales, tuberías, etc.) y los nodos o terminales (aeropuertos, estaciones de ferrocarril, terminales de autobuses y puertos). Los vehículos (coches, trenes, aviones) transitan sobre las redes. Las operaciones tratan del control del sistema semáforos, agujas de ferrocarril, control del tráfico aéreo, etc. Así como políticas y sistemas de financiación y regulación del sistema (por ejemplo el uso de peajes o impuestos).

En términos generales, el diseño de redes está en el área de la ingeniería civil y la planificación urbana, el diseño de vehículos de la ingeniería mecánica, especializada en campos como ingeniería naval e ingeniería aeronáutica, mientras que las operaciones son por lo general especializadas, aunque pudiera pertenecer con mayor propiedad a la investigación de operaciones o la ingeniería de sistemas.

En el diseño de redes de transporte urbano, a nivel estratégico, nos planteamos el problema de localizar paradas de las líneas de transporte público, sistemas secundarios de alimentación de una red primaria, así como de los nodos de intercambio multimodal.

El problema se puede describir como la posible adquisición de nuevos trenes o vagones. En el nos que proponemos determinar la frecuencia de los trenes en las líneas potenciales. A nivel operativo nos planteamos determinar los horarios óptimos de salida de los trenes, tomando como restricciones, entre otras, el que su valor debe concordar con la salida óptima táctica anterior y de seguridad.

Es propósito de este trabajo consiste en el uso de las herramientas de la investigación de operaciones en el ámbito de redes, en específico, el uso de redes multiproducto para auxiliar al diseño de una red de transporte urbano, la cual es la red de transporte de metro de la Ciudad de México.

La Ciudad de México cuenta con un documento rector en este aspecto, el cual se conoce como: Plan Maestro del Metro y Trenes Eléctricos del Área Metropolitana, diseñado con base en herramientas que estimaban los viajes atraídos y generados por la mínima zona de análisis. Con estos datos se diseñaron las rutas que las futuras líneas debían de seguir. En contraposición, la metodología propuesta en este trabajo, necesita de más datos, así como de otros modelos especializados, para generar más resultados que la metodología con la que se diseñó el Plan Maestro. Entre otros resultados será posible estimar el ruteo de pasajeros en las nuevas líneas que se construyan, así como ver impactos como el incremento de flotilla o variación del itinerario.

El capítulo 1 describe el problema al que se enfrenta el transporte público de la Ciudad de México, frente al concesionario, además de la necesidad de un diseño que cumpla con los lineamientos que el Plan cita; bajo estos requisitos, la formulación del problema en el aspecto multiproducto cumple con éstos para realizar una comparación.

El capítulo 2 cubre los tipos de formulaciones del problema multiproducto, cuales son los métodos de solución que existen al problema y el software especializado existente para la resolución del problema de flujo en redes.

El capítulo 3 explica la formulación del problema a partir de la estructura del problema, cubriendo el modelo con los datos que necesita. Dada la cantidad de datos requeridos por el modelo matemático, fue necesario manejar datos a partir de las bases de datos georeferenciadas de la encuesta Origen – Destino de la Ciudad de México y el Área Metropolitana, además de trabajar los datos según modelos de asignación de transporte para crear las matrices requeridas por el software de resolución.

En el capítulo 4 se analizan los resultados a partir de la operación de la red de transporte, y de este punto se desarrolla el análisis de sensibilidad, cuando se modifican las restricciones de carga conjunta y las implicaciones que la variabilidad de estas restricciones representa en la operación y diseño de la red, según la proyección del Plan Maestro.

Capítulo 1

El problema de transporte y flujo en redes multiproducto

1.1 Antecedentes

Las ciudades tienden a crecer en torno a centros de actividad social y comercial localizados cerca de los nodos de transporte público; entonces, esta norma de diseño es la que debe utilizarse para que la ciudad prolifere e incremente su agilidad, pensando que, este diseño debe satisfacer la demanda para una movilidad cotidiana.

Hoy en día, la cultura del automóvil domina a la Ciudad de México, por lo que se sufre de congestionamientos viales y degradación del ambiente. Consecuentemente, hay un sobreconsumo de energéticos, lo que genera varias formas de contaminación que alteran el entorno en que nos desenvolvemos. Buscamos solucionar el problema, reformando el desempeño del transporte público, para que sea más eficiente, seguro y funcional.

El gobierno ha desplegado proyectos por toda la ciudad a través de sus órganos gubernamentales y sus planes sectoriales, como es el sistema de transporte colectivo público. Por la magnitud de estos proyectos se requiere tecnología de exportación, adquisición de terreno por derecho de vía, alta inversión en el costo de la construcción y herramientas especializadas de análisis y diseño.

Como en cualquier sistema de transporte, el Plan Maestro proyecta las líneas a construirse, para satisfacer una demanda de transporte en crecimiento. En 1977 se definió el primer Plan Maestro, que sólo incluía la construcción de líneas dentro de los límites del Distrito Federal. Esta restricción, a la larga, tuvo sus

consecuencias en el sistema: actualmente, la línea 4 es la más corta del sistema y la menos requerida (sólo el 2.5% de los usuarios la utilizan, según cifras del STC); la línea 6, aunque da servicio a la zona norte del DF y enlaza zonas clave como La Villa y Vallejo, transporta únicamente a 3% de los usuarios totales, por lo que se le considera subutilizada.

El Plan Maestro fue recientemente revisado (en 1997), en dicho plan se redefinieron algunos tramos, además se propuso crear nuevas líneas suburbanas que cubrieran sobre todo la corona norte de la ciudad. En total, el área metropolitana de la Ciudad de México contará con 13 líneas de Metro urbano.

Justificando que en los próximos 10 años, los viajes persona día se incrementarán en aproximadamente 8 millones de viajes adicionales, los cuales se distribuirán mayoritariamente en el Estado de México, debido al crecimiento poblacional esperado en esa entidad. Por este motivo es indispensable ampliar los sistemas de transporte masivos en toda la ZMVM para ofertar modos de transporte eficientes, seguros y menos contaminantes. En el mediano plazo se añadirán nuevas líneas o ampliaciones que se establecerán en los corredores de mayor demanda de viajes. En este sentido, el Plan Maestro del Metro y Trenes Ligeros tiene proyectadas varias opciones de crecimiento de las redes mencionadas, las cuales deberán evaluarse para determinar qué opción es prioritaria en su construcción. La operación de nuevas líneas del Metro y tren ligero permitirá ofertar mayor número de viajes - personas - día.

1.2 El problema del transporte y del desplazamiento

El Plan de Transporte tiene como propósito atacar ese problema en forma integral: por una parte, racionalizar el número y el tipo de viajes; por otra, crear un sistema de transporte público más racional, en el que los tiempos de desplazamiento y la calidad de los servicios sean mejores. Simultáneamente,

dotar a la ciudad de la infraestructura necesaria para absorber el crecimiento que ha tenido el número de automóviles por habitante y despejar los espacios existentes para el transporte público. Eso implica generarle alternativas a los particulares que usan el automóvil, para usen otras vías más rápidas, con mejores condiciones de servicio, por las cuales habrá que pagar.

La principal diferencia de apreciación en transporte es que, en general, se tiene una visión muy negativa en relación con la construcción de autopistas urbanas. Sostiene que esta sería una forma de incentivo del auto. Al respecto, bien vale la pena analizar las razones por las cuales las personas adquieren un automóvil en los países en procesos de desarrollo. La decisión, en general, no se hace por una disposición de infraestructura, sino por niveles de ingreso. En la medida que las personas aumentan su nivel de ingreso, aspiran a bienes de consumo superiores, entre los cuales se encuentra el automóvil. En este sentido, las autopistas urbanas complementarían la infraestructura de la ciudad, permitiendo un desarrollo del sistema de transporte público urbano en superficie más expedito, a partir de un mejor uso de la infraestructura disponible, lo cual difícilmente podría implementarse de otra manera.

La deficiencia del servicio de transporte urbano que se expresa fundamentalmente, por la irregularidad de las corridas, por los trasbordos innecesarios y por la falta de diseño de las rutas más acordes con las necesidades de esta gran ciudad, causa la pérdida de millones de horas-trabajo-hombre, equivalentes a la cuarta parte del tiempo diario trabajado en la industria, lo que, evidentemente tiene efectos depresivos en la producción, así como en el ingreso individual del trabajador por faltas o retardos. Se dice que un trabajador mexicano ocupa hasta 45 días al año en transportarse. Esto además tiene otras repercusiones, como por ejemplo; el que un trabajador vea reducido hasta en cuatro horas diarias su tiempo libre.

Si a la deficiencia propia del transporte se le agrega una inadecuada vialidad en las áreas de mayor concentración y congestión del tránsito, por el acelerado y anárquico crecimiento de la metrópoli, además de restarle tiempo al trabajador de sus horas de descanso o de las dedicadas a la recreación o actividades educativas y culturales, lo hacen más susceptible a enfermedades físicas y psicológicas, que producen desgaste de energía y neurosis urbana, que se traducen en alteraciones patógenas a la sociedad, agravadas por la crisis económica actual.

Puede afirmarse también que el transporte urbano en la Zona Metropolitana de la Ciudad de México es altamente peligroso, porque, sobre todo, los autobuses concesionados a particulares en los municipios conurbados y quienes prestan el servicio en las combis y minibuses, que ahora tanto han proliferado en el Estado de México, así como en el DF, con tal de ganar el pasaje convierten a las arterias viales en verdaderas pistas de carreras a tal grado que ya hay un elevado índice de accidentes por semana, provocados, principalmente, por las llamadas peseras.

Por otra parte, del total de la planta vehicular en la Zona Metropolitana de la Ciudad de México constituida por 3 millones de vehículos, sólo el 5% corresponde al transporte colectivo, en el que se moviliza el 80 por ciento de la población. Esta alta saturación del transporte público que genera deficiencias en el mismo, ha contribuido a que la ciudad tenga un número elevado de vehículos particulares, quienes ocupan el 70 por ciento del espacio destinado a infraestructura vial, saturándola y disminuyendo las velocidades de recorrido a menos de 20 Km/hora, en promedio, contaminando además, el aire que respiramos, al aportar las tres cuartas partes del monóxido de carbono que se arroja al ambiente.

El transporte colectivo, realiza, como ya se mencionó el 80 por ciento del total de viajes/persona/día (v/p/d), que para estos tiempos suman 25 millones. Asimismo,

se observa que el autobús urbano, a pesar de ser la modalidad de transporte colectivo más empleada, ha decrecido en números absolutos y relativos en su participación en el total de traslados. Mientras que, en contrapartida, el renglón de taxis colectivos tuvo el crecimiento más dinámico, al pasar de casi dos millones de v/p/d en 1982, a 7 millones en 1988.

En el D.F. a pesar de que el Gobierno de la Ciudad ha dedicado un alto porcentaje de su presupuesto a la infraestructura y al equipo de transporte, éste, parece ser un problema sin solución, porque la oferta siempre va muy rezagada respecto de la demanda. Estas limitaciones agravan el problema de la carestía y eficacia del transporte, y explica porqué el crecimiento de las llamadas peseras ha sido desmesurado, constituyendo ya un gran monopolio controlado por pocas manos, a pesar de que no hace muchos años comenzó como un negocio individual de los trabajadores del volante. Ahora, prácticamente se obliga a millones de trabajadores a usar este medio de transporte, pues en la actualidad el Gobierno de la Ciudad sólo satisface, mediante el servicio no concesionado, el 50% de la demanda total de viajes.

Por otro lado, a pesar de que ahora existe una comisión de coordinación entre el D.F. y el Estado de México, las funciones de planeación, inversión y mantenimiento de los distintos medios de transporte público de pasajeros, éstos se encuentran dispersos en varios organismos oficiales, tanto del Distrito Federal como del Estado de México, como son: la Comisión de Vialidad y Transporte Urbano del D.F. (COVITUR), la Coordinación General del Transporte del DF, y otros organismos operativos como el Sistema de Transporte Colectivo Metro, el Servicio de Transportes Eléctricos y Red de Transporte de Pasajeros (RTP) y la Comisión del Transporte del Estado de México (COTREM).

Esta separación de funciones en diversos organismos, de un mismo servicio que se presta a la comunidad, es una evidencia más de la desarticulación del

sistema en la zona conurbada y representa un obstáculo más a este grave problema.

Hasta hoy, las autoridades han partido de una concepción subjetiva del transporte urbano; en consecuencia, le han dado un tratamiento aislado y una solución estrictamente técnica y operacional, de tal manera que se contempla desde el punto de vista: cobertura-déficit y sólo se han preocupado por la ampliación de los modos de transporte, rutas y unidades, dentro de los límites políticos de las entidades conurbadas, pasando por encima de la realidad, que se expresa en una zona económicamente integrada.

1.3 Planeación y Evaluación

El proceso de planeación de transporte debe ser comprendido como un conjunto de actividades relacionadas entre sí, que tienen por objetivo mejorar la calidad de vida de los ciudadanos, específicamente en los aspectos relacionados al funcionamiento del sistema de transporte.

El uso de la palabra "proceso" indica que la planeación debe ser una actividad continua, que acompaña la evolución del sistema estudiado, así como la naturaleza de sus problemas y de la eficacia de las soluciones adoptadas. Es fundamental que la planeación sea conducida por un enfoque sistemático, considerando los componentes del sistema estudiado, las relaciones entre ellos y su comunicación con su ambiente interno.

De una manera general, las principales etapas asociadas al proceso de planeación son las siguientes:

- identificación de los problemas;
- identificación del sistema de interés;
- establecimiento de metas y objetivos para el sistema;

- generación de alternativas para la solución de los problemas identificados;
- análisis del comportamiento del sistema, en particular frente a las alternativas consideradas;
- evaluación de las alternativas estudiadas (desde el punto de vista técnico, económico y ambiental);
- selección de alternativas que atiendan mejor a los objetivos establecidos;
- implantación de la alternativa seleccionada;
- monitoreo de la evolución del sistema, buscando la identificación de nuevos problemas.

Esencialmente, el proceso tiene por objetivo proveer información de apoyo a la toma de decisiones, donde la disponibilidad y la organización de la información son de gran importancia.

La información comprende no solamente los datos básicos, sino también los resultados del análisis, del diagnóstico y de los impactos de las alternativas estudiadas.

Un gran problema que siempre se presenta es mantener la información actualizada. Generalmente los organismos operativos y de control tienen una probabilidad mayor de mantener sus datos actualizados. La mejor forma de tener acceso a una información actualizada, es mantener un intercambio estrecho con estos organismos y establecer un flujo permanente de intercambio de información entre los organismos.

Así, la información debe estar disponible de forma organizada para su consulta ágil y fácil, para presentarla a quienes toman las decisiones.

El acto de planear trae como consecuencia la necesidad de pensar en el futuro con la incertidumbre que esto pueda traer. Esto hace que uno de los problemas

más complejos de la planeación, sea el realizar proyecciones de variables socioeconómicas y, con esto, hacer posible la estimación de variables de comportamiento de los usuarios frente a los cambios.

En la planeación del transporte urbano esto es, sin embargo, más complejo pues resulta que no solamente se deben de estimar tasas de crecimiento generales, sino que se tienen que hacer hipótesis de su distribución en el espacio.

La calidad de las proyecciones por este factor, depende mucho de la calidad de la información disponible, del conocimiento que tenga el planeador del sistema, de la existencia y calidad de los planes de desarrollo urbano, del control del uso del suelo y, finalmente, de la estabilidad económica y política del país. Se debe de tener un procedimiento para elaborar proyecciones y verificarlas periódicamente frente a nuevos factores no esperados y al conocimiento que el propio proceso de planeación trae como resultado.

La evaluación de acciones involucra analizar su factibilidad técnica, socioeconómica, financiera y sus impactos ambientales y, someterla a un proceso de decisión que seleccione la alternativa deseable frente a los objetivos definidos para el estudio.

Evaluación Técnica

La evaluación técnica empieza con la definición de los problemas que se quiere resolver (diagnóstico). Para cada uno de los problemas o, para un conjunto de ellos, son elaboradas alternativas de solución puntuales: optimización de la utilización de la oferta de espacio vial, inversión en la expansión de la capacidad del sistema, etc.

La evaluación técnica debe mostrar hasta qué punto cada una de las alternativas presentadas soluciona el problema identificado.

Evaluación Económica y Financiera

La evaluación económica calcula los beneficios y los indicadores económicos de evaluación. La evaluación financiera evalúa las fuentes de recursos y la capacidad de pago del municipio en caso de préstamos para hacer la inversión. Un aspecto importante es que la evaluación debe empezar en cuanto se identifiquen los problemas y las alternativas de solución. La evaluación tiene fases distintas de precisión. Al inicio se tienen que eliminar las alternativas que claramente no son factibles. Esto se hace al nivel de ideas con costos y beneficios estimados de manera muy general. Si las alternativas propuestas no son factibles se buscan nuevas soluciones.

Sin embargo, esto no es lo que se ve en la mayoría de los estudios y México no es una excepción. En muchas ocasiones incluso el proyecto ejecutivo ya está desarrollado antes de hacerse una evaluación. Con esto, se procura forzar la aceptación de alternativas, pues ya no hay tiempo de analizar otras soluciones o ya se hicieron muchos compromisos políticos. Por ello, suelen ejecutarse proyectos equivocados.

Evaluación de Impactos Ambientales

Con el exceso de contaminación en las ciudades, los impactos ambientales de las acciones de transporte revisten cada vez mayor importancia. Los impactos ambientales del transporte se relacionan con cuatro áreas principales:

- contaminación del aire
- contaminación por ruido
- deterioro del paisaje urbano
- creación de barreras artificiales al movimiento de las personas

La planeación debe mantener información sobre el monitoreo de estos factores e investigar medidas para mitigarlos.

Como se citó en el proceso de planeación, este contempla el análisis del comportamiento del sistema, en particular frente a las alternativas consideradas y evaluación de las alternativas estudiadas. Este trabajo propone una alternativa de evaluación utilizando técnicas de Sistemas de Información Geográfica (SIG) y el modelo de flujo en redes multiproducto para evaluar el estado actual de operación y sugerir alternativas de expansión y operación.

1.4 El problema de flujo en redes multiproducto (MCNF)

El problema de flujo en redes multiproducto (multicommodity network flow o MCNF), está definido por la necesidad de mandar productos de nodos origen específicos a nodos destino mientras no se violen las restricciones de capacidad asociadas a los arcos. Extiende entonces el concepto del problema de flujo en redes monoproducción (single commodity network flow o SCNF) en el sentido que si hace caso omiso de las restricciones de empaquetamiento y se activan las restricciones de capacidad de los arcos para diferentes productos que fluyen por cada arco, entonces el MCNF puede verse como varios problemas independientes de tipo SCNF.

En general existen tres grandes tipos de problemas MCNF:

1. Máximo MCNF
2. Máximo flujo concurrente
3. MCNF con costo mínimo

El problema del máximo MCNF busca maximizar la suma de los flujos para todos los productos entre sus respectivos orígenes y destinos.

El máximo flujo concurrente es una variante del problema anterior de flujo máximo, que busca optimizar la tasa de transferencia de las demandas satisfechas para todos los productos.

El problema de costo mínimo busca determinar la asignación de flujo, satisfaciendo la demanda de todos los productos con un costo mínimo, sin violar las restricciones de capacidad de los arcos.

1.5 Estado del arte en el modelo MCNF

Los modelos que corresponden al MCNF para aplicaciones reales son para ruteo en redes y problemas de diseño en redes.

1.5.1 Planeación de rutas en redes

1.5.1.1 Itinerarios y ruteo para transporte y logística

En logística o en problemas de transporte, los productos enviados a través de la red pueden ser bienes o personas. Los itinerarios para los bienes y el problema de ruteo comúnmente son modelados como un problema MCNF en una red con eventos colocados a lo largo del tiempo, donde cada producto pueden ser aeronaves, personal, contenedores, carga ferroviaria, y envíos en camión.

En este aspecto, Golden¹ plantea un modelo para la planeación de puertos que busca optimizar simultáneamente el ruteo, donde los productos son el cargamento de importaciones y exportaciones, los puertos de donde se embarca el producto son nodos origen y puntos interiores del país como nodos destino, y los puertos locales del país son nodos de transbordo, y los arcos son posibles rutas que cubren los envíos.

¹ Golden, B., "A minimum-cost multicommodity network flow problem concerning imports and exports," *Networks*, vol. 5, pp. 331-356, Oct 1975.

Un problema similar también fue modelado para redes con envíos de granos por Barnett y McCarl².

En el área del control de siniestros, Haghani y Oh³, el problema es modelado como un MCNF, con la variante de que los transportes son multi-modales, además de que se manejan ventanas de tiempo, donde los productos son comida, medicinas, maquinaria y personal de diferentes áreas, que deben ser trasladados por varios modos de transporte, como automóvil, barco, helicóptero, etc., de la manera más eficiente para minimizar la pérdida de vidas y maximizar la eficiencia de las operaciones de rescate.

1.5.1.2 Planeación y programación de la producción

Jewell⁴ lo plantea para los productos que buscan ser enviados con un costo mínimo, resuelven el problema de almacenamiento y distribución estacional, formulando el modelo de MCNF, donde cada período de tiempo es un nodo de transbordo y existen nodos ficticios como origen y destino para cada producto, los arcos que conectan los nodos origen con los de transbordo, también hay nodos de transbordo para embarques adelantados y nodos para embarques retrasados. El objetivo es enviar los productos de los nodos origen a los nodos destino con el costo mínimo.

² Barnett, D., Binkley, J., and McCarl, B., "Port elevator capacity and national and world grain shipments," *Western Journal of Agricultural Economics*, vol. 9, pp. 77-84, 1984

³ Haghani, A. and Oh, S.-C., "Formulation and solution of a multi-commodity, multi-modal network flow model for disaster relief operations," *Transportation research. Part A, Policy and practice.*, vol. 30A, pp. 231-250, May 1996

⁴ Jewell, W., "Warehousing and distribution of a seasonal product," *Naval Research Logistics Quarterly*,

D'Amours et al.⁵ Resuelven el problema de planear y formular un itinerario en una Red de Manufactura Simbiótica (SMN o Symbiotic Manufacturing Network) para órdenes de salida multi-producto. Un agente recibe una orden de productos, los cuales se componen de diferentes partes y los productos tienen que ser ensamblados por diferentes compañías de manufactura, almacenado en distintas partes y compañías; y enviado a través de varias empresas de transporte entre empresas, almacenes y consumidores. El problema es diseñar un plan y programar un esquema de cotización de tal suerte que el agente asigne la producción, almacenaje y transporte a las compañías, con un costo mínimo. D'Amours et al.⁵ proponen un modelo de MCNF, donde cada compañía de manufactura o almacenaje en cada período representa un nodo; además cada posible modo de transporte, manufactura o almacenaje, es un arco.

1.5.2 Diseño de redes

Para un grafo G y un conjunto de productos K que serán ruteadas según demandas conocidas; sea L un conjunto de instalaciones en cada arco. El problema del diseño de redes con límites en su capacidad consiste en conducir flujo y colocar las instalaciones con un costo mínimo. Este es un problema MCNF que involucra conservación de flujo y restricciones de empaquetamiento, además de restricciones relacionadas con la localización de nuevas instalaciones. La función objetivo puede ser no lineal o incremental discontinua.

En redes de transporte se han estudiado los siguientes problemas:

⁵ D'Amours et al. , "Price-based planning and scheduling of multiproduct orders in symbiotic manufacturing networks," European Journal of Operational Research, vol. 96. no. 1

- Crainic et al.⁶ estudiaron el problema de localización de depósitos de vehículos en un sistema de transporte de carga. Y resuelven el problema por varios métodos, los cuales incluyen: ramificación y acotamiento; ascenso dual, y búsqueda tabú.
- Geoffrion y Graves⁷ modelan la distribución de un sistema de distribución como un problema de carga fija MCNF.
- Aikens⁸ usa el modelo de MCNF para modelar la localización, priorizando una forma de distribución de productos.

Entonces, el problema MCNF modela la red de transporte, tanto para su diseño como para su operación en itinerarios. Esta técnica y metodología introducidas para la modelación de estas características de la red de transporte elegida, deben de cumplir con las restricciones que posea, tanto de planeación como de operación. El documento rector sobre el cual se basa la red de transporte elegida es el Plan Maestro del Metro y Trenes Eléctricos del Área Metropolitana.

Este documento contiene a partir de estudios de transporte realizados en la Ciudad de México y los municipios conurbanos, las expansiones que debe seguir la red actual de transportes eléctricos, que son: el sistema de transporte metropolitano y el sistema de trenes suburbanos. Como una alternativa de evaluación distinta a la contenida en el Plan Maestro, se propone el uso de otros modelos para evaluar la alternativas de diseño que contiene.

⁶ Crainic, T., Dejax, P., and Delorme, L., "Models for multimode multicommodity location problems with interdepot balancing requirements," *Annals of Operations Research*, vol. 18, no. 1-4

⁷ Geoffrion, A. and Graves, G., "Multicommodity distribution system design by benders decomposition," *Management Science*, vol. 20, no. 5

⁸ Aikens, C., "Facility location models for distribution planning," *European Journal of Operational Research*, vol. 22, no. 3

1.6 Alcances y problemática

1.6.1 Objetivos del Plan Maestro

El Plan Maestro del Metro y Trenes Eléctricos del Área Metropolitana (PMMTL) de la Ciudad de México, en su última revisión de 1997, estipula en sus objetivos generales:

- Proporcionar de manera eficiente y confiable, donde la demanda lo justifique, el servicio de transporte colectivo de alta y mediana capacidades, en corredores que garanticen grandes velocidades en vías confinadas, según los lineamientos de los Programas Integrales de Transporte y Vialidad del Distrito Federal y del Estado de México.
- El ámbito de cobertura de este servicio será el Área Metropolitana de la Ciudad de México (AMCM), y deberá considerar el impacto de los flujos de viajes del resto de la Zona Metropolitana y de las ciudades vecinas de Toluca, Méx., Pachuca, Hgo., Tlaxcala, Tlax., Puebla, Pue., Cuernavaca y Coahuila, Mor., así como Querétaro, Qro.
- Conformar una Red de Metro y Trenes Ligeros que estructure el sistema de transportación de pasajeros del Área Metropolitana.
- Obtener el mayor beneficio social posible de las inversiones, las que deberán realizarse en la forma, medida, lugar y tiempo que la dinámica poblacional y urbana requieran.
- Ofrecer, mediante la instrumentación del Plan, un servicio colectivo de transporte de pasajeros, de mediana y alta capacidades, que induzcan a la disminución del uso intensivo del transporte particular, así como también del transporte colectivo de superficie de mediana y baja capacidades, en las zonas servidas.
- Apoyar las acciones de reordenamiento de la estructura urbana y de la actividad económica en la zona, de acuerdo con los planes y programas

vigentes y a los acuerdos establecidos con autoridades de desarrollo urbano del Distrito Federal y del Estado de México.

- Incrementar las opciones de transporte de las personas dentro del AMCM
- Coadyuvar en los programas ecológicos que se implanten, por parte de las autoridades competentes, en el Valle de México.
- Proponer las soluciones técnicas y operativas más confiables y económicas a fin de ser aplicadas en los diferentes corredores de transporte que sean seleccionados.
- Ser el instrumento para prever la infraestructura urbana, que facilite la sustitución de los transportes de superficie en los corredores cuya demanda futura estimada, requiera del servicio de una línea del Metro o Tren Ligero.

Y como objetivo particular:

- Proporcionar cobertura en zonas y corredores con altos volúmenes de viajes, mejorando los niveles de servicio de los sistemas de superficie, así como constituirse en el eje de los sistemas de transporte metropolitano de pasajeros.

1.6.2 Alcances del trabajo

Es propósito de este trabajo consiste en establecer una comparación entre PMMTL del AMCM en el ámbito de diseño de redes con costo mínimo, bajo el enfoque que comprenda el uso del método de MCNF, como una herramienta de programación lineal.

Cumpliendo con los objetivos del PMMTL se deberá contar con un diseño de expansión de costo mínimo, que cubra la demanda de transporte de pasajeros y

ser un instrumento de prevención de infraestructura, como un problema de localización; con esta prioridad, el uso del método de MCNF para sugerir la localización de estaciones, así como verificar el uso de capacidad por los corredores planeados.

Además, dadas las características del problema, se usarán técnicas de descomposición para problemas MCNF, como un problema NP-Completo⁹, la complejidad del problema no permite su solución exacta directa, pero si su solución por medio de estas técnicas.

⁹ Karp, R., "On the computational complexity of combinatorial problems," Networks, vol. 5, no. 1

Capítulo 2

Métodos de Solución al problema de flujo multiproducto

2.1 Formulación del Problema MCNF¹⁰

Sea N un conjunto de nodos en un grafo G , con un conjunto de arcos A , y K un conjunto de productos. Para cada producto k con un origen s_k y un destino t_k , c_{ij}^k representa el costo unitario de flujo por un arco (i, j) y x_{ij}^k la cantidad de flujo en el arco (i, j) . Sea b_i^k la oferta/demanda en el nodo i , y B^k el total de unidades demandadas del producto k . Sea u_{ij} la capacidad del arco (i, j) . Se asume que cada unidad de producto consume una unidad de capacidad en un arco por el que fluye.

2.1.1 Notación nodo-arco¹¹

La notación nodo-arco del problema MCNF es una extensión directa de la formulación del SCNF. Y se expresa de la siguiente manera:

$$\min \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in A} c_{ij}^k x_{ij}^k = Z^*(x)$$

s.a.

$$\sum_{(i,j) \in A} x_{ij}^k - \sum_{(j,i) \in A} x_{ji}^k = b_i^k \quad \forall i \in N, \forall k \in K \quad (2.1)$$

$$\sum_{k \in K} x_{ij}^k \leq u_{ij} \quad \forall (i, j) \in A \quad (\text{restricciones de empaquetamiento}) \quad (2.2)$$

¹⁰ I-Ling Wan, 2003, "Shortest Paths and Multicommodity Network Flows", Georgia Institute of Technology.

¹¹ Antonio Frangioni, 1997, "Dual Ascent Methods and Multicommodity Network Flows", Università di Pisa-Genova-Udine

$$x_{ij}^k \geq 0 \quad \forall (i, j) \in A, \forall k \in K$$

donde $b_i^k = B^k$ si $i = s_k$, $b_i^k = -B^k$ si $i = t_k$, y $b_i^k = 0$ si $i \in N \setminus \{s_k, t_k\}$. Este planteamiento tiene $|K||A|$ variables y $|N||K| + |A|$ restricciones no triviales.

2.1.2 Notación arco-trayecto¹²

La formulación de arco-trayecto para el problema de mínimo costo en MCNF está basada en que cualquier solución de flujo dentro de la red puede ser descompuesta en trayectorias y rizos. Asumiendo que los rizos o ciclos no tienen costo negativo, cualquier vector de flujo en un arco puede expresar óptimamente por trayectorias de flujo.

Para cada producto k , sea P^k el conjunto que denote los posibles trayectos simples de s_k hasta t_k , f_p son las unidades de flujo en el trayecto $p \in P^k$, y PC_p^c el costo del trayecto p usando c_{ij}^k como los costos de arco. δ_a^p es un indicador binario que equivale 1, si el trayecto p pasa por un arco a , y 0 para cualquier otro caso. El problema se formula como:

$$\min \sum_{k \in K} \sum_{p \in P^k} PC_p^c f_p = Z^*(f)$$

s. a.

$$\sum_{p \in P^k} f_p = 1 \quad \forall k \in K \quad (2.3)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{p \in P^k} (B_k \delta_a^p) f_p \leq u_a \quad \forall a \in A \text{ (restricciones de empaquetamiento)} \quad (2.4)$$

$$f_p \geq 0 \quad \forall p \in P^k, \forall k \in K$$

¹² Idem

Las desigualdades (2.4) son las restricciones de empaquetamiento, y las desigualdades (2.3) son las restricciones convexas que fuerzan la solución óptima para cada producto k para que sea una combinación convexa de trayectos simples en P^k . La solución óptima para el problema lineal MCNF puede ser real; y para el problema binario MCNF en donde cada producto solo puede ser enviado por un trayecto, f_p serán variables binarias.

Esta formulación tiene $\sum_{k \in K} |P^k|$ variables y $|K| + |A|$ restricciones no triviales.

2.2 Condiciones de optimalidad¹³

Bajo la teoría de dualidad de los problemas lineales, se pueden deducir los resultados de las soluciones factibles óptimas. Particularmente, se deducen las fórmulas para verificar si una solución factible es óptima. La teoría del dual también verifica cuán rápidos son los algoritmos desarrollados para la resolución del problema. El dual del MNCF es:

$$\max \sum_{(i,j) \in A} u_{ij} w_{ij} + \sum_{k \in K} b_k \pi_k$$

s.a.

$$c_{ij}^k + w_{ij} - \pi^k(i) + \pi^k(j) \geq 0 \quad \forall (i, j) \in A, \forall k \in K \quad (2.5)$$

$$w_{ij} \geq 0 \quad \forall (i, j) \in A \quad (2.6)$$

Cabe notar que para esta formulación del dual hay dos diferentes variables, w_{ij} , la cual es el precio del arco, correspondiente a las restricciones de empaquetamiento en el primal, y $\pi^k(i)$, el nodo potencial para el producto k en el nodo i , correspondiente al balance de masa en el primal. Dada una solución factible para el primal y el dual, el teorema de la holgura complementaria

¹³ Idem

resuelve que, si y solo si las soluciones son óptimas, el producto de cada variable y su correspondiente restricción de holgura (la holgura en una restricción de la forma $x \leq b$ es $b - x$) es cero. Convirtiendo las restricciones del problema dual en:

$$w_{ij} \left(\sum_{k \in K} x_{ij}^k - u_{ij} \right) = 0 \quad \forall (i, j) \in A \quad (2.7)$$

$$(c_{ij}^k + w_{ij} - \pi^k(i) + \pi^k(j)) x_{ij}^k = 0 \quad \forall (i, j) \in A, k \in K \quad (2.8)$$

Estas dos condiciones son suficientes para verificar que la solución factible es óptima.

2.2 Métodos de solución

Debido a la estructura propia de los problemas MCNF, la bibliografía sugiere diversos métodos de solución, entre ellos se encuentran:

- Métodos de partición de bases. Estos métodos parten la base, de tal forma que el cálculo de la matriz inversa es más rápido.
- Métodos de descomposición directivos con base en recursos, los cuales buscan la localización en capacidad óptima de productos.
- Métodos de descomposición directivos con base en precios, los cuales tratan de encontrar la penalidad óptima de precios (variables duales) de las restricciones de empaquetamiento.
- Métodos Primal-dual, que intentan incrementar el valor de la función objetivo dual mientras que mantienen las condiciones de holgura complementaria.
- Métodos computacionales, que son algoritmos dentro de los cuales por medio del cómputo en paralelo son métodos con cálculos iterativos, como lo son: métodos de aproximación, de puntos interiores, etc.

2.2.1 Métodos de partición de la base

El concepto dentro de estos métodos de partición, consiste en buscar una partición dentro de la base, tal que la estructura y conformación de la red se mantenga y pueda ser manipulada para hacer esta base lo más eficiente posible. Generalizando, son métodos que usan versiones especializadas del método simplex primal para programación lineal y sacan provecho de la estructura de la red para reducir el costo de las soluciones básicas del primal o dual y del pivoteo, ayudándose de factorización de matrices o invertir éstas, obteniendo matrices de menor dimensión.

El concepto general dentro de estos métodos de resolución, sin involucrar detalles, es que para cada base del MCNF, los arcos asociados con las variables básicas para un producto pueden ser particionadas en dos conjuntos, uno que forma un árbol de expansión del grafo G , y otro conjunto con los arcos sobrantes que corresponden a las restricciones de capacidad mutua. Al introducir las variables de holgura a las restricciones de capacidad, el problema particiona la base en una matriz de trabajo compuesta por sub-matrices diagonales más fáciles de manipular.

Dentro de estos métodos, el primer método propuesto para su resolución, está el método generalizado de límites superiores (Generalized Upper Bounding o GUB), desarrollado por Hartman en los 70's, este algoritmo parte de simplex especializado al trabajar con una base de dimensiones iguales al número de arcos saturados.

2.2.2 Métodos de descomposición directivos con base en recursos

Suponemos que para cada arco (i, j) se le asigna una capacidad r_{ij}^k para cada producto k de tal forma que $\sum_{k \in K} r_{ij}^k \leq u_{ij}$ sea satisfecho. El problema original

entonces es equivalente al problema de localización de recursos (Resource Allocation Problem o RAP), el cual tiene una estructura simple de restricciones, pero una estructura compleja dentro de su función objetivo, entonces el problema es:

$$\min \sum_{k \in K} z^k(r^k) = z(r) \quad (2.9)$$

s.a.

$$\sum_{k \in K} r_{ij}^k \leq u_{ij} \quad \forall (i, j) \in A \quad (2.10)$$

$$0 \leq r_{ij}^k < u_{ij} \quad \forall (i, j) \in A, \forall k \in K \quad (2.11)$$

Para cada producto k , $z^k(r^k)$ se obtiene resolviendo el siguiente subproblema de costo mínimo para SCNF:

$$\min \sum_{(i,j) \in A} c_{ij}^k x_{ij}^k = z^k(r^k) \quad (2.12)$$

s.a.

$$\sum_{(i,j) \in A} x_{ij}^k - \sum_{(j,i) \in A} x_{ji}^k = b_i^k \quad \forall i \in N \quad (2.13)$$

$$0 \leq x_{ij}^k \leq r_{ij}^k \quad \forall (i, j) \in A \quad (2.14)$$

Se observa que la función objetivo $z(r)$ es un conjunto de variables lineales con un conjunto factible de la capacidad de asignación del vector r . Existen varios métodos para resolver el RAP, como lo son aproximaciones tangenciales, direcciones factibles o método del subgradiente.

2.2.3 Métodos de descomposición directivos con base en precios

Los métodos de descomposición basados en precios tienen su sustento en asociar las restricciones de empaquetamiento con funciones de penalización,

como son los precios duales o los multiplicadores lagrangianos, y un problema MCNF-duro, puede descomponerse en k problemas SCNF.

2.2.3.1 Relajación Lagrangiana (LR)

La relajación Lagrangiana trabaja el problema dual de tal forma que las restricciones de empaquetamiento, al usar un multiplicador lagrangiano $\pi \geq 0$, resulta en tener varios subproblemas menos complejos de flujo en redes con costo mínimo. En particular:

$$\min \sum_{k \in K} c^k x^k + \sum_{a \in A} \pi_a \left(\sum_{k \in K} x_a^k - u_a \right) = L(u) \quad (2.15)$$

s.a.

$$\tilde{N}x^k = b^k \quad \forall k \in K \quad (2.16)$$

$$x \geq 0$$

donde \tilde{N} es la matriz de incidencia nodo-arcos.

El problema Lagrangiano dual busca un óptimo π^* tal que $\max_{\pi > 0} L(\pi)$. Para resolverlo, las técnicas más comunes para determinar los multiplicadores lagrangianos son los métodos de subgradientes, los cuales tienen una sencilla fase de implantación, pero son de convergencia lenta, ya que no tienen un buen criterio de convergencia, y el algoritmo se detiene cuando alcanza cierto número de iteraciones o no encuentra una diferencia significativa entre iteraciones. La peculiaridad de este problema dual es que se transforma en un problema de optimización no-diferenciable del tipo: $\max\{\varphi(y) : y \in Y\}$ donde φ es una función no-diferenciable y Y es un subconjunto no-vacío de $R^{+|A|}$.

La técnica de descomposición lagrangiana se basa en tratar de obtener una solución factible primal. Una vez que se obtienen estos multiplicadores

lagrangianos, se pueden recurrir a métodos que optimicen esa solución primal o realicen una descomposición primal, resolviendo un problema lineal en cada iteración.

2.2.3.2 Descomposición Dantzing-Wolf (DW)

La descomposición DW se usa para la formulación arco-trayecto, y la formulación es la siguiente:

$$\min \sum_{k \in K} \sum_{p \in P^k} PC_p^c f_p = Z_p^*(f, s) \quad (2.17)$$

s.a.

$$\sum_{p \in P^k} f_p = 1 \quad \forall k \in K \quad (2.18)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{p \in P^k} (B^k \delta_a^p) f_p \leq u_a \quad \forall a \in A \quad (2.19)$$

$$f_p \geq 0 \quad \forall p \in P^k, \forall k \in K$$

y cuyo problema dual es:

$$\max \sum_{k \in K} \sigma_k + \sum_{a \in A} u_a (-\pi_a) = Z_D^*(\pi, \sigma) \quad (2.20)$$

s.a.

$$\sigma_k + \sum_{a \in A} B_k \delta_a^p (-\pi_a) \leq PC_p^c \quad \forall p \in P^k, \forall k \in K \quad (2.21)$$

$$\pi_a \geq 0 \quad \forall a \in A$$

$$\sigma_k : \text{libre} \quad \forall k \in K$$

donde σ_k son las variables duales para las restricciones de convexidad (2.18) y $-\pi_a$ son las variables duales de las restricciones de empaquetamiento (2.19). Las condiciones de holgura son las siguientes:

$$(-\pi_a) \left(\sum_{k \in K} \sum_{p \in P^k} (B^k \delta_a^p) f_p - u_a \right) = 0 \quad \forall a \in A \quad (2.20)$$

$$\sigma_k \left(\sum_{p \in P^k} f_p - 1 \right) = 0 \quad \forall k \in K \quad (2.21)$$

$$f_p (PC_p^{c+\pi} - \sigma_k) = 0 \quad \forall p \in P^k, \forall k \in K \quad (2.22)$$

donde $PC_p^{c+\pi} := \sum_{a \in A} B^k \delta_a^p (c_a + \pi_a)$ y c_a es el costo original del arco a . El costo reducido del trayecto p es:

$$PC_p^c - \sum_{a \in A} B^k \delta_a^p (-\pi_a) - \sigma_k = \sum_{a \in A} B^k \delta_a^p (c_a + \pi_a) - \sigma_k = PC_p^{c+\pi} - \sigma_k$$

Suponiendo que se conoce una solución al problema primal (f, s) que no es la óptima. Entonces se construye el RMP que contiene las columnas asociadas con f y s positivos, y se resuelve el RMP hasta hacerlo óptimo, obteniendo la solución dual $(\sigma^*, -\pi^*)$. Esta solución dual puede ser usada para identificar columnas con un costo reducido $PC_p^{c+\pi^*} - \sigma_k^*$ que sea menor a cero, las cuales se utilizan para construir un nuevo RMP. El procedimiento para generar nuevas columnas es equivalente a resolver k subproblemas. Cada subproblema corresponde a un problema de ruta más corta, donde un solo producto k es enviado de s^k a t^k . En este caso en particular, usar $(c_{ij} + \pi_{ij}^*)$ como el nuevo costo de cada arco (i, j) , y si la longitud del camino más corto es p^{k^*} para cada producto k , $PC_{p^{k^*}}^{c+\pi^*} = \sum_{(i,j) \in A} B^k \delta_a^{p^{k^*}} (c_{ij} + \pi_{ij}^*)$, es más corto que σ_k^* , entonces se añade la columna correspondiente al trayecto p^{k^*} al RMP. El algoritmo resuelve iterativamente y genera nuevas columnas hasta que no hay más columnas con

un costo negativo reducido, lo que garantiza la optimalidad. Durante el procedimiento, la factibilidad primal y la holgura complementaria son mantenidos.

El algoritmo DW puede ser visto como un procedimiento para identificar las variables duales óptimas $(\sigma^*, -\pi^*)$ resolviendo en secuencias problemas de programación lineal más pequeños, que es el RMP. En comparación con la relajación lagrangiana, el algoritmo DW consume más tiempo resolviendo el RMP, pero obtiene mejores variables duales; sin embargo, DW alcanza la optimalidad en menos iteraciones que el algoritmo de relajación lagrangiana. Otra ventaja que el algoritmo de DW posee, es que siempre produce soluciones primales factibles que pueden ser usadas como límites superiores en la minimización, mientras que la función objetivo dual puede ser usada como límite inferior. En contraposición, la relajación lagrangiana sólo garantiza la solución dual óptima y requiere de más computo para obtener la solución primal óptima.

2.2.3.3 Descomposición de variables fundamentales

Este método tiene su fundamento en el método de partición primal, donde al algoritmo de generación de columnas, el cual es adecuado cuando se tienen muchos productos (pares OD). En particular, se selecciona una trayectoria, la cual se denomina como la trayectoria fundamental, y $key(k)$, para cada producto k . Después de realizar las operaciones entre columnas y se elimina $key(k)$ para cada k se obtiene la siguiente forma:

$$\min \sum_{k \in K} \sum_{p \in P^k} CC_p^c f_p + \sum_{a \in A} M\alpha_a = Z_C^*(f, \alpha) \quad (2.23)$$

s.a.

$$\sum_{p \in P^k} f_p = 1 \quad \forall k \in K \quad (2.24)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{p \in P^k} B^k (\delta_a^p - \delta_a^{key(k)}) f_p - \alpha_a \leq u_a - \sum (B^k \delta_a^{key(k)}) \quad \forall a \in A \quad (2.25)$$

$$f_p \geq 0 \quad \forall p \in P^k, \forall k \in K \quad (2.26)$$

$$\alpha_a \geq 0 \quad \forall a \in A \quad (2.27)$$

donde α_a es una variable artificial para cada arco a con un costo M muy grande, y $CC_p^c = PC_p^c - PC_{key(k)}^c$ representa el costo de varios ciclos separados obtenidos por la diferencia simétrica del trayecto p y de $key(k)$. Esta formulación en esencia es la misma que la obtenida para la descomposición DW, sólo que las variables artificiales con grandes costos son usadas para obtener una solución inicial primal factible para comenzar la resolución del problema además del algoritmo.

2.2.4 Métodos Primal – Dual (PD)

El método primal – dual es un método de solución de programación lineal de ascensión dual, el cual empieza con una solución factible dual y después realiza una iteración y construye un subproblema primal factible llamado problema primal restringido (RPP) basados en la condiciones de holgura complementaria (CS). Utiliza la solución dual óptima del RPP para mejorar la solución dual que se tiene en el primal una solución no factible. El algoritmo termina cuando en el primal no se tiene infactibilidad.

Se propuso un algoritmo por Jewell¹⁴ el cual resuelve el problema MCNF de mínimo costo. Se toman las variables duales y usan las condiciones complementarias de holgura para formar una red restringida que se puede ver como $|K|$ capas de redes monoproducción y arcos que interconectan estas capas, como las restricciones de empaquetamiento. Entonces el RPP se convierte en un problema de MCNF de máximos. La solución, así como una solución de

¹⁴ Jewell, W., "A primal-dual multicommodity flow algorithm," Tech. Rep. ORC 66-24, Operations Research Center, University of California, Berkeley, 1966

recursos, primero identifica trayectorias en aumento hasta que cada capa está saturada, luego resuelve la relocalización de capacidad entre capas. El algoritmo no es eficiente, ya que necesita enumerar trayectorias y ciclos.

2.2.5 Métodos aproximados

Dentro de los métodos aproximados, la solución es cuando requerimos de una precisión deseada $\varepsilon > 0$, con un ε -*óptimo* donde la solución dentro de $(1 + \varepsilon)$ (para minimización y $(1 + \varepsilon)$ para problemas de maximización) sea la solución óptima. La familia de algoritmos que calcula la solución ε -*óptima* en un tiempo polinomial, según el tamaño del problema de entrada; y con ε^{-1} , se conocen como "Esquema de aproximación de tiempo polinomial total".

La literatura señala que los algoritmos existentes para resolver el problema de MCNF bajo este esquema son para la variante del problema, donde se necesita encontrar un máximo concurrente. Shahrokhi y Matula¹⁵ proponen para el problema con demandas arbitrarias y capacidades uniformes que dentro de cada iteración se asigne el flujo satisfaciendo las demandas, pero no las restricciones de empaquetamiento, acercándose con ello a la solución óptima. Usando una función exponencial del flujo en los arcos (la longitud) como la congestión, logrando que el algoritmo asigne de las trayectorias largas (mayor congestión) a trayectorias cortas (menor congestión).

Este método de aproximación está diseñado considerando el problema de flujo máximo concurrente como un problema lineal de empaquetamiento, en

¹⁵ Shahrokhi, F. and Matula, D., "The maximum concurrent flow problem," Journal of the ACM, Apr 1990

específico, se usa \hat{P}^k para denotar un politopo de todos los trayectos posibles para el producto k . Luego, el problema de máximo MCNF puede ser visto como empaquetar los trayectos factibles del politopo $\bigcup_k \hat{P}^k$ sujeto a las restricciones de empaquetamiento. De forma similar, el problema de costo mínimo MCNF puede ser visto como empaquetar trayectorias sujetas a las restricciones de empaquetamiento y de presupuesto. Este puede ser resuelto por iteraciones del problema segregado, el cual determina el presupuesto óptimo utilizando búsqueda biseccional. Otros métodos usan técnicas de empaquetamiento para d el orden de ruteo y dar una mejor aproximación determinística y resolver el problema de mínimo costo MCNF. Estos métodos desarrollados resuelven problemas de empaquetamiento con presupuesto; adicionalmente pueden usarse para resolver problemas con costos múltiples medibles a lo largo de los flujos de los arcos.

2.2.6 Métodos de puntos interiores

Los métodos de puntos interiores por lo general son usados para resolver problemas lineales con base en un sistema de ecuaciones lineales. En muchos casos, la factorización Cholesky crea una sub-matriz densa, aun cuando se apliquen las mejores heurísticas de minimización. Para disminuir el tiempo de cómputo de estos métodos, se utiliza la partición de la base. Para resolver con eficacia el sistema lineal denso, se ha propuesto procesamiento vectorial y paralelo o usar método de gradiente conjugado pre-condicionado (PCG – preconditioned conjugate gradient).

Otro tipo de solución, pero especializada en este problema es el método de escalas duales affine para resolver el problema de costo mínimo MCNF, cuando éste se encuentra sin direcciones. Comienza con un punto interior dual factible y el algoritmo itera, buscando mejorar la dirección de descenso, resolviendo un sistema lineal simétrico que se aproxima a la solución dual óptima.

Para resolver el problema tipo MCNF, también se propuso el uso de técnicas especiales de cómputo y de inversión de ciertas matrices por Kapoor y Vahdya¹⁶ para mejorar el tiempo de cómputo del algoritmo original de Karmarkar.

2.2.7 Métodos para problemas MCNF enteros

Las formulaciones enteras para el problema entero así como sus relajaciones asociadas se hallan en aplicaciones prácticas, con que siempre exhiben una especie de estructura. Además, las matrices de restricciones, por lo general, están esparcidas, significando que tienen pocos elementos que no son cero, esto es debido al fenómeno de que las actividades asociadas con las variables están sujetas a pocas condiciones presentes en la realidad representadas por las restricciones. Aparte, para estas condiciones puede existir una jerarquización geográfica (en el caso de un problema de transporte) o una lógica (en el caso de una formulación especial) implícita en el problema. Es posible agrupar aquellos elementos que no sean ceros, de tal forma que existan subsistemas de variables y de constantes, y éstas se enlacen con otro grupo distinto de restricciones y/o variables.

La figura 2.1 muestra la distribución esquemática de la distribución de los elementos distintos de cero para los bloques angulares de matrices diagonales, que aparecen con mayor frecuencia en la formulación del problema MCNF

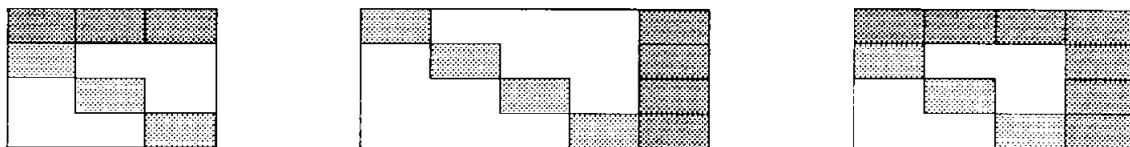


Figura 2.1 Estructura de bloque en una matriz diagonal.

¹⁶ Kapoor, S. and Vaidya, P., "Speeding up karmarkar's algorithm for multicommodity flows", Mathematical Programming, 1996

La primera figura representa cuando las restricciones están interrelacionadas, la segunda es cuando las variables están relacionadas y la tercera cuando ambas lo están.

Todos los algoritmos y métodos de solución para el problema MCNF presentados antes de este apartado sirven para buscar una solución fraccional real al problema MCNF. Al añadir restricciones donde las variables sólo puedan tener valores enteros hace que el problema MCNF sea mucho más difícil de resolver. El problema MCNF entero por lo general es resuelto por medio de algoritmos de programación lineal basados en esquemas ramificación y corte (branch-and-cut) o en ramificación y precio (branch-and-price). Esto es posible si la estructura del problema entero o entero mixto presenta una estructura simétrica que permite la ejecución de los algoritmos de ramificación. En los esquemas de ramificación y corte, los cortes son generados dinámicamente a lo largo de la búsqueda hecha a través del método de ramificación y acotamiento eliminando las soluciones fraccionales. En cambio, ramificación y precio generan variables que son usadas en conjunción con generación de columnas para fortalecer la relajación lineal y resolver el efecto de simetría, por las formulaciones con pocas variables. Recientemente se propuso un algoritmo de ramificación y precio y acotamiento (branch-and-price-and-cut) el cual genera tanto variables como cortes durante el procedimiento de ramificación y acotamiento para resolver problemas binarios para los problemas MCNF, en donde el flujo es entero y debe ser enviado por una trayectoria para cada producto¹⁷.

Dentro del campo de la caracterización del problema entero MCNF, por ejemplo, si se presentan las condiciones de unimodalidad en algunos tipos de problemas MCNF, éstos se pueden transformar en problemas SCNF equivalentes, sólo que

¹⁷ Bamhart, C., Hane, C., and Vance, P., "Using branch-and-price-and-cut to solve origin-destination integer multicommodity flow problems," Operations Research, 2000

del tipo sin restricción de capacidad, pudiendo resolverse por medio de un algoritmo de simplex especializado¹⁸.

También variaciones de los métodos vistos, en caso de que la estructura simétrica no se presente y facilite el uso de algoritmos de ramificación; o es posible hacer una compactación del problema original usando variantes de los métodos de descomposición, en especial el método DW.

Al aplicar los principios de descomposición originales propuestos por Dantzig y Wolfe es posible pasar del problema original a un problema maestro, que es equivalente, en el cual se tiene la misma función objetivo que optimizar, pero no tienen el mismo poliedro de solución equivalente.

Si por un momento no se piensa en que la reformulación de un problema grande en término de variables, el problema maestro debe ser más fácil y/o más rápido de resolver que la formulación original; ya que la base de la matriz ha sido reducida por medio de la descomposición. Pero, en caso de los problemas enteros no existe ganancia alguna acerca de la calidad del límite inferior con respecto al la función objetivo óptima.

2.3 Resumen

El concepto general detrás de los métodos de solución presentados es: descomponer un problema duro en un conjunto de problemas más sencillos. Dependiendo de la formulación para el problema MCNF, ya sea formulación nodo-arco que genera el subproblema de flujo en redes a costo mínimo, o la formulación de trayectorias que genera el subproblema de ruta más corta.

¹⁸ Evans, J., "The simplex method for integral multicommodity networks," Naval Research Logistics Quarterly, Mar 1978

En la siguiente tabla se condensan ambas formulaciones para el problema MCNF:

Formulación Nodo-Arco	Formulación de trayectoria
$\min \sum_{k \in K} \sum_{a \in A} c_a^k x_a^k$ <p>s.a.</p> $\sum_{k \in K} x_a^k \leq u_a \quad \forall a \in A$ $N^k x^k = b^k \quad \forall k \in K$ $x_a^k \geq 0 \quad \forall a \in A \quad \forall k \in K$	$\min \sum_{k \in K} \sum_{p \in P^k} PC_p^k f_p^k$ <p>s.a.</p> $\sum_{k \in K} \sum_{p \in P^k} \delta_a^p f_p^k \cdot b^k \leq u_a \quad \forall a \in A$ $\sum_{p \in P^k} f_p^k = 1 \quad \forall k \in K$ $f_p^k \geq 0 \quad \forall p \in P^k$ $\delta_a^p = \begin{cases} 1 & \text{si } p \text{ pasa por el arco } a \\ 0 & \text{en cualquier otro caso} \end{cases}$ $PC_p^k = b^k \sum_{a \in A} AC_a^k \delta_a^p$
Subproblema: Flujo en redes con mínimo costo.	Subproblema: Problema de ruta más corta
Características: Muchas restricciones	Características: Menor número de restricciones, más columnas, subproblema más sencillo

Figura 2.2¹⁹

2.3.1 Tipo de solución

Se investigaron los métodos de solución que existe en la bibliografía, como problema NP-duro o NP-completo dependiendo de la modelación es necesario para su resolución descomponer el problema, así los métodos de solución por medio de descomposición quedan divididos en:

- Métodos de partición
- Métodos directivos de recursos
- Métodos directivos de precios, subdivididos en :

¹⁹ Antonio Frangioni, 1997, "Dual Ascent Methods and Multicommodity Network Flows", Università di Pisa-Genova-Udine

- Relajación Lagrangiana
- Descomposición Dantzig-Wolf
- Métodos directivos de recursos
- Método ascendente primal – dual
- Método de puntos interiores, y
- Métodos aproximados

La idea detrás de la partición del problema es transformar la base original en otra matriz donde el método simplex sea aplicable con mayor eficiencia.

Considerando el tiempo computacional y la respuesta de los algoritmos y métodos existentes, la mejor forma de resolver el problema MCNF, es una formulación con base en la trayectoria, para tener una descomposición en un subproblema de ruta más corta a través de la descomposición Lagrangiana o Dantzig-Wolf. Además es posible obtener una solución factible inicial mediante métodos aproximados y continuar las iteraciones entre problema maestro y el subproblema generado, hasta encontrar el óptimo.

Capítulo 3

Formulación, análisis y diseño del problema de flujo multiproducto en una red de transporte

3.1 Formulación del Problema MCNF en una red de transporte

Existen tres tipos de problemas base en cuanto se refiere a la formulación MCNF en cuestión de transporte; el de tipo de asignación de flota, la planificación de personal y el ruteo de la carga.

Para realizar la formulación del problema es necesario identificar sus componentes. Por lo general, el problema lo integran la identificación del producto que se envía dentro de la red, el balance de flujo dentro de ésta y las restricciones de empaquetamiento.

Por lo tanto, dependiendo del problema se tiene:

Problema	Asignación de flota	Planificación de personal	Ruteo de carga
Producto	Tipo de vehículo	Personal disponible	Pares origen-destino de cargamento
Balance de flujo	Conservación de tipos de vehículo	Conservación de personal	Conservación de cargamento
Restricciones de empaquetamiento	Un envío por cada tipo de vehículo	Un envío por cada grupo o individuo de personal	Capacidad de transporte, capacidad de terminal

Se elige, para modelar una red en expansión, que el ruteo de carga es el apropiado para determinar si la capacidad de los enlaces para los nodos es

subutilizada, o sobreutilizada y compararla con la capacidad teórica de un sistema de transporte en operación, estimando su uso y demanda.

Los modelos para el problema MCNF se presentan cuando cada producto está sujeto a sus propias constantes de flujo pero comparten la misma infraestructura de red. Por esto, su composición dentro del modelo genera grupos de restricciones por producto y un grupo de restricciones de empaquetamiento que vincula un producto con los demás. Como se vio, los métodos de solución tratan de explotar, tanto la estructura del problema como la estructura de cada bloque de restricciones de flujo de cada producto.

3.1.1 Formulación del tipo de problema de ruteo de carga

Utilizando el tipo de problema de distribución de la carga para resolver el problema de capacidad y diseño de arcos en una red, estamos usando el problema MCNF para representar como un producto a una pareja Origen-Destino, como el producto que tiene que competir por recursos, representado como la capacidad que tienen los arcos de grafo que representa la red. Sin importar que clase de producto se mueva a lo largo de la red, las variables y restricciones en el problema a optimizar están en términos de peso y/o volumen.

Para el problema de transporte, se debe de tener en cuenta, cuáles son los nodos de paso, y cuáles nodos permiten la carga y la descarga. Ya que nuestro producto, que son los clientes que se mueven dentro de la red, representados como este par Origen-Destino, pueden utilizar nodos de transbordo a lo largo de la red para alcanzar su destino.

La solución óptima nos permitirá determinar la forma más económica de viaje utilizando la capacidad de transporte existente para hacer una ruta a lo largo de la matriz de tráfico (número de circuitos entre varios pares de nodos) a lo largo de la red. Aun cuando nuestro producto es homogéneo (pasajeros a lo largo de

la red de transporte) es imposible combinar el producto, ya que cada demanda de viaje, según el par Origen-Destino, marca una diferencia entre ellos distinguiéndolos como productos separados, entonces los productos pueden viajar a lo largo de la red de transporte y cada uno con diferente volumen, dependiendo de la oferta y demanda de cada nodo productor y de cada nodo destino.

El problema entonces puede expresarse como sigue:

- Objetivo: asignar según la capacidad del arco los distintos productos de tal forma que minimice el costo total.
- Productos: pares origen-destino diferenciados por sus características de demanda y localización.
- Restricciones:
 - Restricciones de flujo: los viajes generados por los pasajeros en un nodo origen son los mismos para sus diferentes nodos destino, no hay acumulación dentro de la red. Este conjunto de restricciones contempla el balance y calibración.
 - Restricciones de empaquetamiento: los arcos tienen capacidad de número de pasajeros por hora, esta limitación es por el tipo de transporte. También influye la restricción de capacidad de terminal.
 - Restricción de presupuesto: No existe límite de presupuesto en la formulación de este problema, ya que se está planeando el uso de arcos que están en proceso de ser construidos.
 - Restricciones adicionales: En este caso de transporte, se tiene las restricciones de que el producto como cargamento son pasajeros, resultando en que es un problema entero.

3.1.2 Modelado de la capacidad

Cada producto que se va a modelar (conjunto de pasajeros que comparten el nodo origen, pero poseen diferente destino) pueden ser enviados juntos, pero

cada volumen individual está decidido por la oferta y demanda requerida por cada ZAT (zona de análisis de transporte) contemplada. Entonces estos productos están compitiendo por la capacidad compartida en los bordes del grafo, lo cual se presenta rara vez en la realidad. El problema formulado, se expresa como:

- Objetivo: minimizar el costo de transporte involucrado en el movimiento de pasajeros de una estación a otra.
- Variables de decisión: El volumen de cada producto que parte de una estación a otra.
- Restricciones:
 - Nodos origen: las restricciones son separadas para cada viaje desde cada estación.
 - Nodos sumidero: también estos nodos producen la demanda para cada viaje de las estaciones.
 - Capacidad: cada estación, ruta o vehículo tiene una capacidad para cuando los productos están unidos y viajan hacia su destino.

Tenemos entonces un conjunto de variables de decisión indicando cuántas unidades de pasajeros se desplazan de la estación i (nodo origen) a la estación j (nodo destino). Empaquetados como varios tipos de productos k . En términos de variables, el costo total de transporte estos productos demandados formularán la función objetivo. Aun cuando el costo del transporte por pasajero es el mismo, se le asigna un costo adicional que equivale al tiempo que pierde por ser transportado a lo largo de la red en esta modalidad de elección.

También, se tiene un balance en cuanto a generación y atracción, un nodo sólo puede surtir a los demás nodos, así que el total de productos (pasajeros) de cada nodo no puede exceder el número de viajes generados por cada ZAT que le corresponde. Y de igual forma no es posible que a cada estación lleguen más viajes atraídos por cada ZAT correspondiente. Resultando en que las restricciones de oferta y demanda posean límites superior e inferior de igualdad.

3.1.3 Modelado de los intercambiadores

Dentro de la red de transporte analizada, existen ciertos nodos que permiten el paso de los pasajeros, de tal forma que puedan cubrir una ruta, cambiando la línea original de su recorrido. Se considera que para fines analógicos, la carga ha entrado en un centro de distribución de la cual sufrirá un transbordo.

Además de las restricciones ya citadas es necesario incluir restricciones propias para los centros de distribución o de transbordo que describan el flujo y el comportamiento de los productos (pasajeros) en cada uno de estos centros. Estas restricciones forman un nuevo conjunto que modelan la continuidad de flujo dentro de estos centros y que además deben estar en equilibrio, es decir, que el volumen que sale de éste es el mismo que entra al centro de transbordo.

Cubierto esto es posible la formulación como un problema lineal. Ya que se tiene una nueva variable que indica el máximo número de unidades del producto k es posible enviar del nodo destino j , desde el centro de transbordo. Generando restricciones donde la demanda del producto tiene que ser igual a los productos que llegan a la estación de transbordo. De igual manera es necesario contar con las restricciones que aseguren la demanda del centro de transbordo, asegurando que llegan todos los productos requeridos. Finalmente se utilizan las restricciones de balance para estos centros de transbordo donde se asegura que no hay acumulación.

3.1.4 Modelado de la capacidad del transporte

Cuando se comparte la capacidad dentro de una red de transporte, en la realidad se presenta que cada producto, dentro del análisis, posee cualidades propias y distintas, como lo es densidad, tamaño, peso, etc. En contraposición, las unidades de transporte generan restricciones, ya que tienen una capacidad

de carga límite (por restricción técnica o de seguridad) y una de volumen (el número de unidades de producto que pueden estar dentro). Además se pueden presentar las restricciones de capacidad de flotilla, en caso de que se tengan pocas unidades de transporte a lo largo de la red; también es posible que se incluyan vehículos por cierto costo, lo cual es lo que se trata de minimizar; finalmente, en los centros de intercambio en ocasiones es necesario descargar y volver a cargar otra unidad, lo cual involucra otros costos. En este caso, los pasajeros se movilizan dentro de los nodos de transbordo, eliminando el costo de carga-descarga, además, hay cierto número de trenes asignados por línea. Entonces se tiene solo un conjunto de restricciones de capacidad por unidad de transporte.

3.2 Datos Utilizados

Para modelar el problema MCNF se trabajará con la Encuesta Origen-Destino de la Ciudad de México realizada en 1994²⁰. Ésta posee los datos segregados y contempla la modalidad de los viajes atraídos y generados por cada ZAT, que compone cada municipio o delegación, así como su centroide, del cual la teoría marca que los viajes son generados.

Adicionalmente se necesitan contemplar los siguientes datos para realizar la formulación del problema MCNF, como son:

- El costo de envío de una unidad de producto k , desde su nodo origen i hasta la zona j .
- El número máximo de unidades que pueden ser enviadas desde cada nodo origen a cada nodo destino.
- La demanda del producto k en la zona j .
- Los canales de distribución (red de transporte) por los cuales los productos pueden viajar.

²⁰ Fuente: Encuesta Origen-Destino de la Ciudad de México, INEGI, 1994

- La capacidad de los canales de distribución.

3.2.1 Consideraciones

Para la formulación del modelo es necesario tener algunas consideraciones en cuanto a los nodos generadores y atrayentes. Los nodos generadores poseen los viajes que captan de diferentes regiones cercanas a cada estación. Esto es, que cada unidad generadora (ZAT) distribuye sus viajes a las estaciones más cercanas para iniciar el movimiento de pasajeros. De igual forma, cada estación concentra las llegadas de todos los pasajeros que se dirigen a cada área designada como su destino. Así que se requiere que un conjunto de pasajeros con diferentes destinos son concentrados dentro de cada nodo origen-destino-origen.

3.3 Software especializado

3.3.1 GOBLIN

GOBLIN es una librería de una clase de C++ que se enfoca en la optimización de grafos y problemas de programación de redes. Ésta se encarga de resolver todos los problemas estándares de optimización de grafos, citados principalmente por la bibliografía de optimización combinatoria.

Este paquete de software también contiene un interpretador para el lenguaje de programación conocido como Tcl/Tk para objetos gráficos, así como un navegador de grafos y herramientas de edición. El software ejecutable es capaz de resolver problemas prácticos de optimización, mientras que su navegador permite la visualización del problema.

Como el programa GOBLIN es un programa de código abierto, permitiendo ser compilado para cualquier uso científico, educativo y otros, sin restricción. Esta

librería es resultado de un proyecto para el balance de flujo dentro de una red, que investiga el modelo de flujo en redes para problemas de capacidad concordante. Los algoritmos más eficientes usan flujos ordinarios como una solución factible inicial. Entonces se diseñó una librería capaz de lidiar con gráficas congruentes y también con problemas de flujo en redes; además que pudiera combinar los problemas respectivos resolviendo por rutinas el problema de capacidad concordante.

Actualmente GOBLIN posee algoritmos polinomiales para optimizar los siguientes problemas:

- Ruta más corta en grafos y dígrafos con longitudes negativas
- Ciclos negativos y ciclos mínimo medio
- Árbol de expansión mínima, arborescencia y árboles-1
- Máximo flujo-st, circulación factible y flujos-b
- Flujos-st de costo mínimo, circulación y flujo-b
- Problemas de asignación
- Congruencia-1, congruencia-b, congruencia-b con capacidad, factores-f y subgrafos con restricciones de grado.
- Problema del cartero chino con y sin dirección

La librería en cuestión también incluye métodos para resolver problemas NP-duros, como lo es el problema del agente viajero, también el asimétrico y coloreo de grafos.

3.3.2 PPRN

PPRN es un código escrito en Fortran-77, el cual resuelve problemas de flujo en redes no lineales, con restricciones lineales y no lineales. Los problemas que puede resolver deben poseer la característica estándar de: $\min_x f(x)$, sujeto a:

$Ax = b$, $0 \leq x \leq \bar{x}$, $l \leq c(x) \leq u$; donde: $f: \mathcal{R}^n \rightarrow \mathcal{R}$ es no-lineal y doblemente

diferenciable sobre un conjunto definido por las restricciones. Las restricciones laterales están definidas por $c: \mathcal{R}^n \rightarrow \mathcal{R}^r$, tal que $c = [c_1, \dots, c_r]^T$, donde: $c_i(x)$ es doblemente diferenciable sobre el conjunto definido por el conjunto de restricciones de igualdad, para toda $i = 1, \dots, r$. Las restricciones de igualdad están definidas de una matriz A con dimensión $m \times n$, que representa una matriz de incidencia nodo-arco, y b el vector m de producción / demanda. PFNRN asume que todos los nodos de la red están conectados. Los límites de capacidad están considerados para los flujos en cada arco.

La idea es resolver el problema por medio de una serie de problemas aproximados, cuyas soluciones convergen con la solución del problema original definido en primer lugar.

En la práctica, sólo es necesario resolver un número finito de problemas aproximados para alcanzar una solución aproximada al problema original. No es necesario resolver cada problema aproximado en exactitud y que la información obtenida de cada problema aproximado pueda volver a usarse en la solución del siguiente problema.

La razón de usar este procedimiento es que se alcanza un mayor grado de eficiencia en la solución de problemas donde sólo se tienen restricciones para redes. En el procedimiento, los problemas aproximados que solo poseen restricciones para redes son creados cuando se eliminan las restricciones laterales son añadidas a la función objetivo equivalente por medio de técnicas Lagrangianas.

La estructura de la matriz A de la red debe ser dada como una lista de nodos origen-destino (O_a, D_a) para cada arco a . Las restricciones laterales se pueden definir según sean necesarias, aun cuando ninguna ($r \geq 0$). Para cada restricción lateral, detrás de su estructura debe tener sus límites superior e

inferior, en caso de que este límite superior no sea proporcionado se asigna un valor arbitrario, lo suficientemente grande para que sea considerado como infinito, y en caso de que el límite inferior no se le proporcione como un elemento distinto de 0, entonces con la condición anterior se asume también un número suficientemente grande para representar un elemento infinito negativo.

La versión actual del paquete PPRN puede resolver, de diferentes maneras, un amplio rango de problemas de redes no-lineales con restricciones laterales lineales o no lineales, incluyendo el problema de flujo en redes mono y multiproducto, ya sea una función objetivo lineal / no-lineal con / sin restricciones lineales laterales. El código se ha comparado con otros al resolver problemas de flujo en redes lineales, y es una alternativa más rápida a programas como NETFLO o RELAX-IV. Su desempeño en resolver problemas multiproducto demostró tener un mejor desempeño, pero no en todos los casos, y para problemas no-lineales fue siempre una mejor alternativa que MINOS.

El software implementa la partición primal para resolver el problema multiproducto, además de ser la alternativa de resolución más eficiente en contraposición de los métodos alternativos. Internamente se vale de un procedimiento de tres fases y de una actualización dimensional para factorizar la matriz de trabajo proporcionando una mejor eficiencia instrumental.

3.3.3 OPL Studio

OPL Studio, es una plataforma de desarrollo para tecnología de optimización. Esta se basa en motores de optimización creados por la compañía ILOG con capacidad de desarrollo.

Este software especializado sirve para desarrollar herramientas de optimización, de forma fácil y rápida. Su interacción con el usuario es por medio de un ambiente gráfico, permitiendo el desarrollo de aplicaciones, sin tener

conocimiento detallado de programación. A su vez, la representación de los problemas de optimización haciéndolo más intuitivo para el usuario. Finalmente la interfaz gráfica ayuda a la estructuración de los problemas y a la selección de estrategias de solución.

Algunas características con las que cuenta son: Lenguaje de modelación para programación lineal, entera, con restricciones y ventanas de tiempo; separación de modelos desde los datos y organización de proyectos; lenguaje de script para optimizaciones iterativas; conexión con bases de datos y hojas de cálculo, e integración con Visual Basic y Java.

Gracias a esas características es posible que el OPL Studio proporcione beneficios tales como: resolución de varios tipos de problemas, permitiendo comparación de alternativas y metodologías de solución; el tiempo de sistemas de pruebas modificación y mantenimiento de aplicaciones es muy corto; los datos existentes externos y capturados en otros formatos son integrados al uso de los modelos programados; también, la visualización de datos y resultados permite la elaboración de mejores modelos y depurar los programados.

Por las características citadas, los proyectos de optimización manejados a través de este software pueden ser grandes o de un grado de complejidad mayor, permitiendo su resolución.

3.3.4 Generación de columnas por EXCEL

El método de generación de columnas se ha utilizado para determinar cómo se deben repartir los recursos, involucrando cantidades grandes de longitud y tamaño y ha sido de gran ayuda en la industria de aerolíneas para la asignación de tripulación, frecuencia de vuelos, tamaño de la aeronave, etc. Para resolver estos problemas que involucran millones de variables, su pueden hacer problemas de menor dimensión por medio de esta metodología. También se ha

aplicado en la industria portuaria en el área de transportación de contenedores. La manipulación de contenedores es el movimiento de material a lo largo de una cadena de suministro, que no permite la mezcla de productos y que se necesita compartir recursos a lo largo de su trayecto. Como la metodología de la generación de columnas permite hacer un análisis de las diferentes rutas dentro de una red, además de proporcionar el detalle requerido.

Teniendo en cuenta que los productos son artículos o servicios con una constante demanda, el flujo multiproducto, puede pensarse como un movimiento estándar de productos a lo largo de una red bordes, donde el costo por unidad de envío es el mismo para todas las unidades de varios productos que circulen por el mismo borde de la red, por consiguiente, no hay distinción entre unidades de productos en otro sentido que no sea el costo. En la generación de columnas, el objetivo es asignar para cada unidad de producto, sin importar el tipo, a una trayectoria de la red desde un nodo origen a un nodo destino el mínimo costo de viaje. Para un problema así, se tienen tablas de origen destino, así como la capacidad de los arcos.

Denominando las variables de decisión como las unidades de producto a un trayecto designado por un borde de la red, además de la condición de que una vez visitado un nodo no puede regresar a él, y considerar la capacidad de la red. Como el problema es similar a resolver un conjunto de problemas de ruta más corta, se propone una solución inicial por cada producto, se resuelve el problema con el objetivo de obtener los precios sombra de las capacidades, observando los cambios en el valor de la función objetivo, el costo del viaje se actualiza haciendo que:

$$\text{Costo Revisado} = \text{Precio Inicial} - \text{Precio Sombra.}$$

Y el proceso se hace iterativo en la hoja de cálculo hasta que en el valor de la función objetivo no se presenta ninguna mejoría y estos trayectos se asignan como rutas a nuestros productos.

3.3.5 Elección de software

El software elegido en primera instancia fue el OPL Studio, por ser un software que se maneja sobre plataforma Windows. La limitante que este software posee es que no puede manejar problemas reales grandes sin producir errores de memoria o arreglo de datos en la pila.

Al encontrar este problema, se optó por el uso de la librería PPRN, la cual había sido probada con problemas grandes. La dificultad de este problema radica en que tiene una interfaz con el usuario sobre texto y muy confusa.

La ventaja de este software para el manejo de datos en pila y los arreglos de memoria, es que abusa de la arquitectura de bloques angulares que se presenta en el problema MCNF, favoreciendo la descomposición primal y la resolución del problema. Además de que la versión académica usada para el análisis del problema en el capítulo cuarto, no tuvo un costo de adquisición ni posee limitantes sobre tiempo de uso o tamaño del problema.

3.4 Manipulación de datos en ArcView

Se define un SIG, técnicamente, como una tecnología de manejo de información geográfica formada por equipos electrónicos, programados adecuadamente que permiten manejar una serie de datos espaciales y realizar análisis complejos con éstos, siguiendo criterios impuestos por el equipo humano.

ArcView, es un SIG de tipo vectorial, que maneja y describe los objetos geográficos por medio de pares de coordenadas relativas a un sistema

cartográfico. Un par de coordenadas junto con su altitud generan un punto, con dos puntos generan una línea, y las agrupaciones de líneas forman polígonos.

Los datos de la Encuesta Origen-Destino para la Ciudad de México y Zona Metropolitana, fueron manipulados dentro del ArcView, que es software para ser uso de un SIG de propósito general, el cual permitió la manipulación de la base de datos de cada ZAT.

En primera instancia, se eliminaron datos adicionales que no eran necesarios para este análisis, como son: viajes generados y atraídos por otros modos de transporte, indicadores económicos y de población, etc.

Teniendo los datos necesarios para trabajar, se podía manipular a éstos por medio de su georeferencia por lo tanto, posteriormente se incorporaron los datos de las ZAT a la red del Metro georeferenciada, bajo la suposición que desde el centroide de cada ZAT se generan los viajes: se concentran los viajes generados por el centroide de una ZAT a la estación del Metro más cercana, generando nuevas entradas a la base de datos como propiedades de las entidades conocidas como estaciones (como se muestra en la Figura 3.1). Con estos datos se tienen los viajes totales esperados que se generaran y atraerán por estación.

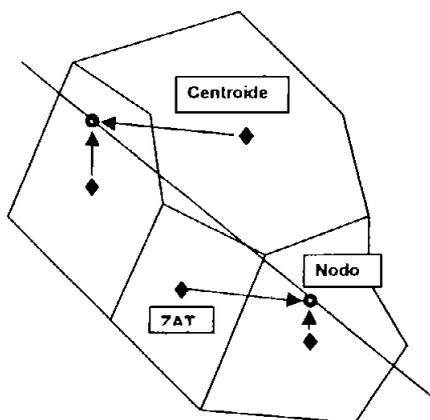


Figura 3.1

3.5 Manipulación de datos en TransCAD

Las bases de datos nuevas generadas en ArcView, se exportan al formato que el TransCAD maneja; de igual forma estos datos están ligados con información espacial; la base de datos que ahora contiene el total de viajes atraídos y generados por estación es balanceada para poder usar los algoritmos que este programa posee. Una vez que los datos de generación y atracción están en balance, se procede a la generación de la matriz origen-destino, la cual nos dice la distribución de los viajes de tal forma que se pueden predecir cuántos de los viajes generados son llegadas a las demás estaciones. Para ellos cuenta con diferentes algoritmos para realizar esta asignación de viajes, como son:

- Factores de Crecimiento: los cuales incluyen factor de crecimiento uniforme, factor de crecimiento con una restricción, y factor de crecimiento doblemente restringido (también conocido como Balance Fratar).
- Modelos de gravedad: el cual es manejado por el modelo de evaluación entrópica.

De éstos se eligió el algoritmo de asignación con factor de crecimiento doblemente restringido, ya que se contaba con los datos de entrada y salida para cada una de las estaciones, los cuales permiten una buena aproximación de la distribución de los viajes a partir de los datos que se tienen, su distribución es balanceada de la siguiente forma:

Se necesita resolver la siguiente ecuación:

$$T_{ij} = t_{ij} * a_i * b_j$$

s.a.

$$\sum_j T_{ij} = P_i$$

$$\sum_i T_{ij} = A_j$$

Donde:

T_{ij} = es el flujo pronosticada producido de la zona i atraído a la zona j

t_{ij} = es la base de la producción de la zona i atraído a la zona j

a_i = es el factor de balance para el renglón i

b_j = es el factor de balance para el renglón j

P_i = es número de viajes producidos por la zona j

A_j = es número de viajes producidos por la zona i

La solución del problema puede converger manejándola iterativamente, en cada iteración se escalan los renglones de tal forma que P_i sea igualada y después las columnas A_j deben converger, hasta que el criterio de igualdad se alcanza. Este criterio se repite o hasta que se alcanza al número máximo de iteraciones. También con este mismo programa, se consigue crear la base de datos correspondiente a la distancia entre estaciones, la cual proporcionará la matriz de costos a partir de la distancia que hay entre éstas (en la figura 3.2 se muestran los distritos referenciados con los datos de ArcView), bajo la premisa de que el viajero busca la distancia más corta, puesto que el viaje a una velocidad conocida de operación, el usuario estaría viajando en función del menor tiempo de recorrido del viaje.

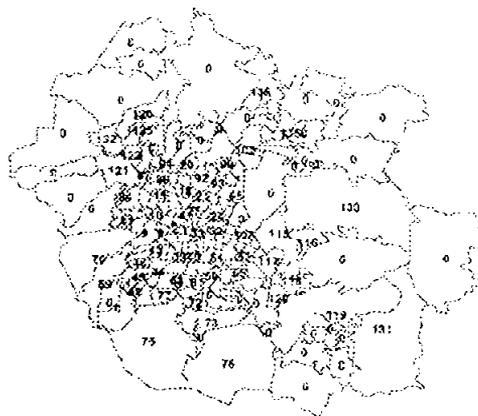


Figura 3.2

Capítulo 4

Análisis, escenarios y resultados del problema de flujo multiproducto en una red de transporte

4.1 Construcción del Modelo

El modelo se codificó para la librería PPRN, la cual está diseñada para resolver problemas específicos de flujo multiproducto en problemas "grandes". Siendo éste un problema real, el número de datos que se necesitan para la entrada es cuantioso, entonces se optó por usar este software especializado para la resolución del problema.

Específicamente se requirió construir: la matriz de incidencia arco-nodo, el vector que representa las restricciones de capacidad mutua, la matriz de restricciones de transbordo o flotilla; y los valores superiores e inferiores de las variables de decisión.

Como es posible darle los parámetros al software a través de un archivo de texto que contenga los valores antes mencionados, se realizó lo siguiente:

1. La primera sección requiere de los parámetros generales: número de nodos, arcos, productos, y restricciones de transbordo.
2. La segunda sección necesita la matriz de costos por producto para cada arco. En esta sección fue donde los datos de costo representa, entre estaciones, es el costo de operación.
3. La tercera sección la componen las restricciones de capacidad por producto en la red. Esta sección tiene las restricciones de flotilla para cada producto en los arcos.

4. La cuarta sección la compone la oferta y demanda por nodos. En un problema de este tipo es una distribución de todos a todos. La matriz construida aquí es producto del procesamiento de datos de entradas y salidas de la matriz de distribución de viajes.
5. La quinta sección se compone con la enumeración de arcos y topología de la red. Se expresa de qué nodo a qué nodo viaja cada arco, los cuales son unidireccionales.
6. La última sección se compuso con los límites superior e inferior de las restricciones de transbordo, así como su estructura.

4.1.1 Especificaciones Adicionales

Dada la naturaleza del software, era necesario incluir especificaciones adicionales para la resolución del problema y la salida de datos que éste proporciona en un sistema por defecto. Éstas incluyeron:

- Verificar la conectividad de los nodos. Al tener una gran cantidad de arcos, fue necesario incluir esta especificación previa a la resolución, asegurando que no se tenían múltiples grafos.
- Enumeración de las variables de decisión. La salida por defecto de esta librería sólo permite ver el número de iteraciones realizadas y el valor de la función objetivo. Al enumerar las 52668 variables de decisión clasificadas, se podían obtener datos adicionales sobre el comportamiento que sucedía en los arcos, así como observar el comportamiento de las variables una vez que se realizaran modificaciones a los datos de entrada, cuando se realizara el análisis de sensibilidad del modelo.
- Coeficientes internos del programa. Dada la estructura del problema, se necesitaba especificar diferentes coeficientes para que se interpretaran como manejo de memoria dinámica, tolerancia en la actualización de las

matrices de trabajo, memoria destinada a escritura de datos y la matriz trabajada.

4.2 Clasificación de los resultados

Los resultados una vez procesados por la librería se copian en un archivo de formato texto. Esta hoja de resultados contiene:

- Los parámetros con los que se resolvió el problema, incluyendo las especificaciones del mismo.
- Si se encontró una solución factible para cada uno de los productos que componen el sistema, además de cuántas iteraciones le tomó encontrar dicha solución factible.
- Las iteraciones totales para resolver el problema multiproducto y llegar al óptimo, o en qué iteración llegó al término de sus cálculos cuando encontró la infactibilidad.
- El valor de la función objetivo.
- El valor de las variables de decisión.
- El valor de las restricciones de capacidad y laterales; el estado del arco, que comprende: si está bajo un límite superior o inferior, si pertenece al árbol asociado a su producto, si el arco es complementario además de básico o si el arco es superbásico.

Con el propósito de que fuera más fácil la manipulación de datos, se duplica la información de la salida en formato texto y se eliminan: títulos, sangrías, tabuladores, etc, sustituyéndolos por una “coma”, de tal forma que se tiene un conjunto de valores separados por comas, el cual puede exportarse a EXCEL y que los valores resultan comprendidos en renglones y columnas. Para cada archivo generado para analizar las alternativas, se le aplica el mismo

procedimiento, y cada uno de estos datos se guarda en diferentes hojas del mismo conjunto de trabajo para posterior manipulación.

En las salidas generadas para la solución inicial, la cual prueba la codificación del modelo, no se tuvieron errores, tales como que la matriz base fuera singular, que los arcos de una solución básica fueran sustituidos por complementarios, que el problema no tuviera solución o que fuera de solución no acotada.

Una vez teniendo la solución óptima del problema se procede al análisis de sensibilidad haciendo variaciones a la formulación original de tal forma que pueda ayudar a su diseño u operación.

4.3 Análisis de sensibilidad

Las variaciones que se dieron al modelo para realizar el análisis de sensibilidad fueron:

- Modificar el vector de capacidad mutua para los arcos; así, el modelo general contaba con mayor capacidad para distribuir los productos a lo largo de toda la red.
- Proponer arcos nuevos entre nodos, esto afectaría la matriz de costos, la topología de la red (aumentando la matriz de incidencias arco-nodo), y las restricciones de capacidad (modificando la matriz de capacidad y el vector de capacidad conjunta), con el propósito de ver el comportamiento de ruteo de la carga a lo largo de la red; y
- Aumentar el número de arcos entre ciertos nodos de generación y atracción, afecta de igual forma que la variación anterior.

La primera variación sólo modificó el conjunto de restricciones que comprenden la capacidad total de los arcos, para el paso del conjunto de productos entre

nodos, así que la nueva formulación sólo afecta una parte de la formulación para ser analizada por la librería PPRN.

En resumen, se incremento la capacidad conjunta de los arcos en intervalos de 10000. Comenzando de 320,000 hasta 430,000. Después de esta cifra, la variación de la función objetivo no existía, pero sí un aumento de la holgura en cuanto a la capacidad de los arcos, también se probó para 500,000, verificando que una vez alcanzada esta cifra el valor óptimo no descendía más.

La segunda variación, al igual que la tercera variación, afecta toda la formulación del modelo, hay un aumento de variables de decisión, aumento de todas las restricciones (capacidad de producto por arco, capacidad total del arco, topología de la red, matriz de incidencias, etc.), y se replantea el modelo. Teniendo esta nueva formulación se realiza la nueva entrada a la librería, ya que estas nuevas variaciones, aunque tienen base en la formulación base cambian la estructura total del archivo de entrada. Terminada esta nueva formulación, se hace variar también la capacidad conjunta para compararla con la formulación anterior.

Para la segunda variación se revisó el Plan Maestro y elegir las expansiones que uniesen a la red actual, entre ellas se encontró que dos líneas estaban proyectadas para ampliarse y conectarse con las existentes. Entonces se hicieron las siguientes modificaciones:

- Se aumentó en número de arcos y topología de la red, es decir, se unieron los nodos 98 y 144, además de 146 con 104 y 104 con 95. Estos arcos ficticios les corresponderían las variables de decisión: $x_{98,144}^k, x_{144,98}^k, x_{146,104}^k, x_{104,146}^k, x_{104,95}^k, x_{95,104}^k$ con $k=1, \dots, 154$ para todos los productos considerados. Los nuevos arcos se catalogaron con las etiquetas de 343, 344, 345, 346, 347 y 348.

- Se les asignó un costo estimado menor al costo de la ruta más corta entre estos pares de nodos, considerando que existe ahora un enlace es posible tener un ahorro de tiempo cuando se encuentre en operación.
- Se les asignó una capacidad por producto igual que a los arcos del primer análisis, así como la misma capacidad conjunta que tiene la red.
- Se modificó la matriz de incidencias arco-nodo, agregando los nuevos arcos que se incorporaban a los nodos existentes, resultando una nueva topología de red.
- Finalmente, con los nuevos costos y variables de decisión se forma la nueva función objetivo.

Análogamente, en la tercera opción, se aumentó el número de arcos, sólo que los enlaces cubrían los arcos más saturados del análisis inicial. Estos comprendían unir los nodos 32 con 43, 3 con 38 y 47 con 140. Y se modifican los mismos aspectos que la opción anterior.

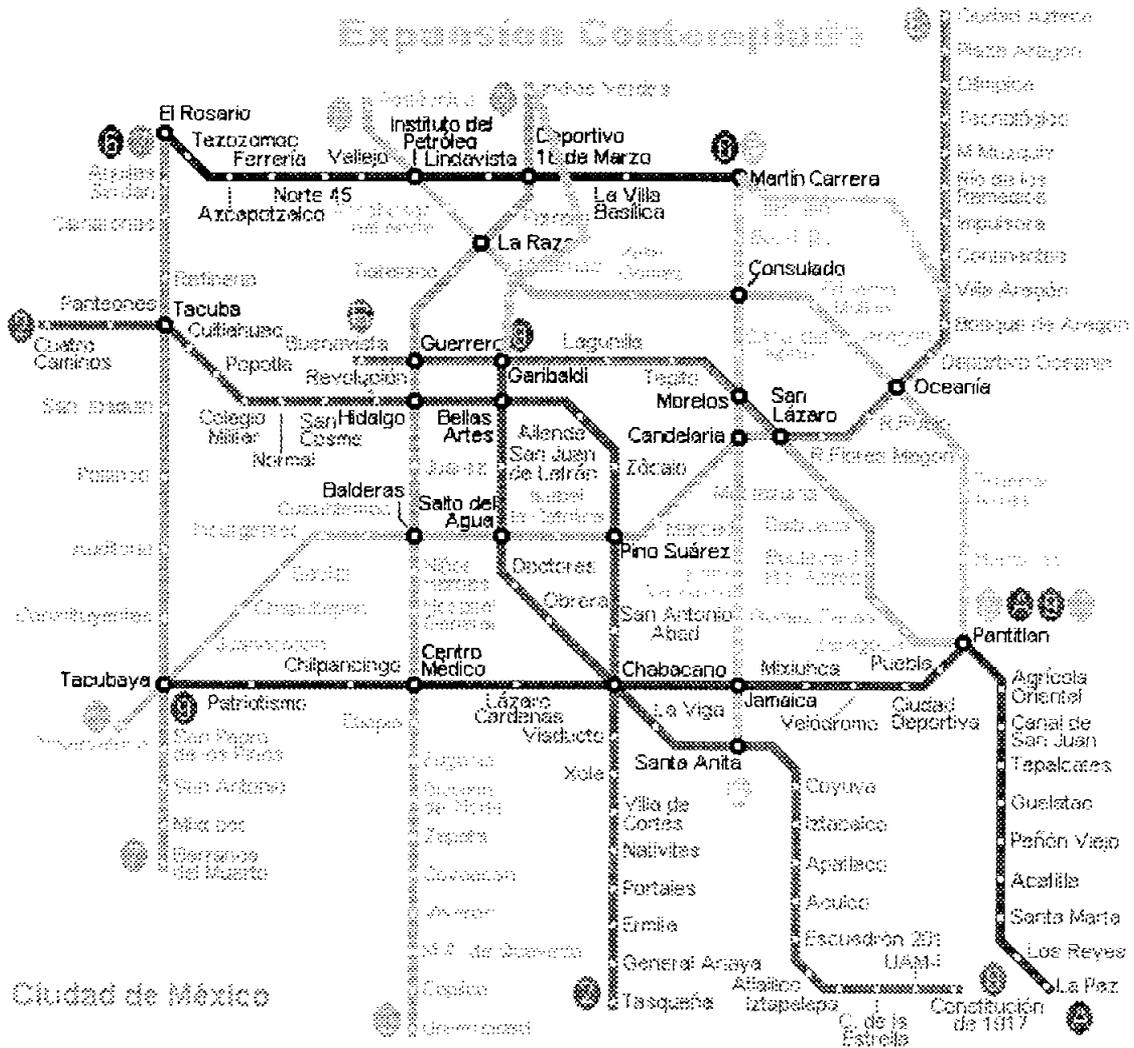
4.3.1 Interpretación de escenarios del análisis de sensibilidad

La primera modificación que contempla el aumento del valor de las restricciones de capacidad mutua refleja un aumento de capacidad de productos conjuntos de fluir a lo largo de la red, esto refleja en la realidad un aumento de la capacidad de transporte a lo largo de las estaciones, siendo esto posible por aumento de la flotilla de trenes o en el aumento de capacidad para transportar pasajeros de los mismos. También si se modifica el análisis, por ejemplo, verificar la capacidad de las líneas, estaciones o flotilla durante la hora pico, esta variación puede reflejar el aumento de viajes en el itinerario de recorrido de la línea, aumentando por ejemplo, la frecuencia de paso.

Para la segunda modificación, después de verificar lo que el Plan Maestro contempla de expansión para la línea 6, se enlaza la estación Martín Carrera

con la estación Villa de Aragón. Uniendo la línea 6 con la línea B en el noreste de la Ciudad de México.

También está contemplada una expansión de la línea 8 hacia el norte de la ciudad, saliendo este ramal desde la estación Garibaldi, que pertenece a esta línea, hasta Indios Verdes, que es estación terminal de la línea 3, haciendo un transbordo en Misterios, vinculada a la línea 5. Estos fueron los arcos añadidos al análisis de sensibilidad (Garibaldi-Misterios-Indios Verdes).



La interpretación de la tercera opción radica en el aumento de capacidad de tramos actualmente unidos; esto es, se cree una expansión paralela a la línea existente que enlace puntos de transbordo, donde hay una mayor concentración

de viajes y saturación de arcos, esto parte a raíz del primer análisis, se puede ver que los arcos con mayor saturación son aquellos que se encuentran adyacentes a una estación de transbordo, en especial aquellos que se localizan cercanos al centro de la Ciudad de México. Para liberar un poco su uso se propone ampliar recorridos existentes, los cuales se encuentran congestionados o próximos a este estado, por medio de un arco exclusivo que favorezca la rápida entrada y salida de pasajeros a las estaciones de transbordo cercanas al centro de la ciudad. Hablando en términos de operación, se construirían enlaces "Express" entre estas estaciones o manejar itinerarios con trenes que cumplan este recorrido de la misma forma.

4.4 Resultados Obtenidos

Los resultados para todos los casos se midieron a partir de las variaciones que producían sobre la función objetivo, también se revisaron las capacidades mutuas de los arcos, y la holgura que éstos provocaban sobre la capacidad mutua para dar conclusiones sobre propuestas de diseño.

4.4.1 Resultados del Status Quo

Este escenario la función objetivo disminuye conforme la capacidad mutua aumenta, como se puede ver en la figura 4.1.

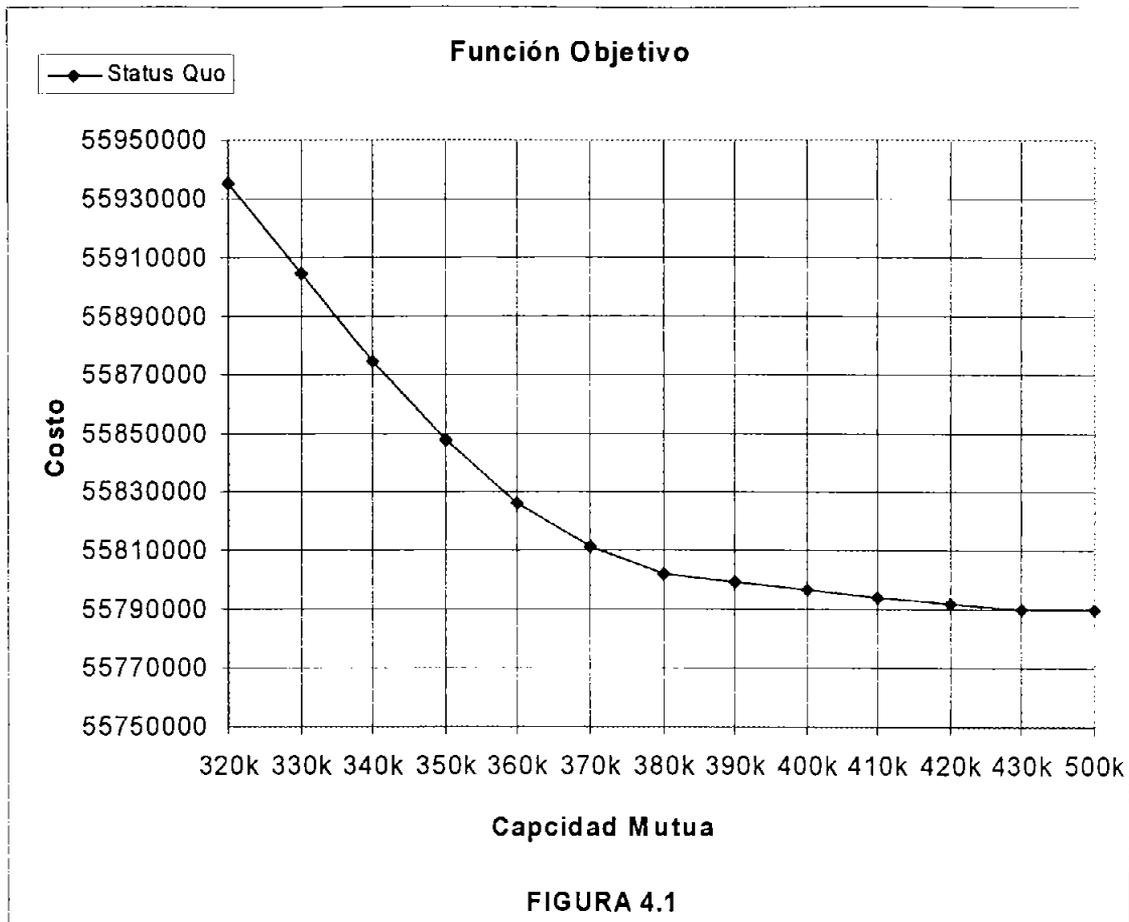


FIGURA 4.1

La efectividad de esta medida para reducir los costos se pierde una vez que se alcanza una capacidad mutua de 430 mil unidades por arco. Conservando el mismo valor de costo para la función objetivo hasta alcanzar las 500 mil unidades por arco.

Esto significa que una vez alcanzada la cobertura total de los viajes por medio del incremento de la flotilla de trenes, no hay un beneficio mayor, puesto que los arcos poseen mucha holgura. En contraposición, si se estiman los resultados *a priori*, en cuanto a este escenario, se estimaría que el aumento de la flotilla es justificable hasta que el costo alcance una relación menor en cuanto a la manutención y gastos que provoca en contra del tiempo ahorrado al usuario. Dado que esta relación no proporciona beneficios, el aumento de la flotilla no

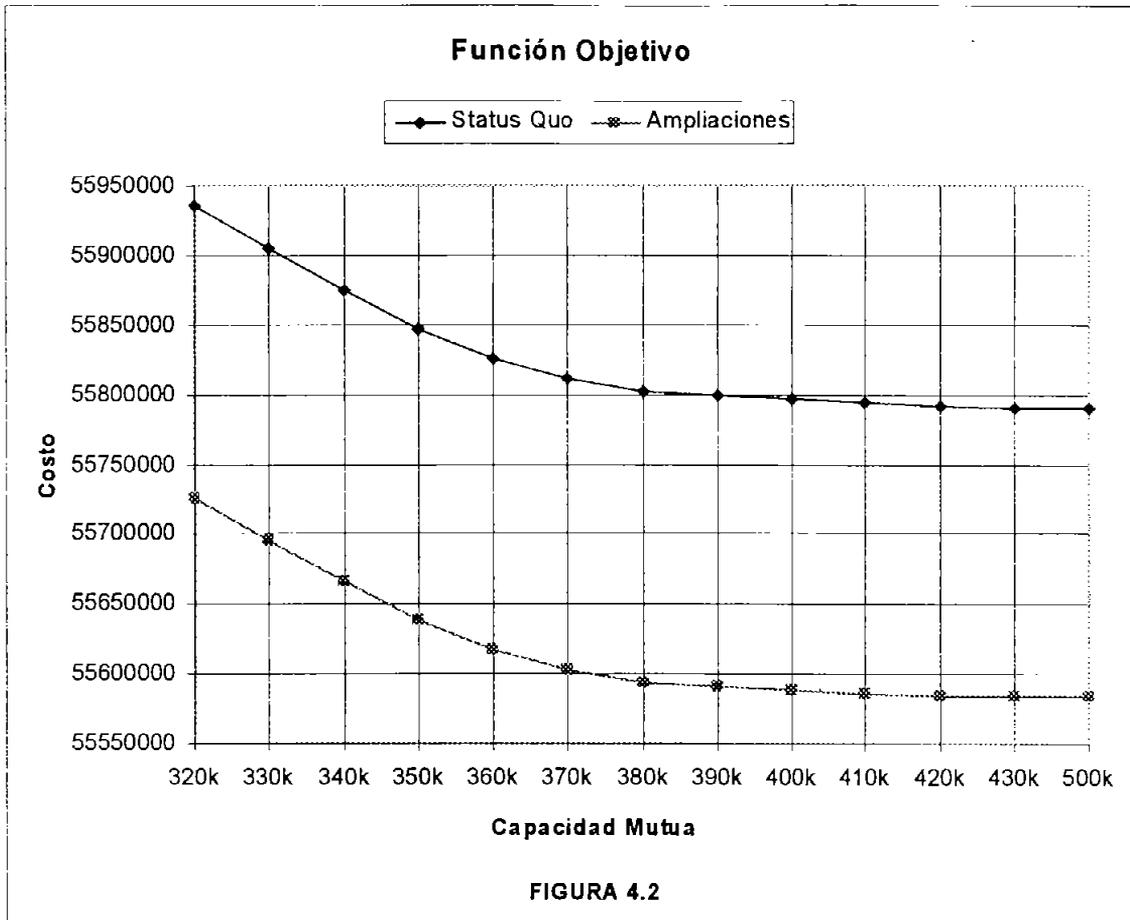
justifica su inversión, y los gastos que provoca serían mayores. Por lo tanto, la holgura representa el costo por cada viaje no usado en un arco.

Es por ello que sólo se debe implementar esta medida, donde haya una congestión, saturación o se encuentre cercano a estas condiciones.

4.4.2 Resultados de las ampliaciones proyectadas

Las ampliaciones proyectadas tienen por objetivo, proporcionar este modo de transporte masivo en zonas de potencial uso, así como proporcionar alternativas de viaje a distintas zonas de atracción o generación de viajes. Para las ampliaciones seleccionadas, éstas proporcionan un ahorro comparablemente mejor, si se complementa con el anterior.

Como se puede ver en la Figura 4.2, el comportamiento del valor de la función objetivo para el mismo escenario de flotilla tiene un comportamiento similar. El valor empieza a decrecer velozmente, y conforme se acerca a cubrir la totalidad de los viajes esta medida pierde efectividad y resulta poca ganancia de aumentar la capacidad mutua.



Para comprobar el beneficio, si se considera implantar estas medidas de ampliación, fue necesario comparar el uso de los arcos a lo largo de la red. Comparativamente se realizó la gráfica del número de viajes que se tenían en cada arco de la red para ambos casos. El propósito era comparar la utilidad que se le da a la red actual y a la proyectada, que se daría ya puesta en marcha la operación de dichos enlaces.

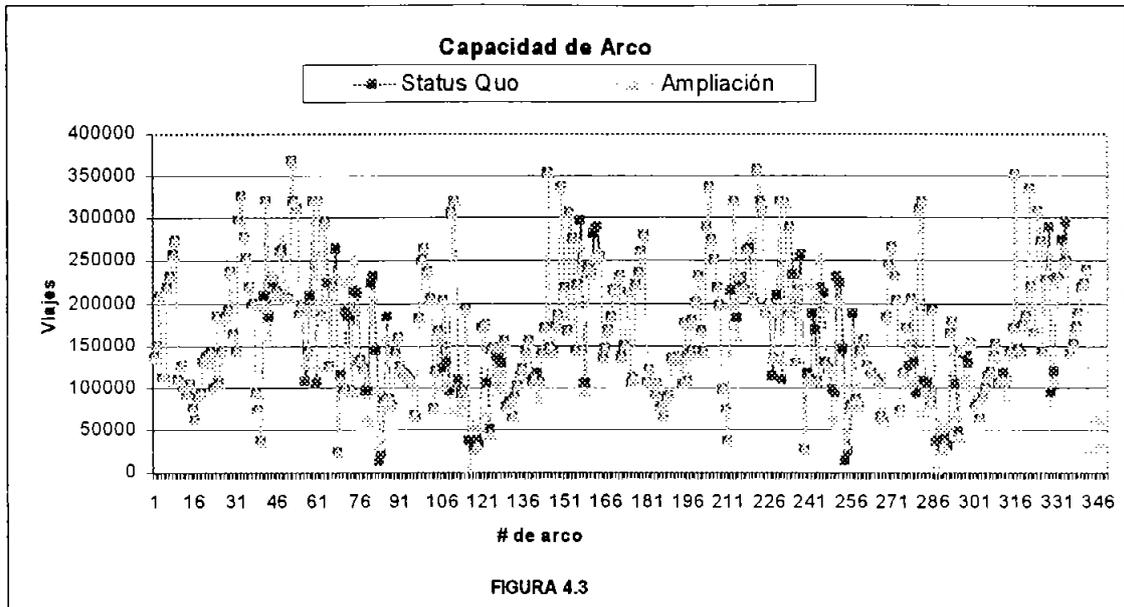


FIGURA 4.3

Como se ve en la Figura 4.3, al final de la gráfica, donde los nuevos enlaces se encuentran, los nuevos arcos propuestos tienen un bajo nivel de uso. Este nivel de uso es comparable al uso actual que tiene la línea 4 y 6, que en la actualidad operan subutilizadas.

Hay que hacer notar que aun cuando la función objetivo reporta valores más bajos, la operación de estos nuevos arcos se encuentra debajo de un nivel de operación normal. También cabe resaltar que este análisis es una estimación de uso futuro con base en viajes actuales para el uso de los arcos de expansión, este uso puede cambiar, ya que una vez implantada la ampliación es posible que atraiga más viajes a las regiones ZAT que cruza e inclusive modifique el número de viajes que se generan y atraen, compitiendo con otros modos de transporte, dada la nueva condición de ampliación.

La limitante de esta metodología usada es que para no modificar la matriz de generación y atracción de viajes, los enlaces de arcos considerados para las ampliaciones citadas, no cuentan con estaciones intermedias, mientras que cuando se construyan, se proyectarán estaciones que dependen de factores de

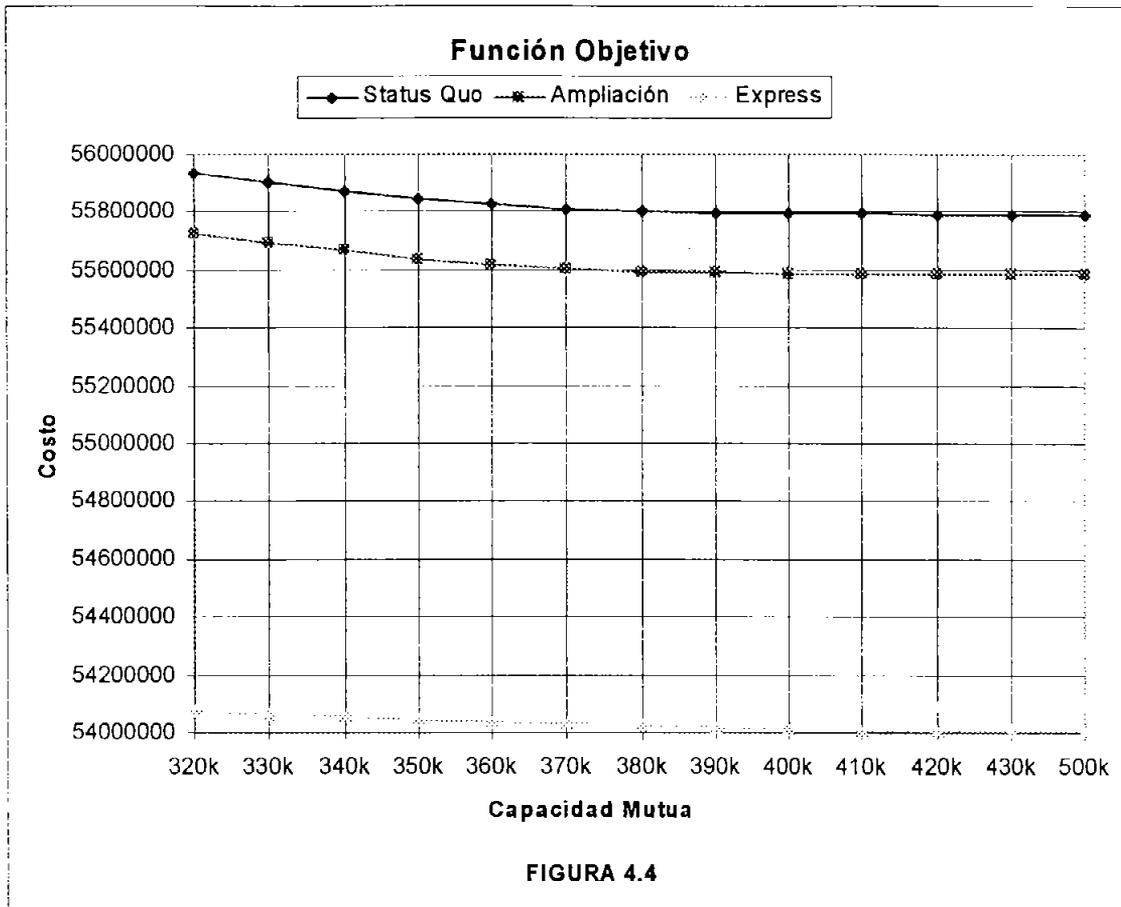
derecho de vía, presupuesto, sociales, etc; sin embargo, es posible intuir la posición y atracción a estas estaciones y la corrección de la matriz de atracción y generación de viajes con la metodología propuesta: usar un GIS de propósito general para incluir espacialmente la nuevas estaciones, incluir los nuevos enlaces a las estaciones hipotéticas, volver a generar por estación su generación y atracción de viajes con respecto al centroide de cada ZAT y usar un modelo matemático que permita generar la matriz origen-destino.

4.4.3 Resultados de una ampliación a operación "Express"

La opción de una operación Express nace a partir del análisis que se tiene cuando decrece la función objetivo con la manipulación de la capacidad mutua de los arcos. El estado de algunas variables de decisión era que tenían el valor máximo cuando cruzaban ciertos arcos, y conforme aumentaba la flotilla estos arcos operaban fuera de la restricción de capacidad y adquirían holgura. De esta situación se deduce que las estaciones de transbordo son las estaciones con más concurrencia de viajes generados y atraídos.

Con el objetivo de disminuir la afluencia sobre esos arcos, se propone la operación de tramos Express a lo largo de ciertas líneas que en operación poseen estaciones de transbordo con gran afluencia y arcos colindantes saturados. Para ellos se propusieron arcos de enlace entre estaciones de transbordo que cubrieran los arcos saturados. Esta forma hace que los viajes que se realizan entre estos arcos promuevan una forma más rápida de transportar a ciertos destinos al mayor número posible de pasajeros.

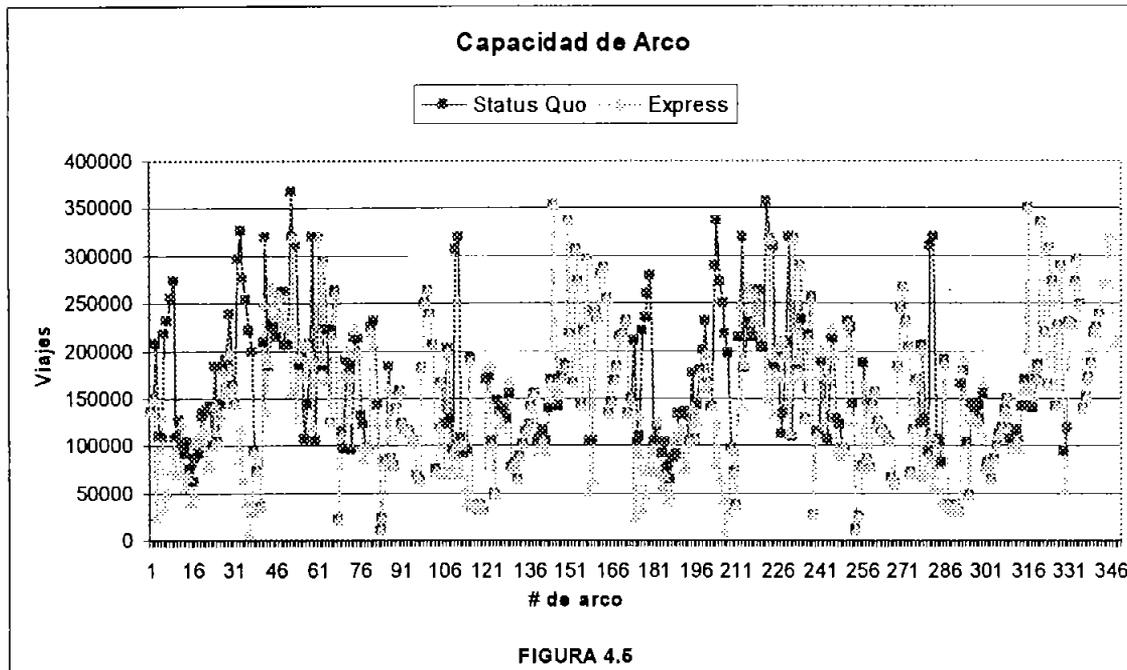
En la Figura 4.4 se ve como la función objetivo disminuye en una cantidad mucho mayor, en comparación a los dos escenarios anteriores propuestos. Pero a diferencia de éstos el aumento de flotilla no proporciona un beneficio mayor. Esto se debe a que los viajes se distribuyen mejor y la ventaja del uso de una flotilla mayor no afecta tanto.



Las limitantes que posee este escenario radica en su implantación, la creación de tramos Express obedecería a una ampliación de los tramos existentes, y su dificultad radica en ampliar el derecho de vía. También realizar un tramo paralelo a este para no afectar la operación actual evitaría el beneficio ganado en costo comparado con el de la realización de la obra.

Entonces se propone una nueva operación de los trenes actuales, sólo durante las horas de máxima demanda, durante las cuales el usuario pueda elegir cuál tren abordar para llegar hasta su destino. Modificando entonces los itinerarios de viajes constates e intermitentes, intercalando el uso de trenes que cubran estos tramos.

En el aspecto de uso con respecto a la capacidad de arco, se puede ver que los tramos tendrían una demanda de viajes proyectada, equivalente a los arcos actuales en una operación regular. Como se ve en la Figura 4.5.



Los arcos finales tienen una gran capacidad de operación, asegurando que el enlace entre estas estaciones de transbordo será utilizado, de ser planteado, ya que cubre distancias mayores en un tiempo menor. También al igual que el escenario anterior estos arcos después de implantados pueden generar mayores viajes, ya que compiten con otros modos de transporte.

4.5 Metodología de formulación

Con base en los puntos anteriores se puede generalizar el procedimiento realizado para la obtención de resultados, como una metodología y estrategia para la generación de alternativas de diseño y operación, con base en la formulación de un sistema de transporte como una red multiproducto.

Metodología usada en la formulación de una red de transporte multiproducto.

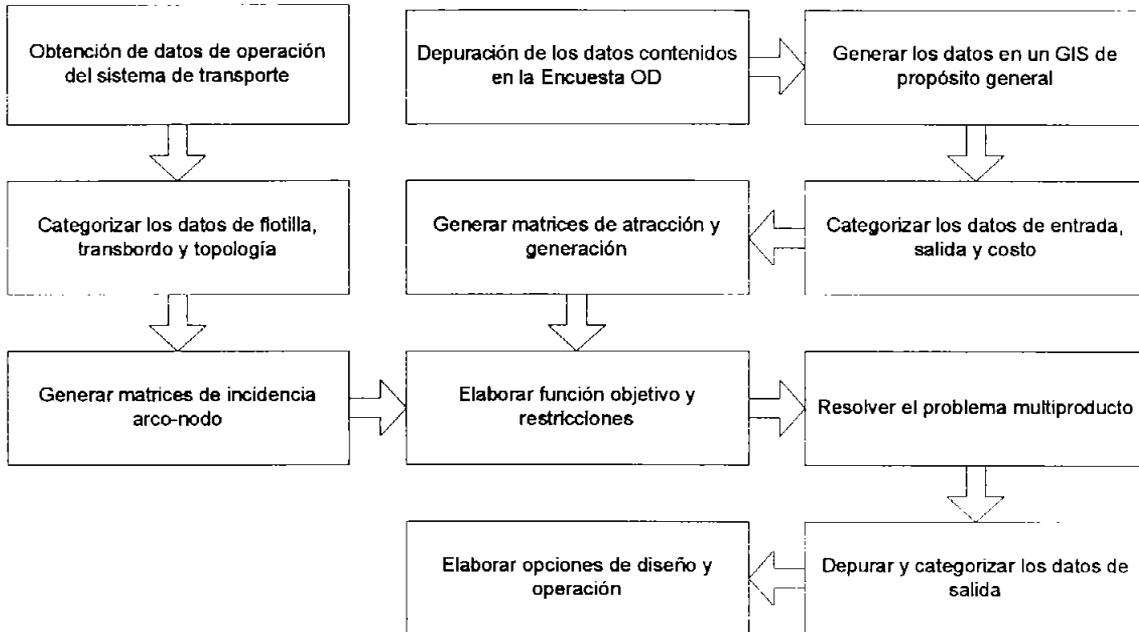


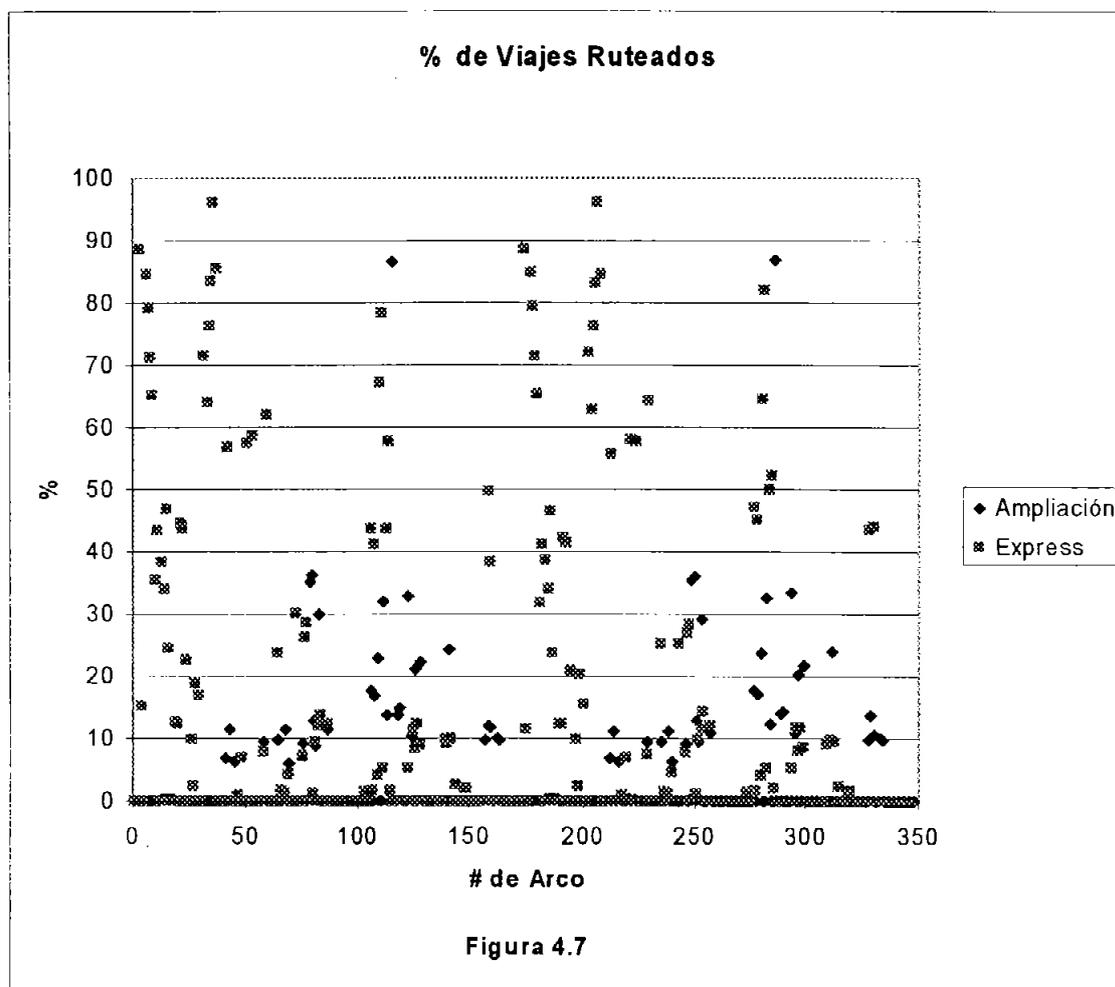
Figura 4.6

Como se ve en la figura 4.6, se parte con los datos de operación y los datos Origen – Destino. La manipulación y depuración de datos por medio de software especializado en SIG y transporte permite la generación de la función objetivo y restricciones del problema MCNF. La solución corresponde a otro paso de la metodología con otro software especializado; a partir de la cual se generaron los escenarios como alternativas a la expansión diseñada por el Plan Maestro, además de datos de posible uso de los enlaces ficticios considerados.

4.6 Condensación de resultados

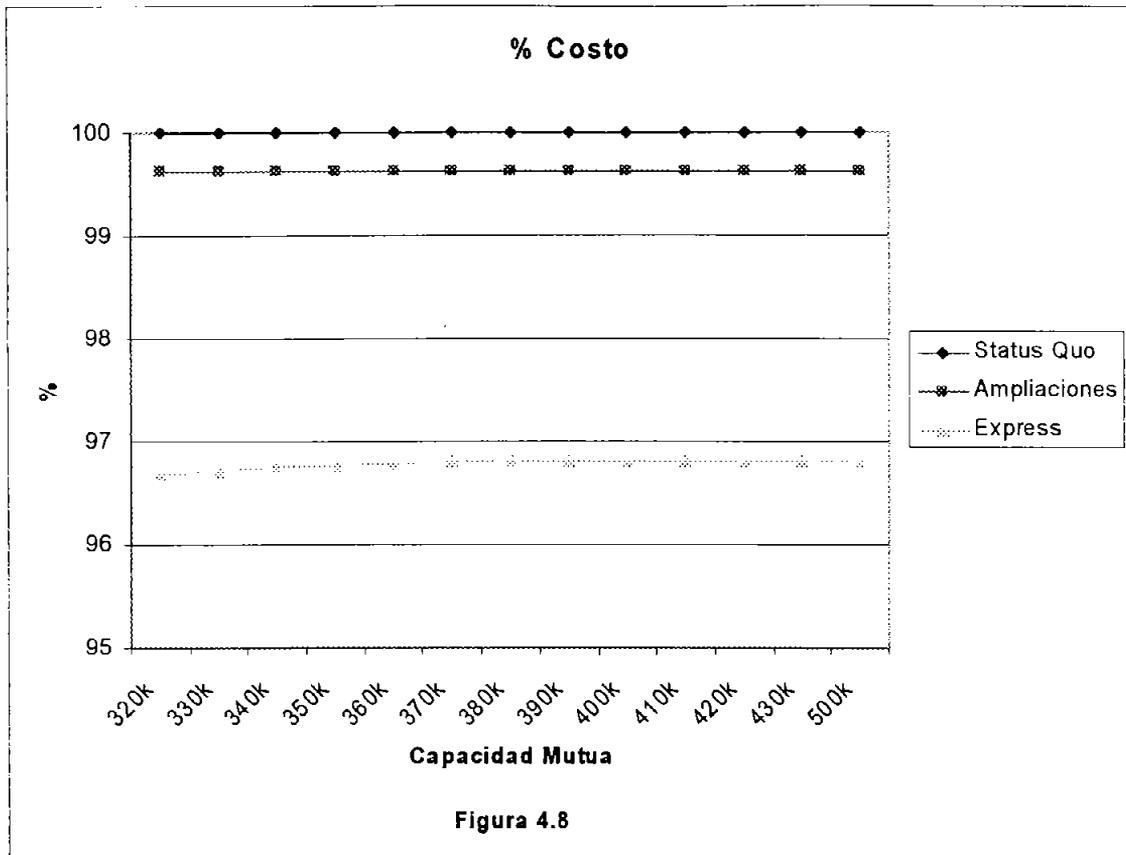
Al usar esta metodología y comparar el estado actual con las alternativas propuestas, se puede observar, que el ruteo de pasajeros a lo largo de los arcos

considerados, puede no variar o variar hasta un 97%. Como se ve en la figura 4.7:



Esto supondría en la realidad, volver a analizar la capacidad de cada línea en operación, para que el costo sombra asociado al uso de trenes para la movilización de pasajeros a lo largo de la línea, no sea mayor que el costo de implantación de la alternativa analizada, proporcionando así, más ahorro al usuario.

En el aspecto global, el costo con respecto al número de viajes hecho por los arcos se reduce desde un .5% hasta un 3%, dependiendo de la alternativa elegida, como se aprecia en la figura 4.8. Esto significa, junto con lo dicho anteriormente sobre los viajes por arco, que la solución que se busca debe de tomar en cuenta la utilización de los recursos por línea.



Según los resultados obtenidos, las líneas con el menor número de pasajeros movilizados corresponde a la 4 y la 6, y las líneas con mayor aportación de movimiento de pasajeros son: 1, 2 y 3. Entonces es fácil observar en la figura 4.8, que las modificaciones a los enlaces en estas líneas proporcionan un mayor ahorro que las expansiones a las líneas 5 y 6 contempladas. De esto se deduce que es mejor planear alternativas que reduzcan la saturación en estas líneas, como otras opciones contempladas en el Plan Maestro, que las ampliaciones analizadas.

Conclusiones y Recomendaciones

La metodología usada para la predicción de viajes por medio del modelo que resuelve el problema de flujo en una red multiproducto, proporciona otros datos para análisis, además de los que están usados y contemplados originalmente en la realización del Plan Maestro de la Ciudad de México.

Es posible que esta metodología rivalice con el método de asignación, generación y distribución de viajes, considerado originalmente. Dado que las condiciones y restricciones de la red de transporte son consideradas y afectan más en un modelo exacto como lo es el MCNF.

El análisis de sensibilidad del mismo modelo MCNF, permite el diseño de la red y la estimación de viajes a lo largo de los arcos ficticios, una vez que tiene los datos de ampliación correspondientes, y con ello estimar un costo general al usuario, si estuviese en operación en ese momento, y fácilmente modificable, si hay que escalar el uso de estos arcos proyectados en el futuro.

La misma sensibilidad del modelo, permite ver otras opciones de diseño u operacionales cuando las restricciones son cambiadas o aumentadas. La forma de implantación compete a la planeación institucional, pero es posible sugerir opciones factibles con costo a partir de este análisis.

También, de ser posible, actualizar los datos de entradas y salidas de estaciones, para toda la red, con el objeto de precisar el problema; además, se pueden plantear escenarios donde los itinerarios afecten la capacidad mutua de los productos en la red, y sea llevada a itinerarios de la misma.

En cuanto a la formulación, se uso un modelo doblemente restringido de Fractar, sin embargo para distribuir los viajes de distinta forma se podrían usar modelos

de gravedad. La razón de esta sugerencia es que los datos se trabajaron bajo un GIS de propósito general, de contar con los datos de uso de suelo, se puede manejar un modelo de gravedad que pronostique los viajes atraídos y generados por razones de trabajo y escuela a las zonas requeridas. De esta forma, la matriz de restricciones que componen los viajes en los nodos origen y destino puede reflejar mejor la realidad, y de contar con los datos reales de entradas y salidas mejorar la función de gravedad con la que se trabaja.

Además, en este trabajo, se presenta el diagrama que representa la metodología usada, la cual permite la generación de resultados y alternativas que es posible extrapolar para cualquier red de transporte que cuente con las características de un problema multiproducto. Como el modo de transporte y la red pueden variar, también es aconsejable incorporar la metodología exclusivamente en un SIG de propósito general, para no generar resultados en varios tipos de software, así como generar mapas temáticos y visuales que ayuden a la presentación de los resultados por esta metodología.

Igualmente, en este trabajo se ven las mejoras porcentuales tanto de ruteo como de ahorro que provienen del análisis de sensibilidad, representando tanto el ahorro de horas – hombre comprendidas por un mejor traslado de pasajeros como la disminución del costo de traslado, al tener una distribución de viajes menos congestionada en secciones de arco, donde los viajes entre nodos representan un flujo congestionado o cercano a la saturación, el cual como se revisó, se presenta con frecuencia en los nodos donde existe un transbordo, sugiriendo que los pasajeros necesitan un mejor traslado a estos puntos, lo cual se demostró al usar enlaces ficticios directos entre estos nodos como una alternativa de diseño u operación.

Con respecto a las nuevas formas de operación sugeridas a partir del análisis de sensibilidad, ya sea por aumento de flotillas, no tiene en consideración la restricción de seguridad que involucra un espaciamiento entre trenes para

maniobras de emergencia de frenado. Pudiendo ésta limitar hasta cuánto la flotilla y el itinerario de entrada y salida de trenes pueden conducirse a lo largo del día.

Finalmente, en este caso la metodología se usó para los viajes a lo largo del día, entonces es posible usar las secciones de máxima demanda que es cuando los usuarios necesitan un mejor y rápido desplazamiento a su destino final.

Extensiones

El análisis de sensibilidad presentado, sólo se trabajó añadiendo restricciones y modificando la capacidad conjunta de la red. Es posible hacer modificaciones a otras restricciones para obtener otros escenarios de análisis y otras interpretaciones de acción sobre la red.

Aunque aquí fue presentado un análisis sobre una red de transporte del metro, esta metodología es exportable a otro sistema de transporte el cual cuente con las características de red, flujo restringido por capacidad, y varios productos con diversas capacidades sobre la red.

También los resultados procesados a través de esta metodología pueden volverse a exportar a un GIS de propósito general para otros análisis espaciales o mapas temáticos, que resulten en más datos georeferenciados o complementos a los datos originales utilizados para la formulación del modelo.

Es aconsejable que la metodología propuesta vuelva a utilizarse, sólo que esta vez se busque por medio del mismo modelo en una de sus variantes, se maximice la capacidad de la red, de tal forma que se optimicen los recursos existentes, sin tomar en cuenta el costo, para analizar la capacidad máxima de servicio.

Referencias

Aceves García Ricardo, 1996, "Un algoritmo para resolver el problema de Localización de Servicios con Restricciones de Demanda y Adicionales", Ciudad Universitaria

Aikens, C., 1985, "Facility location models for distribution planning," *European Journal of Operational Research*, vol. 22, no. 3

Barnett, D., Binkley, J., and McCarl, B. 1984, "Port elevator capacity and national and world grain shipments," *Western Journal of Agricultural Economics*, vol. 9, pp. 77-84

Barnhart, C., Hane, C., and Vance, P., 2000, "Using branch-and-price-and-cut to solve origin-destination integer multicommodity flow problems," *Operations Research*

Crainic, T., Dejax, P., and Delorme, L., 1989, "Models for multimode multicommodity location problems with interdepot balancing requirements," *Annals of Operations Research*, vol. 18, no. 1-4

D'Amours et al., 1997, "Price-based planning and scheduling of multiproduct orders in symbiotic manufacturing networks," *European Journal of Operational Research*, vol. 96, no. 1

Evans, J., 1978, "The simplex method for integral multicommodity networks," *Naval Research Logistics Quarterly*

Geoffrion, A. and Graves, G., 1974, "Multicommodity distribution system design by benders decomposition," *Management Science*, vol. 20, no. 5

Golden, B. 1975, "A minimum-cost multicommodity network flow problem concerning imports and exports," *Networks*, vol. 5, pp. 331-356

Haghani, A. and Oh, S.-C. 1996, "Formulation and solution of a multi-commodity, multimodal network flow model for disaster relief operations," *Transportation research. Part A, Policy and practice.*, vol. 30A, pp. 231-250

Jewell, W., 1957 "Warehousing and distribution of a seasonal product," *Naval Research Logistics Quarterly*

Jewell, W., 1966, "A primal-dual multicommodity flow algorithm," Tech. Rep. ORC 66-24, Operations Research Center, University of California, Berkeley

Karp, R., 1972, "On the computational complexity of combinatorial problems," *Networks*, vol. 2, no. 1

Kapoor, S. and Vaidya, P., 1996, "Speeding up karmarkar's algorithm for multicommodity flows", *Mathematical Programming*

Shahrokhi, F. and Matula, D., 1990, "The maximum concurrent flow problem," *Journal of the ACM*