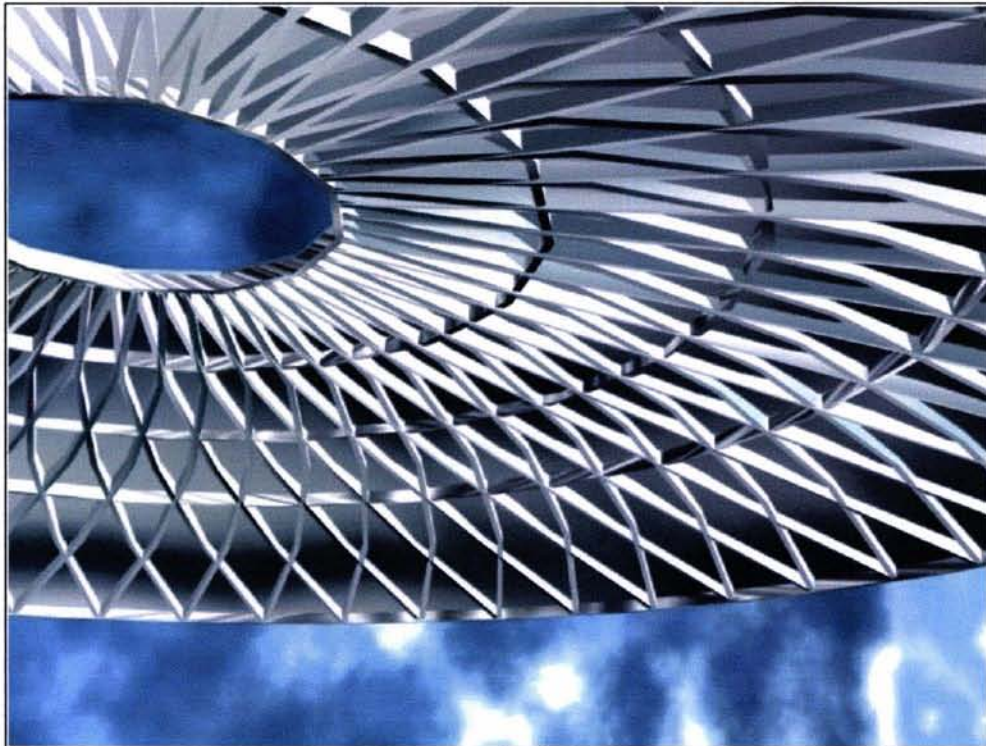


00146



## Cúpula Nervada Esférica

**Universidad Nacional Autónoma de México.  
Facultad de Arquitectura,  
Centro de Investigación y estudios de Posgrado.  
Campus Querétaro.**

Trabajo terminal especialización de Cubiertas Ligeras.

Presenta: Arq. Estefanía de la Luz Flores Benítez.

Diciembre 2004



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Universidad Nacional Autónoma de México  
Facultad de Arquitectura, Centro de Investigaciones  
y Estudios de Posgrado Campus Querétaro.

Arq. Estefanía Flores Benítez  
Especialización de Cubiertas Ligeras



**Universidad Nacional Autónoma de México**  
Facultad de Arquitectura,  
Centro de Investigación y Estudios de Posgrado  
Campus Querétaro

Tema:

**Cúpula Nervada Esférica**

Trabajo Terminal de Especialización de Cubiertas Ligeras  
Presenta: Arq. Estefanía de la Luz Flores Benítez  
Diciembre 2003

JURADO:

DIRECTOR DE TESIS:

DR. FERNANDO LÓPEZ CARMONA.

SINODALES:

DR. GERARDO OLIVA SALINAS

DR. JAIME FONT FRANZI

SINODALES SUPLENTE:

DR. ANTONIO LOYOLA VERA

DR. AGUSTÍN HERNÁNDEZ HERNÁNDEZ

A MIS PADRES POR SU APOYO INCONDICIONAL

A MIS PROFESORES DE ESPECIALIZACIÓN.

Universidad Nacional Autónoma de México.  
Facultad de Arquitectura CIEN

Trabajo Terminal Especialización de Cubiertas Ligeras.  
Presenta Arq. Estefanía de la Luz Flores Benítez.

TITULO: Cúpula Nervada Esférica

Índice

	Pág.
Título.....	I
Director y Sinodales.....	II
Dedicatoria.....	III
Índice.....	1
Objetivo.....	3
Introducción.	
Antecedentes Históricos.....	3
Consideraciones de diseño.....	5
Geometría:.....	7
Lámina 1. Nervadura.	
Lámina 2 Arco.	
Elementos geométricos.....	8
Propuesta de distintas geometrías.....	9
Imágenes 1.	
video 1 (Anexo CD)	
video 2 (Anexo CD)	
video 3 (Anexo CD)	
Apoyo teórico de análisis estructural.....	10
Estudio de Cargas.....	17
Análisis Gráfico de la Cubierta.....	23
Tabla 1 Cálculo de Cascarón.....	24

Tabla 2 Diseño de Secciones.....	24
Tabla 3 Secciones Propuestas.....	25
Tabla 4 Acero Propuesto.....	25
Modulación y Prefabricación de Piezas.....	29
Lámina 3 Nervaduras	
Lámina 4 Sistema Constructivo.	
Lámina 5 Piezas.	
Sistema Constructivo.....	30
Lámina 6 Vistas de Localización de Piezas.	
Conector de piezas.....	31
Lámina 7 Conector de las piezas.	
Colado de Piezas .....	32
Lámina 8 Pieza de Cierre.	
Lámina 9 Pieza Tipo.	
Imágenes 2.	
Lámina 10 Cúpula con nervaduras exteriores.	
Alternativa 1	
Lámina 11 Cúpula con nervaduras integradas.	
Alternativa 2	
Conclusiones .....	33
Referencias .....	35

**Título: Cúpula Nervada Esférica.**

Piezas prefabricadas de concreto para cubrir una cúpula esférica de claros modulares; a través de *un método constructivo industrializado, trabajando con esfuerzos predominantemente a compresión.*

Dentro de este trabajo se expone el proceso de estudio de una cubierta nervada para lograr una expresión arquitectónica que responda no sólo de la adecuación al contexto, sino a la relación existente entre la forma y sus esfuerzos.

Introducción:

**ANTECEDENTES HISTÓRICOS.**

En el mundo, a través de la historia, arquitectos como Pier Luigi Nervi, Antonio Gaudi, Eladio Dieste, Félix Candela, entre otros, crearon espacios resueltos, estructuralmente por forma; logrando en sus países, responder a las necesidades contextuales del momento mediante los avances tecnológicos, dando no sólo una respuesta funcional sino una gran expresión arquitectónica a su entorno.

Al crear un lenguaje universal regido por el desarrollo del sistema estructural de acuerdo a la rigidez matemática y la pureza geométrica, se llega a una simbiosis entre estructura y forma, logrando así, una mezcla entre ciencia y arte en la arquitectura. México en los años 50 tomó parte de este desarrollo arquitectónico gracias a la capacidad de arquitectos como Félix Candela, que con su creatividad estructural, su preocupación por las estructuras resistentes en forma y las ventajas de estructuras de doble



curvatura logra un arte integral en la arquitectura, con los recursos humanos y materiales del momento.

Debido a la evolución de la sociedad, los emigrantes del campo a la ciudad aportaban una gran cantidad de mano de obra a bajo costo, al contar con el material necesario para crear estos espacios; se logró que este tipo de estructuras compitieran contra las demás del mercado en costo y tiempo de ejecución.

El equilibrio entre los elementos necesarios para lograr la factibilidad económica se rompe cuando se incrementan los salarios y la mano de obra se integra a las fábricas industriales.

Actualmente, existen factores como *los costos* de mano de obra, la *escasez de madera* como material de cimbra, (que no es ni económicamente factible, ni ecológicamente correcto, darle un solo uso para armar toda la superficie) y la *competencia de alta tecnología*, como la del acero, que no hacen posible la creación de cascarones con métodos artesanales, lo que hace necesario generar un equilibrio, incluyendo una serie de factores novedosos, como la creatividad y la tecnología para crear nuevos cascarones competentes con el método constructivo actual.

## CONSIDERACIONES DE DISEÑO

Con base en lo anterior, y siguiendo con la intención de generar un método basado en el proceso para la elaboración de cascarones de concreto, se propone crear un cascarón, (entendiendo el concepto cascarón como una superficie de 1/100 del claro que transmite los esfuerzos tangentes a la superficie), utilizando piezas modulares prefabricadas, resistentes por forma y no por su masa o resistencia del material para desarrollar una cúpula esférica.

Su construcción incorpora avances tecnológicos actuales, que pretende lograr así, competir económicamente con cualquier método constructivo actual.

Para lograrlo, se tomaron en cuenta las siguientes premisas de diseño:

En la primera premisa, la cúpula tendrá la misma distancia nodal de las nervaduras para poder elaborar todas las piezas de manera indistinta sin considerar su posición en la cúpula al armarla.

Cabe mencionar que si la cúpula se fábrica de metal el trabajo de las piezas en taller se simplifica por llegar a su industrialización.

Para poder llegar a la conclusión de esta primer premisa, fue necesario crear la superficie esférica con circunferencias en el espacio, lo cual nos da una proyección de elipse en planta como se aprecia en la figura 1.

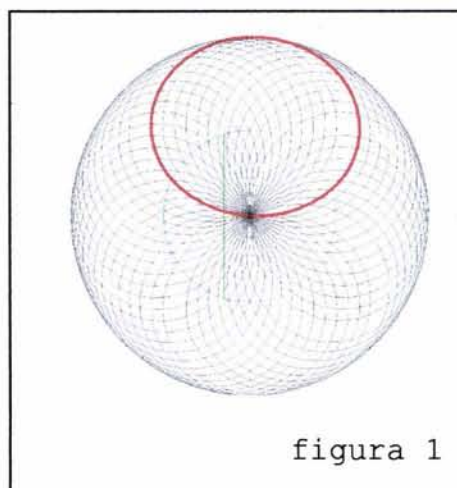
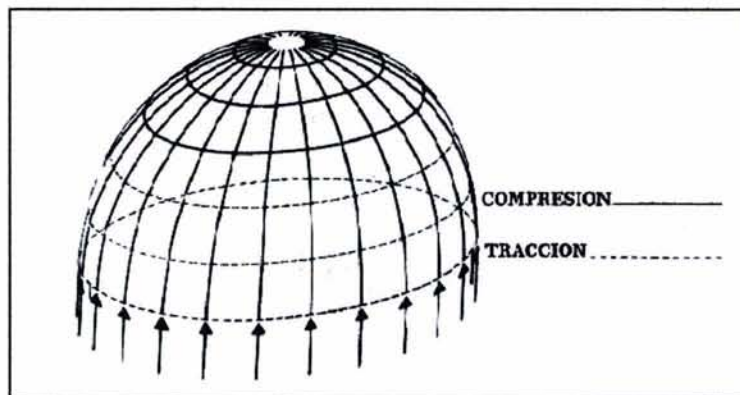


figura 1

El segundo factor considerado al inicio del proyecto fué la capacidad de la cúpula de trabajar sólo a compresión, lo cual logramos al tomar el casquete esférico arriba del paralelo  $51^{\circ} 49'$ . Como podemos ver en la figura 2 en donde se marca con líneas punteadas los anillos inferiores sometidos a un esfuerzo de tracción.



Como tercera premisa el uso de nervaduras como solución formal de la cubierta.

Estas nervaduras tendrán una función estructural para rigidizar la cúpula. Después de un análisis inicial se llega a la conclusión que las nervaduras mantendrán el peralte y la base constantes para su facilidad constructiva.

Las anteriores son premisas arquitectónicas y estructurales; ahora bien, dentro de las premisas tecnológicas se considera el uso de concreto aligerado por medios químicos y acero de alta resistencia; ambos materiales encontrados en el mercado.

### GEOMETRÍA:

El trazo básico de la cubierta consiste en una serie de circunferencias que giran inclinadas alrededor de un eje localizado en el centro, formando una cúpula circular a base de nervaduras enlazadas como se muestra en la figura 1.

Las nervaduras forman una base circular y son tangentes en el punto eje de la cúpula.

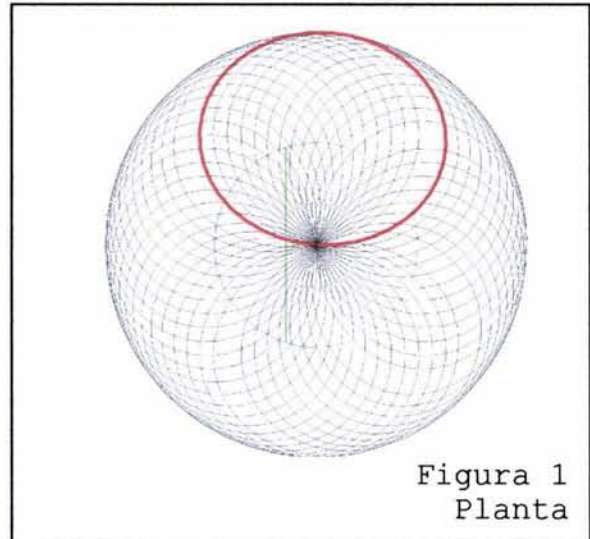


Figura 1  
Planta

La cúpula se estructura con ayuda de las nervaduras creando cinturones entre las elipses, zunchado la cúpula para trabajar como una sola superficie. La membrana exterior funciona como diafragma que inhibe cualquier movimiento entre las nervaduras. Ver Figura 3.

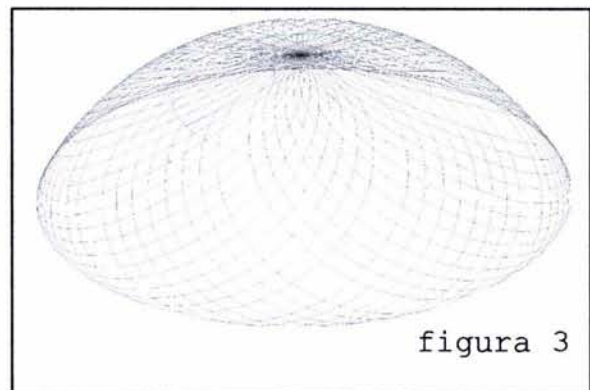


figura 3

Análisis par definir la estructura de la cúpula.  
Desarrollo de arcos en el espacio.  
Que giran en el eje vertical para formar la cúpula Figura 7

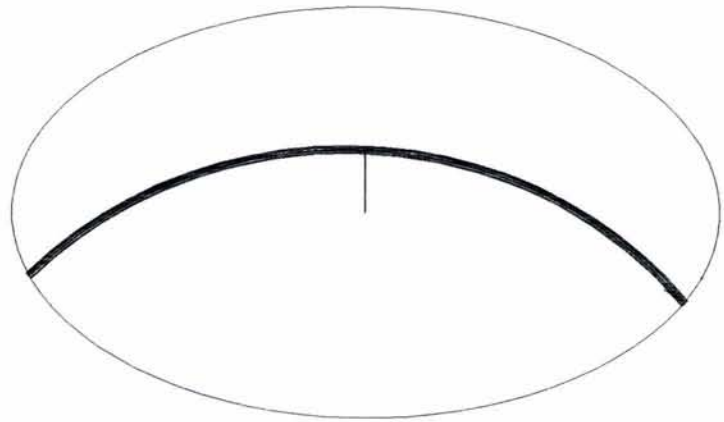


Figura 7

Enlazando cada arco para armar la superficie. Figura 8.  
Generamos la cúpula nervada.

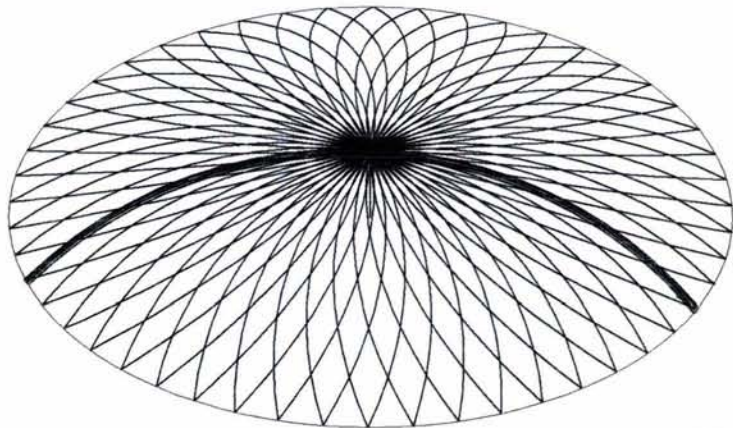


Figura 8

Sección de arco en estudio de varios segmentos de nervaduras.  
Forma de las nervaduras como cimbra perdida Figura 9.

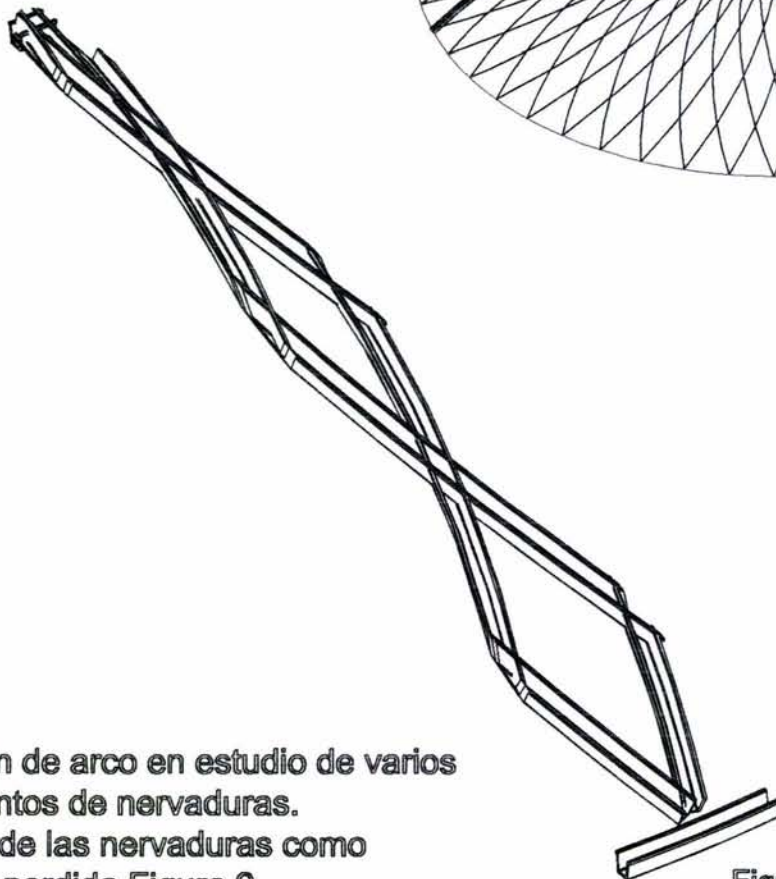
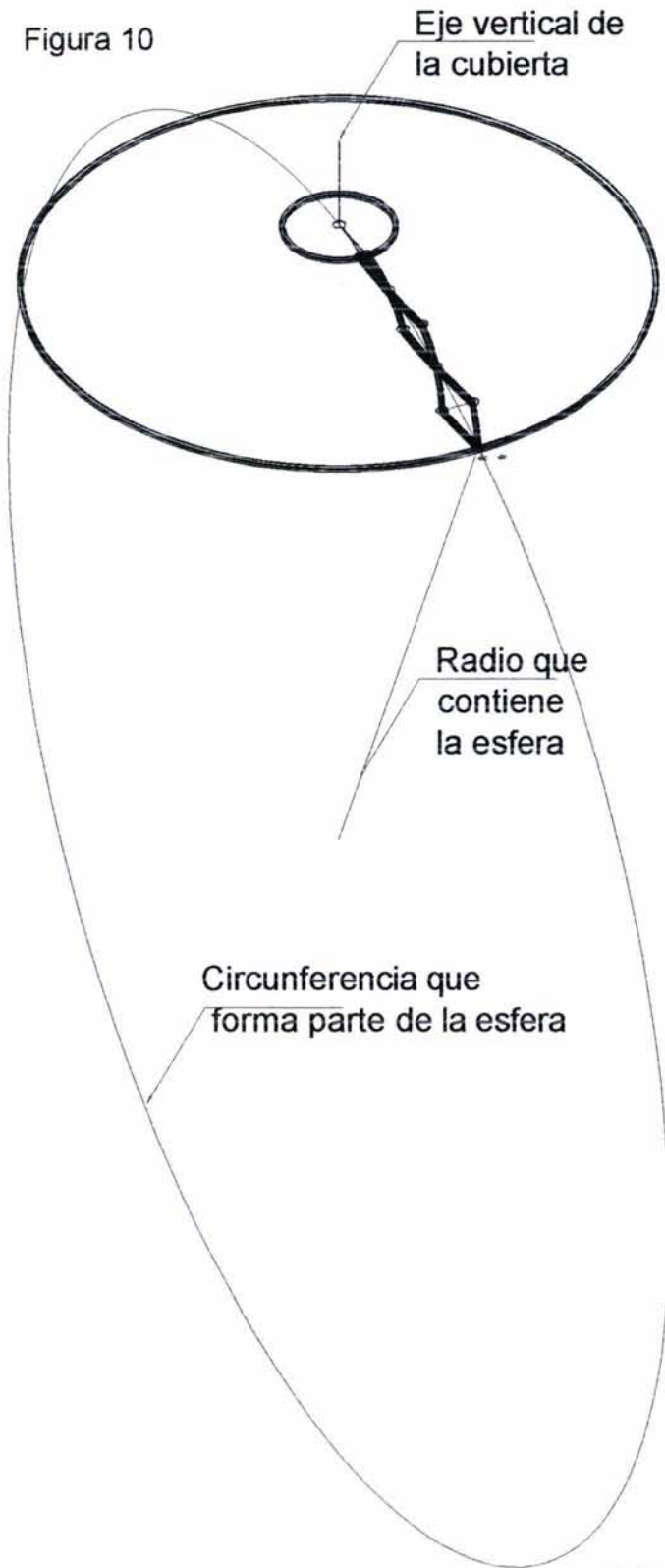


Figura 9

Figura 10



Corte de la cúpula no mayor de  $51^{\circ} 49'$ .  
Sección a usar  $24^{\circ}$  a partir del eje vertical.

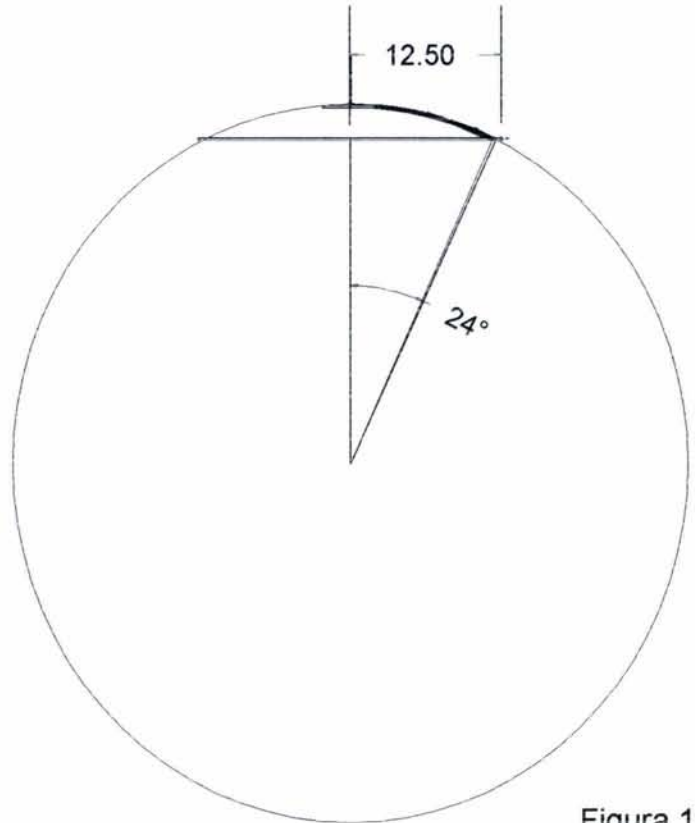
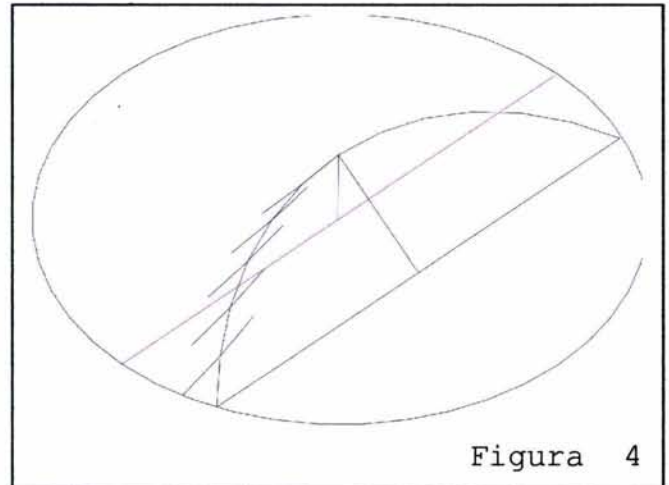


Figura 11

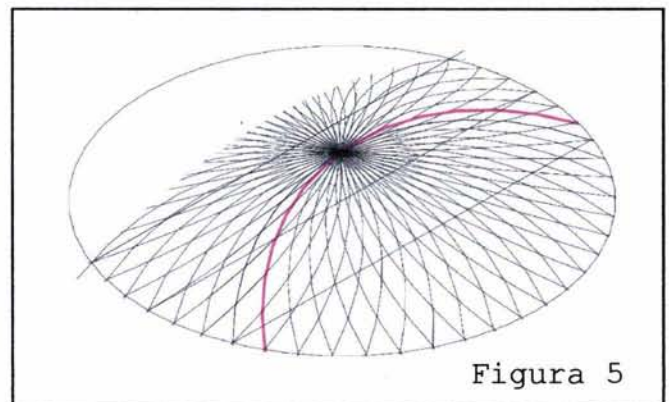
Segmento esférico tomado para desarrollar la cubierta a partir del centro de la esfera (10)

### Elementos geométricos

La nervadura por si sola trabaja como arco con su carga unitaria propia a lo largo de la curva. Como se muestra en la figura 4 en donde se aísla la nervadura, cada segmento sobre la curva es la sección unitaria tomada por esa barra.

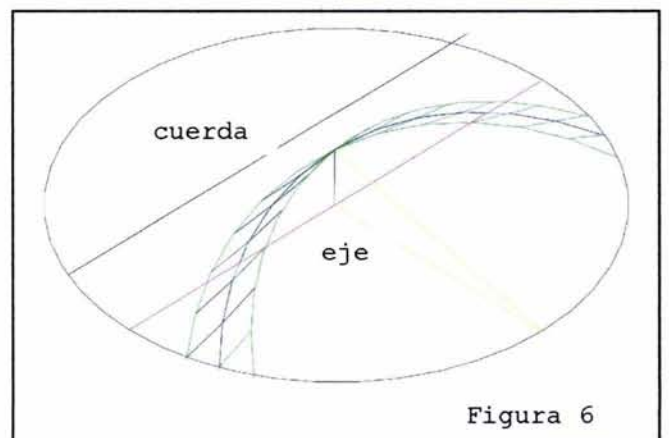


Cada arco se enlaza con las otras nervaduras y forman una triangulación (Figura 5 ) que transmite las cargas hasta la base.



La relación existente entre las piezas se genera a la respuesta de un solo tamaño de barra para toda la cubierta.

La influencia que tiene el arco se muestra en la figura 6.



### PROPUESTAS DE DISTINTAS GEOMETRÍAS

Distintas formas que puede tomar la cubierta esférica utilizando la misma nervadura en dimensiones y tipo, con igual carga unitaria.

La figura 12 nos muestra la cúpula completa con planta circular.

En la figura 13 la cubierta esta compuesta de tres segmentos modulares.

Y en la figura 14 y 15 la cubierta se forma por un arco de la cúpula que se corre varias veces para formar el cañón, separado por domos transparentes para la unión del cañón.

Estas figuras se pueden observar en las fotos de imágenes 1 y en los videos anexos 1, 2 y 3.

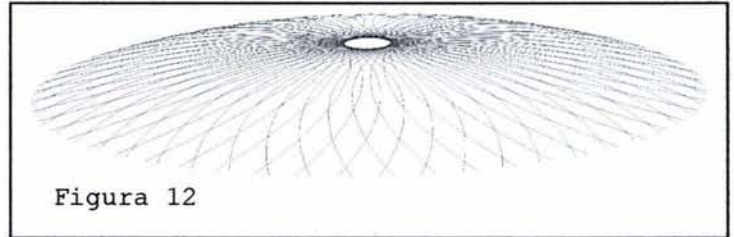


Figura 12

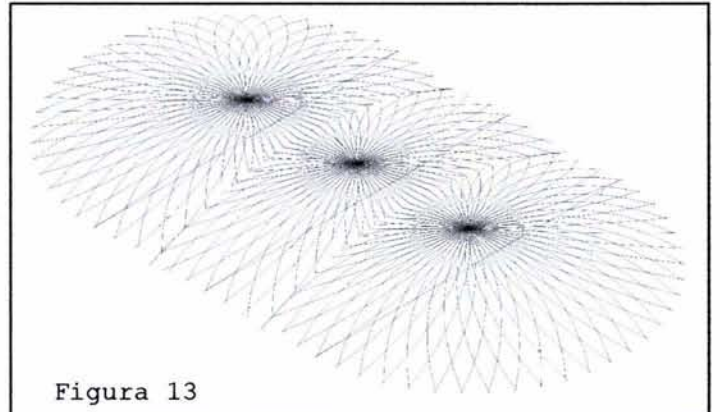


Figura 13

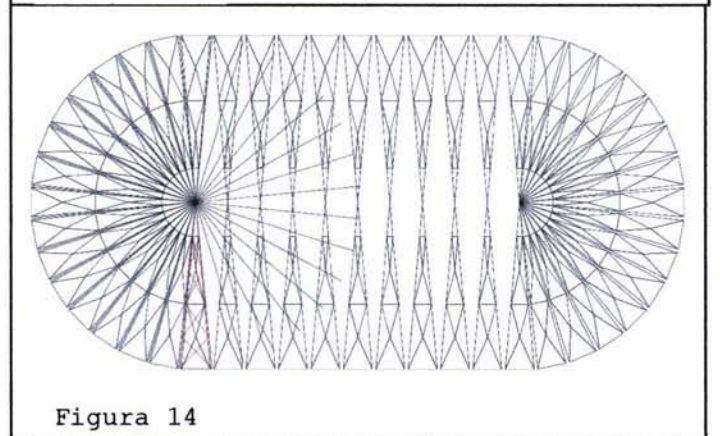


Figura 14

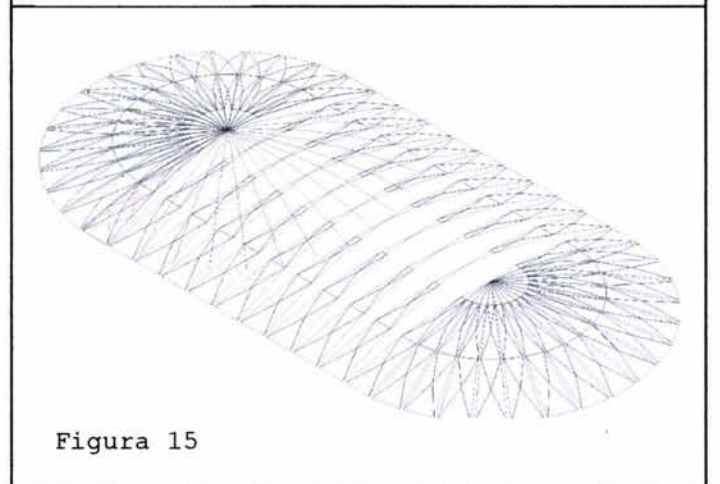
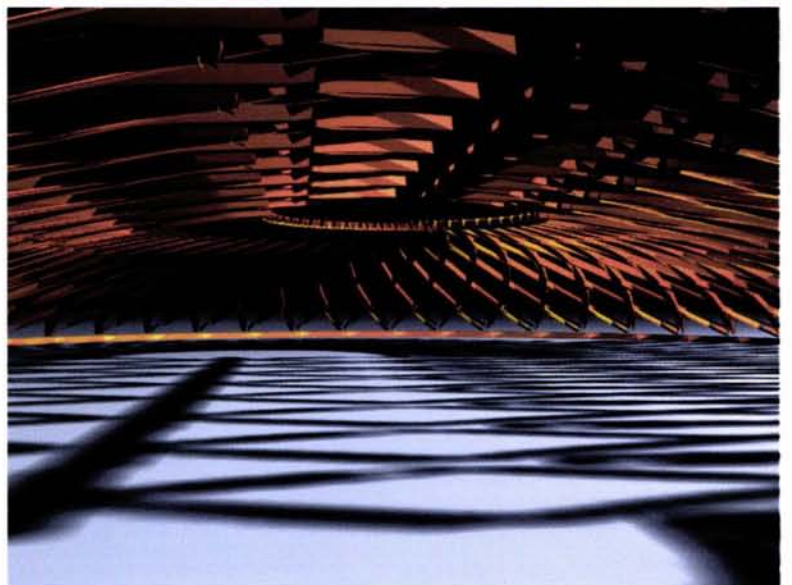
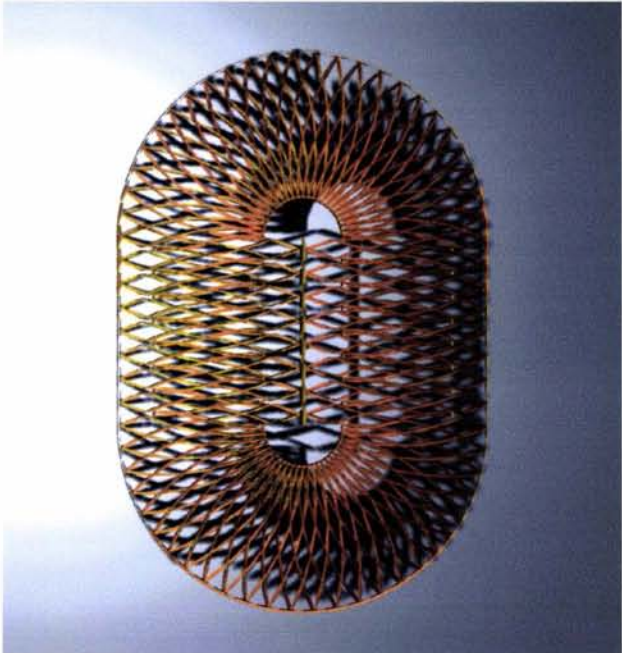
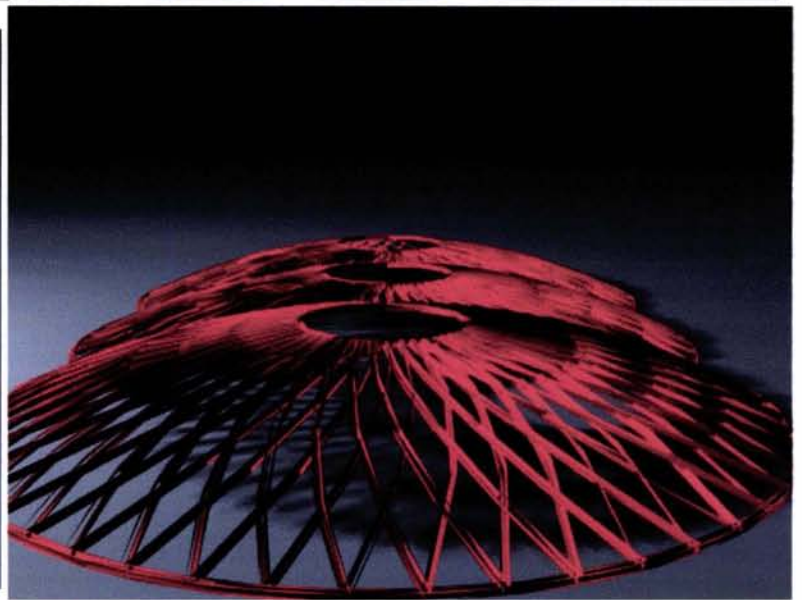
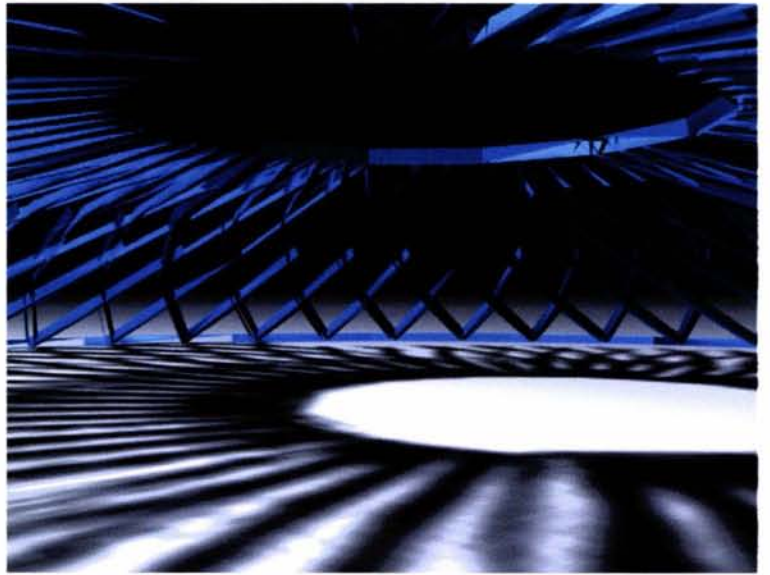
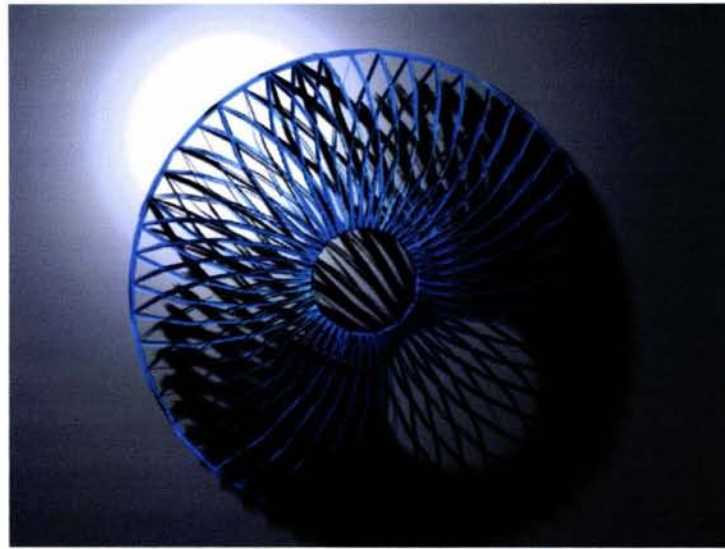


Figura 15



**C U B I E R T A S L I G E R A S**

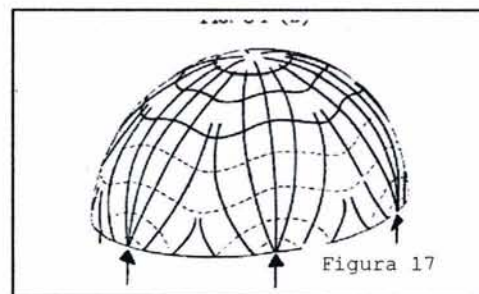
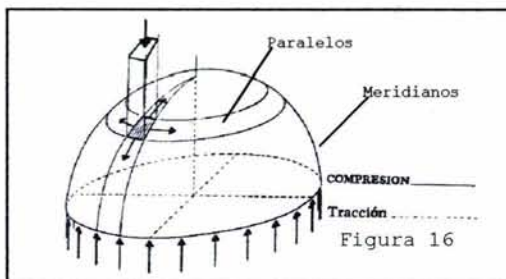


**I M Á G E N E S**

## APOYO TÉCNICO DE ANÁLISIS ESTRUCTURAL.

Las cúpulas son estructuras de doble curvatura con anillos resistentes en dirección a los paralelos y arcos en dirección a los meridianos. Las fuerzas a las que se les somete son de compresión en la dirección de los meridianos y de valor constante a lo largo de paralelo, pues la cúpula y las cargas son simétricas respecto del eje.

Por aplastamiento sufren flexiones de baja intensidad que en los casos generales no se consideran, por lo que la estructura es catalogada como isostática. Ya que cada meridiano se comporta como si fuera un arco funicular, es decir resiste las cargas sin desarrollar flexión y transmiten esfuerzos de compresión y los paralelos transmiten esfuerzos de compresión arriba del paralelos colocado a  $51^{\circ} 49'$  (ángulo formado con la vertical que pasa por el centro) por debajo de éste se producen esfuerzos anulares de tracción.



Los arcos son funiculares para un solo sistema de carga. Los meridianos de una cúpula, en cambio, son funiculares para cualquier sistema de cargas simétricas. Esta diferencia en cuanto al comportamiento estructural se debe a que mientras los arcos aislados carecen de apoyo lateral, los meridianos tienen el apoyo de los paralelos, que restringen su desplazamiento lateral desarrollando tensiones en el anillo. Los paralelos en el comportamiento funicular de la cúpula queda indicado por las deformaciones que sufren los meridianos bajo la acción de las cargas. En la cúpula de pequeña altura, los meridianos se deforman

bajo la acción de las cargas y al hacerlo se mueven hacia adentro, es decir, hacia el aje de la cúpula. En la cúpula estructural bidimensional, a este movimiento acompañan un acortamiento de los paralelos cuyo radio disminuye y quedan sometidos a compresión.

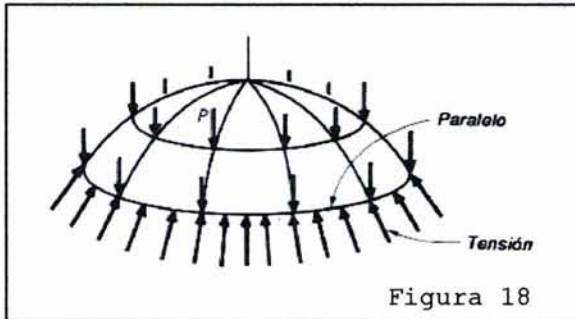


Figura 18

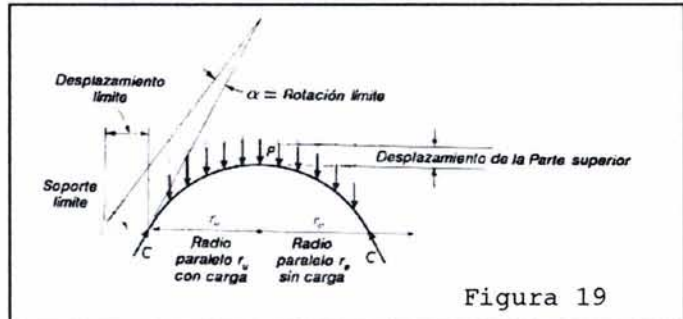


Figura 19

Pueden considerarse que una cúpula de poca altura se comporta como una serie de arcos meridianos elásticos apoyados en los paralelos; desarrolla esfuerzos de compresión tanto a lo largo de los meridianos como de los paralelos y, al menos en teoría, es posible construirla como materiales incapaces de desarrollar esfuerzos de tracción.

Las cúpulas circulares tienen una rigidez excepcional, como ejemplo el punto mas alto de una cúpula hemisférica de concreto, con un diámetro de 30 metros y solo 75 milímetros de espesor, sobre la cual actúan el peso propio, solo se desplaza menos de dos milímetros.

La relación de luz de deflexión es igual a quince mil, mientras una relación entre 300 y 800 es aceptable para una estructura que trabaja por flexión.

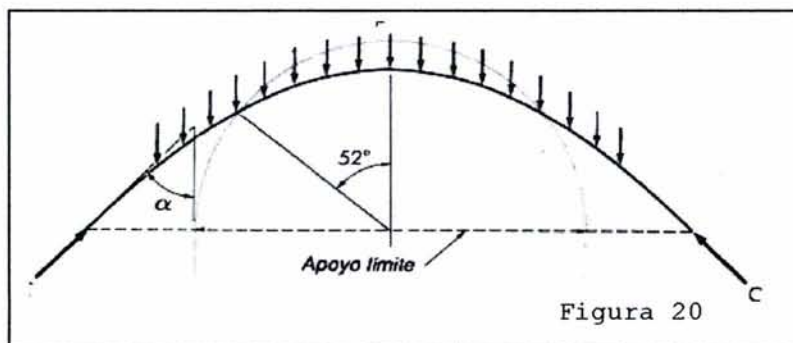
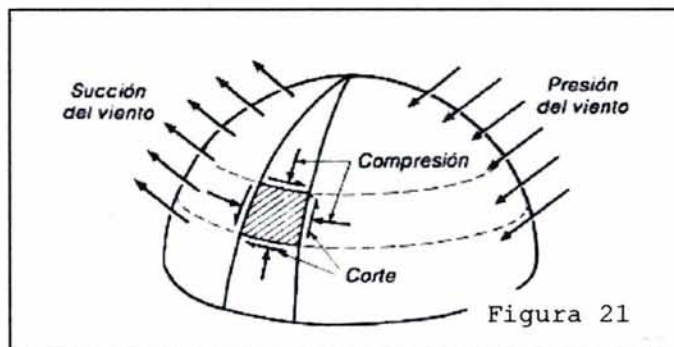


Figura 20

El desplazamiento del contorno de la cúpula hacia fuera es aún menos que su deformación vertical: solo ocho centésimas de milímetro; la rotación del contorno, es decir, la variación de dirección de los meridianos, es solo  $1.6^\circ$ .

La rigidez de las cúpulas circulares explica por qué es posible reducir su espesor a valores tan pequeños; son usuales relaciones de orden de 300 o aún más entre luz y espesor.

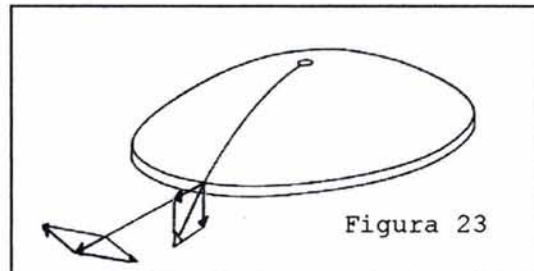
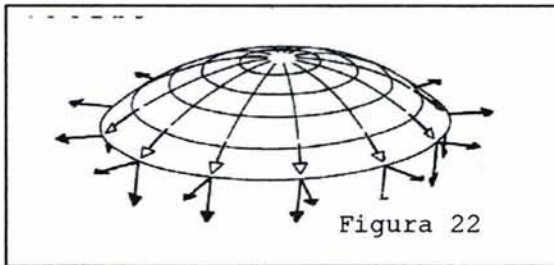
Tomando en cuenta el mecanismo de corte, puede decirse que una cúpula es funicular para todas las cargas y por lo tanto, que es una estructura estable en cualquier circunstancia.



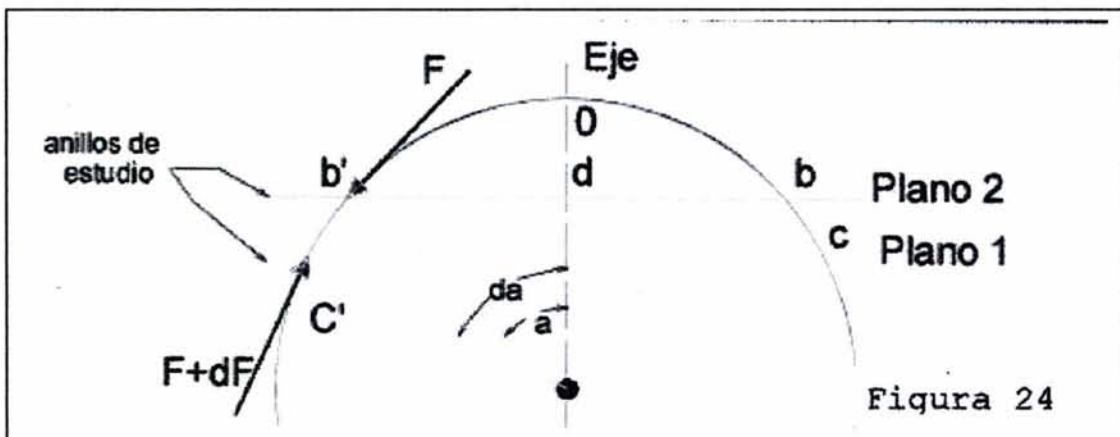
Las cúpulas resisten cargas laterales, como la presión y succión del viento, desarrollando los tres tipos de tensión de membranas. Las tensiones de corte debidas al viento son también pequeñas: un viento de 160 km por hora, actuando sobre una cúpula con diámetro de 30 metros de espesor de 75 milímetros, produce tensiones de corte de solo  $1 \text{ kg/cm}^2$ .

Considerando todas estas características sabemos que la cubierta propuesta tiene una estabilidad estructural muy favorable, uno de los esfuerzos a considerar en mi propuesta, son los esfuerzos que apreciamos en la figura 18 y 19, los cuales se absorben al colocar en la parte inferior un anillo que deberá trabajar a tracción puesto que tendrá que resistir los empujes horizontales de la cúpula. Esto se soluciona con varios anillos concéntricos en cada uno de los nodos.

Los anillos tienen refuerzo de alta resistencia que se tensa produciendo compresión anular en el borde con ellos, contrarrestando las fuerzas producidas por las cargas, incluyendo el peso propio y transmitimos (al borde inferior), al apoyo perimetral de la base.



Analíticamente los esfuerzos son comprendidos de la siguiente forma.



Si se muestra un corte vertical de la cúpula como en la figura 24, que pasa por el eje vertical en el cual tomamos el anillo cortado por dos planos horizontales son definidos por los ángulos  $a$  y  $a + da$ .

Si establecemos las fuerzas en este anillo tenemos:

- Una fuerza tangencial a la cúpula en el círculo  $b-b'$  que encontramos en el diagrama con el nombre de  $F$ .

- Otra fuerza tangencial del círculo c-c', la cual nombramos como (F+dF).
- Y una fuerza como resultado del peso propio.

Como resultado de este análisis las fuerza que actúan sobre el plano 2 con las fuerzas F y el peso propio de la cúpula de la curva bOb'.

Al aplicar la condición de equilibrio estático encontramos que la fuerza sobre la cúpula bOb' y el peso propio son iguales a los componentes verticales de la fuerza F.

Si llamamos W a esta carga de la cúpula hasta el plano 2 encontramos:

$$\text{Area } bOb' * W$$

$$\text{Area } bOb' = 2\pi * Od = 2\pi * r(1 - \cos\alpha)$$

Si despejamos la fórmula encontramos que la carga vertical es:

$$\text{Carga vertical} = 2\pi r^2(1 - \cos\alpha)w$$

Y la suma de los componentes verticales de F es:

$$F = \frac{Wr(1 - \cos\alpha)}{\sin^2\alpha}$$

**Demostración de la compresión total de la cúpula.**

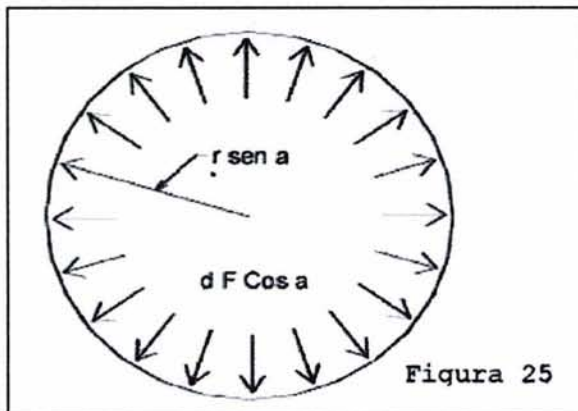


Figura 25

H= Es la fuerza por unidad de longitud de meridiano.

Los esfuerzos anulares pueden ser analizados si consideramos que el anillo formado por el plano 1 y 2 por efecto del peso propio aparecen una serie de fuerzas horizontales radiales de la descomposición de  $dF$  que son:

$$dF \cos \alpha = dF_h$$

Esta presión radial produce una fatiga anular cuyo valor es la presión por el radio.

$$hds = dF \cos \alpha * r * \operatorname{sen} \alpha$$

Al sustituir en esta ecuación el valor de  $F$

$$H = \frac{-wr((1 - \cos \alpha - \cos 2\alpha))}{(1 + \cos \alpha)}$$

Cuando  $H =$  tendremos que el ángulo  $\alpha = 51^\circ 49'$  esto significa que el punto en donde la compresión se vuelve tracción se encuentra en este punto.

Dos condiciones adicionales pueden requerir un aumento del espesor de las cáscaras, respecto a las necesidades de su carácter de membranas. Una se refiere a las cáscaras de hormigón armado, y es de índole puramente práctica: es necesario contar con espesor suficiente para cubrir las armaduras de refuerzo, tanto en la cara externa como interna de la cáscara. La ubicación exacta de las barras en el espesor de la cáscara constituye un problema delicado y costoso, rara vez son económicas las cáscaras de espesor inferior a 50 o 75 mm si bien alguna vez se han construido es forma competitiva cáscaras de 18 mm, o hasta 12 mm.

A menudo es necesario aumentar el espesor de las cáscaras para impedir el pandeo. Todo elemento estructural delgado sometido a tensiones de compresión tiende a pandearse, y las cáscaras no constituyen excepción a esta regla. Para una cúpula delgada, la carga de pandeo es proporcional al módulo de elasticidad del material y al cuadrado de la relación, espesor radio.

La carga máxima sobre la cúpula no puede superar los 300 kilogramos por metro cuadrado, lo que equivale al peso propio de

la cáscara, incluyendo la cubierta o material aislante, sin tomar en cuenta una posible carga de nieve.

La resistencia de una cúpula al pandeo puede aumentarse sustancialmente, empleando nervaduras dispuestas según los paralelos y los meridianos. Esta práctica se presenta muy bien al refuerzo de la cúpula de acero, en las cuales el espesor requerido por la acción de membranas puede ser muy pequeño da la resistencia del material a la tracción y compresión. Las cúpulas de concreto rara vez se refuerzan por medio de nervios debido al costo de encofrarlos, a excepción del caso de grandes tramos.

Como ejemplo de ellas podemos citar la obra del Ing. Nervi.

Una cúpula debe satisfacer las tres condiciones siguientes para desarrollar esa acción de cáscara delgada:

- 1.- La cúpula debe ser delgada; con ello resulta incapaz de desarrollar flexión en grado sustancial.
- 2.- Debe tener curvatura adecuada; de esa manera será resistente y rígida, debido a la resistencia derivada de su forma.
- 3.- Debe tener apoyo adecuado; de esa manera desarrollara una pequeña flexión en una porción limitada de la cáscara.



### ESTUDIO DE CARGAS

Las cargas unitarias a lo largo del arco en la cúpula nos proporcionan fuerzas para su estudio.

Los puntos de estudio los podemos localizar en planta en la figura 26 y en tres dimensiones en la figura 27.

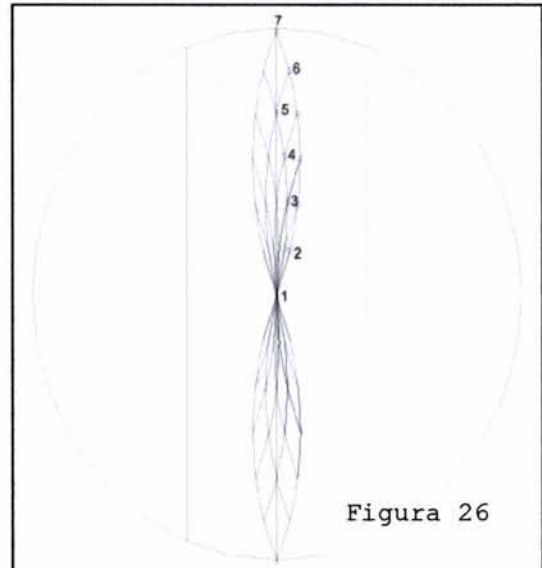


Figura 26

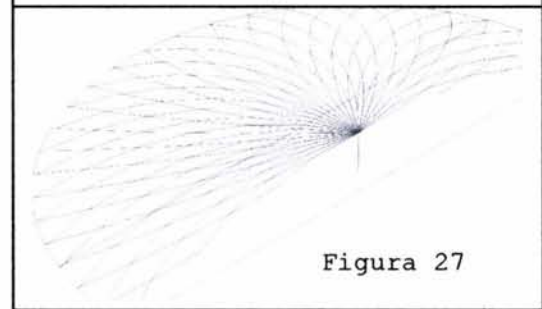
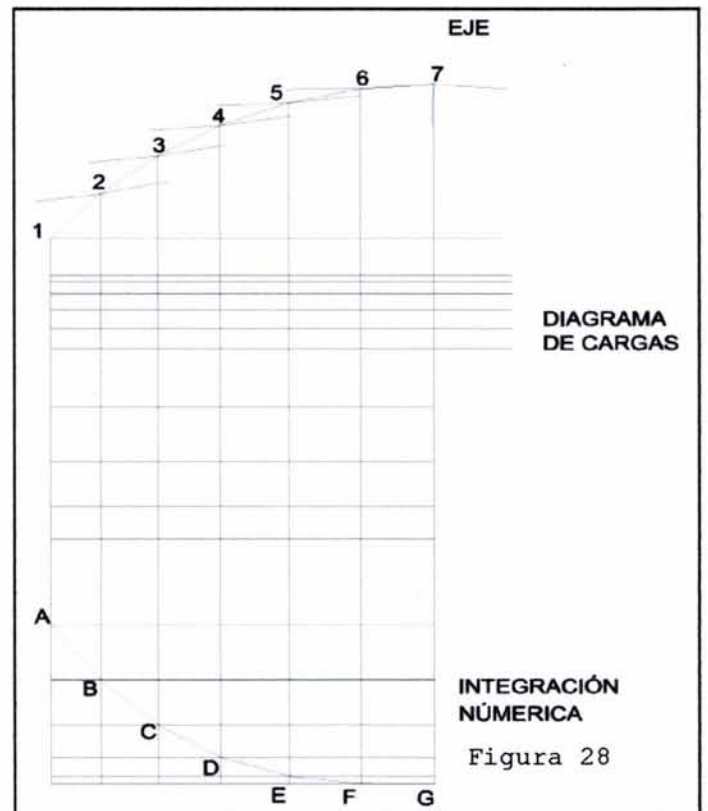


Figura 27

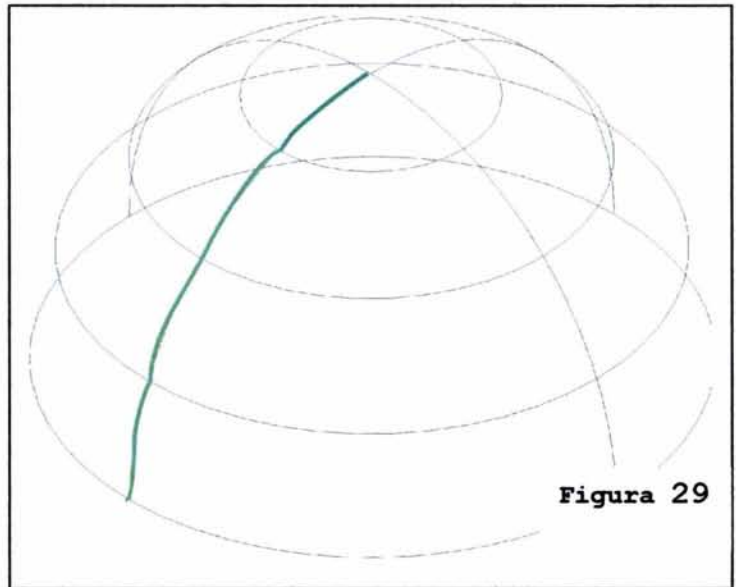
Este estudio proporciona un diagrama de cargas y al realizar una integración numérica nos ayudara a comprender los esfuerzos gráficos a los que esta sometida la superficie como podemos ver en la figura 28, el análisis analítico se encuentra en las páginas siguientes.



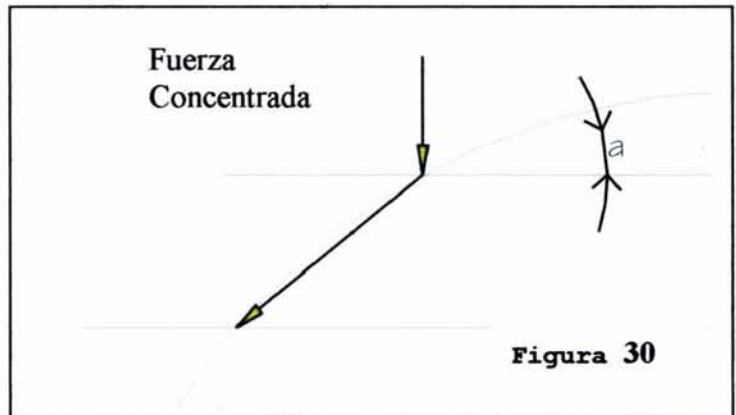
INTEGRACIÓN  
NÚMERICA

Figura 28

Las cargas sobre cualquier superficie curva, se trasladan por el vector verde de la figura 29.



Las fuerzas que sufre la superficie, se transforman en tangenciales a la superficie.



## ANÁLISIS DE CARGAS

### DATOS

Flecha máxima total 4.5 m  
Extensión en diámetro 25.00 m  
Longitud sobre la curva 30.00 m

Volumen de concreto:

$$\text{Ext } V = (2/3) (4.5) (15.13) (15.13) * \pi$$

$$= 2157.50 \text{ m}^2$$

$$\text{Int } V = (2/3) (4.5) (15.08) (15.08) * \pi$$

$$= 2143.25 \text{ m}^2$$

Diferencia de Volúmenes

$$2157.50 - 2143.25 = 14.25 \text{ m}^3$$

Área tributaria sobre la superficie.

Esta área es considerada como un anillo dentro de los nodos que marcan cada pieza.

$$A_o = ((\pi r) / 2) (4h+s)$$

$$= ((\pi + 15.13)/2) ((4) (4.5) + 25)$$

$$= ((\pi 15.13 (20.5)) / 2)$$

$$= 487 \text{ m}^2$$

Carga muerta = (2400 kg /m<sup>3</sup> ) ( volumen de concreto )

$$(2400 \text{ kg /m}^3) (14.25 \text{ m}^3) = 34200 \text{ kg}$$

$$34200/487 = 70 \text{ kg/m}^2$$

Impermeabilizante (5 a 10 Kg. /m<sup>2</sup>) (superficie)+ (25kg/m<sup>2</sup>)  
Al instalar

Cargas vivas 100 Kg./m<sup>2</sup>\*(área sobre la superficie) 487=48720 kg

Por viento

Presión P

$$P = C_p C_z K_{po} \quad k=1.60$$

$$P = 35(.8)(1)(1.6) \quad C_z = 1$$

$$P = 44.8 \text{ kg. m}^2 \quad C_p = 0.8$$

Valores fundamentados de acuerdo a las normas técnicas del reglamento de construcción del DF

Carga Muerta: 70 kg

Impermeabilización = 35 kg

Viva = 100 kg

Viento = 45 kg

Total parcial = 250 kg

Coefficiente de seguridad = 1.2

Carga Total : Total Parcial \* coeficiente de seguridad

Carga total 250 kg. \*1.2

Para cálculo se utilizan 300 kg m<sup>2</sup>

Esta carga la podemos comparar con el total recomendado por Ing. Mario Salvatori y Ing. Roberto Héller en el libro Estructuras para arquitectos lo cual se explica con más detalle del apoyo teórico.

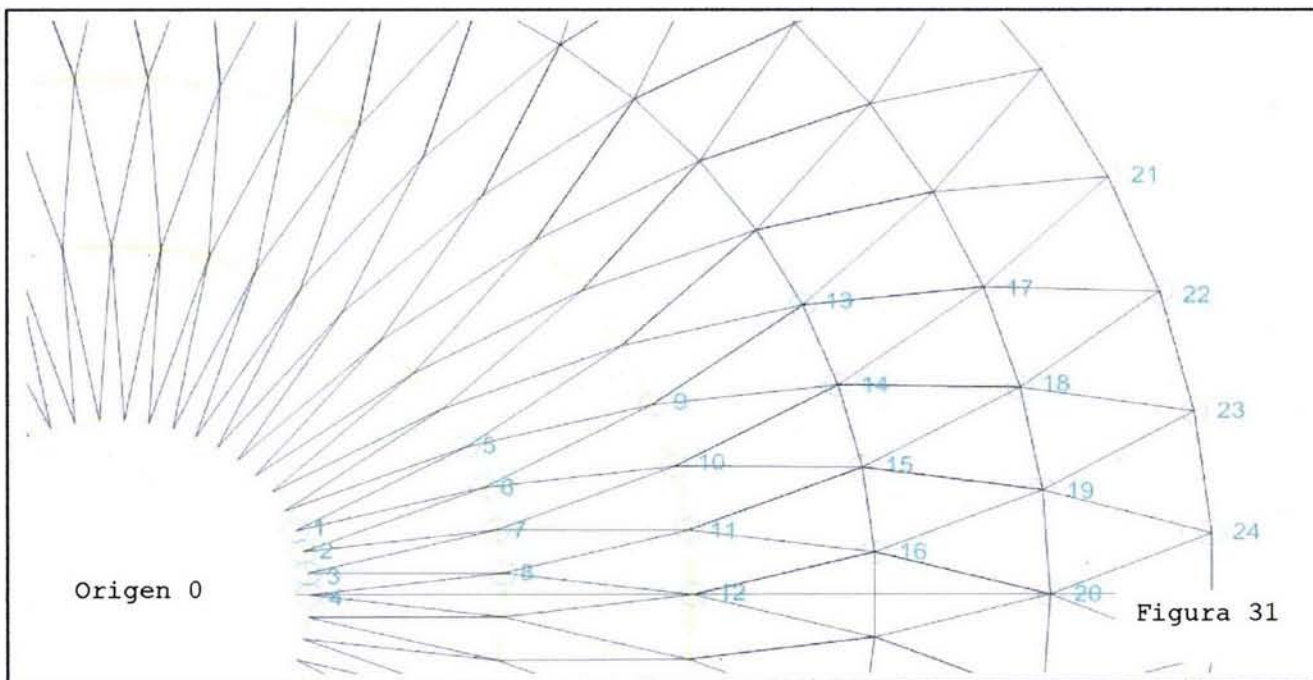


Figura 31

El centro del plano cartesiano que contiene las coordenadas se encuentran a partir del eje de rotación de la cúpula en el plano "x", "y" y la "z" encuentra en la cúspide.

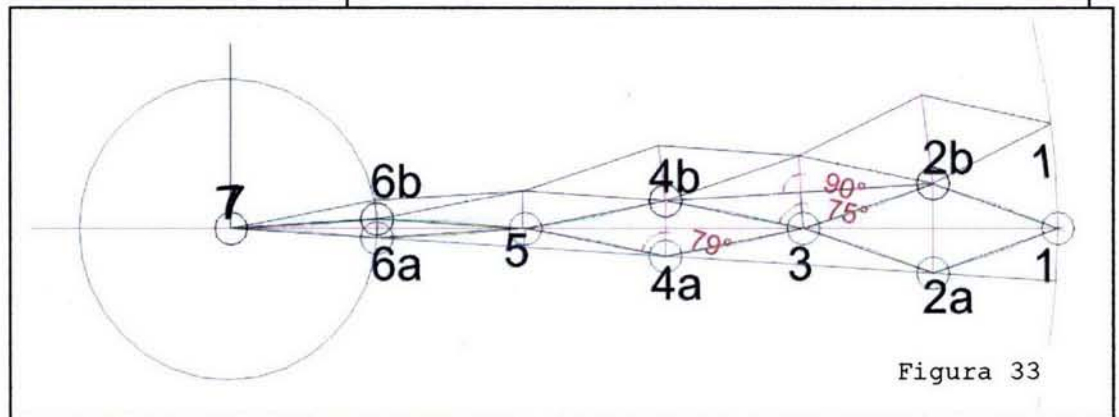
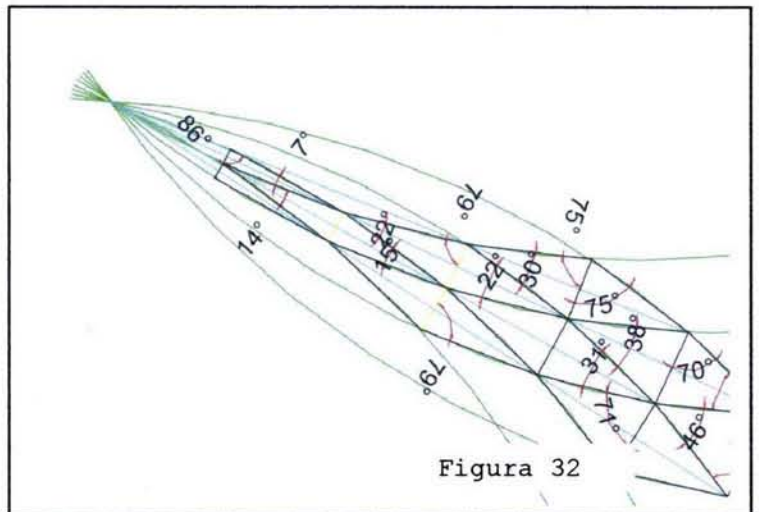
En la tabla encontramos la localización espacial de cada uno de los valores necesarios para el análisis y fabricación de la cúpula.

El ángulo para fabricar las barras o cimbras de cada pieza lo encontramos en la figura 32.

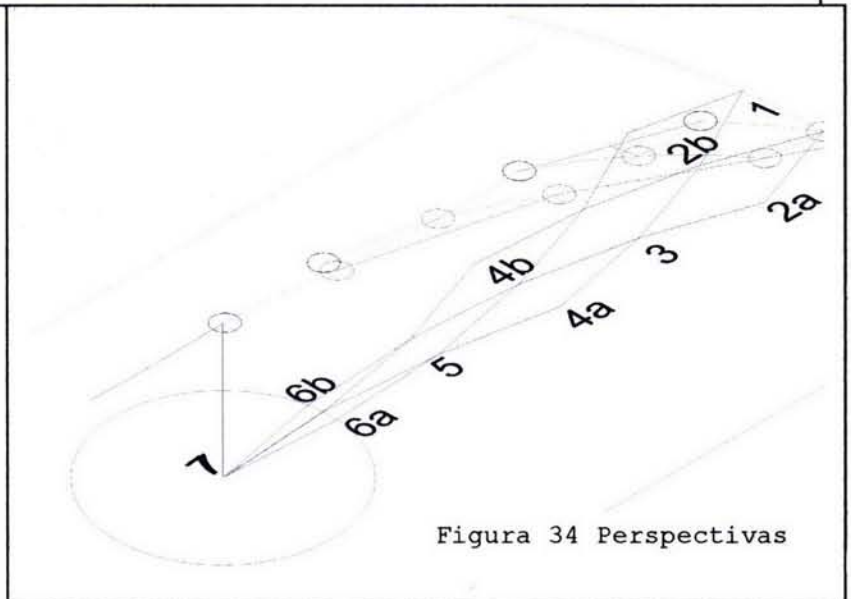
**PUNTOS DE LA CÚPULA(Fig. 31)**

COORDENADAS			
Vértice	X	Y	Z
1	2.0633	0.8169	0
2	2.1494	0.5519	0
3	2.2016	0.2781	0
4	2.2991	0	0
5	3.9907	1.8779	-0.2503
6	4.1946	1.3629	-0.2503
7	4.3323	0.8264	-0.2503
8	4.4017	0.2769	-0.2503
9	6.0878	2.4103	-0.6585
10	6.3419	1.6283	-0.6585
11	6.4959	0.8206	-0.6585
12	6.5476	0	-0.6585
13	7.7874	3.6645	-1.2116
14	8.1853	2.6596	-1.2116
15	8.4541	1.6127	-1.2116
16	8.5896	0.5404	-1.2116
17	9.8248	3.8899	-1.8928
18	10.2349	2.6279	-1.8928
19	10.4835	1.3244	-1.8928
20	10.5669	0	-1.8928
21	11.2308	5.2846	-2.6823
22	11.8046	8.8355	-2.6823
23	12.1922	2.3258	-2.6823
24	12.3876	0.7794	-2.6823

Las barras que unen los puntos de la cúpula tienen ángulos en dos direcciones en la horizontal y en la vertical los cuales son necesarios para determinar las fuerzas reales a partir de la descomposición de las tangenciales.



Para el análisis específico de fuerzas es suficiente utilizar los puntos que se muestran en el arco de la figura 33. En donde las letras "a" y "b" en los puntos pares es solo distintivo de su ubicación con respecto al eje "y".



ANÁLISIS GRÁFICO DE LA CUBIERTA

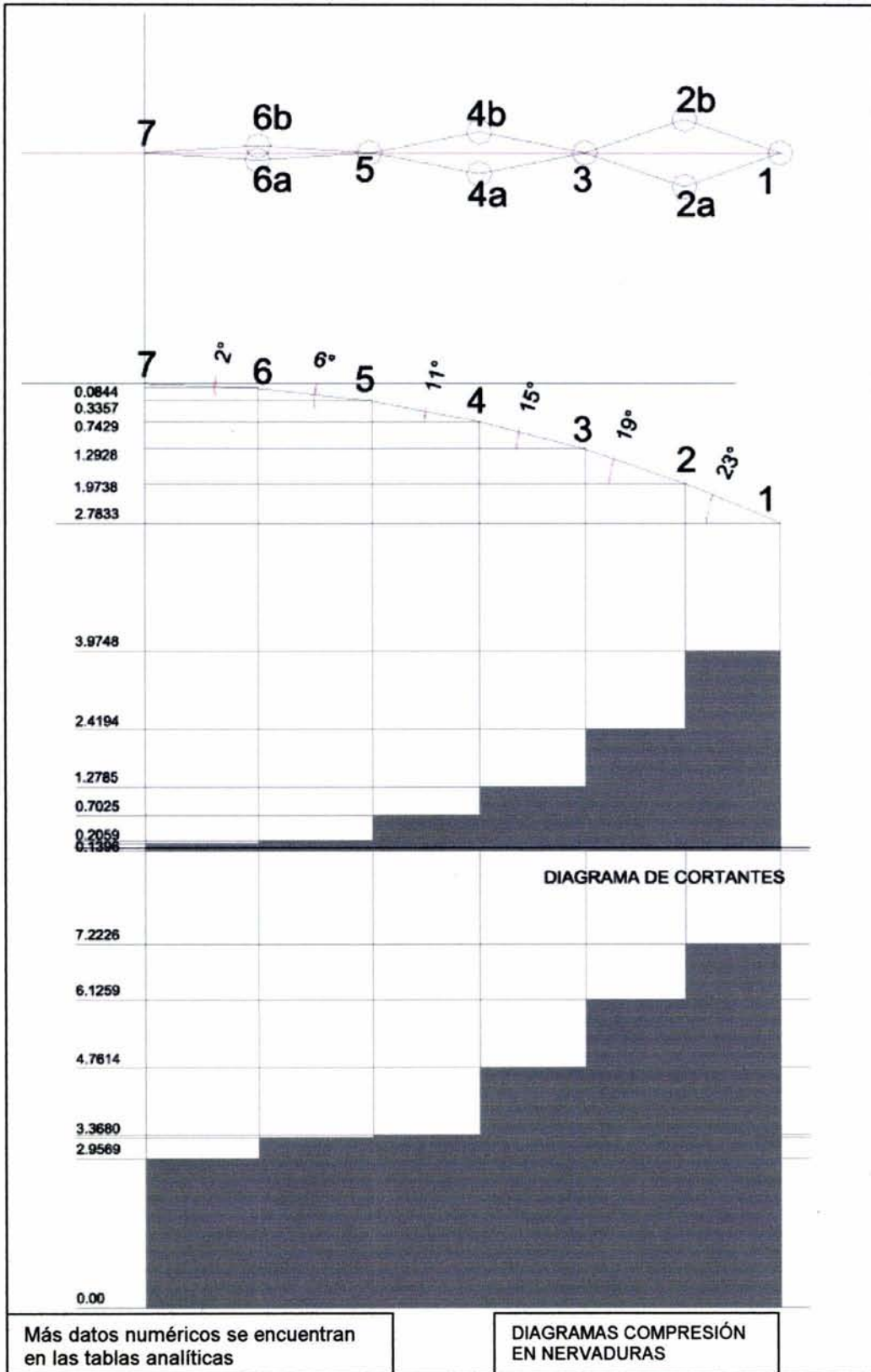


Figura 35

**TABLA 1**

CÁLCULO DE CASCARON ESFE RICO										
COORDENAS DE CADA PUNTO										
PTO X	Y	Z	RADIO TRIB	AREA CIR	AREA ANILLO	GARGA UNITARIA	CARGAS PUNTUALES	CARGAS PUNTUALES SOBRE EL ARCO	CORTANTE	
1	12.379	0	0	12.37	480.7178	259.2416	300	1555.4499	1555.4499	5303.704
2A	10.513	-0.6635	0.7895	11.44	411.6234	221.4762	300	664.4287	1328.8574	3748.254
2B	10.513	0.6635	0.7895	11.44	411.6234	221.4762	300	664.4287		
3	8.574	0	1.4707	9.54	286.1468	190.1472	300	1140.8832	1140.8832	2419.396
4A	6.513	-0.414	2.0204	7.54	178.7708	95.9996	300	287.9989	575.9979	1278.513
4B	6.513	0.414	2.0204	7.54	178.7708	95.9996	300	287.9989		
5	4.416	0.0029	2.4265	5.46	93.8242	82.7711	300	496.6270	496.6270	702.515
6A	2.193	-0.1423	2.6789	3.30	34.3147	11.05312	300	33.1593	66.31872	205.888
6B	2.193	0.1423	2.6789	3.30	34.3147	11.05312	300	33.1593		
7	0	0	2.7633	2.72	23.2616	23.2616	300	139.5696	139.5696	139.569

BAR RA	CORTANT E	GRADO S	RADIAN ES	SENO	TANGENCIA L	COSENO	RADIAL	ANGULO EN PLANTA DE NERV	RADIANES	COSENO	TANGENCIA
1-2	5303.7040	23	0.4014	0.39073	13573.7645	0.92050	5761.7362	20	0.34906	0.93969	7222.4513
2-3	3748.2541	19	0.3316	0.32556	11512.9372	0.94551	3964.2321	20	0.34906	0.93969	6125.9077
3-4	2419.3967	15	0.2618	0.25881	9347.8096	0.96592	2504.7441	11	0.19198	0.9816	4761.385
4-5	1278.5134	11	0.1919	0.19080	6700.4728	0.98162	1302.4431	11	0.19198	0.9816	3412.942
5-6	702.51549	6	0.1047	0.10452	6720.7900	0.99452	706.3851	4	0.06981	0.9975	3368.600
6-7	205.88842	2	0.0349	0.03489	5899.4530	0.99939	206.0139	4	0.06981	0.9975	2956.929

**TABLA 2**

DISEÑO DE SECCIONES	
FS DEL ACERO	2520 KG./cm <sup>2</sup>
F'C DEL CONCRETO	150 KG./cm <sup>2</sup>
VARILLAS 3/8	2.84 PZAS
VARILLA F'C 2400	kg/cm <sup>2</sup>



**TABLA 3**

BARRAS	TANGENCIAL	SECCION PROPUESTA		CAPACIDAD DE COMPRESION
		BASE	PERALTE	
1-2	7222.4513	10	20	8360.28
2-3	6125.9077	9	18	7077.78
3-4	4761.3853	8	16	5930.28
4-5	3412.9421	6	14	4445.28
5-6	3368.6008	5	12	3635.28
6-7	2956.9294	4	12	3230.28

**TABLA 4**

ESFUERZOS ANULARES EN GRADOS									
PTO	ANGULO POLAR	ÁNGULO EN RADIANTES	2° ANGULO	RADIO	CARGA	H	AREA DE ACERO	NUMERO DE VARILLAS 3/8	SEPARACION
1	25	0.43633	0.87266	12.370	300	1192.6895	0.94283756	1.327940	0.753045
2	21	0.36652	0.73304	11.446	300	1275.9646	1.00866774	1.420658	0.703898
3	17	0.29670	0.59341	9.543	300	1186.8179	0.93819604	1.321402	0.756771
4	13	0.22689	0.45378	7.543	300	1017.0074	0.80395842	1.132335	0.883130
5	9	0.15708	0.31416	5.464	300	779.61412	0.61629575	0.868022	1.152044
6	4	0.06981	0.13962	3.304	300	490.91794	0.38807743	0.546587	1.829531
7	0	0	0	2.721	300	408.16500	0.32266008	0.454450	2.200458

Contenido de las tablas.

TABLA 1:

Cada punto de esta tabla se encuentra gráficamente en la figura 35, son una serie de puntos con los que podemos analizar toda la cubierta tomando un arco de ella.

Los puntos están compuestos de una coordenada ( X, Y, Z,) que ubica cada uno de nodos en el espacio.

Con ayuda de estos puntos, y los radios tributarios logramos conocer el área para análisis en cada meridiano, creando así para el análisis un anillo de influencia transformado en una carga puntual en cada nodo (que corresponden a un punto de la tabla).

Al analizar estas cargas conocemos el cortante, los valores los encontramos en la última columna superior de la tabla 1, y se grafican en la figura 35; con ayuda de los ángulos conocidos los cuales también se encuentran en esta tabla, y de las funciones trigonométricas encontramos la fuerza que tendrá que soportar tangencialmente la superficie, valores que encontramos en la última columna de la tabla.

Esta fuerza tangencial la encontramos al final de la tabla 1 y nos servirá mas adelante en la tabla 3.

Tabla 2:

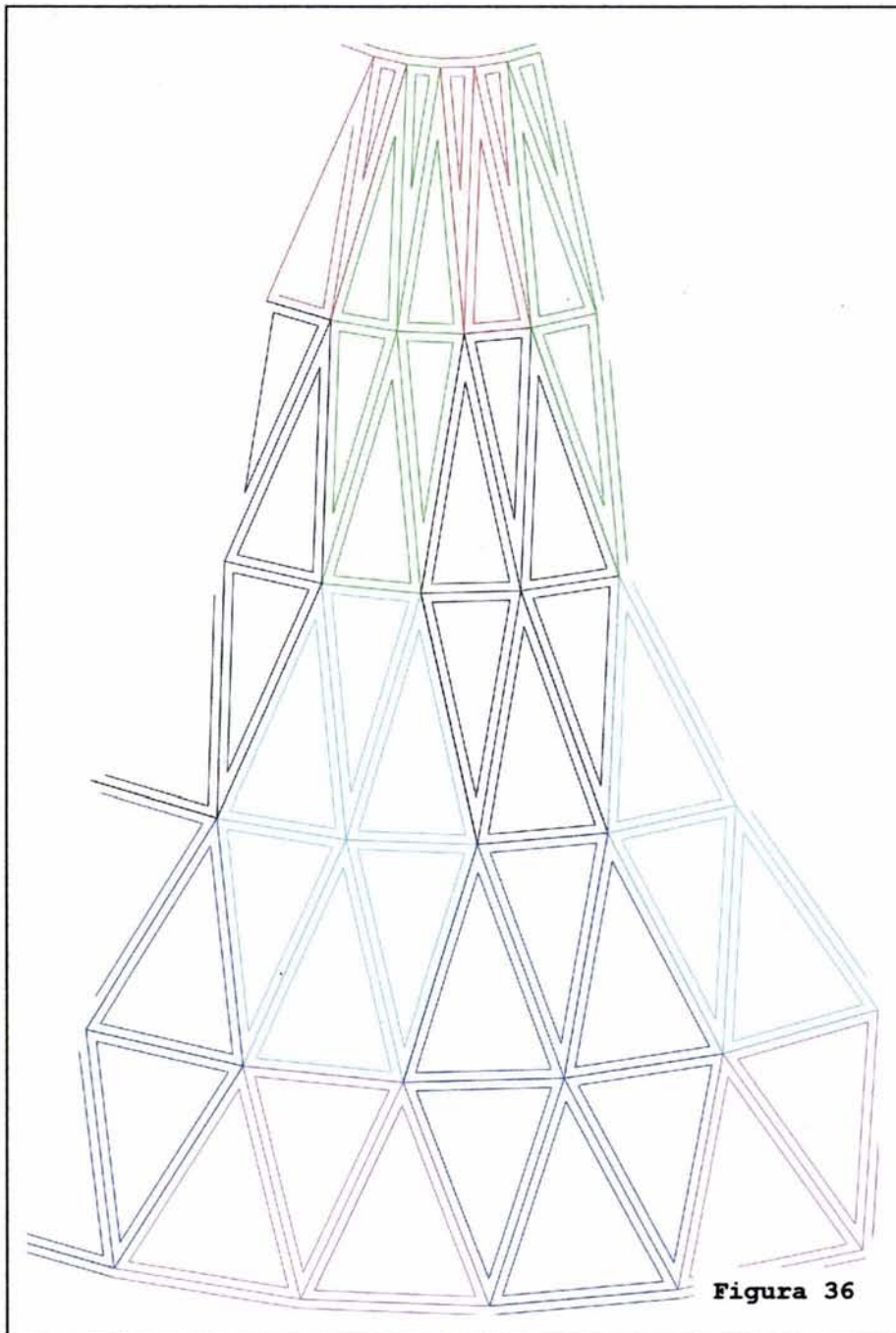
Se muestra de acuerdo al material a emplear y su resistencia correspondientes, la cantidad de varilla en diámetro de 3/8 de pulgada necesaria en las nervaduras.

Tabla 3:

Comparamos según una sección propuesta y su capacidad permisible a la compresión, las fuerzas tangenciales necesarias tomadas de la tabla 1.  
Conociendo así cual es la sección más pequeña capaz de soportar el esfuerzo en la nervadura.

Tabla 4:

Encontramos de acuerdo a la fuerza horizontal la separación necesaria sobre cada segmento de la cubierta.  
Considerando una carga de  $300 \text{ kg/ m}^2$ .



Modulación de Piezas, se agrupan las barras de acuerdo al color para formar el prefabricado.

## MODULACIÓN Y PREFABRICACIÓN DE PIEZAS.

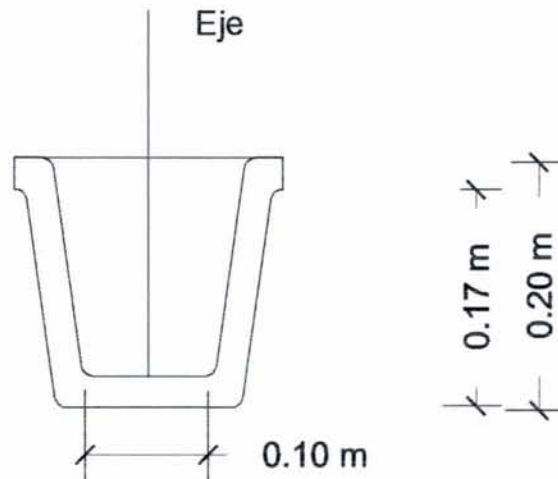
Después de conocer los esfuerzos de la cubierta, aún queda una premisa sin resolver, la necesidad de industrializar las piezas mediante un proceso constructivo fácil y económico para poder competir con cualquier otro método.

Es posible, como ya descubrimos en las tablas anteriores, resolver este factor con metal mediante barras como usualmente se hace en una estructura espacial, con membranas aisladas para cubrir pequeños claros que se forman entre las barra, siendo así posible gran transparencia en la cubierta. Sin embargo, existe un método innovador para poder construir un cascarón de concreto con menos transparencia y con un método constructivo competente, en el que no utilizamos cimbra para toda la superficie, y minimizamos el riesgo de trabajo.

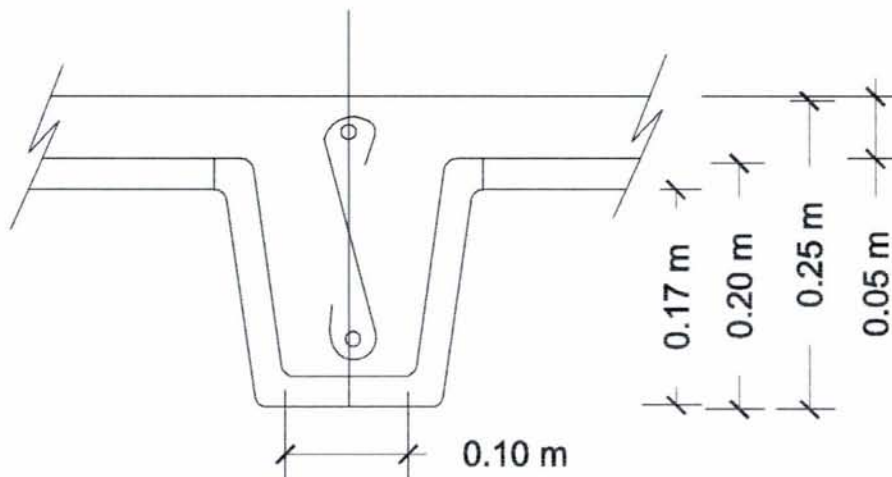
Para lograr la fabricación de cascarón es necesario crear placas que se puedan prefabricar con un tamaño y peso apropiado considerando el montaje. Esta agrupación la vemos en un segmento de la cubierta en la figura 36 diferenciando cada pieza con un color distinto en el diagrama.

Con este método podremos abatir costos principalmente en no usar cimbra de madera, usando la cimbra perdida como elemento estructural y en la mano de obra por mantener la mayor parte del proceso a nivel de piso.

DIMENSIONES DE LA NERVADURA

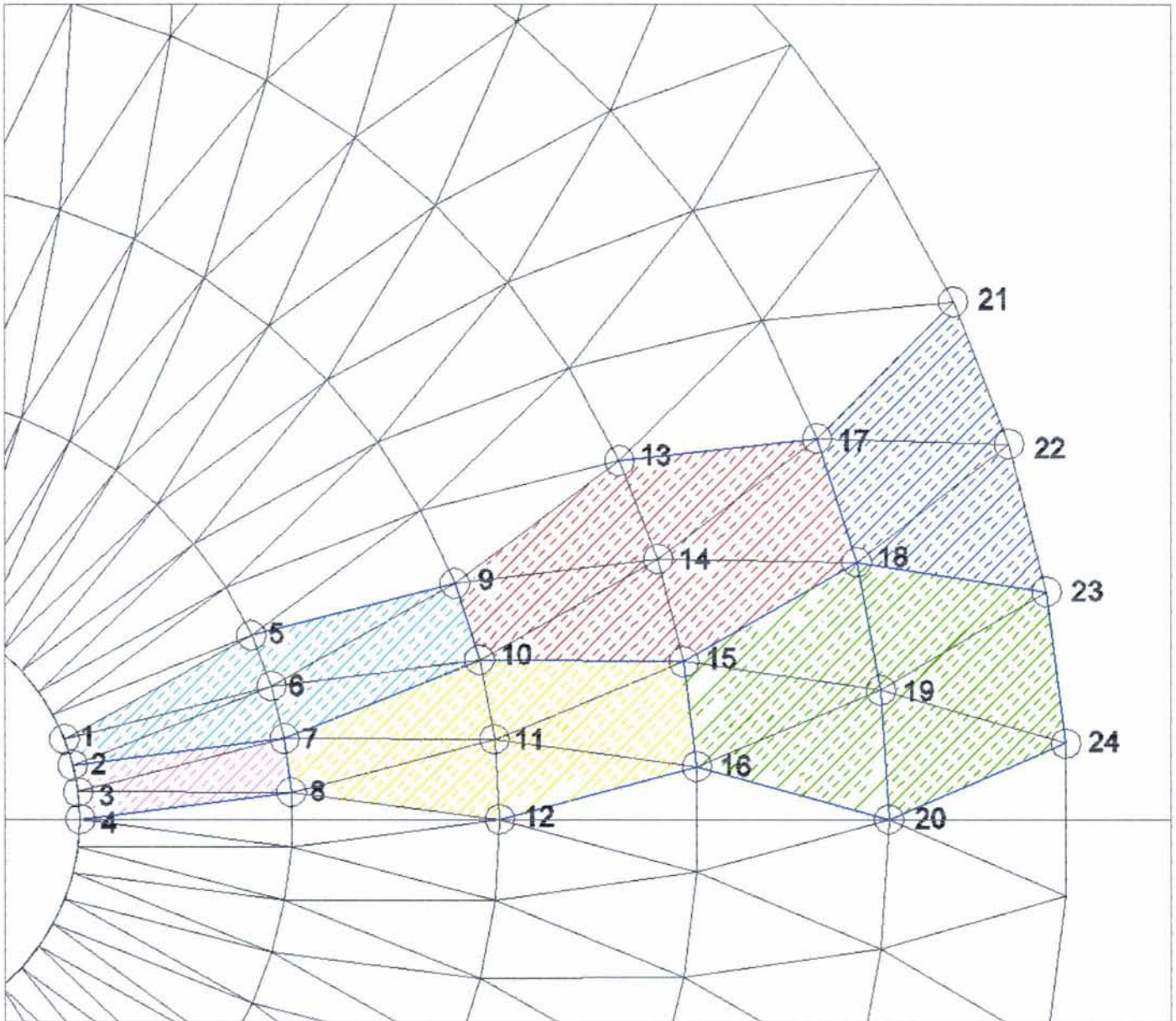


NERVADURA INDEPENDIENTE  
es posible usarla para secciones  
traslucidas en la cúpula



NERVADURA DENTRO DE LA CÚPULA  
Las dimensiones presentadas son la unificación por  
conveniencia constructiva de los datos de la tabla 3

MODULACION POLAR DENTRO DE LA CÚPULA



Cada pieza esta representada por una sección en color,  
son necesarias 6 piezas distintas par esta cúbierta.

La pieza 1 se encuentra dentro de los vértices 17, 18, 21, 22 y 23.

la pieza 2 se encuentra dentro de los vértices 15, 16, 17, 18, 20, 23 y 24

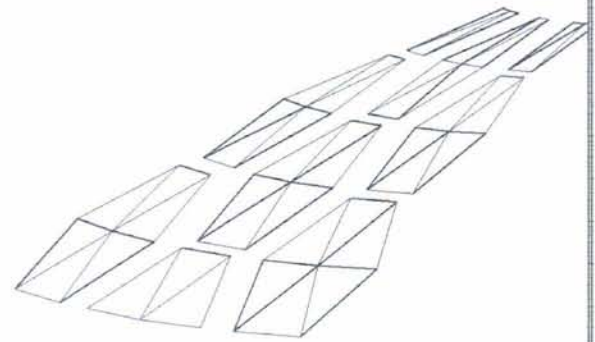
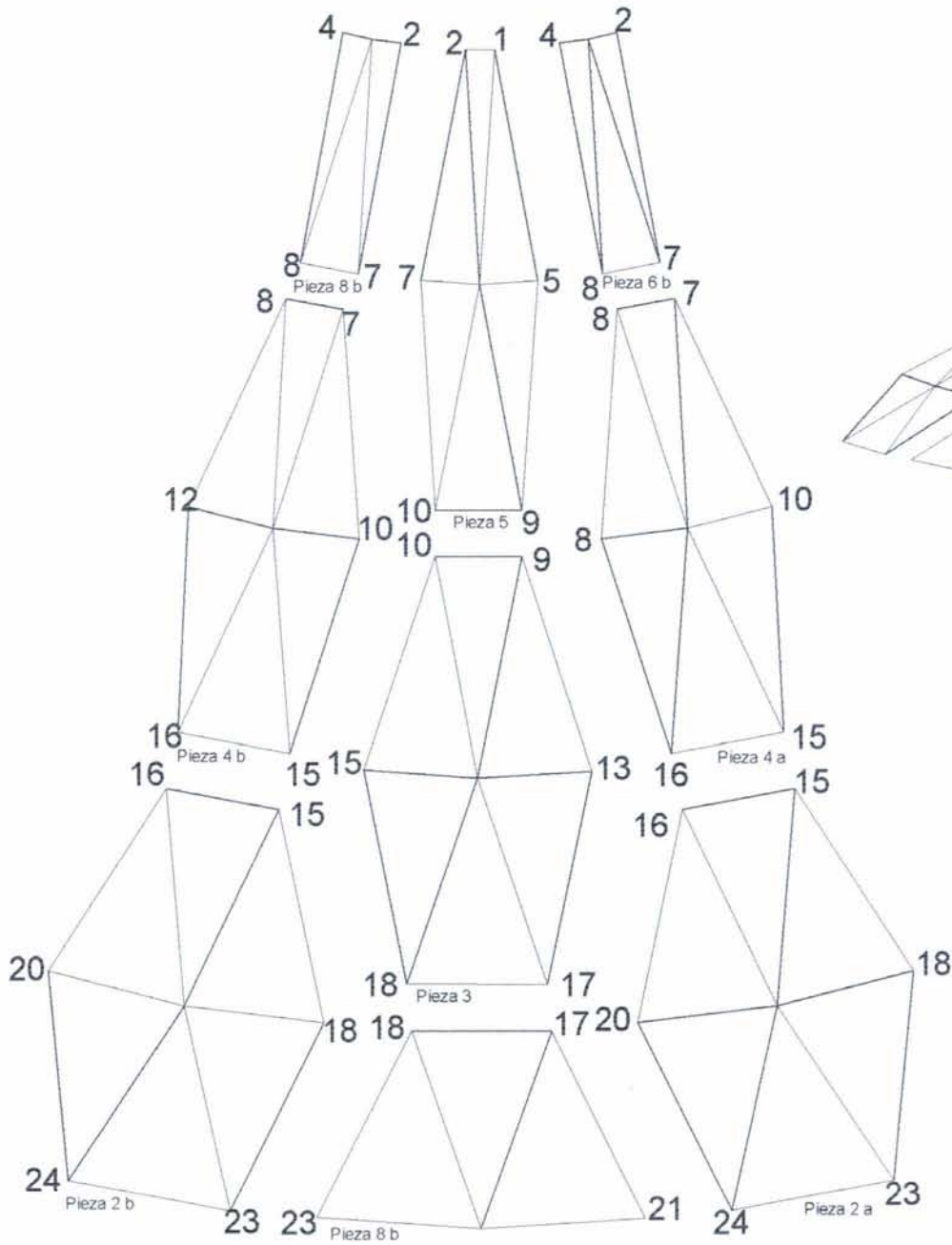
la pieza 3 dentro de los vértices 9,10,13,15,17,18

la pieza 4 dentro de los vértices 7,8,10,12,15 y 16

la pieza 5 dentro de los vértices 1,2,5,7,9 y 10

la pieza 6 dentro de los vértices 2,4,7 y 8.

GEOMETRÍA DE LAS PIEZAS



VISTA DE  
COLOCACIÓN

PLANTA  
Seis piezas son necesarias,  
la numeración de los nodos  
corresponde a la lámina 4



VISTA LATERAL



## SISTEMA CONSTRUCTIVO

La cúpula se arma con piezas, dentadas entre ellas, se auto soportan entre sí, como se muestra en la lámina 4 y en el video 4.

La primera pieza se monta sobre un canal candelero en el piso o a nivel de trabe de arranque, y sobre esta pieza se desplazan las otras, y así sucesivamente hasta cerrar la cúpula.

Como se muestra en la lámina 5, se necesitan 6 piezas distintas para lograr cerrar la cúpula, todas las piezas que se necesitan colocar en la primer línea son de la misma forma, pieza que se muestra en la lámina 7, lo cual reduce errores en el montaje, siendo la maniobra más eficiente.

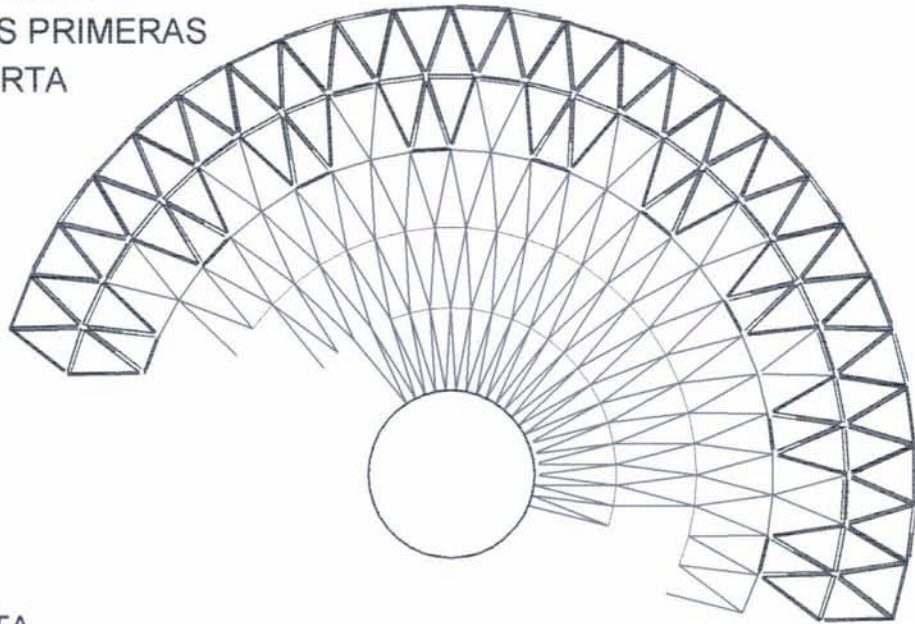
Cada una de las piezas siguientes tienen las mismas características con las de la misma altura, por lo que sería casi nulo el factor de error por cambio de piezas.

Para la colocación de las piezas prefabricadas se requiere poca o nada de cimbra ya que cada una de ellas se puede mantener por si sola al funcionar como una ménsula por ser mayor la parte inferior que la superior de la pieza como se puede apreciar en la lámina 4.

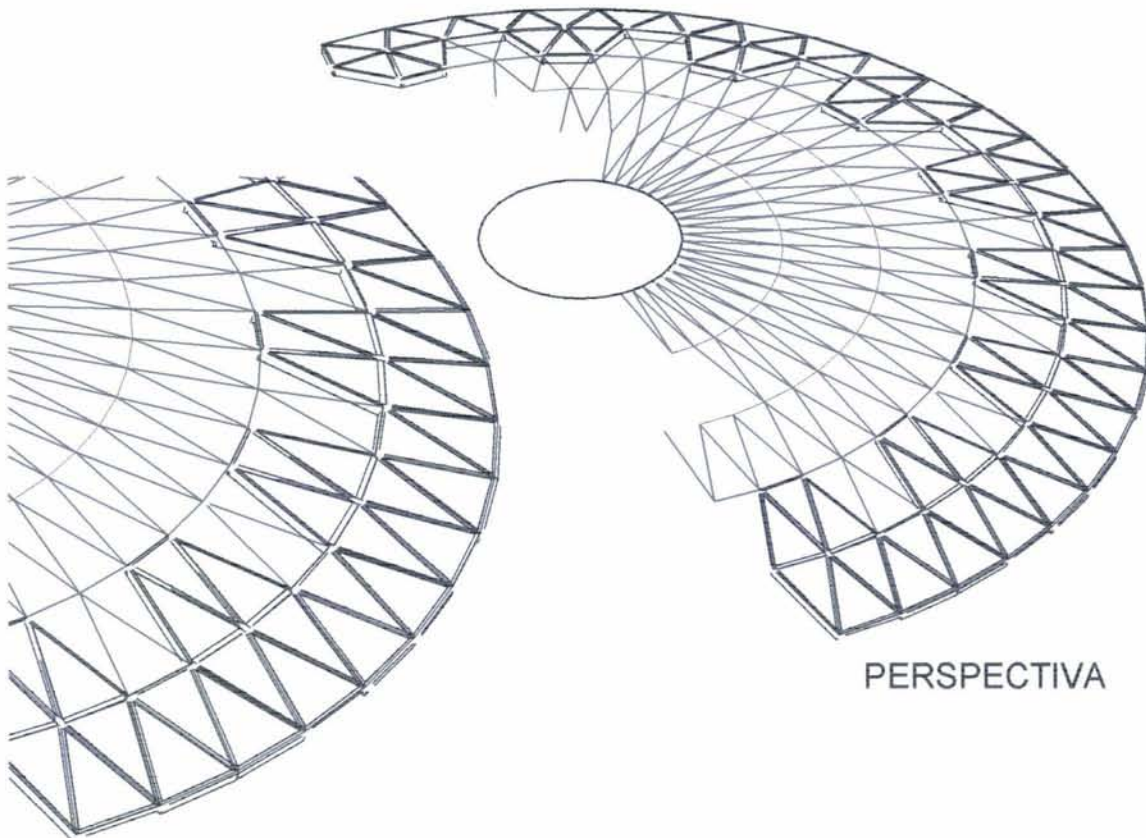
Para el montaje solo es necesario localizar con un aparato de estación total las coordenadas espaciales que tenemos en los vértices de las piezas, las marcas las podemos ver en el poliedro de la cubierta.

Se debe tener un topógrafo de planta en el montaje de la cubierta para que realice esta tarea. Verificando siempre el poliedro de la cubierta en el proceso.

SISTEMA CONSTRUCTIVO  
COLOCACIÓN DE LAS PRIMERAS  
PIEZAS DE LA CÚBIERTA



PLANTA  
COLOCACIÓN DE PIEZAS 1 Y 2



PERSPECTIVA

DETALLE  
COLOCACIÓN DE PIEZAS 1 Y 2

#### CONEXIÓN ENTRE PIEZAS.

Las piezas tiene integrada una placa en cada vértice de unión para poder soldar y dar una continuidad necesaria entre las nervaduras de las piezas. Para lograr esta continuidad la placa de empotre esta solda al acero de las nervaduras.

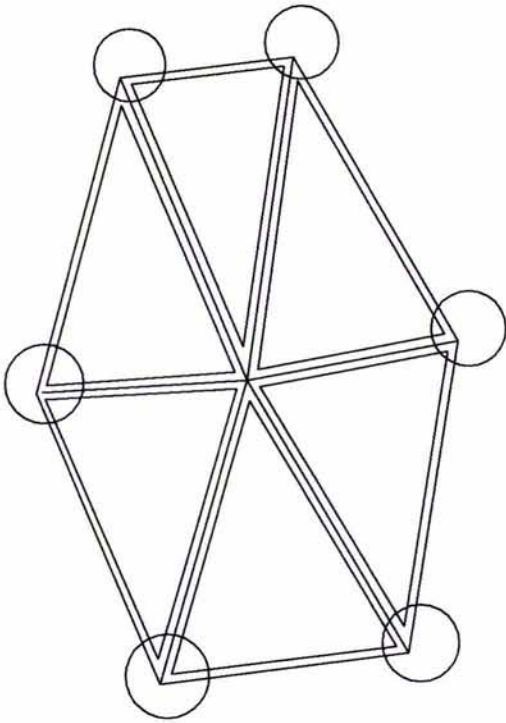
Las placas conectoras se cortan todas iguales y serán dobladas con un ángulo distinto de acuerdo al ángulo del molde de colado, así hacemos todos los conectores iguales y los usamos en todas las piezas, sin importar el ángulo de la pieza evitando errores y bajando costos.

Los vértices del poliedro que requieren conector son, 1, 2, 4, 5, 7, 8, 9, 10, 12, 13, 16, 17, 18, 20, 21, 23 y 24 como lo podemos ver en la lámina 5.

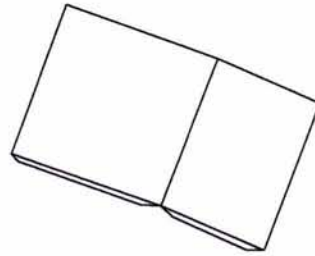
Los vértices con placas requieren de dos conectores uno en cada pieza para poder soldarlos entre sí.

Un ejemplo de armado entre piezas es soldar la pieza 1 en el nodo 18 con la pieza 2 en el nodo 18, la pieza 1 en el nodo 23 con la pieza 2 en el nodo 23, la pieza 1 en el nodo 17 con la pieza 2 en el nodo 20, y la pieza 1 en el nodo 21 con la pieza 2 en el nodo 24.

CONECTOR TIPO



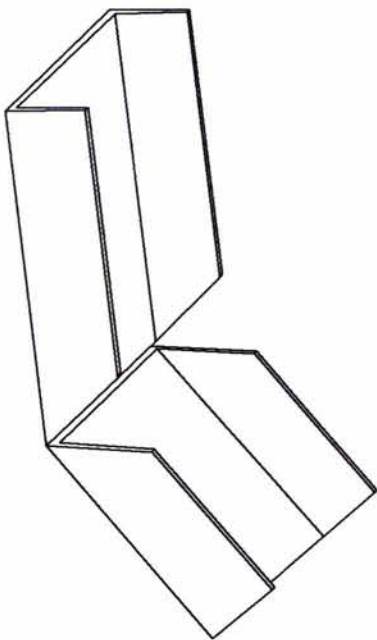
LOCALIZACIÓN DE CONECTORES



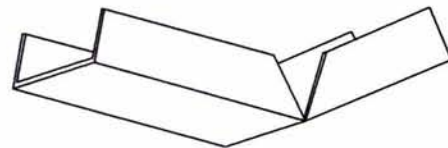
VISTA EXTERIOR



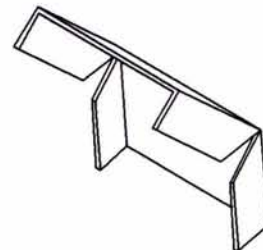
VISTA LATERAL



PERSPECTIVA  
EL ÁNGULO SE ADAPTA DE  
ACUERDO AL MOLDE DE COLADO



VISTA SUPERIOR



VISTA ANTERIOR

## COLADO DE LAS PIEZAS

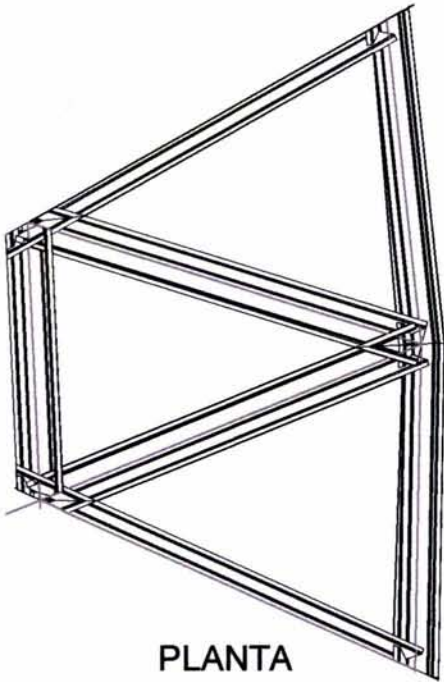
La cimbra se arma a nivel de piso en negativo a las piezas que se quieren colar con metal o con yeso, con la forma y los ángulos que se muestran en la lámina 6. Se dejan fraguar y se desmoldan.

Este proceso se puede realizar al mismo tiempo que cualquier otro trabajo anterior al montaje, como pueden ser la cimentación, el propio firme u otro, lo cual acorta los plazos para poder atacar la cubierta al mismo tiempo que la cimentación, abatiendo de esta forma tiempo y con ello costos.

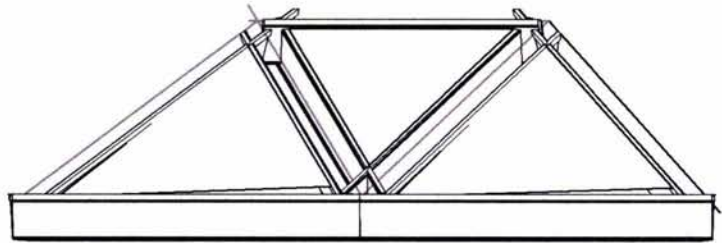
En la lámina 7 y 8 se muestran las piezas 1 y 2 que son las piezas de arranque de la cúpula con sus puntos de vértice y su aspecto formal. Los podemos apreciar también en el video 5 y 6.

La cúpula puede tener dos distintas posibilidades formales, la primera si se esconden las nervaduras dentro de la pieza prefabricada lámina 9 y la segunda mostrando las nervaduras en el interior de la cubierta, como se muestra en la lámina 10.

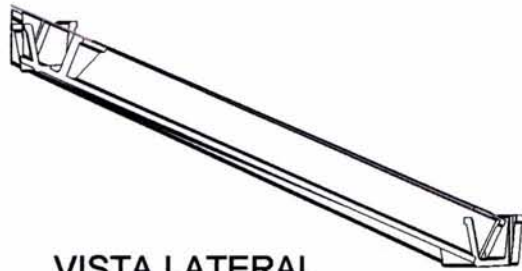
PIEZA DE CIERRE 1 Y 6



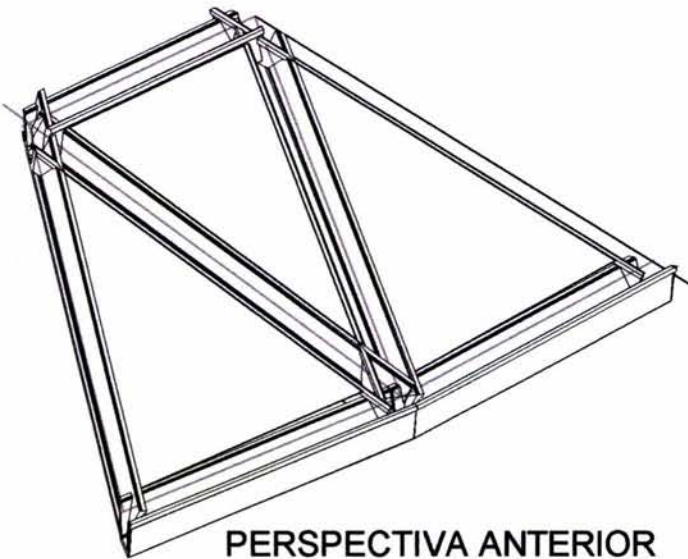
PLANTA



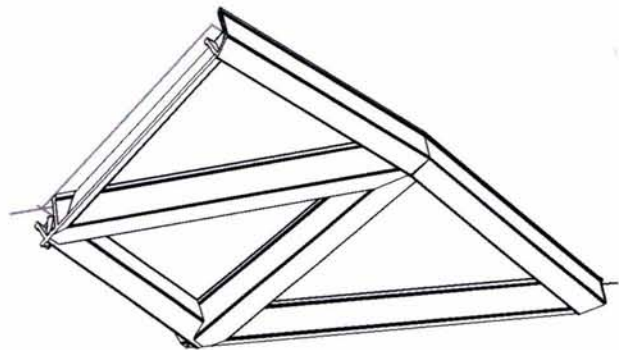
VISTA FRONTAL  
CON ÁNGULO DE COLOCACIÓN



VISTA LATERAL  
CON ÁNGULO DE COLOCACIÓN

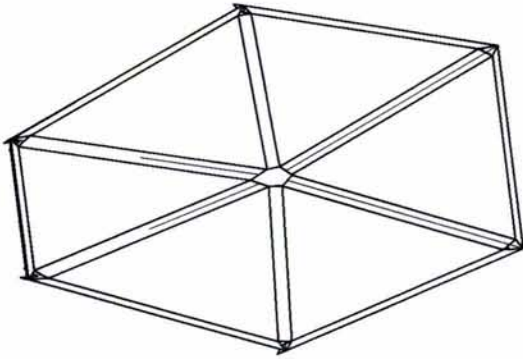


PERSPECTIVA ANTERIOR

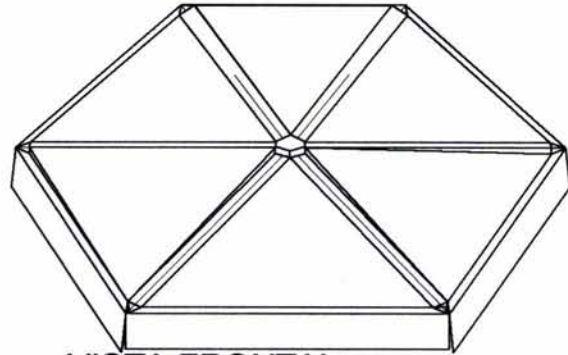


PERSPECTIVA POSTERIOR

PIEZA DE CIERRE 2, 3, 4, Y 5



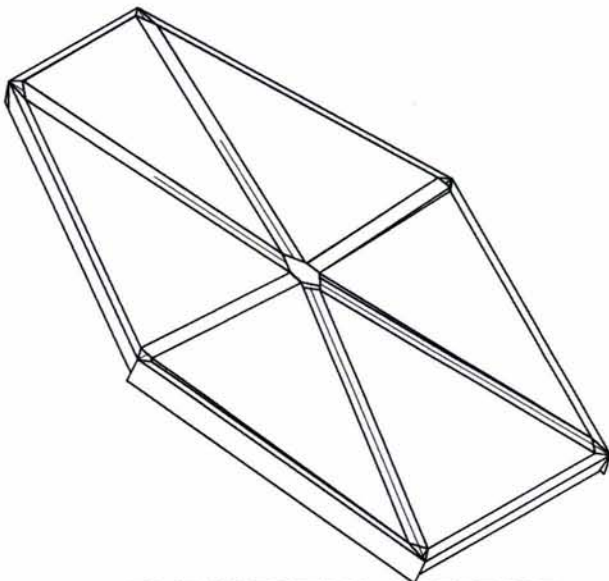
PLANTA



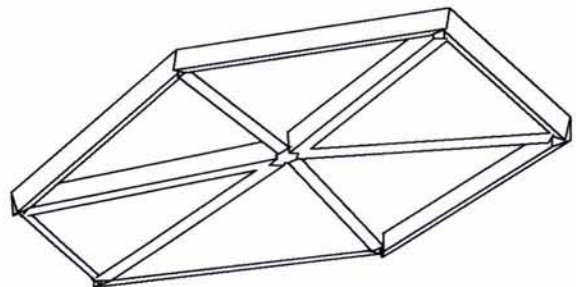
VISTA FRONTAL  
CON ÁNGULO DE COLOCACIÓN



VISTA LATERAL  
CON ÁNGULO DE COLOCACIÓN

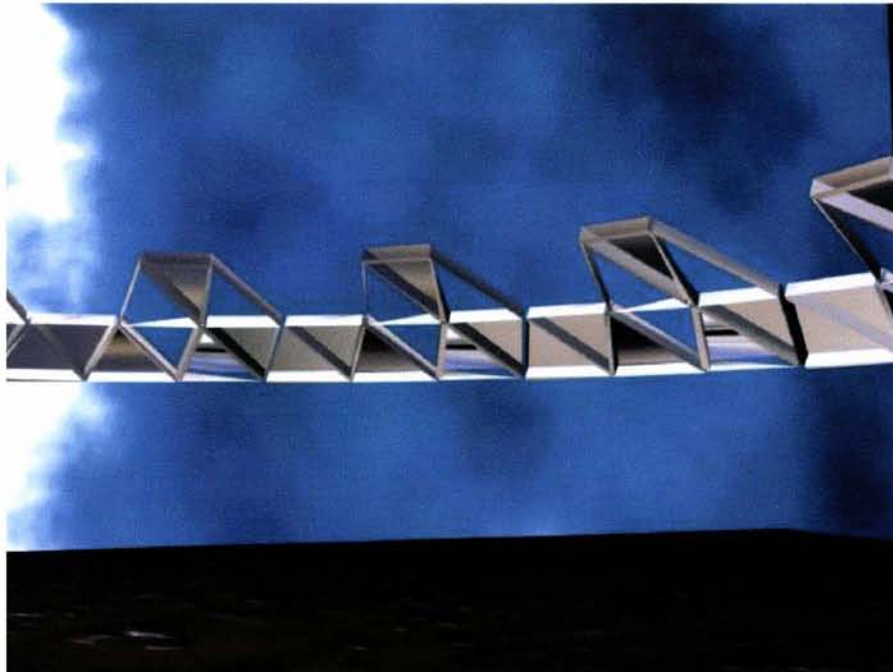
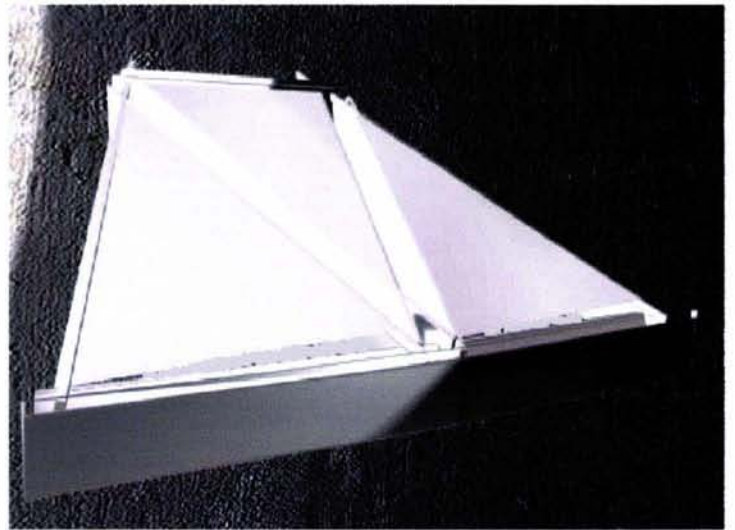
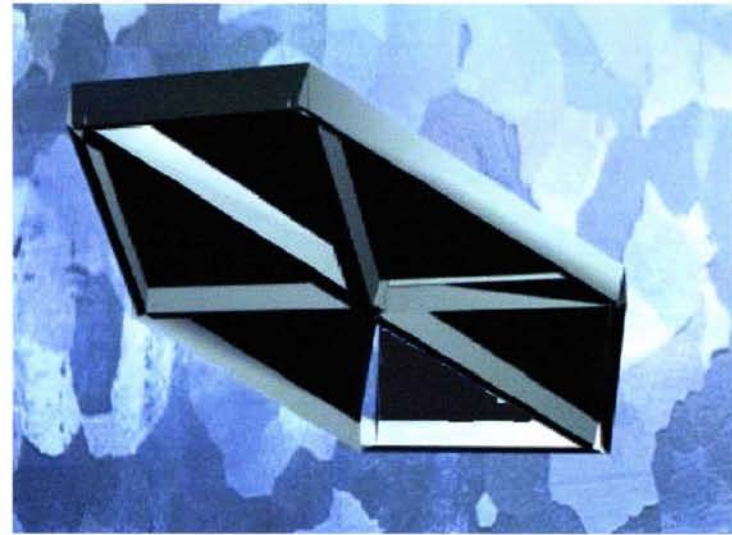
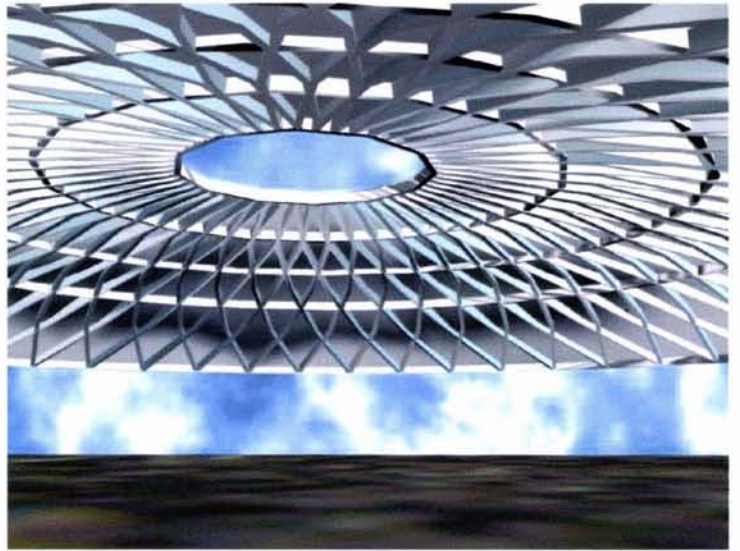
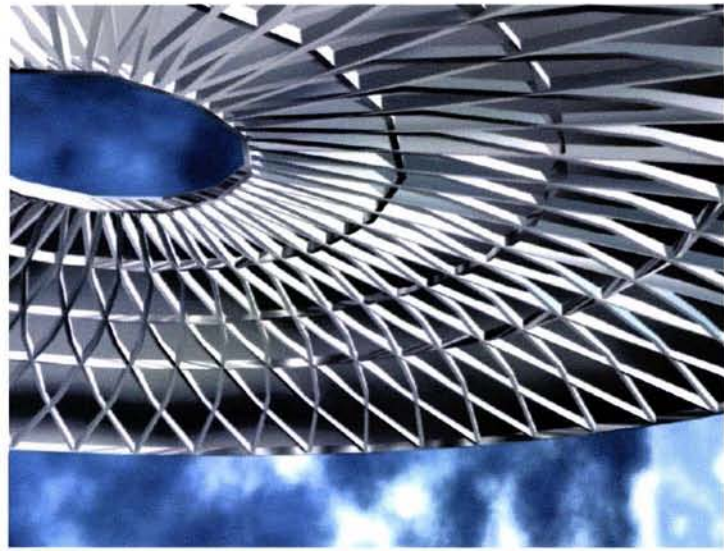


PERSPECTIVA ANTERIOR



PERSPECTIVA POSTERIOR

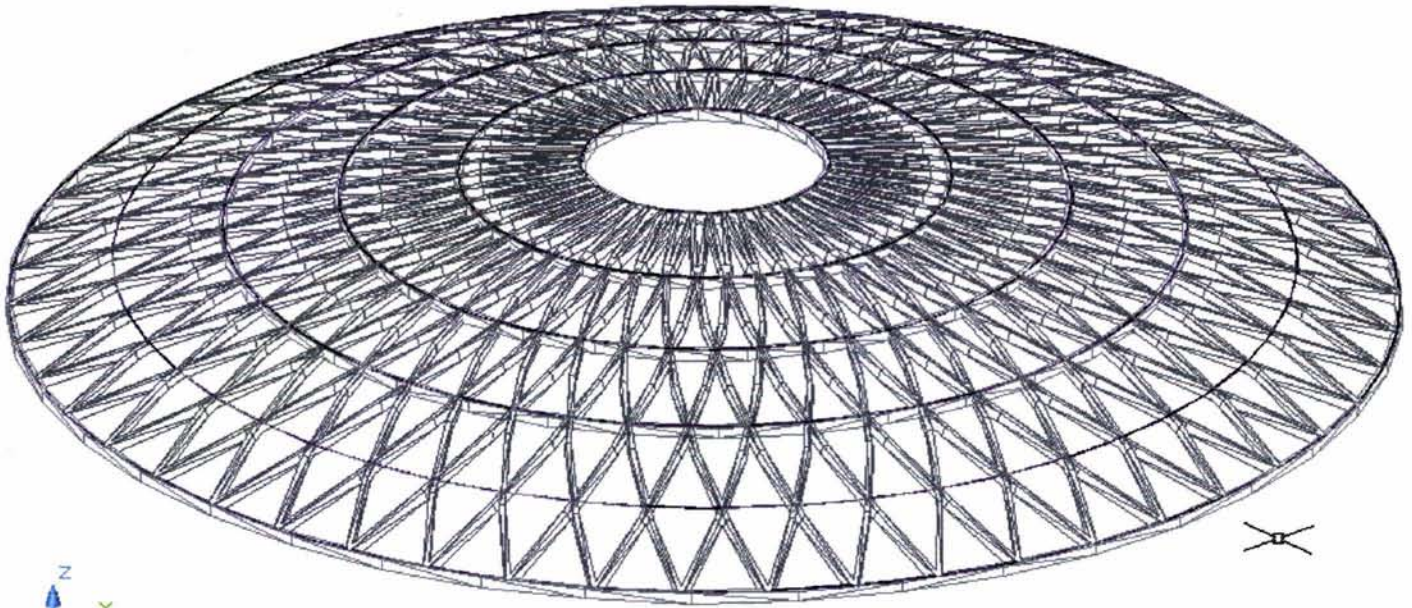
**C U B I E R T A S L I G E R A S**



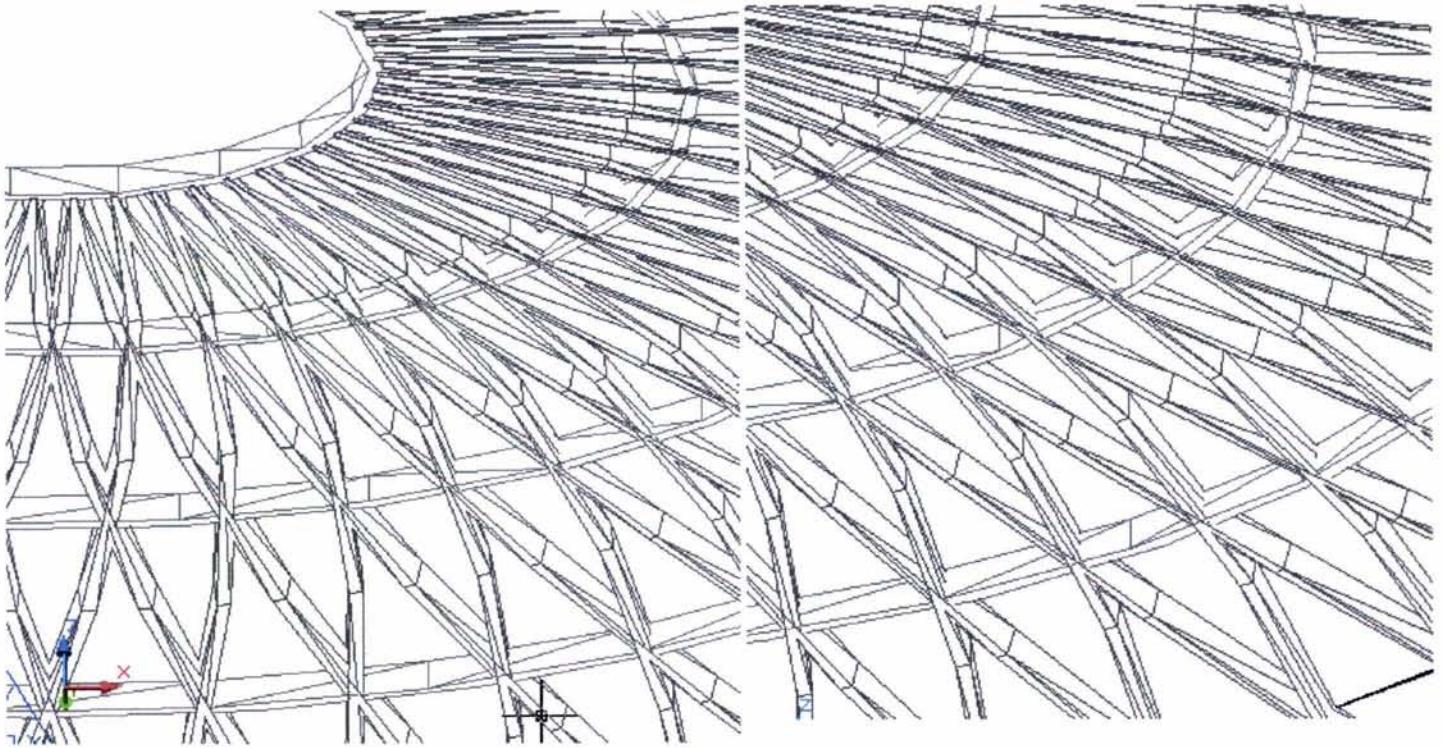
**I M Á G E N E S**



CUBIERTA DESARROLLADA  
ALTERNATIVA 1  
Cubierta Completa de acuerdo  
a las piezas presentadas



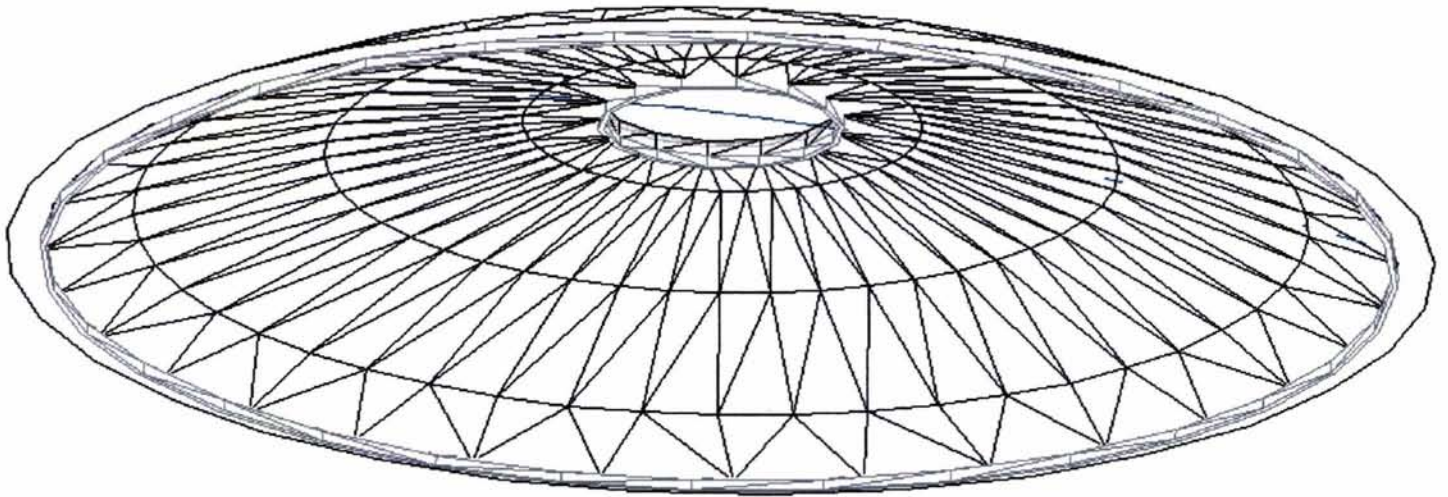
VISTA DE LA CUBIERTA CON NERVADURAS



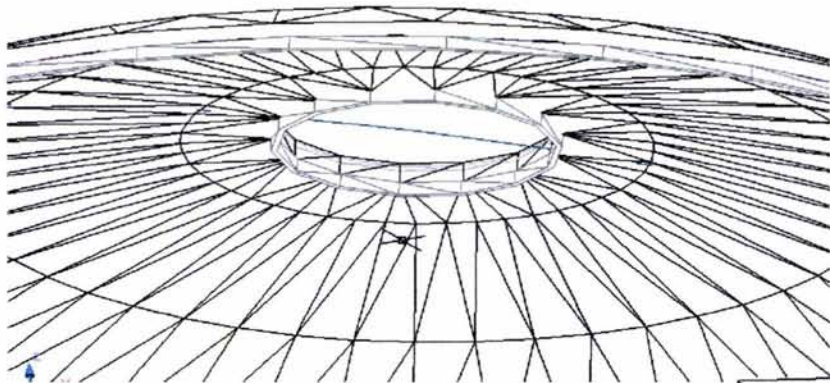
DETALLE DE LAS NERVADURAS  
Y DEL OCULO

DETALLE DE LAS NERVADURAS

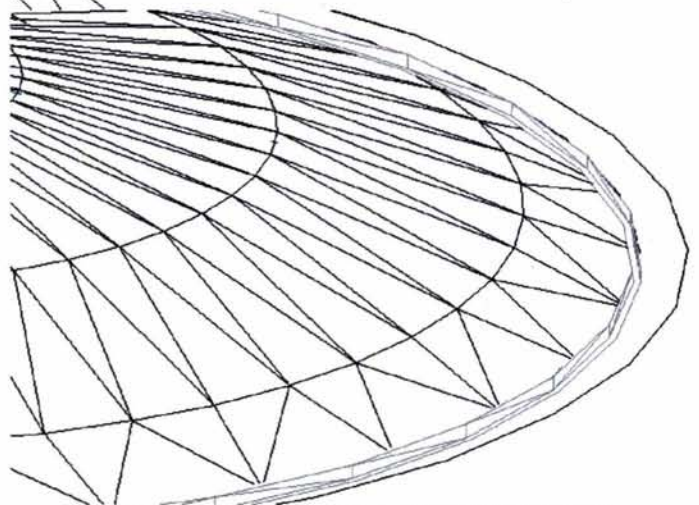
ALTERNATIVA 2  
CUBIERTA SIN DESARROLLO



VISTA CUBIERTA CON LAS NERVADURAS  
INCLUIDAS EN LA MEMBRANA



DETALLE DE LA NERVADURA  
DEL OCULO



DETALLE DE LA NERVADURA  
DE APOYO

## CONCLUSIONES:

Después del estudio y análisis de las cubiertas con membranas, y después de comprender cual es la causa de desuso de este sistema en la actualidad, propongo crear el método de piezas modulares prefabricadas para cubrir una cúpula esférica.

Con este sistema creo un enlace entre los conocimientos y técnica usados en los sistemas anteriores y la tecnología actual.

Esta nueva alternativa constructiva tiene la característica de poder competir económicamente y en tiempo de colocación con otros métodos de cascarones, logrando a su vez una mayor expresión arquitectónica integral en la obra.

Otra de las grandes ventajas del sistema es poder armar y colocar el cascarón sin la necesidad de cimbra de un solo uso, bajando costos de ensamble.

La prefabricación de pocas piezas distintas, evita errores en el proceso de armado y manufactura.

La mano de obra se vuelve especializada para cada actividad en el proceso de construcción, dando un resultado mayor en la calidad de la cubierta.

El sistema permite reducir el riesgo de trabajo al poder trabajar a nivel de piso por mayor tiempo en el proceso o poder fabricar en el taller las piezas con mayor regulación y control.

Como posibilidad de nuevas investigaciones este tipo de cubiertas pueden ser desarrollados con un sistema híbrido usando materiales resistentes a esfuerzos en flexión logrando así nuevas formas con un método similar. Algunas de estas formas se muestran en el contenido en las imágenes 1.

## Referencias.

- Video Homenaje " Félix Candela" 1998 UNAM México.
- Faber Colin " Las estructuras de candela" 1977. Compañía Continental SA México.
- Engel Heino "Sistemas de estructuras" 1997 Editorial Gustavo Gill SA México.
- "The stone skeleton" 1995 Cambrige University Press.
- López A. Olvera "Análisis Cálculo y Diseño de Bóvedas de Cáscara". 1968 CECSA Cia Editorial Continental SA de CV. México.
- Salvaroti Mario y Héller. Robert "Estructuras para Arquitectos". 1998 kliczwski Publisher asppan, 3 edición Madrid España.
- [www.construaprende.com/trabajos](http://www.construaprende.com/trabajos) (teoriadelasestructuras)
- [www.estructuras4.com.ar/desarrollo-tematico.html](http://www.estructuras4.com.ar/desarrollo-tematico.html)
- [www.vitruvio.ch\(arc/master/nervi.php](http://www.vitruvio.ch(arc/master/nervi.php)
- [www.us.es/gta114/ma-cobrerros/capo7.htm](http://www.us.es/gta114/ma-cobrerros/capo7.htm)
- [www.etsam.ups.es/departamento/estructuras/epa/alumnos](http://www.etsam.ups.es/departamento/estructuras/epa/alumnos)