



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE
MÉXICO**

FACULTAD DE ECONOMÍA

**CONVERGENCIA REGIONAL DEL
INGRESO EN MÉXICO: UN ENFOQUE
ESPACIAL, 1970-2001**

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

LICENCIADO EN ECONOMÍA

P R E S E N T A:

MIGUEL ÁNGEL ROMO ALVARADO



**ASESOR:
MTRO. MIGUEL ÁNGEL MENDOZA GONZÁLEZ**

CIUDAD UNIVERSITARIA, MÉXICO, D.F.

NOVIEMBRE 2004.



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

**ESTA TESIS NO SALE
DE LA BIBLIOTECA**



UNIVERSIDAD NACIONAL
AVENIDA DE
MEXICO



ING. LEOPOLDO SILVA GUTIÉRREZ.
DIRECTOR GENERAL DE LA
ADMINISTRACIÓN ESCOLAR.
P R E S E N T E.-

Me permito informar a Usted, que de acuerdo a los Artículos 19 y 20, Capítulo IV del Reglamento General de Exámenes, he leído en calidad de Sinodal, el trabajo de tesis que como prueba escrita presenta el (la) sustentante **C. MIGUEL ÁNGEL ROMO ALVARADO**, bajo el siguiente título: **“CONVERGENCIA REGIONAL DEL INGRESO EN MÉXICO: UN ENFOQUE ESPACIAL, 1970-2001”** en tal virtud, considero que dicho trabajo reúne los requisitos para su réplica en examen profesional.

Atentamente

LIC. EMMÁ DEL CARMEN AMEZCUA CONSTANDCE.

Autorizo a la Dirección General de Bibliotecas de la UNAM a difundir en formato electrónico e impreso el contenido de mi trabajo recepcional.
NOMBRE: Miguel Ángel Romo Alvarado
FECHA: 2-dic-04
FIRMA: [Firma]



UNIVERSIDAD NACIONAL
AVENIDA DE
MEXICO

Ciudad Universitaria, 30 de noviembre de 2004.

Lic. Fernando del Cueto Charles

Secretario de Exámenes Profesionales y Servicio Social
Facultad de Economía

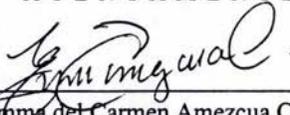
Me permito comunicarle las razones que fundamentan la decisión de emitir mi **voto aprobatorio** al trabajo de Tesis del alumno Miguel Ángel Romo Alvarado, cuyo título es "Convergencia regional del ingreso en México: un enfoque espacial, 1970-2001" para la presentación de su Examen Profesional.

El tema y el título son congruentes con el desarrollo capitular, y aun cuando la hipótesis del trabajo no se comprueba, las conclusiones permiten inferir que el alumno realizó un buen tratamiento del tema. Además, demuestra poseer criterio profesional y, sobre todo, aplica correctamente los conocimientos adquiridos durante sus estudios.

El trabajo de investigación resulta ordenado, sistemático, con sentido metodológico consistente, y listo para su réplica en el examen de titulación.

Sin más por el momento, quedo de usted.

ATENTAMENTE



Lic. Erna del Carmen Amezcua Constandce



UNIVERSIDAD NACIONAL
AVENIDA DE
MEXICO



ING. LEOPOLDO SILVA GUTIÉRREZ.
DIRECTOR GENERAL DE LA
ADMINISTRACIÓN ESCOLAR.
P R E S E N T E.-

Me permito informar a Usted, que de acuerdo a los Artículos 19 y 20, Capítulo IV del Reglamento General de Exámenes, he leído en calidad de Sinodal, el trabajo de tesis que como prueba escrita presenta el (la) sustentante **C. MIGUEL ÁNGEL ROMO ALVARADO**, bajo el siguiente título: **“CONVERGENCIA REGIONAL DEL INGRESO EN MÉXICO: UN ENFOQUE ESPACIAL, 1970-2001”** en tal virtud, considero que dicho trabajo reúne los requisitos para su réplica en examen profesional.

Atentamente

LIC. MANUEL GARCÍA ÁLVAREZ.



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE
MÉXICO

Ciudad Universitaria, 30 de noviembre de 2004.

Lic. Fernando del Cueto Charles

Secretario de Exámenes Profesionales y Servicio Social

Facultad de Economía, UNAM

Presente

Me permito comunicar a Usted las razones que fundamentan la decisión de emitir mi voto aprobatorio al trabajo de Tesis del alumno Miguel Ángel Romo Alvarado, cuyo título es "*Convergencia regional del ingreso en México: un enfoque espacial, 1970-2001*" para la presentación de su Examen Profesional.

El tema y el título son congruentes con el desarrollo capítular, y aun cuando la hipótesis del trabajo no se comprueba, las conclusiones permiten inferir que el alumno realizó un buen tratamiento del tema. Además, demuestra poseer criterio profesional y, sobre todo, aplica correctamente los conocimientos adquiridos durante sus estudios.

Y dado que el tema ha sido elaborado en forma acuciosa y se tienen definidos, el planteamiento del problema, hipótesis de trabajo, revisión del marco teórico, metodología y además se aplica como el caso concreto a nuestro país.

Motivo por el cual se otorga el voto de **aceptado** para que presente su replica oral en el examen profesional correspondiente.

A T E N T A M E N T E

Lic. Manuel García Álvarez



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE
MÉXICO



**ING. LEOPOLDO SILVA GUTIÉRREZ.
DIRECTOR GENERAL DE LA
ADMINISTRACIÓN ESCOLAR.
P R E S E N T E.-**

Me permito informar a Usted, que de acuerdo a los Artículos 19 y 20, Capítulo IV del Reglamento General de Exámenes, he leído en calidad de Sinodal, el trabajo de tesis que como prueba escrita presenta el (la) sustentante **C. MIGUEL ÁNGEL ROMO ALVARADO**, bajo el siguiente título: **“CONVERGENCIA REGIONAL DEL INGRESO EN MÉXICO: UN ENFOQUE ESPACIAL, 1970-2001”** en tal virtud, considero que dicho trabajo reúne los requisitos para su réplica en examen profesional.

Atentamente

MTRO. HORACIO CATALÁN ALONSO.

Lic. Fernando del Cueto Charles
Secretaría de Exámenes Profesionales y Servicio Social
Facultad de Economía
Presente

Asunto: Dictamen tesis de licenciatura

Por medio de la presente me permito enviar el dictamen de la tesis de licenciatura:

“Convergencia regional del ingreso en México: un enfoque espacial, 1970-2001”

Presentada por: Miguel Ángel Romo Alvarado

Dictamen: Aprobado con observaciones que serán discutidas en la exposición de la tesis

El trabajo presenta un enfoque novedoso sobre la especificación de los modelos de convergencia a través de incluir el efecto espacial. Sin embargo considero que debe cubrir los siguientes aspectos:

1. En la introducción se debe destacar la importancia del tema y como los efectos espaciales influyen en el proceso de convergencia. Además, se debe incluir el resultado general de la investigación y la estructura del trabajo.
2. El marco teórico adolece de una adecuada estructura sobre los conceptos básicos de la teoría neoclásica del crecimiento, sobre la tecnología y el capital humano. Asimismo, no se presenta de manera clara la relación teórica entre el concepto espacial y los modelos de convergencia absoluta y condicional.
3. Falta incorporar mayor número de referencias sobre investigaciones actuales sobre los conceptos de la economía espacial (Krugman) y su relación con el crecimiento.
4. Es necesario ampliar la explicación de la metodología y técnicas utilizadas en la especificación del modelo, destacando sus ventajas sobre otras técnicas.
5. Las conclusiones son limitadas y deberían de hacer más énfasis en las implicaciones de comprobar la hipótesis de convergencia en términos de la expresión espacial del crecimiento económico.
6. Es importante mejorar la redacción del trabajo e incorporar adecuadamente las citas de los autores.

Atentamente

Ciudad Universitaria, D.F., a 28 de octubre de 2004



Mtro. Horacio Catalán Alonso



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE
MÉXICO



ING. LEOPOLDO SILVA GUTIÉRREZ.
DIRECTOR GENERAL DE LA
ADMINISTRACIÓN ESCOLAR.
P R E S E N T E.-

Me permito informar a Usted, que de acuerdo a los Artículos 19 y 20, Capítulo IV del Reglamento General de Exámenes, he leído en calidad de Sinodal, el trabajo de tesis que como prueba escrita presenta el (la) sustentante **C. MIGUEL ÁNGEL ROMO ALVARADO**, bajo el siguiente título: **“CONVERGENCIA REGIONAL DEL INGRESO EN MÉXICO: UN ENFOQUE ESPACIAL, 1970-2001”** en tal virtud, considero que dicho trabajo reúne los requisitos para su réplica en examen profesional.

A t e n t a m e n t e

MTRO. NORMAND EDUARDO ASUAD SANEN.

México D, F, a 30 de noviembre de 2004

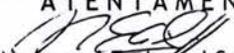
Lic. Fernando del Cueto Charles
Secretario de Exámenes Profesionales y Servicio Social
Facultad de Economía de la UNAM.
Presente

Por este conducto, me permito informarle que he revisado la tesis titulada: Convergencia regional del ingreso en México: Un enfoque espacial, 1970-2001, que presenta Miguel Angel Romo Alvarado, para obtener el grado de licenciado en economía.

Dado que el tema tratado ha sido elaborado en forma cuidadosa y se tienen definidos, el planteamiento del problema, hipótesis de trabajo, revisión del marco teórico, metodología y además se aplica como caso concreto a nuestro país, se otorga el voto para que se presente para su replica oral en el examen profesional correspondiente.

Por último, aprovecho la ocasión para enviarle un cordial saludo, reiterándole que estoy a su disposición para cualquier aclaración que considere pertinente.

ATENTAMENTE


Maestro : Normand E. Assad Sanén



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE
MÉXICO



ING. LEOPOLDO SILVA GUTIÉRREZ.
DIRECTOR GENERAL DE LA
ADMINISTRACIÓN ESCOLAR.
P R E S E N T E.-

Me permito informar a Usted, que de acuerdo a los Artículos 19 y 20, Capítulo IV del Reglamento General de Exámenes, he leído en calidad de Sinodal, el trabajo de tesis que como prueba escrita presenta el (la) sustentante **C. MIGUEL ÁNGEL ROMO ALVARADO**, bajo el siguiente título: **“CONVERGENCIA REGIONAL DEL INGRESO EN MÉXICO: UN ENFOQUE ESPACIAL, 1970-2001”** en tal virtud, considero que dicho trabajo reúne los requisitos para su réplica en examen profesional.

A t e n t a m e n t e

MTRO. MIGUEL ANGEL MENDOZA GONZÁLEZ.

México, D. F. 1 de diciembre de 2004.

LIC. FERNANDO DEL CUETO CHARLES
SECRETARIO DE EXÁMENES PROFESIONALES
Y SERVICIO SOCIAL
FACULTAD DE ECONOMÍA

P R E S E N T E

Por medio de la presente le informo que la tesis intitulada "*Convergencia regional del ingreso en México: un enfoque espacial, 1970-2001*" del alumno **Miguel Ángel Romo Alvarado**, contiene los elementos que establece el reglamento de exámenes profesionales de la Facultad de Economía; planteamiento el problema, hipótesis, metodología, conclusiones y la bibliografía usada.

Sin más por el momento, aprovecho la ocasión para mandarle un saludo afectuoso.

A T E N T A M E N T E



Mtro. Miguel Ángel Mendoza G.
Tutor y profesor Titular "A" de tiempo completo
Posgrado en Economía de la Facultad de Economía, UNAM.
Tel: 5622-23-41

ÍNDICE

	Pág.
Introducción	III
I. Teoría de la convergencia	1
A. Modelo neoclásico de crecimiento económico: Solow	2
1. El estado estable	3
a. Las condiciones de Harrod y Domar	4
b. Crecimiento variable de la población y de la tasa de ahorro	6
2. K/Q variable	8
B. Crecimiento exógeno y convergencia	17
1. Hipótesis de convergencia	23
a. Convergencia σ , convergencia β , y su interrelación	25
II. Análisis espacial	29
A. El problema espacial	32
B. Efectos espaciales modelados	39
1. Maximización entrópica	40
2. Correlación y análisis de regresión con unidades de área regulares	43
C. Convergencia y efecto espacial	47
1. σ – convergencia espacial	49
2. β – convergencia espacial	51
a. Modelo de error espacial	51
b. Modelo de rezago espacial	52
c. Modelo regresivo–transversal espacial	53
III. Espacio y convergencia en México	55
A. Aspectos regionales	56
1. El modelo de Mendoza: regiones	56
2. Desarrollo regional: OCDE	57
B. Convergencia	60
1. El Modelo de Mendoza: convergencia	60
2. Análisis confirmatorio de Esquivel	64

3. Crecimiento regional	68
4. Liberalización comercial: el impacto regional	69
5. Análisis de Panel	70
a. El modelo de Cermeño	71
IV. Convergencia espacial	74
A. Construcción del modelo	75
1. Metodología econométrica (teórica)	75
2. Especificación	76
B. Estimación	77
1. Metodología econométrica (empírica)	77
2. Regresiones e indicadores	79
3. Evaluación e interpretación	85
Conclusiones generales	87
Bibliografía	91

INTRODUCCIÓN

La convergencia del ingreso constituye uno de los temas de discusión de mayor relevancia en la teoría del crecimiento económico. Este debate surge entre las corrientes del pensamiento que, por un lado, proponen modelos de crecimiento exógeno, y las que, por otro, argumentan una determinación endógena del crecimiento. Sólo el modelo de crecimiento exógeno implica convergencia. Así, la verificación de esta hipótesis confirma la validez de uno u otro modelo para explicar el fenómeno económico. La importancia del debate gira en torno de esta cuestión.

El proceso de convergencia se define como la tendencia de los niveles del producto per cápita entre unidades económicas a equipararse en el largo plazo. Si, por ejemplo, países con menores niveles de ingreso crecen a tasas mayores que países “ricos”, de manera tal que en el largo plazo dichos niveles se homogeneizan, entonces se confirma un proceso de convergencia del ingreso entre las economías consideradas.

Un gran número de ejercicios de verificación de la hipótesis de convergencia se han realizado con un enfoque *internacional*. Sin embargo, los resultados a los cuales se ha arribado con tales estudios varían en tanto que se encuentran sustentados sobre cuerpos teóricos distintos (desde modelos neoclásicos hasta modelos de crecimiento endógeno), o utilizan diferentes técnicas de análisis (i.e. de corte transversal, de series de tiempo, o de panel). Por ello dichas conclusiones están sujetas a fuertes debates. Esta discusión es la que ha dado origen a los estudios sobre convergencia económica *intranacional*.

Anteriormente se han examinado los procesos de convergencia para los estados de la federación mexicana. Sin embargo, tanto los estudios efectuados para México como para otros países, incluyendo Estados Unidos, han prestado poca o nula consideración a los efectos espaciales que se encuentran implícitos en los argumentos que proponen para explicar el impulso de la convergencia económica: mecanismos teóricos de difusión de la tecnología, movilidad de los factores, transferencias —todos éstos con factores geográficos explícitos.

Existen herramientas analíticas que consideran efectos espaciales en el comportamiento económico. Con base en ellas, se han propuesto metodologías y técnicas que permiten abordar este tipo de efectos. En este trabajo se hace una revisión de algunas de estas

metodologías, y se pretende aplicarlas al caso de la convergencia del ingreso en México de 1970 al año 2002.

En el presente trabajo se utilizarán herramientas estadísticas que permitirán incluir interacciones espaciales en la especificación del modelo. De esta manera, se reconocerán efectos de dependencia espacial sustantiva (*substantive spatial dependence*) e inoportuna (*nuisance dependence*). Además, se considerará en este caso la *heterogeneidad espacial*, que es un efecto que refleja la inestabilidad de una relación comportada entre las unidades observadas. Hasta hoy, los efectos espaciales no han sido utilizados ampliamente en los análisis exploratorio y confirmatorio de procesos de convergencia regional del ingreso en nuestro país.

Cabe aclarar que la concepción sobre el espacio, de acuerdo a la metodología propuesta, es una que se refiere a la mera “contigüidad” entre unidades de área —a la “vecindad” de cada una de las entidades federativas. Y aun cuando la concepción del espacio puede ser más compleja, se utilizan algunas técnicas de análisis espacial como una primera aproximación al estudio de este posible aspecto del fenómeno. Considerando siempre sus limitaciones, el principal propósito de este trabajo es revisar la interpretación de ese enfoque y aplicarlo al caso de nuestro país.

Es posible hacer una división entre los estudios que consideran el espacio y los que no lo hacen. Como se ha mencionado, el espacio es algo que no ha sido reconocido, en general, en el análisis del fenómeno económico —por lo menos en el caso de convergencia del ingreso.

Por otro lado, cuando se pretende incluir el espacio en el estudio de los fenómenos, es necesario contar con una definición de éste. Así, el resultado del análisis estará siempre en función de la definición de “espacio”. He ahí la gran importancia de esta discusión, que sólo pocos investigadores han comenzado a abordar.

Los modelos que se utilizarán aquí para simular la dimensión espacial constituyen ponderaciones acerca de las fronteras entre una entidad y otra. Es decir, “espacio” en este ejercicio queda definido en cuanto “vecindad”.

Los resultados obtenidos de un modelo econométrico de convergencia con la especificación mencionada (i.e. con interacciones a través del tiempo y del espacio),

aportarán nuevos elementos a la discusión sobre el espacio (considerado según las fronteras entre los estados de la república) en los procesos de convergencia del ingreso en México.

En este trabajo se explica en qué consiste la hipótesis de convergencia, y se repasan algunos aspectos de la literatura sobre el análisis espacial. Después, se muestra que en los estudios sobre convergencia en México no existe la discusión en cuanto a la consideración de este aspecto, y se realiza un ejercicio de econometría espacial.

El ejercicio consiste en estimar dos modelos (error espacial y rezago espacial) y construir tres indicadores locales de asociación espacial (LISA, por sus siglas en inglés *Local Indicators of Spatial Association*). Por último, se comparan los resultados del análisis convencional con los del análisis espacial.

¿Existe un componente espacial en el proceso de convergencia en México? ¿Cuál es su magnitud? ¿Cómo pueden influir estos efectos en los resultados del análisis? ¿Cuál ha sido el comportamiento de estos efectos a través del tiempo?

Para intentar responder estas preguntas se han establecido los siguientes objetivos principales en el presente trabajo de investigación. Estos son, en orden de importancia:

- Revisar la literatura en torno al debate sobre el efecto espacial, y hacer un recuento sobre cómo y en qué medida ha sido considerada dicha dimensión en el estudio sobre convergencia del ingreso en México.
- Analizar, bajo el enfoque espacial, la existencia de este tipo de efectos en el proceso de convergencia del ingreso per cápita en México, del año 1970 al 2002, mediante un modelo construido desde la perspectiva de la econometría espacial, lo cual constituye un esquema de inferencia válido para dicho propósito.
- Estudiar bajo el enfoque conocido como análisis espacial, la variación temporal de los efectos espaciales en el comportamiento de la convergencia del ingreso en México de 1970-2002.

La hipótesis del presente análisis es que el proceso de convergencia (divergencia) del PIB por habitante de las entidades federativas de la República Mexicana, del año 1970 al 2002, se encuentra bajo la influencia de efectos espaciales significativos.

Capítulo I
Teoría de la convergencia

A. Modelo neoclásico de crecimiento económico: Solow

El concepto de crecimiento económico puede rastrearse hasta Adam Smith. Sin embargo, Solow retoma el planteamiento fundamental de Harrod y Domar para la construcción de su modelo de crecimiento.

Las ideas centrales de Harrod y Domar giran en torno a la siguiente pregunta: ¿bajo qué circunstancias es una economía capaz de un crecimiento sostenido, a una tasa constante?

Harrod y Domar responden que esto es posible si y solo si se cumple que, en una economía cerrada,

$$\text{Tasa de ahorro nacional} = \text{Razón capital/producto} * \text{Tasa de crecimiento de la fuerza de trabajo},$$

en el supuesto de que las tres variables son constantes, es decir, hechos “dados” de la naturaleza.

Dadas estas condiciones, la trayectoria de la tasa de crecimiento de la economía se comportaría de manera estable. Es decir, seguiría la ruta de un “estado estable”.

Ahora bien: ¿qué sucede si cambian las condiciones en una economía, de manera tal que la ecuación planteada arriba no se cumple? Manteniendo el supuesto de que las variables no están más que en función del capricho del destino, entonces el equilibrio entre éstas sería por lo demás “fortuito”, y el capitalismo estaría condenado a desaparecer de manera muy probable ante fluctuaciones imprevisibles de auges y crisis que harían improbable y quizá imposible el crecimiento de corto y largo plazo.

Sin embargo, el hecho de que las principales economías capitalistas del orbe mantuvieron tasas de crecimiento sostenido entre 1930 y 1970 (y también en la década de los noventas) contraviene esta idea. Los hechos sugieren que algo no está siendo modelado del todo bien.

Otra objeción al modelo es que, si existe una relación tal como la descrita, en la cual la tasa de ahorro equivale al crecimiento del empleo más la razón capital/producto, entonces bastaría con incrementar el ahorro para estimular el crecimiento. Así, por ejemplo, bastaría con duplicar el ahorro nacional para incrementar al doble la tasa de crecimiento de la economía. El problema reside aquí en que la multiplicación por dos de la tasa nacional de

ahorro *ex ante*, en general no duplicará la tasa nacional de ahorro *ex post*, a menos que exista algún mecanismo que se ocupe de la tasa de inversión *ex ante* al mismo tiempo.

Con base en estas ideas, Solow (1970) realiza un intento por mejorar el modelo de Harrod y Domar.

A continuación se presenta brevemente su exposición de la teoría del crecimiento económico, y la implicación de convergencia del ingreso, dada una condición de exogeneidad.

1. El estado estable

Sean las siguientes cuatro características de una economía industrial avanzada dada:

1. El producto per cápita (Q/L) crece a una tasa más o menos constante durante periodos relativamente largos de tiempo. Así, si el insumo mano de obra (L) crece a tasas constantes, el producto (Q) crecerá de manera análoga. Y puesto que $Q = L * Q/L$, entonces la tasa de crecimiento de Q será igual a la suma de la tasa de crecimiento de L más la tasa de crecimiento de la productividad.
2. El acervo de capital (K) crece a una tasa más o menos constante, por encima de la tasa de crecimiento de L .
3. Las tasas de crecimiento de Q y K , respectivamente, tienden a ser las mismas. De esta manera, K/Q no muestra una tendencia sistemática.
4. La tendencia de la tasa de ganancia del capital es horizontal.

Y dos características que tienen que ver con la comparación entre países más que con hechos que pueden suceder dentro de una economía local, nacional (y que por lo tanto no tienen tanta importancia como los primeros cuatro para los propósitos de Solow):

5. La tasa de crecimiento del producto por habitante puede variar considerablemente de un país a otro.
6. Las economías con ganancias elevadas con respecto al ingreso tienden a presentar elevados niveles de inversión como proporción del producto.

De los puntos 3 y 4 se sigue que la parte del ingreso total que corresponde a las utilidades será constante (o por lo menos no tendrá tendencia). Es decir, si K/Q es constante y la tasa de crecimiento de π es constante, entonces $K/Q * \pi = \pi K/Q$, que es la proporción de la utilidad con respecto al producto, también será constante.

De manera similar, de los incisos 2 y 3 se sigue que el cociente inversión/producto es constante.

Cuando una economía crece según lo descrito en los puntos 1, 2 y 3, se dice que dicha economía se encuentra en un estado estable. De manera más concisa: la proporción K/Q es constante, a la vez que la tasa de crecimiento de el producto, el empleo, y el acervo de capital, respectivamente, es exponencial.

La conclusión general de Solow, después de observar la evidencia empírica de diversos estudios en países desarrollados lo lleva a decir que “el estado estable es un buen punto de partida para la teoría del crecimiento, pero no un buen punto de llegada”.

a. Las condiciones de Harrod y Domar

Harrod y Domar modelan la economía más simple posible: suponen que existe únicamente una mercancía, susceptible de consumirse o de acumularse como stock de capital. Tiene una oferta de mano de obra homogénea utilizada (junto con el capital acumulado) como insumo en el proceso productivo. Además, se asume que:

1. La población y la fuerza de trabajo crecen a una tasa “natural” (i.e. exógena) n .
2. El ahorro neto s , y la inversión neta I , constituyen una fracción fija del producto en $t + m$, donde $m = 0, 1, 2, \dots, M$, es decir, en cualquier momento del tiempo. Se designa a la proporción del ahorro-inversión con respecto al producto con la letra s . Así, $s, I / Q = s$. Este cociente es, al igual que n , un dato “dado” en la economía.
3. La tecnología puede describirse completamente utilizando dos coeficientes constantes, a saber, L/Q y K/Q , que representan el trabajo requerido por unidad de producto, y el capital necesario para producir una unidad de producto, respectivamente. Estos coeficientes son constantes puesto que no se considera que

esté ocurriendo un proceso de cambio tecnológico en la economía. A la razón K/Q se le denomina con la letra v .

Ahora bien, ¿son tales supuestos congruentes como descripción de una economía en crecimiento? ¿Es la economía modelo capaz de generar un crecimiento en estado estable?

La respuesta que dan Harrod y Domar es afirmativa, si y sólo si se cumple que:

$$s = vn.$$

¿Qué sucede en caso de que la anterior igualdad no se cumpla?

- a) $s > vn$: Si de alguna manera se mantiene constante el desempleo (lo cual implica que el empleo y el crecimiento poblacional n crecerán a la misma tasa)¹, entonces habrá un incremento de la capacidad excedente de la planta productiva en la economía, debido a que el crecimiento de la inversión será mayor que el crecimiento de n , generando cada vez más capacidad excedente, manteniéndose así la desigualdad $s > vn$. Por otro lado, si el excedente de capacidad en la planta productiva quisiera aprovecharse, entonces el empleo debería crecer más rápido que n . Con el paso del tiempo, esta situación conduciría a una carencia de mano de obra con respecto a la capacidad de producción, con lo cual el desequilibrio $s > vn$ permanece.
- b) $s < vn$: En el mismo supuesto de desempleo constante, una situación de este tipo conduciría a un agotamiento de la capacidad productiva, debido al exceso de oferta de mano de obra expresado en este caso en n (dado el supuesto inicial), manteniendo de esta manera la inecuación $s < vn$. De otra parte, si se tratara de mantener fija la capacidad productiva, el desempleo iría en aumento (puesto que n no para de crecer en el tiempo) hasta alcanzar niveles de desocupación total. El desequilibrio $s < vn$ persiste.

¹ Este supuesto se habrá de tener en mente a lo largo de toda la modelación.

Evidentemente, sólo puede existir una ruta de equilibrio en este modelo, a saber, aquella en donde se cumpla que $s = vn$. Y considerando que s , v y n no son sino “acaecer”, entonces sería altamente improbable que aconteciera dicho equilibrio.

Sin embargo, si consideramos que alguna (o algunas) de estas tres magnitudes no sea una constante natural, sino una variable capaz de adoptar un rango amplio de valores, entonces se podría considerar alguna forma de *llegar*² a un equilibrio en la economía.

Lo ideal sería encontrar una manera de ajustar las tres variables para cumplir con la ecuación planteada. Sin embargo, puede resultar suficiente el que un cambio en alguna de las tres variables *conduzca* a una circunstancia que abra la posibilidad del equilibrio.

b.- Crecimiento variable de la población y de la tasa de ahorro.

Crecimiento poblacional (n)

Sería altamente improbable que el crecimiento económico, en la segunda mitad del siglo pasado, de los países industrializados estuviera explicado por ajustes demográficos.

La economía política clásica (Malthus quizá) podría pensar que, en efecto, el crecimiento demográfico responde de manera directa tanto al crecimiento económico como a periodos de crisis en la economía.

En todo caso, descartar de manera científica una hipótesis como ésta no tendría lugar en esta tesis. Se trata solamente de enunciar la dificultad que implicaría el suponer la tasa de crecimiento de la población como una variable.

Ahorro Inversión (s)

Existen demostraciones de que el ahorro constituye una magnitud variable, que han dado lugar teorías del ahorro endógeno.

Una de estas teorías, utilizada para dar cuenta de lo que acontece en el estado estable, la más sencilla, explica que se ahorran proporciones distintas pero constantes del ingreso salarial y el ingreso por utilidades. Que la fracción ahorrada de los salarios es menor que el

² Este movimiento hacia el equilibrio adelanta la noción intuitiva de *convergencia*.

ahorro de utilidades, y que, por lo tanto, en el agregado el ahorro será mayor tanto mayor sea la proporción de las utilidades respecto del ingreso.

Así considerado, el ahorro agregado es un promedio ponderado del ahorro salarial y el ahorro de utilidades. Por ello, el nivel de ahorro de la economía tiene que tomar, por fuerza, un valor intermedio entre las proporciones mencionadas. De esta manera, si el nivel de vn se encuentra dentro de ese mismo rango, entonces se cumple la condición de posibilidad de Harrod y Domar.

Pero la distribución del ingreso debería ser justo la correcta para que esto sucediera. Y esto lleva a la pregunta de cómo se mueve la distribución del ingreso en una economía.

Si se da el caso de que $s > vn$ (y se mantiene el supuesto de desempleo constante), entonces el costo de la mano de obra se eleva con respecto al margen de utilidad del proceso de producción, dado el aumento en la capacidad productiva de la economía. Pero esto es lo mismo que decir que ocurre una transferencia en la distribución del ingreso en favor de los salarios. Como la proporción ahorrada de salarios es menor, entonces la brecha entre s y vn se va cerrando, hasta alcanzar el estado estable. En el caso contrario, el mismo proceso funciona, pero en reversa.

De lo anterior se sigue entonces que la distribución del ingreso entre salarios y utilidades estará determinada por la condición de que la tasa de ahorro nacional sea equivalente a un número dado: la inversión requerida para el crecimiento en estado estable. Así, si el ahorro de utilidades fuese igual a vn , entonces producto total debería corresponder solamente a utilidades al llegar al estado estable. El caso sería análogo en el caso de que el ahorro proviniera de los salarios. Además de lo improbable que resulta esta situación, las transferencias del ingreso que suceden en la realidad son muy pequeñas.

Proporción Capital / Producto $\frac{K}{Q}$ (v)

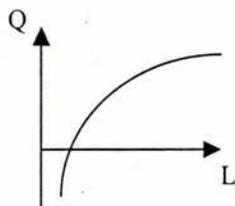
Queda una posibilidad: que el cociente K/Q sea variable. Ahora bien, el supuesto que el “producto agregado” se crea a partir de “insumos agregados de trabajo y capital” abre la posibilidad de considerar asignaciones de recursos más o menos intensivas en capital. De hecho, las economías tienen un mecanismo para ajustarse a asignaciones intensivas en capital desde asignaciones no intensivas en capital. El mecanismo consiste en expandir la

producción de bienes producidos con grandes cantidades de capital, y reducir la producción de bienes que requieren el uso de otros insumos. Incluso si en la producción no pudiera sustituirse el capital por otros recursos, el ajuste podría darse por el lado del consumo, pues el precio de los bienes producidos con más capital se vería reducido, al abaratare el capital con que dichos bienes se producen. La reducción del precio del capital ocurre porque éste se hace abundante.

2. Capital / Producto variable

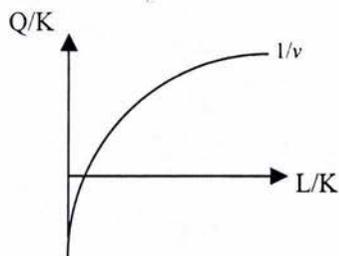
El acervo de capital en una economía se acumula año con año, a partir del ahorro de una fracción del producto de periodos pasados.³

Dado tal stock de capital, el producto anual de la economía dependerá de su nivel de empleo. La curva es creciente puesto que a mayor empleo se genera mayor producto, aunque cada incremento del empleo se traducirá en incrementos cada vez menores en proporción —el empleo tiene rendimientos decrecientes.



Si se supone que las posibilidades de producción para la economía presentan rendimientos constantes a escala en sus dos factores homogéneos (trabajo y capital), entonces dichas posibilidades pueden representarse como una función de productividad que muestra qué tanto producto por unidad de capital (Q/K) es generado para cada nivel de trabajo por unidad de capital (L/K). De hecho, la función se ve como la anterior:

³ Cabe recordar que esto es posible puesto que se ha supuesto una mercancía única, homogénea, consumible o acumulable en el tiempo.



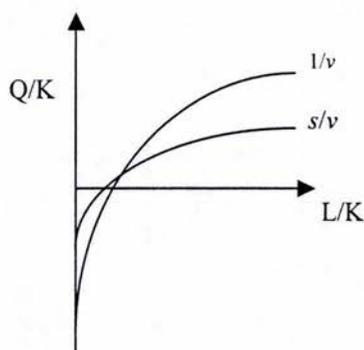
El producto por unidad de capital puede expresarse como $1/v$, puesto que es el recíproco del cociente capital/producto = $K/Q = v$. Así pues, la función anterior expresa la variación de la razón K/Q con respecto a la variación de L/K : cuando el nivel de empleo es bajo dado un cierto, K/Q será muy alto, quizá infinitamente alto. Cuando el empleo es relativamente alto, dado un nivel de acervo de capital, K/Q será muy bajo.

Matematizando, si $Q = F(L, K)$, con F homogénea de grado uno y rendimientos constantes a escala:

$$\frac{1}{v} = \frac{Q}{K} = F\left(\frac{L}{K}, 1\right) = f\left(\frac{L}{K}\right) = f(z) \quad (1)$$

donde z es el empleo por unidad de capital y f es la función de productividad.

Ahora bien. Se supone que la sociedad ahorra una fracción constante del producto, es decir, el ahorro y la inversión constituyen una fracción s de dicho producto. Esto se ve así:



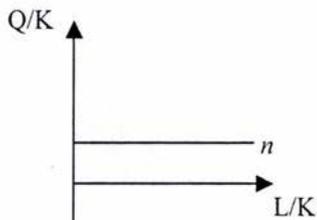
El producto es el área entre el eje horizontal y la función $1/v$. La parte ahorrada es una fracción de esa área. Es decir: el cociente capital/producto K/Q es igual a v . El producto por unidad de capital Q/K es $1/v$. La fracción ahorrada del producto es sQ , (esto es, si la

fracción ahorrada s es $50\% = \frac{1}{2}$, y el producto Q es igual a 100, entonces, $s * Q = \frac{1}{2} * 100 = 50$). De esta manera:

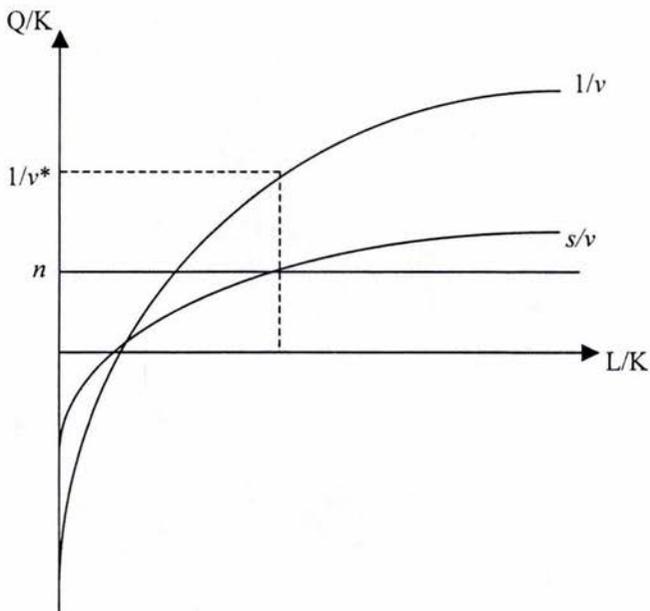
$$\frac{sQ}{K} = s * \frac{Q}{K} = s * \frac{1}{v} = \frac{s}{v}.$$

Dado un stock de capital, cualquier tasa de inversión determina un punto en el eje vertical. El desplazamiento horizontal en el plano hasta interceptar la función s/v , y el desplazamiento vertical a partir de tal intercepto hasta $1/v$, conduce a un punto cuya abscisa representa el empleo (por unidad de capital L/K), correspondiente a un nivel de producto Q , y cuya ordenada es el producto (por unidad de capital Q/K).

Luego, si la tasa de crecimiento poblacional n es constante, de manera tal que:



entonces:



En el punto donde n intercepta a s/v , se tiene que $n = s/v$, o bien, $s = vn$. Y puesto que el diagrama arroja valores directos de producto por unidad de capital (Q/K) a valores de trabajo por unidad de capital (L/K), entonces lo que se muestra es el *producto por trabajador*, puesto que $Q/K \div L/K = Q/L$.

La altura de la curva s/v muestra la inversión por unidad de capital. Y ésta puede considerarse como la tasa de crecimiento del acervo de capital. La tasa de crecimiento de la fuerza de trabajo (natural) está dada por la horizontal n . En cualquier momento⁴ a la izquierda del estado estable, n está por encima de s/v , es decir, que la velocidad con que crece la población (i.e. del empleo) es más rápida que aquélla a la cual se incrementa el stock de capital. A la derecha del estado estable, sucede que el empleo crece más despacio que el acervo de capital. Pero la magnitud de ambas tasas en el estado estable, es equivalente.

Así pues, si se parte de un punto a la izquierda del estado estable, la economía se moverá hacia la derecha sobre el eje de las abscisas (L/K). Esto es: a la izquierda del estado estable sucede que $s/v < n$, y n se encuentra por encima de s/v , (es decir: el empleo crece más rápido que el capital). Se cumple entonces que $s < vn$, y, por lo visto anteriormente, la capacidad productiva de la economía se está agotando, por lo cual $\downarrow K$. Si esto sucede, entonces $\uparrow(L/K)$ porque el denominador se hace más pequeño. Se ve que la economía se está desplazando, pues, hacia la derecha.

Si se parte de una situación a la derecha del estado estable ocurre un movimiento de la economía inverso al proceso descrito. A la derecha de dicho punto, n se localiza por debajo de s/v , por lo cual el acervo de capital crece más rápido que el empleo. El cociente L/K debe estar cayendo.

Estos procesos se pueden ver de manera sintética como sigue:

Aplicando logaritmos a ambos lados de la ecuación (1) se tiene,

$$\ln \frac{1}{v} = \ln \frac{Q}{K} = \ln f\left(\frac{L}{K}\right) = \ln f(z),$$

⁴ Al hablar de tasas de crecimiento, se está considerando de manera implícita al tiempo como variable. Por ello se habla de "momentos".

y por propiedades de logaritmos,

$$\ln 1 - \ln v = \ln f(z).$$

Si v, z , son tasas de crecimiento y están en función del tiempo, y $v = dv/dt$, $z = dz/dt$, derivando con respecto a t^5 se tiene⁶,

$$-\frac{\dot{v}}{v} = \frac{f'(z)}{f(z)} z.^7$$

Y multiplicando por $1 = z/z$,

$$-\frac{\dot{v}}{v} = \frac{zf'(z)}{f(z)} \frac{\dot{z}}{z}.$$

En esta expresión, $zf'(z)/f(z) = \eta(z)$ representa la elasticidad del producto con respecto al empleo (siempre con valores entre 0 y 1, dadas las características de la función f).

Ahora bien, en la diferenciación logarítmica de la ecuación (1) se observa también que $v/v = (\dot{Q}/Q) - (\dot{K}/K)$, y multiplicando por (-1), $v/v = (\dot{K}/K) - (\dot{Q}/Q)$. Además, $\dot{z}/z = (\dot{L}/L) - (\dot{K}/K)$. Pero (\dot{L}/L) es la tasa de crecimiento del empleo, y por los supuestos

⁵ La derivada logarítmica de una función está dada por

$$\frac{d \ln u}{dx} = \frac{\frac{du}{dx}}{u},$$

donde u es una función derivable en x .

⁶ La derivada logarítmica de una función, corresponde su tasa de crecimiento.

⁷ Se debe tener en mente que z es, a su vez, función de t . Así pues, se tiene que $f(z(t))$ es una composición de funciones. Para derivar una composición se dice que,

$$\frac{df(g(x))}{dx} = \frac{df(g)}{dg} * \frac{dg(x)}{dx},$$

o bien, para utilizar la misma notación,

$$f'(g(x)) = f'(g) * g'(x).$$

empleados, ésta equivale a la tasa de crecimiento de la población n , por lo cual $\dot{z}/z = n - (\dot{K}/K)$.

Sustituyendo,

$$\frac{\dot{v}}{v} = \frac{\dot{K}}{K} - \frac{\dot{Q}}{Q} = \eta(z) \left(\frac{\dot{K}}{K} - n \right).^8$$

Ahora, si consideramos solamente la parte de la ecuación

$$\frac{\dot{K}}{K} - \frac{\dot{Q}}{Q} = \eta(z) \left(\frac{\dot{K}}{K} - n \right),$$

y despejamos

$$\frac{\dot{Q}}{Q} = \frac{\dot{K}}{K} - \eta(z) \left(\frac{\dot{K}}{K} - n \right),$$

podrá relacionarse cada miembro de la ecuación con referencia a n , restando dicha magnitud en ambos lados, así:

$$\frac{\dot{Q}}{Q} - n = \frac{\dot{K}}{K} - \eta(z) \left(\frac{\dot{K}}{K} - n \right) - n.$$

Reagrupando términos,

$$\frac{\dot{Q}}{Q} - n = \frac{\dot{K}}{K} - n - \eta(z) \left(\frac{\dot{K}}{K} - n \right),$$

⁸ No hay que olvidar que en el proceso de sustitución se multiplicó toda la expresión por (-1) para eliminar el signo de $-\dot{v}/v$. Por ello, en la sustitución de \dot{z}/z se tiene que $(-1) \cdot \dot{z}/z = -\dot{z}/z = (\dot{K}/K) - n$.

y factorizando $(\dot{K}/K) - n$ en el lado derecho,

$$\frac{\dot{Q}}{Q} - n = (1 - \eta(z)) \left(\frac{\dot{K}}{K} - n \right).$$

En resumen se tiene que

$$\frac{\dot{v}}{v} = \frac{\dot{K}}{K} - \frac{\dot{Q}}{Q} = \eta(z) \left(\frac{\dot{K}}{K} - n \right), \quad (2)$$

$$\frac{\dot{Q}}{Q} - n = (1 - \eta(z)) \left(\frac{\dot{K}}{K} - n \right). \quad (3)$$

La tasa de crecimiento de la razón capital / producto (\dot{v}/v) será positiva cuando $(\dot{K}/K) > (\dot{Q}/Q)$. Y esta desigualdad se cumple si y sólo si $(\dot{Q}/Q) < n$, es decir, sólo si la tasa de crecimiento del producto es mayor que la tasa de crecimiento del empleo⁹. Por otro lado, la desigualdad se cumple si y sólo si el acervo de capital más rápido que el empleo.

Por ejemplo, si:

$n = .01$ para la economía en un momento determinado, y

$(\dot{Q}/Q) = .02$,

$\eta(z) = 1/2$,

$(\dot{K}/K) = .03$,

entonces:

$$\begin{aligned} \frac{\dot{Q}}{Q} - n &= (1 - \eta(z)) \left(\frac{\dot{K}}{K} - n \right) = \\ &= .02 - .01 = (1 - 1/2) (.03 - .01) \\ &= .01 = .01. \end{aligned}$$

Por su parte:

$$\begin{aligned}\frac{\dot{v}}{v} &= \frac{\dot{K}}{K} - \frac{\dot{Q}}{Q} = \eta(z) \left(\frac{\dot{K}}{K} - n \right) = \\ \frac{\dot{v}}{v} &= .03 - .02 = \frac{1}{2} (.03 - .01) \\ \frac{\dot{v}}{v} &= .01 > 0\end{aligned}$$

El resultado es positivo puesto que se cumple la condición de que el producto crezca a una tasa mayor que la de la población.

Si se supone que la condición no se cumple, por ejemplo con valores de $n = .02$, y $(\dot{Q}/Q) = .01$, $\eta(z) = \frac{1}{2}$, $(\dot{K}/K) = 0$, entonces se tiene que:

$$\begin{aligned}\frac{\dot{Q}}{Q} - n &= (1 - \eta(z)) \left(\frac{\dot{K}}{K} - n \right) = \\ 0.1 - .02 &= (1 - \frac{1}{2}) (0 - .02) \\ -.01 &= -.01,\end{aligned}$$

y

$$\begin{aligned}\frac{\dot{v}}{v} &= \frac{\dot{K}}{K} - \frac{\dot{Q}}{Q} = \eta(z) \left(\frac{\dot{K}}{K} - n \right) = \\ \frac{\dot{v}}{v} &= 0 - .01 = \frac{1}{2} (0 - .02) \\ \frac{\dot{v}}{v} &= -.01 < 0.\end{aligned}$$

Queda entonces ilustrado cómo varía K/Q , en función del crecimiento del producto y de la población.

⁹ Por lo visto anteriormente, $0 < \eta(z) < 1$. Se cumple que $0 < (1 - \eta(z)) < 1$.

Ahora bien: si la proporción ahorrada del producto es s , entonces $\dot{K} = sQ$. Por lo tanto:

$$\frac{\dot{z}}{z} = n - \frac{\dot{K}}{K} = n - s \frac{Q}{K} = n - \frac{s}{v}.$$

Esta expresión señala que z crece cuando $n > s/v$, decrece cuando $n < s/v$, y es estacionaria cuando $n = s/v$. Si se asume que v es función decreciente de z , y cubre un rango lo suficientemente amplio, habrá una y sólo una z a la cual $n = s/v$. Si a ese valor de z se le llama z^* , entonces se puede decir que para todo $z > z^*$, $n < s/v$, y entonces z cae; cuando $z < z^*$, $n > s/v$, y entonces z crece. Así pues, $z \rightarrow z^*$, $v \rightarrow 1/\{f(z^*)\}$, y la economía tiende a su configuración de estado estable.

Ya que, en el estado estable, el empleo, el producto y el acervo de capital, crecen a la misma tasa debido a que mantienen proporciones constantes, entonces dichos rubros crecen a la misma velocidad que el empleo n , dado que dicha tasa de crecimiento es *natural*, exógena. La tasa de crecimiento de la economía en el estado estable es la tasa *natural* de crecimiento poblacional.

Existe en esta argumentación una deficiencia muy importante: en el estado estable, tanto el producto como la población crecen a la misma velocidad, es decir, el producto per cápita es constante. Sin embargo, en las economías industriales más desarrolladas del mundo, el producto por habitante tiende a crecer. Por lo tanto, hay información importante que el modelo no ha recogido.

Solow propone dos soluciones a este problema: el progreso tecnológico y los rendimientos crecientes a escala.

B. Crecimiento exógeno y convergencia

En un recuento de las características de los modelos de crecimiento se tiene lo siguiente.

En primer lugar, sea la función de producción agregada:

$$Y_t = F(K_t, L_t),^{10}$$

y considérese que el ahorro (s) constituye una fracción constante del producto (sY_t) (tal como se ha visto anteriormente), y que existe una tasa de depreciación exógena en la economía, de manera tal que la tasa de crecimiento del capital está dada por:

$$\dot{K}_t = s() F(K_t, L_t) - \delta(K_t),$$

donde $\dot{K} = dK / dt$. Si \dot{K} representa la inversión neta, entonces un reacomodo en los términos de la expresión anterior

$$\dot{K}_t + \delta(K_t) = s() F(K_t, L_t),$$

indica que la inversión bruta más la depreciación es igual al ahorro bruto.

La función de producción es de tipo Cobb-Douglas:

$$Y_t = A K_t^\beta L_t^\alpha,$$

en donde A representa el progreso tecnológico en la economía.

El incremento del capital puede expresarse entonces como:

$$\dot{K} = sA K^\beta L^\alpha - \delta(K),$$

¹⁰ En esta parte de la exposición se tomará la literal Y_t como equivalente del producto Q . Lo que se pretende es respetar la notación utilizada por los autores citados, con fines de facilitar posteriores referencias del lector. Lo mismo se hará, entonces, con el resto de las literales. Algunas coincidirán con la notación de Robert Solow, en tanto que otras serán distintas. En este apartado se siguen los planteamientos del Xavier Sala-i-Martin, en su libro *Apuntes de Crecimiento Económico* (ver bibliografía).

Ahora bien. Hay que recordar que \dot{L} / L equivale al crecimiento poblacional n (dado el supuesto de desempleo constante). Si k es la relación capital / trabajo (K / L), y $\dot{k} = dk / dt$ es la derivada de k respecto del tiempo¹¹, se tiene que:

$$\begin{aligned}\dot{k} &= \frac{dk}{dt} = \frac{\dot{K}L - K\dot{L}}{L^2} \\ &= \frac{\dot{K}L}{L^2} - \frac{K}{L} \cdot \frac{\dot{L}}{L} \\ &= \frac{\dot{K}}{L} - kn.\end{aligned}$$

Puesto que se conoce el valor de \dot{K} , sustituyendo:

$$\begin{aligned}\dot{k} &= \frac{\dot{K}}{L} - kn = \left\{ \frac{(sAK^\beta L^\alpha - \delta(K))}{L} \right\} - kn \\ &= \left\{ \frac{(sAK^\beta L^\alpha)}{L} \right\} - \delta \left(\frac{K}{L} \right) - kn \\ &= sA K^\beta L^{\alpha-1} - \delta(k) - kn,\end{aligned}$$

y factorizando

$$\dot{k} = sA K^\beta L^{\alpha-1} - (\delta + n)k,$$

y multiplicando el primer término del miembro de la derecha por $1 = L^\beta / L^\beta$ de manera tal que,

¹¹ La derivada de k es la derivada del cociente K / L . Y la derivada de un cociente viene dada por

$$\frac{d\left(\frac{u}{v}\right)}{dx} = \frac{vu' - uv'}{v^2},$$

donde u y v son dos funciones diferenciables con respecto a x .

$$\frac{L^\beta}{L^\beta} * (sA K^\beta L^{\alpha-1}) = sA k^\beta L^{\alpha+\beta-1},$$

entonces,

$$\dot{k} = sA k^\beta L^{\alpha+\beta-1} - (\delta + n) k.$$

Dividiendo ambos miembros de la ecuación entre k , se obtiene la tasa de crecimiento del capital por trabajador $\dot{k} / k_t \equiv \gamma_k$.

$$\begin{aligned} \frac{\dot{k}}{k} \equiv \gamma_k &= \left\{ \frac{(sA k^\beta L^{\alpha+\beta-1} - (\delta + n)k)}{k} \right\} \\ &= \left\{ \frac{(sA k^\beta L^{\alpha+\beta-1})}{k} \right\} - (\delta + n) \frac{k}{k} \\ \gamma_k &= sA k^{\beta-1} L^{\alpha+\beta-1} - (\delta + n). \end{aligned}$$

Sala-i-Martin describe el "estado estacionario" como "aquella situación en la cual todas las variables crecen a una tasa constante". Despejando $k^{\beta-1} L^{\alpha+\beta-1}$ de la anterior expresión,

$$\frac{\gamma^* + \delta + n}{sA} = k^{\beta-1} L^{\alpha+\beta-1}.$$

En este caso, todas las magnitudes del primer miembro son constantes. Tomando logaritmos:

$$\ln\left(\frac{\gamma^* + \delta + n}{sA}\right) = \ln(k^{\beta-1} L^{\alpha+\beta-1}),$$

$$\ln(\gamma^* + \delta + n) - \ln(sA) = \ln(k^{\beta-1}) + \ln(L^{\alpha+\beta-1}),$$

$$\ln(\gamma^* + \delta + n) - \ln(s) + \ln(A) = (\beta - 1)\ln(k) + (\alpha + \beta - 1)\ln(L),$$

y derivando logarítmicamente con respecto al tiempo t :

$$\begin{aligned} \frac{d \ln(\gamma^* + \delta + n)}{dt} - \frac{d \ln(s)}{dt} + \frac{d \ln(A)}{dt} &= (\beta - 1) \frac{d \ln(k)}{dt} + (\alpha + \beta - 1) \frac{d \ln(L)}{dt}, \\ 0 &= (\beta - 1) \frac{\dot{k}}{k} + (\alpha + \beta - 1) \frac{\dot{L}}{L}, \\ 0 &= (\beta - 1) \gamma^*_k + n(\alpha + \beta - 1). \end{aligned}$$

Esta expresión es muy importante. La función de producción neoclásica, como la que supone el profesor Solow, presenta rendimientos constantes a escala, y rendimientos decrecientes en cada uno de los factores. Esto significa que $\alpha + \beta = 1$, y que $0 < \beta < 1$. Sustituyendo dichos valores en la ecuación:

$$0 = (\beta - 1) \gamma^*_k.$$

El supuesto de los rendimientos decrecientes del capital, $\beta < 1$, implica que la única tasa de crecimiento sostenible es $\gamma^*_k = 0$. Es decir, la única tasa compatible con el modelo neoclásico es cero. El equilibrio del modelo de Solow no es estable, sino estacionario.

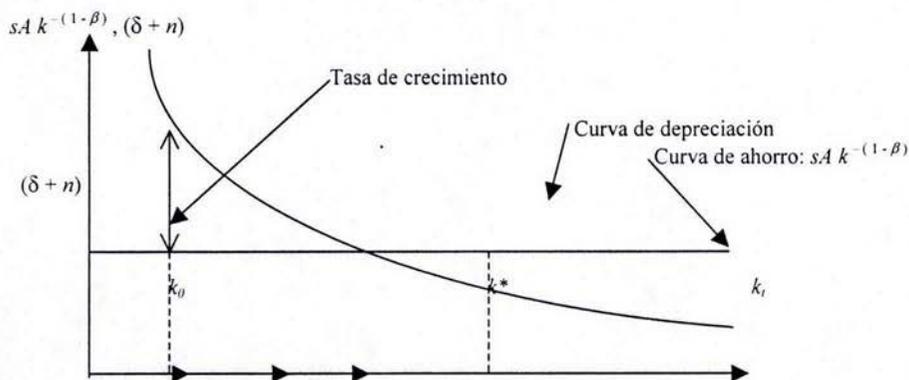
Ahora bien. Solow percibió esta situación en cierta medida, por lo cual argumentó que era el progreso tecnológico el que daría la pauta de crecimiento en el estado estable. Así, dice Sala-i-Martin, los teóricos neoclásicos supusieron que el término A de la función de producción (i.e. el nivel de tecnología) podía crecer a una tasa exógena $x = \dot{A}/A$. De esa manera, en el estado estacionario, las tasas de crecimiento del producto por habitante, el capital por habitante, y el consumo por habitante crecen a la velocidad de x . **Es por esta razón que los modelos neoclásicos se denominan también “de crecimiento exógeno”.**

Los modelos que presentan tasas de crecimiento positivas para una economía en el estado estable, y que no necesitan variables exógenas para explicar este fenómeno, se denominan **modelos de crecimiento endógeno**. Estos modelos dependen de variables endógenas tales como el ahorro, etc. y no serán motivo de atención en el presente trabajo.

Así pues, una manera más general del planteamiento de Solow es la siguiente: como se ha visto, el capital per cápita (k) se acumula según

$$\gamma_k \equiv \dot{k} / k = sA k^{-(1-\beta)} - (\delta + n).$$

El miembro de la izquierda nos da la tasa de cambio instantánea del capital por habitante. El miembro de la derecha señala que dicha tasa está dada por la diferencia entre una función de ahorro $sA k^{-(1-\beta)}$ y una función de depreciación $(\delta + n)$. Esto es, por la diferencia vertical entre sus gráficos, como se ve a continuación:



La curva de depreciación no está en función de k , por eso es una horizontal. La curva de ahorro es decreciente por el supuesto de que $\beta < 1$ (rendimientos decrecientes). Como es evidente, las dos curvas se cruzan al menos una vez — y ese punto representa el estado estacionario. Si dicho punto se designa por k^* , entonces:

$$sA k^{-(1-\beta)} = (\delta + n)$$

$$k^{(1-\beta)} = \left(\frac{sA}{\delta + n} \right)$$

$$k^* = \left(\frac{sA}{\delta + n} \right)^{\frac{1}{1-\beta}}$$

¿Qué sucede cuando una economía se encuentra en una situación tal que $k_0 < k^*$?

La tasa de crecimiento es grande al principio, y conforme avanza hacia k^* , la tasa es cada vez menor. Esto se debe, como se ha establecido, a los rendimientos decrecientes del capital. En el estado estacionario, la tasa de crecimiento es cero. El caso análogo aplica cuando $k_0 > k^*$. Conforme A crece, la función de ahorro se desplaza a la derecha. Así la tasa de crecimiento del estado estacionario equivale a x .

Aplicando logaritmos en ambos lados de la función de producción se tiene:

$$\begin{aligned} Y_t &= Ak^\beta, \\ \ln Y_t &= \ln Ak^\beta, \\ \ln Y_t &= \ln A + \beta \ln k. \end{aligned}$$

Y por la derivada logarítmica de Y_t :

$$\begin{aligned} \frac{\dot{Y}}{Y} &= \beta \frac{\dot{k}}{k} \\ \gamma_Y &= \beta \gamma_k. \end{aligned}$$

Por lo tanto, la evolución en el tiempo de Y es paralela a la de k .

Cualquier cambio en los parámetros que resulte en un desplazamiento de la curva de ahorro hacia la derecha tendrá como consecuencia inmediata 1) un aumento en la tasa de crecimiento, 2) que la tasa de crecimiento será cada vez menor hasta llegar a cero, y 3) que el nuevo acervo de capital k^* será mayor que el anterior. Es evidente que el aumento permanente de la tasa de ahorro producirá un aumento en la tasa de crecimiento de la economía y del producto por habitante *en el corto plazo*. Sin embargo la tasa de crecimiento del estado estacionario permanece sin cambio alguno, por lo que en el *largo plazo*, sólo los niveles de capital y producto se modifican.

1.- Hipótesis de convergencia

Cabe entonces realizar la pregunta: ¿Con qué rapidez alcanza la economía un nuevo estado estacionario?

Si se log-lineariza la función γ_k utilizando transformaciones logarítmicas y aproximaciones de Taylor, se obtiene

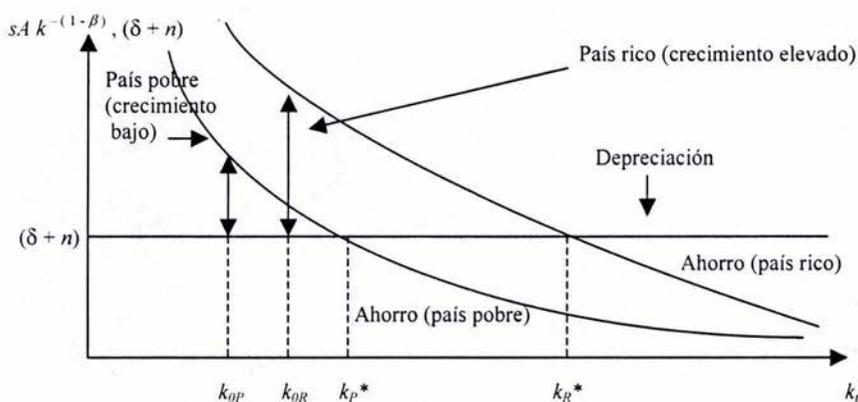
$$\gamma_k = - (1 - \beta) (\delta + n) [\log(k) - \log(k^*)].$$

La tasa de crecimiento del capital está relacionada de manera inversa con el capital inicial, y la velocidad de convergencia está dada por $(1 - \beta) (\delta + n)$.

Del el gráfico anterior se puede deducir que, si la única diferencia entre las economías es la relación inicial entre capital y trabajo, entonces debería verificarse (empíricamente) que las economías pobres crecen a un mayor ritmo que las economías ricas. En la ecuación anterior, esto también puede apreciarse en el hecho de que la “tasa de crecimiento” de k tiene una relación inversa con el “nivel” de k . La tasa de crecimiento del ingreso per cápita es proporcional a la tasa de crecimiento del capital per cápita, por lo cual el modelo también predice una relación negativa entre la renta inicial y su tasa de crecimiento. **Esta relación inversa entre el ingreso inicial y su tasa de crecimiento es conocida como la hipótesis de convergencia.** Graficando los datos de renta y tasa de crecimiento de algunos países o regiones económicas, es fácil comprobar la convergencia. Si la correlación entre los datos observados es negativa, entonces las economías tienden a la convergencia.

Ahora bien. Debe quedar claro que la comprobación de la hipótesis de convergencia está sujeta al supuesto de que la única diferencia entre las economías comparadas sea el acervo inicial de capital respectivo. Es decir: si existen otro tipo de diferencias entre las economías, tales como el nivel tecnológico A , la tasa de ahorro s , la tasa de depreciación δ , o la tasa de crecimiento poblacional n , entonces el modelo no predice un crecimiento más rápido para los países pobres.

Si se grafica la curva de ahorro de un país pobre y la de un país rico, tal como se hizo en el gráfico anterior, y cada economía posee, respectivamente, un acervo de capital, se tendrá que:



En este esquema, el acervo inicial de capital del país pobre es menor que el del país rico, $k_{0P} < k_{0R}$. Además, la función de ahorro del país rico es superior a la del país pobre, por lo cual éste converge a un estado estacionario inferior, $k_P^* < k_R^*$. Es decir, dado que la tasa de crecimiento del país pobre es menor que la del país rico, entonces las economías no convergen al mismo estado estacionario — no existe convergencia absoluta. Sin embargo, como se sigue cumpliendo que la tasa de crecimiento de cada país mantiene una relación inversa con la distancia a la que se sitúa de su estado estacionario, entonces sí se puede hablar de convergencia condicional. Así pues, el modelo funciona siempre y cuando se conozcan los determinantes del estado estacionario. La ecuación de convergencia señala lo mismo en tanto que la tasa de crecimiento de la economía mantiene una relación negativa con el tamaño relativo de k y k^* . Por ello se requiere que k^* sea constante.

a. Convergencia σ , convergencia β y su interrelación

Como se ha visto, el supuesto del modelo neoclásico acerca de los rendimientos decrecientes del capital conduce a la idea de convergencia. Los modelos de crecimiento endógeno, en cambio, suponen rendimientos constantes en el capital. Para verificar qué modelo se ajusta mejor a la realidad, los teóricos de ambas corrientes han desarrollado diferentes conceptos de convergencia.

La β -convergencia existe cuando, de acuerdo con el ejemplo anterior, las economías pobres crecen más rápido que las ricas, es decir, cuando existe una relación inversa entre la tasa de crecimiento del producto por habitante, y el nivel inicial de tal producto.

La σ -convergencia se presenta cuando, conforme transcurre el tiempo, la dispersión del producto per cápita anual (en términos reales) entre las economías comparadas tiende a reducirse.

¿Cuál es la relación entre estos dos tipos de convergencia?

Se ha dicho que la β -convergencia existe cuando, en una economía i , la tasa de crecimiento del producto per cápita (en un período t) se encuentra en relación inversa con el nivel de renta inicial (en el momento t_0). Si dicha tasa de crecimiento puede escribirse como

$$\gamma_{i,t} = \log(y_{i,t}) - \log(y_{i,t-1}), \quad ^{12}$$

y la β -convergencia sugiere que esta tasa de crecimiento es una función negativa del nivel de renta en $t - 1$, por lo cual

$$\log(y_{i,t}) - \log(y_{i,t-1}) = \alpha - \beta \log(y_{i,t-1}) + u_{i,t},$$

en donde $u_{i,t}$ es un término de error y β es una constante positiva $0 < \beta < 1$ ¹³. Entre mayor sea β , mayor será la velocidad de convergencia al estado estacionario.

¹² Hay que recordar que una tasa de crecimiento es un cociente, y al expresar dicha tasa aplicando logaritmos, al cociente se transforma en una resta (por propiedades de logaritmos).

¹³ Cabe aclarar que este β no es el mismo que el coeficiente de K .

Supóngase que se está realizando una comparación entre un número grande de economías o regiones económicas, como por ejemplo, entre las economías de las entidades federativas en México, como es caso del presente trabajo de tesis. Para un mismo año, se tendrán tantas observaciones (i) como entidades federativas existen en México. Esto es, en 1970 habrá 32 observaciones, en 1971 habrá otras 32 observaciones, y así sucesivamente. Un *corte transversal* toma las observaciones de cada economía considerada *en un mismo periodo*. Así, para medir la dispersión del ingreso entre las regiones, se toma la varianza muestral del logaritmo del ingreso haciendo un corte transversal de la información, por lo cual:

$$\sigma_t^2 = (1/N) \sum_{i=1}^N [\log(y_{it}) - \mu_t]^2,$$

donde μ_t es la media muestral del logaritmo del ingreso. Cuando N es grande, la varianza muestral se aproxima a la varianza poblacional. Si se tiene que

$$\log(y_{i,t}) - \log(y_{i,t-1}) = \alpha - \beta \log(y_{i,t-1}) + u_{i,t},$$

entonces la evolución de σ en el tiempo t está dada por

$$\sigma_t^2 \cong (1 - \beta)^2 \cdot \sigma_{t-1}^2 + \sigma_u^2.$$

Esta ecuación es de la forma

$$x_t = ax_{t-1} + b,$$

es decir, constituye una ecuación en diferencias lineal, de primer orden. Para que una ecuación de este tipo sea estable, es necesario que $a < 1$. En el presente caso,

$$a = (\beta - 1)^2,$$

por lo que se debe cumplir que $(\beta - 1)^2 < 1$ para que exista la estabilidad.. Esto sólo es posible en el intervalo $0 < \beta < 2$. Y como se supone que $0 < \beta < 1$, entonces, la condición se cumple.

Por lo visto, si $\beta < 0$, entonces no existe β -convergencia. Pero si esto sucede, entonces tampoco puede haber σ -convergencia. La β -convergencia es *condición necesaria* para la existencia de σ -convergencia.

¿Es la β -convergencia *condición suficiente* para que suceda la σ -convergencia?

Si se soluciona la ecuación en diferencias planteada se obtiene

$$\sigma^2 = (\sigma^2)^* + [\sigma_0^2 - (\sigma^2)^*] \cdot (1 - \beta)^{2t},$$

siendo $(\sigma^2)^*$ el valor de estado estacionario de σ_t^2 y está dado por

$$(\sigma^2)^* = \frac{\sigma_u^2}{1 - (1 - \beta)^2}.$$

La dispersión de estado estacionario cae con β , pero aumenta con la varianza del término de error (σ_u^2).

En la solución a la ecuación diferencial se observa que σ^2 tiende a $(\sigma^2)^*$ dado el supuesto de que $0 < \beta < 1$. Sin embargo, en dicha ecuación, el término $(1 - \beta)^2$ se encuentra multiplicado por $[\sigma_0^2 - (\sigma^2)^*]$. Si sucede que $[\sigma_0^2 > (\sigma^2)^*]$, entonces el término es positivo, y la varianza tiende a disminuir en el tiempo, por lo cual existe σ -convergencia. Si $[\sigma_0^2 < (\sigma^2)^*]$, entonces el término será negativo y no hay convergencia. De hecho, σ_t^2 podría aumentar durante el trayecto hacia el estado estacionario incluso si $\beta > 0$. Esto es: puede existir β -convergencia sin que haya σ -convergencia. La β -convergencia *no es condición necesaria* de σ -convergencia.

El modelo de crecimiento neoclásico supone una función de producción en la que el nivel de tecnología crece a una tasa exógena. Por esta razón también se le denomina “modelo de crecimiento exógeno”. En este tipo de modelo de la economía, la acumulación de capital está determinada por la diferencia entre el ahorro y la depreciación. El cruce entre el ahorro y la depreciación representa un estado de estabilidad económica llamado estado estable o estacionario. Hacia este punto tenderá cualquier situación económica distinta. Esto es: toda economía converge hacia el estado estacionario. Esta hipótesis de convergencia se verifica según las medidas de convergencia σ y convergencia β .

Capítulo II
Análisis espacial

En 1866, August Meitzen (el padre de la geografía de los asentamientos) señaló que la unión de estadística y geografía tiene dos raíces. Una de ellas es la política aritmética inglesa del siglo XVII. Los aritméticos políticos (como Petty) buscaban aplicar el análisis cuantitativo para resolver problemas sociales, y para esclarecer las relaciones causales existentes entre ellos, considerados como variables cuantitativas.

La otra raíz es la estadística universitaria alemana, también del siglo XVII. Los estadísticos universitarios tenían un gran interés por las características de un “Estado”, de ahí el nombre de “estadística”. Pretendían definir el mejor conjunto de categorías que caracterizaran a un Estado.

En el siglo XVIII se dio una controversia entre estas dos escuelas, para ver cuál era más científica y más útil. Puede decirse que este debate lo ganó la aritmética política, pues a partir de entonces el término “estadística” quedó asociado con dicha ciencia.

Por otra parte, la estadística universitaria siguió desarrollándose en la ciencia política y la geografía. La recolección de datos de países y regiones, y los intentos por seleccionar sus características fueron el objeto del principal afluyente filosófico de la diferenciación de áreas de la geografía.

Sin embargo, una pequeña desviación de esta corriente principal, el análisis espacial, permaneció dentro de la geografía, y dentro de esta corriente secundaria se mantuvo un dejo de atención por la interdependencia entre la geografía y la geometría.

Por su parte, la aritmética política (más tarde: economía) había hecho más esfuerzos en el campo del análisis espacial, acabando una serie de trabajos importantes en teoría de la ubicación, ya en las primeras décadas del siglo XX. A partir de estas teorías surgió el primer consenso sobre las preguntas más importantes del análisis espacial entre los descendientes de la aritmética política y de la estadística universitaria, en vísperas de la segunda guerra mundial.

En 1939, Kendall (un experto en estadística), mostró cómo el análisis de componentes principales podía utilizarse para desarrollar un índice multivariado que pudiera dibujar la distribución geográfica de la productividad de los cultivos en Inglaterra. Hagood (sociólogo y experto en estadística) utilizó al análisis de factores múltiples para definir regiones uniformes multivariantes, en 1943. Kendall y Yule fueron los primeros en reconocer el problema de área modificable (que se explicará más adelante). W. S. Robinson (sociólogo)

ubicó la relación entre correlaciones individuales y ecológicas en 1950, uno de cuyos estudios se mencionará también más adelante. Un segundo problema, el de la autocorrelación espacial, fue examinado por P.A.P. Moran (exp. en estadística) para el caso particular, en 1940, y por Geary (economista y exp. en estadística) para el caso general, en 1954. El análisis espacial es fundamental para el estudio cuantitativo de la ecología de plantas y para gran parte de la epidemiología. De hecho, de dichos campos se han extrapolado las ideas utilizadas para estudiar patrones en distribuciones puntuales y procesos de difusión espacial.

Dos antecedentes de esfuerzos de los geógrafos por introducir el análisis cuantitativo en sus teorías, en el periodo previo a la segunda guerra mundial, fueron la centrografía y la física social.

La centrografía surge a partir de un debate en los Estados Unidos concerniente a medidas tales como el “centro” de la población de ese país. El debate se originó por una publicación de la Oficina del Censo titulada “Centro de Población y Líneas Medianas”, en el año de 1920. La discusión continuó en la Rusia soviética con Sviatlovsky, cuyo laboratorio sufrió las injusticias de una de las purgas estalinistas en 1930, al no ajustarse sus estudios con uno de los planes quinquenales.

La física social surge de los intentos que los científicos han hecho a lo largo de la historia por describir los fenómenos humanos en términos de leyes físicas —intentos, en general, hechos con base en análisis darwinianos o newtonianos. Los modelos gravitacionales han sido utilizados de manera formal en la geografía desde 1885. La idea central de éstos es que los movimientos entre ubicaciones son proporcionales al producto de las masas de dichos lugares e inversamente proporcionales a una potencia de la distancia que los separa.

Con el desarrollo de la informática se hizo posible el manejo conveniente de enormes cantidades de datos. Las computadoras proveyeron los medios para comparar los hechos observados con la teoría espacial, en un momento en el que los investigadores volvían a realizar esfuerzos por integrar la teoría su campo de conocimiento.

Con el retorno al afluyente principal, el primer impulso del cambio revolucionario completaba un ciclo —se implantó un nuevo paradigma en la geografía, en el cual la

definición implícita de problemas y métodos de investigación legítimos fue distinta de cualquier planteamiento anterior.¹⁴

A. El problema espacial

El análisis económico regional presenta dos problemas espaciales fundamentales: la autocorrelación espacial, y el problema de la unidad de área modificable. Giuseppe Arbia (1988) hace un recuento sobre los estudios que por primera vez reconocieron estos obstáculos, así como sobre las maneras como se abordaron estos problemas para solucionarlos a lo largo de la segunda mitad del siglo XX.

Los datos espaciales en el análisis económico regional no pueden ser considerados como generados a partir de un modelo clásico de urnas. La información observada en una localidad determinada puede dar una noción de — o estar relacionada con — lo que está sucediendo alrededor de dicha región. Este fenómeno es conocido como la autocorrelación espacial.

Además, este tipo de datos son en realidad agregados de un conjunto de características de una localidad. Por ejemplo: el PIB es la suma de los bienes y productos contabilizados¹⁵ en una nación, un estado, una región, etc.; lo mismo otras variables macroeconómicas, como la inversión y el consumo. Así pues, se observa que existen las más diversas maneras de agregar la información en áreas. Ahora bien: en la medida en que cambian los niveles de agregación cambiará también la manera en que las áreas estén conectadas, es decir, cambiarán las fronteras. Además, como tales fronteras son, por lo general, geográficas, entonces el asunto se torna más complejo, pues tales fronteras tienen patrones irregulares. El problema de la arbitrariedad e irregularidad de las unidades espaciales se conoce como el problema de la unidad de área modificable.

Las interacciones entre estos dos rasgos intrínsecos de los datos espaciales dan origen a una serie de problemas al momento de estimar relaciones estadísticas, que serán mencionados a continuación.

¹⁴ Cfr. Berry, Brian, *Spatial Analysis, A Reader in Statistical Geography*, Prentice Hall, Inc., Englewood Cliffs, Nueva Jersey, 1968.

¹⁵ En un determinado lapso de tiempo.

La escala

La sociedad humana se encuentra organizada, territorialmente, de manera anidada y jerarquizada. Existen divisiones entre países, estados, municipios, ciudades, etc. Así, el hecho de escoger el nivel que mejor describa un determinado fenómeno constituye un problema específico.

Este problema se encuentra en el hecho empíricamente constatado de que lo observado a un nivel de agregación dado no coincide necesariamente con lo observado en otro nivel de agregación. Así, las conclusiones a las que pueda arribar un estudio realizado con base en el comportamiento de alguna variable económica, demográfica, etc., observado a nivel, dígase, nacional, podrían ser falsas al considerarse, por ejemplo, el caso estatal o municipal.

Los investigadores han reconocido ampliamente este problema, y se han enfocado en los efectos que éste podría tener sobre medidas estadísticas tales como el coeficiente de correlación y la varianza.

En resultados obtenidos por un gran número de investigadores, el coeficiente de correlación aumenta conforme crece la escala, además de que se presenta una especie de dependencia cuando los datos se agrupan con restricciones de contigüidad. Parecería posible producir cualquier valor de correlación de 0 a 1 escogiendo justamente el tamaño correcto de la unidad de área para los datos que se estuvieren considerando. Además, la correlación estimada sólo puede ser válida para dicho grupo de datos, pues recoge la información particular de la medida de la malla impuesta al sistema para fines de medición. Por otro lado, al seleccionar los grupos al azar, y no por contigüidad, el efecto de la escala desaparece.

Estos efectos se presentaron en estudios donde se trataba con áreas tanto regulares (tal como el mencionado más arriba) como irregulares.

Para intentar explicar este fenómeno, Yule y Kendall, en 1950, propusieron lo siguiente:

Sean dos variables X y Y , y asúmase que puede considerárseles como la suma de dos elementos no correlacionados, a saber, un componente sistemático y un componente aleatorio:

$$X = Z + E$$

$$Y = W + F$$

Su varianza puede ser descompuesta como:

$$\text{Var}(X) = \text{Var}(Z) + \text{Var}(E)$$

$$\text{Var}(Y) = \text{Var}(W) + \text{Var}(F)$$

El argumento fue que, al agregarse las unidades, el elemento de elección se cancela de manera tal que $\text{Var}(X)$ disminuye, como lo hacen, similarmente, $\text{Var}(F)$ y $\text{Var}(Y)$. El denominador del coeficiente de correlación $[\text{Var}(X) \text{Var}(Y)]^{-1/2}$ se verá reducido también por incrementos en el tamaño del área.

En el campo de la geografía surgió la propuesta de asignar peso, es decir, ponderar, los valores según el área de donde provengan. Arbia menciona que esta medida es ampliamente utilizada para lidiar con los problemas de la escala. Sin embargo no la elimina.

Otra característica que se presenta en muchos estudios empíricos es que cuando se agrupan los datos de manera tal que la varianza sea máxima, la correlación se incrementa más que cuando se agrupa por contigüidad.

En su obra de 1977, *Quantitative Methods in Geography*, Taylor propuso la autocorrelación espacial como el origen del problema del incremento en la correlación conforme crece la escala, pues al agrupar por proximidad, dice, se mantiene una mayor parte de la varianza de la variable.

En un estudio de 1979, el mismo Taylor y S. Openshaw consideraron, por primera vez de manera explícita, el problema de la autocorrelación espacial. A partir de entonces realizaron un número de estudios con la idea de identificar algún comportamiento sistemático que los pudiera conducir a una teoría general del problema de la unidad de área modificable. No identificaron nada que los llevara esto.

En 1981, Cliff y Ord analizaron la correlación entre el uso de suelo para oficinas y comercial, y entre el uso para oficinas e industrial en el condado de Londres. Arreglaron sus datos en una tabla de 24×24 cuadritos de igual medida. Estimaron las regresiones para los 24×24 cuadros, luego cambiaron la escala agrupando, sucesivamente, 4 cuadros, luego

otros 4, luego otros 4, después 3, y por último otros 3. Llegaron a la conclusión de que la correlación se incrementa y la varianza se reduce conforme crece la escala. Sostuvieron además que el grado de correlación entre variables es una función del tamaño del área considerada, de manera tal que, si es posible encontrar una forma funcional adecuada que describa el cambio en la correlación con respecto al tamaño, entonces se puede calibrar a partir de los valores estimados.

El problema de la escala tiene así, por lo menos, dos consecuencias en el análisis espacial. En primer lugar, el coeficiente de correlación aumenta con el tamaño de las áreas consideradas. En segundo, algunos estudios indican que la varianza decrece en la medida en que se agregan las observaciones.

Cuando se trabaja con datos agrupados en tablas como la descrita en el estudio de Cliff y Ord, o según mallas regulares sobrepuestas en un mapa, se han aplicado las técnicas de series de tiempo para abordar el problema de la escala en series espaciales. Algunas de estas técnicas, como la descomposición por frecuencia o escala de variación, se han intentado aplicar para el caso de unidades irregulares, estudiando cómo varían con la escala la varianza y el coeficiente de correlación. En series de tiempo existe un problema explícito en el cual se han considerado los problemas de escala: cuando se intenta pasar de una modelización con cierta periodicidad (días, semanas) a otra (meses, años). Para tratar este problema se han utilizado los análisis de correlogramas y el análisis espectral. Sin embargo, existen ciertos problemas para construir el correlograma de una serie espacial.

La agregación

En el caso de la escala, el problema estriba en la dificultad para escoger el *tamaño* del área que contenga los datos que describen un fenómeno determinado. El problema de la agregación es un problema acerca de la *forma* del área considerada. Así, en el caso de la escala se podía incurrir en una pérdida de información al pasar de una escala (ciudades, municipios) a otra (regiones, países). Pero al cambiar de una forma a otra no se pierde información, sino que se traslada de un sistema fronterizo a otro. Este efecto ha exigido menor atención por parte de los investigadores. De hecho, el problema no fue reconocido por los geógrafos sino hasta finales de los años setentas.

Nuevamente, fueron Openshaw y Taylor, con un famoso estudio de los condados de Iowa, los que abordaron el problema con mayor profundidad. Este estudio de 1979 es el mismo que utilizaron para analizar el problema de la escala (y que se mencionó en el inciso anterior).

En este estudio, simularon 10,000 agregaciones diferentes en total, a distintas escalas, de los 99 condados del estado norteamericano de Iowa, y calcularon los coeficientes de correlación correspondientes.

Utilizando dos variables X y Y (el porcentaje de votos a favor de los candidatos republicanos en la elección de legisladores de 1968 y el porcentaje de la población con edad mayor a los sesenta años, respectivamente, y cuyo coeficiente de correlación a nivel de los 99 condados fue de 0.34), controlaron el coeficiente de autocorrelación espacial respectivo para 1) valores negativos de -0.57 y -0.71, 2) autocorrelación nula, y 3) valores positivos de 0.82 y 0.92. Después realizaron las 10,000 distintas agregaciones según distintas escalas. Y para cada escala registraron el coeficiente mínimo y el máximo observado. Estos coeficientes arrojaban cifras que variaban en el rango de -0.97 a 0.99, por lo cual concluyeron que “el efecto zonal es demasiado grande para ser ignorado”.

Arbia señala que estos autores subestimaron la influencia de la autocorrelación espacial en su estudio, pues mientras ellos señalaron que “las diferentes cantidades de autocorrelación espacial no tenían efectos notables”, él apuntó que el rango de los coeficientes de correlación asociados a autocorrelación negativa era mayor que el de los asociados a autocorrelación positiva.

En un estudio posterior, Openshaw y Taylor estudiaron no sólo valores mínimos y máximos de correlación, sino la distribución completa según criterios cambiantes de zona. De igual manera que antes, controlaron para valores de autocorrelación espacial positivos, nulos, y negativos, respectivamente para ambas variables. Concluyeron que 1) esta distribución tenía una forma aproximadamente Gaussiana, 2) la varianza de la distribución se incrementa con la escala (como ya se mencionó), y 3) cuando existe autocorrelación espacial positiva, la distribución muestra menor extensión y menor sesgo comparada con la misma distribución pero en presencia de autocorrelación nula. Arbia señala que estos resultados condujeron a los autores citados a asumir que “la variabilidad de la agregación no es susceptible de aproximarse estadísticamente, puesto que no pudo encontrarse

regularidad empírica sistemática alguna”, puesto que no consideraron todos los elementos relevantes en su simulación.

La falacia ecológica

El problema de la falacia ecológica se refiere al hecho de que los resultados de un análisis estadístico realizado con datos agregados son muy distintos de los resultados del mismo análisis hecho con datos individuales. De esta manera, el estudio de un censo no corresponde con el estudio de los datos individuales que se agregaron para conformar dicho censo.

En el año de 1950, Robinson llevó a cabo un experimento con datos para la población de U.S. mayor de 10 años, en donde realizó dos regresiones: 1) población negra vs. analfabetismo, y 2) nacionalidad vs. analfabetismo. El coeficiente de correlación para la segunda regresión correspondiente al nivel de individuos (i.e. 98,000,000) fue de 0.118, mientras que la correlación con datos agregados para 9 divisiones censuales fue de -0.619. El efecto del aumento en valor absoluto del coeficiente de correlación es similar al caso de los cambios en la escala, sin embargo, aquí puede ocurrir, incluso, un cambio de signo en el coeficiente.

De hecho, el problema de la falacia ecológica no es un problema estrictamente estadístico. En economía existe el análogo de la relación entre el comportamiento macroeconómico de los agentes y las relaciones “técnicas” macroeconómicas. Modigliani y Brunberg probaron en 1954 que la derivada del consumo (agregado) con respecto al ingreso (agregado) no tiene nada que ver con la propensión marginal al consumo individual. En 1964, Cramer realizó un estudio con base en cuyos resultados señaló que un agrupamiento aleatorio produce un incremento mínimo en el nivel del coeficiente R^2 al tiempo que reduce la eficiencia del coeficiente de regresión, mientras que una agrupación eficiente produce una pequeña disminución en la eficiencia del coeficiente de regresión pero un incremento mayor en el valor de R^2 . Orcutt, Watts y Edwards en 1968 concluyeron que quizá el hecho por el cual las teorías económicas casi nunca se rechazan en el terreno de la evidencia empírica se debe a que existe una tendencia a rechazar la hipótesis nula con más frecuencia

de lo que la teoría común del muestreo sugeriría. Los autores llegaron a esto después de realizar un minucioso estudio de una microsimulación.

Así pues, el estimador de una regresión, aunque insesgado, es menos eficiente si está basado en datos agrupados.

Correlograma espacial

El correlograma espacial es un instrumento estadístico que permite observar cómo cambia la autocorrelación espacial con la distancia. De manera general, por lo confirmado en la experiencia, el valor absoluto del correlograma decrece tan pronto como se introduce un rezago. Sin embargo, en ocasiones se observa un incremento en el valor absoluto del correlograma en los rezagos más altos. Por otra parte, hay veces en las que se sospechan picos en el correlograma, y es muy difícil darles interpretación. Este comportamiento puede ser el reflejo de una disminución de la interacción espacial conforme aumenta la distancia. Sin embargo, Arbia muestra que este comportamiento puede deberse, además, a efectos estadísticos producidos por la configuración espacial de los datos.

En series de tiempo, el operador rezago ($L(\cdot)$) puede definirse como:

$$L^1(x_i) = x_{i-1}.$$

Si se supone una cuadrícula infinita, puede definirse el operador rezago espacial a lo largo de dos ejes, dígase s y r , tal que

$$L^s L^r(x_{ij}) = x_{i+s, j+r},$$

donde x_{ij} es la observación correspondiente a la i -ésima fila y la j -ésima columna de la cuadrícula. El problema es, básicamente, el de una serie de tiempo múltiple.

Sin embargo, en geografía humana es altamente improbable encontrar casos donde aplicar la cuadrícula teórica regular. En general se trata de formas espaciales irregulares. La manera tradicional de manejar estas formas es a través de una matriz de ponderaciones $W = w_{ij}$, que representa el conjunto de vecinos para cada lugar i , dígase $N(i)$. Esta matriz está

definida por elementos cero en su diagonal y el resto de los elementos no negativos escalados de manera tal que sumen la unidad en cada fila, siendo no-cero si y solo si $j \in N(i)$. Con estas definiciones, el término

$$L(x_i) = \sum_{j \in N(i)} w_{ij} x_j$$

desempeña el papel de una serie rezagada espacialmente. Para definir rezagos de órdenes más altos se define un orden espacial jerárquico de vecinos para cada lugar en una secuencia de conjuntos ${}_g N(i)$ y , de conformidad con esto, un conjunto de matrices de ponderación $\mathbf{W}(g) = w(g)_{ij}$, de orden g -ésimo.

Existen varias definiciones de vecindad. Se dice que dos áreas i y j son vecinos de orden g -ésimo ya sea que 1) el camino más corto de i a j pasa a través de $g-1$ áreas que intervienen, o 2) la distancia entre i y j cae dentro de los límites de la clase de g -ésima distancia. Con esta definición de rezago espacial se pueden obtener distintos estimadores para el correlograma espacial.

B. Efectos espaciales modelados

Existen diversas maneras de simular los efectos espaciales. A continuación se presentan dos ejemplos. El primero es el modelo de Batten (1983), en donde se recogen efectos espaciales intrasectoriales utilizando una función entrópica y la matriz insumo-producto de Leontief. El segundo es un ejercicio de correlación aplicado a densidades poblacionales en las "Grandes Planicies" de Norteamérica realizado por Robinson (et al, 1961).

1. Maximización entrópica

En la teoría económica de la posguerra, la matriz de insumo-producto de Leontief resultó ser un instrumento muy eficaz para analizar relaciones entre sectores de las economías nacionales. Wassily Leontief desarrolló su modelo económico en 1949, por lo cual fue merecedor al premio Nobel en Ciencias Económicas en el año 1973. La matriz de Leontief es un agregado de las actividades productivas de las empresas ubicadas en la misma rama de la economía de un país. Así, constituye un instrumento que hace posible observar el comportamiento de la oferta y la demanda agregadas en una nación.

Cabe mencionar que mientras Leontief escribía su clásico *Structure of the American Economy, 1919-1929*, el U.S. Bureau of Labor Statistics le comisionó la determinación de los efectos de la desmovilización, al término de la segunda guerra mundial, en la economía estadounidense¹⁶.

Un gran número de países en el mundo de la posguerra hicieron grandes esfuerzos por contabilizar la actividad sectorial de sus respectivas economías, haciendo posibles los análisis del tipo insumo-producto. Las tablas de insumo-producto eran un medio atractivo en cuanto práctico para representar interdependencias económicas.

Además, los modelos de insumo-producto se utilizaron mucho para hacer pronósticos a corto y mediano plazo. Con coeficientes técnicos constantes, se pueden predecir niveles futuros de oferta, dado un nivel determinado de demanda.

Con esto en mente, Batten (1983) se da a la tarea de resolver un problema de desagregación espacial de un cuadro nacional de insumo-producto. Un cuadro como éste puede contener información sobre flujos de bienes entre sectores. Sin embargo, puede ser incapaz de proveer información acerca del origen y destino geográfico de dichos flujos. Así, Batten pretende construir una tabla intrarregional completa de insumo-producto.

¹⁶ Texas Economic Development. Business and Industry Data Center.

<http://www.bidc.state.tx.us/researchcorner/Archives/Issue3/Input_Output_3.pdf>.

Para la información del lector: en agosto de 1945, tras el anuncio de Japón acerca de sus intenciones de rendición, la cámara de representantes del gobierno estadounidense realizó un número de audiencias en torno al asunto de la desmovilización. En estas sesiones, la armada estadounidense reportaba que reduciría su personal de servicio de 8,050,000 (!) personas a 2,500,000 para julio de 1946; la naval pasaría de 3,300,000 a 550,000 para septiembre de 1946; y los *Marine Corps* y la guardia costera de 600,000 a 145,000. Al respecto,

La formulación de modelos que describen la distribución de bienes y personas en áreas urbanas se ha caracterizado por ser adaptaciones de teorías basadas en las leyes de grandes números y de la probabilidad. Estas teorías surgieron a partir del estudio del mundo físico de partículas interactuantes y de la fuerza gravitacional, y han dado origen a la construcción de modelos de interacción espacial entrópicos. Otros modelos han incorporado la “teoría de la información” para simular dichos efectos espaciales.

También se ha adoptado el “paradigma de maximización de entropía” en la especificación de modelos de distribución espacial, y han habido esfuerzos por unificar la teoría del comportamiento microeconómico con dicho acercamiento entrópico. Batten mantiene el supuesto de empresas maximizadoras de beneficios. Sin embargo, supone que la maximización de una función entrópica describe de mejor manera el comportamiento de flujos generales de bienes, comparada con la maximización de una función de utilidad.

Así pues, se describe la entropía de dos maneras: 1) “La entropía es una medida de la probabilidad de un sistema físico de partículas encontradas en un estado determinado. La entropía de tal sistema es logarítmicamente proporcional al número de posibles microestados que corresponden, o dan lugar, a ese macroestado particular”.

A manera de ilustración, supóngase que se pretende estimar x_{ij}^{rs} , el embarque de bienes desde el sector i en la región r para su uso como insumos en el sector j región s . Si la producción total en el sector i región r X_i^r es conocida, entonces

$$\sum_j \sum_s x_{ij}^{rs} = X_i^r.$$

Si la combinatoria

$$W_i^r = \frac{X_i^r!}{\prod_{js} x_{ij}^{rs}!}$$

véase Marquit, Erwin (Professor Emeritus), *The Demobilization Movement of January 1946*, University of Minnesota, School of Physics and Astronomy, <<http://www-vms.physics.umn.edu/~marquit/demob.pdf>>.

representa el número de formas posibles en que las X_i^r unidades se pueden distribuir en (mn) grupos (asumiendo que cada unidad es "distinguible"), con x_{ij}^{rs} ($j = 1, \dots, n; i = 1, \dots, m$), entonces la descripción completa del microestado se convierte en

$$W = \prod \left[\frac{X_i^r!}{\prod_{js} x_{ij}^{rs}!} \right]$$

considerando todas las regiones y sectores de manera simultánea.

Es posible entonces determinar la distribución más probable de bienes maximizando W sujeta a un sistema conocido de restricciones.

2) Otra manera de considerar a la entropía es como una medida de incertidumbre o de carencia de información, asociada a una distribución de probabilidad. Así, sería necesario transformar variables como x_{ij}^{rs} (siguiendo con la ilustración anterior) a probabilidades, donde el evento elemental estaría constituido por el embarque de bienes del sector i en la región r al sector j en la región s . Si p_{ij}^{rs} es la probabilidad de dicho evento definida como

$$p_{ij}^{rs} = \frac{x_{ij}^{rs}}{X},$$

$$\text{donde } X = \sum_i \sum_j \sum_r \sum_s x_{ij}^{rs},$$

entonces la determinación de la distribución más probable de bienes está dada por la maximización de la función entrópica de la forma

$$S = - \sum_i \sum_j \sum_r \sum_s p_{ij}^{rs} \log p_{ij}^{rs},$$

sujeta a un conjunto de restricciones que contengan la información disponible de los flujos.

Con este enfoque bien pueden estimarse distribuciones de probabilidad en el entendido de que existe información incompleta, además de que caracteriza el estimador de máxima entropía como un tipo de inferencia estadística. Es el estimador de mínimo sesgo posible dada la información, siendo *máximamente no comprometido*¹⁷ con respecto a la información faltante.

2. Correlación y análisis de regresión con unidades de área regulares

Otro ejemplo de aplicación de los métodos estadísticos en la geografía, en particular, del análisis de regresión, es el estudio de Lindberg (et al. 1961). En él se utilizan los residuales de una ecuación lineal de estimación de la densidad de población rural en la región conocida como "Great Plains" (Grandes Planicies) en los Estados Unidos.

El área de análisis se ubica centrado un rectángulo en la intersección del paralelo 40° N, y el meridiano 100° W, que incluye desde los estados entre la frontera canadiense hasta el centro de Texas, y desde la parte central de Colorado hasta la línea divisoria entre los estados de Oklahoma y Arkansas. Esta área incluye más de 600 condados, como se muestra en la figura (los puntos de control utilizados para fines de mapeo se encuentran indicados).

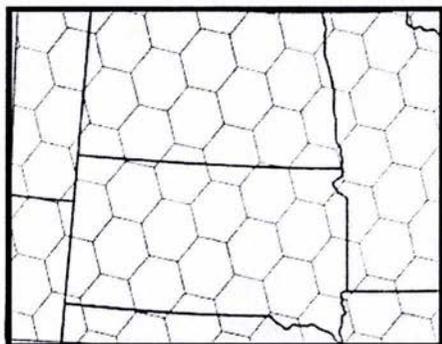
Se intenta observar la correlación entre las series estadísticas 0) densidad de población rural (POB) y 1) precipitación anual (PRECIP), 2) distancia con respecto a centros urbanos de más de 10,000 habitantes (DIST) (relación inversa), 3) disponibilidad de tierras cultivables (CULT), a lo largo de 10 años.



¹⁷ Maximally non-committal.

Como se observa en el mapa, el área de los condados es irregular, por lo cual los datos tienen que prepararse de cierta manera para reducir el sesgo que podría generarse debido a dichas irregularidades. Es necesario realizar ciertas transformaciones de los datos, de manera tal que se manejen unidades regulares. Al final del proceso, se trabajará con una serie de datos correspondiente a un conjunto de unidades de área regular, y no ya al conjunto de condados, como se verá a continuación.

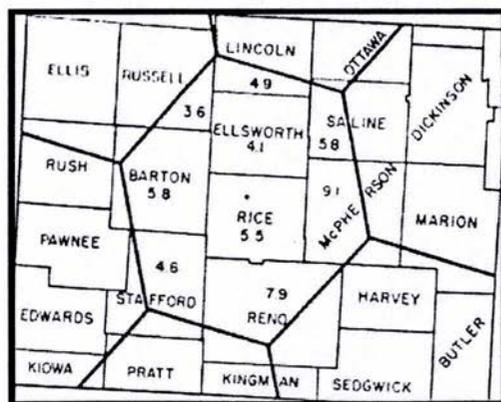
En primer lugar, se tiende una malla hexagonal orientada de manera aleatoria —a partir de un punto de control elegido también al azar— sobre el mapa, de manera tal que los



puntos de control sean centros de hexágonos congruentes (ya se verá por qué hexágonos y no otras figuras geométricas).

De las cuatro series de tiempo contempladas, POB y CULT son funciones de área. PRECIP y DIST son funciones puntuales.

Las funciones de área (POB y CULT) se suponen equi-distribuidas a través de los condados, y se transforman calculando la porción del hexágono que les corresponde. Es decir: a partir del dato observado en un condado, solamente se considera la porción que pertenezca a un mismo hexágono. En otras palabras: el dato de densidad de población (o el de área de tierra cultivables) para un condado se multiplica por una fracción igual al área que ocupa del hexágono. La figura y la tabla siguientes muestran la transformación del dato de densidad de población para el hexágono cuyo centro se encuentra en el condado de Rice.



Condado	Densidad	×	Porción estimada del hexágono	=	Producto
Rice	5.5		.17		.93
Ellsworth	4.1		.17		.70
Reno	7.9		.16		1.26
Barton	5.8		.13		.75
Stafford	4.6		.12		.55
McPherson	9.1		.12		1.09
Saline	5.8		.06		.35
Lincoln	4.9		.04		.20
Russell	3.6		.03		.11
			Σ 1.00		Σ 5.94

Como se observa, la serie transformada de POB (o CULT) será una serie de datos correspondiente, como ya se dijo, no a condados, sino a puntos de control (correspondientes a los centros de los hexágonos). En el caso del hexágono con centro en el condado Rice, el dato de densidad de población correspondiente será 5.94. Cabe decir, para despejar cualquier confusión, que este hexágono no corresponde a un “condado de Rice transformado”: la nueva serie no tiene ya nada qué ver con condados, sino con áreas hexagonales.

En este caso se utiliza el hexágono como unidad fundamental puesto que la distancia desde el centro hasta cualquiera de sus vértices es menor que la de una figura triangular, rectangular o rómbica. Por ello los valores extremos del hexágono influyen menos en la transformación descrita. Además, los hexágonos así dispuestos no se superponen unos con otros. Por último, los centros de hexágonos adyacentes conforman vértices de triángulos, por lo cual cualquiera que sea el valor de estos puntos, existirá solamente una isoaritmia, con lo que habrá solo una elección.

Las dos series restantes (PRECIP y DIST), se transforman de manera más sencilla. La precipitación se registra en un punto, a saber, en la estación encargada de medir el fenómeno. Este dato simplemente se interpola al centro de los hexágonos desde la estación de registro. Por su parte, la distancia lineal entre un punto de control (centro de un hexágono) y una población urbana con más de 10,000 habitantes es una función puntual, y se puede calcular fácilmente a partir del mismo mapa.

Con base en las series de tiempo transformadas, se corren regresiones lineales simples del tipo:

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 x_{1t} + \beta_2 x_{2t} + \beta_3 x_{3t} + u_t,$$

en donde y_t es la densidad de población rural (transformada) puesta en función de las variables exógenas x_{it} , para $i = 1$ hasta 4, siendo éstas (las transformadas de) CULT, PRECIP, y DIST, respectivamente, con un término de error u_t .

Con los betas estimados se genera una serie de densidad de población estimada \hat{y}_t , de manera tal que la diferencia entre los datos observados y los estimados, generada como una

serie de residuales, puede representarse en mapas, dando rangos a los valores de los residuales. Esto se conoce como *performance mapping* o “mapeo de desempeño”.

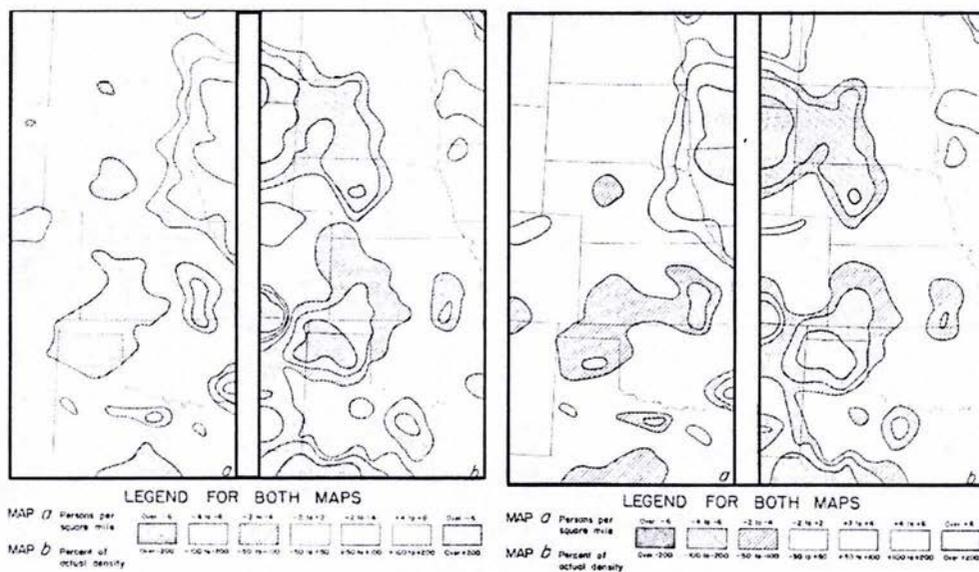
Los siguientes mapas muestran, respectivamente, este procedimiento para las regresiones

$$POB_t = \beta_0 + \beta_1 \text{PRECIP}_t + u_t,$$

y

$$POB_t = \beta_0 + \beta_1 \text{PRECIP}_t + \beta_2 \text{DIST}_t + u_t$$

en donde las figuras “B” expresan los residuales en puntos porcentuales.



C. Convergencia y efecto espacial

Como se vio en el capítulo primero, los métodos para calcular la convergencia implican una consideración de las economías como unidades independientes. De esta manera han sido ignoradas interacciones potenciales a través del espacio.

Es posible que efectos tales como derramas tecnológicas —que pueden generar procesos de convergencia— o ventajas comparativas —que al especializar los sectores de bienes comerciales de alguna región económica pueden impedir la convergencia— provoquen efectos espaciales de consideración analítica. El reconocimiento de efectos tales como los mencionados se denomina *dependencia espacial sustantiva*.

Además, es posible que exista una falta de correspondencia entre regiones económicas (o mercados) y la división geográfico-política según la cuál se organizan las entidades utilizadas en el análisis. Este último tipo de efecto espacial se conoce como *dependencia inoportuna*¹⁸. Se utiliza esta categoría en el presente trabajo, aun cuando la traducción exacta de la palabra “nuisance” es molestia, o fastidio. La categoría en el lenguaje inglés ilustra de mejor manera el hecho de que su efecto se recoge en el término de error.

Un tercer efecto se refiere a la posibilidad de que el comportamiento de las relaciones entre las unidades observadas sea (en general) inestable. Este efecto relevante se denomina *heterogeneidad espacial*, y da lugar a la discusión sobre la elección entre un enfoque de series de tiempo o uno de corte transversal como el más pertinente para el análisis.

La corriente del pensamiento denominada “nueva geografía económica” ha señalado, desde hace algún tiempo, la importancia del espacio en el análisis económico. El libro *Spatial Economy* de Fujita, Krugman y Venables (1999) ha sido considerado como la mejor síntesis de esta corriente. En ese libro se ilustra, con un ejemplo que puede parecer trivial, la enorme importancia de la dimensión espacial en la economía: Fujita se percató de que la pequeña calle St. Martin’s Court, ubicada a las afueras de la Ópera Nacional de Inglaterra, ha sido elegida para establecer decenas de “librerías de viejo”. Él dice que es un lugar razonable para establecer tiendas de este tipo. Pero sin duda existen otros lugares en dónde se pudieran ubicar. ¿Por qué, entonces, se ha escogido este lugar en particular? El autor responde: para estar cerca unos de otros. Cualquiera que sea el origen histórico de ese

¹⁸ Nuisance dependence.

lugar, en la actualidad existe una lógica circular que lo mantiene: por un lado, existen compradores potenciales que saben que ahí encontrarán un amplio rango de tiendas en donde buscar lo que requieran; por otro, las tiendas se ubican ahí porque saben que tendrán acceso a un conjunto amplio de compradores.

Esta clase de fenómenos trascienden toda economía. La aglomeración ocurre tanto a nivel residencial o de zonas dentro de ciudades, como a nivel regional, e incluso internacional.

No es difícil, entonces, convencer a los economistas de que la geografía económica es un tema interesante e importante.

La gran disparidad espacial de la economía real es seguramente el resultado de externalidades que generen rendimientos crecientes, lo que implica que la concentración geográfica puede auto-reforzarse. Por ello, se han realizado esfuerzos para incorporar el espacio en el análisis del fenómeno económico.

Sin embargo, la forma según la cual debe definirse el espacio es un complejo tema de discusión. No obstante, algunos autores han realizado avances en este sentido. Por ejemplo, el modelo de von Thünen toma la existencia de ciudades como algo “dado”, y a partir de esto se trazan consecuencias para la renta y el uso del suelo. Este modelo ha generado amplios debates y mucha literatura. Otro ejemplo es el de los teóricos de los sistemas urbanos, en donde los rendimientos crecientes quedan representados como una “caja negra” al tratar externalidades productivas *localizadas*. Este caso omite muchas cuestiones, pero ha generado profundos análisis por parte de otros autores.

Al comienzo de la década de los 1990's, algunos autores intentaron aplicar el instrumental analítico espacial a la teoría del crecimiento económico. Así, se fueron desarrollando nuevos conceptos, lenguajes y notaciones, que dieron lugar a la “nueva teoría del crecimiento”.

Cabe decir que esta teoría modela el crecimiento considerando el conocimiento como endógeno, por lo menos de manera parcial. Hulten (2000) postula que las nuevas teorías del crecimiento tienen el nuevo supuesto de que el producto marginal del capital es constante, y no decreciente, como en la teoría neoclásica. En los nuevos modelos de crecimiento, frecuentemente se incluye la inversión en conocimiento, investigación y desarrollo de productos, y en capital humano. Esta teoría ha sido criticada en cuanto que deja de lado

consideraciones regionales e ignora procesos e instituciones que tienen que ver con la innovación (Zoltan, 2001).

Así pues, Fujita, Krugman y Venables (1999) han desarrollado un modelo de equilibrio que explica la concentración espacial de actividades económicas con base en la interrelación de tres parámetros: rendimientos crecientes, costo de transporte y demanda de bienes manufacturados.

Estos aspectos, entre muchos otros, evidencian el impacto que puede tener el espacio en el crecimiento económico.

1. Sigma convergencia espacial

Para poder incluir patrones geográficos en el cálculo de la σ -convergencia, se propone construir una medida de autocorrelación espacial para los datos analizados¹⁹, con base en el estadístico *Moran I*, definido como:

$$I_t = \left(\frac{n}{s_0} \right) \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_{ij} x_{i,t} x_{j,t}}{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_{i,t} x_{j,t}}$$

donde $w_{ij,t}$ es elemento de una matriz binaria de ponderación espacial \mathbf{W} , en donde se tiene que $w_{ij,t} = 1$ si el estado i tiene una frontera común con el estado j ; $x_{i,t}$ es el logaritmo natural del ingreso per cápita del estado i en el año t (tomado como desviación de la media observada en ese año); n es el número de estados; y s_0 es un factor escalar equivalente a la suma de todos los elementos de \mathbf{W} .

La matriz de contigüidad es la más simple de todas las matrices de este tipo que pueden ser construidas. Al estandarizarla por filas, de manera tal que la suma de todos los elementos de cada una de dichas filas sea igual a 1, se tiene:

¹⁹ Rey, Sergio y Brett D. Montouri, *U.S. regional income convergence: a spatial econometric perspective*, San Diego State University, San Diego, CA., 1998.

$$I_i = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_{ij} x_{i,t} x_{j,t}}{\sum_{i=1}^n x_{i,t}^2}$$

o bien, en notación matricial:

$$I_i = \frac{\mathbf{x}' \mathbf{W} \mathbf{x}}{\mathbf{x}' \mathbf{x}}$$

en donde \mathbf{W} es una matriz de ponderaciones espaciales y \mathbf{x} es un vector de los valores observados x_i , como desviaciones de la media.

El valor del estadístico Moran I se encuentra en el rango $[-1,1]$, mostrando grados de autocorrelación negativa a positiva, respectivamente. Si entre unidades contiguas se observan valores más similares que disímiles, el estadístico tiende a ser positivo, y viceversa.

Si la autocorrelación espacial sigue un comportamiento similar al de la σ -convergencia (que es una medida de dispersión o segundo momento), entonces habrá evidencia de dependencia espacial.

Además del estadístico Moran I, existe una manera más desagregada de observar los efectos espaciales construyendo un *diagrama de dispersión de Moran*. Dado que los elementos del vector \mathbf{x} son desviaciones de la media, el estadístico Moran I equivale al coeficiente de la pendiente de la regresión lineal del rezago espacial $\mathbf{W}\mathbf{x}$ en \mathbf{x} . De esta manera se puede observar la asociación lineal entre estos dos elementos a partir de una diagrama bivariado de dispersión de $\mathbf{W}\mathbf{x}$ en \mathbf{x} . El diagrama descompone los efectos en cuatro cuadrantes correspondientes a las relaciones espaciales entre las unidades encontradas en cada uno de ellos: a) *High-High (HH, cuadrante I)*: alto nivel de ingreso per cápita rodeado de unidades con alto nivel de ingreso; b) *Low-High (LH, cuadrante II)*: bajo nivel per cápita con vecindad de alto nivel de ingreso; c) *High-Low (HL, cuadrante III)*: alto nivel rodeado de bajo; d) *Low-Low (LL, cuadrante IV)*: bajo con vecindad baja. Los cuadrantes I y III representan correlación espacial positiva (esto es: existencia de “clubs” o

“clusters” de convergencia) mientras que los cuadrantes II y IV muestran asociación espacial negativa²⁰.

2. Beta convergencia espacial

Se ha visto que la especificación para estimar β -convergencia es:

$$\ln\left(\frac{y_{t+k}}{y_t}\right) = \alpha + \beta \ln(y_t) + \varepsilon_t$$

en donde el vector y_t contiene las observaciones del ingreso per cápita de todas las unidades en un año dado, siguiendo la especificación de Baumol. Si β presenta signo negativo, entonces se confirma la β -convergencia del ingreso, y existe una relación inversa entre la tasa de crecimiento del ingreso per cápita y su nivel inicial.

En la especificación anterior se supone que el término de error de las unidades económicas son independientes:

$$E[\varepsilon_i \varepsilon_i'] = \sigma_i^2 I.$$

Sin embargo, existen varias alternativas para incluir la dependencia espacial que puede violar este supuesto.

a. Modelo de error espacial

Si los errores de las unidades observadas muestran covarianza espacial, entonces el término de error puede expresarse como:

$$\begin{aligned}\varepsilon_t &= \zeta \varepsilon_t + u_t, \\ \varepsilon_t &= (I - \zeta W)^{-1} u_t,\end{aligned}$$

²⁰ Lim, Up, *A Spatial Analysis of Regional Income Convergence*, en *Planning Forum*, Vol. 9 – Spring 2003, Community and Regional Planning Program, School of Architecture, University of Texas at Austin.

en donde ζ es un coeficiente escalar de error espacial y $u \sim N(0, \sigma^2 I)$. El término original de error tiene la siguiente matriz de covarianza no esférica:

$$E[\varepsilon_i \varepsilon_i'] = (I - \zeta W)^{-1} \sigma^2 I (I - \zeta W)^{-1}.$$

Debido a la estructura no esférica del error, el método de mínimos cuadrados ordinarios (OLS) arrojará estimadores sesgados, por lo cual se debe utilizar el método de máxima verosimilitud o el general de momentos.

Al incluir el error en la especificación se tiene:

$$\ln\left(\frac{y_{t+k}}{y_t}\right) = \alpha + \beta \ln(y_t) + (I - \zeta W)^{-1} u_t.$$

Es evidente que un *shock* en cualquiera de las unidades individuales afectará al resto de las unidades a través de la transformación espacial $(I - \zeta W)^{-1}$. Además de los efectos a los vecinos provocados por el espaciamiento de la matriz de contigüidad, la inversa de la matriz comunica la perturbación a través de todo el sistema.

b. Modelo de rezago espacial

Una manera de incorporar la dependencia espacial sustantiva en los modelos es a través de un rezago espacial. De esta forma la especificación de Baumol se modifica así:

$$\ln\left(\frac{y_{t+k}}{y_t}\right) = \alpha + \beta \ln(y_t) + \rho W \ln\left(\frac{y_{t+k}}{y_t}\right) + \varepsilon_t,$$

en donde ρ es el parámetro escalar espacial autorregresivo.

Desde la perspectiva del filtrado espacial, lo que interesa es la naturaleza de la convergencia después que se ha controlado para el efecto espacial:

$$(I - \rho W) \ln \left(\frac{y_{t+k}}{y_t} \right) = \alpha + \beta \ln(y_t) + \varepsilon_t.$$

Por otro lado, cuando el foco de interés es la dependencia espacial en la variable endógena, se plantea la cuestión de cómo se relaciona la tasa de interés de una de las unidades analizadas con las del resto después que se controlan las condiciones iniciales. Esto es importante puesto que las pruebas univariadas de dependencia espacial pueden estar afectadas por niveles iniciales espacialmente autocorrelacionados del ingreso (o cualquiera que sea la variable en cuestión).

Finalmente, desde la perspectiva del proceso generador de datos para la especificación del rezago, se tiene que la esperanza matemática de la tasa de crecimiento del ingreso es:

$$E \left[\ln \left(\frac{y_{t+k}}{y_t} \right) \right] = E \left[(I - \rho W)^{-1} (\alpha + \beta \ln(y_t)) \right] + E \left[(I - \rho W)^{-1} \varepsilon_t \right].$$

Aquí se ve que el valor esperado de la tasa de crecimiento del ingreso de cada unidad (estado) se encuentra relacionado tanto con su nivel inicial como con los niveles iniciales del resto de las unidades. Las perturbaciones, al igual que en el modelo de error espacial, serán esparcidas en todo el sistema por la matriz W . Debido a que hay errores simultáneos, OLS aporta estimadores sesgados (se sugiere máxima verosimilitud o variables instrumentales).

c. Modelo regresivo-transversal espacial

Otra manera de incluir efectos espaciales sustantivos en el modelo se puede realizar incluyendo el rezago espacial de los niveles iniciales de ingreso per cápita en la especificación original. Así, se tiene que:

$$\ln \left(\frac{y_{t+k}}{y_t} \right) = \alpha + \beta \ln(y_t) + \tau W \ln(y_t) + \varepsilon_t,$$

A diferencia del modelo de rezago, aquí se tiene que la dependencia espacial se localiza en los niveles iniciales del ingreso, y no en sus tasas de crecimiento. Dado que los niveles iniciales y el rezago espacial son exógenos, en esta especificación se puede aplicar OLS para obtener los estimadores.

Cada uno de estos modelos implica diferencias en cuanto a la naturaleza de los procesos de convergencia, por lo cual es necesario discriminar entre las tres especificaciones espaciales y la no espacial (de Baumol).

Como se ha visto en este capítulo, la unión entre geografía y estadística hizo posible el análisis espacial. Esta herramienta analítica puede utilizarse en el estudio de economías regionales. Sin embargo, tal aplicación encuentra dos problemas: 1) la autocorrelación espacial y 2) la variabilidad en el tamaño de las unidades analizadas. Al momento de estimar relaciones estadísticas, las interacciones entre estos dos rasgos intrínsecos de los datos espaciales generan problemas como son la escala, la agregación y la falacia ecológica.

Por otro lado, la consideración del espacio en el análisis económico ha generado un amplio debate. En particular, el espacio puede influir sobre el crecimiento de varias maneras: derramas tecnológicas que traspasan las fronteras políticas de las entidades consideradas, ventajas comparativas regionales, formación de *clusters* por rendimientos crecientes, distancia (en cuanto costo de transporte), etc.

Para incorporar algunos de estos efectos espaciales en el análisis estadístico existen varios métodos. En el caso específico del estudio sobre convergencia regional se han propuesto tres modelos espaciales: 1) error espacial, 2) rezago espacial, y 3) regresivo-transversal espacial. Con ellos será posible observar la relación entre el ingreso de una entidad federativa, y el de las entidades contiguas a ella.

Capítulo III
Espacio y convergencia en México

A. Aspectos regionales

1. El modelo de Mendoza: regiones

Desde 1991, una escuela del pensamiento económico denominada la “nueva geografía económica”, ha adoptado “una estrategia de análisis donde las nuevas teorías del comercio y del crecimiento económico se combinan en modelos de equilibrio general con maximización del comportamiento espacial de los individuos”.

Este nuevo enfoque difiere de los criterios tradicionales tanto de la geografía económica como de la economía regional, por lo cual el agrupamiento de la información se hace más complejo.

Además, dentro de las mismas teorías sobre convergencia se ha planteado la cuestión de la regionalización. Sala-i-Martin habla de clubs de convergencia relacionados a la validez de la comprobación de existencia de convergencia condicional.

Así pues, Mendoza, M. A. (1999) agrupa sus resultados según dos criterios para calcular la productividad total de factores (PTF) y del trabajo (PT) con base en la información de la Encuesta Industrial Anual de INEGI²¹. El primero “toma en cuenta la localización geográfica de la manufactura con base en el Programa Nacional de Desarrollo Urbano”, que divide al país en nueve regiones:

Noroeste	Norte	Noreste	Centro Norte	Occidente	Centro	Golfo	Sur	Peninsular
BCN	CHIH	NL	AGS	NAY	DF	VER	GRO	YUC
BCS	COAH	TAM	ZAC	JAL	EDO	TAB	OAX	CAMP
SON	DGO		SLP	COL	HGO		CHIS	QR
SIN			GTO	MICH	PUE			
			QUE		MOR			
					TLAX			

El segundo “se deriva de los modelos de desarrollo propuestos por Ruiz Durán (1997)”, en donde se identifican cuatro tipos de patrones de desarrollo según la localización espacial de la industria manufacturera:

²¹ Estos datos se encuentran ordenados en clases económicas.

Economías de Aglomeración	Modelo de Intervención Estatal	Modelo de Inversión Extranjera	Modelo Básico de Actividades Tradicionales
DF	CAMP	AGS	DGO
EDO	MICH	BCN	GTO
NL	TAB	CHIH	GRO
JAL	TAM	COAH	HGO
	VER	MOR	NAY
		PUE	OAX
		QUE	QR
		SON	SLP
			SIN
			TLAX
			YUC
			ZAC

2. Desarrollo regional: OCDE

La Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE, 1998) identifica seis regiones en el país “de acuerdo a sus diferentes características climáticas que han determinado en gran medida su respectivo desarrollo”²², según la clasificación regional desarrollada por Musset en 1995.

Estas regiones son: Gran Meseta Central, litoral Golfo, litoral Pacífico, península de Yucatán, fronterizos del norte, y central norte.

De acuerdo con este criterio, debido al clima templado de la Gran Meseta Central, más de la mitad de la población se ha concentrado en esta región. Esto ha conformado la “zona económica centro” (DF, MOR, PUE, HGO, TLAX, QUE, EDO) que cuenta con 33 por ciento de la población del país.

Las entidades federativas pertenecientes a la región denominada “litoral sur” deben su desarrollo al clima tropical que permitió la agro-industrialización y urbanización, después de la Segunda Guerra Mundial. Además, se han derivado grandes beneficios para los estados localizados en el litoral del Golfo de México a partir de la existencia y desarrollo de cuantiosas reservas petroleras en la región.

La península se ha expandido gracias a la explotación de los sitios turísticos y por la industrialización maquiladora.

²² *Conf.* p. 21.

En el caso de la zona fronteriza el beneficio no proviene tanto del clima desértico, como de la proximidad con la economía abierta más grande del orbe. Esta región ha aprovechado todas las ventajas que la da el bajo costo relativo de la mano de obra empleada en la transferencia de instalaciones productivas alentada por el sistema de maquila. Además, la urbanización se encuentra especialmente desarrollada en la región norte, dado el ya mencionado clima desértico.

Por último la región central norte (DGO, SLP, ZAC, AGS, GTO, QUE) ha visto impulsado el desarrollo de las ciudades principales como San Luis Potosí y Zacatecas por la presencia de recursos minerales como el hierro y la plata.

La división del país en regiones conforme a criterios climáticos puede resultar ambigua en tanto no se definan contextos bien determinados. Es decir: el clima puede ser un determinante fundamental en el proceso de conformación de regiones económicas. Sin embargo, no es el único y quizá ni siquiera de los más importantes. Un ejemplo claro de las ambigüedades a que este proceder puede dar lugar lo constituye la explicación de la urbanización de la región norte a partir del clima —del calor. Autores como Fay y Charlotte Opay (2000) mencionan tres determinantes del crecimiento de la proporción urbana de la población: 1) la tasa de crecimiento natural (n) de la población urbana, 2) la reclasificación de los centros rurales a medida que crecen y alcanzan la denominación de “ciudades”, y 3) la migración rural-urbana. De hecho, citan un trabajo de Lucas en donde se explica que el 75% del crecimiento urbano en México en la década de los 80's se debió a la tasa natural de crecimiento²³. Las consideraciones climáticas ni siquiera se mencionan.

El caso extremo de la peculiaridad de la explicación del desarrollo económico según el clima, lo constituyen los argumentos que Thomas Griffith Taylor desarrolló, en las primeras décadas del siglo XX, en torno a lo que el pensamiento geográfico dio en llamar el “Determinismo Ambiental”. Según estos criterios, el ambiente determina la cultura, y por “ambiente” se entiende el ambiente físico, no el contexto social. Los pueblos son lo que son puesto que han sido conformados según su entorno físico, a saber, el clima, la vegetación, etcétera. La mayoría de los geógrafos en la actualidad consideran embarazosos tales argumentos, puesto que implican una fuerte carga de racismo, además de que se han utilizado para argumentar una superioridad racial de los pueblos de altas latitudes y la

²³ <http://econ.worldbank.org/docs/1167.pdf>

denigración de los pueblos de los trópicos.²⁴ Incluso autores como Barnes (2000) señalan que el Determinismo Ambiental surgió como una justificación del colonialismo de las potencias económicas europeas de principios del siglo pasado²⁵. Es necesario señalar todo esto simplemente para poner en claro que la OCDE considera que los factores climáticos han determinado el desarrollo de las regiones de México en gran medida, pero no en su totalidad.

Otra manera de dividir al país en regiones consiste en construir tres indicadores con base en información acerca de ingreso familiar, potencial para el desarrollo humano, y carencias dentro del hogar, respectivamente. Al analizar los datos, la OCDE encuentra que, dependiendo del indicador señalado, se conforman distintas regiones. Es decir, además de las desigualdades entre los estados, existe heterogeneidad entre dichas inequidades. En otras palabras: existen desigualdades inter-estatales e intra-estatales. De esta manera, un estado como Campeche, que presenta el PIB por habitante más alto, resulta el estado más atrasado de la república según el indicador de carencias dentro del hogar.

Para analizar aspectos económicos, la OCDE hace un uso crítico del indicador "PIB per cápita". Así, después de señalar que, según la metodología de Cuentas Nacionales, sólo una parte del PIB regional conforma el ingreso de los habitantes de una región determinada, se procede a comparar el desempeño económico entre los estados, examinando la estructura sectorial de las actividades en éstos, con dos grupos de estadísticas: 1) empleo, producción y salarios, y 2) valor agregado en diez principales sectores (1993). Además, excluyen al sector petrolero y petroquímico en aquellos estados como Tabasco, Campeche, etc., cuya actividad económica está completamente ligada a dichas ramas de la industria. Por ello sostienen la hipótesis de que la comparación entre las entidades federativas, realizada con base en el PIB per cápita, resulta en una imagen exagerada de las desigualdades entre ciertos estados, además de que al eliminar el "efecto petróleo" queda evidenciado un bajo diferencial de productividad laboral entre las regiones. De esta manera, el desempeño económico e industrial entre los estados resulta homogéneo (bajo).

Al estudiar la tendencia del comportamiento de las economías regionales, se conforman cinco divisiones de acuerdo a múltiplos de la desviación estándar del PIB por habitante y

²⁴ www.ndsu.nodak.edu/instruct/isern/382/taylor.htm

²⁵ www.blackwellpublishing.com/geogcomps/pdf/002ge0.pdf. Puede verse el artículo de Barnes en <http://www.geog.ubc.ca/~tbarnes/Social%20Science%20Encyclopedia.doc>

PIB por habitante excluyendo petróleo y minería. Así, las regiones quedan conformadas de la siguiente manera:

$Y < -\sigma$	$-\sigma < y < -\frac{1}{2}\sigma$	$-\frac{1}{2}\sigma < y < +\frac{1}{2}\sigma$	$+\frac{1}{2}\sigma < y < \sigma$	$\sigma < y$	
CHIS	GTO	BCS	QUE	BCN	DF
OAX	GRO	CAMP	QR	COAH	NL
	HGO	COL	SIN	JAL	
	MICH	CHIH	VER	SON	
	SLP	DGO	YUC	TAM	
	TAB	EDO			
	TLAX	MOR			
	ZAC	NAY			
	AGS	PUE			

Cabe mencionar aquí que, según esta clasificación, la OCDE confirma que las desigualdades económicas entre los grupos de estados de la república así conformados, disminuyeron de 1980 a 1985, pero aumentaron en el periodo 1985-1993. Sin embargo, el primer periodo fue el de menor crecimiento, y el segundo el de mayor crecimiento. La economía de las regiones que se han visto beneficiadas por la apertura comercial y, en general, por el cambio estructural en la política económica que se ha venido efectuando en México desde principios de la década de los 80's, crecieron, por lo menos hasta el año 1993, de manera tal que se crearon diferenciales de desempeño entre estas economías y el resto del país. Esto es, el mayor crecimiento de la economía en estas regiones generó mayores inequidades en la distribución del ingreso.

B. Convergencia

1. El modelo de Mendoza: convergencia

Un aspecto importante en la discusión sobre la convergencia económica es el que se refiere a la elección del indicador adecuado del desempeño económico. Mendoza señala que, de dichos indicadores, el más utilizado es el ingreso per capita — pero que en segundo término se utiliza, como indicador de la eficiencia económica, la productividad del trabajo (PT) y total de los factores (PTF).

El objeto del estudio realizado por Mendoza es la convergencia de la productividad manufacturera en México en el periodo 1985-1993. Con base en estudios anteriores de otros autores, supone un proceso de divergencia del ingreso en el país en el periodo, y compara éste proceso con el comportamiento en la productividad de la manufactura en el periodo.

Después de mencionar ciertos aspectos del debate sobre la convergencia, se define la metodología utilizada para probar tanto σ -convergencia como β -convergencia, respectivamente. "Para probar σ -convergencia, se utiliza la desviación estándar del logaritmo de la PT y la PTF entre el conjunto de datos y se analiza su tendencia. Si la desviación estándar tiende a valores menores en el tiempo, entonces las diferencias productivas disminuyen y convergen al mismo nivel productivo."

$$\sigma_t = \sqrt{\left(\frac{1}{N}\right) \sum_{i=1}^N [\log P_{it} - \log \bar{P}_i]^2}$$

donde:

P_{it} = productividad del trabajo (PT) o total de los factores (PTF);

\log = logaritmo natural de la variable; y

\bar{P}_i = media de la productividad para las i regiones.

Para probar β -convergencia, el autor se vale de la especificación de Barro y Sala-i-Martin. Así, estima un modelo lineal-log "que relaciona la tasa de crecimiento de la productividad y su nivel inicial", como sigue:

$$\frac{1}{T} \cdot \log \frac{P_{it}}{P_{i,t-T}} = \delta_i + \log(P_{i,t-T}) \cdot \frac{1 - e^{-\beta T}}{T} + u_{it}$$

donde

t = tiempo,

P_{it} = productividad del trabajo (PT) o total de los factores (PTF) en el año de estudio;

P_{it-T} = productividad en el año base;

T = amplitud del intervalo de observaciones; y

u_{it} = término de error.

Si β es positivo, entonces se cumple la hipótesis de convergencia.

Estos métodos son complementarios, puesto que, como se vio en el capítulo I, la β convergencia no implica σ -convergencia. De hecho, cuando se está en presencia tanto de β convergencia como de σ -convergencia, se habla de “convergencia fuerte”, mientras que existe “convergencia débil” cuando se presenta β -convergencia solamente.

Mendoza calcula una medida de σ -convergencia para el total de las clases económicas de la industria manufacturera en el periodo 1984 – 1993, obteniendo un indicador mayor que uno ($\frac{\sigma_{93}}{\sigma_{84}} > 1$), lo cual constituiría una prueba de un proceso de “ σ -divergencia” (en el caso de PT, el indicador es 1.02. Para PTF es 1.06). Sin embargo, aunque numéricamente indiquen divergencia, la significancia estadística de los parámetros es demasiado baja, lo cual puede indicar una falta de elementos para afirmar, estrictamente, la existencia de procesos de convergencia o divergencia.

Por región, los resultados para la productividad del trabajo (PT) y productividad total de los factores (PTF), respectivamente, son los siguientes:

Región Geográfica	σ -convergencia	Divergencia
Noroeste		x
Norte		n.c.
Noreste		n.c.
Centro Norte		n.c.
Occidente		n.c.
Centro	√	
Golfo		x
Pacífico Sur		x
Peninsular	√	
Modelo de Desarrollo		
Economías de Aglomeración	√	
Modelo de Intervención Estatal		x

Región Geográfica	σ -convergencia	Divergencia
Noroeste		X
Norte		n.c.
Noreste		n.c.
Centro Norte		X
Occidente		n.c.
Centro	—	—
Golfo	—	—
Pacífico Sur		n.c.
Peninsular	√	
Modelo de Desarrollo		
Economías de Aglomeración		n.c.
Modelo de Intervención Estatal		X

Modelo de Inversión Extranjera		n.c.
Modelo Básico de Actividades Tradicionales		n.c.

Modelo de Inversión Extranjera		X
Modelo Básico de Actividades Tradicionales		X

en donde:

√ = convergencia,

x = divergencia,

— = proceso estable,

n.c. = no hay conclusión contundente.

Para el total de las clases existe β -convergencia (para PT = 4.15 y PTF = 8.22, lo que implica que en 16.7 y 8.3 años las desigualdades desaparecerán²⁶). Por regiones, los resultados para PT muestran que, salvo las zonas Noroeste, Golfo y Pacífico Sur (para regiones) y el modelo de intervención estatal (modelos de desarrollo) —que presentan parámetros positivos, aunque no significativos— el total de las regiones consideradas presentan β -convergencia. Los resultados para PTF presentan diferencias con respecto a los anteriores resultados: 1) el parámetro de convergencia para la zona peninsular es no significativo, (no se puede afirmar β -convergencia); y 2) el parámetro de la zona noroeste es significativo, y su valor junto con los encontrados para las zonas norte y noreste indican que el norte se caracterizó por un proceso de β -convergencia mayor en PTF. En el cálculo para los modelos de desarrollo, los procesos de β -convergencia presentaron velocidades muy parecidas en cada región.

²⁶ $T = \ln(2) / \beta$, según Juan-Ramón y Rivera-Batiz (1996).

2. Análisis confirmatorio de Esquivel

Uno de los primeros y más citados estudios sobre convergencia en la economía mexicana es el de Esquivel (1999).

Esquivel estima una serie de ingreso estatal bruto per cápita para cada uno de los estados, del año 1940 a 1995. La tasa de crecimiento del periodo, según los datos estimados, es de 2% anual. Y la relación entre las entidades federativas con niveles de ingreso más bajo y más alto en 1940 y 1995, respectivamente, es de 11.81 y 5.43, lo cual muestra una reducción considerable de la dispersión del ingreso en el periodo. Sin embargo, como señala el mismo autor, dicha relación, comparada con la de Colombia, Estados Unidos y Suecia, en 1990, era de 3.3, 1.2, y 1.2, respectivamente. Además, hay una muy baja movilidad (prácticamente nula) de los estados más pobres. Esto es: que los estados que eran pobres en 1940 y los que seguían siéndolo en 1995, son prácticamente los mismos.

Para poder analizar rigurosamente el fenómeno de reducción de la dispersión del ingreso, teniendo como referencia el cuerpo argumentativo de la teoría económica neoclásica, para que a partir de la abstracción se pueda inferir sobre la economía *real* en México, Esquivel verifica la hipótesis de *convergencia absoluta* para México. Mediante una regresión simple de la forma

$$\Delta \ln PIB / hab = \ln PIB / hab ,$$

obtiene un coeficiente de ajuste del 51 por ciento, lo cual es un indicador de que la hipótesis de *convergencia absoluta* se sostiene para el caso mexicano.

Para obtener una medida de la σ -*convergencia*, se calcula la desviación estándar del logaritmo de la renta por habitante, en cada entidad federativa, entre 1940 y 1995²⁷. En 1940, el indicador de σ -*convergencia* fue de 0.62, mientras que para 1995 se redujo a 0.44. Esto evidencia la presencia de *convergencia σ* en el periodo.

Sin embargo, dicha reducción se dio en su mayor parte entre 1940 y 1960. Y a partir de este año el indicador de σ -*convergencia* se mantiene relativamente constante.

²⁷ En este caso, se omiten Campeche y Tabasco debido a que constituyen observaciones atípicas por la alta concentración de su actividad económica en la rama de los petroquímicos. Como se recordará, en el documento de la OCDE ya se hacía mención del mismo problema.

Tasa de convergencia

Los modelos de crecimiento económico pueden ser representados como:

$$\ln(\hat{Y}_{i,t}) = e^{-\lambda t} + \ln(\hat{Y}_{i,0}) + (1 - e^{-\lambda t}) \ln(\hat{Y}_i^*),$$

en donde:

$\hat{Y}_{i,t}$ = producto per cápita en la economía i en el periodo t ,

\hat{Y}_i^* = nivel en el estado estacionario,

λ = tasa instantánea de convergencia hacia el estado estacionario.

Restando en ambos lados de la expresión el término $\ln(Y_{i,0})$ se tiene:

$$\begin{aligned} \ln(Y_{i,\tau}) - \ln(Y_{i,0}) &= e^{-\lambda\tau} \ln(Y_{i,0}) - \ln(Y_{i,0}) + (1 - e^{-\lambda\tau}) \ln(Y_i^*) \\ &= -(1 - e^{-\lambda\tau}) \ln(Y_{i,0}) + (1 - e^{-\lambda\tau}) \ln(Y_i^*) \\ &= (1 - e^{-\lambda\tau}) [-\ln(Y_{i,0}) + \ln(Y_i^*)] \\ \ln(Y_{i,\tau}) - \ln(Y_{i,0}) &= (1 - e^{-\lambda\tau}) [\ln(\hat{Y}_i^*) - \ln(\hat{Y}_{i,0})], \end{aligned}$$

y multiplicando por $\frac{1}{\tau}$:

$$\frac{\ln(Y_{i,\tau}) - \ln(Y_{i,0})}{\tau} = x + \frac{(1 - e^{-\lambda\tau})}{\tau} (\ln(Y_i^*) - \ln(Y_{i,0})).$$

Esta expresión relaciona el producto inicial per cápita ($Y_{i,0}$) con la tasa de crecimiento promedio del producto per cápita entre los periodos 0 y τ . Se supone una misma tasa de progreso tecnológico para cada economía, y se utiliza el hecho de que la tasa de crecimiento promedio del producto per cápita (miembro de la izquierda) queda definido por una tasa exógena de progreso tecnológico (x) más la tasa de crecimiento del producto por trabajador efectivo (miembro de la derecha).

Realizando la multiplicación en el miembro de la derecha se tiene:

$$\frac{\ln(Y_{i,t}) - \ln(Y_{i,0})}{\tau} = x + \frac{1}{\tau} (1 - e^{-\lambda\tau}) \ln(Y_i^*) - \frac{1}{\tau} (1 - e^{-\lambda\tau}) \ln(Y_{i,0}).$$

Y suponiendo una relación lineal simple entre el producto por trabajador efectivo real y el producto per cápita:

$$\frac{y_{i,t} - y_{i,t-\tau}}{\tau} = \alpha - \beta y_{i,t-\tau} + u_{i,t}$$

en donde:

$$y_{i,t} = \ln Y_{i,t},$$

$$\alpha = x + \frac{1}{\tau} (1 - e^{-\lambda\tau}) y_i^*,$$

$$\beta = \frac{1}{\tau} (1 - e^{-\lambda\tau}), \text{ y}$$

$u_{i,t}$ = término de perturbación estocástica.

Con tal especificación, se estima una regresión con mínimos cuadrados no lineales para calcular el parámetro $\lambda = -\ln(1 - \beta\tau) / \tau$, que es la tasa instantánea de convergencia hacia el estado estacionario, y su valor aproximado es de 0.012²⁸. *Esto quiere decir que la diferencia entre el ingreso per cápita de los estados se reduce en 1.2% al año, lo cual constituye un ritmo de convergencia lento, comparado con el de otros países.*

Puesto que el cálculo de la desviación estándar del PIB estatal per cápita señala un posible proceso de convergencia más rápido de 1940 a 1960 que de 1960 a 1995, se estimó el parámetro λ para cada uno de estos subperiodos. Para el primero, $\lambda = 3.2\%$ al año. Para el segundo, $\lambda = 0.9$ por ciento al año.

La primera conclusión de Esquivel es contundente: "el proceso de convergencia económica interestatal se concentró en el periodo 1940-1960. A partir de entonces, la

²⁸ Se menciona que el parámetro es estadísticamente significativo al 1 por ciento.

convergencia ocurrió a una tasa inferior y los años recientes se han caracterizado por un marcado estancamiento de la distribución regional del ingreso per cápita” (p.743).

Convergencia regional

Los procesos de convergencia en la economía mexicana son igualmente calculados con base en una clasificación de las entidades federativas según regiones económicas.

Se señala en el documento que “la justificación detallada de [la] agrupación regional está más allá de los objetivos de este trabajo” (p.746), siendo dicha agrupación la siguiente:

Capital	Centro	Centro - norte	Golfo	Norte	Pacifico	Sur
DF	HGO	AGS	CAM	BCN	BCS	CHIS
EDO	MOR	DGO	QR	CHIH	COL	GRO
	PUE	GTO	TAB	COAH	JAL	MICH
	TLAX	QUE	VER	NL	NAY	OAX
		SLP	YUC	SON	SIN	
		ZAC		TAM		

De la misma manera que para el caso por estados, se verifica un proceso de convergencia absoluta entre regiones ($R^2 = 0.584$) para el periodo 1940 – 1995.

Para estimar la *convergencia* σ se obtiene el logaritmo del ingreso por habitante regional, y el resultado es algo parecido al del primer enfoque: la dispersión de la renta entre regiones se redujo de 1940 a 1950, y desde entonces permanece más o menos constante. “La disparidad regional en 1995 se encuentra en niveles parecidos a los de hace cuarenta y cinco años” (p.749).

Convergencia intrarregional

Para calcular las tasas de convergencia entre regiones, Esquivel simplemente agrega variables *dummy* a las regresiones que obtiene para el caso de estudio por estado. Los resultados que arroja el experimento indican que los estados que pertenecen a las regiones Norte, Pacífico, Golfo y Capital tienden a crecer más rápido que las regiones Sur, Centro y Centro-norte de México.

Esquivel señala que el uso de estas variables ficticias simula una característica estructural de la economía mexicana que mantiene los procesos de convergencia a ritmos muy bajos.

Esta metodología no está descrita de manera explícita en el documento. Pero es posible suponer que es muy distinta (y quizá limitada) comparada con la que será utilizada en este ensayo para observar y evaluar los procesos intrarregionales de convergencia en el país.

3. Crecimiento regional

En un proyecto de investigación muy similar al de Esquivel, Rodríguez, E. (2002) analiza los procesos de convergencia entre entidades federativas y regiones económicas²⁹ de México, en el periodo 1970-1999.

Rodríguez verifica la hipótesis de convergencia en cuatro subperiodos: *i*) 1970-1985 y *ii*) 1985-1999: antes y después de la apertura comercial y la reforma económica; *iii*) 1970-1980: antes del shock petrolero; y *iv*) 1988-1999: un periodo después de las crisis.

Al igual que Esquivel, Rodríguez utiliza, alternativamente, variables *dummy* geográficas para simular tendencias estructurales en los procesos de convergencia de la economía mexicana.

Los resultados son muy similares a los de Esquivel, por lo cual no serán detallados los resultados obtenidos en su estudio. Se mencionará solamente que en el periodo 1970-1985

²⁹ Los estados se agruparon en zonas de la siguiente manera: Norte: Baja California, Coahuila, Chihuahua, Nuevo León, Sonora y Tamaulipas; Centro-Norte: Aguascalientes, Baja California Sur, Colima, Durango, Jalisco, Nayarit, San Luis Potosí, Sinaloa, y Zacatecas; Centro: Distrito Federal, Estado de México, Morelos, Puebla, Querétaro, Michoacán, Guanajuato, Hidalgo, Tlaxcala y Veracruz; Sur: Chiapas, Guerrero, Oaxaca, Quintana Roo y Yucatán. Los criterios para esta clasificación no se detallan.

se encontró evidencia de β -convergencia y σ -convergencia, mientras que se presentaron procesos de divergencia a ritmos lentos de 1985 a 1999.

4. Liberalización comercial: el impacto regional

Un estudio más sobre convergencia en México es el de Sánchez-Reaza, J. y Rodríguez-Pose, A. (2002). En su análisis se demuestra que, mientras las fases finales del periodo ISI estuvieron dominadas por tendencias hacia la convergencia, la apertura comercial y la integración económica (identificadas por el GATT y el NAFTA, respectivamente) han conducido a la divergencia. En particular, dicen ellos, el periodo NAFTA se caracteriza por un proceso de divergencia tal que se verifica utilizando más de un solo tipo de análisis o selección muestral.

Así pues, se utiliza el periodo 1970-1985 para caracterizar el modelo ISI; 1985-1993 para el GATT; y 1994-1998 para el NAFTA.

Comprendiendo el sesgo que representan las observaciones de Tabasco y Campeche, y la concentración de las empresas maquiladoras en 6 estados, al anular dichos efectos los autores observaron que durante el periodo ISI ocurrió un proceso de σ -convergencia, disminuyendo la desviación estándar del producto per cápita estatal de 0.3751 a 0.2931, mientras que en el periodo GATT se observó divergencia al aumentar la desviación estándar a un nivel de 0.4153 en 1993, hasta alcanzar el nivel de 0.4410 para 1998, durante el periodo NAFTA.

Si se pasan por alto los efectos distorsionantes de Campeche y Tabasco, y de la concentración maquiladora, se obtienen resultados completamente inversos a los anteriores. Por otro lado, si se deja de lado solamente el sesgo de los dos estados petroleros, los resultados siguen a los descritos en el párrafo anterior. Por lo tanto, el efecto de distorsión de Campeche y Tabasco es mayor que el de los estados fronterizos.

En el cálculo de β -convergencia, los efectos son similares. De esta manera, la regresión corrida con la muestra completa (es decir, con las 32 observaciones correspondientes a las entidades federativas de la República) arroja un alto coeficiente negativo de -0.05464 que sería indicativo de un fuerte proceso de β -convergencia en el periodo ISI (aunque es estadísticamente no significativo). En el periodo GATT la tendencia sigue hacia la

convergencia. Pero durante los años 1994 a 1998 (correspondientes al periodo NAFTA) el coeficiente es positivo.

Si se corrige la distorsión causada por el efecto de incluir las observaciones atípicas de los estados petroleros, solo existe β -convergencia en el periodo ISI. Por otra parte, corrigiendo el efecto ocasionado por la concentración de la “maquila” en los estados fronterizos, los resultados siguen la tendencia de aquellos obtenidos con el total de la muestra. Por último, excluyendo ambos efectos, se observa un proceso de convergencia sólo para el periodo ISI. Los resultados de verificación de β -convergencia siguen, pues, un comportamiento similar a los de σ -convergencia.

5. Análisis de Panel

La estructura de datos en forma de panel permite el análisis de regresión tanto con una dimensión espacial como con una temporal. La dimensión espacial pertenece a un conjunto de unidades de observación de corte transversal. Estos pueden ser, países, estados, empresas, mercancías, grupos de gente, o individuos. La dimensión temporal se refiere a observaciones periódicas de un conjunto de variables que caracterizan unidades transversales como las descritas en un lapso de tiempo determinado.

Un conjunto de datos en panel incluye, por lo general, bloques o secciones transversales secuenciales de datos, cada uno de los cuales incluye una serie de tiempo. La ilustración muestra un conjunto de datos (ficticios) en panel que incluye

Estado	Año	C	Y	W
Aguascalientes	1994	23000	20000	3000
Aguascalientes	1995	23100	20100	3100
Aguascalientes	1996	23200	20200	3200
.
.
Aguascalientes	2004	23600	20600	3600
Baja California	1994	22000	18000	4000
Baja California	1995	22100	18100	4100
.
.
Baja California	2004	22500	18500	4500
Campeche	1994	46000	40000	6000
Campeche	1995	46100	40100	6100
.
.
Campeche	2004	46500	40500	6500

estado, año, consumo (C), renta (Y), y riqueza (W), del año 1994 al 2004.

Como se ve, la estructura confiere a las variables dos dimensiones. Tienen una unidad de observación transversal, que en este caso es el estado i . Y además tienen una referencia temporal, t , en este caso el año. El término de error tendrá dos dimensiones, una para el país y otra para el período de tiempo.

De esta forma, la ecuación que explicaría el consumo estaría dada por:

$$C_{it} = \alpha_i + \beta_1 Y_{it} + \beta_2 W_{it} + \varepsilon_{it},$$

De manera general, considerando L variables exógenas:

$$y_{it} = \alpha_i + \beta_1 X_{1it} + \beta_2 X_{2it} + \dots + \beta_L X_{Lit} + \varepsilon_{it}.$$

Existen varios tipos de modelos de panel: coeficientes constantes, efectos fijos, y efectos aleatorios. Entre estos, existen modelos de panel dinámico, robustos, y de estructura de covarianza. Las soluciones a los problemas de heteroscedasticidad y autocorrelación en estos modelos constituyen aspectos estadísticos interesantes.

a. El modelo de Cermeño

En una metodología propuesta por Cermeño, R. (2001) se utiliza un modelo dinámico de panel para analizar la convergencia del ingreso en México.

En dicho estudio se cuenta solamente con datos quinquenales de producto per cápita para las entidades federativas, de 1970 a 1995. Es decir, seis observaciones para cada estado. Debido a esta carencia de información se propone el análisis de panel. Además, se argumenta que con este enfoque resulta posible distinguir entre convergencia absoluta (o, como se dijo en el capítulo I del presente ensayo, convergencia de las economías estatales hacia el mismo estado estacionario) y convergencia relativa (relación inversa entre el crecimiento de una economía y la distancia que lo separa de su estado estacionario). De hecho, una crítica al estudio (anteriormente descrito) realizado por Esquivel es que éste no establece la diferencia entre dichos tipos de convergencia.

Para evaluar la convergencia, Cermeño utiliza un modelo de panel dinámico con efectos individuales con la siguiente especificación:

$$y_{it} = \mu_i + \beta y_{it-1} + \theta t + \varepsilon_{it}, \quad i = 1, \dots, N, \quad t = 1, \dots, T,$$

en donde N y T se refieren a la sección transversal y al tiempo, respectivamente, β es el parámetro autorregresivo, μ_i son los efectos específicos individuales y θt es una tendencia.

Cuando los efectos individuales son constantes, el modelo anterior se ve así:

$$y_{it} = \mu + \beta y_{it-1} + \theta t + \varepsilon_{it},$$

Esta especificación mantiene constantes tanto los coeficientes de intersección como los de pendiente, por lo que se conoce como “modelo de coeficientes constantes”. En este tipo de modelo es posible agrupar (*pool*) todos los datos, y correr una regresión con mínimos cuadrados ordinarios. Por ello, esto se conoce como *pooled regression model*.

El primer modelo verifica, entonces, convergencia condicional; mientras que el segundo muestra convergencia absoluta.

Para evaluar las hipótesis de convergencia (i.e. absoluta, y condicional) Cermeño utiliza dos pruebas. Una de ellas es la prueba *LM* (*Lagrange multiplier*) de Breusch-Pagan, conocida como “prueba de efectos aleatorios”, que está basada en los residuales de OLS, $\hat{\varepsilon}_{it}$. El estadístico tiene la forma:

$$LM_{BP} = \frac{NT}{2(T-1)} \left[\frac{\sum_{i=1}^N \left[\sum_{t=1}^T \hat{\varepsilon}_{it} \right]^2}{\sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T \hat{\varepsilon}_{it}^2} - 1 \right]^2.$$

La hipótesis nula de esta prueba es $H_0: \sigma_{\mu} = 0$, que corresponde al caso en el que los efectos específicos de cada sección transversal (μ_i) no existen, y por lo tanto se concluye a favor del modelo de datos agrupados. Esto es, se verifica la convergencia absoluta.

La otra prueba es una *F* por efectos fijos, que se define como:

$$F_{EF} = \left[\frac{\sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T \hat{\varepsilon}_{it}^2 - \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T \hat{u}_{it}^2}{\sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T \hat{u}_{it}^2} \right] \left[\frac{N-1}{NT - N - T - 1} \right],$$

en donde \hat{u}_{it}^2 son los residuos al cuadrado en el modelo de efectos individuales utilizando el “estimador de mínimos cuadrados con variables ficticias”. La prueba F verifica la hipótesis $H_0: \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_N = 0$, o bien la hipótesis $H_0: \alpha_i = 0, i = 1, \dots, N - 1$, en la que α_i es la desviación de los respectivos efectos individuales (μ_i) respecto a un intercepto común en el modelo. En cualquiera de los casos anteriores, si H_0 es válida, no existen efectos fijos, por lo que se verifica la existencia de convergencia absoluta. Si se rechaza H_0 , entonces existe convergencia condicional.

Después de analizar tres muestras de entidades federativas, Cermeño encuentra que, en general, el comportamiento del crecimiento per cápita en los estados de la república durante el período analizado resulta congruente con la hipótesis de convergencia condicional.

Existen numerosos estudios sobre regionalización y convergencia en México. Sin embargo, los efectos espaciales que posiblemente influyen sobre dichos aspectos del fenómeno económico nacional han sido poco estudiados, en general, o incorporados de manera parcial en el análisis, en particular. Por lo tanto, es necesario verificar la significancia del efecto espacial en la convergencia regional del ingreso en el país de manera adecuada.

Capítulo IV
Convergencia espacial

A. Construcción del modelo

En esta sección se estimarán tres modelos. Estos verificarán la existencia de efectos espaciales al momento de evaluar β -convergencia.

Los modelos son los siguientes: 1)el modelo incondicional de Baumol, 2)el modelo de error espacial, y 3)el modelo de rezago espacial.

1. Metodología econométrica (teórica)

En el capítulo II han sido descritas a detalle las especificaciones de los modelos que se habrán de utilizar. A manera de síntesis, se hace una breve mención de aquéllas.

En primer lugar se considera el modelo incondicional de Baumol:

$$\ln\left(\frac{y_{t+k}}{y_t}\right) = \alpha + \beta \ln(y_t) + \varepsilon_t$$

en donde se supone un error independiente.

En segundo lugar, se tomará en cuenta el modelo de error espacial, que simula la dependencia inoportuna (*nuisance dependence*) con una covarianza espacial en los errores:

$$\ln\left(\frac{y_{t+k}}{y_t}\right) = \alpha + \beta \ln(y_t) + (I - \zeta W)^{-1} u_t$$

Y en tercer lugar, se incluye para el análisis el modelo de rezago espacial, cuya especificación es la siguiente:

$$\ln\left(\frac{y_{t+k}}{y_t}\right) = \alpha + \beta \ln(y_t) + \rho W \ln\left(\frac{y_{t+k}}{y_t}\right) + \varepsilon_t$$

2. Especificación

Utilizando estas especificaciones teóricas, y considerando el quiebre de tendencia encontrado por Esquivel (1999), los modelos construidos sobre la base de la información empírica para el caso mexicano son los siguientes:

$$TPIB7002 = \alpha + \beta LOG(PIB70) + \varepsilon_t,$$

$$TPIB7085 = \alpha + \beta LOG(PIB70) + \varepsilon_t,$$

$$TPIB8502 = \alpha + \beta LOG(PIB85) + \varepsilon_t,$$

$$TPIB7002 = \alpha + \beta LOG(PIB70) + (I - \zeta W)^{-1} u_t,$$

$$TPIB7085 = \alpha + \beta LOG(PIB70) + (I - \zeta W)^{-1} u_t,$$

$$TPIB8502 = \alpha + \beta LOG(PIB85) + (I - \zeta W)^{-1} u_t,$$

$$TPIB7002 = \alpha + \beta LOG(PIB70) + \rho W TPIB7002 + \varepsilon_t,$$

$$TPIB7085 = \alpha + \beta LOG(PIB70) + \rho W TPIB7085 + \varepsilon_t,$$

$$TPIB8502 = \alpha + \beta LOG(PIB85) + \rho W TPIB8502 + \varepsilon_t,$$

en donde:

$TPIB7002$, $TPIB7085$, $TPIB8502$ = Tasa de crecimiento promedio del ingreso por habitante, en las entidades de la República Mexicana, en los periodos 1970–2002, 1970–1985 y 1985–2002, respectivamente.

$LOG(PIB70)$, $LOG(PIB85)$ = Producto per cápita en los estados de la república, base 1970 y 1985, respectivamente (en logaritmos).

Estos modelos corresponden a la especificación incondicional de Baumol, error espacial, y rezago espacial, respectivamente, para el período 1970–2002 y los subperíodos identificados tanto por Esquivel como por otros autores³⁰, 1970–1985 y 1985–2002.

B. Estimación

Los modelos serán estimados utilizando el paquete de cómputo *Geodata Analysis Software*, (*GeoDA*), desarrollado por Luc Anselin y *The Regents of the University of Illinois*, del *Center for Spatially Integrated Social Science*, en su versión 0.9.5-i (*beta*).

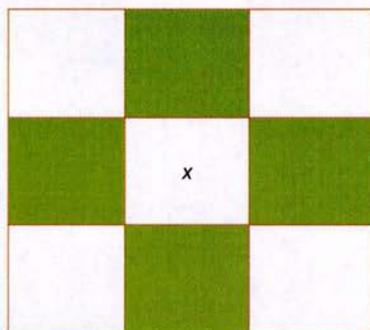
Con base en un modelo de desagregación del PIB por entidad federativa, Mendoza (1997) ha calculado aproximaciones de los datos utilizados en este ejercicio construyendo series de 1940 a la fecha, puesto que no se disponen de cifras oficiales.

1. Metodología econométrica (empírica)

Con GeoDA es posible construir dos tipos de matrices de contigüidad: “torre” y “reina”. Estos términos se refieren a la vecindad de una unidad de área. La vecindad se considera según los movimientos que describen las piezas del mismo nombre en el juego de ajedrez. Así, suponiendo una unidad rectangular x , la contigüidad torre considera como contiguas las unidades que comparten lados con x , mientras que la contigüidad reina considera como vecinos tanto a unidades que comparten lados con x , como a las que comparten puntos con x .

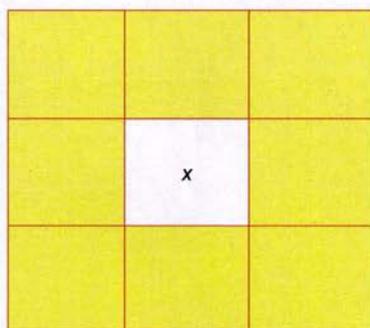
Considerando una cuadrícula conformada por unidades de área (rectangulares), la contigüidad torre se ve así:

³⁰ Véase el tercer capítulo de el presente ensayo.

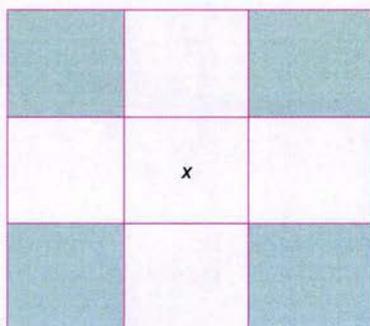


en donde las celdas coloreadas representan la vecindad de x .

La contigüidad reina tiene la siguiente forma:



Como se observa, pueden existir diversos tipos de contigüidad. Uno más es la contigüidad “alfil”, que se ve así:



En el capítulo II de este ensayo se definieron las matrices binarias de ponderación (estandarizadas por filas) que representan a estas vecindades, y se explicaron sus órdenes. Cabe decir que, por convención, la intersección de x con x no se considera dentro de la vecindad, por lo cual la diagonal principal de la matriz binaria consiste de elementos cero (0).

Para estimar los modelos de este ejercicio se construyeron seis matrices: tres “torre” (de primero, segundo y tercer orden) y tres “reina” (de órdenes similares). La matriz torre de primer grado se utiliza con frecuencia en trabajos aplicados.

Con estas matrices es posible construir tanto modelos espaciales como indicadores locales de asociación espacial (LISA).

2. Regresiones e indicadores

Con la intención de facilitar la comparación entre las distintas especificaciones, la primera ilustración corresponde a los tres modelos respectivos para cada uno de los tres períodos descritos. Las regresiones arrojan los siguientes resultados:

1970 – 2002

BAUMOL			ERROR		
Variable dependiente:	TPIB7002		Variable dependiente:	TPIB7002	
R-cuadrada:	0.038718		R-cuadrada:	0.050522	
Estadístico F:	1.20832 (0.2804)		Criterio Akaike:	72.3948	
Criterio Akaike:	72.6676		Variable	Coefficiente	Probabilidad
Variable	Coefficiente	Probabilidad	CONSTANTE	2.251891	0.0006076
CONSTANTE	2.335572	0.0013955	LOG(PIB70)	-0.2997264	0.3332223
LOG(PIB70)	-0.346084	0.2804091	LAMBDA	0.1202823	0.5951647
	PROB			PROB	
Jarque-Bera	0.4773101		Breusch-Pagan	0.6697961	
Breusch-Pagan	0.6085178		Dependencia espacial	0.1668419	
White	0.1668419				

**ESTA TESIS NO SALE
DE LA BIBLIOTECA**

REZAGO		
Variable dependiente:	TPIB7002	
R-cuadrada:	0.056844	
Criterio Akaike:	74.2365	
Variable	Coeficiente	Probabilidad
W_TPIB7002	0.1445212	0.5156303
CONSTANTE	2.035851	0.0067481
LOG(PIB70)	-0.3088906	0.3070429
PROB		
Breusch-Pagan	0.6917206	
Dependencia espacial	0.5114414	

1970 – 1985

BAUMOL		
Variable dependiente:	TPIB7085	
R-cuadrada:	0.392002	
Estadístico F:	19.3423 (0.00)	
Criterio Akaike:	59.3657	
Variable	Coeficiente	Probabilidad
CONSTANTE	3.769582	0.0000001
LOG(PIB70)	-1.124812	0.0001266
PROB		
Jarque-Bera	0.3695926	
Breusch-Pagan	0.9725536	
White	0.9671944	

ERROR		
Variable dependiente:	TPIB7085	
R-cuadrada:	0.395199	
Criterio Akaike:	59.2578	
Variable	Coeficiente	Probabilidad
CONSTANTE	3.785598	0
LOG(PIB70)	-1.134915	0.0000029
LAMBDA	-0.08638999	0.7189275
PROB		
Breusch-Pagan	0.9951155	
Dependencia espacial	0.7426226	

REZAGO		
Variable dependiente:	TPIB7085	
R-cuadrada:	0.39207	
Criterio Akaike:	61.3632	
Variable	Coeficiente	Probabilidad
W_TPIB7002	0.01151143	0.9556879
CONSTANTE	3.74688	0
LOG(PIB70)	-1.121753	0.0000085
PROB		
Breusch-Pagan	0.9756678	
Dependencia espacial	0.9602388	

1985 – 2002

BAUMOL			ERROR		
Variable dependiente:	TPIB8502		Variable dependiente:	TPIB8502	
R-cuadrada:	0.138573		R-cuadrada:	0.167764	
Estadístico F:	4.82594 (0.03)		Criterio Akaike:	92.6596	
Criterio Akaike:	93.4028		Variable	Coefficiente	Probabilidad
Variable	Coefficiente	Probabilidad	CONSTANTE	-2.167116	0.0955829
CONSTANTE	-1.969883	0.1488641	LOG(PIB70)	1.28196	0.0149625
LOG(PIB70)	1.193782	0.0358983	LAMBDA	0.2038377	0.3486029
PROB			PROB		
Jarque-Bera	0.9193252		Breusch-Pagan	0.9379833	
Breusch-Pagan	0.9125828		Dependencia espacial	0.3886396	
White	0.4030825				

REZAGO		
Variable dependiente:	TPIB8502	
R-cuadrada:	0.15565	
Criterio Akaike:	94.9591	
Variable	Coefficiente	Probabilidad
W_TPIB7002	0.1519002	0.4782164
CONSTANTE	-2.140251	0.0939061
LOG(PIB70)	1.213367	0.0202329
PROB		
Breusch-Pagan	0.9361499	
Dependencia espacial	0.5053454	

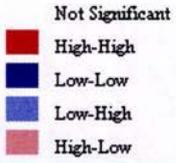
Los modelos espaciales fueron construidos con base en una matriz binaria de contigüidad torre de primer orden, puesto que al incluir órdenes superiores los resultados empeoraban, mientras que al contemplar contigüidades reina los resultados permanecían inalterados.

La segunda ilustración corresponde a los LISA's construidos con base en el subperíodo 1970 – 1985. Se consideraron tanto los niveles iniciales y finales del ingreso en el período, como el nivel de la tasa de crecimiento promedio, y con base en estos datos se construyeron tres tipos de indicadores, respectivamente: un diagrama de dispersión de Moran, cuyos cuadrantes corresponden a los cuatro tipos de asociación espacial entre un estado y sus vecinos³¹, y dos mapas coropléticos que describen la formación de *clusters* del tipo High-High; Low-Low; Low-High; y High-Low, así como su respectiva significancia estadística.

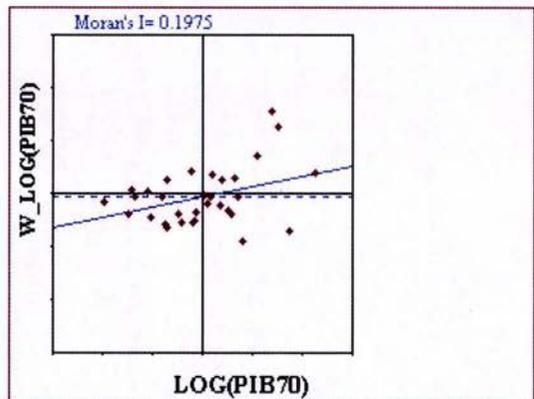
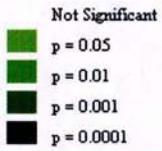
³¹ Véase al respecto el capítulo II.

1970

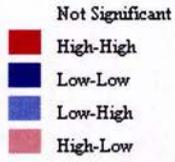
(1) LISA Cluster Map (rook1.GAL): I_LOG(PIB70)



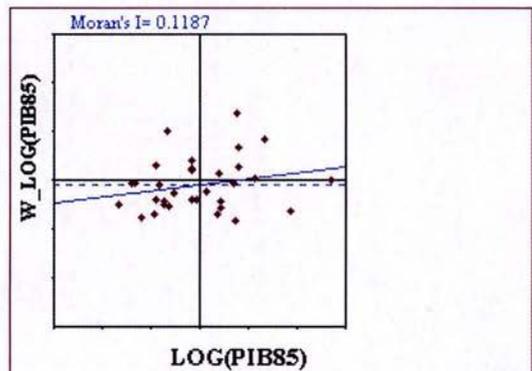
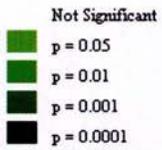
(1) LISA Significance Map (rook1.GAL): I_LOG(PIB70)



(2) LISA Cluster Map (rook1.GAL): I_LOG(PIB85)

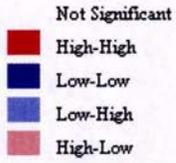


(2) LISA Significance Map (rook1.GAL): I_LOG(PIB85)

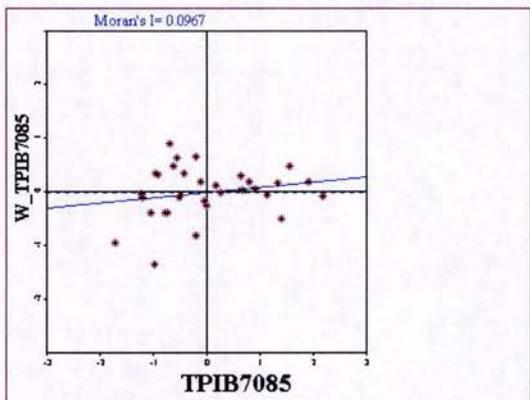
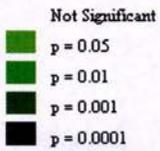


1970 – 1985

(1) LISA Cluster Map (rook1.GAL): I_LOG(PIB70)



(1) LISA Significance Map (rook1.GAL): I_LOG(PIB70)



3. Evaluación e interpretación

El signo del coeficiente del ingreso per cápita es negativo en los tres modelos construidos con base en la muestra completa. De acuerdo al resultado de la prueba Jarque–Bera, los residuales se distribuyen normalmente en cada modelo, además de que los modelos son homoscedásticos según la prueba Breusch–Pagan, por lo cual los estimadores son insesgados y estables. Es decir: no existe heterogeneidad espacial en las especificaciones correspondientes.

Dicho signo es congruente con la hipótesis de convergencia. Sin embargo, los coeficientes son estadísticamente no significativos, lo cual impide afirmar que se cumple dicha hipótesis. Además, el coeficiente R^2 de los modelos es de 3%, 5% y 5%, respectivamente. Esto indica un ajuste muy bajo de las simulaciones a los datos observados, lo que puede deberse a una especificación incompleta en el caso de los modelos espaciales, dado que la prueba de cociente de verosimilitud indica que no existe dependencia espacial en los datos observados. En el modelo incondicional, la prueba White confirma la robustez de la especificación al aceptar la hipótesis nula, por lo cual el bajo coeficiente de ajuste de este modelo puede estar asociado a la no significancia del coeficiente del ingreso per cápita.

Así, aún cuando el criterio Akaike muestra un ajuste levemente mayor del modelo de error espacial con respecto al de Baumol, ningún coeficiente espacial resulta significativo.

En el primer subperíodo analizado, que va del año 1970 al año 1985, los resultados de este estudio concuerdan con lo encontrado por diversos autores quienes concluyen en favor de la convergencia. El modelo incondicional responde por el 40% de los datos observados, es homoscedástico, robusto en la especificación, y sus errores se distribuyen normalmente. En este caso el coeficiente es significativo al 99.9% y presenta un signo negativo que indica una correlación inversa entre el nivel inicial del ingreso per cápita y la tasa de crecimiento del ingreso per cápita correspondiente, y por lo tanto confirma la presencia de un proceso de β -convergencia en el período considerado.

Sin embargo, los modelos espaciales rechazan la existencia de dependencia espacial en la información, que pueda descubrir nuevos aspectos sobre este proceso. Esto es: aún cuando la inclusión de los efectos espaciales no hace menos significativos los resultados del

modelo incondicional, tampoco los hace más significativos, además de que las pruebas de dependencia espacial rechazan la existencia de ésta en la información.

El comportamiento del ingreso durante el segundo subperíodo sugiere un rechazo a aceptar la hipótesis de convergencia, pues los signos de los coeficientes son positivos y estadísticamente significativos en los tres modelos (aunque las constantes no lo sean). En particular, el modelo incondicional de Baumol es casi confirmatorio de la ausencia de convergencia en el período, puesto que pasa las pruebas de normalidad, heteroscedasticidad y robustez, pero, como ya se ha señalado, la constante es no significativa, además de que presenta un bajo coeficiente de ajuste de 14%.

Al igual que en los casos anteriores, los efectos espaciales en la información son inexistentes o no tienen importancia alguna.

Por otra parte, la pendiente positiva de la tendencia observada en los diagramas de dispersión de Moran podría señalar la presencia de autocorrelación espacial, tanto en los niveles iniciales como en el período de convergencia 1970–1985. Sin embargo, el estadístico Moran I correspondiente es muy bajo (0.197, 0.118 y 0.0967, respectivamente).

Los diagramas muestran que de 1970 a 1985 hubo un leve cambio en la estructura de dependencia espacial, pues aunque en ambos años la mayoría de las observaciones se encuentran en el cuadrante IV (LL), en este último año aumenta el número de estados que caen en el cuadrante II (LH). Sin embargo, dos de los cuatro resultados significativos en ambos casos son iguales: Puebla y Chiapas. Ambos estados permanecieron sin modificaciones en sus niveles de ingreso debidas a efectos espaciales.

Por otro lado, la comparación del diagrama del nivel inicial de 1970 con el de la tasa de crecimiento en el período 1970-1985 es confirmatorio de la hipótesis de convergencia, pues se observa que entre los diagramas existe una relación inversa. Pero aparentemente no existen efectos espaciales que pudieran estar asociados a dicho proceso.

CONCLUSIONES GENERALES

En el presente trabajo se ha mostrado que la teoría neoclásica implica la hipótesis de convergencia. A partir de la función de producción supuesta por la teoría, y un crecimiento del producto per cápita a una tasa exógena x , se tiene que es posible medir la velocidad con la que una economía alcanza un “estado estacionario”, punto en el cual la depreciación es igual al ahorro. Altas tasas iniciales de crecimiento serán cada vez menores conforme una economía se aproxime al estado estacionario.

Así, un país con una menor dotación inicial de trabajo y capital crece con mayor rapidez que los países mejor dotados. Esta es la hipótesis de convergencia: una relación inversa entre el ingreso inicial y su tasa de crecimiento.

Existen serios debates sobre la existencia de la convergencia. Y puesto que el análisis confirmatorio implica verificación de la teoría neoclásica, se han incorporado diversas técnicas en el análisis exploratorio de la convergencia.

Una de ellas, que hasta la fecha ha sido poco utilizada en el estudio de los problemas económicos —tanto a nivel nacional como internacional—, es el análisis espacial. Cualquier economista puede intuir que el uso de esta herramienta en el análisis puede arrojar resultados nunca antes observados, al entender que el fenómeno económico se manifiesta tanto en el tiempo como en el espacio. La realización de este proyecto tuvo como base esa intuición económica que indica una estructura espacial en la distribución del ingreso en el país.

De manera puntual, con base en la investigación precedente, se concluye que:

- 1) El análisis del proceso de convergencia del ingreso en México considerando el enfoque de efectos espaciales ha sido ignorado por todos los investigadores.
- 2) Al formular y aplicar un modelo econométrico de efectos espaciales para identificar y analizar la existencia de efectos espaciales en el proceso de convergencia del ingreso per cápita en México, del año 1970 al 2002, se observan resultados no significativos de los efectos espaciales.

- 3) La variación temporal de los efectos espaciales en el comportamiento de la convergencia del ingreso en México de 1970-2002 es no significativa.
- 4) La hipótesis acerca de la influencia de los efectos espaciales en el proceso de convergencia (divergencia) del PIB por habitante de las entidades federativas de la República Mexicana, del año 1970 al 2002, no es satisfactoria. Sin embargo, esto no constituye una respuesta definitiva en cuanto a la presencia e influencia de efectos espaciales en la convergencia. En 4 entidades federativas se detectó la presencia de efectos espaciales, de ahí que se infiera la necesidad de realizar cambios en la especificación econométrica y profundizar en los aspectos teóricos sobre la explicación del espacio en el comportamiento económico, particularmente en el crecimiento económico y en la tendencia hacia la convergencia o divergencia.

La importancia de esta aplicación no reside tanto en los resultados, como en la propuesta metodológica para abordar no-sólo un proceso de convergencia, sino cualquier problema económico cuya resolución así se represente en la intuición del investigador.

Con base en los resultados obtenidos es posible decir que, en concordancia con los resultados obtenidos por otros autores, existe evidencia clara de un proceso de convergencia en México, del año 1970 a 1985. Aunque en este período los efectos espaciales son no significativos en general, la presencia de efectos espaciales significativos en 4 entidades federativas admiten la posibilidad de utilizar otras técnicas de desagregación de la autocorrelación espacial.

Una manera posible de verificar la presencia de autocorrelación espacial en los datos iniciales es construyendo el diagrama de dispersión de Moran en cada año de la muestra, y tabulando el número de años que cada observación significativa cae en los distintos cuadrantes. Este análisis se puede hacer fácilmente, si se cuenta con los datos necesarios.

De esta manera sería posible apreciar de mejor manera la dinámica de los efectos espaciales, pues con la información utilizada aquí sólo pudo confirmarse que dos entidades federativas, Chiapas y Puebla, no fueron objeto de influencias espaciales en la década de los años setenta y primer lustro de los años ochenta.

Por otra parte, tampoco puede negarse de manera rotunda un proceso de no convergencia del ingreso a lo largo de todo el período, pues algunos resultados son congruentes con la hipótesis de convergencia. Además, en el segundo subperíodo es de igual manera difícil rechazar la convergencia al no haber un ajuste suficiente de los modelos estimados.

En cuanto al efecto espacial en estos períodos, los resultados no pueden rechazar la existencia de los mismos por razones análogas al caso de la convergencia. Así, aún cuando el término de error en los modelos ha pasado las pruebas pertinentes, es posible que exista algún efecto que no esté siendo modelado correctamente.

Aquí debe recordarse que los datos con los cuales se corrieron las regresiones son aproximaciones no oficiales de los mismos. Así pues, es posible que el proceso de aproximación (ponderaciones, extrapolaciones, caminos aleatorios) haya afectado de alguna manera la dimensión espacial de los datos. De hecho, quizá sea necesario incluir en la aproximación de los datos algún efecto espacial.

Es posible también que la matriz de contigüidad construida para la realización de este ejercicio no represente de manera adecuada la vecindad de las unidades de área. Quizá sea necesario definir de otra manera dicha matriz, ya sea incluyendo algún factor de distancia u otro tipo de criterio. Es decir, es posible que existan cúmulos que no sean contiguos. Y aunque esto puede ser importante en países con fuertes encadenamientos productivos y medios de comunicación muy desarrollados, bien podría reflexionarse sobre algún posible efecto de este tipo en México.

No es posible observar una estructura de cúmulos o *clusters* en el país. De hecho, contraintuitivamente y en rechazo de la hipótesis de este ensayo, los resultados significativos en el período de convergencia apuntan en dirección opuesta, a saber, que las unidades se comportan de manera individual, independiente de lo que ocurre en su vecindad.

Por esto resulta de igual manera imposible detectar procesos de derrama económica o *spillovers*, pues si se consideran los resultados de otros autores en el sentido de que Tabasco constituye una observación atípica, ésta no ejerció influencia alguna en el estado vecino de Chiapas, por lo menos en el período de convergencia.

Como se ha dicho, la herramienta espacial en cuanto modo de manejo de la información permite hacer más eficiente la toma de decisiones en cualquier ámbito de la ciencia y de la

actividad humana en general en la cual se aplique, siguiendo un método riguroso. En particular, los sistemas de información geográfica se utilizan en campos tales como la arqueología, agricultura, banca, minería, defensa e inteligencia, crimen, muestreo, gestión gubernamental, recursos forestales, servicios de salud, servicios a la comunidad, compañías de seguros, bibliotecas, y muchos otros. Se estima que 80% de los datos estadísticos contienen un componente espacial, por lo cuál la información de casi todas las ciencias puede analizarse “espacialmente”³².

En el caso del análisis de la convergencia del ingreso en México, puede resultar de interés la modificación del tamaño de la unidad de área, haciendo análisis municipales (áreas más pequeñas) o regionales (áreas más grandes).

Otro ejercicio posible es el análisis del comportamiento del ingreso en los estados de la frontera entre México y Estados Unidos. Quizá sea posible cuantificar en qué medida la economía de estados tales como California o Texas influyen en el crecimiento de entidades como Baja California o Chihuahua.

Además, es necesario reiterar, antes de concluir, que en este caso el espacio se consideró como mera “vecindad”, mediante una matriz binaria de contigüidad. De ahí que tampoco sea posible verificar una ausencia de efectos espaciales, en general, sobre los procesos de convergencia en México. La discusión sobre la definición del espacio sobrepasa la capacidad argumentativa del autor y de la estructura de este ensayo, para ser abordada con propiedad.

Se invita al lector, entonces, a la reflexión sobre la dimensión espacial de los fenómenos económicos en general.

³² <<http://www.gis.com/whatisgis/whatisgis.pdf>>

BIBLIOGRAFÍA

- Acs, Zoltan, Attila Varga (2002), *Geography, Endogenous Growth and Innovation*, International Regional Science Review, Vol. 25, No. 1, SAGE publications, Estados Unidos – Londres – India.
<<http://home.ubalt.edu/zacs/innsystpaper5.pdf>>
- Akundi, Krishna M. (2002), *Methods of Regional Analysis: the Input-Output Model*, Business and Industry Data Center, Texas.
<http://www.bidc.state.tx.us/researchcorner/Archives/Issue3/Input_Output_3.pdf>
- Arbia, Giuseppe (1988), *Spatial Data Configuration in Statistical Analysis of Regional Economic and Related Problems*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht/Boston/London.
- Barnes, Trevor (2004), *Economic Geography*, workingpaper, The University of British Columbia, Department of Geography.
<<http://www.geog.ubc.ca/~tbarnes/Social%20Science%20Encyclopedia.doc>>
- Batten, David (1983), *Spatial Analysis of Interacting Economies. The Role of Entropy and Information Theory in Spatial Input-Output Modeling*, Kluwer-Nijhoff Publishing, USA.
- Berry, Brian (1968), *Spatial Analysis, A Reader in Statistical Geography*, Prentice Hall, Inc., Englewood Cliffs, Nueva Jersey.
- Cermeño, Rodolfo (2001), *Decrecimiento y convergencia de los estados mexicanos. Un análisis de panel*, en El Trimestre Económico, Vol. LXVIII (4), Núm. 272, oct – dic 2001, FCE, México.
- Esquivel, Gerardo (1999), *Convergencia Regional en México, 1940-1995*, en El Trimestre Económico, Vol. LXVI (4), Núm. 264, oct – dic 1999, FCE, México.
- Fay, Marianne y Charlotte Opal (2000), *Urbanization without Growth: a not so uncommon Phenomenon*, World Bank Workingpaper, Oxford University.
<<http://econ.worldbank.org/docs/1167.pdf>>
- Fujita, Masahisa, Paul Krugman, Anthony J. Venables (1999), *The Spatial Economy. Cities, Regions; and International Trade*, MIT, Cambridge, Massachusetts; London, England.

- Greene, William (2000), *Econometric Analysis*, Prentice Hall, Nueva Jersey.
- Isern, Tom (2004), *Griffith Taylor and Environmental Determinism*, North Dakota State University.
<<http://www.ndsu.nodak.edu/instruct/isern/382/taylor.htm>>
- Lang, Serge (1976), *Cálculo*, Fondo Educativo Interamericano, México.
- Lim, Up (2003), *A Spatial Analysis of Regional Income Convergence*, en Planning Forum, Spring 2003, Community and Regional Planning Program, School of Architecture, University of Texas at Austin.
<<http://www.ar.utexas.edu/planning/forum/vol9PDFs/lim.pdf>>
- Machado, Ricardo (2001), *Spatial economy: high-tech glossary or new regional economics?*, Nova Economia, vol. 11, julio, 9-36, publicación de Economics Department, Universidade Federal de Minas Gerais, Brasil.
<<http://www.face.ufmg.br/novaeconomia/sumarios/v11n1/RICARDO.PDF>>
- Marquit, Erwin (Professor Emeritus, University of Minnesota, School of Physics and Astronomy) (2002), *The Demobilization Movement of January 1946*, en Nature, Society and Thought, vol. 15, no. 1, Marxist Educational Press.
<<http://www-vms.physics.umn.edu/~marquit/demob.pdf>>
- Mendoza, Miguel Ángel (1997), *Un modelo de desagregación del PIB por Entidad Federativa, 1970-1995*, en Dussel, Enrique, Michael Piore y Clemente Ruiz (coords.), "Pensar globalmente y actuar regionalmente, el nuevo paradigma de la política industrial", Jus, México.
- ———, ——— (1999), *¿Convergencia o divergencia regional de la industria manufacturera?*, en Brown, Flor y Lilia Domínguez, "Productividad: desafío de la industria mexicana", Jus, México, 79-100.
- Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (1998), *Desarrollo regional y política estructural en México*, OCDE, cap. 2.
- Rey, Sergio y Brett D. Montouri (1999), *U.S. regional income convergence: a spatial econometric perspective*, en Regional Studies, vol. 33, núm. 2, Regional Studies Association, Reino Unido.
- Robinson, Arthur, James B. Lindberg, Leonard W. Brinkman (1961), *A Correlation and Regression Analysis Applied to Rural Farm Population Densities in the Great*

Plains, reimpresión de Annals the Association of American Geographers, vol. 51, 211-221, en “Berry, Brian, *op. cit*”.

- Rodriguez-Oreggia, Eduardo (2002), *Polarization of income under structural changes: winners and losers of regional growth in Mexico*, workingpaper, The London School of Economics and Political Science, Department of Geography & Environment.
<<http://www.lse.ac.uk/collections/geographyAndEnvironment/pdf/rp71.pdf>>
- Sala-i-Martin, Xavier (1994), *Apuntes de crecimiento económico*, Antoni Bosch, Barcelona, cap. 3.
- Sánchez-Reaza, Javier y Andrés Rodríguez-Pose (2002), *The impact of trade liberalization on regional disparities in Mexico*, en Growth and Change, 33, 1, 72-90, (2002), Blackwell Publishing, Reino Unido.
<<http://personal.lse.ac.uk/RODRIGU1/growth%20and%20change%202002.pdf>>
- Sheppard, Eric y Trevor J. Barnes (eds) (2000), *A Companion to Economic Geography*, Oxford, cap. 2: “Inventing Anglo-American Economic Geography”.
<www.blackwellpublishing.com/geogcomps/pdf/002geo.pdf>
- Solow, Robert M. (1970), *Growth Theory. An Exposition, The Radcliff lectures delivered in the University of Warwick 1969*, Oxford – Clarendon Press, London.
- Yaffee, Robert (2003), *A Primer for Panel Data Analysis*, en Connect: Information Technology at NYU, Fall, publicación de la New York University.
<http://www.nyu.edu/its/pubs/connect/fa81103/pdfs/yaffee_primer.pdf>